0/087

1

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE FILOSOFÍA Y LETRAS

# LA EXPERIENCIA MATEMÁTICA EN LA EDUCACIÓN PRIMARIA.

## *ESTUDIO SOBRE LOS PROCESOS DE TRASMISIÓN Y APROPIACIÓN DEL SABER MATEMÁTICO ESCOLAR*

# TESIS

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE
**DOCTORA EN PEDAGOGÍA**

PRESENTA:
**ALICIA ÁVILA STORER**

**DIRECTOR DE TESIS: DR. ÁNGEL DÍAZ BARRIGA**

299260

MÉXICO D.F., PRIMAVERA DE 2001.

Universidad Nacional Autónoma de México
UNAM
Biblioteca Central
Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**
**Tesis Digitales**
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

**La experiencia matemática en la educación primaria. Estudio sobre los procesos de transmisión y apropiación del saber matemático escolar.**


RESUMEN

El problema abordado es la práctica de enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria. El objetivo fue conocer las características de dichas prácticas y delimitar las alteraciones y permanencias debidas al ingreso de las reformas educativas. Para analizar dicha práctica, se utilizó la noción de contrato didáctico (reglas explícitas e implícitas que delimitan derechos y obligaciones y orientan la interacción entre maestros y alumnos). Se analizaron los contratos didácticos celebrados en dos períodos distintos: uno cuando los programas de enseñanza vigentes correspondían a la llamada «matemática moderna» (1972-1993) y otro cuando las directrices oficiales promovían el «aprendizaje a través de la resolución de problemas» (1993 a la fecha). Durante los dos períodos , se observaron sesiones de clase en escuelas públicas (12 grupos en total) y se entrevistó a los maestros de los grupos observados.

Las principales conclusiones son las siguientes: a) la prácticas de enseñanza de las matemáticas son heterogéneas; b) la enseñanza llamada tradicional tiene muchas formas de realización y no produce sólo aprendizajes memorísticos y sin significado; c) las reformas han aportado algunos elementos que hoy forman parte de la cultura matemática escolar, pero no han logrado alterar ciertas formas de enseñanza ni creencias de los profesores; d) para mejorar la enseñanza, la formación continua y la actualización de profesores debería considerar la cultura matemática escolar que determina en buena medida las prácticas de enseñanza y no tratar de imponer los modelos considerados en el momento innovadores.


**The mathematical experience in elementary education. A study on the trasmission and appropiation processes of the school mathematical knowledge.**


ABSTRACT

The problem approached is the practice of teaching mathematics in elementary school. The aim is to know the characteristics of such practice and to define the alterations and permanencies due to the educational reforms. To analyze this practice, the notion of didactic contract (explicit and implicit rules that define rights and obligations and guide interaction between teachers and students) was used. Didactic contracts from two different periods were analyzed: one when the effective teaching programs corresponded to the so called "Modern Mathematics" (1972-1993), and another when the official guidelines promoted "Learning through the solution of problems" (1993-to the date). During both periods, class sessions in public schools (12 groups in total) were observed, and the teachers of the observed groups were interviewed.

The main conclusions are the following ones: a) practices of teaching mathematics are heterogeneous; b) the so called traditional teaching has many performing forms and it does not produce only memorial and meaningless learning; c) the reforms have brought some elements that are now part of the school mathematical culture, but they have not been able to alter certain teaching forms neither certain teachers beliefs; d) to improve teaching, the continuous training and bringig up to date of teachers should take into account the mathematicasl culture that in good meausure determines the teaching practices and not to try to impose innovative considered models at the moment.

## ÍNDICE

**_III. ENTRE LAS UNIDADES DE TRABAJO Y LOS SISTEMAS POSISICONALES DE NUMERACIÓN. UNA RELACIÓN FUNDADA EN LA OSTENSIÓN_**



**_IV. ENTRE EL DESCUBRIMIENTO Y LA COMUNICACIÓN. EN TORNO A LAS UNIDADES DE MEDIDA Y LAS PROPIEDADES DE LA MULTIPLICACIÓN_**

### *V. EL HÁBITO DE LA EXPLICACIÓN. FRENTE A NUEVOS Y VIEJOS OBJETOS DE SABER*



### *VI. «DEVOLVER»LA RESPONSABILIDAD A LOS ALUMNOS. MÁS ALLÁ DE DESCUBRIR LA PROPORCIONALIDAD*



## LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS COMO *TEXTO DEL SABER*

## AL MARGEN DE LA REFORMA

## VIEJAS INTERPRETACIONES A NUEVAS PROPUESTAS



## A LA BÚSQUEDA DE NUEVOS CONTRATOS

## Introducción

En los albores de los años setenta, la enseñanza de las matemáticas elementales se orientaba según una cierta selección y organización del *saber* que pretendía el conocimiento «objetivo», la ejercitación de las funciones mentales, la precisión y la exactitud, así como la satisfacción de las necesidades de cálculo propias de la vida diaria. Tal *texto de saber* parecía ajustar a las ideas y formas de acción de los docentes, también parecía responder a las expectativas de los padres de familia. Sin embargo, inmersos en una ola innovadora mundial, los encargados de la política educativa estatal impulsaron la que sería "una reforma de grandes dimensiones": la incorporación de la «matemática moderna» en la educación elemental. Dicha reforma pretendía poner a los niños en contacto con la *verdadera matemática* y ya no sólo con la aritmética y la geometría; el aprendizaje del cálculo utilitario se sustituía por el conocimiento de las estructuras matemáticas. Así, durante dos décadas, los programas y textos oficiales incluyeron los conjuntos, los sistemas posicionales de numeración, las propiedades de las operaciones, la lógica y la probabilidad como medios para vincular a los niños con los aspectos más sobresalientes de la ciencia que por primera vez hacía su aparición en las escuelas.

Veinte años más tarde, con un conocimiento difuso acerca de los que pasaba en las escuelas mexicanas, pero contando con los resultados y las críticas a la «matemática moderna» que surgieran en los países que la habían originalmente impulsado, se decidió nuevamente modificar los programas y textos oficiales. En esta oportunidad, el objetivo era que los niños aprendieran matemáticas resolviendo problemas. La postura era nuevamente radical, aunque con un radicalismo distinto del que diera origen a la reforma de los años setenta. La novedad principal no estaba constituida por la incorporación de contenidos sino que residía en las nuevas relaciones que se buscaba impulsar con los saberes matemáticos. Actualmente dicha propuesta está en vigor. En las páginas siguientes analizo la cotidianeidad de la clase de matemáticas en los dos períodos referidos. La que se vivió en el contexto de la «matemática moderna», la que se vive en el marco del aprendizaje a través de la resolución de problemas.

Varias preocupaciones estuvieron presentes durante el período en que concebí y escribí este texto. Por una parte, buscaba contribuir a la comprensión de la enseñanza y el aprendizaje institucional. Es decir, pretendía que el acercamiento no fuera simplemente cognitivo, centrado en el análisis de la relación entre el niño y una cierta tarea intelectual. Con base en tal aproximación, acaso se pudiese ofrecer un conocimiento de los niños en tanto que aprendientes de conceptos matemáticos particulares. Pero tal enfoque no daría sino cuenta indirecta de lo ocurrido en las escuelas. No era tal el interés que me animaba.

Tampoco me resultaba suficiente analizar las representaciones sobre las matemáticas y su enseñanza que fundamentan la acción de los profesores. En los últimos años los didactas han reconocido la relevancia de la participación docente en el proceso educativo. Podría decirse incluso que hoy se ha puesto en boga estudiar lo que algunos llaman «el pensamiento de los profesores». Sin pretensiones de originalidad, a partir de los datos que aquí analizo, postulo una relación importante entre la forma de pensar y de actuar de los docentes. No obstante, al igual que el acercamiento cognitivo, conocer el pensamiento de los profesores resultaba insuficiente en función del objetivo que me había propuesto pues no permitiría mirar sino desde uno de sus ángulos la enseñanza y el aprendizaje de la matemática escolar. El reto que me había planteado era analizar desde una perspectiva «más sistémica» lo que ocurre en la escuela con las matemáticas, su enseñanza y su aprendizaje. El asunto resultó complejo. Debo decir que ensayé varios acercamientos. Inicialmente recurrí a conceptos de la teoría psicogenética (asimilación, acomodación, esquemas de acción, abstracción reflexionante...); posteriormente me acerqué a corrientes interaccionistas a través de autores como Heinrich Bauersfeld o George Voigt. La nociones recuperadas, en este último caso fueron «negociación de significados» o «patrones y rutinas» en la clase. Los resultados obtenidos no me parecían satisfactorios. Fue posteriormente que conocí los desarrollos de la didáctica de matemáticas en su versión francesa. Con base en ella pude observar mejor las «caras» que convenía analizar en los eventos que se sucedían durante las clases. Dos autores me resultaron especialmente esclarecedores: Guy Brousseau e Yves Chevallard. De hecho, sus trabajos constituyen el basamento teórico de este escrito.

Es así que, después de todos estos rodeos, en el corazón del análisis están el profesor y los alumnos en su interacción alrededor de los saberes matemáticos, esto es, estableciendo una relación didáctica.

Es posible suponer que, aunque en escasa medida, las instrucciones oficiales alguna repercusión tienen en la vida en las escuelas, en los recortes y adecuaciones que los objetos de enseñanza sufren, en las relaciones didácticas que se establecen, en los contratos que se celebran. Pero las raíces de la acción no se encuentran sólo ahí sino también en una cultura escolar que remite lo mismo al sentido común que a la historia de las ideas educativas y a la diversidad de explicaciones existentes sobre el aprendizaje. En el extremo, junto con los profesores que buscan asumirlas, otros se declaran al margen de las reformas. Los fundamentos de su acción se encuentran en la tradición escolar, en la historia de formación profesional, en los saberes que construyen en eventos de formación o en las lecturas que eventualmente realizan, también en los resultados que constatan cotidianamente en su trabajo. Probablemente ésta sea la fuente más importante de su aprendizaje y de sus creencias.

Una cuestión vinculada a lo anterior resulta pertinente: ¿Cómo es que proyectos educativos que vistos desde fuera son ineficaces (en el sentido de que no generan los aprendizajes social o normativamente esperados) se mantienen funcionando en las escuelas? Algunos de ellos, incluso, parecen ser perennes ¿Por qué lo que socialmente no goza de legitimidad (como el aprendizaje memorístico o, en el límite, la ausencia total de aprendizaje) funciona en muchas clases?, ¿Por qué los maestros continúan utilizando esas propuestas de enseñanza?, ¿ Es que acaso ellos resultan satisfechos con los resultados que obtienen? Responder tales preguntas implica caracterizar los contratos que los profesores celebran para ver cumplidas sus intenciones didácticas, pero también, y sobre todo, descubrir los mecanismos que permiten a dichos contratos mantener su viabilidad, evitar su fracaso.

Sobre la base de sus concepciones y creencias, los profesores establecen una cierta relación didáctica que se actualiza día con día y cuyo funcionamiento es regulado por un contrato didáctico. El contrato definirá la relación de los alumnos con los objetos de enseñanza; también delineará las formas de mostrar que algo se sabe y de hacer que esas muestras de saber aparezcan. De las relaciones establecidas con el fin de que ciertas marcas de saber surjan - y que están lejos de responder a la dicotomía *enseñanza tradicional-enseñanza moderna* con que comúnmente se piensa la cotidianeidad de la clase de matemáticas - es de lo que trata esta tesis. Para realizar la indagación que le da sustento, me valí de dos estrategias de recolección de datos:

a) la observación de los sucesos escolares en el espacio delimitado por lo que comúnmente se denomina *clase de matemáticas*;

b) entrevistas a profundidad con los profesores de los grupos observados.

El trabajo señalado en *a)* se realizó, por períodos cortos de observación, en el transcurso de varios años. Una buena parte de este trabajo fue realizado entre 1988 y 1991, teniendo como marco de las acciones docentes los programas y libros de textos derivados de la llamada «matemática moderna». Otra parte de la recolección de datos se llevó a cabo entre 1994 y 1997, período posterior a la reforma curricular en matemáticas que, como dije antes, introducía «la resolución de problemas como *texto de saber*».

En el primero de estos períodos, se buscaba poner a los niños en contacto con características fundamentales de la matemática: la abstracción, la formalización o el razonamiento en situaciones reales e hipotéticas, entre otras. El *texto de saber*, si bien obedecía principalmente a criterios derivados de la disciplina misma, estuvo también construido (al menos metafóricamente) a partir de una noción fundamental: "Que los niños aprendan descubriendo". En tal sentido, la memoria colectiva no ha ponderado cabalmente tal reforma, esta idea ha sido omitida en el recuerdo del período. Acaso porque la novedad de los contenidos era deslumbrante, acaso porque no se hizo sino escasa difusión de las cuestiones pedagógicas. Como quiera que sea, la pregunta de qué tanto las ideas ahí previstas pasaron a constituir parte de la experiencia escolar en matemáticas no fue respondida con rigor, no contamos con conocimiento sistemático acerca de la interpretación y la inserción de tales ideas en las escuelas. Saber con qué objetos de saber se puso en relación a los alumnos y qué contratos didácticos derivaron de tal marco de saber, o si la distancia entre el saber propuesto y la cultura matemática escolar (como después se dijo) fue excesiva, son preguntas que ensayo responder en este escrito.

La segunda propuesta curricular que analizo, tenía en la base un supuesto acerca de lo que en las escuelas ocurría: que la enseñanza dominante obedecía a un modelo tradicional transmisionista (en el sentido más usual del término que alude a una enseñanza memorística y escasamente significativa en la que el profesor habla, muestra, y los alumnos escuchan pasivamente y ejercitan). Un segundo supuesto era que la introducción del nuevo modelo dotaría al aprendizaje matemático institucional de lo que el anterior no lo había dotado: significado y disponibilidad de uso.

A la luz de esta reforma (que aunque en condiciones distintas, fuese también parte de una corriente internacional) se intenta reproducir en la escuela la actividad que realizan los matemáticos en su labor de creación. «Para aprender matemáticas hay que hacer matemáticas» se dice en alguno de los documentos oficiales. Se declara también que una función de la escuela es ofrecer situaciones frente a las cuales los niños pongan en juego sus recursos intelectuales para hacerlos evolucionar hacia las formas institucionales de la matemática.

Así pues, la novedad principal en el periodo no consiste en la incorporación de nuevos contenidos, lo que en esta oportunidad se modifica es la forma de organización del saber. El cambio que se busca es colocar a los alumnos (y a los profesores) en una relación distinta con el saber matemático escolar.

¿Es que las reformas produjeron nuevos contratos didácticos, nuevas relaciones con los objetos de saber, nuevas regulaciones del sistema didáctico? A lo largo de este escrito se evidencian los alcances y los límites que dichas propuestas encontraron y encuentran en las aulas. Conviene sin embargo señalar que la condición captada en relación con cada una de las reformas fue distinta. El acercamiento a la «matemática moderna» se realizó 15 años después de haber sido introducida en las escuelas. En el caso de la enseñanza a través de la resolución de problemas los datos corresponden a los cuatro primeros años de su instrumentación. Quedará entonces la pregunta: ¿a 15 años de introducida esta reforma, se verán cosas diferentes de las que registramos a los pocos años de haber sido instrumentada?

Esto es, en síntesis, el contenido del escrito, se muestran en él los elementos que de las distintas reformas parecen haber sido «absorbidos» por el sistema y su convivencia con otros que corresponden a periodos precedentes.

Conviene señalar que la exposición ha sido organizada en tres grandes apartados. En el primero de ellos, titulado "Acerca del objeto de estudio y la opción teórica", después de un recorrido sobre las teorías que sustentan el trabajo, se delimita el objeto de estudio y se anotan las interrogaciones que conducen el análisis. El segundo apartado corresponde al período en el que la «matemática moderna» constituyó el *saber a enseñar* en las escuelas. El tercer apartado se dedica al período que he denominado «La resolución de problemas como *texto del saber*». En uno y otro período se analizan los contenidos incorporados como objetos de enseñanza, los contratos celebrados y los mecanismos de regulación que los profesores utilizan para mantener el equilibrio de la relación didáctica. Por supuesto, en la parte final se presentan las conclusiones y algunas reflexiones que de ellas derivan.

Termino esta introducción no sin antes destacar que hasta hoy, cuando se habla de la enseñanza de las matemáticas, por lo general no se hace sino referir una parcela de los hechos. Si de la forma «tradicional» de enseñanza se trata, se destacan las debilidades, las limitaciones, los fracasos. Si del aprendizaje mediante problemas se habla, se magnifican los logros, las historias que se cuentan son sólo exitosas. En ambos casos hay aspectos que no se develan: los momentos brillantes (que también los hay) en el primero; los momentos obscuros (que sin duda existen) en el segundo. Aquí intento, como dije antes, analizar esa realidad que en mucho desconocemos. Busco ir más allá de las oposiciones o las creencias, más allá también, de los mitos con que la enseñanza se juzga.

# ACERCA DEL OBJETO DE ESTUDIO Y LA OPCIÓN TEÓRICA

# *I. CONTEXTUALIZACIÓN DEL ESTUDIO*

El asunto que se aborda en esta tesis no tiene sino escasos antecedentes directos en México. La práctica de la enseñanza de las matemáticas en las escuelas primarias comunes ha sido poco analizada y, hasta donde conozco, nunca con el marco conceptual aquí adoptado. De hecho, lo que se sabe acerca de ella está más cerca de las creencias que del saber. Hay sin embargo enfoques de investigación de alguna manera vinculados al tema tratado y que permitirán ubicar el trabajo en el contexto mexicano.

## 1. LA INVESTIGACIÓN SOBRE EL CURRÍCULUM

Conocer lo que ocurre en las aulas durante la clase de matemáticas implica, sin lugar a dudas, conocer del curriculum que, oficialmente, orienta la enseñanza que tiene lugar en ese espacio. La investigación sobre el curriculum fue quizás el área más vigorosa de la investigación educativa en la década de los años ochenta. Los grupos y programas de investigación se extendieron y diversificaron, desarrollándose vertientes sustentadas en una interpretación polisémica del término curriculum que permitió una gran riqueza en los acercamientos y en la producción investigativa. En la investigación curricular realizada en esa década y hasta los inicios de los años noventa, se observan lecturas antropológicas, sociológicas y pedagógicas (cf. Díaz Barriga; coord; 1995) que dieron origen a concepciones disímbolas sobre el sentido del curriculum. Algunas de la nociones subyacentes en los trabajos serían las siguientes:

a) el curriculum entendido como planes y programas de estudio;
b) procesos de enseñanza y aprendizaje;
c) currículum oculto y vida cotidiana en el aula;
d) el curriculum y su función social;
e) el currículum como práctica social y educativa;
f) interpretación del curriculum por parte de los sujetos participantes en el proceso educativo, entre los principales (cf. ibid;31).

Estas concepciones se vieron reflejadas en las diversas tendencias y programas de investigación desarrolladas en el período. En esta "expansión" del campo curricular, debida a una ampliación conceptual, la investigación centrada en las técnicas de elaboración de planes de estudio se resquebrajó y la investigación pasó a otros dominios de reflexión. Ante la insatisfacción por los resultados de investigación eminentemente técnica o el reduccionismo de la psicología comenzaron a emerger tanto la investigación centrada en procesos y prácticas como la referida al estudio sobre la lógica de contenidos (cf. ibid;33). De esta manera, el objeto de estudio de la investigación curricular ya no recayó en la planeación o el análisis de las estructuras formales, sino que buscaba explicar otras cuestiones. Por una parte, se estudiaron los procesos que ocurren durante la implantación de un proyecto curricular determinado (por ejemplo las acciones y formas de interacción del docente y sus alumnos o la manera en que se apropian del conocimiento y se producen aprendizajes tanto intencionales como incidentales, así como la vinculación de estos procesos con las formas de selección , organización y distribución del contenido curricular) (ibid;34). Por otra parte, surgieron también importantes trabajos cuyo propósito era analizar y explicar la diversidad de determinantes (educativos, sociales, ideológicos y políticos) que dieron lugar a diferentes proyectos curriculares.

Al entenderse el currículum como un proceso educativo y ya no sólo como un producto o una estructura formal, se empezó a pensar en las prácticas escolares. Esta perspectiva se vería vinculada con la concepción de curriculum oculto y con la sociología del currículum (autores multicitados serían Jackson y Egleston) (íbid; 36). Buena parte de los trabajos elaborados en el período antes mencionado se centraría en este tipo de procesos promoviendo una reflexión crítica de la interacción, pensamientos, creencias, comportamientos, valores y prácticas educativas de los actores protagónicos del acto educativo (íbid;38).

Por otro lado, se generaría un programa de investigación derivado de la preocupación por el estudio de los contenidos escolares. A decir de Díaz Barriga et. al. (íbid; 63) los estudios sobre contenidos incorporaron la perspectiva de la psicología cognoscitiva y piagetana y de la nueva sociología de la educación, con el fin de analizar modalidades de su integración en los planes y programas de estudios y para establecer una reflexión genérica sobre los mismos. La perspectiva piagetana y cognoscitiva fue empleada por diversos grupos para establecer explicaciones sobre los procesos de construcción del pensamiento matemático; de la adquisición del lenguaje y de los procesos de adquisición de la ciencias naturales. Este acercamiento permitió el desarrollo de una gama de tratamientos, por ejemplo los de la intervención en las formas de adquisición de los conceptos, tratando de garantizar la apropiación de los contenidos escolares por parte de los alumnos. Se realizaron estudios que buscaban formas alternativas de apropiación de los contenidos en la educación básica y superior y, particularmente en las matemáticas de la educación primaria se resaltó la importancia de crear una didáctica constructivista para la enseñanza y el aprendizaje de esta disciplina.

En otras palabras, conforme al recuento elaborado sobre el tema, en los años ochenta la investigación curricular que puede considerarse vinculada estrechamente al tema de esta tesis, se orientó hacia el análisis de los contenidos vigentes, al análisis de las dificultades para su apropiación, así como a la posibilidad de ofrecer otras opciones de interacción escolar en torno a ellos. Una idea que aparecería en el período y que conviene destacar por su importancia es la siguiente: las dificultades de los niños al aprender una disciplina (particularmente las matemáticas) tienen su origen principalmente en la forma en que se les enseña y no a limitaciones de ellos. (cf. íbidem; 65). Esta gama de aproximaciones, se sustentaba en trabajos «experimentales» o en entrevistas de corte cognoscitivista y para el caso específico de las matemáticas, se dejó prácticamente fuera el análisis de los sucesos ocurridos en los salones de clase comunes, es decir, del curriculum como práctica educativa.

Después de una gran expansión y una importante producción resultados de la amplia gama de acercamientos, se observa un declive en la investigación sobre el currículum. Según los datos ofrecidos en el Estado del conocimiento antes citado[1], de una producción de 33 artículos sobre el tema en 1982, y 32 en 1985 (años de mayor producción), en 1991 la temática sólo es tratada en 9 y en 1990 en 7 (cf. ibidem;101 y 102).

Destaco finalmente un párrafo del multicitado documento que tiene interés para nuestra apretada síntesis:

> "[...] Parece que al inicio de los noventa se perfila como problema central en el campo curricular la necesidad de redefinir su objeto de estudio e intervención y delimitar su espacio dentro del ámbito de la educación. En opinión de Díaz Barriga (1991b), se trata de buscar la forma en que el campo del currículo pueda nutrirse de un debate que se da en las ciencias sociales sin desfigurar necesariamente su conformación, a la vez que retomar de los conocimientos de las ciencias de la educación un conjunto de posibilidades y saberes. Asimismo, tiene sentido proponer la búsqueda de una nueva articulación teórico-técnica y aceptar que necesariamente la constitución del área reclama la existencia de propuestas técnicas de intervención" (Díaz Barriga coord; 1995;40).

Es decir que, el futuro desarrollo de la investigación sobre el curriculum requeriría responder a la exigencia de una vinculación más estrecha con otras disciplinas a la vez que con la realidad educativa, ámbito en el que las propuestas técnicas de intervención habrían de tener lugar. Se trataría probablemente de una investigación de características distintas de la hasta la fecha realizada.

## 2. EL ACERCAMIENTO ETNOGRÁFICO

El acercamiento a los procesos que se suceden en la escuela desde un punto de vista cualitativo y particularmente etnográfico fue una corriente surgida a inicios de los años ochenta y en relativo auge en las dos últimas décadas en México (cf. Rueda et. al. 1995). Bajo condiciones nuevas - particularmente el reconocimiento estatal del límite de la expansión cuantitativa del sistema educativo y el interés por mejorar la calidad de los procesos educativos - esta vertiente de investigación se orientaría a analizar lo que se daría en llamar «práctica docente» o «cotidianeidad escolar». Un principio que sustentaba su emergencia y desarrollo era la necesidad de "documentar lo no documentado", y en tal sentido se impulsaron trabajos interesados en informar sobre los procesos escolares cotidianos los cuales, en razón de las prácticas de investigación dominantes, habían

[1] Los estados del conocimiento, referían a documentos elaborados a partir del II Congreso de Investigación Educativa en los cuales se hacía un recuento de la investigación desarrollada en los distintos campos en que los organizadores clasificaron la investigación existente en el país.

permanecido prácticamente en la sombra.

La emergencia de tal modo de investigar modificó de manera importante el conocimiento sobre lo educativo en nuestro país, particularmente el relacionado con la educación primaria. El ámbito conceptual de aquel entonces refería a las formas de la relación maestro-alumno: se consideraban ciertas actividades típicas – como el uso de modelos didácticos por parte del docente, o el logro de conocimientos y habilidades, en relación con el alumno – como variables. Los estudios sobre el proceso de enseñanza-aprendizaje ponían el énfasis también en las críticas a la «escuela tradicional» como la plataforma para pensar las propuestas educativas de carácter alterno. Se generó entonces una creciente reflexión sobre el carácter formal y prescriptivo de la pedagogía, acotándose los límites explicativos de la misma y generándose propuestas para diversificar el campo de análisis, incluyendo enfoques psicológicos, sociológicos, antropológicos o políticos (cf. Memorias del I Congreso Nacional; 1981; cit. por Rueda; 1995).

El primer trabajo relevante que buscaría «documentar lo no documentado» inscrito en la vertiente antropológica, sería publicado en el año de 1982 (Rockwell; 1982). En este trabajo se ponía de manifiesto la monotonía, las rutinas y la dimensión formativa (no explícita) de la cotidianeidad escolar en la educación primaria. En las investigaciones de este tipo que se realizarían a partir de entonces, los descriptores principales a los que se recurriría con mayor frecuencia serían: vida cotidiana, práctica docente, construcción del conocimiento, didáctica e interacción y proceso enseñanza-aprendizaje. Pero es el concepto de «práctica docente» el que constituye el tema de más de la mitad de las investigaciones de las que se informa en el II Congreso de Investigación Educativa (1993) y más de la mitad de esas investigaciones se refieren a la educación primaria.

Algunos de los hallazgos de estos estudios se refieren a las dimensiones formativas de la experiencia escolar; los usos escolares de la lengua escrita; las formas de existencia social de los contenidos escolares; los obstáculos para al apropiación de contenidos escolares o las adaptaciones a las estrategias de enseñanza en función de características étnicas de los alumnos (cf. Rueda; 1995). La mayor riqueza conceptual y empírica de los estudios se presenta en el concepto de práctica docente, término que al igual que el de currículum tiene un uso polisémico y remite a una variedad de intenciones (explicación, descripción, transformación). Aunque desde la perspectiva que asumo resulta difícil aceptar la ausencia de los contenidos de saber en el análisis planteado en el conjunto de esas investigaciones, es cierto que esta tradición no considera los objetos de saber escolar como elemento nuclear en el análisis de la relación entre el maestro y los alumnos. La relación entre ellos se analiza por lo general sin centrarse en la interacción a propósito del saber en juego, sino que refiere a pautas de la experiencia escolar. En otras palabras, podría decirse que estos trabajos enfatizan desde distintas perspectivas el análisis de la dupla M-A (maestro-alumnos). Sólo escasos trabajos hacen referencia específica a la interacción alrededor de los saberes escolares; por ejemplo los de A. Candela quien aborda la cuestión del discurso en la clase de ciencias naturales (cf. Candela;1989)

Tomando aún como base el documento de Rueda et. al., puede leerse que sólo unas pocas investigaciones orientaban su desarrollo al intento de aclarar la relación entre prácticas y saberes (tanto de maestros como de estudiantes). Ésta es una articulación conceptual que, según los autores del documento, se presenta como promisoria y, a su decir, es posible que esta vía se desarrolle en los próximos años.

## 3. El ANÁLISIS DE LAS PRÁCTICAS ESCOLARES EN MATEMÁTICAS

En el documento hasta aquí referido, se señala la posibilidad de que la investigación acerca de las prácticas escolares alrededor de conocimientos disciplinarios específicos fuesen reportadas en los "Estados del conocimiento" correspondientes a tales temáticas, es decir, a las didácticas específicas. Pero el asunto no fue exactamente como lo supusieron quienes hicieron el recuento del acercamiento etnográfico en la investigación educativa. Según se señala en el "Estado del Conocimiento" elaborado para el caso de la Educación Matemática (Block, Waldegg et. al. 1993), la investigación de lo cotidiano alrededor del saber matemático mostró desarrollo incipiente y únicamente en la educación primaria; es probablemente una de las líneas de investigación en *educación matemática* menos trabajada en México. Sólo se ha difundido un escaso número de trabajos al respecto y más escasos son, entre ellos, los que aportan elementos para la comprensión de las prácticas escolares, las concepciones de los profesores, o la experiencia matemática que se ofrece a los niños en su paso por la escuela.

Algunos investigadores han expuesto razones que colaboran en la comprensión de lo anterior. Por ejemplo E. Bonilla (Bonilla; 1989), desde una perspectiva anglosajona - perspectiva de influencia importante en la investigación que se realiza en nuestro país - expone que el desarrollo de la Educación Matemática tiene como uno de sus primeros invitados la psicología y el último de ellos la antropología. Se entiende pues que el desarrollo de tal línea de investigación fuese limitado en el período reportado. Como resultado de esta génesis disciplinaria, en la que la psicología se constituyera en el principal apoyo de la indagación de la década en nuestro país, los investigadores de la educación matemática mexicanos poco fueron a las escuelas a conocer los eventos del acontecer cotidiano. Ahora bien, si ciertamente - como se verá más detenidamente en apartados subsecuentes - la escuela francesa ha tenido influencia notable en el desarrollo de la investigación en el campo (y en el desarrollo curricular) en México, y de esto se esperaría un análisis de los procesos institucionales (del sistema Maestro-Alumno-Saber), ésta influencia se dejó sentir sólo en las dos siguientes vertientes:

1. Investigaciones centradas en la relación entre el niño (en tanto que sujeto cognoscente) y el saber matemático, en la línea inaugurada por G. Vergnaud.

En tal orientación pueden inscribirse, para el caso de la educación primaria, trabajos como los desarrollados por la Dirección General de Educación Especial (1988) por Guerrero (1997) o por mí misma (Avila; 1995)[2].

2. En la experimentación de propuestas de enseñanza, inspiradas en la teoría de las situaciones didácticas desarrollada por Guy Brousseau. Aquí se cuentan los trabajos del Laboratorio de Psicomatemáticas del Departamento de Investigaciones Educativas del CINVESTAV que ha tenido una producción importante a partir de los años ochenta.

La influencia de la noción de contrato didáctico que debemos a G. Brousseau, o la «antropología cognitiva» de Yves Chevallard, y que sustentan esta tesis, no se han dejado sentir en la producción mexicana. Las razones de ello se explicitarán en el siguiente apartado.

Conviene señalar finalmente, que los escasos trabajos que abordan algún aspecto de la práctica docente en matemáticas y las concepciones que la regulan identificadas en México hasta inicios de los años noventa, son de desigual sistematicidad y rigor y sin aportaciones especialmente relevantes. Las conclusiones derivadas de estos trabajos reportadas por Block, Waldegg et. al. (1993), son bastante escuetas. Algunas de ellas se refieren a la enseñanza de la geometría:

- El esquema de trabajo observado en algunos docentes en la clase de geometría, es muy simple: se organiza el grupo; se recuerda el tema (lo que anteriormente se hubiese abordado en relación con el tema); se introduce el nuevo concepto por parte del maestro; se dicta la definición o la fórmula correspondiente; se hacen algunos ejercicios en el cuaderno o el libro de texto; se realizan ejercicios en el pizarrón; se hacen otros en el cuaderno (para entregar de inmediato al maestro o como tarea en casa).

Otras se refieren a los problemas matemáticos:

- Los problemas se plantean con escasa frecuencia, y los maestros establecen una estrecha relación entre éstos y la aplicación de los algoritmos convencionales. Aceptar la validez de otros procedimientos desplegados por los alumnos, no necesariamente enseñados en la escuela ni conocidos por el maestro, parece ser difícil, quizá porque esto pone a los maestros en una situación en que sus formas de control dejan de operar con la misma eficiencia.

Y algunas más al vínculo maestro-alumnos:

[2] En el ahora Departamento de Matemática Educativa del CINVESTAV se han realizado y se realizan trabajos de influencia francesa, pero no ligados a la educación primaria. La investigación vinculada a este nivel educativo tiene predominante influencia anglosajona o de la escuela holandesa creada por H. Freudenthal.

- Las preguntas sobre dudas y dificultades en el aprendizaje matemático que hacen los niños reciben escasa respuesta o respuestas muy insatisfactorias por parte de los docentes, quienes están centrados en su propia lógica y no en la lógica de los niños.

Hay otras limitaciones en los resultados de los estudios mencionados en el "Estado del Conocimiento": o bien se refieren a unos cuantos grupos escolares y con profesores de características muy específicas - por ejemplo profesores recién egresados de la escuela normal - o bien profesores participantes en procesos de formación específicos.

Trabajos más recientes, agregan elementos al conocimiento de los procesos escolares reportado en 1993. Por ejemplo, del trabajo de M. Schulmaister (2000), que analiza la enseñanza de las fórmulas de perímetro y área en algunos grupos de quinto y sexto grado con datos que provienen de los años que precedieran a la reforma del 93, se pueden extraer las siguiente conclusiones:

- Los alumnos llegan a sexto grado sin diferenciar los conceptos de área y perímetro."
- La enseñanza es fundamentalmente visual, no existe un cierto distanciamento de lo perceptual, ni aún mediante la manipulación de las figuras.
- La falta de manipulación u otro trabajo didáctico alejado de lo perceptual, trae como consecuencia que los alumnos no problematicen el cálculo del área de las figuras como paso previo a la introducción de las fórmulas.
- Las definiciones que se construyen son generalmente ambiguas y no concuerdan con el concepto matemático correspondiente
- Hay dificultades, por parte de los profesores, para vincular los procedimientos particulares seguidos en la clase y su expresión algebraica
- En ocasiones, se observa una diferencia (y contraposición) entre el razonamiento del profesor (razonamiento de tipo aritmético) y el razonamiento de los alumnos, el cual es de tipo geométrico (cf. Schulmaister; 2000; 153 y ss).

Este estudio, centrado en la forma de introducción y tratamiento de los contenidos matemáticos referidos a área y perímetro, aporta elementos valiosos para el conocimiento de las prácticas de enseñanza de esta parcela de las matemáticas, sin embargo, también permite ver un acercamiento bastante compartido por los investigadores que consiste en mostrar las carencias y lagunas que se generan en el transcurso de las clases de matemáticas por sobre el interés de explicarlas y comprenderlas.

La reforma curricular puesta en marcha en 1993 - año en que se hiciera el recuento de la investigación en el campo - trajo como un producto colateral para el caso de matemáticas, el crecimiento del interés por conocer y analizar lo que ocurre en las aulas como resultado de las innovaciones introducidas. Estos trabajos, adelantan probablemente un cierto conocimiento en la perspectiva en que Rueda y otros (1995) lo plantean. Por ejemplo, los trabajos de Carvajal (1996a y 1996b) testimonian interacciones por parte de maestros y alumnos en el primer grado alrededor del libro de texto gratuito y las ideas en él expuestas. O en un artículo recientemente publicado (Avila; 1999) se muestran algunos obstáculos que ha tenido en la práctica la enseñanza a través de la resolución de problemas. Pero de tales trabajos, por estar directamente vinculados al tema del apartado, hablaré en la tercera parte del escrito.

Finalmente, regreso al documento que informa sobre los procesos de aprendizaje y prácticas escolares fechado en 1995 para destacar las expectativas que en él se expresan:

> "Es probable que la perspectiva constructivista (en sus diferentes versiones teóricas) enfatizada en el campo del aprendizaje, oriente hacia una mayor cantidad de trabajos sobre los estudiantes [...] En esta vía, la articulación conceptual entre construcción de conocimientos, saberes de maestros y alumnos y prácticas escolares cotidianas puede significar una orientación fructífera para el futuro de la investigación en este campo". [Rueda; 1995; 100).

Puede decirse que, en este escrito, es tal la propuesta metodológica que se formula y desarrolla. A explicitarla junto con sus fundamentos teóricos dedico el siguiente apartado.

# *II. EL MARCO CONCEPTUAL*

## 1. LA DIDÁCTICA DE MATEMÁTICAS COMO DOMINIO DE SABER

### A. El ámbito de la didáctica

La institución escolar fue creada para cumplir una función: la de comunicar a las nuevas generaciones los saberes socialmente producidos considerados como válidos y relevantes en un momento histórico determinado. La comunicación de los contenidos escolares - aspectos del saber que son seleccionados como objetos de enseñanza - da lugar a la relación didáctica, es decir, a la relación que se establece entre el maestro, los alumnos y el saber con el fin de que éstos se apropien de él (cf. Chevallard; 1991; Brousseau; 1986). Es precisamente con el interés de analizar los procesos a que da lugar tal intencionalidad e indagar las mejores condiciones de su realización que Guy Brousseau inicia la didáctica de matemáticas como campo de investigación, identificando en ella "Un campo de estudio de las actividades que tienen por objeto la enseñanza de esta disciplina" (cf. Brousseau; 1986; 282). Y, en su perspectiva, la investigación en este dominio se encargaría de abordar "(...) tanto los comportamientos cognitivos de los alumnos, como los tipos de situaciones que se ponen en marcha para enseñarlos y los fenómenos a los cuales la comunicación del saber da lugar. Tales resultados ofrecerían a la enseñanza apoyo teórico, explicaciones, medios de previsión y de análisis, sugestiones, incluso dispositivos y métodos (cf. Brousseau; 1986; 282).

La delimitación del campo de la didáctica seria motivo de reflexión de otros investigadores. Para A. Mercier, por ejemplo:

> "La didáctica es el campo de la realidad definida para su estudio por <u>la integración de las acciones de enseñar y aprender</u>, de su dimensión institucional" (Mercier; 1992; 12) (el subrayado es mío).

En la Enciclopedia Universalis, la didáctica de matemáticas aparece registrada con una acepción bastante coincidente con la anterior; Ahí se anota que:

> "La didáctica de matemáticas se propone describir y explicar los fenómenos relativos a las relaciones entre la enseñanza y el aprendizaje de esta ciencia".[3]

El énfasis en la interdependencia entre las acciones de enseñar y aprender al interior de una institución, elemento hecho explícito en estas últimas formulaciones, fue asumido de manera generalizada entre los didactas franceses. Sin embargo, en un escrito más reciente, Brousseau plantea la necesidad de discutir y ampliar la definición y, por lo tanto, el campo de la didáctica:

---

[3] Esta referencia a la Enciclopedia Universalis la he tomado de Berthelot y Salim (1992).

> La didáctica de matemáticas nació del interés traído, en los años sesenta, por los medios de mejorar la enseñanza de las matemáticas, y de la esperanza de encontrar esos medios en estudios científicos apropiados. (...) La función misma de ese campo científico nos condujo a reorganizarla sin cesar, a ampliarla, y finalmente a presentarla como una disciplina autónoma (...)
>
> La didáctica de matemáticas se presenta así, *a priori*, bastante naturalmente, como *la ciencia de las condiciones específicas de la adquisición provocada de conocimientos matemáticos.*
>
> Esta definición debe ser discutida. Instituciones o individuos en interacción se oponen o cooperan en tareas diversas que requieren la puesta en marcha, la creación, la transformación, la evaluación y el intercambio de conocimientos matemáticos. Algunas de esas interacciones, decididas por una institución, pretenden transformar durablemente los conocimientos de otro, independientemente de las necesidades percibidas por ese otro. Esas interacciones, culminen o no en una adquisición, son llamadas didácticas: Son esas las que se trata de describir y comprender.

Considerando tales interacciones como casos particulares de comunicación:

> *La didáctica de matemáticas sería la ciencia de las condiciones específicas de la difusión de conocimientos matemáticos.*
>
> Esta definición deberá ser aún ampliada puesto que la difusión entraña y requiere transformaciones de saberes, y no se produce sino en función de la actividad cognitiva de los sistemas de interacción. La didáctica deberá por lo tanto también incluir el estudio de las condiciones de la existencia de conocimientos matemáticos (...)

Concluye Brousseau la exposición de esta nueva perspectiva afirmando que la didáctica de matemáticas se ubica en el marco de las ciencias cognitivas, como "La *ciencia de las condiciones específicas de la difusión de conocimientos matemáticos útiles al funcionamiento de las instituciones humanas* (Brousseau; 1994; 52).

En las formulaciones anotadas, aparecen como elementos constitutivos de la didáctica: la componente cognitiva (de los sujetos en interacción); la condición institucional de los saberes motivo de la interacción; la intención de enseñar o difundir saberes reconocidos socialmente; la necesidad de transformación de esos saberes; el carácter interactivo y sistemático del proceso de su difusión.

Pero la última formulación de Brousseau implica una ampliación del campo de la didáctica. Incluye la idea de difusión del saber más allá del ámbito escolar aunque siempre institucional (de acuerdo con la postura francesa, el saber no existe sino en las instituciones). Lo escolar no es ya sino un caso de un fenómeno más general:

> "Tomada en esta acepción muy general, la didáctica de matemáticas ambiciona describir los intercambios y las transformaciones de saberes a diferentes escalas,

tanto en la escala de las relaciones interculturales del mundo como en la de un grupo o una lección particular" (Broussseau; 1994; 52).

Esta perspectiva *extra-escolar* pero necesariamente *intra-institucional*, es también asumida en los últimos escritos de Yves Chevallard quien a partir 1996 (Chevallard; 1996) modela la matemática institucional mediante la noción de *obra matemática* y sostiene que el objeto primario de investigación en didáctica lo constituyen las actividades matemáticas institucionales, las cuales se modelan mediante la noción de *proceso de estudio de una obra matemática en el seno de una institución*. (cf. Gascón; 1998; 23). Nuevamente, lo escolar es sólo un caso.

Congruente con el objetivo que me propongo en esta tesis, los intercambios y las transformaciones de saberes que ambiciono describir son los que ocurren en la escuela, en las lecciones específicas de matemáticas. Conservo pues, para la didáctica, su acepción primigenia: la que busca, vía el análisis de los hechos, ofrecer medios de análisis y explicación acerca de la enseñanza, el aprendizaje y la interrelación entre ellos.

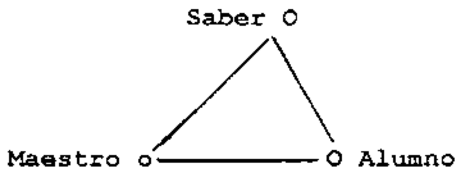
Enfatizo finalmente un aspecto de la didáctica de matemáticas que conviene considerar ya que es frecuente identificar esta noción con la búsqueda de mejoras en el sistema educativo y, particularmente, con la creación (y prueba) de métodos de enseñanza. Cito para ello a M. Artigue:

> (La didáctica de matemáticas) se impone la ambición de comprender el funcionamiento de las relaciones entre la enseñanza y el aprendizaje y de poner en evidencia las leyes que las gobiernan, *haciendo explícita, al mismo tiempo, la necesidad de distanciar la voluntad de acción inmediata sobre el sistema educativo* (Artigue; 1995; 7) (subrayado mio)

Es decir que, en la perspectiva que retengo, la inclusión de la intencionalidad didáctica (la voluntad de comunicación del saber socialmente reconocido como útil) es parte fundamental del objeto de estudio. Pero la incorporación de la intencionalidad didáctica como elemento clave del objeto, no significa que se busque acción inmediata sobre el sistema educativo. Lo que se pretende es analizar los fenómenos a que da lugar tal intencionalidad. Los siguientes apartados seguramente agregarán claridad a esta postura.

## B. El sistema didáctico como objeto de estudio

De acuerdo con la didáctica de matemáticas, el proyecto de la escuela tiene como cuestión central la comunicación de saberes. Así, según sus postulados, la que ahí se establece es una relación entre el profesor y los alumnos alrededor de un cierto objeto de saber. El siguiente esquema resume esta relación ternaria:




(Chevallard; 1991, 23).[4]

Chevallard reconoce en este triángulo un esquematismo tosco, pero a la vez encuentra en él una virtud: la distancia que establece con las perspectivas parciales con las que se buscó por mucho tiempo comprender los hechos didácticos, como por ejemplo la «relación enseñante-enseñado» que orientó (y a su decir obscureció) durante al menos dos décadas, el acercamiento a los hechos didácticos (cf. Chevallard; 1991;14).[5]

Conviene señalar, sin embargo, que esta tríada resulta también insuficiente si se le interpreta literalmente, porque el sistema didáctico (M – A – S) no funciona independientemente de la situación en la cual se actualiza. El sistema didáctico debe analizarse considerando la situación efectiva en la que se encuentra ubicado: la situación escolar, pues de ella provienen múltiples determinantes. Más adelante volveré a este punto.

## 2. TEORÍAS CONSTITUTIVAS DE LA DIDÁCTICA DE MATEMÁTICAS

### A. La teoría de las situaciones didácticas

En Francia, el interés por el estudio sistemático de los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas se inicia en los años sesenta (cf. Perrin-Glorian; 1994), pero los primeros trabajos relevantes de didáctica de matemáticas aparecieron en los inicios de la década de los setenta (cf. Rouchier; 1994). Fue Guy Brousseau el autor del artículo fundador del campo, que aparecería en el año de 1972 bajo el título de *Procesos de matematización*.[6] En dicho escrito, el investigador francés afirmaba: "[...] deseamos precisar cuál es el proceso

[4] Este esquema, que representa la postura en la que se sustenta esta tesis, la he tomado directamente de los escritos de Chevallard; conviene señalar empero que tal esquema es sustento de los trabajos de G. Brousseau desde sus inicios (cf. por ejemplo Brousseau; 1977 y 1986).

[5] La relación maestro-alumno referida por Chevallard constituyó la base para el análisis de lo escolar y tuvo en México una importante vigencia en las dos últimas décadas. No retomo para la discusión ni la justificación del enfoque que asumo tal observación por dos motivos: economía en la exposición pero, principalmente porque considero que a lo largo del escrito se justifica la relevancia de incorporar en el análisis los tres elementos aquí discutidos y la interacción entre ellos.

[6] El escrito había sido leído como conferencia ante la Asociación Nacional de Profesores de Matemáticas de la Enseñanza Pública en el año de 1970.

pedagógico que creemos indispensable para obtener un buen conocimiento de la Matemática". Delinearía desde ese entonces los elementos básicos de sus posteriores trabajos, que tendrían como objeto de reflexión las «situaciones didácticas» pues su interés radicaba en conocer las condiciones de producción del conocimiento matemático, particularmente en situación escolar. Así, la siguiente afirmación, de clara influencia piagetana:

> El alumno aprende al adaptarse a un medio que es factor de contradicciones, de dificultades, de desequilibrios, un poco como lo hace la sociedad humana. Ese saber, fruto de la adaptación del alumno al medio, se manifiesta por respuestas nuevas que son la prueba del aprendizaje (Brousseau; 1986a; 296-297),

resultaría insuficiente para la perspectiva brousseauniana porque "Un medio sin intenciones didácticas es manifiestamente insuficiente para inducir en el alumno todos los conocimientos culturales que se desea que adquiera" (1986a; 297). Brousseau consideraría que el aprendizaje "natural" del "dogmatismo piagetano" corría el riesgo de liberar de toda responsabilidad didáctica al maestro. Para él la educación debería provocar en el alumno las adaptaciones deseadas mediante una selección cuidadosa de los problemas y situaciones que se le propusieran (cf. Brousseau; 1986a; 297). Por ello, lo que pondría en el corazón del análisis sería no la situación del sujeto piagetano, sino la situación didáctica, que formula como:

> [...] Un conjunto de relaciones establecidas explícita y/o implícitamente entre un alumno o un grupo de alumnos, un cierto *medio* (que comprende eventualmente instrumentos y objetos) y un sistema educativo (representado por el profesor) con la finalidad de lograr que estos alumnos se apropien de un saber constituido o en vías de constitución (Brousseau; 1982).

El *medio* - que implica todo lo que actúa sobre el alumno o sobre aquello en que recae la acción del alumno (cf. Brousseau; 1977) – jugaría, de acuerdo con esta teoría, un papel fundamental en el aprendizaje en tanto que causa de adaptaciones a propósito de un objeto de enseñanza.

La puesta en contacto del alumno con el *medio* corre por cuenta del profesor quien, al hacerlo, «devuelve» a los niños la responsabilidad de su aprendizaje. La «devolución» consiste en provocar la interacción del alumno con el *medio* en situación a-didáctica (situación en la que desaparece la voluntad explícita de enseñar). Para que esto se logre, en principio, la situación planteada deberá «obligar» a producir un cierto conocimiento a manera de estrategia de resolución. Pero, advierte Brousseau, considerar que el *medio* es la fuente de la aceptación de la responsabilidad es insuficiente; aceptar la interacción con la situación y las reglas de la interacción no es posible sino por la mediación de un contrato didáctico (cf. Brousseau; 1988a; 322) portador de derechos y obligaciones para maestro y alumnos. Esta última noción formaría también parte esencial de la teoría de las situaciones didácticas y sería precisamente la que haría explícita la ubicación del sistema Maestro-Alumno-Saber (M-A-S) en el contexto escolar.

## B. El acercamiento cognitivo y la teoría de los campos conceptuales

La difusión de los primeros postulados brousseaunianos tendría lugar en 1972. Algunos años después, se iniciarían otros desarrollos que alimentarían el campo de la didáctica de matemáticas. En efecto, desde la mitad de la década de los setenta, Gerard Vergnaud tomaría como su objeto de estudio los procesos cognitivos a que da lugar la apropiación de los saberes matemáticos escolares.

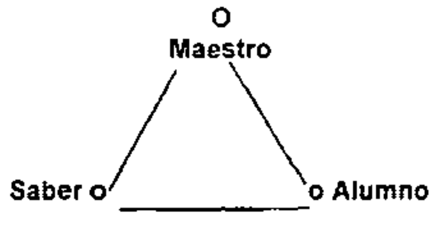
Vergnaud es considerado el primer psicólogo que abordó la cuestión de los contenidos escolares desde la perspectiva de la psicología del desarrollo cognitivo (cf. Brun; 1994). En el año de 1976 aparece su articulo "Structures additives et compexité psychogénetique", primer texto francés que expresa el interés por tal aproximación (cf. Rouchier; 1994)[7]. "La solución de problemas de aritmética elemental no ha sido muy estudiado por los psicólogos" dice la frase inicial de tal artículo. El interés de Vergnaud sería desde entonces el estudio de los procesos de construcción de conocimientos matemáticos escolares tales como las operaciones aritméticas, la noción y aritmetización del volumen, o la función lineal, entre otros. Una culminación de tales trabajos sería su *Teoría de los campos conceptuales*, la cual es "[...] Una teoría psicológica del concepto, o mejor dicho, de la conceptualización de lo real, que permite localizar y estudiar las filiaciones y las rupturas entre conocimientos desde el punto de vista de su contenido conceptual (Vergnaud; 1990; 133)". Conforme a esta teoría, un campo conceptual está constituido por un conjunto de situaciones cuyo tratamiento implica una cierta familia de operaciones (por ejemplo la multiplicación y la división para el campo multiplicativo), y el conjunto de conceptos y teoremas que permiten analizar esas situaciones como tareas matemáticas. Así, por ejemplo, entre los conceptos vinculados al campo multiplicativo se cuentan: la proporción simple y proporción múltiple, la función lineal, la relación escalar directa e inversa, el cociente y el producto de dimensiones, la fracción, el número racional y el múltiplo y el divisor. Y entre los teoremas correspondientes a este mismo campo, se cuentan las propiedades de isomorfismo de la función lineal o las propiedades concernientes al coeficiente constante (cf. Vergnaud; 1990; 147 y 148).

La teoría de los campos conceptuales, en palabras de Vergnaud, "Pretende proporcionar un marco coherente y algunos principios básicos para el estudio del desarrollo y el aprendizaje de competencias complejas, principalmente las que derivan de las ciencias y las técnicas" (Verganud; 1990; 135). A decir de su propio autor, la de los campos conceptuales no es en sí una teoría didáctica, pero debido a que se centra en el aprendizaje tiene interés para la didáctica.

La psicología cognitiva analizaria, desde sus inicios, la formación y el funcionamiento de los conocimientos especificos de sujetos individuales. Este

[7] El artículo apareció en la revista Francesa de Pedagogia, en co-autoría con Catherine Durand.

trabajo, implicaba un procedimiento nuevo para la psicología, habituada a referirse a modelos generales y a no abordar los saberes constituidos [...] (cf. Brun; 1994; 72). Si volvemos el esquema que representa el sistema didáctico, es posible afirmar que el interés de los cognoscitivistas se ubica en el subsistema alumno-saber marginándose de la situación que se analiza la participación del profesor, la intencionalidad didáctica.




J. Gascón afirma que los estudios cognoscitivistas en matemáticas, darían lugar a una didáctica «clásica», centrada en el aprendizaje del alumno, sus concepciones, sus pre-conceptos, sus errores: "Al centrar el análisis en el alumno, el enfoque clásico aborda su objeto de estudio de una forma fuertemente condicionada por los fenómenos psicológicos involucrados en el proceso de enseñanza y aprendizaje, al tiempo que tiende a poner en segundo plano los fenómenos específicamente didáctico-matemáticos" (cf. Gascón; 1998; 13), en el sentido desarrollado por G. Brousseau o Y. Chevallard y que más adelante analizo.

Si bien la última observación de Gascón es válida, igualmente lo es la importancia de los aportes cognosicitivistas, especialmente el hecho de que hayan posibilitado la ruptura con la didáctica «pre-científica», la cual consideraba la enseñanza (de las matemáticas) como un arte y, como tal, difícilmente susceptible de ser analizada, controlada y sometida a reglas. Se suponía, en tal concepción, que el aprendizaje dependía sólo del grado en que el profesor dominara dicho arte y, al mismo tiempo, de la voluntad y la capacidad de los alumnos para dejarse moldear por su profesor (cf. Gascón 1998; 9). La ruptura posibilitada por el cognoscitivismo, pues, no es trivial. El propio Brousseau, que agrega a las razones de la cognición las razones de la institución, afirma que: las adquisiciones espontáneas de los conocimientos no son resultado de una intervención didáctica, pero la reproducción de sus condiciones es potencialmente un medio de enseñarlas. Su estudio, pues, está en el corazón de la didáctica (cf. Brousseau; 1994; 52).

**C. La aproximación antropológica**

Ya en los años ochenta, Yves Chevallard introduciría un enfoque de carácter antropológico centrado en el saber. Esta perspectiva puso de manifiesto que no era posible interpretar adecuadamente la matemática escolar ni la actividad matemática en este ámbito sin tener en cuenta los fenómenos relacionados con la reconstrucción escolar de las matemáticas, los cuales tienen su origen en la propia institución en donde se produce el saber matemático. (cf. Gascón; 1998; 19). En efecto, en la perspectiva chevallardiana, los fenómenos relativos a la enseñanza de las matemáticas sólo pueden abordarse adecuadamente si se tiene en cuenta el fenómeno de la transposición didáctica: proceso que traduce el saber académico en una versión didáctica de ese saber (cf. Chevallard; 1991).

La aportación básica inicial de esta perspectiva sería precisamente la noción de transposición didáctica - la cual se comienza a trabajar en 1980 (cf. Chevallard; 1991) - y a la cual se agregaría posteriormente la de «relación con el saber» que se define en las instituciones y que se actualiza mediante la puesta en funcionamiento de un contrato didáctico (cf. Chevallard;1989). En este punto de su teorización Chevallard afirma estar interesado no tanto en el funcionamiento del sistema didáctico (M-A-S) sino en las condiciones de posibilidad de ese funcionamiento. Declara que, con un enfoque distinto del que «obsesiona» a Guy Brousseau - quien busca analizar las condiciones de buen funcionamiento del sistema didáctico – él está fascinado por el estudio de las condiciones de posibilidad de su funcionamiento, a secas - sea éste bueno o menos bueno -. (cf. Chevallard; 1992;103).

Una derivación de la postura de Chevallard arriba enunciada resulta fundamental para el ámbito escolar a la vez que diferencia la complejidad del enfoque antropológico en relación con el cognitivo: "Al analizar lo escolar, se trata de considerar lo cognitivo, pero sin limitarse a lo cognitivo porque éste es un ámbito donde el sujeto cognoscente funciona de una manera particular derivada de su participación en el sistema didáctico" (cf. Chevallard; 1989). En efecto, la situación escolar agrega a las razones de la cognición las razones propias de la institución, las derivadas de la intención de hacer que alguien aprenda algo. De las tensiones entre esta doble racionalidad dará cuenta la noción de contrato didáctico, noción clave en los desarrollos de Guy Brousseau que dotaría de un carácter antropológico a su teoría.

Finalmente, en lo que podría considerarse un tercer período de la teorización antropológica, Chevallard introduce la idea de que la enseñanza de las matemáticas debe entenderse como una actividad humana, en lugar de considerarla sólo como la construcción de un sistema de conceptos, como la utilización de un lenguaje o como un proceso cognitivo (cf. Chevallard; 1996 y Gascón; 1998). En este punto Chevallard, en una postura coincidente con la expresada por Brousseau en 1994, amplía el ámbito de estudio de la actividad matemática a cualquier institución en la que ésta se produzca y reduce lo escolar a sólo un caso de tal actividad.

Las teorías desarrolladas por los tres investigadores antes mencionados – las cuales darían lugar a tres corrientes de investigación sobre el aprendizaje matemático escolar – han sido reconocidas como los pilares de la didáctica de matemáticas. En visiones retrospectivas, M. Artigue (Artigue; 1995), J. Portugais (Portugais; 1996) A. Rouchier (Rouchier; 1995) y Gascón (1998), entre otros, reconocen estas tres aproximaciones como las constitutivas de la didáctica de matemáticas, las cuales consideran complementarias entre sí y parcialmente articuladas.

Conviene enfatizar, por otra parte, que el enfoque que incorpora la tríada M-A-S (y por lo tanto la situación escolar), y que puede definirse como "más sistémico", a decir de Mercier (1990) constituye un acercamiento cada vez más frecuente en los trabajos de la didáctica francesa. Y, efectivamente, una revisión de la revista *Recherches en Didactique des Mathématiques* a lo largo de sus 20 años de vida, deja ver el peso que esta aproximación tiene en la orientación actual de la investigación en Francia. Ese enfoque más sistémico, es el que se desarrolla a lo largo de esta tesis.

## 3. EL CONTRATO DIDÁCTICO O LA POSIBILIDAD DE COMPRENDER LA ACTIVIDAD DE ENSEÑAR Y APRENDER MATEMÁTICAS EN LA ESCUELA

### A. El contrato y la situación didáctica

Brousseau puso a la situación de enseñanza en el corazón de la didáctica, como unidad de análisis para acceder a la comprensión del funcionamiento del alumno. Él explicita el sentido de la situación didáctica de la siguiente manera:

> (...) Una situación es una situación-problema que necesita una adaptación, una respuesta del alumno. En particular, si la necesidad de esta respuesta ha sido el objeto de una consigna precisa, si el alumno tiene un proyecto, un objetivo declarado, tendremos una «situación-problema estricta» (o formal), e incluso un «problema» si el medio es reducido a un enunciado y si ninguna restricción material, debida a ciertos aspectos físicos de la situación, ni a ninguna condición psicológica o social modifica la interpretación. Una situación didáctica es una situación en la que se manifiesta directa o indirectamente una voluntad de enseñar. En general, *se puede distinguir, en una situación didáctica, al menos una situación-problema y un contrato didáctico.* (Brousseau; 1986; a 155; el subrayado es mío).

Es decir, la situación es portadora de condiciones que implican una adaptación del sujeto. Pero sólo la situación didáctica obliga a que el aprendizaje (la adaptación) se produzca. En ello media el contrato didáctico. Así pues, la situación didáctica está constituida por una situación-problema (que vincula al alumno con el saber en tanto que sujeto epistémico) y un contrato didáctico (que lo vincula con la intención de enseñanza en tanto que sujeto didáctico).

## B. El contrato didáctico. Noción que «sitúa» el aprendizaje en la escuela

Chevallard ubica en la noción de contrato didáctico la posibilidad de ver, más allá de la situación y la acción del sujeto cognoscente que provoca, lo que ocurre en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en tanto que proceso situado en el ámbito de las exigencias de la intención escolar, él escribe:

> "[...] La sensibilidad antropológica está, contrariamente a lo que algunos podrían creer, constantemente presente en los trabajos de Guy Brousseau, y esto desde el principio - incluso si ella se sitúa con frecuencia en un segundo plano en relación con los análisis explícitamente formulados [...]. La teorización desarrollada por Brousseau a inicios de los años ochenta, nos enseñó que la significación de un comportamiento debe ser referido al cuadro de conjunto en el cual el comportamiento ocurre: el del contrato didáctico. (Chevallard; 1992; 81).

En efecto, para que el funcionamiento del sistema didáctico (M – A – S) se actualice, se hace necesaria la celebración de un contrato didáctico que defina las reglas de interacción, los derechos y las responsabilidades de cada uno de los participantes. Es el contrato, en tanto que portador de obligaciones y derechos, el que hace funcionar a la situación.

Inicialmente, Brousseau concibió el contrato didáctico como: «El conjunto de comportamientos (específicos de los conocimientos enseñados) del maestro que son esperados por el alumno y el conjunto de comportamientos del alumno que son esperados por el maestro» (Bousseau; 1980; cit. por Sarrazy; 1996; 86).

Esta formulación inaugura la idea de un sujeto didáctico no reductible al social o epistémico (Sarrazy; 1996; 98). A la luz de esta noción, el análisis del funcionamiento cognitivo del alumno no se puede llevar a cabo sin tener en cuenta la situación escolar. Este concepto permite pensar en un sujeto situado y esclarece la diferencia entre un niño y un alumno, porque las relaciones que maestro y alumnos mantienen con el saber y las decisiones que toman, están institucionalmente marcadas, precisamente por el *contrato didáctico.*

## C. Un poco de historia acerca de la noción de contrato didáctico[8]

De acuerdo con B. Sarrazy (1996) y Perrin-Glorian (1994), este concepto fue introducido como una causa posible del fracaso electivo en matemáticas, es decir, el fracaso de niños que tienen déficits de adquisición, dificultades de aprendizaje o falta de gusto pronunciado en el dominio de las matemáticas pero que se desempeñan adecuadamente en otras disciplinas (Brousseau; 1978: cit. Por Sarrazy; 1996; 85). La investigación específica en la que surgiría el concepto se

[8]Para el desarrollo de este inciso me baso de manera importante en los trabajos de C. Sarrazy (1996 y 1997).

refería al estudio de un caso: Gaël, quien no era capaz de comprometerse en una actividad en la que la responsabilidad del aprendizaje le había sido devuelta. "Para él, el conocimiento no tenía otro sentido que el de «una actividad ritualizada en la que se repiten modelos». Ese comportamiento se manifestaba, entre otras cosas, mediante la evocación de la autoridad pedagógica de la maestra: "Lo que ella me enseñó", "Lo que la maestra dice que hay que hacer"... Todo sucedía como si Gaël esperara del profesor índices que le permitieran ajustar su comportamiento a las expectativas de éste. Según Brousseau, este fenómeno deriva del hecho de que el enseñante manifiesta sus expectativas al alumno a través de *camuflajes* didácticos a fin de obtener, a cualquier precio, los comportamientos esperados. Y el alumno acepta el juego (Brousseau y Pérez; 1981; cit. Por Sarrazy; 1995; 85).

Surge aquí, sin embargo, la siguiente cuestión: ¿Cuál es el origen y el estatuto de las reglas que hacen posible tal juego?, ¿Por qué el alumno las acepta? Brousseau encuentra que "[El contrato] se elabora sobre la base de la repetición de hábitos específicos del maestro («lo que el maestro reproduce, conscientemente o no, de manera repetitiva, en su práctica de enseñanza»)[9] y permite, recíprocamente, al alumno «decodificar la actividad didáctica». El sentido atribuido a la situación «depende mucho del resultado de las acciones repetidas del contrato didáctico [...] así, éste se presenta como la huella de exigencias habituales del maestro sobre una situación particular». (Brousseau; 1980; 128; cit por Sarrazy; 1996).

Sarrazy considera, por otra parte, que no es una simple coincidencia el hecho de que el concepto de contrato didáctico haya aparecido a propósito de una investigación que trataba los fracasos electivos en matemáticas. Él afirma: Ubicado en el movimiento de las investigaciones en sociología de la educación de ese período, el contrato didáctico marca la especificidad y la pertinencia de la didáctica naciente a la vez que una ruptura con los modelos explicativos dominantes en sociología de la educación. Teniendo al centro el concepto de contrato didáctico, en la didáctica de matemáticas las causas del fracaso no son consideradas como exteriores al proceso del enseñanza sino constitutivas de éste. (Brousseau;1980; cit por Sarrazy;1996; 87). De esta manera, los postulados brousseaunianos recontextualizarían en el marco de la didáctica las explicaciones cognoscitivistas acerca de las dificultades en la comprensión propias del sujeto aprendiente como explicación del fracaso escolar. Contrariamente a las hipótesis entonces vigentes (problemas de aprendizaje, carencias culturales, o cuestionamiento de la institución, entre otras) esta vía deja entrever modalidades de acción posibles en el cuestionamiento del contrato mismo (cf. Sarrazy; 1995; 87). En otras palabras, el concepto de contrato didáctico hace pasar de una centración en los factores exógenos o en las dificultades de comprensión provenientes del alumno a una perspectiva interaccionista al interior del sistema didáctico. Su emergencia, pues, marca una ruptura con los modelos deterministas

[9] El entrecomillado corresponde al artículo "Les echecs electives en mathématiques, de 1980, aparecido en la revista de Laringología.

del fracaso escolar (cf. Sarrazy; 1995; 98).

Pero, la noción de contrato sería refinada por el propio Brousseau. Lo cito nuevamente:

> "[En todas las situaciones didácticas] Se establece una relación que determina - *explícitamente en una pequeña parte, pero sobre todo implícitamente - lo que cada participante, el profesor y el alumno, tiene la responsabilidad de hacer* y de lo cual será, de una u otra manera, responsable frente al otro. Este sistema de obligaciones recíprocas se parece a un contrato (...) lo que nos interesa de ese contrato es la parte específica del contenido, es decir, el contrato didáctico" (subrayado mío). " (Brousseau; 1986a; 299)

En esta reformulación se ha precisado la idea de que el contrato implica una distribución de responsabilidades entre el profesor y los alumnos y se ha formulado el carácter parcialmente implícito del mismo. Recientemente, Sarrazy se ha referido a los componentes explícitos como «contrato cero» y al conjunto de los implícitos como «contrato silencioso». (Cf. Sarrazy; 1996; 149).

Por su parte Chevallard, en referencia al contrato didáctico, y congruente con su proyecto teórico centrado en el saber, afirma que:

> El contrato didáctico regula las relaciones que maestro y alumnos mantienen con el saber, establece derechos y obligaciones de unos y otros en relación con cada contenido escolar. En tal sentido lo que se sabe sobre el sujeto cognoscente no siempre es aplicable de forma directa a las acciones o respuestas del alumno, ya que en muchos casos éstas son sólo explicables recurriendo a las pautas del contrato didáctico (cf. Chevallard, 1988, 12 y ss).

Puede verse en esta formulación , el énfasis en las dos «lógicas» con las que los niños actúan en la escuela y a las que en algunos escritos el mismo Chevallard denomina registros: la del ritual escolar, del contrato didáctico, y la «lógica profana» (que funciona cuando la otra se rompe) (cf. Chevallard; 1988). A decir de Chevallard, en una situación escolar, la tarea del alumno consiste en proporcionar respuestas según la primera lógica que, para funcionar, necesita la desactivación de la segunda, aunque desactivación no quiere decir que la lógica profana no funcione, sino solamente que no produce ningún efecto perceptible en el nivel didáctico. Es otra forma de referir al contrato que convierte a los niños en alumnos.

En síntesis, la noción de contrato didáctico – portador de la obligación de aprender - permite explicar la interpretación que el sujeto aprendiente (el niño que deviene alumno) hace de la situación escolar y la forma en que su participación y sus respuestas se ven afectadas por tal interpretación. El contrato didáctico, entonces, es un concepto que formula y explica la tensión existente entre las razones intelectuales y didácticas que subyacen a las conductas y respuestas que los niños ofrecen en la escuela, a las formas en que participan en la relación didáctica. Estudios recientes (particularmente el de B. Sarrazy) constatan el predominio de la sensibilidad al contrato didáctico por sobre la lógica cognoscitiva en el contexto escolar. Particularmente, entre los niños «menos aptos» (cf. Sarrazy; 1996).

**D. Efectos del contrato didáctico.**

El juego de relaciones y obligaciones que se establecen durante la relación didáctica, produce diversos efectos. En los contratos didácticos que habitualmente se establecen en las escuelas, se observan algunos que no siempre redundan en el logro de verdaderos aprendizajes sino que, a la inversa, muchas veces los deterioran e, incluso, los sustituyen (Brousseau; 1986b; 41 y ss.). De entre esos efectos, Brousseau destaca algunos que describo en los siguientes párrafos.

***a) El efecto Jourdain***

El «*efecto Jourdain*» es llamado así en referencia a la escena del "Burgués gentil hombre" de Moliere, donde el maestro de filosofía revela a Jourdain lo que son la prosa y las vocales . El profesor, tratando de evitar la constatación de un eventual fracaso en la enseñanza, admite reconocer el índice de un conocimiento en los comportamientos o las respuestas del alumno, aunque éstas sean en los hechos motivadas por causas y significaciones banales.

Es decir, el efecto Jourdain describe "[...] la creencia de que porque las ideas y los conocimientos están en la cabeza del profesor éstos estarán también en las de los alumnos. Es una sobrevaloración intelectual de las acciones de éstos" (Brousseau; 1986; 43). La reforma de los años setenta, con la utilización de las estructuras matemáticas que se propuso, fue una potente incitación a este juego. Por ejemplo: ante el alumno a quien se le había hecho realizar manipulaciones peculiares con botes de yoghurt o con imágenes coloreadas, el profesor declaraba: «acabas de descubrir un grupo de Klein». (Cf. Brousseau; 1986b; 42).

Hay otras circunstancias que también producen este efecto: el interés por vincular el conocimiento con las actividades que resultan familiares a los niños puede también hacer que el profesor sustituya la problemática real y específica por otra, por ejemplo metafórica, que no da el sentido correcto a la situación. Con frecuencia, dice Brousseau, las dos problemáticas se presentan yuxtapuestas.

***b) El deslizamiento metacognitivo***

En ciertas circunstancias (como podría ser el fracaso de un cierto método) el profesor puede realizar la enseñanza tomando las explicaciones y medios heurísticos como objetos de estudio en lugar del verdadero conocimiento matemático. El ejemplo más llamativo a la fecha, a decir de Brousseau, es el uso de gráficos en los años setenta para enseñar las estructuras matemáticas. La teoría de conjuntos, que al devenir medio de enseñanza, devino objeto de ésta y se sobrecargó de convenciones y lenguajes que también fueron enseñados. Los niños, anotaría Jossete Adda, aprendieron a dibujar diagramas de Venn; en algunos países la exageración fue mayor en que otros, pero todos fueron víctimas de la enfermedad: la "vennogramía"[10]. Por ello las críticas fueron mayúsculas: había nuevos automatismos, no había significado (cf. Adda; 1987; 187). Y en efecto, es válido dudar de si quienes coloreaban diagramas y trazaban flechas aprendieron algo sobre las operaciones con conjuntos. Cabe también la duda acerca de si los maestros conocían el trasfondo de los dibujos que solicitaban hacer a sus alumnos.

***c) El efecto Topaze***

Otro de los efectos producidos en el proceso de comunicación del saber es el que Brousseau, haciendo una analogía con la comedia de Marcel Pagnol, llama *Topaze* y el cual ilustra con un pasaje que se desarrolla más o menos así:

> Topaze, profesor de francés, hace un dictado a un mal alumno. No pudiendo aceptar errores demasiado burdos y no pudiendo tampoco indicar directamente la ortografía solicitada (pues ésta es la muestra del aprendizaje), «sugiere» la respuesta disimulándola bajo códigos didácticos cada vez más transparentes: «.. des moutons étaient réunis dans un parc...» era la frase objeto del dictado. En principio se trata, para el alumno, de un problema de ortografía y de gramática pero el alumno es incapaz de escribir correctamente la frase; entonces Topaze dicta: «des moutons***ses*** éstai-***hun***...». El problema fue por completo cambiado[11]. Frente a los fracasos repetidos, Topaze mendiga una señal de adhesión y negocia a la baja las condiciones en las cuales el alumno terminará por poner la «s». Se adivina, dice Brousseau, que Topaze podrá continuar exigiendo la recitación de la regla, y después haciéndola copiar un cierto número de veces. El derrumbe completo del acto de enseñar estaría representado por una simple orden dada por Topaze: poner una «s» a «moutons». Pero él terminó por tomar a su cargo lo esencial del trabajo. (Cf. Brousseau; 1986a; 289).

En casos como éste, afirma Brousseau, la respuesta que deberá dar el alumno está determinada de antemano, el maestro escoge las preguntas ante las cuales la respuesta puede producirse. Ésta se induce a tal grado que resulta imposible no proporcionarla. Evidentemente, al utilizar preguntas cada vez más fáciles, los conocimientos necesarios para producir esas respuestas cambian también su significación. Cuando los conocimientos previstos desaparecen completamente tiene lugar el «efecto Topaze». Es. Dice Brousseau, una muestra de impotencia del profesor. Este efecto ha sido reportado por diversos investigadores con explicaciones también diversas. Algunos parecerían incluso postularlo como

[10] Con esta expresión, Adda refiere al fenómeno consistente en deslizar el aprendizaje de las nociones elementales sobre conjuntos centrándolas en el dibujo y lectura de diagramas de Venn. Esto correspondería al fenómenos descrito por Brousseau como deslizamiento metacognitivo.
[11] En francés, las palabras *moutons* y *mouton* se pronuncian igual (no suenan ni la n ni la s); algo similar ocurre con el verbo étaient. Es pues no la pronunciación, sino el conocimiento del sentido de la frase y de las reglas de la gramática lo que permitirían escribir la s y la terminación ***ent*** necesarias en una frase con estructura verbal plural.

consustancial del acto de enseñar, particularmente cuando éste tiene lugar al interior de los contratos «tradicionales» que supuestamente predominan en las escuelas.

Este conjunto de «efectos» a que da lugar la transmisión del saber y que puede asociarse a los contratos que habitualmente se celebran en las escuelas, desplazan la acción del alumno y del maestro a un registro distinto del intelectual. Se ve cuando tiene lugar el efecto Topaze, que no es el sujeto epistémico – el que busca obtener una solución impelido por las exigencias de una situación - sino el alumno (el sujeto didáctico) quien busca responder al profesor, aun sin ninguna base de significación; se ve también que no es necesariamente el trabajo intelectual, el aprendizaje efectivo, sino las respuestas, las que busca el profesor. Ambos caen presa de las intenciones didácticas y las presiones institucionales que entrelazan su actuación. Cabe preguntarse si este es un terreno en el que la acción en clase está efectivamente en riesgo permanente de caer o, qué condiciones impedirán que tal deslizamiento ocurra.

## E. Los contratos y las estrategias de enseñanza[12]

En escritos posteriores a 1990, Brousseau lleva al primer plano de su teorización el análisis de la participación de profesor en la relación didáctica, el cual había permanecido hasta el momento presente sólo de manera metafórica a través de la noción de contrato didáctico. En 1991, en colaboración con J. Centeno (Brousseau y Centeno;1991) propone considerar la participación del profesor mediante la noción de «memoria didáctica». Esta memoria "[...] se manifiesta en el proceso de enseñanza por la utilización de informaciones y datos personalizados, contextualizados, temporalizados y no universales, (Brousseau y Centeno; 1991; 203) es decir institucionalizados. Las preguntas que guiarían el estudio de la memoria didáctica son: ¿En qué medida el maestro está obligado a gestionar representaciones y comportamientos variados y provisionales de sus alumnos, y los conocimientos también provisionales de éstos?, ¿Cómo el maestro puede responder o huir de esta exigencia?, ¿Qué efectos tiene lo anterior sobre la comprensión alcanzada por los alumnos? Entre otras conclusiones, Brousseau y Centeno señalan la existencia de lagunas (teóricas) importantes en relación con el papel de la memoria didáctica del profesor en el aprendizaje de los alumnos, pero también el reconocimiento de que, en general, los profesores «con más memoria» colaboran positivamente en la comprensión alcanzada por sus alumnos.

En el año de 1995, Brousseau inicia el análisis del ejercicio de la responsabilidad del profesor en la relación didáctica desde otra perspectiva. Lo hace introduciendo la noción de regulación y no sin antes plantear algunas consideraciones teóricas

[12] El contenido de este apartado constituye en buena medida una síntesis de "L'enseignant dans la theorie des situations didactiques" de G. Brousseau, a la cual he agregado sólo algunos comentarios.

al respecto:

> "La teoría de las situaciones didácticas intenta recuperar observables derivándolas – a veces bastante metafóricamente – de modelos matemáticos, más precisamente de los autómatas [...] el autómata no modela a uno de los actuantes (el profesor o el alumno, por ejemplo) sino sus interacciones. Esa decisión facilita un enfoque sistémico del objeto estrictamente didáctico, pero tiene el inconveniente de hacer desaparecer los hipo-sistemas (los actuantes, *el medio*) como modelos independientes. De tal suerte que no hay que hablar propiamente de modelo de enseñanza en la teoría de situaciones. Debemos así buscar identificar las "realidades" que le conciernen por las perturbaciones y las regulaciones que produce y asegura en el funcionamiento del sistema didáctico (Brousseau; 1995; 4).

Coherente pues con el acercamiento sistémico que sostendrá en toda su teoría, Brousseau considera que la enseñanza se caracteriza por las restricciones que acepta y por las que impone, y modela la participación del profesor en términos de los contratos didácticos que, hipotéticamente, regulan su acción. Afirma, asimismo, que cada contrato se caracteriza por una cierta distribución de la responsabilidad entre el profesor y un medio antagonista que incluye al alumno [...] (cf. Brousseau; 1995; 17). Las responsabilidades didácticas comienzan con el derecho otorgado al profesor, de modificar intencionalmente los conocimientos del alumno. Tales responsabilidades se apoyan sobre la posibilidad (real o supuesta) de reconocer ciertos índices de que una acción ha producido un cierto efecto (cf. Brousseau; 1995; 17). Esos índices pueden ser, por ejemplo, la aparición de ciertos comportamientos o de ciertas producciones por parte de los alumnos.

Las distintas responsabilidades que conforme a esta teorización puede asumir el profesor, dan lugar a diversos contratos: *no didácticos*, *ligeramente didácticos y fuertemente didácticos*. La menor responsabilidad sería asumida en los contratos no didácticos.

***a) Los contratos no didácticos***

Los contratos *no didácticos* son aquéllos en que el emisor (que puede ser el maestro)[13] no tiene responsabilidad didáctica en relación con el receptor: no está encargado de enseñarle nada, y si modifica sus conocimientos, sus creencias o sus actos, esto es de alguna manera independiente de su voluntad, y no conforme a algún proyecto intencional. Entre este tipo de contratos se cuentan:

1. *El contrato de emisión,* conforme al cual el emisor trasmite su mensaje sin preocuparse de las condiciones *efectivas* de su recepción. En una situación límite, el emisor podría no tomar en cuenta ninguna restricción y emitir un

[13] Conviene enfatizar que Brousseau escribió este documento en fecha posterior a su definición de didáctica como un proceso de difusión, más allá de las instituciones escolares. De ahí que ya no se refiera exclusivamente al profesor y al alumno sino, en términos más generales, al emisor y el receptor.

mensaje incluso ininteligible. Este contrato límite es a veces observado en las clases: el profesor monologa sin tener en cuenta la presencia de los alumnos.

2) *El contrato de comunicación*, que es más exigente para el emisor. Éste se compromete a hacer llegar el mensaje al receptor y debe asegurarse de la buena recepción, aunque no del sentido que le da el receptor; la interpretación del mensaje en este contrato está completamente a cargo del receptor.

3) *El contrato de experto*, que es aún más exigente que el anterior. En él, el emisor garantiza la validez del mensaje y considera la posible demanda, por parte del receptor, de la constatación de tal validez mediante vías distintas de la simple emisión (de acuerdo con este contrato, un profesor que pretendiera comunicar una teoría matemática, debería enunciar los teoremas que la componen).

***b) Contratos ligeramente didácticos***

En estos contratos, el emisor acepta el compromiso de organizar el mensaje en función de ciertas características "teóricas" de su interlocutor; sin embargo no acepta responsabilidades en cuanto a sus efectos sobre él. Los siguientes son contratos de este tipo:

1) *El contrato de información.* El emisor busca el asentimiento del receptor y, en respuesta a una demanda eventual, ofrecerle ciertas "pruebas" o referencias. El contrato de información puede ser dialéctico o dogmático; en el primer caso, se trata de una «gestión colectiva de la verdad», a la manera de los antiguos griegos; en el segundo caso, los rodeos del cuestionamiento por parte de los receptores pueden parecer pérdida de tiempo y entonces se acuerda mostrar las pruebas sistemáticamente, sin esperar la demanda.

2. *El contrato de utilización de conocimientos.* Este contrato agrega una cláusula al de información: la de mostrar el empleo y utilidad de los conocimientos. El informador, por consecuencia, debe acompañar el texto del saber de un campo de aplicaciones en el cual ese saber se supone juega un rol.

3. *El contrato de aplicación y control.* En los contratos precedentes el receptor decide si se considera suficientemente informado o si desea más información. En este nuevo contrato, el informador toma a su cargo parte de esa responsabilidad dando al informado un criterio para determinar si ha comprendido bien (y no sólo recibido) el saber comunicado. Ese criterio consiste en establecer una relación de equivalencia entre dos conjuntos de enunciados: el de los saberes comunicados y el del ámbito de las aplicaciones.

En la opinión de Brousseau:

- Si bien en los contratos *ligeramente didácticos* la responsabilidad del emisor (el maestro) ha aumentado, el alumno conserva la responsabilidad principal: la de la realización efectiva de la comunicación. Él ejerce un cierto control sobre el profesor: si los mensajes resultan demasiado escuetos, demasiado obvios, él lo presiona a aumentar su contenido, a hacerlos más informativos.

- Los contratos *ligeramente didácticos* buscan que el alumno se apropie de un saber, considerándolo como un sujeto espistémico, pero no como sujeto efectivo, con características específicas.

- En ocasiones estos contratos o las cláusulas que agregan, descansan sobre hipótesis cuya validez real queda por establecerse. Tal es el caso de la cláusula que establece una relación de equivalencia entre el conjunto de saberes enseñados y el ámbito de su aplicación.

***c) Los contratos fuertemente didácticos***

En estos contratos el enseñante toma la responsabilidad del resultado efectivo de su acción sobre el alumno. El profesor intenta provocar un aprendizaje; trata de modificar los sistemas de decisión (conocimientos) del alumno. Entre los contratos estrictamente didácticos, Brousseau identifica:

1. *El contrato de reproducción formal.* Conforme a este contrato, el profesor se compromete a hacer que el alumno realice, por un medio cualquiera, una tarea que es culturalmente reconocida como marca de adquisición de un saber; por ejemplo, el alumno dirá el texto de un teorema, escribirá la solución de un problema, reproducirá a una actividad determinada. El medio por el cual se logra la producción de la tarea no es importante puesto que es la actividad en sí misma la que se supone fuente y prueba del aprendizaje. Además, los medios de reproducción, por imitación, no exigen formulaciones de razones o explicaciones. Así, la traducción de las órdenes del profesor en actos no exige el pasaje por el conocimiento previsto. Como contra-parte, el compromiso del alumno es efectuar la tarea definida por el profesor con la condición de que sea reducible al repertorio que posee.

2. *El contrato de condicionamiento.* Al no ser la producción de una tarea lo más frecuentemente la garantía de que el alumno puede reproducirla en cualquier circunstancia, el profesor busca condiciones que funcionen como causas del aprendizaje, es decir, como razones del saber que aquél ha aprendido. Entre estas causas se encuentran la asociación y la repetición. Aquí el rol del alumno es repetir, pues el profesor cree que el tiempo y la repetición se encargarán de familiarizarle con el objeto de aprendizaje.

3. *La mayéutica socrática.* Conforme a este contrato, el profesor escoge preguntas de las cuales el alumno pueda encontrar las respuestas con sus propios recursos. Las preguntas se modifican en función de las respuestas del alumno; pueden ser abiertas o cerradas como en el diálogo del Menón, y

pueden *a priori* utilizar cualquier vía retórica y obtener la respuesta adecuada por analogías o metáforas.

La mayéutica colectiva provoca numerosos efectos didácticos más o menos negativos. Uno de los principales inconvenientes deriva de que tiende a excluir las interacciones del sujeto con un *medio* efectivo. Por otra parte, los problemas abiertos, son difíciles de incluir en una mayéutica a causa de la dispersión de las respuestas que pueden provocar.

4. *Los contratos de aprendizaje empiristas*. En estos contratos, se supone que el conocimiento se establece esencialmente por el contacto con el *medio* al cual el alumno debe adaptarse, la responsabilidad del aprendizaje es remitida a él. En las formas más simples, la lectura del *medio* es casi directa, el alumno percibe "viendo" la estructura (sin procesos intermedios, ni cultural ni cognitivamente). Esta posición ha sido identificada como *empirismo sensualista* (cf. por ejemplo, H. Aebli; 1958).

5. *Los contratos de ostensión*. La idea de que la lectura del *medio* puede ser inmediata, conduce a estrategias didácticas *de ostensión*: el profesor muestra un objeto y se supone que el alumno ve en él las nociones, los conceptos, las propiedades. Lo que el alumno no percibe de primer golpe, lo descubre y aprende por frecuentación repetida de las mismas circunstancias. *Los contratos de ostensión* derivan de una concepción de aprendizaje sensual-empirista. En estos contratos, el profesor «muestra» un objeto, o una propiedad, y el alumno acepta «verlo» como el representante de una clase de la cual deberá reconocer los elementos en otras circunstancias.

6. *Los contratos constructivistas*. Aquí, las situaciones que conducen al alumno al aprendizaje no son "naturales". El profesor debe organizar el *medio*. La organización deriva esencialmente del saber previsto y del conocimiento de los procesos de adquisición de los alumnos, a quienes se le delega la responsabilidad de la adquisición. Los saberes previos se manifiestan como prerrequisitos, es decir, como medios que permiten formular las condiciones iniciales de la situación.

   En estos contratos el alumno es considerado racional o al menos coherente y económico: se adapta al *medio* para minimizar sus esfuerzos o sus riesgos y para acrecentar su placer[14].

Como corolario de esta exposición, Brousseau afirma que los supuestos en los que descansan muchos de los contratos antes expuestos, no son sino ficciones, producto de las creencias que comparten profesores y padres de familia. Señala además el carácter insuficiente de cada uno de ellos para construir a la vez: a) un

[14] Recuérdese que en la teoría de las situaciones didácticas, la interacción del alumno con el medio es modelada a partir de la teoría de juegos.

saber canónico; b) los conocimientos que le acompañan y c) las prácticas que caracterizan su puesta en operación. Tal equilibrio, en su perspectiva, se logra mediante contratos en que el profesor asume mayores responsabilidades, como serían los *basados en la transformación de saberes previos.*

*7. Contratos basados sobre la transformación de saberes previos*

En estos contratos, se acepta una epistemología según la cual los aprendizajes se dan por acomodación; se acepta también la existencia de obstáculos (epistemológicos) y la necesidad de conocimientos provisorios en el proceso de aprendizaje y enseñanza. Conforme a estos contratos, la génesis didáctica de los saberes procede por modificaciones y por rupturas a la manera de una génesis histórica y no de manera lineal por simple acumulación. En este contrato, además, el estatuto del saber se modifica:

- los saberes enseñados se transforman en medios de decisión ante una situación, es decir, en conocimientos
- inversamente, los conocimientos desarrollados en interacción con las situaciones, se transforman luego en saberes institucionales, organizados de manera canónica[15].

Es un contrato de este tipo el que sirve de telón de fondo a la teoría de las situaciones didácticas conforme a la cual se busca que sea el sujeto epistémico (que actúa por exigencias de la situación, con base en razones intelectuales) el que prive por sobre el sujeto didáctico (que actúa conforme a presiones del profesor, por razones didácticas).

## F. La regulación didáctica y las formas de regulación

La acción del profesor no consiste sólo en poner en marcha un único contrato y sostenerlo <<cueste lo que cueste>>. Por una parte, según Brousseau, el contrato didáctico es específico del conocimiento en juego (a cada situación corresponde un contrato) y, es <<por lo tanto, necesariamente perecedero>> (Brousseau; 1988; 22). Por otra parte, en la relación didáctica, el profesor se manifiesta también por la elección, la ruptura y la sustitución de contratos siguiendo índices de regulación que condicionan la evolución del sistema [didáctico] (cf. Brousseau; 1995; 17) y permiten mantenerlo en un ámbito de eficacia aceptable.

Desde su perspectiva sistémica, Brousseau considera que las regulaciones son inherentes a la acción y hay índices sobre los cuales se apoyan para traer nuevamente el resultado de la acción a una zona de aceptación cuando se ha distanciado de ella. La regulación conduce al uso de diversos métodos y, eventualmente, a la celebración de un nuevo contrato. (cf. Brousseau; 1995).

[15] Estas ideas se desarrollan en el inciso 3.

De manera general, un sistema (didáctico) recibe informaciones del entorno en el que actúa, dispone de un regulador que distingue niveles de adaptación y de corrección, que determina las condiciones de su funcionamiento. Hay límites más allá de los cuales las correcciones no serán ya posibles en el propio sistema; esto determinará por tanto los fracasos y comprometerá un nuevo proyecto, otro funcionamiento. (cf. Brousseau; 1995; 8).

Es decir, habrá rupturas del equilibrio en el funcionamiento de la relación didáctica que podrán ser resueltas al interior de las condiciones contractuales prevalecientes, otras, en cambio, conducirán a cambios de sujeción. El rol del profesor será entonces gestionar regulaciones no sólo intra-contratos sino también inter-contratos (Brousseau; 1995;11).

Comiti y Grenier (1997), incorporan la noción de «contrato local» como categoría que refiere a (y deriva de) las acciones contingentes que se observan en clase. Los medios de regulación, en su interpretación, serían estos contratos locales.

> "Cuando uno se interesa en las interacciones que ocurren de improviso en situación de clase, y sobre todo en las regulaciones que se ejercen sobre el contenido matemático en juego, el modelo global [de contrato didáctico] no es suficiente. Los cambios de reglas o de niveles de actividad que se observan responden a modelos «locales» ligados a eventos contingentes y tienen por objetivo principal mantener la relación didáctica [...] los medios de regulación pueden ser la negociación de un nuevo contrato que caracterizamos como contrato «local»" (Comiti y Grenier; 1997; 85).

El contrato didáctico (global), según estos investigadores, constituiría una categoría asociada al proyecto del profesor en relación con el saber en juego y que se recupera reiteradamente durante la progresión didáctica, aunque por momentos se incluyan otros «contratos locales» (cf. Comiti y Grenier; 1997).

En mi opinión, los que Comiti y Grenier denominan contratos locales, son los episodios regulatorios que permiten recuperar el equilibrio en la relación didáctica. Adicionalmente, la existencia de una categoría contractual por debajo de la brousseauniana, plantearía una gran inestabilidad en la clase, e incluso trivializaría la categoría en un sentido analítico. En todo caso, lo que conviene retener del análisis de estos investigadores es el énfasis en que el funcionamiento del sistema didáctico obliga al uso de mecanismos para mantener su equilibrio y que estos mecanismos pueden: o bien consistir en episodios breves de regulación después de los cuales se retoman las reglas previamente prevalecientes o bien conducir a cambios más permanentes de contrato. Esto tiene, por otro lado, una total coincidencia con los postulados brousseaunianos acerca de la regulación didáctica.

### G. Sucesión de contratos o costumbre: lo habitual en la clase

Otros conceptos han sido elaborados en la búsqueda de comprensión o explicación de las interacciones escolares y las reglas que las regulan en el tiempo. Desde perspectivas más genéricas, es decir, no vinculadas a la especificidad de los saberes motivo de la interacción, se han producido conceptos como el de transacción educativa (Postic; 1979), o el de contrato pedagógico (Filoux; 1974) . Me detendré brevemente en este último .

Filoux define el contrato pedagógico como aquél que "[...] regula los intercambios entre dos partes participantes definiendo para una duración limitada un sistema de derechos y obligaciones recíprocas: supone el principio de un consentimiento mutuo de los contratantes, porque se funda sobre el enunciado de una regla de juego a la cual cada uno debe someterse libremente y excluye en ese sentido el principio de toda trampa [...] [el contrato pedagógico] estructura la zona de normalidad y de desviación en el campo pedagógico. (Filoux; 1974; 110).

El contrato didáctico es distinto del contrato pedagógico en el sentido definido por Filoux. El contrato pedagógico es duradero y estable. Brousseau, en cambio, postula que a cada situación didáctica corresponde un problema y un contrato; que éste es constitutivo de la situación específica y que depende estrechamente del contenido de saber en juego, el contrato es pues «perecedero». Tanto por la evolución «natural» de la progresión didáctica, como por las necesidades de regulación del sistema, entre un profesor y sus alumnos una sucesión de contratos tiene lugar. Tenemos así que según esta teorización, al interior de una misma sesión de clase podría observarse el funcionamiento de distintos contratos: uno de producción colectiva (durante la introducción del nuevo objeto de saber) y uno de condicionamiento (en el período previsto para la ejercitación), por ejemplo. Asimismo el profesor, observando el fracaso resultante de un contrato, se vería obligado, por razones de equilibrio, a celebrar otro distinto.

La fugacidad del contrato didáctico obliga pues a plantear varias interrogaciones:

- ¿Qué derechos, obligaciones y expectativas se mantienen en la sucesión de eventos derivados de la propia progresión didáctica y de la introducción también sucesiva de nuevos contenidos de saber?,
- ¿Qué relaciones con el saber matemático se conservan, independientemente de que se cambie el contenido en juego o que se avance en la progresión didáctica?,
- ¿Qué relación guardan los contratos didácticos que se suceden todos los días con las normas que rigen habitualmente los sucesos de la clase de matemáticas?

Es decir, la noción de contrato didáctico, por su propia naturaleza y temporalidad, no da respuesta, al menos no explícitamente, a la relación existente entre lo local (perecedero) y lo habitual en la clase. Así pues, si de analizar la experiencia matemática en el tiempo se trata, resulta indispensable la búsqueda o construcción de otras categorías que den cuenta de tal relación para el caso específico de las matemáticas.

***a) La costumbre***

Una aproximación a la cuestión de lo habitual en la clase de matemáticas se encuentra en los trabajos de N. Balacheff. Siguiendo a este investigador, lo permanente en las clases, las reglas de interacción social que se dan alrededor del saber matemático y la distribución de responsabilidades que perduran en un cierto grupo escolar a pesar de los cambios contractuales locales, puede conceptualizarse mediante la noción de costumbre. Él sostiene la necesidad de la diferenciación entre contrato y costumbre argumentando que:

> (...) El concepto de contrato didáctico tal como ha sido descrito hasta aquí, es insuficiente para dar cuenta del conjunto de fenómenos sociales que regulan el funcionamiento de la clase. Por ejemplo, la sucesión de devoluciones a los alumnos y la recuperación por el profesor de "la responsabilidad de la validez", sugiere una sucesión de contratos que implicarían una inestabilidad que la observación de clases no revela en los hechos. (...) El concepto de costumbre es mucho más adecuado para dar cuenta del modo de regulación del funcionamiento social de la clase, al mismo tiempo que puede permitir delimitar el dominio de validez del concepto de contrato didáctico al cual nosotros vemos un carácter local, elemento clave del proceso de devolución, y de la costumbre, que regula el funcionamiento social de la clase en el tiempo (...) (Balacheff; 1988; 21-22).

Con base en tal postura Balacheff afirma que hay reglas de funcionamiento social de la clase en matemáticas que:

> "(...) por su carácter legislativo muy general no nos parecen de un orden contractual sino de un orden a la vez más profundo y más permanente. [...] la clase es una sociedad costumbrista. Nosotros entendemos por costumbre un conjunto de prácticas obligatorias (Carbonier; 1971), de formas de actuar establecidas por el uso; lo más frecuentemente implícitamente " (Balacheff; 1988; 20).

A decir de Balacheff, la costumbre, como producto de la práctica en la clases de matemáticas, es también específica del saber enseñado en esa clase. En cambio, prosigue, el contrato didáctico tiene un carácter local. Éste se negocia para una tarea particular que exige definir localmente, de una manera nueva las reglas del funcionamiento social de la clase. La costumbre pesa sobre la negociación del contrato didáctico, principalmente delimitando lo que es negociable de lo que no lo es [...] (Cf. Balacheff; 1988; 22).

Sin embargo, la noción de costumbre (en el sentido planteado por Balacheff) ha sido cuestionada (Sarrazy;1996; 118) porque no se considera específica del saber matemático, especificidad fundadora a la vez que fortaleza de la didáctica. La postura de Balacheff, puede considerarse cercana a la de Filoux en el sentido de que no refiere a una única situación sino a patrones generales de regulación y delimitación de la actividad matemática en el tiempo. Por otra parte, si bien ciertamente esta perspectiva al centrarse en lo social permanente desdibuja la especificidad del objeto de saber, y en ese sentido puede considerarse insuficientemente referida a lo matemático, no me parece contradecir las afirmaciones brousseaunianas acerca del origen de la aceptación del «juego», ya que según Brousseau:

> En el desarrollo de una situación que tiene por objetivo la enseñanza de un conocimiento determinado (situación didáctica), el alumno interpreta la situación que se le presenta, las preguntas que le son planteadas, las informaciones que le son proporcionadas, las restricciones que le son impuestas, *en función de lo que le maestro reproduce, conscientemente o no, de manera repetitiva en su práctica de enseñanza* (Brousseau; 1986a; 276). (subrayado mío).

Es decir, el contrato didáctico se elabora sobre la base de la repetición de conductas específicas del maestro («lo que el maestro reproduce, conscientemente o no, de manera repetitiva, en su práctica de enseñanza») y permite, recíprocamente, al alumno «decodificar la actividad didáctica». Así según Brousseau, el sentido atribuido a una situación «depende mucho del resultado de las acciones repetidas del contrato didáctico [...] éste se presenta como la huella de exigencias habituales del maestro sobre una situación particular». (Brousseau; 1980; 128; cit por Sarrazy; 1996).

De esta manera, la costumbre (en el sentido de acciones habituales que devienen implícitamente obligatorias) delimita y autoriza los contratos posibles. La noción, pues, aunque distinta, no resulta contradictoria con la postura brousseauniana, en el sentido de que en esta teorización los actos repetitivos definen el marco del sentido potencial de una situación y permiten la aceptación «del juego» que se actualiza mediante contratos específicos, ante objetos de saber también específicos. Adicionalmente, la noción de costumbre contribuye a delimitar el ámbito y la temporalidad de los fenómenos que son explicables mediante la noción de contrato. El propio Balacheff concluye asignando un carácter complementario a ambos conceptos: "El modelo de contrato y el de costumbre [juntos] proporcionan un cuadro para describir y explicar a la vez el carácter dinámico de las interacciones sociales en la clase en su relación con el saber y su estabilidad, su permanencia, indispensable en el funcionamiento del sistema didáctico (Balachef; 1980; 25).

***b) A manera de síntesis: elementos invariantes en la sucesión de contratos, o lo habitual en la clase***

Es pretensión de esta tesis indagar si en los contratos sucesivos que se celebran en las clases de matemáticas - y que pudiesen responden a la introducción de nuevos contenidos de saber, a los distintos momentos de la progresión didáctica, o a las necesidades de regulación – hay alguno que se repite cotidianamente, alguno que muestra cierta frecuencia, o si es que se conservan cláusulas invariantes entre los contratos celebrados sucesivamente en el tiempo constituyéndose así una suerte de contrato habitual, cercano (si se quiere) a lo que Filoux define como pedagógico o Balacheff como costumbre. Esto, de suceder, indicaría la existencia de unas ciertas reglas que autorizan la celebración de ciertos contratos, así como una cierta estabilidad en la clase de matemáticas en el tiempo.

Y tal pretensión porque en el análisis de la experiencia matemática escolar resulta necesario identificar lo que permanece en el tiempo - más allá de la fugacidad de los contratos vinculados a contenidos de saber específicos - y delimitar (así sea hipotéticamente) los contratos didácticos posibles (las reglas habituales en la clase) no sólo en términos de interacción social sino también en términos de la relaciones con el saber que éstas implican.

## 4. EL SABER: MOTIVO Y RETO DE LA RELACIÓN DIDÁCTICA[16]

Lo que está en juego en la relación didáctica es la transmisión de un saber. El proyecto teórico de Chevallard gira en torno a la noción de saber y a las condiciones de su existencia en las instituciones en las cuales ese saber «vive». Su teorización resulta pues esencial para comprender el término que es motivo y reto de la relación didáctica: el saber.

### A. La necesidad de la transposición didáctica

El saber puede presentarse en la escuela bajo formas diversas, por ejemplo bajo la forma de ejercicios, de preguntas y respuestas, de definiciones, de problemas. Cualquiera que sea la presentación seleccionada para posiblitar la enseñanza, ésta aísla ciertas nociones y propiedades del entramado de actividades donde dichas nociones tuvieron su origen, su sentido, su motivación y su empleo. Esta operación, es llamada por los epistemólogos transposición didáctica (cf. Brousseau; 1986; 282).

La transposición sería un tema permanente de los trabajos de Brousseau - como afirma Perrin Glorian (1994), su preocupación constante sería precisamente la de elaborar buenas transposiciones - pero tal cuestión constituiría el núcleo de la

[16]En esta tesis, en congruencia con las conceptualizaciones y la terminología de la teorización en que se inscribe, utilizaré los términos saber y conocimiento de la manera en que en la didáctica francesa se asumen. Tales usos son distintos de los correspondientes a otras teorizaciones.

teorización de Yves Chevallard.[17] Conforme a este último, la transposición didáctica es el "trabajo" que transforma a un objeto de saber en un objeto de enseñanza, (cf. Chevallard; 1991; 45), pues el concepto designa "(...) el pasaje de un objeto de saber a una versión didáctica de ese objeto de saber" (Chevallard, 1985, cit por Portugais). Brousseau, ha señalado que la transposición didáctica tiene su utilidad pero también sus inconvenientes; que es a la vez inevitable, necesaria y, en un cierto sentido, lamentable. Por todo ello, debe ponerse bajo vigilancia (cf. Brousseau; 1986; 282- 283).

**B. Los objetos de saber en matemáticas**

En matemáticas los objetos de saber son las nociones matemáticas (por ejemplo la adición, el círculo, la derivación, la variación proporcional). Las nociones matemáticas son objeto de estudio y sólo ellas constituyen objeto de evaluación directa en la escuela. Junto a las nociones matemáticas, se encuentran las "nociones paramatemáticas" (por ejemplo la noción de demostración o de ecuación) las cuales son nociones-herramienta de la actividad matemática. Dichas nociones no son, por lo general, objetos de enseñanza sino objetos auxiliares para ésta y el aprendizaje, al menos en ciertos niveles educativos.

"Numerosas 'capacidades' reconocidas en matemáticas no pueden como tales constituir objetos de enseñanza [...] pueden únicamente ser designados como objetivos de aquélla". (Chevallard; 1991; 54). Un caso claro en este sentido sería el razonamiento.

Conforme a la noción de transposición, para que la enseñanza de un objeto de saber sea posible, ese objeto deberá haber sufrido recortes y deformaciones. Los aspectos del saber seleccionados para ser trasmitidos a los alumnos constituyen los *contenidos de saber* los cuales se presentan en una cierta forma de organización que Chevallard denomina *texto del saber.* A partir de dicho *texto*, el profesor hace otro trabajo para poner en contacto a sus alumnos con los objetos de saber convirtiendo así el *saber a enseñar* en un *saber enseñado.*

La transposición didáctica es necesaria "Porque el funcionamiento didáctico del saber es distinto del funcionamiento académico, porque son dos regímenes del saber, interrelacionados pero no superponibles". (cf. Chevallard; 1991; 22). Sin embargo, el proceso de transformación conlleva riesgos que pueden incluso cuestionar la legitimidad del proyecto escolar. Para que tal legitimidad se

[17]Conviene mencionar que el concepto de transposición didáctica se debe originalmente a M. Verret, quien así es citado por Chevallard. Este último, sin embargo, le dio una interpretación original al transponerlo al campo de la didáctica de matemáticas. Es bajo la interpreatción de Chevallard que el concepto alcanzó gran difusión entre la comunidad de didactas franceses; actualmente también entre los anglosajones e hispoanoparlantes. Este concepto es, junto con el de contrato didáctico y situación didáctica, considerado uno de los aportes de la didáctica de matemáticas al análisis didáctico de otras disciplinas.

mantenga, se hace necesaria la «vigilancia» en diferentes sentidos.

**C. La necesidad de compatibilidad externa del sistema didáctico**

El proyecto social en el cual el sistema didáctico se sitúa le impone restricciones y exigencias diversas. Por ejemplo, no es posible que el saber que ahí se trasmite permanezca "[...] cómodamente encerrado en sí mismo, protegido por las «razones» del sistema didáctico" (Chevallard; 1991; 26). Es necesario asegurar la compatibilidad del sistema con el entorno[18] y en el plano del *saber* tal compatibilidad se caracteriza por una doble condición:

a) el saber enseñado debe ser visto por los académicos (los matemáticos) como suficientemente cercano al saber sabio; la desautorización por parte de este sector de los saberes enseñados, minaría la legitimidad del proyecto social de enseñanza;

b) simultáneamente, el saber enseñado debe estar suficientemente alejado del saber de los padres, del saber banalizado en la sociedad. ¿Qué están aprendiendo mis hijos que no pueda yo enseñarles? Una respuesta que exprese escasa distancia en este sentido disminuiría también el valor del proyecto de enseñanza.

Esta doble distancia se desgasta con el paso del tiempo y se traduce finalmente en incompatibilidad entre el sistema de enseñanza y su entorno. Restablecer la compatibilidad, hace indispensable generar una corriente de saber proveniente del saber sabio, pues un nuevo aporte acorta la distancia con los especialistas, y recupera la distancia perdida con los padres de familia (cf. Chevallard; 1991; 27). De cuando en cuando, los responsables del sistema educativo se encargan de ello.

Chevallard encuentra en la llamada matemática moderna un ejemplo claro de búsqueda de compatibilidad en los términos recién descritos. Una interpretación que él plantea como posible a la incorporación de ciertos objetos de saber que tuvo lugar en la época es la búsqueda de la distancia adecuada entre los saberes escolares, los padres y los matemáticos: "¿Que el alumno sabe tanto como el maestro en relación con la adición? Pues la introducción de los operadores modificará la situación, y el 'sacrificio' que el docente tenga que aceptar para aprender los operadores (o las bases) le será devuelto en términos de incremento de prestigio". (cf. Chevallard; 1991).

[18]Mediante el concepto de *noósfera* Chevallard define el *sistema que determina en buena medida los contenidos a enseñar y al sistema didáctico, y la cual está constituida por funcionarios, padres de familia, los propios maestros, etc.* (cf. Chevallard; 1991). La noósfera constituye el ámbito en el que se piensa el sistema didáctico y ejerce, por lo tanto, presión sobre los saberes a transmitir y las formas de esa transmisión.

## D. El texto de saber y el tiempo didáctico

El *texto del saber* constituye una norma de *progresión del conocimiento* que permite *programar la adquisición del saber.* Dicho *texto* autoriza una didáctica legitimada por una concepción que considera al aprendizaje "isomorfo" al proceso de enseñanza. Sin embargo, las reflexiones de Chevallard esclarecen el hecho de que tal legitimidad se basa en una ficción consistente en creer que existe un isomorfismo entre la enseñanza y el aprendizaje, pues no es cierto que el proceso de aprendizaje sea secuencial e isomorfo al orden de la exposición del saber; el aprendizaje del saber no es la copia del texto del saber" (cf. Chevallard; 1991; *63).*

No obstante la ficción que lo sustenta, "La puesta en texto del saber posibilita una relación específica con el tiempo didáctico" (Chevallard; 1991; 65), el cual define la duración "legal" de la enseñanza y el aprendizaje.

Ahora bien, para que los objetos de saber puedan integrarse como objetos de enseñanza – sobre la base de un cierto *texto* - es preciso que su introducción en un determinado momento del tiempo didáctico los haga aparecer con dos caras contradictorias entre sí, porque "un objeto de enseñanza produce un 'equilibrio' contradictorio entre pasado y futuro: es un objeto transaccional entre estos dos tiempos" (cf. Chevallard; 1991; 67). En un primer momento el objeto de enseñanza debe aparecer como algo nuevo; su novedad permitirá que se establezca, entre enseñante y enseñados el contrato didáctico. En un segundo momento, en cambio, debe aparecer como un objeto viejo, identificable entre los conocimientos previos de los alumnos. La contradicción inicial será superada por el éxito en el aprendizaje. Aunque en todo proceso didáctico hay una tasa residual de fracaso que, dentro de ciertos límites será considerada como no insatisfactoria.

## E. Instituciones, objetos de saber y relaciones con el saber

En la perspectiva de la didáctica francesa, un individuo concreto no puede relacionarse con un saber sino relacionándose con una institución pues el saber está vinculado a las instituciones. Para cada uno de los objetos de saber existe una relación institucional que expresa, *grosso modo*, lo que se hace en *la institución* con el *objeto de saber*, cómo *el saber* al que corresponde el objeto es puesto en juego. Ahora bien, cuando un *objeto* se pone en juego sobre la base de un contrato didáctico, se crea una relación institucional con ese objeto que Chevallard llama *relación oficial con el objeto de saber.* Un individuo específico (que puede ser un alumno) no tiene sino una relación personal con el saber, pero la relación personal con los objetos de saber emerge de las relaciones institucionales, mediante las cuales el individuo entra en relación con el objeto de saber y uno de los agentes de la institución (que puede ser el maestro). Así pues, la relación institucional con el saber constituye el sistema esencial de condiciones y de restricciones bajo las cuales se constituye la relación personal con *los objetos de saber* (cf. Chevallard; 1989. 214).

### F. Localismo y relativismo epistemológicos

El juicio acerca de si *un cierto individuo* conoce un cierto objeto de saber, no puede emitirse sino mediante el examen del comportamiento del individuo en relación con *ese objeto*. Ese comportamiento puede estar constituido por distintos componentes (declaraciones, acciones, actitudes...) pero el veredicto es necesariamente relativo a la institución. Por ello un juicio del tipo "X sabe Os"[19] o "X no conoce Os", es local, correspondiente a la institución que lo emite. "No hay (...) *a priori* ninguna razón para que enunciados como "*X* conoce bien *Os*" sean equivalentes en las diferentes instituciones en las que puede "pronunciarse" (Chevallard;1989; 217), porque con un mismo objeto de saber pueden definirse diferentes relaciones institucionales: por ejemplo como problema, como ejercicio a realizar o como teorema. En el caso donde el objeto de saber es un teorema (o al menos una regla), podrá decirse que *un alumno* conoce *ese objeto de saber,* sin embargo, el enunciado tendrá un sentido totalmente distinto si se pronuncia en una escuela en donde *el mismo objeto de saber* es considerado un ejercicio o un problema.

Así pues, mediante el recorte de los objetos y de relaciones institucionales definidas, se afecta el sentido que el saber toma y se valora una u otra cosa como indicador de que alguien sabe o que no sabe. No se puede entonces decir de alguien que sabe (o que no sabe) en relación con un objeto de saber. Porque el veredicto "una persona sabe" es un juicio de idoneidad entre la relación personal con el saber y la relación institucional definida con ese saber en una institución determinada.

En el ámbito particular de la clase de matemáticas, dependiendo del profesor específico de que se trate, y el contrato didáctico en curso, se podrá afirmar que un alumno sabe o que no sabe y se le demandarán conductas y respuestas distintas como muestras de aprendizaje en relación con un cierto objeto de saber. Nada, *a-priori*, permitirá decir que el éxito a la luz de un contrato didáctico signifique el éxito en otro. En sentido inverso, el fracaso en un cierto proyecto tampoco determinará, necesariamente, el fracaso en otros. Una y otra condición son relativas.

## G. Saber y conocimiento

> "Todo saber considerado *in statu nascendi* está vinculado a su productor y se encarna en él, por así decirlo. Compartirlo, en el interior de la comunidad académica, supone un cierto grado de despersonalización, que es un requisito para la *difusión* del saber. Se recuerda poco, por ejemplo, que lo que llamamos hoy la mecánica clásica fue primero el saber personal, casi esotérico, de Isaac Newton, y que fue de las presiones de su entorno que nacieron finalmente los *Principia*. :..) (Y. Chevallard. 1991; 221-22).

[19] Chevallard utiliza la expresión Os para referirse a un objeto de saber.

El proyecto escolar, el proyecto de la didáctica, está asociado al del saber. El pacto social que se establece con la escuela consiste en la transmisión de saberes a los que los alumnos no tendrán acceso sino mediante la enseñanza. Para que tal transmisión sea posible, hemos visto, se hace necesario traducir el saber en una versión didáctica de ese saber. Así, éste se presenta en la escuela bajo formas diversas.

La presentación axiomática (o cultural) es una presentación clásica del saber matemático. Dice Brousseau que [...] esta presentación borra completamente la historia de esos saberes, es decir la sucesión de dificultades y preguntas que provocaron la aparición de conceptos fundamentales, su uso para plantear nuevos problemas (...) el rechazo de ciertos puntos de vista encontrados falsos o torpes y las innumerables querellas a ese propósito (...) (Brousseau; 1986; 36). Empero, tal forma de transposición tiene en la base una larga tradición educativa, es apreciada por muchos profesores y es posible observarla con frecuencia en las escuelas.

La didáctica francesa, en una postura francamente opuesta a la <<axiomática>> (o cultural), postula que saber matemáticas no es solamente aprender definiciones y teoremas para luego reconocer la ocasión de utilizarlos y aplicarlos, sino que en la escuela han de ofrecerse las condiciones que permitan llevar a los alumnos de las respuestas personales (en las que las nociones matemáticas aparecen como instrumentos de resolución) al saber que toma forma de objeto cultural y que tiene un lugar en el edificio del saber reconocido socialmente (cf. Douady; 1986; 8-9).

Brousseau, iniciador de esta corriente, sostiene que el conocimiento nace como respuesta a una pregunta; que es resultante de la adaptación a una situación específica; [que] el sentido de un conocimiento proviene en buena medida del hecho de que el alumno lo adquiere adaptándose a las situaciones didácticas que le son propuestas (devueltas) (Brousseau; 1986; 67). La hipótesis que sustenta tal postura es que la situación es inductora de conocimiento; y [en una suerte de dialéctica] es el conocimiento inducido el que permite actuar sobre la situación. (cf. Conne; 1992; 234).

Pero en la escuela, el conocimiento ha de convertirse en saber, y lograr esta conversión hace necesario despersonalizar, descontextualizar el conocimiento producido, para poder reconocer en lo que se ha hecho algo que tenga carácter universal, un conocimiento cultural reutilizable (cf; Brousseau; 1988; 65). Desde esta perspectiva, el saber es algo identificable y reconocido desde el exterior, que va más allá de la situación que lo generó y que tiene un valor cultural para una comunidad; es un conocimiento objetivado, nombrable y relacionable con diversas situaciones. En otras palabras, los conocimientos que, de «herramientas» (recursos) de interacción con la situación, devienen «objetos» de estudio son los que en esta teoría reciben el nombre de «saber» (cf. Brousseau; 1990; 316).

Hay pues diferencias esenciales entre saber y conocimiento:

- el conocimiento se construye o moviliza como respuesta a una pregunta o situación; es personal, implícito, siempre está vinculado a una situación específica; se encuentra como vínculo entre la situación (o problema) y el saber;

- el saber es social, explícito, a-personal y utilizable en muchas situaciones, es también validable e institucionalizable.

Según su postulados, esta corriente se distancia de la transmisión autoritaria y unidireccional del saber; sin embargo, la apropiación del saber socialmente reconocido sigue siendo la cuestión y el reto de la escuela. Tal apropiación (que parte del conocimiento personal y diverso de los alumnos) descansa en un proceso interactivo (con el objeto y con los compañeros y los maestros) postulado por Brousseau desde los inicios de su teorización y que comprende diversas situaciones (o fases): de *acción*, de *formualción*, de *validación* y de *institucionalización*.

- *Las situaciones de acción* exigen al alumno desplegar aquellas estrategias que deben aparecer como la mejor posibilidad de solución del problema planteado. Una buena situación de acción no se reduce únicamente a manipulaciones ordenadas sino que «debe permitir al alumno juzgar el resultado de su acción y de ajustar esta última sin la intervención del maestro, gracias a la retroalimentación proveniente de la misma situación» *(Brousseau, 1986;157).*[20]

  En las situaciones de acción las cosas suceden de tal forma que el alumno es obligado a mejorar su modelo, creando nuevos modelos, más susceptibles de tomar en cuenta esas restricciones. Las situaciones de acción testimonian una comprensión instrumental de la situación (Brousseau; 1986;156).

- *Las situaciones de formulación* son situaciones en las cuales el *medio a-didáctico* ha sido organizado de manera que obliga al alumno a hacer funcionar su conocimiento para producir formulaciones mediante el uso de un lenguaje que expresa un saber (por ejemplo situaciones en donde los alumnos deben enviarse mensajes orales o escritos de contenido lógico matemático). Hay aquí, dice Brousseau, un saber implícito equivalente a un enunciado; propiedad o relación que testimonia una comprensión intuitiva de la situación (cf. Brousseau; 1986; 156).

[20]Esta idea puede ilustrarse claramente con el famoso *rompecabezas* de Brousseau, el cual sólo es posible construir adecuadamente poniendo en juego la relación multiplicativa 5/3; ninguna otra estrategia es útil para construir exitosamente un rompecabezas "correcto" bajo la consigna "Hay que fabricar un rompecabezas que sea igual a éste pero más grande, de manera que el lado que en este rompecabezas mide 3 centímetros, en el otro mida 5 centímetros". La validación proveniente de la misma situación está dada por la posibilidad de construir el rompecabezas más grande adecuadamente.

- *Las situaciones de validación* (o prueba) hacen funcionar las nociones matemáticas como saberes explícitos (cf. Brousseau; 1986; 156; Brousseau; 1988a). Son situaciones que se organizan de tal suerte que las relaciones entre los alumnos y el *medio-a-didáctico* dan lugar a la producción de justificaciones, «de aserciones, de teoremas, de demostraciones, emitidas y recibidas como tales». Estas situaciones promueven un cierto tipo de razonamiento matemático y juegan un rol fundamental en la construcción progresiva del sentido puesto que permiten al alumno reconocer validez en su trabajo; son pues capitales en los procesos cognitivos.

Estos tres tipos de situación constituyen en conjunto el proceso «de adaptación» mediante el cual los alumnos, logrando nuevos equilibrios conceptuales, lograrán construir nuevos conocimientos a propósito de los objeto de saber en juego. En un momento posterior del desarrollo de la teoría de situaciones didácticas, se introducirían también *las situaciones de institucionalización*.

- En las *situaciones de institucionalización*, el maestro le da nuevamente a los conocimientos generados como respuesta a una situación un estatuto de saber. "[En estas situaciones] se fija convencional y explícitamente el estatuto cognitivo de un conocimiento o de un saber" (Brousseau; 1986; 156). En este proceso, el maestro gestiona las relaciones entre las respuestas "personales" del alumno y el saber esperado escolarmente; el profesor institucionaliza los conocimientos que surgieron inicialmente como respuesta al medio que aparecía como problemático. En esta etapa se "canoniza" un procedimiento en algoritmo, un saber, una teoría, se selecciona una definición, una convención lingüística y gramatical. (cf. Brousseau; 1986; 157).

Es en las situaciones de institucionalización donde reaparece explícitamente la figura del profesor. Las reflexiones de Brousseau en relación con estas situaciones muestran su importancia y explican su incorporación en un momento posterior que el resto de las situaciones:

> "Por un instante creimos haber considerado (con las de acción, formulación y validación) todas las clases posibles de situaciones. Pero en nuestra experiencia en la escuela Jules Michelet vimos que los maestros necesitaban reservarse un espacio (...) descubrimos lo que hacen todos los docentes en sus clases pero nuestro esfuerzo de sistematización había hecho inconfesable: deben tomar nota de lo que han hecho los alumnos, describir lo que ha sucedido y lo que tiene relación con el conocimiento al que se apunta, dar un *status* a los acontecimientos de la clase (...) El docente tenía que constatar lo que los alumnos debían hacer (y rehacer) o no, lo que habían aprendido o debían aprender. Esta actividad es ineludible: no se puede reducir la enseñanza a la organización de aprendizajes (Brousseau; 1994; 73-74).

A decir de Brousseau, la consideración "oficial" del objeto de enseñanza por parte del alumno, y del aprendizaje del alumno por parte del maestro, es un fenómeno social muy importante y una fase esencial del proceso didáctico: ese doble reconocimiento constituye el objeto de la *institucionalización*_(Brousseau;1994; 74).

### H. Conocimiento, saber e intención de enseñar

El proceso de aprendizaje institucional no se limita a la interacción del alumno con la situación, no se restringe a la producción del conocimiento como adaptación al medio problemático al cual ha sido enfrentado. El proyecto escolar consiste en ofrecer un acceso al saber instituido y una vía (postulada como idónea) es el «rodeo» comenzando por la producción del conocimiento en situación a-didáctica. La siguiente afirmación precisa la interacción entre el conocimiento y el saber en este espíritu:

> "El proceso de enseñanza parte de saberes a enseñar, después busca inducir el conocimiento mediante transformaciones de situaciones relativas a esos saberes, y se concluye por el retorno a los saberes de partida" (Conne; 1992; 242)

Es decir, no se busca sólo el conocimiento. De ocurrir así, la acción de la escuela perdería legitimidad porque no habría sino escasas huellas de los aprendizajes ahí logrados. Se trata, como afirma Brousseau, de hacer desde la enseñanza el trabajo inverso al del matemático: recontextualizar el saber para luego descontextualizarlo de nuevo. Se trata de mantener en el proceso didáctico un equilibrio entre:

- la parte institucionalizada como saber: las definiciones, los teoremas,
- la parte institucionalizada como conocimiento,
- los conocimientos no institucionalizados desarrollados espontáneamente por los alumnos (Brousseau; 1995; 12).

Puede verse cómo la forma de acceder al saber, la relación que se promueve con él, es una cuestión fundamental en la experiencia matemática que se vive en la escuela. La presentación axiomática, el acercamiento cultural - que «borra de la escena la historia de los saberes» - parece una vía poco fecunda; no necesariamente al final del proceso de transmisión de un cierto saber los alumnos tienen un conocimiento. A la inversa, el acercamiento que consiste en recontextualizar el saber para luego descontextualizarlo se postula generador de sentido. Al menos metafóricamente, la reforma introducida en México en 1993, se fundamenta en esta teorización; *grosso modo*, la propuesta consiste en partir del conocimiento para culminar con el saber, vía la interacción con situaciones-problema. La que le precediera, la correspondiente a la «matemática moderna», se supone, impulsaba una presentación más formal (axiomática) del saber. Son dos transposiciones que expresan epistemologías distintas y que, en principio, darían resultados distintos.

## 5. LOS ALUMNOS

> Al entrar a la escuela el niño deviene alumno. Y es por su sujeción a la escuela, es haciéndose sujeto de la escuela que tendrá acceso a los saberes que ésta tiene como misión enseñarle (Chevallard; 1989).

El motivo de la relación didáctica es un saber. Esta relación, situada en el ámbito escolar, se establece entre profesores y alumnos.

### A. El niño: sujeto cognoscente; el alumno: el niño convertido en sujeto didáctico

Los estudios más frecuentes en didáctica de matemáticas han abordado al niño en tanto que sujeto cognoscente. A la psicología cognitiva se deben grandes aportes en este sentido. Gracias a tal aproximación se conocen los procesos de apropiación de saberes escolares específicos; las representaciones sobre ellos que los niños construyen; las estrategias utilizadas en la realización de las tareas matemáticas a las cuales se les enfrenta; las dificultades y obstáculos encontrados en los procesos constructivos; los estados sucesivos de conocimiento en relación con los conceptos y saberes matemáticos. Este tipo de estudios han mostrado lo que podría denominarse «razonamiento natural» de los niños y han permitido entender que éstos cuentan con conocimientos construidos espontáneamente, sin la intervención sistemática de institución alguna. Han puesto también en evidencia que en los procesos de construcción existen obstáculos, filiaciones y rupturas que conviene considerar en la elaboración de versiones didácticas de los objetos de saber. Sin embargo, conforme a los aportes de la didáctica de matemáticas - que considera el aprendizaje como un fenómeno «situado» en la escuela - no es solamente (ni necesariamente) la lógica intelectual la que explica la actuación de los niños en ese ámbito. La teorización didáctica ha dejado claro que al asistir a la escuela, los niños se convierten en alumnos y lo que ahí hacen y la forma como actúan, toma orientaciones y connotaciones particulares. (Cf. Brousseau; 1986; Chevallard; 1989; Mercier; 1992; 12).

Por otra parte, el alumno tiene una condición peculiar ante en la escuela. En principio, es considerado capaz de aprender aquello que se le enseña; pero es a la vez producto de un acto fundador de la intención didáctica que, para hacerlo "aprendiente" comienza por ponerlo en situación de "ser ignorante", apto para ser instruido. Cada día, hecho inicialmente ignorante, el alumno puede dejar de serlo al recibir la enseñanza. Esta acción, en todo momento crea de nuevo al alumno, cuya relación con la escuela lo hace «conocente en devenir»: cada día la introducción de nuevos objetos; cada día el conocimiento de esos objetos (cf. Mercier; 1992); cada día «conocedor», cada día, «de nuevo ignorante».

### B. Relación personal y relación institucional de los alumnos con el saber

La relación institucional con el saber - en tanto que conjunto de condiciones que impone limites y exigencias - delimita en un cierto sentido la relación personal que los alumnos puedan establecer con él. Coppé (1995) ha precisado la identidad posible entre estas dos relaciones afirmando que:

> No se puede decir que las relaciones personales son sub-conjuntos de las relaciones institucionales, eso sería ignorar todas las teorías del aprendizaje. En cambio, puede decirse que en el caso más frecuente, esos dos conjuntos tienen una intersección no vacía que permite que la relación didáctica prosiga (Coppé; 1995; 134).

En efecto, parece obvio que si la intersección entre estas dos relaciones resulta vacía no hay posibilidad de continuar. Se estaría ante un desequilibrio en la relación didáctica. Sin embargo, en las acciones que realizan los alumnos en clase y los procedimientos que despliegan interviene no sólo la relación con los objetos de saber sino también otras relaciones, particularmente con el contrato didáctico (cf. Coppe;1995). Las cláusulas del contrato didáctico, y la percepción de las exigencias o derechos que éste define son también, para el alumno, esenciales en la decisión de lo que hace público o mantiene como componente privada de su trabajo en clase. Bajo ciertos contratos, será no sólo posibilidad sino incluso responsabilidad hacer público la componente personal de una cierta realización, aunque ésta no corresponda al saber institucional (es el caso de los contratos en los que se realizan etapas de formulación, verificación, confrontación, puesta en común). Bajo otros contratos, en cambio, sólo será posible expresar públicamente la parte de la relación personal con el objeto de saber que corresponde a la institucional, pues sólo ésta es considerada correcta y materia prima para la interacción en clase. Así, pues, no siempre lo que se expresa en el ámbito público corresponde a lo que se hace o se piensa en el privado ni permite conocer a cabalidad la relación personal de los alumnos con el saber.

### C. El ámbito de participación de los alumnos en la escuela

El contrato didáctico define una cierta condición para los alumnos y también delimita el ámbito en que participarán en la clase. Según los contratos habituales, al alumno le toca responder a las exigencias, las indicaciones y las preguntas del profesor. El alumno (por intermediación de sus padres) acepta tal sujeción porque va a la escuela para «dejar de ser ignorante», y sólo el maestro sabe cómo lograr tal propósito. El alumno entonces, en esta condición que puede pensarse asimétrica, acepta las reglas del contrato que su profesor define; entre otras, que no tiene derecho a participar en la clase por ejemplo señalando la calidad o pertinencia de los ejercicios y tareas sugeridos (Cf. Sarrazy; 1996); menos aún aludiendo directamente a los términos del contrato didáctico y sus consecuencias. Éste es un registro que sólo corresponde al profesor. El alumno que eventualmente participara en este último nivel (que Chevallard denomina *epididáctico*) estaría «rompiendo las reglas» que delimitan y regulan su condición de alumno. Ningún contrato, ninguna costumbre, lo autoriza a hacerlo.

### D. Respuestas de los alumnos y equilibrio del sistema didáctico

Las respuestas se postulan evidencia del aprendizaje. Es la forma por excelencia que tienen los alumnos de mostrar que saben (cf. Sarrazy; 1996). Cualquiera que sea el contrato didáctico celebrado, la responsabilidad principal de quienes están sujetos a la enseñanza es ofrecer las respuestas (o conductas) esperadas por el profesor. Y aunque en principio la relación didáctica tiene por objetivo la apropiación de un saber, y la forma que los alumnos tienen de mostrar "que saben" son sus respuestas, ellos no ofrecen necesariamente las que suponen correctas, sino las que saben que son correctas para su profesor. Porque si bien la actividad cognitiva está ligada al objeto en juego, también está ligada al sentido que este último toma en la situación escolar.

Las respuestas de los alumnos, pues, tienen características singulares que conviene precisar:

a) son consideradas como prueba del aprendizaje (producto de la relación didáctica);
b) si bien tienen una componente cognitiva, están mediadas por el reconocimiento que tiene el niño de las expectativas de su profesor en relación con él, del qué quiere que aprenda y cómo espera que responda;
c) los aprendizajes que las respuestas evidencian no son necesariamente iguales ni se identifican con los aprendizajes reales que cada uno de los alumnos logró con base en la interacción; dicho de otra manera: lo que se muestra a través de las respuestas es la parte de la relación personal con el objeto de saber que tiene espacio oficial en la clase;
d) para que la relación didáctica pueda proseguir, se hace necesaria una intersección no vacía entre la relación personal con el saber y la relación institucional prevista; tal intersección se evidencia por la producción de respuestas consideradas aceptables por el profesor.

Efectivamente, en la producción de las respuestas esperadas por el profesor reside la posibilidad del avance en el tiempo didáctico. Tal producción es, para el profesor, el principal indicador de que sus acciones son pertinentes, de que es posible continuar sobre los mismos términos contractuales. En sentido inverso, la ausencia de respuestas correctas, indica la conveniencia de revisar la interacción didáctica, incluso los términos que la fundamentan. Los alumnos, pues, están permanentemente presionados a dar las respuestas que espera el profesor (o que suponen que espera). Si éstas no llegan, la necesidad de incorporar mecanismos que recobren el equilibrio didáctico se hace evidente.

**E. La sensibilidad al contrato didáctico**

Los niños participan en la relación didáctica bajo distintas reglas, es decir, bajo distintos contratos. Los distintos contratos didácticos permiten y promueven diferentes relaciones de los alumnos con los objetos de saber, con su profesor y con los compañeros.

Ante un profesor promotor de la relación personal con el saber como parte oficial de la clase, muchas cosas no sólo estarán permitidas, sino que serán incluso exigidas. Al contrario, ante quien exige una única relación con el saber, menos diversidad tendrán las participaciones autorizadas y las consideradas correctas. Pero aún ante un mismo contrato, la vinculación de los alumnos con él no es uniforme, ésta es también una relación personal que Sarrazy denomina «sensibilidad». Este investigador mostró que los profesores «institucionalizantes» promueven una mayor sensibilidad al contrato que los profesores «devolventes» (cf. Sarrazy; 1996). Pero también que – independientemente del contrato de que se trate - son los niños menos aptos en matemáticas los más sensibles a las reglas que de él derivan, los que más se autocensuran anticipadamente. Los "buenos" alumnos, parecen permitirse más libertades, más participaciones que rompen lo habitualmente correspondiente a su oficio de alumno. Esto es posible porque en general, ellos son los que cumplen de mejor manera las obligaciones contraídas, y en ocasiones estas rupturas (generalmente sólo momentáneas) ayudan al profesor a que su proyecto didáctico avance. "Estos niños [en ocasiones] no están seguros de sus respuestas pero sí de la forma en que éstas serán recibidas por el profesor" (cf. Sarrazy; 1996; 312). Y tales participaciones son autorizadas porque a los buenos alumnos: "El maestro les debe, pues si no fuera por sus respuestas, la clase no podría avanzar; él les paga, en reciprocidad, con benevolencia en relación con los errores que cometen" (Sarrazy; 1996; 312).

Con todo, como antes dije, aun para los buenos alumnos la situación escolar es más determinante que las propia tarea o el desempeño y nivel escolar (cf. Sarrazy; 317). Es decir que, si de actuar en la escuela se trata, pesan más las reglas del contrato didáctico que las derivadas de la lógica intelectual.

En síntesis, la condición de los alumnos en la relación didáctica es ciertamente asimétrica; en principio, ellos no están en capacidad de aludir los términos contractuales, menos aún en posibilidad de definirlos. Ellos tienen otra obligación: la de mostrar a su profesor que aprenden, y esta mostración debe hacerse independientemente de las condiciones que se les hayan ofrecido para producir las respuestas postuladas muestra del aprendizaje. Pero.. también es cierto, si finalmente ellos no aprenden, su profesor no puede hacer nada.

## 6. EL PROFESOR

> El docente es quien alimenta el funcionamiento de la máquina didáctica al introducir nuevos objetos de saber convenientemente convertidos en objetos de enseñanza. (...) El docente es por tanto el que sabe antes que los demás, el que ya sabe, el que sabe más (...). El alumno puede dominar perfectamente el pasado, pero sólo el maestro puede dominar el futuro (Chevallard; 1991; 81 y 82)

### A. El lugar de privilegio en la relación didáctica [21]

He señalado varias veces que, en virtud del "pacto original" (Chevallard; 1986; 1988) el maestro es la figura dominante en el curso que puedan tomar los acontecimientos en el aula. Tal predominancia se postula condición necesaria porque en la escuela se da una especie de ciclo recurrente en el que, a cada inicio, el alumno es colocado intencionalmente como ignorante de aquello que su profesor pretende enseñarle. De no ser así, de no aceptarse esta condición recurrente de ignorante-conocedor, la escuela y la labor del maestro perderían todo sentido. El profesor no podría ejercer su función si tiene frente a sí alumnos que ya saben lo que pretende enseñarles

Adicionalmente, "La institución escolar inviste al profesor del poder y del compromiso de instituir el tiempo didáctico; el profesor es así el relojero, el «amo del tiempo». Esta es una cláusula esencial del contrato didáctico" (Chevallard; 1989;70). Desde esta perspectiva, la diferenciación profesor/alumno, no deriva sólo de que el uno "posea el saber y el otro no". Ésta es una condición necesaria pero no suficiente para que se establezca una relación didáctica, pues tal condición no caracteriza la posición de profesor en su interior. Lo que caracteriza su posición en la relación didáctica es su relación con el tiempo didáctico. El profesor no es sólo el que sabe, es el que sabe, antes, lo que vendrá después. (Chevallard; 1989; 71). En tal sentido la relación entre el maestro y el alumno es desigual. Al menos en principio, uno define las reglas del juego, el otro las acata.

### B. La epistemología del profesor

Brousseau designa con el término *epistemología del profesor* el funcionamiento que implícitamente éste otorga al saber en su relación contractual con sus

[21] A pesar de la importancia en la relación didáctica, el profesor es quien ha sido objeto de estudio sistemático más tardío en la didáctica francesa. M. Artigue señala el "motivo" de tal dilación: "Esto tiene una explicación histórica derivada del propio origen de tal corriente: su construcción a partir de una teoría constructivista del conocimiento, la influencia profunda que sobre ella ejerciera la teoría psicogenética. Tal origen marcaría inicialmente una urgencia: restituir el lugar del alumno en el proceso didáctico. (Cf. Artigue; 1995; 46 y 47).

alumnos:

> El profesor es conducido a explicitar, frente al alumno un método de producción de la respuesta: cómo responder con la ayuda de conocimientos previos, cómo *comprender*, *construir* un conocimiento nuevo, cómo *«aplicar»* las lecciones anteriores, *reconocer* las cuestiones, cómo aprender, adivinar, resolver..., etc. Él apela así, a un funcionamiento implícito de las matemáticas (...) (Brousseau; 1986b,56).

En algunos escritos, Brousseau hará referencia a la epistemología – «en acto» - del profesor; e incluso, se referirá a ella como una «epistemología espontánea». Sin embargo, por su propia naturaleza, en los primeros desarrollos de la teoría de situaciones el profesor no ocupa sino espacio marginal. De hecho, es la noción de institucionalización la que vendría a restituir plenamente el lugar del enseñante en el proceso didáctico: a decir del propio Brousseau, a los tiempos a-didácticos era necesario agregar momentos didácticos en los que el profesor daría el estatuto de saber al conocimiento. Más recientemente, como señalé en un apartado precedente, desde esta teoría la participación del profesor ha sido modelada o bien en términos de memoria didáctica o bien en términos de aceptación de responsabilidades y de implementación de mecanismos de regulación y su epistemología no ha sido suficientemente trabajada. Serían otras investigadoras, Aline Robert y J. Robinet (1989) quienes apartándose de la teoría de situaciones estudiarían al profesor, articulando este estudio mediante la noción de representación.

## C. Representaciones de los profesores sobre las matemáticas y su enseñanza

### a) *La noción de representación*

El término representación es tomado por Robert y Robinet de la psicología social. Específicamente de los trabajos de Moscovici y Abric. El primero afirma que:

> La representación es el producto y el proceso de una actividad mental mediante la cual un individuo o un grupo de individuos reconstituye la realidad a la que es confrontado, y le atribuye una significación específica (Moscovici; cit por Abric; 1987).
> [...] La representación es por lo tanto un reflejo no del objeto en sí mismo sino de relaciones complejas, reales e imaginarias, objetivas y simbólicas, que el sujeto mantiene con ese objeto. Esas relaciones hacen de la representación un sistema simbólico organizado y estructurado en el cual el funcionamiento esencial es la aprehensión y el control del mundo por el sujeto, permitiéndole comprenderlo e interpretarlo. Por eso, la representación permite la adaptación del sujeto y será un elemento esencial para guiar sus comportamientos (Abric; 1987; cit por Robert y Robinet; 1989).

Aún siguiendo a Abric, Robert y Robinet asumen que:

> [La representación] es una visión del mundo. Pero *una visión funcional y normativa que permite al individuo dar sentido a sus conductas, comprender la realidad a través de su propio sistema de referencia, y desarrollar una actividad de asimilación y de apropiación de esta realidad.* (Subrayado mío).
>
> Cada elemento del conjunto de informaciones, actitudes y opiniones que constituyen una representación no toma significación sino en función de su lugar en la estructura, y de elementos que están en relación con ella. El análisis de la representación hace necesario por lo tanto la identificación de sus elementos centrales (cf. Abric, 1987;cit por Robert y Robinet; 1989) porque:
>
> [...]Todo elemento [central] juega un rol privilegiado en la representación en el sentido de que los otros elementos dependen directamente de él puesto que es en relación con él que se definen su peso y su valor para el sujeto. Este elemento [...] da una significación particular a todas las informaciones que el sujeto recibe e integra. (Abric; 1987; cit por Robert y Robinet; 1989; 4).

Por otro lado, Abric, en la obra multicitada, afirma que:

> Toda representación está constituida por tres elementos fundamentales: un nudo central (en el que pueden identificarse: una dimensión funcional, que privilegia los elementos directamente percibidos como pertinentes para la eficacia de la acción y una dimensión normativa que privilegia juicios, estereotipos, opiniones admitidas por el sujeto); un conjunto de informaciones, de actitudes y de creencias organizado alrededor de ese nudo central; y un sistema de categorización .
> Como el ambiente es demasiado complejo para ser asimilado y percibido directamente por el individuo, la primera función de la categorización es la reducción de ese ambiente mediante su recorte y su reagrupamiento en grandes categorías en las que la manipulación es más simple y el número más reducido.
> Es decir, el sistema de categorías instaura un orden en la realidad, la recorta y organiza y le da una cierta estructura facilitando la comprensión, la toma de conciencia y el control de los fenómenos. Es a la vez que un instrumento de orientación, una guía que dirige el comportamiento. (cf. Abric; 1987;cit. por Robert y Robinet; 1989;6).

**b) *Representaciones acerca de las matemáticas y su enseñanza***

Robert y Robinet (1989) postulan que hay, en todo profesor, implícita o explícitamente, concepciones (suerte de teoremas en acto), sobre la enseñanza, sobre el significado de la conducta de los alumnos, sobre lo que hay que favorecer u obstaculizar, así como sobre la manera "correcta" de enseñar las matemáticas. Hay también, dicen estas investigadoras, una relación estrecha entre tales concepciones y las decisiones que toman en clase. Resultado de la evolución disciplinaria, que en los años 70 sólo confiriera importancia a la forma de concebir las matemáticas como factor decisivo en las formas de enseñanza (cf. p.ej. Baur y Olsen; 1976), la hipótesis de estas investigadoras es que el nudo central de las representaciones docentes está conformado por: concepciones sobre las matemáticas, sobre su aprendizaje, y el punto de vista social sobre la escuela. Ellas sostienen además que las concepciones no son necesariamente coherentes ni necesariamente definitivas para un mismo individuo; que toda representación es parcialmente social y que sobre los profesores pesan determinantes sociales muy fuertes. Suponen además una estabilidad importante en las representaciones de éstos debida a "(...) simples razones de equilibrio personal, y también porque las concepciones corresponden algunas veces a convicciones (eventualmente implícitas), no percibidas como respuestas a cuestiones sino más bien admitidas sin que se tenga conciencia de los fenómenos o sin que se puedan argumentar "(Robert y Robinet; 1989; 3).

En el análisis especifico de las representaciones de los profesores que realizan Robert y Robinet, sobresale la existencia de concepciones como las siguientes:

- Las matemáticas son concebidas, o bien como teoría, herramientas de resolución de problemas, instrumentos de cálculo o como "escuela de rigor".
- Las matemáticas que hay que enseñar, también son diversas: o bien se trata de cuestiones sumamente formales, o bien de herramientas que permitan resolver problemas, o ante todo, técnicas de cálculo.
- El aprendizaje resulta o bien de la escucha y de la imitación (es decir, de acuerdo a la escuela sensual-empirista),de la simple actividad (por ejemplo pedagogías activas) o de una combinación de actividad e intervenciones magistrales del profesor.
- En cuanto a lo social, se encuentra la opinión de que todos los alumnos pueden aprobar la escuela y, a la inversa, también se encuentra la idea de que la escuela tiene un rol de selección de los mejores.

En mi consideración, la noción de representación ofrece un marco explicativo acerca de las acciones de los profesores en clase y los términos contractuales que ellas delimitan.

**D. Los profesores y sus acciones docentes**

H. Aebli, en una obra que puede considerarse clásica (Aebli; 1959), planteó el sensual-empirismo como el basamento de los llamados métodos tradicionales. Según opinión generalizada, esta epistemología predomina como fundamento de la acción de los docentes. Se ha dicho también que son muchos los profesores que, aun negando lo bien fundado de sus métodos tradicionales (los cuales se justifican por considerarse más rápidos que los activos) continúan practicándolos. Estos profesores subrayan la ganancia en tiempo e invocan además la necesidad de adaptar a los alumnos al ritmo que será necesario en las clases superiores o incluso al ritmo de avance de otros colegas del mismo grado (cf. Sarrazy;1992; 63).

Por su parte, Sarrazy ha caracterizado dos tipos de profesores: «devolventes» e «institucionalizantes». A su decir, los primeros ponen el acento en el descubrimiento de reglas, suscitan el gusto por el enigma y utilizan el trabajo en grupo, mientras que los «institucionalizantes» muestran atracción por los saberes formalizados, por las formas frontales de enseñanza, así como por seguir las reglas y su aplicación. (Cf. Sarrazy; 1996; 396).

De acuerdo con su acción, los maestros también han sido definidos como: «centrados en el contenido» y «centrados en el alumno» (Noirfalise; 1986) o como «profesores que buscan hacer progresar el saber» en contraposición a «profesores que privilegian la relación afectivo-cognitiva»; estos últimos valoran antes que nada la producción de ideas y la comunicación entre los alumnos (Perrin-Glorian; 1993; cit por Sarrazy; 399).

De una u otra manera, todas las opiniones son coincidentes: se trata o bien de profesores que buscan una única relación con los objetos de saber (institucionalizantes, centrados en el contenido, o que buscan hacer progresar el saber), en contraposición a profesores que buscan la promoción de relaciones personales con el saber y su acción recupera los procesos que se suceden en el grupo. *Grosso modo*, se trataría de profesores «sin memoria didáctica» y de profesores que cuentan con ella.

Nosotros encontramos, en un estudio previo, características similares en un grupo de profesores mexicanos (Avila y cols; 1995; Avila y Cortina; 1996). Ante los entonces nuevos materiales y libros de texto oficiales de matemáticas (los cuales en términos generales pueden definirse como promotores de la enseñanza a través de la resolución de problemas) un buen grupo de profesores se muestra con concepciones bastante estables acerca del aprendizaje de las matemáticas. Se privilegia la intención de aprendizaje lineal, la idea de que el papel del profesor consiste en trasmitir, ostentar, hacer entender (o, en algún caso, hacer razonar y descubrir) y luego hacer ejercitar... La tendencia observada es la siguiente: a mayor experiencia docente orientada por las concepciones antes mencionadas, mayor cuestionamiento y rechazo de propuestas que van contra tales posturas.

Otro grupo de profesores, en cambio, mostraba una postura bastante abierta y flexible ante los nuevos materiales. Se evidenciaba aprecio por las actividades propuestas debido a que "les gustan a los niños", "los hacen razonar", o "les permiten mostrar capacidades que ellos como docentes no habían imaginado". Estos profesores respondían mayoritariamente a rasgos como: menos años de experiencia docente y preparación relativamente prolongada (en general voluntaria) afín a los principios de la entonces nueva propuesta curricular.

Existen, sin embargo, elementos comunes en las concepciones de ambos grupos de profesores: la ponderación positiva del material manipulable, la vinculación con las actividades "cotidianas" y el que los niños «razonen». Lo primero puede interpretarse como un "punto de encuentro" entre dos pedagogías: la que preconiza que los niños deben transitar de lo concreto a lo abstracto para aprender matemáticas (noción sensual-empirista del aprendizaje), y la que sugiere el material como un recurso cuya manipulación libre colabora en la construcción de las soluciones, las relaciones y los conceptos por parte del niño (concepción "constructivista"). El razonamiento, según es expresado por los profesores, corresponde también a dos posturas epistemológicas: por una parte, razonar significa deducir, saber aplicar a una cierta situación las definiciones que se introdujeron previamente y, a la inversa, razonar significa manipular información para obtener informaciones nuevas, conclusiones (cf. Avila; 1996). Esta noción – en su doble vertiente - constituye también un elemento sustancial de las representaciones docentes, al igual que la vinculación con lo cotidiano la cual, sólo en contados casos se problematiza.

Puede suponerse, ante la alta estabilidad denotada en las respuestas de muchos profesores, que tales concepciones se traducen en una forma sistemática de actuar y tomar decisiones en clase; puede pensarse que es con base en tales concepciones que se fundan y orientan contratos didácticos y que se delimita la relación institucional con las matemáticas. Y si bien no considerar más que las variables relativas a los profesores sería una visión simplista de la causalidad de los fenómenos de la clase, es innegable su lugar privilegiado en el sistema didáctico y, por ende, su peso sobre la delimitación de la experiencia escolar con las matemáticas.

**E. Acerca de la evolución de las representaciones de los profesores**

Dije antes que algunos profesores muestran una alta estabilidad en sus representaciones y, por lo tanto, en su hacer docente. Otros, en cambio, parecen abiertos a la innovación. Diversos estudios apuntan a que un elemento importante que incide en una u otra condición es el tiempo en que la acción docente se ha orientado con base en unas ciertas representaciones. Parecería ser que, al constituirse el propio en un sistema que valida reiteradamente (auto-refiriéndose) las acciones, no se percibe como necesaria ninguna modificación en las mismas.

M. L. Peltier, (1996) analiza la posible evolución de las representaciones de los estudiantes para profesor en Francia durante su estancia en el Instituto de Formación de Profesores. Ella constata una estabilidad importante en las concepciones sobre las matemáticas a lo largo de los estudios, junto con una modificación en el vínculo afectivo con ellas. Las cuestiones pedagógicas parecen modificarse de manera más decidida "teóricamente" aunque, en los hechos, se observan dificultades importantes para transformar las concepciones de enseñanza que se tenían al inicio de la formación profesional y que, discursivamente han sido modificadas. En efecto, según el estudio de Peltier, al iniciar su preparación como docentes, la gran mayoría de los estudiantes comparte el modelo definido por Douady bajo la expresión «aprendo, aplico», el cual luego es discursivamente rechazado. Este rechazo no se observa en la misma medida durante las prácticas en los salones de clase.

La constatación de tal estabilidad (observada incluso en quienes aún no son profesores) plantea un problema a la incorporación de reformas educativas, particularmente si se trata de propuestas que implican alterar el nudo central de las representaciones que se forjan en la experiencia y que mayoritariamente parecen solidarias con la noción «aprendo,aplico». Es posible suponer que las representaciones, con el paso del tiempo y en la interacción cotidiana con los fenómenos de la clase, irán constituyéndose mediante un proceso en el que: las concepciones iniciales (incompletas o aun incoherentes) van a la vez que decantando e interpretando los hechos de la realidad, permitiendo buscar respuestas a tales hechos. Los resultados de las acciones así definidas constituirán a su vez el criterio que consolidará (valorados por la eficacia de la acción) algunos elementos de la representación y eliminará otros. Al paso del tiempo, las representaciones se habrán constituido y se habrán estabilizado. Será entonces cuando tales representaciones conformarán un sistema autoreferencial difícil de alterar.

Retomando desde esta perspectiva el estudio para el caso de México que antes cité. Pudimos constatar, la que en ese entonces denominamos "actitud abierta" y "actitud escéptica" ante los materiales curriculares introducidos en 1993 (Avila y cols; 1995; Avila y Cortina; 1996). En el primer caso, en el que los profesores hablaban de interés por incorporar como marco de la enseñanza de las matemáticas las directrices curriculares impregnadas de la filosofía constructivista (que se tradujo específicamente en una propuesta de aprendizaje a través de la resolución de problemas) se trataba, en general, de profesores jóvenes («profesores con representaciones menos estables acerca de las matemáticas, su aprendizaje y su enseñanza») o de profesores que habían asistido, voluntariamente, a cursos más o menos prolongados que los habían preparado en la "nueva filosofía" («profesores con un proceso de formación que permitió reestructurar uno de los elementos fundamentales del núcleo central de las representaciones: la concepción de aprendizaje»). Por otro lado, hipotetizo, tal cuestión resultó posible porque el tiempo en que sus representaciones previas habían sido validadas en la práctica no había sido prolongado en demasía.

El caso de los profesores «escépticos», por lo general, correspondía a profesores que tenían una amplia experiencia de enseñanza de las matemáticas. Tal postura puede interpretarse en términos de que el nudo central de sus representaciones (concepciones acerca del aprender y enseñar matemáticas) era altamente coherente y estable. Esta postura en términos de aprendizaje refería, o bien al sensual-empirismo, o bien a la noción de que las matemáticas se aprenden "razonando" y descubriendo. Y estos atributos habían permitido decantar el significado de las conductas de sus alumnos y dar respuestas a ellas durante muchos años. El sistema autoreferencial constituido había probado durante largo tiempo su eficacia.

En suma, en virtud del lugar privilegiado del docente en la relación didáctica, el análisis de sus representaciones resulta fundamental. Es el profesor quien define el curso de la acción en la clase; por supuesto, forma parte de un sistema abierto, condicionado no sólo por razones internas (vinculadas al saber a enseñar o a los alumnos) sino también por las expectativas de la *noósfera*, de los padres de familia por una parte y de la cultura escolar vigente por otra.

## III. EL OBJETO DE ESTUDIO

### 1. Contextualización

En los inicios de los años ochenta, la comunidad mexicana de investigadores educativos, expresó consciencia sobre la necesidad de diversificar las formas de acercamiento a los procesos de enseñanza y aprendizaje institucionales y los acontecimientos áulicos. A partir de entonces, el discurso educativo se diversificaría y pretendería eliminar reduccionismos definidos por modelos pedagógicos; igualmente, se puso de manifiesto el carácter prescriptivo de la pedagogía hasta entonces vigente. Una nueva corriente de investigación de orientación antropológica describiría «a-críticamente» la realidad escolar, orientándose al estudio de cuestiones como la práctica docente, las dimensiones formativas de dicha práctica o los usos escolares de la lengua escrita.

Sin embargo, el discurso de la diversidad y la a-criticidad que a partir de entonces marcaría muchos trabajos de investigación educativa no se trasladó al caso específico de la educación matemática. En este campo, la investigación se vinculó a los procesos cognitivos y a la prueba experimental de situaciones de aprendizaje y - acaso por no contarse con estudios sistemáticos en torno al acontecer cotidiano escolar - prevaleció el discurso que refiere a la práctica de enseñanza como tradicional, memorística o sin sentido; calificativos tales siguieron utilizándose para "describir" lo que en las aulas ocurría, incluso trabajos recientes mantienen esa postura. Adicionalmente, la reforma educativa de los años noventa - fiel a un esquema tradicional de introducción de las reformas en matemáticas – contribuiría a actualizar la idea de que la enseñanza dominante en las escuelas correspondía a los calificativos antes mencionados.[22] Y esto, a pesar de que en los hechos se sabía poco o casi nada sistemático acerca de lo que ocurria con las matemáticas en las aulas comunes.

No es mi postura hacer el planteamiento opuesto y reivindicar, sin más, lo que en la clase de matemáticas ocurre. Llamo sólo la atención sobre el hecho de que no se conoce con suficiencia, y que se requiere analizar desde una perspectiva no orientada por prejuicios, calificativos u oposiciones (tales como memoristico-significativo; actividad-pasividad; satisfacción-frustración) los sucesos que derivan de la interacción alrededor del saber matemático escolar. Hacer esto, implica incorporar formas y categorías de análisis que permitan conocer los fenómenos que se suceden en la escuela más allá de los prejuicios y los mitos. La vertiente "antropológica" de la didáctica de matemáticas proporciona elementos para

[22] En un trabajo realizado con la colaboración de Silvia García Peña con el objetivo de desentrañar la lógica de las reformas curriculares en matemáticas que tuvieron lugar a lo largo de este siglo en nuestro pais, pudimos constatar que un recurso reiterativo de justificación de cada nueva reforma es la alusión a la enseñanza memorítica y sin sentido que tiene lugar en las escuelas en el momento en que se decide construir la nueva propuesta curricular.

avanzar en tal sentido ya que dicha teorización posibilita el análisis de los hechos "sin tomar partido" a favor o en contra de ellos.

## 2. El sistema didáctico como ámbito del estudio

Un concepto básico en la teorización aquí adoptada es la de sistema didáctico. Este sistema, constituido por *el Maestro- los Alumnos- el Saber, y las interacciones que se dan entre ellos bajo una intención didáctica*, constituye el objeto y delimita el ámbito de nuestro análisis. Tal objeto implica recortes y define el sentido de lo que es posible y pertinente observar en las clases de matemáticas. En primer término, el acercamiento va más allá de la perspectiva psicológica con la cual se aborda el estudio del aprendizaje y las conceptualizaciones matemáticas por parte de los niños; el objeto de análisis son los procesos en los cuales participan sujetos entre quienes existe una relación definida institucionalmente. Esta relación – derivada de una intención de enseñar y aprender actualizada mediante la puesta en marcha de un contrato didáctico - se traduce en acciones de los alumnos y del profesor alrededor del saber y, sobre todo, en interacciones entre ellos. El interés es entonces conocer cómo la intencionalidad didáctica es traducida en acciones e interacciones alrededor de los objetos de enseñanza, cómo es que los niños son puestos en relación con dichos objetos y cómo es que esa relación discurre en el tiempo.

## 3. Elementos constitutivos del objeto de estudio

### A. El contrato didáctico como regulador de la relación didáctica

El funcionamiento del sistema didáctico obliga a referir a otro concepto: el de *contrato didáctico,* porque el contrato hace a los actores de la relación didáctica sujetos de presiones y restricciones provenientes de la situación escolar que orientan sus acciones, a la vez que determina internamente las reglas de la interacción que tiene como fin la transmisión del saber. Así, pues, resulta necesario preguntarse: ¿Qué contratos regulan las relaciones didácticas en las escuelas, qué obligaciones y derechos definen, qué relaciones con el saber determinan?

### B. El niño que deviene alumno por efecto de un contrato didáctico

Como resultado del contrato que celebran con su profesor, los alumnos devienen sujetos didácticos. A partir de entonces, subyacen dos lógicas en su acción: la del sujeto cognoscente y la del sujeto situado ante las expectativas del profesor. Nuestro análisis se centra en los sujetos didácticos y su condición en la escuela. Considerar al alumno (el sujeto de la relación didáctica) y no al niño como objeto de la investigación, tiene varias consecuencias. Por una parte, que se estudian no el aprendizaje ni los procesos cognitivos individuales sino sólo la parte de éstos que se traduce en acciones que se integran al curso de la clase. Estoy lejos de negar la existencia del sujeto cognoscente y su relación personal con los objetos de saber, pero conforme a la opción teórica elegida, es la relación con el saber, con el profesor y con los otros compañeros que se hace evidente en el momento que la relación didáctica se actualiza la que se analiza. Por ello me pregunto: ¿Cuál es la lógica didáctica que prevalece en los salones de clase?, ¿el sujeto didáctico prevalece por sobre el sujeto epistémico?, ¿las reformas curriculares sucesivamente incorporadas alguna repercusión sobre ello han tenido?, ¿a los contratos «no constructivistas» habrá que asociar, necesariamente, la primacía del sujeto didáctico por sobre el sujeto intelectual?, ¿con el aprendizaje mediante resolución de problemas, apareció en la clase el sujeto francamente epistémico?

**C. Las condiciones de producción de las respuestas postuladas muestra del aprendizaje.**

Esta tesis trata de los procesos que tienen lugar en la clase entre el momento en que el profesor introduce un nuevo contenido de saber y el momento en que – supone - el aprendizaje previsto se logró. Es decir, se estudia la relación didáctica entre dos momentos específicos: aquél en el que los alumnos ante un nuevo objeto de saber son puestos en condición de ignorantes y aquél en que su estado de ignorancia en relación con el objeto ha oficialmente terminado. Este último momento, en principio, es delimitado por la obtención de ciertas conductas o respuestas por parte de los alumnos que, para el profesor, testimonian que el aprendizaje previsto se logró.

Desde tal perspectiva, las respuestas son elemento nodal de la relación didáctica. En principio, todo profesor tiene como responsabilidad básica del contrato didáctico que celebra con sus alumnos, obtener de ellos ciertas conductas y respuestas como muestra de un cierto aprendizaje. Sólo en un contrato límite, en el que el profesor no asumiese ninguna responsabilidad en relación con el aprendizaje de sus alumnos (y su acción constituyese un simple monólogo), las respuestas no se harían necesarias en el curso de la clase (en este caso, las respuestas se tornarán necesarias en el momento en que la institución busque constatar los aprendizajes logrados). Pero la significación de las respuestas y las condiciones de su producción cambian de una clase a otra. También al interior de una misma clase. En ocasiones se producen respuestas cuyo punto de partida es la producción de un conocimiento. En ocasiones las respuestas llegan sin que se haya pasado por un conocimiento e incluso (en el límite) pueden producirse sin que haya detrás de ellas ningún aprendizaje. Por ello, las condiciones de producción de las respuestas – postuladas muestra de un aprendizaje - es parte del objeto de investigación.

Es necesario, sin embargo, hacer la siguiente aclaración: no se identifican intenciones y acciones didácticas con aprendizajes efectivos. Con un análisis de la relación didáctica no es posible derivar conclusiones acerca de los aprendizajes individuales de los alumnos. Sabemos (teóricamente) que ciertos contratos producen respuestas con una base importante de significación mientras que otros, generan respuestas sin producir necesariamente aprendizajes; no se identifican pues, *a priori*, las unas con los otros. Es posible aprender cosas que no se traducirán en respuestas, es posible dar respuestas sin que algún aprendizaje las sustente. Estas posibilidades son parte del objeto de estudio.

De lo anterior se desprende las siguientes interrogaciones: ¿Qué condiciones se ofrecen a los alumnos para proporcionar las respuestas postuladas muestra del aprendizaje? Y, ¿qué ocurre cuando las respuestas esperadas no llegan? Esto último conduce al análisis de los mecanismos y episodios re regulación del sistema.

**D. Los mecanismos de regulación del sistema didáctico.**

De acuerdo con la postura teórica asumida, un papel central del profesor es mantener el equilibrio de la relación didáctica y, para ello, cambiar de contratos e incluso de proyecto si esto es necesario. Es posible suponer que mientras el profesor obtenga de sus alumnos las respuestas que desea ver aparecer, considerará que su acción se ha mantenido en un equilibrio razonable (entre lo nuevo y lo viejo; entre la dificultad y la facilidad; entre la complejidad y la simplicidad, entre la incertidumbre y la certidumbre...).

Considerar la producción de respuestas aceptables como índice de equilibrio de la relación didáctica obliga a analizar no sólo los momentos en que ésta va por buen camino – cuando el tiempo didáctico avanza sin dificultad – sino también los momentos en que la ausencia de respuestas detiene el tiempo didáctico y el profesor se ve impelido a introducir mecanismos que impulsen su avance. Estos mecanismos, *a-priori*, serán de distinta naturaleza y estarán vinculados (entre otras cosas) a las representaciones de los profesores y a los métodos que éstos utilicen. Las respuestas pueden obtenerse en negociaciones <<a la baja>>, mediante el aumento de la certeza y la pérdida de significado; en otras ocasiones, probablemente, el herramental didáctico del que esté provisto el profesor permita el sostenimiento de la relación en ámbitos intelectuales, la ausencia de respuestas llevará a la aceptación de más responsabilidades ante los alumnos. ¿Qué condiciones obligan a lo uno o a lo otro?, ¿los mecanismos que buscan mantener el equilibrio didáctico cuando las respuestas no llegan modifican radicalmente los términos de la relación establecida?, de ser así, ¿esa modificación implica, en los hechos, que el profesor asuma mayores responsabilidades frente a los alumnos?

**E. Contratos, contratos habituales y cláusulas invariantes en el tiempo**

Conforme a la teoría brousseauniana, el contrato didáctico es específico de una situación, es «perecedero». Ante una nueva situación habrá de celebrarse un nuevo contrato, de tal suerte que a la progresión didáctica corresponderá una sucesión de contratos.

Es pretensión de esta tesis indagar si en los contratos sucesivos que se observan en las clases de matemáticas - y que en principio responderían a la introducción de contenidos de saber de distinta naturaleza, a los distintos momento de la progresión didáctica, o a las necesidades de regulación – hay alguno predominante, o si se conservan cláusulas invariantes entre los contratos sucesivos constituyéndose así, una suerte de contrato habitual que referiría a una cierta estabilidad en la clase en el tiempo y a la experiencia que ahí se delimita. Se hace necesario entonces analizar lo específico, lo local: ¿qué ocurrió en esta clase, en este día, con este objeto de enseñanza? e igualmente necesario es preguntarse: ¿es que un cierto contrato se repite cada vez que la incorporación de un nuevo objeto de saber tiene lugar?, ¿es que en los distintos contratos que se celebran hay cláusulas invariantes?, ¿cuáles son las condiciones que llevan a celebrar contratos diferentes o las que permiten su ruptura?, ¿es que hay contratos que devienen habituales y que permitieran suponer una cierta estabilidad en la clase?

**F. Las representaciones docentes y su vínculo con los contratos celebrados**

En virtud del «contrato original», el profesor no sólo es el que sabe, sino el que saber primero. Los alumnos pueden (y deben) dominar el pasado, pero sólo el profesor conoce el futuro. Por eso, en el contrato que en una clase específica se celebre, y en las cláusulas que se mantengan invariantes en el tiempo, un elemento es fundamental: las representaciones que sobre las matemáticas, su enseñanza y su aprendizaje tiene el profesor. En efecto, al menos teóricamente, en el conjunto de elementos que constituyen las representaciones descansa la forma en que se distribuyen la responsabilidad, los derechos y las obligaciones, la forma en que se establece y regula la relación con el saber, así como las formas en que se conserva el equilibrio de la relación y se empuja el tiempo didáctico.

No postulo una relación causa-efecto entre las representaciones de los profesores y sus acciones de enseñanza ni pretendo limitar a ello la causalidad de los fenómenos en la clase. Sí sostengo, sin embargo, que las representaciones docentes devienen importantes en el análisis de los eventos que en tal espacio se suceden porque constituyen el horizonte desde el cual quienes tienen un lugar de privilegio en la relación didáctica interpretan y decantan la realidad de la clase y piensan y definen su práctica. En otras palabras, las representaciones de los profesores delimitan lo «oficialmente posible» en la clase. Por ello es esencial preguntarse:

- ¿Qué representaciones acerca de las matemáticas y su enseñanza guían la acción didáctica de los profesores?
- ¿Qué relación tienen las representaciones de los profesores con las cláusulas invariantes en los contratos que se celebran en las escuelas?
- ¿Cuáles son las fuentes que nutren tales representaciones?
- ¿En qué medida las representaciones de los profesores han sufrido alteraciones con el ingreso de las sucesivas reformas curriculares?
- ¿Qué condiciones posibilitan modificaciones y reestructuraciones profundas,

de las representaciones?

**G. La distancia, necesaria, entre las propuestas oficiales y la experiencia matemática escolar**

Los profesores sustentan su acción en una cierta forma de concebir los fenómenos asociados al aprendizaje y la enseñanza del saber que constituye el motivo de la relación didáctica. La aceptación de tal afirmación permite postular como necesaria la distancia entre el *texto de saber* presentado oficialmente y la forma específica que toma éste en la clase. Diversos autores han identificado el sensual empirismo con la epistemología que sustenta los contratos habituales que regulan la enseñanza de las matemáticas. Tal epistemología constituía también fundamento de viejas propuestas oficiales. Empero, con el ingreso de la «matemática moderna» en las escuelas, se introdujeron nuevas formas de concebir el conocimiento matemático y nuevas formas de poner a los niños en relación con él. Posteriormente, la reforma de los años noventa, introduciría elementos portadores de modificaciones más radicales en relación con las formas de comunicación del saber; conforme a esta nueva transposición, los objetos de saber tomarían, en principio, la forma de problemas a resolver.

La posible adopción de los principios introducidos sucesivamente con las distintas reformas o la distancia entre ellos y el hacer cotidiano en las aulas es, finalmente, uno de los aspectos constitutivos de nuestro objeto de estudio. Específicamente me pregunto:

- ¿Qué recortes sufren los objetos de enseñanza propuestos en las directrices oficiales para poner a los alumnos en relación con los objetos de saber?
- ¿Las relaciones didácticas promovidas oficialmente tienen lugar en la clase?
- ¿Hay formas de enseñar y objetos de enseñanza que se mantienen inalterados, a pesar del paso de las distintas reformas?

En síntesis, es con base en la perspectiva hasta aquí expuesta y el conjunto de interrogantes planteadas que he "mirado" la experiencia matemática escolar y que daré cuenta de ella a lo largo de este escrito.

# IV. ESTRATEGIA METODOLÓGICA

## 1. LA RECOLECCIÓN DE LOS DATOS

La escritura de esta tesis está basada en datos recabados en escuelas primarias de la zona metropolitana de la ciudad de México mediante dos estrategias complementarias:

a) la observación de clases

b) la entrevista a profundidad a los profesores de los grupos a quienes observamos trabajar

Ambas estrategias se pusieron en marcha durante un período de tiempo bastante prolongado. Las primeras observaciones (y entrevistas) fueron realizadas por períodos cortos entre el año de 1988 y 1991. Un segundo período de observaciones (y entrevistas) fue realizado entre 1994 y 1997. Entre ambos períodos medió la formulación e instrumentación de una reforma curricular en matemáticas. En la etapa previa a dicha reforma, los grupos observados correspondieron al tercero, quinto y sexto grados. En la segunda etapa se observaron grupos de primero, tercero, cuarto y quinto grados. En promedio, se cuenta con seis registros de clase en cada uno de los grupos así como con una entrevista al profesor. En total, se analiza el trabajo realizado en 11 grupos escolares pertenecientes a escuelas públicas con características variadas: escuelas ubicadas en zonas desfavorecidas y con escaso prestigio académico, en zonas de clase media y con prestigio académico también medio, escuelas de prestigio académico reconocido. Todas ellas, sin embargo, con una organización escolar común, es decir, ninguna era una escuela "piloto", o "activa", o se distinguía por la aplicación de alguna pedagogía no preconizada oficialmente.

Los grupos observados eran atendidos por profesores cuyo perfil profesional se sintetiza en el cuadro 1 (inserto al final del apartado).

Respecto a ambas estrategias de recolección conviene hacer algunas precisiones:

El acceso a las diferentes escuelas se hizo mediante contactos de tipo personal, no mediaron nunca en ello órdenes o sugerencias de autoridades educativas. En siete de los 11 grupos observados realicé personalmente las observaciones. Las correspondientes a los grupos restantes fueron realizadas bajo mi supervisión por colegas o colaboradores. En todos los casos, en el primer contacto con los profesores, la solicitud planteada era permitirnos observar el trabajo "tal y como se realiza todos los días".

Las observaciones se realizaron de manera abierta, es decir, sin delimitar de antemano las cuestiones que interesaba registrar[23]. Todas las clases fueron audiograbadas y después transcritas textualmente. Los actos no verbales que se sucedían en ellas fueron registrados manualmente e integrados al texto derivado de la grabación. El archivo formado por tales transcripciones constituye nuestra base de datos.

Las entrevistas «a profundidad» tenian por objetivo hacer que afloraran y se expresaran las concepciones de los sujetos (los profesores), tal como lo plantea Díaz Barriga (cf. Díaz Barriga; 1995) y como nosotros lo implementamos en trabajos que antes he citado (Avila y cols; 1995; Avila y Cortina; 1996; Avila; 1996). Las entrevistas también fueron audiograbadas y después transcritas textualmente. En general, cada entrevista duró entre 30 minutos y una hora.

El análisis de los acontecimientos está orientado por el conjunto de interrogantes planteadas en el inciso precedente. Los ejes específicos utilizados en el análisis fueron la resultante de una interacción entre dos lecturas: la de los datos recolectados y la de los escritos producidos en la didáctica de matemáticas francesa. En general, a cada uno de los registros de clase <<les plantee>> las mismas interrogaciones. Empero, es pertinente mencionar que hay variantes en el análisis de los distintos grupos ya que los fenómenos ahí observados – al ser distintos - daban lugar a análisis diferenciados. Sólo por poner un caso: si bien resultaba factible utilizar la categoría relación inicial con el saber en todos los grupos observados, de la naturaleza de esta relación inicial derivaban cuestiones diversas dependiendo de si dicha relación tenía lugar mediante la devolución de la responsabilidad o mediante una introducción ostensiva por parte del profesor.

## 2. LOS ALUMNOS OBSERVADOS

Otros investigadores han observado que: Se observa particularmente a los alumnos que los maestros nos muestran. Hay protagonistas "héroes principales" y hay niños que no son jamás llamados a actuar en el papel de héroes. (cf. Mercier; 1997; 261). Así, no es posible dar cuenta específica de las formas y actividades de todos los alumnos sino sólo las de algunos de ellos, los que hacen públicos sus estrategias y razonamientos: cuando pasan al pizarrón, cuando responden a solicitud del profesor, cuando justifican sus respuestas, o cuando participan espontánea, pero públicamente en la clase. Hay alumnos que no pueden manifestar públicamente su relación personal con los objetos de enseñanza ni la evolución de ésta (Mercier; 1997; 263) porque no son nunca llamados a hacerlo por los profesores. Sobre esos, además de testimoniar su silencio, decimos poco en esta tesis.

[23] Sé las implicaciones de la frase observar "de manera abierta", pero con tal expresión me refiero simplemente al hecho de que no se observó sobre la base de alguna guía elaborada con antelación.

En algunos grupos, con algunos profesores, fue posible «ver» a muchos alumnos, en otros a muy pocos o un aspecto muy limitado de su actividad, ya que las exigencias institucionales en relación con los objetos de saber eran igualmente restringidas.

## 3. PLANOS DE LA RECUPERACIÓN Y EL ANÁLISIS DE LOS DATOS

R. Sirota define el ámbito de comunicación en la clase en dos niveles: *red principal* y *red paralela*. Denomina *red principal* la que es promovida por el profesor, en la que éste participa (Sirota; 1988 cit. por Sarrazy; 1996). *La red paralela*, en cambio, abarca el conjunto de comunicaciones que se dan al margen de aquél. Las comunicaciones que ocurren en este segundo ámbito pueden tener distintos estatutos (autorizados, institucionalizados, desautorizados, etc.) pero la característica que las define es su realización al margen del profesor. Dichas comunicaciones tienen también en común que no son utilizadas directamente por el profesor con fines de formulación o tendientes a la institucionalización (cf. Sarrazy; 1996; 458).

Para el análisis de los datos, ajustaré la clasificación de su procedencia elaborada por Sirota porque, en mi opinión, de acuerdo con cierto tipo de contratos, la devolución de la tarea (la incorporación de tiempos a-didácticos) hace que un número importante de las acciones en clase se desarrollen al margen del profesor. Esto, empero, no les da carácter «clandestino»[24]; en este tipo de contratos, la comunicación y acción al margen del maestro es «legal», deriva de las reglas contractuales.

Así pues, a mi entender, habrá que distinguir entre las acciones oficialmente autorizadas en la clase, las acciones «contractuales» y aquéllas que se realizan fuera de contrato, es decir, las que podemos denominar «no contractuales» y que merecerían el adjetivo de «clandestinas» porque no son promovidas ni autorizadas por el profesor. Revisando pues la categorización de Sirota, haré una diferenciación entre tres ámbitos de comunicación (y acción):

a) las que se realizan con la participación directa del profesor (red primaria);
b) las que se realizan en el seno del contrato didáctico aunque no participe directamente en ellas el profesor, como son las discusiones y elaboraciones en los tiempos a-didácticos o el trabajo en pequeños grupos (red secundaria);
c) las que se realizan al margen de las reglas del contrato (conservo el nombre de *red paralela* para referirme a ellas). Recuperando los términos de Sarrazy, estas últimas acciones podrían definirse como acciones «clandestinas», porque no han sido promovidas ni siquiera autorizadas por el profesor. Tales acciones y comunicaciones, además, no tienen convergencia oficial con la

[24] Sarrazy utiliza este adjetivo para referirse a las validaciones que se dan en la red secundaria de comunicación, adjetivo que utiliza para destacar el hecho de que no se realizan frente al profesor. (cf. Sarrazy; 1996).

acciones docentes.

Es pertinente finalmente señalar, que en la mayor parte de las clases analizadas lo medular del análisis corresponde a las acciones y comunicaciones realizadas en la red primaria y luego las realizadas en la red secundaria. Finalmente, las acciones realizadas en la red paralela, son escasamente analizadas. La razón principal de esto parece obvia: en las clases más «clásicas», en las que los intercambios al margen del profesor están en los hechos proscritos y el trabajo se realiza en silencio y de forma individual, es escasa la acción independiente de los niños, o dicho más exactamente, ésta es poco visible. Por ejemplo, los intercambios (que sí los hay) son en general furtivos y por lo tanto imperceptibles en su contenido para el observador; las estrategias alternativas de solución, al ser también desautorizadas, en general no se traducen en verbalizaciones o en producciones escritas. Las veces que esto último ocurre, su realización se conserva en el ámbito privado de quién las produce.

Así, en las clases donde el curso de los acontecimientos está bajo control permanente del profesor, y donde oficialmente no se promueve sino una sola relación con el saber, sólo eventualmente es tomado para el análisis lo que ocurre al margen del docente; esto se hace con distintos fines, por ejemplo para contrastar las expectativas o supuestos del profesor con lo que ocurre efectivamente entre los alumnos y el saber en juego; para analizar la relación entre el tiempo de enseñanza y el tiempo de aprendizaje, entre los principales.

## 4. EL *CORPUS* DE DATOS

Varios criterios definieron recortes a la recuperación de lo ocurrido en las clases y registrado en nuestros protocolos. Uno de ellos es la economía en la exposición. Sería absurdo presentar los registros de clase *in extenso*, así como los registros de todas las clases observadas. Se hizo pues, a partir de los registros, una selección y un recorte de los datos en los niveles y sentidos que explico a continuación.

1. En primer término, no todos los grupos observados son analizados en el escrito. No se trataba de mostrar, uno a uno todos los casos registrados. No es exageración decir que contaba con miles de páginas de registros. Un criterio de selección se volvía entonces esencial porque si no: ¿con base en qué podría decirse que era posible parar, o que la muestra que analizaba era suficiente, o representativa» de lo observado? Un criterio resultó útil para hacer esta primera selección: ¿Cuál es, *grosso modo* el contrato habitual o los contratos que los profesores celebran con su grupo?, ¿Que un contrato era similar en lo sustancial a otro u otros celebrados en otros grupos y los registros no ofrecían suficientes elementos adicionales dignos de analizarse? Entonces, elegí a un único profesor y un único grupo para mostrar la naturaleza de la interacción con base en tal tipo de contrato. En sentido inverso: ¿que en un

cierto grupo registraba interacciones e intenciones didácticas diferentes?, entonces lo conservé para el análisis. Así, pues, el criterio «contrato(s) didáctico(s) celebrado(s)» se constituyó en el primero para seleccionar, a partir de los registros, los casos que se analizarían.

A este respecto conviene hacer una aclaración porque, como se verá adelante, la afirmación anterior resulta incompleta. No postulo que un profesor mantenga siempre un mismo contrato. Tampoco que las formas de relación didáctica que se analizan a lo largo de esta tesis agoten las posibilidades de enseñar y aprender matemáticas en la escuela. Los horizontes de la mismas serán discutidos a lo largo de los apartados y serán especialmente retomados en las conclusiones.

Ahora bien, un segundo criterio para la selección de los datos es el que se describe a continuación y que refiere a la cantidad de sesiones de clase retenidas para el análisis que se presenta *in extenso*.

2. En el caso de algunos grupos, sólo se presenta en detalle el análisis de un registro de clase. En otros casos, en cambio, se presentan detalladamente dos o más registros, o al menos algunos fragmentos de éstos. La diferencia en número obedece a cambios de contrato relevantes en el grupo de referencia. Es decir, en los grupos en que se mantenía un contrato similar independientemente de la introducción de un nuevo objeto de saber, sólo se presenta un registro de manera detallada. En el caso en que los distintos contenidos daban lugar a contratos diferentes, o a mecanismos de regulación también diferentes, se expone con detalle el análisis de las clases a las que corresponden los cambios de contrato, o se insertan los episodios que destacan por la ruptura, la búsqueda de equilibrios, o los efectos producidos.

   Es importante de nuevo hacer aquí una precisión. El hecho de que no se exponga con detalle el análisis de las distintas sesiones de clase no debe entenderse como que éste no se haya realizado. La decisión de la eliminación *in extenso* de los registros en el escrito fue posterior al análisis y resultado de éste. Al final de cada caso se inserta un cuadro con una síntesis de la actividad realizada en todas las sesiones (este cuadro permitirá constatar, si bien en términos toscos, la actividad realizada en el conjunto de las sesiones que observamos). Esta es pues la segunda reducción.

3. Se realizó otro tipo de reducción de los registros cuyo análisis se presenta detalladamente. En primer término, algunos pasajes de clase han sido eliminados; cuando esto ocurre, el pasaje se sustituye por la descripción del mismo en unas cuantas frases. Tal eliminación se debe, o bien a que un cierto pasaje es reiterativo de otro presentado previamente o bien a que al constituir un episodio de ejercitación o resolución individual, éste no ofrece interacciones que valiera la pena analizar con profundidad. En segundo término, se practicó otro género de reducción a los registros seleccionados: los pasajes en que el

discurso se presenta textualmente, en ocasiones se reduce de tal forma que permita conservar exclusivamente el discurso «matemático» (el directamente relacionado con el saber matemático). En los casos en que este recorte ocurre, se señala utilizando puntos suspensivos entre paréntesis: (...). En seguida se presenta un ejemplo de las reducciones operadas sobre nuestros registros:

> La maestra entra con unas cajas y las pone sobre su escritorio. Algunos niños se acercan porque quieren ver su contenido.
> Mta: ¡Es lo de la cooperativa!
> No: ¡Maestra, nosotros vamos por lo demás!
> Mta: Van a ir César y David. Los demás, ya guardan silencio.
> César y David se acercan a la maestra.
> Mta: (les da unas llaves y les dice) Traen los vasos, los de unicel, las servilletas y el pan, todo lo que está en el asiento, también el bote con el dinero.
> César: ¡El bote también lo dejó en el asiento?
> Mta: No, ese ya sabes dónde está.
> (Salen César y David; los demás, un poco desilusionados vuelven a su lugar)
> Mta: vamos a sacar el libro de matemáticas donde nos quedamos ayer.
> La mayoría de los niños sacan su libro y lápiz rápidamente, lo abren en la página 44 y esperan las instrucciones de la maestra.
> César y David vuelven con las cosas que les pidió la maestra; cuando ellos regresan sale otro grupo de niños para llevarle al maestro que le toca la venta de la cooperativa durante la semana, los dulces que se venderán en el recreo.
> Mta: Mira, Mariana, llévale a la maestra Lupita (le da un calendario para que se lo entregue);
> Mariana sale a dejar el calendario y vuelve unos segundos después.
> Mta: Bien, nos quedamos en la página 44. Dice: *Oiga, Don Chava*, ¿Quién es don Chava?
> Ns: El señor de la tienda
> Mta: El señor de la tienda, ¿y a qué fueron los niños a la tienda?
> Ns: A comprar la cal...
> Mta: A comprar la cal. Pásate (le dice a un muchacho que se para en la puerta)
> Muchacho: Buenos días (entra y le entrega un paquete a una de las alumnas).
> Mta: Le dijo buenos días el...
> Ns: Buenos días
> Mta: ¿Quieres cafecito? (dirigiéndose a la observadora, la observadora responde que no). Tú eres el hermano de Nancy, ¿verdad? (dirigiéndose al muchacho) Nancy se ha vuelto muy platicona, ahí la acusas con tu mamá... (el muchacho responde que sí a al profesora y sale del salón). Bueno, entonces los niños habían ido a comprar la cal, el mecate, ¿verdad?
> No: Sí
> Mta: ¿Qué iban a pintar? Ya se me olvidó
> Ns: la cancha
> Mta: ¿La cancha de qué?
> Ns: De futbol
> Mta: Oiga, don Chava, ¿por qué no mejor utiliza esta báscula nueva? Ahí la vemos (en la ilustración). *Don Chava sin desatender su labor le contestó al niño:* (continúa la lectura del texto).

Hasta aquí el registro "amplio". En seguida, el registro "reducido".

La maestra trae cajas con productos para la cooperativa y las deja sobre su escritorio; pide a dos niños ir a su coche a traer otros productos. Los niños salen y da inicio la clase.

Mta: vamos a sacar el libro de matemáticas donde nos quedamos ayer.

La mayoría de los niños sacan su libro y su lápiz rápidamente, lo abren en la página 44 y esperan las instrucciones de la maestra.

~~César y el otro niño vuelven con las cosas que les pidió la maestra; cuando ellos regresan sale otro grupo de niños para llevarle al maestro que le toca la venta de la cooperativa durante la semana, los dulces que se venderán el día de hoy.~~

~~Mta: Mira, Mariana, llévale a la maestra Lupita (le da un calendario para que se lo entregue);~~
~~Mariana sale a dejar el calendario y vuelve unos segundos después.~~

Mta: **(...)** Bien, nos quedamos en la página 44. Dice: *Oiga, Don Chava*, ¿Quién es don Chava?
Ns: El señor de la tienda
Mta: El señor de la tienda, ¿y a qué fueron los niños a la tienda?
Ns: A comprar la cal...
Mta: A comprar la cal~~. Pásate (le dice a un muchacho que se para en la puerta)~~
~~Muchacho: Buenos días (entra y le entrega un paquete a una de las alumnas).~~
~~Mta: Le dijo buenos días el...~~
~~Ns: Buenos días~~
~~Mta: ¿Quieres cafecito? (dirigiéndose a la observadora, la observadora responde que no). Tú eres el hermano de Nancy, ¿verdad? (dirigiéndose al muchacho) Nancy se ha vuelto muy platicona, ahí la acusas con tu mamá... (el muchacho responde que sí a al profesora y sale del salón).~~ **(...)** Bueno, entonces los niños habían ido a comprar la cal, el mecate, ¿verdad?
No: Sí
Mta: ¿Qué iban a pintar? Ya se me olvidó
Ns: la cancha
Mta: ¿La cancha de qué?
Ns: De futbol
Mta: *Oiga, don Chava, ¿por qué no mejor utiliza esta báscula nueva*? Ahí la vemos (en la ilustración). *Don Chava sin desatender su labor le contestó al niño:* (continúa la lectura del texto, mediando las preguntas de la profesora sobre su contenido).

Esta última forma de reducción se realizó porque, como lo han señalado otros investigadores (p. ej. S. Nadot (1997*))* y como aquí vemos, la gestión de la actividad matemática estricta está fundida con otra más global del grupo escolar que trata de llamados a la disciplina, a la organización de actividades no académicas, a la cooperación de diversos tipos con la escuela, entre otras. Nadot (1997) encuentra que menos de la mitad del discurso público en el aula durante las clases de matemáticas es estrictamente matemático. No realicé un análisis cuantitativo en tal sentido (no era el objetivo de este escrito) pero es posible afirmar que, prácticamente todas las clases que observamos son interrumpidas en su desarrollo con cuestiones de diferente orden: llamados a la disciplina o asuntos organizativos por parte del profesor; entrada de otros profesores, vendedores, cobradores, padres de familia, mensajeros, conserjes, fotógrafos, etcétera. En general, estas personas vienen al salón de clases a tratar asuntos vinculados con los niños y su condición de alumnos, otras veces (las menos) los asuntos son de carácter personal de los profesores. De todo ello, sólo se conserva lo que contribuye a explicar alguna cláusula de los contratos celebrados.

Entre los elementos distintos de la comunicación oral retenidos para el análisis, se encuentran también los escritos matemáticos que son públicos, es decir, los que se anotan en el pizarrón, así como los ejercicios o tareas sugeridas a los niños para realizar en su cuaderno o en su libro y los actos no verbales tales como movimientos, actitudes o actividades manipulativas (por parte del maestro y de los niños).

En los casos en que esto fue posible (no fue el acuerdo inicial con los profesores), se coleccionaron los trabajos de los niños o se registraron las calificaciones anotadas por el profesor en los cuadernos después de la revisión de los trabajos. .

## 5. MOMENTOS DE LAS CLASES QUE FUERON OBSERVADOS

En apartados precedentes mencioné que nuestro análisis se delimita mediante dos momentos: aquél en el que un nuevo objeto de saber es incorporado y aquél en el que el profesor ha obtenido las respuestas que considera prueba del aprendizaje en relación con dicho contenido. En general, las investigaciones sustentadas en la observación de clases seleccionan para el análisis sólo momentos críticos (cf. por ejemplo el texto que incluye los trabajos de Nadot, Mercier, Schubauer Leoni y otros; 1997); otros seleccionan sólo el momento de apertura o de cierre de la clase (cf. Por ejemplo Sarrazy; 1996); algunos más han seleccionado los mecanismos de regulación que llevan a cambio de contrato (cf. Comiti y Grenier; 1997); otros no exponen al lector la forma o los criterios con los cuales los momentos analizados fueron seleccionados (me parece que en general esta es la postura de los trabajos basados en la tradición etnográfica cuyos reportes es frecuente que tomen la forma de ensayos y no ofrezcan explicaciones específicas sobre el método de recolección y análisis de los datos). Resultaba importante, de acuerdo con el objetivo de esta tesis (dar cuenta de la experiencia matemática en la escuela primaria) sustentar el análisis y luego las conclusiones, en <<todos>> los acontecimientos oficiales tendientes a enseñar y aprender matemáticas sucedidos en los salones de clases: sus momentos brillantes, sus momentos críticos, también sus momentos rutinarios, así como la forma en que la interacción y la relación con el saber a enseñar evoluciona, o los mecanismos de regulación que permiten que el tiempo didáctico avance. Tal decisión porque todo ello constituye, en conjunto, la experiencia matemática que se vive en el salón de clases, y ésta no está constituida sólo por momentos críticos o por momentos brillantes. La experiencia matemática refiere a un proceso - a veces largo, a veces breve, a veces estimulante, a veces limitante e incluso frustrante- que media entre el momento en que el profesor introduce un nuevo objeto de saber y son obtenidas las respuestas que, supone, son prueba del aprendizaje buscado. Y el proceso se reitera cada vez que un nuevo contenido de saber es introducido; en esa reiteración, algunas condiciones cambian, otras permanecen invariantes, todas juntas constituyen la experiencia matemática escolar que viven alumnos y maestros.

Así pues, las conclusiones que sostengo en torno a los contratos didácticos, la relación con el saber y los mecanismos de regulación, se sustentan en el conjunto de la actividad observada y no sólo en los momentos críticos o brillantes, tampoco en una selección *ad hoc* de los mismos. Los cuadros que sintetizan la actividad de cada uno de los grupos, conviene finalmente destacar, constituyen también un recurso que obliga a una cierta prudencia en el análisis y que permite confrontar permanentemente la veracidad de las afirmaciones y la validez de las conclusiones.

## 6. PRECISIONES SOBRE LOS GRUPOS OBSERVADOS Y EL PERÍODO DE RECOLECCIÓN DE DATOS

### A. En el período correspondiente a la «Matemática Moderna»

La información con base en la cual se sustenta el análisis del período que he titulado *La matemática moderna como saber a enseñar* corresponde a grupos de tercero, quinto y sexto grados de educación primaria. En todos los casos, las observaciones se realizaron en escuelas públicas en dos períodos distintos del ciclo escolar, cada uno de los cuales era de aproximadamente una semana de observación. El perfil académico y profesional de los profesores observados (como se anotó en el cuadro 1) es diverso: va desde una profesora recién egresada de la Escuela Normal, hasta profesores bastante experimentados o con especialidad en enseñanza de las matemáticas.

Las observaciones fueron realizadas en los ciclos escolares 1988 - 1989, 1989-1990 y 1990 - 1991. En esa época, es obvio que la novedad de la reforma, así como la presión oficial por que ésta se aplicase, se habia desvanecido; los materiales llevaban ya 15 años en las escuelas y se habían vuelto viejos conocidos.

### *B.* En el período correspondiente a La resolución de problemas como *texto del saber*

Los datos correspondientes a este período, se levantaron también en escuelas públicas, algunas de ellas con prestigio académico medio, otras de prestigio alto y algunas más que pueden considerarse desfavorecidas. Los profesores tienen también distinto perfil académico y experiencia docente más o menos prolongada (véase cuadro 1). En la mayor parte de los casos analizados en este período, estuvimos en las escuelas sólo durante una semana.

### C. Notaciones utilizadas en los registros de clase

Finalmente, conviene aclarar algunas notaciones utilizadas para simplificar el registro de los acontecimientos que se sucedían en las clases:

<table>
<tr><td>></td><td>Significa que el profesor o profesora lanza la pregunta a un alumno en particular, aunque sin expresar el nombre del niño de que se trate.</td></tr>
<tr><td><</td><td>Significa que la pregunta ha sido lanzada a todo el grupo.</td></tr>
<tr><td>//</td><td>Significa que el tono utilizado por el profesor o profesora indica a los niños que deben completar la frase.</td></tr>
<tr><td>|</td><td>Significa dos o más respuestas dadas al mismo tiempo; por ejemplo<br>Ns: ¡Sí!|¡No!, significa que, unísonamente, unos responden sí y otros no.</td></tr>
<tr><td>No1, No2,</td><td>Se utiliza cuando resulta conveniente (y posible) identificar a alumnos específicos.</td></tr>
<tr><td>Cursivas</td><td>Significa que el parlamento corresponde a la lectura de un texto.</td></tr>
</table>

**Cuadro 1. Características profesionales de los profesores de los grupos observados**

| Nombre (supuesto) del profesor | Años de servicio | Estudios realizados | Tipo de escuela en que se observó trabajar |
|---|---|---|---|
| Manuel | 20 | Normal sin antecedente de bachillerato | Ubicada en zona "tradicional" del D.F. |
| Daniel | 28 | Normal sin antecedente de bachillerato. Normal Superior en Matemáticas | Ubicada en zona desfavorecida. Prestigio académico alto |
| Clara | 30 | Normal | Ubicada en zona desfavorecida. Prestigio académico alto. |
| Patricia | 6 | Normal sin antecedente de bachillerato. Cursos sabatinos (voluntarios) de educación matemática | Ubicada en zona favorecida. Prestigio académico alto. |
| Noemí | 16 | Normal sin antecedente de bachillerato. Arte dramático. | Ubicada en zona de nivel medio. |
| Raquel | 20 | Normal con nivel técnico | Ubicada en zona de nivel medio. Prestigio académico alto |
| Elvira | 25 | Normal con nivel técnico | Ubicada en zona de nivel medio. |
| Lilia | 25 | Normal sin antecedente del bachillerato. Curso "La enseñanza de las matemáticas en la Ed. Primaria" | Ubicada en zona de nivel medio. |
| Alfredo | 3 | Normal con nivel de licenciatura. Cursando una maestría en computación educativa | Ubicada en zona desfavorecida. |
| Azucena | 4 | Normal con nivel de licenciatura. | Ubicada en zona de nivel medio. |
| María | 1 | Normal con nivel de licenciatura. | Ubicada en zona desfavorecida. |

ESTA TESIS NO SALE
DE LA BIBLIOTECA

# LA MATEMÁTICA MODERNA COMO *SABER A ENSEÑAR*

# *I. EL ENTORNO INTERNACIONAL*

## 1. EL SURGIMIENTO DE LA «NUEVA MATEMÁTICA»

A partir de 1972 y hasta julio de 1993, la enseñanza de las matemáticas elementales en México tuvo como marco oficial los programas y textos redactados a la luz de la llamada «Matemática Moderna»[1]. Dicha corriente, que llegara a nuestro país como oleada de un pensamiento internacional – y ciertamente cuando era ya cuestionada en los países que la impulsaron - constituye el marco pedagógico <<legal>> de los contratos didácticos y las relaciones con el saber que se analizan en este apartado.

Repetidas fuentes señalan el nacimiento de tal corriente como respuesta al lanzamiento del Sputnik, cohete que llevara en 1957 a los soviéticos al espacio (cf. p. ej. Kline;1976; Dienes; *1976*). Jossette Adda considera el hecho más bien la gota que derramó el vaso en la acumulación de reproches a la enseñanza de las ciencias (cf. Adda; 1981; 29) pues, por ejemplo en Estados Unidos, algunos grupos habían iniciado ya la discusión y la reorientación de la enseñanza de las matemáticas, pero fue tal acontecimiento el que convenció al gobierno y al país de que Estados Unidos estaba por detrás de los rusos desde el punto de vista de las matemáticas y la ciencia y tuvo el efecto de aflojar la bolsa de los organismos gubernamentales y de las fundaciones. Puede que fuese una coincidencia, pero en ese momento muchos otros grupos decidieron participar en la elaboración de un nuevo plan (de enseñanza de las matemáticas) (Kline; 1976; 22).

«Gota» o causa, la conquista del espacio lograda por los rusos provocó un desafío en la sociedad occidental que, a decir de los enterados, «enseñaba las matemáticas anteriores al siglo XIX». Se percibía por lo tanto como necesario revisar lo que a todas luces no estaba funcionando: la educación científica de los niños y de los jóvenes. Ahora parecía obligado enseñar desde los cursos elementales las matemáticas que permitiesen formar otro tipo de alumnos: alumnos que contasen con conocimientos adecuados para actuar en un mundo moderno. Z. P. Dienes, quien fuera un personaje destacado en la conformación de dicha corriente, lo dijo de la siguiente manera:

> La enseñanza de las matemáticas que se imparte en las escuelas parece ahora en plena fermentación. Todos los países del mundo resienten una escasez de científicos, de técnicos y de otros especialistas cuyo papel es hacer progresar la civilización técnica. El cuello de botella se encuentra, incuestionablemente, en el nivel de la educación de los jóvenes. *Todas las aptitudes científicas y técnicas descansan sobre la aptitud para manejar estructuras matemáticas; y, entre los jóvenes, son demasiados los que ignoran hasta la existencia de esas estructuras.* (Dienes; 1965; 7). (El subrayado es mío).

[1] Con la expresión «matemática moderna» me refiero a un movimiento pedagógico y cultural y no a matemática alguna.

Buscando los remedios para tal situación, en distintos centros experimentales se trabajó con una idea básica: "[...] Se buscó sustituir la adquisición tradicional de reglas aprendidas de memoria,. por la exploración de estructuras matemáticas fundamentales; y se descubría que tal exploración, a pesar de sus riesgos y sus dificultades, entusiasma a los niños en lugar de desanimarlos" (Dienes; 1965; 7). Y en diversos paises se desarrollaban investigaciones experimentales con esa tendencia. En Estados Unidos, la American Mathematical Society decidió en 1958 crear un nuevo grupo (*el School Mathematics Study Group)* y aplicar todos sus esfuerzos a la redacción de un plan para la enseñanza secundaria (cf. Kline; 1976). En Francia (otro de los países precursores del movimiento) los matemáticos más eminentes daban conferencias a los profesores de bachillerato miembros de la APMEP (Asociación de Profesores de Matemáticas de la Enseñanza Pública) hablando de estructuras algebraicas y topológicas. Las conferencias serían luego reproducidas en el boletín de la APMEP. Papy, en Bélgica, también probaba las nueva ideas (cf. Adda; 1981). El propio Dienes destaca entre los investigadores de la época que sustentarían propuestas sistemáticas para la educación primaria.

A los estudios experimentales, que aumentaban en número en diversos países, se adicionó la revisión de las directrices y los contenidos de los programas de estudio entonces vigentes. Ese fue precisamente el objetivo del Coloquio de Royamont (Francia) organizado por la O.E.C.E [2] en 1959, al cual asistieron entre otras, varias personalidades de la *Comisión internacional para el estudio y mejoramiento de la enseñanza de las matemáticas* (CIAEM) que se venía reuniendo anualmente desde 1950 y en la cual participaban connotados matemáticos. Al término de dicho coloquio un grupo de matemáticos y de pedagogos, dirigirían a los Estados miembros las recomendaciones producto del mismo sobre la revisión de programas y métodos de enseñanza (cf. Dienes;*1965*).

Los resultados del coloquio potenciaron la generación y la difusión de las ideas. En Bélgica, Papy, que comenzaba sus experiencias de enseñanza, publicó un curso titulado "Matemática Moderna" (Papy; 1963). Las obras de Dienes (publicadas por la OCDL) introducían en Francia los "bloques lógicos" y los ejercicios sobre "bases" los cuales serían experimentados por N. Piccard en la Escuela Alsaciana (cf. Adda; 1981; 30 y 31). En estados Unidos crecían, al amparo de universidades y centros de investigación, los proyectos orientados a experimentar las nuevas ideas matemáticas en la enseñanza (cf. Dienes; *1976* y Kline; 1976). En pocas palabras: la ola comenzaba a hacerse sentir.

## 2. EL PROCESO PSICODINÁMICO DE DIENES

La ola modernista había iniciado en los niveles de bachillerato y secundaria, de ahí derivaría a la educación primaria. En este nivel educativo, las ideas de Z. P. Dienes constituyeron un referente fundamental acerca del aprendizaje y la

[2]Siglas en francés. En distintas fuentes aparecen; en ninguna he encontrado el título del organismo o asociación a que corresponden.

enseñanza de las matemáticas. Sus obras fueron traducidas a diferentes idiomas e introducirian en distintos países los "bloques lógicos" y los ejercicios de numeración en "distintas bases", asi como una concepción novedosa de la enseñanza de las fracciones y la geometria.

La propuesta básica de Dienes consistía en buscar que los niños se apropiaran de las estructuras matemáticas (abstrayendo lo común a diversas situaciones isomoras) mediante un proceso inspirado parcialmente en ideas piagetanas. El traductor de Dienes al español interpreta así la forma en que éste concebía las matemáticas:

> "(...) La matemática es ciencia de representaciones, de esquemas, de abstracciones. Nutriéndose de contenidos conceptuales, para manejarlos y relacionarlos con comodidad y rapidez, se vale de símbolos, es decir, de representaciones formales de los mismos, y traduce los juicios lógicos que relacionan dichos conceptos mediante leyes formales entre sus símbolos representativos; y esto de tal forma que, combinando con corrección tales transformaciones, acaba el matemático por olvidarse de los contenidos conceptuales" (1976; VII).
> El proceso de condensación simbólica y formalización del razonamiento han hecho posible toda progresión de abstracciones y generalizaciones creciente que constituyen la matemática de hoy. Los conceptos expresados mediante formas nuevas engendran a su vez nuevos conceptos que, inmediatamente, necesitan de nuevas formas de simbolización, y este proceso se repite así sucesiva e indefinidamente (1976; VIII).

Las características de la matemática, decía Dienes, hacen necesario desarrollar una «didáctica» que permita llevar a los niños a lograr las abstracciones necesarias. Es así que Dienes desarrolla una propuesta de explicación y promoción del aprendizaje de las matemáticas - este último consistente básicamente en "abstraer" los rasgos comunes a las situaciones isomorfas (su estructura) – mediante un proceso «psicodinámico» constituido por seis etapas[3]:

Primera etapa:

*Adaptación a un medio (entorno) mediante el juego libre.* En opinión de Dienes, el concepto de entorno es capital porque en cierto sentido, todo aprendizaje equivale a un proceso de adaptación al medio. Pero como el entorno natural por lo general no tiene atributos necesarios para producir aprendizajes matemáticos, entonces se hace necesario inventar entornos artificiales. Esta invención es pues la primera tarea de quien pretende hacer aprender las matemáticas a los niños.

Segunda etapa

[3]La descripción de las etapas de aprendizaje de las matemáticas que Dienes propone y que aquí se presenta ha sido tomada de Dienes; 1981.

*Juego con base en reglas*. Después de un acercamiento libre, propio de la primera etapa, el juego que vincula al medio, deberá hacerse alrededor de ciertas regularidades y con base en ciertas reglas. Evidentemente, dice Dienes, si se quiere que el niño aprenda estructuras matemáticas, los conjuntos de reglas que se les propondrán conducirán a las estructuras matemáticas pretendidas.

Tercera etapa

*Juego de isomorfismo*. Esta etapa consiste en hacer que los niños realicen juegos que poseen la misma estructura pero que tienen una apariencia diferente. De esta manera, el niño llegará a descubrir conexiones de naturaleza abstracta que existen entre los elementos de un juego y los de otro de estructura idéntica. Es decir, en esta etapa el niño realiza una abstracción dándose cuenta de lo que hay de semejante en todos los juegos. Se descubren regularidades, estructuras comunes en ellos.

Cuarta etapa

*Representación (de la estructura matemática)* para que el niño sea plenamente consciente de ella. La representación permite al niño tomar consciencia de la estructura matemática descubierta; dicha representación puede ser visual e incluso auditiva.

Quinta etapa

*Examen de la representación* con el fin de percatarse de las propiedades de la abstracción realizada. En esta etapa, se necesita una descripción de lo que se ha representado por lo que es indispensable la creación de un lenguaje.

Sexta etapa

*Construcción de un sistema formal para describir el juego*. En este sistema existen axiomas, reglas del juego y teoremas (fragmentos de la descripción a los cuales se llega a partir de la descripción inicial, utilizando las reglas del juego).

Para el aprendizaje de las matemáticas fundado en el tránsito por estas etapas, Dienes incorpora elementos entonces novedosos en la educación matemática de los niños: la discusión, el trabajo en grupos, y principalmente la noción de descubrimiento (de las estructuras subyacentes en los juegos *isomorfos*) [4]. Adicionalmente, al menos como declaración de principio, el error adquiere en esta propuesta un estatuto didáctico: "Los errores cometidos por los niños deben ser descubiertos por los mismos niños", decía Dienes (cf. Dienes; 1976; X y ss.).

[4] Si bien las ideas de Dienes se orientan por las nociones piagetanas de construcción de las estructuras lógico-matemáticas, se observa en esta última noción influencia de psicólogos como Bruner; influencia que él mismo reconoció en algún escrito.

# *II. LA REFORMA MEXICANA.*

## 1. EL CONTEXTO: FUNDAMENTOS Y PRINCIPIOS DEL CURRÍCULUM QUE VINO A SUSTITUIR

El entorno mundial marcó la reforma de las matemáticas en la escuela mexicana. Dicha reforma – conforme a los nuevos vientos - vino a oponer un *saber a enseñar* próximo al saber de los académicos a otro tendiente a la formación de hábitos y disciplina mental a la vez que orientado por una noción utilitaria de las matemáticas entonces instalado en las escuelas. En efecto, el curriculum vigente señalaba las siguientes como «metas» de la educación primaria:

1. Desarrollar el pensamiento cuantitativo y la actitud de relacionar.
2. Precisar el lenguaje
3. Fomentar el espíritu de análisis e investigación
4. Afirmar la disciplina mental (SEP; 1964).

Estas metas - de orden más formativo que informativo o práctico - no refieren a las cuestiones cotidianas, referencia omnipresente en la enseñanza de las matemáticas elementales en este siglo en México (cf. Avila y García; 1999); sin embargo, a través de los objetivos que se desglosan grado por grado hay una importante mención a tal aspecto. El caso de sexto grado es representativo de la tendencia; en el programa correspondiente se leía:

1. [El alumno debe] Ser capaz de *satisfacer las necesidades de cálculo propias de la vida diaria*, con certeza, precisión y exactitud;
2. El alumno de este grado, además de ser capaz de apreciar los aspectos cuantitativos de su ambiente natural y social, habrá ejercitado sistemáticamente sus funciones mentales por medio de los conocimientos matemáticos rudimentarios.
3. Los temas aritméticos y geométricos deberán coordinarse apropiadamente, y las actividades y *los conocimientos que se utilicen* para su desarrollo *serán siempre objetivos, de utilización práctica,* encaminados a ampliar eficazmente la cultura del alumno (SEP; 1961; 194) (subrayado mío).

Por otra parte, a la lista de contenidos que - se postulaba - colaboraban en el logro de las metas propuestas, se agregaban algunas «recomendaciones para la enseñanza» que dejan ver la perspectiva pedagógica propia de la época. Cito las generales de la educación primaria:

1. La enseñanza de las matemáticas elementales debe ir de lo concreto a lo abstracto.
2. La práctica matemática se llevará por medio de situaciones concretas y objetos conocidos.
3. La enseñanza se basará en manipulaciones experimentales y el manejo de objetos.

4. Toda tarea práctica precederá a la realización de operaciones con símbolos.
5. El conocimiento del símbolo se presentará en el momento oportuno para que el niño descubra los principios y reglas que rigen las operaciones.
6. La comprensión precederá a la comprensión del cálculo y la memorización de las reglas.
7. Los temas, ejercicios y problemas serán ordenados, a fin de lograr su más fácil aplicación práctica.
8. La experiencia debe permitir la captación del símbolo correspondiente.
9. El aprendizaje debe interesar al alumno para lograr la comprensión del conocimiento teórico (SEP; 1964; 45-46).

Los principios aquí esbozados fueron plasmados con mayor o menor fidelidad a lo largo de los libros de texto (que por primera vez eran gratuitos) y los programas oficiales de los seis grados de la primaria. Entre ellos hay ciertamente diferencias - debidas entre otras cosas a que distintos autores elaboraron los de cada grado - pero también notables coincidencias. Éstas últimas permiten constatar la existencia de una postura epistemológica que marcaba el horizonte de la enseñanza de las matemáticas en la época y a la cual correspondían los siguientes rasgos:

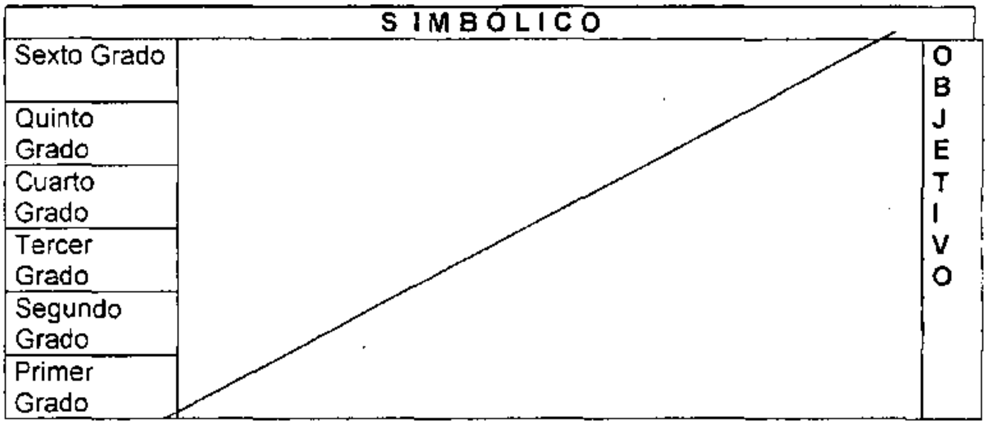
1. La matemática escolar (entonces Aritmética y Geometría) debe ser una matemática útil;
2. Los conocimientos deben presentarse ordenada y gradualmente;
3. Las *nociones matemáticas* (que como tales se introducen por primera vez en el texto de saber de la escuela primaria mexicana) se aprenden mediante tres vías principales: su representación objetiva (que corre por cuenta del profesor); la manipulación de objetos; la ejercitación.
4. Los problemas (prácticos) constituyen el espacio donde las nociones adquiridas se aplican y se ponen a prueba (cf. Ávila y García; 1999).

Esta pedagogía tiene rasgos comunes con la que Aebbli definiera como *sensual-empirista* (cf. Aebbli;1958) o Ratsimba-Rajohn *como enseñanza ostensiva* (cf. Ratsimba-Rajohn; 1977). Mediante esta última expresión se alude a una cierta presentación de los objetos de enseñanza en la que "todos los elementos y relaciones constitutivas de la noción prevista son proporcionados" por el profesor o el libro de texto. Fieles a tales principios, los libros de texto mexicanos presentaban contenidos «cuidadosamente dosificados»; ilustraciones (que ofrecían todos los elementos y relaciones constitutivas de la noción prevista); problemas «prácticos» al final de la secuencia correspondiente; así como una graduación de los apoyos «objetivos». En relación con esto último se observa que:

> Del tercero al sexto grado, y progresivamente, los aprendizajes previos a la simbolización son apoyados por imágenes, esquemas y explicaciones en los textos. Es decir, los apoyos objetivos (basados en objetos) observados en los dos primeros grados se han ido desplazando para dejar lugar, poco a poco, a la ostensión exclusivamente gráfica de las nociones y, posteriormente, a las exposiciones, formalizaciones y ejercicios en el nivel simbólico. Particularmente en el sexto grado, la ostensión no se sustenta ya en imágenes sino en exposiciones verbales: cada una se muestra y ejemplifica detalladamente. Esta es una nueva forma de ostensión que se

ofrece a alumnos con una cierta experiencia matemática. Se trata de poner ante su intelecto (que ya no ante sus ojos) los procedimientos, las fórmulas, las soluciones (cf. Avila y García; 1999).[5]

La fuerza y permanencia de este principio pedagógico (de lo objetivo, a lo simbólico, de lo concreto a lo abstracto), se observa en interpretaciones docentes que aún son sostenidas en nuestros días. Sólo a guisa de ejemplo mencionaré a un director de escuela que, en el transcurso del año escolar que recién concluyó, en una reunión de "Consejo" decía a los profesores que trabajan en el plantel a su cargo que, para enseñar bien, convenía considerar la enseñanza de las matemáticas bajo el siguiente esquema:[6]




Puede verse en tal recomendación la permanencia de la noción básica que sustentaba los programas y textos que muy esquemáticamente he presentado: la enseñanza (exitosa) de las matemáticas, debe ir de lo concreto a lo abstracto.

Pero cuando estos programas y textos llegaron por primera vez a las escuelas, también los acompañó el desconcierto. Con su implantación «súbita» (al menos al decir de algunos) los profesores cayeron en un atolladero (cf. Castillo; 1964; 7-8). Afortunadamente, se produjeron obras «sencillas», «concisas» y «seguras» que señalaban, «como con un índice», el camino por donde el maestro hallaría lo que con apremio demandaba: claridad (cf. Castillo; loc.cit.).

Fuese debido a tales obras, fuese debido a que una vez conocidos con más profundidad los nuevos materiales, se descubrieron notablemente afines al

[5] Conviene, sin embargo, dejar anotado que la que subyacía en este texto de saber, no era una pedagogía exclusivamente ostensiva o sensual-empirista. Hay rasgos que, me parece, la distinguen de ésta, como por ejemplo el papel de la actividad que, sobre todo en los primeros grados se sugiere para el aprendizaje de las nociones numéricas. O en el sexto grado la sugerencia del "aprendizaje inductivo". Para un análisis más detallado del tema, puede verse Avila y García (1999).

[6] Este dato fue proporcionado al Seminario de Psicopedagogía de las Matemáticas de la Universidad de las Américas por Gabriel Cruz Rocha

pensamiento docente, fuese por otras razones, es posible suponer que los profesores los aceptaron y encontraron una gran compatibilidad con sus principios.[7] Y, suponemos, con base en tales principios se trabajó en las escuelas por aproximadamente 12 años. Todo era equilibrio en el sistema didáctico y en el contexto escolar. Pero el contexto externo había cambiado y, desde fuera se observaba un envejecimiento en los objetos matemáticos que constituían el reto de la escuela; también en la forma de poner en relación con ellos a los niños.

## 2. EL NUEVO CURRÍCULUM

### A. Una nueva justificación para las matemáticas

El nuevo saber que se buscaba introducir justificaba su presencia en la escuela ya no por su potencial utilidad "en la vida diaria", ni por su contribución a la disciplina de los educandos, sino por otras razones: por la capacidad de abstracción, generalización y formalización del pensamiento que promovía; también por su capacidad de hacer pensar y reflexionar a los niños y por la posibilidad de constituirlos sujetos de un mundo tecnológico y científico en plena expansión. En las nuevas instrucciones oficiales, se leía:

> "Las matemáticas son uno de los instrumentos más poderosos que ha creado el hombre para formalizar su pensamiento. Desde este punto de vista desempeñan funciones de registro, comunicación, explicación y descubrimiento. Su tendencia hacia la abstracción y la generalización, las convierte en un instrumento de globalización y universalización del pensamiento, por lo tanto le sirven al hombre para explicar situaciones de una gran diversidad" (SEP; 1972; XV).

El objetivo educativo que se desprendería de dicha postura fue el siguiente:

> La enseñanza de las matemáticas debe fomentar en el educando la capacidad de formalizar con precisión; es decir, la capacidad de razonar, y asimismo la capacidad de aplicar su razonamiento a situaciones reales o hipotéticas de las cuales puedan derivarse a su vez conclusiones prácticas u otras formalizaciones (SEP; 1972; XV).[8]

---

[7] Me parece que una muestra de ello es que, en nuestro acercamiento a los profesores de escuelas primarias, resultaba muy frecuente escuchar que "Los textos *de la Patria* (expresión con que suele hacerse referencia a los textos oficiales de la época) sí eran buenos libros".

[8] En los inicios de los años ochenta, los documentos oficiales fueron revisados y "adecuados"; en tal "adecuación", el objetivo general de las matemáticas para la educación primaria se expresó así: *Propiciar en el alumno el desarrollo del pensamiento cuantitativo y relacional, como un instrumento de comprensión, interpretación y expresión de los fenómenos sociales, científicos y artísticos.* Yo conservo para el análisis, la versión original.

Puede verse en este conjunto de afirmaciones una revisión radical de las aspiraciones educativas hasta entonces vigentes. Puede verse, también, la implicancia de un desequilibrio importante en el sistema educativo.

**B. Nuevos contenidos**

La novedad principal de la reforma estaría constituida por la incorporación de nuevos contenidos de enseñanza; precisamente los asociados a la llamada «matemática moderna». Los cálculos aritméticos que se enseñaban hasta entonces para responder a problemas "de la vida real" dejaron lugar a la distributividad, a la conmutatividad o a la asociatividad así como a los problemas que promovían la reflexión y colaboraban en el desarrollo del pensamiento abstracto y la capacidad de formalizar, más allá de su potencial aplicación a situaciones "de la vida diaria". El acercamiento a la variación funcional también dejaba ver tal orientación. Sobre la base de una situación familiar a los niños se introducía la idea de variación funcional y, a partir de tabulaciones y gráficas que luego se analizan se elaboran los conceptos de variación proporcional e inversamente proporcional. Al final de la secuencia didáctica sugerida, se resuelven problemas aritméticos y geométricos que involucran dichos conceptos. Este acercamiento era notablemente distinto del propio de los años sesenta en donde la puesta en relación con la proporcionalidad se centraba en el procedimiento de la «regla de tres», siempre asociado a la resolución de problemas «cotidianos». Las estructuras matemáticas eran el nuevo *leit motiv*.

Hay que decir que en México no se declaró de manera franca el alejamiento de los asuntos cotidianos. En otros países sí ocurrió. Por ejemplo en Francia – en lo que algunos consideraron una verdadera ruptura en la definición de la finalidades educativas y una revisión radical de la enseñanza de las matemáticas - las instrucciones oficiales señalaron explícitamente la intención:

> "La ambición de tal enseñanza no es pues ya esencialmente preparar a los alumnos para la vida activa y profesional haciéndolos adquirir técnicas de resolución de problemas catalogados y sugeridos por la vida "corriente", sino más bien de asegurarles un acercamiento correcto y una comprensión real de las nociones matemáticas ligadas a esas técnicas" (Circular del 2 de enero de 1970; cit. por Sarrazy; 1996).

En México el abandono de «lo cotidiano» se daba en los hechos programáticos, en el nuevo *texto de saber*. En efecto, en relación con los contenidos de saber había un cambio radical; para empezar, la introducción de tres nuevas ramas de la matemática: lógica, probabilidad y estadística, las cuales nunca antes habían sido pensadas como contenidos de la educación primaria. Pero en las ramas conocidas, también se observaban novedades. En el caso de la geometría, por ejemplo, la simetría (axial y de rotación) no sólo hacía su aparición sino que ocupaba gran parte de los nuevos textos y programas y constituía la base para construir otros conocimientos geométricos, como por ejemplo el análisis, el trazo y la clasificación de figuras. Los triángulos, hasta entonces clasificados por las medidas de sus ángulos y sus lados, hoy se clasificaban también, y sobre todo, por el número de sus ejes de simetría. Otros polígonos regulares eran figuras susceptibles de clasificarse por el número de simetrías de rotación o de trazarse a partir de conocer una de las partes definida mediante un eje de simetría. Incluso la perpendicularidad se sustentaba en la nueva noción; en el Libro del niño de tercer grado y su correspondiente del maestro se leía: "Dos rectas, cada una simétrica respecto de la otra se llaman rectas perpendiculares" (Filloy et. al.; 1972; 104).

El plano cartesiano, era también un nuevo contenido de la educación primaria. La justificación de la incorporación en este caso refería a la importancia matemática del tema. Después de precisarse que la geometría analítica o cartesiana permite transformar problemas de la geometría en problemas algebraicos y utilizar los métodos de la geometría y el álgebra para resolver problemas en distintas áreas de la actividad humana, se afirmaba :

> "No tiene objeto en esta guía del maestro entrar en detalle sobre los elementos de esta teoría. Baste decir, como ejemplo, que curvas planas, como las rectas, los círculos, las elipses, etc., tienen asociadas ecuaciones algebraicas y viceversa. Mencionaremos solamente que la citada correspondencia entre curvas planas y ecuaciones algebraicas se basa en la representación de puntos en el plano por medio de parejas ordenadas de números. Esta última idea es la única que se introduce en el libro del niño. Esta idea, en realidad, la mayoría de los niños y la gente en general la conoce; por su empleo en juegos como 'los submarinos' (...) aunque no se hayan percatado que es el punto de partida de toda una teoría matemática" (Filloy et. al.; 1972; 33).

Los alcances y la metodología de enseñanza en este caso también se delimitaban: "No se pretende que el niño adquiera las ideas del plano coordenado y coordenadas en la forma tan abstracta que se describió antes, sino más bien que, ligadas a situaciones concretas en las que su uso constituye una ayuda, las empiece a utilizar y así, en años posteriores, pueda obtener información geométrica de lo que ahora parece nada más un juego" (Filloy at. al; 1972; 34). Es así que los juegos "de submarinos", incluidos por primera vez en un texto escolar mexicano, constituirían el inicio del acercamiento al tema.

En aritmética las modificaciones también eran importantes; como dije antes, se incorporaban las propiedades de las operaciones como objeto de enseñanza. La idea que justificaba esta inclusión era la siguiente: es importante que el alumno conozca y razone de una manera consciente el mecanismo en el que se apoya el algoritmo de una operación para que comprenda realmente las matemáticas, al no adquirirlas de una manera memorística.[9] Se agregaba asimismo el manejo de los números enteros y sus operaciones, lo cual se modelaba en la *recta numérica*.
La búsqueda de accesibilidad al tema generó modelos como "Los saltos de la rana", los cuales se ejecutaban sobre los segmentos de la recta numérica para mostrar transformaciones positivas y negativas, según la dirección del salto. Este

[9] Señalamientos como éste aparecen más de una vez en las guías didácticas para el maestro, publicadas como parte de los materiales que instrumentaron la reforma.

modelo, utilizado en los primeros grados de la primaria, me parece, alcanzó bastante popularidad en las escuelas. A partir de esta nueva propuesta, en los últimos grados de primaria, los niños resolvieran expresiones aditivas utilizando números con signo; los signos fueron "adaptados" de manera de facilitar la lectura de las expresiones numéricas. Por ejemplo, en el libro del niño de quinto grado se veían expresiones como las siguientes:

| | | | |
|---|---|---|---|
| $10 + 2 =$ ____ | $10 + \bar{2} =$ ____ | $\bar{10} + 2 =$ ____ | $\bar{10} + \bar{2} =$ ____ |

(SEP; 1972/1985; 86)

Se introdujeron, además, algunas nociones intuitivas sobre conjuntos como instrumentos para la elaboración de otros conocimientos; es el caso de los números naturales en el primer grado o las nociones de probabilidad a partir del quinto[10].

La aritmética de 1972 resultaba pues substancialmente distinta de la que le precediera como *saber a enseñar*. Ahora cobran presencia como *objetos de enseñanza* no los cálculos con números naturales o con fracciones, sino el sistema de los números naturales, el de los racionales y el de los enteros. En cada uno de estos sistemas se trabajan sus operaciones y propiedades (las cuales se convierten en contenidos de enseñanza) y los algoritmos de cálculo se exponen y desarrollan con base en dichas propiedades. En efecto, cada uno de los algoritmos trataba de hacerse comprensible explicando las propiedades de las operaciones que los fundamentan, porque se trataba de enseñar «lógicamente», evidenciando el razonamiento en que se apoya cada paso.

Estos son algunos de los cambios relevantes en el entonces nuevo saber a enseñar. Puede verse que la matemática dejó de ser un instrumento de aplicación a situaciones prácticas o promotora de la disciplina mental para devenir objeto de conocimiento. Este objeto se postulaba potenciador de la capacidad de abstraer, formalizar y generalizar de los alumnos. Verbos como estos últimos sustituirían a otros propios de los programas y textos precedentes, tales como captar, entender, ejercitar o aplicar[11]. De acuerdo con la nueva filosofía los alumnos - puestos en

[10] Tanto en Estados Unidos como en Francia se reportó una <<diagramitis>> y un rebuscamiento innecesario del lenguaje derivado de tales incorporaciones (cf. Adda; 1981). Es el efecto metacognitivo planteado por Brousseau. Morris Kline hace un irónico tratamiento del asunto en su libro "El fracaso de la matemática moderna. Por qué Juanito no sabe sumar". En México, no sabemos específicamente qué ocurrió.

[11] Es necesario precisar que, en los programas precedentes, aparecía también de cuando en cuando la idea de que los niños descubrieran o construyeran su conocimiento, incluso la idea de razonamiento inductivo se desliza en el sexto grado. Pero esos términos no tenían sino una presencia eventual.

contacto con las estructuras matemáticas - desarrollarían las aptitudes científicas y técnicas que el mundo moderno demandaba.

Estaban aquí plasmadas las ideas que eminentes matemáticos de todo el mundo preconizaran. Y todo esto se justificaba porque las matemáticas que hasta la fecha se habían enseñado presentaban un problema fundamental: la mecanización y la falta de comprensión.[12] Esta afirmación era expresión del espíritu sobre el cual se construyó la reforma también en México; ahora se trataba de hacer comprender, de hacer razonar, cosa que, se afirmaba, no se había logrado hasta entonces en la escuela.

### C. La noción de aprendizaje en los nuevos materiales

Hasta aquí me he referido a los objetos de saber introducidos con la reforma. He señalado que el acercamiento de los niños a las estructuras matemáticas constituía la forma de mejorar el aprendizaje de la disciplina. Pero tal voluntad implicaba no sólo la definición de nuevos objetos de saber sino la creación de nuevas formas pedagógicas que debían quedar plasmadas en los materiales. Así, una característica de los programas y los libros de texto gratuitos editados en esa época en México fue el vínculo «interactivo» que pretendían establecer entre el alumno y los contenidos de saber que ahí se presentaban. Había una clara pretensión de abandonar la introducción ostensiva de las nociones predominante en los materiales vigentes a la fecha y promover la «interacción» de los alumnos con los contenidos matemáticos. Esto se hacía a través de preguntas que guiaban al alumno o lo hacían reflexionar sobre la noción matemática presentada para, finalmente, llevarlo a obtener una conclusión. En efecto, los textos incluían en muchas de sus páginas, secuencias detalladas que guiaban el «descubrimiento» de la noción en juego; los programas por su parte, precisaban a través de actividades y objetivos de diferentes niveles de complejidad, lo que el profesor con sus alumnos habría de hacer en relación con cada contenido matemático teniendo siempre como apoyo principal el libro de texto oficial.[13]

En lo anterior se encuentra una idea acerca de cómo se aprenden (y se enseñan) las matemáticas, distinta de la hasta entonces vigente, y aunque esta idea no permea todos los temas sí tiene una presencia importante en el conjunto de los materiales. Respecto de tal idea se decía al profesor:

> *La tónica fundamental* es *que sean los mismos niños quienes vayan descubriendo las ideas.* Las lecciones pueden servirle al maestro para orientar las discusiones y para presentar los materiales. Conviene que

---

[12] Cf. Morris Kline. *El fracaso de la matemática moderna*. P.31

[13] Los programas no ocupan en el análisis que hago de este periodo un lugar importante, ya que fueron redactados una vez hechos los libros de texto y las guías didácticas para el maestro, por equipos distintos a los que concibieron la Reforma Educativa. La tarea de dichos equipos, en buena medida, consistió en interpretar los textos para redactarlos como programas. Cabe señalar, empero, que en ellos se deja ver la ideología educativa de la época que preconizaba con base en la taxonomía de Benjamín Bloom el cumplimiento de objetivos conductuales de distinto nivel.

no caigamos en prácticas de memorización, pero sí insistir, por otro lado, en que los niños obtengan una comprensión mínima adecuada de las ideas implicadas en los temas que se estudian (...) (SEP; Matemáticas Primer Grado Libro para el Maestro; p. 6). (El subrayado es mío).
Además se habrá de aprovechar el caudal de nociones intuitivas que el niño ya maneja, por sus vivencias cotidianas, construir sobre ellas tratando de refinar tales nociones por medio de situaciones concretas en las que éstas se presentan de maneras sencillas, hasta alcanzar, a través de la práctica reiterada, el concepto que interesa captar. (SEP; Matemáticas. Cuarto Grado. Libro del Maestro; p. 8).

La nueva concepción de aprendizaje era clara: se trataba de descubrir, de refinar las nociones que intuitivamente el niño había construido con antelación. De esta manera, la novedad oficial tenía una doble vía: los contenidos de saber y la forma de acceder a ellos. Sin embargo, los espacios estelares en la difusión, la discusión, e incluso la formación y actualización de los profesores los ocuparía el primero. [14]

En otros países las ideas de Dienes sobre el aprendizaje tuvieron influencia importante, en México tales ideas no fueron plasmadas sistemáticamente. Carlos Imaz, coordinador de la reforma a las matemáticas en el período, comentó a Mónica Schulmaister (Schulmaister; 2000) que la única noción e intención que guió la realización de dicha reforma fue la explícitamente planteada: que sean los propios niños quienes vayan descubriendo las ideas.

Conviene precisar que efectivamente sólo pueden observarse en los materiales las ideas relacionadas con el aprendizaje por descubrimiento y el interés porque los niños realicen abstracciones y formalizaciones a partir del trabajo sobre situaciones concretas. Esta última era una idea asumida por muchos en el período y no exclusivamente por Dienes. El resto de las ideas definidas en las seis etapas en el aprendizaje de las matemáticas de este autor (como por ejemplo el juego libre seguido del juego con reglas, o la construcción de un lenguaje para describir el juego) no se encuentran sistemáticamente en los materiales curriculares mexicanos. La noción básica en estos últimos sería que los niños aprenden descubriendo y al menos con relativa frecuencia la idea se implementó. Como quiera que sea, las identidades que por momentos se observan con el proceso psicodinámico - documentadas o no en los escritos de Dienes - muestran que un cierto ambiente se había generado, constituyéndose una «pedagogía de la época» que formaba parte del movimiento llamado «matemática moderna».

Ahora los niños interactuaban con las situaciones «teniendo como punto de partida los conocimientos que por experiencias previas poseían». Posteriormente,

[14] No deja de llamar la atención que en los Informes de Labores de la Secretaría de Educación Pública del período, la preparación de los maestros en servicio se redujo a "Centros de Cooperación Pedagógica" y "Sesiones sabatinas" en las que "Se consideró fundamental el asesoramiento sobre los nuevos programas escolares y el análisis de los libros de texto gratuito". SEP; 1976. No hay referencias específicas a postulados psicopedagógicos en ninguno de los informes.

y una vez que los conocimientos eran elaborados en este proceso interactivo, los niños los «formulaban» y aplicaban «sin caer en la ejercitación excesiva y la memorización» a otras situaciones. Tal enfoque podia verse con más claridad en el tratamiento de algunos temas. El caso de la geometría y, en particular el dedicado a simetría es uno de ello (el lector puede observar al final del capítulo una secuencia de lecciones dedicada al tema).

El papel del texto en ese entonces era central. Las explicaciones generales que se daban al profesor para su uso eran las siguientes:

> Con las preguntas formuladas en cada lección se pretende poner al niño ante situaciones que pueda resolver (quizás con ayuda del maestro) para que esto le vaya afinando las ideas intuitivas de las cuales se parte. En ninguna lección del libro se encontrará una definición de longitud, área, azar, frecuencia, probabilidad, simetría, etc. Pero lo primero que siempre se hace es delimitar la idea a la que nos estamos refiriendo cuando se presenta un término; se parte de lo que el niño sabe acerca de ello y después, a base de actividades, preguntas y sugerencias, se trata de afirmar y reafirmar tales ideas, además de encontrar algunos resultados que se deducen inmediatamente de lo que ya se sabe (Filloy et. al.; 1975; 58).

Es cierto, dije antes, que el enfoque no fue del todo uniforme. Incluso en ocasiones era al profesor a quien se sugería realizar frente al grupo cierta actividad con el fin de ilustrar las relaciones y nociones matemáticas en juego. Igualmente, en muchas páginas de los textos se conservaron las explicaciones apoyadas en imágenes, características de los libros precedentes. (cf. por ejemplo; Imaz et. al; 1977; 16 y ss). Se mantenía, de esta manera, la idea de que el aprendizaje puede también sustentarse en la mostración de las nociones. No sería pues un "modelo puro" sino uno constituido predominantemente por la noción de aprendizaje por descubrimiento que conservaría elementos de otro basado en la ostensión como estrategia de enseñanza. La apariencia lograda de conjunto, sin embargo, era profundamente distinta.

Se ve pues la amplitud del giro que en 1972 dan las matemáticas como *saber a enseñar*. La matemática, como conjunto de clasificaciones, procedimientos y definiciones que se ostentan, y como un conjunto de destrezas de cálculo, medición y trazo útiles para resolver situaciones «cotidianas», deja paso a la matemática de las estructuras, de la abstracción y el razonamiento lógico. Y es que para ello había una argumentación que resultaba incuestionable: "Si la materia se enseñara lógicamente, si se evidenciara el razonamiento en que se apoya cada paso, los alumnos ya no tendrían necesidad de estudiar de memoria. Comprenderían las matemáticas (...) (Filloy et. al; *1975*; 69).

Este es en síntesis el *saber a enseñar* y el *texto de saber* que constituyera el marco de las acciones didácticas en nuestro país durante más de 20 años[15]. Por

[15] En el año de 1978 se inició una reforma a los planes de estudio y materiales didácticos oficiales correspondientes a los tres primeros grados de la educación primaria. En el resto de los grados los materiales a que hacemos mención se mantuvieron en las escuelas.

una parte, se buscaba poner en contacto a los niños *con las verdaderas matemáticas*; por otra, se trataba de establecer una nueva relación didáctica: el profesor que explica y muestra era sustituido por el profesor que interroga; el niño que escucha, capta y atiende era sustituido por el que responde a preguntas cuyas respuestas no se le han aún enseñado. El supuesto que permitía plantear semejante propuesta era que los niños contaban con conocimientos intuitivos que los pondrían en condición de hacerlo.

La corriente mundial que diera origen a esta reforma, sin embargo, tenía en la base una sobrevaloración de los efectos que acarrearía en los niños el contacto con la disciplina, también una sobrevaloración de las posibilidades intelectuales de éstos.[16] Había además surgido de una situación peculiar y hasta cierto punto paradójica. Como J. Adda (1981) lo hiciera notar: "Se quiso dar respuesta al lanzamiento del Sputnik incorporando las matemáticas modernas en las escuelas. Pero los soviéticos, en la época, no las enseñaban". Se había creado una nueva apuesta y, con ella, ¿una nueva ficción educativa? Eso entonces estaba por saberse. Pero como quiera que fuese, la «nueva matemática» llegó a las escuelas y ahí comenzó una nueva etapa de transposición, la que los profesores hicieron conjugando el nuevo texto de saber y los viejos principios que, hasta entonces habían orientado su acción de enseñanza.

## 3. ALGUNOS RESULTADOS REPORTADOS EN LOS PAÍSES IMPULSORES DEL MOVIMIENTO

El ambicioso *saber a enseñar* que se había constituido no necesariamente coincidiría con el *saber enseñado* en las escuelas, ni aún en los países que lo habían impulsado. B. Sarrazy (1995) concluye en relación con las ideas innovadoras en Francia - principalmente con las vinculadas a los años setenta y la resolución de problemas - que:

> "El sistema de enseñanza evoluciona poco y no parece adherirse a ideas innovadoras. El «efecto BARRÊME» y el «efecto certificado de estudios» contribuyen a alimentar la inercia del sistema perpetuando los usos *instalados* por otro lado condenados (Sarrazy; op, cit.). [17]

Sin embargo, oficialmente, las «matemáticas modernas» estaban instaladas en las escuelas y no tardaría en llegar la reacción contraria a la reforma que las había introducido. En efecto, según el recuento de Josette Adda (1981), se cuestionó mucho la reducción de la geometría en secundaria y desde 1968 comenzó lo que

[16]La sobrevaloración de las capacidades intelectuales de los niños era un fenómeno general, no referido exclusivamente a las matemáticas. En la época Bruner afirmaba que: era posible enseñar cualquier cosa, a cualquier edad, si se enseñaba de una forma adecuada (cf. Bruner; 1960; 1966).
[17] Con la expresión "Efecto Barreme", Sarrazy define el efecto consistente en hacer que ciertos contenidos de enseñanza que han devenido obsoletos se mantengan. Tal mantenimiento tiene dos vías: la suposición de que los contenidos siguen siendo útiles socialmente y que provocan una formación intelectual importante.

parecería una polémica entre "Antiguos" y Modernos"; se publicaron y distribuyeron textos con nombres amarillistas: *"Cantor no tenía razón"*, por ejemplo; también se desató una campaña de prensa bajo titulares tendenciosos tales como *"Matemáticas modernas: una generación sacrificada"*. Pero los promotores de la reforma se defendían: afirmaban que con base en ciertos sondeos, se sabía que los niños estaban felices en la clase de matemáticas y que todos participaban en la resolución de problemas abiertos. Sin embargo las críticas fueron extendiéndose: el lenguaje rebuscado, el uso distorsionado de las nociones conjuntistas, el exceso de abstracción en que se cayó en los hechos constituyeron los principales focos de la crítica. Finalmente, en 1979 comenzó a construirse en Francia una nueva generación de programas para le enseñanza de las matemáticas, en esta nueva propuesta, la «matemática moderna» y todo lo que de ella derivara sería hecho a un lado.

En Estados Unidos, el movimiento cuestionador también llegó. Fue célebre el libro titulado *Por qué Juanito no sabe sumar, o el fracaso de la matemática moderna* (Kline;1973) que ironizaba, entre otras cosas, el uso rebuscado del lenguaje en que derivó la reforma así como el hecho de que la nueva orientación impedía a los alumnos aprender incluso las operaciones aritméticas básicas. Cito a continuación un fragmento del texto que refiere a un diálogo (hipotético) iniciado con la participación de una profesora:

> "¿7 es un número?
> A los estudiantes, desconcertados por la sencillez de la pregunta les cuesta trabajo creer que es necesario responder; pero el hábito de la pura obediencia les lleva a responder afirmativamente. La maestra se horroriza.
> "Si os pregunto quiénes sois, ¿qué responderíais?"
> Los estudiantes ahora responden con cautela, pero uno más valiente contesta:
> "Yo soy Roberto Fernández"
> La maestra le mira con incredulidad y le dice con tono de reprensión:
> "¿Quieres decir que tú eres el nombre Roberto Fernández? Desde luego que no, tú eres una persona y tu nombre es Roberto Fernández. Volvamos ahora a mi pregunta inicial: ¿7 es un número? ¡Claro que no! Es el nombre de un número. 5 + 2, 6 + 1 y 8 – 1 son nombres del mismo número. El símbolo 7 es un numeral del número" (...).

En ese país, bajo el impulso de opiniones como la de Kline, se generaría finalmente una nueva "ola" conocida como "Back to the basic" (regresemos a lo básico) que pretendería devolver a la educación primaria todo lo que había perdido con la entrada de la matemática moderna. Esta nueva perspectiva daría sustento a otras currícula con supuestos e intenciones otra vez notablemente distintos.

La matemática moderna se abandonaría a pocos años de incorporada en los países que promovieron su incorporación en el currículum de la educación básica. El abandono tenía un fuerte sabor a equivocación y fracaso. De cualquier manera, no obstante las críticas que después de dejaran sentir en la época, y al calor del deseo de lograr una enseñanza científica a la altura de los retos planteados por los soviéticos que ya habían alcanzado la luna, el camino fue el que se consideró más adecuado y las ideas se extendieron por todo el mundo. Una versión didáctica de «las matemáticas modernas» se instaló en las escuelas, al menos como contenido del curriculum formal.

En el caso de México, el debate que seguiría a la reforma a las matemáticas no está documentado[18]. La pregunta que aquí planteo – a casi 30 años de su incorporación - es si tal marco educativo generó nuevos contratos en las aulas y puso a los niños en relación con una matemática cercana a la *matemática erudita* y promotora del razonamiento y la capacidad de formalizar o si, su contacto continuó siendo con la matemática utilitaria y mecanicista, distante de los matemáticos pero cercana a sus profesores. Se dice que dicha reforma poco impactó en las escuelas, que el *saber a enseñar* introducido era en efecto demasiado alejado del saber de los profesores. Se afirma también que los temas más complejos o desconocidos para los maestros (por ejemplo la probabilidad, la lógica o la variación funcional) fueron escasamente trabajados. Es probable que todo ello haya ocurrido, pero la realidad es que en nuestro país no se realizaron (o la menos no se difundieron) trabajos que dieran cuenta sistemática de todo ello. Lo que se sabe es local, anecdótico, producto de experiencias y perspectivas personales no fundamentadas en la investigación. En mi opinión - y sin desconocer que en México comenzaban desarrollos en investigación educativa sobre el tema - igual que habíamos importado «la ola» para incorporar la reforma, nos subimos a «la ola» para cuestionarla.

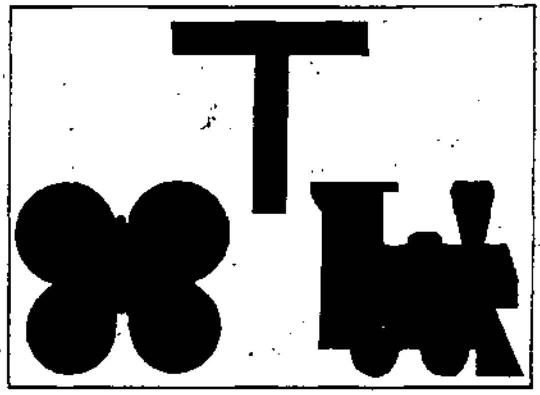
En lo que sigue referiré lo que ocurrió en algunos salones de clase en los últimos años en que tal marco pedagógico estuvo vigente en México. Como señalé en el apartado *Estrategia metodológica*, las observaciones con base en las cuales se da cuerpo al escrito se realizaron alrededor de 15 años después de que los programas y textos portadores de la «nueva matemática» habían entrado en vigor. Es posible afirmar, por lo tanto, que la capacidad de penetración de tal *texto de saber* había llegado a su límite. Incluso podría suponerse que había comenzado su envejecimiento externo (en el sentido de Chevallard). Acaso tal situación permita conocer los elementos que la «matemática moderna» había aportado a la cultura escolar mexicana y a la vida en las escuelas.

Procedo entonces a relatar cómo las viejas ideas se entrelazaron con las nuevas, dando lugar a una transposición cuyas características específicas seguramente no fueron previstas por los impulsores del movimiento.

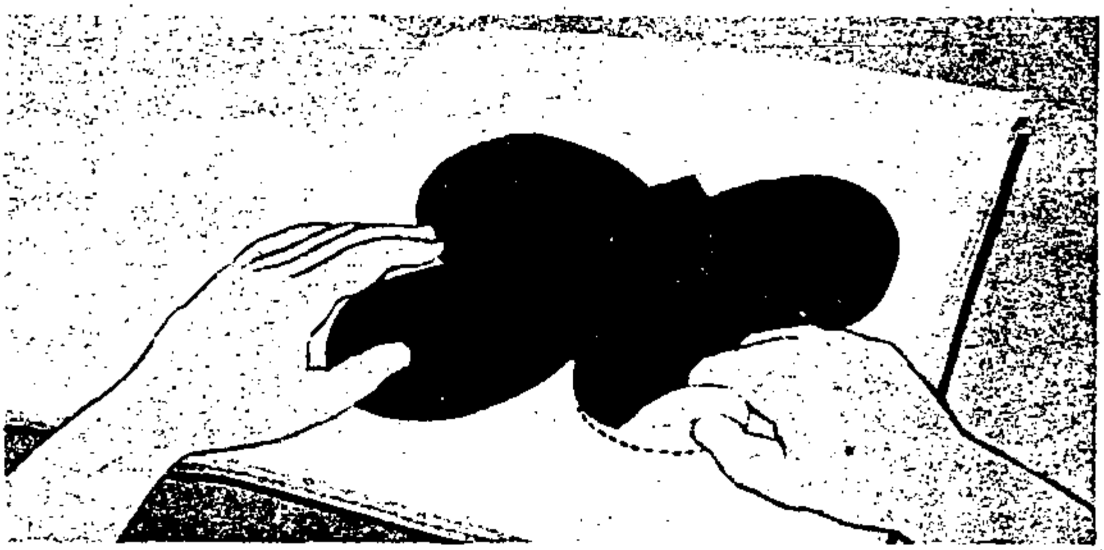
[18] Quizás su documentación remitiría a un trabajo hemerográfico que no está en el objetivo de esta tesis

## Lección 13

Recorta las figuras que están en las páginas 285 y 286 del final del libro.



Pon la mariposa encima de tu cuaderno con el lado rojo hacia arriba y dibuja su borde. Haz lo mismo con las otras dos figuras.



Cada dibujo lo hiciste con el lado rojo hacia arriba. Toma la mariposa y ponla encima del dibujo de tu cuaderno, pero, ahora, con el lado blanco hacia arriba. ¿Puedes hacer coincidir los bordes completamente? Trata de hacer lo mismo con la locomotora y la letra te.

No es lo mismo dibujar la locomotora por el lado blanco que por el lado rojo.

**La locomotora no es simétrica.**

Da lo mismo dibujar la letra te y la mariposa por el lado blanco que por el lado rojo.

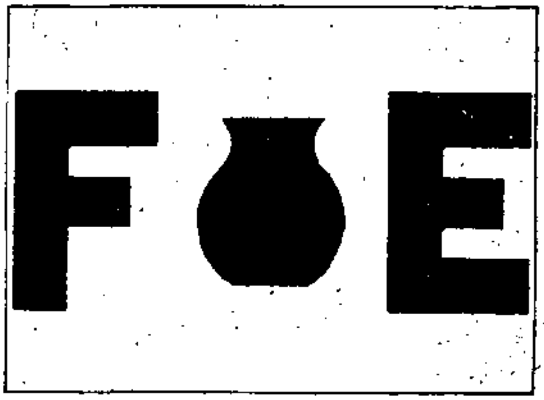
**La te y la mariposa son figuras simétricas.**



Guarda las figuras recortadas.

## Lección 14

Recorta las figuras que están en la página 287 del final del libro.



Haz lo mismo que hiciste con las figuras de la página anterior.
¿Da lo mismo dibujar el cantarito por la parte roja que por la blanca?

**Sí, porque el cantarito es una figura simétrica.**

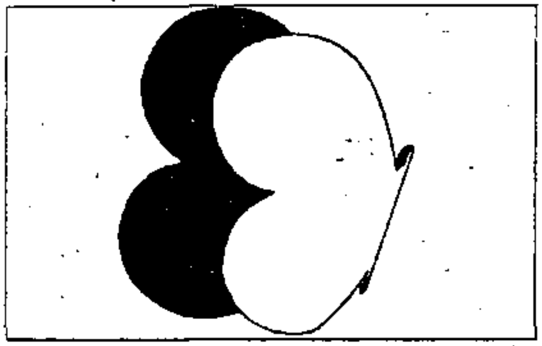
¿Da lo mismo dibujar la E por la parte roja que por la parte blanca?

**Sí, porque la E es una figura** ____________________

¿Da lo mismo dibujar la F por la parte blanca que por la parte roja?

**No, porque la F no es una figura** ____________________

La mariposa se puede doblar a la mitad de la siguiente manera:



¿Cuáles de las figuras de ésta y la lección anterior se pueden doblar a la mitad de esta manera? De acuerdo con esto pon sí o no en las rayas.

¿Se puede doblar así la mariposa? __________ ¿Es simétrica? ________

¿Se puede doblar así la T? __________ ¿Es simétrica? ________

¿Se puede doblar así la locomotora? __________ ¿Es simétrica? ________

¿Se puede doblar así el cantarito? __________ ¿Es simétrica? ________

¿Y la E? __________ ¿Es simétrica? ________

¿Y la F? __________ ¿Es simétrica? ________

# Lección 15

Dobla la página 288 a lo largo de la línea punteada.

Empezando en la punta de la flecha azul y terminando en la punta de la flecha negra, recorta la figura que quieras.

Ahora, desdóblala y dibuja el borde de esa figura en tu cuaderno.

¿Da lo mismo dibujarlo por la parte roja que por la blanca? ______

**La figura que recortaste es simétrica.**

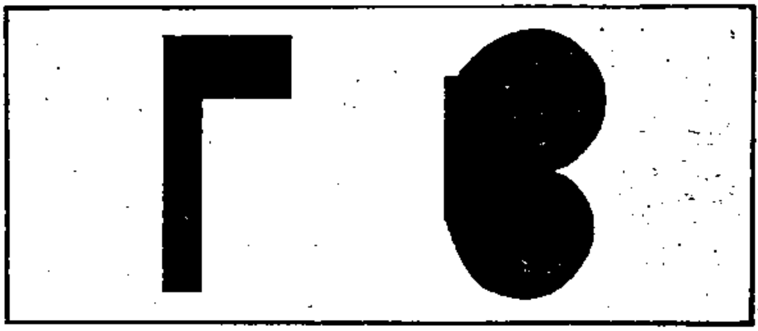
¿La puedes doblar igual que la mariposa y el cantarito? ______

¿La doblaste a lo largo de la línea punteada? ______

**Esta línea se llama eje de simetría.**

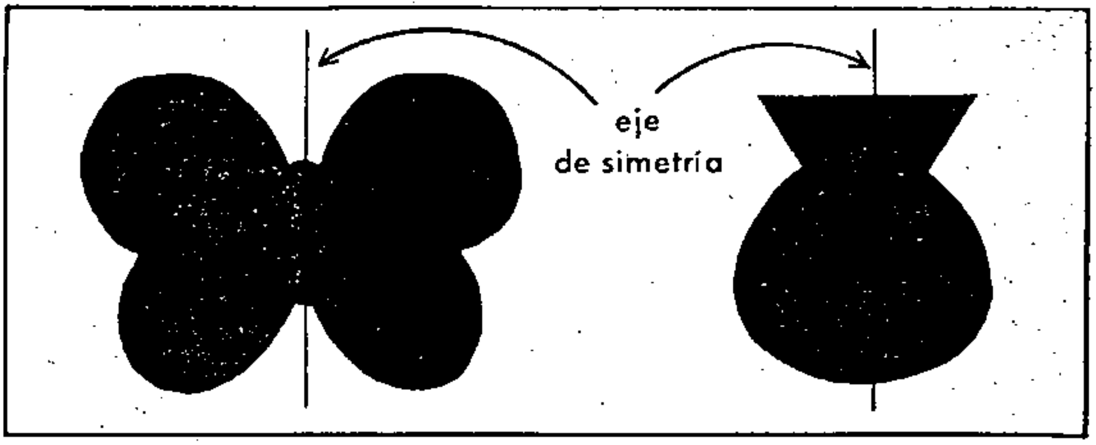
La T y la mariposa las puedes doblar así:

La recta que forma el doblez se llama **eje de simetría**



Vuelve a doblar, a lo largo del eje de simetría, la mariposa que has recortado. Con la mariposa doblada haz coincidir su borde con la mitad de la mariposa de tu cuaderno. Pinta la recta que va a lo largo del doblez. Este es el **eje de simetría** de la mariposa.

Haz lo mismo con las demás figuras simétricas que has recortado.



# *ENTRE LAS UNIDADES DE TRABAJO Y LOS SISTEMAS POSICIONALES DE NUMERACIÓN. UNA RELACIÓN FUNDADA EN LA OSTENSIÓN*

## 1. EL MAESTRO Y EL GRUPO

La relación didáctica que se expone en este apartado, es establecida entre un profesor con aproximadamente 20 años de experiencia – a quien llamaré Manuel - y un grupo de 40 niños de sexto grado. En la zona donde la escuela está ubicada se conservan aún diversas tradiciones y se realizan fiestas populares en las que aquélla participa. El Inspector tiene una presencia importante y promueve en ciertas fechas un método «globalizador» denominado de "Unidades de trabajo" con el cual se busca enseñar de manera correlacionada las distintas materias que conforman el curriculum de la educación primaria.

El mobiliario en el salón de clases está dispuesto a la manera entonces habitual en las escuelas: por filas de mesa-bancos en donde se sientan parejas de niños o niñas con la vista hacia el pizarrón. El profesor se mantiene siempre al frente, junto a su escritorio. En este grupo observamos las clases dedicadas a los siguientes contenidos: números en la recta numérica, suma de fracciones de distinto denominador, unidades de tiempo y escritura de números en distintas bases. En la clase que se analiza con detalle, se desarrolla una "Unidad de trabajo" cuyo tema principal es la Revolución Mexicana. Alrededor de ella se trabajan ciencias sociales, español y matemáticas (escritura de números en distintas bases). Enfocaré la atención a esta última.

## 2. UN DÍA EN EL SALÓN DE CLASES

### A. Desarrollo de la clase

#### *a) Primera fase: introducción*[1]

> Mto: Nos hemos pasado hablando de un tema mucho muy importante de una revolución mexicana que surgió allá ¿en el año de qué?<
> No: De mil novecientos diez
> Mto: De 1910, ¿por qué? por muchas inconformidades que nuestro pueblo tenía, sentía, vivia [...] exactamente, y en ese estado donde nació [Porfirio Díaz], no tenemos aquí el mapa de la república mexicana solita, pero sí lo tenemos a nivel mundial, y a nivel continente americano. Estamos hablando más o menos de esta región (señala en el mapa) del estado de Oaxaca, correcto, ahí también nació uno de nuestros personajes mucho muy queridos...
> No: Benito Juárez

[1] El tiempo dedicado a la introducción del contenido que constituye el núcleo de la "Unidad" (Revolución mexicana) es bastante largo; no incorporo sino algunos fragmentos de esto por no ser el objetivo de esta tesis la interacción alrededor de tales contenidos.

Mto: Benito Juárez. Creo que hemos estado hablando de cosas importantes de este tema, conocido como Revolución Mexicana y una revolución mexicana que nosotros sabemos que se llama así por la sencilla razón de que fueron mexicanos contra quiénes?<
Ns: Mexicanos
Mto: Mexicanos [...]
Mto: Pero no sólo ha habido revolución mexicana [...] sino por ejemplo también revolución //
Ns (unos pocos): Rusa
Mto: [...] Muy bien, yo no sé si algún niño recuerde cuál es la capital de la URSS...
Ns: (silencio)
Mto: Algo así como que nos acordamos de mosquito...
Ns (varios): Moscú
Mto: ¡Qué bárbaros, qué cerebro ![...]

La clase prosigue con una dinámica similar; se abordan cuestiones acerca de la revolución, la constitución mexicana y las formas de gobierno.

**b) Segunda fase: mostración repetida de *agrupamientos en distintas bases***

Mto: [...] Bien, alumnos, ahora vamos a manejar algo un poquito referente o relacionado con lo que ustedes mencionaron al principio, es la cuestión de los nombres (y adhiere al pizarrón la lámina siguiente):

| | | |
|---|---|---|
| Porfirio Díaz | Valiente | ♣♣♣♣♣♣♣♣♣♣ |
| Francisco I. Madero | Dictador | |
| Emiliano Zapata | Pobreza | ∠∠∠∠∠∠∠∠∠∠ |
| Venustiano Carranza | Hermosas | |
| Carmen Cerdán | Pequeña | ΩΩΩΩΩΩΩΩΩΩ |
| La Jesusita | Grande | |
| La valentina | Brillante | ∅∅∅∅∅∅ |
| La Rielera | Lujosa | |
| La Juana Gallo | Floja | |
| | Feliz | |
| b2 | Amable | |
| | Riqueza | |
| | Trágica | |
| | b5 | |

Mto: Bien, alumnos, aquí tenemos algunos nombres [...] que nos van a servir bastante para hacer agrupaciones, para formar grupos con el manejo de las bases que ya algunas ocasiones hemos hecho, primeramente, aquí tenemos (señala en la primera columna de la lámina) que vamos a manejar con base //
Ns: Dos
Mtos. Y luego (señala la siguiente columna) con base //
Ns: Cinco

Mto: [...] Aquí les voy a pedir amablemente, tanto a niños como a niñas que pasen al pizarrón <u>a hacer el encerrado</u>, verdad, que hay que encerrar, que hay que agrupar de alguna manera estos sustantivos propios, para que de esta manera manejemos las tres bases que tenemos indicadas, vamos a manejarlas con la participación de cada uno [...] Le vamos a pedir a su compañera (que está frente al pizarrón) que con un gisesito de color nos maneje la agrupación de base dos.
Na: Anota lo siguiente en el pizarrón:

| | |
|---|---|
| Porfirio Díaz<br>Francisco I. Madero<br>Emiliano Zapata<br>Venustiano Carranza<br>Carmen Cerdán<br>La Jesusita<br>La valentina<br>La Rielera<br>Juana Gallo<br><br>b2 | $\begin{array}{r} 4 \\ 2\,/\,9 \\ 1 \end{array}$<br>2x4+1=9 |

Mto: [...] Ustedes van a checar, ¿cuántos elementos encerró?<
Ns: Dos
Mto: ¿Por qué razón?<
Ns: (silencio)
Mto: porque estamos trabajando en base //
Ns: Dos
Mto: Y eso permite que las agrupaciones se vayan haciendo de dos en dos [...] eso que apenas ha hecho ella (la niña que pasó al pizarrón) es la primera agrupación base dos, estamos encerrando en un círculo, en un recuadro, elementos de dos en dos (...) a ver si la niña que los está haciendo nos puede explicar eso que está haciendo. A ver, ese dos de dónde los sacaste? (se refiere al 2 de 2 x 4 + 1)
Na: De hacer las agrupaciones de base dos
Mto: Con base dos, ¿por qué dice por cuatro?>
Na: Porque formé cuatro conjuntos
Mto: Porque formó cuatro conjuntos de cuántos elementos?<
No: De dos
Mto: De dos elementos, eso es
Na: Éste (señala el 1) es la unidad
Mto: [...] Le sobró un elemento. Le quedó uno suelto, entonces, dos por cuatro, ocho más uno igual a nueve. Nos lo quiso comprobar con la división, nueve entre dos y, dice que nueve, que es el número de elementos entre dos, corresponde a cuatro. Ese cuatro es el número de conjuntos que formó de dos elementos cada conjunto, sobrándole uno, hasta ahí. Adelante. Toma otro gis de diferente color, vas a seguir trabajando ahí en ese grupo de sustantivos propios.

Na: (Ahora agrupa dos grupos de dos elementos cada uno utilizando color diferente, y luego hace la división correspondiente). La lámina queda así:

Porfirio Díaz
Francisco I. Madero
Emiliano Zapata
Venustiano Carranza
Carmen Cerdán
La Jesusita
La valentina
La Rielera
Juana Gallo

B2

$$4\overline{)9}\ ^{2}$$

1

4x2+1=9

Mto: ¿Qué está haciendo ahora [su compañera]? Yo quiero que otro niños me diga qué está haciendo. A ver, tú (señala a un niño)
No: Agrupando conjuntos de dos en dos
Mto: Agrupando conjuntos de dos en dos, ahora un conjunto ya no va a tener dos elementos, sino un conjunto va a tener, ¿cuántos elementos?<
No: Cuatro
Mto: Cuatro, exacto y dice (su compañera) que son cuatro por dos más uno, cuatro por dos ocho más uno nueve; ahora nos lo comprueba con la división, nueve entre cuatro a dos sobrando uno, ¿vamos de acuerdo?<
Ns: Sí
Mto: Bueno, no sé niña si puedas hacer otra agrupación. Toma otro gis de diferente color. Acostúmbrense a eso, niños, para que no haya confusiones al revisar un trabajo, que ustedes manejen diferentes colores para cada agrupación de un diferente color. Eso permite una mayor visibilidad y a quienes calificamos pues nos da más oportunidad de hacerlo más rápido.
(Mientras el maestro habla, la niña en el pizarrón ha hecho lo siguiente):

Porfirio Díaz
Francisco I. Madero
Emiliano Zapata
Venustiano Carranza
Carmen Cerdán
La Jesusita
La valentina
La Rielera
Juana Gallo

$$8\overline{)9}\ ^{1}$$

1

8x1+1=9

B2

Mto: Ahora dice [su compañera] que formó ¿de cuántos elementos?
Ns: (silencio)
Mto: De ocho, ¿más cuánto?<
No: Uno
Mto: Uno por ocho, ocho, más uno nueve y nos lo comprueba con la división también; nueve entre ocho igual a uno y sobra un elemento.

Yo creo que su compañera ha hecho bien el trabajo y merece un aplauso como estímulo.
Ns: (aplausos).

De forma similar se resuelve el resto de los ejercicios que el maestro habia presentado en la lámina. En cada caso, las agrupaciones según la base correspondiente se representan con "círculos" o recuadros de distinto color; y las divisiones que las expresan son como las hasta aqui presentadas. En cada caso, el maestro señala la importancia de que «se vea bien el encerrado».
Los niños que no escriben en el pizarrón permanecen en su lugar observando. En varias ocasiones en las que se hace un ligero murmullo el maestro pronuncia la frase: "¡Grupo observando!", y los niños guardan silencio. A lo largo del episodio, el profesor hace además comentarios del siguiente tenor:

Mto: [...] Hay que estar atentos, ¿eh?, no hay que distraernos porque perdemos la secuencia, perdemos el conocimiento que es lo fundamental.

. . .

Mto. [...] Los demás vamos a observar. Después trabajaremos de manera conjunta, o sea individual para calificarles su trabajo a cada uno. Vamos a observar, niños de esta fila por favor observando a su compañero [que escribe en el pizarrón].

. . .

Mto: Los demás parece que tuvieron pavor de pasar al pizarrón.

. . .

El maestro califica a los niños conforme van terminando. A juzgar por los comentarios repetidos del profesor – como por ejemplo "No te fijaste", o "A ver si a la próxima" - muchos se equivocan en las divisiones asociadas a los agrupamientos.

## 3. NUESTRO ANÁLISIS[2]

### A. La relación con el objeto de saber

El profesor Manuel – como seguramente hicieron muchos otros - buscó acoger en su acción los contenidos de saber introducidos en la escuela con la reforma de las «matemáticas modernas». Lo vimos trabajar los enteros sobre la recta numérica e, incluso, en la clase aquí presentada, incorpora un contenido ausente en el programa de sexto grado: la numeración en distintas bases. Esto, me parece, denota la importancia que en su opinión tiene tal contenido en la formación matemática de los alumnos. La interpretación que de él hace el profesor - y que es posible ver en sus acciones didácticas,- es la siguiente:

[2] En algunas partes del análisis se utilizan frases entre corchetes; refieren o bien a frases pronunciadas por el profesor en clase, o bien a afirmaciones hechas durante las entrevistas que sostuvimos con él. Este formato se utiliza a lo largo de todo el escrito.

1. Ha seleccionado un acercamiento que vincula permanentemente al uso de representaciones gráficas. Es decir, en todos los casos, la actividad está anclada a la representación pictórica de los conjuntos. A partir de ellos es que se agrupa conforme a las distintas bases; en varias ocasiones, el profesor dice a los niños: «Vamos a hacer el *encerrado*» refiriéndose con ello a la formación de grupos y grupos de grupos de los objetos dibujados.

2. Resultado de lo anterior, los números que se pueden trabajar en clase no son sino números relativamente pequeños (37 es el mayor que vimos incorporar).

3. La «formalización» de la actividad de agrupar sucesivamente se traduce en divisiones también sucesivas; tal formalización deriva en un sentido matemático que se aleja del valor de posición; su sentido es registrar y «comprobar» el conteo de los elementos. El siguiente episodio es representativo de tal desplazamiento:

> Mto: ¿Qué está haciendo ahora [su compañera]? Yo quiero que otro niño me diga qué está haciendo. A ver, tú (señala a un niño)
> No: Agrupando conjuntos de dos en dos
> Mto: Agrupando conjuntos de dos en dos, ahora ya no va a tener un conjunto dos elementos, sino un conjunto va a tener, ¿cuántos elementos?<
> No: Cuatro
> Mto: Cuatro, exacto y dice [su compañera] que son cuatro por dos más uno, cuatro por dos ocho más uno nueve; ahora nos lo comprueba con la división, nueve entre cuatro a dos sobrando uno, ¿vamos de acuerdo?< [...]

Adicionalmente, la asociación *agrupamientos sucesivos/ divisiones sucesivas* tal como es trabajada conlleva otra ausencia importante para promover la comprensión de las reglas y el funcionamiento de los sistemas posicionales. La explico a continuación.

Los agrupamientos son representados simbólicamente mediante divisiones y expresiones como las siguientes:

| | |
|---|---|
| Porfirio Díaz<br>Francisco I. Madero<br>Emiliano Zapata<br>Venustiano Carranza<br>Carmen Cerdán<br>La Jesusita<br>La valentina<br>La Rielera<br>Juana Gallo | $\begin{array}{r} 4 \\ 2\,\overline{)\,9} \\ 1 \end{array}$<br>2x4+1=9<br>$\begin{array}{r} 2 \\ 4\,\overline{)\,9} \\ 1 \end{array}$<br>4x2+1=9 |
| B2 | $\begin{array}{r} 1 \\ 8\,\overline{)\,9} \\ 1 \end{array}$<br>8x1+1=9 |

Cada una de las divisiones - realizadas conforme se hacían los agrupamientos de distinto orden - sustituye a la anterior y al hacerlo "borra" las huellas de los agrupamientos previamente realizados. El hecho de que, en el caso arriba anotado, el 4 y el 8 no se hagan equivaler a grupos de 2x2 ($2^2$) y 2x2x2 ($2^3$) elimina la representación "formal" de los agrupamientos de distinto orden, marginando así de la representación y la reflexión la idea de "grupos de grupos" que es fundamental en los sistemas posicionales de numeración.

4. Finalmente (en la tercera fase de la sesión), el maestro correlaciona la actividad de "representar números en distintas bases" con las partes de la división y dedica algunos momentos a recordar los nombres de dichas partes:

> Mto: [...] Ahora se me ocurre preguntarle a los que están aquí charlando, niños, ¿cómo se llama la cantidad de adentro de la división, o sea, lo que vamos a repartir?>
> Na: Dividendo
> Mto: ¿Cómo?>
> Na: Dividendo (lo dice más fuerte)
> Mto: Y el niño que está allá, ¿cómo se llama el número o sea la cantidad que está afuera?>
> No: Divisor
> Mto: [Alguien] de aquí de esta fila, ¿cómo se llama el resultado de toda división?
> Ns: Cociente
> Mto: [...]

La atención en este episodio se desplaza hacia un aspecto que tradicionalmente constituía parte de los aprendizajes obligados acerca de las operaciones aritméticas: la denominación de sus términos. Al hacerlo, el profesor se ha distanciado por completo del objetivo oficialmente previsto para la actividad de agrupar repetidamente los elementos de los conjuntos.

### B. El contrato celebrado: basado en la ostensión

En la relación promovida con la *numeración en diferentes bases*, el profesor toma una responsabilidad central: mostrar a los alumnos una forma de operar. Se trata de que éstos sepan resolver los ejercicios que luego les pondrá «para ver si el objetivo se logró». Para cumplir dicha responsabilidad, el profesor se apoya fundamentalmente en la ostensión repetida de un procedimiento. Tal ostensión hace necesario introducir ilustraciones, colorear, "encerrar", relacionar los agrupamientos con una división.

La intención ostensiva es observada aún no habiendo presenciado el primer contacto con los sistemas de numeración, aquélla reaparece constantemente a lo largo de las clases . Luego, se trata de hacer repetir lo anterior. En efecto, como última fase de la clase, el profesor solicita realizar un ejercicio "[...] solitos, en su cuaderno [...] es para todo el grupo, para evaluar, para calificar. El ejercicio consiste en escribir 21 sustantivos propios y luego agruparlos en base 3; hacer 37 dibujos y agruparlos en base 5 y 16 adjetivos calificativos en base 4; también se trata de hacer las divisiones respectivas.

Los niños, por su parte, tienen como responsabilidad primera poner atención y observar la mostración reiterada por el profesor. Si pasan al pizarrón deben saber hacer, pues tal hacer (nueva repetición) se convertirá en recurso para mostrar al profesor que su objetivo de enseñanza se logró y, adicionalmente, para que otros aprendan o terminen de aprender el procedimiento en cuestión.

### C. Los mecanismos de regulación: episodios generalmente diferidos

El profesor introduce los conocimientos en una suerte de monólogo en el que, al desconocerse los efectos de la comunicación, no se hace necesario ningún mecanismo de regulación. En la clase presentada esto no se observa porque el tema se había introducido con antelación. Tal forma de presentación de los objetos matemáticos, sin embargo, se hace visible adelantada la clase:

> Mto: [...] estamos trabajando en base //
> Ns: Dos
> Mto: Y eso permite que las agrupaciones se vayan haciendo de dos en dos [...] eso que apenas ha hecho ella (la niña que pasó al pizarrón) es la primera agrupación base dos, estamos encerrando en un círculo, en un recuadro, elementos de dos en dos (...) a ver si la niña que los está haciendo nos puede explicar eso que está haciendo. A ver, ese dos de dónde los sacaste? (se refiere al 2 de 2 x 4 + 1)
> Na: De hacer las agrupaciones de base dos
> Mto: Con base dos, ¿por qué dice por cuatro?>
> Na: Porque formé cuatro conjuntos
> Mto: Porque formó cuatro conjuntos de cuántos elementos?<
> No: De dos
> Mto: De dos elementos, eso es
> Na: Éste (señala el 1) es la unidad
> Mto: [...] Le sobró un elemento. Le quedó uno suelto, entonces, dos por cuatro, ocho más uno igual a nueve. Nos lo quiso comprobar con la división, nueve entre dos y, dice que nueve, que es el número de elementos entre dos, corresponde a cuatro. Ese cuatro es el número de conjuntos que formó de dos elementos cada conjunto, cada grupo sobrándole uno, hasta ahí. Adelante. Toma otro gis de diferente color, vas a seguir trabajando ahí en ese grupo de sustantivos propios [...].

Y esta forma de acción se observa en el resto de las clases.[3]

---

[3] Por ejemplo la dedicada a las medidas de tiempo, la cual tiene lugar después de que se han hecho ejercicios gimnásticos para concentrar la atención. El siguiente es un fragmentos del largo monólogo a que da lugar la introducción del contenido:
Mto: Bien, vamos a trabajar, siéntense (...). Desde hace muchos, muchísimos años, el hombre ha tenido necesidad de medir el tiempo, lo han hecho de muchas maneras, desde la observación, desde las partes altas...

Las locuciones del profesor duran varios minutos. La participación de los niños es muy eventual y se reduce a completar frases formuladas por el profesor. Se observa que no es responsabilidad asumida por éste modificar su discurso para que los interlocutores (los alumnos) realmente lo reciban. Al no comprometerse el profesor con las condiciones de recepción de su mensaje[4], no se necesitan mecanismos de regulación en el primer contacto con el objeto de enseñanza: al no lanzarse preguntas, no se requieren respuestas; así, las condiciones efectivas de la recepción quedan ocultas durante los episodios en que se introduce un nuevo contenido matemático. Se trata entonces - apelando a la terminología de G. Brousseau - de un contrato *escasamente didáctico* en el que la forma de la ostensión es determinada de una vez y para siempre. Es decir, el profesor no pondera la eficacia y pertinencia de la ostensión elegida para hacer adquirir el saber, aquélla está fuera de toda discusión. En todo caso, se trata de repetir

Sin embargo, hay otros momentos en que el maestro busca constatar que los alumnos recuerden contenidos previamente enseñados. Se trata de los momentos dedicados al "repaso" de conocimientos supuestamente ya aprendidos. Entonces, aparecen las preguntas y con ellas la necesidad de regulación pues pocas veces los niños ofrecen las respuestas que el profesor desea. Durante tales pasajes, se utilizan distintos mecanismos de regulación:

*1. Agregar la información no recibida a manera de respuesta*:

Por ejemplo:

> Mto: Ahora dice [su compañera] que formó [un grupo] ¿de cuántos elementos?<
> Ns: (silencio)
> Mto: De ocho, ¿más cuánto?<
> No: Uno

2. *Simplificar las preguntas formuladas (aparición del efecto Topaze)*

Por ejemplo:

> Mto: [...] Ustedes van a checar, ¿cuántos elementos encerró?<
> Ns: Dos
> Mto: ¿Por qué razón?<
> Ns: (silencio)
> Mto: porque estamos trabajando en base //
> Ns: Dos

Llama la atención el hecho de que tales mecanismos se hagan necesarios a pesar de que las preguntas planteadas tienen un bajo nivel de significación. Los siguientes son otros ejemplos del tipo de preguntas planteadas a lo largo de la clase:

[4] Uso el términc mensaje en el sentido brousseauniano que anoté en la primera parte del escrito.

Mto: ¿Con qué base está trabajando su compañero? (el niño que agrupa de 7 en 7 en el pizarrón)
Ns: Siete
Mto: Exactamente, y son dos por siete catorce más tres //
Ns: 17

. . .

Mto: Ahora se me ocurre preguntarle a los que están ahí charlando, ¿cómo se llama la cantidad de adentro de la división? [...] [5]

## D. Mecanismos de regulación y pérdida de significación

Señalé antes que, en general, en este grupo los mecanismos de regulación son diferidos a momentos de la progresión didáctica en que se repasa o se evalúa el aprendizaje. Puede verse, por otra parte, que las preguntas planteadas refieren a pequeños trozos de conocimiento previamente transmitido, y sin embargo, los niños con frecuencia no cuentan con ellas. De ahí la necesidad de introducir mecanismos para lograr que las respuestas lleguen. Y uno frecuente consiste en simplificar aún más las preguntas (de manera que es prácticamente imposible no dar las repuestas) perdiéndose casi por completo la significación original de los conocimientos. Como quiera que sea, aún desprovistas de significación las respuestas llegan y eso permite al profesor continuar la relación sobre los términos contractuales establecidos.

## E. El espacio de la regulación

El profesor Manuel - como cualquiera otro - tiene por necesidad hacer que la progresión didáctica avance. Necesita respuestas que muestren la efectividad de su labor para poder continuar sobre los mismos términos. Y lo logra incorporando los mecanismos de regulación antes descritos; sin embargo, el espacio regulado no comprende al total de sus alumnos . En efecto:

1. A lo largo de las clases sólo unos cuantos son interrogados;
2. En general, los niños no quieren participar ni pasar espontáneamente al pizarrón; en más de una ocasión el maestro dice: "¿Tengo que traer una grúa?", o "¿Es que les pusieron *cola-loca*?;"[6]

---

[5] En otras clases, se observa también *"Pasar la pregunta a otro alumno"* como acción que promueve la emergencia de las respuestas planteadas.. Un ejemplo de su uso es el siguiente:
Mto. ¿Cuántos litros tiene un galón? (dirigiéndose a un niño cuyo nombre no identifica)
No: (silencio)
Mto: A ver, Hilario (Hilario había dado anteriormente otra respuesta correcta)
Hilario: Tres punto setecientos ochenta y cinco litros
Mto: Es cierto. Eso es un galón: tres punto setecientos ochenta [...]

[6] *Cola loca* es el nombre de un pegamento de alta resistencia en el mercado desde esa época.

3. Durante la revisión de los trabajos al final de la clase, muchos niños no obtienen calificación satisfactoria;

Lo ocurrido en otras clases apoya nuestra suposición de lo limitado del espacio de regulación. Hay "llamadas de atención" y comentarios del profesor que ponen de manifiesto el desconocimiento de temas repetidamente trabajados; como en el siguiente pasaje:

> "Vamos a pasar un poquito a las operaciones fundamentales, las que nos sirven para resolver nuestros problemas, a cada momento estamos con eso: "No sé sumar, profesor, no sé restar". Ayer o antier lo vimos, ¡cómo tenía el escritorio, parece que teníamos una venta de golosinas!. A ver, les dije: "Los que no saben sumar", y se me vinieron como ocho, "Y los que no saben restar..." y se me vienen otros ocho [...]

El contenido de este episodio, a la vez que muestra la incapacidad de recordar de los alumnos, permite suponer que el profesor se preocupa por el aprendizaje. Empero, la forma en que asume la preocupación – carente de memoria didáctica y orientado a un pequeño número de sus alumnos – da por resultado que los niños continúen necesitando las repeticiones del profesor.

### F. Las cláusulas invariantes, o lo habitual en la clase

En todas las clases observadas, el profesor Agustín trabaja de manera más o menos similar: introduce ostensivamente una noción; los alumnos muestran si la han captado repitiendo lo dicho por el profesor. Luego llega el momento de la ejercitación. Si los niños no captaron, la repetición logra que al menos unos cuantos lo hagan. La mayoría del grupo permanecen silenciosos y reacios a pasar al pizarrón. Pero entonces el profesor pasa a los que sí quieren participar públicamente. Es una rutina que con algunas variantes se repite cotidianamente. Es una rutina que permite que el proyecto del profesor se mantenga.

## 4. A MANERA DE CONCLUSIÓN

### A. De los sistemas de numeración a los agrupamientos con colores y la división.

#### *a) La propuesta oficial sobre los sistemas de numeración*

La numeración en distintas bases fue un contenido incorporado a la educación primaria con la reforma de los años setenta. Bajo la idea de que los niños deberían conocer las estructuras matemáticas, la noción que pretendía comunicarse era la de sistema posicional y ya no solamente la de sistema decimal. Este último, hasta entonces universo de la enseñanza de las escrituras numéricas, devino sólo una de las formas posibles de representar los números. Los autores de la reforma se dirigían incluso a los niños de los grados superiores para hacerles saber su intención. El siguiente es uno de esos casos:

> Para esta lección procura tener a mano un buen número de pequeñas fichas o frijolitos o piedritas, tales que quepan en los cuadros numerados que ves abajo.
> La idea es escribir números expresados en distintas formas para que te sea más clara la idea de sistema posicional (Imaz et. al.; 1972/1985, 14).

Los cuadros a los que refería el párrafo anterior eran como los siguientes:

| | | |
|---|---|---|
| **12** | **7** | **1** |

La idea de sistema posicional se desarrolló ciertamente con bastante moderación. De hecho, en los programas y textos no se sugería la escritura formal de los números en las distintas bases (en otros países sí se hizo). La idea se traducía únicamente en expresiones como las que aparecen abajo, las cuales (en este caso específico) seguían a la agrupación de 27 *marcas* dibujadas sobre el libro de texto, teniendo como **base** de agrupamiento el 4:

| Conjuntos de 4 x 4 | Conjuntos de 4 | Marcas sobrantes |
|---|---|---|
| | | |

(Imaz et. al.; 1972/1985; 12-13).

Quizás las escrituras más "formales" a lo largo de la educación primaria fueron como las siguientes:

$$\boxed{\phantom{0}} \times 12 + \boxed{\phantom{0}} \times 7 + \boxed{\phantom{0}} \times 1 = \boxed{\phantom{00}}$$

Tales expresiones proseguían a ejercicios del tipo que se muestra a continuación:

| | | |
|---|---|---|
| o o o o<br>12 | 7 | o o<br>1 |

(Imaz et. al.; 1972/1985; 15).

Los hasta aquí presentados, eran ejercicios correspondientes al quinto grado de la educación primaria, en el sexto no aparecían. Pero el tema se iniciaba en el primer grado, en el cual se promovía el agrupamiento de los elementos de distintas colecciones en grupos de dos, tres, cuatro... diez elementos ya que, se decía, "[...] se estudiará el concepto de base, de una manera muy simplificada, para diversas bases, aun cuando el objetivo final sea el llegar al sistema de base 10 o decimal" (SEP; 1972/1976; 64).

Los ejercicios se sugerían generalmente con la siguiente secuencia:

a) en un nivel manipulativo (se proponía agrupar objetos pequeños o formar grupos de niños);
b) en un nivel gráfico (había que representar mediante dibujos las agrupaciones realizadas o "encerrar" los elementos de los conjuntos ilustrados en los textos);
c) en un nivel verbal (los resultados de los agrupamientos debían anotarse mediante expresiones del tipo*: [se formaron] 4 parejas y 0 personas*) (SEP; 1972/1976; 69).

Se observa pues en el conjunto de los materiales, un interés importante por alcanzar la comprensión de la noción de base y posición. Se ve la idea propia de la época consistente en creer que manejando las estructuras (subyacentes en los materiales) se comprenderían mejor los conceptos matemáticos.

Conviene enfatizar, por otra parte, que las nociones de base y posición no aparecen ya como contenidos explícitos en el sexto grado. Sin embargo, el profesor Manuel recupera el contenido y pone a sus alumnos en relación con él. Tal decisión permite suponer una consideración de relevancia para el mismo.

***b) La transposición del profesor Manuel***

En la clase del profesor Manuel, los aspectos del objeto sistemas posicionales de numeración seleccionados no corresponden a los incorporados en los programas y textos oficiales; son varias las diferencias o ausencias que encontramos en la forma que se vinculó a los niños con él:

a) El vínculo se estableció entre la acción de formar grupos de objetos utilizando gráficos (*encerrar*, dice el profesor) y la operación de división;
b) Esta forma de trabajar los agrupamientos no vinculaba con claridad a la noción de posición;
c) La idea de "grupos de grupos" quedó prácticamente eliminada debido al tipo de formalización (enfocada a la división);
d) Se marginó la escritura de números utilizando distintas bases, específicamente, la escritura de los resultados de los agrupamientos realizados.

Asimismo, el deseo de ostentar los agrupamientos (mediante dibujos de objetos que se *encierran* con gises de colores) obligó a restringir el rango de los números que era posible trabajar y con ello se eliminaron dos aspectos fundamentales del objeto sistemas de numeración: la propia notación posicional, y otro derivado de ésta consistente en advertir la potencia que encierra el poder representar cualquier número con unos cuantos símbolos asignados conforme a otras tantas reglas.

Fue finalmente una interpretación que, surgida de una tradición ostensiva y dejando de lado las estructuras matemáticas, se centró en las representaciones gráficas y los procedimientos. Esta es la transposición que puso a los niños en contacto con un cierto objeto de enseñanza ciertamente alejado del original. [7]

**B. Del contrato sugerido al contrato celebrado**

La reforma de los años setenta buscaba generar nuevas formas de acceder al saber matemático escolar: el descubrimiento era la principal; se buscaba partir de las nociones intuitivas de los niños para - mediante apoyo de las situaciones y las interrogaciones pertinentes - arribar a las nociones matemáticas formales. Tal intención hacía necesario celebrar contratos en que el profesor se abstuviera de enunciar los conocimientos que buscaba ver aparecer; implicaba incorporar la interrogación y, a partir de las respuestas sucesivas dadas por los alumnos, concluir con la formulación de la noción prevista. Era un nuevo papel para el docente: interrogar en vez de enunciar; era un nuevo papel para el alumno: razonar para colaborar con sus respuestas en la construcción de una formulación prevista por el profesor.

Ninguna de estas responsabilidades fue asumida en el grupo del profesor Manuel. El contrato que observamos celebrar teniendo como saber en juego los sistemas posicionales de numeración, se sustenta en otras concepciones y creencias, en donde la noción central de la enseñanza es la ostensión, seguida (necesariamente) de la repetición. Los contratos que observamos celebrar en otras sesiones, conservan estas cláusulas invariantes. Se trata entonces, de un contrato que ha devenido habitual.

**C. Lo nuevo en lo viejo**

La concepción de enseñanza puesta en acto, derivada de una vieja tradición educativa, no fue desplazada por la que traían las nuevas matemáticas. El propio profesor lo afirma: «Las que nos dan (en los textos y programas) son sugerencias» y bajo el argumento de la libertad de enseñanza le resulta irrelevante cambiar el

[7] En el resto de las clases observadas registramos recortes y modificaciones bastante similares. En el caso de los números enteros: se trató de que el maestro trasmitiera informaciones sobre el tema y mostrara la forma de operar sobre la recta; luego, la actividad se orientaría a que, mediante la acción repetida en el pizarrón, el resto del grupo captara y guardara en la memoria la forma conveniente de operar.

descubrimiento por la ostensión. De manera distinta, considera conveniente la sugerencia de utilizar la *enseñanza globalizada* y por "Unidades de Trabajo". Esta es también una añeja idea promovida intensamente en los años sesenta (cf. por ejemplo SEP; 1964; Villareal; 1966/1967) bajo el argumento de que "[...] la división en disciplinas didácticas no es vital, no corresponde a la vida" (Villareal; 1967; 214). De manera distinta, en la enseñanza globalizada - que permite tomar en la armonía natural los hechos, los seres y los objetos de estudio - se coordinan actividades mentales, físicas y sociales para dominar un asunto de aprendizaje, de manera que los fenómenos naturales y socioeconómicos se estudian como integrando una totalidad, una unidad, por la relaciones existentes entre ellos (cf. Villarreal; 1967; 216 y ss).

Orientado por nociones como éstas, el maestro Agustín «correlaciona» las distintas materias mezclando el tema Revolución con las escrituras numéricas en distintas bases. Resulta cuestionable la significatividad de la correlación entre los nombres de revolucionarios y el agrupamiento ostensivo de los elementos de ciertos conjuntos. Es igualmente dudosa la motivación y la vinculación con la vida real que tal correlación pudiese acarrear. Pero era bajo tales convicciones que el profesor leía las «nuevas matemáticas» y las presentaba a sus alumnos.

. . .

Hasta aquí nuestro primer ejemplo del cómo las ideas incorporadas con la «matemática moderna» se entretejieron con las viejas. Es el caso de un profesor que, «ejerciendo su derecho de libertad de enseñanza», tradujo los sistemas de numeración en agrupación de nombres de personajes asociados a la revolución mexicana mediante una técnica basada en el color. Lo primero permitía motivar a los alumnos, porque «la matemática debe ser para la vida»; lo segundo aseguraba que «se vieran bien los agrupamientos»; pienso que con ello se quería decir que *se captara bien el concepto*. Pienso también que esta intención no se cumplía sino en muy escasa medida, porque las cláusulas del contrato devenido habitual, la regulación generalmente diferida y lo limitado del espacio de tal regulación, no hacían posible otra cosa.

Pero no fue el profesor Manuel el propietario exclusivo de esta transposición. Otros profesores continuaron estableciendo contratos basados en la ostensión, y centrados en las formas de operar, y la responsabilidad de responder a las preguntas del profesor sobre la base de sus ideas intuitivas nunca les fue dada a los alumnos. También se tejieron textos de saber similares al aquí mostrado, dando lugar a otras modalidades del efecto *meta-cognitivo*, es entre otros el caso de una profesora de primer grado que, aún en el período en que formalmente la «matemática moderna» había abandonado las escuelas, recomendaba a sus alumnos recordar que «Para que sea conjunto [una colección de objetos] debemos poner los círculos». Esta profesora, también introducía los signos > y < con explicaciones del siguiente tenor:

> [Para comparar los conjuntos] Vamos a utilizar un símbolo, se va a parecer a un animalito...al cocodrilo. El cocodrilo no es tonto, se va a ir para donde hay más comida, va a abrir sus fauces para donde hay más [anota < en el pizarrón y continúa la explicación].

No es raro que, en la fase de ejercitación, algunos de sus alumnos hayan puesto dientes a los cocodrilos que supuestamente expresaban una relación de orden entre parejas de números. En casos como estos, el sentido original de los signos y los diagramas se había modificado por completo.

Tal vez este tipo de efectos son los más reconocidos como resultado de la reforma de los años setenta. Era la transformación que la tradición ostensiva, procedimental y «vinculada a la vida» operó sobre el interés original de "Fomentar en el educando la capacidad de formalizar con precisión; es decir, la capacidad de razonar, y de aplicar su razonamiento a situaciones reales o hipotéticas de las cuales puedan derivarse a su vez conclusiones u otras formalizaciones" (cf. SEP; op.cit.) aspiración central de los promotores de la «nueva matemática».

Seguramente esto ocurrió en muchos salones de clase. Pero la «matemática moderna» instalada sobre la base del sensual-empirismo dio lugar a otros contratos didácticos y otras relaciones con el saber, probablemente más cercanas (aunque nunca iguales) a las previstas por sus impulsores. En lo que sigue veremos algunas de ellas.

**Cuadro 2. Características de la actividad matemática desarrollada en el grupo del profesor Manuel**

| | *Primera clase*[8] | *Segunda clase* | *Tercera clase* | *Cuarta clase* |
|---|---|---|---|---|
| Contenido objeto de la interacción | Sistemas de numeración de base y posición | Medidas de tiempo y suma de números denominados | Números simétricos en la recta numérica | Suma de fracciones de distinto denominador |
| El contenido corresponde a los programas oficiales | Sí (aunque no en este grado) | No | Sí | Sí (y a programas precedentes) |
| Se introduce definición o procedimiento | Sí | Sí | Sí | Sí |
| Se utiliza introducción ostensiva | Sí | Sí | Sí | Sí |
| Se llega al conocimiento mediante esquema interrogativo | No | No | No | No |
| Se plantean preguntas cerradas | Sí | Sí | Sí | Sí |
| Se plantean preguntas abiertas o anticipatorias | No | No | No | No |
| Se resuelven problemas como vía del aprendizaje | No | No | No | No |
| Se resuelven problemas como espacio de aplicación | No | No | No | No |
| Se realizan ejercicios rutinarios | Sí | Sí | Sí | Si |
| Se realiza trabajo individual | Sí | Sí | Sí | Si |
| Uso de material manipulable o gráfico | Sí (se utiliza una lámina con ilustraciones) | No | No | No |
| Mecanismos de regulación | Pasar la pregunta a otro alumno; Dar la información; Simplificar al máximo las preguntas | Pasar la pregunta a otro alumno; Dar la información; Simplificar al máximo las preguntas | Pasar la pregunta a otro alumno; Dar la información; Simplificar al máximo las preguntas | Pasar la pregunta a otro alumno; Dar la información; Simplificar al máximo las preguntas |
| E*fectos* didácticos | Efecto metacognitivo Efecto Topaze | Efecto Topaze | Efecto Topaze | Efecto Topaze |

[8] En esta y en la tercera clase no observamos directamente la introducción del nuevo contenido. Por las referencias hechas en clase, queda claro que el primer tiempo de la interacción didáctica se dedicó a ello.

# *ENTRE EL DESCUBRIMIENTO Y LA COMUNICACIÓN. EN TORNO A LAS UNIDADES DE MEDIDA Y LAS PROPIEDADES DE LA MULTIPLICACIÓN*

## 1. EL PROFESOR Y EL GRUPO

Los acontecimientos que constituyen el referente de este apartado se suceden en un grupo de quinto grado de una escuela que goza de prestigio académico importante. El grupo está conformado por 32 niños y niñas, cuyo profesor llamaremos José. El profesor José tiene 28 años de servicio en la educación primaria y estudió la especialidad de enseñanza de las matemáticas en la Normal Superior. Ha trabajado en primaria y en secundaria, tanto en escuelas públicas como privadas. Es uno de esos profesores reconocidos como muy buenos por la directora de la escuela y los padres de familia.

Estuvimos durante seis días con el grupo del profesor José. Veremos en seguida extractos de los registros de dos clases. Una de ellas correspondiente a aritmética y la otra a medición. De acuerdo con nuestra metodología, la doble inserción obedece a que se observan cambios relevantes en los contratos que regulan la relación didáctica.

## 2. UN DÍA EN EL SALÓN DE CLASES

### A. El objeto de saber en juego: las propiedades de la multiplicación

Como señalé previamente, uno de los contenidos novedosos en la propuesta curricular de los años setenta fue las «propiedades de las operaciones». El interés al respecto era evidenciar los mecanismos en los que se basan los algoritmos de las operaciones y, con base en ello, justificarlos. El libro del maestro de tercer grado de la época fue quizás el más explícito al respecto:

> "Los algoritmos que nosotros usamos tienen como fundamento las ideas en las que el sistema decimal de numeración está basado y en propiedades aritméticas de los números: la conmutabilidad, la asociatividad y la distributividad. De ahí la gran importancia que tienen estas propiedades: a partir de ellas (...) se pueden elaborar reglas para efectuar las operaciones aritméticas" (Imaz et. Al; 1975; 26).

Las propiedades que vimos trabajar en el grupo del profesor José son las correspondientes a la multiplicación de números enteros positivos.

## B. Desarrollo de la clase

### *a) Primera fase: recordatorio de saberes previos*

Para iniciar la clase, el maestro realiza a manera de interrogatorio un recordatorio en el que los conceptos y conocimientos en juego son:

- la noción de multiplicación (entendida como una adición abreviada de sumandos iguales);
- los "signos" que indican multiplicación (se incluyen aquí los paréntesis y el punto y su uso en expresiones algebraicas);
- el vocabulario "preciso" correspondiente;
- procedimientos canónicos para probar el resultado de una multiplicación (se utiliza la división, "ya que es la operación inversa"; también un procedimiento denominado "del nueve" que corresponde a una vieja tradición de enseñanza).

Además de dar respuestas orales al profesor con el fin de mostrar que las nociones precedentes han sido retenidas, los niños también deben mostrar su conocimiento en términos de *saber hacer*. Después de que se ha expresado un enunciado que refiere a alguno de los puntos antes mencionados, se realiza un cálculo en el pizarrón. En general, los niños muestran dominar los aspectos del contenido matemático que el profesor demanda: las definiciones y el cálculo.

### *b) Segunda fase: introducción de las propiedades de la multiplicación*

El maestro anota en el pizarrón lo siguiente:

| |
|---|
| Propiedades:<br>1. Conmutativa<br>2. Asociativa<br>3. Elemento Neutro<br>4. Distributiva |

Mientras va escribiendo, dice:
La multiplicación nos presenta las siguientes propiedades: conmutativa, asociativa, elemento neutro y distributiva. Tenemos la otra propiedad que les había dicho en la adición: la de cerradura, ¿se acuerdan?<
Ns: ¡Sí! (casi todos contestan) [...]

### *c) Tercera fase: ostensión analógica de la conmutatividad*

Mto: Ahora, quién me quiere decir qué es conmutar o propiedad conmutativa?<
Ns: (nadie levanta la mano indicando que quiere contestar)
Mto: A ver si alguien sabe...

Ns: (nuevamente nadie levanta la mano)
Mto: A ver, ¿quién quiere venir y conmutar conmigo?<
Ns: (siguen sin levantar la mano para indicar que quieren participar)
Mto: Bueno, entonces voy a conmutar con la maestra (la observadora); aquí voy a pintar un circulito y acá otro (dibuja dos círculos en el piso, al frente del salón) en uno voy a poner maestra y en otro maestro (y anota esto en los círculos) y aquí yo me voy a parar y la maestra acá, y fíjense lo que vamos a hacer (intercambian de círculo; al hacerlo el maestro adopta una actitud teatral).
Ns: (Risas)
Mto: Bueno, pues ya conmutamos, aplicamos la propiedad conmutativa, ¿me pasó algo a mí?<
Ns: ¡No!
Mto: ¿Le pasó algo a la maestra?<
Ns:¡ No!
Mto: Estamos iguales, volvemos a conmutar (el maestro y la observadora regresan al lugar original)

***d) Cuarta fase: construcción de una primera formulación***

Mto: ¿Entonces, qué será conmutar?<
Ns: (algunos levantan la mano indicando que quieren contestar)
Mto: A ver, manos, manos...
Ns: (Algunos más levantan la mano)
Mto: ¿Qué será conmutar?<
No: ¿Cambiar de lugar?
Mto: Cambiar de lugar... ¿qué es conmutar, Leticia?
Leticia: Cambiar de lugar
Mto: Cambiar de lugar, pero [fíjense que] no nos pasó nada, estamos igual. (Los niños escuchan con gran atención). Entonces, ya saben, lo que es conmutar (...).

***e) Quinta fase: validación de una formulación inicial***

Mto: Ahora voy a poner una multiplicación (y anota en el pizarrón:)

1 . 4 x 3 x 1 = 12

Mto: ¿Qué dice ahí?>
No: (no responde)
Mto: ¿No sabes? A ver, Luis
Luis: Cuatro por tres por uno
Mto: ¿Qué dice ahí, Lilia?
Lilia: Cuatro por tres por uno
Mto: ¡Conmuta!, quiero que conmutemos>
Ns: (Todos levantan la mano indicando que quieren contestar; se ven interesados)
No: Tres por cuatro por uno
Mto. (Anota en el pizarrón 3 x 4 x 1 = 12; va leyendo en voz alta lo que anota)

Mto: ¿Quién más? <
No: (da otra respuesta: 1 x 3 x 4)

El maestro anota la respuesta; solicita otras y las va anotando, todos quieren responder; el pizarrón queda así:)

1. 4 x 3 x 1 = 12
3 x 4 x 1 =
1 x 3 x 4 =
1 x 4 x 3 =
4 x 1 x 3 =

Mto: Muy bien, ¿cuánto me dan [esos cálculos]?<
Ns: ¡12!
Mto: ¿Por qué?, a ver, Francisco
Fra: Porque 4 por 3 por 1 igual a 12
Mto. Muy bien, ¿y esto a cuánto sale? (Va señalando cada una de las multiplicaciones, en cada caso, los niños responden a coro: ¡12!)
Mto. Siempre sale 12, ¿ya se dieron cuenta de qué es conmutar?<
Ns: ¡Sí! (la mayoría)

***f) Sexta fase: institucionalización***

De aquí [del ejercicio anterior] vamos a sacar un enunciado (anota la palabra enunciado en el pizarrón). ¿Cómo diría ese enunciado? <
(Una niña levanta la mano)
Mto: Ya tengo una mano arriba, ¿algún otro niño que sepa qué diría ese enunciado?
(Nadie más levanta la mano)
Mto: Fíjense bien, vuelvo a repetir, yo aplico la propiedad conmutativa, o sea que estoy cambiando de lugar los factores pero ¿qué pasa?< (enfático)
No: Que es el mismo producto
Mto: Que siempre me va a dar el mismo producto. A ver, ¿cómo diría el enunciado?< (...)
(Algunos niños levantan la mano indicado que quieren contestar)
Na: (que señala el profesor) ¿El orden de los factores no altera el producto?
Mto: Está bonito ese enunciado. El orden de los factores no altera el producto (repite enfáticamente). Aunque yo cambie de lugar los factores, no va a alterar el producto, nos va a dar siempre lo mismo. Lo escribimos (los niños escriben en el cuaderno y el maestro en el pizarrón, a la vez que pronuncia en voz alta:)

***Enunciado: El orden de los factores no altera el producto***

No: ¿[Lo ponemos] en propiedad conmutativa, maestro?

Mto: Sí, así podríamos expresar la propiedad conmutativa [de la multiplicación]. Lo copian por favor, copian primero esto (señala todo lo que está escrito en el pizarrón) y luego el enunciado: "El orden de los factores no altera el producto", o sea que aunque cambiemos de lugar los factores, no se va a alterar el producto, no va a salir otra cosa. (...)

(Los niños escriben en su cuaderno; cuando terminan, el maestro continúa)
Mto: Ya tenemos la primera propiedad: conmutativa. Ahorita vamos a ver la otra: la propiedad asociativa. Propiedad asociativa... ¿Quién quiere ser mi socio? (...)

(De una manera similar a la antes expuesta, se desarrolla el trabajo sobre la propiedad asociativa). Se utiliza la analogía, la interrogación, luego se solicita una formulación.

***g) Séptima Fase: resolución de ejercicios como prueba de la comprensión***

Mto: Vamos a ver si le entendieron, vamos a hacer un ejercicio (y anota en el pizarrón a la vez que va dictando los ejercicios:)

Resuelve y conmuta una vez:

1.- 5 x 8 x 6 x 4 =
2.- 9 x 6 x 4 x 7 =
3.- 15 x 6 x 14 x 18 =

Mto: Resolvemos y conmutamos una vez como ustedes gusten y lo vuelven a hacer, a ver si les sale lo mismo ¿para qué? para recordar esto (y lee con los niños el enunciado "El orden de los factores no altera el producto" que está anotado en el pizarrón).
Mto: ¿Qué dice?<
Coro: El orden de los factores no altera el producto
Mto: No lo oí
Coro: (Muy fuerte) ¡El orden de los factores no altera el producto!
Mto: más pianito
Coro: (Muy suave) El orden de los factores no altera el producto
(Los niños se han visto muy atentos durante la clase; ahora también se ven divertidos cambiando el volumen de voz).
Mto: (continúa anotando en el pizarrón:)

| | |
|---|---|
| Resuelve y conmuta una vez: | 1.- 5 x 8 x 6 x 4 = |
| | 2.- 9 x 6 x 4 x 7 = |
| | 3.- 15 x 6 x 14 x 18 = |
| Resuelve y asocia: | (5 x 6) x (9 x 4) x 3 = |
| | = |
| | 5. 6 x 9 x 3 x 2 x 1 = |
| | = |
| | 12 x 14 x 11 x 18 = |
| | = |

Como quieran ustedes asociar, ya saben que (...) tienen 15 minutos para terminar. Los niños trabajan en silencio en sus cuadernos [...].

## 3. NUESTRO ANÁLISIS (EN TORNO A LAS PROPIEDADES DE LA MULTIPLICACIÓN)

### A. La relación con el objeto de saber

El profesor José pone a sus alumnos en relación con «las propiedades de las operaciones», lo hace con soltura. Quizás porque tiene la convicción de que conoce los contenidos matemáticos que pone en juego y esto le permite adoptar una postura más libre y segura frente a sus alumnos. Por ello, lanza preguntas cuyas respuestas no ha enseñado con antelación: "¿Qué es conmutar?", o acepta como válida la formulación siguiente: "El orden de los factores no altera el producto", frase ciertamente vinculada a la tradición matemática escolar y que emerge durante el interrogatorio. En efecto, una niña dice: *"El orden de los factores no altera el producto"*, y el profesor da por buena la formulación. Pero ésta no aparece de buenas a primeras, es la culminación de un proceso promovido por las interrogaciones del profesor; para llegar a ella se hicieron necesarias varias preguntas y actividades:

- Percepción, por parte del profesor, de que los niños no contaban con intuiciones acerca del término conmutar; ("¿Qué es conmutar?", pregunta, y nadie le responde);
- Introducción basada en la analogía de la noción "conmutar";
- Obtención de una conclusión provisoria acerca de la conmutación: "Cambiamos de lugar, y no pasó nada";
- Realización de multiplicaciones, cambiando el orden de los factores para observar la regularidad en el resultado;
- "Elaboración de una frase a partir de lo anterior: "El orden de los factores no altera el producto";
- Aceptación, por parte del profesor, de la frase elaborada;
- Institucionalización y registro de la frase en la memoria oficial de la clase;
- Realización de ejercicios de aplicación de la propiedad estudiada.

En otras palabras, según las reglas que regulan el primer contacto con el objeto «propiedad conmutativa», la formulación es una producción colectiva resultado de «razonar» a partir de los conocimientos intuitivos y las situaciones y preguntas que va incorporando el profesor.

### B. La noción que fundamenta el contrato didáctico: el descubrimiento

La relación inicial con el objeto de saber fue regulada por un contrato tendiente a obtener como resultado de un cuestionamiento una formulación. Llamaré a éste, contrato *de descubrimiento*. Poner en marcha tal contrato por parte de un profesor que parte importante de su vida profesional fue rodeado por la tradición sensual-empirista no es una cuestión trivial; hacerlo implica fiarse de diversas cuestiones:

a) de los conocimientos previos (intuitivos) de los niños;
b) de su capacidad de razonar sobre la base de tales conocimientos;
c) de la pertinencia de las situaciones planteadas y la información ofrecida para generar y sustentar el razonamiento que permitirá dar las respuestas

Y conforme al contrato celebrado, el profesor asume diversos compromisos:

- "repasar" conocimientos previamente institucionalizados que considera necesarios para abordar el contenido en juego;
- proponer una situación y plantear las preguntas adecuadas para que los niños, razonando, obtengan las formulaciones previstas;
- institucionalizar la formulación construida;
- asegurarse de la comprensión y, cuando todos hayan comprendido:
- ofrecer ejercicios para que los conocimientos se afiancen.

Los alumnos, por su parte, tienen otras responsabilidades:

- mostrar que manejan los saberes previamente aprendidos que asegurarán el éxito en la nueva adquisición;
- colaborar con sus respuestas en la construcción de la formulación prevista;
- realizar correctamente los ejercicios que demanda el profesor;
- eventualmente calificar a los compañeros, e informar al profesor del resultado[1]

### C. Mecanismos de regulación que devienen mecanismos de prevención, o la activación permanente de la memoria didáctica

En virtud de la exigencias auto-impuestas, el tiempo didáctico en la clase del profesor José sufre pocos estancamientos. Generalmente los niños se involucran en la actividad, «hay muchas manos arriba» y las respuestas son correctas. Empero, en algunos momentos se requiere incorporar mecanismos que empujen el tiempo didáctico. En tales momentos, se ve utilizar los siguientes:

> *El uso de la analogía*: la "conmutación" entre el maestro y la observadora, que fue introducida cuando no llegaban las respuestas acerca de la conmutatividad;[2]

[1] Al finalizar la resolución de los ejercicios, el profesor llama a "las calificadoras". Una vez que él les ha calificado (y puesto 10), ellas califican al resto de los compañeros e informan al profesor de los resultado: la mayoria obtuvo 10.
[2] En el episodio en el que se trabaja la asociatividad se utiliza esta misma forma de razonamiento (sólo que con "socios"); en la clase dedicada a fracciones ocurre igual.

Otros mecanismos de regulación utilizados son:

- *La incorporación de información adicional* (por ejemplo cuando se señala que, en la conmutatividad, al cambiar de lugar, "no pasa nada" con el cambio);
- *La referencia a acciones específicas ocurridas durante la clase "¿No te acuerdas cómo la expliqué?"*, dice durante la fase de ejercitación de la propiedad asociativa el profesor a un alumno que no sabe realizar un cálculo en el pizarrón (y el niño obtiene la respuesta esperada);
- *El trabajo individual en horas extra-clase* con los niños rezagados.

Pero habiendo establecido el profesor José una relación didáctica que considera los saberes provisionales y los niveles de comprensión alcanzados por sus alumnos, aquélla se desequilibra pocas veces, y cuando esto último ocurre, implementa mecanismos de regulación que le permiten obtener las respuestas previstas sin desplazar la actividad al terreno actitudinal. Es decir, él hace uso de su memoria didáctica para modificar sus decisiones en función del conocimiento que tiene de sus alumnos y del momento específico de conceptualización que observa en éstos. Con ello, logra que se establezca una relación progresivamente más significativa con el saber.

Gracias a su memoria didáctica, el profesor no necesariamente espera a que el tiempo didáctico se detenga para luego instrumentar maneras de hacerlo avanzar. Ciertas estrategias – probadas como mecanismos de regulación en momentos de desequilibrio – devienen luego preventivos de la detención del tiempo didáctico. Es el caso de la analogía que habiendo mostrado su efectividad como mecanismo de regulación durante el aprendizaje de la conmutatividad, pasa a ser estrategia de enseñanza primaria cuando se introduce la propiedad asociativa sin esperar a constatar una eventual muestra de incomprensión. En este caso, el profesor introduce directamente el contenido refiriendo a las acciones de "varios socios".

**D. El espacio de la regulación: o la preocupación por una alta tasa de éxito**

El profesor José mantiene el equilibrio didáctico no sólo en la inter-locución con unos cuantos niños, él ha ampliado el espacio de regulación hasta abarcar al total de sus alumnos. De ello deriva la exigencia siguiente: los ejercicios deberán incorporarse solo cuando todos hayan mostrado que comprenden.[3] De esta manera, el contrato en curso es exigente con el profesor, también con los alumnos: no se avanza en la progresión didáctica si las responsabilidades de hacer comprender y de comprender no han sido mostradas. Y el profesor utiliza

[3] De acuerdo con B. Mopondi, ha habido muchos intentos de precisar el sentido del término comprender. Uno de ellos es el de B. Bloom al definir como conductas que muestran comprensión el traducir, interpretar y el traspolar. La noción puede ser también entendida como "el conocimiento del conjunto de situaciones que concretizan la noción. En una interpretación tomada de la informática, comprensión podría definirse como reformulación en diversos lenguajes. Finalmente, de acuerdo con su etimología, el término puede entenderse como: "Tomar de conjunto" conocimientos de manera de establecer vínculos entre ellos para facilitar su activación, su uso o su control.

diversos indicadores para saber si la comprensión se ha logrado: solicita levantar la mano a quienes «ya entendieron»; y no avanza en la progresión didáctica sino hasta que el número de manos es cercano al total de alumnos «¡Manos, manos, quiero ver manos!», dice con frecuencia en el transcurso de la clase.

## 4. UN DÍA EN QUE LAS REGLAS CONTRACTUALES SE MODIFICARON

No siempre en la clase del profesor José se trabajan las «matemáticas modernas», tampoco siempre se interroga para obtener formulaciones como conclusión.; es lo que observamos en una clase dedicada a las unidades de medida. En esta clase, la vinculación inicial con el objeto de saber es similar a la descrita en los párrafos precedentes: el profesor ofrece ciertas informaciones y, alternadamente, plantea ciertas preguntas para obtener con la colaboración de los alumnos una formulación. Y el objetivo se logra. Sin embargo, posteriormente la relación con el objeto se modifica: será el profesor quien presente directamente a sus alumnos el saber.

### A. Desarrollo de la clase

a) ***Primera fase.*** En la *primera fase*, de la manera que observamos antes, el profesor José interroga a sus alumnos y les solicita consultar el diccionario para que, sobre la base de tres términos: *Sistema*, *Métrico* y *decimal*, obtengan como conclusión el significado de la frase Sistema Métrico decimal. La formulación resultante de la espiral interrogativa es la siguiente:

**Sistema métrico decimal: conjunto relativo a la medida que tiene como base el 10.**

***b) Segunda fase: la historia del metro, comunicación oral de un saber***[4]

Mto: [...] Ahora vamos a hacer un poquito de historia. Nos vamos a remontar hasta la época prehistórica. A los hombres que empezaron a habitar la tierra, ¿ustedes creen que ya sabían esto?<
Ns: ¡No!
Mto: No, sin embargo ellos, sin darse cuenta, ya medían, ya contaban, sin darse cuenta de lo que estaban haciendo
(Los niños están muy atentos al relato del profesor)
(...)

[4]Sólo se presentan algunos fragmentos del relato para mostrar la relación que se establece entre el maestro, los alumnos y el saber. A lo largo del relato del profesor, entran varias personas al salón y lo interrumpen, casi todas las interrupciones están asociadas a la visita al Planetario. De acuerdo con nuestra forma de exposición, tales interrupciones y los desvíos que de ellas se desprenden se señalarán con puntos suspensivos.

Mto: ¿Cómo lo hacían? Tenían que caminar, por ejemplo, para ir a buscar agua, o para andar en la cacería (...) ellos se daban cuenta de la trayectoria que tenían que hacer, de la distancia que tenían que recorrer, no lo hacían ni en metros ni en yardas, ni en nada de eso, ellos se daban cuenta que tardaban cierto tiempo en llegar a donde estaban los animales (medían por el tiempo). (...) Pasa el tiempo y el hombre se establece ya en lugares y empiezan a aparecer las grandes civilizaciones; ustedes ya las estudiaron, ¿cuáles son esas?<
Ns: ¡Egipto! ¡Los fenicios! ¡Mesoamérica! (Diversas respuestas la mismo tiempo)
Mto: Bueno, entonces estas personas ya sabían contar y medir, recuerdan que (...)

Mediante interrogatorio, que los niños responden ágilmente, se recuerda algo de la numeración maya, romana y egipcia; también se hacen al profesor preguntas sobre tales culturas; el profesor las responde, por ejemplo:
No: Maestro, ¿y esos [pueblos] medían con el tiempo? (se refiere al relato del maestro acerca de la manera de medir las distancias)
Mto: Sí, era la forma en que medían las distancias
(...)
Mto: Bueno, pasa el tiempo y llegamos al siglo pasado. En Francia se juntan muchos sabios: un señor apellidado Laplace, Lagrange (anota los nombres en el pizarrón) y otros (...). Entonces, esas personas empiezan a discutir y piensan hacer un sistema de medidas para todo el mundo, para que no hubiera problemas con las cosas comerciales.
No: ¿Cómo problemas, maestro?
Mto: ¿Cómo? Antes de eso se usaban partes del cuerpo para hacer medidas, por ejemplo, había una medida que se llamaba codo, que era de aquí a acá (señala sobre su cuerpo); otras que se llamaba cuarta (abre su mano); otra que se llamaba pie, ¿eh? Usaban las partes del cuerpo para medir. Si yo iba a comprar una tela... pasa acá Benjamín (Benjamín es el niño de menor estatura del salón, pasa al frente, luego el maestro continúa). Benjamín es el dependiente y (yo) le decía: "Déme cinco cuartas, señor"
(Benjamín marca cinco cuartas sobre el escritorio del profesor, el maestro las va contando, los niños se ríen; luego el maestro marca cinco cuartas con su mano, en el mismo lugar que Benjamín había marcado las suyas y va contándolas en voz alta): "Uno, dos tres cuatro... oiga, señor, me está usted robando, me está dando tres cuartas" (esto último adoptando un tono teatral).
Todos los niños ríen mucho, Benjamín también, se ven muy divertidos.
Mto: Entonces había problemas, ¿ya viste cuáles problemas?, (dirigiéndose al niño que antes había preguntado) (...) entonces, estos señores trataban de buscar una medida universal para todo el mundo.
(Se generan comentarios entre los niños, algunos comparan su cuarta con la de los compañeros cercanos).
Mto: (...) Bueno, ellos, estos señores que se reunieron en Francia, se guiaron por nuestra Tierra (dibuja la Tierra en el pizarrón) trataron de medir un cuadrante (seguramente los niños ya saben lo que es un cuadrante terrestre pues no solicitan información adicional al respecto)
*No: ¿Y cómo le hicieron?*
Mto: No sé cómo le hayan ellos hecho, porque en los libros no especifican (...)
No: ¿Y cuánto se tardaron?
Mto: Tardaron 7 años en hacer esta medición (comentarios entre los compañeros cercanos, parece que causa sorpresa el tiempo utilizado en hacer la medición).

De manera similar, se prosigue hasta concluir la historia de la invención del metro. Luego, se introducen las que el profesor llama «unidades principales» de longitud, peso y capacidad.

## 5. NUESTRO ANÁLISIS (EN TORNO A LAS UNIDADES DE MEDIDA)

### A. La relación con el objeto de saber

En las clases de aritmética, los objetos de saber se traducen en formulaciones (sobre las propiedades de la multiplicación, la equivalencia de fracciones o las "razones y proporciones"). Según las reglas que regulan el primer contacto con los contenidos, tales formulaciones deben ser una producción colectiva resultado de «razonar» a partir de los conocimientos intuitivos y las situaciones y preguntas que va incorporando el profesor. En el caso de las unidades de medida, la vinculación inicial con el objeto de saber es similar: se trata de que el profesor ofrezca ciertas informaciones y, alternadamente, plantee ciertas preguntas para obtener con la colaboración de los alumnos una formulación. En otros momentos, en cambio, el objeto se presenta como un saber cultural que es necesario comunicar.

### B. El contrato de comunicación

Como lo muestra el registro, a pesar de lo que parece una convicción mostrada consistentemente en acto, el objetivo de la clase no siempre será producir una formulación sobre la base de la interrogación, en ocasiones, y dependiendo de la naturaleza del objeto de saber en juego, el profesor debe comunicar; entonces se hacen necesarias otras reglas.

En efecto, en la segunda fase de la clase las reglas de la interacción didáctica se modifican: el profesor desarrolla una exposición y los niños escuchan la comunicación del saber. Se trata de la historia de las nociones matemáticas, un saber que no es posible «descubrir» sobre la base de la interrogación; el maestro debe pues comunicarlo. Sin embargo, de manera distinta a lo que observamos en el grupo anteriormente analizado, el que entrelaza la acción de comunicar con la de escuchar en este grupo, es un contrato *estrictamente didáctico*, porque el profesor intenta provocar un aprendizaje, trata de modificar los conocimientos de los alumnos, se preocupa de las condiciones de la recepción. Tal voluntad se expresa de distintas maneras: modificando el mensaje, agregando información, recuperando índices acerca de si la comunicación tuvo lugar.

La escucha que por su parte sostienen los alumnos es activa; mientras el relato se despliega, "se piensa" y se interroga al profesor, se solicita más información, la que se ofrece se comenta. Las siguientes son algunas de las preguntas que los niños plantean durante el episodio:

> Maestro, ¿y esos [pueblos antiguos] medían con el tiempo?
> ¿Cómo [cuáles] problemas, maestro?

¿Y cómo lo hicieron?
¿Y cuánto se tardaron?

En todos los casos, el profesor agrega la información solicitada. La comunicación del saber se traduce en los hechos en un diálogo. Este intercambio en una doble dirección puede entenderse como evidencia de comprensión y significación de los saberes comunicados. Siendo una relación que considera el saber como un objeto cultural, es distinta de aquélla que se conforma con monologar y repetir sin modificar. Este tipo de contrato ha sido utilizado en distintas ocasiones por el profesor, por ejemplo cuando ha puesto en relación a sus alumnos con la numeración maya o la que utilizaron los antiguos egipcios.

## 6. A MANERA DE CONCLUSIÓN

### A. Del saber a enseñar a los saberes enseñados

En el programa oficial de la época aparecía el contenido propiedades de la multiplicación. Tal contenido, en términos de objetivos, se expresaba así:

- Efectuar multiplicaciones de números enteros positivos, aplicando la propiedad conmutativa.
- Efectuar multiplicaciones aplicando la propiedad asociativa.
- Efectuar multiplicaciones aplicando la propiedad distributiva (SEP; 1982; 81 y ss).

Las actividades que se sugerían para lograrlos, eran muy similares en los tres casos. Veamos a guisa de ejemplo las referidas a la propiedad conmutativa:

- Construya una tabla de multiplicar hasta el 10.
- Encuentre en ella algunos productos como 3 x 2 y luego los busque cambiando el orden de los factores.
- Observe, con base en los resultados, que es lo mismo multiplicar 3 x 2 que 2 x 3.
- Concluya que el cambio de orden en los factores de una multiplicación, no altera el resultado.
- Llame a tal hecho propiedad conmutativa de la multiplicación.
- Generalice que si **a** y **b** representan enteros, se puede afirmar que: a x b = b x a
- Exprese, en sus propias palabras, la propiedad conmutativa de la multiplicación (SEP; 1982; 81 y ss).

Esta secuencia constituía la propuesta oficial en relación con una de las propiedades de la multiplicación: la conmutativa; en ella me parece ver plasmados algunos de los postulados de Z. Dienes: observar el "comportamiento" matemático de varias situaciones isomorfas, identificar las semejanzas entre ellas, obtener conclusiones al respecto, formalizar y denominar el principio descubierto, generalizar. La forma en que el profesor José pone a los niños en relación con este objeto de saber coincide en espíritu con la anterior.

El profesor José ha retomado en su salón de clases los contenidos de la «matemática moderna». Según nos dijo, en general aborda todos los temas planteados en el programa. Y lo hace de manera que deja ver la recuperación del texto de saber propuesto oficialmente. No obstante su interés por incorporar tales saberes, agrega a su repertorio otros que considera importantes, muchos de los cuales fueron eliminados con la ola modernizadora. Es el caso de las numeraciones antiguas o las unidades del sistema métrico decimal. En relación con esto último, la fuente directa de inspiración la constituyen los materiales propios de los años sesenta, en los cuales puede verse una secuencia y forma de organización del saber prácticamente idéntica a la trabajada por el profesor (cf. Novaro;1961;64 y 65, insertas al final del apartado).

## B. Del contrato sugerido a los contratos celebrados

Vimos articular la relación didáctica bajo la idea de que los niños «aprendan descubriendo». Esta era idea nuclear de la «matemática moderna». Sin embargo, la relación entre esta forma de promover el aprendizaje y el texto de saber oficial me resulta obscura. La idea de "aprendizaje inductivo" aparecía ya, aunque casi oculta entre muchas otras, en los programas oficiales de los años sesenta (cf. SEP; s/f; 25 y ss). Se trataba de que, a partir de los casos particulares, los niños derivaran la regla general, el principio, la regularidad. Por otra parte, como dice Mechner (1961; cit. por Glaser; 1979): "[...] los grandes maestros y los grandes autores conocen intuitivamente los principio de la enseñanza inductiva. Sus obras constituyen demostraciones de la efectividad de citar ejemplos antes de la reglas". Así pues, no es posible precisar la fuente de la postura didáctica del profesor José [5]. Como quiera que sea, tal noción de aprendizaje resulta clave en muchos momentos de la actividad en este grupo.

Sin embargo, si de cuestiones históricas se trata, la idea que articula la relación es diferente, entonces se decide comunicar los saberes. Tal vínculo con el saber puede identificarse con las propuestas de enseñanza que precedieran a la «matemática moderna», las cuales también tienen lugar en esta clase. Sin embargo, es fundamental señalar que, en uno y otro caso, el profesor gestiona la clase con base en la activación de una memoria didáctica que a la vez que evita estancamientos, conserva la significación de los saberes en juego e incluso la acrecienta. Por supuesto, ambas cuestiones en los límites contractualmente definidos.

## C. Siempre la ejercitación después de la comprensión, o el grupo como espacio de regulación

[5] Debo decir que, no teniendo del todo claro el que esta forma de enseñar precediese a la entrada de la matemática moderna en las escuelas en la época en que realicé la entrevista, no formulé pregunta alguna al respecto.

Los momentos dedicados a la introducción de un nuevo objeto de saber, son seguidos de otros dedicados a la ejercitación. Esto es lo habitual en muchas clases de matemáticas. Sin embargo, aquí una condición es singular: los ejercicios no se introducen sin más. Parece que la acción del profesor se guía por este razonamiento: "No avanzaremos a otro tema, e incluso no pondré ejercicios relacionados con este tema, hasta que ya todos o casi todos hayan comprendido." Al respecto el profesor nos dice:

> También la ejercitación es importante, pero antes debe haber comprensión, si no, ¿qué es lo que van a retener, lo que no entendieron? No, primero debe haber comprensión.

Además, para prevenir eventuales desequilibrios, él utiliza otros índices que son resultado de su experiencia ¿Cómo se da cuenta de que los niños aprendieron?, le preguntamos, y la siguiente es su respuesta:

> Pues, por la experiencia que tiene uno, se ve en las caras [de los niños]. Cuando se ven gustosos, satisfechos, atentos, despiertos, uno se da cuenta que aprendieron; que se vea la duda [en sus caras] o que estén distraídos, es muestra de que no saben, de que no han entendido.

Es también con base en la exigencia de una regulación que abarca al total de sus alumnos que el profesor repasa diariamente ciertos aprendizajes previos y trabaja individualmente con los alumnos rezagados durante la hora del recreo. En sus propias palabras:

> "Siempre hay cuatro o cinco que se quedan atrás, hay que estar duro y duro con ellos (...) a la hora de recreo, volverles a explicar, ponerles ejercicios, dejarles más tarea, claro que algunos 'se salvan', pero siempre se quedan uno o dos".

En otras palabras, una constante en el quehacer del profesor José es que el espacio de regulación en sus clases lo constituye el grupo completo y no unos cuantos alumnos. Para hacer esto, se vale de distintos indicadores que, en los hechos, devienen mecanismos de prevención de desequilibrios didácticos.

## D. Cláusulas invariantes, o lo habitual en la clase

He afirmado que la promoción del razonamiento es una de las constantes en las clases del profesor José. En ocasiones se incorpora en ellas material manipulable, esto ocurre por ejemplo en la clase dedicada a equivalencia entre fracciones. Sin embargo, el material es utilizado conforme a la idea de que los niños deben «descubrir» sobre la base del razonar. Así:

- en un primer momento, se superponen trozos de rectángulos y luego trozos de círculos (que representan fracciones equivalentes de distinto denominador); paralelamente se responden preguntas como: "¿Qué tengo aquí?", "¿Qué veo aquí?" o "¿Qué podemos decir de esto?" Las respuestas ofrecidas por los niños son del tipo: "[Veo que] Dos cuartos es igual a tres sextos, cuatro octavos y un medio";

- en un segundo momento, el material se hace a un lado y el maestro dice: "Ya hicimos nuestros cortes", "Ahora [vamos a responder] sin hacer cortes", e interroga acerca de equivalencias entre fracciones distintas a las modeladas con los trozos de papel; las respuestas, en general son correctas.

Es decir, el material es utilizado conforme a un marco no esctrictamente sensualista en donde su papel principal sería servir de base a la ostensión. Conforme a la que aparece como cláusula invariante en los contratos cotidianos, el material se manipula, se analiza, se razona sobre él y de ello se desprenden conclusiones. Es decir, los alumnos no se limitan a captar ni a observar el material bajo la guía estricta del profesor. Hay un margen - pequeño si se quiere - para la construcción.

Otra cláusula invariante en los contratos cotidianamente celebrados en este salón de clases es que se elaboran formulaciones provisorias que son oficialmente aceptadas; pero éstas no se anotan en la libreta ni en el pizarrón cuando el profesor quiere ir más allá. Y si no lo logra, entonces introduce la analogía como mecanismo de regulación.

La analogía y el material manipulable, a la luz del contrato de descubrimiento toman un lugar particular. Si bien estos recursos introducen una cierta dosis de ostensión, el profesor se abstiene de indicar lo que desea que sus alumnos "vean" en la situación; él no enuncia la conclusión que es posible desprender, ésta es producto del «razonar» de los alumnos. Y tal compromiso puede ser cumplido porque el profesor cumple con otro: ofrecer las condiciones que permiten que el razonamiento se despliegue en la dirección prevista.

La actividad en este grupo, empero, no se regula sólo bajo la noción de descubrir. El profesor tiene también por costumbre comunicar saberes matemáticos a sus alumnos, particularmente si de saberes históricos se trata. Bajo tal modalidad contractual - en la cual los niños son descargados de la obligación de descubrir - la memoria didáctica permanece, también el diálogo que deriva de ella; el objeto es organizado y reorganizado, es ampliado, es modificado. Todo ello es posible por la recogida permanente de índices sobre las conidicones de recepción, todo ello, previene eventuales desequilibrios en la relación.

Es posible considerar además como una cláusula invariante el que la regulación alcanza al conjunto de los alumnos, no sólo a unos cuantos de entre ellos.

Así pues, en el seno de contratos diferentes, hay cláusulas que se repiten. Estas cláusulas parecen conformar la costumbre de la clase.

## E. Los resultados de la relación didáctica

***a) una elevada tasa de éxito***

De acuerdo con nuestra metodologia sólo es visible lo que tiene lugar en el ámbito público de la clase. Los «alumnos protagónicos», los que mostraron públicamente su relación con el saber, dejan ver que fue posible ir más allá de la simple memorización.

Las participaciones públicas durante las distintas fases de la progresión didáctica en general son las esperadas; la mayoría de los alumnos obtienen las respuestas previstas por el profesor: al finalizar las clases, las "calificadoras" informan un importante número de dieces; los alumnos mantienen también en la memoria - según se observa en el recordatorio con que habitualmente inician las clases - los saberes adquiridos en clases precedentes. Quizás por ello el profesor José goza de prestigio en la escuela en la que imparte sus clases.

***b) Un registro siempre intelectual***

El profesor José dispone de una gama importante de estrategias de enseñanza y mecanismos de regulación; esto y la posibilidad de anticipar los resultados de su acción, aseguran la coherencia entre los objetivos planteados, su acción y los resultados. Su larga trayectoria docente, traducida en una acción eficaz conforme a reglas por él mismo definidas, mantiene la actividad de sus alumnos en los límites de lo intelectual y relativamente cerca de las intenciones de quienes impulsaron la «matemática moderna». Su aliado en todo ello es su memoria didáctica.

Ciertamente, las situaciones e interrogaciones planteadas por el profesor José tienen un nivel cognitivo bastante elemental. Nunca se solicita realizar sin dirección explícita del profesor una tarea compleja. No obstante lo anterior, cabe enfatizar que la actividad se mantiene siempre en un registro intelectual, prácticamente, nunca se recurre al uso de índices didácticos. La actividad parece mantener siempre un cierto nivel de significación derivado de la acción de «razonar», de observar las analogías del profesor, de escuchar activamente sus relatos, de interrogar, de demandar información. En los términos que el profesor ha definido la relación didáctica, logra que los alumnos cumplan los compromisos correspondientes y aquélla resulta eficaz.

## F. Los límites de los contratos celebrados

Cabe la duda de si sería posible - a partir de las relaciones con los objetos de saber que promueve el profesor José - dar respuestas que impliquen reorganizar los conocimientos adquiridos. Me parece que la respuesta sería *no*. Pero no es esa la cuestión que el profesor se plantea. Él ha definido en ciertos términos la relación con el saber: consiste en construir formulaciones, obtener y retener informaciones, institucionalizar los saberes, manejar procedimientos convencionales, aplicar eventualmente lo aprendido a un cierto tipo de problemas. Y el éxito que logra en tales límites le permite suponer que la forma de vinculación con los objetos de saber es pertinente. Internamente, la relación establecida muestra validez: los niños cumplen los compromisos contraídos y la tasa de éxito es considerable; la validez externa, la que pudiese definirse a la luz de nuevas concepciones de enseñanza y de aprendizaje es otra cuestión. En todo caso, en la época en que tuvo lugar, la acción de profesor José era reconocida y respaldada por el sistema de enseñanza, él era considerado uno de los mejores profesores de la escuela donde trabajaba; adicionalmente, dicha escuela gozaba de un prestigio académico importante.

Y en efecto, si comparamos la relación que promueve el profesor José con la descrita en el capítulo anterior, la gestión de la memoria didáctica y los compromisos por él asumidos parecen redundar en un mayor nivel de comprensión y de significación que los alcanzados en aquél grupo, también en una mayor tasa de éxito y en una experiencia que aparece como más gratificante. En un caso, los mecanismos de regulación orientaban la acción hacia la pérdida del significado, en el otro, hacia su conservación. Esta resulta una cuestión crucial para diferenciar el curso de contratos en principio similares. Tal aseveración será posible confirmarla a la luz de la experiencia que se relata en seguida, en la cual los niños – aún sobre la base de un contrato articulado alrededor de la transmisión de un saber – tendrán un papel fundamental no sólo en las decisiones tomadas en la clase sino incluso en las formas específicas que tomarán los objetos de saber.

**Cuadro 3. Características de la actividad desarrollada en las clases del profesor José**

| | Contenido | Se introduce definición | Se ilustra definición | Preguntas cerradas | Preguntas abiertas o anticipatorias | Problemas como vía de aprendizaje. | Problemas para aplicar Rut | Recont | Justificaciones o argumentaciones | Ejercicios rutinarios | Trabajo en equipo | Uso de material manipulable | Otras | Registro de la actividad |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Primera Sesión | Propiedades de las operaciones en N | Sí, los niños colaboran en su construcción | Sí (o se da significado?) | Sí | Sí (para obtener conclusiones que se anotarán en el c) | No | No | No | Sí, de tipo procedimental (dos) | Sí | No | No | No | Intlectual |
| Segunda sesión | Equivalencia entre fracciones | Sí, los niños colaboran en construcción | Sí, en interacción con el mat. | Sí | Sí (para obtener la conclusión: también algunos cálculos) | No | No | No | Sí (sólo dos) | Sí | No formalmente | Sí | No | Intelectual |
| Tercera sesión | Sistema métrico Decimal | Sí, con base en tarea de búsqueda | No ¿? | Sí | Sí (para obtener la conclusión: también algunos cálculos) | No | No | No | No | No | No formalmente | No | Sí Escuchar historia de las mat. Indagar en textos | Intelectual |
| Cuarta sesión | Conversiones del SMD[6] | Sí, y se recuerda anterior | Se da significado | Sí | Sí (dos o tres) | No | No | No | Sí | Sí | No formalmente | No | No | Por momentos linda con el actitudinal |
| Quinta sesión | Conversiones del SMD | Se recuerda la anterior | Se da significado | Sí | Sí (aunque sólo una) | No | No | No | Sí | Sí | No formalmente | No | | Intelectual |
| Sexta sesión | Razones y proporciones | Sí. | Se le da significado | Sí | Sí (para obtener la conclusión) | No. Se plantea problema para contextualizar el concepto | No | No | No | Sí | No formalmente | No | Se permite estrategia libre: luego M incorpora la convencional | Intelectual |

[6]De hecho, el tema de esta clase y el de la anterior forman una secuencia. Conderaremos pues como una unidad estas dos clases.

# SISTEMA MÉTRICO DECIMAL

Antiguamente cada país tenía su propio sistema de medidas, lo que ocasionaba muchísimas dificultades al comercio y al intercambio cultural entre los pueblos. Las longitudes, por ejemplo, se medían en **codos, cuartas, pies,** varas, leguas; además, el tamaño de estas medidas variaba de un lugar a otro y era causa de discusiones y dificultades.

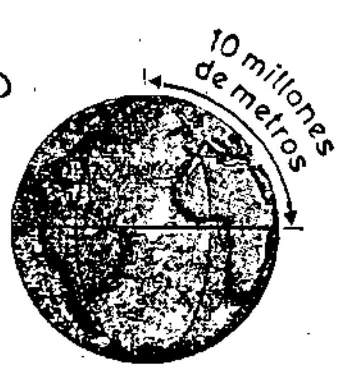
Después de muchos siglos de civilización, se pensó, allá por el siglo XVIII, que se debía establecer un sistema único de medidas; pero no fue hasta 1875 cuando, por acuerdo de la Convención Internacional del Metro celebrada en París, se implantó, como sistema mundial de medidas, el **sistema métrico decimal,** cuya base es el **metro.** Este sistema fue aceptado por todos los países, menos por Inglaterra y los Estados Unidos.

En todas las **unidades** del sistema métrico se utilizan los prefijos:

| | | |
|---|---|---|
| Kilo, | significa | 1 000 veces |
| Hecto, | significa | 100 veces |
| Deca, | significa | 10 veces |
| deci, | significa | $\frac{1}{10}$, décima parte |
| centi, | significa | $\frac{1}{100}$, centésima parte |
| mili, | significa | $\frac{1}{1000}$, milésima parte |

**(Ejercicios del sistema métrico decimal.)**

## MEDIDAS DE LONGITUD




El metro es la unidad fundamental y corresponde, **aproximadamente,** a la diezmillonésima parte de la cuarta parte de un hilo imaginario que diera la vuelta a la Tierra pasando por los polos; es decir, la **diezmillonésima parte del cuadrante del meridiano terrestre.**

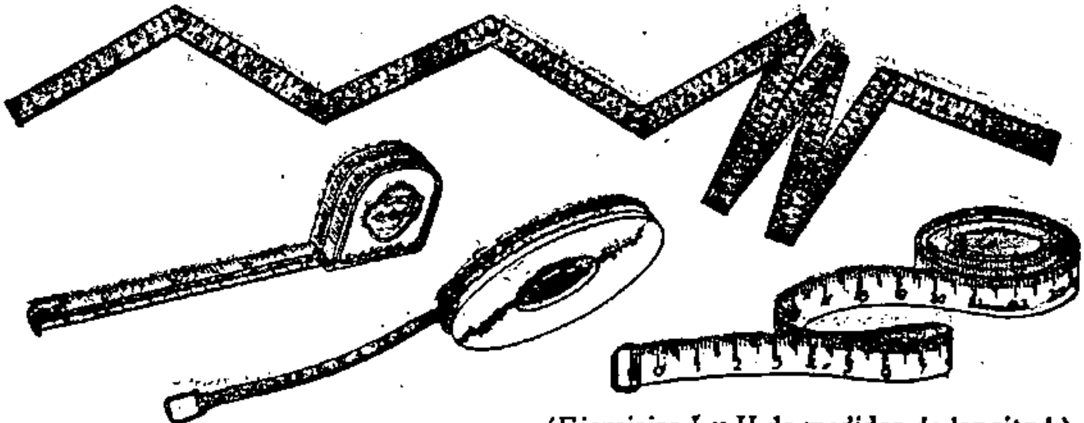
Podemos observar que las medidas de longitud siguen las mismas reglas del sistema decimal de numeración.

| Kilómetro | Hectómetro | Decámetro | METRO | decímetro | centímetro | milímetro |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | 1 | = 10 | = 100 | = 1 000 |
| | | 1 = | 10 | | | |
| | 1 = | 10 = | 100 | | | |
| 1 = | 10 = | 100 = | 1 000 | | | |

Es m el símbolo del metro. Para representar sus múltiplos y submúltiplos utilizamos, como hemos aprendido en años anteriores, los siguientes símbolos:

| | | | |
|---|---|---|---|
| Kilómetro........ | km | Metro........... | m |
| Hectómetro...... | hm | decímetro....... | dm |
| Decámetro....... | dam | centímetro...... | cm |
| | | milímetro....... | mm |

Se utilizan para medir longitudes los instrumentos siguientes:



(Ejercicios I y II de medidas de longitud.)

Debemos pensar que, al hacer una medición, no siempre ha de resultarnos que la unidad de medida usada quepa exactamente una o más veces en lo que medimos.

Por ejemplo: al medir el largo del salón de clases vemos que tiene 5.4 m; lo que quiere decir **cinco metros y cuatro décimos** de metro. El uso ha hecho que se haga la conversión rápida, y 5.4 m se lea 5 m 4 dm.



Novaro, Rosa María (1961). Mi cuaderno de trabajo de Aritmética y Geometría.

## *EL HÁBITO DE LA EXPLICACIÓN. FRENTE A NUEVOS Y VIEJOS OBJETOS DE SABER*

### 1. LA PROFESORA Y EL GRUPO

Los datos que sirven de referente al desarrollo de este apartado fueron levantados en un grupo de sexto grado también correspondiente a una escuela con prestigio académico importante. El grupo está compuesto por 35 alumnos cuya profesora llamaré Clara. La profesora Clara es una mujer afable y cariñosa, a la vez que exigente con sus alumnos. Ella tiene 30 años de servicio en la educación primaria y no ha hecho estudios adicionales a la Normal Básica. Según nos dice, sólo ha tomado los cursos cortos que ocasionalmente se ofrecen obligatoriamente a los maestros y consulta diversos libros de texto así como libros de matemáticas de nivel secundaria para preparar sus clases. Los primeros textos gratuitos publicados en nuestro país aún le sirven de fuente de consulta ya que en su opinión: "¡Esos sí eran buenos libros!". La maestra Clara señala que le gusta mucho su profesión, que le causa mucha satisfacción, sobre todo cuando constata los logros que sus alumnos alcanzan. Y los alumnos de la maestra Clara, de acuerdo con las reglas no escritas de la noósfera, tienen logros importantes. Por ejemplo, en varias ocasiones ellos han ganado el concurso para seleccionar el mejor alumno de sexto grado de la Zona Escolar a la que pertenece su escuela. Tales logros, que se premian con un viaje conocido como "Ruta Hidalgo" y una visita al presidente de la república, han generado un prestigio importante para la maestra Clara, tanto frente a los padres de familia como frente a las autoridades de su zona escolar.

En lo que sigue se analiza la experiencia matemática en el aula de la maestra Clara. Expongo, centralmente, una clase dedicada a trabajar el algoritmo de la raíz cuadrada y algunos fragmentos de otra dedicada a la noción de ángulo. Una perspectiva completa de la naturaleza de la actividad matemática en este grupo puede verse en los cuadros al final del apartado.

### 2. EN EL SALÓN DE CLASES

#### A. Objeto de enseñanza: raíz cuadrada

La raíz cuadrada no aparecía como objeto de enseñanza en los programas de la época; de hecho, fue eliminada de la educación primaria desde fines de los años cincuenta (cf. SEP; 1959). Sin embargo, al parecer, constituye uno de esos contenidos que formaron una tradición escolar y que algunos profesores experimentados conservan en su repertorio didáctico. La maestra Clara nos dice: «La raíz cuadrada no viene en los programas, pero para mí es un reto que los niños la aprendan. Siempre que tengo sexto año la doy».

Tal vez reconociendo el interés de algunos profesores por dicho contenido, algunos textos "comerciales" de la época sí incluían la raíz cuadrada. Los alumnos de la maestra Clara cuentan con uno de esos libros.

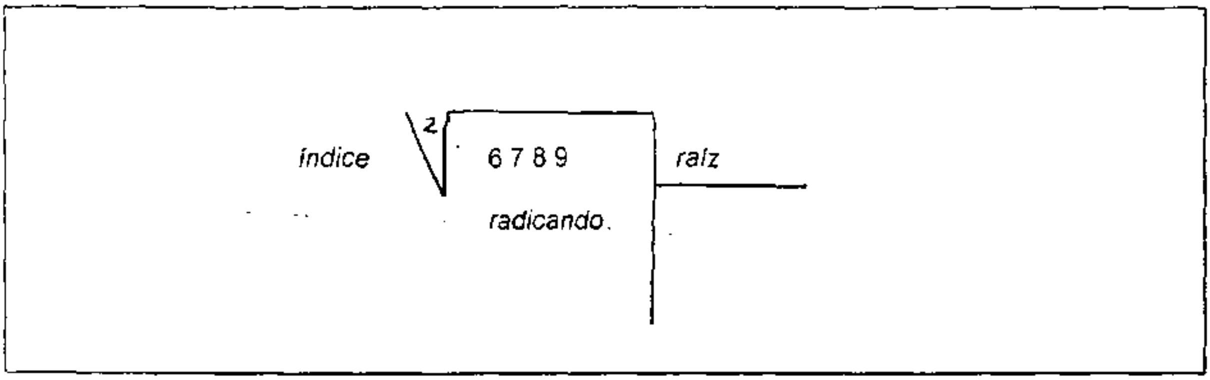
## B. Desarrollo de la clase

### *a) Primera fase: introducción del concepto y el procedimiento para calcular raíz cuadrada*

> Mta: Varios de ustedes me han dicho: "¿Maestra, cuándo nos enseña raíz cuadrada?"; pues ahora va a ser ese día en que aprendamos la raíz cuadrada. Escriben como título *raíz cuadrada*
> (los niños escriben en silencio, se ven interesados)
> No: Maestra, una pregunta, ¿también nos va a enseñar la raíz cuadrada de fracciones?
> Mta: No, hoy sólo la vamos a iniciar, escriban lo siguiente (dicta):
> *La raíz cuadrada es lo contrario de elevar un número al cuadrado... Sacar raíz cuadrada es encontrar un número que, multiplicado por sí mismo nos dé el número propuesto.*

Los niños anotan en silencio lo que dicta la profesora.

> Mta: Bueno, ahora, van a poner atención *para que vean lo que* es necesario conocer antes de poder resolver la raíz cuadrada (y anota en el pizarrón:)



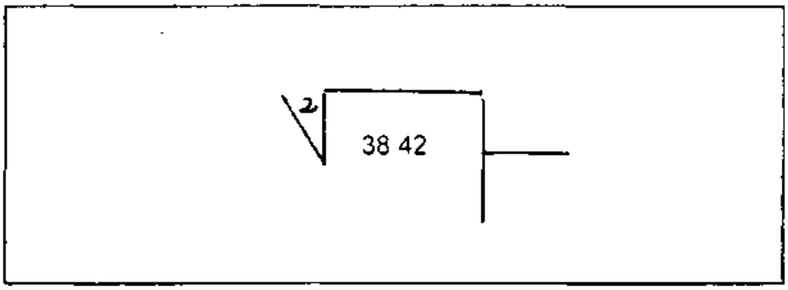

> Mta: Primeramente, tenemos este signo que vamos a llamar signo radical y que indica que vamos a obtener una raíz (...) Para poder reconocer que la raíz es cuadrada, necesitamos un numerito, el número dos (...) porque hay un índice 3, cuando la raíz es cúbica (...) Este número (señala) se llama radicando, es el número que... (termina de explicar el sentido de cada uno de los elementos que forman la expresión).

Los niños van anotando en su cuaderno.

Mta: (...) ¿Cómo se llama esta cantidad? (señala) <
Ns: ¡Radicando!
Mta: (...) ¡Y el resultado?<
Ns: ¡Raíz!
Mta: [...] Bueno, *¿alguna duda?*
Ns: ¡No!
Mta: Ya con estos conocimientos, vamos a empezar a sacar nuestra raíz cuadrada
No: (saca y hojea un libro publicado por una editorial privada, luego se dirige a la maestra) ¡Maestra, pero en "El Matemático" (Robles y Minquini; 1988) nomás viene como una división, sin esa raya que usted dibujó para abajo!
Mta: Bueno, pero también es una raíz cuadrada, por lo regular en los últimos libros puede decirse que viene nada más así, es correcto, pero eso no tiene mucha importancia (...)

**b) Segunda fase: explicación del algoritmo**.[7]

Mta: (anota en el pizarrón lo siguiente:)




Mta: Para resolver nuestra raiz vamos a ir por partes, porque no la podemos resolver toda de una sola vez; primeramente (...) paso número uno: se separan las cifras de dos en dos, de derecha a izquierda (anota un punto entre el 8 y el 4). Fíjense bien, (...) vamos a buscar un número que multiplicado por él mismo, nos dé ésta cantidad (señala el 38), o que nos dé un poquito menos, pero que no se pase.
No 1: El seis
Mta: Sí, el seis
No 2: ¿Cómo maestra, por qué seis?
No 1: Sí, porque 6 por 6 son 36, no se pasa de 38
Mta: ¿Sí? (Dirigiéndose al niño 2, el niño asiente). Bueno, vamos a hacerla, la vamos a hacer *desarrollada* para que se entienda más (con la expresión desarrollada se refiere a ir anotando las restas que derivan de los cálculos).

Se continúa de esta manera, al final del episodio, el pizarrón queda así:

[7]En lo que sigue, todas las participaciones de los niños son espontáneas, la maestra no señala especifiacmente a quien debe contestar. Las pocas veces que así lo hace será señalado. Es la manera habitual en que los diálogos en sus clases se desarrollan.

```
 2 | 38. 42  |
   | -36     |  61
   |   242   | 121
   | - 121   |   1
   |   121   | 122
```

Durante el episodio, los niños se ven concentrados, como tratando de comprender el procedimiento que la maestra explica; en algún momento, cuando se está buscando la segunda cifra del número que corresponde a la raíz (el 1 del 61) un niño dice:

No: ¿*Toca* a uno?

Mta: (...) *Sí, pero* vamos a poner dos, para que se den cuenta de por qué toca a uno, ¿sí? (e intenta primero resolver utilizando el 2, luego lo hace con el 1)

(Se concluye el cálculo en el mismo tenor; los niños permanecen muy atentos)

***c) Tercera fase: introducción de un método para validar los resultados***

Mta: Ahora vamos a hacer nuestra prueba: como buscamos un número que multiplicado por sí mismo nos dé ésta cantidad (señala el 3842), ¿cómo se haría esa prueba? <

Ns (silencio)

Mta: Fíjense bien, voy a volver a hacer la pregunta y ustedes tienen que pensar. Si ésta (señala el 61) es la cantidad que encontramos, es la raíz de 3842, y la raíz es un número que multiplicado por sí mismo nos da el número propuesto...

No: (Interrumpe a la maestra): ¡Ah, 61!

Ns (algunos, casi al mismo tiempo): ¡61 por 61!

Mta: 61 por 61, que es lo mismo que 61 al cuadrado, ¿sí?<

Un niño hace en el pizarrón la multiplicación, el resultado es 3721 (...)

No: Maestra, ¿es como en las potencias, pero al revés?

Mta: Sí, exactamente

No: (desde su lugar) ¡Me hago bolas, maestra! (...)

***d) Cuarta fase: una nueva explicación***

Mta: ¿*Te haces bolas?*, vamos a ver, otra explicación
(anota en el pizarrón 144 y va explicando paso por paso el procedimiento, apoyada en las respuestas de los niños; un diálogo representativo de esta fase de la clase es el siguiente):

Mta: Vamos a ver, el primer paso, ¿cuál es el primer paso?<

No (...): Separar de dos en dos las cifras, de derecha a izquierda

Mta: Exacto, entonces, ¿en dónde voy a separar? (...) <

Por la expresión de sus caras, parece que muchos no han entendido; otros gritan "¡Yo!" Indicando que quieren responder y responden: "¡Entre el 1 y el 4!".

Mta: Ese es el primer paso. Paso dos, ¿cuál es el paso dos? (...)

(De esta manera se continúa calculando nuevamente la raiz cuadrada de 144)
No: Maestra, esto (refiriéndose al cálculo de esta raiz) es más fácil porque no sobró nada! [...]

(A lo largo de la explicación "por pasos", se van levantando cada vez más manos para indicar a la maestra que quieren responder).

***e) Quinta fase: intento de mostración sintética del procedimiento***

Mta: [Veo que ya le van entendiendo], Ahora, si la hacemos *sin desarrollar* sería así (y comienza a explicar nuevamente la misma raíz, pero sin anotar las restas)
Na: ¡Así nos confundimos más!

***f) Sexta fase: retorno al procedimiento "extendido" por petición de los alumnos***

Mta: Bueno, por ahorita las vamos a hacer desarrolladas para que no se confundan (...)
Durante el cálculo de la raíz de otros números en el pizarrón, los niños hacen a la maestra preguntas como las siguientes:
No: ¿Maestra, ¿y se puede también [con números de] de una cifra?
Na: (...) ¿Y cómo se sabe que no se pasa?
En cada caso, la maestra responde con una explicación.

***g) Séptima fase: ejercicios "a la medida"***

Se calcula la raiz cuadrada de otros números, pero con algunas características derivadas de las sugerencias de los niños, por ejemplo:

"¡Pónganos con números más chicos!" o
"¡Exactas, maestra, es más fácil!"
"Maestra, páseme al pizarrón para ver si ya le entendí!"
"¡A mi también, para que me explique!"

La maestra accede a todas estas peticiones ofreciendo el tipo de ejercicios solicitados o pasando al pizarrón a quienes se lo demandan. Ahí, dependiendo del punto donde los niños "se atoran", ella les da explicaciones específicas.

***h) Octava fase: sólo los ejercicios necesarios.***

Se resuelven, uno a uno, otros ejercicios; cada uno de ellos antecedido de la pregunta de la maestra: "¿Otro ejemplo?" Como los niños a coro dicen: "¡Sí!", entonces la maestra propone otro ejemplo.
Cuando Erick pasa al pizarrón se "atora" un poco; le dice entonces a la maestra: "Maestra, es que me pongo nervioso cuando paso al pizarrón " (su tono de voz y su actitud, en realidad no muestran que esté nervioso, sin embargo la maestra responde):

Mta: No, no, no, no tienes porqué ponerte nervioso (y le ayuda a calcular la raíz, paso por paso, mediante preguntas como: "¿Aquí qué tienes qué hacer?" U observaciones como: "Aquí tienes que tener mucho cuidado de que no se pase").
Cuando Erick termina el cálculo, la maestra les dice a todos:

"Les voy a explicar de nuevo cómo se encuentra el segundo número porque ya vi que a Erick le costó mucho trabajo" (y vuelve a explicar a todos esa parte del procedimiento).

Finalmente, cuando se ha calculado la raíz de otros números, la maestra dice:

Mta: "A ver, vamos a ver, paso uno (...)
(Y de forma oral se dicen, uno a uno, todos los pasos necesarios para realizar el cálculo). Un niño sugiere: "Maestra, hay que anotarlos en el cuaderno", pero la mayoría dice "¡No!", en tono de cansancio; un niño dice "Ya me aburrí" y entonces la maestra no los hace anotar.
(...)
Mta: ¡Diana, ya le entendiste?
Diana: Sí
Mta: ¿Y tú, Enrique?
Enrique: Sí
Mta: ¿Ya entendieron?<
Ns (casi todos): Sí
Mta: Bueno [...]

## 3. NUESTRO ANÁLISIS

### A. El objeto de enseñanza

Los aspectos de la raíz cuadrada seleccionados por la maestra Clara para su enseñanza fueron los siguientes:

a) la noción de raíz cuadrada, entendida como "la operación inversa de elevar un número al cuadrado";
b) el algoritmo convencional para calcular la raíz cuadrada, aplicado al campo de los números naturales;
c) la prueba de la raíz cuadrada, multiplicando la raíz por sí misma, es decir, elevándola al cuadrado

De esta manera, el objeto raíz cuadrada se tradujo en:

- una definición;
- una destreza: calcular la raíz cuadrada de ciertos números utilizando el procedimiento convencional;
- un procedimiento para verificar si el cálculo obtenido es correcto.

Como dije antes, la raíz cuadrada no aparecía en el programa oficial de los años setenta (incluso había desaparecido del de los años sesenta). Empero, siendo considerada «un reto profesional», la maestra Clara la mantiene entre los objetos de enseñanza que comunica a sus alumnos.

**B. La relación con el objeto de saber: la participación en la versión didáctica del contenido**

En consonancia con la pedagogía de la época, la profesora Clara no promueve tiempos *a-didácticos*. Ella nunca sale de la escena y los niños nunca quedan en una relación oficialmente independiente con el objeto de enseñanza. Sin embargo, la relación que establecen con él no es la que deriva de un contrato de transmisión común ya que mediante sus preguntas y solicitudes, ellos hacen que la profesora modifique sus explicaciones, sus mostraciones; sus ejemplos. Puede decirse, incluso, que son ellos quienes manipulan las variables didácticas, pues de sus participaciones deriva la forma específica y la dificultad de los ejercicios, las nuevas explicaciones, los ejemplos, la fragmentación de las tareas, el tamaño de los números, la repetición suficiente. Lo anterior podría describirse señalando que la profesora Clara tiene una excelente memoria didáctica; a cada momento sus decisiones derivan del re-conocimiento de los conocimientos personales y diversos de cada uno de sus alumnos; también de sus exigencias y necesidades didácticas ("Pónganos unas con números más chicos; ¡Me hago bolas!; "¿Por qué le puso así?").

**C. El contrato celebrado: de explicación «a la medida»**

¿Por qué la maestra Clara acepta la participación de los alumnos incluso en un plano en el que ella eventualmente resulta cuestionada? Porque la relación que ha establecido con ellos se basa en un contrato en el cual asume como principal compromiso explicar «a la medida». En efecto, de acuerdo con las concepciones de la profesora observadas en acto, su proyecto didáctico sólo tendrá éxito si logra «explicar bien» (y con ello hacer comprender) las nociones matemáticas a sus alumnos. Pero sólo le será posible cumplir este compromiso si sus alumnos cumplen otro: "ostentar" su estado de conocimiento y expresar públicamente sus dudas y exigencias a cada momento de la progresión didáctica.

En los contratos habituales los maestros llaman a formular públicamente sus representaciones a los niños que, suponen, han construido las representaciones previstas; el papel de los alumnos, en los contratos ordinarios, consiste en dar respuestas correctas. Con frecuencia, cuando los niños con representaciones erróneas o insuficientes participan públicamente, a su participación le sigue o bien una sanción (directa o indirecta), o bien la marginación pues la participación no es útil para proseguir el proyecto definido. En el grupo de la maestra Clara este ritual se ha fracturado. Con base en el contrato puesto en marcha, las representaciones erróneas o incompletas se expresan públicamente, pero no como artificio para hacer caer en falta a los alumnos; tal llamado tiene una intención distinta: definir el rumbo de la progresión didáctica y los términos específicos de las explicaciones necesarias. La memoria didáctica de la maestra Clara, permanentemente activada, la obliga a recuperar los conocimientos personales, provisorios y diversos de los niños. Es una regla del contrato que ella estableció y que sus alumnos aceptaron. Con esta regla como base, el proyecto didáctico marcha exitosamente: en los términos definidos los niños construyen las respuestas correctas.

## D. Las explicaciones de la maestra Clara

### *a) La explicación como categoría didáctica*

La explicación constituyó en otras épocas un recurso básico en la enseñanza de las matemáticas elementales. En México, por ejemplo, en las instrucciones oficiales de los años cuarenta el "Explicar y poner ejemplos" constituía el núcleo del texto de saber (cf. SEP; 1944). En los años sesenta, la explicación se conservaba como categoría didáctica, aunque combinada con cuestiones como "que los niños razonen", el "llevarlos de lo concreto a lo abstracto", o la sugerencia eventual de utilizar el "método inductivo". De hecho, hasta entonces, los libros de texto se estructuraban mediante la exposición de conceptos y procedimientos matemáticos. Tal exposición tenía pretensiones explicativas que, alternadas con la ejercitación, suponían conducir a los niños a "entender" las matemáticas (cf. SEP;s/f y Hernández; 1962).

Sin embargo – señalé en el capítulo anterior - la explicación se marginó como categoría didáctica con la irrupción de la «matemática moderna» (cf. Ávila y García; 1999). Bajo el interés por que los niños descubrieran los conceptos, las explicaciones estaban prácticamente proscritas; según los postulados del «aprendizaje por descubrimiento», habia que abstenerse de enunciar lo que los niños pueden por sí mismos descubrir (cf. Shulman y Keislar; 1979). Desde entonces, la explicación (o exposición, con la cual de hecho se confunde) perdió prestigio como estrategia de enseñanza. El profesor que explica (o expone) se identifica con el profesor que habla y que hablando "llena recipientes vacíos", reduciendo así al alumno en un sujeto inerte y sin iniciativa. No obstante tal creencia, acendrada con la entrada de las «matemáticas modernas», la maestra Clara mantiene la explicación como núcleo de su acción didáctica.

### *b) El sentido de explicar*

En el diccionario, la palabra explicar tiene significados diversos: declarar, manifestar y hacer comprender una cosa; entre sus sinónimos se citan: desarrollar, desplegar y aclarar (cf. diccionario Larousse; 1972). Siguiendo a B. Mopondi (Mopondi; 1995; 14) en latín el término "explicare" significa "desplegar", la explicación así es la extensión de la noción en todas sus implicaciones conceptuales, con el objetivo de acceder a la *esencia* del objeto.

El proyecto de la maestra Clara gravita sobre la explicación y, me parece, ésta toma el sentido que expresa el término en latín; con sus explicaciones ella busca aclarar, hacer comprender (ya se trate de un procedimiento o de una noción). Y las explicaciones de la maestra Clara van desde acaso la más simple consistente en describir un procedimiento (por ejemplo el que permite calcular la raíz cuadrada de un número), a otras donde el interés es que los alumnos capten el significado del concepto en juego (por ejemplo en la clase dedicada a ángulos, de la cual adelante incorporo algunos fragmentos). Veamos cómo funcionan estas explicaciones.

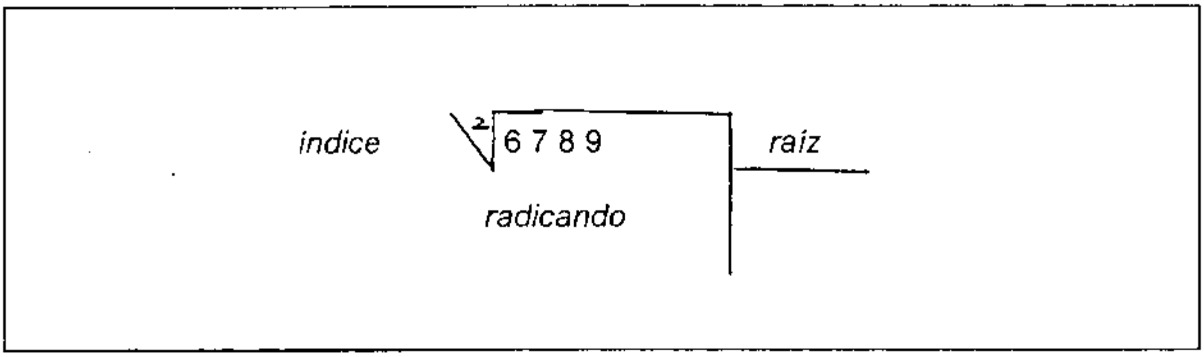
*Explicación inicial: definición de raíz cuadrada.* La maestra introduce, al inicio de sus clases, el nuevo objeto de saber en forma de definición o de procedimiento. La clase se inicia con una institucionalización.

De acuerdo con M. Mopondi la definición implica ya un esfuerzo explicativo, pues busca mostrar el sentido del objeto (Mopondi;1995); pero a la definición introducida por la maestra, le siguen nuevas explicaciones que buscan dotar de mayor significado a la noción. Conforme a tal idea, las explicaciones que se suceden no son repetitivas, sino que a cada vez se modifican. Recordemos, por ejemplo, algunos fragmentos del episodio inicial en torno a la raíz cuadrada:

Mta: (...) hoy sólo la vamos a iniciar [la raíz cuadrada], escriban lo siguiente:

*La raíz cuadrada es lo contrario de elevar un número al cuadrado... Sacar raíz cuadrada es encontrar un número que, multiplicado por sí mismo nos dé el número propuesto.*

*Segunda explicación*: dotación de significado de los términos de la expresión.
Mta: Bueno, ahora, van a poner atención *para que vean lo que* es necesario conocer antes de poder resolver la raíz cuadrada (y anota en el pizarrón:)




Mta: Primeramente, tenemos este signo que vamos a llamar signo radical y que indica que vamos a obtener una raíz (...) Para poder reconocer que la raíz es cuadrada, necesitamos un numerito, el número dos (...) porque hay un índice 3, cuando la raíz es cúbica. El radicando es el número que... (de forma similar explica el sentido de cada uno de los términos que aparecen en el diagrama).

Mta: (...) ¿Cómo se llama esta cantidad?<
Ns: ¡Radicando!
Mta: (...) ¡Y el resultado?<
Ns: ¡Raíz!
Mta: Bueno, ¿alguna duda? <
Ns: ¡No!

> Mta: Ya con estos conocimientos, vamos a empezar a sacar nuestra raíz cuadrada [...].

*Tercera explicación.* "Descomposición ostensiva" (Mopondi; 1995) del procedimiento para calcular la raiz cuadrada. Veamos sólo la forma en que inicia:

> Mta: Para resolver nuestra raíz vamos a ir por partes, porque no la podemos resolver toda de una sola vez; primeramente (...) paso número uno: se separan las cifras de dos en dos, de derecha a izquierda (anota un punto entre el 8 y el 4). Fíjense bien, (...) vamos a buscar un número que multiplicado por él mismo, nos dé ésta cantidad (señala el 38), o que nos dé un poquito menos, pero que no se pase.

De manera similar continúa la explicación de cada una de los pasos del procedimiento. Las hasta aquí incorporadas son explicaciones iniciales, introducidas por la profesora conforme a sus propias convicciones didácticas y no conforme a presión alguna por parte de sus alumnos. Sin embargo, con base en el contrato celebrado, las dudas y sugerencias de los niños constituyen los indicadores para nuevas decisiones sobre la explicación; a saber:

- Si es necesaria alguna explicación adicional;

En tal caso:

- Qué tipo de explicación ofrecer;
- Qué elementos incorporar en esta nueva explicación.

Así, con base en las participaciones de los niños, el procedimiento es repetido, fragmentado, ejemplificado con un cierto tipo de números, etcétera.

Y las explicaciones sólo pararán cuando la maestra se haya percatado de que el resultado es satisfactorio; esto es, cuando considere que sus alumnos comprenden la noción en juego (en el caso de la raíz cuadrada, la comprensión será mostrada principalmente mediante la resolución ágil de distintos cálculos y, ya al final de la secuencia, mediante la resolución de algunos problemas).

Sintetizando esta "progresión explicativa" tenemos que:

a) hay siempre una o varias explicaciones iniciales (de una noción, de un procedimiento o de ambos) que introduce el nuevo objeto de saber;
b) a la(s) explicación(es) inicial(es) le siguen otras respondientes a dificultades observadas cuando los niños resuelven algún ejercicio o tratan de expresar «en sus propias palabras» una cierta noción; también a solicitudes específicas de explicación y a intervenciones que tienen como objetivo "expresar las dudas";
c) las explicaciones agregan sucesivamente elementos no incluidos en las explicaciones precedentes.

Esta forma de interacción didáctica es resultado de una activación permanente de la memoria didáctica, es decir, de la actuación en función de reconocer los conocimientos personales y provisorios – en ocasiones insuficientes y erróneos – de los alumnos.

***c) Reiteración del esquema explicativo ante otros objetos de saber***

Otro ejemplo de la explicación recursiva desplegada por la profesora Clara lo registramos en la clase dedicada a ángulos. En un momento posterior a dos explicaciones - la inicial y otra cuya responsabilidad se había transferido a un alumno: "A ver, Erick, explícales a tus compañeros todo..." - la maestra explica a una niña cómo identificar un ángulo de 300 grados:

> Mta: ¿De más de 180 grados? (dirigiéndose a dos niñas sentadas juntas) ahorita les vuelvo a explicar (les explica algo inaudible, luego se dirige al grupo). Miren, niños, me dicen aquí sus compañeras que todavía no le entienden muy bien... Julieta, pasa al pizarrón...
> No: ¡Yo tampoco le entiendo, maestra!
> Mta: Bueno, ahorita su compañera va a pasar al pizarrón y yo les voy a ir explicando y ustedes ponen atención. Primeramente... (Va explicando a la niña mientras traza un ángulo de 300... )
> Na (después de trazar el ángulo, dirigiéndose a la maestra): ¿Entonces éste es el ángulo? (señala el de 60 grados complementario al de 300)
> Mta: No, no, no, ¿para dónde se abrió nuestra línea, hacia dónde giró?
> Na. A la izquierda
> Mta: A la izquierda. Fíjate bien, esta línea está dando vuelta (señala la línea, luego hace un giro con su mano, describiendo el ángulo) hasta quedar así (detiene la mano y señala la segunda línea que forma el ángulo), ¿sí? (...)
> Na: ¡Sí! (su expresión muestra que acaba de comprender)
> Mta: ¡Ya está entendido?>
> Na: ¡Sí!

A tal explicación le siguen otras más:

> Mta: A ver, ¿alguna otra duda?<
> Enrique: Sí, maestra, ¿cómo se va contando (en el transportador)?
> Mta: No se les olvide que... si esa línea da vuelta completa, se vuelve a juntar con la otra (explica sobre un transportador, relacionando las medidas en grados que aparecen en el transportador con giros de distintas magnitudes y la circunferencia, que tiene 360 grados...)
> Mta: A ver, otra duda<
> Erik: Sí, es que todavía a estos no les entiendo muy bien, estos que dan la vuelta para acá (hace un ademán girando la mano de derecha a izquierda)...
> *Mta:* (explica, luego pregunta:)¿Algo más?<
> *No: Sí,* estos de más de 180 no les entiendo muy bien todavía
> Mta: Bueno, supongamos ...
> Erik: ¿Me deja trazar uno en el pizarrón?
> Mta: Claro que sí, nada más espérenme tantito. Permítanme un lápiz (un niño le da un lápiz) Aquí tenemos la línea (pone el lápiz sobre una línea en el pizarrón), si

va girando y queda en esta posición (gira 90 grados a la derecha) ¿qué se formó?< [...]

Las explicaciones, si bien en general responden a solicitudes de alumnos específicos, son realizadas de manera pública: en la red primaria de comunicación. De esta manera, resultan útiles a todo el grupo.

**E. Mecanismos de regulación y prevención.**

El tiempo didáctico en pocas ocasiones se detiene en este grupo. Los mecanismos de regulación utilizados por la profesora en tales casos son:

- las nuevas explicaciones
- nuevos ejemplos
- nuevos ejercicios

Pero de hecho, tales acciones prácticamente no son utilizadas como resultado de un desequilibrio didáctico, porque el proyecto de la maestra Clara no funciona sobre la base de mecanismos de regulación. Ella sustenta su acción en mecanismos que previenen los desequilibrios, a saber:

a) solicitar a los niños la ostensión de su estado de conocimiento y
b) permitir la participación en el registro *epididáctico* (por ejemplo señalando el tipo y la calidad de los ejercicios deseados).

Estos mecanismos permiten que el proyecto sea exitoso. La maestra no espera a que los niños fracasen; ella se adelanta a los hechos solicitándoles decir lo que no saben o no entienden: ella pone en juego permanentemente su memoria didáctica. La permisión de la participación en el registro *epi-didáctico* es también un mecanismo de prevención. Las contribuciones de los alumnos en tal sentido permiten adecuar y reorganizar permanentemente las formas didácticas de los objetos de saber. De esta manera, la progresión didáctica avanza fluidamente y, al final de cada clase las respuestas esperadas son ofrecidas prácticamente por todos los alumnos. [8] Al igual que el del maestro José, éste es un grupo en el que el espacio de la regulación está constituido por cada uno de los alumnos que lo forman. En uno y otro caso, se busca que todos los alumnos comprendan.

## 4. A MANERA DE CONCLUSIÓN

### A. Del saber a enseñar a los saberes enseñados

En ocasiones, los aspectos seleccionados para ser comunicados a los niños corresponden a los propuestos en el programa oficial, es el caso de la conversión

[8]. En este grupo son pocos los niños que no obtienen 10 en las tareas y los ejercicios al final del tratamiento de un tema.

de monedas extranjeras o los ángulos y su trazo que vimos trabajar. De hecho, la resolución de una lección del texto gratuito, y la construcción de polígonos a partir de sus ángulos centrales (tarea que culmina la secuencia programática) es para la profesora el «criterio de verdad» de este aprendizaje. En cambio, otros de los contenidos abordados no aparecían en los materiales oficiales: es el caso de la raíz cuadrada y las equivalencias ("conversiones") entre unidades del sistema métrico decimal. Pero la maestra tiene sus razones para incorporar tanto la una como las otras: «La raíz cuadrada es un reto profesional, y a ellos [los alumnos] les gusta saber que la saben». «Las medidas es algo muy necesario, no deberían haberlas quitado». Así pues, bajo criterios distintos, los contenidos oficialmente previstos se entremezclan con otros que, en la perspectiva docente, llevan a una formación más completa para los alumnos.

**B. Del contrato sugerido al contrato celebrado**

La maestra Clara decidió orientar sus clases bajo una noción: «explicar a la medida». Tal decisión no obstante las recomendaciones oficiales que señalaban la interrogación como base de la relación didáctica. Y la maestra expresa sus convicciones al respecto; para ella el buen maestro debe cumplir varios requisitos:

> Debe tener buena voz, tener paciencia para cuando el alumno pregunta y despejar las dudas; no molestarse porque los niños preguntan; debe atender al niño o al grupito de niños que necesite [ayuda]. Un maestro que yo tuve si preguntaba me decía: "Todo está explicado en el pizarrón". No debe ser así, el maestro está precisamente para ayudar a los niños a entender.
> Lo mejor sería que las matemáticas se enseñaran de manera amena, que no fueran tediosas. Me he fijado que si estoy nada más a repite y repite, hasta se duermen, eso hay que evitarlo.

Se aprecia en estas palabras, la importancia dada a la explicación y a las dotes que el profesor ha de tener para lograr explicar bien, también a la necesidad de que los niños no se queden con dudas. Es sobre tales convicciones que la maestra ha articulado sus clases.

**C. Lo permanente en la clase: la «explicación a la medida», o la activación permanente de la memoria didáctica**

El contrato que regula amplios períodos de la actividad en este grupo es ciertamente peculiar, los niños tienen una responsabilidad que se renueva día a día: ostentar sus representaciones, el estado de su conocimiento, sus necesidades de explicación. De eso depende que la maestra cumpla la responsabilidad básica que se ha asignado y que consiste en explicar, dosificar, agregar, re-elaborar, hasta lograr que sus alumnos comprendan.

La diferencia entre este contrato y los que celebran muchos otros profesores que también «transmiten», es que la responsabilidad asumida consiste en hacer comprender, mientras que la de muchos otros consiste sólo en trasmitir (sin importar los efectos en el receptor). Y es que con sus preguntas y la expresión de sus dudas, los niños colaboran para que la explicación de las nociones sea «a la medida». Ellos han asumido la responsabilidad de orientar la acción específica y las decisiones de su maestra, quien además de recuperar permanentemente su estado de conocimiento, les ha permitido ingresar al registro en el que, comúnmente sólo entra el profesor. Ambas cláusulas se observan en el contrato que se renueva cotidianamente, independientemente de los contenidos que se aborden. Esto constituye la costumbre de la clase. Es una costumbre alejada de la sugerida en las propuestas oficiales cuya idea principal era sustituir el «enunciar» por el «interrogar para ayudar a descubrir». Es también una costumbre excepcional.

## D. Los resultados del contrato

### *a) Siempre un registro intelectual.*

Es común asociar la incomprensión y el desplazamiento al registro actitudinal con las clases en las que el profesor no concede tiempos *a-didácticos*. Es decir, se asocia generalmente (pareciera que necesariamente) el efecto Topaze a la enseñanza frontal, como si aquél fuera un elemento constitutivo de ésta. El trabajo en el grupo de la maestra Clara ofrece elementos para cuestionar tal vinculación. Ella tiene un estilo de interrogar que, si bien no propone preguntas abiertas (en el sentido que obliguen de manera franca a la activación de estrategias personales diversas, o que posibiliten distintas respuestas y conduzcan a tiempos a-didácticos) sí ofrece condiciones que implican poner en juego recursos intelectuales para resolverlas; el tono de voz o la actitud nunca son utilizados para indicar la corrección o incorrección de una respuesta, o para lograr que otra emerja; en ningún momento vimos que las respuestas llegaran "porque no había manera de responder otra cosa".

### *b) Una alta tasa de éxito*

Los alumnos de la maestra Clara, a medida que se introducen nuevas explicaciones y nuevos ejemplos, van logrando resolver correctamente los ejercicios y tareas que se les plantean. De lo anterior - podrá cuestionárseme - no es posible derivar conclusiones sobre los aprendizajes y su permanencia. No pretendo hacerlo. Creo empero estar autorizada a afirmar que el hecho de poder pasar al pizarrón, preguntar, resolver, responder, demandar... es reflejo de una relación distinta con los objetos de saber que aquélla que, puede suponerse, subyace a comentarios del tipo "Parece que los pegaron con *cola-loca*" y que vimos discurrir en otros salones de clase.

### *c) Una relación privilegiada con la noósfera.*

Los alumnos de la maestra Clara han obtenido varias veces el reconocimiento del mejor alumno de la Zona Escolar en que se ubica su escuela, "han ganado la Ruta Hidalgo", como suele decirse en el lenguaje escolar. Tal reconocimiento muestra a los demás y a ella misma la eficacia de su proyecto didáctico; lo valida en los términos en que es planteado y realizado. Ella tiene pues, acerca de la eficacia de su labor como maestra - además de las que recoge al interior del salón de clases - las pruebas que vienen del exterior. Y en su proyecto se observan pocos rasgos de la «matemática moderna». Ella conserva por una parte, contenidos de saber eliminados del currículum, conserva también la explicación como base de su acción. Es una explicación que, sustentada en la memoria didáctica, resulta «a la medida». Con ello, se adelanta a los estancamientos. En los hechos, la «explicación a la medida» es un mecanismo de prevención. Quizás éste sea un factor esencial en los resultados que obtiene.

### E. Los límites del contrato

La maestra Clara conserva como parte de la experiencia que ofrece a sus alumnos, contenidos eliminados 25 años atrás. Conserva también la explicación como forma de vincular con el saber. Se trata nuevamente de una profesora que sólo tomó de la matemática moderna lo que creyó conveniente ya que su hacer refleja concepciones forjadas en la experiencia y nutridas de diversas fuentes, entre ellas los programas y textos que habían quedado en desuso 15 años atrás.

La disponibilidad de los conocimientos para resolver problemas - igual que ocurre con otros profesores - al no formar parte sustancial de los compromisos de la maestra Clara, tampoco ocupa un lugar importante en su reflexión didáctica. Pero éste era el límite de la época. Por otra parte, si bien ella centra sus esfuerzos en que los niños comprendan las nociones y los procedimientos dejando los problemas para el momento de la aplicación, hay que decir también que la comprensión que puede suponerse en sus alumnos, no es igual que la obtenida en otros salones de clase. De esto da cuenta la relación privilegiada que guardaba con la *noósfera*.

. . .

Los hasta aquí analizados, tendiendo cláusulas diferentes, son contratos que tienen una común: los alumnos no cuentan con tiempos a-didácticos para construir las respuestas que sus profesores les demandan. Si bien cuentan con más o menos oportunidades de interacción - y en algunos casos las cuestiones que se les proponen llevan a la puesta en marcha de recursos personales para construir alguna solución - en mayor o menor medida, el profesor es el poseedor del saber. Las condiciones que permitirán que contratos de este tipo sean sustituidos por otro articulado sobre la «devolución de la responsabilidad a los alumnos» se analiza en el siguiente apartado.

**Cuadro 4. Características de la actividad matemática desarrollada en las clases de la maestra Clara**

<table>
<tr><th></th><th colspan="2">Primera sesión</th><th>Segunda sesión</th><th>Tercera sesión</th><th>Cuarta sesión</th><th>Quinta sesión</th><th>Sexta sesión</th></tr>
<tr><td>Contenido</td><td colspan="2">Resolución de problemas con números naturales</td><td>Conversión de monedas</td><td>Potencias</td><td>Ángulos</td><td>Raíz cuadrada</td><td>Equivalencias entre unidades del sistema métrico decimal</td></tr>
<tr><td>Se introduce definición</td><td colspan="2">Sí, a manera de repaso</td><td>Sí, a manera de repaso; la maestra acepta las definiciones "libres" y basadas en ejemplos dadas por los niños</td><td>Sí</td><td>Sí, a manera de repaso; la maestra acepta las definiciones "libres" dadas por los niños</td><td>Sí</td><td>Sí: Procedimientos de conversión</td></tr>
<tr><td>Se ilustra o explica definición o procedimiento</td><td colspan="2">No</td><td>Sí, la maestra "glosa" los procedimientos<br>Se vuelve varias veces a ella</td><td>Sí</td><td>Sí, mediante trazos y mostraciones en el pizarrón<br>Se vuelve varias veces a ella</td><td>Sí, se vuelve varias veces a ella</td><td>Sí<br>Se vuelve varias veces a ella</td></tr>
<tr><td>Preguntas cerradas</td><td colspan="2">No</td><td>Sí</td><td>Sí</td><td>Sí</td><td>Sí</td><td>Sí</td></tr>
<tr><td>Preguntas abiertas o anticipatorias</td><td colspan="2">No</td><td>No</td><td>No</td><td>Sólo una</td><td>No</td><td>Sí, sólo dos</td></tr>
<tr><td>Preguntas y participaciones en un nivel epididáctico</td><td colspan="2">Sí</td><td>Sí</td><td>Sí</td><td>Sí</td><td>Sí</td><td>Sí</td></tr>
<tr><td>Problemas como vía de aprendizaje</td><td colspan="2">No</td><td>No</td><td>No</td><td>No</td><td>No</td><td>No</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Problemas para aplicar Conocimientos</td><td>Rutinarios</td><td>No</td><td>Sí (se trata de escoger uno de los 3 posibles procedimientos)</td><td>Sí, se toman de un texto comercial</td><td>No</td><td>No (los problemas se resolverían hasta después de haber realizado ejercicios suficientes)</td><td>No</td></tr>
<tr><td>Recontextualización</td><td>Sí</td><td>No</td><td>No</td><td>No</td><td>No</td><td>No</td></tr>
<tr><td>Justificaciones o argumentaciones</td><td colspan="2">No</td><td>No</td><td>No</td><td>No</td><td>No</td><td>Sí, sólo en el nivel procedimental</td></tr>
</table>

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Expresión de dudas y dificultades | Sí | Sí | Sí | Sí | Sí | Sí |
| Trabajo en equipo | No | Sólo una niña, espontáneamente, ayuda al del pizarrón; la maestra lo permite | No oficialmente | No oficialmente | No oficialmente | No oficialmente |
| Uso de material manipulable | No | No | No | Juego de geometría | No | No |
| Otras | | Comentarios amplios acerca de la economía y hegemonía del dólar | Resolución de ejercicios y problemas en un texto comercial | Trazo de ángulos | | Se elabora un cuadro de equivalencias/ Se escucha y anota en el cuaderno la historia de las unidades de medida |

# «DEVOLVER» LA RESPONSABILIDAD A LOS ALUMNOS. MÁS ALLÁ DE DESCUBRIR LA PROPORCIONALIDAD.

## 1. LA PROFESORA Y EL GRUPO

La relación didáctica que se analiza en este apartado es sustancialmente distinta de las hasta aquí revisadas. Se trata del trabajo desarrollado en un grupo de sexto grado formado por 36 alumnos y dirigido por una profesora de nombre Patricia quien tenía seis años de experiencia docente cuando la observamos trabajar con este grupo[1]. Ella estudió la Normal cuando ésta aún no tenía nivel de licenciatura y cuenta con una formación adicional en educación matemática producto de su asistencia sabatina voluntaria a un centro de actualización de profesores de orientación «constructivista» cuya dinámica de trabajo consistía básicamente en lo siguiente:

a) reflexionar junto con otros compañeros-maestros sobre los problemas que plantea la práctica cotidiana de enseñanza de las matemáticas; y
b) producir y experimentar actividades y formas de gestión de la clase para que los niños aprendan dicha disciplina «construyendo su conocimiento».

El proceso se alimenta con algunas lecturas y toma distintas modalidades: discusión de temas y cuestiones sugeridos por los profesores participantes o el asesor del grupo; análisis de las producciones de los alumnos de los profesores participantes (estas producciones en ocasiones son resultado de alguna actividad promovida desde el taller sabatino); análisis de clases impartidas por los participantes (previamente registradas por alguno de los compañeros asistentes al curso) entre otras. Otro rasgo relevante del programa es que los asistentes están "obligados" a escribir breves documentos a partir de las discusiones y reflexiones realizadas con el asesor y los compañeros (cf. Lara y Ortega; 1991).

Durante el trabajo realizado por la maestra Patricia y su grupo se establece una relación didáctica articulada sobre la noción de «devolución». En seguida se muestra el registro de los acontecimientos alrededor de la variación proporcional directa en una situación asociada al círculo y la relación $\pi$, contenido cuyo tratamiento llevó cuatro sesiones de clase.

---

[1]Observamos el trabajo de la maestra Patricia en dos períodos escolares distintos, con dos grupos de niños también distintos. En otro trabajo analizo el desarrollo de sus clases con un grupo de quinto grado.

## 2. EN EL SALÓN DE CLASES

### A. El objeto de enseñanza: variación proporcional directa

#### *a) La noción de variación proporcional directa*

La variación proporcional directa desempeña un rol fundamental en muchos ámbitos de la vida social y económica; sus aplicaciones son innumerables y están presentes en muchos sectores de la actividad humana. Asuntos como porcentajes, cálculo de descuentos, recargos e intereses, tienen en la base el manejo de la variación proporcional directa. Su fuerte presencia en la vida social se evidencia por la capacidad de muchos analfabetos de resolver, mediante estrategias personales, problemas que implican dicha noción (Soto y Rouche; 1995; Ávila y cols; 1994).[2]

La variación proporcional se sustenta en una idea matemática importante: la de *razón*, la cual puede definirse como la comparación de dos números o magnitudes a través de su cociente. Así, si *a* y *b* representan dos cantidades cualesquiera, la razón entre ellas está dada por el cociente: a/b

Dos listas, constituidas cada una de números no nulos (diferentes de cero):

$$\begin{array}{c|c} x & y \\ x' & y' \end{array} \quad \text{son proporcionales si} \quad \frac{x}{y} = \frac{x'}{y'}$$

Otra manera de expresar la variación proporcional es la siguiente:

> Dadas dos cantidades variables *x* y *y*, se dice que son proporcionales si están relacionadas por una expresión de la forma:

$$\frac{Y}{X} = K \qquad \text{donde k es una constante}$$

Esto significa que al dividir un valor de *y* entre el valor correspondiente de *x*, se obtiene siempre el mismo resultado. Pero tal expresión presenta problemas cuando X = 0. Por ello, para definir la variación proporcional se prefiere utilizar la expresión Y = K X, (donde K indica una constante).

#### *b) La variación proporcional como objeto de enseñanza*

La variación proporcional directa tiene larga historia en el curriculum de educación primaria. En México, al menos desde los años veinte está en los programas oficiales de la educación primaria. En este ámbito, fue frecuente referirse a ella mediante la expresión "Razones y proporciones" y definir la proporción como "La

[2]En el trabajo que recién cito pudimos constatar la utilización de esta noción por grupos de adultos analfabetos y el uso de estrategias (muchas veces eficientes) desarrolladas para enfrentar problemas que la implican.

igualdad de dos razones". También era común su expresión mediante escrituras del tipo: a:b::c:d, o a/b=c/d. En el largo periodo en que la enseñanza de esta disciplina fue orientada por concepciones utilitaristas, la variación proporcional (las razones y proporciones) ocupó amplios espacios y la regla de tres fue el procedimiento enseñado para resolver los problemas de este tipo. De hecho era tal procedimiento y su aplicación a la resolución de problemas prácticos el que ocupaba el interés didáctico y poco se cuestionaba la comprensión del mismo por parte de los niños. Por ejemplo, en el texto gratuito de quinto grado editado en 1961, una vez introducidas ostensivamente las nociones de razón y de proporción, todas las explicaciones se orientaban a mostrar el funcionamiento del procedimiento mediante la igualdad de los productos de los medios y los extremos. Una vez mostrada procedimentalmente la validez del mecanismo de cálculo, se procedía a utilizarlo en la resolución de algunos problemas vinculados a situaciones cotidianas (cf. Novaro; 1961; 85 y ss).

Pero en el currículum de los años setenta los cambios fueron significativos. La noción de «razón y proporción» así como el procedimiento de la «regla de tres» y el «interés simple y compuesto» - temas hasta entonces centrales en la educación primaria - dejaron paso a la variación funcional y proporcional propias de la «matemática moderna». Aparecieron así, aunque no bajo tal denominación, las listas de números proporcionales y la idea de coeficiente de proporcionalidad. El título de la lección que abre formalmente el tratamiento del tema en el sexto grado es en sí mismo elocuente: "Unas cosas dependen de otras" (cf. Imaz et. al. 1973). Tal título muestra la voluntad de poner a los niños en contacto con las estructuras matemáticas, en este caso, con la relación entre los pares de datos que al variar cumplen con la condición Y = K X donde k es constante. Y el acercamiento inicial se hace a partir de situaciones y tablas que muestran una relación de dependencia entre dos tipos de datos, así como el coeficiente que define la forma de la variación (la constante de proporcionalidad).

En congruencia con el enfoque de la época, las tablas debían completarse sobre la base de interrogaciones planteadas a los niños y la «formulación» que sintetizaba el conocimiento implícito aparecia al final de la lección, cuando se habían resúelto una situación que mostraba "el comportamiento" del concepto matemático en juego (véase la lámina 1, al final del apartado).

### B. El desarrollo de las clases

El mobiliario en este salón de clases, está constituido por butacas. De manera distinta a lo habitual entonces en las escuelas, las butacas se encuentran dispuestas en semicírculo de doble fila, abierto hacia el pizarrón.

***[Primera sesión]1ª Fase. Planteamiento de una pregunta abierta***

> Mta: (pone sobre el piso, al centro del salón, un carrito de pedales, una pequeña bicicleta, y un carrito "de fricción"; los tres juguetes son amarillos) ¿Ya se dieron cuenta que me traje los juguetes de Uri? (Uri es su hijo, los niños están familiarizados con él)

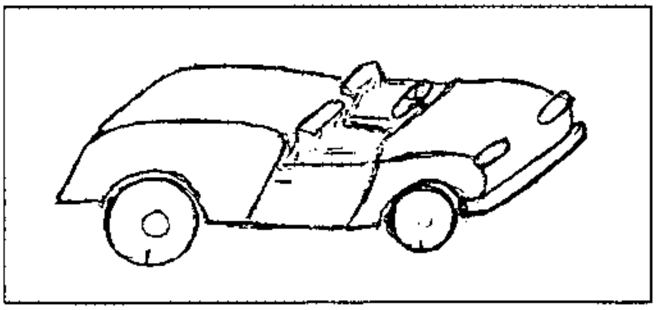
Ns: (Algarabía, risas, comentarios)
Mta: Observen por favor los tres juguetes. [...]
Mta: A ver, ¿qué características tienen estos juguetes?<
Sin esperar indicación, los niños van dando distintas respuestas (tienen ruedas, diferente tamaño, color amarillo, ruedas negras, sirven para transportarse, tienen asiento, tienen el mismo dueño); la maestra las va anotando en el pizarrón.
El interrogatorio continúa, algún niño dice:
No: Dos [juguetes] tienen cuatro llantas y uno tiene dos.
Mta: ¿Y cómo son esas llantas? Vámonos por las características de las llantas...
No: Son redondas
No: Unas son más grandes que otras.
Mta: [...] A ver, a ver, ¿cómo se moverán las de adelante de este carrito en relación con las de atrás ?< (el carro tiene las llantas de adelante más chicas)
Coro: ¡Más rápido!

***2ª. Fase. Búsqueda libre de respuestas a un problema <<de razón>>***

Mta: Bueno, ahora vamos a trabajar en equipo (se organizan en tres equipos). A cada equipo le voy a dar un juguete y van a averiguar y me dicen cómo giran las ruedas grandes en relación con las chicas, pueden hacerlo aquí o en el patio (da a cada equipo un juguete)

Se hace un alboroto, todos salen al patio y una vez ahí empiezan a discutir. En un equipo, cuyos integrantes se ven pensativos, se registra lo siguiente:

No1: Ya sé, hay que moverlo (se refiere a empujar el cochecito)
No2: (Empuja el cochecito, los demás observan con mucho interés)
No3:¿Y eso qué? (se refiere a que el sólo verlo rodar no les da información)
No4: Hay que contarlas [las vueltas que dan las ruedas]
No2: (Empuja nuevamente el cochecito)
No5: Pero éste (el niño que empuja el carrito) le da muy *duro* [y no se pueden contar las vueltas]
No3: ¡Más despacio!
No2: (Empuja más lentamente el carrito, pero aún así no logran contar con precisión las vueltas)
No6: Hay que marcarle con un gis [en la orilla de la llanta], si no no se puede [contar las vueltas].
(Varios miembros del equipo van por un gis al salón; cuando regresan uno de ellos pone una marca en cada llanta, los demás siguen atentamente sus acciones):



Después, intentan contar las vueltas de las dos llantas al mismo tiempo pero no lo logran, es difícil hacer el conteo simultáneo, entonces - a sugerencia de un niño -

la tarea se divide: unos cuentan las vueltas de las llantas delanteras mientras otros cuentan las de las traseras; los siguientes minutos se dedican a ello [...].

***Tercera Fase. Puesta en común de las respuestas y las estrategias de solución.***

Cuando los tres equipos terminan la tarea, regresan al salón y se exponen las respuestas al resto de los compañeros:

Equipo 1.

Eduardo: Nosotros lo que vimos es que la chiquita da una vuelta y la grande da media vuelta; la grande da una vuelta y la chiquita da dos vueltas.
Mta: La chiquita da una vuelta, la grande da//
Coro: ¡Media!
Mta: La chiquita da dos vueltas, la grande da//
Coro: ¡Una!
Mta: ¿Y por qué? (dirigiéndose a Eduardo)
Eduardo: Porque es de diferente tamaño, es más chica
Mta: ¿Y qué más? (a Eduardo)
Eduardo (y otros del equipo que se le unen para dar la respuesta): Es la mitad
Mta: ¿Están seguros que es la mitad, cómo lo comprobaron? (a los niños del equipo)
No: Le marcamos y le dábamos vuelta, la chica daba su vuelta completa y la grande daba media; la chica daba 2 vueltas, la grande ya daba una vuelta
Mta (a los niños del equipo): Pero vuelvo a repetir, ¿cómo supieron que la chiquita es la mitad de la grande?
No: Por el número de vueltas que dic la chiquita y la grande
Mta: ¡Ah, bueno! Aquí ya nos contestaron que la rueda chiquita mide la mitad de la grande (...) ¿Y si la grande da 5 vueltas, ¿la chica?<
Coro: ¡Diez!
Mta: ¿Y si la grande da 10?<
Coro: ¡La chica veinte!

Equipo 2.

Carolina: En lo que la [rueda] grande dio 15 giros, la rueda chica dio 20 giros (...)
Mta: ¿Y por qué? (dirigiéndose al equipo)
Coro: ¡Porque es más chica!
Mta: ¿Y cómo es el tamaño de la chica en relación con la grande? (nuevamente a los niños del equipo)
Ns: (Piensan unos segundos) Cinco veces más chica (algunos)
Carolina: (responde, en la grabación su respuesta es incomprensible)
Mta: A ver, entonces, ésta (la grande) dio 15 y ésta (la chica) dio 20, en el mismo tiempo...
Ns: ¡Sí!
Mta: Ahora, si ésta da 30 (la chica) ¿cuánto dará ésta? (la grande?)<
Ns (no todos): 25 (luego se hace un murmullo, parece que en cuanto dan la respuesta se percatan de que es errónea)
Mta: A ver, ¿qué me dijeron (antes)?, que ésta da 20 mientras la otra da 15, entonces, si ésta da 30...
Ns: ¡25! | ¡35! (distintas respuestas)

La maestra interroga a dos niños más, ambos responden 25. Entonces dice: "Será necesario comprobar si la respuesta es correcta ya que la mayoría opina así". Pero primero vamos a escuchar al tercer equipo"; este equipo expone sus resultados; encuentran fácilmente la relación ya que ésta, al igual que en el primer equipo, es 2 a 1)[3].

***Cuarta Fase. Intento docente de construcción de una primera formulación.***

La maestra interroga "¿En qué otra cosa han visto, que no sean juguetes, el funcionamiento de una rueda chica y una grande girando al mismo tiempo?". La pregunta origina comentarios en pequeños grupos y también respuestas en la red primaria. Luego, la maestra dibuja en el pizarrón un carro de carreras con las llantas traseras más chicas que las delanteras (...)

> Mta: ¿Cómo le haría yo para saber de este carro cuántas veces da vueltas la llanta chica en relación con la grande *sin tener que estar dándole vueltas*?
> Los niños comentan entre sí, pero ninguno responde directamente a la maestra; la maestra insiste dos veces más: "¿Nadie me puede decir?", pero no recibe respuesta.
> *Mta: Bueno, pues queda de tarea* lo siguiente:_en cualquiera de los objetos que mencionaron en la clase y que tengan en su casa, o si tienen la posibilidad de ir a una fábrica de las que están aquí cerquita, me van a decir en dónde encontraron el funcionamiento de engranes (...) en algún aparato que puedan observar, van a anotar cuántas vueltas da la rueda chiquita mientras la grande da una vuelta, nada más una.

***Quinta Fase [Segunda sesión]: la misma relación con nuevos números y construcción de un conocimiento local que se comunica a toda la clase***

Los niños muestran pequeños *aparatos* que consiguieron y que funcionan mediante engranes o poleas. Cada niño explica a los demás cómo funciona su aparato y cuántas veces gira un engrane mientras el otro da un cierto número de vueltas. Las explicaciones y los diálogos son del tipo:

> Na: La rueda chica da una vuelta mientras la grande da 3/4 de vuelta
> Mta (a quienes muestran su aparato): Bien, ¿y entonces cuál será el tamaño de la chica en relación con la grande?
> Ns: ¡3/4!
> Siguen varias exposiciones con una dinámica similar; en cada caso, la maestra pregunta: ¿Entonces cómo será el tamaño de la rueda chica en relación con la grande?[4].

***Sexta fase: modificación de la tarea y primera exigencia de validación***

> *Mta: Bien, vamos* a continuar con este trabajo, pero ahora en equipos [...].

---

[3]La maestra no retoma la cuestión que quedó pendiente en el equipo anterior y que implicaba establecer una relación de 4 a 3 (expresada como 20 a 15 40 a 30).

[4]Durante el episodio se dan amplias discusiones acerca de la dirección en que se mueven los engranes cuando constituyen un conjunto de más de dos, o aquélla en que se mueven las cabezas de una reproductora de cassettes; la maestra las acepta y en cada caso se obtienen conclusiones; aquí no las incorporo porque los contenidos no son estrictamente matemáticos.

(La maestra reparte dos "engranes" de cartulina a cada equipo y solicita averiguar cuántos giros da el pequeño en relación con el grande; la relación es 24/8).

Los equipos realizan la tarea. En el equipo registrado, los niños marcan un punto en la orilla de cada engrane, el cual les servirá de referencia para contar los giros y realizan la tarea de forma similar a como hicieron en la sesión anterior con el carrito; esta vez la estrategia es más fluida y sistemática (...).

No: ¡Maestra, maestra! (la maestra se acerca) Nosotros contamos los dientes, aquí son ocho y acá son *24*; entonces *24* entre ocho toca *tres*; ha dado *tres* vueltas el chiquito y el grande una (en tono que denota entusiasmo).
Mta: (Se pasea entre las bancas, cuando los niños le dicen a su paso el resultado que obtuvieron, les dice: "A ver cómo me lo comprueban", luego dice a todo el grupo: "A ver cómo me lo comprueban")
Ns: ¡Nosotros ya se los comprobamos! (Son los niños que le dijeron que su engrane tiene 8 y 24 dientes respectivamente) (...)
Mta: A ver, todos acá. Acá dicen sus compañeritos que para comprobar si es correcta su respuesta van a sacar *la medida* de los engranes; los compañeritos de este otro equipo también dicen que van a sacar *la medida*; aquí sus compañeritos dicen que van a hacer otra vez los giros y al irlos contando podrán comprobar, acá estos compañeritos dicen que van a comprobar contando los dientes de los engranes [...]
*Mta: ¿Saben qué?, a ver si nos podemos poner de acuerdo*, porque hay distintas respuestas, a ver de qué manera lo podemos comprobar más fácil (anota en el pizarrón las repuestas que le habían dado los distintos equipos a su paso por su lugar y que ella repitió en voz alta) ¿Cuál de todas estas formas les parecerá más fácil? (Las lee y pregunta a varios niños; por el momento queda como "*favorita*", la de contar los dientes de los dos engranes y luego dividir los números resultantes).

***Séptima fase: devolución de una tarea con nuevas restricciones y aparición de nuevas estrategias de resolución***

Mta: Casi todos dicen que contando los dientes sería más fácil [comprobar], vamos a ver... *les voy a dar esto* para que vean qué pueden hacer para calcular los giros simultáneos ... (y reparte unos círculos de cartulina que denomina "engranes sin dientes"; esto, en principio, impediría a los niños utilizar el conteo como estrategia de solución y/o comprobación).

En algunos equipos aún se utiliza la estrategia de hacer girar simultáneamente los "engranes sin dientes", marcando el punto de inicio del giro en cada "engrane". Otros dicen a la maestra que "se puede saber sabiendo lo que miden las circunferencias" (y tratan de medirlas). El siguiente es uno de estos casos:

Los niños del equipo miden con una regla el diámetro de cada uno de los círculos y calculan el perímetro de ambos usando una calculadora; luego dividen lo que mide la circunferencia mayor entre la medida de la menor, obtienen 3 como resultado. El entusiasmo del equipo es enorme, llaman a la maestra para comunicarle lo que perciben como un gran descubrimiento. La maestra los escucha [...].

***Octava fase: comunicación de estrategias y resultados***

Cuando los equipos terminan el trabajo se presentan las respuestas y estrategias:

- Jorge dice: "Vimos que los engranes sin dientes eran iguales que los engranes con dientes, y vimos que el chico da tres vueltas y el grande sólo una, si el chico diera seis, el grande daría dos, si el chico diera 9 el grande daría 3"...
- Erika y su equipo explican: "Marcamos un punto en cada engrane y luego los hicimos girar, luego contamos las vueltas..."
Mta: Bueno, así sí, pero si no tienen dientes y están chimuelos los engranes?>

Y entonces los equipos que utilizaron la relación *Pi* explican su procedimiento [...].

## 3. NUESTRO ANÁLISIS

### A. El contrato celebrado: un contrato de «devolución»

El contrato didáctico que define la relación con el saber antes descrita, se articula sobre la base de la «devolución», es decir, sobre la creencia de que los alumnos, sin la intervención directa de su profesora, podrán construir los conocimientos motivo de la interacción. Tal forma de concebir la relación, implica responsabilidades y derechos con una fuerte componente intelectual. Es decir, al definirse tiempos a-didácticos - en los cuales los alumnos se comprometen a obtener una solución por exigencias de la propia situación y no de la maestra - es la lógica intelectual y no la didáctica la que prevalece en sus acciones y sus decisiones. Es también la lógica de las situaciones la que la profesora está obligada a vigilar. Se trata de que éstas, efectivamente, interroguen a los alumnos. Si esto no ocurre, la «devolución» no tiene lugar.

Con base en la decisión fundamental de «devolver la responsabilidad», la profesora ha adquirido para sí otras responsabilidades. Una consiste en diseñar (o seleccionar y adaptar de entre las que se ofrecen en los materiales oficiales) situaciones que provoquen la aparición de los conocimientos que ha previsto; otra es la manipulación de variables de la situación-problema para provocar ciertas conductas, desestimular el uso de algunas estrategias, hacer aparecer otras. Otro compromiso que acaso resulte más difícil de notar es el de no enunciar los conocimientos que quiere ver aparecer, el de no indicar las formas de obtener las soluciones.

La profesora asume y gestiona diestramente sus responsabilidades: las situaciones que propone permiten que los niños acepten la «devolución», es decir, que se comprometan a buscar una solución, generando estrategias y conocimientos, la discusión, finalmente, el acuerdo.

Las responsabilidades que en este contrato tocan a los niños son también cumplidas eficientemente. El grupo acepta la «devolución» asumiendo como reto la búsqueda de la respuesta a la pregunta que les fue devuelta. Al interior de los pequeños grupos se idean, se buscan y se prueban estrategias, se aceptan y se rechazan sugerencias; finalmente, se exponen y argumentan los resultados del trabajo. Al igual que la maestra, ellos cumplen otra responsabilidad más difícil de notar: la aceptación de independencia intelectual, de no recurrir a la profesora como fuente de solución o de validación.

## B. La relación con el objeto de saber

### *a) Del conocimiento al saber*

Consecuencia del contrato celebrado, la progresión didáctica en esta clase tiene una estructura singular:

1. La profesora plantea un problema a los alumnos, para cuya resolución no cuentan aún con saberes trasmitidos formalmente, pero sí con recursos personales que les permitirán interactuar con él;
2. Los niños despliegan en pequeños grupos estrategias para resolver el problema planteado;
3. Se ponen en común las estrategias utilizadas y los resultados obtenidos; la presentación tiene una exigencia: explicar los resultados, en ocasiones también las estrategias;
4. El grupo valida, aceptándolas, las estrategias y las respuestas de los compañeros.

Hasta aquí un primer ciclo en la progresión didáctica. Una vez concluido, comienza un segundo ciclo:

1. La maestra replantea la situación-problema con nuevas restricciones o nuevos valores numéricos (por ejemplo, la eliminación de los dientes en los "engranes" o la modificación de la razón entre los datos implicados)
2. Algunos alumnos realizan nuevos acercamientos a la situación, las restricciones o valores numéricos lo promueven;
3. Se ponen en común las nuevas estrategias y resultados;
4. Se construyen algunas expresiones para formular las estrategias y relaciones implicadas;
5. Se aplica el modelo de resolución construido a la resolución de otros problemas;

Finalmente:

1. Se tiende un puente provisorio entre el conocimiento generado en el proceso y el saber escolar, es decir, se realiza una institucionalización local (cuarta sesión, última fase de la progresión didáctica).

### *b) Situaciones que median la relación son el saber*

La situación "fundamental"[5] que busca provocar el conocimiento previsto sobre la variación proporcional, está constituida por objetos circulares de distinto diámetro que giran simultáneamente. Se trata de que:

- los niños establezcan la razón entre un cierto número de giros simultáneos;
- que perciban que al modificarse el número de giros la relación se conserva;

[5] Tomo prestada la expresión de Brousseau para señalar, si bien metafóricamente, que es a partir de una situación básica, que luego se modifica para generar distintos conocimientos, que la maestra Patricia trabaja con sus alumnos.

- «descubran» que la relación constante entre el número de giros simultáneos corresponde a la relación existente entre las medidas (longitud del diámetro o de la circunferencia) de los dos engranes, que está determinada por ésta.

En los conocimientos producidos en interacción con la situación se observa una evolución. Las variables de la situación sucesivamente modificada promueven el uso de nuevos recursos, implican distintos acercamientos y motivan la puesta en marcha de estrategias de resolución cada vez más económicas y generales, más «reutilizables». Recontemos, para apoyar esta afirmación, las estrategias utilizadas.

### *c) Situaciones planteadas y estrategias de resolución*

- **Primera situación / primera estrategia de resolución.**

La primera situación-problema fue: "Cuántos giros dan simultáneamente dos ruedas de diferente tamaño". Las razones implicadas eran: 1:2 y 3:4 (15:20).

Esta situación tenía por objetivo que los niños:

- establecieran la relación entre el número de giros simultáneos;
- observaran la constancia de la relación al variar el número de giros;
- vincularan tal relación a la existente entre el tamaño de la dos ruedas (circunferencias): la rueda chica mide la mitad de la grande, por ejemplo.

Aquí, era posible manipular físicamente la situación. Así, los recursos de resolución generados para interactuar con ella consistieron en a) hacer girar simultáneamente las ruedas de los juguetes y b) producir recursos técnicos para lograr un conteo preciso de los giros: marcar con gis el punto de inicio y dividir entre los participantes la tarea de contar los de una y otra rueda. En un sentido matemático, las soluciones logradas y los razonamientos que permitieron obtenerlas fueron:

La construcción de una breve lista de números proporcionales: (1:1/2; 2/1; 10/5; 20/10) correspondiente al número de giros simultáneos. De lo anterior deriva otro conocimiento: "La rueda chica mide la mitad de la grande". Es decir, se inicia la formulación de otra relación: la relación existente entre el número de giros correspondientes es constante y está determinada por la relación entre las circunferencias: *"Si la rueda chica da una vuelta y la grande media vuelta; entonces la rueda chica mide la mitad de la grande"*.

Sin embargo, emergen varias dificultades cuando se trata de trabajar con la relación 15/20 (3/4). Por una parte, los niños se muestran incapaces de establecer que la relación entre el tamaño de las ruedas es ¾. Por otra parte, ni aún con la interacción se logra resolver la igualdad 15/20 = X/30.[6]

[6] La dificultad no es sorprendente ya que tal equivalencia implica mayor dificultad porque la razón no es entera. Esta variable numérica, se sabe hoy con base en diversos estudios, complica de manera importante las situaciones de proporcionalidad: las estrategias hasta aquí observadas difícilmente resultan útiles para resolverla y obliga a construir otras considerando nuevas propiedades de la función lineal.

Por lo pronto, la maestra deja pendiente la cuestión.

La relación ¾ sería formulada más tarde, cuando los niños exponen sus observaciones sobre distintos aparatos:

> Na: La rueda chica da una vuelta mientras la grande da ¾ de vuelta
> Mta: Bien, ¿y entonces cuál será el tamaño de la chica en relación con la grande?
> Ns: ¡3/4! (...)

En uno y otro caso, las estrategias producidas (también las formulaciones), estaban estrechamente vinculadas a la situación. El generado es un conocimiento local, además, no formulado cabalmente.

- **Segunda situación: conservación de la primera estrategia y aparición de una segunda.**

La segunda situación demandaba establecer, sobre la posibilidad del conteo, la relación entre el número de giros de dos engranes de distinto tamaño (entre ellos había una relación de 1/3). Al igual que en el caso anterior, era posible manipular físicamente la situación. La estrategia que se pretendía ver aparecer era la siguiente: obtener mediante conteo el número de "dientes" de cada engrane y luego, utilizando la división (de los dos números resultantes), encontrar la relación entre el número de giros sin hacerlos físicamente. Conforme a los esperado, tal estrategia aparece, pero no en todos los equipos. Algunos conservaron la anteriormente desplegada consistente en girar los engranes y contar los giros simultáneos. La restricción que hubiese no sólo promovido sino obligado al uso de la nueva estrategia: "No se permite hacer girar los engranes" no fue incorporada por la profesora.

- **Tercera situación: aparición de una tercera estrategia y conservación de las dos primeras.**

La siguiente tarea consistió en "Encontrar el número de giros simultáneos de dos círculos entre cuyos diámetros existía la relación 3 a 1".

Tal situación buscaba eliminar la estrategia de conteo directo de los dientes: "Los engranes ya no tienen *dientes*" dice la maestra, quien pretendía promover la utilización de la medida del diámetro y la relación *Pi* para resolver el problema. Es decir, en su previsión, la posibilidad de obtener la medida de las circunferencias y luego la relación entre ellas, se encontraba en la utilización del conocimiento siguiente: Circunferencia = *Pi* x diámetro.

Y conforme a las previsiones docentes, dos equipos producen una estrategia consistente en:

- obtener la medida del diámetro de cada uno de los círculos;
- calcular la circunferencia (multiplicando por *Pi*);
- dividir la medida de la circunferencia mayor entre la medida de la menor y obtener así la respuesta buscada.

Sin embargo, otros equipos conservan la estrategia consistente en hacer girar simultáneamente los círculos. Hubo también quienes por transferencia obtuvieron los resultados: "Los círculos miden lo mismo que los engranes, [por lo tanto la relación entre ellos es la misma]".

### d)Formulaciones que acompañan el tránsito hacia el saber.

Los niños también formulan y comunican sus estrategias y conocimientos: «Aquí lo que observamos es que mientras uno da dos vueltas, el otro da una», o «Esto quiere decir que el chico mide la mitad que el grande» es el tipo de frases que se construyen para comunicar a los demás las relaciones establecidas. Y las frases construidas sucesivamente muestran el tránsito del conocimiento al saber. Recordemos algunas de las surgidas durante el periodo observado:

1ª. Las llantas se mueven distinto
2ª. Unas llantas se mueven más rápido que otras
3ª. Las ruedas de adelante giran dos veces mientras las de atrás giran sólo una...
4ª. (La relación entre los giros) se puede calcular haciendo (físicamente) los giros y contando directamente las vueltas que dan una y otra rueda
5ª. (La relación entre los giros) se puede calcular contando los dientes de una y otra rueda y luego, dividiendo ambos números, se obtiene el resultado
6ª. No es necesario contar ni girar, si se saben las medidas de las dos circunferencias, dividir una medida entre otra es suficiente
7ª. La relación entre los giros se pueden calcular conociendo la medida del diámetro (éste se multiplica por *Pi* y luego se dividen ambos resultados).

En estas formulaciones sucesivas, ninguna de ellas *convencional*, refieren a un saber válido provisoriamente, y constituyen un elemento que permite la clarificación de las acciones realizadas, de las relaciones establecidas y de los conocimientos logrados.

### e) Las situaciones diseñadas por la profesora Patricia

Las dos últimas situaciones propuestas por la maestra no eran lo suficientemente "potentes" para generar el conocimiento previsto, pues permitían el uso de más de una estrategia como recurso de resolución. Es decir, tal como las situaciones fueron planteadas, era posible hacer girar físicamente los círculos para obtener la solución, pues la restricción "No se permite girar los círculos" no se expresó. Tampoco la de "No contar los dientes". De cualquier manera, algunos equipos utilizaron la estrategia prevista por la profesora, la cual fue comunicada a otros en la fase de intercambio y validación. De esto último, se sacaría beneficio intelectual: en posteriores interacciones con la situación, la estrategia es retomada por niños que en esta ocasión no la utilizaron.

Conviene destacar, sin embargo, que la manipulación de variables didácticas y las restricciones que la maestra incorporó a la situación "fundamental" no son triviales. Su labor muestra una notable intuición, aun cuando haya faltado alguna restricción para que la situación "no sólo promoviera" sino que "obligara" . No resulta propio de un profesor novel el provocar la sucesión de estrategias antes descritas, las cuales, de ser totalmente locales, respondientes a la situación particular, devienen un modelo más general, que progresivamente toma en cuenta más relaciones matemáticas. Esto se expresa en las conclusiones anotadas como resultado de la actividad (cuarta sesión):

- *Para calcular las vueltas, se puede hacer girar los engranes y contar cuántas vueltas da cada uno;*
- *También se pueden contar los dientes de cada engrane y dividir, o,*
- *Se puede calcular [utilizando las relación Pi] la medida de una circunferencia y dividirla entre la medida de la otra circunferencia.*

Tales conclusiones no son triviales, implican una importante experiencia intelectual. Acaso de ahí el gusto que expresaron algunos alumnos al descubrir las relaciones en juego. De entre estas relaciones, una resultó para algunos un auténtico descubrimiento: «la relación entre el número de vueltas que dan dos engranes, puede encontrarse conociendo el diámetro de éstos».

## C. Tiempo de aprendizaje y tiempo didáctico; eventual incorporación de mecanismos de regulación

Durante los tiempos a-didácticos puede verse que el avance no es igual en todo el grupo, que no es uniforme ni lineal la producción de conocimientos. La diversidad se manifiesta en las permanencia de la estrategia inicial de resolución en las situaciones subsecuentes. Sin embargo, sobre la base de una excelente memoria didáctica, la profesora por una parte acepta los diferentes avances en la conceptualización; por otra parte, los niños que utilizan las estrategias más rudimentarias se servirán, posteriormente, de los avances expuestos por otros compañeros. Así, pues, la relación personal con el saber, al tener estatuto oficial en la clase, pauta el avance de la progresión didáctica y el tiempo de aprendizaje de unos, empuja el tiempo de los otros. En este grupo, el tiempo de aprendizaje se identifica con el tiempo de la enseñanza o, dicho más precisamente: el tiempo de aprendizaje pauta al tiempo de la enseñanza. El isomorfismo entre el tiempo de aprendizaje y el tiempo didáctico no siempre es una ficción.

Conforme al ritmo que el contrato celebrado autoriza, el tiempo didáctico sufre pocos estancamientos. Sólo eventualmente se requiere la introducción de mecanismos de regulación:

- *el "cierre" de preguntas, o la incorporación de "orientadores"* cuando la situación es aún demasiado abierta y los niños parecen no captar la intención docente.

Este mecanismo se utiliza recurrentemente en la primera fase de la secuencia registrada:

Después de varias respuestas a la pregunta: ¿"Qué tienen de particular estos juguetes?", y ante la de un niño que señala que los juguetes tienen llantas, la maestra dice:

*(...) ¿Y cómo son esas llantas?, vámonos por las características de las llantas*

O cuando ante la respuesta de un niño "Unas (llantas) son más grandes que otras", la docente afirma:

"¿Ustedes creen que cuando apliquemos a estos juguetes una fuerza para que se muevan las llantas, las de adelante darán el mismo número de vueltas que las de atrás?"

- Ocasionalmente, también la *«manipulación de la variable tipo de números»*, se utiliza para hacer llegar una solución. Un pasaje donde esto ocurrió corresponde a la novena fase de la secuencia, al final de la tercera sesión:

Las maestra anota el siguiente problema y pide a los niños resolverlo:


Si el diámetro de la polea menor es de 2 cm,
Entonces, su perímetro será ______________.
De esto podemos deducir que mientras la polea
Menor gira a la izquierda 3 vueltas. el objeto
Avanzará sobre la banda _________________ [7]

La mayoría trabaja comentando con los compañeros cercanos. Cuando terminan, la maestra llama a la puesta en común de las respuestas:

Mta: ¿Cómo sabremos cuál es el perímetro de esta polea menor?<

En la interacción que sigue a esta intervención, se observa que para resolver el problema los niños utilizan (incorrectamente) el modelo construido en las situaciones de los engranes. El siguiente fragmento permite ver tal situación:

Mta: Son 6 centímetros 2832 diezmilésimos (se refiere a la medida del perímetro de la polea menor). Bueno (y lee en el pizarrón:) *"De esto podríamos deducir que mientras la polea menor gira 3 vueltas,* (señala en el pizarrón) *el objeto avanzará sobre la banda!!*
Ns (varios): ¡Tres cuartos de vuelta del grande!
Mta: ¿Por qué?> (...)

Las argumentaciones muestran que el modelo de resolución aplicado (incorrectamente) es la comparación entre las dos poleas. Entonces, la maestra relee el problema y dice «supongamos que la polea mide 6 cm (y no 6.2832)» y solicita a los niños resolver por escrito el problema; así lo hacen, el resultado que obtienen en esta ocasión, es correcto [...].

[7]En entrevista, la maestra señala que trabajó este problema porque estaba incluido en una prueba que aplicaron a los alumnos de sexto grado desde la Inspección Escolar.

Pero hay un mecanismo del cual la maestra echa mano con mayor frecuencia:

- *«La puesta en el congelador», es decir, la introducción de nuevas experiencias de aprendizaje* ante preguntas para las cuales los niños no tienen aún respuestas.

Los siguientes son momentos en que tal mecanismo se utiliza:

- Cuando los niños no logran completar la equivalencia que correspondería a la expresión 20/15=30/X:

"Será necesario comprobar si la respuesta es correcta, ya que la mayoría opina así, pero primero vamos a escuchar la respuesta del tercer equipo (...)". Y la maestra no retoma la cuestión sino hasta la sesión siguiente.

- Cuando en la misma sesión pregunta: "¿Cómo podriamos hacer (...) para no estar contando las vueltas de las llantas?" La pregunta tiene algún efecto en los niños y se generan comentarios en la res secundaria, pero ninguno muestra deseo de responder en el ámbito público. Entonces, la maestra decide retirar la pregunta. El tiempo de tal cuestionamiento no ha llegado.

A la introducción de este último mecanismo (que Brousseau y Centeno denominan «puesta en el congelador») subyace una cuestión esencial: la maestra no tiene prisa por que las respuestas "correctas" afloren. Para ella el aprendizaje toma tiempo y piensa que hay que adaptar la enseñanza a dicho ritmo y no – a la inversa - adaptar el tiempo del aprendizaje al de la enseñanza. Con tal idea en mente, entre la ocasión que una cierta interrogación no respondida tiene lugar, y la segunda en que ésta aparecerá, la forma de presentación del saber y la relación con él se han modificado. La maestra Patricia no es una maestra que repite, es una maestra que recuerda.

Conviene, finalmente, enfatizar el hecho de que la incorporación de estos mecanismos – entre los cuales el más recurrente es la «puesta en el congelador» no es sino eventual pues la pérdida del equilibrio didáctico en el grupo es muy poco frecuente.

## 4. MANERA DE CONCLUSIÓN

### A. Del saber a enseñar al saber enseñado.

El desarrollo de la clase, según vimos, transcurre con base en la imaginación y creatividad de la maestra y de los niños, empero, a decir de aquélla, está acotado por la forma en que el libro de texto vigente en la época (Imaz et. al. 1974) lo sugería; la referencia específica la constituye la lección titulada *Engranes* (inserta al final del capítulo). Aunque el libro de texto no es directamente utilizado, constituye tanto el basamento como el horizonte de las pretensiones educativas de la profesora y la relación didáctica que se establece.

De acuerdo con el programa oficial, en la lección *Engranes* se busca que los niños "Apliquen sus conocimientos sobre escalas y proporciones para resolver algunos problemas". (cf. SEP; 1982; 97). Este objetivo de suyo abierto, se acompaña de actividades que muestran detalladamente el *texto de saber* institucional, es decir, lo que se pretendía que los niños aprendieran y la forma en que debían hacerlo. A partir de observar y trabajar con engranes como los que aparecen en la lección de referencia, el alumno debería:

- Discutir con sus compañeros cuántas vueltas dará el engrane B mientras da una el engrane A.
- Contestar preguntas como:

  - Si el engrane B da 8 vueltas, ¿cuántas dará el engrane A?
  - Si el engrane A da 10 vueltas cada minuto, ¿cuántas dará el B en 5 minutos?

- Medir los diámetros de los engranes y observar la relación que hay entre ambas medidas

- Comparar la relación entre las medidas de los diámetros y la relación entre el número de vueltas que da un engrane con respecto al otro

  - Comentar con sus compañeros el resultado de sus observaciones

- Realizar otros ejercicios similares (SEP; 1982; 97)

Como podrá apreciarse, los aspectos del objeto de saber seleccionados para poner a los niños en relación con él, están fuertemente moldeados por las propuestas de los programas y los libros oficiales. En entrevista, la maestra hace explícita tal intención: "Trato de que ellos lleguen a lo que se plantea en el libro, aunque a veces [éste] es demasiado difícil. Por ejemplo en la lección de *Cilindros y conos* [...]. Pero siempre intento que puedan resolver lo que viene [en él]." En otras palabras, la referencia directa y el horizonte de la actividad en clase la constituyen los objetivos implícitos en las lecciones del libro de texto oficial así como las habilidades que, también implícitamente, se demandan a los niños para su resolución. En la progresión didáctica presentada, el trabajo con engranes, la elaboración de listas de números proporcionales y el uso de la relación *Pi* ( $\pi$) fueron recuperados de los documentos oficiales. Por supuesto, la maestra hizo una interpretación muy personal del *texto de saber* oficial. Ella convirtió el interrogar para descubrir, en resolver para construir.

### B. Del contrato sugerido al contrato celebrado

La teoría de las situaciones didácticas postula como condición óptima del aprendizaje matemático escolar, la posibilidad de que los niños transiten - por un puente que se construye en la institución - del conocimiento (que generan como respuesta personal a una pregunta) al saber (constituido por los objetos que oficialmente son designados para la enseñanza y que toman forma y lugar dentro del edificio del saber organizado). Hemos visto en este grupo una relación de tal naturaleza. La primera fase de cada uno de los ciclos propuestos por la profesora tiene como objetivo provocar la construcción de un conocimiento personal. Y los conocimientos se despliegan.

Entre la maestra Patricia y sus alumnos se ha celebrado un contrato para la construcción colectiva de un saber; pero esta construcción es distinta a la que se produce a partir de interrogatorios que guían paulatinamente hacia la formulación prevista y que es sugerida en los documentos oficiales de la época. La producción colectiva tiene lugar mediante la devolución de la responsabilidad a los alumnos dando lugar a amplios tiempos a-didácticos. Si se le ubica en el período, la relación entre la maestra, los alumnos y el saber, es excepcional, pues el texto de saber oficialmente vigente correspondía al «aprender descubriendo». La modificación operada, en propia voz de la maestra, fue posible sobre la base de los aprendizajes construidos en el curso al que asistía los fines de semana. Antes de eso, dice «Si veía que no sabían les volvía a explicar».

### C. Los resultados del contrato

#### *a) Un registro siempre intelectual.*

Esta es una clase en que el trabajo se mantiene siempre en un registro intelectual. En los momentos en que la maestra tiene presencia explícita, no se hace necesario recurrir a preguntas cerradas y, menos aún, a índices actitudinales para lograr que sus alumnos ofrezcan las respuestas previstas. Ella retira las preguntas que percibe no serán respondidas; no regresarán sino hasta que se hayan ofrecido otras experiencias de las cuales habrán surgido no sólo las respuestas sino los conocimientos que permiten ofrecerlas con un respaldo de significación.

Lo anterior es posible porque las experiencias que ofrece y los mecanismos de regulación que incorpora tienen siempre en la base un análisis de lo que ocurre con sus alumnos y buscan siempre orientarlos hacia una mayor comprensión de los conceptos o nociones en juego. Los índices que en tal sentido a ella le resultan relevantes, pueden entenderse cuando dice:

*"(Sé que aprendieron) por sus razonamientos".*

La maestra ha ubicado en los razonamientos de los niños los índices útiles para «medir» el avance del proceso y mantener el equilibrio didáctico; serán aquéllos los que le dirán si puede seguir adelante o si debe retroceder y plantear de otra manera el problema, agregar información, experiencia, o simplemente esperar. Es por esto que le resulta importante conocer las estrategias desplegadas, también el que se expresen las representaciones construidas en la situación *a-didáctica*. La comunicación y puesta en común no es un simple ritual sino una obligación derivada del contrato que resulta fundamental para que el proyecto avance dentro del registro intelectual.

### b) *Pensamiento autónomo y disponibilidad de conocimientos*

Ya avanzada la secuencia analizada, la maestra plantea un problema con el fin de que los niños apliquen (adaptándolos y reorganizándolos) los conocimientos previamente generados. En la primera solución dada al problema se aprecia la utilización del modelo de resolución construido con antelación: establecer una relación entre los giros de dos poleas. Tal transferencia es incorrecta.

La argumentación desplegada muestra a la maestra el razonamiento que llevó a los niños a tal solución; entonces, dice: "Sí, [...] pero ahorita lo que quiero que me digan es (...)" y en seguida pone en marcha un mecanismo de regulación consistente en manipular la variable tamaño de los números para facilitar el cálculo mental. Los niños "captan" entonces la estructura del problema y muchos lo resuelven con éxito.

Lo anterior podría poner en duda la capacidad de reorganizar los conocimientos previamente construidos y, por lo mismo, también su disponibilidad. Empero, a lo largo de ésta y otras secuencias observadas, los niños muestran que tienen disponibles muchos conocimientos aprendidos previamente: la idea de *Pi*, la posibilidad de obtener la medida de la circunferencia conociendo el diámetro; la relación entre el diámetro y el radio (un diámetro equivale a dos radios). Acaso resulte relevante un dato adicional: en una sesión dedicada al cilindro y el cono, un equipo ideó un problema, y luego lo resolvió buscando la fórmula para obtener el volumen de la esfera en un diccionario escolar. Ellos nunca habían interactuado en la escuela con ese objeto matemático y sin embargo su planteamiento fue coherente.

Puede decirse, en síntesis, que los niños de este grupo han desarrollado la capacidad de construir conocimientos y de recurrir a los convencionales para resolver problemas que ellos mismos plantean. Es un caso en el que los saberes matemáticos son respaldados por una importante dosis de significación. El rodeo entre el saber, el conocimiento y nuevamente el saber - manteniendo un equilibrio conveniente gracias a la memoria didáctica de la maestra – seguramente ha contribuido a ello.

### c) *Una tensa relación con la noósfera.*

De manera distinta a lo que podría suponerse por la naturaleza de la actividad matemática desarrollada en el grupo – pues puede decirse que los niños realmente hacen matemáticas - la relación entre la maestra Patricia y la autoridad institucional no marcha sobre ruedas. La paciencia y los rodeos que está dispuesta a dar, las experiencias que está dispuesta a ofrecer, los tiempos a-didácticos que busca incorporar, no devienen una buena relación con el director de su escuela ni con los compañeros docentes. Unos cuantos datos al respecto:

- Los docentes cuyas aulas colindan con la de la maestra Patricia, permanentemente expresan ante el director las molestias que ocasiona un método de enseñanza "tan permisivo": hacen ruido, salen del salón, distraen a los niños de los otros grupos. Esta forma de trabajo, en suma, causa molestias y perturba el trabajo de los otros.

- En los concursos internos en los cuales se selecciona a los niños para competir por el "mejor" alumno de la zona escolar (y que los alumnos de la maestra Clara han ganado repetidamente) el grupo de la maestra Patricia obtuvo el último lugar entre los tres de sexto grado de su escuela ¿A qué puede atribuirse esto? Una respuesta posible es que los exámenes aplicados eran «institucionalizantes», ámbito de la matemática en que los alumnos de la maestra Patricia probablemente no son muy hábiles (los de otros profesores seguramente sí lo son).

Sea válida o no nuestra respuesta, lo que sí es claro es que el aprendizaje constructivo - con la mediación de tiempos a-didácticos - resultaba incompatible con los valores vigentes en el sistema de enseñanza en el período. Años después, tal concepción de aprendizaje daría sustento a una nueva reforma curricular y se convertiría en paradigma del *buen enseñar*. Pero a fines de los años ochenta tales ideas resultaban "raras" y "conflictivas". No pasaría mucho tiempo para que fueran acogidas e impulsadas por los responsables de la política educativa estatal. Veremos en seguida si esta reforma anticipada y voluntaria, fue también acogida en las aulas, tal como las nueva instrucciones oficiales lo prescribían.

**Cuadro 5. Características de la actividad matemática desarrollada en el grupo de la maestra Patricia**

| | Primera Sesión | Segunda Sesión | Tercera sesión | Cuarta sesión | Quinta sesión | Sexta sesión | Séptima sesión |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Contenido | Variación prop. | Variación prop. | Variación prop. | Variación prop. | Lección silos y Conos | Lección silos y Conos | Lección Silos y Conos |
| Introduce definición | No | No | No | No | No | No | No |
| Ilustra definición | No | No | No | No | No | No | No |
| Preguntas cerradas | Dos, al inicio | No | No | No | Algunas, al inicio | No | No |
| Preguntas abiertas o anticipatorias | Sí | Sí | Sí | Sí | Sí | Sí | Sí |
| Problemas como vía de aprendizaje | Sí | Sí | Sí | No | Sí | Sí | Sí |
| Problemas para aplicar | No | No | Sí | Sí | No | Sí | No |
| Justificaciones y argumentaciones | Sí | Sí | Sí | Sí | Sí | Sí (pocas) | Sí |
| Ejercicios rutinarios | No | No | No | No | No | No | No |
| Trabajo en equipo | Sí | Sí | Sí | Sí | Sí | Sí | Sí |
| Trabajo individual | No | No | Sí | Sí | No | Sí | No |
| Uso de material manipulable | Sí | Sí | Sí | No | Sí | Sí | Sí |

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Confrontación de resultados | Sí | Sí | Sí | Sí | No | No | Sí |
| Confrontación de estrategias | Sí | Sí | Sí | No | Sí | Sí | Sí |
| Validación por argumentación | Sí | Sí | Sí | Sí | Sí | No | Sí |
| Otras actividades | | | | | Invención de problemas | Búsqueda espontánea y uso de fórmulas en un diccionario | |

## Unas cosas dependen de otras

Contesta a las siguientes preguntas:

Cuando la mamá de Simón compra tortillas, ¿el precio que paga depende de los kilos de tortilla que compra? ____________________

¿Por qué? ____________________

¿El precio que paga depende de la edad del tortillero? ____________

¿Por qué? ____________________

¿El grueso de un libro depende del tamaño de sus páginas? ________

________ ¿Por qué? ____________________

La cantidad de gasolina que consume un automóvil en la carretera ¿depende de la distancia que recorre? ____________________

¿Por qué? ____________________

La temperatura del agua, ¿depende del color de los ojos del dueño del termómetro? ____________ ¿Por qué? ____________________

**En algunos casos una cosa depende de otra**. Una cantidad está en función de otra.

El kilo de tortilla vale $ 2.20.

Si la mamá de Simón compra 3 kilos paga $ 6.60.

Si compra 4 kilos paga $ ____________

Si compra 6 kilos paga $ ____________

Si compra ____ kilos paga $ 4.40

Si compra ____ kilos paga $ 22.00

Si compra 7 kilos paga $ ____________

Éstos datos pueden resumirse así:

| Kilos de Tortilla | Precio en $ 2.20 |
|---|---|
| 3 | 6.60 |
| 4 | |
| 6 | |
| | 4.40 |
| | 22.00 |
| 7 | |

Pónlos en una tabla ordenada así, y completa:

| Kilos | Precio |
|---|---|
| 1 | 2.20 |
| 2 | |
| 3 | |
| 4 | |
| 5 | |
| 6 | |
| 7 | |
| 8 | |
| 9 | |
| 10 | |

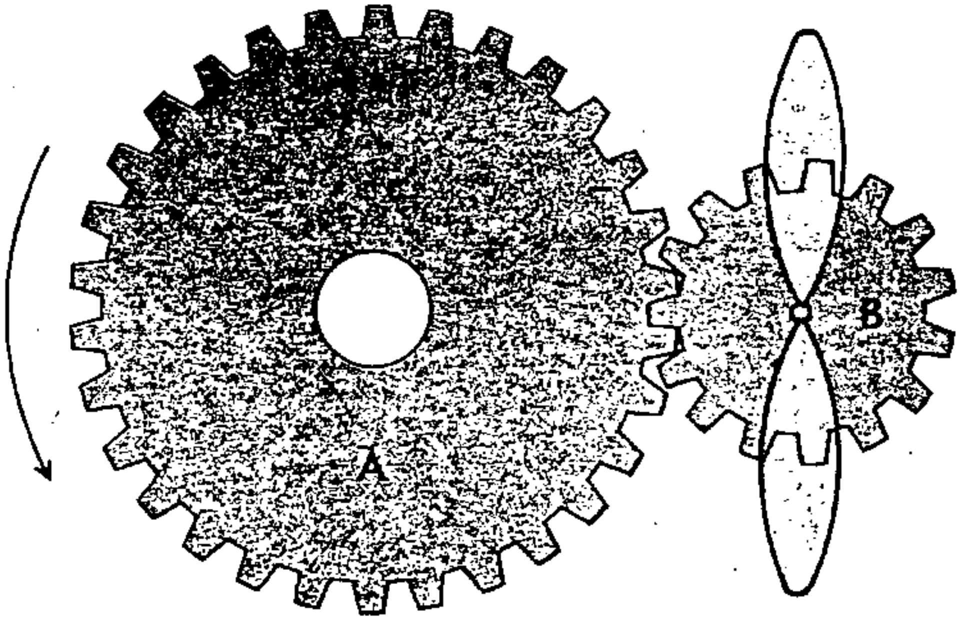
A una variación de 1 kilo de tortilla le corresponde una variación de $ 2.20 en el precio. El precio de las tortillas está en función del peso de las tortillas.

Si el metro de tubo vale $ 6.00, haz una tabla en tu cuaderno como la anterior para precios de 1 metro hasta 15 metros, metro por metro.

## Engranes

¿Conoces un engrane?

Aquí se muestran dos de ellos




Si el engrane A gira en el sentido que indica la flecha (contrario al que giran las manecillas de un reloj), ¿en qué sentido gira el engrane B? ____________

Si la hélice está unida al engrane B por un eje fijo:

¿En qué sentido gira la hélice? ____________

¿Cuántos dientes tiene el engrane A? ____________

¿Cuántos dientes tiene el engrane B? ____________

Si el engrane A da una vuelta completa, ¿cuántas vueltas da el engrane B? ____________

Si el engrane A da 4 vueltas, ¿cuántas vueltas da la hélice? ____________

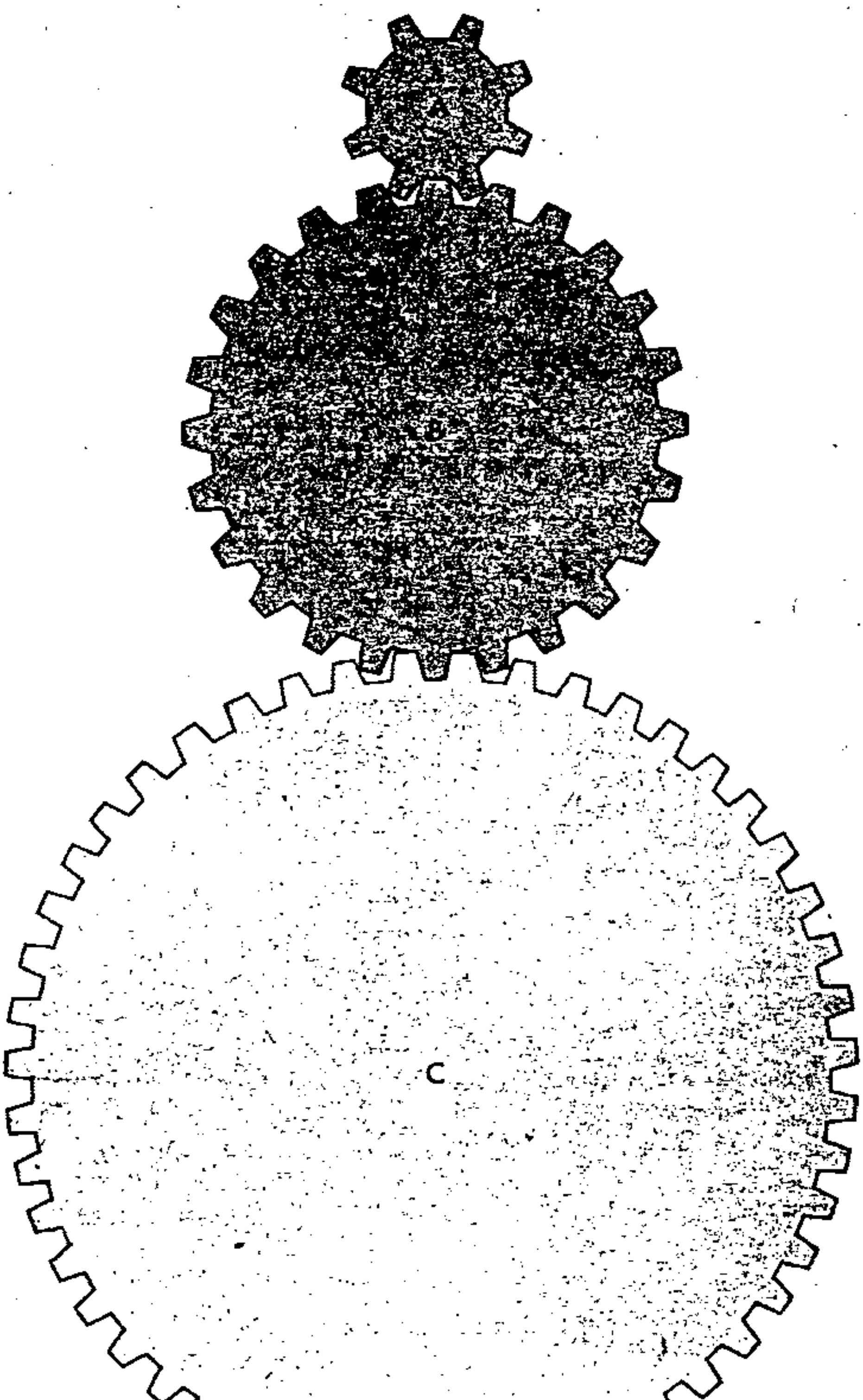
Si el A da 10 vueltas cada minuto, ¿cuántas vueltas da la hélice en 5 minutos? ____________

Si necesitamos que la hélice dé 60 vueltas por minuto, ¿cuántas vueltas debe dar el engrane A? ____________

¿Cómo es el engrane A con respecto al B? ____________

¿Cuál gira más rápidamente? ____________

**Observa estos engranes y contesta las preguntas que se hacen en la página siguiente**



Si el engrane A gira en sentido contrario a las manecillas del reloj, ¿en qué sentido gira el engrane C?____________________

Para que C gire una vuelta, ¿cuántas necesita girar B?__________

Si B gira una vuelta, ¿cuántas ha girado A?________________

Para que C gire una vuelta, ¿cuántas necesita dar A?__________

Si A da 18 vueltas por minuto, ¿cuántas da B en un minuto?______

¿Cuántas da C en un minuto?__________________________

Mide los diámetros internos de los tres engranes. ______________

¿Qué observas?__________________________________

Calcula la circunferencia interna de los tres engranes.
¿Qué observas?__________________________________

# LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS COMO *TEXTO DEL SABER*

## *I. JUSTIFICACIÓN Y CONTEXTO DE LA NUEVA REFORMA*

Los programas y textos que dieran cuerpo a la «matemática moderna» como saber escolar, permanecieron en los tres últimos grados de la educación primaria por más de veinte años en las escuelas. En los tres primeros, en cambio, los materiales serían sujetos a revisión importante, pero el discurso ministerial redujo tal acción a "reformas esporádicas y fragmentarias" (SEP; 1992;13). Así, ante una modificación a los grados iniciales que no alcanzara un reconocimiento oficial importante, en el tiempo "cronológico" y el "de la sociedad" se había hecho viejo el marco vigente para la enseñanza de las matemáticas. Efectivamente, a México llegaría desde 1976 el texto titulado "El fracaso del la matemática moderna" (Kline; 1976); el CINVESTAV había creado por esas fechas la Sección de Matemática Educativa y el Laboratorio de Psicomatemáticas y desde tales instituciones se iría generando una nueva perspectiva de cómo debería enseñarse a los niños esta disciplina; los caminos que se abrían no se restringían ya a la «matemática moderna», de hecho, la abandonaban. Y para los años noventa, época en que otros grupos de investigación en esta línea habían generado ya algunos resultados, las perspectivas más educativas sobre la matemática como objeto escolar habian ayudado a construir "otra cultura" en importantes grupos constitutivos de la *noosfera*.

Es en este marco que en el mes de mayo de 1992, conforme a los ritos que de cuando en cuando preceden a las acciones de ajuste del sistema didáctico al tiempo de la sociedad, se firmó el Acuerdo para la Modernización de la Educación Básica (SEP; 1992). El documento delinea vertientes de acción entre las que se cuentan la reformulación de contenidos y materiales educativos y la revaloración de la función magisterial (SEP; 1992; 2). A las consideraciones, programas y medidas relacionadas con la educación básica, se agregan las relacionadas con la actualización de los profesores - pues ellos deben ser los "protagonistas de la transformación educativa" (SEP; 1992; 17) - y otras referidas a la educación normal "porque es la que capacita y forma el personal docente de los ciclos de Educación Básica" (SEP; 1992; 2).

Según el Acuerdo, la reformulación de contenidos se justificaba porque a pesar de los grandes avances logrados a partir de la creación de la Secretaría se hace necesario reconocer las limitaciones que muestra el sistema educativo con miras al nuevo milenio (cf. SEP; 1992; 4). Más específicamente, se dice:

> "La calidad de la educación básica es deficiente en que, por diversos motivos, no proporciona el conjunto adecuado de conocimientos, habilidades, capacidades, destrezas, actitudes y valores necesarios para el desenvolvimiento de los educandos y para que estén en condiciones de contribuir , efectivamente, a su propio progreso social y el desarrollo del pais (SEP; 1992; 5).

En un primer plano de la formación que los niños deben recibir se ubican las matemáticas: "El fundamento de la educación básica está constituido por la lectura, la escritura y las matemáticas, habilidades que asimiladas elemental pero firmemente, permiten seguir aprendiendo durante toda la vida y dan al hombre los soportes racionales para la reflexión." (SEP; 1992; 14). En el ámbito específico de esta materia, se trataría de: "Reforzar a lo largo del ciclo el aprendizaje de las matemáticas, subrayando el desarrollo de la capacidad para relacionar y calcular las cantidades con precisión y fortalecer el conocimiento de la geometría y la habilidad para plantear claramente problemas y resolverlos" (SEP; 1992; 15). Finalmente se afirma: "En la enseñanza de la materia se desechará el enfoque de la lógica matemática introducido hace 20 años (...)". (SEP; 1992; 15).

Esta sería la primera formulación de las intenciones de la reforma en matemáticas. En ella no aparecían aún los rasgos fundamentales que finalmente adquiriría. En efecto, en términos generales, y dicho muy esquemáticamente, la reforma curricular impulsada a partir de 1993, es la versión mexicana del constructivismo en la escuela. Tal corriente, como es hoy ampliamente sabido, postula que el sujeto tiene una participación activa en la construcción del conocimiento y ha tomado auge en muchos países occidentales en la última década, incluyendo a México. Conforme a la propuesta oficial, tal concepción fue traducida al caso de las matemáticas mediante una idea fundamental: «Que los niños aprendan al resolver problemas».[1]

De acuerdo con el discurso oficial, los supuestos de esta reforma - de ser llevados a la práctica - implicarían una transformación radical del papel de los actores principales de la educación matemática elemental: los niños y los maestros. En efecto, la reforma se introdujo bajo la intención de renovar los contenidos educativos (la lógica y los conjuntos resultaban obsoletos) pero también, y sobre todo, bajo la creencia de que la enseñanza de la matemática predominante en las escuelas promovía exclusivamente aprendizajes memorísticos y sin significado; bajo tal creencia subyacía otra: que la enseñanza «tradicional» tenía una única vía de realización.

El vínculo con la «matemática moderna» analizado en el apartado precedente muestra que esto no es así. Es posible ver la permanencia de objetos de enseñanza oficialmente eliminados décadas atrás, el recorte de los que acarrean la novedad, una gestión diferenciada de la memoria didáctica, así como contratos impregnados del saber personal y de experiencia que los profesores han construido y con los cuales han hecho frente a las exigencias de enseñanza. Hay posturas epistémicas sustentadas sobre nociones como "captar", "descubrir" o "comprender" que orientan las prácticas de los profesores y que dan por resultado relaciones didácticas distintas.

[1] Más adelante justifico la afirmación del por qué el aprender resolviendo problemas puede identificarse con una postura constructivista.

Es cierto que del gran esfuerzo desplegado para introducir la «matemática moderna» quedó poco en las escuelas. Pero también es cierto que la acción de los profesores que no introdujeron tal propuesta en sus salones de clase no puede caracterizarse simplemente mediante términos como «tradicional» o «memorística». Los contratos celebrados son diversos, también las cláusulas invariantes y las costumbres; todos ellos se sustentan en concepciones y representaciones disímbolas. Incluso hemos visto una «reforma adelantada»: el caso de una profesora que tomando elementos de lo que sería fundamento de la innovación curricular de los años noventa, los incorpora en su clase sin que ninguna reglamentación oficial se lo solicitase. El terreno en el cual vendrían a introducirse las reformas no era pues ni tan uniforme ni tan limitado como parecía suponerse.

Pero cualesquiera que fuesen los objetos matemáticos en juego, los contratos celebrados o las formas de regulación utilizadas, el curriculum de matemáticas de base constructivista obligaría - según sus prescripciones - a abandonar una buena parte de la tradición educativa en matemáticas, a dejar de lado las certezas y las creencias, incluso los hábitos y las costumbres de muchos profesores. Esto, por lo mismo, aparecería como poco probable. Parecería más factible esperar que sólo algunos elementos que además de novedosos resultaran convenientes a los ojos de los profesores fuesen incorporados en la práctica de la enseñanza.

Chevallard ha precisado que una vez hecho el trabajo necesario para planear una reforma, y una vez convertida ésta en *ley*, comienza el trabajo de interpretación y adecuación que hacen los profesores para traducir el *saber a enseñar* en un *saber enseñado*. Y tal trabajo, según hemos visto, se hace a partir de concepciones enraizadas en la tradición, en la historia de las ideas acerca de una enseñanza, en los resultados de una práctica docente que se ha constituido en un sistema bien estructurado y que se autovalida en sus propios términos y sus propios criterios. En el límite, los docentes no incorporan (ni siquiera lo pretenden) las ideas y los criterios de los cuales son portadores los materiales oficiales. En el otro extremo, superan lo institucionalmente propuesto.

Las cuestiones antes señaladas constituyen la materia de esta tercera parte del escrito. Como adelante mostraré, hay docentes que prefieren trabajar de acuerdo con lo que la experiencia profesional les ha enseñado y menosprecian las sugerencias oficiales, pero otros muchos toman en consideración las nuevas directrices oficiales y con más o menos decisión las incorporan. Por supuesto, entre el texto de saber preconizado y el que los profesores tejen en su clase, median sus representaciones y sus destrezas didácticas. Resulta entonces pertinente preguntarse si los contratos didácticos hoy celebrados son inéditos; si Topaze ha limitado su presencia en las aulas, y si es que los mecanismos de regulación han sido radicalmente modificados. En síntesis, la pregunta es si la actividad matemática en las aulas es hoy diferente y, de ser el caso, en qué sentido se da tal diferencia: ¿hay nuevos objetos de saber en juego? ¿hay nuevas relaciones con los objetos de saber?, ¿nuevas formas de distribuir las responsabilidades?, ¿nuevas formas de regular el equilibrio didáctico?, ¿nuevas formas de lograr que las respuestas emerjan?

Conviene antes de iniciar el análisis recordar una cuestión metodológica: nuestras observaciones fueron hechas entre el final del primero y el cuarto año de instrumentación de la reforma. Es pertinente suponer que el vínculo de los docentes con el nuevo texto de saber no se había estabilizado. Sería apresurado suponer que el desequilibrio inicial provocado por las exigencias y los materiales recientemente introducidos había devenido ya un nuevo equilibrio didáctico. De cualquier manera, de qué tanto se han incorporado los nuevos principios educativos, de cómo estos son gestionados, de qué beneficios intelectuales o dificultades su incorporación ha traído, de cómo las viejas ideas se entremezclan con las nuevas en el momento captado, de todo esto se habla a lo largo del siguiente apartado.

## *II. PRINCIPIOS Y SUPUESTOS DEL NUEVO CURRICULUM DE MATEMÁTICAS*

### 1. LOS ORÍGENES

La reforma curricular introducida en México en el año de 1993 puede definirse como una reforma en la cual - de manera distinta a la de 1972 - el énfasis innovador estuvo puesto en la relación didáctica, es decir, en la relación entre el alumno, el maestro y el saber matemático[2]. La voluntad explícita era que los niños aprendieran matemáticas al resolver problemas. Hay sin embargo un rasgo en que ambas reformas son coincidentes: nuevamente, la innovación es resultado de una «ola» de pensamiento internacional. En esta ocasión, para el caso de las matemáticas, la «ola» vendría a constituirse en buena medida gracias a los desarrollos de la didáctica francesa. Diversos investigadores y trabajos anglosajones ejercieron también una influencia importante en la constitución del movimiento que *grosso modo* puede definirse como aprendizaje a través de la resolución de problemas (por ejemplo Alan Schoenfeld o las propuestas del National Council of Teachers of Mathematics de EUA). No está en el marco de esta tesis dedicar espacio al análisis de dicha corriente, ya que su influencia específica en la propuesta curricular motivo del análisis, como veremos adelante, es menos clara.

Oficialmente se declara que la propuesta de enseñanza de las matemáticas derivó de los resultados de investigación desarrollados en las últimas décadas en diversos institutos nacionales y extranjeros que pusieron en cuestión las formas dominantes de enseñanza de las matemáticas (cf. SEP; 1993). Y en efecto, los resultados de tales investigaciones permitieron replantear - inicialmente en el ámbito académico y experimental - los supuestos acerca del aprendizaje y la enseñanza de esta disciplina. Los resultados del conjunto de los trabajos - traducidos luego en principios, secuencias y recomendaciones didácticas - constituyeron en buena medida el basamento de los nuevos programas y materiales mexicanos. Era la primera ocasión que una reforma a las matemáticas se sustentaba en la investigación educativa.

### 2. LA NOCIÓN BÁSICA DE LA REFORMA: LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS COMO VÍA DEL APRENDIZAJE

El poner a los alumnos directamente en contacto con los objetos de saber a través de situaciones problemáticas, se declara como el núcleo básico de la reforma de

[2]No desconozco la innovación que implicó la idea del aprendizaje por descubrimiento preconizada en la reforma de los años setenta; me parece sin embargo que este aspecto no fue central en las intenciones innovadoras y, por otra parte, que hubo poca difusión sobre este aspecto de la reforma. Aun en los esfuerzos de actualización desplegados, los objetivos se centraron en el manejo de los nuevos textos y el intercambio de experiencias pedagógicas de los profesores. La noción de aprendizaje o la relación didáctica no ocuparon ningún espacio oficial en ellos.

los años noventa. Y aunque tal intención se entreteje en los materiales con elementos de otras concepciones de enseñanza y por momentos se desdibuja, se enfatiza y reitera de maneras distintas a lo largo de los planes y programas. El planteamiento general en los documentos oficiales es el siguiente:

> "Los cambios principales (...) se refieren fundamentalmente al enfoque didáctico. Este enfoque coloca en primer término el planteamiento y resolución de problemas como forma de construcción de los conocimientos matemáticos" (SEP; 1993; 54). [Es por esto que] "Una de las funciones de la escuela es brindar situaciones en las que los niños utilicen los conocimientos que ya tienen para resolver ciertos problemas y que, a partir de sus soluciones iniciales, comparen sus resultados y sus formas de solución para hacerlos evolucionar hacia los procedimientos y las formulaciones propias de la matemática [convencional]." (SEP; 1993; 51).

En los distintos grados de la educación primaria la propuesta muestra variantes. Por ejemplo, en el primer grado se plantea:

> "Es necesario que las actividades que se propongan en la escuela enlacen los contenidos de los programas de estudio con los aprendizajes que los niños han adquirido fuera de la escuela y con la forma en que han arribado a ellos, apoyándose en la percepción visual, en la manipulación de objetos, en la observación de las formas de su entorno y en la resolución de problemas. Se busca que a través de estas actividades los conocimientos matemáticos sean para los alumnos una herramienta flexible y adaptable para enfrentar situaciones problemáticas que se les presenten (SEP; 1994a; 10).

Más adelante, en los documentos del mismo grado se dice:

> Para que la resolución de problemas sea el motor que promueva el aprendizaje matemático y el desarrollo de la capacidad de razonamiento de los alumnos, es necesario invertir el orden en que tradicionalmente hemos procedido. Enfrentar desde el principio a los alumnos a la resolución de problemas utilizando sus propios recursos, les permitirá construir nuevos conocimientos y, más adelante, encontrar la solución de problemas cada vez más complejos (SEP; 1994a; 14).

En el tercer grado las afirmaciones también refieren a la resolución de problemas, pero además hacen referencia al aprendizaje significativo. En el Libro del Maestro de esta grado se anota:

> "El aprendizaje con significado y permanencia surge principalmente cuando el niño intenta construir una solución para responder a una pregunta de su interés o resolver un problema que le resulta motivante. Tales problemas o preguntas pueden implicar desde saber cuál de los compañeros ganó un juego, hasta saber cómo construir un juguete o encontrar un camino para salir de un laberinto numérico. De esta manera, en la presente propuesta didáctica, un problema no es sólo un enunciado escrito que aparece al final del desarrollo de un tema y que se debe completar con un dato. Los problemas *también* son situaciones que desencadenan actividades, reflexiones, estrategias de resolución y discusiones

que permitirán aproximarse a la solución buscada mediante la construcción de nuevos conocimientos"[3].(SEP; 1994 b).

En el quinto grado los problemas se consideran nuevamente el núcleo y motor del aprendizaje. En este grado, además, se enfatiza el que sean los propios niños (con base en las características de la situación-problema, o mediante la confrontación) los que validen los resultados, sin que sea un juicio externo el que la sancione (cf. SEP; 1994; c). Se promueve también, según declaraciones, la presentación de problemas que tengan distintos caminos de solución y, sobre todo, que las soluciones se den en distintos *cuadros* matemáticos.

Estos principios curriculares tomaron forma a través de diversos materiales: el plan y los programas de estudio, los *libros del maestro*, los *ficheros de actividades* y los *libros para el niño*.

## 3. CONSTRUCTIVISMO Y RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

El término constructivismo ha devenido trivial, hay quien afirma incluso que "[...] se extiende como una mancha de aceite sobre todas las publicaciones pedagógicas, de tal manera que hoy resulta que todo el mundo se proclama constructivista sin serlo realmente" (Delval; 1997). Aún reconociendo este hecho, en mi opinión la propuesta curricular sintetizada oficialmente mediante la expresión «que los niños aprendan resolviendo problemas» se ubica justamente en el marco constructivista por al menos las siguientes razones: considera que el conocimiento supone una elaboración por parte del sujeto (el niño); asume una posición interaccionista en la que el conocimiento matemático es resultante de la acción del sujeto sobre las situaciones problemáticas; el conocimiento está determinado no sólo por las situaciones sino también por las estructuras cognitivas del niño, es decir, que la vinculación con las situaciones se hace por mediación de las características cognoscitivas del alumno, los recursos intelectuales de éste determinan cómo las interpreta. Se presuponen además, no sólo estados internos en el sujeto cognoscente, sino una génesis en el desarrollo de los conceptos matemáticos. [4]

## 4. CRISTALIZACIONES DIVERSAS DE LOS PRINCIPIOS CURRICULARES

### A. Similitudes a lo largo de la educación primaria

Que los niños aprendan resolviendo problemas es la frase que permite sintetizar la intención de la reforma de los años noventa. Teniendo tal intención como horizonte, los planteamientos específicos de cada uno de los tres ciclos que

[3] El *también* que he subrayado refiere a una diferenciación que se hace posteriormente en los materiales y que nos parece importante destacar: problemas *para descubrir* (para construir nuevos conocimientos) a los cuales los niños se acercan con sus propios recursos y problemas *para aplicar* los conocimientos que ya se poseen (problemas para los que se tiene un modelo de resolución anteriormente construido). El trabajo alternado con estos dos tipos de problemas, se dice, permitirá un aprendizaje matemático significativo y duradero

[4] Sobre los «requisitos» de una teoría constructivista, puede verse (Delval; 1997)

constituyen la educación primaria guardan similitudes. Sin embargo, hay también diferencias entre ellos y las diferencias son mayores entre los textos de los dos primeros ciclos y el tercero. Y es que la forma en que la reforma se convirtió en materiales educativos fue ciertamente peculiar. La peculiaridad deriva de que los libros de texto gratuitos correspondientes fueron elaborados a partir de un concurso abierto convocado en enero de 1993 por la Secretaría de Educación Pública y en cada ciclo de la educación primaria los equipos ganadores fueron diferentes. El enfoque que se observa, en todos los casos, tiene líneas de identidad que pueden destacarse: la vía del aprendizaje que se pretende impulsar es la resolución de problemas; se reconoce que los alumnos cuentan con conocimientos y recursos personales para abordar y resolver los problemas que se les plantean; se busca ofrecer situaciones en las cuales el sentido y funcionalidad de las nociones matemáticas se ponga en evidencia; el saber institucionalizado (cuando se incluye) se inserta por lo general al final de las secuencias de aprendizaje, es decir, se supone resultado de un trabajo intelectual realizado previamente. Hasta aquí llegan las coincidencias. Trataré ahora de precisar las diferencias.

**B. Los cuatro primeros grados de la educación primaria**

En los cuatro primeros grados, la fuente de inspiración más clara es la didáctica de matemáticas francesa y la ingeniería generada desde tal corriente. En los materiales se perciben influencias de los trabajos de Gerard Vergnaud, Régine Douady, y Guy Brousseau (este último principalmente en primer grado). Asimismo, el trabajo de ingeniería desarrollado en el Institut National de la Récherche Pédagogique (INRP) se observa como fuente de inspiración (cf. por ejemplo ERMEL; 1991). La influencia – aunque nuevamente no uniforme - se advierte o bien en los principios generales acogidos, o bien en la forma específica de las lecciones y las actividades sugeridas y puede entenderse por el vínculo de los autores de los textos y demás materiales de estos grados con la literatura e investigadores franceses.[5].

El reconocimiento de tal influencia no implica que asigne ni uniformidad a los materiales ni que considere que el enfoque de «aprender a través de la resolución de problemas» (que a veces toman las formas de situación, en el sentido de G. Brousseau) esté presente en el tratamiento de cada uno de los temas. Si así fuese, estaríamos en una reforma curricular de excepción. Tradicionalmente, las reformas han sido planteadas en México a la luz de una cierta epistemología dominante, pero si bien tal epistemología orienta *grosso modo* los objetivos y el

[5] Los materiales curriculares correspondientes al primer ciclo de la educación primaria fueron elaborados con la participación de investigadores del Laboratorio de Psicomatemáticas del Departamento de Investigaciones Educativas del CINVESTAV. Este laboratorio asumió claramente casi desde el inicio de sus trabajos el enfoque de las situaciones didácticas de Guy Brousseau, que traté ampliamente en el primer apartado del escrito. Los materiales correspondientes al segundo ciclo de la educación primaria fueron elaborados en la Universidad Pedagógica Nacional, también con clara influencia francesa a partir de un convenio de intercambio celebrado durante la rectoría de José Angel Pescador en 1990.

texto de saber, esto no implica que los desarrollos específicos sean realizados conforme a ella. Generalmente se observan yuxtaposiciones de las concepciones emergentes con otras remanentes que ocupan espacios de consideración (cf. Avila y García; 1999). En ocasiones se observa también, que las ideas presentadas como "fundantes" no están presentes sino esporádica o metafóricamente en los materiales. Así pues, conviene enfatizar que la afirmación de que la idea de base en los materiales es el aprendizaje a través de la resolución de problemas (en el sentido constructivista que antes anoté), no debe identificarse con la afirmación de que los materiales están sistemáticamente desarrollados a partir de tal idea.

**C. El tercer ciclo de la educación primaria**

En el tercer ciclo de la educación primaria se plasmó en los nuevos textos un interés autoral por presentar los contenidos de saber "integrados" alrededor de situaciones que les dieran cierto realismo. Este interés, central en la propuesta, deriva (según aseveración de los autores) de fuentes tales como los escritos de Luis Hidalgo quien afirma que: "Los bloques de contenido al estar suficientemente correlacionados favorecen que los procesos constructivos tengan productos significativos; es decir, son propicios para que el alumno genere nociones y conceptos" (Hidalgo; 1992; cit. por Pérez et. al. 1993). O como los textos de G. Vergnaud de quien se cita la siguiente afirmación: "No es razonable estudiar separadamente adquisición de conceptos (y de procedimientos), los cuales son difícilmente disociables en las situaciones que los alumnos enfrentan" (Vergnaud; 1992; cit. por Pérez et. al.; 1993). Vergnaud también es citado para señalar que los problemas se asumen como fuente y criterio de validez del saber. Pero hay otras fuentes reconocidas por los autores de los materiales que aluden también a la resolución de problemas y su estatuto en el proceso de aprendizaje, por ejemplo los trabajos de Santos Trigo (1993) y los de Labarrere (1987).

No obstante tal voluntad, las formas de presentación de contenidos en este texto fueron - además de las nociones integradas alrededor de una situación - el juego y la narración, las cuales, se dice, se utilizaron cuando la integración de contenidos resultaba demasiado artificial (cf. Pérez et. al.; 1993). Señalaré adicionalmente que es en este texto en el que resultan más borrosas las estrategias o concepciones personales que se buscaba activar en los niños con miras a la resolución de las situaciones planteadas. Tampoco resulta fácil entender la dosificación prevista en tal sentido por los autores.

Conviene finalmente precisar que, en los seis grados de la educación primaria, los libros del maestro y los ficheros de actividades (materiales a los que corresponde un lugar también central conforme los fundamentos de la reforma) fueron redactados en colaboración con el personal académico de la Subsecretaría de Educación Básica, lo cual permitió un desarrollo más homogéneo de los mismos.

## 5. IMPLICACIONES DE LA PROPUESTA

### A. Una nueva epistemología

El enfoque curricular, al suscribirse en términos generales en una posición constructivista, conlleva diversas implicaciones señaladas repetidamente por diversos investigadores:

> En primer término, el constructivismo es una declaración acerca de la naturaleza del conocimiento y su valor funcional. El conocimiento matemático, visto desde esta perspectiva, no es el mismo que cuando se le mira desde otras. En segundo lugar, el constructivismo implica un mecanismo del cómo se adquiere el conocimiento y, por lo tanto, de cómo es posible enseñarlo. (cf. Lochhead; 1991).

En efecto, como expuse en la primera parte de esta tesis, tal perspectiva tiene múltiples implicaciones didácticas. Por una parte, las matemáticas dejan de ser una disciplina que se trasmite a manera de definiciones y procedimientos institucionalizados, y son ahora un saber que se construye en la interacción directa con un medio problemático. La presentación cultural del saber, e incluso el aprendizaje mediante el descubrimiento, no forman parte del nuevo proyecto educativo, al menos no en las declaraciones de principio. Ahora se trata de que los niños "hagan matemáticas".

En efecto, los *didactas* han enfatizado el hecho de que el trabajo fundamental realizado por los matemáticos en su labor de creación es precisamente resolver problemas (y luego verificar la validez de los conocimientos producidos) y que es ese el trabajo el que los niños deben desarrollar en la escuela para aprender significativamente. En términos de la teoría de las situaciones didácticas: se trataría de hacer que los niños se apropien del saber previsto, a partir de la producción de un conocimiento personal.

### B. Una nueva concepción de alumno y nuevas funciones para el docente

Conforme a lo anterior, plantear problemas y situaciones promotoras de nuevos conocimientos constituye una de las nuevas y principales responsabilidades que ha de asumir el docente, pero no es ésta su única tarea. De acuerdo con la propuesta plasmada en los nuevos materiales, a la creación de condiciones para que se produzca el conocimiento se agrega el compromiso de "hacerlo visible", transformándolo en un saber que además de útil en futuras ocasiones, sea una marca de saber reconocida socialmente. Es decir, se trata de formular y luego institucionalizar el saber.

Este acercamiento se sustenta en una cierta concepción del sujeto que aprende. Se asume que en el proceso de construcción de nuevos conocimientos los niños ponen en marcha los saberes que han construido previamente. El reconocimiento de tales saberes implica por una parte, la aceptación de que el maestro no trata con un ignorante a secas sino con un «ignorante a la medida» y, por otra parte, que el acercamiento a una cierta situación se hará con base en la perspectiva de quien está aprendiendo. Tal postura se traduce concretamente en que:

a) Ante un nuevo objeto de enseñanza, no se hacen necesarias las explicaciones del profesor para que el alumno se ponga en relación con él, tampoco sus interrogatorios;

b) Ante un cierto problema - que permitirá establecer la relación inicial con el objeto de saber - aparecerán estrategias de solución no enseñadas y diversas, según los saberes previos y los recursos que los niños tengan para enfrentar la tarea. Esta será la materia prima para que el maestro haga funcionar la clase de matemáticas. Como lo expresan Briand y Chevalier:

> El trabajo del profesor consiste en conciliar las concepciones de los alumnos con su proyecto de enseñanza, en construir situaciones adecuadas para ello. Uno de los retos de la actividad matemática en clase consiste pues en producir un saber oficial basándose en los conocimientos de base de los alumnos (Briand y Chevalier; 1996).

Por lo mismo, pueden suponerse dificultades para su aceptación. Lochhead (cf. Lochead; 1991) apoyado en autores como Lakatos o Kline (Lakatos; 1976; Kline; 1980) ubica el obstáculo nodal para tal apropiación en el hecho de que las matemáticas son el último refugio de los que creen en el conocimiento cierto, y desafiar los absolutos de las matemáticas es sacudir los fundamentos de toda verdad. Pero el conflicto que Lochead circunscribe a la certidumbre del conocimiento matemático se extiende al ámbito de la enseñanza, pues el constructivismo pretende desafiar el papel del docente y busca trastocar el conjunto de las representaciones que guían su labor de enseñanza. Esto va más allá de la unicidad del saber.

Brousseau ha afirmado que la «desdidactificación» de las situaciones didácticas es una actividad voluntaria del maestro ya que consiste en transferir a los niños un derecho que tradicionalmente le ha pertenecido[6] (...). (cf. Brousseau; 1988). La desdidactificación, pues, puede suponerse un obstáculo efectivo en la posibilidad de incorporar la resolución de problemas como vía del aprendizaje escolar. Pero, me parece, no es este obstáculo la única dificultad que encuentra la resolución de problemas (en el sentido planteado en la reforma) como vía el aprendizaje en las aulas. A él se suman dificultades que derivan no del ámbito de las creencias y de la tradición, sino de las destrezas que una propuesta curricular de tal naturaleza demanda y que, probablemente, no resulta simple desarrollar.

---

[6]Con el término desdidactificación, Brousseau se refiere a que el profesor no participe explícitamente en la actividad que tiene por objetivo que los niños se apropien del saber, sino que los ponga en contacto directo con el saber a través del *medio* (que puede ser un problema a resolver). De esto se habló ampliamente en la primera parte de la tesis.

**C. Sobre el saber hacer y las destrezas docentes**

El ámbito de las dificultades para gestionar una propuesta de naturaleza constructivista, comprende también el de las destrezas y las técnicas. Por ejemplo: ¿qué puede hacer un profesor cuando advierte que el problema planteado a sus alumnos es demasiado difícil, que no tienen los conocimientos necesarios para construir una estrategia personal de solución? o, al contrario, ¿cómo asegurar que las situaciones propuestas no sean una simple aplicación de conocimientos previamente adquiridos y que por lo tanto no constituyan ninguna construcción?, ¿qué decisiones tomar si en repetidos acercamientos a una cierta situación las estrategias generadas no evolucionan significativamente?, ¿cómo sancionar las respuestas y conocimientos (provisorios) que no son los institucionalmente previstos, los que el profesor espera obtener de sus alumnos?, ¿cómo vincular el conocimiento personal que éstos producen con el saber institucional?, ¿en qué momento incorporar los modelos convencionales de resolución?

La reforma preconiza también el diálogo y la interacción entre los compañeros como elementos substanciales y potenciadores de los aprendizajes. En primer término cabe la pregunta: ¿los profesores aceptarán y utilizarán el diálogo como vía de aprendizaje? Suponiendo que la aceptación ocurriese, habría otras preguntas: ¿cualquier diálogo, cualquier interacción resultan convenientes y productivos intelectualmente?, o ¿qué condiciones habrán de cumplirse para que lo sean?, ¿estará el profesor en posibilidad de hacerlo?

En suma, bajo el texto de saber introducido al comenzar los años noventa, se definen nuevos roles para los alumnos y para el profesor : aquéllos deben actuar por exigencias de las situaciones que se plantean y no sólo por exigencias del maestro. El sujeto epistémico tiene así, en principio, un espacio primordial en la relación didáctica. El profesor, por su parte, ya no es un transmisor de saberes, tampoco un promotor de «descubrimientos», es un creador de situaciones y problemas que permiten un vínculo directo entre el niño y el saber matemático escolar; pero es también un coordinador de las interacciones, la puesta en común, las discusiones y la validación del saber; finalmente es el encargado de la institucionalización, es decir, es quien establecerá el vínculo entre los conocimientos locales y el edificio del saber organizado que la escuela y la sociedad han legitimado.

En virtud de lo anterior, el profesor se encontrará oficialmente en su clase, ante alumnos que no esperan sus explicaciones para poder actuar ni sus cuestionamientos para «descubrir»; se encontrará también ante soluciones que él no ha comunicado, y ante una probable variedad de éstas que resulte difícil de coordinar y sancionar ¿Estará en capacidad el profesor común de llevar a buen término esta propuesta?, ¿No preferirá permanecer como propietario no sólo de los saberes sino de los caminos para obtenerlo, no será que desee mantener para sí el control del curso de los acontecimientos, aún si ese control es flexible y promotor del razonamiento?, Finalmente, ¿no será también que, si la puesta a prueba de la innovación se traduce en incertidumbre o fracaso, decida regresar a contratos que gestionaba con relativa facilidad, eficacia y certeza?

A la luz de estas cuestiones mostraré cómo es que algunos profesores interpretan e imponen adaptaciones y límites a las directrices oficiales de corte constructivista, si comparten (al menos parcialmente) los supuestos de tal enfoque y si los han traducido en nuevos contratos didácticos.

En el apartado anterior vimos el caso de una profesora que adelantándose por propia voluntad a una reforma decidió devolver la responsabilidad a sus alumnos. Pero, tal devolución, como Brousseau lo ha señalado, es un acto de libre decisión. ¿Ocurrirá ahora que los profesores por decisión de los planeadores transfieran la responsabilidad del aprendizaje a sus alumnos?,

Conviene finalmente destacar que la pedagogía de la organización, la simplificación y la dosificación está presente de manera obsesiva en la historia del *saber matemático escolar* en México. Ella definió momentos de fracaso, de ruptura y de éxito (cf. Ávila y García; 1999). Tal pedagogía sigue siendo el sustento de la acción de muchos profesores. La idea de que se tiene a cargo la tarea de volver "aprehensible" el conocimiento constituye el fundamento de la acción que se traduce en dosificar, presentar ordenadamente y esperar una única respuesta; esta acción la declaran y llevan a cabo muchos profesores ¿Será factible pues, que la transferencia de la responsabilidad sobre el propio aprendizaje sea aceptada?, ¿Aún a sabiendas de que el orden, la linealidad, la dosificación, se terminarán de un palmo con esa forma de trabajo? En principio, la cuestión no parece fácil. Probablemente por ello, es que muchos profesores se mantienen al margen de la reforma.

# AL MARGEN DE LA REFORMA

## Palabras preliminares

En la primera etapa de nuestro estudio acerca de la incorporación de los materiales y principios educativos introducidos en 1993, nos percatamos de que algunos profesores se reconocían a sí mismos como desconfiados de las reformas educativas promovidas por el Estado. Para alguno de ellos, incluso resultaba que estas reformas al ser "solamente modas", luego se sustituían por "otras nuevas modas". A su entender, este hecho implicaba el reconocimiento de la propia Secretaria del error cometido al haber impulsado una cierta forma de enseñar las matemáticas años atrás. La reforma que llevara a la escuela las llamadas «matemáticas modernas» era el ejemplo más claro planteado por algunos de estos profesores.

Teniendo esta opinión sobre las reformas impulsadas sucesivamente - y consecuentes con su postura - algunos de los profesores a quienes observamos trabajar señalaron explícitamente no haber incorporado en su práctica de enseñanza las ideas promovidas por los nuevos textos y programas. Al menos no en el período hasta entonces regido por las nuevas directrices. Su quehacer, según nos dijeron, se basaba más en la experiencia alcanzada a lo largo de su profesión que en las ideas provenientes de materiales y textos, aun cuando éstos fuesen definidos por el Estado.

Veremos en este apartado lo que ocurre en algunos salones de clase en que, por la intención explícita de sus profesores, se dejan fuera las innovaciones incorporadas en la Educación Primaria en 1993. A lo largo del apartado podrá verse que los profesores que se definen a sí mismos como constructores de su proyecto educativo a partir de la experiencia establecen contratos didácticos diversos y que dichos contratos no corresponden solamente a intenciones memorísticas y de irreflexión por parte de los profesores. Tampoco a contratos basados exclusivamente en la enseñanza ostensiva.

## *ENTRE LA OSTENSIÓN Y LA INSTITUCIONALIZACIÓN. FRENTE A UNA VIEJA CONCEPCIÓN DE LAFRACCIÓN*

### 1. LA PROFESORA Y EL GRUPO

La profesora Noemí, quien atiende el grupo a que haremos referencia en este capítulo, tiene *16* años de servicio y estudió la Normal Básica cuando ésta no tenía aún nivel de licenciatura. La escuela a la que pertenece el grupo es una escuela de prestigio medio ubicada en una zona céntrica de la ciudad.

La profesora no ha hecho estudios adicionales en educación, y sí en cambio, ha estudiado cuestiones de arte dramático. Su experiencia docente ha transcurrido principalmente en el quinto y el sexto grado. Ella considera que los programas y textos introducidos en1993, dejan de lado muchas cosas importantes que antes se trabajaban en los últimos grados de primaria; esta es una de las razones por las que prácticamente no los utiliza. Ella prefiere utilizar - cuando lo considera oportuno - fotocopias de textos producidos por editoriales privadas para que los niños realicen los ejercicios necesarios en su proceso de aprendizaje. El texto gratuito, según nos dijo, lo ha utilizado sólo eventualmente para afirmar algunos temas pues le parece poco adecuada la forma en que éstos están presentados y dosificados. Puede adivinarse pues un desapego a las novedades derivadas del Programa para la Modernización de la Educación Básica.

### 2. LA ESTRUCTURA DE LAS CLASES

En el grupo de la profesora Noemí observamos el desarrollo de cuatro sesiones: dos de ellas dedicadas a las fracciones y dos a los polígonos regulares y las fórmulas para obtener su perímetro.

La profesora Noemí basa el desarrollo de sus clases en una estructura recurrente:

- Introducción *ostensiva* y dictado de una definición, fórmula o procedimiento;
- ejemplificación variada de la definición, fórmula o procedimiento introducido;
- utilización del conocimiento adquirido por el procedimiento anterior en la resolución de ejercicios y problemas *de la vida práctica*.
- repetición de las fórmulas y definiciones

Las definiciones o las fórmulas se anotan en una libreta especial para ello y se memorizan como forma de responder a las exigencias que la profesora ha impuesto en su clase. Todos los días observamos iniciar la sesión con un interrogatorio acerca de las definiciones que se han ido guardando en la libreta. Los niños deben decirlas de manera rápida y fiel, si no, la pregunta se pasa a otro niño. Por lo general, todos repiten correctamente lo que la maestra solicita.

## 3. UN DÍA EN EL SALÓN DE CLASES

### A. Objeto de enseñanza: el concepto de fracción

La fracción es uno de los objetos de enseñanza reconocidos tradicionalmente como más difíciles en la educación primaria. Esta dificultad es real y tiene en la base diversas razones, entre otras, que el número racional implica una relación entre dos números ($a/b$, con $b \neq 0$) y que admite múltiples interpretaciones ya que puede modelar una amplia variedad de situaciones. En efecto, los números a los que comúnmente llamamos fracciones – números que pueden representarse en la forma $a/b$ con $b$ diferente de cero – admiten distintas interpretaciones. Algunos matemáticos (por ejemplo Peterson y Hashisaki) distinguen cuatro interpretaciones o significados principales de estos números, a saber:

1. "Elemento de un sistema matemático"
2. "División"
3. "Fracción o partición"
4. "Razón".

Cada una de esta interpretaciones está asociada a situaciones en las que hay un problema bien definido (cf. Peterson y Hashisaki; 1980).

Los didactas – cuya atención se orienta a los aspectos semánticos de la matemática – han delimitado otros significados que pueden asociarse al concepto de fracción. Por ejemplo, Dienes resaltaba entre otras, la idea de que la fracción puede entenderse como un estado (descripción de una situación) o un operador (sucesión de divisiones y multiplicaciones); igualmente destacaba la relatividad de la unidad en el campo de los números racionales (cf. Dienes; 1972). Thomas Kieren, un autor clásico sobre el tema, afirma que las fracciones pueden también considerarse como el resultado del fraccionamiento (partición) de una unidad, como el resultado de una medición, como un operador o como una división (cf. Kieren; 1983).[1]

La propuesta curricular introducida en 1993 recupera la diversidad de significados asociados al concepto de fracción, disminuyendo por una parte, el peso dado al de *partición de la unidad* y, por otra parte, a la simbolización y la operatividad:

> "Se aplazó la introducción de las fracciones hasta el tercer grado [anteriormente se introducían en el primero] y la multiplicación y división con fracciones pasó a la secundaria. Lo anterior se basa en la dificultad que tienen los niños para comprender las fracciones y sus operaciones en los grados en que se proponían anteriormente. A cambio de ello, se propone un trabajo más intenso sobre los

[1] Hay otras cuestiones que dificultan el aprendizaje y la enseñanza de las fracciones: sus propiedades no son las mismas que las de los números naturales (p. ej. no existe el antecesor y el sucesor; la idea de que al multiplicar dos números siempre se obtendrá uno mayor o que al dividir se obtendrá uno menor no se cumplen en este campo).

diferentes significados de las fracción en situaciones de reparto y medición y en el significado de las fracciones como razón y división" (SEP; 1993ª; 54).

El avance programático de quinto grado (SEP; 1994; c; 15) enfatiza el tratamiento de las fracciones en distintas situaciones y con distintos significados: de reparto, de partición, de medición, de razón o de división. El fichero de actividades ofrece situaciones específicas que concretizan la idea. No obstante estas sugerencias, la profesora Noemí pone a sus alumnos en relación con otros aspectos de las fracciones. En seguida veremos cuál es esta relación.

## B. Desarrollo de la clase

***Preámbulo: Repaso de definiciones.***

La maestra solicita a varios niños que ella va señalando, repetir las definiciones o pequeños resúmenes que están anotadas en la *libreta de conceptos*. Para dar respuesta a la maestra, el niño interrogado se pone de pie con las manos entrelazadas en la parte baja de la espalda. Si un niño no sabe contestar (lo cual es poco frecuente) la maestra pasa la pregunta a otro niño, hasta que se obtiene la respuesta correcta.

***Primera fase: introducción ostensiva del concepto***

- ***Mostración «objetiva»***

Mta: El día de hoy vamos a ver qué son las fracciones (muestra a los niños un plato para pozole) ¿Para qué sirve (el plato)? <
Ns: ¡Para pozole!

La maestra interroga sobre los ingredientes que se ponen al pozole y con los que éste se acompaña; el interrogatorio es muy amplio; finalmente, una respuesta da pie a la maestra para entrar al contenido matemático previsto:

Na: Rábanos
Mta: ¿Y van enteros?<
Na1: No, porque no nos lo podemos comer así
Mta: (...) Exactamente, no lo podemos comer, y *por eso los partimos* (enfatiza con el tono de voz la última frase). Por eso vamos a ver qué son las fracciones. En la antigüedad les llamaban quebrados y yo no sabía por qué, pero un día estaba jugando con mi hermanito ¿y qué creen que pasó? (lanza el plato por el aire; los niños se ponen tensos; después de varios simulacros, la maestra tira el plato y éste se rompe).
Ns: ¡Ah! | ¡Se rompió! (y otros comentarios similares)
Mta: Sí, pero qué pasó?<
No: Se despedazó, se hizo varios pedazos.
Mta: Sí, había un entero y a la hora de romperse se dividió en partes (saca de su escritorio una taza)
Ns: ¡No, no, maestra! (gritan todos)
Mta: ¿Por qué [esta taza] es entera?<

No. Porque sus partes están enteras y no le falta ni un "cacho" (...)
Mta: Este es un entero pero (...) (Rompe la taza lanzándola al aire a pesar de que los niños gritan pidiéndole que no lo haga)
Mta: *Ahora es un quebrado, ¿Por qué es un quebrado?<*
No: Porque se desunen todas sus partes
Mta: Estas [partes] son quebrados (muestra los pedazos de la taza).

- ***Mostración «gráfica» del concepto***

Mta: Recuerden que al mostrar algo, lo estamos haciendo en forma gráfica (muestra un dibujo en un libro de texto comercial) con el dibujo representan una idea. Gráfica viene de grafía, que significa dibujo... ¿Pueden ustedes ver las ideas?<
Ns: (a coro) ¡No!
Mta: (...) Bueno, pero las fracciones las podemos representar de diferentes maneras (y dibuja en el pizarrón círculos divididos en medios y tercios).

Luego pasa a un niño al frente a comerse 5/5 de un chocolate que viene dividido en cinco cuadros; todos van contando los trozos que se come el compañero; luego la maestra dibuja el chocolate dividido en quintos en el pizarrón:

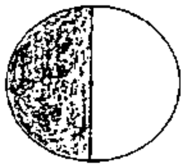
Mta: Esto que acabamos de hacer, es como si lo estuviéramos haciendo gráficamente, pero no siempre voy a poder hacerlo así. Ustedes ya no son niños de primero y por eso les van a quitar los dibujos para ponerles números, pero ustedes empiezan a sufrir cuando les ponen números. Y en matemáticas se usan los números.

Se ejemplifican otras fracciones mediante círculos en el pizarrón (...)

- **Vinculación de las mostraciones con expresiones simbólicas**

La maestra introduce los símbolos correspondientes y los asocia a las figuras, de acuerdo con diálogos como el siguiente:

Mta: (Señalando un círculo dividido en dos) Tenemos un entero, ¿en cuántas partes lo dividí?<
Coro: ¡En dos!
Mta: En dos (anota el 2 bajo una línea horizontal, a manera de denominador)
Mta: ¿Cuántas [partes] quieres, Carlos?
Carlos: Una
Mta: La parte que regalé [a Carlos] la coloco arriba de la línea (anota el 1 como numerador, el pizarrón queda así):



½

La maestra realiza en el pizarrón dos explicaciones similares a la arriba descrita; lo hace con tercios y cuartos, al final pregunta:

> Mta: *¿Entendieron?*
> Ns (la mayoría): ¡Sí! (...)
> Alfredo: Yo no entendí
> Mta: ¿No entendiste?>
> Alfredo: No, no entendí

Entonces repite prácticamente idéntica la secuencia anterior. Luego pregunta a Alfredo y ya entendió y éste afirma que sí.

***Tercera fase: institucionalización***

> Mta: A continuación vamos a hacer ejercicios, pero antes les voy a dar unos conceptos de fracción. Saquen su cuaderno de conceptos... (la maestra dicta y los niños anotan:)

Número Fraccionario o Quebrado

El número fraccionario es el que expresa una o varias partes iguales de la unidad.
Las fracciones constan de dos términos que son:

$\frac{1}{2}$ 1 numerador
2 denominador

Denominador: Nos indica en cuántas partes iguales se divide el entero.
Numerador: Nos indica cuántas partes iguales tomamos del entero v.g.

$$\frac{3}{4}$$

Así, en el quebrado ¾, el denominador 4 indica que la unidad se ha dividido en cuatro partes iguales, y el denominador 3, que se han tomado solamente tres de esas partes.

Se dice primero el numerador y después el denominador. Si el denominador es dos, se lee medios, si el denominador es tres, se lee tercios (...). Si el denominador es mayor que 10, se añade al número la terminación *avo*.

*Cuarta fase: ejercitación*

Los ejercicios que permitirían retener los conocimientos, fueron realizados como tarea en casa y en la sesión del día siguiente. Los ejercicios consistían en asociar gráficos, palabras y símbolos para representar fracciones.

## 4. NUESTRO ANÁLISIS

### A. El objeto de enseñanza: la fracción como parte de un todo.

El contenido de enseñanza que la maestra introduce en su clase es la noción de fracción en su versión *de partición de la unidad*. La noción de fracción puesta en juego se desprendió de las siguientes actividades:

a) Introducción ostensiva de la noción de fracción como partición de la unidad; esto en dos *fases*:

   a.1) partición de *enteros* representados por tazas o platos rotos y un chocolate dividido en quintos (mostración objetiva);

   a.2) representación gráfica de las fracciones mediante dibujo de círculos divididos en dos, tres, cuatro, cinco... partes iguales (mostración gráfica);

b) asociación de las anteriores representaciones con simbolizaciones del tipo 1/2, 2/4, 1/8 (...)

c) registro, en el cuaderno, de las simbolizaciones y su correspondiente presentación ostensiva (dibujos de círculos divididos en partes iguales).

La noción de fracción que puede desprenderse de lo anterior es la siguiente:

> *La fracción es un número de la forma* ***a/b*** *en donde* ***b*** *representa las partes en que se divide el todo continuo y* ***a*** *las partes que se consideran.*

### B. Con el objeto de saber sólo una relación: la institucional

En los programas vigentes a partir de 1993 las definiciones y las fórmulas dejaron de ser importantes como objeto de enseñanza; de hecho, en lo que hoy me parece una postura radical, en los textos prácticamente no aparecen ni definiciones ni fórmulas. En tal propuesta se ha dado más importancia a la resolución de problemas, al trabajo de análisis y al despliegue de estrategias personales de solución. En este grupo, sin embargo, en la relación con las fracciones la diversidad no es incorporada; a cada una de las fracciones introducidas en la clase no corresponde sino una triple representación (objetivo-gráfico-simbólico) definida por la profesora; además, tales representaciones se vinculan a una única interpretación: ½, por ejemplo, significa que un círculo se ha dividido en dos partes iguales y que de ellas se ha tomado sólo una.

El interés de la profesora por las formas institucionalizadas de las matemáticas, se expresa permanentemente en sus actos didácticos:

- la presentación ostensiva de las definiciones a lo largo de todas las sesiones;
- el uso de una libreta para conservar en la memoria oficial de la clase las definiciones trabajadas y sus respectivos ejemplos;
- el repaso cotidiano de las definiciones que se han guardado en la libreta a lo largo del año escolar.

Efectivamente, las definiciones y las fórmulas, son el núcleo del trabajo en este grupo; siempre se introducen en la primera fase de la clase y son el eje de la misma. El aprendizaje de la matemática tal como ella lo concibe, la obliga a desarrollar una estrategia de enseñanza que incluye una introducción ostensiva de los contenidos.

**C. Un contrato basado en la ostensión**

En efecto, la transposición que la profesora realiza vincula a los niños directamente con la expresión de las fracciones en su forma a/b. Desde el inicio de la sesión la relación se establece con la forma institucionalizada del saber, los acercamientos personales a los objetos matemáticos introducidos no están oficialmente incluidos en la clase. No obstante lo anterior, ella busca dotar de significado tales formas. Y esa búsqueda la hace descansar en la mostración objetiva y gráfica de las nociones. La noción de fracción se ostenta mediante la taza o el plato fracturados y el chocolate que se come a trozos; luego la ostensión tiene lugar mediante círculos coloreados: a las partes en que se divide el círculo corresponde el denominador; al número de las coloreadas corresponde el numerador.

Siendo la ostensión la noción que sustenta la relación, la maestra pasa la mayor parte del tiempo frente al grupo ilustrando las nociones, luego incorporando y dictando definiciones. Si en un primer contacto con la representación ésta no es captada, entonces se repite la mostración.

A los niños, como contraparte, les tocan responsabilidades como: estar atentos a las mostraciones de las profesora; proporcionar las respuestas que se les demandan como muestra de su aprendizaje; anotar en su libreta los saberes institucionalizados; memorizar las formulaciones; eventualmente, resolver ejercicios y problemas para aplicar los conocimientos adquiridos. El compromiso es mostrar que se conservan en la memoria, de manera idéntica, las formulaciones motivo de la interacción y que se sabe operar con ellas. Es decir, se trata de repetir.

En el marco de esta relación, la prueba del saber para el caso de las fracciones consistirá, finalmente en hacer asociaciones adecuadas entre tres tipos de representación: la gráfica, la lingüística, la simbólica; por ejemplo:

 = seis octavos = 6/8, o

Es clara la concepción que sustenta tal forma de actuar de la profesora. Respondiendo a nuestras preguntas con un ejemplo de enseñanza de la ciencia, ella dice:

> "[Los niños aprenden] manipulando, a través de experiencias, también con problemas de la vida diaria. El material didáctico es fundamental, yo te puedo hablar por ejemplo... de la hipófisis, y tú puedes decir sí, está en tal lugar pero, ¿te la imaginas? A lo mejor puede ser de este tamaño (señala con los dedos) a lo mejor puede ser del tamaño de un chícharo, no puedes tú explicar algo que ellos no conocen, algo que no han visto (...)"

Es decir, para la maestra, el conocer se vincula al observar. Está presente en ella, como en muchos profesores, una noción sensual empirista del aprendizaje, y es con base en ella que organiza y gestiona las clases.

### D. Mecanismos de regulación

En general , las respuestas demandadas refieren a formas institucionalizadas o a procedimientos conveniconales previamente introducidos. En distintos momentos de la progresión didáctica las respuestas se producen con fluidez, pocas veces el tiempo didáctico se detiene. Siendo éste el caso, se utilizan dos mecanismos de regulación:

a) pasar la pregunta a otro niño, o
b) reiterar la ostensión buscando que la respuesta se produzca; en tales intervenciones, se repite prácticamente idéntico lo anteriormente mostrado.

La misma profesora señala su percepción del asunto:

> Para saber si aprendieron «Les pregunto». Y si no saben «Me desilusiono un poco, porque no pude lograr una manera de mostrar el camino, tengo que regresarme, es importante regresarme porque no puedes avanzar sobre cosas que ellos no saben (...) tienes que regresarte, a veces desde el principio, y volver a explicar (...)».

Puede verse cómo, según la profesora, la comprensión descansa en el hecho de que las nociones sean repasadas y de nuevo explicadas. Valga el pasaje donde Alfredo señala que no ha comprendido, y entonces ella reitera su ostensión para mostrar lo anterior:

> Mta: (Señalando un círculo dividido en dos que dibuja en el pizarrón) Tenemos un entero, ¿en cuántas partes lo dividí?<
> Coro: ¡En dos!
> Mta: En dos (anota el 2 bajo una línea horizontal, a manera de denominador)
> Mta: ¿Cuántas [partes] quieres, Carlos?
> Carlos: Una
> Mta: (colorea una parte) La parte que regalé [a Carlos] la coloco arriba de la línea (anota el 1 como numerador).

La maestra realiza en el pizarrón dos explicaciones similares a la arriba descrita; lo hace con tercios y cuartos, al final pregunta:

> Mta: ¿Entendieron?
> Ns (la mayoría): ¡Sí! (...)
> Alfredo: Yo no entendí
> Mta: ¿No entendiste?>
> Alfredo: No, no entendí
> Mta: (explica de forma similar dividiendo en dos partes otra figura, luego dibuja un círculo dividido en tercios) ¿En cuántas partes lo dividí?<
> Ns: En tres
> Mta: ¿Y dónde pongo el tres, arriba o abajo?<
> Ns. Abajo
> Mta: ¿Cuántas [partes] les gustaria tener?
> No: Una
> Mta: Una
> No: No, maestra, tres
> Mta: Bueno, pues te las damos todas (dibuja las tres partes del círculo y anota 3/3 = 1). ¿Ahora sí ya le entendiste?
> Alfredo: Sí (...)

Conviene pues enfatizar que conforme al contrato que regula la clase, la interrogación tiene como intención principal constatar respuestas adecuadas y no conocimientos provisorios o insuficientes. Sólo en dos ocasiones vimos a la maestra preguntar: ¿Entendiste? Con este acto la maestra parecía activar la memoria didáctica pero, ante la negativa de un niño, su respuesta es simplemente repetir la ostensión previamente presentada.

**E. Cláusulas invariantes, o lo habitual en la clase.**

La maestra estructura su clase sobre la base de ciertos principios: ella supone que las definiciones y los conceptos tienen una única forma; la institucional; supone también que debe mostrarlos y los niños captarlos; que si no los han entendido, se trata de volver a explicar o mostrar, más concretamente, repetir. Ante relaciones mostradas (no construidas), es necesario estar atento para captar las relaciones motivo de la ostensión. Y si esto no se logra a la primera, pues entonces se debe repetir.

Está presente en la maestra, como en muchos profesores, una noción sensual empirista del aprendizaje. De ello deriva una forma de gestionar la clase que ha devenido costumbre. En efecto, tanto en aritmética como en geometría las estrategias de enseñanza son muy similares: ostentar, interrogar, guardar en la memoria oficial de la clase, ejercitar, repetir. Elementos adicionales en la acción y el discurso de la maestra muestran la importancia que da a la ostensión de las nociones: «¿Podemos ver las ideas?», pregunta a sus alumnos, y ella misma se responde: «No, pero podemos representarlas, mediante dibujos o gráficas». Y esta última es efectivamente, parte sustancial de lo habitual en la clase.

## 5. A MANERA DE CONCLUSIÓN.

### A. De la fracción con múltiples significados a la fracción como partición de la unidad

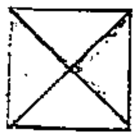
La maestra Noemí conoce poco la nueva propuesta curricular de quinto grado. Según su propio decir, no ha incorporado en su hacer pedagógico las innovaciones propuestas por la Secretaría de Educación. Y es que ella tiene un conjunto de concepciones y creencias bien estructuradas acerca de cómo se aprenden y se enseñan las matemáticas que resultan incompatibles con las nuevas propuestas. En el caso de la clase aquí analizada, los aspectos de la fracción seleccionados por la profesora no son los sugeridos en los programas del grado. Tampoco corresponden a los propuestos en los años 70. Si bien en el texto de *Matemáticas, tercer grado* editado para introducir la matemática moderna pueden encontrarse todos los aspectos antes mencionados (cf. Filloy et.al. 1972; 200 y ss.), los rasgos que en este período constituirían la novedad son otros:

- La representación de las fracciones en la recta numérica;
- Algunos problemas donde la fracción se asocia a situaciones de reparto;
- Figuras distintas de los círculos o los rectángulos para representar la unidad, o
- Los *todos* discretos (colecciones de objetos),

Tales aspectos no son recuperados por la profesora Noemí. Ella ha vinculado a los niños con sólo uno de los diversos significados a que puede asociarse la fracción: el de partición de la unidad, siendo ésta representada sólo mediante *todos continuos*: círculos y rectángulos. Dichos aspectos se identifican con las propuestas de los años sesenta y recuperan una fuerte tradición de enseñanza sobre los números racionales. Introduzco, para justificar mi afirmación, algunos fragmentos de la lección de quinto grado de ese período en la cual se introducen las fracciones:

**FRACCIONES COMUNES Y NÚMEROS MIXTOS**

En la ilustración vemos que cada parte del cuadrado es una cuarta parte del mismo; así como que cada parte del círculo abarca una tercera parte de éste. Las 4 cuartas partes del cuadrado forman el cuadrado entero, y las tres terceras partes del círculo forman el círculo entero (...)



El pan que se muestra en el dibujo está dividido en 8 partes, y cada parte es un octavo (1/8) del pan. Si comiésemos una de esas partes, ¿las siete sobrantes formarían el pan entero? No, pues faltaría la octava parte que hemos comido (...)

Las fracciones comunes, llamadas también quebrados, se escriben así:
½, que se lee un medio, significa la mitad de algo.
1/3, que se lee un tercio, significa la tercera parte de algo.
4/5, que se lee cuatro quintos, significa las cuatro quintas partes de algo (...)

Recordemos lo aprendido en años anteriores:

1. Los términos que forman un quebrado se llaman numerador o dividendo, y denominador o divisor.

Numeradores: 8 3 5 7 3 1 67 Dividendos
Denominadores 9 4 6 8 7 6 121 Divisores

2. Si el numerador es menor que el denominador, ¾, 7/10, 2/5, etc., la fracción es propia, o bien quebrado propio.

(SEP/Novaro; 1961; 53-54).

Puede verse cómo el significado asociado a la fracción es el de partición de la unidad; asimismo, los *todos* que sirven de base para hacer la partición son círculos o rectángulos; el pan dividido en trozos (similar al chocolate dividido en cinco partes) es también un modelo útil para dar significado a la fracción porque, adicionalmente, vincula a la noción con situaciones de la vida cotidiana. Aparece, por otra parte, la denominación de las fracciones con el término *quebrados*, la denominación de cada uno de sus términos (numerador y denominador), así como el interés por definirlas como *propias* e *impropias* (que se observa en otra clase).

En suma, la profesora ha seleccionado para poner en relación a sus alumnos con el objeto no sólo los significados y aspectos del mismo que corresponden a una propuesta sustituida hace décadas, sino también su forma de presentación basada en la ostensión. Una tendencia similar observamos en el resto de los contenidos trabajados.

## B. Del contrato sugerido al contrato celebrado

La profesora Noemí establece con sus alumnos un contrato que parece actualizarse día a día donde el compromiso es dominar los saberes matemáticos institucionalizados y el camino para lograrlo es la ostensión. Tal contrato ha devenido habitual, independientemente de la naturaleza aritmética o geométrica de los objetos de enseñanza. Al parecer, la resolución de problemas puesta al centro del proceso educativo resultó irrelevante para la profesora, igual ocurrió con la interrogación sugerida en los años setenta.

La vinculación didáctica que ella promueve, distinta de la preconizada en los últimos 30 años, adicionalmente, se lleva a cabo alrededor de objetos de enseñanza que no derivan de la reforma de los años noventa, tampoco de la de los años setenta. Es una forma de vincular con la matemáticas que tiene viejas raíces y que, como hemos visto, se conserva a pesar de reformas educativas que han sido radicales o bien desde el punto de vista matemático o bien desde el punto de vista pedagógico.

Conviene enfatizar, por otra parte, que la profesora Noemí tenía 16 años de servicio cuando desarrolló las clases aquí analizadas. Es decir, si se piensa que la reforma que introducía la enseñanza a través de la resolución de problemas tenía ya un año de puesta en marcha y que la matemática moderna duró 20 años en las escuelas, se ve que tanto su formación como su experiencia docente habían tenido como marco oficial la «matemática moderna». Sin embargo, al igual que en otros profesores, las ideas sensual-empiristas sobrevivieron a tal reforma. No sería aventurado suponer que también sobrevivirá a la intención de que los niños aprendan resolviendo problemas.

La sustitución de la forma de enseñanza que deriva de tales ideas parece más difícil si - de acuerdo con el sistema de creencias y concepciones que orientan la práctica - los niños retienen en la memoria los conceptos; es decir, si en los términos en que el proyecto didáctico ha sido definido, éste obtiene resultados. O ¿no es acaso esto lo que la profesora puede concluir cuando, uno a uno, los niños ante a sus preguntas muestran que conservan en la memoria las formas institucionales del saber, cuando todos están atentos a sus llamativas ostensiones, o cuando la mayoría de ellos han respondido correctamente los ejercicios al final de la sesión? Es una cuestión de equilibrio didáctico que, al no verse alterado, permite la permanencia de las relaciones establecidas.

## C. Los límites del contrato

He mencionado que la maestra Noemí no se plantea la importancia de que sus alumnos resuelvan problemas; que transfieran sus conocimientos, que los expresen "en sus propias palabras", o que anticipen resultados. Ella pone en práctica una pedagogía de la que tales cuestiones no forman parte. Ella sustenta su acción en mostrar y repetir y con ello sus alumnos son obligados a recordar. Curiosamente, no se hace necesario el registro «didáctico» para lograr la repetición eficiente. Los alumnos cumplen bien su responsabilidad, al menos eso parece cuando a primera hora, con las manos entrelazadas en la parte baja de la espalda repiten lo que es una línea, o una fracción , o cualquier otro «concepto». Lo que tal vez la maestra no se ha planteado es si pasado un cierto tiempo sus alumnos podrán mantener en la memoria las recitaciones que hoy dicen hábilmente, tampoco si eso que recitan podrán utilizarlo en algo diferente que anotarlo en la libreta. Esta cuestión, en cambio, sí la formula la profesora cuyo trabajo analizo en el siguiente apartado.

**Cuadro 6. Características de la actividad matemática realizada en la clase de la profesora Noemí**

| | Primera sesión | Segunda sesión | Tercera sesión | Cuarta sesión |
|---|---|---|---|---|
| Contenido | Perímetro de polígonos regulares | Noción de fracción | Perímetro de polígonos regulares | Fracciones propias e impropias |
| Introducción ostensión de la noción | Sí | Sí | No procede | Sí |
| Institucionalización del saber | Sí, al inicio de la sesión | Sí, al inicio de la sesión | Sí | Sí, al inicio de la sesión |
| Resolución de problemas como vía del aprendizaje | No | No | No | No |
| Resolución de problemas como ámbito de aplicación | Sí, rutinarios | No | Sí, rutinarios | No |
| Resolución de ejercicios rutinarios | Sí | Sí | Sí | Sí |
| Mecanismos de regulación | Pasar la pregunta a otro niño<br>Nueva (misma) explicación | Pasar la pregunta a otro niño<br>Nueva (misma) explicación | Pasar la pregunta a otro niño<br>Nueva (misma) explicación | Pasar la pregunta a otro niño<br>Nueva (misma) explicación |
| Registro de la actividad | Intelectual | Intelectual | Intelectual | Intelectual |

# *LA PERMANENCIA DE LA COMUNICACIÓN Y LA EXPLICACIÓN. FRENTE A VIEJOS CONTENIDOS DE SABER.*

## 1. LA PROFESORA Y EL GRUPO

La actividad matemática que se analiza a continuación se desarrolló en un grupo de tercer grado de una escuela que goza de prestigio académico importante y cuya profesora llamaré Raquel. Esta profesora tiene 20 años de servicio y en general ha trabajado en quinto o sexto grado; no cuenta con más estudios que los que cursó en la Escuela Normal. Durante 12 años trabajó en una escuela privada ya que al contraer matrimonio «perdió su plaza y su adscripción».

Los contenidos motivo de la relación didáctica que se observó establecer (el concepto de ángulo, clasificación de ángulos, trazo de ángulos, suma de fracciones equivalentes y equivalencia entre fracciones *impropias* y *números mixtos*) no corresponden a los programas de tercer grado que entraron en vigor con la reforma de 1993; todos ellos se transfirieron a grados superiores pero, en opinión de la maestra, «los niños pueden hacer y aprender muchas cosas; los libros y los programas nuevos vienen pobres para la capacidad de ellos».

## 2. UN DÍA EN EL SALÓN DE CLASES

### A. Objeto de enseñanza: ángulos

Los ángulos como objeto de enseñanza han estado tradicionalmente presentes en el curriculum de la educación primaria. Ya en los años 40 se introducían los ángulos "agudo", "recto" y "obtuso" desde el segundo grado (cf. SEP; 1944). En la década de los 60, la vinculación inicial con esta noción correspondía también al segundo grado, aunque un desarrollo importante se observaba a partir del tercero. En los años setenta, los ángulos se introducían formalmente en el cuarto grado y en los noventa, su incorporación se mantuvo en este último grado. Como se verá adelante, el *texto de saber* en cada uno de estos periodos era bastante diferente.

Ahora bien, no obstante que ya hacía dos décadas que la noción ángulo fue transferida al cuarto grado, la maestra Raquel la incorpora en tercero bajo el criterio antes expresado: «los niños son capaces de aprenderla».

### B. El desarrollo de la clase

#### Primera fase: introducción de un saber institucionalizado

Mta: A ver, niños, saquen su cuaderno de matemáticas porque vamos a trabajar un tema nuevo: ángulos. Pongan la fecha y el margen y como título "Ángulos" (...) Escriban (y dicta a la vez que escribe en el pizarrón)[2]: *Ángulo es la región*

[2] Los fragmentos que corresponde al dictado aparecen con cursivas.

*comprendida entre dos líneas que parten de un mismo punto. Existen cuatro clases de ángulos:*
*Agudos* (varios niños repiten en voz baja después de la maestra lo que ésta va dictando)
*Rectos*
*Obtusos*
No: ¡Ah!, ya sé cómo son, maestra, así (describe un ángulo con las manos)
Mta: Sí, ahorita los vemos
(varios niños repiten en voz alta "obtusos", parece que el término les llama la atención)
Mta: *Llanos*
(varios niños ahora repiten: "llanos", "llanos", "llanos"...)
Mta: (...) *Los ángulos agudos*...subrayan agudos... *miden* (...) Antes de que sigamos adelante les voy a decir una cosa muy importante. Para medir líneas utilizamos una regla con los centímetros o con los milímetros (muestra una regla). ¿Se acuerdan? Pero para medir ángulos utilizamos este instrumento (muestra un transportador), ¿cómo se llama?<
Alumnos: Transportador || Compás
Mta: Transportador. Y las rayitas que se ven aquí no son centímetros ni milímetros, ¿cómo se llaman?<
Na: ¡Micras!
Mta: No, micras no
Ns: Grados, son grados
Mta: Grados, grados. Entonces, para medir ángulos utilizamos el grado y utilizamos el transportador. (Continúa el dictado a la vez que escribe en el pizarrón; éste queda así):

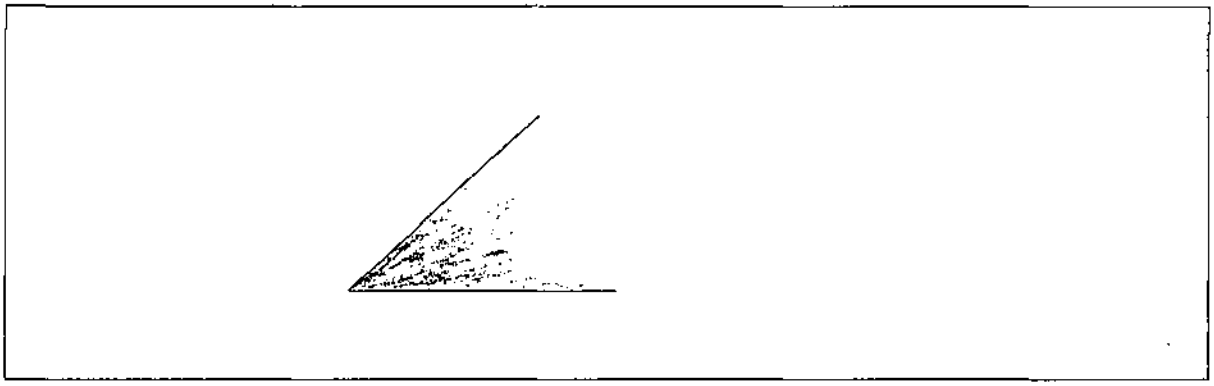
*Los ángulos agudos miden de 1 grado a 89 grados*
Los ángulos rectos miden 90 grados
*Los ángulos obtusos miden de 91 a 179*
*Los ángulos llanos miden 180*

No: ¿Le ponemos ejemplo, maestra?
Mta: No todavía no. *El grado es la unidad de medida (...) que nos sirve para medir ángulos (...) El símbolo del grado es (*anota en el pizarrón °*...) El instrumento geométrico que sirve para medir ángulos se llama... transportador* (...).
Mta: Bueno, ahora sí., ejemplos. Vamos a trabajar (...)
(Varios niños se paran, comparan entre ellos lo que escribieron o especulan acerca de si el espacio que les sobra en la hoja será suficiente para los ejemplos (...)

**Segunda fase: búsqueda de comprensión del saber institucionalizado**

Mta: Alberto, léeme por favor lo que pusimos que es ángulo, definición de ángulo
Alberto lee: *Ángulo es la región comprendida entre dos líneas que parten de un mismo punto*
Mta: Alberto, vuelve a leer en voz alta, pero todos están leyendo y tratando de comprender lo que dice en esos dos renglones (...)
Mta: Bueno, vamos a ver si es cierto que entendieron. Voy a poner dos líneas que partan del mismo punto (traza un punto en el pizarrón, luego a partir de él traza un ángulo). ¿Está bien así?<

(Los alumnos no responden)
Mta: Vamos a volver a leerlo. Jorge, ¿puedes repetir lo que dijo Alberto?
(Se vuelve a leer la definición)
Mta: Fíjense bien todos. Angulo es la región comprendida entre dos líneas que parten de un mismo punto (lo dice lentamente) ¿Alguien podría pasar al pizarrón y decirme qué parte es ángulo ahí?
(Algunos niños levantan la mano)
Mta: Si no hay manos quiero que lo vuelvan a leer. Todos por favorcito con la mente.
(Algunos más, después de leer en silencio, levantan la mano).
No: Yo, maestra
Mta: A ver, Miguel...
Miguel: ¿El punto?
Mta: El punto (señala en el pizarrón) Miguel Angel dice que esto es el ángulo. A ver, otra respuesta... Tú, Mau, ¿crees que esto sea el ángulo?
Mau: Sí
Mta: (...) Entonces estás igual que Miguel Angel. El punto [es el ángulo]. ¿Tú que piensas, Germán?
(Muchos niños levantan ahora la mano indicando que quieren contestar)
Germán: Toda esta parte (se para y señala correctamente en el pizarrón la región comprendida entre las dos líneas)
Mta: ¿Toda esta parte? (sombreando en el pizarrón lo que Germán señaló con su mano)



Germán: Sí
Mta: Ana Paola, ¿tú qué opinas?
Ana Paola: El punto
Mta: Tú, Mauricio, ¿qué opinas?
Mau: El punto
Mta: (a otro niño)
No: Lo que dijo Germán (el niño que señaló en el pizarrón correctamente)
No: ¡Vamos a hacer votación!
Mta: Nos tardaríamos mucho en votación, mejor para asegurarnos vamos a leer otra vez. A ver si dice que es el punto (...).

Los niños leen nuevamente la definición, varios levantan luego la mano indicando que quieren pasar al pizarrón a señalar.
(Con una dinámica similar a la antes descrita, se ofrecen públicamente las siguientes respuestas: "[Ángulo es] el piquito"; "las dos rayas" (las rectas que

delimitan el ángulo); "lo que dijo Germán" (la región comprendida entre las dos rectas unidas en el vértice).
(Los compañeros cercanos discuten; las opiniones se dividen)

> Mta: Ahora todos a suspender [la discusión] y vamos a escuchar (y lee lentamente la definición; los niños escuchan con atención)
> No: Entonces nadie [dijo bien]
> Mta: Pues más bien Germán, los que opinaron como Germán, ¿no?
> Ns (que se habían adherido a la respuesta de Germán): ¡Eeeeh! (con los brazos en alto, en señal de júbilo)
> Mta: Porque todo esto es el ángulo (sombrea nuevamente en el pizarrón, como se ve en la figura). No puede ser sólo el punto el ángulo, Aldo, porque si te fijas ahí no dice *ángulo es el punto de donde nacen dos líneas*, o ¿sí?

> Ns: No
> Mta: Y también. Los que dijeron dos líneas, tampoco decía: ángulo son las dos líneas que nacen de un punto, ¿o sí dice eso?<
> Ns: ¡No!
> Mta: Fíjense qué dice (repite la definición). Hay que tener esto en cuenta porque si yo pongo dos líneas que no están naciendo del mismo punto (dibuja en el pizarrón dos líneas que no se intersecan), ¿esto es ángulo?
> Ns; ¡Nooo!
> Mta: La líneas deben venir de un mismo punto, ¿sí? [porque] esto que están formando, este espacio que está aquí (señala lo que está sombreado) es el ángulo, acá [en las líneas que no se intersecan] no hay ángulo. Y hay ángulos chiquitos, hay ángulos grandotes, hay ángulos pequeñititos y aquí en el salón podemos encontrar varios (...)

**Tercera fase: identificación de ángulos como muestra de comprensión**

(Los niños señalan distintos ángulos que se forman en los objetos que hay en el salón: en la puerta, el pizarrón, los cristales, los cuadernos..., luego dicen qué número de ángulos hay en un mapa, en el escritorio, el estante, etcétera) [...]

**Cuarta fase: trazo de ángulos de medidas determinadas**

La maestra explica cómo están marcados los grados en el transportador; también muestra cómo debe utilizarse éste para medir los ángulos. Luego, se trazan varios ángulos: 40, 60 y 90 grados. La maestra pasea entre las bancas y a los niños que no pueden trazar (que son pocos) les ayuda a la vez que les explica o los cuestiona para que resuelvan la dificultad que enfrentan o corrijan el error que cometen.

**Quinta fase: evaluación**

Los niños pasan al escritorio de la maestra para que ésta les califique. La mayoría obtiene 10 en el trabajo. Dan el timbre de recreo y la maestra indica salir a los que obtuvieron 10. Unos cuantos deben regresar a su lugar a corregir el trabajo y mostrarlo nuevamente a la maestra; a algunos ésta los cuestiona: «¿Cuál es el ángulo?», les vuelve a explicar en voz baja o les pone contra-ejemplos y se quedan algunos minutos del recreo a trazar los ángulos. Salen todos cuando el recreo lleva 15 minutos de iniciado.

## 3. NUESTRO ANÁLISIS

### A. La relación con el objeto de saber

La maestra Raquel seleccionó los siguientes aspectos de la noción ángulo para poner en contacto con ella a los alumnos:

- Una formulación: *ángulo es la región comprendida entre dos líneas que parten de un mismo punto;*
- Una clasificación de ángulos elaborada sobre la base de las medidas de éstos;
- La medición de ángulos teniendo el grado como unidad de medida;
- El trazo de ángulos utilizando el transportador.

Desde tal forma de concebir el objeto de enseñanza, la prueba del saber consiste en saber identificar ángulos, en saber identificar tipos de ángulos (obtusos, agudos, rectos) y en saber trazar ángulos de medidas determinadas utilizando el transportador.

No obstante que los aspectos seleccionados reducen al objeto de enseñanza a lo nocional y procedimental, también a lo convencional, la relación que se establece con en él no se reduce a la experiencia sensualista basada en una simple ostensión. La maestra Raquel no se limita a "mostrar" la noción para que los niños simplemente capten y luego tracen. Para poner en relación con el objeto, se vale de otras estrategias con las que busca comprensión y no sólo percepción.

### B. Nociones que articulan el contrato didáctico: *la comunicación y la explicación*

Guy Brousseau ha hecho diferencia entre los *contratos no didácticos (por ejemplo el de emisión)* y los *fuertemente didácticos.* Conforme a los primeros, el emisor (el profesor) trasmite su mensaje sin preocuparse por las condiciones efectivas de su recepción. Conforme a los segundos, el profesor intenta provocar un aprendizaje. Es de este tipo el contrato que la maestra Raquel celebra con su grupo. Efectivamente, las acciones realizadas con el fin de que el concepto en juego sea aprendido, se articulan a partir de una idea básica: lograr que los niños comprendan. Y para lograrlo la profesora debe entre otras cosas, estar atenta a que la comunicación del conocimiento realmente tenga lugar. De este compromiso deriva una progresión didáctica consistente en:

- La introducción de un saber institucionalizado (se trata de la definición de ángulo y los nombres que corresponden a los ángulos de distintas medidas).
- Interrogar a los alumnos para constatar la comprensión alcanzada;
- Ostensión por parte de los niños de la comprensión de la definición anotada (mediante el señalamiento de un ángulo);[3]

Si las respuestas (los ejemplos) muestran que la formulación en juego no ha sido comprendida, entonces:

- Los ejemplos dados por los niños se confrontan con la formulación inicial, tantas veces como sea necesario hasta que se muestre la comprensión buscada.
- Cuando la confrontación se muestra insuficiente, se proporcionan contra-ejemplos o explicaciones adicionales
- Cuando la comprensión es mostrada, entonces se pasa a la aplicación y ejercitación.

### C. Mecanismos de regulación y memoria didáctica

La secuencia antes expuesta se repite con algunas variaciones en el resto de las clases registradas. En ella se observa una activación permanente de la memoria didáctica pues las intervenciones docentes, a la vez que buscan que las respuestas lleguen, tienen por objetivo proporcionar a los niños elementos adicionales que permitan una mayor comprensión. De manera distinta a como hace la profesora Clara - que ofrece directamente nuevas explicaciones cuando se percata de una cierta incomprensión - la profesora Raquel introduce elementos nuevos mediante interrogaciones y re-lecturas de la definición inicial:

> Mta: Ana Paola, ¿tú qué opinas? [acerca de lo que es ángulo]
> Ana Paola: El punto
> Mta: Tú, Mauricio, ¿qué opinas?
> Mau: El punto
> Mta: (a otro niño)
> No: Lo que dijo Germán (el niño que señaló en el pizarrón correctamente)
> No: ¡Vamos a hacer votación!

[3] El lector recordará las formas de mostrar la comprensión anotadas en el apartado correspondiente a la *Matemática moderna*, especificamente en el apartado dedicado a la explicación; dichas formas refieren a "tomar de conjunto" diversos conocimientos para establecer vínculos entre ellos, traspolar, reformular en distintos lenguajes. Es en este último sentido que la maestra verifica la comprensión por parte de sus alumnos: lo que está escrito verbalmente debe traducirse en una representación gráfica (que ella no ha mostrado).

> Mta: Nos tardaríamos mucho en votación, mejor para asegurarnos vamos a leer otra vez. A ver si dice qué es el punto (...).

Puede verse cómo, esta estrategia es útil para identificar las representaciones de los niños y para que éstos se alleguen elementos que contribuyan a la comprensión aún no alcanzada.

Teniendo como criterio de avance en la progresión didáctica el que los niños logren y muestren comprensión de la noción en juego, los mecanismos de regulación buscan precisamente acrecentarla. Así, observamos como tales:

*Re-lectura de la formulación inicial.* Este es el mecanismo que funciona con más frecuencia en la clase ante la ausencia de respuestas esperadas. Los siguientes son momentos en que este mecanismo se pone a funcionar:

> Mta: (dibuja un ángulo en el pizarrón, después de que la formulación ha sido anotada): ¿Está bien así?
> (Los alumnos no responden)
> Mta: Vamos a volver a leerlo...
>
> ...
>
> Mta: ¿Alguien podría pasar al pizarrón y decirme qué parte es ángulo ahí?<
> (Sólo algunos niños levantan la mano)
> Mta: Si no hay manos quiero que lo vuelvan a leer. Todos, por favorcito con la mente...

En el resto de las clases observadas, el mecanismo se mantiene. Por ejemplo, en la dedicada a las fracciones, ante interrogaciones que no reciben respuesta la maestra dice: «Se vale ver [en el cuaderno de conceptos]». Y los niños consultan su cuaderno para poder contestar.

Este mecanismo es distinto de solicitar la simple memorización de las definiciones. Se reconoce en los alumnos capacidad de leer (de interpretar), al menos eso puede suponerse por ejemplo cuando la maestra dice:

> Mta: [...] No puede ser sólo el punto el ángulo, Aldo, porque si te fijas ahí (en el cuaderno) no dice ángulo es el punto de donde nacen dos líneas, ¿o sí?

La *explicación* se utiliza también como mecanismo que empuja el tiempo didáctico. Veamos uno de esos momentos:

> Mta: Fíjense qué dice (repite la definición de ángulo). Hay que tener esto en cuenta porque si yo pongo dos líneas que no están naciendo del mismo punto (dibuja en el pizarrón dos líneas que no se intersecan), ¿esto es ángulo?<
> Ns: ¡Nooo!
> Mta: La líneas deben venir de un mismo punto, ¿sí? [porque] esto que están formando, este espacio que está aquí (señala lo que está sombreado) es el ángulo, acá [en las líneas que no se intersecan] no hay ángulo. Y hay varios

ángulos. Hay ángulos chiquitos, hay ángulos grandotes, hay ángulos pequeñititos y aquí en el salón podemos encontrar varios (...)

La explicación de la maestra ha incorporado también un contra-ejemplo para aclarar el significado del ángulo. Episodios similares se suceden en el resto de las clases.

Otro mecanismo de regulación es el siguiente:

- *Hacer reflexionar acerca de la validez de las respuestas*:

Mta: ¿Cuánto puede medir un ángulo obtuso?<
Martha: 91 grados
Mta (dirigiéndose a Martha): ¿Solamente 91 grados?
Martha: [de 91] a 179 grados
Mta: [...] Celeste, dime entonces un ángulo obtuso
Celeste: De ochenta [grados]
Mta: Si Martha dijo que los ángulos obtusos deben medir de 91 grados a 179 y yo te pido un ángulo obtuso y me dices que de 80 grados, está bien tu respuesta? (...)
Celeste no contesta
Mta: ¿Cuánto mide un ángulo agudo, Celeste? Puedes ver (se refiere a ver en el cuaderno). ¿El de 80 qué es, agudo, recto, obtuso? (...)
Celeste: Agudo
Mta: ¿[Y] Cuánto debe medir un ángulo obtuso?, por ejemplo...
Celeste: Cien
Mta: Por ejemplo (señala a otro niño)
No: 120 [...]

Finalmente, un mecanismo adicional puesto en marcha consiste en:

- *Realizar trabajo individual extra-clase.*

En todas las clases los pocos niños que no obtienen calificación satisfactoria, deben revisar el trabajo tantas veces como sea necesario para que esto ocurra. Si se requiere, los niños y la maestra trabajan durante la primera parte de recreo.

**D. El espacio de la regulación**

En más de una ocasión escuchamos: «Si no hay manos [que indiquen que quieren dar la respuesta] quiero que lo vuelvan a leer». Tal expresión obedece a que la maestra Raquel es una de esas profesoras en cuyo proyecto didáctico la tasa de éxito es fundamental. De ello deriva el hecho de que quienes no obtienen calificación satisfactoria deban revisar varias veces el trabajo, o la ayuda a los rezagados durante el recreo. De ello deriva también la necesidad de tener permanente información sobre los procesos de aprendizaje de los niños y el que éstos conozcan los resultados de su propia acción. Ella hace largas reflexiones al respecto, las he sintetizado intentando no modificar el sentido que ella les dio:

> "La tarea [en casa] es muy importante para saber si los niños aprendieron o no. Por eso, si no se califica es preferible que no se deje tarea. Además, es importante que no se otorgue simplemente una calificación; es conveniente pasar al pizarrón a resolverla a quienes ya se sabe que les cuesta un poquito de trabajo, sirve para que les ayudes; con mi dirección pueden hacerla bien y ya después les doy oportunidad de que vayan a su cuaderno a corregirla".

Estas afirmaciones – que refieren al papel que otorga a la tarea en casa pero que igual describirían la experiencia registrada en clase - testimonian la preocupación por contar con información acerca de los resultados de su intervención didáctica; también por hacer de tal información un fundamento para ayudar a los alumnos. Y efectivamente, según vimos, la maestra utiliza la tarea como una forma de saber si sus alumnos han aprendido. Pero ella se vale también de otros índices:

> "Por su desempeño en algún ejercicio. También, ¿sabes cuándo te das cuenta rapidísimo?, cuando haces preguntas y no levantan la mano, es porque no saben o porque les da miedo, porque tienen dudas".

Y es ante pocas manos levantadas, o a la expresión de dudas, o a la falta de respuestas que, efectivamente, la profesora introduce episodios que buscan acrecentar la comprensión y entre los cuales se cuenta la explicación o la confrontación con la definición inicial. Es, en otros términos, el uso permanente de la memoria didáctica.

**E. Las cláusulas invariantes, o lo habitual en la clase**

La relación didáctica establecida en este grupo es bastante estable. El saber institucionalizado se introduce al iniciar la clase y alrededor de él giran las sesiones; es aquél el que constituye cotidianamente el marco de las acciones y el criterio de que el aprendizaje se ha logrado. Se trata generalmente de la misma progresión, también de los mismos mecanismos de regulación, independientemente del contenido en juego.

En efecto, en la forma que toma la relación didáctica habitual, la profesora guía sus acciones bajo concepciones que van más allá de la ostensión y la repetición. Ella se ha responsabilizado de que la comunicación del saber tenga lugar. Para ello, permanentemente está atenta a las formas en que sus alumnos han interpretado lo que les pretende comunicar. Si es necesario, pide releer las definiciones, también explica o pone contra-ejemplos. En el límite - según la vimos trabajar en un grupo de quinto grado - cambia por completo las reglas contractuales. De una vinculación inicial con el saber basada en la introducción ostensiva (del concepto de volumen), pasa a una que toca los límites de la devolución y que resulta intelectualmente provechosa. Tal modificación derivó de observar en sus alumnos los índices de los resultados de su acción. Es decir, la profesora sustenta su acción en una activación permanente de la memoria didáctica que vigila que sus decisiones lleven a mayores dosis de significación. Tal activación, eventualmente la lleva a la modificación de las reglas contractuales establecidas.

## 4. A MANERA DE CONCLUSIÓN

### A. Del saber enseñar al saber enseñado

Señalé antes que el concepto ángulo no aparece en los programas de tercer grado de los años noventa. Es desde la década de los setenta que su introducción se transfirió al cuarto grado. Y el tratamiento propuesto en la última reforma curricular corresponde a un texto de saber ciertamente novedoso en relación con el que aparecía en los programas precedentes. Los siguientes apuntes extraídos del *Libro del maestro* de cuarto grado permiten hacerse una idea de este nuevo enfoque:

> La noción de ángulo y su medida es un aspecto que se introduce por primera vez [en la educación primaria]. La idea que se maneja es que los ángulos se describen cuando se realizan giros. La mayor parte de la secuencia de situaciones se desarrollan en el contexto de viajes a diferentes países.
>
> La medición se inicia considerando giros menores que una vuelta. Cada giro se describe entre una línea de salida y una de llegada. En la lección "La vuelta al mundo", página 78, se inicia el trabajo con los ángulos y se sugiere el uso de un material recortable que consiste en un círculo dividido en octavos [...] Posteriormente aparecen ángulos de 1/12 de vuelta, es decir, los que miden 30° o un múltiplo de 30. En este nivel se utiliza la palabra *grado* más que su símbolo. (SEP; 1994d; 42; véase en la lámina al final del capítulo la lección que inicia el tratamiento del tema).

Pueden verse cuatro ideas básicas en esta propuesta:

- La noción de ángulo se sustenta en la idea de giro;
- La noción no se comunica formalmente a los niños, sino que se construye a partir de la interacción con cierto tipo de situaciones (principalmente juegos en donde deben darse giros de distintas magnitudes);
- Se ha disminuido el énfasis en la medición de los ángulos;
- La unidad de medida convencional (el grado) se ha pospuesto para momentos posteriores a la introducción de la noción y la comparación de ángulos.

Además:

- Las situaciones planteadas buscan, desde el inicio, romper la idea (frecuente en los niños) de que un ángulo representado por lados de mayor longitud es mayor (cf. Avila, Balbuena y Bollás; 1994; 78-79 y 112-113).

Podrá verse, la relación con este objeto de saber en el grupo de la maestra Raquel no tiene su fuente en la nueva propuesta curricular. Tampoco las sugerencias de los años setenta parecen haber hecho mella en su acción, se ven en cambio semejanzas importantes con la propuesta de los años sesenta. En efecto, en ese entonces, los aspectos de la noción ángulo seleccionados como contenidos de enseñanza eran los siguientes:

- la idea de ángulo como *Abertura entre dos líneas que se cruzan en un punto llamado vértice;*
- la clasificación y denominación de ángulos con base en su medida: agudos, obtusos, rectos y llanos;
- la medición de ángulos utilizando el transportador y como unidad de medida el grado;
- el trazo de ángulos, también utilizando el transportador

De entre todos estos aspectos destacaba el interés por la medición y clasificación de ángulos con base en su medida en grados ya desde la introducción del concepto. En todos los grados escolares la clasificación (y por lo tanto la medición) se retoma y da pie al trabajo central con los ángulos. La lámina al final del apartado (GaliciaCiprés; 1960;54) corresponde al cuaderno de trabajo de segundo grado y es la primera en la que aparece la noción en la educación primaria; en ella se aprecia la introducción ostensiva de los ángulos privilegiando la medida y la clasificación como aspectos centrales de la noción.

Puede verse, los seleccionados por la maestra Raquel coinciden con esos aspectos. En cambio, los aspectos del concepto de ángulo incluidos en los años setenta, no fueron recuperados. Por ejemplo, la idea de giro, otras unidades de medida distintas al grado (media vuelta, cuarto de vuelta octavo de vuelta) o el énfasis en la «aplicabilidad» de la noción ángulo (por ejemplo en situaciones en donde la inclinación de una plano es determinante o, por qué ciertos instrumentos para cortar, coser, etc., tienen tal forma y no otra (cf. Imaz et. al. 1974; 23 y ss.)) no se observan en la transposición realizada por la profesora.

En suma, la transposición sugerida en los años setenta o los años noventa no forman parte del marco de acción didáctica de la profesora Raquel. «Hay algunas cosas de estos libros que no me gustan mucho», nos dice. Como criterio adicional que permite mantener vigente una serie de contenidos hoy pospuestos, juega el supuesto de que sus alumnos pueden aprender más de lo que esos programas solicitan. Estamos nuevamente, ante un caso en el que los contenidos de saber definidos coinciden con una tradición que lograra su culminación en los años sesenta.[4]

## B. Del contrato sugerido al contrato celebrado

La profesora afirma que los problemas (considerados núcleo de la reforma curricular vigente) «son importantes para razonar, también para aplicar los conocimientos». No obstante, no los introduce conforme a la nueva filosofía: como vía del aprendizaje. Ella los mantiene sólo como ámbito de aplicación de conocimientos aprendidos previamente porque nutre su pensamiento didáctico de otra fuentes: la formación que recibió en la escuela normal, libros de texto de los años sesenta o producidos por editoriales privadas y, por supuesto, la experiencia que adquirió en su práctica de enseñanza. Pero el mantenimiento de las posturas previas a las reformas no implica que el aprendizaje que promueve sea carente de significación. Ella busca, sobre la activación permanente de la memoria didáctica, acrecentar el significado de las nociones que introduce.

## C. Resultados del contrato que ha devenido habitual

### *a) Un registro siempre intelectual*

La actividad en la clase por lo general se mantiene en el registro intelectual. Esto es posible porque – dije antes - ante la falta de respuestas, se promueven nuevas interacciones con el objeto, particularmente la confrontación con la formulación inicialmente introducida. Los contra-ejemplos, la explicación y la prueba de las definiciones ofrecidas por los alumnos son también formas de lograr que las respuestas previstas se produzcan sin orientar la actividad mediante indices didácticos. En otras palabras, se incorporan mecanismos de regulación que modifican la relación con el saber y que en esa modificación acrecientan su significación. No se hace necesario, por ello, recurrir al cierre de preguntas o a la pérdida de significación para obtener las respuestas.

### *b) Una alta tasa de éxito*

Dije antes que la maestra Raquel se cuenta entre los profesores en cuyo proyecto didáctico la tasa de éxito es fundamental. También entre aquellos que gozan de prestigio en el ámbito en el que se desarrolla su labor. A ello contribuyen los mecanismos equilibrantes que introduce, así como la vigilancia permanente de los resultados de su acción, la cual se extiende al conjunto de sus alumnos. En

---

[4] En el segundo año de instrumentación de la reforma vimos a la maestra Raquel poner a sus alumnos de quinto grado en relación con las unidades de medida, de una manera bastante similar a como el maestro José o la maestra Clara lo hicieran con sus alumnos. Este contenido, recordará el lector, fue también eliminado en la propuesta que introdujera la matemática moderna en nuestras escuelas.

efecto, el que quienes no obtienen calificación satisfactoria deban revisar tantas veces como sea necesario el trabajo, o la permanencia en el salón de clases durante el recreo para ayudar a los rezagados, son mecanismos regulatorios que derivan de este compromiso docente: lograr que todos sus alumnos comprendan. Tal compromiso, que se cumple porque permanentemente se recupera información sobre los alumnos, hace diferencia con los que asumen los profesores cuya respuesta al silencio es repetir. Esta parece ser una característica de los reconocidos como "buenos profesores", independiente del método de enseñanza que utilicen y el contrato inicial que establezcan para que los alumnos se apropien de un saber. Independiente también de la incorporación de las reformas al currículum.

**Cuadro 7. Actividad matemática desarrollada en la clase de la profesora Raquel**

| | Primera clase | Segunda clase | Tercera clase | Cuarta clase |
|---|---|---|---|---|
| Contenido | Noción de ángulo, ángulo agudo, recto y obtuso | Repaso de suma de fracciones | Trazo de ángulos | Equivalencia entre fracciones *propias* e *impropias* |
| Se introduce definición o procedimiento | Sí | Sí, pero no se observó la sesión correspondiente | Sí | Sí |
| Se ilustra la definición | No | No se observó la sesión donde se introdujo la definición | Sí | Se "comprueba" a partir de fracciones representadas en círculos |
| Se responden preguntas abiertas | Sí[5] | No | No | Sí |
| Se responden preguntas cerradas | Sí | Sí | Sí | Sí |
| Ejercicios rutinarios | | Sí | No[6] | Sí |
| Problemas como vía del aprendizaje | No | No | No | No |
| Problemas para aplicar: Rutinarios | No | No | No | No |
| Problemas para aplicar: No rutinarios | No | No | No | No |
| Los niños hacen preguntas sobre el contenido o la forma de enseñanza | Sí | No | Sí | No |
| Otras | Se trazan ángulos | Se realiza una competencia | Se trazan ángulos | |
| Mecanismos de regulación | Re-lectura de la definición<br>Explicación<br>Pasar la pregunta a otro niño | Explicación con base en los errores observados | Re-lectura de la definición.<br>Interrogación para hacer percatarse de los errores<br>Explicación | Re-lectura de las definiciones<br>Pasar la pregunta a otro niño<br>Explicar<br>Interrogación para hacer percatarse de los errores |

[5] En mi opinión el señalar, dada una figura formada por dos rectas que se intersecan, un ángulo, era una pregunta abierta ya que los niños no habían aún visto formalmente un ángulo.
[6] En mi opinión, el trazo de los ángulos sin que la maestra muestre cómo hacerlo, no es un ejercicio rutinario.

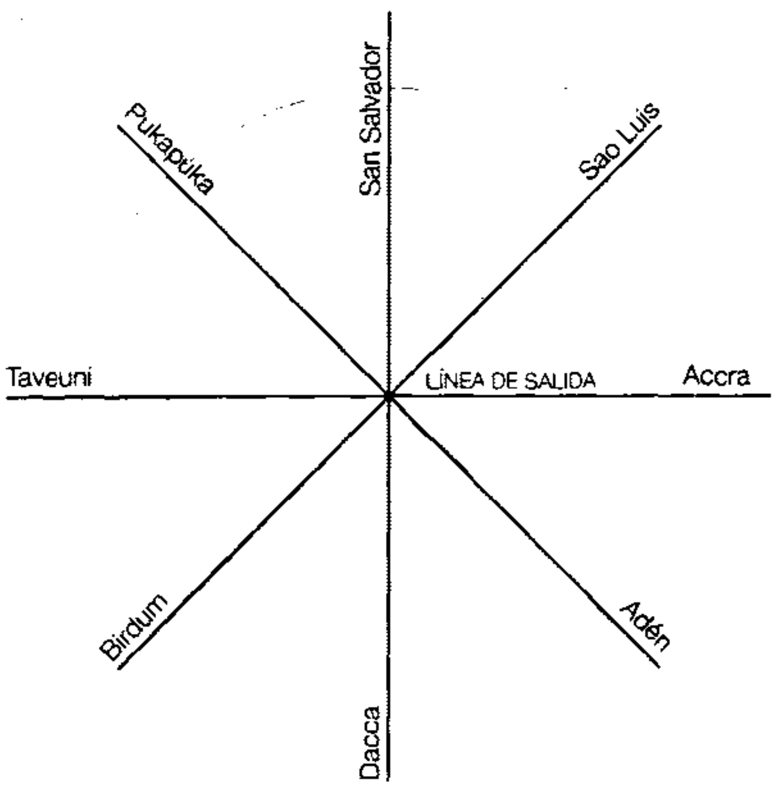
| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Interacción | Oficialmente, el trabajo es individual; la maestra no proscribe la interacción en la red paralela | La participación individual define el éxito colectivo | Oficialmente, el trabajo es individual; la maestra no proscribe la interacción en la red paralela | |
| Fase de conclusión | La maestra revisa el trabajo a cada niño. No hay fase de conclusión. | Se hace un balance de las respuestas | La maestra revisa el trabajo a todos los niños. No hay fase de conclusión. | La maestra revisa el trabajo a todos los niños. No hay fase de conclusión. |
| Registro de la actividad | Intelectual | Intelectual | Intelectual | En algún momento raya en los límites del actitudinal |

# 16. LA VUELTA AL MUNDO

Durante el recreo, Raúl y sus amigos realizan diversos juegos, algunas veces en el patio y otras en el salón.

**1** Reúnete con tu equipo y realicen este juego que se llama "La vuelta al mundo". Necesitan un dado para todo el equipo y un objeto pequeño para cada jugador. Las reglas del juego son las siguientes:

- Todos los jugadores colocan su objeto sobre la línea de salida que hay en el dibujo.
- El jugador que inicia el juego lanza el dado y gira en el sentido que indica la flecha, de acuerdo con la tabla de la derecha. Por ejemplo, si en la primera tirada el dado marca 3, el jugador gira $\frac{3}{8}$ de vuelta y llega a Pukapuka.
- A partir de la segunda tirada, cada jugador avanza desde donde está su objeto. Por ejemplo, si está en Birdum y el dado marca 4, el jugador gira $\frac{1}{2}$ vuelta y llega a Sao Luis.
- Cada vez que un jugador llega a Accra o pasa por Accra se anota una vuelta.
- Gana el primer jugador que complete 5 vueltas.



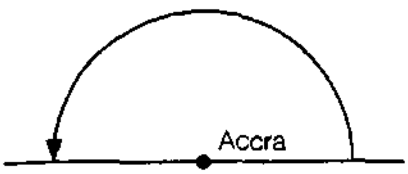

| Puntos | Giros |
|---|---|
| • | $\frac{1}{8}$ de vuelta |
| •• | $\frac{1}{4}$ de vuelta |
| ••• | $\frac{3}{8}$ de vuelta |
| •••• | $\frac{1}{2}$ de vuelta |
| ••••• | $\frac{5}{8}$ de vuelta |
| •••••• | $\frac{3}{4}$ de vuelta |

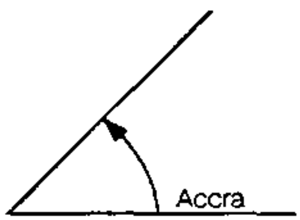
**2** Observa el dibujo de la página anterior para que puedas contestar las siguientes preguntas:

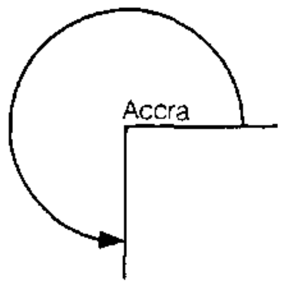
En la primera tirada que hizo Raúl el dado marcó un punto, ¿cuánto giró?
¿A qué ciudad llegó?
En la segunda tirada Raúl giró $\frac{1}{4}$ de vuelta, ¿cuántos puntos marcó el dado?
Raúl estaba en Pukapuka, lanzó el dado y llegó a Dacca, ¿cuánto giró?
Si Raúl está en Dacca, ¿cuánto le falta para completar una vuelta?

Compara tus respuestas con las de otros compañeros.

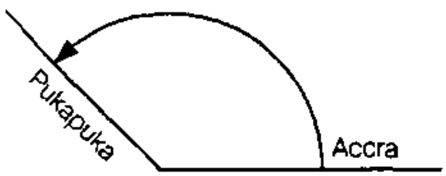
**3** En los siguientes dibujos aparece la línea de salida y la línea de llegada. Anota sobre la línea de llegada la ciudad que corresponde.

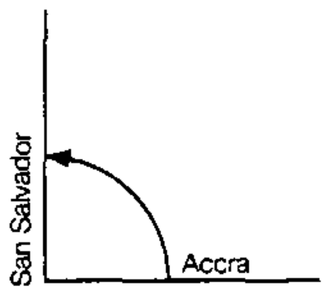


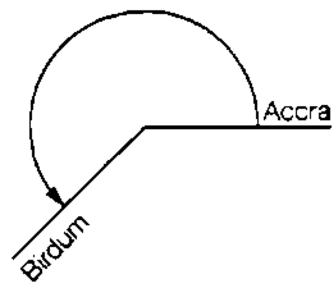




**4** En los siguientes dibujos anota cuánto se giró para ir de Accra a la ciudad de llegada.



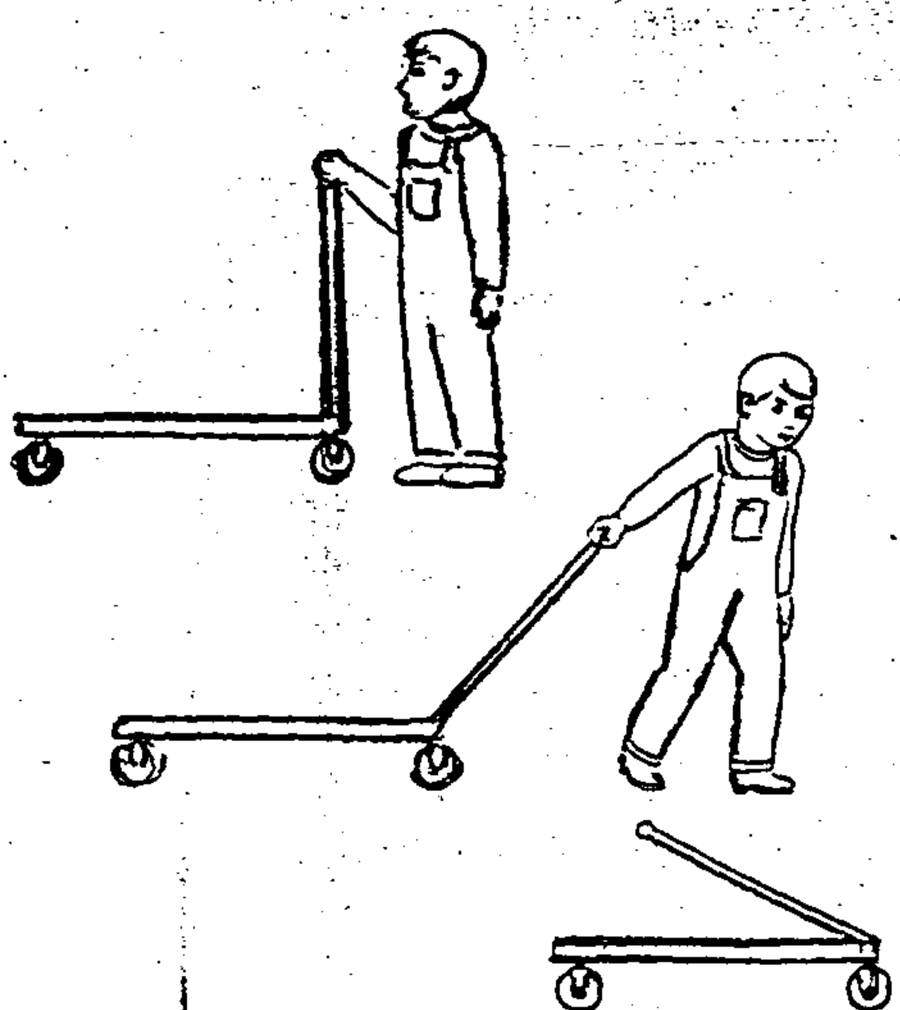



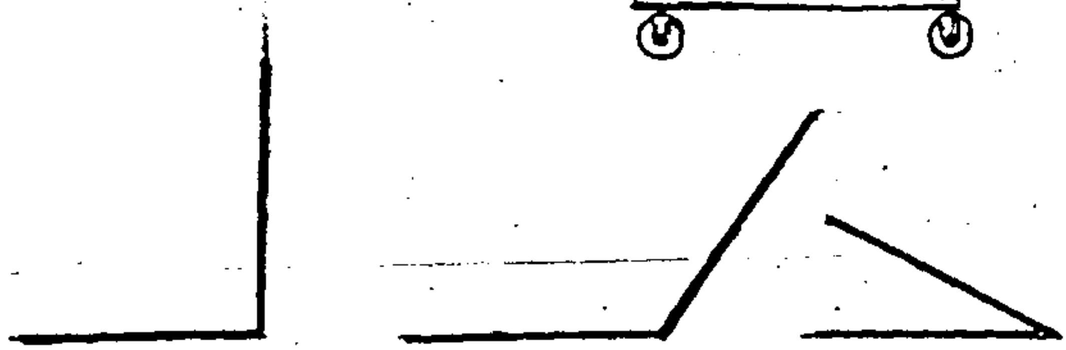




**5** Utiliza el material recortable 7 para dibujar las líneas de llegada que corresponden a los siguientes giros. Si puedes, reproduce este material recortable en papel transparente o plástico.

$\frac{1}{4}$ de vuelta | $\frac{3}{8}$ de vuelta | $\frac{3}{4}$ de vuelta

Accra | Accra | Accra





Ángulo recto Ángulo obtuso Ángulo agudo

482 484 486 488 490 492 494 496 498 500

# VIEJAS INTERPRETACIONES A NUEVAS PROPUESTAS

## Aclaración preliminar

El conjunto de las relaciones didácticas que se analizan en este apartado, tienen un elemento común: corresponden a secuencias de clase en las cuales los libros de texto gratuito tienen una presencia directa. Esto obedece a razones de orden metodológico que explico a continuación.

Los libros de texto se postulan portadores de la nueva filosofía educativa. Su incorporación, pues, supone necesariamente la inclusión de elementos de la propuesta curricular en la clase, a saber:

- nuevos contenidos de saber (ciertos aspectos de los objetos han sido eliminados, han sido enfatizados otros);
- nueva organización de los contenidos;
- nuevas experiencias de aprendizaje;
- nueva temporalidad en la institucionalización de los saberes;
- nuevas formas de participación de los alumnos y el profesor.

Es por ello que, con la incorporación del texto el maestro se ve obligadamente enfrentado a la novedad de la reforma y debe dar respuestas didácticas a partir de los elementos ahí incluidos. Sin embargo, diversos estudios realizados en México u otros países convergen en la afirmación de que los textos son utilizados por los profesores conforme a estructuras previas que en el límite desnaturalizan las intenciones originales. En lo que sigue veremos si tales afirmaciones son válidas y en qué transposiciones y relaciones didácticas se traduce la propuesta concretada en los materiales educativos.

## *LA PERMANENCIA DE LA LINEALIDAD Y EL CONTROL. DEL CONTEO A LAS ESCRITURAS NUMÉRICAS*

### 1. LA MAESTRA Y EL GRUPO

Para desarrollar este apartado, he tomado como referente lo ocurrido en un grupo de primer grado atendido por una profesora que tiene 25 años de servicio. La profesora se llama Elvira y estudió en un Centro Regional de Educación Normal del interior de la República y no tiene estudios certificados adicionales a la Normal Básica. Recientemente ha asistido al taller para maestros titulado "La enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria" que se ofrece en todas las Direcciones de Educación Primaria del país (Block; coord; 1995). Según nos dijo, es el único curso vinculado a la enseñanza de esta disciplina que se cuenta en su historia docente.

Por lo general, la profesora Elvira ha trabajado en primero, segundo o tercer grado, esporádicamente lo ha hecho en los últimos grados de la primaria. Para ella, en el primer grado es más importante la lectura y la escritura que las matemáticas; dice también que uno de los contenidos más importantes de esta disciplina (no sólo en primer grado sino en toda la educación primaria) es «la lógica matemática»; la principal labor del maestro, en matemáticas, es promover el razonamiento: «Antes que todo, un maestro dentro de su clase de matemáticas debe hacer que los niños razonen, antes de todo, ¿sí?».

### 2. UN DÍA EN EL SALÓN DE CLASES

Veremos detalladamente el desarrollo de una clase dirigida por la profesora Elvira en la que el contenido en juego es la numeración. En esta clase, al igual que en el resto de las observadas en el grupo, por petición expresa, fue utilizado el libro de texto y el material propuesto por la Secretaría de Educación Pública.

**A. Objeto de enseñanza: los primeros números a través del conteo.**

De acuerdo con el Avance Programático de primer grado, los objetivos iniciales relacionados con los conocimientos numéricos, buscan que el alumno:

- Utilice los recursos con que cuenta (percepción visual, correspondencia uno a uno, conteo oral) para comparar colecciones hasta de 15 objetos.
- Afirme sus conocimientos sobre la serie numérica al utilizar el conteo oral para comparar, ordenar y crear colecciones hasta de 15 objetos;
- Utilice la representación simbólica de los números hasta el nueve para comunicar cantidades (SEP; 1994; a)

Estos objetivos son portadores de una importante novedad didáctica pues, como se verá adelante, modifican aspectos esenciales de la «costumbre» en los salones de clase.

El enfoque del que se desprenden los objetivos arriba anotados tiene dos sustentos: el primero de ellos constituido por los estudios de orientación cognoscitiva realizados en las dos últimas décadas que evidenciaron que los niños cuentan desde temprana edad con conocimientos acerca de la serie numérica oral y de los números, y que tales conocimientos derivan de la información y las experiencias provenientes del entorno cultural del niño. El segundo basamento del enfoque, emparentado con el anterior, está constituido por estudios didácticos (diseño y prueba de situaciones de enseñanza), principalmente los realizados en Francia. Según los estudios referidos - de manera distinta a como lo entendió la postura piagetana - el conteo aparece como una estrategia privilegiada para acceder a los conocimientos numéricos.

Posicionada en este marco, la nueva propuesta curricular reconoce los conocimientos numéricos con que ingresan los niños a primer grado y se estructura bajo la hipótesis de que el conteo puede aprovecharse para lograr un aprendizaje significativo de los números. De ahí derivan objetivos como los antes anotados, o sugerencias de actividades que consisten en: comparar, igualar, repartir o construir colecciones, utilizando «los propios recursos» (cf. SEP; 1994a; 25). Uno de los recursos propios que, se supone, los niños pondrán en marcha ante las situaciones que se les presentan, es precisamente contar.

Tal enfoque vino a sustituir otro impulsado en los años setenta consistente en presentar uno a uno (n+1) los números naturales, una vez que los "prerrequisitos lógicos" de seriación y clasificación habían sido satisfechos.

En la sesión que a continuación se analiza, la relación didáctica se establece teniendo como referente el libro de texto gratuito, específicamente la lección "Un domingo en el zócalo" (pp. 32 - 33, insertas al término del apartado) la cual tiene como objeto de enseñanza la "Cuantificación y comparación de colecciones a partir de la información contenida en ilustraciones" (SEP; 1994; a; 18). De acuerdo con la epistemología introducida en los materiales, se trata de que los niños utilicen «sus propios recursos» para construir los conocimientos. Un "recurso" postulado como necesario para resolver las situaciones planteadas es, como dije antes, el conteo. Adicionalmente, los niños deberían utilizar los símbolos numéricos para expresar los resultados de su acción de contar.

## B. El desarrollo de la clase

### Fase 0. Preliminares: control de la atención.

Como primer momento de la sesión, la maestra trata de que los niños concentren su atención a través de ejercicios gimnásticos (suben, bajan o adelantan los brazos siguiendo el ritmo que la maestra marca); luego, se guardan cinco minutos de silencio porque, dice la profesora a los niños: "No es posible trabajar con niños que tienen la mente ¿en dónde?".

**Fase 1. Interacción y expresión libre no vinculada al objeto matemático.**

> Mta. Vamos a hacer un ejercicio muy bonito. Levanten la mano los niños que han ido a la alameda, sin hablar porque les aumento cinco minutos de silencio (todos los niños levantan la mano)
> Mta: ¿Han ido a la alameda?, levanten la mano los niños que han ido a Chapultepec (todos los niños levantan nuevamente la mano)
> Mta: Bájenla, levanten la mano los niños que conocen un kiosco (muy pocos niños levantan la mano)
> Mta: ¿No conocen un kiosco?<
> No: Sí, yo fui a Xochimilco y había uno grandote
> Mta: Dije que sin hablar porque estamos en los cinco minutos de silencio (desconcierto por parte de los niños; la maestra cambia la actividad: comienza a repartir los libros de texto de matemáticas, los cuales tiene guardados en su estante)
> Mta: (...) Los niños que les voy dando su libro van buscando una lección, un dibujo, que está en la página 32 - 33 que se llama "Un domingo en el zócalo".
>
> Varios niños no reciben su libro pues ya lo perdieron; la maestra les indica pararse junto al pizarrón. Se hace mucho ruido, parece que a los niños les gusta recibir su libro.
>
> Mta: A ver, arriba, uno, sshh! miren a la maestra, vamos a aplaudir (...) vean y observen muy bien el dibujo... sobre todo, escuchen a la maestra (los niños están hablando y se oye mucho ruido). Fíjense, miren a la de una, dos, tres...
>
> Los niños siguen hablando, comentan cuestiones asociadas a la ilustración del texto.
>
> Mta: Aquí vemos un kiosco, esto es un kiosco, algunos niños que han ido a la alameda ya lo conocen; está muy bonito, hay música, mucha gente, sobre todo en los domingos. (...) A ver...
> Na: Maestra, yo... (la maestra no la atiende)
> Mta: Vamos a oír a Alberto, que Alberto nos cuente qué vio (...)
>
> Alberto, y posteriormente la niña que antes había intentado hablar, cuentan cosas acerca de lo que vieron e hicieron en la Alameda de la ciudad de México y en el zócalo de Toluca, lugares a donde fueron de paseo; los compañeros se ven muy interesados en sus relatos. Hacen públicamente algunos comentarios esporádicos.

**Fase 2. Interacción con el objeto de saber a través del texto**

Terminados los relatos de los niños, sin hacer algún comentario sobre ellos, la maestra cambia el curso de la actividad introduciendo la pregunta siguiente:

Mta: A ver, amigos, observen muy bien y miren ahí en ese domingo, en ese dibujo, *¿cuántas personas tienen sombrero?* cuéntenlas (los niños cuentan en sus libros, lo hacen individualmente; algunos comentan entre ellos: "Cuatro", "Cinco", "Seis").
Mta: (dibuja en el pizarrón un sombrero:)

Mta: ¿Cuántas personas tienen sombrero?>
Na: Cinco, maestra (la maestra no la atiende)
Mta: (...) (sale del salón pues la llama una madre de familia en la puerta ...)

Los niños anotan en su libro diferentes respuestas (4, 5, o 6); algunos comentan o comparan los resultados con los vecinos de banca u otros compañeros cercanos; parece que no es del todo claro quién tiene la respuesta correcta. La maestra regresa.

Na: ¿Maestra, éste también? (se refiere a si deberá contar una cierta persona que aparece en la ilustración, pero la maestra no la atiende)
Mta: Vamos a ver..: Omar, ¿cuántas personas tienen sombrero, cuántas personas que tienen sombrero contaste ahí en este dibujo?
Ns: Cinco (no sólo Omar contesta, sino que varios dan la respuesta)
Mta: ¿Cuántas?<
Ns. Cinco
Mta: Vamos a escribir el número cinco abajo, en el primer enunciadc (se refiere al primer enunciado del libro; anota en el pizarrón:)

¿Cuántas personas tienen sombrero? 5

Mta: (...) Ahora fíjense ustedes, si yo les digo: ¿Cuántas personas tienen gorrita? (Dibuja en el pizarrón la gorrita:)

No: ¡Maestra, ese ya se contó! (Se refiere a que ya contaron a la persona que trae una gorrita igual a la que dibujó la maestra en el pizarrón).
Mta: No, no, no, ¿qué no saben ustedes lo que es un sombrero y lo que es una gorrita?<
Ns (varios): Yo sí, yo sí
Mta: A ver, ¿cuántas personas tienen gorrita?
Na: Una
*Ns: ¡Seis!* || *¡Cinco!* || *¡Cuatro! (...)*
Mta: No oyen lo que estoy diciendo (...)Yo no dije, yo no dije sombrero y gorrita, yo dije: ¿cuántas personas tienen sombrero, sombrero, conocen el sombrero?<
Ns: Sí
Mta: ¿Entonces, por qué contaron al policía que tiene gorrita?< (el tono es de desaprobación)[1]
No: Yo no lo conté
No: Ni yo

(Algunos borran la respuesta que habían anotado, otros voltean a ver el texto de su compañero; hay confusión).

Mta: A ver, vamos a ver, vamos a encerrar a la persona que está a la izquierda que está abrazando a la señora (los niños buscan en el libro...). Ahora (...) hay que escribir el número **uno** junto (se refiere a que junto al círculo que acaban de dibujar) pongan el ***1*** para numerar al señor (los niños lo hacen) (...)
Mta: Ahora busquen a la persona que esta vestida de negro (...)
Na: ¡Ah, sí!, la que tiene...
Mta: (interrumpe a la niña) La que está al lado de una señora que tiene falda de bolitas (los niños buscan en su libro) (...)
Mta: ¿Ya?, a ese le ponen el número *//*
Ns: Dos
Mta: Ahora vamos a ver uno de camisa de cuadritos. [Ponen] número tres al señor que está con la camisa de cuadritos (...)

(El conteo para obtener la respuesta "4 sombreros" continúa de una manera similar, el pizarrón queda así:)

[1] En la ilustración, en realidad aparece un cilindrero.; su gorra, efectivamente podría ser igual a la de los policías.

¿Cuántas personas tienen sombrero?

1 2 3 4

Mta: *¿Cuántos niños están jugando pelota?,* uno, dos (cuenta en voz alta, para que los niños la escuchen) enciérrenlos primero (...) y ahorita les paso a revisar
(deja que pasen algunos segundos)
Mta: Omar, cuántos niños andan jugando pelota?
Omar: Dos
Mta: (cuenta sobre el texto para verificar la respuesta de Omar). Está bien, son dos.

Algunos niños tienen una respuesta distinta a la de Omar (la ilustración se presta para que los niños respondan 3) pero cuando la maestra aprueba la de éste, borran y modifican la propia, sin más comentario o discusión.

Las preguntas del texto se siguen respondiendo de la misma manera; la maestra define el orden en que han de contarse las personas; indica encerrar en un círculo la persona contada y anotar el símbolo correspondiente junto a cada persona que se cuenta. En todos los casos, además, la maestra define cuál es la respuesta correcta sin que medie alguna justificación; los niños ratifican o corrigen la propia siguiendo la del compañero que la maestra aprueba públicamente. La actividad ocupa el resto de la sesión.

De lo que ocurrió en el resto de esta parte de la sesión hay dos cuestiones que subrayaré, la primera refiere a los niños:

1. Se genera mucho ruido por dos razones: algunos niños, a pesar de que la maestra solicitaba ir a un cierto ritmo, se adelantaban a contar, parece que aprendieron la estrategia por ella indicada y pudieron hacer solos el conteo utilizándola; luego de terminar el conteo, algunos verificaban entre ellos las respuestas realizándolo de nuevo conjuntamente, otros al menos las comparaban; todo esto ocurría sin la autorización expresa de la profesora, es decir, en la red paralela. Otros niños, en cambio, al tratar de seguir el ritmo de la maestra, se confundían y al no póder obtener la respuesta de esta manera, se les hacía necesario "copiar" o preguntar al compañero.

Otros eventos sobresalientes son algunos comentarios que hace la maestra a los niños:

2. "Nadie, nadie está poniendo atención a la maestra, me está costando mucho trabajo resolver este ejercicio, pero mucho trabajo. Si dice mi maestra que voy a leer señalando con el lápiz, ¿qué debo hacer, obedecerla o quedarme jugando?, ¿Tengo que seguir la indicación o tengo que platicar con el compañero?" Ante estas preguntas, las respuestas que obtiene son respectivamente: "Obedecerla" y "Seguir la indicación" [...]

## 3. NUESTRO ANÁLISIS

### A. Los términos del contrato establecido

En términos generales, los roles que se juegan en esta clase son los que se han definido en la enseñanza «ostensiva». La maestra «motiva», luego muestra y define lo que hay que hacer, cómo hacerlo, qué está permitido y qué no, qué es correcto y qué no lo es. Las buenas o malas respuestas son definidas por ella, las estrategias, e incluso el significado de las palabras también. Es responsabilidad docente indicar, controlar que las indicaciones se cumplan conforme a un cierto ritmo; finalmente, sancionar. Es responsabilidad de los niños estar atentos, captar las indicaciones y actuar de acuerdo con las sugerencias docentes, siempre en los tiempos señalados.

#### *a) Las normas en el salón de clases. La atención, la disciplina y el orden.*

Las reglas en el grupo se mantienen conforme a la tradición. Las propuestas de las cuales son portadores los nuevos materiales - a pesar de estar presentes en el aula - parecen no perturbar oficialmente las costumbres: se utiliza el castigo (por no traer o perder el texto); se exige atención (como sinónimo de mantener la vista fija en la profesora y, después, saber responder lo que solicita). En algún momento la maestra dice por ejemplo: "Te voy a parar, Israel, porque *nada más estás viendo para los lados*". "*Te voy a mandar con la maestra Sonia*" es otra frase que se pronuncia cuando algún niño «está muy distraído». Esto deriva de una concepción docente consistente en creer que una condición de posibilidad del aprendizaje es que los niños pongan atención al profesor. Detrás de esta convicción se encuentran otras: que el aprendizaje se sustenta en la trasmisión y la ostensión, que el alumno tiene el papel de receptor; que la linearización de los contenidos facilita el aprendizaje y, finalmente, que si éste no se logra exitosamente es principalmente porque los niños no ponen atención.

#### *b) Acercamientos libres sólo en la fase de introducción*

Al inicio de la sesión, la maestra acepta distintos puntos de vista a partir de lo que se observa en las ilustraciones del texto; incluso solicita que estos puntos de vista se expresen. Dice por ejemplo: "Vamos ahora a escuchar a Alberto", y con esta frase da paso a una participación bastante libre. También cuestiona: "¿Qué vemos en la ilustración?"[2]. Sin embargo, esta forma de interacción está acotada: se permite sólo mientras no se aborda el contenido matemático. Pero aún en la fase autorizada hay límites: si la libertad de expresión genera lo que la maestra considera indisciplina, entonces la libertad termina. Valga un desvío para sustentar la afirmación anterior. En una sesión dedicada a elaborar gráficas de barras:

> Los niños - a petición de la maestra - dicen los nombres de las frutas y verduras que aparecen en una ilustración del texto; se genera mucho ruido porque las frutas no se mencionan en el mismo orden ni al mismo tiempo. Entonces, la profesora golpea el escritorio en señal de que es necesario guardar silencio y poner atención; luego dice: "¡Todos iguales!", y pone en marcha una estrategia para que los niños identifiquen las frutas y verduras, de manera ordenada. La estrategia consiste en señalar con el dedo la fruta que ella va mencionando.

Este es un cambio drástico en las reglas definidas para la primera parte de las clases en la cual se permite la libre participación: los niños ya no deben hablar, sólo mirar y señalar la fruta que la maestra va mencionando. Pero es que los niños no respetaron los límites que a ella le resultan tolerables, quizás porque aún los desconocen. Y este desconocimiento lleva a la maestra a modificar abruptamente las reglas que inicialmente establece. Cabe sin embargo preguntarse: ¿por qué en un esquema en el que la disciplina, el orden, la atención, fundamentan sus acciones, la maestra promueve este tipo de interacción?

***c) El acercamiento libre como motivación***

El acercamiento libre propuesto por la profesora tiene un objetivo principalmente motivacional, acorde con las ideas clásicas de que la fase inicial de la sesión debe dedicarse precisamente a despertar el interés de los alumnos pues con ello se concentrará la atención. En efecto, a la maestra le gusta motivar a los alumnos permitiéndoles contar historias o hacer comentarios sobre las láminas que presenta el libro de texto (en la lección del Zócalo, se cuentan historias de los parques que se conocen; en la lección dedicada a gráficas de barras, se platica acerca de lo que a cada uno le gusta comer; en otra relativa al circo se cuentan las veces que se ha asistido a una función circense, etc.). La maestra promueve lo anterior «Para que los niños se interesen» o «Para que lo relacionen con la vida real» (que en su opinión es otra forma de motivar). De tal manera, este tipo de participaciones se abandonan cuando su función motivacional ha sido cumplida.

***d) Lectura dirigida de las ilustraciones.***

La libre interpretación de los textos y las ilustraciones termina cuando se inicia oficialmente el vínculo con el *objeto de saber*. A partir de la segunda fase de la

[2] En otras sesiones en que se trabaja a partir de las ilustraciones del libro de texto el esquema se repite

sesión aquí detallada (y de las otras en que se utiliza el texto), la lectura libre es desautorizada. Un formato de frase que se repite en el contacto con la ilustración, una vez que se inicia formalmente el vínculo matemático con ella, es el siguiente: *"Aquí vemos..."* (clase dedicada a *Un domingo en el zócalo)* , *"Hay muchas..."* (clase dedicada a la lección *El circo), "En la parte de abajo vemos..."* (clase dedicada a la lección *La papelería). Con estas* frases la profesora dirige (al menos pretende hacerlo) la acción intelectual de los niños sobre el texto y cierra oficialmente el paso a las lecturas y las interpretaciones personales. Se ve en ello la idea de que es necesario guiar, también la de que hay que hacerlo puntualmente. Se trata de controlar las acciones intelectuales y de hacerlo a un cierto ritmo. Entre mejor se cumpla esta función, mejores resultados de aprendizaje se tendrán.

### B. La relación con el objeto de saber

#### *a) Del conteo y la comunicación de resultados a la escritura de series numéricas*

En la clase se han utilizado los nuevos materiales curriculares. Sin embargo la profesora, en su interpretación, impone modificaciones y limitaciones bastante severas a las novedades didácticas. Durante la realización del conteo, define el orden en que han de contarse los elementos de los conjuntos (personas que tienen sombrero, niños que juegan, etc.); solicita anotar junto a cada elemento el símbolo numérico correspondiente; paralelamente, va anotando en el pizarrón la serie numérica: *1,2,3,4...* Estas actividades no corresponden al *texto de saber* oficialmente propuesto (en el caso específico de esta lección se enfatiza el uso de "los propios recursos" y el conteo oral como estrategias de vinculación con los números); además, los símbolos numéricos tienen un estatuto distinto del que la maestra les ha asignado: herramienta para comunicar el resultado del conteo.

La escritura es un aspecto que la profesora considera importante en relación con este contenido. Esta importancia, además de constatarse «en acto», se advierte también en su discurso. Ella afirma que, si bien el texto de primer grado es bueno, «[Le] gustaría más que se centrara en escritura, [en] unidades, decenas y centenas, pues sólo trae *como antecedentes*» [para esos conocimientos].

Desde tal perspectiva, la tarea de contar es sólo un antecedente para los conocimientos numéricos y no exactamente un contenido escolar. Por ello es importante ir anotando, a la par que se hace el conteo, los números correspondientes. Por eso es también importante destacar la serie numérica en el pizarrón.

La maestra, pues, hace énfasis en aspectos del objeto de saber distintos de los propuestos en los materiales: la escritura de números y el orden en la serie numérica. A la inversa, disminuye (al menos en la *red primaria*) el acento en las estrategias de conteo propiamente dichas y en la utilización de los símbolos numéricos como recurso para comunicar los resultados del conteo.

Es con la idea de que la aritmética debe enseñarse más formalmente, que la maestra redefine otros aspectos fundamentales de la nueva relación con el saber que se preconiza, tales como: permitir que los niños discutan sus respuestas, que las comparen, que busquen medios para probar su validez. Estos aspectos se eliminan en aras de otros que vinculan con las formas institucionales del saber. El foco de su atención es claro cuando dice: «El libro trae más bien como antecedentes». Y actúa consecuentemente con base en tal interpretación del objeto de saber.

**b) *Con el contenido matemático sólo una forma de relación.***

La profesora autoriza la libre opinión en cuestiones que no ponen en riesgo la precisión y unicidad del contenido matemático. Al vincularse a éste, en cambio, se limita la lectura libre del texto y se definen formas de acercamiento específicas. Así por ejemplo, al iniciar el trabajo de *conteo* - y después de permitir inicialmente un acercamiento libre que produce distintas respuestas - la maestra plantea varias restricciones a la lectura de la ilustración; la tarea que de la lectura deriva es también severamente acotada:

- Todos los niños deben contar al mismo tiempo;
- Todos deben contar las personas en un cierto orden y de una cierta manera: («primero el señor que está abrazando a la señora, luego el que está vestido de negro, luego» ...); todos deben establecer un mismo procedimiento de registro del conteo («Encerramos en un círculo, le ponemos junto el *1*, le ponemos a este el *2*, a éste el *3*...»); finalmente:
- Todos deben tener la misma respuesta (aunque más de una fuese posible).

En otras palabras, con base en su perspectiva de enseñanza y de aprendizaje, la maestra ha convertido en un saber institucionalizado objeto de transmisión lo que, según el nuevo texto del saber, es un conocimiento personal: las estrategias para contar y para controlar la validez de los resultados. La única relación oficialmente permitida con el objeto de saber es la institucional.

***c) Sólo una respuesta o la necesidad de asegurar el cumplimiento de las reglas del contrato***

En los primeros momentos de realización del conteo - y en un acto que parece más un descuido que una voluntad de devolución - la maestra no define las estrategias que seguirán los niños y quedan libres para obtener la respuesta a la primera pregunta de la lección. Sin embargo, no todos obtienen la misma (algunos contaron al señor con la gorrita y otros no). Entonces la maestra se percata de que el acercamiento libre puede producir diversos resultados y «toma cartas» en el asunto. La responsabilidad que asume entonces, es definir no sólo la respuesta correcta, sino también la estrategia precisa para obtenerla. En este momento, las reglas del contrato habitual reaparecen e incluso se endurecen.

## C. Mecanismos de regulación o de prevención

Los niños podían dar con facilidad las respuestas a las preguntas planteadas en el texto, las interacciones en la red paralela dejaban ver sus habilidades de conteo. Pero bajo la suposición de que las respuestas podían ser erróneas (derivada de lo que ocurrió al contar las personas con sombrero), la maestra incorpora un mecanismo de regulación (o de prevención propiamente dicho) consistente en *definir la estrategia de resolución y la respuesta correcta*, de hecho, este mecanismo no es sino *hacer evidentes las reglas del contrato.* Y a partir de ese momento, los niños ya no intentan expresar públicamente las respuestas que obtienen mediante el conteo, sólo anotan las que la maestra señala como correctas. Se trata de esperar a escuchar la respuesta que la maestra da por buena para luego registrarla o corregir la propia. Ahora, muchas respuestas no aparecerán. Los niños, aprendiendo a la vez que matemáticas los términos del contrato, se cuidarán bien de escuchar antes de hablar. La maestra, adelantándose a posibles respuestas incorrectas, creó las condiciones para que la actividad se desplazara al ámbito no intelectual.

## D. El espacio de la regulación

Sobre la base de las reglas impuestas, la necesidad de regulación la marca algún niño que expresa una respuesta divergente. Tal respuesta es suficiente para que la profesora considere la existencia de un desequilibrio y busque restablecerlo. A partir de ese momento, ponderar la necesidad y el espacio de regulación ya no se hace necesario, pues sobre la base de un contrato notablemente estricto, las respuestas no deseadas no podrán aflorar. En una postura anticipatoria, la maestra logrará que sólo las correctas afloren: ella irá indicando la manera de obtenerlas. Es un caso donde se anticipa para controlar, es un caso extremo de pérdida de libertad.

## E. Los resultados del contrato

### *a) Las consecuencias en el aprendizaje posible.*

La reglas del contrato celebrado tienen consecuencias sobre los aprendizajes. Hay momentos en los que como resultado de las reglas establecidas, respuestas correctas no aparecen como tales y la posibilidad de nuevos aprendizajes se cierra. Es el caso de la pregunta: ¿Cuántas personas con sombrero hay en el dibujo? Veamos esto con detenimiento.

La expresión más genérica de sombrero es, según el diccionario Larousse, "Prenda de vestir que sirve para cubrir la cabeza". Y en tal diccionario esta misma definición corresponde a la de "gorra". Si bien la diferenciación puede hacerse por la costumbre (generalmente se habla de sombrero para mencionar exclusivamente el de ala ancha), no era inadecuado que muchos niños hayan considerado los términos como equivalentes. De ahí que se hubiesen obtenido al menos dos respuestas diferentes en el ejercicio: "4 personas" y "5 personas" con sombrero.

Esta situación podría haber dado pie a una discusión en dos sentidos:

a) el significado de las palabras y
b) el de la relatividad de las respuestas obtenidas (según la interpretación que se hubiese hecho del término sombrero)

Un acuerdo final acerca de la validez de una u otra respuesta pudiese haber sido resultado de una discusión que integrara los dos asuntos. Pero el contrato establecido no acepta oficialmente significados diversos. Tampoco la discusión. Ante tal imposiblidad, las respuestas diferentes son errores, no interpretaciones posibles ni motivo para la discusión. Se ven aquí las consecuencias intelectuales de una cierta forma de entender la relación didáctica, también las matemáticas.[3] Se ven también los severos límites que muchas veces los profesores – sin saberlo – imponen a la actividad intelectual de los alumnos.

### F. ¿El paso a la innovación se ha cerrado? O las posibilidades de ruptura del contrato

La interpretación que la profesora hace de la propuesta oficial está sustentada en una perspectiva en la que las matemáticas son un saber preciso que debe traducirse en formalizaciones y simbolizaciones, y su aprendizaje se basa en la atención, la disciplina, la dosificación lineal y la guía devota del profesor. Desde este marco, no es posible transferir a los niños la responsabilidad de su aprendizaje. Otros elementos obstaculizan tal decisión: «las inquietudes que los materiales despiertan» no llevan a ningún lado (provocan indisciplina, falta de concentración y, por lo tanto, falta de aprendizaje).

Pero si bien en la *red primaria* las estrategias divergentes y la discusión entre compañeros no tienen lugar, en la *red paralela* ocurren, aunque precariamente, intercambios en torno al contenido matemático. Por ejemplo, cuando había confusión porque la maestra definía y pretendía controlar las estrategias de conteo, la opción natural que encontraban los niños para aclarar la tarea era observar lo que había hecho el compañero y la respuesta a que había llegado para luego compararla con la propia; en algunos casos mediaban nuevos conteos o comentarios sobre los resultados. Y si bien tales intercambios no se dieron oficialmente, la posibilidad de que esto ocurra queda abierta. Esto último es lo que vimos en una clase en la cual los alumnos lograron "ganar la partida" a la

[3] Una de las cuestiones que la maestra señala es la siguiente: "Es muy importante para mi la definición, el concepto, ¿no? Para que ellos se centren en un conocimiento, por decir algo, que no divaguen tanto [...] Y sí es importante porque si no en verdad que sí divagan y tarda el niño en comprender, en concptualizar su aprendizaje, su conocimiento".

profesora, cuando ésta pretendía promover conforme a la costumbre una lectura lineal sobre el texto. Veamos en seguida lo que en esa clase ocurrió.

***a) Una consigna escasamente atendida***

Los niños tienen sobre su mesabanco el libro de texto.
Mta: (...) Bueno, vamos a hacer compras hoy (...) Pero primero vamos a la papelería (la palabra papelería es indicador de la lección que deben buscar)
Na: En la 48 y 49[4]
(Los niños buscan en su libro, individualmente o en intercambio con los compañeros; todos logran encontrar la lección).
Una niña, a petición de la maestra explica a los demás "lo que tienen que hacer", pero hay mucho ruido en el salón, en la grabación no se escucha textualmente la explicación que da la niña a sus compañeros).
Mta: A ver, aplauso a su compañera
Na (que en ese momento pone atención): ¿Por qué?
Mta: Porque ya sabe lo que hay que hacer, un aplauso
(aplausos, luego vuelven a hablar, hay mucho ruido)
Mta: A ver, a ver (tratando de controlar la atención)
(Los niños no la atienden)
Mta: En la parte de abajo vemos...
(Continúa el ruido)
La maestra solicita a otros niños explicar qué deben hacer sobre el libro, pero responden en medio de mucho ruido; casi nadie pone atención pues parece que ya todos entendieron lo que hay que hacer en el texto y muchos ya están haciendo el ejercicio.
Mta: (...) Vamos a ver...
No: Yo ya le entendí (y continúa viendo el texto)
(Casi nadie pone atención a la maestra)

***b) La toma de la responsabilidad***

Mta: (...) Ya no les doy indicación porque (incomprensible en la grabación) nada más les voy a pedir un favor, vamos a nombrar todo lo que está arriba y ya (se refiere a lo artículos que están son sus correspondientes precios al principio de la página) vamos a contar, una... (la incorporación del conteo es para controlar la atención) (...)
Pero los niños ya están respondiendo el ejercicio del libro y no ponen atención a la petición de la maestra, ella ya no insiste y los deja trabajar.
Durante el episodio siguiente, muchos niños trabajan en parejas o con los compañeros cercanos (al menos para intercambiar y comparar su respuestas). La actividad de la maestra consiste en acercarse a ellos y hacer preguntas del tipo: "¿Tú qué compraste?", o "¿Te alcanzó para todo eso"?

Según nuestro registro, muchos niños tuvieron dificultades para hacer el ejercicio de acuerdo con las indicaciones del texto, pero otros lo hicieron correctamente, algunos comentan sus respuestas o sus estrategias a los compañeros. Anotaré algunos de los comentarios registrados:

---

[4] Véase la lección al final del capítulo.

Na1 (a la observadora): Aquí yo ya le entendí, mira, por decir, aquí hay cuatro monedas, esto (el compás) cuesta cuatro, pues lo compro, ¿no? Y, aquí, ésta cuesta tres (la pluma) pongo uno, dos tres monedas (va señalando las monedas) y lo compro, si ésta cuesta siete pesos tengo que hacer más dibujo (se refiere a encerrar más monedas).

...

Na: ¿Qué vas a hacer?
No: Los voy a contar, este, las monedas y las encierro.
Na. ¿Y cuántas vas a encerrar?
No: Nueve
Na. ¡Por qué?
No: Por la mochila

...

Na1 (ha dibujado, como respuesta al último ejercicio, el cuaderno y la mochila cuyos precios suman $15; según el ejercicio sólo hay 10 pesos para gastar; dice espontáneamente a la observadora los siguiente): Dibujé el cuaderno
Obs: ¿Cuánto cuesta?
Na1: Cinco
Ricardo (espontáneamente): Y la mochila nueve (como indicando que hay error)
Na1: ¡Ay!
Obs: ¿Cuánto es lo que gastaste?
Na1: (pensativa, no responde): A ver (en actitud de ver el libro de una compañera cercana)
Na2: No, dijo la maestra que no lo tenía que enseñar
Na1: (comienza a borrar)(...)

Los intercambios, aunque tal vez escasos o a-sistemáticos resultan importantes. Muestran que los niños tienen recursos intelectuales para «leer matemáticamente» las situaciones que plantea el texto e interactuar con ellas sin la dirección de su profesora. Curiosamente, cuando la maestra advierte que la mayoria terminó el ejercicio, cambia abruptamente de actividad y les solicita "Hacer el karateca" (ejercicio que aparece en el texto y que consiste en formar esa figura con las piezas de un tangram). Luego salen a recreo. La actividad realizada en "La papelería" no se retoma en la *red primaria* con fines de validación o de institucionalización. ¿Será que se anticipaba nuevamente una diversidad de respuestas y con ello un nuevo conflicto?

## 4. A MANERA DE CONCLUSIÓN

La costumbre en este salón de clases consiste en atender las ostensiones e indicaciones de la profesora. También en resolver bajo una estricta dirección. Ante un mecanismo regulatorio que se torna preventivo (el control de las estrategias y las soluciones), los errores o respuestas divergentes no trascienden a la *red primaria*; manteniéndose en la *paralela*, tornan aparentemente inútiles los mecanismos de regulación. Es una forma de prevención distinta de aquélla que

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Se realizan ejercicios rutinarios | No | No | No | No | No | No |
| Se dan tiempos a-didácticos | No | No | No | Sí, muy breves | Sí, por ruptura del contrato | No |
| Se realiza trabajo en equipo | No | No | No | No | Sí, por ruptura del contrato | Sí |
| Se realiza trabajo individual | Sí | Sí | Sí | Sí | Sí | Sí |
| Uso de material manipulable | No | No | No | No | No | No |
| Mecanismos de regulación | Definir la estrategia de resolución (conteo) e indicar la respuesta correcta | Definir la estrategia de resolución (conteo) e indicar la respuesta correcta | Repetir, mostrar los dibujos, repetir la pregunta en juego | Consisten en solicitar silencio o en repetir ostensivamente el proceso solicitado. | No se hacen necesarios por la forma en que la actividad se desarrolla | No se hacen necesarios por la forma en que es desarrollada la actividad |

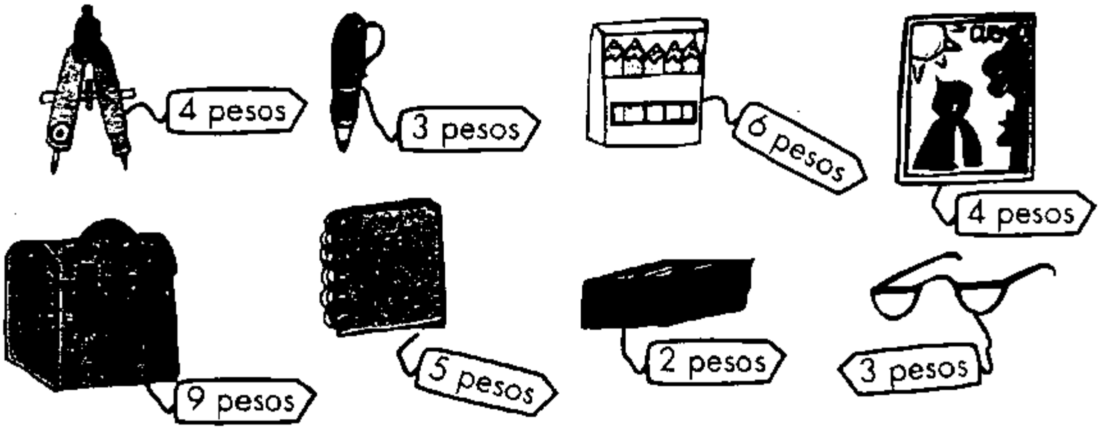
¿Cuántas personas tienen sombrero ?

¿Cuántos niños están jugando a la pelota?

¿Cuántas personas están leyendo?

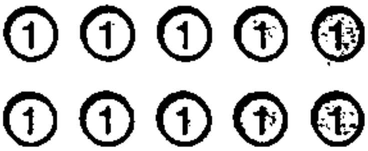
¿En dónde hay más niños, arriba del kiosco o abajo?

# La papelería de la esquina




## ¿Cuántas monedas se necesitan? Enciérralas.

## ¿Qué puedes comprar con estas monedas? Dibújalo.



# *LA OSTENSIÓN, EL CONTROL Y, EVENTUALMENTE, EL RAZONAR. ENTRE LOS REPARTOS Y LA PARTICIÓN DE LA UNIDAD*

## 1. LA PROFESORA Y EL GRUPO

En este apartado se analiza el trabajo de un grupo de quinto grado a cargo de una profesora a quien llamaremos Lilia. La profesora Lilia tiene 25 años de servicio y estudió en la Escuela Nacional de Maestros en la época en que la carrera de profesor era de nivel técnico. No tiene otros estudios con reconocimiento oficial aunque, nos dice, ha tomado a lo largo de su carrera docente infinidad de cursos de diferentes temáticas. El año anterior al período de observación asistió a un curso de didáctica de matemáticas en un centro de actualización de profesores el cual tuvo una duración de tres meses; menciona, sin embargo, que no le satisfizo la forma en que fue conducido y considera que aprendió «sólo algo acerca de cómo se puede hacer razonar a los niños pero nada más». En el periodo en que las observaciones de clase fueron realizadas la maestra tenía ya varios meses estudiando el taller *La enseñanza de las matemáticas* que se ofrecía en todas las Direcciones de Educación Primaria.

De acuerdo con la metodología definida, se presentan con detalle las secuencias que muestran distintas relaciones didácticas y el conjunto de las características de la actividad matemática se sintetiza en el cuadro que aparece al final del apartado. Las clases que se analizan detalladamente se dedicaron a la noción de fracción y a algunas unidades de medida.

## 2. UN DÍA EN EL SALÓN DE CLASES

### *a) Objeto de enseñanza: Las fracciones en situación de reparto*

La sesión se desarrolla teniendo como referente las tres primeras páginas de la lección "La Fiesta" (pp.34-36 del libro de texto gratuito, insertas al final del apartado). La clase se orienta a resolver los ejercicios del texto. Empero, por las referencias que se hacen en el transcurso de la sesión, es posible recuperar el sentido y el desarrollo de aquélla en que la maestra puso en relación inicial a los niños con el objeto de saber. Tal forma de relación, además, se repite en las clases en que se introducen las fracciones equivalentes y las propias e impropias.

### *b) El desarrollo de la clase*

#### *Primera fase (no observada): ostensión del concepto de fracción como parte de un todo*

La ostensión se realiza mediante la introducción de una definición que se anota en el pizarrón y en el cuaderno: "La fracción es..." Tal definición se acompaña de círculos dibujados en el pizarrón y otros de papel lustre que se pegan en el cuaderno; a cada círculo se asocia la fracción correspondiente.

***Segunda fase (observada): repaso de antecedentes.***

Mediante interrogatorio, se repasan los contenidos sobre fracciones anotados en el cuaderno:

> Mta: (...) La semana pasada vimos en el cuaderno las fracciones, ¿verdad?, ¿qué es lo que vimos de fracciones?, ¿quién nos recuerda a todo el grupo? (los niños levantan la mano para contestar). A ver, Roberto.
> Roberto: De que un entero es una cosa que se puede dividir en pedazos, y vimos también los medios y los tercios y los cuartos... [que una fracción] es un entero que queda dividido en partes iguales.
> Mta: Cuando un entero lo dividimos en dos partes iguales, ¿Cuántas partes nos salen?<
> Ns: Dos
> Mta: ¿Y cada una cómo se llama?<
> Ns: Un medio
> Mta: De otro entero, si lo dividimos en cuatro pedazos, en cuatro fracciones, ¿cómo se llama a cada una de esas partes, Ale? <
> Ale: Un cuarto (...)

Un esquema similar se repite para recordar tercios, quintos (...) octavos. En todos los casos, la maestra hace referencia a «lo que anotamos en el cuaderno».

***Tercera fase: interacción con la noción de fracción a través del texto.***

Luego del interrogatorio, la maestra solicita abrir el texto y pide a Julio César leer el inicio de la lección (p. 34).

> Julio César: *Mi fiesta. El día de mi cumpleaños organicé una fiesta a la que invité a varios amigos. Cuatro de ellos y yo adornamos la casa con globos de distintos tamaños.*
> Mta: Bien, cuatro amigos, ¿y él?<
> Ns: Cinco
> Mta: Eran cinco personas, las cuales, ¿qué iban a hacer? <
> Ns: Adornar la casa
> Mta: Miguel Ángel (el tono indica que Miguel Ángel debe leer)
> Miguel Angel: *Para inflarlos, nos repartimos la misma cantidad de globos de cada bolsa. Primero nos dividimos la bolsa de los globos grandes y los colocamos sobre la mesa.* (Luego lee en el cuadro siguiente:)

Observa el dibujo y reparte los globos.


La bolsa de los globos grandes quedó dividida en ________ partes iguales.

¿Qué parte de la bolsa le toca inflar a cada uno? $\boxed{\frac{\phantom{0}}{\phantom{0}}}$

La maestra dibuja en el pizarrón las bolsas de globos a las que refiere el texto y anota en cada una la cantidad correspondiente, enfatizando con el volumen de voz las cantidades. Luego pregunta, refiriéndose a cada bolsa:

> Mta: ¿Aquí tenemos cuántos globos? < (...)

En seguida hace otras preguntas, por ejemplo: "Los globos de la bolsa de 100 globos, ¿de qué tamaño eran?", ... "¿Cuántos niños iban a inflar cada bolsa?"

La lectura del texto continúa con el mismo esquema: se lee por pequeños trozos y la maestra interroga acerca del contenido de la frase o pregunta leída; también incorpora otras precisiones o indicaciones; por ejemplo, en algún momento dice:

> Mta: (...) Fíjense bien, todos los niños, el conjunto de niños que llegó a la fiesta para ayudar a inflar los globos y adornar la casa, lo vamos a considerar como nuestro entero, ¿sí? y a cada uno de ellos se va a repartir la bolsa.

Hecha la aclaración, retoma el esquema interrogativo:

> Mta: ¿Entre cuánto vamos a dividir cada uno de los tantos de globos?<
> Na: Veinte entre cinco
> Mta: ¿Veinte entre cinco?< (el tono indica que la respuesta es incorrecta)
> Na||No: A cuatro
> Mta: ¿Veinte entre cinco?< (el tono indica que está esperando otra respuesta)
> Ns. Cien entre cinco
> Mta: ¿Cien entre cinco?< (el tono indica que sigue esperando otra respuesta)
> Na: Entre cinco
> Mta: Entre cinco (enfática). Entonces, cada uno de los niños representa, ¿qué fracción?<
> No: Un cuarto
> Mta: ¿Mjm? (nuevamente el tono indica que la respuesta es incorrecta)
> Ns: Un quinto
> Mta: Un quinto de ese entero. Si son cinco, cada uno es //
> No: Un cuarto
> Mta: ¿Mmm, un cuarto?<
> Ns: (pocos) Un quinto
> Mta: Un quinto de ese entero, si son cinco cada uno es un //
> Ns: Quinto (algunos niños la acompañan al final de la frase)
> Mta: (Toma a un niño de la mano y lo conduce al frente y dice:) Un quinto (señala al niño) más otro quinto (pasa a otro niño al frente, tomándolo de la mano) (...) cada uno de esto niños es un quinto, (los niños van diciendo: un quinto, dos quintos, tres quintos... cinco quintos).
> Mta:(Anota en el pizarrón 1/5 + 1/5 + 1/5 + 1/5 + 1/5 =) Si sumamos cuando los denominadores son iguales pasamos el denominador, ¿y los numeradores?<
> Ns: Se suman (...)
> Mta (retoma la lectura del texto:) *Observa el dibujo y reparte los globos. La bolsa de los globos grandes quedó dividida en //*
> Ns: Cinco cuartos || cinco quintos

Mta: En cinco partes iguales, en cinco partes iguales. Ahorita no estamos viendo cómo se llaman [las partes], estamos viendo en cuántas partes quedó dividida [la bolsa]: en cinco
Los niños anotan la respuesta en el libro (...)
Mta: Ahora sí, *¿Qué parte de la bolsa toca inflar a cada uno?< (...)*

Continúa el trabajo para responder el texto, siempre con base en un interrogatorio similar. La maestra dice más adelante:

Mta: Con esto nos damos cuenta a qué se refiere cada uno de los números en una fracción, ya lo tenemos en nuestro cuaderno; [ahora] simplemente, rápidamente como repaso porque los tenemos en el cuaderno desde la semana pasada en el resumen que hicimos (escribe en el pizarrón 1/5). Éste se llama // (dibuja una flecha señalando el 1).
Ns: Numerador (la maestra escribe *numerador* junto al 1)
Mta: ¿Y éste? < (Señala el cinco)
Ns: Denominador (la maestra anota *denominador* junto al 5).
Mta: ¿El numerador qué nos va a indicar?, Tú Julio César
Julio César: Una parte donde [hay] quintos, o sea una parte de las cinco partes
Mta: Roberto (indicando que él responda)
Roberto: Nos dice cuántas partes son, en cuántas partes lo dividimos
Mta: No, cuántas partes son te dice el denominador, el numerador qué te dice Roberto
Roberto: En cuántas se va a dividir
Mta: No (...) Karen
Karen: Cuántas partes vamos a utilizar
Mta: Muy bien, Karen, fuerte
Karen: Cuántas partes vamos a utilizar
Mta: Cuántas partes vamos a utilizar, cuántas partes tomamos, si fuera en vez de globos, si fuera un pastel y a cada uno le diera un quinto, el número de arriba nos dice en cuántas partes se va a comer el niño al que le tocó esa parte (...).
Na: La bolsa de globos digamos que es un pastel, y son cinco a los niños a los que se les va a repartir es como una rebanada, entonces a cada uno le va a tocar una sola parte y se va a dividir entre cinco.
Mta: Muy bien, muy bien, Anita. Anita lo explicó muy bien, ¿verdad?
Ns: ¡Sí!

La sesión continúa alternando la lectura de pequeños trozos del texto con las preguntas o precisiones y explicaciones de la profesora. Termina con la solicitud de cerrar el texto. No hay fase de conclusión.

## 3. NUESTRO ANÁLISIS

### A. Del saber a enseñar al saber enseñado

#### *a) El objeto de enseñanza: la fracción como reparto*

La fracción es uno de los objetos de enseñanza reconocidos por los profesores como más difíciles en la educación primaria. Esta dificultad tiene diversas razones, unas de orden epistemológico (debida a la complejidad propia del concepto) y otras de orden didáctico (resultado de la forma en que se enseña). De la polisemia y dificultades de enseñanza del concepto hablé ya en el apartado *Al margen de la reforma*.

El avance programático de quinto grado (SEP; 1994; c; 15) consigna que la lección "La Fiesta" aborda la fracción en distintas situaciones: de reparto, de partición y de medición. Específicamente, el significado que se maneja en las páginas que vimos resolver se asocia a una situación de *reparto*: se tienen varios *todos discretos* (bolsas de globos) que se fraccionan al repartirlos entre un cierto número de niños.

***b) El objeto enseñado: la fracción como partición de la unidad***

No obstante lo anterior, el objeto de enseñanza introducido se limita a la noción de fracción en su versión *de partición de la unidad*. En efecto, según el recordatorio que se hace al inicio de la sesión, las referencias de la maestra al apunte en el cuaderno, y según sus comentarios en entrevista, la noción de fracción que sirve de referente al trabajo sobre el texto se desprendió - al igual que en el otro grupo en el que vimos abordar el tema - de las siguientes actividades:

a) partición de *enteros* representados con circulos de papel: en dos, en cuatro, en ocho... partes iguales;

b) representación gráfica de las fracciones similar a la realizada con papel: dibujo de círculos divididos en dos, tres, cuatro... partes iguales;

c) traducción de todo lo anterior en simbolizaciones del tipo 1/2, 2/4, 1/8 (...)

d) registro, en el cuaderno, de las simbolizaciones con las ostensiones correspondientes (dibujos y trozos de papel lustre).

La noción de fracción que puede desprenderse de lo anterior es la siguiente:

> *La fracción es un número de la forma a/b en donde b representa las partes en que se divide el todo continuo y a las partes que se consideran.*[5]

Resultado de lo anterior, los niños expresan durante el recordatorio los siguientes elementos de la fracción:

> Un entero es una cosa que se puede dividir en pedazos;
> Una fracción es un entero que queda dividido en partes iguales.

[5] La versión didáctica de la fracción en este grupo es notablemente similar al que motivó la interacción didáctica en el grupo de la maestra Noemi.

Hay así dos diferencias entre el objeto introducido en la clase y el que se propone en el libro de texto:

1. Se introduce la idea de partición de la unidad, mientras en el texto la idea es la *de reparto*.
2. Se trabaja únicamente con *todos* continuos, mientras en el texto los *todos* son discretos..

***c) La gestión de la diferencia entre el saber a enseñar y el saber enseñado***

Es probable que la maestra, con base en su conocimiento personal sobre las fracciones, no percibió inicialmente la diferencia entre el significado que ha planteado y el que se desprende de las situaciones del texto; sin embargo, en el momento de resolver los ejercicios, lo nota. Entonces, se vale de una estrategia que, sin dar paso franco a la noción de reparto, le permite manejarla estableciendo, con base en la analogía, el vínculo entre los referentes ofrecidos y el concepto de fracción que aparece en el texto. Este es el papel que juegan las siguientes aportaciones, o bien de ella misma, o bien de una alumna que ve estimulada su participación por la aprobación de la profesora:

> Mta: (...) Fíjense bien, [...] el conjunto de niños que llegó a la fiesta para ayudar a inflar los globos y adornar la casa, lo vamos a considerar como nuestro entero, ¿sí? y a cada uno de ellos se va a repartir la bolsa.[6]
>
> . . .
>
> Mta: Entonces, cada uno de los niños (entre quienes fueron repartidos los globos) representa //
> No: Un cuarto
> Mta: ¿Mmm, un cuarto?< (el tono indica que no es la respuesta correcta)
> Ns: (pocos) Un quinto
> Mta: Un quinto de ese entero, si son cinco cada uno es un quinto (de ese entero)

Se ve en estas participaciones el interés por vincular la situación que aparece en el texto con el conocimiento previo sobre las fracciones: "A los niños los vamos a considerar como nuestro entero"; "Cada niño representa un quinto (...)"

Sin embargo, la maestra no ha establecido la vinculación correcta: los *todos* (*enteros*, dice la maestra) en el problema planteado, los constituyen las bolsas de globos y no el conjunto de niños entre quienes se van a realizar los repartos. La vinculación "adecuada" entre los dos significados de la fracción (el que aparece en el texto y el que maneja la maestra) no se logra sino en una subsiguiente participación:

[6]No discutiré la corrección matemática de las participaciones docentes; lo que me interesa en este trabajo es analizar su función didáctica; en este caso específico enfatizar el papel que juegan como puente entre las concepciones de la profesora, la cuales había comunicado previamente a los alumnos, y las concepciones que sustentan la lección del libro de texto.

Mta: Cuántas partes vamos a utilizar, cuántas partes tomamos, si [nuestro entero] fuera en vez de globos un pastel y a cada uno le diera un quinto, el número de arriba nos dice cuántas partes se va a comer el niño al que le tocó el pastel (...)

Tal vinculación es luego reforzada por la participación de una niña:

Na: La bolsa de globos digamos que es un pastel, y son cinco a los niños a los que se les va a repartir, es como una rebanada... entonces a cada uno le va a tocar una sola parte que es el numerador y se va a dividir entre cinco.

De ahí que la maestra responda a tal participación con una calurosa aprobación:

Mta: Muy bien, muy bien, Anita. Anita lo explicó muy bien, ¿verdad?<
Ns: ¡Sí!

En este caso, pues, la profesora logró establecer un puente entre su concepción de fracción y la planteada en el texto; una niña colaboró en tal vinculación. Se resolvió bien lo que podría haber generado un episodio de estancamiento o confusión.

## B. Los términos del contrato

### *a) Responsabilidades de la profesora*

- **Ostentar las nociones**

La maestra articula la clase a partir de una introducción ostensiva de la noción motivo de la interacción; ella está interesada en que los alumnos "vean" el concepto de fracción. Y para que esto ocurra, se responsabiliza de cubrir tres momentos en la progresión didáctica: a) partición «objetiva» conforme a indicaciones; b) una representación isomorfa en el plano gráfico y, finalmente c) las expresiones simbólicas de lo anterior.

- **Controlar la atención interrogando**

La maestra promueve una lectura conjunta del libro en la que, mediante sus preguntas, pone el acento y la atención en puntos que cree convenientes. Por ejemplo, después de que se lee el fragmento: *"El día de mi cumpleaños organicé una fiesta a la que invité a varios amigos. Cuatro de ellos y yo adornamos la casa con globos de distintos tamaños"* introduce la pregunta: "¿Cuántos niños iban a inflar cada bolsa?".

Las preguntas tienen objetivo preciso: asegurarse de que los niños están atentos y de que van reteniendo la información que ofrece el texto:

Mta: ¿Cuántas bolsas de globos?<
Ns: Tres

Mta: Nancy, ¿cuántos son los globos grandes?
Nancy: Veinte
Mta: Veinte globos grandes (...)

En esta lectura uniforme y acompasada, los niños tienen pues una responsabilidad adicional: responder a las preguntas de la profesora.

- **Mediar la interpretación.**

Las participaciones de la maestra a lo largo de la lectura no se orientan exclusivamente a asegurar la atención o un cierto ritmo de resolución. La maestra también media o define las interpretaciones que han de hacerse del texto, específicamente de la noción de fracción. Esto se ve, por ejemplo, en el siguiente pasaje ya antes citado:

> Mta: Fíjense bien, los globos, todos los niños, el conjunto de niños que llegó a la fiesta para ayudar a inflar los globos y adornar la casa, *lo vamos a considerar como nuestro entero; ¿sí?* Y a cada uno de ellos se iba a repartir la bolsa (...)

La maestra busca que los niños lean el texto de una cierta manera. Ella desea obtener de ellos una cierta (y única) interpretación de las nociones ahí expuestas.

- **Contribuciones "ostensivas" para una mejor comprensión de las nociones.**

La maestra también incorpora elementos que, desde su perspectiva, ayudarán a los niños a comprender mejor el contenido del texto. Y coherente con sus concepciones, lo hace ostentando las nociones que no se presentan explícitamente en él. Por ejemplo, cuando se lee una pregunta que en su opinión resultará difícil, incorpora algún apoyo *objetivo*, como en el momento en que está en juego la comprensión del resultado de la fracción correspondiente a un reparto en cinco partes:

> Mta: Un quinto (jala del brazo a un niño para que se pare enfrente) más otro quinto (jala a otro niño) dos quintos (y éste; señala otro niño)//
> A coro: tres quintos (...) cinco quintos.

Con estas mostraciones, la maestra considera que complementa el trabajo sobre el texto de forma que permite un mejor aprendizaje. Con base en esta misma lógica, ella afirma que:

> "El material didáctico es importante porque [los niños] fijan más el conocimiento. No es igual que esté uno aquí como perico hable y hable o en el pizarrón escribe y escribe (...) les llama más [la atención] si usas material didáctico y les afianza el conocimiento [...]".

- **Incorporación de simbolizaciones y formalizaciones.**

La maestra se ha asignado un compromiso más: formalizar los conocimientos en juego. Este aspecto es por cierto poco atendido en los materiales del quinto grado. Quizás por eso, ella aprovecha también oportunidades para introducir simbolizaciones o formalizaciones adicionales a la formulación inicial, la que fue motivo de la ostensión principal. Por ejemplo, incluye:

a) la notación: 1/5 + 1/5 + 1/5 + 1/5 + 1/5 = ____ ;
b) la denominación de los términos de la fracción: numerador y denominador;
c) una formulación sobre el sentido de tales términos: "El denominador indica las partes en que se divide el entero"; "El numerador indica las partes que se toman".

***b) Las responsabilidades de los alumnos***

La dinámica general de la clase obliga a los niños a distintas cuestiones:

- atender a la profesora durante la introducción ostensiva de la noción en juego;
- mantener en la memoria (y hacerlo notar) las formulaciones y ejemplos institucionalizados;
- leer por trozos cortos el texto, siguiendo el ritmo marcado por la profesora;
- responder las preguntas de la maestra sobre la lectura, con el fin de mostrar la atención y la retención de la información;
- responder el texto anotando la respuesta aprobada públicamente por la profesora.

Es decir, las responsabilidades explícitas transferidas a los niños durante el proceso son escasas. Es la profesora quien asume el compromiso de controlar la atención mediante la interrogación y la lectura acompasada, de ilustrar la nociones para que sean captadas, y de ofrecer los ejercicios suficientes para que queden fijas en la memoria. También es ella quien toma la responsabilidad de interpretar el texto, de definir las nociones implicadas. A los niños les corresponde ir por el carril que les indica. Es una distribución inequitativa del trabajo intelectual. Más inequitativa en tanto que a pesar de la concentración aparente de las responsabilidades en la profesora, en el momento de llamar a cuentas sobre los aprendizajes logrados, la responsabilidad mayor recaerá en los alumnos. Es una cuestión paradojal de un contrato de este tipo.

- **El uso de un texto comercial: distinta interacción, mismo contrato**

El contrato que la maestra Lilia establece con sus alumnos, puede caracterizarse por el acotamiento del pensamiento y el ritmo de acción de aquéllos, la fragmentación de las ideas generales contenidas en el texto y la búsqueda de control del tiempo didáctico. Es con base en ello que, por ejemplo, dice a un niño ante una respuesta correcta pero no correspondiente al orden secuencial del texto: "Ahorita no estamos viendo cómo se llaman las partes [obtenidas], estamos viendo en cuántas partes quedó dividida [la bolsa]: en cinco". La denominación de la parte vendrá después.

Este contrato se abandona en apariencia frente a otro texto, cuando un tiempo importante de la clase se dedica a resolver un ejercicio sobre fracciones de un texto «comercial»:

> El episodio consiste en que la maestra distribuye una fotocopia de la lección y deja a los niños resolverla individualmente, mientras ella se sienta frente a su escritorio. No se observan interacciones públicas, parece que no hay dificultad para resolver y esto se hace en silencio y rápidamente. Conforme los niños van terminando, van con la maestra a que les califique. La mayoría obtiene 10.

Hay una diferencia básica en la dinámica que se genera alrededor del texto gratuito y el texto comercial utilizado. Durante el tiempo en que se utiliza este último, la maestra no interviene para definir la interpretación que los niños han de hacer de él, tampoco intenta asegurarse de si han comprendido lo que el texto demanda o de si realizan la actividad a un cierto ritmo. Su intervención se reduce a solicitar que resuelvan el ejercicio, y los niños lo hacen mientras ella permanece sentada ante su escritorio. ¿Cuáles son los motivos de este cambio en la interacción entre la maestra y sus alumnos? Una respuesta posible es que ella sabe que el material se encarga de acotar el pensamiento de los niños. Ante una lección en la que «La secuencia es clarísima y está completita» la intervención directa no se hace necesaria, la responsabilidad de guiar y acotar el razonamiento se transfiere al texto.

El resultado intelectual con los dos textos, pues, parece similar: con ninguno de los materiales son promovidos los acercamientos libres ni las interpretaciones diversas. Ante la igualdad de resultados, sin embargo, hay algo que resulta desventajoso cuando se utiliza el gratuito: el camino se vuelve tortuoso porque los niños deben cumplir una doble responsabilidad: la de comprender el texto y la de atender a la maestra; y porque deben hacer corresponder su ritmo de aprendizaje (y de respuesta) al definido no sólo por las preguntas del texto, sino por los tiempos que la maestra fija para responderlas.

### C. Mecanismos de regulación: el tránsito al registro actitudinal

Sobre la base de la progresión lineal definida, no se exigen como respuestas sino trozos de conocimiento de un bajo nivel cognitivo. Sin embargo, por momentos las respuestas esperadas por la profesora no llegan:

> Mta: ¿Entre cuánto vamos a dividir cada uno de los tantos de globos?<
> Na: Veinte entre cinco
> Mta: ¿Veinte entre cinco?< (el tono indica que la respuesta es incorrecta)
> Na||No: A cuatro

Mta: ¿Veinte entre cinco?< (el tono indica que está esperando otra respuesta)
Ns. Cien entre cinco
Mta: ¿Cien entre cinco?< (el tono indica que sigue esperando otra respuesta)
Na: Entre cinco
Mta: Entre cinco (enfática). Entonces, cada uno de los niños representa, ¿qué fracción?<
No: Un cuarto
Mta: ¿Mjm? (nuevamente el tono indica que la respuesta es incorrecta)
Ns: Un quinto
Mta: Un quinto de ese entero; si son cinco, cada uno es //
No: Un cuarto
Mta: ¿Mmm, un cuarto?<
Ns: (pocos) Un quinto
Mta: Un quinto de ese entero, si son cinco cada uno es un //
Ns: Quinto (algunos niños la acompañan al final de la frase)

Puede verse, repetidamente, la profesora se vale de índices actitudinales, tales como el tono de voz, para hacer que las respuestas lleguen. Con ello, la significación de los pequeños trozos de conocimiento se ve aún más limitada.

## 4. CONDICIONES QUE AUTORIZAN NUEVOS CONTRATOS.

No siempre las cosas ocurren como hasta aquí hemos visto. Hay condiciones didácticas ante las cuales la maestra celebra otro contrato con sus alumnos. Se trata de un contrato que promueve el razonamiento.

### *A. En torno a la formas de medir y cargar un bulto de cal*

Un contrato distinto al celebrado alrededor de las fracciones, es el que se cumple teniendo las *unidades de* medida como objeto de la relación. La situación específica que da lugar al nuevo contrato es una «actividad» que aparece en el libro de texto gratuito (Libro de texto; p. 43):

ACTIVIDAD

¿Cuánto crees que pesa un bulto de cal?
¿Qué harías tú para llevar con tus compañeros un bulto de cal?
Comenta tus respuestas con tus compañeros.

En seguida algunos fragmentos de la clase:

***Primera fase: proposición de estrategias para cargar un bulto o para medir***

Mta. *¿Cuánto crees que pesa un bulto de cal?* Acuérdense, todos han visto los macheteros, así se llaman los que se suben a los camiones, que se cargan aquí (señala la espalda) los bultos de cal, ¿cuánto creen ustedes?

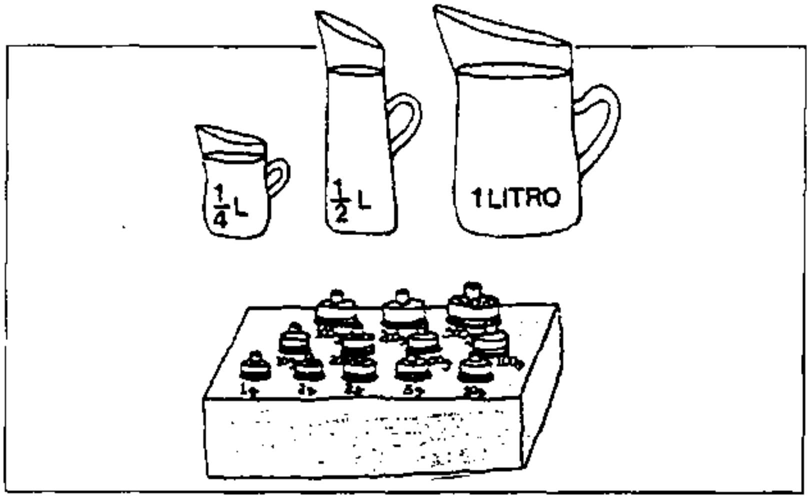
Ns: Como veinte (varios al mismo tiempo)
No: Como veinte kilos, porque el kilo cuesta como a dos pesos y el bulto cuesta como cuarenta y cinco, más o menos.
Mta: ¿Cuánto creen (ustedes) que pese? Lo que se imaginen, o lo que sea, pues. ¿cuánto se imaginan?<
No: Quinientos
Ns: ¡Ay!
Mta: ¿Cuánto se imaginan?<
No: ¿Cincuenta?
Mta: Cincuenta, fíjense, le atinaste de puro churro (...)
Mta: Bueno, el bulto de cal pesa 50 kilos ¿Qué haría alguno de ustedes para llevar con sus compañeros un bulto de cal? <
(Los niños levantan la mano para contestar, la maestra señala a varios para que respondan):
Na 1: Lo cargaríamos entre todos
Na 2: Cargarlo entre todos
Leonardo: nos lo repartiríamos
Mta: tantita cal tú, tantita cal yo...
No: *Sí*, en una bolsita
Mta: En una bolsita?, ¿¡cómo!?... ¡Nombre, cómo creen!..
No (no Roberto): En un carrito
César: Ajá, de los que llevan ahí el cemento
Roberto: llevándolo rodando hasta la escuela
Ns: ¡Ay, no!
No: No! Se va quemando el papel en el pavimento (...)
Ana: Yo la llevaría en una carretilla con mis compañeros (...)
Mta: En una carretilla, muy bien. Es más fácil que como decía Leonardo ¿verdad? Darles tantita, abrir el bulto y darles en una bolsita a cada quien. Bien (...).

La siguiente fase de la clase consiste en ofrecer ejemplos de cosas que se miden «en la vida diaria» (así como las unidades que resultan pertinentes para medirlas). Los ejemplos que se proponen son muy variados, la maestra acepta que el interrogatorio se prolongue. Los niños se ven entusiasmados. Los diálogos que se dan durante el episodio son del siguiente tenor:

No: (...) O maestra, también podemos usar un ejemplo de la fruta, llegamos y le decimos me da un litro de manzanas (...)
Na: No vamos a decir que nos dé un litro de manzanas
(Se hacen muchos comentarios entre los compañeros)
No: ¡Un kilo de agua!
(Risas) (...)
Mta: Cuando van al mercado y compran, por ejemplo...
No: ¡La carne!
Mta: La carne, o longaniza, o chorizo. "Me da un metro de chorizo"
Ns: (risas)
(...)
No: ¡Maestra, dice éste (señala al compañero) que sí se puede!(...)
Na: Diez centímetros de chorizo
No: Sí se puede pedir así, maestra (...)

*B. En torno a las distintas formas de expresar una medida*

Viene luego una nueva interacción, ahora a partir de la siguiente «actividad»:




ACTIVIDAD

¿Cuáles de los recipientes de arriba utiliza don Chava para despachar ¾ de litro de aguarrás?
..........................................................

¿Y para 1 ½ litros? ..........................................

¿Cuáles de las pesas de arriba utilizarías para despachar estos productos que le pidieron a don Chava?

25 gramos de carbonato
48 gramos de comino
75 gramos de orégano

(Libro de texto gratuito; p. 43)

La interacción generada en este caso es la siguiente:

**Primera fase: proposición de formas de expresar una medida**

No: La de un cuarto (...) tres veces
Miguel Angel: Yo ocuparía la de medio litro y la de un cuarto (...)
Mta: Muy bien, esas dos opciones tiene don Chava para despachar ¿cuánto?
Ns: Tres cuartos (...)
Ns: *Y para litro y medio (...)*
Julio César: El de litro y el de medio litro (...)
Na: La de un litro y dos veces la de un cuarto (...)
No: Dos veces... no, tres veces la de medio litro
Mta: Tres veces la de medio litro porque litro y medio es lo mismo que tres medios litros (...)

Mta: *Todas estas medidas podría haber utilizado Don Chava*. Muy bien. Todas éstas que están ustedes sacando son fracciones //
Ns: Equivalentes
Mta: Equivalentes, fíjense todas las opciones que tenemos, a todo lo que equivale litro y medio, ¿verdad? (...)
Mta: La opción que más les haya gustado la van a poner en la rayita [el espacio que trae el libro para contestar]. (...)

***C. Las condiciones de abandono de la ostensión y el control***

Como se aprecia en estos pasajes, el contrato que regula la interacción es más flexible, los niños ganan más derechos y las responsabilidades son distribuidas de manera diferente a como se hace en torno a las fracciones. Las participaciones de la profesora son menos conducentes y, en consecuencia, las de los niños son más libres; dentro de ciertos límites, el razonamiento espontáneo tiene lugar oficial en la clase. Así, los niños tienen obligación de proponer soluciones que la maestra no ha comunicado previamente; también tienen la responsabilidad de expresar públicamente la respuestas para que sea posible compararlas con las de otros. Aquí no hay una única respuesta ni una única manera de obtenerla.

Durante entrevista sostenida con la profesora, ella habla sobre las formas de acercamiento a los distintos contenidos:

Entr: Cuando enseñas un concepto, una fórmula, todo esto, ¿cómo lo haces?(...)
Mta: Según el tema. Hay veces que se tiene que dar primero, por ejemplo el problema, para que ellos de ahí deduzcan la razón del conocimiento, ¿verdad?. Vienen sacándolo de ahí. Hay veces que no, hay veces que nos vamos directo al conocimiento y luego ya desglosamos todo lo que viene, lo que implica ese conocimiento para llegar al problema.

Se ven bien las dos posibles formas en que la maestra piensa la relación con los distintos contenidos matemáticos: se trata de trasmitir y ostentar o de permitir obtener por conclusión (razonando) el conocimiento en juego. Pero, ¿por qué el contrato ahora celebrado guarda diferencias con el anterior? En principio, serian las características de los objetos las que la llevarían a definir uno u otro acercamiento:

Entr. ¿Y en qué casos utilizas uno u otro acercamiento?
Mta: (...) Por ejemplo, la fórmula del círculo, la circunferencia; primero vimos el problema, el por qué el *Pi*, porque [...] ¿qué es *Pi*?, para ellos no es nada, no significa nada, primero lo explicamos, primero hicimos círculos, les pusimos estambre y constatamos que el *Pi* implica 3.1416 ¿de dónde viene?, de que cabe tres veces el diámetro más un pedacito que sobra que es el .1416 y entonces ahí ya, del problema sacamos el conocimiento. Y hay veces que del conocimiento, por ejemplo del sistema métrico decimal, primero vamos al metro, al conocimiento del todo, y de ahí ya sacamos problemas [por ejemplo] de que de estación a estación del metro hay tantos metros, ¿cuántos kilómetros hay?, entonces ahí sí del conocimiento sacamos el problema.

Me parece, sin embargo, que no son únicamente las características del objeto las que orillan al establecimiento de un nuevo contrato. La profesora mantiene una preocupación importante por que ciertos contenidos (que considera fundamentales en la educación primaria) sean «bien aprendidos» y «bien memorizados»; «que se los aprendan *super* bien», nos dice. Entre tales contenidos se cuentan los siguientes:

> "Fracciones [que] es bien importante, el conocimiento del sistema métrico decimal que les cuesta mucho trabajo, mucho, mucho, y las operaciones fundamentales: suma, resta, multiplicación y división, la división que les cuesta ¡mmm!!"

Contenidos como estos, corresponden a un cierto contrato y a una cierta gestión de la relación didáctica. Pareciera, de manera distinta, que dejar expresarse libremente en torno a contenidos matemáticos que no está obligada a traducir en formulaciones precisas (como son las que aparecen a manera de «actividades» en el libro de texto) no causa problema a la profesora. Sí lo causa, en cambio, si lo que está en juego es el saber institucionalizable, el que va finalmente a constituir la "prueba" de su proyecto didáctico. Es decir, la maestra autoriza las respuestas libres porque "ayudan a razonar". Pero además, porque en estos ejercicios no va de por medio ninguna definición o procedimiento que considere necesario institucionalizar. La tensión generada por la responsabilidad asumida de que los niños manejen fórmulas y definiciones aquí, está aliviada.

### D. Lo habitual en la clase: ¿Distintos contenidos, distintos contratos y distintas responsabilidades?

La maestra Lilia celebra contratos diferentes con sus alumnos, dependiendo del contenido de saber, de los materiales didácticos de que dispone y del estatuto (institucional) del contenido en juego. Con base en ello, ella y los niños participan de manera distinta y asumen distintas responsabilidades en la clase. Las de la profesora van: de fragmentar y acotar la secuencias de aprendizaje, la forma de interpretar los contenidos y el ritmo de resolución (en las clases dedicadas a las fracciones), a permitir que el razonamiento discurra libremente ideando formas de medir o transportar, o a permitir el diálogo y la modificación de su discurso (en la clase dedicada a historia de la medida)[7]. Los niños también tienen responsabilidades diferentes: captar la noción que se introduce mediante la ostensión, seguir el razonamiento de la profesora de manera paralela a la lectura del texto, proponer soluciones personales, o cuestionar sobre el contenido que ella expone para ampliar sus conocimientos o su comprensión.

---

[7] En la sesión dedicada a historia de las unidades de medida lineal, se celebra un contrato de comunicación notablemente similar al que vimos funcionar en el grupo del profesor José y que reporté en la segunda parte de esta tesis.

## 5. A MANERA DE CONCLUSIÓN

### A. Dificultades para incorporar la innovación

La profesora se siente a gusto cuando trabaja con los niños en las formas que ella sabe trabajar y que, considera, son sustento del buen aprendizaje matemático: moestrar, ejemplificar, comunicar, proponer ejercicios para automatizar y retener, también interrogar para "hacer razonar". En este tipo de actividades se solaza y se extiende, y los niños se ven cómodos al realizar la contra-parte que les corresponde. Parece también que la maestra se siente bien si lo que se está aprendiendo se vincula con lo cotidiano. Y es que, entre las concepciones y creencias que constituyen el conjunto de sus representaciones, las matemáticas toman sentido en su vinculación con «la vida real».

En cambio, ante un *texto de saber* diferente, el plasmado en los nuevos materiales curriculares, parece que la profesora pierde su destreza y su habilidad, la interacción que promueve - resultado de someter a un esquema interrogativo la propuesta del libro de texto - deviene poco interesante, el tiempo didáctico se detiene y el resultado parece escaso en términos intelectuales. Se ve, por otra parte, que a pesar de haber participado en diversos procesos de formación, sus concepciones predominantes acerca del aprendizaje (y la enseñanza), se mantienen solidarias a las teorías que lo explican como resultado de la percepción de los objetos y las relaciones. Y es sobre la base de estas concepciones que gestiona el uso de los nuevos materiales.

### B. Desestabilización y eventual modificación de las concepciones docentes.

La maestra Lilia cuenta con una forma personal de definir los contenidos que incorpora en su clase, así como la forma en que pone a los niños en relación con ellos. Sus años de experiencia no han sido inútiles. No obstante la estabilidad de su pensamiento y su acción, hay índices que permiten suponer una eventual modificación. Lo ocurrido con las fracciones es uno de ellos. El conjunto de *saberes* del que la maestra disponía en relación con este contenido, corresponde a la noción de partición de la unidad en el caso en que el *todo* es continuo. Sin embargo, la presentación de las fracciones en un contexto de *reparto de un todo discreto* provocó un desequilibrio en sus conocimientos (también una cierta incoherencia entre su exposición y el contenido del texto). Y ella (sin dar paso franco al nuevo significado) encontró una forma de restablecer la coherencia utilizando la analogía: "Nuestro entero son los globos, es como si fuera el pastel (...)". Así resolvió la discrepancia entre el nuevo significado de la fracción y el que ella había comunicado previamente.

Cabe empero preguntarse si otros desequilibrios conceptuales - de repetirse - se traduzcan en equilibrios que incorporen nuevos significados matemáticos. Porque otra posibilidad es que ante la repetición de la inestabilidad, los materiales oficiales dejen de utilizarse.

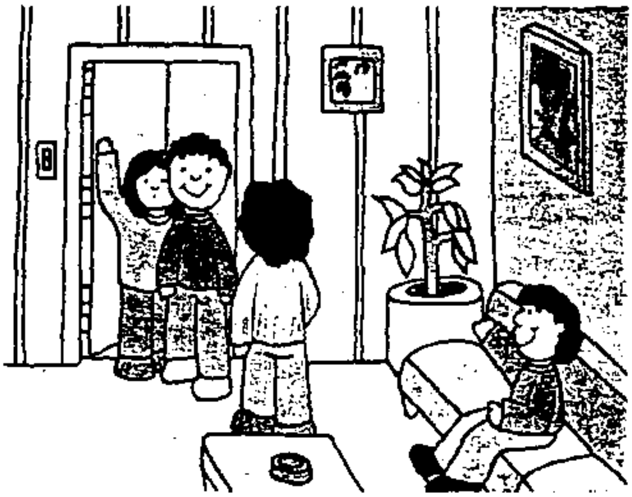
**Cuadro 9. Características de la actividad matemática desarrollada en el grupo de la profesora Lilia**

| | *Primera clase* | *Segunda clase*[8] | *Tercera clase* | *Cuarta clase* | *Quinta clase* |
|---|---|---|---|---|---|
| Contenido | Noción de fracción: como parte de un todo continuo | Noción de fracción como parte de un *todo discreto* | Fracciones propias e impropias | Problemas con medidas de longitud, capacidad y peso | Unidades de medida lineales |
| Se introduce formalización | Sí | Sí | Sí | Sí | Sí |
| Se ilustra definición o formalización | Sí | No | Sí | No | No |
| Se realiza lectura acotada | Sí | Sí | No procede | No | No procede |
| Se plantean preguntas y situaciones cerradas | Sí | Sí | Sí | Sí | Sí |
| Se plantean preguntas y situaciones abiertas | No | No | No | Sí | ¿? |
| Se plantean preguntas anticipatorias | No | No | No | No | ¿? |
| Se plantean problemas como vía del aprendizaje | No | No | No | No | No |
| Se resuelven problemas de aplicación | Sí | Sí | No | No | No |
| Se realizan confrontaciones, justificaciones y argumentaciones | No (el interrogatorio de respuestas públicas se trivializa) | No (el interrogatorio de respuestas públicas se trivializa) | No | Sí (aunque de un nivel muy simple) | No |
| Validación por argumentación o la propia situación | No | No | No | Sí ( de un nivel muy simple) | No |
| Se realizan ejercicios rutinarios | No (el tiempo se consumió en responder el libro de texto) | No, el tiempo se consume en responder el texto | Sí | No | No (sólo observamos la introducción del contenido) |
| Se dan tiempos a-didácticos | No | No | No | No | No |
| Se realiza trabajo en equipo | No (el trabajo se realiza de manera "grupal") | No (el trabajo se realiza de manera "grupal") | No | No (el trabajo se realiza de manera "grupal") | No (el trabajo se realiza de manera "grupal") |

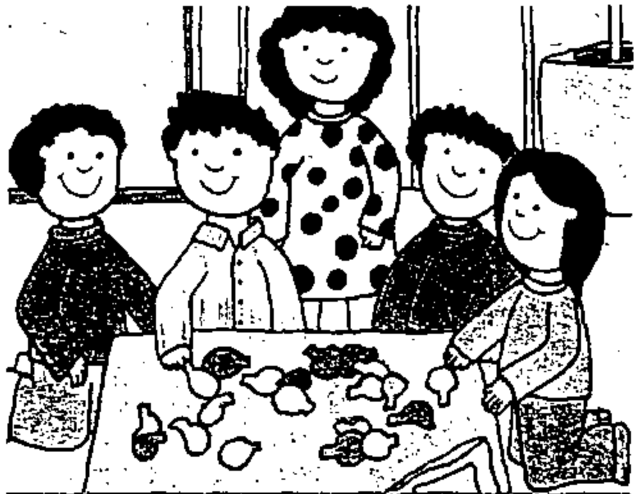
[8] En la segunda parte de esta clase, se introduce la noción de equivalencia mediante el mismo esquema que las otras nociones asociadas a la fracción: se ostenta el concepto, en el cuaderno de matemáticas se anota una definición y se ilustra mediante dibujos y las expresiones simbólicas correspondientes.

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| Uso de material manipulable | Para ostentar el concepto | No | Para ostentar el concepto | No | No |
| Mecanismos de regulación | - Pasar la pregunta a otro niño<br>- Decir que está mal y dar la respuesta correcta<br>- Uso de la analogía | - Pasar la pregunta a otro niño<br>- Decir que está mal y dar la respuesta correcta<br>- Referir al modelo ostensivo | - Decir que está mal y dar la respuesta correcta | - Dar la respuesta correcta | No se hacen necesarios ya que se trató sólo de la introducción del contenido |

# MI FIESTA



-El día de mi cumpleaños organicé una fiesta a la que invité a varios amigos. Cuatro de ellos y yo adornamos la casa con globos de distintos tamaños.

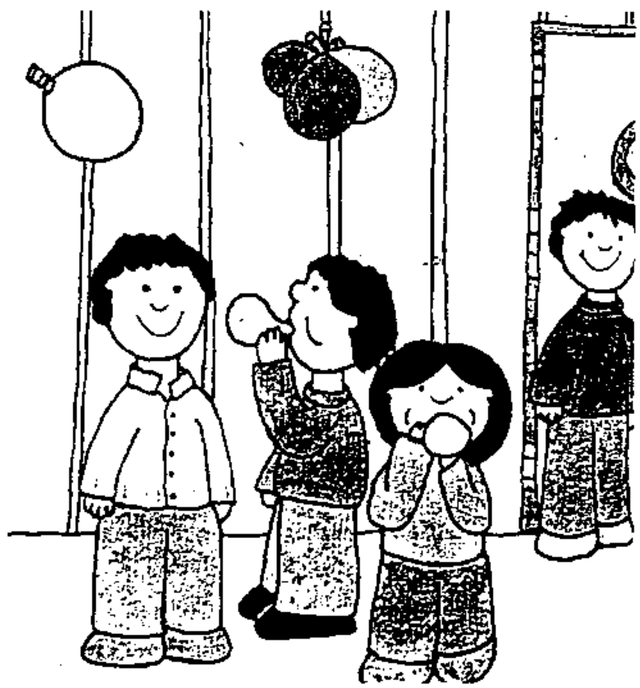


-Para inflarlos nos repartimos la misma cantidad de globos de cada bolsa. Primero nos dividimos la bolsa de los globos grandes y los colocamos sobre la mesa.

Observa el dibujo y reparte los globos.


La bolsa de los globos grandes quedó dividida en __________ partes iguales.

¿Qué parte de la bolsa le toca inflar a cada uno? $\boxed{\frac{\quad}{\quad}}$



Observa el diálogo entre el niño y su mamá y contesta lo siguiente:

Escribe el número que está pensando la mamá.

$\boxed{\frac{\phantom{0}}{\phantom{0}}}$ ¿Cómo se lee?

______________________

¿Qué representa el cinco?

______________________

¿Qué representa el uno?

______________________

¿Cómo se leen las siguientes fracciónes?

$\frac{3}{4}$ ______________ $\frac{2}{3}$ ______________

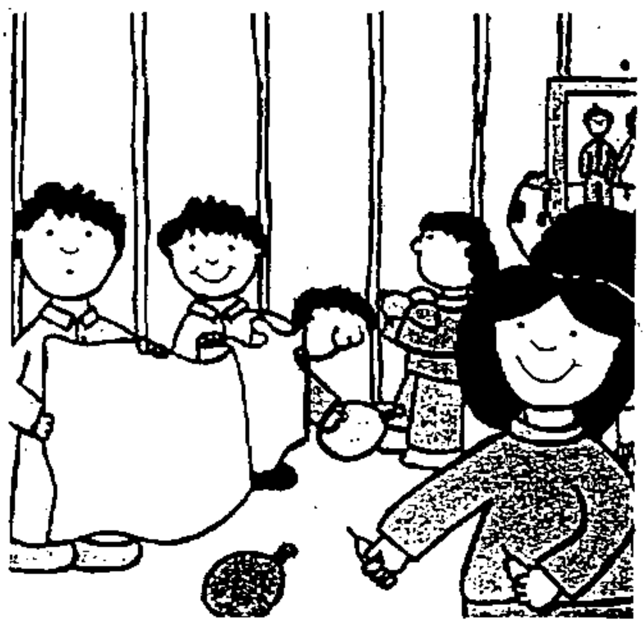
$\frac{3}{2}$ ______________ $\frac{2}{5}$ ______________

-Cuando empezamos a inflar los globos llegó mi mamá.



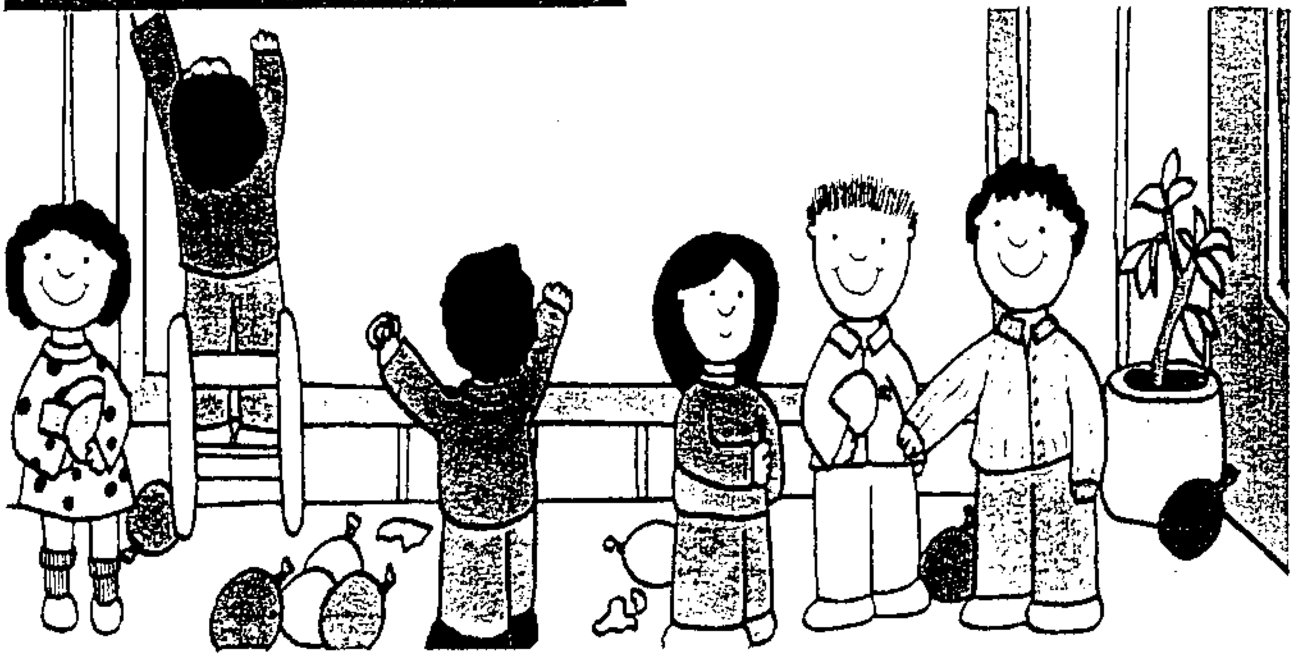


-¿Adivina a qué jugamos? Se nos ocurrió colocar una manta de dos metros de largo por uno veinte de ancho para reventar globos con dardos.



[redacted]

-Nos encantó la idea. Sobre la pared colocamos la manta y ahí llevamos los globos... pero en el camino se nos reventaron seis...




Si los globos tienen que quedar a la misma distancia, ¿cómo los distribuirías? ______________________

______________________

______________________

¿Será la misma distancia a lo largo que a lo ancho?

______________________

# A LA BÚSQUEDA DE NUEVOS CONTRATOS

# *UNA DEVOLUCIÓN DOSIFICADA. EN TORNO A LA DIVISIÓN*

## 1. EL PROFESOR Y EL GRUPO

En este apartado enfocaré el análisis sobre dos puntos importantes para comprender y explicar la acción de los maestros y su vinculación con los principios del enfoque curricular vigente a partir de 1993: a) la posibilidad de que la responsabilidad de resolver la tarea que pone en relación con el objeto de enseñanza sea transferida a los niños y; b) la forma en que el texto gratuito colabora u obstaculiza dicha transferencia. El referente empírico es un grupo de tercer grado cuyo profesor estudió en la Normal cuando ésta tenía ya nivel de licenciatura. Este profesor, de nombre Alfredo, tiene tres años de servicio y no ha tomado cursos adicionales sobre didáctica de las matemáticas. En el período que lo observamos trabajar estudiaba una maestría en computación educativa. El profesor Alfredo es muy entusiasta y se ve que los niños lo quieren bien, parece que se sienten a gusto con él pues es amable y sonriente, aunque también es exigente y permanentemente está atento a lo que hace cada uno de sus alumnos.

Las cuatro clases en que observamos al grupo del profesor Alfredo, estuvieron estructuradas alrededor del texto gratuito, sin habérsele solicitado de esta manera. En cada una de ellas se resolvió una lección. Las razones que expresó para desarrollar las clases de tal forma son las siguientes: «He usado el texto durante todo el año, a manera de repaso (...) he ido a veces en orden, página por página, otras veces no, porque es mejor seguir trabajando un mismo tema y en el libro las lecciones vienen en desorden». De acuerdo con su idea de poner en relación a los niños con los nuevos objetos de enseñanza "a su manera" y luego realizar los ejercicios y problemas del texto, las clases que observamos giraron alrededor de este material porque los temas ya se habían trabajado antes. La forma en que se trabaja en ellas, sin embargo, resulta lo suficientemente interesante como para dedicarle parte de este escrito.

## 2. EN EL SALÓN DE CLASES

### A. Objeto de enseñanza: problemas de "reparto" y algoritmo de la división

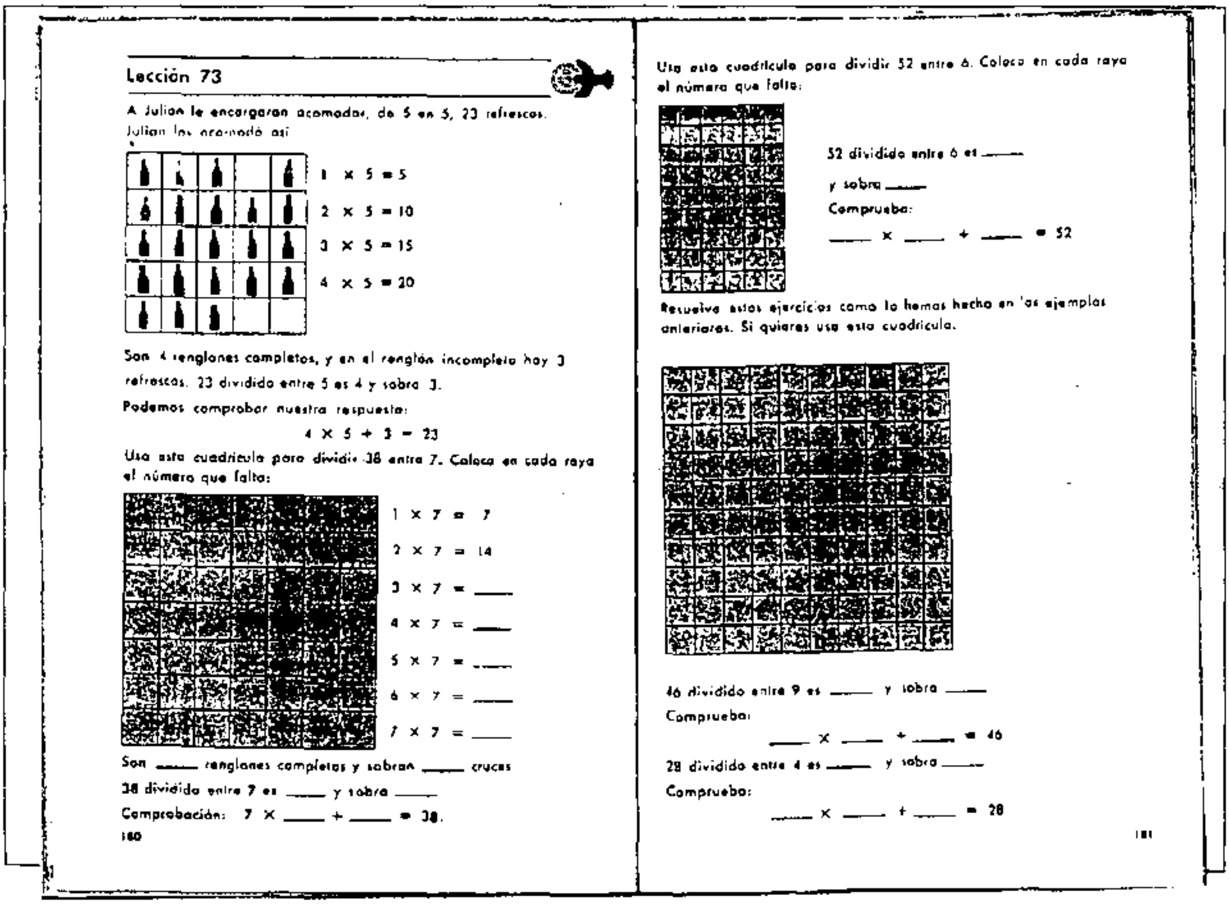
La división es, al igual que el resto de las operaciones aritméticas, un contenido de siempre presente en la educación primaria. Empero, su presentación en las últimas décadas, sufrió modificaciones importantes.

#### *a) La división en los programas de los años setenta*

En el Libro del Maestro del período, se observa el enfoque propio de la época. Por una parte, se enfatiza el hecho de que existen operaciones inversas. Así, la división es referida como la operación inversa de la multiplicación (cf. Filloy et. al; 1972; 27). Por otra parte, se explicita el que los algoritmos de cálculo han evolucionado y, refiriéndose a los actuales, se hace hincapié en sus fundamentos matemáticos:

> Los algoritmos que nosotros usamos tienen como fundamento las ideas en las que el sistema decimal de numeración está basado y en propiedades aritméticas de los números: la conmutatividad, al asociatividad, la distributividad. De aquí la gran importancia que tienen esta propiedades: a partir de ellas y las tablas de la suma y la multiplicación de los números del 0 al 9 se pueden elaborar reglas para efectuar las operaciones. Estas reglas son precisamente los algoritmos (Filloy et. al; 1972; 26).

La división se incorpora con la idea de repartir ya que al igual que el resto de las operaciones, se introduce a través de situaciones con las que el niño tiene familiaridad (cf. Filloy et.al. 1972; 76). Y efectivamente en las lecciones iniciales aparecen juguetes, canicas o lápices para repartir. Más adelante, la voluntad de fundamentar los procedimientos en propiedades matemáticas deriva en el caso de la división en lecciones en donde a la vez que aquél se ilustra y justifica, se relaciona con la multiplicación. Para ello, los arreglos rectangulares resultaron un buen auxiliar, como se ve por ejemplo en la siguiente lección:



**Lección 73**

A Julian le encargaron acomodar, de 5 en 5, 23 refrescos. Julian los acomodó así

1 × 5 = 5
2 × 5 = 10
3 × 5 = 15
4 × 5 = 20

Son 4 renglones completos, y en el renglón incompleto hay 3 refrescos. 23 dividido entre 5 es 4 y sobra 3.

Podemos comprobar nuestra respuesta:

4 × 5 + 3 = 23

Usa esta cuadrícula para dividir 38 entre 7. Coloca en cada raya el número que falta:

1 × 7 = 7
2 × 7 = 14
3 × 7 = ____
4 × 7 = ____
5 × 7 = ____
6 × 7 = ____
7 × 7 = ____

Son ____ renglones completos y sobran ____ cruces

38 dividido entre 7 es ____ y sobra ____

Comprobación: 7 × ____ + ____ = 38.

180

Usa esta cuadrícula para dividir 52 entre 6. Coloca en cada raya el número que falta:

52 dividido entre 6 es ____

y sobra ____

Comprueba:

____ × ____ + ____ = 52

Resuelve estos ejercicios como lo hemos hecho en los ejemplos anteriores. Si quieres usa esta cuadrícula.

46 dividido entre 9 es ____ y sobra ____

Comprueba:

____ × ____ + ____ = 46

28 dividido entre 4 es ____ y sobra ____

Comprueba:

____ × ____ + ____ = 28

181

(Filloy et.al. 1972b; 180-181)

Otras cuestiones vigentes en la época se hacen notar en las referencias a la división. Por ejemplo la idea de que el aprendizaje matemático consiste en abstraer de diversas situaciones isomorfas los rasgos semejantes. En relación con la multiplicación se decía: "[...]se dan una serie de situaciones concretas en las que la idea de multiplicación está presente y, a través de ellas, se pretende que el niño abstraiga y haga consciente dicha idea". (Filloy et. al; 1972; 71). Esta forma de acercamiento se sugiere utilizar nuevamente para la división.

También, llegado un momento del proceso, se advierte la necesidad de utilizar cierto formalismo en las expresiones matemáticas:

> "Es de notarse que de este momento en adelante, cada vez que nos referimos al residuo, en una situación abstracta, lo hacemos utilizando el singular (por ejemplo 20 ÷ 3 = 6 y sobra 2), recalcando que se trata de un número (en el ejemplo el número es 2) y no de dos objetos. Podría por ejemplo leerse: el resultado de dividir (el número) veinte entre (el número) tres, es (el número) 6 y el residuo (el número) dos, o bien, sobra (el número) 2, mientras que cuando nos referimos al residuo en una situación concreta, hablamos de él en plural cuando es mayor que uno [...]. (Filloy et. al. 1972;77).

A lo largo del libro del niño y el del maestro aparece también la "división utilizando la recta numérica". Adicionalmente, se hacen dos recomendaciones:

1. para aclarar los conceptos subyacentes en los repartos que aparecen a manera de ilustraciones en el texto, conviene que éstos se hagan con objetos verdaderos (cf. Filloy et. al; 1972) y,
2. como parte final del proceso, se resolverán diversos problemas de división.

***b) La división en los programas de los años ochenta***

Los programas del primero al tercer grado sufrieron al inicio de los años ochenta modificaciones que, como señalé en un capítulo previo, no alcanzarían un reconocimiento social importante. Pero las modificaciones dieron lugar a nuevos libros de texto que estuvieron en las escuelas durante aproximadamente una década.

El nuevo *texto de saber* modificaba de manera importante el acercamiento a la división. En las recomendaciones y sugerencias dadas en el *Libro del maestro* correspondiente a este período se observaban preocupaciones diferentes a la propias de la matemática moderna (SEP; 1982; 89 y ss). En efecto, se leía, definida en términos de objetivos específicos, la progresión didáctica propuesta que anoto a continuación.

Que el niño:

- Simbolice algunas situaciones de reparto (en las actividades que se desprenden de este objetivo, se trataba de subdividir conjuntos de objetos y luego asociar a ellos expresiones del tipo 6 ÷ 2 = 6)

- Resuelva problemas que impliquen división exacta de números hasta de dos cifras entre un dígito, con cociente de una cifra
- Resuelva problemas que impliquen división inexacta entre un dígito, con cociente de un dígito
- Resuelva problemas que impliquen división inexacta de números de dos cifras entre un dígito, con cociente hasta de dos cifras
- Resuelva problemas que impliquen división inexacta de números hasta de cuatro cifras entre un dígito.

Esta secuencia deja ver interés por que los niños lograsen un conocimiento matemático funcional ya que se buscaba que pudiesen resolver problemas. De hecho, cada una de la sugerencias de actividades iniciaba con el planteamiento de un *problema modelo* el cual luego se representaba mediante una expresión de división. Dependiendo del momento de la progresión didáctica al que correspondiese el problema, la división sería resuelta con el apoyo de *regletas* y *cuadritos* que a su vez representaban las decenas, unidades y centenas (véase inserción al final del apartado), o sería resuelta ya sin apoyos objetivos. Veamos sólo una de las secuencias programáticas en la que las *regletas* y *cuadritos* eran utilizados:

[Que el niño] resuelva problemas que impliquen división inexacta de números de dos cifras entre un dígito, con cociente hasta de dos cifras [...]

- Exprese en sus propias palabras una situación problemática planteada previamente por el maestro, por ejemplo: Se intenta repartir equitativamente 85 crayones entre 7 niños.
- Señale cuáles son los datos conocidos y cuáles los que se buscan
- Exprese el problema con un enunciado como 85 ÷ 7 = ___ y sobra ____
- Anote los datos en una galera de división:

$$7\,/\overline{85}$$

- Represente con un conjunto de cuadritos el dividendo (8 decenas 5 unidades)
- Reparta las decenas de su conjunto de cuadritos en tantos grupos como indique el divisor
- Observe cuántas decenas tocaron a cada grupo y anote ese cociente (...) (SEP; 1982;95).

En algunas ocasiones, además, se sugería comprobar los resultados con base en la tabla de multiplicaciones que aparecía también como material de apoyo para el aprendizaje. Dicha secuencia derivaba en los hechos de la suposición de que las dificultades posibles frente a las operaciones aritméticas (en este caso la división) eran resultantes del tamaño de los números involucrados en los cálculos; tal suposición daría origen a detalladas secuencias como la antes descrita.

Ocurría entonces que, no obstante la intención inicial, "resolver problemas", los esfuerzos didácticos se centraban en el manejo y dominio de algoritmos de "distinta dificultad". Es decir, un asunto de cálculo relacional, se convertía en otro de cálculo numérico. Los problemas, venían luego a manera de aplicación del algoritmo situado desde el inicio en un *problema modelo*.

Tal variación en la dificultad sería cuestionada por diversos trabajos realizados en los años noventa los cuales, al mostrar la ruta de construcción «espontánea» del concepto y el algoritmo de esta operación, mostraron también que las dificultades que se requiere enfrentar didácticamente no corresponden a la secuencia definida en los años ochenta (en tal sentido puede verse Neyret; 1984 o Avila; 1995).

***c) La división en los programas de 1993***

El *texto de saber* propuesto en 1993 para la enseñanza y el aprendizaje de la división - que privilegia el acercamiento a los saberes matemáticos mediante la resolución de problemas – es diferente de los antes vistos. El relacionado con las lecciones que vimos trabajar en el grupo del profesor Alfredo se expresa mediante los objetivos siguientes:

> Durante el desarrollo de este bloque, se pretende que el alumno (...)
> Se aproxime al algoritmo convencional de la división asociada a problemas mediante reparto de "dinero";
> Estime el resultado de divisiones hasta con números de dos cifras entre una cifra (SEP; 1994 b; 25).

Más específicamente, el *objeto de enseñanza* se expresa de la manera siguiente:

- Resolución de problemas de reparto con números de dos cifras entre números de una cifra
- Estimación de resultados
- Uso la multiplicación para resolver problemas de división
- Representación de problemas de reparto mediante expresiones como 9 x ______ = 45 y 45 ÷ 9 = 5 (SEP; 1994 b; 27) y
- Resolución de divisiones asociadas a problemas, con el apoyo de "billetes", "monedas" y el cuadro de la multiplicación;
- Cálculo mental y estimación de resultados (SEP; 1994 b ; 28).

Puede verse, conforme al nuevo texto de saber, la ruta didáctica y los aspectos del objeto división son diferentes; ya no derivan sólo de la idea de que a mayor número de cifras corresponde mayor dificultad, sino que se recogen aspectos más diversos del objeto (como por ejemplo la estimación y el cálculo mental) y se recuperan los procesos de construcción "espontánea" del concepto de división.

**d) La división en la clase del profesor Alfredo**

En la progresión didáctica desarrollada en este grupo, los aspectos de la división seleccionados fueron los siguientes:

- Resolución de problemas de reparto utilizando estrategias personales
- Uso de la multiplicación para resolver problemas de división y resolución de expresiones de la forma *a x* ___ = *c*
- Expresión de divisiones utilizando expresiones de la forma $a \div b = c$
- Resolución de divisiones asociadas a problemas, utilizando el algoritmo convencional

## B. Desarrollo de la clase

***Primera fase: Preparativos para la tarea.***

Los niños entran al salón de clase con gran alboroto; una vez que se hace silencio, el profesor toma lista de asistencia y luego pide a un niño pasar al frente a decir a los demás compañeros lo que parece ser una rutina diaria. El niño designado por el profesor pasa al frente y dice:

> "Cierren sus ojos (los demás niños cierran los ojos y se ponen de bruces sobre la mesa). Vamos a imaginarnos que viene un rayo de algún otro planeta, que entra en nuestra cabeza y que vamos a ser más sabios y más inteligentes" (todos permanecen con los ojos cerrados y de bruces durante algunos segundos, se hace un profundo silencio).[1]

Acto seguido, los niños sacan el texto gratuito de matemáticas siguiendo la indicación del profesor, hojean el texto hasta llegar a la página 152 (inserta al final del apartado). Parece que han resuelto una a una las lecciones y todos saben cuál se va a trabajar ese día pues el maestro no da indicación específica al respecto. Mientras buscan la página, los niños comentan entre ellos acerca de las cuestiones que aparecen en las ilustraciones o introducciones de las lecciones del texto, por ejemplo, donde hay estampas de ferias, del zoológico, de "billetitos". El maestro los deja comentar por algunos momentos.

***Segunda fase: Resolución de problemas de reparto y validación de resultados.***

Bueno, ya, vamos a leer (dice el maestro con tono serio). Y lee la introducción de la lección de manera pausada: *"Julián nos contó que entre los huicholes, lo más importante que aprenden las niñas es a bordar: deben saber unir el hilo y combinar bien los colores".*

Los niños leen en voz baja siguiendo al profesor; luego se hace un ligero murmullo, pues los niños comentan acerca del contenido de la lectura con los compañeros de banca.[2]

El maestro lanza entonces, una a una, varias preguntas: "¿De quiénes habla el libro?", "¿Qué es lo que las niñas deben aprender?", "¿Con qué bordan las niñas?". Ante las preguntas vuelve el silencio. Los niños responden, el profesor indica quién lo debe hacer; en cada pregunta muchos levantan la mano indicando que quiere responder. Luego, el maestro continúa la lectura en tono pausado: *"Si*

---

[1] Esta actividad se realizó todos los días que estuvimos presentes después del saludo formal y antes de la clase de matemáticas. En el momento en que la invitación se hacía a los niños, se generaba un ambiente muy especial en el salón de clases. Podría decirse que era un momento casi místico.

[2] En todas las sesiones que observamos, el profesor inicia de la misma manera: lee la introducción de la lección, en tono pausado, los niños lo siguen; generalmente, la lectura se hace después de que los niños han comentado libremente acerca del tema de la lección o las ilustraciones que ahí aparecen.

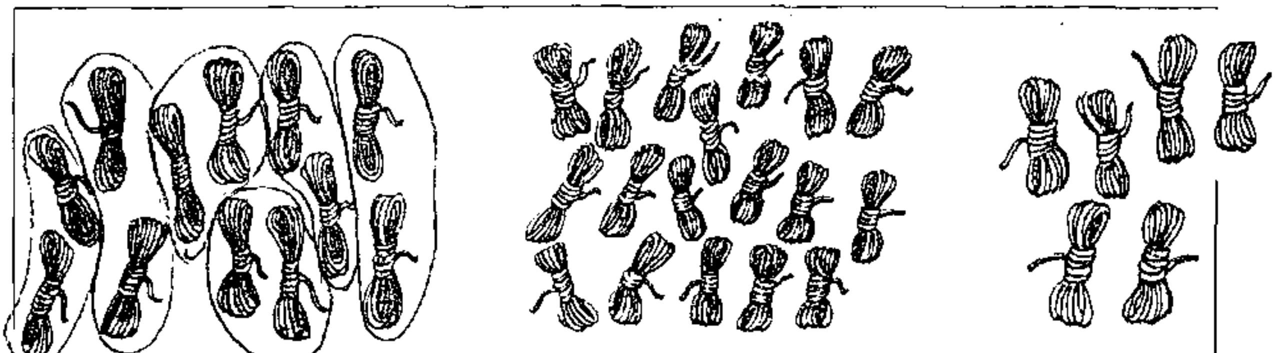
*la mamá de Julián da a cada niña el mismo número de trozos de hilo, ¿cuántos trozos de hilo azul le dará a cada una?"*

Sin mediar alguna indicación por parte del profesor, muchos niños comienzan a contar los hilos azules que aparecen en la ilustración del texto y a hacer comentarios con los compañeros cercanos. Las niñas más próximas a la observadora hacen el conteo de la siguiente manera:

Utilizan el lápiz para ir marcando con un punto los hilos ya contados, los van contando en voz baja: "Doce", dice una de ella volteando a ver a la otra. Luego, esta misma niña, va encerrando los hilos de dos en dos mientras la otra hace cálculos mentales acompañados con movimiento de labios y de dedos; finalmente, entre ellas comentan el resultado; como el que ambas obtienen es 2, lo dan por bueno sin más discusión.

En general, se advierte que, al contar, los niños marcan con el lápiz los hilos sobre el texto, que cuentan con los dedos, y que calculan mentalmente. Casi todos comentan con el compañero de banca y algunos incluso se paran para comentar o ver lo que están haciendo los compañeros cercanos. En los libros o los cuadernos de los niños se observa, entre otra, alguna de las siguientes estrategias:

- encierran en "círculos" los hilos, para formar grupos; por ejemplo:



Si la mamá de Julián le da a cada niña el mismo número de trozos de hilo, ¿cuántos trozos de hilo azul le dará a cada una? ____________

- hacen rayitas en la última hoja del cuaderno y las encierran en curvas para formar grupos de madejas; por ejemplo:

- hacen restas del siguiente tipo:

$$\begin{array}{r} 12 \\ \underline{-2} \\ 10 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 10 \\ \underline{-2} \\ 8 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 8 \\ \underline{-2} \\ 6 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 6 \\ \underline{-2} \\ 4 \end{array} \qquad \begin{array}{r} \underline{4} \\ \underline{-2} \\ 2. \end{array}$$ [3]

Pasados unos momentos, cuando el maestro percibe que los niños terminaron el ejercicio, lee nuevamente en el texto:

> Mto: *¿Cuántos trozos de hilo azul le dará a cada una?*...Marina (el tono indica que Marina debe contestar)
> Marina: Seis
> Mto: Fernando, ¿tú qué respuesta pusiste?
> Fernando: Seis
> Mto: ¿Los demás, qué dicen, está bien el seis?
> Coro: ¡No!
> Mto: ¿No, por qué no, qué respuesta tienen los que dicen que no?
> (La mayoría levanta la mano o grita "¡Yo!, ¡Yo!", indicando que quieren contestar)
> Mto: A ver...Hugo
> Hugo: Es dos, sale a dos
> Mto: A ver, teníamos 6, pero ahora nos dicen que 2, ¿Quién...?
> Na: (Interrumpe) Son dos, eran seis niñas y le toca de a dos.
> Mto: Dice Nayeli que son dos, ¿entonces es seis o es dos?... Ramón
> Ramón: Dos
> Mto: ¿Y tú qué dices? (Señala a otro niño)
> No: Dos
> Mto: ¿Y allá, creen que es dos o que es seis? (Señala a un niño sentado en la última banca)
> No: Dos
> Mto: ¿Está bien dos o seis?
> Ns (muchos): Dos
> Mto: Dos, la mayoría nos dice dos, ¿Ya vieron Marina y Fernando?, tocó de a dos, repartiendo entre las seis niñas los 12 hilos
> (Marina y Fernando asienten moviendo la cabeza)
> Mto: Bueno, entonces continuamos: *¿Cuántos trozos de hilo rojo (dará la mamá de Julián a cada niña)?*

Los niños vuelven a trabajar una vez que el profesor lee la consigna, de hecho algunos ya habían comenzado a hacerlo antes de que el profesor lo indicara. Todo se sucede como en la pregunta anterior; sólo que no hay respuestas

[3] Es interesante lo que implican las estrategias mostradas en el cuerpo del escrito: o bien se ha hipotetizado que el resultado es 2 y se pone a prueba agrupando o restando de dos en dos los elementos del conjunto a repartir; o bien lo que está haciendo es representar el resultado (2 hilos seis veces); pero no se está modelando directamente un reparto (algunos otros niños sí lo hicieron). En este caso, podría generarse una confusión en la interpretación de los agrupamientos realizados: ¿el resultado es dos? (número de elementos en cada agrupamiento), o ¿el resultado es 6? (número de grupos). Esto aparecerá más adelante en la clase.

Mto: José (José, que está al fondo del salón, viendo con su compañero un álbum que tienen sobre las piernas, entiende su nombre como solicitud de dar la respuesta)
José: Tres
Mto: Daniel (el compañero de José)
Daniel: Tres
Mto: Alejandra...
Alejandra: Tres
Mto: Tres, ésta la tuvieron bien (dirigiéndose a José y Daniel), pero pongan atención, porque otra quién sabe [si la tengan bien]. *¿Cuántos trozos de hilo amarillo?(...)*

Las siguientes dos preguntas del texto se resuelven de forma similar.
Mientras los niños trabajan, el profesor se pasea entre las mesas; al pasar, les dice a algunos: "¿Ya te fijaste bien?", o cosas parecidas.

***Tercera fase: comparación de resultados y omisión de la comparación de estrategias***

Una vez resueltas, se leen a coro las dos preguntas con sus respectivas respuestas. Cuando el profesor lee la pregunta que aparece en seguida en el texto: *¿Qué procedimiento utilizaste para resolver las preguntas?*, se genera mucho ruido, pues motivados por la pregunta, los niños comienzan a hablar cada uno acerca de los procedimientos que utilizó; algunos lo hacen con el compañero de banca, otros lo hacen como para sí, algunos más voltean a ver lo que hicieron sus compañeros sentados atrás y eso los hace dar la espalda al profesor. Entonces, sin esperar más participación de los niños sobre el asunto, el maestro dice:

"Bueno, como aquí cada quien contestó algo distinto, no vamos a dar la respuesta todos juntos, porque no se entendería; éstas [la pregunta de referencia y las dos siguientes, que también refieren a la comparación de estrategias] las voy a revisar yo".

Y no se leen ni se comentan el resto de las preguntas de la página ni las respuestas a las mismas.

***Cuarta fase: vuelta a la resolución de problemas, comunicación y validación de resultados***

La clase continúa respondiendo el primer bloque de preguntas de la página siguiente (153). En ella aparecen ilustraciones con 20, 30 y 10 madejas y las siguientes preguntas o consignas:

*Completa las siguientes expresiones; observa el ejemplo:*

*Si se reparten 20 hilos naranja entre 10 niñas, le tocan 2 hilos a cada niña.*
*Si se reparten 30 hilos verdes entre 10 niñas, le tocan ______ hilos a cada niñas*
*Si se reparten 10 hilos cafés entre 10 niñas, le toca ________ hilos a cada niña*

La dinámica con que se responden es igual a la descrita antes: lectura de la pregunta por parte del profesor, resolución libre por parte de los niños, puesta en común de las respuestas, selección de las consideradas correctas.

Al resolver cada una de las preguntas, los niños realizan una o varias de las siguientes actividades:

- comentan con los compañeros; algunos, de hecho, parecen copiar el trabajo;
- cuentan los hilos que aparecen en la ilustración del texto (en general utilizan el lápiz para marcar los hilos contados);
- utilizan alguna de las estrategias antes registradas para realizar los repartos;
- comparan entre ellos los resultados o las estrategias que utilizaron.[4]

***Quinta fase: Hacia la formalización de los procedimientos.***

El ejercicio 3 de la página 153 incluye una serie de expresiones que orientan hacia la expresión formal de la división; como las siguientes que lee el profesor:

> Mto: 3. *Observa los repartos de la páginas anterior; luego completa las expresiones* que siguen:
>
> *Cuando repartiste 12 hilos azules entre 6 niñas, ¿le tocaron 2 hilos a cada niña?* ____
>
> *Este reparto también lo puedes anotar así: 12 ÷ 6 = ____*
> *La multiplicación que corresponde a este reparto es 6 x ____ = 12*
>
> Mto: O sea que ¿por cuántos tenemos que multiplicar el 6 para tener 12?
> Ns: ¡Por dos!

Nuevamente, como en la fase anterior de la clase, después de hacerse la lectura del texto, se anota la respuesta correspondiente, mediando una resolución libre. En este caso, sin embargo, a la lectura literal del texto, el profesor agrega la frase: "*O sea que ¿por cuántos tenemos que multiplicar el 6 para tener 12*?" A la cual los niños respondieron: "¡Por dos!"

El grupo acuerda que "dos" es la respuesta correcta, pues el profesor interroga a varios y cada uno de los interrogados responde: "Dos".

***Sexta fase: aplicación y ejercitación.***

El maestro anota en el pizarrón ejercicios similares a los del texto, aunque algunos con números más grandes (por ejemplo: *60 hilos entre 5 niñas*). La indicación es la siguiente: "Resuélvanlos en su cuaderno".

[4] No hicimos un registro exhaustivo de las estrategias utilizadas, así, no sabemos si las que registramos son todas las que aparecieron, si se repitieron o si en el caso de niños específicos evolucionaron de un problema a otro. Me parece que, de cualquier manera, en el espíritu de la investigación, los datos son útiles ya que muestran la vinculación personal con el objeto de saber.

Durante la realización de esta serie de ejercicios se observa nuevamente el uso de distintas estrategias de resolución y el intercambio de información.

***Séptima fase: evaluación***

Conforme terminan, los niños llevan su cuaderno al profesor para que lo revise. Casi todos los niños obtienen 10 de calificación. Cuando hay alguna respuesta incorrecta, el profesor la deja sin calificar y esto parece señal de que deben regresar a corregir porque así lo hacen. Los resultados de estos ejercicios no son motivo de interacción en la red primaria. La clase termina, pero la secuencia de la división continúa al día siguiente.

***Octava fase: repartos con billetes***

(...) Se lee a coro la introducción y la información de las ilustraciones del texto, página 156 (véase al final del apartado): *"Cuando salieron de la biblioteca, Itzel, Mónica, Meche y Rosa decidieron jugar al banquito, <<¡Vamos a repartirnos los billetes y monedas!>>, les propuso Itzel."*

Algunos niños proceden espontáneamente a sacar sus billetes y monedas para trabajar de acuerdo a la consigna implícita en la introducción; otros, al ver que sus compañeros sacan los billetes, comentan entre ellos que ya no los tienen así como las razones por lo que esto ocurre; se hace mucho ruido.

> Mto: ¡Silencio! (se hace silencio) Mariana, ¿tus billetitos? (Mariana no ha sacado los billetitos)
> Mariana: Es que los "mazcó" la perra (...)
> Mto: ¿Y tú? (...)
> Na: Es que esta Rosa andaba escarbando en mi morral (...)
> Mto: Vamos a repartir los billetitos en la mente para contestar porque ya los perdieron, ¿verdad? (lo dice en tono amigable aunque a la vez enérgico) (...)

Los niños hacen el trabajo indicado en el texto (repartir 36, 48, 28 y 64 pesos entre 4). Lo realizan comentando con los compañeros cercanos; sin que haya alguna consigna específica, el maestro los deja hacer "como quieren", y así resuelven todos los ejercicios de la página 156; las niñas próximas a la observadora lo hacen sin dificultad (...).

***Novena fase: El procedimiento convencional como posibilidad***

El primer problema planteado en el ejercicio 2 de la página 157 implica distribuir $64 entre 4 niñas Se solicita hacer el reparto con billetes y luego anotar el resultado (véase inserción al final del apartado).

La mayoría de los niños no tiene sus "billetitos", entonces muchos tratan de realizar dibujos para hacer los repartos, quizás porque los rectángulos vacíos que aparecen en el texto inducen a ello.[5] Las niñas que están cerca de mi hacen varios intentos dibujando billetes, tienen que borrar varias veces pues los billetes no les caben en el rectángulo vacío. Seguramente el maestro percibe que algunos de los que utilizan esta estrategia tienen dificultad para hacer los dibujos - o que éstos les resultan engorrosos - porque durante su paseo entre las bancas dice:

> Mto: Recuerden que también tenemos una manera particular de repartir, sin tener que dibujar o tener la moneditas o las cosas que hay que repartir, ¿haciendo qué?<
> Ns (a coro): ¡Una división!

Los niños siguen trabajando. Al hacerlo, intercambian comentarios con los compañeros cercanos. No percibimos hasta dónde los niños modifican sus estrategias debido a la sugerencia del profesor; los que están cerca de la observadora no lo hacen. El maestro sigue paseando entre las bancas, por momentos se detiene y hace algún comentario a algún niño en particular. Luego va al pizarrón; aunque ya han pasado algunos minutos de su anterior intervención, parece que retuvo la idea de que los problemas se pueden resolver con divisiones porque sin más preámbulo, dice:

> Mto: Por ejemplo, ¿cuánto tiene Rosa?<
> Coro: $64
> Mto: Bien, para repartirlo lo podemos dividir: 64 ¿entre qué? <
> Coro: Entre cuatro
> Mto: (Anota en el pizarrón la división $4\overline{)64}$ ) y luego dice: ¡Vamos a hacerla todos juntos! (...)
> A coro, siguiendo al profesor, los niños resuelven la división.

En seguida, el maestro propone otra división con base en la cantidad de dinero que, según el libro de texto, tiene Meche: ($4\overline{)28}$ ); solicita a un niño pasar a resolverla.

El niño pasa al pizarrón pero no logra hacer la división, sólo se queda parado; entonces el maestro solicita a otro niño pasar a ayudarle; la ayuda consiste en que el segundo niño hace la división ágil y correctamente pronunciando en voz alta los cálculos. El otro niño sólo observa. Cuando el segundo niño termina, el maestro le pregunta al primero: "¿Ya te fijaste?" y el niño asiente; luego el maestro solicita a los dos niños regresar a su lugar y propone hacer en el pizarrón, los ejercicios que va leyendo en el texto:

> Mto: María Elena, pasa a hacerlo en el pizarrón
> Ma Elena: Pasa al pizarrón y anota la división $4\overline{)48}$) luego se queda parada, tratando de resolverla, pero parece que tampoco sabe cómo y no hace nada.
> Mto: ¿Qué pasa, María Elena, *tocan la puerta y quién sale primero*?

[5] Aparece aquí lo que probablemente es resultado de una situación planteada ambiguamente en el texto: no queda claro cuál es la función de los rectángulos vacíos que aparecen en el ejercicio. Muchos la interpretan como un espacio para dibujar.

Ma. Elena: (y otros que la acompañan a coro sin que le maestro lo indique) El cuatro
Mto: Sale el cuatro, ¿cuántas veces?
Ma. Elena: Una (anota en el 1 sobre el 4 de 48)
Mto: ¿Y cuánto sobra?
Ma. Elena (nuevamente acompañada del coro) ¡Cero! (anota el 0)
Mto: *Vuelven a tocar, ¿ahora quién sale?* (dirigiéndose a María Elena)
Ma. Elena: El ocho
Mto: ¿Cuántas veces?
Ma. Elena: (piensa un poco y cuenta con movimiento de dedos) Dos (anota el 2 y termina de hacer la división correctamente)
Mto: Muy bien, pasa a tu lugar, ahora hacemos el ejercicio siguiente: *64 entre 4*, ya saben que si quieren con dibujos o rayitas, o más fácil nada más así (señala la división que acaban de hacer en el pizarrón).

***Décima fase: retorno a la ejercitación***

Se resuelve el resto de los ejercicios de la página. Luego el profesor pone 10 divisiones en el pizarrón para que los niños las resuelvan individualmente. Algunos lo hacen siguiendo "directamente" el algoritmo; otros se apoyan en sumas o multiplicaciones para encontrar el resultado, otros más se apoyan con rayitas que hacen en la pasta posterior o en una hoja del cuaderno; otros "copian" al compañero de banca o incluso se paran para ver el procedimiento de algún otro que sabe dividir. Hay un intenso intercambio de información entre los niños, particularmente entre los compañeros cercanos.

***Décima primera fase: evaluación***

Cuando los niños van terminando, pasan al escritorio con el profesor a que les califique. A algunos le pone 10, a otros les ayuda a corregir o los "manda" a su lugar a revisar después de hacerles algunas preguntas o darles algunas indicaciones, por ejemplo: "¿Aquí quién salió primero cuando tocaron la puerta?", o "¿Cuántas veces salió el 7?".
Al pasar a que el maestro les califique las divisiones, los niños van dejando en su escritorio sus libros abiertos. Con esto termina la clase de matemáticas.

## 3. NUESTRO ANÁLISIS

### A. Los términos del contrato: «una devolución dosificada»

El contrato que regula las acciones en esta clase se anuda alrededor de una idea central: los niños pueden hacerse responsables de su aprendizaje en tiempos a-didácticos cortos. Es decir, la que se operará es sólo una «devolución dosificada». De esta forma contractual derivan responsabilidades diversas.

### *a) Las responsabilidades del maestro*

- **Generar confianza intelectual en sus alumnos.**

Este es uno de los compromisos que el profesor ha asumido y que busca cumplir mediante una rutina consistente en que cada uno de los niños, teniendo los ojos cerrados, se diga a sí mismo que va a actuar con sabiduría e inteligencia. Este es un momento al cual el profesor concede mucha importancia: «Ellos tienen que saber que pueden hacer bien las cosas», nos dice.

- **Promover un vínculo afectivo con la situación.**

En la entrevista que sostuvimos con el profesor, éste nos dijo: «Lo que más me gusta del libro [de texto gratuito] es el colorido que tiene y que en todos los ejercicios viene una especie de cuento y actividades realizadas por otros niños, como supuestos ejemplos. Vienen anécdotas, historias, el niño lo comprende porque hasta cierto punto se imagina que está en lugar de esos personajes». Con base en tal perspectiva, el profesor permite que por algunos momentos se dé una interacción libre a partir de las introducciones y las ilustraciones del texto. Los comentarios que se suscitan en este momento, vinculan la experiencia de los niños con él tema de la lección (se habla de precios, de espectáculos infantiles, de si conocen a los huicholes o a otras etnias, de si han visto juegos de fútbol en la televisión, temas todos derivados de las introducciones a las lecciones del texto). El objeto del intercambio no es el contenido matemático sino el establecimiento de un vínculo afectivo entre al situación y los niños. Dicho vínculo, en opinión del profesor, constituye un auxiliar en el aprendizaje.

- **Asegurarse de una adecuada comprensión del problema en juego**

Una vez realizada la interacción inicial, el profesor detiene los comentarios con una actitud seria, anunciada con un cambio en el tono de voz, e introduce a los niños a la actividad propiamente matemática; parece que con la actitud y el tono dice: "El tiempo de los comentarios terminó, vamos a trabajar". El vínculo que él consideraba conveniente se ha ya establecido.

Cuando inicia "formalmente" la clase de matemáticas, la interacción con el texto es distinta a la observada en la fase inicial: el profesor lee pausadamente la introducción y alrededor de ella hace preguntas para asegurarse de que se ha comprendido el asunto: «¿De qué trata la lección?», «¿De qué nos están hablando aquí?» son el tipo de preguntas que formula. Y, una vez que supone que la situación se ha comprendido, lee seguido de los niños una de las consignas o preguntas que aparecen en el texto. Luego los niños resuelven el ejercicio correspondiente.

- **Dar breves tiempos a-didácticos**

Para generar tiempos a-didácticos, el profesor se apoya en las preguntas y problemas del libro de texto. En ocasiones, indica «cada quien resuelve como quiera», en ocasiones no lo hace, la forma de trabajar o bien está definida en el libro (*"Resuélvelo como quieras"* ) o bien se sobreentiende. Pero los tiempos a-didácticos que el maestro promueve no permiten un trabajo ininterrumpido durante períodos prolongados. Los momentos en que los niños despliegan acercamientos libres son dosificados en períodos breves, correspondientes a cada uno de los ejercicios o problemas del texto. Así, la clase transcurre en un ir y venir entre la relación personal con la situación y la atención a las demandas e indicaciones del profesor.

***b) Las responsabilidades de los alumnos***

- **Aceptar la devolución y desplegar estrategias personales de resolución**

Según las cláusulas del contrato, los niños deben aceptar las tareas sucesivamente sugeridas y utilizar acercamientos personales para resolverlas. Así, parte importante de los compromisos se cumplen en tiempos a-didácticos. Y si bien en algún momento algunos se hacen merecedores de una llamada de atención para incorporarse a la tarea, u otros imitan lo que hace el compañero cercano, mayoritariamente, la responsabilidad es aceptada.

Esta forma contractual con tiempos a-didácticos dosificados, implica producir distintas estrategias de resolución, es decir, establecer relaciones personales con el objeto de saber. Por ejemplo, en las primeras fases de la progresión didáctica vimos poner en uso al menos dos distintas de la institucional:

1. la formación e iteración de grupos (encerrando mediante curvas las figuras de la ilustración o rayitas anotadas en el cuaderno);

2. el uso de la resta repetida como forma de solución.

***c) Comparación y confrontación de estrategias: sólo en la red secundaria***

En las sesiones dedicadas a la división (y en otras que observamos), las estrategias personales de resolución nunca se pusieron a debate, no se compararon ni discutieron en la *red primaria* de comunicación. En todos los casos, la comparación y discusión se dio entre los compañeros de banca o los compañeros cercanos, es decir, en la red secundaria de comunicación. Adicionalmente, cuando en el texto se leía la frase "*Comenta con tus compañeros cómo hiciste para resolver?*", el maestro decía: «Esa [pregunta] la voy a revisar yo, porque cada quien respondió una cosa distinta y no se entendería».

Esto es, la diversidad de estrategias no constituye materia de trabajo *en la red primaria*, tal diversidad se mantiene para los momentos *a-didácticos*, en la *red secundaria*.

*d)* ***Validación por consenso.***

La validación de resultados se hace en dos espacios y momentos diferentes. En el primero el espacio es público y las respuestas se validan una a una por consenso. Durante el desarrollo de las sesiones el profesor solicita a unos cuantos niños que expresen públicamente sus respuestas. Si los niños repiten la misma respuesta, entonces ésta se valida. Si en el interrogatorio se dan respuestas distintas, entonces el profesor solicita a otros niños expresar la suya. La respuesta expresada por la mayoritaria en esta segunda ronda, "se regresa" a quienes inicialmente tenían una distinta y, si es aceptada por ellos, la respuesta se valida. Es la adhesión unánime la que permite postular la validez de las respuestas.

Hay un segundo momento de evaluación de las respuestas y que el profesor se reserva para sí. Al final de las sesiones, él revisa uno a uno los trabajos. Quien sólo tiene respuestas correctas se hace merecedor de un 10. Quien tiene respuestas incorrectas, es cuestionado y debe revisar el trabajo. En esta última modalidad, el maestro hace uso de su autoridad pues no pone a debate la validez que otorga al trabajo.

**B. La relación con el objeto de saber**

En la primera parte de la clase, la relación personal con el objeto de saber tiene un espacio oficial. El profesor da lugar a que los niños se relacionen con él mediante conocimientos personales. Pero, llegado el momento, también los pone en relación con los procedimientos convencionales y las formalizaciones matemáticas de dos formas distintas:

1. Ante las formalizaciones que aparecen en el texto, el profesor incorpora frases en lenguaje natural que constituyen puentes para contribuir a la comprensión de dichas formalizaciones. Este tipo de vinculación se observa por ejemplo en el siguiente pasaje:

   *Cuando repartiste 12 hilos azules entre 6 niñas, ¿le tocaron 2 hilos a cada niña?* _____

   *Este reparto también lo puedes anotar así: 12 – 6 =* _____

   *La multiplicación que corresponde a este reparto es 6 x* ____ *= 12*

   "O sea que ¿por cuántos tenemos que multiplicar el 6 para tener 12?"

Como puede verse, la expresión «*o sea*», precede a la traducción en lenguaje coloquial de la expresión matemática que el profesor considera difícil. En diversas ocasiones se reitera este tipo de frases. Con ellas el profesor busca relacionar los conocimientos que los niños generan en su contacto con las situaciones y el saber matemático institucional.

2. Incorpora informaciones y procedimientos convencionales cuando lo considera conveniente; es el caso del algoritmo de división el cual propone porque es útil para resolver más fácilmente los problemas motivo de la interacción. «Acuérdense que también podemos resolver asi (con el procedimiento usual de la división)», dice. Y la introducción se hace mediante una estrategia ostensiva acompañada de una forma metafórica de explicación: *"Tocan la puerta, y quién sale?"*...

Pero, la introducción del procedimiento formal no implica que los niños deban utilizarlo como única vía de solución, las vías permanecen abiertas. La vinculación con tal procedimiento es sólo una posibilidad, no una obligación. Y en los hechos, así ocurre: muchos niños se mantienen utilizando estrategias alternativas de resolución. De acuerdo a las reglas establecidas, el profesor acepta la permanencia de estas otras formas de resolución.

### C. Los mecanismos de regulación: la búsqueda del consenso, la adhesión, la metáfora

Son pocos los momentos en que el tiempo didáctico se detiene en esta clase. Así, los mecanismos de regulación no son necesarios con demasiada frecuencia. En los casos en que la respuesta correcta no llegó (y de lo cual se sabe en el momento de confrontación de las respuestas) el mecanismo utilizado por el profesor es el siguiente:

- Transferir la pregunta a otro niño y, una vez definida por consenso la respuesta correcta,
- Obtener la adhesión a la respuesta correcta por parte de quien originalmente no la había ofrecido. Veamos un pasaje donde esto ocurre:

> Mto: *¿Cuántos trozos de hilo azul le dará a cada una?*...Marina (el tono indica que Marina debe contestar)
> Marina: Seis
> Mto: Fernando, ¿tú qué respuesta pusiste?
> Fernando: Seis
> Mto: ¿Los demás, qué dicen, está bien el seis?
> Coro: ¡No!
> Mto: ¿No, por qué no, qué respuesta tienen los que dicen que no?
> (La mayoría levanta la mano o grita "¡Yo!, ¡Yo!", indicando que quieren contestar)
> Mto: A ver...Hugo
> Hugo: Es dos, sale a dos
> Mto: A ver, teniamos 6, pero ahora nos dicen que 2, ¿Quién...?
> Na: (Interrumpe) Son dos, eran seis niñas y le toca de a dos.
> Mto: Dice Nayeli que son dos, ¿entonces es seis o es dos?... Ramón

Ramón: Dos
Mto: ¿Y tú qué dices? (Señala a otro niño)
No: Dos
Mto: ¿Y allá, creen que es dos o que es seis? (Señala a un niño sentado en la última banca)
No: Dos
Mto: ¿Está bien dos o seis?
Ns (muchos): Dos
Mto: Dos, la mayoría nos dice dos, ¿Ya vieron Marina y Fernando?, tocó de a dos, repartiendo entre las seis niñas los 12 hilos
(Marina y Fernando asienten moviendo la cabeza).

Otro mecanismo de regulación activado durante el despliegue del procedimiento formal de la división consiste en *utilizar la metáfora para facilitar la comprensión*:

Ma Elena: (Pasa al pizarrón y anota la división 4 / 48) luego se queda parada, tratando de resolverla, pero parece que tampoco sabe cómo y no hace nada.
Mto: ¿Qué pasa, María Elena, *tocan la puerta y quién sale primero*?
Ma. Elena: (y otros que la acompañan a coro sin que le maestro lo indique) El cuatro
Mto: Sale el cuatro, ¿cuántas veces?
Ma. Elena: Una (anota en el 1 sobre el 4 de 48)
Mto: ¿Y cuánto sobra?
Ma. Elena (nuevamente acompañada del coro) ¡Cero! (anota el 0)
Mto: *Vuelven a tocar, ¿ahora quién sale?* (dirigiéndose a María Elena)
Ma. Elena: El ocho
Mto: ¿Cuántas veces?
Ma. Elena: (piensa un poco y cuenta con movimiento de dedos) Dos (anota el 2 y termina de hacer la división correctamente)
Mto: Muy bien, pasa a tu lugar, ahora hacemos el ejercicio siguiente [...]

## 4. A MANERA DE CONCLUSIÓN

### A. Lo habitual en la clase

A lo largo de todas las sesiones que observamos, el profesor Alfredo acepta y promueve (mediante sus preguntas) el uso de estrategias personales para resolver los problemas y preguntas que el libro de texto plantea. En los momentos en que los niños interactúan con dicho auxiliar, se acercan a él utilizando sus propios recursos de solución; también lo hacen cuando el maestro anota en el pizarrón nuevos ejercicios. Resulta elocuente en este sentido, que las más de las veces no se da ninguna consigna al respecto. Ante la cuestión: "¿Por qué no les indica cómo hacerlo?", el maestro responde: «Porque ellos ya saben que las resuelve cada quien como quiere».

Lo anterior constituye evidencia de que los acercamientos libres a los problemas matemáticos se han instalado en el salón de clases como una de las normas que regulan la relación didáctica. Otra norma que parece regularla es la aceptación de que el tiempo de aprendizaje no es isomorfo al de enseñanza. La existencia de tiempos a-didácticos y otros eventos lo testimonian: por ejemplo, el que los niños ya habían trabajado el procedimiento formal para resolver divisiones cuando resolvieron las lecciones motivo de nuestro análisis y sin embargo muy pocos lo utilizaron. El profesor acepta este escaso uso.

Otra cuestión habitual es que los niños participen en la validación de las respuestas, haciéndolo por consenso; si bien éstas se ponen a consideración, no se esgrimen argumentos para justificar la elección de una u otras. El argumento de validez implícito es: "Si la mayoria o todos tienen un cierto resultado, entonces ese es el correcto".

Finalmente, otra cláusula que parece estar incluida en el contrato devenido habitual, es que las estrategias personales de resolución se mantienen en la red secundaria, no son materia de discusión en la red primaria.

**B. El texto como auxiliar en la «devolución».**

El texto de tercer grado se planteó con la idea de incluir las actividades suficientes para lograr los aprendizajes previstos en el programa del grado. También se contempló el hecho de que, para organizar la clase, era suficiente realizar las actividades ahí incluidas, en el orden en que éstas son presentadas (cf. Ávila y Balbuena; coords; 1993). En general, los problemas y preguntas no tienen respuestas inmediatas, sino que obligan a construir soluciones de relativa complejidad; el supuesto es que los niños no cuentan con un modelo preestablecido para llegar a ellas.

En la secuencia de clases aquí analizada el texto juega el rol de organizador de la actividad conforme al espíritu con que fue concebido. Es decir, se utiliza conservando la idea de que los niños proponen respuestas a partir de sus propios recursos intelectuales, sin que éstos sean acotados por el profesor.

Las preguntas y problemas del texto pueden ser respondidos en tiempos relativamente cortos. Dicha característica puede sin duda limitar las acciones intelectuales de los niños pero en otro sentido parece de una importancia fundamental. Nuestro análisis muestra que el profesor nunca solicitó resolver una lección, ni siquiera una página completa, sin que por momentos mediara su intervención. En general, ésta consistía en plantear la pregunta, asegurarse de que los niños la hubiesen entendido y, dejarlos trabajar. Al percatarse de que todos (o casi todos) habían terminado y después de validar por consenso la respuesta obtenida, reiniciaba el ciclo. En otras clases lo vimos actuar conforme al esquema aquí observado.

Es decir, parecería que el profesor ha tomado la decisión de permitir a sus alumnos actuar con autonomia pero dentro de ciertos límites, de manera que él pueda seguir de cerca lo que ocurre. Se trata de un contrato de devolución dosificado. Y para cumplirlo, el texto le resulta útil. Pero para que la interacción libre con el texto sea posible, el profesor toma muchas decisiones paralelas a su introducción y manejo: motivar a los niños, dejarlos acercarse libremente a las ilustraciones y hacer comentarios sobre las historias que se cuentan en las introducciones; asegurarse de que se han comprendido las consignas. Se asegura también, antes de un tiempo *a-didáctico*, de que el precedente fue utilizado productivamente y en la dirección deseada; para ello incorpora tiempos didácticos (de comparación, de validación y, si es necesario, de comunicación y explicación) después de la resolución de cada uno de los problemas planteados en el texto. La devolución, pues, se ha realizado, pero "a su manera", sobre la base de ciertas ideas.

**C. ¿Por qué el profesor Alfredo devuelve la responsabilidad?, o la confianza en los alumnos y el texto**

En los hechos el profesor sólo está dispuesto a transferir la responsabilidad en tiempos cortos y para tareas específicas; parecería que piensa: "No puedo transferirles la responsabilidad durante tiempos prolongados porque no sabré lo que ocurra en ese lapso y pueden ocurrir cosas inconvenientes; también puede ser posible que los niños necesiten alguna información que yo puedo proporcionarles y que les es necesaria para la resolución de la tarea". Dejarlos solos toda una lección es mucho tiempo.

No obstante lo antes expuesto, la manera en que el profesor Alfredo inicia diariamente su clase muestra la confianza que tiene en que los niños son capaces de realizar las tareas que se les demandan, pero también muestra que es importante que ellos la tengan. La misma confianza tiene el profesor en relación con el libro de texto; en algún momento de la charla con él nos dijo «Otra cosa que me ha gustado del texto, es lo fácil que hasta cierto punto están los ejercicios, creo que no tienen demasiada complejidad sino que están al nivel de los niños». Esta doble confianza resulta fundamental para las decisiones que toma en clase, pues el profesor Alfredo basa su trabajo en dos supuestos: a) los niños son capaces de enfrentar exitosamente retos intelectuales; b) el texto es accesible al nivel intelectual de ellos.

La confianza en los saberes previos de los niños es un elemento que posibilita la flexibilidad docente, pero también contribuye la que parece ser una concepción más vinculada al respeto. Para entender esto último, tomaré textualmente un fragmento de la entrevista que sostuvimos con él: «Mire, [dice extendiendo una hoja mimeografiada que saca de su *estante*]. Así es como creo que son los niños». La hoja contiene un breve escrito que se titula: *"Un niño pequeño"* . El escrito hace referencia, de manera metafórica, a lo que ocurre cuando se inhibe a los niños en su educación. Trata de un niño a quien se sugirió dibujar una flor y la idea es la siguiente: al inicio el niño dibuja la flor entusiasmado pero la maestra lo corrige, diciéndole, "No, de ese color no son esas flores"; entonces el niño corrige su flor y se la muestra nuevamente a la maestra; pero entonces la maestra dice: "No, las flores no son de ese tamaño", el niño la corrige nuevamente... Ocurre después que un día, se le solicita al niño dibujar alguna otra cosa, haciéndolo como él quiera. Para entonces, el niño, que ha aprendido bien que debe responder de acuerdo con las condiciones que plantee la maestra dice: "¿Me puede decir cómo hacerlo?, porque yo no sé".

Así de simple – y así de compleja - es la postura que le permite al profesor Alfredo hacer, aunque en sus propios términos, la «devolución» a sus alumnos. Es una postura seguramente compartida por la profesora cuyo trabajo analizaré en las páginas siguientes.

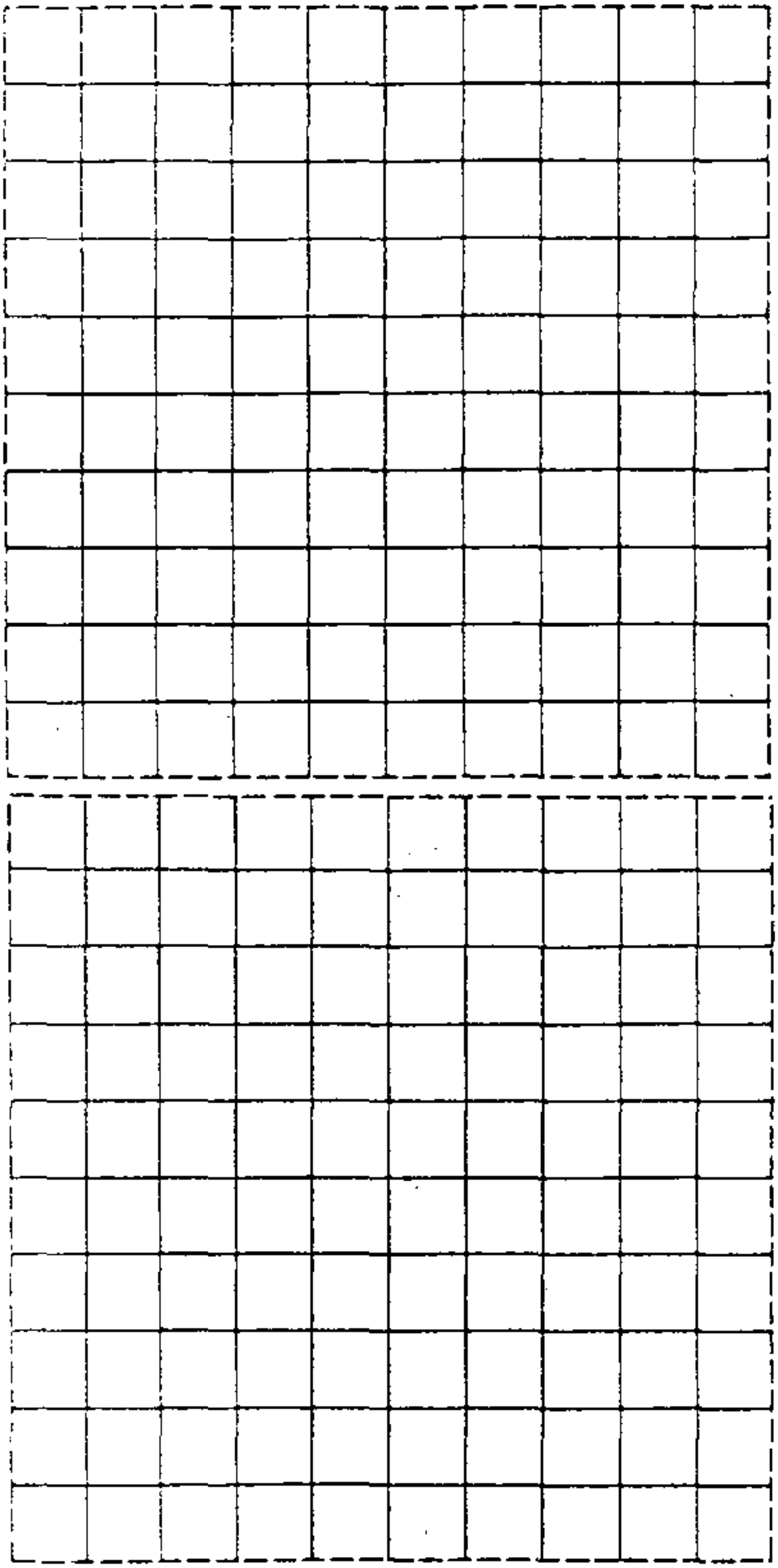
**Cuadro 10. Características de la actividad matemática desarrollada en las clases del profesor Alfredo**

| | Primera clase | Segunda clase[6] | Tercera clase | Cuarta clase |
|---|---|---|---|---|
| Contenido | Números ordinales | Resolución de situaciones de reparto y resolución de expresiones de la forma a x ___ = c | Resolución de situaciones de reparto y algoritmo de la división | Resolución de ejercicios de división utilizando el procedimiento convencional |
| Preparación para la tarea | Promoción de la autoestima | Promoción de la autoestima | Promoción de la autoestima | Promoción de la autoestima |
| Presentación formal de nociones | Búsqueda de vínculo afectivo con la situación | Búsqueda de vínculo afectivo con la situación | Búequeda de vínculo afectivo con la situación | Búsqueda de vínculo afectivo con la situación |
| Ostensión de nociones | No | No | No | No |
| Preguntas abiertas | Sí | Sí | Sí | No |
| Preguntas anticipatorias | No | No | No | No |
| Problemas como vía del aprendizaje | No | Sí | Sí | No |
| Problemas de aplicación | Sí | Si | Si | No |
| Ejercicios rutinarios | No | No | No | Sí |
| Trabajo en pequeños grupos | Sí | Sí | Sí | Sí |
| Uso de material didáctico | No (solo el libro de texto) | No (los niños habían perdido el que resultaba pertinente) | No | No |
| Justificación y argumentación de respuestas | No públicamente | No públicamente | No públicamente | No |
| Confrontación de resultados | Sí | Sí | Sí | Sí |
| Confrontación de estrategias | No públicamente | No públicamente | No públicamente | No |
| Mecanismos de regulación | Transferir la pregunta a otro niño y validar la respuesta correcta por consenso | Transferir la pregunta a otro niño y validar la respuesta correcta por consenso | Transferir la pregunta a otro niño y validar la respuesta correcta por consenso<br>Uso de la metáfora | Uso de la metáfora |

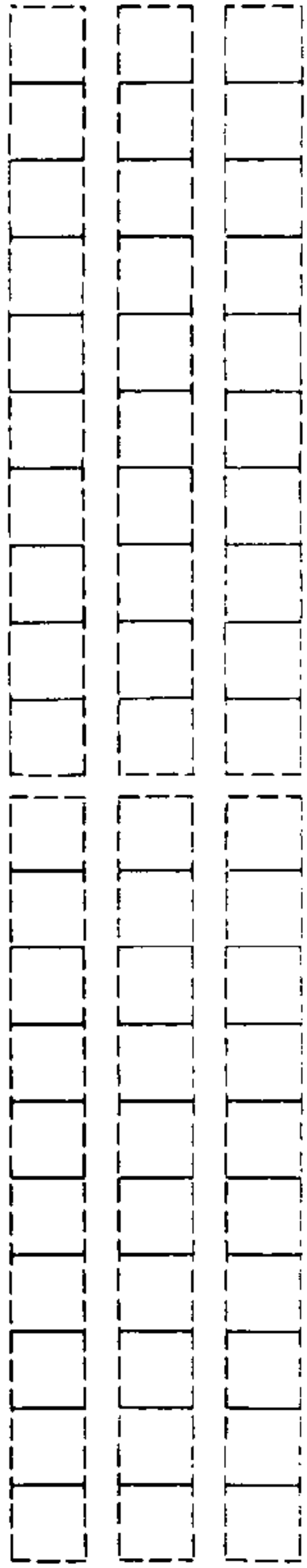
[6] En realidad a partir de aquí y durante tres sesiones el trabajo estuvo dedicado a al división. Aquí anoto los contenidos específicos que fueron motivo de la interacción en las distintas sesiones.

## Centenas, decenas y unidades (páginas 14, 16 y 19)

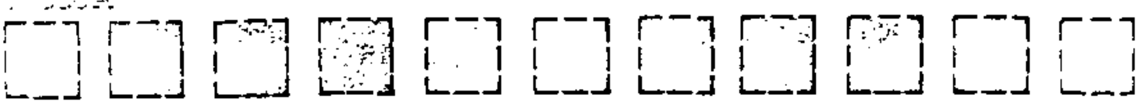
Centenas



Decenas



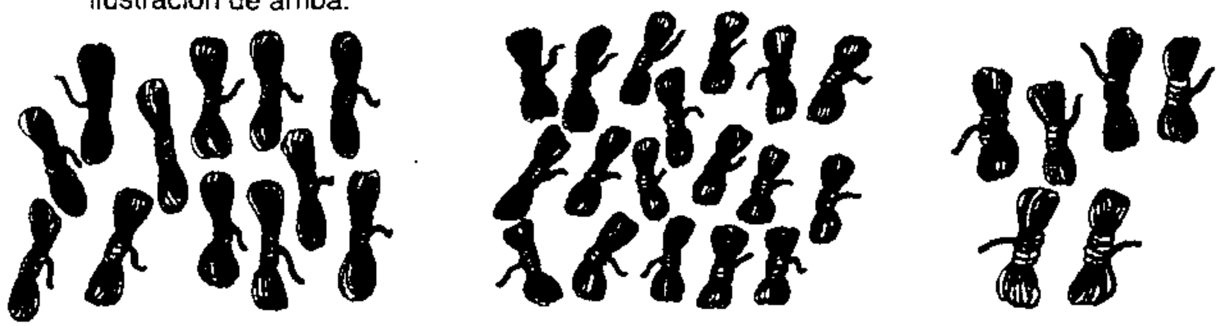
Unidades




# *HILOS DE COLORES*

***Julián contó que «entre los huicholes, lo más importante que aprenden las niñas es a bordar: deben saber unir el hilo y combinar bien los colores».***

**1** La mamá de Julián les enseña a las niñas a bordar y, para ello, les reparte los hilos que necesitan. Éstos son los hilos que les va a dar para hacer bordados como los de la ilustración de arriba.



Si la mamá de Julián le da a cada niña el mismo número de trozos de hilo, ¿cuántos trozos de hilo azul le dará a cada una? ____________________

¿Cuántos trozos de hilo rojo? ____________________

¿Cuántos trozos de hilo amarillo? ____________________

¿Qué procedimiento utilizaste para resolver las preguntas? ____________________

¿Hiciste dibujos? __________ ¿Buscaste el número perdido en la tabla de multiplicar? __________

¿Utilizaste otro procedimiento? *Discútelo con tus compañeros.*

**2** Reparte los siguientes hilos entre 10 niñas; puedes hacer dibujos o buscar el número perdido en la tabla de multiplicar.

**Completa las siguientes expresiones; observa el ejemplo:**

Si se reparten 20 hilos naranja entre 10 niñas, le tocan ___2___ hilos a cada niña.

Si se reparten 30 hilos verdes entre 10 niñas, le tocan ________ hilos a cada niña.

Si se reparten 10 hilos cafés entre 10 niñas, le toca __________ hilo a cada niña.

**3** **Observa los repartos de la página anterior; luego, completa las expresiones que siguen:**

Cuando repartiste 12 hilos azules entre 6 niñas, ¿le tocaron 2 hilos a cada niña? ____________

Este reparto también lo puedes anotar así: 12 ÷ 6 = ☐

La multiplicación que corresponde a este reparto es: 6 x ☐ = 12

Cuando repartiste 18 hilos rojos entre 6 niñas, ¿cuántos hilos le tocaron a cada niña? ________

Este reparto también lo puedes anotar así: 18 ÷ 6 = ☐

La multiplicación que corresponde a este reparto es 6 x ☐ = 18

**4** **Haz los siguientes repartos; luego, completa las expresiones:**

**4 hilos entre 4 niñas:**

**4 x _____ = 4   4 ÷ 4 = _____**

**3 hilos entre 3 niñas:**

**3 x _____ = 3   3 ÷ 3 = _____**

**30 hilos entre 3 niñas:**

**3 x _____ = 30   30 ÷ 3 = _____**

**50 hilos entre 10 niñas:**

**10 x _____ = 50   50 ÷ 10 = _____**

# 17

## *REPARTIMOS LOS BILLETITOS*

***Cuando salieron de la biblioteca, Itzel, Mónica, Meche y Rosa decidieron jugar al banquito. «¡Vamos a repartirnos los billetes y monedas!», les propuso Itzel.***


**1** ¿Como cuánto crees que le tocará a cada niña cuando Itzel reparta sus N$ 48?
**Subraya lo que creas:**

N$ 6 N$ 20 N$ 12

**Usa tus billetes y monedas del material recortable para averiguar si tu respuesta es correcta.**

**2** **Realiza algunos repartos. Fíjate cómo lo hacen Itzel y sus amigas:**


¿Cuánto dinero le tocó en total a cada niña? ________

¿Sobraron billetes o monedas? ________________

**Observa cómo empezó Mónica a repartir sus N$ 36:**


**Ayúdale a Mónica a terminar el reparto dibujando las monedas que le tocarían a cada niña.**

¿Cuánto dinero le tocó a cada niña? ____________

**2** Haz los repartos de Rosa y Meche utilizando billetitos y monedas. Luego, anota los resultados sobre las líneas. Si es necesario, cambia billetitos por monedas.

| N$ 64 entre 4 niñas.<br>A cada niña le tocan N$ ________ | N$ 28 entre 4 niñas.<br>A cada niña le tocan N$ ________ |
|---|---|

¿En cuál reparto tuviste que cambiar billetes por monedas? ____________________

¿En cuál reparto no tuviste que cambiar billetes? ____________________

**Subraya con rojo las operaciones que corresponden al reparto de Itzel, con azul las operaciones que corresponden al reparto de Mónica, con amarillo las que corresponden al reparto de Rosa y con verde las que corresponden al reparto de Meche:**

| 48 ÷ 4 | 36 ÷ 4 | 28 ÷ 4 | 64 ÷ 4 |
|---|---|---|---|
| 4 x ______ = 48 | 4 x ______ = 36 | 4 x ______ = 28 | 4 x ______ = 64 |

**3** **Haz los siguientes repartos. Si quieres puedes dibujar billetitos y monedas en tu cuaderno. Luego anota las operaciones que sirven para encontrar los resultados:**

N$ 84 entre 7 niños: 84 ÷ 7 = ______ ; 7 x ______ = 84

N$ 42 entre 7 niños:

**4** **Observa las siguientes expresiones. Subraya las que creas que van a tener un resultado mayor que 10:**

| | | |
|---|---|---|
| 63 ÷ 9 = | 56 ÷ 8 = | 96 ÷ 8 = |
| 140 ÷ 7 = | 72 ÷ 6 = | 100 ÷ 10 = |

**Comprueba si acertaste, utilizando el procedimiento que tú quieras.**

## *HACIA UN CONTRATO BASADO EN LA ARGUMENTACIÓN*[7]

### 1. LA PROFESORA Y EL GRUPO

El grupo al que refieren los hechos en este apartado es de cuarto grado. Su profesora, a quien llamaré Azucena, es muy joven (en el período que la vimos trabajar desarrollaba su cuarto año de servicio docente), también es muy entusiasta. En este grupo se observó un buen número de sesiones debido al objetivo de la tesis de la cual derivaron. Todas las clases observadas fueron dedicadas al concepto de fracción y, al corresponder a un período prolongado de tiempo, permiten ver tanto los avances cognitivos de los niños como las modificaciones en la práctica de la profesora. A tales aspectos se dedica el análisis. La entrevista con la profesora Azucena permitirá hacer algunas reflexiones adicionales sobre el sentido de la modificación observada así como sobre las condiciones de posibilidad de tal modificación.

### 2. EN EL SALÓN DE CLASES

#### A. El objeto de enseñanza

He mencionado antes que con la reforma de 1993 se introdujeron en la educación primaria significados de la fracción que tradicionalmente no habían estado en los programas de este nivel educativo, al menos no explícitamente. El interés de los reformadores consistió básicamente en promover el abandono de un aprendizaje centrado en la noción de partición de la unidad, la simbolización y los procedimientos formales para operar con las fracciones. Tal centración, se afirma, no muestra sino aspectos limitados de la noción, empobreciendo su significación. A cambio de ello, se puso énfasis en la presentación de situaciones problemáticas sencillas y variadas que dotaran de significados diversos a la noción de fracción (cf. SEP; 1993). Los contenidos incorporados en el programa de tercer grado dejan ver esta intención:

- Introducción de la noción de fracción en casos sencillos (por ejemplo, medios, cuartos y octavos) mediante actividades de reparto y medición de longitudes
- Comparación de fracciones sencillas representadas en material concreto, para observar la equivalencia de fracciones
- Representación convencional de las fracciones
- Planteamiento y resolución de problemas que impliquen suma de fracciones sencillas, mediante manipulación de material (SEP; 1993;59)

[7] Los datos que dan lugar a este apartado fueron tomados de la tesis que elaboró Margarita Alvarado Jardines bajo mi dirección para obtener el grado de maestria en Desarrollo Educativo en la Universidad Pedagógica Nacional. El análisis que realizo de dichos datos es distinto del realizado por ella..

Tales contenidos, puede verse, se distancian de la simbolización y formalización del concepto. Obedecen a objetivos notablemente distintos de los correspondientes al período de la matemática moderna en cuyos programas se leía:

> Los objetivos generales, en tercer grado, de las lecciones de quebrados son: 1) llevar al niño al concepto de quebrado concibiéndolo como un fragmento de un objeto, o como una agregación de fragmentos de uno o varios objetos iguales, 2) introducir los quebrados y su escritura numérica con nombres y símbolos de ciertos fragmentos de un objeto, representándolos después en forma abstracta como puntos en la recta numérica, haciendo notar la correspondencia entre distintos nombres de un quebrado (forma fraccionaria y forma mixta por ejemplo), 3) relacionar de una manera cualitativa los números fraccionarios con las magnitudes que representan, por ejemplo, mediante la comparación de quebrados (idea de mayor que y menor que), 4) efectuar sumas y restas entre quebrados con iguales denominadores y sin pasar de la unidad (Filloy et.al.972; 80).

Se observa en lo anterior el interés por la fracción como partición de la unidad, a la vez que la orientación matemática propia del periodo mediante la representación en la recta numérica de los números fraccionarios. La relación concreto-abstracto también puede identificarse en tales objetivos. El enfoque de los años noventa sería otro. En el programa de cuarto grado, los contenidos específicos son los siguientes:

- Fraccionamiento de longitudes para introducir nuevas fracciones (por ejemplo, tercios, quintos y sextos)
- Diversos recursos para encontrar la equivalencia de algunas fracciones
- Fracciones con denominador 10, 100 y 1000
- Comparación de fracciones manteniendo constante el numerador o el denominador
- Ubicación de fracciones en la recta numérica
- Planteamiento y resolución de problemas que impliquen suma y resta de fracciones con denominadores iguales
- Algoritmo convencional de la suma y la resta de fracciones con igual denominador (cf. SEP; 1994).

La definición de los anteriores aspectos como contenidos de saber orientan la actividad relacionada con las fracciones hacia el significado de la noción. Asimismo, en el Libro del Maestro (SEP; 1994 d) , las recomendaciones se dirigen principalmente a que el trabajo se realice con material manipulable, utilizando procedimientos informales (personales) y obteniendo las nociones previstas como resultado del trabajo mencionado. Sólo a manera de ejemplo, anoto un fragmento de una de las últimas lecciones de tercer grado dedicada al tema:

> 1. *Una ardilla, un chapulín y un sapo tienen que recorrer un camino que mida 18 metros de largo. Éste es un dibujo del camino [aparece un camino curvo irregular a lo largo de la página, de aproximadamente 50 centímetros de largo] Cada metro está representado con una marca.*

*La ardilla da saltos de un metro.*
*El chapulín de ½ metro.*
*El sapo da saltos de ¼ de metro.*
*¿Cuántos saltos tiene que dar la ardilla para llegar a la meta?* __________
*¿Cuántos saltos tiene que dar el chapulín para llegar al número dos?* __________ *[...] Encierra en un círculo un punto en el que haya huellas de los tres animales. (página 140).*

Es con base en este marco que se desarrolla la secuencia de clases que se analiza a continuación.

Conviene antes de iniciar el análisis prevenir al lector de que el formato de presentación de los registros, en este capítulo, difiere de los anteriores ya que siendo el interés mostrar la evolución en la relación didáctica durante un proceso de búsqueda de una nueva forma de enseñar, resulta necesario ofrecer como evidencia de las afirmaciones, fragmentos de registro de diversas clases.

**B. La pretensión de un contrato de devolución**

A excepción de una clase que se dedica a repasar las fracciones bajo la noción de partición de la unidad (y cuyo sentido adelante analizo) el trabajo en el grupo se articuló a través de la propuesta del libro de texto. En general, se hacía de la siguiente manera: la maestra solicitaba a los niños que abrieran el texto en la lección que se iba a trabajar. Después, algún niño o niña, o la propia maestra, leía el primer ejercicio o actividad. Esta última, si lo creía necesario, agregaba alguna explicación o interrogaba para asegurarse de la comprensión, luego los niños resolvían el ejercicio. Veamos uno de estos episodios:

Selene: [8]*"En la tienda del pueblo hay de todo un poco, así, las personas no tienen que ir tan lejos para comprar lo que necesitan. Don Rodolfo encargó unos clavos a su sobrino Juan, le dio dinero para comprarlos y una tira de papel para medirlos. La tira era de este tamaño"[...]*
Mta: ¿Ya vimos el tamaño? (se refiere a la tira que aparece en el libro)
Ns: ¡Sí!
Mta: ¡Ya vieron todos los clavos? (los niños lo observan y la maestra pide que encierren los clavos de acuerdo a las instrucciones que aparecen en el libro):
Mta: "*En la tienda Juan pidió clavos de tres tamaños:*
*De una tira*
*De media tira*
*De una tira más un medio de tira*
*El dueño de la tienda le mostró clavos de varios tamaños para que Juan escogiera.*
*Marca los clavos que debió escoger Juan"*
Mta: Encierren en un círculo los clavos que escogió.

Con el planteamiento de la situación, en principio, se buscaba que los niños aceptaran la responsabilidad de su aprendizaje. Y, en efecto, ellos tratan de medir

[8] Leyendo en la página 14; inserta al final del apartado

los clavos, algunos lo hacen con sus dedos, otros utilizan el lápiz como unidad de medida; hay también quien usa la regla. Pero, no siguen la lógica planteada en el texto, la cual consiste en utilizar la tira que ahí aparece y compararla con cada uno de los clavos para encontrar los que miden media tira, una tira y tira y media. Hay dificultades para resolver el ejercicio y la «devolución», en los hechos, no tiene lugar. El tiempo didáctico se detiene.

## C. Mecanismos de regulación

### *a) Un intento fallido: la puesta en común de estrategias y respuestas*

Ante el estancamiento, la maestra ensaya recuperar las respuestas de sus alumnos y ponerlas en común:

> Mta: Oye Miriam, ¿cuántos [clavos] escogiste?
> Miriam: Tres, maestra
> Mta: Oye, Mayolo, ¿cuántos escogiste?
> Mayolo: Cuatro
> Mta: ¿Por qué tuvimos que haber escogido 3?... Anaid, ¿cuántos escogiste?
> Anaid: Dos
> Mta: ¿Por qué escogiste cuatro, Mayolo? (no se escucha la respuesta de Mayolo)... ¿Tú cuántos escogiste, Julieta? (tampoco se escucha)... Levanten la mano quien escogió 4 (algunos levantan al mano). ¿Quién escogió 3? (la mayoría levanta la mano).
> Mta: Valencia, ¿cuántos escogiste?
> Valencia: Cuatro
> Mtra: ¿Por qué cuatro?
> Valencia: Porque son del mismo tamaño
> Mta: Selene, ¿cuántos señalaste?
> Selene: 3
> Mta: ¿Por qué no cuatro, o por qué no dos, por qué tres a fuerzas?
> Lorena: Porque pienso que tres son de la misma medida que la tira [...]

Las respuestas de los niños no parecen conducir a lo que se espera en el texto: considerar la tira dibujada como unidad para medir los clavos. La respuesta esperada no llega y la puesta en común de respuestas resulta fallida como mecanismos para hacerla emerger. Entonces, la maestra parece darse por vencida y prefiere pasar a las estrategias:

Mta: Vamos a ver qué métodos utilizaron [...]

La interacción ahora generada, no lleva a ponderar los métodos sino sólo a enumerarlos. Para nadie quedó claro si el método utilizado era correcto, o eficiente. Así, sin sacar algún provecho de la interacción, se pasa a leer el siguiente ejercicio del texto.

### ***b) El camino seguro: recuperar la responsabilidad***

Más adelantada la clase, los niños están tratando de responder el ejercicio 3 de la página 15. El ejercicio plantea un problema que implica identificar la tira con la que se midió un clavo que aparece dibujado y cuya medida es "1¼ " de tira (véase la lección al final del apartado). Nuevamente, el problema parece resultar difícil a los niños pues las respuestas observadas en la *red secundaria* se orientan a concluir que la tira que sirvió para medir el clavo es la que mide lo mismo que éste. Entonces la maestra dice:

> Miren, vamos a volver a leer el enunciado, porque se están confundiendo con la tira. Miren, dice el libro: "*El dueño de la tienda dice que el clavo dibujado abajo mide una tira más un cuarto de tira. Utiliza el procedimiento de Rosa para encontrar la tira...*", es decir [el procedimiento de Rosa es] hacer las tiras para encontrar la tira con la que se midió el clavo y tacharla [...] ¿Sí entienden eso? (los niños están distraídos trazando o cortando). La medida no es de la tira hecha sino es de una tira más un cuarto (lo muestra en el pizarrón mediante un dibujo). Fíjense ahí lo que dice el enunciado, vean todos el enunciado de arriba, ... dice el dueño de la tienda que el clavo dibujado abajo mide una tira, ya sea A, B, o C, ¿sí?, pero mide una tira más un cuarto de tira [...] es decir, tenemos la tira más un cuarto de tira, ¿sí se entiende?, es como si éste fuera mi clavo (dibuja un clavo en el pizarrón), ¿sí? Entonces, fíjense bien muchachos... Fíjense bien, mi clavo mide una tira, supongamos que esta es mi tira, mi clavo mide hasta aquí, una tira (señala en el clavo dibujado en el pizarrón y lo marca) pero además mide ¼ de tira más (señala la parte del calvo que sobresale a la tira que marcó sobre él). Es decir, la tira con la que estoy midiendo no es la que se acerca más a la longitud de mi clavo, sino aquélla que... (continúa la explicación).

Se ve bien cómo, ante la falta de respuestas correctas, la maestra decide recuperar la responsabilidad para ostentar-explicar el procedimiento que los niños por sí solos no pudieron elaborar. Muchas de sus participaciones ante la falta de respuesta en las primeras sesiones conservan el tono de la recién anotada. Otra es la siguiente, que deriva de la tarea de dibujar ¼ de un rectángulo:

> Se ha dibujado en el pizarrón un rectángulo dividido en cuartos, se ha coloreado un cuarto y se ha anotado la expresión ¼ junto al rectángulo.
> Mta: ¿Ya le entendiste, Yadira?
> Yadira: No
> Mta: ¿No?, no le ha entendido, Yadira. Ay, Yadira, ¿en cuántas partes dividió Miriam esto? (señala el rectángulo) en 4, en 4 partes (señala el denominador) ¿y cuántas iluminó?, una (señala el numerador). Aquí te está diciendo una parte de cuatro que había (señala el numerador y el denominador), ella tomó una parte de cuatro que había (enfática) [...]

Una participación más de este tipo la tenemos cuando la maestra se percata de que algunos niños no saben utilizar las tiras para medir los clavos:

> Mta: ¿Ya la marcaste? Márcala bien. A ver, voy a repetir, porque no puedo estar pasando lugar por lugar. Voy a agarrar mi tira B, y hasta donde llegue mi tira B la voy a marcar, después mi tira B la voy a dividir en cuatro, y voy a checar que el pedacito que me sobra sea la medida de ¼, ¿sí?, aquí me tienen que poner en su

clavo la marca de hasta dónde llega la tira B y tienen que dividir en cuartos ¿Ya, Angel? [...]

Pero quizás la más llamativa de las participaciones de la maestra en el sentido antes expuesto es la que – recuperando la responsabilidad - consistió en introducir ostensivamente las fracciones ½, 2/2.... 1/8, 3/8 cuando supuso, a partir de la resolución de un ejercicio, que los niños no tenían claro el significado de 1/8. A tal ostensión se dedicó toda una sesión.

En síntesis, puede verse que la maestra tiene como intención inicial devolver la responsabilidad a los alumnos pero, ante las dificultades que observa, o la falta de respuestas y lo improductivo de la puesta en común, la recupera para ostentar o explicar.

## D. La modificación de los términos contractuales y de regulación

### *a) El sustento de la argumentación*

La maestra ha establecido una relación didáctica basada en una suerte de devolución que se orienta por los ejercicios del texto; lo ha hecho desde el primer vínculo con las fracciones y lo hará en las sesiones restantes. Es una «devolución dosificada». Pero en los hechos, no es sino a partir de la quinta sesión en interacción con las fracciones que comienza a promover de manera franca una relación distinta con el saber. En tal modificación resulta crucial un momento en el que, durante la revisión de la lección titulada *El día de la ONU* (página 48 inserta al final del apartado), la maestra recupera el siguiente fragmento del texto:

> *"Sonia [la niña que aparece en el texto] dice que todas las banderas divididas en tres partes están divididas en tercios. ¿Estás de acuerdo con lo que dice Sonia? Comenta tu respuesta con tus compañeros y tu maestro".*

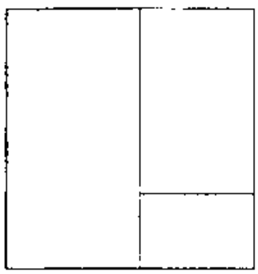
La afirmación de Sonia (el personaje del texto) no es correcta ya que, por ejemplo, la bandera de Chile está dividida en tres partes desiguales entre sí. Con esto se da pie a un episodio centrado en la búsqueda de justificación de las respuestas. Veamos el pasaje de referencia:

> Mta: ¿Están de acuerdo en lo que dice Sonia?, ¿Todas las banderas divididas en tres partes están divididas en tercios?<
> Ns: ¡Sííí! (algunos)
> Mta: Tú, Tanía, ¿qué dices, que sí?, explícanos por qué sí
> Tania: Porque las tres partes son iguales y se convierten en tercios
> Mta: Ah!... ya dijiste algo muy importante. si dice Sonia: "Todas las banderas divididas en tres partes están divididas en tercios, ¿es cierto eso?<
> Ns: Sí (algunos)
> Mta: A ver, Fernando, explícanos por qué sí [son tercios]
> Fernando: Porque son tres partes iguales

La maestra hace varios intentos por que los niños reflexionen en la incorrección de la respuesta de Sonia y no lo logra; todos los argumentos que ofrecen son: "Son tercios porque son tres partes iguales" (lo cual es incorrecto). No es sino hasta después que un niño y luego una niña de nombre Valencia dicen "No".

Mta: [...] ¿Eh, Valencia?, acuérdate que cuando digamos que sí o que no, es porque pensamos algo, ¿no sabes por qué no? (Valencia no responde)
Mta: A ver, Adriana, dinos por qué dices que no
Adriana: Porque la de Chile no está dividida en tres partes iguales
Mta: ¿Dónde está [la bandera de] Chile? [...] Dice Adriana que Chile está dividida en tres partes, pero que esas partes no son tercios, ¿Será cierto eso Suri? Tú qué dices Suri, son tercios o no son tercios?
Suri: No
Mta: Por qué no?
Suri: Porque unos están más grandes [que otros]

Mta: [...] Ahora, en lugar de bandera es chocolate, y lo voy a dividir entre Alejandra, Cinthia y yo, ¿sí?, Este pedacito (el más pequeño) se lo voy a dar a Alejandra, éste se lo voy a dar a Cinthia y lo demás me lo voy a quedar yo (al hablar va dibujando y señalando, el trozo mayor es supuestamente para ella):



Ns: ¡Ah, eso no!
Mta: ¡Ah, les estoy dando un tercio!
Ns: ¡Nooo!
Mta: Está dividido en tres partes
Ns: ¡Nooo!
Cvinthia: Es como si estuviéramos viendo la bandera de Chile, que a uno le dan más espacio, a otro menos espacio (...)
Mta: [...] Entonces, ¿cuál sería lo que necesitamos para que sean tercios?
Varias respuestas al mismo tiempo, no se entienden
Anaid: [...] Dividirlo en tres partes iguales (...)

Puede verse cómo, la maestra aprovecha la cuestión planteada en el texto para promover la argumentación pidiendo adhesión o rechazo a la afirmación en cuestión y solicitando luego justificación a ésta. Es decir, el mecanismo consiste en buscar la respuesta correcta mediante la adhesión o el rechazo a las respuestas ofrecidas, pero sobre la base de la argumentación. Ciertamente, los argumentos que emergen son modestos. Es natural, es la primera ocasión en que la profesora no recupera la responsabilidad para ofrecer ostensiones o explicaciones cuando las respuestas esperadas no llegan. A cambio de tal mecanismo, decide incorporar la interrogación y promover la argumentación de las respuestas. Más adelantada la sesión, aparecen argumentos más complejos. Nuevamente, sobre la base del texto:

*Mta: "Es cierto que la parte blanca en la bandera de Pakistán es ¼? ¿Por qué?"<*
(la bandera es como la siguiente):

| | |
|---|---|
| *Bla nco* | *Verde* |

*Ns: ¡Sí¡ | ¡No!*
Mta: ¿No es ¼, entonces qué es? (no hay respuesta) ¿es ¼ sí o no? ¿Quién me lo va a fundamentar?<
Na: ¡Sí [es un cuarto]!
Mta: ¿Sí es 1/4, por qué es 1/4?<
Na: Sí, yo
Mta: Quiero que me digan por qué si o por qué no, ya ven por qué es muy importante fundamentar, no se vale sólo decir si y no, sino decir sí por esto o no por esto. A ver, vamos a ver... Pablo.
Pablo: No es un cuarto, porque no está dividida en cuatro partes iguales
Mta: ¡Y por eso no es un cuarto?>
Pablo: No
Cynthia: Yo digo que si, porque si usted mide esa parte (se refiere a la parte blanca) y lo vuelve a dividir (se refiere al resto de la bandera) , es decir que toda la bandera sea dividida en cuartos, sí se puede dividir en cuatro partes iguales.
Mta: ¿Si entendieron lo que dijo Cynthia?
Ns: ¡Siii! | ¡Nooo!
Mta: A ver, vamos a ver otra vez. vamos a ver, le tenemos que entender todos para ver si es cierto, a ver, otra vez, Cynthia.
Cynthia: Tenemos que medir la parte blanca y luego medir la otra (la verde) y ver si se puede repartirla en tercios (se refiere a dividir la parte verde en tres partes iguales a la blanca) ¿para qué? para que la dividamos y ver si la parte blanca es un cuarto.

La bandera se divide de la manera que Cynthia señala:

| | | | |
|---|---|---|---|
| *Blan co* | *Verd e* | *verd e* | *Verd e* |

La conclusión es la siguiente:

Mta: La parte blanca entonces era...

Ns: ¡1/4! [...]

En este segundo episodio, la cuestión que se discute es más compleja: definir si una parte de *un todo* es ¼ sin que *el todo* esté dividido exhaustivamente. Una niña pudo argumentar adecuadamente la cuestión y proponer una forma de validación: dividir en cuartos toda la bandera. La maestra la acepta y con base en ello se llega a la respuesta correcta.

***b) La argumentación: de mecanismo de regulación a estrategia de enseñanza***

En las siguientes clases, la recuperación de la responsabilidad para explicar u ostentar habrá disminuido notablemente, las participaciones de la profesora serán más breves, más interrogativas, y el espacio dedicado a la puesta en común de resultados y a la argumentación de las respuestas se ampliará de manera importante. Puede decirse que su promoción mediante la interrogación – aprovechando las situaciones del texto – ha devenido una estrategia de enseñanza y no sólo mecanismo de regulación.

Varios episodios argumentativos, ya como estrategia de enseñanza, tuvieron lugar en sesiones posteriores a la antes referida. Sólo mostraré uno entre ellos. La actividad de referencia consiste en determinar, dado un par de fracciones, cuál de ellas es mayor. En el texto se propone a los niños averiguarlo como ellos quieran:

Mta: Bueno, esa niña [que aparece en el texto] dice "Me tocaron ½ más ¼," y el otro niño dice que le tocaron 5/4, tú cómo el harías Jazmín para averiguar a quién le tocó más o le tocó menos?
Jazmín: Sumándolos (probablemente se refiere a sumar ½ más ¼ para luego compararlo con 5/4)
Mta: ¿Y cómo los vamos a sumar, ¿sabemos sumar así? (se refiere a que las fracciones que tendrían que sumar tienen distinto denominador)
Cynthia: Así no se puede
Mta: ¡Ah!, entonces no sabemos sumar así, pero sabemos hacerlo de otra forma, ¿o no sabemos hacerlo de otra forma?<
Mayolo: Lo podemos hacer con dibujos
Mta: Mayolo dice que lo podemos hacer con dibujos, ¿creen que lo podamos hacer con dibujos?, tú qué piensas Anaid?
Anaid: Sí
Mta: ¡Sí?, ¿cómo le haríamos? Tú, Daniel, ¿cómo le harías para saber a quién le tocó más?
Daniel: Con las galletas [9]
Mta: Con las galletas, ¿también los podríamos hacer con las galletas, ¿sí o no?<
Ns: Sí
Mta: ¿Tú cómo le hiciste, Julio? Fíjense cómo le hizo Julio, [él] ni siquiera dibujó
Julio: Yo lo saqué porque ½ tiene 2/4 y más otro cuarto son ¾, y aquí eran 5/4 (...)

[9] Algunas lecciones del texto oficial dedicadas a fracciones se desarrollan con base en el reparto de galletas.

Puede verse cómo la interacción es totalmente distinta de la que resultó del hecho de que los niños no podían encontrar la relación entre el clavo y las tiras con las que se podría haber medido (primera sesión observada). En el primer caso, la respuesta de la profesora al percatarse de una dificultad fue recuperar la responsabilidad para ostentar. Unas clases más adelante, su participación (corresponda ésta a un mecanismo de regulación o a una estrategia de enseñanza) consiste principalmente en interrogar. Busca con ello que sus alumnos produzcan con recursos personales y argumenten sus respuestas.

***c) Modificación y ampliación del espacio de la regulación: ¡Que todos entiendan!***

Una cuestión más que la profesora modificó como parte de sus acciones de enseñanza es el hecho de que ésta es para que todos los niños, y no sólo unos cuantos aprendan. Es decir, ella modificó tanto los términos como el espacio de la regulación:

> "[Poniendo en práctica esta propuesta] Empecé a adquirir el conocimiento de que todos entendieran y llegó el momento de que, aunque tú no estuvieras, yo tenía ya ese compromiso de que todos entendieran."

Y efectivamente, es posible observar en la dinámica de las clases la preocupación creciente por que todos los niños muestren que aprendieron, «que llegaron al conocimiento». En buena medida de esto deriva la promoción de la justificación de las respuestas solicitada a los distintos niños.

## D. Nociones que articulan el contrato finalmente establecido: la «devolución dosificada» y la argumentación

Hasta aquí he hablado principalmente del tránsito de la ostensión y explicación a la argumentación. Pero hay otros elementos que caracterizan la relación establecida. A lo largo de las clases en este grupo, pudimos constatar una relación didáctica - en un cierto sentido similar a la observada en el grupo del profesor Alfredo – sustentada sobre la devolución dosificada. En las primeras sesiones, la devolución se ve permanentemente interrumpida. Ante la percepción de la dificultad de los ejercicios, la maestra recupera la responsabilidad y entonces ostenta, explica, y la tarea inicialmente devuelta ya no se resuelve con los recursos personales. No es sino a partir de la quinta sesión que la devolución dosificada se sostiene de manera franca. A partir de este momento, la progresión didáctica consiste en lo siguiente:

a) la profesora pone en contacto a los alumnos con la situación-problema mediante la lectura del texto;
b) se asegura de que la comprensión ha sido lograda; luego
c) deja libres a los niños durante la resolución;

d) se comunican y comparan los resultados y las estrategias utilizadas para obtenerlos;
e) se argumentan las respuestas

Luego se lee la siguiente consigna o interrogación del texto... el ciclo vuelve a comenzar.

A partir de un cierto momento, la profesora sustituye la explicación por la interrogación a fin de promover que los niños reflexionen sobre el conocimiento en juego y argumenten sus respuestas. Así, en los tiempos didácticos que alterna con la resolución de cada uno de los ejercicios o problemas del texto, aquélla será la forma más frecuente de su participación.

El interés de la profesora por la argumentación es claro, en más de una ocasión dice a los niños:

> «¿Por qué sí o por qué no? No se vale nadas más decir que sí o que no, hay que decir por qué», o
> «Quiero alguien que me la fundamente (la respuesta)»

O utiliza otras expresiones que tienen la misma intención.

## E. Los resultados del contrato: el progreso en la comprensión

Me parece que un resultado importante del contrato paulatinamente definido, es el nivel de comprensión que se observa en las participaciones de los niños. La cuestión planteada en la primera ocasión que fueron llamados a argumentar era relativamente simple:

> Mta: ¿Por qué no [son tercios]?
> Suri: Porque unos están más grandes [que otros]

Sin embargo, costó un cierto esfuerzo el que los argumentos emergieran. Posteriormente, conforme se avanza en las clases, se observan más facilidad para comunicar y justificar las soluciones. También una importante comprensión de las fracciones. El siguiente pasaje, me parece, constata esta afirmación.

> En la lección 18 se pide repartir 4 galletas entre 5 niños. Una vez que la mayoría termina de realizar sus repartos Daniel trata de explicar a la maestra cómo hizo la repartición, pues se les dejó en libertad para hacerlo:
>
> Mtra: [...] ¿Tú cómo le hiciste, Daniel?
> Dan: Yo le multipliqué 4 por 5 y me dieron 20 y luego dije: ¿cómo voy a dividir 4 entre 20? Y me di cuenta como dividir entre 5.
> Mtra: ¿Por qué multiplicaste 4 por 5? [...]
> Dan: Porque si tengo 5 niños y si lo multiplico por 4 me dan 20
> Mtra: Pero, ¿20 qué?, ¿20 niños o 20 galletas?

Dan: No, 20 cachitos de galleta, que son 5
Mtra: No, no te entiendo, Daniel [...], ¿Tú le entiendes, Pablo?
Pablo: Sí, o sea que multiplicó 4 veces 5 y el salió 20 y lo dividió entre 5.
Mtra: Créanme que no entiendo [...]
Carlos: Es que multiplicó 4 galletas por 5 niños
Mtra:[...] ¿Y luego?
Dan: Se la voy a poner más fácil... haga de cuenta que tengo 4 galletas, las quiero dividir todas en 5, las dividí, me salieron 20 [...] me quedo pensando, si multiplico 4 por 5 me dan 20 y si las divido en 5 [partes] me dan 20, entonces ya las dividí y las recorté, y luego puse una partecita, otra partecita, otra parte, otra parte, otra parte, entonces las reparto entre los 5 niños y son 4 partecitas para cada niño.
Mtra: Ya le entendí, pero lo que pasa es que me confundí porque me dijiste que multiplicaste, pero [reproduce en sus propios términos el procedimiento].
Dan: Sí (aprobando a la profesora)

La comprensión de la noción de fracción como resultado de un reparto por parte del niño que la hace pública, me parece, queda de manifiesto. Por simples que puedan parecernos, las participaciones refieren a una significación que no es alcanzada en todos los grupos observados.

## 3. A MANERA DE CONCLUSIÓN

### A. Una cierta identidad entre el saber a enseñar y el saber enseñado

Este es el único caso, de entre los observados, en el que se recuperan los aspectos de la noción de fracción propuestos en los programas y textos oficiales. Se trata, según estos materiales, de trabajar principalmente con las fracciones en *situaciones de reparto y medición* y de hacerlo mediante acercamientos intuitivos apoyados en la manipulación de material. La profesora Azucena recupera ambas vertientes de la noción. Así, trabaja tanto en un contexto de medición (lección *La tienda del pueblo* y *Cuerdas resistentes*) como de reparto (el resto de las lecciones) siguiendo la secuencia marcada por el libro de texto. En efecto, sólo en una de las sesiones observadas no se trabajó con este recurso. Y las actividades que se realizan, si bien bajo estricta dirección en la primeras sesiones, son reproducción fiel (si así se puede decir) de las que aparecen en las distintas lecciones

### B. El texto como auxiliar en la devolución y promotor de la argumentación

La relación didáctica establecida en este grupo se apoya de manera importante en el formato del libro de texto gratuito. Al igual que en el grupo del profesor Alfredo, la profesora lee la situación-problema, se asegura de que ésta haya sido comprendida y luego deja trabajar a los niños. De esta manera, los tiempos a-didácticos están definidos por las situaciones y preguntas que plantea el texto.

Al igual que en aquél grupo, se prefiere traer la actividad a la *red primaria* cada vez que una respuesta se obtiene. Así, la certeza de un avance en la dirección deseada parece ser mayor. Cabe destacar por otra parte el hecho de que, generalmente, las cuestiones que daban pie a la argumentación eran las preguntas o las situaciones planteadas en el texto. Particularmente las que palnteaban una disyuntiva.

**C. La modificación en las representaciones docentes**

Con base en sus concepciones, a su propio decir modificadas durante la experiencia de enseñar conforme al nuevo enfoque curricular, la maestra ha permitido que entren oficialmente en la clase las estrategias espontáneas, los saberes no enseñados, las respuestas diversas. Asimismo, poco a poco, ha dejado de considerar la necesidad de la ostensión o la explicación como condición de producción del aprendizaje. Aquéllas han sido sustituidas por la devolución (dosificada) la interrogación y la argumentación.

**D. Condiciones que posibilitaron la incorporación de la propuesta curricular**

Las representaciones no se modifican por un acto de simple voluntad. En este caso, para que tal modificación ocurriera, y ello derivara en la incorporación de la propuesta curricular, debieron cumplirse ciertas condiciones.

***a) La presión externa***

La maestra se expresa con toda claridad: de no ser por el compromiso contraído para poner en práctica la propuesta curricular, la incorporación de tales principios no hubiese ocurrido en su clase. Lo dice en los siguientes términos:

> La solicitud que se me hizo de llevar a la práctica la propuesta me sirvió muchísimo, pues anteriormente había hecho a un lado esta forma de trabajo debido a la lentitud del proceso [...] Cuando empecé a trabajar sistemáticamente me di cuenta de que a pesar de que se lleva mucho tiempo sí se puede llevar a cabo y sirve para sacar el conocimiento al final [...] Pero debe haber un seguimiento para conseguir resultados, no hacerlo sólo una lección y a la otra volver al mecanicismo [...] Si no se hubieran llevado a cabo las observaciones de clase, hubiera adoptado la actitud de "no entendiste, lo siento, o sea, yo ya expliqué".

Pero hay otra cuestión que también obligó a la aceptación de la propuesta y que está vinculada a los alumnos.

***b) El compromiso con los alumnos***

Tal compromiso la maestra lo expresa así:

> Aunque en un principio el compromiso era contigo (con la observadora) al final el compromiso fue con los alumnos, ya quería [aunque nadie me observara] y aunque fuera de otro tema, [distinto a la fracciones] que todos lo entendieran y

que todos usaran su razonamiento lógico matemático y dieran su resultado utilizándolo.

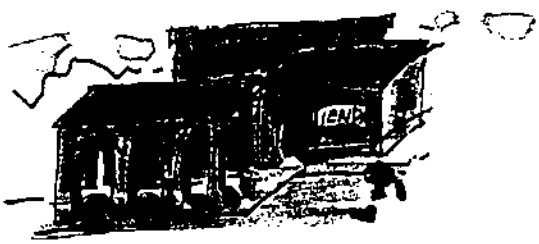
Puede verse cómo, en la decisión de aceptar una propuesta que implicó, en los propios términos de la profesora, una modificación profunda de su manera de pensar y actuar, dos variables aparecen como importantes: el tiempo de presión y de maduración de la nueva filosofía y el compromiso asumido con los alumnos.

c) ***Los resultados constatados como producto de la acción***.

El aventurarse con una forma de enseñar desconocida llevó a la profesora por senderos difíciles pero que a la vez le resultaron manejables. Me parece ver en ello un elemento más que contribuyó en la adopción de la nueva filosofía: el constatar que los alumnos "construían el conocimiento", que aprendían. Dicho de otro modo, por razones de un compromiso externo, la profesora aceptó «jugar el juego» pero, durante el juego se percató de capacidades que antes no había considerado en sus alumnos – las cuales posibilitaban el avance del tiempo didáctico bajo otro contrato - y esto la llevó a continuar en él. Cabría pues preguntarse: ¿Qué hubiese ocurrido si no son éstos los resultados?

En lo que sigue, y volviendo al punto en el que inicia el escrito (la «matemática moderna») analizo el trabajo de un grupo escolar cuya profesora se iniciaba como tal. La experiencia que ella vive como docente en su primer año de servicio, y la que ofrece a sus alumnos, ayudará a responder la cuestión arriba planteada.

# *4. LA TIENDA DEL PUEBLO*



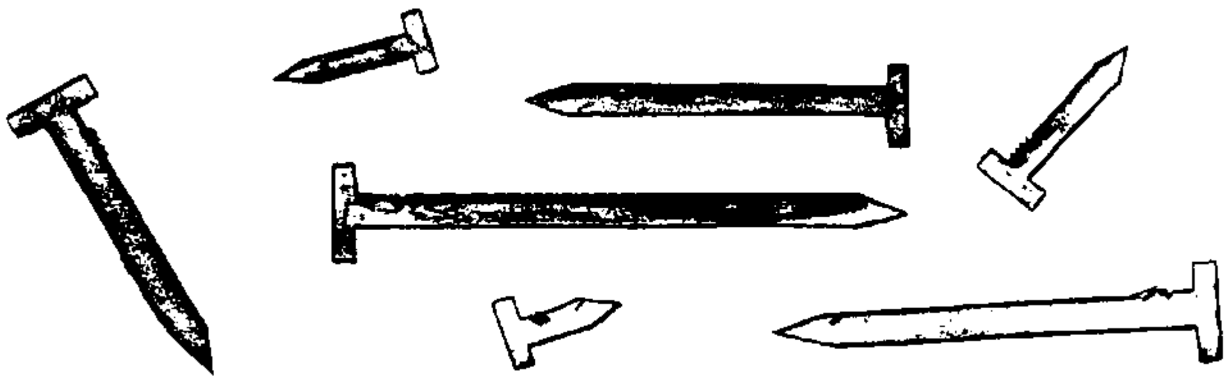
En la tienda del pueblo hay de todo un poco, así, las personas no tienen que ir tan lejos para comprar lo que necesitan.

**1** Don Rodolfo encargó unos clavos a su sobrino Juan, le dio dinero para comprarlos y una tira de papel para medirlos.

La tira era de este tamaño: 

En la tienda Juan pidió clavos de tres tamaños:
- de una tira
- de media tira
- de una tira más un medio de tira

El dueño de la tienda le mostró clavos de varios tamaños para que Juan escogiera.



Marca los clavos que debió escoger Juan.

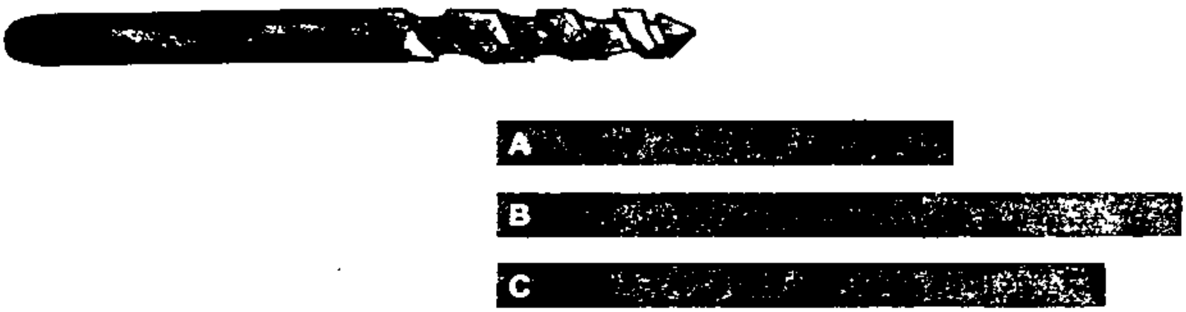
**2** Observa cómo algunos niños encontraron los clavos que debió escoger Juan.



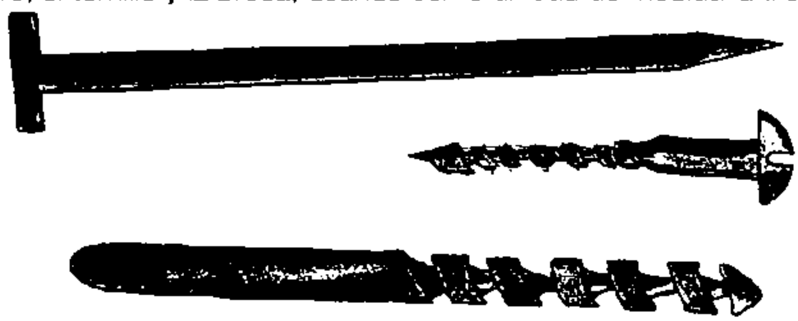

Y tú, ¿cómo supiste cuáles clavos debió escoger Juan? Comenta tu respuesta con otros compañeros y con tu maestro.

**3** El dueño de la tienda dice que el clavo dibujado abajo mide $1 + \frac{1}{4}$ tiras. Utiliza el procedimiento de Rosa para encontrar la tira con la que se midió el clavo y táchala.

**4** Según el dueño de la tienda, la broca mide $1 + \frac{1}{8}$ de largo. ¿Con cuál de las tres tiras se midió?




**5** Averigua cuánto miden el clavo, el tornillo y la broca, usando como unidad de medida la tira dibujada.

¿Cuánto mide el clavo?

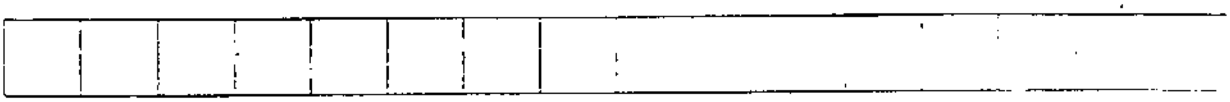
¿Cuánto mide el tornillo?

¿Cuánto mide la broca?

**6** El dibujo de abajo es una tira dividida en partes iguales.

¿En cuántas partes está dividida?

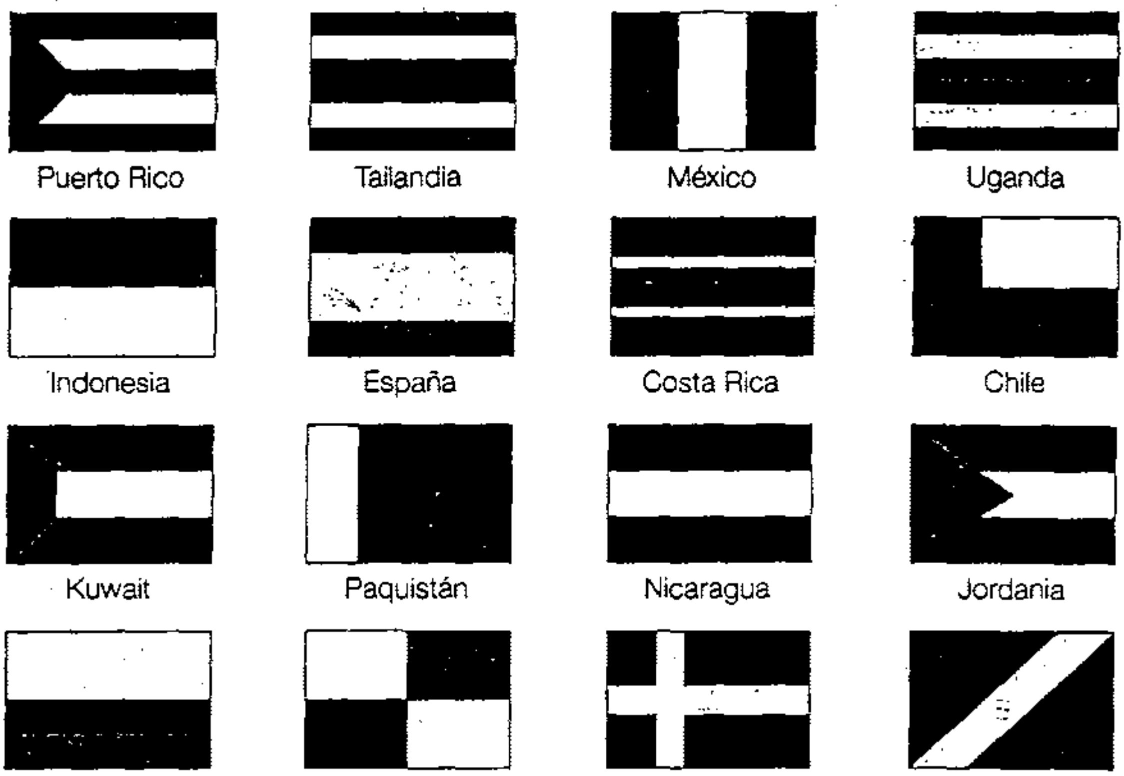
Colorea de rojo $\frac{1}{2}$ de la tira, de azul $\frac{1}{4}$ de la tira, de verde $\frac{1}{8}$ de la tira y de amarillo $\frac{1}{16}$ de la tira.



¿Qué parte de la tira quedó sin colorear?

# *1. EL DÍA DE LA ONU*

Para festejar el día de la ONU se realizó un festival en la escuela. Al grupo de Jaime le tocó hacer banderas de algunos países.




Todas las banderas aparecen sin escudo porque no las han terminado.
Comenta con tus compañeros y tu maestro lo que es el escudo de una bandera.

**1** Los niños compraron varios pliegos de papel blanco, trazaron una bandera en cada pliego y después las colorearon.

¿Cuántos colores diferentes utilizaron?

¿Cuáles banderas están divididas en partes del mismo tamaño?

¿Cuáles están divididas en tres partes iguales?

**2** Sonia dice que todas las banderas divididas en tres partes, están divididas en tercios.

¿Estás de acuerdo con lo que dice Sonia? Comenta tu respuesta con tus compañeros y tu maestro.

¿Es cierto que la bandera de Chile está dividida en tercios?

¿Por qué?

**3** Completa la siguiente tabla.

| | Todas sus partes son: | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| País | mitades | tercios | cuartos | quintos | sextos |
| Puerto Rico | no | no | no | no | no |
| Tailandia | | | | | |
| México | | | | | |
| Uganda | | | | | |
| Indonesia | | | | | |
| España | | | | | |
| Costa Rica | | | | | |
| Chile | | | | | |
| Kuwait | | | | | |
| Paquistán | | | | | |
| Nicaragua | | | | | |
| Jordania | | | | | |
| Colombia | | | | | |
| Panamá | | | | | |
| Suecia | | | | | |
| Congo | | | | | |

**4** ¿Es cierto que la parte blanca en la bandera de Paquistán es $\frac{1}{4}$ ?
¿Por qué?
¿Qué fracción de la bandera de Chile está coloreada de rojo?
¿Qué fracción de la misma bandera tiene color blanco?
¿Y qué fracción tiene color azul?

**5** Observa las banderas de la página anterior y escribe:
el nombre de un país que tiene una bandera con franjas horizontales
el nombre de un país que tiene una bandera con franjas verticales
el nombre de un país que tiene una bandera con dos franjas perpendiculares
el nombre de un país que tiene una bandera con una franja inclinada

**Recuerda:**
Para que una parte sea $\frac{1}{4}$ es necesario que la unidad esté dividida en cuatro partes iguales, o bien, que la parte quepa exactamente cuatro veces en la unidad.
Por ejemplo, en la bandera de Paquistán, la parte blanca es $\frac{1}{4}$.

# A MANERA DE EPÍLOGO: PRIMEROS PASOS DE UNA BIOGRAFÍA DIDÁCTICA, O UNA RESPUESTA AL POR QUÉ LA OPCIÓN POR LA LINEALIDAD

## *PRIMERAS EXPERIENCIAS DIDÁCTICAS, O AL CONTRATO UNA DOBLE SENSIBILIDAD.*

Estamos a punto de finalizar el recorrido que me propuse como objetivo de esta tesis. Por lo hasta aquí expuesto, puede verse que las formas de vinculación y apropiación de las que en un momento constituyeran novedades curriculares fueron y han sido diversas. En algunas de ellas, los objetos de saber oficialmente propuestos son prácticamente desnaturalizados, en otras hay una franca marginación. También es posible ver, aunque con menos frecuencia, una relativa cercanía con la proposiciones oficiales. Afortunadamente, fue posible testimoniar transposiciones que no constituyen versiones degradadas de las propuestas oficiales.

Observamos la incorporación de tiempos a-didácticos en el período definido por la matemática moderna o, a la inversa, su escasa presencia en la época en que aquéllos se postulan el camino óptimo para el aprendizaje. El análisis del trabajo realizado por una profesora de cuarto grado aporta luces en torno a la posibilidad de la aceptación de esta forma de enseñar. Una de las condiciones que parecen importantes es la presión de agentes externos, el compromiso contraído (en este caso con una observadora) para «enseñar sin controlar». Empero, la lección que de esto pudimos extraer, dejó sin responder la siguiente cuestión:

¿Cómo es que un profesor que decide arriesgarse, prefiere luego retroceder?

En lo que sigue, y volviendo al principio del escrito (la «matemática moderna»), analizo el trabajo en un grupo cuya profesora se iniciaba como tal. La experiencia que ella vive como enseñante en su primer año de servicio, y la que ofrece a sus alumnos, arroja luz sobre tal interrogante.

### 1. LA PROFESORA Y EL GRUPO.

Llamaré Maria a la profesora protagonista del episodio siguiente. El grupo a su cargo es de quinto grado y está conformado por 30 alumnos (aproximadamente el mismo número de niñas que de niños). Son niños de un bajo nivel socio-económico que, sin embargo, se presentan a la escuela sumamente aseados y bien uniformados. La maestra María desarrollaba su primer año de ejercicio profesional cuando observamos sus clases de matemáticas. Ella es egresada de la primera generación de profesores que cursaron la carrera *de profesor de educación básica* con nivel de licenciatura. Supuestamente, la modificación de la carrera implicaba no sólo el pre-requisito de la preparatoria para ingresar a ella, sino una enseñanza más moderna, acorde con las teorías psicológicas y pedagógicas de la época, entre las que se contaba la teoría psicogenética desarrollada por Jean Piaget. Entre los rasgos de la maestra que destacan está la preocupación que muestra en la preparación y desarrollo de sus clases. Su actuación, y la experiencia que ofrece a sus alumnos, proporcionan elementos para comprender las decisiones que llevan a adoptar una cierta forma de ejercer el oficio de profesor.

## 2. ESTRUCTURA DE LAS CLASES

La maestra muestra una forma bastante estable de desarrollar su clases; éstas tienen siempre, con algunas ligeras variaciones, la siguiente estructura:

- ella introduce una definición o fórmula que los niños anotan en su cuaderno; en ocasiones, trata de que ellos colaboren en la construcción de la definición interrogándolos
- se ilustra la definición o fórmula con algunos ejemplos
- interroga a los niños para evaluar si han "captado" la fórmula o definición
- si de geometria se trata, se trazan esquemas, figuras o sólidos, siguiendo las instrucciones detalladas de la profesora
- se realizan ejercicios tendientes a la memorización o automatización de la formulación o procedimiento en juego; por lo general, los ejercicios son casi idénticos a los introducidos en la primera parte de la clase
- los niños que indica la maestra pasan al pizarrón a resolver los ejercicios realizados previamente en el cuaderno
- eventualmente, se resuelven algunos problemas para aplicar el conocimiento recién adquirido
- en ocasiones, la maestra dicta las conclusiones que, supone, fueron obtenidas como producto del trabajo.

## 3. EN EL SALÓN DE CLASES

### *A. Objeto de enseñanza*: la recta numérica y la suma de enteros en la recta numérica

La recta numérica, tal como ahora la conocemos, es un concepto relativamente reciente, que se origina con Pierre de Fermat y René Descartes en el siglo XVII (cf. NCTM; 1995;12). Como antes dije, este es uno de los objetos introducidos con la reforma educativa de los años setenta. La introducción se hacia a partir del primer grado mediante un recurso didáctico bastante interesante: una rana que se desplazaba mediante saltos, hacia la izquierda o la derecha sobre la recta, según se tratase de sumar un número positivo o negativo. Al maestro de primer grado se le explicaba:

> "El concepto de suma se presenta en primera instancia por medio de la idea de juntar colecciones. Sin embargo, más adelante se presenta la idea de recta numérica, idea que es central en matemáticas. Utilizando la recta numérica, la operación de suma puede describirse por medio de corrimientos, esto es lo que se persigue con el juego de la rana" (Imaz et. al; 1972a; 7).

Y la rana, cuya forma de saltar se solicitaba al maestro explicar y mostrar a sus alumnos, era útil para resolver, entre otras, lecciones con sumas y restas de dígitos.

El trabajo sobre la recta numérica continuaba con diversos niveles de complejidad y formalización a lo largo de la primaria; en los últimos grados, el desplazamiento a la derecha o a la izquierda correspondía explícitamente a los números positivos o negativos. Las operaciones se formalizaban utilizando expresiones del tipo: $8 + \bar{4} =$ ______. También, en algún momento, se incorporaban problemas que implicaban un manejo intuitivo de los números enteros. Por ejemplo, se calculaban temperaturas o alturas en relación con el nivel del mar.

En el quinto grado, el *contenido* expresado en el libro del maestro (en términos de objetivos) era el siguiente:

> *"Efectuar adiciones de números de una cifra, utilizando la recta numérica"*,

Este objetivo, a su vez se desglosaba en dos más específicos:

> *"Representar los números enteros positivos en la recta numérica"*
> *"Ilustrar la suma de dígitos sobre la recta numérica"* (cf. SEP; 1982; 65 y ss.).

En el libro de texto oficial aparecían algunas lecciones que apoyaban el logro de tales objetivos. Es relacionado con todo ello que veremos el desarrollo del tema en la siguiente clase.

## B. Desarrollo de la clase

### *Primera fase: construcción de una definición*[1]

> Mta: Hoy vamos a hablar sobre la recta numérica. Esto ya lo han visto en otros años... A ver, díganme... ¿qué es una recta?<
> No: Es una línea partida en pedacitos
> Mta: Es una línea partida en pedacitos... (el tono indica que la respuesta no es satisfactoria)
> No: Es una varilla que tiene números
> Mta: Es una línea que tiene números... (enfatiza la palabra línea, con el tono indica que no es completa aún la respuesta)
> No: ¿Está dividida en centímetros?
> Mta: Pues no, no necesariamente en centímetros (...) pero vamos a ver que esa línea puede ser horizontal o sea acostadita, o vertical, o sea paradita (...) Ahora, esta línea, como nos estaba diciendo Oscar, ¿verdad?, que estaba partida en pedazos; bueno, pues sí, (...) y cada uno de esos pedacitos se va a llamar segmento, ¿sí?, cuando dividimos una línea en partes iguales, a cada uno de esos pedacitos lo vamos a llamar segmento, ¿sí? Escribimos en nuestro cuaderno (los niños sacan el cuaderno, la maestra continúa): Recta numérica (enfática, con el

[1]No analizo en lo que sigue la validez de las definiciones que la maestra propone, sino el proceso que se genera para construir la que ella busca.

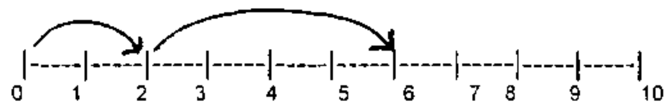
tono indica que deben escribir). Recta numérica, punto y aparte (...) Recta, escribimos recta, dos puntos y seguido: ¿Qué será?, qué dijimos que era recta? (...) <
No: ¿Un segmento? (dudoso)
Mta: ¿Un segmento?, No, ¿qué dijimos que era recta?<
No: Una línea que está dividida en segmentos
Mta: Bueno, ¡parecido, parecido!, pero nada más lo que es recta, ahorita no digan nada de segmentos, ¿quién se acuerda?, es algo de línea
No: ¿Una línea que podía ser horizontal o vertical? (dudoso)
Mta: ¡Ajá! Entonces vamos a escribir que una recta es una línea que puede ser horizontal o vertical (espera que los niños escriban; los niños anotan en su cuaderno). Ahora escribimos segmento (...) ¿Quién podría recordar qué es segmento?
No: Son los pedacitos en que está dividida
Mta: Ajá, son los pedacitos en que está dividida, entonces vamos a apuntar que los segmentos son partes de la recta que tienen igual tamaño (los niños escriben). Ahora, si juntamos lo que es la recta y lo que es segmento, las dos cosas que acabamos de escribir ahorita, entonces, podríamos decir lo que es la recta numérica (...) A ver, ¿quién se imagina lo que es una recta numérica?<
(ningún niño responde)
Mta. ¿Qué será una recta numérica, Luis Miguel?
No: Una recta que sirve para hacer operaciones?
Mta: Bueno, nos va a servir para hacer operaciones, pero leyendo [lo que acabamos de escribir], fíjense: dice que recta es una línea que puede ser vertical u horizontal, y que segmento son partes de igual tamaño ¿qué creen que será una recta numérica?
Ns: (silencio)
Mta: Leyendo esas dos definiciones, si las juntamos, ¿cómo podríamos hacer una única definición?, a ver, Julio
Julio: ¿Una línea con números? (dudoso)
Mta: Una línea con números, pues por ahí va, por ahí va, ¿quién me quiere completar lo que acaba de decir Julio? (...)
Ignacio: ¿Es una línea con varios segmentos?
Mta: ¡Ahí está!, (con tono de aprobación) a ver Alma Lilia, tú querías decir algo
Alma: Lo que dijo Ignacio
Mta: ¿Sí?, entonces, una recta numérica va a ser una línea horizontal o vertical que va a estar dividida en partes iguales que se llaman segmentos (...) y sobre cada partecita nosotros podemos representar números (...)

***Segunda fase: aplicación de la definición en el trazo de rectas numéricas siguiendo instrucciones de la maestra***

Se trazan varias "rectas". La maestra solicita a los niños trazar una recta en el cuaderno. Va indicando cómo y de qué medida trazar la "recta" y los segmentos. Se observa que algunos, a pesar de las indicaciones, tienen dificultades para realizar la actividad. En el transcurso de ésta, los niños preguntan reiteradamente a la maestra cuestiones como: "¿Le marcamos con lápiz o con color?", "¿Le ponemos números?", ¿"De un centímetro o de dos?"; "*¿Pasamos dos renglones?"*, en cada ocasión, la maestra responde dando indicaciones precisas. También, en varias ocasiones, dice a los niños que guarden silencio y "pongan atención" al hacer el trabajo.

***Tercera fase: Ostensión de la suma de enteros sobre la recta: un episodio solapadamente critico***

Mta: (...) Ahora vamos a repasar lo que ya hemos visto desde cuarto año, vamos a ver cómo en esta recta (señala en el pizarrón) podemos ir sumando los números... por ejemplo... ¡Andrés, si yo estoy aquí! (Andrés está viendo hacia el patio). Empiezo desde el 0, y doy dos saltitos, aquí ya recorrí esta distancia, ¿verdad? (al hablar marca sobre la recta, del 0 al 2). Pero si a mí se me ocurre, a partir de este punto (señala el 2) dar otro salto hasta este número (marca hasta el 6) en total ¿qué distancia recorrí sobre la recta?< (la recta queda como se ve en la figura).



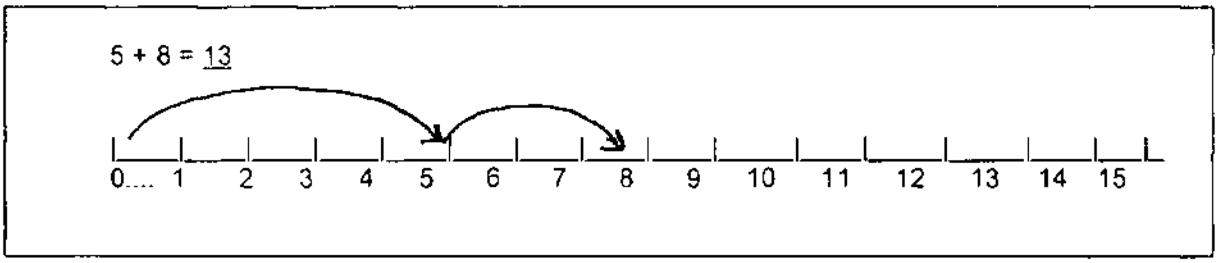

No1: ¡Seis!
Mta: ¿Seguro que seis?
Ns: (pocos) Ocho
Mta: ¡Ocho!, ¿y por qué ocho?, a ver Andrés (Andrés es de los que contestó 8)
Andrés: Se hace una suma: dos, seis... cuatro...seis... (se confunde, no continúa)
Mta: ¡Bueno!, dices que son seis, alce la mano el que cree que sí es 6, que avancé 6 (el tono de la maestra parece indicar a los niños que no deben contestar 6)
Se ve desconcierto en la cara de los niños, sólo unos pocos levantan la mano indicando que quieren responder.
Mta: (...) ¿Cuánto habremos avanzado de aquí a acá? < (Señala en la recta del 0 al 6)
No: Ocho (luego dos o tres más también dicen ocho, siguiendo al compañero)
Mta: Ocho (el tono de la maestra parece aprobar la respuesta). Ocho, ¿por qué ocho?
No: Se suma dos más seis
(se genera un murmullo, muchos niños comentan con el compañero en voz baja)
Mta: ¡Exactamente!, porque primero di dos saltitos, avancé dos segmentos; y después di otro salto con 6 pedacitos más... si yo sumo los dos primeros más 6 más que salté, voy a tener en total //
No1: ¡Maestra!
Mta: Ocho espacios
No1: (interrumpe nuevamente a la maestra): ¡Maestra!, en tercero me la enseñaron, pero me decían que si tenía que sumar dos más seis, pusiéramos dos y luego contábamos seis hasta... la cantidad que fuera
Mta: Pero ahorita lo vamos a hacer de otra manera, ¿sí? ... Muy bien (se dirige nuevamente al grupo)
(El niño 1 expresa en su cara cierta confusión pero ya no dice nada).

Mta: Entonces tenemos ahí ya nuestra suma (señala el pizarrón) Dos saltitos que dio primero, más seis, ¿verdad, Andrés? (repite nuevamente los movimientos sobre la recta, en realidad modela 2 + 4). Lo copiamos en su cuaderno, ¡rapidito! (A la vez que habla anota la suma 2 + 6 = 8).

***Cuarta fase: ejercitación de la suma de enteros sobre la recta numérica***

La maestra solicita trazar 6 "rectas iguales" en el cuaderno (...)
En cada una de las "rectas" dibujadas se realiza la suma con dígitos que la maestra va anotando en el pizarrón; los cálculos correspondientes a las tres primeras se hacen bajo la dirección de la maestra que muestra en el pizarrón la manera de hacerlo, previas respuestas orales de los niños. En todos los casos, si bien la suma se realiza correctamente, la modelación sobre la recta que la maestra propone es como en el siguiente ejemplo, en el que supuestamente se modelan 5 y luego 8 saltos:

Mta; Cinco, y llegamos hasta aquí (dibuja la flecha hasta el 5) [...] de aquí saltamos hasta el ocho... no podemos empezar desde el cero, porque ya llegamos hasta aquí (señala el 5) y de aquí nos vamos a trasladar hasta el 8 (y dibuja la flecha hasta el 8)




Mta: Entonces, en total, ¿cuántos saltitos di?<
Ns: 13

Puede verse, en realidad no se modelan los cálculos que los niños realizaron. Los resultados, entonces, se obtienen con su desconcierto, pero ellos no expresan el desconcierto a la maestra, permanecen callados, y ésta (al menos aparentemente) no presta atención al hecho. Durante la realización de las sumas que ya no se resuelven paralelamente en el pizarrón, la maestra pasea por entre las bancas y en más de una ocasión dice: "¡Como no pones atención luego no sabes!" u otras cosas parecidas. Pero la siguientes respuestas orales muestran que, al menos los que participan públicamente, han aceptado las reglas de la profesora.

***Quinta fase: resolución de un ejercicio conforme al libro de texto y resolución encubierta del episodio crítico***

Mientras los niños terminan el ejercicio anterior, la maestra lee en silencio, en su escritorio la página 79 del libro de texto gratuito (véase inserción al final del apartado); luego, solicita a los niños sacar el libro y da la siguiente indicación:

"Ahora vamos a ver cómo dice el libro que resolvamos este ejercicio. Vamos a resolver como ahí dice, nada más la página 79" (y los niños proceden a resolver conforme se muestra en el texto). Luego, la maestra pone en el pizarrón otros ejercicios similares; los niños los realizan mientras ella atiende a algunas madres de familia que vienen a tratar asuntos relacionados con el aprovechamiento escolar de sus hijos. Los niños que van terminado, sacan algún libro y lo hojean, o platican en voz baja con su compañero de banca. El ejercicio no se evalúa.

## 4. NUESTRO ANÁLISIS

### A. La relación con el objeto de saber: la preeminencia de las formalizaciones y los procedimientos.

En ésta, al igual que en el resto de las sesiones observadas en el grupo, la maestra María promueve la relación inicial con el objeto de saber a través de alguna fórmula o definición. Su interés por las formalizaciones se muestra no sólo por su introducción en un primer momento de la progresión didáctica, sino también en que incorpora otras no solicitadas en los programas o los textos oficiales y que resultan incluso innecesarias. Por ejemplo, no se hacía necesario introducir definición alguna sobre la recta numérica. El *objeto de enseñanza,* conforme al *texto oficial*, recuperaba su aspecto instrumental, consistía en la realización de sumas sobre la recta numérica y esto los niños podrían aprenderlo (y mostrar su aprendizaje) mediante la resolución de los ejercicios correspondientes conforme a tal intención. La realización correcta de tales ejercicios (así como la esporádica inserción de algunos juego o problemas) serían índices suficientes para suponer que el *objeto de enseñanza* se había convertido en un *saber aprendido*.

Por supuesto, la realización de los ejercicios implicaba que los niños tuvieran conocimientos acerca de la recta numérica y de la manera en que ésta puede utilizarse para modelar la suma de enteros; ellos deberían saber que:

- Al punto que delimita cada segmento señalado sobre la recta corresponde un número (entero);[2]
- sumar un número positivo implica un desplazamiento a la derecha,
- sumar un número negativo implica un desplazamiento a la izquierda;
- los desplazamientos correspondientes al primer sumando, deben iniciarse a partir del punto que representa el cero;
- los desplazamientos correspondientes al segundo sumando, deben iniciarse a partir del punto en que se finalizó la modelación del primero; es decir, los sumandos se representan mediante desplazamientos sucesivos donde el punto de partida para la modelación del segundo es el punto de llegada del primero;
- la suma buscada corresponderá al punto en que se haya finalizado el último desplazamiento;

[2] La idea de que a cada punto corresponde un número no era el objeto de la relación didáctica ni se hacía necesario para el desarrollo de la clase.

Pero lo anterior no hacía necesaria ninguna definición de recta numérica ni de segmento, y sin embargo, la maestra la incorpora. Este patrón «institucionalizante» se repite en todas las clases. Por ejemplo, en dos sesiones dedicadas al plano cartesiano se incorporan también formalizaciones en relación con el plano o las coordenadas de un punto. Y el *texto de saber* correspondiente exigía de los niños, al igual que en el caso anterior, un *saber hacer* y no formulaciones. De manera similar, en las sesiones dedicadas al tratamiento del volumen o el área la vinculación inicial con el saber se establece mediante las fórmulas y las definiciones.

Esta relación con los objetos de saber implica unas ciertas "marcas" de que el saber ha sido adquirido y una cierta forma de interacción que permite que tales marcas aparezcan. Es decir, se sustenta sobre un cierto contrato didáctico.

**B. Los contratos celebrados: de descubrimiento y de ostensión**

En el primer contacto con los objetos de saber introducidos en esta clase, se celebran diferentes contratos:

1. *uno de descubrimiento*: cuando se busca la construcción colectiva de la definición en juego (recta numérica); o bien
2. *uno de ostensión*: cuando a maestra busca ostentar la suma en la recta numérica.

Conforme a tales contratos, la maestra se atribuye a sí misma un buen número de responsabilidades:

- Introducir y ostentar nociones o procedimientos con el fin de hacer que los niños los *capten* ; o bien
- dirigir interrogatorios de preguntas cerradas para que los alumnos obtengan las definiciones sin que ella tenga que enunciarlas;
- percatarse (mediante las respuestas dadas en el interrogatorio y los ejercicios escritos) de la eficacia del proceso promovido;
- incorporar, cuando se hace necesario, índices actitudinales (como el tono de voz) para que los alumnos obtengan las respuestas esperadas;
- proporcionar los ejercicios o repasos convenientes para que, con la repetición de los mismos, se logre el aprendizaje previsto.

A los niños, por su parte (dependiendo del contrato en curso) les corresponden las responsabilidades siguientes:

- estar atentos para *captar* las *mostraciones* y explicaciones de la profesora;
- seguir los interrogatorios que las maestra promueve y responder a las preguntas que plantea;
- interpretar los códigos didácticos de la profesora para evaluar la corrección de sus respuestas o, en su caso, la distancia con las esperadas;

- realizar los ejercicios propuestos, siguiendo las indicaciones de la profesora;
- mostrar que captaron las nociones mediante la resolución correcta de los ejercicios.

**C. ¿La interrogación promovía realmente el razonamiento?, o la detención del tiempo didáctico**

El aprendizaje «por descubrimiento» preconizado en los programas oficiales de la época, descansa en la confianza de que el interrogatorio orientará a los niños hacia las nociones matemáticas previstas refinando las nociones intuitivas que ya tienen al respecto. En el caso de la clase antes presentada tal intención encuentra dificultades; una de orden lógico: de "refinar" y conjuntar "lo que es recta" y "lo que es segmento" (ambas, nociones geométricas) no era posible derivar una formulación que incluyera cuestiones numéricas. Así, los niños no ofrecen la definición que la maestra espera.

Otra dificultad, de orden didáctico, se agrega a la construcción de la formulación prevista: cuando en algún momento de la clase un niño responde "Es una recta que sirve para hacer operaciones", tal definición (no derivada de los elementos proporcionados por la maestra pero correspondiente a lo que intuitivamente los niños podrían entender como recta numérica) es rechazada. Y el rechazo obedece a que la maestra no tiene prevista tal formulación. La validez de la respuesta se rechaza por razones didácticas. Entonces, ellos comienzan a dudar del éxito que tendrán sus respuestas y toman una actitud cautelosa en la búsqueda de la definición que la profesora desea. El tiempo didáctico se detiene.

**D. Ante la detención del tiempo didáctico: cerrar las preguntas, agregar información, introducir índices actitudinales, repetir**

Enfrentados a la responsabilidad de obtener la definición de recta numérica, los niños no daban las respuestas que la profesora deseaba. Respuestas como "segmento", "línea que está dividida en segmentos", "línea que puede ser vertical u horizontal" habían sido rechazadas. El interrogatorio para construir la definición no iba por buen camino y el tiempo didáctico se detenía. ¿Cómo responde la maestra a éste y a otros desequilibrios? Ella utiliza diversos mecanismos buscando restablecer el equilibrio perdido:

A. *Reiterar preguntas y agregar informaciones*. En la fase en que las dos definiciones de partida (recta y segmento) se producen, además de reiterar las preguntas buscando obtener la respuesta, la maestra agrega algunas informaciones, por ejemplo que la recta debe ser vertical u horizontal o que cada "pedacito" en que está dividida se llama segmento; pero aún así no obtiene las respuestas previstas. Entonces, se vale de otros mecanismos:

B. *Incorporar índices no intelectuales (o el deslizamiento del registro)*. «Por ahí va, por ahí va» o «Parecido, parecido» son frases que buscan indicar el camino. El tono de voz de la maestra y su aprobación (no argumentada) a algunas respuestas se convierten finalmente en elementos que permiten llegar a una formulación inicial de recta numérica aprobada por ella: "Una línea con varios segmentos".

Esta aprobación tiene consecuencias: cuando el niño que expresa tal formulación es aprobado (*¡Ahí está!*, dice la maestra) la niña a quien la maestra interroga en seguida, responde: "*Eso es lo que yo quería decir, lo que dijo Julio*". Me parece que la aprobación a un compañero por parte de la profesora (no importando las razones de la aprobación pues éstas no se explicitan) constituye el criterio para ofrecer (confirmando o modificando) la propia respuesta.

La definición aprobada es incompleta pues no incluye la componente numérica, y cuando ésta se formula, el registro de la actividad en clase se ha modificado. Los mecanismos de regulación, ante la escasa eficacia del formato de interrogación planteado, llevan a los niños a modificar el registro de su actividad: la nueva actividad ya no consiste en razonar en términos del contenido matemático (a partir de sus ideas intuitivas) sino de buscar (si es necesario adivinando) la respuesta que la profesora quiere escuchar; también en dar respuestas que han sido previamente aprobadas, aún desconociéndose el motivo de la aprobación.

C. *Completar la definición prevista*. La negociación de las respuestas se ha hecho «a la baja», tanto por la forma de obtenerlas como por su *incompletez*. La maestra acepta la formulación parcial producida por un niño: "[Una recta numérica es] una línea con varios segmentos". Pero es finalmente ella quien, al institucionalizar la formulación, agrega la componente numérica: "Y sobre cada partecita [de la línea] podemos representar números", dice. Al serle indispensable empujar el tiempo didáctico ya largamente estancado necesita también agregar la información que, sabe, no vendrá de aquéllos. [3]

D. La *repetición*. La repetición es una actividad frecuente en este grupo (en cuatro de las seis clases observadas se realizan ejercicios de repetición, en otras se dejan de tarea), pero es también una forma de empujar el tiempo didáctico

Por ejemplo, en una clase dedicada a áreas, ante la incapacidad de los niños de recordar las fórmulas o de asociarlas a las figuras convenientes, el dispositivo de regulación consiste en aumentar tanto el número de ejercicios de cálculo utilizando las fórmulas como las ocasiones de su asociación con las figuras correspondientes.

La pobreza de significación alcanzada y los peligros de este mecanismo de regulación llegan al límite en la relación promovida con la suma en la recta numérica: ejercitar para lograr que los alumnos den respuestas que en la base son incorrectas (las sumas fueron modeladas de manera que resultaban lógicamente

[3] En el resto de las clases en que estuvimos presentes, se observa un patrón similar al analizado en estos incisos.

incoherentes; pero a una oposición inicial, le sigue la aceptación de la regla por parte de los niños).

Como quiera que sea, en su afán por que los niños ofrezcan las respuestas que a su entender son la muestra del aprendizaje, la maestra pone en marcha cuatro dispositivos básicos:

- cerrar o repetir las preguntas que constituyen el interrogatorio;
- utilizar códigos actitudinales (como el tono de voz) para aprobar o desaprobar (sin decirlo) las respuestas (es decir, desplazar el registro de la actividad)
- completar las definiciones que, inicialmente, esperaba obtener de los alumnos;
- aumentar el número de ejercicios, siendo estos todos similares (utilizar la repetición).

Todos ellos llevan a la pérdida de significación.

**E. Mecanismos de eficacia vulnerable**

La relación didáctica establecida entre la maestra Maria y sus alumnos es regulada por distintos contratos: de ostensión o de descubrimiento en el primer contacto con los objetos de saber; de conidicionamiento más avanzada la progresión didáctica (se trata siempre de repetir). Su actualización o abandono obedece a necesidades propias de la progresión didáctica, también a necesidades de restablecimiento del equilibrio didáctico.

El objetivo primordial de la relación establecida es vincular a los alumnos con dos aspectos de los objetos matemáticos: las definiciones y los procedimientos; el reto es la obtención de respuestas que muestren su dominio. Y las respuestas, finalmente llegan. Empero, acaba por no ser importante el medio por el cual se obtienen y el registro de la actividad es generalmente desplazado a la interpretación de códigos didácticos. Este desplazamiento se debe (al menos parcialmente) a que - por falta de destreza didáctica - la maestra no cumple adecuadamente los términos de los contratos que establece. Por ejemplo, cuando promueve el descubrimiento, no plantea interrogatorios mediante los cuales los alumnos puedan, "refinando sus nociones intuitivas" obtener las definiciones que ella se abstiene de enunciar.

En términos de la progresión didáctica: si el (los) contrato (s) establecido(s) fracasa(n) ya no se puede avanzar, el tiempo didáctico se detiene. Pero el fracaso no es algo con lo que se pueda vivir. Y como la profesora no modifica de fondo los términos de la relación establecida - aún cuando repetidamente ésta se muestra incapaz de producir las respuestas previstas - crea mecanismos de regulación que le permiten mantenerla, aunque las respuestas no se produzcan ya por razones intelectuales. Es entonces que orienta sus acciones a obtener respuestas (no necesariamente aprendizajes). Y las repuestas finalmente llegan, pero habiéndose producido una pérdida total de significación. Tal desplazamiento, según vimos, ocurre en todas las clases de la profesora. El contrato que parece predominar en esta clase, pues, es el que busca conseguir respuestas no importando los medios para obtenerlas: es finalmente un contrato «de reproducción formal». Los mecanismos equilibrantes incorporados, todos, tienden a ello.

**F. Los resultados del contrato: aprendizajes fugaces e intransferibles**

La eficacia relativa de la relación establecida muestra su vulnerabilidad en distintos momentos, y en el corto plazo. Los aprendizajes supuestos (expresados en respuestas que repiten un saber sin haber pasado por el conocimiento) son sumamente frágiles. En apoyo a mi afirmación mostraré un pasaje más allá de la clase antes presentada: la sesión dedicada al volumen de prismas. En esa sesión, a pesar de las preguntas cada vez más cerradas de la profesora y sus índices actitudinales cada vez más transparentes, ningún niño logró anticipar cómo se podría calcular el volumen del prisma triangular; esto aunque se habían trabajado anteriormente contenidos que (en principio) permitirían hacerlo: el área del triángulo y el volumen del prisma cuadrangular:

> Mta: (después de varias preguntas acerca de las características el prisma triangular que no reciben las respuestas esperadas) ¿Nadie, sabe, ¿verdad?, ¿Y saben por qué? Porque no están poniendo atención (bastante irritada).
>
> La maestra termina enunciando las características que solicita: "tiene base triangular", "tiene tres caras laterales"... Luego pasa a la cuestión del volumen:
>
> Mta: Ahora, ¿cómo vamos a obtener el volumen de un prisma triangular... Omar?
> Omar: (silencio)
> Mta: Fíjate bien cómo hicimos el del rectángulo, ahora, ¿cómo haremos el del triángulo?
> Omar: (continúa callado)
> Mta: ¡Pedro!, ¿cómo se te ocurre que sea?
> Pedro: (silencio)
> Mta: ¿Cómo podemos obtener el volumen de éste (con su dedo señala los lados de la base, es decir, del triángulo)
> Pedro: ¿Tres por lado?
> Mta: ¿¡Tres por lado?!, ¡Eso es para perímetro! (irritada) (...)

El interrogatorio - que se prolonga en el mismo sentido hasta que la respuesta esperada aflora - muestra que los niños no están preparados para transferir un supuesto conocimiento sobre la fórmula del volumen del prisma cuadrangular al cálculo del volumen de otro prisma en donde la única diferencia es la forma de la base. La falta de significación del conocimiento es evidente.

A partir de resultados como éstos es pertinente interrogarse: ¿Por qué la maestra sostiene esta forma de relación, a pesar de las dificultades que en la progresión didáctica se observan? En mi opinión, la respuesta se encuentra (al menos parcialmente) en el hecho que planteo a continuación.

### G. El espacio de la regulación, o una responsabilidad (no asumida) que permite la sobrevivencia del proyecto didáctico

En general, los niños resuelven los ejercicios que se les proponen con una baja tasa de éxito que se evidencia de varias formas: en los "regaños" de la profesora al evaluar las tareas; en los errores que cometen muchos de los que pasan al pizarrón; en el escaso número de niños que responden a las preguntas planteadas oralmente; en la detención recurrente del tiempo didáctico. Es también por esta baja tasa de éxito, que con frecuencia se escucha a la maestra decir: "Y ponen atención, porque por eso, a la hora de los ejercicios ya no sabemos".

No obstante lo anterior, ella, cuando logra las respuestas – aun incompletas, provenientes de unos cuantos niños y con un escaso respaldo de significación - introduce un nuevo objeto de saber; continúa su proyecto ¿Es un descuido, es intencional, es inexperiencia? No lo sabemos, lo que sí sabemos es que tal descuido o intención es también lo que permite que la sucesión de contratos definidos permanezca. O, ¿no es correcto pensar que, de actuar conforme a los resultados, ella buscaría otros términos para la relación didáctica que ha establecido?

Así pues, una de las responsabilidades que, según el «pacto original» es transferida al profesor - la de asegurar que todos los niños o al menos un número importante de ellos adquieran los aprendizajes previstos - no es cumplida por la profesora. Su inexperiencia didáctica se lo impide. Pero, paradójicamente, es este incumplimiento el que permite que su proyecto continúe vivo.

### H. Un mecanismo de equilibración *hipo-didáctica*

No obstante su precaria eficiencia, la profesora no modifica los términos básicos de los contratos que establece. Y como un último recurso utiliza otro mecanismo, no de restablecimiento del equilibrio didáctico sino quizá sólo de su propio equilibrio profesional. Este mecanismo consiste en señalar que el aprendizaje no se logra porque los niños no ponen atención. Efectivamente, en repetidas ocasiones, se le escucha decir: «Y ponen atención, porque si no, a la hora de hacer los ejercicios, resulta que ya no se acuerdan». Este mecanismo no restablece el equilibrio didáctico (las respuestas no llegan cuando se introduce) pero sí posibilita el mantener la relación didáctica vigente sin una modificación radical (que llevaría a buscar contratos con sustentos diferentes) y sin aceptar la responsabilidad unilateral del fracaso. Y es que reconocer el fracaso de su acción, obligaría a la maestra a celebrar nuevos contratos, fundados en otros presupuestos; me parece que por su inexperiencia no está en posibilidades de hacerlo. La solución que por ahora le resulta factible, es el desplazamiento al registro actitudinal y, cuando los efectos de éste desplazamiento dejan de funcionar (cosa normal por la escasa significación que respalda a las respuestas), entonces se responsabiliza a los niños del fracaso. Tomando prestada una expresión a Guy Brousseau, puede decirse que «es un recurso desesperado».

### I. La prohibición del ingreso al registro epi-didáctico

La inexperiencia en el manejo de los contenidos matemáticos por parte de la profesora parece llegar al límite cuando ya avanzada la clase sobre la recta numérica, se origina un episodio crítico. Aunque los programas y textos oficiales tenían ya 15 años en las escuelas cuando hicimos esta observación (y en las escuelas Normales había cursos dedicados a trabajar con los materiales oficiales para al educación primaria) algunos niños se mostraban más aptos que la profesora para modelar sumas en la recta numérica. Uno de esos niños intenta señalar a la maestra la confusión en que ha incurrido diciendo cómo se lo habían enseñado a él en tercer grado. Pero la maestra no acepta la participación de sus alumnos en el registro *epididáctico*[4], éste sólo le corresponde a ella. Así, la clase continúa con base en una confusión: no había correspondencia entre las sumas planteadas y su modelación en la recta.

Se encuentran así, quienes ya conocían el tema, ante un dilema: responder de la manera que como sujetos cognoscentes les parece coherente, o responder de la manera en que la maestra lo solicita. Lo que aparece al final del ejercicio, (en mi opinión) es la aceptación de responder de la manera en que la maestra lo solicita.

Pero la progresión didáctica en torno al tema debe continuar. Conforme al texto de saber vigente, habrá de regresarse una y otra vez a dicho contenido. El error no puede permanecer. Para ello los ejercicios propuestos en el libro de texto resultaron oportunos. La profesora los lee y luego dice a los niños: "Ahora vamos a resolver esta página. Vamos a resolver como ahí dice". De esta manera, la maestra resuelve un momento crítico y recobra su autoridad momentáneamente perdida, tomándola del texto. Porque como el texto dice, además de ser correcto, es congruente con las manera en que los niños aprendieron a modelar sumas en el grado anterior. Pero, es importante enfatizar que a los niños «les ganó» la sensibilidad al contrato y no las buenas razones que como sujetos cognoscentes pudiesen haber ofrecido.

### J. Lo habitual en La clase

Hemos visto que, en ocasiones, la clase comienza con la introducción casi directa de una definición, la maestra la ostenta acompañándola de elementos objetivos que permiten a los niños "captarla". En otras ocasiones, en cambio, la maestra busca más decididamente que los niños obtengan la formulación en juego sin que ella tenga que enunciarla. En tales casos se asigna la responsabilidad de interrogar pues es del interrogatorio y el razonamiento de aquéllos que derivará dicha formulación. No necesariamente los interrogatorios resultan exitosos.

[4] Recuérdese que Chevallard utiliza este término para delimitar las referencias explícitas de los participantes al contrato didáctico; en este caso la referencia sería a la validez del saber introducido.

Cualquiera que sea el caso, la actividad matemática que se realiza en este grupo, no se modifica sustancialmente de una clase a la otra. Se anotan definiciones o fórmulas, se responde a preguntas cerradas; se realizan ejercicios rutinarios; se solicitan (o se esperan de la maestra) las indicaciones precisas; en ocasiones, se promueve un cierto tipo de razonamiento con el fin de obtener una formulación y se responde a problemas en los que no se hace necesario adaptar o reorganizar conocimientos.

Las diferencias que se observan entre los contenidos de geometría en relación con los de aritmética son dos: consisten en una actividad de construcción de sólidos geométricos y la respuesta a algunos *¿Por qués?* Empero, tales diferencias no se traducen en modificaciones a las reglas básicas que hacen funcionar la clase, o en nuevas relaciones con los objetos de saber. Los sólidos se construyen bajo dirección estricta de la profesora:

> "(...) Fíjense, primero vamos a poner nuestra cartulina de esta manera (indica cómo). Vamos a hacer de cuenta que mi pizarrón es su pedazo de cartulina; voy a empezar desde la orilla [...] desde el cero vamos a marcar cinco centímetros, (ponemos) dos marquitas (y lo hace en el pizarrón:
>
> |
>
> |
>
> ¿Para qué los hacemos? Para trazar una línea vertical (...)

O los *por qués* refieren sólo al ámbito procedimental: "¿Por qué multiplicamos? Porque la formula dice base por...", se escucha decir en la clase dedicada a calcular áreas.

A manera de síntesis puede afirmarse que en todas las clases se activa un contrato de descubrimiento y/o se utiliza una estrategia ostensiva para poner en relación con el nuevo objeto de saber; luego, si las respuestas no llegan, la actividad se desplaza al ámbito actitudinal; como lo central en esta sucesión de contratos es la obtención de una ciertas respuestas, entonces, se recurre a la repetición para obtenerlas. Finalmente, si a pesar de la repetición éstas no aparecen, entonces, se apela nuevamente al registro actitudinal o, en el límite, se responsabiliza a los niños del fracaso.

### K. El vínculo personal de la maestra con el *saber a enseñar*

He analizado en los párrafos precedentes, la acción de la profesora María en tanto que «enseñante» de la matemática elemental. Mostraré ahora, la relación personal que estableció en su primer año de práctica profesional con el *saber matemático* presentado en los programas y textos[5]:

> El programa de matemáticas es un poco extenso, hay cosas que la verdad yo no las abarqué porque son cosas que tratan como de dar a entender a los alumnos el por qué de cierta operación, de ciertas fracciones, qué sé yo, pero siento que complica más a los niños, como que no se van a lo específico, a lo práctico. Quizás el objetivo es hacer que con estas actividades los niños se den cuenta de dónde salen las cosas (...) pero a veces siento que son muy complicados, como que enredan más a los niños. Todo lo de fracciones [está en este caso]. Yo por eso no manejé el libro porque me empecé a dar cuenta que los niños no, no, no, como que se enredaban más, no entendían ese desenvolvimiento que dan en cada tema (...)

Puede verse que los despliegues explicativos presentados en los textos no fueron acogidos definitivamente por la profesora. Estas explicaciones - tendientes a hacer comprender a los alumnos las propiedades, los mecanismos en que se sustentan los algoritmos, los procedimientos - fueron finalmente eliminados de su *texto de saber*. Sus experiencias con ellos parecen haberla persuadido.

**L. ¿Inexperiencia, o rigidez en la relación con el saber?**

Es correcto afirmar que en la relación didáctica que ha establecido y la sucesión de contratos que celebra la maestra con sus alumnos para actualizarla, hay también una dosis de inexperiencia en una doble vía: la didáctica y la relacionada con el contenido matemático. Veamos la primera.

Tochon (1995) afirma que el enseñante desarrolla en el tiempo una serie de representaciones que permiten leer rápidamente una situación pedagógica y responder a ella. Que es la dinámica del enfrentamiento a las situaciones la que activa esas respuestas y que de una manera heurística sugiere la cuestión a plantear, la actividad a derivar, el trabajo a llevar a cabo. Seguramente con el tiempo la profesora María aprenderá varias cuestiones vinculadas a su hacer didáctico: por ejemplo cuáles definiciones vale la pena incorporar (y consumir tiempo didáctico en ellas) y cuáles no. No todas son necesarias o útiles para las exigencias y la economía del proyecto educativo que ella parece ir delineando.

La inexperiencia didáctica se observa también en otra dirección: como vimos, los profesores "avezados" saben qué información introducir y cómo interrogar para lograr de sus alumnos – sin decírselas - las respuestas que desean ver aparecer (aún cuando eventualmente las respuestas no sean muestra de ningún aprendizaje). También saben hacerlo a tiempo. En la clase aquí analizada, en cambio, de la información introducida (*línea recta* y *segmento)*, y las preguntas formuladas, no era posible derivar la definición pretendida; no había intuiciones ni conocimientos previos que, refinados, permitiesen obtenerla. Era para empezar,

[5]Algunas partes de las respuestas de la profesora que son anotadas en este párrafo fueron reelaboradas con el fin de "corregir el estilo". Se procuró conservan íntegras las ideas.

un problema de falta de lógica. Por ello, el estancamiento didáctico, la necesidad de proporcionar información para completar las definiciones previstas y de todas formas, el desplazamiento a lo actitudinal. Su inexperiencia no permite a la maestra cumplir con los términos del contrato didáctico que ella misma establece.

La falta de destreza y flexibilidad en el manejo de los contenidos matemáticos se evidencia en la sesión dedicada a la recta numérica en distintos momentos y de distintas formas; por ejemplo, cuando un niño dice: "*(La recta numérica) es una recta que sirve para hacer operaciones*" la respuesta es rechazada. Efectivamente, la recta numérica es un modelo al cual se le asocian los números reales (entre ellos los naturales) y sobre ella pueden modelarse las operaciones. Y en la experiencia escolar de los niños eso es la recta numérica: una recta sobre la cual se anotan los números y luego se hacen operaciones (los niños de este grupo lo habían hecho, al menos en teoría, desde el primer grado de primaria a través de *los saltos de la rana*). Pero la maestra tiene una idea singular, rígida e incompleta de la recta numérica. Es tal vez esta condición la que la vuelve poco flexible para manejar las distancias entre las respuestas de los alumnos y las formulaciones que ella ha previsto. Las respuestas que los niños ofrecen, si no van exactamente por el camino que ella anticipó, son descartadas. Muchos profesores hacen esto; en este caso, sin embargo, tal acción lleva a que el tiempo didáctico se detenga y a un desgaste importante derivado de dicho estancamiento. Pero la rigidez en la relación con el saber establecida tiene otras consecuencias.

**M. Los límites de la relación establecida**

Brousseau (1995) define el *contrato de reproducción formal* como aquel en el que:

> "El profesor se compromete a hacer que el alumno haga, *por un medio cualquiera*, una tarea que es reconocida por la cultura como la marca de adquisición de un saber; por ejemplo el alumno dirá el texto de un teorema, escribirá la solución de un problema, reproducirá a solicitud una actividad determinada. *El medio mediante el cual la producción de la tarea se logra no es relevante puesto que es la actividad en sí misma que se supone ser la fuente y la prueba del aprendizaje. La traducción de las órdenes del profesor en actos no exige el pasaje por el conocimiento previsto.* Esos medios de reproducción, por imitación, no exigen formulaciones de razones o explicaciones" (cf. Brousseau; 1995; 24 los subrayados son míos).

Durante la modelación de las sumas en las rectas dibujadas en el cuaderno (fase 3 de la clase presentada en detalle) llegan al límite las reglas de este contrato: "Si no comprendo, y aun si encuentro contradictorio, debo obtener la respuesta demandada por la profesora y no otra" parece ser la norma implícita que rige la participación de los niños durante el episodio.

Las reglas con base en las cuales estas clases transcurren (solidarias con la postura de la maestra y acentuadas por su inexperiencia docente) constituyen un terreno resbaladizo, de fácil deslizamiento a registros no intelectuales. Así, resulta falso el aparente envejecimiento de los objetos de saber: la maestra recibe las respuestas pero esas respuestas no son muestra de que los objetos de saber hayan pasado a formar parte de los conocidos por los alumnos y de los cuales dispondrán para enfrentar nuevas situaciones de aprendizaje. Es pues una ficción que se mostrará recurrentemente ante la introducción de nuevos objetos. Sin embargo, la maestra tiene una justificación ante tales resultados: los alumnos no ponen atención.

## 5. A MANERA DE CONCLUSIÓN

### A. Al contrato didáctico: una doble sensibilidad

La relación didáctica establecida tiene efectos intelectuales. Uno claramente observado es la modelación incorrecta de las sumas sobre la recta numérica. A lo largo de las clases, además, los niños prefieren que la maestra valide de antemano sus acciones, aún las más elementales. Por ejemplo, en la sesión aquí sintetizada, los niños preguntan: "¿Con color o nomás con lápiz?", "¿Vamos a numerar?", etcétera. En la clase en que se construye el cubo, las indicaciones esperadas por los niños (expresadas en las preguntas que plantean) incluyen desde las medidas de las líneas hasta la forma de colocar el papel sobre la mesa. La sensibilidad al contrato se muestra hasta en decisiones ciertamente irrelevantes, que los niños podrían tomar con libertad. ¿Será que ellos han aprendido que de lo que se trata en la escuela es de responder lo que el profesor espera, independientemente de que las respuestas sean respaldadas por conocimientos e, incluso independientemente de que contradigan su sentido común? Aún más allá, ¿será que ellos han devenido dependientes de los índices de la maestra para poder arribar a las repuestas porque la falta de comprensión que han acumulado no les deja ya sino ese camino?

Es justo decir que la maestra María comienza su biografía didáctica. Sus representaciones son aún una amalgama en la que destaca una interpretación sensualista del aprendizaje mezclada con una idea menos precisa de que los niños deben razonar. La postura epistemológica y pedagógica que va conformando al entretejer sus ideas previas con los resultados de su práctica, ha comenzado a definir el horizonte de experiencias que ofrece y ofrecerá a sus alumnos. Así interpreto su decisión de no incorporar el libro de texto oficial para el tratamiento de muchos contenidos. Según ella nos dijo: resulta muy complicado. Hemos visto en los hechos la complicación, las dificultades para gestionar las acciones que de él se desprenden. Acaso, de repetirse el fracaso en sus interrogatorios, éstos también dejen de formularse. La ostensión y la repetición, serán en tal caso las vías más seguras. La sensibilidad al contrato didáctico no es algo que sólo sus alumnos han desarrollado, en ella los resultados de su acción también van dejando huella.

**Cuadro 12. Características de la actividad desarrollada en el grupo de la profesora María**

| | Contenido | Introduce definición | Ilustra o explica | Interroga con preguntas cerradas | Preguntas abiertas o anticipatorias | Problemas como vía de aprendizaje | Problemas para aplicar | | Justificaciones o argumentaciones | Ejercicios rutinarios | Trabajo en equipo | Uso de mat. Manipulable |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | | Rutinización | Reorganización conoc | | | | |
| Clase 1 | La recta numérica y suma deenteros en la recta | Sí (la mta busca que "se construya") | | Sí | No | No | No | No | Sólo una; en un momento crítico. | Sí | No | No |
| Clase 2 | Coordenadas de un punto en el plano | Sí | | Sí | (Sólo una) | No | No | No | No | Sí | No | No |
| Clase 2 | Repaso de áreas de figuras planas de lados rectos | Sí | | Sí | No | No | Sí | No | No | Sí | No | No |
| Clase 3 | Noción de volumen y volumen del cubo | Sí (Con escasas cuestiones que buscan razonamiento) | | Sí | No | No | No | No | No | No (sólo construcción dirigida) | No | Sí (con una perspectiva sensualista) |
| Clase 4 | Volumen el prisma cuadrangular | Sí (la maestra la explica) | | Sí | No | No | No | No | Sólo una, procedimental | No (sólo construcción sirigida) | No | Sí |
| Clase 5 | Volumen del prisma triangular | Sí (aunque incialmente busca que los niños la obtengan como conclusión) | | Sí | Sí (una) | No | No | No | Sólo una,. Procedimental | Sí | No | Sí |
| Clase 6 | Porcentajes | Sí (aunque no se observó la intro-ducción)[6] | | Sí | No | No es posible responder | Sí | No | | Sí | No | No |

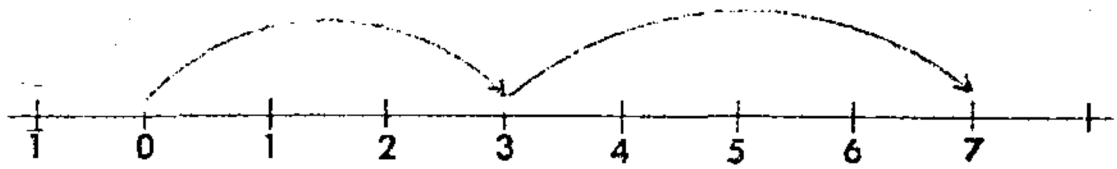
[6] No observamos la sesión en la cual se introdujo por primera vez la noción de porcentaje.

## 24. La suma entre enteros

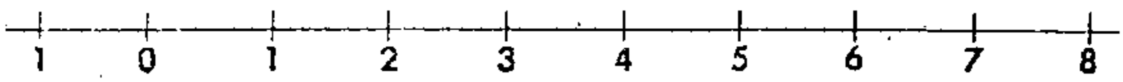
En la Lección 7 aprendiste a ilustrar sumas de enteros positivos por medio de una rana saltarina y una recta numérica.

En esta lección aprenderás a hacer lo mismo aun cuando algunos de los sumandos sean enteros negativos. Cada sumando representa un salto y, como antes, la rana empieza a saltar en el cero y el resultado de la suma es el número que indica el lugar al que llega la rana después del último salto. Lo único novedoso es que los sumandos positivos indican saltos a la derecha y los negativos, saltos a la izquierda. En cada uno de los ejercicios que siguen, se ha ilustrado una de las sumas. Hazlo con las restantes:

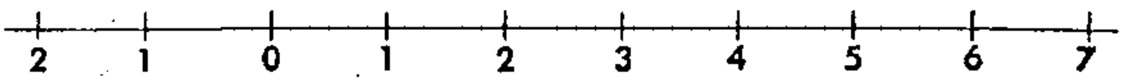
Sobre cada una de las rectas representadas dibuja los saltos que debería dar una rana que estuviese efectuando las operaciones indicadas. Escribe el resultado de ellas.




$3 + 4 = 7$




$5 + 2 = 7$

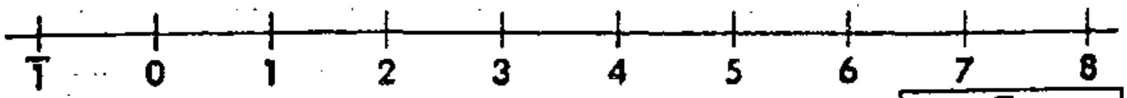



$2 + 5 = 7$

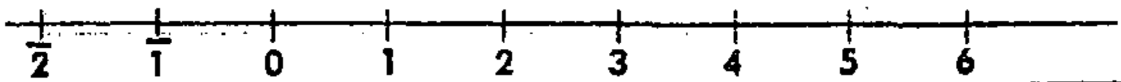

$2 + 3 = 5$

**La suma de dos enteros positivos es un entero positivo**

Sobre cada una de las rectas representadas dibuja los saltos que debería dar una rana que estuviese efectuando las operaciones indicadas. Escribe el resultado de ellas.

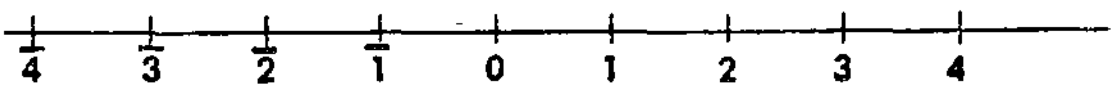



$8 + \bar{3} = 5$




$6 + \bar{4} =$


$\bar{1} + 3 =$




$\bar{4} + 7 =$

Escribamos de nuevo los resultados de los ejercicios anteriores:

$8 + \bar{3} =$ $\quad$ $6 + \bar{4} =$ $\quad$ $\bar{1} + 3 =$ $\quad$ $\bar{4} + 7 =$

Observa los ejercicios y contesta las siguientes preguntas:

¿Los sumandos tienen el mismo signo? ______________________

En cada operación que efectuaste, qué salto es mayor: ¿El positivo o el negativo? ______________________

El resultado ¿es positivo o negativo? ______________________

Conclusión: La suma de dos enteros de signos diferentes es

positiva si ______________________

# CONCLUSIONES

## I. LA HUELLA DE LAS REFORMAS

### 1. La matemática moderna como *saber a enseñar*.

Los programas y documentos oficiales mexicanos que orientaban el aprendizaje de las matemáticas en los años sesenta, sustentaban predominantemente sus propuestas en estrategias ostensivas de enseñanza. *Grosso modo*, se trataba de mostrar, ejemplificar, ejercitar, aplicar. Se trataba también de que los niños aprendieran a partir de contenidos vinculados a la vida diaria y de que dicho aprendizaje se obtuviera mediante secuencias definidas por los siguientes principios: "de lo fácil a lo difícil", "de lo simple a lo complejo", "de lo concreto a lo abstracto".

Tales ideas parecían ajustar perfectamente con las de los profesores. Pero al iniciar los años setenta se asumió una creencia internacional consistente en considerar que la enseñanza vigente no conducía sino a un verbalismo hueco y a la repetición memorística de ideas. Era una exageración y una simplificación de la realidad, pero fue bajo tal creencia que la «matemática moderna» entró a los salones de clase. Dicha «matemática» pretendió desplazar la forma de pensar la enseñanza de esta disciplina instalada en las escuelas. Buscó sustituir el contacto con la matemática utilitaria y sus formas ostensivas, por el contacto con las estructuras matemáticas; el camino lo constituía el aprender descubriendo. La incorporación de tales ideas no fue uniforme en la práctica, acaso tampoco relevante. Si bien ahora se enseñaban las propiedades de las operaciones, la suma sobre la recta numérica o la variación proporcional, permanecían la raíz cuadrada, las fracciones propias e impropias, la historia de las unidades de medida o la equivalencia entre dichas unidades, las cuales habían sido eliminadas como objetos de enseñanza en los programas oficiales.

Así pues, una vez que los profesores hicieron su parte en la transposición, se yuxtapusieron contenidos de saber correspondientes a distintas instrucciones oficiales y se eliminaron otros que sobresalían como novedad. De entre éstos, fue frecuente que se seleccionaran los considerados más utilitarios. Es decir, el criterio de selección era precisamente el que la «nueva matemática» buscaba trascender. Pero los profesores lo mantuvieron. En el extremo, en la búsqueda de vinculación con las realidades del niño, se correlacionó la «matemática moderna» con personajes de la revolución mexicana, o se dibujaron fauces de cocodrilos en sustitución de los signos *mayor que* y *menor que*. Fueron efectos que contribuyeron a desnaturalizar las ideas originalmente impulsadas.

En relación con la concepción de aprendizaje preconizada oficialmente, vimos también una fuerte dosis de creencias personales en la transposición operada sobre las «matemáticas modernas», también en su rechazo. Vimos a quien, haciendo caso omiso de la propuesta, conservó la ostensión como estrategia de enseñanza, o la idea de que los niños aprenden si se les explica bien. Observamos también a quien, en coincidencia con las sugerencias oficiales, articuló la relación didáctica bajo la intención de que los niños descubrieran los conocimientos. La idea sobresaliente en las concepciones de quien así actuaba era que los niños deberían razonar. Pero el razonamiento como objetivo del proceso educativo no necesariamente derivó de las nuevas formas de enseñanza introducidas. Tradicionalmente, el razonamiento ha estado en boca de los profesores; «Que los niños razonen», se oye decir a los viejos maestros. La frase también se lee en antiguos materiales elaborados para orientar la enseñanza de las matemáticas. Tal idea pareció haberse revitalizado con la entrada de las nuevas matemáticas dando lugar a contratos de descubrimiento activados mediante la interrogación.

Finalmente, constatamos el trabajo de quien al tomar elementos de futuros horizontes pedagógicos potenciaria notablemente las posibilidades del texto de saber oficialmente propuesto, sustituyendo la noción de «descubrir» por la de «construir». Tal sería la idea que fundamentara la reforma de los años noventa; habiéndose incorporado precozmente, generaría fuertes fricciones con el ámbito escolar inmediato.

La variabilidad de la experiencia matemática que se ofreciera a los alumnos, queda pues de manifiesto. Igual se celebraron contratos de ostensión, de interrogación o de explicación que de devolución. Adicionalmente, a unas ciertas reglas contractuales - que en principio delimitarían experiencias similares - le siguieron formas de regulación que diferenciarían los términos efectivos de la relación didáctica. Así por ejemplo, a contratos de ostensión podían seguirle formas de regulación que orientaban hacia la pérdida de significación o por el contrario a su acrecentamiento. La diferencia la hacía la memoria didáctica del profesor.

Las formas de activación de dicha memoria eran variadas, sobresalen: a) la analogía, diestramente utilizada para hacer comprender nociones como conmutatividad, asociatividad o equivalencia; b) la «explicación a la medida» sustentada en la idea de que, para que los niños logren comprensión, se debe explicar justamente lo que ellos necesitan sea explicado.

Conforme a tales reglas, el profesor está obligado a ofrecer explicaciones «a la medida» de los estados de conocimiento que ostentan sus alumnos. Se trata de una relación que concede a los alumnos derecho a participar en la definición de las formas específicas que toman los objetos de enseñanza. Y en los términos en que era puesto en marcha, el contrato era exitoso: los niños ofrecían fluidamente las respuestas y retenían en la memoria los saberes adquiridos en las clases precedentes. En los hechos, esta forma de «explicación» devenía mecanismo de prevención de eventuales desequilibrios didácticos.

En otros salones de clase, la relación personal con el saber se introdujo de manera franca mediante tiempos a-didácticos. La modalidad de gestión constatada mostraba aprendizajes con altas dosis de significación. Cuando una repuesta no afloraba, eran nuevas experiencias las que conseguían su aparición. Empero, los saberes institucionalizados no eran la fortaleza de esta forma de relación. El hecho se pondría en evidencia ante las instancias de certificación escolar.

No sólo los mecanismos de regulación sino también el espacio de ésta eran diferenciados por los profesores. En ocasiones, quien gestionaba el contrato parecía satisfecho sólo cuando todos y cada uno de los alumnos tenían las respuestas esperadas. En cambio, había también quien se conformaba con las respuestas de unos cuantos; el espacio de la regulación no comprendía sino a los alumnos protagónicos. En el extremo había quien se avenía a la respuesta de un único alumno o quien, al celebrar *contratos no-didácticos*, posponía el uso eventual de mecanismos de regulación para el momento de llamar a cuentas. Entonces, la impotencia del profesor para lograr aprendizajes se evidenciaba por la presencia frecuente del efecto Topaze.

En fin, que con la irrupción de la «matemática moderna» las relaciones didácticas tomaron múltiples formas: la que podría pensarse como resultado de las innovaciones es la promotora del descubrimiento mediante la interrogación; pero ésta, además de estar emparentada con viejas formas interrogativas, no constituyó sino una forma más de enseñar.

Empero, una aclaración es fundamental: ni la incorporación de la nueva matemática vino necesariamente a producir conocimientos con más significación, ni la viejas formas constituían relaciones *no didácticas* incapaces de generarlo. El análisis de los mecanismos de regulación puestos en marcha ante los desequilibrios de la relación didáctica, deja ver que las formas contingentes con que los profesores enfrentaran la ausencia de respuestas esperadas resultaba fundamental para el nivel de significación y el rumbo que tomara la relación didáctica y los efectos que produjera en los aprendizajes de los alumnos. El hecho más notable en tal sentido es el prestigio que acarreara el contrato de «explicación a la medida» a quien lo ponía en marcha.

Así, pues, no todo sucedió conforme lo esperaban los impulsores de la «matemática moderna», si bien no todas las que tuvieron lugar fueron versiones degradadas de las propuestas oficiales, la capacidad de abstraer relaciones, generalizarlas y formalizarlas quedó como un deseo escasamente cumplido. Tal hecho se reconoció 20 años después, cuando se introdujo la resolución de problemas como *texto del saber*. Nuevamente, con un afán justificatorio, se simplificarían y exagerarían las realidades sobre las que la nueva reforma se instalaría.

## 2. La resolución de problemas como texto del saber

Durante los años ochenta, se generó una nueva postura internacional ahora consistente en señalar que la lógica y los conjuntos habían mostrado su ineficacia como contenidos de la educación básica. Algunos señalaron los graves daños que esta forma de enseñar había provocado en las jóvenes generaciones. La persistente insatisfacción por los resultados llevaron también a magnificar las bondades que pudiese traer una nueva forma de enseñar. En México – en un acto de olvido sobre la reforma que impulsara la interrogación - a partir de los años noventa se revivió la crítica a la exposición como estrategia de enseñanza, se postularía la resolución de problemas como única vía de acceso al conocimiento significativo y tal forma de aprendizaje (y enseñanza) se impulsaría con un programa de actualización y formación de profesores sustentado también en el «aprender resolviendo problemas». Por primera vez – aunque de manera tardía - se acompañó una reforma con una política de formación y actualización de profesores vigorosa.

Conforme a las nuevas ideas se esperaba que la actividad en clase se estructurara mediante la noción de «devolución». El papel principal otorgado al profesor sería el de diseñador de situaciones y problemas y promotor de acciones y de interacciones. A cuatro años de haberse implementado la reforma, la forma de enseñar que se buscaba impulsar no tiene sino presencia eventual en las escuelas. En los salones de clase se constata la permanencia de la ostensión, de la interrogación o de la explicación. Se ha agregado a tales formas otra resultante de la negociación entre las viejas y las nuevas ideas que algunos profesores parecen haber librado consigo mismos: es la «devolución dosificada», consistente en conceder sólo breves tiempos a-didácticos. Las tareas que desde esta forma de relación se transfieren a los alumnos son de complejidad moderada y es posible resolverlas en tiempos relativamente cortos. Los profesores que la practican están en posibilidad de controlar en intervalos de tiempo que les parecen razonables los resultados de la acción libre de los alumnos.

En ocasiones, la devolución dosificada se entremezcla con la ostensión o el uso de la metáfora; otras veces se acompaña de un interés especial por la argumentación. Pero tal modalidad constituye sólo una entre otras tantas formas de enseñanza y es distinta de la aspiración oficial que buscaba amplios tiempos a-didácticos durante los cuales los niños resolverían tareas ciertamente complejas sin la dirección de su profesor.

Se observa también, ocasionalmente, el interés re-vitalizado por que los niños razonen: con el apoyo del texto gratuito se plantean problemas cuyo objetivo es «hacer razonar», y esta forma de relación se entremezcla con la basada en la ostensión. En estos casos, a los niños se les deja discurrir, se les permite proponer, se les autoriza a discutir. Al parecer, tal forma de acción didáctica se activa más fácilmente si los que están en juego son objetos de saber no institucionalizables. Pareciera que no tener obligación de traducir las acciones didácticas en un saber que luego se habrá de guardar en la memoria oficial de la clase (y someterse a evaluación) alivia a los profesores.

No cuento con elementos suficientes para saber si la voluntad de hacer razonar deriva de las recomendaciones oficiales o del antiguo anhelo de los profesores consistente en hacer que los niños razonen. Lo que sí es posible afirmar es que el nuevo formato de los libros de texto gratuitos favorece el establecimiento de nuevas relaciones didácticas (de razonamiento, argumentativas, de devolución dosificada) e incluso rupturas de los contratos habitualmente establecidos. En el extremo, es posible observar que lo planteado en los materiales permite a los alumnos «tomar» la responsabilidad del aprendizaje que el profesor les escatima.

Los mecanismos de regulación del equilibrio didáctico observados en el período de la «matemática moderna» se mantuvieron en el delimitado por la resolución de problemas. Pasar la respuesta a otro alumno, agregar información, repetir, explicar, provocar la reflexión, utilizar la metáfora, ostentar la estrategia de resolución correcta, o desplazarse a índices actitudinales son formas que anteceden a la producción de las respuestas después de un período de estancamiento. Quizás buscar la emergencia de éstas sobre la base de la argumentación sea la forma de regulación que aparece como nueva.

Al igual que la «matemática moderna» produjo ciertos efectos, la resolución de problemas generó los propios. La linealización de los contenidos y los problemas – operada mediante la fragmentación de las tareas complejas y el planteamiento de "pequeñas preguntas" - o la transposición ostensiva de las estrategias personales de resolución son los que registramos. Igualmente se observa recuperar la responsabilidad a algunos profesores que, enfrentados a dificultades de gestión de las tareas complejas transferidas a los alumnos, restablecen la certeza mediante tal forma de actuar. La producción de estos efectos distancia la actividad en el aula de las intenciones originales de la reforma al tiempo que posibilita la permanencia de «la resolución de problemas como vía del aprendizaje» en las aulas.

## 3. Reformas curriculares: ¿nuevos contenidos de saber, nuevos contratos?

Con todo, las reformas curriculares de los años setenta y los noventa incorporaron elementos novedosos en las prácticas de enseñanza. También revitalizaron y reconstituyeron viejas ideas. No lograron sustituir todo lo que buscaban, tampoco incorporar todo lo que intentaban. Así, muchos contenidos de saber permanecen y conviven o desplazan a los que portan novedades. Las justificaciones que sustentan tales elecciones son de diversa índole: «porque constituyen un reto profesional», «porque hacen razonar», «porque se asocian a la vida real», «porque los niños pueden aprenderlas».

Todos estos argumentos son más o menos ficticios, más o menos cuestionables, pero es bajo tales creencias que los profesores las mantienen como parte de los objetos de enseñanza que ofrecen a sus alumnos.

En otros casos, los contenidos novedosos toman lugar en la clase, pero sufren interpretaciones que de hecho los desnaturalizan. Fue el caso de los conjuntos y los sistemas de numeración que traducidos en objetos de enseñanza dieran lugar a distintos fenómenos, entre los que se cuentan las versiones ostensivas de los mismos. Es el caso de las fracciones en su versión «partición de la unidad» que ocupa amplios tiempos a pesar de las sugerencias planteadas en 1993 - que la reducen a sólo uno de tantos significados del concepto. Es también el caso de la escritura de series numéricas que sustituye a las estrategias personales de conteo. Quizás las menos de las veces, los contenidos novedosos son incorporados con cierta fidelidad.

En el período orientado por la «matemática moderna», los contratos de interrogación no siempre articularon las relaciones didácticas. La fuerza de la ostensión o la explicación se mostraron cotidianamente, permaneciendo como ideas rectoras en los salones de clase. En cambio, la emergencia precoz de la noción de «devolución» – hecha posible gracias a ideas incorporadas por medios no oficiales al sistema educativo – promovió nuevas relaciones didácticas. Habiendo sido introducida en un período en que esto no era esperado, también provocó fricciones con la *noósfera*.

Durante el período en el que la resolución de problemas ha constituido el marco de las acciones docentes, tales formas de enseñanza han permanecido. Igual observamos al profesor ostensista, que al que busca comunicar explicando, o al que interroga como medio de hacer que sus alumnos aprendan. En cambio, la devolución franca - que se postularía acción cotidiana en las escuelas - es una forma de relación didáctica con presencia únicamente eventual. En su lugar se hace presente la devolución dosificada que otorga breves tiempos a-didácticos. En la mayor parte de los grupos que observamos, o bien la nueva filosofía se ha marginado o bien se ha mezclado con las viejas ideas; también se han producido efectos como la linealización de los problemas y los contenidos, o la transposición ostensiva de las estrategias personales de resolución.

Empero, la permanencia de contratos distintos de los promovidos mediante las reformas educativas no significa que el profesor que celebra no asuma responsabilidades importantes frente a sus alumnos. Es particularmente claro el caso de la «explicación a la medida» cuyos mecanismos de regulación nunca tienden a la pérdida del significado y en los hechos devienen «mecanismos de prevención». La actividad se mantiene por lo general en un registro intelectual. Para hacerlo, se buscan formas distintas de presentación de los objetos de enseñanza, se buscan relaciones con el saber que agregan significado a las precedentes. Se trata de contratos cuyo equilibrio se mantiene mediante la memoria didáctica.

En suma, las estrategias de ostensión han sobrevivido obstinadamente a las dos últimas reformas curriculares: la que promovía una relación basada en el descubrimiento y la que promueve el aprendizaje mediante la resolución de problemas. La interrogación como forma de hacer aprender o la explicación, también parecer tener estabilidad en las escuelas.

¿Por qué los profesores no modifican sus concepciones y creencias?, ¿Por qué no aceptan que los alumnos pueden llegar al saber mediante caminos distintos que la ostensión, la interrogación o la explicación? Sabemos que las representaciones son sumamente estables, que por simples razones de equilibrio personal no es posible modificar fácilmente su núcleo central. Con base en nuestros datos es posible agregar algunos elementos explicativos a la cuestión.

Una profesora que decide internarse en la aventura del constructivismo permite ver que la presión externa – acompañada de resultados positivos - favorece la adopción de una pedagogía compleja. También nos muestra que las situaciones planteadas en los libros de texto pueden resultar decisivas en la concreción e incorporación de las nuevas formas de enseñar.

El caso de una joven profesora que, buscando incorporar en su acción las propuestas oficiales, descubre la dificultad de gestionar los principios curriculares y con base en la dificultad constatada decide retroceder, ofrece también evidencia de que la sensibilidad al contrato didáctico, a los resultados de la participación en la relación didáctica, es elemento fundamental en la decisión de incorporar (o dejar de hacerlo) los principios de reformas sustentadas en epistemologías complejas. La sensibilidad al contrato didáctico es desarrollada no sólo por los alumnos, también por los profesores. Los resultados no exitosos tienen así un peso decisivo en el retorno a la ostensión. Ante la dificultad, siempre estará el refugio constituido por la linealidad del sensual-empirismo.

Parece que los profesores jóvenes están más dispuestos a "arriesgarse" frente a sus alumnos. Parece que son ellos quienes – con sus diversos matices – practican la «devolución». No se observa, sin embargo, una co-relación clara entre los años de experiencia docente de los profesores y lo que éstos autorizan o promueven a lo largo de la clase, particularmente si a los mecanismos de regulación que implementan nos referimos. El ímpetu juvenil - que permite la apertura de la clase con base en la devolución - parece compensarse con la sabiduría que da la experiencia – que ofrece paulatinamente las experiencias productoras de significación. En efecto, la incorporación de mecanismos que mantienen la actividad en el registro intelectual, o que acrecientan el significado con que originalmente son introducidos los objetos de saber, no son exclusivos de las formas «devolventes» ni de los profesores jóvenes; parece que su incorporación obedece más a una cierta centración en los alumnos - acompañada de una cierta habilidad didáctica - que a la supuesta apertura de la juventud.

## II. MÁS ALLÁ DE LAS REFORMAS: NUESTROS APRENDIZAJES SOBRE LA ENSEÑANZA

### 1. La necesidad de relativizar la validez del término «enseñanza tradicional»

La enseñanza llamada tradicional, considerada por muchos como la que describe lo que acontece en las aulas es en realidad un mito, en el sentido piagetano que refiere a «aquellas opiniones a las que una adhesión colectiva demasiado obligatoria ha privado del beneficio de verificaciones precisas». Decir que el profesor decide transmitir a sus alumnos el conocimiento (que no da tiempos a-didácticos) es insuficiente para conocer lo que acontece durante la clase. Tampoco afirmar que el profesor «devuelve» la tarea a sus alumnos basta para explicar la relación que se establece con los objetos de saber.

Conforme a esta creencia, al profesor «tradicional» se le supone la aceptación de escasas responsabilidades: trasmitir u ostentar las nociones, repetir, ejercitar. Se piensa que no asume la responsabilidad de que la comunicación tenga efectivamente lugar; en otras palabras, de que sus alumnos aprendan. El profesor «tradicional», es el profesor que monologa y que responsabiliza a sus alumnos de que el aprendizaje ocurra. Es decir, según la creencia general, el profesor tradicional establecería en realidad contratos no didácticos. Tal profesor existe, pero no se identifica necesariamente con el profesor que no da tiempos a-didácticos.

### 2. La utilidad de otras categorías analíticas: contrato didáctico y mecanismos de regulación

La noción de contrato didáctico – de manera distinta a la de modelo – se muestra provechosa para recuperar la complejidad, la diversidad y las especificidad de la relación didáctica que profesores y alumnos establecen alrededor de los objetos de saber. Pero esta noción no es en sí suficiente para describir las relaciones didácticas y la experiencia que producen. El curso de la clase no obedece simplemente a una intención inicial derivada de una cierta posición epistemológica del profesor. Un contrato cualquiera está sujeto a contingencias. Si bien es el profesor quien en principio define sus términos, la participación de los alumnos define la viabilidad, la ineficacia o incluso la obsolesencia de un contrato. Ante la contingencia y, sobre todo, ante el estancamiento, el profesor se ve obligado a actuar, a incorporar mecanismos de regulación del equilibrio y, en el límite, a cambiar de contrato. Son estos mecanismos equilibrantes lo que definen con mayor fuerza la experiencia matemática escolar, los que permiten conservar y acrecentar el significado o, por el contrario, despojar de él a los conocimientos matemáticos.

Hay otras cuestiones que definen la forma específica que adquiere la relación didáctica. El espacio de la regulación destaca entre ellas. El grado de responsabilidad asumido por el profesor en tal sentido contribuye de manera importante a definir el rumbo que finalmente toma la actividad en clase «¿Ya todos entendieron?», «¿Hay alguna duda?» son preguntas que no se plantean todos los profesores. Algunos tienen entre sus compromisos no incorporar la ejercitación sino hasta que todos los niños hayan comprendido (y para constatar tal comprensión se valen de distintos medios: la interrogación, la explicación, la resolución de ejercicios, los ejemplos, la analogía); a otros profesores en cambio, la respuesta de un solo alumno les resulta suficiente.

Por momentos es evidente que los alumnos no han obtenido ningún conocimiento. Las respuestas no llegan y se hacen largos y tensos silencios. Finalmente, producto de una negociación «a la baja», algún niño ofrece la palabra o frase que se necesita como marca de saber. Y ésta es aceptada como marca del saber de todo el grupo ¿Y los demás?, resulta fácil preguntarse. Pero quien está frente al grupo no se lo pregunta. ¿Será que es algo que no se percibe?, ¿o será que se sabe que no se puede poner atención al hecho porque tampoco se sabe cómo remediarlo? Aceptar el reconocimiento de una alta tasa de fracaso, implicaría incorporar mecanismos de regulación que ayudasen a acrecentar el significado de los conocimientos, o celebrar un nuevo contrato.

Pero – aunque no exclusivamente - la construcción de un proyecto nuevo corresponde también a la conciencia del fracaso del vigente, y el fracaso es algo muy difícil de aceptar. Por ello, resulta conveniente o bien recurrir a Topaze o, en el límite, responsabilizar a los alumnos de la falta de respuestas. El "No saben porque no ponen atención" es un mecanismo *hipo-didáctico* que evita a los profesores reconocer que el fracaso corresponde a su proyecto y su actuación, no a sus alumnos.

En suma, si bien hay muchos profesores cuyo interés son los procedimientos, las formulaciones y la institucionalización de los saberes y buscan trasmitirlos a sus alumnos, sobre la base de diversas formas de regulación, el acercamiento a ellos es diverso y produce distintas significaciones. Es posible decir que existen profesores institucionalizantes con memoria didáctica. Ésta es determinante en lo que se vive en la clase y los aprendizajes que de tales vivencias se extraen. Esto conduce a otra forma de pensar y analizar la enseñanza y de caracterizar a los profesores que, en un primer nivel, podrían pensarse como «profesores que repiten» o «profesores que recuerdan».

## III. ACERCA DEL LOCALISMO DE LOS DATOS ANALIZADOS

No he analizado sino los hechos ocurridos en unos cuantos salones de clase, sin embargo, no creo aventurado suponer que lo aquí reportado guarda similitud con lo que ocurre en muchos otros. Considero que las posturas epistemológicas constatadas permiten construir un mosaico de aquello que tomando formas particulares ocurre en las escuelas. La permanencia de contratos basados en la comunicación o la ostensión, la interrogación para enseñar sin enunciar, o la devolución dosificada para lograr aprendizajes mediante vías personales de vinculación con el saber, parecen constituir los horizontes de la acción didáctica de los profesores y, por ende, de la experiencia matemática que se viva en la educación primaria. Al menos de aquélla que tiene espacio oficial en la clase. La devolución franca, en cambio, parece una situación de excepción.

No parece factible suponer por otro lado, que en las condiciones actuales de la formación de profesores pueda esperarse un escenario diferente. Bajo ciertas condiciones (principalmente el apoyo de los textos) incluso los alumnos pueden orillar a rupturas de contrato que desembocan en tiempos a-didácticos. Sin embargo, el hecho de que después de la reforma de los años noventa sólo eventualmente hayamos encontrado la voluntad de devolver a los alumnos la responsabilidad del aprendizaje, parece evidencia de que éste no será sino una postura que vendrá a sumarse a las que constituyen la base de la experiencia matemática en la educación primaria y que permanecen aun ante los embates de las reformas.

## IV. REFLEXIONES FINALES

Del estado de cosas aquí expuesto se desprende la necesidad de modificar la perspectiva desde la cual se piensa la formación y actualización de los profesores. También su práctica. Hay diferencias entre considerar el constructivismo como el camino correcto y obligado y considerarlo sólo una herramienta útil para promover ciertos aprendizajes. Si el problema se plantea desde el constructivismo (o aprendizaje a través de la resolución de problemas) lo que ocurre en la práctica siempre será deficitario. Lo que ocurre en la formación y actualización siempre será un diálogo a-simétrico en donde sólo las razones de los formadores tendrán validez. Conviene pensar la enseñanza de las matemáticas y la formación para dicha enseñanza desde otra perspectiva, donde se incluya la idea de que los actores que ocupan el lugar de privilegio en el acto educativo son sujetos con una historia didáctica. Es sólo una hipótesis, creo que vale la pena explorar su validez.

...

La motivación de este trabajo fue dar cuenta de lo que ocurre en la clase de matemáticas en las escuelas comunes, de las relaciones didácticas que a la luz de los contratos celebrados en dos períodos cruzados por otras tantas reformas educativas se generan, y de los mecanismos que se desarrollan para que ciertos proyectos permanezcan como alternativa didáctica. Todo lo anterior buscaba contribuir a la comprensión de la enseñanza de las matemáticas en la escuela y de la cultura matemática escolar que en buena medida la determina. Quizá comprender lo que ahí ocurre permita también, a la larga, romper la perennidad de contratos cuya sobrevivencia se sustenta en que los maestros, utilizando mecanismos de regulación *hipo-didácticos*, responsabilicen a sus alumnos del fracaso.

# BIBLIOGRAFIA


Abric, J.-C. (1989) "L'étude experimentale des représentations sociales", D. Jodelet (dir) *Les représentations sociales.* Paris. PUF. pp. 187 - 203.

Adda, Jossette (1981) "La réforme des mathématiques modernes", *en Review de l'Association Francophone D'Education Comparée.* Núm. 26-27.

Aebli, Hans (1958). *Una didáctica fundada en la psicología de Jean Piaget.* Argentina. Kapelusz

Aebli, Hans (1988). *Doce formas básicas de enseñar. Una didáctica basada en la psicología.* Narcea Eds. España.

Alvarado Jardines, Margarita (1999). *La nueva propuesta de enseñanza de las fraccciones en cuarto grado. Dos dinámicas de trabajo.* Tesis de Maestria en Desarrollo Educativo. UPN. México.

Arsac, Gilbert (1992). "L'evolution d'une théorie en didactique: l'exemple de la transposition didactique", en *Recherches en didactiques des Mathématiques*, Vol 12, Nº 1, 7-32.

Artigue, Michèle (1990). "Epistemologie et didactique". *Recherches en Didactique des Mathématiques.* Vol 10. Nº 2-3. 241-286

Ausubel, David P. (1976). Psicología educativa. Un punto de vista cognoscitivo. Trillas. México.

Avila, Alicia (1999). "Enseñar a través de la resolución de problemas. Dificultades. Obstáculos y efectos de una transposición". *Memorias del VII Simposio Internacional en Educación Matemática Elfriede Welzenburger.* 27-29 de octubre. México. pp.202-210.

Avila, Alicia. (1995) *Los niños también cuentan. Resolución de problemas y construcción de la aritmética en la escuela.* (1ª. Reimpresión). SEP. Col. Libros del Rincón. México

Avila, Alicia y Hugo Balbuena (coords.) (1993) *Matemáticas. Tercer Grado* (Libro de texto gratuito). SEP. México. 1993.

Avila, Alicia, Hugo Balbuena y Pedro Bollás (1994) *Matemáticas. Cuarto Grado.* México. SEP.

Avila, Alicia y José Luis Cortina (1996). "Opiniones, perspectivas y posturas de los profesores antes los textos gratuitos de matemáticas". *Revista Latinoamericana de Estudios Educativos.* C.E.E. México.

Avila, Alicia. "Los usos reconocidos de los textos de matemáticas". *Revista Mexicana de Investigación Educativa.* Vol 1. Núm 2. México. 1996.

Avila, Alicia y Silvia Garcia (1999). *Paradigmas de enseñanza de las matemáticas elementales. El siglo XX en México.* UPN. Reporte de investigación no publicado.

Avila, Alicia y cols. (1994). *Usos y concepciones en torno a las fracciones, los decimales y la proporcionalidad. Estudio en adultos analfabetos y de escasa escolaridad.* México. INEA.Reporte de investigación no publicado.

Balacheff, Nicolas (1982). "Preuve est demonstration en mathématiques au college". *Recherches en Didactique des mathématiques. Vol. 3. N° 3.* Pp. 261 - 304.

Balacheff, Nicolás (1988). "Le contrat et la coutume: deux registres des interactions didactiques, en *Actes du premier colloque franco-allemand de didactique des mathématiques et de l'informatique.* La Pensée Sauvage. Francia. Pp. 15-26.

Baroody, Arthur (1990). *El pensamiento matemático de los niños.* Aprendizaje/Visor. Madrid.

Baur, Gregory y Linda Olsen (1976) *Helping Children Learn Mathematics. A Competency-Based Laboratory Approach.* Cummings Publishing Company. Inc. USA.

Block, David (Coord.) (1995) *La enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria. Taller para Maestros.* SEP. México

Block, David (Coord.) (1995) "Matemáticas", en Waldegg, Guillermina (coord). *Procesos de enseñanza y aprendizaje.* Vol. II. *La investigación educativa en los ochenta, perspectivas para los noventa.* Fundación SNTE/COMIE. México.

Block; David e Irma Fuenlabrada (coords) (1993). *Matemáticas. Primer grado.* SEP. México.

Bonilla Rius, Elisa (1989) "La educación matemática: reflexión sobre su naturaleza y su metodología Primera Parte". *Educación Matemática.* Vol. 1. Núm. 2. Ed. Iberoamérica. México. pp. 28-41.

Bonilla Rius, Elisa (1989) "La educación matemática: reflexión sobre su naturaleza y su metodología Segunda Parte". *Educación Matemática.* Vol. 1. Núm. 3. Ed. Iberoamérica. México. pp. 30-36.

Briand, Joël y Marie-Claude Chevalier (1995) *Les enjeux didactiques dans l'enseignement des mathématiques.* Hatier. París.

Brousseau, Guy (2000). "Educación y didáctica de las matemáticas". *Educación Matemática.* Vol 12. Núm. 1. Ed. Iberoamérica. México. pp. 5-38.

Brousseau, Guy (1998). Théorie des situations didactiques. Textes rassemblés et préparés par Nicolás Balacheff, Martín Cooper, Rosamund Sutherland y Virginia Warfield. La Pensée Sauvage, Ediciones. Grénoble

Brousseau, Guy (1995) "L'enseignant dans la théorie des situations didactiques". *VIII École et Université d'Eté de Didactique des Mathématiques. Actes de l'Ecole d'Eté.* 22 - 31 de agosto de 1995. pp. 3-45.

Brousseau, Guy (1994) "Perspectives pour la didactique des mathématiques", *Vingt ans de Didactique des Mathématiques en France. Hommage a Guy Brousseau et Gérard Vergnaud.* La Pensée Sauvage. Eds. Francia. Pp. 51 - 66.

Brousseau, Guy (1988) "Los diferentes roles del maestro" en Parra, Cecilia e Irma Sáiz (coords). (1994). *Didáctica de matemáticas. Aportes y reflexiones.* Paidós. Argentina. 1994. Pp. 65-94.

Brousseau, Guy (1988). "Le contrat didactique: le milieu". *Recherches en didactique des Mathmeátiques.* Vol. 9. Núm. 3. Pp. 309 - 336.

Brousseau, Guy (1986a) *Théorisation des phénomènes d'enseignement des mathématiques. Tesis de Doctorado de Estado.* Univeridad de Bordeaux I Francia.

Brousseau, Guy (1986b). "Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques". *Recherches en Didactique des Mathématiques.* Vol 7. Nº 2. 33 - 115.

Brousseau, Guy (1984). "Études de questions d'enseignement, un exemple: la geometrie". Colloque *The research in teaching of mathematics, its objects and consequences.* Trento. Italia. Mayo de 1984.

Bousseau, Guy (1982) "Ingenierie didactique. E'un probléme á l'étudie á priori d'une situation didactique". Deuxieme Ecole d'Eté de Didactique des matématiques". Olivet. Francia.

Brousseau, Guy (1980) "Les échecs électifs dans l'enseignement des mathématiques á l'école élementaire". Revues de laryngologie otologie rhinologie. Portmann G. et. Portmann M. (eds) Vol. 101, Núms. 3-4. Pp. 107 - 131.

Brousseau, Guy (1977). "Estudio local de procesos de adquisición en situaciones escolares". *Boletín del IREM de Bordeaux* Núm 18. Francia.

Brun, Jean (1994). "Evolution des rapports entre la psychologie du développement cognirif et la didactique des mathématiques". *Vingt ans de Didactique des Mathématiques en France. Hommage a Guy Brousseau et Gérard Vergnaud.* La Pensée Sauvage. Eds. Francia. Pp. 67-83.

Brun, Jean. "Pedagogía de las matemáticas y Psicología; análisis de algunas relaciones", en *Infancia y aprendizaje.* Núm 9. Madrid. 1980.

Bruner, Jerome (1997) *La educación, puerta de la cultura.* Aprendizaje-Visor. España.

Bruner, Jerome (1998) Desarrollo cognitivo y educación. Selección de textos por Jesús Palacios. Morata. Madrid.

Bruner, Jerome ( 1960/1972 ) *El proceso de la educación.* Segunda reimpresión en español. UTEHA. México

Bruner, Jerome (1966/1972). *Hacia una teoría de la instrucción.* UTEHA. México. 1ª reimpresión en español.

Candela, Antonia (1991). *La necesidad de entender, explicar y argumentar: los alumnos de primaria en la actividad experiemntal.* Col. Tesis DIE. México.

Carvajal Alicia (1996) "El uso del nuevo libro de texto de primer grado". *Básica. Revista de la Escuela y del Maestro.* Núm. 11. Fundación SNTE para la Cultura del Maestro Mexicano. México. pp. 15- 20

Caballero, Arquímedes (1980). *Matemáticas. Primer curso.* Ed. Esfinge. México.

Cobb, Paul y Janet Bowers (1999) "Cognitive and situated learning perspectives in theory and practice", en *Educational Researcher.* Vol 28. Num. 2. Marzo de 1999.

Cobb, Paul, Terry Good, Erna Yackel, y Betsy Mc Neal (1992) "Caracteristics of classroom mathematics traditions: an interactional analysis", en *American Educational Research Journal.*Vol. 29 Nº 3 573-604

Comiti, Claude y Denise Grenier (1997). "Regulations didactiques et changements de contrats". *Recherches en Didactique des mathématiques.* Vol. 17. Núm. 3. Pp. 81 - 102.

Conne, Francois (1992). "Savoir et connaissance dans la perspective de la transposition didactique". *Recherches en Didactique des Mathématiques.* Vol. 12. Núm. 2-3.pp. 221 - 270.

Coppé, Sylvie (1995) "Types de connaissances mises en oeuvre par l'éleve dans la déterminationn de la composante publique de son travail. *Différents types de savoirs et leur articulation. Travaux de théses de didactique.* La Pensée sauvage. Grénoble. Francia. Pp. 129-144.

Chevallard, Yves (1991). *La transposition didactique.* La Pensée Sauvage. Grénoble. Francia.

Chevallard, Yves (1989). "Le concept de rapport au savoir. Rapport personnel, rapport institutionnel, rapport officiel". *Seminarie de Didactique des Mathématiques et de l'Informatique.* Grenoble.

Chevallard, Yves (1992). "Concepts fondamentaux de la didactique: perspectives apportées par un aproche anthropologique". Recherches en Didactique des Mathématiuqes. Vol. 12. Núm. 1. Pp. 73 - 112.

Chevallard, Yves (1986) "Sur la notion de temps didactique", Actes de la Ivéme école d'été.á Orléans. pp. 69 – 93. Ed. IREM de París VII. Paris.

Chevallard, Yves (1988*). Sur l'analyse didactique. Deux études sur les notions de contrat et de situation.*Publicación del IREM de Aix-Marsella.

Chevallard, Yves (1988) *Notes sur la question de l'echec scolaire.* Publicación del IREM de Aix-Marsella. Francia.

Delval, Juan (1997) "Tesis sobre el constructivismo" en Rodrigo, María José y José Arnay (comps). *La construcción del conocimiento escolar.* Paidós. España. Pp. 15-33.

Díaz Barriga, Angel (coord) (1995) *Procesos curriculares, institucionales y organizacionales. La investigación educativa en los ochenta, perspectivas para los noventa*. COMIE. México.

Díaz Barriga, Angel ( 1995) "La entrevista a profundidad" (Anexo). *Empleadores de Universitarios. Un estudio de sus opiniones*. CESU-UNAM/Porrúa. México.

Dienes, Zoltan P (1965) *Comprendre la mathématique. Une étude de la transition de la phase constructive á la phase analytique de la pensée mathematique des enfants.* O.C.D.L. París.

Dienes, Zoltan. P. *Las seis etapas del aprendizaje en matemática*. Ed. Teide. Barcelona. 1981. 4a. Edición.

Dienes, Zoltan P. *La matemática moderna en la enseñanza primaria*. De. Teide. Barcelona. 1976. Quinta Edición.

Dirección General de Educación Especial (1988) *La adquisición de las operaciones aritméticas en niños de primaria*. DGEE. México

Douady, Régine (1986). "Jeux de cadres et dialectique outil-objet". *Recherches en Didactique des Mathématiques*. Vol 7, N° 2, 5 - 31.

ERMEL, (1991*) Aprentissages numériques et résolution de probemes. Cours préparatoire*. Hatier. París.

Fayol, Michel (1990) *L'enfant et le nombre. Du comtage a la résolution sw problèmes*. París. Delachaux et Niestlé.

Filloy, Eugenio et. al. (1975). *Matemáticas. Tercer Grado. Libro del maestro*. SEP. México. 3a. Edición

Filoux, Janine (1974). *Du contrat pédagogique ou comment faire aimer les mathématiques á une jeune fille qui aime l'ail.* Dunod. París.

Fuson, Karoline y Hall J.W. (1983) "The acquisition ef early number word meaning: a conceptual anlysis and review, en H.P. Ginsburg (Ed.) *The development of mathematical thinking*. New York. Academic Press.

Gascón, Joseph (1998). "Evolución de la didáctica de las matemáticas como disciplina científica", en *Recherches en Didactique des Mathématiques*. Vol. 18 N° 1. pp. 7-34.

Guerrero, Adela (1997) *El proceso de enseñanza-aprendizaje de las operaciones elementales (desde una perspectiva psicogenética)*. Tesis de doctorado en Pedagogía. FFyL. UNAM. México.

Hernández, Julio y Aurelio López Orche (1962*). Mi libro de sexto año. Aritmética y Geometría*. Comisión Naiconal de los Librode de Texto Gratuito. México.

Imaz, Carlos et. al. (1977). *Matemáticas. Primer Grado. Libro del Maestro*. México. 6a Edición.

Imaz, Carlos et. al. (1973). *Matemáticas. Segundo Grado. Libro del Maestro.* México.

Imaz, Carlos et al (1973/1975). *Matemáticas. Tercer Grado. Libro del Maestro.* 3ª Edición. México. S E P.

Imaz, Carlos et. al. (1974) *Matemáticas. Sexto Grado.* México. S E P.

Imaz, Carlos et, al. (1972/1985). *Matemáticas. Quinto Grado.* México. S.E.P.

Kieren, Thomas (1983) "Partitioning, Equivalence and the Construction of Rational Numbers Ideas". *Proceedings of the Fourth International Congress en Mathematic Education.*

Kieren, Thomas (1988) Personal knowledge of Rational Numbers: Its Intuitive and Formal Development. J. Hiebert y M. Behr (Eds.) *Number Concpts and Operations in the Middle Grades* 2. Reston/NCTM. EUA. Pp. 162-181.

Kline, Morris (1976): *El fracaso de la matemática moderna. Por que Juanito no sabe sumar.* España. Siglo XXI Editores.

Laborde, Collette (1988). "Divers aspects de la dimension sociale das les recherches en didactique des mathématiques", en *Actes du premier colloque franco-allemand de didactique des mathématiques et de l'informatique.* La Pensée Sauvage. Francia. 67-82.

Lara Arzate, Luis y Neptali Ortega Campirán (1991). "La formación de maestros de primaria en el área de matemáticas. Relato de una experiencia en el Estado de México". *Pedagogía.* Vol. 7. Núm. 21. Enero- Junio de 1991. Pp. 99 - 106. Universidad Pedagógica

Legrand, M (1988). "Genése et étude sommaire d'une situation co-didactique: le débat scientifique en situation d'enseignement", en *Actes du premier colloque franco-allemand de didactique des mathématiques et de l'informatique.* La Pensée Sauvage. Francia

Léonard, François y Catherine Sackur (1990) "Connaissances locales et triple approche, une méthodologie de recherche". *Recherches en didactiques des Mathématiques,* Vol 10, Nª 2-3

Lochhead, Jack (1991). "Making Math Mean". Von Glaserfeld, Ernst (Ed.) *Radical constructivism in mathematics education.* Kluwer Academic Publishers. Netherland.

Margolinas, Claire (1992) "Eleménts pour l'analyse du rôle du maître: les phases de conclusion". *Recherches en Didactique des Mathématiques.* Vol 12. Nº 1. 113-158.

Maudet, Camille (1979) *Apprentissages en mathématiques, étude et critique du processus psychodynamique d'apprentissage selon Dienes.* Col. Études en Didactique des mathématiques. Universidad de Bordeaux I. IREM.

Mercier, Alain (1998) "La participation des éleves a l'enseignement", en *Recherches en Didactique des Mathématiques.* Vol. 18 N°. 3. pp. 279-310.

Mercier, Alain (1992). *L'éleve et les contraintes temporelles de l'enseignement, un cas en calcul algébraique.* Tesis para obtener el grado de doctor en la especialidad de didáctica de matemáticas. Universidad de Bordeux. I.

Mercier, Alain (1995) "Le traitement public d'élements privés du rapport des éleves aux objets de savoir mathématiques". . *Différents types de savoirs et leur articulation. Travaux de théses de didactique.* La Pensée sauvage. Grénoble. Francia. 145 - 169.

Mercier, Alain *(1997)*. "La relation didactique et ses efets". *Variations sur une lecon de mathématiques.* Harmattan. París. Pp. 259-312.

Mopondi, Bendeko (1995). "Les explications en classe de mathématiques". Recherches en Didactique des Mathématiques. Vol. 15 Núm. 3. Pp. 7 - 52.

Neyret, Robert (1984) "Procédures utilisées par des enfants de cours moyen dans certains problémes de division. Réperage de quelques dificultés.". *Rencontres Pédagogiques* Núm. 4. INRP. París.

Nadot, Suzanne (1997). "Obstacles et apprentissages". *Varaitions sur une lecon de mathématiques.* Harmattan. París.

Noirfalise, Robert (1986). "Attitudes du maître et resultats scolaires en mathématiques", en Recherches en Didactique des Mathematiques, Vol 7, Nª 3, 75 - 112.

Novaro, Rosa María (1961). *Mi cuaderno de trabajo de quinto Grado. Aritmética y Geometría.Estudio de la Naturaleza.* Comisión Nacional de los Libros de texto Gartuito. México.

Orus Baguena, Pilar (1992). *Le raisonement des éleves dans la relation didactique: effets d'une initiation a l'analyse classificatoire dasn la scolarité obligatoire.* Thése de doctorat. Université de Bourdeaux. Francia.

Pérez Hernández, Esnel, et. al. (1993). *Matemáticas. Quinto Grado.* SEP. México.

Perret, Jean-François (1985) *Comprendre l'escriture des nombres.* Peter Lang. Berna.

Perret-Clermont, Anne-Nelly (1984). *La construcción de la inteligencia en la interacción social.* Madrid. Visor.

Perrin-Glorian, Marie-Jeanne (1994). "Théorie des situations didactiques: naissance, developpement, perspectives". *Vingt ans de Didactique des Mathématiques en France. Hommage a Guy Brousseau et Gérard Vergnaud.* La Pensée Sauvage. Eds. Francia. Pp. 97 - 147. .

Peterson, John y Joseph Hashisaki (1980). *Teoría de la aritmética.* México. LIMUSA.

Piaget, Jean (1975) "El mito del origen sensorial de los conocimientos científicos". *Psicología y epistemología.* Ariel. Barcelona. 3ª edición.

Portugais, Jean (1995) *Didactique des mathématiques et formation des enseignants*. Peter Lang. Suiza.

Ratsimba-Rajohn, Harrison (1977) Étude didactique de l'introduction ostensive des objets mathématiques. Memoria de D.E.A. en Didáctica de Matemáticas. Universidad de Burdeos I.

Robert, Aline y Jacqueline Robinet (1989). *Representations des enseignants de mathematiques sur les mathematiques et leur enseigneement*. Cahier de DIDIREM. Núm 1. IREM. Universidad de Paris VII.

Robles y Minquini (1988). *El Matemático. Quinto Grado*. Fernández Editores. México.

Rouchier, André (1991). *Etude de la conceptualisation dans le systéme didactique en mathématiques et informatique élémentaires: proportionnalité, structures itératives récursives, institutionnalisation*. Universidad de Orléans. Tesis de doctorado de Estado.

Rouchier, André (1994) "Naissance et développement de la didactique des mathématiques". *Vingt ans de Didactique des Mathématiques en France. Hommage a Guy Brousseau et Gérard Vergnaud*. La Pensée Sauvage. Eds. Francia. Pp 148 - 160.

Rueda, Mario (coord.) (1995) ______ en Waldegg, Guillermina (coord). *Procesos de enseñanza y aprendizaje*.Vol. I. La investigación educativa en los ochenta, perspectivas para los noventa. Fundación SNTE/COMIE. México.

Salin, Marie-Hélene (1997) "Contraintes de la situation didactique et decisions de l'enseignante", *Variations sur une lecon de mathématiques*. Harmattan. París.

Sarrazy, Bernard (1996) *La sensibilité au contrat didactique. Role des Arriere-plans dans la resolution de problemes d'arithmetique au cycle trois*. These pour le doctorat de l'Université de Bordeux II. Mention Sciences de l'Education. Bordeaux. Francia.

Sarrazy, Bernard (1997). "Sens et situatuion: une mise en question de l'enseinement des stratégies méta-cognitives en mathématiques". *Recherches en Didactique des Mathématiuqes*. Vol. 17. Núm. 2. Pp. 135- 166.

SEP (1944). *Programas para las escuelas primarias de la República Mexicana*. SEP. México.

SEP (1964) *Programas de educación primaria aprobados por el Consejo Nacional Técnico de la Educación*. México.

S E P (1993). *Plan y programas de estudio. Educación básica primaria*. México.

SEP (1982/1985). *Libro para el maestro. Quinto Grado*. México. 5ª Edición.

SEP (1982) *Libro para el maestro. Tercer grado*. México.

SEP (1982). *Libro para el maestro. Sexto grado*. México.

SEP (1972/1976 ). *Matemáticas. Primer Grado. Libro del Maestro*. México. 5ª Edición

SEP (1982/1985). *Libro para el maestro. Quinto grado*. México. Cuarta Edición.

SEP (1992) *Acuerdo para la modernización de la educación básica*. México.

SEP/Julios S. Hernández y Aurelio López Orche (1968) *Mi libro y mi cuaderno de trabajo de sexto año. Instructivo para el maestro*. Comisión Nacional de los Libros de texto Gratuito. México.

SEP/Novaro, Rosa María ( 1961) *Mi libro de quinto año. Segunda parte. Aritmética y Geometría*. Comisión nacional de los Libros de Texto Gratuito. México.

SEP/Novaro, Rosa María ( 1961) *Mi cuaderno de trabajo de quinto año. Aritmética y Geometría*. Comisión nacional de los Libros de Texto Gratuito. México.

SEP/Hérnández, Julio S. Y Aurelio López Orche ((1962). *Mi Libro de sexto año. Aritmética y Geometría*. Comisión nacional de los Libros de Texto Gratuito. México.

SEP/Hérnández, Julio S. Y Aurelio López Orche ((1962). *Mi cuaderno de trabajo de sexto año. Aritmética y Geometría*. Comisión nacional de los Libros de Texto Gratuito. México.

Shulman, Lee y Evan R. Keislar (1979) *Aprendizaje por descubrimiento. Evalución Crítica*. Trillas México. Primera reimpresión en español (1a. Edición en español 1974, original del inglés 1966).

Shulmaister, Mónica (2000). *La enseñanza de las fórmulas en la escuela primaria: un análisis didáctico*. Tesis de maestría. DIE. México.

Sirota, R. (1978) "Analyse sociologhique d'une situation didáctique á l'aides d'une nouvelle grille d'observation". Revues Francaise de Pédagodie. INRP. Núm 4. 145-148.

Sirota, R. (1987) "Approches etnographiques en sociologie de l'education: l'école et la communauté, l'étalissemenet scolaire, la classe". Revue Francaise de Pédagodie, INRP. Núm. 80. P. 69-97.

Soto, Isabel y Nicolás Rouche (1995). "Problemas de proporcionalidad resueltos por campesinos chilenos". Revista *Educación Matemática*. Vol. VII. Núm. 1. Ed. Iberoamérica. México

Téllez, Leticia (1998) La enseñanza de la división a través de la resolución de problemas. Cuatro interpretaciones a la nueva propuesta curricular de tercer grado. Tesis de Maestría en Educación (Especialidad Educación Matemática). UPN. México.

Tochon, Francois V. (1993) *L'enseignant expert*.Nathan.Pedagogie. Paris.

Vergnaud, Gerard (1990). "La théorie des champs conceptuels". Recherches en Didactique *des Mathématiques*, Vol 10, Nº 2-3, 133-170

Vergnaud, Gerard (1990). "Epistemology and Psychology of Mathematics Education", en Nesher, P. y J. Kilpatrick (eds.) *Mathematics and cognition: a research synthesis by the International Group for the Psychology of Mathematics Education*. ICMI Study Series. Cambridge University Press. Gran Bretaña.

Vergnaud, Gerard (1981) "Quelques orientations téoriques et métodologiques dans les recherches francçaises en didactique des matématiques". Conferencia plenaria del Congreso Internacional del PME, Grenoble, Francia.

Villarreal, T. (1966) *Didáctica general.* Instituto Federal de Capacitación del Magisterio. México.

Voigt, Jörg (1985) "Paterns and routines in classroom interaction", en *Recherches en Didactique des Mathématiques*, Vol 6, Nª 1, 69-118.

# APÉNDICE

# CARACTERÍSTICAS DE LOS CONTRATOS QUE LOS PROFESORES CELEBRAN CON SUS ALUMNOS DURANTE LAS CLASES DE MATEMÁTICAS

Las cosas no han sucedido ni suceden en las escuelas de la manera en que los reformadores han previsto. Igual los profesores celebran contratos de ostensión, que de interrogación, de explicación o de devolución. Esto, no obstante que las directrices oficiales de los últimos 30 años han demandado o bien «Promover el aprendizaje, mediante la interrogación, sobre la base de las nociones intuitivas que los niños tienen"» o bien «Que los niños aprendan al resolver problemas». A continuación se ofrece una breve caracterización de los contratos que los profesores celebran con sus alumnos, independientemente de lo que los programas oficiales les sugieran.

**Los contratos de ostensión**. Este es uno de los contratos que regula las acciones de profesores y alumnos en el primer contacto con un nuevo objeto de enseñanza en muchos salones de clase. En los contratos de ostensión, es responsabilidad del profesor mostrar (ostentar) los objetos de conocimiento motivo de la relación; la de los alumnos es captar las relaciones, los conceptos que el profesor se esfuerza en "acercar". Así, igual se ostentan las fracciones o la suma sobre al recta numérica, que la numeración en distintas bases o los conjuntos. En los años noventa, en una postura que parece excesiva, se ostentan las estrategias de resolución que, supuestamente, serían la resultante de un acercamiento personal de los alumnos con los objetos de saber.

Los profesores que asumen la postura epistemológica que fundamenta estos contratos (sensual-empirismo) demandan de sus alumnos atención, orden y disciplina. Pues según los supuestos de base hay que tener frente a sí sujetos preparados para la recepción, para la captación de la relaciones matemáticas en juego. De esto derivan acciones como la realización de ejercicios (previos o durante la clase) para «lograr concentración», o llamadas constantes al silencio y a «poner atención». En el límite, cuando los alumnos no ofrecen las respuestas previstas, la atención es un elemento que justifica al profesor ante la ineficacia de la relación: «Por eso no saben, porque no ponen atención», es frecuente escuchar cuando está en curso este tipo de contrato. Se trata de un mecanismo *hipo-didáctico* que, sin restablecer el equilibrio de la relación didáctica, permite que el tiempo de la enseñanza avance. Se trata de una ficción puesta de manifiesto en el momento en que los alumnos son llamados a mostrar sus aprendizajes.

No es posible según el sensual-empirismo, captar muchas cosas a la vez, ni captarlas en desorden. De ahí la necesidad de un aprendizaje secuencial y bien dosificado. Ésta es una condición no sólo de eficacia sino de posibilidad de los aprendizajes. Tal perspectiva daría lugar a ciertos efectos transpositivos de la reforma de los años noventa. En efecto, los ejercicios de los libros de texto se "re-elaboran" y los problemas complejos se fragmentan para irse resolviendo "paso a paso". Los números y la adición en primer grado, la medición en el tercero o las fracciones en el quinto sufren esta re-interpretación. Es decir, se observa recurrentemente el fenómeno de linealización del contenido y los problemas. Igualmente se observa otro fenómeno consistente en ostentar las estrategias de resolución. Es una transposición ostensiva de la relación personal con el saber.

Con facilidad estos contratos devienen contratos de reproducción formal, en el sentido de que obtienen las respuestas sin importar la forma en que éstas se obtuvieron. Cuando estos contratos regulan la actividad, ésta se desplaza con frecuencia al registro actitudinal. No obstante lo anterior, las respuestas llegan (aunque sin una base suficiente de significación). Esto y la posibilidad de responsabilizar a los alumnos del fracaso, permite que, cotidianamente, dichos contratos sean renovados.

**Los contratos de descubrimiento**. Los contratos sustentados en la idea de descubrir, son otros de los que se ve celebrar en los salones de clase. El origen oficial de estos contratos puede ubicarse con la introducción de la «matemática moderna» ya que, en ese entonces, se preconizaba el aprendizaje por descubrimiento activado mediante la interrogación. Sin embargo, sus raíces pueden encontrarse mucho más atrás, incluso en la mayéutica socrática que mediante la interrogación buscaba hacer aflorar los conocimientos ya existentes en la mente de los individuos. Viejos materiales de enseñanza invitan a interrogar para hacer razonar.

Los contratos de descubrimiento (interrogación) se traducen en derechos y responsabilidades diferentes a las derivadas del contrato de ostensión. Por una parte, se concede a los niños una cierta capacidad de pensar, de razonar; ya no todo les será trasmitido pues – desde esta perspectiva - cuentan con intuiciones que les permiten aportar elementos a la construcción de las nociones. El aprendizaje ya no tiene como vía el "captar" las relaciones que *el medio* bajo control del profesor ostenta de una sola vez. En este tipo de contratos se trata de obtener, paulatinamente y con la guía del profesor, la conclusión, la regla, la definición.

Tal concepción reconoce en los alumnos conocimientos previos, nociones intuitivas. A través de la interrogación se refinarán y enriquecerán dichas nociones hasta llegar a la formulación prevista. Por ello, los alumnos pueden asumir explícitamente otra responsabilidad que en los contratos de ostensión no les era transferida: responder cuestiones cuyas respuestas no les han sido aún enseñadas.

A la luz de las teorías de aprendizaje más actuales se han señalado las limitaciones de esta forma de entender y promover la adquisición de los conceptos matemáticos: principalmente el hecho de que no por haberse respondido cada una de las preguntas parciales a que da lugar esta forma de relación sea posible responder a la respuesta implicada en la situación global: si el profesor no hubiese guiado el razonamiento, la respuesta final no se hubiese producido. También el hecho de que el *medio físico* no se manipule directamente ha sido señalada como una limitación. Empero, si bien la actividad intelectual demandada en estos contratos no es compleja , aquélla es mayor que en los contratos de ostensión. En estos contratos la obligación explícita de los alumnos no se reduce a poner atención para escuchar y captar, se trata de estar atento para proponer y producir, junto con los otros, la formulación prevista por el profesor. De esta manera, la relación personal con el saber, aunque de manera limitada, forma parte de la actividad escolar.

Hay, sin embargo, concreciones distintas en esta forma contractual: una en donde los cuestionamientos y las respuestas parecen mantener la actividad en un registro intelectual. Otra en la que, permanentemente, se observa la falta de significación y el deslizamiento a lo actitudinal. Esto parece estar relacionado con la habilidad del profesor para plantear interrogaciones en una cierta lógica y con una cierta dificultad que posibilitan la producción de las respuestas esperadas sobre la base de la intuición.

En general, si estos contratos son gestionados por un profesor "experto"[1], la actividad se conserva en el registro intelectual. En este caso la metáfora aparece como un elemento fundamental: permite mantener o traer de nuevo - mediante la analogía - la actividad a este registro cuando se tocan los límites de lo actitudinal. Sin embargo, al igual que no todos los profesores plantean los interrogatorios convenientes, no todos utilizan la metáfora. Su uso parece ser uno de los rasgos que distinguen a los profesores expertos en la gestión de la interrogación.

**Los contratos de explicación**. Dichos contratos buscan la comprensión, pero difieren del anterior porque no se apoyan en la interrogación. Estos contratos se sustentan en una introducción ostensiva del objeto de saber y a ella le sigue el despliegue de los elementos constitutivos de la noción. La responsabilidad principal del profesor es mostrar a los alumnos, la «esencia» del objeto matemático en cuestión. La explicación puede ser recurrente y «a la medida», es decir, puede sustentarse en la idea de que, para que los niños logren una cabal comprensión, se debe explicar justamente lo que ellos necesitan sea explicado. Así, la comprensión se logra sobre la base de la ostensión por parte de los alumnos de su estado de conocimiento. Conforme a las reglas de este contrato, el profesor está obligado a ofrecer explicaciones «a la medida» de tales ostensiones. Este es un contrato ciertamente peculiar porque, además, la participación *epi-didáctica* es autorizada a los alumnos. De hecho, por momentos ellos toman el papel habitualmente concedido al profesor: sugieren el tipo de ejercicios, las variables didácticas a considerar (tamaño de los números, tipo de números, relaciones entre los números, etcétera) o la repetición que conviene realizar.

---

[1] Con el término "experto" no nos referimos a años de experiencia sino a una cierta capacidad de anticipar los resultados de la acción y de actuar en función de los resultados previstos. No todos los profesores con muchos años de experiencia, desde esta perspectiva serían profesores expertos.

Nuevamente, se trata de un contrato que reconoce en los alumnos actividad y capacidad intelectual; son sujetos intelectualmente activos y con derecho a participar en la definición de las formas específicas que toman los objetos de enseñanza. De una manera peculiar, la relación personal con el saber es integrada en la clase. Y en estos términos, el contrato es exitoso: los niños ofrecen fluidamente las respuestas previstas y retienen en la memoria los saberes adquiridos en clases precedentes.

Se trata de un contrato *fuertemente didáctico*, en el que se asume que la tasa de fracaso sea muy reducida. Además, cuando la explicación es utilizada de manera decidida - convirtiéndose en «explicación a la medida» - al ser compatible con las aspiraciones expresadas en la *noósfera,* y al alcanzarlas de manera sobresaliente, la cuestión de si los aprendizajes producto del contrato estarán realmente disponibles ante situaciones no estudiadas en la escuela, no es jamás interrogada.

**Los contratos de devolución**. Este es un contrato en el que la distribución de los derechos y de las obligaciones, así como la relación con el saber son notablemente diferentes de las derivadas de los contratos antes mencionados. La diferencia capital es la existencia de tiempos a-didácticos., es decir, la decisión de quien lo pone en marcha de marginarse de la escena, habiéndola dejado preparada y dando con ello preponderancia a la participación de los alumnos en tanto que sujetos cognoscentes. Conforme a esta forma de relación con el saber - si es adecuadamente gestionada - los mecanismos de regulación no se hacen sino escasamente necesarios. La «puesta en el congelador» aparece como el principal para mantener la actividad en el registro intelectual y el tiempo didáctico se empuja mediante la manipulación de las variables y la modificación repetida de la situación "fundamental". También la puesta en común y la argumentación ayudan a lograr dicho avance.

En este contrato, el tiempo de enseñanza se ajusta al del aprendizaje. De tal manera - al menos en principio - el tiempo didáctico no sufre estancamientos y las respuestas son precedidas de importantes dosis de significación. La «devolución» fue excepcionalmente utilizada en el período correspondiente a la matemática moderna, empero, no gozaba de un buen estatuto al interior del sistema de enseñanza en ese entonces. En los hechos, el articular un contrato alrededor de tal noción resultaba externamente incompatible, generando importantes desencantos y fricciones con el entorno escolar próximo y las instancias de certificación.

Sin embargo, con la reforma de 1993, se buscó la celebración de contratos de devolución en las escuelas: «los niños aprenderían resolviendo problemas con sus propios recursos», decían las instrucciones oficiales. Empero, este tipo de contrato, cuya gestión resulta difícil, no es sino eventualmente utilizado en las escuelas.

**Los contratos de devolución dosificada**. La resolución de problemas como *texto de saber*, ha sido escasamente incorporada en los salones de clase, al menos en las formas en que oficialmente se ha preconizado. La mayor parte de las veces la organización de las clases y la experiencia matemática que se ofrece a los alumnos, deriva de representaciones docentes cuyo núcleo central no se identifica con los principios constructivistas hoy impulsados. La excepción la constituyen los pocos profesores que, en lo que parece una negociación entre sus representaciones previas y las nuevas propuestas curriculares, establecen contratos de «devolución dosificada».

En estos casos no se concede a los alumnos tiempos a-didácticos amplios. Éstos son cortos y, con frecuencia, corresponden a cada uno de los ejercicios o problemas que aparecen en el texto oficial del grado. A la resolución de cada problema (o ejercicio que implica un trabajo intelectual más allá de evocar una respuesta) corresponde luego una fase didáctica en la que el profesor o profesora tienen una participación explícita importante. En esta fase, se trata de hacer ver los aciertos, hacer ver los errores, recuperarlos para dar explicaciones o incorporar interrogaciones, finalmente se trata también de obtener consensos. Con base en los frutos de esta doble fase, se produce el acercamiento a un segundo problema. Los alumnos deben utilizar estrategias personales, generar conocimientos en su interacción con la situación, y luego deben atender al profesor antes de proseguir su recorrido por los problemas y ejercicios que ofrece la lección.

Los libros de texto y las cuestiones que ahí se plantean resultan relevantes para que esta forma de devolución tenga lugar. Hay una importante correlación entre el tipo de actividad intelectual sugerida en las situaciones y preguntas de los textos y la actividad intelectual que es permitida o promovida en la clase cuando se adopta esta forma de relación.

En la puesta en marcha de este tipo de contrato, hay sin embargo, diferencias importantes, por ejemplo, la forma de validación y la argumentación que promueven en el grupo. Es posible buscar la validación de las respuestas por consenso o promover la argumentación como forma de validación. También la confrontación de estrategias funciona con tal propósito. Adicionalmente, si bien las estrategias libres son promovidas, éstas pueden o no, constituir parte del material de discusión en la red primaria de interacción. Esto hace diferencias entre posibles formas de gestión de este contrato.

La institucionalización es otra cuestión que diferencia en los hechos los contratos de devolución. Puede atenderse de manera importante la institucionalización de los saberes. En cambio, pueden transcurrir varias sesiones para que una fase de conclusión franca sea incorporada. Esto último, limitará los resultados del contrato.