

01190

**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA  
DE MÉXICO**

---

---

**FACULTAD DE INGENIERÍA  
DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO**

**TESIS**

**SENSORES REFRACTOMÉTRICOS  
EN FIBRA ÓPTICA**

PRESENTADA POR

**VLADIMIR ANDREEVICH SVIRID**

PARA OBTENER EL GRADO DE  
**DOCTOR EN INGENIERÍA  
(ELÉCTRICA)**

DIRECTOR DE TESIS: DR. SERGEI KHOTIAINTSEV

MÉXICO, D. F.

MAYO, 2001





Universidad Nacional  
Autónoma de México



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

*Дорогі мої тато і мама, вам присвячую  
мої досягнення – наслідки ваших зусиль.*

*Mis queridos padres, dedico a ustedes mis  
logros que son los resultados de sus esfuerzos.*

### **Agradecimientos**

A los miembros de mi Jurado Doctoral, el Dr. Francisco J. Mendieta Jiménez, el Dr. Augusto García Valenzuela, el Dr. Ricardo Peralta Fabi, el Dr. Walter H. Fonseca Araujo, el Dr. Rufino Díaz Uribe y el Dr. Olexandr Martynyuk, por sus revisiones y comentarios a esta tesis.

A mis estudiantes Irazú y Heidy por sus correcciones en la traducción del texto.

A la Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional Autónoma de México y al CONACYT por el apoyo durante mi estancia en México.

A la Facultad de Ingeniería de Radio de la Universidad Nacional Técnica de Ucrania “Instituto Politécnico de Kiev” por mi formación profesional y por las posibilidades para el trabajo de investigación.

A mi maestro y director de tesis Sergei Nikolaevich por la motivación y crítica severa a mis obras durante muchos años de colaboración.

A mis compañeros Nikolai, Leonid y Viacheslav por su colaboración y amistad.

A mi amada esposa Olga, a mis hijos Eugenia y Andriy por su ayuda y confianza.

## RESUMEN

En esta tesis nosotros presentamos un estudio de un nuevo sensor refractométrico de intensidad de fibra óptica. El sensor consta de un elemento de sensibilidad de vidrio y un par de fibras ópticas multimodo conectadas al elemento. La reflexión interna de la luz en la superficie del elemento es sensible al índice de refracción del medio circundante. Nosotros investigamos numéricamente las características de los elementos de sensibilidad de diferentes formas geométricas: un prisma, un cono, y una semiesfera. Presentamos los datos sobre la influencia de los parámetros geométricos y ópticos del elemento a la función de transmisión y sus características así como la pendiente y no-linealidad. Mostramos que las mejores características operacionales pueden obtenerse en un elemento de sensibilidad semiesférico. A través de una adecuada selección de los parámetros del elemento, se puede obtener la función de transmisión con cualquier intervalo de trabajo que se requiera para un amplio rango del índice de refracción del medio circundante (de 1.0 a 1.6) e incluso modificar la forma de la función de transmisión de lineal a rectangular (binaria).

Presentamos los datos experimentales que confirman nuestros resultados teóricos. Como aplicación particular, describimos el prototipo del instrumento que diseñamos y probamos. Se empleó un arreglo de muchos elementos de sensibilidad nuevos para la medición del nivel de líquido en tanques y depósitos.

El nuevo sensor refractométrico de fibra óptica puede ser aplicado en varias industrias para la detección de fuga, la clasificación y el monitoreo del nivel de diversos productos líquidos.

## SUMMARY

In this thesis, we present a study of a novel fiber-optic refractometric intensity-type sensor. The sensor consists of a glass detection element and a pair of the multimode optical fibers attached to the element. The internal reflection of light from the element's surface is sensitive to the refractive index of the surrounding medium. We investigated numerically the characteristics of detection elements of different shape: a prism, cone, and hemisphere. We present the data on the role of the element's geometrical and optical parameters on the transmission function as well as its slope and non-linearity. We show that the best operational characteristics can be obtained in a hemispherical detection element. Through a proper choice of the element's parameters, it is possible to obtain the transmission function of any necessary input span in a wide interval of the refractive index of the surrounding medium (from 1.0 to 1.6), and to modify the form of the transmission function from a linear one to a binary-type one.

We present experimental data confirming our theoretical results. As a particular application, we describe a prototype instrument that we designed and tested. It employs an array of a large number of the novel detection elements and serves for liquid-level measurement in tanks and reservoirs.

The novel fiber-optic refractometric sensor can find application in various industries for leak detection, characterization of liquid products and liquid-level monitoring.

# ÍNDICE

<b>INTRODUCCIÓN</b>	<b>1</b>
<b>Capítulo 1. MODELO MATEMÁTICO DEL SENSOR REFRACTOMÉTRICO EN FIBRA ÓPTICA</b>	<b>4</b>
1.1. ESTADO ACTUAL DE LA TÉCNICA DE LOS SENSORES REFRACTOMÉTRICOS EN FIBRA ÓPTICA	4
1.2. FUNCIÓN DE TRANSMISIÓN DEL SENSOR DE INTENSIDAD EN FIBRA ÓPTICA	7
1.3. CARACTERÍSTICAS DEL ELEMENTO DE SENSIBILIDAD REFRACTOMÉTRICO	9
1.4. CÁLCULO DEL COEFICIENTE DE TRANSMISIÓN DEL ELEMENTO DE SENSIBILIDAD	12
1.5. ESTRUCTURA ESPACIAL DE LA LUZ EN LA FIBRA ÓPTICA	14
1.5.1. Excitación de las fibras ópticas por medio de la fuente difusa y parcialmente difusa.	14
1.5.2. Clasificación de los rayos en la fibra óptica.	15
1.5.3. Apertura numérica para los rayos dirigidos y tunelarizados.	17
1.5.4. Distribución de potencia de la luz en la sección transversal de la fibra óptica.	20
1.5.5. Distribución de potencia de la luz a lo largo de la fibra óptica.	30
1.6. CONCLUSIONES	33
<b>Capítulo 2. ALGORITMO Y PROGRAMA DEL CÁLCULO DE LAS CARACTERÍSTICAS DEL SENSOR</b>	<b>34</b>
2.1. PARTICULARIDADES BÁSICAS DEL SENSOR SIMULADO	34
2.2. JUSTIFICACIÓN DEL MÉTODO PARA LA DEFINICIÓN DE LA SUPERFICIE DEL ELEMENTO DE SENSIBILIDAD	35
2.3. ALGORITMO DEL CÁLCULO DE LAS CARACTERÍSTICAS DEL SENSOR	37
2.4. DESCRIPCIÓN MATEMÁTICA DE LOS PROCEDIMIENTOS BÁSICOS DEL ALGORITMO	42
2.4.1 Descripción de la superficie de trabajo del elemento de sensibilidad	42
2.4.2 Determinación de las coordenadas iniciales del rayo elemental.	45
2.4.3 Definición de las coordenadas del punto de intersección del rayo con la superficie de trabajo.	47
2.4.4. Definición de las coordenadas del vector normal a la superficie	49
2.4.5 Definición del ángulo de incidencia del rayo.	50
2.4.6 Definición de la potencia relativa del rayo reflejado.	51
2.4.7 Definición de las coordenadas de un vector del rayo reflejado	52
2.4.8 Comprobación del alcance del rayo en la fibra óptica receptora	55
2.4.9. Definición de las características particulares de la función del coeficiente de transmisión	56
2.5. CONCLUSIONES	58

<b>Capítulo 3. CÁLCULO NUMÉRICO DE LOS SENSORES</b>	<b>59</b>
3.1. CONSTRUCCIÓN DEL SENSOR DE FIBRA ÓPTICA Y LAS LIMITACIONES ACEPTADAS EN EL PROCESO DEL CÁLCULO	59
3.2. RESULTADOS DEL CÁLCULO NUMÉRICO DE LAS CARACTERÍSTICAS DE LOS SENSORES	59
3.2.1. Pérdidas ópticas propias.	61
3.2.2. Coeficiente de transmisión y características particulares.	65
3.3. CONCLUSIONES	77
<b>Capítulo 4. RESULTADOS DE LAS INVESTIGACIONES EXPERIMENTALES</b>	<b>79</b>
4.1. EQUIPO Y METODOLOGÍA DEL EXPERIMENTO FÍSICO	79
4.1.1. Composición de la instalación experimental y metodología de la investigación.	79
4.1.2. Fuente óptica.	80
4.1.3. Fotorreceptor.	81
4.1.4. Sensibilidad y rango dinámico de un medidor del índice de refracción	82
4.2. RESULTADOS DE LA INVESTIGACIÓN DE LOS SENSORES ELABORADOS	84
4.2.1. Tecnología de elaboración de los sensores.	84
4.2.2. Características de los sensores elaborados.	85
4.3. INVESTIGACIÓN EXPERIMENTAL DEL MEDIDOR DISCRETO MULTIPUNTO DE NIVEL DE LÍQUIDO	86
4.3.1. Evaluación de la efectividad del medidor multipunto de nivel y prueba del modo óptimo de multiplexaje de los sensores.	87
4.3.2. Construcción del medidor discreto multipunto del nivel de líquido.	89
4.3.3. Sistema de multiplexaje y el algoritmo de interrogación de los sensores.	90
4.3.4. Características de los medidores multipunto de fibra óptica del nivel de líquido.	93
4.4. CONCLUSIONES	94
<b>CONCLUSIONES GENERALES</b>	<b>95</b>
<b>BIBLIOGRAFÍA</b>	<b>98</b>
<b>APÉNDICES</b>	<b>103</b>
A. Programa de cálculo de las características del elemento prismático	104
B. Programa de cálculo de las características del elemento cónico.	113
C. Programa de cálculo de las características del elemento semiesférico	122
D. Designaciones que se usan en los programas de cálculo.	131

## INTRODUCCIÓN

### Antecedentes.

Para la Ingeniería Eléctrica y de Telecomunicaciones, el avance actual de las técnicas y métodos de fibras ópticas tiene un impacto muy impresionante. La integración de técnicas ópticas en el área de telecomunicaciones ha sido exitosa. La otra área importante es la instrumentación, en la cual la aplicación de las fibras ópticas proporciona la resistencia al ruido e interferencias electromagnéticas, aumenta la seguridad eléctrica, excluye la posibilidad de un incendio y de una explosión en medios peligrosos. Además, existe la posibilidad de aumentar la sensibilidad de los transductores utilizando varios efectos ópticos para detectar y medir efectivamente las cantidades físicas y parámetros técnicos diferentes de interés para las aplicaciones prácticas diversas.

Los sensores en fibras se ocupan del problema del registro y medición de los diversos efectos y magnitudes físicas por medio de los métodos ópticos, o, bien, electrodinámicos. Para esto se hace uso de nuevas y poco comunes propiedades de interacción de la radiación electromagnética con la materia y con otros campos físicos. Las fibras ópticas brindan nuevos caminos. El giroscopio e hidrófono de fibras ópticas son algunos ejemplos de los desarrollos exitosos en el área de sensores en fibras ópticas.

Sin embargo, la utilización de los efectos ondulatorios finos en la superficie de las estructuras de guías de ondas, tales como las fibras y estructuras opticointegrales abre nuevas e interesantes posibilidades. Para esto se puede obtener alta sensibilidad de los parámetros de las ondas electromagnéticas que se propagan en dichas estructuras, respecto a la permeabilidad dieléctrica (o, bien, el índice de refracción) de un medio circundante. Esto ofrece amplias perspectivas para la medición de diversas características físicas y químicas de líquidos, gases y suspensiones, puesto que dichas características pueden obtenerse por medio del índice de refracción.

Por este motivo a los sensores que trabajan a base del efecto mencionado, se les llama refractométricos, en otras palabras, estos sensores determinan las características del medio circundante (tales como temperatura, presión, composición química, etc.) midiendo la magnitud del índice de refracción de dicho medio.

Desde luego, la refractometría puede partir de diversos métodos, pero la peculiaridad de la óptica de fibras es que consiste en el uso del campo evanescente y esto da amplias posibilidades de hacer sensores con características muy particulares.

En la presente tesis de Doctorado se hace el desarrollo de estos métodos enfocándose a las estructuras basadas en fibras ópticas.

En lo sucesivo se entenderá por sensores refractométricos precisamente a los sensores antes mencionados, o sea a los que hacen uso del campo evanescente y cuya realización se da en forma de estructuras de fibras o de óptica integral y que determinan las características de un medio sobre la base del índice de refracción.

Para las ciencias aplicadas y para la ingeniería son importantes las siguientes características de los dispositivos en fibras ópticas

- ausencia de conducción eléctrica,
- insensibilidad a los campos electromagnéticos,
- alta resistencia a la corrosión química,
- seguridad completa contra riesgos de fuego y explosión,
- componentes de dimensiones pequeñas

Por lo cual los resultados prácticos de esta tesis, o sea, los métodos de medición y los sensores particulares, pueden resultar importantes para diversas áreas de la industria mexicana, principalmente para la petroquímica y otras áreas donde se utiliza alta tecnología.

El estado actual de desarrollo de investigaciones científicas en el campo de los sensores en fibras ópticas se caracteriza por un gran número de ideas y aparatos propuestos. Sin embargo, en lo que refiere a refractometría se prestó mayor atención a efectos físicos solo a escala demostrativa, y muy rara vez se ha hecho una investigación profunda de todas las propiedades de dichos sensores. Esta situación limita las posibilidades prácticas de diseño y la utilización de este grupo de sensores.

En el camino de la investigación se han encontrado toda una serie de cuestiones fundamentales que hasta el momento no se han estudiado lo suficiente, por ejemplo:

- 1) ¿Que criterios de calidad hay que aplicar a un sensor refractométrico?
  - 2) ¿Que particularidades deberán tener los sensores para diversas aplicaciones prácticas?
  - 3) ¿Cómo lograr mediciones con los medios que tienen índice de refracción muy pequeño o muy grande?
  - 4) ¿Cómo obtener una característica lineal o por el contrario, esencialmente no lineal (binaria)?
  - 5) ¿Que tipo de sensor es mejor, uno distribuido o uno discreto?
- etc.

Para la solución de estos problemas es necesario realizar investigaciones en las siguientes direcciones:

1. Estudio profundo de las teorías del funcionamiento de los sensores refractométricos de fibras ópticas, obtención de datos científicamente confiables sobre las propiedades de los sensores de diversos tipos, comparación de dichas propiedades y evaluación de los parámetros de límite posibles.
2. Creación y elaboración de la tecnología para la fabricación de muestras experimentales de nuevos sensores.
3. Investigación de las propiedades de las muestras experimentales obtenidas y de su aplicación para la medición de diversos fluidos y gases licuados.

La metodología para la resolución de los problemas señalados incluye:

- a) Estudio de las propiedades de los sensores por métodos teóricos así como por métodos experimentales;
- b) Optimización de los parámetros y características de los sensores,
- c) Corrección de los modelos matemáticos y de la metodología del diseño de los sensores,
- d) Estudio del funcionamiento de los sensores conjuntamente con sus sistemas electrónicos (incluyendo los circuitos electrónicos de multiplexaje de señales)

### **Objetivo principal.**

El objetivo principal consiste en la obtención de nuevos conocimientos científicos y aplicados en el campo de los sensores en fibras ópticas de tipo refractométrico, en el desarrollo de nuevos tipos de los elementos de sensibilidad de este tipo con mejores características que la de los ya existentes, y en la verificación experimental del funcionamiento de nuevos elementos propuestos en este trabajo

**Objetivos particulares:**

1. Desarrollar los modelos matemáticos adecuados para el análisis de los sensores refractométricos de intensidad a base de las fibras ópticas multimodo.
2. Desarrollar los algoritmos y programas computacionales para el cálculo (simulación numérica) de las características principales de los sensores mencionados.
3. Evaluar los criterios de calidad para los sensores refractométricos de intensidad en fibra óptica diseñados para diversas aplicaciones prácticas.
4. Proponer nuevos tipos de elementos de sensibilidad refractométricos en fibras ópticas, evaluar las propiedades fundamentales de estos elementos y analizar sus características.
5. Obtener datos experimentales sobre las características de nuevos elementos de sensibilidad propuestos, así como verificar las características de operación de las maquetas de instrumentos basados en los elementos de sensibilidad desarrollados en este trabajo.

**Metas:**

1. Estudiar las bases teóricas del funcionamiento de los sensores refractométricos o del tipo de campo evanescente, con elementos de sensibilidad locales.
2. Desarrollar los modelos matemáticos numéricos adecuados para la investigación teórica de las propiedades de los elementos de sensibilidad prismático, cónico y semiesférico.
3. Estudiar los factores técnicos que determinan las características de los elementos de sensibilidad del presente tipo.
4. Elaborar métodos de investigación experimental de los elementos de sensibilidad en fibras ópticas.
5. Obtener y caracterizar las muestras experimentales de los elementos de sensibilidad.
6. Evaluar la correspondencia entre las características teóricas y reales de los elementos de sensibilidad, y de ser necesario, optimizar las características correspondientes.
7. Implementar algunos circuitos electrónicos para el estudio de un elemento de sensibilidad refractométrico solo
8. Implementar algunos circuitos electrónicos de multicanalización, para los arreglos de elementos de sensibilidad ópticos múltiples.
9. Evaluar las características de operación de un medidor con elementos de sensibilidad múltiples, en el caso de medición del nivel de varios líquidos (agua, alcohol, derivados de petróleo etc.)

## Capítulo 1. MODELO MATEMÁTICO DEL SENSOR REFRACTOMÉTRICO EN FIBRA ÓPTICA

### 1.1. ESTADO ACTUAL DE LA TÉCNICA DE LOS SENSORES REFRACTOMÉTRICOS EN FIBRA ÓPTICA

Actualmente, el uso de las fibras ópticas como medio de transmisión de información en sistemas de comunicación óptica, no es su única aplicación. Se expande ampliamente el uso de las fibras ópticas, como sensores de múltiples variables físicas y químicas. Por ejemplo, los sensores de fibra óptica se aplican en sistemas de control en procesos industriales, en aviación, en la técnica espacial y marina, en química, bioquímica y medicina [1 a 3]. La expansión de los sensores de fibra óptica se relaciona con que éstos tienen ciertas ventajas ante los sensores eléctricos o electrónicos. Unas de las ventajas son: su insensibilidad a las interferencias electromagnéticas, aislamiento total galvánico, inercia química, conductividad térmica baja, dimensiones pequeñas, etc.

El principio del funcionamiento de los sensores de fibra óptica está basado en que, bajo la acción de un factor de influencia externa, que se está detectando por sensor, varía uno de los parámetros de luz que se propaga por la fibra óptica: la amplitud, la fase, la frecuencia o la polarización. El factor de influencia externa y el aspecto del parámetro modulado de luz, son indicios importantes que sirven para la clasificación de los sensores de fibra óptica. El sensor se llama refractométrico si el factor que se está detectando es el índice de refracción de un medio. Por otro lado, el sensor se llama de intensidad si el factor que se está detectando varía la intensidad de la luz. En varios casos, el factor de influencia externa sufre una o varias transformaciones en el sensor, antes de afectar uno de los parámetros de luz mencionados. En la fig 1.1 se muestra el diagrama de las transformaciones de los factores de influencia externa, que pueden tener lugar en los sensores refractométricos de fibra óptica donde los tipos más comunes son de intensidad y de interferómetro (de fase). Se ve, que el índice de refracción está conectado directa o indirectamente con muchos otros aspectos de influencia externa. Por esta razón, los sensores refractométricos pueden aplicarse para detectar varios tipos de influencia externa. Los sensores de interferómetro tienen más precisión en comparación con los sensores de intensidad, pero, por lo general, son estructuras más complejas y más costosas.

En el presente, las aplicaciones más comunes de los sensores refractométricos de intensidad en fibra óptica son: medición de la concentración, de los tamaños y de la velocidad de las burbujas de gas en los líquidos [4 a 16]; medición del nivel de líquidos [17 a 25] y medición del índice de refracción [26 a 48].

La transformación del factor de influencia externa en uno de los parámetros de la luz se lleva a cabo en el elemento de sensibilidad del sensor. El elemento óptico aislado (un prisma, un cono, o una superficie de segundo orden), igual que una zona de la misma fibra óptica, se puede usar como el elemento de sensibilidad del sensor en fibra óptica. En el segundo caso, esta zona de la fibra óptica, con el propósito de amplificación de sensibilidad del sensor a la influencia externa, puede tener cualquiera modificación de la regularidad de su estructura (una sección de la fibra sin cubierta, por cierta curvatura o adelgazamiento de la fibra). En la fig. 1 2 se muestran algunas variaciones de la construcción de los elementos de sensibilidad de los sensores refractométricos de intensidad en fibra óptica

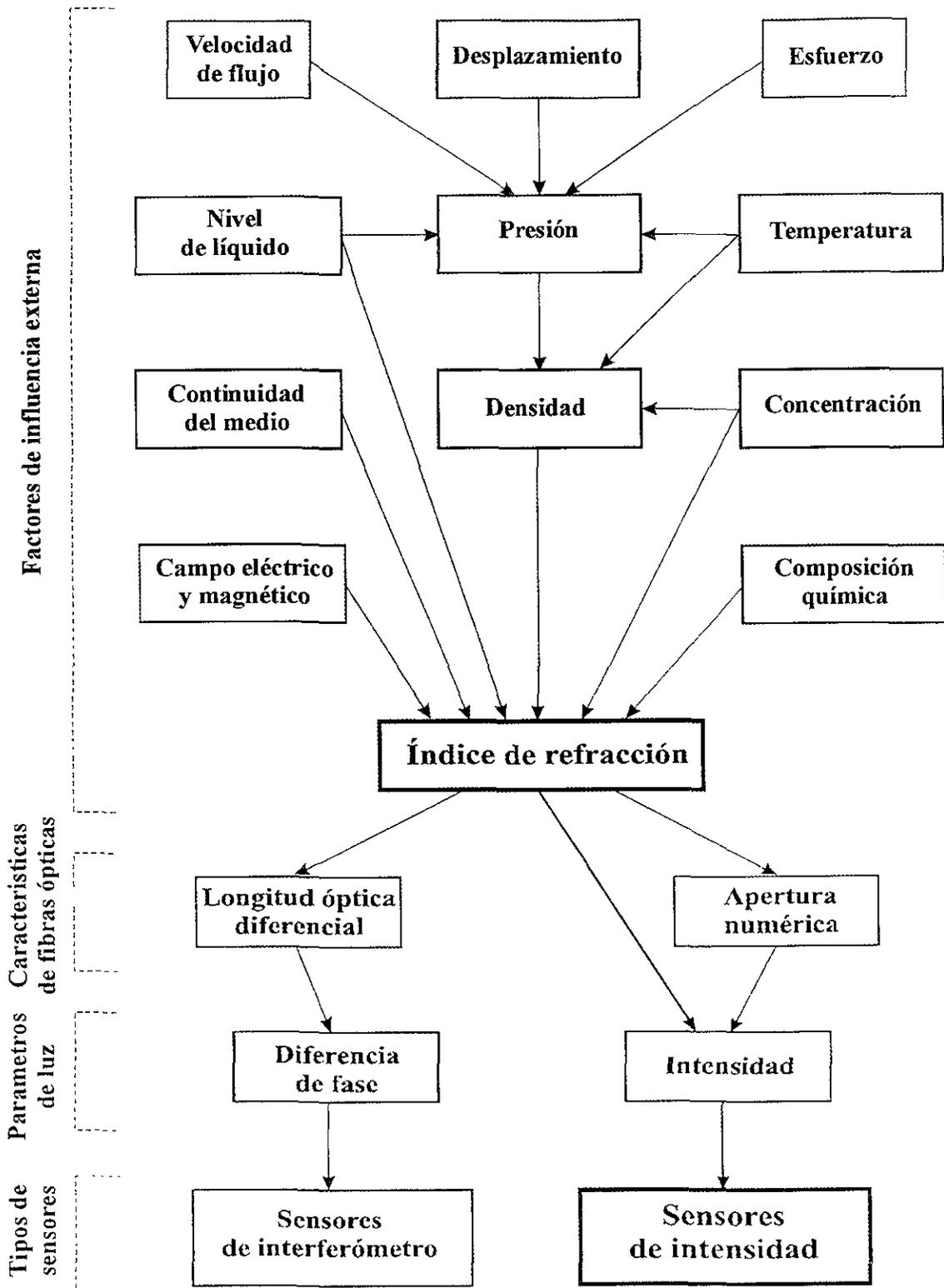


Fig 1.1 Estructura de las transformaciones de los factores de influencia externa en los sensores refractométricos de fibra óptica

Las características de los elementos de sensibilidad de los sensores refractométricos de intensidad en fibra óptica dependen esencialmente de la configuración y forma de sus superficies de trabajo. Toda la variedad de formas de los elementos de sensibilidad que se usan en los

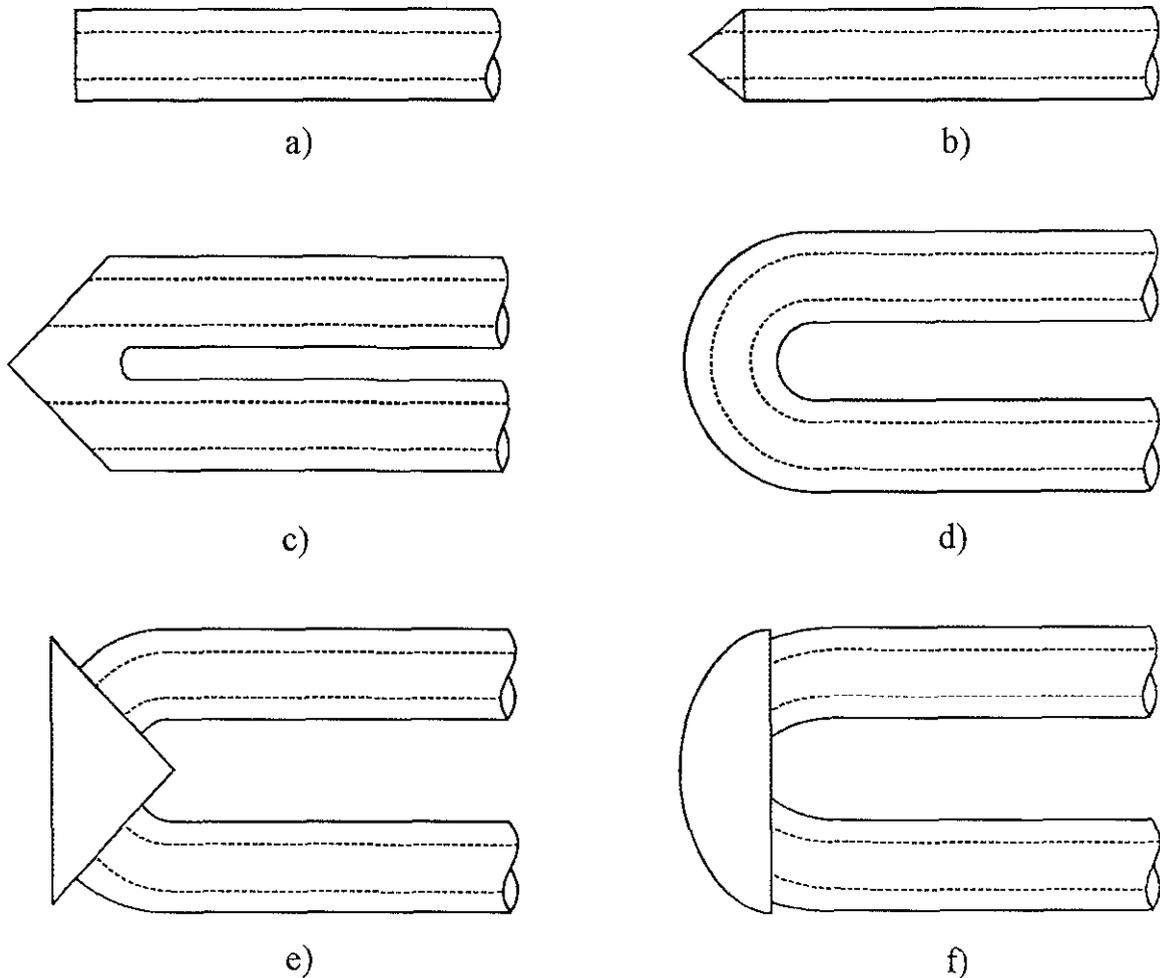


Fig. 1.2. Elementos de sensibilidad de los sensores refractométricos de intensidad en fibra óptica:

a) fibra óptica con extremo plano; b) fibra óptica con extremo cónico; c) dos fibras ópticas con extremos inclinados; d) fibra óptica con curvatura brusca; e) elemento prismático; f) elemento clisoidal

refractómetros de fibra óptica se puede dividir en cuatro grupos principales según su configuración básica, independientemente de su designación y aplicación

- 1) secciones rectas cilíndricas o cónicas de las barras dieléctricas o fibras ópticas sin cubierta, la superficie lateral de las cuales se usa como la superficie de trabajo [24, 27 a 29, 31, 33, 36, 37];
- 2) secciones de las barras dieléctricas o fibras ópticas encorvadas en forma de U [6, 19, 26, 32, 34, 38 a 40, 42 a 47];

- 3) barras dieléctricas o fibras ópticas, cuyo extremo sirve como superficie de trabajo, y está elaborado como una superficie plana, prisma reflector, retroreflector, cono o superficie redondeada [4, 7 a 18, 30, 35, 41, 48];
- 4) elementos de acoplamiento óptico de dos fibras elaborados en forma de un prisma, cono, paraboloide o de otra forma más compleja [5, 20, 21, 25].

No es posible mejorar todas las características de un sensor, tales como la sensibilidad, rango dinámico, rapidez, tamaños, etc., al mismo tiempo. Los sensores se optimizan según las características más importantes en cada caso especial dependiendo del área de aplicación.

Por lo general, en los resultados publicados de investigaciones se dan sólo datos sobre algunas características optimizadas. Por eso en los artículos existentes sobre las direcciones desarrolladas de la aplicación de los sensores de fibra óptica, como la refractometría [18] o la técnica de investigación de los flujos de dos fases [12], los sensores se comparan sólo por una o dos características: sensibilidad al cambio del índice de refracción y/o el tiempo de respuesta.

Sin embargo, los sensores sencillos en su construcción, generalmente, tienen pérdidas grandes o poca sensibilidad al índice de refracción. Por otro lado, los sensores refractométricos con construcción más compleja, los cuales tienen pérdidas pequeñas y alta sensibilidad, necesitan una tecnología de fabricación desarrollada.

## 1.2. FUNCIÓN DE TRANSMISIÓN DEL SENSOR DE INTENSIDAD EN FIBRA ÓPTICA

En la mayoría de los sensores ópticos la señal de salida que se registra es la magnitud de la corriente del fotodetector. Por eso la función de transmisión, la cual es el fundamento del modelo matemático del sensor de intensidad en fibra óptica, suele representarse [49, 50] por medio de la proporción entre la corriente del fotodetector  $I_{fd}$ , por un lado, y la influencia exterior  $i$ , por el otro, que a su vez consiste de muchos factores (tanto el factor medido, como los efectos parásitos):

$$I_{fd}(i) = P_e T_v(i) S_d \quad (1.1)$$

en donde  $P_e$  es la potencia emitida de la fuente óptica  $T_v(i)$  es el coeficiente de transmisión de la vía óptica (relación entre la potencia que entra al fotodetector  $P_d$  y la potencia emitida de la fuente óptica  $P_e$ ) y  $S_d$  es la sensibilidad de corriente del fotodetector

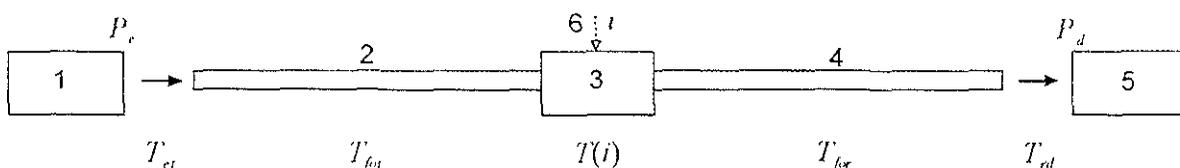


Fig. 1.3 Esquema estructural de la vía óptica del sensor de intensidad en fibra óptica. 1 es la fuente óptica, 2 es la fibra óptica transmisora, 3 es el elemento de sensibilidad, 4 es la fibra óptica receptora; 5 es el fotodetector, 6 es la influencia externa

La vía óptica del sensor de intensidad en fibra óptica, el esquema estructural de la cual está representado en la figura 1.3, se extiende desde la fuente óptica (1) hasta el fotodetector (5). Con las condiciones de que: 1) la potencia de la fuente óptica sea estable, 2) la característica luz-corriente del fotodetector a lo largo de todo su intervalo de trabajo de potencia óptica en la entrada sea lineal; la corriente del fotodetector sea proporcional al coeficiente de transmisión de la vía óptica  $T_v(i)$ . En ese caso, la función de transmisión del sensor de intensidad en fibra óptica se determina por un solo coeficiente de transmisión de la vía óptica  $T_v(i)$ .

A su vez, ese coeficiente de transmisión de la vía óptica esta dado por

$$T_v(i) = T_{et} T_{fot} T(i) T_{for} T_{rd} , \quad (1.2)$$

donde  $T_{et}$  es el coeficiente de transmisión de la parte de la vía óptica desde la fuente óptica hasta el extremo de entrada de la fibra óptica transmisora  $T_{for}$  es el coeficiente de transmisión de la fibra óptica transmisora,  $T(i)$  es el coeficiente de transmisión del elemento de sensibilidad  $T_{for}$  es el coeficiente de transmisión de la fibra óptica receptora, y  $T_{rd}$  es el coeficiente de transmisión de la parte de la vía óptica desde el extremo de salida de la fibra óptica receptora hasta el fotodetector. En caso de que los coeficientes de transmisión  $T_{et}$ ,  $T_{fot}$ ,  $T_{for}$  y  $T_{rd}$  sean constantes (no dependan de  $i$ ), el coeficiente de transmisión de la vía óptica  $T_v(i)$  puede determinarse como la función de la influencia externa  $i$ , por un solo coeficiente de transmisión del elemento de sensibilidad  $T(i)$ .

Así pues, si se cumplen todas las condiciones antes enumeradas, en lugar del estudio de la función de transmisión del sensor completa,  $I_{fd}(i)$ , es posible concretarse al estudio exclusivamente del coeficiente de transmisión del elemento de sensibilidad  $T(i)$ .

El aspecto deseable de la función de transmisión depende de la designación del sensor en cada caso concreto de su aplicación. En los casos cuando es necesario medir el valor absoluto de la influencia externa en el intervalo determinado, es preferible aplicar el sensor con la función lineal de transmisión. Se nombraran estos sensores como analógicos. En los casos, cuando es necesario detectar el cambio relativo (salto) de la influencia externa, es preferible aplicar el sensor con la función no-lineal de transmisión, estos sensores se denominaran discretos

De tal modo el sensor analógico, debe tener la función de transmisión con un sector lineal en el intervalo asignado del índice de refracción. El sensor discreto, debe tener la función de transmisión con el salto en la región que se encuentra entre dos valores de influencia externa, en los cuales esta interesado el usuario.

En caso del sensor refractométrico analógico la influencia exterior  $i$ , la cual es el índice de refracción del medio circundante  $n$ , se cambia suavemente dentro del intervalo definido. Es decir,

$$T(i) = T(n) = \text{var}, \text{ cuando } n_{\min} \leq n \leq n_{\max} \quad (1.3)$$

En caso del sensor refractométrico discreto (por ejemplo, un sensor del nivel del liquido) la influencia exterior adquiere solamente dos valores fijos

1)  $i = 0$ , cuando el elemento de sensibilidad se encuentra en el medio circundante de gas con el índice de refracción  $n_g \cong 1$  (sobre el nivel del liquido),

2)  $i = 1$ , cuando el elemento de sensibilidad se encuentra en el medio liquido con el índice de refracción  $n_l > 1$  (bajo el nivel del liquido)

Es decir,

$$T(i) = T(n) = \begin{cases} T_{\max}, & \text{cuando } n = n_g \\ T_{\min}, & \text{cuando } n = n_l \end{cases} \quad (1.4)$$

### 1.3. CARACTERÍSTICAS DEL ELEMENTO DE SENSIBILIDAD REFRACTOMÉTRICO

En este subcapítulo se determinará el conjunto de las características del elemento de sensibilidad, las que describan sus propiedades lo más completamente posible. Ya que se están examinando los sensores de intensidad, la característica fundamental del elemento de sensibilidad por la cual se puede apreciar la calidad de tal sensor es el coeficiente de transmisión de potencia (intensidad) de la luz. Siguiendo con el análisis de los sensores refractométricos, entonces, en primera instancia nos interesa la dependencia de esa característica fundamental (y también, otras) con el índice de refracción del medio circundante.

De esta manera, el coeficiente de transmisión del elemento de sensibilidad que está presentando como función del índice de refracción del medio circundante (en lo siguiente, el coeficiente de transmisión),

$$T(n) = \frac{P_2(n)}{P_1} \quad , \quad (1.5)$$

donde  $P_1$  y  $P_2(n)$  son las potencias ópticas en la entrada y salida del elemento de sensibilidad, respectivamente. El valor del coeficiente de transmisión del elemento, que está representado en decibeles se nombrará simplemente la transmisión

$$t(n) = 10 \cdot \log T(n) \quad . \quad (1.6)$$

Por otro lado, las pérdidas propias son una propiedad importante de cualquier elemento del sistema óptico, y para evaluar esa propiedad es necesario usar una característica aparte. Obviamente, que es más conveniente usar las características que dejan evaluar las pérdidas propias ópticas del elemento y su reacción al cambio del índice de refracción del medio circundante. Podemos evaluar las pérdidas propias usando las mismas características de transmisión, pero con algunas condiciones especiales.

Las pérdidas propias del elemento de sensibilidad se componen de dos partes, que se diferencian por su origen:

- 1) las pérdidas ópticas provocadas por la estructura geométrica del elemento de sensibilidad (no dependen del índice de refracción del medio circundante);
- 2) las principales pérdidas de Fresnel, que aparecen cuando la luz se refleja en la superficie del elemento de sensibilidad en el estado inicial, cuando el elemento se encuentra en el medio de referencia (dependen del índice de refracción del medio de referencia)

Como medio de referencia es útil examinar el aire con índice de refracción  $n_r = 1$ , porque el elemento de sensibilidad del sensor en el estado inicial por lo general se encuentra en el aire. Con el objetivo de analizar la calidad de la estructura geométrica del elemento de sensibilidad es útil

asignar la parte de las pérdidas propias que es provocada sólo por la estructura geométrica del elemento de sensibilidad excluyendo las pérdidas de Fresnel. Para eso se puede examinar el elemento de sensibilidad realizado con la superficie con reflexión de espejo.

De tal modo, se asigna el siguiente conjunto de características básicas del elemento de sensibilidad.

1) Coeficiente de transmisión con reflexión total del 100% (es decir, vamos a tener en cuenta condicionalmente, que la superficie del elemento de sensibilidad es un espejo)

$$T_p = \frac{P_{2p}}{P_1} , \quad (1.7)$$

donde  $P_{2p}$  es la potencia óptica a la salida en el elemento de sensibilidad con la superficie con reflexión de espejo. Esa característica idealizada es conveniente para evaluar las pérdidas relacionadas sólo con la calidad de la estructura geométrica del elemento de sensibilidad, que no depende de la influencia del índice de refracción del medio circundante. Además, se evalúan las propiedades de concentración del elemento de sensibilidad, que debe transmitir el haz divergido de la luz de la fibra óptica transmisora a la fibra óptica receptora con pérdidas mínimas. Cuanto más cerca esté el valor de  $T_p$  a la unidad, será menor el valor de las pérdidas ópticas en el elemento de sensibilidad, las cuales son la causa de la estructura geométrica del elemento de sensibilidad.

2) Coeficiente de transmisión en el aire

$$T_a = \frac{P_{2a}}{P_1} , \quad (1.8)$$

donde  $P_{2a}$  es la potencia óptica en la salida del elemento de sensibilidad, que se encuentra en el aire (el índice de refracción del aire  $n_a = 1$ ). Esa característica toma en cuenta las pérdidas propias totales del elemento de sensibilidad en el estado inicial (en el aire) y es conveniente para la normalización del coeficiente de transmisión del elemento de sensibilidad en función del índice de refracción del medio circundante.

3) Coeficiente de transmisión normalizado (el coeficiente de transmisión del elemento de sensibilidad, que se encuentra en cualquier medio, normalizado con respecto al coeficiente de transmisión en el aire)

$$T_n(n) = \frac{T(n)}{T_a} = \frac{P_2(n)}{P_{2a}} . \quad (1.9)$$

Esa característica está libre de la influencia de las pérdidas propias del elemento de sensibilidad y depende únicamente del índice de refracción del medio circundante

Las características logarítmicas, que corresponden a las características lineales antes mencionadas, son los siguientes

1) Transmisión, bajo las condiciones de reflexión total,

$$t_p = 10 \log T_p \quad (1.10)$$

2) Transmisión en el aire

$$t_a = 10 \cdot \log T_a \quad (1.11)$$

3) Transmisión normalizada

$$t_n(n) = 10 \cdot \log T_n(n) \quad (1.12)$$

Una de las características principales del elemento refractométrico de sensibilidad que corresponde a su designación básica, es el coeficiente de transmisión normalizado  $T_n(n)$ , tal característica define la respuesta del sensor solamente con respecto al índice de refracción del medio circundante, no se relaciona con las pérdidas propias del elemento de sensibilidad y no depende de la potencia de la señal a la entrada del elemento. Por medio de esta característica se puede determinar:

- 1) la sensibilidad del sensor al cambio del índice de refracción del medio circundante;
- 2) la concordancia del sensor con respecto al caso en el cual se utilizara.

Para la descripción del tipo de la función  $T_n(n)$ , es útil usar tres características especiales adicionales.

1) Intervalo de trabajo en el cambio del índice de refracción del medio circundante

$$\Delta n = n_2 - n_1 \quad (1.13)$$

donde  $n_1$  y  $n_2$  son los valores inicial (menor) y final (mayor) del índice de refracción del medio circundante respectivamente con los valores extremos determinados del coeficiente de transmisión normalizado  $T_{n1}$  y  $T_{n2}$ . Vamos a usar los niveles  $T_{n1} = 0.9$  y  $T_{n2} = 0.1$ , como hay a menudo en casi todos los casos

2) Pendiente media del coeficiente de transmisión normalizado

$$S = \frac{T_{n2} - T_{n1}}{n_2 - n_1} \quad (1.14)$$

3) No-linealidad del coeficiente de transmisión normalizado

$$\delta = \left| \frac{T_{n_j} - T'_{n_j}}{T'_{n_j}} \right|_{\max} \cdot 100\% \quad (1.15)$$

donde  $T_{n_j}$  y  $T'_{n_j}$  son los valores de la función real  $T_n(n)$  y función ideal (lineal)  $T'_n(n)$ , respectivamente, cuando el valor del índice de refracción del medio circundante  $n = n_j$  está dentro del intervalo de trabajo ( $n_1 \leq n_j \leq n_2$ )

De tal modo, cuando se diseña el elemento refractométrico de sensibilidad para el sensor de intensidad en fibra óptica, es necesario optimizar su construcción basándose en dos criterios principales:

- 1) la garantía de cierta forma de la función de transmisión del elemento de sensibilidad  $T_n(n)$ , adecuada en cada caso de aplicación concreta (el sensor analógico o discreto);
- 2) la minimización de las pérdidas propias del elemento.

Es decir, en primera instancia, es necesario garantizar la pendiente y linealidad necesaria del coeficiente de transmisión normalizado en el intervalo dado del índice de refracción del medio circundante, y, en segunda, garantizar el valor máximo posible del coeficiente de transmisión en el aire.

Hay algunas otras características importantes, que se relacionan con el dispositivo de medida, cuya componente es el sensor mismo. Son, por ejemplo:

- 1) la sensibilidad de umbral, que se define como la variación mínima detectada del índice de refracción del medio circundante;
- 2) el rango dinámico, que se define como el intervalo máximo del cambio de la señal saliente del dispositivo de medida.

Pero, la investigación de estas características es un problema más complejo, porque se necesita tomar en cuenta las características de muchos componentes del dispositivo de medida, al menos de la fuente de emisión y del fotodetector. La evaluación de estas características está realizada en el capítulo 4.

#### 1.4. CÁLCULO DEL COEFICIENTE DE TRANSMISIÓN DEL ELEMENTO DE SENSIBILIDAD

El coeficiente de transmisión de un elemento de sensibilidad del sensor refractométrico de intensidad en fibra óptica se define de acuerdo a la ecuación (1.5) a través de la proporción entre la potencia óptica  $P_2(n)$  a la salida del elemento de sensibilidad (a la entrada de la fibra óptica receptora) y la potencia óptica  $P_1$  a la entrada del elemento de sensibilidad (a la salida de la fibra óptica transmisora).

Se estudiará más detenidamente el modelo matemático del sensor refractométrico de intensidad en fibra óptica. Se puede suponer que las fibras ópticas transmisora y receptora son representadas por las fibras ópticas cilíndricas multimodo. La fuente óptica garantiza la excitación proporcionada de todos los modos del núcleo de la fibra óptica transmisora. Los modos en la cubierta de las fibras ópticas transmisora y receptora se están suprimiendo. El fotodetector garantiza la recepción de toda la radiación luminosa, que se está propagando sin pérdidas por el núcleo de la fibra óptica receptora, y asegura la transmisión lineal a lo largo del intervalo de cambio de potencia de la radiación luminosa. El extremo de salida de la fibra óptica transmisora y el extremo de entrada de la fibra óptica receptora están conectados con el elemento de sensibilidad del sensor. La radiación luminosa emitida por la fibra óptica transmisora entra en la fibra óptica receptora, sufriendo antes de esto una o varias reflexiones de la superficie del elemento de sensibilidad, que tiene contacto con el medio circundante.

Para calcular el coeficiente de transmisión del sensor refractométrico de intensidad en fibra óptica es recomendable hacer uso de los métodos de la óptica geométrica. La aplicación de la óptica geométrica (de rayo) en este caso es justificada, porque las dimensiones lineales del sensor superan considerablemente la longitud de onda de la luz, y, porque las fibras ópticas utilizadas son multimodo. Tomando en cuenta que para los cálculos se tiene que operar con las cantidades

energéticas, como la potencia óptica, el flujo de radiación luminosa etc., sobreentendiendo por rayo el haz elemental de los rayos propagado en una dirección.

El elemento de potencia (de flujo)  $dP$  (fig. 1.4) emitido por el elemento del área  $dA$  del núcleo del extremo de salida de la fibra óptica transmisora dentro de los límites del elemento del ángulo sólido  $d\Omega$  se puede presentar en aspecto general como

$$dP = J(r, \varphi, \theta_0, \psi) dA d\Omega = J(r, \varphi, \theta_0, \psi) r dr d\varphi \text{sen}\theta_0 d\theta_0 d\psi, \quad (1.16)$$

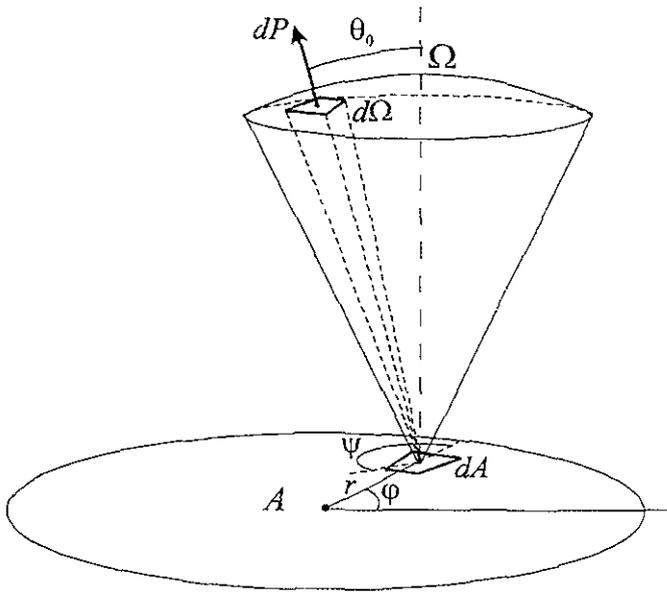


Fig. 1.4. Sistema de coordenadas para la definición del elemento de la potencia emitida de la superficie del núcleo de la fibra óptica transmisora:  $A$  es el área total de la superficie del núcleo,  $dA$  el elemento del área;  $\Omega$  el ángulo sólido total de la apertura de la fibra,  $d\Omega$  el elemento del ángulo sólido;  $r, \varphi$  las coordenadas polares del elemento del área respecto del centro del extremo;  $\theta_0, \psi$  las coordenadas polares esféricas del eje del elemento del ángulo sólido respecto del eje de la fibra óptica.

entrada de la fibra óptica receptora

$$P_2(n) = \iiint_{\Omega} J(r, \varphi, \theta_0, \psi) R(n, \alpha(n, \varphi, \theta_0, \psi, l)) M(r, \varphi, \theta_0, \psi, l, K) r dr d\varphi \text{sen}\theta_0 d\theta_0 d\psi, \quad (1.17)$$

donde  $R(n, \alpha(n, \varphi, \theta_0, \psi, l))$  es la función de atenuación de potencia del rayo como consecuencia de las reflexiones de la superficie del elemento de sensibilidad,  $\alpha(n, \varphi, \theta_0, \psi, l)$  es el ángulo de

donde  $J(r, \varphi, \theta_0, \psi)$  es la distribución de la intensidad (de la potencia) de luz por la superficie del extremo y por las direcciones de emisión de los rayos;  $r, \varphi$  son las coordenadas polares del elemento del área respecto al centro del extremo y  $\theta_0, \psi$  son las coordenadas polares esféricas del eje del elemento del ángulo sólido respecto al eje de la fibra óptica.

La potencia (el flujo) óptica  $P_2(n)$  en la fibra óptica receptora se calcula integrando la expresión que describe la evolución del flujo elemental del rayo, propagado desde la fibra óptica transmisora hacia la fibra óptica receptora. Para esto contamos con el valor inicial de la potencia elemental  $dP$  (1.16), la atenuación de la misma al reflejarse de la superficie del elemento de sensibilidad, y la pérdida de algunos rayos que no coinciden por la apertura de

incidencia del rayo a la superficie del elemento de sensibilidad,  $M(r, \varphi, \theta_0, \psi, F, K)$  es la función del impacto del rayo en la fibra óptica receptora,  $F$  es la función que describe la forma de la superficie del elemento de sensibilidad,  $K$  es la función que determina las coordenadas y dimensiones de la apertura de entrada de la fibra óptica receptora,  $A$  es el área del extremo del núcleo de la fibra óptica transmisora y  $\Omega$  es el ángulo sólido de la apertura de salida de la fibra óptica transmisora.

## 1.5. ESTRUCTURA ESPACIAL DE LA LUZ EN LA FIBRA ÓPTICA

### 1.5.1. Excitación de las fibras ópticas por medio de la fuente difusa y parcialmente difusa.

Para determinar las características espaciales de la luz a la salida de la fibra óptica es necesario saber las condiciones de excitación de la fibra óptica. La fuente óptica se caracteriza por la distribución de potencia de la luz en todas las direcciones de los rayos de cada elemento de su superficie. En el caso general, el elemento de potencia de la fuente óptica con un diagrama de radiación simétrica axial se determina como

$$dP = \begin{cases} I(\theta_0) dA d\Omega, & \text{cuando } 0 \leq \theta_0 \leq \theta_{0r} \\ 0, & \text{cuando } \theta_{0r} \leq \theta_0 \leq \pi/2 \end{cases}, \quad (1.18)$$

donde  $I(\theta_0)$  es la distribución de intensidad de la luz por el ángulo  $\theta_0$ , respecto a la normal de la superficie emisora (diagrama de radiación) en un espacio libre,  $dA$  es el elemento de superficie,  $d\Omega$  es el elemento del ángulo sólido y  $\theta_{0r}$  es el semiángulo del cono dentro de los límites del cual se propaga la luz.

Los diodos luminiscentes se simulan bien por medio de la fuente difusa (Lambertiana), en donde cada elemento de superficie radia regularmente en todas direcciones de la semiesfera. La distribución de intensidad de la luz en el ángulo  $\theta_0$  para esta fuente es

$$I(\theta_0) = I_m \cos \theta_0, \quad \text{cuando } 0 \leq \theta_0 \leq \pi/2, \quad (1.19)$$

donde  $I_m$  es la intensidad de la luz en la dirección de la normal a la superficie de la fuente.

Así pues, el elemento de la potencia de la fuente difusa es

$$dP = I_m \cos \theta_0 r dr d\varphi \sin \theta_0 d\theta_0 d\psi. \quad (1.20)$$

Si la radiación luminosa de esta fuente está limitada por el cono menor de la semiesfera ( $\theta_{0r} < \pi/2$ ), esa fuente se considera como la fuente parcialmente difusa

En la práctica, con frecuencia hay que tomar en cuenta las diferencias entre las características de radiación de los diodos luminiscentes y las características de la fuente Lambertiana. La distribución angular de intensidad de la luz (el diagrama de radiación) del diodo luminiscente comúnmente se aproxima por la siguiente función (fig. 1.5a)

$$I(\theta_0) = I_m \cos^4 \theta_0, \quad (1.21)$$

donde  $k$  es la constante positiva

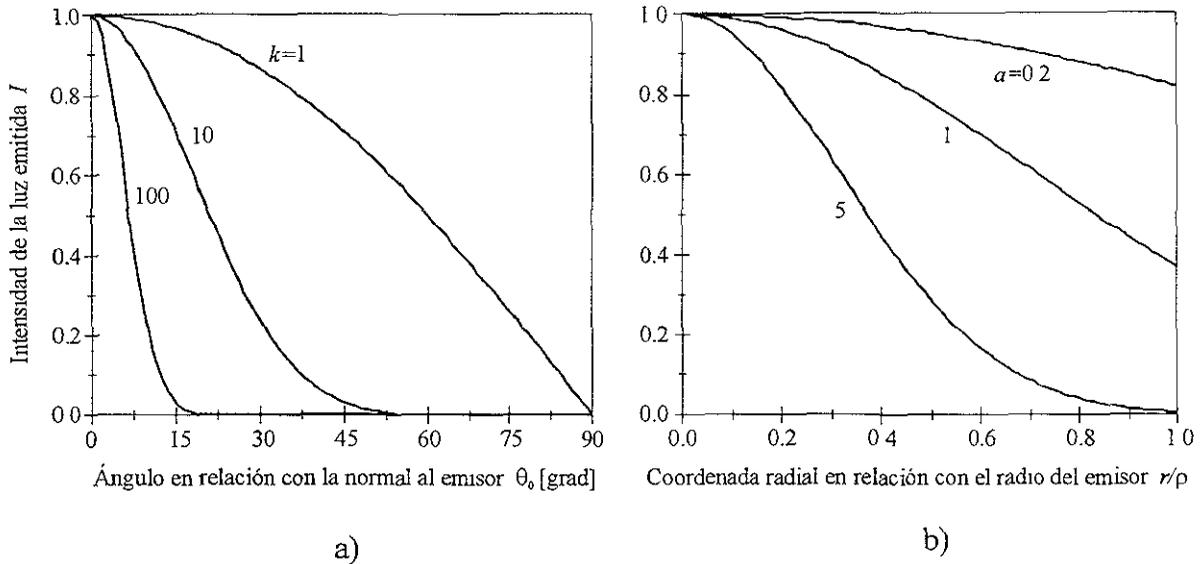


Fig. 1.5. Aproximaciones usadas para las características de los diodos luminescentes: (a) diagramas de radiación de una fuente óptica difusa (Lambertiana) ( $k=1$ ) y fuentes ópticas parcialmente difusas ( $k>1$ ); (b) distribuciones Gaussianas de intensidad de la luz por la superficie emisora con tres valores diferentes del coeficiente  $\alpha$ .

En el caso necesario se toma en cuenta la heterogeneidad de intensidad de la luz sobre la superficie del diodo luminescente en función de la coordenada radial  $r$  (respecto al eje). Para esto, como norma, se utiliza la distribución Gaussiana (fig. 1.5b):

$$I(r) = I_m \exp[-\alpha(r/\rho)^2] \quad (1.22)$$

donde  $I_m$  es la intensidad de la luz en el centro de la superficie emisora,  $\rho$  es el radio de la superficie emisora y  $\alpha$  es la constante positiva.

### 1.5.2. Clasificación de los rayos en la fibra óptica.

Los rayos que entran en el núcleo del extremo de entrada de la fibra óptica, dependiendo de la posición del punto de entrada y el ángulo de entrada, tienen su destino posterior distinto. Unos pueden propagarse dentro del núcleo de la fibra óptica prácticamente a distancias ilimitadas, y otros salirse de él por falta de las condiciones de la reflexión total interna. Los rayos que se distinguen según este principio suelen nombrarse, respectivamente, rayos dirigidos y rayos de fuga.

En la figura 1.6 está representado el trozo del núcleo de la fibra óptica de índice escalonado con el rayo no meridional y los ángulos que determinan su trayectoria en el espacio libre que rodea la fibra óptica (con el índice 0) y dentro del núcleo de la fibra óptica (con el índice

1). Para definir la trayectoria del rayo meridional, el cual cruza el eje de la fibra óptica, es suficiente indicar el ángulo de entrada  $\theta_0$  o el ángulo de refracción  $\theta_1$ . Así pues para definir la trayectoria del rayo no meridional, además, es necesario indicar el ángulo azimutal  $\psi = \psi_0 = \psi_1$  entre la proyección del rayo sobre el extremo la fibra óptica y el radio vector del punto de entrada del rayo.

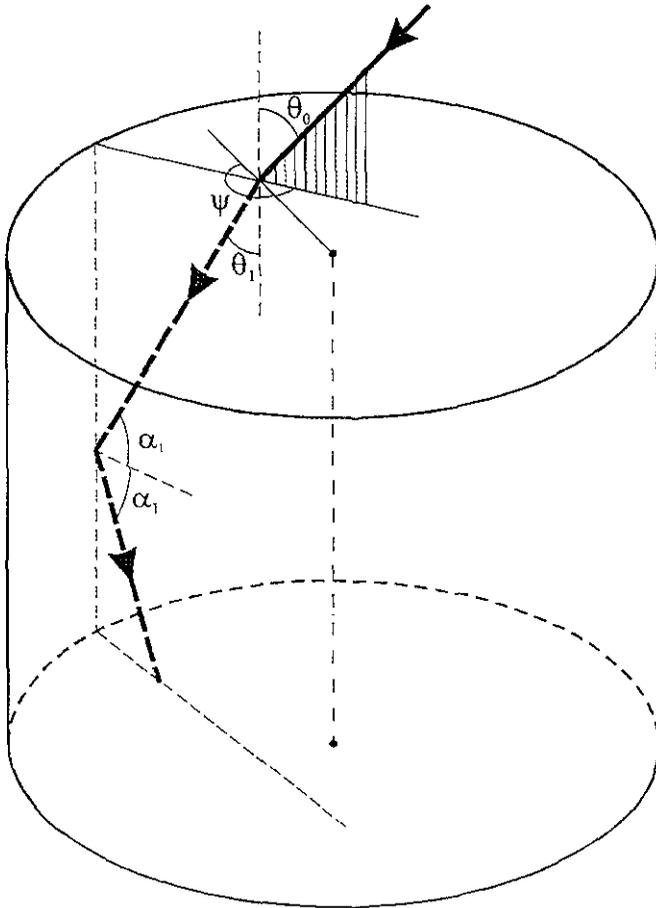


Fig 1.6. Trayectoria del rayo no meridional en el núcleo de la fibra óptica de índice escalonado:  $\theta_0$  es el ángulo de entrada a la superficie del extremo en el espacio libre;  $\theta_1$  el ángulo de refracción dentro del núcleo,  $\psi$  el ángulo azimutal entre la proyección del rayo sobre el extremo la fibra óptica y el radio vector del punto de entrada del rayo,  $\alpha_1$  el ángulo de incidencia a la superficie lateral del núcleo.

Los rayos dirigidos se propagan por la fibra óptica a largas distancias que se limitan solamente gracias a las pérdidas en el material de la fibra óptica. Para que los rayos en la fibra óptica sean dirigidos, es suficiente cumplir la condición  $0 \leq \theta_1 < \theta_{1m}$ , donde  $\theta_{1m}$  es el ángulo máximo de refracción del rayo dentro del núcleo de la fibra óptica, que tiene reflexión total interna.

Los rayos de fuga se subdividen en los refractados y tunelarizados:

1). Los rayos refractados abandonan la fibra óptica en la proximidad inmediata del extremo de entrada. Eso ocurre porque la condición de la reflexión total interna para los rayos refractados no se cumple  $0 \leq \alpha_1 < \alpha_{1c}$ , donde  $\alpha$  es el ángulo de incidencia del rayo en el límite del núcleo (el ángulo que forma el mismo rayo y la normal, en el punto de incidencia) y  $\alpha_{1c}$  es el ángulo crítico de incidencia

2) Los rayos tunelarizados abandonan la fibra óptica gradualmente, a cierta distancia del extremo de entrada, por la alteración de las condiciones de la reflexión total interna a causa de la curvatura de la superficie cilíndrica del núcleo de la fibra óptica. Son los rayos no meridionales para los

cuales se cumplen al mismo tiempo las condiciones:  $\theta_{1m} \geq \theta_1 \geq \pi/2$  y  $\alpha_{1c} \leq \alpha_1 \leq \pi/2$

Para la mayoría de los casos prácticos se pueden examinar solamente los rayos dirigidos y tunelarizados desatendiendo la influencia de los refractados

### 1.5.3. Apertura numérica para los rayos dirigidos y tunelarizados.

Para el funcionamiento normal de la fibra óptica cilíndrica el índice de refracción del material en la periferia de la fibra óptica debe ser menor que en su eje. Existe el concepto de perfil del índice de refracción en la dirección radial. El índice de refracción en la fibra óptica de perfil escalonado se disminuye al modo de salto en el límite del núcleo con la cubierta, y en la fibra óptica de perfil gradual el índice de refracción se reduce monótonamente desde el centro del núcleo a su periferia.

La apertura numérica  $NA$  de la fibra óptica en el caso general se determina como:

$$NA = \sqrt{n_1^2 - n_2^2} = n_0 \text{sen} \theta_{0dm} \quad , \quad (1.23)$$

donde  $n_1$  es el valor máximo del índice de refracción del núcleo,  $n_2$  es el índice de refracción de la cubierta,  $n_0$  es el índice de refracción del espacio libre que mantiene contacto con el extremo de la fibra óptica y  $\theta_{0dm}$  es ángulo máximo de entrada de los rayos dirigidos en el espacio libre.

Puesto que el valor de la apertura numérica puede depender de la coordenada radial  $r$  del punto de entrada del rayo al extremo del núcleo de la fibra óptica, entonces existe asimismo el concepto de la apertura numérica local  $NA(r)$ :

$$NA(r) = \sqrt{n_1^2(r) - n_2^2} = n_0 \text{sen} \theta_{0dm}(r) \quad , \quad (1.24)$$

donde  $n_1(r)$  es el índice de refracción local del núcleo (en un punto con la coordenada radial  $r$ ) y  $\theta_{0dm}(r)$  es el ángulo máximo local de entrada de los rayos dirigidos en el espacio libre.

Por consiguiente, la apertura numérica local en una fibra óptica de índice escalonado es un valor constante

$$NA(r) = NA = \text{const} \quad , \quad (1.25)$$

y en una fibra óptica de índice gradual es la función de la coordenada radial  $r$ :

$$NA(r) = NA \sqrt{1 - g(r)} \quad , \quad (1.26)$$

donde  $g(r)$  es el perfil del índice de refracción del núcleo de la fibra óptica.

Para fibras ópticas de índice gradual con una función exponencial el perfil se define como:

$$g(r) = (r/\rho)^q \quad \text{cuando } 0 < r < \rho \quad , \quad (1.27)$$

donde  $\rho$  es el radio del núcleo y  $q$  el exponente

Para una fibra óptica de índice gradual con perfil parabólico (o más preciso, con perfil parabólico truncado) el mismo exponente  $q = 2$ , es decir,  $g(r) = (r/\rho)^2$

De esta manera, la apertura numérica local en la fibra óptica de índice gradual con perfil parabólico se define como:

$$NA(r) = NA\sqrt{1 - (r/\rho)^2} \quad (1.28)$$

Los mismos cálculos se pueden hacer para los rayos tunelarizados. La apertura numérica local para los rayos tunelarizados  $NA_t(r, \psi)$  y ángulo máximo local de entrada de los rayos tunelarizados  $\theta_{0tm}(r, \psi)$  dependen de la coordenada radial del punto de entrada del rayo  $r$ , tanto como del ángulo azimutal  $\psi$  [51]:

$$NA_t(r, \psi) = \frac{NA(r)}{\sqrt{1 - (r/\rho)^2 \sin^2 \psi}} = n_0 \sin \theta_{0tm}(r, \psi) \quad (1.29)$$

El empleo de la última expresión en los cálculos a veces requiere añadir una condición que determine el límite de aumento de la apertura numérica:

$$NA_t(r, \psi) \leq 1 \quad (1.30)$$

Sin esta limitante la expresión (1.29) puede dar un valor mayor a 1 para la apertura numérica. Eso tiene lugar en el caso de una fibra óptica de índice gradual con perfil exponencial, cuando  $q > 2$ , y  $\psi \rightarrow \pi/2$ , y también, en el caso de una fibra óptica de índice escalonado, cuando  $r \rightarrow \rho$  y  $\psi \rightarrow \pi/2$ . Lo que contradice la definición de la apertura numérica según la cual ella no debe adquirir valores que excedan 1.

Así pues, la apertura numérica local para los rayos tunelarizados en las fibras ópticas de perfil escalonado es

$$NA_t(r, \psi) = \frac{NA}{\sqrt{1 - (r/\rho)^2 \sin^2 \psi}} \quad (1.31)$$

se toma en cuenta la condición (1.30).

Y para las fibras de índice gradual con perfil parabólico

$$NA_t(r, \psi) = \frac{NA\sqrt{1 - (r/\rho)^2}}{\sqrt{1 - (r/\rho)^2 \sin^2 \psi}} \quad (1.32)$$

En la figura 1.7 se muestra la distribución radial de las secciones de los conos de admisión en los casos de la fibra óptica de índice escalonado (fig. 1.7a) y de índice gradual con perfil parabólico (fig. 1.7b) para los rayos dirigidos (línea continua) y tunelarizados (línea punteada). Se observa (fig. 1.7a) que en la fibra óptica de índice escalonado, las secciones de los conos de admisión de los rayos dirigidos son círculos del mismo tamaño (línea continua). Las secciones de los conos de admisión de los rayos tunelarizados son elipses, en las cuales el eje menor es constante e igual al diámetro de la sección del cono de admisión de los rayos dirigidos. El eje

mayor de las elipses aumenta su tamaño desde el tamaño del eje menor (en el centro del núcleo de la fibra óptica) “hasta el infinito” (en el extremo del núcleo) condicionalmente. Cuando hay un radio fronterizo  $r_f$  el carácter condicional consiste en que el radio de la sección del cono de admisión de los rayos tunelarizados se aumenta sólo hasta el tamaño máximo posible, que es igual a 1 ( $NA = 1$ ). Luego el radio de la sección queda igual a 1. Con eso, la sección representa la figura (fig. 1.8a, sombreado) que está formada por la superposición de la elipse con el tamaño del semieje mayor a 1 y del círculo con el radio unitario. En la figura 1.8b se muestra la misma figura (la línea continua) y sus límites (con el cambio  $r$  desde  $r_f$  hasta  $\rho$ ), que son la elipse inscrita y el rectángulo circunscrito (la línea punteada).

En la fibra óptica de índice gradual con perfil parabólico (fig. 1.7b), las secciones de los conos de admisión de los rayos dirigidos se representan como círculos (línea continua), el

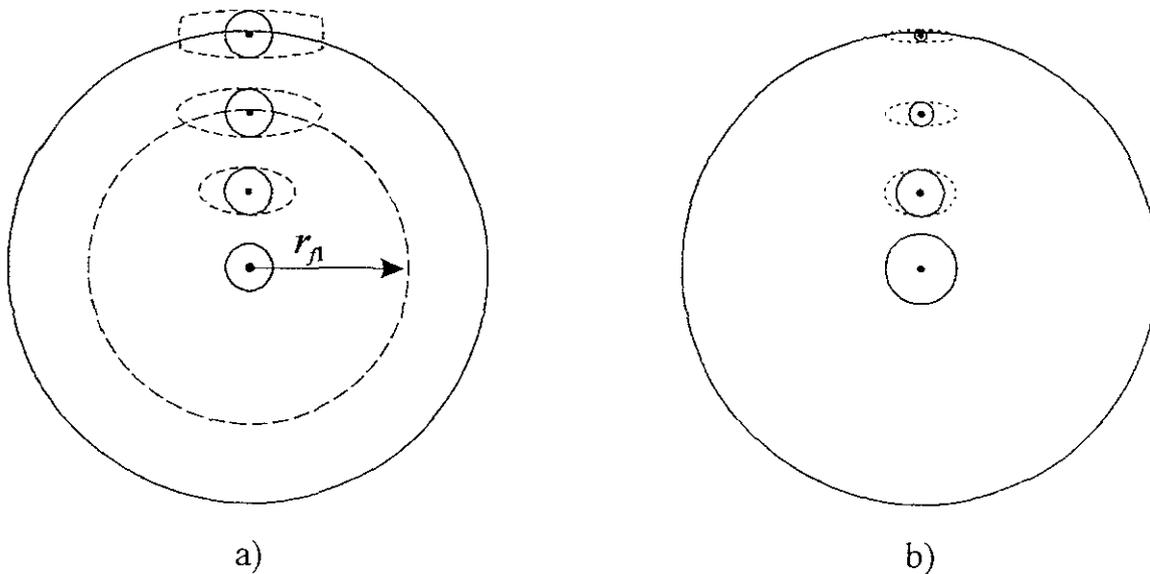


Fig. 1.7. Distribución radial de las secciones de los conos de admisión de los rayos dirigidos (línea continua) y rayos tunelarizados (línea punteada) en el caso de la excitación de (a) la fibra óptica de índice escalonado y (b) de índice gradual con perfil parabólico por medio de la fuente difusa;  $r_f$  es el radio fronterizo que separa la zona sin límite y la zona con límite del cono de admisión local de los rayos tunelarizados.

diámetro de éstos disminuye del valor máximo (en el centro del núcleo de la fibra óptica) a cero (en el extremo del núcleo). Las secciones de los conos de admisión de los rayos tunelarizados se representan como elipses, en las cuales, el eje menor es igual al diámetro correspondiente de la sección del cono de admisión de los rayos dirigidos, y disminuye con él. El eje mayor tiene tamaño constante e igual al valor máximo del diámetro de la sección del cono de admisión de los rayos dirigidos.

Se puede encontrar el valor del radio fronterizo  $r_f$  (fig. 1.7a), por encima del cual en la fibra óptica de índice escalonado empieza la limitación de la apertura numérica de los rayos tunelarizados al nivel máximo posible que es 1, utilizando la siguiente condición

$$NA_{tm}(r) = 1, \text{ cuando } r = r_{f1} \text{ ,} \quad (1.33)$$

donde  $NA_{tm}(r)$  es la apertura numérica local para los rayos tunelarizados, cuando  $\psi = \pm \pi/2$ . De la ecuación (1.31)

$$NA_{tm}(r) = \frac{NA}{\sqrt{1 - (r/\rho)^2}} \text{ .} \quad (1.34)$$

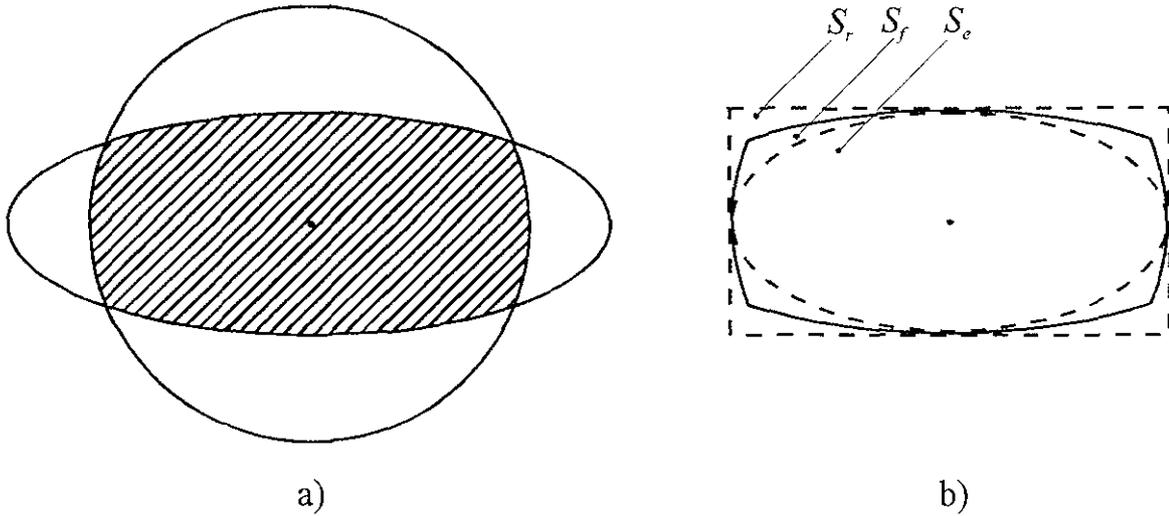


Fig. 1.8. Sección del cono de admisión tomando en cuenta los rayos dirigidos y tunelarizados en la fibra óptica de índice escalonado para un caso de la limitación por tamaño máximo que es 1: a) la forma de la sección (sombreada) que se forma por la superposición del elipse y círculo; b) los límites de tamaño del área de la sección  $S_f$  - el elipse inscrito  $S_e$  y el rectángulo circunscrito  $S_r$ .

Entonces, conforme a la condición (1.33),

$$\frac{NA}{\sqrt{1 - (r_{f1}/\rho)^2}} = 1 \text{ ,}$$

de ahí se deduce

$$r_{f1} = \rho \sqrt{1 - NA^2} \quad (1.35)$$

#### 1.5.4. Distribución de potencia de la luz en la sección transversal de la fibra óptica.

Encontraremos la ley de la distribución de potencia de la luz en la sección transversal de la fibra óptica para dos casos diferentes.

- 1) la excitación de la fibra óptica por medio de la fuente difusa (Lambertiana);
- 2) la excitación de la fibra óptica por medio de la fuente parcialmente difusa.

***Distribución de la potencia con la excitación de la fibra óptica a través de la fuente difusa.***

Se puede determinar la potencia plena de los rayos dirigidos en la fibra óptica  $P_d$ , cuando su excitación es difusa, al integrar los elementos de la potencia de la fuente difusa  $dP$  (1.20) en toda la zona de las coordenadas  $r$ ,  $\varphi$ ,  $\psi$  y en la zona de los valores de la coordenada  $\theta_{0d}$ , la cual corresponde a los rayos dirigidos:

$$P_d = I_m \int_0^{\rho} r dr \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{2\pi} d\psi \int_0^{\theta_{0dm}(r)} \cos\theta_0 \text{sen}\theta_0 d\theta_0 , \quad (1.36)$$

donde  $\theta_{0dm}(r)$  es el ángulo máximo local de entrada de los rayos dirigidos, cuyo valor se puede determinar a través de (1.24).

Después de la integración (1.36) por las coordenadas angulares obtenemos:

$$P_d = I_m \frac{2\pi^2}{n_0^2} \int_0^{\rho} r S(r) dr , \quad (1.37)$$

donde  $I_m$  es la intensidad de la luz en la dirección de la normal a la superficie de la fuente,  $n_0$  es el índice de refracción del espacio libre y  $S(r)$  es el cuadrado de la apertura numérica local de la fibra óptica:

$$S(r) = NA^2(r) = n_0^2 \text{sen}\theta_{0dm}^2(r) \quad (1.38)$$

De la ecuación (1.37) se desprende que la distribución de potencia de los rayos dirigidos en la sección transversal de la fibra óptica  $P_d(r)$  está en proporción al cuadrado de la apertura numérica local  $S(r)$  [52]:

$$P_d(r) = I_m \frac{\pi}{n_0^2} S(r) , \quad (1.39)$$

y la potencia plena de los rayos dirigidos es:

$$P_d = \int_A P_d(r) dA , \quad (1.40)$$

donde  $A$  es el área de la sección transversal del núcleo de la fibra óptica

Los rayos tunelarizados difieren de los rayos dirigidos solamente según su comportamiento en la cubierta, por esto las expresiones (1.36) a (1.40) son también correctas para los rayos tunelarizados, tomando en cuenta la elección correspondiente de los límites de integración. Sin embargo, conviene fijar los límites de integración por el ángulo  $\theta_0$  a la vez para la

potencia plena total  $P_s$  (la suma de las potencias plenas) de los rayos dirigidos y tunelarizados. Entonces, analógicamente (1.36),

$$P_s = I_m \int_0^{\rho} r dr \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{2\pi} d\psi \int_0^{\theta_{0m}(r,\psi)} \cos\theta_0 \operatorname{sen}\theta_0 d\theta_0, \quad (1.41)$$

donde  $\theta_{0m}(r, \psi)$  es el ángulo crítico local de entrada de los rayos tunelarizados, el cual se determina de las ecuaciones (1.29), (1.30).

Después de la integración de (1.41) por las coordenadas angulares obtenemos:

$$P_s = I_m \frac{2\pi^2}{n_0^2} \int_0^{\rho} r S_s(r) dr, \quad (1.42)$$

donde  $S_s(r)$  es el “cuadrado” de la apertura numérica local, teniendo en consideración los rayos dirigidos y tunelarizados. En este caso el término “cuadrado de la apertura” es convencional, se sobreentiende la proporcionalidad de  $S_s(r)$  al área de la sección del cono de admisión:

$$S_s(r) = NA(r) NA_{tm}(r) = \frac{NA^2(r)}{\sqrt{1-(r/\rho)^2}} = \frac{n_0^2 \operatorname{sen}^2 \theta_{0m}^2(r)}{\sqrt{1-(r/\rho)^2}}, \quad (1.43)$$

Eso quiere decir que el valor de  $S_s(r)$  (fig. 1.7) no está en proporción al área del círculo con el radio  $NA(r)$ , como lo es en el caso anterior para  $S(r)$ , sino al área de la elipse con el semieje menor  $NA(r)$  y el semieje mayor  $NA_{tm}(r)$ . El valor  $NA_{tm}(r)$  se determina de la expresión (1.34).

La distribución de la potencia total de los rayos dirigidos y tunelarizados en la sección transversal de la fibra óptica  $P_s(r)$  está en proporción al “cuadrado” de la apertura numérica local  $S_s(r)$ :

$$P_s(r) = I_m \frac{\pi}{n_0^2} S_s(r), \quad (1.44)$$

y la potencia plena total de los rayos dirigidos y tunelarizados es:

$$P_s = \int_A P_s(r) dA, \quad (1.45)$$

Pues bien, la distribución radial de potencia (la densidad de potencia) transportada por medio de los rayos, en la sección transversal de la fibra óptica se puede presentar gráficamente como la variación de los valores en el área de las secciones de los conos de admisión a lo largo de la coordenada radial (fig. 1.7)

El “cuadrado” de la apertura numérica local de los rayos dirigidos hacia la fibra de índice escalonado está en proporción al área de los círculos iguales (línea continua en la fig. 1.7a), es

decir, no depende de la coordenada radial del punto de entrada de los rayos al núcleo de la fibra óptica  $r$ :

$$S(r) = NA^2 = const \quad , \quad (1.46)$$

y para la fibra de índice gradual con perfil parabólico está en proporción a la área de los círculos diferentes (línea continua en la fig. 1.7b), es decir se disminuye con el aumento del radio  $r$ .

$$S(r) = NA^2[1 - (r/\rho)^2] \quad . \quad (1.47)$$

El “cuadrado” de la apertura numérica local, tomando en cuenta los rayos dirigidos y tunelarizados, en la fibra óptica de índice escalonado está en proporción al área de las elipses (línea punteada en la fig. 1.7a). El eje menor de las elipses no varía, y el eje mayor crece hasta el valor máximo posible, que es 1, con el valor fronterizo del radio corriente  $r = r_{f1} = \rho\sqrt{1 - NA^2}$  de (1.35). El “cuadrado” de la apertura numérica local crece con el aumento del radio ( $r > r_{f1}$ ) en proporción al aumento del área de la figura que se forma por la superposición de la elipse y círculo (está sombreado en la fig. 1.8a). Con eso las dimensiones vertical y horizontal de la figura quedan invariables, y su área crece un poco exclusivamente por detrás de la variación de la forma del elipse con el aumento de su eje mayor. El valor del área de la figura  $S_f$  (fig. 1.8b) está entre el área de la elipse inscrita  $S_e$  y el área del rectángulo circunscrito  $S_r$ :  $S_e \leq S_f < S_r$ .

$$S_s(r) = \begin{cases} NA^2 / \sqrt{1 - (r/\rho)^2}, & \text{cuando } 0 \leq r \leq r_{f1} \\ \frac{2}{\pi} \left[ \frac{NA^2}{\sqrt{1 - (r/\rho)^2}} \arcsen \sqrt{(\rho/r)^2 - 1} \sqrt{1/NA^2 - 1} + \right. \\ \left. + \arccos(\sqrt{1 - NA^2} \rho/r) \right], & \text{cuando } r_{f1} < r < \rho \end{cases} \quad , \quad (1.48)$$

donde 
$$r_{f1} = \rho\sqrt{1 - NA^2} \quad .$$

Es posible simplificar la expresión precedente considerando la condición de la sección del cono de admisión donde  $r > r_{f1}$ , es decir, permanece la elipse de tamaño constante, el mismo como en el caso de  $r = r_{f1}$ , con el eje menor igual a  $NA$  y el eje mayor igual a 1. Entonces,

$$S_s(r) \equiv \begin{cases} NA^2 / \sqrt{1 - (r/\rho)^2}, & \text{cuando } 0 \leq r \leq r_{f1} \\ NA, & \text{cuando } r_{f1} < r \leq \rho \end{cases} \quad , \quad (1.49)$$

donde 
$$r_{f1} = \rho\sqrt{1 - NA^2}$$

En la fibra óptica de índice gradual con perfil parabólico, el “cuadrado” de la apertura numérica local, tomando en cuenta los rayos dirigidos y tunelarizados, está en proporción al área

de las elipses (línea punteada en la fig. 1.7b). El eje menor de esas elipses disminuye con el aumento del radio corriente, y el eje mayor no varía.

$$S_s(r) = NA^2 \sqrt{1 - (r/\rho)^2} \quad (1.50)$$

Sustituyendo los valores de  $S(r)$  de las expresiones (1.46), (1.47) a la expresión (1.37) o de las (1.49), (1.50) a la (1.42) obtenemos las expresiones para la potencia de los rayos dirigidos o para la potencia total de los rayos dirigidos y tunelarizados, en la sección del núcleo de la fibra óptica en la proximidad inmediata del extremo de entrada a la fibra.

La potencia plena de los rayos dirigidos en la fibra óptica de índice escalonado es:

$$P_p = I_m \frac{2\pi^2}{n_0^2} NA^2 \int_0^\rho r dr = I_m \left( \frac{\pi\rho NA}{n_0} \right)^2 \quad (1.51)$$

y en la fibra de índice gradual con perfil parabólico

$$P_b = I_m \frac{2\pi^2}{n_0^2} NA^2 \int_0^\rho r [1 - (r/\rho)^2] dr = I_m \left( \frac{\pi\rho NA}{n_0} \right)^2 \frac{1}{2} \quad (1.52)$$

La potencia plena total de los rayos dirigidos y tunelarizados en la fibra de índice escalonado es:

$$P_s \cong I_m \frac{2\pi^2}{n_0^2} \left\{ NA^2 \int_0^{r_{f1}} \frac{r}{\sqrt{1 - (r/\rho)^2}} dr + NA \int_{r_{f1}}^\rho r dr \right\} = I_m \left( \frac{\pi\rho NA}{n_0} \right)^2 (2 - NA) \quad (1.53)$$

donde  $r_{f1} = \rho \sqrt{1 - NA^2}$  ;

y en la fibra de índice gradual con perfil parabólico

$$P_s = I_m \frac{2\pi^2}{n_0^2} NA^2 \int_0^\rho r \sqrt{1 - (r/\rho)^2} dr = I_m \left( \frac{\pi\rho NA}{n_0} \right)^2 \frac{2}{3} \quad (1.54)$$

De las expresiones obtenidas se deduce que la potencia plena de los rayos dirigidos en la fibra óptica de índice escalonado (1.51) es dos veces más alta que en la fibra de índice gradual con perfil parabólico (1.52). Además de esto, en aproximación de la fibra óptica de baja apertura ( $NA \ll 1$ ) se deduce que.

- 1) en la fibra óptica de índice escalonado la potencia plena de los rayos dirigidos (1.51) constituye cerca del 50% de la potencia plena total de los rayos dirigidos y tunelarizados (1.53).

- 2) en la fibra óptica de índice gradual con perfil parabólico, la potencia plena de los rayos dirigidos (1.52) llega a ser hasta el 75% de la potencia plena total de los rayos dirigidos y tunelarizados (1.54).

Esas correlaciones coinciden con los resultados [52] obtenidos por medio de los cálculos matemáticos más rigurosos.

En aproximación de la fibra óptica de alta apertura ( $NA \cong 1$ ) la potencia plena de los rayos dirigidos en la fibra de índice escalonado (1.51) se aproxima a la potencia plena total de los rayos dirigidos y tunelarizados (1.53). Esta consecuencia tiene sentido físico, puesto que en la fibra óptica con la apertura numérica  $NA = 1$  no existen los rayos tunelarizados, sino solamente los rayos dirigidos y los rayos refractados.

***Distribución de la potencia con la excitación de la fibra óptica por la fuente parcialmente difusa.***

Las expresiones antes mencionadas para la densidad de potencia (el “cuadrado” de la apertura numérica) y para la potencia plena, están dadas bajo la suposición de que la excitación de los rayos sucede en todas las direcciones posibles de los rayos que forman la apertura de la fibra óptica. Esta situación es típica cuando se usa la fuente difusa, cuya superficie emisora tiene las dimensiones que sobrepasan las de la sección transversal del núcleo, y está pegada al extremo de la fibra óptica. En este caso la semianchura del diagrama de radiación de la fuente  $\theta_r$  ( $\theta_r = \pi/2$ ), con cualquier valor de la coordenada radial  $r$ , nunca es menor que el ángulo máximo de la apertura local de la fibra óptica  $\theta_{0m}(r)$ .

La situación cambia cuando para la excitación de la fibra óptica se usa la fuente parcialmente difusa o la fuente difusa que está ubicada a cierta distancia del extremo de entrada de fibra, con la superficie emisora de dimensiones finitas, la cual se puede examinar igualmente como la fuente parcialmente difusa. En este caso, la semianchura del diagrama de radiación de la fuente, con ciertos valores de coordenadas radiales, puede ser menor que el ángulo límite de la apertura local de la fibra óptica. Con esto, los rayos de la fuente no llegan a cubrir todas las partes periféricas de la apertura local.

Estudiaremos dos variantes de esta situación, las cuales se distinguen por la proporción del seno de la semianchura del diagrama de radiación de la fuente  $\text{sen}\theta_r$  con la apertura numérica de la fibra óptica  $NA$ :

- 1)  $NA/n_0 < \text{sen}\theta_r \leq 1$ ,
- 2)  $0 \leq \text{sen}\theta_r \leq NA/n_0$ .

En el primer caso ( $NA/n_0 < \text{sen}\theta_r \leq 1$ ), la apertura numérica local de los rayos dirigidos tiene la misma función de la coordenada radial en las fibras ópticas de índice escalonado y de índice gradual, como en el caso de excitación con una fuente difusa (1.46) y (1.47), respectivamente. Las secciones de los conos de admisión correspondientes son análogas de las secciones graficadas por línea continua en la figura 1.7.

Para la apertura numérica local de los rayos tunelarizados se establece la situación que es análoga a la presentada gráficamente en la figura 1.8a. En este caso, la sección de la apertura llenada por los rayos de la fuente (sombreado) se forma como el cruce del cono de admisión de la fibra óptica (la elipse) con el diagrama de radiación de la fuente (el círculo). Si aproximamos esa parte de la apertura con la elipse inscrita (punteado en la fig. 1.8b), cuyo eje mayor es de misma longitud que el diámetro de la sección del diagrama de radiación de la fuente, entonces la expresión para el “cuadrado” de la apertura numérica en la sección transversal de la fibra de índice

escalonado, excitado por la fuente parcialmente difusa, se puede transcribir como en la expresión (1.49):

$$S_s(r) \cong \begin{cases} \frac{NA^2}{\sqrt{1-(r/\rho)^2}}, & \text{cuando } 0 \leq r \leq r_{f1} \\ n_0 \text{sen} \theta_{or} NA, & \text{cuando } r_{f1} < r \leq \rho \end{cases} \quad (1.55)$$

En la ecuación (1.55) el radio fronterizo  $r_{f1}$ , el cual divide las zonas diferentes de la dependencia  $S_s(r)$ , se encuentra a través de la igualdad  $NA_{tm}(r) = n_0 \text{sen} \theta_{or}$ . El valor  $NA_{tm}(r)$  se determina de la expresión (1.34). Es decir,

$$r_{f1} = \rho \sqrt{1 - \left( \frac{NA}{n_0 \text{sen} \theta_{or}} \right)^2} \quad (1.56)$$

La imagen correspondiente de las secciones de los conos de admisión en la fibra óptica de índice escalonado es semejante a la que está en la figura 1.7a.

En la fibra óptica de índice gradual con perfil parabólico, la representación matemática de la función radial del “cuadrado” de la apertura numérica local con los rayos dirigidos y tunelarizados es análoga a la expresión (1.50). La interpretación gráfica de las secciones de los conos de admisión es idéntica a las elipses presentadas en la figura 1.7b (línea punteada).

En el segundo caso ( $0 \leq \text{sen} \theta_{or} \leq NA/n_0$ ) la apertura local en la fibra óptica de índice escalonado es constante en toda la sección del núcleo de la fibra (fig. 1.9a) así como para los rayos dirigidos y los rayos tunelarizados. Los “cuadrados” correspondientes de la apertura numérica local son:

$$S(r) = S_s(r) = (n_0 \text{sen} \theta_{or})^2 = \text{const} \quad (1.57)$$

La apertura numérica local en la fibra óptica de índice gradual con perfil parabólico es limitada e invariable tanto para los rayos dirigidos, así como para los rayos tunelarizados cuando  $r \leq r_{f2}$ , y se disminuye con el aumento del radio cuando  $r > r_{f2}$ ; donde  $r_{f2}$  es el radio fronterizo que separa las zonas con diferente carácter del comportamiento de la apertura numérica local. La imagen gráfica de la dependencia radial de las secciones de los conos de admisión para los rayos dirigidos (línea continua) y rayos tunelarizados (línea punteada) es presentada en la figura 1.7b. Las expresiones matemáticas correspondientes se pueden expresar de la siguiente manera:

Para los rayos dirigidos, semejante a la expresión (1.47),

$$S_s(r) = \begin{cases} (n_0 \text{sen} \theta_{or})^2, & \text{cuando } 0 \leq r \leq r_{f2} \\ (n_0 \text{sen} \theta_{or})^2 \left[ 1 - (r/\rho)^2 \right], & \text{cuando } r_{f2} < r < \rho \end{cases} \quad (1.58)$$

y para los rayos dirigidos y tunelarizados, semejante a la expresión (1.50),

$$S_s(r) = \begin{cases} (n_0 \text{sen} \theta_{or})^2, & \text{cuando } 0 \leq r \leq r_{f2} \\ n_0 \text{sen} \theta_{or} NA \sqrt{1 - (r/\rho)^2}, & \text{cuando } r_{f2} < r \leq \rho \end{cases} \quad (1.59)$$

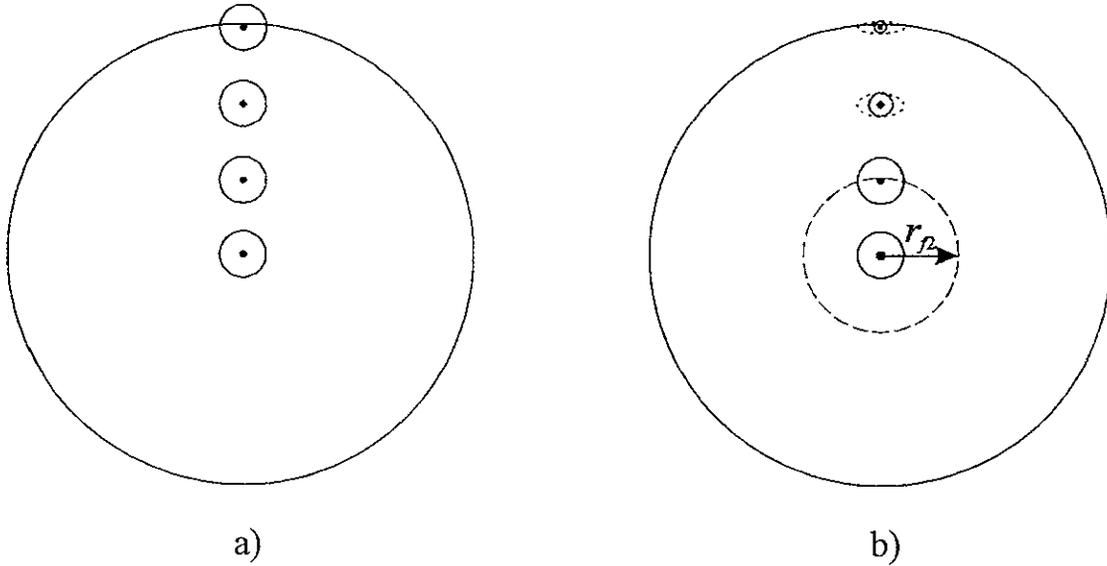


Fig. 1.9. Distribución radial de las secciones de los conos de admisión de los rayos dirigidos (línea continua) y rayos tunelarizados (línea punteada) en el caso de la excitación de la fibra óptica (a) de índice escalonado y (b) de índice gradual con perfil parabólico por medio de la fuente parcialmente difusa, cuando el seno de la semiapertura del diagrama de radiación de la fuente es menor que la apertura numérica de la fibra óptica ( $0 \leq \text{sen} \theta_{or} \leq NA/n_0$ );  $r_{f2}$  es el radio fronterizo que separa las zonas con valor constante y con valor variable del cono de admisión local.

En las ecuaciones (1.58) y (1.59) el radio límite  $r_{f2}$  (fig. 1.9b) se resuelve por medio de la igualdad  $NA(r) = n_0 \text{sen} \theta_{or}$ . El valor de  $NA(r)$  se determina de la expresión (1.28). Es decir,

$$r_{f2} = \rho \sqrt{1 - \left( \frac{n_0 \text{sen} \theta_{or}}{NA} \right)^2} \quad (1.60)$$

Así pues, cuando hay excitación de la fibra óptica por medio de una fuente parcialmente difusa, en el primer caso ( $NA/n_0 < \text{sen} \theta_{or} \leq 1$ ).

La potencia de los rayos dirigidos en la fibra óptica de índice escalonado se calcula análogamente con la ecuación (1.51),

y en la fibra óptica de índice gradual con perfil parabólico, análogamente con la ecuación (1.52), la potencia plena total de los rayos dirigidos y tunelarizados en la fibra óptica de índice escalonado se puede calcular como

$$\begin{aligned}
 P_s &\equiv I_m \frac{2\pi^2}{n_0^2} \left\{ NA^2 \int_0^{r_{f1}} \frac{r}{\sqrt{1-(r/\rho)^2}} dr + n_0 \text{sen} \theta_{or} NA \int_{r_{f1}}^{\rho} r dr \right\} = \\
 &= I_m \left( \frac{\pi \rho NA}{n_0} \right)^2 \left( 2 - \frac{NA}{n_0 \text{sen} \theta_{or}} \right),
 \end{aligned} \tag{1.61}$$

donde

$$r_{f1} = \rho \sqrt{1 - \left( \frac{NA}{n_0 \text{sen} \theta_{or}} \right)^2},$$

y en la fibra óptica de índice gradual con perfil parabólico se calcula análogamente con la ecuación (1.54).

En el segundo caso ( $0 \leq \text{sen} \theta_{or} \leq NA/n_0$ ):

La potencia plena de los rayos dirigidos en la fibra óptica de índice escalonado es

$$P_d = I_m 2\pi^2 \text{sen}^2 \theta_{or} \int_0^{\rho} r dr = I_m (\pi \rho \text{sen} \theta_{or})^2, \tag{1.62}$$

y en la fibra óptica de índice gradual con perfil parabólico es

$$\begin{aligned}
 P_d &= I_m 2\pi^2 \left\{ \text{sen}^2 \theta_{or} \int_0^{r_{f2}} r dr + \text{sen}^2 \theta_{or} \int_{r_{f2}}^{\rho} r [1 - (r/\rho)^2] dr \right\} = \\
 &= I_m (\pi \rho \text{sen} \theta_{or})^2 \left[ 1 - \left( \frac{n_0 \text{sen} \theta_{or}}{NA} \right)^2 + \frac{1}{2} \left( \frac{n_0 \text{sen} \theta_{or}}{NA} \right)^4 \right],
 \end{aligned} \tag{1.63}$$

donde

$$r_{f2} = \rho \sqrt{1 - \left( \frac{n_0 \text{sen} \theta_{or}}{NA} \right)^2};$$

la potencia plena total de los rayos dirigidos y tunelarizados en la fibra óptica de índice escalonado se calcula análogamente con la ecuación (1.62),

y en la fibra óptica de índice gradual con perfil parabólico como

$$\begin{aligned}
 P_s &= I_m 2\pi^2 \left\{ \text{sen}^2 \theta_{or} \int_0^{r_{f2}} r dr + \text{sen} \theta_{or} \frac{NA}{n} \int_{r_{f2}}^{\rho} r \sqrt{1 - (r/\rho)^2} dr \right\} = \\
 &= I_m (\pi \rho \text{sen} \theta_{or})^2 \left[ 1 - \frac{1}{3} \left( \frac{n_0 \text{sen} \theta_{or}}{NA} \right)^2 \right],
 \end{aligned} \tag{1.64}$$

donde

$$r_{f2} = \rho \sqrt{1 - \left( \frac{n_0 \text{sen} \theta_{or}}{NA} \right)^2}$$

		Fuente difusa	Fuente parcialmente difusa	
			$NA/n_0 < \text{sen } \theta_{or} \leq 1$	$0 \leq \text{sen } \theta_{or} \leq NA/n_0$
Fibra óptica de índice escalonado	Rayos dirigidos	$I_m \pi \left( \frac{NA}{n_0} \right)^2$	$I_m \pi \left( \frac{NA}{n_0} \right)^2$	$I_m \pi \text{sen}^2 \theta_{or}$
	Rayos dirigidos y tunelizados	$I_m \pi \frac{NA^2}{n_0^2 \sqrt{1 - (r/\rho)^2}},$ <i>cuando</i> $0 \leq r \leq r_{f1}$ ; $I_m \pi \frac{NA}{n_0},$ <i>cuando</i> $r_{f1} < r \leq \rho$ ; $r_{f1} = \rho \sqrt{1 - NA^2}$	$I_m \pi \frac{NA^2}{n_0^2 \sqrt{1 - (r/\rho)^2}},$ <i>cuando</i> $0 \leq r \leq r_{f1}$ ; $I_m \pi \frac{NA}{n_0} \text{sen } \theta_{or},$ <i>cuando</i> $r_{f1} < r \leq \rho$ ; $r_{f1} = \rho \sqrt{1 - \left( \frac{NA}{n_0 \text{sen } \theta_{or}} \right)^2}$	$I_m \pi \text{sen}^2 \theta_{or}$
Fibra óptica de índice gradual	Rayos dirigidos	$I_m \pi \left( \frac{NA}{n_0} \right)^2 [1 - (r/\rho)^2]$	$I_m \pi \left( \frac{NA}{n_0} \right)^2 [1 - (r/\rho)^2]$	$I_m \pi \text{sen}^2 \theta_{or},$ <i>cuando</i> $0 \leq r \leq r_{f2}$ ; $I_m \pi \text{sen}^2 \theta_{or} [1 - (r/\rho)^2],$ <i>cuando</i> $r_{f2} < r \leq \rho$ ; $r_{f2} = \rho \sqrt{1 - \left( \frac{n_0 \text{sen } \theta_{or}}{NA} \right)^2}$
	Rayos dirigidos y tunelizados	$I_m \pi \left( \frac{NA}{n_0} \right)^2 \sqrt{1 - (r/\rho)^2}$	$I_m \pi \left( \frac{NA}{n_0} \right)^2 \sqrt{1 - (r/\rho)^2}$	$I_m \pi \text{sen}^2 \theta_{or},$ <i>cuando</i> $0 \leq r \leq r_{f2}$ ; $I_m \pi \frac{NA}{n_0} \text{sen } \theta_{or} \sqrt{1 - (r/\rho)^2},$ <i>cuando</i> $r_{f2} < r \leq \rho$ ; $r_{f2} = \rho \sqrt{1 - \left( \frac{n_0 \text{sen } \theta_{or}}{NA} \right)^2}$

Tabla 1.1. Distribución radial de potencia de los rayos excitados de la fuente en la sección transversal de entrada de la fibra óptica

Por comodidad del análisis comparativo y del uso en cálculos posteriores, se anotarán en tablas los resultados obtenidos para las expresiones de la distribución radial de potencia y también para la potencia plena de los rayos dirigidos y para la potencia plena total de los rayos dirigidos y

tunelarizados en la entrada de la fibra óptica, con las variantes consideradas de la fuente de excitación.

En la tabla 1.1 se han enlistado las expresiones de la distribución radial de potencia (la densidad de potencia) en la sección transversal de entrada de la fibra óptica, transportada por medio de los rayos dirigidos solos  $P_d(r)$  o por medio de los rayos dirigidos y tunelarizados juntos  $P_d(r)$ , con varios tipos de fuentes de luz que excitan a la fibra óptica.

En la tabla 1.2 se han enlistado las expresiones de la potencia plena de los rayos dirigidos  $P_d$  y potencia plena total de los rayos dirigidos y tunelarizados  $P_s$  en la entrada de la fibra óptica con varios tipos de fuentes de luz que excitan a la fibra óptica.

		Fuente difusa	Fuente parcialmente difusa	
			$NA/n_0 < \text{sen}\theta_{or} \leq 1$	$0 \leq \text{sen}\theta_{or} \leq NA/n_0$
Fibra óptica de índice escalonado	Rayos dirigidos	$I_m \left( \frac{\pi\rho NA}{n_0} \right)^2$	$I_m \left( \frac{\pi\rho NA}{n_0} \right)^2$	$I_m (\pi\rho \text{sen}\theta_{or})^2$
	Rayos dirigidos y tunelarizados	$I_m \left( \frac{\pi\rho NA}{n_0} \right)^2 \frac{1}{2}$	$I_m \left( \frac{\pi\rho NA}{n_0} \right)^2 \frac{1}{2}$	$I_m (\pi\rho \text{sen}\theta_{or})^2$
Fibra óptica de índice gradual	Rayos dirigidos	$I_m \left( \frac{\pi\rho NA}{n_0} \right)^2 \times (2 - NA)$	$I_m \left( \frac{\pi\rho NA}{n_0} \right)^2 \times \left( 2 - \frac{NA}{n_0 \text{sen}\theta_{or}} \right)$	$I_m (\pi\rho \text{sen}\theta_{or})^2 \times \left[ 1 - \left( \frac{n_0 \text{sen}\theta_{or}}{NA} \right)^2 + \frac{1}{2} \left( \frac{n_0 \text{sen}\theta_{or}}{NA} \right)^4 \right]$
	Rayos dirigidos y tunelarizados	$I_m \left( \frac{\pi\rho NA}{n_0} \right)^2 \frac{2}{3}$	$I_m \left( \frac{\pi\rho NA}{n_0} \right)^2 \frac{2}{3}$	$I_m (\pi\rho \text{sen}\theta_{or})^2 \times \left[ 1 - \frac{1}{3} \left( \frac{n_0 \text{sen}\theta_{or}}{NA} \right)^2 \right]$

Tabla 1.2. Potencia plena de los rayos excitados de la fuente en la entrada de la fibra óptica.

### 1.5.5. Distribución de potencia de la luz a lo largo de la fibra óptica.

Si no se toma en cuenta la influencia de los rayos refractados, entonces se puede considerar que la potencia total de la luz en una sección del núcleo la fibra óptica  $P_s(z)$  se integra con la potencia de los rayos dirigidos  $P_d$  y con la potencia de los rayos tunelarizados  $P_t(z)$ .

$$P_s(z) = P_d + P_t(z) \tag{1.65}$$

Al despreciar las pérdidas ópticas que toman sus origen en la difusión y absorción en el material, entonces la potencia de los rayos dirigidos  $P_d$  es independiente de la distancia  $z$ . En la

parte inicial de la fibra óptica la potencia de los rayos tunelarizados disminuye gradualmente hasta 0 (vea la figura 1.10). Dicha parte de la fibra óptica, con longitud  $z_{eq}$ , en la cual, la potencia de los rayos tunelarizados se reduce en un 90%, suele ser llamada como zona de régimen espacial no equilibrado y la longitud  $z_{eq}$  es la distancia de equilibrio. La extensión de esta zona depende de los parámetros de la fibra óptica, así como de la longitud de onda de la luz.

En la fibra óptica de índice escalonado

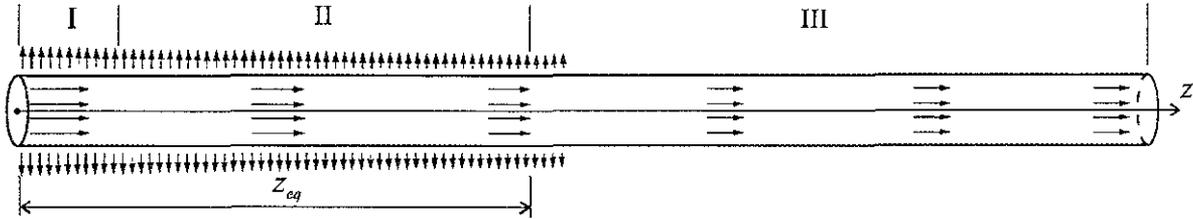


Fig. 1.10. Distribución de la potencia de los rayos dirigidos y tunelarizados a lo largo de la fibra óptica: I y II son las partes inicial y fundamental, correspondiente a la zona de régimen espacial no equilibrado; III es la zona de régimen espacial equilibrado;  $z_{eq}$  es la distancia de equilibrio.

$$z_{eq} \approx \left( \frac{\rho n_1}{2NA} \right) \exp\left( \frac{V}{2} \right), \quad (1.66)$$

y en la fibra de índice gradual con perfil parabólico

$$z_{eq} \approx \left( \frac{\pi \rho n_1}{2NA} \right) \exp\left( \frac{V}{2} \right), \quad (1.67)$$

donde  $\rho$  es el radio del núcleo de la fibra óptica,  $n_1$  es el índice de refracción del núcleo,  $NA$  es la apertura numérica de la fibra óptica y  $V$  es el parámetro de guía onda (o la frecuencia normalizada) de la fibra óptica

$$V = \frac{2\pi\rho NA}{\lambda} \quad (1.68)$$

Para las fibras típicas de cuarzo de índice escalonado ( $\rho = 25 \mu\text{m}$ ,  $NA = 0.2$ ,  $n_1 = 1.45$ ), cuando la longitud de onda  $\lambda$  cambia en el intervalo de  $0.85 \mu\text{m}$  a  $1.55 \mu\text{m}$ , la distancia de equilibrio  $z_{eq}$  según la fórmula (1.66) cambia de 10 km a 2 m

Por lo tanto, en el caso general, al calcular el coeficiente de transmisión del sensor, es necesario tomar en cuenta tanto los rayos dirigidos como los tunelarizados, considerando la dependencia de la magnitud de su aportación a la potencia sumaria sobre la longitud de la fibra óptica transmisora. De esta manera, la longitud de la fibra óptica transmisora influye en la distribución radial de la potencia de los rayos en la sección transversal del núcleo de la fibra óptica a la entrada del sensor

En la práctica, cuando la longitud de la fibra óptica transmisora es muy pequeña, o al contrario, relativamente mayor a  $z_{eq}$ , se puede simplificar el cálculo del sensor. Así, cuando la longitud de la fibra óptica es mucho menor que  $z_{eq}$  (el extremo de salida está dentro la zona I en la figura 1.10) se puede no tomar en cuenta la dependencia de la aportación de los rayos tunelarizados sobre la longitud de la fibra óptica, considerando tal aportación constante e igual a la de entrada. Pero cuando la longitud de la fibra óptica es grande y se aproxima al valor  $z_{eq}$  o lo excede (el extremo de salida está dentro la zona III en la figura 1.10) se pueden tomar en cuenta solamente los rayos dirigidos.

Es conveniente calcular la distribución de la potencia de los rayos a lo largo de la fibra óptica usando el parámetro generalizado  $G$ , el cual, como una aproximación para la fibra óptica de baja apertura ( $NA \ll 1$ ) se define por medio las siguientes ecuaciones:

Para la fibra óptica de índice escalonado

$$G = \ln\left(\frac{2NAz}{\rho n_1}\right) / V, \quad (1.69)$$

y para la fibra óptica de índice gradual con perfil parabólico

$$G = \ln\left(\frac{2NAz}{\pi \rho n_1}\right) / V. \quad (1.70)$$

La dependencia de la potencia relativa de los rayos tunelarizados  $P_t(z)/P_t(0)$ , que permanecen en la fibra óptica, se representa como función del parámetro  $G$  de la siguiente manera [52]:

para la fibra óptica de índice escalonado

$$\frac{P_t(z)}{P_t(0)} = \frac{4}{\pi} \int_1^{u_g} u \left[ \arccos w(u) - w(u) \sqrt{1 - w^2(u)} \right] du, \quad (1.71)$$

donde

$$w(u) = \frac{1}{u} \sqrt{u^2 - 1 + \left[ \frac{3G}{2} (u^2 - 1) \right]^{2/3}}, \quad (1.72)$$

$$u_g = \sqrt{1 + \frac{2}{3G}}; \quad (1.73)$$

y para la fibra óptica de índice gradual con perfil parabólico

$$\frac{P_t(z)}{P_t(0)} = 6u_g + 3u_g^2 - 12 \int_0^{u_g} w(u) du, \quad (1.74)$$

donde  $w(u)$  es la solución de la ecuación

$$G = 2w(u) \ln \left[ w(u) + \sqrt{w^2(u) - u} \right] - w(u) \ln u - 2\sqrt{w^2(u) - u} \quad , \quad (1.75)$$

y  $u_g$  es la solución de la ecuación

$$G = u_g - 0.5(1 + u_g) \ln u_g \quad . \quad (1.76)$$

Pues bien, se puede encontrar la potencia plena de los rayos tunelarizados y, consecuentemente, la potencia plena total de los rayos dirigidos y rayos tunelarizados (debido a que la potencia plena de los rayos dirigidos es constante) en cualquier sección de la fibra óptica para la zona de régimen espacial no equilibrado. Es decir, una vez sabida la longitud de la fibra óptica transmisora, se puede encontrar el valor relativo de la potencia total de los rayos detenidos en su salida utilizando las fórmulas (1.71) a (1.76).

Para tener la posibilidad de calcular el sensor, en el caso general, es necesario conocer la ley de la distribución de potencia a la salida de la fibra óptica de una longitud dada. Los rayos propagados a través de los ángulos grandes al eje de la fibra óptica (los modos de orden elevado) sufren la máxima atenuación en la zona del régimen espacial no equilibrado, por eso, en tanto que se incrementa el valor de la coordenada longitudinal  $z$ , la cantidad relativa de tales rayos disminuye, lo que equivale al estrechamiento del diagrama de radiación de la fuente parcialmente difusa, misma que suprimiría a la fibra óptica en esa sección. Por lo tanto, para la descripción del comportamiento de la función de distribución de potencia (proporcional al “cuadrado” de la apertura numérica) en la sección transversal de la fibra óptica, en cuanto que la coordenada longitudinal  $z$  varía, serán de utilidad las expresiones (1.55) a (1.60). En esas expresiones el valor de la variable  $r$  en la función de  $z$  podría definir la densidad de potencia total de los rayos dirigidos y tunelarizados en el punto correspondiente a la sección de la fibra óptica asignada aleatoriamente. Sólo se requiere enlazar funcionalmente la semianchura del diagrama de radiación de la fuente equivalente  $\theta_r$  con la coordenada  $z$  (o con el parámetro  $G$ ).

## 1.6. CONCLUSIONES

Basándose en el estudio de los principios del funcionamiento de los sensores refractométricos de intensidad en fibra óptica, se han escogido sus componentes principales y se han definido las características básicas que permiten evaluar las posibilidades metrológicas del sensor

Se desarrolló una metodología para calcular el coeficiente de transmisión del elemento de sensibilidad del sensor en fibra óptica, basada en la simulación numérica con el uso del análisis de trayectoria de los rayos

Bajo ciertos requisitos de excitación y longitud de las fibras ópticas, se llevó a cabo el análisis profundo de la estructura espacial longitudinal y transversal de la radiación luminosa en las fibras ópticas. Se obtuvieron las expresiones analíticas que describen la estructura espacial de la radiación luminosa y son necesarias para la elaboración de los programas de simulación numérica de los sensores

## Capítulo 2. ALGORITMO Y PROGRAMA DEL CÁLCULO DE LAS CARACTERÍSTICAS DEL SENSOR

### 2.1. PARTICULARIDADES BÁSICAS DEL SENSOR SIMULADO

El sensor refractométrico simulado consiste en una fibra óptica transmisora y una fibra óptica receptora, entre las cuales, por medio de algún método, fue creada la estructura de transmisión de la luz que realiza el papel del elemento de sensibilidad del sensor. El elemento de sensibilidad es ejecutado de modo que la radiación luminosa de la fibra óptica transmisora se meta en la fibra óptica receptora, sufriendo una o varias reflexiones de la superficie del elemento que está en contacto con el medio circundante. La intensidad de la luz transmitida es modulada por el índice de refracción del medio circundante, debido a la variación de las condiciones de la reflexión total interna, según el cambio de éste índice de refracción.

Normalmente, los parámetros de construcción y la forma de la superficie del elemento de sensibilidad se seleccionan de tal modo que, para la mayoría de los rayos incidentes sobre la interfaz sensor-medio se cumpla la condición de reflexión total interna en el estado inicial, cuando el medio circundante es el aire. De tal modo, al amplificar el índice de refracción del medio circundante, ocurre la perturbación de la condición de la reflexión total interna; la mayor parte de la luz sale al medio circundante, y debido a esto, la intensidad de emisión a la salida del sensor disminuye. El valor del coeficiente de reflexión en la superficie intermedia de dos medios diferentes depende, según las fórmulas de Fresnel, del valor de la proporción del índice de refracción en estos medios y del ángulo de incidencia de la luz sobre la superficie. Conforme a esto, la señal designada del sensor depende del índice de refracción del medio circundante y de la función de distribución de la luz en los ángulos de incidencia.

La superficie del elemento de sensibilidad puede ser quebrada o lisa. En la fig 2.1 se muestran los tipos básicos de los segmentos de sensibilidad con varias formas de la superficie: el prisma, el cono y la semiesfera.

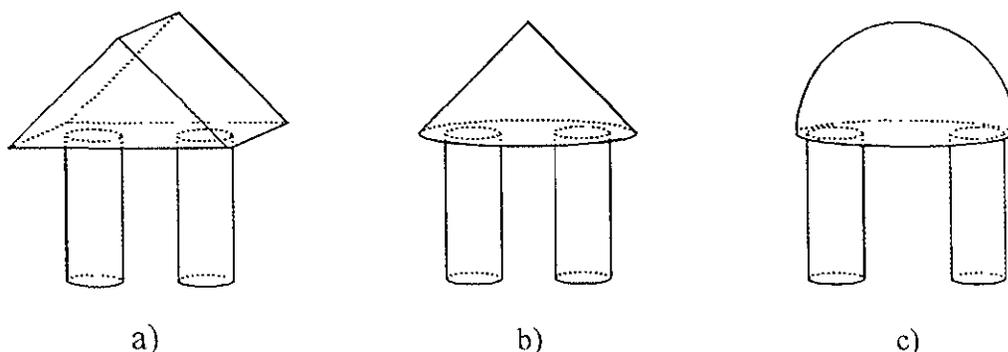


Fig 2.1. Elementos de sensibilidad de los sensores refractométricos en fibra óptica, que tienen distintas formas de la superficie de trabajo, son a) el prisma, b) el cono, c) la semiesfera.

Con el sensor construido de esta manera es posible usarlo para dos distintas maneras de aplicación. Primero, puede usarse como un sensor discreto - detector de la fase de gas o líquido

para los medidores del nivel de los líquidos, o detector del tipo de líquido para el señalizador de presencia de cierto líquido. Segundo, como un sensor analógico - transductor primario del índice de refracción del medio circundante, para los medidores del índice de refracción de líquidos. Dependiendo del modo de aplicación, se requieren los sensores, que se diferencian por el carácter de la dependencia del coeficiente de transmisión del índice de refracción del medio circundante.

El coeficiente normalizado de transmisión, en sentido de la función del índice de refracción del medio circundante  $T_n(n)$  (1.5), es una de las más importantes características de los sensores refractométricos de intensidad en fibra óptica. Como se mencionaba anteriormente, esta función puede ser expresada por la integral cuádruple de la ecuación (1.17), donde la expresión subintegral describe la evolución del rayo (flujo) elemental, que se distribuye dentro del elemento de sensibilidad desde la fibra óptica transmisora a la fibra óptica receptora.

Además de esta característica generalizada de transmisión es útil usar algunas características propias como el intervalo de trabajo en el índice de refracción, la curvatura media y la no-linealidad de la función dentro del intervalo de trabajo.

## 2.2. JUSTIFICACIÓN DEL METODO PARA LA DEFINICIÓN DE LA SUPERFICIE DEL ELEMENTO DE SENSIBILIDAD

Construyendo el modelo matemático del sensor refractométrico, basado en los principios de la óptica geométrica (radial), uno de los problemas principales es la elección del método de definición (determinación) de la superficie del elemento de sensibilidad.

Existen dos definiciones básicas de la superficie [53 a 55]: algebraico y geométrico.

- 1) Según la definición algebraica, la superficie es una multitud infinita de puntos, coordenadas de las cuales satisfacen la igualdad  $F(x, y, z) = 0$  en el sistema dado de coordenadas cartesianas.
- 2) Según la definición geométrica, la superficie es una multitud infinita de puntos que pueden unirse en un número finito de segmentos simples. En este caso, la ecuación de la superficie consiste en las ecuaciones de los segmentos simples, definidos en un aspecto paramétrico.

La aplicación de cada una de estas definiciones tiene ciertas ventajas y desventajas. Como desventajas de la definición algebraica de la superficie podemos considerar: gran volumen de la ecuación, sobre todo con alto grado y ausencia en la definición de los principios de diseño (fabricación) de la superficie. La ventaja de esta definición es la posibilidad de adquirir la superficie lisa y sin fracturas

Las desventajas de la definición geométrica de la superficie es la gran cantidad de los segmentos superficiales y la gran cantidad de información inicial. Su ventaja es la disponibilidad de los principios de diseño de la superficie en la definición misma, eso le asegura flexibilidad y universalidad al método, sobre todo, a la realización práctica de superficies.

En la construcción del modelo matemático del elemento de sensibilidad con la forma simple de la superficie, no aparecen graves problemas en la elección del método de definición de la superficie. Las superficies, que consisten de varios bordes (el prisma, la cuña, la pirámide, etc), se pueden determinar usando principios de la definición geométrica. Y las superficies curvilíneas (el cono, esfera, elipsoide, paraboloides, hiperboloides, etc.), por la ecuación analítica simple, usando principios de la definición algebraica

Es más difícil elegir el método de definición de la superficie construyendo el modelo del elemento de sensibilidad con la superficie compleja de grado variable de curvatura. En este caso,

es posible determinar aproximadamente la superficie por cualquiera de los dos métodos. Al utilizar la definición geométrica, se aumenta la precisión de aproximación amplificando la cantidad de los segmentos simples que componen la superficie. Aplicando la definición algebraica se aumenta la precisión de aproximación con el aumento del orden del polinomio que describe la superficie. En dado caso, con el objetivo de simplificar el modelo matemático del elemento de sensibilidad y al mismo tiempo mantener la buena exactitud de aproximación, es mejor utilizar el método combinado de definición de la superficie. Este método consiste de la combinación del método algebraico y geométrico de definición de la superficie. Cada uno de éstos se aplica en cierta fase de simulación de la superficie real del elemento de sensibilidad.

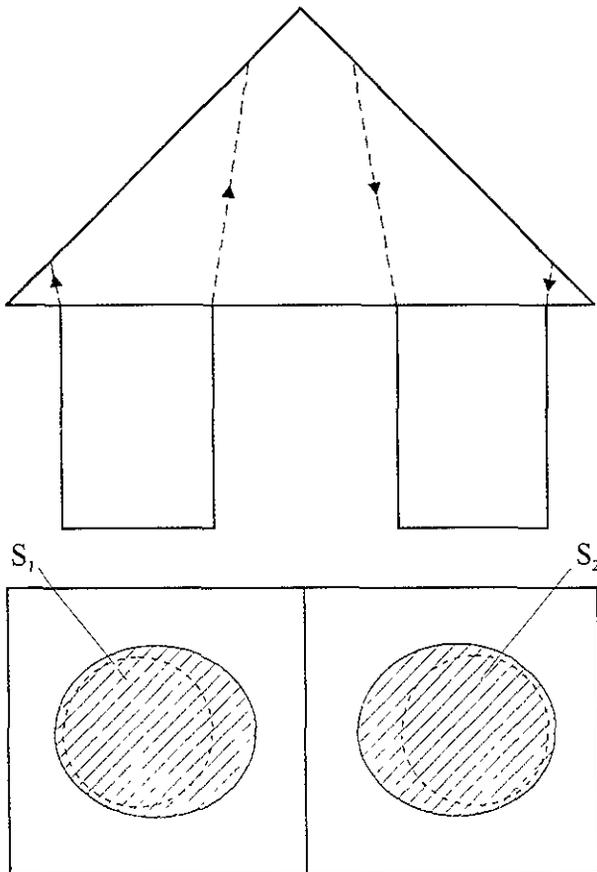


Fig. 2.2. Elemento de sensibilidad prismático: el aspecto frontal (arriba) y superior (abajo). Las líneas punteadas con flechas son los límites de las aperturas de la fibra óptica transmisora y receptora. La superficie de trabajo se compone de dos bordes superiores del prisma (hay que el borde inferior no refleja la luz). Las zonas activas de la superficie de trabajo  $S_1$  y  $S_2$  están sombreadas.

Se examinará con más detalle algunas particularidades de la simulación de la superficie del elemento de sensibilidad del sensor refractométrico. A la parte de la superficie total del elemento de sensibilidad que contacta con el medio circundante, se denominará como la superficie de trabajo.

A su vez, como la superficie activa, se denominará a esa parte de su superficie de trabajo que refleja la luz que sale de la fibra óptica transmisora y luego, después de las reflexiones múltiples, entra a la fibra óptica receptora. Frecuentemente, la superficie activa del elemento de sensibilidad es más pequeña que la superficie de trabajo y se encuentra separada por secciones. Esto se debe a que el haz de luz que sale de la fibra óptica, se transmite por una apertura angular bastante estrecha. Así, por ejemplo, para una fibra óptica típica con apertura numérica  $NA = 0.2$ , la apertura angular  $\theta_1$  es menor de  $9^\circ$  dentro del elemento de sensibilidad hecho de un material con el mismo índice de refracción que el núcleo de la fibra óptica. En la fig. 2.2 se muestra la *superficie activa* (sombreada) del elemento de sensibilidad prismático, que consiste de dos secciones idénticas  $S_1$  y  $S_2$ . A pesar del carácter divergente del haz de los rayos salientes de la fibra

óptica transmisora, ambas secciones de la superficie activa, que corresponden a dos reflexiones múltiples, tienen igual tamaño. Esto se explica por que el sitio que corresponde a la segunda

reflexión  $S_2$ , está limitado por la apertura de la fibra óptica receptora que tiene el mismo tamaño que la apertura de la fibra óptica transmisora.

Teniendo en cuenta la particularidad antes mencionada, es posible dividir la superficie de trabajo simulada del elemento de sensibilidad en varios segmentos, la cantidad de los cuales es igual a la cantidad de secciones de la superficie activa. Así como la cantidad de los segmentos de la superficie resulta pequeña, para aumentar la precisión de reproducción de la superficie curvilínea, es necesario que cada uno de los segmentos de la superficie sea simulado por un polinomio mayor a uno de segundo grado. En este caso, la precisión de reproducción de la superficie activa se puede aumentar más, tomando en cuenta el hecho de que cada una de las secciones de la superficie activa ocupa solamente la parte de la superficie de trabajo del elemento apropiado. Se puede hacer esto seleccionando los parámetros de la ecuación del elemento de la superficie, para que su desviación de la superficie real sea mínima, exactamente en el campo del sitio de la superficie activa.

De tal modo, el método combinado de la descripción de la superficie simulada asume el uso de una pequeña cantidad de segmentos, la superficie de los cuales es definida por el polinomio algebraico de menor grado; sus parámetros y la posición en el espacio son definidos geoméricamente, tomando en cuenta la desviación mínima de las secciones correspondientes de la superficie activa del elemento de sensibilidad. La ventaja del método combinado consiste en que la superficie compleja de trabajo del elemento de sensibilidad puede ser precisamente representada por una pequeña cantidad de segmentos descritos por las ecuaciones polinómicas de menor grado. Esto reduce considerablemente la complejidad y volumen de los cálculos, en comparación con la aplicación de un sólo de los métodos antes mencionados.

### 2.3. ALGORITMO DEL CÁLCULO DE LAS CARACTERÍSTICAS DEL SENSOR

La característica básica del sensor refractométrico en fibra óptica es el coeficiente de transmisión, representado como la función del índice de refracción del medio circundante. El principio del cálculo numérico consiste en la observación de las trayectorias de distribución de los rayos, que salen de la fibra óptica transmisora y de la suma de las contribuciones de los rayos que entraron a la apertura de la fibra óptica receptora, contando con los coeficientes de reflexión de rayos de la superficie del sensor.

La base del algoritmo de cálculo de las características del sensor refractométrico de intensidad en fibra óptica consiste en lo siguiente:

1. Introducción de los datos iniciales (los parámetros de la superficie de trabajo e índice de refracción del elemento de sensibilidad; los parámetros de las fibras ópticas y su disposición; etc.).
2. Generación al azar de las coordenadas iniciales de los rayos (las coordenadas del punto de salida del rayo dentro de los límites de la superficie del núcleo de la fibra óptica transmisora, y coordenadas del vector del rayo dentro de los límites de la apertura angular de la fibra óptica).
3. Verificación del hecho de que el rayo entró a la apertura de la fibra óptica receptora
4. Cálculo de los siguientes valores:
  - las coordenadas del punto de incidencia del rayo en la superficie del elemento de sensibilidad,

- las coordenadas del vector normal a la superficie en el punto de incidencia (reflexión),
  - el ángulo de incidencia del rayo en la superficie,
  - las coordenadas del vector del rayo reflejado,
  - el coeficiente de reflexión de Fresnel.
5. Cálculo del valor actual de la potencia del rayo elemental.
  6. Repetición de las acciones anteriores (puntos 3 al 5) en los ciclos siguientes:
    - en las reflexiones del rayo de la superficie,
    - en las coordenadas iniciales de los rayos.
  7. Cálculo del coeficiente de transmisión, como una relación de la potencia total de los rayos que entraron a la fibra óptica receptora, con la potencia total de todos los rayos que salieron de la fibra óptica transmisora.
  8. Repetición de las acciones anteriores (puntos 3 al 7) en un ciclo del índice de refracción del medio circundante.
  9. Cálculo de las características individuales (del intervalo de trabajo en el índice de refracción, de la curvatura media y la no-linealidad del coeficiente normalizado de transmisión dentro de los límites del intervalo de trabajo).

En la fig. 2.3 se muestra el diagrama estructural del algoritmo de cálculo de las características del sensor refractométrico de intensidad en fibra óptica. Según este algoritmo, el programa calcula los valores del coeficiente normalizado de transmisión del sensor, correspondientes, determinando un número de valores definidos del índice de refracción del medio circundante. Los resultados del cálculo se registran en la matriz interior y en el archivo de datos iniciales, que después se usan para el cálculo de las características individuales y para la construcción de la gráfica de variación del coeficiente de transmisión en función del índice de refracción.

Como han mostrado los cálculos del coeficiente de transmisión del sensor con distintos tipos de elementos de sensibilidad, realizados con la ayuda del programa escrito con el algoritmo dado en lenguaje de cómputo FORTRAN, para el mantenimiento de una buena precisión y repetición de los resultados del cálculo es necesario determinar  $L \geq 10000$  de los rayos elementales que salen de la fibra óptica transmisora. La cantidad de reflexiones de cada rayo en algunos casos (sensor de semiesfera) puede alcanzar un valor de  $M = 10$  y más. La cantidad de valores del índice de refracción en un intervalo de 1 a 2 con el paso de 0,005 es de  $N = 200$ . En presencia de los valores de los parámetros antes mencionados  $L$ ,  $M$ , y  $N$ , que definen la cantidad total de las repeticiones del procedimiento del cálculo de cada rayo, el tiempo del cálculo en una computadora personal Pentium ocupa hasta unas decenas de minutos. En algunos casos, solucionando, por ejemplo, los problemas de optimización, el tiempo del cálculo tan largo de una variable de la estructura del elemento de sensibilidad es un defecto grave.

La razón básica de la elevación improductiva del tiempo de cálculo en el algoritmo dado (fig. 2.3) es la repetición del procedimiento del cálculo de las trayectorias de todos los rayos para cada valor del índice de refracción del medio circundante.

En la fig. 2.4 se representa el algoritmo de cálculo, que ha sido optimizado según el tiempo de cálculo. Aquí la economía del tiempo de cálculo se alcanza, gracias a lo que las trayectorias de todos los rayos se calculan solamente una vez. Los valores de los ángulos de incidencia de cada rayo en la superficie del sensor a cada reflexión, son puestos en una matriz con el tamaño  $L \times M$ , y luego son usados cada vez cuando haya un nuevo valor del índice de

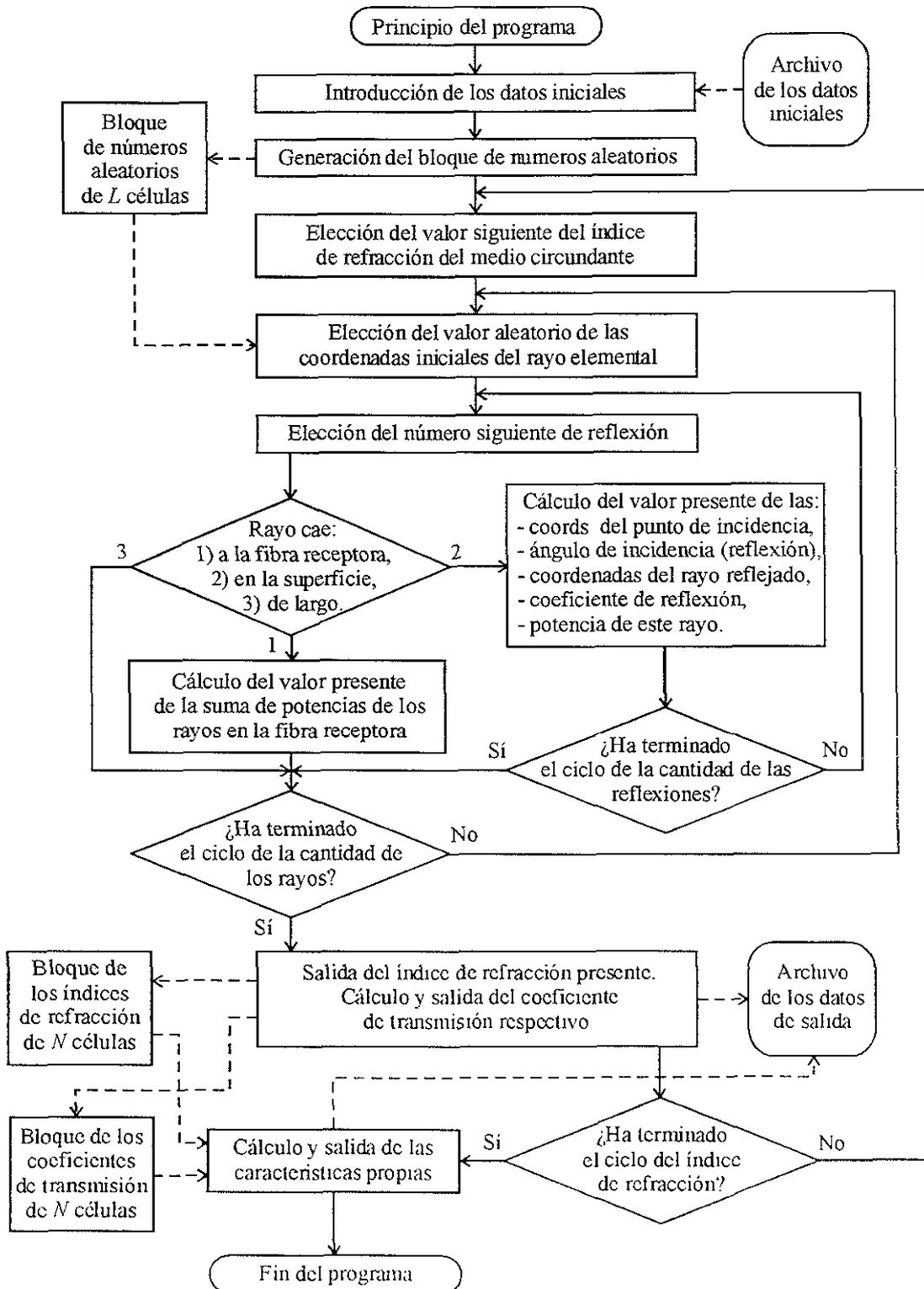


Fig 2.3 Algoritmo del calculo de las características del sensor refractométrico de intensidad en fibra óptica

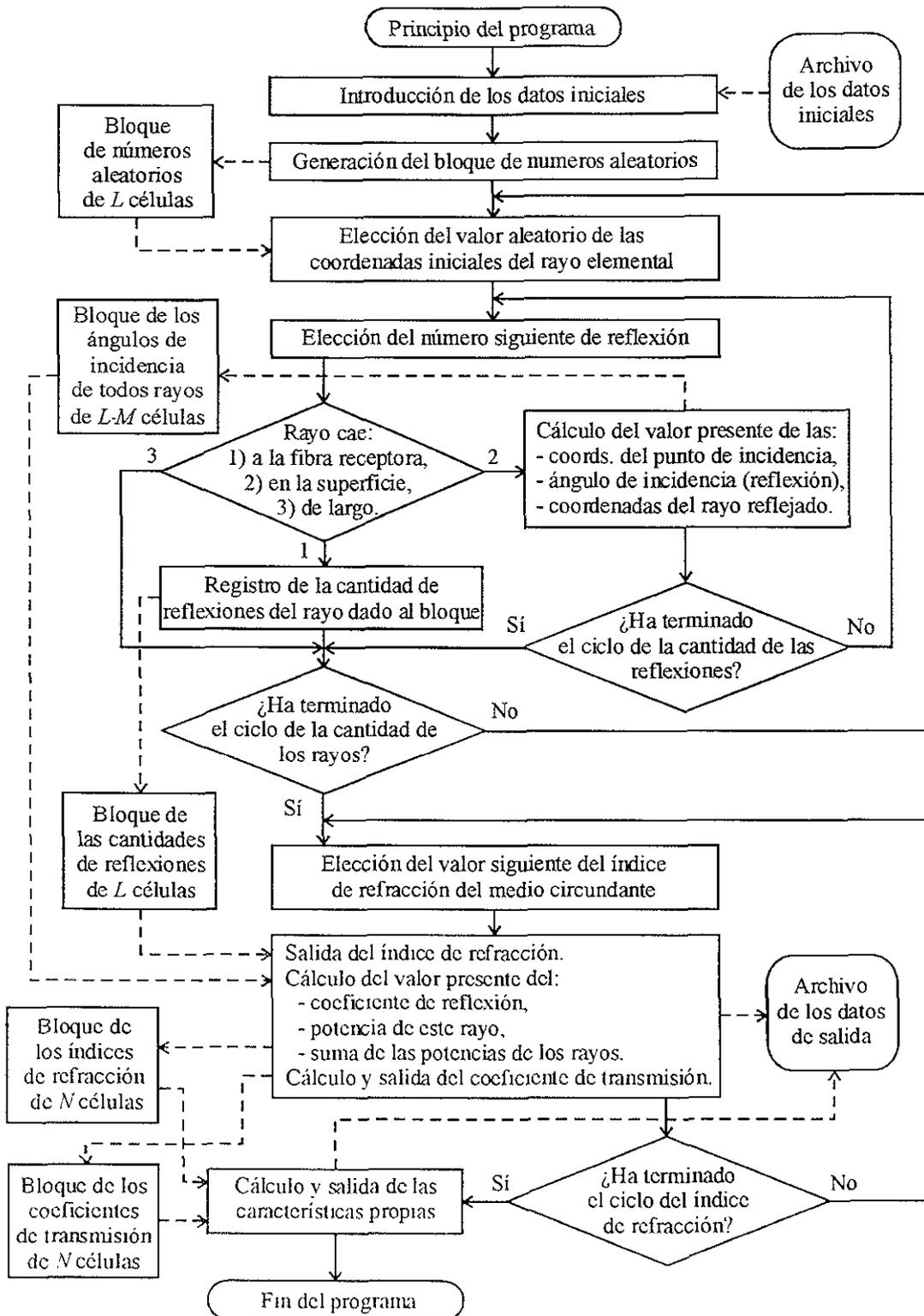


Fig. 2.4 Algoritmo del cálculo de las características del sensor refractométrico de intensidad en fibra óptica que ha sido optimizado según el tiempo del cálculo

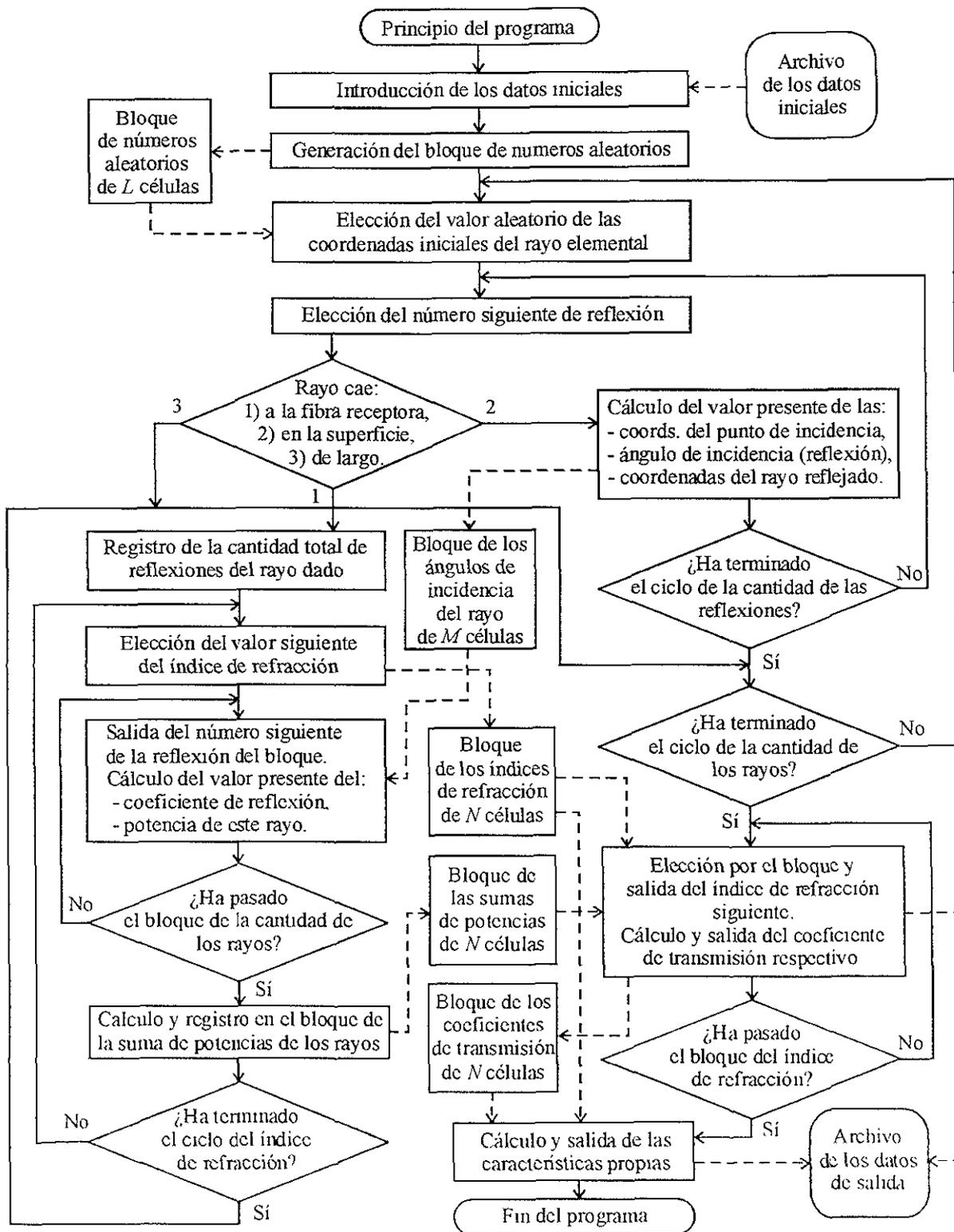


Fig. 2.5 Algoritmo del cálculo de las características del sensor refractométrico de intensidad en fibra óptica que ha sido optimizado según el tiempo de cálculo y tamaño y del RAM ocupado

refracción del medio circundante. Usando este tipo de algoritmo optimizado, el tiempo de cálculo del programa disminuye aproximadamente en 20 veces en comparación con el algoritmo no optimizado. Sin embargo, el tamaño  $L \times M$  de la matriz resulta ser tan grande, que cuando se usen, por ejemplo, el sistema operativo DOS en la memoria (RAM) de tamaño normal, no hay bastante lugar para que el programa dado sirva con los valores de los parámetros  $L$ ,  $M$ , y  $N$  antes mencionados.

El problema de escasez de memoria puede ser resuelto por una modificación esencial del algoritmo de cálculo, que supone la división (la duplicación) de algunos ciclos de cálculo, esto permite minimizar el tamaño de las matrices usadas. En la fig. 2.5 esta representado el diagrama estructural del algoritmo optimizado según el tiempo de cálculo y la cantidad de la memoria utilizada. Este algoritmo se distingue del último, porque el ciclo de las reflexiones de un rayo con la matriz en los ángulos de incidencia de este rayo es introducido en el ciclo del índice de refracción con la matriz de potencia total de todos los rayos para cada valor del índice de refracción. Al calcular el algoritmo dado, el valor de los ángulos de incidencia se conserva sólo para un rayo en la matriz de tamaño  $M$ , y luego se lleva a cabo el ciclo del índice de refracción del medio circundante con la acumulación del valor de la potencia total de los rayos en la matriz de tamaño  $N$ . Así, la cantidad de la memoria usada en todas las matrices, disminuye a diferencia del algoritmo anterior, aproximadamente en 20 veces preservando el tiempo pequeño del cálculo.

De tal modo, el programa que utiliza el algoritmo optimizado según el tiempo de cálculo y la cantidad de la memoria tomada (fig. 2.5), puede usarse por sí mismo para el cálculo expedito de las características del sensor, o para formar la base de los programas más complicados que resuelven un problema de optimización de los parámetros del elemento de sensibilidad según las características requeridas del sensor.

### 2.4. DESCRIPCIÓN MATEMÁTICA DE LOS PROCEDIMIENTOS BÁSICOS DEL ALGORITMO

En este artículo se representa la descripción matemática de los procedimientos básicos necesarios para la realización del algoritmo del cálculo de las características del sensor refractométrico de intensidad en fibra óptica. La mayoría de los procedimientos se describen uniformemente para los elementos de sensibilidad de diferentes formas. Prácticamente, el procedimiento de definición de la superficie de trabajo del elemento de sensibilidad es un procedimiento único, que se distingue en su descripción matemática. Además, hay diferencias correspondientes en el procedimiento de investigación del punto de intersección del rayo con esta superficie y en el procedimiento de la definición de las coordenadas del vector de la normal. Por consiguiente, la descripción de estos tres procedimientos se dan más adelante por separado para varios tipos de superficies (en ejemplos concretos): 1) la superficie que consiste de varios bordes (el prisma); 2) la superficie de segundo grado (el cono, la esfera, el elipsoide).

#### 2.4.1. Descripción de la superficie de trabajo del elemento de sensibilidad.

##### *La superficie de bordes planos.*

Para describir la superficie, que consiste en bordes planos, es bastante con determinar la ecuación de cada plano que forma un borde y separar (limitar) sobre él una zona apropiada

Generalmente es posible utilizar los principios de la definición geométrica de la superficie determinando la posición de los bordes bajo cualquier ley en un aspecto paramétrico. En un caso particular, cuando hay una cantidad pequeña de bordes, se pueden determinar sus superficies por una ecuación común o varias ecuaciones individuales.

Del mismo modo simplificado, se puede determinar la superficie del elemento de sensibilidad realizado como un prisma triangular recto (fig. 2.6). La superficie de trabajo del elemento de sensibilidad consiste en dos bordes del prisma, situados en el ángulo recto. Dos fibras ópticas con un diámetro del núcleo  $d_1$  están localizadas una con otra de una manera paralela a una distancia  $2x_f$  y se unen con el tercer borde del prisma.

La ecuación lineal del plano en el espacio con el sistema de coordenadas Cartesianas es [56]:

$$Ax + By + Cz + D = 0 \quad (2.1)$$

Para el plano que pasa a través del eje  $y$

$$Ax + Cz = 0 \quad (2.2)$$

donde  $A$  y  $C$  son la mitad del ancho y altura del elemento de sensibilidad prismático, respectivamente. Para que la ecuación (2.2) describa simultáneamente ambos bordes de trabajo del prisma, es necesario poner en ella el módulo de coordenada  $x$ . Si, además de esto, tomamos en cuenta que para un prisma rectangular  $A=C$ , entonces la ecuación de la superficie de trabajo del elemento de sensibilidad prismático (fig 2.6) es la siguiente

$$|x| + z = 0, \quad \text{cuando } z > -h, |y| < p \quad (2.3)$$

donde  $h$  es la altura del prisma (que es igual, en este caso, a la mitad del ancho),  $p$  es la mitad de la longitud del prisma

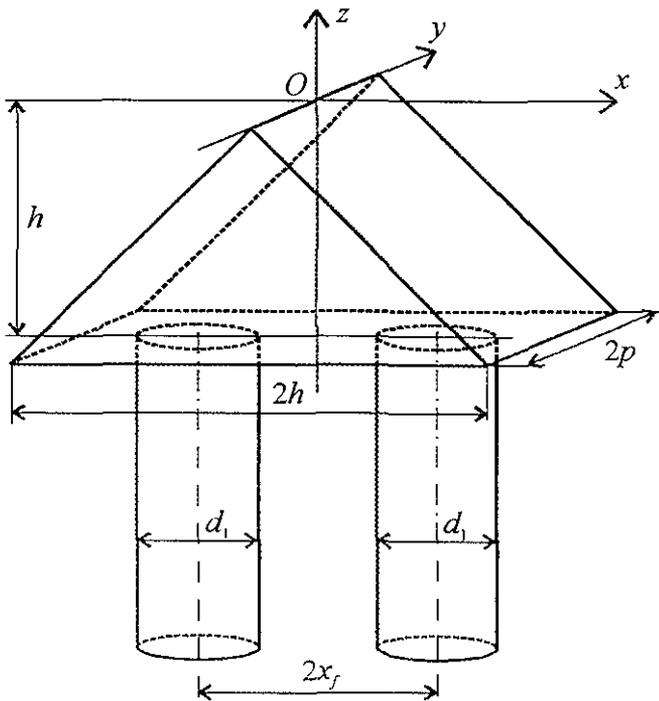


Fig 2.6. Elemento prismático de sensibilidad representado en e sistema de coordenadas tradicional.

### Superficie de segundo grado.

La ecuación de la superficie de segundo grado en el espacio en general [56] es

$$a_{11}x^2 + a_{22}y^2 + a_{33}z^2 + 2a_{12}xy + 2a_{13}xz + 2a_{23}yz + a_{14}x + a_{24}y + a_{34}z + a_{44} = 0 \quad (2.4)$$

La ecuación es más simple, si el centro de las coordenadas se coloca en el centro de simetría de la superficie dada de segundo grado y los ejes de las coordenadas se colocan paralelamente a los ejes de simetría de la superficie, para reducir la ecuación en una forma canónica:

$$a_{11}x^2 + a_{22}y^2 + a_{33}z^2 + a_{44} = 0 \quad (2.5)$$

Para un cono elíptico en la ecuación anterior  $a_{11} = 1/a^2$ ,  $a_{22} = 1/b^2$ ,  $a_{33} = -1/c^2$ ,  $a_{44} = 0$ , donde  $a$  y  $b$  son los semiejes de la elipse de dirección, el plano que es perpendicular al eje  $Oz$  y está en una distancia  $c$  del origen de coordenadas. Tomando en cuenta, que para un cono circular de vértice rectangular  $a = b = c$ , y también que sólo se usa una mitad (la de abajo) del cono de dos mantos con una altura  $h$  ( $h = c$ ), entonces la ecuación de la superficie de trabajo del elemento cónico de sensibilidad (fig. 2.7) es la siguiente:

$$x + y - z = 0, \text{ cuando } -h < z < 0, \quad (2.6)$$

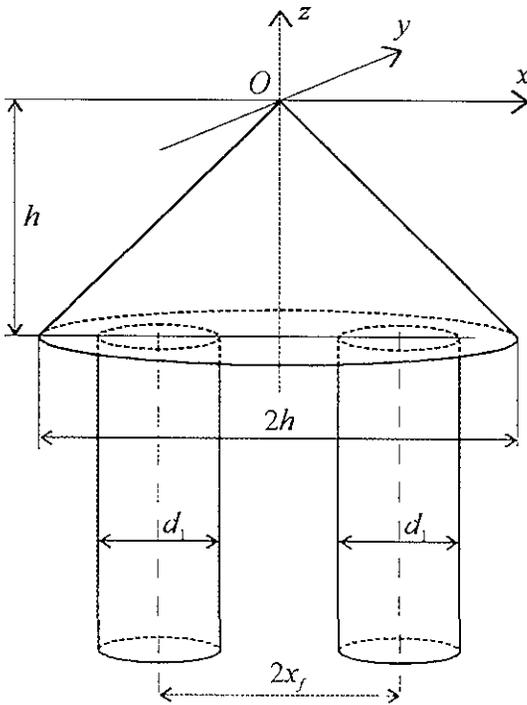


Fig. 2.7. Elemento cónico de sensibilidad representado en el sistema de coordenadas tradicional.

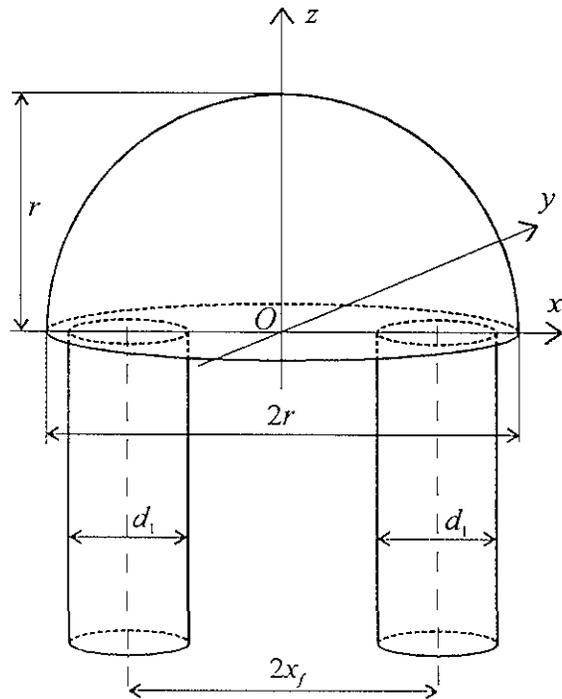


Fig. 2.8. Elemento semiesférico de sensibilidad representado en el sistema de coordenadas tradicional.

Para la esfera de la ecuación (2.5)  $a_{11} = a_{22} = a_{33} = 1/r^2$ ,  $a_{44} = 0$ , donde  $r$  es el radio de la esfera. Así, la ecuación de la superficie de trabajo del elemento semiesférico de sensibilidad (fig. 2.8) es

$$x^2 + y^2 + z^2 = r^2, \text{ cuando } z > 0, \quad (2.7)$$

### 2.4.2. Determinación de las coordenadas iniciales del rayo elemental.

Para una simulación adecuada de la función de la distribución de potencia óptica sobre la superficie de la cara del extremo de la fibra óptica emisora, y en direcciones de propagación dentro de los límites de su apertura angular  $J(r, \varphi, \theta, \psi)$  (1.16), es necesario reproducir el carácter de esta distribución durante la determinación de las coordenadas iniciales del rayo elemental (las coordenadas del punto de salida y coordenadas de la dirección de propagación). La función de la distribución de la potencia (densidad de potencia) óptica sobre la superficie de la cara del extremo de la fibra óptica, es proporcional al cuadrado de la apertura numérica local de la fibra óptica. Y la distribución angular de potencia óptica en cualquier punto de la cara del extremo de salida de la fibra óptica corta en una primera aproximación, puede ser aceptada proporcional al diagrama de radiación de la fuente óptica, dentro de los límites de la apertura angular local de la fibra óptica.

Como se demuestra en el capítulo 1, el aspecto de la función de distribución radial de la potencia óptica a la salida de la fibra óptica depende, en primer lugar, del tipo de perfil del índice de refracción de la fibra óptica (escalonado, gradual, etc.). Además, el aspecto de esta función depende del tipo de la fuente óptica y de las condiciones de excitación de la fibra óptica y también de su longitud. Todos estos coeficientes pueden tomarse en cuenta en las expresiones correspondientes a los casos especiales, que describen una dependencia radial de la apertura numérica local de la fibra óptica.

En el modelo simulado del SFO se infiere una distribución uniforme (o igualmente probable) de los puntos de salida de los rayos elementales sobre la superficie de la cara del núcleo de la fibra óptica transmisora, y también la distribución uniforme (o igualmente probable) de la dirección de cada rayo dentro de los límites del cono local de la apertura, que corresponde al punto seleccionado de salida del rayo. La función de distribución radial y angular de potencia (densidad de potencia) se calcula por la determinación de la potencia del rayo elemental  $P_i(r)$  que es proporcional al producto del cuadrado de la apertura numérica local  $S_i(r)$  en el punto de salida del rayo y el diagrama de radiación de la fuente óptica  $I(\theta)$ .

$$P_i(r, \theta) \equiv S_i(r)I(\theta) \quad (2.8)$$

Así, por ejemplo, la potencia de los rayos elementales en la fibra óptica del índice escalonado con un perfil parabólico en la condición de su agitación por la fuente difusa (lambertiana) (1.19), según la expresión (1.46) que toma en cuenta sólo los rayos dirigidos, no depende de la coordenada radial del punto de salida del rayo y es la función de la coordenada angular solamente:

$$P_i(r, \theta) = \cos \theta, \quad (2.9)$$

y la dependencia radial de la potencia de los rayos elementales en la fibra óptica de índice escalonado con un perfil parabólico en la condición de su agitación por la fuente difusa, según la

expresión (1.47) que toma en cuenta sólo los rayos dirigidos, es la función de las coordenadas radial y angular:

$$P_i(r, \theta) = [1 - (r/\rho)^2] \cos \theta \quad (2.10)$$

Es conveniente presentar la distribución uniforme de coordenadas de los puntos de salida de los rayos sobre la cara del extremo del núcleo de la fibra óptica transmisora, como una distribución estadística e igualmente probable. Para la simulación de tal distribución, normalmente se usa el método de Monte-Carlo (punteo aleatorio). En este caso, es posible determinar las coordenadas del vector radial del punto de salida del rayo en el sistema polar de coordenadas unido con la cara del extremo de la fibra óptica transmisora, del siguiente modo:

$$\left. \begin{aligned} r_i &= \rho \sqrt{\chi_1}, \text{ cuando } 0 \leq r_i \leq \rho \\ \varphi_i &= 2\pi \chi_2, \text{ cuando } 0 \leq \varphi_i \leq 2\pi \end{aligned} \right\}, \quad (2.11)$$

dónde  $\rho$  es el radio del núcleo de la fibra óptica;  $\chi_1$  y  $\chi_2$  son los números aleatorios en un intervalo del 0 a 1.

Las coordenadas del punto de salida del rayo en el sistema rectangular de coordenadas aceptado es (fig. 2.8):

$$\left. \begin{aligned} x_i &= r_i \cos \varphi_i - a \\ y_i &= r_i \sin \varphi_i \\ z_i &= z_f \end{aligned} \right\}, \quad (2.12)$$

donde  $a$  es la distancia del eje del sensor al eje de la fibra óptica transmisora y  $z_f$  es la distancia del plano  $Oxy$  al plano en el que se localizan las caras de los extremos de las fibras ópticas

Las ecuaciones para las coordenadas angulares de la dirección de salida de un rayo elemental, a la distribución igualmente probable los rayos por las direcciones dentro de los límites de un cono de apertura local, con cuenta de la distribución angular de la potencia óptica tipo lambertiana, son:

$$\left. \begin{aligned} \theta_i \sin \theta_i &= \frac{NA(r_i)}{n_c} \arcsen \left( \frac{NA(r_i)}{n_c} \right) \chi_3, \text{ cuando } 0 \leq \theta_i \leq \theta_{adm}(r_i) \\ \psi_i &= 2\pi \chi_4, \text{ cuando } 0 \leq \psi_i \leq 2\pi \end{aligned} \right\}, \quad (2.13)$$

donde  $NA(r_i)$  es la apertura numérica local en el punto de salida de un rayo,  $n_c$  es el índice de refracción del material del elemento de sensibilidad,  $\chi_3$  y  $\chi_4$  son los números aleatorios dentro de los límites de 0 a 1,  $\theta_{adm}(r_i)$  es el ángulo local máximo de salida en el material del elemento de sensibilidad para los rayos dirigidos,  $\theta_{adm}(r_i) = \arcsen[(NA)/n_c]$

La ecuación transcendental (2.13), en relación con la coordenada  $\theta_i$ , puede ser resuelta por uno de los métodos iterativos para solucionar ecuaciones no-lineales del tipo  $f(\theta_i) = 0$ , donde

$$f(\theta_i) = \theta_i \operatorname{sen} \theta_i - \frac{NA(r_i)}{n_e} \operatorname{arcsen} \left( \frac{NA(r_i)}{n_e} \right) \chi_3 \quad (2.14)$$

Según el método de secantes (método de cuerdas), la fórmula iterativa tiene el siguiente aspecto [56]:

$$\left. \begin{aligned} \theta_{m+1} &= \theta_m - \frac{f(\theta_m)}{s_m}, \quad (m=1,2,\dots) \\ s_m &= \frac{f(\theta_m) - f(\theta_{m-1})}{\theta_m - \theta_{m-1}} \end{aligned} \right\} \quad (2.15)$$

dónde los valores iniciales  $\theta_0$  y  $\theta_1$  son determinados de tal modo, que el producto  $f(\theta_0)f(\theta_1) < 0$ , por ejemplo,  $\theta_0 = 0$  y  $\theta_1 = \pi/2$

Las coordenadas del vector de la dirección del rayo elemental  $\mathbf{L}_i = (X_i, Y_i, Z_i)$  en el sistema de coordenadas rectangular son.

$$\left. \begin{aligned} X_i &= \operatorname{sen} \theta_i \cos \psi_i \\ Y_i &= \operatorname{sen} \theta_i \operatorname{sen} \psi_i \\ Z_i &= \cos \theta_i \end{aligned} \right\} \quad (2.16)$$

### 2.4.3. Definición de las coordenadas del punto de intersección del rayo con la superficie de trabajo.

Como se indicó anteriormente, la descripción matemática del procedimiento de la definición del punto de incidencia del rayo sobre la superficie de trabajo del elemento de sensibilidad depende del tipo de definición de esta superficie y de su complejidad (el grado de la superficie). Por consiguiente, se dan por separado las descripciones equivalentes para cada tipo de las superficies mencionadas en la sección 2.4.1.

#### *Superficie constituida de bordes planos.*

Se encuentran las coordenadas del punto de intersección del rayo con la superficie, por la substitución en la ecuación de superficie de la ecuación del rayo, dada en un aspecto paramétrico como:

$$\left. \begin{aligned} x &= x_0 + Xt \\ y &= y_0 + Yt \\ z &= z_0 + Zt \end{aligned} \right\} \quad (2.17)$$

donde  $x_0, y_0, z_0$  son las coordenadas del punto de salida del rayo y  $X, Y, Z$  son las coordenadas del vector de la dirección del rayo. En ese caso especial, para la ecuación de un prisma triangular recto (2.3), se obtiene la siguiente ecuación

$$|x_0 + Xt| + z_0 + Zt = 0 \quad (2.18)$$

Resolviendo esta ecuación con relación al parámetro del rayo  $t$ , se obtiene:

$$t_{1,2} = \frac{\mp x_0 - z_0}{\pm X + Z} \quad (2.19)$$

Sustituyendo los valores del parámetro  $t$  en la ecuación del rayo (2.17), tomando en cuenta los datos para la superficie del prisma (2.3), se obtiene:

$$\left. \begin{aligned} x_{1,2} &= x_0 + X \frac{\mp x_0 - z_0}{\pm X + Z} \\ z_{1,2} &= z_0 + Z \frac{\mp x_0 - z_0}{\pm X + Z} \\ y_{1,2} &= y_0 + Y \frac{\mp x_0 - z_0}{\pm X + Z} \end{aligned} \right\} , \quad (2.20)$$

cuando  $-h < z_{1,2} < 0$ ,  $|y_{1,2}| < p$

donde  $h$  es la altura del prisma (es igual, en este caso, a la mitad de su ancho) y  $p$  es la mitad de la profundidad del prisma. Para la selección del punto necesario de intersección de los dos puntos posibles, se puede usar el siguiente dato complementario:  $x_{1,2} < 0$  para el rayo primario (inicial), o  $x_{1,2} > 0$  para el rayo secundario (reflejado).

### ***Superficie de segundo grado.***

La ecuación de la superficie del segundo grado en un aspecto canonizado es (2.5)

$$a_{11}x^2 + a_{22}y^2 + a_{33}z^2 + a_{44} = 0 \quad .$$

Después de la sustitución de la ecuación de las coordenadas de la ecuación del rayo, determinada en un aspecto paramétrico de la ecuación (2.17) en la ecuación de la superficie, se obtiene una ecuación cuadrada en relación con el parámetro  $t$

$$Ft^2 + Gt + H = 0 \quad , \quad (2.21)$$

donde

$$\begin{aligned} F &= a_{11}X^2 + a_{22}Y^2 + a_{33}Z^2 \quad , \\ G &= 2a_{11}x_0X + 2a_{22}y_0Y + 2a_{33}z_0Z \quad , \\ H &= a_{11}x^2 + a_{22}y^2 + a_{33}z^2 + a_{44} \end{aligned}$$

Al tener  $F \neq 0$ , se puede determinar  $t$  como las raíces de la ecuación cuadrática, las cuales son

$$t_{1,2} = \frac{-G \pm \sqrt{-D}}{2F} ,$$

donde  $D = 4HF - G^2$ . Si  $D < 0$ , hay dos puntos de intersección; si  $D = 0$ , hay un punto de la intersección; si  $D > 0$ , entonces los puntos de la intersección no se presentan.

Al tener  $F = 0$  se determine  $t$  de la ecuación lineal:

$$Gt + H = 0 , \quad (2.22)$$

donde si  $H \neq 0$ , entonces  $t = -G/H$ ; si  $H = 0$ , entonces  $t = 0$ .

Después de la definición del valor necesario de la raíz de la ecuación ( del parámetro  $t$ ) de la fórmula (2.19), se descubren las coordenadas del punto de intersección del rayo con la superficie del sensor (elipsoide). Así, como en los casos generales, el rayo tiene dos puntos de intersección con la superficie de segundo grado, entonces es necesario determinar el criterio de la selección del punto necesario en los casos especiales.

Para una superficie esférica o elipsoidal, en el caso del rayo ( $z_0 = z_f$ ) primario (inicial), se selecciona un punto con la coordenada  $z > z_f$ , y en caso del rayo ( $z_0 \neq z_f$ ) secundario (ya reflejado de la superficie) se selecciona un punto con la coordenada  $z$  que sea distinta a la coordenada  $z'$  del punto anterior de la intersección ( $z \neq z'$ ).

Al principio, para la superficie cónica se seleccionan los puntos con las coordenadas  $z < 0$ ; luego, para el caso del rayo primario, se escoge un punto con la coordenada  $x < 0$ , y para el caso del rayo secundario, un punto con la coordenada  $z$  que es distinta de la coordenada  $z'$  del punto anterior de la intersección ( $z \neq z'$ ).

#### 2.4.4. Definición de las coordenadas del vector normal a la superficie.

Igual que antes, se dan las demostraciones adecuadas del procedimiento de la definición de las coordenadas del vector normal por separado para cada tipo de la superficie, mencionados en la sección 2.4.1

##### *Superficie constituida por bordes planos.*

Si la ecuación del borde plano de la superficie, sobre la cual cayó el rayo, esta dado en un aspecto general de la ecuación (2.1)

$$Ax + By + Cz + D = 0 ,$$

entonces el vector normal a esta superficie en el punto de incidencia es

$$\mathbf{N} = (A, B, C) \quad (2.23)$$

En el caso específico, para dos bordes de un prisma triangular recto, de la ecuación (2.3) se tiene

$$\mathbf{N} = (\mp 1, 0, 1)$$

**Superficie del segundo grado.**

La ecuación (2.4) del plano tangencial en el punto  $C(x_c, y_c, z_c)$  de la superficie de segundo grado  $F(x, y, z) = 0$  generalmente se denota del modo siguiente [57]:

$$(x - x_c)F_1(x_c, y_c, z_c) + (y - y_c)F_2(x_c, y_c, z_c) + (z - z_c)F_3(x_c, y_c, z_c) = 0 \quad , \quad (2.24)$$

donde:

$$F_1 = \frac{1}{2} \frac{dF}{dx} = a_{11}x + a_{12}y + a_{13}z + a_{14}/2 \quad ;$$

$$F_2 = \frac{1}{2} \frac{dF}{dy} = a_{21}x + a_{22}y + a_{23}z + a_{24}/2 \quad ;$$

$$F_3 = \frac{1}{2} \frac{dF}{dz} = a_{31}x + a_{32}y + a_{33}z + a_{34}/2 \quad .$$

Sustituyendo las expresiones para  $F_1, F_2, F_3$  en la ecuación (2.24) y agrupando los coeficientes con respecto a  $x, y, z$ , se obtiene la ecuación del plano tangencial siguiente:

$$Ex + Gy + Hz + K = 0 \quad , \quad (2.25)$$

donde.

$$E = a_{11}x_c + a_{12}y_c + a_{13}z_c + a_{14}/2 \quad ;$$

$$G = a_{21}x_c + a_{22}y_c + a_{23}z_c + a_{24}/2 \quad ;$$

$$H = a_{31}x_c + a_{32}y_c + a_{33}z_c + a_{34}/2 \quad ,$$

$$K = - \left[ a_{11}x_c^2 + a_{12}x_cy_c + a_{13}x_cz_c + a_{14}x_c/2 + a_{21}x_cy_c + a_{22}y_c^2 + \right. \\ \left. + a_{23}y_cz_c + a_{24}y_c/2 + a_{31}x_cz_c + a_{32}y_cz_c + a_{33}z_c^2 + a_{34}z_c/2 \right]$$

De aquí, el vector normal a la superficie del elipsoide en el punto  $C(x_c, y_c, z_c)$ , es

$$\mathbf{N} = (E, G, H) \quad (2.26)$$

En el caso específico, cuando la ecuación de la superficie del segundo grado está dada en forma canónica como la ecuación (2.5), se tiene.  $E = a_{11}x_c, G = a_{21}x_c, H = a_{31}x_c$

**2.4.5. Definición del ángulo de incidencia del rayo.**

Si la dirección del rayo esta dada por el vector  $\mathbf{L} = (L_x, L_y, L_z)$ , y la normal a la superficie en el punto de incidencia por el vector  $\mathbf{N} = (N_x, N_y, N_z)$ , entonces el coseno del ángulo  $\alpha$  entre ellos (es decir, el ángulo de incidencia del rayo sobre la superficie) se encuentra como un producto escalar de dos vectores [57] De este modo

$$\alpha = \arccos \frac{\mathbf{L} \cdot \mathbf{N}}{|\mathbf{L}| \cdot |\mathbf{N}|} = \arccos \frac{L_x N_x + L_y N_y + L_z N_z}{\sqrt{L_x^2 + L_y^2 + L_z^2} \sqrt{N_x^2 + N_y^2 + N_z^2}} \quad (2.27)$$

#### 2.4.6. Definición de la potencia relativa del rayo reflejado.

La potencia  $P_2$  del rayo reflejado en relación con la potencia  $P_1$  del rayo incidente es

$$P_2 = R P_1 \quad (2.28)$$

donde  $R$  es el coeficiente de reflexión (poder reflector) de la interfaz de los medios.

Según las fórmulas de Fresnel [58], el coeficiente de reflexión en la posición paralela ( $R_{TM}$ ) y perpendicular ( $R_{TE}$ ) al plano de polarización de la luz (plano de oscilaciones del vector del campo eléctrico) en relación con el plano de incidencia del rayo es:

$$R_{TM} = \begin{cases} \left[ \frac{(n_2/n_1)^2 \cos \alpha - \sqrt{(n_2/n_1)^2 - \sin^2 \alpha}}{(n_2/n_1)^2 \cos \alpha + \sqrt{(n_2/n_1)^2 - \sin^2 \alpha}} \right]^2, & \text{cuando } \alpha < \alpha_c \\ 1, & \text{cuando } \alpha \geq \alpha_c \end{cases} \quad (2.29)$$

$$R_{TE} = \begin{cases} \left[ \frac{\cos \alpha - \sqrt{(n_2/n_1)^2 - \sin^2 \alpha}}{\cos \alpha + \sqrt{(n_2/n_1)^2 - \sin^2 \alpha}} \right]^2, & \text{cuando } \alpha < \alpha_c \\ 1, & \text{cuando } \alpha \geq \alpha_c \end{cases} \quad (2.30)$$

dónde  $n_1$  y  $n_2$  son los índices de refracción del material del sensor y del medio circundante, respectivamente;  $\alpha$  es el ángulo de incidencia;  $\alpha_c$  es el ángulo crítico de incidencia que, según la ley de Snell, es.

$$\alpha_c = \arcsen(n_2/n_1) \quad \text{cuando } n_1 > n_2 \quad (2.31)$$

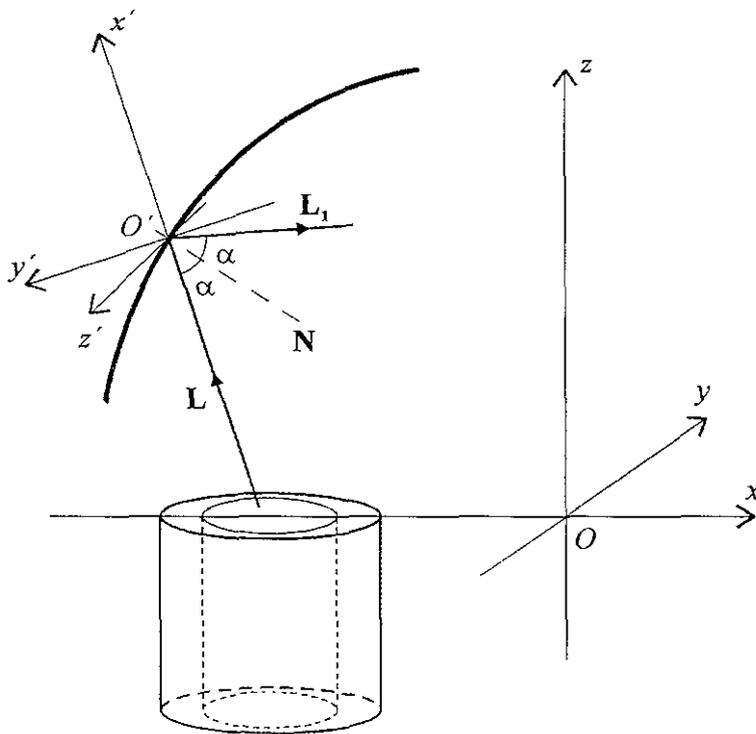
Para la luz polarizada, el plano de polarización de la cual tiene, en relación con el plano de incidencia, el ángulo  $\beta$ , el coeficiente de reflexión es

$$R = R_{TM} \cos^2 \beta + R_{TE} \sin^2 \beta \quad (2.32)$$

Para la luz no polarizada el coeficiente de reflexión es

$$R = \frac{R_{TM} + R_{TE}}{2} \quad (2.33)$$

**2.4.7. Definición de las coordenadas de un vector del rayo reflejado.**



Los datos iniciales para la definición de las coordenadas del vector del rayo reflejado, aparte de la ecuación de la superficie, son: las coordenadas de la dirección del vector del rayo incidente y del vector normal a la superficie en el punto de incidencia, las coordenadas del punto de incidencia y el ángulo de incidencia. También es necesario tener en cuenta que, según las leyes de la óptica de rayos, el rayo reflejado se encuentra en el mismo plano con el rayo incidente y la normal, y el ángulo de reflexión es igual al ángulo de incidencia. Antes de empezar la solución de este problema, hay que pasar de un sistema de coordenadas  $xyz$  anterior (viejo) al nuevo, más conveniente para este caso, un sistema de coordenadas  $x'y'z'$  (fig. 3.9). Como ambos sistemas

Fig. 2.9 Localización del viejo y nuevo sistemas de coordenadas utilizadas en la determinación de las coordenadas del vector del rayo reflejado.

de coordenadas son rectangulares, sus coordenadas de direcciones serán, al mismo tiempo, los cósenos directores. Para la evidencia, hay que anotar estos cosenos en la tabla 2.1 que une las direcciones de los ejes en el viejo y nuevo sistemas de coordenadas [57].

	$Ox$	$Oy$	$Oz$
$O'x'$	$l_1$	$m_1$	$n_1$
$O'y'$	$l_2$	$m_2$	$n_2$
$O'z'$	$l_3$	$m_3$	$n_3$

Tabla 2.1 Cósenos directores entre los ejes del viejo y nuevo sistemas de coordenadas

En esta tabla, por ejemplo,  $m_1$  significa el coseno del ángulo entre  $O'x'$  y  $Oy$ , y  $n_2$  es el coseno del ángulo entre  $O'y'$  y  $Oz$ .

Las nuevas coordenadas ( $V'_x, V'_y, V'_z$ ) de cualquier vector  $V$  se expresan a través de sus coordenadas viejas ( $V_x, V_y, V_z$ ) así:

$$\left. \begin{aligned} V'_x &= l_1 V_x + m_1 V_y + n_1 V_z \\ V'_y &= l_2 V_x + m_2 V_y + n_2 V_z \\ V'_z &= l_3 V_x + m_3 V_y + n_3 V_z \end{aligned} \right\} , \quad (2.34)$$

y las coordenadas viejas del vector se expresan a través de sus nuevas coordenadas de la siguiente manera:

$$\left. \begin{aligned} V_x &= l_1 V'_x + m_1 V'_y + n_1 V'_z \\ V_y &= l_2 V'_x + m_2 V'_y + n_2 V'_z \\ V_z &= l_3 V'_x + m_3 V'_y + n_3 V'_z \end{aligned} \right\} . \quad (2.35)$$

Se encuentran las expresiones para los cósenos directores entre los ejes del viejo y nuevo sistemas de coordenadas en este caso (fig. 2.9), y después de la realización de las transformaciones necesarias, se realiza la transición inversa. En el nuevo sistema, el origen de las coordenadas  $O'$  coincide con el punto de incidencia sobre la superficie, el eje  $x'$  coincide con la dirección del vector del rayo incidente, y el plano  $O'x'y'$  coincide con el plano de incidencia del rayo. Ambos sistemas, viejo y nuevo, son izquierdos.

Las coordenadas del eje  $O'x'$ , que coinciden, según la definición, con el vector del rayo incidente  $L$ , son  $L_x, L_y, L_z$ , y los cósenos directores son:

$$\left. \begin{aligned} l_1 &= \frac{L_x}{\sqrt{L_x^2 + L_y^2 + L_z^2}} \\ m_1 &= \frac{L_y}{\sqrt{L_x^2 + L_y^2 + L_z^2}} \\ n_1 &= \frac{L_z}{\sqrt{L_x^2 + L_y^2 + L_z^2}} \end{aligned} \right\} . \quad (2.36)$$

Se anota la ecuación del plano  $O'x'y'$ , como un plano que contiene el punto de incidencia del rayo  $O'$  (con las coordenadas en el sistema viejo  $x_0, y_0, z_0$ ), el vector del rayo incidente  $L = (L_x, L_y, L_z)$  y el vector normal  $N = (N_x, N_y, N_z)$ .

$$\begin{bmatrix} x - x_0 & y - y_0 & z - z_0 \\ L_x & L_y & L_z \\ N_x & N_y & N_z \end{bmatrix} = 0 \quad (2.37)$$

Hay que presentar la ecuación (2.37), descomponiendo el determinante dado del plano en los elementos de primer renglón, de modo siguiente

$$A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0 \quad , \quad (2.38)$$

donde

$$A = \begin{bmatrix} L_y & L_z \\ N_y & N_z \end{bmatrix} = L_y N_z - N_y L_z \quad ,$$

$$B = \begin{bmatrix} L_z & L_x \\ N_z & N_x \end{bmatrix} = L_z N_x - N_z L_x \quad ,$$

$$C = \begin{bmatrix} L_x & L_y \\ N_x & N_y \end{bmatrix} = L_x N_y - N_x L_y \quad .$$

Entonces, las coordenadas del eje  $Oz'$ , (la normal al plano  $Ox'y'$ ) son  $A, B, C$ , y sus cósenos directores son:

$$\left. \begin{aligned} l_3 &= \frac{A}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}} \\ m_3 &= \frac{B}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}} \\ n_3 &= \frac{C}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}} \end{aligned} \right\} \quad . \quad (2.39)$$

Se determina la ecuación del plano  $Oz'x'$  análogamente a la ecuación (2.37), cómo de un plano que contiene el punto de incidencia del rayo  $O'$  (con las coordenadas en sistema viejo,  $x_0, y_0, z_0$ ), el vector normal  $\mathbf{N} = (A, B, C)$  y el vector del rayo  $\mathbf{L} = (L_x, L_y, L_z)$ .

$$\begin{bmatrix} x - x_0 & y - y_0 & z - z_0 \\ A & B & C \\ L_x & L_y & L_z \end{bmatrix} = 0 \quad (2.40)$$

Descomponiendo el determinante en los elementos de primer renglón, se obtiene:

$$D(x - x_0) + E(y - y_0) + F(z - z_0) = 0 \quad , \quad (2.41)$$

donde

$$D = \begin{bmatrix} B & C \\ L_y & L_z \end{bmatrix} = BL_z - CL_y \quad ,$$

$$E = \begin{bmatrix} C & A \\ L_z & L_x \end{bmatrix} = CL_x - AL_z \quad ,$$

$$F = \begin{bmatrix} A & B \\ L_x & L_y \end{bmatrix} = AL_y - BL_x$$

Entonces las coordenadas del eje  $Ox'$  son  $D, E, F$ , y sus cósenos directores son

$$\left. \begin{aligned} l_2 &= \frac{D}{\sqrt{D^2 + E^2 + F^2}} \\ m_2 &= \frac{E}{\sqrt{D^2 + E^2 + F^2}} \\ n_2 &= \frac{F}{\sqrt{D^2 + E^2 + F^2}} \end{aligned} \right\} . \quad (2.42)$$

Si se toma en cuenta el hecho de que el rayo reflejado con el rayo incidente forman el ángulo  $2\alpha$  en el plano  $O'x'y'$  (o  $z'=0$ ), entonces las coordenadas del vector del rayo reflejado  $L_1$  en el nuevo sistema (fig. 2 9) son:

$$\left. \begin{aligned} L'_{1x} &= -|L| \cos 2\alpha \\ L'_{1y} &= -|L| \operatorname{sen} 2\alpha \\ L'_{1z} &= 0 \end{aligned} \right\} , \quad (2.43)$$

donde el valor absoluto (la longitud) del vector del rayo incidente  $|L| = \sqrt{L_x^2 + L_y^2 + L_z^2}$ .

Al hacer la transición inversa al viejo sistema de coordenadas según la fórmula (2.35), tomando en cuenta las fórmulas (2.36), (2.39), (2.42) para los cósenos directores y la fórmula (2.43), se obtiene lo siguiente:

$$\left. \begin{aligned} L_{1x} &= -L_x \cos 2\alpha - GS \operatorname{sen} 2\alpha \\ L_{1y} &= -L_y \cos 2\alpha - HS \operatorname{sen} 2\alpha \\ L_{1z} &= -L_z \cos 2\alpha - IS \operatorname{sen} 2\alpha \end{aligned} \right\} , \quad (2.44)$$

donde

$$G = (L_z N_x - N_z L_x) L_z - (L_x N_y - N_x L_y) L_y ,$$

$$H = (L_x N_y - N_x L_y) L_x - (L_y N_z - N_y L_z) L_z ,$$

$$I = (L_y N_z - N_y L_z) L_y - (L_z N_x - N_z L_x) L_x ,$$

$$S = \frac{\sqrt{L_x^2 + L_y^2 + L_z^2}}{\sqrt{G^2 + H^2 + I^2}}$$

#### 2.4.8. Comprobación del alcance del rayo en la fibra óptica receptora.

Para el alcance del rayo en la fibra óptica se tienen que cumplir dos condiciones que el rayo atraviese la cara del extremo de la fibra óptica en los límites del diámetro de su núcleo, y que la inclinación del rayo con respecto al eje de la fibra óptica no exceda el valor del ángulo

local de la apertura, en el punto del alcance del rayo sobre la cara del extremo de la fibra óptica. El orden de las acciones en la comprobación del alcance del rayo en la fibra óptica receptora, puede ser el siguiente.

Se encontrarán las coordenadas del punto de intersección del rayo y el plano  $Oxy$  Para este propósito se determina el parámetro  $t = (z_f - z_1)/L_z$ , sustituyendo la ecuación del rayo en el aspecto paramétrico  $x = x_1 + L_x t$ ,  $y = y_1 + L_y t$ ,  $z = z_1 + L_z t$ , en la ecuación del plano en que se localiza la cara del extremo de la fibra óptica receptora  $z = z_f$ .

Así, las coordenadas del punto de la intersección:

$$\left. \begin{aligned} x_i &= x_1 - L_x \frac{z_f - z_1}{L_z} \\ y_i &= y_1 - L_y \frac{z_f - z_1}{L_z} \end{aligned} \right\} \quad (2.45)$$

Se determina la coordenada radial  $r_i$  del punto de intersección del rayo con el plano  $z_f xy$ , con respecto al eje de la fibra óptica correspondiente, como el valor absoluto de la diferencia de dos vectores  $\mathbf{V}_i$  y  $\mathbf{V}_a$  (el punto de intersección y el centro de la cara del extremo), y se compara con el radio del centro de la fibra óptica  $r_1$ , ya conocido:

$$|\mathbf{V}_i - \mathbf{V}_a| < r_1 \quad (2.46)$$

Para la realización de la desigualdad dada se considera que el rayo alcanzó la cara del extremo del núcleo (la apertura lineal) de la fibra óptica.

Se determina el ángulo de incidencia del rayo  $\mathbf{L}$  sobre el plano  $z_f xy$ , la normal a este plano es  $\mathbf{N} = (0, 0, -1)$ :

$$\alpha_i = \arccos \frac{\mathbf{N} \cdot \mathbf{L}}{|\mathbf{N}| \cdot |\mathbf{L}|} = \frac{-L_z}{\sqrt{L_x^2 + L_y^2 + L_z^2}} \quad (2.47)$$

Se verifica el dato

$$\text{sen } \alpha_i < \frac{NA(r_i)}{n_c} \quad (2.48)$$

donde  $NA(r_i)$  es la apertura local de la fibra óptica en el punto de la intersección del rayo con la superficie del núcleo y  $n_c$  es el índice de refracción del elemento de sensibilidad. Al realizar la última condición se considera que el rayo entró en la apertura angular de la fibra óptica.

#### 2.4.9. Definición de las características particulares de la función del coeficiente de transmisión.

Teniendo la función normalizada del coeficiente de transmisión del sensor  $I_n(n)$ , es posible calcular las características particulares que definen su aspecto (en adelante el índice  $n$  será omitido con el propósito de simplificar las designaciones). En la fig. 2.10 se da el diagrama

## Capítulo 3. CÁLCULO NUMÉRICO DE LOS SENSORES

### 3.1. CONSTRUCCIÓN DEL SENSOR EN FIBRA ÓPTICA Y LAS LIMITACIONES ACEPTADAS EN EL PROCESO DEL CÁLCULO

Aplicando el modelo numérico visto en el capítulo anterior y los programas correspondientes que están presentados en el apéndice, se calculan las características de los sensores refractométricos de fibra óptica con los elementos de sensibilidad de varias formas. En la fig. 3.1 se presentan las construcciones de tres tipos del elemento de sensibilidad. El primer tipo es un prisma triangular con el ángulo recto junto al vértice y altura  $h$  (fig. 3.1a), el segundo es el cono redondo con el ángulo recto de la apertura y altura  $h$  (fig. 3.1b) y el tercero es la semiesfera con radio  $r = h$  (fig. 3.1c). De este modo, estos tres tipos del elemento de sensibilidad tienen alturas  $r = h$  y las anchuras de la base  $2r = 2h$  idénticas. Además, la fig. 3.1. demuestra el sistema de coordenadas aceptado en el modelo utilizado, la trayectoria del rayo central, las aperturas de las fibras ópticas y las zonas activas de la superficie de trabajo. El elemento de sensibilidad es elaborado de un material transparente con el índice de refracción  $n_e$ , sujeta ópticamente dos fibras ópticas al diámetro del núcleo  $d_1$ , con índice de refracción del núcleo  $n_1$  y apertura numérica  $NA$ . Los ejes de las dos fibras ópticas, transmisora y receptora, se localizan paralelamente al eje de simetría del elemento  $OZ$  y simétricamente a éste último en una distancia  $x_f$ . Los extremos de las fibras ópticas están en contacto con la base del elemento de sensibilidad.

En este capítulo se examinarán solamente las fibras ópticas multimodo con un perfil escalonado del índice de refracción y el caso de asignación fija de los modos, cuando en la fibra óptica haya sólo modos (rayos) dirigidos.

Es más conveniente usar los parámetros relativos (sin dimensiones). De esto procede, que en calidad de los parámetros básicos de construcción del elemento de sensibilidad representado, se aceptara lo siguiente:

- la posición relativa del eje de la fibra óptica en el eje  $X$ ,  $x = x_f/r$ ;
- el diámetro relativo del núcleo de la fibra óptica,  $d = d_1/r$ ;
- la apertura numérica de la fibra óptica,  $NA$ ;
- el índice de refracción del elemento de sensibilidad,  $n_e$  (más adelante, en todos los cálculos, salvo los casos especiales, se tomará como  $n_e = n_1 = 1.45$ ).

### 3.2. RESULTADOS DEL CÁLCULO NUMÉRICO DE LAS CARACTERÍSTICAS DE LOS SENSORES

Se indicó en el subcapítulo 1.2, que la característica básica de los sensores refractométricos de intensidad es el coeficiente de transmisión de la potencia de la luz, que depende del índice de refracción del medio circundante y que puede considerarse como la suma de las pérdidas ópticas del sensor, propias y dirigidas. La forma de la función del coeficiente de transmisión puede ser caracterizada por sus características particulares, tales como su pendiente media y no-linealidad dentro de los límites del intervalo de trabajo.

Más adelante se investigará la influencia de la forma de la superficie del elemento de sensibilidad, la posición de la fibra óptica  $x$ , su apertura numérica  $NA$  y el diámetro del núcleo  $d$ ,

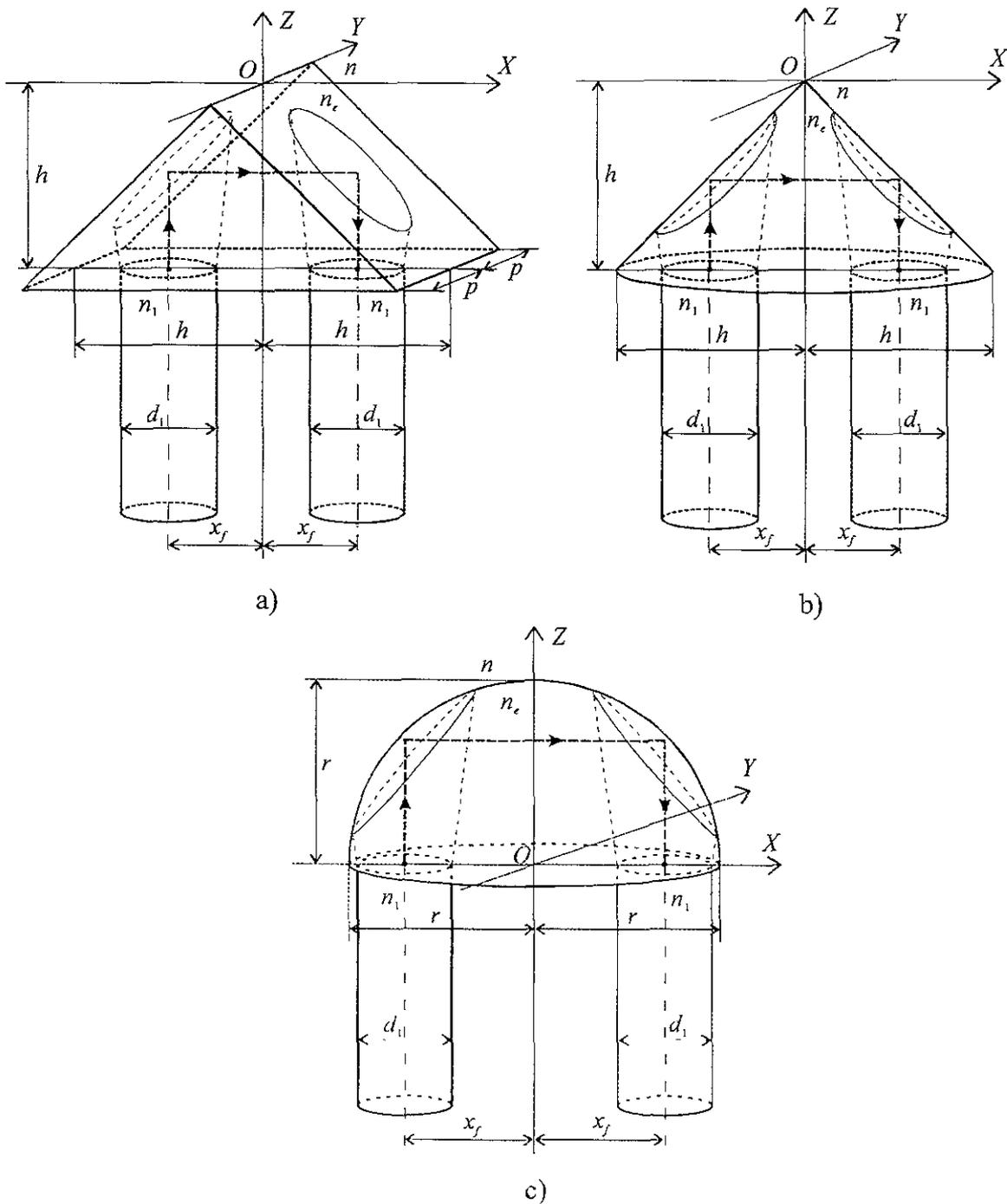


Fig 3 1. Construcción del sensor de fibra óptica con elemento de sensibilidad (a) prismático, (b) cónico y (c) semiesférico en el sistema de coordenadas rectangular, la trayectoria del rayo axial en el caso de la reflexión doble de la superficie del elemento (línea gruesa punteada), las aperturas de las fibras ópticas y las fronteras de las zonas activas de la superficie de trabajo (líneas finas)  $h$  es la altura y semianchura del prisma y cono;  $r$  es el radio de la semiesfera,  $x_f$  es la distancia del eje de la semiesfera al eje de fibra óptica;  $d_1$  es el diámetro del núcleo de la fibra óptica,  $n$  es el índice de refracción del medio circundante;  $n_e$  es el índice de refracción del elemento,  $n_1$  es el índice de refracción del núcleo de fibra óptica

a las siguientes características del sensor: el coeficiente de transmisión en condiciones de reflexión total  $T_p$  (pérdidas ópticas propias), el coeficiente de transmisión normalizado  $T_n(n)$  y también la pendiente media  $S$  y no-linealidad  $d$  de la función del coeficiente de transmisión normalizado.

### 3.2.1. Pérdidas ópticas propias.

Las pérdidas ópticas propias del elemento de sensibilidad consisten en dos partes: las pérdidas relacionadas con la estructura geométrica del elemento de sensibilidad y las pérdidas iniciales de Fresnel relacionadas con la reflexión incompleta de la superficie del elemento de sensibilidad que se encuentra en el medio de referencia (el aire).

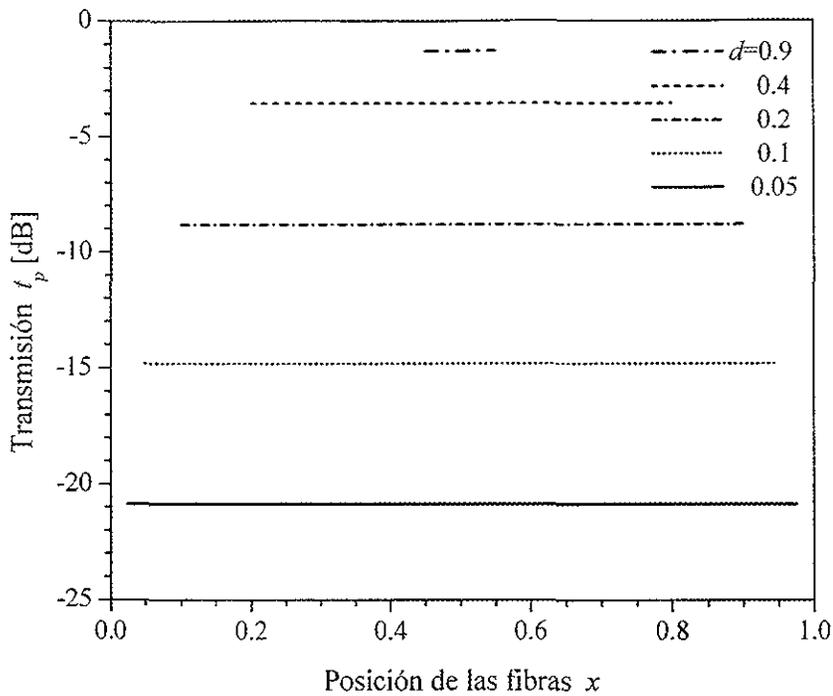
Para evaluar las pérdidas ópticas relacionadas con la estructura geométrica se ha calculado la transmisión del elemento de sensibilidad en la condición de la reflexión total de su superficie, dependiendo de la posición de las fibras ópticas  $x$ . En este caso es conveniente usar la característica logarítmica  $t_p(x)$  para poder evaluar los valores de la función representada en un intervalo amplio.

En las figuras 3.2, 3.3, y 3.4 se presentan las gráficas de transmisión, en las condiciones de la reflexión total  $t_p(x)$ , en función de la posición de la fibra óptica  $x$  dentro de los límites de la mitad del ancho de la base del elemento  $r$  para tres formas del elemento de sensibilidad, que son: el prisma (fig. 3.2), el cono (fig. 3.3) y la semiesfera (fig. 3.4). Para cada una de las formas se dan cinco gráficas (a) que se distinguen por el valor del diámetro de la fibra óptica  $d = 0.9, 0.4, 0.2, 0.1$  y  $0.05$  cuando el valor de la apertura numérica de la fibra óptica está fijo,  $NA = 0.2$ ; y cuatro gráficas (b) distinguidas por el valor de la apertura numérica de la fibra óptica,  $NA = 0.1, 0.2, 0.4$  y  $0.8$  cuando el valor del diámetro de la fibra óptica está fijo,  $d = 0.2$ . Las gráficas fueron calculadas en el intervalo de variación de la posición de la fibra óptica  $x$  de  $0.5d$  a  $1-0.5d$  con un paso de  $0.005$ . El pequeño paso se escogió para la mejor reproducción de las modificaciones bruscas de la función (sobre todo, en el caso de la semiesfera a los valores pequeños de diámetro de la fibra óptica)

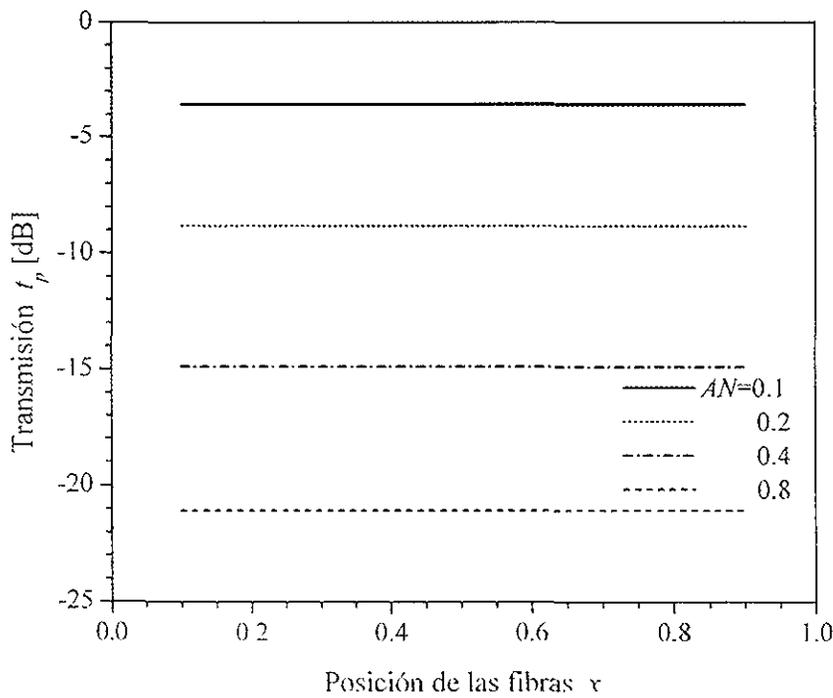
De las figuras (a) se observa, que el prisma y el cono (fig. 3.2a, 3.3a) tienen la transmisión  $t_p$  más grande, al tener el valor del diámetro relativo de la fibra óptica más grande,  $d = 0.9$ . Al disminuir el un diámetro de la fibra óptica, disminuye la transmisión. La transmisión del prisma (fig. 3.2a) no depende del valor de posición de la fibra óptica  $x$ . Es posible explicarlo con lo que para la configuración dada del elemento, (el prisma triangular con el ángulo de  $90^\circ$  en el vértice) la longitud de la distancia  $l$  del rayo axial entre las caras de los extremos de las fibras ópticas transmisora y receptora, y también la condición de la unión simétrica de los rayos axiales de las fibras ópticas, transmisora y receptora, permanecen constantes a la variación de la posición  $x$ .

La transmisión  $t_p(x)$  del cono (fig. 3.3a) tiene un máximo, a la variación de la posición  $x$  de la fibras ópticas, que se vuelve más notable a la disminución del diámetro relativo  $d$  de la fibra óptica. La disposición del máximo es cercano al valor de posición  $x = 0.5$ . Es decir, con este valor de posición, el cono tiene mejores propiedades de enfoque (concentración), que con los otros valores  $x$ .

Las gráficas de la transmisión  $t_p(x)$  de la semiesfera (fig. 3.4a), se diferencian esencialmente de las gráficas correspondientes al prisma y cono. La transmisión  $t_p(x)$  de la semiesfera a valores pequeños del diámetro de la fibra óptica tiene varios máximos

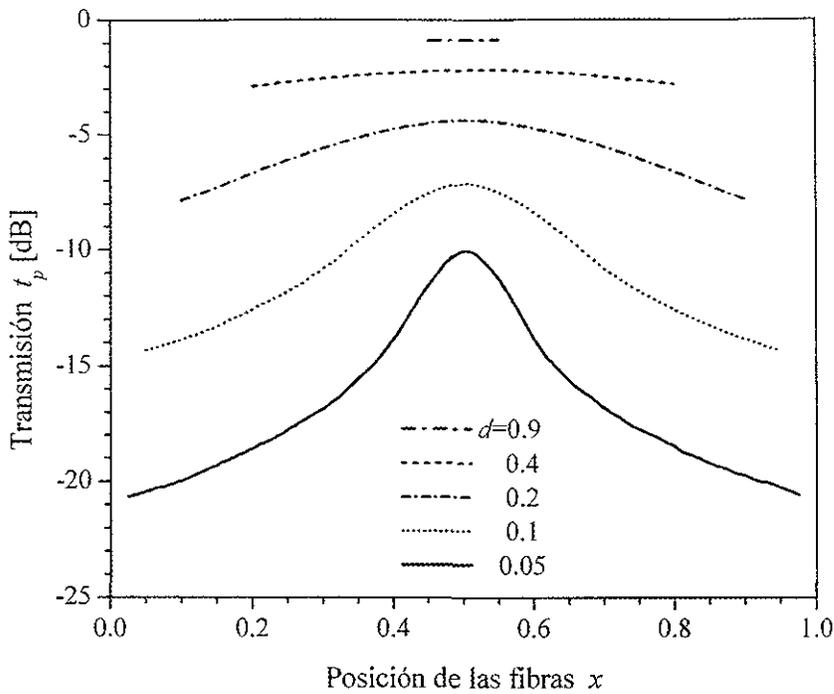


a)

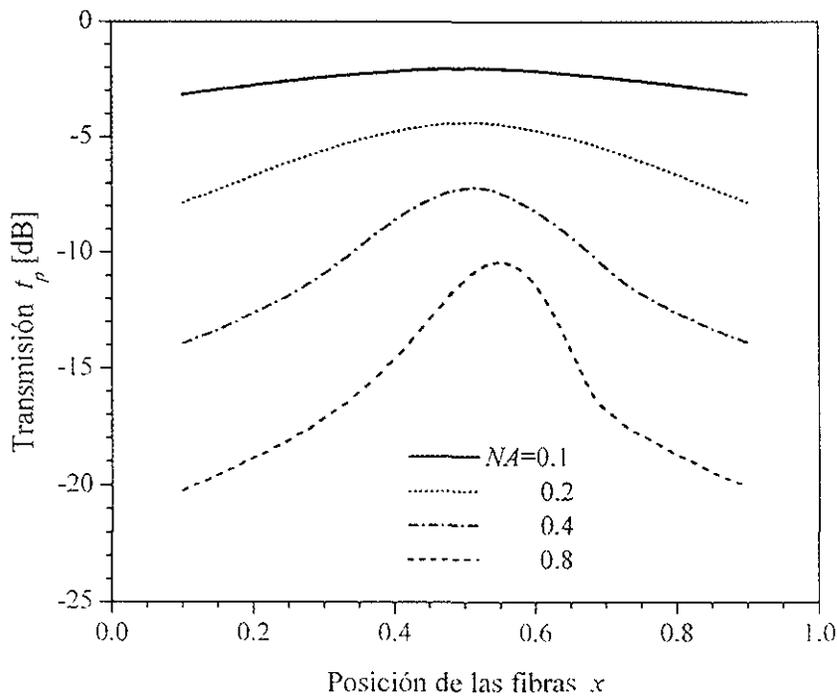


b)

Fig. 3.2. Transmisión en las condiciones de reflexión total  $t_p(x)$  del elemento de sensibilidad **prismático** en el intervalo de posición de las fibras ópticas,  $x$ , de  $0.5d$  a  $1-0.5d$  (a) se varía el valor del diámetro del núcleo,  $d = 0.9, 0.4, 0.2, 0.1, 0.05$ , al tener el valor de la apertura numérica fijo,  $AN = 0.2$ ; (b) se varía el valor de la apertura numérica,  $AN = 0.1, 0.2, 0.4, 0.8$ , al tener el valor del diámetro del núcleo fijo,  $d = 0.2$



a)



b)

Fig. 3.3. Transmisión en las condiciones de reflexión total  $t_p(x)$  del elemento de sensibilidad cónico en el intervalo de posición de las fibras ópticas,  $x$ , de  $0.5d$  a  $1-0.5d$  (a) se varía el valor del diámetro del núcleo,  $d = 0.9, 0.4, 0.2, 0.1, 0.05$ , al tener el valor de la apertura numérica fijo,  $NA = 0.2$ . (b) se varía el valor de la apertura numérica,  $NA = 0.1, 0.2, 0.4, 0.8$ , al tener el valor del diámetro del núcleo fijo,  $d = 0.2$ .

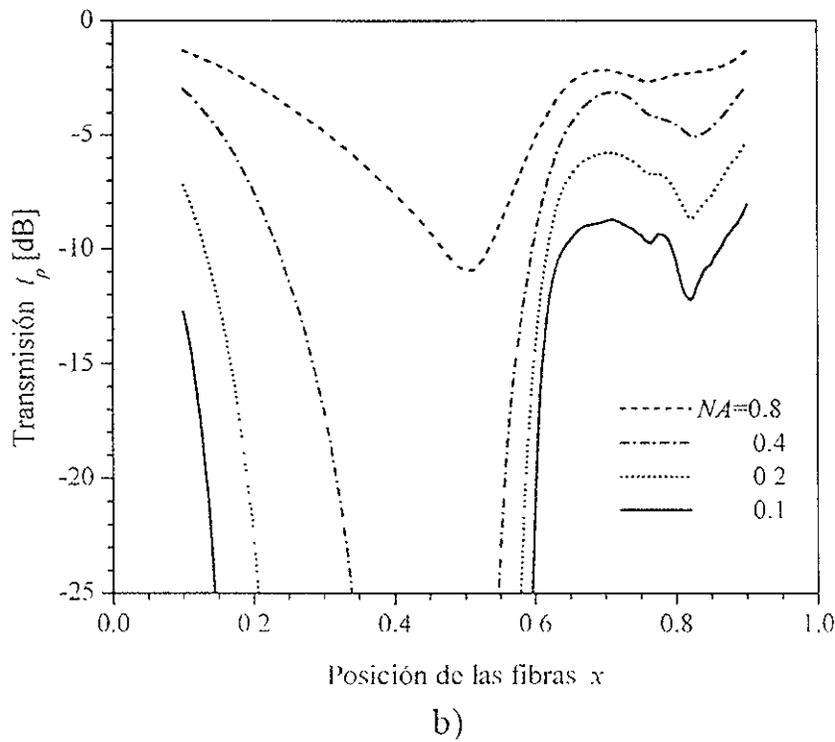
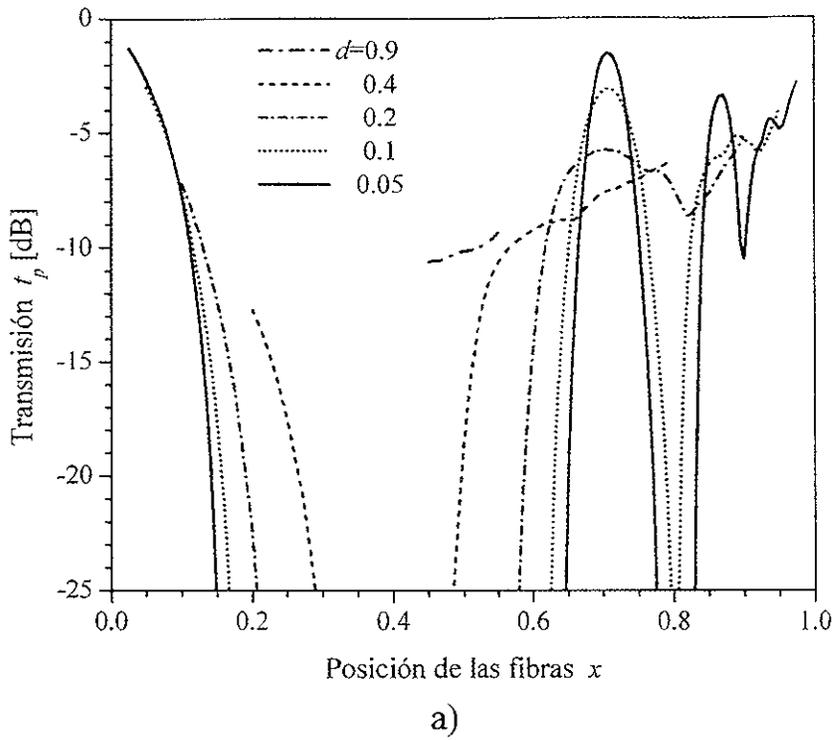


Fig. 3.4 Transmisión en las condiciones de reflexión total  $t_p(x)$  del elemento de sensibilidad **semiesférico** en el intervalo de posición de las fibras ópticas,  $x$ , de  $0.5d$  a  $1.05d$ : (a) se varía el valor del diámetro del núcleo,  $d = 0.9, 0.4, 0.2, 0.1, 0.05$ , al tener el valor de la apertura numérica fijo,  $NA = 0.2$ , (b) se varía el valor de la apertura numérica,  $NA = 0.1, 0.2, 0.4, 0.8$  al tener el valor del diámetro del núcleo fijo,  $d = 0.2$

Así, al tener el menor valor del diámetro  $d = 0.05$ , se observan tres máximos de la función, explícitamente expresados, correspondientes a los valores de posición de las fibras ópticas  $x = 0$ ,  $0.707$  y  $0.866$ . Teniendo estas posiciones se cumplen las condiciones de la unión simétrica de la fibra óptica transmisora y receptora, es decir, las condiciones cuando el rayo axial de la fibra óptica transmisora entra directamente al centro de la fibra óptica receptora sobre su eje después de uno ( $x = 0$ ), dos ( $x = 0.707$ ), tres ( $x = 0.866$ ) o más reflexiones de la superficie de la semiesfera. Con esos valores óptimos de  $x$ , a la fibra óptica receptora pasa la mayor parte de los rayos del haz divergente, que salen de la fibra óptica transmisora. Esto es apoyado por las propiedades del enfoque de la superficie esférica del elemento. A la amplificación de la cantidad de reflexiones, el valor absoluto del máximo correspondiente disminuye ligeramente. En el caso con una reflexión ( $x = 0$ ), que corresponde a la posición de ambas fibras ópticas sobre el eje de la semiesfera, es considerado escaso y no se le da mucha importancia. Al lado de los máximos de la función, al disminuir el diámetro de la fibra óptica, la transmisión disminuye; pero en los máximos de la función, al disminuir el diámetro de la fibra óptica, la transmisión se incrementa, por ejemplo, para  $x = 0.707$  y  $0.866$ . También, se puede observar, que a la disminución del diámetro de las fibras ópticas, la cantidad y agudeza de los máximos de la función  $t_p(x)$  se incrementan.

De este modo, es notable, que para los valores pequeños del diámetro de la fibra óptica, la semiesfera tiene los máximos de la transmisión  $t_p(x)$  muy marcados, cuando tienen lugar valores determinados de la posición de las fibras ópticas  $x_i$ , que corresponden a las condiciones óptimas de la unión óptica de las fibras ópticas transmisora y receptora. Además, se observa que al disminuir el diámetro de las fibras ópticas, las pérdidas de luz en el prisma y cono se incrementan; y las pérdidas en la semiesfera, para los valores óptimos de posición  $x$ , al contrario, disminuyen. Al tener valores grandes de diámetro de las fibras ópticas  $d = 0.9$  y  $0.4$ , la transmisión de la semiesfera es menor, en comparación con el prisma y el cono. Pero a los valores pequeños de diámetro de las fibras ópticas  $d = 0.2$ ,  $0.1$  y  $0.05$ , la transmisión de la semiesfera para los valores óptimos de posición,  $x$ , se vuelve más grande, en comparación con el prisma y cono.

Se puede observar que, al aumentar la apertura numérica, la transmisión  $t_p$  del prisma y el cono disminuye (fig. 3.2b, 3.3b). La transmisión del prisma no depende del valor de posición de las fibras ópticas  $x$  (fig. 3.2b), así como en el caso anterior (fig. 3.2a).

La transmisión  $t_p(x)$  del cono (fig. 3.3b) tiene un máximo, con la variación de la posición de las fibras ópticas  $x$  que se vuelve más notable al amplificar la apertura numérica de las fibras ópticas  $NA$ . La disposición de este máximo es cercana al valor de posición,  $x = 0.5$ , cuando los valores de la apertura son pequeños  $NA = 0.1$  y  $0.2$ ; y se traslada ligeramente al lado de los valores de posición  $x$  mayores, al aumentar la apertura.

Para la semiesfera (fig. 3.4b), así como en el caso anterior (fig. 3.4a), se observa una tendencia inversa, al amplificar la apertura numérica, la transmisión  $t_p$  de la semiesfera se incrementa. Además, los máximos de la transmisión  $t_p(x)$  se incrementan y ligeramente se dilatan, al aumentar la apertura numérica  $NA$  sin cambiar prácticamente su posición en el eje  $X$ .

### 3.2.2. Coeficiente de transmisión y características particulares.

En las figuras 3.5, 3.6 y 3.7 se representan las gráficas de transmisión,  $t(n)$ , en función del índice de refracción del medio circundante  $n$  para tres formas del elemento de sensibilidad

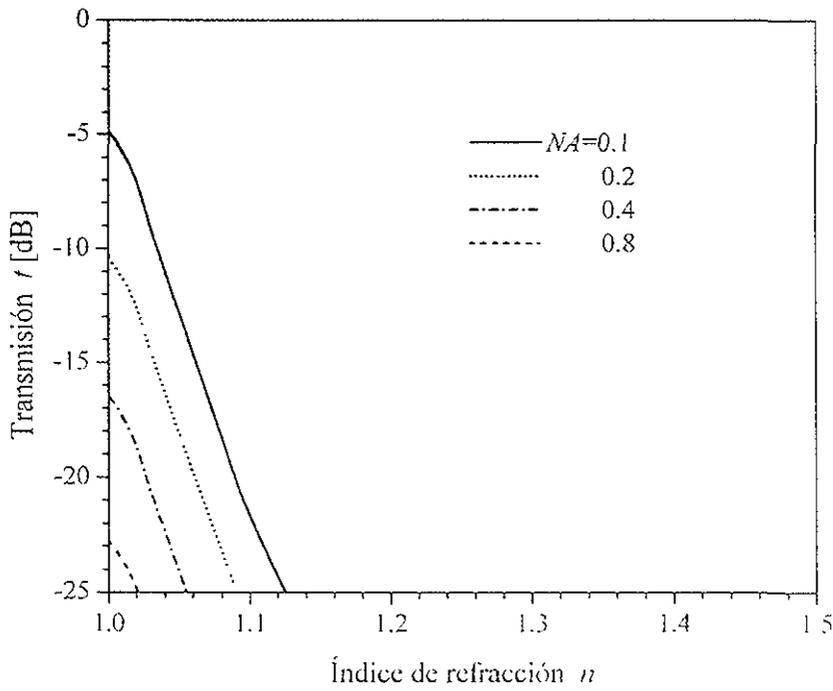
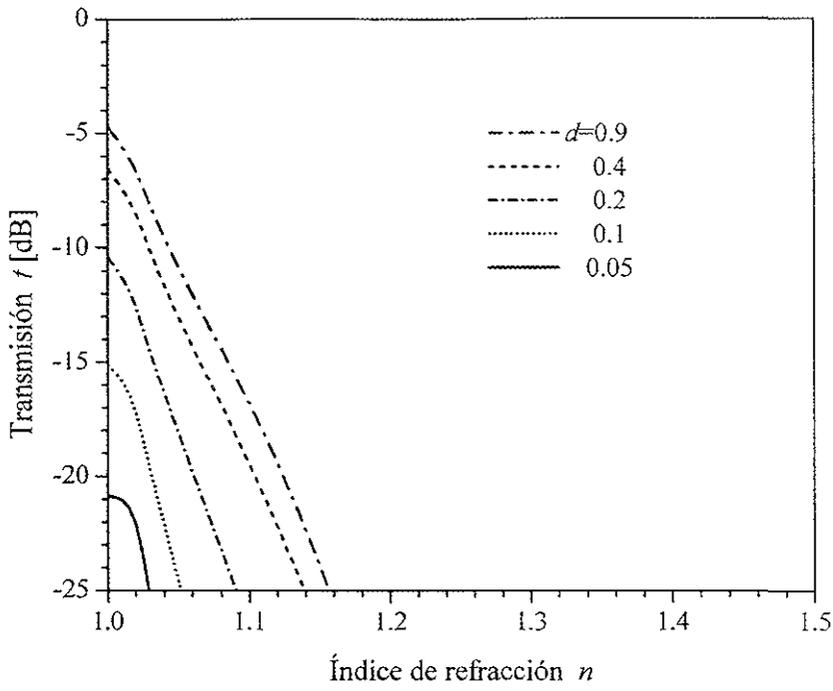
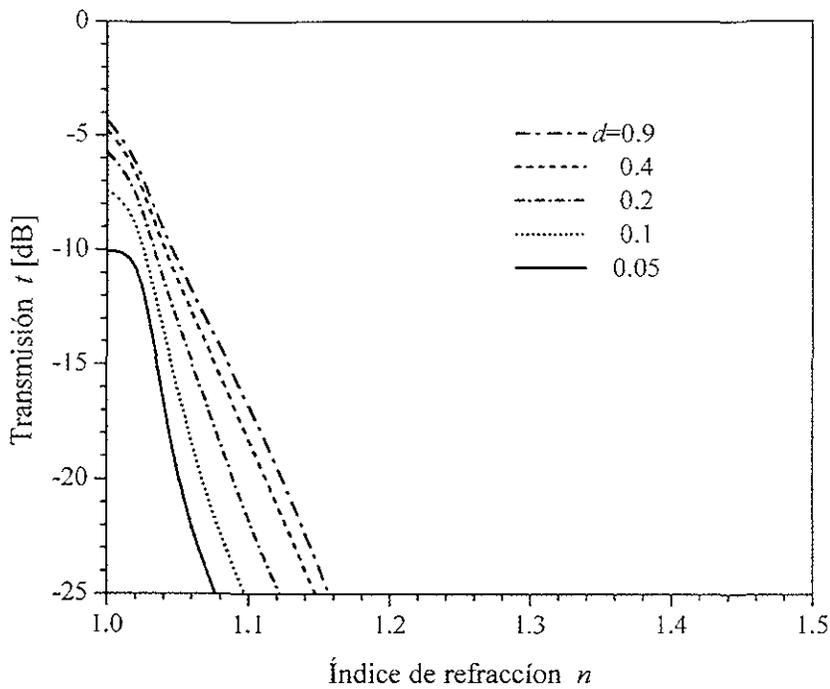
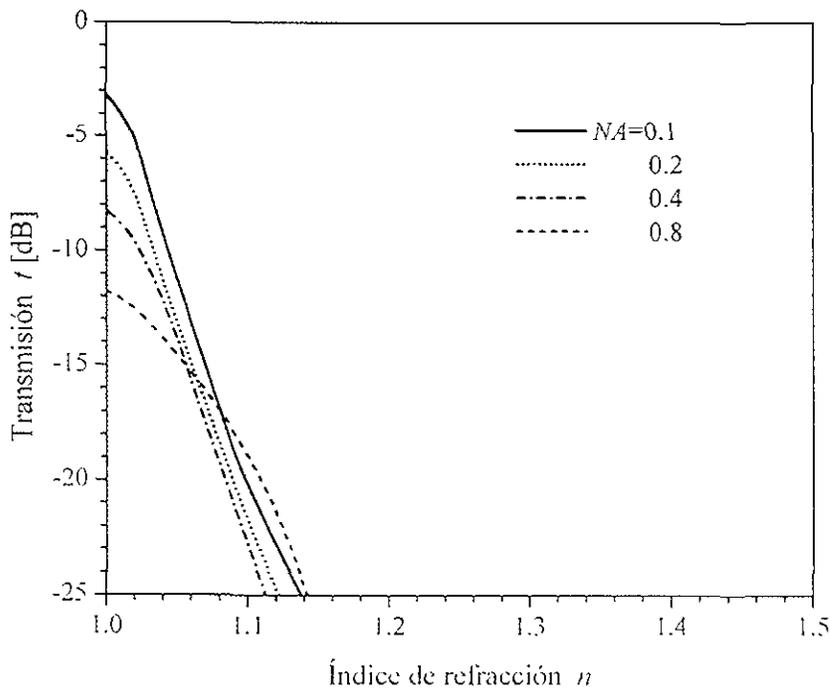


Fig 3.5. Transmisión  $t(n)$  del elemento **prismático** en el intervalo del índice de refracción del medio circundante,  $n$ , de 1 a 1.45 con la posición de las fibras ópticas,  $x = 0.5$  (a) se varía el valor del diámetro del núcleo,  $d = 0.9, 0.4, 0.2, 0.1, 0.05$ , al tener el valor de la apertura numérica,  $NA = 0.2$ , (b) se varía el valor de la apertura numérica,  $NA = 0.1, 0.2, 0.4, 0.8$ , al tener el valor del diámetro del núcleo,  $d = 0.2$ .

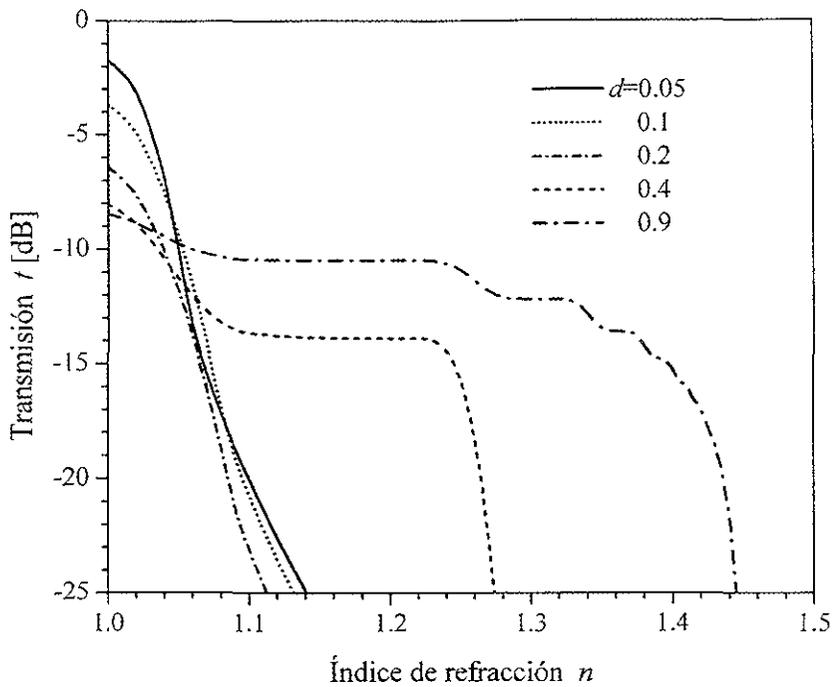


a)

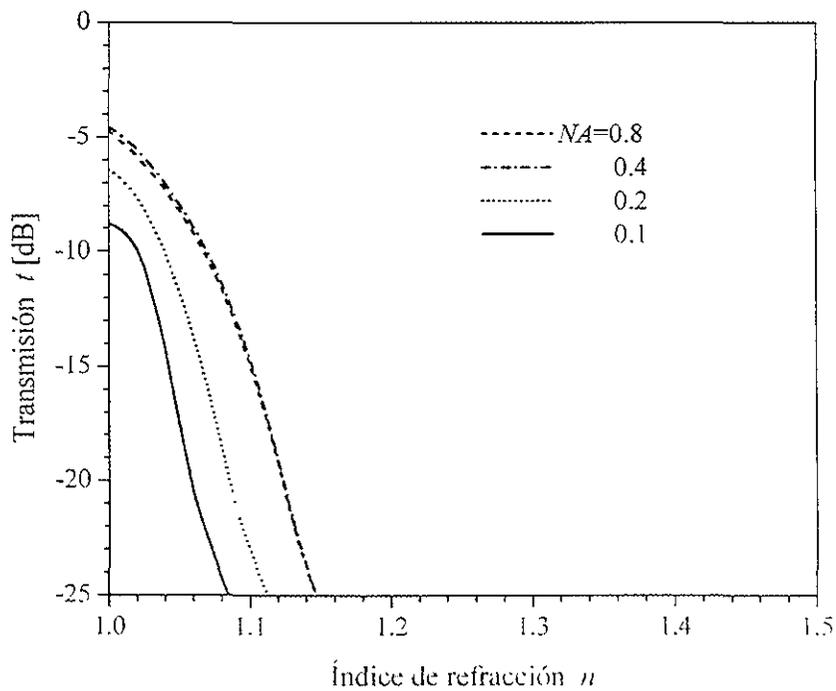


b)

Fig. 3.6 Transmisión  $\tau(n)$  del elemento cónico en el intervalo del índice de refracción del medio circundante,  $n$ , de 1 a 1.45 con la posición de las fibras ópticas,  $x = 0.5$  (a) se varia el valor del diámetro del núcleo,  $d = 0.9, 0.4, 0.2, 0.1, 0.05$ , al tener el valor de la apertura numérica de las fibras ópticas fijo,  $NA = 0.2$ , (b) se varia el valor de la apertura numérica  $NA = 0.1, 0.2, 0.4, 0.8$ , al tener el valor del diámetro del núcleo fijo  $d = 0.2$ .



a)



b)

Fig. 3.7 Transmisión  $t(n)$  del elemento **semiesférico** en el intervalo del índice de refracción del medio circundante,  $n$ , de 1 a 1.45 con la posición de las fibras ópticas,  $\nu = 0.707$ : (a) se varía el valor del diámetro del núcleo,  $d = 0.9, 0.4, 0.2, 0.1, 0.05$ , al tener el valor de la apertura numérica de las fibras ópticas fijo,  $NA = 0.2$ , (b) se varía el valor de la apertura numérica,  $NA = 0.1, 0.2, 0.4, 0.8$ , al tener el valor del diámetro del núcleo fijo,  $d = 0.2$ .

el prisma (fig. 3.5), cono (fig. 3.6) y semiesfera (fig. 3.7). Para cada una de las formas se dan por cinco gráficas (a) distinguidas por el valor del diámetro de las fibras ópticas  $d = 0.9, 0.4, 0.2, 0.1$  y  $0.05$ , al tener los valores fijos de la apertura numérica  $NA = 0.2$  y su posición,  $x$ ; y por cuatro gráficas (b) distinguidas por el valor de la apertura numérica  $NA = 0.1, 0.2, 0.4$  y  $0.8$ , al tener los valores fijos del diámetro de las fibras ópticas  $d = 0.2$  y la posición de las fibras ópticas  $x$ . Y además para el prisma y cono,  $x = 0.5$  (figuras 3.5, 3.6) y para la semiesfera,  $x = 0.707$  (fig. 3.7). Las gráficas se calcularon en un intervalo de variación del índice de refracción  $n$  de 1 a 1.45, con pasos de 0.001.

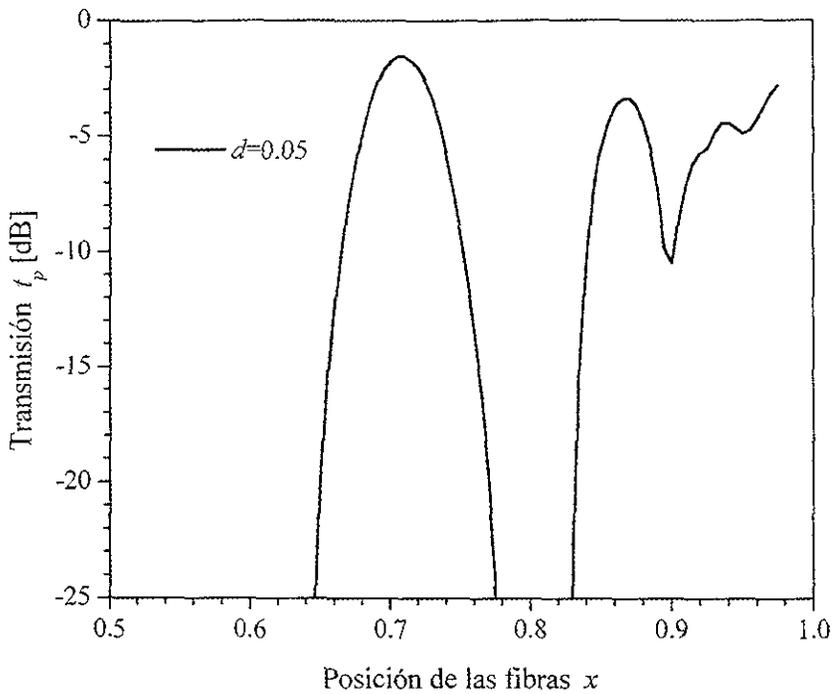
Se nota, que la transmisión del prisma y cono (figuras 3.5, 3.6) disminuye monótonamente, al aumentar  $n$ . Con la disminución del diámetro de las fibras ópticas (figuras 3.5a, 3.6a) y con el aumento de la apertura numérica (figuras 3.5b, 3.6b), el valor inicial de transmisión  $t(n)$  (cuando  $n = 1$ ) disminuye. Y además, el hecho de que el valor inicial de la transmisión depende del diámetro de las fibras ópticas, y es menor para el cono (fig. 3.6).

Para la semiesfera (fig. 3.7), tiene lugar la tendencia inversa, con la disminución del diámetro de las fibras ópticas (fig. 3.7a) y con el aumento de la apertura numérica de las fibras ópticas (figuras 3.7b), el valor inicial de la transmisión se aumenta. Además, al tener grandes valores del diámetro de las fibras ópticas  $d = 0.9$  y  $0.4$  la función  $t(n)$  es dividida por las partes horizontales en dos o más segmentos decrecientes. Eso se relaciona con lo que, al tener grandes valores del diámetro de las fibras ópticas, éste abarca simultáneamente dos o más valores óptimos de la posición de las fibras ópticas  $x$ , que corresponden a distintas cantidades de reflexiones de la superficie del elemento.

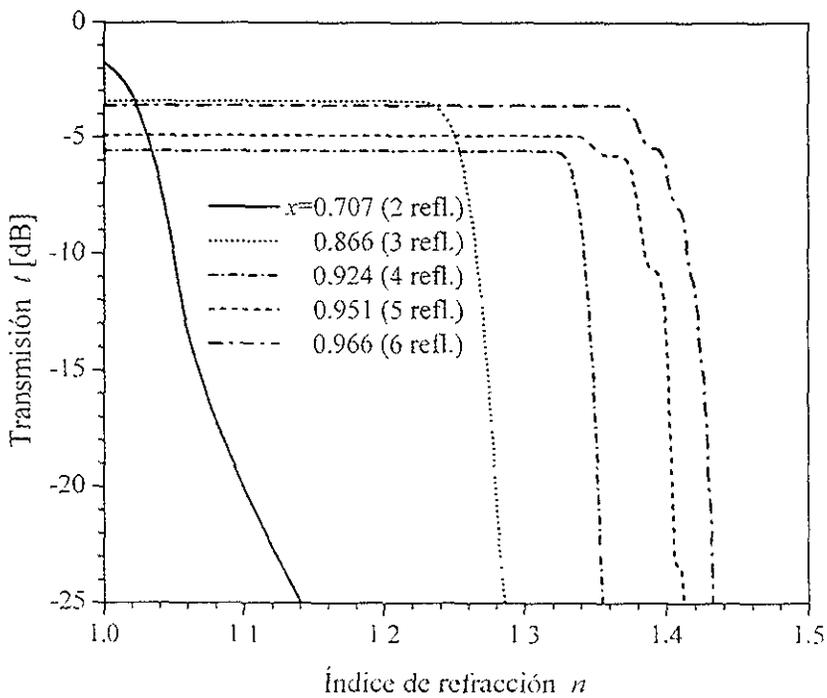
Ya se ve claramente que las características de transmisión del elemento de sensibilidad semiesférico tienen diferencias significativas en relación con las características correspondientes de los elementos de sensibilidad prismático y cónico. Por eso es interesante investigar las características de transmisión del elemento de sensibilidad semiesférico más profundamente. En primer lugar, vamos a ver la influencia de la posición de las fibras a las características del sensor. Este parámetro de construcción es uno de los más accesibles para variar en la práctica.

En las figuras 3.8 y 3.9, se representan las gráficas de la transmisión del elemento de sensibilidad semiesférico, para dos valores del diámetro de las fibras ópticas  $d = 0.05$  (fig. 3.8) y  $d = 0.02$  (fig. 3.9). En las figuras 3.8a y 3.9a se muestran las gráficas de la transmisión  $t_p(x)$  en condiciones de la reflexión completa. En las figuras 3.8b, 3.9b se dan las gráficas de la transmisión  $t(n)$  para los cinco valores óptimos de la posición de las fibras ópticas  $x = 0.707, 0.866, 0.924, 0.951$  y  $0.966$  (es decir para 2, 3, 4, 5 y 6; las reflexiones del rayo central de la superficie del elemento de sensibilidad, respectivamente).

En la fig. 3.8a, se observan los tres máximos de la función  $t_p(x)$ . Dos de ellos que corresponden a dos y tres reflexiones, son destacados con claridad y se localizan en los valores correspondientes a  $x = 0.707$  y  $0.866$ . Es obvio, que a estas posiciones de las fibras ópticas, prácticamente todos los rayos que entran en la fibra óptica receptora, sufren una cantidad de reflexiones estrictamente idénticas, 2 o 3, respectivamente. El tercer máximo no es tan marcado y está entre los valores  $x = 0.924$  y  $0.951$ , que corresponden a 4 y 5 reflexiones. Eso testifica que, al tener los valores de  $x > 0.9$ , a la fibra óptica receptora entran simultáneamente rayos que sufren distintas cantidades de reflexiones. Las gráficas de la función  $t(n)$  en la fig. 3.8b se comportan de acuerdo con lo dicho anteriormente. Las gráficas correspondientes a 2, 3 y 4 reflexiones disminuyen monótonamente sin fracturas, y las gráficas correspondientes a 5 y 6 reflexiones tienen algunas fracturas distintivas. Esas fracturas se forman por causa de la adición de los rayos, que sufren distintas cantidades de reflexiones, en el flujo luminoso que entra a la

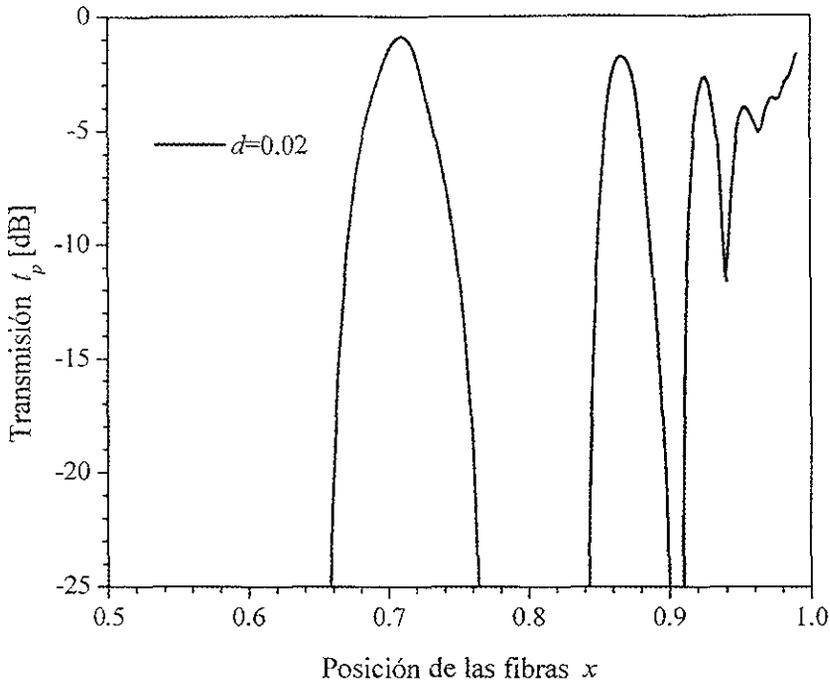


a)

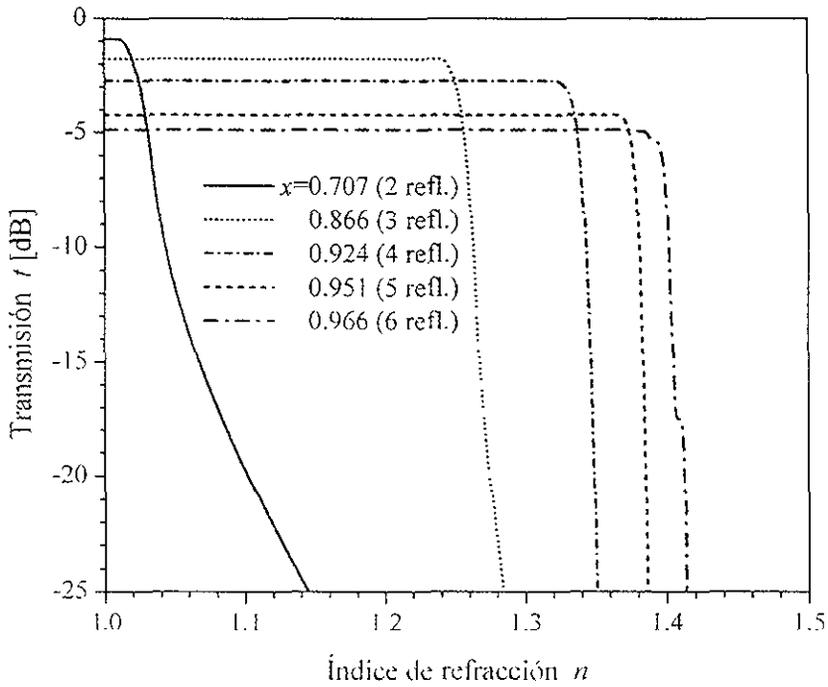


b)

Fig 3.8 Características de transmisión del elemento de sensibilidad **semiesférico**, al tener los valores fijos de la apertura numérica,  $NA = 0.2$  y del diámetro del núcleo,  $d = 0.05$  (a) transmisión en condiciones de la reflexión total  $t_p(x)$ , en el intervalo de posición de las fibras,  $x$ , de 0.5 a 1, (b) transmisión  $t(n)$  en el intervalo del índice de refracción del medio circundante,  $n$ , de 1 a 1.45, con cinco valores de la posición de las fibras ópticas,  $x = 0.707, 0.866, 0.924, 0.951, 0.966$



a)



b)

Fig. 3.9 Características de transmisión del elemento de sensibilidad **semiesférico**, al tener los valores fijos de la apertura numérica,  $NA = 0.2$  y del diámetro del núcleo,  $d = 0.02$  (a) transmisión en condiciones de la reflexión total  $t_p(x)$ , en el intervalo de posición de las fibras,  $x$ , de 0.5 a 1; (b) transmisión  $t(n)$  en el intervalo del índice de refracción del medio circundante,  $n$ , de 1 a 1.45, con cinco valores de la posición de las fibras ópticas,  $x = 0.707$ ,  $0.866$ ,  $0.924$ ,  $0.951$ ,  $0.966$

fibra óptica receptora. En relación con este efecto, incrementa la no-linealidad de las gráficas correspondientes a 5 y 6 reflexiones. También se observa la tendencia general del incremento de la pendiente de las gráficas, al amplificar la cantidad de las reflexiones, mientras la contribución básica a la señal de salida del sensor se da por los rayos que sufren una cantidad igual de reflexiones.

En la fig. 3.9a, se observan cinco máximos de la función  $t_p(x)$  que corresponden a 2, 3, 4, 5 y 6 reflexiones. Cuatro de ellos que corresponden a 2, 3, 4 y 5 reflexiones, son destacados con claridad y se localizan enfrente de los valores correspondientes a  $x = 0.707, 0.866, 0.924$  y  $0.951$ . Como se puede ver en la fig. 3.9b, el efecto de adición en la señal de salida de la contribución de los rayos con distinto número de reflexiones, se manifiesta notablemente cuando  $x > 0.95$ . Las cuatro gráficas correspondientes a 2, 3, 4 y 5 reflexiones disminuyen monótonamente sin fracturas. La pendiente de estas gráficas crece con el aumento del número de reflexiones.

Sin embargo, es posible aumentar la pendiente media de la función de transmisión del sensor sin la disminución de su linealidad, por medio de la reducción del diámetro de las fibras ópticas y del aumento de la distancia entre las fibras ópticas (la posición  $x$ ). En las figuras 3.10, 3.11, 3.12 y 3.13 se muestran algunas posibilidades de optimizar el aspecto de la función del coeficiente de transmisión y también las características particulares del sensor con un elemento de sensibilidad semiesférico, al modificar los parámetros de su construcción. Las figuras (a) son las gráficas del coeficiente de transmisión normalizado  $T_n(n)$  para varios valores de los parámetros de construcción del elemento de sensibilidad. Las figuras (b) son las gráficas del gradiente del coeficiente de transmisión normalizado  $T'_n(n)$  que en realidad es un valor corriente de la pendiente media  $S$ , ecuación (1.14), y las gráficas del valor corriente de la no-linealidad  $\delta(n)$  en el intervalo de trabajo del índice de refracción  $n$ . El valor corriente de la no-linealidad  $\delta(n)$  se define de manera parecida a la no-linealidad  $\delta$  de la ecuación (1.15):

$$\delta(n) = \frac{T_{n_j} - T'_{n_j}}{T'_{n_j}} \cdot 100\%, \quad (3.1)$$

donde  $T_{n_j}$  y  $T'_{n_j}$  son los valores de la función real  $T_n(n)$  y la función ideal (lineal)  $T'_n(n)$ , respectivamente, cuando el valor del índice de refracción del medio circundante  $n = n_j$  está dentro del intervalo de trabajo ( $n_1 \cdot n_j \cdot n_2$ ). Ya se especificó que los valores  $T_{n_1} = 0.9$  y  $T_{n_2} = 0.1$  sirven como valores extremos del intervalo de trabajo del coeficiente de transmisión normalizado. La gráfica ideal (lineal) que se usa para la evaluación de la no-linealidad de la función del coeficiente de transmisión, se define como una línea recta que pasa a través de dos puntos extremos del intervalo de trabajo (vea fig. 2.10)

En la tabla 3.1 se presentan los valores de los parámetros de construcción y de las características de los sensores con un elemento de sensibilidad semiesférico, correspondientes a las gráficas presentadas en las figuras 3.10 a 3.13. Características de los sensores: el intervalo de trabajo del índice de refracción  $\Delta n$ , la pendiente media  $S$  y la no-linealidad  $\delta$  de la función del coeficiente de transmisión normalizado  $T_n(n)$ , y la transmisión del sensor en el aire  $t_a$ , son calculadas en el programa por las fórmulas (1.13), (1.14), (1.15) y (1.11), respectivamente.

Se observa en la tabla, que con el aumento de la distancia entre las fibras (posiciones  $x$ , correspondientes a los números enteros de las reflexiones dentro del elemento de sensibilidad), los valores límites del intervalo de trabajo  $n_1$  y  $n_2$  se desplazan a valores mayores del índice de refracción, la pendiente media  $S$  de la función  $T_n(n)$  crece, la no-linealidad  $\delta$  varía poco (fig. 3.10). Al aumento del índice de refracción del material del elemento de sensibilidad  $n_c$ , la región

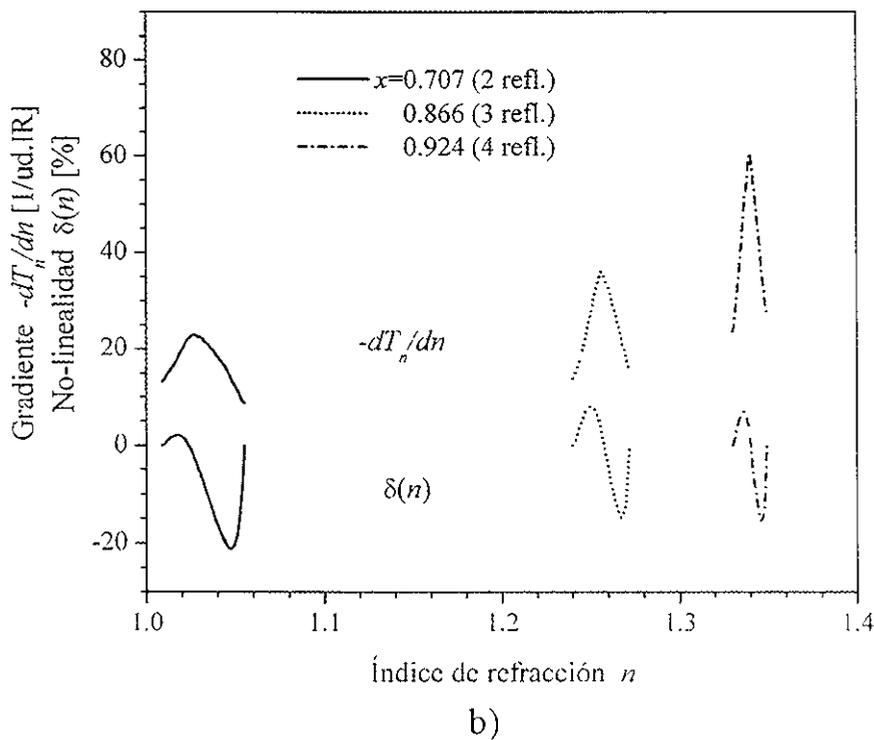
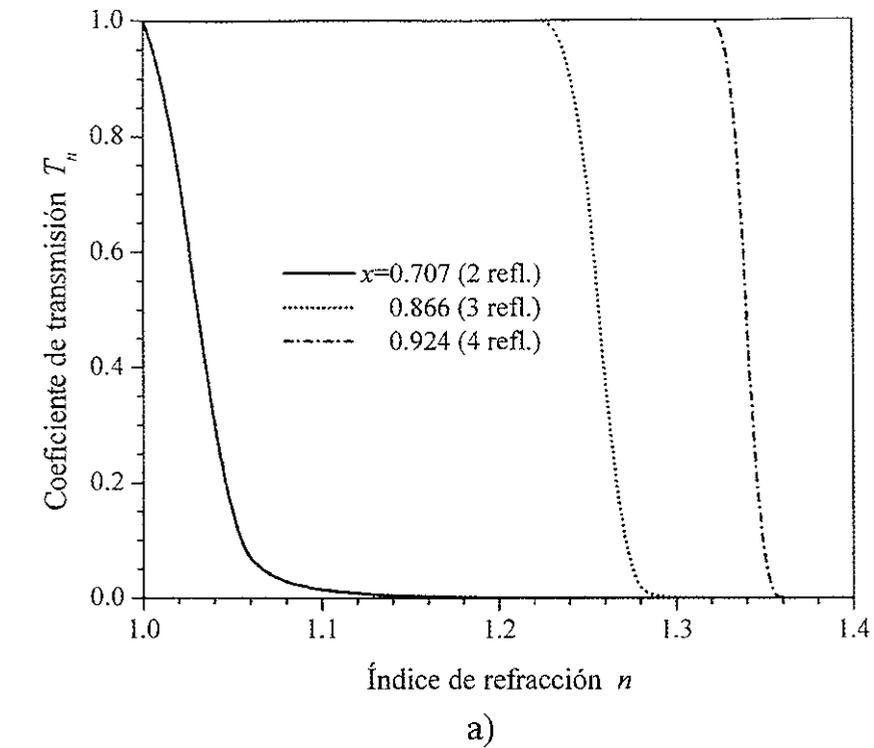


Fig 3 10. Gráficas (a) del coeficiente de transmisión normalizado  $T_n(n)$  del elemento de sensibilidad semiesférico y (b) de la no-linealidad corriente  $\delta(n)$  y gradiente  $dT_n/dn$ , en el intervalo del índice de refracción del medio circundante,  $n$ , de 1 a 1.4. Varía la posición de fibras ópticas,  $x = 0.707, 0.866, 0.924$ , con los valores fijos del diámetro del núcleo,  $d = 0.02$  de la apertura numérica,  $NA = 0.2$  y del índice de refracción del elemento de sensibilidad,  $n_s = 1.55$

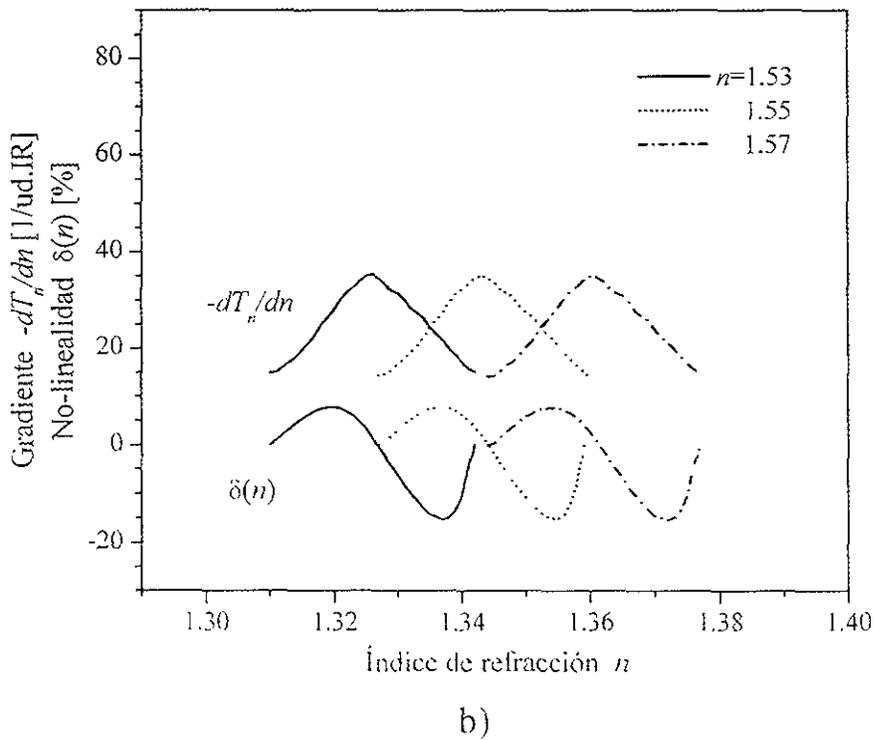
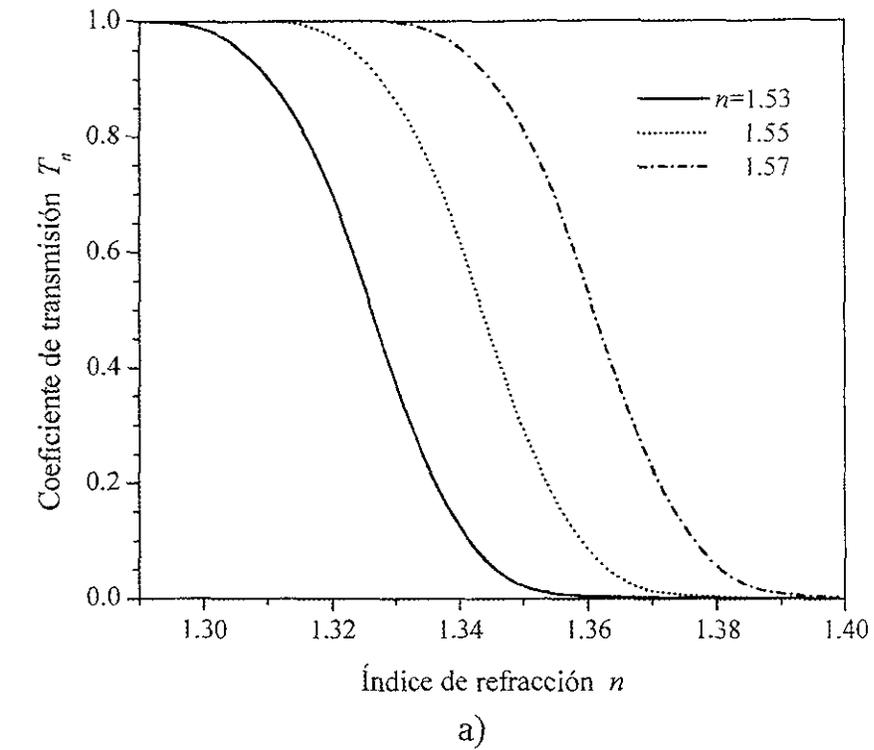
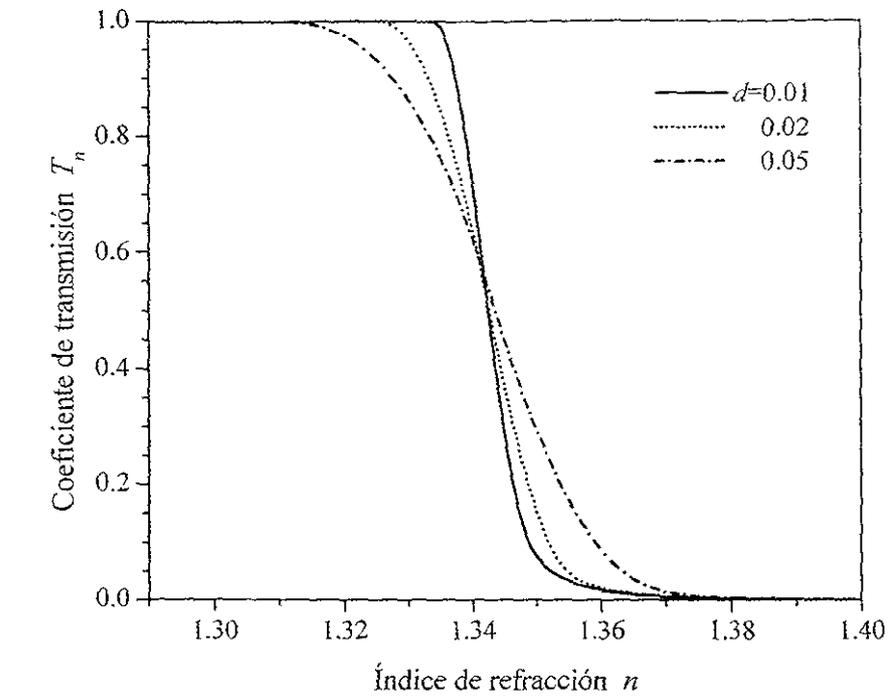
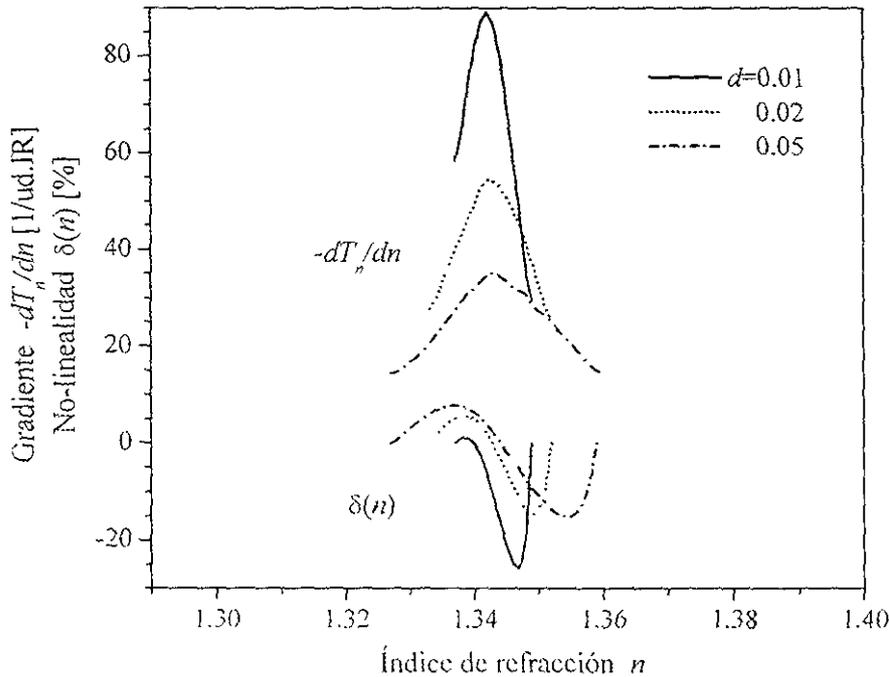


Fig 3.11 Gráficas (a) del coeficiente de transmisión normalizado  $T_n(n)$  del elemento de sensibilidad **semiesférico** y (b) de la no-linealidad corriente  $\delta(n)$  y gradiente  $dT_n/dn$ , en el intervalo del índice de refracción del medio circundante,  $n$ , de 1.29 a 1.4. Varía el índice de refracción del elemento de sensibilidad,  $n_s$ , - 1.53, 1.55, 1.57, con los valores fijos de la posición de fibras ópticas,  $x = 0.866$ , del diámetro del núcleo,  $d = 0.02$  y de la apertura numérica,  $NA = 0.2$ .

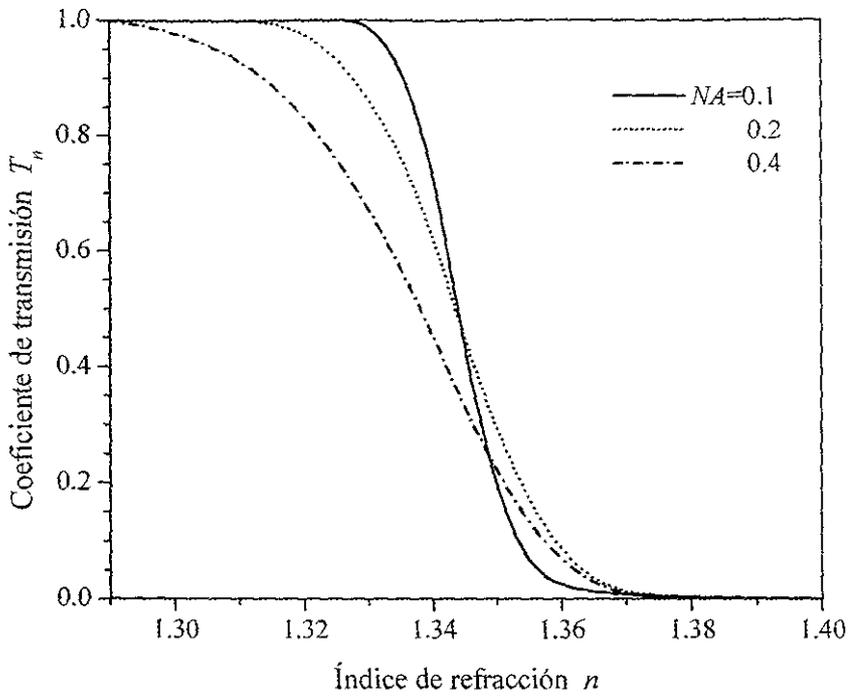


a)

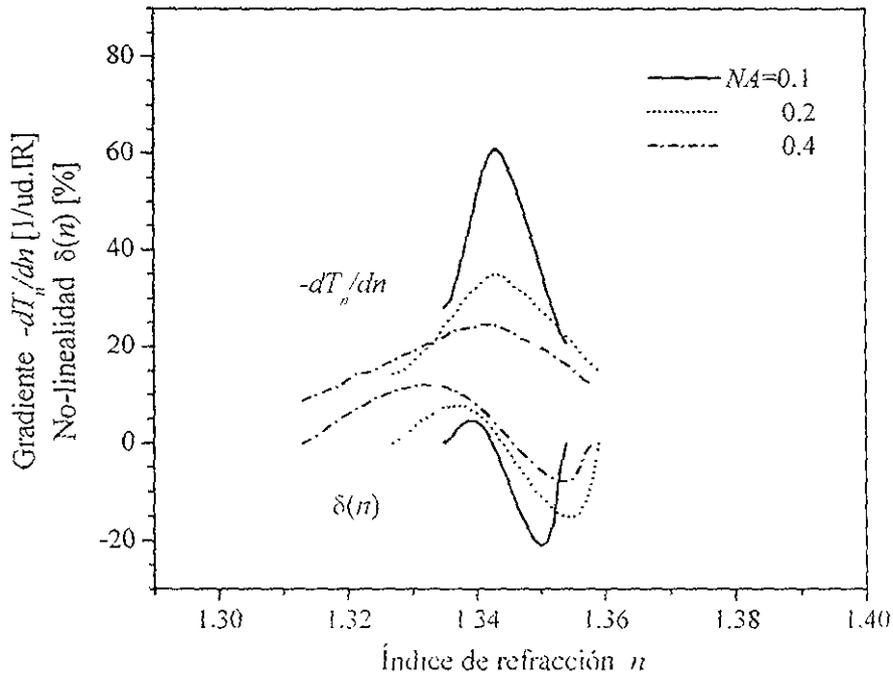


b)

Fig 3 12 Gráficas (a) del coeficiente de transmisión normalizado  $T_n(n)$  del elemento de sensibilidad **semiesférico** y (b) de la no-linealidad corriente  $\delta(n)$  y gradiente  $dT_n/dn$ , en el intervalo del índice de refracción del medio circundante,  $n$ , de 1.29 a 1.4. Varía el diámetro del núcleo,  $d = 0.01, 0.02, 0.05$ , con los valores fijos de la posición de fibras ópticas,  $x = 0.866$ , de la apertura numérica,  $NA = 0.2$  y del índice de refracción del elemento de sensibilidad,  $n_s = 1.55$



a)



b)

Fig. 3.13 Gráficas (a) del coeficiente de transmisión normalizado  $T_n(n)$  del elemento de sensibilidad semiesférico y (b) de la no-linealidad corriente  $\delta(n)$  y gradiente  $dT_n/dn$ , en el intervalo del índice de refracción del medio circundante,  $n$ , de 1.29 a 1.4. Varía la apertura numérica,  $NA = 0.1, 0.2, 0.4$ , con los valores fijos de la posición de fibras ópticas,  $x = 0.866$ , del diámetro del núcleo,  $d = 0.02$  y del índice de refracción del elemento de sensibilidad,  $n_s = 1.55$ .

activa (inclinada) de la gráfica de la función del coeficiente de transmisión normalizado (fig. 3.11a) se mueve proporcionalmente a valores mayores del índice de refracción del medio circundante y no cambia su pendiente ni linealidad. La pendiente media  $S$  de la función y las pérdidas propias del sensor incrementan con la disminución del diámetro relativo  $d$  (fig. 3.12) o apertura numérica  $NA$  (fig. 3.13), pero la no-linealidad  $\delta$  tiene un mínimo con el valor medio de la apertura numérica

Figura	Parámetro				Característica					
	$x$	$n_e$	$d$	$NA$	$n_1$	$n_2$	$\Delta n$	$S$	$\delta, \%$	$t_a, \text{dB}$
3.10	.707	1.45	.05	.2	1.010	1.055	.045	-17.7	21.2	-1.74
	.866	1.45	.05	.2	1.241	1.272	.031	-26.0	14.8	-3.40
	.924	1.45	.05	.2	1.331	1.349	.018	-43.8	15.5	-5.56
3.11	.866	<b>1.53</b>	.05	.2	1.310	1.342	.031	-25.4	15.3	-3.57
	.866	<b>1.55</b>	.05	.2	1.327	1.359	.032	-25.3	15.2	-3.61
	.866	<b>1.57</b>	.05	.2	1.345	1.377	.032	-25.2	15.4	-3.66
3.12	.866	1.55	<b>.01</b>	.2	1.337	1.349	.012	-70.0	25.9	-1.63
	.866	1.55	<b>.02</b>	.2	1.333	1.352	.019	-42.6	14.8	-1.77
	.866	1.55	<b>.05</b>	.2	1.327	1.359	.032	-25.3	15.2	-3.61
3.13	.866	1.55	.05	<b>.1</b>	1.335	1.353	.018	-44.6	21.0	-6.34
	.866	1.55	.05	<b>.2</b>	1.327	1.359	.032	-25.3	15.2	-3.61
	.866	1.55	.05	<b>.4</b>	1.313	1.357	.044	-18.3	12.1	-2.37

Tabla 3.1. Valores de los parámetros de construcción y de las características de los sensores con un elemento de sensibilidad semiesférico, correspondientes a las gráficas presentadas en las figuras 3.10 a 3.13. Parámetros: la posición relativa de fibras ópticas  $x$ , el índice de refracción del elemento de sensibilidad  $n_e$ , el diámetro relativo del núcleo  $d$ , la apertura numérica  $NA$ . Características: el intervalo de trabajo del índice de refracción  $\Delta n = n_2 - n_1$ , la pendiente media  $S$  y la no-linealidad  $\delta$  de la función del coeficiente de transmisión normalizado  $T_n(n)$ , la transmisión del sensor en el aire  $t_a$ .

Evidentemente, la disminución de la pendiente de la función, al aumentar el diámetro o apertura numérica de las fibras ópticas, está relacionada con el aumento de la dispersión de los valores de los ángulos de incidencia de la luz sobre la superficie del elemento. El aumento de la linealidad de la función es posible por la redistribución de la contribución relativa en la señal de salida del sensor de los rayos que sufren una reflexión bajo diferentes ángulos.

### 3.3. CONCLUSIONES

Los elementos de sensibilidad elaborados en forma de un prisma o cono, bajo ciertas condiciones, tienen algunas ventajas, en comparación con el elemento de sensibilidad de la forma semiesférica. Así, al tener el valor máximo del diámetro relativo de las fibras ópticas ( $d = 1$ ), estos elementos tienen pérdidas propias de luz menores. Además, la menor sensibilidad de las características de los sensores con tales elementos, al modificar los valores de los parámetros básicos, también es una ventaja. Esto, por un lado, limita el intervalo de las variaciones de las características del sensor en su proyección, pero, por otro lado, permite reducir los requisitos para la precisión de la reproducción de sus parámetros básicos.

De este modo, es preferible usar los elementos elaborados en forma de un prisma o cono para los sensores discretos, sobre todo, cuando es necesario asegurar que elemento de sensibilidad y todo el sensor sean de dimensiones reducidas. Así, las desventajas básicas son las limitadas posibilidades de variación de las características del sensor, por medio de la modificación de los parámetros de su construcción.

El elemento de sensibilidad con una forma semiesférica tiene una serie de ventajas importantes ante los elementos con forma de prisma o cono, que se nota sobre todo al tener valores pequeños del diámetro relativo de las fibras ópticas ( $d < 0.2$ ).

En primer lugar, la superficie cóncava esférica puede concentrar un haz divergente de luz de la fibra óptica transmisora, eso causa una disminución marcada de las pérdidas propias, cuando las relaciones entre los parámetros básicos del sensor son óptimas

En segundo lugar, los ángulos de incidencia de los rayos divergentes, sobre la superficie cóncava esférica, tienen una dispersión menor que en el caso de la incidencia sobre una superficie plana o en forma de cono. Esto incrementa la pendiente de la función del coeficiente de transmisión  $T_n(n)$ , es decir, aumenta la sensibilidad del sensor al índice de refracción  $n$ .

En tercer lugar, la construcción del elemento con forma esférica, permite cambiar (discretamente) el ángulo de incidencia de un haz de rayos sobre la superficie del elemento y, simultáneamente, la cantidad de reflexiones, sólo por medio de la variación de la posición relativa de las fibras ópticas, cuando la forma del elemento es constante y la disposición de las fibras ópticas es paralela. Esta particularidad (tomando en cuenta las posibilidades de una variación ligera de la disposición de la característica, por medio de la variación del índice de refracción del elemento  $n_e$ ) permite diseñar los sensores con la región activa de la función del coeficiente de transmisión localizada en cualquier lugar de un amplio intervalo del índice de refracción del medio circundante ( $n = 1 \dots 1.6$ ), para los elementos de sensibilidad fabricados de vidrios ópticos estándares ( $n_e = 1.45 \dots 1.84$ ). Esto testifica una posibilidad importante para aplicar los sensores estudiados de fibra óptica, para la medición del índice de refracción prácticamente de todos los líquidos y gases licuados.

Las ventajas mencionadas del elemento con la forma semiesférica permiten mejorar algunas características de los sensores discretos, y descubren las posibilidades complementarias, al construir los sensores analógicos asignados para la medición del índice de refracción de los medios líquidos.

## Capítulo 4. RESULTADOS DE LAS INVESTIGACIONES EXPERIMENTALES

### 4.1. EQUIPO Y METODOLOGÍA DEL EXPERIMENTO FÍSICO

#### 4.1.1. Composición de la instalación experimental y metodología de la investigación.

Para una investigación experimental de los sensores elaborados según los cálculos, se diseñó una instalación de laboratorio, que permite medir las características de transmisión de los sensores refractométricos de intensidad en fibra óptica. El diagrama resumido de la instalación experimental se muestra en la fig. 4.1. Está compuesta por un generador de impulsos eléctricos (1), una fuente óptica (2), un mezclador de modos (3), dos supresores de modos en la cubierta (4); un fotorreceptor (5), un osciloscopio numérico de dos canales (6), una fibra óptica de muestra (7), un sensor de fibra óptica (8), y un juego de los líquidos de muestra con los índices de refracción calibrados (9).

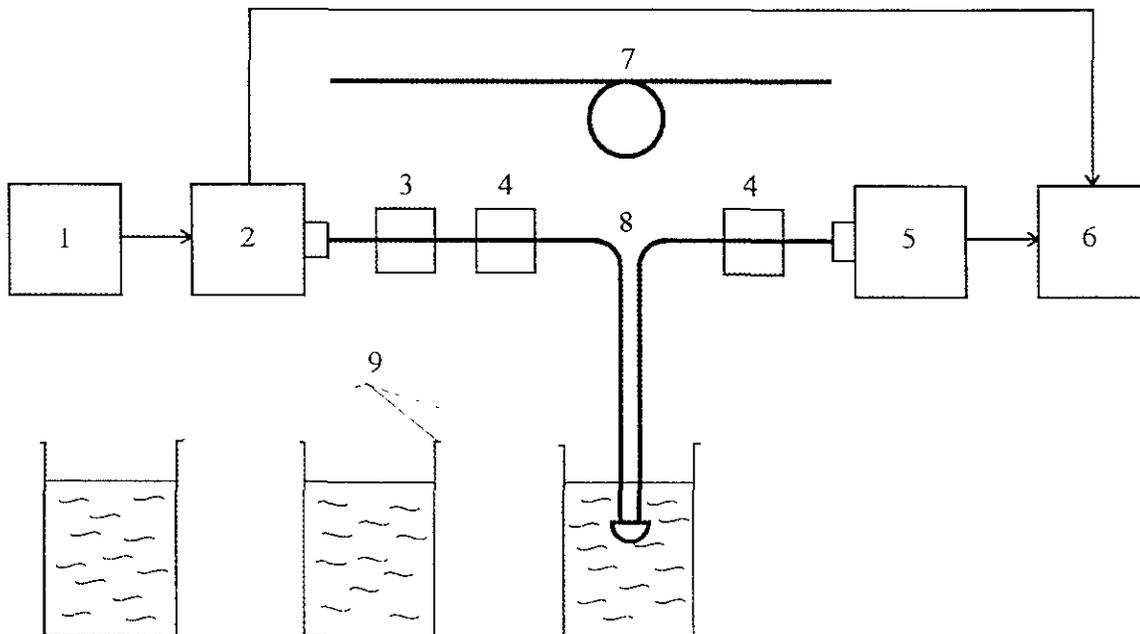


Fig. 4.1. Instalación experimental para investigación de las características de transmisión de los sensores refractométricos de fibra óptica. (1) generador de impulsos, (2) fuente óptica, (3) mezclador de modos, (4) supresor de modos en la cubierta, (5) fotorreceptor, (6) osciloscopio de dos canales, (7) fibra óptica de muestra, (8) sensor de fibra óptica, (9) juego de los líquidos de muestra

Un canal del osciloscopio se usa para controlar la amplitud de los impulsos de la corriente de la fuente óptica, y otro, para medir la amplitud de la señal en la salida del fotorreceptor. El generador de impulsos eléctricos, el osciloscopio y la fuente de alimentación, son aparatos estándares del laboratorio. La fuente óptica y el fotorreceptor son diseñados especialmente para un caso dado. En el proceso de su elaboración, se tomó en cuenta la siguiente

circunstancia. Para una mejor reproducción de las condiciones de investigación experimental de los sensores en la práctica, las similares fuentes ópticas y fotorreceptores, se usan también en los medidores discretos multipunto del nivel de líquido, elaborados a base de los sensores de fibra óptica. Los medidores discretos del nivel de líquido son dispositivos multicanales (contienen varias decenas de canales), entonces la fuente óptica y el fotorreceptor deben tener el esquema eléctrico y la construcción bastante simples y ser constituidos por elementos baratos.

La instalación experimental dada permite evaluar las pérdidas ópticas propias de los sensores de fibra óptica y también, medir el coeficiente de transmisión de los sensores para una serie de valores del índice de refracción del medio circundante.

El coeficiente de transmisión del sensor en el aire se mide para la evaluación de las pérdidas ópticas propias. Esta medición se llevó a cabo según el método de las pérdidas de inserción. Con este método se comparan los resultados de las mediciones de amplitud de las señales a la salida del sensor de fibra óptica y a la salida de la fibra óptica de muestra, que se conecta a la vía óptica de medición, en lugar del sensor, con ayuda de dos conectores ópticos. La fibra óptica de muestra tiene las mismas características y longitud, que la fibra óptica transmisora del sensor.

Los gases licuados: el helio ( $n = 1.026$ ), hidrógeno ( $n = 1.112$ ) y nitrógeno ( $n = 1.205$ ), se usaron en calidad de líquidos de muestra (bajo de sus propias temperaturas de ebullición), para la investigación de las características de transmisión de los sensores en un intervalo de valores pequeños del índice de refracción del medio circundante. Para la investigación de los sensores en un intervalo del índice de refracción de  $n = 1.33$  a  $1.47$  se usó un juego de las soluciones acuosas de glicerina de varias concentraciones con los índices de refracción calibrados.

#### 4.1.2. Fuente óptica.

En el modelo ofrecido del sensor refractométrico de intensidad en fibra óptica, se muestra una luz no polarizada, entonces el diodo luminiscente (*LED*) se selecciona como una fuente óptica adecuada. Los *LED* más conocidos, potentes y baratos emiten la luz con una longitud de onda alrededor de 0.86 micras.

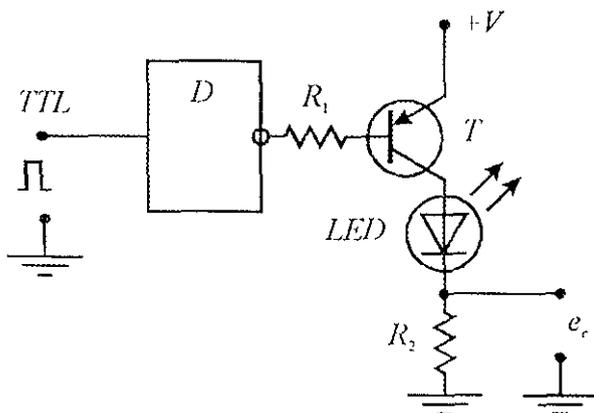


Fig. 4.2 Diagrama eléctrico de la fuente óptica de pulso

La modulación de amplitud de una señal óptica se aplica para la eliminación de la deriva de una señal firme en los circuitos del transmisor óptico y fotorreceptor. Para realizar fácilmente una desmodulación de la señal en la parte receptora, la frecuencia de modulación tiene que superar a diez veces la frecuencia superior de la banda del sensor. Para la mayoría de las aplicaciones de los sensores refractométricos de intensidad en fibra óptica, basta con una frecuencia de modulación de 10 kHz. En este caso para el provecho energético, conviene más aplicar la modulación de pulso del diodo luminiscente *LED*. En la fig. 5.1, se muestra el diagrama principal de la fuente óptica de

impulso con el modulador elaborado en base del inversor *TTL*, *D* y de la etapa de salida en el transistor conmutador *T*.

La potencia de emisión de los *LED* estándar, usados en la técnica de transmisión óptica, acoplada en la fibra óptica multimodo con la apertura  $NA = 0.2$ , diámetro del núcleo  $d_1 = 50$  micras, es aproximadamente  $P_d = 0.1$  mW, a una corriente  $I_d = 50$  mA que pasa a través del *LED*. El valor de la resistencia  $R_1$  situada en el circuito de la base del transistor *T*, es seleccionado por la condición de saturación del transistor en un estado abierto:

$$R_1 \leq \frac{(V - V_{be} - V_0) \beta_{\min}}{I_d}, \quad (4.1)$$

donde  $V$  es el voltaje de la fuente de alimentación,  $V_{be}$  es la caída directa de tensión en la transición base-emisor del transistor *T*,  $V_0$  es la tensión residual en la salida del inversor *D* en estado "0" y  $\beta_{\min}$  es el coeficiente de amplificación mínimo de la corriente del transistor *T*. Cuando  $V = 5$  V,  $V_{be} = 0.7$  V,  $V_0 = 0.3$  V y  $\beta_{\min} = 50$ , el valor mínimo de la resistencia  $R_1 = 4$  k $\Omega$ .

El valor de la resistencia  $R_2$  situada en el circuito del colector *T* y que define la magnitud de la corriente del *LED* en un impulso, se calcula según la siguiente fórmula:

$$R_2 = \frac{V - V_d - V_{ce}}{I_d}, \quad (4.2)$$

donde  $V$  es el voltaje de la fuente de alimentación,  $V_d$  es la caída directa de tensión en el *LED* y  $V_{ce}$  es el voltaje de saturación del transistor abierto *T*. Cuando  $V = 5$  V,  $V_d = 1.4$  V y  $V_{ce} = 0.2$  V, el valor de la resistencia  $R_2 = 68$   $\Omega$ .

### 4.1.3. Fotorreceptor.

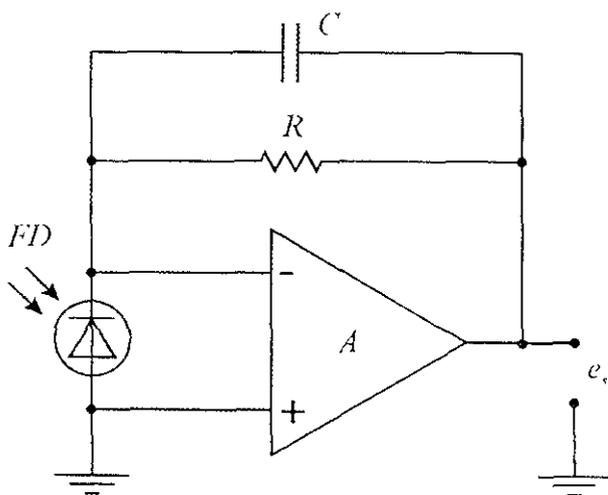


Fig. 4.3 Diagrama eléctrico del fotorreceptor

El fotorreceptor consiste en un fotodiodo y un amplificador. El fotodiodo de silicio se usa procediendo de la longitud de trabajo de la onda de luz, mencionada anteriormente. El fotodiodo está en el régimen fotovoltaico, es decir, sin la fuente de tensión inversa. Para aumento de la linealidad de una característica del fotodiodo, se aplica un amplificador de impedancia de transferencia. En la fig. 4.3 se muestra el diagrama principal del fotorreceptor con un amplificador de impedancia de transmisión, construido a base de un amplificador operacional.

Para el aumento del coeficiente de amplificación del amplificador y la disminución del ruido térmico, el valor de

la resistencia  $R$  debe ser bastante grande. Por otro lado, esta resistencia debe ser mucho menor que la resistencia de entrada del amplificador operacional  $A$ . El valor de la resistencia  $R = 10 \text{ M}\Omega$  es escogida procediendo de estas dos condiciones.

La capacidad del condensador  $C$  se define por la condición de obtención de la frecuencia necesaria de corte del amplificador

$$f_c = \frac{1}{2\pi RC} \quad (4.3)$$

Por un lado, esta frecuencia de corte debe ser mayor unas veces que la frecuencia de modulación de la señal, para una buena reproducción de amplitud de la señal modulada por impulso. Por otro lado, esta frecuencia de corte debe ser menor que la frecuencia propia de corte del amplificador  $f_{c0}$ , para la desexcitación del amplificador:

$$f_{c0} = \sqrt{\frac{GB}{2\pi R(C_e + C_{fd})}} \quad (4.4)$$

donde  $GB$  es el producto de la ganancia y el ancho de banda del amplificador operacional,  $C_e$  es la capacidad de entrada del amplificador y  $C_{fd}$  es la capacidad del fotodiodo. Cuando  $GB = 10^7 \text{ Hz}$ ,  $C_e = 3 \text{ pF}$ ,  $C_{fd} = 5 \text{ pF}$  y  $R = 10 \text{ M}\Omega$ , la frecuencia propia de corte del amplificador es  $f_{c0} = 140 \text{ kHz}$ .

De este modo, fue escogido un valor de la frecuencia de corte del amplificador, que está entre los valores de  $10 \text{ kHz}$  y  $140 \text{ kHz}$ , más preciso,  $f_c = 30 \text{ kHz}$ . Además, el valor necesario de la capacidad del condensador  $C = 0,5 \text{ pF}$  es encontrado según la fórmula (4.3).

#### 4.1.4. Sensibilidad y rango dinámico de un medidor del índice de refracción.

Es posible determinar la sensibilidad del medidor a la variación del índice de refracción del medio circundante o mejor la variación del índice de refracción mínima detectada  $\Delta n_{min}$ , de la condición de igualdad de la relación señal-ruido a la unidad:

$$S/N = \frac{(\Delta I_{min})^2}{\langle i^2 \rangle} = 1 \quad (4.5)$$

donde  $\Delta I_{min}$  es la variación mínima detectada de la corriente del fotodetector causada por la variación del índice de refracción del medio circundante e  $\langle i^2 \rangle$  es el ruido total (el valor eficaz de la corriente de ruido, que es proporcional a la potencia de ruido).

La variación mínima detectada de la corriente del fotodetector es

$$\Delta I_{min} = S_{fd} \Delta P_{min} = S_{fd} S \Delta n_{min} \quad (4.6)$$

donde  $\Delta P_{min}$  es la potencia mínima detectada de la señal óptica y  $S$  es la pendiente de la función del coeficiente de transmisión del sensor

Generalmente el ruido total es

$$\langle i^2 \rangle = \langle i_s^2 \rangle + \langle i_o^2 \rangle + \langle i_R^2 \rangle + \langle i_A^2 \rangle, \quad (4.7)$$

donde  $\langle i_s^2 \rangle$  es el ruido cuántico de la fotocorriente de la señal,  $\langle i_o^2 \rangle$  es el ruido de la corriente de oscuridad del fotodiodo,  $\langle i_R^2 \rangle$  es el ruido termal del resistor e  $\langle i_A^2 \rangle$  es el ruido del amplificador.

Los sensores representados aquí, tienen pérdidas ópticas propias bastante pequeñas, debido a que la señal de entrada al fotodetector tiene una potencia bastante grande. Por consiguiente, en este caso, es posible no tomar en cuenta los valores de todos los ruidos del fotorreceptor, en comparación con el ruido cuántico de la fotocorriente de la señal. Entonces el ruido total será

$$\langle i^2 \rangle \cong \langle i_s^2 \rangle = 2eS_{fd}P_0B_{ef}, \quad (4.8)$$

donde  $e$  es la carga de un electrón ( $e = 1.6 \times 10^{-19} \text{C}$ ),  $S_{fd}$  es la sensibilidad del fotodiodo,  $P_0$  es la potencia media de la señal óptica en la entrada del fotodiodo y  $B_{ef}$  es la banda eficaz de frecuencias del ruido.

Sustituyendo las expresiones (4.7) y (4.8) en la fórmula (4.5) y resolviéndola con respecto a  $\Delta n_{min}$ , obtenemos lo siguiente:

$$\Delta n_{min} = \frac{1}{|S_r|} \sqrt{\frac{2eP_0B_{ef}}{S_{fd}}}. \quad (4.9)$$

La pendiente media del coeficiente de transmisión del sensor semiesférico, al tener la apertura numérica de fibra óptica  $NA = 0.2$ , el diámetro relativo de las fibras ópticas  $d = 0.05$ , con dos reflexiones de la luz en el elemento de sensibilidad (vea la tabla 3 1, fig 3 10a, grafica  $x = 0.707$ ), es  $S = -17.7 \text{ (ud. IR)}^{-1}$  (ud. IR es la unidad del índice de refracción). Con la potencia de la señal óptica  $P_d = 0.1 \text{ mW}$ , la pendiente media real es  $S_r = P_d S = -1.8 \text{ mW/ud IR}$ . La sensibilidad del fotodiodo de silicio normalmente es  $S_{fd} = 0.5 \text{ mA/mW}$ . La potencia media de la señal óptica es  $P_0 = 0.5 P_d = 0.05 \text{ mW}$ , cuando la relación cíclica de los impulsos de la señal modulada es 0.5. La banda eficaz de frecuencias del ruido es  $B_{ef} = f_c \pi / 2 = 50 \text{ kHz}$ , si la característica frecuencial del amplificador es equivalente a la característica del filtro paso bajas de primer orden

Al tener los valores mencionados de las magnitudes incluidas en la fórmula (4.9), la variación mínima detectada del índice de refracción es  $\Delta n_{min} = 10^{-6} \text{ ud IR}$ .

El rango dinámico  $D$  del medidor del índice de refracción se define como

$$D = 20 \lg \left( \frac{\Delta n}{\Delta n_{min}} \right). \quad (4.10)$$

Al tener el valor de la variación mínima detectada del índice de refracción  $\Delta n_{min}$ , encontrado anteriormente, y el valor del intervalo de trabajo, que corresponde al sensor refractométrico de

intensidad en fibra óptica,  $\Delta n = 0,045$  ud.IR (de la tabla 3.1), el rango dinámico del medidor del índice de refracción es  $D = 93$  dB.

Por un lado, es posible aumentar los valores mencionados de la sensibilidad y el rango dinámico del medidor de índice de refracción, por ejemplo, al gasto de aplicación de una detección sincrónica de la señal. Por otro lado, la exactitud de la medida puede restringirse al ruido modal de las fibras ópticas y a la variación de amplitud de la señal causada por la contaminación y microlesiones del elemento de sensibilidad del sensor. A la eliminación de estas restricciones de exactitud de la medida es necesario aplicar los métodos especiales de disminución del ruido modal y también introducir en el medidor un canal óptico de referencia.

## 4.2. RESULTADOS DE LA INVESTIGACIÓN DE LOS SENSORES ELABORADOS

### 4.2.1. Tecnología de elaboración de los sensores.

Existen dos grupos de tecnologías de elaboración de los sensores refractométricos de intensidad en fibra óptica muy distintos entre sí [59].

El primer grupo incluye las tecnologías, en las cuales, el elemento de sensibilidad se forma directamente del material de la fibra óptica. Por ejemplo, la tecnología de elaboración de un sensor con el elemento prismático de sensibilidad [5], que consiste en la soldadura previa de dos fibras ópticas, con la rectificación posterior de las caras de sus extremos, con un ángulo de  $45^\circ$  con respecto al eje de la fibra óptica. El mismo grupo incluye dos tecnologías propuestas por el autor: la de elaboración del elemento de sensibilidad, por medio de la flexión de la fibra óptica plástica calentada previamente, con la rectificación posterior de la zona curvada [60, 61]; y la de elaboración del elemento de sensibilidad por medio de la fundición de las fibras ópticas de cuarzo, con ayuda de soldadura láser [62 a 72]

El segundo grupo incluye las tecnologías, en las cuales, el elemento de sensibilidad del sensor en fibra óptica representa un elemento óptico completo (prisma, cono, elipsoide, etc.) al que se conectan las fibras ópticas [27, 73]

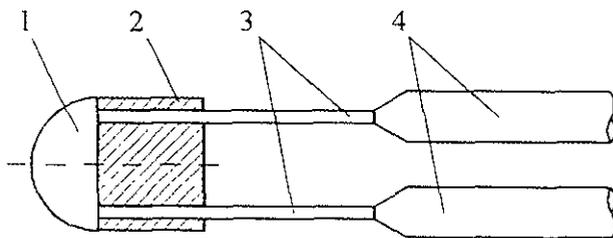


Fig. 4.4. Construcción del sensor de fibra óptica con elemento hemisférico de sensibilidad: 1 es el elemento hemisférico de sensibilidad, 2 es el casquillo cilíndrico, 3 son las fibras ópticas, 4 es la cubierta protectora de las fibras ópticas

La ventaja del primer grupo de tecnologías es la entereza del elemento de sensibilidad con las fibras ópticas, eso aumenta la resistencia mecánica del sensor en un intervalo amplio de temperatura. La ventaja del segundo grupo es la posibilidad de una reproducción más precisa de la forma dada de la superficie del elemento de sensibilidad, y la posibilidad de la variación del índice de refracción de este elemento en un intervalo amplio.

En este caso, se aplicó la tecnología del segundo grupo. El elemento de sensibilidad del sensor de fibra óptica

(fig 4 4) está formado por un microlente semiesférico (1) que se pega a la superficie de la cara del extremo del casquillo cilíndrico (2). El casquillo tiene dos orificios en los que se pegan las

fibras ópticas (3), y que se localizan a una distancia dada. Después de esto el sensor se inserta adentro de un casco protector cilíndrico (10 en la fig. 4.7).

#### 4.2.2. Características de los sensores elaborados.

Según la tecnología descrita en la sección anterior, se elaboraron sensores refractométricos en fibra óptica de dos tipos con elemento de sensibilidad semiesférico: 1) los sensores para el medidor multipunto del nivel de líquido, 2) los sensores para el medidor del índice de refracción de las soluciones acuosas (tabla 4.1).

Número de la variedad de los sensores	1	2
Índice de refracción de la semiesfera	1.45	1.52
Radio de la semiesfera, micras	1000	1000
Posición de las fibras con respecto al eje de la semiesfera, micras	707	866
Diámetro del núcleo de las fibras ópticas, micras	100	100
Apertura numérica de las fibras ópticas	0.22	0.22

Tabla 4.1. Parámetros de construcción para dos tipos de los sensores optimizados.

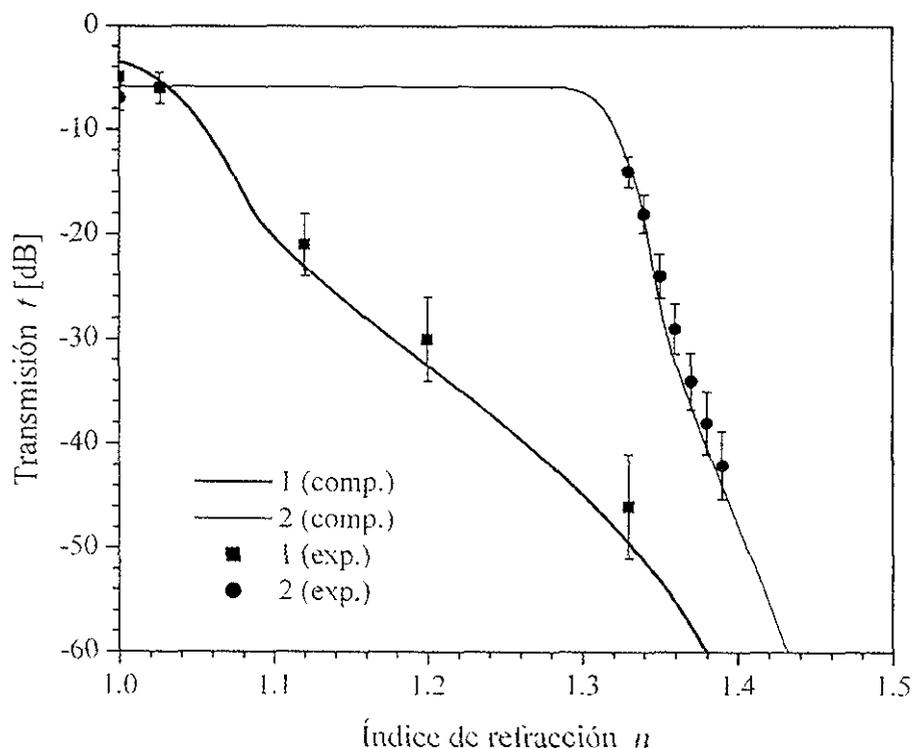


Fig 4.5 Resultados de la simulación de cómputo (líneas) y de la investigación experimental (puntos) de las características de transmisión de los sensores de fibra óptica de los dos tipos: (1) es un sensor, optimizado para el trabajo en calidad de sensor discreto en el medidor multipunto del nivel de líquido, (2) es un sensor, optimizado para el trabajo en calidad de medidor del índice de refracción de las soluciones de acuosas

Los sensores del primer tipo se optimizaron según la posición de la zona inclinada de la gráfica de la transmisión en la región del valor límite del índice de refracción, entre los gases y líquidos ( $n \approx 1$ ). Los sensores del segundo tipo se optimizaron según la posición de la zona inclinada de la función de transmisión, con una pendiente mayor, dentro de los límites del intervalo del trabajo del índice de refracción de las soluciones acuosas ( $n = 1,33$  a  $1,4$ ). Los parámetros de construcción, obtenidos como resultado del proceso de optimización, se dan en la tabla 4.1 para ambos tipos de sensores.

En la fig. 4.5. se muestran los resultados del cálculo y la investigación experimental de las características de la función de transmisión de los sensores de ambos tipos. Las líneas son las gráficas del cálculo de la función de transmisión de los sensores de primer (línea gruesa 1) y de segundo (línea delgada 2) tipo, mencionados anteriormente. Los puntos y las líneas verticales son, respectivamente, el valor promedio y el intervalo de la variación de los valores de transmisión medidos experimentalmente en los sensores elaborados. La comparación de las gráficas calculadas mencionadas con los datos experimentales demuestra, que las características de los sensores elaborados de ambos tipos corresponden a su diseño teórico.

Para los sensores del primer tipo, se alcanzó un salto bastante grande de amplitud de la señal de salida en la transición del gas al líquido (más de 10 dB), para los índices de refracción del líquido  $n \geq 1,1$ . Esto permite aplicar ciertos sensores para un registro seguro del nivel en los medidores multipunto del nivel de líquido, incluyendo prácticamente todos los gases licuados (salvo helio).

Para los sensores de segundo tipo, se obtuvo la posición de la zona inclinada de la gráfica de la transmisión, con la pendiente mayor en el intervalo necesario de trabajo del índice de refracción del líquido  $n = 1,3$  a  $1,4$ .

Alguna desviación de los resultados experimentales en el cálculo, se puede explicar por la presencia de los efectos parásitos, inherentes a los sensores reales y no tomados en cuenta en el modelo matemático del sensor (dispersión y reflexión de la luz por la heterogeneidad del material y no-idealidad de la superficie del elemento de sensibilidad, etc.), además por los límites de la instalación de medición (nivel de ruido, rango dinámico, etc.).

Los resultados obtenidos testifican lo siguiente:

- 1) El sensor diseñado en fibra óptica con el elemento de sensibilidad semiesférico tiene posibilidades para modificar su función de transmisión dentro de límites amplios, y para optimizarla, dependiendo de la asignación del sensor
- 2) Las características experimentales del sensor concuerdan con las calculadas, según el grado suficiente para el uso del método computarizado de la simulación del sensor, con el propósito de buscar los datos óptimos de los parámetros de construcción bajo los requisitos dados de sus características

#### 4.3. INVESTIGACIÓN EXPERIMENTAL DEL MEDIDOR DISCRETO MULTIPUNTO DE NIVEL DE LÍQUIDO

Existen dos tipos distintos de medidores basado en sensores refractométricos de intensidad en fibra óptica, para la medición del nivel de líquidos 1) el medidor con un sensor analógico prolongado de fibra óptica, que registra continuamente el nivel de líquido, 2) el medidor con una serie de sensores discretos de fibra óptica, que registra por intervalos

escalonados el nivel de líquido. La ventaja básica del medidor multipunto radica en que, la variación de la señal de salida inherente a los sensores de intensidad en fibra óptica, no influye a la exactitud de la medida de nivel en este medidor. Por consiguiente, si se requiere de un intervalo grande de medición con una resolución alta, el más conveniente es el medidor multipunto tipo discreto. Es posible asegurar cualquier intervalo de medición con la resolución dada, usando una cantidad bastante grande de sensores tipo punto. Sin embargo, al amplificar la cantidad total de sensores tipo punto, este medidor se hace más complicado y costoso. Además tales características, como la velocidad, seguridad, tiempo de servicio, etc., pueden empeorar. En esta sección, se presentan los principios de construcción de los medidores discretos multipunto del nivel de líquido con fibra óptica y los métodos para solucionar los problemas mencionados.

#### 4.3.1. Evaluación de la efectividad del medidor multipunto de nivel y prueba del modo óptimo de multiplexaje de los sensores.

Para obtener un intervalo amplio de medición, al tener una resolución grande, la cantidad de sensores discretos en el medidor multipunto de nivel, puede ser muy grande,  $m = 100$  a  $1000$ . La realización técnica de estos medidores multipunto de nivel con fibra óptica es bastante real

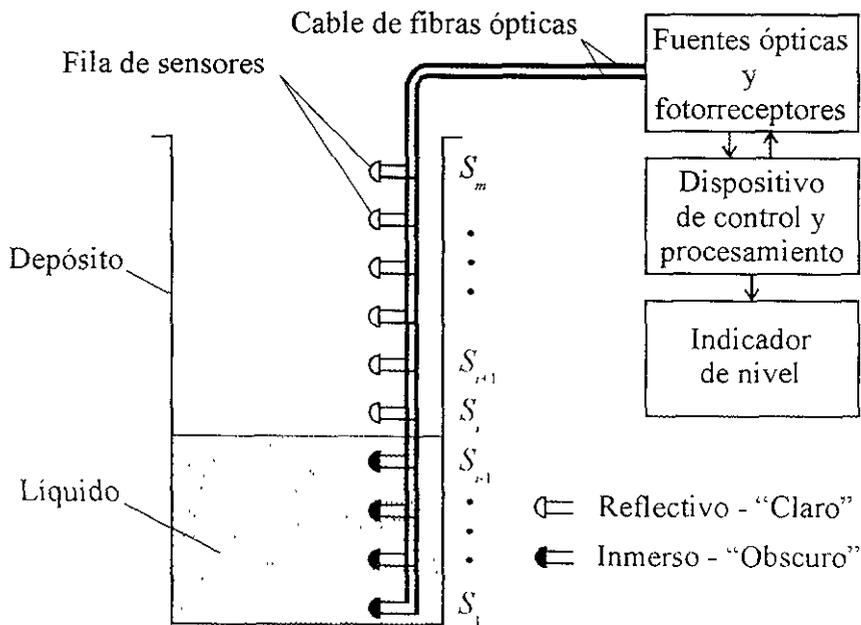


Fig 4.6 Esquema funcional del medidor multipunto de fibra óptica de nivel de líquido

Pero, al aumentar el número de los sensores tipo punto de fibra óptica, se complica el tratamiento de la información que viene de una multitud de elementos discretos del sistema. En esta situación, se tiene un problema de calidad del funcionamiento de tales dispositivos, si su contenido tiene una cantidad muy grande de los elementos de medición (sensores de fibra óptica)

En la fig. 4.6, se observa un medidor de fibra óptica de nivel de líquido, que representa un sistema de sensores tipo punto de nivel, localizados linealmente uno sobre otro. Los sensores son conectados por fibras ópticas con el bloque electrónico de la interrogación de los sensores y el manejo de la información obtenida de los elementos. En este bloque se encuentran los emisores ópticos, los fotorreceptores, los circuitos de alimentación, de amplificación y de procesamiento de las señales y el dispositivo de mando. La interrogación de los sensores puede llevarse a cabo de una manera paralela, sucesivamente o en algoritmos más complejos. La selección del algoritmo define la velocidad de acción, el grado de la calidad del funcionamiento y la complejidad del equipo electrónico del medidor.

La interrogación paralela asegura una velocidad mayor de acción, es decir, en el funcionamiento en tiempo real, y es, conceptualmente más simple. Sin embargo, requiere una parte electrónica más compleja y consume más energía. La interrogación sucesiva, sin depender de las soluciones concretas del circuito, asegura la ganancia en el tamaño de la parte electrónica. Sin embargo, el tiempo de servicio del sensor siempre es limitado, por consiguiente, el crecimiento del número de sensores, a la interrogación sucesiva, provoca una disminución de velocidad de acción del sensor.

Observando el proceso de medición de nivel, es posible convencerse de que el sensor  $S_i$ , localizado sobre la superficie del líquido (vea fig. 4.6), es el que define cuando hay cambios. El estado de los elementos localizados debajo del nivel de líquido, no afecta la cuenta, porque en esta posición, no hay reflexión de la luz en el elemento de sensibilidad, y la señal de la luz no regresa al dispositivo de procesamiento. Por consiguiente, el seguimiento del nivel es representado por un modo más racional de la interrogación de los sensores, que asegura la velocidad máxima de actuación, cuando el tamaño de la parte electrónica es pequeño.

Es importante, que en el uso del medidor de nivel, puede haber fallos de algunos sensores. Esto puede distorsionar la información sobre el nivel de líquido. El fallo va a afectar de algún modo la señal de salida, dependiendo del algoritmo de interrogación. De todos los fallos, lo más probable es falla tipo "ruptura" del sensor, porque el "cortocircuito" en las vías de fibra óptica es prácticamente imposible. La ruptura del sensor  $S_{i-1}$  localizado debajo del nivel verdadero, no influye en la cuenta. La ruptura del sensor  $S_i$ , localizado arriba de la superficie de líquido, es equivalente a la ampliación del error de cálculo al lado de un aumento del nivel por la magnitud equivalente a distancias entre los sensores cercanos del medidor, con tal de que el siguiente sensor  $S_{i+1}$  localizado arriba no haga tenido rupturas. Se observa, que la ruptura de uno o varios sensores no turba totalmente el trabajo del medidor, solamente lleva al aumento del error de medición alrededor del sensor roto.

La probabilidad del trabajo sin fallos del dispositivo en el tiempo  $t$  se define normalmente como la probabilidad del evento, que consiste en que el fallo de cualquiera de los elementos no pasará en el intervalo  $(0, t)$ . Sin embargo, en este caso, esta característica no reflejará correctamente la esencia del proceso de medición. Esto explica que cada uno de los sensores del medidor se usa solamente en algunos momentos, cuando se encuentra justo arriba del nivel de líquido controlado. Entonces, la evaluación correcta de la calidad de funcionamiento de tal medidor multipunto, sólo puede obtenerse a partir del criterio de la efectividad [74]. La efectividad  $E_i$  del medidor multipunto del nivel puede calcularse según la fórmula siguiente [75]

$$E_i \cong 1 - q_i (1 - \beta \Delta h_n) \quad , \quad (4.11)$$

donde  $q_i$  es la probabilidad de fallo del sensor  $i$ , durante el trabajo  $T$ , cuando  $\lambda$  es el parámetro del flujo de fallos de los sensores;  $\beta$  es la constante de proporcionalidad entre el aumento del error de medición y la disminución del índice relativo de efectividad  $\Phi$  a un fallo del sensor;  $\Phi_0$  es el índice relativo de la efectividad en un estado, cuando todos los sensores están bien.

Para un medidor multipunto típico de nivel, que consiste de  $m = 100$  sensores, al tener un tiempo de  $T = 1000$  horas y la ley exponencial de fallo de los elementos con los parámetros  $\lambda = 10^{-6}$  horas<sup>-1</sup>,  $\Phi_0 = 1$ ,  $\beta = 0.5$ , el valor de la efectividad es  $E = 0.9995$ . La probabilidad de trabajo sin fallos de este medidor, cuando  $m = 100$ ,  $T = 1000$  horas y  $\lambda = 10^{-6}$  horas<sup>-1</sup>, es solamente de  $P = 0.89$ . Para un medidor unielemento, con las mismas características, al tener los mismos valores de  $T$  y  $\lambda$ , se obtienen  $E = P = 0,999$ .

De tal modo, la efectividad del medidor multipunto de fibra óptica incluso resulta más alta, que la efectividad del dispositivo similar que contiene un sensor analógico extendido y que tiene la misma seguridad que un sensor discreto de medidor multipunto. Esto es una consecuencia de la reservación funcional que tiene lugar en el medidor multipunto.

#### 4.3.2. Construcción del medidor discreto multipunto del nivel de líquido.

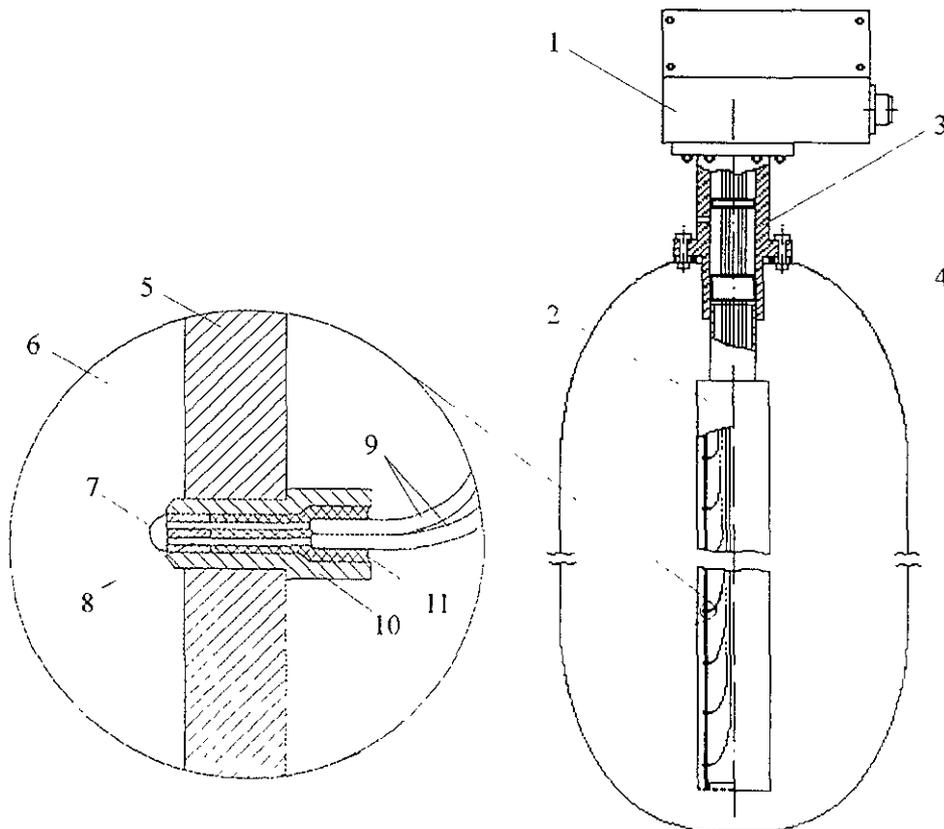


Fig 4.7 Construcción del medidor multipunto de fibra óptica del nivel de líquido (1) es el bloque de electrónica, (2), la barra tubular de medición, (3), el adaptador hermético, (4), el tanque con el líquido controlado, (5), la pared de soporte de la barra, (6), el líquido controlado, (7), el elemento de sensibilidad, (8), las fibras ópticas conductoras, (9), la cubierta protectora de las fibras ópticas, (10), el casquillo cilíndrico, (11), el compuesto epoxidico

El aspecto general de un medidor discreto multipunto en fibra óptica del nivel de líquido se muestra en la fig. 4.6. Consiste de un bloque electrónico (1), de una barra tubular para la medición (2) y un adaptador hermético (3) con una brida de montaje. El medidor se instala herméticamente en el tanque (4) con un líquido controlado. El bloque electrónico contiene fuentes ópticas, fotorreceptores, un dispositivo de procesamiento de las señales de los sensores y un elemento de conexión con el bloque alejado de indicación. La barra tubular sirve para poner los sensores tipo punto de fibra óptica a lo largo de un eje vertical con un paso dado. Los sensores se fijan por medio del compuesto epoxídico (11), en los casquillos cilíndricos separados (10) establecidos en orificios de una pared de soporte de la barra (5), como muestra el segmento aumentado. Las fibras ópticas, que salen de los sensores, se ponen dentro de la barra y pasan a través del adaptador hermético al bloque electrónico. Los circuitos eléctricos del bloque electrónico son elaborados con seguridad contra chispas.

4.3.3. Sistema de multiplexaje y el algoritmo de interrogación de los sensores.

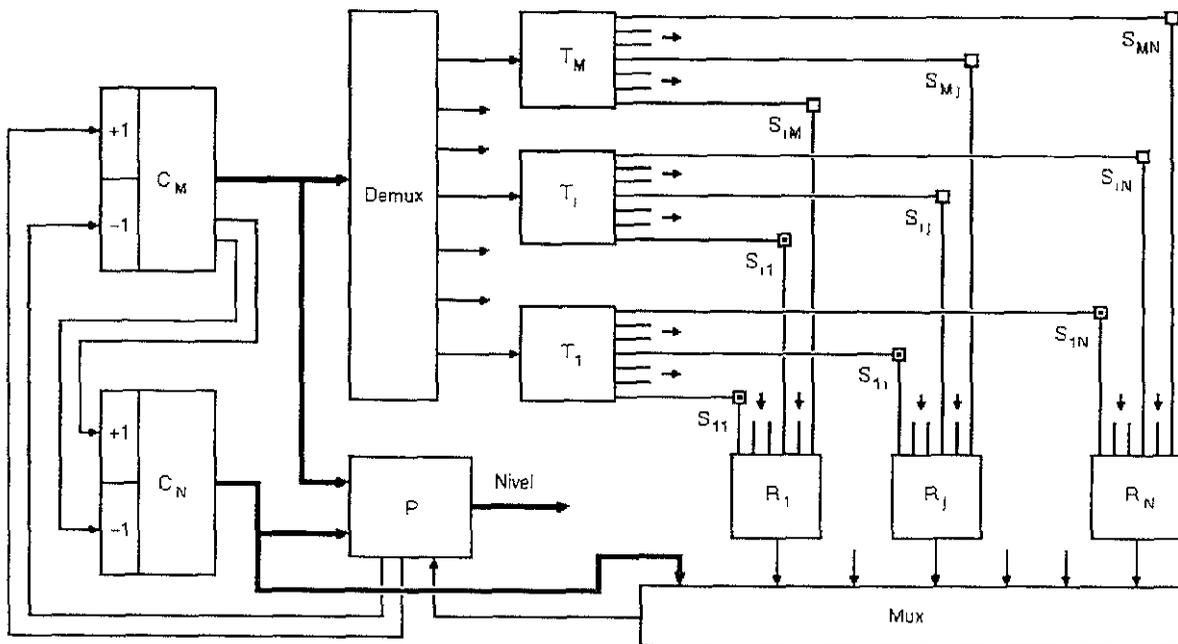


Fig 4 8 Sistema de multiplexaje de sensores de fibra óptica en el medidor discreto multipunto de nivel, que trabaja en régimen de seguimiento del nivel que se está midiendo.  $C_M$  y  $C_N$  son contadores bidireccionales con los factores de desmultiplicación  $M$  y  $N$ , respectivamente; Demux es un demultiplexor,  $T_1 \dots T_M$  son emisoros,  $S_{11} \dots S_{MN}$  son sensores tipo punto de fibra óptica;  $R_1 \dots R_N$  son fotorreceptores; Mux es un multiplexor, P es un procesador.

En el medidor de nivel diseñado se usa el sistema de multiplexaje de los sensores con el principio mixto tiempo-espacio de la separación de los canales, que funcione en el régimen de

seguimiento del nivel de líquido que se está midiendo [76 a 79]. Los sensores se agrupan en un aspecto de una matriz bidimensional de  $M \times N$  (fig. 4.8). En el sistema hay  $M$  emisores ópticos,  $N$  fotorreceptores y  $M \times N$  sensores tipo punto de fibra óptica. Generalmente  $M \neq N$ . Cada sensor corresponde sólo a un elemento de la matriz  $S_{i,j}$ . La salida del emisor  $T_i$  se conecta, por una fibra óptica, con todos los sensores de la línea  $i$ . Las salidas de todos los sensores de la columna  $j$  son conectadas, por una fibra óptica, con el fotorreceptor  $R_j$ . De este modo, todos los emisores y fotorreceptores son conectados ópticamente a través de los sensores. Sin embargo, cada combinación emisor-fotorreceptor  $ij$  en particular, corresponde sólo a un sensor  $S_{i,j}$ . Entonces, la interrogación de cada sensor se puede realizar por medio de la puesta en circuito de un par emisor-fotorreceptor correspondiente.

Los sensores se localizan en la barra de medición, de abajo hacia arriba  $S_{1,1}, S_{2,1}, \dots, S_{i,j}, \dots, S_{M-1,N}, S_{M,N}$ , donde  $i$  y  $j$  son el número actual del canal del emisor y fotorreceptor, respectivamente;  $M$  y  $N$  son la cantidad de emisores y fotorreceptores, respectivamente. La información sobre el nivel se representa en la salida "Nivel" del procesador  $P$  y es proporcional a la cantidad de los sensores inmersos. En la fig. 4.8 los sensores no sumergidos son indicados por cuadradillos claros y los sensores sumergidos, por cuadradillos oscuros.

El sistema funciona del modo siguiente. Los sensores son interrogados uno por uno de abajo hacia arriba. La interrogación de cualquier de los sensores es realizada por medio de la conexión sucesiva de los canales (líneas) correspondientes del emisor y fotorreceptor, en el cruce de los cuales se encuentra el sensor dado. En el primer tiempo, después del enchufe o de la puesta a cero del sistema, la interrogación empieza desde el sensor más bajo  $S_{1,1}$  y se prolonga hasta que sea encontrado el primer sensor no sumergido, por ejemplo,  $S_{i,j}$ . Mientras sigue la interrogación de los sensores sumergidos, la señal del emisor no se transmite al fotorreceptor correspondiente, porque el sensor sumergido prácticamente no permite el paso de la señal óptica de su entrada a la salida. El descubrimiento del sensor no sumergido significa que, al tener un próximo paso de interrogación, aparece una combinación de canales del emisor y fotorreceptor, en la intersección de los cuales se encuentra el sensor, que deja pasar la señal óptica. Cuando la señal pasa, en la salida del multiplexor  $M$  aparece un impulso, que fija los datos del procesador  $P$  sobre el nivel actual, es decir, sobre el número del más bajo de los sensores no sumergidos. Este mismo impulso, después de algún retraso formado por el procesador  $P$ , transforma los datos (código de salida) del contador  $C$  en un nuevo estado, que se distingue del anterior por una unidad en la dirección del lado más pequeño. El siguiente sensor que será interrogado, es  $S_{i+1,j-1}$ , que se encuentra unos  $M-1$  sensores más abajo, del sensor  $S_{i,j}$  interrogado anteriormente. Después la interrogación sigue de abajo para arriba, de nuevo, hasta el primer sensor no sumergido. De tal modo, se realiza el algoritmo de interrogación de los sensores con el seguimiento del estado actual del nivel. La ventaja del algoritmo dado es, que durante el proceso de trabajo no se interrogan constantemente todos los  $M \times N$  de los sensores de fila, solamente  $M$  de los sensores  $M-1$  de los sensores inmersos más 1 sensor no inmerso.

En este medidor de nivel de seguimiento, es deseable escoger una cantidad de sensores interrogados permanente (tamaño del grupo)  $M$  menor, para la amplificación de la velocidad de acción (cuando la frecuencia de interrogación es constante). El valor mínimo  $M = 2$  puede usarse sólo bajo la condición de trabajo sin fallos de todos los sensores. En la práctica, es posible que los sensores tengan algunos fallos. Ya se había mencionado, que el fallo tipo "ruptura" es más probable en las líneas de fibra óptica. El diagrama del algoritmo de funcionamiento del medidor multipunto del nivel se muestra en la fig. 4.9. Si existe la posibilidad de tal fallo de uno o varios sensores localizados cerca uno del otro, es necesario aumentar el valor  $M$  por una posible

cantidad de los sensores, que dejaron de funcionar sucesivamente. En este caso, el sistema adquiere una propiedad de resistencia a fallos. La resistencia a fallos del sistema consiste en que el fallo del grupo de  $M-2$  sensores localizados cerca uno del otro, no lleva a la violación completa del funcionamiento exacto del medidor del nivel, solamente incrementa el error de medición del nivel en el área dada. Esto significa, que al tener fallos en uno o incluso varios (no más de  $M-2$ ) sensores uno tras otro, los datos del medidor del nivel permanecen exactos (corresponden al nivel actual), porque la numeración de los datos de los sensores con buen funcionamiento permanece constante. Además, no se encuentra información sobre la posición del nivel sólo en el campo de los sensores que dejaron de funcionar, es decir, se aumenta el error (la indeterminación) de la medición del nivel en esta área.

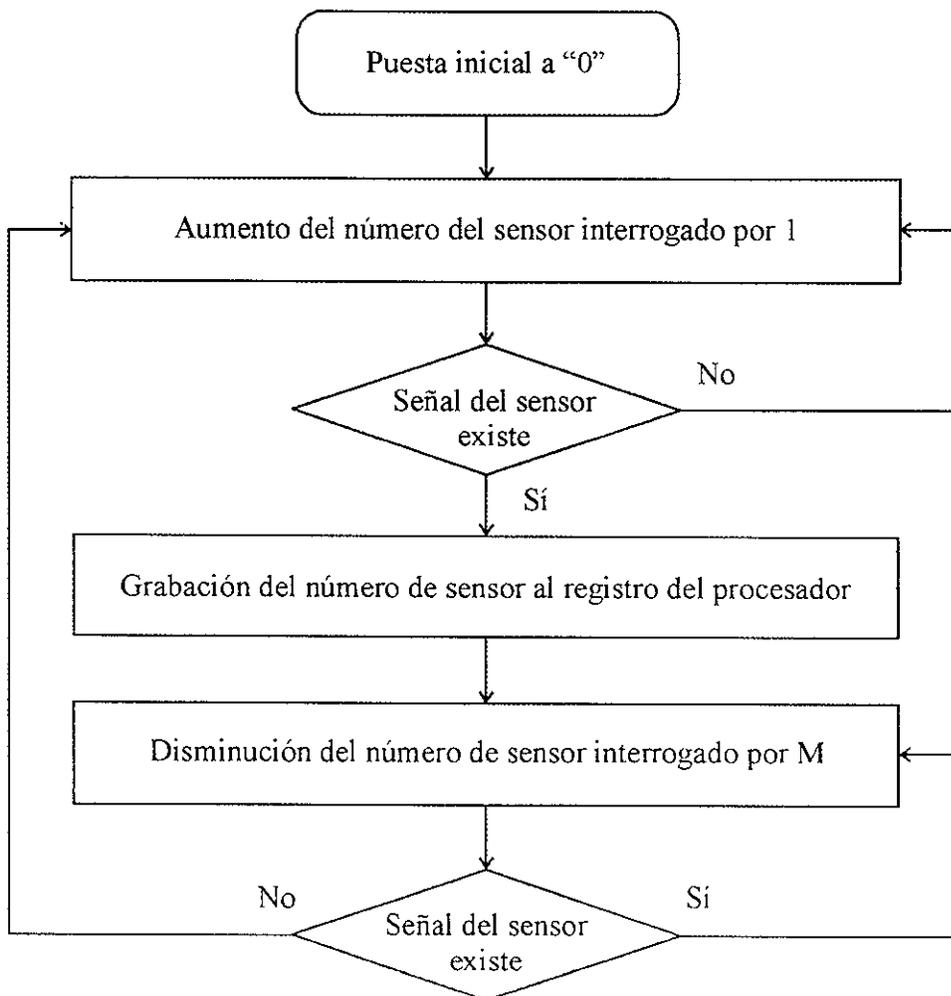


Fig. 4 9. Esquema estructural del algoritmo de interrogación de los sensores del medidor multipunto, con el seguimiento del estado actual del nivel.

En la construcción del medidor de nivel, se determinan una cantidad probable de sensores con fallos en el proceso, que se encuentran uno cerca del otro y, procediendo de esto, se

determina la cantidad necesaria de sensores constantemente interrogados. Si, por ejemplo, se tiene determinada la posibilidad de tal interrupción hasta de 3 sensores en sucesión, entonces basta con interrogar 5 sensores. En un sistema realizado prácticamente, la cantidad de los sensores constantemente interrogados es escogida,  $M = 10$ ; con eso es suficiente para la resistencia a fallas y conveniente para formar la señal de salida del medidor de nivel en un código decimal.

Una de las diferencias importantes del sistema dado de multiplexaje, es que todos los canales de fibra óptica están separados e independientes entre sí. Además, la separación física de los canales es realizada en las salidas de las fuentes ópticas. Se conectan paralelamente las fibras ópticas de cada línea a una fuente óptica general. El uso, como de una fuente óptica, del diodo luminiscente con su área de emisión bastante grande, garantiza una excitación paralela simple y efectiva del gran número de fibras ópticas.

Otra de las diferencias importantes del sistema dado de multiplexaje, es que en este sistema, se usa un algoritmo de seguimiento de interrogación sucesivo del grupo de los sensores. La ventaja del algoritmo de seguimiento, en comparación con el algoritmo paralelo de interrogación, es la eliminación de una indeterminación estática de la información y, en comparación con el algoritmo de interrogación sucesivo de todos los sensores, es el aumento de la velocidad de funcionamiento del medidor.

#### 4.3.4. Características de los medidores multipunto de fibra óptica del nivel de líquido.

Con base en los principios mencionados, se diseñaron y elaboraron (varias copias de cada uno) dos modelos de los medidores multipunto de fibra óptica del nivel de líquido. El primero de los modelos, UVO-300 [80 a 83] se ha diseñado para medir el nivel de los gases licuados criogénicos en el proceso de investigación de las oscilaciones rápidas del nivel en las instalaciones hidráulicas experimentales. El segundo modelo, UVO-60PB [84 a 86] se ha diseñado para medir el nivel del propano-butano licuado en tanques industriales. Ambos modelos tienen en su contenido el bloque de medición y bloque de indicación. El bloque de medición contiene sensores de fibra óptica, emisores ópticos, fotorreceptores y un dispositivo electrónico de multiplexaje. El bloque de indicación contiene fuentes de alimentación, dispositivos de mando y de indicación. Estos dos bloques están conectados entre sí por un enlace especial de fibra óptica, y pueden trabajar estando retirados en una distancia grande uno del otro. En la tabla 4.2 se dan las características básicas de ambos modelos.

Modelo del medidor del nivel	UVO-300	UVO-60PB
Intervalo del nivel que se esta midiendo, cm	300	60
Discretización de medición (paso de localización de sensores), mm	20/5	10
Total de los sensores, pzs.	240	60
Cantidad de canales de los emisores, pzs	16	10
Cantidad de canales de los fotorreceptores, pzs.	15	6
Velocidad máxima de la variación del nivel, m/s	1	0.1
Índice mínimo de refracción del líquido	1.1	1.2

Tabla 4.2 Características básicas de dos modelos practicas de medidores de nivel de gas licuado

## CONCLUSIONES GENERALES

### Resultados de los análisis, cálculos y experimentos realizados:

1. Se estudiaron los principios del funcionamiento de los sensores refractométricos de amplitud en fibra óptica; se seleccionaron los componentes importantes y se definieron las características básicas que permiten evaluar las posibilidades metrológicas de tal sensor.
2. Se desarrolló una metodología para el cálculo del coeficiente de transmisión del elemento de sensibilidad del sensor en fibra óptica, basada en la simulación numérica del sensor con el uso del análisis de trayectoria de los rayos.
3. Se llevó a cabo el análisis profundo de la estructura espacial transversal y longitudinal de la radiación luminosa en la fibra óptica multimodo, bajo varias condiciones de excitación y longitud de la fibra óptica. Se obtuvieron las expresiones analíticas que describen la distribución de la potencia de la radiación luminosa en la sección transversal de la fibra óptica multimodo con perfil del índice escalonado y gradual.
4. Se diseñaron los modelos matemáticos de los sensores refractométricos de amplitud, basados en la fibra óptica multimodo y elementos de sensibilidad con la superficie de trabajo de primer y segundo orden, que incluyen la descripción matemática detallada de los procedimientos básicos del cálculo numérico. Para esto se usaron las funciones encontradas de la distribución de potencia óptica en la sección transversal de salida de la fibra óptica y las leyes de la propagación de la luz en el elemento de sensibilidad del sensor según los principios de la óptica geométrica.
5. Se propuso un algoritmo de cálculo de las características básicas de los sensores refractométricos de amplitud en fibra óptica, basándose en el análisis de la trayectoria de los rayos con el uso del método de Monte-Carlo. Se realizó la optimización del algoritmo por el tiempo de cálculo y el tamaño de la memoria operativa.
6. Se prepararon los programas de cálculo de los sensores refractométricos de amplitud en fibras ópticas en el lenguaje de cómputo FORTRAN que permiten calcular y optimizar las pérdidas ópticas propias del sensor, el coeficiente de transmisión del sensor en función del índice de refracción del medio circundante y sus características particulares: el intervalo de trabajo, la pendiente y no-linealidad. Además, los parámetros de las fibras ópticas y la forma del elemento de sensibilidad, pueden variar en un amplio intervalo que abarca los tipos básicos de construcción de tales sensores, que son de interés para los diseñadores por las posibilidades de realización práctica.
7. Con base en el método de cálculo y el software elaborado, se analizaron las características de tres tipos de elementos de sensibilidad: prismático, cónico y semiesférico. Además, el autor del presente trabajo propone por primera vez, el elemento semiesférico como elemento refractométrico de sensibilidad, descubriendo sus propiedades importantes. Se plantean las diferencias encontradas entre las características de los elementos de sensibilidad investigados y las ventajas de algunos de ellos en ciertas aplicaciones.

Las características típicas del sensor diseñado con elemento de sensibilidad semiesférico, son una pendiente media de su función del coeficiente de transmisión de  $-25$  (1/unidad de índice de refracción), una no-linealidad del 15%, y pérdidas ópticas propias de 3.6 dB, para un diámetro relativo del núcleo de la fibra de 0.05, una apertura numérica de 0.2 y tres reflexiones de la luz en serie dentro del elemento de sensibilidad.

Por medio de la variación de los parámetros antes mencionados y el índice de refracción del elemento de sensibilidad, dentro de los límites prácticamente accesibles, es posible predisponer la región activa de la función de transmisión del sensor en cualquier lugar del intervalo del índice de refracción del medio circundante de 1 a 1.6; además, es posible variar su forma y pendiente en un amplio rango.

Las ventajas planteadas sobre un elemento con forma semiesférica, permiten mejorar las características de los sensores discretos asignados para detectar la fase de gas y líquido en los medidores multipunto del nivel de líquido, así como construir sensores analógicos asignados para la medición del índice de refracción de medios líquidos.

8. Se diseñó el equipo y metodología de investigación de los sensores refractométricos de intensidad en fibras ópticas. Se calcularon las características máximas posibles de los sensores para el trabajo con equipo electrónico del medidor diseñado. La variación mínima detectada del índice de refracción es de  $10^{-6}$  y el rango dinámico de 93 dB.

9. Se elaboraron y aprobaron las muestras de los sensores refractométricos en fibra óptica. Los resultados, obtenidos con la ayuda de la simulación numérica de los sensores en fibra óptica, se compararon con los datos experimentales obtenidos mediante la investigación de las características de los sensores elaborados. El experimento ha mostrado una buena correlación entre los datos de cálculo y los datos experimentales.

10. Los sensores diseñados se usaron en las muestras de modelo de los detectores del líquido y de los medidores multipunto del nivel de gases licuados (líquidos criogénicos y propano-butano), su funcionamiento se probó con éxito en la práctica. El nuevo método ofrecido de multiplexaje de los sensores con el algoritmo del seguimiento del nivel para la interrogación de los sensores, permite, esencialmente, aumentar la efectividad del funcionamiento del medidor multipunto de nivel.

## Conclusiones:

En el trabajo presente se desarrollaron los criterios de calidad de los sensores refractométricos de intensidad en fibra óptica, el modelo matemático y los programas de cómputo para la simulación numérica. Se muestra posibilidad de optimización de la forma de función del coeficiente de transmisión (lineal, discreta, etc.) y las características particulares del sensor (intervalo de trabajo, sensibilidad, linealidad), dependiendo de su aplicación concreta en la formación de un dispositivo de medida. La optimización de las características del sensor se realiza por medio de la variación de ciertos parámetros de construcción del elemento de sensibilidad, de la forma de su superficie y de los parámetros de las fibras ópticas usadas.

Se ha definido el conjunto de los parámetros de construcción que permite variar en un intervalo amplio las características de transmisión del sensor en fibra óptica con elemento de sensibilidad semiesférico. Las características experimentales del sensor diseñado concuerdan con sus características de cálculo en grado satisfactorio para el uso del método propuesto de la simulación numérica de los sensores con el fin de la búsqueda de sus parámetros óptimos de construcción por las exigencias técnicas.

Los nuevos datos y las soluciones técnicas concretas, relacionadas con los sensores refractométricos de amplitud en fibra óptica y con la construcción de los aparatos de medición basándose en estos sensores, abren nuevos caminos prácticos de desarrollo y de perfección esencial de los dispositivos refractométricos.

### **Direcciones de las investigaciones siguientes sobre esta temática:**

1. Búsqueda de las construcciones óptimas de los sensores refractométricos de amplitud en fibra óptica incluyendo las nuevas formas de sus elementos de sensibilidad, basándose en los criterios de calidad y los medios de programación de la simulación de cómputo elaborados.
2. Estudio de la tecnología y los medios técnicos de fabricación en serie de los sensores de fibra óptica con las características calculadas, por ejemplo, la tecnología de fusión láser.
3. Elaboración de los esquemas de procesamiento de señales de los sensores analógicos con un canal de referencia que permiten reducir la influencia de ruidos específicos y de la deriva de la señal.
4. Diseño de los dispositivos refractométricos de medida completos, tanto analógicos como discretos, basándose en los sensores de amplitud en fibra óptica propuestos

## BIBLIOGRAFÍA

## Al capítulo 1

1. J. Dakin and B. Culshaw, eds., *Optical fiber sensors: Systems and applications, Volume 2*, Artech House, Norwood, 1988.
2. P. Bishnu, ed., *Fundamentals of fibre optics in telecommunications and sensor system*, John Wiley & Sons, New York, 1992.
3. R. A. Lieberman, Recent progress in intrinsic fiber-optic chemical sensing II, *Sens. Actuators B*, vol.11, pp.43-55, 1993.
4. N. Miller and R. E. Mitchie, Measurement of local voidage in liquid/gas two-phase flow systems, *J. Brit. Nucl. Energy Soc.*, vol.9, pp.94-100, 1970.
5. N. Abuaf, O.C. Jones, Jr, and G. A. Zimmer, Optical probe for local void fraction and interface velocity measurement, *Rev. Sci. Instrum.*, vol.49, no.8, pp.1090-1094, 1978.
6. F. Danel and J. M. Delhaye, Sonde optique pour la mesure du taux de presence local and ecoulement diphasique, *Mesures-Régulation-Automatisme*, vol.36, pp.99-101, 1971.
7. M. A. Vince, H. Breed, G. Krycuk, and R. T. Lahey, Optical probe for high temperature local void fraction determination, *Appl. Opt.*, vol.21, pp.886-892, 1982.
8. Ph. Graindorge, G. Le Boudec, D. Meyet, and H. J. Arditty, High bandwidth two-phase flow void fraction fiber optic sensor, *Proc. SPIE*, vol.586, pp.211-214, 1986.
9. D. Morris, A. Teyssedou, J. Lapierre, and A. Tapucu, Optical fiber probe to measure local void fraction profiles, *Appl. Opt.*, vol.26, pp.4660-4664, 1987.
10. A. Cartellier, Optical probes for focal void fraction measurement: Characterization of performance, *Sci. Instrum.*, vol.61, no.2, pp.874-886, 1990.
11. F. Ansari and Qi-Yu Chen, Fiber-optic refractive-index sensor for use in fresh concrete, *Appl. Opt.*, vol.30, no.28, pp.4056-4059, 1991.
12. A. Cartellier and J. L. Archad Local phase detection probes in fluid/liquid two-phase flows, *Rev. Sci. Instrum.*, vol. 62, no. 2, pp.279-303, 1991.
13. S. Hinata, M. Sacurai, M. Nakazawa, JES. Venart, ASM. Sousa and B. Zhou, Miniature optical fiber sensor used to measure local void fractions, *Heat Transfer – Japanese Research* vol 20, no 5, pp.429-440, 1991.
14. A. Cartellier, Simultaneous void fraction measurement, bubble velocity, and size estimate using a single optical probe in gas-liquid two-phase flows, *Rev. Sci. Instrum.*, vol 63, no.11, pp.5442-5453, 1992.
15. C. Xuereb and J-P. Riba, A double optical-fiber probe to characterize gas-phase properties in gas-liquid contactors, *Sens. Actuators A*, vol 46-47, pp.349-352, 1995.
16. F. A. Hamad, F. Imberton and H. H. Bruun, An optical probe for measurements in liquid-liquid two-phase flow, *Meas. Sci. Technol.* vol.8, pp.1122-1132, 1997.
17. J. E. Geake, An optical dipstick for liquid air, *J. Sci. Instrum.*, vol. 31, pp.260-261, 1954
18. K. Spenner, M. D. Singh, H. Schulte and H. J. Boehnel, Experimental investigations on fiber optic liquid level sensors and refractometers, *1st Int. Conf. Optical Fibre Sensors*, IEE, London, vol 221, pp.96-99, 1983.
19. M. Sharma and R. E. Brooks, Fiber optics sensing in cryogenic environments, *Proc. SPIE*, vol.124, pp.46-52, 1980.
20. M. S. Korenev, Liquid-level indicator with bihelical-conical light-guide structure, *Instrum Exp. Tech.*, vol.34, no.2, pt 2, pp.476-478, 1991. Translation of. *Prib. Tekh. Eksp.*, vol 34, no 2, pp 218-220, 1991

21. A. Wang, M. F. Gunter, K. A. Murphy and R. O. Claus, Fiber-optic liquid-level sensor, *Sensor and Actuators A*, vol. 35, pp.161-164, 1992.
22. Liu Ruifu, Xi Xiaochun, Jiang Gong and Zhao Yianyu, Investigation and application of an optical fibre liquid level sensor, *Int. J. Optoelectron.*, vol.7, no.1, pp.117-120, 1992.
23. P. Skok. A level meter based on fibre optic sensors, (in Slovak), *Automatizace*, vol.35, no.11, pp.339-341, 1992.
24. G. Betta, A. Pitrosanto and A. Scaglione, A digital liquid level transducer based on optical fiber, *IEEE Transactions on Instrument and Measurement*, vol. 45, no. 2, pp. 551-555, 1996
25. P. Raatikainen, I. Kassamakov, R. Kakanakov and M. Luukkala, Fiber-optic level-sensor, *Sensor and Actuators A*, vol. 58, pp. 93-97, 1997.
26. E. Karrer and R. S. Orr, A photoelectric refractometer, *J. Opt. Soc. Am.*, vol.36, pp.42-46, 1946.
27. N. S. Kapany and J. N. Pike, Fiber optics: A photorefractometer, *J. Opt. Soc. Am.*, vol.47, pp.1109-1117, 1957.
28. N. S. Kapany and D. A. Pontarelli, Photorefractometer: Extension of sensitivity and range, *Appl. Opt.*, vol.2, pp.425-430, 1963.
29. D. J. David, D. Shaw, H. Tucker and F. C. Unterleitner, Design, development, and performance of a fiber optics refractometer: Application to HPLC, *Rev. Sci. Instrum.*, vol.47, no.9, pp.989-997, 1976.
30. P. H. Galderbank and J. Pereyra, The prediction of distillation plate efficiencies from froth properties, *Chem. Eng. Sci.*, vol.32, pp.1427-1433, 1977.
31. A. Ankwicz, C. Pask, and A. Snyder, Slowly varying tapers, *J. Opt. Soc. Am.*, vol.72, pp.198-203, 1982.
32. A. L. Harmer, Optical fiber refractometer using attenuation of cladding modes, *Proc. 1st Int. Conf. Optical Fibre Sensors*, IEE, London, vol.221, pp.104-108, 1983
33. A. Kumar, T. V. B. Subrahmoniam, A. D. Sharma, K. Thyagarajan, B. P. Pal, and I. C. Coyal, A novel refractometer using tapered optical fiber, *Electron. Letts.*, vol 20, pp.534-535, 1984.
34. S. K. Morshnev, A. S. Ryabov, and A. V. Francesson, Fiber lightguides for sensors employing a sharp bend, *Sov. J. Commun. Technol. Electron.*, vol.31, pp 7-11, 1986.
35. M. S. Meyer and G. L. Eesley, Optical fiber refractometer, *Rev. Sci. Instrum.*, vol.58, pp.2047-2048, 1987.
36. M. Archenaut, H. Garnaire, J. P. Goure and N. Jaffrezic-Renault, A simple intrinsic optical fibre refractometer, *Sens. Actuators B*, vol.5, pp.173-179, 1991
37. M. Archenaut, H. Garnaire, J. P. Goure and N. Jaffrezic-Renault, A simple intrinsic optical-fibre chemical sensor, *Sens. Actuators B*, vol.8, pp.161-166, 1992.
38. T. Takeo and H. Hattori, Optical fiber sensor for measuring refractive index, *Japan. J. Appl. Phys.*, vol.21, no 10, pp 1509-1512, 1982
39. T. Takeo and H. Hattori, Fluid observation with an optical fiber photorefractometer, *Japan. J. Appl. Phys.*, vol 22, no 12, pp.1920-1924, 1983.
40. T. L. Bergman, F. P. Incropera and W.H. Stevenson, Miniature fiber-optic refractometer for measurement of salinity in double-diffusive thermoaline systems, *Rev. Sci. Instrum.*, vol 56, no.2, pp.291-296, 1985
41. J. Nicwisch, Improved design for a fibre-optic chock-wave sensor, *Sens. Actuators A*, vol 25-27, pp 213-217, 1991

42. T. Takeo and H. Hattori, Silica glass fiber photorefractometer, *Appl. Opt.*, vol.31, no 1, pp.44-50, 1992.
43. E. A. Soares, T. M. Dantas, Single-loop fiber optic sensor", *Opt. Pura Apl.*, vol.26, no.2, pp.393-399, 1993.
44. T. Takeo and H. Hattori, Skin hydration state estimation using a fiber-optic refractometer, *Appl. Opt.*, vol.33, no.19, pp.4267-4272, 1994.
45. T. Takeo and H. Hattori, Quantitative evaluation of skin surface lipids by a fiber-optic refractometer, *Sens. Actuators B*, vol.29, pp.318-323, 1995.
46. R. Eberl and J. Wilke, NIR spectroscopic application of a refractometric sensor, *Sens. Actuators B*, vol.32 (1996) 203-208.
47. T. Takeo and H. Hattori, Improvements in a fibre-optic skin-surface sensor, *Sens. Actuators B*, vol.38-39, pp.371-174, 1997.
48. I. K. Ilev and R. W. Waynant, All-fiber-optic sensor for liquid level measurement, *Rev. Sci. Instrum.*, vol.70, pp.2551-2554, 1999.
49. E. A. Zak, Transductores de fibra óptica en modulación externa, (en ruso), Energoatomizdat, Moscú, 1989.
50. V. I. Busurin y Yu. R. Nosov, Sensores de fibra óptica: principios físicos, problemas del cálculo y de la aplicación, (en ruso), Energoatomizdat, Moscú, 1990
51. C.-G. Unger, Planar and fibre optical waveguids, 1980.
52. A. W. Snyder and J. D. Love, Optical waveguide theory, Chapman and Hall, London, 1983

#### Al capítulo 2

53. V. F. Nadolinniy, Métodos analíticos en el diseño de superficies (en ruso), Kíev, KPI, 1981.
54. A. Fox, M. Pratt, Computing geometry. Application in projection and on manufacture, 1982
55. Yu. I. Badayev, Indicativos metódicos sobre el curso "Simulación geométrica de los procesos de reproducción de los contornos curvilíneos" (en ruso), Kíev, KPI, 1986.
56. I. N. Bronshteyn, K. A. Semendiaev, Manual matemático para los ingenieros y alumnos de escuela superior (en ruso), Moscú. Nauka, 1986.
57. N. I. Muskhelishvili, Curso de la geometría analítica (en ruso), Moscú. Vysshiaia shkola, 1967.
58. Born M., Wolf E. Principles of optics. 4-th ed. Oxford. Pergamon Press, 1965.

#### Al capítulo 4

59. V. Svirid, S. Khotiaintsev, Discrete Optical Fiber Liquid Level Transducers, *Izmeritel'naya Tekhnika*, vol.33 no.7, pp.30-32, 1990 English transl in *Measurement Techniques*, vol.33, no.7, pp.679-682, 1990
60. V. Svirid, S. Khotiaintsev, Investigation of Curved Fiber-Optic Liquid-Level Transducers, Dielectric Optical Waveguide Measurement Devices (in Russian), Mogilev BelNIII, Minsk, 1983. USSR Conference Proceedings, Part 1, pp.123-124.
61. V. Svirid, Increasing Sensitivity of Bent-Fiber Optical Transducer (in Russian), *Vestnik Kiev. Polytechn. Inst. Radiotekhnika*, vol 20, pp 26-27, 1983
62. N. Bogomolov, V Svirid, S Khotiaintsev, Welding of Optical Fibers (in Russian), *Vestnik Kiev. Polytechn. Inst. Radiotekhnika*, vol 19, pp 11-12, 1982.
63. V. Svirid, N Bogomolov, L. Yarovoi, Laser Splicing of Lightguides, *Izvestiya VUZ. Radioelektronika*, 1983, vol 26, no.5, pp 75-76 English transl. in *Radioelectron & Commun. Syst.*, vol 26, no 5, pp 76-77, 1983

64. V. Svirid, Fiber Sensors for Measuring Liquid Level, *Izvestiya VUZ. Radioelectronika*, vol.26, no.5, pp.91-92, 1983. English transl. in: *Radioelectron. & Commun. Syst.*, vol.26, no.5, pp.92-93, 1983.
65. V. Svirid, N. Bogomolov, S. Khotiaintsev, L. Yarovoi, Optical Fiber Liquid Level Sensor, USSR Patent no. 1150488, 1984.
66. V. Svirid, S. Khotiaintsev, L. Yarovoi, Method for Welding Together Optical Fibers and Device to Fulfil This Operation, USSR Patent no. 1367317, 1987.
67. V. Svirid, S. Khotiaintsev, L. Yarovoi et al. Fiber Optic Sensor for Detection of Liquid, USSR Patent no. 1613871, 1990.
68. V. Prokhorenko, V. Svirid et al. Lightguide Refractometrical Gas-Analyzer of Ammonia in Air Characteristics Investigation (in Russian), *Gas Analysis Methods and Instruments*, VNIAP, Kiev, Ukraine, pp.38-44, 1990.
69. S. Khotiaintsev, V. Matiuch, V. Svirid, Discrete Multipoint Fiber-Optic Level-Sensor for Liquid Helium and Other Cryogenic Liquids, 1992 Bilcent International Conference on Lightwave Technology and Communications, 27-28 July 1992, Ankara, Turkey. Proceedings, pp.130-136.
70. S. Khotiaintsev, V. Svirid, V. Matiuch, A. Zemliak. Optical Evanescent-Field Refractometry Employing Fiber-Based Structures. XXXVI Congreso Nacional de Física Acapulco, Gro., Mexico, 18-22 Octubre de 1993. Proceedings, Paper 7SC8, p.77.
71. S. Khotiaintsev, V. Svirid et al. Mathematical Modeling of Surface of Microoptic Frustrated-Total-Internal-Reflection Sensor. IV Encuentro Regional de Investigación y Enseñanza de la Física, Mayo de 1994, Puebla, Pue., México.
72. S. Khotiaintsev, V. Svirid et al. Accurate Fiber-Optic Sensor for Liquid-Level and Refractive-Index Measurement of Fluids, 35<sup>th</sup> International Union for Pure and Applied Chemistry (IUPAC) Congress, 14-19 August 1995. Istanbul, Turkey. Abstracts, vol.2, p.1065.
73. N. Bogomolov, V. Svirid, S. Khotiaintsev, Investigation of Fiber-Optic Liquid-Level Transducers (in Russian), *Vestnik Kiev. Polytechn. Inst. Radiotekhnika*, vol 18, pp 7-10, 1981.
74. L. L. Barvinskii, V. F. Repkin, and N. A. Shishonok, Fundamentals of the theory of Reability and Operation of Radioelectronic Equipment (in Russian), Sov. Radio, Moscow, 1964
75. L. Barvinsky, K. Lizhdvoi, V. Svirid, S. Khotiaintsev, Evaluating the Performance of Multielement Fiber-Optics Sensor, *Izvestiya VUZ. Radioelectronika*, vol 29, no.1, p.78-79, 1986. English transl in: *Radioelectron. & Commun. Syst.*, vol.29, no 1, pp 75-77, 1986
76. V. Svirid, S. Khotiaintsev, L. Yarovoi, S. Nadezhdin, Digital Optical Liquid Level Gauge, USSR Patent no. 1372189, 1987
77. V. Svirid, S. Khotiaintsev, Problems and Prospects of Creating Discrete Fiber-Optic Fluid Level Meters, *Izmeritel'naya Tekhnika*, vol 33, no.6, pp.29-31, 1990 English transl in *Measurement Techniques*, vol.33, no 6, pp 576-579, 1990.
78. S. Khotiaintsev, V. De-Leon Paredes, E. Molina-Flores, A. Zemliak, V. Svirid, V. Matiuch, V. Kosinsky, Fiber Optic Multipoint High-Resolution Level Sensor for Biomedical Applications, *SPIE Proceedings*, vol 2631, pp 121-126, 1995
79. S. Khotiaintsev, E. Molina Flores, V. De Leon Paredes, A. Zemliak, V. Svirid, Laser-Based Multiplexed Fiber-Optic Liquid-Level Sensor, XX International Quantum Electronic Conference (IQEC'96), 14-19 July 1996. Sydney, Australia. Summaries, Paper WL112

## APÉNDICES

En los apéndices se encuentran los códigos de los programas de cálculo de las características del elemento de sensibilidad de los sensores refractométricos de intensidad en fibras ópticas, compuestos en el lenguaje FORTRAN, con el algoritmo optimizado (fig. 2.5), usando las descripciones matemáticas de los procedimientos del cálculo, mencionadas en el subcapítulo 2.4:

**Apéndice A.** Programa de cálculo de las características del elemento prismático.

**Apéndice B.** Programa de cálculo de las características del elemento cónico.

**Apéndice C.** Programa de cálculo de las características del elemento semiesférico.

**Apéndice D.** Designaciones que se usan en los programas de cálculo

**Apéndice A. PROGRAMA DE CÁLCULO DE LAS CARACTERÍSTICAS DEL ELEMENTO PRISMÁTICO**

```

PROGRAM PRISM2
DIMENSION DX(100400), EN(2000), PSR(2000), PST(2000), TRN(2000)
DIMENSION TTN(2000), AL(100), FR(900), BR(900), FP(900), BP(900)
DIMENSION FA(3), X1(3), X2(3), XI(3), EL(3), ENO(3), EL1(3), EL2(3)
OPEN (10, FILE='RANDOM.TXT')
OPEN (11, FILE='PRISM2.INP')
OPEN (12, FILE='PRISM2.OLD')
OPEN (13, FILE='PRISM2.OUT')
OPEN (14, FILE='PRISM2.TRN')
OPEN (15, FILE='CON')
OPEN (16, FILE='PRISM2.OUF')
READ (10, *) DX
READ (11, *) DCT, APT, GRT, TMT, DCR, APR, GRR, TMR, AX, XF, ZF,
#EN1, ENI, ENU, DN, LI
WRITE (14, 20) DCT, APT, GRT, TMT, DCR, APR, GRR, TMR, AX, XF, ZF,
#EN1, ENI, ENU, DN, LI
WRITE (15, 20) DCT, APT, GRT, TMT, DCR, APR, GRR, TMR, AX, XF, ZF,
#EN1, ENI, ENU, DN, LI
20 FORMAT (7X, 'DCT=', F5.1, 3X, 'APT=', F3.2, 3X, 'GRT=', F2.1, 3X, 'TMT=',
#F2.0/7X, 'DCR=', F5.1, 3X, 'APR=', F3.2, 3X, 'GRR=', F2.1, 3X, 'TMR=', F2.0/
#7X, 'AX=', F5.1, 3X, 'XF=', F5.1, 3X, 'ZF=', F6.1/7X, 'EN1=', F4.2,
#3X, 'ENI=', F4.2, 3X, 'ENU=', F4.2, 3X, 'DN=', F4.3, 3X, 'LI=', I5)
WRITE (13, 30) ENI, ENU, DCT/AX, APT, EN1, NINT((ENU-ENI)/DN+1)
30 FORMAT ('---'/
#'4 4 635 475'/
#'Refractive index n'/
#F4.2, 1X, F4.2/
#'Transmission T'/
#'0 1.2'/
#'D=', F3.2, ';A=', F3.2, ';N=', F4.2, 1X, I4, ' 15:')
APT1 = APT/EN1
APR1 = APR/EN1
RCT = DCT/2.
RCR = DCR/2.
PI = 3.14159265
FA(1) = AX
FA(2) = 0.
FA(3) = -ZF
FC = 0.
LO = 99
PSO = 0.
MIR = 99
MAR = 0
KL = 0
DK = 0
DEM = 0.
DO 96 L=1, LI
R = RCT*SQRT(DX(L+LO))
FI1 = 2.*PI*DX(L+LO*2)
XI(1) = R*COS(FI1) XF
XI(2) = R*SIN(FI1)
XI(3) = ZF
PO = 1.

```

```

TO = APT1
IF (GRT.EQ.0.) GOTO 34
IF (TMT.EQ.0.) GOTO 33
GOTO 36
33 P0 = 1.-(R/RCT)**(1./GRT)
GOTO 36
34 IF (TMT.EQ.0.) GOTO 37
RFT = RCT*SQRT(1.-APT**2)
IF (R.GT.RFT) GOTO 35
P0 = SQRT(1.-(R/RCT)**2)
GOTO 36
35 P0 = SQRT(APT)
36 TO = APT1*SQRT(P0)
37 C = TO*ASIN(TO)*DX(L+L0*3)
TE0 = 0.
TE1 = PI/2.
38 S1 = (TE1*SIN(TE1)-TE0*SIN(TE0))/(TE1-TE0)
TE = TE1-(TE1*SIN(TE1)-C)/S1
FTE = TE*SIN(TE)-C
IF (ABS(FTE).LT.9.E-8) GOTO 39
TE0 = TE1
TE1 = TE
GOTO 38
39 FI = 2.*PI*DX(L+L0*4)
EL(1) = SIN(TE)*COS(FI)
EL(2) = SIN(TE)*SIN(FI)
EL(3) = COS(TE)
PS0 = PS0+P0
CALL EQUAL (XI,X1)
CALL EQUALA (EL,EL1)
RR = 0
RT = 0
RP = 0
DO 80 N=1,100
CALL PURP (X1,EL1,XF,ZF,EN1,RCT,APT,GRT,TMT,RCR,APR,GRR,TMR,
# IND)
IF (IND) 70,60,50
50 RR = N-1
MIR = AMIN1(MIR,RR)
MAR = AMAX1(MAR,RR)
ALC = 900
DO 55 M=1,RR
ALS = AL(M)*1800./PI
FR(NINT(ALS)) = FR(NINT(ALS))+1./RR
ALC = AMIN1(ALC,ALS)
55 CONTINUE
BR(NINT(ALC)) = BR(NINT(ALC))+1.
GOTO 90
60 RT = N-1
ALC = 900
DO 65 M=1,RT
ALS = AL(M)*1800./PI
FP(NINT(ALS)) = FP(NINT(ALS))+1./RT
ALC = AMIN1(ALC,ALS)
65 CONTINUE
BP(NINT(ALC)) = BP(NINT(ALC))+1.

```

```

GOTO 90
70  IF (X1(3).GE.ZF) GOTO 76
    RP = N-1
    ALC = 900
    DO 75 M=1,RP
        ALS = AL(M)*1800./PI
        FP(NINT(ALS)) = FP(NINT(ALS))+1.
        ALC = AMIN1(ALC,ALS)
75  CONTINUE
    BP(NINT(ALC)) = BP(NINT(ALC))+1.
    GOTO 96
76  CALL POINTP (X1,EL1,FA,N,IER,X2)
    IF (IER.EQ.1) GOTO 96
    CALL ENORM1 (X2,FA,ENO)
    CALL ANGL (EL1,ENO,ALF)
    CALL REFL (PI,EL1,ENO,ALF,EL2)
    AL(N) = ABS(ALF)
    CALL EQUAL (X2,X1)
    CALL EQUALA (EL2,EL1)
80  CONTINUE
90  EN2 = EN1-DN
    DO 95 I=1,2000
        EN2 = EN2+DN
        IF (EN2.LT.ENU) GOTO 91
        MEN = I-1
        GOTO 96
91  EN(I) = EN2
    RFP = 1.
    IF (RR.EQ.0) GOTO 93
    DO 92 J=1,RR
        CALL FREN (EN1,EN2,AL(J),RF)
        RFP = RFP*RF
92  CONTINUE
    PSR(I) = PSR(I)+P0*RFP
    GOTO 95
93  IF (RT.EQ.0) GOTO 96
    DO 94 J=1,RT
        CALL FREN (EN1,EN2,AL(J),RF)
        RFP = RFP*RF
94  CONTINUE
    PST(I) = PST(I)+P0*RFP
95  CONTINUE
96  CONTINUE
    DO 160 K=1,MEN
        TR = PSR(K)/PS0
        TT = PST(K)/PS0
        IF (K.NE.1) GOTO 100
        TRI = TR
        TTI = TT
        IF (TRI.EQ.0.) TRI = 1.
        IF (TTI.EQ.0.) TTI = 1.
100  TRN(K) = TR/TRI
        TTN(K) = TT/TTI
        WRITE (14,110) EN(K),TR,TRN(K),TT,TTN(K)

```

```

110  FORMAT (5X, 'EN2=', F5.3, 2X, 'TR=', E10.4, 2X, 'TRN=', E10.4,
#    2X, 'TT=', E10.4, 2X, 'TTN=', E10.4)
    WRITE (13,120) EN(K), TRN(K)
120  FORMAT (F5.3, 2X, E10.4)
    TSL = 0.9
    TSG = 0.1
    IF (TRN(K).GT.TSL) GOTO 160
    IF (KL.NE.0) GOTO 130
    ENL = EN(K-1)-(TRN(K-1)-TSL)*(EN(K)-EN(K-1))/(TRN(K)-TRN(K-1))
    KL = K
130  IF (TRN(K).LE.TSG) GOTO 140
    GOTO 160
140  IF (DK.NE.0) GOTO 160
    ENG = EN(K-1)-(TRN(K-1)-TSG)*(EN(K)-EN(K-1))/(TRN(K)-TRN(K-1))
    S = (TSG-TSL)/(ENG-ENL)
    A = TSL-S*ENL
    DK = K-KL+2
    WRITE (16,141) ENI, ENU, NINT((EN(K)-EN(KL-1))/DN+1)
141  FORMAT ('---'/
#    '4 4 635 475'/
#    'Refractive index n'/
#    F4.2, 1X, F4.2/
#    'Non-linearity DEL [%], Gradient -dT/dn'/
#    '-30 30'/
#    '-dT/dn', 1X, I4, ' 14:')
    DT = (TRN(KL)-TRN(KL-1))/(EN(KL)-EN(KL-1))
    WRITE (16,120) EN(KL-1), -DT
    DO 150 M=KL, K-1
        DT = (TRN(M+1)-TRN(M-1))/(EN(M+1)-EN(M-1))
        WRITE (16,120) EN(M), -DT
150  CONTINUE
    DT = (TRN(K)-TRN(K-1))/(EN(K)-EN(K-1))
    WRITE (16,120) EN(K), -DT
    WRITE (16,151) DCT/AX, APT, NINT((EN(K)-EN(KL-1))/DN+1)
151  FORMAT ('D=', F3.2, '; A=', F3.2, '; DEL', 1X, I4, ' 13:')
    DE = TSL/(A+S*ENL)-1.
    DEA = ABS(DE)
    DEM = AMAX1(DEM, DEA)
    WRITE (16,120) EN(KL-1), DE*100.
    DO 155 M=KL, K-1
        DE = TRN(M)/(A+S*EN(M))-1.
        DEA = ABS(DE)
        DEM = AMAX1(DEM, DEA)
        WRITE (16,120) EN(M), DE*100.
155  CONTINUE
    DE = TSG/(A+S*ENG)-1.
    DEA = ABS(DE)
    DEM = AMAX1(DEM, DEA)
    WRITE (16,120) EN(K), DE*100.
    WRITE (16,280)
160  CONTINUE
    WRITE (15,165) EN(1), TRI, TTI
165  FORMAT (5X, 'EN2=', F5.3, 3X, 'TR=', E10.4, 3X, 'TT=', E10.4)
170  WRITE (14,180) MIR, MAR, ENL, ENG, ENG-ENL, S, DEM*100.
    WRITE (15,180) MIR, MAR, ENL, ENG, ENG-ENL, S, DEM*100.
180  FORMAT (7X, 'REF=', I2, '...', I2, 3X, 'WEN=', F5.3, '...', F5.3/

```

```

#7X, 'DIN=', F5.3, 5X, 'S=', E10.4, 5X, 'DEL=', E10.4)
WRITE (13,280)
FRM = 0.
BRM = 0.
FPM = 0.
BPM = 0.
DO 190 L=1,900
  FRM = FRM+FR(L)
  IF (FRM.EQ.0.) FRM = 1.
  BRM = BRM+BR(L)
  IF (BRM.EQ.0.) BRM = 1.
  FPM = FPM+FP(L)
  IF (FPM.EQ.0.) FPM = 1.
  BPM = BPM+BP(L)
  IF (BPM.EQ.0.) BPM = 1.
190 CONTINUE
ALI = 1
DO 195 L=1,900
  IF (FR(L).EQ.0.) GOTO 192
  ALI = L-1
  GOTO 196
192 IF (BR(L).EQ.0.) GOTO 193
  ALI = L-1
  GOTO 196
193 IF (FP(L).EQ.0.) GOTO 194
  ALI = L-1
  GOTO 196
194 IF (BP(L).EQ.0.) GOTO 195
  ALI = L-1
  GOTO 196
195 CONTINUE
196 ALU = 900
DO 200 L=900,1,-1
  IF (FR(L).EQ.0) GOTO 197
  ALU = L+1
  GOTO 201
197 IF (BR(L).EQ.0.) GOTO 198
  ALU = L+1
  GOTO 201
198 IF (FP(L).EQ.0.) GOTO 199
  ALU = L+1
  GOTO 201
199 IF (BP(L).EQ.0.) GOTO 200
  ALU = L+1
  GOTO 201
200 CONTINUE
201 WRITE (12,202) ALI*.1,ALU*.1,NINT(ALU-ALI+1)
202 FORMAT ('---'/
#'4 4 635 475'/
#'Angle of incidence ALF [degr]'/
#F4.1,1X,F4.1/
#'Angular density D [°/degr/10]'/
#'0 12'/
#'FLEXP',1X,14,' (':)
DO 220 N=ALI,ALU
  WRITE (12,203) N*.1,FP(N)*.00./(FRM+FPM)

```

```

203  FORMAT (F5.2,2X,E10.4)
220  CONTINUE
      WRITE (12,221) NINT(ALU-ALI+1)
221  FORMAT ('BEAMP',1X,I4,' 3:')
      DO 230 N=ALI,ALU
          WRITE (12,203) N*.1,BP(N)*100./(BRM+BPM)
230  CONTINUE
      WRITE (12,231) NINT(ALU-ALI+1)
231  FORMAT ('FLEXR',1X,I4,' 12:')
      DO 240 N=ALI,ALU
          WRITE (12,203) N*.1,FR(N)*100./(FRM+FPM)
240  CONTINUE
      WRITE (12,241) NINT(ALU-ALI+1)
241  FORMAT ('BEAMR',1X,I4,' 14:')
      DO 250 N=ALI,ALU
          WRITE (12,203) N*.1,BR(N)*100./(BRM+BPM)
250  CONTINUE
      WRITE (12,251) NINT(ALU-ALI+1)
251  FORMAT ('FLEX',1X,I4,' 13:')
      DO 260 N=ALI,ALU
          WRITE (12,203) N*.1,(FR(N)+FP(N))*100./(FRM+FPM)
260  CONTINUE
      WRITE (12,261) DCT/AX,APT,NINT(ALU-ALI+1)
261  FORMAT ('D=',F3.2,';A=',F3.2,';BEAM',1X,I4,' 11:')
      DO 270 N=ALI,ALU
          WRITE (12,203) N*.1,(BR(N)+BP(N))*100./(BRM+BPM)
270  CONTINUE
      WRITE (12,280)
280  FORMAT ('end')
      STOP
      END

```

```

SUBROUTINE ANGL (E,EN,AL)
DIMENSION E(3),EN(3)
C = 0.
C1 = 0.
C2 = 0.
DO 1 I=1,3
    C = C+EN(I)*E(I)
    C1 = C1+EN(I)**2
    C2 = C2+E(I)**2
1 CONTINUE
CA = SQRT(C1)*SQRT(C2)
IF (CA.EQ.0.) GOTO 2
IF (C.LT.0.) GOTO 3
AL = ACOS(C/CA)
RETURN
2 AL = 0.
RETURN
3 AL = -ACOS(-C/CA)
RETURN
END

```

```

SUBROUTINE ENORM1 (P2,A,EN)
DIMENSION P2(3),A(3),EN(3)
C = SQRT(A(1)**2+A(2)**2+A(3)**2)

```

```

EN(1) = SIGN(A(1),P2(1))/C
EN(2) = A(2)/C
EN(3) = A(3)/C
CONTINUE
RETURN
END

```

```

SUBROUTINE EQUAL (X,Y)
DIMENSION X(3),Y(3)
DO 1 I=1,3
  Y(I) = X(I)
1 CONTINUE
RETURN
END

```

```

SUBROUTINE EQUALA (X,Y)
DIMENSION X(3),Y(3)
C = SQRT(X(1)**2+X(2)**2+X(3)**2)
DO 1 I=1,3
  Y(I) = X(I)/C
1 CONTINUE
RETURN
END

```

```

SUBROUTINE FREN (EN1,EN2,AL,RF)
RF = 1.
EN = EN2/EN1
D = EN**2-(SIN(AL))**2
IF (D.LT.0.) GOTO 1
PAR = (EN**2*COS(AL)-SQRT(D))/(EN**2*COS(AL)+SQRT(D))
PER = (COS(AL)-SQRT(D))/(COS(AL)+SQRT(D))
RF = (PAR**2+PER**2)/2.
1 RETURN
END

```

```

SUBROUTINE POINTP (P1,E,A,N,IER,P2)
DIMENSION P1(3),E(3),A(3),P2(3)
IER = 0
F1 = A(3)*E(3)+A(1)*E(1)
F2 = A(3)*E(3)-A(1)*E(1)
IF (F1.NE.0.) GOTO 1
IF (F2.EQ.0.) GOTO 11
GOTO 2
1 T1 = -(A(3)*P1(3)+A(1)*P1(1))/F1
IF (F2.EQ.0.) GOTO 3
2 T2 = -(A(3)*P1(3)-A(1)*P1(1))/F2
IF (F1.EQ.0.) GOTO 4
3 IF (P1(3)+T1*E(3).LT.0.) GOTO 5
4 IF (P1(3)+T2*E(3).GE.0.) GOTO 11
IF (N.NE.1) GOTO 11
T = T2
GOTO 9
5 IF (P1(3)+T2*E(3).LT.0.) GOTO 6
IF (N.NE.1) GOTO 11
T = T1
GOTO 9

```

```

6 IF (N.NE.1) GOTO 7
  T = AMAX1(T1,T2)
  GOTO 9
7 IF (ABS(T2).GT.ABS(T1)) GOTO 8
  T = T1
  GOTO 9
8 T = T2
9 DO 10 K=1,3
  P2(K) = P1(K)+T*E(K)
10 CONTINUE
  RETURN
11 IER = 1
  RETURN
  END

  SUBROUTINE PURP (P1,E,XF,ZF,EN1,RCT,APT,GRT,TMT,RCR,APR,GRR,TMR,
#IND)
  DIMENSION P1(3),E(3)
  APT1 = APT/EN1
  APR1 = APR/EN1
  IND = -1
  S = SQRT(E(1)**2+E(2)**2+E(3)**2)
  IF (S.EQ.0.) RETURN
  IF (E(3).GE.0.) RETURN
  IF (ABS(E(3)/S).LT.1.) GOTO 1
  AN = 0.
  GOTO 2
1 AN = SIN(ACOS(-E(3)/S))
2 X = P1(1)+(ZF-P1(3))*E(1)/E(3)
  Y = P1(2)+(ZF-P1(3))*E(2)/E(3)
  R = SQRT((X-XF)**2+Y**2)
  IF (R.GT.RCR) GOTO 8
  AR = APR1
  IF (GRR.EQ.0.) GOTO 4
  IF (TMR.EQ.0.) GOTO 3
  PR = (1.-(R/RCR)**(1./GRR))/SQRT(1.-(R/RCR)**2)
  GOTO 6
3 PR = 1./(R/RCR)**(1./GRR)
  GOTO 6
4 IF (TMR.EQ.0.) GOTO 7
  RFR = RCR*SQRT(1.-APR**2)
  IF (R.GT.RFR) GOTO 5
  PR = SQRT(1.-(R/RCR)**2)
  GOTO 6
5 PR = SQRT(APR)
6 AR = APR1*SQRT(PR)
7 IF (AN.GT.AR) RETURN
  IND = 1
  RETURN
8 R = SQRT((X+XF)**2+Y**2)
  IF (R.GT.RCT) RETURN
  AT = APT1
  IF (GRT.EQ.0.) GOTO 14
  IF (TMT.EQ.0.) GOTO 13
  PT = (1.-(R/RCT)**(1./GRT))/SQRT(1.-(R/RCT)**2)
  GOTO 16

```

```

13 PR = 1./(R/RCT)**(1./GRT)
   GOTO 16
14 IF (TMT.EQ.0.) GOTO 17
   RFT = RCT*SQRT(1.-APT**2)
   IF (R.GT.RFT) GOTO 15
   PT = SQRT(1.-(R/RCT)**2)
   GOTO 16
15 PT = SQRT(APT)
16 AT = APT1*SQRT(PT)
17 IF (AN.GT.AT) RETURN
   IND = 0
   RETURN
   END

```

```

SUBROUTINE REFL (PI,E1,EN,AL,E2)
DIMENSION E1(3),EN(3),E2(3)
D =(E1(3)*EN(1)-EN(3)*E1(1))*E1(3)-(E1(1)*EN(2)-EN(1)*E1(2))*E1(2)
E =(E1(1)*EN(2)-EN(1)*E1(2))*E1(1)-(E1(2)*EN(3)-EN(2)*E1(3))*E1(3)
F =(E1(2)*EN(3)-EN(2)*E1(3))*E1(2)-(E1(3)*EN(1)-EN(3)*E1(1))*E1(1)
S = SQRT(E1(1)**2+E1(2)**2+E1(3)**2)/SQRT(D**2+E**2+F**2)
IF (AL.EQ.PI/4.) GOTO 1
IF (AL.EQ.0.) GOTO 2
IF (AL.EQ.PI/2.) GOTO 4
T = TAN(AL*2.)
E2(1) = -E1(1)/T-D*S
E2(2) = -E1(2)/T-E*S
E2(3) = -E1(3)/T-F*S
RETURN
1 E2(1) = -D*S
  E2(2) = -E*S
  E2(3) = -F*S
  RETURN
2 DO 3 I=1,3
  E2(I) = -E1(I)
3 CONTINUE
  RETURN
4 DO 5 I=1,3
  E2(I) = E1(I)
5 CONTINUE
  RETURN
  END

```

**Apéndice B. PROGRAMA DE CÁLCULO DE LAS CARACTERÍSTICAS DEL ELEMENTO CÓNICO**

```

PROGRAM CONO2
DIMENSION DX(100400), EN(2000), PSR(2000), PST(2000), TRN(2000)
DIMENSION TTN(2000), AL(100), FR(900), BR(900), FP(900), BP(900)
DIMENSION FA(3), X1(3), X2(3), XI(3), EL(3), ENO(3), EL1(3), EL2(3)
OPEN (10, FILE='RANDOM.TXT')
OPEN (11, FILE='CONO2.INP')
OPEN (12, FILE='CONO2.OLD')
OPEN (13, FILE='CONO2.OUT')
OPEN (14, FILE='CONO2.TRN')
OPEN (15, FILE='CON')
OPEN (16, FILE='CONO2.OUF')
READ (10, *) DX
READ (11, *) DCT, APT, GRT, TMT, DCR, APR, GRR, TMR, AX, XF, ZF,
#EN1, ENI, ENU, DN, LI
WRITE (14, 20) DCT, APT, GRT, TMT, DCR, APR, GRR, TMR, AX, XF, ZF,
#EN1, ENI, ENU, DN, LI
WRITE (15, 20) DCT, APT, GRT, TMT, DCR, APR, GRR, TMR, AX, XF, ZF,
#EN1, ENI, ENU, DN, LI
20 FORMAT (7X, 'DCT=', F5.1, 3X, 'APT=', F3.2, 3X, 'GRT=', F2.1, 3X, 'TMT=',
#F2.0/7X, 'DCR=', F5.1, 3X, 'APR=', F3.2, 3X, 'GRR=', F2.1, 3X, 'TMR=', F2.0/
#7X, 'AX=', F5.1, 3X, 'XF=', F5.1, 3X, 'ZF=', F6.1/7X, 'EN1=', F4.2,
#3X, 'ENI=', F4.2, 3X, 'ENU=', F4.2, 3X, 'DN=', F5.3, 3X, 'LI=', I5)
WRITE (13, 30) ENI, ENU, DCT/AX, APT, EN1, NINT((ENU-ENI)/DN+1)
30 FORMAT ('---'/
#'4 4 635 475'/
#'Refractive index n'/
#F4.2, 1X, F4.2/
#'Transmission T'/
#'0 1.2'/
#'D=', F3.2; 'A=', F3.2; 'N=', F4.2, 1X, I4, ' 15:')
APT1 = APT/EN1
APR1 = APR/EN1
RCT = DCT/2.
RCR = DCR/2.
PI = 3.14159265
FA(1) = 1./AX**2
FA(2) = 1./AX**2
FA(3) = -1./AX**2
FC = 0.
LO = 99
PS0 = 0.
MIR = 99
MAR = 0
KL = 0
DK = 0
DEM = 0.
DO 96 L=1, LI
R = RCT*SQRT(DX(L+LO))
FI1 = 2.*PI*DX(L+LO**2)
XI(1) = R*COS(FI1) - XF
XI(2) = R*SIN(FI1)
XI(3) = ZF
PO = 1.

```

Apéndice B. PROGRAMA DE CÁLCULO DEL ELEMENTO CÓNICO

```

TO = APT1
IF (GRT.EQ.0.) GOTO 34
IF (TMT.EQ.0.) GOTO 33
GOTO 36
33  P0 = 1.-(R/RCT)**(1./GRT)
    GOTO 36
34  IF (TMT.EQ.0.) GOTO 37
    RFT = RCT*SQRT(1.-APT**2)
    IF (R.GT.RFT) GOTO 35
    P0 = SQRT(1.-(R/RCT)**2)
    GOTO 36
35  P0 = SQRT(APT)
36  TO = APT1*SQRT(P0)
37  C = TO*ASIN(TO)*DX(L+L0*3)
    TE0 = 0.
    TE1 = PI/2.
38  S1 = (TE1*SIN(TE1)-TE0*SIN(TE0))/(TE1-TE0)
    TE = TE1-(TE1*SIN(TE1)-C)/S1
    FTE = TE*SIN(TE)-C
    IF (ABS(FTE).LT.9.E-8) GOTO 39
    TE0 = TE1
    TE1 = TE
    GOTO 38
39  FI = 2.*PI*DX(L+L0*4)
    EL(1) = SIN(TE)*COS(FI)
    EL(2) = SIN(TE)*SIN(FI)
    EL(3) = COS(TE)
    PS0 = PS0+P0
    CALL EQUAL (XI,X1)
    CALL EQUALA (EL,EL1)
    RK = 0
    RT = 0
    RP = 0
    DO 80 N=1,100
        CALL PURP (X1,EL1,XF,ZF,EN1,RCT,APT,GRT,TMT,RCR,APR,GRR,TMR,
#         IND)
        IF (IND) 70,60,50
50    RR = N-1
        MIR = AMIN1(MIR,RR)
        MAR = AMAX1(MAR,RR)
        ALC = 900
        DO 55 M=1,RR
            ALS = AL(M)*1800./PI
            FR(NINT(ALS)) = FR(NINT(ALS))+1./RR
            ALC = AMIN1(ALC,ALS)
55    CONTINUE
        BR(NINT(ALC)) = BR(NINT(ALC))+1.
        GOTO 90
60    RT = N-1
        ALC = 900
        DO 65 M=1,RT
            ALS = AL(M)*1800./PI
            FP(NINT(ALS)) = FP(NINT(ALS))+1./RT
            ALC = AMIN1(ALC,ALS)
65    CONTINUE
        BP(NINT(ALC)) = BP(NINT(ALC))+1.
        GOTO 90

```

Apéndice B. PROGRAMA DE CÁLCULO DEL ELEMENTO CÓNICO

```

70   IF (X1(3).GE.ZF) GOTO 76
      RP = N-1
      ALC = 900
      DO 75 M=1,RP
        ALS = AL(M)*1800./PI
        FP(NINT(ALS)) = FP(NINT(ALS))+1./RP
        ALC = AMIN1(ALC,ALS)
75   CONTINUE
      BP(NINT(ALC)) = BP(NINT(ALC))+1.
      GOTO 96
76   CALL POINTC (X1,EL1,FA,N,IER,X2)
      IF (IER.EQ.1) GOTO 96
      CALL ENORM2 (X2,FA,ENO)
      CALL ANGL (EL1,ENO,ALF)
      CALL REFL (PI,EL1,ENO,ALF,EL2)
      AL(N) = ABS(ALF)
      CALL EQUAL (X2,X1)
      CALL EQUALA (EL2,EL1)
80   CONTINUE
90   EN2 = EN1-DN
      DO 95 I=1,2000
        EN2 = EN2+DN
        IF (EN2.LT.ENU) GOTO 91
        MEN = I-1
        GOTO 96
91   EN(I) = EN2
      RFP = 1.
      IF (RR.EQ.0) GOTO 93
      DO 92 J=1,RR
        CALL FREN (EN1,EN2,AL(J),RF)
        RFP = RFP*RF
92   CONTINUE
      PSR(I) = PSR(I)+P0*RFP
      GOTO 95
93   IF (RT.EQ.0) GOTO 96
      DO 94 J=1,RT
        CALL FREN (EN1,EN2,AL(J),RF)
        RFP = RFP*RF
94   CONTINUE
      PST(I) = PST(I)+P0*RFP
95   CONTINUE
96   CONTINUE
      DO 160 K=1,MEN
        TR = PSR(K)/PS0
        TT = PST(K)/PS0
        IF (K.NE.1) GOTO 100
        TRI = TR
        TRI = TR
        TT1 = TT
        TT1 = TT
        IF (TRI.EQ.0.) TRI = 1.
        IF (TT1.EQ.0.) TT1 = 1.
100  TRN(K) = TR/TR1
      TTN(K) = TT/TT1
      WRITE (11,110) EN(K),TR,TRN(K),TT,TTN(K)
110  FORMAT (5X,'EN2=',F5.3,2X,'TR ',E10.4,2X,'TRN=',E10.4,
#     2X,'TT ',E10.4,2X,'TTN=',E10.4)

```

```

WRITE (13,120) EN(K),TRN(K)
120  FORMAT (F5.3,2X,E10.4)
      TSL = 0.9
      TSG = 0.1
      IF (TRN(K).GT.TSL) GOTO 160
      IF (KL.NE.0) GOTO 130
      ENL = EN(K-1)-(TRN(K-1)-TSL)*(EN(K)-EN(K-1))/(TRN(K)-TRN(K-1))
      KL = K
130  IF (TRN(K).LE.TSG) GOTO 140
      GOTO 160
140  IF (DK.NE.0) GOTO 160
      ENG = EN(K-1)-(TRN(K-1)-TSG)*(EN(K)-EN(K-1))/(TRN(K)-TRN(K-1))
      S = (TSG-TSL)/(ENG-ENL)
      A = TSL-S*ENL
      DK = K-KL+2
      WRITE (16,141) ENI,ENU,NINT((EN(K)-EN(KL-1))/DN+1)
141  FORMAT ('---'/
# '4 4 635 475'/
# 'Refractive index n'/
# F4.2,1X,F4.2/
# 'Non-linearity DEL [%], Gradient -dT/dn'/
# '-30 30'/
# '-dT/dn',1X,I4,' 14:')
      DT = (TRN(KL)-TRN(KL-1))/(EN(KL)-EN(KL-1))
      WRITE (16,120) EN(KL-1),-DT
      DO 150 M=KL,K-1
          DT = (TRN(M+1)-TRN(M-1))/(EN(M+1)-EN(M-1))
          WRITE (16,120) EN(M),-DT
150  CONTINUE
      DT = (TRN(K)-TRN(K-1))/(EN(K)-EN(K-1))
      WRITE (16,120) EN(K),-DT
      WRITE (16,151) DCT/AX,APT,NINT((EN(K)-EN(KL-1))/DN+1)
151  FORMAT ('D=',F3.2,';A=',F3.2,';DEL',1X,I4,' 13:')
      DE = TSL/(A+S*ENL)-1.
      DEA = ABS(DE)
      DEM = AMAX1(DEM,DEA)
      WRITE (16,120) EN(KL-1),DE*100.
      DO 155 M=KL,K-1
          DE = TRN(M)/(A+S*EN(M))-1.
          DEA = ABS(DE)
          DEM = AMAX1(DEM,DEA)
          WRITE (16,120) EN(M),DE*100.
155  CONTINUE
      DE = TSG/(A+S*ENG)-1.
      DEA = ABS(DE)
      DEM = AMAX1(DEM,DEA)
      WRITE (16,120) EN(K),DE*100.
      WRITE (16,280)
160  CONTINUE
      WRITE (15,165) EN(1),TRI,TTI
165  FORMAT (5X,'EN2=',F5.3,3X,'TR=',F10.4,3X,'TT=',E10.4)
170  WRITE (14,180) MIR,MAR,ENL,ENG,ENG-ENL,S,DEM*100.
      WRITE (15,180) MIR,MAR,ENL,ENG,ENG-ENL,S,DEM*100.
180  FORMAT (7X,'REF-',I2,'...',I2,3X,'WEN-',F5.3,'...',F5.3/
#7X,'DIN=',F5.3,5X,'S=',F10.4,5X,'DEL ',E10.4)
      WRITE (13,280)
      FRM 0.

```

```

BRM = 0.
FPM = 0.
BPM = 0.
DO 190 L=1,900
  FRM = FRM+FR(L)
  IF (FRM.EQ.0.) FRM = 1.
  BRM = BRM+BR(L)
  IF (BRM.EQ.0.) BRM = 1.
  FPM = FPM+FP(L)
  IF (FPM.EQ.0.) FPM = 1.
  BPM = BPM+BP(L)
  IF (BPM.EQ.0.) BPM = 1.
190 CONTINUE
ALI = 1
DO 195 L=1,900
  IF (FR(L).EQ.0.) GOTO 192
  ALI = L-1
  GOTO 196
192 IF (BR(L).EQ.0.) GOTO 193
  ALI = L-1
  GOTO 196
193 IF (FP(L).EQ.0.) GOTO 194
  ALI = L-1
  GOTO 196
194 IF (BP(L).EQ.0.) GOTO 195
  ALI = L-1
  GOTO 196
195 CONTINUE
196 ALU = 900
DO 200 L=900,1,-1
  IF (FR(L).EQ.0) GOTO 197
  ALU = L+1
  GOTO 201
197 IF (BR(L).EQ.0.) GOTO 198
  ALU = L+1
  GOTO 201
198 IF (FP(L).EQ.0.) GOTO 199
  ALU = L+1
  GOTO 201
199 IF (BP(L).EQ.0.) GOTO 200
  ALU = L+1
  GOTO 201
200 CONTINUE
201 WRITE (12,202) ALI*.1,ALU*.1,NINT(ALU-ALI+1)
202 FORMAT ('---'/
#4 4 635 475'/
#'Angle of incidence ALF [degr]'/
#F4.1,1X,F4.1/
#'Angular density D [-/degr/10]'/
#0 12'/
#'FLEXP',1X,14,' 6:')
DO 220 N=ALI,ALU
  WRITE (12,203) N*.1,FP(N)*.00./(FRM+FPM)
203 FORMAT (F5.2,2X,E10.4)
220 CONTINUE
WRITE (12,221) NINT(ALU-ALI)
221 FORMAT ('BEFAMP',1X,14,' 3:')

```

```

DO 230 N=ALI,ALU
  WRITE (12,203) N*.1,BP(N)*100./(BRM+BPM)
230 CONTINUE
  WRITE (12,231) NINT(ALU-ALI+1)
231 FORMAT ('FLEXR',1X,I4,' 12:')
  DO 240 N=ALI,ALU
    WRITE (12,203) N*.1,FR(N)*100./(FRM+FPM)
240 CONTINUE
    WRITE (12,241) NINT(ALU-ALI+1)
241 FORMAT ('BEAMR',1X,I4,' 14:')
  DO 250 N=ALI,ALU
    WRITE (12,203) N*.1,BR(N)*100./(BRM+BPM)
250 CONTINUE
    WRITE (12,251) NINT(ALU-ALI+1)
251 FORMAT ('FLEX',1X,I4,' 13:')
  DO 260 N=ALI,ALU
    WRITE (12,203) N*.1,(FR(N)+FP(N))*100./(FRM+FPM)
260 CONTINUE
    WRITE (12,261) DCT/AX,APT,NINT(ALU-ALI+1)
261 FORMAT ('D=',F3.2,';A=',F3.2,';BEAM',1X,I4,' 11:')
  DO 270 N=ALI,ALU
    WRITE (12,203) N*.1,(BR(N)+BP(N))*100./(BRM+BPM)
270 CONTINUE
  WRITE (12,280)
280 FORMAT ('end')
  STOP
  END

```

```

SUBROUTINE ANGL (E,EN,AL)
  DIMENSION E(3),EN(3)
  C = 0.
  C1 = 0.
  C2 = 0.
  DO 1 I=1,3
    C = C+EN(I)*E(I)
    C1 = C1+EN(I)**2
    C2 = C2+E(I)**2
1 CONTINUE
  CA = SQRT(C1)*SQRT(C2)
  IF (CA.EQ.0.) GOTO 2
  IF (ABS(C/CA).GE.1.) GOTO 2
  IF (C.LT.0.) GOTO 3
  AL = ACOS(C/CA)
  RETURN
2 AL = 0.
  RETURN
3 AL = -ACOS(-C/CA)
  RETURN
  END

```

```

SUBROUTINE ENORM2 (P2,A,EN)
  DIMENSION P2(3),A(3),EN(3)
  DO 1 I=1,3
    EN(I) = A(I)*P2(I)
1 CONTINUE
  C = SQRT(EN(1)**2+EN(2)**2+EN(3)**2)

```

```

DO 2 J=1,3

    EN(J) = EN(J)/C
2 CONTINUE
RETURN
END

SUBROUTINE EQUAL (X,Y)
DIMENSION X(3),Y(3)
DO 1 I=1,3
    Y(I) = X(I)
1 CONTINUE
RETURN
END

SUBROUTINE EQUALA (X,Y)
DIMENSION X(3),Y(3)
C = SQRT(X(1)**2+X(2)**2+X(3)**2)
DO 1 I=1,3
    Y(I) = X(I)/C
1 CONTINUE
RETURN
END

SUBROUTINE FREN (EN1,EN2,AL,RF)
RF = 1.
EN = EN2/EN1
D = EN**2-(SIN(AL))**2
IF (D.LT.0.) RETURN
PAR = (EN**2*COS(AL)-SQRT(D))/(EN**2*COS(AL)+SQRT(D))
PER = (COS(AL)-SQRT(D))/(COS(AL)+SQRT(D))
RF = (PAR**2+PER**2)/2.
RETURN
END

SUBROUTINE POINTC (P1,E,A,N,IER,P2)
DIMENSION P1(3),E(3),A(3),P2(3)
F = 0.
G = 0.
H = 0.
IER = 0
DO 1 I=1,3
    F = F+A(I)*E(I)**2
    G = G+2.*A(I)*P1(I)*E(I)
    H = H+A(I)*P1(I)**2
1 CONTINUE
D = G**2-4.*F*H
IF (D.LT.0.) GOTO 10
IF (F.EQ.0.) GOTO 6
T1 = (-G+SQRT(D))/(2.*F)
T2 = (-G-SQRT(D))/(2.*F)
IF (P1(3)+T1*E(3).LT.0.) GOTO 2
IF (P1(3)+T2*E(3).GE.0.) GOTO 10
IF (N.NE.1) GOTO 10
T = T2
GOTO 8
2 IF (P1(3)+T2*E(3).LT.0.) GOTO 3

```

```

IF (N.NE.1) GOTO 10
T = T1
GOTO 8
3 IF (N.NE.1) GOTO 4
T = AMAX1(T1,T2)
GOTO 8
4 IF (ABS(T2).GT.ABS(T1)) GOTO 5
T = T1
GOTO 8
5 T = T2
GOTO 8
6 IF (H.EQ.0.) GOTO 7
T = -G/H
GOTO 8
7 T = 0.
8 DO 9 K=1,3
  P2(K) = P1(K)+T*E(K)
9 CONTINUE
RETURN
10 IER = 1
RETURN
END

SUBROUTINE PURP (P1,E,XF,ZF,EN1,RCT,APT,GRT,TMT,RCR,APR,GRR,TMR,
#IND)
DIMENSION P1(3),E(3)
APT1 = APT/EN1
APR1 = APR/EN1
IND = -1
S = SQRT(E(1)**2+E(2)**2+E(3)**2)
IF (S.EQ.0.) RETURN
IF (E(3).GE.0.) RETURN
IF (ABS(E(3)/S).LT.1.) GOTO 1
AN = 0.
GOTO 2
1 AN = SIN(ACOS(-E(3)/S))
2 X = P1(1)+(ZF-P1(3))*E(1)/E(3)
  Y = P1(2)+(ZF-P1(3))*E(2)/E(3)
  R = SQRT((X-XF)**2+Y**2)
  IF (R.GT.RCR) GOTO 8
  AR = APR1
  IF (GRR.EQ.0.) GOTO 4
  IF (TMR.EQ.0.) GOTO 3
  PR = (1.-(R/RCR)**(1./GRR))/SQRT(1.-(R/RCR)**2)
  GOTO 6
3 PR = 1./(R/RCR)**(1./GRR)
  GOTO 6
4 IF (TMR.EQ.0.) GOTO 7
  RFR = RCR*SQRT(1.-APR**2)
  IF (R.GT.RFR) GOTO 5
  PR = SQRT(1.-(R/RCR)**2)
  GOTO 6
5 PR = SQRT(APR)
6 AR = APR1*SQRT(PR)
7 IF (AN.GT.AR) RETURN
  IND = 1
RETURN

```

```

8 R = SQRT((X+XF)**2+Y**2)
  IF (R.GT.RCT) RETURN
  AT = APT1
  IF (GRT.EQ.0.) GOTO 14
  IF (TMT.EQ.0.) GOTO 13
  PT = (1.-(R/RCT)**(1./GRT))/SQRT(1.-(R/RCT)**2)
  GOTO 16
13 PR = 1./(R/RCT)**(1./GRT)
  GOTO 16
14 IF (TMT.EQ.0.) GOTO 17
  RFT = RCT*SQRT(1.-APT**2)
  IF (R.GT.RFT) GOTO 15
  PT = SQRT(1.-(R/RCT)**2)
  GOTO 16
15 PT = SQRT(APT)
16 AT = APT1*SQRT(PT)
17 IF (AN.GT.AT) RETURN
  IND = 0
  RETURN
  END

SUBROUTINE REFL (PI,E1,EN,AL,E2)
DIMENSION E1(3),EN(3),E2(3)
D =(E1(3)*EN(1)-EN(3)*E1(1))*E1(3)-(E1(1)*EN(2)-EN(1)*E1(2))*E1(2)
E =(E1(1)*EN(2)-EN(1)*E1(2))*E1(1)-(E1(2)*EN(3)-EN(2)*E1(3))*E1(3)
F =(E1(2)*EN(3)-EN(2)*E1(3))*E1(2)-(E1(3)*EN(1)-EN(3)*E1(1))*E1(1)
S = SQRT(E1(1)**2+E1(2)**2+E1(3)**2)/SQRT(D**2+E**2+F**2)
IF (AL.EQ.PI/4.) GOTO 1
IF (AL.EQ.0.) GOTO 2
IF (AL.EQ.PI/2.) GOTO 4
T = TAN(AL*2.)
E2(1) = -E1(1)/T-D*S
E2(2) = -E1(2)/T-E*S
E2(3) = -E1(3)/T-F*S
RETURN
1 E2(1) = -D*S
  E2(2) = -E*S
  E2(3) = -F*S
  RETURN
2 DO 3 I=1,3
  E2(I) = -E1(I)
3 CONTINUE
  RETURN
4 DO 5 I=1,3
  E2(I) = E1(I)
5 CONTINUE
  RETURN
  END

```

**Apéndice C. PROGRAMA DE CÁLCULO DE LAS CARACTERÍSTICAS DEL ELEMENTO SEMIESFÉRICO**

```

PROGRAM SFERA2
DIMENSION DX(100400), EN(2000), PSR(2000), PST(2000), TRN(2000)
DIMENSION TTN(2000), AL(100), FR(900), BR(900), FP(900), BP(900)
DIMENSION FA(3), X1(3), X2(3), XI(3), EL(3), ENO(3), EL1(3), EL2(3)
OPEN (10, FILE='RANDOM.TXT')
OPEN (11, FILE='SFERA2.INP')
OPEN (12, FILE='SFERA2.OLD')
OPEN (13, FILE='SFERA2.OUT')
OPEN (14, FILE='SFERA2.TRN')
OPEN (15, FILE='CON')
OPEN (16, FILE='SFERA2.OUF')
READ (10, *) DX
READ (11, *) DCT, APT, GRT, TMT, DCR, APR, GRR, TMR, AX, XF, ZF,
#EN1, EN1, ENU, DN, LI
WRITE (14, 20) DCT, APT, GRT, TMT, DCR, APR, GRR, TMR, AX, XF, ZF,
#EN1, EN1, ENU, DN, LI
WRITE (15, 20) DCT, APT, GRT, TMT, DCR, APR, GRR, TMR, AX, XF, ZF,
#EN1, EN1, ENU, DN, LI
20 FORMAT (7X, 'DCT=', F5.1, 3X, 'APT=', F3.2, 3X, 'GRT=', F2.1, 3X, 'TMT=',
#F2.0/7X, 'DCR=', F5.1, 3X, 'APR=', F3.2, 3X, 'GRR=', F2.1, 3X, 'TMR=', F2.0/
#7X, 'AX=', F5.1, 3X, 'XF=', F5.1, 3X, 'ZF=', F6.1/7X, 'EN1=', F4.2,
#3X, 'ENI=', F4.2, 3X, 'ENU=', F4.2, 3X, 'DN=', F5.3, 3X, 'LI=', I5)
WRITE (13, 30) EN1, ENU, DCT/AX, APT, EN1, NINT((ENU-ENI)/DN+1)
30 FORMAT ('---'/
#'4 4 635 475'/
#'Refractive index n'/
#F4.2, 1X, F4.2/
#'Transmission T'/
#'0 1.2'/
#'D=', F3.2, ', A=', F3.2, ', N=', F4.2, 1X, I4, ' 15:')
APT1 = APT/EN1
APR1 = APR/EN1
RCT = DCT/2.
RCR = DCR/2.
PI = 3.14159265
FA(1) = 1./AX**2
FA(2) = 1./AX**2
FA(3) = 1./AX**2
FC = -1.
L0 = 99
PS0 = 0.
MIR = 99
MAR = 0
KL = 0
DK = 0
DEM = 0.
DO 96 L=1, LI
R = RCT*SQRT(DX(L+L0))
F11 = 2.*PI*DX(L+L0**2)
XI(1) = R*COS(F11)
XI(2) = R*SIN(F11)
XI(3) = ZF
PC = 1.

```

```

TO = APT1
IF (GRT.EQ.0.) GOTO 34
IF (TMT.EQ.0.) GOTO 33
GOTO 36
33  P0 = 1.-(R/RCT)**(1./GRT)
    GOTO 36
34  IF (TMT.EQ.0.) GOTO 37
    RFT = RCT*SQRT(1.-APT**2)
    IF (R.GT.RFT) GOTO 35
    P0 = SQRT(1.-(R/RCT)**2)
    GOTO 36
35  P0 = SQRT(APT)
36  TO = APT1*SQRT(P0)
37  C = TO*ASIN(TO)*DX(L+L0*3)
    TEO = 0.
    TE1 = PI/2.
38  S1 = (TE1*SIN(TE1)-TE0*SIN(TE0))/(TE1-TE0)
    TE = TE1-(TE1*SIN(TE1)-C)/S1
    FTE = TE*SIN(TE)-C
    IF (ABS(FTE).LT.9.E-8) GOTO 39
    TEO = TE1
    TE1 = TE
    GOTO 38
39  FI = 2.*PI*DX(L+L0*4)
    EL(1) = SIN(TE)*COS(FI)
    EL(2) = SIN(TE)*SIN(FI)
    EL(3) = COS(TE)
    PSO = PSO+P0
    CALL EQUAL (XI,X1)
    CALL EQUALA (EL,EL1)
    RR = 0
    RT = 0
    RP = 0
    DO 80 N=1,100
        CALL PURP (X1,EL1,XF,ZF,EN1,RCT,APT,GRT,TMT,RCR,APR,GRR,TMR,
#         IND)
        IF (IND) 70,60,50
50    RR = N-1
        MIR = AMIN1(MIR,RR)
        MAR = AMAX1(MAR,RR)
        ALC = 900
        DO 55 M=1,RR
            ALS = AL(M)*1800./PI
            FR(NINT(ALS)) = FR(NINT(ALS))+1./RR
            ALC = AMIN1(ALC,ALS)
55    CONTINUE
        BR(NINT(ALC)) = BR(NINT(ALC))+1.
        GOTO 90
60    RT = N-1
        ALC = 900
        DO 65 M=1,RT
            ALS = AL(M)*1800./PI
            FR(NINT(ALS)) = FR(NINT(ALS))+1./RT
            ALC = AMIN1(ALC,ALS)
65    CONTINUE
        BR(NINT(ALC)) = BR(NINT(ALC))+1.

```

```

GOTO 90
70  IF (X1(3).GE.ZF) GOTO 76
    RP = N-1
    ALC = 900
    DO 75 M=1,RP
        ALS = AL(M)*1800./PI
        FP(NINT(ALS)) = FP(NINT(ALS))+1./RP
        ALC = AMIN1(ALC,ALS)
75  CONTINUE
    BP(NINT(ALC)) = BP(NINT(ALC))+1.
    GOTO 96
76  CALL POINTE (X1,EL1,FA,N,IER,X2)
    IF (IER.EQ.1) GOTO 96
    CALL ENORM2 (X2,FA,ENO)
    CALL ANGL (EL1,ENO,ALF)
    CALL REFL (PI,EL1,ENO,ALF,EL2)
    AL(N) = ABS(ALF)
    CALL EQUAL (X2,X1)
    CALL EQUALA (EL2,EL1)
80  CONTINUE
90  EN2 = EN1-DN
    DO 95 I=1,2000
        EN2 = EN2+DN
        IF (EN2.LT.ENU) GOTO 91
        MEN = I-1
        GOTO 96
91  EN(I) = EN2
    RFP = 1
    IF (RR.EQ.0) GOTO 93
    DO 92 J=1,RR
        CALL FREN (EN1,EN2,AL(J),RF)
        RFP = RFP*RF
92  CONTINUE
    PSR(I) = PSR(I)+P0*RFP
    GOTO 95
93  IF (RT.EQ.0) GOTO 96
    DO 94 J=1,RT
        CALL FREN (EN1,EN2,AL(J),RF)
        RFP = RFP*RF
94  CONTINUE
    PST(I) = PST(I)+P0*RFP
95  CONTINUE

96  CONTINUE
    DO 160 K=1,MEN
        TR = PSR(K)/PS0
        TT = PST(K)/PS0
        IF (K.NE.1) GOTO 100
        TR1 = TR
        TRI = TR
        TT1 = TT
        TTI = TT
        IF (TR1.EQ.0) TRI = 1.
        IF (TT1.EQ.0) TTI = 1.
100  TRN(K) = TR/TR1
        TTN(K) = TT/TT1

```

```

WRITE (14,110) EN(K),TR,TRN(K),TT,TTN(K)
110  FORMAT (5X,'EN2=',F5.3,2X,'TR=',E10.4,2X,'TRN=',E10.4,
#      2X,'TT=',E10.4,2X,'TTN=',E10.4)
WRITE (13,120) EN(K),TRN(K)
120  FORMAT (F5.3,2X,E10.4)
      TSL = 0.9
      TSG = 0.1
      IF (TRN(K).GT.TSL) GOTO 160
      IF (KL.NE.0) GOTO 130
      ENL = EN(K-1)-(TRN(K-1)-TSL)*(EN(K)-EN(K-1))/(TRN(K)-TRN(K-1))
      KL = K
130  IF (TRN(K).LE.TSG) GOTO 140
      GOTO 160
140  IF (DK.NE.0) GOTO 160
      ENG = EN(K-1)-(TRN(K-1)-TSG)*(EN(K)-EN(K-1))/(TRN(K)-TRN(K-1))
      S = (TSG-TSL)/(ENG-ENL)
      A = TSL-S*ENL
      DK = K-KL+2
      WRITE (16,141) ENI,ENU,NINT((EN(K)-EN(KL-1))/DN+1.)
141  FORMAT ('---'/
#      '4 4 635 475'/
#      'Refractive index  n'/
#      F4.2,1X,F4.2/
#      'Non-linearity DEL [%], Gradient -dT/dn'/
#      '-30 30'/
#      '-dT/dn',1X,I4,' 14:')
      DT = (TRN(KL)-TRN(KL-1))/(EN(KL)-EN(KL-1))
      WRITE (16,120) EN(KL-1),-DT
      DO 150 M=KL,K-1
          DT = (TRN(M+1)-TRN(M-1))/(EN(M+1)-EN(M-1))
          WRITE (16,120) EN(M),-DT
150  CONTINUE
      DT = (TRN(K)-TRN(K-1))/(EN(K)-EN(K-1))
      WRITE (16,120) EN(K),-DT
      WRITE (16,151) DCT/AX,APT,NINT((EN(K)-EN(KL-1))/DN+1)
151  FORMAT ('D=',F3.2,';A=',F3.2,';DEL',1X,I4,' 13:')
      DE = TSL/(A+S*ENL)-1.
      DEA = ABS(DE)
      DEM = AMAX1(DEM,DEA)
      WRITE (16,120) EN(KL-1),DE*100.
      DO 155 M=KL,K-1
          DE = TRN(M)/(A+S*EN(M))-1.
          DEA = ABS(DE)
          DEM = AMAX1(DEM,DEA)
          WRITE (16,120) EN(M),DE*100.
155  CONTINUE
      DE = TSG/(A+S*ENG)-1.
      DEA = ABS(DE)
      DEM = AMAX1(DEM,DEA)
      WRITE (16,120) EN(K),DE*100.
      WRITE (16,280)
160  CONTINUE
      WRITE (15,165) EN(1),TR1,TT1
165  FORMAT (5X,'EN2-',F5.3,5X,'TR ',E10.4,3X,'TT ',E10.4)
170  WRITE (14,180) MIR,MAR,ENL,ENG,ENG ENL,3,DEM*100.
      WRITE (15,180) MIR,MAR,ENL,ENG,ENG ENL,3,DEM*100.

```

```

180 FORMAT (7X, 'REF=', I2, '...', I2, 3X, 'WEN=', F5.3, '...', F5.3/
#7X, 'DIN=', F5.3, 5X, 'S=', E10.4, 5X, 'DEL=', E10.4)
WRITE (13, 280)
FRM = 0.
BRM = 0.
FPM = 0.
BPM = 0.
DO 190 L=1, 900
    FRM = FRM+FR(L)
    IF (FRM.EQ.0.) FRM = 1.
    BRM = BRM+BR(L)
    IF (BRM.EQ.0.) BRM = 1.
    FPM = FPM+FP(L)
    IF (FPM.EQ.0.) FPM = 1.
    BPM = BPM+BP(L)
    IF (BPM.EQ.0.) BPM = 1.
190 CONTINUE
ALI = 1
DO 195 L=1, 900
    IF (FR(L).EQ.0.) GOTO 192
    ALI = L-1
    GOTO 196
192 IF (BR(L).EQ.0.) GOTO 193
    ALI = L-1
    GOTO 196
193 IF (FP(L).EQ.0.) GOTO 194
    ALI = L-1
    GOTO 196
194 IF (BP(L).EQ.0.) GOTO 195
    ALI = L-1
    GOTO 196
195 CONTINUE
196 ALU = 900
DO 200 L=900, 1, -1
    IF (FR(L).EQ.0) GOTO 197
    ALU = L+1
    GOTO 201
197 IF (BR(L).EQ.0.) GOTO 198
    ALU = L+1
    GOTO 201
198 IF (FP(L).EQ.0.) GOTO 199
    ALU = L+1
    GOTO 201
199 IF (BP(L).EQ.0.) GOTO 200
    ALU = L+1
    GOTO 201
200 CONTINUE
201 WRITE (12, 202) ALI*.1, ALU*.1, NINT(ALU-ALI+1)
202 FORMAT ('---'/
#'4 4 635 475'/
#'Angle of incidence ALF [degr]'/
#F4.1, 1X, F4.1/
#'Angular density D [ /degr/10]'/
#'0 12'/
#'FLEXP', 1X, 14, ' G: ')
DO 220 N=ALI, ALU

```

```

        WRITE (12,203) N*.1,FP(N)*100./ (FRM+FPM)
203  FORMAT (F5.2,2X,E10.4)
220  CONTINUE
        WRITE (12,221) NINT(ALU-ALI+1)
221  FORMAT ('BEAMP',1X,I4,' 3:')
        DO 230 N=ALI,ALU
            WRITE (12,203) N*.1,BP(N)*100./ (BRM+BPM)
230  CONTINUE
        WRITE (12,231) NINT(ALU-ALI+1)
231  FORMAT ('FLEXR',1X,I4,' 12:')
        DO 240 N=ALI,ALU
            WRITE (12,203) N*.1,FR(N)*100./ (FRM+FPM)
240  CONTINUE
        WRITE (12,241) NINT(ALU-ALI+1)
241  FORMAT ('BEAMR',1X,I4,' 14:')
        DO 250 N=ALI,ALU
            WRITE (12,203) N*.1,BR(N)*100./ (BRM+BPM)
250  CONTINUE
        WRITE (12,251) NINT(ALU-ALI+1)
251  FORMAT ('FLEX',1X,I4,' 13:')
        DO 260 N=ALI,ALU
            WRITE (12,203) N*.1, (FR(N)+FP(N))*100./ (FRM+FPM)
260  CONTINUE
        WRITE (12,261) DCT/AX,APT,NINT(ALU-ALI+1)
261  FORMAT ('D=',F3.2,';A=',F3.2,';BEAM',1X,I4,' 11:')
        DO 270 N=ALI,ALU
            WRITE (12,203) N*.1, (BR(N)+BP(N))*100./ (BRM+BPM)
270  CONTINUE
        WRITE (12,280)
280  FORMAT ('end')
        STOP
        END

```

```

SUBROUTINE ANGL (E,EN,AL)
DIMENSION E(3),EN(3)
C = 0.
C1 = 0.
C2 = 0.
DO 1 I=1,3
    C = C+EN(I)*E(I)
    C1 = C1+EN(I)**2
    C2 = C2+E(I)**2
1 CONTINUE
CA = SQRT(C1)*SQRT(C2)
IF (CA.EQ.0.) GOTO 2
IF (ABS(C/CA).GE.1.) GOTO 2
IF (C.LT.0.) GOTO 3
AL = ACOS(C/CA)
RETURN
2 AL = 0.
RETURN
3 AL = -ACOS(-C/CA)
RETURN
END

```

```

SUBROUTINE FNORM2 (F1,A,EN)

```

```

DIMENSION P2(3),A(3),EN(3)
DO 1 I=1,3
    EN(I) = A(I)*P2(I)
1 CONTINUE
C = SQRT(EN(1)**2+EN(2)**2+EN(3)**2)
DO 2 J=1,3
    EN(J) = EN(J)/C
2 CONTINUE
RETURN
END

SUBROUTINE EQUAL (X,Y)
DIMENSION X(3),Y(3)
DO 1 I=1,3
    Y(I) = X(I)
1 CONTINUE
RETURN
END

SUBROUTINE EQUALA (X,Y)
DIMENSION X(3),Y(3)
C = SQRT(X(1)**2+X(2)**2+X(3)**2)
DO 1 I=1,3
    Y(I) = X(I)/C
1 CONTINUE
RETURN
END

SUBROUTINE FREN (EN1,EN2,AL,RF)
RF = 1.
EN = EN2/EN1
D = EN**2-(SIN(AL))**2
IF (D.LT.0.) RETURN
PAR = (EN**2*COS(AL)-SQRT(D))/(EN**2*COS(AL)+SQRT(D))
PER = (COS(AL)-SQRT(D))/(COS(AL)+SQRT(D))
RF = (PAR**2+PER**2)/2.
RETURN
END

SUBROUTINE POINTE (P1,E,A,N,IER,P2)
DIMENSION P1(3),E(3),A(3),P2(3)
F = 0.
G = 0.
H = -1.
IER = 0
DO 1 I=1,3
    F = F+A(I)*E(I)**2
    G = G+2.*A(I)*P1(I)*E(I)
    H = H+A(I)*P1(I)**2
1 CONTINUE
D = G**2-4.*F*H
IF (D.LT.0.) GOTO 8
IF (F.EQ.0.) GOTO 4
T1 = (G+SQRT(D))/(2.*F)
T2 = (-G+SQRT(D))/(2.*F)
IF (N.NE.1) GOTO 2

```

```

    T = AMAX1(T1,T2)
    GOTO 6
2  IF (ABS(T2).GT.ABS(T1)) GOTO 3
    T = T1
    GOTO 6
3  T = T2
    GOTO 6
4  IF (H.EQ.0.) GOTO 5
    T = -G/H
    GOTO 6
5  T = 0.
6  DO 7 K=1,3
    P2(K) = P1(K)+T*E(K)
7  CONTINUE
    RETURN
8  IER = 1
    RETURN
    END

SUBROUTINE PURP (P1,E,XF,ZF,EN1,RCT,APT,GRT,TMT,RCR,APR,GRR,TMR,
#IND)
    DIMENSION P1(3),E(3)
    APT1 = APT/EN1
    APR1 = APR/EN1
    IND = -1
    S = SQRT(E(1)**2+E(2)**2+E(3)**2)
    IF (S.EQ.0.) RETURN
    IF (E(3).GE.0.) RETURN
    IF (ABS(E(3)/S).LT.1.) GOTO 1
    AN = 0.
    GOTO 2
1  AN = SIN(ACOS(-E(3)/S))
2  X = P1(1)+(ZF-P1(3))*E(1)/E(3)
    Y = P1(2)+(ZF-P1(3))*E(2)/E(3)
    R = SQRT((X-XF)**2+Y**2)
    IF (R.GT.RCR) GOTO 8
    AR = APR1
    IF (GRR.EQ.0.) GOTO 4
    IF (TMR.EQ.0.) GOTO 3
    PR = (1.-(R/RCR)**(1./GRR))/SQRT(1.-(R/RCR)**2)
    GOTO 6
3  PR = 1./(R/RCR)**(1./GRR)
    GOTO 6
4  IF (TMR.EQ.0.) GOTO 7
    RFR = RCR*SQRT(1.-APR**2)
    IF (R.GT.RFR) GOTO 5
    PR = SQRT(1.-(R/RCR)**2)
    GOTO 6
5  PR = SQRT(APR)
6  AR = APR1*SQRT(PR)
7  IF (AN.GT.AR) RETURN
    IND = 1
    RETURN
8  R = SQRT((X+XF)**2+Y**2)
    IF (R.GT.RCT) RETURN
    AT = APT1

```

```

IF (GRT.EQ.0.) GOTO 14
IF (TMT.EQ.0.) GOTO 13
PT = (1.-(R/RCT)**(1./GRT))/SQRT(1.-(R/RCT)**2)
GOTO 16
13 PR = 1./(R/RCT)**(1./GRT)
GOTO 16
14 IF (TMT.EQ.0.) GOTO 17
RFT = RCT*SQRT(1.-APT**2)
IF (R.GT.RFT) GOTO 15
PT = SQRT(1.-(R/RCT)**2)
GOTO 16
15 PT = SQRT(APT)
16 AT = APT1*SQRT(PT)
17 IF (AN.GT.AT) RETURN
IND = 0
RETURN
END

```

```

SUBROUTINE REFL (PI,E1,EN,AL,E2)
DIMENSION E1(3),EN(3),E2(3)
D=(E1(3)*EN(1)-EN(3)*E1(1))*E1(3)-(E1(1)*EN(2)-EN(1)*E1(2))*E1(2)
E=(E1(1)*EN(2)-EN(1)*E1(2))*E1(1)-(E1(2)*EN(3)-EN(2)*E1(3))*E1(3)
F=(E1(2)*EN(3)-EN(2)*E1(3))*E1(2)-(E1(3)*EN(1)-EN(3)*E1(1))*E1(1)
S = SQRT(E1(1)**2+E1(2)**2+E1(3)**2)/SQRT(D**2+E**2+F**2)
IF (AL.EQ.PI/4.) GOTO 1
IF (AL.EQ.0.) GOTO 2
IF (AL.EQ.PI/2.) GOTO 4
T = TAN(AL*2.)
E2(1) = -E1(1)/T-D*S
E2(2) = -E1(2)/T-E*S
E2(3) = -E1(3)/T-F*S
RETURN
1 E2(1) = -D*S
E2(2) = -E*S
E2(3) = -F*S
RETURN
2 DO 3 I=1,3
E2(I) = -E1(I)
3 CONTINUE
RETURN
4 DO 5 I=1,3
E2(I) = E1(I)
5 CONTINUE
RETURN
END

```

**Apéndice D. DESIGNACIONES QUE SE USAN EN LOS PROGRAMAS DE CÁLCULO**

**MATRICES:**

- DX (100400) los números aleatorios en el intervalo de 0 a 1.  
 EN (2000) la serie de valores del índice de refracción del medio externo en el intervalo de trabajo.  
 PSR (2000) las sumas de potencias de los rayos que entran en la fibra óptica receptora, que corresponden a la serie de los valores del índice de refracción del medio externo.  
 PST (2000) las sumas de potencias de los rayos que entran atrás en la fibra óptica transmisora, que corresponden a la serie de los valores del índice de refracción del medio externo.  
 TRN (2000) los coeficientes normalizados de transmisión en la fibra óptica receptora, que corresponden a la serie de los valores del índice de refracción del medio externo.  
 TTN (2000) los coeficientes normalizados de transmisión en la fibra óptica transmisora, que corresponden a la serie de los valores del índice de refracción del medio externo.  
 AL (100) los ángulos de incidencia del rayo sobre la superficie del elemento de sensibilidad que corresponden a una misma trayectoria.  
 FR (900) las cantidades de reflexiones para una zona de 0.1 grado (sobre el ángulo de incidencia), para los rayos que se metieron en la fibra óptica receptora.  
 BR (900) las cantidades de los rayos (con el ángulo de incidencia más pequeño en la trayectoria del rayo), para una zona de 0.1 grado (sobre el ángulo de incidencia), para los rayos que se metieron en la fibra óptica receptora.  
 FP (900) las cantidades de las reflexiones para una zona de 0.1 grado (sobre el ángulo de incidencia), para los rayos que no se metieron en la fibra óptica receptora.  
 BP (900) las cantidades de los rayos (con el ángulo de caída más pequeño en la trayectoria del rayo), para una zona de 0.1 grado (sobre el ángulo de incidencia), para los rayos que no se metieron en la fibra óptica receptora.  
 FA (3) los coeficientes de la ecuación de superficie.  
 X1 (3) las coordenadas del punto principal del rayo.  
 X2 (3) las coordenadas del punto de incidencia del rayo sobre la superficie.  
 XI (3) las coordenadas del punto de salida del rayo inicial de la cara del extremo de fibra óptica transmisora.  
 EL (3) las coordenadas (cosenos) de la dirección del vector del rayo inicial  
 ENO (3) las coordenadas de dirección del vector de una normal a la superficie en el punto de reflexión.  
 EL1 (3) las coordenadas de dirección del vector del rayo incidente  
 EL2 (3) las coordenadas de dirección del vector del rayo reflejado.

**DATOS DE ENTRADA**

El archivo **random.txt** contiene la matriz de números aleatorios en el intervalo de 0 a 1

El archivo **prism2.inp (cono2.inp, elips2.inp)** contiene los datos de entrada siguientes

- DCT el diámetro del núcleo de la fibra óptica transmisora  
 APT la apertura numérica de la fibra óptica transmisora

(TSG = 0.1).

ENL	el valor inicial del índice de refracción EN2 en el intervalo de trabajo (cuando TSL = 0.9).
KL	el número ordinal del valor discreto inicial de la función de transmisión en el intervalo de trabajo.
ENG	el valor final del índice de refracción EN2 en el intervalo de trabajo (cuando TSG = 0.1).
DK	la cantidad de los valores discretos de la función de transmisión en el intervalo de trabajo.
S	la pendiente intermedia en el intervalo de trabajo (coeficiente, al tener el miembro lineal de la ecuación de la recta de aproximación).
A	el término independiente de la ecuación de la recta de aproximación.
DT	la pendiente (el gradiente) en el punto actual del intervalo de trabajo
DE	no-linealidad en el punto actual del intervalo de trabajo.
DEA	el valor absoluto de no-linealidad.
DEM	el valor máximo de los valores absolutos de no-linealidad.
FRM	el total de reflexiones para el rayo que se metió en la fibra óptica receptora.
BRM	el total de los rayos que se metieron en la fibra óptica receptora.
FPM	el total de reflexiones para el rayo que no se metió en la fibra óptica receptora.
BPM	el total de los rayos que no se metieron en la fibra óptica receptora.
ALI	el límite inferior del intervalo de distribución de la cantidad de los rayos en el ángulo de incidencia.
ALU	el límite superior del intervalo de distribución de la cantidad de los rayos en el ángulo de incidencia.

#### **DATOS DE SALIDA**

El archivo **prism2.trn (cono2.trn, elips2.trn)** contiene los datos de entrada y de salida siguientes:

EN2	el índice de refracción del medio externo.
TR	el coeficiente de la transmisión de radiación a la fibra óptica receptora.
TRN	el coeficiente normalizado de la transmisión a la fibra óptica receptora
TT	el coeficiente de la transmisión inversa de radiación a la fibra óptica transmisora
TTN	el coeficiente normalizado de la transmisión inversa a la fibra óptica transmisora
REF	los valores extremos de la cantidad de reflexiones del rayo.
WEN	los valores extremos del índice de refracción en el intervalo de trabajo
DIN	el intervalo de trabajo según el índice de refracción del medio externo
S	la pendiente intermedia en el intervalo de trabajo.
DEL	no-linealidad de la función del coeficiente de transmisión en el intervalo de trabajo [%]

El archivo **prism2.out (cono2.out, elips2.out)** contiene datos para la gráfica de la función del coeficiente de transmisión (TRN) del índice de refracción (EN2).

El archivo **prism2.oud (cono2.oud, elips2.oud)** contiene datos para las gráficas de distribución de la cantidad relativa (densidad) de reflexiones (FR(N)/FRM) y rayos (BR (N) /BRM) en el ángulo de incidencia (ALF) [% /grados/10].

El archivo **prism2.ouf (cono2.ouf, elips2.ouf)** contiene datos para las gráficas de la pendiente intermedia (S) y no-linealidad (DEL) de la función del coeficiente de transmisión (TRN) del índice de refracción (EN2) en el intervalo de trabajo

**SUBPROGRAMAS:**

ANGL	el cálculo del ángulo de incidencia del rayo (ALF).
ENORM1	el cálculo de las coordenadas del vector normal al punto de reflexión (ENO) para la superficie de primer grado.
ENORM2	el cálculo de las coordenadas del vector normal al punto de reflexión (ENO) para la superficie de segundo grado.
EQUAL	la modificación de las coordenadas del punto de reflexión del rayo en las reflexiones posteriores ( $X1=X2$ ).
EQUALA	la modificación de las coordenadas del vector del rayo reflejado en las reflexiones posteriores ( $EL1=EL2$ ).
FREN	el cálculo del coeficiente de reflexión de Fresnel (RF).
POINTP	el cálculo de las coordenadas del punto de reflexión del rayo (X2) en la superficie del elemento de sensibilidad prismático.
POINTC	el cálculo de las coordenadas del punto de reflexión del rayo (X2) en la superficie del elemento de sensibilidad cónico.
POINTE	el cálculo de las coordenadas del punto de reflexión del rayo (X2) en la superficie del elemento de sensibilidad semiesférico.
PURP	la definición del lugar de alcance del rayo (a la fibra óptica receptora, a la fibra óptica transmisora o, cuando no se metió).
REFL	el cálculo de las coordenadas del vector del rayo reflejado (EL2).