

0117E  
2



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA  
DE MEXICO**

---

---

**DIVISION DE ESTUDIOS DE POSGRADO  
FACULTAD DE INGENIERIA**

*DISEÑO E IMPLANTACION DE UN CONTROLADOR  
DIFUSO EN UN SISTEMA DE OPTICA ADAPTATIVA  
TIPO TIP-TILT (APLICADO EN ASTRONOMIA).*

**T E S I S**

**QUE PARA OBTENER EL GRADO DE  
MAESTRO EN INGENIERIA ELECTRICA**

**P R E S E N T A**

**RUBEN ANQUILINO FLORES MEZA**



**DIRECTOR DE TESIS:**

**M. EN I. JUAN PABLO SOTELO DIAZ**

**MEXICO, D. F.**

**ABRIL 2001**

5/10/01



Universidad Nacional  
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

**Biblioteca Central**



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

*"Los sueños (anhelos) son buenos sólo cuando el hombre lucha por hacerlos realidad".*

*R.A.F.M. - 1980.*



*Galaxia Sombrero - Constelación de Virgo.*

## **DEDICATORIAS**

*\* A mi madre, ejemplo viviente de esperanza y lucha.*

*\* A Itzel, quien conforma mi más grande motivación en la vida.*

*\* A Rosario. Gracias por compartir mi vida y aspiraciones. Tu amor y apoyo me fortalecen.*

## AGRADECIMIENTOS

- \* *A mi Alma Mater: UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO. Orgulloso de ser universitario.*
- \* *A la División de Estudios de Posgrado de la Facultad de Ingeniería, UNAM. Por los conocimientos adquiridos en sus aulas.*
- \* *A los profesores Tang Yu y Jesús Savage. Gracias por la revisión de este trabajo.*
- \* *Al INSTITUTO DE ASTRONOMÍA de la UNAM. Gracias por el apoyo humano y material para la realización de esta tesis.*
- \* *A mis amigos - colegas del grupo de Alta Resolución Espacial del Instituto de Astronomía:*
  - *Un agradecimiento especial para Pablo Sotelo. Mil gracias por el tiempo e interés invertidos durante la dirección de esta tesis. El aprendizaje obtenido, no sólo fue de tópicos relacionados con la instrumentación astronómica, sino también de formación profesional.*
  - *A Salvador Cuevas por los múltiples conocimientos compartidos en óptica adaptativa. Gracias por las críticas constructivas que me permitieron mejorar varios aspectos. De verdad disfruto y aprovecho los seminarios que sostenemos sobre óptica adaptativa y otros temas.*
  - *A Leonardo Sánchez por su colaboración en el procesamiento de imágenes. Agradezco, también, su interés en la tesis que se manifestó, principalmente, en una ardua revisión de ésta y en aportaciones sumamente valiosas.*
  - *A Luis Artemio Martínez por su colaboración en la programación para el análisis de datos obtenidos en las pruebas de telescopio.*
  - *A Salvador Cuevas, Pablo Sotelo, Fernando Garfias, Leonardo Sánchez y Luis Artemio Martínez por su colaboración en las pruebas de telescopio del sistema de óptica adaptativa LOLA con el controlador difuso.*
  - \* *A Beatriz Sánchez por el apoyo que ha brindado al proyecto de óptica adaptativa durante su gestión como jefa de Instrumentación del Instituto de Astronomía. Gracias, especialmente, por su confianza en mi labor relacionada con esta tesis.*
  - \* *A Irene Cruz-González, por su apoyo al proyecto de óptica adaptativa y su interés en la aplicación de control difuso a la instrumentación astronómica.*



# ÍNDICE

PAG.

<b>INTRODUCCIÓN</b>	<b>1</b>
<b>CAPÍTULO I</b>	
<b>ÓPTICA ADAPTATIVA</b>	<b>5</b>
I.1.- TURBULENCIA ATMOSFÉRICA	5
I.2.- DISTORSIÓN DEL FRENTE DE ONDA	6
I.3.- COMPORTAMIENTO TEMPORAL DE LA ATMÓSFERA	7
I.4.- SISTEMA DE ÓPTICA ADAPTATIVA	9
I.5.- DINÁMICA DE LA CORRECCIÓN DE TIP-TILT	11
I.5.1.- RETRASO TEMPORAL EN LOS SISTEMAS TIP-TILT	12
I.5.2.- TIP-TILT BASADO EN ZERNIKES Y SEGUIMIENTO DE CENTROIDE	13
I.5.3.- MOVIMIENTO DE LA IMAGEN	14
I.5.4.- ESPECTRO DE POTENCIA	15
I.5.5.- VARIANZA RESIDUAL DE MOVIMIENTO DE CENTROIDE DE LA IMAGEN Y VARIANZA RESIDUAL DE FASE	16
I.6.- SISTEMA DE ÓPTICA ADAPTATIVA LOLA (Low Order Little Aperture)	17
REFERENCIAS	20
<b>CAPÍTULO II</b>	
<b>CONTROL DIFUSO</b>	<b>21</b>
II.1.- CONCEPTO	21
II.2.- TERMINOLOGÍA	21
II.3.- RELACIONES DIFUSAS	24
II.4.- PROYECCIÓN Y EXTENSIÓN CILÍNDRICAS	26
II.5.- PRINCIPIO DE EXTENSIÓN	28
II.6.- REGLAS DE INFERENCIA	28
II.7.- TIPOS DE IMPLICACIÓN EN CONTROL DIFUSO	28
II.7.1.- IMPLICACIÓN DE ZADEH	28
II.7.2.- IMPLICACIÓN DE MAMDANI	29
II.8.- PROPIEDADES GENERALES	29
II.9.- ETAPAS DE UN SISTEMA DE CONTROL DIFUSO	29
II.9.1.- FUSIFICACIÓN	29
II.9.2.- EVALUACIÓN DE REGLAS	30
II.9.2.1.- REPRESENTACIÓN DE LA BASE DE REGLAS	31
II.9.2.2.- ESTRUCTURA DE LA BASE DE REGLAS	32
II.9.2.3.- PROPIEDADES DE UN CONJUNTO DE REGLAS	33
II.9.3.- DEFUSIFICACIÓN	33
II.10.- CARACTERIZACIÓN DE CONTROLADORES DIFUSOS	34
II.10.1.- CONTROLADOR TIPO MAMDANI	34
II.10.2.- CONTROLADOR TIPO SUGENO	34
II.11.- NO LINEALIDAD DEL CONTROLADOR DIFUSO	35
II.12.- ASPECTOS LINGÜÍSTICOS DE UN CONTROLADOR DIFUSO	36
II.12.1.- MODELO ALGEBRÁICO DEL CONTROLADOR	37
II.12.2.- GENERALIZACIÓN	37
II.12.3.- MODELO LINGÜÍSTICO DEL CONTROLADOR	38
II.12.3.1.- ANÁLISIS LINGÜÍSTICO DE ESTADO ESTABLE	38
II.12.3.2.- ANÁLISIS LINGÜÍSTICO DINÁMICO	38
II.12.3.3.- SÍNTESIS LINGÜÍSTICA DE LAS REGLAS DEL CONTROLADOR DIFUSO	38
REFERENCIAS	40

### ***CAPÍTULO III***

#### ***DISEÑO DEL CONTROLADOR DIFUSO, PRUEBAS DE SIMULACIÓN EN LAZO CERRADO E IMPLANTACIÓN EN SISTEMA***

43

III.1.- DETERMINACIÓN DEL PROBLEMA	43
III.2.- DISEÑO DEL CONTROLADOR DIFUSO	44
III.2.1.- PARÁMETROS DE DISEÑO	45
III.2.2.- ESTRUCTURA DEL CONTROLADOR	46
III.2.2.1.-UNIVERSOS DE DISCURSO	46
III.2.2.2.- DETERMINACIÓN DEL CONJUNTO DE REGLAS	48
III.2.2.3.- CONTROLADOR TIPO MAMDANI. OTRAS CARACTERÍSTICAS	49
III.2.2.3.- CONTROLADOR TIPO SUGENO. OTRAS CARACTERÍSTICAS	49
III.3.- EVALUACIÓN DEL CONTROLADOR DIFUSO	50
III.3.1.- SUPERFICIE DE CONTROL	50
III.3.2.- DIAGRAMA DE VELOCIDADES	50
III.4.- SIMULACIÓN EN LAZO CERRADO	51
III.4.1.- RESTRICCIÓN TEMPORAL DE LAS PRUEBAS DE SIMULACIÓN	51
III.4.2.- METODOLOGÍA DE PRUEBAS DE SIMULACIÓN	51
III.4.3.- ANÁLISIS DE RESULTADOS	52
III.5.- ALGORITMO DE CONTROL DIFUSO	52
III.5.1.- ANCHO DE BANDA TEMPORAL DEL ALGORITMO DE CONTROL DIFUSO	54
III.5.2.- DETERMINACIÓN EXPERIMENTAL DEL ANCHO DE BANDA DEL ALGORITMO DE CONTROL DIFUSO. PRUEBA EN LAZO ABIERTO	56
III.6.- IMPLANTACIÓN DEL ALGORITMO DIFUSO EN EL MICROCONTROLADOR	58
III.7.- IMPLANTACIÓN DEL ALGORITMO ENBEBIDO EN EL SISTEMA DE ÓPTICA ADAPTATIVA	58
III.7.1.- ETAPAS DE ACOPLAMIENTO DE SEÑALES DE ENTRADA Y SALIDA	60
III.7.2.- CONVERTIDOR DIGITAL-ANALÓGICO	60
III.7.3.- CONTROL DE LA SECUENCIA DE CONVERSIÓN DIGITAL – ANALÓGICA	60
REFERENCIAS	62

### ***CAPÍTULO IV***

#### ***PRUEBAS DE LABORATORIO***

63

IV.1.- DESCRIPCIÓN DE LAS PRUEBAS	63
IV.1.1.- TIEMPO DE INTEGRACIÓN	63
IV.1.2.- TIPOS DE PERTURBACIÓN	63
IV.2.- METODOLOGÍA	64
IV.2.1.- ALINEACIÓN DEL SISTEMA ÓPTICO	64
IV.3.- CÁLCULO DE STREHL	64
IV.4.- CÁLCULO DE LA DIFERENCIA EN ANCHOS A MEDIA ALTURA	65
IV.5.- RESULTADOS	65
IV.5.1.- PRUEBA CON PERTURBACIÓN DETERMINÍSTICA (TREN DE PULSOS)	65
IV.5.1.1.- IMÁGENES BIDIMENSIONALES : Función de distribución, determinación de ganancia en Strehl y ancho a media altura para la intensidad máxima	67
IV.5.1.2.- IMÁGENES TRIDIMENSIONALES	70
IV.5.2.- PRUEBA CON PERTURBACIÓN ALEATORIA	72
IV.5.2.1.- IMÁGENES BIDIMENSIONALES: Función de distribución, determinación de ganancia en Strehl y ancho a media altura para la intensidad máxima	73
IV.5.2.2.- IMÁGENES TRIDIMENSIONALES	75
REFERENCIAS	77

<b>CAPÍTULO V</b>	
<b>PRUEBAS EN TELESCOPIO</b>	<b>78</b>
V.1.- MOVIMIENTO DEL CENTROIDE DE LA IMAGEN EN EL PLANO	78
V.2.- ANÁLISIS DE LAS SEÑALES DEL MOVIMIENTO DE CENTROIDE DE LA IMAGEN	79
V.2.1.- CRITERIOS DE VALIDACIÓN DE LAS SEÑALES DEL MOVIMIENTO DE CENTROIDE (ESTRELLA)	79
V.2.1.1.- TEOREMA DE MUESTREO	79
V.1.1.2.- CRITERIO DE RAYLEIGH	79
V.3.- DETERMINACIÓN DEL ESPECTRO DE POTENCIA	82
V.3.1.- ESPECTRO DE POTENCIA CORREGIDO TEÓRICO	82
V.4.- ANCHO DE BANDA A 0 dB DEL SISTEMA EN LAZO CERRADO	84
V.5.- CÁLCULO DE LA VELOCIDAD EFECTIVA DEL VIENTO	84
V.6.- CÁLCULO DEL ANCHO DE BANDA DE SEGUIMIENTO DE LA TURBULENCIA ATMOSFÉRICA	86
V.7.- CÁLCULO DE LA RAZÓN DE STREHL A PARTIR DEL ESPECTRO DE POTENCIA	86
V.8.- DISTRIBUCIÓN DE INTENSIDAD LUMINOSA	89
V.9.- CÁLCULO DEL ESPECTRO DE POTENCIA SIN CORRECCIÓN BASADO EN LOS PARÁMETROS ÓPTICOS DETERMINADOS	89
REFERENCIAS	93
CONCLUSIONES	94
PERSPECTIVAS	96
APÉNDICE A. ESCALA DE PLACA DEL SISTEMA Y ESCALA DE PIXEL DEL CCD	98
APÉNDICE B. CARACTERIZACIÓN DE ALGUNOS ELEMENTOS DEL SISTEMA DE ÓPTICA ADAPTATIVA LOLA	100
APÉNDICE C. CÓDIGO DEL ALGORITMO DE CONTROL DIFUSO (extracto)	101
APÉNDICE D. TARJETA MC68HC12A4	105
APÉNDICE E. PROCESAMIENTO DE IMÁGENES OBTENIDAS EN LABORATORIO. CÓDIGO.	106
APÉNDICE F. SISTEMA DE ÓPTICA ADAPTATIVA EN TELESCOPIO	107
APÉNDICE G. PROCESAMIENTO DE DATOS OBTENIDOS EN TELESCOPIO. CÓDIGO.	108
APÉNDICE H. PUBLICACIONES	112

## INTRODUCCIÓN

La importancia de los sistemas de óptica adaptativa aplicados en telescopios astronómicos terrestres ha aumentado considerablemente, debido al apreciable aumento de la resolución espacial en las imágenes obtenidas cuando se utilizan éstos. De esta manera, el diseño de los modernos telescopios debe contemplar un sistema de óptica adaptativa que reduzca los efectos de las aberraciones producidas por la turbulencia atmosférica.

Adicionalmente, el beneficio de este tipo de sistemas se percibe si se toma en cuenta el costo que representa el diseño y fabricación de telescopios espaciales que, evidentemente, no sufren los problemas de aberraciones de imagen producidas por la atmósfera. El telescopio espacial Hubble, por considerar un ejemplo concreto, tuvo un costo de diseño y fabricación de *dos mil millones de dólares* americanos; el costo de puesta en órbita y mantenimiento fue superior a este monto. En comparación, el sistema de óptica adaptativa del telescopio Gemini, como caso representativo, tuvo un costo del orden de los 7 millones de dólares americanos. El costo - beneficio, entonces, del diseño y construcción de sistemas de óptica adaptativa es evidente si comparamos estos números, aun si aumentamos el costo del telescopio terrestre, que fue del orden de unos 120 millones de dólares americanos. Las últimas imágenes obtenidas por el Gemini con el sistema de óptica adaptativa Hokupa'a están casi al límite de difracción ( <http://www.ifa.hawaii.edu/ao/> ).

En el esquema del sistema de óptica adaptativa, el sistema de control juega un papel preponderante ya que éste, determina gran parte del rendimiento global del sistema. Así, los parámetros del controlador definen de manera directa la respuesta del sistema, puesto que la dinámica total del sistema en lazo cerrado involucra la del controlador. La dinámica propia del sistema de óptica adaptativa debe considerarse adecuadamente para la selección del tipo de controlador a utilizar. Específicamente, el controlador debe producir el menor tiempo de retraso posible y tener índices elevados de estabilidad y robustez ante variaciones de entrada bruscas, debido a que atenderá la regulación de señales aleatorias, que caracterizan la dinámica de la turbulencia atmosférica.

Las aberraciones en las imágenes, producto de la turbulencia atmosférica, se representan, en su forma modal, mediante polinomios de Zernike de diversos órdenes. Un sistema de tip-tilt corrige las aberraciones correspondientes a los primeros dos términos de Zernike, que vienen siendo las inclinaciones del frente de onda en relación a los ejes x, y, respectivamente. Un sistema de óptica adaptativa de corrección total, por otra parte, tiene como objetivo ideal, eliminar todas las aberraciones producidas por la turbulencia atmosférica, incluyendo tip-tilt. En la actualidad, no existe sistema de óptica adaptativa alguno con corrección total; en general, corrigen hasta 36 términos.

En este trabajo se incursiona, muy probablemente por vez primera (así lo indica el estado de arte de la óptica adaptativa), en la "fusión" de dos técnicas: Control difuso y óptica adaptativa con aplicación en Astronomía. *El objetivo principal es demostrar que un sistema de control difuso es capaz de regular, con índices de rendimiento elevados, un sistema de óptica adaptativa tipo tip-tilt. La evaluación del rendimiento de éste último, para las pruebas de laboratorio y telescopio, se realiza mediante parámetros ópticos, que además determinan indirectamente, el rendimiento del controlador.* Antes de estas pruebas y mediante simulación del sistema en lazo cerrado, se determina el rendimiento del controlador difuso haciendo un análisis de su respuesta impulsional y evaluando parámetros de control como su correspondiente superficie de control y la trayectoria lingüística asociada al espacio de estados.

También, se establece una metodología concreta para la realización de pruebas, tanto en laboratorio como en telescopio del sistema en lazo cerrado y se evalúan los resultados desde el punto de vista de los parámetros ópticos de las imágenes y del análisis de señales de los datos adquiridos. Se establece la relación

## INTRODUCCIÓN

intrínseca que guardan los parámetros ópticos y los datos de movimiento de centroide y varianza residual de fase, obtenidos a partir del análisis de señales mencionado.

En el capítulo I, se describen las características de mayor relevancia de un sistema de óptica adaptativa y su relación con la calidad de imagen de un objeto astronómico. Se especifica la dinámica de la aberración del frente de onda y su repercusión en las imágenes astronómicas, mencionándose los criterios principales de evaluación de la calidad óptica de éstas. Se revisa la influencia de la turbulencia atmosférica sobre la dinámica del frente de onda y la interacción del espectro de potencia del movimiento de centroide de una imagen con parámetros como la velocidad efectiva del viento y el ancho de banda de seguimiento del sistema tip-tilt, en función del ancho de banda del sistema en lazo cerrado. Se realiza una descripción resumida del sistema de óptica adaptativa tip-tilt LOLA (Low Order Little Aperture), diseñado y construido en el INSTITUTO DE ASTRONOMÍA de la UNAM; sistema en el que se realizaron las pruebas del controlador difuso tanto en laboratorio como en telescopio.

El capítulo II, presenta el análisis teórico de los principales fundamentos matemáticos del control difuso, haciendo énfasis en su estructura y en algunas definiciones formales. Se realiza una caracterización de los diferentes tipos de controladores difusos en función de sus características estructurales; teniéndose que para fines de aplicación, los controladores tipo Mamdani y Sugeno son los más utilizados, por lo que se hace una diferenciación de éstos atendiendo a sus características principales. Se establece la característica de no linealidad del controlador difuso desde una perspectiva formal, considerándose ésta como una de las múltiples ventajas de este tipo de control en comparación con otras técnicas. Se describe el método de sustitución lingüística que está íntimamente ligado con el concepto de trayectoria lingüística y que representa un método formal de sintonización por síntesis de reglas difusas. Dicho método se utilizó inicialmente en la sintonización del controlador difuso desarrollado e implantado en el sistema de óptica adaptativa de bajos órdenes (LOLA).

La descripción del diseño del controlador difuso y de las características resultantes de éste, se presentan en el capítulo III. Se especifican los parámetros de diseño del controlador, así como la estrategia y el esquema de control utilizados. La comparación, mediante simulación, de la respuesta impulsional de un controlador difuso tipo Mamdani contra aquella de uno tipo Sugeno de orden cero se analiza en este apartado, estableciéndose la metodología de pruebas de simulación en lazo cerrado y presentando los resultados obtenidos. La superficie de control, la gráfica de dinámica lingüística y el diagrama de velocidades determinados con los parámetros de control y el método de sintonización por sustitución lingüística. Se describe el algoritmo de control y la implantación de éste en el microcontrolador seleccionado. Se proporcionan los valores de ancho de banda teórico y experimental del controlador difuso; el primero determinado mediante la evaluación del código del algoritmo de control y el segundo mediante una prueba del sistema en lazo abierto. Se presentan, brevemente, las consideraciones tomadas en cuenta para la implantación del sistema de control difuso en el sistema de óptica adaptativa, que incluye el diseño de etapas electrónicas analógicas y digitales para acoplamiento, la selección de un convertidor digital analógico y la electrónica de control para esta conversión. Cabe mencionar que dichas etapas fueron construidas en la zona de desarrollo de la tarjeta de evaluación del microcontrolador MC68HC12A4.

En el apartado IV, se describen las pruebas de laboratorio realizadas con el sistema de óptica adaptativa. Se muestran imágenes obtenidas con el sistema en lazo cerrado para perturbaciones determinísticas (tren de pulsos) y aleatorias (señal de audio). Se obtienen los parámetros de Strehl y el ancho a media altura de la intensidad máxima de tales imágenes; presentándose éstas desde diferentes perspectivas (bidimensional y tridimensional) para poder comparar las imágenes obtenidas con y sin perturbación. Se proporciona la metodología de pruebas utilizada y algunas restricciones ópticas de las pruebas.

Un análisis de los datos obtenidos en pruebas de telescopio se realiza en el capítulo V. La validación de éstos, se realiza aplicando criterios de análisis de señales como son el de muestreo (Nyquist) y el de Rayleigh. Se obtiene el movimiento de centroide de la imagen correspondiente a la estrella Arturo ( $\alpha$  Bootis) y se establece el procedimiento para obtener la varianza de movimiento de centroide y su correspondiente

espectro de potencia, tanto de la señal sin corrección como de la corregida. Se obtiene la función de distribución de la señal de movimiento de centroide para los casos corregido y no corregido, determinándose el espectro de potencia de la señal sin corrección por medio de los valores de velocidad de viento y seeing (FWHM) determinados mediante la función de distribución. Se realiza una comparación de los espectros de potencia calculados por diferentes métodos. Por último, se establece una comparación de los resultados obtenidos con los reportados por otro autor en un trabajo reciente y que contiene evaluaciones similares de un sistema de bajos órdenes.

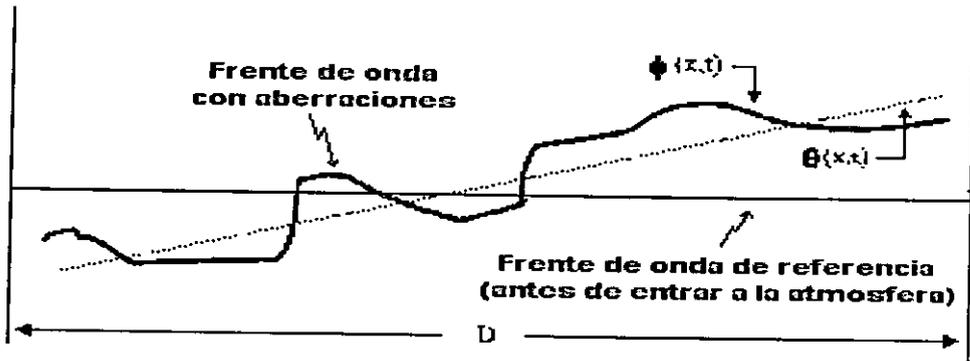
Finalmente, las principales contribuciones del autor de esta tesis pueden resumirse de la siguiente manera:

- 1) Análisis de la teoría de los sistemas de óptica adaptativa.
- 2) Estudio de la teoría de control difuso. Fundamentos matemáticos, Caracterización de estructuras Mamdani y Sugeno.
- 3) Simulación del sistema de óptica adaptativa LOLA en lazo cerrado con el controlador difuso. Estudio del Toolbox de Lógica difusa de Matlab.
- 4) Programación del algoritmo de control difuso en lenguaje ensamblador del microcontrolador MC68HC12A4, basada en los datos obtenidos del punto anterior.
- 5) Pruebas de laboratorio. Adaptación de un programa en IDL (Interactive Data Language) para evaluar el rendimiento del sistema en lazo cerrado con el controlador difuso. Análisis de resultados.
- 6) Pruebas de Telescopio. Elaboración de un programa en IDL para evaluar el rendimiento del sistema en lazo cerrado con el controlador difuso funcionando en telescopio: Obtención de varianza de fase del movimiento de la imagen, determinación de los espectros de potencia, cálculo de ganancia en Strehl, etc. Evaluación de parámetros ópticos.

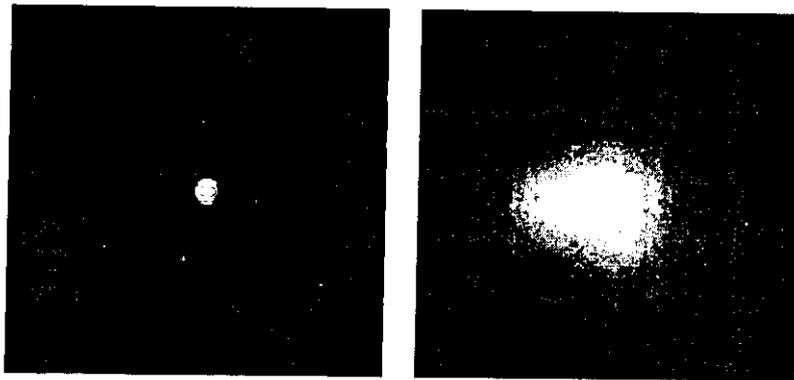
ÓPTICA ADAPTATIVA

1.- TURBULENCIA ATMOSFÉRICA

Debido a las enormes distancias que existen entre los objetos astronómicos y nuestro planeta, la superficie del frente de onda que éstos emiten, llega prácticamente plana a la capa exterior de la atmósfera. Sin embargo, al pasar entre las capas de ésta, el frente de onda sufre aberraciones producto de perturbaciones originadas por factores como la no - homogeneidad del índice de refracción del aire, ocasionada a su vez, por gradientes de temperatura diferentes en las diversas capas atmosféricas (Ver Fig. I.1-a). Esto ocasiona que la imagen observada a través de un telescopio terrestre, tenga mala calidad óptica. En otras palabras, las aberraciones del frente de onda traen como consecuencia un alto porcentaje de pérdida en la resolución espacial de las imágenes astronómicas (Ver Fig. I.1-b). La topografía circundante a la zona de observación (telescopio) es otro factor que influye considerablemente en la turbulencia; sobre todo cuando las observaciones se realizan con el telescopio inclinado cerca del horizonte.



a)



b)

Fig. I.1.- a) Distorsión del frente de onda, b) Efecto de la distorsión del frente de onda en las imágenes astronómicas: Izquierda: Imagen cuasi-puntual (como se vería antes de entrar a la atmósfera), derecha: Imagen distorsionada por la atmósfera [GEM00].

La turbulencia atmosférica también es conocida como "seeing" y se determina mediante la siguiente relación:

$$\text{Seeing} = \lambda / r_0 \quad [\text{Rad}] \quad , \quad (1.1)$$

donde  $\lambda$  es la longitud de onda a la que se observa el objeto astronómico, mientras que el parámetro de Fried ( $r_0$ ) corresponde a la longitud de coherencia de la fase en el frente de onda y es equivalente al diámetro

## CAPÍTULO I

donde los errores de fase RMS son menores a 1 radian [FRI66]. Este parámetro se escala con  $\lambda^{5/8}$  de la siguiente manera:

$$r_o(\lambda') = r_o(\lambda) \left( \frac{\lambda'}{\lambda} \right)^{5/8} . \quad (1.2)$$

Así, para un "seeing" de 1 segundo de arco, se tiene que  $r_o = 10$  cm, con  $\lambda = 0.5 \mu\text{m}$ .

### I.2.- DISTORSIÓN DEL FRENTE DE ONDA

Las variaciones en el frente de onda incidente (aberraciones) se presentan tanto en el régimen espacial como en el temporal. En el régimen espacial, se tiene la influencia de la variación de fase y la de amplitud, siendo la primera de éstas, la más importante en la formación de la imagen. Las variaciones de amplitud / intensidad tienen mucho menor efecto que las de fase y, por lo general, son ignoradas en la evaluación de los sistemas de óptica adaptativa. El análisis de la distorsión del frente de onda en el régimen temporal se describe en la sección I.3 de este capítulo.

En relación a una pupila circular, como la de un telescopio, las aberraciones pueden caracterizarse mediante funciones ortonormales denominadas polinomios de Zernike, definidas sobre un círculo unitario en forma ortogonal. Estos modos o polinomios de Zernike son un producto de funciones angulares y polinomios radiales, caracterizados en forma normalizada como [NOL76]:

$$Z_{parj} = \sqrt{n+1} R_n^m(r) \sqrt{2} \text{Cos}(m\theta) , \quad (1.3)$$

$$Z_{imparj} = \sqrt{n+1} R_n^m(r) \sqrt{2} \text{Sen}(m\theta) , \quad (1.4)$$

para  $m \neq 0$ , y :

$$Z_j = \sqrt{n+1} R_n^0(r) , \quad (1.5)$$

para  $m = 0$ .

donde :

$$R_n^m(r) = \sum_{s=0}^{(n-m)/2} \frac{(-1)^s (n-s)!}{s! [(n+m)/2 - s]! [(n-m)/2 - s]!} r^{n-2s} . \quad (1.6)$$

El índice  $n$  es llamado grado radial, mientras que el  $m$  se denomina frecuencia azimutal. Ambos son enteros y satisfacen las siguientes condiciones :

$$m \leq n , \\ n - |m| = \text{par} .$$

Si se expresa  $Z$  como una función del vector  $\mathbf{r}(r, \theta)$  se tiene:

$$\int W(\mathbf{r}) Z_j(\mathbf{r}) Z_k(\mathbf{r}) d\mathbf{r} = \delta_{jk} , \quad (1.7)$$

donde:

$$W(\mathbf{r}) = \begin{cases} 1/\pi & (r \leq 1) \\ 0 & (r > 1) \end{cases} .$$

Cualquier aberración de fase del frente de onda  $\varphi(r)$  sobre una apertura de radio unitario puede ser desarrollada como una suma de modos de Zernike de la siguiente manera:

$$\varphi(r) = \sum_j a_j Z_j(r) \quad (1.8)$$

La sumatoria se realiza sobre un número infinito de términos, cuyos coeficientes  $a_j$  están dados por:

$$a_j = \int W(r) Z_j(r) \varphi(r) dr \quad (1.9)$$

Los primeros seis polinomios de Zernike se muestran en la Figura 1.2. Se presentan, también, sus expresiones algebraicas correspondientes.

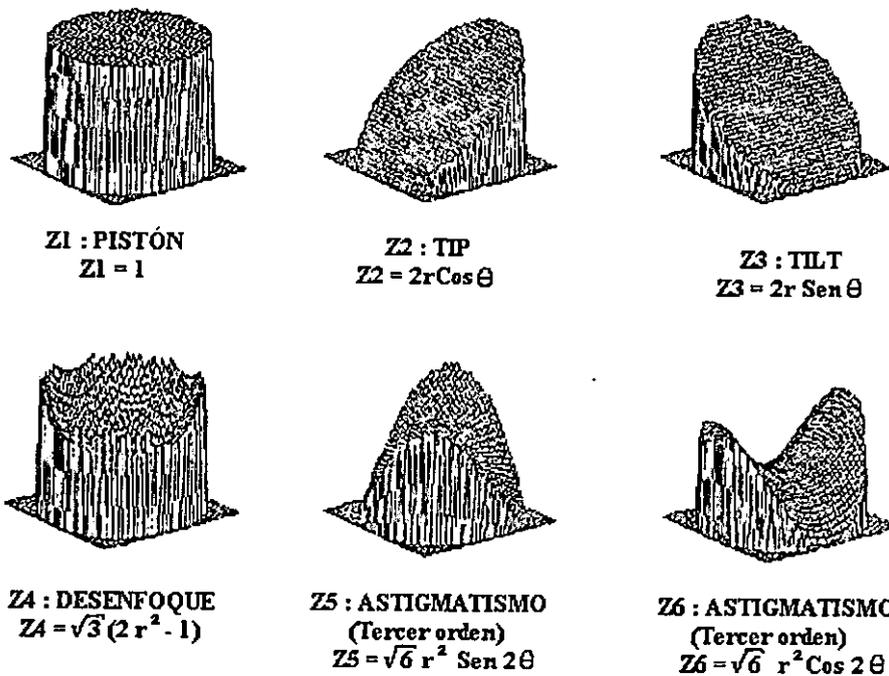


Fig. 1.2.- Polinomios de Zernike. Figura tomada de : Estudio de un sistema de control para óptica adaptativa (Tesis de Licenciatura). Fernando Gárfias M. Modificada.

### 1.3.- COMPORTAMIENTO TEMPORAL DE LA ATMÓSFERA.

Las aberraciones del frente de onda son aleatorias, por tanto, los coeficientes  $a_j$  también lo son. Para poder considerar sus propiedades estadísticas se determina su covarianza, dada por:

$$\begin{aligned} \langle a_j a_{j'} \rangle &= \left( \int W(r) Z_j(r) \varphi(r) dr \int W(r') Z_{j'}(r') \varphi(r') dr' \right) \\ &= \iint W(r) Z_j(r) W(r') Z_{j'}(r') \langle \varphi(r) \varphi(r') \rangle dr dr' \end{aligned} \quad (1.10)$$

Para  $r' = r + \rho$ , se obtiene:

$$\langle a_j a_{j'} \rangle = \int \langle \varphi(r) \varphi(r + \rho) \rangle W(r) Z_j(r) W(r + \rho) Z_{j'}(r + \rho) dr d\rho \quad (1.11)$$

## CAPÍTULO I

La covarianza  $\langle \varphi(\mathcal{P})\varphi(\mathcal{P} + \rho) \rangle$  es función de  $\rho$  únicamente. Su transformada de Fourier es el espectro de potencia  $\Phi(\mathcal{J})$  de la fase del frente de onda aleatorio  $\varphi(\mathcal{P})$  y su segunda integral es una convolución. De hecho, su transformada de Fourier es el producto de aquellas de los factores de convolución. Así, si se denomina a la transformada de Fourier de  $W(\mathcal{P})Z_j(\mathcal{P})$  como  $Q_j(\mathcal{J})$ , la covarianza (Ec. 1.10) puede describirse como:

$$\langle a_j a_{j'} \rangle = \int \Phi(\mathcal{J}) Q_j(\mathcal{J}) Q_{j'}(\mathcal{J}) d\mathcal{J} \quad (1.12)$$

Para el caso de turbulencia inercial, se tiene que [ROD81]:

$$\Phi_j(\mathcal{J}) = 7.2 \times 10^{-3} (D/r_0)^{5/3} f^{-11/3} \quad (1.13)$$

Las funciones  $Q_j(\mathcal{J})$  están dadas por:

$$Q_n^m(f, \psi) = \sqrt{n+1} \frac{J_{n+1}(2\pi f)}{\pi f} \begin{cases} (-1)^{(n-m)/2} \sqrt{2} \cos(m\psi) \\ (-1)^{(n-m)/2} \sqrt{2} \text{sen}(m\psi) \\ (-1)^{n/2} (m=0) \end{cases} \quad (1.14)$$

donde  $f$  y  $\psi$  son el módulo y el argumento de  $\mathcal{J}$ , respectivamente, y  $J_n$  es una función de Bessel de orden  $n$ .

Considerando solamente una capa atmosférica que se propaga a una velocidad de viento  $v$ , la distorsión de fase en el tiempo  $t$  está dada por  $\varphi(\mathcal{P} - vt)$ . Así, de acuerdo con la Ecuación (1.9), es posible determinar la evolución del coeficiente  $S_j(t)$  en un desarrollo de Zernikes del frente de onda, de la siguiente manera:

$$S_j(t) = a_j(vt) = \int W(\mathcal{P}) Z_j(\mathcal{P}) \varphi(\mathcal{P} - vt) d\mathcal{P} \quad (1.15)$$

Los coeficientes  $a_j(\mathcal{P})$  están relacionados con la distorsión del frente de onda  $\varphi(\mathcal{P})$  mediante la relación de convolución siguiente:

$$a_j(\mathcal{P}) = \varphi(\mathcal{P}) * W(\mathcal{P}) Z_j(\mathcal{P}) \quad (1.16)$$

Por tanto, el espectro de potencia espacial  $\Phi_j(\mathcal{J})$  de  $a_j(\mathcal{P})$  está relacionado con el espectro de potencia  $\Phi(\mathcal{J})$  de  $\varphi(\mathcal{P})$  mediante la siguiente ecuación:

$$\Phi_j(\mathcal{J}) = \Phi(\mathcal{J}) |Q_j(\mathcal{J})|^2 \quad (1.17)$$

donde  $|Q_j(\mathcal{J})|^2$  es el módulo cuadrado de la Transformada de Fourier de  $W(\mathcal{P})Z_j(\mathcal{P})$ . Sustituyendo las Ecuaciones 1.13 y 1.14 en 1.17, se obtiene:

$$\Phi_j(\mathcal{J}) = 7.2 \times 10^{-3} \pi^{-2} (D/r_0)^{5/3} (n+1) f^{-17/3} J_{n+1}^2(2\pi f) \begin{cases} 2 \cos^2 m\psi \\ 2 \text{sen}^2 m\psi \\ 1 (m=0) \end{cases} \quad (1.18)$$

La covarianza espacial  $B_j(\rho)$  de  $a_j(\mathcal{P})$  se define como :

$$B_j(\rho) = \langle a_j(\mathcal{P}) a_j(\mathcal{P} + \rho) \rangle \quad (1.19)$$

De acuerdo con el Teorema de Wiener-Kinchin, la expresión anterior corresponde a la transformada inversa de Fourier bidimensional del espectro de potencia  $\Phi_j(\mathcal{J})$ . Si se considera a  $\xi$  y a  $\eta$  como los componentes del vector  $\rho$ , se tiene que:

$$B_j(\vec{\rho}) = B_j(\xi, \eta) = \int \Phi_j(f_x, f_y) \exp[2i\pi(\xi f_x + \eta f_y)] df_x df_y \quad (1.20)$$

donde  $f_x$  y  $f_y$  son los componentes del vector  $\vec{f}$  conjugado a  $\xi$  y  $\eta$ . La covarianza temporal  $C_j(\tau)$  de  $S_j(t)$ , viene dada por:

$$C_j(\tau) = \langle S_j(t) S_j(t + \tau) \rangle = \langle a_j(vt) a_j(vt + v\tau) \rangle = B_j(v\tau) \quad (1.21)$$

Si se selecciona el componente  $\xi$  en la dirección de propagación del viento y se sustituye la Ecuación (1.20) en la (1.21), se obtiene:

$$C_j(\tau) = B_j(v\tau) = \iint \Phi_j(f_x, f_y) \exp(2i\pi v f_x \tau) df_x df_y = \int \exp(2i\pi v f_x \tau) df_x \int \Phi_j(f_x, f_y) df_y \quad (1.22)$$

donde  $v = |v|$  es la velocidad del viento. Introduciendo la frecuencia temporal  $\nu = v f_x$ , se obtiene:

$$C_j(\tau) = (1/\nu) \int \exp(2i\pi \nu \tau) \int \Phi_j(\nu/\nu, f_y) df_y \quad (1.23)$$

Entonces, de acuerdo a esta última expresión, el espectro de frecuencia temporal  $F_j(\nu)$ , que corresponde a la transformada de Fourier en una dimensión de la covarianza temporal  $C_j(\tau)$ , está dada por:

$$F_j(\nu) = (1/\nu) \int \Phi_j(\nu/\nu, f_y) df_y \quad (1.24)$$

sustituyendo la Ecuación (1.16) en (1.22), se obtiene:

$$F_j(\nu) \propto (1/\nu) \int df_y [(v/\nu)^2 + f_y^2]^{-17/6} \left| J_{n+1} \left[ 2\pi \sqrt{(v/\nu)^2 + f_y^2} \right] \right|^2 \begin{cases} 2 \cos^2 m\psi \\ 2 \sin^2 m\psi \\ 1 (m=0) \end{cases} \quad (1.25)$$

La distorsión total del frente de onda es la suma de las distorsiones producidas por cada capa atmosférica y puesto que éstas son estadísticamente independientes, el espectro de la suma es la suma de los espectros. Adicionalmente, para el caso de las aberraciones con simetría circular, el espectro es independiente de la dirección del viento [ROD94].

#### 1.4.- SISTEMA DE ÓPTICA ADAPTATIVA

Un sistema de óptica adaptativa es aquel que corrige, en tiempo real, las aberraciones de las imágenes astronómicas producidas por la atmósfera. Los sistemas de óptica adaptativa astronómicos para corrección total utilizan anchos de banda en la vecindad de 10 a 1000 Hz [BEC93, ROD93]. En cambio, para los sistemas de óptica adaptativa con corrección parcial, como es el caso de los sistemas tip-tilt, el ancho de banda es de 0 a 10 Hz [BEC93]. Por lo general, para poder seguir adecuadamente la dinámica de estas variaciones de fase se utilizan actuadores piezoeléctricos, con los cuales es posible realizar los movimientos tip y tilt rápidos.

En la Figura 1.3, se aprecia el diagrama genérico de un sistema de óptica adaptativa. La estrella de referencia, que debe ser brillante, proporciona un frente de onda de referencia con las mismas características de distorsión que el frente de onda del objeto científico, ya que están muy próximas. El sensor de frente de onda se utiliza para medir las distorsiones de la referencia, generadas por la turbulencia atmosférica. Las señales determinadas por el sensor son adquiridas por el compensador que tiene como objetivo central proporcionar las señales de corrección en el menor tiempo posible para posicionar el espejo corrector. El elemento óptico corrector, elimina algunas distorsiones del frente de onda de referencia y, por tanto, del objeto científico. Este dispositivo óptico, que es introducido en el haz luminoso, sigue en forma temporal y espacial las variaciones del frente de onda.

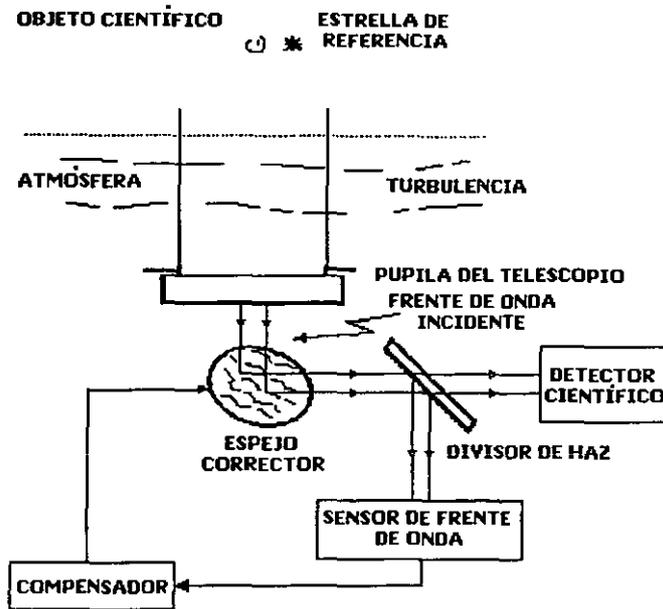


Fig. 1.3.- Diagrama general de un sistema de óptica adaptativa.

De esta manera, se tiene que la posición y forma del espejo corrector se establecen mediante un *sistema de control en lazo cerrado*. Debe calcularse la nueva posición y forma a las que se requiere llevar el espejo de tal manera que su ángulo y forma compensen la rápida variación del frente de onda, mejorando con ello la calidad de la imagen observada, al aumentar la concentración en la distribución de intensidad y por ende la resolución espacial. En la Figura 1.4 se muestra el efecto de compensación en una imagen astronómica cuando se activa el sistema de óptica adaptativa.

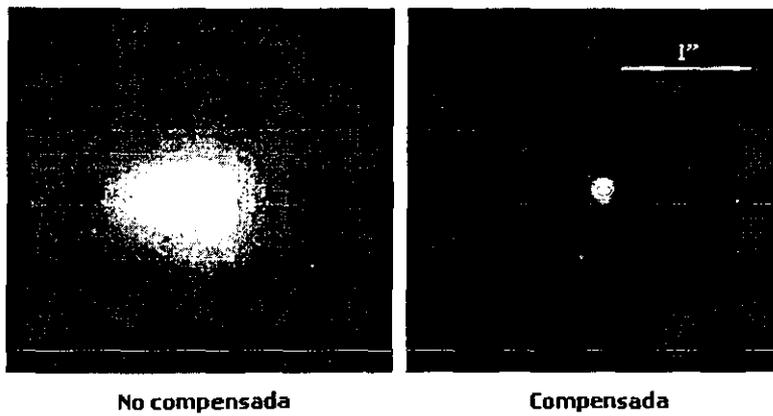


Fig. 1.4.- a) Distorsión del frente de onda, b) Efecto de la distorsión del frente de onda en las imágenes astronómicas. La imagen compensada fue obtenida y post-procesada con el sistema de óptica adaptativa Hokupa'a de la Universidad de Hawaii, en el telescopio Gemini. Estrella V1318 Cyg, banda K. (Imagen tomada de [GEM00]).

La ganancia en Strehl es una forma normalizada de la respuesta impulso en frecuencias espaciales. Representa el cociente de la intensidad máxima de la respuesta impulso del sistema real a la intensidad máxima de la respuesta impulso de un sistema óptico perfecto equivalente [ROD94]. Como es sabido, la calidad de un sistema óptico perfecto está limitada por difracción. Una gráfica que relaciona la ganancia en Strehl con el parámetro  $D/r_0$  se muestra en la Figura 1.5. Esta gráfica es muy importante porque contiene, en sí, prácticamente toda la teoría de la óptica adaptativa. El eje de las ordenadas  $R/R_{max}$ , corresponde a la ganancia en Strehl normalizada que se utiliza cuando se comparan dos aperturas diferentes.  $R_{max}$  representa la razón de strehl de una apertura no compensada de tamaño infinito. La curva marcada con 0 ( $n=0$ ,  $n$ : Grado

radial) corresponde al sistema sin corrección, mientras que la marcada con 1 ( $n=1$ ) muestra el comportamiento de un sistema tip - tilt. Los sistemas tip-tilt, por lo general, trabajan en un intervalo de  $D/r_0$  entre 2 y 6, lo que garantiza un intervalo de ganancia en Strehl ( $R/R_{max}$ ) entre 3 y 4. Las curvas restantes corresponden a otros grados de compensación (Modos de Zernike).

La mayoría de los sistemas de control para óptica adaptativa se apegan al criterio de la optimización de la ganancia en Strehl. Como se aprecia en la figura, el valor máximo que puede tener la razón de Strehl es 1.

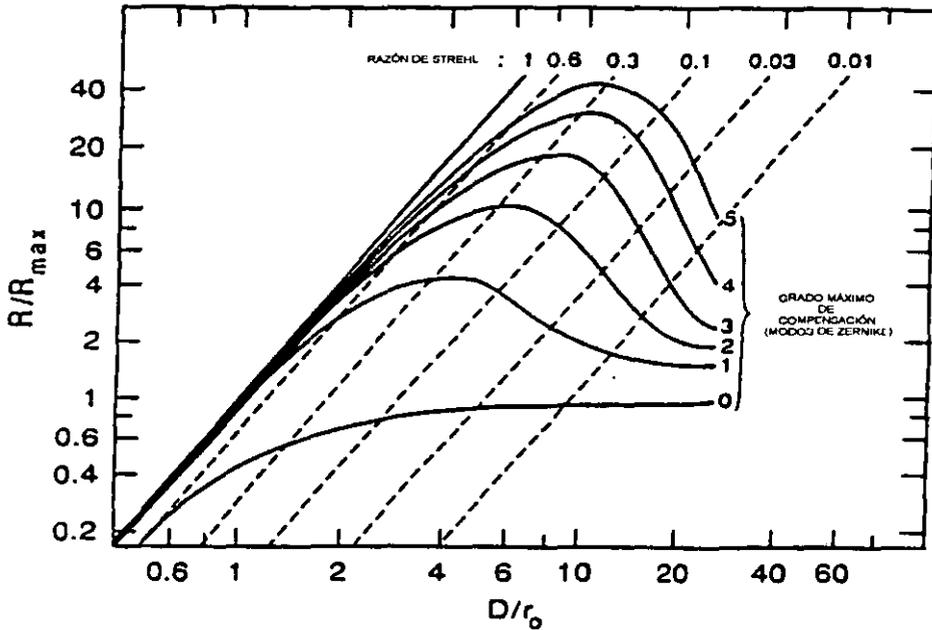


Fig. 1.5.- Ganancia en Strehl normalizada en función de  $D/r_0$  (Gráfica tomada de [ROD94]).

Otro parámetro de suma importancia en óptica adaptativa es el ancho total a media altura (FWHM). Corresponde al ancho en segundos de arco o pixeles de la distribución de intensidad luminosa, determinado exactamente a la mitad de la escala de intensidad, esto es, la mitad del número de cuentas máximo alcanzado por la imagen.

### 1.5.- DINÁMICA DE LA CORRECCIÓN DE TIP - TILT

Las aberraciones de los ordenes bajos, como lo son el tip y el tilt, producen una inclinación global del frente de onda con respecto al frente de onda no perturbado (ver Fig. 1.6a), lo que origina un movimiento aleatorio del objeto estelar observado y la consecuente dispersión de la intensidad luminosa. Los sistemas tip - tilt tienen como propósito el corregir estas aberraciones, que corresponden a los dos primeros polinomios de Zernike. La mayor parte de la energía se presenta en las frecuencias espaciales bajas, por lo que al corregir las aberraciones de orden bajo, como la pendiente del frente de onda (tip - tilt), se elimina la mayor parte de la energía que origina la aberración de la imagen. Glindemann [GLI97a] afirma que el 87 % de la energía está contenida en los términos tip y tilt, siempre y cuando el diámetro del telescopio sea mucho menor que la escala externa de la turbulencia cuya media es del orden de los 25 metros [MAR00]. De esta manera, la corrección de dichas aberraciones proporciona grandes beneficios en la calidad de las imágenes astronómicas obtenidas con telescopios pequeños.

Una gráfica de un frente de onda uni - dimensional se muestra en la Figura 1.6. Como se aprecia, la variable  $\theta(x, t)$  corresponde a la variable espacio-temporal llamada genéricamente inclinación total [GRE76], mientras que  $\phi(x, t)$  es la componente de fase del frente de onda.

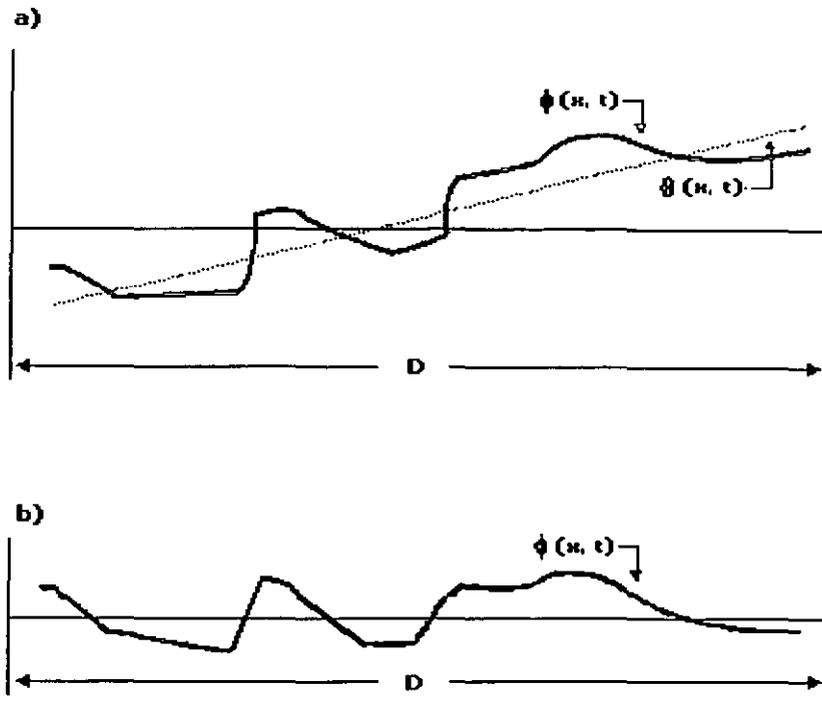


Fig. 1.6.- Representación uni-dimensional del frente de onda. Obsérvese : a) Sin corrección, b) Con corrección de tilt.

En la Figura 1.6.a), se observa la forma del frente de onda en el plano de la apertura del telescopio de diámetro  $D$ . Puede apreciarse la inclinación del frente de onda con aberraciones, en relación a la horizontal de referencia. La corrección de *tilt* origina el efecto observado en b). Cabe aclarar que en el caso de un esquema bidimensional, la inclinación del frente de onda en relación al eje  $x$  recibe por convención el nombre de *tip*, mientras que el producido en relación al eje  $y$  es llamado *tilt*. Existe una cantidad de aberración que no es posible corregir mediante éstos debido, básicamente, a que el espejo plano utilizado en un sistema tip - tilt carece de los modos de orden alto. Comúnmente, para corregir aberraciones de altos órdenes es necesario que el espejo corrector del sistema sea deformable.

Es un hecho que los términos tip - tilt no producen deformación en la imagen, sin embargo, cuando las imágenes se obtienen integrando en el tiempo la energía distribuida espacialmente por periodos largos, se origina un aumento en las dimensiones aparentes del objeto astronómico observado, en comparación con aquellas obtenidas del objeto sin este tipo de perturbación.

### 1.5.1.- RETRASO TEMPORAL EN LOS SISTEMAS TIP-TILT

Para retrasos de tiempo ( $\tau$ ) pequeños y para un grado radial ( $n$ ) finito, el error es aproximado en buena medida mediante la siguiente expresión [ROD94]:

$$\varepsilon_n^2(\tau) = (\tau/\tau_0)^2 \quad , \quad (1.26)$$

donde  $\tau$  y  $\tau_0$  son adimensionales y expresan retrasos de tiempo en unidades de  $(R/v)$ .  $R$  corresponde al radio de la pupila. Para un grado radial ( $n$ ) comprendido entre 1 y 4,  $\tau_0$  puede calcularse en forma aproximada mediante:

$$\tau_0 = 0.65 \left( 1 - \frac{2}{\sqrt{n}} \right) \quad . \quad (1.27)$$

El retraso máximo aceptable se obtiene bajo la condición de que el error de retraso de tiempo sea menor o igual que el error debido a los términos no compensados, esto es:

$$\epsilon_n^2(\tau) \leq \sigma_n^2 / \sigma^n \quad , \quad (1.28)$$

sustituyendo la Ecuación (1.27) en la (1.26), se obtiene:

$$\tau_{\max} = (\sigma_n / \sigma) \tau_o \quad . \quad (1.29)$$

Para el caso de la corrección tip-tilt (n=1), se obtiene un valor  $\tau_o = 1.538$  , de donde  $\tau_{\max} \approx 0.56(R/v)$  . Para un telescopio con diámetro efectivo del primario D=0.8 m y utilizando la ecuación anterior, se obtienen el retardo de tiempo ( $\tau_{\max}$ ) y la frecuencia mínima ( $f_{\min}$ ) del sistema tip-tilt, para diferentes velocidades de viento (v), mostradas en la tabla I.1.

Tabla I.1.- Retardo temporal y frecuencia mínima para sistemas tip - tilt en lazo cerrado, como función de la velocidad del viento.

Velocidad del viento (m/s) $v$	Retardo temporal (s) $\tau_{\max}$	Frecuencia Mínima (Hz) $f_{\min}$
5	0.045	22.32
10	0.022	44.64
15	0.015	66.96
20	0.011	89.29

**1.5.2.- TIP-TILT BASADO EN ZERNIKES Y SEGUIMIENTO DE CENTROIDE**

Mientras que un sistema tip - tilt basado en polinomios de Zernike utiliza el cálculo de la pendiente del frente de onda en forma directa para corregir las aberraciones, un sistema de seguimiento de centroide calcula el centroide de la intensidad de la imagen, para después realizar la corrección. El cálculo del centroide de la intensidad de una imagen es útil para obtener una aproximación de la pendiente del frente de onda. El centroide (conocido también como momento (M) de primer orden) de la intensidad de la imagen I(X, Y) con respecto a la dirección x en la imagen, está relacionado con la derivada parcial del frente de onda en la apertura, mediante la siguiente expresión:

$$M_x = \iint_{\text{imagen}} I(x, y) x dx dy = \iint_{\text{apertura}} \frac{\partial \phi}{\partial u} du dv \quad . \quad (1.30)$$

Tomando las derivadas de los polinomios de Zernike, se obtiene:

$$M_x \propto a_2 + \sqrt{2} a_4 \quad , \quad (1.31)$$

donde:

$a_2$ : Es el término tilt de la aberración total.

$a_4$ : Es el término coma de la aberración total.

Utilizando los polinomios de Zernike para la descripción modal del frente de onda sobre una pupila circular, se tiene que la varianza residual de fase  $\phi$  , debida a los términos de orden alto (oa), producto de la turbulencia atmosférica, es [GLI97a]:

$$(\Delta \phi)_{oa}^2 = 0.134 \left( \frac{D}{r_o} \right)^{5/3} \quad [rad^2] \quad , \quad (1.32)$$

donde:

## CAPÍTULO I

D: Es el diámetro del telescopio.

$r_o$ : Es el parámetro de Fried

La estimación óptima de la pendiente del frente de onda esta dada exclusivamente por el término tilt de aberración total  $a_2$ , mientras que la influencia del término coma ( $a_3$ ) es relativamente pequeña, ya que la

varianza residual de la fase  $\phi$  debida a coma está dada por  $0.012 \left( \frac{D}{r_o} \right)^{5/3}$  [NOL76]. De esta manera,

considerando la Ecuación (1.32), la varianza de fase ocasionada por el término coma adicional es:

$$\left( \Delta\phi \right)_{coma}^2 = \sqrt{2} (0.012) \left( \frac{D}{r_o} \right)^{5/3} \quad [rad^2] \quad (1.33)$$

Sumando la expresión anterior a la varianza residual después de una corrección perfecta de tip - tilt (Ec. 1.32), obtenemos la varianza de fase remanente después de la compensación de tip - tilt mediante el centroide de la imagen:

$$\left( \Delta\phi \right)_{centroide}^2 = 0.15 \left( \frac{D}{r_o} \right)^{5/3} \quad [rad^2] \quad (1.34)$$

### 1.5.3.- MOVIMIENTO DE LA IMAGEN

La varianza del movimiento de la imagen puede ser calculada mediante la evaluación temporal de la turbulencia atmosférica. Se considera, entonces, que la varianza en los dos ejes (x, y) de la posición  $\theta$  del centroide de la imagen es dos veces la varianza de uno solo, esto es:

$$\left( \Delta\theta_{xy} \right)^2 = 2 \times 0.17 \left( \lambda/D \right)^2 \left( D/r_o \right)^{5/3} \quad [segarc]^2 \quad (1.35)$$

donde:

$\left( \lambda/D \right)$ : Es el ancho total a media altura (FWHM- Full Width at Half Maximum) del telescopio, expresado en segundos de arco [segarc].

$\left( \Delta\theta_{xy} \right)^2$ : Es independiente de la longitud de onda.

La varianza de la fase del frente de onda  $\phi$  debida al *movimiento del centroide* de la imagen en dos ejes (x, y), es la suma de la varianza ocasionada por la pendiente del frente de onda y la contribución de la coma del frente de onda, dada por la Ecuación (1.33). Así, tenemos que la fase residual se calcula mediante:

$$\left( \Delta\phi_{xy} \right)^2 = 2 \times (0.448 + 0.017) \left( D/r_o \right)^{5/3} \quad [rad^2] \quad ,$$

lo que resulta:

$$\left( \Delta\phi_{xy} \right)^2 = 0.93 \left( \frac{D}{r_o} \right)^{5/3} \quad [rad^2] \quad (1.36)$$

La varianza del movimiento de la imagen  $\left( \Delta\theta_{xy} \right)^2$  y la varianza de fase residual  $\left( \Delta\phi_{xy} \right)^2$  están relacionadas linealmente mediante la siguiente expresión:

$$(\Delta\phi_{xy})^2 = 2.73 \frac{(\Delta\theta_{xy})^2}{(\lambda/D)^2} \quad [rad^2] \quad , \quad (1.37)$$

donde:

$(\Delta\phi_{xy})$  y  $(\lambda/D)$  están dados en segundos de arco o en radianes.

En la técnica de seguimiento de centroide, la varianza de fase  $\phi$  del frente de onda, ocasionada por los términos de Zernike de orden superior, la coma remanente y el movimiento residual de imagen, está dada por la siguiente expresión:

$$(\Delta\phi)^2 = (\Delta\phi_{o.a})^2 + (\Delta\phi_{coma})^2 + (\Delta\phi_{xy,res})^2 \quad , \quad (1.38)$$

lo que viene siendo:

$$(\Delta\phi)^2 = (0.134 + 0.014 + 0.014) \left( \frac{D}{r_o} \right)^{5/3} \quad ,$$

sumando, obtenemos:

$$(\Delta\phi)^2 = 0.165 \left( \frac{D}{r_o} \right)^{5/3} \quad [rad^2] \quad . \quad (1.39)$$

Como se aprecia, la varianza de fase está relacionada con el parámetro  $D/r_o$ .

#### 1.5.4.- ESPECTRO DE POTENCIA

Se considera que el espectro de potencia del movimiento de centroide es una buena medida del rendimiento del sistema tip - tilt. Utilizando aproximaciones de Tyler [TYL94] para el espectro de potencia en altas y bajas frecuencias y aplicando el modelo de velocidad efectiva del viento, el espectro de potencia del movimiento de centroide en los dos regímenes es:

$$P_{f_{baja}} = 0.096 \left( \frac{r_o}{V} \right)^{1/3} \left( \frac{\lambda}{r_o} \right)^2 f^{-2/3} \quad \left[ \frac{segarc^2}{Hz} \right] \quad , \quad (1.40)$$

$$P_{f_{alta}} = 0.0013 \left( \frac{D}{V} \right)^{-8/3} \left( \frac{\lambda}{r_o} \right)^2 \left( \frac{D}{r_o} \right)^{-1/3} f^{-1/3} \quad \left[ \frac{segarc^2}{Hz} \right] \quad , \quad (1.41)$$

donde:

$V$  : Es la velocidad efectiva del viento.

$\frac{\lambda}{r_o}$  : Es el seeing en segundos de arco.

Como se aprecia en las ecuaciones anteriores y en la Figura 1.7, el espectro de potencia decrece con  $f^{-2/3}$  en la región de frecuencias bajas y con  $f^{-1/3}$  en la de altas.

La velocidad efectiva del viento ( $V$ ) puede obtenerse a partir de la frecuencia transitoria ( $f_\tau$ ) del espectro de potencia determinado. Dicha frecuencia, corresponde a la región donde cruzan el régimen frecuencial alto y el bajo, que se calcula mediante la siguiente relación :

$$f_\tau \approx 0.24 \left( \frac{V}{D} \right) \quad [Hz] \quad . \quad (1.42)$$

CAPÍTULO I

De esta manera, la frecuencia transitoria ( $f_t$ ) es directamente proporcional a la velocidad del viento e inversamente proporcional al diámetro del telescopio ( $D$ ).

Por otra parte, el espectro de potencia de las imágenes corregidas por el sistema tip - tilt puede ser modelado mediante una función de transferencia de lazo cerrado [GLI97a], de la siguiente forma:

$$T(f) = \frac{\left(\frac{f}{f_{3db}}\right)^2}{1 + \left(\frac{f}{f_{3db}}\right)^2} \quad (1.43)$$

donde:

$f_{3db}$ : Ancho de banda del actuador.

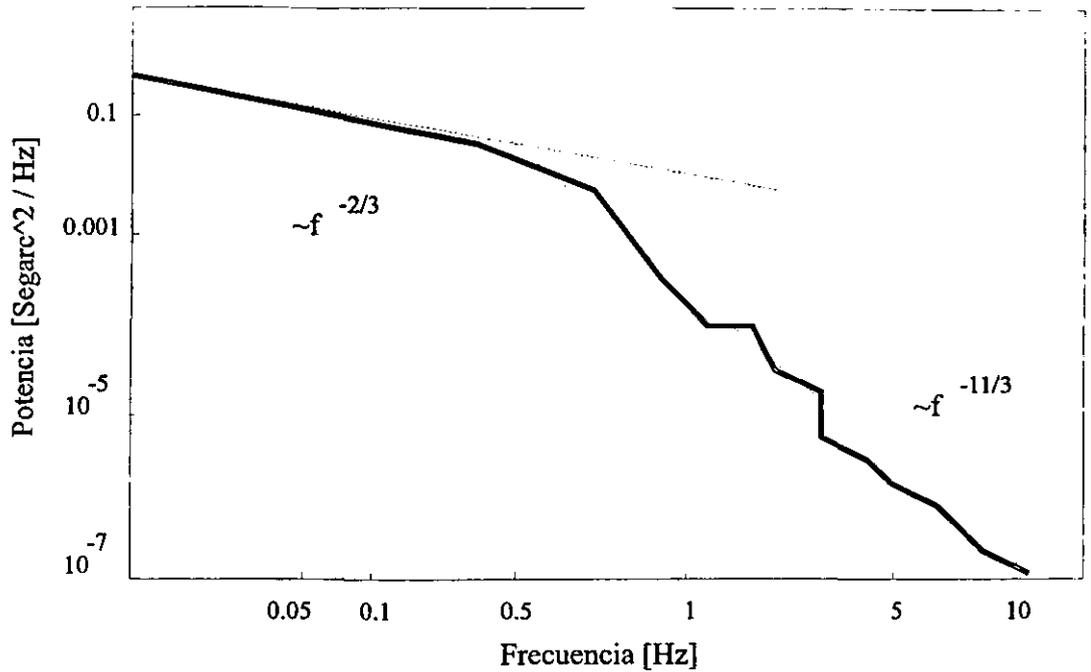


Fig. 1. 7.- Espectro de potencia del movimiento de centroide. Obsérvese las aproximaciones a la región de bajas frecuencias ( $\propto f^{-2/3}$ ), así como a la de altas ( $\propto f^{-11/3}$ ).

Dependiendo de los parámetros del algoritmo de lazo cerrado, el ancho de banda del actuador ( $f_{3dB}$ ) es unas 10 veces menor que la frecuencia de lazo cerrado. Esto es:  $T(f) \approx \left(\frac{f}{f_{3db}}\right)^2$  para  $f \ll f_{3dB}$  y  $T(f) \approx 1$ , para  $f \gg f_{3dB}$ . De esta manera, si el ancho de banda es mayor que la frecuencia de transición  $f_t$ , el espectro de potencia corregido a baja frecuencia  $P_{baja}$  es proporcional a  $f^{4/3}$ , mientras que el espectro de potencia corregido en alta frecuencia para  $f \gg f_{3dB}$  permanece sin alteración.

**1.5.5.- VARIANZA RESIDUAL DE MOVIMIENTO DEL CENTROIDE DE LA IMAGEN Y VARIANZA RESIDUAL DE FASE**

El espectro de potencia del movimiento de centroide es una buena medida del rendimiento del sistema. Éste, tiene una relación intrínseca con la imagen ya que una menor varianza residual representa una

función de distribución de intensidad luminosa con mayor concentración, lo que implica, un aumento en la razón de Strehl y una disminución del ancho total a media altura (FWHM). El espectro de potencia típico del movimiento de centroide de una imagen es también el mostrado en la Figura I.7.

El movimiento de centroide es de origen aleatorio, ya que el factor que lo origina (la turbulencia atmosférica) también lo es. El espectro de potencia de un proceso aleatorio se obtiene de la siguiente manera [BEA79]:

$$EP_{xy} = \left\langle \left| \mathfrak{F} (MC_{xy}) \right|^2 \right\rangle \quad , \quad (1.44)$$

donde :

$\mathfrak{F}$  : Es el operador transformada de Fourier.

$EP_{xy}$  : Espectro de potencia del movimiento de centroide en el eje x o y.

$MC_{xy}$  : Movimiento de centroide en el eje x o y según sea el caso.

$\langle \rangle$  : Representa el valor promedio.

Una vez determinado el espectro de potencia, la varianza de movimiento de centroide en un eje puede calcularse mediante la siguiente expresión [GLI97b] :

$$(\Delta\theta) = \int EP_{xy} \quad [segarc] \quad . \quad (1.45)$$

Por último, si se desea calcular la varianza de movimiento de centroide en valor RMS, para un solo eje, se utiliza [GLI97a]:

$$(\Delta\theta)_{RMS} = \sqrt{\int EP_{xy}} \quad . \quad (1.46)$$

La varianza residual del movimiento de centroide corresponde a lo obtenido con las ecuaciones anteriores a partir del movimiento de centroide residual producto de la corrección mediante el sistema de óptica adaptativa en lazo cerrado con un compensador determinado.

Una vez que se calcula la varianza residual del movimiento de centroide de la imagen, es posible determinar la varianza residual de fase  $(\Delta\phi)^2$  mediante la Ecuación 1.37.

En el Capítulo V de este trabajo se apreciará plenamente la importancia de este tipo de estudios, no sólo en la evaluación del sistema de óptica adaptativa, sino también en la evaluación del sistema de control.

## I.6.- SISTEMA DE ÓPTICA ADAPTATIVA LOLA (Low Order Little Aperture)

En la Figura I.8 puede observarse el diagrama a bloques del sistema de óptica adaptativa para tip y tilt (LOLA) diseñado y construido en el INSTITUTO DE ASTRONOMÍA de la UNAM, el cual tiene como objetivo principal realizar la corrección del frente de onda incidente de los términos mencionados.

Una explicación a detalle de la óptica del sistema de óptica adaptativa LOLA se presenta en el Apéndice A de este trabajo. La etapa óptica del sistema consiste básicamente de: Un espejo plano (tip - tilt) que es colocado en el espacio coordenado mediante tres actuadores piezoeléctricos, ubicados en forma simétrica (a 120° cada uno) sobre su superficie [SOT00]. El divisor de haz tiene como cometido el conducir parte de la energía luminosa del objeto estelar observado a un detector de imagen y otra al sensor del sistema (detector de cuadrantes). Un objetivo óptico (Ver Apéndice A) puesto antes del detector de cuadrantes, en relación a la trayectoria del haz luminoso, permite modificar ópticamente el sistema para distintos valores de turbulencia atmosférica (Seeing).

El detector de cuadrantes es un transductor optoelectrónico que se encarga de convertir la energía luminosa contenida en el frente de onda del objeto estelar observado, en energía eléctrica proporcional. El

## CAPÍTULO I

sistema de cuadrantes utilizado en esta etapa, consiste de un arreglo de cuatro fotodiodos de avalancha montados sobre un mismo sustrato y con cátodo común [SOT00]. El detector de cuadrantes es, entonces, el dispositivo que permite medir la distorsión del frente de onda incidente (movimiento de centroide) mediante la diferencia en las magnitudes de las corrientes que éste produce. La señal eléctrica producida por el detector de cuadrantes (en forma de corriente) es convertida a un voltaje proporcional mediante un amplificador de transimpedancia. La ganancia de esta señal también es sometida a un acondicionamiento de nivel para poder ser utilizada en la etapa de cálculo de posición de centroide.

En la etapa de cálculo de posición de centroide, se determina la ubicación del objeto estelar en el detector de cuadrantes mediante un algoritmo. Como se propone en este trabajo, los cálculos convenientes se realizan en un microcontrolador MC68HC12A4 (Ver Cap. III). Las ecuaciones realizadas son :

$$\begin{aligned}C_X &= (A + D) - (B + C) && \text{[Volts]} , \\C_Y &= (A + B) - (C + D) && \text{[Volts]} .\end{aligned}\tag{1.47}$$

$C_x$  y  $C_y$  son las coordenadas cartesianas en los ejes x, y respectivamente, del centroide de la imagen. Éstos están relacionados, como se aprecia en las ecuaciones, con los voltajes A, B, C y D provenientes de la etapa de amplificadores de transimpedancia y acondicionamiento de señal.

En términos generales, el controlador difuso se encarga de corregir los efectos producidos por las perturbaciones que alteran el haz luminoso y por el sistema mismo (ruido). Minimiza los errores estacionarios y dinámicos del sistema en lazo cerrado con la retroalimentación óptica. El objetivo general de control es el mantener el centroide de la imagen centrado en relación al detector con lo que se asegura una señal de error cero. La etapa de transformación de coordenadas consecuente, se encarga de realizar una conversión de 2 a 3 coordenadas necesaria para ubicar el espejo de corrección de frente de onda en el espacio. Su modelo implica la utilización de una matriz pseudo-inversa.

El sistema de amplificación para actuadores y espejo tip - tilt (amplificadores de voltaje y control) está integrado en un controlador comercial (Physik Instrumente), conformado por tres amplificadores de voltaje independientes de ganancia 10, con 120 volts de salida máxima para excitar a cada uno de los actuadores piezoeléctricos. Existen también, sensores tipo celda de carga (Strain Gauge) mediante los cuales se puede retroalimentar la posición del actuador y adicionalmente realizar lazos de control. Este tipo de actuadores tienen un problema de no-linealidad llamado histéresis, lo cual no desvirtúa su elección ya que, por otra parte, poseen gran velocidad de desplazamiento, lo que los hace útiles en este tipo de aplicaciones.

Debido a que se utiliza un detector de cuadrantes para determinar la variación del frente de onda mediante la posición del centroide, nuestro sistema de óptica adaptativa es, en realidad, un sistema de seguimiento de centroide. Como se detalla en la sección 1.5.2 de este capítulo, el rendimiento teórico de este tipo de sistemas es menor que los de tipo tip-tilt debido a que el movimiento de la imagen en seguimiento de centroide adiciona un término coma de aberración no existente en tip-tilt. En el capítulo V de este trabajo, se describe a fondo este aspecto y en la Figura V.8 se muestra concretamente la diferencia en el rendimiento, mencionada.

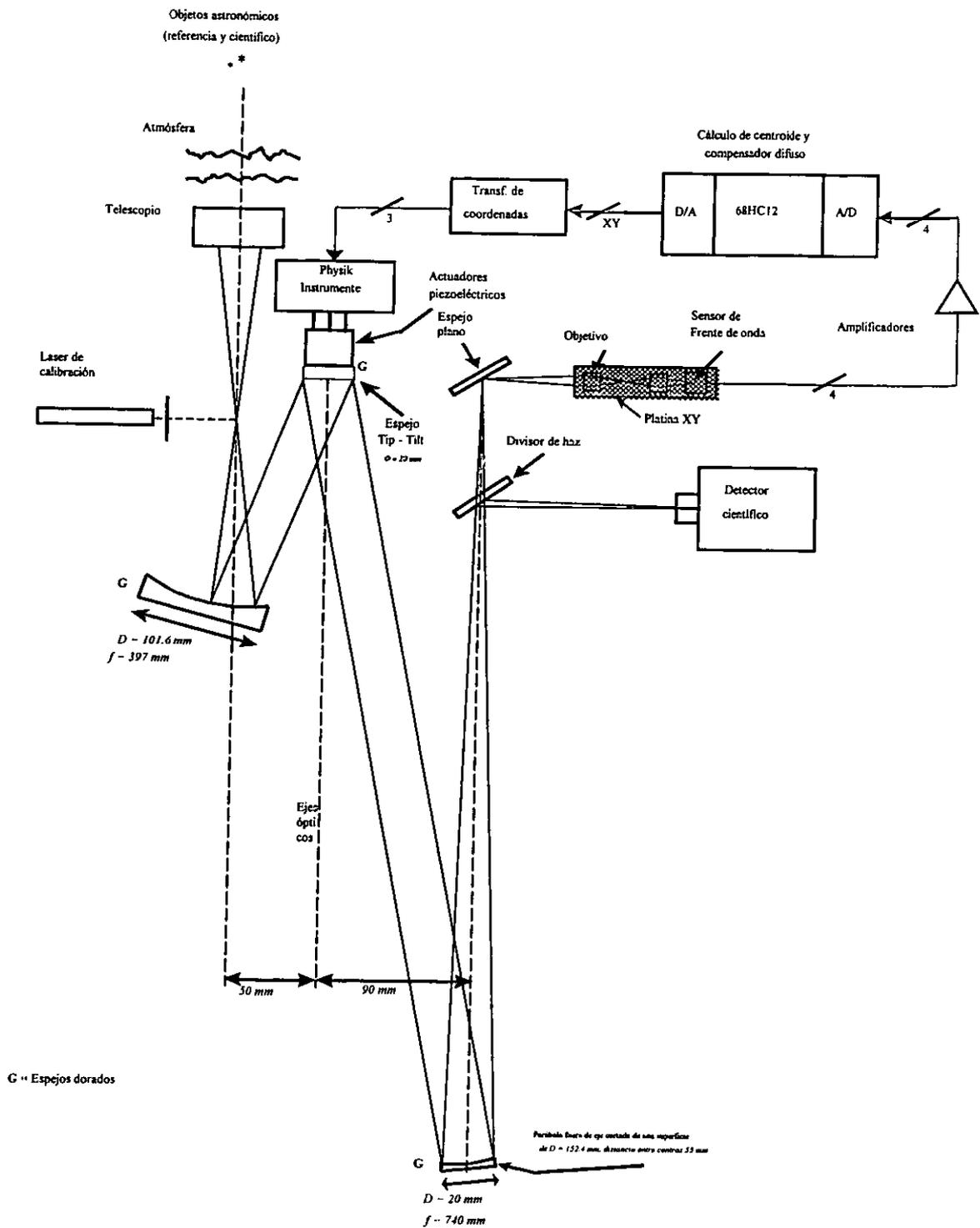


Fig. 1.8.- Sistema de óptica adaptativa tip-tilt LOLA. Figura cortesía de Pablo Sotelo [SOT00]. Obsérvese la inclusión del compensador difuso en la sección del controlador.

## REFERENCIAS

## \* LIBROS:

[BEA79] BEAUCHAMP, K., YUEN, C. Digital methods for signal analysis. George Allen & Unwin LTD, United Press, Cambridge, Great Britain. 1979. 315 pp.

[BEC93] BECKERS, J. Adaptive Optics for Astronomy: Principles, Performance and Applications. Annu. Rev. Astrophys. 31. 1993. 13-62 pp.

[ROD81] RODDIER, F. The effects of atmospheric turbulence in optical astronomy. Progress in optics. North Holland, Vol. XIX, 1981. 281-376 pp.

[ROD94] RODDIER, F. Adaptive optics for Astronomy, "The problematic of adaptive optics design". Alloin, M. And Mariotti, M. NATO ASI Series, Series C : Mathematical and Physical Sciences, Kluwer Academic Publishers, Vol. 423, 1994. 89 - 111 pp.

[SOT00] SOTELO, P. Desarrollo de un sistema de óptica adaptativa de bajos órdenes para uso astronómico. Tesis de Maestría. División de Estudios de Posgrado. Facultad de Ingeniería. UNAM. 2000.

## \* ARTÍCULOS :

[FRI66] FRIED, D. "Optical resolution Through a Randomly Inhomogeneous Medium for Very Long and Very Short Exposures". In: Optical Society of America. Vol. 56, No. 10, October 1966. 1372-1379 pp.

[GLI97a] GLINDEMANN, A. "Relevant parameters for Tip-Tilt systems on large telescopes". In : Astronomical Society of the Pacific, 109, June 1997. 682-687 pp.

[GLI97b] GLINDEMANN, A. "CHARM : A Tip-Tilt tertiary system for the Calar Alto 3.5-m Telescope". In : Astronomical Society of the Pacific , 109, 1997 June. 688-696 pp.

[GRE76] GREENWOOD, D. "Power spectra requirements for wave-front-compensative systems". In : Optical Society of America. Vol. 66, No. 3, March 1976.

[GRE77] GREENWOOD, D. "Bandwidth specifications for adaptive optics systems". In : Optical Society of America, Vol. 67, March 1977. 390-393 pp.

[MAR00] MARTIN, F. et. al. "Optical parameters relevant for higher angular resolution at Paranal form GSM instrument and surface layer contribution". In: Astronomy and Astrophysics, Supplement Series 144, 2000. 34 - 44 pp.

[ROD93] RODDIER, F. , NORTHCOTT, M., GRAVES, J., McKENNA, D., RODDIER, D.. "One-dimensional spectra of turbulence-induced Zernike aberrations: Time-delay and isoplanicity error in partial adaptive compensation". In : Optical Society of America, Vol. 10, May 1993. 957-965 pp.

[TYL94] TYLER, G. A. "Bandwidth considerations for tracking through turbulence". In : Optical Society of America, Vol. 11, January 1994. 358-367 pp.

[GEM2000] Hokupa'a on Gemini. 1.1.- First light images from Gemini: <http://www.ifa.hawaii.edu/ao/>

## CONTROL DIFUSO

Sin pretender abarcar la totalidad de los conceptos del campo del control difuso, en este capítulo se presentan los aspectos de mayor relevancia que dan sustento a la aplicación de esta técnica en un sistema de óptica adaptativa. Se desarrollan teóricamente algunos aspectos que no tienen aplicación práctica en el trabajo, pero que son primordiales para comprender el funcionamiento y comprobado buen rendimiento de los sistemas de control difuso.

### II.1.- CONCEPTO.

La lógica difusa es una técnica relacionada con la Inteligencia Artificial (IA), que ofrece grandes ventajas en el manejo de problemas en los cuales no es fácil definir un modelo matemático práctico. La raíz de lo anterior se deriva de su habilidad para esquematizar soluciones y generar respuestas basadas en información vaga, ambigua, cualitativa, incompleta o imprecisa. De esta manera, puede decirse que los sistemas de lógica difusa tienen "habilidad de razonamiento" similar a la del ser humano, por lo que se considera como parte integrante del campo de la IA.

El comportamiento de un sistema difuso es representado en una manera simple y natural, lo que permite la construcción de sistemas robustos. Además, el enfoque difuso requiere por lo general mucho menos memoria y disposición de recursos de computo que los métodos convencionales, ofreciendo sistemas más reducidos y económicos.

Contrario al razonamiento aristotélico donde una premisa lógica es completamente verdadera o falsa, en lógica difusa el grado de verdad de una premisa esta contemplado dentro de un rango entre 0 y 100 % (0 y 1), lo cual implica que la premisa sea parcialmente verdadera y parcialmente falsa a la vez. Esto significa que un elemento, evaluado desde la perspectiva difusa, puede tener un grado de pertenencia en relación a una cualidad y a la vez el correspondiente a otras cualidades, lo que representa una forma más exacta de clasificar dicho elemento.

Puede decirse que la lógica difusa extiende la lógica tradicional en dos sentidos: Los conjuntos que la conforman para determinado problema, son etiquetados en forma cualitativa, esto es, utilizando términos lingüísticos tales como "alto", "bajo", "caliente", "frio", etc; asignándoles diferentes grados de membresía a los elementos de esos conjuntos. Por otra parte, cualquier acción o salida resultante de una premisa verdadera es ejecutada con un valor acorde con el grado de verdad de dicha premisa, por lo que los sistemas de este tipo generan cambios en la salida suaves y continuos.

La lógica difusa ha sido utilizada con éxito en múltiples aplicaciones, siendo el control automático de procesos el área que más beneficios ha recibido de ésta. Así, el control difuso es una aplicación concreta de la lógica difusa, y por tanto, todas las características de ésta se aplican a los sistemas de control difuso. A continuación se mencionan los aspectos de mayor trascendencia relacionados con los sistemas de control de éste tipo.

### II.2.- TERMINOLOGÍA

Sea  $U$  una colección de objetos denotada genéricamente por  $u$ , la cual puede ser discreta o continua.  $U$  es conocida como el universo de discurso y  $u$  representa el elemento genérico de  $U$ . Algunas definiciones importantes en esta área son (Ver Figura II.1):

**UNIVERSO DE DISCURSO:** Es una colección de objetos los cuales pueden ser discretos o continuos. Un conjunto difuso  $A$ , en un universo de discurso  $U$ , está caracterizado por una función de membresía  $\mu_A : U \rightarrow [0, 1]$  y es etiquetado por un valor lingüístico, donde este último es una palabra como "pequeño", "medio", "largo", etc.

**CONJUNTO DIFUSO:** Un conjunto difuso  $A$  en un universo de discurso  $U$  está caracterizado por una función de membresía  $\mu_A$  que toma valores en el intervalo 0 a 1, esto es:  $\mu_A : U \rightarrow [0, 1]$ . De esta manera, un conjunto difuso  $A$  en  $U$  puede ser representado como un conjunto de pares ordenados de un elemento genérico  $u$  y su grado de función de membresía:  $A = (u, \mu_A(u)) \mid u \in U$ .

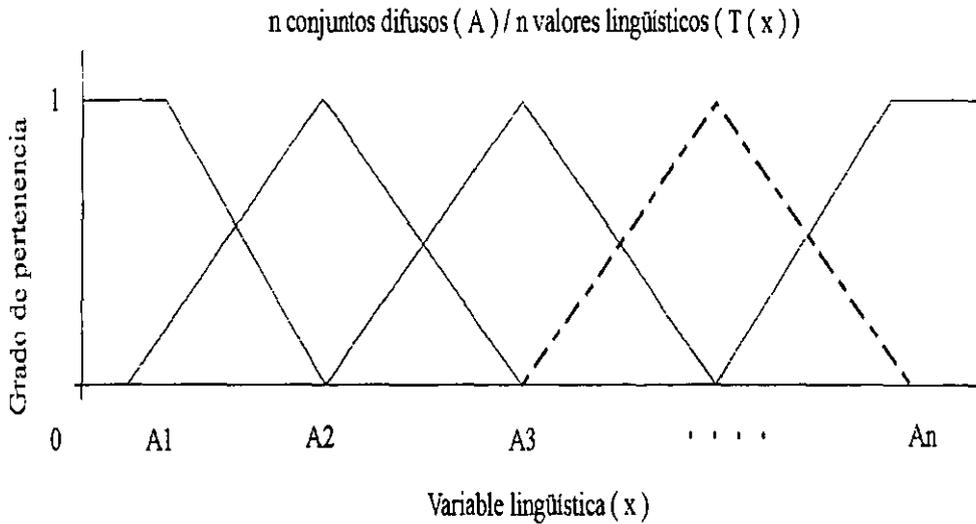


Fig. II.1.- Universo de discurso ( U )

A continuación se presenta un ejemplo de como se puede definir un conjunto difuso en forma discreta:  
El conjunto de los automóviles caros puede describirse como:

$$1/Ferrari + 1/RollsRoyce + 0.8/Mercedes + 0.7/BMW + 0.4/Buick .$$

Considerando que se trata de un universo contable o discreto, la representación de este conjunto es:

$$A = \sum_{i=1}^n \mu_A(u_i) = \mu_A(u_1)/u_1 + \dots + \mu_A(u_n)/u_n . \quad (2.1)$$

En notación de función y como se expresó antes:

$$A = (u, \mu_A(u)) \mid u \in U .$$

**NÚMERO DIFUSO:** Un número difuso en un universo continuo U es un conjunto difuso A que es normal y convexo, esto es:

$$\max_{u \in U} \mu_A(u) = 1 \quad (normal) ,$$

$$\mu_A(\lambda u_1 + (1 - \lambda)u_2) \geq \min(\mu_A(u_1), \mu_A(u_2)) \quad (convexo) ,$$

con:

$$u_1, u_2 \in U,$$

$\lambda \in [0, 1]$ .

**VARIABLE LINGÜÍSTICA:** Es aquella variable cuyos valores son palabras o sentencias en lenguaje natural o artificial [ZAD73]. Está caracterizada por los parámetros ( $x$ ,  $T(x)$ ,  $U$ ,  $G$ ,  $M$ ) que significan (Ver Figura II.1):

- $x$ : Nombre de la variable.
- $T(x)$ : Es el término del conjunto de  $x$ , o sea, el conjunto de nombres de valores *lingüísticos* de  $x$  donde cada valor es un número difuso definido en  $U$ .
- $U$ : Universo de discurso.
- $G$ : Regla sintáctica que genera los nombres de los valores de  $x$ .
- $M$ : Regla semántica para asociar cada valor con su significado.

**PUNTO DE CRUCE Y SINGLETON DIFUSO:** El elemento  $u$  en  $U$  en el cual  $\mu_A \neq 0$  es llamado el punto de cruce (crossover). Un conjunto difuso en el que el soporte es un simple punto en  $U$  con  $\mu_A = 1.0$  es conocido como singleton difuso.

**SUPREMUM E INFIMUM:** Las operaciones matemáticas Supremum (Sup) e Infimum (Inf) se definen de la siguiente manera:

$$\alpha = \text{Sup}(A) \text{ si } \forall x \in A : x \leq \alpha \text{ y } \forall \varepsilon > 0 \exists x \in A : x > \alpha - \varepsilon , \quad (2.2)$$

$$\beta = \text{Inf}(A) \text{ si } \forall x \in A : x \geq \beta \text{ y } \forall \varepsilon > 0 \exists x \in A : x < \beta + \varepsilon . \quad (2.3)$$

Cuando el conjunto soporte  $S(A)$  esta limitado como en el caso del control difuso, los operadores sup y inf se reemplazan por max y min, respectivamente.

**SOPORTE Y ANCHO DE UN CONJUNTO DIFUSO:** El soporte de un conjunto difuso  $A$  es un conjunto de todos los puntos  $u$  en  $U$  tales que  $\mu_A(u) > 0$ . Esto es:

$$S(A) = \{u \in X / \mu_A(u) > 0\} . \quad (2.4)$$

Si se utilizan conjuntos difusos convexos (como es el caso en la teoría de control difuso), el soporte de un conjunto corresponde a un intervalo. Además del concepto anterior, es útil el de ancho de un conjunto convexo  $A$ , que se define, para un conjunto soporte  $S(A)$ , de la siguiente manera:

$$\text{ancho}(A) = \text{Sup}(S(A)) - \text{Inf}(S(A)) . \quad (2.5)$$

**NUCLEO Y ALTURA DE UN CONJUNTO DIFUSO:** El nucleo de un conjunto difuso  $A$  es aquel conjunto preciso (crisp) que contiene todos los valores con grado de membresía 1. Formalmente tenemos:

$$\text{nucleo de } (A) = \{u \in X / \mu_A(u) = 1\} . \quad (2.6)$$

Si existe un solo punto con grado de membresía 1 (como es el caso de los conjuntos con forma triangular) entonces ese punto recibe el nombre de valor pico de  $A$ .

La altura de un conjunto difuso  $A$  en  $X$ , es igual al grado de membresía  $\mu_A$  mayor:

$$\text{Altura}(A) = \mu \in X \overset{\text{sup}}{\mu_A(u)} . \quad (2.7)$$

Un conjunto se denomina normal si  $\text{Altura}(A) = 1$  y subnormal si  $\text{Altura}(A) < 1$ .

## CAPÍTULO II

**NORMAS TRIANGULARES (Norma T).** La norma triangular (\*) es una función de dos lugares desde  $[0, 1] \times [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ , que incluye las operaciones mostradas a continuación, definidas para toda  $(x, y) \in [0, 1]$ , de la siguiente manera:

INTERSECCIÓN:  $x \wedge y = \min\{x, y\}$ .

PRODUCTO ALGEBRÁICO:  $x \cdot y = xy$ .

PRODUCTO LIGADO:  $x \odot y = \max\{0, x + y - 1\}$ .

PRODUCTO DRÁSTICO:

$$x \cap y = \begin{cases} x & y = 1 \\ y & x = 1 \\ 0 & x, y < 1 \end{cases} .$$

**CO-NORMAS TRIANGULARES (Norma S).** La conorma triangular (+) es una función de dos lugares desde  $[0, 1] \times [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ , la cual incluye las siguientes operaciones, definidas para toda  $(x, y) \in [0, 1]$ , como:

UNIÓN:  $x \vee y = \max\{x, y\}$ .

SUMA ALGEBRÁICA:  $x + y = x + y - xy$ .

SUMA LIGADA:  $x \oplus y = \min\{1, x + y\}$ .

SUMA DRÁSTICA:

$$x \cup y = \begin{cases} x & y = 0 \\ y & x = 0 \\ 1 & x, y > 0 \end{cases} .$$

SUMA DE DISYUNCIÓN:  $x \Delta y = \max\{\min(x, 1 - y), \min(1 - x, y)\}$ .

Las normas triangulares son utilizadas para definir conjuntos en razonamiento aproximado, mientras que las co-normas sirven para lo mismo pero en disyunciones.

### II.3.- RELACIONES DIFUSAS.

Genéricamente una relación se considera como un conjunto de pares, por tanto, una relación difusa es un conjunto de pares. Cada uno de éstos tiene un grado de membresía comprendido entre 0 y 1. Por definición: Sean  $U$  y  $V$  universos continuos y  $\mu_R : UXV \rightarrow [0, 1]$ , entonces:

$$R = \int_{UXV} \mu_R(u, v)/(u, v) \quad (2.8)$$

es una relación binaria en  $UXV$ .

Para el caso discreto tenemos:

$$R = \sum_{UXV} \mu_R(u, v)/(u, v) \quad (2.9)$$

Las relaciones difusas son de gran importancia en sistemas difusos ya que describen las interacciones entre las variables. Esto es de particular importancia en las reglas de tipo SI-ENTONCES pertenecientes a la base de conocimientos. Una regla difusa del tipo "Si X es A entonces Y es B" es representada por una *función de implicación difusa* denotada por  $A \rightarrow B$ , donde A y B son conjuntos difusos en universos U y V con funciones de membresía  $\mu_A$  y  $\mu_B$ , respectivamente.

Un ejemplo sencillo de una relación difusa se presenta a continuación:

Sea  $U = \{1, 2, 3\}$ . La relación difusa binaria "aproximadamente igual" está dada por:

$$1/(1, 1) + 1/(2, 2) + 1/(3, 3) + 0.8/(1, 2) + 0.8/(2, 3) + 0.8/(2, 1) + 0.8/(3, 2) + 0.3/(1, 3) + 0.3/(3, 1) .$$

La función de membresía  $\mu_R$  de esta relación puede describirse como:

$$\mu_R = \begin{cases} 1, & x = y \\ 0.8, & |x - y| = 1 \\ 0.3, & |x - y| = 2 . \end{cases}$$

En notación matricial, lo anterior puede representarse como:

	$y_1$	$y_2$	$y_3$
$x_1$	1	0.8	0.3
$x_2$	0.8	1	0.8
$x_3$	0.3	0.8	1

Las tres operaciones de mayor importancia en las relaciones difusas se describen a continuación. Cabe hacer notar que las más utilizadas son la intersección y la unión:

**INTERSECCIÓN (AND-MIN):** Sean  $R$  y  $S$  relaciones binarias definidas en  $XXY$ . La intersección de  $R$  y  $S$  se define como:

$$\forall(x, y) \in XXY : \mu_{R \cap S}(x, y) = \min(\mu_R(x, y), \mu_S(x, y)) . \tag{2.10}$$

Es posible utilizar cualquier norma triangular en sustitución del mínimo.

**UNIÓN (OR-MAX):** La unión de  $R$  y  $S$  esta definida como:

$$\forall(x, y) \in XXY : \mu_{R \cup S}(x, y) = \max(\mu_R(x, y), \mu_S(x, y)) , \tag{2.11}$$

en este caso, es posible sustituir máximo por cualquier conorma triangular.

**COMPLEMENTO:**

$$\mu_{\bar{A}}(u) = 1 - \mu_A(u) . \tag{2.12}$$

**PRODUCTO CARTESIANO:** Si  $A_1, \dots, A_n$  son conjuntos difusos en  $U_1, \dots, U_n$  respectivamente, el producto cartesiano de  $A_1, \dots, A_n$  es un conjunto difuso en el espacio de productos  $U_1X, \dots, XU_n$  con la función de membresía, esto es:

$$\mu_{A_1X, \dots, XA_n}(u_1, u_2, \dots, u_n) = \min\{\mu_{A_1}(u_1), \dots, \mu_{A_n}(u_n)\} . \tag{2.13}$$

**COMPOSICIÓN SUP-ESTRELLA:** Si  $R$  y  $S$  son relaciones difusas en  $UXV$  y  $VXW$ , respectivamente. La composición de  $R$  y  $S$  es una relación difusa denotada por  $R \circ S$  y definida como:

$$R \circ S = \{[(u, w), \overset{sup}{v} (\mu_R(u, v) * \mu_S(v, w))]\} , \tag{2.14}$$

con:

$$u \in U, v \in V, w \in W.$$

Donde  $*$  puede ser un operador en la clase de normas triangulares, como por ejemplo, el mínimo, el producto algebraico, etc.

## CAPÍTULO II

**REGLA DE INFERENCIA COMPOSICIONAL SUP-ESTRELLA:** Si  $R$  es una relación difusa en  $UXV$  y  $x$  es un conjunto difuso en  $U$ , entonces la regla de inferencia composicional sup-estrella establece que el conjunto difuso  $y$  en  $V$  inducido por  $x$  está dado por:

$$y = x * R \quad , \quad (2.15)$$

donde  $x * R$  es la composición sup-estrella de  $x$  y  $R$ .

**CONJUNCIÓN DIFUSA:** La conjunción difusa esta definida para toda  $u \in U$  y  $v \in V$ , de la siguiente manera:

$$A \rightarrow B = AXB \quad ,$$

$$A \rightarrow B = \int_{UXV} \mu_A(u) * \mu_B(v) / (u, v) \quad , \quad (2.16)$$

donde  $*$  es el operador que representa una norma triangular.

**DISYUNCIÓN DIFUSA:** La disyunción difusa esta definida para toda  $u \in U$  y  $v \in V$ , de la siguiente manera:

$$A \rightarrow B = AXB \quad ,$$

$$A \rightarrow B = \int_{UXV} \mu_A(u) + \mu_B(v) / (u, v) \quad , \quad (2.17)$$

donde  $+$  es un operador que representa una co-norma triangular.

### II.4.- PROYECCIÓN Y EXTENSIÓN CILÍNDRICAS.

Dos operaciones importantes en conjuntos difusos y en relaciones difusas son la proyección y la extensión cilíndricas. La operación de proyección lleva de una relación ternaria a una binaria, o de una binaria a un conjunto difuso, o de un conjunto difuso a un valor preciso único. Sea  $R$  una relación en  $U = X_{i=1}^n U_i$ . Hagamos que  $(i_1, \dots, i_k)$  sea una subsecuencia de  $(1, \dots, n)$  y que  $(j_1, \dots, j_l)$  sea una subsecuencia complementaria de  $(1, \dots, n)$ . Además sea  $V = X_{m=1}^k U_{i_m}$ .

Por definición la proyección de  $R$  en  $V$  es:

$$Proy R en V = \int_V \sup_{x_{j_1}, \dots, x_{j_l}} \mu_R(x_1, \dots, x_n) / (x_{i_j}, \dots, x_{i_k}) \quad . \quad (2.18)$$

Para el caso binario, por ejemplo, donde  $R$  esta definido en  $XXY$ , tenemos:

$$Proy R en Y = \int_Y \sup_x \mu_R(x, y) / y \quad . \quad (2.19)$$

Para el caso discreto se utiliza la operación máximo en sustitución del Supremum.

Ejemplo:

Sea la relación binaria  $R$  definida, en su notación matricial, de la siguiente manera:

$R =$  "x considerablemente más grande que y":

	$y_1$	$y_2$	$y_3$	$y_4$
$x_1$	0.8	1	0.1	0.7
$x_2$	0	0.8	0	0
$x_3$	0.9	1	0.7	0.8

Entonces, la proyección sobre X significa que:

$x_1$  se asigna al grado de membresía más alto de los pares  $(x_1, y_1)$ ,  $(x_1, y_2)$ ,  $(x_1, y_3)$  y  $(x_1, y_4)$ .

$x_2$  se asigna al grado de membresía más alto de los pares  $(x_2, y_1)$ ,  $(x_2, y_2)$ ,  $(x_2, y_3)$  y  $(x_2, y_4)$ .

$x_3$  se asigna al grado de membresía más alto de los pares  $(x_3, y_1)$ ,  $(x_3, y_2)$ ,  $(x_3, y_3)$  y  $(x_3, y_4)$ .

Por tanto, se obtiene el siguiente conjunto difuso:

$$ProyRenX = 1/x_1 + 0.8/x_2 + 1/x_3 .$$

De manera similar la proyección sobre Y se determina buscando el valor máximo de las cuatro columnas correspondientes. Resultando el conjunto difuso:

$$ProyRenY = 0.9/y_1 + 1/y_2 + 0.7/y_3 + 0.8/y_4 .$$

Así, es posible determinar la proyección total, que equivale al máximo grado de membresía, en cada caso. Para el caso de este ejemplo, la proyección total es 1.

Por otra parte, la extensión cilíndrica de S en U, se define mediante la siguiente expresión:

$$ec(S) = \int_U \mu_S(x_{i_1}, \dots, x_{i_k}) / (x_1, \dots, x_n) . \tag{2.20}$$

Para el caso binario, siendo A un conjunto difuso definido en Y, la extensión cilíndrica de A en  $XXY$  es el conjunto de todos los pares  $(x,y)$  con grados de pertenencia igual a  $\mu_A(y)$ , esto es:

$$ec(A) = \int_{X \times Y} \mu_A(y) / (x, y) . \tag{2.21}$$

Ejemplo:

Consideremos la relación (R) “x es aproximadamente igual a y”, definida en notación matricial como:

	$y_1$	$y_2$	$y_3$
$x_1$	1	0.8	0.3
$x_2$	0.8	1	0.8
$x_3$	0.3	0.8	1

Supongamos, además, que x es pequeña y que está expresada mediante el siguiente conjunto difuso:

$$A = 0.3/x_1 + 1/x_2 + 0.8/x_3 .$$

La combinación de la relación difusa (R) y el conjunto difuso A, expresada mediante “x es aproximadamente igual a Y x es pequeña”, puede estar dada por la intersección de la relación y la extensión de A. La extensión de A en  $XXY$  ( $ec(A)$ ), está dada por:

	$y_1$	$y_2$	$y_3$
$x_1$	0.3	0.3	0.3
$x_2$	1	1	1
$x_3$	0.8	0.8	0.8

Finalmente, la intersección de R y  $ec(A)$  es:

$$R \wedge ec(A) =$$

	$y_1$	$y_2$	$y_3$
$x_1$	0.3	0.3	0.3
$x_2$	1	1	1
$x_3$	0.8	0.8	0.8

La combinación de conjuntos difusos y relaciones difusas con la ayuda de la extensión y la proyección cilíndricas, es llamada composición.

**II.5.- PRINCIPIO DE EXTENSIÓN.**

Una de las nociones de mayor importancia en la teoría de conjuntos difusos es el principio de extensión. Dicho principio proporciona un método general para combinar conceptos del ámbito difuso con aquellos no difusos. Mediante este concepto es posible la combinación de conjuntos difusos y relaciones, para la operación de una función matemática en conjuntos difusos, y debido a que éstos pueden interpretarse como números difusos, es posible sumarlos o multiplicarlos.

Sean  $A_1, \dots, A_n$  conjuntos difusos definidos en  $U_1, \dots, U_n$ , respectivamente. Sea  $f$  una función no difusa  $f : U_1 \times \dots \times U_n \rightarrow V$ . El propósito es "extender"  $f$  para que opere en  $A_1, \dots, A_n$  y regrese un conjunto difuso  $F$  en  $V$ . Esto se realiza utilizando la composición SUP-MIN de la siguiente manera: La extensión de  $f$ , operando en  $A_1, \dots, A_n$  resulta en la siguiente función de membresía para  $F$ :

$$\mu_F(v) = \{f(u_1, \dots, u_n) = v\} \min(\mu_{A_1}(u_1), \dots, \mu_{A_n}(u_n)) \quad (2.22)$$

Con la condición de que  $f^{-1}(v)$  exista, ya que de lo contrario  $\mu_A(v) = 0$ .

**II.6.- REGLAS DE INFERENCIA.**

En razonamiento aproximado las reglas de inferencia de mayor importancia son la regla de inferencia composicional y el Modus Ponens Generalizado. La primera utiliza la relación difusa para representar en forma explícita la conexión entre dos proposiciones difusas. El Modus Ponens Generalizado, por su parte, utiliza una regla SI-ENTONCES que explícitamente representa una relación difusa. Este tipo de razonamiento tiene el esquema de inferencia simbólico siguiente:

PREMISA 1: S1 es Q1,

PREMISA 2: Si S1 es P1 entonces S2 es P2,

CONSECUENCIA : S2 es Q2.

Donde S1 y S2 son nombres simbólicos de objetos y P1, P2 y Q2 son propiedades de esos objetos.

En cambio la regla de inferencia composicional puede considerarse como un caso especial del Modus Ponens Generalizado. Su forma simbólica general es:

PREMISA 1: S1 es Q1,

PREMISA 2: S1 R S2,

CONSECUENCIA: S2 es Q2.

Donde S1 R S2 significa: "S1 es en relación R a S2" y su significado se representa como la relación difusa  $\mu_R$ . Cuando la regla de inferencia composicional se utiliza, debe proporcionarse la relación difusa explícita R.

**II.7.- TIPOS DE IMPLICACIÓN EN CONTROL DIFUSO.**

Los tipos de implicación más importantes en la teoría de control difuso son:

**II.7.1.- IMPLICACIÓN DE ZADEH:** La representación de esta implicación está dada por:

$$\tilde{R}m = (ec(\tilde{A}) \wedge ec(B)) \vee ec(\tilde{A}') \quad (2.23)$$

donde  $ec$  es la extensión cilíndrica.

Equivalentemente:

$$\mu_{Rm}(x, y) = \max(\min(\mu_A(x), \mu_B(y)), 1 - \mu_A(x)) \quad . \quad (2.24)$$

**II.7.2.- IMPLICACIÓN DE MAMDANI:** La implicación de Mamdani es la más importante en términos de control difuso. Su definición esta basada en la operación intersección ( $p \rightarrow q \equiv p \wedge q$ ). Se define de la siguiente manera:

$$\tilde{R}_c = ec(\tilde{A}) \wedge ec(\tilde{B}) \quad , \quad (2.25)$$

siendo  $ec$  la extensión cilíndrica.

También es posible expresarla como:

$$\mu_{Rc}(x, y) = \min(\mu_A(x), \mu_B(y)) \quad . \quad (2.26)$$

## II.8.- PROPIEDADES GENERALES.

Las propiedades más importantes de un controlador difuso se resumen a continuación. Todas éstas, están relacionadas con el rendimiento del controlador y las posibles características del sistema a controlar.

- \* Relación ("Mapeo") entrada - salida [DRI93, GUL95].
- \* No linealidad [DRI93].
- \* Distribución de posibilidades en funciones de membresía [ZAD78, DRI93].
- \* Ganancia variable (controlador de estructura variable)[LIU93].
- \* En controlador difuso tipo Sugeno es un aproximador universal de funciones [WAN92, BAU94].

## II.9.- ETAPAS DE UN SISTEMA DE CONTROL DIFUSO.

En un controlador difuso las entradas pasan por tres transformaciones antes de salir del sistema (Ver Fig. II.2). La primera corresponde al proceso de fusificación que utiliza mapas de funciones predefinidos para cada entrada del sistema en uno o más grados de membresía. En la segunda, las reglas definidas también previamente y establecidas en una base de reglas, son evaluadas mediante la combinación de grados de membresía para formar las salidas. Finalmente, el proceso de defusificación calcula las salidas del sistema basadas en las funciones de membresía. Los procesos de normalización y denormalización son opcionales y dependen de la aplicación misma.

### II.9.1.- FUSIFICACIÓN.

Fusificación es el proceso de asignar o calcular un valor para representar el grado de membresía de una entrada (variable de estado) en uno o más grupos cuantitativos llamados CONJUNTOS DIFUSOS. En otras palabras, significa atribuir valores numéricos precisos a las expresiones lingüísticas vagas. El grado de membresía es determinado por la función de membresía que puede ser determinada ya sea mediante conocimiento o por datos estadísticos. Las funciones de membresía se modifican en forma recurrente con la finalidad sintonizar el controlador difuso y con ello obtener la mejor respuesta del sistema en funcion de un criterio determinado.

De igual forma, podemos decir que el proceso de fusificación es un "mapeo" de el universo de discurso de entrada observado a los conjuntos difusos definidos en  $U$ . Específicamente, si se considera a  $(F_i, \mu_F)$  como un conjunto difuso definido en  $U$  y  $x_i$ , una entrada a la etapa de fusificación, entonces, las salidas de ésta son  $\mu_{F_i}(x_i)$ ; con  $i=1, 2, \dots, n$ .

Existen dos factores que caracterizan esta etapa:

- 1) El número de conjuntos difusos definidos en el universo de discurso de entrada.

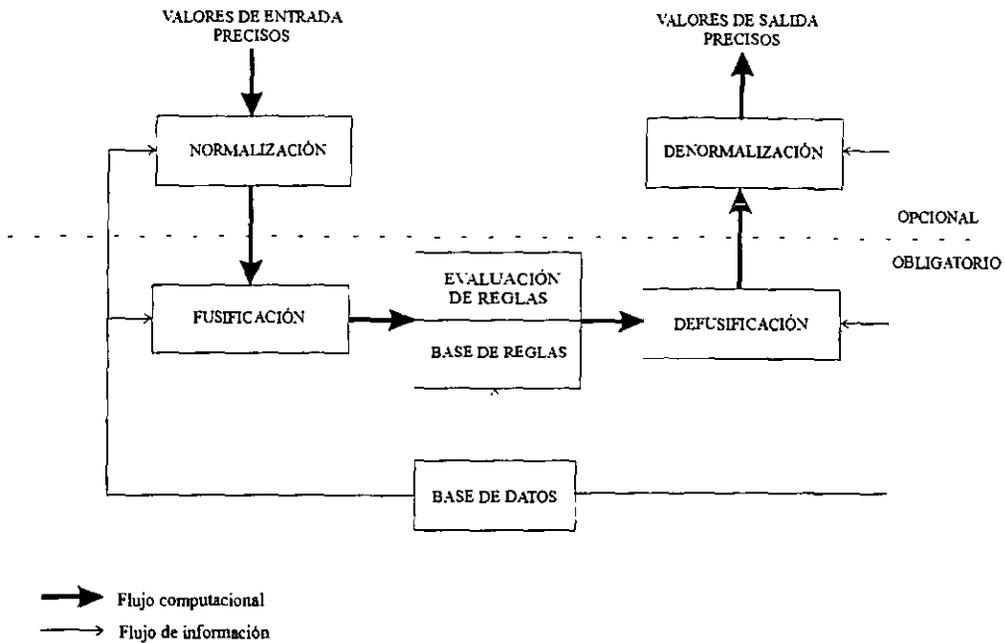


Fig. II.2.- Esquema global de un controlador difuso.

2) Las funciones de membresía específicas para esos conjuntos difusos.

Formas simples tales como trapecios y triángulos son frecuentemente utilizados para definir la membresía en conjuntos difusos, pero en realidad cualquier función puede ser utilizada [WAN92]. Por otra parte, cada diseñador puede decidir sobre el número de conjuntos difusos por cada entrada al sistema dependiendo de la aplicación o del sistema a controlar. El número de funciones de membresía de los conjuntos difusos y la forma de estos conjuntos dependen de la precisión requerida, estabilidad del sistema y facilidad de implantación, básicamente. Los conjuntos difusos deben cubrir el rango completo llamado UNIVERSO DE DISCURSO, para cada entrada del sistema. El rango en el eje Y está comprendido entre 0 y 1 y representa el grado en que un valor de entrada es un miembro de algún conjunto difuso en particular.

Debido a la distribución de posibilidades que existe en los universos de discurso [ZAD78], un controlador difuso posee altos niveles de rechazo a ruido que incrementa su robustez en sistemas donde la relación señal a ruido es importante. Este es el caso de un sistema de óptica adaptativa.

II.9.2.- EVALUACIÓN DE REGLAS.

Esta etapa también es conocida como INFERENCIA DIFUSA o MÁQUINA DE INFERENCIAS. Para controlar el comportamiento del sistema, el diseñador desarrolla una base de reglas que consiste de un conjunto de declaraciones lingüísticas de la forma: "Si un conjunto de condiciones son cumplidas, entonces un conjunto de consecuencias son ejecutadas", o bien en forma resumida: SI (CONDICIONAL) - ENTONCES. El lado CONDICIONAL de la regla contiene una o más condiciones llamadas ANTECEDENTES; la parte ENTONCES contiene una o más acciones llamadas CONSECUENTES. Los antecedentes de las reglas corresponden directamente a los grados de membresía calculados durante el proceso de fusificación. De esta manera, cada antecedente posee un valor de grado de verdad que le es asignado como resultado de la fusificación. Cada antecedente de regla puede ser reducida a una simple constante en memoria, la cual contiene un campo identificando una entrada y un campo identificando una etiqueta de dicha entrada. Cada antecedente de regla corresponde a un valor de entrada difuso específico que es resultado del proceso de fusificación.

Durante la evaluación de reglas, los grados de pertenencia son calculados en base a los valores de antecedente y entonces son asignados a las salidas. Por lo general, se determina el más pequeño (mínimo) antecedente de regla, que es tomado como el valor verdadero de la regla, y se aplica a toda las consecuencias

de ésta. Así, es posible que una salida difusa sea una consecuencia de más de una regla. También es posible utilizar otros métodos para dicha operación, tal como la multiplicación de todos los valores antecedentes. El resultado de la evaluación de reglas es un conjunto completo de valores de salida difusos, los cuales reflejan el efecto de todas las reglas cuyo valor de verdad es mayor que cero.

Los parámetros de diseño de una base de reglas difusa son:

- a) K, el número de reglas difusas en la base de reglas.
- b) La declaración específica de cada regla difusa.

La llamada INFERENCIA DIFUSA es una lógica que genera decisiones empleando reglas difusas contenidas en la base de reglas. La forma en que realiza lo anterior, simula un procedimiento de decisión humano basado en conceptos difusos y declaraciones lingüísticas. Éstas últimas, son la parte más importante de un sistema difuso, en el sentido de que contienen la mayor parte de la información concerniente al comportamiento del sistema a controlar y al diseño del sistema difuso. Las reglas, por lo general, provienen de alguna de las siguientes fuentes : Expertos humanos o datos estadísticos.

**II.9.2.1.- REPRESENTACIÓN DE LA BASE DE REGLAS.**

Generalmente, los sistemas difusos contienen un conjunto de reglas múltiples con entradas de valor preciso. Se dice que *una regla es una relación difusa expresada como una implicación difusa*. La inferencia de tipo Mamdani, por ejemplo, utiliza la implicación del mismo nombre para representar el significado de las reglas SI-ENTONCES.

En un sistema de n reglas cada una es representada simbólicamente como:

$$SI\ e\ es\ LE^{(k)}\ ENTONCES\ u\ es\ LU^{(k)} , \tag{2.27}$$

donde:

$K=1, \dots, n$ .

$LE^{(k)}$ : Es el valor lingüístico de e en la k-ésima regla.

“e es  $LE^{(k)}$ ” se interpreta como:

$$LE^{(k)} = \int_e \mu_{LE^{(k)}}(e) / (e) . \tag{2.28}$$

$LU^{(k)}$ : Corresponde al valor lingüístico de U en la k-ésima regla,

“e es  $LU^{(k)}$ ” se interpreta como:

$$LU^{(k)} = \int_u \mu_{LU^{(k)}}(u) / (u) . \tag{2.29}$$

Por ejemplo, la interpretación Mamdani de la regla se define como:

$$\forall k : \tilde{Rm}^{(k)} = \int_{e \times u} \min(\mu_{LE^{(k)}}(e), \mu_{LU^{(k)}}(u)) / (e, u) , \tag{2.30}$$

la función de membresía de la entrada fusificada  $e^*$  es:

$$\mu^*(e) = \begin{cases} 1 & \text{para } e = e^* \\ 0 & \text{para cualquier otro caso.} \end{cases}$$

El significado del conjunto de reglas completo se define mediante la siguiente expresión:

$$\tilde{R}_m = \bigcup_{k=1}^n \tilde{R}_m^{(k)} \quad , \quad (2.31)$$

lo que significa:

$$\forall e, u : \mu_{R_m}(e, u) = \max_k \mu_{R_m}^{(k)}(e, u) \quad . \quad (2.32)$$

Equivalentemente:

$$\forall e, u : \mu_{R_m}(e, u) = \max_k \min(\mu_{L E^{(k)}}(e), \mu_{L U^{(k)}}(u)) \quad . \quad (2.33)$$

Entonces, la activación de un conjunto de reglas puede ser expresado como:

$$\tilde{U} = \mu^* \circ \tilde{R}_m \quad , \quad (2.34)$$

donde:

$$\forall u : \mu_U(u) = \max_k \min(\mu_{L E^{(k)}}(e^*), \mu_{L U^{(k)}}(u)) \quad .$$

La activación de un conjunto de reglas por medio de la operación de composición (2.33) suele llamarse composición basada en inferencia.

### II.9.2.2.- ESTRUCTURA DE LA BASE DE REGLAS.

Un aspecto relevante en el diseño de sistemas de control mediante lógica difusa es el analizar un sistema de Múltiples Entradas - Múltiples Salidas (MEMS) como un conjunto de sistemas de Múltiples Entradas - Una Salida (MEUS), con la finalidad de poder estructurar adecuadamente la base de reglas correspondiente.

Típicamente, una base de reglas tiene la forma de un sistema MEMS, representado como [LEE90b]:

$$R_{MEMS}^i : (A_i X, \dots, X B_i) \rightarrow (Z_1 +, \dots, + Z_q) \quad , \quad (2.35)$$

donde  $R_{MEMS}^i$  representa la regla: Si ( $X$  es  $A_i$  y, ..., y  $Y$  es  $B_i$ ) entonces ( $Z_i$  es  $C_i$ , ...,  $Z_q$  es  $D_i$ ). El antecedente de  $R_{MEMS}^i$  forma un conjunto difuso  $A_i X, \dots, X B_i$  en el espacio de productos  $U \times X, \dots, X \times V$ . El consecuente es la unión de  $q$  independientes acciones de control. De esta manera, la  $i$ -ésima regla  $R_{MEMS}^i$  puede ser representada como una implicación difusa del tipo:

$$R_{MEMS}^i : (A_i X, \dots, X B_i) \rightarrow (Z_i, \dots, Z_q) \quad , \quad (2.36)$$

de la cual, se desprende que la base de reglas  $R$  puede representarse como la unión de la siguiente manera:

$$R = \bigcup_{i=1}^n R_{MEMS}^i \quad . \quad (2.37)$$

Desarrollando la expresión anterior, resulta:

$$R = \bigcup_{i=1}^n [(A_i X, \dots, X B_i) \rightarrow (Z_i +, \dots, + Z_q)] \quad ,$$

$$R = \bigcup_{i=1}^n [(A_i X, \dots, X B_i) \rightarrow Z_1], \bigcup_{i=1}^n [(A_i X, \dots, X B_i) \rightarrow Z_2], \dots, \bigcup_{i=1}^n [(A_i X, \dots, X B_i) \rightarrow Z_q] ,$$

$$R = \bigcup_{k=1}^q \bigcup_{i=1}^n [(A_i X, \dots, X B_i) \rightarrow Z_k] . \quad (2.38)$$

Lo que significa:

$$R = RB_{MEUS}^1, RB_{MEUS}^2, \dots, RB_{MEUS}^q . \quad (2.39)$$

Debido a lo anterior, tenemos que la base de reglas R de un controlador difuso esta compuesta por un conjunto de sub-bases de reglas  $RB_{MEUS}^i$ , cada una de las cuales consisten de n reglas de control difusas con variables de estado de proceso multiples y una variable de control única. La estructura de reglas general de un sistema difuso MEMS puede, entonces, ser representada como una colección de sistemas difusos tipo MEUS a determinar con base en la estructura determinada por la ecuación (2.38), donde  $RB_{MEUS}^k$  representa la regla: *SI* (X es  $A_i$  y ..., y Y es  $B_i$ ) *ENTONCES* ( $Z_k$  es  $D_i$ ), con  $i = 1, 2, \dots, n$ .

### II.9.2.3.- PROPIEDADES DE UN CONJUNTO DE REGLAS.

Las propiedades más importantes en un conjunto de reglas son:

a) *COMPLETITUD*. Un conjunto de reglas SI-ENTONCES es completo, si cualquier combinación de variables de entrada resulta en un valor de salida apropiado. Formalmente, tenemos:

$$\forall e, \acute{e} : \text{Altura}(\text{SALIDA}(e, \acute{e})) > 0 . \quad (2.40)$$

Por tanto, todas las combinaciones de entrada ( $e, \acute{e}$ ) resultan en un conjunto difuso de salida.

b) *CONSISTENCIA*. Un conjunto de reglas es consistente si no tiene contradicciones. De otra forma, podemos decir que el conjunto de reglas es inconsistente si existen dos reglas con el mismo antecedente pero con diferente consecuente.

c) *CONTINUIDAD*. Un conjunto de reglas es continuo si no tiene reglas adyacentes con conjuntos difusos de salida sin interacción.

### II.9.3.- DEFUSIFICACIÓN.

La defusificación es el proceso de combinar todas las salidas difusas en un resultado específico que puede ser aplicado a cada salida del sistema. El resultado de este proceso es utilizado como valor de salida del controlador.

Una de las técnicas que más se utiliza en ésta etapa es la conocida con el nombre de METODO DEL CENTRO DE GRAVEDAD PROMEDIO (centro de área), la cual consiste de varios pasos: Inicialmente, se determina un centroide en el eje de las abscisas de los universos de discurso de salida, para cada función de membresía. Posteriormente las funciones de membresía son limitadas en altura por la regla aplicada y las áreas de las funciones son calculadas. Finalmente, la salida defusificada se obtiene por medio de un promedio ponderado de los puntos de centroide y las áreas calculadas, con dichas áreas sirviendo como factores de peso. Este método se considera como el mejor para la defusificación puesto que considera la contribución de todas las salidas difusas y el grado en el cual cada una es verdadera.

El centroide de todas las salidas difusas para una salida del sistema se calcula con la siguiente expresión:

$$S_C = \frac{\sum_{i=1}^n \mu_i * C_i}{\sum_{i=1}^n \mu_i} , \quad (2.41)$$

## CAPÍTULO II

donde  $\mu_i$  es la  $i$ -ésima salida difusa para una salida del sistema,  $C_i$  es el centroide correspondiente a la  $i$ -ésima salida difusa y  $n$  es el número de etiquetas definido para esta salida de sistema.

Algunas veces se utiliza un ente llamado SINGLETON para simplificar el proceso de defusificación (p.e en los controladores difusos tipo Sugeno de orden cero). Un singleton es una función de membresía de salida representada por una línea vertical. Puesto que el singleton intersecta al eje de las abscisas en tan sólo un punto, el cálculo del centro de gravedad se reduce a calcular el promedio ponderado de puntos en el eje de las abscisas y reglas activadas, con éstas últimas como factores de peso. Puede considerarse a una función de membresía singleton como un valor específico en el rango de una salida.

Además del método mencionado existen otros como son:

- a) Máximo criterio.
- b) Promedio del máximo.

Estos últimos se utilizan muy poco debido a que ocasionan mal comportamiento del sistema de control difuso cuando son utilizados [LEE90b].

### II.10.- CARACTERIZACIÓN DE CONTROLADORES DIFUSOS.

Los controladores difusos se caracterizan por su estructura o por su tipo. La estructura depende, básicamente, de los métodos de fusificación y defusificación utilizados. De acuerdo a la estructura tenemos dos tipos básicos de controladores difusos:

- a) CONTROLADOR TIPO MAMDANI.
- b) CONTROLADOR TIPO SUGENO

#### II.10.1.- CONTROLADOR TIPO MAMDANI.

Esta clase de controlador utiliza conjuntos difusos tanto en la etapa de entrada como en la de salida para producir la función entrada-salida.

Supongamos que  $X$  es un espacio de entradas arbitrario y que  $A_1, A_2, \dots, A_n$  y  $B_1, B_2, \dots, B_n$  son conjuntos difusos normalizados de  $X$  y  $R^m$ . Sea  $T$  una norma triangular y consideremos la base de reglas siguiente:

$$\text{SI } x \text{ es } A_i \text{ ENTONCES } u \text{ es } B_i \text{ .} \quad (2.42)$$

El controlador tipo Mamdani define la función de entrada-salida  $F_M : X \rightarrow R^m$  siguiente:

$$F_M(x) = \frac{\int_{R^m} \mu_R(x, u) \cdot u du}{\int_{R^m} \mu_R(x, u) du} \text{ ,} \quad (2.43)$$

con:  $\int_{R^m} \mu_R(x, u) du > 0$ .

El grado de pertenencia  $\mu_R$  de la relación difusa  $R$  en  $X \times R^m$  está dada por:

$$\mu_R(x, u) = \max\{T(\mu_{A_1}(x), \mu_{B_1}(u)), T(\mu_{A_2}(x), \mu_{B_2}(u)), \dots, T(\mu_{A_n}(x), \mu_{B_n}(u))\} \text{ .} \quad (2.44)$$

En este caso se ha elegido el método del promedio del centroide como proceso de defusificación. Aunque es posible utilizar otros métodos.

#### II.10.2.- CONTROLADOR TIPO SUGENO.

Este controlador utiliza valores concretos en el espacio de salidas, en forma de singleton (función constante) o funciones de orden variado.

Sea  $X$  un espacio de entradas arbitrario y  $A_1, A_2, \dots, A_n$  conjuntos difusos normalizados de  $X$  con  $\sum \mu_{A_i}(x) > 0, \forall x \in X$ . Sean  $f_1, f_2, \dots, f_n$  funciones de  $X$  a  $R^m$ . Consideremos la base de reglas siguiente:

$$\text{SI } x \text{ es } A_i \text{ ENTONCES } u = f_i(x) . \quad (2.45)$$

El controlador Sugeno define la siguiente función de entrada-salida  $F_S : X \rightarrow R_m$ :

$$F_S(x) = \frac{\sum \mu_{A_i}(x) \cdot f_i(x)}{\sum \mu_{A_i}(x)} . \quad (2.46)$$

Cuando las funciones  $f_i(x)$  son constantes para  $i = 1, 2, \dots, n$  ( $f_i(x) = u_i$ ), el controlador Sugeno puede considerarse como un caso especial del controlador Mamdani [BAU94]. En este caso podemos decir que tenemos un controlador tipo Sugeno de orden cero.

La ecuación  $f_i(x)$  puede ser lineal o no lineal y el orden de ésta, determina el orden del controlador Sugeno. Así, como ya se mencionó, cuando es igual a una constante tenemos un controlador difuso tipo Sugeno de orden cero; cuando la ecuación es de primer orden el controlador es de orden uno. y así sucesivamente.

Los controladores tipo Sugeno son considerados aproximadores universales dado que tienen la cualidad de modelar o aproximar cualquier función de entrada-salida con una determinada precisión, lo que permite obtener sistemas de control con salidas continuas [BAU94, WAN92].

Por otra parte, se consideran dos tipos básicos de controladores difusos en función del tipo de medio de regulación [JAM93], que son:

- 1) TIPO I: Se refieren a aquellos que se basan en procesos regulados comunmente por operadores humanos.
- 2) TIPO II: Estos, realizan tareas de control que no son realizadas normalmente por operadores humanos.

## II.11.- NO LINEALIDAD DEL CONTROLADOR DIFUSO.

En un controlador difuso no está incluida ninguna operación con respecto al tiempo, como son la derivación y la integración. Esto implica que las reglas del controlador no contienen dinámica alguna. Por tanto, un controlador difuso se considera como un elemento de transferencia estática. Comúnmente, dicha transferencia tiene la característica de ser no lineal debido a las propiedades no lineales de la estructura del controlador [DRIAN93] y a las características propias de la base de reglas.

Como se recordará, la linealidad de un sistema esta determinada, básicamente, por las siguientes dos propiedades: Superposición y homogeneidad. Aplicando tales propiedades a las etapas del controlador difuso, se tiene:

- 1) Fusificación. En general la función de membresía  $\mu_{LX}$  de un valor lingüístico LX es una función no lineal. Aplicando el principio de superposición, obtenemos:

$$\mu_{LX}(x_1) + \mu_{LX}(x_2) = \mu_{LX}(x_1 + x_2) . \quad (2.47)$$

Puesto que  $\mu_{LX}$  es no lineal, entonces no se cumple con este principio.

- 2) Evaluación de reglas (Activación).

En esta etapa, por lo general, la función de membresía  $\mu_{LU}$  del valor lingüístico LU se define como no lineal. Tenemos:

$$\forall u : \mu' (u) = \mu_{LX}(x_1) \wedge \mu_{LU}(x_u) , \quad (2.48)$$

para la entrada  $x_1$ , y

$$\forall u : \mu'' (u) = \mu_{LX}(x_2) \wedge \mu_{LU}(x_u) , \quad (2.49)$$

para  $x_2$ .

## CAPÍTULO II

Aplicando principio de superposición, obtenemos:

$$\forall u : \mu'(u) + \mu''(u) = \mu_{LX}(x_1 + x_2) \wedge \mu_{LU}(x_u) , \quad (2.50)$$

el cálculo en esta etapa no es lineal porque:

- a)  $\mu_{LU}$  por lo general es una función definida como no lineal.
  - b)  $\mu'$  y  $\mu''$  son funciones no lineales.
  - c) La operación intersección es no lineal para  $\wedge = \min$ .
- 3) Defusificación.

Sean  $\mu_1$  y  $\mu_2$  los resultados de la defusificación obtenidos:

$$\mu_1 = \frac{\sum \mu'(u)u}{\sum \mu'(u)} \quad (2.51)$$

y

$$\mu_2 = \frac{\sum \mu''(u)u}{\sum \mu''(u)} , \quad (2.52)$$

la linealidad requiere que:

$$\mu_1 + \mu_2 = \frac{\sum(\mu'(u) + \mu''(u))u}{\sum(\mu'(u) + \mu''(u))} , \quad (2.53)$$

lo cual no puede cumplirse ya que  $\sum \mu'$  y  $\sum \mu''$  son no lineales.

Por tanto, se aprecia que un controlador difuso es un elemento de transferencia estática cuyas fuentes de no linealidad son propiamente las no linealidades de las funciones de membresía, la activación de las reglas y la defusificación. Adicionalmente, como ya se comentó, las reglas en si pueden, o no, contener un alto índice de no linealidad. Sin embargo, un controlador difuso puede ser linealizado por tramos para operar, en forma local, como un elemento de transferencia lineal.

### II.12.- ASPECTOS LINGÜÍSTICOS DE UN CONTROLADOR DIFUSO.

La necesidad de encontrar métodos adecuados para el análisis de los controladores difusos a llevado a considerar los aspectos lingüísticos que conllevan éstos. La importancia principal de este tipo de estudios radica, en gran medida, en la posibilidad de establecer métodos para proponer bases de conocimiento y conjuntos de reglas de una manera diferente a la heurística.

En este caso, se realiza un análisis basado en el plano de fase y la estabilidad del controlador difuso [BRA79].

Sean:

$R^n$  : Reglas lingüísticas de la forma:

$R^n = R1^n$  entonces  $R2^n$  entonces ... entonces

$$R_N^n = \bigcup_{k=1}^N R_k^n , \quad (2.54)$$

donde:

$R_k^n = \text{SI A entonces SI B entonces C.}$

Las reglas definen el mapa lingüístico con la siguiente estructura:

$$R'' = [(error)X(Sumatoria de Errores)] \longrightarrow [cambio en la entrada del sistema] , \quad (2.55)$$

o de otra forma:

$$R'' : E'' X S'' \longrightarrow M'' , \quad (2.56)$$

donde:

$E''$ : Error.

$S''$ : Sumatoria de errores.

$M''$ : Cambio a la salida del sistema.

En este caso, el lenguaje difuso se especifica mediante tres grupos de conjuntos en los universos de error (E), Sumatoria de errores (S) y cambio a la salida del sistema (M). Dicho lenguaje define las siguientes relaciones difusas:

$$\begin{aligned} F_E : E &\longrightarrow E'' , \\ F_S : S &\longrightarrow S'' , \\ F_M : M &\longrightarrow M'' . \end{aligned} \quad (2.57)$$

Dadas las funciones de membresía  $\mu_{FE}(e, e'')$ ,  $\mu_{FS}(s, s'')$  y  $\mu_{FM}(m, m'')$ , las cuales especifican un "mapeo" de los universos numéricos reales a los universos lingüísticos para cada variable.

La relación difusa  $R^*$  (inducida por el lenguaje y las reglas  $R''$ ) define el siguiente mapa:

$$R^* : E^* X S^* \longrightarrow M^* . \quad (2.58)$$

El elemento de control final (R), se obtiene mediante la interpretación de  $R^*$  y define el mapa siguiente:

$$R : E X S \longrightarrow M . \quad (2.59)$$

### II.12.1.- MODELO ALGEBRÁICO DEL CONTROLADOR.

En forma general, se afirma que un elemento de control difuso puede ser modelado por una función analítica, continua o discreta y completa o parcialmente definida, dependiendo de las operaciones matemáticas, las reglas y los conjuntos difusos que se utilicen para producir el elemento de control a partir de las reglas del controlador difuso.

Las ecuaciones diferenciales que describen el Controlador Difuso son:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= e , \\ \dot{x}_2 &= f(x_1, e) , \\ u &= x_2 . \end{aligned} \quad (2.60)$$

La segunda de estas expresiones, tiene su contraparte lingüística en  $\dot{x}_2'' = R''(x_1'', e'')$ , que es descrita por las reglas del controlador difuso.

### II.12.2.- GENERALIZACIÓN.

Es posible extender el modelo algebraico del controlador difuso a sistemas más generales:

## CAPÍTULO II

$$\begin{aligned}\dot{x} &= F(X, e) , \\ u &= G(X, e) ,\end{aligned}\tag{2.61}$$

donde los mapas algebraicos F y G pueden ser completa o parcialmente especificados por reglas lingüísticas.

### II.12.3.- MODELO LINGÜÍSTICO DEL CONTROLADOR.

Sea un sistema lingüístico cuyas ecuaciones son:

$$\begin{aligned}\dot{x}'' &= F''(x'', e'') , \\ u'' &= G''(x'', e'') .\end{aligned}\tag{2.62}$$

Si se asume que la salida  $u''$  depende de la entrada  $e''$  podemos simplificar el análisis lingüístico, obteniendo:

$$u'' = G''(x'') ,\tag{2.63}$$

donde:

$F''$ ,  $G''$ : Son funciones de matrices univaluadas lingüísticas de  $x''$  y  $e''$ .

#### II.12.3.1.- ANÁLISIS LINGÜÍSTICO DE ESTADO ESTABLE.

La condición de estado estable de un sistema, cuya descripción lingüística no está simplificada, tiene dos contrapartes en el propio sistema lingüístico. El primero corresponde al definido explícitamente en las reglas del sistema y ocurre cuando el valor (lingüístico) de  $x''$  es definido como cero en forma explícita en las reglas. El cero lingüístico induce un cero correspondiente (o conjunto de ceros) en el sistema. El segundo, por otra parte, está implícito en las reglas y ocurre cuando  $x''$  tiene signos opuestos en dos valores adyacentes de  $(x'', u'')$  y una condición de estado estable (cero) es fijada en el sistema.

#### II.12.3.2.- ANÁLISIS LINGÜÍSTICO DINÁMICO.

El problema analítico para determinar la dinámica de un sistema lingüístico es complejo, puesto que éstos, por lo general, poseen alta no-linealidad, carecen de métrica y por ende son matemáticamente poco tratables.

Es usual representar la dinámica lingüística de sistemas de segundo orden o superiores por vectores que reflejen la magnitud y dirección de la velocidad de estado del sistema. Dichos vectores, para valores de entrada constantes, se grafican en un espacio formado por los estados del sistema, integrando patrones vectoriales que son útiles para determinar el comportamiento global del sistema.

#### II.12.3.3.- SÍNTESIS LINGÜÍSTICA DE LAS REGLAS DEL CONTROLADOR DIFUSO.

El objetivo del análisis de un modelo lingüístico es deducir el modelo del sistema de lazo cerrado a partir de los modelos lingüísticos de los elementos de control individuales. En la Figura II.3, se muestra el esquema del lazo de control y el modelo lingüístico determinado a partir de éste. En ambos casos, el bloque q incluye tanto al comparador como al controlador difuso.

La transformación se realiza por medio de sustitución lingüística donde se asume lo siguiente:

$$\{(A \Rightarrow B) Y (B \Rightarrow C)\} \text{ es equivalente a } \{(A \Rightarrow C)\} .\tag{2.64}$$

El método sistemático de ensayos, utilizado generalmente para selección de reglas del controlador, no es muy satisfactorio desde el punto de vista teórico, por lo que es necesario un método que determine las reglas del controlador en forma explícita.

Supóngase la siguiente relación de transformación:

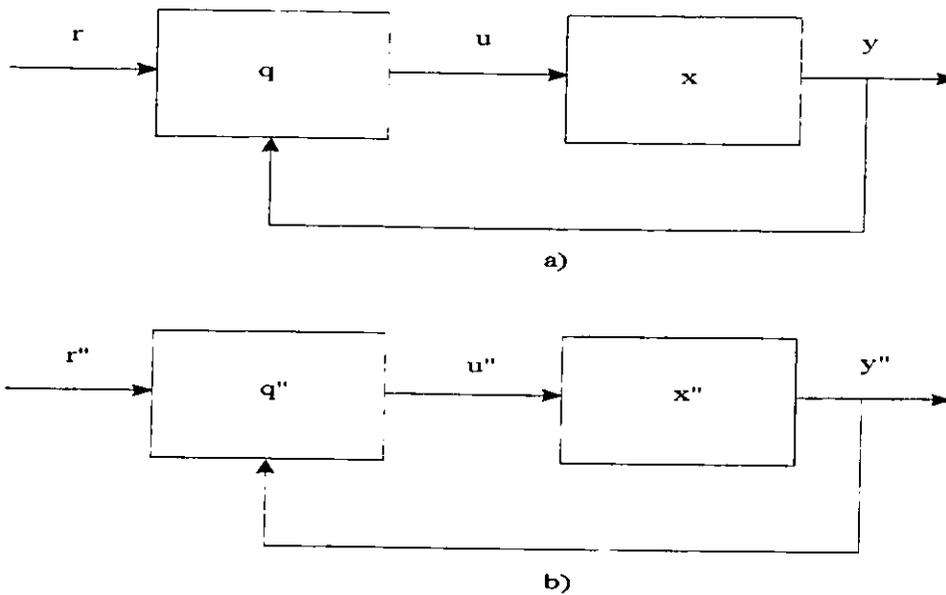


Fig. II.3.- a) Lazo de control, b) Modelo lingüístico.

[(*Sistema en lazo abierto*)  $X$  (*Sistema en lazo cerrado deseado*)  $\rightarrow$  [*Controlador*]] .

La transformación anterior puede ser un método explícito (análogo al de asignación de polos) para el diseño del controlador lingüístico.

Por sustitución lingüística obtenemos el sistema en lazo abierto:

$$\begin{aligned} \dot{X}'' &= F_S''(X'', u'') , \\ y'' &= G_S''(X'') . \end{aligned} \quad (2.65)$$

Por otra parte, tenemos el siguiente sistema óptimo en lazo cerrado deseado:

$$\begin{aligned} \dot{X}'' &= F_1''(X'', q'', r'') , \\ \dot{q}'' &= F_2''(X'', q'', r'') , \\ y'' &= G_1''(X'', q'') . \end{aligned} \quad (2.66)$$

El primer paso en la síntesis lingüística del controlador es invertir las reglas del sistema (2.64) para encontrar los siguientes mapas:

$$\begin{aligned} u'' &= H_S''(X'', \dot{X}'') , \\ X'' &= K_S''(y'') . \end{aligned} \quad (2.67)$$

Las inversiones lingüísticas mencionadas son realizadas por sustitución lingüística.  $H_S''$  es la inversión de  $F_S''$  y se determina de la siguiente manera:

## CAPÍTULO II

Para todas las posibles  $X''$  y  $\dot{X}''$ , debe encontrarse  $F_S''(X'', u'')$  para un valor de  $u''$  que produzca  $F_S''(X'', u'') = \dot{X}''$ , tal valor de  $u''$  define  $H_S''(X'', \dot{X}'')$ .

De manera similar,  $K_S$  es el inverso lingüístico de  $G_S''$  y se determina por la siguiente sustitución: Para toda  $y''$  posible se encuentra  $G_S''(X'')$  para un valor de  $X''$  que proporciona  $G_S''(X'') = y''$ . Dicho valor de  $X''$  define  $K_S''(y'')$ .

Los mapas lingüísticos  $H_S''$  y  $K_S''$  generalmente son incompletos (es posible completarlos por aproximaciones) y además son multivaluados, lo que afecta considerablemente las sustituciones para determinar el controlador cuya forma es la siguiente:

$$\begin{aligned} q'' &= F_c''(q'', y'', r'') , \\ u'' &= G_c''(q'') . \end{aligned} \quad (2.68)$$

Los mapas  $F_c''$  y  $G_c''$  se determinan mediante las siguientes sustituciones:

$$\begin{aligned} K_s''(y'') &\Rightarrow X'' , \\ F_2''(X'', q'', r'') &\Rightarrow q'' \Rightarrow F_c''(q'', y'', r'') , \\ F_1''(X'', q'', r'') &\Rightarrow \dot{X}'' , \\ H_s''(X'', \dot{X}'') &\Rightarrow u'' \Rightarrow G_c''(q'') . \end{aligned}$$

Para todos los posibles  $q''$ ,  $y''$ ,  $r''$ .

Donde  $F_c''$  y  $G_c''$  son, por lo general, multivaluadas e incompletas.

Finalmente y en relación a lo anterior, la sintonización de un controlador difuso puede llevarse a cabo en dos etapas:

- 1) Se realiza una sintonización inicial (drástica) del controlador difuso al modificar el conjunto de reglas a partir del método de sustitución lingüística.
- 2) Posteriormente, se efectúa una sintonización "suave" al variar las características de los universos de discurso (especialmente los conjuntos difusos) mediante el método sistemático de ensayos.

## REFERENCIAS

### \*LIBROS

- [BAU94] BAUER, P. Theoretical aspects of fuzzy control. "Modeling of control functions by fuzzy controllers". Chapter 5. NGUYEN, H. Edit. John Wiley and Sons. First Edition. 1994.
- [DRI93] DRIANKOV, D. An introduction to fuzzy control. U.S.A.:Springer-Verlang Berlin Heidelberg. First Edition. 1993.
- [GUL95] GULLEY, N. [y] JANG, R. Fuzzy Logic Toolbox. For use with Matlab. User's guide. U.S.A.: The Mathworks Inc. First Edition. 1995.
- [JAM93] JAMSHIDI, M. Fuzzy logic and control. Software and Hardware applications. U.S.A.: Prentice and Hall series on Environmental and Intelligent Manufacturing Systems. First Edition. 1993.
- [PED93] PEDRICZ, W. Fuzzy control and fuzzy systems. England: Research studies press LTD. Second Edition. 1993.

[ZIM93] ZIMMERMANN, H. Fuzzy set theory and its applications. U.S.A.: Kluwer Academic Publishers. Second Edition. 1993.

#### \*ARTICULOS

- [BRA79] BRAAE, M. "Theoretical and linguistic aspects of the fuzzy logic controller". In: Automatica. IFAC. Vol. 15. 1979. 553-577 pp.
- [BRU92] BRUBAKER, D. "Fuzzy-logic system solves control problem". In: EDN. Vol. 10. June 18, 1992. 121-127 pp.
- [COX92] COX, E. "Fuzzy fundamentals". In: IEEE: Spectrum. Vol. 15. October 1992. 58-61 pp.
- [JAM92] JAMSHIDI, M. "Adaptive control of a subaperture tilt in a phase array telescope: theory and experiment". In: Computers elect. engng. Vol. 18, No. 6. 1992. 435-449 pp.
- [LEE90-1] LEE, C. "Fuzzy logic in control systems: Fuzzy logic controller: Part I". In: IEEE: Transactions on systems, man and cybernetics. March/April 1990. Vol. 20, No. 2, 404-418 pp.
- [LEE90-2] LEE, C. "Fuzzy logic in control systems: Fuzzy logic controller: Part II". In: IEEE: Transactions on systems, man and cybernetics. March/April 1990. Vol. 20, No. 2, 419-435 pp.
- [LEG92] LEGG, G. "Special tools and chips make fuzzy logic simple". En: EDN. Vol. 12. July 6, 1992. 68-76 pp.
- [LIU93] LIU, K. "Some issues about Fuzzy Logic Control". In: Proceedings of the 32nd Conference on decision and control. San Antonio, Texas. TA9. December 1993. 1743-1748 pp.
- [RAM93] RAMASWAMY, P. "Two approaches for automating the tuning process of fuzzy logic controllers". In: Proceedings of the 32nd Conference on decision and control. San Antonio, Texas. December 1993. 1753-1758 pp.
- [SIB92] SIBIGTROTH, J. "Implementing fuzzy expert rules in Hardware". In: AI expert. 1992. 25-31 pp.
- [TUC94] TUCKER, J. "Fuzzy logic in C: An update". In: Dr. Dobb's Journal. April 1994. 56-62 pp.
- [TAN92] TANAKA, K. [Y] SUGENO, M. "Stability analysis and desing of fuzzy control systems". In: Elsevier Science Publishers B. V. Vol. 45. 1992. 135-152 pp.
- [VIO93] VIOT, G. "Fuzzy logic in C". In: Dr. Dobb's Journal. Feb. 1993. 40-50 pp.
- [WAN92] WANG, L. "Fuzzy systems are universal approximators". In: IEEE. Vol. 5. 1992. 1163-1169 pp.
- [WAN96] WANG, L. "Fuzzy Systems with competitive objectives". In: Proceedings of the American Control Conference. FM12. Seattle, Washington. June 1996. 3765-3769 pp.
- [XU96] XU, J. "Tuning and analysis of a Fuzzy Logic Controller based on gain and phase margins". In: Proceedings of the American Control Conference. Seattle, Washington. FM7. June 1996. 3234-3238 pp.
- [ZAD88] ZADEH, L. "Fuzzy logic". In: IEEE: Computer. Vol. 1. April 1988. 83-92 pp.
- [ZAD78] ZADEH, L. "Fuzzy sets as a basis for a theory of possibility". In: Fuzzy sets and systems. Vol. 1. 1978. 3-28 pp.
- [ZAD73] ZADEH, L. "Outline of a new approach to the analysis of complex systems and decision processes". In: IEEE transactions os systems. man and cybernetics. Vol. SMC-3, No. 1. January 1973. 28-44 pp.



El detector de cuadrantes es el elemento de sensado del frente de onda incidente en el sistema. Realiza la transducción óptico - eléctrica de la señal sensada a la salida del complejo óptico, produciendo corrientes proporcionales a la cantidad de fotones que inciden en cada cuadrante. En función de dichas corrientes, se realiza el cálculo del centroide para determinar la posición del haz luminoso en los ejes (x, y). Las coordenadas resultantes (x, y) se comparan con los puntos de ajuste para determinar la señal de error de cada eje. Así, si consideramos el hecho de que la evaluación de la pendiente del frente de onda se realiza por medio del cálculo del centroide de la imagen, podemos afirmar que nuestro sistema realiza la corrección del frente de onda mediante seguimiento de centroide, definido en el Capítulo I de este trabajo. Por lo tanto, debe esperarse un rendimiento teórico y práctico menor al que corresponde a los sistemas tip-tilt puros. Los errores de posición de centroide calculados son alimentados al controlador difuso, donde son procesados para obtener las señales de control (SCX, SCY).

La etapa de transformación de coordenadas recibe las señales de control y proporciona las señales eléctricas para los actuadores. De esta forma, es posible controlar la posición de cada piezo - eléctrico para ubicar el espejo plano en el espacio.

Las perturbaciones en la planta modifican la posición del haz luminoso en el detector (Ver Cap. I). Dichas perturbaciones son de tipo escalón y fueron dimensionadas de acuerdo con las restricciones físicas del sistema de óptica adaptativa (Ver apéndice A).

El bloque del controlador difuso mostrado en la Figura III.1 está constituido internamente por los elementos mostrados en la Figura III.2. Como se observa, existe una unidad de memoria que tiene como finalidad el proporcionar el valor anterior de la señal de error, necesario para el cálculo de la variación del error (DEPOSX, DEPOSY), en cada iteración (muestreo).

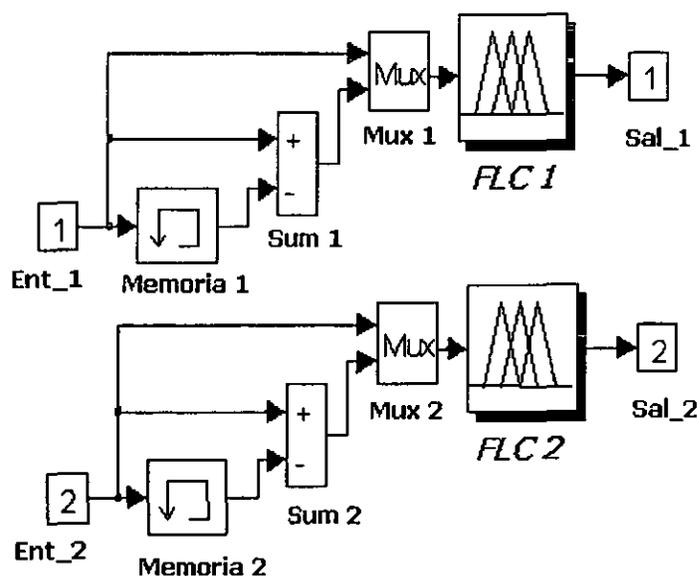


Fig. III.2.- Diagrama a bloques del controlador difuso. Salidas para canales X, Y.

### III.2.- DISEÑO DEL CONTROLADOR DIFUSO

Para la elección y diseño del tipo de controlador difuso a utilizar, se analizaron y evaluaron las dos arquitecturas de controladores difusos de mayor aplicación: Mamdani y Sugeno, cuya caracterización se desarrolla en el Capítulo II de este trabajo. La finalidad de lo anterior fue determinar la factibilidad de utilizar un controlador tipo Sugeno para la regulación del sistema. Teóricamente, se sabe que al utilizar un controlador

de este tipo se obtienen sistemas de control con requerimientos de memoria reducidos y algoritmos de control con esfuerzo computacional bajo, producto de utilizar funciones de diferentes órdenes en la etapa de defusificación, en vez de realizar el cálculo de los diferentes centroides como es el caso de un controlador tipo Mamdani (Ver Cap. II). Este aspecto es de suma importancia ya que el algoritmo de control se aplica en un sistema embebido que tiene restricciones de memoria y además se tiene un ancho de banda temporal limitado, por lo que el ahorro de tiempo en el cálculo de las variables de control se hace obligatorio.

Por otra parte, se necesitaba apreciar si ambos controladores ofrecían la misma respuesta en lazo cerrado, para validar la utilización de un controlador difuso tipo Sugeno en el sistema de óptica adaptativa.

### **III.2.1.- PARÁMETROS DE DISEÑO**

Los parámetros considerados para el diseño de los dos tipos de controladores difusos, en términos generales fueron (Ver Cap. II) :

- a) Estrategias de fusificación y la interpretación del operador de fusificación (fusificador).
- b) Base de datos:
  - b.1) Discretización / normalización de universos de discurso.
  - b.2) Partición difusa de los espacios de entrada y salida.
  - b.3) Elección de la función de membresía de un conjunto difuso primario.
- c) Base de reglas:
  - c.1) Elección de las variables de estado del proceso (entradas) y variables de control de las reglas de control difuso (salidas).
  - c.2) Creación de reglas de control difuso.
  - c.3) Tipos de reglas de control difuso.
  - c.4) Verificar la Consistencia y la interactividad de las reglas de control difuso.
- d) Lógica de toma de decisiones:
  - d.1) Definición de una implicación difusa.
  - d.2) Interpretación de la sentencia del conector AND.
  - d.3) Interpretación de la sentencia del conector entre reglas (ALSO).
  - d.4) Definición de un operador composicional.
  - d.5) Mecanismo de inferencia.
- e) Elección de una estrategia de defusificación y la interpretación de un operador de defusificación (Defusificador).

**III.2.2.- ESTRUCTURA DEL CONTROLADOR**

En la Figura III.3 se muestra el diagrama global a bloques del controlador difuso. Como ya se comentó, existen dos entradas de campo: Posición en el eje x (POSX) y posición en el y (POSY). Éstas, permiten calcular los errores de posición en x (EPOX) y en y (EPOSY), respectivamente, por medio de sus correspondientes comparadores. Posteriormente, se obtiene la variación de cada error (DEPOX, DEPOSY) con lo que resulta un total de cuatro entradas para el controlador. A su vez, SCX y SCY corresponden a las señales de control para los ejes (x, y), respectivamente.

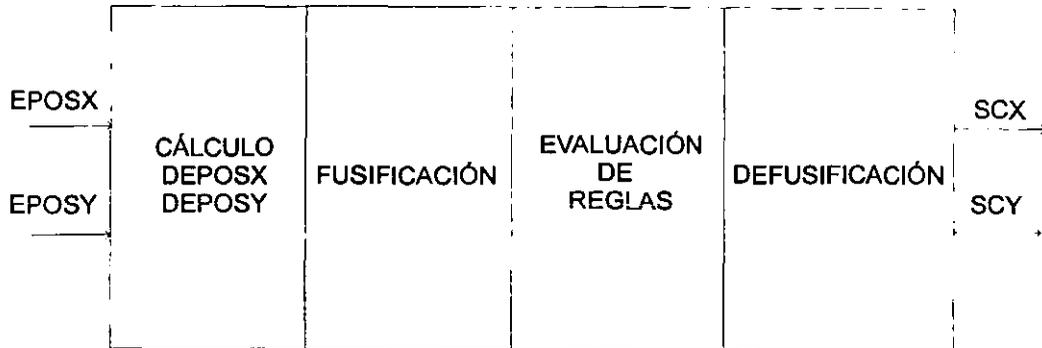


Fig. III.3.- Diagrama general a bloques del controlador difuso para el Sistema de Óptica adaptativa. Apréciase la etapa adicional de cálculo de DEPOX, DEPOSY a partir de las señales EPOX y EPOSY.

Como se analizó en el Capítulo II, es factible dividir un controlador de múltiples entradas – múltiples salidas (MEMS) en varios de múltiples entradas – una salida (MEUS) sin pérdida de propiedades y con ello es posible despreñar las dependencias lineales que pudiesen existir entre las variables. De esta manera, tenemos un controlador con dos entradas y una salida para cada canal.

**III.2.2.1.- UNIVERSOS DE DISCURSO**

Los universos de discurso tanto para la variable lingüística EPOX como para EPOSY, son semi-cerrados en ambos extremos y poseen formas trapezoidales en éstos y triangulares en el centro. Esta forma para los conjuntos se determinó en función básicamente de la necesidad de incrementar, en la medida de lo posible, el ancho de banda del controlador. Esto es, debido a que existe un tiempo de muestreo restringido (Ver Cap. I) y a la necesidad de implantación del algoritmo de control difuso, se eligieron triángulos y trapecios ya que pueden definirse fácilmente (con dos puntos y dos pendientes), lo que contribuye a disminuir el tiempo de cálculo de los grados de pertenencia. Para el caso de conjuntos difusos con forma de gaussianas, senoidales, etc, la dificultad para definir la función de membresía y su correspondiente tiempo de evaluación son mayores. Además, la capacidad de memoria requerida para almacenar conjuntos con formas triangulares y trapezoidales es menor en comparación con aquella necesaria en otros tipos. Adicionalmente, se sabe que el rendimiento del controlador no se afecta sustancialmente cuando se utilizan estas formas sencillas, en comparación con los controladores que utilizan formas de mayor complejidad [WAN92].

En la Figura III.4, se aprecia el universo de discurso correspondiente a las señales de error de posición para ambos ejes (EPOX, EPOSY). Los valores lingüísticos para las variables EPOX y EPOSY fueron definidos como:

- NG: Negativo Grande.
- NM: Negativo Medio.
- NC: Negativo Corto.
- CE: Cero.
- PC: Positivo Corto.
- PM: Positivo Medio.
- PG: Positivo Grande.

Los conjuntos centrales se han concentrado en torno a cero y poseen un soporte estrecho, con la finalidad de conseguir una convergencia rápida de la respuesta de la planta hacia el punto de equilibrio (set point). Dada esta distribución de conjuntos al centro del universo de discurso, para un error pequeño el grado de pertenencia de la variable lingüística cero (CE) es grande y la señal de control (SCX, SCY) también lo es. Por el contrario, si dicha región se ensancha, el efecto en la salida del controlador es menor. De hecho, lo que se pretende es tener una acción de control más drástica en el intervalo de la señal de error próxima al punto de ajuste del sistema.

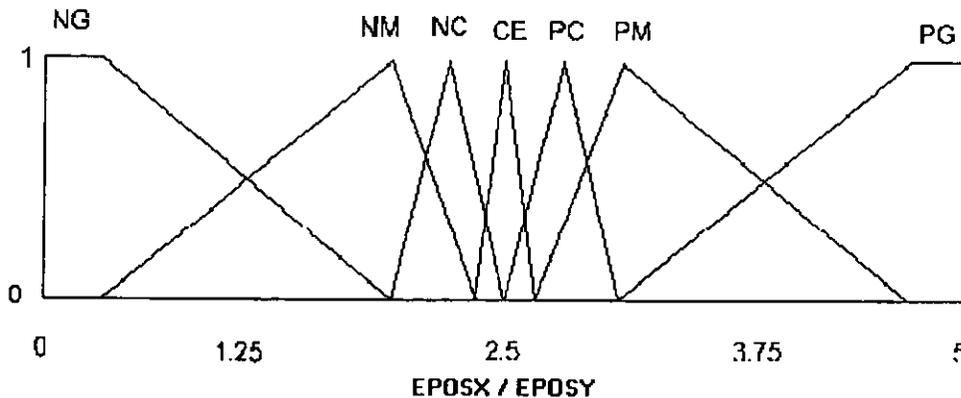


Fig. III.4.- Universo de discurso para las variables lingüísticas EPOX y EPOSY.

Las funciones de membresía "medio" (NM, PM), tanto para los errores de posición (X, Y) como para las señales de control (SCX, SCY), se dejan sin intersección con "cero" (CE) con la finalidad de evitar oscilación y problemas de ciclo límite. Debido a que la respuesta de los actuadores piezoeléctricos es igual en ambas direcciones (existe condición de simetría), las funciones de membresía de las salidas son simétricas en torno a cero. Se aprecia la posibilidad de poder modificar en forma sustancial la distribución de los conjuntos, dependiendo de las características del proceso o de los actuadores; haciendo uso de la característica de aproximador universal de funciones [WAN94, LEW96] que posee un controlador difuso.

Para el caso de la variación de error en la posición (DEPOX, DEPOSY), también se eligieron conjuntos semi - cerrados en los extremos (Ver Fig. III.5), pero en este caso, se colocó un trapecio al centro para generar una contribución suave de los valores del centro del universo de discurso, en la respuesta del controlador. Con esto, se logra contrarrestar la acción brusca producida por la dinámica de la variación del error de posición, efecto similar al producido por un controlador derivativo tradicional.

Los valores lingüísticos para las variables DEPOX y DEPOSY son:

- DEC: Decremento.
- CTE: Constante.
- INC: Incremento.

El efecto ocasionado en la respuesta del sistema por la modificación de la base de reglas es más drástico que aquel ocasionado por la modificación de las características de los conjuntos difusos (pendientes, número, etc). Modificando el arreglo difuso (FAM - Fuzzy Associative Memory) se realiza una sintonización drástica, mientras que alterando las características de los conjuntos difusos, el cambio en la respuesta en lazo cerrado es suave. Es imprescindible considerar este aspecto cuando se realiza el proceso de sintonización del controlador difuso.

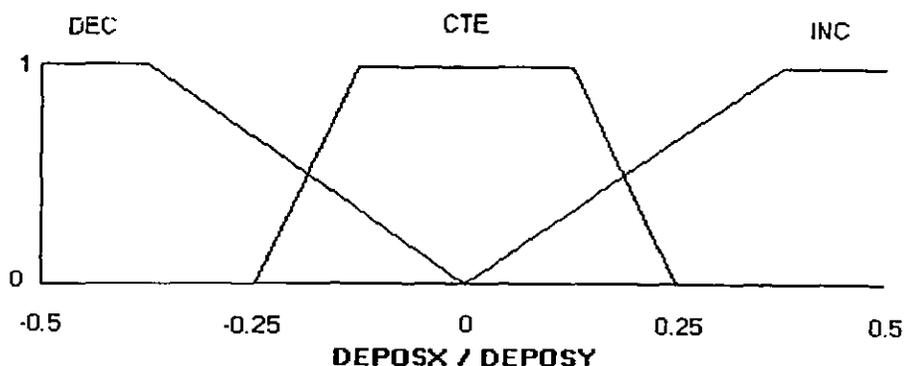


Fig. III.5.- Universo de discurso para las variables lingüísticas DEPOX y DEPOSY.

Cada controlador MEUS (uno por eje) contiene dos universos de discurso con 7 y 3 conjuntos difusos, respectivamente, por lo que se obtiene una máquina de inferencias con 42 reglas en su base de conocimiento. Los respectivos arreglos difusos se describen en el siguiente apartado. La cantidad reducida de conjuntos en los universos de discurso de las variables DEPOX y DEPOSY, se sujetó al rendimiento obtenido en la respuesta del sistema en lazo cerrado evaluado mediante la simulación realizada. Una cantidad mayor de conjuntos difusos ofrece una leve mejoría en la respuesta, pero implica un aumento en la memoria requerida, así como un incremento en el tiempo de procesamiento del algoritmo de control, lo cual, repercute en el ancho de banda del controlador y por ende en el ancho de banda del lazo cerrado (Ver Cap. I).

El intervalo del universo de discurso para las señales de control SCX y SCY se definió entre 0 y 10 volts. Los conjuntos o singletons de salida fueron etiquetados como :

MUP : Muy pequeño	= 0.2
PE : Pequeño	= 2.5
MEP : Medio pequeño	= 3.8
MED : Mediano	= 5.0
MEG : Medio grande	= 6.2
GRA : Grande	= 7.5
MUG :Muy grande	= 9.8

### III.2.2.2.- DETERMINACIÓN DEL CONJUNTO DE REGLAS

Para obtener la base de reglas se utilizó el procedimiento de síntesis lingüística propuesto por Braae y Rutherford en [BRA79] y resumido en el Capítulo II de este trabajo. Como lo demuestran tales autores, dicho método constituye en si mismo, un mecanismo de sintonización. Dada la condición de simetría en los actuadores piezoeléctricos es posible deducir con anticipación que los arreglos difusos (Tablas III.1 y III.2) deben tener una simetría en diagonal que asegura la estabilidad lingüística y por ende la estabilidad en lazo cerrado. Con base en lo anterior, se determina la dinámica lingüística del controlador mostrada en la Figura III.6. La magnitud de las flechas indica la variación de la ganancia del controlador difuso conforme el sistema se aproxima al punto de equilibrio, lo que manifiesta su característica de estructura variable [LIU93]. El concepto de trayectoria lingüística [DRI93], relacionado con la estabilidad del sistema, puede apreciarse en la tendencia de las variables para aproximarse al estado de equilibrio ubicado al centro de los universos de discurso.

Un método de sintonización con mayor grado algebraico es el de estimación de parámetros [JAM93]. La razón por la que no se utilizó en este caso, es porque sólo se aplica a controladores tipo I y el controlador del sistema de óptica adaptativa, aquí presentado, es del tipo II (Ver Capítulo II).

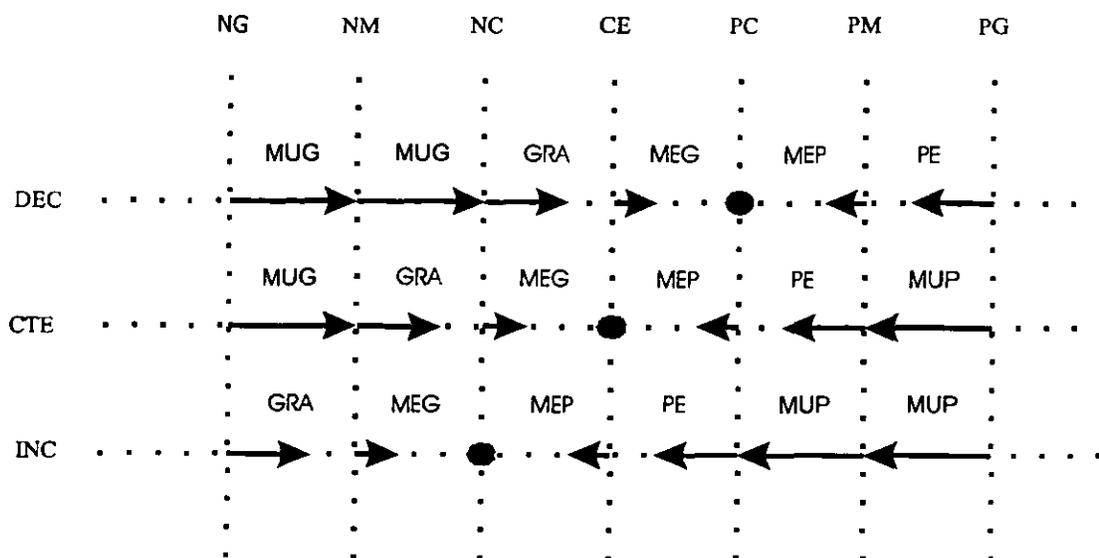


Fig. III.6.- Dinámica lingüística del conjunto de reglas del controlador difuso.

Además de las características antes mencionadas, los controladores tipo Mamdani y Sugeno evaluados, poseen las descritas a continuación :

### III.2.2.3.- CONTROLADOR TIPO MAMDANI. OTRAS CARACTERÍSTICAS.

- \* Método de fusificación (operador): Mínimo.
- \* Etapa de evaluación de reglas: MIN-MAX.
- \* Número de reglas: 21.
- \* Arreglo difuso (FAM):

Tabla III.1: Arreglo difuso para el controlador tipo Mamdani.

EPOX/ DEPOX	NG	NM	NC	CE	PC	PM	PG
DEC	MUG	MUG	GRA	MEG	MED	MEP	PE
CTE	MUG	GRA	MEG	MED	MEP	PE	MUP
INC	GRA	MEG	MED	MEP	PE	MUP	MUP

- \* Método de defusificación: Centro de gravedad promedio ponderado con centroide.

### III.2.2.4.- CONTROLADOR TIPO SUGENO. OTRAS CARACTERÍSTICAS.

- \* Método de fusificación (operador): Mínimo.
- \* Etapa de evaluación de reglas: MIN-MAX.
- \* Número de reglas: 21 .
- \* Arreglo difuso (FAM):

Tabla III.2: Arreglo difuso para el controlador tipo Sugeno.

EPOSX/ DEPOSX	NG	NM	NC	CE	PC	PM	PG
DEC	MUG	MUG	GRA	MEG	MED	MEP	PE
CTE	MUG	GRA	MEG	MED	MEP	PE	MUP
INC	GRA	MEG	MED	MEP	PE	MUP	MUP

\* Método de defusificación: Centro de gravedad promedio ponderado con singletons.

### III.3.- EVALUACIÓN DEL CONTROLADOR DIFUSO

#### III.3.1.- SUPERFICIE DE CONTROL

La superficie de control o característica de transferencia muestra el “mapeo” entradas-salida que caracteriza el comportamiento del controlador difuso en el sistema de óptica adaptativa. Para cualesquiera valores de error de posición (EPOSX / EPOSY) y variación de error de posición (DEPOSX / DEPOSY), existe un correspondiente valor de las señales de control (SCX, SCY) localizado en la superficie. Dada la estructura del controlador Sugeno de orden cero diseñado y la forma de los conjuntos difusos elegida, la superficie de control (Fig. III.7) obtenida es cuasi lineal en algunas regiones. La elevada pendiente hacia el centro de la característica de transferencia, implica una acción de control drástica, producto de la distribución cerrada de los conjuntos difusos en torno a cero en el universo de discurso de las variables lingüísticas EPOSX y EPOSY (Ver Fig. III.4). El toolbox de lógica difusa de Matlab [GUL95] permitió obtener la superficie de control mostrada y el diagrama de velocidades descrito a continuación.

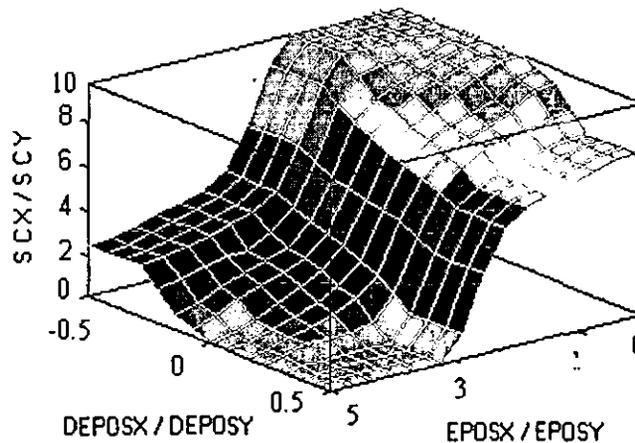


Fig. III.7.- Superficie de control del controlador difuso tipo Sugeno de orden cero.

#### III.3.2.- DIAGRAMA DE VELOCIDADES

Hacia el centro del diagrama de velocidades (Fig. III.8), se aprecia una concentración de vectores con una magnitud mayor en comparación con aquellos de otras regiones. Esto implica que la acción de control es más drástica en esta zona y por ende cualquier cambio de las variables EPOSX / EPOSY en torno al centro del intervalo, tendrá influencia notoria en la dinámica del sistema en lazo cerrado. Esta distribución de vectores con gran magnitud está relacionada con la pendiente elevada que se aprecia en el centro de la superficie de control de la Figura III.7.

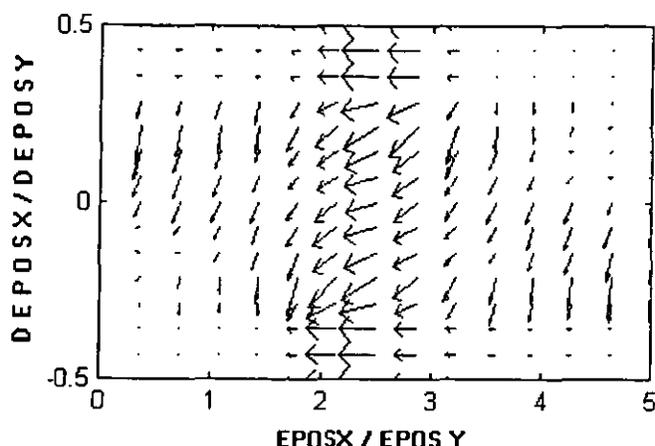


Fig. III.8.- Diagrama de velocidades del controlador difuso.

### III.4.- SIMULACIÓN EN LAZO CERRADO

La tendencia moderna en el diseño de sistemas de control es utilizar la simulación para la puesta a punto de controladores. Actualmente, existen una gran variedad de paquetes de cómputo que permiten realizar simulación en computadoras personales mejorando la calidad de los diseños y disminuyendo el tiempo de desarrollo de éstos.

En nuestro caso, como parte del desarrollo del sistema de control difuso para el sistema de óptica adaptativa, se realizó la simulación en el paquete Simulink de Matlab [THE95] en base a las funciones de transferencia obtenidas de los elementos del sistema (Ver Apéndice B). Actualmente, se tiene una plataforma con los modelos de dichos elementos y con modelos de compensadores convencionales, mediante los cuales es posible realizar pruebas en lazo cerrado. *Para nuestro caso, se utilizó esta misma plataforma cambiando el controlador PID utilizado inicialmente [SOT00], por el controlador difuso diseñado mediante el Toolbox de lógica difusa [GUL95] y con la consideración de los parámetros de diseño determinados anteriormente.*

#### III.4.1.- RESTRICCIÓN TEMPORAL DE LAS PRUEBAS DE SIMULACIÓN

El sistema de óptica adaptativa (tip - tilt) debe corregir, en tiempo real, el error de posición de el haz luminoso introducido por la atmósfera, en un tiempo límite de 10 milisegundos. La estructura de la atmósfera cambia significativamente en este lapso por lo que, el tiempo entre la adquisición de la señal (detector de cuadrantes) y el posicionamiento del efector final (actuadores piezoeléctricos), debe ser menor que dicho límite. El tiempo de establecimiento en la respuesta impulsional del sistema de óptica adaptativa LOLA, sin considerar el controlador, es de aproximadamente 6.6 milisegundos de acuerdo con el estudio realizado en [GAR96]. De esta manera, se dispone de unos 3.4 milisegundos para obtener las señales de control SCX y SCY.

#### III.4.2.- METODOLOGÍA DE PRUEBAS DE SIMULACIÓN

En este caso, un modelo del sistema de óptica adaptativa es útil por la necesidad inherente de obtener un procedimiento rápido y sencillo para la evaluación y sintonización del controlador difuso mediante el análisis de la dinámica del sistema en lazo cerrado. De este modo, es posible arribar a la implantación del sistema con los parámetros iniciales cercanos a los reales y facilitar con ello la sintonización del controlador en el prototipo a probar en el laboratorio (Cap. IV) y en el telescopio (Cap. V).

Inicialmente se realizó una prueba de estado estable sin perturbación, para verificar la condición de error cero. Posteriormente, se introdujo la perturbación al sistema en ambos ejes en el mismo instante. El momento de inicio de la perturbación es tres milisegundos. Con estos parámetros, fue posible observar la respuesta de los actuadores en lazo cerrado. Inicialmente, para la sintonización del controlador se utilizó el procedimiento de prueba y error, modificando los conjuntos difusos en los universos de discurso (variación de pendientes) y observando la respuesta del sistema ante dichas variaciones, hasta conseguir las condiciones de tiempo de establecimiento y sobre-impulso máximo óptimas (mínimas). También se realizó la sintonización al variar las reglas en la base de conocimiento. En las pruebas finales se utilizaron dos procedimientos de sintonización complementarios:

- 1) El método de sustitución lingüística propuesto por Brae et. al en [BRA79] y analizado en el capítulo II de este trabajo. Este método tiene como objetivo el poner a punto la base de reglas.
- 2) El método sistemático de ensayos para modificar las características de los universos de discurso.

#### III.4.3.- ANÁLISIS DE RESULTADOS

Se obtuvieron una gran cantidad de gráficas de varios tipos, incluyendo las señales de control, las salidas de la planta, etc. En esta sección sólo se muestran las respuestas de los tres actuadores piezoeléctricos que posicionan el espejo corrector (Ver Cap. I), para los dos tipos de controladores ya mencionados, con la finalidad de comparar el rendimiento de ambos ante iguales condiciones. Se aprecia una respuesta similar en ambos casos: Se tienen tres señales cada una de las cuales corresponde a un actuador piezoeléctrico. En ambos casos, el actuador 1 es el que presenta un tiempo de establecimiento mayor, como puede verse en las Figuras III.9 y III.10.

Para el caso de la respuesta de los actuadores con el controlador tipo Mamdani (Ver Fig. III.9) se observa que prácticamente no existe sobre-impulso máximo. La magnitud de la respuesta se establece en 80 % (0.8 p.u), aproximadamente, con una caída suave a 79 % (actuador 1). El tiempo de establecimiento aproximado es de 6 milisegundos, considerando que la perturbación inicia en 3 milisegundos. Las magnitudes de la respuesta de los tres actuadores están relacionadas por la transformación de 2 a 3 coordenadas mencionada anteriormente en este capítulo. La suma de las magnitudes de los actuadores 2 y 3 es igual a la del actuador 1. Esto se debe a que la perturbación se presenta en ambos ejes. Así, el espejo tip-tilt es reubicado en el espacio mediante los tres actuadores para compensar el efecto de la perturbación bidimensional, siguiendo la dinámica mostrada en la Figura III.9.

Por otra parte, para el controlador tipo Sugeno, se observa en la respuesta un sobreimpulso máximo cercano al 83 % (0.83 p.u), como se muestra en la Figura III.10. El tiempo de establecimiento es de 6 milisegundos aproximadamente, considerando nuevamente el tiempo de inicio de la perturbación.

Comparando las respuestas del sistema con ambos controladores, podemos concluir que es factible utilizar el de tipo Sugeno para implantarlo en el sistema de control embebido, ya que las respuestas en la simulación son muy similares. Esta similitud en tiempos y forma de respuesta asegura la buena regulación del controlador tipo Sugeno, que aunada a las ventajas mencionadas en comparación al de tipo Mamdani, favorecen su aplicación en tiempo real para las condiciones de ancho de banda a que está sometido el sistema de óptica adaptativa (Ver Cap. I).

#### III.5.- ALGORITMO DE CONTROL DIFUSO

Como ya se había mencionado con anterioridad, los sistemas de óptica adaptativa tienen limitantes en ancho de banda temporal (Ver Cap. I) por lo que es estrictamente necesario que el controlador, que regula dicho sistema, posea un ancho de banda máximo (idealmente infinito) y que además tenga altos índices de

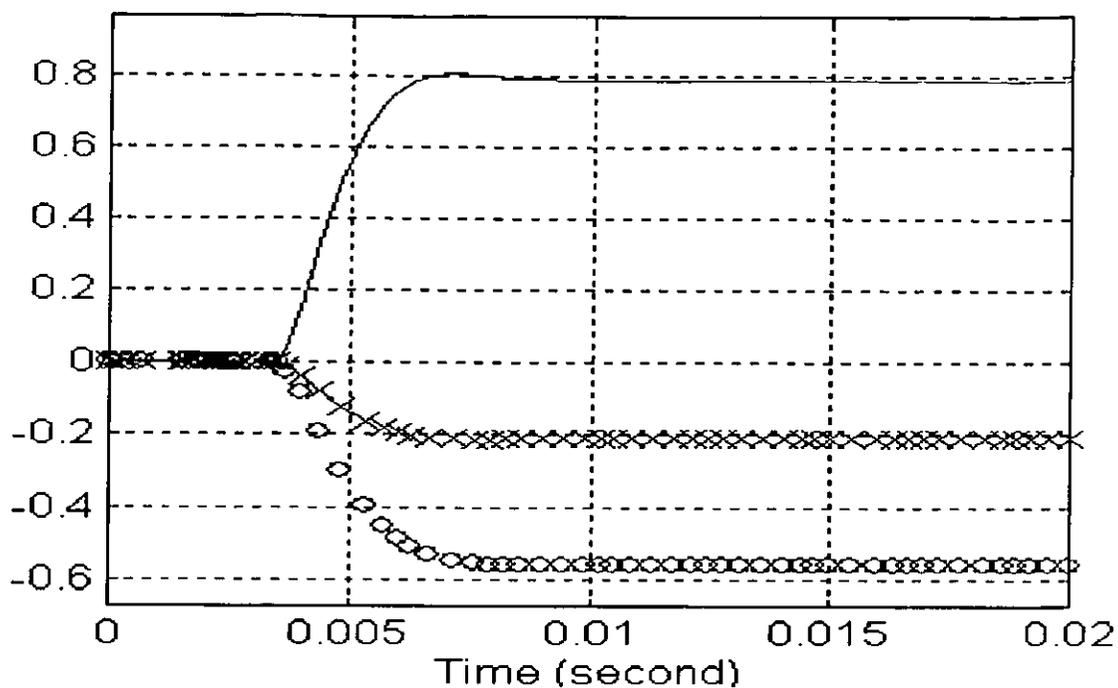


Fig. III.9 .:- Respuesta escalón del sistema en lazo cerrado con el controlador tipo Mamdani. Nota: --- : Actuador 1, xxx : Actuador 2, ooo : Actuador 3.

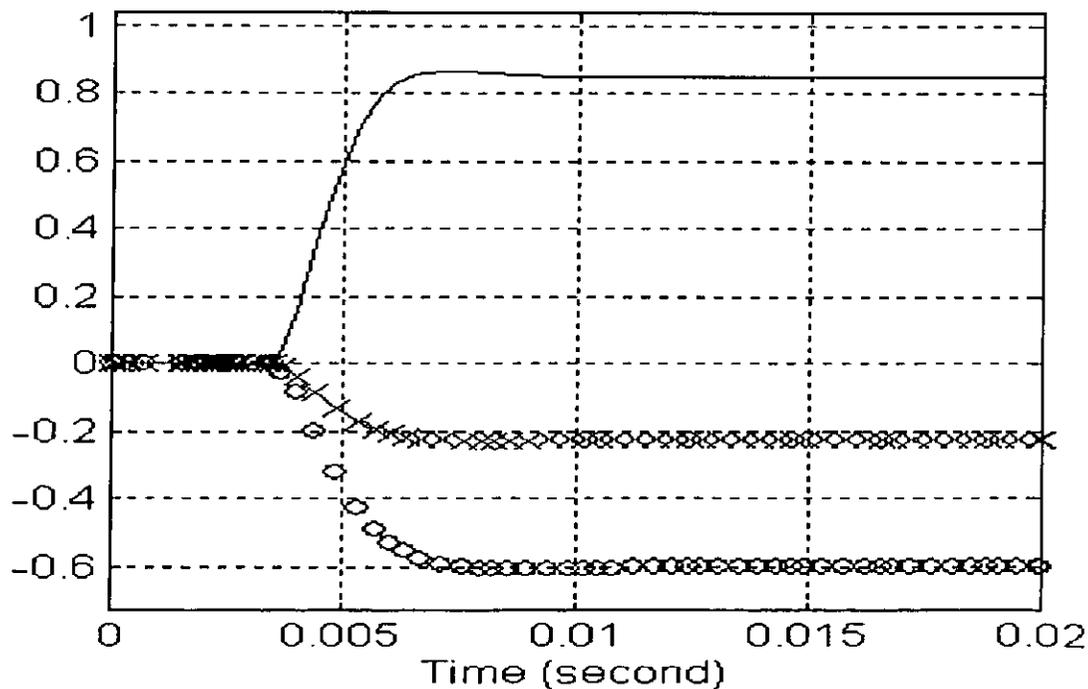


Fig. III.10 .- Respuesta escalón del sistema en lazo cerrado con el controlador tipo Sugeno de orden cero. Nota: --- : Actuador 1, xxx : Actuador 2, ooo : Actuador 3.

adaptabilidad y robustez, sobre todo ante variaciones bruscas de las variables a controlar (Ver Cap. II). Recordemos, en este punto, el carácter aleatorio de la turbulencia atmosférica.

La estructura de un controlador difuso es tal que permite regular sistemas utilizando operaciones aritméticas básicas (Suma, multiplicación, división, etc.) sin tener que recurrir a métodos numéricos (recursivos) que requieren de una gran cantidad de operaciones aritméticas para converger, como lo hacen los controladores digitales tipo PID, por ejemplo. De esta forma, un controlador difuso abate el tiempo requerido para obtener la señal de control, lo cual implica un ancho de banda temporal mayor en comparación con el obtenido en sistemas de control que utilizan métodos recursivos. Además, la característica de alta no linealidad que puede adquirir un controlador difuso y su ganancia variable, permiten regular sistemas con altos índices de adaptabilidad y robustez (Ver Cap. II).

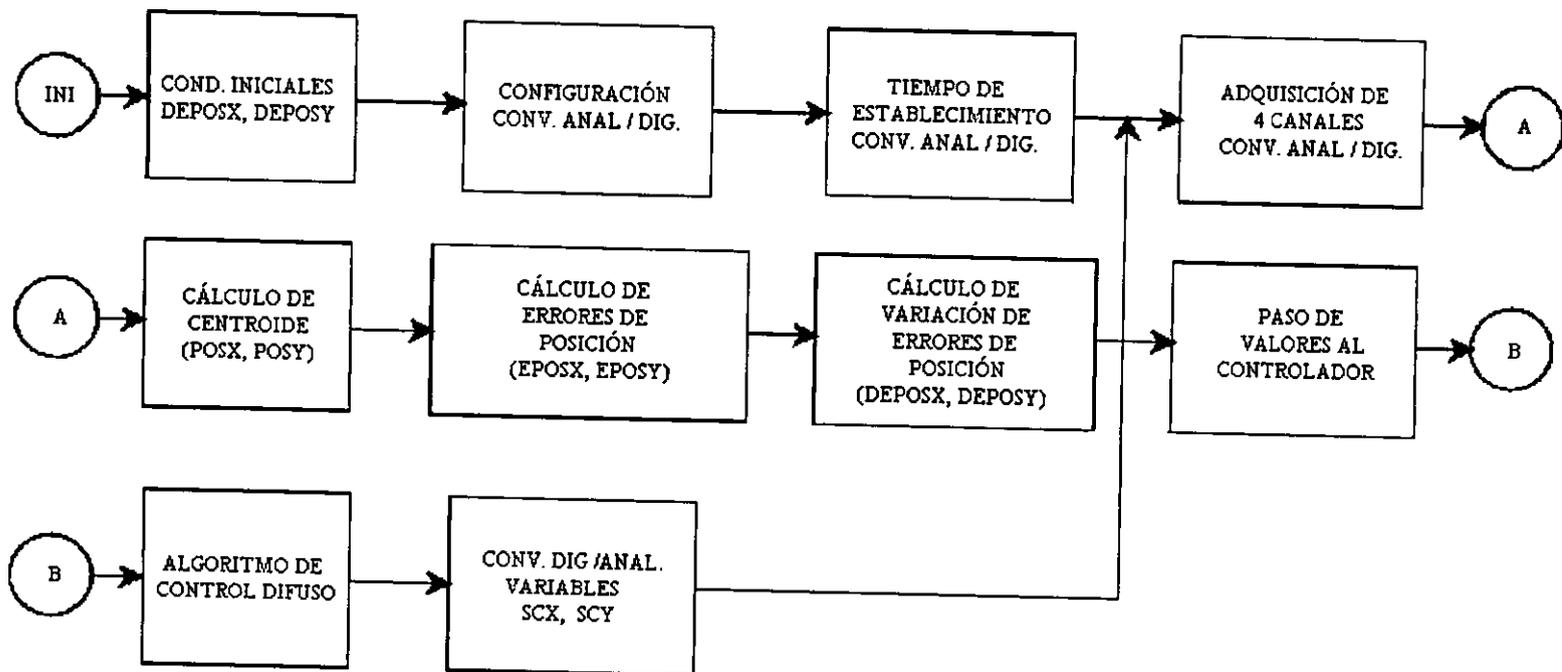
Con base en los parámetros obtenidos en la simulación previa, se elaboró el algoritmo de control difuso cuyo diagrama general a bloques aparece en la Figura III. 11. Como se aprecia, el algoritmo total también obtiene el centroide de la imagen y la rutina de control para la secuencia de conversión digital - analógica de salida.

### III.5.1.- ANCHO DE BANDA TEMPORAL DEL ALGORITMO DE CONTROL DIFUSO

El algoritmo de control difuso y las rutinas de conversión digital - analógica y analógica - digital , realizados en lenguaje ensamblador del microcontrolador MC68HC12A4, son ejecutados en aproximadamente 180 microsegundos. Esto es, el ancho de banda temporal esta alrededor de 5.6 KHz para el controlador embebido, como se muestra en la Tabla III.3. Se consideró un tiempo de estabilidad de 100 microsegundos para el convertidor analógico - digital y el tiempo de establecimiento es de 5 microsegundos para el convertidor digital - analógico. Dados estos tiempos, es posible estimar una relación de tiempos de retardo entre el controlador difuso y el tiempo de establecimiento del sistema. Este último, como ya se mencionó, tiene un retraso de tiempo de 6.6 milisegundos. Comparativamente tenemos que el tiempo de retardo del controlador difuso (180  $\mu$ s) está un factor 36 abajo del correspondiente al resto del sistema y un factor 19 abajo del tiempo restringido (3.4 milisegundos) mencionado en el apartado III.4.1.

En este caso, se calculó el ancho de banda del algoritmo de control difuso en función de las rutinas que lo conforman. Considerando que un controlador difuso es un *sistema de transferencia estática* [DRI93], es posible afirmar que éste pose un comportamiento de retraso de tiempo puro, cuando se realiza un análisis de ancho de banda total en el sistema de óptica adaptativa. De esta manera, la condición de Roddier de considerar al controlador del sistema como un retraso de tiempo puro [ROD94], se cumple para el caso del compensador difuso y no así para el caso del controlador integral. Luego entonces, el asumir este hecho, valida la utilización de la teoría para óptica adaptativa establecida por el mismo Roddier en [ROD94].

ALGORITMO EMBEBIDO DEL SISTEMA DE CONTROL DIFUSO



ALGORITMO DE CONTROL DIFUSO

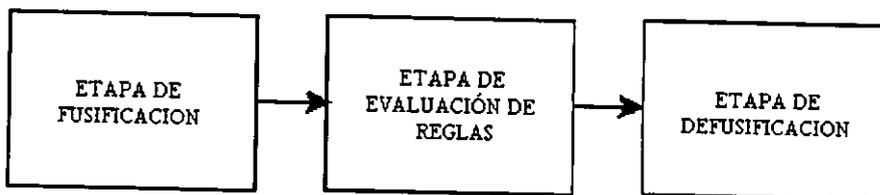


Fig. III.1.1 - Diagrama general a bloques del algoritmo de control difuso y rutinas adicionales.

CAPÍTULO III

Tabla III.3.- Estimación de tiempo de cálculo total del algoritmo de control difuso (Incluye Cálculo de centroide y conversiones analógica-digital y digital-analógica) para el sistema de óptica adaptativa implantado en el microcontrolador MC68HC12A4  
 \* Rutinas que se ejecutan únicamente al inicio, por tanto, no son consideradas en el cálculo del ancho de banda.

ETAPA	NÚMERO DE CICLOS	TIEMPO ( $\mu$ seg.)
Condiciones Iniciales*	11	1.375
<b>CONVERSIÓN ANALÓGICA-DIGITAL (CAD)</b>		
Estabilidad del CAD*	800	100.00
Configuración del CAD*	22	2.75
Conversión de cuatro canales	50x4=200	25.00
<b>CÁLCULO DE CENTROIDE Y EPOX, EPOSY</b>	156	19.50
<b>CÁLCULO DE DEPOX, DEPOSY</b>	63	7.86
<b>PASO DE VALOR X AL CONTROLADOR</b>	16	2.00
<b>CONTROLADOR DIFUSO (SCX)</b>	442	55.25
Fusificación	28	3.50
Evaluación de reglas	330	41.25
Defusificación	84	10.50
<b>PASO DE VALOR Y AL CONTROLADOR</b>	22	2.750
<b>CONTROLADOR DIFUSO (SCY)</b>	442	55.25
Fusificación	28	3.50
Evaluación de reglas	330	41.25
Defusificación	84	10.50
<b>CONTROL DE CONVERSIÓN DIGITAL-ANALÓGICA (CDA)</b>	50	6.25
<b>TIEMPO CDA (MÁX.)</b>		5.00
TOTAL	1391	178.88
<b>ANCHO DE BANDA</b>	<b>5.6 KHz.</b>	

**III.5.2.- DETERMINACIÓN EXPERIMENTAL DEL ANCHO DE BANDA DEL ALGORITMO DE CONTROL DIFUSO. PRUEBA EN LAZO ABIERTO.**

Para comprobar experimentalmente el retraso de tiempo efectivo, se realizó la prueba de laboratorio en lazo abierto siguiente : A las entradas C y D de la etapa de acoplamiento de entrada, se introdujo una señal tren de pulsos mediante un generador de funciones. Las salidas y entradas de la tarjeta se analizaron por medio de un osciloscopio digital (Ver Fig. III.13). La Figura III.12 muestra las formas de onda (1) a la entrada del convertidor analógico digital (CAD) y (2) después de la etapa de acoplamiento de salida, obtenidas en dicho osciloscopio. Como se aprecia, el valor de retraso de tiempo ( $\Delta$ ) es de unos 200 microsegundos, que es un valor del orden de lo calculado previamente mediante la consideración de los ciclos de cada subrutina. La diferencia entre el retraso de tiempo aquí obtenido y el determinado en la Tabla III.3, se debe a la resolución de la pantalla del osciloscopio que no permitió obtener una lectura más exacta.

La polaridad de la señal de salida indica la acción de control que se efectúa para cada nivel de entrada. Se aprecian valores positivos y negativos como resultado de la etapa de acoplamiento de salida que tiene como función el adecuar los niveles de voltaje de salida del convertidor digital-analógico a los de entrada de la etapa posterior (Conversión de 2 a 3 coordenadas).

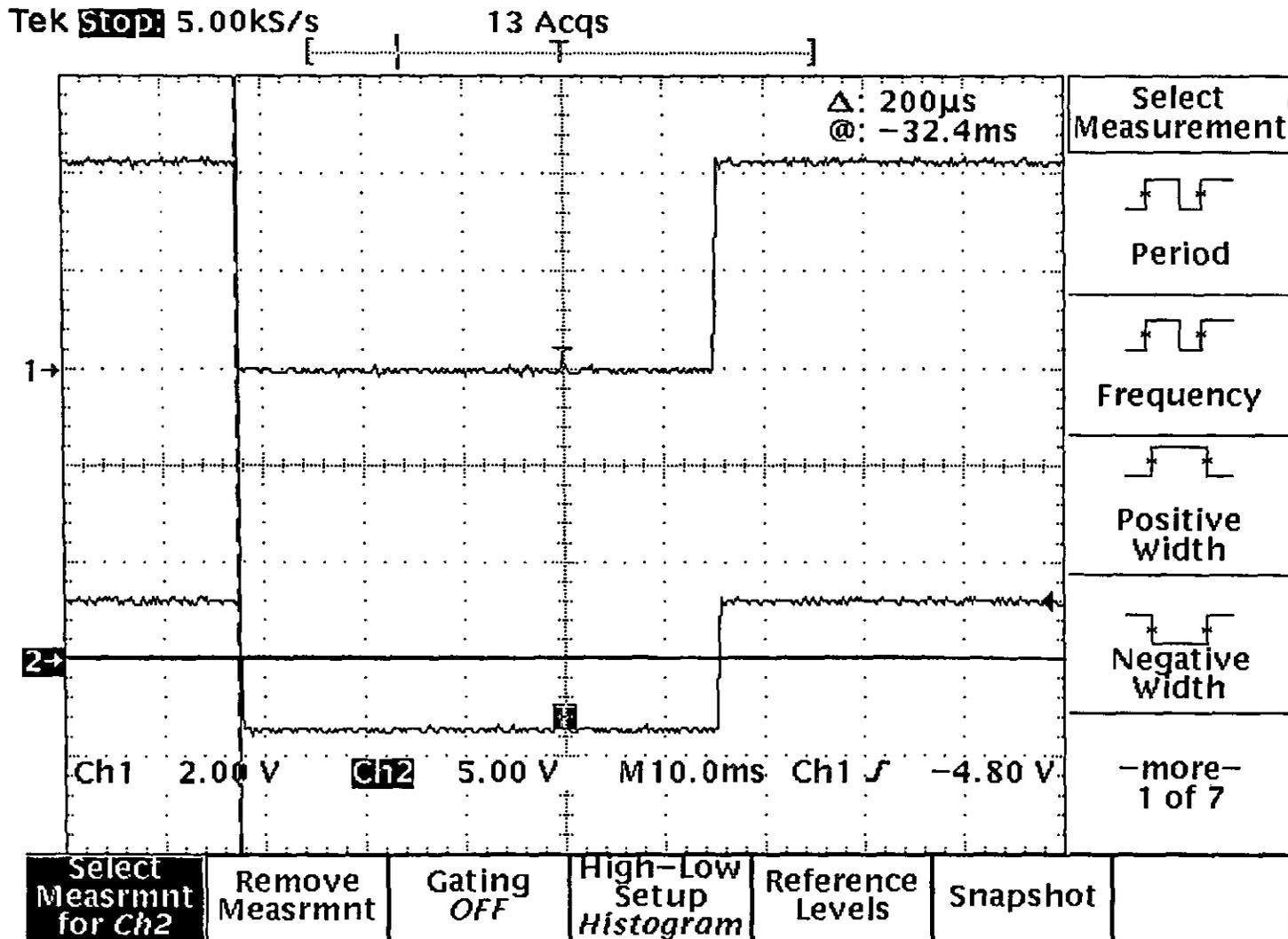


Fig. III.1.2 - Formas de onda a la entrada y a la salida del sistema de control difuso embebido, considerando etapas de acoplamiento.

### III.6.- IMPLANTACIÓN DEL ALGORITMO DIFUSO EN EL MICROCONTROLADOR

El algoritmo de control difuso diseñado mediante los resultados obtenidos en la simulación (Ver apéndice C), fue implantado en un microcontrolador MC68HC12A4 contenido en su correspondiente tarjeta de evaluación y utilizándose la configuración en modo expandido (Ver Apéndice D). La elección de este dispositivo, en particular, se debió básicamente a sus características relevantes de entre las que destacan las siguientes [MOT97a, MOT97b]:

- 1) Posé un conjunto de cuatro instrucciones específicas para LÓGICA DIFUSA.
- 2) 4 Kbytes de memoria E<sup>2</sup>PROM.
- 3) 1 Kbyte de memoria RAM.
- 4) Manejo de bus interno de 16 bits.
- 5) ALU de 20 bits.
- 6) Procesamiento que incrementa la velocidad de ejecución. Debido a esto, es posible desarrollar algunas instrucciones en un solo ciclo de reloj.
- 7) Reloj en bus de 8 MHz (ciclo = 125 ns).

Debido, principalmente a algunas de estas características, el microcontrolador permitió obtener un algoritmo de control difuso reducido en código y de rápida evaluación, lo que contribuyó a respetar los límites de ancho de banda temporal y de memoria requeridos. El ancho de banda es del orden de los 5.6 KHz, mientras que la memoria ocupada por el algoritmo y otras rutinas es de 500 Bytes.

Adicionalmente, se investigó la posibilidad de utilizar otras plataformas pero ninguna ofrecía las ventajas en velocidad de cálculo y/o costo. Una aplicación de un sistema de control difuso implantado en el DSP TMS320C14 [MAT93], por ejemplo, reporta un retraso de tiempo de 400  $\mu$ s para un código de 2000 instrucciones y un ciclo de instrucción de 200 ns. En este caso se propone resolver el problema de control por medio de un controlador difuso con dos entradas de 5 conjuntos cada una y una salida con 5. Esto conlleva a tener una base de reglas de 25.

Para nuestro caso, el retraso de tiempo del controlador difuso implantado en el microcontrolador elegido (aunado al de otras rutinas: Cálculo de centroide, cálculo de EPOX, EPOY, cálculo de DEPOX, EPOY) resultó del orden de 200  $\mu$ s, teniéndose una base de conocimiento de 42 reglas. Comparativamente, tenemos que el retraso de tiempo para el caso del microcontrolador es la mitad del retraso ofrecido por el DSP mencionado para un problema menos complejo (casi el 50 % del número de reglas).

Es indudable que las nuevas versiones de DSP's tienen tiempos de demora menores, dado que sus ciclos de instrucción se realizan en tiempos menores (para la generación TMS320C5X es de 40 ns, por ejemplo), sin embargo, la complejidad del código es un factor a considerar. Ya se mencionó, que el microcontrolador MC68HC12A4 tiene un "kernel" de instrucciones difusas, gracias a lo cual la programación de algoritmos de control difuso es comparativamente más sencilla que la correspondiente al DSP.

### III.7.- IMPLANTACIÓN DEL ALGORITMO EMBEBIDO EN EL SISTEMA DE ÓPTICA ADAPTATIVA

Una vez que se programó el algoritmo de control difuso en lenguaje ensamblador del MC68HC12A4, tomando en cuenta los parámetros obtenidos de la simulación en lazo cerrado, se procedió a realizar la implantación de la tarjeta en el sistema para lo cual fue necesario diseñar y construir varias etapas de acoplamiento electrónico, tanto a la entrada como a la salida de la tarjeta. La Figura III.13 muestra el esquema global del sistema, útil para entender los detalles de la implantación del algoritmo de control difuso embebido en el sistema de óptica adaptativa. Este esquema hace énfasis en los aspectos electrónicos, el complejo óptico se presenta simplificado y puede consultarse en forma detallada en Capítulo I de este trabajo.

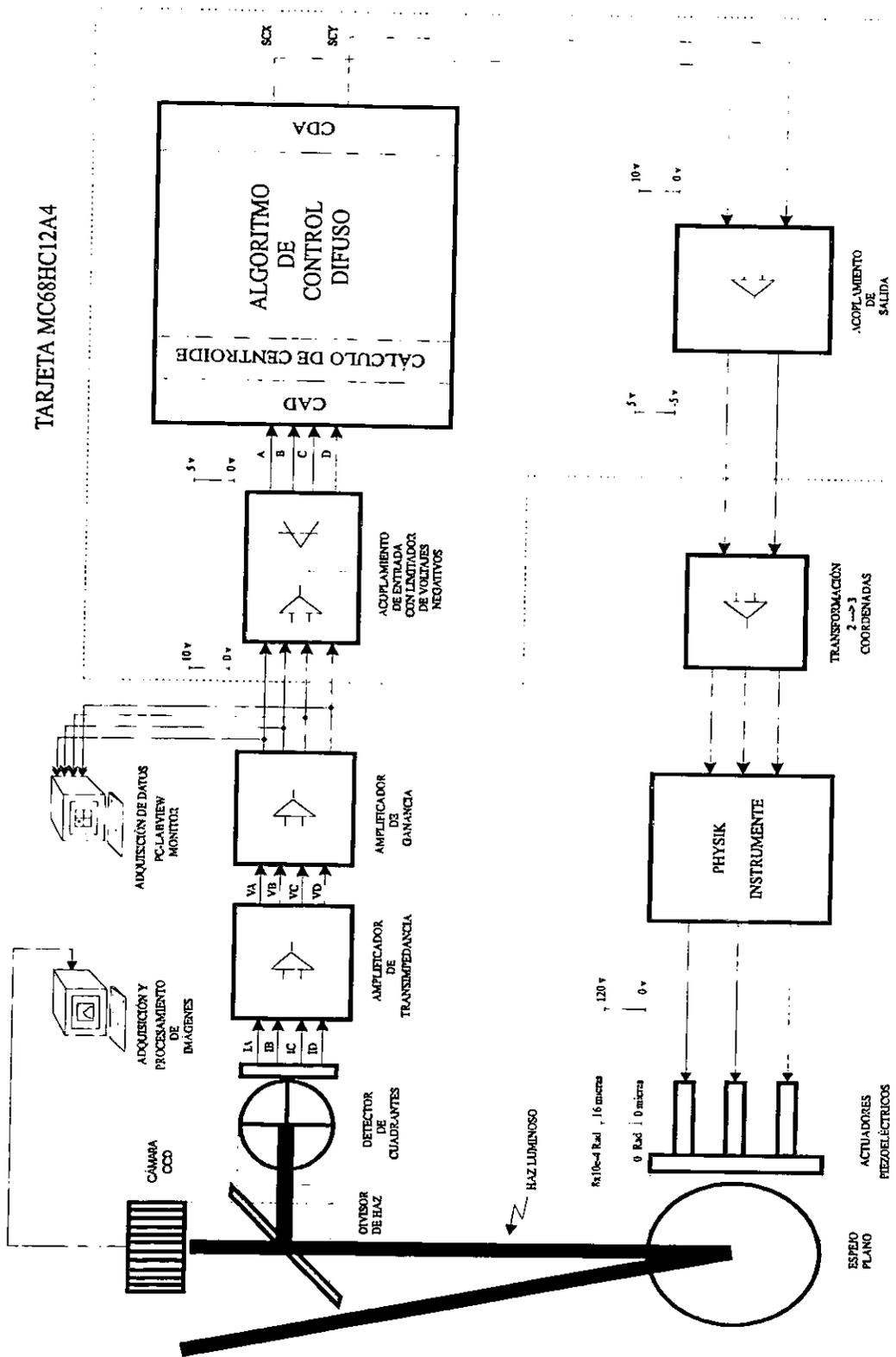


Fig. III.13 .- Diagrama a bloques del sistema en lazo cerrado para implantación del algoritmo de control difuso.

### III.7.1.- ETAPAS DE ACONDICIONAMIENTO DE SEÑALES DE ENTRADA Y SALIDA

Debido a que el microcontrolador MC68HC12A4 posee entradas en el rango de 0 a 5v. , se hizo necesaria una etapa de acoplamiento analógica con ganancia de  $\frac{1}{2}$  en las entradas del convertidor analógico - digital, ya que el detector de cuadrantes envía señales en el intervalo de 0 a 10 v. Un amplificador operacional en configuración inversor con ganancia de  $\frac{1}{2}$ , seguido de otro inversor con ganancia unitaria, forman un arreglo que realiza el acoplamiento de la señal por cada canal. A su vez, cada arreglo contiene resistencias variables de precisión para facilitar el ajuste de ganancia y el offset. Un limitador de voltajes negativos se introdujo en el sistema para evitar la presencia de voltajes con esta polaridad a la entrada del convertidor analógico - digital, que pudiesen dañarlo.

La salida del convertidor digital - analógico también necesitó ser acoplada, ya que éste entrega un voltaje en un rango de 0 a 10 v. y la etapa de transformación de coordenadas requiere voltajes entre -5 y +5 v.

### III.7.2.- CONVERTIDOR DIGITAL-ANALÓGICO

La etapa de conversión digital - analógica es muy importante en la conceptualización global del sistema de control difuso, ya que es el medio de comunicación entre el microcontrolador y los actuadores del sistema. Debido a que el microcontrolador (MC68HC12A4) no tiene integrado un convertidor de este tipo, fue necesario seleccionar uno de entre varios, considerando las restricciones propias del diseño y su posible contribución al buen rendimiento del sistema.

Una de las restricciones mencionadas es el tiempo de retardo del sistema, luego entonces, el convertidor digital analógico debe tener un tiempo de establecimiento para las salidas lo más reducido posible. Además, el convertidor debe ser compatible en cuanto al tamaño de la palabra de bus para poder ser acoplado con la salida del microcontrolador (8 bits). Otra característica importante a considerar es el nivel de integración del chip del convertidor, ya que existe límite de espacio en la tarjeta y por la seguridad que representa el manejo del menor número de componentes y sus correspondientes conexiones, las cuales representan posibles puntos de falla en aplicaciones de este tipo. Por tanto, es recomendable utilizar componentes de muy alto nivel de integración.

Fue necesario evaluar varios convertidores digital analógico, para elegir alguno que contara con la característica especial de tener "HOLD". Desde el punto de vista de la dinámica del sistema, es importante tener un convertidor que mantenga (HOLD) las señales de salida durante todo el intervalo de ejecución del algoritmo, con la finalidad de evitar conmutación en dichas señales que producen transitorios en el sistema y pueden ocasionar problemas en la estabilidad de lazo cerrado.

Con base en lo anterior, se seleccionó el convertidor DAC8228, que posee las características arriba mencionadas [ANA92]. Contiene dos convertidores de 8 bits (uno para cada canal: SCX y SCY), que son operados mediante una palabra de control de tres bits (/CS, DACA/DACB, /WR). Posee la función "HOLD" que permite mantener (Ver Tabla III.4) las señales de salida analógicas durante la ejecución completa del algoritmo, esto es, durante toda la iteración hasta que el algoritmo de control proporciona los nuevos valores de las señales de control (SCX, SCY). El tiempo de establecimiento de salida para el DAC8228 es de 5  $\mu$ s, lo que representa un tiempo de retardo mínimo para esta aplicación.

### III.7.3.- CONTROL DE LA SECUENCIA DE CONVERSIÓN DIGITAL - ANALÓGICA

En la Figura III.14, se puede apreciar la etapa de codificación de la parte alta del bus de direcciones del microcontrolador. Mediante ésta, se activa el "latch" que retiene la palabra de control proveniente de la parte baja del bus de direcciones y que determina la acción del convertidor digital analógico.

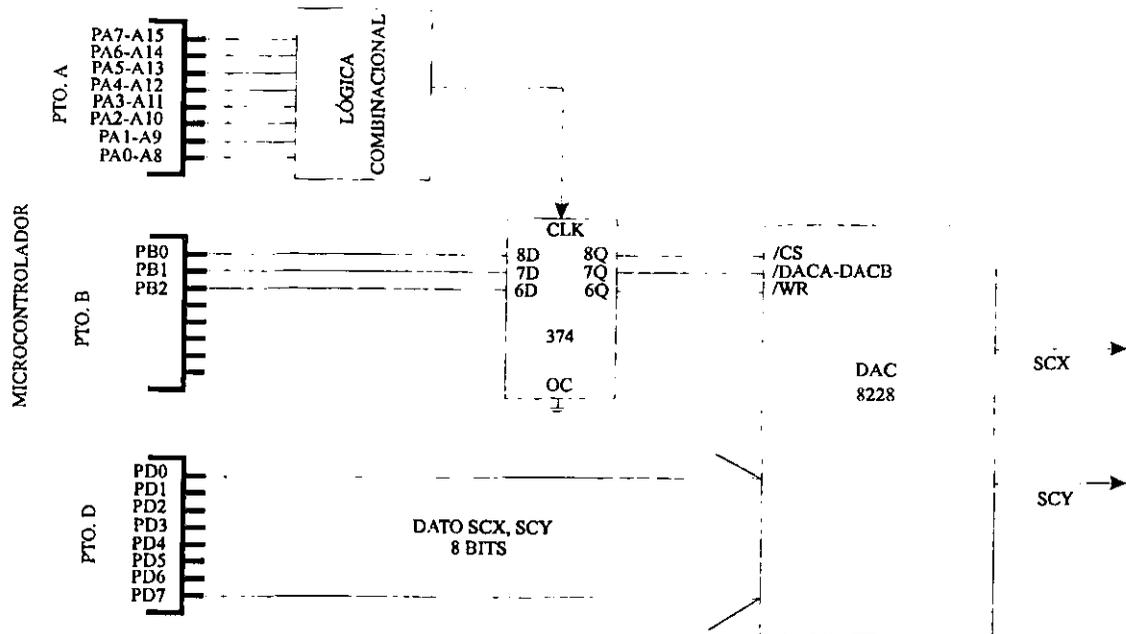


Fig. III.14.- Interfase del convertidor digital analógico con el microcontrolador.

Cuando se direcciona a la 6600H, la señal CLK del "latch" conmuta de 0 a 1 (flanco), con lo que éste pasa a un estado de "transparente" (La salida igual a la entrada). En función de esto y del modo de operación del convertidor (Tabla III.4), se realiza la siguiente secuencia:

- 1.- Carga valor calculado SCX en latch 1.
- 2.- Escribe en CDA1 el valor de SCX.
- 3.- Carga valor calculado SCY en latch 2.
- 4.- Escribe en CDA2 el valor de SCY.
- 5.- Pon en HOLD ambos CDA's.

Tabla III.4.- Tabla de selección de modo del convertidor digital - analógico. \* es condición de no importa.

/DACA / DACB	/CS	/WR	DAC A	DAC B
L	L	L	WRITE	HOLD
H	H	H	HOLD	WRITE
*	H	*	HOLD	HOLD
*	*	H	HOLD	HOLD

La lógica combinatorial (Fig. III.14) garantiza la sincronización del proceso de conversión y evita que el ruido del puerto D del microcontrolador, modifique el valor del dato. Como se recordará, el proceso de escritura al puerto dura únicamente un ciclo (125 ns).

## REFERENCIAS

## \* LIBROS :

- [ANA92] ANALOG DEVICES. Data converter reference manual. Analog Devices Inc. Vol. I. USA. 1992.
- [DRI93] DRIANKOV, D. An introduction to fuzzy control. Springer-verlang Berlin Heidelberg. USA. 1993, First Edition.
- [GAR96] GARFIAS, F. Estudio de un sistema de control para óptica adaptativa. Tesis de Licenciatura. Facultad de Ingeniería. UNAM. México, D.F., Nov. 1995.
- [GUL95] GULLEY, N. Fuzzy Logic TOOLBOX. For use with MATLAB. The MATHWORKS Inc. USA. January 1995. First Edition.
- [JAM93] JAMSHIDI, M. Fuzzy logic and control. Software and Hardware applications. Prentice and Hall series on Environmental and Intelligent manufacturing Systems. USA. 1993, First edition.
- [MOT97a] MOTOROLA. CPU12 Reference Manual. Motorola Inc. 1997.
- [MOT97b] MOTOROLA. Motorola Semiconductor Technical Data. Technical MC68HC12A4. Motorola Inc. 1997. Rev. 1.
- [SOT00] SOTELO, P. Desarrollo de un sistema de óptica adaptativa de bajos órdenes para uso astronómico. Tesis de Maestría. División de Estudios de Posgrado. Facultad de Ingeniería. UNAM. México, D.F., 2000.
- [THE95] THE MATHWORKS Inc. SIMULINK. Dynamic System Simulation Software. For Microsoft Windows. User's guide. USA. June 1995. First edition.
- [WAN94] WANG, L. Adaptive fuzzy systems and control. Design and stability analysis. Prentice Hall, New Jersey, USA.

## \* ARTÍCULOS :

- [BRA79] BRAAE, M. "Theoretical and Linguistic aspects of the fuzzy logic controller". In: Automatica. IFAC. Vol. 15. 1979. 553-577 pp.
- [LEW96] LEWIS, F. "Function approximation by fuzzy systems". In : Proceedings of the automatic control conference, Vol. 3. Seattle, washintong USA, June 1996.
- [LIU93] LIU, K. "Some issues about Fuzzy Logic Control". In: Proceedings of the 32<sup>nd</sup> Conference on decision and control. TA9. San Antonio, Texas. December 1993. 1743-1748 pp.
- [MAT93] MATHEW, G. "Implementation of fuzzy logic servo motor control on a programmable Texas Instruments TMS320C14 DSP (SPRA028)". In : Selected applications. Digital signal processing - Semiconductor group Texas Instruments Incorporated. January 1993.
- [ROD94] RODDIER, F. "The problematic of adaptive optics design". In : Adaptive optics for Astronomy. Alloin, M. And Marioti, M. NATO ASI Series, Series C : Mathematical and Physical Sciences, Vol. 423. Kluwer Academic Publishers, 1994. 89 - 111 pages.
- [WAN92] WANG, L. "Fuzzy systems are universal approximators". In : Proceedings FUZZ-IEEE, IEEE. Vol. 7. San Diego. 1992. pp. 1163-1169 .

### PRUEBAS DE LABORATORIO

#### IV.1.- DESCRIPCIÓN DE LAS PRUEBAS

Las pruebas de laboratorio se realizaron en el prototipo del sistema de óptica adaptativa diseñado y construido en el Instituto de Astronomía UNAM (Ver cap. I). El objetivo óptico utilizado fue un 2.5 X, con lo que se aseguró una variación del centroide del haz luminoso entre -2.48 y +2.48 segundos de arco (Ver Apéndice A). Este valor representa la máxima excursión posible de la señal de perturbación para ese objetivo. El sistema fue sometido tanto a pruebas con perturbaciones determinísticas de diferentes frecuencias, como aleatorias, con la finalidad de asegurar la adecuada respuesta del sistema en lazo cerrado y evaluar el rendimiento del controlador difuso desde el punto de vista óptico, comparando criterios como la ganancia en diferencia de intensidades máximas y la diferencia de anchuras a la mitad de la intensidad máxima, para las imágenes sin y con corrección, en relación a imágenes sin perturbación y sin control, que se consideran ideales. La perturbación se introduce al sistema mediante un espejo acoplado a la membrana de una bocina que se coloca en la trayectoria del haz luminoso. Cuando se inyecta una señal a la membrana por medio de un generador de funciones (perturbación determinística) o señales de audio amplificadas (perturbación aleatoria), es posible emular el efecto tip-tilt producido por la atmósfera.

Condiciones de las pruebas :

- Oscuridad total. Debido a la sensibilidad inherente de la cámara CCD (Charge Coupled Device) y del detector de cuadrantes.
- Sistema en lazo cerrado.
- Perturbaciones determinísticas controladas. La magnitud de la señal del generador comprendida entre 0 y 10 volts y la frecuencia en un intervalo de 0 a 1 KHz.

**IV.1.1.- TIEMPO DE INTEGRACIÓN.** Se denomina "imágenes de largo tiempo de integración" a aquellas obtenidas acumulando señal en un detector en intervalos de tiempo por lo menos un orden de magnitud mayores que la constante asociada a las variaciones temporales de la estructura de la imagen. El tiempo de integración seleccionado en la cámara CCD y los filtros utilizados, determinan el número de cuentas máximo alcanzado en la imagen. De esta manera, se entiende que la elección de este parámetro determina el número y tipo de filtros utilizados para obtener la cantidad de número de cuentas deseado. A mayor tiempo de integración, la cámara CCD acumula mayor cantidad de carga y por ende es probable que tienda a saturarse. Esto puede evitarse utilizando una cantidad determinada de filtros.

#### IV.1.2.- TIPOS DE PERTURBACIÓN

- DETERMINÍSTICA (TREN DE PULSOS : 10 Hz, 50 Hz). Con una amplitud equivalente a un seeing de 4.48 segundos de arco (Ver tabla A.1, Apéndice A), ya que la excursión fue total (observada en LabView).
- ALEATORIA : Señal aleatoria con un espectro en frecuencia comprendido entre los 20 Hz y 16 KHz y amplitud con excursión variable.

## IV.2.- METODOLOGÍA

### IV.2.1.- ALINEACIÓN DEL SISTEMA ÓPTICO (Ver Fig. I.8)

- a) Verificar la posición del haz luminoso en el detector de cuadrantes. Ajustar tornillos de precisión para alinear el haz.
- b) Verificar la posición del haz luminoso en la cámara CCD, mediante la computadora de adquisición y procesamiento de imágenes (Ver Fig. III. 13). El haz luminoso debe caer dentro del campo de ésta, de preferencia al centro.
- c) Colocar filtro a la salida del LASER. Aproximar la posición de acuerdo al valor de voltaje en los cuadrantes del detector desplegados en LabVIEW [NAT00].
- d) Revisar los niveles de voltaje en los cuadrantes del detector y la posición del haz luminoso mediante el programa en LabVIEW realizado exprofeso [SOT00], residente en la computadora de monitoreo (Ver Fig. III.13). El criterio a seguir es que los valores de voltaje mencionados deben de ser iguales, con lo que se asegura que el haz este centrado en relación al detector de cuadrantes.
- e) Revisar que no exista saturación en la imagen mediante una adquisición de imagen con el CCD, considerando el tiempo de integración elegido. Si el número de cuentas es 4096 (condición de saturación para 12 bits) o está próximo a este valor, entonces deberá modificarse la posición del filtro colocado a la salida del rayo LASER de tal manera, que el nivel de intensidad máximo disminuya a un valor adecuado (unas 3500 cuentas es un valor recomendable) y/o agregar densidades. En cualesquiera de los casos, debe revisarse nuevamente el nivel de voltaje en los segmentos del detector y su correspondiente posición.
- f) Adquirir imagen sin perturbación y sin controlador difuso. La finalidad de esto es obtener una imagen de referencia (ideal) que nos permita evaluar, desde el punto de vista óptico, la degradación que se presenta cuando se introduce la perturbación y aquella producida cuando se activa el controlador difuso. Se considera de antemano que, en este caso, la intensidad será la máxima posible para las condiciones dadas y el ancho total a media altura será el mínimo. Representa, para fines prácticos, una imagen equivalente a aquella tomada desde el espacio o a una adquirida sin que existiese atmósfera (Caso totalmente hipotético).
- g) Adquirir imagen con perturbación y con controlador difuso, con la finalidad de verificar la condición de estado estable cero (en reposo). Si la condición se cumple, implica que el sistema en lazo cerrado está balanceado.
- h) Adquirir imagen con perturbación y sin controlador difuso. Al activar el generador de funciones con una señal determinada, se emula el efecto ocasionado en el haz luminoso por la turbulencia atmosférica.
- i) Adquirir imagen con perturbación y con controlador difuso. El efecto de la acción del controlador se aprecia en esta adquisición. Los parámetros ópticos de ganancia en Strehl y ancho a media altura mejoran en el sentido ya mencionado (aumento de Strehl y disminución de ancho).

Antes de realizar la adquisición de cualquier imagen (como en los tres puntos anteriores) se efectúa el proceso de BIAS para "descargar" los fotones remanentes en la cámara CCD. De otra manera, la energía de estos se sumaría a la de la adquisición en curso produciéndose una lectura errónea.

### IV.3.- CÁLCULO DEL FACTOR DE STREHL

Como ya se comentó, la imagen sin perturbación y sin control se toma como referencia para la evaluación de las otras imágenes. El factor de Strehl ( $S$ ) de cada imagen, en función de la altura máxima en la distribución de la intensidad luminosa, se calcula con relación a la altura máxima en la distribución de la imagen de referencia. De tal manera que :

$$S_{ref} = \frac{\max_{ref}}{\max_{ref}} = 1 \quad , \quad (4.1)$$

$$S_{cpsc} = \frac{\max_{cpsc}}{\max_{ref}} \quad , \quad (4.2)$$

$$S_{cpcc} = \frac{\max_{cpcc}}{\max_{ref}} \quad , \quad (4.3)$$

donde :

$S_{ref}$ : Es el factor de Strehl de la imagen de referencia (Sin perturbación y sin control - ideal).

$S_{cpsc}$ : Es el factor de Strehl de la imagen con perturbación / sin control.

$S_{cpcc}$ : Es el factor de Strehl de la imagen con perturbación / CON CONTROL.

$\max_x$ : Número de cuentas máximo para el caso correspondiente.

#### IV.4.- CÁLCULO DE LA DIFERENCIA EN ANCHOS A MEDIA ALTURA

Debido a que las deformaciones en la imagen son predominantemente en una dirección, el concepto de ancho total a media altura (FWHM) no puede aplicarse directamente a las imágenes obtenidas en el laboratorio, ya que solo se aplica a imágenes con anchos parecidos. No obstante, es posible evaluar el factor de reducción del ancho a media altura de la intensidad máxima (FRAMA) en la dirección de la perturbación (eje x) y expresar esa diferencia como una ganancia en porcentaje. Esto permite evaluar la acción de control en términos de dicha comparación. De acuerdo con lo anterior, tenemos:

$$FRAMA = \frac{AMA_{cpsc}}{AMA_{cpcc}} \quad , \quad (4.4)$$

donde:

$AMA_{cpsc}$  = Ancho a media altura de la intensidad máxima de la imagen con perturbación y sin control.

$AMA_{cpcc}$  = Ancho a media altura de la intensidad máxima de la imagen con perturbación y CON control.

#### IV.5.- RESULTADOS

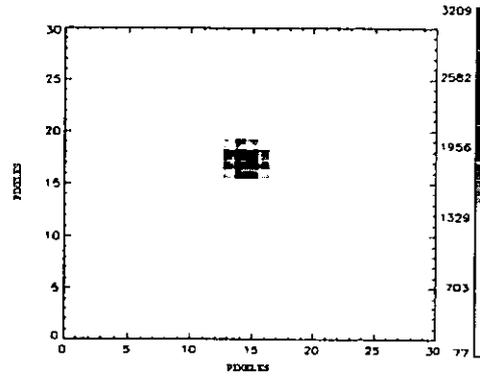
A continuación, se muestran las imágenes obtenidas en las pruebas de laboratorio con el sistema en lazo cerrado. La adquisición se realizó con un CCD y una PC, la cual sirvió también para realizar el procesamiento de imágenes (Ver Fig. III.13). Las imágenes bidimensionales y tridimensionales fueron procesadas con el paquete IDL (Interactive Data Language) [RES93, RES94] para poder evaluarlas (Ver apéndice E).

De acuerdo con la metodología mencionada con anterioridad, tenemos los siguientes casos :

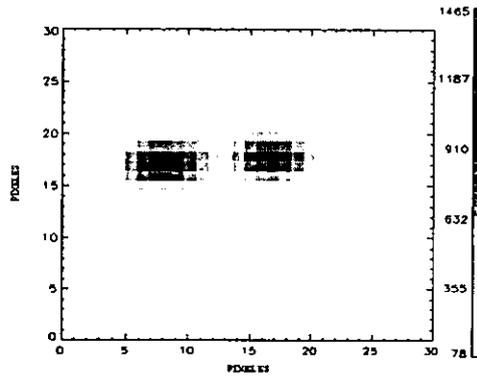
##### IV.5.1.- PRUEBA CON PERTURBACIÓN DETERMINÍSTICA (TREN DE PULSOS)

Las imágenes adquiridas para este caso, se muestran en la Figura IV.1. La frecuencia de la perturbación tipo tren de pulsos es de 50 Hz con amplitud máxima. La perturbación tiene una excursión predominante sobre el eje x, lo cual representa una limitante del emulador de turbulencia utilizado.

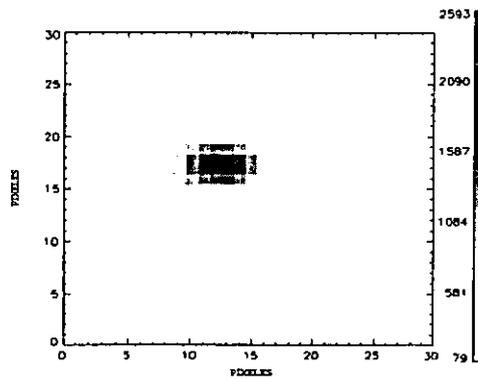
CAPITULO IV



a)



b)



c)

Fig. IV.1. - Imágenes originales adquiridas con la cámara CCD : a) Sin perturbación/Sin control, b) Con perturbación/Sin control y c) Con perturbación/Con control. Obsérvese las cuentas máxima y mínima para cada caso.

Para poder realizar una comparación de las tres imágenes es necesario asegurarse que todas estas tengan un nivel de intensidad mínimo aproximadamente del mismo orden. De otra manera, la diferencia de alturas no estaría considerada con la misma referencia, lo que ocasionaría errores en la medición del factor de Strehl. Lo anterior se consigue realizando el proceso de BIAS en el CCD antes de cada adquisición de imagen. En este caso, como se aprecia en la Figura IV.1, el nivel de intensidad mínimo es prácticamente el mismo.

Las imágenes tienen un campo de 30 X 30 pixeles. Al observarlas, se aprecia el efecto de la perturbación en la Figura IV.1b en relación con la Figura de referencia (IV.1a). La acción del controlador difuso se percibe al comparar la imagen corregida (IV.1c) con la no corregida (IV.1b), por una parte, y la corregida con la ideal (IV.1a). El tiempo de integración en este caso fue de 90 segundos.

**IV.5.1.1.- IMÁGENES BIDIMENSIONALES: Función de distribución, determinación de ganancia en Strehl y ancho a media altura para la intensidad máxima**

El perfil de distribución de intensidad permite obtener el ancho a media altura de la intensidad máxima de las imágenes. En las Figuras siguientes se presentan los perfiles de distribución de las tres imágenes anteriores. La Figura IV.2 muestra el perfil de la imagen considerada ideal para este caso. Tanto en ésta, como en la imagen IV.1a, se observa un nivel de intensidad máximo del orden de 3200. El factor de Strehl para la imagen de referencia  $S_{ref}$  considerando la Ecuación 4.1, es:

$$S_{ref} = \frac{3209}{3209} = 1 \quad (4.5)$$

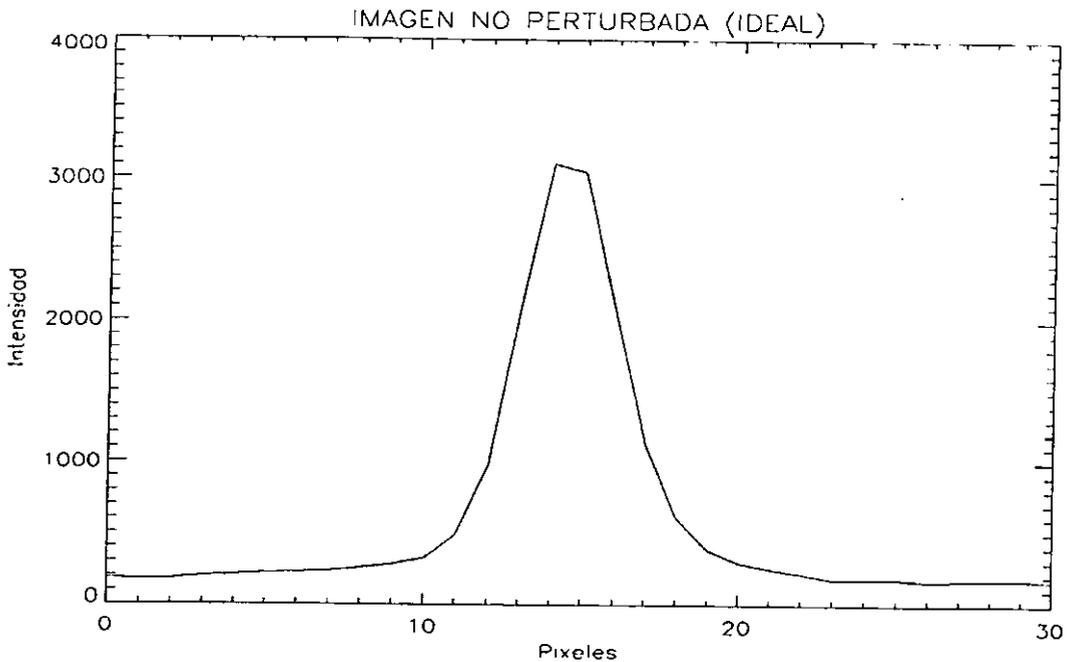


Fig. IV.2.- Perfil de distribución de intensidad sin perturbación y sin control de la imagen (Caso ideal).

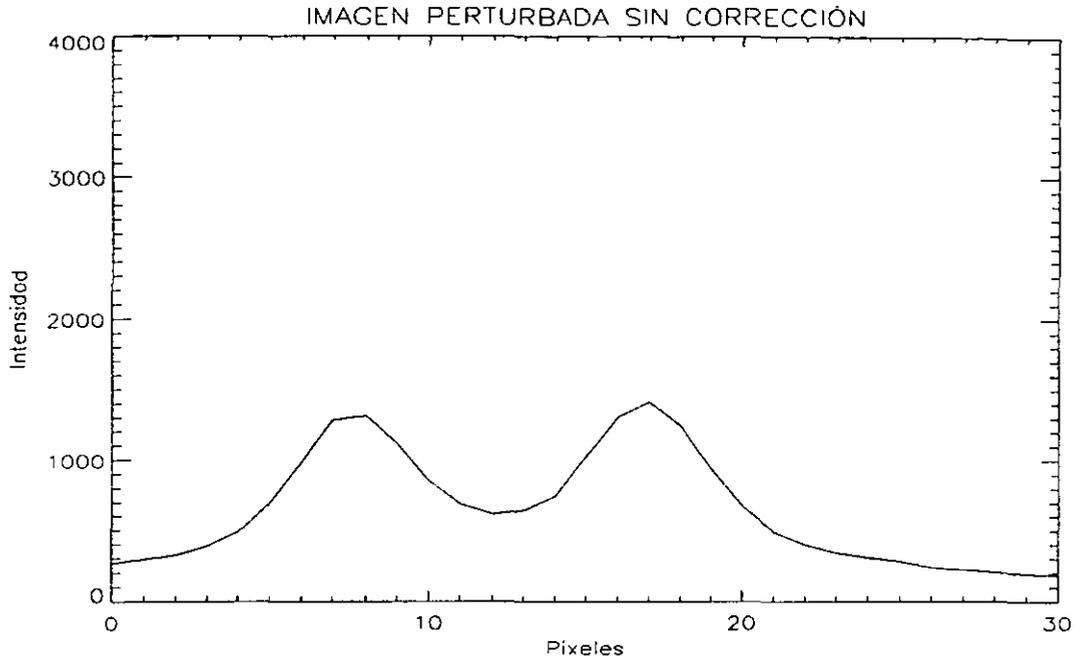


Fig. IV.3.- Perfil de distribución de intensidad con perturbación y sin control de la imagen.

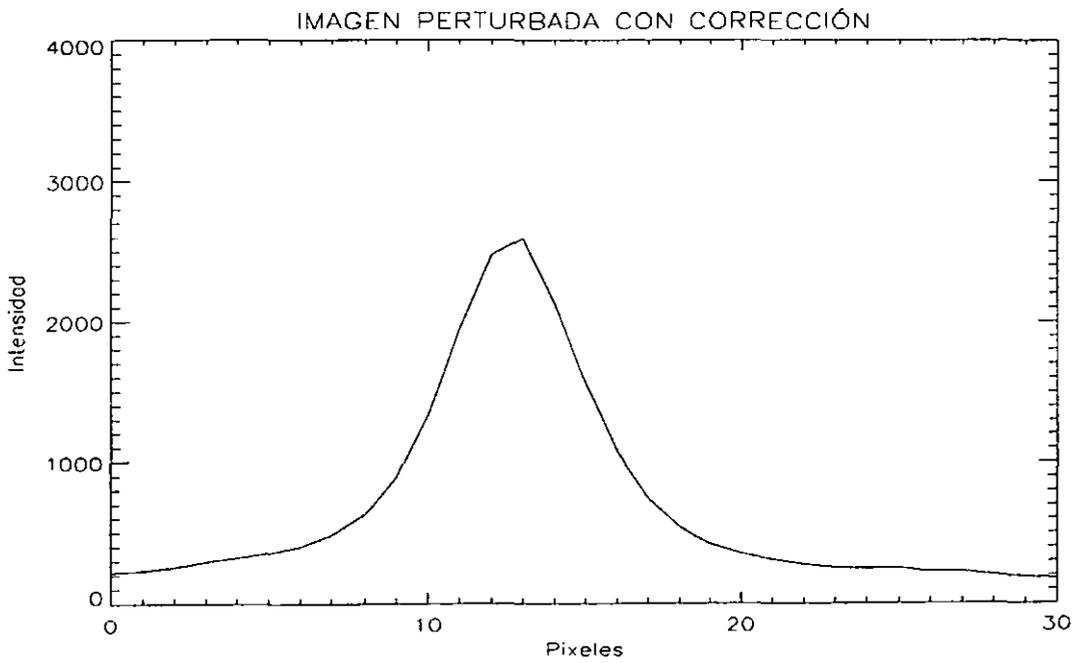


Fig. IV.4.- Perfil de distribución de intensidad con perturbación y con control de la imagen.

La distribución de intensidad luminosa de la imagen con perturbación y sin control (cpsc) se muestra en IV.3, mientras que la de la imagen perturbada y corregida (cpcc) se presenta en la Figura IV.4. Para estos casos determinamos el factor de Strehl utilizando las ecuaciones 4.2 y 4.3, obteniendo:

$$S_{cpsc} = \frac{1465}{3209} = 0.45 \quad , \quad (4.6)$$

$$S_{cpcc} = \frac{2593}{3209} = 0.81 \quad . \quad (4.7)$$

Una mejora en el factor de Strehl de 0.45 a 0.81, representa una ganancia de 1.8.

El ancho a media altura de cada imagen en dirección de la perturbación (un eje), determinada de los perfiles de distribución es :

ANCHO<sub>ref</sub> = 4 pixeles.

ANCHO<sub>cpsc</sub> = 15 pixeles.

ANCHO<sub>cpcc</sub> = 6 pixeles.

Si consideramos que la escala de pixel para las pruebas de laboratorio es equivalente a la utilizada en las pruebas de telescopio (7 pixeles = 1 segundo de arco / Ver apéndice A), tenemos ;

ANCHO<sub>ref</sub> = 0.57 segundos de arco.

ANCHO<sub>cpsc</sub> = 2.14 segundos de arco.

ANCHO<sub>cpcc</sub> = 0.85 segundos de arco.

Comparando las imágenes con perturbación / sin control y con perturbación / con control, se tiene que el ancho a media altura de la máxima intensidad en el sentido de la perturbación (eje x) se redujo de 2.14 segundos de arco a 0.85 segundos de arco, lo que representa una mejora del 60.3 %, equivalente a un factor de reducción de 2.52 (Ecuación 4.4).

El cálculo de la integral de la imagen es importante, ya que determina la cantidad de energía contenida en un determinado campo. En este caso, el resultado de la integral para las tres imágenes es :

$I_{xypsc} = 232337$  en la sección de 30 X 30 pixeles.

$I_{spsc} = 4.36924 \times 10^7$ , para todo el campo (512 X 512).

$I_{xycpsc} = 238790$  (30 X 30) ;  $I_{spsc} = 4.32498 \times 10^7$  (512 X 512).

$I_{xycpcc} = 237761$  (30 X 30) ;  $I_{cpcc} = 4.31345 \times 10^7$  (512 X 512).

Al comparar los valores obtenidos en los tres casos, tanto en la ventana de 30 X 30 pixeles, como en el campo total (512 X 512) se nota que son del mismo orden, lo que implica la conservación de la intensidad (energía) en los tres casos. Esto representa una condición que garantiza la validez de las pruebas desde el punto de vista energético.

### IV.5.1.2.- IMÁGENES TRIDIMENSIONALES

Las imágenes en 3D con sus correspondientes contornos se muestran en las Figuras IV.5, IV.6 y IV.7. La acción de compensación del sistema de óptica adaptativa es perceptualmente evidente si se comparan las superficies de las Figuras IV.6 y IV.7. En la primera de éstas, que corresponde a la imagen sin controlador, se aprecia la dispersión de la distribución hasta un valor de 12 píxeles y se forman dos lóbulos predominantes que sobresalen en el contorno de la figura. El controlador difuso incrementa la resolución, eliminando los lóbulos y concentrando la energía.

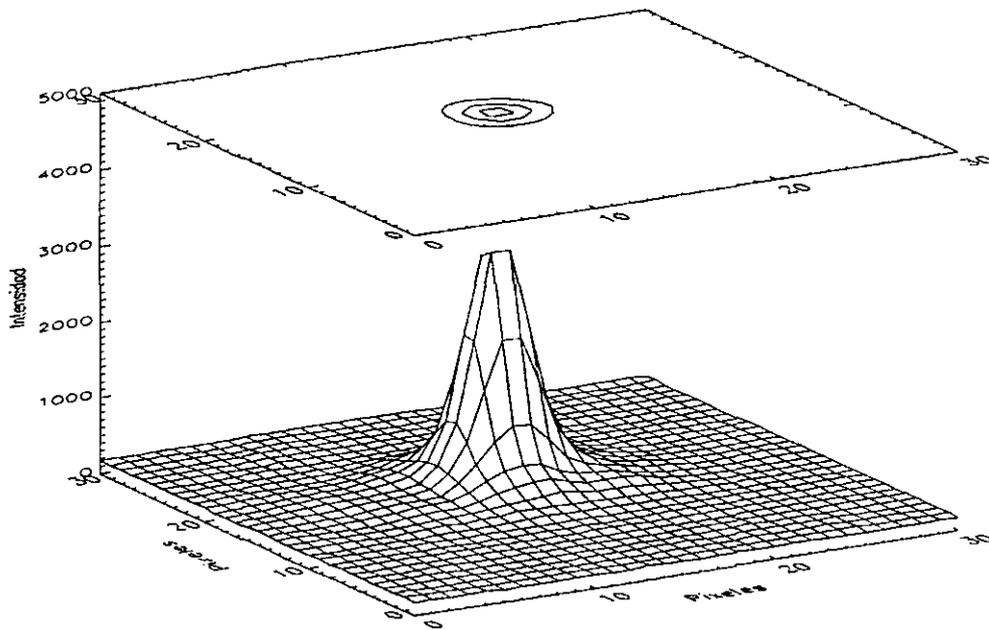


Fig. IV.5.- Representación en 3D de la imagen ideal. Nótese la concentración de energía en el contorno correspondiente.

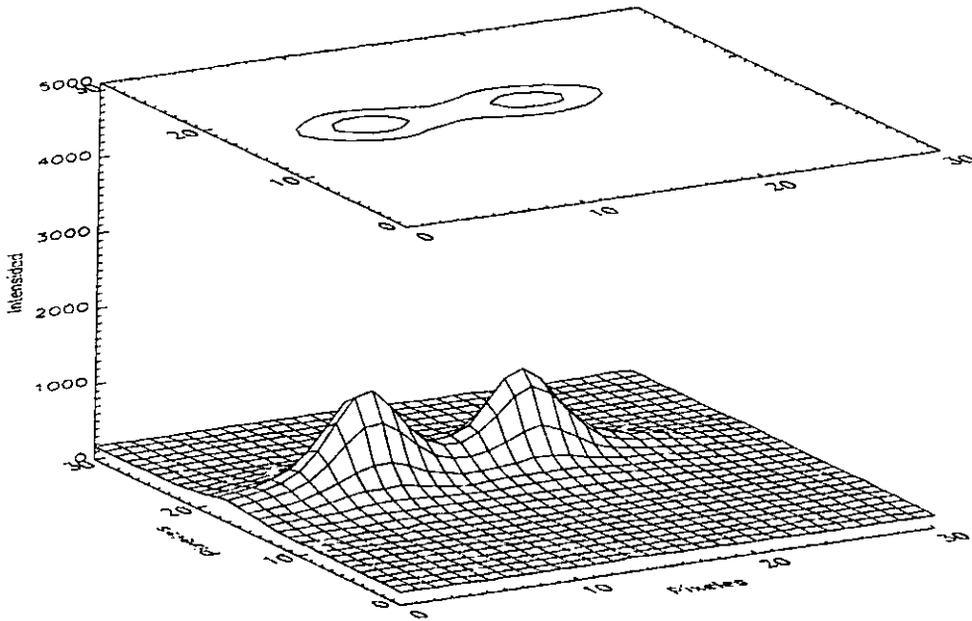


Fig. IV.6.- Representación 3D de la imagen perturbada y no corregida.

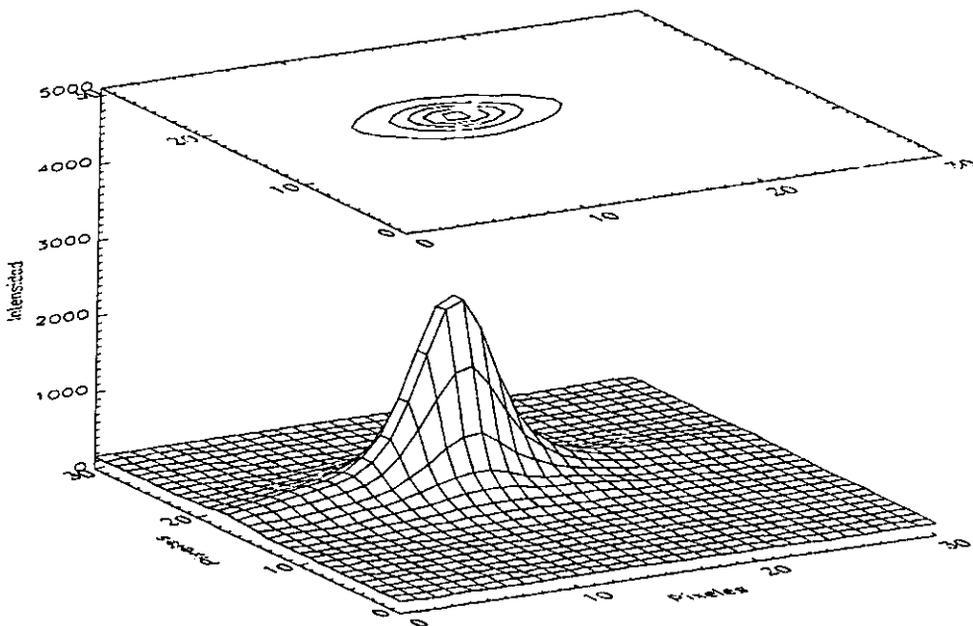


Fig. IV.7.- Representación 3D de la imagen perturbada y CORREGIDA

CAPITULO IV

IV.5.2.- PRUEBA CON PERTURBACIÓN ALEATORIA

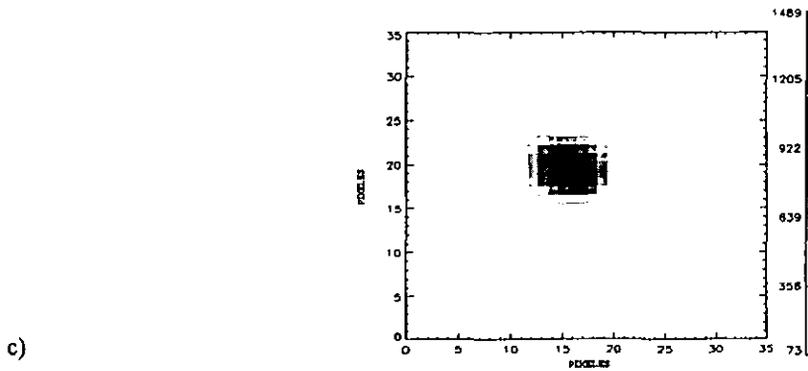
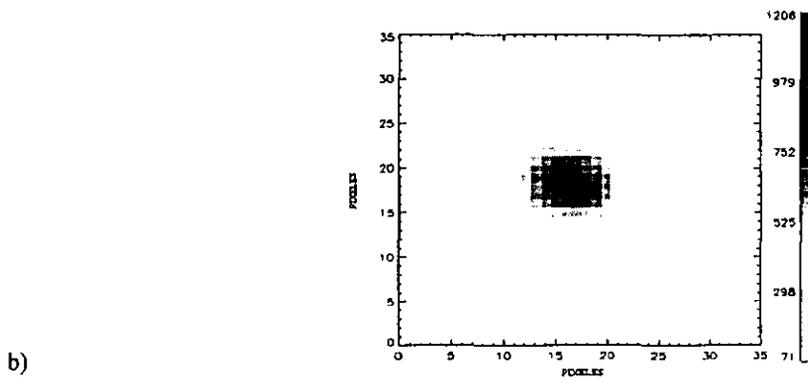
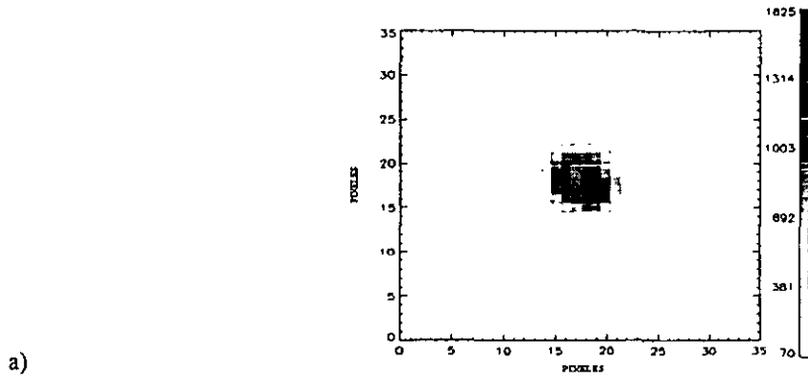


Fig. IV.8.- Imágenes originales adquiridas con la cámara CCD. a) Sin perturbación / Sin control, b) Con perturbación / Sin control, c) Con perturbación / Con control.

Para demostrar el nivel de corrección del controlador difuso se presenta este caso con perturbación aleatoria. Las imágenes correspondientes se muestran en las Figuras IV.8a, IV.8b y IV.8c. En este caso el tiempo de integración también fue de 60 segundos y las ganancias en Strehl encontradas son:

$$S_{spsc} = \frac{1625}{1625} = 1 \quad , \quad (4.8)$$

$$S_{cpsc} = \frac{1206}{1625} = 0.74 \quad , \quad (4.9)$$

$$S_{cpcc} = \frac{1489}{1625} = 0.92 \quad . \quad (4.10)$$

La ganancia en Strehl, en este caso, se incrementó de 0.74 a 0.92, lo que equivale a un factor de ganancia de 1.24.

**IV.5.2.1.- IMÁGENES BIDIMENSIONALES: Función de distribución, determinación del ancho a media altura de la máxima intensidad**

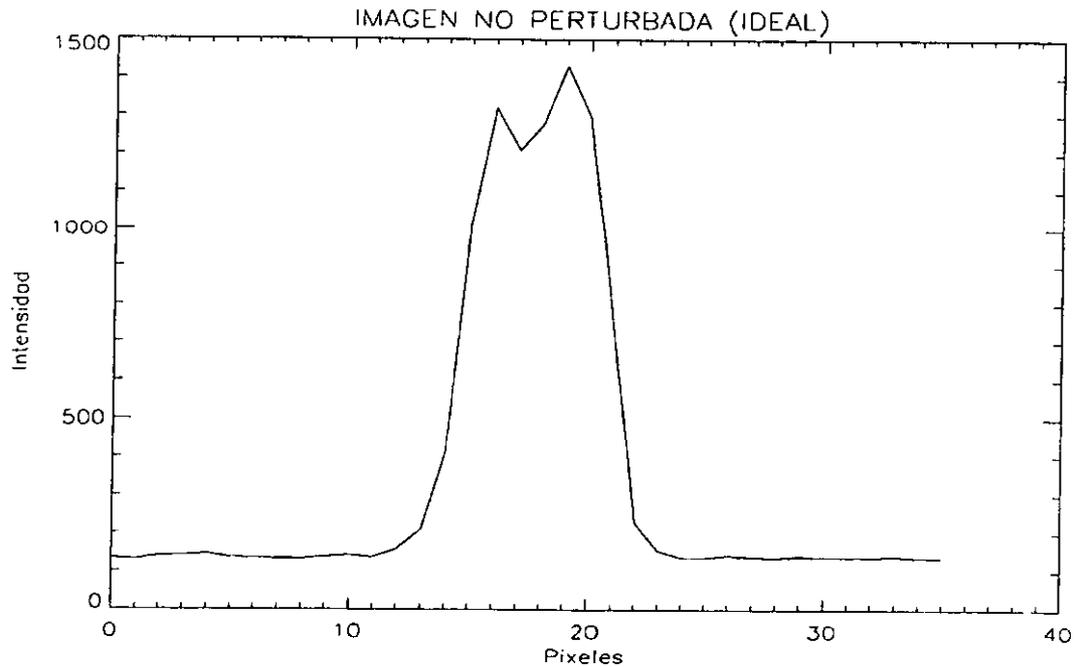


Fig. IV.9.- Perfil de distribución de intensidad de la imagen sin perturbación y sin control.

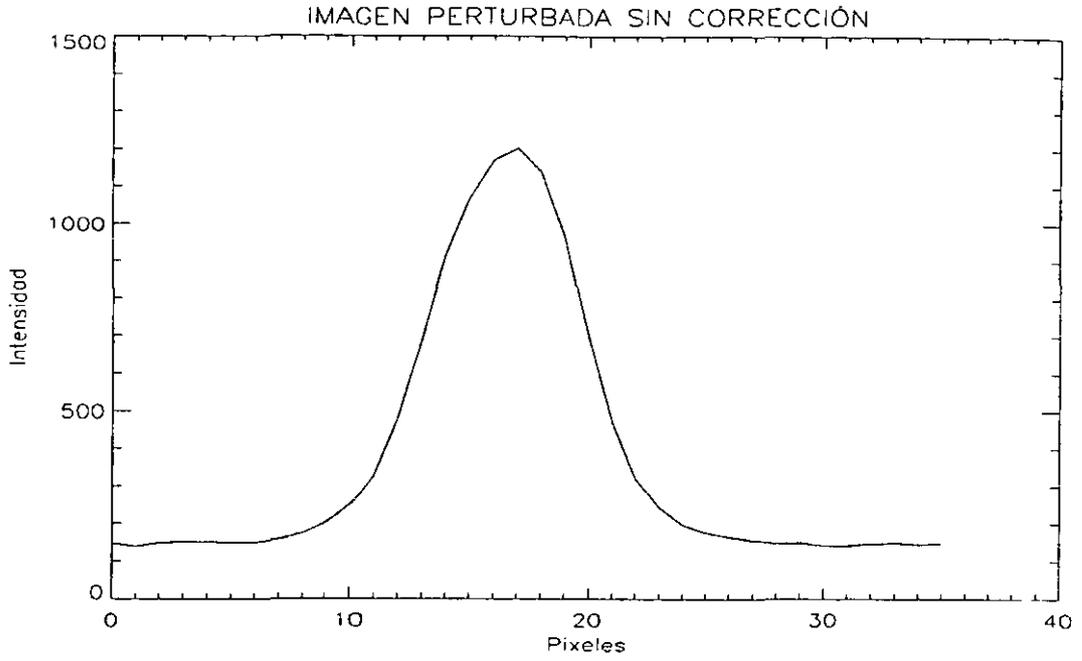


Fig. IV.10.- Perfil de distribución de intensidad de la imagen con perturbación y sin control.

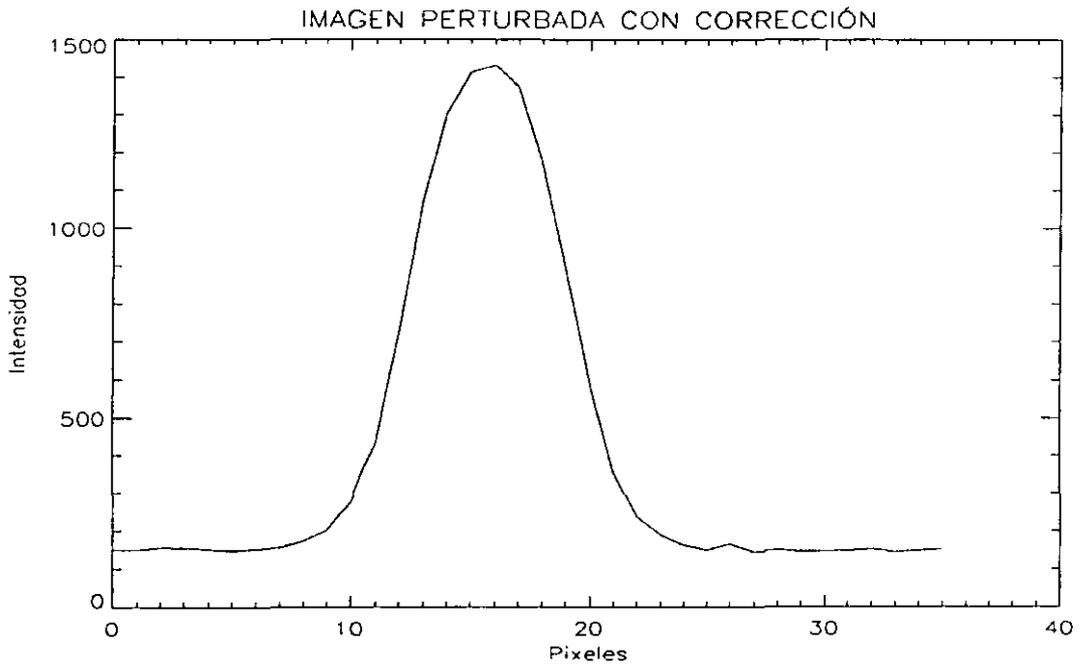


Fig. IV.11.- Perfil de distribución de intensidad del sistema en lazo cerrado.

Los anchos a media altura de la intensidad máxima de las tres imágenes, obtenidos a partir de los perfiles de distribución son :

$ANCHO_{spsc} = 7$  pixeles.

$ANCHO_{cpsc} = 9$  pixeles.

$ANCHO_{cpcc} = 8$  pixeles.

Considerando la escala de píxel (7 pixeles = 1 segundo de arco), tenemos:

$ANCHO_{spsc} = 1$  segundo de arco.

$ANCHO_{cpsc} = 1.29$  segundos de arco.

$ANCHO_{cpcc} = 1.12$  segundos de arco.

La reducción del ancho es de 1.29 a 1.12 segundos de arco, considerando las imágenes con perturbación / sin control y con perturbación / con control.

La integral de las imágenes es :

$I_{xy\text{spsc}} = 225335$  en la sección de  $35 \times 35$  pixeles ;  $I_{spsc} = 3.46737 \times 10^7$ , para todo el campo ( $512 \times 512$ ).

$I_{xy\text{cpsc}} = 238952$  ( $35 \times 35$ ) ;  $I_{cpsc} = 3.66227 \times 10^7$  ( $512 \times 512$ ).

$I_{xy\text{cpcc}} = 254505$  ( $35 \times 35$ ) ;  $I_{cpcc} = 3.80101 \times 10^7$  ( $512 \times 512$ ).

Dado los valores de las integrales se aprecia que en este caso, también está garantizada la conservación de la energía.

#### IV.5.2.2.- IMÁGENES TRIDIMENSIONALES

Las Figuras IV.12, IV.13 y IV.14 muestran las imágenes en 3D con sus correspondientes contornos. La concentración de la intensidad de la imagen corregida (IV.14) resalta si se comparan sus contornos con aquellos de la imagen de referencia (IV.12) y a su vez, con los de la imagen sin corrección (IV.13).

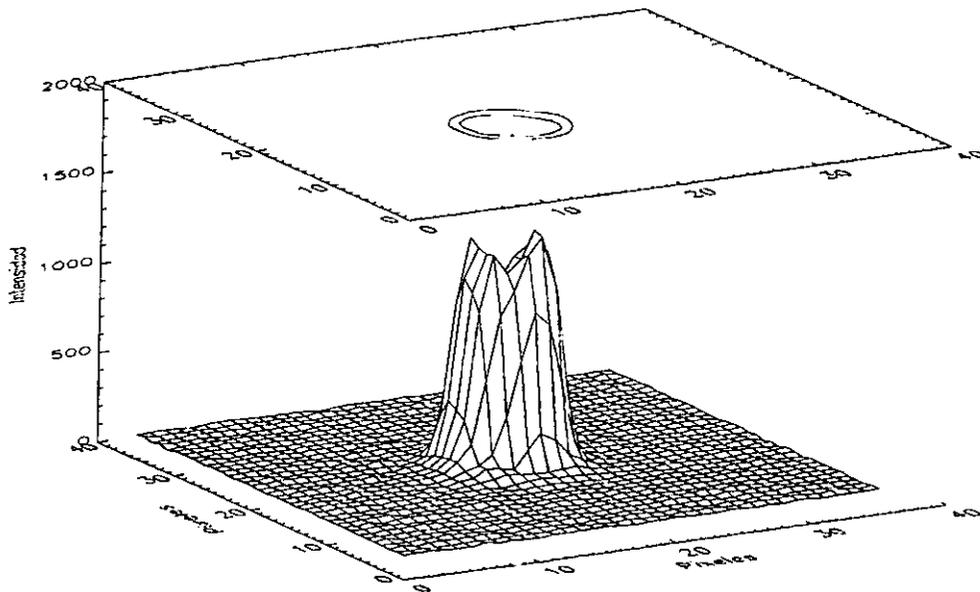


Fig. IV.12.- Representación 3D de la imagen sin perturbación y sin control.

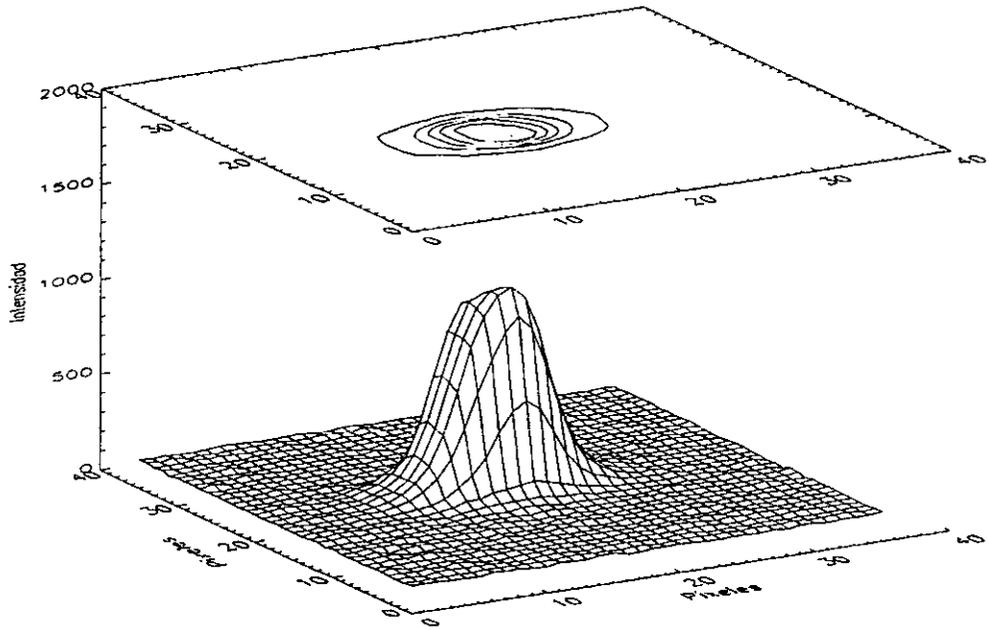


Fig. IV.13.- Representación 3D de la imagen con perturbación / Sin controlador.

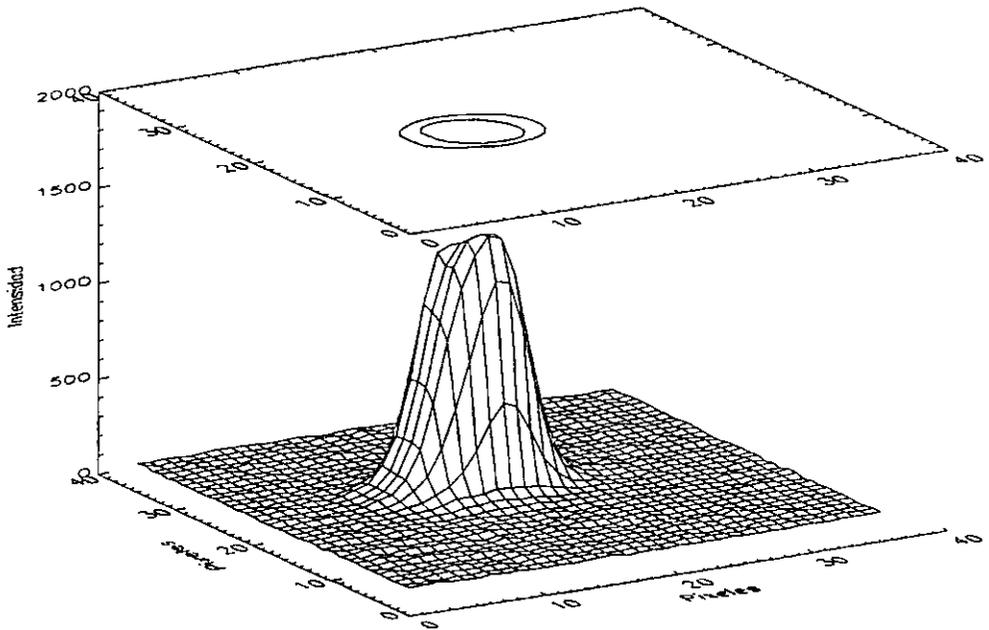


Fig. IV.14.- Representación 3D de la imagen con perturbación / CON controlador.

Después de analizar los resultados de laboratorio, se puede concluir que el rendimiento del sistema con perturbación aleatoria no es tan bueno como aquel obtenido para las perturbaciones determinísticas. Sin embargo, debemos recordar que el espectro en frecuencia de la perturbación aleatoria dominado por la respuesta en frecuencia de la bocina utilizada, está comprendido entre 20 Hz y 16 KHz. Esto implica la posible existencia, en algún momento dado, de frecuencias que estén por encima del ancho de banda del sistema de óptica adaptativa que es de 100 Hz [GAR96]. De esta manera, la corrección para señales con frecuencias por arriba de ese ancho no está garantizada, ya que los actuadores del sistema son incapaces de "seguir" la dinámica de dichas aberraciones.

## REFERENCIAS

### \* LIBROS

[GAR96] GARFIAS, F. Estudio de un sistema de control para óptica adaptativa. Tesis de Licenciatura. Facultad de Ingeniería. UNAM. México D.F., 1996.

[NAT00] NATIONAL INSTRUMENTS HOME PAGE: <http://www.ni.com>

[RES93] RESEARCH SYSTEM INC. IDL Basics. Interactive Data Language. Version 3.5. November 1993.

[RES94] RESEARCH SYSTEM INC. IDL User's Guide. Interactive Data Language. Versión 3.6. April 1994.

[SOT00] SOTELO, P. Desarrollo de un sistema de óptica adaptativa de bajos órdenes para uso astronómico. Tesis de Maestría. División de Estudios de Posgrado. Facultad de ingeniería. UNAM. México D.F., 2000.

**PRUEBAS EN TELESCOPIO**

La primera sesión de pruebas del sistema de óptica adaptativa con el sistema de control difuso en telescopio, tuvo lugar la noche entre el 3 y 4 de Febrero de 1999. El montaje del sistema en la platina del telescopio se puede apreciar en la Figura F.1 del apéndice F. Se realizó la corrida del sistema en lazo cerrado observándose la estrella llamada Arturo (también conocida como Arcturus o  $\alpha$  Bootis), cuya magnitud ( $m_v$ ) es 0.2 y sus coordenadas son:  $\alpha = 14^h 15^m$  y  $\delta = +19^\circ 90'$ . Se observó con un filtro I ( $\lambda = 0.9 \mu m$ ). La frecuencia de muestreo del sistema de control fue, al igual que en el caso de las pruebas de laboratorio, de 5.6 KHz; mientras que la adquisición de datos de centroide, con LabVIEW residente en PC, se realizó a una frecuencia de muestreo ( $f_s$ ) de 30 Hz. Cabe hacer mención, que la totalidad de las figuras obtenidas de los datos de telescopio, fueron procesadas por un algoritmo implementado en el paquete IDL (Interactive Data Language) [RES93, RES94], el cual se presenta en el apéndice G de este trabajo.

**V.1.- MOVIMIENTO DEL CENTROIDE DE LA IMAGEN EN EL PLANO**

Los valores de posición de centroide obtenidos para las coordenadas ( $x, y$ ), en los casos con y sin corrección, se muestran en la Figura V.1. Al comparar las figuras sobrepuestas, se aprecia la concentración mayor en torno al centro de la imagen con corrección (círculo sombreado) en comparación a aquella sin corrección, lo que denota la acción de control efectuada por el compensador difuso. En la Figura se presenta la excursión promedio para el caso con corrección. La señal no corregida ha sido centrada tanto para su presentación como para el análisis posterior, para asegurar que su valor promedio sea cero.

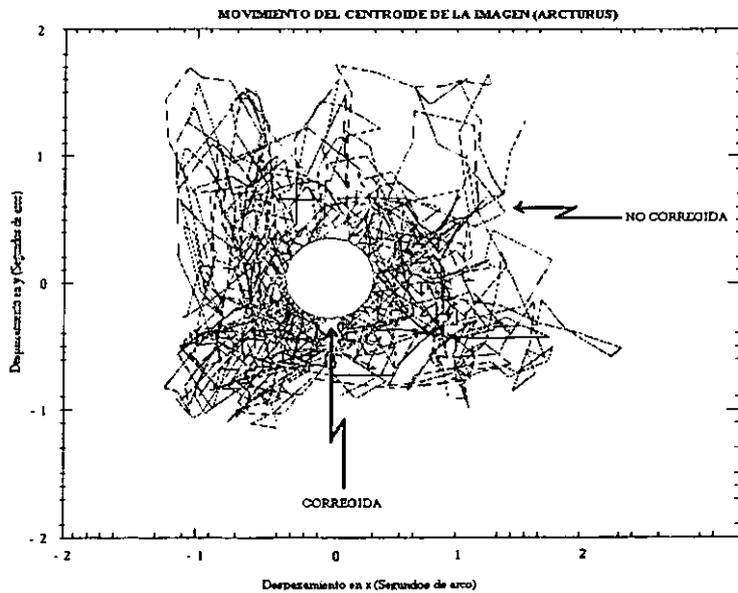


Fig. V.1.- Movimiento del centroide de las imágenes sin y con corrección.

## V.2.- ANÁLISIS DE LAS SEÑALES DEL MOVIMIENTO DE CENTROIDE DE LA IMAGEN

Para validar el uso de la información obtenida, se analizó en principio, la señal no corregida mediante algunos criterios comentados a continuación. La idea central fue garantizar que la cantidad de información adquirida de la estrella es válida para los cálculos realizados en éste capítulo. Las variaciones del centroide fueron adquiridas a una frecuencia de muestreo  $f_s = 30$  Hz, como ya se mencionó, almacenándose un número de 1000 datos en cada archivo. De esta manera, se tiene que los datos abarcan un periodo de tiempo de 33 segundos.

### V.2.1.- CRITERIOS DE VALIDACIÓN DE LAS SEÑALES DEL MOVIMIENTO DE CENTROIDE (ESTRELLA)

A continuación, se mencionan los principales criterios tomados en cuenta para la validación de los datos :

**V.2.1.1.- TEOREMA DE MUESTREO :** Como se recordará, el teorema de muestreo (Nyquist) establece que :

$$f_s \geq 2B \quad , \quad (5.1)$$

donde  $f_s$  es la frecuencia de muestreo y  $B$  es el ancho de banda de la señal en cuestión.

El ancho de banda  $B$  se calcula mediante la siguiente expresión :

$$B = \frac{1}{2h} \quad , \quad (5.2)$$

donde  $h$  es el periodo de muestreo, calculado como el inverso de la frecuencia de muestreo  $f_s$ .

Para nuestro caso tenemos :

$f_s = 30$  Hz, entonces  $h = 1/30$  Hz = 0.03333 segundos.

Sustituyendo en la Ecuación 5.2, tenemos que el ancho de banda de la señal adquirida es :

$B = 15$  Hz , con lo que  $2B = 30 = f_s$ .

Por otra parte, el ancho de banda de frecuencia temporal de las aberraciones tip y tilt es de 10 Hz [BEC93] y la frecuencia de muestreo de adquisición de los datos es 30 Hz . Por lo tanto, el criterio de Nyquist se cumple ya que se adquirió la imagen a una frecuencia tres veces mayor que la frecuencia más alta de la señal de aberración tip-tilt.

**V.1.1.2.- CRITERIO DE RAYLEIGH :** Este criterio establece que el tiempo mínimo de adquisición necesario para poder recuperar la señal original de los datos muestreados, debe cumplir con :

$$T \geq \frac{1}{2B} \quad . \quad (5.3)$$

Aplicando este criterio a la señal del movimiento de centroide adquirida, obtenemos :

$$\frac{1}{2B} = \frac{1}{2(15)} = 0.033 \text{ segundos.}$$

Por lo que :

$T > 0.033$  segundos, ya que  $T = Nh = 1000(0.033) = 33$  segundos.

De esta manera, se demuestra que la cantidad de datos adquiridos es válida para obtener la varianza residual de fase del movimiento de centroide y demás parámetros que permiten evaluar el rendimiento del controlador difuso desde la perspectiva de los mecanismos de evaluación de los sistemas de óptica adaptativa.

Los archivos de datos obtenidos originalmente, contienen los valores de voltaje de cada uno de los cuadrantes del detector para cada muestra . Mediante el algoritmo basado en la expresión del cálculo de centroide (Ver cap. I), se obtuvieron los valores de centroide en los ejes  $x$  ( $Cx$ ) y  $y$  ( $Cy$ ). Para obtener dichos valores en segundos de arco se utilizó la tabla A.1 del apéndice A, considerando que las pruebas del sistema en lazo cerrado se realizaron con un objetivo 2.5X.

En la Figura V.2, se muestra el movimiento de centroide del eje  $x$  para el caso sin control y con controlador difuso, obtenidas con los datos originales de los archivos. La ventana de tiempo limitada a 33 segundos, está determinada por el cálculo de  $T$  realizado antes y dado que la computadora de adquisición ofrecía una cantidad de memoria límite disponible para almacenar datos, lo cual impidió un tiempo de adquisición de datos mayor. Se aprecia un valor considerable de offset en la señal producto de la deriva de voltaje inherente en las señales del detector de cuadrantes, la cual, junto con el efecto histéresis, representa un problema difícil de resolver para controladores lineales de ganancia constante, no así para un controlador difuso que pose características como no linealidad y ganancia variable (Ver Cap. II).

Para considerar la posibilidad de que la estrella estuviera fuera del detector de cuadrantes en instantes de muestreo, se discriminaron los eventos en los que los cuatro valores de voltajes de los cuadrantes fueran inferiores a 2.5 v. Al fijar un valor de offset de 2 v. en los cuadrantes del detector como condición para realizar las pruebas, se garantizó una relación señal a ruido elevada [SOT00]. En términos físicos, el hecho de que los cuatro segmentos del detector tengan un valor inferior al mencionado, implica que la estrella está fuera del campo del detector. Esto, puede deberse a la existencia de un "seeing" extremo que produce un movimiento en el centroide mayor al alcanzado por el objetivo óptico utilizado (2.5X), o a que el sistema de control envía el haz luminoso fuera del intervalo dinámico del detector. Cabe aclarar que, una condición de estrella fuera de campo del detector es considerada por el sistema de control como una situación de error de estado estable cero, puesto que el error de posición producido sería cero. Como se recordará, para valores de intensidad iguales en los cuatro cuadrantes del detector, el valor de centroide obtenido es el mismo. Esta condición evidentemente es indeseable porque limita la eficiencia del control y por ende del sistema de óptica adaptativa.

El modelo de turbulencia de Kolmogorov determina que la turbulencia atmosférica tiene media cero debido a que puede ser considerada como un ente aleatorio y estacionario. De esta manera, se hace necesario centrar en torno a cero los valores del movimiento de la imagen graficados en V.2. La Figura V.3, muestra la señal de movimiento de centroide sin corrección centrada, asegurándose con ello un promedio cero. El centrado de la señal corregida fue mínimo, lo que reafirma el buen nivel de corrección comentado anteriormente.

La señal sin corrección da una idea del efecto de la turbulencia atmosférica en la posición del centroide de la imagen (ver capítulo 1). Por su parte, la señal corregida muestra dos factores de corrección evidentes (Fig. V.3):

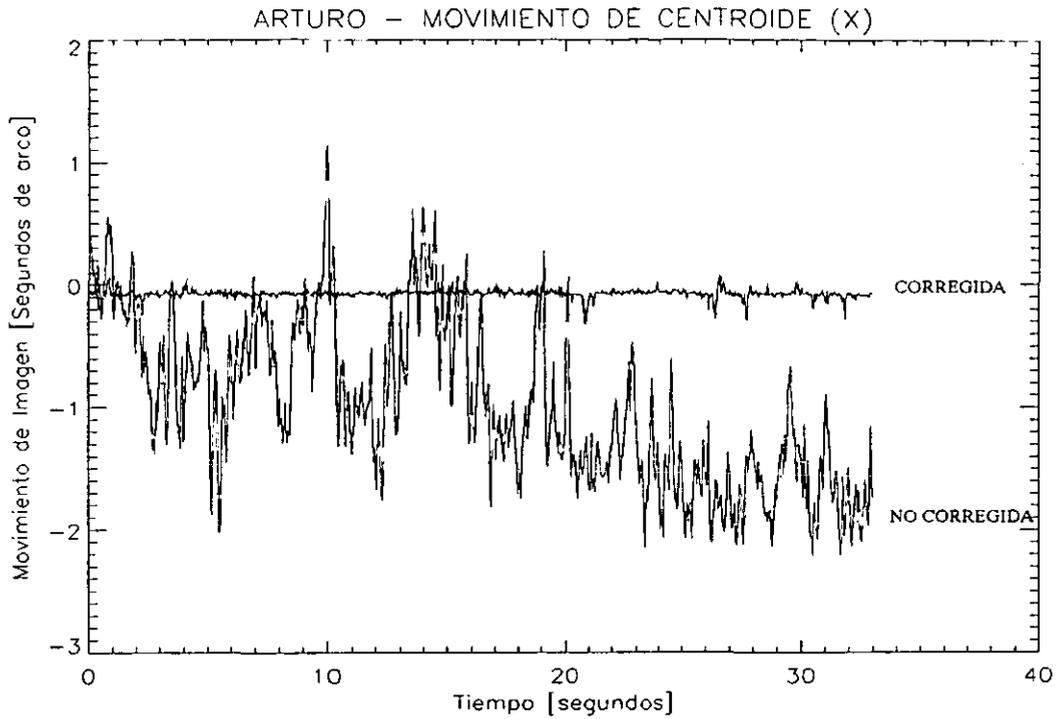


Fig. V.2.- Movimiento de centroide (x) de la estrella Arturo. Señal sin y con corrección. Datos originales.

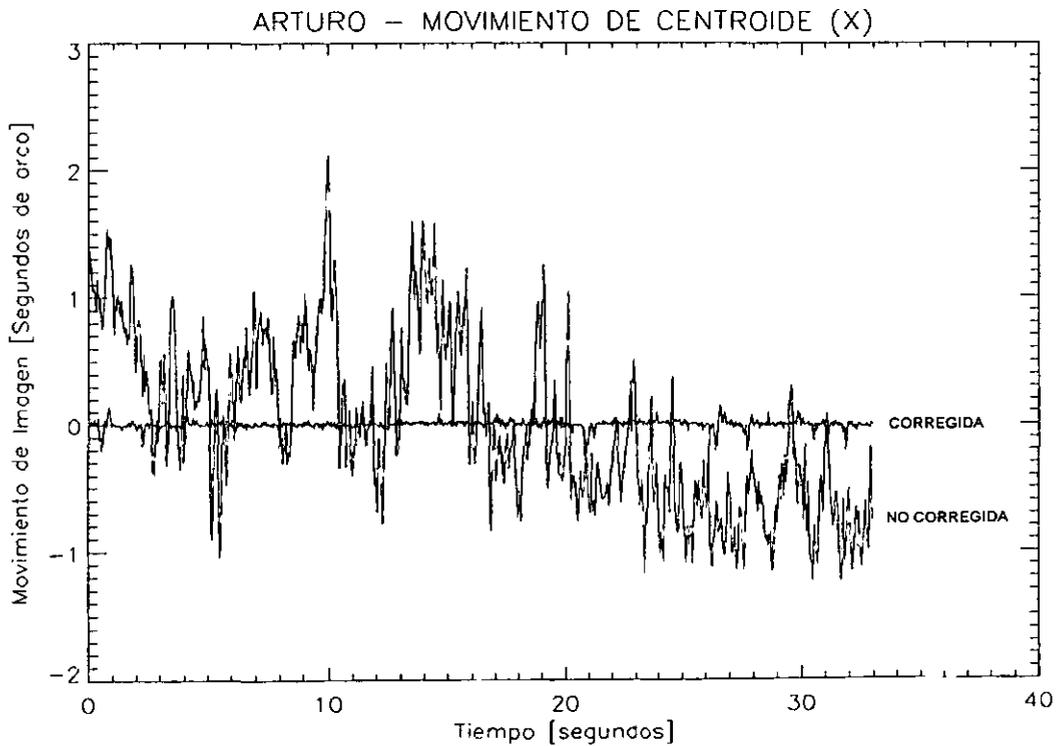


Fig. V.3.- Señales de movimiento de centroide sin y con corrección. Promedio cero: Señal no corregida desplazada.

- a) Eliminación del offset (deriva de voltaje en cuadrantes de detector) apreciable en la señal no corregida (por ejemplo, la región entre 20 y 33 segundos).
- b) La atenuación de la señal corregida en comparación con la no corregida. Donde queda implícita la solución al problema de histéresis inherente de los actuadores piezoeléctricos.

### V.3.- DETERMINACIÓN DEL ESPECTRO DE POTENCIA

Una vez que se han validado las señales obtenidas mediante los criterios antes mencionados y que se a realizado el centrado de las señales, es posible determinar el espectro de potencia de éstas. Dicho espectro permite evaluar parámetros que especifican el comportamiento del centroide y a la vez del sistema. Uno de estos parámetros es la varianza, que se obtiene mediante la integral del espectro de potencia obtenido, a su vez, de la señal del movimiento de centroide. Si se calcula la raíz cuadrada de la varianza se obtiene su correspondiente valor RMS (Ver Cap. I).

Como se recordará, el espectro de potencia de una señal aleatoria tiene una distribución y se puede calcular mediante la siguiente expresión :

$$S(f) = \langle |X(f)|^2 \rangle \quad , \quad (5.4)$$

donde  $X(f)$  es la transformada de Fourier discreta de la señal muestreada y  $\langle \rangle$  indica el valor promedio.

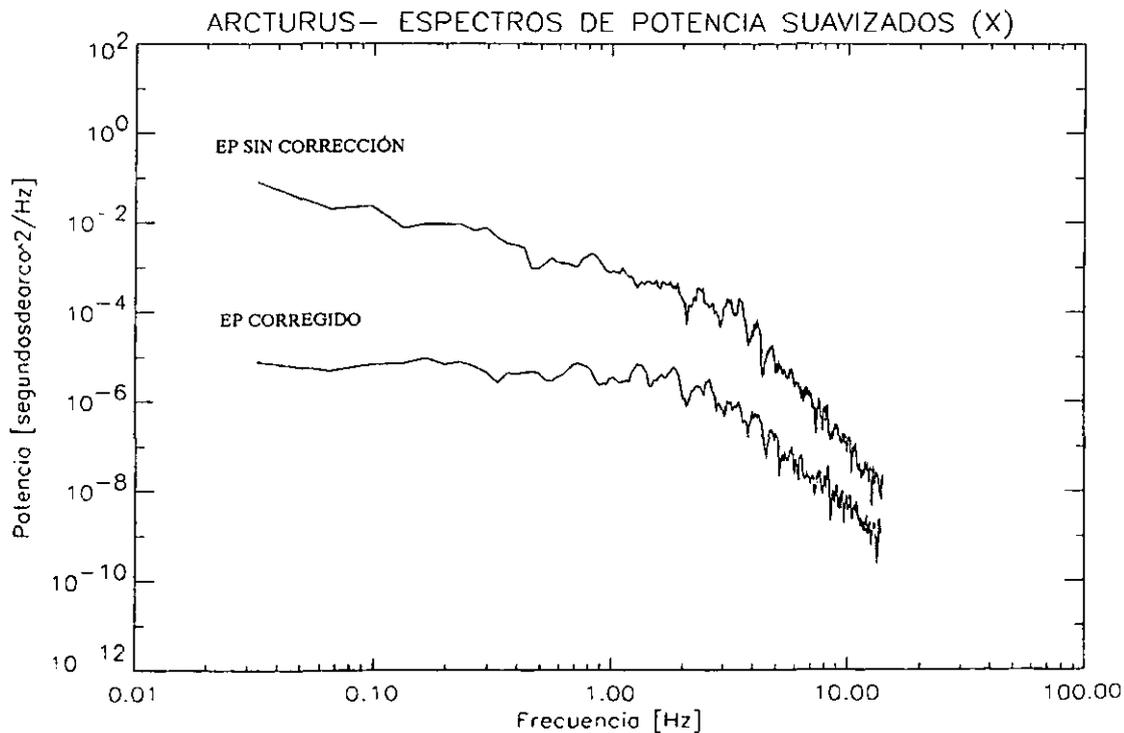
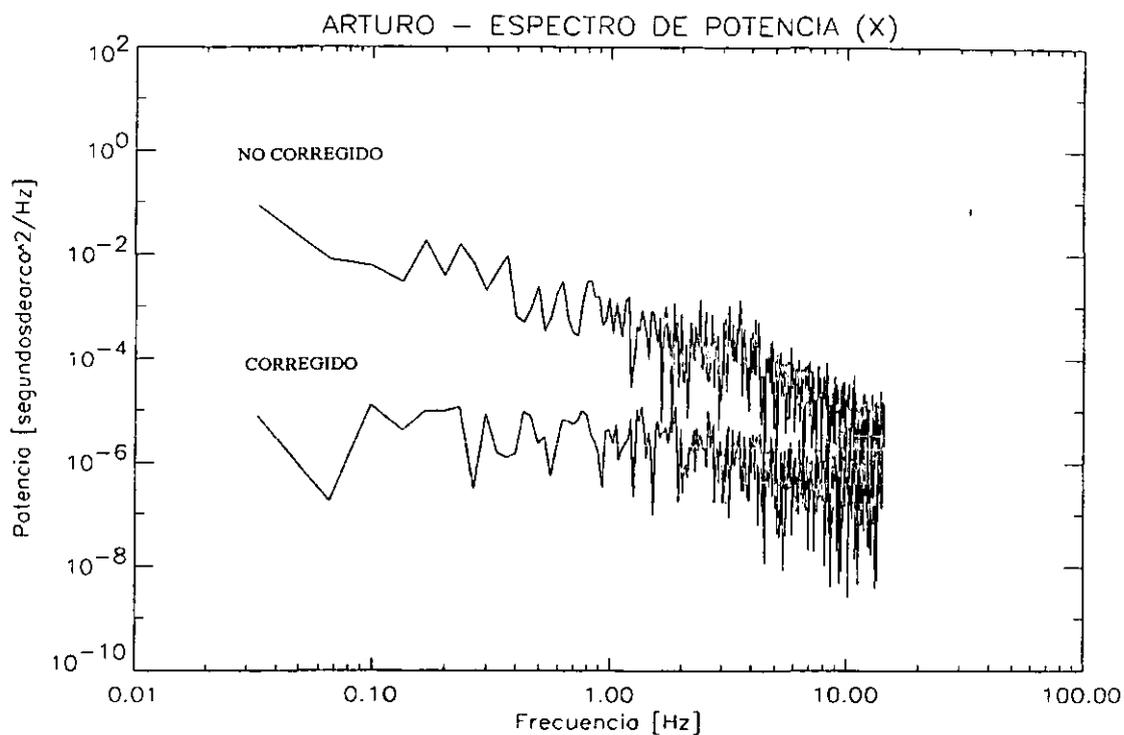
Luego entonces, dada la señal del movimiento de centroide adquirida, se procede a aplicarle una FFT, se obtiene el módulo del resultado y se eleva al cuadrado. En nuestro caso, al realizar lo anterior con el centroide en el eje  $x$ , para los casos con control y sin control mediante un algoritmo en IDL (Interactive Data Language), obteniéndose los espectros de potencia mostrados en la Figura V.4. Como se aprecia, el espectro de potencia corregido es prácticamente plano a bajas frecuencias y se alcanza a percibir una leve deflexión que corresponde a la frecuencia de transición.

En la Figura V.5, también aparecen los espectros de potencia sin y con control del movimiento de centroide pero, en este caso, después de aplicarles un filtro pasa bajas Butterworth de cuarto orden con una frecuencia de corte de 15 Hz y un suavizado para visualizar mejor la tendencia de los espectros. Se observa un factor de atenuación del orden de 1000 a bajas frecuencias (por ejemplo a 0.1 Hz ). Al aumentar la frecuencia, la densidad espectral de potencia de la señal no corregida, cae rápidamente (régimen frecuencial alto) debido a que las aberraciones tipo tip y tilt están comprendidas hasta una frecuencia de 10 Hz (Ver cap. I).

#### V.3.1.- ESPECTRO DE POTENCIA CORREGIDO TEÓRICO

Como se recordará del Capítulo I, el espectro de potencia corregido teórico (EPCT) se calcula mediante la multiplicación de la función de transferencia en lazo cerrado del sistema de óptica adaptativa por el espectro de potencia de la señal no corregida (EPNC), determinado a partir de los datos adquiridos [GRE77]. Esto es :

$$EPCT = EPNC * T(f) \quad . \quad (5.5)$$



La función de transferencia en lazo cerrado está dada por (Ver Cap. I) :

$$T(f) = \frac{\left(\frac{f}{f_{3db}}\right)^2}{1 + \left(\frac{f}{f_{3db}}\right)^2} \quad (5.6)$$

La Figura V.6, presenta el espectro de potencia corregido teórico (EPCT) obtenido con la expresión 5.5 y el espectro de potencia no corregido (EPNC) determinado con los datos de telescopio. Si se compara la Figura V.4 con la V.6, se aprecia la similitud de la distribución espectral de potencia en los casos con corrección. Como puede observarse, la frecuencia de transición es de unos 3 Hz en ambos casos. Si se comparan directamente, el espectro de potencia corregido obtenido con los datos adquiridos en telescopio, con aquel calculado mediante la Ecuación 5.5 (Ver Fig. V.7), se aprecia que la diferencia entre ambos es prácticamente nula. Incluso, el espectro de potencia corregido obtenido con la aplicación del controlador difuso en telescopio, manifiesta una atenuación mayor en el intervalo de frecuencias comprendido entre 1 y 4 Hz.

#### V.4.- ANCHO DE BANDA A 0 dB DEL SISTEMA EN LAZO CERRADO

La intersección de los espectro de potencia sin corrección y el espectro de potencia corregido, determina el ancho de banda a 0 dB del sistema de óptica adaptativa en lazo cerrado. En este caso, por inspección de la Figura V.5, podemos afirmar que el ancho de banda a cero dB del sistema en lazo cerrado es superior a 15 Hz, ya que los espectros de frecuencia no se cruzan en el intervalo graficado. Cabe hacer mención, de que en este caso, una limitante para poder ver dicho cruce y con ello determinar el valor exacto, es que los datos fueron adquiridos a 30 Hz, por lo que el máximo valor observable es de 15 Hz. De cualquier manera, el valor esta muy por arriba de los reportados en algunas publicaciones como [GL197b], donde se obtienen anchos de banda de 3 a 5 Hz, dependiendo de la ganancia del sistema. Para nuestro caso, el ancho de banda a 0 dB tan elevado es consecuencia de la buena regulación del controlador difuso y en particular, de su característica de elemento con ganancia variable.

#### V.5.- CÁLCULO DE LA VELOCIDAD EFECTIVA DEL VIENTO

El espectro de potencia no sólo es importante para evaluar los factores de atenuación entre las correspondientes señales de dos sistemas, sino que en el caso de los sistemas de óptica adaptativa, permite comparar los rendimientos del sistema cuando trabaja sin controlador y cuando lo hace con éste. En el Capítulo I, se analizó el concepto de frecuencia de transición ( $f_t$ ) y su relación con el cálculo de la velocidad efectiva del viento ( $V$ ). En nuestro caso de estudio, observamos que todos los espectros de potencia, antes graficados, tienen una  $f_t$  de aproximadamente 3 Hz. Despejando  $V$  de la Ecuación 1.42 y sustituyendo el valor  $f_t$  determinado, con diámetro efectivo de telescopio ( $D$ ) igual a 0.8 m (Ver apéndice A), tenemos :

$$V \approx \frac{f_t D}{0.24} \quad (5.7)$$

$$V \approx 10 \text{ m/s}$$

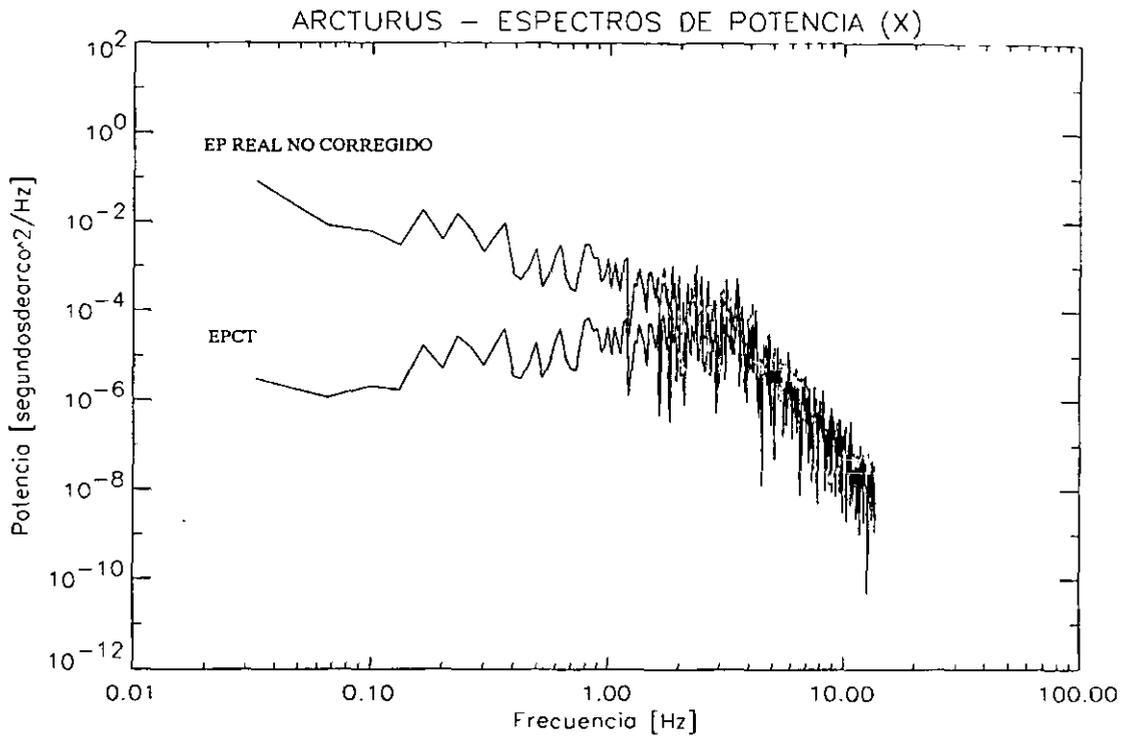


Fig. V.6 - Espectro de potencia no corregido real y corregido teórico obtenido a partir de la función de transferencia en lazo cerrado del sistema de óptica adaptativa.

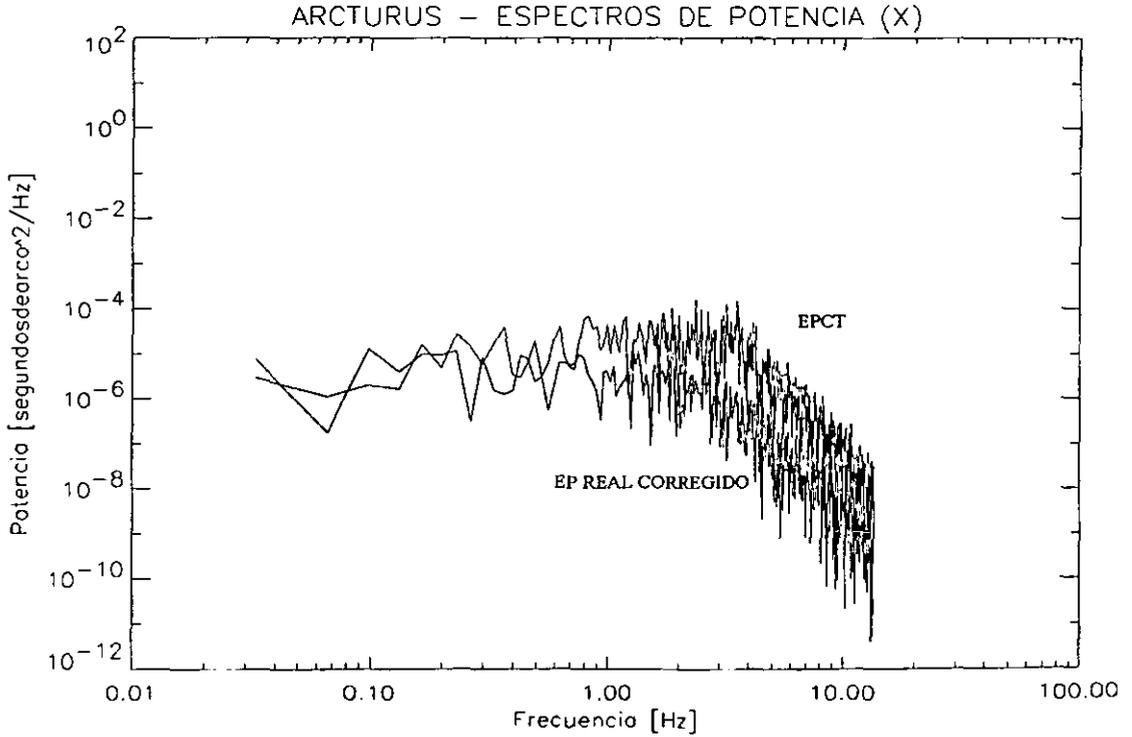


Fig. V.7.- Comparación de espectros de potencia corregidos.

Este valor de velocidad de viento es un valor promedio que mencionan varias obras como valor típico [BEC93]. Este hecho constituye en sí, la demostración de que el espectro de potencia calculado es correcto y por consecuencia es un aval que garantiza la fiabilidad de los datos adquiridos y del procedimiento aplicado a éstos.

#### V.6.- CÁLCULO DEL ANCHO DE BANDA DE SEGUIMIENTO DE LA TURBULENCIA ATMOSFÉRICA

Si para un telescopio de 0.8 metros, la velocidad del viento es de 10 m/s, entonces el ancho de banda de seguimiento de la turbulencia atmosférica requerido es de aproximadamente 20.25 Hz, de acuerdo con la siguiente ecuación [GLI97a]:

$$f_T = 1.62 \left( \frac{V}{D} \right) \quad (5.8)$$

El ancho de banda del sistema en lazo cerrado debe ser, por lo menos, 10 veces menor que la frecuencia de muestreo del movimiento de la imagen ( $f_{smi}$ ), por lo que:  $f_{smi} \approx 202.5$  Hz. La frecuencia de muestreo del controlador difuso es de 5.6 KHz (Ver Cap. III) que es un factor 28 arriba de la frecuencia de muestreo ( $f_{smi}$ ) requerida, por lo que está garantizado el cumplimiento del criterio de Nyquist.

#### V.7.- CÁLCULO DE LA RAZÓN DE STREHL A PARTIR DEL ESPECTRO DE POTENCIA

Como ya se comentó en el capítulo I, la varianza de fase y la varianza del movimiento de la imagen  $(\Delta\theta_{xy})^2$  están relacionadas mediante la siguiente ecuación:

$$(\Delta\phi_{xy})^2 = 2.73 \frac{(\Delta\theta_{xy})^2}{(\lambda/D)^2} \quad [\text{rad}^2] \quad (5.9)$$

La varianza residual promedio del movimiento calculada para los dos ejes es 0.04  $\text{segarc}^2$ , como se aprecia en la Tabla V.1. Utilizando la ecuación anterior, se obtiene una varianza residual de fase  $(\Delta\phi_{xy})^2 = 2.09 \text{ rad}^2$ . Cuando la varianza residual de fase es menor que  $\frac{\pi^2}{4}$  entonces la razón de Strehl (S) puede aproximarse mediante:

$$S = e^{-[(\Delta\phi_{xy})^2]} \quad (5.10)$$

Dado que en este caso se cumple la restricción, obtenemos la razón de Strehl con corrección siguiente:

$$S_{cc} = 0.10311$$

Por medio del valor de Strehl encontrado, podemos determinar la relación D/ro utilizando la gráfica de la Figura V.8. Para un valor S de 0.1 aproximado y haciendo uso de la curva para seguimiento de centroide, obtenemos  $(D/r_o) = 5.5$ .

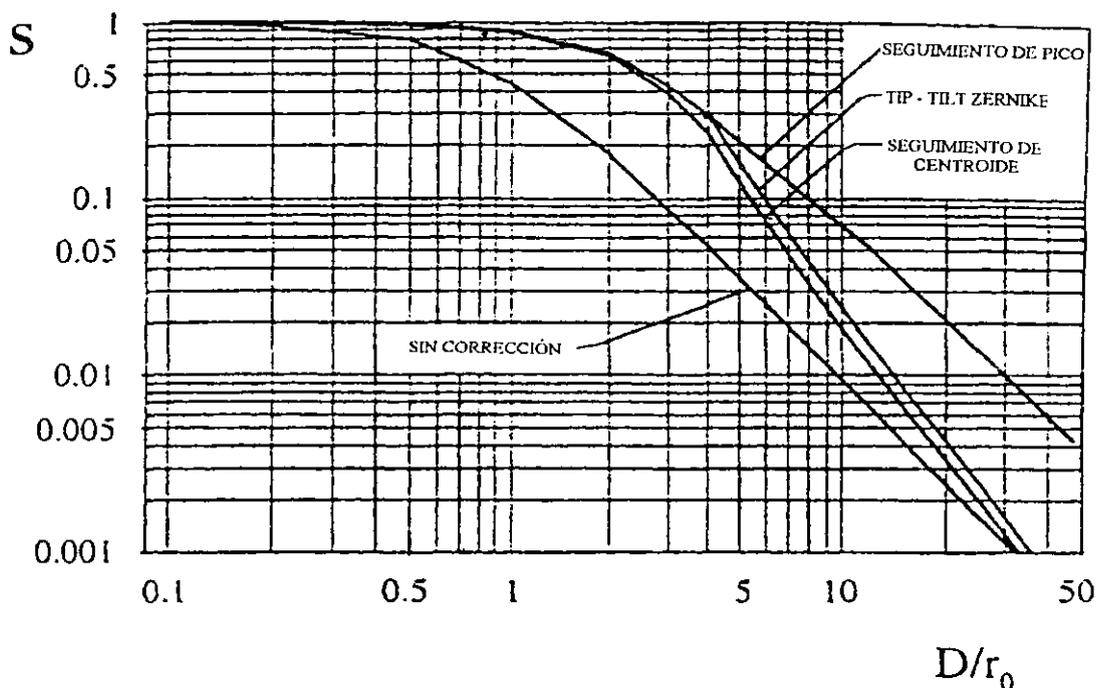


Fig. V.8.- Curvas para obtener S en función de la relación D/r0 (Gráfica tomada de [GL197a]).

Para el caso de la señal obtenida sin control, no es posible utilizar el criterio anterior, dado que la varianza residual de fase es mucho mayor que  $\frac{\pi^2}{4}$ , como se demuestra en el cálculo realizado a continuación :

La varianza promedio del movimiento de centroide sin corrección es de 0.387  $\text{segarc}^2$ , que equivale a  $9.34 \times 10^{-12} \text{ rad}^2$ .

Sustituyendo en la Ecuación 5.9, se obtiene :

$$\left(\Delta\phi_{xy}\right)^2 = 20.15 \text{ rad}^2 .$$

En este caso, se obtiene el seeing ( $\epsilon_{FWHM}$ ) del perfil de distribución de la imagen no corregida. A su vez, este parámetro permite determinar el valor de Strehl que se compara con el obtenido para el caso corregido. El perfil de distribución de la imagen sin corrección se muestra en la Figura V.9. El valor de ancho total a media altura (seeing) es de 9 pixeles, equivalentes a 1.3 segundos de arco según la escala de pixel (ver apéndice A).

Con el valor obtenido de seeing ( $\epsilon_{FWHM}$ ), se determina el parámetro de Fried ( $r_0$ ), mediante la siguiente ecuación :

$$r_0 = \frac{\lambda}{\epsilon_{FWHM}} \quad , \quad (5.11)$$

Considerando la equivalencia entre segundos de arco y radianes dada en el apéndice A y sustituyendo valores, obtenemos :

$$r_o = \frac{0.9e-6}{6.3e-6} [m / rad] = 0.143 \text{ m} ,$$

Entonces :

$$\frac{D}{r_o} = \frac{0.8}{0.143} \approx 5.5 . \tag{5.12}$$

De la gráfica en la Figura V. 8 , considerando la relación  $D/r_o$  obtenida y la curva sin corrección, se obtiene la correspondiente razón de Strehl :

$$S_{sc} \approx 0.03 ,$$

por lo tanto, la ganancia en Strehl es :

$$\frac{S_{cc}}{S_{sc}} = \frac{0.1}{0.03} = 3.3 . \tag{5.13}$$

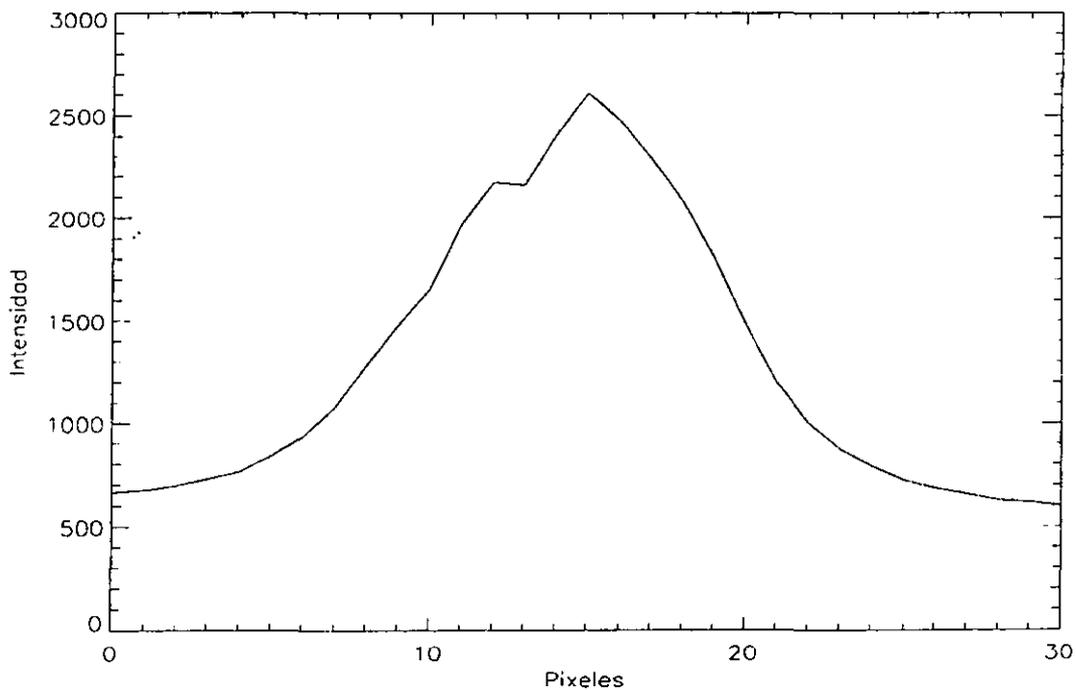
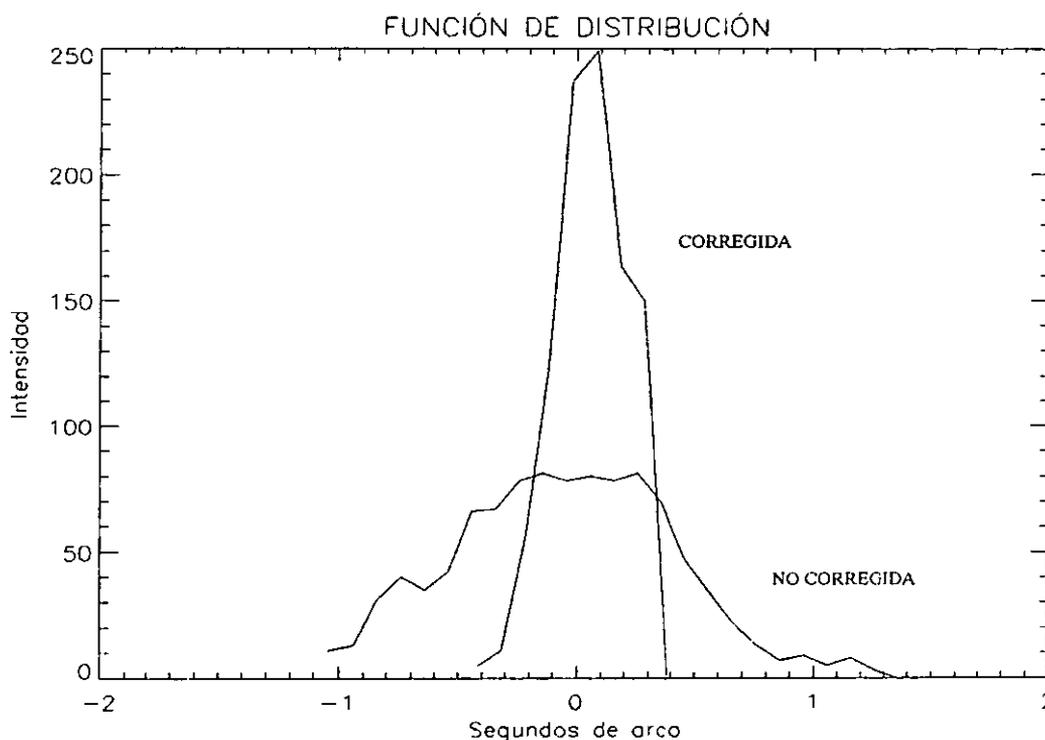


Fig. V.9.- Perfil de distribución de intensidad de la imagen sin corrección de la estrella Arcturus.

Este valor de ganancia en Strehl representa una buena corrección como puede apreciarse en la gráfica de la Figura I.5, donde se determina que, para un sistema tip - tilt, la máxima ganancia de Strehl admisible es de alrededor de 4. El efecto de corrección es mayor si tomamos en cuenta que nuestro sistema es del tipo de *seguimiento de centroide*, por lo que tiene un menor rendimiento, como se explicó en el Capítulo I.

**V.8.- DISTRIBUCIÓN DE INTENSIDAD LUMINOSA**

Es posible determinar la distribución de intensidad luminosa en cada eje mediante la función del movimiento de centroide. Dado que se tienen los valores tanto para la señal no corregida como para la corregida, es posible determinar dicha distribución mediante una *función de distribución* (histograma). La Figura V.10 muestra la diferencia en la distribución de la señal sin y con corrección. Puede apreciarse el incremento en la concentración de la intensidad por efecto de la acción de control. La altura máxima de la señal corregida es de 260 aproximadamente, mientras que la de la no corregida es de 80. Por tanto, la ganancia en Strehl es de 3.25. El ancho total a media altura se reduce de 1.3 segundos de arco para el caso sin corrección a 0.42 segundos de arco cuando corrige el controlador difuso, lo que representa un factor de reducción (mejora) en FWHM de 3.1. Estos valores de ganancia en Strehl y FWHM muestran claramente el buen rendimiento del controlador difuso y son importantes porque, comparados con los obtenidos mediante el análisis de la varianza residual de fase, son prácticamente iguales, lo que valida los datos y corrobora la exactitud de los métodos utilizados.



*Fig. V.10.- Perfiles de distribución para los casos sin y con corrección.*

Como se aprecia, el valor de Strehl determinado mediante la función de distribución es prácticamente el mismo que el teórico encontrado mediante la gráfica de la Figura V.8 y calculado en la Ecuación 5.13.

**V.9.- CÁLCULO DEL ESPECTRO DE POTENCIA SIN CORRECCIÓN BASADO EN LOS PARÁMETROS ÓPTICOS DETERMINADOS**

Una vez que se han justificado los parámetros ópticos determinados por el análisis de señales y la imagen sin corrección, es posible obtener el espectro de potencia teórico ideal sin corrección mediante estos,

con la finalidad de corroborar, una vez más, que tanto el procedimiento utilizado como los datos son correctos. En la Figura V.11, se muestra el espectro de potencia del movimiento de centroide sin corrección obtenidos a partir de las siguientes ecuaciones (Ver Cap. I) y de los valores de seeing, velocidad efectiva del viento (V) y parámetro de Fried ( $r_o$ ) obtenidos :

$$P_{f\ baja} = 0.096 \left( \frac{r_o}{V} \right)^{1/3} \left( \frac{\lambda}{r_o} \right)^2 f^{-2/3} \left[ \frac{\text{segarc}^2}{\text{Hz.}} \right], \quad (5.14)$$

$$P_{f\ alta} = 0.0013 \left( \frac{D}{V} \right)^{-8/3} \left( \frac{\lambda}{r_o} \right)^2 \left( \frac{D}{r_o} \right)^{-1/3} f^{-11/3} \left[ \frac{\text{segarc}^2}{\text{Hz.}} \right], \quad (5.15)$$

donde:

V : Es la velocidad efectiva del viento.

$\frac{\lambda}{r_o}$  : Es el seeing en segundos de arco.

En este caso, tenemos los siguientes valores :

$$V = 10 \text{ m/s.}$$

$$\frac{\lambda}{r_o} = 1.3 \text{ segarc.}$$

$$D = 0.8 \text{ m.}$$

$$r_o = 0.145 \text{ m.}$$

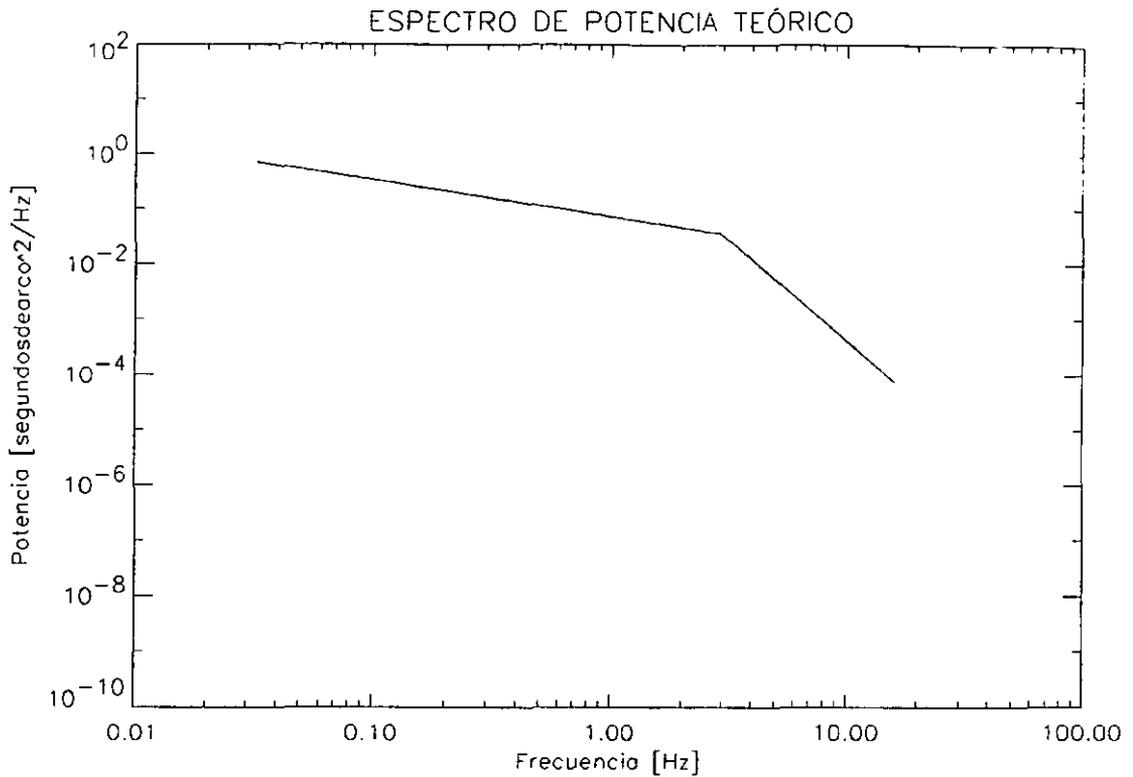


Fig.V.11. - Espectro de potencia teórico ideal sin corrección.

Al observar la Figura V.11, se aprecia que la frecuencia de transición es de 3 Hz, que es exactamente el valor encontrado para este parámetro cuando se determinó el espectro de potencia con la señal de movimiento de centroide y cuando se determinó éste mediante la función de transferencia en lazo cerrado. Tanto a bajas como a altas frecuencias, el espectro de potencia del movimiento del centroide sin corrección (Ver Fig. V.4) tiene la misma tendencia que el espectro de potencia teórico sin corrección ideal (Ver Fig. V.11). Este hecho es concluyente, ya que valida el método utilizado para evaluar el rendimiento del sistema de óptica adaptativa en lazo cerrado con controlador difuso.

En la Tabla V.1, se encuentran los parámetros de mayor relevancia calculados a partir de los datos obtenidos en telescopio. Como punto de referencia, se comparan los valores de varianza de movimiento de centroide en segundos de arco RMS obtenidos, con los reportados por Glindemann en [GLI97b]. El valor de seeing reportado en el caso de las pruebas del sistema de éste autor fue de 0.76 segundos de arco, mientras que en nuestro caso el valor de seeing fue de 1.3 segundos de arco, lo que representa casi un 72 % más (+0.54 segarc).

Tabla V 1 - Datos obtenidos con los valores de movimiento de centroide de la estrella Arcturus. Los resultados se obtuvieron con un algoritmo elaborado en IDL [RES93, RES94].

	EJE X		EJE Y	
	SIN CORRECCIÓN	CORREGIDO	SIN CORRECCIÓN	CORREGIDO
Varianza de movimiento de centroide [segarc <sup>2</sup> ]	0.408	0.000706829	0.365	0.0801
Varianza de movimiento de centroide [segarc RMS]	0.639 [GLI97b] : 0.154	0.026 [GLI97b] :0.034	0.604 [GLI97b] :0.207	0.283 [GLI97b] :0.035
Movimiento de centroide promedio sin control [segarc <sup>2</sup> ]	0.386868			
Movimiento de centroide promedio con control [segarc <sup>2</sup> ]	0.0404141			
Movimiento de centroide promedio sin control [segarc RMS]	0.62174			
Movimiento de centroide promedio con control [segarc RMS]	0.154822			

## REFERENCIAS

### \* LIBROS :

- [BEA79] BEAUCHAMP, K. Digital methods for signal analysis. George Allen & Unwin LTD, University Press, Cambridge, Great Britain. 1979. 315 pp.
- [BEC93] BECKERS, J. Adaptive Optics for Astronomy: Principles, Performance and Applications. Annu. Rev. Astrophys. 1993. 13-62 pages.
- [BLA58] BLACKMAN, R. [and] TUKEY, J. The measurement of power spectra. From the point of view of communications Engineering. Dover publication Inc. NY, USA 1958.
- [RES93] RESEARCH SYSTEM INC. IDL Basics. Interactive Data Language. Version 3.5. November 1993.
- [RES94] RESEARCH SYSTEM INC. IDL User's Guide. Interactive Data Language. Version 3.6. April 1994.

### \* ARTÍCULOS :

- [BER69] BERGLAND, G. "*A guided tour of the fast Fourier transform*". In : IEEE Spectrum, Vol. 6, July 1969, pp. 41-52.
- [GLI97a] GLINDEMANN, A. "*Relevant parameters for Tip-Tilt systems on large telescopes*". In : Astronomical Society of the Pacific. 109, June 1997, pp. 682-687.
- [GLI97b] GLINDEMANN, A.. "*CHARM : A Tip-Tilt tertiary system for the Calar Alto 3.5-m Telescope*". In : Astronomical Society of the Pacific. 109, June 1997, pp. 688-696.
- [GRE77] GREENWOOD, D. "*Bandwidth specifications for adaptive optics systems*". In : Optical Society of America. Vol. 67. March 1977, pp. 390-393.

## CONCLUSIONES

Los sistemas de óptica adaptativa aplicados en Astronomía observacional, han tenido un gran auge y desarrollo en el último lustro (por ejemplo: Telescopios Gemini, COME-ON+Adonis [European Southern Observatory] y PUEO [Canada-France-Hawaii Telescope] ). La notoria mejoría en resolución espacial de las imágenes adquiridas con telescopios terrestres equipados con sistemas de este tipo, ha sido la motivación para avanzar en la investigación y desarrollo de sistemas de óptica adaptativa y nuevas técnicas asociadas.

Los sistemas tip - tilt, tienen como objetivo principal, el fijar la imagen y son importantes porque cerca del 87 % de la energía que posee la turbulencia atmosférica está contenida en los Zernikes de este tipo, cuando se utilizan telescopios pequeños. Entre los múltiples factores que impiden lograr un sistema de óptica adaptativa tipo tip - tilt de buen rendimiento, destacan los niveles de precisión requeridos, la sensibilidad de los detectores utilizados y la naturaleza misma de la turbulencia atmosférica. Ciertamente, todas estas características y otras deben ser evaluadas y corregidas de manera adecuada por el sistema de control.

Después de incursionar en el estado de arte de la óptica adaptativa, se llega a la conclusión de que son contadas las publicaciones que consideran como relevante el rendimiento del sistema de control y su cualidad de factor determinante en el rendimiento global del sistema de óptica adaptativa. Por lo general, se considera al controlador como un sistema ideal cuya característica distintiva es un retraso de tiempo puro. Sin embargo, sabemos que los controladores no son ideales y presentan, además de retraso de tiempo inherente, otros problemas como la carencia de robustez ante cambios bruscos de entrada y márgenes de estabilidad bajos, que dependen de la naturaleza misma de éste y de aquella del proceso a controlar.

En un sistema de óptica adaptativa, las perturbaciones son aleatorias y dado el régimen frecuencial de la turbulencia atmosférica, el tiempo de retraso del controlador debe tender a cero para no contribuir a la disminución del ancho de banda total del sistema. Para poder seguir adecuadamente la dinámica temporal de la turbulencia atmosférica, es necesario que, idealmente, el ancho de banda del sistema de óptica adaptativa sea infinito. El controlador difuso es considerado como un elemento de transferencia estática, lo cual implica que no contiene, en sí, una componente temporal y por ello está garantizado que su efecto en el sistema sea el de un retraso de tiempo puro. Esto es un aspecto a considerar porque la mayor parte de los estudios sobre sistemas de óptica adaptativa están basados en la idea de que el controlador del sistema es un retraso de tiempo puro, pero incluyen controladores como el integral, que no pueden ser considerados de esta forma. En nuestro caso, se obtuvo un controlador difuso embebido con un retraso de tiempo de 180  $\mu$ s, lo cual representa un ancho de banda de 5.6 KHz. Luego entonces, la limitante en la respuesta frecuencial del sistema corresponde a los elementos con polos dominantes, que en este caso son los actuadores piezoeléctricos, cuyo ancho de banda es de aproximadamente 100 Hz.

Generalmente, se supone que el sistema de óptica adaptativa es lineal, pero en realidad se sabe que los actuadores piezoeléctricos no lo son, ya que poseen histéresis, que como se recordará, es una de las no linealidades más comunes en actuadores de este tipo. En el caso de los piezoeléctricos del sistema de óptica adaptativa LOLA, se suponía que el subsistema de control llamado Physik Instrument debería eliminar dicha no linealidad, sin embargo, de acuerdo con las pruebas de lazo abierto que se hicieron, el sistema sí presentó histéresis. Un controlador lineal es incapaz de eliminar este efecto indeseable en los intervalos de operación en que funcionan los sistemas de óptica adaptativa. Un controlador difuso es no lineal y es capaz de eliminar el efecto de histéresis y los problemas de ruido asociados con los detectores utilizados en la etapa de retroalimentación del sistema. De hecho, la distribución de posibilidades existente en los universos de discurso del controlador difuso, es un elemento que garantiza la atenuación de ruido inherente en el detector de cuadrantes del sistema de óptica adaptativa. Además, como el controlador difuso es de ganancia variable, es capaz de adaptarse a las variaciones bruscas del movimiento de centroide, realizando un seguimiento de la dinámica de la turbulencia atmosférica.

## CONCLUSIONES Y PERSPECTIVAS

Un controlador difuso se considera como un elemento de transferencia estática que realiza un "mapeo" entrada - salida. Esto representa una función que relaciona todas las variables de entrada con las salidas del controlador. La característica más importante de este "mapeo" es la de poder ser lineal o no lineal, de acuerdo con las condiciones y el tipo de sistema a controlar. La característica de aproximador universal de funciones del controlador difuso le permite seguir cualquier perturbación. Lo anterior es sumamente importante ya que, como sabemos, el objetivo principal del controlador en un sistema en lazo cerrado es el eliminar la función de error, producida por las perturbaciones externas e internas del sistema. De tal manera que, si se determina dicha función con cierta aproximación requerida (la cual depende del sistema de sensado, básicamente), es posible realizar una corrección óptima, reproduciendo la función contraria mediante la adecuada selección de los parámetros del controlador difuso, lo que representa para fines prácticos, el mecanismo de sintonización.

La sintonización de sistemas de control difuso, por lo general se realiza mediante el método sistemático de ensayos, el cual carece de formalidad aunque, en términos generales, produce buenos resultados. En nuestro caso, para la sintonización del controlador difuso, requerimos de una técnica con mayor grado de formalidad denominada sustitución lingüística. Un controlador difuso está compuesto de entes de carácter algebraico y lingüístico. La definición de la parte lingüística en términos algebraicos es muy compleja, por lo que es imposible establecer un modelo algebraico total de los sistemas de éste tipo.

Como puede apreciarse en los resultados de las pruebas de laboratorio y telescopio, el controlador difuso tiene un excelente rendimiento en la corrección de los términos tip y tilt de las aberraciones producidas por la turbulencia atmosférica. Para el caso de las pruebas de laboratorio, la concentración de intensidad luminosa obtenida en las imágenes corregidas en comparación con aquella de las adquiridas sin controlador, es muestra clara de lo anterior. En el caso con perturbación determinística, la ganancia en factor de Strehl fue de 2.4, mientras que la reducción en el ancho a media altura en la dirección de la perturbación fue de 2.1. Para los casos, donde se utilizaron señales de perturbación aleatorias, el efecto visual de mejora no es tan evidente, pero la ganancia en factor de Strehl fue de 1.8 y la reducción del ancho de 1.3.

Las pruebas de telescopio, por su parte, representaron la prueba real del sistema en lazo cerrado con el controlador difuso. En los datos obtenidos, no sólo se observa la buena regulación del sistema sino también el comportamiento real de éste y el de la turbulencia atmosférica. La ganancia en Strehl obtenida fue de 2.3, mientras que la reducción de seeing fue de 1.6. Los datos obtenidos del movimiento de centroide permiten evaluar el comportamiento de la atmósfera e incluso permitieron determinar el seeing existente en el momento de las pruebas. Los espectros de potencia para los casos con y sin corrección obtenidos con dichos datos poseen la tendencia típica que presentan los movimiento de centroide preestablecidos por la teoría (Greenwood). Éste es el primer aspecto que valida la técnica de muestreo utilizada (implementada en Labview), la información adquirida y el procesamiento de ésta, lo que sin duda representa una base para poder realizar instrumentos virtuales astronómicos que determinen, en tiempo real y en forma automática, parámetros tales como el seeing, la varianza residual del movimiento de centroide, la varianza residual de fase, etc. Esto implica una automatización que permitirá tener sistemas de óptica adaptativa más eficientes y con mayor índice de interactividad, ya que podrán realizarse pruebas en telescopio, donde se observe el comportamiento *in situ* de los parámetros mencionados.

Uno de los aspectos nodales para el cálculo de la relación  $D/\rho$  fue la determinación de la razón de Strehl en función del valor obtenido de varianza residual de fase. Esto permite afirmar, que el "eslabón" entre los parámetros ópticos y los eléctricos del sistema, es precisamente ésta varianza, que como se recordará, se obtiene a partir de la varianza de movimiento del centroide de la imagen, determinada a su vez, por la evaluación del espectro de potencia de la variación de posición en el detector de cuadrantes. La coincidencia en el valor de la relación mencionada con aquella obtenida a partir de la imagen sin corrección representó otro evento que validó las pruebas y el análisis de datos realizado.

Por otra parte, quedó clara la diferencia entre un sistema tip-tilt basado en Zernikes y un sistema tip-tilt por seguimiento de centroide. De acuerdo con Glindemann [GLI97a, cap.I], el movimiento de centroide (momento de primer orden) posé un término tilt agregado a un factor coma adicional, lo que repercute en una disminución de eficiencia en comparación con el sistema tip-tilt original. Nuestro sistema de óptica adaptativa, realiza el seguimiento de centroide por medio del detector de cuadrantes, para con ello evaluar la pendiente del frente de onda y realizar la corrección.

## PERSPECTIVAS

El controlador difuso utilizado para la regulación del sistema de óptica adaptativa mostró excelente comportamiento a pesar de tener una estructura sencilla y ser de tipo Sugeno de orden cero. Cabe hacer la presunción de que un aumento en los conjuntos en cada universo de discurso, así como el aumento en el orden del controlador y la consideración de la suma de errores como entrada a éste, son factores que teóricamente incrementan la eficiencia del controlador y por consiguiente la del sistema de óptica adaptativa. De esta manera, es posible obtener resultados aun mejores si se realizan pruebas con las modificaciones mencionadas, lo cual es un proyecto con perspectiva a futuro cercano.

Los resultados obtenidos, tanto en laboratorio como en telescopio y la idea principal de que los controladores difusos son *aproximadores universales de funciones*, dan pauta para afirmar que es posible realizar la corrección de los Zernikes de orden mayor utilizando un esquema de control difuso. La posibilidad de establecer algoritmos de control difuso en cualquier plataforma de hardware y software, fortalece aún más la idea anterior. Así, el regular sistemas de óptica adaptativa de corrección total mediante sistemas de control difuso se antoja interesante y necesaria. La experiencia y conocimientos adquiridos en el estudio, diseño, implantación y pruebas del sistema de control difuso para el sistema de óptica adaptativa tip-tilt, nos proporcionan las bases suficientes para avanzar hacia sistemas de orden superior.

Una de las contribuciones más importantes de este trabajo de investigación, es la de haber establecido una metodología para el diseño, prueba e implantación de un controlador difuso en un sistema astronómico que contiene una gran cantidad de problemas en la naturaleza de sus perturbaciones (aleatoriedad, cambios drásticos) y en los márgenes de precisión obligados por la óptica y la naturaleza de las imágenes. Las características de las perturbaciones presentes en un sistema de este tipo son pruebas extremas para cualquier tipo de controlador. En este caso, el controlador difuso ha demostrado su eficacia para corregir aberraciones tipo tip y tilt, en un esquema de control donde no se ha hecho uso de una etapa de control adaptativa (controlador difuso adaptativo) o de alguna etapa predictiva. Dados los resultados obtenidos en este proyecto y conociendo las ventajas de estas etapas, se prevé un incremento en el rendimiento del sistema de óptica adaptativa si en el lazo de control se combinan un compensador difuso y una etapa adaptativa o predictiva, ya sea para la corrección parcial o total.

Una contribución adicional y de suma importancia, es el hecho de que este trabajo ha relacionado íntimamente a la Ingeniería de Control con la Astronomía, o de manera más precisa, ha relacionado a la Inteligencia artificial (control difuso) con la Astronomía. El estado de arte de estas áreas nos muestra que este trabajo es pionero en la "fusión" de técnicas de la Ingeniería y la ciencia como lo son el control difuso y la óptica adaptativa aplicada a cuestiones astronómicas. Así, la metodología aplicada puede utilizarse para otras aplicaciones similares.

## APÉNDICE A

### ESCALA DE PLACA DEL SISTEMA Y ESCALA DE PIXEL DEL CCD.

La escala de placa es un factor de proporcionalidad que permite conocer las dimensiones lineales de una imagen proyectada en el plano focal de un telescopio. Corresponde a una cobertura angular de cielo y se obtiene del producto de la distancia focal y la abertura angular unitaria.

En la Figura A.1 se muestra el sistema óptico simplificado, que relaciona la distancia focal ( $f$ ) con la distancia lineal ( $x$ ) del CCD. Las relaciones y cálculos resultantes del análisis siguiente, son importantes porque permiten determinar el campo óptico que posee el CCD expresado en segundos de arco por lado y su equivalencia en micrómetros y/o radianes. Esto asegura tener una escala de conversión de unidades adecuada que facilite la relación entre los valores de movimiento de centroide, expresados en segundos de arco, y las imágenes adquiridas con el CCD que se presentan en pixeles. De esta manera, se hace necesario conocer la equivalencia entre pixeles y segundos de arco y el tamaño en micrómetros del pixel.

De la Figura se deduce que :

$$\theta \approx \tan \theta = \frac{x}{f} \quad , \quad \text{Si } \theta \ll 1,$$

por lo que:

$$x = f \theta \quad . \quad (A.1)$$

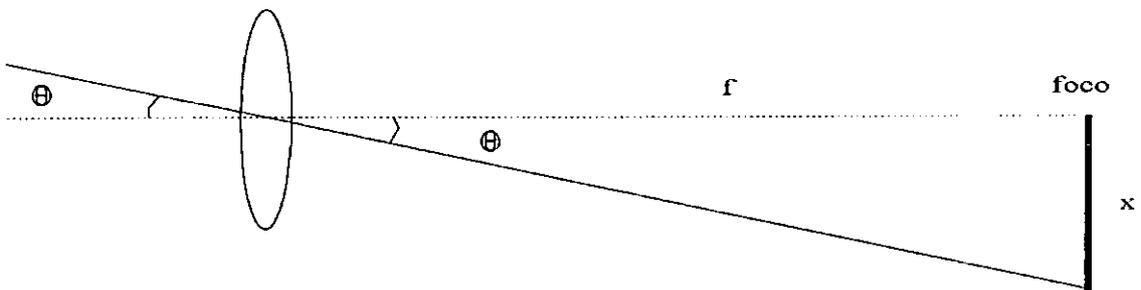


Fig A 1.- Escala de placa.

Por las dimensiones cuasi-puntuales de los objetos astronómicos, la unidad angular utilizada es el segundo de arco ( $\{$ ).

$$\text{Si } \theta = 1 \{ = \pi \text{ rad} / [(180) (60) (60)] \quad ,$$

entonces :

$$\theta = 4.9 \times 10^{-6} \text{ rad} / \{ = 1/206264 \text{ rad} / \{.$$

El telescopio reflector del Observatorio Astronómico Nacional (OAN) de Tonantzintla en Puebla, tiene un espejo primario de un diámetro  $D=1$  m y distancia focal  $f=15$  m. El diámetro efectivo por causa de vifeteo es  $D = 0.8$  m.

De la ecuación (A.1), y con la distancia focal  $f = 15$  m, obtenemos que en el plano focal del telescopio la escala de placa es:

$$x = 15 / 206264 = 72.7 \mu\text{m} / \{.$$

La razón focal es:

$$f / \# = \text{Distancia focal (f)} / \text{Diámetro del telescopio (D)} = 15 \pm 1.5 .$$

La óptica del telescopio combinada con la del sistema de óptica adaptativa LOLA, se modifica debido a los dos espejos parabólicos de distancias focales  $f_1 = 740 \text{ mm}$  y  $f_2 = 397 \text{ mm}$ , de este último. Con esto, la distancia focal equivalente para la óptica combinada es:

$$F = (740 \text{ mm} / 397 \text{ mm})15 \text{ m} = 27.9 \text{ m} ,$$

por tanto, en el plano focal del sistema de óptica adaptativa la escala de placa es:

$$X = F\theta = 27.9 \text{ m} (4.9 \times 10^{-6} \text{ rad} / \xi) = 136 \mu\text{m} / \xi .$$

Debido a la restricción de igualdad entre las dimensiones del objeto ( $D_o$ ) y el diámetro del detector de cuadrantes ( $D_d$ )<sup>1</sup>, se tiene que, para un “seeing” de  $1 \xi$ , es necesario un factor de amplificación de la imagen igual a:

$$D_d / D_o = 1.52 \text{ mm} / 136 \mu\text{m} = 11.18 .$$

Dicho factor de amplificación se consigue mediante un objetivo óptico que enfoca la imagen sobre el sensor de frente de onda (Ver Cap. I, Fig. 1.8). Así, para poder “sintonizar” el sistema para distintos valores de turbulencia atmosférica se utilizan diferentes objetivos como se muestra en la tabla A.1. Los valores óptimos de turbulencia para cada factor de amplificación, correspondiente a los diversos objetivos, se calculan mediante la siguiente expresión:

$$\text{Campo } (\xi) = D_d / (X * \text{Factor de amplificación}) .$$

Tabla A.1.- Relación de los objetivos con el seeing equiparable a cada uno. Datos obtenidos en pruebas experimentales en el prototipo del sistema de óptica adaptativa.

OBJETIVO (Factor de amplificación)	SEEING (Segundos de arco)
10X	1.1
7.5X	1.5
5X	2.24
2.5X	4.48
1X	11.18

Adicionalmente, se tiene que para el CCD utilizado :

$$1 \xi = 7 \text{ pixeles.}$$

$$1 \text{ pixel} = 19 \mu\text{m.}$$

$$1 \xi = 133 \mu\text{m.}$$

<sup>1</sup> Pablo Sotelo Díaz. Desarrollo de un sistema de óptica adaptativa de bajos órdenes para uso astronómico. Tesis de Maestría. División de Estudios de Posgrado. Facultad de Ingeniería, UNAM. 2000.

## APÉNDICE B

### CARACTERIZACIÓN DE ALGUNOS ELEMENTOS DEL SISTEMA DE ÓPTICA ADAPTATIVA LOLA.

La siguiente caracterización esta basada en un estudio detallado del sistema de óptica adaptativa LOLA, realizado en el Instituto de Astronomía UNAM<sup>1</sup>. Básicamente contempla la función de transferencia de los principales elementos de dicho sistema.

#### Sensor de frente de onda.

El sensor de frente de onda puede considerarse como un sistema de primer orden con una función de transferencia en Laplace del tipo:

$$\frac{K}{S + 545.5 \times 10^6} \quad (B.1)$$

#### Actuadores piezoeléctricos.

Los tres actuadores piezoeléctricos que permiten ubicar el espejo corrector tienen las siguientes funciones de transferencia:

$$\frac{-286.3S + 1.358 \times 10^6}{S^2 + 2038S + 1.541 \times 10^6} \quad (B2)$$

$$\frac{-319S + 1.521 \times 10^6}{S^2 + 2095S + 1.714 \times 10^6} \quad (B3)$$

$$\frac{-237.7S + 1.135 \times 10^6}{S^2 + 1954S + 1.317 \times 10^6} \quad (B4)$$

#### Electrónica de transformación y acondicionamiento de señales.

Las etapas de electrónica de amplificación y acondicionamiento de señales tienen la siguiente función de transferencia:

$$\frac{1}{S + 6.28 \times 10^3} \quad (B5)$$

---

<sup>1</sup> Fernando Gárfias Macedo. Estudio de un sistema de control para óptica adaptativa. Tesis de Licenciatura. Facultad de Ingeniería, UNAM. México, D.F. 1995.

## APÉNDICE C

### CÓDIGO DEL ALGORITMO DE CONTROL DIFUSO (extracto).

En este apéndice, se muestra un extracto del código en ensamblador (MC68HC12) del algoritmo de control difuso para el sistema de óptica adaptativa LOLA. Se incluye la etapa de conversión analógica-digital y el cálculo de centroide. Debido a la condición de simetría en el sistema, el código pudo ser utilizado para obtener tanto la señal de control en el eje x (SCX), como aquella para el eje y (SCY).

```
;* CONTROLADOR DIFUSO PARA UN SISTEMA DE OPTICA ADAPTATIVA.
;* OA20.ASM
;* VERSIÓN 1.0. Para microcontrolador MC68HC12A4.
;* CODIFICÓ: RUBEN A. FLORES MEZA.
;* PROGRAMA PRINCIPAL.
;* 16/MARZO/99 (Compilación exitosa). Versión con etapa de conversión digital-analógica.
;* Sin etapa de normalización. Con s.p =7FH y retro. (-)
;* Etapa de conversión analógica - digital reducida.
;* Etapa de reglas modificada.*****
;* Acoplamiento del error de posición corregido.

;* Excelentes resultados en la prueba de laboratorio. Base de datos 1: Sug10.asm

;*****
;
;
;      * CONFIGURACIÓN DE PUERTOS
;
;*****
;**** REGISTROS CAD *****
;
ATDCTL0: equ $60   ;Reservado
ATDCTL1: equ $61   ;Reservado
ATDCTL2: equ $62   ;Registro de control 2 del CAD
ATDCTL3: equ $63   ;Registro de control 3 del CAD
ATDCTL4: equ $64   ;Registro de control 4 del CAD
ATDCTL5: equ $65   ;Registro de control 5 del CAD
ATDSTATH: equ $66  ;Registro alto de estado del CAD
ATDSTATL: equ $67  ;Registro bajo de estado del CAD
ATDTESTH: equ $68  ;Registro de prueba alto del CAD
ATDTESTL: equ $69  ;Registro de prueba bajo del CAD
PORTAD:  equ $6F   ;Registro de entrada de datos del puerto AD
ADR0H:   equ $70   ;Registro de resultados 0 del CAD
ADR1H:   equ $72   ;Registro de resultados 1 del CAD
ADR2H:   equ $74   ;Registro de resultados 2 del CAD
ADR3H:   equ $76   ;Registro de resultados 3 del CAD

;*****
;
;      RUTINA DE CONVERSIÓN ANALÓGICA/DIGITAL
;
;*****
;
ORG  $1000      ; Arranca programa principal en $1000: Memoria EEPROM interna.

MAIN:
LDS  #0944
```

```

LDAA #S80
STAA $908 ; Pone en #S80 DEPOSX inicial
STAA $90A ; Pone en #S80 DEPOSY inicial
PRIN:
BSR INIC ; Brinca a subrutina de inicio.
CAD: BSR CONV ; Brinca a subrutina de CAD.
BSR CC ; Brinca a subrutina de calculo de centroide.
JMP CAD
INIC:
STAA ATDCTL2 ; Permite que el CAD funcione adecuadamente.
; Limpia banderas de CAD & deshabilita interrupciones
BSR RETARDO ; Retardo (100 uS) para tiempo de retardo de espera.
CLR ATDCTL3 ; Ignora FREEZE en ATDCTL3
LDAA #S01 ; Selecciona tiempo de muestreo final = 2 A/D clocks
STAA ATDCTL4 ; Preescalador= Div by 4 (PRS4:0 = 1)
RTS ; Regreso de subrutina
CONV:
LDAA #S14 ; Inicializa ATD SCAN=0,MULT=1, PAD0, PAD1, PAD2, PAD3.
STAA ATDCTL5 ; 4 conversiones en una secuencia de conversión
ECONV:
BRCLR ATDSTATH,#S80,ECONV ; Espera bandera de secuencia completa
RTS
RETARDO:
LDAA #S08 ; Carga acumulador con "100 uSec tiempo de retardo"
RET:
DECA ; Decrementa Acumulador
BNE RET ; Brinca si no es igual a cero
RTS ; Regresa de subrutina

```

```

*****
; * RUTINA PARA OBTENCIÓN DE CENTROIDE (sin normalizar), Posiciones X, Y:
*****

```

```

CC:
CLRA
LDAB ADR0H ; Carga dato A en Ac. B.
XGDX ; Valor dato A en Reg. X, parte baja.
CLRA
LDAB ADR2H ; Carga dato C en Ac. B.
XGDY ; Valor dato A en Reg. Y, parte baja.
LDAB ADR1H ; Carga dato B en Ac. B.
ABX ; Suma (A+B) en X.
LDAB ADR3H ; Carga dato D en Ac. B.
ABY ; Suma (C+D) en Y.
STY $900 ; Carga Reg. Y en Loc. de Mem.
XGDX ; Cambia (A+B) al doble Ac. D.
SUBD $900 ; POSY=(A+B)-(C+D): Posicion en Y.
BSR SIGN
BSR ERROR
STAB $904 ; Almacena valor de EPOSY (+ O -).
CLRA
LDAB ADR0H ; Carga dato A en Ac. B.
XGDX ; Valor dato A en Reg. X, parte baja.
CLRA
LDAB ADR1H ; Carga dato B en Ac. B.
XGDY ; Valor dato B en Reg. Y, parte baja.
LDAB ADR3H ; Carga dato D en Ac. B.

```

```

ABX                ; Suma (A+D) en X.
LDAB ADR2H         ; Carga dato C en Ac. B.
ABY                ; Suma (B+C) en Y.
STY $902           ; Carga Reg. Y en Loc. de Mem.
XGDX              ; Cambia (A+D) al doble Ac. D.
SUBD $902         ; POSX=(A+D)-(B+C): Posicion en Y.
BSR SIGN
STAB $906         ; Almacena valor de EPOSX (+ O -)
BRA DEPOSXY

```

```

;*****
;
;          * CALCULO DE EPOSX Y EPOSY:
;*****

```

```

SIGN:
LDX #$04
BCS NEG1 ; Verifica estado de C
IDIV    ; Divide entre 4.
STX $910 ; Almacena valor POSX,Y
LDAB #$80 ; Valor para escalar centroide POSITIVO
ADDB $911 ; Suma dato con 80h
RTS

```

```

;*****
;
;          * CALCULO DE DEPOSX Y DEPOSY:
;*****

```

```

DEPOSXY: LDAA $904 ; Error actual EPOSX.
SUBA $908 ; Resta error anterior x: Valor Inicial = 0.
BSR RUT1
STAA $909 ; Valor DEPOSX.
LDAB $904
STAB $908 ; Actualiza valor de EPOSX_ANT.
LDAA $906
SUBA $90A ; Resta error anterior y: Valor Inicial = 0.
BSR RUT1
STAA $90B ; Valor DEPOSY.
LDAB $906
STAB $90A ; Actualiza valor de EPOSY_ANT
BRA PAVA
RUT1:
BCS NEG3
ADDA #$80
RTS
NEG3:
SUBA #$80
RTS

```

```

;*****
;
;          * RUTINA DE FUSIFICACION:
;*****

```

```

FUZ:
GRADPERT: MEM ;Evalua una Función de Membresía.

```

```

*****
;
;;          * RUTINA DE EVALUACION DE REGLAS:
*****
;

```

```

REV          ;Proceso de listado de reglas.

```

```

*****
;
;;          * RUTINA DE DEFUSIFICACION:
*****
;

```

```

WAV          ;Calcula sumas para promedio ponderado.

```

```

*****
;
;          * BASE DE CONOCIMIENTO *
*****
;

```

```

INPUT_MFS:  EQU * ; Funciones de Membresía de entrada.

```

```

INOMF:      EQU * ; ~EPOSX,EPOSY

```

```

          dc.b $00,$60,$00,$03 ; ~NG

```

```

          .
          .

```

```

          dc.b $9E,$FF,$03,$00 ; ~PG

```

```

INIMF:      EQU * ; ~DEPOSX, DEPOSY

```

```

          dc.b $00,$80,$00,$03 ; ~DEC

```

```

          dc.b $80,$FF,$03,$00 ; ~INC

```

```

SGLTN_POS:  EQU * ; Funciones de Membresía de salida.

```

```

OUTOMF:     EQU * ; ~SCX, SCY

```

```

          dc.b $26 ; ~MUP

```

```

          .
          .

```

```

          dc.b $D9 ; ~MUG

```

```

RULE_START: EQU * ; Reglas:

```

```

          dc.b $00,$07,$FE,$0B ; REGLA 1

```

```

          dc.b $FE

```

```

          .
          .

```

```

          dc.b $06,$09,$FE,$10 ; REGLA 21

```

```

END_OF_RULE: dc.b $ff

```

```

*****
;
;          *Estructura de datos y variables.
*****
;

```

```

ORG $920

```

```

END

```

TARJETA MC68HC12A4<sup>1</sup>.

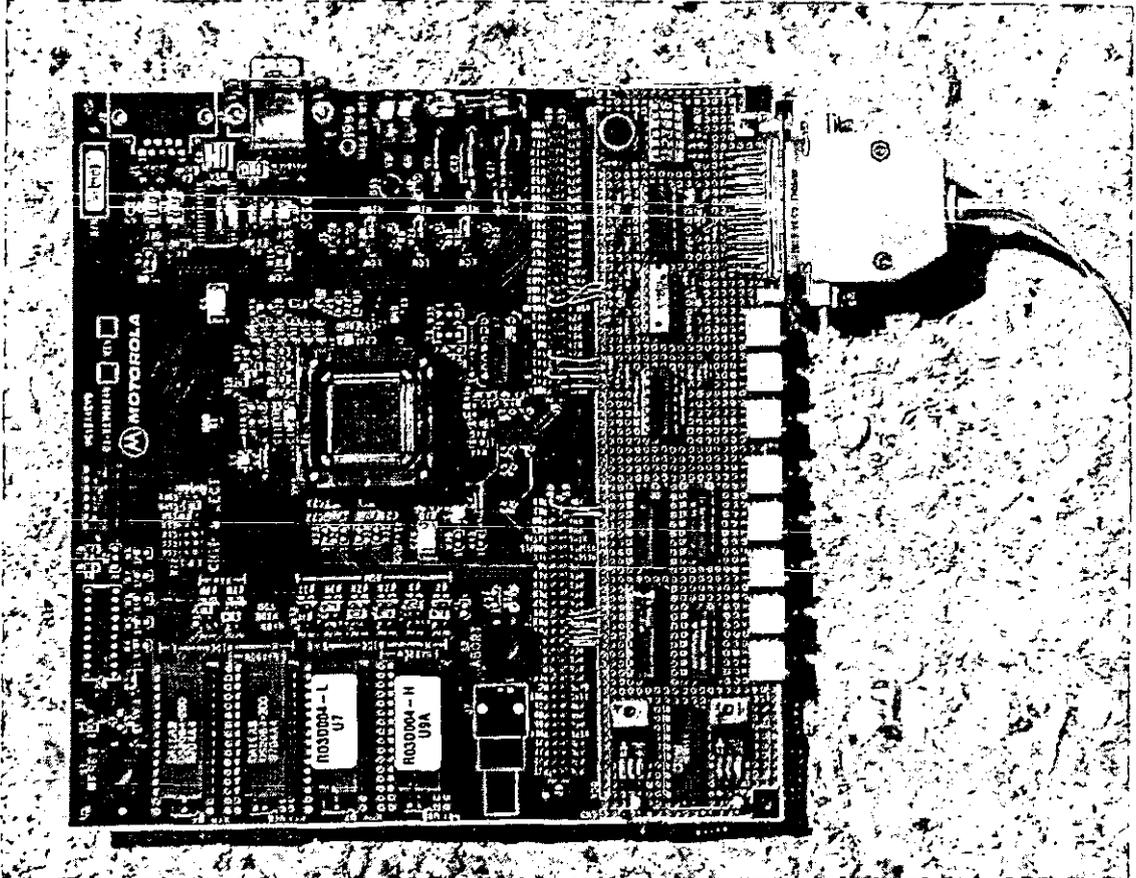


Fig. D.1.- Vista frontal de la tarjeta de evaluación del microcontrolador MC68HC12A4. Obsérvese: Microcontrolador (Casi al centro), etapas de acoplamiento de entradas / salidas (derecha-arriba), lógica de control de conversión digital / analógica y convertidor D / A (derecha-abajo).

<sup>1</sup> MOTOROLA. M68HC12A4EVB Evaluation Board User's Manual. Motorola Inc. May 1996.

## APÉNDICE E

### PROCESAMIENTO DE IMÁGENES OBTENIDAS EN PRUEBAS DE LABORATORIO. CÓDIGO.

En este apéndice se presenta un extracto del algoritmo programado en IDL (Interactive Data Language), utilizado para obtener las imágenes y los parámetros de las pruebas en laboratorio del sistema de óptica adaptativa LOLA en lazo cerrado con el sistema de control difuso.

```
pro j, imagen1, imagen2, imagen3

; CODIFICACIÓN: Leonardo Sánchez Peniche, Rubén A. Flores Meza.
; read gif images from OA tip-tilt with fuzzy control

astrolib

imagen1=intarr(512,512)
imagen2=intarr(512,512)
imagen3=intarr(512,512)

imagen1=READ_GIF,'C:\tesis\laboratorio\j1.gif', ima1, R, G, B
imagen2=READ_GIF,'C:\tesis\laboratorio\j2.gif', ima1, R, G, B
imagen3=READ_GIF,'C:\tesis\laboratorio\j10.gif', ima1, R, G, B

;imagen2=read_tiff('C:\Fuzzy\j4.tif')
;imagen3=read_tiff('C:\Fuzzy\j7.tif')

print,minmax(imagen1),total(imagen1)
print,minmax(imagen2),total(imagen2)
print,minmax(imagen3),total(imagen3)

print,'strehl spsc',float(max(imagen1))/float(max(imagen1))
print,'strehl sc',float(max(imagen2))/float(max(imagen1))
print,'strehl cc',float(max(imagen3))/float(max(imagen1))

set_plot,'win'

window,0,xsize=512,ysize=512,title='Imagen No Perturbada'
tvim,imagen1(290:340,240:300),rmarg=1.4
;tvim,imagen1,rmarg=1.4
colorbar,VERTICAL=1,MIN=min(imagen1),MAX=max(imagen1), $
    FORMAT='(I6)',POSITION=[0.88, 0.15, 0.90, 0.90]

window,1,xsize=512,ysize=512,title='Imagen Perturbada y no corregida'
tvim,imagen2(290:340,240:300),rmarg=1.4
;tvim,imagen2,rmarg=1.4
colorbar,VERTICAL=1,MIN=min(imagen2),MAX=max(imagen2), $
    FORMAT='(I6)',POSITION=[0.88, 0.15, 0.90, 0.90]

window,2,xsize=512,ysize=512,title='Imagen Perturbada y corregida'
tvim,imagen3(290:340,240:300),rmarg=1.4
;tvim,imagen3,rmarg=1.4
colorbar,VERTICAL=1,MIN=min(imagen3),MAX=max(imagen3), $
    FORMAT='(I6)',POSITION=[0.88, 0.15, 0.90, 0.90]

end
```

SISTEMA DE ÓPTICA ADAPTATIVA EN TELESCOPIO.

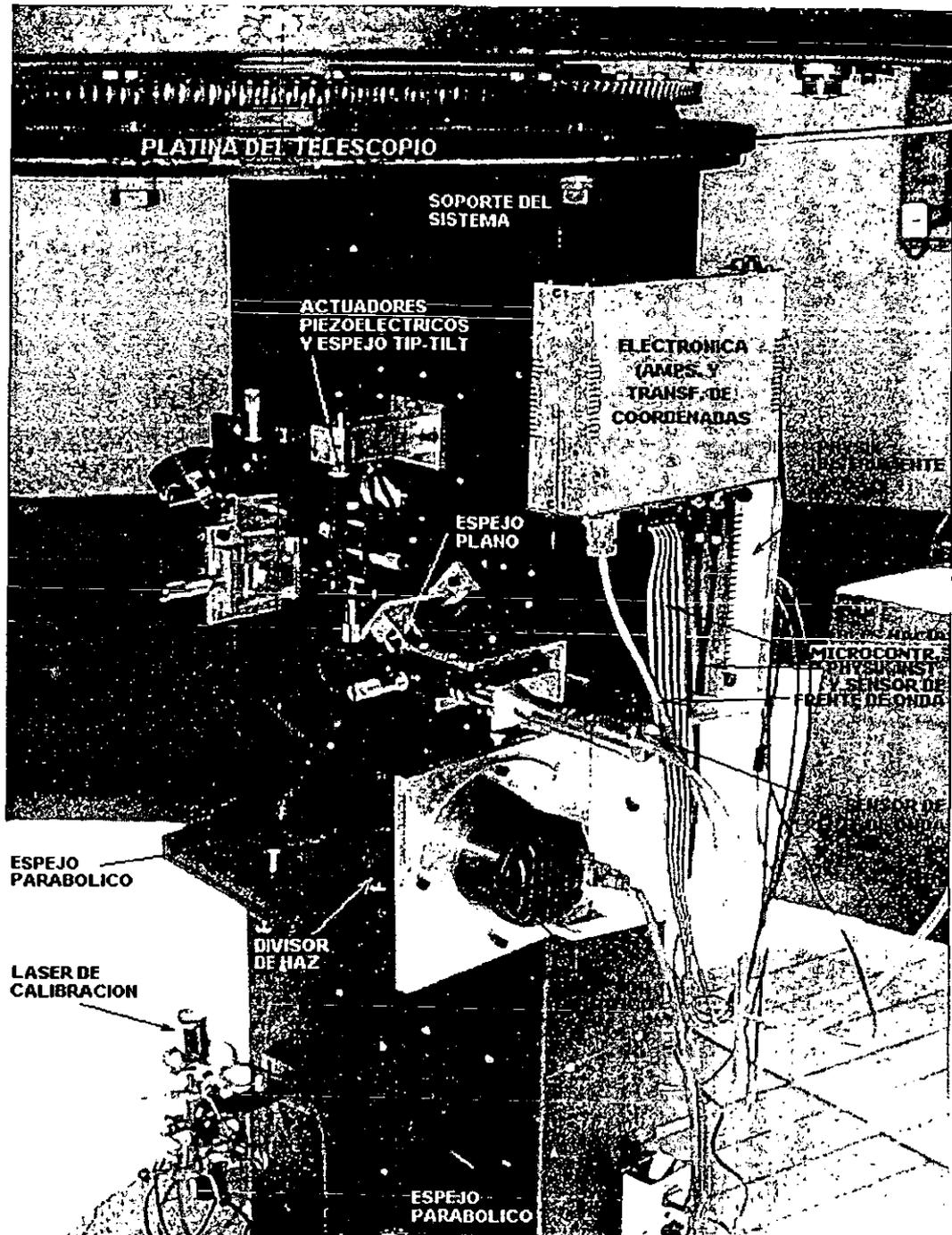


Fig. F.1.- Sistema de óptica adaptativa LOLA en telescopio con sistema de control difuso. Imagen cortesía de Pablo Sotelo<sup>1</sup>. Obsérvese la interfase de conexión hacia la tarjeta del microcontrolador MC68HC12A4 mostrada en el apéndice D.

<sup>1</sup> Desarrollo de un sistema de óptica adaptativa de bajos órdenes para uso astronómico. Tesis de Maestría, División de Estudios de Posgrado, Facultad de Ingeniería, UNAM, 2000.

## APÉNDICE G

### PROCESAMIENTO DE DATOS OBTENIDOS EN TELESCOPIO. CÓDIGO.

En este apéndice se presenta un extracto del algoritmo programado en IDL (Interactive Data Language), utilizado para obtener las imágenes y los parámetros de la prueba en telescopio del sistema de óptica adaptativa LOLA en lazo cerrado con el sistema de control difuso.

```
pro rmscenta3
```

```
; CODIFICACIÓN: Rubén A. Flores Meza.  
; Considera eliminación de offset de 2 v. en el detector de cuadrantes.  
; Señales centradas, CON PROMEDIO=CERO.  
; Cálculo de razón de Strehl para caso con corrección.
```

```
abcd=fltarr(4,1000)
```

```
I=0.033*indgen(1000) ; Relaciona número de muestras con tiempo de muestreo  
J=0.236*(0.03*indgen(1000))  
K=0.236*indgen(1000)
```

```
OPENR, 1, 'c:\tesis\telescopio\arturo\arturo45.txt'  
readf,1,abcd  
close,1
```

```
X1=(0.236*( ( abcd(0,*)-2) + (abcd(3,*)-2) ) - ( (abcd(1,*)-2) + (abcd(2,*)-2) ))+0.980844  
Y1=(0.236*( ( abcd(0,*)-2) + (abcd(1,*)-2) ) - ( (abcd(2,*)-2) + (abcd(3,*)-2) ))+0.240904
```

```
OPENR, 2, 'c:\tesis\telescopio\arturo\arturo46.txt'  
readf,2,abcd  
close,2
```

```
X2=(0.236*( ( abcd(0,*)-2) + (abcd(3,*)-2) ) - ( (abcd(1,*)-2) + (abcd(2,*)-2) ))+0.177349  
Y2=(0.236*( ( abcd(0,*)-2) + (abcd(1,*)-2) ) - ( (abcd(2,*)-2) + (abcd(3,*)-2) ))+0.814841
```

```
F=FFT(X1)  
E=abs(F)  
EPX1=(E)^2
```

```
F=FFT(Y1)  
E=abs(F)  
EPY1=(E)^2
```

```
F=FFT(X2)  
E=abs(F)  
EPX2=(E)^2
```

```
F=FFT(Y2)  
E=abs(F)  
EPY2=(E)^2
```

```
VRX1=total(EPX1) ; Varianza residual X1  
VRX2=total(EPX2) ; Varianza residual X2  
VRY1=total(EPY1) ; Varianza residual Y1  
VRY2=total(EPY2) ; Varianza residual Y2
```

$RMSX1 = \sqrt{VRX1}$  ; Varianza residual X1 en valor RMS  
 $RMSX2 = \sqrt{VRX2}$  ; Varianza residual X2 en valor RMS  
 $RMSY1 = \sqrt{VRY1}$  ; Varianza residual Y1 en valor RMS  
 $RMSY2 = \sqrt{VRY2}$  ; Varianza residual Y2 en valor RMS

$CXYSC = ((VRX1) + (VRY1)) / 2$  ; Centroide de la imagen no corregida en segundos de arco.  
 $CXYCC = ((VRX2) + (VRY2)) / 2$  ; Centroide de la imagen CORREGIDA en segundos de arco.  
 $CXYSC RMS = ((RMSX1) + (RMSY1)) / 2$  ; Centroide de la imagen no corregida en valor RMS.  
 $CXYCC RMS = ((RMSX2) + (RMSY2)) / 2$  ; Centroide de la imagen CORREGIDA en valor RMS.

; CÁLCULO DE LA RAZÓN DE STREHL MEDIANTE LA VARIANZA RESIDUAL DEL MOV. DE LA IMAGEN.

; CONDICIONES:

; D=0.8 m. , LAMDA=0.9 micras

D=0.8

LAMDA=0.9e-6

DELTA\_TE=(2.401e-11\*CXYCC) ; Para convertirlo a radianes.

DELTA\_PHI=2.73\*( DELTA\_TE / ((LAMDA/D)^2)) ; Relación varianza de fase- varianza de mov.

S=exp(-DELTA\_PHI)

print,'VARIANZA RESIDUAL (VRX1)= ',VRX1,' [segarc^2]'

print,'VARIANZA RESIDUAL (VRX2)= ',VRX2,' [segarc^2]'

print,'RELACION DE VARIANZA RESIDUAL (VRX1/VRX2)=', VRX1/VRX2

print,'VALOR RMS (MRSX1)= ',RMSX1,' [segarc RMS]'

print,'VALOR RMS (MRSX2)= ',RMSX2,' [segarc RMS]'

print,'RELACION DE VALORES RMS (MRSX1/RMSX2)=', RMSX1/RMSX2

print,'VARIANZA RESIDUAL (VRY1)= ',VRY1,' [segarc^2]'

print,'VARIANZA RESIDUAL (VRY2)= ',VRY2,' [segarc^2]'

print,'RELACION DE VARIANZA RESIDUAL (VRY1/VRY2)=', VRY1/VRY2

print,'VALOR RMS (MRSY1)= ',RMSY1,' [segarc RMS]'

print,'VALOR RMS (MRSY2)= ',RMSY2,' [segarc RMS]'

print,'RELACION DE VALORES RMS (RMSY1/RMSY2)=', RMSY1/RMSY2

print,'CENTROIDE PROMEDIO SIN CONTROL=',CXYSC,' [segarc]'

print,'CENTROIDE PROMEDIO CON CONTROL=',CXYCC,' [segarc]'

print,'CENTROIDE PROMEDIO SIN CONTROL [rms]=',CXYSC RMS,' [segarc RMS]'

print,'CENTROIDE PROMEDIO CON CONTROL [rms]=',CXYCC RMS,' [segarc RMS]'

```

print,'ENERGIA TOTAL X1=',TOTAL(HX1)
print,'ENERGIA TOTAL X2=',TOTAL(HX2)
print,'ENERGIA TOTAL Y1=',TOTAL(HY1)
print,'ENERGIA TOTAL Y2=',TOTAL(HY2)
;print,'Razon de Strehl=',exp(-1)
;print,'Razon de Strehl mejorado=',exp(-0.06585)
print,'promedio-desviación estandar X1=', MEAN(X1)
print,'promedio-desviación estandar X2=', MEAN(X2)
print,'promedio-desviación estandar Y1=', MEAN(Y1)
print,'promedio-desviación estandar Y2=', MEAN(Y2)
print,'máximo de X1=',MAX(X1)
print,'mínimo de X1=',MIN(X1)
print,'máximo de X2=',MAX(X2)
print,'mínimo de X2=',MIN(X2)
print,'máximo de Y1=',MAX(Y1)
print,'mínimo de Y1=',MIN(Y1)
print,'máximo de Y2=',MAX(Y2)
print,'mínimo de Y2=',MIN(Y2)
print,'Varianza residual de fase DELTA_PHI=',DELTA_PHI,' RAD^2'
print,'Razón de Strehl S=', S
set_plot,'win'
window,0 ,xsize=512,ysize=364,title='CENTROIDE SCX - ARTURO 45(SC), ARTURO 46(CC)'
plot, I, X1
oplot, I, X2
window,1 ,xsize=512,ysize=364,title='ESPECTROS DE POTENCIA CENTROIDE SCX1, CCX2 -
ARTURO 45, ARTURO46'
LOADCT, 30 ;Load an appropriate color table.
PLOT,/xlog,/ylog, yrange=[10e-10,10e0],xrange=[0.01,100], I, EPX1, COLOR = 300
OPLLOT, I, EPX2, COLOR = 200
window,5 ,xsize=512,ysize=364,title='ESPECTROS DE POTENCIA CENTROIDE SCX1, CCX2 -
ARTURO 45, ARTURO46';
LOADCT, 30 ;Load an appropriate color table.

```

```
PLOT,/xlog,/ylog, yrange=[10e-10,10e0],xrange=[0.01,100], I, EC1, COLOR = 300
OPLOT, I, EPX2, COLOR = 200
```

```
window,6 ,xsize=512,ysize=364,title='ESPECTRO DE POTENCIA CENTROIDE SCY1 - ARTURO 45'
PLOT,/xlog,/ylog,xrange=[0.01,100], I, EPY1
OPLOT, I, EPY2
```

```
window,7 ,xsize=728,ysize=512,title='ESPECTRO DE POTENCIA CENTROIDE CCY2 - ARTURO 46'
PLOT,/xlog,/ylog,xrange=[1,1500], EPY2
```

```
window,12 ,xsize=728,ysize=512,title='ESPECTRO DE POTENCIA - CENTROIDE SCX1, SCX2 -
ARTURO 45, ARTURO 46'
PLOT,/xlog,/ylog,xrange=[1,300], EPX1
PLOT,EPX1(1:20)
OPLOT, EPX2
```

```
set_plot,'ps'
device, filename='c:\tesis\telescopio\arturo\art_cx1bsegarc.ps'
plot, I,X1, title='ARTURO - MOVIMIENTO DE CENTROIDE (X)',xtitle='Tiempo [segundos]',
ytitle='Movimiento de Imagen [Segundos de arco]'
oplot, I, X2
device, /close
```

```
set_plot,'ps'
device, filename='c:\tesis\telescopio\arturo\art_espotbsegarc.ps'
PLOT,/xlog,/ylog, xrange=[0.01,100], yrange=[10e-10,10e0], I, EPX1, title='ARTURO - ESPECTRO DE
POTENCIA (X)',xtitle='Frecuencia [Hz]', ytitle='Potencia [segundosdearco^2/Hz]'
OPLOT, I, EPX2
device, /close
```

```
end
```

# Adaptive optics Tip -Tilt system with fuzzy control

R. Flores <sup>a</sup>, P. Sotelo <sup>a</sup>, F. Garfias <sup>a</sup>, S. Cuevas <sup>a</sup> and L. J. Sánchez <sup>a</sup>.

<sup>a</sup> Instituto de Astronomía, UNAM. AP 70-264 Coyoacan 04510, México City, MÉXICO.

## ABSTRACT

The performance of adaptive optics systems not only depends on its number of actuators and optics quality but also on the performance of the controller used to compensate the wave-front distortions. Due to the temporal bandwidth required to realize a suitable tracking of the atmospheric turbulence dynamics it is necessary that the controller have a short time delay and high stability and robustness indices. A fuzzy logic controller, a technique related with Artificial Intelligence, accomplish all the characteristics aforementioned.

In this paper, we present some laboratory tests with the LOLA adaptive optics tip-tilt system in closed loop with a fuzzy controller. In addition, we present some results obtained with LOLA and fuzzy control at the 1 meter Telescope of the Observatorio Astronómico Nacional in Tonantzintla, Puebla, México. We analyze these results with a signal analysis approach such as the power spectrum of the image centroid motion and its correspondent residual variance.

**Keywords:** Adaptive optics systems, tip -tilt, fuzzy control, signal analysis.

## 1. INTRODUCTION

Adaptive optics technique has had a great development because of the improvement that it provides to Astronomical images obtained with ground based telescopes. Tip-tilt systems can be considered as the first step towards high order adaptive optics systems. The LOLA adaptive optics system was designed and constructed to compensate in real time the low order image aberrations (tip-tilt), that generate image motion. This motion produces loss in spatial resolution by point spread function scattering.

Actually, LOLA adaptive optics tip-tilt system can be considered as a centroid tracking system. It uses a quadrant detector sensor to determine the centroid position. The performance of LOLA must be slightly less than a pure tip-tilt system because of the influence of the additional coma term originated in the measurement of the image centroid <sup>1</sup>.

In section 2, we present the main characteristics both for tip-tilt system and fuzzy controller. Some laboratory test results are described in section 3. In section 4, telescope test and data processing results are evaluated. The analytical method proposed by Glindemann in reference 1, was used to calculate the optical parameters of the system.

## 2. CLOSED-LOOP ADAPTIVE OPTICS TIP - TILT SYSTEM

### 2.1. TIP - TILT SYSTEM

A simplified diagram of LOLA adaptive optics tip-tilt system is shown in Figure 1. In this, the optics has been oversimplified; a detailed discussion about it can be consulted in reference 2. The diagram takes care on electronics and control aspects. The incoming wave-front arrives to the tip-tilt mirror and then is reflected to the beamsplitter. An amount of light crosses through this beamsplitter and comes to the image detector (CCD camera), while other amount arrives to the quadrant detector. This one, senses the wave-front and provides four current signals that are proportional to the centroid position. The transimpedance amplifier, gain amplifier and the input-coupling phase, integrate the input signals conditioning stage of the system. The MC68HC12A4 microcontroller determines the image centroid based on the signals and, by means of the fuzzy control algorithm, calculates the control signals (SCX, SCY). After an output signal conditioning and a coordinate transformation stages, the control signals are applied to the piezoelectric tip-tilt mirror actuators in order to get a specific spatial position of the tip-tilt mirror. The determined position must reduce the incoming wave-front distortion. The tip-tilt actuator must track and reduce the wave-front distortion in real time.

---

\* Correspondence :Email : flores @ astroscu.unam.mx; Telephone : (525) 622-39-33 ; Fax : (525) 616-06-53.

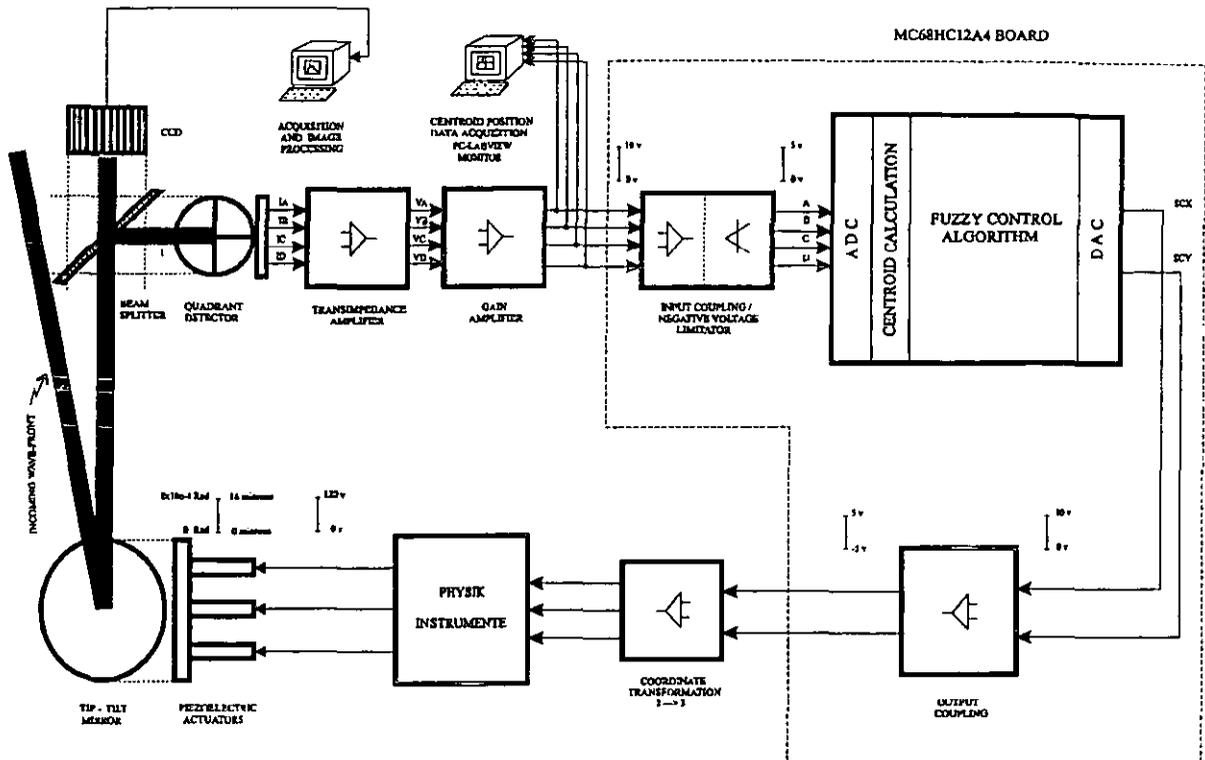


Fig. 1. - LOLA adaptive optics tip-tilt system.

## 2.2. FUZZY CONTROLLER

In this paper, we only present some important control aspects. The internal structure of the fuzzy controller is described with detail in references 2 and 6. The most important properties of the fuzzy controller related with the adaptive optics system, are

- Nonlinear mapping between input and output variables<sup>3</sup>. It is possible to generate nonlinear functions. Thus, some problems like hysteresis of piezoelectrics and voltage drift of quadrant detector (sensor) can be reduced.
- Possibility distribution in membership functions<sup>3</sup>. Some problems like noise and uncertainty of the quadrant detector signals can be eliminated by this property.
- Variable structure (variable gain)<sup>4</sup>. In order to increase the stability index of the closed-loop adaptive optics system by increasing the controller-operating region, the control system must have variable gain.
- Fuzzy controller is an universal approximator of functions<sup>5</sup>. Ideally, if the signal position error is determined with certain accuracy it is possible to approximate the objective function in order to eliminate the wave-front aberration.

We designed a zero order Sugeno type fuzzy controller that can be described by the next input-output function :

$$F_s(x) = \frac{\sum \mu_{A_i}(x) \cdot f_i(x)}{\sum \mu_{A_i}(x)} \quad (1)$$

where  $F_s(x)$  is the control variable to the output of the controller,  $\mu_{A_i}(x)$  are all the membership functions related with the fired rules and input fuzzy sets.  $f_i(x)$  is a function that is determined by fired rules and the output membership functions<sup>3</sup>. Thus, this equation relates all parts of fuzzy controller : Fuzzification, Inference engine (with rules evaluation and data base) and defuzzification. Generally, all those parts have nonlinear factors so the fuzzy controller is nonlinear.

The control surface of the fuzzy controller for LOLA adaptive optics tip-tilt system, obtained from the design and simulation tests, is shown in Figure 2. Due to the triangular shape of the fuzzy sets used in the input universe of discourse there are some linear areas. The slope in the center of the surface is high because it is necessary to have a strong control action in this section. This guarantees the lowest motion of the image centroid around the reference position.

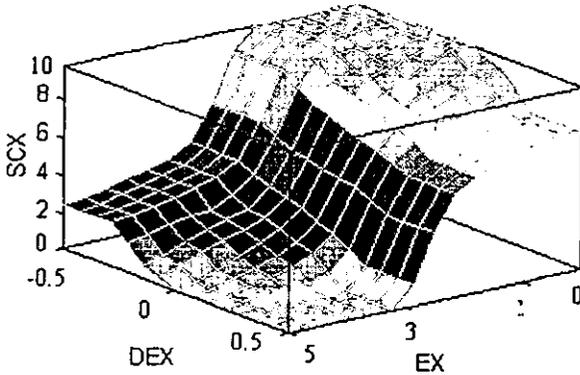


Fig. 2. - Control surface of the fuzzy controller.

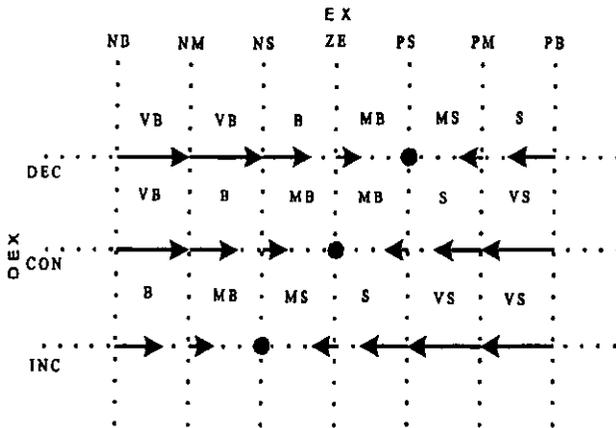


Fig. 3. - Linguistic dynamics.

The linguistic dynamics of the fuzzy controller is shown in Figure 3. The stability of the system can be established because no matter what initial condition is, the controller leads the system to the center of the phase plane. The linguistic values of the linguistic variables are: EX (Error position): NB :Negative Big, NM :Negative Medium, NS : Negative Short, ZE : Zero, PS :Positive Short, PM :Positive Medium and PB :Positive Big. DEX (Error position variation): Decrement (DEC), Constant (CON) and Increment (INC). Outputs : VB :Very Big, B :Big, MB :Medium Big, MS :Medium Short, S :Short and VS :Very Short.

The controller was tuned by linguistic substitution<sup>7</sup>.

### 3. LABORATORY TEST

The laboratory tests were made in the LOLA adaptive optics system prototype designed and constructed at the Instituto de Astronomía de la Universidad Nacional Autónoma de México (UNAM). A laser beam was used to emulate a star light beam. A membrane with a mirror was introduced in the optical path and was excited by a signal generator or by audio signals in order to produce deterministic or random perturbations in the laser beam. Therefore, it was possible to introduce tilt in one axis that can be changed both in amplitude and frequency. A 2.5X microscope objective was used, so the maximum centroid variation, according with a test made, was between -2.36 and + 2.36 arc seconds.

#### 3.1. CLOSED - LOOP SYSTEM TEST WITH A DETERMINISTIC PERTURBATION

The images obtained with the closed-loop system and deterministic perturbation (square wave) are shown in the Figure 4. Using the configuration shown in Figure 1, we made the test both in laboratory and telescope. The acquisition and image-processing computer acquired the images. Data was processed with IDL Software. The principal test conditions were :

- Integration time : 90 seconds.
- Frequency of the perturbation : 50 Hz .

The main calculated results, obtained from Figure 4, were :

- Maximum counts gain = 1.8.
- Reduction factor in FWHM = 2.4.

The image contours show the control effect in the image scattering.

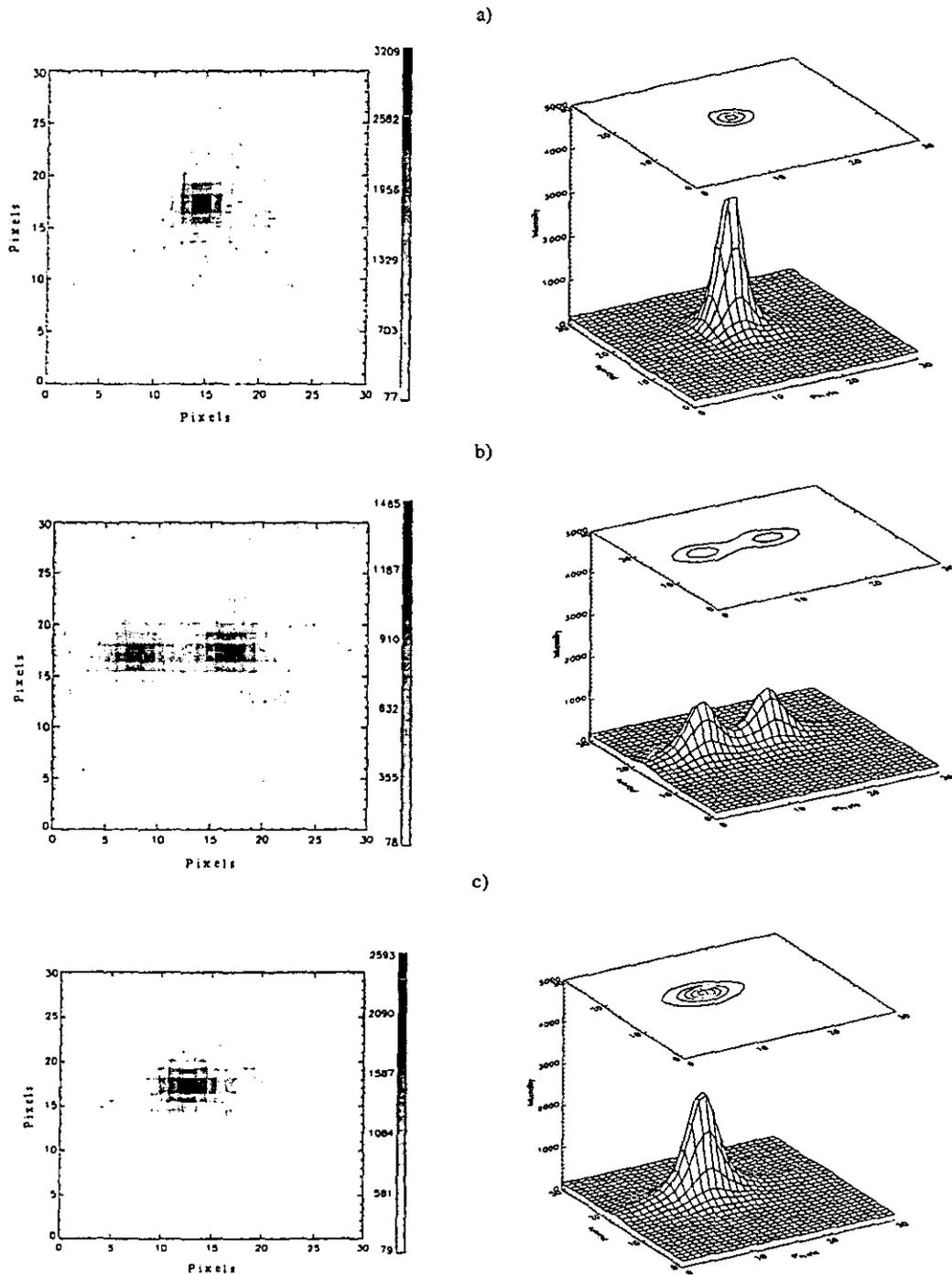


Fig. 4. - a) Ideal image. b) Perturbed without control. c) Perturbed with control. In all cases : (Left) CCD image, (Right) 3D photometric profile.

## 4. TELESCOPE TEST

The first test session of the LOLA adaptive optics tip-tilt system with fuzzy control at 1 meter Telescope of the Observatorio Astronómico Nacional in Tonantzintla, Puebla, México, was realized in March 1999. The star observed was Arcturus whose coordinates are :  $\alpha= 14^{\text{h}} 15^{\text{m}} 36.4^{\text{s}}$  y  $\delta= +190^{\circ} 11' 10.1''$ . I filter ( $\lambda=0.9 \mu\text{m}$ .) was used. The sampling frequency of the control system was 5.6 KHz, while data acquisition frequency was 30 Hz. The centroid position computer shown in the scheme of Figure 1 acquired this data.

### 4.1. IMAGE CENTROID MOTION

The centroid position values obtained for the coordinates (x, y) by the centroid position computer, both in the case with correction (white) and without correction (black) are shown in Figure 5. We can compare the corrected image with the uncorrected one. Due to the action of the fuzzy controller, we can see more concentration around the center of the corrected image than that of the uncorrected one. In the corrected one we can perceive an excellent correction in the x-axis, but not in y. Because of an error in the control software it was not possible to get a good correction of this axis. However, the reduction in y excursion is evident if we compare images in Figure 5. The uncorrected image centroid has been centered because the Kolmogorov model characteristics determine zero average for the atmospheric turbulence.

### 4.2. SINGLE - AXIS IMAGE CENTROID MOTION

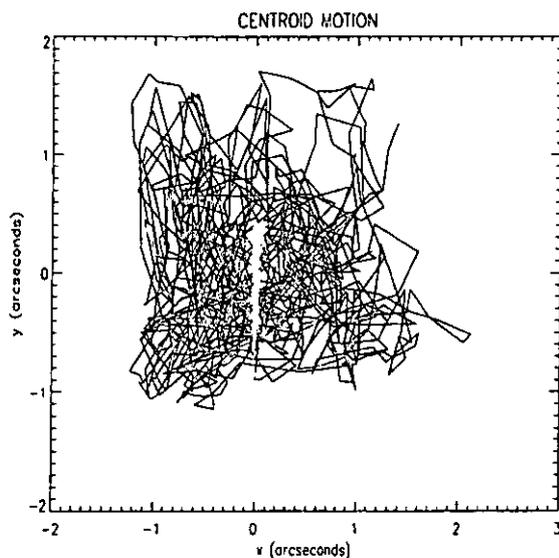


Fig. 5. - Centroid motion of the images.

### 4.3. POWER SPECTRA ESTIMATION

Once the acquired signals had been tested with signal analysis criteria and they had been centered (zero average), we determined their power spectra. As we know, the spectrum allows to evaluate some parameters that determine the behavior of the image centroid as well as that of the system. One of the most important parameters obtained from the power spectrum is the variance of the centroid motion.

It is possible to analyze the tip-tilt effect by observing single-axis image centroid motion. Thus, we can determine the total motion of the signal in each axis. This excursion can be expressed in arc seconds by considering the matched seeing of the system. Single-axis uncorrected and corrected signal are shown in Figure 6. At the left of the figure we can see the motion determined with original data. At the right appears the motion with the uncorrected signal centered. It is important to note that there are two evident correction factors to consider :

- 1) Offset reduction. Due mainly to a voltage drift in the quadrant detector there is an offset effect. As is shown in Figure 6 (left), this effect is reduced by the system. So, the corrected signal has a trifling offset.
- 2) Attenuation factor in amplitude. The improvement in attenuation factor due to the fuzzy controller action is evident. The rms variance in centroide motion was reduced from 0.639 to 0.026 arcsec. It is implicit the solution to the problem of inherent hysteresis of the piezoelectric actuators.

The power spectrum of a random signal has a probability distribution. So, it is not symmetric like that of a deterministic one. The power spectral density of a random signal is calculated by <sup>12</sup>

$$S(f) = \langle |X(f)|^2 \rangle, \quad (2)$$

where  $X(f)$  is the discrete Fourier Transform of the signal.

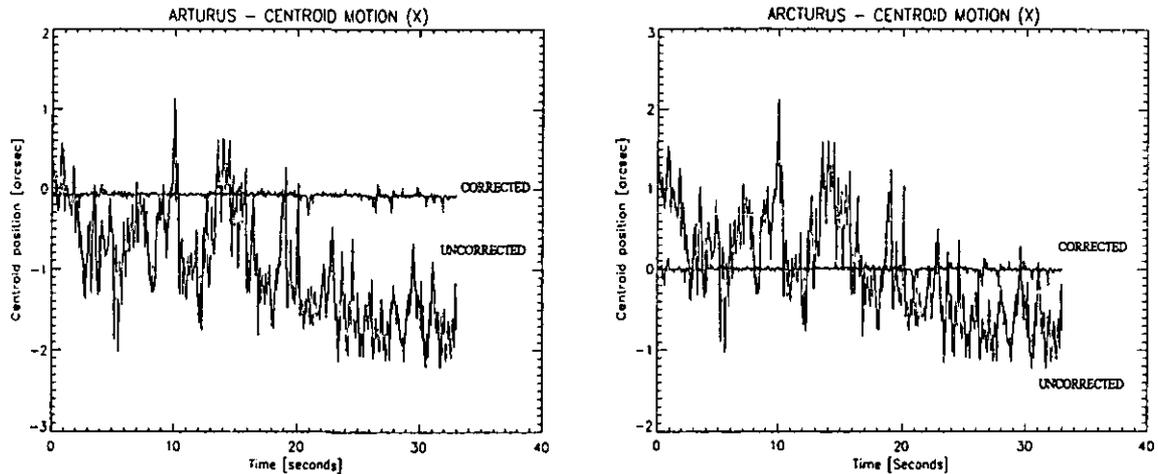


Fig. 6. - Left: Centroid motion (x) of the star. Uncorrected signal and corrected signal. Original data. Right: Centroid motion (x) of the star. Uncorrected centered signal and corrected signal.

Thus, with the acquired data we could estimate the power spectra by applying the last equation. Figure 7 (Left) shows the power spectra of the uncorrected and corrected signals. As we can see, the spectrum of the corrected signal is almost flat at low frequencies. It is appreciable a small deflection that corresponds to the transient frequency.

In order to have a best view of these spectra, a smoothing process was applied to them. A fourth order Butterworth low-pass filter with cutoff frequency of 15 Hz was applied too (see Figure 7 - right). It is possible to appreciate an attenuation factor in power of the order of 1000 at low frequencies (i.e. 0.1 Hz).

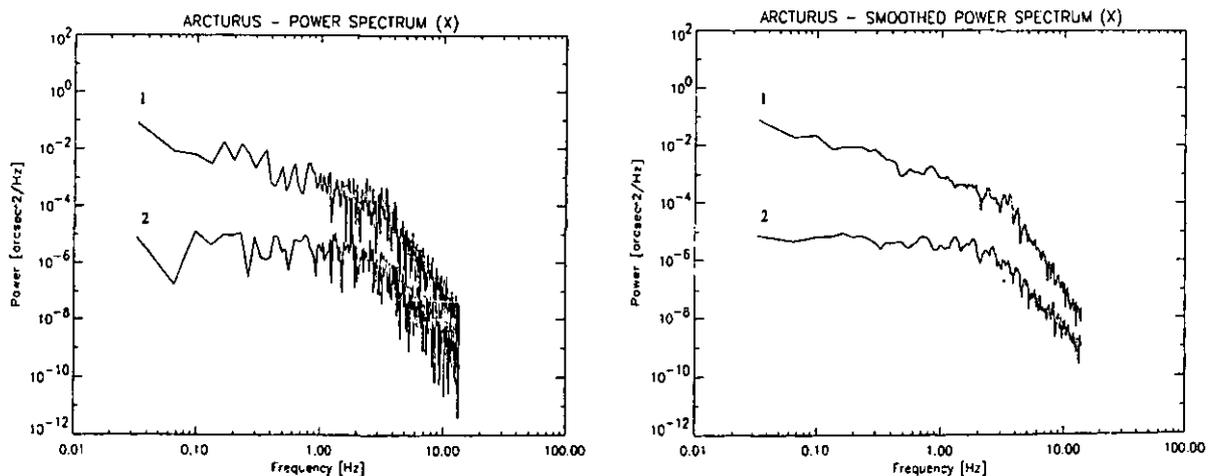


Fig. 7. - Left : 1) Uncorrected and 2) Corrected power spectra. Original data. Right : 1) Uncorrected and 2) Corrected power spectra. Data filtered and smoothed.

At high frequency regime the power spectral density of the uncorrected signal drops quickly because of the tip-tilt bandwidth (10 Hz).

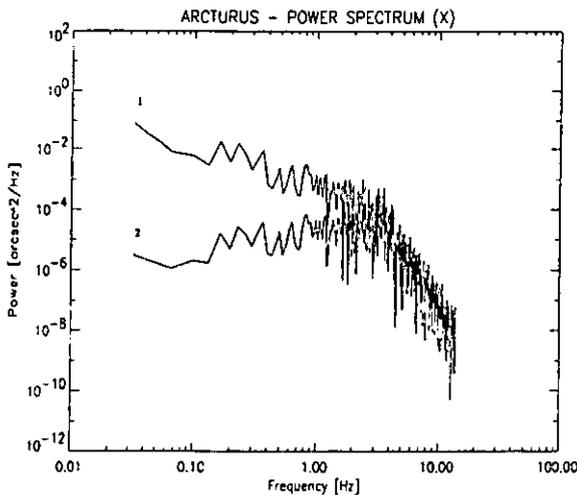
#### 4.4. CORRECTED POWER SPECTRUM ESTIMATION BASED ON SYSTEM BANDWIDTH

The corrected power spectrum based on system bandwidth (CPEW) can be calculated by multiplying the closed-loop adaptive optics system transfer function ( $T(f)$ ) by the power spectrum of the uncorrected signal (UPE) that was determined from the original data. This is

$$CPEW = T(f) * UPE . \quad (3)$$

$T(f)$  is given by <sup>1,8</sup>

$$T(f) = \frac{\left(\frac{f}{f_{3db}}\right)^2}{1 + \left(\frac{f}{f_{3db}}\right)^2} \quad (4)$$



where

$f_{3db}$  is the adaptive optics tip-tilt system actuator bandwidth.

The theoretical compensated power spectrum (CPEW) obtained with the Equation (3) and the uncompensated power spectra determined with the original data (taken by telescope) are shown in Figure 8. In this case, the actuator bandwidth ( $f_{3db}$ ) was determined to be 100 Hz<sup>9</sup>.

Comparing this corrected spectrum with that one of Figure 7 (left), we can note that they are very similar. It should be noted that the transient frequency is about 3 Hz for each case.

Fig. 8. - 1) Uncorrected power spectrum. Original data.  
2) Theoretical compensated power spectra (TCPE)

#### 4.5. THE 0 dB BANDWIDTH OF THE CLOSED-LOOP TIP-TILT SYSTEM

The 0 dB bandwidth of the closed-loop tip-tilt system can be determined by finding the cross-over point between the uncorrected and the corrected spectrum. In our case, by inspection of the Figure 7 (right) we can say that the bandwidth at 0 dB is greater than 15 Hz, because of the lack of intersection between the spectra. It should be noted that the data were acquired at 30 Hz, so the maximum observable frequency is limited to 15 Hz (Nyquist theorem). This way, we are not able to determine the exact value of the 0 dB bandwidth of the closed-loop tip-tilt system, but we can say that such value is greater than that reported for Glindemann<sup>10</sup>. In that, depending of system gain, the typical values are between 3 and 5

Hz . Due to its good performance and its characteristic of variable gain element, the fuzzy controller allows to get a great 0 dB bandwidth.

#### 4.6. EFFECTIVE WIND SPEED ESTIMATION

The concept of transient frequency is related to the estimated effective wind speed by <sup>1</sup>

$$\hat{v} = \frac{f_t D}{0.24} \quad (5)$$

where

$\hat{v}$  : Effective wind speed.  
 $f_t$ : Transient frequency.  
 $D$  : Telescope diameter.

In our case, for  $f_t = 3$  Hz and  $D = 0.8$  m, the effective wind speed is :  $\hat{v} = 10$  m / s

Some authors like Beckers <sup>11</sup> report this value as a typical wind speed.

#### 4.7. STREHL RATIO ESTIMATION BASED ON DETERMINED POWER SPECTRUM

The variance of the image motion  $(\Delta\theta_{xy})^2$  can be calculated by integrating the power spectra. In addition, the variance of the image motion is related to the residual phase variance  $(\Delta\phi_{xy})^2$  by <sup>1</sup>

$$(\Delta\phi_{xy})^2 = 2.73 \frac{(\Delta\theta_{xy})^2}{(\lambda/D)^2} \quad [\text{rad}^2] \quad (6)$$

If the residual phase variance is less than  $\frac{\pi^2}{4}$  then the Strehl ratio can be determined by utilizing the next relation <sup>1</sup>

$$S = e^{-\frac{1}{2}(\Delta\phi_{xy})^2} \quad (7)$$

In our case, the mean variance of the image motion for the two axes in the corrected case is  $0.0404141$  arc sec <sup>2</sup> . Thus, using Equation (6) we get  $(\Delta\phi_{xy})^2 = 2.09$  rad <sup>2</sup> , that is less than  $\frac{\pi^2}{4}$  . Thus, applying Equation (7), we obtain the

Strehl ratio for the corrected signal (Scor), given : Scor = 0.10311.

With this Strehl ratio we can determine the D/r<sub>0</sub> relation (r<sub>0</sub> is the Fried parameter) by using the graphics of Figure 9. For an approximated Strehl ratio of 0.1 and utilizing the centroid tracking curve, we get D/r<sub>0</sub> = 5.5.

For the uncompensated signal, the mean variance of the image motion is  $0.387$  arc sec <sup>2</sup> , equivalent to  $9.34 \times 10^{-12}$  rad <sup>2</sup> .

Putting this value into Equation (6), gives :  $(\Delta\phi_{xy})^2 = 20.15$  rad <sup>2</sup> . As the value of the phase variance is greater than

$\frac{\pi}{4}$ , it is not possible to determine the Strehl ratio by applying the Equation (7). However, we can obtain the Strehl ratio from the characteristics of the uncompensated image. The uncorrected image profile is shown in Figure 10. The image Full Width at Half Maximum ( $\epsilon_{FWHM}$ ) is about 9 pixels equivalent to 1.3 arcsec. The Fried parameter ( $r_0$ ) is estimated from<sup>11</sup>

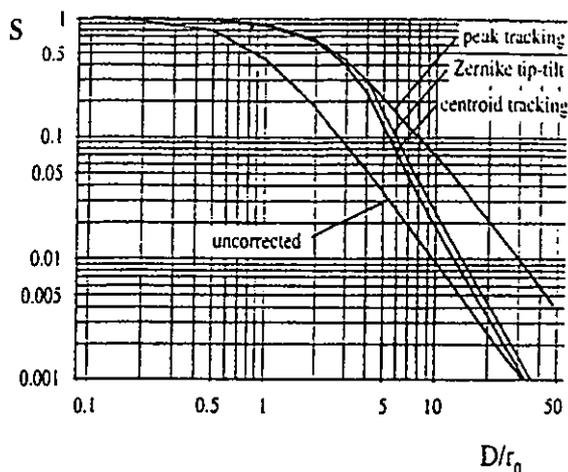


Fig. 9. - Strehl Vs.  $D/r_0$ . (Graphics was taken from reference 1 ).

Then, the Strehl gain is

$$\frac{S_{cor}}{S_{unc}} = \frac{0.1}{0.03} = 3.3 \tag{9}$$

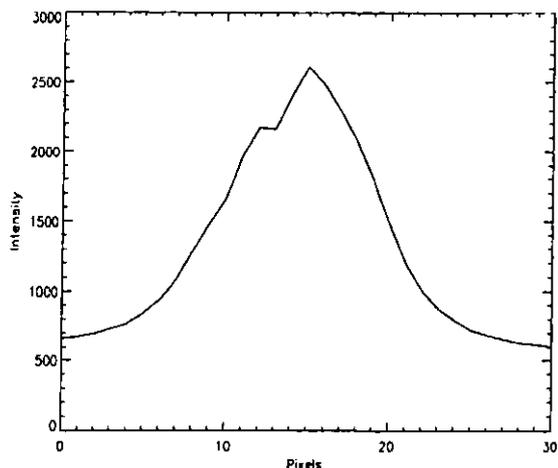


Figure 10. - Uncompensated image profile.  
The pixel scale is : 1 arc second = 7 pixels.

$$r_0 = \frac{\lambda}{\epsilon_{FWHM}} \tag{8}$$

Using the correspondent values in this Equation, gives  $r_0 = 0.14$ . Thus,  $D/r_0 = 5.5$ . As was expected, this value is equal to that one obtained for the compensated image. Therefore, we can get the Strehl ratio of the uncorrected image ( $S_{unc}$ ) by considering the calculated  $D/r_0$  value and using the uncompensated curve of the Figure 9, given  $S_{unc} \approx 0.03$ .

#### 4.8. INTENSITY DISTRIBUTION

The intensity distribution for each axis can be obtained from centroid motion. The density function both for the uncompensated and compensated images are shown in Figure 11. The control effect in the intensity concentration can be observed. The Strehl ratio is about 3.25 while the reduction factor in the  $\epsilon_{FWHM}$  parameter is about 3.1 (from 1.3 to 0.42 arc sec). It is important to note that the Strehl determined by means of the distribution function is practically equal to the Strehl obtained by Equation (9) and determined by the graphics of Figure 9, for a  $D/r_0$  value of 5.5.

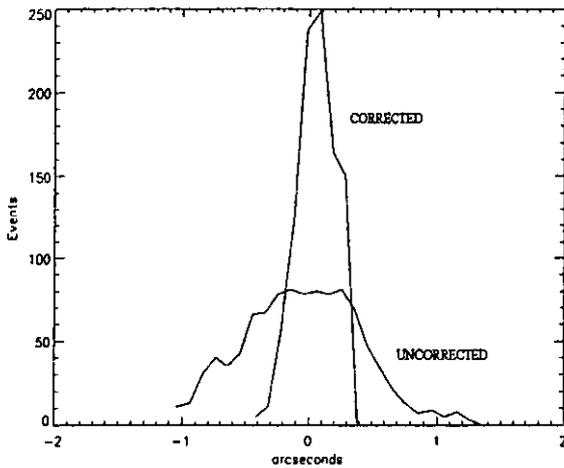


Figure 11. - Distribution profiles.

#### 4.9. UNCORRECTED POWER SPECTRUM ESTIMATION BASED ON CALCULATED OPTICAL PARAMETERS

It is possible to obtain the power spectrum of the uncorrected image by utilizing the parameters calculated in previous sections ( $D/r_o$ ,  $\hat{v}$ ,  $\lambda/r_o$ ) and considering the low and high frequency regimes. As we know, these are defined by<sup>1</sup>

$$P_{f_{low}} = 0.09\% \left( \frac{r_o}{\hat{v}} \right)^{1/3} \left( \frac{\lambda}{r_o} \right)^2 f^{-2/3} \left[ \frac{\text{arcsec}^2}{\text{Hz}} \right], \quad (10)$$

$$P_{f_{high}} = 0.0013 \left( \frac{D}{\hat{v}} \right)^{2/3} \left( \frac{\lambda}{r_o} \right)^2 \left( \frac{D}{r_o} \right)^{-1/3} f^{-1/3} \left[ \frac{\text{arcsec}^2}{\text{Hz}} \right], \quad (11)$$

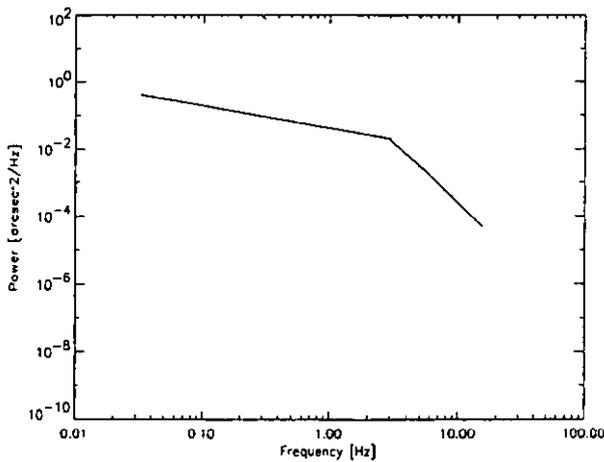


Fig. 12. - Uncorrected power spectrum.

where

$\hat{v}$  : Effective wind speed,

$\frac{\lambda}{r_o}$  : Seeing in arcsec.

The obtained values are :

$\hat{v} = 10 \text{ m/s}$ ,

$\frac{\lambda}{r_o} = 1.3 \text{ arcsec}$ ,

$r_o = 0.8 \text{ m}$ ,

$r_o = 0.145 \text{ m}$ .

The power spectrum of the uncompensated image is shown in Figure 12. The transient frequency is about 3 Hz. This value is equal to that one found in all other cases. The uncompensated power spectrum has the same tendency that the spectra obtained in all other cases, both for high and low frequencies.

## 5. CONCLUDING REMARKS

The reduced time delay of the fuzzy controller (180  $\mu$ s) and its nonlinear characteristics improved the global system performance respect our previous version. Also, the variable structure of the controller allowed to increase the robustness index against sudden variations of the wave-front, and it was possible to reduce some nonlinear effects like the hysteresis of the piezoelectric actuators and the voltage drifts inherent to the quadrant detector.

Laboratory test results showed an increase in the Strehl of the image profile when fuzzy control was on line. The fuzzy controller running at 5.6 KHz increased the Strehl from 1465 counts in the uncorrected case, to 2593 counts in the corrected one. This represents a gain factor of 1.8. In addition, the reduction factor in FWHM was 2.4. The frequency of the perturbation signal (50 Hz) was five times greater than the adaptive optics tip-tilt bandwidth (10 Hz). As we appreciated, this bandwidth limitation did not avoid the system performance were increased.

The preliminary telescope tests showed that the LOLA closed-loop adaptive optics tip-tilt system with fuzzy control reduced the single axis rms image motion from an average of 0.639 arc seconds to 0.026 arc seconds (a reduction factor of about 25). Some other additional effects that could be added to centroid motion (including noise sensor, noise signals produced by guiding, etc.) were reduced, as appreciated in centroid motion figures.

The power spectrum of the image motion based on the closed-loop adaptive optics system bandwidth and that obtained by means of the acquired data in the telescope were almost equal. For each case, the attenuation factor in amplitude at low frequency was about 1000, and the transient frequency was 3 Hz.

Similar Strehl values were calculated by different methods : Analytical and by means of the distribution function of the acquired data. In the first case, the Strehl was obtained by using the residual phase variance, in the second one, this parameter was determined by considering the uncorrected and corrected function distributions. The Strehl gain was 3.3 and the D/ro relation was 5.5, in both cases. Additionally, the closed-loop system reduced the FWHM from 1.3 to 0.42 arc sec , that corresponds to a reduction factor of 3.1.

## 6. REFERENCES

1. A. Glindemann, "Relevant parameters for Tip-Tilt systems on large telescopes", *Astronomical Society of the Pacific*, pp 682-687, 1997.
2. P. Sotelo, R. Flores, F. Garfias and S. Cuevas, "Fuzzy logic controller for the LOLA AO tip-tilt corrector system", *Proceedings of the SPIE Conference on Adaptive Optical System Technologies*, Vol. 3353, pp 1202-1206, 1998.
3. D. Driankov, *An introduction to fuzzy control*, Springer-Verlang Berlin Heidelberg, USA, 1993.
4. K. Liu, "Some issues about fuzzy logic control", *Proceedings of the 32<sup>nd</sup> Conference on decision and control*, pp 1743-1748, San Antonio, Texas, December 1993.
5. L. Wang, "Fuzzy systems are universal approximators". IEEE proceedings, pp 1163-1169, 1992.
6. R. Flores and P. Sotelo, "Fuzzy logic controller for an adaptive optics system (applied to Astronomy)", *Proceedings of the Sian ka'an 97 international conference. The second join Mexico-US. International Workshop on Neural Networks and Neurocontrol*, pp 209-216, August 1997.
7. M. Braae, "Theoretical and linguistic aspects of the fuzzy logic controller", *Automatica. IFAC*, Vol. 15, pp 553-577, 1979.
8. D. Greenwood, "Bandwidth specifications for adaptive optics systems", *Optical Society of America*, pp 390-393, 1977.
9. F. Garfias, *Estudio de un sistema de control para óptica adaptativa*, Tesis de Licenciatura, Facultad de Ingeniería, UNAM, México, D.F., Noviembre 1995.
10. A. Glindemann, "CHARM : A Tip-Tilt tertiary system for the Calar Alto 3.5-m Telescope", *Astronomical Society of the Pacific*, pp 688-696, June 1997.
11. J. Beckers, *Adaptive Optics for Astronomy: Principles, Performance and Applications*, Annu. Rev. Astrophys, V1, pp 13-62, 1993.
12. K. Beauchamp and C. Yuen, *Digital methods for signal analysis*, George Allen and Unwin, London, 1973.

# Fuzzy logic controller for the LOLA AO tip-tilt corrector system

Pablo Sotelo, Ruben Flores, Fernando Garfias, Salvador Cuevas

Instituto de Astronomía, Universidad Nacional Autónoma de México  
Apdo. Postal 70-264, Coyoacan, 04510, México, D.F.

## ABSTRACT

At the INSTITUTO DE ASTRONOMIA (National Autonomous University of Mexico-UNAM) we developed an adaptive optics system for the correction of the two first orders of the Zernike polynomials (Tip and Tilt) measuring the image centroid.

Here we discuss the two system modalities based in two different control strategies (classic and fuzzy logic) and we present simulations comparing the systems. For the classic control system we present telescope results.

Keywords: Tip-Tilt, Fuzzy logic, zero order Sugeno type controller

## 1. INTRODUCTION

LOLA is an adaptive optics system developed to correct in real time low orders (Tip & Tilt) image aberrations produced by the atmospheric turbulence in the incident wavefront. The system is intended to be used in telescopes with diameter equal or less than 2 mts.

Glindeman [Ref. 1] has studied the advantages of an AO tip tilt corrector system. It is no necessary repeat here the principal guidelines. The important point is LOLA corrects in fact centroid movement induced by the atmospheric turbulence by means a centroid sensor and a tip-tilt corrector mirror. The performance of LOLA must be slightly less than a "pure" tip-tilt corrector.

We intend use the LOLA system as a training platform in order to gain experience on AO systems. Our principal goal is a higher order AO correction system [Ref. 2].

One of the explored points is understand the performance of a classical compensator like the PID and compare this one with a fuzzy logic compensator system.

This has been studied by means of simulations and by an experimental approach at the telescope with the PID first. The experimental tests at the telescope for the fuzzy logic system will be made this year.

## 2. GENERAL DESCRIPTION OF THE SYSTEM

For the two versions (classic and fuzzy) the common elements are: The centroid sensor (CS), based on avalanche photodiode common substrate quadrant detector EG&G C30927E-03, preamplifier electronics, coordinates transform electronics, piezo driver Physik Instrumente (PI) E-809.00, PZT control PI E-863.10 and a 20 mm. Diameter Tip-Tilt mirror (TTM).

The TTM is a conjugate of the telescope pupil plane by means an off axis 300 mm. parabolic mirror. Another 1000 mm. off axis parabolic mirror reconverts the  $f/15$  telescope focal ratio on a  $f/37.5$  equivalent system, on the science camera (SCAN) and the CS.

---

### • Further information:

Pablo Sotelo; E-mail: pablo@astroscu.unam.mx

Part of the SPIE Conference on Adaptive Optical System Technologies • Kona, Hawaii • March 1993  
SPIE Vol. 3353 • 0277-786X/98/\$10.00

The diameter of the star image must be equal to the CS diameter to obtain a linear response and optimize the dynamic range in the centroid determination. So the star image must be amplified. This is accomplished using a microscope objective which matches the diameter of the quadrant detector to the seeing conditions. The pixel size of the science camera projected to sky is 0.072 arcsec..

All the optics is gold coated to optimize performance at the peak wavelength sensitivity of the CS (800 nm). The mechanical system is in fact an optical benchwork attached to the cassegrain telescope stage. The optics is mounted on kinematic mounts and translation stages.

In the Figure 1, we show the block diagram of the system The CS senses the input wavefront. This sensor has four avalanche fotodiodes that produces current signals proportional to the position of the light beam on its surface, and the received flux. This photocurrents are converted to voltage, that are amplified and used to estimate the XY position of the centroid. In order to eliminate dependence in beam intensity, we use a normalized function to calculate the centroid position. This position signals are sent to the compensator, and its outputs amplified by the PZT driver move the piezoelectric actuators that define de the position of TTM.

### Adaptive Optics System General Block Diagram

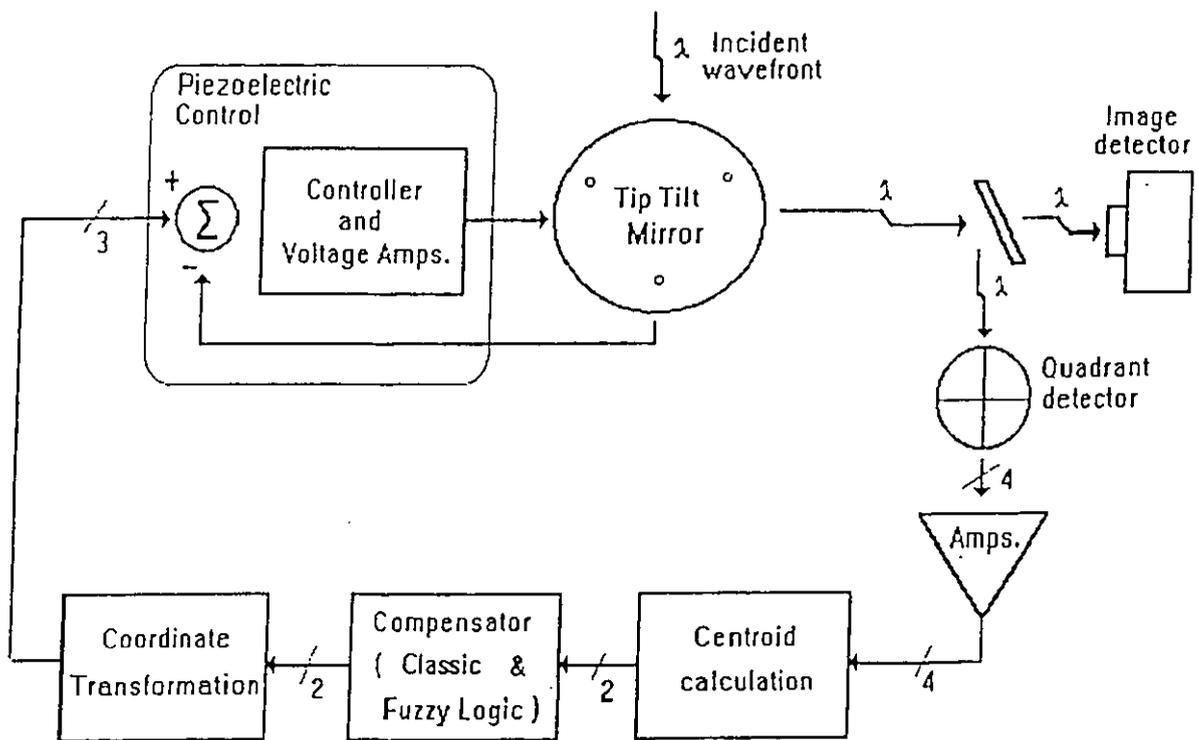


Figure 1: General Block Diagram of the System.

The TTM piezo driver has three actuators placed at 120°. This device was acquired to Physic Instrumente for Tip-Tilt AO experiments and for future Tip+Tilt+Focus atmospheric and telescope compensation.

Due to the acquisition board has only two analog outputs, to connect the two control signals X and Y from the compensator to the three PZT driver inputs we build an analog electronic circuit that implements a coordinates transformation.

The maximum displacement of the piezo drivers is 16  $\mu\text{m}$ . so the maximum angle correction corresponds to 8.52 arcsec. in the SCAM focal plane. For ideal seeing conditions the system will work for 1/8 of the total correction dynamic range.

### 3. DESCRIPTION OF THE CLASSIC COMPENSATOR

For the first version of the system, we started with a digital PID compensator. The implementation of the compensator, the user interfaces and the sub test instruments to tune and set up the system were implemented using LabView package version 3.0.1 by National Instruments running on a Pentium MMX 200 MHz. PC computer, and a AT-MIO-16D acquisition board also from National Instruments with 8 differential analog inputs, 2 analog output channels and 12 bits of resolution

The user interacts with the system trough a graphic user interface (GUI) that is the virtual control panel of the instrument. Each degree of freedom (Tip and Tilt) has its own independent PID compensator, with its own parameters that can be adjusted on fly, meanwhile signals like centroid position, instantaneous and accumulated error, and output are displayed in real time.

### 4. FUZZY LOGIC COMPENSATOR

With the purpose of evaluate control alternatives to implement OA systems, we decided to evaluate a fuzzy logic compensator and compare the performance with classic control strategies.

We designed a zero order Sugeno type controller because it has a lot of advantages. The use of singletons in the defuzzification stage allows to save required memory. In addition, the computational effort is low [Ref. 3]. These factors are important because of the length of the sampling period required for the adaptive optics system. So we need to obtain the signal control as fast as possible in order to have an adequate performance of the control system.

The structure characteristics of the zero order Sugeno type controller are (for our case):

-Fuzzification procedure: AND-MIN.

-Implication type: MIN.

-Defuzzification procedure: Singleton.

Like in the classic case, the fuzzy compensator has a MIMO (Multiple Input-Multiple Output) representation. We know that one MIMO fuzzy logic controller can be replaced by many MISO (Multiple Input-Single Output) fuzzy logic controllers [Ref. 6]. Because of this we can ignore the inherent linear dependency between control variables; So we can use two MISO controllers instead of one MIMO controller.

At the output of the controller we have two control signals (SCX, SCY); thus we have a MIMO controller with two inputs and two outputs. But inside the controller there are two MISO controllers of two inputs and one output each one. This equivalence is based on the fact mentioned above. We must say that we use the error variation of each error variable in order to consider their dynamics.

The following description of the controller is based on the scheme shown in the figure 2.

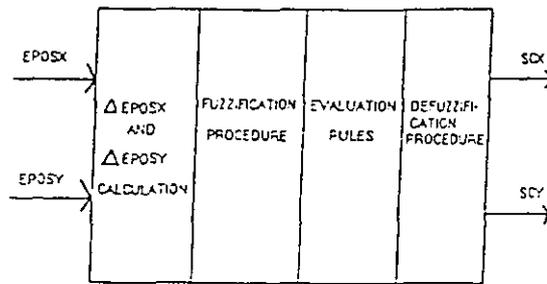


Figure 2: Block diagram of fuzzy logic controller.

The fuzzification stage for both the error in X (EPOSX) and error in Y (EPOSY), had seven fuzzy sets in their universes of discourse. These universes of discourse are semi-closed and have trapezoidal shapes in the extremes and triangular shapes in the center.

The linguistic values of the fuzzy sets are defined as:

- NG : Negative Big.
- NM : Negative Medium.
- NC : Negative Small.
- ZE : Zero.
- PC : Positive Small.
- PM : Positive Medium.
- PG : Positive Big.

We took in account the error dynamics by considering the variation of the errors for each iteration (sampling). So we have  $\Delta EPOSX$  and  $\Delta EPOSY$ . This variables have three fuzzy sets in their universes of discourse and have the same characteristics than the discourse universes for EPOSX y EPOSY.

The linguistic values of the fuzzy sets in this case are:

- DEC : Decrement.
- CTE : Constant.
- INC : Increment.

For the zero order Sugeno type structure we have a universe of the output with the next linguistic values:

- MUP (Very small)
- PE (Small)
- MEP (Medium small)
- MED (Medium)
- MEG (Medium big)
- GRA (Big)
- MUG (Very big)

We have a cardinality of 21 rules for the pair EPOSX- $\Delta$ EPOSX and other 21 rules for EPOSY- $\Delta$ EPOSY pair. So, the inference machine has 42 rules of cardinality for all the control system. The fuzzy associative memory (FAM) for the two variables is shown in the table 1. We must say that the FAM for both channels is the same due to the symmetrical arrange of the actuators.

EPOSX/ $\Delta$	NG	NM	NC	ZE	PC	PM	PM
EPOSX	GRA	MEG	MED	MEG	MEG	MEP	MEP
DEC	GRA	MEG	MED	MED	MED	MED	MED
CTE	MUG	GRA	MEG	MEG	MEP	PE	PE

Table 1: Fuzzy Associative Memory. Horizontal: EPOSX,Y, Vertical:  $\Delta$ EPOSX,Y.

## 5. SIMULATIONS

The simulations for the two system modalities (Classic and Fuzzy) were made using the same system model just replacing the appropriate compensator. Each component of the system was modeled, and Figure 3 shows the general block diagram of the system for simulation using SIMULINK from MathWorks. The block called optical complex considers the angular displacements and inversions in the image due to the optics. All the blocks had been modeled by transfer function method.

The calculated errors are feeding to the compensator where are processed to obtain the control signals for the X and Y axis. The coordinates transformation is applied to the compensator output signals to get three electrical signals, one for each of the piezoelectric actuators, so the TTM can be positioned in three dimensional space.

The perturbations of the system modify the position of the beam in the detector. This perturbations are step type and has been dimensioned agree with the physical restrictions of the adaptive optics system.

In our case, a model process is necessary because we want to get an easy and quickly procedure to tuning both kind of compensators (the PID and the fuzzy). In addition, in Simulink a platform model process is required to perform temporal response tests of the system in closed-loop.

At the beginning we made a stable state test without perturbation in order to verify the zero error condition. Later, we introduced the perturbation to the system. This perturbation is on the two axes at the same time and starts on three milliseconds. Thus, we could appreciate the closed-loop actuators response.

We used the traditional trial and error procedure to get the tuning of the fuzzy logic controller. This way we can get quite good performance of the Physik Instrumente outputs.

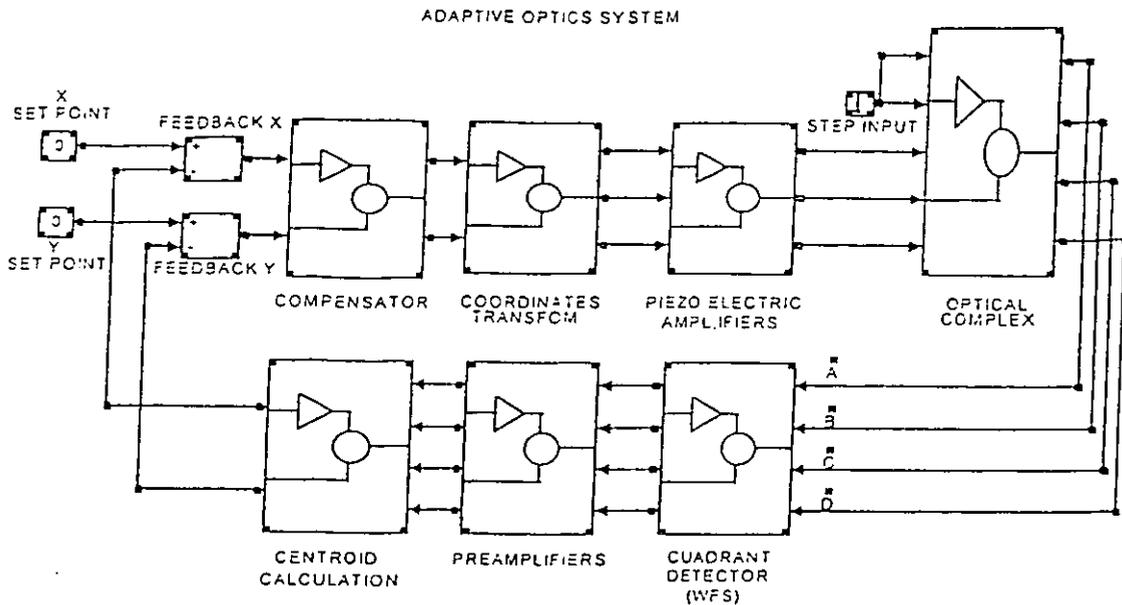


Figure 3: General Block Diagram of the System for simulation.

The schematic diagram of the fuzzy logic controller is shown in figure 4. As we can see there is a memory block that allows to obtain the difference between the actual error and previous error. This way, we get  $\Delta EPOSX$  and  $\Delta EPOSY$  values at each iteration (sampling).

The fuzzy block with input signals  $EPOSX, Y$  and  $\Delta EPOSX, Y$ , has the characteristics mentioned previously in this work. We can manipulate this characteristics through fuzzy logic toolbox instructions. It means that it is possible to change the parameters of the fuzzy sets in any universe of discourse. It is possible to change the inference rules and the fuzzification and defuzzification procedure too, obtaining a fuzzy logic controller with a quite good performance.

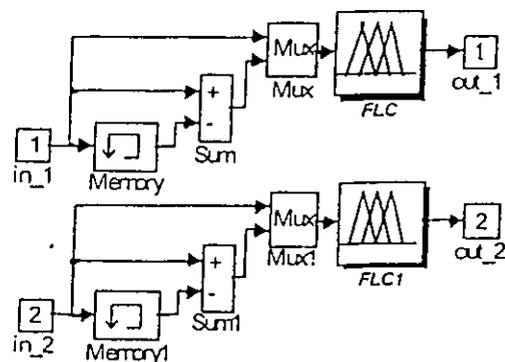


Figure 4: Fuzzy logic controller for 2 channels.

## 6. RESULTS

In the simulation of the closed loop system with the fuzzy logic compensator we obtained the performance shown in figure 8, we can see a response with a overimpulse maximum about 0.83. Its settling time is about 6 msec. considering start time perturbation on 3 msec.

The sum of the magnitude of actuators 2 and 3 is equal to the magnitude of the actuator 1. This is because we have a perturbation in both axis (See figure 3: Optical complex inputs). The TTM is positioned by the three actuators to compensate the effect of the bidimensional perturbation following the dynamics. Figure 9 shows simulation of the system for the step response using the PID compensator.

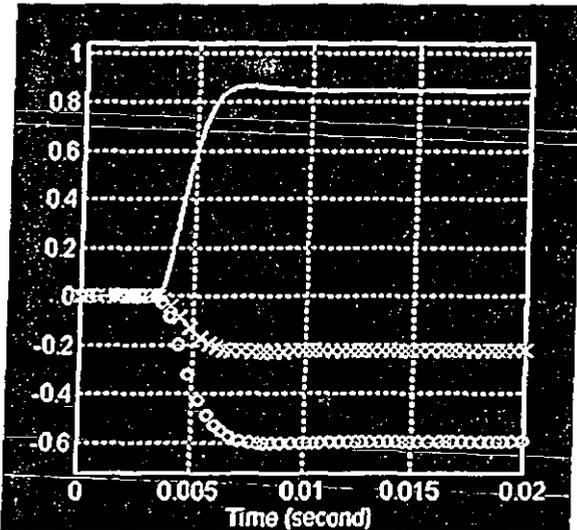


Figure 5: Step response of the optical complex with the Zero Order Sugeno type controller.  
Note: ---: Actuator 1, xxx: Actuator 2, ooo: Actuator 3.

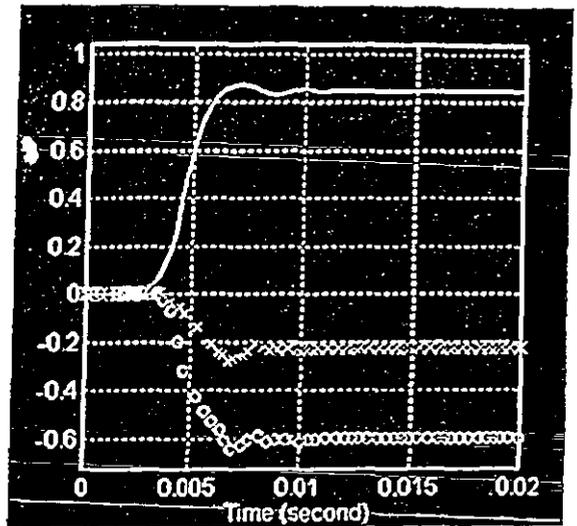


Figure 6: Step response of the optical complex with the PID compensator.  
Note: ---: Actuator 1, xxx: Actuator 2, ooo: Actuator 3.

## 7. PERFORMANCE OF LOLA AT THE TELESCOPE

In February 1998 we tested the LOLA AO system with the PID compensator at the 1m. telescope of the Observatorio Astronómico Nacional in Tonantzintla, Puebla. We obturated the telescope to 0.8m diameter. The science camera (SCAM) was a Lynxx 192x162 pixels CCD camera with an I (0.9 microns) filter. We estimated the seeing FWHM at the SCAM in the order of 4 arcsec., so the value  $D/r_0 = 32$ . These are very bad seeing conditions off course. The seeing changed quickly, in the order of 30 sec.. The star image on the CS sometimes went out, opening the loop. It was necessary to recenter the star on the detector and try again. In the figures 10 and 11, we show single exposure 10 sec. integrated images on the SCAM before and after closing the loop. The integrated flux on both of the images is the same. The estimated Strehl for the open loop image is 0.0010. We obtain an improvement in the relative Strehl closing the loop of 1.5. Despite the  $D/r_0 = 32$  unfavourable value the Strehl gain agrees very well to the theoretical curves calculated by Roddier [Ref. 5], for 2 Zernike correction terms. The FWHM for the corrected image is 2.5 arcsec. and corresponds to a 1.6 times FWHM improvement.

For a 0.8 m. telescope the maximum acceptable time delay for tip-tilt correction is given by  $\tau_{\max} = (0.56)D/2v$ , where  $D$  is the telescope diameter and  $v$  is the effective wind velocity [Ref. 5]. With the actual computer, the closed loop frequency for the system using the PID compensator is 25 Hz. or 40 msec.. Using the above formula, the estimated effective wind velocity is 5 m/sec, a reasonable value.

As it is above mentioned, the dynamic correction range is 8 arcsec.. In this first telescope run the seeing was 4 arcsec, and the system worked near the limit of the dynamic range, considering the seeing can change quickly a factor two.

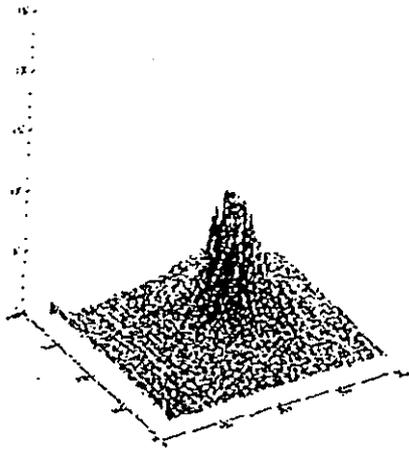


Figure 7: Non corrected integrated image

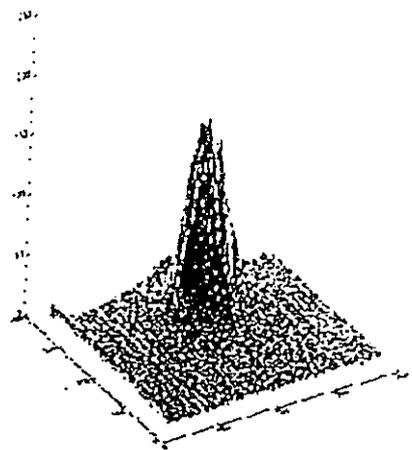


Figure 8: Corrected integrated image

## 8. CONCLUSIONS

The telescope test with the PID compensator showed that the system is able to compensate centroid movement of the image even at high values of  $D/r_0$  but for higher wind speed values it would be necessary to increase the closed loop frequency. In better astronomical sites like San Pedro Martir observatory where  $r_0 = 0.15$  m. in the visible, this frequency is enough for a 2.1 m. telescope at 10 m/s wind speed.

Simulations show a faster response for the system using the fuzzy controller than for the PID with the computer used. So we can conclude, that a fuzzy logic controller is suitable for use in the astronomical OA system.

We are confident that a fuzzy logic zero order type controller has good performance. Nowadays we are making probes with a zero order Sugeno type controller version on an embedded system. This control system is being implemented using a MC68HC12A41/4VB evaluation board.

In this work we evaluate a control system to correct the incident wavefront aberrations of the Tip and Tilt types. In the future we plan to use the fuzzy logic controllers, in order in higher order AO system

## 9. ACKNOWLEDGMENTS

We wish to thank to Leonardo Sanchez for his collaboration to obtain the non corrected and corrected integrated images.

## 10. REFERENCES

1. Glindemann, A.: "Relevant parameters for tip-tilt systems on large telescopes" *Astronomical Society of the Pacific*, 109: 682 - 687, 1997 June.
2. Cuevas, S., Sotelo, P., Garfias, F., Iriarte, A., Martinez, L. A., Orlov, V., Voitsekhovich, V., Instituto de Astronomía UNAM (México); Marchis, F., European Southern Observatory (Chile); Roddier, F. J., Graves J. E., Norcott, M. J., Roddier, C. A., Univ. Of Hawaii/Manoa; Verin, J. Avila, R., Univ. Nice (France). "University of México's Adaptive Optics Program". Conference at: International Symposium on Astronomical Telescopes and Instrumentation, 20-28 March, 1998, Kona, Hawaii USA.
3. Flores, R., Sotelo, P.: "Fuzzy logic controller for an adaptive optics system (Applied to Astronomy)". Sian Ka'an 97 International Conference. The Second Joint Mexico-USA International Workshop on Neural Networks and Neurocontrol.
4. Garfias, F., Sotelo, P., Cuevas, S.: "Estudio de un sistema de óptica adaptativa para el telescopio de 2 mts. del OAN SPM", 5<sup>th</sup> Latin-American Meeting on Optics and their Applications, La Habana, Cuba. 1996.
5. Roddier, F.: "Adaptive optics for astronomy", NATO ASI series vol. 423, Alloin, D. M., Mariotti, J.-M. Eds, Kluwer, pp. 89-111.
6. Lee, C.: "Fuzzy logic in control systems: fuzzy logic controller. Part I". In: IEEE transactions on systems, man and cybernetics. March/April 1990. Vol. 20, Num. 2. 404-418 pages,
7. Lee, C. "Fuzzy logic in control systems: Fuzzy logic controller. Part II". In: IEEE transactions on systems, man and cybernetics. March/April 1990. Vol. 20, Num. 2. 419-427 pages,
8. Gulley, N., Jang, R.: Fuzzy Logic TOOLBOX. For use with MATLAB. User's guide. U.S.A.: The Mathworks Inc. 1995.
9. Pedrycz, W. Fuzzy control and fuzzy systems. England: Research Studies Press, LTD. 1993. Second edition.

## “FUZZY LOGIC CONTROLLER FOR AN ADAPTIVE OPTICS SYSTEM (APPLIED TO ASTRONOMY)”

R. A. Flores\*, P. Sotelo

### ABSTRACT

*The fuzzy logic control systems have been applied with acceptable performance to solve many industrial problems. However, nowadays there are just a few astronomical applications.*

*Adaptive optics is a technique to compensate in real time for phase errors produced by atmospheric turbulence by means of an optical system. This system corrects the error introduced by the atmosphere, following spatial and temporal deformations.*

*At the INSTITUTO DE ASTRONOMIA (National Autonomous University of Mexico-UNAM) we have developed a system of adaptive optics for the correction of the two first orders of the Zernike polynomials (Tip and Tilt), in the wavelengths of 1.25 and 2.2 micrometers, for two-meter telescope at the Observatorio Astronómico Nacional, San Pedro Mártir (OAN SPM), Baja California Norte, México.*

*The purpose of this work is to present the design, simulation and preliminary test results of the fuzzy logic controller to regulate an adaptive optics system for astronomy.*

### GENERAL DESCRIPTION OF THE SYSTEM.

What is an adaptive optics system ? :

An adaptive optics system, is an opto-electronic complex, that tends to eliminate in real time the dynamic perturbations that degrade the quality of an image.

In the astronomical case, the perturbation that we want to correct, is the one due to the atmospheric turbulence, that produces loss in image resolution.

Due to the distance from the luminous source to the observer, the wavefront can be considered flat with very good approximation, in this case it is possible to describe the input wavefront in a circular aperture (like a telescope) using orthonormal functions called Zernike polynomials.

A very important percentage of the loss in resolution in the image is due to the components described by the first two orders of this polynomials, that are called “Tip” and “Tilt” and corresponds to a displacements in the XY direction on the image plane. The inclination in the wavefront can be corrected using a flat mirror whose position in the time is controlled using an electromechanical system.

This mirror is called commonly “Tip-tilt mirror (TTM)”.

The sensor in the system must detect the displacement due to the atmospheric turbulence and with that signal the controller moves the mirror in the opposite direction, to compensate de perturbation.

In the Figure 1, we show the block diagram of the system. In our system, we use a quadrant detector, to sense the input light wavefront. This sensor has four avalanche fotodiodes that produces current signals proportional to the position of the light beam on the detector, and the luminous intensity.

This photocurrents are converted to voltage, amplified and are used to determine the XY position of the centroid.

\*INSTITUTO DE ASTRONOMÍA UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO, Circuito de la Investigación Científica, Apartado Postal 04510, México, D.F.,  
E-Mail Address:  
rubenf@verona.fi-p.unam.mx  
pablo@astroscu.unam.mx.

PHONE/FAX NUMBER:  
(525) 622-39-11 Ext. 311 & 210.

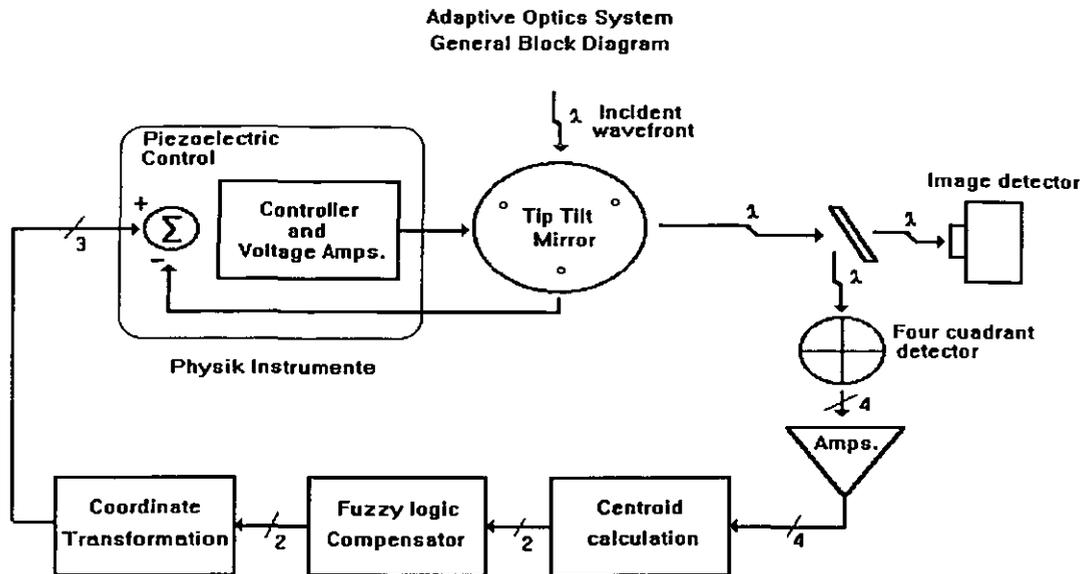


Figure 1: General Block Diagram of the System.

This position signals are send to the compensator, and the outputs drive the piezoelectric actuators of the TTM, that define the position of the mirror.

One of the most critical parameters, in the adaptive optics for astronomy is the correction time. This one depends on the wavelength that the corrections are made. For our case (the near infrared, 800 nm), the time in which the wavefront can be considered static and the correction must be made in around 10 milliseconds (100 Hz).

## DESCRIPTION OF FUZZY LOGIC CONTROLLER.

For the computer simulations, we decided to evaluate two types of fuzzy logic controllers (see section III). This classification was based in the following architectures:

- a) Mamdani type controller.
- b) Zero order Sugeno type controller.

Theoretically, it is known that Sugeno type controller give more implementation advantages than Mamdani type controller. The use of singletons in the defuzzification stage allows to save required memory. In addition, the computational effort is less. These factors are important because of the length of the sampling period required for the adaptive optics (See section I). So we need to obtain the signal control as fast as possible in order to have a good control system performance.

We made simulations on each controller in order to determine which one had the best performance. Although, it is known that, Sugeno controller type is better because it requires less memory bandwidth. Simulations were made for the two kind of controllers, in order to evaluate the responses of each one. Those were made in Simulink (Matlab Software by Mathworks).

The structure characteristics of both Mamdani type controller and zero order Sugeno type controller are (for our case):

\* Mamdani controller type structure:

- Fuzzification procedure: AND-MIN.
- Implication type: MIN.
- Defuzzification procedure: Centroid.

\* Zero order Sugeno controller type structure:

- Fuzzification procedure: AND-MIN.
- Implication type: MIN.
- Defuzzification procedure: Singleton.

The control system is a MIMO (Multiple Input-Multiple Output) controller. We know that one MIMO fuzzy logic controller can be replaced by many MISO (Multiple Input-Single Output) fuzzy logic controllers [LEE90b]. Because of this we can ignore the inherent linear dependency between control variables; So we can use two MISO controllers instead of one MIMO controller.

At the output stage of the controller we have two control signals (SCX, SCY); thus we have a MIMO controller with two inputs and two outputs. But inside the controller there are two MISO controllers of two inputs and one output each one. This equivalence is based on the fact mentioned above. We must say that we use the error variation of each error variable in order to consider their dynamics.

The phase lead and lag detected by the wavefront sensor (quadrant detector) produce two error signals. One of these for the X axis, and the other for the Y axis.

The outputs of the controller need to be transformed in order to obtain the three signals required to control the three piezoelectric actuators of the system. In other words, we made a transformation of coordinates from two outputs to three outputs.

The following controller description is based on the scheme shown in the figure 2. The universes of discourse of the

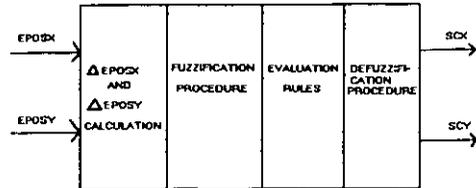


Figure 2: Block diagram of fuzzy logic controller.

inputs both for the Mamdani type controller and zero order Sugeno type controller are the same. The membership functions of the outputs are different because of the tuning and the defuzzification procedure in each case.

The fuzzification stage for both the error in X (EPOSX) and error in Y (EPOSY), had seven fuzzy sets in their universes of discourse. These universes of discourse are semi-closed and have trapezoidal shapes in the extremes and triangular shapes in the center as is shown in figure 3.

The linguistic values are defined as:

- NG : Negative Big.
- NM : Negative Medium.
- NC : Negative Small.
- ZE : Zero.
- PC : Positive Small.
- PM : Positive Medium.
- PG : Positive Big.

As we said previously, we took in account the error dynamics by considering the variation of the

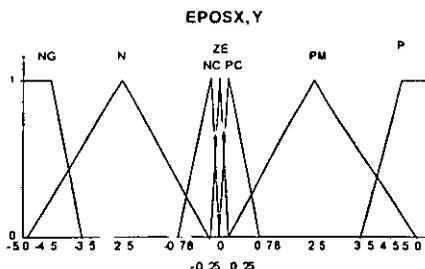


Figure 3. Universe of discourse for EPO SX and EPO SY variables.

errors for each iteration (sampling). So we have  $\Delta EPO SX$  and  $\Delta EPO SY$ . This variables have three fuzzy sets in their universes of discourse and have the same characteristics than the discourse universes for EPO SX y EPO SY (See figure 4).

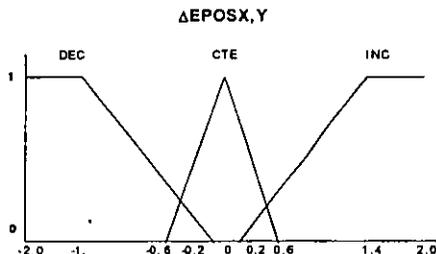


Figure 4: Universe of Discourse for  $\Delta EPO SX$  and  $\Delta EPO SY$  variables.

The linguistic values in this case are:

- DEC : Decrement.
- CTE : Constant.
- INC : Increment.

Thus, we have a cardinality of 21 rules for the pair EPO SX- $\Delta EPO SX$  and other 21 rules for EPO SY- $\Delta EPO SY$  pair. So, the inference machine has 42 rules of cardinality for all the control system. The Fuzzy Associative Memory (FAM) for the two variables is shown in the table 1. We must say that

the FAM for both channels is the same due to the symmetrical arrange of the actuators.

EPO SX / $\Delta EPO SX$	NG	NM	NC	ZE	PC	PM	PM
DEC	GRA	MEG	MED	MEG	MEG	MEP	MEP
CTE	GRA	MEG	MED	MED	MED	MED	MED
INC	MUG	GRA	MEG	MEG	MEP	PEP	PEP

Table 1: Fuzzy Associative Memory. Horizontal: EPO SX,Y, Vertical:  $\Delta EPO SX,Y$ .

The input error (EPO SX,Y) membership functions contain a very narrow Zero error (ZE) region (See figure 3). A faster convergence was expected by doing this because for a small error, the degree of "zero" will be large and the SCX,Y signal will correspondingly be larger than if "ZE" were broad.

The "medium" membership function for both the errors (X, Y) and SCX,Y signals were chosen not to intersect at Zero (ZE). This was done to help suppress overshoot (and limit cycling in systems with DC motors as actuators).

Because the piezoelectric actuators response was equal in the forward and reverse directions, the membership functions of the outputs were made with a symmetry about zero.

In the case of Mamdani type controller the universe of discourse for the output is shown in figure 5.

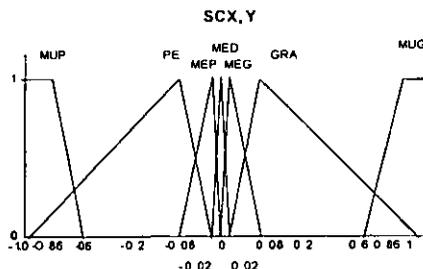


Figure 5: Universe of discourse for SCX and SCY outputs..

For the zero order Sugeno type structure we have a universe of the output with the next values:

MUP (Very small) : -0.96  
 PE (Small) : -0.16  
 MEP (Medium small): -0.12  
 MED (Medium) : 0.00  
 MEG (Medium big) : 0.12  
 GRA (Big) : 0.16  
 MUG (Very big) : 0.96

The effect of the system's response by modifying the FAM is more dramatic than modifying the membership functions. Changing the FAM "Coarsely" tunes the response while adjusting the membership functions "Finely" tunes the response.

### DESCRIPTION OF THE SIMULATION TEST.

The adaptive optics system must correct the error introduced by the atmosphere in real time, following spatial and temporal deformations. The limit time for doing this is 10 milliseconds. The composition of the atmosphere changes every 10 milliseconds so we need to sample at this time (See part I). Thus, we have that the time between the signal acquisition by the quadrant detector and the final effector positionment must be less or equal to this time.

The typical time response of the actuators (piezoelectrics) is about three milliseconds (Agree with a characterization made). So we have seven milliseconds to get acquisition, centroide calculation, error evaluation, control signals calculation and transformation of coordinates.

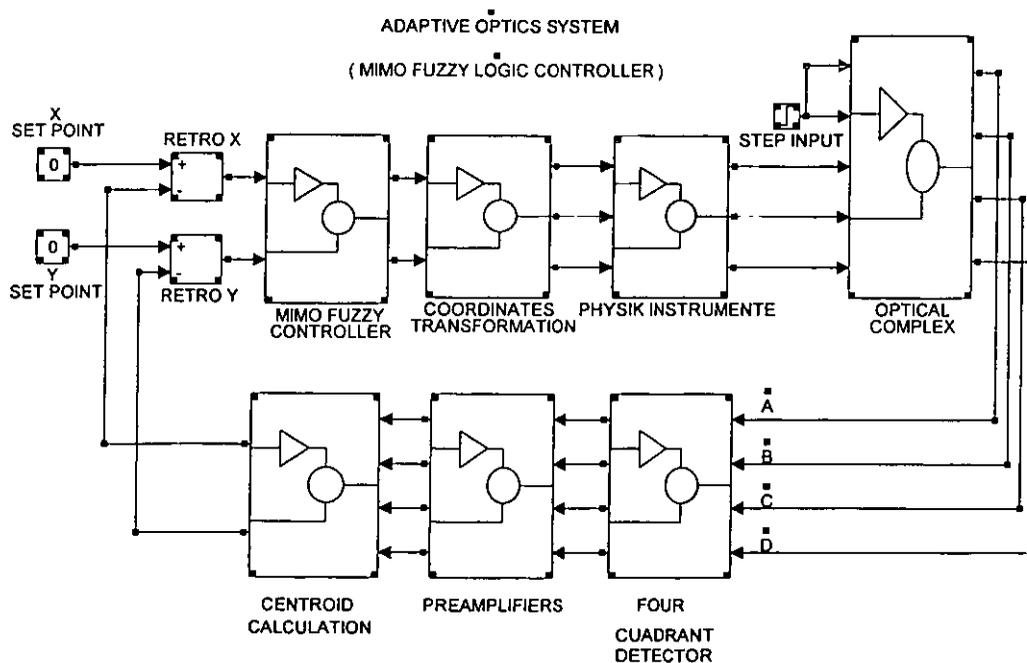


Figure 6: Block diagram of adaptive optics system model.

In the beginning we made a stable state test without perturbation in order to verify the zero error condition. Later, we introduced the perturbation to the system. This perturbation is applied to the two axes at the same time, starting on three milliseconds. Then we could appreciate the closed-loop actuators response.

The block diagram of the adaptive optics system model is shown in figure 6. Every block has been described in section I of this paper. The actuators of the system are in the block called Physik Instrumente. This block added to the optics complex make up the plant of the system. The plant has been modeled by transfer function method and is a second order system for each of the two channels.

The quadrant detector makes an optical to electrical conversion from the signal sensed at the output of the optics complex given a current of proportional magnitude to the amount of photons that inside en each quadrant.

Later, the calculus of centroide is made in order to determine the beam position both in the X and Y Cartesian axes. This coordinates X and Y of the centroide are compared with the set points to get the error of position of each one.

The calculated errors are feeding to the fuzzy controller where are processed to obtain the control signals (SCX, SCY). The coordinates transformation method is applied to the SCX and SCY signals to get three electrical signal for the actuators. Thus, we can control each of the piezoelectrics and the planar mirror can be positioned in the space (three dimensions).

The perturbations of the system (See optical complex) modify the position of the beam in the detector. This perturbations are step type and had dimensioned agree with the physical restrictions of the adaptive optics system.

A detailed description of the blocks of the process model is omitted in order to avoid redundancy and because there is beyond the purposes of this job.

In our case, a model process is necessary because we want to get an easy and quickly procedure to tuning the fuzzy logic controller. In addition, in

Simulink platform a model process is required to perform tests of the closed-loop system.

We used the traditional trial and error procedure to get the tuning of the fuzzy logic controller. This way, we can get a quite good performance of the Physik Instrumente outputs (See part V). In this case, we used this tuning procedure because our controller is type II. We need to remember that there is another kind of procedure to tuning fuzzy logic controllers as called "Tuning of fuzzy logic controllers by parameter estimation method", but this method works well only for type I fuzzy logic controllers [JAM93].

The schematic diagram of the fuzzy logic controller is shown in figure 7. As we can see there is a memory block that permits to obtain the difference between the actual error and previous error. Thus, we get  $\Delta EPOSX$  and  $\Delta EPOSY$  values for each iteration (sampling).

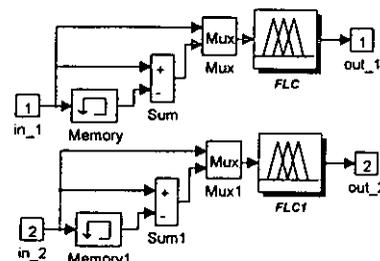


Figure 7: Fuzzy logic controller for 2 channels.

The fuzzy block with input signals  $EPOSX, Y$  and  $\Delta EPOSX, Y$ , has the characteristics mentioned in section II of this job. We can manipulate this characteristics through fuzzy logic toolbox instructions. It means that it is possible to change the parameters of the fuzzy sets in any universe of discourse. It is possible to change the inference rules and the fuzzification and defuzzification procedure too. This way, we could obtain a fuzzy logic controller with a quite good performance.

## RESULTS

The simulation results were very interesting. We got a lot of graphics of control signals, controller outputs error signals, etc. In this case we only report the actuators response to an input step signal

for the two type of controllers (Mamdani and zero order Sugeno).

We can see a similar response in both cases. For both, there are three signals and each one corresponds to one actuator. We need to concentrate our attention on actuator 1 response because it has the largest settling time of the actuators. In the case of Mamdani type controller the response is shown in figure 8. Practically we can not see maximum over impulse. The magnitude of the response is established about 0.8 more or less with a smoothly decay to 0.79 for actuator 1. The settling time is about 6 milliseconds. We must remember that the perturbation starts on 3 milliseconds.

The response magnitudes of the three actuators are related by the transformation mentioned in section III. The sum of the magnitude of actuators 2 and 3 is equal to that of the actuator 1. This is because we have a perturbation in both axes (See figure 6: Optical complex inputs). So, the TTM is positioned by the three actuators to compensate the effect of the bidimensional perturbation following the dynamics shown on the figure 8.

For the Zero order Sugeno type controller, we can see a response with a overimpulse maximum about 0.83 (See figure 9). Its settling time is about 6 milliseconds considering start time perturbation on 3 milliseconds.

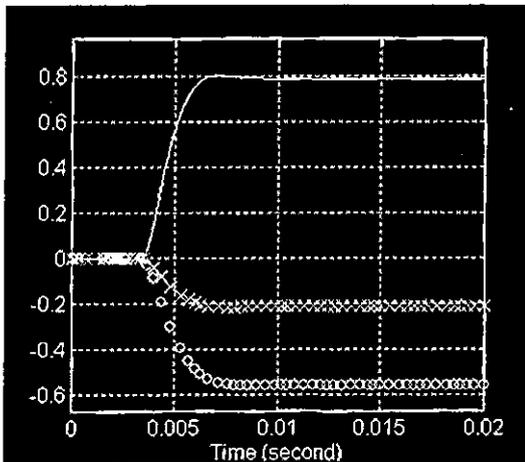


Figure 8: Signal response of the Mamdani type controller. Note: --- : Actuator 1, xxx : Actuator 2, ooo : Actuator 3.

By comparing the responses of both controller types we can see that are very similar. Thus, it is possible to use the zero order type controller for implementation in an embedded system. This way, we can obtain the advantages mentioned in section II.

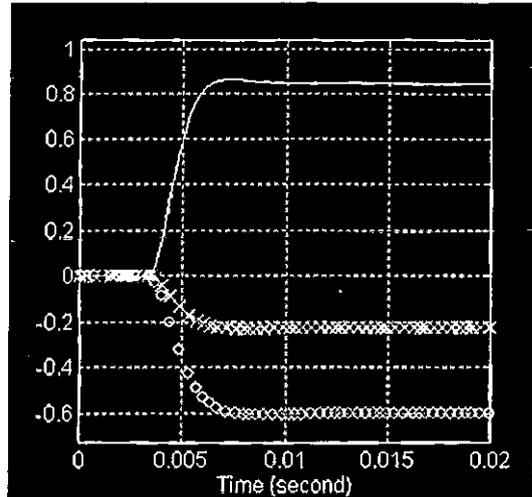


Figure 9: Signal response of the Zero order Sugeno type controller.

Note: --- : Actuator 1, xxx : Actuator 2, ooo : Actuator 3.

## CONCLUDING REMARKS.

Based on the simulation results, we can conclude that a fuzzy logic controller is suitable for use in an Astronomical Adaptive Optics System.

During the tuning of the controllers we could see that if we change the FAM the sintonization has a strong effect in the response. If the change was in the membership functions we get a "finely" response.

We have the security that zero order type controller has good performance. Nowadays, we are making probes with a zero order Sugeno type controller version on an embedded system. This control system is being implemented using a MC68HC12A4MVB evaluation board.

In this work we evaluate a control system to correct the incident wavefront aberrations of the TIP and TILT types (linear case). In the future we plan to use the nonlinear characteristics of the fuzzy logic controller, in order to correct higher order ZERNIKES (Nonlinear case). For that we would

need to make some modifications to the adaptive optics system.

## REFERENCES.

[JAM93] JAMSHIDI, M. [AND] VADIEE, N. [AND] ROSS, T. Fuzzy logic and control. Software and Hardware applications. U.S.A.:Prentice Hall series on Environmental and Intelligent manufacturing Systems. 1993. First edition.

[DRI93] DRIANKOV, D. [AND] HELLENDORN, H. An introduction to fuzzy control. U.S.A.: Springer Verlag Berlin Heidelberg. 1993.

[LEE90a] LEE, C. "Fuzzy logic in control systems: Fuzzy logic controller. Part I". In: IEEE transactions on systems, man and cybernetics. March/April 1990. Vol. 20, Num. 2. 404-418 pages.

[LEE90b] LEE, C. "Fuzzy logic in control systems: Fuzzy logic controller. Part II". In: IEEE transactions on systems, man and cybernetics. March/April 1990. Vol. 20, Num. 2. 419-427 pages,

[GULL95] GULLEY, N. [AND] JANG, R. Fuzzy Logic TOOLBOX. For use with MATLAB. User's guide. U.S.A.: The Mathworks Inc. 1995.

[PED93] PEDRYCZ, W. Fuzzy control and fuzzy systems. England: Research Studies Press, LTD. 1993. Second edition.