



01163
UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA
DE MÉXICO 2

DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO DE LA
FACULTAD DE INGENIERÍA

**REDES NEURONALES ARTIFICIALES APLICADAS AL
MODELADO DE EXCAVACIONES APUNTALADAS
EN SUELOS BLANDOS**

TESIS
PRESENTADA POR
SERGIO ANTONIO MARTÍNEZ GALVÁN

A LA DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO DE LA FACULTAD
DE INGENIERÍA DE LA
UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

COMO REQUISITO PARA OBTENER EL GRADO DE
MAESTRO EN INGENIERÍA
(MECÁNICA DE SUELOS)

DIRECTOR DE TESIS: DR. MIGUEL P. ROMO ORGANISTA



MÉXICO D.F.,

ABRIL DE 2001



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

AGRADECIMIENTOS

Agradezco sinceramente al Dr. Miguel P. Romo por su atinada dirección durante el desarrollo del presente trabajo, por compartir sus conocimientos académicos y por revisar paciente el texto.

Agradezco a cada uno de los sinodales: Dr. Gabriel Auvinet G., Dr. Efraín Ovando S., Ing. Jesús Alberro A. y al Dr. Víctor Taboada U., por la paciente revisión al texto y los atinados consejos para corregir el mismo.

Le doy las gracias al Instituto de Ingeniería de la Universidad Nacional Autónoma de México, por la beca recibida durante el curso de materias y al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT) por el patrocinio, bajo el proyecto 33032-U, para la realización de esta tesis.

También agradezco a los profesores de la División de Estudios de Posgrado de la Facultad de Ingeniería por su espíritu de servicio.

Les agradezco a mis familiares, compañeros, amigos y personal del área de geotecnia del Instituto de Ingeniería, que de alguna manera contribuyeron a la realización de este trabajo.

Este trabajo se lo dedico a mi esposa *Mariela*

Este trabajo se lo dedico a mi esposa *Mariela*

y mis hijos: *Sara Gabriela* y *Hugo Enrique*

A mis padres y mi hermano

Este trabajo se lo dedico a mi esposa *Mariela*

RESUMEN

Este trabajo presenta un modelo de *Redes Neuronales Artificiales* que permitirá analizar una excavación apuntalada en suelos blandos, de manera sencilla y económica con respecto al tiempo de cómputo, y brindar parámetros de control durante la ejecución de la excavación. El modelo considera como datos de entrada las siguientes variables: la relación carga en los puntales/empuje de tierras, la profundidad de excavación, la separación entre puntales, la rigidez del sistema de retención, el perfil de resistencia al corte no-drenada y la estratigrafía del suelo, y sus condiciones iniciales de esfuerzos, y como resultado calcula las siguientes variables de salida: los desplazamientos laterales y momentos flexionantes en el muro de retención, además de los asentamientos en el suelo vecino al muro y las expansiones en el fondo durante el proceso de excavación.

La base de datos con la cual se entrenó la *Red Neuronal Artificial* tiene como fundamento un estudio paramétrico mediante el *Método de los Elementos Finitos*, el cual considera las variables de *entrada* mencionadas arriba. Cabe mencionar que la base de datos total fue completamente generada con simulaciones por el *Método de los Elementos Finitos*, ya que por escasez de casos historia bien documentados no se incluyen datos de campo.

Además, se presentan los resultados del proceso de entrenamiento de la *Red Neuronal Artificial*, junto con dos ejemplos de aplicación y las conclusiones pertinentes del trabajo.

TABLA DE CONTENIDOS

1	INTRODUCCIÓN	1
1.1	ANTECEDENTES	1
1.2	OBJETIVO	2
1.3	ALCANCES	2
1.4	RESUMEN	2
2	CONCEPTOS BÁSICOS DE REDES NEURONALES ARTIFICIALES (RNA)	4
2.1	INTRODUCCIÓN	4
2.2	ARQUITECTURA NEURONAL	5
2.3	REGLA DE ENTRENAMIENTO DEL PERCEPTRÓN	8
2.3.1	Regla de aprendizaje	8
2.4	MÉTODOS DE OPTIMACIÓN	9
2.4.1	Descenso más pronunciado (primer orden)	9
2.4.2	Método de Newton (segundo orden)	11
2.5	RETROPROPAGACIÓN	11
2.5.1	Algoritmo de retropropagación	12
2.5.2	¿Cómo aplicar el algoritmo de retropropagación?	14
2.6	MODIFICACIONES AL ALGORITMO RETROPROPAGACION	16
2.6.1	Inconvenientes de retropropagacion	16
2.6.2	Modificaciones heurísticas de retropropagacion	18
2.6.3	Técnicas numéricas de optimación	19
3	EXCAVACIONES APUNTALADAS EN SUELOS BLANDOS	23
3.1	INTRODUCCIÓN	23
3.2	ESTABILIDAD	24
3.2.1	Comportamiento general	24
3.2.2	Métodos de evaluación	25
3.3	EMPUJE DE TIERRA	30
3.4	MOVIMIENTOS INDUCIDOS EN EL TERRENO	31
3.4.1	Patrón general de los movimientos	32
3.4.2	Métodos de estimación	32

4	MODELADO CON REDES NEURONALES ARTIFICIALES	36
4.1	MÉTODO DE LOS ELEMENTOS FINITOS (MEF)	37
4.1.1	Programa de computadora	37
4.1.2	Modelado con elementos finitos	42
4.2	PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA	43
4.2.1	Variables del análisis	43
4.2.2	Variables de entrada (Datos)	44
4.2.3	Variables de salida (Respuestas)	48
4.3	ANÁLISIS DE LA BASE DE DATOS	49
4.3.1	Resistencia al esfuerzo cortante del suelo	49
4.3.2	Geometría	53
4.3.3	Rigidez-flexibilidad del sistema de soporte	55
4.3.4	Condiciones iniciales de esfuerzo	62
4.4	MÓDULOS DE REDES NEURONALES ARTIFICIALES	66
4.4.1	Asentamientos superficiales	68
4.4.2	Expansiones del fondo	74
4.4.3	Desplazamientos laterales	77
4.4.4	Momentos flexionantes	80
4.5	EJEMPLOS DE APLICACIÓN	83
4.5.1	Criterio propuesto	83
4.5.2	Ejemplo 1, hipotético	84
4.5.3	Ejemplo 2, caso historia	86
5	CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.	88
6	BIBLIOGRAFÍA Y REFERENCIAS	90

1 INTRODUCCIÓN

Las excavaciones apuntaladas son un tema añejo de la mecánica de suelos, su análisis detallado es complicado ya que implica varios factores que son difíciles de tomar en cuenta: tales como el procedimiento constructivo, la historia del estado de esfuerzos en el medio, el empuje del suelo, etc.

Generalmente, los análisis en la práctica se limitan a determinar la estabilidad global del sistema tablestaca-suelo con la magnitud máxima de las expansiones del fondo de la excavación. Sin embargo, además de estas evaluaciones, es necesario estimar los asentamientos superficiales del suelo vecino, y los desplazamientos laterales y momentos flexionantes del muro de retención. En este trabajo, a estos efectos se les denominarán *variables de salida*

Las técnicas modernas de excavación que involucran el uso del muro Milán o diafragma y la excavación por celdas, son métodos efectivos para reducir los movimientos del suelo cuando éste es compresible y presenta baja resistencia al esfuerzo cortante (condición crítica). Cuando el suelo presenta condiciones críticas de resistencia una pre-estimación adecuada de los movimientos del suelo resulta indispensable para el diseño adecuado de:

- Las medidas para minimizar los efectos en estructuras o edificios vecinos,
- El espesor mínimo del muro y la profundidad de empotramiento mínima,
- Definir las etapas de excavación (profundidad y longitud) y,
- La carga máxima en los puntales

1.1 ANTECEDENTES

Las técnicas disponibles para estimar las variables de salida, se basan en la interpolación de datos publicados y el análisis numérico utilizando el Método de los Elementos Finitos (MEF). Peck (1969) da inicio al estudio de excavaciones apuntaladas en suelos, recopilando asentamientos superficiales y desplazamientos laterales del muro bajo sistemas de retención flexibles (pilas de acero con troqueles). Mana y Clough (1981) correlacionan el desplazamiento lateral máximo del muro con el factor de seguridad contra falla de fondo, definido por Terzaghi (1943). Dentro de los estudios con base al MEF sobresale el de Hashash y Whittle (1996) quienes estudian excavaciones profundas en suelos blandos y relacionan entre otras variables la longitud del muro, la profundidad de excavación, el espaciamiento entre puntales y la historia del perfil de esfuerzos (variación de la relación de preconsolidación) contra los movimientos del suelo y muro, y proponen utilizar una carta diseño prototipo.

Para el caso de las arcillas de la ciudad de México, y en vista de la incertidumbre de extrapolar resultados; Li y Romo (1992) presentan un programa de elementos finitos en el que el suelo se puede modelar como un material elastoplástico perfecto en términos de esfuerzos totales, el cual resulta adecuado conforme al comportamiento observado de la arcilla de la ciudad de México bajo condiciones no-drenadas (Li et al. 1992). Rodríguez (1998) utiliza este procedimiento y evalúa, entre otras variables, para excavaciones apuntaladas en suelos blandos, el empuje de tierras, la carga en los puntales, la profundidad de excavación, la separación entre puntales, la rigidez del sistema de apoyo, el perfil de resistencia al corte no drenada y la estratigrafía del suelo. Propone una metodología simplificada para estimar las deformaciones inducidas en el terreno, la cual se puede aplicar de manera gráfica y numérica.

1.2 OBJETIVO

El objetivo de este trabajo es generar un modelo de redes neuronales artificiales para estimar los desplazamientos laterales y momentos flexionantes en el muro de retención, además de los asentamientos en el suelo vecino al muro y las expansiones en el fondo durante el proceso de excavación. Este modelo permitirá analizar una excavación apuntalada en suelos blandos y brindar parámetros de control durante su ejecución.

1.3 ALCANCES

Dentro de los alcances del trabajo se contempla:

- Un estudio paramétrico mediante el MEF, el cual considera las siguientes variables: la relación carga en los puntales/empuje de tierras, la profundidad de excavación, la separación entre puntales, la rigidez del sistema de retención, el perfil de resistencia al corte no-drenada y la estratigrafía del suelo, y sus condiciones iniciales de esfuerzo. Aquí se definen como *variables de entrada*
- Un análisis de la relación entre variables de entrada y variables de salida (problema causa-efecto)
- Con base en el punto anterior se definen las variables de entrada que más influyen en las variables de salida y se utilizan como datos para entrenar la RNA.
- Por último, se entrena la RNA por módulos o bloques y se deja lista para su utilización práctica. Cabe mencionar que la base de datos total es completamente generada con simulaciones por el MEF. Por escasez de casos historia bien documentados no incluye mediciones de campo, y los resultados obtenidos son cuando mucho tan confiables como los obtenidos con el MEF.

1.4 RESUMEN

Además de esta introducción el presente trabajo incluye lo siguiente.

El capítulo 2 comprende las características generales de los conceptos de Redes Neuronales Artificiales (RNA). Se describen, sin ser exhaustivo, las bases matemáticas del modelo neuronal y se define lo que es una regla de entrenamiento. Después se presentan, de manera general, los métodos de optimización para encontrar puntos mínimos de funciones multivariadas. Por último, se ensambla todo lo anterior en el algoritmo de entrenamiento *retropropagación* y sus *modificaciones*.

El capítulo 3 presenta los aspectos generales del análisis de excavaciones apuntaladas en suelos blandos, se dan algunos antecedentes teóricos y consideraciones generales del comportamiento de este tipo de obras geotécnicas junto con una breve revisión literaria del mismo.

En el capítulo 4 se presenta un estudio paramétrico realizado mediante el MEF. Más adelante, se analizan sus resultados y se relacionan con algunas variables de interés práctico dentro de la mecánica de suelos, que influyen en el proceso de excavación-apuntalamiento en suelos blandos. Luego, los resultados obtenidos se procesan para que una RNA por bloques se entrene y quede lista para producir, de tal manera que pueda ser usada para estimar los movimientos del suelo, y los desplazamientos laterales y momentos flexionantes en el muro, de forma sencilla y económica. Por último, se presentan dos ejemplos para mostrar el procedimiento de solución de la herramienta propuesta.

2 CONCEPTOS BÁSICOS DE REDES NEURONALES ARTIFICIALES (RNA)

Este capítulo comprende, primeramente, los conceptos generales de las Redes Neuronales Artificiales (RNA). Se describen las bases matemáticas del modelo neuronal y las reglas de entrenamiento. Sin ser exhaustivo, se muestran los métodos de optimación para encontrar puntos mínimos de funciones multivariables. Por último, se ensambla todo lo anterior en el algoritmo de entrenamiento de *retropropagación* y sus *modificaciones*. Para obtener información más detallada sobre este capítulo ver Hagan et al. 1996.

2.1 INTRODUCCIÓN

Para leer el presente texto se usa una compleja red neuronal biológica. El ser humano tiene una red altamente interconectada de neuronas para facilitar la lectura, el respirar, el moverse, etc. Cada una de las neuronas biológicas es un ensamble de tejido y químicos. Se sabe que todas las funciones neuronales biológicas se guardan, incluso la memoria, en las neuronas y en las conexiones entre ellas. El aprendizaje establece nuevas conexiones entre neuronas o modifica las conexiones existentes. De lo anterior, es posible bajo la comprensión rudimentaria de redes neuronales biológicas, construir una red pequeña, artificial y simple de *neuronas* y entrenarlas para tener una función útil. De ahí que las RNA se definan como una técnica numérica inspirada en el conocimiento (aún rudimentario) del cerebro humano. Las neuronas artificiales son abstracciones sumamente simples de las neuronas biológicas por lo que no tienen ni una fracción del poder del cerebro humano; físicamente, pueden ser elementos en un programa o circuitos.

El cerebro consiste en un gran número de neuronas (10^{11}) altamente conectados (10^4 conexiones por neurona). Para el propósito del trabajo, estas neuronas tienen tres componentes principales: las dendritas, el cuerpo de la célula y el axón (ver Fig. 2.1). Las dendritas son redes receptoras de fibras nerviosas, semejantes a árboles, que llevan las señales eléctricas al cuerpo de la célula. El cuerpo de la célula recibe y da el umbral o inicio a las señales entrantes. El axón es una sola fibra larga que transporta la señal del cuerpo de la célula a otras neuronas. El punto de contacto entre un axón de una célula y una dendrita de otra célula se llama sinapsis. Este arreglo neuronal y la resistencia individual de la sinapsis están determinados por un proceso químico complejo que establece la función de la red neuronal.

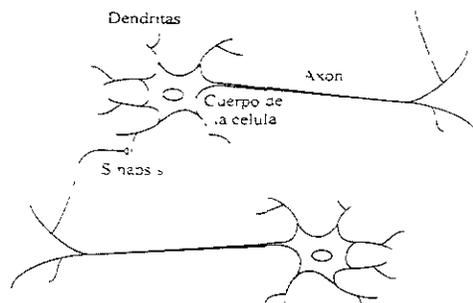


Fig. 2.1 Dibujo esquemático de dos neuronas biológicas

Un porcentaje de la estructura neuronal biológica se define al nacer. Se desarrollan otras partes a través de la experiencia, cuando se hacen nuevas conexiones o se desconectan. Los cambios tardíos consisten principalmente en fortalecer o debilitar las uniones sinápticas. El proceso de formarse la imagen de la cara de un nuevo amigo consiste en alterar varias sinapsis. Aunque las neuronas biológicas son lentas cuando se comparan con los circuitos eléctricos, el cerebro realiza las tareas mucho más rápido que cualquier computadora convencional. Esto se debe, en parte a la estructura masivamente paralela de redes neuronales biológicas; todas las neuronas operan al mismo tiempo. Cabe mencionar que el cómputo paralelo ha aumentado el atractivo de las RNA.

2.2 ARQUITECTURA NEURONAL

En este subcapítulo se introducirá un modelo matemático *simple* de una neurona y se explicará cómo interconectarlo para formar una gran variedad de arquitecturas de redes. En las RNA aun no se ha establecido una notación matemática común ni las representaciones arquitectónicas para ellas. Además, la información escrita es de campos diversos de investigación, y el vocabulario es de acuerdo a su especialidad. La notación usada aquí es congruente con Hagan et al. (1996), y las herramientas de Matlab (1998).

Generalmente las arquitecturas de las RNA constan de tres partes (Fig. 2.2):

- Entradas (p_j) que pueden ser una o varias.
- Neuronas o elementos básicos y .
- Capas de neuronas, que son arreglos en paralelo de una o más neuronas. Pueden ser *capas ocultas* si las salidas de cada neurona se conectan a otra capa de neuronas y *capas de salidas* si las salidas de cada neurona son las salidas de la red. Generalmente las capas ocultas no son más de tres pero pueden omitirse y utilizar solo la capa de salidas.

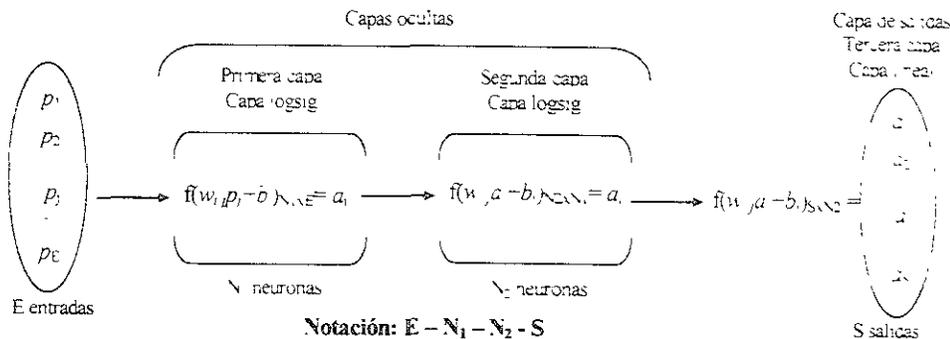


Fig. 2.2 Red de tres capas

Modelo de una neurona

Con base a la Fig. 2.2, el modelo de una neurona consta de las siguientes partes: Una o más entradas, p_j , que son ponderadas por el correspondiente elemento w_{1j} , de la matriz de peso \mathbf{W} , además de un sesgo o compensación b_1 que se suma a las entradas ponderadas para formar la *entrada neta* de la neurona n_1 :

$$n_1 = \sum_j w_{1j} p_j - b_1 \quad 2.1$$

donde j indica cualquier entrada del vector de datos y l (uno) una neurona solamente (para el caso de más de una neurona se indica con i cualquier neurona en la capa o cualquier renglón de la matriz de peso \mathbf{W}). La entrada neta pasa por una función de transferencia o de activación f (la cual se describirá más adelante) que produce la *salida real* de la neurona a_1 :

$$a_1 = f(n_1) \quad 2.2$$

Si se relaciona este modelo con una neurona biológica, el peso w_{ij} corresponde a la resistencia de la sinapsis, el cuerpo de la célula es representado por la suma y la función de transferencia, y la salida real de la neurona representa la señal sobre el axón. La salida real de la neurona depende de la función de transferencia f particular que se escoja y los parámetros w y b son ajustables. Cabe aclarar que el sesgo es similar a un peso con una entrada constante de uno.

Funciones de transferencia, f

La función de transferencia puede ser una función lineal o no lineal de n_1 . Una función de transferencia se escoge para satisfacer alguna característica del problema que la neurona está intentando resolver. Hay una gran variedad de funciones de transferencia, en la Tabla 2.1 se muestra para cada una de las funciones existentes un gráfico representativo (icono). los límites de la relación entrada neta n /salida real de la neurona a y el nombre de la función en Matlab. La utilización de estas funciones de transferencia se ejemplifica en las siguientes tres funciones normalmente usadas:

- a) *De umbral (hard limit)*: Esta función determina la salida real de la neurona a 0 si $n < 0$, ó 1 si $n \geq 0$. Esta función se usa en neuronas que clasifican entradas en dos categorías.
- b) *Lineal*: En esta función la salida es igual a su entrada: $a = n$.
- c) *Logsig*: Se usa normalmente en redes multicapa entrenadas con el algoritmo de retropropagación ya que es diferenciable. Esta función toma la entrada (que puede tener algún valor positivo o negativo) y define una salida en el rango 0 a 1, con base a una relación matemática *sigmoidal*, ver Tabla 2.1

Tabla 2.1 Funciones de transferencia

Nombre	Relación Entrada/Salida	Icono	Función en Matlab
De umbral	$n < 0 \quad a = 0$ $n \geq 0 \quad a = 1$		hardlim
De umbral Simétrico	$n < 0 \quad a = -1$ $n \geq 0 \quad a = +1$		hardlims
Lineal	$a = n$		purelin
Lineal limitada	$0 > n \quad a = 0$ $0 \leq n \leq 1 \quad a = n$ $n > 1 \quad a = 1$		satlin
Lineal simétrica limitada	$-1 > n \quad a = -1$ $-1 \leq n \leq 1 \quad a = n$ $n > 1 \quad a = 1$		satlins
Sigmoide logarítmica	$a = \frac{1}{1 + e^{-n}}$		logsig
Sigmoide tangente hiperbólica	$a = \frac{e^n - e^{-n}}{e^n + e^{-n}}$		tansig
Lineal positiva	$n < 0 \quad a = 0$ $n \geq 0 \quad a = n$		poslin

Modelo de una capa de neuronas

La entrada neta y la salida real para una capa de neuronas son:

$$n_i = w_{ij} p_j + b_i \quad \text{y} \quad a_i = f(n_i) \tag{2.3}$$

Matricialmente:

$$\mathbf{n} = \mathbf{W} \mathbf{p} + \mathbf{b} \quad \text{y} \quad \mathbf{a} = \mathbf{f}(\mathbf{n}) \tag{2.4}$$

En una capa con N neuronas al conectar cada una de las p_j entradas (E en total) con cada una de las neuronas, la matriz de peso genera N renglones. Cada neurona tiene un sesgo b_i , una función de transferencia f y una salida real a_i . Uniendo las salidas reales se forma el vector de salida real \mathbf{a} .

Típicamente la función de transferencia la escoge el diseñador y los parámetros w y b son ajustados por alguna regla de aprendizaje o entrenamiento para que la relación entrada/salida de la neurona encuentre alguna meta específica. No todas las neuronas en una capa deben tener la misma función de transferencia, se puede definir una capa de neuronas con diferentes funciones de transferencia (compuesto) combinando en paralelo varias funciones transferencia. Estas funciones tendrían las mismas entradas, y cada una crearía algo de la salida. Sin embargo, generalmente se usa una capa con una función de transferencia determinada y así se le designa a esa capa, por ejemplo, capa lineal.

Múltiples capas de neuronas

En una red con varias capas, cada capa tiene una matriz de peso \mathbf{W} , un vector sesgo \mathbf{b} , un vector de entrada neta \mathbf{n} y un vector de salidas \mathbf{a} . Los términos N_1, N_2, \dots, N_M , se refieren al número de neuronas en cada capa oculta, y M denota el número total de capas ocultas. El número de neuronas en la capa de salida se define como S .

La Fig. 2.2 muestra una red de tres capas con E entradas, N_1 neuronas en la primera capa, N_2 neuronas en la segunda capa, y S salidas, por lo que cada capa tiene diferente número de neuronas. Además, en esta figura se muestra para cada capa la función de transferencia. También se muestra una notación para describir la arquitectura de la red como: $E - N_1 - N_2 - S$. Las salidas de las capas uno y dos son las entradas para las capas dos y tres respectivamente. Así la capa dos puede verse como una capa con entradas $E = N_1, N_2$ neuronas, y una matriz de peso \mathbf{W}_2 de dimensiones $N_2 \times N_1$. Las entradas a la capa dos son \mathbf{a}_1 , y las salidas son \mathbf{a}_2 .

Una red de dos capas compuesta por una capa logsig y por una capa lineal puede entrenarse para aproximar arbitrariamente bien la mayoría de las funciones.

El número de opciones para especificar una red parece ilimitado. Sin embargo, el número de entradas y de salidas es definido por especificaciones del problema y las características deseadas de la señal de salida ayudan a seleccionar la función de transferencia de la capa de salidas. Para el caso de dos o más capas el problema externo no indica directamente el número de neuronas requerido en las capas ocultas. De hecho, hay pocos problemas para los que se puede predecir el número óptimo de neuronas necesario en una capa oculta. Este problema es un área activa de investigación. El número de capas es otro parámetro difícil de definir, las redes neuronales más prácticas tienen simplemente dos o tres capas y raramente se usan cuatro o más.

Se pueden escoger neuronas con o sin sesgo, aunque se puede esperar que las redes con él sean más poderosas. Por ejemplo, una neurona sin sesgo siempre tendrá una entrada neta n de cero cuando las entradas sean cero y esto no es deseable.

La primera aplicación de las RNA fue hecha por Rosenblatt (1958) utilizando la red perceptrón, que es una red de una capa de neuronas y se usa para clasificar patrones, esta red utiliza la función de transferencia de umbral. A continuación se presenta la regla de entrenamiento del perceptrón como introducción a otras reglas de entrenamiento que actualmente tienen mayor uso.

2.3 REGLA DE ENTRENAMIENTO DEL PERCEPTRÓN

Aunque la red perceptrón está limitada, ver Minsky y Papert (1969), actualmente se ve como una red básica y la comprensión de su funcionamiento proporciona una buena base para el entendimiento de redes más complejas. La regla de aprendizaje de Rosenblatt (1958) sirve para entrenar la red perceptrón. Una regla de aprendizaje siempre dará la convergencia a los pesos correctos de la red, si estos existen y resuelven el problema. El aprendizaje es simple y automático, se le presentan a la red ejemplos de conducta apropiada, y la red aprende de sus errores. Incluso aprende cuando al inicio los valores de los pesos y sesgos se escojan al *azar*. Al describir la regla de aprendizaje del perceptrón, se describirán las reglas de aprendizaje. Por regla de aprendizaje se entiende un procedimiento para modificar los pesos y sesgos de una red, (*algoritmo de entrenamiento*). El propósito de la regla de aprendizaje es entrenar o educar a la red para realizar alguna tarea. Hay básicamente tres categorías de reglas aprendizaje en RNA:

Entrenamiento supervisado: A la regla de aprendizaje se le proporciona un juego de ejemplos (**conjunto de entrenamiento**) de la conducta apropiada de la red. Por notación, p_q es una entrada a la red y el t_q es la correspondiente salida correcta (**salida objetivo**). Cuando las entradas se aplican a la red, las salidas de la red se comparan a las salidas objetivos. La regla de aprendizaje ajusta los pesos y sesgos de la red para ajustar las salidas de la red más cerca a las salidas objetivo.

Entrenamiento calificado (o graduado): Es similar al entrenamiento supervisado, sólo que en lugar de dar la salida correcta a cada entrada de la red, el algoritmo sólo da una calificación. La calificación es una medida de la ejecución del trabajo de la red sobre alguna sucesión de entradas. Este tipo de aprendizaje es actualmente mucho menos común que el entrenamiento supervisado. Este entrenamiento tiene mucha aplicación en sistemas de control.

Entrenamiento no supervisado: Se modifican los pesos y sesgos únicamente en respuesta a las entradas de la red. No hay ninguna salida objetivo disponible. En principio, esto es impráctico pero se busca que las salidas queden dentro de un rango de valores. La mayoría de estos algoritmos realizan algún tipo de funcionamiento agrupado. El entrenamiento asigna categorías a las entradas en un número finito de clases.

EL rasgo principal de una red perceptrón es que sirve para resolver problemas de *clasificación*: es decir, utiliza una función de transferencia de umbral. Debido a esta función cada salida real a_i de cada neurona de la red divide el espacio de entradas en dos regiones +1 y 0. Para un perceptrón multineuronal, hay una decisión límite para cada neurona y puede clasificar entradas en muchas categorías. Cada categoría está representada por un vector de salida diferente. Puesto que cada elemento del vector de salida puede ser +1 ó 0, hay un total de 2^N posibles categorías, donde N es el número de neuronas.

2.3.1 Regla de aprendizaje

Esta regla de aprendizaje es un ejemplo de entrenamiento supervisado, la cual necesita ejemplos de conducta apropiada:

$$\{p_1, t_1\}, \{p_2, t_2\}, \dots, \{p_q, t_q\}, \dots, \{p_Q, t_Q\} \quad 2.5$$

donde p_q es una entrada a la red y t_q es el salida objetivo correspondiente. Cuando cada entrada se aplica a la red, la salida de la red se compara al objetivo. Entonces la regla de aprendizaje ajusta los pesos y los sesgos de la red para mover la salida de la red más cerca del objetivo. Para continuar con la descripción se define el error del perceptrón e , como:

$$e = t - a \quad 2.6$$

El entrenamiento empieza asignando algunos valores iniciales a los parámetros de la red (pesos y sesgos, w y b), que se inicializan al azar. Luego, los vectores de entrada se presentan a la red, en el primer intento la red no obtendrá el valor correcto y se clasifica incorrectamente el vector de entradas, por lo que se necesitan modificar los pesos y sesgos nuevamente. Una forma de modificar los pesos y sesgos sistemáticamente, ver Hagan et al. (1996), para un perceptrón multineuronal, es:

$$w_{i,j}^{nuevo} = w_{i,j}^{anterior} + e_i p_j \quad y \quad b_i^{nuevo} = b_i^{anterior} + e \quad 2.7$$

Matricialmente:

$$W^{nuevo} = W^{anterior} + ep^T \quad y \quad b^{nuevo} = b^{anterior} + e \quad 2.8$$

2.4 MÉTODOS DE OPTIMACIÓN

En los subcapítulos anteriores se discutieron, de manera general, las partes básicas de que constan las RNA. En Hagan et al. (1996) se discute el concepto de series de Taylor para analizar las superficies de error y definir condiciones para satisfacer puntos óptimos (máximos y mínimos). En este subcapítulo se describen de manera general dos métodos de optimación con los cuales se pueden ajustar los pesos y sesgos (w y b) para generar una RNA adecuada. Hay tres categorías de algoritmos que localizan puntos óptimos: el descenso más pronunciado (lineal), el método de Newton (segundo orden) y el gradiente conjugado, se describen los primeros dos ya que son los que se utilizan en el modelado de excavaciones apuntaladas en suelos blandos. Sin embargo, para más detalles del algoritmo gradiente conjugado ver Hagan et al. (1996) y Scales (1985).

En este trabajo, optimar significa encontrar el valor de x que minimiza una función $F(x)$, además todos los algoritmos son iterativos y se parte de una condición inicial x_0 que se actualiza con.

$$x_{k-1} = x_k + \alpha_k p_k \quad o \quad \Delta x_k = (x_{k-1} - x_k) = \alpha_k p_k \quad 2.9$$

el vector p_k representa la dirección de búsqueda y el escalar positivo α_k es el coeficiente de aprendizaje, que determina la longitud de paso.

2.4.1 Descenso más pronunciado (primer orden)

Al buscar el punto óptimo (mínimo), la función debe decrecer en cada iteración: $F(x_{k-1}) < F(x_k)$. Se puede escoger una dirección p_k , con un coeficiente de aprendizaje lo suficientemente pequeño para que el algoritmo tienda al punto mínimo. Para explicar lo anterior se usará la serie de Taylor de $F(x)$ de primer orden:

$$F(x_{k-1}) = F(x_k + \Delta x_k) \approx F(x_k) + g_k^T \Delta x_k \quad 2.10$$

g_k es el gradiente evaluado en la condición anterior x_k : $g_k \equiv \nabla F(x)_{x=x_k}$. Para que $F(x_{k+1}) < F(x_k)$ se debe cumplir, $g_k \Delta x_k = \alpha_k g_k^T p_k < 0$.

Cuando se selecciona un $\alpha_k > 0$ pero pequeño, $g_k^T p_k < 0$. Un vector p_k que satisface esta relación se llama dirección descendente. La función debe dirigirse hacia abajo si se toma un paso lo suficientemente pequeño en esa dirección. La dirección del descenso más pronunciado, donde la función decrece más rápidamente, ocurre cuando la magnitud de la dirección $g_k^T p_k$ es más negativa (para p_k constante). Esto es un producto punto entre el vector dirección y el gradiente, cuya magnitud será más negativa cuando el vector dirección sea el negativo del gradiente. Un vector en la dirección del descenso más pronunciado es:

$$p_k = -g_k \tag{2.11}$$

usando esta relación en la Ec. 2.9 se tiene el método del descenso más pronunciado:

$$x_{k+1} = x_k - \alpha_k g_k \tag{2.12}$$

En este algoritmo hay dos métodos generales para determinar el coeficiente de aprendizaje, α_k :

1. Minimizar $F(x)$ con respecto a α_k en cada iteración, en este caso se minimiza a lo largo de la línea:

$$x_k - \alpha_k p_k \tag{2.13}$$

2. Fijar un valor de α_k , por ejemplo $\alpha_k = 0.02$, o usarlo predeterminado, por ejemplo $\alpha_k = 1/k$.

La trayectoria del descenso más pronunciado para un coeficiente de aprendizaje *pequeño*, sigue una dirección siempre ortogonal al contorno de líneas de la *superficie de error*, Fig. 2.3 para $\alpha_k = 0.01$, ya que el gradiente es ortogonal al contorno de líneas. Para observar el efecto de α_k en la ejecución del algoritmo en la Fig. 2.3 se ilustra la trayectoria con $\alpha_k = 0.01$, 0.039 y 0.041 , para una misma función. Para $\alpha_k = 0.01$ y 0.039 la trayectoria es oscilante pero se encuentra el mínimo (circulo no relleno) y para $\alpha_k = 0.041$ es inestable y el algoritmo diverge.

En aplicaciones de las RNA es adecuado usar un α_k lo suficientemente grande y conseguir longitudes de paso significativos para llegar a la convergencia rápidamente, como en el caso anterior para $\alpha_k = 0.039$, sin causar inestabilidad en el algoritmo.

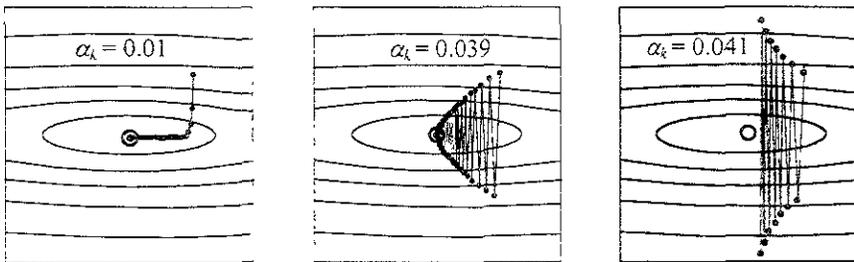


Fig 2.3 Trayectoria del descenso más pronunciado para diferentes α_k

Coefficiente de aprendizaje estable

Un α_k máximo, considerando que el índice de error es una función cuadrática con un punto mínimo fuerte (Hagan et al. 1996; Brogan 1991), es $\alpha < 2/\lambda_{\max}$, donde los valores característicos máximos de A (matriz Hessiana de la función cuadrática, segunda derivada de la serie de Taylor). λ_{\max} deben ser números positivos. Por lo que el máximo coeficiente de aprendizaje es inversamente proporcional a la máxima curvatura de la función cuadrática.

Considerando el ejemplo de la Fig. 2.3, en él $\lambda_{\max} = 50$ y $\alpha = 0.04$, entonces para $\alpha_k = 0.039$ menor a su valor máximo el algoritmo converge, pero con $\alpha_k = 0.041$ mayor a su valor máximo el algoritmo es inestable. El coeficiente de aprendizaje está limitado por el mayor valor característico de la matriz Hessiana.

2.4.2 Método de Newton (segundo orden)

El desarrollo del algoritmo de descenso más pronunciado se basó en la serie de Taylor de primer orden. El método de Newton se basa en la serie de Taylor de segundo orden:

$$F(\mathbf{x}_{k+1}) = F(\mathbf{x}_k + \Delta\mathbf{x}_k) \approx F(\mathbf{x}_k) + \mathbf{g}_k^T \Delta\mathbf{x}_k + \frac{1}{2} \Delta\mathbf{x}_k^T \mathbf{A}_k \Delta\mathbf{x}_k \quad 2.14$$

El principio de este método es encontrar un punto estacionario de la aproximación cuadrática de $F(\mathbf{x})$. El gradiente de esta función con respecto a $\Delta\mathbf{x}_k$, es:

$$\mathbf{g}_k + \mathbf{A}_k \Delta\mathbf{x}_k = 0 \quad \text{o} \quad \Delta\mathbf{x}_k = -\mathbf{A}_k^{-1} \mathbf{g}_k \quad 2.15$$

por lo que el método de Newton se define como:

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{x}_k - \mathbf{A}_k^{-1} \mathbf{g}_k \quad 2.16$$

Las desventajas y ventajas del método de Newton son:

- Siempre encontrará el mínimo de una función cuadrática en un paso, debido a que se diseñó para aproximar una función cuadrática y localizar el punto estacionario de la aproximación cuadrática. Si la función $F(\mathbf{x})$ no es cuadrática, generalmente este método no encuentra la convergencia en un paso. De hecho, no se puede garantizar la convergencia para todas las funciones, esto depende de la función y de las condiciones iniciales.
- Convergerá rápidamente en muchas aplicaciones (aunque su comportamiento es más complejo) en comparación con el descenso más pronunciado, debido a que las funciones analíticas pueden aproximarse con funciones cuadráticas en una zona pequeña vecina a un mínimo fuerte, además predice con mejor precisión la localización de un mínimo.
- No puede distinguir entre un mínimo local o global, ya que en la aproximación cuadrática sólo existe un mínimo
- Tiene problemas numéricos en un punto silla ya que en estos puntos la matriz Hessiana no está bien definida y el algoritmo puede producir resultados inesperados y divergir. Lo que no es muy común en descenso más pronunciado.
- Este método y el del descenso más pronunciado consideran las características locales de la superficie (de primer y segundo orden respectivamente), y no pueden conocer el carácter global de la función. El descenso más pronunciado garantiza la convergencia, si el coeficiente de aprendizaje no es muy grande o si se escoge una línea de minimización en cada etapa.
- Requiere calcular y almacenar la matriz Hessiana, así como su inversa.
- La dirección de búsqueda es la misma que la del descenso más pronunciado cuando $\mathbf{A}_k = \mathbf{A}_k^{-1} = \mathbf{I}$. Esta observación guía a una clase de algoritmos de optimización conocidos como Quasi-Newton o métodos secantes de un paso (métodos de la secante), en los que se reemplaza \mathbf{A}_k^{-1} por una matriz positiva definida, \mathbf{H}_k , que se actualiza en cada iteración sin invertir la matriz. Estos algoritmos típicamente están diseñados para que \mathbf{H}_k converja a \mathbf{A}_k^{-1} , (La matriz Hessiana \mathbf{A} es constante para funciones cuadráticas (Gill et al. 1981; Scales 1985; Battiti 1992).

2.5 RETROPROPAGACIÓN

El algoritmo de retropropagación puede usarse para entrenar redes multicapa, es un algoritmo aproximado de descenso más pronunciado donde el índice de ejecución es el error medio cuadrático. Para una red lineal unicapa el error es una función explícita de los pesos de la red, y pueden calcularse sus derivadas fácilmente con respecto a los pesos. En redes multicapa con funciones de transferencia no lineales, la relación entre los pesos de la red y el error es más compleja. Para calcular las derivadas,

se hace uso de la *regla de la cadena*. El perceptrón multicapa entrenado por el algoritmo de retropropagación, es actualmente la red neuronal más ampliamente usada.

Las redes perceptrón multicapa se usan en la clasificación de patrones y para aproximar funciones. Para identificar la estructura de una red multicapa, se usará la notación simbólica siguiente:

$$E - N_1 - N_2 - \dots - N_j \dots - N_M - S \quad 2.17$$

donde el número de entradas E es seguido por el de neuronas en cada capa oculta N_j y luego por la cantidad de neuronas en la capa de salidas S . El número máximo de capas ocultas es M .

Clasificación de patrones

El perceptrón multicapa puede clasificar patrones que no son linealmente separables. Considerando el problema clásico del exclusor (XOR) que tiene dos categorías que no son linealmente separables, un perceptrón unicapa no puede realizar la clasificación. Una red de dos capas puede resolver el problema del XOR. Hay muchas soluciones para diferentes redes multicapa. Una solución es usar dos neuronas en la primera capa para crear dos límites de decisión. El primer límite separa los modelos y la segunda capa se usa para combinar los dos límites.

Aproximación de funciones

En sistemas de control, por ejemplo, el objetivo es encontrar una función de alimentación apropiada que prediga de las salidas medidas, las entradas de control. En filtros adaptables, el objetivo es encontrar una función que prediga los valores retrasados de una señal de entrada e ir moviéndose a lo largo de la señal de salida. Se ha demostrado que la red de dos capas, con funciones de transferencia sigmoidales en las capas ocultas y lineales en la capa de salida, puede aproximar virtualmente cualquier función de interés a cualquier grado de aproximación (Hornik et al. 1989).

2.5.1 Algoritmo de retropropagación

La notación para una red de tres capas se muestra en la Fig. 2.2. El desarrollo matemático se muestra en Hagan et al. (1996). El algoritmo se condensa en los siguientes pasos:

1. Propagar las entradas hacia adelante a través de la red. En redes multicapa, las neuronas en la primera capa reciben las entradas externas.

$$\mathbf{a}_0 = \mathbf{p} \quad 2.18$$

La salida de una capa se vuelve la entrada de la capa siguiente, de la siguiente manera:

$$\mathbf{a}_{m+1} = \mathbf{f}_{m+1}(\mathbf{W}_{m+1}\mathbf{a}_m + \mathbf{b}_{m+1}) \quad \text{para } m = 0, 1, \dots, M \quad 2.19$$

donde M es el número de capas ocultas en la red. La Ec. 2.18 es el inicio de la Ec. 2.19. Las salidas de las neuronas en la última capa son consideradas las salidas de la red:

$$\mathbf{a} = \mathbf{a}_{M-1} \quad 2.20$$

2. Propagar las sensibilidades de los errores hacia atrás a través de la red, *retropropagación*:

$$\begin{aligned} \mathbf{s}_{M+1} &= -2\mathbf{F}'_{M+1}(\mathbf{n}_{M+1})(\mathbf{t} - \mathbf{a}) && \text{capa de salidas} \\ \mathbf{s}_m &= \mathbf{F}'_m(\mathbf{n}_m)(\mathbf{W}_{m+1})^T \mathbf{s}_{m+1} && \text{para } m = M, \dots, 2, 1 \end{aligned} \quad 2.21$$

$$\hat{F}_m(\mathbf{n}_m) = \begin{bmatrix} \hat{f}_m(\mathbf{n}_{m,1}) & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \hat{f}_m(\mathbf{n}_{m,2}) & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \hat{f}_m(\mathbf{n}_{m,j}) & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \hat{f}_m(\mathbf{n}_{m,N}) \end{bmatrix} \quad \text{y} \quad \hat{f}_m(\mathbf{n}_{m,j}) = \frac{\partial \hat{f}_m(\mathbf{n}_{m,j})}{\partial \mathbf{n}_{m,j}}$$

donde m indica la capa y j la neurona en esa capa. La función de transferencia f debe ser diferenciable

3. Finalmente, se actualizan los pesos y sesgos usando la regla aproximada del descenso más pronunciado:

$$\begin{aligned} \mathbf{W}_m(\mathbf{k}+1) &= \mathbf{W}_m(\mathbf{k}) - \alpha \mathbf{s}_m(\mathbf{a}_{m-1})^T && \text{pesos} \\ \mathbf{b}_m(\mathbf{k}+1) &= \mathbf{b}_m(\mathbf{k}) - \alpha \mathbf{s}_m && \text{sesgos} \end{aligned} \quad 2.22$$

Ejemplo

Se quiere aproximar la función $g(p) = 1 + \sin(\pi p/4)$ para $-2 \leq p \leq 2$, Fig. 2.4-a, usando una red de dos capas (E-N₁-S = 1-2-1), con funciones de transferencia logsig en la capa oculta y purelin (lineal) en la capa de salidas. Para obtener el conjunto de entrenamiento se evalúa esta función en varios puntos p (objetivos de la Fig. 2.4-a). La condición inicial, pesos y sesgos, son:

$$\begin{aligned} \mathbf{W}_1(0) &= \begin{bmatrix} -0.27 \\ -0.41 \end{bmatrix} & \mathbf{b}_1(0) &= \begin{bmatrix} -0.48 \\ -0.13 \end{bmatrix} \\ \mathbf{W}_2(0) &= [0.09 \quad -0.17] & \mathbf{b}_2(0) &= [0.48] \end{aligned}$$

1. Propagación. Iteración 1, las entradas se propagan hacia adelante a través de la red:

Entrada inicial $\mathbf{a}_0 = \mathbf{p} = 1$

Respuesta en cada capa:

Capa 1 (logsig = $1/(1+e^{-n})$): $\mathbf{a}_1 = \mathbf{f}_1(\mathbf{W}_1 \mathbf{a}_0 - \mathbf{b}_1) = \text{logsig}(\mathbf{W}_1 \mathbf{a}_0 - \mathbf{b}_1) = \begin{bmatrix} 0.321 \\ 0.368 \end{bmatrix}$

Capa 2 (purelin = n): $\mathbf{a}_2 = \mathbf{f}_2(\mathbf{W}_2 \mathbf{a}_1 - \mathbf{b}_2) = \text{purelin}(\mathbf{W}_2 \mathbf{a}_1 - \mathbf{b}_2) = [0.446]$

El error es $e = \mathbf{t} - \mathbf{a}$. Como $\mathbf{t} = g(p)_{p=1} = 1.707$ y $\mathbf{a} = \mathbf{a}_2 = 0.446$, entonces: $e = 1.261$.

2. Retropropagación. La derivada, la matriz de sensibilidad y el error de cada función de transferencia para cada capa son.

Concepto	Capa 2 (de salidas) (purelin = n)	Capa 1 (oculta) (logsig = $1/(1+e^{-n})$)
Derivadas	$f'_m = \frac{d}{dn} \quad n = 1$	$f'_m = \frac{d}{dn} \left(\frac{1}{1+e^{-n}} \right) = \left(1 - \frac{1}{1+e^{-n}} \right) \left(\frac{1}{1+e^{-n}} \right) = (1 - a_m) a_m$
Matrices de sensibilidad	$\mathbf{F}_2(\mathbf{n}_2) = [f'_2(\mathbf{n}_2)] = [1]$	$\mathbf{F}_1(\mathbf{n}_1) = \begin{bmatrix} (1 - a_{1,1}) a_{1,1} & 0 \\ 0 & (1 - a_{1,2}) a_{1,2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.218 & 0 \\ 0 & 0.233 \end{bmatrix}$
Retropropagando el error	$\mathbf{s}_2 = -2\mathbf{F}_2(\mathbf{n}_2)(\mathbf{t} - \mathbf{a}) = -2.52$	$\mathbf{s}_1 = \mathbf{F}_1(\mathbf{n}_1)(\mathbf{W}_2)^T \mathbf{s}_2 = \begin{bmatrix} -0.0495 \\ 0.0997 \end{bmatrix}$

3. Con $\alpha = 0.10$ y el algoritmo aproximado descenso más pronunciado, se actualizan pesos y sesgos:

$$W_1(1) = W_1(0) - \alpha s_1(a_0)^T = \begin{bmatrix} -0.265 \\ -0.420 \end{bmatrix}, \quad b_1(1) = b_1(0) - \alpha s_1 = \begin{bmatrix} -0.475 \\ -0.140 \end{bmatrix}$$

$$W_2(1) = W_2(0) - \alpha s_2(a_1)^T = \begin{bmatrix} 0.171 & -0.0772 \end{bmatrix} \quad b_2(1) = b_2(0) - \alpha s_2 = \begin{bmatrix} 0.732 \end{bmatrix}$$

Con lo que queda completa la primera iteración del algoritmo retropropagación. El siguiente paso es hacer otra iteración con otra entrada p , se sigue iterando hasta que la diferencia entre la respuesta de la red y la salida tengan un nivel aceptable. Siguiendo este proceso y para las condiciones iniciales dadas (pesos y sesgos iniciales), se llegó a un error promedio, $e = 9 \times 10^{-5}$, y los siguientes pesos y sesgos finales:

$$W_1(n) = \begin{bmatrix} 0.4401 \\ -1.3416 \end{bmatrix} \quad b_1(0) = \begin{bmatrix} -0.028365 \\ 0.0013781 \end{bmatrix}$$

$$W_2(0) = \begin{bmatrix} -0.72305 & -2.6805 \end{bmatrix} \quad b_2(0) = \begin{bmatrix} 2.6981 \end{bmatrix}$$

Propagando las entradas hacia adelante a través de la red, y considerando la misma entrada inicial $a_0 = p = 1$. La respuesta en cada capa es:

Capa 1 (logsig = $1 / (1 + e^{-x})$): $a_1 = f_1(W_1 a_0 - b_1) = \text{logsig}(W_1 a_0 - b_1) = \begin{bmatrix} 0.6015 \\ 0.20747 \end{bmatrix}$

Capa 2 (purelin = x): $a_2 = f_2(W_2 a_1 + b_2) = \text{purelin}(W_2 a_1 + b_2) = \begin{bmatrix} 1.70705 \end{bmatrix}$

El error es $e = t - a$. Como $t = g(p)_{p=1} = 1.707$ y $a = a_2 = 1.70705$, entonces: $e = 0.00005$.

En la Fig. 2.4-a se muestra la aproximación de la red 1-2-1 aún para puntos p fuera del conjunto de entrenamiento. Se observa que la aproximación es buena.

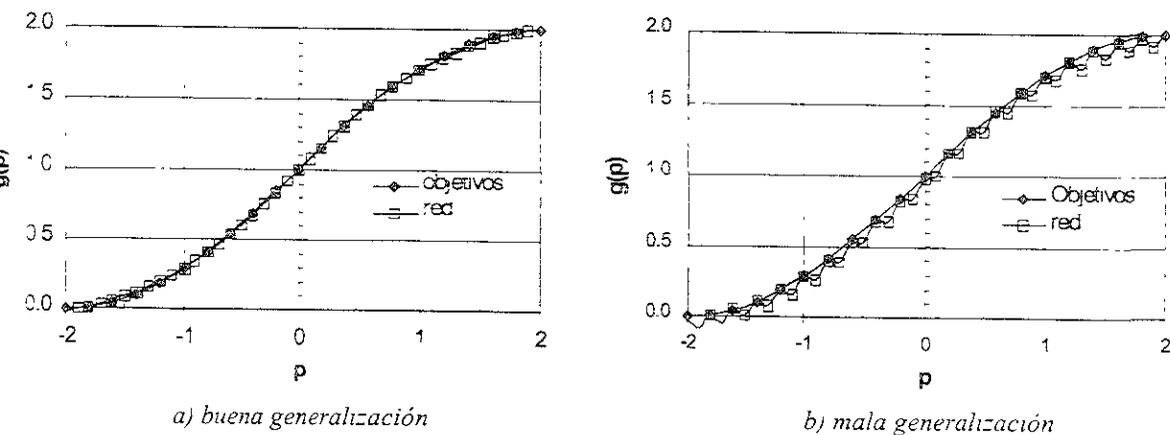


Fig. 2.4 Ejemplo de retropropagación

5.2 ¿Cómo aplicar el algoritmo de retropropagación?

En esta sección se presentan algunos problemas que se relacionan con la aplicación práctica de retropropagación tales como convergencia, generalización y selección de la arquitectura.

Arquitectura de la red

Las redes multicapa pueden usarse para aproximar casi cualquier función si se tienen suficientes neuronas en las capas ocultas. Sin embargo, no se puede decir cuántas capas y neuronas son necesarias para una ejecución adecuada. Algunas ideas para resolver este problema son:

- Cuando la complejidad de una función crece, es más difícil aproximarla para una red con un número fijo de neuronas en las capas ocultas. Siempre habrá un límite para cada red dependiendo de la complejidad de la función a aproximar. Cuando una red es capaz de predecir adecuadamente todos los puntos de la función se dice que la red es adecuada. Sin embargo, cuando la red predice sólo algunos puntos, ya no es adecuada y se debe incrementar el número de neuronas en las capas ocultas.
- Dada una función por predecir, se deben usar redes cada vez más grandes hasta representar la función con precisión. Una red 1- N_1 -1, con neuronas sigmoideas en la capa oculta y neuronas lineales en la capa de salida, puede producir una respuesta que es una superposición de N_1 funciones sigmoideas. Si se quiere aproximar una función que tiene un gran número de puntos de inflexión, se necesita tener un gran número de neuronas en la capa oculta.

Convergencia

A menudo ocurre que la respuesta de la red no da una buena aproximación de la función deseada, aunque el algoritmo de retropropagación produzca parámetros de la red que minimicen el error medio cuadrático. Esto se debe a que las características de la red están inherentemente limitadas por el número de neuronas en las capas ocultas. Algunas ideas para solventar este problema son:

- De una condición inicial de pesos y sesgos el algoritmo puede encontrar la convergencia en un punto mínimo global, mientras de otra condición inicial el algoritmo puede encontrar la convergencia en un punto mínimo local, donde la pendiente del error medio cuadrático es cero en la iteración final. La superficie del error medio cuadrático para la red multicapa generalmente es compleja y tiene muchos mínimos locales. Cuando el algoritmo de retropropagación converge no podemos estar seguros de que se tiene una solución óptima. Por esto, es importante probar diferentes condiciones iniciales para asegurar que una solución óptima se ha obtenido.

Generalización

La red multicapa es entrenada con un número finito de ejemplos de conducta apropiada. Este conjunto de entrenamiento es normalmente representativo de una clase muy grande de posibles pares entrada/salida. Es importante que la red generalice lo que ha aprendido con éxito en la población total.

Dada una función a aproximar, por ejemplo la función de la Fig. 2.4, se hace un muestreo escogiendo puntos representativos (21 pares entrada/salida, puntos objetivos en la Fig. 2.4). Para la complejidad de la función, la red 1-2-1, la aproxima con precisión aún en puntos no muestreados, Fig. 2.4-a. *esta red generaliza bien*. Para el mismo conjunto de datos de la función pero ahora usando una red más grande, 1-9-1, la respuesta de la red modela la función con precisión en los puntos de muestreo; sin embargo, la respuesta en un valor no contenido en el conjunto de entrenamiento (muestreo) la red produce una salida alejada de la respuesta verdadera, *esta red no generaliza bien*. La Fig. 2.4-b muestra la predicción de la red 1-9-1. Para la función dada, la red 1-9-1 tiene demasiada flexibilidad en este problema, tiene un total de 28 parámetros ajustables (18 pesos y 10 sesgos), y sólo hay 21 datos en el conjunto de entrenamiento. La red 1-2-1 tiene sólo 7 parámetros y es por consiguiente más restringida en el tipo de función que puede modelar.

Para que una red sea capaz de generalizar debe tener menos parámetros que datos en el conjunto de entrenamiento. En redes neuronales, como en todos los problemas de modelado, se necesita usar la red más simple que pueda representar el conjunto de entrenamiento adecuadamente. No se debe usar una red más grande cuando una más pequeña trabaje bien. Una alternativa para usar la red más simple es no sobre-entrenarla, efecto similar a una mala generalización.

2.6 MODIFICACIONES AL ALGORITMO DE RETROPROPAGACIÓN

El algoritmo de retropropagación es un descubrimiento mayor en la investigación de redes neuronales. Sin embargo, el algoritmo básico es demasiado lento para la mayoría de las aplicaciones. Retropropagación es un algoritmo aproximado de descenso más pronunciado, que es el algoritmo de minimización más simple y más lento. En el subcapítulo 2.4 se describió un algoritmo alternativo al descenso más pronunciado, el método de Newton, que generalmente proporciona convergencia más rápida. En este subcapítulo se explica cómo este procedimiento puede usarse para acelerar la convergencia de retropropagación y hacer al algoritmo de retropropagación más práctico. La investigación de algoritmos más rápidos cae en dos categorías:

- 1- *Técnicas heurísticas*, incluyen ideas sobre como variar el coeficiente de aprendizaje, el uso de momentum (velocidad adquirida) y variables rescaladas (Vogl et al. 1988; Jacobs 1988; Tollenaere 1990; Rigler et al. 1990). En la sección 2.6.2 se presenta momentum y el coeficiente de aprendizaje variable.
- 2- *Técnicas numéricas de optimación estándar* (Shanno 1990; Barnard 1992; Battiti 1992; Charalambous 1992). En la sección 2.6.3 se presentan dos técnicas que han sido aplicadas con mucho éxito al entrenamiento de perceptrones multicapa: el algoritmo gradiente conjugado y el algoritmo Levenberg-Marquardt (una variación del método de Newton).

El algoritmo de retropropagación lleva implícito el entrenamiento supervisado, donde las redes son alimentadas hacia adelante y el problema de minimizar el error medio cuadrático es un problema numérico de optimación. Los algoritmos descritos en esta sección usan el procedimiento de retropropagación en el que las derivadas de los errores se procesan de la última capa de la red a la primera. Las diferencias entre los algoritmos se deben a la manera como las derivadas resultantes se usan para actualizar los pesos. El algoritmo estándar (retropropagación) es un algoritmo de descenso más pronunciado y para ordenar ideas, se referirá al algoritmo de retropropagación básico como Retropropagación de Descenso Más Pronunciado (RDMP).

2.6.1 Inconvenientes de retropropagación

La diferencia principal entre una red unicapa lineal y redes multicapa no lineales es la superficie del Error Medio Cuadrático (EMC). Mientras la superficie para una red unicapa lineal tiene un solo punto mínimo y curvatura constante, la superficie para una red multicapa puede tener muchos puntos mínimos locales y la curvatura puede variar ampliamente en regiones diferentes de la superficie.

Superficies de error

Algunas características de la superficie del EMC en una red multicapa son:

- La superficie es difícil de imaginar debido al gran número de parámetros que incluye,
- No es una función cuadrática y la curvatura varía drásticamente, por esta razón es difícil escoger un coeficiente de aprendizaje apropiado para el algoritmo de descenso más pronunciado,
- Existen más de un punto mínimo local y,
- Existe simetría en la superficie

En lo que sigue se considera un ejemplo hipotético donde se desea aproximar una función. Usando la red 1-2-1 (E-N₁-S) con funciones de transferencia logsig en ambas capas. La Fig. 2.5-a ilustra el EMC cuando están ajustándose $w_{1,1}$ de ambas capas y, en la Fig. 2.5-b cuando están ajustándose b_1 de ambas capas; mientras en ambos casos los otros parámetros se fijan a sus valores óptimos. El error mínimo (cero) se indica con un punto más grande.

En la Fig. 2.5-a hay varios rasgos adicionales de interés, primero, en algunas regiones la superficie es muy plana lo que permitiría un coeficiente de aprendizaje grande, mientras en otras regiones la curvatura es alta lo que requeriría un coeficiente de aprendizaje pequeño. En general, las regiones planas de la superficie se deben al uso de las funciones de transferencia sigmoidales. La sigmoide es muy plana para magnitudes grandes de las entradas.

En la Fig. 2.5-b, se observa la simetría de la superficie por lo que hay dos puntos mínimos locales con el mismo valor de EMC. La simetría causa ceros que forman un punto silla cerca del origen, por lo que no es recomendable fijar los pesos y sesgos iniciales a cero.

En la región cercana a $w_{11} = 15$ de ambas capas (Fig. 2.5- a y b), el gradiente está muy cerca de cero, y el algoritmo de descenso más pronunciado se detendrá eficazmente, aunque no esté cerca de un punto mínimo local.

Esta explicación de superficies de error para redes multicapa da algunas ideas indirectas acerca de cómo fijar las condiciones iniciales para el algoritmo de RDMP. Primero, no se deben fijar los parámetros iniciales a cero, porque el origen del espacio de parámetros tiende a ser un punto silla. Segundo, no se deben fijar los parámetros iniciales a valores grandes, porque la superficie de error tiende a tener regiones muy planas. Típicamente se escogen valores pequeños al azar para los pesos y sesgos iniciales. De esta manera, se aparta de un posible punto silla al origen sin irse a las regiones planas de la superficie de error.

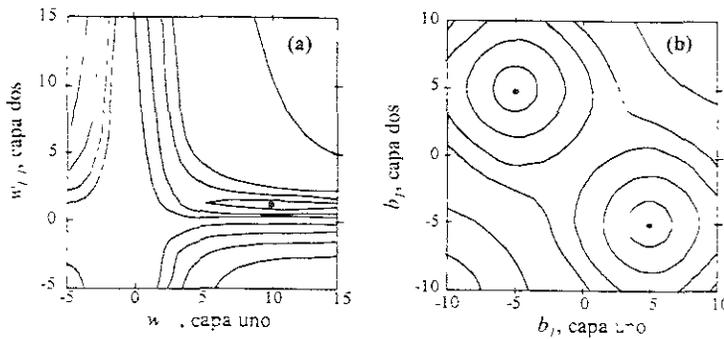


Fig. 2.5 Superficies de EMC

Convergencia

En esta sección se usará una variación al algoritmo estándar de retropropagación, llamada grupal en la que los parámetros sólo se actualizan después de que el conjunto entero de entrenamiento se ha presentado. Se promedian las pendientes calculadas en cada ejemplo de entrenamiento para producir una estimación global de la pendiente.

En la Fig. 2.6-a se muestran dos trayectorias cuando sólo se ajustan dos parámetros:

- Para la trayectoria "a" el algoritmo converge lentamente a la solución óptima. La convergencia es lenta debido al cambio en la curvatura de la superficie sobre la trayectoria. Después de un gradiente inicial moderado, la trayectoria pasa sobre una superficie muy plana, hasta que entra en un valle suavemente inclinado. Si se aumenta el coeficiente de aprendizaje, el algoritmo convergerá rápidamente en la superficie llana inicial, pero podrá ser inestable al entrar en el valle.
- La trayectoria "b" ilustra cómo el algoritmo alcanza la convergencia a un punto mínimo local. La trayectoria se entrapa en un valle y diverge de la solución óptima. Debido a la existencia de múltiples puntos mínimos locales es mejor probar diferentes suposiciones iniciales para asegurar que un mínimo global se ha obtenido. Algunos de los puntos mínimos locales pueden tener el mismo valor de error medio cuadrático, por lo que se puede esperar que el algoritmo converja a los mismos valores de los parámetros para diferentes condiciones iniciales.

El proceso de ejecución también puede valorarse en la Fig. 2.6-b que muestra el error cuadrático contra el número de iteración. La curva de la izquierda corresponde a la trayectoria "a" y la curva de la derecha corresponde a la trayectoria "b". Estas curvas son típicas de RDMP, con periodos largos de progreso pequeño y periodos cortos de rápido avance. Puede verse en esta figura que las secciones planas corresponden a tiempos cuando el algoritmo está cruzando una zona plana de la superficie de error. Durante estos periodos es conveniente aumentar el coeficiente de aprendizaje para acelerar la convergencia. Sin embargo, al aumentar el coeficiente de aprendizaje el algoritmo será inestable cuando alcance las zonas con mayor pendiente.

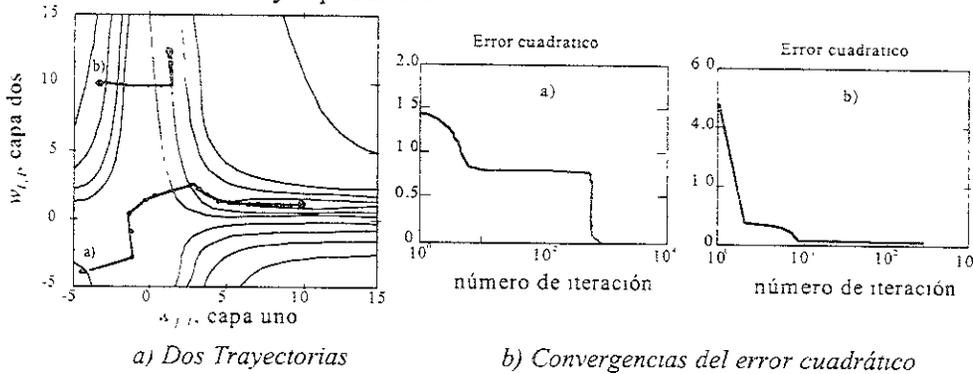


Fig. 2.6 Algoritmo RDMP (grupal)

En la Fig. 2.7, la trayectoria mostrada corresponde a la trayectoria "a", para un coeficiente de aprendizaje más grande. El algoritmo converge más rápidamente al principio, pero cuando la trayectoria alcanza el valle estrecho que contiene el punto mínimo, el algoritmo empieza a divergir. Se puede aumentar el coeficiente de aprendizaje en superficies planas y disminuirlo cuando el gradiente aumenta. Lo importante es tener un algoritmo que detecte una superficie plana o un valle estrecho. Otra manera de mejorar la convergencia es suavizar la trayectoria. El gráfico de la izquierda muestra que cuando el algoritmo empieza a divergir está oscilando de un lado a otro en un valle estrecho. Si se modifica la trayectoria, promediando las actualizaciones de los parámetros, se pueden suavizar las oscilaciones y producir una trayectoria estable.

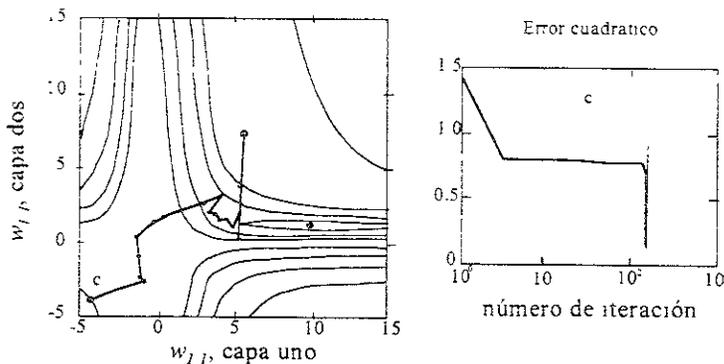


Fig. 2.7 Trayectoria con coeficiente de aprendizaje demasiado grande

6.2 Modificaciones heurísticas de retropropagación

Existen varias modificaciones heurísticas al algoritmo básico de retropropagación RDMP, ver Hagan et al. (1996), entre las que se destacan las siguientes:

Retropropagación con Momentum RMO,

Retropropagación con coeficiente de aprendizaje variable RCAV, ver Vogl et al. 1988,

- Regla de aprendizaje *delta-bar-delta* de Jacobs (1988), en la cual cada parámetro de la red (pesos o sesgos) tiene su propio coeficiente de aprendizaje,
- El algoritmo de SuperSAB de Tollenaere (1990),
- Algoritmo Quickprop de Fahlman (1989).

Las modificaciones heurísticas a RDMP pueden proveer a menudo convergencias mucho más rápidas a algunos problemas. Sin embargo, hay dos inconvenientes principales a estos métodos y ambos tienden a ocurrir más a menudo al usar algoritmos más complejos:

1. Las modificaciones requieren que varios parámetros estén fijos, mientras el único parámetro requerido para RDMP es el coeficiente de aprendizaje. Algunas de las modificaciones heurísticas más complejas pueden tener cinco o seis parámetros a seleccionar. A menudo la ejecución del algoritmo es sensible a los cambios en estos parámetros. El escoger los parámetros también es un problema dependiente del usuario.
2. Las modificaciones a RDMP a veces no garantizan la convergencia en problemas para los que RDMP encontrará una solución en el futuro.

2.6.3 Técnicas numéricas de optimización

En el subcapítulo 2.4 se presentaron las características de tres técnicas de optimización numéricas: el descenso más pronunciado y el método de Newton. El descenso más pronunciado es el algoritmo más simple y lento para la convergencia. El método de Newton es mucho más rápido, pero requiere calcular la matriz Hessiana y su inversa. En esta sección se considera el método de Levenberg-Marquardt que se basa en técnicas numéricas de optimización estándar, que es una modificación al método de Newton y es bien visto en el entrenamiento de redes neuronales.

Levenberg-Marquardt

El algoritmo Levenberg-Marquardt es una variación del método de Newton que se diseñó para minimizar funciones que son sumas cuadráticas de otras funciones no lineales. Este algoritmo tiene buena reputación para entrenar redes neuronales que utilizan el error medio cuadrático.

El método de Newton para mejorar un índice de error $F(\mathbf{x})$ es:

$$\mathbf{x}_{k-1} = \mathbf{x}_k - \mathbf{A}_k^{-1} \mathbf{g}_k \quad 2.23$$

donde $\mathbf{A}_k \equiv \nabla^2 F(\mathbf{x})_{\mathbf{x}=\mathbf{x}_k}$ (matriz Hessiana) y $\mathbf{g}_k = \nabla F(\mathbf{x})_{\mathbf{x}=\mathbf{x}_k}$ (gradiente). Si se asume que $F(\mathbf{x})$ es una suma cuadrática de la función:

$$F(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^N v_i^2(\mathbf{x}) = \mathbf{v}^T(\mathbf{x})\mathbf{v}(\mathbf{x}) \quad 2.24$$

el gradiente matricialmente es:

$$[\nabla F(\mathbf{x})]_j = \frac{\partial F(\mathbf{x})}{\partial x_j} = 2 \sum_{i=1}^N v_i(\mathbf{x}) \frac{\partial v_i(\mathbf{x})}{\partial x_j} \quad \text{o} \quad \nabla F(\mathbf{x}) = 2\mathbf{J}^T(\mathbf{x})\mathbf{v}(\mathbf{x}) \quad 2.25$$

y la matriz Hessiana puede aproximarse matricialmente como, Hagan et al. (1996):

$$\nabla^2 F(\mathbf{x}) \cong 2\mathbf{J}^T(\mathbf{x})\mathbf{J}(\mathbf{x}) \quad 2.26$$

donde la matriz Jacobiana, \mathbf{J} , es:

$$J(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} \frac{\partial v_1(\mathbf{x})}{\partial x_1} & \frac{\partial v_1(\mathbf{x})}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial v_1(\mathbf{x})}{\partial x_n} \\ \frac{\partial v_2(\mathbf{x})}{\partial x_1} & \frac{\partial v_2(\mathbf{x})}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial v_2(\mathbf{x})}{\partial x_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial v_N(\mathbf{x})}{\partial x_1} & \frac{\partial v_N(\mathbf{x})}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial v_N(\mathbf{x})}{\partial x_n} \end{bmatrix}$$

Sustituyendo el gradiente y la matriz Hessiana en la Ec. 2.23, se obtiene el método de Gauss-Newton:

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{x}_k - \left[2J^T(\mathbf{x}_k)J(\mathbf{x}_k) \right]^{-1} 2J^T(\mathbf{x}_k)v(\mathbf{x}_k) = \mathbf{x}_k - \left[J^T(\mathbf{x}_k)J(\mathbf{x}_k) \right]^{-1} J^T(\mathbf{x}_k)v(\mathbf{x}_k) \quad 2.27$$

que no requiere el cálculo de las segundas derivadas, pero la matriz $\mathbf{H} = J^T J$ no es invertible. Haciendo invertible esta matriz considerando la aproximación $\mathbf{G} = \mathbf{H} + \mu \mathbf{I}$, se llega al algoritmo de Levenberg-Marquardt (Hagan et al. 1996; Scales 1985):

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{x}_k - \left[J^T(\mathbf{x}_k)J(\mathbf{x}_k) + \mu_k \mathbf{I} \right]^{-1} J^T(\mathbf{x}_k)v(\mathbf{x}_k) \quad \Delta \mathbf{x}_k = - \left[J^T(\mathbf{x}_k)J(\mathbf{x}_k) - \mu_k \mathbf{I} \right]^{-1} J^T(\mathbf{x}_k)v(\mathbf{x}_k) \quad 2.28$$

Este algoritmo tiene un rasgo muy útil, cuando μ_k aumenta se aproxima al algoritmo descenso más pronunciado con coeficiente de aprendizaje pequeño:

$$\mathbf{x}_{k+1} \approx \mathbf{x}_k - \frac{1}{\mu_k} J^T(\mathbf{x}_k)v(\mathbf{x}_k) = \mathbf{x}_k - \frac{1}{2\mu_k} \nabla F(\mathbf{x}) \quad \text{para - grande } \mu_k \quad 2.29$$

mientras que cuando μ_k disminuye a cero el algoritmo se vuelve Gauss-Newton.

El algoritmo empieza con μ_k fijo a algún valor pequeño ($\mu_k = 0.01$). Si un paso no tiende a un valor más pequeño de $F(\mathbf{x})$, entonces el paso se repite con μ_k multiplicado por algún factor $\nu > 1$ (por ejemplo, $\nu = 10$). Eventualmente $F(\mathbf{x})$ debe disminuir, ya que se tomó un paso pequeño en la dirección del descenso más pronunciado. Si un paso produce un valor más pequeño de $F(\mathbf{x})$, entonces μ_k es dividido por ν para el próximo paso, para que el algoritmo se aproxime a Gauss-Newton que debe proporcionar una convergencia más rápida. El algoritmo proporciona buena compatibilidad entre la velocidad del método de Newton y la convergencia garantizada de descenso más pronunciado.

A continuación se explicará cómo aplicar el algoritmo de Levenberg-Marquardt al problema de entrenar una red multicapa. El índice de error para el entrenamiento de redes multicapa es el error medio cuadrático:

$$F(\mathbf{x}) = E[e^T e] = E[(t - a)^T (t - a)] \quad 2.30$$

Si cada salida objetivo ocurre con probabilidad igual, el error medio cuadrático es proporcional a la suma de los errores cuadráticos sobre los objetivos Q en el conjunto de entrenamiento:

$$F(\mathbf{x}) = \sum_{q=1}^Q (t_q - a_q)^T (t_q - a_q) = \sum_{q=1}^Q e_q^T e_q = \sum_{q=1}^Q \sum_{j=1}^{S^M} (e_{j,q})^2 = \sum_{i=1}^N (v_i)^2 \quad 2.31$$

donde $e_{j,q}$ es el j -ésimo elemento del error para el q -ésimo par entrada/objetivo.

La Ec.2.31 es equivalente al índice de la ejecución, Ec. 2.24. El adaptar el algoritmo Levenberg-Marquardt para entrenar redes requiere algún cuidado en los detalles. El paso importante en el algoritmo de Levenberg-Marquardt es el cómputo de la matriz Jacobiana. Para realizar este cálculo se usa una variación del algoritmo del retropropagación. Para crear la matriz Jacobiana se necesita

calcular las derivadas de los errores, en lugar de las derivadas de los errores cuadráticos. Conceptualmente, es conveniente modificar el algoritmo de retropropagación para calcular los elementos de la matriz Jacobiana, ver Hagan et al. (1996).

El proceso de iteración del algoritmo de retropropagación con Levenberg-Marquardt (RLM) se resume como:

1. Se presentan todas las entradas a la red y se calculan:
 - a) las salidas de la red correspondientes (Ecs. 2.18 y 2.19):

$$\mathbf{a}^0 = \mathbf{p} \quad \text{y} \quad \mathbf{a}_{m+1} = \mathbf{f}_{m+1}(\mathbf{W}_{m+1}\mathbf{a}_m - \mathbf{b}_{m+1}) \quad \text{para} \quad m = 0, 1, \dots, M.$$

- b) los errores $\mathbf{e}_q = \mathbf{t}_q - \mathbf{a}_{M,q}$ y
- c) la suma de los errores cuadráticos sobre todas las entradas. Ec. 2.31:

$$\mathbf{F}(\mathbf{x}) = \sum_{q=1}^Q (\mathbf{t}_q - \mathbf{a}_q)^T (\mathbf{t}_q - \mathbf{a}_q) = \sum_{q=1}^Q \mathbf{e}_q^T \mathbf{e}_q = \sum_{q=1}^Q \sum_{j=1}^{S_M} (\mathbf{e}_{j,q})^2 = \sum_{i=1}^N (\mathbf{v}_i)^2$$

2. Se calcula la matriz Jacobiana:

$$\mathbf{J}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{e}_{1,1}}{\partial \mathbf{w}_{1,1,1}} & \frac{\partial \mathbf{e}_{1,1}}{\partial \mathbf{w}_{1,1,2}} & \dots & \frac{\partial \mathbf{e}_{1,1}}{\partial \mathbf{w}_{1,S_1,R}} & \frac{\partial \mathbf{e}_{1,1}}{\partial \mathbf{b}_{1,1}} & \dots \\ \frac{\partial \mathbf{e}_{2,1}}{\partial \mathbf{w}_{1,1,1}} & \frac{\partial \mathbf{e}_{2,1}}{\partial \mathbf{w}_{1,1,2}} & \dots & \frac{\partial \mathbf{e}_{2,1}}{\partial \mathbf{w}_{1,S_1,R}} & \frac{\partial \mathbf{e}_{2,1}}{\partial \mathbf{b}_{1,1}} & \dots \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & \\ \frac{\partial \mathbf{e}_{S_M,1}}{\partial \mathbf{w}_{1,1,1}} & \frac{\partial \mathbf{e}_{S_M,1}}{\partial \mathbf{w}_{1,1,2}} & \dots & \frac{\partial \mathbf{e}_{S_M,1}}{\partial \mathbf{w}_{1,S_1,R}} & \frac{\partial \mathbf{e}_{S_M,1}}{\partial \mathbf{b}_{1,1}} & \dots \\ \frac{\partial \mathbf{e}_{1,2}}{\partial \mathbf{w}_{1,1,1}} & \frac{\partial \mathbf{e}_{1,2}}{\partial \mathbf{w}_{1,1,2}} & \dots & \frac{\partial \mathbf{e}_{1,2}}{\partial \mathbf{w}_{1,S_1,R}} & \frac{\partial \mathbf{e}_{1,2}}{\partial \mathbf{b}_{1,1}} & \dots \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & \end{bmatrix} \quad 2.32$$

las sensibilidades:

$$\tilde{\mathbf{S}}_{m,q} = \mathbf{F}_m(\mathbf{n}_{m,q}) (\mathbf{W}_{m-1})^T \tilde{\mathbf{S}}_{m-1,q} \quad 2.33$$

inicializando con:

$$\tilde{\mathbf{S}}_{M,q} = -\mathbf{F}'_M(\mathbf{n}_{M,q})$$

Se ordenan las matrices individuales de las sensibilidades usando:

$$\tilde{\mathbf{S}}_m = [\tilde{\mathbf{S}}_{m,1} \quad \tilde{\mathbf{S}}_{m,2} \quad \dots \quad \tilde{\mathbf{S}}_{m,Q}] \quad 2.34$$

Se calculan los elementos de la matriz Jacobiana con:

$$\begin{aligned} [\mathbf{J}]_{h,\ell} &= \frac{\partial \mathbf{v}_h}{\partial \mathbf{x}_\ell} = \frac{\partial \mathbf{e}_{k,q}}{\partial \mathbf{w}_{m,i,j}} = \frac{\partial \mathbf{e}_{k,q}}{\partial \mathbf{n}_{m,i,q}} \times \frac{\partial \mathbf{n}_{m,i,q}}{\partial \mathbf{w}_{m,i,j}} = \tilde{\mathbf{S}}_{m,i,h} \times \frac{\partial \mathbf{n}_{m,i,q}}{\partial \mathbf{w}_{m,i,j}} = \tilde{\mathbf{S}}_{m,i,h} \times \mathbf{a}_{m-1,j,q} \quad \text{pesos} \\ [\mathbf{J}]_{h,\ell} &= \frac{\partial \mathbf{v}_h}{\partial \mathbf{x}_\ell} = \frac{\partial \mathbf{e}_{k,q}}{\partial \mathbf{b}_{m,i}} = \frac{\partial \mathbf{e}_{k,q}}{\partial \mathbf{n}_{m,i,q}} \times \frac{\partial \mathbf{n}_{m,i,q}}{\partial \mathbf{b}_{m,i}} = \tilde{\mathbf{S}}_{m,i,h} \times \frac{\partial \mathbf{n}_{m,i,q}}{\partial \mathbf{b}_{m,i}} = \tilde{\mathbf{S}}_{m,i,h} \quad \text{sesgos} \end{aligned} \quad 2.35$$

Se obtiene $\Delta \mathbf{x}_k$ con:

$$\Delta \mathbf{x}_k = -[\mathbf{J}^T(\mathbf{x}_k) \mathbf{J}(\mathbf{x}_k) + \mu_k \mathbf{I}]^{-1} \mathbf{J}^T(\mathbf{x}_k) \mathbf{v}(\mathbf{x}_k) \quad 2.36$$

- Se recalcula la suma de los errores cuadráticos usando $\mathbf{x}_k + \Delta\mathbf{x}_k$. Si esta nueva suma cuadrática es más pequeña que la calculada en el paso 1, entonces se divide a μ_k por ν , calculando $\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{x}_k + \Delta\mathbf{x}_k$ y se regresa al paso 1. Si la suma cuadrática no se reduce, entonces se multiplica μ_k por ν y se regresa al paso 3. El algoritmo converge cuando la norma del gradiente es menor que algunos valores predeterminados, o cuando la suma cuadrática se reduce a algún error meta.

Para ilustrar RLM, se aplica este algoritmo para aproximar la función que se ha usado en este capítulo, ver Fig. 2.6. Se empieza con el paso básico de Levenberg-Marquardt. La Fig. 2.8-a ilustra los posibles pasos que este algoritmo podría asumir en la primera iteración. La flecha casi vertical representa la dirección tomada para μ_k pequeño, que corresponde a la dirección de Gauss-Newton. La otra flecha representa la dirección para μ_k grande, que corresponde a la dirección de descenso más pronunciado. Esta es la dirección inicial de todos los algoritmos anteriormente presentados. La línea curva (entre las dos trayectorias mencionadas) representa el paso Levenberg-Marquardt para todo valor intermedio de μ_k . Cuando μ_k aumenta, los movimientos del algoritmo hacia un paso pequeño en la dirección del descenso más pronunciado se incrementan. Esto garantiza que el algoritmo siempre podrá reducir la suma cuadrática en cada iteración.

La Fig.2.8-b muestra la trayectoria de RLM a la convergencia, con $\mu_0 = 0.01$ y $\nu = 5$. El algoritmo converge en menos iteraciones que cualquiera de los métodos que se han discutido. Por supuesto, este algoritmo también requiere más cómputo por iteración que cualquiera de los otros algoritmos, ya que involucra una inversión de matriz. Sin embargo, dado el gran número de cálculos, el algoritmo RLM parece ser el algoritmo de entrenamiento de redes neuronales más rápido para un número de parámetros de la red moderado, Hagan y Menhaj 1994.

El inconveniente importante del algoritmo RLM es el almacenamiento requerido. El algoritmo debe guardar la matriz Hessiana aproximada. Ésta es una matriz de $n \times n$, donde n es el número de parámetros (pesos y sesgos) de la red. Recordando que los otros métodos, necesitan sólo guardar el gradiente que es un vector n dimensional. Cuando el número de parámetros es muy grande, puede ser impráctico usar el algoritmo RLM.

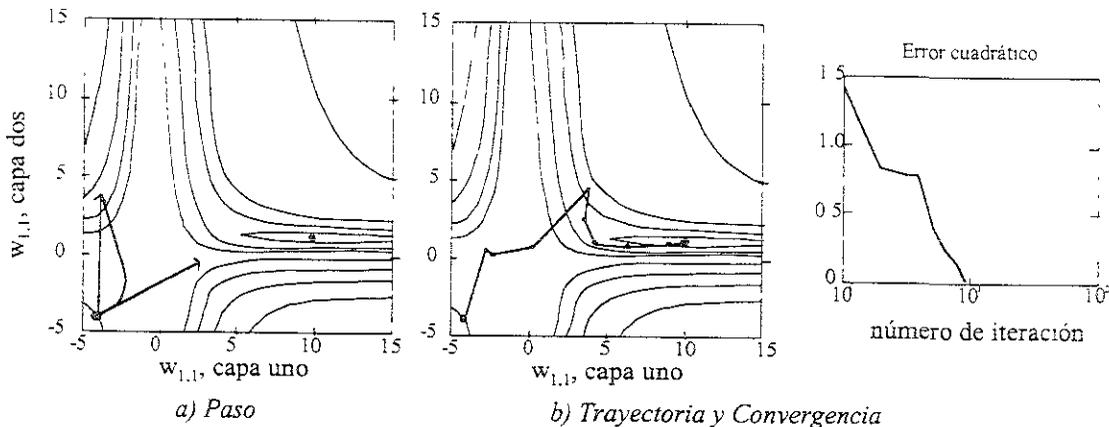


Fig.2.8 Algoritmo Levenberg-Marquardt, RLM

3 EXCAVACIONES APUNTALADAS EN SUELOS BLANDOS

Este capítulo contempla las características generales del análisis de las excavaciones apuntaladas en suelos blandos, y sirve de introducción al estudio paramétrico realizado mediante el Método de los Elementos Finitos (MEF) en el capítulo 4. Se dan algunos antecedentes teóricos y consideraciones generales del comportamiento de este tipo de obras geotécnicas.

3.1 INTRODUCCIÓN

El análisis de excavaciones apuntaladas es un tema clásico en la Mecánica de Suelos. Se ha tratado de generalizar su comportamiento con base en mediciones de campo y con el análisis de elemento finito. Un proceso de excavación en suelos blandos provoca movimientos en el terreno circundante que inducen movimientos diferenciales y distorsiones en las estructuras vecinas, por lo que se requiere predecir con fiabilidad la magnitud y distribución de los movimientos y así estimar los daños potenciales en las estructuras adyacentes. Las estimaciones sirven para el diseño y para el control durante el proceso de excavación y colocación del sistema de soporte. En el análisis de excavaciones apuntaladas en suelos blandos se debe tomar en cuenta:

- La estabilidad de la trinchera y de la excavación
- Las expansiones y los asentamientos
- Los empujes horizontales
- La estabilidad del fondo y los efectos constructivos
 - La falla general por el fondo,
 - La falla del fondo por subpresión y,
 - La falla por el empotramiento de la pata del muro (pateo)
- La sobre-compensación y flotación

Durante la construcción de la trinchera para alojar el muro Milán, se producen movimientos del suelo que modifican el estado de esfuerzos del medio circundante a la misma. Esta modificación se puede entender como una relajación de esfuerzos que reduce el empuje sobre el muro cuando se ejecuta la excavación. Sin embargo, la ejecución de la trinchera por sí misma implica un análisis de estabilidad que se debe tener presente en el análisis de excavaciones apuntaladas en suelos blandos, aún más cuando se presentan estratos de arcilla muy blanda a profundidades de importancia. Varios métodos de revisión de estabilidad de trincheras en suelos cohesivos estabilizadas con lodo se presentan en Arias (1997).

Los movimientos que soporta un sistema de apuntalamiento y los que se inducen al terreno circundante durante la excavación en suelos blandos están influenciados principalmente por los siguientes factores:

Condiciones del sitio:

Estratigrafía, nivel de agua freática, desarrollo histórico del sitio (K_0 y sobrecargas), resistencia al corte del suelo y características de las estructuras adyacentes (tipo y estado físico).

Condiciones del sistema de soporte:

Espaciamiento de los puntales (vertical y longitudinal), rigidez del sistema de apoyo (puntales y muro), profundidad de empotramiento de la pata del muro, magnitud de la precarga (y su variación con el tiempo) y la relación carga de puntales / empuje de tierras.

Condiciones del proceso constructivo:

Magnitud de cada incremento de excavación, tiempo que permanece abierta la excavación sin la instalación de puntal y cambios en la presión de poro debidos al proceso constructivo y a los pozos de abatimiento del nivel de aguas freáticas. Además del sistema usado para colar o colocar el muro de retención.

Así, las condiciones del sitio, del sistema de soporte y del proceso constructivo deben establecerse con el fin de lograr un diseño adecuado de la excavación y una estimación congruente de los movimientos del terreno circundante. Sin embargo, no todas las variables mencionadas pueden modelarse en un análisis numérico por lo que al menos deben considerarse los factores más significativos que determinen el comportamiento de la excavación.

3.2 ESTABILIDAD

En la estabilidad general de la excavación tienen mucha importancia las condiciones del fondo. La falla por cortante en el fondo de la excavación se produce cuando los esfuerzos inducidos por el proceso de excavación son mayores que la resistencia al corte del suelo del fondo. Esto se relaciona con el sistema de apuntalamiento y con la profundidad de excavación: si la precarga en los puntales es pequeña, los desplazamientos laterales pueden ser grandes y en consecuencia se pueden generar zonas amplias de plastificación, las cuales propician la generación de un mecanismo de falla generalizado. Además, si la separación del último puntal con la máxima profundidad de excavación es mayor de 4 m, (Hashash y Whittle 1996), se producen grandes movimientos en esta zona y se desarrolla el pateo del muro.

3.2.1 Comportamiento general

En general, se ha utilizado como una medida de la estabilidad de excavación el número de estabilidad (N), propuesto por Terzaghi (1943). Los factores que provocan la inestabilidad de una excavación apuntalada son los mismos que causan los movimientos en el terreno. Para condiciones no drenadas una excavación en suelos blandos, como en la zona de lago en la ciudad de México, pasa por diversas etapas críticas que se definen en términos del número de estabilidad como:

$$N = \frac{\gamma_t H}{S_u} \quad 3.1$$

donde γ_t es el peso volumétrico promedio del material localizado entre la superficie del terreno y el fondo de la excavación, H es la profundidad máxima de excavación y S_u es la resistencia al corte no drenada en la base de la excavación. Algunos valores indicativos del número de estabilidad (N), en cuanto al comportamiento de la excavación, son:

N	Comportamiento característico
2	Respuesta elástica, hay problemas en excavaciones en arcillas blandas no apuntaladas.
4	Problemas con excavaciones en arcillas plásticas no apuntaladas. No se estiman cargas para el muro de contención de acuerdo con las teorías clásicas de Rankine o Coulomb.
6	Se empiezan a desarrollar movimientos importantes en excavaciones apuntaladas.
8	Se desarrollan grandes zonas de plastificación en el fondo del suelo.

Clough y Schmidt (1977) relacionan el número de estabilidad y la resistencia al corte no drenada en la carta mostrada en la Fig. 3.1. En función de la profundidad de excavación y del valor de la resistencia al corte no drenada en la base de la excavación, esta carta permite definir la condición de estabilidad de una excavación en suelos blandos en seis categorías. Las categorías van desde la respuesta elástica hasta grandes deformaciones. De aquí, se desprende que el sistema de soporte influye importantemente en la profundidad a la cual empiezan a presentarse problemas de estabilidad. Así, la estabilidad depende de la rigidez del sistema de soporte y de la magnitud de la resistencia al corte del suelo.

Si estimamos un valor promedio de resistencia al corte no drenada de la arcilla de la ciudad de México de 30 kPa (3.0 t/m²), se observa que la respuesta elástica se presenta solamente cuando la profundidad de excavación no excede los 5.0 m, por lo que se puede concluir que los análisis de excavaciones profundas en la ciudad de México se deben realizar, al menos, utilizando un modelo de comportamiento elastoplástico.

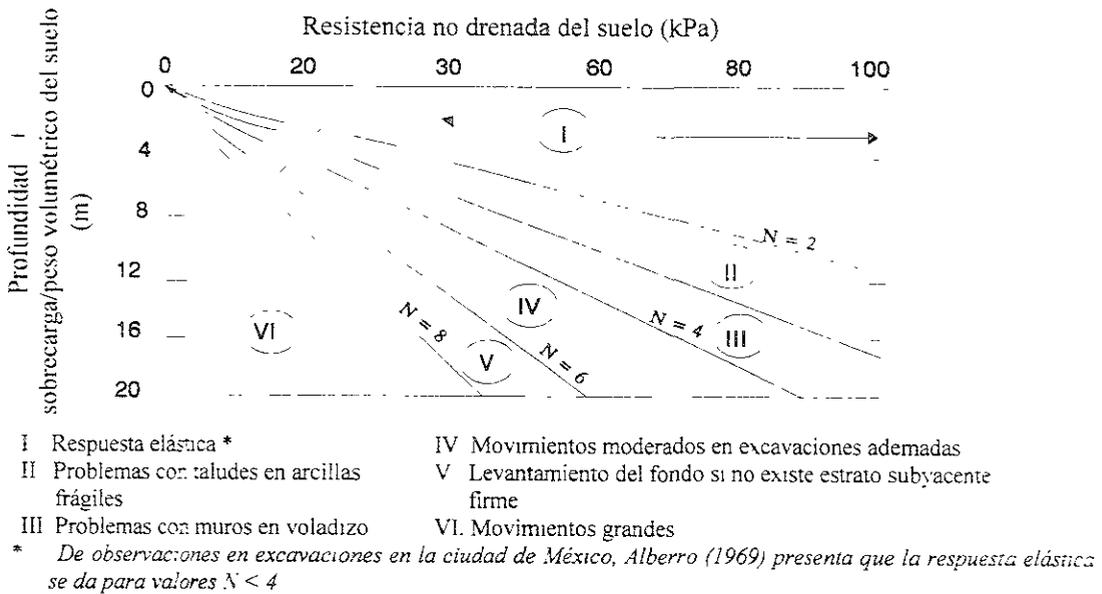


Fig. 3.1 Carta de estabilidad para excavaciones apuntaladas, $\phi = 0$ (Clough y Schmidt 1977)

2.2 Métodos de evaluación

Generalmente, en Mecánica de Suelos el análisis de estabilidad se maneja con herramientas derivadas de la teoría de plasticidad o criterios de falla plástica. Para resolver este tipo de problemas primero se define un mecanismo de falla. La consideración de varios mecanismos de falla cinemáticamente admisibles y el uso de análisis límite permite calcular fronteras superiores del factor de seguridad hasta obtener un mínimo que constituye la solución. La estabilidad es el primer paso que debe evaluarse en un procedimiento de excavación, a continuación se describirán brevemente los métodos de análisis disponibles.

A. Estabilidad de taludes

La estabilidad de taludes puede verificarse usando el método de Taylor y Fellenius. Sin embargo, resulta importante hacer algunas observaciones.

Reséndiz y Zonana (1969) demuestran que la estabilidad de taludes en excavaciones depende de su geometría y de la resistencia al esfuerzo cortante del suelo además de sus propiedades elásticas, aunque éstas no entren explícitamente en los cálculos de estabilidad por análisis límite. La variación del módulo de deformación del suelo con las condiciones de esfuerzo y con la profundidad, y las deformaciones elásticas de la masa de suelo antes y durante la excavación tienen consecuencias importantes en la estabilidad de excavaciones a corto plazo, particularmente en la ciudad de México. Esto es así principalmente porque dichos factores determinan la aparición de grietas que a su vez aumentan el número de mecanismos de falla cinemáticamente admisibles y tienen consecuencias negativas en la estabilidad de un corte. En particular, dos características del suelo aumentan la posibilidad de aparición de grietas profundas: a) un módulo de deformación mayor en tensión que en compresión, y b) un módulo de deformación que disminuye con la profundidad, lo cual ocurre, al menos, cuando existe una capa superficial desecada.

Estas condiciones se presentan en la arcilla de la ciudad de México y generalmente dan lugar a mecanismos de falla diferentes de los convencionales, con cierta tendencia a predominar desplazamientos de bloques limitados por grietas verticales y por superficies de deslizamiento planas horizontales. En estas condiciones, sólo son confiables los análisis de estabilidad en que, al seleccionar los mecanismos de falla, se toman en cuenta los efectos de los factores mencionados.

Alberro (1987), utiliza la teoría de las líneas características y propone una expresión simple del factor de seguridad de taludes en suelos blandos como:

$$FS = \frac{N_c c}{\gamma H} \quad 3.2$$

donde N_c es el coeficiente de estabilidad, c es la cohesión o resistencia no drenada, γ es el peso volumétrico del suelo y H es la altura del talud.

Cabe señalar que el coeficiente de estabilidad N_c , obtenido mediante la teoría de las líneas características, no depende de la ausencia o presencia de grietas de tensión en la parte superior del talud. Por tanto las fallas a largo plazo no deben asociarse con la generación de grietas de tensión sino con una disminución de cohesión del material (Alberro 1987).

B. Estabilidad del fondo de excavación

Cuando se realiza una excavación en suelos blandos, los esfuerzos cortantes bajo el fondo de la excavación pueden incrementarse a tal punto que sobrepasen la resistencia al corte del suelo. Terzaghi (1943) compara esto con una falla por capacidad de carga superficial y propone el mecanismo y procedimiento de análisis mostrado en la Fig. 3.2, para describir la condición de falla de fondo. Si el estrato arcilloso tiene un estrato firme subyacente, Fig. 3.2-a, el factor de seguridad debe calcularse como:

$$FS = \frac{1}{H} \cdot \frac{5.7S_u}{\gamma - \frac{S_u}{D}} \quad 3.3$$

Si la relación H/A es menor que 1, es decir, si la excavación es somera o bien el ancho de la misma no es pequeño. Fig. 3.2-b, el factor de seguridad se calcula con:

$$FS = \frac{1}{H} \cdot \frac{5.7S_u}{\gamma - \frac{S_u}{0.7A}} \quad 3.4$$

Si la relación H/A es mayor que 1, una excavación profunda y angosta limitada por un estrato de arcilla, se presenta un mecanismo de falla diferente. El levantamiento del fondo de la excavación es debido a una falla por cortante profunda, la cual existe localmente, cerca del fondo de la excavación; por tanto, el factor de seguridad se evalúa mediante el método propuesto por Bjerrum y Eide (1956), utilizando:

$$FS = \frac{N_c S_u}{\gamma H} \quad 3.5$$

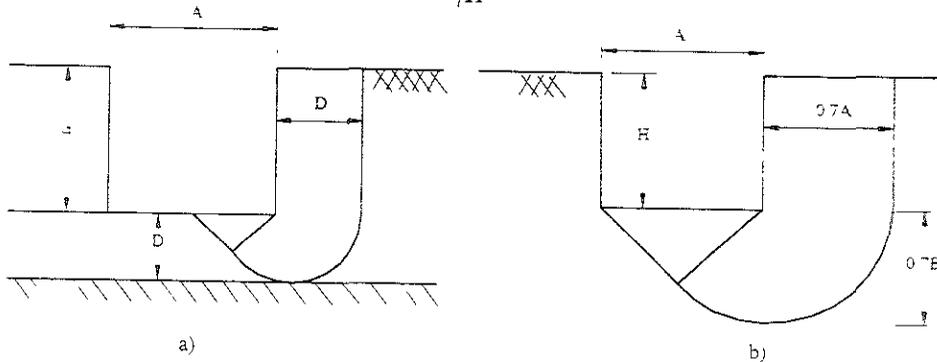


Fig. 3.2 Mecanismo de falla propuesto por Terzaghi (1943)

el factor de estabilidad N_c se estima de la Fig. 3.3. este factor incluye el efecto tridimensional debido a las relaciones A/L y H/A (ancho/largo y profundidad/ancho, respectivamente).

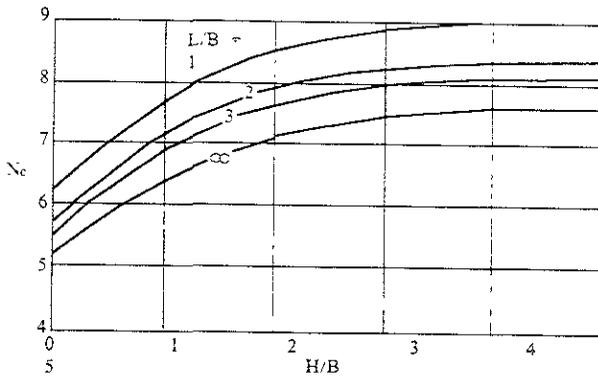


Fig. 3.3. Factor de estabilidad N_c según Bjerrum y Eide, (1956)

Dentro de los análisis de estabilidad del fondo de la excavación, es necesario tener en cuenta la anisotropía de la resistencia al corte no drenada del suelo a lo largo del plano potencial de falla, como se indica en la Fig. 3.4.

Davis y Christian (1971) se basan en el mecanismo de falla de la Fig. 3.2-b, y desarrollan factores de capacidad de carga para considerar la anisotropía. El factor de capacidad de carga anisotrópica lo definen como N_c^* (N_c para suelos isotrópicos), la capacidad de carga la determinan multiplicando S_{uc} por N_c^* . De esta manera, modifican la expresión de Terzaghi para el cálculo del factor de seguridad contra falla de fondo, como:

$$FS = \frac{1}{H} \frac{N_c^* S_{u0}}{\gamma - \frac{S_{u45}}{0.7A}} \quad 3.6$$

donde S_{u0} es la resistencia al corte no drenada del suelo para un ángulo de 0° y S_{u45} es la resistencia al corte no drenada del suelo para un ángulo de 45° . El resto de los parámetros ya han sido definidos.

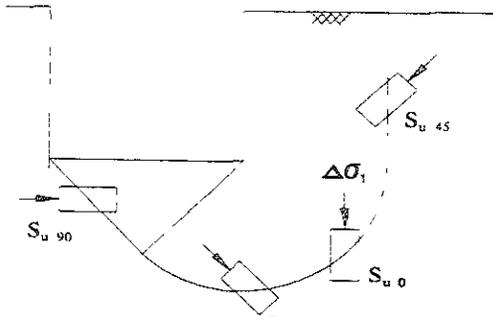


Fig. 3.4 Rotación de esfuerzos principales siguiendo el mecanismo de falla propuesto por Terzaghi (1943)

Debido a que es difícil de obtener la resistencia al corte no drenada para direcciones de esfuerzos de 45° , Davis y Christian (1971) proponen determinarla en función de S_{u90} y S_{u0} a partir de la relación $K_s = S_{u90} / S_{u0}$. De esta manera, el factor de seguridad contra falla de fondo, FS, para suelos homogéneos en términos de la variación de la resistencia de la arcilla se determina como:

$$FS = \frac{1}{H} \frac{N_c^* S_{u0}}{\gamma - \frac{1}{2} \frac{S_{u0}(1+K_s)}{0.7A}} \quad 3.7$$

Clough y Hansen (1981) utilizan estos conceptos para demostrar los efectos de la anisotropía en el comportamiento general de las excavaciones. Para una excavación apuntalada, el efecto potencial de la anisotropía se ilustra para el caso de un muro en voladizo de manera sencilla, Fig. 3.5. Suponiendo que el muro se desplaza lo suficiente hasta alcanzar la condición activa de equilibrio plástico propuesta por Rankine, en el lado activo del muro el suelo llega a fallar con la misma dirección de los esfuerzos principales en reposo. Sin embargo, en el lado pasivo la descarga vertical por excavación junto con los incrementos laterales de carga, que el movimiento del muro induce hacia afuera, provocan una reorientación de 90° de los esfuerzos principales.

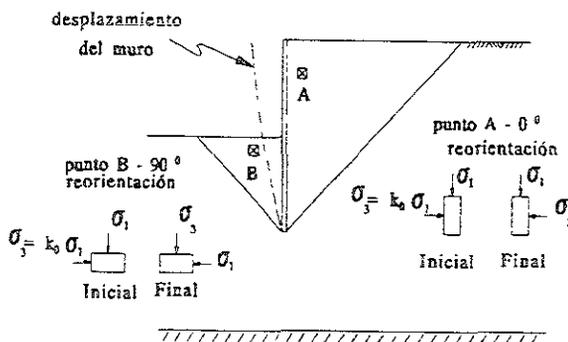


Fig. 3.5 Idealización de los efectos de reorientación de los esfuerzos

Alberro (1987) aplica la teoría de las líneas características para analizar la estabilidad del fondo de excavaciones. y muestra que el factor fundamental de variación del número de estabilidad (N_c) para problemas bi-dimensionales, es el estado de esfuerzos creado en el contorno de la excavación por las precargas en los puntales del ademe y las descargas generadas por la excavación. Considera que las arcillas de la ciudad de México cumplen satisfactoriamente las hipótesis del método en cuanto a propiedades mecánicas que fundamentalmente son: el material es puramente cohesivo y, durante la falla, la variación del volumen del material es nula. Así, considera que la arcilla se caracteriza por su resistencia no drenada, proponiendo para analizar los estados de esfuerzos tres ejemplos (Fig. 3.6):

1. Excavación sin ademe o con ademado insuficiente: se generan esfuerzos de tensión en la parte superior de la masa de arcilla y de compresión en su parte inferior (Fig. 3.6-a); el factor de seguridad para el fondo de excavación se estima con:

$$FS = \frac{5.14 S_u}{\gamma H} \quad 3.8$$

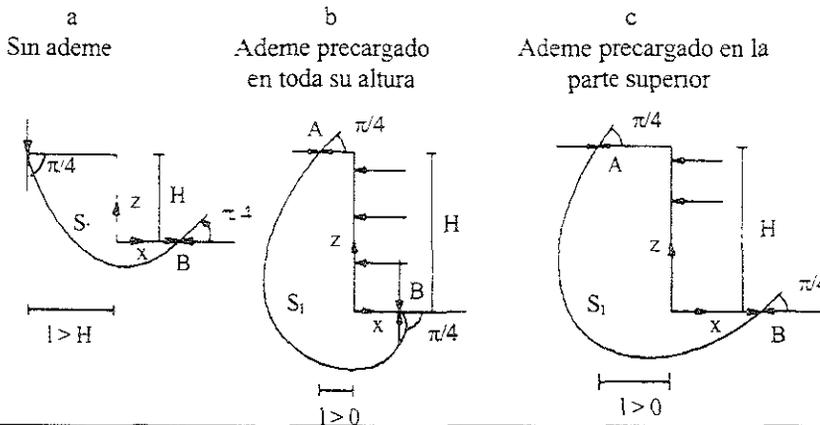
que es similar a las descritas anteriormente y que aceptan la hipótesis de que la pared de la excavación no está ademada, ignorando la rigidez del sistema de apoyo y los efectos de las precargas.

2. Excavación parcialmente ademada o pre-cargada: se generan esfuerzos de compresión horizontales tanto en la parte inferior de la excavación como en su parte superior (Fig. 3.6-c); el factor de seguridad es:

$$FS = \frac{6.28 S_u}{\gamma H} \quad 3.9$$

3. Excavación apuntalada y pre-cargada en toda su altura: el desplazamiento del ademe es hacia la masa de suelo y se generan esfuerzos de compresión en la parte superior de la masa de suelo y de tensión en el fondo de la excavación (Fig. 3.6 b); por lo que el factor de seguridad es:

$$FS = \frac{7.42 S_u}{\gamma H} \quad 3.10$$



Caso	P_A	P_B	α_A	α_B	z_A	z_B	$-\gamma(z_A - z_B) = P_A - P_B + 2c(\alpha_A - \alpha_B)$
a	-c	c	$-\pi/4$	$+\pi/4$	h	0	$\gamma h = (\pi + 2)c = 5.14 c$
b	c	-c	$-3\pi/4$	$+3\pi/4$	h	0	$\gamma h = (3\pi - 2)c = 7.42 c$
c	c	c	$-3\pi/4$	$+\pi/4$	h	0	$\gamma h = 2\pi c = 6.28 c$

Fig. 3.6 Falla de fondo de una excavación, líneas características (Alberro, 1987)

Con respecto al caso 1 (sin ademar) los factores de seguridad se incrementan respectivamente 22% y 44 % en los casos 2 y 3. Finalmente, Alberro (1987) concluye que la variación del coeficiente de estabilidad N_c , está directamente relacionada con los métodos constructivos (Fig. 3.7) más que con la geometría de la sección de la excavación y subraya la importancia de una buena selección del procedimiento constructivo.

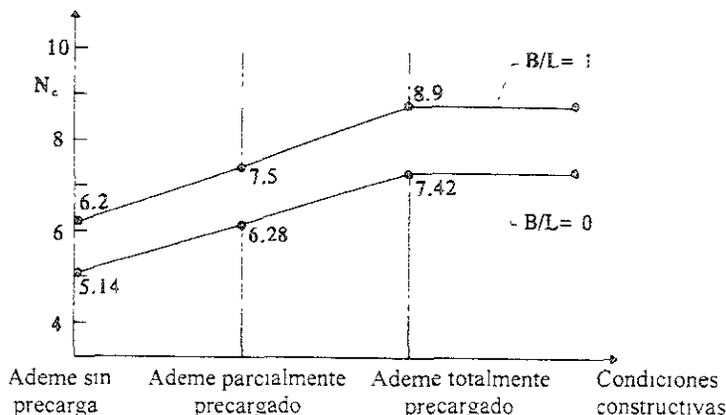


Fig. 3.7 Coeficiente de estabilidad y condiciones constructivas, falla de fondo

3.3 EMPUJE DE TIERRA

Los empujes de tierra en excavaciones pueden estimarse mediante el uso de las teorías clásicas de presión de tierras (estados de equilibrio plástico de Rankine) o aplicando la regla semiempírica de Peck (1969), según la cual el empuje total máximo sobre los puntales puede calcularse considerando un empuje lateral máximo, E_0 , variable entre 0.2 y 0.4 de γH (Fig. 3.8). Alberro (1970) encuentra que la aplicación de la regla empírica de Peck puede ser peligrosa, en vista de que dada la escasa profundidad del nivel freático en la ciudad de México, el empuje total dado por dicha regla suele ser inferior aun al empuje hidrostático. Cuando el nivel freático es superficial, como en el caso de la ciudad de México, y el número de estabilidad, N , es inferior a 4, recomienda utilizar la ecuación:

$$p = \gamma_w h + 0.4(\gamma H - \gamma_w h) \quad 3.11$$

donde H es la profundidad de excavación, h es la diferencia de elevación entre el nivel freático y el fondo de la excavación, γ es el peso volumétrico del terreno saturado y γ_w es el peso volumétrico del agua.

Asimismo, propone que cuando el coeficiente de estabilidad, N , de la excavación es superior a 4 (formándose cerca del fondo de la excavación una zona plástica), es necesario basarse en una teoría de falla para calcular las presiones laterales. Con la teoría clásica de Rankine, se obtiene un valor del empuje lateral total igual a:

$$P_a = \frac{\gamma H^2}{2} \left(1 - \frac{4S_u}{\gamma H} \right) \quad 3.12$$

H es la profundidad de excavación, S_u es la resistencia al corte en prueba no drenada y γ es el peso volumétrico del terreno.

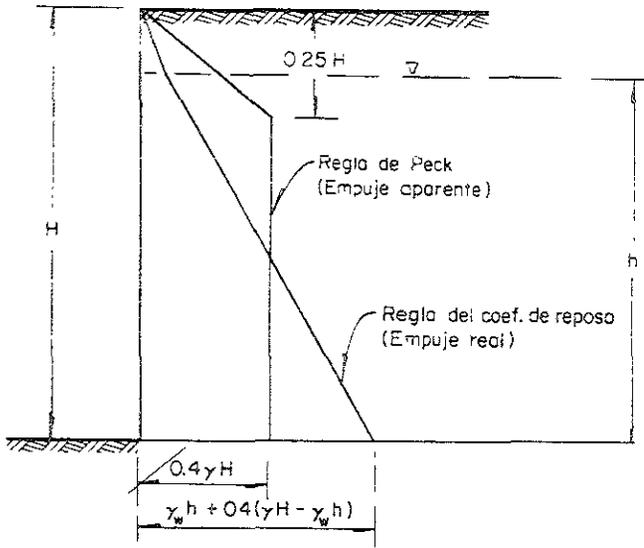


Fig. 3.8 Empujes totales, Alberro (1970)

3.4 MOVIMIENTOS INDUCIDOS EN EL TERRENO

Las técnicas modernas de excavación incluyen el uso de muros estructurales diafragma o muros pilón colados in situ, que proveen métodos efectivos para minimizar las deformaciones del suelo. Aunque, es difícil el control de los movimientos del suelo en excavaciones profundas, especialmente cuando el pie del muro está anclado en arcilla blanda. En esta situación, predicciones confiables de la deformación del suelo son esenciales en el proceso de diseño para evaluar los efectos de la excavación en estructuras vecinas e identificar secciones dónde colocar medidas de construcción preventivas (por ejemplo, mejoramiento del suelo, apuntalamiento, etc.). Técnicas disponibles para estimar los desplazamientos laterales del muro y asentamientos del suelo involucran la interpolación de bases de datos empíricos publicados o de análisis numéricos usando el método de los elementos finitos (MEF).

Hay tres aspectos fundamentales del comportamiento de una excavación profunda (ejecutada en poco tiempo) sobre suelos blandos cuya predicción tiene importancia práctica para el control de la excavación:

- La magnitud y distancia (del borde de la excavación) en la que se presentan los valores máximos de los movimientos superficiales del terreno (asentamiento y desplazamiento horizontal en la vecindad de la excavación)
- La magnitud y la profundidad del desplazamiento horizontal máximo del muro de contención
- La magnitud del desplazamiento inmediato máximo debido a remoción del suelo (levantamiento del fondo de excavación, expansión).

En la práctica, la evaluación de los desplazamientos inducidos por excavación se efectúa de manera empírica. El único movimiento que se estima, razonablemente, es el levantamiento del fondo. De alguna forma se espera que limitando este movimiento el asentamiento superficial y el desplazamiento lateral del muro se encuentren dentro de límites tolerables establecidos por los reglamentos de construcción.

3.4.1 Patrón general de los movimientos

Clough y O'Rourke (1990) establecen el patrón general del movimiento del terreno en una excavación mostrado en la Fig. 3.9. En las primeras etapas de la excavación, el movimiento del muro es en voladizo y el máximo desplazamiento lateral ocurre en la cabeza del muro. El asentamiento en la vecindad de la excavación adopta una forma triangular y el valor máximo se presenta en la interfaz con el muro. Al avanzar la excavación se incrementa el desplazamiento lateral del muro presentándose el máximo valor en el fondo de la excavación, mientras que la cabeza del muro sufre un ligero incremento. En esta etapa el asentamiento en la vecindad de la excavación toma una forma cóncava y el valor máximo ocurre en un punto distante del muro. Finalmente, el desplazamiento lateral del muro se acumula y sigue una distribución irregular con la ubicación del valor máximo en el fondo de la excavación. El asentamiento final en la vecindad adquiere una forma trapezoidal.

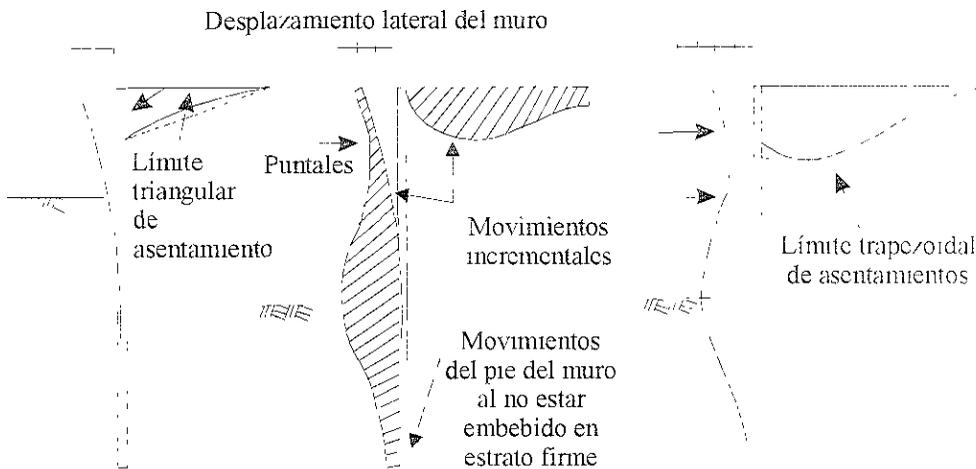


Fig. 3.9 Patrón general del movimiento del terreno en las excavaciones

3.4.2 Métodos de estimación

Las técnicas disponibles para estimar el desplazamiento lateral del muro y el asentamiento vertical superficial del suelo van desde el uso de bases de datos publicadas por diversos autores hasta los análisis numéricos que utilizan la técnica de los elementos finitos. A continuación se explican las ideas principales y los alcances de algunos trabajos que se relacionan con este tema.

Peck (1969) presenta mediciones de asentamientos superficiales, desplazamientos laterales del muro y carga en los puntales para elementos estructurales flexibles como lo son las *tablestacas metálicas soldadas*, en comparación con los muros Milán. La Fig. 3.10 muestra las zonas de asentamientos establecidas por Peck para varios tipos de suelo y diferentes condiciones de excavación. El asentamiento y la distancia están normalizados con respecto a la máxima profundidad de excavación, H . Se definen tres categorías de comportamiento. La zona I comprende arenas y arcillas duras con movimientos máximos de $0.01H$ ocurriendo en las proximidades del muro. Las zonas II y III comprenden arcillas blandas, cuyo número de estabilidad, N , es igual o superior a 3.14 con movimientos importantes y zonas de plastificación cerca de los bordes inferiores de la excavación, los movimientos en estas condiciones se extienden a distancias de tres o cuatro veces la profundidad de excavación, con valores máximos mayores que $0.02H$ en las proximidades del muro.

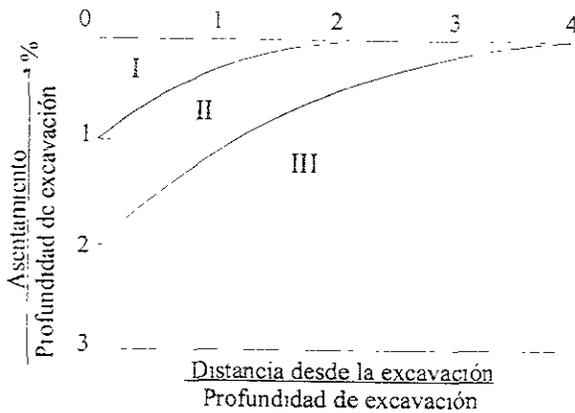


Fig 3 10 Relación entre el asentamiento y la distancia normalizada, (Peck 1969)

Clough et al. (1972) y Christian y Wong (1973) fueron unos de los primeros en aplicar el MEF para analizar excavaciones apuntaladas. Actualmente el MEF tiene gran aceptación por su habilidad para modelar secuencias de construcción complejas e incorporar detalles de las propiedades específicas del sitio, del sistema estructural y del suelo. Significativos avances en estos análisis se deben a: a) simulaciones en el tiempo acopladas entre el flujo de agua en el suelo (presión de poro) y deformaciones del suelo, mezcla de formulaciones del MEF, y b) modelos de esfuerzos efectivos para describir la no-linealidad y propiedades esfuerzo-deformación-resistencia de suelos saturados (bajo condiciones generales de drenaje). Otros estudios (Fino y Harahap 1991; Whittle et al. 1993), han demostrado las capacidades predictivas y limitaciones de estos análisis a través de comparaciones detalladas con datos de campo.

Otros estudios (Mana y Clough 1981; Clough y O'Rourke 1990) muestran que mediciones de los desplazamientos laterales del muro pueden correlacionarse con el factor de seguridad para falla de fondo definido por Terzaghi (1943).

El MEF provee una estructura para evaluar los efectos de parámetros individuales en los movimientos del suelo que se pueden comparar con mediciones de campo. Mana y Clough (1981) reportan un análisis paramétrico de elemento finito que muestra cómo la rigidez del soporte y el empotramiento del muro afectan los desplazamientos laterales máximos del muro. Utilizan un modelo de comportamiento para el suelo que describe las características isotrópicas esfuerzo-deformación, el cual supone una respuesta no lineal antes de la fluencia, y un comportamiento plástico perfecto después de la fluencia, definido por el criterio de von Mises. Reportan desplazamientos laterales del orden de $0.02H$ a $0.03H$ para muros empotrados en arcillas blandas con factores de seguridad contra falla de fondo menores que 1.5. En el análisis incluyen los efectos de factores tales como: rigidez del muro, rigidez de puntales, profundidad al estrato firme, ancho de excavación, precargas, relación del módulo de elasticidad con respecto a la resistencia no drenada del suelo. Establecen la relación entre los experimentos numéricos y los datos de campo y proponen, tomando en cuenta los factores de influencia mencionados, un método simplificado para estimar los movimientos del muro (movimiento lateral y vertical máximos). Aunque estos resultados proporcionan una guía inicial de las magnitudes esperadas de desplazamiento del suelo, la mayoría de los datos usados fueron obtenidos de excavaciones con profundidades menores a los 15 m, con relativa flexibilidad estructural del sistema de soporte de tierra. Además, los valores de resistencia del suelo no incluyen arcillas como las de la ciudad de México, e ignoran la influencia del perfil de resistencia del suelo únicamente a través del factor de seguridad contra falla de fondo. Estas limitantes hacen cuestionables las extrapolaciones de estos estudios a situaciones de interés en la ciudad de México cuando se involucran profundidades mayores que 15 m, soportadas por muros diafragma relativamente rígidos.

Fino et al. (1991) hicieron un estudio paramétrico para demostrar la importancia de la instalación de tablestacas soldadas y otros factores de construcción a partir de movimientos del suelo calculados con el MEF para las condiciones del suelo de Chicago (arcillas azules).

Hashash y Whittle (1996) presentan resultados de un programa de experimentos numéricos (continuación de Hashash y Whittle 1992), donde investigan la ejecución de excavaciones apuntaladas en depósitos profundos de arcilla. Los resultados tienen aplicación práctica para las arcillas azules de Boston, y para excavaciones de 20 a 25 m de profundidad soportadas por muros diafragma. El modelo constitutivo del suelo (MIT-E3) es en términos de esfuerzos efectivos, descrito en Whittle y Kavvadas (1994), el cual maneja aspectos observados del comportamiento de arcillas normalmente y ligeramente preconsolidadas. Considera la no-linealidad en pequeñas deformaciones, anisotropía en esfuerzo-deformación-resistencia, y comportamiento histerético e inelástico asociado con cambios en la dirección de la carga. Whittle et al. 1994 describen la selección de los parámetros de entrada para las arcillas azules de Boston y documentan las habilidades predictivas del modelo a través de comparaciones con pruebas de laboratorio. El suelo lo modelan con elementos isoparamétricos mixtos. Cada uno con ocho nodos para desplazamientos y cuatro nodos esquina para la presión de poro. El muro de concreto lo tratan como un material elástico lineal con elementos de ocho nodos. Utilizan un artificio para simular condiciones no drenadas, el cual consiste en una estructura de tiempo artificial (tal que la migración de presión de poro sea mínima), mientras las ecuaciones de equilibrio se resuelven con una integración completa de las matrices de rigidez de cada elemento. El modelo supone que no hay deslizamiento entre el muro colado in situ y el suelo, por consiguiente la resistencia al corte no drenada de la arcilla se moviliza completamente a lo largo de la superficie rugosa.

Además, (Hashash y Whittle op cit) muestran los efectos de la longitud del muro, la profundidad de excavación, espaciamiento entre puntales y la historia del perfil de esfuerzos (variación de la relación de preconsolidación) en los movimientos del suelo y muro. Reportan desplazamientos laterales de $0.04H$ en la cabeza del muro, y $0.08H$ en el fondo de excavación. Señalan que los asentamientos superficiales siguen una forma cóncava, con pequeños desplazamientos en el muro, que se incrementan a un valor máximo a una distancia lateral (medidas a partir del muro) entre 15 y 30 m. Establecen que la relación entre asentamientos máximos y desplazamientos laterales máximos es de 0.4 a 0.6. Para la estimación de los movimientos máximos, proponen utilizar una carta-diseño prototipo. Dicha carta muestra que el valor máximo del desplazamiento lateral del muro se puede calcular como una función lineal de la profundidad de excavación, asimismo, presentan varias curvas que permiten establecer el valor máximo de acuerdo a la separación entre puntales, longitud del muro, la relación de preconsolidación (OCR), y máximo momento flexionante del muro. Utilizando este nomograma los valores máximos (máximo desplazamiento lateral del muro, máximo asentamiento superficial y máximo levantamiento del fondo) pueden estimarse usando una ecuación empírica, cabe señalar que los coeficientes usados en la ecuación son dimensionales. Resulta interesante observar, en este estudio, que la relación de preconsolidación $OCR > 1$, disminuye notablemente los valores máximos de todas las variables.

En México también se ha tratado de generalizar el comportamiento de excavaciones apuntaladas en suelos blandos tanto con base en mediciones de campo como con simulaciones con el MEF y sus combinaciones.

Romo et al. 1992 presentan un procedimiento constructivo innovador para excavaciones apuntaladas en suelos blandos, como respuesta a que el procedimiento constructivo convencional (excavación sobre muros de contención laterales únicamente), presentaba alto riesgo en su aplicación en una excavación de 15.70 m profundidad. El procedimiento propuesto contempla excavar a cielo abierto entre celdas formadas por muros Milán transversales. La excavación de 15.70 m de profundidad en arcilla blanda sirvió para alojar el tramo Chabacano-Jamaica de la línea 8 del Metro de la ciudad de México. Mediante análisis con el MEF evaluaron este procedimiento a base de celdas y lo compararon con

mediciones de campo. Debido a que se obtuvo buena concordancia en la comparación, el método analítico se utilizó para evaluar el efecto de la separación vertical entre troqueles y el efecto tridimensional de las celdas en los movimientos del suelo. El modelo numérico contempla el proceso constructivo y el comportamiento del suelo se asimila a un modelo elasto-plástico perfecto, combinado con la ley de falla de von Mises y suponiendo una regla de flujo asociada. Este tipo de modelo presenta resultados satisfactorios cuando se usa para reproducir el comportamiento no-drenado de arcillas saturadas (L1 y Romo, 1992).

Rodríguez 1998 presenta un amplio programa de experimentos numéricos (continuación de Rodríguez 1995, que a su vez es una continuación de Romo et al. 1992), para evaluar la ejecución de excavaciones profundas soportadas por un sistema de apuntalamiento en depósitos de suelo compuestos esencialmente por arcillas blandas. Los análisis se realizaron con el MEF utilizando un modelo de suelo elasto-plástico perfecto, combinado con la ley de falla de von Mises y suponiendo una regla de flujo asociada, en términos de esfuerzos totales. A partir de los resultados de las simulaciones numéricas, propone una metodología simplificada para evaluar las deformaciones inducidas en el terreno, la cual se puede aplicar gráfica y/o numéricamente. La alternativa gráfica ilustra, mediante cartas de diseño prototipo, el efecto que tienen en los movimientos del terreno factores como el empuje de tierras, la carga en los puntales, la profundidad de excavación, la separación entre puntales, la rigidez del sistema de apoyo, la resistencia al corte no drenada del suelo y la estratigrafía del suelo. La alternativa numérica toma como base que los perfiles de deformación inducida se reproducen adecuadamente con un polinomio de cuarto grado. Además, presenta algunos patrones de comportamiento de los movimientos inducidos en el terreno y distribución de momentos en el muro Milán que son de utilidad y describe algunos fenómenos importantes debidos a la relación empuje de tierras/carga en los puntales (E_0/C_p). En sus conclusiones indica que una separación entre puntales mayor a 3.0 m puede causar inestabilidad en la excavación por grandes movimientos inducidos y grandes zonas plastificadas y que una relación $E_0/C_p = 2.0$ es adecuada, para las condiciones geométricas y de resistencia no drenada del suelo que maneja en su análisis paramétrico.

Sin embargo, el trabajo de Rodríguez (1998) está limitado porque únicamente involucra una excavación tipo, la cual se extiende hasta 15.8 m de profundidad, soportada por un número máximo de cinco niveles de puntales en seis etapas de excavación. Además, la estratigrafía tiene al inicio una capa desecada con resistencia alta y una capa dura a 30 m de profundidad.

4 MODELADO CON REDES NEURONALES ARTIFICIALES

En este capítulo se describe, primeramente, las características generales del Método de los Elementos Finitos (MEF) y la forma de modelar el proceso de excavación. Luego, se explica un estudio paramétrico mediante el MEF, usando un modelo de suelo elastoplástico en términos de esfuerzos totales y un análisis no lineal. Más adelante se analizan los resultados y se relacionan con algunas variables de interés práctico, que influyen en el proceso de excavación-apuntalamiento en suelos blandos. Y por último, los resultados obtenidos se procesan y forman la base de datos para que una Red Neuronal Artificial (RNA) por bloques se entrene y quede lista para estimar las variables de salida (resultados) en una forma sencilla y económica; la cual se aplica en un ejemplo hipotético y a un caso historia en la ciudad de México.

La aplicación de RNA en Geotecnia ha evolucionado rápidamente, así para dar cuenta de este desarrollo se describen algunos trabajos.

Goh et al. (1995) presentan una aplicación de RNA en ingeniería geotécnica. Demuestran que las redes neuronales pueden sintetizar datos derivados de un estudio paramétrico de excavaciones apuntaladas en arcillas mediante el Método de los Elementos Finitos (MEF) y que además, las RNA encierran la interacción no-lineal entre las variables de entrada y el sistema excavación apuntalamiento representado por la única variable de salida que manejan, el desplazamiento lateral máximo del muro. La RNA que presentan fue capaz de aproximar razonablemente los desplazamientos laterales máximos del muro después del “entrenamiento” de varios ejemplos derivados del análisis con el MEF. Mencionan que el modelo neuronal tiene la ventaja, sobre otros métodos convencionales, de que puede ser “re-entrenado” fácilmente con datos adicionales de elemento finito. En el análisis con el MEF, descrito en Wong y Broms (1989), se usó un modelo constitutivo del suelo asimilado a una relación esfuerzo-deformación hiperbólica no-lineal (Duncan et al. 1980). Además, se consideran etapas de excavación e instalación de puntales, estos últimos se simulan con elementos viga. La profundidad máxima de excavación es de 11 m y se asume que el suelo arcilloso está saturado y es incompresible. El modelo neuronal considera las siguientes variables: ancho medio de excavación, profundidad de la capa dura, rigidez del muro, profundidad de excavación, resistencia al esfuerzo cortante no-drenada, módulo de elasticidad del suelo y peso volumétrico. La red de 2 capas 7-3-1 minimizó el error medio cuadrático a una correlación, entre datos del estudio paramétrico mediante el MEF y los resultados del modelo neuronal del orden de 0.984 y 0.967 para el conjunto de entrenamiento y prueba, respectivamente.

El trabajo de Goh et al. (1995) es una aplicación muy simple de las RNA a excavaciones apuntaladas. Dentro del modelo neuronal dejan de lado variables importantes como la magnitud de carga en los puntales. Por otro lado, no permite evaluar asentamientos del suelo alrededor a la excavación ni momentos flexionantes en los muros de contención. Sin embargo, este trabajo muestra los alcances que puede tener la herramienta de las RNA.

En Romo et al. (1998) se presentan otras aplicaciones de las RNA en problemas geotécnicos que incluyen identificación del comportamiento dinámico de arenas y jales, capacidad de carga de pilotes y análisis de túneles.

En la 4ª Conferencia Casagrande, Romo (1999) presenta una descripción de los conceptos básicos de las RNA y sus alcances. Además, presenta dos aplicaciones para ingeniería geotécnica sísmica: 1) un procedimiento para predecir las velocidades de onda de corte a partir de las resistencias a la penetración de la punta de cono y 2) un procedimiento para predecir movimientos sísmicos del terreno y la respuesta sísmica de edificios.

4.1 MÉTODO DE LOS ELEMENTOS FINITOS (MEF)

En esta parte se describen las características principales del programa de elementos finitos, el tipo de modelo constitutivo y algunos detalles generales del análisis.

El experimento numérico implica el uso de un programa de computadora elaborado en el Instituto de Ingeniería de la UNAM, denominado TEST-92. El programa asume un modelo de suelo elastoplástico perfecto combinado con la ley de falla de von Mises y suponiendo una regla de flujo asociada. Por esta razón, resulta conveniente abordar brevemente los aspectos relacionados con la teoría de la elastoplasticidad y su adaptación computacional.

Los análisis con elementos finitos para estimar los movimientos del terreno inducidos por un proceso de excavación, tienen la *ventaja* que pueden modelar varias características del sistema de soporte y la compleja secuencia de construcción. La precisión de las estimaciones esta limitada por la representación constitutiva del comportamiento del suelo dentro del modelo de elementos finitos.

4.1.1 Programa de computadora

El programa de elementos finitos TEST-92 fue desarrollado en el Instituto de Ingeniería de la UNAM, (Li y Romo, 1992), esencialmente para analizar procesos constructivos, ya sea de construcción o excavación, en suelos cuyo comportamiento es elastoplástico. Dos características principales presenta en el programa:

1. La adaptación de un algoritmo incremental e iterativo para analizar problemas no lineales. Los materiales pueden ser elásticos lineales y elastoplásticos perfectos.
2. El proceso constructivo se simula con un algoritmo variacional, lo cual garantiza la unicidad de la solución.

La secuencia constructiva de estructuras de tierra tales como terraplenes y excavaciones debe simularse de tal manera que se obtenga la solución lo más cerrada posible, es decir que exista la unicidad en la solución. Dentro de las predicciones realizadas en la ejecución de una excavación resulta particularmente importante, para la ingeniería geotécnica, simular fielmente la complicada secuencia de descarga y carga involucrada en la construcción de tales estructuras, puesto que la deformación de los suelos es altamente dependiente del proceso de carga y descarga.

A continuación se explica brevemente el comportamiento elastoplástico, el criterio de fluencia y algoritmo variacional que están adaptados en el programa TEST-92.

A. Comportamiento elastoplástico

El modelo elastoplástico requiere de un criterio de fluencia o de carga, que separa el espacio de esfuerzos en dos regiones: elástica y plástica. Dicho criterio depende del estado de esfuerzos $\{\sigma\}$ y de un parámetro de endurecimiento κ . También se requiere de una regla de flujo para describir el comportamiento después de la fluencia. De la misma manera la deformación del material se descompone en elástica y plástica:

$$\{d\varepsilon\} = \{d\varepsilon^e\} + \{d\varepsilon^p\} \quad 4.1$$

Criterio de fluencia

Un criterio de fluencia es una ley que define el límite de elasticidad bajo cualquier posible combinación de esfuerzos. Así, una superficie de fluencia en el espacio de esfuerzos divide la región en dos partes:

1. Dentro de la superficie ocurren sólo deformaciones reversibles (elásticas)
2. Fuera de la superficie son posibles deformaciones reversibles e irreversibles (plásticas).

Tales criterios se expresan a través de una ecuación que define una superficie de fluencia de la forma:

$$F(\{\sigma\}) = F(J_1, J_2, J_3) = 0$$

ecuación de una superficie en tres dimensiones, donde J_1, J_2, J_3 son los invariantes de esfuerzo. Si el estado de esfuerzos es tal que $F < 0$ el material permanece en el rango elástico, es decir $\{\varepsilon^p\} = 0$. Cuando $F = 0$, se alcanza un estado plástico y la teoría de plasticidad debe ser usada para determinar el subsecuente comportamiento plástico bajo incrementos de esfuerzos o deformaciones. El caso $F > 0$ no tiene significado debido a que el estado de esfuerzos, en un punto en una masa de suelo, se ubica dentro o sobre la superficie de fluencia, esta condición se llama consistencia; además las superficies de fluencia deben estar dentro o coincidir con la superficie de falla, usualmente se considera que las formas de estas dos superficies son similares.

El criterio de fluencia de von Mises supone que ésta es causada por la energía de distorsión máxima. La superficie de fluencia es:

$$F = J_{D2} - \sigma_y = 0$$

$\bar{\sigma}_y$ indica el esfuerzo de fluencia determinado experimentalmente en una prueba de resistencia al corte, y J_{D2} es el segundo invariante de esfuerzo desviador. En términos de esfuerzos, el criterio de von Mises es:

$$F = (\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 - 2\bar{\sigma}_y^2 = 0 \quad 4.2$$

esta regla de fluencia es aplicable al comportamiento de algunos metales, rocas y arcillas saturadas.

B. Formulación variacional (proceso constructivo)

Considerando que la siguiente ecuación de elemento finito representa el balance lineal de cantidad de movimiento en el instante $t = t_{n-1}$:

$$(F_{INT})_{n+1} = (F_{EXT})_{n+1} \quad 4.3$$

donde

$$(F_{INT})_{n+1} = F_{INT}(d_{n-1}) = \int_{\Omega_{n+1}} B_{n+1}^T \{\sigma\}_{n+1} d\Omega \quad 4.4$$

$$(\mathbf{F}_{EXT})_{n+1} = \int_{\Omega_{n+1}} \mathbf{N}_{n+1}^T \mathbf{f} d\Omega - \int_{\Gamma_n}_{n+1} \mathbf{N}_{n+1}^T \mathbf{h} d\Gamma \quad 4.5$$

$\{\sigma\}_{n+1}$ es el vector de esfuerzos, $(\mathbf{F}_{INT})_{n+1}$ y $(\mathbf{F}_{EXT})_{n+1}$ son los vectores de fuerza interna y externa respectivamente, \mathbf{d}_{n+1} es el vector de desplazamiento nodal, \mathbf{B}_{n+1} denota la matriz global de transformación deformación-desplazamiento y \mathbf{N}_{n+1} es la matriz global de función de forma que comúnmente son usadas en la formulación del método de los elementos finitos. Se observa que el factor tiempo está involucrado en el problema y su solución debe realizarse de acuerdo en el tiempo. De un instante t_n a t_{n+1} , los desplazamientos nodales sufren un cambio de \mathbf{d}_n a \mathbf{d}_{n+1} y consecuentemente los esfuerzos van de $\{\sigma\}_n$ a $\{\sigma\}_{n+1}$. Si el cambio es relativamente pequeño, el vector de esfuerzos se puede expresar en una serie de Taylor de primer orden en función de \mathbf{d}_n . De aquí:

$$\mathbf{K}_{n+1} \Delta \mathbf{d}_{n+1} = (\mathbf{F}_{EXT})_{n+1} - \mathbf{F}_{INT}(\mathbf{d}_n)_{n+1} \quad 4.6$$

donde

$$\mathbf{K}_{n+1} = \int_{\Omega_{n+1}} \mathbf{B}_{n+1}^T \mathbf{C}_{n+1} \mathbf{B}_{n+1} d\Omega \quad 4.7$$

$$\Delta \mathbf{d}_{n+1} = \mathbf{d}_{n+1} - \mathbf{d}_n \quad 4.8$$

$$\mathbf{F}_{INT}(\mathbf{d}_n)_{n+1} = \int_{\Omega_{n+1}} \mathbf{B}_{n+1}^T \{\sigma\}_n d\Omega \quad 4.9$$

La fuerza interna $\mathbf{F}_{INT}(\mathbf{d}_n)_{n+1}$ se calcula con los esfuerzos de la etapa anterior $\{\sigma\}_n$ pero con la geometría del dominio actual Ω_{n+1} . La solución de la Ec.4.6 está adaptada a un algoritmo de iteraciones (método de Newton-Raphson) para resolver problemas fuertemente no lineales debidos tanto al comportamiento del material como al cambio geométrico del dominio del problema. Detalles del algoritmo de excavación en suelos elastoplásticos son discutidos en Li y Romo (1992).

C. Formulación elastoplástica

Existe un potencial plástico, denotado por Q , que especifica las magnitudes relativas de varias componentes de las deformaciones plásticas tal como:

$$\{d\varepsilon^p\} = \phi \left\{ \frac{\partial Q}{\partial \sigma} \right\} \quad 4.10$$

ϕ es una constante de proporcionalidad que se define como

$$\phi = \frac{1}{\beta} \left\{ \frac{\partial F}{\partial \sigma} \right\}^T \mathbf{D} \{d\varepsilon\} \quad 4.11$$

en la que

$$\beta = \mathbf{A} + \left\{ \frac{\partial F}{\partial \sigma} \right\}^T \mathbf{D} \left\{ \frac{\partial Q}{\partial \sigma} \right\} \quad 4.12$$

$$\mathbf{A} = - \frac{\partial F}{\partial \kappa} \frac{d\kappa}{\phi} \quad 4.13$$

Ahora, el incremento de deformación elástica está dado por:

$$\{d\varepsilon^e\} = \mathbf{D}_e^{-1} \{d\sigma\} \quad 4.14$$

\mathbf{D}_e es la matriz elástica y $\{d\sigma\}$ es el vector de incremento de esfuerzos.

La función de fluencia se define como:

$$F(\{\sigma\}, \kappa) = 0 \quad 4.15$$

κ es el parámetro de endurecimiento. La Ec.4.15 implica que el endurecimiento es isotrópico. Cuando $Q = F$, la Ec.4.10 es conocida como regla de flujo asociada (normalidad), de otra manera es una regla de flujo no asociada. La función de fluencia se puede expresar como el siguiente diferencial completo.

$$dF = \left\{ \frac{\partial F}{\partial \sigma} \right\}^T \{d\sigma\} + \frac{\partial F}{\partial \kappa} d\kappa \quad 4.16$$

La relación esfuerzo-deformación puede obtenerse a partir de la Ec.4.14 en la forma siguiente:

$$\{d\sigma\} = D_e \left(\{d\varepsilon\} - \{d\varepsilon^p\} \right) = D_e \left(\{d\varepsilon\} - \phi \left\{ \frac{\partial Q}{\partial \sigma} \right\} \right) = D_{ep} \{d\varepsilon\} \quad 4.17$$

donde D_{ep} es la matriz elastoplástica

$$D_{ep} = D_e - \frac{D_e \left\{ \frac{\partial Q}{\partial \sigma} \right\} \left\{ \frac{\partial F}{\partial \sigma} \right\}^T D_e}{A + \left\{ \frac{\partial F}{\partial \sigma} \right\}^T D_e \left\{ \frac{\partial Q}{\partial \sigma} \right\}} \quad 4.18$$

La Ec.4.18 es válida si la regla de flujo es asociada $F = Q$. En este caso, la matriz elastoplástica resulta simétrica, lo cual proporciona una gran eficiencia de cálculo. La Ec.4.17 indica que un estado de esfuerzos elastoplástico puede calcularse mediante la deformación elástica. Esto implica que cuando un material entra en el estado plástico, también sufre deformaciones elásticas.

D. Adaptación computacional

La adaptación computacional de la teoría de la plasticidad consiste en dos pasos donde se calculan:

1. Las matrices de propiedades del material, D
2. Los esfuerzos finales a que está sometido el material y se clasifican diferentes estados de esfuerzos (elástico o plástico)

En TEST-92 se utiliza la adaptación explícita y de tipo incremental. Cuando el comportamiento del material se encuentra en el rango plástico, se emplea un algoritmo de regreso radial para convertir el estado de esfuerzos calculado inicialmente en el real. La adaptación de la teoría está basada en la hipótesis de que la función de fluencia depende de los invariantes de esfuerzos p y q , esto es:

$$F(p, q, \kappa) = 0 \quad 4.19$$

donde

$$p = \frac{\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z}{3} \quad \text{y} \quad q = \frac{\sigma_x(\sigma_x - \sigma_y) + \sigma_y(\sigma_y - \sigma_z) + \sigma_z(\sigma_z - \sigma_x) + 3\tau_{xy}^2 + 3\tau_{yz}^2 + 3\tau_{zx}^2}{2}$$

son el primer invariante de esfuerzo y el segundo invariante de esfuerzo, respectivamente. El incremento de esfuerzos debido a un incremento de deformación, se calcula como:

$$\{d\sigma^r\} = D\{d\varepsilon\} \quad 4.20$$

ecuación válida para calcular el incremento de esfuerzos inicial elástico o elastoplástico. Con la suma de esfuerzos inicial e incremental:

$$\{\sigma^r\} = \{\sigma^0\} + \{d\sigma^r\} \quad 4.21$$

se verifica si se cumple la condición de fluencia, si

$$F(p^r, q^r, \kappa^r) \leq 0 \quad 4.22$$

el material sigue en la región elástica y el estado final de esfuerzos se calcula como:

$$\{\sigma\} = \{\sigma^r\} \quad 4.23$$

si la Ec.4.22 no se cumple, el material entra en la región plástica; el estado de esfuerzos $\{\sigma^r\}$ se sobrestima y debe corregirse. Por lo tanto, es necesario determinar $\{\sigma\}$ a partir de $\{\sigma^r\}$ de manera consistente con la teoría de la plasticidad. Li y Romo. (1992) describen con detalle la adaptación numérica precisa, aquí se presenta la estimación de $\{\sigma\}$, conociendo los valores de los invariantes de esfuerzo (p y q), esto es:

$$\{\sigma\} = p\{1\} + \frac{q}{q^r} (\{\sigma^r\} - p^r\{1\}) \quad 4.24$$

donde

$$\{1\} = (1, 1, 1, 0, 0, 0)^T$$

Material elastoplástico perfecto

Este modelo es el más simple entre los modelo elastoplásticos y su uso es limitado en Mecánica de Suelos, pero resulta útil para modelar el comportamiento no drenado de suelos saturados en términos de esfuerzos totales. Dicho modelo, cuando se combina con el criterio de von Mises, presenta dificultades numéricas si la zona de fluencia es amplia, Chen y Baladi (1985).

Adoptando la ley de falla de von Mises, y suponiendo una regla de flujo asociada, la función de fluencia y el potencial plástico se definen como:

$$F(q) = Q(q) = q - 2S_u \quad 4.25$$

S_u es una constante experimental que corresponde al valor de la resistencia al corte no drenada. Esta ecuación implica que no existe el efecto de endurecimiento. De acuerdo con estas hipótesis, la deformación plástica volumétrica es siempre nula, por lo que el estado final de esfuerzos está dado directamente por:

$$\{\sigma\} = p^r\{1\} + \frac{2S_u}{q^r} (\{\sigma^r\} - p^r\{1\}) \quad 4.26$$

Un aspecto importante del modelo elastoplástico perfecto es que cuando el material entra en el intervalo plástico, se comporta como un material incompresible. Para evitar problemas numéricos con este tipo de materiales, se utiliza un esquema de integración reducida.

4.1.2 Modelado con elementos finitos

En esta sección se explica la forma de generar las mallas y el proceso de análisis mediante el MEF. Para la generación de las mallas se considera como variable base, la profundidad máxima de excavación H . La generación de mallas tiene dos características importantes:

1. Para modelar al suelo se usan elementos sólidos isoparamétricos de ocho nodos, material elastoplástico perfecto con el criterio de von Mises. Para modelar el muro se usan elementos vigas isoparamétricos de dos nodos, material elástico lineal. El elemento de sobrecarga superficial contempla elementos vigas isoparamétricas de dos nodos, material elástico lineal con rigidez muy grande comparada con el suelo y cargas puntuales en los nodos, para simular la sobrecarga.
2. Para definir el alcance de la malla, tanto en longitud horizontal como vertical, la malla se discretiza como lo muestra la Fig. 4.1. El criterio utilizado es el siguiente:
 La altura de cada elemento se define por cada incremento de excavación h hasta la máxima profundidad de excavación H . La altura de cada elemento después de H , se define en función de H_{pr} y después de H_{pr} se define como un porcentaje de H hasta $2H$.
 La base de cada elemento fuera de la excavación se define como un porcentaje de H hasta $5H$ y, para cada elemento dentro de la excavación como un porcentaje de B .

La modelación del proceso excavación-apuntalamiento consta de las siguientes etapas de análisis:

1. Etapa de condiciones iniciales de esfuerzo, se aplica el coeficiente de presión de tierra en reposo, K_0 .
2. Se aplica la sobrecarga superficial simulada con elementos viga y cargas nodales. Cuando no hay sobrecarga se omite esta etapa
3. Se activan los elementos viga de dos nodos que simulan el muro y se excava el primer nivel o estrato
4. Se coloca el primer nivel de puntales, simulado con una carga puntual (por unidad de longitud)
5. Se repite el proceso excavación-apuntalamiento (pasos 3 y 4), hasta la máxima profundidad de excavación H .

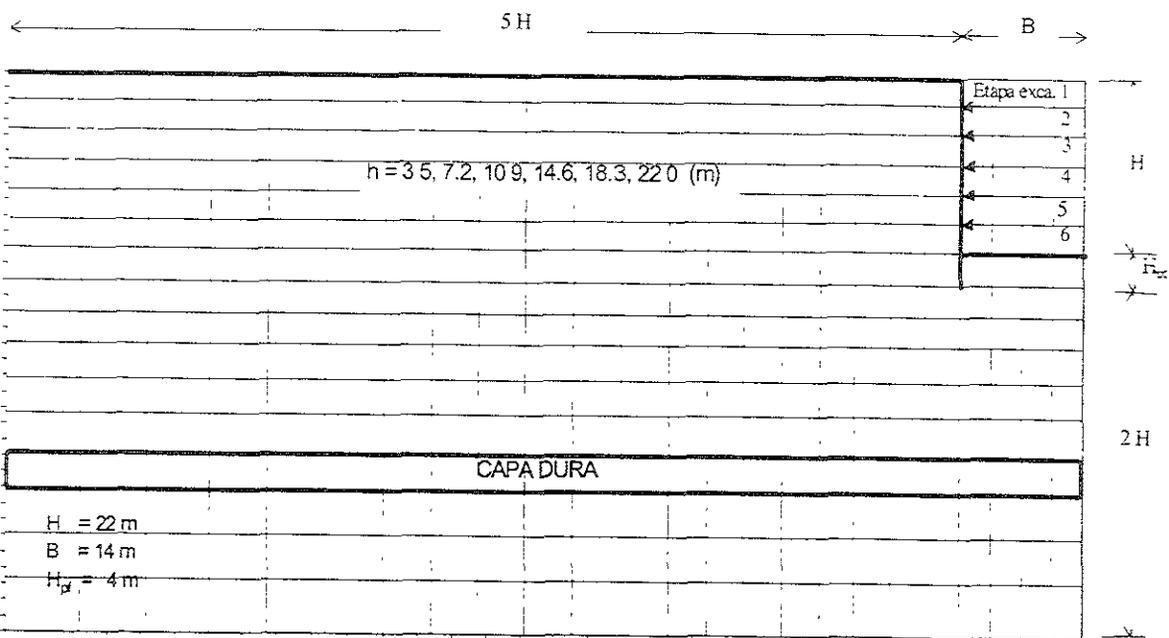


Fig. 4.1 Malla tipo

4.2 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

El objetivo principal del trabajo es desarrollar un *Modelo de Red Neuronal Artificial* que permita evaluar el comportamiento de excavaciones apuntaladas en suelos blandos. El modelo permite calcular los desplazamientos horizontales del muro de retención, las expansiones del fondo de la excavación y los asentamientos del suelo vecino. Además, abarca el diagrama de momentos flexionantes del muro que sirve para el diseño estructural del mismo. El proceso seguido para diseñar la RNA comprende las siguientes etapas:

1. Una vez seleccionadas las variables que dominan el comportamiento del problema, se realizaron simulaciones numéricas con el MEF para generar un banco de datos de gran cobertura.
2. El banco de datos se utilizó para diseñar la arquitectura de la red neuronal, la cual consiste de cuatro módulos, como se indica esquemáticamente en la Fig. 4.2. Cada módulo contempla una distribución de puntos que conforman ya sea una deformada (movimientos del suelo o muro) o el diagrama momentos flexionantes.

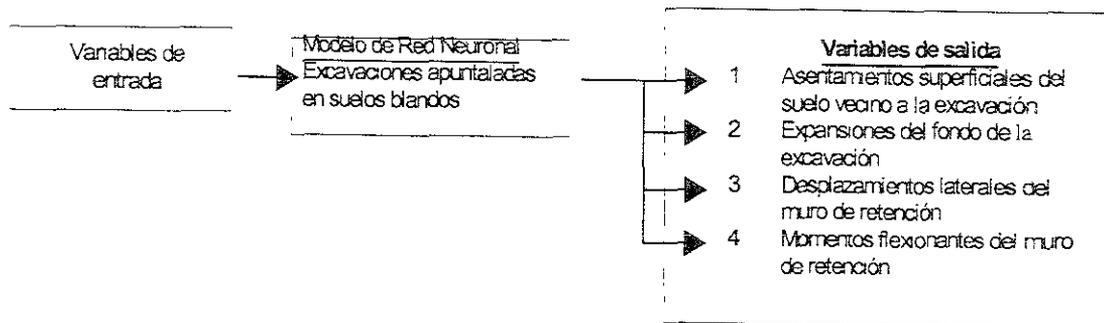


Fig 4.2 Modelado de excavaciones apuntaladas con redes neuronales artificiales

Cabe hacer notar que los resultados obtenidos con el modelo neuronal serán, cuando mucho, de calidad equivalente a los obtenidos con el MEF, debido a que el diseño de la RNA se basa en los resultados producto de las simulaciones con el MEF. Sin embargo, el modelo neuronal es una herramienta más fácil de usar, ya que cuando está listo para producir, su empleo es muy sencillo y el tiempo de cómputo es mínimo.

4.2.1 Variables del análisis

A continuación se presentan las variables que intervienen en el estudio, además del rango de aplicación de cada variable usada en el análisis mediante el Método de los Elemento Finitos (MEF). Hay dos tipos de variables: de entrada y dependientes o de salida.

Variables de entrada

Se consideran cuatro tipos de variables de entrada (Fig. 4.3):

- Geometría: profundidad de empotramiento del muro, profundidad de excavación y ancho medio de excavación
- Condiciones iniciales de esfuerzo, incluyendo cargas impuestas por estructuras aledañas
- Rigidez-flexibilidad del sistema de soporte: rigidez del muro (espesor y largo), carga y espaciamiento de los puntales y deformabilidad del suelo
- Resistencia no-drenada al esfuerzo cortante del suelo (suelos blandos)

VARIABLES DE SALIDA

Se consideran cuatro variables de salida (Fig. 4.3). las cuales se presentan en módulos:

- Desplazamientos horizontales del muro
- Asentamientos en el suelo vecino a la excavación
- Expansiones del fondo de excavación
- Momentos flexionantes en el muro

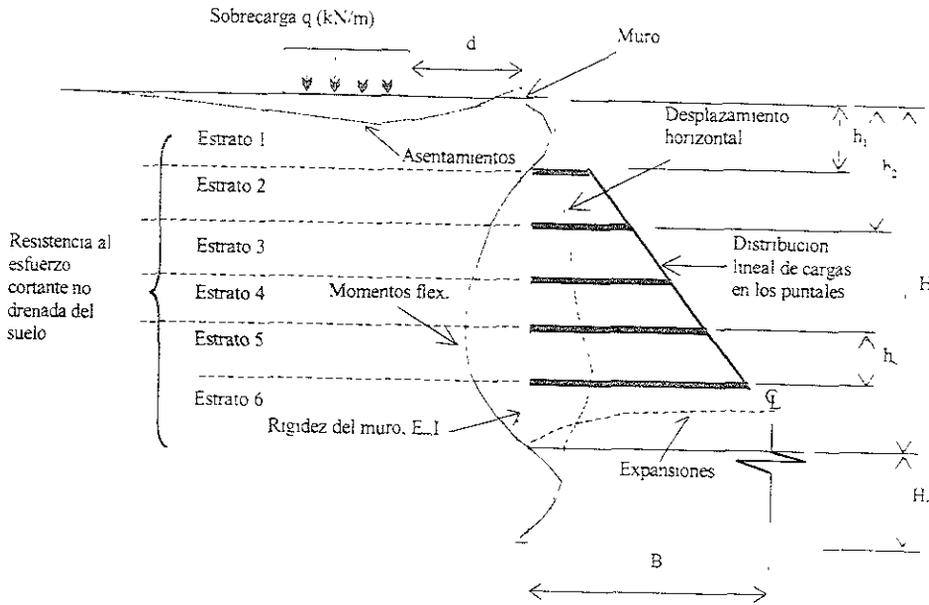


Fig 4.3 Variables que intervienen en el estudio

4.2.2 Variables de entrada (datos)

Geometría de la excavación

En este análisis se consideró la profundidad máxima de excavación H , el semancho B , y la profundidad de empotramiento final H_{pt} , además del espaciamiento entre puntales h_s . Implícitamente está considerada la longitud del muro $L = H + H_{pt}$, y la profundidad de excavación, h , que varía a lo largo del proceso excavación-apuntalamiento. La representación física de las variables anteriores se muestra en la Fig. 4.3.

En excavaciones apuntalas típicas de la ciudad de México, estas variables caen dentro del intervalo de valores del inciso a de la Tabla 4.1. Para el estudio se propuso tener datos que extrapolen los rangos anteriores, pero la mayoría de ellos (80%), caen dentro del inciso a . Un 20% de los datos extrapolan las condiciones típicas, inciso b .

Tabla 4.1 Rango de las variables geométricas

Inciso	Tipo de datos	H (m)	B/H	H_{pt}/H	h_s (m)	Datos %
a	ciudad de México	6 - 16	0.2 - 1.0	0.2 - 0.4	2 - 3	80
b	extrapolación	16 - 24	1.0 - 1.5	0.4 - 1.0	3 - 5	20

El espaciamiento entre puntales (h_s) en suelos blandos es muy importante ya que afecta la rigidez del sistema de soporte Hashash y Whittle (1996), y el procedimiento constructivo. Además, recordando que si el espaciamiento último es mayor a 4 m se puede generar el pateo del muro.

Condiciones iniciales de esfuerzo

En el estudio, las condiciones iniciales de esfuerzo se refieren principalmente a dos variables. Nivel de Agua Freática (NAF) y el coeficiente de presión de tierra en reposo (K_0). También se contemplan sobrecargas superficiales que modifican las condiciones iniciales de esfuerzo.

En el estudio el NAF varía de 0.0 a 3.0 m profundidad. El K_0 varía de 0.3 a 0.7 (Ovando et al. 2000), y se mantiene constante con la profundidad.

La sobrecarga superficial es una variable adicional que trata de evaluar el efecto del peso de edificios o maquinaria (análisis estático) cercanas a una excavación. Las variables son la carga por unidad de longitud (q), longitud de carga (A) y la distancia de la carga al paramento del muro (d), ver Fig. 4.3. Los rangos considerados para estas variables son:

Tabla 4.2 Rango de la sobrecarga superficial

q (kPa/m)	A (m ² /m)	d (m)
0.0 - 15.0	0.0 - 9.0	0.0 - 4.0

Rigidez-flexibilidad del sistema de soporte

La rigidez del sistema de soporte está determinada por las características del suelo y del soporte. Dentro de las características del suelo se encuentran el empuje, el perfil estratigráfico y la deformabilidad del suelo (implícitamente influye la resistencia no drenada al esfuerzo cortante). Las características del soporte implican el espesor y la longitud del muro y la carga en los puntales. En el estudio las variables que se toman en cuenta son:

A) Características del suelo

a) Empuje de tierras en reposo (E_0). Este empuje depende de la profundidad del NAF y del coeficiente de presión de tierras en reposo (K_0). Adicionalmente, una sobrecarga superficial aumenta la magnitud de E_0 . En este trabajo se utiliza, únicamente, un diagrama triangular (distribución lineal), ver Figs 3.8 y 4.4.

b) Perfiles de suelo. Para el cálculo de empuje se consideró el perfil de suelo hasta la máxima profundidad de excavación (H máxima = 22 m). Se manejaron 2 tipos de perfiles:

- Condición homogénea (80% de los análisis). El empuje se estima considerando constantes las siguientes variables, NAF en la superficie y peso volumétrico de 12.5 kN/m³.
- Capa superficial desecada (20%). El NAF se define entre 2.0 y 3.0 m de profundidad, la misma profundidad de la capa seca, el peso volumétrico de esta capa seca superficial es de 14.0 kN/m³ y los estratos subyacentes mantienen el peso volumétrico de 12.5 kN/m³, ver Fig. 4.5.

c) Deformabilidad del suelo (E_s). El módulo de deformabilidad de suelos blandos, se estima de 50 a 300 veces su resistencia al esfuerzo cortante bajo condiciones no drenadas, Mitchell (1993). En este trabajo el criterio fue considerar en todos los casos el módulo $E_s = 100 S_u$. La variación de S_u con la profundidad se describe más adelante.

B) Características del soporte

a) La relación *Carga en los puntales-Empuje de reposo*, (C_p/E_0) se define como un cociente de fuerzas horizontales. Esta relación es el resultado de la fuerza de resistencia de los puntales contra las condiciones iniciales de esfuerzo y sobrecargas superficiales subsecuentes. La carga en los puntales (C_p) es una variable de análisis y diseño. Generalmente C_p se calcula a partir del diagrama de empuje, considerando una influencia vertical media como se muestra en la Fig. 4.4.

Generalmente la relación C_p/E_0 es aceptable en el rango de 0.5 a 1.0, Rodríguez (1998), dependiendo de la deformabilidad y resistencia al esfuerzo cortante del suelo. Esto se debe a que la rigidez del sistema suelo-muro toma parte del empuje. Rodríguez presenta varios criterios de aplicar carga: el lineal, constante con la profundidad y otros. Sin embargo, en este trabajo se considera la distribución lineal como único criterio (Fig. 4.4) y C_p/E_0 variando entre 0.5 y 1.5.

b) El espesor del Muro (e), generalmente varía entre 0.3 m (mínimo admisible por requerimientos constructivos) y 1.0 m dependiendo de la profundidad máxima de excavación. En los cajones del metro el espesor del muro es de 0.9 m, ya que al aumentar el peso del muro disminuyen las expansiones posteriores del suelo (emersión). En el análisis, el espesor del muro varía entre 0.40-1.00 m, además se consideraron constantes las siguientes propiedades del muro:

- El módulo de elasticidad del muro se estima como: $E_m = 1 \times 10^5 \sqrt{f'c}$ para $f'c$ en kg/cm^2 y E_m en ton/m^2 . Considerando un $f'c = 250 \text{ kg/cm}^2$ implica $E_m = 1.6 \times 10^4 \text{ MPa}$.
- Módulo de deformabilidad $E_m = 1.6 \times 10^4 \text{ MPa}$.
- Relación de Poisson $\nu = 0.2$
- Peso volumétrico $\gamma = 18.0 \text{ kN/m}^3$

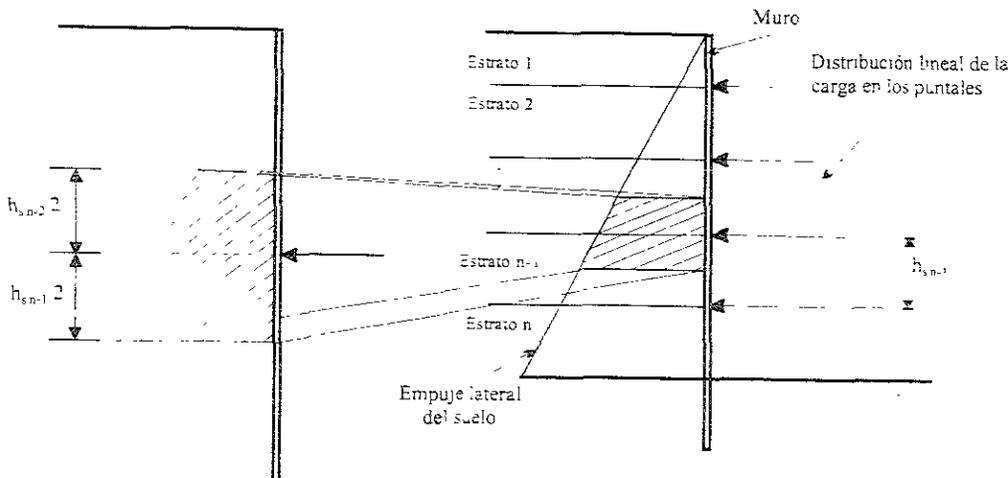


Fig 4.4 Características del soporte influencia en cada puntal y distribución de carga lineal

Resistencia al esfuerzo cortante del suelo

La resistencia al esfuerzo cortante del suelo bajo condiciones no-drenadas (S_u) con respecto a la profundidad se muestra gráficamente en la Fig. 4.5. Se consideran tres criterios:

a) Condición homogénea (línea puntada de la Fig. 4.5). El suelo no presenta costra superficial ni capa dura profunda; es decir, se consideró un estrato de suelo homogéneo como en la zona virgen del lago y S_u se estima con respecto a la profundidad de la siguiente manera:

$$S_u = C_{sup} + \alpha \sigma'_v$$

C_{sup} es la resistencia al esfuerzo cortante del suelo cerca de la superficie o el valor de S_u en la superficie del terreno. En el estudio C_{sup} varía de 15.0 - 40.0 kPa (1.5 a 4 ton/m^2), α varía de 0.0 a 0.65 y σ'_v depende de las condiciones iniciales de esfuerzo (NAF y γ).

α es un coeficiente que para suelos blandos con índice de liquidez (ω_L) entre 0.5-4.0 varía entre 0.1-0.3%, Mitchell (1993). El $\omega_L = (\omega\% - \omega_p) / IP = (\text{contenido de agua} - \text{límite plástico}) / \text{índice plástico}$.

σ'_v es el esfuerzo vertical efectivo a la profundidad z.

b) El suelo presenta costra superficial y capa dura profunda. En este caso se considera un perfil de S_u como el mostrado en la Fig. 4.5 (línea continua). En la figura se nota que la costra superficial y la capa dura tienen una resistencia promedio S_{ucs} y S_{ucd} respectivamente, y que la resistencia del suelo intermedio se define como en el caso anterior, criterio a. Para el análisis se toman como variables el espesor y la resistencia de la costra superficial (E_{cs} y S_{ucs}) y el espesor, resistencia y profundidad de la capa dura (E_{cd} , S_{ucd} y Z_{cd}). El rango de estas variables se muestra en la Tabla.4.3.

Tabla 4.3 Rango de las variables de las capas resistentes

Costra superficial		Capa dura profunda			
E_{cs} (m)	S_{ucs} (kPa)	E_{cd} (m)	S_{ucd} (kPa)	Z_{cd} (m)	Z_{cd} / H_{max}
2.0 - 4.0	15.0 - 220.0	2.0 - 6.0	30.0 - 420.0	20.0 - 60.0	1.8 - 3.5

c) Un tercer criterio es en algunos casos no considerar costra superficial, pero capa dura si. En otros casos el criterio es inverso.

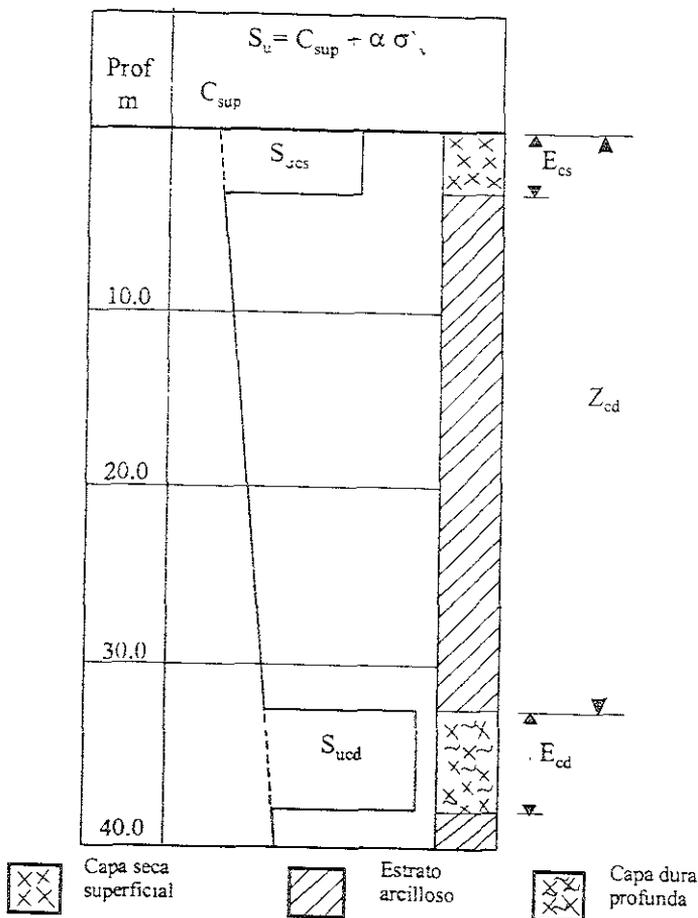


Fig 4.5 Perfiles de resistencia no drenada al corte S_u : condición homogénea (línea punteada) y con capa seca superficial y capa dura profunda

4.2.3 Variables de salida (respuestas)

Para complementar la notación usada en el presente estudio se describen las variables de salida que contempla el modelo de excavaciones apuntaladas en suelos blandos aplicando redes neuronales artificiales. En la Fig. 4.6 se ilustran las deformadas y el diagrama de momentos flexionantes, que se describen de la siguiente manera:

- Expansiones del fondo de la excavación en cada incremento de excavación h , dy_{expan} ; su valor máximo se define como $dy_{\text{expan max}}$, que regularmente ocurre en $dx/B = 1$, ver Fig. 4.6-a.
- Asentamientos del suelo vecino a la excavación, dy_{asen} ; su valor máximo se define como $dy_{\text{asen max}}$ (se maneja únicamente su magnitud y se considera verticalmente hacia abajo). El valor máximo se localiza a una distancia horizontal de aproximadamente $dx = 2.5H$. En la Fig. 4.6-b se puede observar el ascenso del muro, el cual se debe tener presente, pero no se maneja en el análisis de variables.
- Desplazamientos laterales del muro, dx_{lat} ; su valor máximo se define como $dx_{\text{lat max}}$ (éste puede ocurrir en cualquier punto de la longitud del muro o en sus extremos como se describió en el subcapítulo 3.4.1). La forma de deformarse el muro se debe principalmente al tipo de empuje (activo o pasivo), ver Fig. 4.6-c.
- Momentos flexionantes del muro, M_y ; y su valor máximo se define como $M_y \text{ max}$ (éste es *negativo* si la magnitud de la carga en los puntales produce un empuje *activo* o positivo si el empuje es pasivo, ver Fig. 4.6-c).

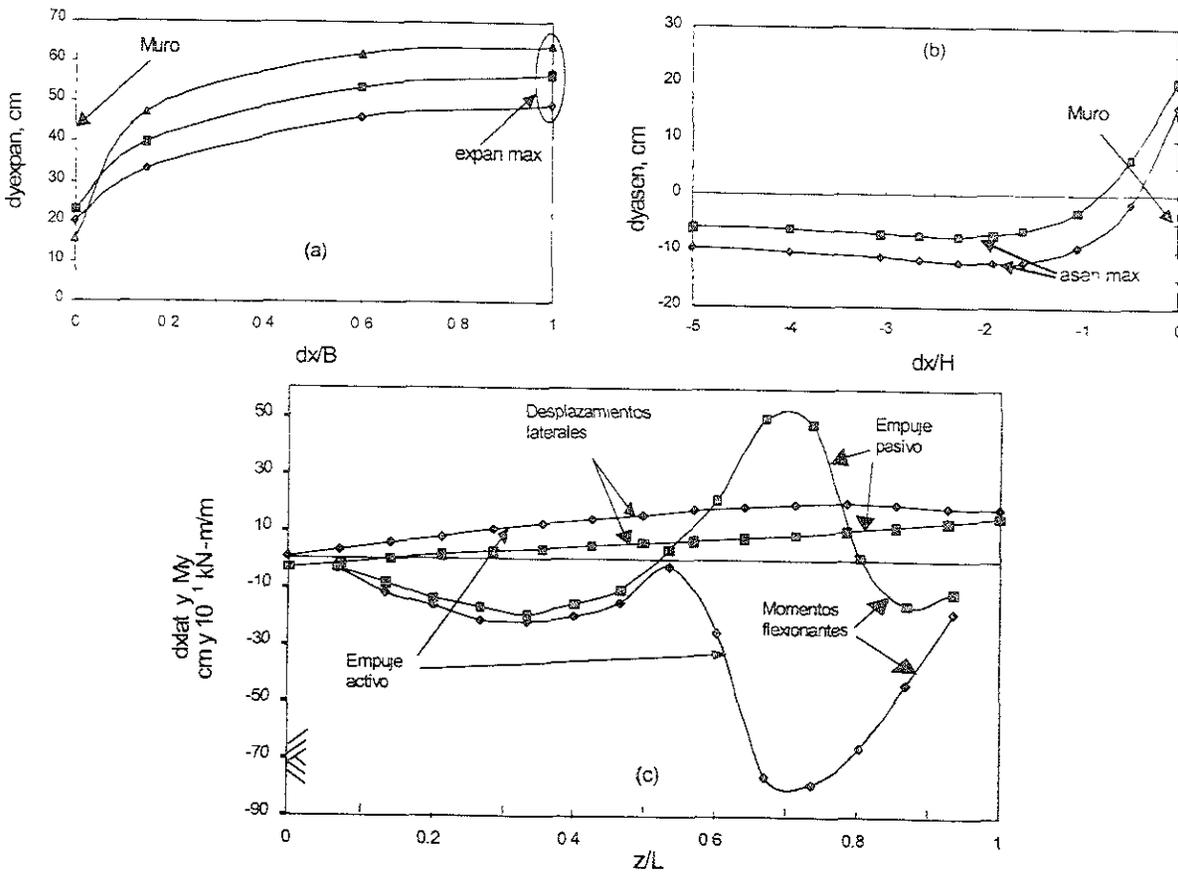


Fig 4.6 Deformadas y diagramas de momentos flexionantes típicas

4.3 ANÁLISIS DE LA BASE DE DATOS

El presente subcapítulo tiene principalmente dos propósitos: 1) obtener la sensibilidad requerida de la relación entradas-salidas para definir adecuadamente el modelo neuronal, y 2) proporcionar un criterio preparativo que proporcione la magnitud de la carga en los puntales y su separación (ver subcapítulo 4.5)

El modelo neuronal permite estimar las deformadas y diagramas de momentos flexionantes, pero requiere que los datos que se le proporcionen sean congruentes. Por lo que el método preparativo establece, con base a las características del perfil de resistencia al corte no-drenada del suelo y la profundidad de excavación, los parámetros de soporte iniciales que con el modelo neuronal se complementarán.

Algunas relaciones importantes se presentan en Rodríguez 1998, y aquí se complementan. El análisis de la base de datos contesta principalmente las siguientes preguntas:

- ¿Dónde se presentan el $dy_{\text{expan max}}$ y el $dy_{\text{asen max}}$, y qué variables de entrada son las que más los influyen?
- ¿De qué orden de magnitud son el $dy_{\text{expan max}}$, el $dy_{\text{asen max}}$, $dx_{\text{lat max}}$ y el $My_{\text{ max}}$, y cómo se pueden reducir?

4.3.1 Resistencia al esfuerzo cortante del suelo

Resistencia al esfuerzo cortante del suelo de la base la excavación, S_u/σ_v

En el comportamiento general de una excavación apuntalada la resistencia al esfuerzo cortante del suelo de la base de la excavación, a la profundidad h , es una variable importante. Influye en los movimientos del suelo y del muro y en el diagrama de momentos flexionantes. En las gráficas de la Fig. 4.7 se muestra la relación resistencia no-drenada al cortante de la base de la excavación normalizada con el esfuerzo vertical en ese mismo punto, S_u/σ_v , para cada profundidad h contra cada uno de los movimientos máximos ($dy_{\text{expan max}}$, Fig. 4.7-a; $dy_{\text{asen max}}$, Fig. 4.7-b y $dx_{\text{lat max}}$, Fig. 4.7-c) y el momento flexionante máximo del muro, $My_{\text{ max}}$ (positivo y negativo) Fig. 4.7-d.

De las gráficas de la Fig. 4.7 se puede observar que para cuando $S_u/\sigma_v < 0.30$, en la excavación se presentan grandes movimientos que producen también grandes momentos flexionantes. Diferencias en la forma de deflectarse el muro son reflejadas en el máximo momento flexionante (empuje pasivo o activo). Aunque la falla estructural del muro no se considera en el análisis, el momento flexionante último para un muro diafragma de concreto fuertemente reforzado de espesor medio de 0.90 m es de 1000 a 2000 kN-m/m, Hashash y Whittle (1996). Para cuando la relación $0.15 < S_u/\sigma_v < 0.2$ los momentos flexionantes máximos son mayores a +1000 kN-m/m, que posiblemente causen la falla del muro independientemente del mecanismo de falla del suelo.

Resistencia al esfuerzo cortante de la capa superficial seca y capa dura profunda

En las gráficas de la Fig. 4.8 se muestra de manera general la influencia de cada una de estas dos capas considerando las demás variables constantes. Se manejan cuatro tipos de análisis: hm, perfil homogéneo; cs, con capa superficial desecada; cp, con capa profunda dura; y cs-cp considera el efecto de las dos capas.

En los gráficos de la Fig. 4.8-a y b, se muestra la influencia de la capa superficial desecada y capa profunda, respectivamente, en la deformada de los desplazamientos laterales y en el diagrama de momentos flexionantes del muro (dx_{lat} y My , Figs. 4.8-a1 y b1). Además, se detalla la variación de los dx_{lat} , Figs. 4.8-a2 y b2 y de los My , Figs. 4.8-a3 y b3. La condición $z/L=0$ se refiere a la cabeza del

muro, $Z/L=1$ al pie del mismo, $z/L=0.07$ o $z=1.7m$ se refiere al primer estrato y $z/L=0.67$ o $z/L=0.87$ se refiere a los últimos estratos con referencia a la longitud del muro (L), empotramiento.

La influencia de ambas capas duras en las expansiones y asentamientos máximos del suelo ($dy_{\text{expan max}}$ y $dy_{\text{asen max}}$) se muestra en los gráficos de la Fig. 4.8-c, donde se gráfica el cociente Z_{cp}/h (profundidad de la capa dura /profundidad de excavación) para relacionar la influencia de la capa profunda y h para la influencia de la capa superficial.

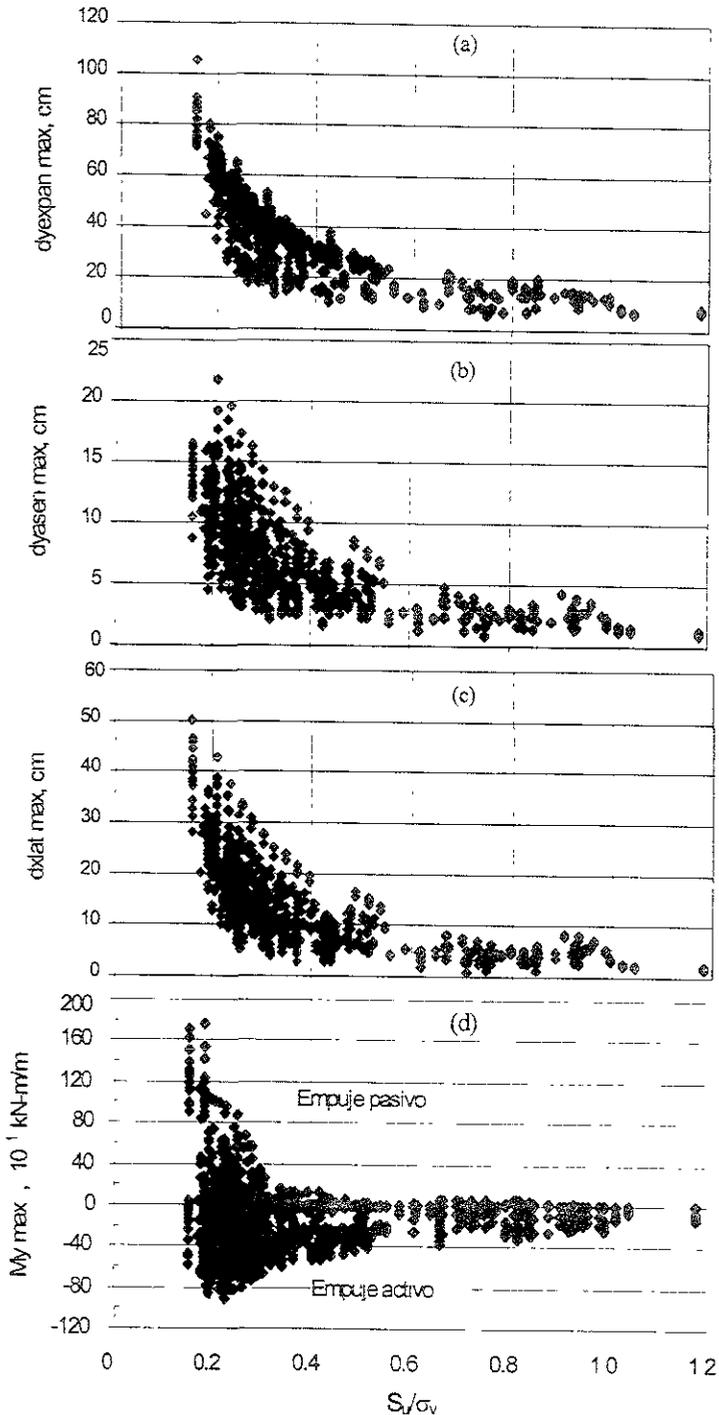


Fig. 4.7 Influencia de S_u en el proceso excavación-apuntalamiento

En los análisis de las capas resistentes, el espesor de cada capa es constante y su S_u se modificó por el de la condición homogénea cuando así se requirió, las demás características de los análisis son:

$H = 22.0$ m, $B = 15.0$ m, $H_{pr} = 6.0$ m. ($h = 3.5, 7.5, 11.5, 15.5, 19.5$ y 22.0 m), $Z_{cp} = 40.0$ m,
 $C_p/E_0 = 1.0$, $S_u = 3.3 + 0.3\sigma'$, (homogéneo), $e = 0.8$ m, $K_0 = 0.4$ y $Z_{NAF} = 2.0$ m,
 Capa superficial desecada: espesor = 3.5 m y $S_u = 200$ kPa y,
 Capa dura profunda: espesor = 4.4 m y $S_u = 200$ kPa

El efecto de estas dos capas resistentes se puede separar en asentamientos y expansiones por un lado, y desplazamientos laterales y sus momentos flexionantes del muro, por el otro. Con base en las gráficas de la Fig. 4.8 y comparando con la condición homogénea, hm, se puede concluir que:

- *dyexpan max* y *dyasen max* (ver Fig. 4.8-c):

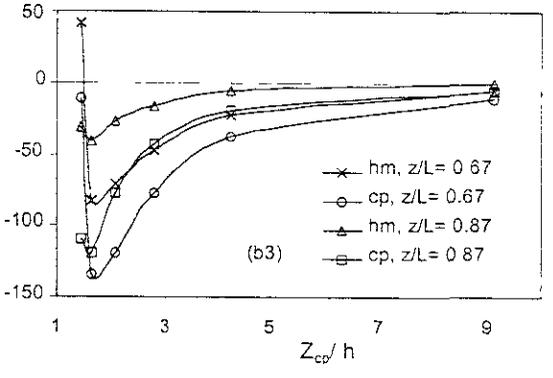
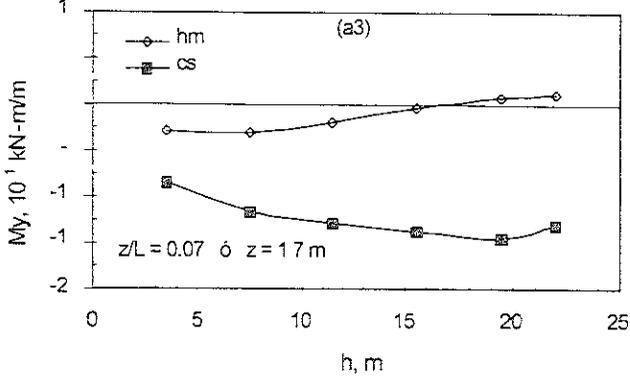
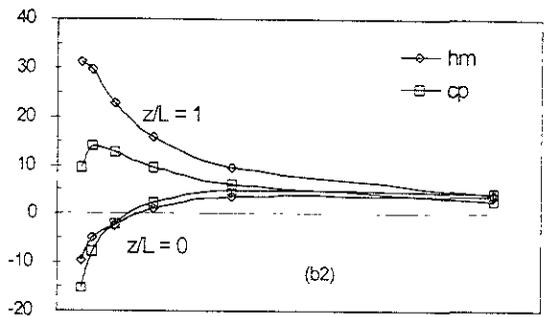
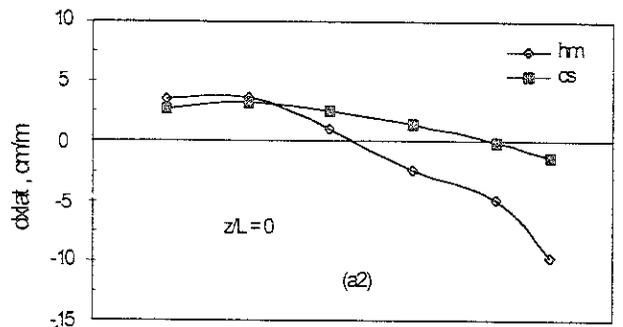
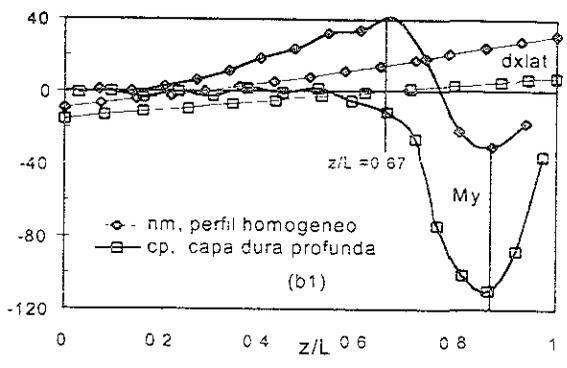
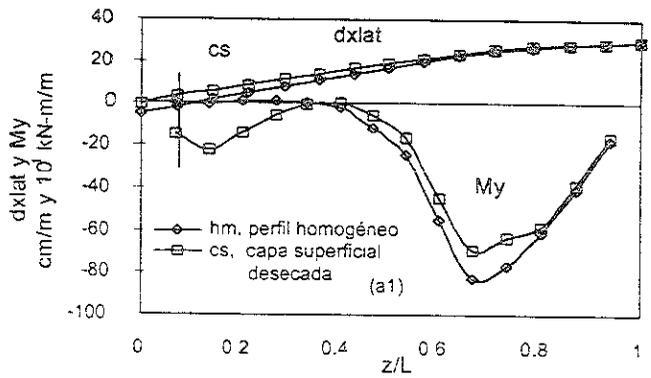
La capa dura profunda tiende a reducir la magnitud de estos movimientos aún cuando ésta se encuentre a más de 8 h, y el efecto aumenta a medida que la relación Z_{cp}/h disminuye. Su efecto es más notable que el que produce la capa superficial. *La capa seca superficial* influye sólo en la primera etapa de excavación-apuntalamiento ($Z_{cp}/h = 9.1$ o $h = 3.5$ m), y esta pequeña diferencia disminuye conforme la excavación avanza. La influencia de las dos capas en *dyasen max* y *dyexpan max* es la suma de los dos efectos comentados arriba.

- *dlat* y *My* (ver Figs. 4.8-a y b):

La capa superficial desecada (cs) implica un efecto local, la mayor resistencia de la capa superficial en comparación con los substratos, hace que el empuje sea menor en la superficie, y por lo mismo se generen momentos flexionantes activos de mayor magnitud en la cabeza del muro. El ejemplo presentado en la Fig. 4.8-a1, muestra la forma en que afecta esta capa los *dlat* y *My*. La Fig. 4.8-a2 muestra la variación de los *dlat max* del muro en superficie ($z = 0$ m), y la Fig. 4.8-a3 la variación de *My max* para la mitad del estrato resistente (a $z = 1.7$ m o $z/L = 0.07$). Con referencia a la Fig. 4.8-a1 el efecto local cerca de la superficie en los *dlat* y *My* modifica un poco ambas curvas a mayor profundidad. Con base a las Figs. 4.8-a2 y a3, la influencia de la capa superficial se presenta desde la primera etapa de excavación ($h = 3.5$ m), hasta la última ($h = 22$ m); a mayor profundidad de excavación el efecto se amplía. Además, en este ejemplo y para profundidades de más de 15 m, debido a la relación de cargas horizontales C_p/E_0 se presenta empuje pasivo (*dlat* negativo) en la cabeza del muro para la condición homogénea, hm; sin embargo, al estar presente la capa superficial el empuje pasivo se reduce hasta casi desaparecer y por lo mismo el momento negativo en esa zona amplía su magnitud.

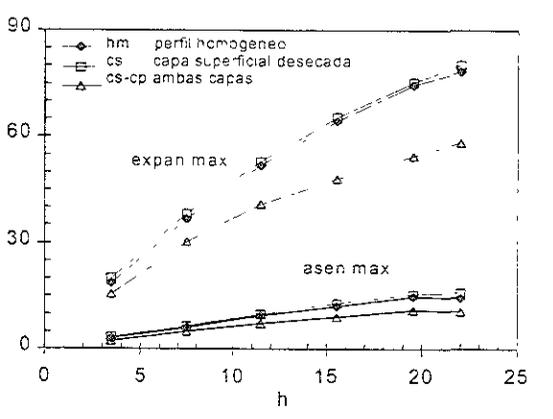
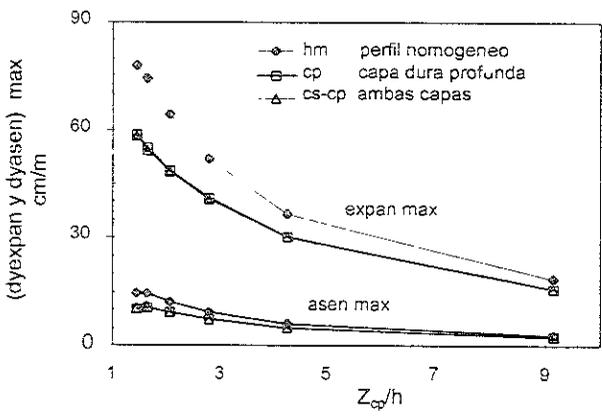
La capa dura profunda (cp) modifica más ampliamente los desplazamientos laterales del muro y su diagrama de momentos flexionantes en comparación con la capa superficial. Su efecto empieza desde las etapas iniciales de excavación ($Z_{cp}/h = 7$) y cobra más importancia cuando $Z_{cp}/h < 2$. En el ejemplo de la Fig. 4.8-b, la alta resistencia de esta capa profunda hace que se comporte pasivamente una mayor longitud en la parte superior del muro, en comparación con la condición homogénea. Otro efecto se aprecia en el diagrama de momentos flexionantes, el cual es casi nulo en su parte superior y no se presenta el momento positivo en $z/L = 0.67$; aunque, el momento en la pata del muro aumenta significativamente (en $z/L = 0.87$). En las Figs. 4.8-b2 y b3 se muestra lo comentado anteriormente.

Capa seca y capa profunda. El resultado de tener ambas capas resistentes es disminuir sustancialmente la magnitud de *dlat* y aumentar *My max*, como resultado de la superposición de los efectos descritos en los dos puntos anteriores.



a) Influencia capa superficial desecada

b) Influencia capa dura profunda



c) expansiones y asentamientos

Fig. 4 8 Influencia de la capa seca superficial y capa dura profunda (etapas de excavación, h)

4.3.2 Geometría

Semiancho, B

El semiancho influye marcadamente en las magnitudes de los movimientos y de los M_y , pero no modifican su distribución o forma. En un ejemplo ilustrativo del proceso de excavación-apuntalamiento, se considera como única variable a B, una longitud de muro $L = 21$ m. un perfil homogéneo y el nivel freático en la superficie ($Z_{NAF} = 0$), las demás características son:

H y [h] (m)	B (m)	S_u homogéneo (kPa)	$C_p E_0$ -	H_{pr} (m)	Z_{cp} (m)	K_0 (m)	e (m)
18 [3, 6, 9, 12, 15, 18]	9, 18, 27	$30 + 0.45\sigma'_v$	0.800	3.0	57.0	0.6	0.7

En los gráficos de la Fig. 4.9 se observa la influencia de B en los dyasen max, dyexpan max, dxlat max y M_y max. En estos gráficos las ordenadas corresponden a una normalización que muestra la relación de los movimientos y momentos con respecto a la profundidad de excavación en cm/m (dyasen max/h, dyexpan max/h, y dxlat max/h) y kN-m/m/m (M_y max/h). En general, para el ejemplo elegido se observan tres comportamientos:

- dxlat max y dyasen max: Las relaciones (dyasen max/h, Fig. 4.9-a) y (dxlat max/h, Fig. 4.9-b) tienden a disminuir durante el proceso de excavación, por que aumentan más la magnitud de h que los movimientos máximos en el suelo, aunque la magnitud de estos dos movimientos crecen al aumentar h y B. Lo anterior se observa en la proporción creciente, que a su vez es constante, que guardan entre sí cada línea para diferentes valores de B.
- dyexpan max: La relación dyexpan/h (Fig. 4.9-a) tiende a disminuir durante el proceso de excavación, aunque las expansiones crecen cuando h aumenta. Cuando B aumenta la magnitud de las expansiones máximas tiende a disminuir, esto se observa para B=27 m. De lo anterior se puede concluir que para este caso, el semiancho B que produce las máximas expansiones se encuentra entre B = 18 y 27 m (entre B/H = 1 y 1.5).
- M_y max: En la Fig. 4.9-a, se muestra el M_y para cuando $z/L = 0.67$ ($z = 14$ m donde se produce el + M_y max, pasivo). Se observa que para $h \leq 12$ m, el M_y (activo) es menor cuando B = 9 m y mayor para B = 27 m. Pero cuando $h > 12$ m, esta relación se invierte y vuelve a cambiar su tendencia cuando el momento pasa de activo (- M_y max) a pasivo (+ M_y max). Este fenómeno es debido a los pequeños cambios de magnitud de dxlat max.

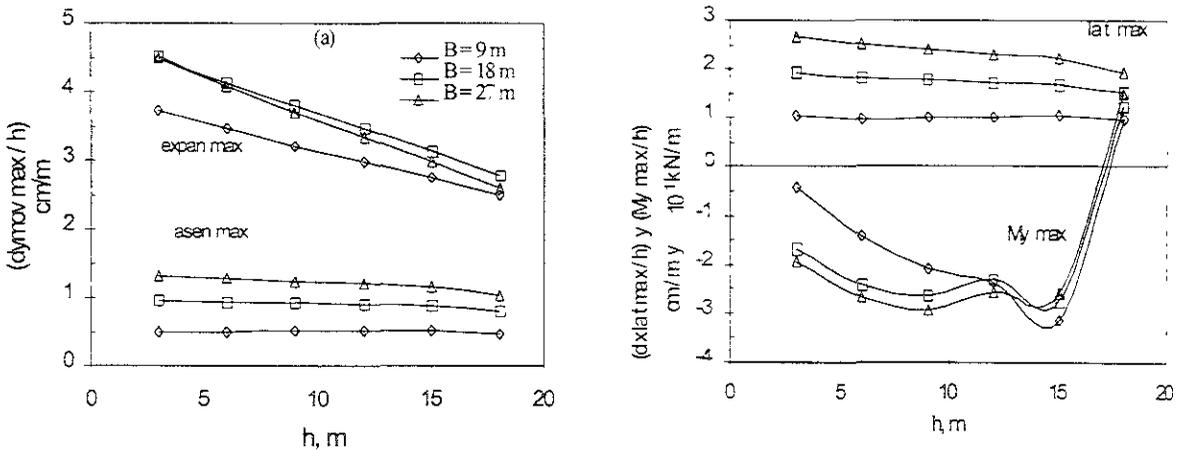


Fig. 4.9 Influencia de B en los movimientos del suelo

Profundidad de excavación, h

Esta variable es la más importante en cuanto a la geometría, influye en la magnitud de los movimientos del suelo y los momentos flexionantes. En las gráficas de la Fig. 4.10 se muestran todos los datos disponibles del análisis del proceso excavación-apuntalamiento, los puntos que sobresalen de la tendencia general (encerrados por las elipses), magnitudes mayores de movimientos y momentos flexionantes, pertenecen a la relación $0.15 < S_u/\sigma_v < 0.2$ con relaciones $C_p/E_0 \geq 1$ que es una condición crítica. Los gráficos de la Fig. 4.10 dan una idea clara del orden de magnitud de las variables de salida

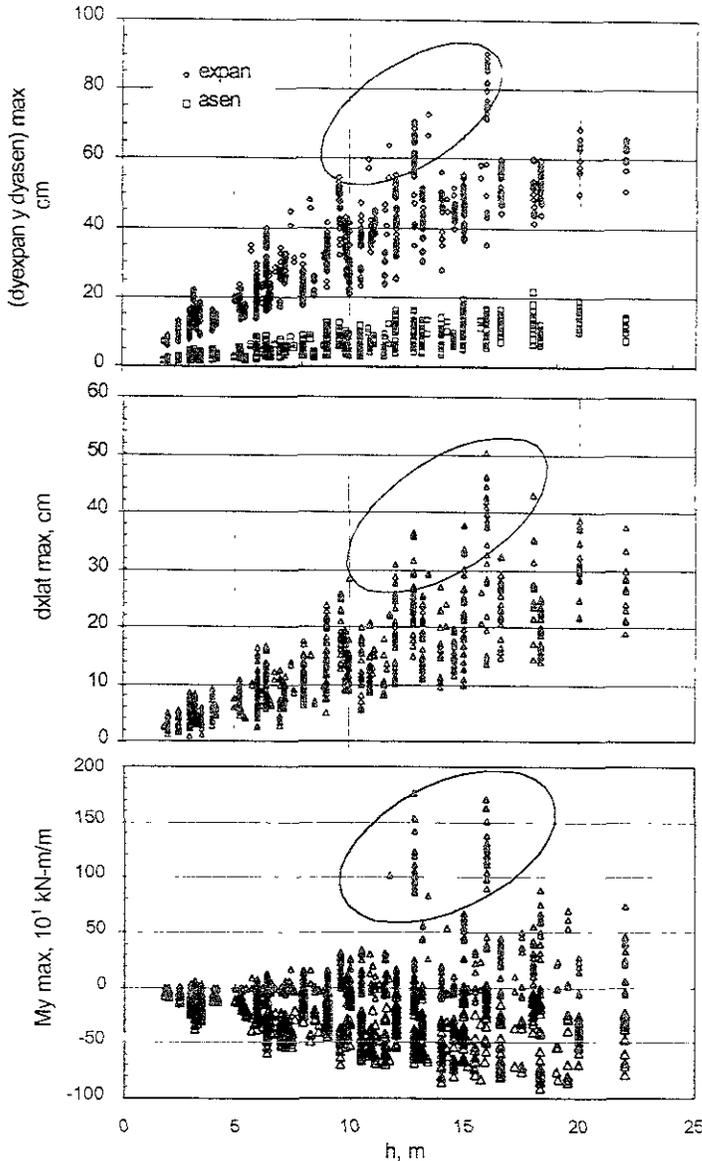


Fig. 4.10 Influencia de h, en el proceso excavación-apuntalamiento

Longitud de empotramiento H_p v longitud de empotramiento final H_{pf}

Debido a que la longitud de empotramiento H_p decrece durante un proceso excavación-apuntalamiento, su efecto sobre las variables de salida es opuesto al que produce la profundidad de excavación h , la cual crece durante la excavación (ver Fig. 4.10). Ahora, considerando como única variable a la longitud de empotramiento final $H_{pf} = 3, 5, 7\ m$ para $H = 18\ m$, y tomando como base $H_{pf} = 7\ m$ se tienen los siguientes resultados:

- No se modifican significativamente la magnitud de los movimientos máximos ni de los momentos flexionantes máximos. Se tienen los siguientes porcentajes de variación para la condición final de máxima profundidad de excavación $H = 18.0$ m:

H_{pf} m	Cambio en % de (dmov y My) max con respecto a $H_{pf} = 7.0$ m			
	dyexpan max	dyasen max	dxlat max	My max
3	6.3	0.9	3.1	9.9
5	3.1	0.3	1.5	7.0

4.3.3 Rigidez-flexibilidad del sistema de soporte

Relación carga en los puntales/empuje de reposo, C_p/E_0

La relación C_p/E_0 es ampliamente analizada en Rodríguez (1998): sin embargo, la forma en cómo aplica la carga en los puntales es con base a la siguiente relación empírica: los puntales superficiales tienen la mitad de la carga de los profundos, y la relación C_p/E_0 se mantiene globalmente. En el presente estudio se calcula la carga en los puntales como se muestra en la Fig. 4.4, la que se mantiene desde el primer puntal superficial hasta el más profundo.

El efecto de la relación C_p/E_0 con base a una distribución de carga lineal, Fig. 4.4, se muestra en la Fig. 4.11. Esta última figura muestra los movimientos y momentos flexionantes para la máxima profundidad de excavación, H . Los valores de las principales variables se presentan en el recuadro superior, un dato adicional es $B=10$ m para todos los casos. Cabe hacer notar la magnitud pequeña de los movimientos para los dos casos mostrados de $H = 20$ y 22 m con una relación mínima $S_u/\sigma_v = 0.2$.

La influencia de C_p/E_0 en los asentamientos superficiales y expansiones del fondo no es importante (Fig. 4.11-a), pero en cuanto a los desplazamientos laterales y momentos flexionantes sí lo es (Figs. 4.11-b y c). Con referencia a los ejemplos mostrados en la Fig. 4.11-c, cuando la relación $C_p/E_0 = 1$ en la distribución de momentos flexionantes se presenta un momento pasivo (positivo) de gran magnitud. Para la relación $C_p/E_0 = 0.57$ se presenta un momento activo (negativo) también de gran magnitud. Sin embargo, para la relación $C_p/E_0 = 0.8$ de ambos procesos de excavación-apuntalamiento, bajo las características de resistencia no-drenada del suelo y gran profundidad, presenta la mejor distribución final tanto de desplazamientos laterales como de momentos flexionantes.

Observando en detalle el proceso de excavación-apuntalamiento para el caso de $H = 22$ m, como lo muestra la Fig. 4.12, donde la carga aplicada se muestra en el recuadro superior. Se pueden discutir dos aspectos importantes de esta figura:

1. En la gráfica superior se muestra la variación de la expansión máxima y del asentamiento máximo. En ambos casos, el cambio en la magnitud de la carga en los puntales medido por la relación C_p/E_0 (de 0.666 a 1.0), modifica muy poco la magnitud del movimiento máximo (dyexpan o dyasen) en las primeras 4 etapas de excavación (hasta $h = 15.0$ m). Después de $h = 15.0$ m, al aumentar la relación C_p/E_0 disminuyen los movimientos (12% en expansiones máximas y 54% en asentamientos máximos para $C_p/E_0 = 1.0$ comparado con 0.666) debido al incremento, en la profundidad, en la resistencia y rigidez del suelo.

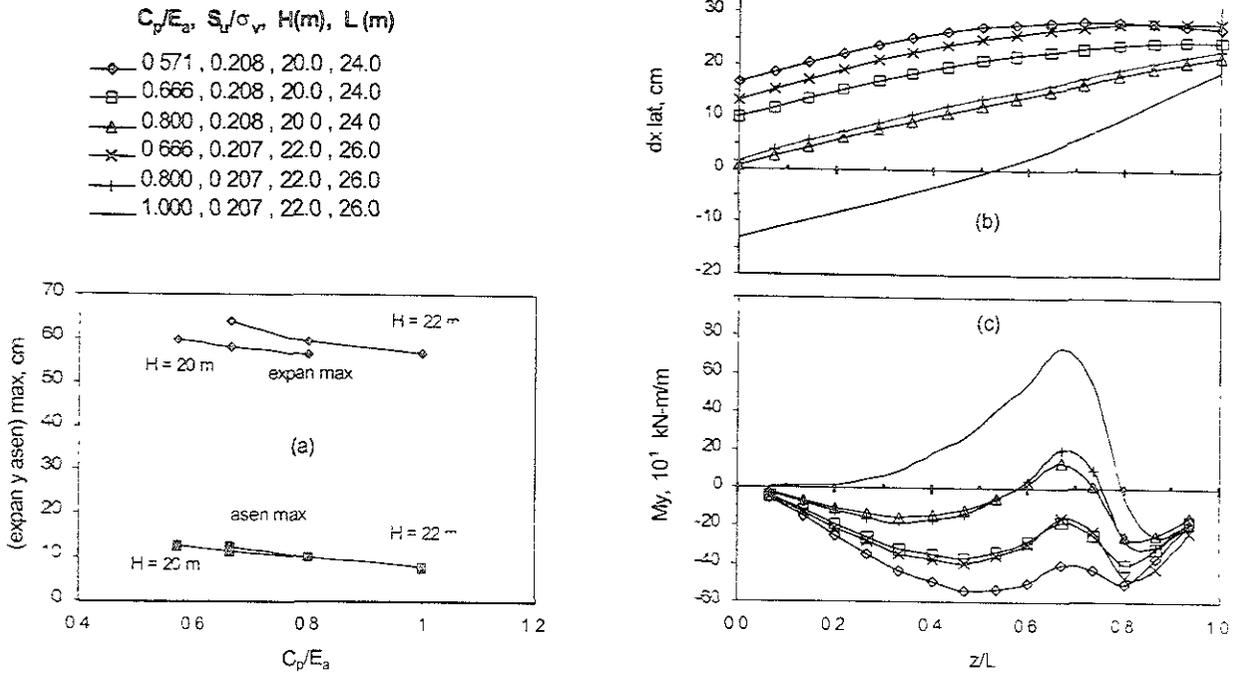


Fig 4.11 Influencia de la relación C_p/E_0 en el proceso de excavación-apuntalamiento (etapa final de excavación: H)

2. En las gráficas de la Fig. 4.12 también se muestran los desplazamientos laterales y momentos flexionantes para diferentes etapas de excavación (Fig. 4.12-a) y apuntalamiento (Fig. 4.12-b) por separado; aunque la etapa de final de excavación (definida por la línea continua sin símbolos en los gráficos de la Fig. 4.12-a) muestra la buena distribución discutida anteriormente. Durante el proceso excavación-apuntalamiento se presentan magnitudes mayores de ambas variables en comparación con $h = 22$ m. Por ejemplo, en $h = 18.3$ m (en comparación con $h = 22$ m) se presentan un mecanismo de deformarse cuando se excava (Fig. 4.12-a) y otro cuando se apuntala (Fig. 4.11-b), ambos con magnitudes importantes. los valores máximos que se presentan son:

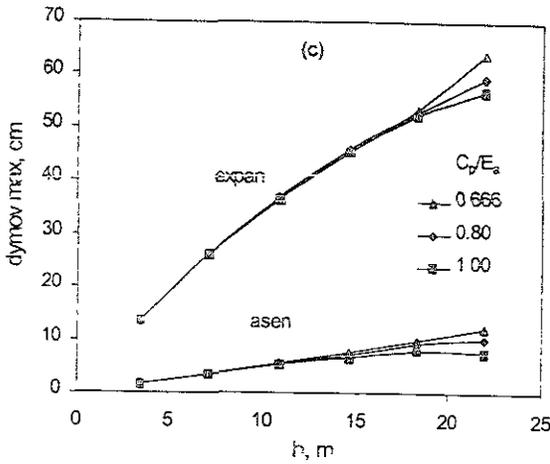
h (m)	dxlat max, cm/m		My max, kN-m/m	
	exca	apun	exca	apun
18.3	19.5	15.0	-800	500,-160*
22.0	23.0		200,-310*	

* presentado en el empotramiento del muro

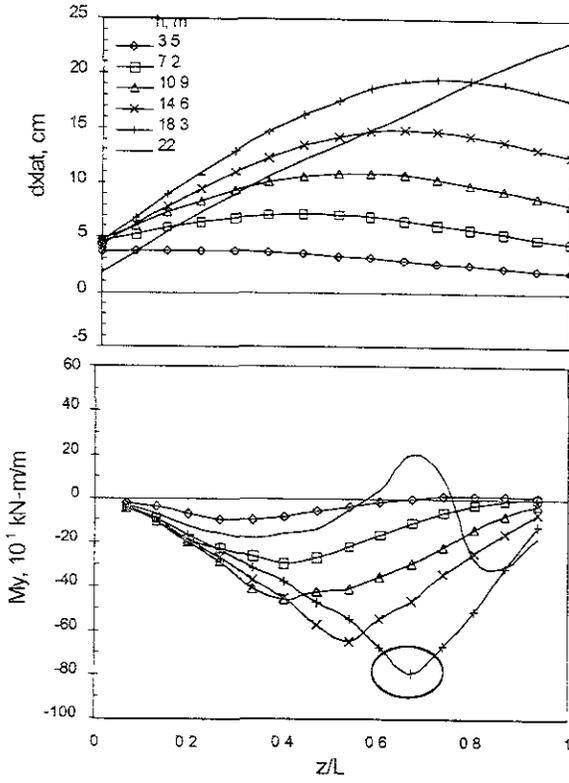
La distribución de cargas para la relación $C_p/E_0 = 0.8$ varía dramáticamente en cada etapa de excavación (E) y apuntalamiento (A), como se muestra a continuación:

	Etapa. excavación (E) y apuntalamiento (A)										
	E	A	E	A	E	A	E	A	E	A	E
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
h (m)	3.50	3.50	7.20	7.20	10.90	10.90	14.6	14.6	18.3	18.3	22.0
C_p (10 ¹ kN/m)	0.00	12.60	12.60	36.00	36.00	71.50	71.5	119.1	119.1	213.0	213.0
E_0 (10 ¹ kN/m)	6.74	6.74	28.51	28.51	65.35	65.35	117.24	117.24	184.19	184.19	266.20
C_p/E_0	0.00	1.87	0.44	1.26	0.55	1.09	0.61	1.02	0.65	1.16	0.80

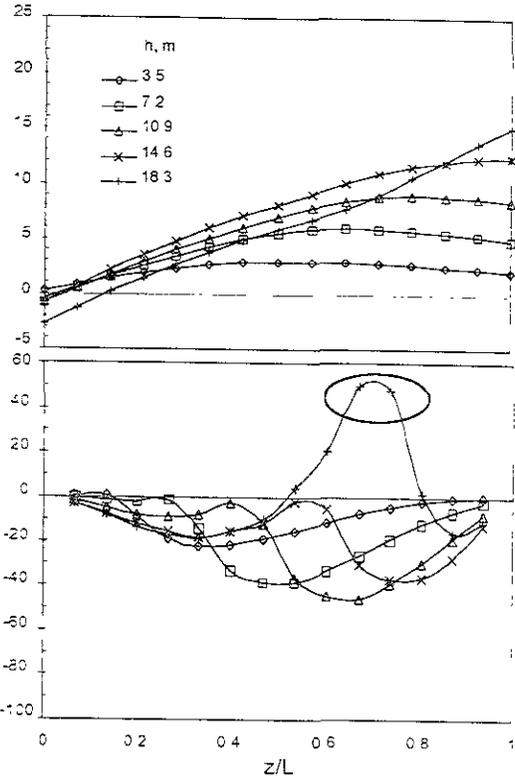
Para reducir la variación se necesita reducir el espaciamento entre puntales, h_s .



h m	Prof. de aplic. m	Acumulado (10 ¹) kN		S _u σ _v base
		E ₀	C _p	
3.5	5.35	15.74	12.6	0.45
7.2	9.05	45.04	36.0	0.33
10.9	12.75	89.4	71.5	0.27
14.6	16.45	148.82	119.0	0.23
18.3	22.00	266.19	213.0	0.21
22.0				



a) etapas de excavación



b) etapas de apuntalamiento

Fig 4.12 Detalles de la influencia de relación $C_p/E_0 = 0.8$ en el proceso excavación y apuntalamiento

Espaciamiento entre puntales, h_s

Se escogieron tres ejemplos donde se varía h_s únicamente como se muestran en el recuadro superior de la Fig. 4.13. Las suposiciones A, B y C tienen un h_s promedio de 3.67, 3.14 y 3.67, respectivamente. Las demás características son:

$H = 22.0$ m, $B = 10.0$ m, $H_{pf} = 10.5$ m, $C_p/E_0 = 0.8$,
 Perfil homogéneo: S_u (kPa) = $30 + 0.45\sigma'_v$, $e = 0.8$ m, y $K_0 = 0.4$

El espaciamiento entre puntales h_s no influye en la deformada de las expansiones y modifica insignificativamente el $dy_{\text{expand max}}$. Para el rango de $3 < (h_s \text{ promedio}) > 5$, el $dy_{\text{expand max}}$ aumenta un 5% al aumentar h_s .

El efecto que tiene h_s en los dy_{asen} , en los dx_{lat} y en los My , se muestra en los gráficos de la Fig. 4.13 para la máxima profundidad de excavación (H). La influencia de h_s es:

- Modifica la longitud (dx/H) donde se presenta el máximo asentamiento superficial pero no su magnitud máxima, Fig. 4.13-a.
- Al reducir el h_s de la última etapa se presenta una mejor distribución en el diagrama de My , aunque los desplazamientos laterales no se modifican sustancialmente, esto se observa al comparar las condiciones A y B con C de la Fig. 4.13-b. Los datos de esta comparación son:

Condición	h_s promedio, m	h_s final, m	- My en $z/L = 0.7$, 10^3 kN-m/m
A	3.67	3.7	78.5
B	3.14	3.0	71.0
C	3.67	2.9	67.5

Aunque, el h_s promedio de la condición B es menor que el de C, en esta última condición se presenta el menor espaciamiento final de las tres condiciones, el menor momento activo ($-My$ en $z/L = 0.7$) y una mejor distribución. Además, la condición B implica una etapa adicional excavación-apuntalamiento.

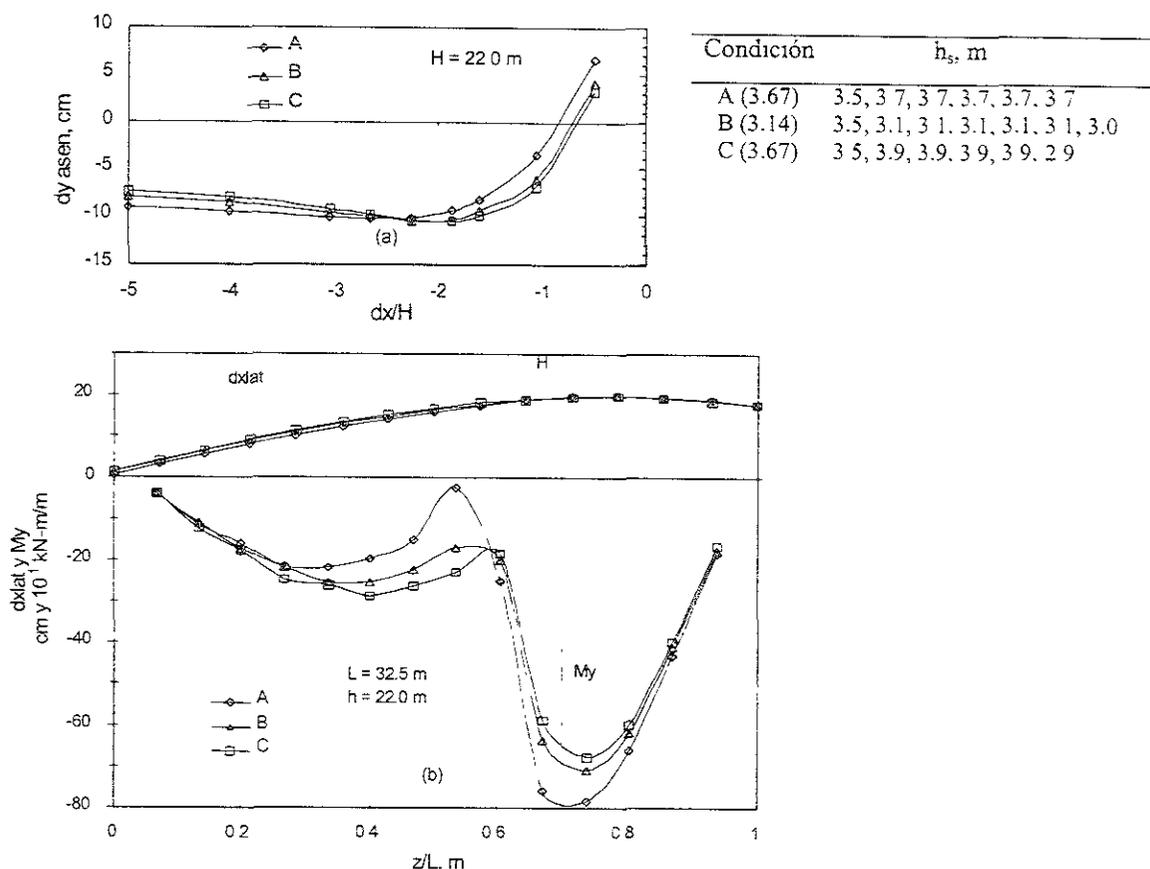


Fig. 4.13 Influencia del espaciamiento entre puntales h_s (última etapa de excavación)

Rigidez del muro, $E_m I$, y deformabilidad del suelo, E_s

La rigidez del sistema apuntalamiento-muro fue recientemente analizada en Addenbrooke et al. (2000), quienes utilizan un número de flexibilidad del sistema de soporte, definido como $\Delta = E_m I \cdot h_{sp}^2$ donde h_{sp} es el espaciamiento promedio entre puntales que es similar al propuesto por Rowe (1952). $\rho = L^4 / E_m I$ donde L es la longitud del muro; y al propuesto por Clough et al. (1989) $\rho_s = E_m I / \gamma_0 h_s^4$ donde γ_0 es el peso volumétrico del agua.

En el trabajo de Addenbrooke et al. (2000) se analizan varios sistemas de soporte, que incluyen elementos estructurales muy flexibles (tablestacas soldadas) hasta muy rígidos como los muros diafragma de 1.0 m de espesor, para soportar una excavación profunda no-drenada en arcillas rígidas. Además, se analizan los efectos de diferentes relaciones de esfuerzo (K_0) y la rigidez de los puntales. Con base al número de flexibilidad (Δ), concluyen que a medida que éste crece logarítmicamente los desplazamientos laterales máximos del muro y los asentamientos máximos de suelo vecino decrecen. Aunque el número de flexibilidad (Δ) correlaciona bien los movimientos, los resultados son para arcillas rígidas en las que K_0 varía entre 0.75 y 2.0.

En el presente estudio se consideran sólo muros diafragma de diferente espesor (e). donde el módulo de deformabilidad se estimó con $E_m = 1 \times 10^5 \sqrt{f'c}$ para $f'c$ en kg/cm^2 y E en ton/m^2 , y el momento de inercia se calculó con $I = (e^3/12)$. De lo anterior, para todos los análisis el módulo de deformabilidad es constante y únicamente varía el espesor del muro. En la Fig. 4.14 se muestran los resultados comparando el número de flexibilidad (Δ) con dos factores de flexibilidad empíricos (adimensionales) que se proponen:

$$Rz = [(E_s/E_m)(h/e)\{(1-\nu^2)/(1-\nu_s^2)\}] 200$$

$$Rz^* = [(E_s/E_m)(h_{sp}/e)\{(1-\nu^2)/(1-\nu_s^2)\}] 200$$

Donde h profundidad de excavación
 h_{sp} espaciamiento promedio entre puntales
 e espesor del muro
 E_m y E_s módulo de deformabilidad del muro y del suelo, respectivamente y
 ν^2 y ν_s^2 relación de Poisson del muro (0.2) y del suelo (0.49), respectivamente

Ambos factores consideran las características de deformabilidad del muro y del suelo. la única diferencia entre ambos es el uso de h o de h_{sp} . En la Fig. 4.14 se observa que ambos factores correlacionan bien los movimientos máximos y que su magnitud no implica el uso de logaritmos. Los gráficos en esta figura corresponden a la máxima profundidad de excavación H de un análisis con las siguientes características:

Perfil homogéneo $S_u = 2.5 + 0.15\sigma'_v$ y $E_s = 100 S_u$, NAF en la superficie, $K_0 = 0.5$, $h_s = 3.2$ m (constante), $C_p/E_0 = 1.3$, $H = 16$ m, $B = 16$ m y $H_{pf} = 4$ m y $e = 0.6, 0.7, 0.8, 0.9$ m.

Los resultados corresponden a valores críticos con relación $S_u/\sigma'_v = 0.16$ y C_p/E_0 muy grande.

El factor de Rz correlaciona mejor (por su mayor amplitud del rango de valores) que Rz*, y este último se presenta sólo como un factor de comparación.

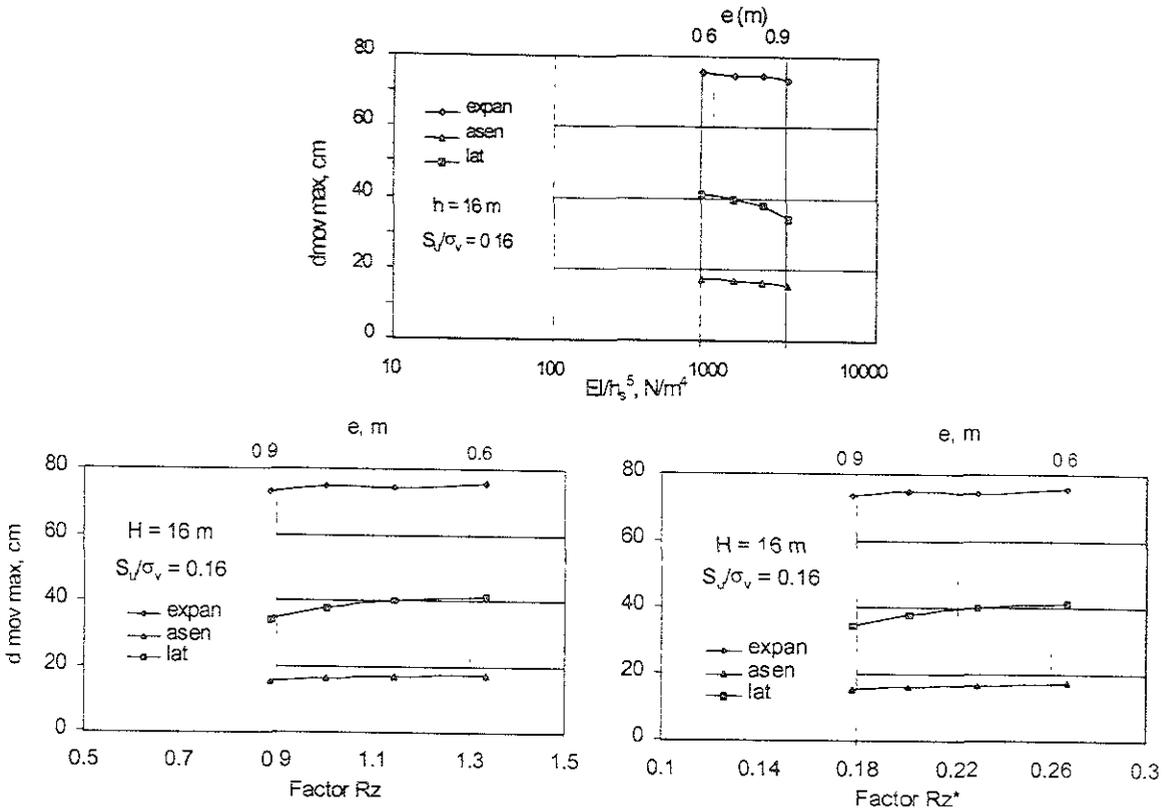


Fig 4 14 Influencia de la rigidez del muro y la deformabilidad del suelo, factores Rz y Rz*

En las gráficas a la izquierda de la Fig. 4.15 se presenta la forma como se deflecta el muro y los momentos flexionantes del análisis mencionado arriba, correspondientes a los resultados de la primera etapa de excavación sin aplicar el primer nivel de puntales ($h = 3.2$ m). Se observa que al aumentar el espesor del muro se deflecta menos el muro, y su movimiento se asemeja más al movimiento de un cuerpo rígido; por lo mismo, los momentos flexionantes son de mayor magnitud, aunque la forma del diagrama de momentos se conserva. En estas figuras también se observa que hay gran variación en la magnitud de dx_{lat} en la cabeza del muro, $z/L = 0$, y que sus valores son de magnitud importante aun en esta primera etapa.

En las gráficas a la derecha de la Fig. 4.15 se muestra la variación de los dx_{lat} en $z = 0$ m y el M_y max del diagrama de momentos correspondiente, para la primera etapa de excavación sin apuntalamiento de 8 casos incluyendo al arriba mencionado (caso 5). Las características de rigidez de los sistemas muro-suelo son:

Caso	e (m)	$h_{sp} = h$ (m)	E_s (kN/m ²)
1	0.5, 0.7, 0.9	2.0	1563
2	0.5, 0.6, 0.8	2.5	1570
3	0.6, 0.7, 0.8	3.0	2528
4	0.7, 0.8, 0.9	3.5	3533
5	0.6, 0.7, 0.8, 0.9	3.2	2530
6	0.5, 0.7, 0.9	3.0	3084
7	0.7, 0.8, 0.9	3.0	3075
8	0.7, 0.8, 0.9	3.5	3098

Con base en los gráficos a la derecha de la Fig. 4.15, se puede concluir que los d_{xlat} en $z = 0$ m presentan un efecto contrario con respecto a los d_{xlat} max (Fig. 4.14), debido a la forma de deflectarse del muro. En la cabeza del muro a menor espesor de éste (e) se desplaza horizontalmente menos, pero el d_{xlat} max es mayor que el presentado por un muro con espesor mayor.

En ambos casos, los d_{xlat} en $z = 0$ m y los My max aumentan sus magnitudes, al aumentar el espesor del muro o disminuir el factor Rz , para la etapa inicial de excavación.

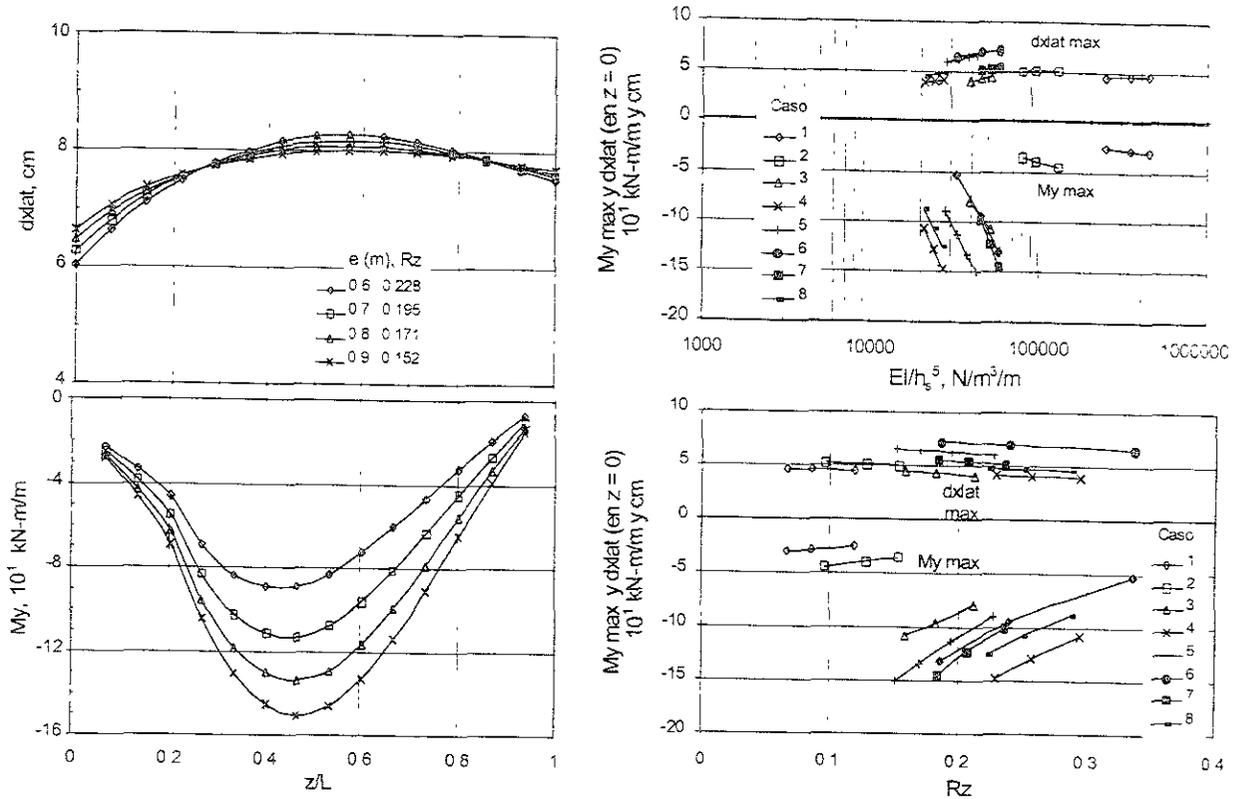


Fig 4.15 Influencia en la etapa inicial de excavación sin apuntalamiento ($h=h_{sp}=3.2$ m)

Otra forma de apreciar la influencia del espesor del muro o del factor Rz en los d_{xlat} y los My , es considerar todo el proceso de excavación, ver Fig. 4.16. En los gráficos de esta figura se muestran dos ejemplos; uno es descrito arriba para $H = 16.0$ m y el otro con $H = 18.0$ m que tiene las siguientes características:

Perfil homogéneo $S_u = 3.0 + 0.45\sigma'_v$, y $E_s = 100 S_u$, NAF en la superficie, $K_0 = 0.6$, $h_s = 3.0$ m (constante), $C_p/E_0 = 0.8$, $H = 18$ m, $B = 27$ m y $H_{pt} = 3$ m y $e = 0.5, 0.7, 0.9$ m.

Los resultados corresponden a valores típicos de $S_u/\sigma'_v > 0.20$ y C_p/E_0 promedio.

En los gráficos se aprecian curvas para diferentes espesores de muro (e), durante el proceso de excavación (h) contra d_{xlat} en $z = 0$ y My max. En el ejemplo de la izquierda, para $H = 16$ m, la influencia del espesor del muro se ve minimizada por la gran magnitud de carga en los puntales (relación $C_p/E_0 = 1.3$, ejemplo uno); sin embargo, el d_{xlat} en $z = 0$ y el My max es menor en magnitud para el espesor menor ($e = 0.6$). Domina la influencia de C_p/E_0 con respecto al espesor del muro e .

Para el segundo ejemplo, los gráficos a lado derecho de la Fig. 4.16, muestra la influencia del espesor del muro para condiciones típicas. Los d_{lat} en $z = 0$ y los M_y max se incrementan al incrementar el espesor, debido a la forma de deflectarse del muro (como se describió atrás); sin embargo, los momentos activos ($-M_y$ max) presentan mayor variabilidad con el espesor del muro. Un aspecto importante en los d_{lat} en $z = 0$ es que se presenta un comportamiento "pasivo" aun cuando sus valores son positivos, de acuerdo al marco de referencia que se ha utilizando, el cual se manifiesta por una disminución en la magnitud.

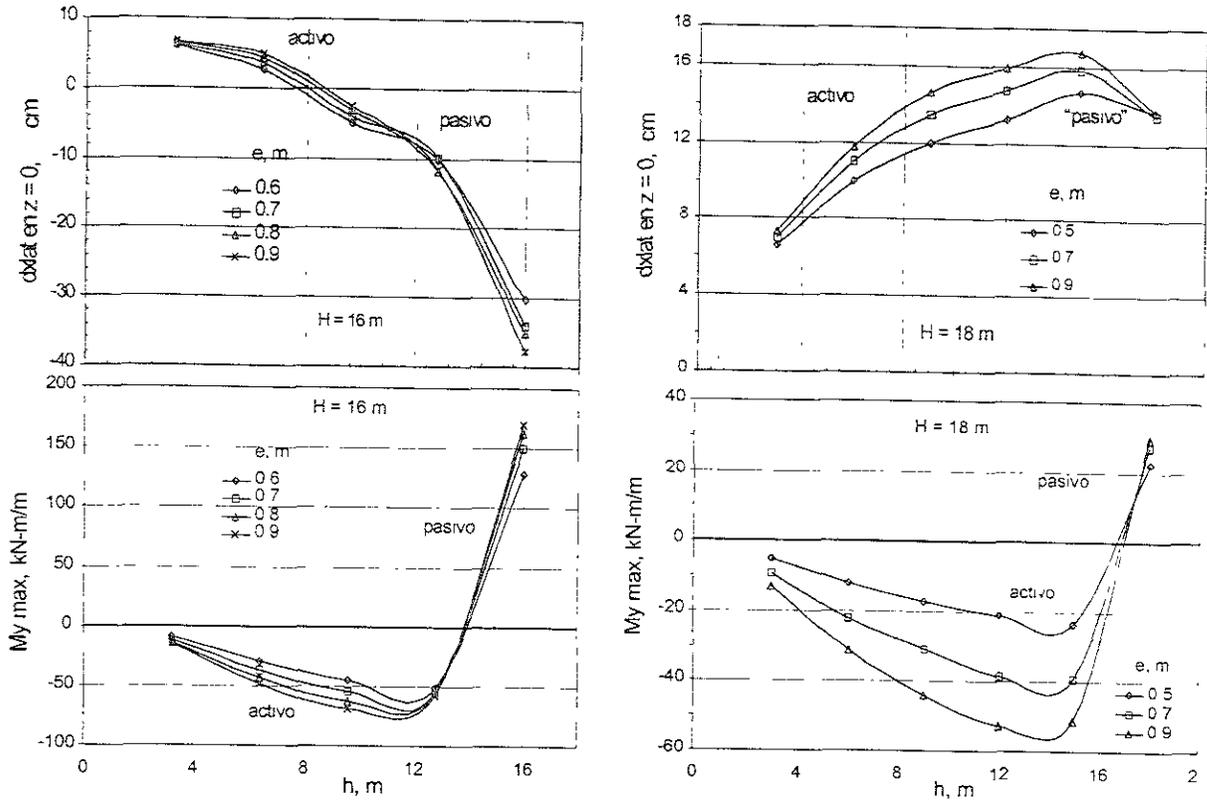


Fig 4.16 Influencia del espesor del muro (e) en todo el proceso de excavación

4.3.4 Condiciones iniciales de esfuerzo

Coefficiente de presión de tierra en reposo, K_0

En el trabajo de Addenbrooke et al. (2000), también se analiza la influencia del K_0 ; sin embargo, su rango de variación es grande (de 0.75 a 2.0) comparada con la que se esperaría encontrar en la ciudad de México. Addenbrooke et al. demuestran que al aumentar el valor de K_0 disminuyen los asentamientos máximos del suelo vecino y los desplazamientos laterales del muro, para un incremento lineal de la suma de carga en los puntales con respecto al K_0 .

En este trabajo se observó que la influencia de K_0 tiene más importancia cuando se presentan grandes zonas plastificadas, cuando la relación $S_u/\sigma_v < 0.25$. El efecto de K_0 en los movimientos del suelo (dy_{asen} max y dy_{expan} max), se presenta en la gráfica superior de la Fig. 4.17, se observa que al crecer el valor de K_0 (de 0.3 a 0.7) aumentan estos movimientos, aunque se conserve la correspondencia lineal entre K_0 y la suma de carga en los puntales (C_p) a la profundidad de excavación h . Esta tendencia obedece a un aumento del empuje sobre el muro por el incremento del valor de K_0 . Sin embargo, esta tendencia no continua indefinidamente y en algún valor crítico se revierte ya que

para valores de $K_0 > 0.75$ se produce un incremento en la rigidez inicial del suelo que implica preconsolidación y disminución de los desplazamientos del suelo, como lo demuestra Addenbrooke et al. (2000).

Observando los asentamientos máximos en la gráfica superior de la Fig. 4.17, se puede concluir que para fines prácticos, los dyasen max son independientes de K_0 , al menos en el intervalo de K_0 de 0.3 a 0.7.

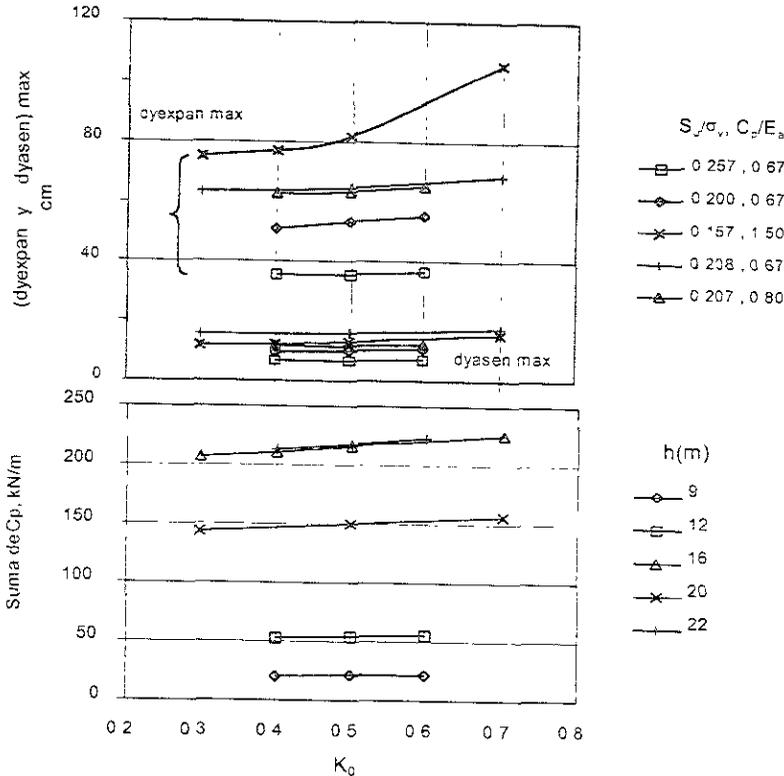


Fig. 4.17 Influencia de K_0 en los movimientos del suelo

Se seleccionó un ejemplo ilustrativo para observar la influencia de K_0 en los desplazamientos laterales y momentos flexionantes del muro durante el proceso de excavación. El ejemplo tiene las siguientes características:

$H = 20$ m, $B = 15$ m y $H_{pf} = 4$ m, $h = 3.0, 6.4, 9.8, 13.2, 16.6, 20.0$ m. $e = 0.8$ m

Perfil homogéneo: $S_u = 3.0 + 0.40\sigma'_v$, NAF en la superficie. $C_p/E_0 = 0.666$ y $K_0 = 0.3, 0.5, 0.7$

Con respecto a d_{xlat} max y M_y max, la influencia de K_0 presenta el mismo comportamiento que el citado arriba para movimientos del suelo, al incrementar el valor de K_0 se incrementan los valores de los d_{xlat} max y los M_y max. En cuanto a los M_y max el comportamiento mostrado es similar al reportado por Addenbrooke et al. Lo anterior se puede observar en la Fig. 4.18 con las características del ejemplo citado arriba.

Sobrecarga superficial P, A y D

La sobrecarga superficial influye muy poco en la magnitud y distribución de las variables de salida: tanto de desplazamientos laterales y momentos flexionantes del muro y en los movimientos del suelo. La influencia de la sobrecarga se considera en una sola variable sin dimensiones que involucra un problema de deformación plana:

$$Sc = PA / (2C_{sup}D)$$

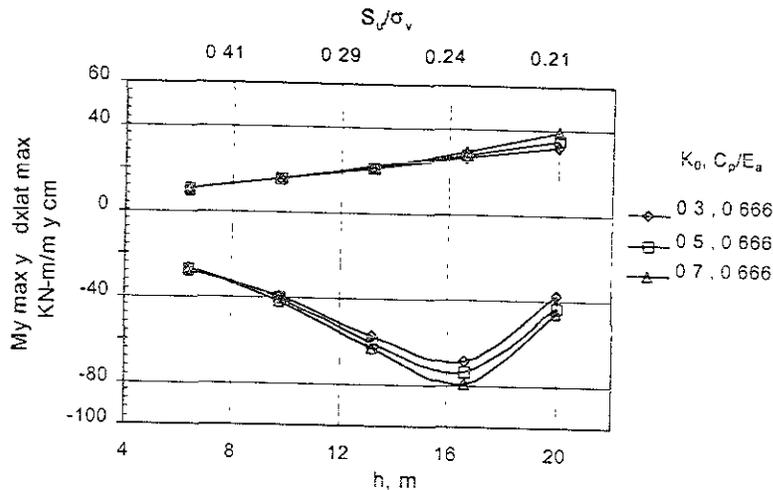


Fig. 4.18 Influencia de K_0 en los desplazamientos laterales y momentos en el muro de retención

donde P es la carga por unidad de longitud,
 A es la longitud de carga,
 D es la distancia de la sobrecarga al paramento de la excavación y,
 C_{sud} es la resistencia no drenada al esfuerzo cortante en la superficie.

Para valorar la influencia de S_c se analiza un ejemplo con las siguientes características:

$H = 20$ m, $B = 15$ m y $H_{pf} = 6$ m, $h = 3.0, 6.4, 9.8, 13.2, 16.6, 20.0$ m, $e = 0.8$ m
 Perfil homogéneo: $S_u = 3.0 + 0.40\sigma'_v$, NAF en la superficie, $C_p E_0 = 0.666$ y $K_0 = 0.3$

En la Fig. 4.19 se muestran los resultados de este ejemplo, para movimientos máximos del suelo y desplazamientos laterales máximos y momentos flexionantes máximos del muro. Para cada variable de salida, se grafica la magnitud de la sobrecarga valorada por S_c contra cada una de las cuatro salidas, definidas por la diferencia entre tener sobrecarga y no tenerla. Un ejemplo de la nomenclatura anterior para desplazamientos laterales es: $(dlat_{sc} - dlat_{snc})_{max}$, que es la diferencia entre $dlat_{max}$ considerando sobrecarga superficial menos $dlat_{max}$ sin sobrecarga.

Para el ejemplo citado, la influencia de S_c en las $dy_{expan\ max}$ se puede medir con una diferencia máxima de 0.2 cm, Fig. 4.19-a; en los $dy_{asen\ max}$ hay una diferencia máxima de 0.25 cm (Fig. 4.19-b), aunque la sobrecarga superficial afecta directamente los asentamientos superficiales, por lo que al aumentar la magnitud de la sobrecarga aumentan los asentamientos

La influencia de S_c en los $dlat_{max}$ presenta una diferencia máxima de 1.0 cm (Fig. 4.19-c); los My_{max} presentan el comportamiento presentado en la Fig. 4.19-d el cual se debe a la forma de deflectarse del muro (Fig. 4.20); es decir, para la primera etapa de excavación (sin apuntalamiento) el My_{max} aumenta y para la última se reduce.

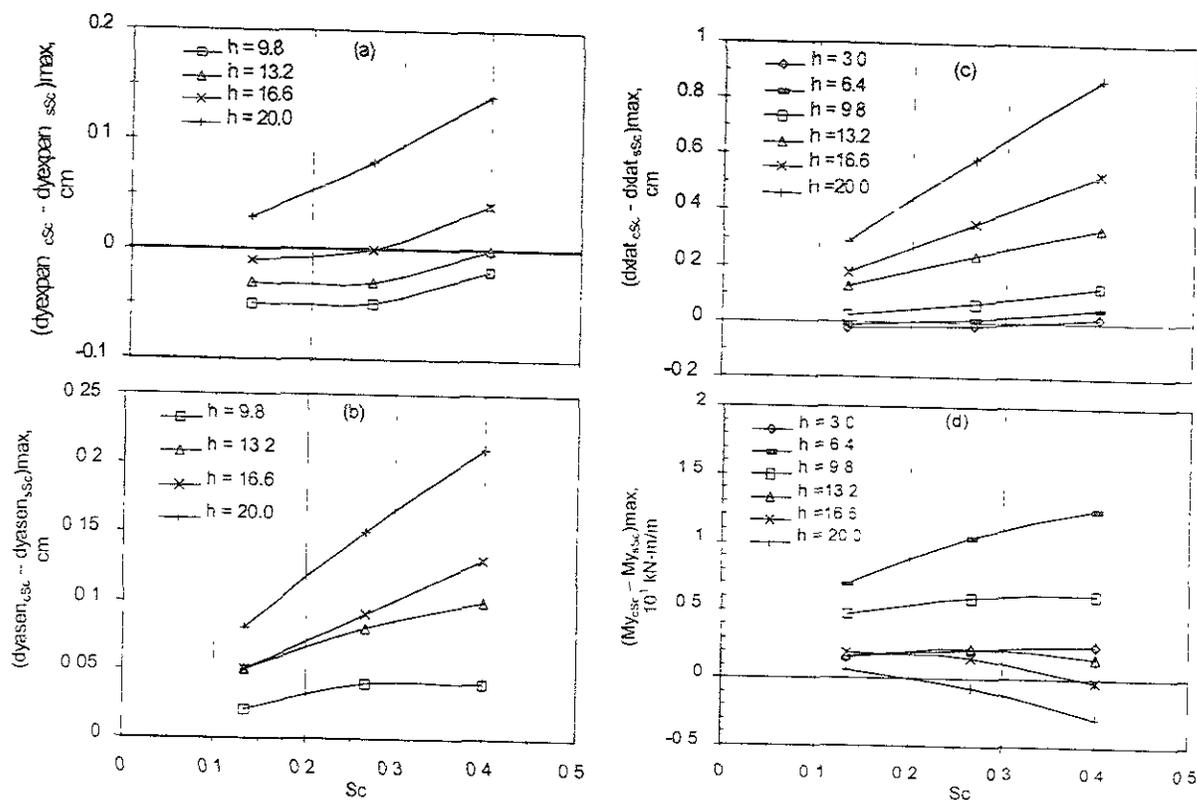


Fig. 4.19 Influencia de la sobrecarga superficial

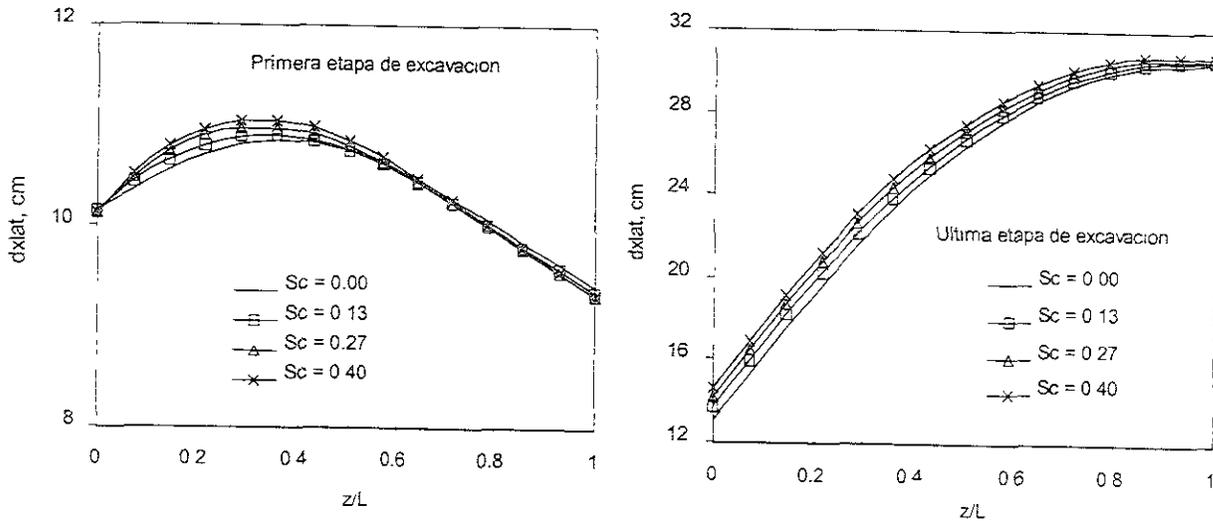


Fig. 4.20 Influencia de la sobrecarga superficial en la forma de deflectarse el muro

4.4 MÓDULOS DE REDES NEURONALES ARTIFICIALES

El modelo de Red Neuronal Artificial está dividido en cuatro módulos independientes cada uno, donde cada módulo es un modelo de red neuronal. El análisis con redes neuronales utiliza el *perceptron multicapa* con una o varias capas ocultas, diferentes funciones de transferencia en cada capa (oculta y de salida) y diferentes algoritmos de entrenamiento. El algoritmo de retropropagación con Levenberg-Maquardt (RLM) fue utilizado en cada uno de los módulos del modelo neuronal; sin embargo, se utilizaron los algoritmos de gradiente conjugado (RGC) y de descenso más pronunciado con coeficiente de aprendizaje variable y momentum (RCAVM), para comparar la eficiencia del algoritmo RLM. Cabe mencionar que las herramientas de Matlab (1998) fueron utilizadas para la creación de un programa para entrenar las redes neuronales con las características de las bases de datos y las herramientas matemáticas mencionadas.

El entrenamiento de cada módulo ocupa una normalización de datos. Obviamente, para cada módulo el número de puntos que definen la variable de salida es diferente. La base de datos de las variables de entrada es la misma para cada módulo, aunque hay una depuración de la cantidad de muestras en cada caso. Como se ha discutido en este capítulo, se contemplan cuatro tipos de variables: Geometría, Rigidez-flexibilidad del sistema de soporte, Condiciones iniciales de esfuerzo y Resistencia al esfuerzo cortante del suelo. La base de datos de entrada se normaliza como sigue:

Geometría		Condiciones iniciales de esfuerzo			Rigidez - flexibilidad del sistema de soporte		Resistencia al esfuerzo cortante del suelo	
1	2	3	4	5	6	7	8	9
$\frac{H_p}{B}$	$\frac{h}{4}$	Sc	K_0	$\frac{h - Z_{NAF}}{h}$	$\frac{C_p}{E_0}$	Rz	cp	$\frac{S_c}{\sigma_c}$

donde $Sc = \frac{PA}{2C_{sup}D}$, $Rz = \left[\frac{E_s h}{E e} \left(\frac{1 - v^2}{1 - v_s^2} \right) \right] 200$ y $cp = \frac{S_{ucd} E_{cd}}{\gamma h (Z_{cd} - h)}$

El inciso 3 considera a la carga superficial junto con la resistencia no drenada de la capa superficial. Los valores máximos y mínimos de cada una de las nueve entradas son:

Valor	Entrada								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
máximo	3.50	5.50	1.01	0.70	1.0	4.36	3.42	2.25	1.18
mínimo	0.11	0.45	0.0	0.30	0.0	0.0	0.08	0.04	0.16

La distribución frecuencial de cada una de las variables de entrada se presenta en la Fig. 4.20, en cada gráfico se presenta una entrada la cual se divide en varios intervalos. Por ejemplo, la entrada uno se divide en siete intervalos los que van de 0.1-0.5, 0.5-1.0, 1.0-1.5, 1.5-2.0, 2.0-2.5, 2.5-3.0 y 3.0-3.5. La entrada 4 (K_0) no considera intervalos sino valores puntuales.

Durante el proceso para encontrar la arquitectura óptima de cada módulo, cada uno se dividió en dos partes: excavación y apuntalamiento. Es decir, hay dos modelos neuronales que predicen en cada módulo, una cuando se excava y otra cuando se apuntala. La base de esta aseveración, es que durante el proceso de encontrar la red adecuada con el conjunto completo de datos los resultados fueron muy pobres. De los resultados de todos los módulos la correlación máxima, entre los datos objetivo y los datos calculados por la red, en predicción no fue mayor de 90%, para redes de 3 capas ocultas hasta con 50 neuronas totales.

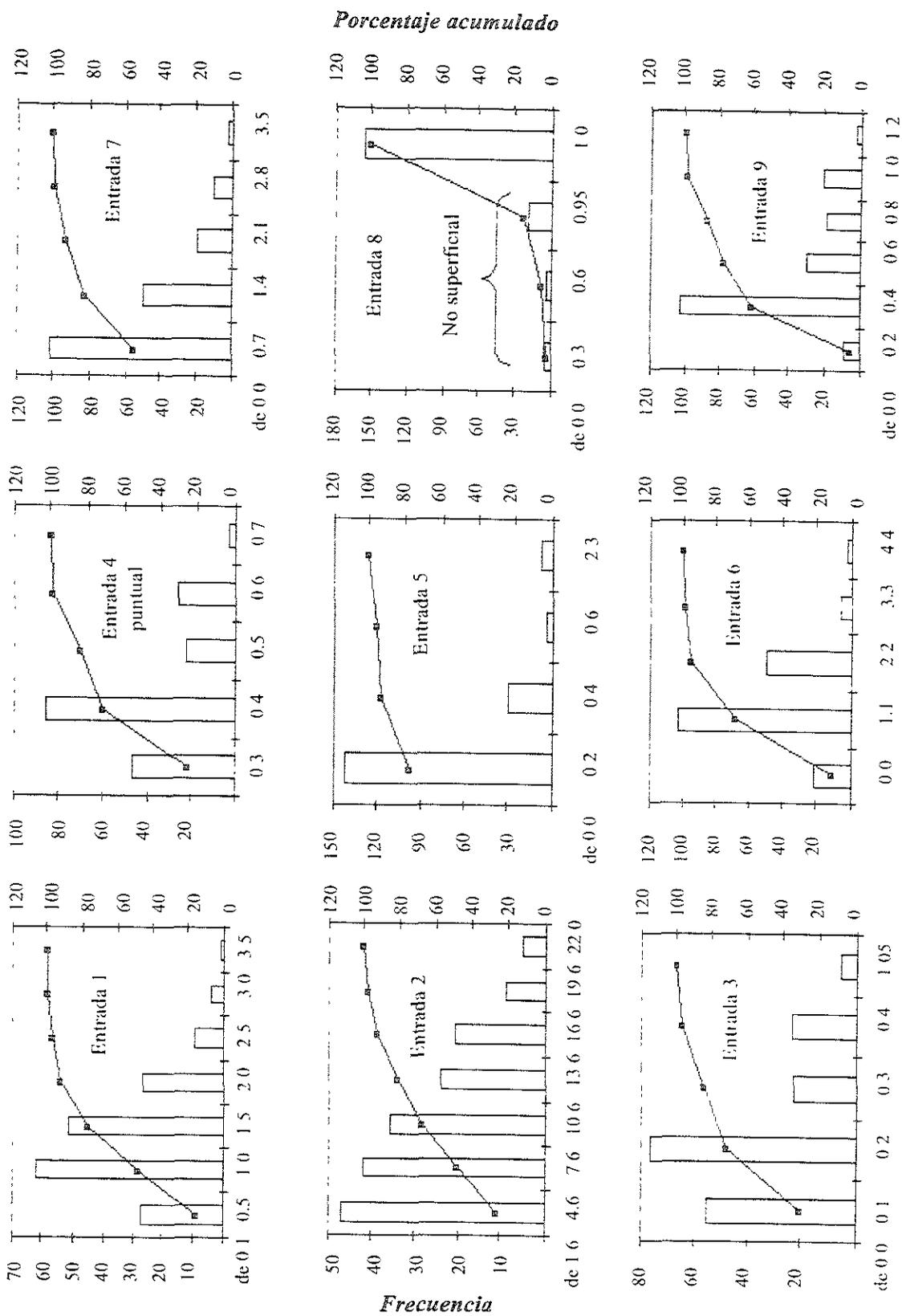


Fig 420 Distribución de las variables de entrada

4.4.1 Módulo 1: asentamientos superficiales

A continuación se describe el procedimiento utilizado para encontrar a la red que se considera la óptima, el cual es similar al empleado en los demás módulos:

a) Entradas

Las nueve entradas definidas anteriormente afectan a los asentamientos superficiales, únicamente la entrada 3 (S_c) no lo hace significativamente, pero como este punto implica la resistencia no drenada de la capa superficial desecada, evaluada con C_{sup} , el punto 3 se incluye pero se omiten los datos donde se varía la sobrecarga.

b) Salidas

Las salidas de este módulo se definen como sigue:

- 6 puntos definen la deformada de asentamientos superficiales (dy_{asen}). Fig. 4.21, con los cuales se obtiene una representación aceptable, estos puntos consideran la localización y la magnitud del asentamiento máximo, ver Fig. 4.22, y la emersión máxima del muro ($x/H = 0$). Los valores de las abscisas de la deformada son:

$$x/H [0.0 \quad -1.05 \quad -1.60 \quad -1.9 \quad -2.25 \quad -5.0]$$

- la magnitud de los asentamientos esta normalizada con respecto al valor máximo de todo el conjunto de datos, ya que se ocupa la magnitud de los valores negativos.

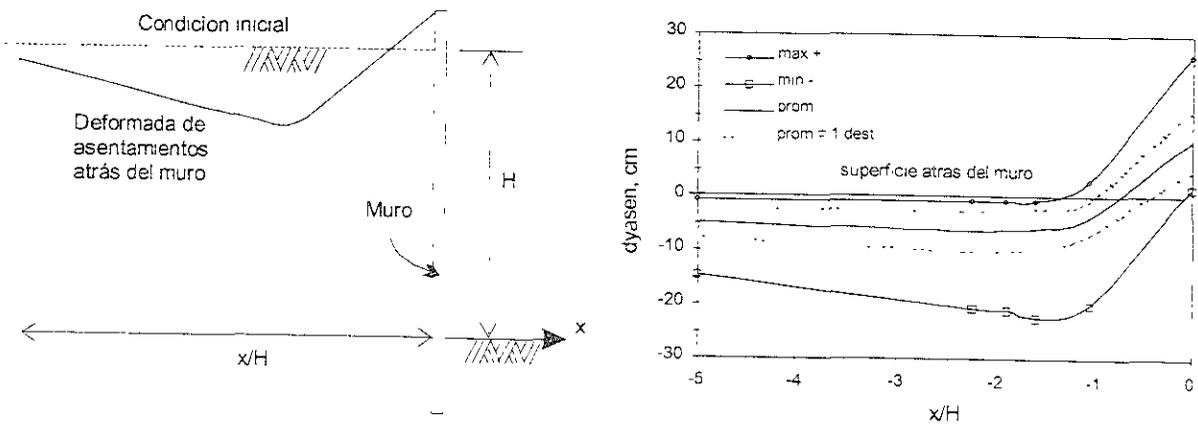


Fig. 4.21 Esquema de la deformada de asentamientos superficiales y su rango de variación

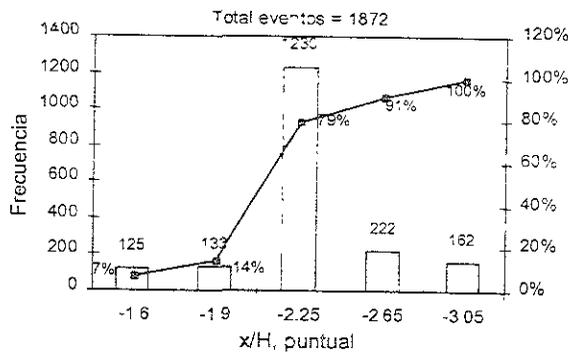


Fig. 4.22 Frecuencia donde se presenta el asentamiento máximo

- La normalización de las abscisas del gráfico a lado derecho de la Fig. 4.21 obedece a que si se normaliza con respecto a h , la escala de las abscisas varía al incrementar la profundidad de excavación. ver gráfico izquierdo de la Fig. 4.23. Además, para una excavación determinada la forma que presentan los asentamientos es similar (ver gráfico central de la Fig. 4.23), por lo que al normalizar con respecto a la máxima profundidad de excavación H , se define un mejor rango para su manejo, ver gráfico a lado derecho de la Fig. 4.23.

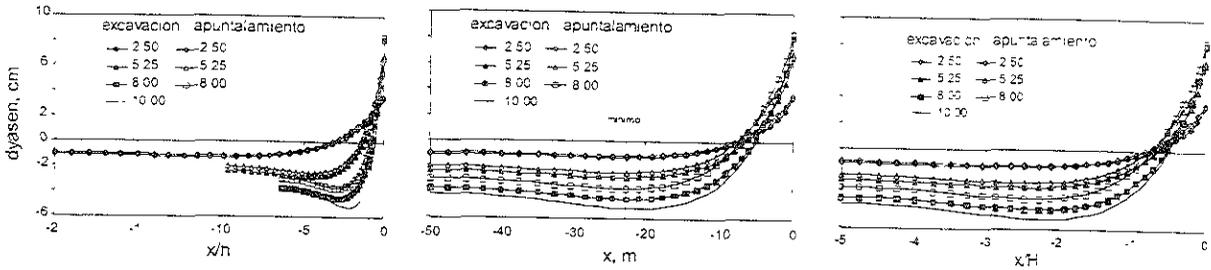


Fig. 4.23 Normalización de las abscisas

c) Funciones de transferencia

Las salidas son todas positivas y presentan el siguiente rango:

		$x/H = 0$	$x/H = -1.05$	$x/H = -1.6$	$x/H = -1.9$	$x/H = -2.25$	$x/H = -5$
Excavación (cm)	max	26.36	20.1	22.28	21.02	20.68	14.67
	min	1.55	0.03	0.67	0.84	0.88	0.71
Apuntalamiento (cm)	max	25.59	13.2	16.32	15.87	15.82	11.15
	min	1.52	0.0	0.61	0.76	0.80	0.64
		Pos.	Neg.	Neg.	Neg.	Neg.	Neg.

La selección de la función transferencia en la capa de salidas implica el siguiente análisis:

- Se considera la base de datos de salidas que presenta el rango anterior, una función de transferencia logsig en la capa oculta, el algoritmo de entrenamiento *RLM* (Levenberg-Maquardt) y una red 9-20-6 (una capa oculta). Las funciones de transferencia para la capa de salidas son: purelin (lineal), logsig, y poslin (lineal positiva).
- La correlación, entre los datos objetivo y los calculados por la red para la etapa de entrenamiento y de predicción, se muestran en la Fig. 4.24-a. Donde cualquiera de las funciones de transferencia puede ser utilizada, descartando la poslin. Además de lo anterior, la determinación de la función de transferencia de capa de salidas implica calcular separadamente la correlación de cada uno de los 6 puntos de la deformada, los resultados se muestran en la Fig. 4.24-b, y como se puede observar la función de transferencia purelin presentó los mejores resultados en cada uno de los seis puntos, por lo que fue seleccionada.

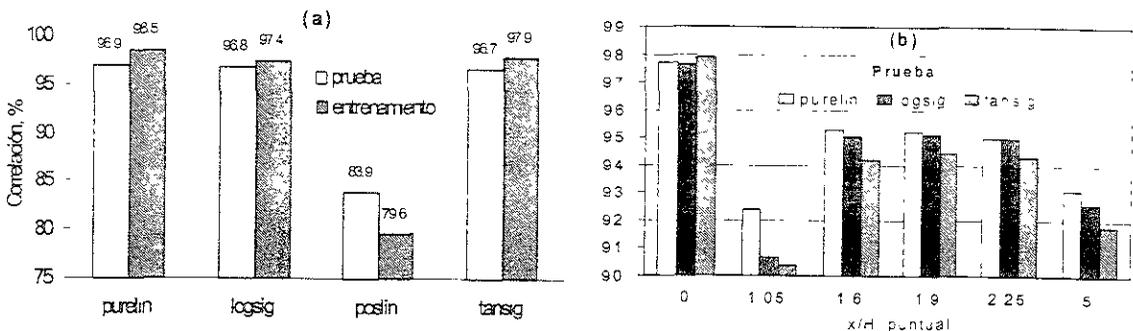


Fig. 4.24 Determinación de la función de transferencia

La razón principal por lo que la función de transferencia purelin presenta los mejores resultados es por que existen valores de las salidas muy cercanos a cero y uno, fronteras donde las funciones logsig y tansig no tienen aplicación.

d) Algoritmos de entrenamiento

Continuando con el procedimiento para obtener la arquitectura óptima, se analizan varios algoritmos de entrenamiento considerando el conjunto de datos de excavación, la red 9-20-6, funciones de transferencia logsig en la capa oculta y purelin en la capa de salidas y los algoritmos de retropropagación Levenberg-Maquardt (RLM), gradiente conjugado (RGC) y de descenso más pronunciado con coeficiente de aprendizaje variable y momentum (RCAVM). Este último es una combinación de los algoritmos retropropagación con coeficiente de aprendizaje variable (RCAV) y con momentum (RMO) vistos en el capítulo 2. Los resultados de éste análisis se presentan en la Fig. 4.25 en donde se puede apreciar que la mejor correlación, entre los datos objetivo y los resultados calculados por la red para la etapa de entrenamiento y predicción, la realizó el algoritmo RLM.

Cabe mencionar que los resultados de las Figs. 4.24 y 25, no son el resultado de un único análisis sino el mejor resultado de diez o más análisis con las mismas características. La diferencia se debe a la posición inicial de arranque de pesos y sesgos (iniciales) que siempre es aleatoria y al número de análisis realizados con cada algoritmo.

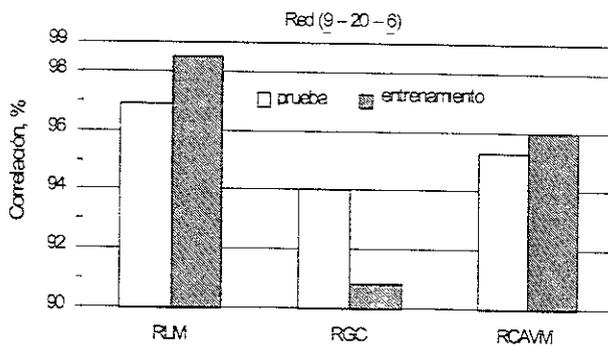


Fig. 4.25 Algoritmos de entrenamiento

e) Arquitectura

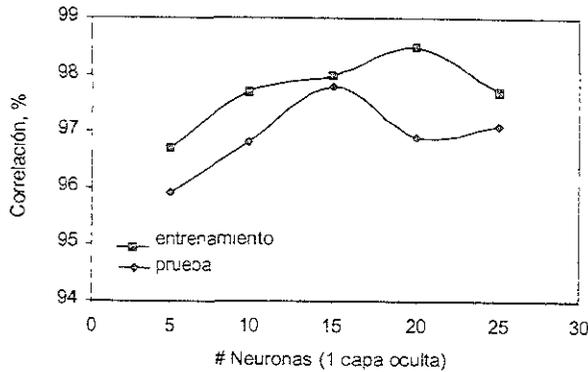
Para seleccionar la arquitectura óptima se consideran los resultados de los puntos anteriores (a, b, c y d) y se aplicaron indistintamente al conjunto de datos de excavación y de apuntalamiento. Es decir, funciones de transferencia logsig en la capa oculta y purelin en la capa de salidas y el algoritmo RLM. A continuación se presenta un resumen de los resultados:

Número de ejemplos	Excavación			Apuntalamiento		
	Entrenamiento	Prueba	Total	Entrenamiento	Prueba	Total
	903	115	1018	721	89	810
Arquitectura	9 - 15 - 6 (una capa oculta)			9 - 15 - 6 (una capa oculta)		
Funciones de transferencia	Capas ocultas: logsig Capa de salidas: pureline			Capas ocultas: logsig Capa de salidas: pureline		
Algoritmo de entrenamiento	Levenberg-Maquardt RLM			Levenberg-Maquardt RLM		
Error Medio Cuadrático	Entrenamiento %	Prueba %		Entrenamiento %	Prueba %	
	0.175			0.159		
Correlación	98.00	97.80		98.60	97.80	

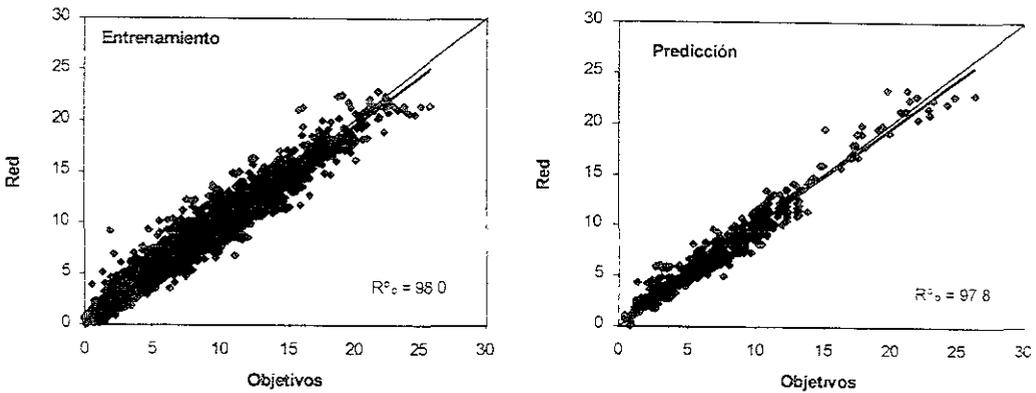
Los resultados del análisis para conocer el número de capas ocultas y el número de nodos o neuronas en cada capa oculta es el siguiente:

Excavación

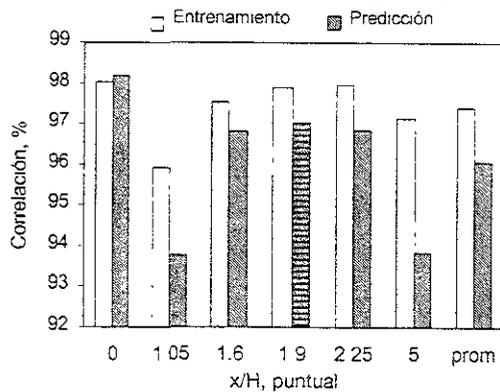
Una capa oculta: La gráfica superior de la Fig. 4.26 muestra los resultados al variar el número de neuronas con una capa oculta. En el gráfico se observa que la mejor predicción la produce la red con 15 neuronas. Redes con más de 15 neuronas, que tienen mejor correlación en los datos de entrenamiento en comparación con la red de 15, no tienen buena generalización en las predicciones. La red 9-15-6 se considera como la red ganadora. En la Fig. 4.29 se muestran algunas predicciones.



a) Arquitectura



b) Correlación general (Red 9-15-6)

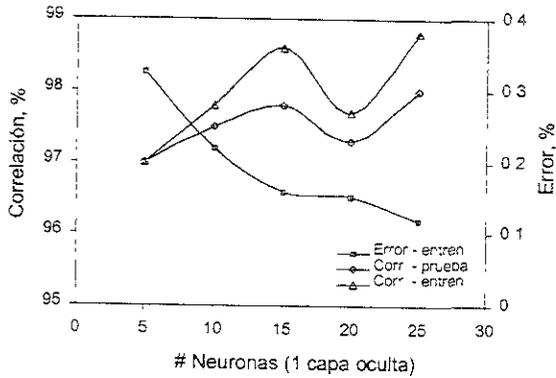


c) Correlación por cada punto de la deformada y un promedio (prom)

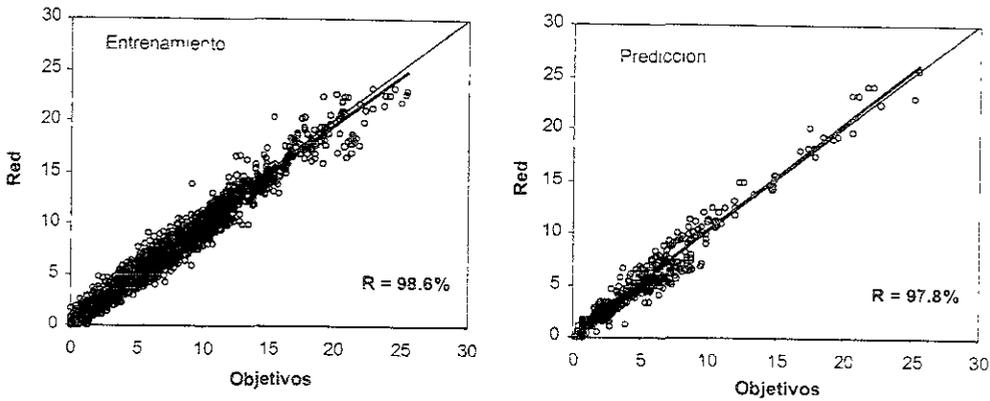
Fig. 4.26 Selección de la arquitectura neuronal óptima, una capa oculta (Excavación)

Apuntalamiento

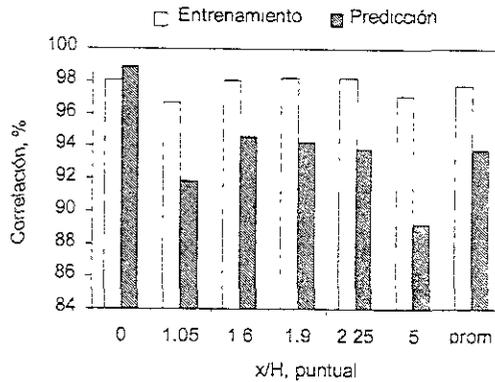
Una capa oculta: La Fig. 4.27 muestra los resultados al variar el número de neuronas en una capa oculta. En este gráfico se observa que la mejor correlación en predicción la produce la red con 25 neuronas. Sin embargo, la red 9-15-6 generaliza mejor. La red con 25 neuronas tiene mejor correlación en predicción en comparación con la red de 15, pero no produce buenas predicciones como se muestra en al Fig. 4.28, no generaliza bien. La red 9-15-6 se considera como la red ganadora y, en la Fig. 4.29 se muestran algunas predicciones.



a) Arquitectura



b) Correlación general (Red 9-15-6)



c) Correlación por cada punto de la deformada y un promedio (prom)

Fig 4 27 Selección de la arquitectura neuronal óptima, una capa oculta (Apuntalamiento)

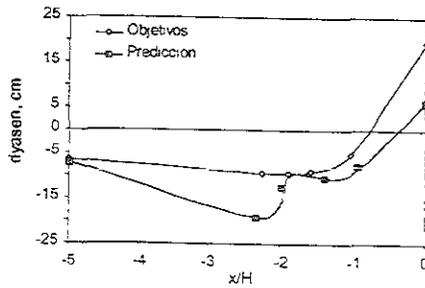


Fig. 4.28 Mala generalización, Red 9-25-6

Comparando los gráficos superiores de las Figs. 4.26 y 27 se puede observar una tendencia muy similar. Las correlaciones de prueba inicialmente aumentan hasta 15, disminuyen y después vuelven a aumentar.

Aunque las arquitecturas ganadoras son las mismas (excavación y apuntalamiento), para que la red con el conjunto completo de datos proporcione resultados adecuados, es necesario definir una variable extra que clasifique a las salidas en excavación y apuntalamiento. Sin embargo, considerar una variable más para clasificar en este problema de aproximar una respuesta no lineal, implicaría usar otra función de transferencia junto con las ya usadas, al menos en la primera capa oculta, creando una capa compuesta (con dos funciones de transferencia). Debido a que no se cuenta con las herramientas computacionales necesarias para realizar lo anterior no fue posible comprobarlo y la clasificación se hizo manualmente (creando así, las dos redes descritas arriba).

Las predicciones de los gráficos inferiores de la Fig. 4.29 muestran gran exactitud y en general las deformadas conservan la forma. Un análisis estadístico de la diferencia entre salidas objetivo y lo calculado por la red, del total de población ocupado para entrenamiento y predicción, determinó que la mayor frecuencia de diferencias se encuentra entre ± 1.0 cm, como se muestra en los gráficos superiores de la Fig. 4.29, por lo que para la producción del modelo se tendrá una franja de error de ± 1.0 cm. en la mayoría de los casos (75% de los casos). Sin embargo se pueden esperar errores de -7.5 a -2.0 cm (con 3% de frecuencia) y 5.0 a 2.0 cm (con 2% de frecuencia) en el módulo de excavacion

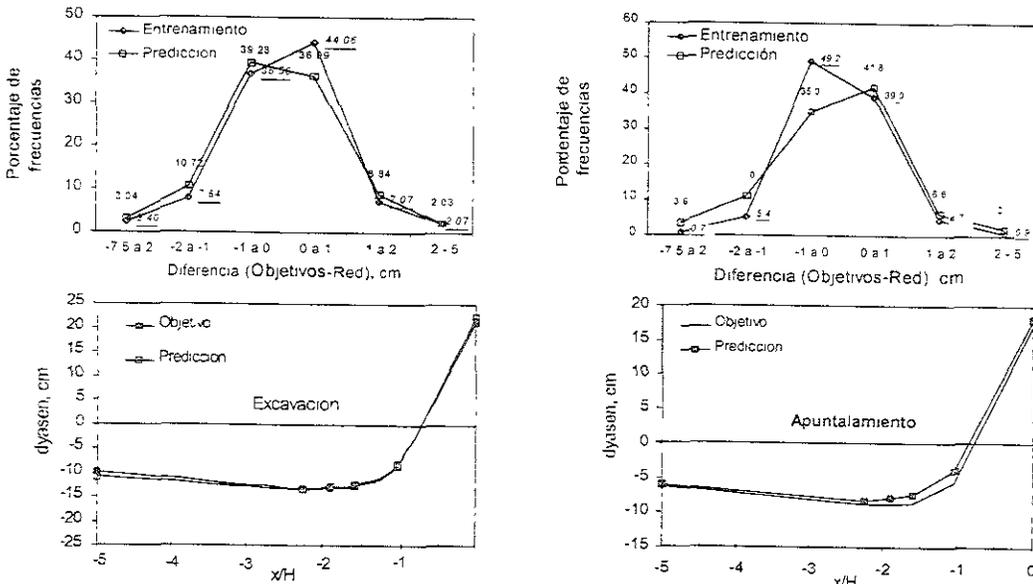


Fig. 4.29 Predicciones de las RNA ganadoras del módulo de asentamientos superficiales

4.4.2 Módulo 2: expansiones del fondo de la excavación

En este módulo y en los subsecuentes se presentan sólo resultados sobresalientes y se omite parte del procedimiento. En este módulo, el proceso de entrenamiento es similar al anterior.

a) Entradas

Las nueve entradas afectan a las salidas, aunque se omiten ejemplos de sobrecarga superficial.

b) Salidas

- la magnitud de las expansiones está normalizada con respecto a la expansión máxima total, utilizando 4 puntos para definir la deformada a la profundidad h , ver Fig. 4.30, y presentan el siguiente rango:

		$x/B = 0$	$x/B = 0.15$	$x/B = 0.60$	$x/B = 1.0$
Excavación (cm)	max	25.36	73.0	99.35	105.59
	min	1.22	3.46	5.67	6.09
Apuntalamiento (cm)	max	25.06	56.84	67.45	71.18
	min	1.19	3.25	5.12	5.55

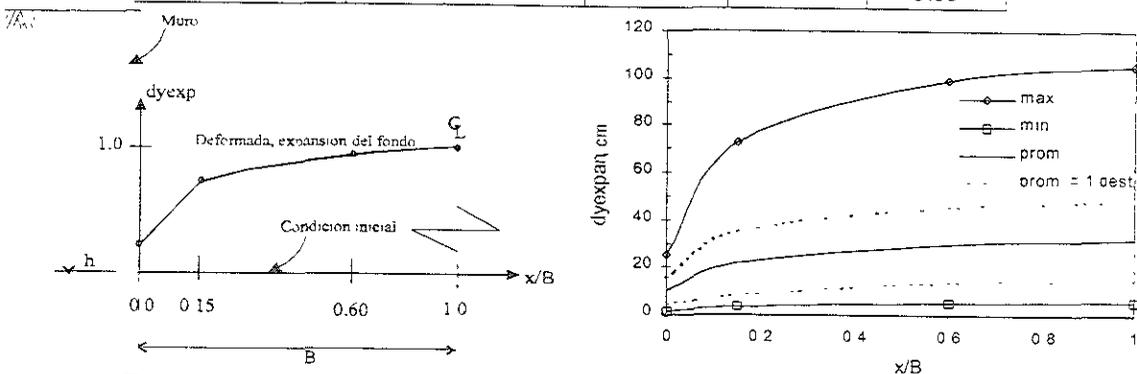


Fig 4.30 Esquema de las expansiones del fondo de la excavación.

c) Funciones de transferencia

La función logsig se utilizó en las capas ocultas. De un análisis de sensibilidad para determinar la función en la capa de salidas, entre las logsig o purelin, esta última dio los mejores resultados

d) Arquitectura

Con base en la experiencia adquirida en el diseño del módulo anterior se consideró el algoritmo RLM. El resumen de los resultados es:

Número de ejemplos	Excavación			Apuntalamiento		
	Entrenamiento	Predicción	Total	Entrenamiento	Predicción	Total
	906	112	1018	721	89	810
Arquitectura	9 - 8 - 4 (una capa oculta)			9 - 8 - 4 (una capa oculta)		
Funciones de transferencia	Capas ocultas: logsig Capa de salidas: pureline			Capas ocultas: logsig Capa de salidas: pureline		
Algoritmo de entrenamiento	Levenberg-Maquardt RLM			Levenberg-Maquardt RLM		
Error Medio Cuadrático	Entrenamiento %		Prueba %	Entrenamiento %		Prueba %
	0.151			0.108		
Correlación	98.40		98.70	99.20		99.80

Los resultados y el procedimiento del análisis son los siguientes:

Excavación

Una capa oculta: La gráfica superior izquierda de la Fig. 4.32 muestra los resultados de variar el número de neuronas en una capa oculta, donde la mejor correlación en predicción la producen las redes con 8 y 11 neuronas. Para elegir de estas dos redes en la Fig. 4.32-b se muestran las correlaciones por cada punto de la deformada, un promedio de las anteriores y el global. La red $9-11-4$ en el punto 0.6 de las abscisas presenta la más baja correlación en predicción, por lo que se descarta. Entonces la red $9-8-4$ se considera como la red ganadora. En las gráficas de la Fig. 2.30-c se muestran algunas predicciones.

Apuntalamiento

Una capa oculta: La gráfica superior de la Fig. 4.32 muestra los resultados de variar el número de neuronas en una capa oculta, donde la mejor correlación en predicción la produce la red con 8 neuronas. Por lo tanto, la red $9-8-4$ se considera como la red ganadora. en la Fig. 4.32-c se muestran algunas predicciones.

El análisis estadístico de la diferencia entre salidas objetivo y las predicciones de la red, de la población total del conjunto de entrenamiento y de prueba, determinó que la mayor frecuencia de diferencias se encuentra entre ± 2.5 cm, como se muestra en los gráficos de la Fig. 4.31. por lo que las predicciones tendrán una franja de error de ± 2.5 cm, en la mayoría de los casos (70% de frecuencias en excavación y 85% en apuntalamiento).

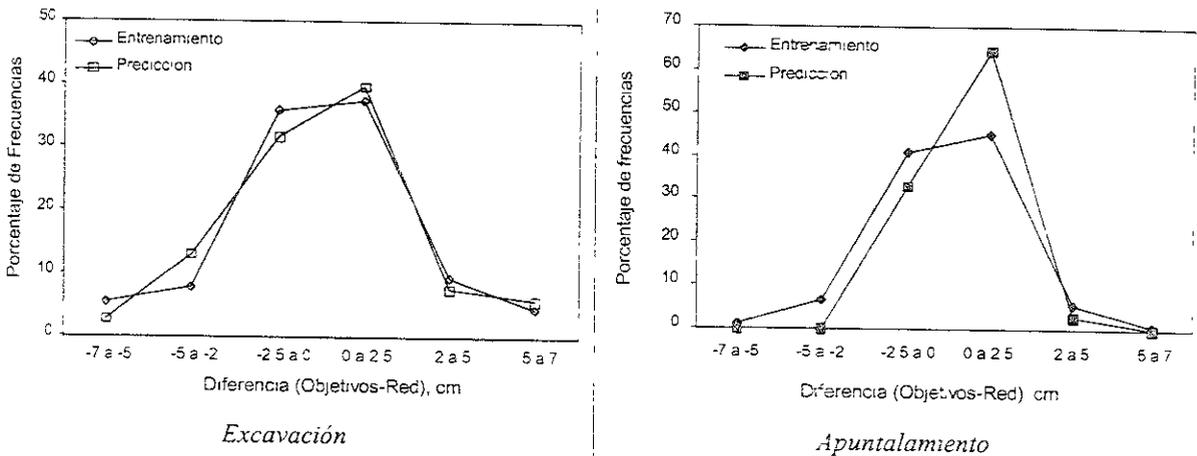
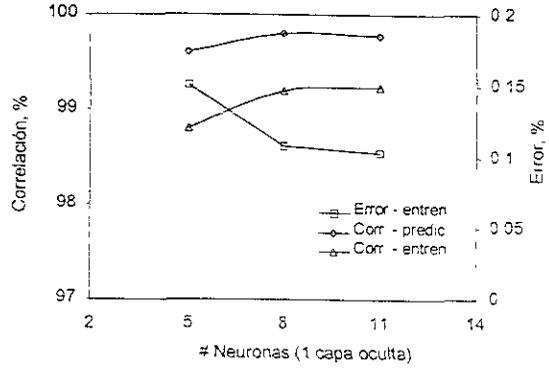
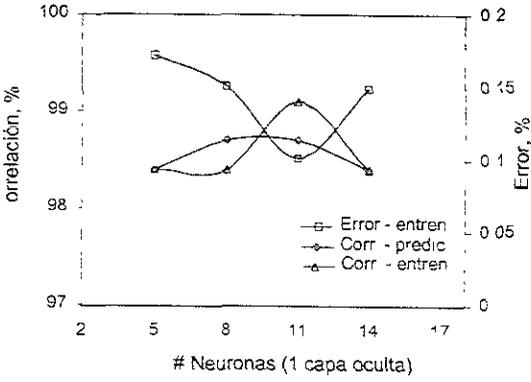
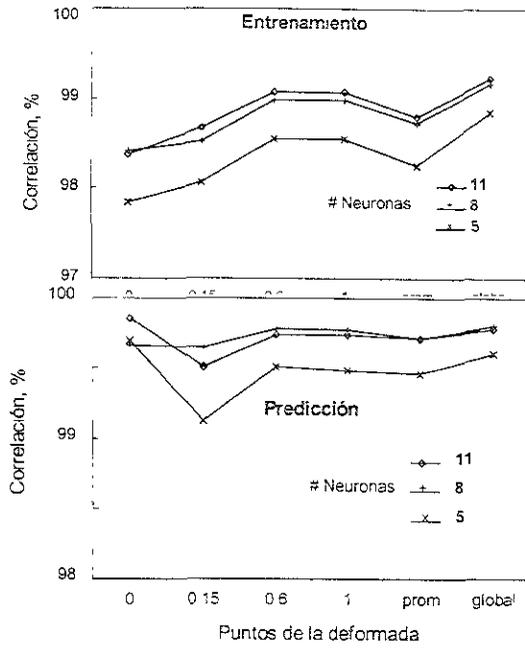
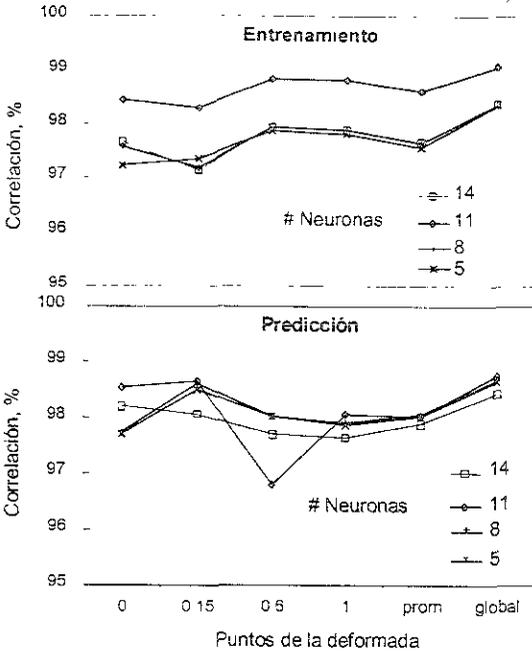


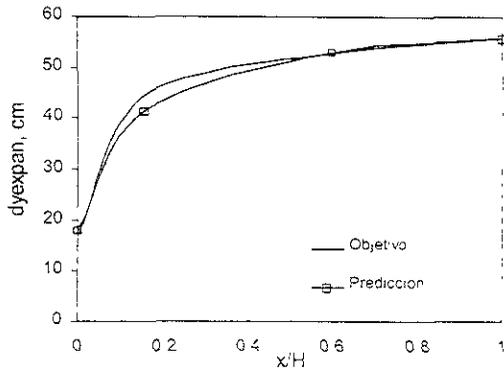
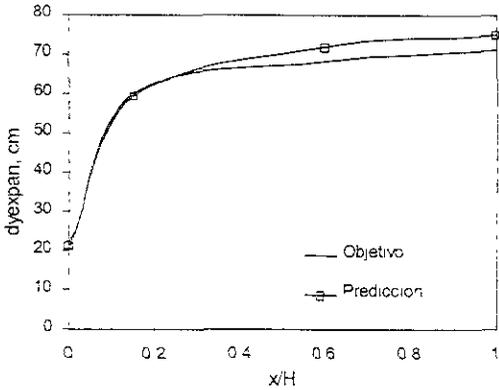
Fig 4 31 Rango de error esperado



a) Arquitectura



b) Correlación por cada punto de la deformada



c) Predicciones

Excavación

Apuntalamiento

Fig 4.32 Selección de la arquitectura neuronal óptima, una capa oculta (Excavación)

4.4.3 Módulo 3: desplazamientos laterales

El proceso de entrenamiento de este módulo presenta diferencias con respecto a los módulos anteriores.

a) Entradas

Las nueve entradas afectan a los desplazamientos laterales. Aunque, se descartaron los ejemplos generados por sobrecarga.

b) Salidas

la magnitud de los desplazamientos está normalizada con respecto al máximo total, se utilizan 8 puntos para definir las abscisas, ver Fig. 4.33, las cuales presentan el siguiente rango:

		z/L							
		0	0.143	0.286	0.429	0.572	0.715	0.857	1.0
Excavación (cm)	max	19.35	23.52	27.48	30.88	33.66	35.93	39.05	50.28
	min	-41.52	-35.42	-29.23	-22.72	-13.47	-1.50	0.70	0.49
Apuntalamiento (cm)	max	10.68	13.83	16.75	19.42	21.98	24.58	26.88	29.42
	min	-42.7	-37.93	-33.64	-27.78	-19.03	-7.35	0.91	0.84

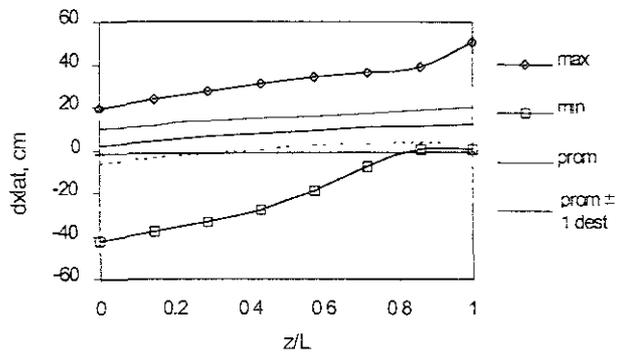
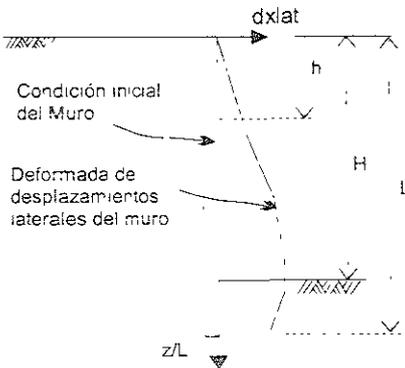


Fig 4.33 Esquema de los desplazamientos laterales del muro.

c) Funciones de transferencia

La función logsig se utilizó en las capas ocultas. Debido a que salidas son positivas y negativas la función de transferencia purelin en la capa de salidas es la más adecuada.

d) Arquitectura

El algoritmo de entrenamiento es RLM. El resumen de los resultados es:

Número de ejemplos	Excavación			Apuntalamiento		
	Entrenamiento	Prueba	Total	Entrenamiento	Prueba	Total
	783	99	882	625	77	702
Arquitectura	9 - 15 - 8 (una capa oculta)			9 - 15 - 8 (una capa oculta)		
Funciones de transferencia	Capas ocultas: logsig Capa de salidas: purelin			Capas ocultas: logsig Capa de salidas: purelin		
Algoritmo de entrenamiento	Levenberg-Maquardt RLM			Levenberg-Maquardt RLM		
Error Medio Cuadrático	Entrenamiento %		Prueba %	Entrenamiento %		Prueba %
	0.452			0.460		
Correlación	97.60		97.30	98.40		96.80

Los resultados del análisis son los siguientes:

Excavación

Una capa oculta: La gráfica superior izquierda de la Fig. 4.35 muestra los resultados de variar el número de neuronas en una capa oculta, donde la mejor correlación en predicción la producen las redes con 12 y 15 neuronas. En la gráfica izquierda de la Fig. 4.35-b se muestran las correlaciones por cada punto de la deformada, un promedio de las anteriores y el global. Por lo anterior, la red 9-15-4 mantiene una buena predicción en cada punto de la deformada, por lo que se considera como la red ganadora, en la Fig. 4.35-c se muestra una predicción.

Apuntalamiento

Una capa oculta: La gráfica superior derecha de la Fig. 4.35 muestra los resultados de variar el número de neuronas en una capa oculta. En el gráfico se observa que la mejor correlación en predicción la producen las redes con 12 y 15 neuronas. Aunque cualquiera de estas dos redes puede escoger. La red 9-15-4 se considera como la red ganadora ya que presenta la mejor distribución por punto de la deformada, ver gráfica derecha de la Fig. 4.35-b. En la Fig. 4.35-c se muestra una predicción.

El análisis estadístico de la diferencia entre salidas objetivo y las predicciones de las redes ganadoras, de la población total del conjunto de entrenamiento y de prueba, determinó que la mayor frecuencia de diferencias se encuentra entre ± 2.5 cm, como se muestra en los gráficos de la Fig. 4.34, por lo que las predicciones tendrán una franja de error de ± 2.5 cm, en la mayoría de los casos (87% de frecuencia en excavación y 88% en apuntalamiento).

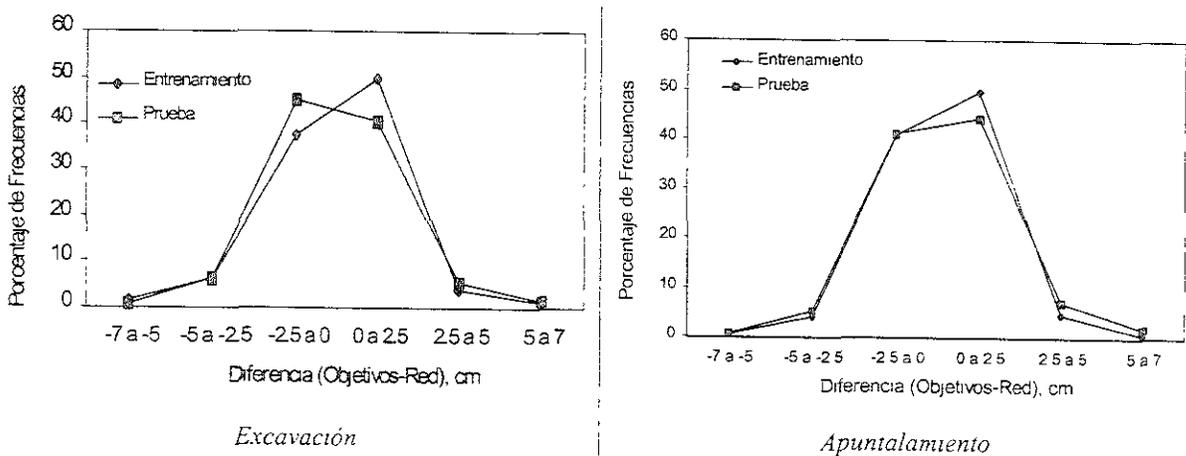
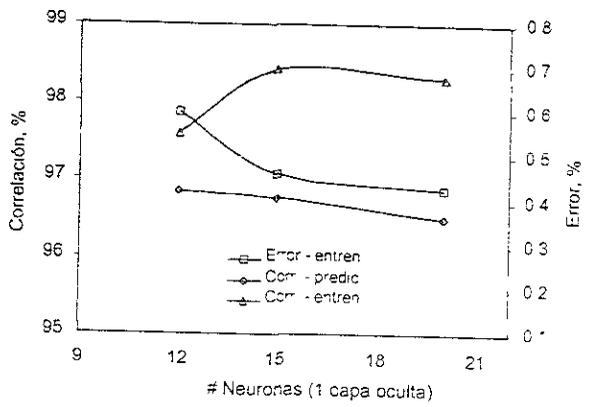
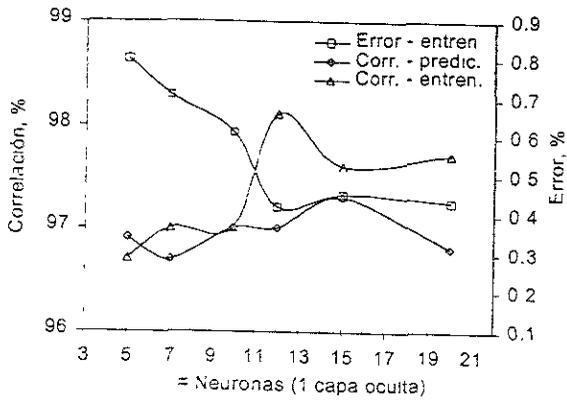
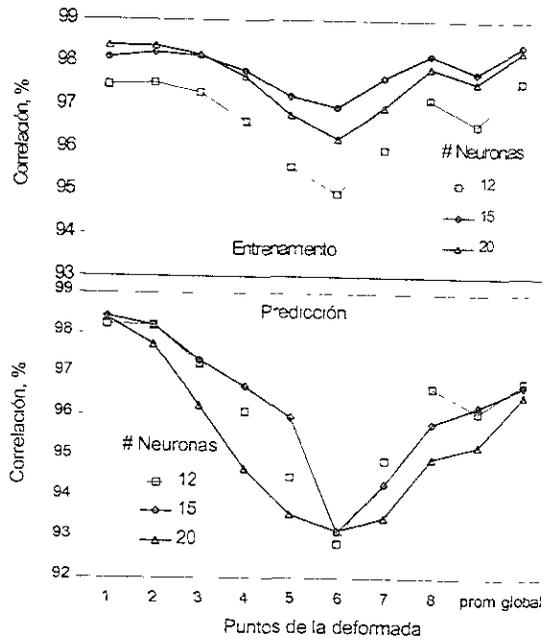
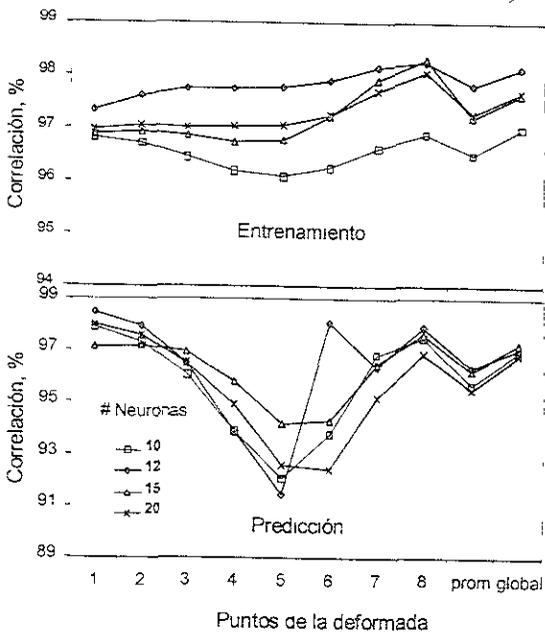


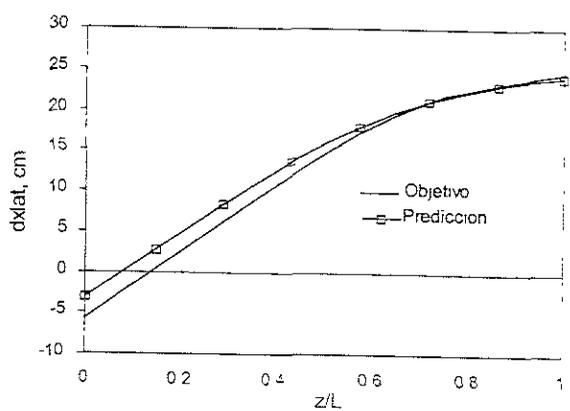
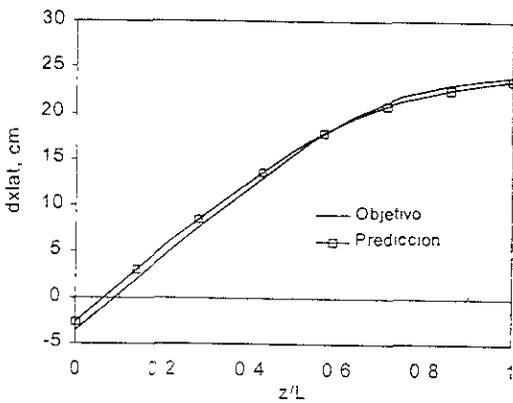
Fig 4 34 Rango de error esperado



a) Arquitectura



b) Correlación por cada punto de la deformada



c) Predicciones

Excavación

Apuntalamiento

Fig 4.35 Selección de la arquitectura neuronal óptima, una capa oculta (Excavación)

4.4.4 Módulo 4: momentos flexionantes

Obviamente, el comportamiento de los momentos flexionantes y de los desplazamientos laterales del muro se interrelacionan, por lo que el proceso de entrenamiento de ambos módulos es similar.

e) Entradas

Las nueve entradas afectan a los momentos flexionantes. Aunque, se descartan los ejemplos generados por sobrecarga.

f) Salidas

En el diseño estructural de muros Milán se considera únicamente la magnitud del momento flexionante máximo. Sin embargo, conocer el diagrama de momentos flexionantes durante el análisis contribuye a disminuir o aumentar la carga en los puntales. El comportamiento de la distribución de momentos está influenciado por la relación empuje-sistema de soporte y, por la presencia de capas rígidas, como lo son la capa superficial desecada y capa dura a poca profundidad, que se traducen como efectos de frontera. Con base en lo anterior, se propone un modelo neuronal que estime únicamente la magnitud del momento flexionante máximo y definir condiciones que producen determinado tipo de diagrama de momentos (los que se definen más adelante) y que pueden ayudar durante el proceso de análisis. Por lo tanto, las salidas de este módulo se definieron como sigue:

- En la gráfica derecha de la Fig. 4.32 se muestran algunos datos estadísticos (máximos, mínimos, promedios y promedios \pm una desviación estándar) de todo el conjunto de diagramas de momentos de los cuales se dispone. En este gráfico se puede observar que los valores máximos (tanto positivos como negativos) se encuentran entre 0.4 y 0.8 de z/L . Sin embargo, el valor absoluto del momento máximo de cada diagrama no indica nada acerca de cómo trabaja el muro, empuje activo o pasivo. Para definir cómo trabaja el muro, se consideró el momento máximo y mínimo del diagrama de momentos flexionantes, definiendo dos entradas, ver la gráfica izquierda de la Fig. 4.32. Los puntos máximos y mínimos presentan el siguiente rango:

		Totales		Datos con $C_p/E_0 < 1$	
		MAX	MIN	MAX	MIN
Excavación (kN-m/m)	max	170.2	2.6	32.5	-1.4
	min	-11.8	-90.8	-6.7	-90.8
Apuntalamiento (kN-m/m)	max	176.0	8.0	75.4	-0.5
	min	-6.4	-68.9	-5.6	-61.7

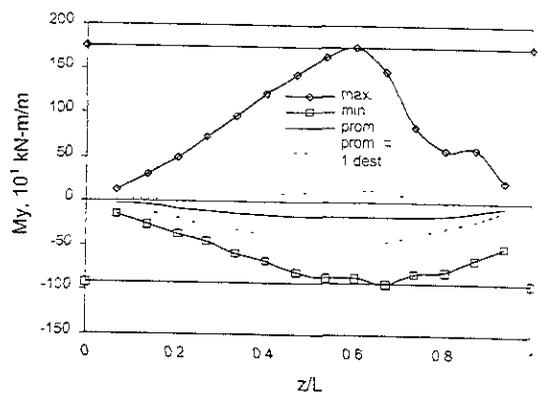
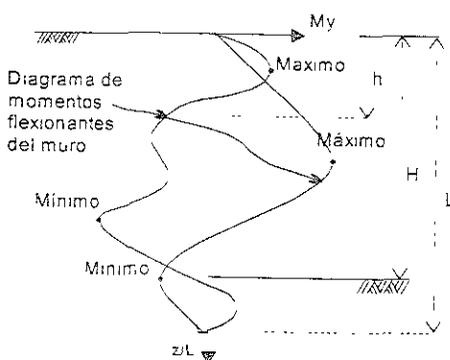
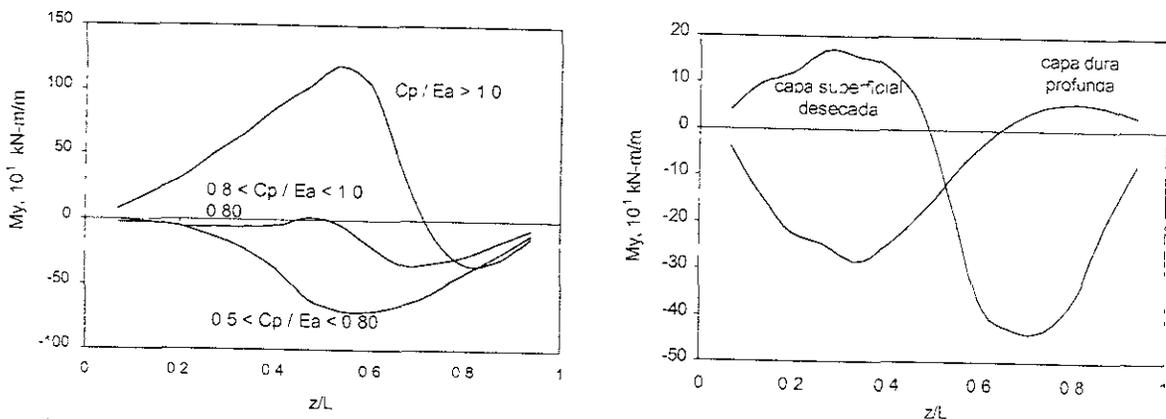


Fig. 4.32 Esquema del diagrama de momentos flexionantes del muro

- los valores de los momentos flexionantes están normalizados con respecto al momento máximo total y mínimo total.

Los diagramas de momentos se dividen en dos tipos dependiendo de la variable que los produce: relación empuje-sistema de soporte y por fronteras rígidas de suelo. los que se presentan por separado en la Fig. 4.33. La influencia de las fronteras rígidas de suelo se muestra en la gráfica derecha de la Fig. 4.33, la mayor rigidez de estas capas con respecto a la rigidez del suelo intermedio, no permite grandes deformaciones debidas al empuje activo del suelo, lo que se traduce en un incremento de momentos positivos. La relación empuje - sistema de soporte, se refiere a la relación C_p/E_0 , a la resistencia y deformabilidad del suelo, a la rigidez del muro (espesor), y a la profundidad de empotramiento; su efecto se mide principalmente por las relaciones S_u/σ_v de la base de la excavación y C_p/E_0 , el efecto de esta variable se muestra en la Fig. 4.33 izquierda.



Influencia la relación empuje - sistema de soporte

Efecto de fronteras

Fig. 4.33 Tipos de diagrama de momentos

g) Funciones de transferencia

La función logsig se utiliza en las capas ocultas. Debido a que las salidas son positivas y negativas la función purelin en la capa de salidas es la más adecuada.

h) Arquitectura

Se considera el algoritmo RLM. El resumen de los resultados es:

Número de ejemplos	Excavación			Apuntalamiento		
	Entrenamiento	Prueba	Total	Entrenamiento	Prueba	Total
	783	99	882	721	89	810
Arquitectura	9 - 7 - 2 (una capa oculta)			9 - 5 - 2 (una capa oculta)		
Funciones de transferencia	Capas ocultas: logsig Capa de salidas: purelin			Capas ocultas: logsig Capa de salidas: purelin		
Algoritmo de entrenamiento	Levenberg-Maquardt RLM			Levenberg-Maquardt RLM		
Error Medio Cuadrático	Entrenamiento %		Prueba %	Entrenamiento %		Prueba %
	0.191			0.372		
Correlación	98.40		98.60	98.40		97.10

4.5 EJEMPLOS DE APLICACIÓN

En esta parte se describe, en primera instancia, el criterio propuesto para calcular la magnitud de la carga en los puntales. Además, de las características principales de aplicación utilizando el modelo neuronal.

4.5.1 Criterio propuesto

El objetivo es proporcionar la separación y carga en los puntales, y el espesor y largo del muro. Con base en el análisis de variables y de los resultados obtenidos durante el entrenamiento de cada uno de los módulos del modelo neuronal propuesto, para el diseño del muro de retención se deben realizar los siguientes pasos:

1. Conocer y estimar las siguientes variables de entrada:

Geometría	a. Profundidad máxima de excavación. H, semiancho. B, y la profundidad de empotramiento de la pata se propone con un 20% H
Resistencia al esfuerzo cortante del suelo	b. Relación S_u/σ_v de la base de la excavación (a la profundidad h) c. Espesor y resistencia de la capa superficial desecada d. Espesor, profundidad, y resistencia de la capa dura profunda
Condiciones iniciales de esfuerzo	a. Magnitud de K_0 , que generalmente se estima en 0.4 b. Profundidad del NAF c. No considerar la magnitud de la sobrecarga superficial

2. Con base al diagrama de empuje horizontal y la relación S_u/σ_v mínima, estimar la relación C_p/E_0 con el siguiente criterio:

Relación S_u/σ_v , mínima de la base de la excavación (a la profundidad h)	Relación C_p/E_0 propuesta
Crítica. 0.15 - 0.25	0.80 - 0.95
Regular 0.25 - 0.50	0.65 - 0.80
Estable > 0.50	0.50 - 0.65

3. Generar los valores adimensionales de las variables utilizadas en el modelo neuronal:

Geometría		Condiciones iniciales de esfuerzo			Rigidez - flexibilidad del sistema de soporte		Resistencia al esfuerzo cortante del suelo	
1	2	3	4	5	6	7	8	9
$\frac{H_p}{B}$	$\frac{h}{4}$	Sc	K_0	$\frac{h - Z_{NAF}}{h}$	$\frac{C_p}{E_a}$	Rz	cp	$\frac{S_u}{\sigma_v}$

4.5.2 Ejemplo 1, hipotético

Este ejemplo es hipotético y sus características se describen durante el procedimiento de solución, además es ajeno a los conjuntos de entrenamiento y prueba que fueron utilizados durante el proceso de diseño del modelo neuronal.

Criterio propuesto

1. Variables básicas (estratigrafía homogénea sin fronteras rígidas):

Variable	Condiciones del problema	Se propone
- Geometría	H = 16.0 m, B = 6.0 m	H _{pf} = 3.2 m (20% de H)
- Resistencia al esfuerzo cortante	S _u (kPa) = C _{sub} - ασ' _v = 30 - 0.15 σ' _v Sin fronteras rígidas	-
- Condiciones iniciales de esfuerzo	K ₀ = 0.4 H _{vAF} = 0.0 m γ = 12.5 (kN/m ³) Perfil homogéneo (no hay capas duras)	h = 3.25, 6.50, 9.75, 13.00, 16.00 m Considerando una distribución uniforme de h _s = 3.25 m y h _s final = 3.0 m
- Rigidez del sistema suelo-soporte	Muro: E _m = 1.5 x 10 ⁴ MPa y ν = 0.2 Suelo: ν _s = 0.495	Muro: e = 0.9 m Suelo: E _s = 100 S _u

2. Calculo de carga en los puntales:

a) Con base en H y en las condiciones iniciales de esfuerzo se calculan S_u/σ_v y la presión horizontal sobre el muro (Ph), definida por la regla del K₀. (Fig. 3 8):

Relación S _u / σ _v					Presión horizontal
h m	σ' _v (kPa)	S _u (kPa)	σ _v (kPa)	S _u / σ _v	Ph (kPa)
3.25	8.13	31.22	40.6	0.77	35.75
6.50	16.25	32.44	81.3	0.40	71.50
9.75	24.38	33.66	121.9	0.28	107.25
13.0	32.50	34.88	162.5	0.21	143.00
16.0	40.00	36.00	200.0	0.18	176.00

Los resultados gráficamente se muestran en la Fig. 4.35.

b) Con base en la relación S_u/σ_v mínima se propone C_p/E₀ = 0.80, y se calcula C_p a partir de Ph y/o E₀:

h m	Ph (kPa)	E ₀ (kN)	C _p (kN)
4.875	53.6	130.7	104.6
8.125	89.4	232.4	185.9
11.375	125.1	348.6	278.9
16	176.0	696.4	557.1

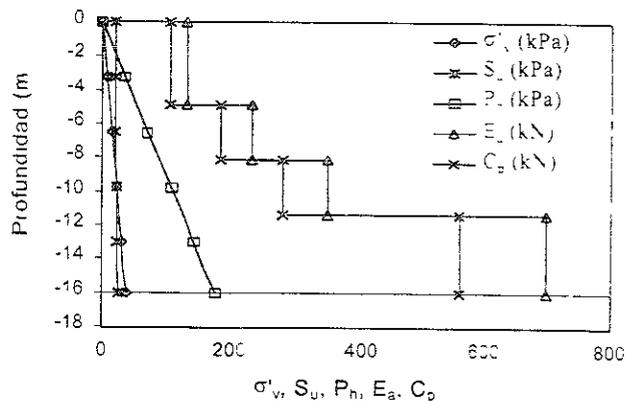


Fig. 4.35 Ejemplo 1, caso hipotético

3. Los valores adimensionales de las variables utilizadas en el modelo neuronal son:

Etapa*	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	$\frac{H_p}{B}$	$\frac{h}{4}$	Sc	K_0	$\frac{h - Z_{NAF}}{h}$	$\frac{C_p}{E_a}$	Rz	cp	$\frac{S_u}{\sigma_v}$
E1	2.66	0.81	0	0.4	1	0.00	0.20	0.30	0.77
A1	2.66	0.81	0	0.4	1	1.80	0.20	0.30	0.77
E2	2.12	1.63	0	0.4	1	0.45	0.42	0.17	0.40
A2	2.12	1.63	0	0.4	1	1.25	0.42	0.17	0.40
E3	1.58	2.44	0	0.4	1	0.56	0.66	0.13	0.28
A3	1.58	2.44	0	0.4	1	1.09	0.66	0.13	0.28
E4	1.03	3.25	0	0.4	1	0.61	0.91	0.12	0.21
A4	1.03	3.25	0	0.4	1	1.21	0.91	0.12	0.21
E5	0.53	4.00	0	0.4	1	0.80	1.15	0.12	0.18

* E = excavación y A = apuntalamiento

4. Los resultados del modelo neuronal (RNA) comparados con los resultados del MEF se muestran en la Fig. 4.36, donde se observan sólo las magnitudes máximas de cada una de las variables de salida para las etapas de excavación (E) y apuntalamiento (A). De acuerdo a esta figura, la comparación resulta adecuada para los valores máximos, aunque también se observó gran similitud en la forma de las deformadas y diagramas de momentos. Las magnitudes máximas-máximas de cada una de las variables de salida (dada la baja relación S_u/σ_v mínima = 0.18 y utilizando una relación $C_p/E_0 = 0.80$) son:

dyasen max, cm	dyexpan max, cm	dxlat max, cm	My max, kN-m/m
13.5	87.0	34.5	715.0

que se pueden reducir utilizando una relación $0.95 < C_p/E_0 > 0.80$, considerando que valores cercanos a 0.95 pueden crear efectos pasivos de gran magnitud.

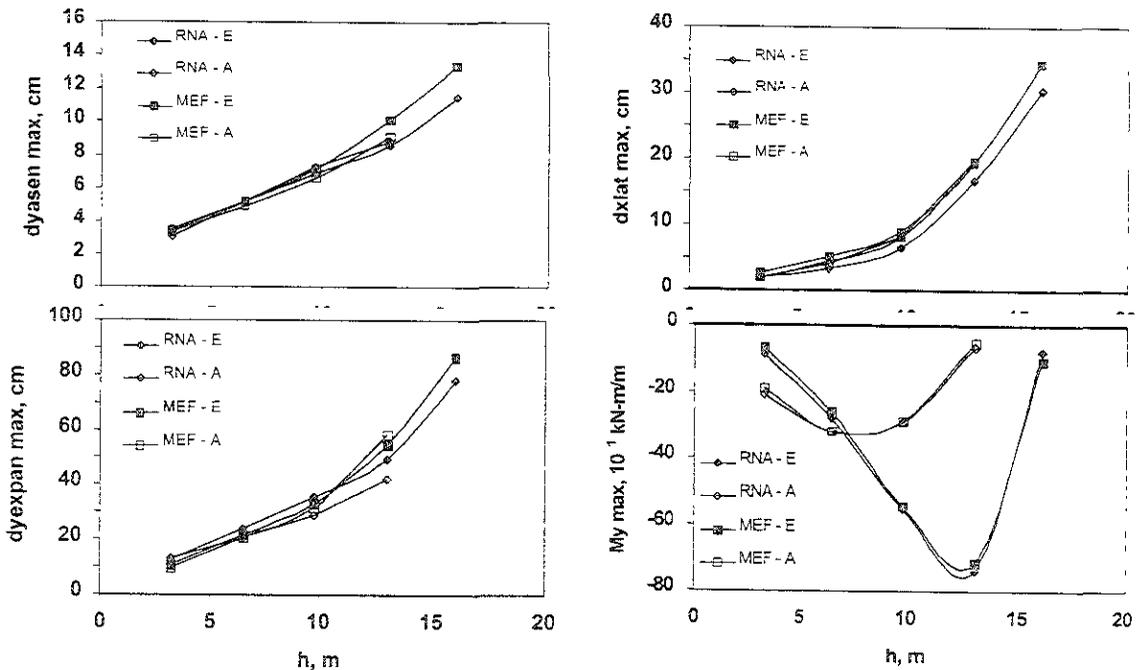


Fig. 4.36 Resultados del ejemplo hipotético

4.5.3 Ejemplo 2, caso historia

Este ejemplo es una excavación utilizando muro Milán analizada por Alberro (1970), la cual se realizó en un terreno formado por una capa superficial de relleno y arena de 4 m, seguida por, un estrato arcilloso de 30 m de espesor. Alberro (1970) considera las características de resistencia y deformabilidad del suelo y de distribución de carga en los puntales, mostradas en la Fig. 4.37.

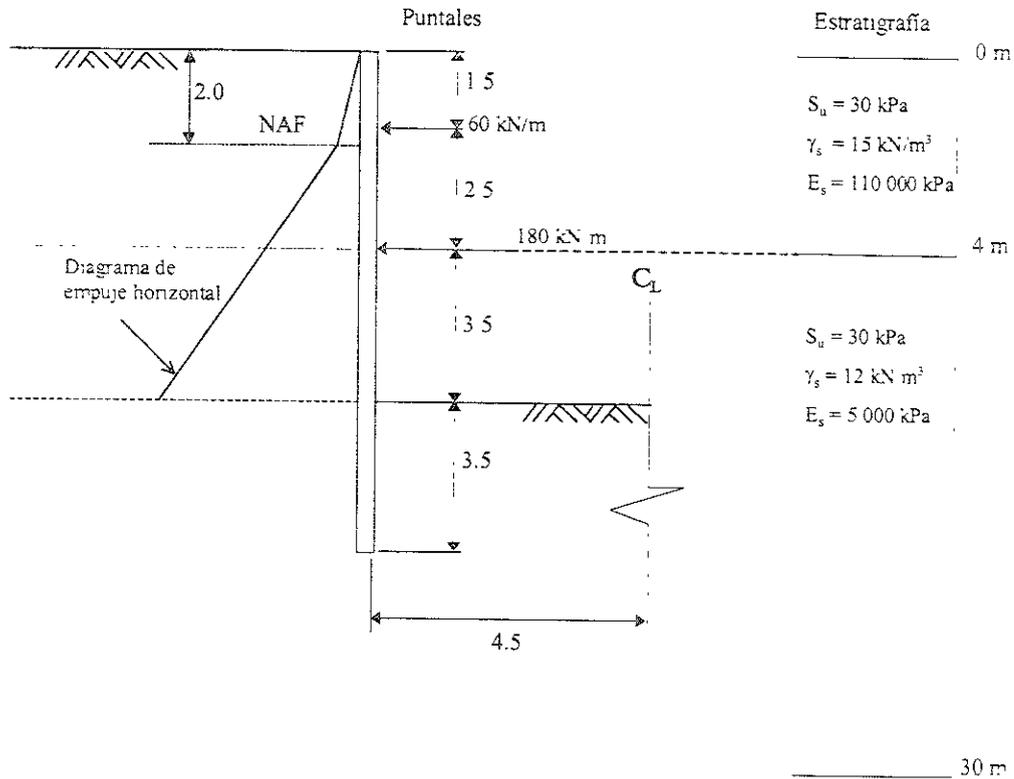


Fig 4 37 Esquema general del sistema suelo-muro, ejemplo 2 (caso historia)

Lo anterior se resume junto con algunos datos adicionales:

Variable	Condiciones del problema
- Geometría	$H = 7.5 \text{ m}$, $B = 4.5 \text{ m}$, $h = 1.5, 4.0, 7.5 \text{ m}$ y $H_{pf} = 3.5 \text{ m}$ (46.7 % de H)
- Resistencia al esfuerzo cortante	Suelo subyacente: $S_u \text{ (kPa)} = C_{sup} + \alpha \sigma'_v = 30 \text{ kPa}$ (contante) y Espesor = 30 m Capa superficial desecada: $S_u = 30 \text{ kPa}$ y $E_{cs} = 4.0 \text{ m}$ No se considera la influencia de una capa dura profunda en el análisis
- Condiciones iniciales de esfuerzo	$K_0 = 0.4$ y $H_{NAF} = 2.0 \text{ m}$
- Rigidez del sistema suelo-soporte	Muro: $E_m = 1.5 \times 10^4 \text{ MPa}$, $\nu = 0.2$ y $e = 0.6 \text{ m}$ Suelo subyacente: $E_s = 167 S_u$ y $\nu_s = 0.45$ Capa superficial desecada: $E_{cs} = 4.0 \text{ m}$, $E_s = 110\,000 \text{ kPa}$ y $\nu_s = 0.30$

De lo anterior, se tienen los siguientes datos para calcular los valores adimensionales que requiere el modelo neuronal desarrollado en este trabajo:

Etapa*	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	$\frac{H_p}{B}$	$\frac{h}{4}$	Sc	K_0	$\frac{h-Z_{NAF}}{h}$	$\frac{C_p}{E_a}$	Rz	cp	$\frac{S_u}{\sigma_v}$
E1	2.11	0.38	0	0.4	0	0	4.95	0.17	1.33
A1	2.11	0.38	0	0.4	0	26.09	0.23	0.17	1.33
E2	1.56	1.00	0	0.4	0.5	1.67	0.6	0.07	0.50
A2	1.56	1.00	0	0.4	0.5	6.67	0.6	0.07	0.50
E3	0.78	1.88	0	0.4	0.73	1.12	1.13	0.04	0.29

* E = excavación y A = apuntalamiento

Las mediciones realizadas con un inclinómetro, colocado junto al muro Milán que limita la excavación de los edificios del centro urbano Presidente Juárez en el tramo de Martínez de la Torre, se presentan en la Fig. 4.38, junto con lo calculado por modelo neuronal y el MEF para la máxima profundidad de excavación (E3). Las mediciones corresponden a los desplazamientos laterales en el suelo detrás del muro cuando se ha terminado de excavar a la máxima profundidad de excavación (17-V-69), ver Alberro (1970). De acuerdo con las mediciones, el máximo desplazamiento lateral del muro ocurre cerca de la máxima profundidad de excavación ($H = 7.5$ m, $z/L = 0.7$) y es hacia la excavación; la magnitud de este desplazamiento es igual a 3.20 cm.

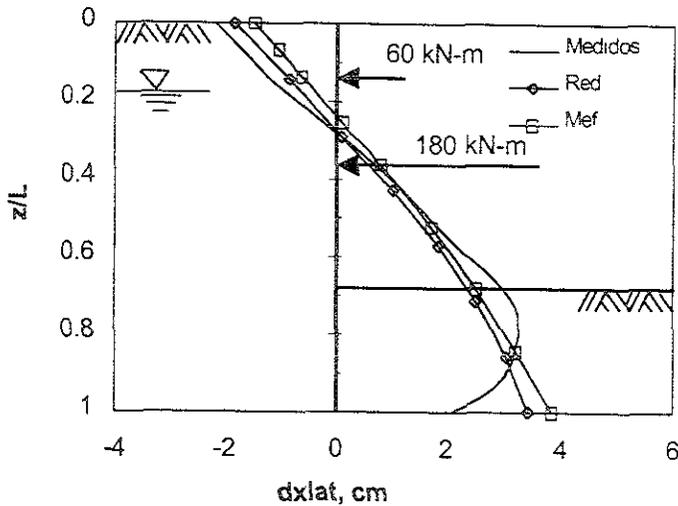


Fig 4.38 Desplazamientos laterales, ejemplo 2 (caso historia).

Cabe aclarar que las mediciones son en el suelo y lo calculado es sobre el muro. Algunas magnitudes de interés práctico, calculadas con el modelo neuronal para diferentes etapas del proceso de excavación, se muestran en la siguiente tabla:

Variable	E1	A1	E2	A2	E3
h (m)	1.5	1.5	4.0	4.0	7.5
dyasen* max (cm)	0.4	0.45	1.3	1.2	2.3
dyexpan max (cm)	1.7	1.8	6.9	6.2	11.5
dxlat max A (cm)*	0.41	0.45	1.86	1.8	3.45
B (cm)*	-0.3	-0.45	-0.67	-1.28	-1.48
My* max activo, (kN-m/m)	54.4	66.3	128.0	75.2	107.2

* Los dxlat max A son hacia la excavación y los dxlat max B son hacia fuera de la excavación. Los dyasen max se producen aproximadamente en 2.6 de H. Todos los momentos fueron activos.

5. CONCLUSIONES

Los aspectos sobresalientes de este trabajo se pueden agrupar en tres categorías: las ventajas y desventajas de aplicar el modelo propuesto de redes neuronales artificiales para evaluar una excavación apuntalada en suelos blandos, los resultados del análisis de la base de datos (por ejemplo, el criterio propuesto) y los aspectos heurísticos de la aplicación de redes neuronales artificiales.

Ventajas y desventajas de aplicar el modelo propuesto de RNA. El modelo propuesto para evaluar una excavación apuntalada en suelos blandos brinda principalmente la facilidad y economía al aplicar el modelo, además permite su actualización con nuevos datos. El modelo se fundamenta en el amplio estudio paramétrico realizado mediante el Método de los Elementos Finitos (MEF), en el cual se toman en cuenta las siguientes variables: la relación carga en los puntales/empuje de tierras, profundidad de excavación, separación entre puntales, rigidez del sistema de retención, perfil de resistencia al corte no drenada, estratigrafía del suelo y condiciones iniciales de esfuerzo; de varios casos. Y por lo mismo, en una aplicación práctica los resultados del modelo neuronal cuando mucho serán tan confiables como los obtenidos con un análisis con el MEF.

Obviamente, el modelo está limitado a la amplitud del estudio paramétrico realizado mediante el MEF, definido por el rango de cada una de las variables de entrada. Se puede concluir que el modelo neuronal depende de los datos con lo que fue alimentado y además, se tiene incertidumbre de grandes extrapolaciones de los resultados.

El modelo requiere como datos de entrada, únicamente, los datos inherentes de la excavación y los datos de la carga en los puntales calculados con base al método preparativo. Los datos de entrada se resumen en una tabla que puede hacerse en Excel o cualquier otro paquete de gráficos y guardarlo con formato de texto delimitado por tabulaciones, el cual es leído por el programa de *Módulos* en la base Matlab. El método preparativo propuesto implica un sistema de retención muy rígido, al menos es lo visto en los resultados obtenidos con el MEF, para no generar cambios de dirección drásticos en los desplazamientos laterales del muro, lo cual se debe tener en cuenta al utilizar el modelo.

Los resultados del análisis de la base de datos permiten prediseñar el proceso de excavación (carga y espaciamiento de los puntales y, espesor y longitud del muro); para después con el modelo neuronal, estimar los perfiles de movimiento del suelo y muro y los momentos máximos del muro. Los resultados del análisis presentado en este trabajo y junto con los resultados reportados por Rodríguez (1998) son en sí mismos muy importantes para el entendimiento del comportamiento de las excavaciones apuntaladas en suelos blandos.

Los aspectos heurísticos de la aplicación de RNA abarcan únicamente los algoritmos mencionados en el cuerpo del trabajo y manifiestan indirectamente el comportamiento de las excavaciones apuntaladas en suelos blandos. Esto último se fundamenta principalmente en el entrenamiento del módulo de momentos flexionantes, donde la gran variedad de curvas tipo no permitió un buen entrenamiento y una predicción del diagrama completo. Por lo que, el diagrama de momentos del muro de retención es un tema abierto a nuevos estudios.

Una de las conclusiones más importantes en el rubro de los aspectos heurísticos es que cuando se está tratando de aproximar varias funciones se debe separar cada tipo de función y aproximarla por separado, por bloques. Esto se observó tanto al separar la base de datos en excavación y apuntalamiento como, en el módulo de momentos flexionantes donde solo fue posible aproximar los valores máximos y mínimos.

La buena aproximación del modelo neuronal para el caso historia visto en el subcapítulo 4.5.3, es una prueba de la capacidad predictiva de las RNA.

Como campo de estudio este tema deja abierto el uso de otro tipo de RNA, tales como Redes Recurrentes, que podrían dar mayor flexibilidad en el manejo de datos de excavación y apuntalamiento en un único módulo.



REFERENCIAS Y BIBLIOGRAFÍA

Excavaciones apuntaladas

- Addenbrooke, T. I., Potts, D. M. and Dabee, B., (2000) Displacement Flexibility Number for Multipropped Retaining Wall Design. J. of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, Aug., pp 718-726.
- Alberro, J., y Auvinet, G., (1984). Construcción de Estaciones del Metro a Gran Profundidad en las Arcillas del Valle de México Memorando No 4, Instituto de Ingeniería, Vol. XL, No. 3.
- Alberro, J., (1969). Contribution to discussion.
Proc. 7th Int. Conf Soil Mechs. And Found. Eng., 3, 349-357.
- Alberro, J., (1970). Mediciones efectuadas en las excavaciones
Ingeniería, Vol XL, Julio - Sep , pp 252 - 272
- Alberro, J., (1987). Lineas características y estabilidad de las excavaciones en las arcillas del valle de México
Memorias del Simposio Internacional de Ingeniería Geotécnica de Suelos Blandos. SMMS, Vol 1. pp 323 - 330
- Archivo interno de ICA Ingeniería. (1992) Especificaciones para el procedimiento constructivo del cruce Línea 8 con Línea 9, tramo Chabacano - La viga de la línea 8 del metro
- Arias, F., (1997). Confiabilidad de Trincheras Estabilizadas con Lodo.
Tesis de Maestría. DEP-FI. UNAM
- Bjerrum, L., and Eide, O., (1956) Stability of Struted Excavations in Clay
Geotechnique, Vol. 6, No 1, pp 32 - 47
- Boscardin, M. D., and Cording, E. J., (1989). Building Response to Excavation - Induced Settlement Journal of Geotechnical Engineering. ASCE. Vol. 115. No 1, January, pp 1 - 21
- Chen, W. F., and Baladi, G. Y., (1985). Soil Plasticity, Theory and Implementation.
Elsevier Amsterdam
- Christian, J. T., and Wong, I. H., (1973). Errors in Simulating Excavation in Elastic Media by Finite Elements.
Soil and foundations. 13(1), pp 1 - 10
- Clough, G. W., and Hansen, L. A., (1981) Clay Anisotropy and Braced Wall Behavior. Journal of Geotechnical Division. ASCE. Vol 107, No GT7, July, pp 893 - 913
- Clough, G. W., and O'Rourke, T. D., (1990) Construction Induced Movements of in Situ Walls. Design and performance of Earth retaining structures. Geotechnical Special Publication, ASCE. No 25. New York, N. Y., pp 439 - 470
- Clough, G. W., Smith, E. M., and Sweeney, B. P., (1989) Movement Control of Excavation Support Systems by Iterative Design. Proceedings. Foundation Engineering Congress. ASCE, Vol 2, pp 869 - 884
- Clough, G. W., and Smichdt, B., (1977). Design and Performance of Excavations and Tunnels in Soft Clay. A State - Of - Art. Proceedings International Symposium on Soft Clay. Bangkok
- Clough, G. W., Weber, P. R., and Lamont, J., (1972). Design and Observation of a Tied-Back Wall. Proc. ASCE, Spec. Conf. on Perf. of Earth and Earth-Supported Struc., ASCE, New York, N. Y., Vol 1, pp 1367-1390.
- Clough, G. W., Hansen, L. A., and Mana, A. I., (1979). Prediction of Supported Excavation Movements under Marginal Stability Conditions in Clay Proceedings of the Third International Conference on Numerical Methods in Geomechanics. Balkema, Rotterdam, Netherlands. Vol IV, pp 1485 - 1502

- Covitur (1987). Manual de Diseño Geotécnico. Vol. 1, Departamento del Distrito Federal, Secretaría General de Obras, Comisión de Vialidad y Transporte Urbano
- Davis, E. H., and Christian, J. T.. (1971). Bearing Capacity of Anisotropy Cohesive Soil. Journal of Soil Mechanics And Foundations Division. ASCE. Vol. 97, No SM5, Proc. Paper 8146, May, pp 753 – 769
- Duncan, J. M., Byrne P., Wong K. S., and Mabry, P., (1980). Strenght, Stress-Strain and Bulk Modulus Parameters for Finite Element Analysis of Stresses and Movements in Soil Masses. Department of Civil Engineering, University of California, Berkeley, Geotechnical Engineering Research Report No. VCB/GT/80-01
- Finno, R. J., and Harahap, I. S . (1991). Finite Element Analysis of HDR-4 Excavations Journal of Geotechnical Engineering, ASCE. 117(10). pp 1590 – 1609.
- Finno, R. J., Harahap, I. S., and Sabatini, P. J., (1991). Analysis of Braced Excavations with Coupled Finite Element Formulations. Comp. and Geotechnics, Vol. 2, 1487-1490.
- Goh, A. T. C., Wong, K. S., and Broms, B. B., (1995). Estimation of Lateral Wall Movements in Braced Excavations Using Neural Networks. Canadian Geotechnical Journal, 32(6), pp 1059 – 1064.
- Hashash, Y. M. A., and Whittle, A. J. (1992). Analysis of Braced Diaphragm Walls in Deep Deposits of Clay. Res. Rep. R92-19 Dept. of Civ Engrg., Massachusetts Inst. of Technol. (MIT), Cambridge, Mass.
- Hashash, Y. M. A., and Whittle, A. J., (1996) Ground Movement Prediction for Deep Excavations in Soft Clay. Journal of Geotechnical Engineering, ASCE, Vol. 97, No 6, June. pp 474 – 486
- Li, X., y Romo, M. P. (1992). TEST 92 Un Programa de Elementos Finitos para Simular Procesos Constructivos en Suelos Elasto - Plásticos. Informe Interno Instituto de Ingeniería, UNAM
- Mana, A. I., and Clough, G. W., (1981) Prediction of Movements for Braced Cuts in Clay. Journal of Geotechnical Division, ASCE, Vol 107, No GT6, June, pp 759 – 778
- Marsal, R. J., y Mazari, M. (1960) El Subsuelo de la Ciudad de México. Universidad Nacional Autónoma de México
- Mitchell, J., (1993). Fundamentals of Soil Behavior 2a Ed. John Wiley & Sons, Inc. EUA, pp 214-217 y 334-345.
- Monterroso B., (1995). Análisis tridimensional de excavaciones profundas. Tesis de Licenciatura, UNAM
- Morgenstern N. R., and Eisenstein Z., (1970). Methods of Estimating Lateral Loads a Deformations ASCE Specialty Conference on Lateral Stresses in the Ground and the Design of Earth-Retaining Structures, Cornell University Ithaca, N.Y.
- O'Rourke, T. D., (1981) Ground Movement Caused by Braced Excavations. Journal of Geotechnical Division, ASCE, Vol. 107, No GT9, September. pp 1160 – 1178
- Ovando E., López O., y Trigo M., (2000) Estimaciones del coeficiente K_0 en la arcilla de la ciudad de México. XX Reunión Nacional de Mecánica de Suelos, Oaxaca, Oax., México, Vol. 2, pp 63-70
- Peck, R. B., (1969). Deep Excavations and Tunneling in Soft Ground. Proceedings of the 7th International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, State-of-Art, México D. F., pp 225 – 290
- Piaskowski, A., y Kowalewski, Z. (1963). Applications of thixotropic clay suspensions for stability of vertical sides of deep trenches without strutting. Norwegian Geotechnical Institute, Pub. No. 111, pp. 1-8
- Reséndiz, D., y Zonana, J. (1969). La Estabilidad a Corto Plazo de Excavaciones a Cielo Abierto en la Arcilla de la Ciudad de México. Volumen Nabor Carrillo, Proyecto Texcoco, México D. F., pp 203 – 227
- Rodríguez, S. R., (1995) Análisis de los Movimientos en el Terreno por Excavaciones Profundas en la Ciudad de México. Tesis Profesional, Facultad de Ingeniería, UNAM

- Rodríguez, R., (1998). Evaluación numérica de las deformaciones inducidas por excavaciones profundas en arcillas blandas. Tesis de Maestría. DEP-FI. UNAM
- Romo, M. P., Rangel, J. L., Flores, O., y García, S. R., (1998). Aplicación de Redes Neuronales Artificiales a la Geotecnia. XIX Reunión Nacional de Mecánica de Suelos, Puebla, Pue., México, pp 418 - 427
- Romo, M. P., Rodríguez, S. R., y Magaña, R., (1995). Procedimientos para Evaluar los Movimientos del Terreno Causados por Excavaciones Apuntaladas en Arcillas Blandas. Informe Interno Instituto de Ingeniería. UNAM
- Romo, M. P., Ruelas, R., Magaña, R., y Sánchez, A., (1992). Comportamiento de las Excavaciones el cruce de las líneas 8 y 9 del Metro. XVI Reunión Nacional de Mecánica de Suelos, Casos Historia en Mecánica de Suelos. Zacatecas. Zac. México, Vol. 1. pp 39 - 46
- Romo, M. P., (1999). Earthquake Geotechnical Engineering and Artificial Neural Networks. 4th Arthur Casagrande Lecture. Sociedad Mexicana de Mecánica de Suelos. SMMS, Cuaderno Técnico No 1. Febrero.
- Rowe, P., (1952) Anchored Sheet Pile Walls
Proc., Instn Civ Engrs., London, 1, pp 27 - 70
- Soletanche, Soletanche 5 190 Muros Colados.
Revista Soletanche
- Soletanche. Soletanche 5 194 Muros prefabricados Panosol
Revista Soletanche
- Terzaghi, K., (1943) Theoretical Soil Mechanics.
John Wiley and Sons, Inc., New York
- TGC Geotecnia. (1985). Construcción de muros Milán para el Metro de la Ciudad de México
- Whittle, A. J., Hashash, Y. M. A., and Whitman, R. V., (1993). Analysis of a Deep Excavation in Boston. Journal of Geotechnical Engineering. ASCE, 119(1), pp 69 -90.
- Whittle, A. J., and Kavvas, M. J., (1994) Formulation of the MIT-E3 Constitutive Model for Overconsolidated Clays. Journal of Geotechnical Engineering. ASCE, 120(1), pp 173 - 198.
- Whittle, A. J., DeGroot, D. J., Ladd, C. C., and Seah, T. H., (1994). Model Prediction of the Anisotropic Behavior of Boston Blue Clay. Journal of Geotechnical Engineering, ASCE, 120(1), pp 199 - 224.
- Wong, K. S. and Broms, B. B., (1989) Lateral Wall Deflections of Braced Excavations in Clay. Journal of Geotechnical Engineering. ASCE, 115(6), pp 853 - 870

Redes neuronales artificiales

- Anderson, J. A., (1972) A Simple Neural Network Generating an Interactive Memory. Mathematical Biosciences, Vol 14, pp 197 - 220
- Barnard, E., (1992). Optimization for Training Neural Nets. IEEE, Transactions on Neural Network, Vol 3, No 2, pp 232 - 240
- Battiti, R., (1992). First and Second Order Methods for Learning: Between Steepest Descent and Newton's Method. Neural Computation, Vol 4, No 2, pp 141 - 166
- Brogan, W. L., (1991). Modern Control Theory, 3^{er} Ed.,
Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall
- Charalambous, C., (1992) Conjugate Gradient Algorithm for Efficient Training of Artificial Neural Networks
IEEE, Proceedings, Vol 139, No 3, pp 301 - 310

- Fahlman, S. E., (1989). Fast Learning Variations on Back – Propagation: An Empirical Study. In Proceedings of the 1988 Connectionist Models Summer School, D. Touretzky, G. Hinton and T. Sejnowski, eds., San Mateo, CA: Morgan Kaufmann, pp 38 – 51
- Freeman, J., and Skapura D. (1991) Neural Networks: algorithms, applications and programming techniques Reading, MA. Addison-Wesley, 1991
- Gill, P. E., Murray, W., and Wright, M. H. (1981). Practical Optimization. New York: Academic Press. Caps 8, 9
- Grossberg, S., (1976). Adaptive Pattern Classification and Universal Recording: I. Parallel Development and coding of Neural Feature detectors Biological Cybernetics, Vol. 23, pp 121 – 134
- Hagan, M., Demuth, H., and Beale, M., (1996) Neural Network Design. Eds. PWS Compañía. Boston, Caps 1, 2, 4, 8, 9, 11, 12
- Hagan, M., and Menhaj, M. (1994) Training Feedforward Networks with the Marquardt Algorithm IEEE. Transactions on Neural Network. Vol. 5, No 6, pp 989 – 993. Cap 12
- Hopfield, J. J., (1982). Neural Networks and Physical Systems with Emergent Collective Computational Properties. Proceedings of the National Academy of Sciences, Vol. 79, pp 2554–2558, Caps 1 y 18
- Hornik, K. M., Stinchcombe, M., and White, H., (1989). Multilayer Feedforward Networks are Universal Approximators Neural Networks, Vol. 2, No 5, pp 359 – 366, Cap 11
- Jacobs, R. A., (1988) Increased Rates of Convergence Through Learning Rate Adaptation. Neural Networks, Vol. 1, No 4, pp 295 – 308. Cap 12
- Kohonen, T., (1972). Correlation Matrix Memories. IEEE, Transactions on Computers, Vol. 21, pp 353 – 359, Caps 1, 13 y 18
- Le Cun, Y., (1985). Une Procedure D'apprentissage Pour Reseau A Seul Assymetrique Cognitive. Vol. 85, pp 599 – 604, Cap 11
- Matlab, (1998). The Language of Technical computing The Math Works Inc. Versión 5 2 0 3084
- McCulloch, W., and Pitts, W. (1943) A Logical Calculus of the Ideas Immanent in Nervous Activity. Bulletin of Mathematical Biophysics, Vol. 5, pp 115 – 133, Caps 1, 4 y 18
- Minsky, M., and Papert, S. (1969) Perceptions. Cambridge, MA: MIT Press, Caps 1 y 4
- Nguyen, D., and Widrow, B. (1990) Improving the Learning Speed of 2-Layer Neural Networks by Choosing Initial Values of the Adaptive Weights Proceedings of the IJCNN, Vol. 3, pp 21 – 26, July, Cap 12
- Parker, D. B., (1985). Learning – Logic Casting the Cortex of the Human Brain in Silicon. Technical Report TR-47, Center for Computational Research in Economics and Management Science, MIT, Cambridge, MA, Cap 11
- Riedmiller, M., and Braun, H. (1993) A Direct Adaptive Method for Faster Back propagation Learning: RPROP Algorithm. Proceedings of the IEEE International Conference on Neural Networks, San Francisco: IEEE, Cap 19
- Rigler, A. K., Irvine, J. M., and Vogl, T. P., (1990). Rescaling of Variables Back propagation Learning Neural Networks, Vol. 3, No 5, pp 561 - 573, Cap 12
- Rosenblatt, F., (1958). The Perceptron: A Probabilistic Model for Information Storage and Organization in the Brain. Psychological Review, Vol. 65, pp 386 - 408, Caps 1, 4
- Rumelhart, D. E., Hinton, G. E., and Williams, R. J., (1986). Learning representation by Back propagation Errors Nature, Vol. 323, pp 533 - 536, Cap 11
- Rumelhart, D. E., and McClelland, J. L., Eds., (1986). Parallel Distributed Processing: Explorations in the Microstructure of Cognition Vol. 1. Cambridge, MA:MIT Press, Caps 1, 11, 14, 19

- Sarle, W. S., (1995). Stopped Training and Others Remedies for Overfitting. Proceedings of the 27th Symposium on the Interface. Cap 19
- Scales, L. E., (1985). Introduction to Non-Linear Optimization. New York: Springer-Verlag, Caps 8, 9, 12
- Shanno, D. F., (1990). Recent Advance in Numerical Techniques for Large-Scale Optimization In Neural Networks for Control. Miller, Sutton and Werbos, Eds., Cambridge, MA:MIT Press, Cap 12
- Shepherd, A. J., (1997). Second-Order Methods for Neural Networks. Fast and Reliable Training Methods for Multi-Layer Perceptrons (Perspectives in Neural Computing). Eds. Springer, London. UK.
- Specht, D. F., (1991) A General Regression Neural Network. IEEE Transactions on Neural Networks, Vol. 2, No 6, pp 568 – 576. Cap 19
- Toilenaere, T. (1990) SuperSAB: Fast Adaptive Back Propagation with Good Scaling Properties. Neural Networks, Vol. 3, No 5, pp 561 – 573. Cap 12
- Vogl, T. P., Mangis, J. K., Zigler, A. K., Zink, W. T., and Alkon, D. L., (1988). Accelerating the Convergence of the Back Propagation Method. Biological Cybernetics, Vol. 59, pp 256 – 264, Sept., Cap 12
- Werbos, P. J. (1974) Beyond regression. New Tools for Prediction and Analysis in the Behavioral Science. Ph. D. Thesis, Harvard University. Cambridge, MA. 1974. Tambien publicado como: The Roots of Back Propagation. New York: John Wiley & Sons, 1994. Cap 11
- Widrow, B., and Hoff, M. E. (1960) Adaptive Switching Circuits. IRE WESCON Convention Record, New York: IRE Part 4, pp 96 – 104. Caps 1, 10