

71



**UNIVERSIDAD NACIONAL
AUTONOMA DE MEXICO**

DIVISION DE INGENIERIA CIVIL,
TOPOGRAFICA Y GEODESICA
FACULTAD DE INGENIERIA

**CALCULO DE FLUJO PERMANENTE EN
CAUCES NATURALES**

T E S I S

COMO REQUISITO PARA OBTENER EL GRADO DE
INGENIERO CIVIL

P R E S E N T A

UCIEL ISLAS MARTINEZ



DIRECTOR DE TESIS:

DR. OSCAR A. FUENTES MARILES

291446

MEXICO, D. F.

ABRIL DE 2001



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.



UNIVERSIDAD NACIONAL
AUTÓNOMA DE
MÉXICO

FACULTAD DE INGENIERIA
DIRECCION
FING/DCTG/SEAC/UTIT/039/00

Señor
UCIEL ISLAS MARTINEZ
Presente

En atención a su solicitud me es grato hacer de su conocimiento el tema que propuso el profesor DR. OSCAR A. FUENTES MARILES, que aprobó esta Dirección, para que lo desarrolle usted como tesis de su examen profesional de INGENIERO CIVIL.

"CALCULO DE FLUJO PERMANENTE EN CAUCES NATURALES"

- INTRODUCCION
- I. ECUACIONES DE MOVIMIENTO
- II. METODOS DE CALCULO PARA UN CAUCE NATURAL
- III. METODO DE CALCULO PARA UN SISTEMA DE CAUCES NATURALES
- IV. EJEMPLOS DE APLICACION
- V. METODOS DEL INSTITUTO DE INGENIERIA, UNAM
- VI. CONCLUSIONES

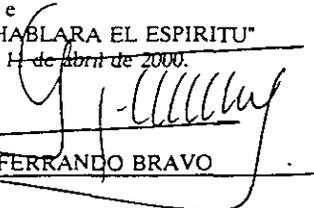
Ruego a usted cumplir con la disposición de la Dirección General de la Administración Escolar en el sentido de que se imprima en lugar visible de cada ejemplar de la tesis el Título de ésta.

Asimismo le recuerdo que la Ley de Profesiones estipula que deberá prestar servicio social durante un tiempo mínimo de seis meses como requisito para sustentar Examen Profesional.

Atentamente
"POR MI RAZA HABLARA EL ESPIRITU"

Cd. Universitaria a 14 de Abril de 2000.

EL DIRECTOR


M.C. GERARDO FERRANDO BRAVO

GFB/GMP/mstg.

CÁLCULO DE FLUJO PERMANENTE EN CAUCES NATURALES

1. Introducción	01
2. Ecuaciones de movimiento	05
2.1. Ecuación de continuidad	06
2.1.1. Principio de conservación de la materia	06
2.1.2. Ecuación diferencial de continuidad	07
2.2. Ecuación de la energía	09
2.2.1. Ecuaciones del movimiento	09
2.2.2. Ecuación del movimiento sobre una línea de corriente	13
2.2.3. Ecuación de la energía para una vena líquida	15
2.3. Ecuación de la cantidad de movimiento	17
3. Métodos de cálculo para un cauce natural	21
3.1. Ecuación dinámica	21
3.2. Métodos de integración de la ecuación dinámica	23
3.2.1. Método de integración gráfica	23
3.2.2. Método de integración directa	24
3.3. Método de incrementos finitos en canales prismáticos	27
3.3.1. Método para el cálculo de la longitud del tramo	27
3.3.2. Método gráfico	29
3.4. Método de incrementos finitos en canales naturales	32
3.4.1. Ríos de sección sencilla	32
3.4.2. Ríos de sección compuesta	36
3.5. Método de paso ó etapas	40
3.6. Método standard por etapas	42
4. Métodos de cálculo para un sistema de cauces naturales	44
4.1. Método standard por pasos para canales naturales	44
4.2. Método nivel-caída-descarga para canales naturales	46
4.3. Método Ezra para canales naturales	48
5. Ejemplos de aplicación	52
5.1. Métodos de integración de la ecuación dinámica	52
5.1.1. Método de integración gráfica	52
5.1.2. Método de integración directa	57
5.2. Método de incrementos finitos en canales prismáticos	62
5.2.1. Método para el cálculo para la longitud del tramo	62
5.2.2. Método gráfico	65
5.3. Método de incrementos finitos en canales naturales	69
5.3.1. Ríos de sección sencilla	69
5.3.2. Ríos de sección compuesta	72
5.4. Método de paso ó etapas	79

5.5	Método standard por etapas	82
5.6	Métodos de cálculo para un sistema de cauces naturales	85
5.6.1	Método <i>standard por pasos para canales naturales</i>	85
5.6.2	Método nivel-caída-descarga para canales naturales	91
5.6.3	Método Ezra para canales naturales	93
6.	Método del Instituto de Ingeniería, UNAM	97
6.1	Ejemplo de aplicación	108
	Conclusiones	111
	Anexos	115
	Bibliografía	

INTRODUCCIÓN

En los cauces de los ríos el flujo de un fluido se caracteriza por la exposición de una superficie libre a la presión atmosférica.

Los problemas relacionados con el flujo en cauces naturales o artificiales (canales) representan una alta proporción del trabajo del ingeniero hidráulico y su aparente simplicidad resultante de la superficie libre es irreal debido al incremento en la *complicación de los estudios en comparación con el movimiento de un líquido en un conducto a presión*. El agua que fluye en un canal se ve afectada por las mismas fuerzas que intervienen en el flujo dentro de un tubo, y la adición de dos fuerzas, las fuerzas de gravedad y de tensión superficial las cuales son consecuencia directa de la superficie libre. Aunque la superficie libre del agua se debe considerar como un intercambio entre dos fluidos, el superior un gas usualmente estático (o en movimiento) y el inferior un líquido en movimiento.

Las fuerzas de gravedad así como la tensión superficial resisten las fuerzas que tratan de distorsionar a la superficie libre, la cual siempre constituirá una frontera sobre la cual el ingeniero tiene un control parcial.

De acuerdo con su origen, un canal puede ser natural o artificial. Un canal natural es un curso de agua que está sobre la tierra, los cuales pueden ir desde arroyos, así como ríos pequeños o grandes, hasta estuarios de mareas. Las corrientes subterráneas que llevan agua con superficie libre se consideran también canales abiertos. Las propiedades hidráulicas de los canales naturales son generalmente irregulares, en algunos casos se pueden hacer hipótesis empíricas razonablemente consistentes con las observaciones actuales y la experiencia se puede hacer de tal forma que las condiciones de flujo en estos canales sean adecuadas al tratamiento analítico de la hidráulica teórica.

Dentro de los canales artificiales se incluirán a todos aquellos construidos o desarrollados por el hombre, y en este contexto se ubican a los canales de navegación, canales de fuerza, de riego, obras de excedencia, etc. La aplicación de las teorías hidráulicas a canales artificiales lleva a resultados aproximados a las condiciones actuales y por lo tanto seguros para propósitos de diseño práctico.

Si el canal se construye con una sección transversal y pendiente de plantilla constante, se denomina canal prismático. De no satisfacerse estas condiciones, el canal es no prismático, como es el caso de los canales naturales.

Las secciones de los canales naturales son en general muy irregulares, variando normalmente de una parábola a un trapecoide aproximadamente. Para cursos de agua sujetos a frecuentes crecidas, el canal puede consistir de una sección principal del canal llevando caudales normales y una o más secciones laterales del canal para acomodar las crecidas.

En los canales naturales (y en algunos casos los artificiales), se tiene una dificultad cuando el escurrimiento se relaciona con el transporte de sedimentos; es decir, cuando el río, en su recorrido lleva consigo cuerpos sólidos más o menos grandes (arena, grava y hasta piedras) los cuales modifican constantemente la forma de las fronteras sólidas que impiden una definición todavía más exacta en la rugosidad de la pared del canal.

- **Geometría de las secciones.**

La sección de un canal natural es generalmente de forma muy irregular y tiene variaciones constantes de un lugar a otro. Los canales artificiales usualmente se diseñan con formas geométricas regulares siendo las más comunes en el diseño la trapecoidal, la rectangular, la triangular y la circular. La parabólica se usa como una aproximación de secciones en canales naturales

Los elementos geométricos más importantes de una sección son los siguientes

Tirante Se puede interpretar de dos maneras distintas de acuerdo con el tipo de sección que se considera. Para la sección normal de un canal, es el tirante normal a la dirección del flujo o sea la altura de la sección. Para la sección vertical, el tirante "y" es la distancia vertical del punto mas bajo de la sección hasta la superficie libre.

El perímetro mojado P es el perímetro de la sección (normal o vertical) en contacto con una frontera rígida, esto es, no incluye la superficie libre del agua.

El radio hidráulico R_h de una sección (normal o vertical) es la relación del área hidráulica al perímetro mojado.

- Clasificación de los flujos.

Existen diferentes criterios para clasificar un flujo. Éste puede ser permanente o no permanente; uniforme o no uniforme; tridimensional, bidimensional o unidimensional; laminar o turbulento; incompresible o compresible; rotacional o irrotacional, etcétera. Aunque no los únicos, si son los flujos más importantes que clasifica la ingeniería.

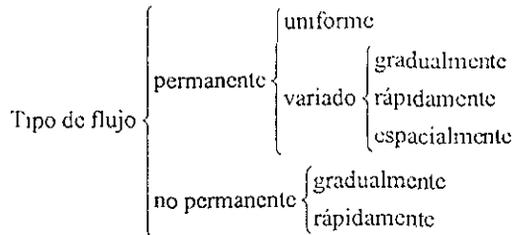
Por lo general, las propiedades de un fluido y sus características mecánicas del mismo serán diferentes de un punto a otro dentro de su campo; además, si las características en un punto determinado varían de un instante a otro, el flujo será no permanente. Para el contrario, un flujo será permanente cuando las características en un punto permanecen constantes para cualquier instante; o bien, si las variaciones en el tiempo son muy pequeñas con respecto a sus valores medios.

Un flujo dado podrá ser permanente o no, de acuerdo con el observador. Por ejemplo, el flujo alrededor de la porción aguas arriba de una pila de puente será "no permanente" para un observador colocado sobre la pila, pero "permanente" para un observador que flote sobre el agua. El caso más común de flujo permanente es aquel de un canal en que el gasto es constante en cualquier sección transversal del mismo; otros casos de flujo permanente ocurren cuando existen aportes o salidas de agua (que no varían con el tiempo) a lo largo de todo el cauce o en tramos del mismo; por ejemplo, los vertedores de canal lateral, las cunetas y bordillos en carreteras y los sistemas de drenaje en zonas de riego. El caso más común de flujo no permanente se presenta en los cauces donde transita una avenida.

El flujo permanente es más simple de analizar que el no permanente. Sin embargo, en la práctica el flujo permanente es la excepción más que la regla; no

obstante, muchos problemas se pueden estudiar suponiendo que el flujo es permanente, aun cuando existan pequeñas fluctuaciones de velocidad o de otras características con el tiempo, siempre que el valor medio de cualquier característica permanezca constante sobre un intervalo razonable.

La clasificación del tipo de flujo puede quedar representada como sigue.



Dentro del flujo permanente se ubica al flujo gradualmente variado cuyo tirante varía poco a poco en la dirección del canal, de tal manera que las líneas de corriente son rectas y prácticamente paralelas, y por lo mismo, la presión hidrostática prevalece en cada sección. Debido a que el flujo gradualmente variado involucra cambios pequeños de tirante, dicho flujo se refiere a longitudes grandes del canal.

Para el cálculo de flujo permanente en cauce naturales, existen varios métodos, algunos son para un cauce, mientras que otros son para un familia de cauces, por lo que los métodos pueden quedar clasificados de acuerdo a lo anterior:

- Métodos de integración de la ecuación dinámica
- Métodos de incrementos finitos para cauces prismáticos
- Método de incrementos finitos en cauces naturales
- Método de paso o etapas
- Método estándar por etapas

Todos estos métodos de cálculo tienen como objetivo la determinación del tirante y la velocidad. Ellos están basados en la ecuación dinámica del flujo la cual queda representada en el capítulo I referente a las ecuaciones de movimiento, así mismo entre estos métodos existen algunas similitudes entre ellos.

CAPITULO 2.

Ecuaciones de movimiento

En la mecánica de fluidos se considera la capacidad de un flujo para transportar materia y el mecanismo por el que cambia sus propiedades de un lugar a otro

Se establece como axioma que en los fluidos se satisfagan los principios básicos de la mecánica del medio continuo:

- Conservación de la materia (principio de continuidad)
- Segunda ley de Newton (impulso y cantidad de movimiento)
- Conservación de la energía (primera ley de la termodinámica)
- Segunda ley de la termodinámica

En el principio de la conservación de la materia o del transporte de masa permite derivar la primera ecuación fundamental o *de continuidad*, la cual admite diferentes simplificaciones de acuerdo con el tipo de flujo de que se trate o bien de la hipótesis que se desee considerar.

La segunda ley de Newton establece su relación fundamental entre las fuerzas que actúan sobre una partícula y la variación en el tiempo de la cantidad de movimiento. De acuerdo con la forma en que se aplique, puede conducir a dos ecuaciones: la primera

(componente escalar según el flujo) llamada *ecuación de la energía*, la cual permite calcular las diferentes transformaciones de la energía mecánica dentro del flujo y las cantidades disipadas en energía calorífica, que en el caso de los líquidos, no se aprovecha. La segunda ecuación, que es de tipo vectorial llamada *de impulso y cantidad de movimiento*, permite la determinación de algunas de las fuerzas que producen el flujo si se conoce el cambio en la cantidad de movimiento y las restantes fuerzas

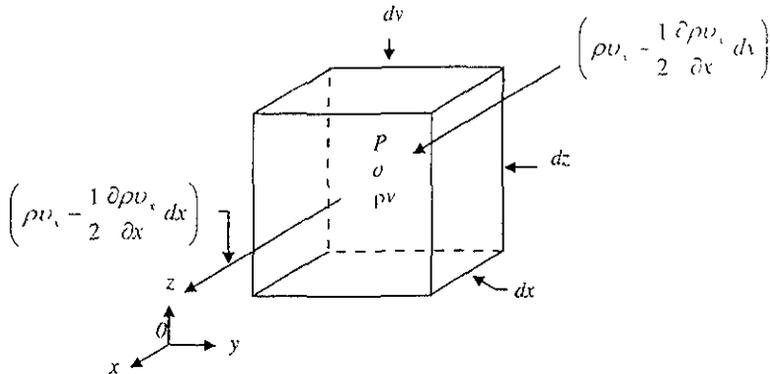


Fig. 2.1 Derivación de la ecuación diferencial de continuidad

La integración aproximada de las ecuaciones diferenciales del movimiento dentro de una vena líquida, simplifica la solución y equivale a utilizar volúmenes finitos de control. El procedimiento consiste en suponer que el movimiento de un líquido (en cualquier conducción) se estudie como si fuera una vena líquida limitada, tanto en el caso de conducciones forzadas o a presión (tuberías) por las paredes rígidas de frontera, como en el caso de conducciones abiertas (canales) cuyas fronteras rígidas son las paredes y plantilla del canal y por la superficie libre del líquido en contacto con la atmósfera.

2.1 Ecuación de continuidad.

2.1.1 Principio de conservación de la materia.

De acuerdo con éste principio, la masa de un fluido que en la unidad de tiempo entra a un volumen especificado dentro del flujo, y del cual una parte se queda almacenada en su interior mientras que el resto sale del volumen. Si el volumen que se estudia es de forma y magnitud constante (volumen de control), el almacenamiento no puede ser indefinido.

Matemáticamente es preferible tratar con la cantidad neta de masa que sale y entra, sumadas algebraicamente; así el principio de la conservación de la materia, aplicado a un volumen de control fijo completamente arbitrario dentro del flujo se puede expresar de la forma siguiente:

$$\left[\begin{array}{l} \text{Cantidad neta de masa} \\ \text{que atraviesa la superficie} \\ \text{de frontera del volumen,} \\ \text{en la unidad de tiempo} \end{array} \right] + \left[\begin{array}{l} \text{Rapidez de variación} \\ \text{de la masa contenida} \\ \text{en el volumen} \end{array} \right] = 0$$

Este principio se aplica lo mismo a un volumen de control de tamaño diferencial que a uno finito, de lo cual se deriva la llamada ecuación de continuidad.

2.1.2 Ecuación diferencial de continuidad.

Si bien la forma diferencial de esta ecuación no tiene mucha aplicación en los problemas de flujo unidimensional en hidráulica de ella se deducen otras aplicaciones, aquí se presenta su derivación para ser utilizada en los problemas de flujo con potencial. Para obtenerla se aplica el principio de conservación de la materia al volumen de control diferencial mostrado en la figura 2.1 (de lados dx , dy , dz)

En el centro de masa P del volumen considerado corresponden los valores ρ y \mathbf{v} como funciones de punto y del tiempo, a bien, el producto $\rho\mathbf{v}$ como función vectorial.

Al pasar a las caras normales al eje x , que limitan al elemento de fluido, la función $\rho\mathbf{v}$ se incrementa y decrecienta en la misma cantidad

$$\frac{1}{2} \frac{\partial \rho v_x}{\partial x} dx, \quad (2.1)$$

en donde el subíndice x indica el componente de la función $\rho\mathbf{v}$ según x . De este modo, considerando positiva la masa que sale del volumen y negativa la que entra, la cantidad neta de masa que atraviesa estas caras será

$$\left(\rho v_x + \frac{1}{2} \frac{\partial \rho v_x}{\partial x} dx \right) dy dz - \left(\rho v_x - \frac{1}{2} \frac{\partial \rho v_x}{\partial x} dx \right) dy dz = \frac{\partial \rho v_x}{\partial x} dx dy dz \quad (2.2)$$

haciendo un razonamiento semejante, la cantidad neta de masa que cruza las caras normales al eje y puede ser

$$\frac{\partial \rho v_y}{\partial y} dx dy dz \quad (2.3)$$

mientras que para la que atraviesa a las normales al eje z :

$$\frac{\partial \rho v_z}{\partial z} dx dy dz \quad (2.4)$$

Por último, la rapidez de variación de la masa contenida en el volumen elemental es

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho \, dx \, dy \, dz) \quad (2.5)$$

de tal manera que el principio de conservación de la masa establece lo siguiente.

$$\frac{\partial \rho v_x}{\partial x} \, dx \, dy \, dz + \frac{\partial \rho v_y}{\partial y} \, dx \, dy \, dz + \frac{\partial \rho v_z}{\partial z} \, dx \, dy \, dz + \frac{\partial}{\partial t} (\rho \, dx \, dy \, dz) = 0 \quad (2.6)$$

y puesto que el volumen elemental escogido no cambia con el tiempo, la ecuación anterior se puede simplificar y resulta.

$$\frac{\partial \rho v_x}{\partial x} + \frac{\partial \rho v_y}{\partial y} + \frac{\partial \rho v_z}{\partial z} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \quad (2.7)$$

o bien, recordando que

$$\operatorname{div}(\rho \mathbf{v}) = \frac{\partial \rho v_x}{\partial x} + \frac{\partial \rho v_y}{\partial y} + \frac{\partial \rho v_z}{\partial z}, \quad (2.8)$$

otra forma de expresar a la ecuación 2.8 es

$$\operatorname{div} \rho \mathbf{v} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \quad (2.9)$$

Las ecuaciones 2.7 y 2.9 son dos modos de expresar la ecuación diferencial de continuidad.

Para un flujo compresible no permanente la ec. 2.9 puede admitir las siguientes simplificaciones :

a) Flujo compresible permanente

$$\left(\frac{\partial \rho}{\partial t} \right) = 0 \quad \operatorname{div}(\rho \mathbf{v}) = 0 \quad (2.10)$$

b) Flujo incompresible no permanente

$$(\rho = \text{constante}) \quad \operatorname{div} \mathbf{v} = 0 \quad (2.11)$$

c) Flujo incompresible permanente

$$(\rho = \text{constante}, \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0) \quad \operatorname{div} \mathbf{v} = 0 \quad (2.12)$$

2.2 Ecuación de la energía.

2.2.1 Ecuaciones del movimiento.

Al excluir los efectos termodinámicos en el flujo así como la adición o extracción de energía mecánica desde el exterior (bomba o turbina), es posible derivar las ecuaciones del movimiento (aplicables al flujo de líquidos) a partir de la segunda ley de Newton. Para lo cual es necesario considerar las fuerzas que se oponen al movimiento, las cuales desarrollan un trabajo mecánico equivalente a la energía disipada al vencer dichas fuerzas.

Cuando se aplica la segunda ley de Newton a un elemento diferencial de masa de un líquido, en la forma $dF = dma$, se obtienen las ecuaciones de movimiento (a lo largo de una línea de corriente) para el flujo de un líquido real, no permanente; puede generalizarse para una vena líquida en flujo unidimensional.

Para el planteamiento de las ecuaciones es necesario establecer el equilibrio dinámico de las fuerzas en las direcciones tangenciales, normal y binormal, que actúan sobre el elemento líquido (figuras 2.2), con la fuerza de peso como única fuerza de cuerpo. Dicho elemento encierra al punto p , en el cual existen los valores v, p, ρ, τ (velocidad, presión, densidad, esfuerzo de fricción).

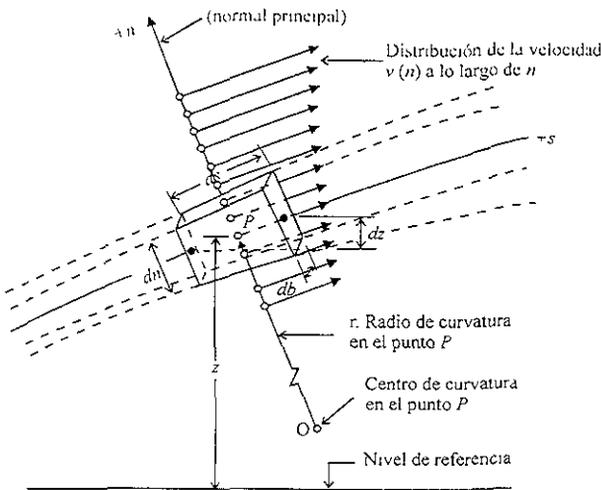


Fig.2.2a Elemento de líquido en un campo de flujo

Las componentes de las fuerzas que actúan sobre el elemento en la dirección $+s$ son las siguientes:

- a) La fuerza de superficie resultante de un gradiente de presión en la dirección del movimiento, para la dirección positiva de la coordenada curvilínea s (fig. 2.2b) es

$$\left(p - \frac{1}{2} \frac{\partial p}{\partial s} ds\right) dn db - \left(p + \frac{1}{2} \frac{\partial p}{\partial s} ds\right) dn db = - \frac{\partial p}{\partial s} ds dn db \quad (2.13)$$

- b) La fuerza de superficie, debida a la resistencia al movimiento. Se puede evaluar en términos del esfuerzo tangencial de fricción τ , el cual varía únicamente en la dirección n , dado que en el punto inmediato p no hay variación de la velocidad en la dirección b . Esta fuerza es:

$$\left(\tau + \frac{1}{2} \frac{\partial \tau}{\partial n} dn\right) ds db - \left(\tau - \frac{1}{2} \frac{\partial \tau}{\partial n} dn\right) ds db = \frac{\partial \tau}{\partial n} dn ds db \quad (2.14)$$

- c) La componente de la fuerza de cuerpo, debida al propio peso del elemento. Con $\cos\theta = \partial z / \partial s$, vale

$$-\rho g ds dn db \cos\theta = -\rho g ds dn db \frac{\partial z}{\partial s} \quad (2.15)$$

La segunda ley de Newton establece que la suma de estas fuerzas es igual a la masa del elemento multiplicada por la componente a_s de la aceleración dada por la ecuación 2.16.

$$a = a_s + a_n = \frac{dv}{dt} \frac{s}{r} - \frac{v^2}{r} \frac{n}{r} \quad (2.16)$$

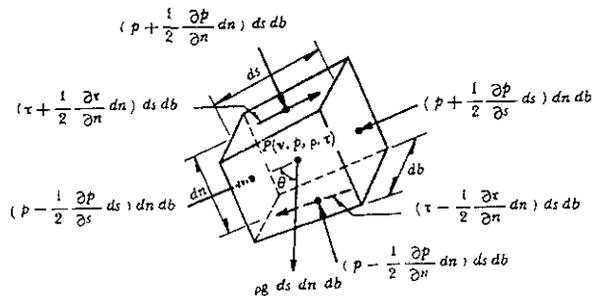


Fig.2.2b. Componentes de las fuerzas que actúan sobre el elemento.

Puesto que en todos los términos que representan fuerzas aparece el volumen del elemento $ds dn db$, resulta entonces:

$$\left[\frac{\partial p}{\partial s} + \frac{\partial \tau}{\partial n} + \rho g \frac{\partial z}{\partial s} \right] ds \, dn \, db = \rho^2 \left[\frac{\partial}{\partial s} \left(\frac{v^2}{2} \right) + \frac{\partial v}{\partial t} \right] ds \, dn \, db \quad (2.17)$$

Dado que $\rho \, ds \, dn \, db$ representa la masa del elemento, si los términos de la ecuación anterior se dividen entre la masa del elemento, cada término representará una fuerza por unidad de masa. Se obtiene

$$-\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial s} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tau}{\partial n} - g \frac{\partial z}{\partial s} = \frac{\partial}{\partial s} \left(\frac{v^2}{2} \right) + \frac{\partial v}{\partial t} \quad (2.18)$$

la cual es la *primera ecuación diferencial del movimiento*. El primer término es debido al gradiente de presiones en la dirección de la línea de corriente; el segundo, la fuerza de resistencia causada por la fricción interna y que induce la disipación de la energía; el tercero término, representa la fuerza de peso (todas estas fuerzas son por unidad de masa); por último, el cuarto término (segundo miembro) es el cambio de energía cinética (aceleración convectiva) que experimenta la unidad de masa a lo largo de la línea de corriente; y, el último término, la aceleración local de la misma.

La ecuación 2.18 se ha derivado por simplicidad para un elemento de área transversal constante. Sin embargo, el mismo resultante se obtiene si el elemento fuera divergente.

De la misma forma se establece el equilibrio dinámico del elemento, ahora en la dirección de la normal principal a la línea de corriente, sobre la cual la componente de la aceleración está dirigida en sentido negativo de n y está expresada por la ecuación de la componente tangencial

$$a_r = \left[\frac{\partial}{\partial s} \left(\frac{v^2}{2} \right) + \frac{\partial v}{\partial t} \right] s$$

Sí además, no existe fuerza de fricción. Resulta:

$$-\frac{\partial p}{\partial n} \, dn \, ds \, db - \rho g \, ds \, dn \, db \frac{\partial z}{\partial n} = -\rho \frac{v^2}{r} \, dn \, ds \, db$$

en donde r es el radio local de la curvatura de la línea de corriente. Dividiendo entre $\rho \, ds \, dn \, db$, se tiene:

$$-\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial n} - g \frac{\partial z}{\partial n} = -\frac{v^2}{r} \quad (2.19)$$

La ecuación 2.19 permite determinar la distribución de la presión en la dirección de la normal principal de la línea de corriente, si se conoce la distribución de v sobre

la misma. Es válida para el flujo compresible permanente o no permanente y sus diferentes términos representan a las fuerzas por unidad de masa.

En el caso de que una línea de corriente que sea de curvatura despreciable ($r \rightarrow \infty$), el segundo término de la ecuación 2.19 valdrá cero.

Finalmente, del equilibrio dinámico según la dirección de la binormal, resultaría:

$$-\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial b} - g \frac{\partial z}{\partial b} = 0 \quad (2.20)$$

debido a que $ab=0$ de la ecuación $a_n = -\frac{v^2}{r}$. La ecuación 2.20 será válida para el flujo permanente o no permanente y sus términos también representan a fuerzas por unidad de masa.

Si se trata del flujo de líquidos los efectos térmicos no tienen influencia en ρ y, además, es común que los cambios de ρ y τ , con la posición del punto, sean más importantes que los que pueda experimentar ρ . Por tanto, las ecuaciones 2.18, 2.19 y 2.20 para el flujo de líquidos se pueden escribir como:

$$-\frac{\partial}{\partial s} \left(\frac{p}{\rho} \right) - g \frac{\partial z}{\partial s} + \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{\tau}{\rho} \right) = \frac{\partial}{\partial s} \left(\frac{v^2}{2} \right) + \frac{\partial v}{\partial t} \quad (2.21)$$

$$-\frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{p}{\rho} \right) - g \frac{\partial z}{\partial n} = -\frac{v^2}{r} \quad (2.22)$$

$$-\frac{\partial}{\partial b} \left(\frac{p}{\rho} \right) - g \frac{\partial z}{\partial b} = 0 \quad (2.23)$$

Teniendo que la forma vectorial de las ecuaciones del movimiento 2.21, 2.22 y 2.23 es:

$$-\text{grad} \left(\frac{p}{\rho} + g z \right) + \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{\tau}{\rho} \right) s = \text{grad} \left(\frac{v^2}{2} \right) + \text{rot } v \times v + \frac{\partial v}{\partial t} \quad (2.24)$$

2.2.2 Ecuación de movimiento sobre una línea de corriente.

Los términos de la ecuación 2.18 representan fuerzas por unidad de masa, al dividirla entre g dichos términos expresarán ahora fuerzas por unidad de peso. Realizando la operación con γ y t , y ordenando, resulta

$$-\frac{\partial}{\partial s} \left(z + \frac{p}{\gamma} + \frac{v^2}{2} \right) + \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{\tau}{\gamma} \right) = \frac{1}{g} \frac{\partial v}{\partial t} \quad (2.25)$$

Al multiplicar todos términos de la ecuación anterior por ds , los resultados expresan lo obtenido de los trabajos mecánicos realizados por las fuerzas (por unidad de peso) a lo largo de la línea de corriente, o bien, las energías equivalentes (también por unidad de peso).

$$-\frac{\partial}{\partial s} \left(z + \frac{p}{\gamma} + \frac{v^2}{2} \right) ds + \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{\tau}{\gamma} \right) ds = \frac{1}{g} \frac{\partial v}{\partial t} ds \quad (2.26)$$

La integración de la ecuación sobre una línea de corriente conduce a que:

$$z + \frac{p}{\gamma} + \frac{v^2}{2} - \int_s \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{\tau}{\gamma} \right) ds = C(t) - \frac{1}{g} \int_s \frac{\partial v}{\partial t} ds \quad (2.27)$$

El término $-\int_s \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{\tau}{\gamma} \right) ds$ se interpreta como la energía por unidad de peso, utilizada para vencer las fuerzas de fricción y que se transforma en energía calorífica no aprovechable en el movimiento. Por esta razón se considera una *pérdida de energía* que se designa por h_r . De esta manera la ecuación 2.27 se reduce a

$$z + \frac{p}{\gamma} + \frac{v^2}{2} + h_r = C(t) - \frac{1}{g} \int_s \frac{\partial v}{\partial t} ds \quad (2.28)$$

donde $C(t)$ es una constante de integración que es función únicamente del tiempo. Esta es la *ecuación del movimiento para una línea de corriente* en un flujo de un líquido real (rotacional) no permanente; asimismo, relaciona las diferentes transformaciones de la energía por unidad de peso a lo largo de una misma línea de corriente. Su forma diferencial, equivalente a la ecuación 2.26, es

$$\frac{\partial}{\partial s} \left(z + \frac{p}{\gamma} + \frac{v^2}{2} + h_r \right) = -\frac{1}{g} \frac{\partial v}{\partial t} \quad (2.29)$$

La ecuación 2.28 admite las siguientes simplificaciones:

- a) Si el flujo es permanente, la integral de la ecuación 2.28 desaparece y $C(t) = C_1$ (constante).

$$\rho \left(\frac{p}{\gamma} + \frac{v^2}{2} + h \right) = C_1 \quad (2.30)$$

b) Si en el flujo, además, no hay fricción, la ecuación 2.30 toma la expresión

$$z + \frac{p}{\gamma} + \frac{v^2}{2} = C_2 \quad (2.31)$$

que es la *ecuación de Bernoulli* para una línea de corriente.

Por lo que respecta a la componente dada por la ecuación 2.29, es interesante la integración para el caso en que las líneas de corriente fuesen rectas o de curvatura despreciable, en un flujo permanente. Para este caso, $r = \infty$ o bien será muy grande y dicha ecuación es:

$$\frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{p}{\rho} + gz \right) = 0$$

Por tanto, la integración en la dirección de la normal a la línea de corriente conduce a:

$$\frac{p}{\gamma} + z = \text{constante} \quad (2.32)$$

Lo cual significa que la presión se distribuye de manera hidrostática en la dirección de la normal principal.

2.2.3 Ecuación de la energía para una vena líquida.

El considerar a los valores de z, ρ, p, h_t y v , sobre una línea de corriente ideal que coinciden con el eje de una vena líquida, y que además fueran representativos de cada sección, no implicaría un error apreciable y la ecuación 2.29 sería igualmente válida para la vena líquida de la figura 2.3. Esta consideración es suficientemente precisa por lo que respecta a los términos que contienen las cuatro primeras magnitudes, pero será menos exacta en lo que se refiere a los que contienen a v . En efecto; al existir una distribución de velocidades en la sección, que además se aparta del valor medio V (figura 2.4), se comete un error en el cálculo de dicho valor medio.

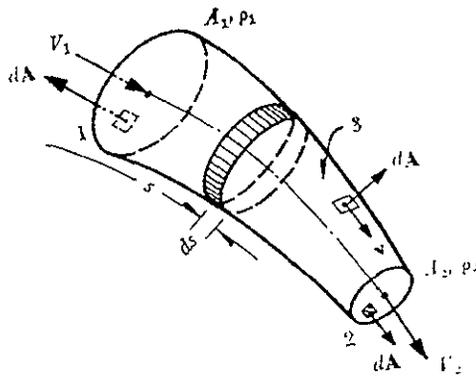


Fig.2.3 Ecuación de continuidad para una vena líquida

Puesto que en las ecuaciones 2.28 y 2.29 el término $v^2/2g$ representa la energía cinética que posee la unidad de peso, la que corresponde al peso del líquido que atraviesa el área dA en la unidad de tiempo será

$$\gamma v dA \frac{v^2}{2g}$$

De la misma forma, la energía cinética que posee todo el peso del líquido que fluye a través de una sección de la vena líquida, en la unidad de tiempo, es

$$\gamma VA \alpha \frac{V^2}{2g}$$

donde α es un factor que corrige el error de considerar el valor medio de la velocidad. Por lo tanto se debe satisfacer lo siguiente

$$\alpha \frac{V^2}{2g} \gamma VA = \iint_A \frac{v^2}{2g} \gamma v dA$$

Debido a que γ representa el valor medio del peso específico en toda la sección, resulta que

$$\alpha = \frac{1}{A} \iint_1 \left(\frac{v}{V} \right) dA \quad (2.33)$$

Por un razonamiento análogo con el último término de la ecuación 2.29, se obtiene

$$\beta V^3 A = \iint_1 v^2 \rho v dA$$

$$\beta = \frac{1}{A} \iint_1 \left(\frac{v}{V} \right)^2 dA \quad (2.34)$$

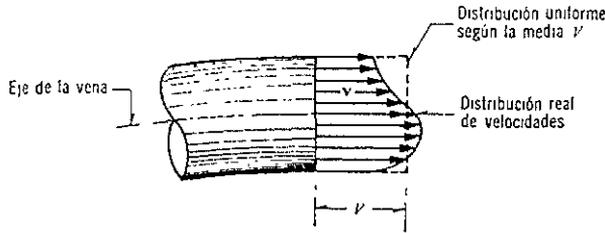


Fig.2.4 Distribución de velocidades en una sección

Los coeficientes α y β se conocen como *coeficientes de Coriolis y de Boussinesq*, respectivamente. Con estas correcciones la ecuación 2.22 se transforma en

$$\frac{\partial}{\partial s} \left(z + \frac{p}{\gamma} + \alpha \frac{V^2}{2g} + h_r \right) = - \frac{1}{g} \frac{\partial \beta V}{\partial t} \quad (2.35)$$

que es la *ecuación diferencial de la energía para una vena líquida*, llamada también *ecuación dinámica*. Si esta ecuación se integra entre dos secciones, 1 y 2 de la vena líquida se obtiene:

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \alpha_1 \frac{V_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \alpha_2 \frac{V_2^2}{2g} + \sum_1^2 h_r + \frac{1}{g} \int_1^2 \frac{\partial(\beta V)}{\partial t} ds \quad (2.36)$$

que se conoce como *la ecuación general de la energía para una vena líquida*, donde $\sum_1^2 h_r$ representa la disipación de energía interna del flujo, entre las secciones 1 y 2, que además, incluye la constante de integración $C(t)$.

2.3. Ecuación de la cantidad de movimiento.

La ecuación de la cantidad de movimiento en un cuerpo libre o volumen de control se deriva de la segunda ley de Newton. Se conoce como la cantidad de

movimiento de un elemento de masa M al producto de ésta por su velocidad. Por tanto, la segunda ley de Newton establece lo siguiente:

La suma vectorial de todas las fuerzas F que actúan sobre una masa de fluido es igual a la rapidez del cambio del vector lineal *cantidad de movimiento de la masa de fluido*, es decir:

$$F = \frac{d(Mv)}{dt} \quad (2.37)$$

Además se conoce que las fuerzas externas son de dos tipos:

a) Fuerzas de superficie que actúan sobre la masa de fluido y, a su vez, pueden ser:

Fuerzas F_p , normales a la frontera de la masa, que se pueden evaluar en términos de las intensidades de presión sobre la misma. Conviene aquí observar que la presión comprende, además de la presión estática, la dinámica ejercida por el flujo.

Fuerzas F_τ , tangenciales a las fronteras de la masa, que se pueden medir en términos del esfuerzo tangencial sobre la misma.

b) Fuerzas de cuerpo F_c , generalmente las de peso propio.

La masa que fluye en la unidad de tiempo, a través de un elemento de superficie dA de la que encierra al volumen de control (mostrado en la Figura 2.5), es $\rho v dA$. Se recuerda que la magnitud del vector dA es igual al área del elemento de superficie; su dirección normal al mismo elemento; y, por convención, positivo si se dirige hacia afuera del volumen. Por tanto, $\rho v dA$ es positivo si el fluido sale del volumen, dado que el producto escalar tendría ese signo, y negativo en caso contrario.

La variación en el tiempo, de la cantidad de movimiento a través del elemento dA , será entonces

$$\rho v(v \cdot dA)$$

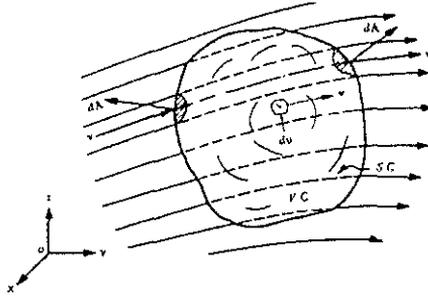


Fig. 2.5 Derivación de la ecuación de la cantidad de movimiento para un volumen de control

Para cualquier instante dado, la masa de un elemento diferencial es ρdv , en donde la densidad del elemento depende del instante que se considere y de la posición del mismo dentro del volumen de control. La cantidad de movimiento de dicho elemento de volumen será entonces: $v\rho dv$.

El cambio total de la cantidad de movimiento en el tiempo, en todo el volumen de control, será entonces

$$\frac{d(Mv)}{dt} = \iint_{S_C} \rho v \cdot (v \cdot dA) + \frac{\partial}{\partial t} \iiint_{V_C} v \rho dv \quad (2.38)$$

La ecuación 2.38 aplicada al volumen de fluido, de la Figura 2.5, fijo respecto de un marco de referencia, conduce a que

$$F_p + F_r + F_c = \iint_{S_C} v \rho (v \cdot dA) + \frac{\partial}{\partial t} \iiint_{V_C} v \rho dv \quad (2.39)$$

o sea, la ecuación de la cantidad de movimiento para un volumen de control fijo.

Si en esta ecuación se considera que el flujo ocurre únicamente a través de porciones de la superficie S_C , siendo los vectores velocidad aproximadamente normales a la sección (con valores medios para v y ρ), la primera integral de la ecuación 2.32 para cada porción del S_C es de la forma

$$\iint_{A'} v \rho v dA = \iint_{A'} \rho v^2 dA = \rho V Q \left[\frac{1}{A} \iint_{A'} \left(\frac{v}{V} \right)^2 dA \right] = \rho V Q \beta$$

donde β es un coeficiente de corrección. De este modo, la ecuación 2.39, pasa a ser

$$F_p + F_r + F_c = \sum (\rho Q \beta V) + \frac{\partial}{\partial t} \iiint_{V_C} v \rho dv \quad (2.40)$$

la cual es conocida como la *ecuación de la cantidad de movimiento*, y es la más general que pueda obtenerse para un volumen de control fijo. En donde el término $\sum (\rho Q_i / W_i)$ corresponde a la suma de las cantidades de movimiento del total de partes de área en que se ha dividido la superficie de control. Y donde la última integral representa la variación que en el tiempo experimental la cantidad de movimiento de la masa contenida en el volumen de control. Si el flujo fuese unidimensional el cuerpo libre estudiado sería como el que se muestra en la Figura 2.3 y la integral de la ecuación 2.40 se podría calcular como

$$\frac{\partial}{\partial t} \iiint_V v \rho x \, dv = \frac{\partial}{\partial t} \iiint_V v \rho x \, A \, ds = \frac{\partial}{\partial t} \int_S \rho x \, v \, ds \quad \text{y} \quad \frac{\partial}{\partial t} \int_S \rho Q \, ds$$

y la ecuación 2.40 para el flujo unidimensional sería

$$F_p + F_\tau + F_c = \sum (\rho Q_i BV_i) + \frac{\partial}{\partial t} \int_S \rho Q \, ds \tag{2.41}$$

Si el flujo es permanente la integral en las ecuaciones 2.40 y 2.41 vale cero. Si además de permanente es incompresible, ρ es constante y la ecuación 2.41 pasa a ser

$$F_p + F_\tau + F_c = \rho \sum (Q_i BV_i) \tag{2.42}$$

que es una ecuación vectorial que se puede escribir a través de sus componentes, las cuales quedan expresadas como

$$F_{px} + F_{\tau_x} + F_{cx} = \rho \sum (Q_i BV_{ix}) \tag{2.43}$$

$$F_{py} + F_{\tau_y} + F_{cy} = \rho \sum (Q_i BV_{iy}) \tag{2.44}$$

$$F_{pz} + F_{\tau_z} + F_{cz} = \rho \sum (Q_i BV_{iz}) \tag{2.45}$$

La ecuación 2.42 será la ecuación de la cantidad de movimiento de mayor aplicación; para ello conviene observar los siguientes pasos:

- a) Se elige el volumen de control con la amplitud que tenga interés en el estudio y se trata como un cuerpo libre; dicho volumen debe estar completamente lleno de líquido.
- b) Las fuerzas de superficie F_p , y F_τ , se consideran acciones debidas a la presión y esfuerzo cortante, respectivamente, que se aplican desde el exterior hacia el VC las acciones del líquido sobre sus fronteras son iguales pero de sentido opuesto. Por lo que respecta a las fuerzas de presión éstas pueden ser de tipo estático dinámico y, en ocasiones, conviene separarlas de la siguiente forma:

$$F_p = F_p + F_{pt}$$

Las fuerzas debidas al esfuerzo cortante se consideran como la acción de la fricción desde la frontera hacia el líquido y, en ocasiones, puede ser difícil evaluarlas.

- c) Las fuerzas de cuerpo pueden ser de cualquier tipo pero, en general, serán fuerzas debidas al peso del volumen de control y aplicadas en su centro de gravedad.
- d) V representa el vector velocidad media del gasto Q que atraviesa una cierta porción de la superficie de control; se considera aplicado en el centro de gravedad y en la dirección normal a las porciones de área del SC. De esta manera, cada producto $Q\beta V$ que integran el término $\sum(Q\beta V)$ de las ecuaciones 2.40 ó 2.42 será un vector con la misma dirección que V y con el sentido que lleva el flujo al pasar sobre la porción de área analizada. Además del signo que les corresponda en la suma, según la dirección y sentido de V , se afecta a cada término con un signo: positivo si el gasto sale del volumen de control y negativo en caso contrario. Finalmente, β representa el coeficiente de Boussinesq para corregir el efecto de considerar una velocidad media en lugar de la distribución de velocidades real sobre la porción de área.

CAPITULO 3

Métodos de cálculo para un cauce natural.

3.1 Ecuación Dinámica

El cálculo del perfil del flujo gradualmente variado se basa en la solución de la ecuación dinámica para esta clase de flujo. Se considera el perfil del flujo gradualmente variado en la longitud elemental dx de un canal abierto (figura 3.1). La altura total sobre el plano de referencia o datum en la sección aguas arriba 1 es:

$$H = z + d \cos\theta + \alpha \frac{V^2}{2g} \quad (3.1)$$

Donde H será la altura total en m , z es la distancia vertical del fondo del canal sobre el datum en m , d es la profundidad de la sección del flujo en m ; θ será el ángulo de la pendiente del fondo; α es un coeficiente de Coriolis y V es la velocidad media del flujo a través de la sección en m/s .

Al suponer que θ y α son constantes a lo largo del canal en consideración, tomando el fondo del canal como el eje x y diferenciando la ecuación 3.1 con

respecto a la longitud x del perfil de la superficie del agua, (el cual se mide a lo largo del eje x) se obtiene la siguiente ecuación:

$$\frac{dH}{dx} = \frac{dz}{dx} + \cos\theta \frac{dd}{dx} + \alpha \frac{d}{dx} \left(\frac{V^2}{2g} \right) \quad (3.2)$$

Cabe hacer destacar que la pendiente está definida como el coseno de su ángulo y que se asume positiva si desciende en la dirección del flujo y como negativa al ascender. Además en la figura 3.1 la pendiente de la energía $S_f = -dH/dx$, y la pendiente del fondo del canal $S_o = \text{sen } \theta = -dz/dx$. Al sustituir estas pendientes en la ecuación 3.2 y resolviéndola obtenemos

$$\frac{dy}{dx} = \frac{S_o - S_f}{1 - F_r^2} = S_o \frac{1 - S_f/S_o}{1 - F_r^2} \quad (3.3)$$

Que es la ecuación diferencial general para flujo gradualmente variado, la cual se refiere de aquí en adelante como la *ecuación dinámica de flujo gradualmente variado*, o simplemente como la *ecuación de flujo gradualmente variado*. Representa la pendiente de la superficie del agua con respecto al fondo del canal.

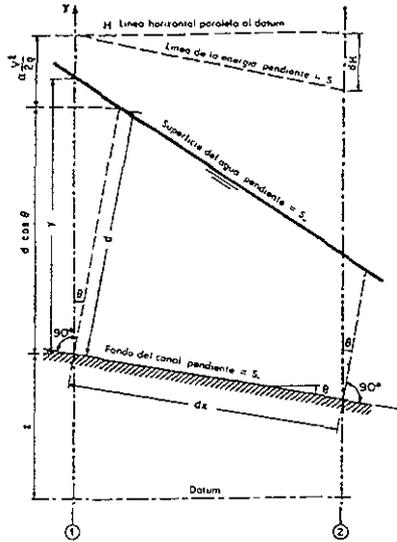


Figura 3.1 Derivación de la ecuación del flujo gradualmente variado.

Basados en la ecuación dinámica del flujo gradualmente variado, los métodos de cálculo tienen como objetivo principal la determinación del tirante y la velocidad. Para ello existen varios métodos entre los cuales se mencionan los siguientes:

- 3.2 Métodos de integración de la ecuación dinámica
 - 3.2.1 Método de integración gráfica.
 - 3.2.2 Método de integración directa
- 3.3 Métodos de incrementos finitos para canales prismáticos.
 - 3.3.1 Método para el cálculo de la longitud del tramo
 - 3.3.2 Método gráfico.
- 3.4 Método de incrementos finitos en canales naturales
 - 3.4.1 Ríos de sección sencilla
 - 3.4.2 Ríos de sección compuesta
- 3.5 Método de paso o etapas
- 3.6 Método standard por etapas

3.2 Métodos de integración de la ecuación dinámica

3.2.1 Método de integración gráfica

Este método cuenta con una aplicación amplia, esto debido a que se emplea para flujo en canales tanto prismáticos como no prismáticos, sin importar su forma o pendiente que tenga. El método integra la ecuación dinámica de flujo gradualmente variado por medio de un procedimiento gráfico.

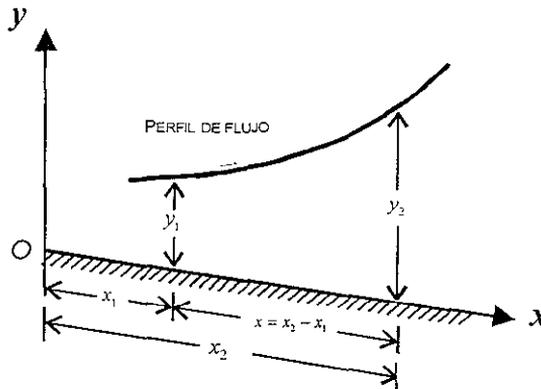


Figura 3.2

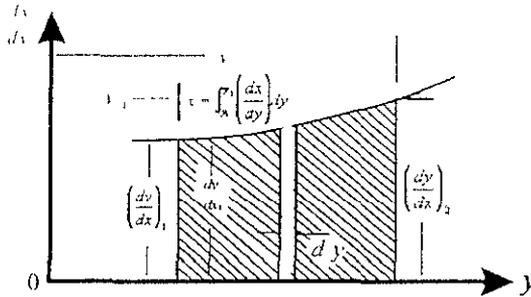


Figura 3.3

Como un primer paso se deben considerar dos secciones del canal (figura 3.2), las cuales estarán localizadas a unas distancias x_1 y x_2 respectivamente desde un origen seleccionado y con las profundidades de flujo de y_1 y y_2 respectivas. Para obtener la distancia a lo largo del fondo del canal, podrá ser obtenida por medio de la siguiente ecuación:

$$x = x_2 - x_1 = \int_{y_1}^{y_2} \frac{dx}{dy} dy \quad (3.4)$$

Se suponen varios valores de y , posteriormente se calculan los valores correspondientes a dx/dy , siendo este el recíproco del lado derecho de la ecuación de flujo gradualmente variado ecuación 3.3, teniendo los valores se construye una curva de y contra dx/dy tal como se muestra en la figura 3.3.

De esta forma, corresponde que el valor de x de la ecuación 3.4 comprenderá el área sombreada que se forma por la curva, la cual se encuentra entre el eje y , y las rectas verticales que pasan por y_1 y y_2 . Al medir el área sombreada se puede establecer el valor de x .

3.2.2 Método de integración directa.

Debido a que la ecuación diferencial de flujo gradualmente variado no puede expresarse explícitamente en términos de y para todos los tipos de secciones transversales de un canal; la integración directa y exacta de la ecuación resulta casi imposible. Se han hecho muchos intentos para resolver la ecuación para algunos casos especiales o bien hacer simplificaciones que hagan manejable la ecuación en términos de integración matemática.

La mayor parte de estos métodos fueron desarrollados básicamente para canales con una sección transversal determinada; y posteriormente las soluciones se fueron formulando para canales de todas las formas. Los primeros métodos de

este tipo utilizan las ecuaciones de Chôzy, en tanto que los últimos utilizan la ecuación de Manning

El método de integración directa es el resultado sobre un estudio de muchos de los métodos existentes. Mediante este método, los exponentes hidráulicos se expresan en términos de la profundidad de flujo. A partir de las ecuaciones:

$$K = C y^N \text{ y } Z = C y^M$$

siendo K y Z una función de la profundidad del flujo en y , mientras que C es un coeficiente y N es un parámetro conocido como *exponente hidráulico para el cálculo de flujo uniforme*, por último M es un parámetro conocido como *exponente hidráulico para el cálculo del flujo crítico*.

Como $K_n = C_1 y_n^N$, $K^2 = C_1 y_n^N$, $Z_c = C_2 y_c^M$, $Z = C_2 y^M$, donde C_1 y C_2 son coeficientes. Al sustituir estas expresiones en la ecuación

$$\frac{dy}{dx} = S_0 \frac{1 - (K_n / K)^2}{1 - (Z_c / Z)^2}$$

entonces la ecuación de flujo gradualmente variado se convierte en

$$\frac{dy}{dx} = S_0 \frac{1 - (y_n / y)^N}{1 - (y_c / y)^M} \tag{3.5}$$

Sea $u = y/y_n$; la ecuación anterior puede expresarse para dx como

$$dx = \frac{y_n}{S_0} \left[1 - \frac{1}{1 - u^N} + \left(\frac{y_c}{y_n} \right)^M \frac{u^{N-M}}{1 - u^M} \right] du \tag{3.6}$$

Esta ecuación puede integrarse para la longitud x del perfil del flujo.

Debido a que el cambio de profundidad en un flujo gradualmente variado es pequeño, se puede suponer que los exponentes hidráulicos son constantes dentro del rango de los límites de integración.

En el caso de que los exponentes hidráulicos sean notoriamente dependientes de y dentro de los límites de un tramo determinado, este debe ser subdividido para la integración; posteriormente, los exponentes hidráulicos en cada tramo subdividido pueden considerarse constantes. Al integrar la ecuación 3.6 se tiene

$$v = \frac{v_c}{S_0} \left[u \int_1^u \frac{du}{1-u^N} + \left(\frac{v_c}{v_n} \right)^M \int_1^u \frac{u^M}{1-u^N} du \right] + \text{constante} \quad (3.7)$$

La primera integral del lado derecho de la ecuación anterior, se designara mediante $F(u, N)$, o

$$F(u, N) = \int_1^u \frac{du}{1-u^N} \quad (3.8)$$

la cual se conoce como *función de flujo variado*.

Para calcular el perfil de flujo, se deberá dividir el canal en varios tramos. Después se realiza el cálculo de la longitud de cada tramo por medio de la ecuación 3.9 a partir de profundidades conocidas o supuestas en los extremos del tramo es igual a:

$$L = x_2 - x_1 \\ L = A \{ (u_2 - u_1) - [F(u_2, N) - F(u_1, N)] + B [F(v_2, J) - F(v_1, J)] \} \quad (3.9)$$

Para el procedimiento de cálculo se debe seguir la secuencia siguiente:

1. Se calcula la profundidad normal y_n y la profundidad crítica y_c a partir de Q y S_0 .
2. Determinar los exponentes hidráulicos N y M para una profundidad promedio estimada del flujo en el tramo considerado. Se ha supuesto que la sección del canal en consideración tiene exponentes hidráulicos aproximadamente constantes.
3. Calcular J mediante la fórmula $J = N/(N-M+1)$.
4. Calcular los valores de $u=y/y_n$ y $v=u^{N/J}$ en las dos secciones extremas del tramo.
5. Del cuadro de la función de flujo variable en el Apéndice, encontrar los valores de $F(u, N)$ y $F(v, J)$.

Calcular la longitud del tramo por medio de la ecuación 3.9.

3.3 Métodos de incrementos finitos en canales prismáticos

3.3.1 Método para el cálculo de la longitud del tramo

Para una aplicación más amplia, se encuentra el Método de incrementos finitos, debido a que es adecuado para el análisis de perfiles de flujo tanto en cauces prismáticos como no prismáticos.

En los métodos antes expuestos se debe definir una serie de tirantes a partir de los cuales se han calculado las distancias que separan dichas secciones. Normalmente esto puede adaptarse a una buena parte de los problemas, sin embargo, en ocasiones el problema amerita el conocimiento del tirante en secciones que previamente se han especificado y es aquí donde el método de incrementos finitos se puede adaptar mejor para dicho cálculo. Si el canal es prismático, la sección, pendiente y rugosidad son constantes; solo se deberán de elegir secciones separadas a la misma distancia

A partir de una sección de control, se determinan sucesivamente los tirantes procediendo hacia aguas arriba de dicha sección en el caso del flujo subcrítico o hacia aguas abajo en el caso del flujo supercrítico.

Si sustituimos las ecuaciones de la pendiente de plantilla y de la pendiente de la línea de la energía

$$S_o = \text{sen } \theta = -\frac{dz}{dx} \quad \text{y} \quad S_f = \frac{dh_v}{dx}$$

en la ecuación siguiente

$$\frac{dE}{dx} = (1 - F_{r,2}^2) \frac{dy}{dx}$$

esto nos dará como resultado

$$\frac{dE}{dx} = S_o - S_f \quad (3.10)$$

En la figura 3.4 se presenta el tramo de un canal prismático limitado por las secciones 1 (aguas arriba) y 2 (aguas abajo) separadas a la distancia Δx . Al aplicar la ecuación 3.10 a dicho tramo resulta:

$$E_2 - E_1 = (S_o - S_f)\Delta x \quad (3.11)$$

en la cual

$$E_1 = \frac{y_1 + v_1^2}{2g}, \quad E_2 = \frac{y_2 + v_2^2}{2g} \quad \text{y} \quad S = -\frac{\Delta z}{\Delta x}$$

es la pendiente de la plantilla y S_f es la pendiente media de fricción entre las dos secciones, calculadas a partir de la siguiente ecuación:

$$h_f = S_f \Delta x = \frac{1}{2} (S_{f_1} + S_{f_2}) \Delta x \quad (3.12)$$

donde S_{f_1} y S_{f_2} son las pendientes de fricción en las secciones 1 y 2, las cuales se pueden calcular por medio de la fórmula de Manning, como sigue

$$S_{f_1} = \left(\frac{V_1 n_1}{R h_1^{2/3}} \right)^2 \quad (3.13)$$

$$S_{f_2} = \left(\frac{V_2 n_2}{R h_2^{2/3}} \right)^2 \quad (3.14)$$

De acuerdo con el sentido en que se efectúa el cálculo, se conocerán las características hidráulicas en alguna de las dos secciones, la 1ª si el cálculo es en la dirección del flujo o la 2ª si es en dirección contraria. El procedimiento consiste en suponer un valor tentativo del tirante en la sección desconocida y ajustar el valor mediante la verificación a través de las ecuaciones 3.11, 3.12, 3.13 y 3.14.

En el caso de que las secciones no estén previamente especificadas y se trate de la determinación del perfil completo, es factible volver al caso de alguno de los métodos anteriormente descritos, especificando mas bien un tirante desconocido y calculando la distancia a que se encuentra la sección que posee dicho tirante.

Con lo cual de la ecuación 3.11, dicha distancia valdrá:

$$\Delta x = \frac{E_2 - E_1}{S_o - S_f} \quad (3.15)$$

Aunque deberá ser necesario que las características que se especifique para la sección desconocida no produzcan longitudes Δx muy grandes que induzcan errores, dado de que se trata de un procedimiento de incrementos finitos.

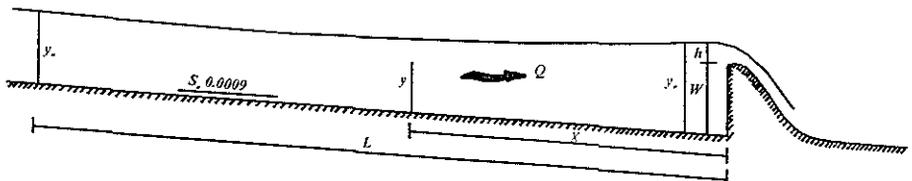


Figura 3.4

3.3.2 Método Gráfico.

Sánchez B¹. propuso un procedimiento gráfico de solución de la ecuación 3.11, para el caso de especificar la longitud de los tramos y calcular los tirantes, y que se describe a continuación. Sustituyendo las ecuaciones 3.13 y 3.14, así como la 3.12 en la ecuación 3.11 resulta:

$$E_1 - S_f \frac{\Delta x}{2} + S_o \Delta x = E_2 + S_f \frac{\Delta x}{2} \tag{3.16}$$

Suponiendo que el tipo de perfil de flujo implica que el cálculo se realiza hacia aguas abajo, se tendrán conocidas las condiciones en la sección 1 (aguas arriba) y desconocidas en la sección 2 (aguas abajo).

Conociendo la sección del canal y su gasto para el cual se va a obtener el perfil del flujo, se puede calcular la curva de energía específica-tirante ($E-y$), esto será asignando a éste valores entre los que variarán los tirantes del perfil por calcular, por ejemplo para un perfil tipo S2, entre el tirante crítico y_c y el tirante normal y_n ; la curva $E-y$ debe corresponder a la rama en régimen supercrítico.

Dichos valores se elegirán con diferencias entre sí tan pequeñas como requiera la precisión con que se desea obtener la curva. Así mismo, se escoge la longitud Δx del tramo, acorde con la precisión deseada; dicha longitud permanecerá constante en el cálculo de tal manera que la pérdida de fricción para la mitad del tramo tendrá el valor

$$S_f \frac{\Delta x}{2} = \left(\frac{Vn}{R_h^{2/3}} \right)^2 \frac{\Delta x}{2} \tag{3.17}$$

donde n es el factor de fricción (de Manning) en el canal, V y R_h son la velocidad y el radio hidráulico de la sección, que corresponden a cada uno de los tirantes elegidos. Esto es, para cada valor del tirante "y" se calculará la energía específica E y la pérdida de energía $S_f \Delta x/2$ así como los valores de

$$E + S_f \frac{\Delta x}{2} \quad y \quad E - S_f \frac{\Delta x}{2}$$

Con estos resultados se dibujan sobre un plano coordenado las curvas

$E - y$, $E + S_f \frac{\Delta x}{2} - y$ y $E - S_f \frac{\Delta x}{2} - y$, tal como se muestra en la figura 3.5.

Convendrá elegir al eje horizontal como eje del tirante "y" y el vertical para la energía específica E y las funciones $E + S_f \frac{\Delta x}{2}$ y $E - S_f \frac{\Delta x}{2}$.

¹ G. Sotelo y E. Rodríguez. Salto Hidráulico en canales de sección geométrica sencilla, Revista Ingeniería N° 1 Vol. XI, pags 1 a 16 México, enero 1970

En el caso de un perfil tipo S2, el tirante inicial en el cálculo es el crítico y su posición está representada por el punto 1 de la figura 3.5. Dicho tirante corresponde a las condiciones en la sección designada con el número 1 (tirante y_1 y energía específica E_1). Para el mismo tirante, la ordenada del punto 2 corresponde al valor $E_1 - S_{f1} \Delta x/2$.

Al ascender sobre la misma vertical a una distancia $S_0 \Delta x$ (a la misma escala del eje vertical) a partir del punto 2, se llega al punto 3 cuya ordenada, de acuerdo con la ecuación 3.16, corresponde al valor $E_2 + S_{f2} \Delta x/2$. Esto es, al desplazarse sobre una horizontal a partir del punto 3 hasta la intersección con la curva $E_2 + S_{f2} \Delta x/2$ se llega al punto 4, cuya abscisa es el tirante y_2 correspondiente a la sección con una distancia Δx hacia agua abajo. Las ordenadas de los puntos 5 y 6 proporcionan los valores de E_2 y $E_2 - S_{f2} \Delta x/2$ de esta sección.

El procedimiento se repite las veces que sea necesario para encontrar los tirantes en secciones sucesivas, siempre separadas a la distancia Δx . Si en el canal existe la longitud necesaria para que llegue a establecerse un flujo uniforme, la reiteración del procedimiento permitirá llegar a una sección, para la cual, el punto que se obtiene al ascender sobre la vertical de la distancia $S_0 \Delta x$ (a partir del que se encuentra en la curva $E - S_f \Delta x/2$), queda directamente sobre la curva $E + S_f \Delta x/2$. Esto significará que en esa sección se ha establecido la igualdad $S_0 \Delta x = S_f \Delta x$ (esto es, $S_0 = S_f$) que es una condición necesaria para que exista flujo uniforme.

El procedimiento puede generalizarse para cualquier tipo de perfil haciendo que se satisfaga la ecuación 3.16. Por ejemplo, si el perfil por calcular es del tipo M1, la rama de la curva E - y corresponderá a la de régimen subcrítico. En este caso, el cálculo será hacia aguas arriba a partir de un tirante inicial y_1 y convendrá escribir la ecuación 3.16 de la siguiente manera.

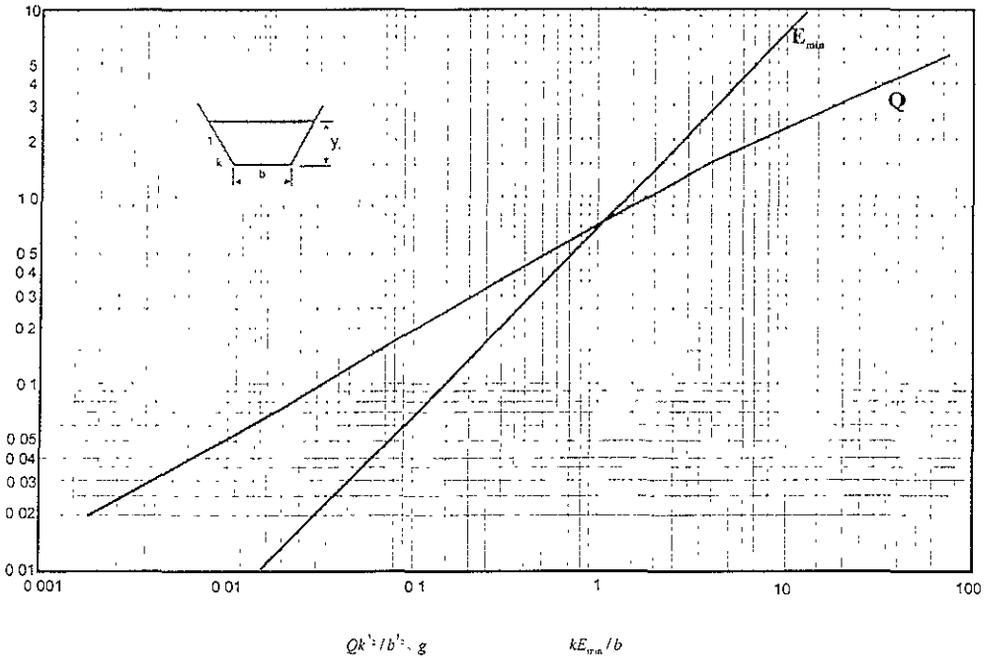
$$E - S_{f1} \frac{\Delta x}{2} = E_2 + S_{f2} \frac{\Delta x}{2} - S_0 \Delta x \quad (3.18)$$

en la cual se han intercambiado los subíndices 1 y 2 con el objeto de que ahora la sección 2 sea la de aguas arriba y la 1 sea la de aguas abajo.

En la figura 3.5 el punto 1 sobre la rama de la curva E - y correspondiente a régimen subcrítico indicará las condiciones en la sección inicial. La ordenada del punto 2 será igual a $E_1 + S_{f1} \Delta x/2$ y descendiendo la distancia $S_0 \Delta x$ sobre una vertical a partir de dicho punto, se llega al punto 3 cuya ordenada, de acuerdo con la ecuación 3.18, es igual a $E_2 - S_{f2} \Delta x/2$. Por lo tanto al desplazarse sobre la horizontal que pasa por el punto 3 se llega al punto 4 y, a partir de éste y sobre una vertical, se llega al punto 5, cuyas coordenadas indicarán las condiciones de

tirante y energía específica en la sección 2, a la distancia $1x$ hacia aguas arriba de la 1

El procedimiento se reitera las veces que sea necesario para encontrar los tirantes en secciones sucesivas hasta llegar a la sección en que se establezca el flujo uniforme.



Curvas para determinar el tirante crítico y energía específica mínima en secciones trapecoidales

Figura 3.5

3.4 Método de incrementos finitos en canales naturales

3.4.1 Ríos de sección sencilla

Se consideran canales irregulares a los cauces no prismáticos cuya sección cambia de un punto a otro a lo largo del cauce. Dentro de esta clasificación quedan comprendidos los ríos naturales. En dichos canales, a menudo acontece que el agua rebasa los niveles normales cuando ocurre una avenida que inunda regiones o bermas y modifica sustancialmente las velocidades medias y el valor del coeficiente de Coriolis de una sección a otra. De esta manera, se forman dos sistemas paralelos de flujo que tienen que considerarse separadamente. Sin embargo, en esta sección se consideraran solamente aquellos casos en el que el agua queda contenida dentro de un canal de sección sencilla formando un único sistema de flujo.

Para el análisis de los problemas en canales irregulares es necesario hacer un levantamiento topográfico en el campo para dividir el río en una serie de tramos cortos de tal modo que sean proporcionales, y que la forma de la sección así como los factores de rugosidad sean aproximadamente uniformes en cada tramo. Un ejemplo de ello se muestra en la figura 3.6. De esta manera, en cualquier proceso de integración numérica es necesario trabajar a partir de valores elegidos para x y calcular el tirante de acuerdo con ellos. Una razón práctica para esto es que las propiedades de un río se miden usualmente en las secciones fijas.

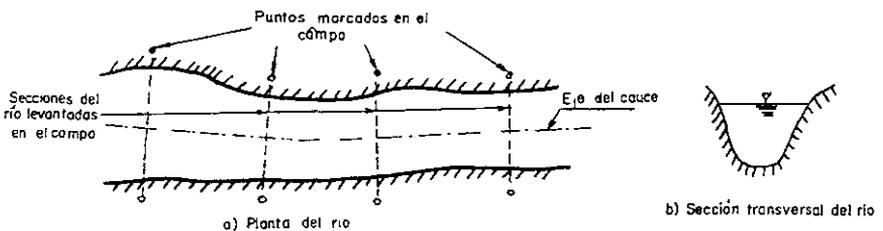


Figura 3.6

Aun cuando se conociera con precisión la geometría del río en cada sección a lo largo del cauce, la variación irregular de las propiedades del canal con la distancia x haría aun más difícil calcular x a partir de un valor dado para el tirante y , que calcular y de un valor dado para x .

De este modo, en la determinación de los perfiles de flujo en un río natural se debe calcular " y " a partir de " x " y para ello usar un procedimiento de aproximaciones sucesivas. En realidad el tirante " y " rara vez aparece en los cálculos y en su lugar es preferible especificar la altura h del nivel del agua, medida desde un cierto plano de referencia.

En la figura 3.7 se muestran las condiciones hidráulicas en uno de los tramos de longitud Δx en que se ha dividido el río. Como el flujo es gradualmente variado, es razonable considerar recta la línea de energía dentro del tramo

De la ecuación de energía entre las dos secciones, se tiene:

$$h_2 = \alpha_2 \frac{V_2^2}{2g} = h_1 + \alpha_1 \frac{V_1^2}{2g} + h_f + h_c \quad (3.19)$$

$$H_2 = H_1 + h_f + h_c \quad (3.20)$$

donde hf es la pérdida de fricción entre las dos secciones y que se calcula a partir de las ecuaciones 3.12, 3.13 y 3.14 y h_c es la pérdida por cambio de sección y remolinos que depende principalmente del cambio en carga de velocidad y suele ser muy pequeña, o bien puede quedar englobada dentro de la pérdida por fricción incrementando el factor de fricción. Se puede calcular mediante la ecuación:

$$h_c = k \frac{V_2^2 - V_1^2}{2g} \quad (3.21)$$

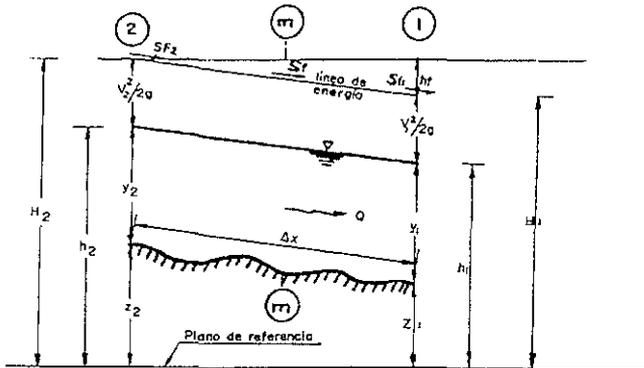


Figura 3.7

Existe poca información acerca del valor del coeficiente k ; sin embargo, es común considerar que vale de 0 a 0.1 cuando disminuye el área de la sección de 2 a 1, y vale 0.2 cuando aumenta. Para expansiones y contracciones bruscas, k vale aproximadamente 0.5. En el caso de ríos en curva, se prefiere usar la ecuación siguiente:

$$h_c = 0.05 \left(\frac{V_1^2 + V_2^2}{2g} \right) \quad (3.22)$$

De acuerdo con el sentido en que se efectúa el cálculo, para un determinado gasto se conocerán las características en alguna de las dos secciones, la primera si el cálculo es en el sentido del flujo o la segunda si es en sentido contrario. En

ambas secciones se debe de disponer de curvas que permitan conocer A , P , R_h , etc., para diferentes valores de h , así como el valor medio estimado para el factor de fricción.

En la mayoría de los ríos el flujo es subcrítico y el tirante no es muy distinto del normal obtenido para una pendiente media del fondo. Los perfiles hacia aguas arriba son, por tanto, dictados por las condiciones de aguas abajo. Por ello es ventajoso, aunque no esencial, utilizar una sección de control en el extremo aguas abajo del canal formada por un vertedor o unión con un gran río, con objeto de que se conozca el nivel del agua para cualquier gasto. Si esto no es posible, se supone un nivel tentativo inicial arriba del crítico en el extremo aguas abajo y se procede al cálculo hacia aguas arriba. Al repetir el mismo procedimiento con varios niveles iniciales, se encuentra normalmente, que debido a la curvatura decreciente del perfil del flujo, se pierde rápidamente el efecto de pequeñas variaciones en el nivel tentativo de la sección inicial.

Si se conoce el nivel de la superficie del agua en la sección 1 y se desea determinarlo para la sección 2, se propone un valor tentativo h_2 y se calcula $A_2, V_2, \frac{V_2^2}{2g}$ y la energía total $H_2 = h_2 + \frac{V_2^2}{2g}$.

La pendiente de fricción $S_{f_2} = (n V_2 / R h_2^2)^2$ y se puede calcular el valor medio $(S_{f_1} + S_{f_2})/2$ de donde se obtiene la diferencia de energías totales $H_2 - H_1$ y de aquí H_2 . La prueba del proceso de iteración es saber si corresponde al valor H_2 que se calculó previamente, de lo contrario, se propone un nuevo valor de tanteo.

Para una mayor facilidad en este proceso de iteración, se puede seguir el siguiente razonamiento: Se desea igualar los dos valores

$$H_2 = z_2 + y_2 + \alpha_2 \frac{V_2^2}{2g}$$

$$H_2 = H_1 + \frac{1}{2} \Delta x (S_{f_1} + S_{f_2})$$

donde se ha despreciado la pérdida h_a .

Llamando $H_e = H_2 - H_1$ la diferencia entre los dos valores (esto es, el error), se desea que esta cantidad desaparezca cambiando el nivel de la superficie del agua; esto es, cambiando y_2 debido a que no se puede modificar z_2 . El problema consistirá en determinar la respuesta de H_e a pequeños cambios en y_2 y de esta respuesta está medida por la derivada dH_e / dy_2 . Debido a que z_2, h_1 y S_{f_1} son constantes, entonces se tiene que:

$$\frac{dH_e}{dy_2} = \frac{d}{dy_2} \left(y_2 + \alpha_2 \frac{V_2^2}{2g} - \frac{1}{2} \Delta x S_{f_2} \right) = 1 - \frac{\alpha_2 Q^2 B_1}{g A_2^3} - \frac{1}{2} \Delta x \frac{dS_{f_2}}{dy_2}$$

Debido a que Sf_2 varía aproximadamente con el recíproco del cubo de y_2 , se tiene:

$$\frac{dSf_2}{dy_2} \approx -\frac{3Sf_2}{y_2} \approx -\frac{3Sf_2}{R_{h_2}}$$

obteniendo entonces:

$$\frac{dH_1}{dy_2} = 1 - \frac{\alpha_2 Q^2 B_2}{g A_2^3} + \frac{3Sf_2 \Delta x}{2R_{h_2}}$$

o bien, con $\alpha_2 \frac{Q^2 B_2}{g A_2^3} = \alpha_2 \frac{V_2^2 B_2}{g A_2}$, se obtiene:

$$\Delta y_2 = \frac{\pm H_1}{1 - \frac{\alpha_2 V_2^2 B_2}{g A_2} + \frac{3Sf_2 \Delta x}{2R_{h_2}}} \quad (3.23)$$

En esta ecuación Δy_2 es la cantidad que debe cambiar el nivel del agua en la sección 2 con el fin de disminuir el error H_1 . Se utilizará el signo positivo si el régimen en el río es supercrítico y negativo si es subcrítico. Debido a que en un río natural el ancho B de la superficie libre se confunde con el perímetro mojado P , se pueden hacer las siguientes simplificaciones con el término que sigue:

$$\frac{\alpha V^2 B}{g A} \approx \frac{\alpha V^2}{g R_h} \approx \frac{\alpha V^2}{R_h^3} \frac{2g}{2g}$$

3.4.2 Ríos de sección compuesta

a) Solución General.

En estos canales, la sección transversal se divide en regiones distintas que tienen características de flujo diferente, un ejemplo de ello se muestra en la figura 3.8, la cual corresponde al caso de flujo que invade zonas laterales de la sección sobre las bermas, poseyendo tirantes diferentes y rugosidades distintas de los que se tienen en el cauce principal.

Si el canal es recto, el nivel de la superficie del agua permanecerá esencialmente constante sobre toda la sección del flujo debido a que la presión hidrostática debe permanecer constante a lo largo de cualquier línea horizontal trazada a través de la sección. Sin embargo, en las distintas regiones de flujo mostradas en la figura 3.8 se tendrán velocidades y cargas de velocidad diferentes; el problema consistirá en definir una carga total H aplicable a toda la sección transversal. La línea de energía total se elevará a través de toda la superficie completa del agua, una distancia $\alpha Vm^2 / 2g$ por encima de ella, tal como se muestra en la figura 3.8. Esta línea de energía total y cualquier pérdida de energía deducida de ella se suponen aplicables a toda sección y también a cada una de las subsecciones individuales.

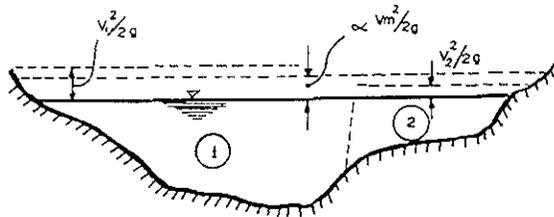


Figura 3.8

La última suposición no es estrictamente verdadera debido a que las subsecciones separadas se considerarían propiamente como sistemas paralelos, cada uno con pérdidas de energía, velocidad, tirante, etc. distintos. Sin embargo, sería extremadamente difícil tratar el problema en esta forma, esto debido a que para ello se tendría que considerar el intercambio de flujo entre las bermas y el canal principal de una sección a la siguiente y, en general, la distribución del flujo entre las bermas y el canal principal podría ser determinado sólo mediante un proceso de aproximaciones sucesiva. La suposición de energía total uniforme a través de cada sección, da resultados que son bastantes seguros y suficientes para propósitos prácticos.

Se tiene que el coeficiente para una sección compuesta esta dado por la ecuación:

$$\alpha = A \left[\frac{\sum_{i=1}^n (\alpha_i k_i^3 / A_i^2)}{(\sum_{i=1}^n k_i)^2} \right]$$

donde α_i , k_i , A_i son el coeficiente de energía, el factor de conducción y el área de cada subsección respectivamente. A es el área total de la sección.

Por otra parte, la pendiente de fricción valdrá:

$$S_f = \frac{Q^2}{\left(\sum_{i=1}^n k_i\right)^2}$$

donde Q es el gasto total. De esta manera, los dos factores α y S_f , que son de importancia crítica para la tabulación, se podrán calcular sin una evaluación explícita de los gastos Q_1, Q_2, \dots , etc. Los valores de k_i que deben considerarse en las dos ecuaciones anteriores se obtiene de las ecuaciones

$$k = C A R_h^{1/2} \tag{3.24}$$

$$k = \frac{A R_h^{2/3}}{n} \tag{3.25}$$

dependiendo de la formula de fricción que desee utilizarse

De acuerdo con los desarrollos anteriores, la ecuación 3.19 se puede desarrollar para dos secciones 1 y 2 de la siguiente manera:

$$h_2 + \left[\frac{\sum_{i=1}^n (\alpha_i k_i^3 / A_i^2)}{2g \left(\sum_{i=1}^n k_i\right)^3} \right]_2 Q^2 = h_1 + \left[\frac{\sum_{i=1}^n (\alpha_i k_i^3 / A_i^2)}{2g \left(\sum_{i=1}^n k_i\right)^3} \right]_1 Q^2 + \frac{1}{2} \left[\frac{Q^2}{\left(\sum_{i=1}^n k_i\right)_1^2} + \frac{Q^2}{\left(\sum_{i=1}^n k_i\right)_2^2} \right] \Delta x \tag{3.26}$$

donde se ha sustituido: $V_1 = Q/A_1$ y $V_2 = Q/A_2$ y se ha considerado incluida la pérdida h dentro de la de fricción. Esta ecuación se puede también escribir como:

$$h_2 + \left[\frac{\sum_{i=1}^n (\alpha_i k_i^3 / A_i^2)}{2g \left(\sum_{i=1}^n k_i\right)^3} - \frac{\Delta x}{2 \left(\sum_{i=1}^n k_i\right)^2} \right]_2 Q^2 = h_1 + \left[\frac{\sum_{i=1}^n (\alpha_i k_i^3 / A_i^2)}{2g \left(\sum_{i=1}^n k_i\right)^3} - \frac{\Delta x}{2 \left(\sum_{i=1}^n k_i\right)^2} \right]_1 Q^2$$

o bien en forma simplificada

$$h_2 + F_A(h_2) = h_1 + F_B(h_1) \tag{3.27}$$

donde:

$$F_A(h_1) = \left[\begin{array}{c} \sum_{i=1}^n (\alpha_i k_i^3 / A_i^3) \\ 2g \left(\sum_{i=1}^n k_i \right)^3 \end{array} \right] \frac{\Delta x_d}{2 \left(\sum_{i=1}^n k_i \right)^2} Q^2 \quad (3.28)$$

$$F_B(h_1) = \left[\begin{array}{c} \sum_{i=1}^n (\alpha_i k_i^3 / A_i^3) \\ 2g \left(\sum_{i=1}^n k_i \right)^3 \end{array} \right] \frac{\Delta x_d}{2 \left(\sum_{i=1}^n k_i \right)^2} Q^2 \quad (3.29)$$

se observa que las funciones $F_A(h)$ y $F_B(h)$ dependen únicamente de la rugosidad, y coeficientes de energía, de los elementos geométricos de la sección, así como del gasto, correspondiendo al nivel h que alcanzaría la superficie libre del agua en la sección.

La función $F_A(h)$ se aplica a la sección en el extremo aguas arriba de un cierto tramo y $F_B(h)$ a la sección ubicada aguas abajo o bien al de aguas arriba de la sección que sigue (en la dirección del flujo), $F_A(h)$ y $F_B(h)$ deben ser calculadas para cada sección. Sin embargo, se debe hacer notar, que Δx no es igual para cada función en la misma sección. Así Δx_d en $F_A(h)$ es la longitud del tramo entre una sección y la que existe inmediatamente aguas abajo y Δx_u será la longitud del tramo entre la sección y la que existe inmediatamente aguas arriba.

Para mayor facilidad de los cálculos, es más conveniente determinar las funciones $F_A(h)$ y $F_B(h)$ para diferentes valores de h adoptados en cada sección y representarlos gráficamente, recordando que normalmente la distancia que separa las secciones es variable. De esta manera, para cada sección se obtendrán dos curvas distintas, una para cada función.

Por un procedimiento de aproximaciones sucesivas se satisface la ecuación 3.27 entre dos secciones consecutivas. Esto es, suponiendo conocido el nivel h_1 (en la sección 1) y siendo la dirección del cálculo hacia aguas arriba, de la curva $F_B(h)$ se obtendrá el valor de dicha función que se sumará a h_1 . Se supone un valor h_2 y de la curva $F_A(h)$ de la sección 2 se obtendrá el valor de $F_A(h_2)$, que se sumará a h_2 . Se deberá entonces verificar la ecuación 3.27 si el valor elegido para h_2 es el correcto; de no ser el correcto se deberá suponer otro valor de h_2 y se repetirá el cálculo tantas veces como sea necesario.

Se hace notar que $F_A(h)$ y $F_B(h)$ dependen del cuadrado del gasto y que una vez valuados será posible utilizarlos para obtener los perfiles del flujo en el río para gastos distintos; o bien para un mismo gasto, obtener los diferentes perfiles de flujo para diferentes niveles h en la sección en que se inicia el cálculo.

b) Método Gráfico de Ezra.

Como en el caso de canales prismáticos, en el tratamiento de canales irregulares es posible reemplazar el procedimiento de tanteos por un método gráfico. Este se basa en dibujar curvas de $h + F_a(h)$ y $h + F_b(h)$ contra h para cada sección del río. Los dos tipos de curvas se presentan en la figura 3.9. Considerando que el flujo es subcrítico (como sucede siempre en los ríos naturales), el cálculo se realizaría en dirección aguas arriba. Sin embargo, con el sistema de curvas se trabajaría exactamente en la misma forma si el flujo fuera supercrítico y el cálculo se realizaría en dirección aguas debajo de la sección 2 a la sección 1.

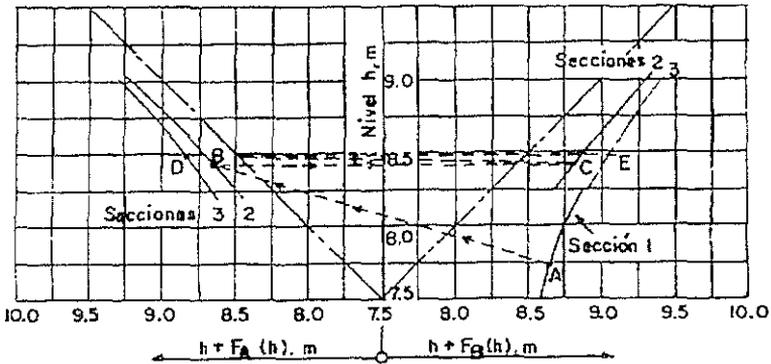


Figura 3.9

Las condiciones del flujo en la sección 1 (inicial) están representados por el punto A, en el diagrama del lado derecho, sobre la curva F_b . Las condiciones en la sección 2 (aguas arriba de la sección 1) quedarán entonces representadas por el punto B sobre el diagrama F_a , teniendo la misma abscisa, 8.65 m, del punto A. De esta manera queda satisfecha la ecuación 3.27. Para ir de la sección 2 a la 3 (aguas arriba de la 2), se debe primero regresar al diagrama F_b mediante una línea horizontal hasta el punto C. Los punto B y C representan a la sección 2, por lo cual deberán tener la misma ordenada h_2 . Para pasar de la función F_b a la F_a para la sección 3, se procede en la misma forma que antes. Del punto C se transfiere a D que representa la sección 3 y así sucesivamente.

3.5 Método de paso ó de etapas

Este método propone dividir al canal en tramos pequeños de tal magnitud que los cálculos de la geometría del canal sea mas representativa, tales cálculos son llevados paso a paso de un extremo a otro del canal, ó bien de aguas arriba hacia aguas abajo. El método es aplicable a canales prismáticos.

En la figura 3.10 se ilustra un tramo de canal corto de longitud Δx .

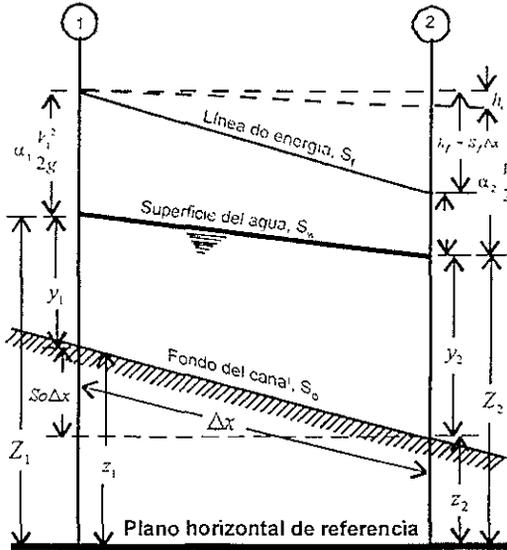


Figura 3.10

Al igualar las alturas totales en los extremos de las secciones 1 y 2, se tiene lo siguiente:

$$S_0 \Delta x + y_1 + \alpha_1 \frac{V_1^2}{2g} = y_2 + \alpha_2 \frac{V_2^2}{2g} + S_f \Delta x \quad (3.30)$$

Si se resuelve para Δx se tiene que

$$\Delta x = \frac{E_2 - E_1}{S_0 - S_f} = - \frac{\Delta E}{S_0 - S_f} \quad (3.31)$$

en donde E es la energía específica o bien, al suponer $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha$,

$$E = y + \alpha \frac{V^2}{2g} \quad (3.32)$$

De las ecuaciones antes mencionadas se tiene que

y ; es la profundidad de flujo

V , es la velocidad media

α , es el coeficiente de la energía

S_0 ; es la pendiente de fondo

S_f ; es la pendiente de fricción.

Cuando se utiliza la ecuación de Manning, la pendiente de fricción se expresa como

$$S_f = \left(\frac{V n}{R_h^{2/3}} \right)^2 \quad (3.33)$$

donde

n ; es el coeficiente de rugosidad o n de Manning

V ; es la velocidad media

R_h ; el radio hidráulico

3.6 Método standard por etapas.

Este método es aplicable solamente a canales no prismáticos. En los canales no prismáticos, los elementos hidráulicos no son más independientes de la distancia a lo largo del canal. En los canales naturales, es generalmente necesario conducir una investigación de campo para recoger los datos requeridos en todas las secciones consideradas en el cálculo. El cálculo es llevado adelante por etapas de sección a sección en donde las características hidráulicas hayan sido determinadas. En tales casos la distancia entre estaciones es dada, y el procedimiento es para determinar la profundidad del flujo en las estaciones. Tal procedimiento es desarrollado por el método de tanteos.

Para explicar este método es conveniente referir la posición de la superficie del agua a una referencia o datum horizontal. En la figura 3.10, las elevaciones de la superficie del agua sobre el datum en las dos secciones extras son

$$Z_1 = S_0 \Delta x + y_1 + z_2 \quad (3.34)$$

$$Z_2 = y_2 + z_1 \quad (3.35)$$

La pérdida de fricción esta dada por

$$h_f = S_f \Delta x = \frac{1}{2} (S_{f_1} + S_{f_2}) \Delta x \quad (3.36)$$

en donde la pendiente de fricción S_f es tomada como el promedio de las pendientes en las dos secciones extremas, o sea S_{f_1} Y S_{f_2} .

Sustituyendo las expresiones anteriores en la ecuación 3.30, se tiene lo siguiente:

$$Z_1 + \alpha_1 \frac{V_1^2}{2g} = Z_2 + \alpha_2 \frac{V_2^2}{2g} + h_f + h_e \quad (3.37)$$

en donde h_e es agregado por las pérdidas de remolinos, las cuales pueden ser apreciables en los canales no prismáticos. No hay ningún método racional de evaluación de pérdidas por remolinos, disponible. Las pérdidas de remolinos dependen principalmente del cambio en la altura de velocidad y pueden ser expresadas como una parte de él, o $k(\Delta\alpha V^2/2g)$ en donde k es un coeficiente. Para tramos convergiendo y divergiendo gradualmente, $k=0$ a 0.1 y 0.2 respectivamente. Para expansiones y contracciones abruptas k es alrededor de 0.5. Para canales prismáticos y regulares, las pérdidas de remolinos es prácticamente cero, o sea $k=0$.

Las alturas totales en las secciones de los dos extremos serán:

$$H_1 = Z_1 + \alpha_1 \frac{V_1^2}{2g} \quad (3.38)$$

$$H_2 = Z_2 + \alpha_2 \frac{V_2^2}{2g} \quad (3.39)$$

Así la ecuación 3.37 se hace

$$H_1 = H_2 + h_f + h_s \quad (3.40)$$

Esta es la ecuación básica que define el procedimiento del método *standard por pasos*. Este método se ajusta mejor a los cálculos para canales naturales

Capítulo 4

Métodos de cálculo para un sistema de cauces naturales.

Algunos de los métodos para el análisis de flujo en cauces naturales son:

- a) Método standard por pasos para canales naturales.
- b) Método nivel-caída-descarga para canales naturales.
- c) Método Ezra para canales naturales.

4.1 Método standard por pasos para canales naturales.

El flujo en los canales naturales en tramos cortos es muy próximo al flujo uniforme, con ligeras modificaciones por las irregularidades locales del canal. Para flujo gradualmente variado, una solución aproximada se puede obtener ya sea por el método de integración directa o por el método directo por pasos, suponiendo un canal prismático que tenga las características medias geométricas e hidráulicas de un canal natural. Para una solución práctica y precisa, se recomienda utilizar el método standard por pasos.

El método standard por pasos cuenta con ventajas en su aplicación a canales naturales. Cuando la carga de velocidad es pequeña, el método por pasos se puede desarrollar aún en el sentido de flujo erróneo sin que resulte en errores de importancia, aunque es recomendable desarrollar el cálculo hacia aguas arriba si el flujo es subcrítico y hacia aguas abajo cuando es supercrítico.

La elevación de la superficie del agua de la sección inicial, (donde se comenzaría el cálculo de un perfil de flujo) puede no ser conocido en una corriente natural; el uso del cálculo por pasos en esta conexión ofrece una ventaja especial. Si se ha iniciado el cálculo por pasos en una supuesta elevación que es incorrecta para el caudal dado, el perfil del flujo resultante se aproxima al verdadero a cada paso, probando que el cálculo se desarrolla en la dirección correcta. De este modo, si no se conoce ninguna cota en o cerca del tramo en consideración, se puede suponer cualquier cota inicial. Para el momento que el cálculo por pasos haya sido llevado hasta la sección inicial, las elevaciones serán correctas. Se puede establecer un control desarrollando el mismo cálculo con otras elevaciones supuestas en la distante sección. La elevación calculada en la sección inicial es la elevación correcta si el segundo valor calculado concuerda con el primer valor. Los dos valores concuerdan usualmente si la distancia desde la sección distante a la sección inicial es lo suficientemente representativa.

Para el cálculo de un perfil del flujo se requiere contar con la siguiente información:

1. El gasto para el cual se desea el perfil del flujo.
2. La elevación de la superficie libre del agua en la sección de control. Si no se conoce, el cálculo se puede iniciar desde una elevación supuesta en una sección distante de la sección inicial a través de la cual se desea el perfil.
3. Los elementos geométricos en las diferentes secciones del canal a lo largo del tramo, para todas las profundidades del flujo en el rango esperado. Estos datos se pueden obtener mediante una investigación hidrográfica o partiendo de un mapa de curvas de nivel del fondo del canal. Otros datos incluyen la longitud del tramo entre las secciones, ancho del canal, perímetro mojado y área mojada.
4. Si son estudiados los perfiles del flujo para diferentes gastos, es conveniente construir curvas de los elementos geométricos (figura 4.1) e interpolar sus valores para diferentes elevaciones.
5. La rugosidad del canal y las pérdidas por vorticidad ó salto hidráulico en varias secciones. En el cálculo del perfil del flujo, se ha encontrado que cuanto mas

pequeño es el valor de la n de Manning, menor es la pendiente de la superficie libre del agua, y viceversa

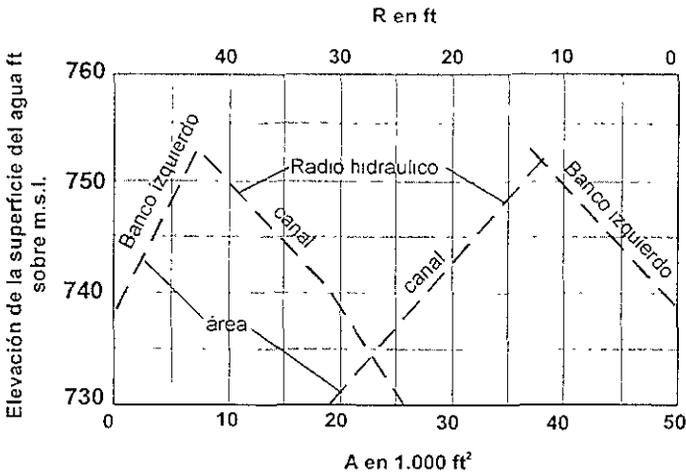


Figura 4.1

4.2 Método nivel-caída-descarga para canales naturales.

Cuando los perfiles del flujo de un curso de agua en su estado natural, sin efecto de remanso, están disponibles para una cantidad de caudales, el método nivel-caída-caudal, se puede usar. En este método la pendiente de fricción S_f es un tramo corto de longitud L y se puede expresar como

$$S_f = \frac{F + h_{v,2} - h_{v1}}{L} \quad (4.1)$$

en donde :

F es la caída en la superficie del agua

$h_{v_2} - h_{v_1}$: es el cambio en la altura de velocidad

Si $h_{v_2} - h_{v_1}$ es cero o despreciable, entonces $S_f = F/L$, y la descarga normal de un flujo uniforme por la fórmula de Manning es

$$Q = \frac{A}{n} R^{2/3} \left(\frac{F}{L} \right)^{1/2} \quad (4.2)$$

Para un flujo gradualmente variado con efecto de remanso teniendo un caudal Q_x y un F_x correspondiente en el mismo tramo, se puede suponer que se puede escribir en forma similar a la ecuación 4.2 o sea

$$Q_x = \frac{A}{n} R^{2/3} \left(\frac{F_x}{L} \right)^{1/2} \quad (4.3)$$

donde los cambios de altura de velocidad debidos al efecto de remanso, son también despreciados.

De las ecuaciones (4.2) y (4.3),

$$F_x = \left(\frac{Q_x}{Q} \sqrt{F} \right)^2 \quad (4.4)$$

donde Q/\sqrt{F} es llamada la *descarga para una caída de 1 m*. Esta ecuación se puede usar en los cálculos del perfil del flujo si la relación nivel-caída-descarga para el flujo uniforme en el tramo es conocida.

La relación nivel-caída-descarga para un tramo seleccionado puede ser determinada de reportes de niveles y descarga observadas anteriormente. Los niveles de las cotas de la superficie del agua en la sección inicial del tramo son dibujadas como ordenadas, mientras que los valores correspondientes de Q/\sqrt{F} son dibujados como abscisas, lo que nos da como resultado una curva nivel versus Q/\sqrt{F} (figura 4.2).

Cuando se da cualquier elevación de la superficie del agua en la sección inicial del tramo, su valor correspondiente de Q/\sqrt{F} se podrá leer de la curva, mientras que la caída para un caudal Q_x se deberá calcular por medio de la ecuación 4.4. La caída que se obtiene, si se agrega a la elevación de la superficie del agua en la sección inicial del tramo, dará la elevación de la superficie del agua en la sección

final del tramo, la cual es también la elevación de la superficie del agua en la sección inicial para el siguiente tramo. El procedimiento se repite para cada tramo hasta obtener el perfil completo que se requiere del flujo

Este método es usado más ventajosamente cuando se desean en el curso de agua una cantidad de caudales correspondientes a niveles conocidos, o viceversa.

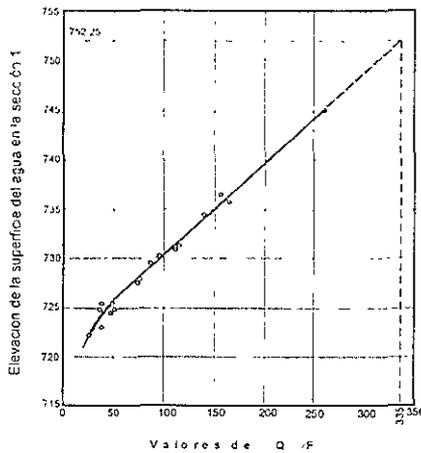


Figura 4.2

4.3 Método Ezra para canales naturales

Si se requiere un cálculo preciso, incluyendo los efectos de los cambios de altura de velocidad y pérdidas de remolinos, el método Ezra nos arroja resultados con mas precisión que los anteriormente descritos.

Si en la ecuación 3.17 se sustituye la ecuación 3.16, se obtiene la siguiente ecuación:

$$Z_1 + F(Z_1) = Z_2 + F(Z_2) + h_c \tag{4.5}$$

donde

$$F(Z_1) = \alpha_1 \frac{V_1^3}{2g} - \frac{1}{2} S_1 \Delta x \tag{4.6}$$

y

$$F(Z_1) = \alpha \cdot \frac{V_1^3}{2g} \cdot L_2 S_1 \Delta x \quad (4.7)$$

por la ecuación 3.13

$$S_1 = \left(\frac{V_1 n}{R_b} \right)^2 \quad (4.8)$$

y

$$S_2 = \left(\frac{V_2 n}{Rh} \right)^2 \quad (4.9)$$

Con lo cual se puede observar que las funciones $F(Z_1)$ y $F(Z_2)$ son directamente proporcionales a los cuadrados de las velocidades o del caudal Q . Para cualquier otro caudal Q_x , los valores correspondientes de estas funciones se pueden obtener multiplicando las funciones por el factor $(Q_x/Q)^2$.

El método Ezra da una solución gráfica de la ecuación 4.5. Hay dos partes principales de esta solución:

1. *Cálculo y construcción de las curvas $Z + F(Z)$.* Para cada sección elegida en un canal en consideración, se seleccionan varios valores de elevación de la superficie del agua y se determinan y tabulan los elementos geométricos necesarios A y R para cada una de estas elevaciones de la superficie del agua.

Para valores dados de Q y n , se determinan los valores de $\alpha V^2/2g$ y S_n en cada sección para cada una de las elevaciones seleccionadas. En canales irregulares, el valor de K se determina primero para posteriormente calcular el valor de S_f con las ecuaciones

$$S_1 = \left(\frac{Q}{K_1} \right)^2 \quad (4.10)$$

$$S_2 = \left(\frac{Q}{K_2} \right)^2 \quad (4.11)$$

Para cada sección los valores correspondientes de $F(Z)$ se calculan con las ecuaciones 4.6 y 4.7. Se deben destacar que dos valores $F(Z_1)$ y $F(Z_2)$, deberían ser calculados para cada sección. Al calcular el $F(Z_1)$, el valor Δx es el valor de Δx_0

medidos aguas abajo de esa sección. Al calcular el $F(Z_1)$, el valor $.1x$ es el valor de $.1x_1$ medidos aguas arriba de esa sección. En el cálculo, esta regla asegura que los valores de $.1x$ serán comunes a las secciones en ambos extremos de cada tramo, ya que será mostrado que el mismo valor de $.1x$ es utilizado en ambos lados de la ecuación 4.5. En otras palabras, en cada sección $Z_1 = Z_2 = Z$.

Ahora para cada sección con $Z = Z_1 = Z_2$, los valores de $Z_1 + F(Z_1)$ y $(Z_2) + F(Z_2)$ son calculados y las curvas de $Z_1 + F(Z_1)$ y $Z_2 + F(Z_2)$ son dibujados contra Z para cada sección (figura 4.3).

2. Determinación de las elevaciones de la superficie del agua.

Para el flujo supercrítico, el perfil del flujo se determina en una dirección aguas arriba. Partiendo con una dada elevación inicial de la superficie del agua en una sección aguas abajo el valor de $Z_2 + F(Z_2)$ para la próxima sección aguas arriba con este valor, la correspondiente elevación de la superficie de agua es determinada directamente. Este procedimiento es repetido de sección a sección, trazando el perfil deseado del flujo.

Para flujo supercrítico, el perfil del flujo es trazado en una dirección aguas abajo. Partiendo con el valor de $Z_1 + F(Z_1)$ en la sección inicial y tomando este valor en la curva de $Z_2 + F(Z_2)$ para la próxima sección aguas abajo, la correspondiente elevación de la superficie del agua está determinada.

Si las pérdidas no están incluidas en la rugosidad, el término h_e se puede expresar como $k(\alpha V^2/2g)$, en donde k es un coeficiente cuyo valor variara de acuerdo al tipo de tramo que se tenga, si es un tramo convergiendo $k = 0$ a 0.1 y 0.2. Para expansiones y contracciones abruptas k estará alrededor de 0.5.

En primer lugar, es necesario dibujar curvas de $k(\alpha V^2/2g)$ contra la cota o elevación Z para cada sección.

Para flujo subcrítico, las elevaciones de la superficie del agua para dos secciones consecutivas se han determinado en una dirección aguas arriba por el procedimiento descrito previamente para $h_e = 0$. Los valores de $k(\alpha V^2/2g)$ pueden así ser obtenidos de las curvas $k(\alpha V^2/2g)$ dibujadas para estas cotas. La diferencia $k\alpha(V_1^2/2g - V_2^2/2g)$, o h_e en el tramo, es agregado entonces el valor de $Z_2 + F(Z_2)$ para el valor más bajo de las dos secciones. El valor resultante es llevado a la curva $Z_1 + F(Z_1)$ para la más alta de las dos secciones, y la correspondiente elevación corregida de la superficie del agua está determinada.

Para flujo supercrítico, el procedimiento es similar. Sin embargo, el perfil del flujo debe ser trazado en una dirección aguas abajo, y las correcciones por pérdidas se

deducen del valor $Z_i + F(Z_i)$ antes de que este valor sea llevado a la curva $Z_i + F(Z_i)$

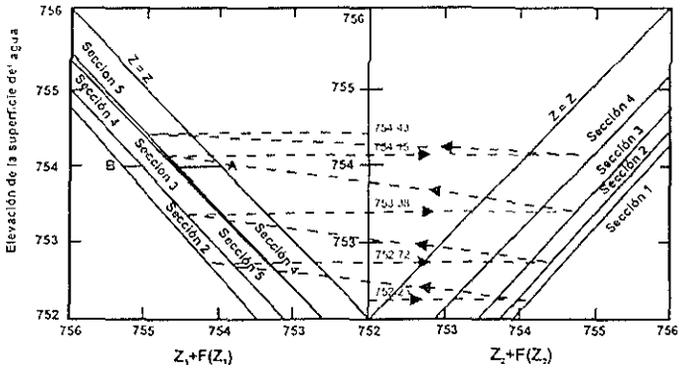


Figura 4.3

CAPITULO 5

Ejemplos de Aplicación

Para dejar de una manera mas clara la aplicación de los métodos que se explican en los capítulos 3 y 4, se presentan aplicaciones de los mismos.

5.1 Métodos de Integración de la ecuación dinámica

5.1.1 Método de Integración Gráfica.

Un canal de sección trapecial con anchos de plantilla $b=8m$, taludes $k=1.5$, el cual esta excavado en tierra (el factor de fricción de Manning es $n=0.025$) con una pendiente de plantilla $S_0=0.0009$, el canal deberá transportar un gasto de $15 m^3/s$. fig. 5.1. Con objeto de dar carga sobre una serie de orificios laterales, se desea utilizar un vertedor de cresta redonda y forma rectangular con una ancho de cresta $L= 12m$: AL ley de gastos de vertido sobre el mismo es $Q = 2 Lh^{3/2}$ y la altura de la cresta al fondo es $W = 1.77m$.

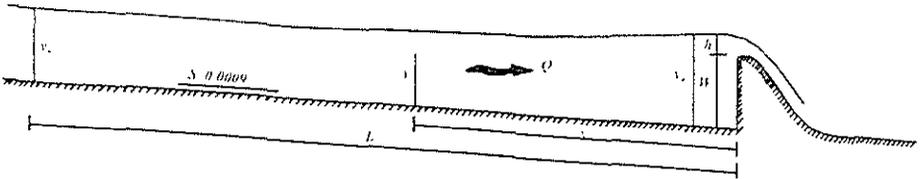


Figura 5.1

Calcular el perfil de flujo y la longitud total L del remanso considerando que termina al alcanzar un tirante que sea 3 % mayor que el normal. Considere que $\alpha=1$.

Solución :

Antes de hacer la determinación del perfil del flujo se realizan algunos cálculos preliminares, los cuales son para determinar tanto el tirante normal, como el tirante crítico

Tirante normal. De no existir el efecto del remanso, el flujo uniforme se establecería en el canal con un tirante normal, el cual se obtiene:

$$AR_h^{3/2} = \frac{nQ}{\sqrt{S}}$$

sustituyendo del lado derecho

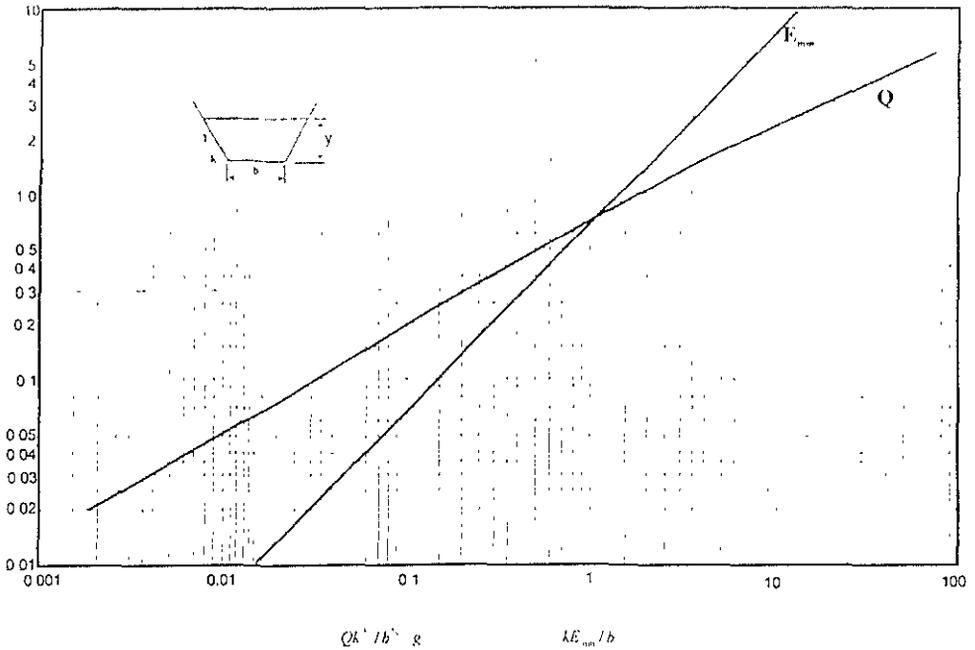
$$AR_h^{3/2} = \frac{(0.025)(15)}{\sqrt{0.0009}}$$

$$AR_h^{3/2} = 12.5$$

por tanteos se obtiene el valor del y_n

TABLA 5.1

$Y(m)$	$A(m^2)$	R_h	$R_h^{2/3}$	$AR_h^{2/3}$
1	9.5	0.8186	0.875	8.310
1.1	10.615	0.887	0.923	9.801
1.2	11.76	0.954	0.969	11.397
1.25	12.34	0.987	0.991	12.287
1.26	12.461	0.9936	0.9957	12.405
1.265	12.520	0.9969	0.9979	12.494
1.2655	12.526	0.9972	0.9981	12.501
1.27	12.57	1.1532	1.0999	13.821
1.28	12.69	1.0065	1.0043	12.744
1.29	12.81	1.0131	1.0087	12.921
1.30	12.93	1.0197	1.0130	13.099



Curvas para determinar el tirante crítico y energía específica mínima en secciones trapecoidales

Figura 5.2

El valor obtenido para el tirante normal, se puede verificar:

$$Q = \frac{ARh^3}{n} = \frac{(12.52)(0.9968)^3(3\%)}{0.025} = 14.97 \text{ m}^3/\text{seg.}$$

el gasto que se obtiene es prácticamente el que debe de conducir el canal.

Para el gasto en el canal, el tirante crítico se puede calcular a partir del parámetro:

$$\frac{Qk^{\frac{3}{2}}}{b^3g} = \frac{(15)(1.5)^2}{(8)^2(9.81)} = 0.04863$$

con el valor obtenido de la figura 5.2 para secciones trapeciales se obtiene que

$$\frac{ky_c}{b} = 0.127$$

siendo el tirante crítico:

$$y_c = \frac{(8)(0.127)}{1.5} = 0.677m$$

La carga sobre la cresta vale:

$$h = \left(\frac{Q}{2h} \right)^{1/3} = \left(\frac{15}{2 \cdot 12} \right)^{1/3} = 0.731m$$

por lo tanto el tirante inicial aguas arriba del vertedor es $y_o = 1.77 + 0.73 = 2.50m$. El perfil de flujo deberá ser del tipo *M1* con tirantes comprendidos en el intervalo $y > y_n > y_c$, y un tirante inicial $y_o > y_n$, debiendo realizar el cálculo hacia aguas arriba.

Para calcular la función $f(y)$, se utilizarán tirantes mayores que $y_n = 1.265m$ con incrementos de $0.10m$ (a excepción de los valores próximos a y_n , para una mejor precisión) el límite superior se elige arbitrariamente de $2.50m$. Los cálculos se resumen en la siguiente tabla:

Tabla 5.2

Y	Area	P	B	R_h	$R_h^{2/3}$	A/B	V	S_f	$F^2 r$	$1-F^2 r$	S_o-S_f	F(y)
1.265	12 520	12 561	11 795	0.996	0.997	1.061	1.199	0.00901	0.1160	0.8839	0	
1.30	12 935	12 689	11 900	1.0194	1.012	1.067	1.139	0.00819	0.1055	0.8944	0.00080	1.1056
1.305	12 994	12 705	11 915	1.022	1.015	1.090	1.154	0.00809	0.1041	0.8958	0.00091	9759
1.31	13 054	12 723	11 930	1.026	1.017	1.094	1.149	0.00797	0.1029	0.8971	0.00102	9744
1.325	13 233	12 777	11 975	1.035	1.023	1.105	1.133	0.00766	0.0989	0.9010	0.00133	6734
1.35	13 533	12 867	12 050	1.051	1.034	1.123	1.108	0.00717	0.0928	0.9071	0.00182	4979
1.40	14 400	13 047	12 200	1.083	1.055	1.159	1.060	0.00631	0.0820	0.9179	0.00258	3424
1.50	15 375	13 408	12 500	1.146	1.095	1.230	0.975	0.00495	0.0647	0.9352	0.00404	2317
1.60	16 640	13 768	12 800	1.208	1.134	1.300	0.901	0.00394	0.0518	0.9481	0.00505	1876
1.70	17 935	14 129	13 100	1.269	1.172	1.369	0.836	0.00318	0.0419	0.9580	0.00581	1646
1.80	19 260	14 490	13 400	1.329	1.208	1.437	0.778	0.00259	0.0343	0.9656	0.00640	1507
1.90	20 615	14 850	13 700	1.388	1.244	1.504	0.727	0.00213	0.0249	0.9715	0.00686	1416
2.00	22 000	15 211	14 000	1.446	1.278	1.571	0.681	0.00177	0.0237	0.9762	0.00722	1351
2.10	23 415	15 571	14 300	1.503	1.312	1.637	0.640	0.00148	0.0199	0.9800	0.00751	1305
2.20	24 860	15 932	14 600	1.560	1.345	1.702	0.603	0.00125	0.0168	0.9831	0.00774	1270
2.30	26 335	16 298	14 900	1.616	1.377	1.767	0.569	0.00106	0.0143	0.9856	0.00793	1243
2.40	27 840	16 653	15 200	1.671	1.408	1.831	0.538	0.00091	0.0123	0.9876	0.00808	1222
2.50	29 375	17 013	15 500	1.726	1.439	1.895	0.510	0.00078	0.0106	0.9893	0.00821	1205

Con los datos de la tabla, se gráfica figura 5.3 la curva $f(y)$ - y . Por medio de un planímetro se obtienen las áreas bajo la curva que dan los valores de x (a la escala adecuada) para los diferentes tirantes, mismos que se presentan en la gráfica. Por otra parte se realiza un esquema del perfil del flujo figura 5.4 en la que los valores que aparecen debajo de la plantilla corresponden a x tal como se acota en la figura 5.1.

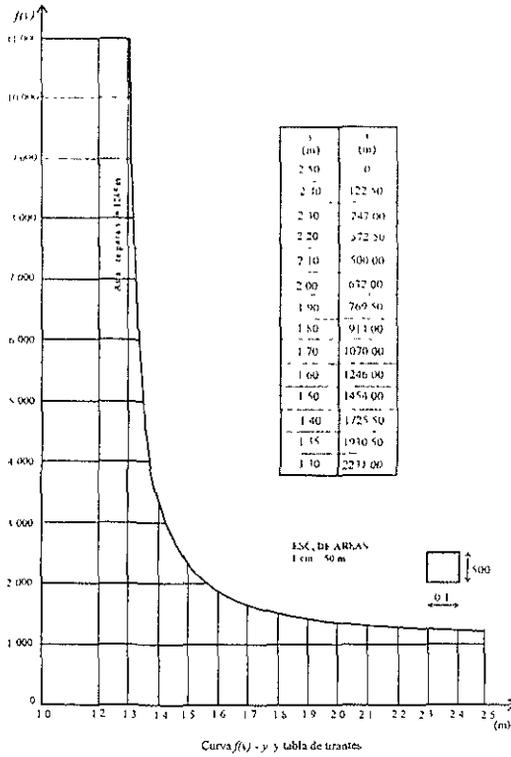


Figura 5.3

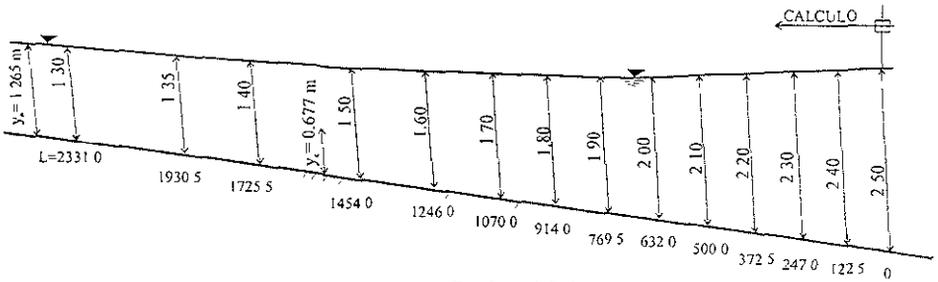


Figura 5.4 Perfil del flujo

5.1.2 Método de integración directa.

Un canal trapezoidal tiene un ancho de plantilla $b = 5\text{ m}$, talud $k = 1$ y para una pendiente $S_0 = 0.0004$, adopta un tirante normal $y_n = 1.75\text{ m}$ en flujo uniforme para un factor de fricción de Manning $n = 0.025$ (figura 3.8). A partir de cierta sección en adelante, es necesario aumentar la pendiente del canal a $S_0 = 0.17591 > S_c$.

Calcular la distancia Δx que deberá revestirse de concreto ($n = 0.015$) suponiendo que el material en que se excava el canal resiste hasta una velocidad de 1.50 m/s .

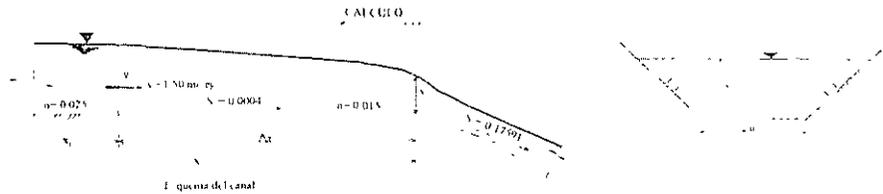


Figura 5.5 Esquema del canal

Solución.

Se tiene a $y_n = 1.75\text{ m}$ y se obtienen los siguientes datos adicionales

$$A = (5 + 1.75)1.75 = 11.812\text{ m}^2$$

$$P = 5 + 2(1.75)\sqrt{1+1} = 9.9497\text{ m}$$

$$R_h = \frac{11.812}{9.9497} = 1.1871$$

$$v_m = \frac{1}{0.025}(1.1871)^{2/3}(0.0004)^{1/2} = 0.897\text{ m/s}$$

$$g = (11.812)(0.897) = 10.595\text{ m}^3/\text{s}$$

Se realiza el cálculo para el tirante crítico

$$\frac{Qk^{1/2}}{b^{3/2} \cdot g} = \frac{(10.595)(1)^{1/2}}{(5)^{3/2} \cdot 9.81} = 0.0650$$

de la figura 5.2 se obtiene a $k \frac{v_c}{b} = 0.146$ por lo tanto $y_c = \frac{(0.146)(5)}{1} = 0.73\text{ m}$, también se calcula lo siguiente:

$$v_c = \frac{10.595}{4.182} = 2.533\text{ m/s}$$

$$A_c = (5 + 0.73)(0.73) = 4.182\text{ m}^2$$

Para ambos casos, el tirante crítico será la condición inicial para efectuar el cálculo.

El área de la sección donde se va a calcular el tirante deberá ser:

$$A = \frac{10.595}{1.50} = 7.0635 \text{ m}^2$$

Debiendo verificarse que:

$$(5 + y)y = 7.0635$$

resulta que $y = 1.149 \text{ m}$. Por lo que el problema que se plantea consiste en encontrar la distancia Δx que separa la sección crítica (de tirante $y_c = 0.733 \text{ m}$) y una sección cuyo tirante es de 1.149 m , donde la velocidad es de 1.50 m/s .

Aplicando el método de integración directa (Chow):

1. Calcular la profundidad normal y_n y la profundidad crítica para los datos proporcionados Q y S_0 .

$$y_n = 1.149 \text{ m}$$

$$y_c = 0.733 \text{ m}$$

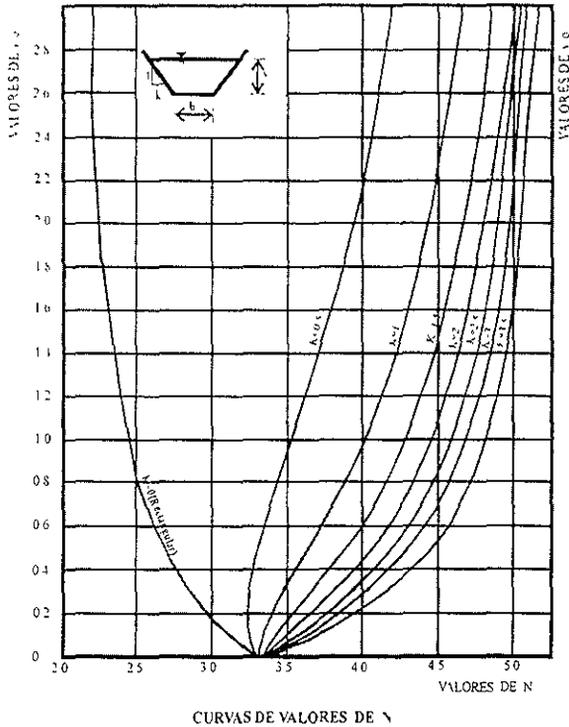
2. Determinar los exponentes hidráulicos N y M para una profundidad promedio, estimada del flujo en el tramo considerado.

$$v_m = \frac{0,73 \cdot 1,149}{2} = 0,939 \text{ m}$$

$$\frac{v_m}{h} = \frac{0,939}{5} = 0,1878$$

de las figura 5.7 y 5.8 se tiene que $N = 3,4$ y $M = 3,2$

Figura 5.7



3. Se calcula

$$J = \frac{N}{(N - M + 1)} = 2.833$$

4. Cálculo de $u = \frac{y}{y_n}$ y $v = u^N$

$\frac{N}{J} = \frac{3,4}{2,833} = 1.2003$ y con $y_n = 1.306 \text{ m}$ se obtienen los siguientes resultados:

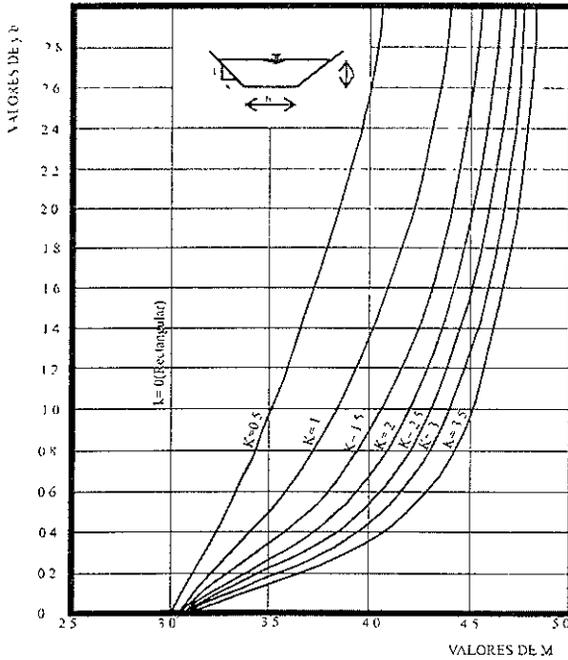
Tabla 5.3

Sección	y	u	v	F(u,N)	F(v,J)
1	0.733	0.56126	0.50003	0.580512	0.52034
2	1.149	0.87979	0.85754	1.100433	1.107698
		-0.31853	-0.519921	-0.587353	

5. de la ecuación 3.9 se calcula la longitud del tramo de las ecuaciones

$$\Delta x = x_2 - x_1 = \frac{1.306}{0.0004} = \left[-0.31853 - (-0.519921) + \left(\frac{0.733}{1.300} \right)^{1.2} * \left(\frac{2.833}{3.4} \right) (-0.587358) \right]$$

$$\Delta x = 406 \text{ m}$$



CURVAS DE VALORES DE M

Figura 5.8

5.2 Métodos de incrementos finitos para canales prismáticos

5.2.1 Método para el calculo de la longitud del tramo

Del ejemplo del método de integración directa, obtener la distancia Δx que deberá revestirse de concreto hasta una velocidad de 1.50 m/s .

Solución:

Se conoce que el perfil del flujo es del tipo $M2$, por lo que el calculo se hará hacia aguas arriba de la sección critica la cual tiene un tirante $y_c = 0.733 \text{ m}$, hasta terminar en la sección del tirante $y = 1.149 \text{ m}$.

Mediante la ecuación

$$\Delta x = \frac{E_2 - E_1}{S_o - S_f} \quad (5.35b)$$

se encontraran las distancias que separan las secciones cuyos tirantes se especificaron previamente. Se incrementan linealmente los tirantes, calculando el incremento uniforme de la siguiente manera:

$$\Delta y = \frac{1.149 - 0.733}{5} = 0.0832 \text{ m}$$

con lo cual los tirantes valdrán:

$$\begin{aligned}
 v_1 &= 0.733 \text{ m}, \\
 v &= 0.816 \text{ m} \\
 v &= 0.8994 \text{ m} \\
 v &= 0.9826 \text{ m} \\
 y &= 1.0658 \text{ m} \\
 y &= 1.149 \text{ m}
 \end{aligned}$$

sin embargo, debido a que en la proximidad de la sección crítica la curvatura del perfil del flujo es mayor, convendrá que en dicha zona se elijan incrementos mayores para obtener distancias Δx que no sean muy pequeñas en comparación con las otras. Con lo anterior se proponen los nuevos tirantes:

$$\begin{aligned}
 y_c &= 0.733 \text{ m}, \\
 y &= 0.91 \text{ m} \\
 y &= 0.99 \text{ m} \\
 y &= 1.06 \text{ m} \\
 y &= 1.11 \text{ m} \\
 y &= 1.149 \text{ m}
 \end{aligned}$$

De acuerdo a la nomenclatura de la figura 3.8 la *sección 2* corresponde a la crítica y la *sección 1* a la del tirante $y = 0.91 \text{ m}$.

Para cada una de estas secciones se calculan los elementos geométricos e hidráulicos:

Cálculo para la *sección 2*, con $y = 0.733 \text{ m}$

$$\begin{aligned}
 A_2 &= (5 + 0.733)0.733 = 4.2022 \text{ m}^2 \\
 P_2 &= 5 + 2(0.733) \cdot \sqrt{1+1} = 7.0732 \text{ m} \\
 Rh_2 &= \frac{4.2022}{7.0732} = 0.5941 \text{ m} \\
 Rh_2^3 &= 0.7069 \\
 v &= \frac{10.5953}{4.2022} = 2.521 \text{ m/s} \\
 v_2^2 &= \frac{(2.521)^2}{2(9.81)} = 0.3239 \\
 E_2 &= 0.733 + 0.3239 = 1.056 \\
 Sf_2 &= \left[\frac{2.521(0.015)}{0.7069} \right]^2 = 0.002861
 \end{aligned}$$

Sección 1 con $y = 0.91 \text{ m}$

$$\begin{aligned}
 l_2 &= (5 + 0.91)0.91 = 5.3781 \text{ m} \\
 P_2 &= 5 + 2(0.91)\sqrt{1+1} = 7.5738 \text{ m} \\
 R_{h_2} &= \frac{5.3781}{7.5738} = 0.71009 \text{ m} \\
 R_{h_2}' &= 0.7959 \\
 v &= \frac{10.5953}{5.3781} = 1.9701 \text{ m/s} \\
 \frac{v_2^2}{2g} &= \frac{(1.9701)^2}{2(9.81)} = 0.1978 \\
 E_2 &= 0.91 + 0.1978 = 1.1078 \\
 S_{f_2} &= \left[\frac{1.9701(0.015)}{0.7959} \right]^2 = 0.00137861
 \end{aligned}$$

La pendiente de fricción media vale:

$$S_f = \frac{0.002861 + 0.00137861}{2} = 0.002119805$$

si se aplica la ecuación 3.15, para obtener la distancia entre las dos secciones:

$$\Delta x = \frac{E_2 - E_1}{S_o - S_f} = \frac{1.0569 - 1.1078}{0.0004 - 0.002119} = 28.435 \text{ m}$$

para las demás secciones se resumen los cálculos en la siguiente tabla:

Tabla 5.4

$y_i(m)$	$A(m^2)$	$P_i(m)$	$R_{h_i}^{2/3}$	$V(m)$	$V^2/2g$	E_i	S_{fi}	S_f	Δx
0.733	4.2022	7.073	0.7069	2.251	0.3239	1.056	0.002861		
0.91	5.3781	7.573	0.7959	1.9701	0.1978	1.1078	0.001378	0.002119	28.435
0.99	5.9301	7.800	0.8331	1.786	0.1625	1.1525	0.001034	0.001206	55.45
1.06	6.423	7.998	0.8639	1.649	0.1385	1.1985	0.0008197	0.0009268	87.31
1.11	6.782	8.139	0.8855	1.562	0.1243	1.2343	0.00070011	0.0007599	99.47
1.149	7.065	8.249	0.9018	1.489	0.1145	1.2635	0.00062167	0.0006608	111.96

$$\Sigma \Delta x = 382.625 \text{ m}$$

Por lo que la longitud que se debe de revestir son $L = 382.625 \text{ m}$.

Al comparar $L = 382.625 \text{ m}$ que se obtuvo con el método de incrementos finitos, con $L = 406 \text{ m}$ obtenidos por el método de integración directa, se tiene que la diferencia es del 5.75 %.

5.2.2 Método Gráfico

Con referencia en el problema anterior, en el tramo intermedio (No 2) se mantiene la pendiente $S_0=0.17591$, para que se presente el salto hidráulico al pie de dicho tramo figura 5.9. Sin embargo por razones topográficas, es necesario limitar la longitud del tramo 3 a 933.66 m , debido a que se requiere cambiar nuevamente la pendiente a $S_0 > S_c$

- Determinar la longitud x_2 necesaria en el tramo 2 para que se establezca un flujo uniforme y limitar dicho tramo a esa longitud.
- Determinar el efecto de la limitación impuesta a la longitud del tramo 3 y localizar la nueva posición del salto hidráulico.
- Definir las longitudes x_3, x_4 de la zona que se deberá revestir en el tramo 3

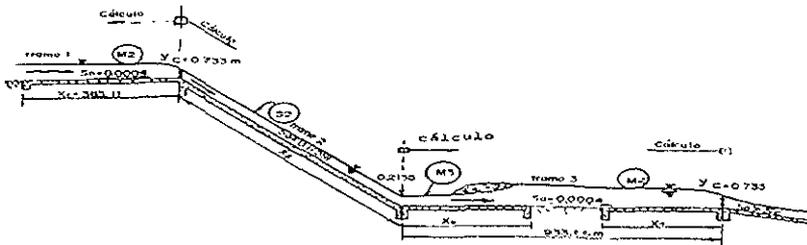


Figura 5.9

Solución:

a) Anteriormente se calculo un gasto $Q = 10.5953\text{ m}^3/\text{s}$, un tirante crítico $y_c = 0.733\text{ m}$ para $S_0 = 0.17591$ en el tramo 2, también se obtuvo un tirante normal $y_n = 0.2135\text{ m}$.

El perfil del flujo en el tramo 2 es del tipo S2 y para calcularlo se utiliza el método gráfico. El tirante variará entre el crítico y el normal. En la tabla 5.5 se presentan los cálculos de las coordenadas de las curva E-y y en la figura 5.10 se presentan las curvas E-y, así como el cálculo del tirante en las diferentes estaciones.

Las distancias x corresponden a las medidas desde la sección crítica en el inicio del tramo 2 hacia aguas abajo. La longitud x_2 resulta ser de 90 m . Al final del tramo 2 se tendrá entonces el tirante normal $y = 0.2135\text{ m}$ que corresponderá a la pendiente $S_0=0.17591$, siendo el desnivel entre los dos extremos de dicho tramo:

$$\Delta z = 0.17591 (90)$$

$$\Delta z = 15.8319\text{ m}$$

Tabla 5.5. cálculo de las curvas $\left(E + \frac{hf}{2}\right)_y, \left(E - \frac{hf}{2}\right)_y$ con $\Delta x = 15.8319\text{ m}$ y $n = 0.015$

y	A	P	R_h	R_n	v	v^2 $2g$	E	$h/2$	E_1 $h/2$	E_2 $h/2$
0.733	4.2023	7.073	0.594	0.7068	2.52	0.3236	1.0566	0.0215	1.0781	1.0351
0.70	3.991	6.979	0.571	0.6885	2.65	0.2579	1.0579	0.0249	1.0828	1.033
0.65	3.672	6.838	0.536	0.6598	2.88	0.4227	1.0777	0.0321	1.1048	1.0406
0.60	3.361	6.697	0.501	0.6310	3.15	0.5057	1.1057	0.0420	1.1477	1.0637
0.55	3.057	6.555	0.465	0.6005	3.47	0.6137	1.1637	0.0563	1.220	1.1074
0.50	2.750	6.414	0.428	0.5679	3.85	0.7554	1.2554	0.0775	1.3329	1.1779
0.45	2.452	6.272	0.391	0.5350	4.32	0.9511	1.4011	0.1102	1.511	1.2910
0.40	2.160	6.131	0.352	0.4988	4.90	1.223	1.623	0.1628	1.7858	1.4602
0.35	1.872	5.989	0.312	0.4600	5.65	1.627	1.977	0.2545	2.2315	1.7225
0.30	1.590	5.848	0.271	0.4191	6.66	2.261	2.561	0.4261	2.9871	2.1349
0.25	1.312	5.707	0.229	0.3746	8.07	3.319	3.569	0.7831	4.3521	2.7859
0.20	1.040	5.565	0.186	0.3262	10.18	5.281	5.481	1.643	7.124	3.838
0.17	0.878	5.480	0.160	0.2951	12.05	7.400	7.570	2.8137	10.383	4.756

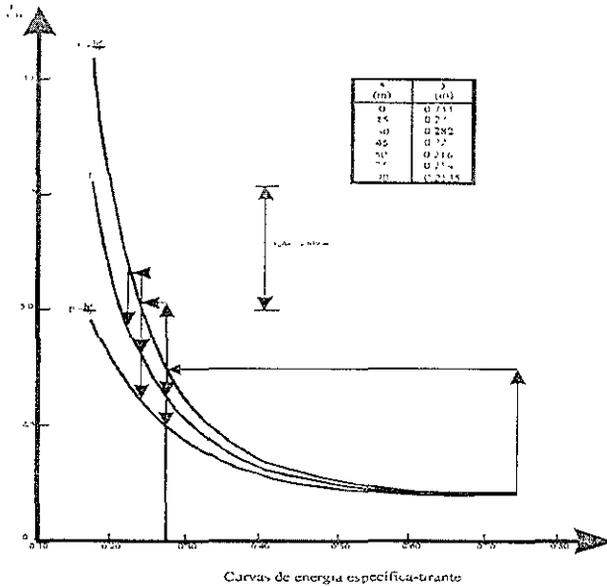
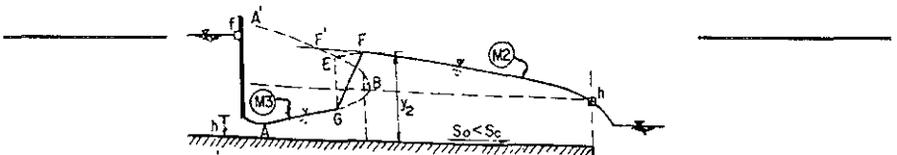


Figura 5.10

b) El salto se presentara al inicio del tramo 3 si existe un tirante conjugado mayor



de 175 m. Sin embargo, la longitud impuesta a dicho tramo seguramente

disminuirá dicho tirante y forzará a que el salto se "corra" hacia aguas abajo formando un perfil M3. Para proceder a su localización se deberá de continuar con el calculo del perfil del ejemplo anterior donde se tubo una longitud de 383.11 m y un tirante de 1.149 m, solo que se deberá de llegar hasta los 933.66m que se tiene de longitud en el tramo 3, con el fin de conocer que tirante se presentaría al iniciar el tramo y compararlo contra los valores del perfil M3. De la tabla 5.6 se observa que al inicio del tramo el tirante del perfil es del orden de 1.512 m menor que el que se necesita para producir el salto hidráulico, por lo que es probable que se produzca hacia aguas abajo. Para localizar el salto hidráulico será necesario calcular el perfil del flujo M3 (para $n=0.015$) que principia al iniciar el tramo 3 y que corresponde a la curva AG de la figura 5.11.

Para cada uno de los tirantes de dicho perfil será necesario calcular los conjugados mayores para determinar la curva A'B de la figura 5.11. Los resultados se presentan en la tabla 5.7 donde también se indican las longitudes del salto correspondiente, calculados desde la formula de Sieñchin. $L = 10.6(y_2 - y_1)$.

Tabla 5.6 Calculo de tirantes-distancias para el perfil del flujo M2 del tramo 3

y_1 (m)	A_1	P_1	Rh_1	R_{m1}^2	V_1	$V_1^2/2g$	E_1	S_{f1}	S_f	Δx	x_1
1.149	7.0652	8.2499	0.8564	0.9018	1.4995	0.1147	1.2637	0.00173			383.11
1.20	7.4400	8.3941	0.8863	0.9227	1.4241	0.1035	1.3035	0.00148	0.001685	32.91	416.02
1.25	7.8125	8.5365	0.9153	0.9427	1.3652	0.0938	1.3438	0.00129	0.001391	40.73	456.75
1.30	8.1900	8.6770	0.9439	0.9622	1.2937	0.0854	1.3854	0.00113	0.001211	51.19	507.94
1.35	8.5725	8.8184	0.9721	0.9813	1.2360	0.0779	1.4273	0.000991	0.001060	64.41	572.35
1.40	8.9600	8.9598	1.000	1.000	1.1825	0.0713	1.4713	0.000873	0.000932	81.84	653.83
1.45	9.3525	9.1012	1.0276	1.0183	1.1329	0.0655	1.5155	0.000773	0.000823	104.16	757.99
1.49	9.6701	9.2144	1.0495	1.0327	1.0957	0.0613	1.5513	0.000703	0.000738	105.66	863.65
1.50	9.7500	9.2426	1.0549	1.0363	1.0867	0.0603	1.5603	0.000687	0.000695	30.47	849.12
1.503	9.7740	9.2511	1.0565	1.0373	1.0840	0.0600	1.5630	0.000682	0.000684	9.49	903.61
1.506	9.7980	9.2596	1.0581	1.0384	1.0814	0.0597	1.5657	0.000677	0.000680	9.66	913.27
1.509	9.8221	9.2684	1.0598	1.0395	1.0787	0.0594	1.5684	0.000673	0.000675	9.83	923.10
1.511	9.8381	9.2738	1.0609	1.0402	1.0770	0.0592	1.5702	0.000670	0.000671	6.65	929.75
1.512	9.8461	9.2766	1.0614	1.0405	1.0761	0.0591	1.5711	0.000668	0.000669	3.36	933.11

En la figura 5.12 se presentan los perfiles de flujo calculados en la tabla 5.6 y 5.7. De esta figura se deduce que a una distancia de 17.09 m desde el inicio del tramo 3 se presenta un tirante de 0.28 m en el perfil M3. Para dicho tirante existe un conjugado mayor de 1.503 m con una longitud de 12.96 m. Esto es, el salto terminaría a una distancia de $17.09 + 12.96 \text{ m} = 30.05 \text{ m}$, de manera que dentro del perfil M2 debe existir un tirante de 1.503 m para que ocurra el salto. En efecto, si de la longitud total del tramo se resta la distancia 30.05 m resulta:

$$933.66 - 30.05 = 903.61 \text{ m}$$

de acuerdo con la tabla 3.6, a esa distancia medida desde la sección crítica al terminar el tramo 3 hacia aguas arriba se presenta el tirante de 1.503 m.

TABLA 5.7 Cálculo de tirantes distancias para el perfil de flujo así como de los conjugados mayores correspondientes

Y_1	A	P_f	R_{m1}	R_{m2}	V_1	$V_1^2/2g$	E_1	S_{f1}	S_f
0.2135	1.1131	5.6039	0.1986	0.3404	9.5189	4.6229	4.864	0.17591	---
0.22	1.1484	5.6223	0.2043	0.3468	0.9261	4.3429	4.5629	0.15921	0.16756
0.23	1.2029	5.6505	0.2129	0.3565	8.8081	3.9583	4.1883	0.13733	0.14827
0.25	1.3125	5.7071	0.2300	0.3754	8.0726	3.3248	3.5748	0.10406	0.12070
0.265	1.3952	5.7495	0.2427	0.3891	7.5940	2.9423	3.2073	0.08572	0.09486
0.28	1.4784	5.7920	0.2553	0.4024	7.1667	2.6205	2.9005	0.07137	0.07855
0.295	1.5620	5.9344	0.2677	0.4154	6.7831	2.3474	2.6424	0.05999	0.06568
0.31	1.6461	5.8768	0.2801	0.4281	6.4366	2.1138	2.4238	0.05086	0.05543

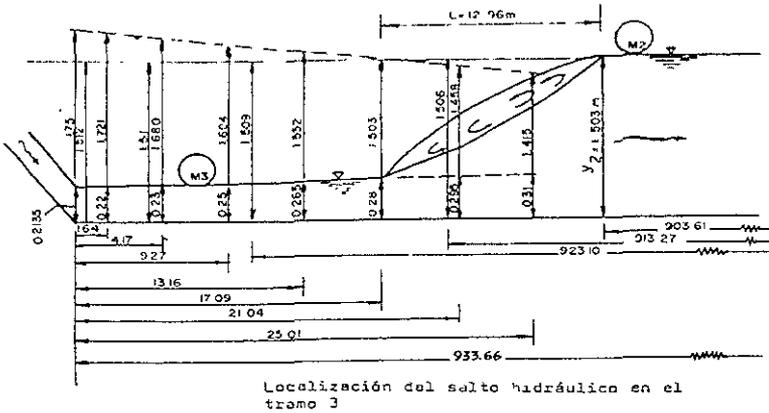


Figura 5.12

- C) La longitud x_3 del revestimiento deberá ser entonces de 30.05 m y la longitud x_4 deberá ser igual a x_7 o sea de 383.11m

5.3 Método de incrementos finitos en canales naturales

5.3.1 Ríos de sección sencilla

En la figura 5.13 se presenta el perfil longitudinal del cauce de un río para el cual, en la sección tres se aforo un gasto de $30 \text{ m}^3/\text{seg}$ y se midió un tirante $y_3=1.60\text{m}$. Se estima un factor de fricción de Manning $n=0.035$.

Para una mayor facilidad de los cálculos se puede considerar que la sección transversal del río es de forma parabólica, simétrica respecto del eje vertical, de tal manera que en la sección 3 el ancho de la superficie libre es de 20 m .

Se desea calcular el tirante en las secciones 1 ó 5 según sea factible, considerando que existe la misma distancia de 100 m entre las secciones indicadas en la figura 5.13 y que el coeficiente $\alpha=1$

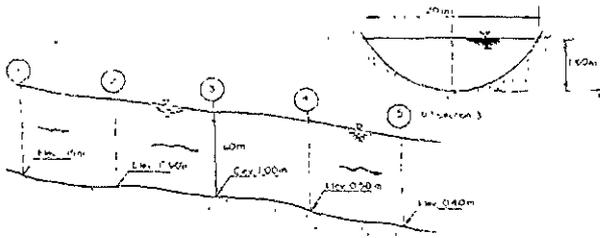


Figura 5.13

Solución

Para conocer en qué dirección debe efectuarse el cálculo, es necesario determinar el tirante crítico y compararlo con el medido en la sección 3.

De acuerdo con el sistema de ejes indicado en la figura 5.13, la sección parabólica tendrá una ecuación del tipo: $y=ax^2$, de tal manera que sustituyendo los datos de la sección 3, resulta que:

$$a = \frac{y}{x^2} \rightarrow \frac{1.60}{10^2} = 0.016$$

y la ecuación de la parábola es: $y = 0.016x^2$. El área hidráulica de la sección se calcula con la ecuación: $A = 4yx/3$; o bien, siendo $x = y/0.016 = 7.9057y^{1/2}$, el área resulta ser:

$$A = \frac{4}{3} * 7.9057 y^{3/2} = 10.5409 y^{3/2}$$

De la ecuación para el tirante crítico en secciones parabólicas (con $c = 10.5409$) resulta que

$$V_1 = \frac{3Q'}{2gC'} = \frac{3 \cdot 30'}{2 \cdot 9.81 \cdot 10.5409} = 1.055 \text{ m}$$

Esto es $V_1 < y_1$ y aun cuando no es posible calcular un tirante normal dado que se trata de un canal no prismático, el calculo deberá realizarse hacia aguas arriba de la sección 3, por lo cual será posible determinar el tirante y_1 . El calculo del tirante y_1 es imposible para las condiciones impuestas en el problema

El perímetro mojado en la sección parabólica se puede calcular con una aproximación satisfactoria a partir de la ecuación :

$$P = 2x + \frac{4y^2x}{3} \quad \text{cuando } 0 < \frac{2y}{x} \leq 1$$

En la sección 3:

$$\frac{2y}{x} = \frac{2 \cdot 1.60}{10} = 0.32$$

por tanto, substituyendo x para la ecuación de la parábola de este problema , resulta:

$$P = 2 \cdot 7.9057 y^{1/2} + 4 y^{3/2} \cdot 7.9057 y^{1/2} \text{ o sea}$$

$$P = 15.8114 y^{1/2} + 0.1687 y^{3/2}$$

El cálculo del tirante y_1 se hará por el método de incrementos finitos, pasando primero por la sección 2 y con la ecuación 3.19 en la que se desprecia h_e . Estableciendo dicha ecuación entre las secciones 2 y 3 resulta:

$$0.90 + y_2 + \frac{V_2^2}{2g} = 1.00 + 1.60 + \frac{V_3^2}{2g} + h_f$$

Siendo el área de la sección 3:

$$A_3 = 10.5409 \cdot 1.60^3 = 21.33 \text{ m}^2$$

la velocidad y carga de velocidad en dicha sección valen:

$$V_3 = \frac{30}{21.33} = 1.4063 \text{ m/seg}$$

$$\frac{V_3^2}{2g} = 0.1009 \text{ m}$$

Por lo cual la ecuación de energía resulta:

$$0.90 + y_2 + \frac{V_2^2}{2g} = 2.7009 + h_f \quad (a)$$

Por otra parte, el perímetro mojado y el radio hidráulico en la sección 3 valen:

$$P_3 = 15.8114 \cdot 1.60^{1/2} + 0.1687 \cdot 1.0^{3/2}$$

$$P_3 = 20.3414 \text{ m}$$

$$R_{h3} = \frac{21.33}{20.3414} = 1.0488 \text{ m}$$

Por lo tanto de la ecuación 3.13 la pendiente de fricción en la sección 3 vale:

$$S_{f_1} = \left(\frac{1.4063 + 0.035}{1.0488} \right) 0.0022735$$

Para utilizar un procedimiento de aproximaciones sucesivas, se proponen diferentes tirantes en la sección 2 y se calculan los elementos geométricos e hidráulicos necesarios hasta lograr un tirante que satisfaga a la ecuación (a). Los cálculos se resumen en la tabla 5.8, en la cual, la pendiente de fricción se ha calculado con las ecuaciones 3.13 y los niveles de energía con la (a). Los incrementos Δy se han obtenido con la ecuación 3.23 utilizando el signo negativo

Tabla 5.8

Y_2 (m)	A_2 (m ²)	P_2 (m)	R_{h2} (m)	V_2 (m/seg)	V_2^2 2g	H_2 (m)	S_{f2}	S_f	h_f (m)
1.89	27.3886	22.1754	1.2351	1.0953	0.0612	2.8512	0.0011091	0.0016913	0.1691
1.908	27.7808	22.2850	1.2466	1.0799	0.0595	2.8675	0.0010647	0.0016691	0.1669
1.87	26.9550	22.0532	1.2223	1.1130	0.0632	3.0832	0.0011611	0.0011129	0.1113
1.77	24.8220	21.4330	1.1591	1.2086	0.0745	2.9945	0.0014713	0.001268	0.1268

Resulta que el tirante $y_2 = 1.908$ m satisface la ecuación (a). De la misma manera se procede con la ecuación de energía entre las secciones 1 y 2

$$1.15 + y_1 + \frac{V_1^2}{2g} = 0.90 + 1.908 + 0.0595 + h_f$$

$$1.15 + y_1 + \frac{V_1^2}{2g} = 2.8675 + h_f \quad (b)$$

siendo $S_{f_2} = 0.0010647$

En la misma tabla 5.8 se han continuado los cálculos para satisfacer la ecuación (b). El tirante $y_1 = 1.77$ m resuelve el problema planteado.

5.3.2 Ríos de sección compuesta, Solución general

Para prevenir las inundaciones desde un río que atraviesa una ciudad, se proyecta construir bordos laterales (talud 1:1) de tal manera que los gastos de estiaje queden contenidos dentro del cauce central principal y que al ocurrir avenidas se inunden las porciones laterales limitadas por los bordos en las márgenes del río. Las inundaciones se deben a insuficiencia en la capacidad de la sección y al efecto de remanso que ocasiona el nivel que alcanza un río de mayores dimensiones (principal), al cual confluye el primero (fig. 5.14). Se ha hecho un levantamiento topográfico de las secciones transversales del río secundario en las estaciones marcadas en la fig. 5.14. Para simplificarla geometría de dichas secciones, se puede considerar que la forma esquematizada de la figura 5.15 se adapta a la totalidad de las mismas variando exclusivamente las distancias S_2 y S_3 para cada una de ellas. La figura 5.16 muestra la geometría del cauce principal. Se estimó que los factores de fricción de Manning son $n=0.025$ para el cauce principal y 0.04 para las porciones laterales; siendo además, $\alpha=1.15$ para el cauce principal y 1.10 para los laterales.

Las elevaciones del fondo del cauce principal y los anchos S_1 y S_2 para cada estación son:

Sección	Estación (km)	Elev. Fondo Cauce princ.	S_2 (m)	S_3 (m)
1	2 + 950.00	247.57	57	70
2	2 + 676.00	247.77	52	67
3	2 + 327.00	248.27	50	65
4	2 + 035.00	248.47	48	64
5	1 + 757.00	248.84	46	64
6	1 + 428.00	249.14	45	63
7	1 + 162.00	249.37	42	62

Para una avenida en el río secundario de $300 \text{ m}^3/\text{s}$, la estación en el río principal eleva el nivel del agua en la estación 2 + 950.00 hasta la elevación 255.22 m . Calcular la elevación del nivel del agua en cada una de las secciones y la altura de la corona de bordos, considerando que el bordo libre es de 0.30 m .

SOLUCIÓN:

Conviene calcular los elementos geométricos e hidráulicos de la sección en el cauce principal indicada en la figura 5.16. El área del sector $OLMN = \pi r^2/4 = 0.7854 r^2$, el área del triángulo $OLN = 0.5r^2$. Por lo tanto el área del segmento $LKNM$: $A_0 = 0.2854 r^2$. Esto es:

$$A_m = 0.2854(14.2)^2 = 57.5477 \text{ m}^2$$

El perímetro mojado resulta

$$P_1 = \frac{2\pi r}{4} = 22.3053 \text{ m}$$

y el radio hidráulico vale

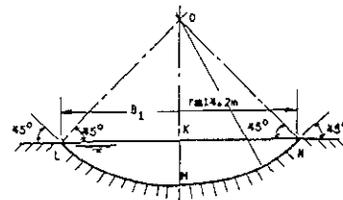
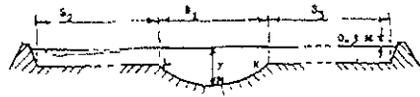
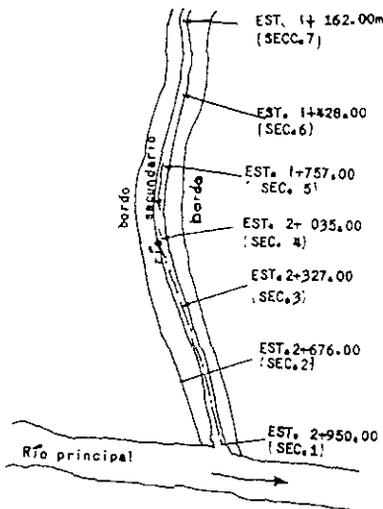
$$R_m = \frac{57.2}{22.2} = 2.58 \text{ m}$$

el ancho B_1 de la superficie libre vale:

$$B_1 = 2r \cos 45^\circ = 20.0818 \text{ m}$$

Finalmente la profundidad KM es:

$$KM = r(1 - \cos 45^\circ) = 4.1591 \text{ m}$$



Para conocer la dirección en que debe efectuarse el cálculo, es necesario determinar el tirante crítico en la sección 1. Debido a que la sección es compuesta, debe aplicarse la ecuación:

$$\frac{Q^2}{g/\alpha} = \frac{A_c^3}{B_c}$$

incluyendo el valor α , o bien seguir la definición de que el tirante crítico es el que proporciona la energía específica mínima y para ello será necesario calcular la curva $E - y$, valuando α en toda la sección. Los cálculos se resumen en la tabla 5.9

Tabla 5.9 Valores de E – y para la sección 1
 $n_1 = 0.025$ y $n_2 = 0.04$

Y	A_1	R_{h1}	K_1	A_2	R_{h2}	K_2	A_3	R_{h3}	K_3	A	α	V	$V^2/2g$	E
4.50	64.393	2.899	5.112	19.40	0.307	236.9	23.92	0.339	200.9	107.8	2.420	2.782	0.9562	5.4962
4.60	65.401	2.977	5.196	19.52	0.437	36.16	30.96	0.435	446.6	122.6	2.605	2.347	0.7912	5.8962
4.70	68.410	3.067	5.276	19.64	0.596	511.2	33.01	0.517	677.8	137.4	2.722	2.183	0.6622	5.3653
4.75	69.414	3.112	5.318	19.65	0.585	592.3	41.53	0.586	727.5	144.8	2.760	2.071	0.6045	5.3545
4.80	70.418	3.157	5.361	19.67	0.654	679.1	45.06	0.635	832.9	152.2	2.786	1.970	0.5522	5.3522
4.83	71.020	3.184	5.384	19.66	0.663	731.8	47.18	0.665	808.8	156.7	2.797	1.914	0.5233	5.3533
4.85	71.422	3.202	5.395	19.64	0.683	768.5	48.60	0.648	943.9	159.6	2.802	1.879	0.5049	5.3549
4.90	72.426	3.247	5.352	19.56	0.732	863.3	52.13	0.733	1060.4	167.0	2.810	1.795	0.4623	5.3623
5.00	74.424	3.337	5.248	19.24	0.829	1065.9	59.21	0.831	1309.3	181.9	2.813	1.648	0.3903	5.3903
5.10	76.442	3.427	5.050	18.67	0.927	1265.2	66.30	0.929	1578.9	196.8	2.780	1.524	0.3296	5.4296
5.20	78.450	3.517	4.757	17.84	1.024	1520.7	73.40	1.027	1868.0	211.7	2.743	1.416	0.2810	5.4810

En dicha tabla A_1 corresponderá al área de la porción central, la cual vale:

$$A_1 = 57.5477 + (y - 4.1591)20.08$$

$$A_1 = 20.0818 \quad y = 25.9745 \quad (a)$$

el área A_2 corresponde a la lateral de ancho S_2 y vale:

$$A_2 = S_2(y - 4.1591) + 0.5(y - 4.1591)^2 \quad (b)$$

en la sección 1, $S_2 = 57 \text{ m}$, por tanto la ecuación (b) resulta ser:

$$A_2 = 57(y - 4.1591) - 0.5(y - 4.1591)^2$$

Así mismo el área A_3 vale:

$$A_3 = S_3(y - 4.1591) + 0.5(y - 4.1591)^2 \quad (c)$$

y en la sección 1, $S_3 = 70 \text{ m}$ por lo tanto:

$$A_3 = 70(y - 4.1591) + 0.5(y - 4.1591)^2$$

De la tabla 5.9 se deduce que con $y_c = 4.80 \text{ m}$ se obtiene la energía específica mínima:

$E = 5.3522 \text{ m}$. Se puede tratar de verificar la ecuación $\frac{Q^2}{g/\alpha} = \frac{A_c^3}{B_c}$ para dicho tirante. Esto es:

$$\frac{\alpha Q^2}{g} = \frac{2.7865(300)^2}{9.81} = 25590$$

$$\frac{A_c^3}{B_c} = \frac{(152.2232)^3}{148.3636} = 23774$$

El tirante de la sección 1 vale

$$h_1 = 255.22 - 247.57 = 7.65 \text{ m}$$

el cual es mayor que el crítico y el cálculo debe realizarse hacia aguas arriba de la sección 1, haciendo que se verifique la ecuación 3.27. Para ello, será necesario calcular las funciones $FA(h)$ y $FB(h)$ para cada sección, a partir de las ecuaciones 3.28 y 3.29. Para la sección 1 será necesario calcular tan solo la función $FB(h_1)$ y en especial la que corresponde a $h_1 = 255.22 \text{ m}$, para la elevación en el fondo de 247.57 m . En la tabla 3.10 se presenta el cálculo de dichas funciones para todas las secciones.

Tabla 5.10 Cálculo de las funciones FA(h) y FB(h) en las secciones

Sección	h	y	A ₁	R _{H1}	0.025 K ₁	A ₂	0.04 R _{H2}	K ₂	A ₃	R _{H3}	0.04 K ₃				FA(h)	FB(h)	
1 E F =247.57 Δx ₀ =274 m	255 00	7 43	123 23	5 524	15405 2	191 79	2 84	9617 9	234 31	3 139	12560 4	37583 7	3 297*10 ⁷	---	---	9 699*10 ⁸	0 0354
	255 22	7 65	127 65	5 722	16336 6	205 07	3 311	11369 2	250 46	3 342	13995 8	4 1722 7	2 770*10 ⁷	---	---	7 870*10 ⁸	0 0351
	255 40	7 83	131 26	5 885	17114 9	215 97	3 472	12382 4	263 70	3 507	15217 6	4 4714 9	2 483*10 ⁷	---	---	6 852*10 ⁸	0 0265
	255 60	8 03	135 28	6 065	17996 5	228 13	3 651	13524 5	278 45	3 689	16621 3	4 8142 4	2 211*10 ⁷	---	---	5 911*10 ⁸	0 0252
2 E F =247.77 Δx ₀ =349 m	255 00	7 23	119 21	5 344	14577 5	164 40	2 917	8392 5	210 46	2 950	10822 8	33792 9	4 048*10 ⁷	1 199*10 ⁷	0 0258	1 528*10 ⁷	0 0251
	255 20	7 43	123 23	5 524	15405 1	175 43	3 098	9321 0	224 49	3 134	12020 4	35746 6	3 534*10 ⁷	1 014*10 ⁷	0 0226	1 252*10 ⁷	0 0254
	255 40	7 63	127 24	5 704	16251 1	186 51	3 277	10287 9	238 57	3 317	13267 5	39295 5	3 109*10 ⁷	0 864*10 ⁷	0 0202	1 161*10 ⁷	0 0375
	255 60	7 83	131 26	5 885	17114 9	197 62	3 455	11292 4	252 68	3 500	14563 2	42970 6	2 754*10 ⁷	0 742*10 ⁷	0 0181	0 945*10 ⁷	0 0332
255 80	8 03	135 28	6 065	17996 5	208 77	3 632	12333 9	266 84	3 681	15906 5	45236 9	2 455*10 ⁷	0 640*10 ⁷	0 0163	0 816*10 ⁷	0 0231	
3 E.F.=248.27 Δx ₀ =292 m	255 00	6 73	109 17	4 894	12589 2	131 84	2 458	6003 9	170 41	2 482	7811 7	26404 8	6 214*10 ⁷	2 502*10 ⁷	0 0334	2 694*10 ⁷	0 0277
	255 20	6 93	113 19	5 074	13370 6	142 38	2 640	6800 6	183 94	2 669	8646 5	29019 7	5 305*10 ⁷	2 072*10 ⁷	0 0291	1 734*10 ⁷	0 0543
	255 40	7 13	117 20	5 254	14170 5	152 95	2 822	7636 4	197 52	2 854	9636 2	31743 1	4 574*10 ⁷	1 731*10 ⁷	0 0255	1 446*10 ⁷	0 0542
	255 60	7 33	121 22	5 434	14989 1	163 57	3 002	8510 2	211 13	3 038	11073 5	34572 8	3 972*10 ⁷	1 459*10 ⁷	0 0226	1 221*10 ⁷	0 0497
255 80	7 53	125 24	5 614	15825 9	174 22	3 181	9421 4	224 79	3 222	12251 3	37505 7	3 491*10 ⁷	1 240*10 ⁷	0 0202	1 038*10 ⁷	0 0477	
4 E.F.=248.47 Δx ₀ =292 m Δx ₀ =278 m	255 00	6 53	105 16	4 714	11828 8	116 61	2 270	5036 7	154 54	2 294	6721 6	23595 2	7 635*10 ⁷	2 624*10 ⁷	0 0451	2 459*10 ⁷	0 0012
	255 20	6 73	109 17	4 894	12589 2	126 70	2 453	5762 9	167 84	2 481	7691 1	26043 4	6 452*10 ⁷	2 152*10 ⁷	0 0386	2 049*10 ⁷	0 0723
	255 40	6 93	113 19	5 074	13370 6	136 84	2 636	6527 6	181 17	2 667	8711 9	28510 2	5 512*10 ⁷	1 783*10 ⁷	0 0335	1 696*10 ⁷	0 0645
	255 60	7 13	117 20	5 254	14170 6	147 01	2 816	7329 8	194 55	2 852	9782 8	31283 3	4 757*10 ⁷	1 491*10 ⁷	0 0293	1 420*10 ⁷	0 0575
5 E F =248.84 Δx ₀ =278 m Δx ₀ =329 m	255 00	6 16	97 72	4 381	10467 2	94 04	1 925	3639 4	130 05	1 946	5068 3	19174 9	1 103*10 ⁶	3 789*10 ⁷	0 0653	4 474*10 ⁷	0 1320
	255 20	6 36	101 74	4 561	11193 9	103 66	2 110	4264 4	143 27	2 134	5939 9	21397 2	9 112*10 ⁷	3 039*10 ⁷	0 0546	3 563*10 ⁷	0 1143
	255 40	6 56	105 76	4 741	11940 0	113 32	2 294	4928 1	155 53	2 322	6853 7	23731 9	7 625*10 ⁷	2 488*10 ⁷	0 0464	2 921*10 ⁷	0 0743
	255 60	6 76	109 77	4 921	12705 2	123 02	2 476	5629 6	169 83	2 509	7841 0	26175 9	6 459*10 ⁷	2 023*10 ⁷	0 0398	2 461*10 ⁷	0 0797
6 E.F.=249.14 Δx ₀ =329 m Δx ₀ =266 m	255 00	5 85	91 70	4 111	9414 02	77 98	1 645	2717 0	108 60	1 660	3907 2	15938 2	1 548*10 ⁶	6 475*10 ⁷	0 0810	5 235*10 ⁷	0 1824
	255 20	6 06	95 72	4 291	10111 2	87 34	1 831	3268 9	121 55	1 850	4580 9	17951 1	1 249*10 ⁶	5 039*10 ⁷	0 0665	4 127*10 ⁷	0 1477
	255 40	6 26	99 73	4 471	10828 1	96 74	2 016	3860 9	134 55	2 039	5410 6	20099 6	1 025*10 ⁶	4 071*10 ⁷	0 0556	3 252*10 ⁷	0 1775
	255 60	6 46	103 73	4 651	11564 5	106 18	2 200	4491 3	147 69	2 227	6294 5	22350 4	8 529*10 ⁷	3 293*10 ⁷	0 0471	2 052*10 ⁷	0 1017
7 E F =249.37 Δx ₀ =266 m	255 00	5 63	87 08	3 903	8637 12	62 85	1 426	1990 9	92 277	1 440	2491 8	13569 9	2 105*10 ⁶	7 222*10 ⁷	0 1245	---	---
	255 20	5 83	91 10	4 084	9311 17	71 57	1 613	2461 4	104 99	1 631	3537 3	15409 6	1 671*10 ⁶	5 439*10 ⁷	0 0699	---	---
	255 40	6 03	95 11	4 264	10005 3	80 32	1 799	2970 7	117 74	1 821	4393 2	17359 3	1 345*10 ⁶	4 410*10 ⁷	0 0817	---	---
	255 60	6 23	99 13	4 444	10719 3	89 12	1 983	3517 5	130 54	2 010	5198 6	19435 4	1 105*10 ⁶	3 521*10 ⁷	0 0679	---	---

Para la elevación del agua 255.22 en la sección 1 de la figura 5.37 se tiene que:

$$h_1 + FB(h_1) = 255.22 + 0.0320 = 255.252$$

La ecuación 3.27 implica que:

$$h_1 + FA(h_1) = 255.252$$

De la fig. 5.17 y siguiendo el procedimiento de tanteos, para $h_2 = 255.252$ m es $FA(h_2) = 0.0223$, que satisface la ecuación anterior; esto es:

$$255.23 + 0.0223 = 255.2523 \approx 255.252$$

Por tanto, la elevación del agua en la sección 2 será 255.23 m. Repitiendo el procedimiento, ahora para las secciones 2 y 3, se tendría que:

$$h_2 + FB(h_2) = 255 + 0.0424 = 25.2724$$

y por tanteos

$$h_3 + FA(h_3) = 5.245 + 0.0273 = 25.2723$$

por tanto, $h_3 = 255.245$ m

Siguiendo el procedimiento antes señalado, se calcularon las elevaciones del agua en las restantes secciones, así como la elevación de la corona de los bordos y los resultados se muestran en la tabla 5.11

Tabla 5.11 Elevación del agua y de la corona de bordos.

Sección	Elev. Agua	Tirante y	FA	FB	Elev. Corona
1	255.22	7.65	-----	0.0320	255.52
2	255.23	7.46	0.0223	0.0424	255.53
3	255.245	6.975	0.0273	0.0611	255.545
4	255.269	6.799	0.0370	0.0723	255.569
5	255.291	6.541	0.0505	0.105	255.591
6	255.337	6.197	0.0588	0.1307	255.637
7	255.385	6.015	0.0831	-----	255.685

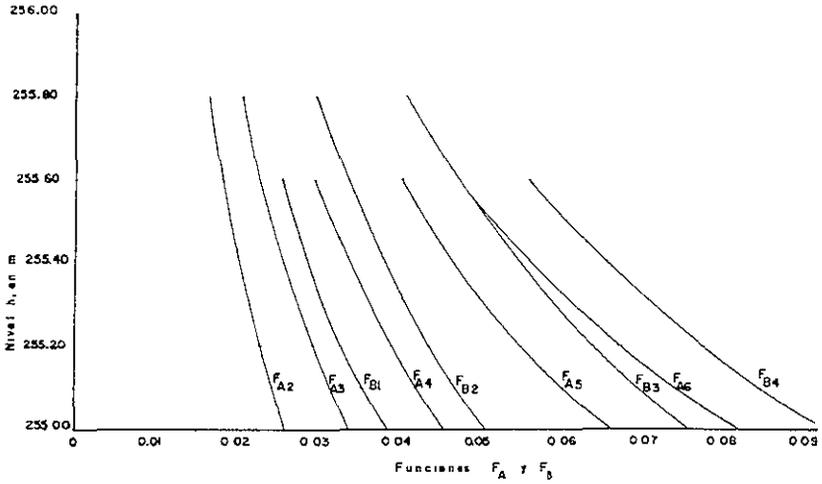
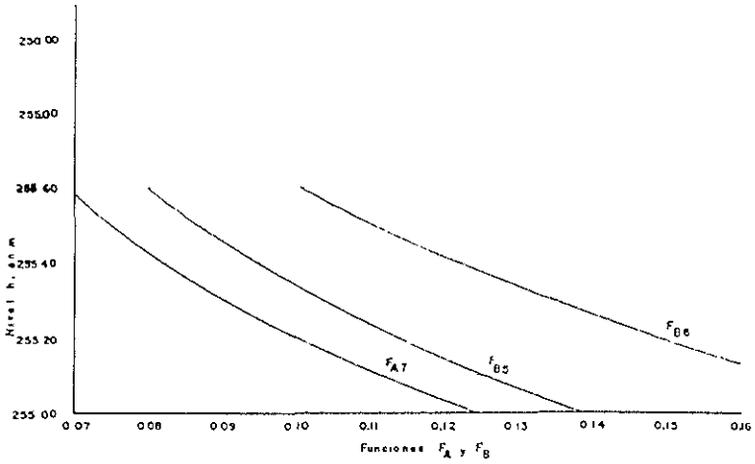


Fig. 5.17 Valores de las funciones F_A y F_B de las diferentes secciones.

5.4 Método de paso o de etapas.

(Mismo ejemplo para el método de integración gráfica)

Un canal de sección trapezoidal con anchos de plantilla $b=8m$, taludes $k=1.5$, el cual está excavado en tierra (el factor de fricción de Manning es $n=0.025$) con una pendiente de plantilla $S_0=0.0009$, el canal deberá transportar un gasto de $15 m^3/s$ fig. 5.1. Con objeto de dar carga sobre una serie de orificios laterales, se desea utilizar un vertedor de cresta redonda y forma rectangular con un ancho de cresta $L=12m$: La ley de gastos de vertido sobre el mismo es $Q = 2 Lh^{3/2}$ y la altura de la cresta al fondo es $W = 1.77m$.

Calcular el perfil de flujo y la longitud total L del remanso considerando que termina al alcanzar un tirante que sea 3 % mayor que el normal. Considere que $\alpha=1$.

Solución :

Antes de hacer la determinación del perfil del flujo se realizan algunos cálculos preliminares, los cuales son para determinar tanto el tirante normal, como el crítico. Estos cálculos son los mismos que se siguieron en el método de integración gráfica.

Tirante normal. De no existir el efecto del remanso, el flujo uniforme se establecería en el canal con un tirante normal, el cual se obtiene:

$$AR_h^{3/2} = \frac{nQ}{\sqrt{S}}$$

sustituyendo del lado derecho

$$AR_h^{3/2} = \frac{(0.025)(15)}{\sqrt{0.0009}}$$

$$AR_h^{3/2} = 12.5$$

por tanteos se obtiene el valor del y_n en la tabla 5.12

TABLA 5.12

$Y(m)$	$A(m^2)$	R_h	$R_h^{2/3}$	$AR_h^{2/3}$
1	9.5	0.8186	0.875	8.310
1.1	10.615	0.887	0.923	9.801
1.2	11.76	0.954	0.969	11.397
1.25	12.34	0.987	0.991	12.287
1.26	12.461	0.9936	0.9957	12.405
1.265	12.520	0.9969	0.9979	12.494
1.2655	12.526	0.9972	0.9981	12.501

El valor obtenido para el tirante normal, se puede verificar

$$Q = \frac{AR_n^{3/2}}{n} = \frac{(12.52)(0.9968)^{3/2}(3\%)}{0.025} = 14.97 \text{ m}^3/\text{seg}$$

el gasto que se obtiene es prácticamente el que debe de conducir el canal

Para el gasto en el canal, el tirante crítico se puede calcular a partir del parámetro:

$$\frac{Q}{b^2 \sqrt{g}} k^{3/2} = \frac{(15)(1.5)^{3/2}}{(8)^2 \cdot 9.81} = 0.04863$$

con el valor obtenido de la figura 5.2 para secciones trapeciales se obtiene que

$$\frac{ky_c}{b} = 0.127$$

siendo el tirante crítico.

$$y_c = \frac{(8)(0.127)}{1.5} = 0.677 \text{ m}$$

La carga sobre la cresta vale:

$$h = \left(\frac{Q}{2b} \right)^{2/3} = \left(\frac{15}{2 \cdot 12} \right)^{2/3} = 0.731 \text{ m}$$

por lo tanto el tirante inicial aguas arriba del vertedor es $y_o = 1.77 + 0.73 = 2.50 \text{ m}$. El perfil de flujo deberá ser del tipo *M1* con tirantes comprendidos en el intervalo $y > y_n > y_c$, y un tirante inicial $y_o > y_n$, debiendo realizar el cálculo hacia aguas arriba.

Para calcular la función $f(y)$, se utilizarán tirantes mayores que $y_n = 1.265 \text{ m}$ con incrementos de 0.10 m (a excepción de los valores próximos a y_n , para una mejor precisión) el límite superior se elige arbitrariamente de 2.50 m . Los cálculos se resumen en la siguiente tabla:

Y	A	R_h	$R_h^{2/3}$	V	$\alpha V^2/2g$	E	ΔE	S_f	$S_o - S_f$	ix	x
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)
2.50	29.375	1.726	1.439	0.510	0.013256	2.5132	0	0.000076	0	0	0
2.40	27.840	1.671	1.408	0.538	0.01475	2.4147	0.0985	0.000091	0.000821	119.97	119.97
2.30	26.335	1.616	1.377	0.569	0.016501	2.3165	0.0982	0.000106	0.000808	121.53	241.5
2.20	24.860	1.560	1.345	0.603	0.018532	2.2185	0.0980	0.000125	0.000793	123.58	365.08
2.10	23.415	1.503	1.312	0.640	0.022619	2.1208	0.0977	0.000148	0.000774	126.22	491.3
2.00	22.000	1.446	1.278	0.681	0.02363	2.0236	0.0972	0.000177	0.000751	129.42	620.72
1.90	20.615	1.388	1.244	0.727	0.02603	1.9269	0.0967	0.000213	0.000722	133.93	754.65
1.80	19.260	1.329	1.208	0.778	0.03085	1.8308	0.0961	0.000259	0.000686	140.08	894.73
1.70	17.935	1.269	1.172	0.836	0.03562	1.7356	0.0952	0.000318	0.000640	148.75	1043.48
1.60	16.640	1.208	1.134	0.901	0.04137	1.6413	0.0943	0.000394	0.000581	162.31	1205.79
1.50	15.375	1.146	1.095	0.975	0.04845	1.5484	0.0929	0.000495	0.000505	183.96	1389.75
1.40	14.140	1.083	1.055	1.060	0.05726	1.4572	0.0912	0.000631	0.000404	225.74	1615.49
1.35	13.533	1.051	1.034	1.108	0.06257	1.4125	0.0447	0.000717	0.000268	166.79	1782.28
1.325	13.233	1.035	1.023	1.133	0.06542	1.3904	0.0221	0.000766	0.000182	121.42	1903.7
1.31	13.054	1.026	1.017	1.149	0.06728	1.3770	0.0134	0.000797	0.000133	100.75	2004.45
1.305	12.994	1.027	1.015	1.154	0.06787	1.3721	0.0051	0.000808	0.000102	49.02	2053.47
1.30	12.935	1.0194	1.012	1.159	0.06991	1.3680	0.004	0.000813	0.000091	43.95	2097.42
1.265	12.520	0.996	0.997	1.198	0.07315	1.3381	0.03	0.00901	0.000080	375	2472.42

Tabla 5.13

Finalmente como se puede observar este método esta basado en la ecuación 3.31, la cual se aplica en la columna 12, al gráficar la columna 1 con la columna 12, se obtiene el perfil del flujo, el cual es prácticamente idéntico al obtenido en el ejemplo para el método de integración gráfica.

5.5 Método standard por etapas.

Calcular el perfil del flujo requerido en el ejemplo para los metodos de integración directa. Se suponen que las estaciones a lo largo del canal están fijadas a las distancias determinadas en el ejemplo del método de paso o etapas. La elevación de la presa se supone de 10 m.s.l

Solución:

Los cálculos por pasos se ordenan en forma tabular como se indica en la tabla 5.14. Los valores de cada columna se explican de la siguiente forma:

- Col. 1.** La sección identificada por el numero de la estación tal como "estación 1 + 19.97 ". La ubicación de las estaciones esta fijada a las distancias determinadas en el ejemplo para el método de paso o etapas.
- Col. 2.** Elevación de la superficie del agua en la estación. Un valor de tanteo es supuesto primero en esta columna; éste será aceptado o rechazado sobre las comparaciones hechas en las columnas restantes de la tabla. Para el primer paso esta elevación debe de ser dada o supuesta. Ya que la elevación del lugar de la presa es de 10 m.s.l. Cuando el valor de tanteo en el segundo paso ha sido verificado, se constituye en la base para la verificación del valor de tanteo en el próximo paso, hasta concluir.
- Col. 3.** La profundidad del flujo correspondiente.
- Col. 4.** Área mojada correspondiente a y en la Col.3.
- Col. 5.** Velocidad media igual a la descarga de $15 \text{ m}^3/\text{s}$ dividida por el área mojada de la Col. 4.
- Col. 6.** Carga de velocidad en m, correspondiente a la velocidad de la Col.5.
- Col. 7.** Altura total calculada por la ecuación 3.38, igual a la suma de z en la columna 2 y la altura de velocidad en la Col.6
- Col. 8.** Radio hidráulico en m, correspondiente a y en la Col.3.
- Col. 9.** Radio hidráulico a la dos tercios.
- Col. 10.** Pendiente de fricción calculada por la ecuación 3.33, con $n = 0.025$.
- Col. 11.** Pendiente media de fricción a través del tramo entre las secciones en cada paso, aproximadamente igual a la media aritmética de la pendiente de fricción justamente calculada en la Col. 10.

- Col. 12. Longitud del tramo entre las secciones, igual a la diferencia en los números de las estaciones entre las estaciones
- Col. 13. Pérdida de fricción en el tramo, igual al producto de los valores en las columnas 11 y 12.
- Col. 14. Perdidas de remolinos en el tramo, igual a cero.
- Col. 15. Elevación de altura total en m. Esta se calcula por la ecuación 3.40, es decir, adicionando los valores de h_f y h_o en las columnas 13 y 14 a la elevación en el extremo inferior del tramo, el cual se encuentra en la columna 15 del tramo anterior. Si el valor así obtenido no concuerda con el encontrado en la columna 7, un nuevo valor de tanteo de la elevación de la superficie del agua es supuesto, y así sucesivamente, hasta encontrar el valor

Tabla 5.14 Cálculo del perfil del flujo

Estación	Z	Y	A	V	αV^2	$2g$	H	R	$R_h^{2/3}$	S_f	S_f	Δx	h	h_c	H
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)	(13)	(14)	(15)	
0+00	10	2.500	29.375	0.5106	0.01329	0.132901	1.7265	1.4385	7.873*10 ⁻⁵	0	0	0	0	0	0.132901
1+19.97	9.6831	2.400	27.840	0.5387	0.01479	0.143271	1.6717	1.4080	9.150*10 ⁻⁵	8.512*10 ⁻⁵	121.82	0.01637	0	0	0.143271
2+ 41.5	9.4081	2.300	26.335	0.5695	0.01653	0.155567	1.6163	1.3768	0.0001059	9.923*10 ⁻⁵	123.93	0.01229	0	0	0.155567
3+ 65.08	9.1774	2.200	24.860	0.6033	0.01855	0.170295	1.5603	1.3448	0.0001258	0.0001163	126.55	0.01472	0	0	0.170295
4+ 91.3	8.9954	2.100	23.415	0.6406	0.02091	0.188155	1.5036	1.3121	0.0001469	0.0001373	130.05	0.01785	0	0	0.188155
6+20.72	8.8691	2.000	22.000	0.6818	0.02369	0.210144	1.4463	1.2785	0.0001777	0.0001633	134.60	0.02198	0	0	0.210144
7+ 54.65	8.80987	1.900	20.615	0.7276	0.02698	0.237731	1.3881	1.2441	0.0002137	0.0001957	140.93	0.02758	0	0	0.237731
8+ 94.73	8.856	1.80	19.260	0.7788	0.03091	0.273784	1.3291	1.2085	0.0002594	0.0002366	149.99	0.03549	0	0	0.273784
10+43.48	8.9903	1.700	17.935	0.8363	0.03565	0.320520	1.2693	1.1721	0.0003181	0.0002888	163.73	0.04729	0	0	0.320520
12+05.79	9.34355	1.600	16.640	0.9014	0.04141	0.386980	1.2085	1.1344	0.0003946	0.0003564	186.46	0.06645	0	0	0.386980
13+89.95	10.0859	1.500	15.375	0.9756	0.04851	0.489292	1.1466	1.0954	0.0004957	0.0004451	229.81	0.10231	0	0	0.489292
16+ 15.49	11.8742	1.400	14.140	1.0608	0.05735	0.681066	1.0837	1.0549	0.0006319	0.0005638	340.02	0.19171	0	0	0.681066
17+82.28	13.52456	1.350	13.533	1.1083	0.06261	0.846780	1.0517	1.0341	0.0007178	0.0006746	245.63	0.026746	0	0	0.846780
19+03.7	14.80713	1.325	13.233	1.1334	0.06548	0.969637	1.0356	1.0236	0.0007663	0.0007420	185.55	0.12285	0	0	0.969637
20+04.45	15.90323	1.310	13.054	1.1490	0.06729	1.070217	1.0280	1.0172	0.0007974	0.0007819	128.63	0.10957	0	0	1.070217
20+53.47	16.32246	1.305	12.994	1.1543	0.06791	1.108530	1.0227	1.0151	0.0008081	0.0008028	47.72	0.03831	0	0	1.108530
20+97.42	16.81504	1.300	12.935	1.1596	0.06854	1.152520	1.0195	1.0129	0.0008191	0.0008136	54.06	0.04355	0	0	1.152520
24+72.42	200	1.265	12.520	1.1980	0.07315		0.9967	0.9978	0.0008039	0.0008600	31535.40	27.1224	0	0	

5.6 Métodos de cálculo para un sistema de cauces naturales

5.6.1 Método standard por pasos para canales naturales

Se tiene el Río Missouri, cerca de Kansas City (figura 5.18), para un caudal diseñado de 431 000 cfs. En el plano anexo se indican las ubicaciones de las secciones transversales. Los elementos geométricos de estas secciones transversales se indican en el cuadro 5.15 para elevaciones dadas de la superficie del agua. Para otras elevaciones, los elementos geométricos deben ser estimados partiendo de tales datos

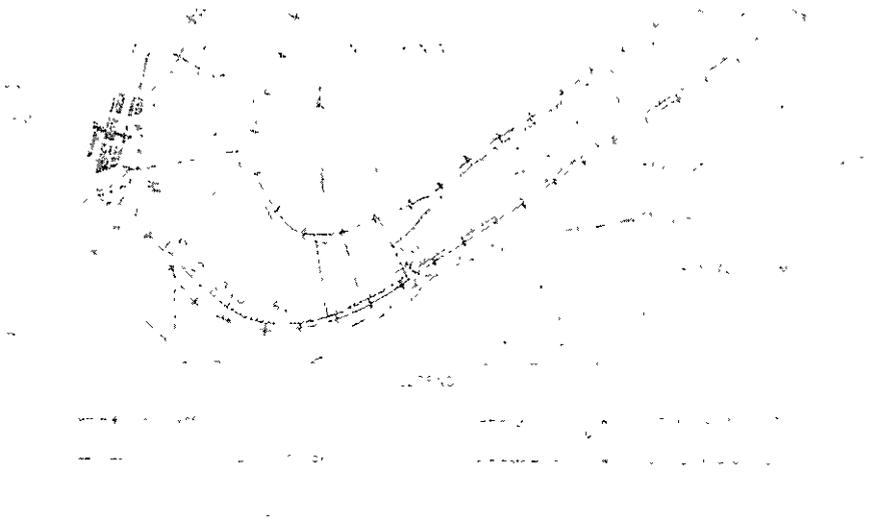


Figura 5.18 Río Missouri

Solución:

Los cálculos son tabulados como se indican en el cuadro 5.16. Los encabezados de las columnas en el cuadro se explican abajo:

- 1) Número de secciones en conformidad con el plano de la figura 5.18.
- 2) Subsecciones, para las cuales M.C. designa la sección principal del canal y L.O. designa la sección del banco izquierdo.
- 3) Kilometraje del río sobre la boca del río Missouri.
- 4) Elevación de la superficie del agua. La elevación inicial de 752.25 en la sección 1 fue estimada de la curva de calibración de la estación de niveles de la ciudad de Kansas sobre el puente Hannibal en el río Missouri, kilometro 377.58.
- 5) Área mojada. Por ejemplo, la sección 1 está subdividida entre las áreas del banco izquierdo y del canal principal. En la cota 752.25, el área está determinada para cada área subdividida del cuadro 5.15 o e la curva preparada tal como se da en la figura 5.19.

-
- 6) Perímetro mojado Para la elevación 752.25 en la sección 1, el perímetro mojado está determinado a partir del cuadro 5.15 o de la figura 5.19
 - 7) Radio hidráulico, obtenido dividiendo el área en la columna 5 por el perímetro mojado en la columna 6
 - 8) La potencia a los dos tercios del radio hidráulico en la columna 7.
 - 9) El valor de n de Manning. Se supone que las pérdidas generales debido a la contracción, expansión y codos son incluidas en las pérdidas de fricción calculadas a partir de los valores seleccionados de n .
 - 10) El transporte $K = 1.49 Ar^{2.3n}$.
 - 11) El valor de K^3 / A^2 .
 - 12) El coeficiente de energía para la distribución de velocidad no uniforme. Los coeficientes para las secciones subdivididas del canal se han puesto iguales a la mitad.
 - 13) Velocidad media, el cual es igual al caudal de la sección 431000 cfs dividido por el área mojada en la columna 5. Sobre la sección 5, el caudal es dividido entre el río Missouri (350 000 cfs) y el río Kansas (81 000 cfs). Las velocidades deberían ser calculadas concordantemente para las descargas divididas. La división de la descarga está basada sobre un estudio hidrológico de las cuencas de drenaje de los dos ríos.
 - 14) Altura de velocidad.
 - 15) Altura o carga total, la cual es igual a la suma de la elevación en la columna 4 y la altura de velocidad en la columna 14.
 - 16) Pendiente de fricción la cual es igual a $(Q/K)^2$. El valor K es el valor total para la sección en consideración.
 - 17) Pendiente media de fricción a través del tramo entre las dos secciones, es decir el promedio aritmético de la pendiente de fricción justamente calculado en la columna 16 y el correspondiente al paso previo
 - 18) Longitud del tramo entre las dos secciones, es decir, la diferencia en el kilometraje del río entre las secciones, convertido en ft.
 - 19) Pérdida de fricción en el tramo, o sea, el producto de la pendiente en la columna 17 y la longitud del tramo en la columna 18.
 - 20) Pérdidas de remolino en el tramo. Las pérdidas generales están incluidas en las pérdidas de fricción calculadas en la columna 19. Sin embargo, a la entrada del río Kansas en el río Missouri, una pérdida adicional de remolino en la confluencia, es esperada. Esta está estimada en 10% del aumento en altura de velocidad, o, $0.10 * (0.63 - 0.13) = 0.05$ ft
 - 21) Altura total, la cual es obtenida agregando la suma de las pérdidas h_f en la columna 19 y h_e en la columna 20, a la altura total en la misma columna para la sección previa. Si el valor así obtenido no concuerda ajustadamente con el entrado en la columna 15, la elevación de la superficie de agua en la columna 4 debería ser supuesto otra vez hasta que un acuerdo razonable sea alcanzado.

*Para el cálculo de las elevaciones de la superficie del agua en las secciones 1K, 2K, 6 y 7.

Las secciones transversales 1k y 6 se encuentran ubicadas inmediatamente aguas arriba de la confluencia de los dos cursos de agua. En el cuadro 5.16, los elementos hidráulicos, altura de velocidad, así como las alturas totales son calculados separadamente en las dos secciones. Así la altura de velocidad en la sección 5 se ha calculado para un caudal total de 431 000 cfs.

Este valor está dividido entre las secciones transversales 6 y 1k que corresponde a las descargas de 350 000 y 81000 cfs, respectivamente. La pendiente de fricción en cada sección transversal se calcula para la descarga de 81 000 cfs en la sección transversal 1K y para 350 000 cfs en la sección transversal 6. La pérdida h_f de altura de fricción es calculada entonces utilizando el promedio de las pendientes de fricción desde las secciones transversales 5 a 1K en el río Kansas y desde las secciones transversales 5 a 6 en el río Missouri.

En la confluencia la pérdida por remolinos es normalmente alta, la cual esta estimada en un 10% del aumento en altura de velocidad desde la sección transversal 1k a 5 o $0.10(0.63 - 0.13) = 0.05$ ft. La energía total en la sección transversal 5 es igual a $h_f + h_v + H = 0.10 + 0.05 + 755.04 = 755.19$. Sustrayendo la altura de velocidad de este valor $755.19 - 0.13 = 755.06$, el cual debería ser igual a la elevación supuesta de la superficie del agua en la sección transversal 1K.

Cuadro 5.15 Tabla para los ríos Missouri y Kansas

Sección	Kilometraje Del río	Tramo	Elevación De la superficie Del agua	Área mojada	De la Estación	A la Estación	Ancho	Perímetro mojado	Area	Observaciones
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)
1	377.58	745.1	Banco izq.	0+35	5+05	470	470	2 650	Dique 1 sobre 3
				Canal	5+05	13+90	885	900	31 900	Banco 1 sobre 1
		1 060								
2	377.78	745.3	Banco izq.	0+62	2+40	178	181	1 190	Dique 1 sobre 4
				Canal	2+40	14+97	1 260	1 290	32 500	Banco 1 sobre 5
		845								
3	377.94	745.5	Banco izq.	0+61	1+50	89	92	580	Dique 1 sobre 4
				Canal	1+50	16+72	15 220	1 550	38 300	Banco 1 sobre 4
		2 060								
4	378.33	745.9	Canal	2+91	23+72	2 080	2 110	48 500	Dique 1 sobre 4
										Banco 1 sobre 4 1/2
		1690								
5	378.65	746.2	Banco izq.	4+62	11+80	720	720	3 020	Dique 1 sobre 4
				Canal	11+80	32+24	2 040	2 080	47 300	Banco 1 sobre 5
		1580								
6	378.95	746.2	Banco izq.	4+62	11+80	720	720	8 020	Dique 1 sobre 4
				Canal	11+80	32+24	2040	2080	47 300	Banco 1 sobre 1
		2430								
7	379.41	746.9	Dique izq.	0+61	9+40	880	880	8 270	Dique 1 sobre 4
				Canal	9+40	22+35	1300	1320	34 700	Banco 1 sobre 3

RÍO KANSAS

1 K	0.00	1430 ≠	757.0	Canal	840	860	29 400	Dique 1 sobre 3 Ambos codos
		298								
2 K	0 056	757.0	Canal	840	860	29 400	Dique 1 sobre 3 Ambos codos

RÍO MISSOURI

10	383.54	750.3	Banco izq	32+80	44+50	1170	1180	12 900	Dique 1 sobre 3
				Canal	44+50	57+40	1290	1310	34 600	
				Dique	57+40	62+29	490	490	5 700	Dique 1 sobre 4
		2430								
Puente Fairfax	384.00	750.3	Banco izq	560	640	5 010	1 sup del dique, 3 sup del pilar
				Canal	1400	1580	36 600	7 sup del pilar
				Banco der	125	130	1 100	Banco 1 sobre 3
		8290								
11	385.57	751.6	Banco izq	59+60	81+10	2159	2150	13 900	Dique 1 sobre 3
				Canal	81+10	89+32	820	840	22 300	Banco 1 sobre 3

≠ Distancia aguas arriba desde la sección 5.

Cuadro 5.16. Cálculo del perfil del flujo por el método estándar por pasos

sección (1)	Sub Sec (2)	Milla Del Río (3)	Z (4)	A (5)	P (6)	R (7)	R_h^{20} (8)	n (9)	K (10)	$\frac{A}{T}$ (11)	α (12)	V (13)	$\sigma_{1.22}$ (14)	H (15)	S_f (16)	S_r (17)	Δx (18)	h_f (19)	h (20)	H (21)
1	MC LO	377.58	752.25	38.600	910	42.4	12.2	0.025	280.5*10 ³	148.3*10 ¹¹	1.213	9.65	1.76	754.01	0.000220				C	754.11
				5.060	497	12.2	5.3	0.050	9.6*10 ³	0.2*10 ¹¹										
				44.660	290.1*10 ³	148.5*10 ¹¹										
2	MC LO	377.78	752.69	41600	1310	31.8	10.1	0.025	250.5*10 ³	91.0*10 ¹¹	1.078	9.76	1.59	754.28	0.000287	0.000254	1050	0.27	C	754.28
				2580	210	12.3	5.4	0.050	4.2*10 ³	0.1*10 ¹¹										
				44180	254.7*10 ³	91.1*10 ¹¹										
3	MC LO	377.94	753.37	50300	1570	32.0	10.1	0.025	303.0*10 ³	109.9*10 ¹¹	1.035	8.34	1.12	754.49	0.000200	0.000244	845	0.21	C	754.49
				1400	123	11.4	5.1	0.050	2.1*10 ³	0.0*10 ¹¹										
				51700	305.1*10 ³	109.9*10 ¹¹										
4	MC LO	378.33	754.15	65400	2170	30.2	9.7	0.025	387.0*10 ³	1.000	6.59	0.68	754.83	0.000130	0.000165	2050	0.34	C	754.83
													
5	MC LO	378.65	754.41	64200	2100	30.6	9.8	0.025	375.0*10 ³	128.0*10 ¹¹	1.167	5.88	0.63	755.04	0.000123	0.000127	1690	0.21	C	755.04
				9040	754	12.0	5.2	0.050	14.0*10 ³	0.3*10 ¹¹										
				73240	389.0*10 ³	128.3*10 ¹¹										

Balance de la sección 350 000 del río Missouri superior 81 000 del río Kansas

1K	Boca del río Kansas Q= 81 000 cfs																			
	MC		755.06	27700	844	32.8	10.3	0.025	170.3*10 ³	64.5*10 ¹¹	1.000	2.93	0.13	755.19	0.000023	0.000073	1435	0.10	0.15	755.19
6	Río Missouri Q = 350 000 cfs																			
	MC	378.95	754.80	64900	2100	30.9	9.8	0.025	379.0*10 ³	129.3*10 ¹¹	1.168	4.72	0.40	755.20	0.000078	0.000101	1550	0.15	C	755.20
	LO	9300	755	12.4	5.4	0.050	14.9*10 ³	0.3*10 ¹¹										
			74200	393.9*10 ³	129.6*10 ¹¹											
7	Procediendo hacia arriba del río Missouri																			
	MC	379.41	754.78	45100	1130	34.0	10.5	0.025	282.2*10 ³	129.3*10 ¹¹	1.261	5.79	0.65	755.44	0.000120	0.000099	2450	0.24	C	755.44
	LO			15400	914	16.9	6.6	0.040	37.9*10 ³	2.3*10 ¹¹										
			60500	320.1*10 ³	112.9*10 ¹¹											

5.6.2. Método nivel-caída-descarga para canales naturales

Se desea calcular la cota de la superficie del agua en la sección 1 del río Missouri (figura 5.18), por el método nivel-caída-descarga. El tramo de la sección 1 a la sección 5 se ha tomado como el primer tramo. Los caudales se observaron desde un puente, el cual se encuentra ubicado a 3000 ft aguas abajo de la sección 1.

Solución:

Tanto los datos como los cálculos para la obtención de la curva nivel-caudal para 1.00 ft de caída se presentan en el cuadro siguiente:

Cuadro 5.17

Elevación de la Superficie del agua m.s.l.		Caída, ft	Descarga, cfs	$\frac{Q}{F}$
Sección 1	Sección 2			
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
724.8	725.7	0.9	33 600	35 400
725.3	726.2	0.9	36 100	38 000
729.6	730.2	0.6	66 100	85 300
727.4	728.3	0.9	69 500	73 200
727.8	728.8	1.0	7 600	76 000
730.2	731.2	1.0	97 200	97 200
730.8	731.7	0.9	105 000	111 000
731.3	732.3	1.0	113 000	113 000
734.6	735.6	1.0	141 000	141 000
735.8	736.7	0.9	157 000	165 000
736.6	737.7	1.1	164 000	156 000
745.0	746.6	1.6	326 000	258 000
722.2	723.1	0.8	22 900	25 600
724.6	725.6	1.0	45 400	45 400
725.0	726.0	1.0	49 900	49 900
725.3	726.4	1.1	52 300	49 800

Col. 1. Elevaciones registradas de la superficie del agua, en la sección 1.

Col. 2. Elevaciones registradas de la superficie del agua en la sección 5.

Col. 3. Aída en ft. La cual es igual a la diferencia entre las elevaciones entradas en las columnas 2 y 1.

Col. 4. Descargas observadas en el puente, en cfs.

Col. 5. Descarga para la caída de 1 ft. ó Q^2/F , donde Q es la descarga en la columna 4 y F es la caída en la columna 3

Utilizando las elevaciones de la superficie del agua en la sección 1 tal como se han ordenado en la columna 1 del cuadro y los valores correspondientes de Q^2/F en la columna 5, se construye la curva nivel- Q^2/F .

Para una elevación de la superficie del agua de 752.25, se obtiene por extrapolación un valor de $Q^2/F = 335000$. Por la ecuación $F_z = \left(\frac{Q_z^2}{F_z}\right)^2$, la caída entre las secciones 1 y 5 es igual a $(431000/335000)^2 = 1.65$ ft. Agregando este valor a la elevación en la sección 1, la elevación en la superficie del agua requerida en la sección 5 es 753.90. Esto es alrededor de la mitad de un pie más bajo que la elevación calculada por el método estándar por pasos; la diferencia resulta principalmente de despreciar los cambios de altura de velocidad en el método presente.

Si se desea continuar el calculo para los tramos siguientes, se realiza haciendo un cuadro como se indica (cuadro 5.18), este es sugerido para el cálculo si se requiere un perfil completo del flujo

Si se desea, se pueden obtener las elevaciones de la superficie del agua en las secciones intermedias 2 a 4 si se subdivide el tramo 1-5 en cuatro tramos cortos. Las elevaciones del perfil en las secciones intermedias se pueden obtener por interpolación. Las curvas nivel- Q^2/F pueden dibujarse para cada sección, mientras que su calculo se puede desarrollar para los tramos subdivididos.

Cuadro 5.18

Sección Nº	Millaje de río	Longitud del tramo	Elevación de la superficie del agua	Q^2/F	$F_z = \frac{Q_z^2}{(Q^2/F)^2}$
1	377.58	752.25	335000	1.65
			1.65		
5	378.65	5655	753.90
.....	Para continuarse si se desea		

5.6.3 Método Ezra para canales naturales.

Determinar las elevaciones de la superficie del agua en las secciones 1 a 5 del río Missouri (figura 5.18), tal como se describe en el ejemplo del método estándar. Los datos requeridos para el cálculo por el método Ezra se dan en el cuadro 5.15. La descarga es de 431 000 cfs. La elevación inicial de la superficie del agua en la sección 1 es de 752.25 se supone que las pérdidas de remolino están incluidas en las pérdidas de fricción.

Solución:

La primera etapa es para calcular el valor de $Z+F(Z)$ a partir de los datos dados. El Cálculo se presenta en el cuadro 5.19 con las siguientes columnas:

- Col. 1.** Número de la sección del canal.
- Col. 2.** Millaje del río.
- Col. 3.** Longitud del tramo. El valor superior Δx_u es la longitud del tramo aguas debajo de la sección seleccionada, y el valor más bajo Δx_l es la longitud del tramo aguas arriba.
- Col. 4.** Elevación de la superficie del agua. Tres elevaciones con dadas para cada sección. Generalmente, a lo menos tres elevaciones son seleccionadas para cada sección para suministrar tres puntos, por lo menos para dibujar cada curva $Z+F(Z)$.
- Col.5-14.** Estas columnas corresponden exactamente a aquellas en el cuadro 5.16 para cada elevación son para el canal principal, y aquellos en la línea inferior son para el banco izquierdo de la sección
- Col.15.** Pendiente de fricción, la que es igual a $(Q/K)^2$, donde $Q= 431\ 000$ cfs y K es el de la col.10.
- Col.16.** Valor de $-S_1\Delta x_u / 2$, donde S_1 es el valor de la columna 15 y Δx_u es el valor de la superior en la col.3.
- Col.17.** Valor de $S_2\Delta x_l / 2$, donde S_2 es el valor de la columna 15 y Δx_l es el valor inferior en la columna 3.
- Col.18.** Valor de $F(Z_1)$, el cual es igual a la suma del valor de la col. 14 y el valor en la col.16.
- Col.19.** Valor de $F(Z_2)$, el cual es igual a la suma del valor en la col.14. y el valor en la col.17.
- Col.20.** Suma de los valores de Z en la col.4 y $F(Z_1)$ en la col. 18.
- Col.21.** Suma de los valores de Z en la col.4 y $F(Z_2)$ en la col. 19.

La segunda etapa es dibujar las curvas de $Z+F(Z)$ contra Z para cada sección transversal, usando los valores de las columnas 4, 20 y 21 del cuadro 5.19. Las curvas resultantes se indican en la figura 5.20 .

La tercera etapa es determinar las elevaciones de la superficie del agua de las curvas $Z+F(Z)$. En la sección 1, para una elevación inicial de la superficie del agua de 752.25, el valor de $Z_1+F(Z_1)$ se encuentra, partiendo de la curva apropiada (Fig. 5.20), que es 754.14. tomando este valor en la curva $Z_2+F(Z_2)$ para la próxima sección 2 aguas arriba, la correspondiente elevación de la superficie del agua se encuentra que es 752.72. Continuando con el procedimiento para otras secciones, los valores son trazados en la dirección mostrada por la línea quebrada en la figura 5.20. Los resultados de la determinación de la elevación de la superficie del agua son tabulados en el cuadro 5.20, ellos concuerdan muy bien con los obtenidos por el método estándar por pasos.

Cuadro 5.19 Cálculo de $Z_1+F(Z_1)$ y $Z_2+F(Z_2)$

Sec Nº	Millaje Del río	Δx_d Δx_u	Z	A	P	R_b	$R_b^{2/3}$	n	K	$\frac{K^3}{A^2}$	α	V	$\alpha \frac{V^2}{2g}$	Sf	$-V_s S_b \Delta x$	$-V_s S_u \Delta x_u$	$F(Z_1) + F(Z_2)$	$Z_1 + F(Z_1)$	$Z_2 + F(Z_2)$		
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)	(13)	(14)	(15)	(16)	(17)	(18)	(19)	(20)		
1	377 58	1060	752.0	38100	910	41.9	12.06	0.025	$274 \cdot 10^5$	$142 \cdot 10^{11}$	1.22	9.77	1.81	0.000232		9.12					
				6000	496	12.1	5.27	0.050	$9 \cdot 10^5$	0											
				44100					$263 \cdot 10^5$	$142 \cdot 10^{11}$											
			753.0	39000	911	42.8	12.24	0.025	$284 \cdot 10^5$	$150 \cdot 10^{11}$	1.21	9.48	1.69	0.000213		9.11					
				8500	499	13.0	5.53	0.050	$11 \cdot 10^5$	0											
				45500					$295 \cdot 10^5$	$150 \cdot 10^{11}$											
754.0	39900	912	43.7	12.41	0.025	$295 \cdot 10^5$	$162 \cdot 10^{11}$	1.23	9.19	1.61	0.000157		9.10								
	7000	502	13.9	5.78	0.050	$12 \cdot 10^5$	0														
	46900					$307 \cdot 10^5$	$162 \cdot 10^{11}$														
2	377 78	1060 845	752.0	41000	1320	31.0	9.87	0.025	$241 \cdot 10^5$	$83 \cdot 10^{11}$	1.07	9.91	1.63	0.000311	0.17	0.13	1.46	1.70	159.45	713	
				2500	209	12.0	5.24	0.050	$4 \cdot 10^5$	0											
				43500					$246 \cdot 10^5$	$83 \cdot 10^{11}$											
			753.0	42300	1325	32.0	10.08	0.025	$254 \cdot 10^5$	$92 \cdot 10^{11}$	1.08	9.58	1.54	0.000263	0.15	0.12	1.09	1.00	754.07	714	
				2700	213	12.5	5.39	0.050	$4 \cdot 10^5$	0											
				45000					$258 \cdot 10^5$	$92 \cdot 10^{11}$											
754.0	43600	1330	32.8	10.25	0.025	$267 \cdot 10^5$	$100 \cdot 10^{11}$	1.08	9.27	1.44	0.000282	0.13	0.11	1.31	1.55	754.3	715				
	2900	217	13.4	5.64	0.050	$5 \cdot 10^5$	0														
	46500					$272 \cdot 10^5$	$100 \cdot 10^{11}$														
3	377 94	845 2060	752.0	48300	1577	30.6	9.78	0.025	$281 \cdot 10^5$	$95 \cdot 10^{11}$	1.03	8.70	1.21	0.000232	0.10	0.24	1.11	1.4	753.11	714	
				1200	120	10.0	4.64	0.050	$2 \cdot 10^5$	0											
				49500					$283 \cdot 10^5$	$95 \cdot 10^{11}$											
			753.0	40900	1581	31.5	9.97	0.025	$297 \cdot 10^5$	$105 \cdot 10^{11}$	1.03	8.42	1.13	0.000226	-0.09	0.21	1.04	1.4	754.14	715	
				1300	124	10.5	4.80	0.050	$2 \cdot 10^5$	0											
				51200					$299 \cdot 10^5$	$105 \cdot 10^{11}$											
754.0	51400	1585	32.5	10.18	0.025	$312 \cdot 10^5$	$115 \cdot 10^{11}$	1.04	8.17	1.08	0.000163	-0.03	0.19	1.00	1.27	754.7	716				
	1400	128	11.0	4.95	0.050	$2 \cdot 10^5$	0														
	52800					$314 \cdot 10^5$	$115 \cdot 10^{11}$														
4	378 33	2060 1690	752.0	61400	2163	28.4	9.31	0.025	$344 \cdot 10^5$		1.00	7.02	0.77	0.000187	-0.16	0.13	0.61	1.07	754.57	717	
				63500	2172	28.2	9.48	0.025	$360 \cdot 10^5$												
753.0																					
	65700	2181	30.1	9.68	0.025	$360 \cdot 10^5$															

5	378 65	1600	752 0	59100 7200 66900	2084 745	28 5 9 8	9 33 4 58	0 025 0 050	330*10 ³ 10*10 ³ 340*10 ³	103*10 ¹¹ 0 103*10 ¹¹	1 15	6 59	0 76	0 000100	-0 14	0 62	754 6
			753 0	61200 7900 89100	2085 749	29 3 10 6	9 50 4 83	0 025 0 050	347*10 ³ 11*10 ³ 358*10 ³	112*10 ¹¹ 0 112*10 ¹¹	1 17	6 23	0 70	0 000145	0 12	0 55	753 0
			754 0	63500 8700 72000	2087 753	30 3 11 6	9 72 5 12	0 025 0 050	367*10 ³ 12*10 ³ 379*10 ³	123*10 ¹¹ 0 123*10 ¹¹	1 17	5 99	0 65	0 00029	-0 11	0 54	754 6

Cuadro 5.20. Cálculo del perfil del flujo por el método Ezra

Sección Nº	Millaje del río	$Z_1+F(Z_1)$	$Z_2+F(Z_2)$	Elevación de la superficie del agua Z
1	377.58		754.14	752.25
2	377.78	754.14	754.41	752.72
3	377.94	754.41	754.68	753.38
4	378.33	754.68	754.93	754.15
5	378.65	754.93		754.43

CAPITULO 6.

MÉTODO DEL INSTITUTO DE INGENIERÍA, UNAM

El Instituto de Ingeniería de la UNAM, por medio del Dr. Oscar A. Fuentes Maríles ha propuesto un programa de computo, el cual, ayuda a calcular el flujo permanente en cauces naturales. Con tal programa podremos conocer de una manera más rápida datos como área, tirante, velocidad, tirante crítico, energía y la pendiente de fricción.

Para poder comenzar a trabajar con dicho programa se requiere tener algunos datos del cauce, los cuales una vez procesados en un archivo de datos, alimentara al programa. Tales datos son:

Se tendrá que seccionar el cauce que se analiza, una vez seccionado se deberán conocer por lo menos diez puntos de cada sección, tales puntos serán aquellos en donde la geometría de la sección cambie considerablemente (como se muestra en las figuras 6.1, 6.2 y tabla 6.1), dentro de los diez puntos, existen dos puntos que son los extremos, es decir los puntos de los bordos tanto derecho como izquierdo, los cuales se puede considerar serán el primer punto y el último respectivamente.

Además de conocer lo anterior, se deberá conocer la distancia existente entre las secciones, además de ubicar cuál es la sección inicial de donde iniciara el cálculo el programa. Tanto los puntos geométricos como la distancia entre secciones se

proporcionarán al programa por medio de un archivo de datos que posteriormente el programa leerá

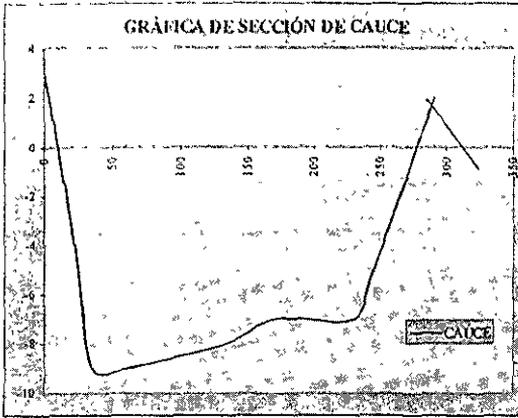


Figura 6.1
Sección del cauce con todos sus puntos obtenidos del seccionamiento.

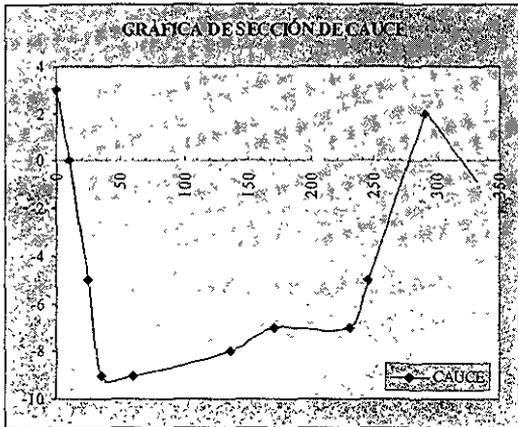


Figura 6.2
Sección del cauce con los 10 puntos requeridos

Tabla 6.1. Los 10 puntos más representativos de la sección.

Nº DE PUNTO	COORDENADAS EN X	COORDENADAS EN Y
1	1	3
2	10	0
3	25	-5
4	35	-9
5	60	-9
6	135	-8
7	170	-7
8	230	-7
9	245	-5
10	290	2

Una vez que se han obtenido los puntos ó coordenadas, se elaborara un archivo de datos con el cual se alimentara al programa para poder realizar los calculos necesarios. Dicho archivo debera tener el siguiente formato

- N° de sección
- Distancia del tramo
- Coordenadas de X
- Coordenada menor de Y
- Coordenadas de Y

Con las coordenadas antes obtenidas (tabla 6.1) se presenta el formato requerido:

1	-9
500	
1	3
10	0
25	-5
35	-9
60	-9
135	-8
170	-7
230	-7
245	-5
290	2

De esta forma se procede con las siguientes secciones, las cuales estarán colocadas debajo de la precedente

Una vez alimentado el programa con el archivo de datos, se colocarán manualmente tres datos iniciales como son: el gasto para el cual se deberá hacer el cálculo, el tirante inicial, el cual puede suponerse y finalmente el número de la sección inicial.

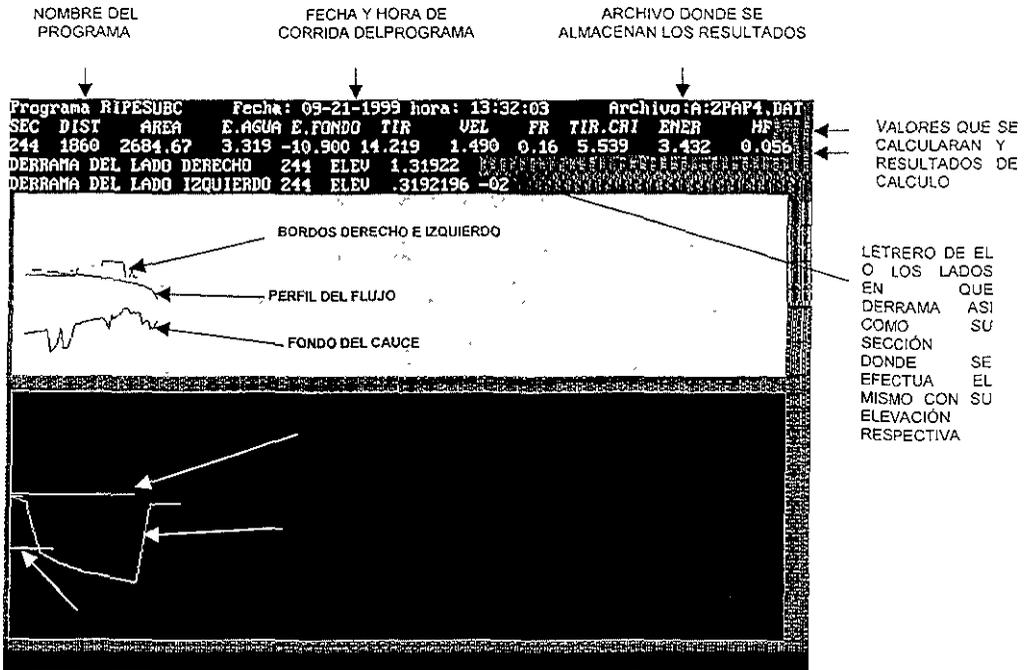
Una vez que el programa esta alimentado con los datos empezara a realizar los cálculos respectivos:

1. El programa lee todas las secciones y cada sección será subdividida según lo requiera el programa en tramos con longitudes que pueden variar entre los 300 y 500 metros, esto con la finalidad de tener una mayor precision en aquellas secciones que tienen una longitud mayor a los 1000 mts.
2. comenzara por calcular el tirante crítico del tirante propuesto inicialmente,
3. Una vez obtenido el Y_c , comparara que no sea mayor a Y
4. Cumplida la condición anterior obtendrá la geometría de la sección y la desplegara en pantalla tanto la sección con los tirantes obtenidos, así como el perfil del flujo
5. Posteriormente procederá a calcular de la sección siguiente un tirante Y_B aguas arriba, y otro tirante Y_A aguas abajo así como sus respectivos Y_c
6. Del paso anterior solo calculara la geometría de ambas secciones,
7. Con lo obtenido en los puntos 4 y 5 procederá a obtener FA y FB las cuales se obtendrán de restar la energía menor a la energía mayor, esto lo hará para cada uno respectivamente
8. Obtenidas FA y FB se tendrá que cumplir que $FA \cdot FB < 0$

- 9 Si "NO" se cumple con la condicion, se detendra el programa indicando la seccion que no cumple con la condicion, por lo que se debe cambiar el valor del tirante propuesto inicialmente y se tendra que reanudar el proceso nuevamente
- 10 En caso de que "SI" cumpla, procedera a obtener un tirante medio YM entre YA y YB el cual pasara a ser el tirante buscado, calculando su geometria con su respectivo despliegue grafico
- 11 El YM entonces pasara ha ser el tirante pivote para la siguiente seccion y comenzara nuevamente con el punto 1, hasta completar todas las secciones.

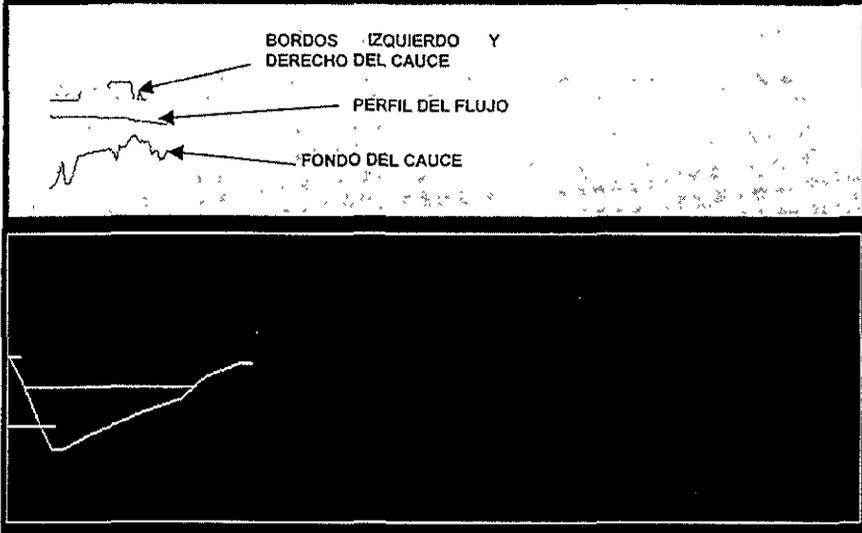
Durante el proceso, se dibujara en pantalla el perfil del flujo, con lo que se logra visualizar si el flujo derrama por alguno de los bordos, lo cual en caso de suceder, el programa colocara un letrero para conocer en cual de ambos bordos derrama y en que seccion se presenta. Así mismo se observara la geometria de la seccion con los tirante respectivos

A continuacion se presentan dos pantallas diferentes que muestra el programa.



PANTALLA 1

Programa RIPESUBC Fecha: 09-21-1999 hora: 13:29:59 Archivo:A:2PAP4.DAT
 SEC DIST AREA E.AGUA E.FONDO TIR VEL FR TIR.CRI ENER HF
 251 5580 1460.61 -1.179 -10.000 8.821 0.685 0.10 3.327 -1.155 0.024



PANTALLA 2

A diferencia de la pantalla 1, en esta segunda pantalla no se presenta desbordamiento, por lo cual no aparece ningún letrero; el resto de la pantalla es idéntica a la pantalla 1.

A continuación se presenta un diagrama de flujo de la secuencia de cálculo que sigue el programa y posteriormente se da un listado del programa

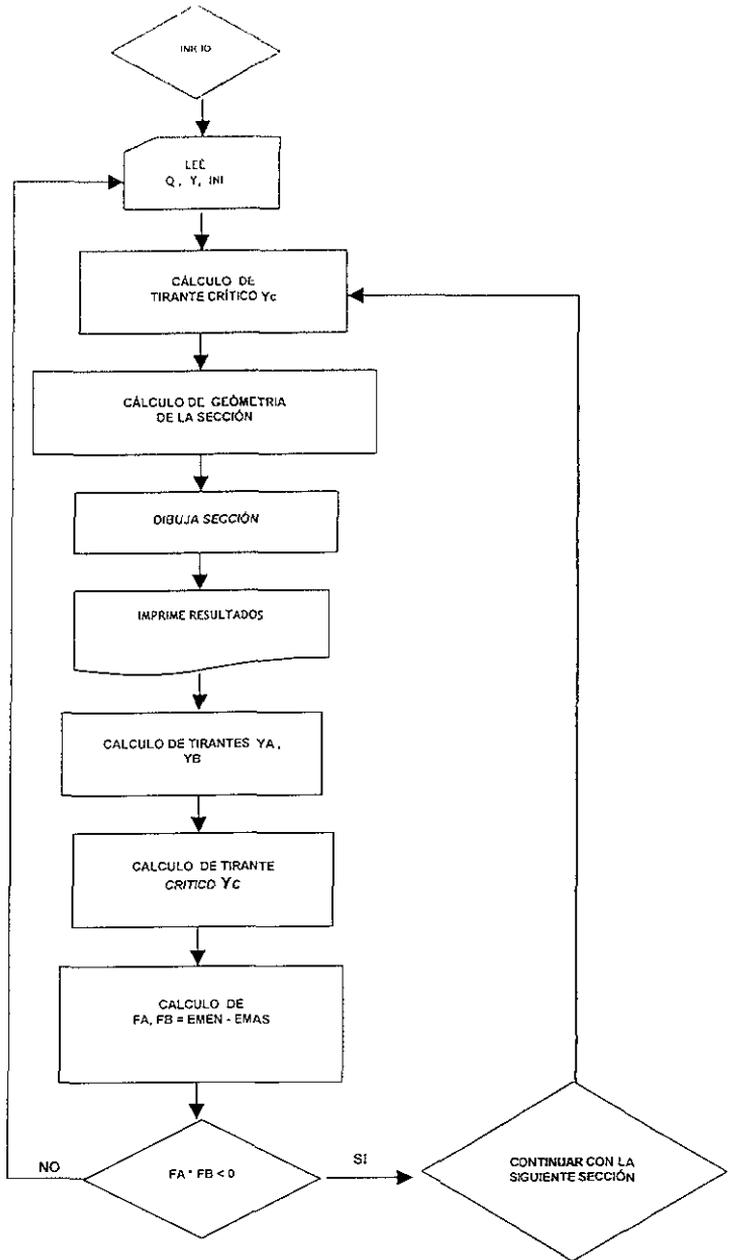


DIAGRAMA DE FLUJO

6.1. Listado de programa de calculo de flujo permanente en cauces naturales

EL PROGRAMA DEBERA DE SER ALIMENTADOS CON EL ARCHIVO DE DATOS, ASÍ COMO DE UN ARCHIVO PARA LOS RESULTADOS

ANTES DE COMENZAR A TRABAJAR EL PROGRAMA, SE REALIZAN ALGUNAS DECLARACIONES DE VARIABLES Y SE ESTABLECEN ALGUNAS SECUENCIAS DE CALCULO COMO ES LA SUMA DE LAS DISTANCIAS ENTRE SECCIONES, LA CUAL SE IRÁ DESARROLLANDO A LO LARGO DEL PROCEDIMIENTO DE CALCULO SEGÚN SEA NECESARIO.

```

INPUT #1, NSE(I), TALWEG
INPUT #1, DIST
'
SDIST = SDIST + DIST
X( ) = SDIST
PRINT I; NSE(I); TALWEG; DIST; X( )
Z(1) = 1000000
FOR J = 0 TO NP(I)
'
    INPUT #1, ZS(I, J), YS(I, J)
'
    PRINT J; ZS(I, J); YS(I, J)
    YS(I, J) = YS(I, J) + ZADI
    IF YS(I, J) < Z(I) THEN Z(I) = YS(I, J)
NEXT J
NEXT I
CLOSE #1
OPEN "I", #1, VASS
FOR I = MT TO 1 STEP -1
'
    INPUT #1, NSE, A1, A2
'
    PRINT I; NSE
'
    INPUT #1, NQ, BI(I), AIQ, LIQ, BD(I), ADQ, LDQ
'
    PRINT I, NQ, BI(I), AIQ, LIQ, BD(I), ADQ, LDQ
    BI(I) = BI(I) + ZADI; BD(I) = BD(I) + ZADI
NEXT I
CLOSE #1
INPUT "SECCION INICIAL Y GASTO"; INI, Q
111 '
CLS
LOCATE 1, 1
PRINT "
PRINT "Programa RIPESUBC                                fecha: "; DATE$; " hora: "; TIME$

```


SI LOGRO CUMPLIR LA CONDICION PREVIA, PROCEDERA A CALCULAR EL TIRANTE MEDIO ENTRE YA, YB, SIENDO YM LA BASE PARA EL SIGUIENTE CALCULO DE TIRANTES EN LA SIGUIENTE SECCION

```

DO
  YM = (YA + YB) * .5
  D1 = YB - YA
  Y = YM
  CALL GEOMET
  A2 = A * A
  U2 = Q2 / A2
  ENLR = Z(II) + YM * U2 * G2
  SF2 = U2 * NL2 / R ^ 1.3333
  EMEN = ENLR - SF2
  EB = EMEN - LMAS
  'PRINT FA; YA; YB; EB
  'PRINT #1, "EMAS; SF1; ENLR, U2; DX; SI2; EMEN; EB, YA; YM"
  'PRINT #1, EMAS; SF1; ENLR; U2; DX; SI2; EMEN, EB; FA; YM
  IF FA * EB < 0 THEN
    YB = YM
  ELSE
    IA = EB
    YA = YM
  END IF
  LOOP WHILE ABS(D1) > .00001
  HF = SF1 + SF2
  U = Q / A
  FR = SQR(Q4 * T / (A2 * A))
  CALL DIBUJA
  LOCATE 3, 1
  PRINT USING "### ##### #####.## ##.### ##.### ##.## ##.##
## ### ##.### ##.###"; NSE(II), X(II); A; Y - ZADI; Z(II) - ZADI; YM;
U; FR; YC; ENER - ZADI; HF
  PRINT #1, USING "### ##### #####.## ##.### ##.### ##.### ##.###
##.## ##.### ##.### ##.###"; NSE(II); X(II); A; Y - ZADI; Z(II) - ZADI;
YM; U; FR; YC; ENER - ZADI; HF

  COMPARARA EL TIRANTE QUE CALCULA CON LOS BORDOS DERECHO E
  IZQUIERDO, EN CASO DE SER MENOR EL TIRANTE A CUALQUIERA DE LOS BORDOS,
  DESPLEGARA UN LETRERO INDICANDO EN CUAL O SI ES EN AMBOS DONDE SE
  PRESENTA UN DERRAME DEL FLUJO

  IF Y > BD(II) THEN
    PRINT "DERRAMA DEL LADO DERECHO "; NSE(II); " ELEV "; Y - BD(II)
    'STOP
  END IF
  IF Y > BI(II) THEN
    PRINT "DERRAMA DEL LADO IZQUIERDO"; NSE(II); " ELEV "; Y - BI(II)
    'STOP
  END IF

  SF1 = SF2
  EMAS = ENER + SF1

```

6.1. Ejemplo de aplicación

Se presenta la aplicación del programa tomando como ejemplo el río Pichucalco de la zona de la sierra en Tabasco, primeramente, se elaboro el archivo de secciones, el cual esta formado por 55 secciones tal como se muestran en el anexo A-1 siendo en este mismo anexo donde se muestra el numero total de secciones en que el programa subdividió a cada una de ellas, para pasar de 55 a 163 casi el triple de secciones originales que se tenían

En la figura 6.3 se da la ubicación de las secciones, mientras que en los anexos A-3 al A-7, se presentan los cuadros de resultados obtenidos manteniendo el tirante de 4.6 m constantes y variando el gasto de 70 hasta 90 m^3/s . Posteriormente se cambio de posición, siendo el gasto el que se mantuvo constante 70 m^3/s y el que se vario fue el valor del tirante a 7.6 m ,

Se aplicaron diferentes tirantes y gastos, para obtener las mejores condiciones. Siendo el gasto de 73 m^3/s con un $y = 4.6$ m los resultados máximos en el cual no se presenta desbordamiento en ninguna sección. Tal como se observa en la figura 6.4

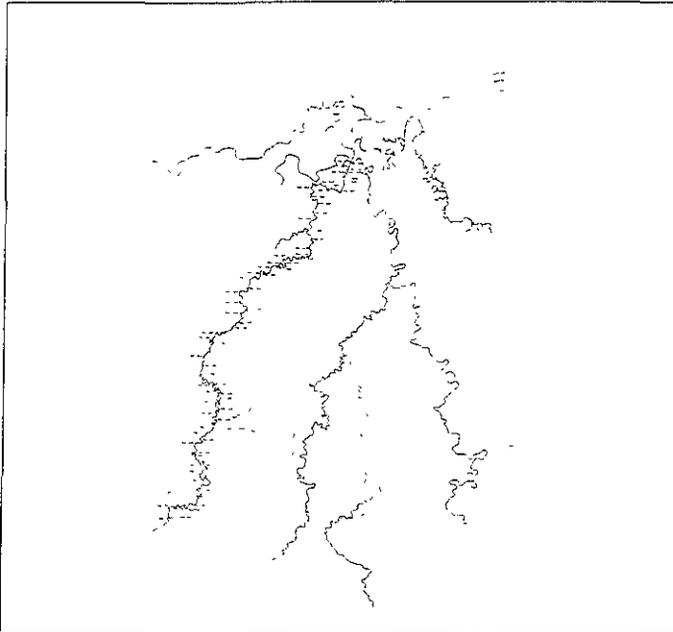


Figura 6.3 Seccionamiento del río Pichucalco.

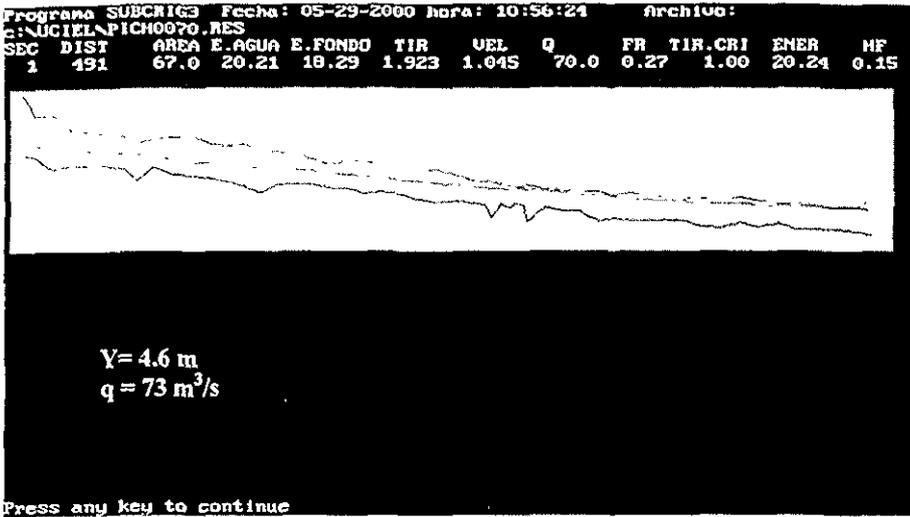


Figura 6.4 Perfil del río Pichucalco sin desbordamiento en ninguna sección

Si aplicáramos un gasto mayor tendríamos desbordamientos en algunas secciones, tal como se muestra en la figura 6 5.

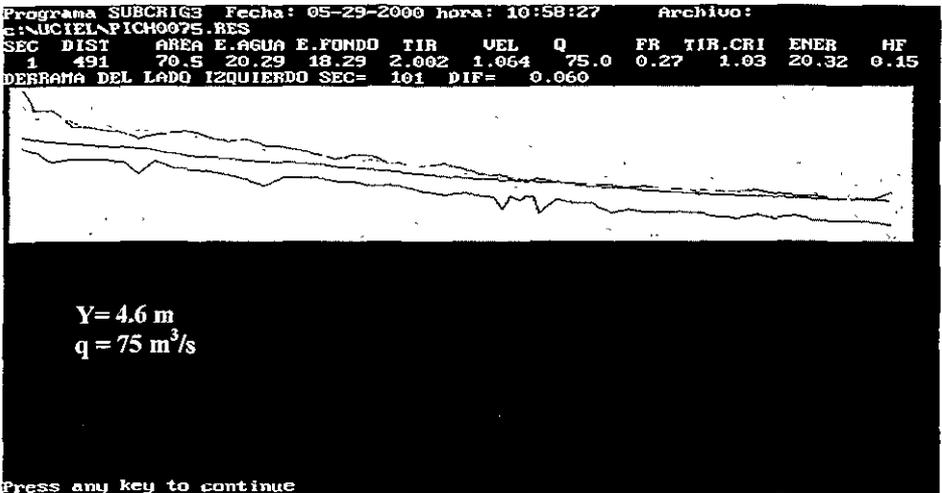


Figura 6.5 Perfil del río Pichucalco con desbordamiento en las primeras secciones.

Como se puede ver, dentro de la primera parte del tramo de aguas abajo hacia arriba se presentan desbordamientos y tan solo se aumentaron $5 \text{ m}^3/\text{s}$ con respecto al gasto anterior, pero el tirante se mantuvo en 4.6 m

Si aumentamos el tirante a 7.6 m y mantenemos un gasto de $70 \text{ m}^3/\text{s}$, podremos apreciar en la figura 6.6 que desde un principio existe un desbordamiento en las secciones

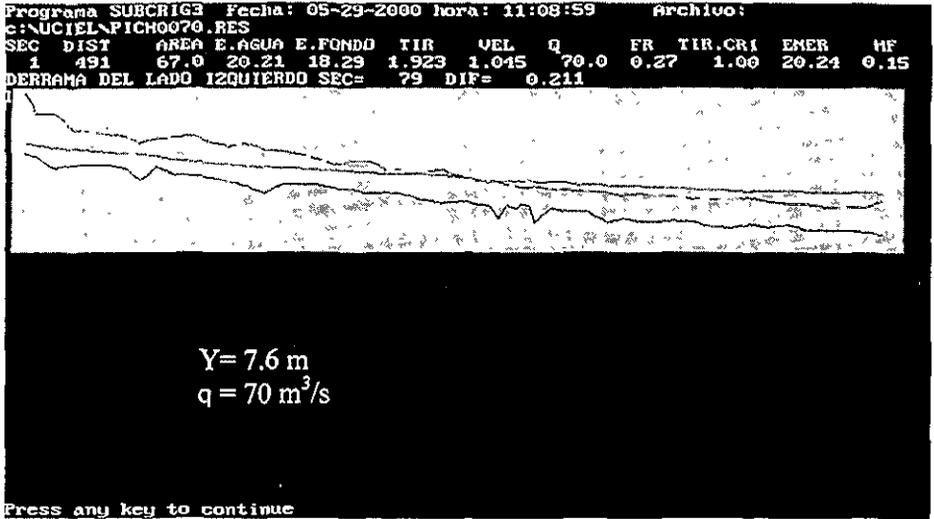


Figura 6.6 Perfil del río Pichucalco con desbordamiento aumenta el tirante no el gasto

Finalmente podemos obtener los siguientes resultados:

Tr. (años)	Gastos de ingreso al cauce (m^3/s)	Gastos de desbordamiento (m^3/s)
2	507	432
5	710	635
10	845	770
25	1015	940
50	1141	1066
100	1266	1191
500	1585	1510

Con lo cual el gasto máximo que puede escurrir por el cauce sin desbordamiento es de $73 \text{ m}^3/\text{s}$, con un tirante en la sección inicial de 4.6 m.

CONCLUSIONES FINALES

De los métodos descritos en el presente trabajo se obtienen las siguientes conclusiones.

Métodos de integración de la ecuación dinámica.

- Integración Gráfica

Este método es aplicable a cualquier tipo de perfil de flujo en canales tanto prismáticos como en los no prismáticos, de cualquier forma y pendiente. La utilización de este método depende de la facilidad con que se pueda calcular la función $F(y)$, pero, en general un método que es poco tedioso.

- Integración Directa

Si se desea integrar la ecuación dinámica del flujo gradualmente variado (ecuación 3.3) para cualquier forma de sección y tipo de canal cualquiera, es

prácticamente imposible. Se han realizado algunos intentos por resolver la ecuación para algunos casos especiales, introduciendo hipótesis simplificadoras que permitan su integración matemática, aunque con pocos resultados satisfactorios.

Una de las ventajas de los métodos directos y que rara vez se explota es que debido a que la integración es simple, los valores sucesivos de x en la tabulación son independientes entre sí, de tal manera que la determinación de un tirante en cualquier sección del perfil no implica más que conocer los tirantes de frontera sin la necesidad de tener que calcular intermedios como en otros casos.

Método de incrementos finitos en canales prismáticos.

- Método para el cálculo de la longitud del tramo

Este método cuenta con aplicaciones más amplias debido a lo adecuado que es para el análisis de perfiles de flujo tanto en canales prismáticos como no prismáticos. Es aplicable cuando se desea conocer el tirante en secciones previamente especificadas, siendo este método el que mejor se adapta para realizar dicho cálculo.

- Método gráfico

Este procedimiento es reiterativo, ya que se efectúa tantas veces como sea necesario para encontrar los tirantes de las secciones sucesivas antes de llegar a la sección en la cual se establece el flujo uniforme.

Métodos de incrementos finitos.

- Ríos de sección sencilla

En los procesos de integración numérica es necesario trabajar a partir de valores elegidos para " x " y con ellos calcular el tirante. Una de las principales razones de lo anterior es que las propiedades de un río se miden usualmente en las secciones fijas; aun, cuando se conociera con precisión la geometría del río en cada una de sus secciones a lo largo del canal, su variación irregular de las propiedades del canal con la distancia " x " hacen que sea difícil el calcular " x " a partir de un valor dado para el tirante en " y ", que si se realizara en forma inversa, ó sea, de un valor dado para " x ", calcular " y ".

De tal modo que para el caso de la determinación de los perfiles de flujo en un cauce natural y realizando el cálculo de " y " a partir de " x ", es conveniente el

método de ríos de sección sencilla que utilizando un procedimiento de aproximaciones sucesivas. En este procedimiento el tirante "y" rara vez aparecen en los cálculos, por lo que en su lugar se especifica la altura "h" del nivel del agua, la cual es medida desde un cierto plano de referencia.

- Ríos de sección compuesta

En este caso se encuentra uno con dos soluciones diferentes, una que es la solución general y la segunda que esta dada por el método gráfico de Ezra. Dentro de la solución general, una de sus utilidades radica en que al existir velocidades y cargas de velocidades diferentes, se calculara o bien definir una carga total H que se pueda aplicar a toda la sección transversal. Por otra parte el método gráfico de Ezra es más apropiado en su aplicación para canales prismáticos aunque si se aplican ambos métodos se pueden obtener mejores resultados, aunque esto requiere de un mayor tiempo.

Método de paso o de etapas.

El método tiene la restricción única del canal debe de ser prismático en caso de no serlo este método no funciona adecuadamente, puesto que los resultados serian erróneos. Si se cumple la restricción los resultados que se obtienen son semejantes a los obtenidos con el método de integración gráfica.

Método estándar por etapas.

A diferencia del método de paso o etapas, el método Estándar es perfectamente aplicable a canales no prismáticos y el procedimiento que tiene, se desarrolla por el método de tanteos, lo cual facilita para que el método se pueda computarizar y con ello obtener mas rapidez en los cálculos y obtención de resultados.

Métodos de calculo para un sistema de cauces naturales.

- Método estándar por paso para canales naturales.

Este método presenta una solución practica y precisa, entre sus ventajas esta la de la aplicación total a canales naturales, así como el de que cuando la carga de velocidad es demasiado pequeña, el método se puede desarrollar aun en el sentido del flujo erróneo sin que esto resulte en errores de importancia.

- Método nivel-caída-descarga.

Este método es ventajoso cuando en el curso del agua se ubican una cantidad de caudales correspondientes a niveles conocidos

- Método Ezra para canales naturales.

Es útil para obtener un cálculo más preciso y en el cual se incluyen los efectos de los cambios de altura de velocidad y pérdidas de remolinos. Este método arroja mejores resultados con respecto a los anteriores, y debido a que lleva el cálculo por etapas, permite tener más control en los mismos.

Aún cuando todos los métodos se han aplicado a cauces naturales, no todos se deben de emplear a los mismos, debido a lo complicado de la geometría que puede tener un cauce natural. Algunos de estos métodos mencionados en los capítulos 3 y 4, presentan dificultades en su aplicación que provocan que su desarrollo sea muy lento, lo que puede provocar que si no se lleva un control adecuado en los cálculos, se puede llegar a perder la secuencia, además de que no todos los métodos presentan resultados confiables.

En general se puede establecer que estos métodos necesitan complementarse con otros para la obtención de mejores resultados.

Método Instituto de Ingeniería

Este método presenta una solución práctica y precisa, entre sus ventajas está la de la aplicación total a canales naturales, al ser un programa, se omiten los cálculos que en otros métodos es necesario realizar, así mismo, nos permite trabajar con un mayor número de secciones, las cuales no requieren de cadenamamientos específicos, ya que el propio programa realizara un nuevo seccionamiento, de tal forma que la distancia entre secciones sea lo más precisa posible. Por otra parte, el programa está estructurado de tal forma que los requerimientos en el equipo de cómputo para poder trabajarlo sean los mínimos, siendo estos, un procesador 286, con al menos 8 mb en ram, y el paquete de Qbasic, el cual ya está incluido en cualquier sistema operativo.

A N E X O S

ANEXOS 1 Y 2 DATOS

ANEXOS 3 Y 4 CUADROS DE RESULTADOS

ANEXO A-1

Una vez que se tienen todos los datos de las secciones, se procede a realizar el armado del archivo que servira para alimentar el programa, por dicho armado se debera de seguir el procedimiento mencionado en el capitulo 6.

01	18.289
1474.276	
-190.139	23.253
-74.676	71.2
-58.608	18.289
-35.29	18.548
-18.195	19.29
-8.899	25.495
0.229	30.915
41.398	31.095
79.724	31.065
148.979	30.749
08	17.353
1501.774	
-214.722	23.003
-116.392	23.538
-64.308	23.984
-56.128	17.353
-37.588	17.994
-25.483	19.745
-14.784	24.059
-4.074	22.46
0.245	25.298
6.263	23.569
16	15.14
1444.554	
-226.244	23.099
-72.936	24.337
-53.569	19.961
-23.614	15.14
-9.859	23.551
-7.012	20.961
0.233	25.326
8.214	23.123
43.278	22.203
130.043	21.685
24	15.89
1354	
-224.859	21.816
-105.443	23.277
-101.737	21.147
-76.189	22.565
-64.113	17.055
-44.735	16.282
-36.141	15.89
-28.289	19.973
-26.012	22.283
63.907	21.631

CALCULO DE FLUJO PERMANENTE EN CAUCES NATURALES

1370	
-135.776	14.267
-60.273	14.308
50.441	14.617
-34.559	16.219
-19.169	15.794
-17.912	18.144
-13.227	19.831
-9.785	22.231
19.981	21.628
59.817	21.261
36	15.778
1480	
-190.416	20.156
-75.847	20.826
-67.399	22.569
-62.041	20.157
-41.916	15.778
-34.096	15.951
-15.666	17.161
-8.039	20.216
0.172	21.527
104.488	21.124
42	15.182
1159	
-76.021	20.129
-47.842	20.471
1.707	20.583
6.715	18.551
15.963	15.182
29.989	15.386
48.968	16.554
54.039	18.934
58.764	21.254
217.417	18.785
49	12.919
1328	
-129.165	18.567
5.865	21.431
2.986	19.017
5.856	21.431
17.012	20.507
23.631	15.783
29.1	12.919
36.531	14.375
78.791	19.833
205.982	18.297
53	15.653
1521	
-122.456	18.521
-5.102	19.455
-0.117	21.311
20.886	19.584
29.762	15.653
59.637	16.612
69.167	19.871

CALCULO DE FLUJO PERMANENTE EN CAUCES NATURALES

15.75	19.61
156.743	19.61
1.11819	19.61
97	14.031
1451	
-49.327	19.64
-19.890	20.708
-0.121	19.817
10.908	16.766
21.003	15.011
39.889	14.061
48.117	18.032
52.948	20.965
63.034	17.784
140.222	19.458
66	13.891
1459	
-69.971	18.57
-36.07	18.631
-0.052	20.688
17.301	13.891
26.395	13.963
46.884	15.717
53.019	20.119
70.277	21.191
100.002	19.481
144.944	19.476
75	13.497
1418	
-50.304	17.714
-4.622	18.188
0.263	19.518
15.139	13.497
24.591	13.548
41.182	14.064
47.609	17.175
55.319	19.972
68.222	18.304
185.025	17.852
84	12.804
1458	
-0.146	18.462
4.089	19.839
14.243	17.256
28.064	13.341
33.948	12.804
45.457	13.029
50.225	14.986
54.103	19.264
87.359	17.852
193.856	17.381
93	11.952
1432	
-45.073	17.324
-3.956	17.482
0.089	19.369
8.904	17.498

CALCULO DE FLUJO PERMANENTE EN CAUCES NATURALES

-16.171	15.851
3.771	14.26
34.745	14.907
-21.726	11.867
14.947	11.953
-7.694	14.887
-4.396	15.051
-0.044	15.745
157.906	15.236
148	11.392
1446	
-187.847	14.595
-127.986	15.14
-63.237	15.79
-54.133	12.121
-33.442	11.392
-25.851	12.273
-21.062	16.026
-12.752	15.698
-0.032	15.524
125.361	14.759
157	10.6
1477	
-197.709	14.514
-51.996	15.612
-50.863	15.132
-47.513	13.67
-39.095	11.296
-25.079	10.6
-22.272	11.02
-16.146	14.357
-7.021	16.613
-0.079	15.43
169	10.71
1329	
-174.85	14.915
-126.37	14.153
-43.051	15.091
-32.602	11.503
-24.664	10.71
-9.644	10.935
-8.204	11.543
-8.053	11.645
-0.146	15.096
70.178	14.103
176	10.474
1288	
-73.486	14.42
-42.066	14.732
-37.341	12.175
-29.3	10.474
-14.562	10.667
-8.937	11.891
-5.397	13.918
-3.955	14.807
-0.11	14.811
70.01	14.569

ANEXO A - 2

Una vez que el programa lee cada una de las secciones, procede a dividir en subsecciones cada sección, de tal forma que cada sección sea lo mas precisa posible. En nuestro caso, en casi la mayoría de las secciones, las ha dividido en tres, con distancias menores a los 500 mts. Entre cada seccion.

163	10					
01	18.289,	1	18.289,	491.41,	27.200,	31.0950
0.446,	6.42,		23.37,		23.51	
0.891,	19.18,		33.44,		33.72	
1.337,	35.16,		37.21,		37.70	
1.782,	52.25,		39.40,		40.12	
2.228,	70.29,		41.59,		42.54	
2.673,	89.23,		43.36,		44.55	
3.119,	108.90,		44.89,		46.33	
3.564,	129.23,		46.42,		48.11	
4.010,	150.25,		47.96,		49.89	
4.456,	171.98,		49.49,		51.67	
4.901,	194.36,		51.02,		53.45	
5.347,	217.52,		53.21,		55.92	
5.792,	241.87,		55.95,		58.97	
6.238,	257.40,		58.71,		62.03	
6.683,	294.08,		61.46,		65.08	
7.129,	321.30,		64.21,		68.13	
7.574,	348.93,		67.01,		71.22	
8.020,	377.05,		69.81,		74.32	
8.465,	405.61,		72.62,		77.42	
8.911,	434.65,		75.42,		80.52	
01	18.289,	2	17.977,	491.41,	26.128,	29.1627
0.446,	6.42,		23.37,		23.51	
0.891,	19.18,		33.44,		33.72	
1.337,	35.16,		37.21,		37.70	
1.782,	52.25,		39.40,		40.12	
2.228,	70.29,		41.59,		42.54	
2.673,	89.23,		43.36,		44.55	
3.119,	108.90,		44.89,		46.33	
3.564,	129.23,		46.42,		48.11	
4.010,	150.25,		47.96,		49.89	
4.456,	171.98,		49.49,		51.67	
4.901,	194.36,		51.02,		53.45	
5.347,	217.52,		53.21,		55.92	
5.792,	241.87,		55.95,		58.97	
6.238,	257.40,		58.71,		62.03	
6.683,	294.08,		61.46,		65.08	
7.129,	321.30,		64.21,		68.13	
7.574,	348.93,		67.01,		71.22	
8.020,	377.05,		69.81,		74.32	
8.465,	405.61,		72.62,		77.42	
8.911,	434.65,		75.42,		80.52	
01	18.289,	3	17.665,	491.41,	25.056,	27.2303
0.446,	4.90,		18.32,		18.47	
0.891,	15.27,		27.40,		27.72	
1.337,	28.40,		31.11,		31.62	
1.782,	42.95,		34.01,		34.74	

CALCULO DE FLUJO PERMANENTE EN CAUCES NATURALES

2.25,	31.76,	36.9,	37.3
2.67,	35.69,	39.00,	40.1
3.139,	39.44,	40.59,	42.6
3.564,	411.86,	41.19,	43.8
4.010,	131.00,	43.73,	45.6
4.456,	150.91,	45.37,	47.53
4.901,	171.45,	46.96,	49.36
5.347,	192.93,	49.87,	52.51
5.792,	216.10,	53.90,	56.97
6.238,	240.99,	57.94,	61.36
6.683,	267.53,	61.97,	65.74
7.129,	294.47,	66.01,	70.13
7.574,	321.60,	70.06,	74.53
8.020,	349.00,	74.13,	78.94
8.465,	376.59,	78.18,	83.35
8.911,	404.45,	82.24,	87.76
08	17.353, 4	17.353,	375.44, 23.984, 25.2960
0.332,	1.66,	10.00,	10.12
0.663,	6.62,	19.51,	19.76
0.995,	13.54,	22.21,	22.60
1.326,	21.35,	24.91,	25.44
1.658,	30.06,	27.61,	28.29
1.989,	39.66,	30.32,	31.13
2.321,	50.16,	33.02,	33.97
2.652,	61.41,	34.56,	35.69
2.984,	73.07,	35.79,	37.10
3.316,	85.14,	37.03,	38.52
3.647,	97.62,	38.26,	39.93
3.979,	110.51,	39.49,	41.34
4.310,	123.81,	40.72,	42.76
4.642,	137.51,	41.95,	44.17
4.973,	151.62,	43.18,	45.58
5.305,	166.31,	46.04,	48.70
5.636,	182.23,	50.00,	52.96
5.968,	199.46,	53.95,	57.22
6.299,	218.00,	57.91,	61.48
6.631,	237.86,	61.87,	65.74
08	17.353, 5	16.800,	375.44, 24.072, 25.3050
0.332,	1.39,	8.15,	8.27
0.663,	5.45,	15.93,	16.18
0.995,	11.15,	18.61,	18.99
1.326,	17.76,	21.28,	21.80
1.658,	25.29,	23.96,	24.62
1.989,	33.67,	26.64,	27.43
2.321,	42.92,	29.32,	30.24
2.652,	53.00,	31.13,	32.21
2.984,	63.59,	32.70,	33.95
3.316,	74.68,	34.28,	35.70
3.647,	86.28,	35.85,	37.43
3.979,	98.46,	37.42,	39.17
4.310,	111.13,	39.00,	40.92
4.642,	124.29,	40.56,	42.64
4.973,	138.00,	42.06,	44.31
5.305,	152.33,	44.72,	47.20
5.636,	167.72,	48.22,	50.97
5.968,	184.26,	51.77,	54.79
6.299,	202.07,	55.46,	58.80

CALCULO DE FLUJO PERMANENTE EN CAUCES NATURALES

01	0.132,	0.11,	0.137,	0.132,	0.132,	0.132,
	0.663,	0.11,	0.20,	0.641,	0.663,	0.663,
	0.995,	0.11,	0.31,	0.95,	0.995,	0.995,
	1.326,	14.11,	17.66,	12.16,	1.326,	1.326,
	1.658,	20.51,	20.31,	20.95,	1.658,	1.658,
	1.989,	27.69,	22.91,	23.73,	1.989,	1.989,
	2.321,	35.67,	25.62,	26.52,	2.321,	2.321,
	2.652,	44.58,	27.69,	28.73,	2.652,	2.652,
	2.984,	54.11,	29.61,	30.80,	2.984,	2.984,
	3.316,	64.27,	31.53,	32.87,	3.316,	3.316,
	3.647,	74.91,	33.44,	34.93,	3.647,	3.647,
	3.979,	86.41,	35.36,	37.00,	3.979,	3.979,
	4.310,	98.45,	37.27,	39.07,	4.310,	4.310,
	4.642,	111.06,	39.17,	41.12,	4.642,	4.642,
	4.973,	124.38,	40.93,	43.03,	4.973,	4.973,
	5.305,	138.36,	43.41,	45.70,	5.305,	5.305,
	5.636,	153.22,	46.44,	48.97,	5.636,	5.636,
	5.968,	169.05,	49.58,	52.37,	5.968,	5.968,
	6.299,	186.13,	53.01,	56.12,	6.299,	6.299,
	6.631,	204.31,	56.46,	59.89,	6.631,	6.631,
08	17.353,	1	15.693,	315.44,	24.249,	25.3190
	0.332,	0.86,	4.45,	4.58,	0.332,	0.332,
	0.663,	3.10,	8.78,	9.02,	0.663,	0.663,
	0.995,	6.38,	11.41,	11.77,	0.995,	0.995,
	1.326,	10.51,	14.03,	14.52,	1.326,	1.326,
	1.658,	15.76,	16.66,	17.28,	1.658,	1.658,
	1.989,	21.70,	19.29,	20.03,	1.989,	1.989,
	2.321,	28.43,	21.92,	22.79,	2.321,	2.321,
	2.652,	36.17,	24.26,	25.25,	2.652,	2.652,
	2.984,	44.63,	26.51,	27.65,	2.984,	2.984,
	3.316,	53.75,	28.77,	30.05,	3.316,	3.316,
	3.647,	63.59,	31.03,	32.44,	3.647,	3.647,
	3.979,	74.36,	33.29,	34.83,	3.979,	3.979,
	4.310,	85.76,	35.55,	37.23,	4.310,	4.310,
	4.642,	97.84,	37.78,	39.59,	4.642,	4.642,
	4.973,	110.76,	39.81,	41.76,	4.973,	4.973,
	5.305,	124.38,	42.09,	44.20,	5.305,	5.305,
	5.636,	138.71,	44.67,	46.98,	5.636,	5.636,
	5.968,	153.85,	47.40,	49.94,	5.968,	5.968,
	6.299,	170.20,	50.56,	53.44,	6.299,	6.299,
	6.631,	187.53,	53.75,	56.96,	6.631,	6.631,
16	15.14,	8	15.140,	481.52,	24.337,	25.3260
	0.460,	0.83,	3.61,	3.78,	0.460,	0.460,
	0.920,	3.32,	7.22,	7.55,	0.920,	0.920,
	1.380,	7.47,	10.83,	11.33,	1.380,	1.380,
	1.839,	13.28,	14.44,	15.10,	1.839,	1.839,
	2.299,	20.75,	18.05,	18.88,	2.299,	2.299,
	2.759,	29.88,	21.66,	22.65,	2.759,	2.759,
	3.219,	40.66,	25.26,	26.43,	3.219,	3.219,
	3.679,	53.11,	28.87,	30.20,	3.679,	3.679,
	4.139,	67.22,	32.48,	33.98,	4.139,	4.139,
	4.599,	82.99,	36.09,	37.75,	4.599,	4.599,
	5.058,	100.36,	39.28,	41.11,	5.058,	5.058,
	5.518,	119.07,	42.06,	44.08,	5.518,	5.518,
	5.978,	139.08,	45.29,	47.59,	5.978,	5.978,

CALCULO DE FLUJO PERMANENTE EN CAUCLES NATURALES

ANEXO A - 3

Cuadro de resultados para el Proyecto de Riego de la Zona de...

Programa de Riego: Fecha: 05/29/2000 hora: 12:00:00

Archivo: C:\VIC\ERAPICHO\00\00.RPS

SIG	DIST	AREA d.	AGUA F	TONO	TIR	VLL	Q	TR	TIR.CRI	ENKR	IB
163	442	139.3	7.64	3.04	4.600	0.375	60.0	0.13	1.46	7.65	
162	442	142.8	7.69	3.18	4.509	0.420	60.0	0.13	1.48	7.68	0.01
163	442	123.3	7.71	3.32	4.396	0.487	60.0	0.12	1.51	7.71	0.03
160	44	106.2	7.73	3.46	4.269	0.565	60.0	0.11	1.53	7.73	0.02
159	376	100.1	7.74	3.54	4.196	0.600	60.0	0.12	1.57	7.75	0.02
158	376	95.3	7.75	3.62	4.131	0.629	60.0	0.13	1.62	7.77	0.02
157	376	90.6	7.77	3.71	4.068	0.662	60.0	0.13	1.68	7.79	0.02
156	376	86.1	7.80	3.79	4.008	0.697	60.0	0.14	1.71	7.81	0.03
155	378	92.5	7.81	3.77	4.046	0.649	60.0	0.13	1.68	7.84	0.02
154	378	99.9	7.84	3.75	4.090	0.601	60.0	0.12	1.62	7.86	0.02
153	378	107.2	7.85	3.72	4.130	0.559	60.0	0.11	1.57	7.87	0.02
152	378	114.5	7.87	3.70	4.166	0.524	60.0	0.10	1.52	7.89	0.01
151	408	111.3	7.89	3.74	4.148	0.539	60.0	0.10	1.55	7.90	0.01
150	408	107.1	7.90	3.78	4.127	0.560	60.0	0.11	1.60	7.91	0.02
149	408	102.9	7.92	3.81	4.107	0.583	60.0	0.11	1.66	7.93	0.02
148	408	98.8	7.94	3.85	4.089	0.608	60.0	0.12	1.73	7.95	0.02
147	402	92.2	7.98	4.10	3.878	0.651	60.0	0.14	1.68	7.97	0.02
146	402	85.4	8.00	4.35	3.651	0.703	60.0	0.15	1.63	8.00	0.03
145	402	79.1	8.04	4.61	3.427	0.759	60.0	0.16	1.59	8.04	0.03
144	402	73.6	8.07	4.86	3.210	0.815	60.0	0.18	1.55	8.08	0.04
143	377	72.5	8.07	4.69	3.378	0.828	60.0	0.18	1.62	8.12	0.04
142	377	71.5	8.12	4.53	3.591	0.839	60.0	0.18	1.73	8.17	0.05
141	377	70.9	8.17	4.36	3.810	0.847	60.0	0.19	1.88	8.22	0.05
140	377	69.7	8.22	4.19	4.031	0.861	60.0	0.20	2.08	8.28	0.05
139	393	91.9	8.32	4.38	3.941	0.653	60.0	0.15	1.73	8.32	0.04
138	393	111.0	8.35	4.56	3.792	0.540	60.0	0.13	1.48	8.35	0.03
137	393	125.0	8.38	4.74	3.632	0.480	60.0	0.12	1.31	8.37	0.02
136	393	135.0	8.40	4.93	3.469	0.445	60.0	0.11	1.20	8.39	0.02
135	491	130.3	8.37	4.66	3.714	0.461	60.0	0.11	1.28	8.41	0.02
134	491	113.4	8.40	4.39	4.003	0.529	60.0	0.12	1.42	8.44	0.02
133	491	82.9	8.41	4.12	4.289	0.724	60.0	0.14	1.67	8.47	0.03
132	387	78.7	8.47	4.22	4.258	0.762	60.0	0.15	1.69	8.49	0.03
131	387	78.4	8.50	4.31	4.191	0.765	60.0	0.15	1.69	8.52	0.03
130	387	78.2	8.53	4.41	4.126	0.767	60.0	0.15	1.68	8.55	0.03
129	387	78.0	8.56	4.50	4.061	0.769	60.0	0.15	1.68	8.58	0.03
128	417	74.9	8.60	4.66	3.934	0.801	60.0	0.15	1.66	8.61	0.03
127	417	71.7	8.63	4.83	3.805	0.837	60.0	0.16	1.65	8.65	0.04
126	326	60.5	8.67	5.12	3.548	0.992	60.0	0.20	1.63	8.69	0.04
125	326	49.8	8.71	5.42	3.292	1.204	60.0	0.25	1.61	8.75	0.06
124	377	54.2	8.78	5.44	3.336	1.106	60.0	0.23	1.52	8.84	0.08
123	377	59.8	8.85	5.47	3.389	1.003	60.0	0.21	1.45	8.90	0.06
122	377	65.2	8.91	5.49	3.425	0.920	60.0	0.19	1.37	8.95	0.05
121	377	70.3	8.96	5.51	3.450	0.853	60.0	0.17	1.31	9.00	0.04
120	472	70.8	9.01	5.49	3.512	0.848	60.0	0.17	1.37	9.04	0.05
119	472	70.6	9.06	5.48	3.579	0.849	60.0	0.17	1.46	9.09	0.05
118	472	70.6	9.11	5.46	3.646	0.850	60.0	0.17	1.56	9.14	0.05
117	452	63.8	9.16	5.47	3.686	0.940	60.0	0.20	1.74	9.20	0.06
116	452	56.6	9.22	5.48	3.740	1.059	60.0	0.23	1.99	9.28	0.08
115	452	49.9	9.31	5.49	3.822	1.202	60.0	0.27	2.31	9.39	0.11

CALCULO DE FLUJO PERMANENTE EN CAUCES NATURALES

113	47	51.1	10.24	7.60	3.274	1.037	60.0	0.23	1.81	10.03	0.08
112	47	51.1	10.24	7.60	3.274	1.037	60.0	0.23	1.81	10.03	0.08
111	471	62.1	10.63	7.90	3.274	0.966	60.0	0.23	1.79	10.03	0.08
110	467	62.0	10.63	7.69	3.990	0.896	60.0	0.23	1.66	10.03	0.06
109	467	62.0	10.63	7.47	4.267	0.827	60.0	0.23	1.51	10.03	0.06
108	39	70.1	10.90	7.73	4.168	0.856	60.0	0.23	1.51	10.03	0.06
107	393	62.3	10.95	6.20	3.715	0.964	60.0	0.23	1.96	10.03	0.06
106	393	55.1	10.01	6.08	3.338	1.039	60.0	0.25	1.81	10.03	0.08
105	393	49.3	10.10	7.15	2.957	1.218	60.0	0.23	1.69	10.13	0.11
104	454	50.3	10.20	7.14	3.058	1.193	60.0	0.23	1.73	10.27	0.11
103	454	51.4	10.32	7.13	3.197	1.167	60.0	0.26	1.79	10.33	0.12
102	454	52.0	10.44	7.12	3.324	1.153	60.0	0.25	1.86	10.51	0.12
101	377	52.0	10.56	7.36	3.203	1.092	60.0	0.24	1.71	10.60	0.09
100	377	57.3	10.65	7.60	3.045	1.047	60.0	0.23	1.55	10.68	0.08
99	377	58.8	10.73	7.84	2.881	1.020	60.0	0.23	1.42	10.75	0.08
98	377	59.7	10.80	8.09	2.715	1.005	60.0	0.23	1.31	10.83	0.08
97	500	79.9	10.77	7.16	3.608	0.751	60.0	0.15	1.39	10.39	0.06
96	500	99.1	10.80	6.23	4.577	0.606	60.0	0.11	1.52	10.92	0.03
95	500	119.7	10.83	5.30	5.531	0.501	60.0	0.09	1.70	10.93	0.02
94	341	64.5	11.22	8.38	2.835	0.930	60.0	0.21	1.29	10.95	0.02
93	301	61.2	10.98	8.53	2.456	0.980	60.0	0.23	1.13	11.07	0.06
92	311	67.1	11.01	8.36	2.652	0.894	60.0	0.20	1.22	11.07	0.05
91	421	66.7	11.02	7.70	3.314	0.899	60.0	0.19	1.51	11.13	0.06
90	349	63.2	11.18	8.17	3.006	0.949	60.0	0.21	1.41	11.18	0.05
89	349	58.7	11.24	8.64	2.598	1.022	60.0	0.24	1.30	11.24	0.06
88	392	38.7	11.13	7.30	3.835	0.677	60.0	0.15	1.51	11.29	0.05
87	392	129.9	11.17	5.96	5.205	0.462	60.0	0.09	1.95	11.31	0.02
86	303	93.7	11.43	7.23	4.199	0.641	60.0	0.13	1.82	11.32	0.01
85	303	56.5	11.43	8.50	2.938	1.062	60.0	0.26	1.67	11.36	0.04
84	424	55.4	11.43	8.54	2.886	1.082	60.0	0.26	1.63	11.48	0.12
83	424	57.0	11.53	8.58	2.945	1.052	60.0	0.24	1.61	11.58	0.10
82	493	57.4	11.65	8.76	2.894	1.046	60.0	0.24	1.56	11.69	0.11
81	493	57.5	11.76	8.93	2.833	1.043	60.0	0.24	1.51	11.80	0.11
80	493	57.6	11.87	9.10	2.773	1.041	60.0	0.25	1.46	11.91	0.11
79	379	57.8	11.94	9.04	2.894	1.038	60.0	0.24	1.53	12.00	0.09
78	379	57.6	12.02	8.99	3.032	1.042	60.0	0.24	1.64	12.08	0.08
77	379	57.1	12.10	8.93	3.169	1.051	60.0	0.24	1.75	12.16	0.08
76	379	56.3	12.18	8.88	3.307	1.066	60.0	0.24	1.88	12.25	0.08
75	464	57.4	12.31	9.02	3.285	1.045	60.0	0.24	1.84	12.35	0.10
74	464	58.3	12.41	9.17	3.242	1.028	60.0	0.24	1.80	12.45	0.10
73	464	59.3	12.52	9.32	3.200	1.013	60.0	0.24	1.75	12.56	0.10
72	464	60.0	12.63	9.47	3.157	0.999	60.0	0.24	1.70	12.66	0.10
71	429	59.2	12.74	9.80	2.936	1.013	60.0	0.24	1.50	12.76	0.10
70	429	58.5	12.83	10.14	2.694	1.026	60.0	0.24	1.31	12.85	0.09
69	429	57.7	12.93	10.47	2.454	1.039	60.0	0.25	1.16	12.95	0.10
68	443	59.1	13.00	10.55	2.450	1.014	60.0	0.24	1.13	13.05	0.10
67	443	60.6	13.10	10.63	2.467	0.990	60.0	0.23	1.11	13.14	0.09
66	443	61.8	13.19	10.71	2.477	0.970	60.0	0.23	1.09	13.23	0.09
65	492	60.8	13.27	10.67	2.595	0.986	60.0	0.23	1.16	13.32	0.09
64	492	59.1	13.36	10.64	2.726	1.015	60.0	0.23	1.27	13.42	0.10
63	492	57.2	13.46	10.60	2.863	1.050	60.0	0.24	1.38	13.52	0.10
62	482	59.1	13.60	10.86	2.734	1.015	60.0	0.23	1.30	13.62	0.10
61	482	60.7	13.70	11.13	2.570	0.989	60.0	0.23	1.23	13.72	0.10
60	482	61.5	13.80	11.39	2.405	0.976	60.0	0.23	1.16	13.82	0.10
59	477	58.1	13.88	11.45	2.429	1.032	60.0	0.25	1.20	13.92	0.11
58	477	54.6	13.99	11.50	2.490	1.099	60.0	0.26	1.27	14.04	0.12

CALCULO DE FLUJO PERMANENTE EN CAUCES NATURALES

57	47	51.1	14.31	11.95	2.565	1.111	60.0	0.15	1.16	14.31	0.11
56	47	51.1	14.31	11.95	2.565	1.111	60.0	0.15	1.16	14.31	0.11
55	48	56.1	14.31	12.01	2.567	1.027	60.0	0.15	1.1	14.31	0.11
54	48	56.1	14.31	12.01	2.567	1.027	60.0	0.15	1.08	14.31	0.11
53	49	61.1	14.61	12.11	2.573	0.961	60.0	0.15	1.04	14.61	0.11
52	49	61.1	14.61	12.11	2.573	0.961	60.0	0.15	1.03	14.61	0.11
51	49	61.1	14.61	12.11	2.573	0.961	60.0	0.15	1.03	14.61	0.11
50	49	61.1	14.61	12.11	2.573	0.961	60.0	0.15	1.03	14.61	0.11
49	49	61.1	14.61	12.11	2.573	0.961	60.0	0.15	1.03	14.61	0.11
48	49	61.1	14.61	12.11	2.573	0.961	60.0	0.15	1.03	14.61	0.11
47	46	82.0	14.96	11.61	3.345	0.737	60.0	0.15	1.26	15.04	0.04
46	46	82.0	14.96	11.61	3.345	0.697	60.0	0.14	1.47	15.07	0.04
45	46	82.0	14.96	11.61	3.345	0.697	60.0	0.14	1.47	15.10	0.03
44	47	74.1	15.16	11.01	4.149	0.810	60.0	0.18	2.12	15.15	0.04
43	47	59.3	15.22	11.48	3.737	1.012	60.0	0.24	2.13	15.22	0.08
42	47	47.3	15.33	11.95	3.387	1.270	60.0	0.32	2.15	15.37	0.15
41	48	53.9	15.50	12.24	3.259	1.113	60.0	0.26	1.74	15.53	0.16
40	48	60.0	15.61	12.52	3.094	1.000	60.0	0.25	1.43	15.64	0.11
39	48	64.7	15.70	12.80	2.899	0.928	60.0	0.20	1.22	15.72	0.08
38	47	66.6	15.77	13.03	2.735	0.901	60.0	0.20	1.12	15.79	0.07
37	47	67.5	15.84	13.27	2.576	0.889	60.0	0.20	1.06	15.86	0.07
36	47	67.8	15.97	13.50	2.418	0.885	60.0	0.20	1.00	15.93	0.07
35	48	63.6	15.98	13.63	2.357	0.944	60.0	0.23	1.05	16.02	0.09
34	48	59.5	16.09	13.76	2.327	1.009	60.0	0.25	1.14	16.13	0.11
33	48	56.3	16.21	13.89	2.323	1.065	60.0	0.27	1.23	16.26	0.13
32	48	55.7	16.35	13.95	2.397	1.076	60.0	0.27	1.29	16.40	0.14
31	48	55.1	16.49	14.02	2.476	1.088	60.0	0.27	1.35	16.55	0.14
30	48	54.4	16.64	14.08	2.557	1.104	60.0	0.28	1.41	16.69	0.15
29	380	50.2	16.79	14.47	2.320	1.194	60.0	0.31	1.35	16.83	0.13
28	380	46.6	16.95	14.87	2.087	1.288	60.0	0.35	1.29	17.00	0.17
27	380	44.1	17.17	15.26	1.906	1.359	60.0	0.38	1.24	17.22	0.22
26	380	42.8	17.43	15.65	1.773	1.400	60.0	0.41	1.20	17.49	0.27
25	443	65.8	17.50	14.74	2.762	0.911	60.0	0.21	1.33	17.64	0.15
24	443	81.1	17.57	13.83	3.742	0.740	60.0	0.16	1.61	17.69	0.05
23	443	93.3	17.61	12.92	4.694	0.643	60.0	0.14	2.17	17.73	0.03
22	386	93.8	17.80	13.67	4.132	0.640	60.0	0.13	1.65	17.75	0.02
21	386	90.3	17.83	14.43	3.400	0.665	60.0	0.14	1.33	17.78	0.03
20	386	81.7	17.86	15.18	2.675	0.735	60.0	0.17	1.13	17.81	0.03
19	493	72.3	17.86	15.38	2.477	0.829	60.0	0.20	1.15	17.87	0.06
18	493	64.4	17.94	15.58	2.362	0.931	60.0	0.24	1.21	17.97	0.09
17	493	58.1	18.06	15.78	2.280	1.033	60.0	0.27	1.26	18.09	0.13
16	465	60.6	18.17	15.78	2.388	0.991	60.0	0.25	1.26	18.22	0.13
15	465	62.6	18.28	15.79	2.493	0.959	60.0	0.24	1.28	18.33	0.11
14	465	63.8	18.38	15.79	2.585	0.940	60.0	0.22	1.28	18.42	0.10
13	451	65.9	18.47	15.83	2.642	0.910	60.0	0.21	1.29	18.51	0.08
12	451	67.8	18.55	15.86	2.689	0.885	60.0	0.21	1.32	18.58	0.08
11	451	69.5	18.62	15.89	2.730	0.864	60.0	0.20	1.34	18.65	0.07
10	482	67.1	18.66	15.64	3.021	0.895	60.0	0.20	1.45	18.73	0.07
9	482	61.9	18.73	15.39	3.343	0.969	60.0	0.22	1.69	18.81	0.08
8	482	55.0	18.82	15.14	3.683	1.091	60.0	0.25	2.09	18.91	0.10
7	375	52.6	19.00	15.69	3.306	1.141	60.0	0.27	1.85	19.01	0.10
6	375	49.6	19.11	16.25	2.859	1.209	60.0	0.29	1.62	19.13	0.12
5	375	45.9	19.24	16.80	2.443	1.308	60.0	0.34	1.44	19.28	0.15
4	375	42.0	19.44	17.35	2.083	1.428	60.0	0.39	1.32	19.49	0.21
3	491	50.7	19.69	17.67	2.029	1.185	60.0	0.31	1.14	19.73	0.25
2	491	56.4	19.89	17.98	1.909	1.064	60.0	0.28	1.02	19.91	0.18
1	491	59.8	20.05	18.29	1.762	1.004	60.0	0.28	0.93	20.07	0.16

ANEXO A - 4

ESTACIONES DE SECCION DE LA OLA 2 (10/7/2011) - 10.00 m

PROFUNDIDAD DE LA OLA 2 (10/7/2011) - 10.00 m

CONTEO DE VERTICES DE LA OLA 2

SEC	DIF	AREA	AGU	F	LONGO	TR	VOL	Q	PK	TRUCK	ENL	HR
153	44.2	159.2	7.94	3.04	4.600	0.563	90.0	0.20	1.73	7.66		
162	44.2	147.1	7.74	3.18	4.561	0.612	90.0	0.21	1.74	7.74	0.09	
161	44.2	132.4	7.83	3.32	4.507	0.680	90.0	0.21	1.77	7.84	0.09	
160	44.2	117.5	7.83	3.46	4.450	0.766	90.0	0.22	1.80	7.92	0.09	
159	376	103.7	7.93	3.54	4.410	0.832	90.0	0.17	1.85	7.98	0.05	
158	376	103.6	7.98	3.62	4.361	0.868	90.0	0.17	1.90	8.01	0.01	
157	376	99.5	8.02	3.71	4.314	0.904	90.0	0.18	1.97	8.05	0.04	
156	376	95.6	8.06	3.79	4.271	0.942	90.0	0.19	2.04	8.10	0.04	
DERRAMA DEL LADO DERECHO SEC= 156 DIF= 0.004												
DERRAMA DEL LADO IZQUIERDO SEC= 156 DIF= 0.125												
155	378	102.8	8.10	3.77	4.329	0.876	90.0	0.17	1.96	8.11	0.04	
DERRAMA DEL LADO DERECHO SEC= 155 DIF= 0.034												
DERRAMA DEL LADO IZQUIERDO SEC= 155 DIF= 0.015												
154	378	111.0	8.13	3.75	4.388	0.810	90.0	0.15	1.89	8.17	0.03	
DERRAMA DEL LADO DERECHO SEC= 154 DIF= 0.065												
153	378	119.1	8.17	3.72	4.440	0.756	90.0	0.14	1.83	8.20	0.03	
DERRAMA DEL LADO DERECHO SEC= 153 DIF= 0.088												
152	378	127.0	8.19	3.70	4.486	0.709	90.0	0.13	1.78	8.22	0.02	
DERRAMA DEL LADO DERECHO SEC= 152 DIF= 0.106												
151	408	124.5	8.22	3.74	4.478	0.723	90.0	0.14	1.81	8.24	0.02	
DERRAMA DEL LADO DERECHO SEC= 151 DIF= 0.014												
150	408	121.3	8.25	3.78	4.471	0.742	90.0	0.15	1.88	8.27	0.03	
149	408	118.3	8.28	3.81	4.470	0.761	90.0	0.16	1.95	8.31	0.04	
148	408	115.7	8.32	3.85	4.477	0.778	90.0	0.18	2.03	8.35	0.04	
147	402	107.8	8.39	4.10	4.285	0.835	90.0	0.18	1.98	8.40	0.04	
146	402	102.2	8.43	4.35	4.079	0.880	90.0	0.20	1.91	8.45	0.05	
145	402	96.6	8.49	4.61	3.881	0.932	90.0	0.21	1.86	8.51	0.06	
144	402	90.6	8.55	4.86	3.686	0.993	90.0	0.21	1.81	8.57	0.07	
143	377	91.0	8.57	4.69	3.881	0.989	90.0	0.23	1.89	8.64	0.07	
142	377	91.6	8.65	4.53	4.127	0.982	90.0	0.23	2.03	8.72	0.08	
141	377	91.7	8.73	4.36	4.372	0.982	90.0	0.23	2.21	8.80	0.08	
140	377	91.3	8.80	4.19	4.609	0.986	90.0	0.22	2.45	8.87	0.07	
139	393	123.9	8.91	4.38	4.533	0.727	90.0	0.16	2.07	8.92	0.05	
138	393	152.6	8.95	4.56	4.388	0.590	90.0	0.13	1.77	8.95	0.03	
137	393	175.0	8.97	4.74	4.230	0.514	90.0	0.12	1.57	8.97	0.02	
136	393	191.3	9.00	4.93	4.066	0.470	90.0	0.11	1.43	8.99	0.02	
135	491	179.4	8.97	4.66	4.310	0.502	90.0	0.11	1.53	9.01	0.02	
134	491	150.3	8.99	4.39	4.600	0.599	90.0	0.13	1.72	9.04	0.03	
133	491	108.8	9.02	4.12	4.896	0.827	90.0	0.20	2.04	9.08	0.04	
132	387	102.8	9.12	4.22	4.902	0.875	90.0	0.21	2.05	9.15	0.07	
131	387	100.9	9.17	4.31	4.861	0.892	90.0	0.19	2.02	9.20	0.06	
130	387	99.2	9.22	4.41	4.810	0.907	90.0	0.17	2.00	9.25	0.04	
129	387	98.1	9.25	4.50	4.751	0.917	90.0	0.16	1.98	9.28	0.04	
128	417	94.6	9.29	4.66	4.629	0.951	90.0	0.17	1.96	9.32	0.04	
127	417	91.0	9.33	4.83	4.504	0.989	90.0	0.18	1.95	9.37	0.04	
126	326	83.7	9.43	5.12	4.303	1.076	90.0	0.32	1.96	9.46	0.09	
125	326	78.2	9.64	5.42	4.218	1.151	90.0	0.42	1.99	9.67	0.22	
DERRAMA DEL LADO DERECHO SEC= 125 DIF= 0.154												
124	377	91.1	9.93	5.44	4.490	0.988	90.0	0.37	1.89	9.98	0.30	

CALCULO DE FLUJO PERMANENTE EN CAUCES NATURALES

DERRAMA DEL LADO DERECHO SEC=	11	DIF=	0.31						
DERRAMA DEL LADO IZQUIERDO SEC=	12	DIF=	0.6						
123 477	103.6	10.17	5.17	4.702	0.569	90.0	0.21	1.71	10.39 0.06
DERRAMA DEL LADO DERECHO SEC=	123	DIF=	0.409						
DERRAMA DEL LADO IZQUIERDO SEC=	123	DIF=	0.131						
122 377	109.6	10.30	5.49	4.814	0.527	90.0	0.21	1.71	10.39 0.06
DERRAMA DEL LADO DERECHO SEC=	122	DIF=	0.407						
DERRAMA DEL LADO IZQUIERDO SEC=	122	DIF=	0.580						
121 377	112.6	10.36	5.31	4.849	0.799	90.0	0.15	1.63	10.39 0.06
DERRAMA DEL LADO DERECHO SEC=	121	DIF=	0.328						
DERRAMA DEL LADO IZQUIERDO SEC=	121	DIF=	0.649						
120 472	112.4	10.39	5.49	4.891	0.801	90.0	0.15	1.71	10.42 0.03
DERRAMA DEL LADO DERECHO SEC=	120	DIF=	0.347						
DERRAMA DEL LADO IZQUIERDO SEC=	120	DIF=	0.571						
119 472	124.1	10.47	5.48	4.988	0.725	90.0	0.21	1.81	10.49 0.07
DERRAMA DEL LADO DERECHO SEC=	119	DIF=	0.420						
DERRAMA DEL LADO IZQUIERDO SEC=	119	DIF=	0.549						
118 472	134.9	10.58	5.46	5.116	0.667	90.0	0.23	1.91	10.60 0.11
DERRAMA DEL LADO DERECHO SEC=	118	DIF=	0.524						
DERRAMA DEL LADO IZQUIERDO SEC=	118	DIF=	0.557						
117 452	124.3	10.70	5.47	5.224	0.724	90.0	0.24	2.10	10.72 0.12
DERRAMA DEL LADO DERECHO SEC=	117	DIF=	0.445						
DERRAMA DEL LADO IZQUIERDO SEC=	117	DIF=	0.569						
116 452	121.9	10.84	5.48	5.359	0.738	90.0	0.27	2.37	10.87 0.15
DERRAMA DEL LADO DERECHO SEC=	116	DIF=	0.392						
DERRAMA DEL LADO IZQUIERDO SEC=	116	DIF=	0.606						
115 452	115.2	11.01	5.49	5.517	0.781	90.0	0.29	2.68	11.04 0.17
DERRAMA DEL LADO DERECHO SEC=	115	DIF=	0.362						
DERRAMA DEL LADO IZQUIERDO SEC=	115	DIF=	0.668						
114 471	100.4	11.15	5.63	5.517	0.896	90.0	0.19	2.56	11.17 0.13
DERRAMA DEL LADO DERECHO SEC=	114	DIF=	0.657						
DERRAMA DEL LADO IZQUIERDO SEC=	114	DIF=	0.901						
113 471	102.3	11.20	5.77	5.430	0.880	90.0	0.17	2.41	11.22 0.05
DERRAMA DEL LADO DERECHO SEC=	113	DIF=	0.865						
DERRAMA DEL LADO IZQUIERDO SEC=	113	DIF=	1.047						
112 471	106.1	11.24	5.90	5.338	0.849	90.0	0.16	2.29	11.26 0.04
DERRAMA DEL LADO DERECHO SEC=	112	DIF=	1.068						
DERRAMA DEL LADO IZQUIERDO SEC=	112	DIF=	1.188						
111 462	112.5	11.25	5.69	5.561	0.800	90.0	0.15	2.38	11.30 0.04
DERRAMA DEL LADO DERECHO SEC=	111	DIF=	0.862						
DERRAMA DEL LADO IZQUIERDO SEC=	111	DIF=	1.066						
110 462	142.0	11.31	5.47	5.840	0.634	90.0	0.17	2.52	11.35 0.05
DERRAMA DEL LADO DERECHO SEC=	110	DIF=	0.712						
DERRAMA DEL LADO IZQUIERDO SEC=	110	DIF=	0.999						
109 462	170.7	11.37	5.26	6.115	0.527	90.0	0.16	2.68	11.41 0.05
DERRAMA DEL LADO DERECHO SEC=	109	DIF=	0.558						
DERRAMA DEL LADO IZQUIERDO SEC=	109	DIF=	0.929						
108 393	119.4	11.47	5.73	5.739	0.754	90.0	0.16	2.51	11.45 0.04
DERRAMA DEL LADO DERECHO SEC=	108	DIF=	0.643						
DERRAMA DEL LADO IZQUIERDO SEC=	108	DIF=	0.920						
107 393	107.5	11.50	6.20	5.295	0.837	90.0	0.16	2.31	11.49 0.03
DERRAMA DEL LADO DERECHO SEC=	107	DIF=	0.660						
DERRAMA DEL LADO IZQUIERDO SEC=	107	DIF=	0.842						
106 393	99.2	11.53	6.68	4.854	0.907	90.0	0.17	2.15	11.52 0.04
DERRAMA DEL LADO DERECHO SEC=	106	DIF=	0.681						
DERRAMA DEL LADO IZQUIERDO SEC=	106	DIF=	0.769						
105 393	91.1	11.57	7.15	4.418	0.988	90.0	0.19	2.00	11.57 0.04

CALCULO DE FLUJO PERMANENTE EN CAUCES NATURALES

DERRAMA DEL LADO DERECHO SEC=	104	454	111.1	12.66	7.14	4.435	0.777	90.0	0.21	1.70	12.67	0.10
DERRAMA DEL LADO DERECHO SEC=	104											
DERRAMA DEL LADO IZQUIERDO SEC=	103	454	100.0	11.88	7.13	4.759	0.900	90.0	0.37	2.01	11.91	0.26
DERRAMA DEL LADO DERECHO SEC=	103											
DERRAMA DEL LADO IZQUIERDO SEC=	103	454	114.4	12.32	7.12	5.200	0.787	90.0	0.41	2.28	12.35	0.41
DERRAMA DEL LADO DERECHO SEC=	102											
DERRAMA DEL LADO IZQUIERDO SEC=	102											
DERRAMA DEL LADO IZQUIERDO SEC=	101	377	109.0	12.57	7.36	5.213	0.820	90.0	0.20	2.02	12.58	0.23
DERRAMA DEL LADO DERECHO SEC=	101											
DERRAMA DEL LADO IZQUIERDO SEC=	100	377	113.5	12.60	7.60	5.001	0.793	90.0	0.11	1.87	12.61	0.03
DERRAMA DEL LADO DERECHO SEC=	100											
DERRAMA DEL LADO IZQUIERDO SEC=	100											
DERRAMA DEL LADO DERECHO SEC=	99	377	117.7	12.63	7.84	4.785	0.765	90.0	0.14	1.72	12.64	0.02
DERRAMA DEL LADO DERECHO SEC=	99											
DERRAMA DEL LADO IZQUIERDO SEC=	98	377	120.9	12.65	8.09	4.566	0.745	90.0	0.14	1.60	12.66	0.02
DERRAMA DEL LADO DERECHO SEC=	98											
DERRAMA DEL LADO IZQUIERDO SEC=	97	500	135.0	12.57	7.16	5.410	0.666	90.0	0.12	1.70	12.68	0.03
DERRAMA DEL LADO DERECHO SEC=	97											
DERRAMA DEL LADO IZQUIERDO SEC=	96	500	162.3	12.59	6.23	6.364	0.555	90.0	0.09	1.87	12.70	0.02
DERRAMA DEL LADO DERECHO SEC=	96											
DERRAMA DEL LADO IZQUIERDO SEC=	95	500	188.6	12.61	5.30	7.309	0.477	90.0	0.08	2.10	12.71	0.01
DERRAMA DEL LADO DERECHO SEC=	95											
DERRAMA DEL LADO IZQUIERDO SEC=	94	341	122.5	13.00	8.38	4.618	0.735	90.0	0.13	1.56	12.72	0.01
DERRAMA DEL LADO DERECHO SEC=	94											
DERRAMA DEL LADO IZQUIERDO SEC=	93	301	242.8	12.83	8.53	4.305	0.371	90.0	0.22	1.38	12.82	0.10
DERRAMA DEL LADO DERECHO SEC=	93											
DERRAMA DEL LADO IZQUIERDO SEC=	92	311	148.9	12.89	8.36	4.527	0.605	90.0	0.19	1.48	12.92	0.10
DERRAMA DEL LADO DERECHO SEC=	92											
DERRAMA DEL LADO IZQUIERDO SEC=	91	421	119.2	12.85	7.70	5.145	0.755	90.0	0.13	1.83	12.94	0.02
DERRAMA DEL LADO DERECHO SEC=	91											
DERRAMA DEL LADO IZQUIERDO SEC=	90	349	122.0	12.99	8.17	4.816	0.738	90.0	0.15	1.71	12.97	0.02
DERRAMA DEL LADO DERECHO SEC=	90											
DERRAMA DEL LADO IZQUIERDO SEC=	89	349	121.5	13.02	8.64	4.382	0.741	90.0	0.16	1.57	13.00	0.03
DERRAMA DEL LADO DERECHO SEC=	89											
DERRAMA DEL LADO IZQUIERDO SEC=	88	392	153.2	12.88	7.30	5.582	0.588	90.0	0.13	1.82	13.03	0.03
DERRAMA DEL LADO DERECHO SEC=	88											
DERRAMA DEL LADO IZQUIERDO SEC=	87	392	211.4	12.90	5.96	6.940	0.426	90.0	0.07	2.32	13.04	0.01
DERRAMA DEL LADO DERECHO SEC=	87											
DERRAMA DEL LADO IZQUIERDO SEC=	86	303	161.5	13.16	7.23	5.932	0.557	90.0	0.10	2.15	13.05	0.01

CALCULO DE FLUJO PERMANENTE EN CAUCES NATURALES

DERRAMA DEL LADO DERECHO SEC=	86	DIF=	0.114											
DERRAMA DEL LADO IZQUIERDO SEC=	86	DIF=	0.746											
75 424 110.6 13.16 8.50	1.066	0.23	90.0	0.11	1.42	14.90	0.02							
DERRAMA DEL LADO DERECHO SEC=	85	DIF=	0.499											
DERRAMA DEL LADO IZQUIERDO SEC=	85	DIF=	0.415											
84 424 126.1 13.14 8.54	4.600	0.77	90.0	0.12	1.90	14.16	0.02							
DERRAMA DEL LADO DERECHO SEC=	84	DIF=	0.338											
DERRAMA DEL LADO IZQUIERDO SEC=	84	DIF=	0.393											
83 424 150.7 13.39 8.52	4.007	0.597	90.0	0.33	1.89	14.10	0.04							
DERRAMA DEL LADO DERECHO SEC=	83	DIF=	0.450											
DERRAMA DEL LADO IZQUIERDO SEC=	83	DIF=	0.645											
82 493 126.0 13.67 8.75	4.919	0.703	90.0	0.26	1.84	13.68	0.02							
DERRAMA DEL LADO DERECHO SEC=	82	DIF=	0.430											
DERRAMA DEL LADO IZQUIERDO SEC=	82	DIF=	0.852											
81 493 129.6 13.86 8.93	4.929	0.694	90.0	0.29	1.79	13.86	0.02							
DERRAMA DEL LADO DERECHO SEC=	81	DIF=	0.311											
DERRAMA DEL LADO IZQUIERDO SEC=	81	DIF=	0.960											
80 493 139.1 14.14 9.10	5.043	0.647	90.0	0.33	1.74	14.15	0.02							
DERRAMA DEL LADO DERECHO SEC=	80	DIF=	0.294											
DERRAMA DEL LADO IZQUIERDO SEC=	80	DIF=	1.170											
79 379 142.3 14.35 9.04	5.310	0.632	90.0	0.30	1.82	14.33	0.02							
DERRAMA DEL LADO DERECHO SEC=	79	DIF=	0.730											
DERRAMA DEL LADO IZQUIERDO SEC=	79	DIF=	0.787											
78 379 152.9 14.53 8.99	5.537	0.589	90.0	0.26	1.93	14.55	0.02							
DERRAMA DEL LADO DERECHO SEC=	78	DIF=	0.127											
DERRAMA DEL LADO IZQUIERDO SEC=	78	DIF=	0.365											
77 379 159.3 14.63 8.93	5.695	0.565	90.0	0.20	2.05	14.65	0.02							
76 379 164.5 14.67 8.88	5.795	0.547	90.0	0.12	2.18	14.69	0.04							
75 464 153.0 14.71 9.02	5.688	0.588	90.0	0.12	2.15	14.72	0.02							
74 464 150.6 14.73 9.17	5.562	0.598	90.0	0.12	2.11	14.74	0.02							
DERRAMA DEL LADO DERECHO SEC=	74	DIF=	0.041											
73 464 149.1 14.75 9.32	5.434	0.603	90.0	0.11	2.07	14.76	0.02							
DERRAMA DEL LADO DERECHO SEC=	73	DIF=	0.189											
DERRAMA DEL LADO IZQUIERDO SEC=	73	DIF=	0.067											
72 464 147.7 14.77 9.47	5.304	0.609	90.0	0.11	2.03	14.78	0.02							
DERRAMA DEL LADO DERECHO SEC=	72	DIF=	0.335											
DERRAMA DEL LADO IZQUIERDO SEC=	72	DIF=	0.305											
71 429 137.9 14.81 9.80	5.003	0.653	90.0	0.12	1.81	14.80	0.02							
DERRAMA DEL LADO DERECHO SEC=	71	DIF=	0.245											
DERRAMA DEL LADO IZQUIERDO SEC=	71	DIF=	0.251											
70 429 130.9 14.82 10.14	4.686	0.688	90.0	0.12	1.61	14.82	0.02							
DERRAMA DEL LADO DERECHO SEC=	70	DIF=	0.138											
DERRAMA DEL LADO IZQUIERDO SEC=	70	DIF=	0.181											
69 429 124.8 14.84 10.47	4.370	0.721	90.0	0.13	1.45	14.84	0.02							
DERRAMA DEL LADO DERECHO SEC=	69	DIF=	0.033											
DERRAMA DEL LADO IZQUIERDO SEC=	69	DIF=	0.112											
68 443 124.7 14.84 10.55	4.289	0.722	90.0	0.13	1.41	14.86	0.02							
67 443 125.2 14.87 10.63	4.235	0.719	90.0	0.13	1.38	14.88	0.02							
66 443 125.5 14.89 10.71	4.181	0.717	90.0	0.13	1.36	14.91	0.02							
65 492 119.8 14.91 10.67	4.233	0.751	90.0	0.14	1.44	14.94	0.03							
64 492 113.2 14.94 10.64	4.300	0.795	90.0	0.15	1.56	14.97	0.03							
63 492 106.7 14.97 10.60	4.371	0.844	90.0	0.16	1.69	15.01	0.04							
62 482 107.9 15.04 10.86	4.178	0.834	90.0	0.16	1.59	15.05	0.04							
61 482 109.3 15.08 11.13	3.954	0.824	90.0	0.16	1.49	15.09	0.04							
60 482 110.1 15.12 11.39	3.729	0.818	90.0	0.16	1.40	15.13	0.04							
59 477 102.2 15.14 11.45	3.691	0.880	90.0	0.17	1.46	15.17	0.04							
58 477 93.8 15.18 11.50	3.683	0.959	90.0	0.19	1.55	15.22	0.05							

CALCULO DE FLUJO PERMANENTE EN CAUCES NATURALES

56	187	15.7	15.36	11.53	3.414	1.314	90.0	0.20	1.84	15.11	0.09
55	187	15.7	15.36	11.53	3.414	1.314	90.0	0.20	1.84	15.11	0.09
54	187	15.7	15.36	11.53	3.414	1.314	90.0	0.20	1.84	15.11	0.09
53	469	93.3	15.61	12.12	3.273	0.964	90.0	0.19	1.33	15.56	0.10
52	469	93.3	15.61	12.12	3.273	0.964	90.0	0.19	1.33	15.56	0.10
51	469	93.3	15.61	12.12	3.273	0.964	90.0	0.19	1.33	15.56	0.10
50	495	101.0	15.67	12.21	3.454	0.891	90.0	0.17	1.28	15.72	0.09
49	495	103.7	15.72	12.17	3.540	0.868	90.0	0.17	1.32	15.76	0.09
48	495	106.6	15.77	12.15	3.623	0.844	90.0	0.16	1.36	15.81	0.09
47	463	112.3	15.76	11.61	4.151	0.801	90.0	0.15	1.57	15.85	0.04
16	163	116.2	15.80	12.08	4.722	0.773	90.0	0.14	1.92	15.88	0.03
45	463	118.3	15.83	10.54	5.291	0.761	90.0	0.14	2.41	15.91	0.03
44	477	104.0	15.96	11.01	4.952	0.865	90.0	0.17	2.47	15.95	0.04
43	477	87.4	16.01	11.48	4.532	1.030	90.0	0.22	2.49	16.02	0.07
42	477	72.2	16.10	11.95	4.149	1.247	90.0	0.28	2.52	16.13	0.11
41	486	77.3	16.22	12.24	3.985	1.165	90.0	0.25	2.12	16.26	0.13
40	486	82.8	16.33	12.52	3.806	1.087	90.0	0.22	1.77	16.36	0.10
39	486	87.7	16.41	12.80	3.605	1.027	90.0	0.20	1.53	16.43	0.08
38	473	90.5	16.47	13.03	3.438	0.995	90.0	0.20	1.41	16.50	0.07
37	473	92.3	16.54	13.27	3.273	0.975	90.0	0.20	1.32	16.56	0.06
36	473	93.4	16.60	13.50	3.107	0.963	90.0	0.20	1.25	16.63	0.06
35	486	88.7	16.66	13.63	3.033	1.014	90.0	0.21	1.31	16.70	0.07
34	486	83.9	16.74	13.76	2.982	1.073	90.0	0.23	1.41	16.79	0.09
33	486	79.8	16.84	13.89	2.949	1.128	90.0	0.25	1.52	16.89	0.10
32	484	77.6	16.95	13.95	2.991	1.160	90.0	0.26	1.57	17.01	0.12
31	484	75.7	17.07	14.02	3.048	1.189	90.0	0.27	1.64	17.13	0.12
30	484	74.1	17.19	14.08	3.113	1.215	90.0	0.27	1.69	17.26	0.13
29	380	69.4	17.34	14.47	2.863	1.296	90.0	0.30	1.62	17.38	0.12
28	380	65.0	17.47	14.87	2.607	1.385	90.0	0.33	1.54	17.53	0.15
27	380	61.4	17.65	15.26	2.385	1.465	90.0	0.37	1.48	17.72	0.18
26	380	58.9	17.86	15.65	2.204	1.528	90.0	0.39	1.42	17.94	0.22
25	443	82.2	17.94	14.74	3.196	1.096	90.0	0.24	1.60	18.09	0.15
24	443	99.0	18.03	13.83	4.196	0.909	90.0	0.19	1.94	18.16	0.07
23	443	114.0	18.08	12.92	5.166	0.790	90.0	0.16	2.55	18.21	0.05
22	386	113.8	18.28	13.67	4.611	0.791	90.0	0.16	1.98	18.24	0.03
21	386	110.5	18.32	14.43	3.887	0.814	90.0	0.16	1.60	18.27	0.03
20	386	103.2	18.35	15.18	3.168	0.872	90.0	0.18	1.38	18.31	0.04
19	493	93.6	18.35	15.38	2.974	0.961	90.0	0.21	1.39	18.38	0.07
18	493	85.2	18.44	15.58	2.858	1.057	90.0	0.24	1.46	18.47	0.09
17	493	78.1	18.55	15.78	2.770	1.152	90.0	0.27	1.51	18.60	0.12
16	465	79.7	18.66	15.78	2.873	1.129	90.0	0.26	1.52	18.72	0.12
15	465	81.2	18.77	15.79	2.979	1.109	90.0	0.25	1.54	18.83	0.11
14	465	81.9	18.87	15.79	3.076	1.099	90.0	0.24	1.55	18.93	0.10
13	451	84.4	18.97	15.83	3.141	1.067	90.0	0.23	1.55	19.02	0.09
12	451	86.6	19.05	15.86	3.194	1.039	90.0	0.22	1.56	19.10	0.08
11	451	88.7	19.13	15.89	3.241	1.015	90.0	0.21	1.57	19.18	0.08
10	482	85.2	19.18	15.64	3.538	1.057	90.0	0.22	1.73	19.26	0.08
9	482	79.2	19.26	15.39	3.870	1.137	90.0	0.24	2.01	19.35	0.09
8	482	72.0	19.36	15.14	4.221	1.250	90.0	0.27	2.48	19.47	0.12
7	375	69.2	19.55	15.69	3.852	1.301	90.0	0.28	2.22	19.58	0.11
6	375	66.2	19.66	16.25	3.410	1.360	90.0	0.30	1.96	19.70	0.12
5	375	62.7	19.79	16.80	2.987	1.435	90.0	0.33	1.75	19.84	0.14
4	375	58.8	19.95	17.35	2.599	1.531	90.0	0.37	1.60	20.02	0.18
3	491	68.3	20.18	17.67	2.514	1.317	90.0	0.31	1.39	20.24	0.22
2	491	75.6	20.36	17.98	2.382	1.190	90.0	0.28	1.24	20.40	0.16
1	491	80.3	20.51	18.29	2.220	1.120	90.0	0.27	1.12	20.54	0.14

REFERENCIAS

1. G. Sotelo y E. Rodríguez, "Salto Hidráulico en canales de sección geométrica sencilla"; Revista Ingeniería N° 1 Vol. XI, pags. 1 a 16 México, enero 1970.
2. Gilberto Sotelo Avila, "Hidráulica General" Editorial Limusa. V.1, 1995
3. M. Hanif Chaudhry, "Open Channel Flow", Editorial Pretice Hall. 1993.
4. Wen Te Chow – Auckland, "Open Channel Hydraulics", Editorial Mcgraw-Hill, 1973.
5. Richard H. French, "Open Channel Hydraulics", Editorial Mcgraw-Hill, 1985.

6. Daily James W., Donald R. F. Harleman; "Dinámica de los Fluidos"; Editorial Trillas; 1ª Edición, Mayo 1969
7. Fitzgerald Robert W ; "Mecánica de materiales", Editorial Alfaomega; 2ª Edición.
8. Fox Robert W., McDonald Alan T., "Introducción a la Mecánica de Fluidos"; Editorial McGraw Hill; 4ª Edición.
9. Gilberto Sotelo Ávila, "Apuntes de Hidráulica II", Editorial Facultad de Ingeniería UNAM, 197?
10. Merrit Frederick S.; "Manual de Ingeniería Civil", Vol. I y III; Editorial Mc. Graw Hill; 1ª Edición en español 1986.