



01190

**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA
DE MEXICO**

**FACULTAD DE INGENIERIA
DIVISION DE ESTUDIOS DE POSGRADO**

**TRANSFERENCIA DE CALOR EN FLUJOS
VISCOELASTICOS OSCILATORIOS**

T E S I S

**QUE PARA OBTENER EL GRADO ACADEMICO DE
DOCTOR EN INGENIERIA**

**PRESENTA
JOSE RAMON HERRERA VELARDE**

**DIRECTOR DE TESIS: DR. BALTASAR MENA INIESTA
ASESOR: DR. ROBERTO ZENIT CAMACHO**

MEXICO, D.F.

2001



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

**TRANSFERENCIA DE CALOR
EN FLUJOS VISCOELÁSTICOS
REGULATORIOS**

AGRADECIMIENTOS

Agradezco al Dr. Baltasar Mena su valioso apoyo para realizar el presente trabajo. Un sincero reconocimiento a su labor como asesor del proyecto de investigación y como director de tesis. Su motivación como investigador y amigo estará siempre presente.

Agradezco al Dr. Roberto Zent su invaluable participación como asesor de tesis. Su entusiasmo y comentarios fueron decisivos en la culminación del trabajo. Agradezco el apoyo y amistad brindada durante todo este tiempo.

Agradezco a los Doctores Francisco Ávila, Roberto Best, Jaime Cervantes, Federico Méndez, Jorge Rojas, Florencia Serranía y Francisco Solorio, sus valiosos comentarios y sugerencias al revisar esta tesis.

INDICE

INDICE
NOMENCLATURA

RESUMEN 4

INTRODUCCIÓN 6

ESTADO DEL ARTE 8

- Descripción de la problemática
- Antecedentes
- Importancia y justificación de la investigación

Capítulo I PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

1.1	Definición del Problema	15
1.2	Descripción Matemática	16
1.2.1	Modelo Viscoelástico Lineal	19
1.2.2	Modelo Viscoelástico Lineal Generalizado	20
1.2.3	Modelo Newtoniano Generalizado	22

Capítulo II TRANSFERENCIA DE CALOR EN FLUJOS VISCOELÁSTICOS OSCILATORIOS

2.1	Modelo Viscoelástico Lineal	
2.1.1	Dinámica del Fluido	25
2.1.2	Transferencia de Calor	31
2.2	Modelo Newtoniano Generalizado	
2.2.1	Dinámica del Fluido	33
2.2.2	Transferencia de Calor	37

Capítulo III.- DISEÑO Y RESULTADOS EXPERIMENTALES

3 1 Efecto de las Oscilaciones en el Flujo Viscoelástico	
3 1 1 Descripción General del Proceso	44
3 1 2 Diseño del Experimento	47
3 1 3 Resultados Experimentales.	
3 1 3 a Flujo Másico	49
3 1 3 b Visualización del Flujo	50
3.1 3 c Propiedades Mecánicas	51
3 2 Efecto de las Oscilaciones en la Disipación Viscosa	
3 2 1 Diseño e Instrumentación de la Boquilla Oscilante	52
3 2 2 Diseño del Experimento	55
3 2 3 Resultados Experimentales	56
3 2 3 a Disipación Viscosa por Efecto de las Oscilaciones	57

Capítulo IV - DISCUSIÓN DE RESULTADOS

4 1 Resultados Experimentales	
4 1 1 Flujo Másico	60
4 1 2 Propiedades Mecánicas	61
4 2 Transferencia de Calor en el Flujo Viscoelástico Oscilatorio	
4 2 1 Modelo Viscoelástico Lineal	69
4 2 2 Modelo Newtoniano Generalizado	73

Capítulo V -CONCLUSIONES

5 1 Conclusiones de la Investigación	77
5 2 Aportaciones del Trabajo	79
5 3 Méritos y Limitaciones	80
5 4 Sugerencias para Investigaciones Futuras	80

NOMENCLATURA

Símbología

Letras Latinas:

A	Amplitud de oscilación
A_1, A_2, A_3	Constantes en el modelo de Ostwald de Waele (ec 2.39)
a	Radio interior de la boquilla.
c_p	Calor específico a presión constante.
$G(t-t')$	Módulo de relajación (ec 2.3)
g_{ij}	Tensor métrico
I, II, III	Invariantes del tensor de deformación
i	$(-1)^{i/2}$
J_0	Función de Bessel del primer tipo y de orden cero
J'_0	Derivada de la función de Bessel con respecto a la posición
J_{0a}	Función de Bessel evaluada en la posición $r=a$
K	Argumento de la función de Bessel Ec 2.10
k	Conductividad térmica
m	Consistencia del fluido ec 1.19
$N(\lambda)$	Espectro de relajación
No	$\eta_0 (1 + i\omega\lambda_1) / (1 + i\omega\lambda_2)$
n	Parámetro de potencia ec 1.19
P	Presión
P_0	Presión isotrópica arbitraria
Q	Flujo masico
R	Posición radial adimensional ($R = r/a$)
Re	Número de Reynolds
$Re\omega$	Número de Reynolds oscilante ($Re\omega = 2\omega\lambda_1/\eta$)
r	Coordenada radial (coordenadas cilíndricas)
τ	Periodo de oscilación
T	Solución general del $\eta(r)$ e temperatura

T	Temperatura
T_g	Solución general para el perfil de temperatura.
T_p	Solución particular para el perfil de temperatura
T_o	Temperatura de pared
	Temperatura de extrusión
	Temperatura del flujo a la entrada de la boquilla
T_b	Temperatura global (ecuación 4 1)
T_D	Tensor total de esfuerzos
t	Tiempo
$\langle t \rangle$	Tiempo promedio
U_o	Coefficiente de la función de Bessel, ecuación 2 15
V	Velocidad vectorial
V_r	Componente de la velocidad en la dirección radial
V_z	Componente de la velocidad en la dirección axial
V_θ	Componente de la velocidad en la dirección angular
V_r	Componente de la velocidad en la dirección r
V_m	Velocidad maxima ecuación 2 15
V_r	Velocidad resultante de la superposición de flujo (oscilante y Poiseuille ecuacion 2 6)
$\langle V \rangle$	Velocidad promedio
V^*	Velocidad adimensional ($V^* = V_r / V_m$)
V_1	Componente temporal de la velocidad axial (ecuacion 2 9)
V_2	Componente en la posición radial de la velocidad axial (ecuacion 2 9)
Y_o	Funcion de Bessel del primer tipo y de orden cero
z	Coordenada axial

Letras Griegas

α	Rapidez de oscilacion
β	Valor promedio de la rapidez de oscilacion
γ	Constante de deformación de Maxwell
δ	Viscosidad de fluido inelástico de Maxwell

γ	Tensor de deformación
$\gamma^1, \gamma^2, \gamma^3$	Invariantes del tensor de deformación
$\dot{\gamma}$	Tensor de rapidez de deformación.
δ	Función delta de Dirac
η	Viscosidad dependiente de la rapidez de deformación
η_0	Viscosidad a rapidez de deformación nula
θ	Temperatura adimensional ($\theta = (T_p - T_0) / T_0$)
θ_0	Temperatura global adimensional.
λ_1	Tiempo de relajación en el modelo de Oldroyd
λ_2	Tiempo de retardamiento en el modelo de Oldroyd
ρ	Densidad
τ	Tensor extra de esfuerzos
ω	Frecuencia de oscilación

Abreviaturas

PEBD	Poliétileno de baja densidad
SO	Sin oscilación
OT	Oscilación Transversal
OL	Oscilación Longitudinal
OH	Oscilación Helicoidal
FH	Fibras de Henequen
	<i>Concentración mástica en %</i>
PEBD100%	100% de PEBD
PEBD92.5%-FH7.5%	92.5% de PEBD y 7.5% de FH
PEBD85%-FH15%	85% de PEBD y 15% de FH

RESUMEN

En el presente estudio se realizó la investigación teórico-experimental de la transferencia de calor generada por disipación viscosa en un flujo viscoelástico oscilatorio. Se inicia el estudio con la investigación experimental de la influencia de las oscilaciones de tipo longitudinal, transversal y helicoidal, sobre la dinámica del flujo utilizando fibras de henequén como trazadores del flujo. Los resultados obtenidos indican que las oscilaciones de tipo longitudinal y transversal de la boquilla inducen una orientación preferencial en las fibras. Las fibras en diferentes concentraciones no modificaron las propiedades mecánicas del material extrudido bajo los diferentes tipos de oscilación, debido a que estas no tuvieron el tratamiento adecuado para la compatibilidad matriz-fibra. En lo referente a la transferencia de calor, se realizó el estudio teórico-experimental para el caso de oscilaciones de tipo longitudinal. En la parte teórica se consideran los modelos viscoelástico lineal y newtoniano generalizado con las ecuaciones constitutivas de Oldroyd y Ostwald de Waele respectivamente. Las soluciones analíticas obtenidas permitieron analizar separadamente el efecto de la elasticidad y la viscosidad en la disipación viscosa del flujo oscilante, concluyendo que las características elásticas y viscosas del fluido, así como la rapidez de oscilación del flujo juegan un papel importante en dicha disipación. La validación de los resultados teóricos con los experimentales indica que el modelo de Oldroyd predice el incremento de la temperatura adimensional global θ por efecto de las oscilaciones a bajas rapididades de oscilación, mientras que el modelo de Ostwald presenta exactamente la misma tendencia de la temperatura global en todo el rango experimental.

ABSTRACT

In the present study we studied theoretically and experimentally the heat transfer due to viscous dissipation in an oscillatory pipe flow. In the first part of the study we investigated the influence of the pipe oscillations in the longitudinal, transversal and helicoidally directions and the effects on the flow dynamics. We utilize henequen fibers for the flow visualization. The results obtained show that the longitudinal and transversal oscillations type shows an induced preferential orientation of the fibers. Additionally, the measurements of the mechanical properties of the extruded materials were measured to quantify the effects of the oscillations on the final product. The flow field in an oscillatory pipe is studied theoretically for two non-Newtonian fluid models for the case in which the pipe oscillates in the main direction of the flow. The velocity and temperature fields are obtained for the case in which the mean velocity caused by the pressure gradient is of the same order as the oscillation velocity. The models considered are a linear viscoelastic fluid and power law model fluid. The momentum and conservation energy are solved and analytic expressions for the velocity and temperature fields are found. The nature of the velocity and temperatures profiles is explored for a range of parameters. In general, it can be concluded that the temperatures rise with in the fluid increases with the speed of oscillations. For a given speed of oscillation the viscoelastic fluid was found to experience a higher temperature rise than a shear thinning fluid of equivalent characteristics. Direct comparisons of the theoretical models results show good agreements with the experimental results. In general, it is found that the viscous dissipation, enhanced by the oscillatory motion, results in an increase of the bulk flow temperature.

Introducción.

Los fluidos encontrados en la industria invariablemente están clasificados como fluidos viscosos y/o elásticos. Definimos como fluido no-newtoniano aquel cuya dinámica en estado líquido no puede ser descrita por las ecuaciones de Navier-Stokes. Si los fluidos son afectados por los esfuerzos a que fueron sometidos en tiempos pasados, los llamamos no-newtonianos de tipo viscoelástico (fluidos con memoria), si no dependen de su historia de deformación, son de tipo viscoso

Es un hecho bien conocido que la mayoría de los flujos de fluidos viscoelásticos, en particular los líquidos poliméricos en estado permanente y transitorio, no pueden ser adecuadamente descritos por ecuaciones constitutivas sencillas, sino que es necesario utilizar ecuaciones más complejas que permitan calcular los esfuerzos en el líquido en función de la historia del flujo [7]. El comportamiento de soluciones poliméricas y polímeros fundidos es muy complejo y frecuentemente se utilizan métodos que combinan la mecánica del medio continuo con ideas relacionadas con la microestructura del fluido en cuestión. Este campo de estudio se conoce como Reología [46].

Algunos flujos sencillos de fluidos no-newtonianos admiten solución analítica debido a la geometría del problema o por la serie de suposiciones que se hacen. Sin embargo, para niveles bajos de elasticidad, las ecuaciones constitutivas simples del tipo Maxwell o Oldroyd-3, permiten adecuadamente algunos de los resultados que se obtienen al plantearse los problemas simples de geometría sencilla. Los esfuerzos de los fluidos viscoelásticos se describen por las

A pesar de que la mayoría de los estudios de flujos de fluidos viscoelásticos suponen el caso isotérmico, muchos flujos de interés práctico son no-isotérmicos. En polímeros por ejemplo, la combinación de altas viscosidades y rapidezces de deformación dan como resultado la transformación de grandes cantidades de energía mecánica en calor y por lo tanto una elevación de la temperatura del material. Este fenómeno es usado en extrusores donde la disipación viscosa acelera la fundición del material. En este proceso el material se deforma a temperaturas cercanas a la llamada temperatura de transición, donde las propiedades mecánicas son más sensibles a cambios térmicos [22]. Estrictamente hablando el tensor de esfuerzo apropiado para describir el comportamiento de los materiales viscoelásticos no solamente depende de la deformación y de la historia de la deformación sino también de la temperatura y la historia de la temperatura [19].

La validación de algunos modelos ha sido posible usando técnicas experimentales para la determinación de campos de velocidades mediante técnicas de anemometría láser [47] y estudios de birrefringencia para determinar el campo de esfuerzos en soluciones poliméricas y polímeros fundidos [13,49].

Estado del Arte.

1) Descripción de la Problemática.

De acuerdo con la investigación bibliográfica realizada podemos decir que en términos generales existen a la fecha pocos estudios de tipo teórico-experimental en flujos de fluidos viscoelásticos, en contraste con los existentes para fluidos Newtonianos, y en particular los que se refieren a transferencia de calor [19]. De estos estudios, la mayoría son de tipo teórico, existiendo la necesidad de realizar estudios de tipo experimental [1]. Para ubicar en un contexto general el tema de estudio del presente trabajo, hacemos referencia a las investigaciones más relevantes en transferencia de calor en flujos en tuberías de sección transversal circular para fluidos no-newtonianos, así como de aquellos que consideran flujos oscilatorios.

1) Antecedentes

El problema de la transferencia de calor en flujos laminares newtonianos en conductos es de gran importancia en muchos procesos industriales por lo que ha sido estudiado extensivamente. Graetz [21] inicio el estudio de esta clase de problemas resolviendo el caso en el que se despreca la conducción axial y se considera la transferencia de calor por conveccion forzada en un fluido newtoniano. Recientemente Yin y Bai [51] resolvieron analiticamente el problema de Graetz considerando conducción axial en el fluido y en el tubo para los casos de temperatura y flujo de calor constante en la pared. Ellos encontraron que la conducción axial juega un papel importante en la region de entrada, modificando el numero de Nusselt y la cantidad de exámples. Hace de 20 años conchison presento un estudio de la transferencia de calor en flujos laminares de fluidos viscoelásticos en

de elemento finito, las ecuaciones de flujo laminar en desarrollo y transferencia de calor en un conducto semicircular, considerando dos condiciones de frontera: temperatura de pared constante y flujo de calor constante en las direcciones axial y lateral. El estudio se realizó para un fluido no-newtoniano tipo ley de potencia, considerando disipación viscosa y una viscosidad dependiente de la temperatura. Los resultados obtenidos indican la importancia del comportamiento no-newtoniano del fluido sobre la transferencia de calor y las características del flujo. La dependencia de la viscosidad con la temperatura mostró efectos significativos sobre el número de Nusselt local y sobre el gradiente de presión, encontrando que se incrementaba el Nusselt para el caso de temperatura de pared constante. El calentamiento generado por disipación viscosa tiene un efecto muy pronunciado sobre la transferencia de calor que puede incluso cambiar la dirección del flujo de calor en el caso de temperatura de pared constante.

Recientemente, Taegeen et al. [45] realizaron un estudio numérico del flujo en desarrollo de un fluido no-newtoniano tipo Bingham sujeto a una temperatura de pared constante, considerando el efecto de disipación viscosa y el modelo de viscosidad propuesto por Papanastasiou et al. [42]. De acuerdo con los resultados obtenidos, la longitud de desarrollo se reduce a medida que aumenta el esfuerzo del límite de fluencia en el fluido tipo Bingham, obteniendo las mismas características en cuanto a transferencia de calor, descritos en el problema clásico de Graetz.

En fluidos no-newtonianos de tipo viscoelástico, particularmente polímeros fundidos, el acoplamiento entre la ecuación de momento y la ecuación de energía puede hacerse más complejo, ya que las propiedades del material que dependen de la velocidad de deformación y de la temperatura, así como las ecuaciones de estado de los

[36] . El estudio del flujo de polímeros fundidos ha dejado de utilizar ecuaciones constitutivas relativamente simples, tales como las ecuaciones de segundo orden tipo Maxwell ó la ecuación tipo Oldroyd-B, para considerar ecuaciones más sofisticadas conocidas como ecuaciones constitutivas de modo multi-diferencial o multi-integral, las cuales consideran el carácter no lineal de estos materiales. A la fecha, se ha utilizado con bastante éxito la ecuación integral llamada K-BKZ propuesta por Papanastasiou et al. [43] para la simulación del flujo de polímeros fundidos bajo condiciones isotérmicas principalmente y solamente en algunos casos se ha utilizado esta ecuación para flujos no isotérmicos [20,16].

El estudio teórico de la disipación viscosa en flujos cortantes oscilantes de tipo newtoniano y viscoelástico lineal ha sido recientemente estudiado por Ding et al [14]. Los resultados obtenidos muestran la importancia de la disipación viscosa y los errores que se pueden cometer en la medición de las propiedades reológicas de materiales con los equipos convencionales cuando ésta no es considerada.

El flujo de polímeros fundidos a través de tuberías oscilantes ha sido estudiado en detalle por Mena y colaboradores [37,38,39]. Las investigaciones se han hecho considerando la superposición de oscilaciones longitudinales (paralelas al flujo) en el material viscoelástico extrudido, mediante una boquilla oscilante colocada a la salida del extrusor y el efecto de dichas oscilaciones en el flujo y en las propiedades mecánicas del producto extrudido para el caso de flujos isotérmicos bajo condiciones de temperatura de pared constante.

Las conclusiones más importantes obtenidas de las investigaciones realizadas por dichos investigadores pueden resumirse en.

Conclusiones experimentales (polímeros fundidos)

- 1) La superposición de oscilaciones en la sección de una boquilla a la salida del extrusor, altera las propiedades mecánicas del material extrudido
- 2) La presión a la entrada de la boquilla se reduce por efecto de las oscilaciones. Esta reducción se manifiesta en una reducción de la energía total consumida por unidad de masa del producto extrudido.
- 3) Las oscilaciones inducen una orientación en las cadenas poliméricas del material extrudido. Esta orientación es la responsable de alterar las propiedades mecánicas del producto final.

Conclusiones Teóricas (soluciones poliméricas)

- 1) El modelo viscoelástico lineal predice pequeñas diferencias en el patrón de flujo con respecto al modelo viscoso
- 2) El modelo inelástico tipo ley de potencia predice incrementos en el flujo másico en la región de reducción de gradiente de presión acorde con los datos experimentales
- 3) A pesar de que las propiedades elásticas del fluido juegan un papel de importancia secundaria en el flujo a través del tubo oscilante, no es posible despreciarlas completamente en una descripción teórica del problema

Investigaciones similares se han realizado por Erdman et al. [18] para determinar el efecto de la superposición de oscilaciones sobre el flujo y las propiedades mecánicas del material extrudido. El estudio de Erdman et al. [18] se concentró en el flujo de un fluido viscoelástico a través de un tubo oscilante. Los resultados de su estudio se muestran en la

dirección angular Los resultados obtenidos por Fridman, son similares a los reportados por Mena en cuanto al aumento de flujo másico por efecto de las oscilaciones y mejora en el esfuerzo a la ruptura de las probetas extrudidas con oscilaciones. También concluye que existe una longitud óptima de la boquilla oscilante para alterar las propiedades mecánicas del material oscilado

Estudios de la transferencia de calor en flujos oscilantes se han realizado en el Centro de Ingeniería de Polímeros de la Universidad de Akron (OH., U.S.A.). Estas investigaciones se han hecho con polímeros fundidos sometidos a oscilaciones longitudinales y angulares mediante un dado colocado a la salida del extrusor, el cual consiste de dos cilindros concéntricos. El fluido se hace pasar a través de la sección anular y es oscilado por el movimiento periódico del cilindro interior. Los resultados del efecto de las oscilaciones y la temperatura promedio del material a la salida del dado, han sido reportados por Isayev et al. [29] para el caso de oscilaciones ortogonales al flujo y por Wong et al. [30] para el caso de oscilaciones paralelas al flujo. En ambos casos, la modelación de las oscilaciones se hizo utilizando la ecuación viscoelástica constitutiva de Leonov [34]. Las conclusiones en ambos trabajos son las siguientes:

1. La boquilla oscilante, genera un decremento del gradiente de presiones y un aumento de la temperatura a la salida del extrusor
2. A altas frecuencias de oscilación y bajos flujos másicos, la elevación de temperatura en la sección oscilante es más importante que los efectos viscoelásticos
3. La energía disipada por efectos viscosos en la superposición de oscilaciones en la dirección paralela y ortogonal al flujo, para desplazamientos de gran amplitud, es más importante que la generada por el flujo debido al gradiente de presión
4. La conducción de calor es más importante a flujos másicos bajos, especialmente para altas frecuencias

- 4 La conducción de calor es más importante a flujos máscicos bajos, particularmente para altas frecuencias
5. El flujo en una boquilla oscilante puede ser tratado como un proceso adiabático a altos flujos máscicos
- 6 Generalmente, los cálculos basados en conducción de calor describen mejor los resultados observados para las características de la boquilla que los cálculos basados en una elevación de temperatura adiabática.

De las conclusiones obtenidas por Isayev y Wong existe solamente el punto común con Fridman y Mena en cuanto al decremento de la presión a la salida de la boquilla por efecto de las oscilaciones siendo las conclusiones restantes para el caso de flujo no-isotérmico

iii) Importancia y Justificación de la Investigación

La investigación teórico-experimental realizada para el estudio de la transferencia de calor en flujos viscoelásticos oscilatorios con aplicaciones en el proceso de extrusión de polímeros, no es solo interesante desde el punto de vista fundamental sino que, además, tiene una relevancia importante en la aplicación industrial. El ahorro de energía, la obtención de materiales con propiedades mecánicas mejoradas y el control de calidad del producto extrudido, son resultados de gran interés para industrias que manejan y producen este tipo de materiales

Para destacar la importancia del control de temperatura del material extrudido se han repetido algunos fenómenos observados durante la extrusión de materiales termoplásticos: estos fenómenos consisten en el decremento de presión a la salida del material extrudido por efecto de las oscilaciones de la extrusión, el aumento en

el proceso, los cuales ocasionan algunas inestabilidades que resultan interesantes. Adewale y Leonov [1] observaron que para un valor crítico del esfuerzo de corte algunos polímeros exhiben, en flujos cortantes, inestabilidades de flujo dando por resultado distorsiones regulares e irregulares en el interior y la superficie del material extrudido. Por otra parte, Kolnaar y Keller [32] describen el efecto observado durante la extrusión de polietileno. Ellos reportan un rango de temperatura muy definido en el cual se da el mínimo de resistencia al flujo del material y fuera del cual se presentan inestabilidades semejantes a las reportadas por Adewale y Leonov (distorsiones regulares e irregulares en el interior y la superficie del material extrudido). Se discute además que éste es un problema abierto, puesto que estos efectos no se han podido explicar mediante consideraciones de tipo reológico, por lo que se infiere la importancia del control de temperatura en el material extrudido cuando la disipación viscosa es relevante.

CAPITULO I.

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.

I.1- DESCRIPCION DEL PROBLEMA.

En la presente investigación se realiza el estudio teórico-experimental de la transferencia de calor generada por efecto de disipación viscosa en un fluido no-newtoniano que fluye a través de un conducto de sección transversal circular el cual se mantiene a temperatura de pared constante. El fluido se mueve por efecto de un gradiente de presión en la dirección axial del conducto donde además es sometido a esfuerzos cortantes por la oscilación periódica de la pared en la dirección paralela al flujo. En el estudio teórico, se resuelven analíticamente las ecuaciones de conservación de masa, momento y energía, tomando como variables los campos de velocidad, presión y temperatura. Para determinar la solución particular del problema se utilizan las condiciones iniciales y de frontera y una ecuación constitutiva para el tensor de esfuerzos. Con el objeto de investigar el efecto de la elasticidad y la viscosidad, se da origen a la disipación de energía en el flujo oscilante, se utilizan los modelos de fluido viscoelástico lineal y el newtoniano generalizado. Finalmente los resultados son analizados y se dan los correspondientes

1.2- DESCRIPCION MATEMATICA.

El conocimiento del campo de velocidades, presiones y temperaturas en la sección oscilante para determinar la transferencia de calor en el flujo planteado en el presente trabajo de tesis, requiere resolver simultáneamente las ecuaciones de continuidad, movimiento y energía

Ecuación de Continuidad

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \bar{V}) = 0 \quad (1.1)$$

Ecuación de Movimiento

$$\rho \left(\frac{\partial \bar{V}}{\partial t} + (\bar{V} \cdot \nabla) \bar{V} \right) = -\nabla P + \nabla \cdot \bar{\tau} \quad (1.2)$$

Ecuación de Energía

$$\rho C_p \left(\frac{\partial T}{\partial t} + \bar{V} \cdot \nabla T \right) = -\nabla \cdot (k \nabla T) - \bar{\tau} \cdot \nabla \bar{V} \quad (1.3)$$

donde \bar{V} es el vector velocidad, P es la presión escalar, $\bar{\tau}$ es el tensor extra de esfuerzos, ρ es la densidad, C_p es el calor específico, k es la conductividad térmica y T es la temperatura

El fluido se mueve por efecto de un gradiente de presión constante $\Delta P/Lz$ en la dirección z , dentro de un cilindro de sección transversal circular constante de radio a , el cual suponemos que ingresa completamente desarrollado, en estado permanente y a una temperatura promedio T_0 , a una región (boquilla oscilante) donde es sometido a oscilaciones longitudinales por el movimiento oscilatorio de la pared que se encuentra también a una temperatura T_0 , como se representa en la figura 1.1

El movimiento oscilatorio es de la forma $V = a \cos \omega t$ donde a representa el producto de la amplitud a y la frecuencia ω y se supone que en presente estudio se analiza el estado permanente estacionario, es decir, $\frac{\partial}{\partial t} = 0$, ya que el tiempo de residencia es mucho mayor que el tiempo de desarrollo del flujo.

número de Reynolds para el flujo en estudio es pequeño ($Re \approx 10^{-5}$), razón por la cual se supone en todos los casos flujo de tipo laminar y desarrollado

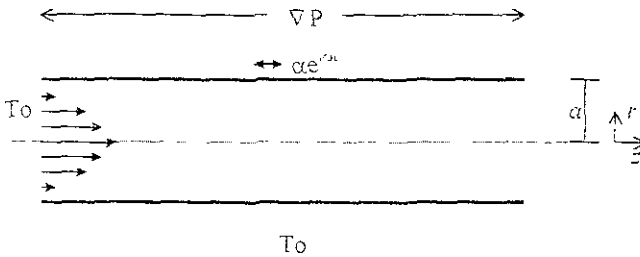


Figura 1.1 Representación esquemática del flujo que ingresa a la boquilla oscilante, con un perfil de velocidades desarrollado a una temperatura promedio T_0 , y es sometido a la condición de temperatura constante T_w en la pared oscilante.

Para el caso en cuestión, las ecuaciones de conservación de masa, momento y energía, para el flujo de fluidos incompresibles (polímeros fundidos) con propiedades físicas constantes, se reducen a

Ecuación de Continuidad

$$\nabla \cdot \vec{V} = 0 \tag{1.4}$$

Ecuación de Movimiento

$$\rho \frac{\partial V}{\partial t} = -\nabla P - \nabla \tau \tag{1.5}$$

Ecuación de Energía

$$\rho c_p \left(\frac{\partial T}{\partial t} + \nabla \cdot (k \nabla T) \right) = \tau \cdot \nabla V \tag{1.6}$$

Dada la geometría del problema, resulta conveniente expresar las ecuaciones anteriores en un sistema de coordenadas cilíndricas (r, θ, z) donde la dirección z es a lo largo del eje del tubo. En estas coordenadas consideramos exclusivamente la componente de la velocidad en la dirección z , v_z , y suponemos que $v_r = v_\theta = 0$. Asimismo, se hace

identicamente la ecuación de continuidad. La ecuación de movimiento en la dirección z para un fluido incompresible y homogéneo se reduce a

$$\rho \frac{\partial V_z}{\partial t} = - \frac{\partial P}{\partial z} - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \tau_{rz}) \quad (1.7)$$

donde $\partial P / \partial z$ es el gradiente de presión constante en la dirección axial y τ_{rz} es la componente del tensor extra de esfuerzos en la dirección axial. La solución de la ecuación (1.7) debe satisfacer las condiciones de frontera

$$\begin{aligned} \text{i)} \quad & V_z = \alpha \exp(i\omega t) \quad \text{en } r = a \\ \text{ii)} \quad & \partial V_z / \partial r = 0 \quad \text{en } r = 0 \quad \text{para toda } t \end{aligned} \quad (1.8)$$

La ecuación de energía en estado permanente bajo las mismas condiciones, despreciando la transferencia de calor por conducción en la dirección axial y considerando el efecto de disipación viscosa, queda expresada en la forma

$$\rho C_p V_z \frac{\partial T}{\partial z} = k \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \tau_{rz} \left(\frac{\partial V_z}{\partial r} \right) \quad (1.9)$$

Para la ecuación de energía consideramos un fluido con un perfil de temperatura constante T_1 en la entrada de la sección oscilante y una temperatura promedio constante T_2 en la pared oscilante, con lo cual establecemos las siguientes condiciones de frontera

$$\begin{aligned} T &= T_1 \quad \text{en } z = 0 \quad \text{para toda } r \\ \partial T / \partial r &= 0 \quad \text{en } r = a \quad \text{para toda } z \end{aligned} \quad (1.10)$$

En consecuencia, los dos básicos, las ecuaciones de Navier-Stokes son un sistema de tres ecuaciones, en más las ecuaciones de continuidad y la ecuación de energía. Los tres primeros se resuelven en forma analítica, pero la ecuación de energía se resuelve en forma numérica. No se debe confundir la ecuación de energía con la ecuación de continuidad.

A continuación presentamos los modelos reológicos considerados para obtener la ecuación constitutiva de la componente del tensor extra de esfuerzos τ_{ex} , la cual se utiliza en la ecuación de movimiento (1.7) para determinar el campo de velocidades. El campo de velocidades es necesario para resolver la ecuación de energía (1.9) y de esta manera conocer el campo de temperaturas en el flujo del fluido en la boquilla oscilante.

1.2.1- MODELO VISCOELÁSTICO LINEAL.

Introducción

El término 'viscoelástico' implica la existencia simultánea de propiedades viscosas y elásticas en un material. Así, el comportamiento de un material dado depende de la escala de tiempo del experimento en relación a un tiempo de respuesta del material. De esta forma, si el experimento es relativamente lento, la muestra tiene un comportamiento más viscoso que elástico. Por otra parte si el experimento es relativamente rápido, el material tiene un comportamiento más elástico que viscoso. En escalas de tiempo comparables observamos materiales de tipo viscoelástico.

En el modelo de fluido newtoniano generalizado consideramos la dependencia de la viscosidad con la rapidez de deformación. Este modelo ha sido ampliamente utilizado en flujos en estado permanente, sin embargo, para la descripción de flujos en estado transitorio donde la respuesta elástica del material es importante, este modelo es inadecuado. Para incorporar los efectos elásticos es necesario considerar la dependencia temporal del flujo [33-35]. Para esto son típicos los casos que se encuentran sometidos a deformaciones periódicas. A lo largo de este capítulo se describen las relaciones entre el esfuerzo y la deformación en un fluido viscoelástico lineal. El modelo de fluido viscoelástico lineal se deriva de la mecánica

de viscoelasticidad lineal está basado en el "principio de superposición", lo que implica que la deformación a cualquier tiempo es directamente proporcional al valor del esfuerzo aplicado. En la teoría de viscoelasticidad lineal las ecuaciones diferenciales resultantes son lineales con coeficientes constantes.

1.2.3- Modelo Viscoelástico Lineal Generalizado.

El modelo viscoelástico más sencillo fue propuesto por Maxwell. En este modelo se incluyen los efectos viscosos y elásticos mediante la ecuación

$$\left(1 + \alpha \frac{\partial}{\partial t}\right) \tau = \beta \left(\frac{\partial}{\partial t}\right) \gamma, \quad (1.11)$$

donde $\alpha = \lambda_1$ es una constante de tiempo comúnmente llamada tiempo de relajación y $\beta = \eta$ es la viscosidad del fluido. Si una rapidez de deformación $\dot{\gamma}_0 = \partial \gamma / \partial t$ es instantáneamente aplicada al tiempo $t = 0$ y mantenida constante en tiempos subsiguientes $t > 0$, podemos obtener la solución de la ecuación (1.11)

$$\tau_{11} = \eta \dot{\gamma}_0 [1 - \exp(-t/\lambda_1)] \quad (1.12)$$

Esta solución nos indica que cuando el fluido se ha deformado el crecimiento del esfuerzo se retrasa de acuerdo con la constante de tiempo λ_1 . Por otra parte, si un fluido es sometido a una rapidez de deformación que ha tenido un valor constante $\dot{\gamma}$ para $t > 0$ e instantáneamente se anula al tiempo $t = 0$, la solución para la ecuación (1.11) resulta

$$\tau_{11} = \eta \dot{\gamma}_0 [\exp(-t/\lambda_1)] \quad (1.13)$$

En este caso el esfuerzo se reduce exponencialmente de su valor inicial dependiendo del tiempo de relajación λ_1 del modelo de Maxwell. El sistema viscoelástico lineal generalizado

$$\tau_{xx} = - \int_0^t \left\{ \left(\frac{\eta}{\lambda_i} \right) \exp \left[- \frac{(t-t')}{\lambda_i} \right] \right\} \dot{\gamma}_{xy}(t') dt' \quad (1.14)$$

donde el término entre corchetes se conoce como el módulo de relajación $G(t-t')$, donde t corresponde al tiempo presente y t' se refiere a tiempos anteriores

Del modelo de Maxwell se concluye que el tensor de esfuerzos calculado a un tiempo t depende de la variación temporal que tuvo la razón de corte en tiempos pasados con un factor de peso (módulo de relajación) que decae exponencialmente conforme consideramos tiempos anteriores más lejanos del tiempo presente. En otras palabras el tensor de esfuerzos, depende de la historia con que este fue alcanzado manteniendo una memoria que decrece exponencialmente. Si el fluido no presenta una dependencia temporal la ecuación (1.14) se reduce a la ecuación constitutiva para el caso de un fluido newtoniano

En general podemos seguir incluyendo términos lineales para la relación entre los tensores de esfuerzos $\bar{\tau}$ y de rapidez de corte $\dot{\gamma}$. Lo interesante en este tipo de ecuaciones, es que todas se reducen a una forma equivalente a la ecuación (1.14), donde aparece una integral evaluada en un dominio de tiempos pasados y el integrando es un producto entre el módulo de relajación $G(t-t')$ y el tensor de rapidez de corte $\dot{\gamma}$, o sea

$$\bar{\tau} = \int_0^t G(t-t') \dot{\gamma}(t') dt' \quad (1.15)$$

Resulta importante notar, que en el módulo de relajación $G(t-t')$ aparecen todas las propiedades características del fluido, mientras que en el tensor de rapidez de deformación $\dot{\gamma}$ se encuentran únicamente las propiedades de viscosidad. Por ello, la ecuación (1.15) es equivalente a la ecuación (1.14) para un fluido newtoniano, si se sustituye τ_{xx}

1.2.2 -MODELO NEWTONIANO GENERALIZADO.

Introducción

En una importante clase de flujos la rapidez de deformación tiene una influencia dominante sobre la viscosidad del fluido [5,7]. Este tipo de comportamiento es característico de polímeros fundidos, soluciones poliméricas y suspensiones. En el modelo Newtoniano Generalizado se considera la ley de viscosidad de Newton modificada, como función de la rapidez de deformación. En algunos fluidos, la viscosidad puede cambiar por varios ordenes de magnitud, la viscosidad del fluido en este modelo es una cantidad escalar y por lo tanto debe depender solamente de las combinaciones de las componentes del tensor de rapidez de deformación $\dot{\gamma}$ o del tensor de esfuerzo $\tilde{\tau}$ que sean escalares. En un tensor $\dot{\gamma}$, tres escalares independientes pueden obtenerse, considerando la traza de los tensores $\dot{\gamma}^1$, $\dot{\gamma}^2$ y $\dot{\gamma}^3$, los cuales son conocidos como las invariantes del tensor $\dot{\gamma}$, debido a que sus valores son independientes del sistema de coordenadas elegido para representar las componentes del tensor $\dot{\gamma}$.

$$\begin{aligned}
 \text{I.} &= \text{tr } \dot{\gamma} = \sum_i \dot{\gamma}_{ii} \\
 \text{II.} &= \text{tr } \dot{\gamma}^2 = \sum_i \sum_j \dot{\gamma}_{ij} \dot{\gamma}_{ji} \\
 \text{III.} &= \text{tr } \dot{\gamma}^3 = \sum_i \sum_j \sum_k \dot{\gamma}_{ij} \dot{\gamma}_{jk} \dot{\gamma}_{ki}
 \end{aligned}
 \tag{1.10}$$

Otras cantidades escalares pueden formarse pero son combinaciones de las invariantes dadas en la ecuación (1.10). Para fluidos incompresibles y flujos cortantes las invariantes I y III, son nulas por lo que η depende solamente de la invariante II. De esta manera expresamos la viscosidad η en función de la invariante II.

CAPITULO II.

TRANSFERENCIA DE CALOR EN FLUJOS VISCOELASTICOS OSCILATORIOS

Con el objeto de investigar el efecto que tienen la elasticidad y la viscosidad del fluido sobre la disipacion de energía en la boquilla oscilante, se resuelve la ecuación de energía térmica para el flujo no-newtoniano utilizando los modelos de Fluido Viscoelastico Lineal y Newtoniano Generalizado. Para el modelo Viscoelastico Lineal se considera el espectro de relajacion propuesto por Oldroyd donde la elasticidad esta caracterizada por los tiempos de relajación λ_1 y de retardamiento λ_2 del fluido. Es importante notar que el modelo Viscoelastico Lineal esta limitado para deformaciones pequeñas [3]. En el Modelo Newtoniano Generalizado se utiliza la ecuacion conocida como Ley de Potencia. En este modelo la viscosidad queda expresada en funcion de la rapidez de deformacion a traves de los parametros m y n . Notese, ademas, que la Ley de Potencias no describe el comportamiento de la viscosidad en los altos valores de la rapidez de deformacion ($\dot{\gamma} \rightarrow \infty$) donde $n > 0$. Por otra parte, tanto el modelo de Oldroyd como el de los tiempos característicos de Oldroyd, al considerar los efectos viscosos y elástico, se aplican a los

2.1- Modelo Viscoelástico Lineal.

2.1.1. - Dinámica del Flujo Viscoelástico Lineal.

En este caso, se caracteriza el fluido viscoelástico por ecuaciones para el tensor total de esfuerzos T_{ij} en función de una presión isotrópica arbitraria P_0 , del tensor métrico g_{ij} y del tensor extra de esfuerzos τ_{ij} , en la siguiente forma

$$T_{ij} = -P_0 g_{ij} - \tau_{ij} \quad (2.1)$$

$$\tau_{ij} = - \int_{-\infty}^t G(t-t') \dot{\gamma}_{ij}(t') dt' \quad (2.2)$$

donde

$$G(t-t') = \int_{-\infty}^t [N(\lambda) / \lambda] \exp[-(t-t') / \lambda] d\lambda \quad (2.3)$$

de acuerdo con la notación establecida, $\dot{\gamma}_{ij}(t')$ es el tensor de rapidez de deformación, $G(t-t')$ es el llamado modulo de relajación y $N(\lambda)$ el espectro de relajación.

Consideremos el caso particular del modelo propuesto por Oldroyd. El espectro de relajación está dado por la ecuación

$$N(\lambda) = \eta_0 \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \delta(\lambda) + \eta_0 \frac{\lambda_1 - \lambda_2}{\lambda_1} \delta(\lambda - \lambda_1) \quad (2.4)$$

donde η_0 es la viscosidad a rapidez de deformación nula, λ_1 y λ_2 son los tiempos de relajación y retardamiento respectivamente y δ representa la función delta de Dirac.

Para nuestro caso particular se demuestra fácilmente que la relación entre la componente del tensor extra de esfuerzos τ_{11} o componente de la velocidad en la dirección del flujo v se puede escribir

$$\tau_{11} = \eta_0 \frac{dv}{dt} + \dots$$

Para resolver la ecuación de movimiento (1.7)

$$\rho \frac{\partial V_z}{\partial t} = - \frac{\partial P}{\partial z} - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \tau_{rz}) \quad (1.7)$$

en la region de la boquilla oscilante proponemos a $V'_z(r,t)$ como variable dependiente definida por la superposicion del flujo obtenido para un perfil de velocidades tipo Poiseuille con un flujo oscilatorio $V_z = V_z(r,t)$ en la forma

$$V'_z(r,t) = V_z(r,t) - (P_0 / 4\eta_0) (a^2 - r^2) \quad (2.6)$$

donde P_0 es el gradiente de presion en la direccion axial. Sustituyendo $V'_z(r,t)$ en la ecuacion (1.7), obtenemos

$$\frac{\partial V}{\partial t} = \frac{\eta_0}{\rho} \left(\frac{\partial^2 V}{\partial r^2} - \frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial r} \right) \quad (2.7)$$

bajo las condiciones de frontera

$$V(a,t) = a \exp(i\omega t) \quad \text{y} \quad \frac{\partial V}{\partial r} (0,t) = 0 \quad (2.8)$$

Proponemos una solucion de la forma

$$V'(r,t) = V_1(r) V_2(t) = \alpha \exp(i\omega t) V_1(r) \quad (2.9)$$

sustituyendo esta solucion propuesta en la ecuacion (2.7) obtenemos

$$\frac{dV_2}{dt} = \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{dV_1}{dr} \right) \quad (2.10)$$

donde

$$\frac{dV_2}{dt} = -\omega V_2 \quad \text{y} \quad \frac{d}{dr} \left(r \frac{dV_1}{dr} \right) = -\alpha \omega V_1$$

La ecuación (2 10) es una ecuación diferencial tipo Bessel de orden cero con argumento complejo. Las soluciones de la ecuación de Bessel son las llamadas funciones de Bessel J_0 y Y_0 , tal que la solución general esta dada como

$$V_{2z} = A J_0 [Kr] - B Y_0 [Kr] \quad (2 11)$$

donde J_0 y Y_0 son funciones periódicas amortiguadas

La solución para Y_0 no está acotada en $Kr = 0$ ($Y_0 [0]$ tiende a menos infinito) por lo tanto $B = 0$ y la solución para la ecuación (2 11) nos queda

$$V_{2z} = A J_0 [Kr] \quad (2 12)$$

aplicando las condiciones de frontera establecidas en la ecuación (2 8) obtenemos

$$V_{2z}(r,t) = \alpha \frac{J_0 [Kr]}{J_0 [Ka]} \exp(i\omega t) \quad (2 13)$$

donde J_0 es una función de Bessel del primer tipo

El perfil de velocidades para el flujo de un fluido viscoelástico de tipo lineal dentro de la sección oscilante resulta

$$V = \alpha \frac{J_0 [Kr]}{J_0 [Ka]} \exp(i\omega t) + \frac{P}{4\eta_0} (a' - r') \quad (2 14)$$

Expresamos la ecuación (2 14) en la forma

$$V = V_0 J_0 [Kr] + V_1 (a' - r') \quad (2 15)$$

Para el caso particular del espectro de relajación considerado en la ecuación (2.4), la constante K se reduce a

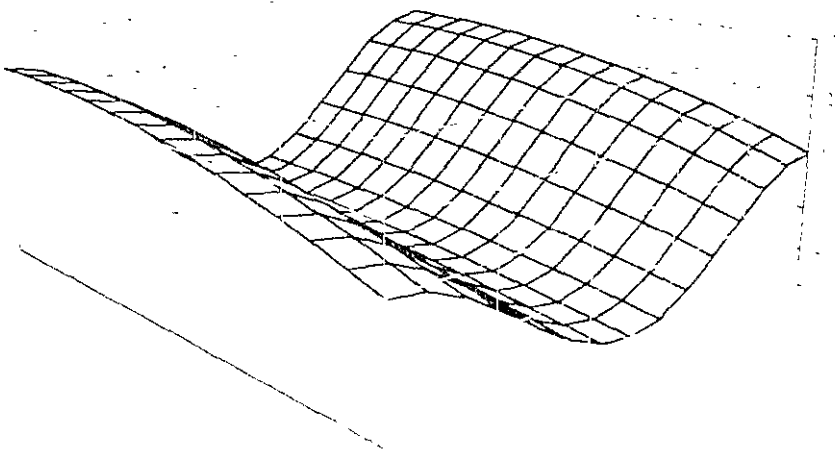
$$K = \left(\frac{\omega \rho}{\eta_0} \right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{-i(1+i\omega\lambda_1)}{1+i\omega\lambda_2} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (2.16)$$

Con el objeto de observar el efecto de la oscilación, se impone la condición de que el número de Reynolds del flujo a través de la boquilla sin oscilaciones sea del mismo orden de magnitud que el número de Reynolds que se tiene en el flujo por efecto del arrastre de la pared oscilante. Entonces,

$$\frac{2\rho \langle V_z \rangle a}{\eta_0} \approx \frac{2\rho \omega A a}{\eta_0} \quad (2.17)$$

condición de la cual se obtiene que la rapidez de oscilación $\alpha = \omega A$ debe ser del mismo orden de magnitud que la velocidad promedio $\langle V_z \rangle$ que tenemos en el flujo tipo Poiseuille.

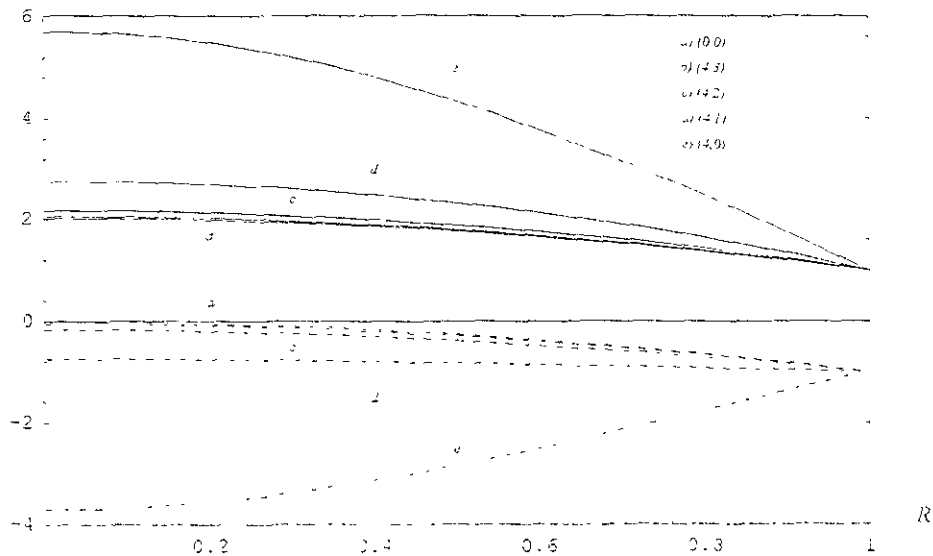
En el caso particular $\alpha = V_m$ y $\omega \rho / \eta_0 = 1$ utilizamos la ecuación 2.15 para mostrar en la figura 2.1, el perfil de velocidades $V^* = V_z / V_m$, en función de la posición radial $R = r/a$, durante un periodo de oscilación T , de un fluido viscoelástico caracterizado por el parámetro de elasticidad $-i(1-\beta)/(1+i)$, el cual por simplicidad se expresa en la forma (3.1)



En la figura 2.2 se muestra el perfil de velocidades $V^*=V_z/V_{in}$, para cuatro combinaciones de los parámetros elásticos $\omega\lambda_1$ y $\omega\lambda_2$, y para dos valores de rapidez de oscilación longitudinal ωA a) 0.001 m/s, b) 0.005 m/s, incluyendo el fluido newtoniano ($\lambda_1=\lambda_2=0$) y considerando las curvas para el tiempo correspondiente al periodo de oscilación $T=0$, donde se obtiene la mínima deformación del fluido, lo cual ocurre cuando la boquilla se mueve en el sentido del flujo principal (línea continua, correspondiente a la cresta en la figura 2.1) y para el tiempo correspondiente al periodo de oscilación $\frac{1}{2} T$ donde se presenta la máxima deformación del fluido, caso en que la boquilla se mueve en sentido contrario al flujo (línea a trazos correspondiente al valle en la figura 2.1)

En dicha figura se observa que para una rapidez de oscilación constante, conforme se aumenta el tiempo de relajación λ_1 con respecto al tiempo de retardamiento λ_2 en el parámetro elástico ($\omega\lambda_1$, $\omega\lambda_2$), se obtiene una mayor variación de la velocidad V^* del flujo, principalmente en el centro de la boquilla. Este comportamiento es más pronunciado para el fluido tipo Maxwell (4,0). La variación antes mencionada disminuye con el incremento de la rapidez de oscilación longitudinal, sin embargo, para el fluido tipo Maxwell ocurre un mayor defasamiento en el perfil de velocidades al incrementar la rapidez de la velocidad de oscilación, efecto discutido por Herrera y Mena [27]

V^* Figura 2.2.a



V^* Figura 2.2.b

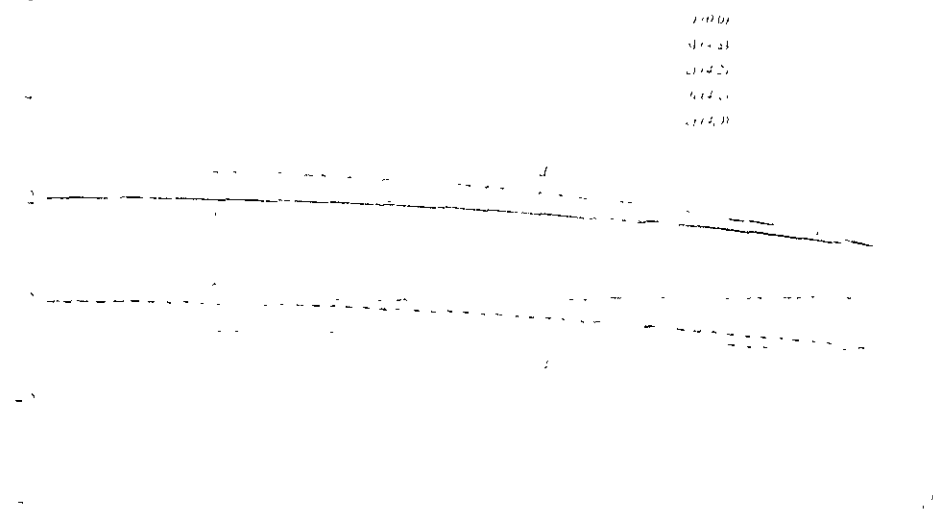


Figura 2.2.a y 2.2.b muestran el comportamiento de V^* en función de R para diferentes valores de α . En ambas figuras, V^* disminuye a medida que R aumenta. La figura 2.2.a muestra curvas para $\alpha = (0,0)$, $(4,5)$, $(4,2)$, $(4,1)$ y $(4,0)$. La figura 2.2.b muestra curvas para $\alpha = (0,0)$, $(4,1)$, $(4,2)$, $(4,3)$ y $(4,0)$. Las curvas están etiquetadas con letras minúsculas a, b, c, d y e.

2.1.2.- Transferencia de Calor.

Con el perfil de velocidades obtenido dentro de la sección oscilante, resolvemos la transferencia de calor en flujo laminar con convección forzada dado por la ecuación (1.9)

$$\rho C_p V_z \left(\frac{\partial T}{\partial z} \right) = k \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \tau_{rz} \left(\frac{\partial V_z}{\partial r} \right) \tag{1.9}$$

Suponemos que dentro de la boquilla oscilante existe un perfil de temperaturas desarrollado con un gradiente de temperatura constante en la dirección z. Sustituimos la componente del tensor extra de esfuerzos τ_{rz} definida por la ecuación (2.5) en la ecuación (1.9)

$$\rho C_p V_z \left(\frac{\Delta T}{\Delta Z} \right) = k \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{dT}{dr} \right) - \eta_0 \left(\frac{1 - \omega \lambda_1}{1 - \omega \lambda_2} \right) \left(\frac{dV_z}{dr} \right) \left(\frac{dV_z}{dr} \right) \tag{2.18}$$

De acuerdo con la ecuación (2.15), sustituimos el perfil de velocidades y su derivada con respecto a la posición radial en la ecuación (2.18)

$$\rho C_p \left[V_m \left(1 - \left(\frac{r}{a} \right)^2 \right) - U_0 J_0 \right] \left(\frac{\Delta T}{\Delta Z} \right) = k \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{dT}{dr} \right) - \eta_0 \left(\frac{1 - \omega \lambda_1}{1 - \omega \lambda_2} \right) \left[U_0 J_0 - \left(\frac{2 V_m r}{a^2} \right) \right] \tag{2.19}$$

donde $J_0 = \frac{U_0}{a^2} \int_0^a (kr)^2$

Con las suposiciones consideradas, obtenemos una ecuación diferencial ordinaria para la temperatura T, la cual puede integrarse directamente con respecto a r y de esta manera determinar la solución general del perfil de temperaturas T.

$$T = (\rho C_p k) \left[V_m (a^2 + r^2) (6a^2 - 3a^2) \right] (1.1) \int_0^r \frac{1}{r} dr + (a) \int_0^r (kr)^2 dr + (No k) \left[U_0 \int_0^r (1.1) \int_0^r (kr)^2 dr + (U_0 - V_m) \int_0^r (kr)^2 dr + (U_0 - V_m) \int_0^r (kr)^2 dr \right] \tag{2.20}$$

La solución particular de la ecuación (2.20), se obtiene considerando las condiciones de frontera dadas en la ecuación (1.10)

$$\begin{aligned} \text{i) } T &= T_0 \text{ en } r=a \text{ para toda } z \\ \text{ii) } (\partial T / \partial r) &= 0 \text{ en } r=0 \text{ para toda } z \end{aligned} \quad (2.21)$$

De la condición de frontera ii) se concluye que $A=0$. Aplicando la condición de frontera i) se obtiene la constante B, con lo cual la solución particular T_p queda expresada en la forma

$$\begin{aligned} T_p &= T_0 + (\rho C_p / k) [V_m (r^2/4 - r^4/(16a^2) - (3/16) a^2) + U_0 [\int \{ (1/r) \int J_0 r dr \} dr \\ &- \int \{ (1/r) \int J_{0a} r dr \} dr]_{r=a}] (\Delta T / \Delta z) + (N_0 / k) [U_0^2 [\int \{ (1/r) \int J_{0a}^2 r dr \} dr]_{r=a} - \\ &\int \{ (1/r) \int J_0^2 r dr \} dr] + (4U_0 V_m / a^2) [\int \{ (1/r) \int J_0^2 r^2 dr \} dr - \int \{ (1/r) \int J_{0a}^2 r^2 dr \} dr]_{r=a}] \\ &- V_m^2 [r^4 / (4a^4) - 1/4] \end{aligned} \quad (2.21)$$

donde J_{0a} es la función de Bessel evaluada en $r=a$.

Para el cálculo de T_p se supone un gradiente de temperatura axial unitario $\Delta T / \Delta z = 1$ °C/m (en la sección 4.2 se analiza y discute el valor de dicho gradiente) y se define la rapidez oscilante promedio $\langle \alpha \rangle$, evaluada en un tiempo correspondiente a un periodo de oscilación, como

$$\langle \alpha \rangle = \frac{\int_0^1 \alpha e^{-\alpha^2} d\alpha}{\int_0^1 d\alpha} \quad (2.22)$$

Finalmente se utilizan los valores de diseño de la boquilla, con rapidez de oscilación dentro del rango de operación en el laboratorio ($1-50 \times 10^3$ mes) y considerando las propiedades características del $\text{P}(\text{M})\text{D}$ (Tabla 2.1).

En la figura 2.3 se muestra el comportamiento de la temperatura adimensional θ , definida como $\theta = (T_p - T_o)/T_o$, la cual representa la variación de temperatura del flujo por disipación viscosa debido a las oscilaciones de la boquilla, en función de la posición radial $R = r/a$, para cuatro combinaciones de los parámetros elásticos ($\omega\lambda_1$, $\omega\lambda_2$) y dos valores de la rapidez de oscilación longitudinal α .

De acuerdo con el modelo viscoelástico lineal, la variación de temperatura adimensional θ del flujo por disipación viscosa en la boquilla oscilante, se incrementa conforme aumenta el tiempo de relajación λ_1 con respecto al tiempo de retardamiento λ_2 , efecto que se hace más notorio al aumentar la rapidez de oscilación de la boquilla, como se puede observar en la figura 2.3, donde el perfil de temperatura de mínima disipación viscosa corresponde al caso dado por el modelo de Maxwell

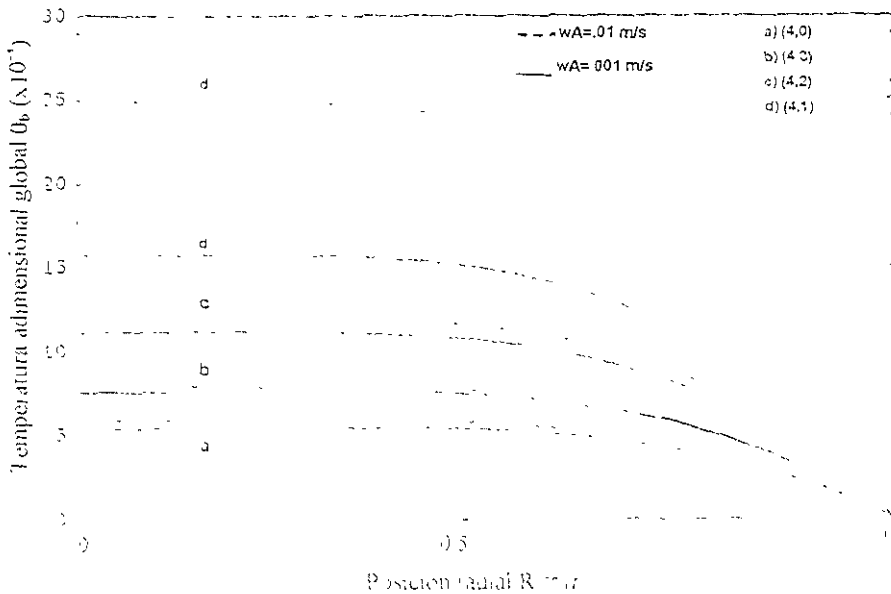


Figura 2.3. Variación de la temperatura adimensional θ del flujo de fluido dentro de la boquilla oscilante para diferentes combinaciones de los parámetros elásticos $\omega\lambda_1$ y $\omega\lambda_2$ y dos valores de la rapidez de oscilación longitudinal α .

2.2.-Modelo Newtoniano Generalizado.

2.2.1.- Dinámica del Flujo.

En este caso caracterizamos al fluido tipo newtoniano generalizado por la componente τ_{rz} del tensor extra de esfuerzos definido en la ecuación (1 20)

$$\tau_{rz} = m \dot{\gamma}_{rz}^n \quad (2 24)$$

donde $\dot{\gamma}_{rz}$ es la componente del tensor de rapidez de deformación. m es una medida de la consistencia del fluido y n especifica el grado de comportamiento no-newtoniano del fluido. Nótese que $n=1$ representa el caso de un fluido newtoniano y m corresponde a la viscosidad η_0 a rapidez de deformación nula.

Para resolver la ecuación de movimiento

$$\rho \frac{\partial V_z}{\partial t} = -\frac{\partial P}{\partial z} - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \tau_{rz}) \quad (2 25)$$

suponemos que para deformaciones pequeñas del flujo oscilante ($Re_0 < Re$), la componente axial de la velocidad V_z es la superposición del flujo oscilante $V_{z1} = V_1(t)$ con un flujo tipo Poiseuille $V_{z2} = V_2(r)$, donde $V_1 = \text{Re}\{A e^{i\omega t}\}$, ω y A son respectivamente la frecuencia y amplitud de la oscilación. Sustituyendo V_z en la ecuación (2 25) obtenemos

$$i\omega^2 \rho A e^{i\omega t} = -\frac{\partial P}{\partial z} - \frac{1}{r} \frac{\partial^2}{\partial r^2} (r V_2) \quad (2 26)$$

si además suponemos un gradiente de presión constante $\Delta P/\Delta z$ en la dirección axial, podemos integrar la ecuación (2 26) con respecto a r para obtener la solución general de la componente radial del tensor de esfuerzos:

$$\tau_{rz} = -\frac{r}{2} \left(\frac{\Delta P}{\Delta z} + i\rho\omega^2 A e^{i\omega t} \right) + \frac{C_1}{r} \quad (2.27)$$

La componente del tensor de esfuerzos debe ser finita en $r=0$, por lo tanto $C_1=0$ y la solución particular para τ_{rz} resulta

$$\tau_{rz} = -\frac{r}{2} \left(\frac{\Delta P}{\Delta z} + i\rho\omega^2 A e^{i\omega t} \right) \quad (2.28)$$

Si sustituimos τ_{rz} dado por la ecuación (1.20) obtenemos

$$m \left(\frac{dV_z}{dr} \right)^n = \frac{r}{2} \left(\frac{\Delta P}{\Delta z} + i\rho\omega^2 A e^{i\omega t} \right) \quad (2.29)$$

la cual puede expresarse

$$\frac{dV_z}{dr} = \left(\frac{r}{2m} \right)^{\frac{1}{n}} \left(\frac{\Delta P}{\Delta z} + i\rho\omega^2 A e^{i\omega t} \right)^{\frac{1}{n}} \quad (2.30)$$

integrando V_z con respecto a r , obtenemos la solución general

$$V_z = \left(\frac{1}{2m} \right)^{\frac{1}{n}} \left(\frac{\Delta P}{\Delta z} + i\rho\omega^2 A e^{i\omega t} \right)^{\frac{1}{n}} \left(\frac{r^{n+1}}{n+1} \right) + C_2 \quad (2.31)$$

Determinamos C_2 utilizando la condición de frontera $V(r=a) = \omega A \exp(i\omega t)$ para toda z y obtenemos la solución particular para el perfil de velocidades en la boquilla oscilante

$$V_z = \left(\frac{1}{2m} \right)^{\frac{1}{n}} \left(\frac{\Delta P}{\Delta z} + i\rho\omega^2 A e^{i\omega t} \right)^{\frac{1}{n}} \left(\frac{r^{n+1}}{n+1} \right) + \omega A \exp(i\omega t) \quad (2.32)$$

Si expresamos el perfil de velocidades V_z dado por la ecuación 2.32 en función del flujo volumétrico Q obtenemos

$$V_z = \left(\frac{Q - \omega A \alpha^2 e^{-\omega t}}{\pi a^2} \right) \left(\frac{1 + 3n}{1 - n} \right) \left(1 - \left(\frac{r}{a} \right)^{\frac{1}{n} - 1} \right) + \omega A e^{-\omega t} \quad (2.33)$$

en este caso la velocidad máxima V_m para el flujo tipo Poiseuille resulta

$$V_m = \left(\frac{Q}{\pi a^2} \right) \left(\frac{1 + 3n}{1 - n} \right) \quad (2.34)$$

Utilizamos las ecuaciones 2.33 y 2.34 para mostrar en la figura 2.4 el perfil de velocidades $V^* = V_z/V_m$ de un fluido descrito por una ley tipo potencia, caracterizado por un parámetro de potencia $n = 1/2$, en función de la posición radial $R = r/a$ durante un período de oscilación T , bajo condiciones de operación de la boquilla en el laboratorio ($Q = 15 \times 10^{-8} \text{ m}^3/\text{s}$ y $\omega A = 3 \times 10^{-5} \text{ m/s}$)

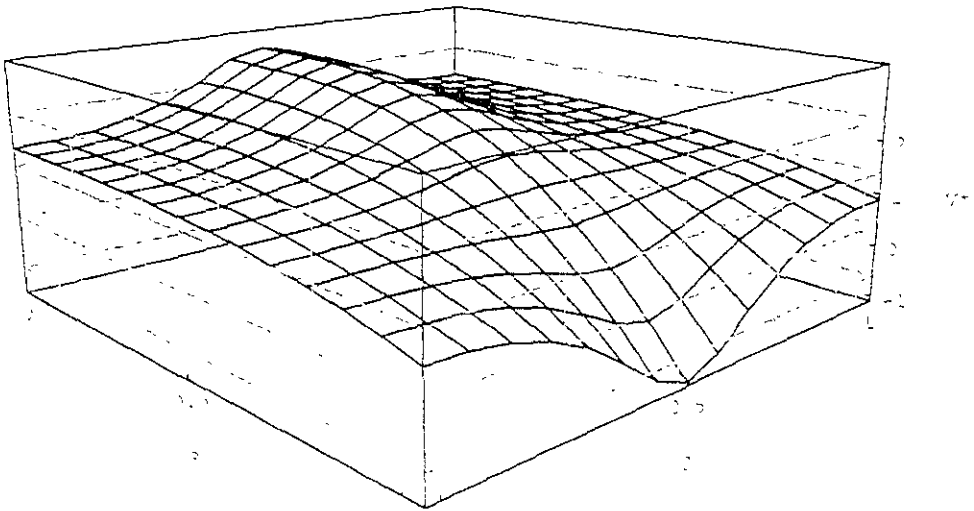


Figura 2.4 Perfil de velocidad V^* en función de la posición radial R durante un período de oscilación T para un fluido descrito por una ley tipo potencia $n = 1/2$. Condiciones de operación de la boquilla en el laboratorio ($Q = 15 \times 10^{-8} \text{ m}^3/\text{s}$ y $\omega A = 3 \times 10^{-5} \text{ m/s}$)

En la figura 2.5 se muestra el perfil de velocidades $V^*=V_z/V_m$ de un fluido viscoelástico para cuatro valores del parámetro de potencia n , y considerando las curvas para los tiempos correspondientes al periodo de oscilación $T=0$ donde se obtiene la mínima deformación del fluido (línea continua, que corresponde a la cresta en la figura 2.4) y para el periodo de oscilación $\frac{1}{2} T$ donde se presenta la máxima deformación del fluido (línea discontinua, correspondiente al valle en la figura 2.4). La representación anterior se hace con los valores de rapidez de oscilación longitudinal ωA a) 1×10^{-5} m/s y b) 5×10^{-5} m/s

El perfil de velocidades del flujo oscilante para un fluido descrito por la ley de potencia de (tipo pseudoplástico, $n < 1$), como se muestra en la figura 2.5, presenta un incremento de la velocidad V^* conforme decrece el parámetro de potencia n cuando la boquilla se mueve en la dirección del flujo principal (línea continua), mientras que cuando ésta se mueve en el sentido contrario al flujo (línea a trazos), se observa el efecto antes mencionado entre dos posiciones radiales (una cercana a la pared oscilante y la otra al centro del conducto). Fuera de dicha posición, se invierte dicho comportamiento, es decir, la velocidad V^* decrece cuando se incrementa n . Por otra parte, se observa que el comportamiento anteriormente descrito se acentúa al aumenta la rapidez de oscilación longitudinal α .

Figura 2.5 a

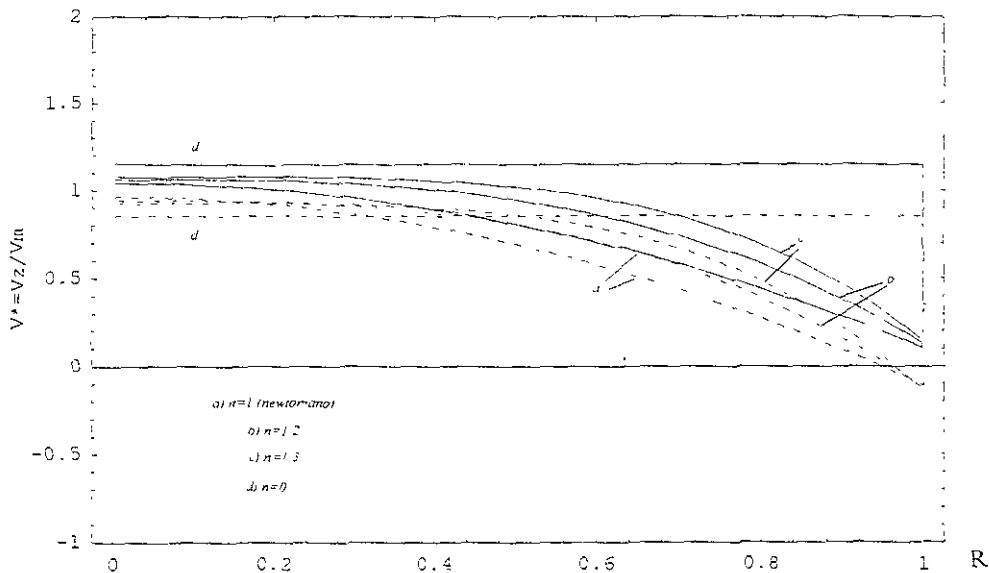


Figura 2.5.b

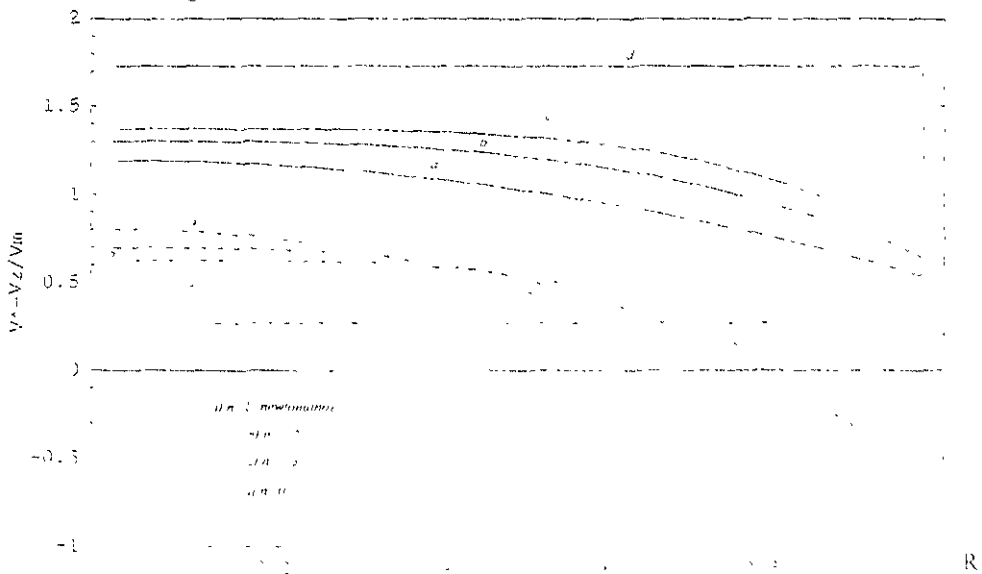


Figura 2.5 - Perfiles de velocidad $V^* = V_z / V_{in}$ vs. el radio de la tubería R para $m = 100$ No. de Reynolds para cuatro valores del número de Prandtl: a) $Pr = 0.7$, b) $Pr = 10$, c) $Pr = 100$, d) $Pr = \infty$. Los perfiles de velocidad se muestran para los radios de la tubería $R = 0, 0.2, 0.4, 0.6, 0.8, 1.0$. El perfil de velocidad para $Pr = \infty$ es una línea horizontal.

2.2.2.- Transferencia de Calor .

Una vez conocido el perfil de velocidades del flujo dentro de la sección oscilante, se resuelve la ecuación de transferencia de calor en flujo laminar con convección forzada

$$\rho C_p V_z \left(\frac{\partial T}{\partial z} \right) = k \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \tau_{rz} \left(\frac{\partial V_z}{\partial r} \right) \quad (1.9)$$

Para resolver la ecuación (1.9), suponemos dentro de la boquilla oscilante un gradiente de temperatura constante en la dirección z y sustituimos la componente del tensor extra de esfuerzos τ_{rz} definida por la ecuación (1.20)

$$\rho C_p V_z \left(\frac{\Delta T}{\Delta Z} \right) = k \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{dT}{dr} \right) + m \left(\frac{dV_z}{dr} \right)^{n-1} \quad (2.35)$$

Sustituyendo el perfil de velocidades V_z , y su derivada con respecto a la posición radial, de acuerdo con las ecuaciones (2.32) y (2.30) respectivamente, obtenemos

$$\rho C_p V_z \left\{ A_1 \left[1 - \left(\frac{r}{a} \right)^{\frac{1}{n} + 1} \right] - A_2 \right\} \left(\frac{\Delta T}{\Delta Z} \right) = -k \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{dT}{dr} \right) + m A_3 r^{1 - \frac{1}{n}} \quad (2.36)$$

donde

$$A_1 = \left(\frac{a}{2m} \right)^{\frac{1}{n}} \left(\frac{M^2}{\Delta z} \right)^{\frac{1}{n}} \dots \dots \dots e^{m A_2} \left(\frac{1}{n-1} \right)$$

$$A_3 = \left(\frac{1}{2m}\right)^{\frac{1}{n}+1} \left(\frac{\Delta P}{\Delta z} + i\omega^2 \rho A e^{i\omega t}\right)^{\frac{1}{n}+1}$$

Considerando un gradiente de temperatura constante en la dirección axial, integramos directamente la temperatura T con respecto a r para obtener la solución general T_g del perfil de temperaturas

$$T_g = \frac{\rho C_p}{k} \left\{ A_1 \left[\left(\frac{r}{2}\right)^2 - \frac{r^{\frac{1}{n}-3}}{\left(\frac{1}{n}-3\right)^2 \left(a^{\frac{1}{n}-1}\right)} \right] - A_2 \left(\frac{r}{2}\right)^2 \left(\frac{\Delta T}{\Delta Z}\right) - A_3 \frac{m}{k} \frac{r^{\frac{1}{n}-3}}{\left(\frac{1}{n}-3\right)^2} - C_1 \ln r + C_2 \right\} \quad (2.37)$$

Aplicando las condiciones de frontera

- i) T = T₀ en r = a para toda z
 - ii) (∂T / ∂r) = 0 en r = 0 para toda z
- (1.10)

concluimos que C₁ = 0, y

$$C_2 = T_0 - \frac{\rho C_p}{k} \left\{ A_1 a^2 \left[\frac{1}{4} - \frac{1}{\left(\frac{1}{n}-3\right)^2} \right] - A_2 \left(\frac{a}{2}\right)^2 \left(\frac{\Delta T}{\Delta Z}\right) - A_3 \left(\frac{m}{k}\right) \frac{a^{\frac{1}{n}-3}}{\left(\frac{1}{n}-3\right)^2} \right\} \quad (2.38)$$

Sustituyendo la constante C₂ en la ecuación (2.37) obtenemos la solución particular para el perfil de temperaturas T_p,

$$T_p = \frac{\rho C_p}{k} \left\{ \frac{1}{4} \left[\left(\frac{r}{2}\right)^2 - \frac{r^{\frac{1}{n}-3}}{\left(\frac{1}{n}-3\right)^2 \left(a^{\frac{1}{n}-1}\right)} \right] - A_2 \left(\frac{r}{2}\right)^2 \left(\frac{\Delta T}{\Delta Z}\right) - A_3 \frac{m}{k} \frac{r^{\frac{1}{n}-3}}{\left(\frac{1}{n}-3\right)^2} - \left[A_1 a^2 \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{\left(\frac{1}{n}-3\right)^2} \right) - A_2 \left(\frac{a}{2}\right)^2 \left(\frac{\Delta T}{\Delta Z}\right) - A_3 \left(\frac{m}{k}\right) \frac{a^{\frac{1}{n}-3}}{\left(\frac{1}{n}-3\right)^2} \right] \right\} \quad (2.39)$$

En la figura 2.6 se muestra la temperatura adimensional $\theta = (T_p - T_o) / T_o$, dada por la ecuación 2.39 en función de la posición radial $R = r/a$, para cuatro parámetros de potencia n (1, 1/2, 1/3, y 0) y para dos valores de la rapidez de oscilación longitudinal $\alpha = \omega A$: a) 1×10^{-2} m/s, b) 1×10^{-3} m/s

Los resultados obtenidos con el modelo de ley de potencia indican que la variación de temperatura $\theta = (T_p - T_o) / T_o$ del flujo es menor conforme disminuye el parámetro de potencia n a una rapidez de oscilación constante, efecto que se hace más relevante cuando aumenta la rapidez de oscilación de la boquilla.

Una vez determinado el perfil de velocidades V_z y de temperaturas T_p del flujo en la boquilla oscilante, de acuerdo con los modelos Viscoelástico Lineal y Ley de Potencia, en el capítulo IV se analizan y validan los resultados de dichos modelos con los resultados experimentales. Esto se discute en el capítulo III.

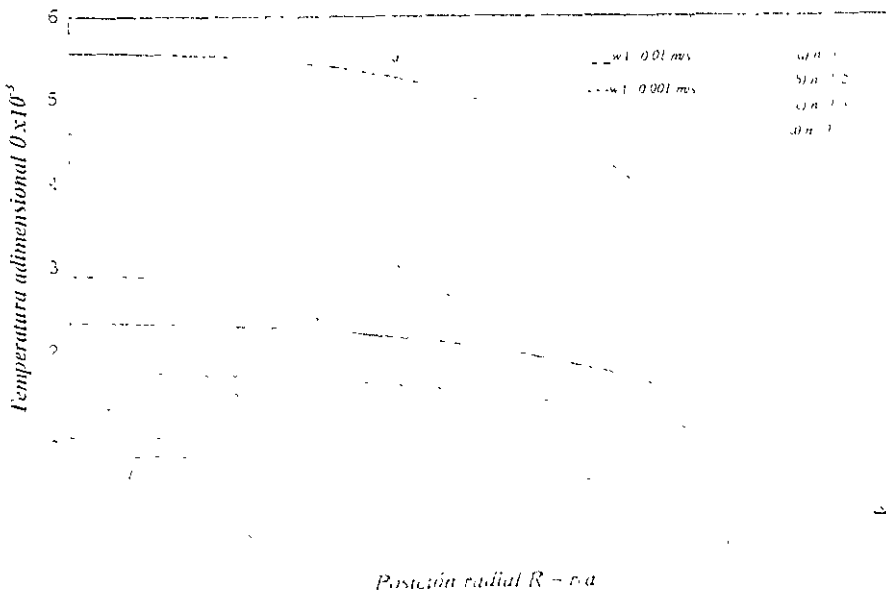


Figura 2.6. Variación de la temperatura adimensional $\theta = (T_p - T_o) / T_o$ del flujo en la boquilla oscilante, en función de la posición radial $R = r/a$, para los parámetros de potencia $n = 1, 1/2, 1/3, 0$ y para dos valores de la rapidez de oscilación longitudinal $\alpha = \omega A$: a) 1×10^{-2} m/s, b) 1×10^{-3} m/s.

CAPITULO III.

DISEÑO Y RESULTADOS EXPERIMENTALES

Con el objeto de entender el comportamiento del flujo dentro de la seccion oscilante se analizo el efecto de los diferentes tipos de oscilacion sobre el flujo de material viscoelastico y las propiedades mecanicas del material extrudido, para esto se realizaron experimentos utilizando un extrusor horizontal Haake Rheocord EU-3V de un solo husillo. La descripcion del equipo extrusor-boquilla oscilante puede encontrarse en la tesis de Gutierrez [24]

El siguiente objetivo del experimento fue determinar la disipacion de energia viscosa en el flujo en funcion de las caracteristicas de oscilacion longitudinal de la boquilla. Para esto se construyo un extrusor similar al anterior. De esta manera, fue posible instrumentar la boquilla oscilante para una mejor medicion y control de la temperatura del material extrudido, ademas de resolver algunos problemas presentados en el diseno original. Las caracteristicas del equipo construido con el nuevo diseno de la boquilla oscilante se presentan en el anexo de esta tesis de Guadarrama, Vélez y Cortés [25].

A continuación se presenta la descripción general del proceso, el diseño experimental y los resultados obtenidos

3.1.- Efecto de las Oscilaciones en el Flujo Viscoelástico.

En el presente estudio se eligió como fluido de trabajo al Polietileno de Baja Densidad (PEBD), debido a que es un polímero muy común y relativamente sencillo. Además es de gran importancia comercial por su alto nivel de producción, bajo costo, facilidad de procesamiento y excelentes propiedades eléctricas y mecánicas, las cuales están bien caracterizadas [7, 33]. En la tabla 3.1 se presentan las propiedades del PEBD reportadas a una temperatura de 160 °C

TABLA 3.1
Propiedades físicas del polietileno de baja densidad (160 °C)

Densidad, ρ	920.0 kg / m ³
Calor específico, c_p	2000.0 KJ / (kg °K)
Conductividad térmica, k	0.5 W / (m °K)
Viscosidad a rapidez de deformación nula, η_0	30,701.8 Pa s
Tiempo de relajación, λ_1	5.5 s
Tiempo de retardamiento, λ_2	10 ⁻¹ s
Numero de consistencia en Ley de Potencia, m	8202.9, s^{1-m} / m^2
Indice en Ley de Potencia, n	0.47

Los valores de operación utilizados en la presente investigación para los diferentes tipos de oscilación, están en el rango de los valores óptimos reportados por Mena et al. [8] en estudios anteriores. En la tabla 3.2, se especifican los valores de frecuencia y amplitud empleados en el experimento para los diferentes tipos de oscilación: longitudinal (operación 1), lateral (oscilación perpendicular al eje de extrusión) (operación 2) y torsional (oscilación longitudinal y lateral) (operación 3).

TABLA 3 2

Valores para la frecuencia y amplitud utilizados en cada uno de los tipos de oscilación

TIPO DE OSCILACION	AMPLITUD LONGITUDINAL (mm)	FRECUENCIA LONGITUDINAL (Hz)	AMPLITUD ANGULAR (rad)	FRECUENCIA ANGULAR (Hz)
SIN OSCILACION	0	0	0	0
OSC LONGITUDINAL	6	20	0	0
OSC TRANSVERSAL	0	0	0.26	20
OSC HELICOIDAL	6	20	0.26	20

De acuerdo con los resultados reportados por Mena la boquilla oscilante modifica la orientación de las cadenas poliméricas del material, lo cual se traduce en una variación de sus propiedades mecánicas. En particular se encuentra un incremento en el esfuerzo máximo y en la deformación alcanzada para el esfuerzo máximo. Por esta razón, resulta interesante investigar el efecto de las oscilaciones sobre fibras inmersas en el flujo oscilante con el objeto de visualizar las orientaciones inducidas y, por otra parte, la repercusión en las propiedades mecánicas del material extrudido.

Para visualizar el efecto de la imposición de oscilaciones en el flujo del material viscoelástico, se utilizaron Fibras de Henequen (FH) las cuales se mezclaron con el PEBD en proporciones de peso del 7.5% y 15% respectivamente. Las fibras de henequen fueron suministradas por el Centro de Investigaciones Científicas de Yucatán (CICY). Las características nominales de las fibras son: longitud de 1.3mm y diámetro promedio de 15µm con desviaciones estandaras de 0.6 mm y 1 µm respectivamente [2].

3.1.1-- Descripción General del Proceso.

El equipo utilizado extrusor-boquilla oscilante-dado laminador para el estudio del flujo de material sobrecido se muestra en la figura 3.1.

CORTE LONGITUDINAL DEL ARREGLO

- | | | | |
|--|----------------|--------------------------------|------------------------|
| 1 - EXTRUSOR | 3 - SUSPENSIÓN | 5 - MANGUERA | 7 - DADO LAMINADOR |
| 2 - ACOPLAMIENTO
MANGUERA - RESISTENCIA | 4 - BOQUILLA | 6 - ELEMENTO DE
CALEFACCIÓN | 8 - SOPORTE DEL EQUIPO |

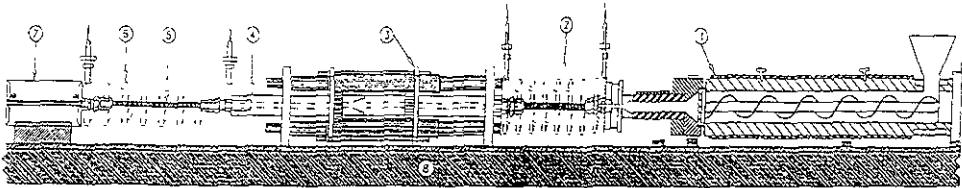


Fig 3 1 - Representación esquemática del sistema "Extrusor-Boquilla oscilante-dado"

En forma muy general, la descripción funcional del proceso desde que se introduce el polímero en forma de partículas sólidas hasta que emerge del dado laminador consiste de las siguientes etapas

- 1 *Transporte de sólidos por gravedad* El material sólido depositado en forma granular en la tolva del extrusor desciende hacia la parte inferior de ésta por efecto de su propio peso
- 2 *Transporte de sólidos por arrastre* El polímero contenido en la tolva avanza de manera continua al tornillo (husillo) que gira dentro del barril (camisa) estacionario. Dicho barril genera una fuerza de fricción sobre el material granular evitando que éste gire junto con el husillo y lo obliga a moverse a lo largo del barril. Al avanzar el polímero es compactado en un lecho sólido debido a la presión que se incrementa a medida que avanza el material, hasta compactarse lo suficiente para moverse como un flujo tipo tapón
- 3 *Fundición* Cuando la temperatura del lecho sólido alcanza el punto de fusión del polímero, se empieza a formar una película delgada de polímero fundido. El calor utilizado para la fusión proviene de la fricción del material con las paredes del barril-husillo y de las resistencias eléctricas que calientan al barril
- 4 *Transporte de material fundido* Cuando el polímero ha sido totalmente fundido el transporte de material es similar al flujo en una bomba de tornillo, generándose un flujo constante originado por el movimiento relativo del husillo respecto al cilindro

5. *Flujo oscilatorio*: El polímero completamente fundido ingresa, a través de un conducto flexible de teflon con diámetro interior de 6.8 mm, conectado a un conducto oscilante de acero inoxidable (boquilla oscilante) con una sección transversal circular de 6.8 mm de diámetro interno y 400 mm de longitud, la cual es mantenida a temperatura de pared constante
6. *Flujo para conformado* En esta región (dado laminador) el flujo se mantiene a la misma temperatura de pared oscilante y pasa de una sección transversal circular, a una sección transversal rectangular en la forma menos brusca posible. De esta manera se obtienen tiras del material, lo cual facilita su posterior análisis
7. *Solidificación y laminado* A la salida del dado laminador, el polímero se hace pasar a través de unos rodillos con el fin de enfriarlo a temperatura ambiente y de controlar su grosor final

Para generar los diferentes tipos de oscilación, la boquilla puede oscilar en dirección longitudinal y transversal mediante un sistema adecuado de ejes y rodamientos, y combinando ambos movimientos puede oscilar en forma helicoidal (figura 3.2)

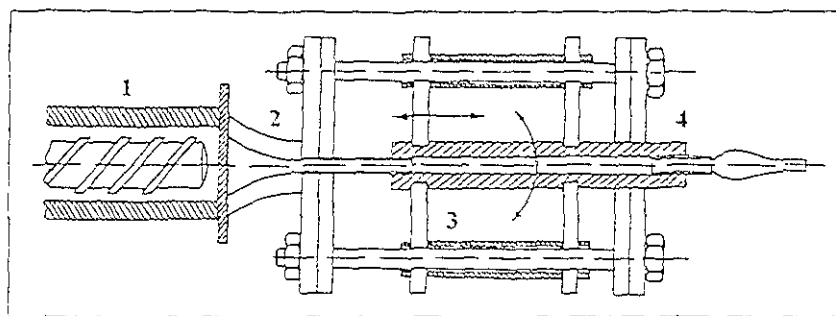


Figura 3.2 - Sistema de movimiento para la boquilla oscilante. 1) Extrusor, 2) Acoplamiento Extrusor-Boquilla, 3) Mecanismo de Oscilación Longitudinal-Angular 4) Boquilla

La boquilla está conectada por medio de mecanismos de biela y manivela a dos motores de corriente directa, uno para cada modo de oscilación. Ambos motores controlan la velocidad con un 1% de precisión. El sistema boquilla oscilante se encuentra rodeado de resistencias eléctricas de calentamiento y controladas independientemente en cada zona por termostatos por computadora.

3.1.2.- Diseño del Experimento.

El experimento se realizó en la siguiente secuencia

- 1 El sistema "Extrusor-Boquilla oscilante-dado" se calienta durante un tiempo de 30-35 minutos, con el objeto de alcanzar la temperatura de extrusión (180 °C) y que permanezca estable en cada una de las partes del equipo
- 2 Una vez alcanzado el estado de temperatura estable en el punto anterior, se acciona el husillo del extrusor para que trabaje en vacío (sin material) durante un intervalo de 5 minutos, con el objeto de expulsar cualquier residuo de material
- 3 El material polimérico se coloca en la tolva para iniciar el proceso de extrusión
- 4 Se espera a que el flujo se estabilice (continuidad del flujo) por un período de tiempo de entre 5 y 10 minutos. Después se guía al fluido hacia los rodillos laminadores los cuales se enfrían internamente al circular aire a presión a través de ellos
- 5 Una vez alcanzado el régimen estacionario se inicia la recolección de muestras de tira polimérica generada bajo la condición de boquilla oscilante estática, en seguida se inició el modo de oscilación longitudinal de la boquilla, esperando alrededor de 5 minutos para iniciar nuevamente la recolección de la muestra correspondiente al tipo de oscilación longitudinal. Se continúa en la misma forma para la recolección de las muestras en los modos de oscilación transversal y helicoidal
- 6 Las tiras poliméricas obtenidas en el punto anterior, son pesadas con el objeto de calcular el flujo mástico
- 7 De cada una de las tiras poliméricas, se obtiene probetas por medio de un dado diseñado de acuerdo con la norma D3 68-70 de ASTM. Cada probeta se mide en la totalidad del material de corte. Para la oscilación longitudinal las probetas son cortadas en 3 de las cuatro

direcciones con respecto a la dirección del flujo (0° , 45° , 90° y 135°) como se muestra en la figura 3.3

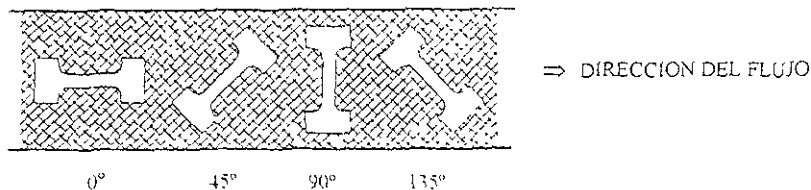


Figura 3.3 - Orientación de corte de las probetas con respecto a la dirección del flujo

- 8 - La probeta es medida en su ancho y espesor como lo estipula la norma ASTM D1708-84, en tres diferentes secciones de la zona de prueba con el fin de obtener un promedio de dichas dimensiones
- 9 - El conjunto de probetas caracterizadas en el punto anterior, son sometida a pruebas mecánicas de tracción en una maquina Instron, de acuerdo con la norma ASTM D1708-84
- 10 - Finalmente, los resultados obtenidos para el flujo masico y propiedades mecánicas son recopilados para su analisis

La metodología anterior se aplicó para obtener las muestras de probetas, considerando las siguientes proporciones en peso 100% de PEBD, 92.5% de PEBD y 7.5% de FH y 85% de PEBD y 15% de FH, manteniendo constantes los siguientes parámetros

- 1) Velocidad del husillo (100 r.p.m)
- 2) Diámetro interior de la boquilla oscilante (6.4 mm)
- 3) Temperatura de extrusión (180 °C)
- 4) Temperatura de la boquilla oscilante (170 °C)
- 5) Longitud de la boquilla oscilante (400 mm)

3.1.3.- Resultados Experimentales.

3.1.3. α - Flujo Másico

En la tabla 3.3 aparecen los valores obtenidos para el flujo másico a través de la boquilla en las diferentes condiciones de oscilación (tabla 3.2) y para las diferentes concentraciones de PEBD-FH, con su respectiva variación porcentual con respecto al caso con la boquilla estática.

TABLA 3.3

Poliétileno de Baja Densidad 100%

Tipo de oscilación	Flujo másico (g/min)	Variación del flujo con respecto a la boquilla estática %
Sin Oscilación	27.84	
Longitudinal	28.18	1.22
Transversal	28.07	0.81
Helicoidal	28.84	3.59

Poliétileno de Baja Densidad 92.5%-Fibras de henequén 7.5%

Tipo de oscilación	Flujo másico (g/min)	Variación del flujo con respecto a la boquilla estática %
Sin Oscilación	28.09	
Longitudinal	29.37	4.55
Transversal	30.62	9.00
Helicoidal	30.65	9.10

Poliétileno de Baja Densidad 85%-Fibras de henequén 15%

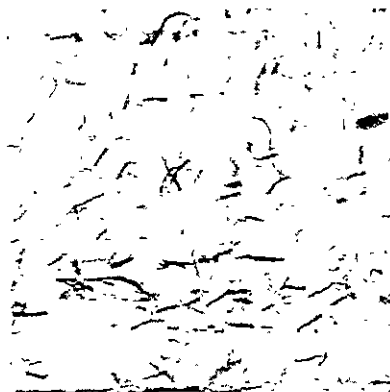
Tipo de oscilación	Flujo másico (g/min)	Variación del flujo con respecto a la boquilla estática %
Sin Oscilación	32.05	
Longitudinal	34.44	7.45
Transversal	33.84	5.88
Helicoidal	35.35	9.78

3.1.3. b - Visualización del Flujo.

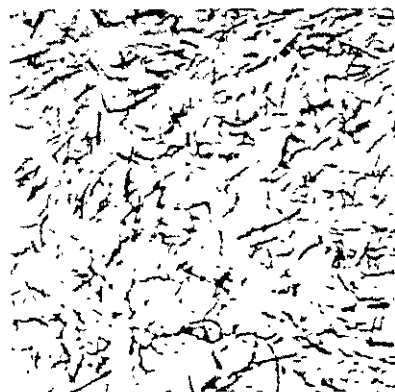
Para investigar el comportamiento del flujo, se analizaron algunas muestras del material extrudido (PEBD) utilizando las fibras de henequén (FH) como trazadores del flujo. En la figura 3.4 a-d se presentan fotografías representativas para cada uno de los modos de oscilación, las cuales corresponden a una área de muestreo de 2 cm^2 .



a)



b)



c)



d)

DIRECCION DEL FLUJO ⇒

Del total de 40 muestras analizadas para los diferentes tipos de oscilación, se presentan en la figura 3-4 las fotografías representativas del comportamiento general de orientación de las fibras de henequén en una matriz de PEBD. En los casos Sin Oscilación (SO) y con Oscilación Helicoidal (OH) como se muestra en las figuras 3-4-a y 3-4-d respectivamente, no se observa ninguna orientación preferencial de las fibras de henequén con respecto a la dirección del flujo. En el caso de las muestras correspondientes al tipo de oscilación longitudinal (OL) como se observa en la figura 3-4-b, existen una orientación preferencial de la mayoría de las fibras las cuales forman un ángulo comprendido entre 0° y 90° con respecto a la dirección del flujo. En analogía con el caso anterior para las muestras obtenidas para el tipo de oscilación transversal (OT) como se puede ver en la figura 3-4-c, se tiene una orientación preferencial en la mayoría de las fibras las cuales forman un ángulo comprendido entre 30° y 90° con respecto a la dirección del flujo.

3.1.3 c - Propiedades Mecánicas

Para las diferentes concentraciones de Polietileno de Baja Densidad (PEBD) y de Fibras de Henequén (FH), se considera los valores promedio del esfuerzo máximo y de la deformación al esfuerzo máximo, obtenido para la muestra de probetas cortadas en una dirección dada con respecto a la dirección del flujo y pertenecientes a un tipo de oscilación. Los valores de las propiedades mecánicas antes mencionadas, son comparados con la muestra homóloga del caso sin oscilación. Los resultados de las propiedades mecánicas de las probetas extrudidas de acuerdo con la metodología dada en el inciso 3.1.2, se muestran en las tablas A1-1-3 del Anexo A1.

3.2.- Efecto de las Oscilaciones en la Disipación Viscosa.

El objetivo en esta parte experimental de la investigación, es determinar la variación de temperatura que experimenta el flujo por efecto de la disipación viscosa debido a las oscilaciones de tipo longitudinal, para el caso en que el flujo entre a la boquilla oscilante a la misma temperatura que se tiene en la pared de dicha boquilla.

Para llevar a cabo la medición y control de temperatura en la pared de la boquilla se diseñó constructivo e instrumentalmente la boquilla oscilante que se describe en la siguiente sección.

3.2.1 - Diseño e Instrumentación de la Boquilla Oscilante

El sistema de boquilla oscilante descrito en la sección 3.1.1 se utilizó para realizar las pruebas experimentales reportadas en la sección 3.1.3 del presente proyecto de investigación, con algunos problemas de fugas de polímero fundido en los acoplamientos boquilla oscilante-manguera-extrusor y el movimiento forzado ocasionado por el desajuste entre los pernos guía con los deslizadores en el sistema de suspensión [4, 24]. Con el objeto de corregir las fugas del fluido y el forzamiento de la oscilación, se eliminó la manguera flexible y el sistema de suspensión, acoplando directamente la boquilla oscilante en el dado colocado a la salida del extrusor como se muestra en la figura 3.5, con la ventaja de que ésta es una modificación relativamente fácil de implementar en los extrusores convencionales utilizados en la industria.

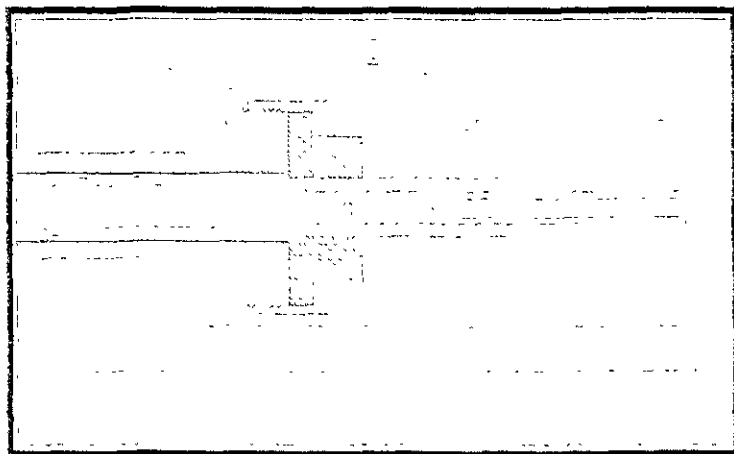


Figura 3.5 - Sistema de acoplamiento para la boquilla oscilante. 1, 2, 3) Acoplamiento extrusor-dado. 4) Dado de extrusión. 5) Boquilla oscilante.

La boquilla oscilante se construyó de acero inoxidable, con un diámetro interior de 6.4 mm, con acabado espejular, un diámetro exterior de 12.7 mm y una longitud total de 300 mm. El ensamble tipo rembramacho entre el dado y la boquilla se hizo con una tolerancia de ± 0.25 mm sobre todo para cumplir los fines del material y permitir el movimiento de la boquilla.

La oscilación longitudinal de la boquilla se generó, mediante un mecanismo biela-manivela conectado a un motor de corriente directa, como se muestra en la figura 3.6

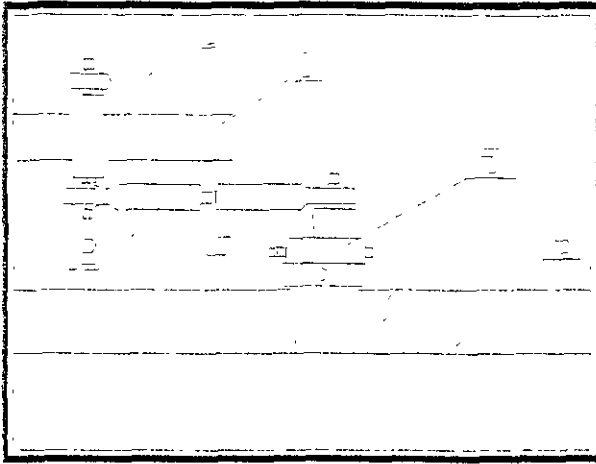


Figura 3.6 - Sistema de movimiento para la boquilla oscilante 1) Soporte boquilla 2) Biela 3) Boquilla 4) Acoplamiento biela- Manivela 5) Manivela 6) Motor

El control y medición de la temperatura de pared en la boquilla se hizo mediante el uso de termopares tipo T (cobre-constantan), los cuales son apropiados para el rango de temperaturas del experimento (0 - 350) °C. En la figura 3.7 se muestra la posición de los termopares colocados en la pared de la boquilla oscilante y separados entre sí por una distancia de 25 mm. Los termopares utilizados son de tipo "cabeza desnuda", calibre 40 AWG (0.08 mm) con tiempo de respuesta del orden de 0.1 seg. y con error asociado de ± 0.5 °C [52]. La cabeza del termopar es colocada en perforaciones de 1 ó 1.5 mm de diámetro y profundidades de 2.5 mm hechas sobre la pared de la boquilla, inmersa en grasa de silicon con el objeto de lograr un mejor contacto térmico pared-cabeza, con parte de los alambres cobre-constantan enrollados dentro de dicha perforación con el fin de reducir el efecto de borde.

Los termopares se conectaron con un sistema como se muestra en la figura 3.7 se utilizó un cable centralizado las tres terminales eléctricas que mantienen a tierra la boquilla a temperatura constante y los

termopares con número par se usaron para la medición y determinación de la temperatura promedio en la pared. El registro de las temperaturas se hizo utilizando una tarjeta de adquisición de datos PCL-812 con capacidad para 16 canales instalada en una computadora PC-486

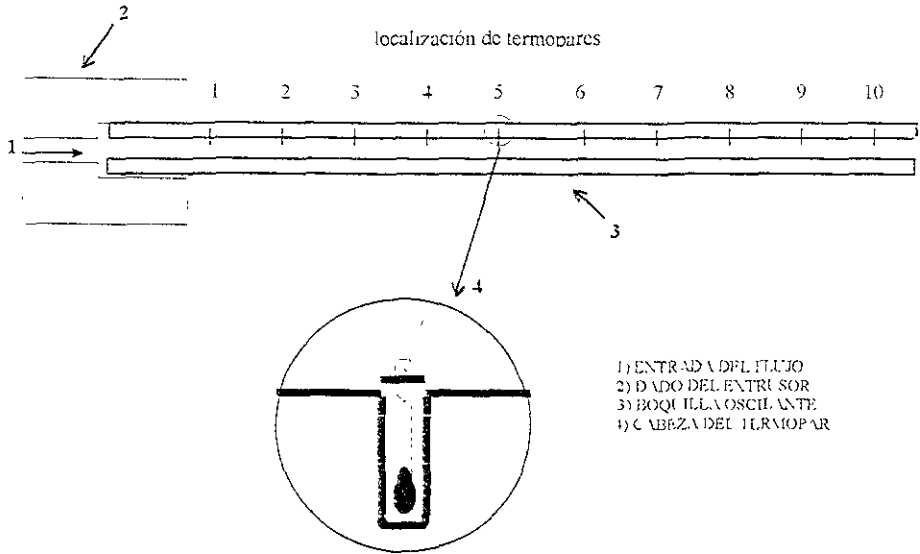


Figura 3.7 - Instrumentación de la boquilla oscilante con termopares tipo cobre-constantan para medición y control de la temperatura de pared

El control de la temperatura de pared, se hizo por medio de 3 resistencias eléctricas de tipo flexible con una potencia en cada una de 120 W. Las resistencias con forro de tela de asbesto se colocaron alrededor de la boquilla para controlar de manera independiente la temperatura, mediante controladores de temperatura tipo OMROM modelo E5CJ.

3.2.2 - Diseño del Experimento

La metodología experimental utilizada para determinar la variación de temperatura en el tiempo, se realizó en la siguiente secuencia:

1. El sistema "Extrusor-Dado-Boquilla oscilante" se calienta durante un tiempo de 30-35 minutos para alcanzar la temperatura de extrusión (160 °C) y que esta permanezca constante
2. Una vez alcanzado el estado de temperatura estable se acciona el husillo del extrusor para que trabaje en vacío (sin material) durante un intervalo de 10 minutos con el objeto de expulsar cualquier residuo de material alojado en el husillo
3. Se coloca el material polimerico en la tolva para iniciar el proceso de extrusion
4. Se opera el extrusor por un periodo de tiempo de 20 minutos bajo la condición de boquilla estática para permitir que se establezca el flujo y se mide el flujo másico de material extrudido, con el husillo rotando a una frecuencia de 30 r p m
5. La temperatura del fluido se registro al final de la boquilla en el centro del conducto mediante un termopar tipo cobre-constantan bajo la condición de boquilla estática durante un periodo de tiempo de 30 minutos
6. Para el tipo de oscilación longitudinal se eligió la amplitud y la frecuencia de oscilación de la boquilla en el rango de valores reportado por Mena [8], de acuerdo con las combinaciones frecuencia-amplitud (ω , A) dadas en la tabla 3-4

TABLA 3-4

Combinaciones frecuencia-amplitud (ω , A) para la oscilacion longitudinal de la boquilla

AMPLITUD l (mm)	1	2	3	4	5
FRECUENCIA ω (Hz)					
1	(1-1)	(1-2)	(1-3)	(1-4)	(1-5)
2	(2-1)	(2-2)	(2-3)	(2-4)	(2-5)
3	(3-1)	(3-2)	(3-3)	(3-4)	(3-5)
4	(4-1)	(4-2)	(4-3)	(4-4)	(4-5)
5	(5-1)	(5-2)	(5-3)	(5-4)	(5-5)
6	(6-1)	(6-2)	(6-3)	(6-4)	(6-5)
7	(7-1)	(7-2)	(7-3)	(7-4)	(7-5)
8	(8-1)	(8-2)	(8-3)	(8-4)	(8-5)
9	(9-1)	(9-2)	(9-3)	(9-4)	(9-5)
10	(10-1)	(10-2)	(10-3)	(10-4)	(10-5)

Con la boquilla estática, se ajustó la amplitud de oscilación A y se inició la oscilación longitudinal de boquilla con la frecuencia w más baja (1Hz) Después se ajustó la frecuencia de rotación del husillo para mantener el flujo másico con el valor registrado en el punto 4 esperando un tiempo de estabilización de 20 minutos para registrar la temperatura del fluido a la salida de la boquilla en la parte central del conducto

7. Sin detener el movimiento oscilante de la boquilla, se mantiene constante la amplitud de oscilación y se incrementa la frecuencia de oscilación al siguiente valor mostrado en la tabla 3.4, repitiendo el procedimiento descrito en el punto 6, hasta terminar con la frecuencia máxima (10Hz)
8. Al modificar la amplitud de oscilación A , se repite el procedimiento a partir del paso 6, hasta terminar con todas las combinaciones dadas en la tabla 3.4

La metodología anterior se aplicó para los casos de boquilla estática y con oscilaciones de tipo longitudinal, utilizando polietileno de baja densidad (PEBD) como fluido de trabajo y manteniendo constantes los siguientes parámetros

1. Flujo másico (15×10^{-3} kg / s)
2. Temperatura de extrusión (160°C)
3. Temperatura de pared de la boquilla oscilante (160°C)

3.2.3 - Resultados Experimentales

En el planteamiento del problema para obtener la solución analítica de la transferencia de calor por disipación viscosa en el flujo oscilante, se consideró la condición de temperatura de pared constante en la boquilla, sin embargo, experimentalmente se tiene una variación ΔT en el control de dicha temperatura. Durante todos los experimentos se registró la temperatura de pared por medio de los termopares instalados en las posiciones mostradas en la figura 3.3 a intervalos de tiempo de 5 segundos con fluctuaciones máximas con respecto a la temperatura promedio (160 °C) del orden de $\pm 0.50^\circ\text{C}$ para el caso de boquilla estática y de $\pm 0.75^\circ\text{C}$ para la boquilla oscilante, lo que se refleja en ambos casos a

variaciones extremas menores del 1% con respecto a la temperatura promedio, en ambos casos se tienen distribuciones de tipo normal con desviaciones estándares de $\pm 0.62^\circ\text{C}$ y $\pm 0.83^\circ\text{C}$ respectivamente

La variación de temperatura del fluido a la entrada de la boquilla oscilante, se registro por medio de un termopar colocado a la entrada y en el centro de la boquilla. En este caso se tiene una fluctuación máxima con respecto a la temperatura promedio (1.60°C) de $\pm 1.16^\circ\text{C}$ para el caso de boquilla estática y del orden de $\pm 1.33^\circ\text{C}$ para la boquilla oscilante y desviaciones estándares de $\pm 0.71^\circ\text{C}$ y $\pm 0.89^\circ\text{C}$ respectivamente, y con variaciones extremas en ambos casos menores del 1% con respecto a la temperatura promedio

3.2.3.c - Distorsión viscosa por efecto de las oscilaciones

En esta sección se presentan los datos de la temperatura adimensional θ del fluido para las diferentes condiciones de operación de la boquilla oscilante, la cual se define en la forma

$$\theta = \frac{T - T_w}{T_o} \quad (3.1)$$

donde T es la temperatura del fluido que se mide a la salida de la boquilla en la parte central del conducto, y T_w es la temperatura en la pared de la boquilla

Una vez que se determina la variación que se tiene en la medición de las temperaturas de pared y del fluido a la entrada de la boquilla, bajo condiciones de boquilla estática y oscilante, en la tabla 3.5 se muestran los resultados experimentales obtenidos para la temperatura promedio θ registrada en cada una de las combinaciones de oscilación de la boquilla, de acuerdo con la tabla 3.4. La temperatura θ correspondiente a las combinaciones frecuencia-amplitud (1,1), (1,2), (1,3), (2,1), (2,2) y (3,1) no fue posible determinarla, dado que el incremento de temperatura $T - T_w$, no excedió el rango de error de medición experimental.

TABLA 3.5

Temperatura promedio $\theta \times 10^3$ obtenida para cada uno de los modos de oscilación longitudinal (frecuencia-amplitud) de la boquilla, con su respectiva desviación estándar

		AMPLITUD A (mm)				
FRECUENCIA ω (Hz)	1	2	3	4	5	
1	-----	-----	-----	6.87 \pm 4.56	8.81 \pm 4.25	
2	-----	-----	11.07 \pm 5.02	8.97 \pm 4.72	8.84 \pm 5.56	
3	-----	10.44 \pm 4.10	12.43 \pm 3.56	13.81 \pm 3.94	14.01 \pm 3.81	
4	7.02 \pm 4.92	10.55 \pm 4.57	13.38 \pm 4.05	14.73 \pm 4.06	16.27 \pm 5.06	
5	8.25 \pm 5.06	12.62 \pm 4.25	14.87 \pm 3.87	17.44 \pm 3.44	18.19 \pm 4.96	
6	7.31 \pm 4.06	11.78 \pm 3.76	15.07 \pm 4.27	17.31 \pm 4.08	18.53 \pm 4.09	
7	11.56 \pm 3.94	14.75 \pm 3.69	16.93 \pm 4.00	18.25 \pm 3.81	19.62 \pm 4.44	
8	13.23 \pm 3.47	15.03 \pm 3.43	17.97 \pm 3.96	18.33 \pm 3.51	20.05 \pm 3.98	
9	13.63 \pm 3.09	16.34 \pm 3.87	17.57 \pm 4.04	19.05 \pm 4.36	21.63 \pm 4.13	
10	14.0 \pm 3.62	17.56 \pm 3.50	19.63 \pm 4.56	20.81 \pm 4.37	24.12 \pm 4.69	

En las figuras 3.8 y 3.9 se representan gráficamente los datos de la tabla 3.5 considerando θ en función de las frecuencias de oscilación ω y de las rapidezces de oscilación α , respectivamente

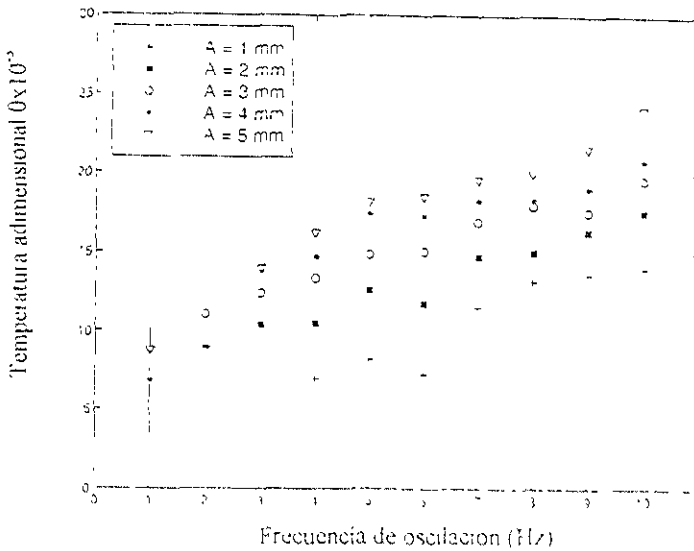


Fig. 3.8 - Temperatura promedio del fluido en la salida de la boquilla en función de las frecuencias de oscilación para cada uno de los amplitudes de oscilación

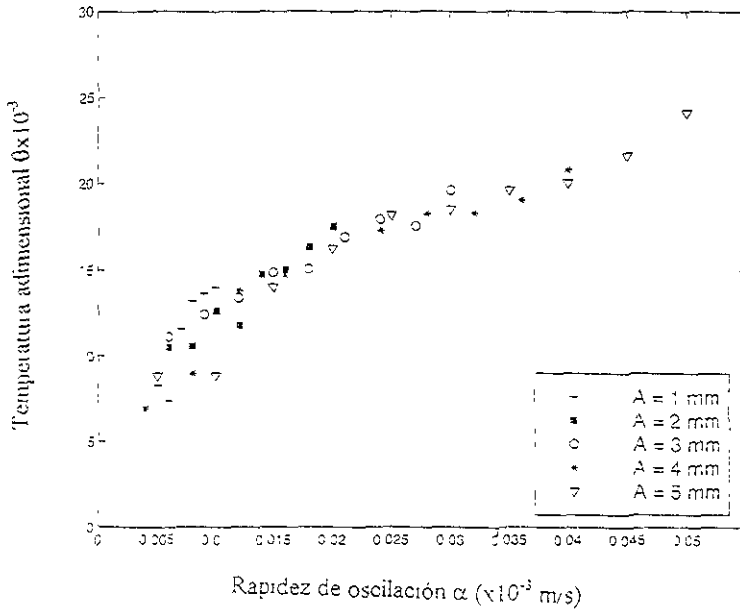


Figura 3.9 - Temperatura promedio del fluido Θ a la salida de la boquilla, en función de las rapideces de oscilación α para cada una de las amplitudes de oscilación A .

En el siguiente capítulo se discute la información experimental antes presentada, la cual servirá para validar los modelos Viscoelástico Lineal (Oldroyd-Maxwell) y Newtoniano Generalizado (Ostwald de Waele)

CAPITULO IV.

DISCUSIÓN DE RESULTADOS.

En este capítulo se presentan los resultados experimentales obtenidos para el incremento de flujo masico y la alteracion de las propiedades mecanicas del material extrudido, por efecto de las oscilaciones de tipo longitudinal, transversal y helicoidal. Por otra parte, se considera la influencia de la concentracion de las fibras de henequen en el material extrudido, las cuales fueron utilizadas como trazadores del flujo oscilante. Finalmente, se hace un análisis teorico-experimental de la transferencia de calor que se genera por disipación viscosa en el flujo oscilante debido a la rapidez de oscilacion longitudinal de la boquilla. En el análisis teorico se consideran las soluciones analíticas obtenidas para la transferencia de calor por disipacion viscosa en el flujo viscoelástico de acuerdo con los modelos viscoelástico lineal y newtoniano generalizado considerando las ecuaciones constitutivas de Oldroyd y Ostwald de Waele respectivamente. Analizamos tambien la importancia de la contribución elastica y viscosa en la disipacion viscosa de acuerdo con dichos modelos. En la última parte del analisis se validan las soluciones de los modelos antes mencionados con los resultados experimentales obtenidos para la disipacion viscosa en el flujo oscilante.

4.1. - FLUJO VISCOELASTICO OSCILATORIO.

4.1.1 Flujo Másico

En la figura 4.1 se muestra el promedio de flujo masico obtenido para el material polimérico extrudido en los diferentes tipos de oscilacion de acuerdo con la tabla 3.1 y para cada una de las proporciones de concentración masica Polietileno de Baja Densidad puro (PEBD100%), 92.5% de Polietileno de Baja Densidad y 7.5% de Fibras de Henequen (PEBD92.5%-7.5%FH) y 85% de Polietileno de Baja Densidad y 15% de Fibras de Henequén (PEBD85%-15%FH)

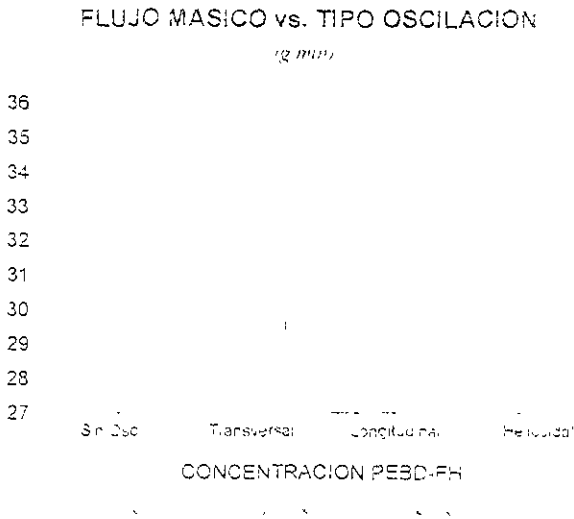


Figura 4.1 -Flujo masico de material viscoelastico en la boquilla oscilante en funcion de la concentración PEBD y Fibras de Henequen y del tipo de oscilacion SO-Sin Oscilacion, OL - Oscilacion Longitudinal, OT-Oscilacion Transversal y OH-Oscilacion Helicoidal

Como se puede observar en dicha figura, en todos los experimentos realizados con la boquilla oscilante, se obtuvo un incremento de flujo masico con respecto al flujo que se tiene en condiciones de boquilla estatica. Los incrementos de flujo muestran además una dependencia con la concentración de fibras en el material polimérico, alcanzando incrementos mayores del orden de hasta un 30% y 35% para concentraciones de PEBD85-

FH15 y PEBD92.5-FH7 5% respectivamente, en ambos casos para el tipo de oscilación helicoidal. Para el caso de PEBD puro el incremento máximo de flujo másico fue de 3.6%, para la oscilación de tipo helicoidal

El flujo másico se incrementa por efecto de la oscilación de la boquilla, siendo principalmente alterado por la oscilación de tipo helicoidal. También parece ser afectado por la concentración de fibras de henequén, aunque deben realizarse experimentos con un rango de concentraciones más amplio y de tomar en cuenta la compatibilidad matriz-fibra [30]. El incremento del flujo másico por efecto de la oscilación, está de acuerdo con los resultados reportado por Mena et al. [8,37,38], el cual atribuye dicho incremento de flujo a la disminución de la viscosidad aparente de un fluido sometido a diferentes rapidezces de corte

4.1.2 - Propiedades Mecánicas del Material Extrudido

En el Anexo I se presentan los datos obtenidos para las propiedades mecánicas (esfuerzo máximo y deformación al esfuerzo máximo), de una muestra de probetas extrudidas y ensayadas con PEBD100% y con las dos concentraciones de fibras de henequén (PEBD92.5%-7.5%FH y PEBD85%-15%FH), en los diferentes tipos de oscilación (longitudinal, transversal y helicoidal) y para las diferentes direcciones de corte de las probetas con respecto a la dirección del flujo (0° , 45° , 90° y 135°)

En cada una de las siguientes figuras (para una concentración dada de PEBD-FH) se discute el comportamiento de la propiedad mecánica en cuestión (Esfuerzo Máximo o Deformación al esfuerzo Máximo) que aparece graficada en forma de barras, las cuales son divididas en cuatro grupos, de acuerdo con el modo de oscilación (Sin oscilación-SO, Transversal-OT, Longitudinal-OL y Helicoidal-OH) y cada grupo a su vez es subdividido en cuatro subgrupos, de acuerdo con la dirección de corte de las probetas, con respecto a la dirección del flujo (0° , 45° , 90° y 135°). En cada caso los valores extremos (incrementos o decrementos máximos) de las propiedades mecánicas para la muestra sometida a un tipo de oscilación son comparados con la muestra homóloga del caso no-oscilado.

Esfuerzo Máximo

Caso 1 PEBD100%

En la gráfica 4.2 se observa que para todos los tipos de oscilación resultaron incrementos del esfuerzo máximo, menores del 5% con respecto al caso sin oscilación, alcanzando sus valores máximos en los modos de oscilación transversal para probetas con orientación paralela (0°) y perpendicular (90°) a la dirección del flujo, con incrementos porcentuales del 3.4% y 4.1% respectivamente. De la misma manera, se obtuvo el valor extremo para el esfuerzo máximo en el modo de oscilación helicoidal en las probetas con orientaciones de corte perpendicular (90°) al flujo, con incremento porcentual del 4.9%.

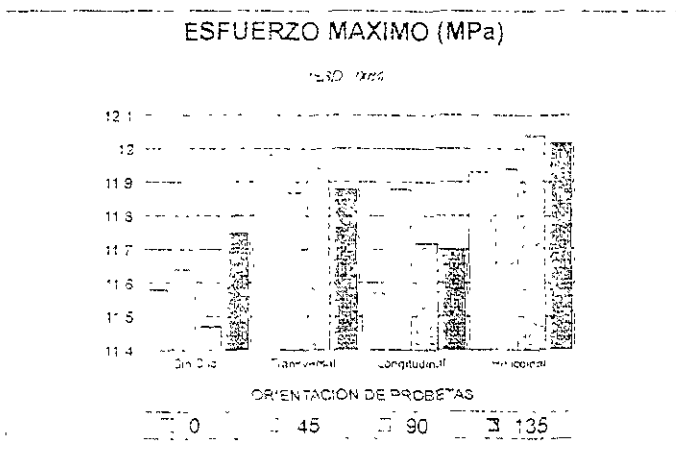


Figura 4.2 - Magnitud del esfuerzo máximo para PEBD 100% en función del tipo de oscilación y de la orientación de corte de las probetas

Las probetas obtenidas en todos los casos con oscilaciones mostraron valores mayores a los obtenidos en el caso estático.

Caso 2 PEBD92 5%-FH7 5%

En contraste con el caso anterior, en este caso como se puede ver en la figura 4 3, se encuentra un decremento del esfuerzo máximo en todas las muestras con respecto al caso sin oscilaciones, obteniéndose nuevamente los valores extremos en los tipos de oscilacion transversal y helicoidal, con porcentajes del orden de -36 2% y -33 7% respectivamente, en las probetas con orientación de corte perpendicular al flujo

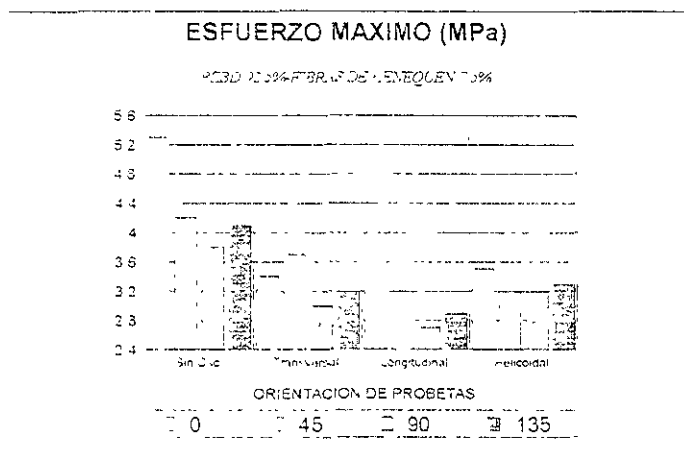


Figura 4 3 - Magnitud del esfuerzo máximo para la concentración PEBD 92 5%-FH 7 5% en función del tipo de oscilacion y de la orientación de corte de las probetas

Caso 3 PEBD85%-FH15%

En este caso, la muestra de probetas obtenidas para el tipo de oscilacion helicoidal y ensayadas con direcciones de corte perpendiculares (90°) y formando un angulo de 135° con respecto a la direccion del flujo, son las que presentaron un mayor incremento en el esfuerzo

máximo con respecto al caso de la muestra de probetas no osciladas, con una variación máxima del 15%, como se puede observar en la figura 4 4

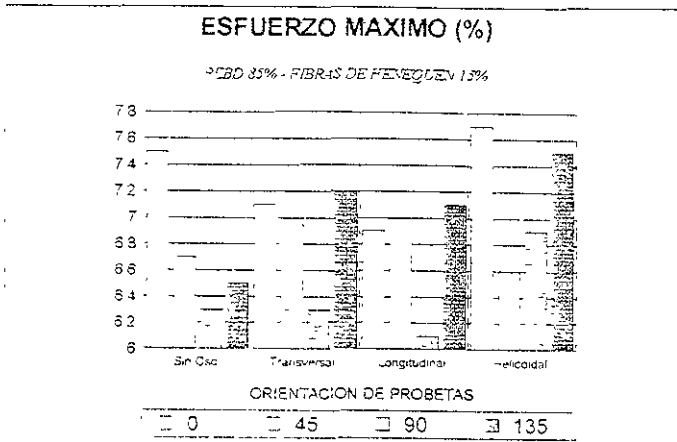


Figura 4 4 - Magnitud del esfuerzo máximo para la concentración PEBD 85%-FH 15% en función del tipo de oscilación y de la orientación de corte de las probetas

Deformación Máxima

Caso 4 PEBD100%

El comportamiento de la deformación al esfuerzo máximo representado en la figura 4 5, muestra un comportamiento inconsistente (incrementos y decrementos) con respecto al caso sin oscilación, alcanzando sus valores extremos en los modos de oscilación longitudinal y helicoidal para las probetas con orientación de corte perpendicular al flujo (90°) en ambos casos, con incrementos y decrementos del 6% y con un incremento entre 4% y 2% en las probetas con orientaciones paralelas al flujo (0°) para los tres tipos de oscilación

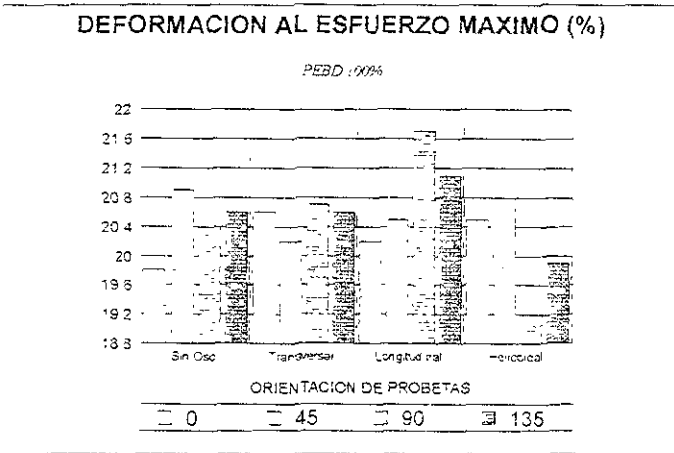


Figura 4.5 - Magnitud de la deformación al pico, para PEBD 100% en función del tipo de oscilación y de la orientación de corte de las probetas.

Caso 5 PEBD92.5%-FH7.5%

Con esta concentración, se encuentra un incremento de la deformación al pico en todos los tipos de oscilación con respecto al caso sin oscilación (figura 4.6), obteniéndose los valores máximos en los tres tipos de oscilación longitudinal, transversal y helicoidal, con porcentajes de 53%, 43%, y 33% respectivamente, en las probetas con orientaciones de corte de 135°

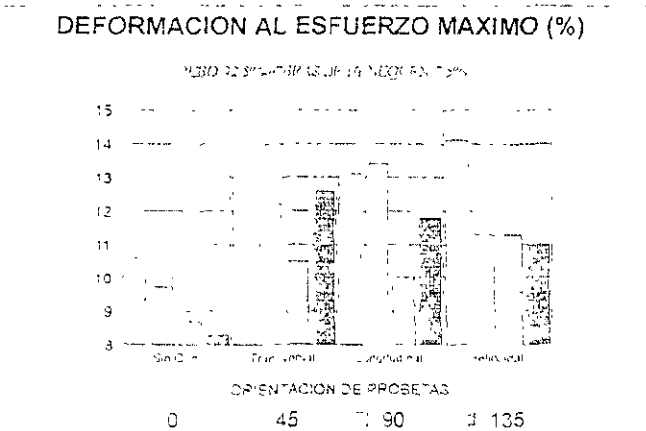


Figura 4.6 - Magnitud de la deformación al pico, para la concentración PEBD 92.5% - FH 7.5%, en función del tipo de oscilación y de la orientación de corte de las probetas.

Caso 6 PEBD85%-FH15%

En la figura 4 7 se observa que la muestra con oscilación de tipo helicoidal y un ángulo de corte de 90° presento una deformación máxima del 23% con respecto al caso no oscilado, mientras que el resto de las muestras no variaron por arriba del 11%, presentándose decrementos de la deformación al pico de hasta un 15% en las muestras sujetas a oscilaciones transversales con ángulos de corte de 0° y 45° respectivamente

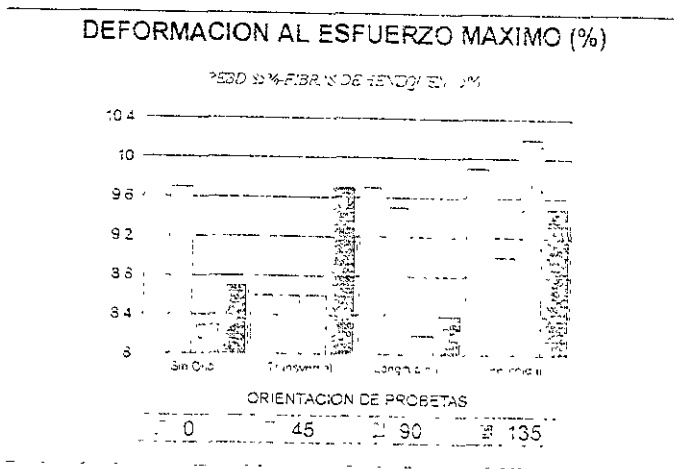


Figura 4 7 - Magnitud de la deformación al pico para la concentración PEBD 85%-FH 15% en función del tipo de oscilación y de la orientación de corte de las probetas

De acuerdo con los resultados presentados, podemos observar que existe una diferencia entre las propiedades mecánicas de las probetas del material oscilado y no oscilado, en función de los diferentes tipos de oscilación y de las diferentes direcciones de corte, obteniendo valores extremos para el esfuerzo máximo del orden de un 12% para el caso de la oscilación de tipo helicoidal en probetas con orientación paralela al flujo y de un 6% para la oscilación de tipo longitudinal en probetas con orientación transversal al flujo, y deformaciones a la ruptura extremas de un 35% para la oscilación de tipo helicoidal en

probetas con orientaciones de corte paralela al flujo y de un 24% para la oscilación transversal en probetas con orientaciones de corte transversales al flujo

Los resultados obtenidos en cuanto al comportamiento mecánico, indican que el material extrudido no es isotropico y muestra una dependencia con respecto al tipo de oscilación. Por otra parte, como se observó en la orientación inducida en las fibras de henequen utilizadas como trazadores del flujo (sección 3.1.3.5), existe una reorientación de las fibras de henequén en el PEBD extrudido por efecto del tipo de oscilación de la boquilla oscilante, como se ha discutido por Herrera y Mena [17,25,26], sin embargo, los valores obtenidos para el esfuerzo máximo resultaron en todos los casos mayores en el PEBD100%, con respecto al esfuerzo máximo obtenido en el material compuesto con fibras de henequen como se puede ver en la figura 4.8, donde se muestra la curva esfuerzo-deformación para el caso de probetas sometidas a oscilaciones de tipo helicoidal y con direcciones de corte paralelo al flujo. Este comportamiento es inesperado dado que la resistencia del material compuesto debería ser mayor a la del material puro debido a que las fibras de henequen tienen una resistencia mayor que la matriz, como se ha reportado en varios trabajos de investigación [2,9]

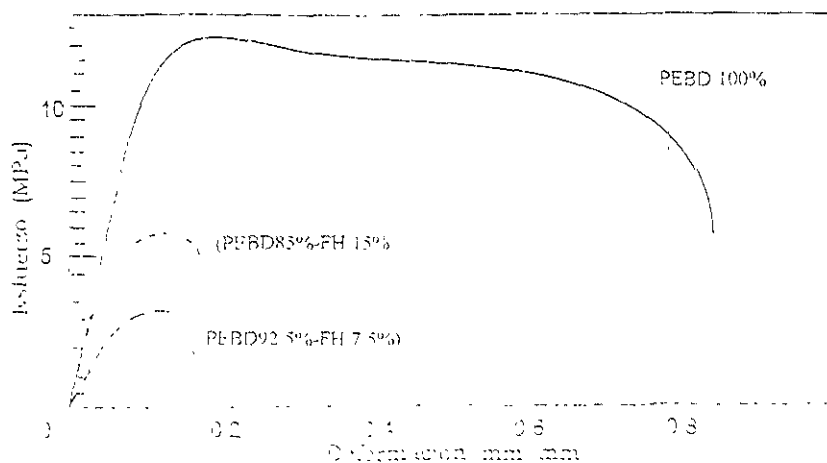


Figura 4.8. Curvas de esfuerzo-deformación para el PEBD, el PEBD compuesto con fibras de henequen (85% PEBD-15% FH) y el PEBD compuesto con fibras de henequen (92.5% PEBD-7.5% FH).

Con el objeto de analizar la interfaz matriz-fibra, se observaron algunas muestras del material extrudido en el microscopio electrónico. En la figura 4.9 se muestra una fotografía donde aparecen huecos en dicha interfaz, lo cual puede explicar la disminución del esfuerzo máximo y el aumento en la deformación al esfuerzo máximo en todas las probetas extrudidas con fibras. La explicación de la formación de estos huecos puede deberse a que las fibras no tuvieron la preparación inicial adecuada o que durante el intervalo de tiempo transcurrido entre el secado de las fibras y su utilización, estas se hidrataron, ocasionando la formación de cavidades de vapor de agua en la matriz del PEBD durante el proceso de extrusión.

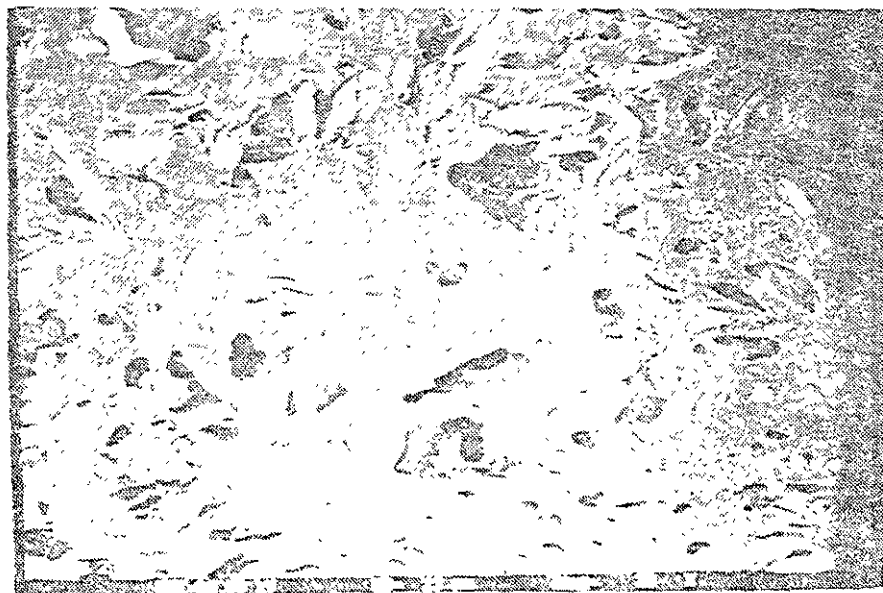


Figura 4.9 - Fotografía en que se muestra la formación de porosidades en el material compuesto "matriz-fibra".

4.2.- TRANSFERENCIA DE CALOR EN EL FLUJO VISCOELASTICO OSCILATORIO.

En esta seccion se analiza la transferencia de calor por efecto de disipación viscosa en el flujo oscilante, utilizando las soluciones para los perfiles de temperatura obtenidos con los modelos viscoelástico lineal y newtoniano generalizado. Finalmente se validan los resultados teoricos con los resultados experimentales, utilizando el PEBD como fluido de trabajo

Con el objeto de validar los resultados teoricos con los experimentales, el analisis de la disipacion viscosa en el flujo oscilante se hace mediante la temperatura adimensional global $\theta_s = (T_b - T_o) / T_o$, la cual nos relaciona la variación de temperatura del flujo por efecto de disipación viscosa, donde T_o es la temperatura de pared de la boquilla, que es la misma temperatura con que ingresa el fluido y T_b es la temperatura global del flujo dentro de la boquilla definida en la forma

$$T_b = \frac{\int_0^a V_r T_p r dr}{\int_0^a V_r r dr} \quad (4.1)$$

donde, V_r y T_p , son los perfiles de velocidad y de temperatura respectivamente, que han sido resueltos para los modelos considerados en el presente trabajo

En todos los casos se considera dentro de la boquilla un flujo térmicamente desarrollado, con un gradiente de temperatura constante en la direccion axial. Para tener una idea de la magnitud de dicho gradiente, se hace un análisis de orden de magnitud del gradiente de temperatura axial $\Delta T / L$ generado por disipacion viscosa en un flujo laminar, desarrollado y en estado permanente en una tubería de seccion transversal circular, caracterizado por un numero de Reynolds oscilante $Re_o = (\omega D^2) / \nu$ donde ω , es la rapidez de oscilacion $\alpha = \omega A$, D es el diámetro interior de la boquilla y ν la viscosidad cinematica del fluido. Bajo estas condiciones se deduce que

$$\frac{\Delta T}{L} \approx \frac{\mu V_o^2}{k L} \approx \frac{32 Re_o^{-2}}{Pr} \quad (4.2)$$

lo cual da un gradiente de temperatura axial máximo del orden de $8\text{ }^{\circ}\text{C}/\text{m}$, considerando las propiedades características de los materiales poliméricos comúnmente utilizados en procesos de extrusión y para las condiciones de diseño y operación de la boquilla oscilante utilizada en la presente investigación. En el experimento realizado, para el caso particular de la extrusión de PEBD y para las condiciones de operación de la boquilla oscilante (Tabla 3.4), no fue posible determinar la magnitud de dicho gradiente de temperatura axial en el flujo oscilante, dado que la incertidumbre en la medición de temperatura resultó del orden de $\pm 0.5\text{ }^{\circ}\text{C}$, lo que nos hace suponer una variación de temperatura axial en el flujo dentro de la boquilla menor o igual a dicha magnitud en una longitud de 300mm, o sea $\Delta T/\Delta z \leq 1.5\text{ }^{\circ}\text{C}/\text{m}$. De esta forma se estima cualitativamente el rango en el que se encuentra el valor del gradiente de temperatura axial en el término convectivo de la ecuación para la transferencia de energía el cual, como se discute más adelante, tiene una contribución importante en la solución obtenida para cada uno de los modelos bajo estudio.

4.2.1 - Modelo Viscoelástico Lineal

En este modelo se utiliza la solución obtenida para el caso particular del modelo de Oldroyd (ecuación 2.21) para analizar el comportamiento de la temperatura adimensional global θ_b , dado por la ecuación 4.2, considerando las propiedades características del PEBD, el cual a una temperatura de trabajo de $160\text{ }^{\circ}\text{C}$ está caracterizado por un tiempo de relajación λ_1 , de 5.5 s y un tiempo de retardamiento λ_2 , del orden de 10^{-1} s (Tabla 3.1). En la figura 4.10 se muestra el comportamiento de la temperatura adimensional global del flujo oscilante θ_b , en función de la frecuencia de oscilación ω , bajo las condiciones anteriormente establecidas. En dicha figura aparecen las curvas correspondientes a tres valores constantes de gradiente de temperatura axial $\Delta T/\Delta z$ (0, $1.5\text{ }^{\circ}\text{C}/\text{m}$ y $10\text{ }^{\circ}\text{C}/\text{m}$). Para cada gradiente de temperatura las curvas continuas representan a la máxima amplitud de oscilación de la boquilla ($A=5 \times 10^{-3}\text{ m}$) y las curvas discontinuas denotan la mínima amplitud ($A=1 \times 10^{-3}\text{ m}$). En todos los casos la curva correspondiente a un gradiente de temperatura muestra un aumento en la temperatura adimensional global θ_b , conforme se incrementa la frecuencia de oscilación ω . Los valores más altos de incremento de temperatura corresponden a la curva con gradiente de temperatura axial cero. Por otra parte resulta interesante notar que la dependencia de la

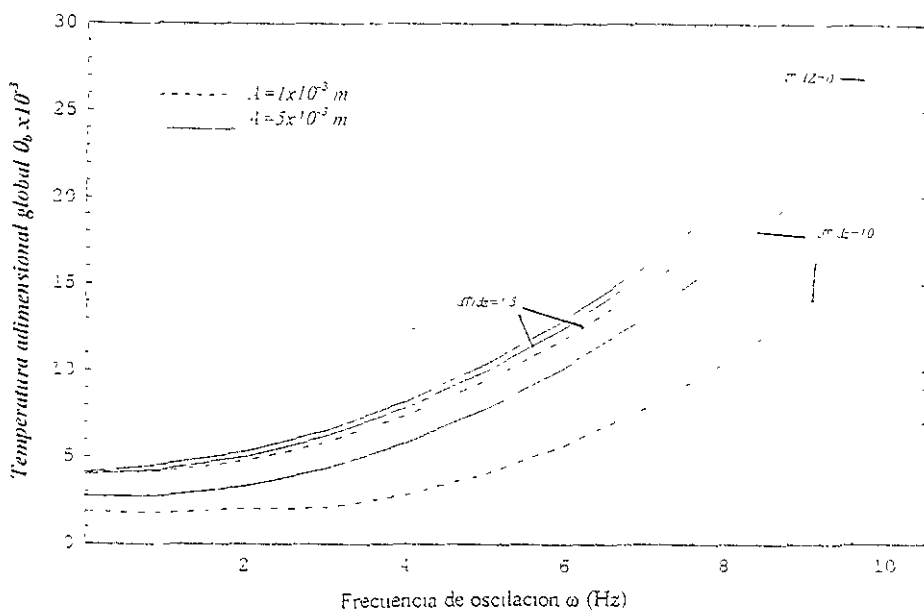


Fig. 4.10.-Gráfica de la temperatura adimensional global θ_b en función de la frecuencia de oscilación ω para tres valores del gradiente de temperatura axial $\Delta T/\Delta z$ (0, 1.5 °C/m y 10 °C/m), mostrando en cada caso los valores extremos de la amplitud de oscilación de la boquilla (línea continua: $5 \times 10^{-3} \text{ m}$ y línea a trazos: $1 \times 10^{-3} \text{ m}$)

temperatura adimensional global θ_b con la amplitud de la oscilación aumenta conforme se incrementa el valor del gradiente de temperatura axial y la frecuencia de la oscilación, siendo ésta prácticamente independiente de la amplitud para el caso de un gradiente de temperatura axial nulo.

De acuerdo con el modelo de Oldroyd, para un gradiente de temperatura axial constante y con un valor de $\Delta T/\Delta z = 1.5 \text{ °C/m}$, el modelo predice que la variación de la temperatura global adimensional θ_b es prácticamente independiente de la amplitud de oscilación. La diferencia de θ_b es del orden de un 4% entre la máxima y la mínima amplitud de oscilación.

La validación de la temperatura adimensional global θ_g en función de la rapidez de oscilación α con los datos experimentales se muestra en la figura 4.11 donde observamos que a baja rapidez de oscilación ($\alpha < 25 \times 10^{-3} \text{ m/s}$), el modelo de Oldroyd predice apropiadamente los

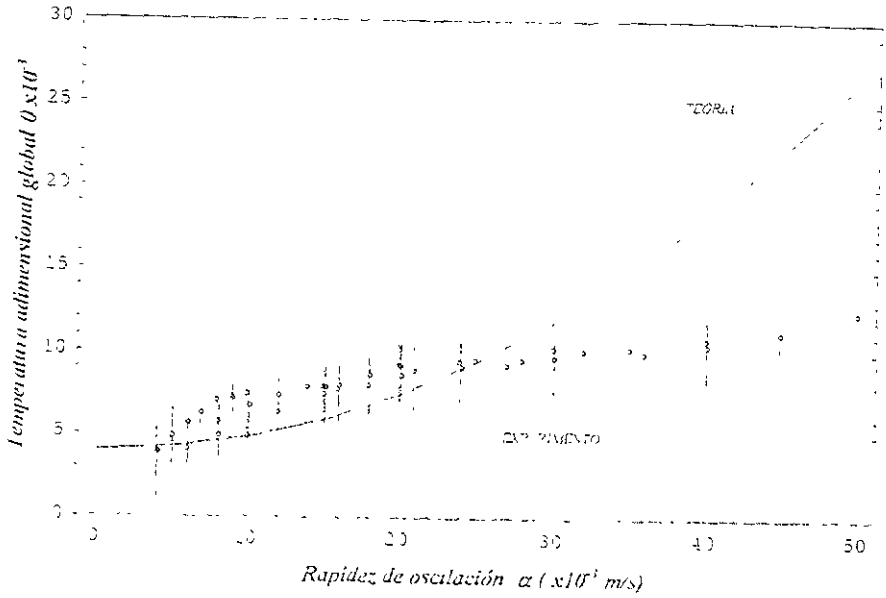


Fig 4.11 -Gráfica de la temperatura adimensional global θ_g , en función de la rapidez de oscilación α , obtenida de acuerdo con el modelo de Oldroyd y en la cual se muestran los datos experimentales

resultados experimentales, sin embargo, conforme la rapidez de oscilación sobrepasa el valor antes mencionado, la curva teórica sobreestima las temperaturas obtenidas experimentalmente.

4.2.2. Modelo Newtoniano Generalizado - Ecuación de Ostwald de Waele

Para analizar el comportamiento de la temperatura adimensional $\theta = (T_p - T_o) / T_o$ en función de la amplitud A y la frecuencia de oscilación ω mediante la ecuación de Ostwald de Waele, utilizamos la ecuación 2.39

$$\tau_p = \tau_o + \frac{\rho C_p a^2}{k} \left[\frac{1}{2} \left(\frac{r}{a} \right)^2 (A_1 - A_2) + \frac{A_1}{2} \left(\frac{r}{a} \right)^{\frac{1}{n}-3} \left(\frac{\Delta T}{\Delta Z} \right) - \frac{A_3 m}{k} \frac{a^n}{\left(\frac{1}{n}-3 \right)^2} \left(\frac{r}{a} \right)^{\frac{1}{n}-3} \right] \quad (2.39)$$

donde las constantes A_1 , A_2 y A_3 las expresamos en función del caudal Q , que es el parámetro que experimentalmente se controla y mantiene constante. De esta manera las constantes resultan

$$A_1 = \left(\frac{Q - \omega A a^2 e^{i\omega t}}{\pi} \right) \left(\frac{1 - 3n}{a^2 (1+n)} \right)$$

$$A_2 = \omega A e^{i\omega t}$$

$$A_3 = \left(\frac{Q - \omega A a^2 e^{i\omega t}}{\pi a^n n} \right)^{n-1} \left(\frac{1}{a} \right)^{1-n}$$

En lo referente a las constantes m y n conocidas como parámetro de consistencia y de potencia respectivamente, estas se determinan a partir de la viscosidad del fluido en función de la rapidez de corte. Para el análisis teórico-experimental de la disipación viscosa en el flujo oscilante consideramos las propiedades características del PEBD reportadas por Tanner[48] a una temperatura de 160 °C. La viscosidad del polímero en función de la rapidez de corte ajustada a la ecuación tipo Ley de Potencia

$$\eta(\dot{\gamma}) = m \dot{\gamma}^n \quad (4.19)$$

usando con los valores de $m = 820.2 \text{ kg N s}^{-n} \text{ m}^{-1}$ y $n = 0.17$

En la figura 4.12 se muestra la temperatura adimensional global θ_b del flujo a la salida de la boquilla en función de la frecuencia de oscilación ω para cuatro valores constantes de gradiente de temperatura axial $\Delta T/\Delta z$ (0.5, 0.75, 1.0 °C/m y 1.5 °C/m). Para cada gradiente de temperatura las curvas continuas representan la máxima amplitud de oscilación de la boquilla ($A=5 \times 10^{-3}$ m) y las curvas discontinuas corresponden a la mínima amplitud (1×10^{-3} m). La temperatura θ_b a bajas amplitudes de oscilación tiene variaciones pequeñas con la frecuencia de oscilación para todos los gradientes de temperatura considerados. En el caso de la máxima amplitud de oscilación la temperatura θ_b crece conforme aumenta la frecuencia de oscilación y el valor del gradiente de temperatura axial.

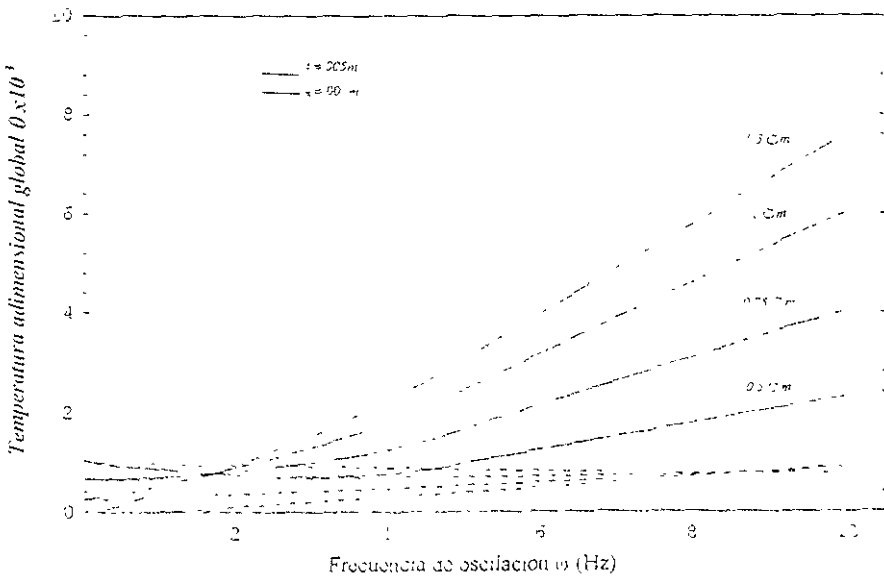


Fig. 4.12 -Gráfico de la temperatura adimensional global θ_b en función de la frecuencia de oscilación ω para cuatro valores del gradiente de temperatura axial $\Delta T/\Delta z$ (0.5, 0.75, 1.0 y 1.5 °C/m) considerando en cada caso los valores extremos de la amplitud de oscilación de la boquilla (línea continua 5×10^{-3} m y línea a trazos 1×10^{-3} m).

En la elección del valor apropiado para el gradiente de temperatura en la dirección axial $\Delta T/\Delta z$, se basó en los resultados en la sección anterior. Así como los resultados

publicados por Bird [7], donde resuelve el problema de disipación viscosa en un flujo que satisface la ecuación de Ostwald de Waele bajo condiciones de pared estática. En estas condiciones podemos elegir de la figura 4.12, la curva que intercepta a la ordenada (θ) al origen en un valor correspondiente a la temperatura por disipación viscosa reportada por Bird en condiciones de pared estática. En nuestro caso, para las condiciones de flujo ($Q=1.5 \times 10^{-8} \text{ m}^3/\text{s}$) y de fluido considerado (PEBD) obtenemos de acuerdo con Bird una variación de temperatura por disipación viscosa en condiciones estáticas de 1.2°C , lo que corresponde en la figura 4.12 a un valor de $\theta=7.25 \times 10^{-4}$ y por lo tanto a la curva definida para un gradiente de temperatura axial de $0.75^\circ\text{C}/\text{m}$.

Utilizando la ecuación 2.39 con los valores para el flujo en la boquilla oscilante, las propiedades del PEBD y el gradiente de temperatura axial anteriormente determinado, obtenemos el comportamiento de la temperatura adimensional θ del flujo en función de la rapidez de oscilación α . Estos resultados son mostrados en la figura 4.13.

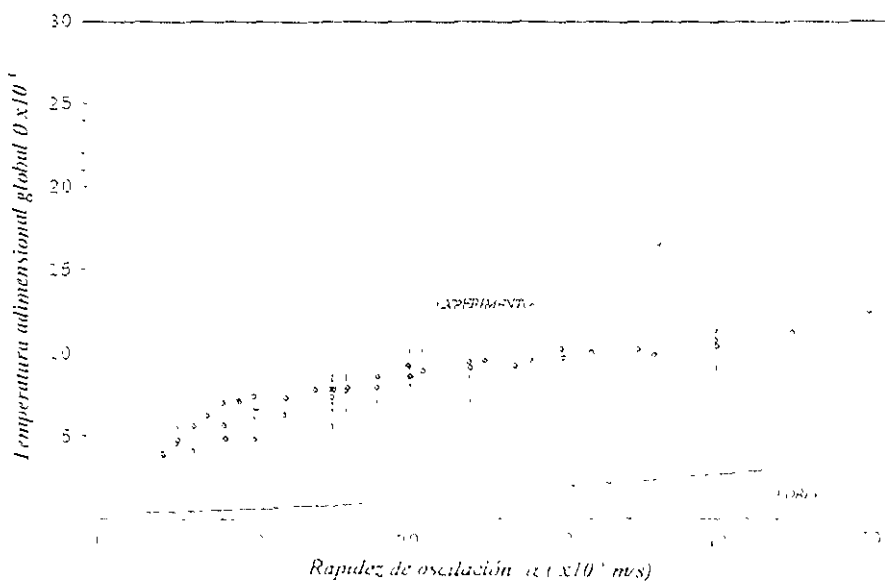


Fig. 4.13. Comportamiento de la temperatura adimensional global en función de la rapidez de oscilación α para un flujo de PEBD en una boquilla oscilante con un flujo volumétrico de $1.5 \times 10^{-8} \text{ m}^3/\text{s}$.

De acuerdo con los resultados obtenidos, se observa que la temperatura adimensional global θ_b calculada con el modelo de Ostwald de Waeie, en todos los casos resulta menor que la temperatura obtenida experimentalmente, sin embargo, el modelo predice de manera cualitativa el comportamiento de la disipación viscosa en el flujo viscoso, en función de la rapidez de oscilación α .

CAPITULO V.

CONCLUSIONES

5.1 - CONCLUSIONES DE LA INVESTIGACION

En términos generales, podemos concluir que el flujo de un fluido viscoelástico sometido a oscilaciones mediante una boquilla colocada a la salida de un extrusor presenta alteraciones con respecto al flujo en condiciones de boquilla estática en lo referente a la dinámica del flujo, las propiedades mecánicas del producto extrudido y en la transferencia de calor que se genera por disipación viscosa en el flujo

Respecto a la dinámica del flujo oscilante, los resultados experimentales obtenidos para las rapideces de oscilación constante, indican que el flujo másico de PEBD se incrementa con respecto al flujo másico en el caso estático. Esto confirma los resultados reportados por otros autores para oscilaciones de tipo longitudinal, transversal y helicoidal. Este comportamiento es explicado por la disminución de la viscosidad del fluido debido a la rapidez de corte en la vecindad de la pared oscilante, efecto que es más notorio en las oscilaciones de tipo helicoidal donde se generan los gradientes de velocidad más altos ocasionando una disminución de la viscosidad, acorde con los resultados obtenidos en la presente investigación.

El uso de las fibras de henequén como trazadores para la visualización del flujo oscilante confirma que los tipos de oscilación longitudinal y transversal inducen una orientación preferencial en el producto extrudido. Esto podría explicar la alteración de las propiedades mecánicas del material extrudido al inducir una orientación en las cadenas poliméricas del fluido y de esta forma confirmar la suposición planteada por Mena et al. [39]. La alteración de las propiedades mecánicas por efecto de la boquilla oscilante fue a su vez afectada por las fibras de henequén utilizadas como trazadores. Se observó que debido a la pobre cohesión entre las fibras y la matriz del PEBD se formaron porosidades en la interfaz fibra-matriz. Debido a esta porosidad ocasionada posiblemente por un tratamiento inadecuado de las fibras y/o el PEBD, las propiedades mecánicas del producto extrudido resultaron más bajas.

Para el estudio teórico-experimental de la disipación viscosa por efecto de la oscilación de tipo longitudinal se obtuvo que la temperatura adimensional global θ_0 depende de la magnitud de la rapidez de oscilación y de las propiedades viscoelásticas del fluido. La solución analítica obtenida con el modelo viscoelástico lineal para un fluido tipo Oldroyd, predice una disminución de la temperatura

global θ_b cuando el tiempo de relajación es comparable al tiempo de retardamiento y un incremento en dicha temperatura cuando el tiempo de relajación tiende a ser mayor que el tiempo de retardamiento, lo que indica que mientras más elástico es el fluido, mayor es la disipación viscosa en el flujo oscilante.

La solución analítica obtenida con el modelo newtoniano generalizado utilizando una ecuación constitutiva tipo ley de potencia predice una disminución de la temperatura global θ_b a medida que el fluido disminuye su viscosidad por efecto de la rapidez de corte. En otras palabras, la disipación viscosa disminuye si el fluido tiene un comportamiento más pseudoplástico. En los modelos considerados, la dependencia de la temperatura global θ_b con la elasticidad y la viscosidad del fluido, se hace más relevante conforme aumentan las rapidezces de oscilación de la boquilla.

El rediseño de la boquilla oscilante utilizada para determinar experimentalmente la disipación viscosa por efecto de la oscilación de tipo longitudinal, permitió un mejor control en la temperatura de pared y de la medición de la temperatura del flujo de PEBD en la sección final de la boquilla. Los resultados experimentales obtenidos para la temperatura global θ_b del flujo oscilante están cualitativamente de acuerdo con las predicciones teóricas de los modelos considerados.

De acuerdo con los resultados experimentales obtenidos, el modelo de Oldroyd predice el comportamiento de la temperatura θ_b , cuando las rapidezces de oscilación α son bajas, lo cual se justifica en un modelo basado en una relación lineal entre el tensor de esfuerzos y la rapidez de deformación válido para rapidezces de deformación pequeñas. Por otra parte, el modelo ley de potencia muestra un comportamiento de la temperatura θ_b de forma muy similar con los datos experimentales, en cuanto a que presentan cualitativamente la misma tendencia en

todo el rango de rapidezces de oscilación.

5.2. - APORTACIONES DEL TRABAJO.

La investigación teórico-experimental realizada en flujos viscoelásticos oscilatorios permitió determinar la influencia de la viscosidad y la elasticidad en el comportamiento de la dinámica del flujo y de la disipación viscosa. Utilizando modelos reológicos sencillos obtuvimos una solución analítica del problema. Con dichos modelos validados experimentalmente, es posible predecir el incremento de la temperatura adimensional global θ_0 por efecto de disipación viscosa, otrora despreciada en procesos de extrusión. Experimentalmente se encuentra que el control de la temperatura de pared constante es insuficiente para el control de la temperatura global del proceso de extrusión, lo que genera problemas en la calidad del producto extrudido como se ha reportado en recientes investigaciones [32]

5.3 - ALCANCES Y LIMITACIONES

En lo general, podemos concluir que las propiedades elásticas y viscosas de un fluido consideradas a través de modelos sencillos, nos permiten predecir en determinadas condiciones de operación de la boquilla, la disipación viscosa por efecto de la oscilación. A pesar de que esta disipación es relativamente pequeña respecto a la temperatura de operación del proceso ($\approx 1-3\%$), esta es importante durante la extrusión de materiales poliméricos dado que se ha reportado que variaciones en la temperatura de este orden, ocasionan inestabilidades que resultan en distorsiones regulares e irregulares en el interior y la superficie del material extrudido. La naturaleza de estas inestabilidades térmicas es un problema abierto.

pues estos efectos no se han podido explicar mediante consideraciones de tipo reológico, por lo que resulta necesario continuar con investigaciones de tipo teórico-experimental

5.4 - SUGERENCIAS PARA INVESTIGACIONES FUTURAS RELACIONADAS CON EL TEMA.

En lo que referente a la investigación teórica, es importante continuar la presente investigación considerando los tipos de oscilación longitudinal, transversal y helicoidal de la boquilla utilizando ecuaciones constitutivas más complejas para la determinación de la disipación viscosa. Para tal caso será necesario utilizar técnicas numéricas para obtener la solución del problema. Como complemento de la investigación realizada en el presente trabajo de tesis y de la investigación propuesta, sugerimos hacer dichas investigaciones bajo la condición de flujo de calor constante en la pared de la boquilla oscilante y relajando la condición de un gradiente de temperatura axial constante.

Para validar los resultados obtenidos en la investigación teórica es necesario, también, realizar los experimentos correspondientes. Finalmente, consideramos importante realizar investigación más a fondo en el área de materiales compuestos con fibras. El tratamiento previo de las fibras podría asegurar la compatibilidad matriz-fibra y de esta forma mejorar las propiedades mecánicas del material aprovechando la orientación inducida a las fibras por efecto de la boquilla oscilante.

REFERENCIAS:

- 1 Adewale K P and Leonov A.I., Modeling Spurt and Stress Oscillations in Flow of Molten Polymers, *Rheol. Acta*, 36, 110, 1997
- 2 Aguilar M and Cruz C., Properties of Henequen Cellulosic Fibers, *J. Of Appl. Polym. Sci.* Vol. 56, 1245, 1995
- 3 Astarita G., The Maximum Amplitude of Strain for the Validity of Linear Viscoelasticity, *J. Non-Newtonian Fluid Mech.*, 3, 281, 1978
- 4 Avalos R. Francisco, Franco C. Walfre y Toral S. Pedro, Materiales Compuestos Obtenidos Mediante el Uso de Boquillas Oscilantes en el Proceso de Extrusión. Tesis de Licenciatura, Facultad de Ingeniería UNAM Mexico, 1997
- 5 Barnes H A., Hutton J F & Walters K., *An Introduction to Rheology*, Elsevier, 1989
- 6 Bilir S., Numerical Solution of Graetz Problem with Axial Conduction, *Numerical Heat Transfer, Part A*, 21, 493, 1992
- 7 Bird B., Armstrong, R. C. & Hassager O., *Dynamics of Polymeric Liquids*, Vol. 2, Wiley, 1987
- 8 Casulli J., Clermont J.R., Von Ziegler A. and Mena B., The Oscillating Die - A Useful Concept in Polymer Extrusion, *J. Polym. Eng. Sci.*, 30, 1551-1556, 1990
- 9 Cazaurang-Martinez, M.N., Herrera-Franco P.J., Gonzales-Chi P.I. and Aguilar Vega M., Physical and Mechanical Properties of Henequen Fibers, *J. Appl. Polym. Sci.*, Vol 43, 749, 1991
- 10 Costello B A. de L., Parallel Superposition Rheology of Polyethylene as a Function of Temperature, *J. Non-Newtonian Fluid Mech.*, 08, 303, 1997
- 11 Crochet A., Davies A.R. and Walters K., *Numerical Simulation of Non-Newtonian Flow*, Elsevier Science Publishers B.V., 1984
- 12 Dae-Young Lee, Sang-Iin Park and Sung Taek Ro, Heat Transfer by Oscillating Flow in a Circular Pipe With a Sinusoidal Wall Temperature Distribution, *Int. J. Heat Mass Transfer*, 13, 2529, 1997

- 13 Davidson, D L , Graessley W W , and Schowalter W R , Velocity and Stress Fields of Polymeric Liquids Flowing in a Periodically Constricted Channel. Part I. Experimental Methods and Straight Channel Validations, *J Non-Newtonian Fluid Mech.* 49, 317, 1993
- 14 Ding Fan, Jeffrey G A , Bird B R., Kweon C B . Viscous Dissipation with Fluid Inertia in Oscillatory Shear Flow. *J Non-Newtonian Fluid Mech.* , 86, 359, 1999
- 15 Dunwoody J. The Effects of Inertia and Finite Amplitude on Oscillatory Plane Shear Flow of K-BKZ fluids such as LDPE melts. *J Non-Newtonian Fluid Mech.*, 65, 195 1996
- 16 Etemad S GH. And Mujumdar A.S., Effects of Variable Viscosity and Viscous Dissipation on Laminar Convection Heat Transfer of a Power Law Fluid in the Entrance Region of a Semi-Circular Fluid, *Int. J Heat Mass Transfer.* 38, 2225. 1995.
- 17 Franco W , Gutierrez J A , Mena B , Herrera V R and Marquez A . Oscillatory Die for Extrusion of Polymeric and Waste Materials-Application to Composite Materials Using Natural Fibers Twelfth International Annual Meeting, The Polymer Processing Society, Sorrento Italy, May 1996
- 18 Fridman M L , Pesňkosky S L., and Vinogradov G.V . The Rheology of Thermoplastics Under Conditions of Spiral Flow and Vibrations on Extrusion. *J Polym Eng Sci.* 21, 755 - 766, 1981
- 19 Gerret W M Peters, Frank P T Baajens, Modelling of Non-Isothermal Viscoelastic Flows *J Non-Newtonian Fluid Mech.* , 68, 205-224, 1997
- 20 Goublomme A and Crochet M J , *J Non-Newtonian Fluid Mech.* , 47, 287, 1993
- 21 Graetz L. On the Thermal Conductivity of Liquids, *Ann Phys Chem.* , 25, 357, 1885
- 22 Gruenwald Geza, *Plastics. How Structure Determines Properties.* Hanser Publishers, 1992
- 23 Guadarrama G Mario y Martínez L Isaias, Construcción e Instrumentación de un Extrusor de Polímeros, Tesis de Licenciatura, Instituto Tecnológico de Zacatepec DGH-SIP, Mexico, 1998
- 24 Gutierrez F J Antonio, Regímenes de Flujos Oscilantes en Boquillas para Extrusión de Polímeros, Tesis de Maestría, Facultad de Ingeniería UNAM, Mexico, 1997

- 25 Herrera V R. and Mena B , Extrusion of Composite Materials with Natural Fibers Using Oscillatory Dies XIIIth International Congress on Rheology, Canadian Rheology Group, Quebec Canada, 1996
- 26 Herrera V R. and Mena B . Extrusion of Composite Materials Fibers With Oscillatory Dies 2nd Pacific Rim Conference on Rheology, Melbourne, Australia, July 1997
- 27 Herrera V R. and Mena I B . Newtonian and non Newtonian Oscillatory Flows, Revista Mexicana de Física. Publicación en proceso
- 28 Howell T G , Jeng D R. De Witt K J , Momentum and Heat Transfer on a Continuous Moving Surface in a Power Law Fluid, *Int J Heat Mass Transfer*, 40, 1853, 1997
- 29 Isayev A I , Wong C M and Zeng X , Flow of Thermoplastics in an Annular Die Under Orthogonal Oscillations, *J Non-Newtonian Fluid Mech* , 34, 375, 1990
- 30 L Joseph, S Thomas and C Pavithran. Effects of Chemical Treatment on the tensile Properties of Short Sisal Fibre-Reinforced Polyethylene Composites *Polymer Vol 37 No 23*, 5139, 1996
- 31 Kheilaf K And Lauriat G . A New Analytical Solution for Heat Transfer in the Entrance Region of Ducts, Hydrodynamically Developed Flows of Power-Law Fluids with Constant Wall Temperature, *Int J Heat Mass Transfer*, Vol 40, 14, 3443, 1997
- 32 Kolinaar J W H and Keller A A Singularity in the Melt Flow of Polyethylene with Wider Implications for Polymer Melt Flow Rheology, *Rheol Acta*, 36, 110, 1997
- 33 Larson Ronald G Constitutive Equations for Polymer Melts and Solutions, Butterworths Serie, 1988
- 34 Leonov A I , On a Class of Constitutive Equations for Viscoelastic Liquids, *J Non-Newtonian Fluid Mech* , 25, 59, 1987
- 35 Lodge A.S , Elastic Liquids, Academic Press, 1964
- 36 Luo X.L. and Tanner R I , A Pseudo-Time Integral Method for Non-Isothermal Viscoelastic Flow and its Application to Extrusion Simulation, *Rheol Acta*, 26, 449, 1987
- 37 Manero O , and Mena B . An Interesting Effect in Non - Newtonian Flow in Oscillating Flow in Oscillating Pipes *Rheol Acta*, 16,573 , 1977

- 38 Manero O , Mena B , and Valenzuela R , Further Developments on Non - Newtonian Flow in Oscillating Pipes, *Rheol Acta*, 17, 693, 1978
39. Mena B , Manero O , and Binding D M , Complex Flow of Viscoelastic Fluids Through Oscillating Pipes Interesting Effects and Application *J Non-Newtonian Fluid Mech* , 5, 427-447, 1979
- 40 Moschandreou T and Zamir M , Heat Transfer in a Tube with Pulsating Flow and Constant Heat Flux, *Int J Heat Mass Transfer*, 40, 2461, 1997
- 41 Phan-Thien N , The Effects of Random Longitudinal Vibration on Pipe Flow of a Non-Newtonian Fluid, *Rheol Acta* , 19, 539, 1980
- 42 Papanastasiou A C , Macosko C W , Scriven L E and Chen Z , *AIChE J* 33, 834, 1987
- 43 Papanastasiou A C , Scriven L E and Macosko C W , *J Rheol Acta*, 27,387, 1983
- 44 Scott A , Prost-Domasky and Bamin Khomami , A Note on Start-Up and Large Amplitude Oscillatory Shear Flow of Multimode Viscoelastic Fluid, *Rheol Acta*, 5,211, 1996
- 45 Taegeen Min, Hyoung Gwon Choi, Jung Yul Yoo and Haecheon Choi, Laminar Convective Heat Transfer of a Bingham Plastic in a Circular Pipe-Numerical Approach-Hydrodynamically Developing Flow and Simultaneously Developing Flow, *Int J Heat Mass Transfer*, 40 , 3689-3701, 1997
- 46 Tanner Roger I , *Engineering Rheology*, Clarendon Press, Oxford, 1988
- 47 Vlassopoulos, D , Schowalter W R , LDA Measurements of Steady Streaming Flows of Newtonian and Viscoelastic Fluids, *Experiments in Fluids*, 20, 21-28, 1995
- 48 Vlastosm G ,Lerche D , Koch B ,Samba O , Pohl M , The Effect of Parallel Combined Steady and Oscillatory Shear Flows on Blood and Polymer Solutions, *Rheol Acta* 36,100, 160-172, 1997
- 49 White, S A., and Baird D G , Flow Visualization and Birefringence Studies on Planar Entry Flow Behavior of Polymer Melts, *J Non-Newtonian Fluid Mech* , 29, 245, 1988
- 50 Wong C M , Chen C H , and Isayev A I , Flow of Thermoplastics in an Annular Die Under Parallel Oscillations, *Polymer Engineering and Science*, 30 , 1574 -1584, 1990
- 51 Yin X and Bau H H , The Conjugate Graetz Problem with Axial Conduction *J Heat Transfer* 118 :382 (1996)

POLIETILENO DE BAJA DENSIDAD 100%

ESFUERZO MAXIMO (Mpa)

TIPO DE OSCILACION	ORIENTACION DE PROBETAS	PROMEDIO	DESVIACION ESTANDAR	% DE VARIACION VS SIN OSCILACION
SIN OSCILACION	0	11.58	0.39	
	45	11.64	0.20	
	90	11.47	0.23	
	135	11.75	0.29	
TRANSVERSAL	0	11.98	0.19	3
	45	11.87	0.20	2
	90	11.94	0.42	4
	135	11.88	0.08	1
LONGITUDINAL	0	11.57	0.28	0
	45	11.88	0.14	2
	90	11.72	0.26	2
	135	11.70	0.26	0
HELICOIDAL	0	11.93	0.18	3
	45	11.94	0.41	3
	90	12.04	0.18	5
	135	12.02	0.15	2

DEFORMACION AL ESFUERZO MAXIMO (%)

TIPO DE OSCILACION	ORIENTACION DE PROBETAS	PROMEDIO	DESVIACION ESTANDAR	% DE VARIACION VS SIN OSCILACION
SIN OSCILACION	0	19.81	0.92	
	45	20.92	0.58	
	90	20.42	0.63	
	135	20.63	1.04	
TRANSVERSAL	0	20.59	0.7	4
	45	20.25	1.24	-3
	90	20.71	0.33	1
	135	20.64	1.27	0
LONGITUDINAL	0	20.24	1.11	2
	45	20.54	1.20	-2
	90	21.06	1.30	0
	135	21.14	0.50	2
HELICOIDAL	0	20.48	1.17	3
	45	20.77	0.68	-1
	90	19.18	0.14	-6
	135	19.94	0.80	-3

POLIETILENO DE BAJA DENSIDAD 92.5%-FIBRAS DE HENEQUEN 7.5%

ESFUERZO MAXIMO (Mpa)

TIPO DE OSCILACION	ORIENTACION DE PROBETAS	PROMEDIO	DESVIACION ESTANDAR	% DE VARIACION VS SIN OSCILACION
<i>SIN OSCILACION</i>				
	0	5.34	0.32	
	45	4.21	0.40	
	90	3.76	0.26	
	135	4.12	0.38	
<i>TRANSVERSAL</i>				
	0	3.41	0.24	-36
	45	3.74	0.10	-11
	90	3.03	0.09	-19
	135	3.24	0.09	-21
<i>LONGITUDINAL</i>				
	0	4.05	0.20	-24
	45	3.22	0.10	-24
	90	2.66	0.38	-29
	135	2.94	0.34	-29
<i>HELICOIDAL</i>				
	0	3.54	0.22	-34
	45	3.17	0.20	-25
	90	3.15	0.23	-16
	135	3.33	0.33	-19

DEFORMACION AL ESFUERZO MAXIMO (%)

TIPO DE OSCILACION	ORIENTACION DE PROBETAS	PROMEDIO	DESVIACION ESTANDAR	% DE VARIACION VS SIN OSCILACION
<i>SIN OSCILACION</i>				
	0	10.57	1.53	
	45	9.72	1.56	
	90	8.71	0.87	
	135	8.26	1.15	
<i>TRANSVERSAL</i>				
	0	13.97	2.55	32
	45	12.23	1.58	26
	90	10.47	0.91	20
	135	12.64	1.48	53
<i>LONGITUDINAL</i>				
	0	13.12	2.59	24
	45	13.37	1.23	18
	90	10.01	1.35	15
	135	11.79	1.49	43
<i>HELICOIDAL</i>				
	0	14.10	2.02	33
	45	11.26	0.97	16
	90	11.25	1.41	30
	135	11.02	0.47	33

POLIETILENO DE BAJA DENSIDAD 85%-FIBRAS DE HENEQUEN 15%

ESFUERZO MAXIMO (Mpa)

TIPO DE OSCILACION	ORIENTACION DE PROBETAS	PROMEDIO	DESVIACION ESTANDAR	% DE VARIACION VS SIN OSCILACION
SIN OSCILACION				
	0	7.55	0.22	
	45	6.68	0.24	
	90	6.27	0.33	
	135	6.53	0.24	
TRANSVERSAL				
	0	7.15	0.70	-5
	45	6.98	0.12	5
	90	6.29	0.12	0
	135	7.22	0.15	11
LONGITUDINAL				
	0	6.90	0.62	-9
	45	7.00	0.49	5
	90	6.13	0.16	-2
	135	7.06	0.20	8
HELICOIDAL				
	0	7.70	0.73	2
	45	6.62	0.43	-1
	90	6.94	0.25	11
	135	7.50	0.32	15

DEFORMACION AL ESFUERZO MAXIMO (%)

TIPO DE OSCILACION	ORIENTACION DE PROBETAS	PROMEDIO	DESVIACION ESTANDAR	% DE VARIACION VS SIN OSCILACION
SIN OSCILACION				
	0	10.04	1.01	
	45	9.72	1.03	
	90	8.28	0.80	
	135	8.75	0.45	
TRANSVERSAL				
	0	8.62	1.74	-14
	45	8.57	1.50	-12
	90	8.56	1.05	3
	135	9.70	0.49	11
LONGITUDINAL				
	0	9.71	1.36	-3
	45	9.48	1.10	-3
	90	8.20	1.79	-1
	135	8.37	0.79	-4
HELICOIDAL				
	0	9.95	1.07	-1
	45	9.05	0.37	-7
	90	10.76	0.85	23
	135	9.50	1.57	8

ANEXO II

PROGRAMA PARA EL CALCULO Y LA
ELABORACION DE GRAFICAS. (UTILIZANDO EL
PAQUETE DE "MATHEMATICA")

PROGRAMA PARA EL MODELO LEY DE POTENCIA DONDE SE OBTIENE:

*Perfil de temperaturas.

*Temperatura adimensional global en función de las rapidezces de oscilación para diferentes valores del gradiente de temperatura axial y del parámetro de potencia.

*Número de Nusselt en función de las rapidezces de oscilación para diferentes valores del gradiente de temperatura axial y del parámetro de potencia.

PROPIEDADES: FLUIDO, FLUJO Y BOQUILLA OSCILANTE

rho=920.0 "Densidad"
cp=2000.0 "Calor específico a presión constante"
k=0.25 "Conductividad térmica"
a=0.001 "Amplitud de la oscilación"
w=1 "Frecuencia de la oscilación Hz"
Q=0.00000015 "Flujo másico"
R=0.0032 "Radio interior de la boquilla"
V=9.32 "Velocidad máxima del flujo Poiseuille (mm/s)"
b=0.47 "Índice de potencia en el modelo Ley de Potencia"
m=8202.9 "Número de consistencia en el modelo Ley de Potencia"
DT=1.0 "Gradiente de temperatura axial (C/m)"
r=x/R "Posición radial adimensional"
z=0.6366 "Factor de tiempo en un período de oscilación"
To=160.0 "Temperatura de pared"

CONSTANTES DEFINIDAS EN LA ECUACION 2.39

A1=((Q+w*a*(R^2)*z)*(1+3b))/((1+b)*3.1416
*R^2)
A2=w*a*z
A3=(((Q+w*a*(R^2)*z))/
((3.1416*R^3)/((1/b)+3)))^(b+1)*(1/R)^((1/b)+1)

CALCULO DE LA TEMPERATURA DE ACUERDO CON LA ECUACION 2.39
(PERFIL DE TEMPERATURAS).

F1=(rho*cp*R^2)/k
F2=Re[F1*(1/4)*((x)^2)-1]*(A1+A2)*DT]
F3=Re[F1*A1*(1/((1/b)+3)^2)*((x)^((1/b)+3))-1]*DT]
F4=Re[(m*A3/(x*((1/b)+3)^2))*(R^((1/b)+3))*(1-(x)^
((1/b)-3))];
F5=F2+F3+F4+To
F6=A1*(1-(x)^((1/b)-1))-A2
F7=F6*F5*R*x

```

F8=NIntegrate[F7,{x,0,1}]
F9=F6*R*x
F10=NIntegrate[F9,{x,0,1}]

```

CALCULO DE LA TEMPERATURA GLOBAL, PARA OBTENER LA TEMPERATURA ADIMENSIONAL GLOBAL Y EL NUMERO DE NUSSELT.

```

B1=rho*cp
B2=A1+A2
B3=(2*A1)/((1/b)+3)
B4=(2*m*A3/((1/b)+3))R^((1/b)+1)
B5=(R^2)/(k*((F8/F10)-To))
B6=(B5*((B1*(B2+B3))*DT-B4))
Tb1=((F8/F10)-To)*1000/To
Nu1=Abs[B6]

```

CALCULO DE LA TEMPERATURA ADIMENSIONAL GLOBAL Y DEL NUMERO DE NUSSELT EN FUNCION DE LAS RAPIDEZES DE OSCILACION.

w=2-50

```

A1=((Q+w*a*(R^2)*z)*(1+3b))/((1-b)*3.1416
*R^2)
A2=w*a*z
A3=((Q+w*a*(R^2)*z)/
((3.1416*R^3)/((1/b)+3)))^(b+1))*(1/R)^((1/b)+1)
F1=(rho*cp*R^2)/k
F2=Re[F1*(1/4)*(((x)^2)-1)*(A1+A2)*DT]
F3=Re[F1*A1*(1/((1/b)+3)^2)*((x)^((1/b)+3)-1)*DT]
F4=Re[(m*A3/(k*((1/b)+3)^2))*R^((1/b)+3)*(1-(x)^
((1/b)+3))]
F5=F2+F3+F4+To
F6=A1*(1-(x)^((1/b)+1))+A2
F7=F6*F5*R*x
F8=NIntegrate[F7,{x,0,1}]
F9=F6*R*x
F10=NIntegrate[F9,{x,0,1}]
B1=rho*cp
B2=A1+A2
B3=(2*A1)/((1/b)+3)
B4=(2*m*A3/((1/b)+3))R^((1/b)+1)
B5=(R^2)/(k*((F8/F10)-To))
B6=(B5*((B1*(B2+B3))*DT-B4))
Tb2=((F8/F10)-To)*1000/To
Nu2=Abs[B6]

```

```

g2=ListPlot[{{1/V,Nu1},{2/V,Nu2},{3/V,Nu3},{5/V,Nu4},{7/V,Nu5}
{9/V,Nu6},{11/V,Nu7},{13/V,Nu8},{15/V,Nu9},{16/V,N1},{17/V,N2}
{18/V,N3},{20/V,N4},{25/V,N5},{30/V,N6},{35/V,N7},{40/V,N8},
{45/V,N9},{50/V,S}},PlotJoined->True]
g5=ListPlot[{{1/V,Tb1},{2/V,Tb2},{3/V,Tb3},{5/V,Tb4},{7/V,Tb5}
{9/V,Tb6},{11/V,Tb7},{13/V,Tb8},{15/V,Tb9},{16/V,T1},{17/V,T2}
{18/V,T3},{20/V,T4},{25/V,T5},{30/V,T6},{35/V,T7},{40/V,T8},
{45/V,T9},{50/V,T}},PlotJoined->True]Text1=Text[FontForm["n=0.
{"times-Italic",7}],{10,50}]
Text2=Text[FontForm["n=1.0",
{"times-Italic",7}],{10,15}]
Text3=Text[FontForm["n=1.5",
{"times-Italic",7}],{2,15}]
Text4=Text[FontForm["n=0.5",
{"times-Italic",7}],{10,4}]
Text5=Text[FontForm["n=1.0",
{"times-Italic",7}],{10,18}]
Text6=Text[FontForm["n=1.5",
{"times-Italic",7}],{1.5,20}]
g11=Show[g1,g2,g3,Graphics[{{Text1,Text2,Text3}},PlotRange->
{{0,11},{9,75}},PlotLabel->"dT/dZ=1.0",FrameLabel->{v,Nu},
Frame->True]
g22=Show[g4,g5,g6,Graphics[{{Text4,Text5,Text6}},PlotRange->
{{0,11},{0,30}},PlotLabel->"dT/dZ=1.0",FrameLabel->{v,Tad},Fra
True]

```

```
n=1
a=0.001
bi=0
b2=0
dz=1.5
num=5.0
To=160.0
vm=0.00413
k=0.5
rho=920.0
cp=2000.0
r=0.0032
to=.6366
nu=30701.8

T1=(1/k)*rho*cp*vm*(3/8)*(r^2)*dz
J=(((-rho*I*n)/nu)^0.5)*(((1+I*n*(b1))/(1-I*n*(b2)))^0.5)*r
Jo=BesselJ[0,J]
T20=(1/k)*rho*cp*((a*n*to)/(Jo))
T21=Sum[ (((-1)^i)/(Factorial[i]*Factorial[i])) *
((J*y)/2)^(2*i), {i,0,num} ]
T22=(T21)*y
T23=Integrate[T22,y]
T24=(1/y)*(T23)
T25=Integrate[T24,y]
T2=(T20)*(T25)*dz
T30=(nu/k)*((1+I*n*(b1))/(1+I*n*(b2)))*
(a*n*to)^2/(Jo)^2
T32=D{(T21),y]
T33=(T32)^2
T34=(T33)*y
T35=Integrate[T34,y]
T36=(1/y)*(T35)
T37=Integrate[T36,y]
T3=(T30)*(T37)
T40=(nu/k)*((1+I*n*(b1))/(1+I*n*(b2)))*((9*a*n*to))*
(vm/r^2)/(Jo)

T43=(T32)*(y)^2
T44=Integrate[(T43),y]
T45=(1/y)*(T44)
T46=Integrate[(T45),y]
```

```

T4=(T40)*(T46)
T51=vm^2
T5=Re[(nu/k)*((1+I*n*(b1))/(1+I*n*(b2)))*(T51)]
T6=Re[To-T1-T2+T3-T4+T5]
T7=T6/.y->r

S11=(1/k)*rho*cp*vm*((0.5)*((y)^2)-(1/(8*r^2)))*(y)^4)
S13=(S11)*dz
S1=S13
J=((-rho*I*n)/nu)^0.5*((1-I*n*(b1))/(1+I*n*(b2)))^0.5*r
Jo=BesselJ[0,J]
S20=(1/k)*rho*cp*((a*n*to)/(Jo))
S21=Sum[(((-1)^1)/(Factorial[1]*Factorial[1]))*((J*y)/2)^(2*1),{1,0,num}]
S22=(S21)*y
S23=Integrate[S22,y]
S24=(1/(y))*(S23)
S25=Integrate[S24,y]
S2=Re[(S20)*(S25)*dz]
S30=(nu/k)*((1+I*n*(b1))/(1+I*n*(b2)))*(a*n*to)^2/(Jo)^2
S32=D[S21,y]
S33=(S32)^2
S34=(S33)*y
S35=Integrate[S34,y]
S36=(1/y)*(S35)
S37=Integrate[S36,y]
S3=Re[(S30)*(S37)]
S40=(nu/k)*((1+I*n*(b1))/(1+I*n*(b2)))*((8*a*n*to))*(vm/r^2)/(Jo)

```

```

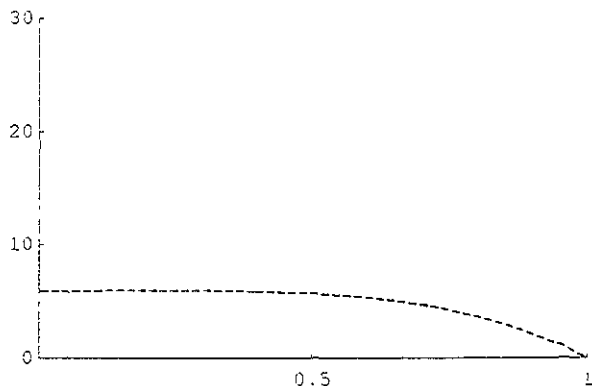
S43=(S32)*(y)^2
S44=Integrate[S43,y]
S45=(1/y)*(S44)
S46=Integrate[S45,y]
S4=Re[(S40)*(S46)]
S51=(vm^2/(r^4))*y^4
S5=Re[(nu/k)*((1+I*n*(b1))/(1+I*n*(b2)))*(S51)]
T=S1+S2-S3+S4-S5+T7
TNO=2*vm*((1-(y)^2)-((a*n*(T21))/(Jo)))*T*y
TNI=NIntegrate[TNO,{y,0,b}]
TDO=2*vm*((1-(y)^2)-((1*n*(T21))/(Jo)))*y
TDI=NIntegrate[TDO,{y,0,b}]

```

```

T11=Re[(TN1)/(TD1)]
J1=Plot[1000*(T-To)/To,{y,0,r},PlotStyle->{Dashing
[ {.01,.01} ]},PlotRange->{{0,r},{0,30}},
FrameLabel->{"w(Hz)", "(T-To)/Tox10"},Ticks->{{{0,0},{.0016,.5}
{.0032,1}},{(0,0),(10,10),(20,20),(30,30),(40,40),
(50,50)}}]
T8=(T-To)/To/.y->0
T12=(T11-To)/To

```



-Graphics-

0.0059426

0.0040927