



0114  
6

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA  
DE MÉXICO

FACULTAD DE INGENIERIA  
DIVISION DE ESTUDIOS DE POSGRADO

REFUERZO EXTERNO A CORTANTE  
PARA VIGAS DE CONCRETO  
REFORZADO

T E S I S

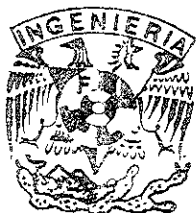
QUE PARA OBTENER EL GRADO DE:

MAESTRO EN INGENIERIA

PRESENTA:

ING. FELIX ALBERTO FLORES DIAZ

DIRECTOR DE TESIS: M. EN I. JESUS IGLESIAS JIMENEZ



MEXICO, D. F.

2001



Universidad Nacional  
Autónoma de México



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

## AGRADECIMIENTOS

Agradezco:

A Dios por darme la fuerza de voluntad necesaria para vencer los obstáculos y llegar a este momento.

Todo el apoyo, paciencia y cariño que me brindaron mis padres y hermanos para la culminación de este trabajo.

Muy especialmente a mi maestro y amigo M. en I. Jesús Iglesias Jiménez por su dirección, paciencia y ejemplo.

Los valiosos consejos y comentarios hechos a este trabajo a los siguientes profesores.

M. en C. Enrique del Valle Calderón

M. en I. Octavio García Domínguez

Dr. Oscar López Bátiz

Dr. David Muría Vila

A mis amigos:

M. en I. José Juan Guerrero C., Ing. Iván Félix González, Ing. Bernardo Gómez González, M. en C. Francisco Rivero y Técnico Académico Leopoldo Quiroz Soto por sus valiosos comentarios.

Al M. en I. Donato Figueroa G. Por su ayuda y consejos en la realización de esta tesis.

## INDICE

## 1 INTRODUCCIÓN

1.1 Resistencia a cortante en vigas de concreto	1
1.1.1 Modelos analíticos	1
1.1.1.1 Vigas no reforzadas	1
1.1.1.2 Vigas reforzadas	6
1.1.2 Estudios experimentales	11
1.2 Reglamentación	13
1.3 Daños por cortante en vigas de concreto reforzado	16
1.3.1 Daños causados por cargas gravitacionales	16
1.3.2 Daños causados por sismos	17
1.4 Reparación de vigas dañadas por fuerza cortante	20
1.4.1 Alternativas de refuerzo típicos	20
1.4.2 Refuerzo mediante elementos adheridos con resinas epóxicas	22
1.5 Objetivos	26
1.5.1 Estudio experimental	26
1.5.2 Estudio analítico	26

## 2.- ESTUDIO EXPERIMENTAL

2.1	Elementos de prueba	27
2.1.1	Cubos	27
2.1.2	Vigas	28
2.1.3	Especímenes	30
2.2	Diseño de los elementos de prueba	33
2.2.1	Cubos	33
2.2.2	Vigas	38
2.2.3	Especímenes	41
	2.2.3.1 Diseño por cortante	43
	2.2.3.2 Diseño por cortante en los apoyos y zona central	49
	2.2.3.3 Diseño por flexión	50
2.3	Materiales	52
	2.3.1 Concreto	52
	2.3.2 Acero de Refuerzo	57
	2.3.3 Resinas	60
2.4	Fabricación	62
	2.4.1 Cubos	62
	2.4.2 Vigas	67
	2.4.3 Especímenes	68
2.5	Ensayo de especímenes de los elementos de prueba	72
	2.5.1 Prueba de los Cubos	72
	2.5.2 Prueba de las Vigas	74
	2.5.3 Prueba de los Especímenes	79

### 3.- ESTUDIO ANALÍTICO

3.1 Resistencia	97
3.1.1 Modelo Propuesto para Diseño	97
3.1.2 Distribución de esfuerzos en los especímenes	104
3.1.2.1 Distribución de esfuerzos principales máximos	105
3.1.2.2 Distribución de esfuerzos cortantes máximos	108
3.1.2.3 Distribución de esfuerzos en las soleras	111
3.2 Desplazamientos	113
3.2.1 Especímenes sin Refuerzo	113
3.2.1.1 Teoría Elástica	113
3.2.1.2 Método del Elemento Finito	123
3.2.2 Especímenes con Refuerzo	128
3.2.2.1 Método del Elemento finito	128

### 4 CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.

4.1 Resistencia con Refuerzo.	136
4.2 Desplazamientos	138

REFERENCIAS	139
-------------	-----

# Capítulo 1

---

## Introducción

## 1 INTRODUCCIÓN

### 1.1 Resistencia a cortante en vigas de concreto

A la fecha, las expresiones propuestas en los diferentes reglamentos de construcción para predecir la resistencia al agrietamiento por cortante de vigas de concreto no resuelven satisfactoriamente el problema. La mayoría de las pruebas de vigas bajo el efecto de fuerza cortante se han realizado en elementos con peraltes de 40 cm, elementos de dimensiones reducidas, y es en ellas en las que los procedimientos de diseño y los factores de seguridad se han basado, utilizando básicamente la analogía de la armadura, de la idealización propuesta por Ritter en 1899 (González Cuevas y Robles, 1985). Desde los años sesenta, algunos investigadores intentaron identificar claramente varios parámetros no tomados en cuenta en las recomendaciones de diseño, los cuales podían llegar a dominar la falla por cortante. En particular, parámetros como la relación alto-ancho y alto-largo no han sido considerados apropiadamente para el diseño por cortante en los reglamentos, a pesar de que se observa su influencia en la aparición de fallas en elementos debidamente diseñados.

#### 1.1.1 Modelos analíticos

##### 1.1.1.1 Vigas no reforzadas

El concepto de esfuerzos cortantes en vigas de concreto no reforzado está esencialmente basado en la teoría elástica clásica. Los esfuerzos cortantes horizontales en una fibra de una sección homogénea, isotrópica y no agrietada se pueden determinar por consideraciones de equilibrio. Si se observa la viga simplemente apoyada mostrada en la figura 1.1 y se considera el equilibrio del bloque *abcd*, podemos deducir los esfuerzos principales y cortante máximo como se presenta a continuación.



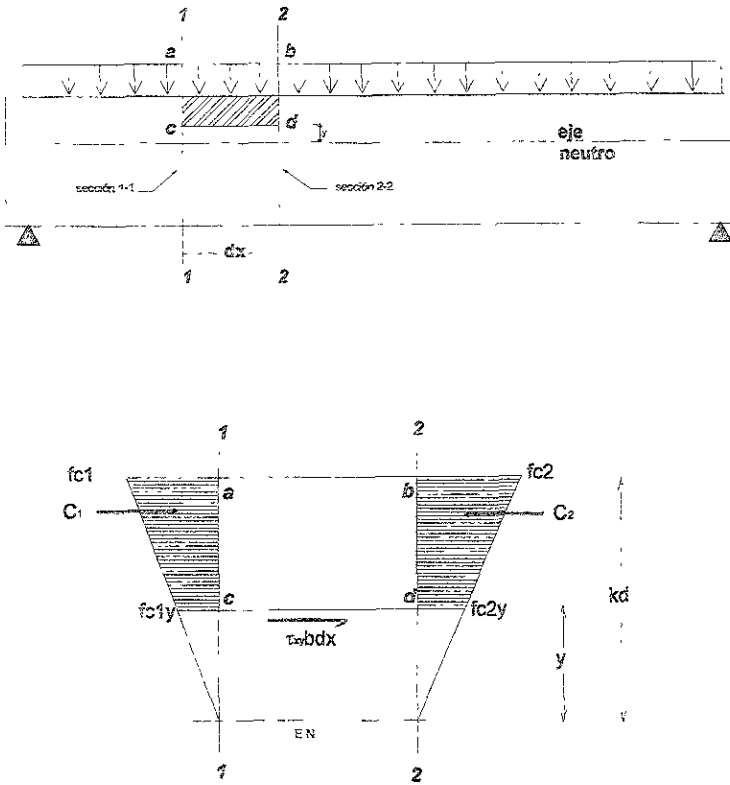


Figura 1.1 Viga simplemente apoyada cargada uniformemente

El estudio de las condiciones de equilibrio de una viga como la mostrada en la figura 1.1, permite obtener las expresiones clásicas de la mecánica de materiales para determinar los esfuerzos actuantes en sus secciones (Park y Paulay, 1996).

Para una sección rectangular, el equilibrio de la parte sombreada de la figura 1 se satisface cuando el esfuerzo horizontal es:

$$\tau_{xy} = \frac{VQ}{Ib} \dots\dots\dots 1.1$$

Donde:

- V: Cortante actuante en la sección
- Q: Primer momento de área con respecto al eje neutro
- I: Momento de inercia de la sección no agrietada
- b: Ancho de la sección

Los esfuerzos generados por la flexión en cualquier fibra pueden calcularse con la siguiente expresión:

$$\sigma_x = \frac{My}{I} \dots\dots\dots 1.2$$

Donde:

- M: Momento actuante en la sección
- y: Distancia medida a partir del eje neutro

En la figura 1.2 se muestra la distribución de esfuerzos  $\sigma_x$ , debidos a la flexión, y  $\tau_{xy}$ , a la fuerza cortante, para una sección rectangular.

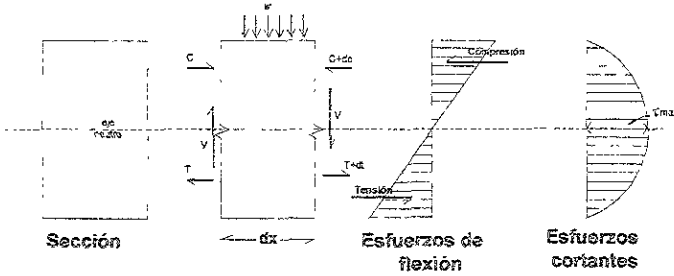


Figura 1.2 Distribución de esfuerzos en una sección rectangular

Combinando los esfuerzos generados por flexión y cortante, podemos determinar los esfuerzos principales de tensión y compresión, y encontrar así las trayectorias de estos esfuerzos, tal como se ilustra en la figura 1.3. Si se considera el equilibrio de un elemento diferencial, como el mostrado en la figura 1.3a, el valor de los esfuerzos principales  $f_1$  y  $f_2$ , y el esfuerzo cortante máximo  $\tau_{máx}$  ilustrados en la figura 1.3b, se pueden calcular con las siguientes expresiones (Park y Paulay, 1996):

Esfuerzo principal de tensión:

$$f_1 = \frac{f}{2} + \sqrt{\left(\frac{f}{2}\right)^2 + 4\tau_{xy}^2} \dots\dots\dots 1.3$$

Esfuerzo principal de compresión:

$$f_2 = \frac{f}{2} - \sqrt{\left(\frac{f}{2}\right)^2 + 4\tau_{xy}^2} \dots\dots\dots 1.4$$

Esfuerzo cortante máximo:

$$\tau_{máx} = \sqrt{\left(\frac{f}{2}\right)^2 + 4\tau_{xy}^2} \dots\dots\dots 1.5$$

El esfuerzo cortante máximo en una viga de sección rectangular puede ser calculado con la siguiente expresión:

$$\tau_{\max} = \frac{3 V}{2 A} \dots\dots\dots 1.6$$

Donde:

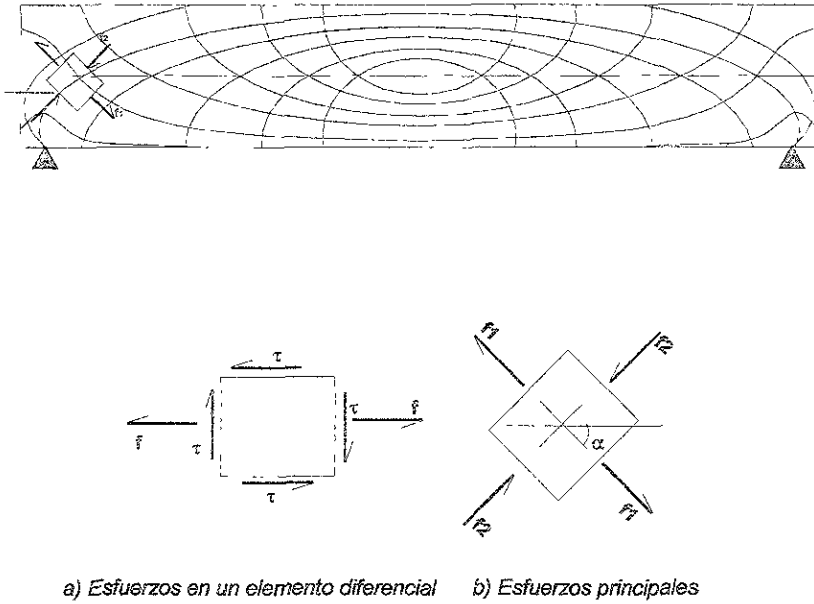
V: Cortante actuante en la sección.

A: Área de la sección transversal

La inclinación de los esfuerzos principales de tensión con respecto al eje de la viga se encuentra con:

$$\tan \alpha = \frac{\tau_{xy}}{\sigma_1} \dots\dots\dots 1.7$$

El ángulo de inclinación para el esfuerzo principal de compresión difiere en 90° del de tensión y los planos en donde se encuentra el máximo esfuerzo cortante están a 45° de los planos de esfuerzos principales.



a) Esfuerzos en un elemento diferencial    b) Esfuerzos principales

Figura 1.3 Trayectorias de los esfuerzos principales

### 1.1.1.2 Vigas reforzadas

El mecanismo de falla de elementos con refuerzo en el alma se ha resuelto básicamente hasta el momento, con las consideraciones de los primeros estudios realizados en vigas de concreto reforzado. La gran mayoría de las recomendaciones de diseño existentes para vigas con refuerzo en el alma se han derivado del modelo propuesto por Ritter en 1899 (González Cuevas y Robles, 1985), mismo que también se atribuye a Mörsch (Park y Paulay, 1996). Este modelo, conocido como la "analogía de la armadura", una vez producida una grieta inclinada por cortante, supone que se forma un puntal de concreto en compresión diagonal actuando en la junta donde concurren las barras del refuerzo longitudinal y del refuerzo transversal, produciendo así una

tensión en los estribos, tal y como se muestra en la figura 1.4 para una viga con estribos verticales.

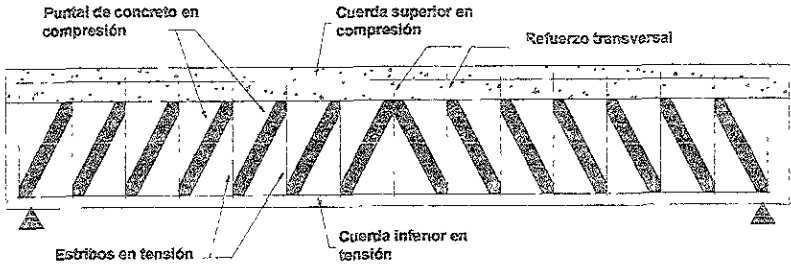


Figura 1.4 Modelo de la analogía de la armadura

En estas condiciones, la resistencia a cortante se obtiene de la suma de la resistencia proporcionada por el concreto más la resistencia originada por el refuerzo de estribos, tal y como indica la siguiente ecuación:

$$V_r = V_c + V_s \dots\dots\dots 1.7$$

Donde:

- $V_r$  : resistencia a cortante total
- $V_c$  : contribución del concreto a la resistencia
- $V_s$  : contribución del refuerzo a la resistencia

En el concreto, la fuerza transversal externa es equilibrada por la contribución de tres fuerzas internas básicas que se esquematizan en la figura 1.5 y que son:

- a) Fuerza resistida por la zona en compresión.
- b) Fuerza de dovela.
- c) Fuerza debida a la trabazón entre los agregados.

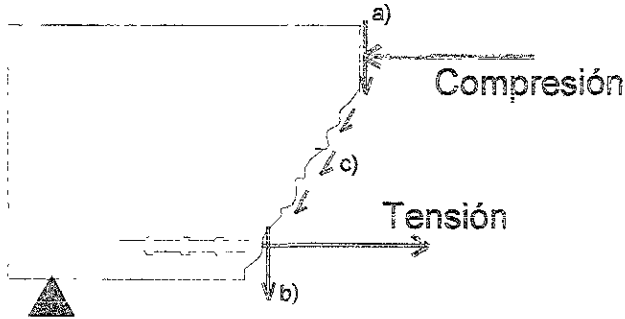
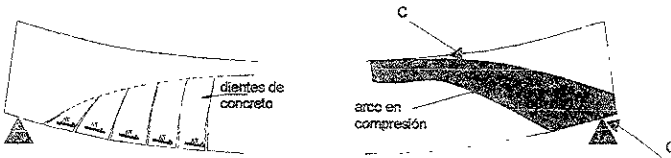


Figura 1.5 Mecanismos de resistencia a cortante

En la medida en que cada una de las fuerzas internas participa en la resistencia del concreto, se llegan a producir dos mecanismos básicos de resistencia en el concreto sin refuerzo transversal: mecanismo de viga y mecanismo de arco, como se muestra en la figura 1.6.



a) Mecanismo de viga

b) mecanismo de arco

Figura 1.6 Mecanismos de resistencia a cortante

La resistencia de un elemento con refuerzo en el alma, como son los estribos, no cambia el patrón de los mecanismos resistentes de los dientes de concreto y de la resistencia de arco en compresión, sino que genera una fuerza adicional  $\Delta T$ , en tensión, conocida como acción de

armadura. Este mecanismo mejora la contribución de la dovela al soportar y limitar el movimiento de las barras longitudinales, limita también la tensión de los voladizos de concreto del mecanismo de viga, mejora la trabazón al controlar la abertura de las grietas, limita el desgarramiento del concreto en el anclaje del refuerzo longitudinal y proporciona confinamiento en la zona en compresión, aumentando así su resistencia. El comportamiento de este mecanismo es análogo al de una armadura. Los estribos forman los elementos a tensión mientras que los puntales de concreto, paralelos a las grietas diagonales, se apoyan en los nodos del refuerzo para tomar las compresiones. En la figura 1.7 se muestra un nodo de la cuerda de tensión de la armadura idealizada. Considerando que  $s$  es la separación entre los estribos, es posible deducir la fuerza tomada por ellos como se describe a continuación.

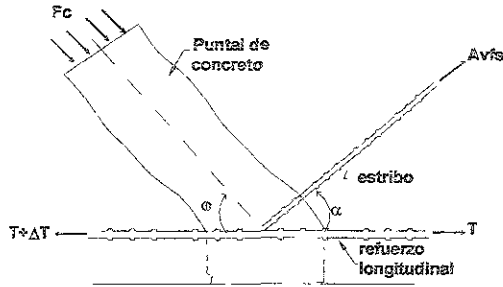


Figura 1.7 Idealización de la analogía de la armadura

Debido al incremento de momento,  $\Delta M$ , se produce un incremento en la tensión longitudinal  $\Delta T$ . Por equilibrio de fuerzas verticales tenemos entonces:

$$A_v f_s \text{ sen } \alpha = F_c \text{ sen } \phi \dots\dots\dots 1.9$$



Donde:

- $A_v$ : Área transversal de los estribos
- $f_s$ : Esfuerzo al que es sometido el acero transversal
- $\alpha$ : Ángulo de inclinación de los estribos
- $\varphi$ : Ángulo de inclinación de la grieta por cortante
- $F_c$ : Fuerza de compresión del concreto

Por equilibrio de fuerzas horizontales tenemos:

$$\Delta T = A_v f_s \cos \alpha + F_c \cos \varphi \dots\dots\dots 1.10$$

Donde:

$\Delta T$ : Incremento diferencial de la tensión, debida al incremento en el momento flexionante

Considerando que el incremento en la tensión es igual al momento dividido entre la distancia del par equivalente tenemos:

$$\Delta T = \frac{\Delta M}{z} = \frac{Vs}{z} \dots\dots\dots 1.11$$

Donde:

- V: Cortante actuante en el elemento diferencial
- s: Separación entre estribos
- z: Brazo del par resistente

Sustituyendo  $F_c$  de la ecuación 1.9 y  $\Delta T$  de la ecuación 1.11, la ecuación 1.10 se transforma en:

$$\frac{Vs}{z} = A_v f_s \left[ \cos \alpha + \frac{\text{sen } \alpha}{\tan \varphi} \right] \dots\dots\dots 1.12$$

Así, la fuerza cortante que puede tomarse con un área de acero de refuerzo  $A_v$  es:

$$V = \frac{A_v f_s z}{s} \left[ \cos \alpha + \frac{\text{sen } \alpha}{\tan \phi} \right] \dots\dots\dots 1.13$$

Considerando que, en general, las grietas se forman con un ángulo  $\phi=45^\circ$  y que la máxima resistencia de los estribos se da cuando estos alcanzan su esfuerzo de fluencia  $f_y$ , la ecuación 1.15 se transforma en:

$$V = \frac{A_v f_y z}{s} [\cos \alpha + \text{sen } \alpha] \dots\dots\dots 1.14$$

La ecuación 1.13 aunada a la contribución de la resistencia por el concreto han sido la base de la mayoría de las recomendaciones de diseño, que para elementos de dimensiones comunes predice conservadoramente la resistencia última de un elemento, sin embargo, se ha probado experimentalmente que el peralte, así como el factor de forma de la sección (relación  $b/d$ ), tienen una gran influencia en la resistencia a cortante de las vigas.

**1.1.2 Estudios experimentales**

A partir de 1960, se han venido realizando diversos estudios experimentales para analizar el efecto sobre la resistencia a cortante de vigas de concreto reforzado de otras variables no consideradas por la analogía de la armadura (Comité ACI-ASCE 426, 1973).

El resultado de las investigaciones realizadas para caracterizar y reconocer la importancia del efecto del factor de forma, medido como la relación  $d/b$  (peralte/ancho), en la resistencia a cortante de vigas de concreto sin refuerzo transversal, ha sido tomado en cuenta por algunos investigadores.

Taylor ,(1972). establece claramente que la pérdida de resistencia para relaciones  $d/b > 4$ , no es tan importante como lo reporta Kani , (1967), si se escala correctamente el tamaño de los agregados al incrementar el peralte, sin embargo, al igual que Kani, propone que la resistencia del concreto se afecte en un 40% cuando la relación  $b/d$  alcance valores mayores que 4. Por el contrario, Leonhardt y Walther,(1961), reportan no haber encontrado efectos importantes al incrementar la relación  $d/b$ . Díaz de Cossío,(1962), contrariamente también a lo estudiado por los autores mencionados al principio, reporta que existe un incremento en la resistencia a cortante a la vez que se aumenta el ancho  $b$  y la relación  $b/d$ .

Otros factores estudiados en la resistencia a cortante en vigas de concreto han sido la cuantía en el acero de refuerzo longitudinal, la resistencia nominal del concreto y la relación del brazo de cortante  $a/d$ , medida como la distancia del apoyo a la posición de una carga puntual entre el peralte efectivo. Kani, (1966), indica que la resistencia del concreto no es tan significativa como el porcentaje de acero longitudinal en la resistencia a cortante para elementos de concretos de resistencia normal. Por otra parte, autores como Johnson y Ramírez,(1989), establecen que para concretos de alta resistencia, mayor a  $400 \text{ kg/cm}^2$ , la reserva de resistencia a cortante proporcionada por una cantidad mínima de refuerzo transversal disminuye. Asimismo, encontraron que al aumentar la resistencia del concreto se incrementa la carga de tensión diagonal, produciendo mayores esfuerzos que a su vez inducen a grietas más anchas. El incremento en la resistencia del concreto produce superficies de grietas más lisas que, en combinación con un mayor espesor de las grietas reduce sustancialmente la trabazón del agregado, obligando así a otra redistribución del corriente.

Es importante enfatizar que, en general, estos autores han estudiado el problema de corriente en vigas de concreto reforzado a escalas muy reducidas, así como que, en su mayoría, lo han hecho sin refuerzo transversal.

## 1.2 Reglamentación

Actualmente, los procedimientos de diseño de la mayoría de los reglamentos de construcción se basan en la determinación de la resistencia última de los elementos estructurales, con un cierto grado de seguridad, y en la revisión de los estados límite de servicio.

El Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal (RCDDF, 1993) establece en las Normas Técnicas Complementarias para Diseño y Construcción de Estructuras de Concreto, (NTCDCEC, 1993), las siguientes recomendaciones de diseño referentes a la resistencia a cortante en vigas de concreto reforzado:

La resistencia a cortante en vigas de concreto reforzado se obtiene de la suma de la contribución del concreto  $V_{cR}$  y la contribución del refuerzo del alma,  $V_s$ .

$$V_n = V_{cR} + V_s \dots\dots\dots 1.15$$

Donde:

- $V_n$ : Cortante total resistido por la sección
- $V_{cR}$ : Cortante resistido por el concreto
- $V_s$ : Cortante resistido por el refuerzo transversal

En vigas con relación claro a peralte,  $L/h$ , no menor que 5, la fuerza cortante que toma el concreto,  $V_{cR}$ , se calculará con el criterio siguiente:

Si  $\rho < 0.01$ :

$$V_{cR} = F_R b d (0.2 + 30\rho) \sqrt{f'_c} \dots\dots\dots 1.16$$

Si  $\rho \geq 0.01$ :

$$V_{CR} = 0.5F_R b d \sqrt{f_c} \dots\dots\dots 1.17$$

Donde:

b: Ancho de la sección

d: Peralte efectivo de la sección

$f_c$ : Resistencia nominal del concreto

$\rho$ : Cuantía de acero longitudinal

$F_R$ : Factor de reducción de resistencia

Pero sin que  $V_{CR}$  sea mayor que lo obtenido con la siguiente expresión:

$$1.5F_R b d \sqrt{f_c} \dots\dots\dots 1.18$$

La contribución del refuerzo transversal se puede determinar con:

$$v_s = \frac{F_R A_v f_y d (\sin \alpha + \cos \alpha)}{s} \dots\dots\dots 1.19$$

Donde:

$A_v$ : Área transversal de refuerzo en el alma

$f_y$ : Esfuerzo de fluencia del acero de refuerzo

s: Separación longitudinal entre los estribos

$\alpha$ : Ángulo de inclinación de los estribos con respecto al eje longitudinal del elemento

$F_R$ : Factor de reducción de resistencia

Adicionalmente, se establece que aunque se cumple que  $V_{CR} > V_n$ , deberá colocarse un área mínima de refuerzo dada por:

$$A_v = 3.5 \frac{b_s}{F_R c_y} \dots\dots\dots 1.20$$

La separación de estribos no deberá ser nunca menor de 5cm. Además si la fuerza cortante de diseño  $V_u$  es mayor que  $V_{CR}$ , pero menor o igual que

$$1.5 F_R b d \sqrt{f' c} \dots\dots\dots 1.21$$

la separación de estribos verticales no deberá ser mayor que 0.5d, y si  $V_u$  es mayor que lo obtenido con la ecuación 1.21, la separación de estribos no deberá ser mayor de 0.25d.

En ningún caso se permitirá que  $V_u$  sea superior a

$$2 F_R b d \sqrt{f' c} \dots\dots\dots 1.22$$

Adicionalmente, para tomar en cuenta el agrietamiento diagonal observado en vigas aperaltadas y de sección esbelta, las NTCDCEC, (1993), establecen una reducción de 30 % en la resistencia a cortante tomada por el concreto  $V_{CR}$  por cada uno de los siguientes aspectos:

- a) Para vigas con peraltes de más de 70 cm.
- b) Para vigas en que la relación alto/ancho (h/b) exceda de 6.

### 1.3 Daños por cortante en vigas de concreto reforzado

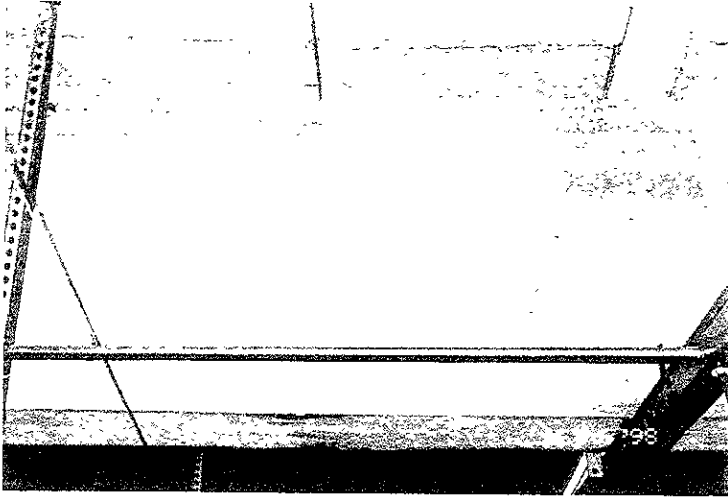
#### 1.3.1 Daños causados por cargas gravitacionales

A la fecha, el comportamiento a cortante de las vigas de concreto reforzado es un fenómeno muy complejo y ha sido imposible relacionar el mecanismo de agrietamiento con las principales variables del fenómeno. Los mecanismos de falla propuestos, con base en las observaciones experimentales, carecen de la suficiente precisión.

La analogía de la armadura ha dado lugar a las recomendaciones comunes de diseño, ya que permite calcular la contribución del refuerzo lateral a resistencia última, con aproximación suficiente desde el punto de vista práctico. Sin embargo, las observaciones experimentales demuestran que la resistencia a cortante de un miembro disminuye mientras mayor sea el tamaño de su sección. La analogía de la armadura no considera factores importantes como la influencia del peralte y la relación  $h/b$  por lo que, para peraltes grandes y relaciones  $h/b$  grandes, los procedimientos de diseño provenientes de esta, dejan de ser satisfactorios.

Actualmente, aunque se consideran los mecanismos de resistencia a cortante en las formulaciones de diseño y se reconoce aceptable un agrietamiento dentro de ciertos límites bajo cargas de servicio, se encuentran casos en los que este agrietamiento diagonal excede los límites permisibles, a pesar de cumplir con las especificaciones de diseño derivadas de la analogía de la armadura. En particular, en la práctica en México se ha observado la aparición de agrietamientos importantes en vigas de peraltes grandes, al grado de que se han incluido especificaciones especiales para considerar estos efectos en las NTCDEEC.

Las deficiencias constructivas y de proyecto, el exceso de carga y el efecto antes descrito, han dado lugar a la necesidad de reforzar diversos inmuebles que presentan grietas severas por cortante, tal como muestra la figura 1.8.



*Figura 1.8 Agrietamiento por cortante en las vigas de un edificio fabril en la ciudad de México*

### 1.3.2 Daños causados por los sismos

La acción de los sismos sobre las estructuras induce en las vigas fuerzas cortantes considerables. El efecto cíclico de las cargas sísmicas en las vigas, cuando estas son consideradas como fusibles para que la estructura sobreviva a los sismos, impone sobrepasar su resistencia elástica, provocando la apertura y cierre alternativamente de las grietas en la sección, que debe ser capaz



de transmitir el cortante impuesto. Así, el deterioro de los mecanismos resistentes a cortante del concreto impone a los estribos y al refuerzo longitudinal la necesidad de transmitir el cortante, (Park y Paulay, 1996). En general, se recomienda que las fallas ocurran mediante la formación de articulaciones plásticas en las vigas, a fin de lograr mecanismos de falla dúctiles en las estructuras. Esto implica evitar grietas de un espesor mas allá de un valor máximo permisible, evitando así fallas por cortante en los elementos.

Además de lo mencionado anteriormente, las deficiencias constructivas, de proyecto y de operación, ocasionan que con frecuencia se presenten daños en las edificaciones después de sismos importantes, tal como se ilustra en las figuras 1.9 y 1.10, lo cual genera, a su vez, la necesidad de reforzar los elementos afectados.

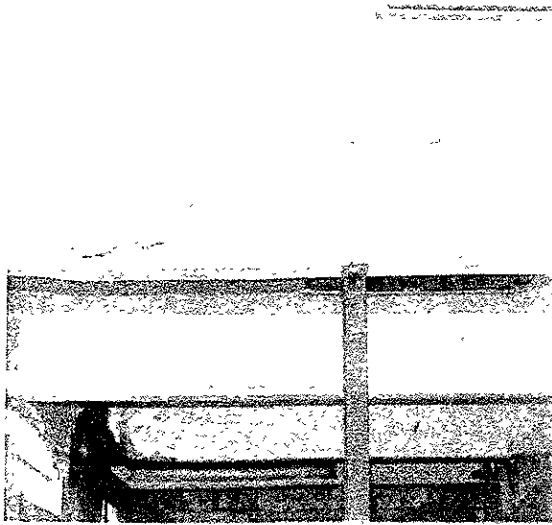


Figura 1.9 Agrietamiento por cortante en las vigas de un edificio de oficinas en la ciudad de México

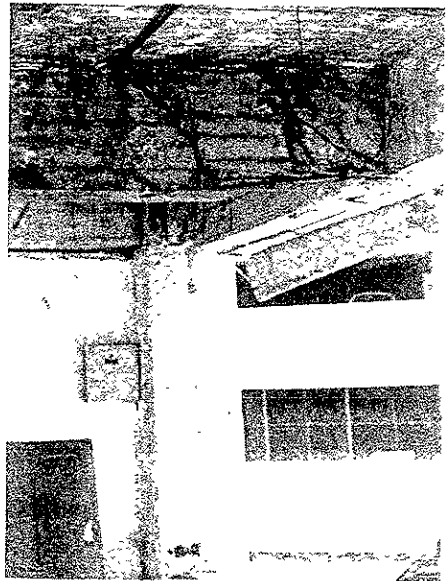


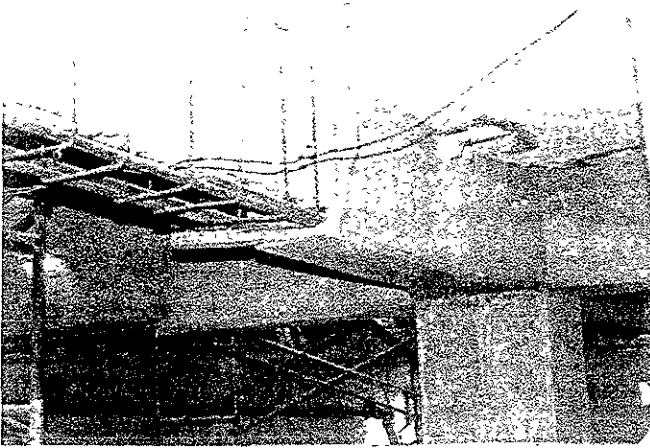
Figura 1.10 Agrietamiento por cortante en las vigas de un edificio dañado por el sismo de 1985

## 1.4 Reparación de vigas dañadas por fuerza cortante

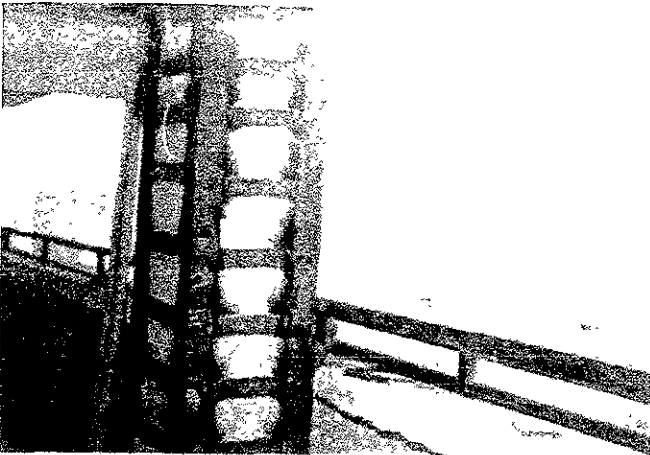
Como se mencionó anteriormente, los sismos, y las cargas gravitacionales, así como las deficiencias constructivas y de proyecto, han dado lugar a la necesidad de reparar y reforzar diversos inmuebles que presentan daños por cortante en México. Este problema ha sido atacado de diversas maneras por la práctica profesional.

### 1.4.1 Alternativas de refuerzo típicas

La experiencia del sismo de 1985 y de sismos anteriores en México, así como las experiencias de sismos importantes en el mundo y los problemas de agrietamiento en los elementos estructurales producidos por las cargas gravitacionales, han orillado a la ingeniería estructural a buscar soluciones prácticas y eficientes de refuerzo como son el encamisado en concreto reforzado y el encamisado metálico (Iglesias et al. 1988), técnicas que se muestran en las figuras 1.11 y 1.12 respectivamente.



*Figura 1 11 Encamisado de vigas mediante concreto reforzado en un edificio en la ciudad de México*



*Figura 1 12 Encamisado metálico de una columna en un edificio en la ciudad de México*

### 1.4.2 Refuerzo mediante elementos adheridos con resinas epóxicas

Después del sismo de 1979, varios edificios en la ciudad de México tuvieron la necesidad de ser reparados. En algunos casos se recurrió al uso de soleras adheridas en las caras laterales de las vigas, solución que mostró su eficacia por su buen comportamiento posterior durante el sismo de 1985 (Figs 1.13 y 1.14). Esta misma solución se empleó también en edificios dañados por el evento de 1985 (Fig. 1.15).

Si bien la solución descrita para el refuerzo por cortante de vigas de concreto, demostró ser práctica y eficaz, su uso fue empírico e intuitivo

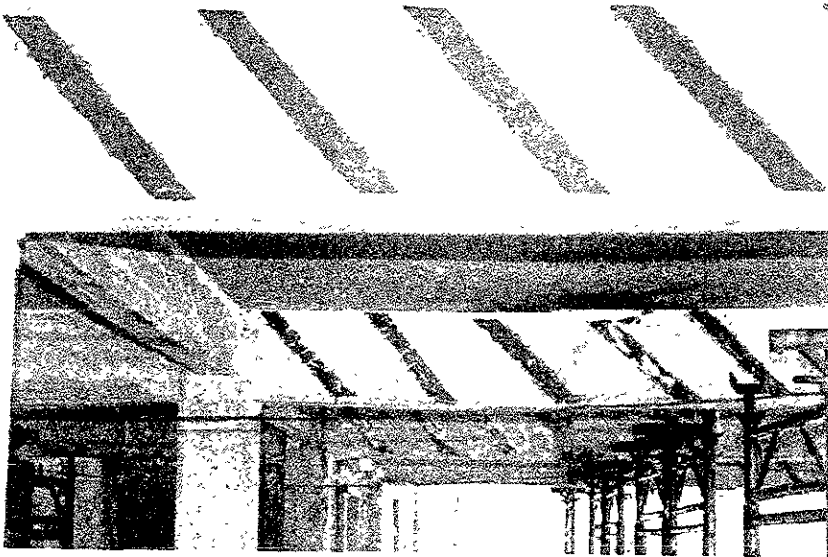


Figura 1.13 Refuerzo en traves de un edificio en la ciudad de México después del sismo de 1979

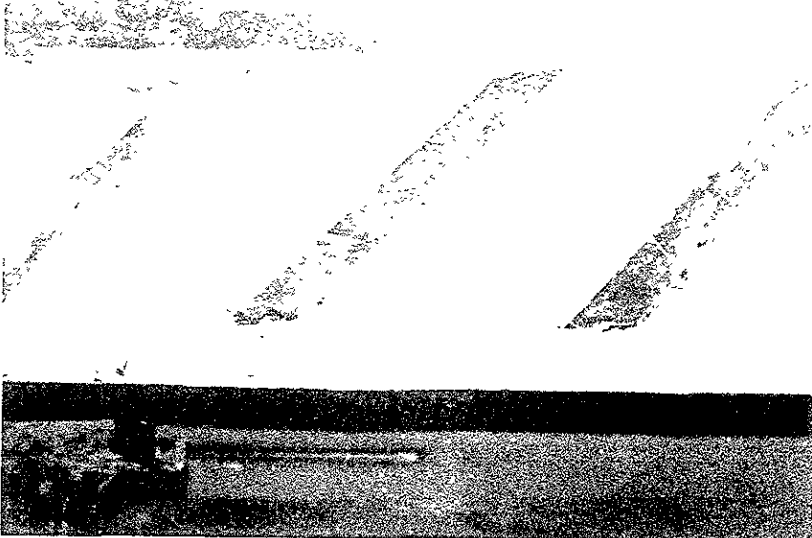


Figura 1.14 Refuerzo en traves de un edificio en la ciudad de México después del sismo de 1979

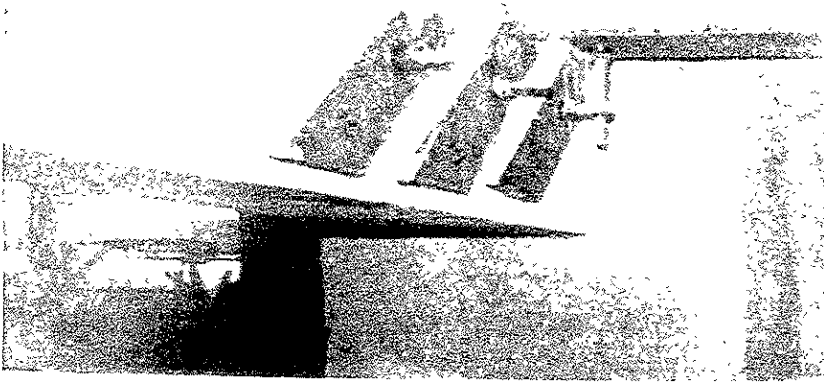


Figura 1.15 Refuerzo de traves de un edificio en la ciudad de México después del sismo de 1985

A la fecha, gracias a los avances en la tecnología, se han fabricado diferentes materiales plásticos que ofrecen buenas características en su aplicación en las técnicas de refuerzo. Entre algunos de estos materiales plásticos se encuentran telas plásticas compuestas de aramid, grafito o fibras de vidrio, que en conjunto con las resinas epóxicas han permitido desarrollar muy eficientes técnicas de refuerzo (López, 1999).

El refuerzo a cortante de elementos de concreto mediante el uso de telas plásticas se consigue envolviendo el elemento con ellas, ya sea rodeando por completo la sección (Fig 1.16) o al menos por tres de sus lados (Fig. 1.17). Las telas se adhieren al concreto y entre sí mediante resinas epóxicas.

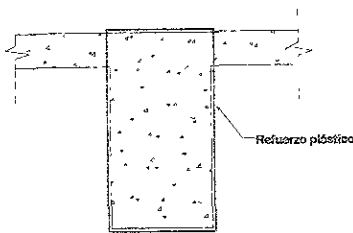


Figura 1.16 Refuerzo plástico alrededor de toda la sección

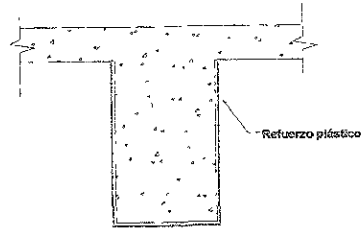


Figura 1.17 Refuerzo plástico en tres de las caras de sección

La contribución a la resistencia de las fibras de refuerzo plásticas se toma en cuenta de manera análoga a las recomendaciones para refuerzo por cortante de los estribos. Se considera un esfuerzo efectivo a la tensión multiplicado por un factor que considera una deformación máxima del refuerzo así como una longitud de adherencia activa, además, se considera también una deformación máxima permisible en el refuerzo plástico que limita la contribución por la trabazón en el concreto cuando una grieta excede cierto ancho (Mbrace, 1988).

La longitud en adherencia activa se ha calibrado con una combinación de empirismo y de trabajo experimental, en que se considera que los esfuerzos cortantes se van transfiriendo en una longitud del refuerzo hasta que se sobrepasan los esfuerzos resistentes de adherencia y se transfieren a una nueva longitud. Esta acción se repite hasta alcanzar la longitud total del refuerzo plástico adherido. La configuración del refuerzo es otro factor que limita el esfuerzo efectivo, así como la dirección de sus fibras, ya que depende de si este es adherido envolviendo totalmente una viga o tan sólo sus caras laterales para considerar un modo de falla por adherencia o por ruptura, MIBrace,(1998). Se recomienda que las propiedades mecánicas de la resina para este tipo de refuerzo sean mayores que las del concreto y del refuerzo plástico, por esta razón, las propiedades a tensión, compresión y flexión se evalúan para cada resina específica. En la práctica de la aplicación de las resinas se recomienda que la mezcla de los componentes de la resina debe realizarse a una temperatura adecuada para evitar una gran reducción en su viscosidad, que puede impedir su extensión e impregnación en las áreas de los materiales reduciendo también el tiempo de manipulación de estas.

Algunos autores como Triantafyllou, (1998), Izumo et al., (1997), reportan ganancias considerables en la carga soportada por vigas reforzadas con hojas de fibras plásticas en sus caras laterales, enfatizando que el modo de falla observado indistintamente, se debía a la adherencia entre el refuerzo y el concreto. Miyauchi et al., (1997), comprobaron que las vigas reforzadas con cinturones de fibra de carbón que envuelven totalmente a la sección producen mecanismos de falla de ruptura del refuerzo de fibra posterior a su desprendimiento, logrando así aumentar su resistencia a cortante. Adhikary et al., (1998), puntualizan la importancia que tiene el tipo de anclaje en la eficiencia del refuerzo con placas adheridas en las caras laterales a sólo la mitad de la altura y remachadas con pernos a diferentes profundidades. Finalmente, autores como Arduni et al.,(1997), confirman que es posible reforzar efectivamente vigas de concreto reforzado con materiales plásticos, pero advierten que es necesario considerar la posibilidad de fallas frágiles en estos elementos.



## 1.5 Objetivos

El principal objetivo de este trabajo es desarrollar una técnica eficiente y práctica para el refuerzo por cortante en vigas de concreto reforzado.

Con base en la experiencia adquirida en México, a raíz del sismo de 1985, se decidió estudiar la técnica de reforzar las vigas mediante la adhesión de soleras de acero en las caras laterales utilizando resinas epóxicas.

El presente estudio contempla una serie de ensayos experimentales y de estudios analíticos que permiten elaborar recomendaciones para el diseño de esta técnica de refuerzo.

### 1.5.1 Estudio experimental

El propósito de la fase experimental de este estudio es estudiar el comportamiento de los elementos reforzados con soleras adheridas en sus caras laterales, enfatizando en los siguientes aspectos: cuantificar y observar la carga y el tipo de falla de los elementos reforzados; determinar el esfuerzo mínimo de adherencia en la interfase soleras-concreto; determinar la longitud mínima de adherencia de las soleras para una resistencia específica de concreto; así como observar los puntos débiles y los factores no considerados que pudieran impedir un trabajo óptimo del refuerzo.

### 1.5.2 Estudio analítico

El estudio analítico contempla encontrar un modelo matemático que, basado en el estudio experimental, permita desarrollar expresiones para el diseño del refuerzo de vigas con la técnica de adhesión de soleras con resina epóxica. Asimismo, con el uso del método de elemento finito (MEF) se pretende ayudar a interpretar los resultados, mediante el estudio de la distribución de los esfuerzos principales en las vigas reforzadas.

# Capítulo 2

---

## Estudio Experimental

## 2.1 ELEMENTOS DE PRUEBA

Para este estudio se prepararon tres tipos diferentes de especímenes con el fin de aislar y observar el comportamiento de los materiales y su eficiencia mecánica, en pruebas controladas de laboratorio. Se fabricaron un total de tres juegos de dos cubos de 15 cm de lado cada uno, dos juegos de dos vigas menores de 15x15x50 cm cada uno y seis especímenes de vigas mayores de 20x40x250 cm, de los cuales tres fueron posteriormente reforzados y tres se utilizaron como elementos de control.

Los cubos y las vigas menores se estudiaron con el fin de obtener información sobre la resistencia por adherencia entre las soleras y el concreto, para con ella poder diseñar el refuerzo de los especímenes mayores. Estos últimos son el elemento principal de este trabajo y su estudio permitió finalmente obtener información para el diseño del refuerzo a cortante de vigas de concreto mediante soleras de acero adheridas con resina epóxica.

### 2.1.1 Cubos

En este trabajo se llama "cubos" a las probetas conformadas por parejas de elementos cúbicos de concreto y soleras adheridas en cuatro de sus lados, que se fabricaron con la finalidad de caracterizar la interfaz entre el adhesivo y el concreto, mediante pruebas de compresión simple en la Máquina Universal. Un esquema general de estos elementos se presenta en la figura 2.1.

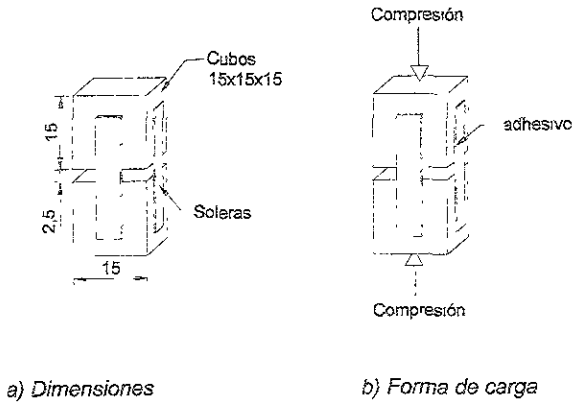


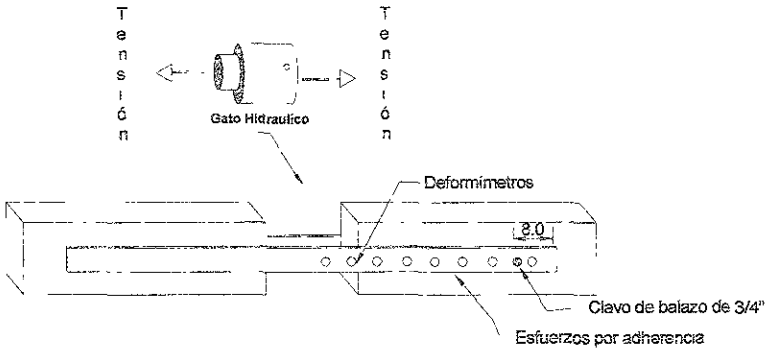
Figura 2.1 Esquema general de los cubos

### 2.1.2 Vigas

Este tipo de elementos prismáticos, denominados "vigas menores", se fabricaron de acuerdo a las dimensiones y detalles especificados en la figura 2.2a. Los dos juegos de elementos que constituyeron este grupo de especímenes se fabricaron con una sola variante que fue el tipo de sujeción en los extremos de las soleras: con y sin clavos en sus extremos respectivamente. La finalidad de estas vigas fue la de estudiar la distribución de esfuerzos a lo largo del área de adherencia, mediante la instrumentación con deformímetros sobre una solera y la prueba de los elementos a tensión simple, tal como se muestra en la figura 2.2b.



a) Dimensiones



b) Forma de carga

Figura 2.2 Esquema general de las vigas

### 2.1.3 Especímenes

El término “especímenes” se usa en este trabajo para referirse a las vigas de prueba de grandes dimensiones, tanto a las reforzadas como a los elementos de control o testigo. Todos estos especímenes se fabricaron con las mismas especificaciones y dimensiones. En los especímenes reforzados, adicionalmente se adhirieron soleras en las caras laterales de las vigas, en el claro de cortante. La finalidad de los especímenes reforzados fue la de probar la eficiencia de la técnica de refuerzo por medio de soleras y cuantificar su contribución a la capacidad de resistencia a cortante. Los especímenes testigo permitieron cuantificar la resistencia básica a cortante proporcionada por el concreto. Ambos tipos de especímenes se muestran en la figura 2.3.

La figura 2.4 muestra el arreglo de las cargas concentradas propuesto para el ensaye de los especímenes, el cual ofrece la ventaja de permitir observar una zona de cortante máximo constante en los extremos de las vigas. La figura 2.5, muestra la configuración física del arreglo de carga propuesto en el laboratorio.

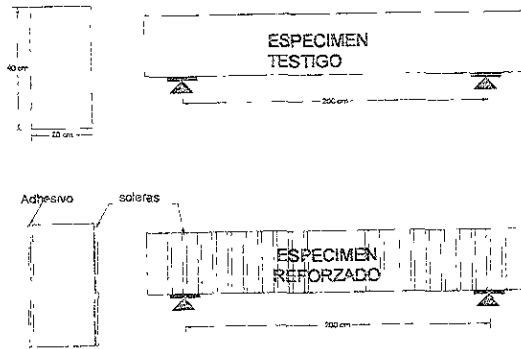


Figura 2.3 Esquema general de los especímenes

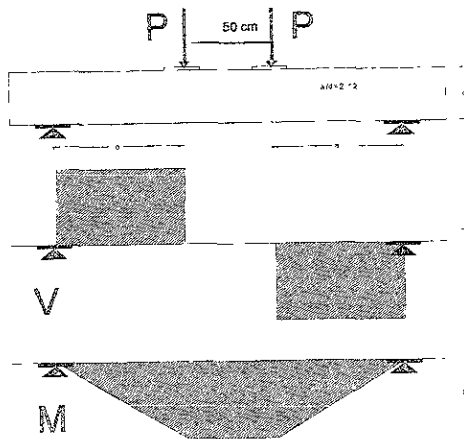
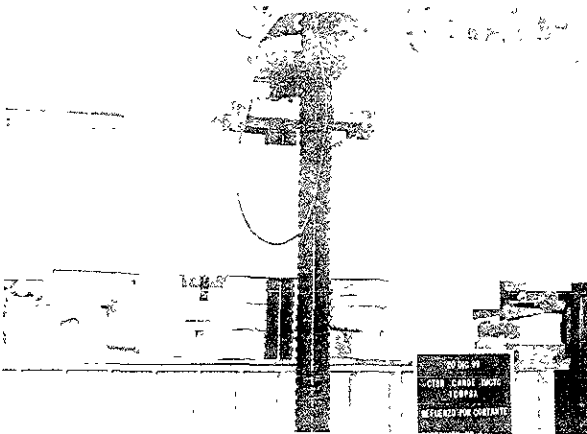


Figura 2.4 Esquema general de carga sobre los especímenes



a) Viga de apoyo y cabezales de carga



b) Dispositivo en funciones

Figura 2.5 Arreglo de carga en la máquina universal



## 2.2 DISEÑO DE LOS ELEMENTOS DE PRUEBA

Para el diseño de los cubos, las vigas menores y especímenes, se siguieron las recomendaciones planteadas en las Normas Técnicas Complementarias para Diseño de Estructuras de Concreto (NTCDEC, 1993), y para el Diseño de Estructuras Metálicas, (NTCDEM, 1993), del Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal. Los diseños de los diferentes grupos de elementos de prueba se basaron en las resistencias máximas supuestas, a partir de las cuales se cuantificaron las cargas de diseño que evitaran los mecanismos de falla que pudieran involucrar elementos no considerados en el comportamiento estudiado.

### 2.2.1 CUBOS

Los cubos se fabricaron con parejas de elementos de concreto simple separados una distancia de una pulgada por soleras de  $5 \times 10 \times 0.3175$  cm, adheridas a cuatro de sus caras por medio de resina epóxica tipo ICOPSA 005, sobre la base de un esfuerzo de adherencia entre la resina y el concreto de  $14 \text{ kg/cm}^2$ , valor recomendado por la práctica (Triatafillou, 1998). La figura 2.6 muestra el esquema general de los cubos.

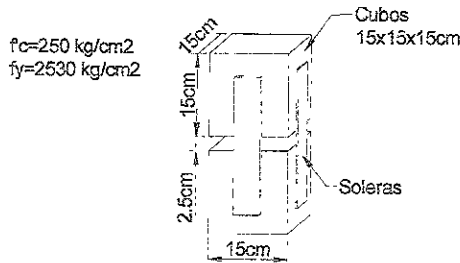


Figura 2.6 Detallado de cubos

El diseño de los cubos se justificó al tratar de aislar como único mecanismo de falla la adherencia entre la resina y el concreto, evitando la falla prematura de las soleras por resistencia o por pandeo. Por lo cual, se tomaron en cuenta los siguientes aspectos como bases para su diseño:

- a) Separación entre cubos de 2.5 cm
- b) Lado de cubos de 15 cm.
- c) Resistencia mínima a la compresión del concreto de  $250 \text{ kg/cm}^2$
- d) Esfuerzo de adherencia supuesto de  $14 \text{ kg/cm}^2$  (Triantafyllou, 1998).
- e) Esfuerzo de fluencia en soleras de  $2530 \text{ kg/cm}^2$
- f) Ensayo en compresión pura.
- g) Eliminación de mecanismos de falla por resistencia e inestabilidad en las soleras, utilizando un factor de carga mayor que dos respecto a la falla por adherencia.

Así, con base en los puntos anteriores y siguiendo las NTCDEC,1993, y las NTCDEM,1993, la resistencia por adherencia de una solera está dada por:

$$R_a = \sigma_{adh} bL \dots \dots \dots 2.1$$

Donde.

$\sigma_{adh}$ : Esfuerzo resistente por adherencia

b: ancho de la solera

L: longitud de adherencia

Si  $\sigma_{adh} = 14 \text{ kg/cm}^2$ ,  $b=5 \text{ cm}$  y la longitud de adherencia por solera es de 10 cm entonces:

$$R_a = 14 \times 5 \times 10 = 700 \text{ kg}$$

Por otra parte, si se calcula la capacidad por resistencia e inestabilidad de las soleras, según las NTCDEM, 1993, considerando  $t=0.3175 \text{ cm}$  con la siguiente expresión:

$$R_c = A_t f_y F_R \left[ 1 - \frac{\left( \frac{KL}{r} \right)^2}{2 \left( \frac{KL}{r} \right)^2_c} \right] \dots \dots \dots 2.2$$

Donde:

$A_t$ : Área transversal de la solera

$f_y$ : esfuerzo de fluencia del acero de las soleras

$F_R$ : factor de reducción de resistencia= 0.85

K: factor de longitud efectiva

L: longitud libre de las soleras entre los cubos

r: radio de giro mínimo de las soleras

KL/r: relación de esbeltez

$R_c$ : resistencia a compresión

La cual es válida si:

$$\frac{KL}{r} < \frac{6340}{\sqrt{I_y}} \dots\dots\dots 2.3$$

Como en este caso se cumple que:

$$\frac{KL}{r} = \frac{1 * L}{0.2886 * i} < \frac{6340}{\sqrt{I_y}}$$

Entonces la capacidad máxima por solera está dada por.

$$R_c = 0.3175 * 5.0 * 2530 * 0.85 * \left[ 1 - \frac{744}{2 * 15887} \right] = 3334 \text{kg}$$

Comparando los valores obtenidos de la capacidad de una solera por resistencia e inestabilidad, con la resistencia por adherencia, se obtiene un factor de sobrerresistencia "F<sub>sr</sub>" que nos asegura de obtener la falla deseada de:

$$F_{sr} = \frac{R_{c(\text{inestabilidad})}}{R_{a(\text{adherencia})}} \dots\dots\dots 2.4$$

$$= \frac{3334}{700} = 4.8 > 2$$

Finalmente, para revisar la falla por compresión en el concreto de los cubos, de acuerdo con las NTCDEC, 1993, se tiene que la resistencia  $R_c$  de un cubo está dada por:

$$R_c = A_{\text{cubos}} f'_c F_R \dots\dots\dots 2.5$$

Donde,

$A_{\text{cubos}}$ : área transversal de los cubos

$f'_c$ : resistencia del concreto

$F_R$ : factor de reducción = 0.9

Así, la capacidad máxima a compresión está dada por:

$$R_c = 15 * 15 * 250 * 0.9 = 50625\text{kg}$$

Comparando el valor así obtenido con la capacidad por adherencia de las soleras a compresión se obtiene un factor de sobrerresistencia que asegura obtener la falla deseada de:

$$F_{sr} = \frac{R_{c(\text{cubo})}}{R_{a(\text{adherencia})}} \dots\dots\dots 2.6$$

$$F_{sr} = \frac{50625}{4x700} = 18 \gg 2$$

### 2.2.2 VIGAS

El objetivo de la prueba de las Vigas, como se mencionó anteriormente, fue el de conocer la distribución de esfuerzos en la interfaz adhesivo-concreto bajo la acción de fuerzas a tensión simple e instrumentación con deformímetros eléctricos en el extremo de una de las soleras, tal como se muestra en la figura 2.7.

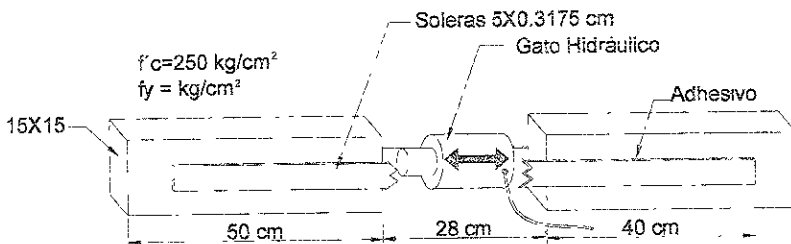


Figura 2.7 Detallado y forma de carga de las vigas menores

Para aislar como único mecanismo de falla la adherencia entre la resina y el concreto, se adoptaron las siguientes bases de diseño:

- Separación entre vigas unidas por soleras de 28.0 cm
- Sección de vigas de 15 cmX15cm
- Longitud de vigas de 50cm
- Resistencia mínima a la compresión del concreto de  $250 \text{ kg/cm}^2$
- Esfuerzo de adherencia supuesto de  $14 \text{ kg/cm}^2$  (Triantafyllou T.C., 1998).
- Esfuerzo de fluencia en soleras de  $2530 \text{ kg/cm}^2$
- Ensaye en tensión pura
- Eliminación de mecanismos de falla por resistencia en las soleras

Tomando en consideración los puntos anteriores y haciendo uso de las NTCDEC,1993, y NTCDEM,1993, tenemos que la capacidad por adherencia está dada por:

$$R_a = \sigma_{adh} b L \dots\dots\dots 2.7$$

Donde:

- $\sigma_{adh}$ : Esfuerzo mínimo esperado en adherencia
- b: base de solera
- L: Longitud en adherencia

Si  $\sigma_{adh} = 14 \text{ kg/cm}^2$ ,  $b = 5 \text{ cm}$  y la longitud en adherencia por solera es de 40 cm entonces:

$$R_a = 14 \times 5 \times 40 = 2800 \text{ kg}$$

Por otra parte, si se calcula la capacidad por resistencia a tensión de las soleras según las NTCDEM,1993, la resistencia de diseño será la menor de:

$$R_t = 0.9 A_t f_y \dots\dots\dots 2.8$$

ó

$$R_t = 0.75 A_e F_u \dots\dots\dots 2.9$$

Donde:

- $R_t$ : resistencia a tensión
- $A_t$ : área transversal total de la solera
- $A_e$ : área efectiva de la solera
- $F_u$ : esfuerzo a la fractura =  $4100 \text{ kg/cm}^2$
- $F_y$ : esfuerzo a la fluencia =  $2630 \text{ kg/cm}^2$

$A_t=A_o$  en este caso y  $t=0.3175$  cm por lo cual:

$$R_t = 0.9 * (0.3175 * 5) * 2530 = 3600\text{kg}$$

ó

$$R_t = 0.75 * (0.3175 * 5)^2 * 4100 = 4880\text{kg}$$

$$R_t = 3600\text{kg}$$

Comparando los valores obtenidos de la capacidad de las soleras por resistencia a la fluencia con la resistencia por adherencia se tiene el factor de sobrerresistencia, que nos asegura obtener la falla deseada:

$$F_{sr} = \frac{R_t(\text{resistencia})}{R_a(\text{adherencia})} \dots\dots\dots 2.10$$

$$F_{sr} = \frac{3600}{2800} = 1.3 > 1$$

El cual se consideró adecuado para este tipo de carga.

En cuanto a la falla por aplastamiento en el concreto en las zonas de contacto con el gato, se revisa la falla por compresión en el concreto de las vigas de la siguiente forma:

$$R_c = A_{\text{cubos}} f'_c F_R \dots\dots\dots 2.11$$

Donde:

$A_{\text{cubos}}$ : área transversal de los cubos

$f'_c$ : resistencia del concreto



$F_R$ : factor de reducción = 0.9

Así, la capacidad máxima a compresión está dada por:

$$R_2 = (15 * 15 * 250 * 0.9) = 50625 \text{ kg}$$

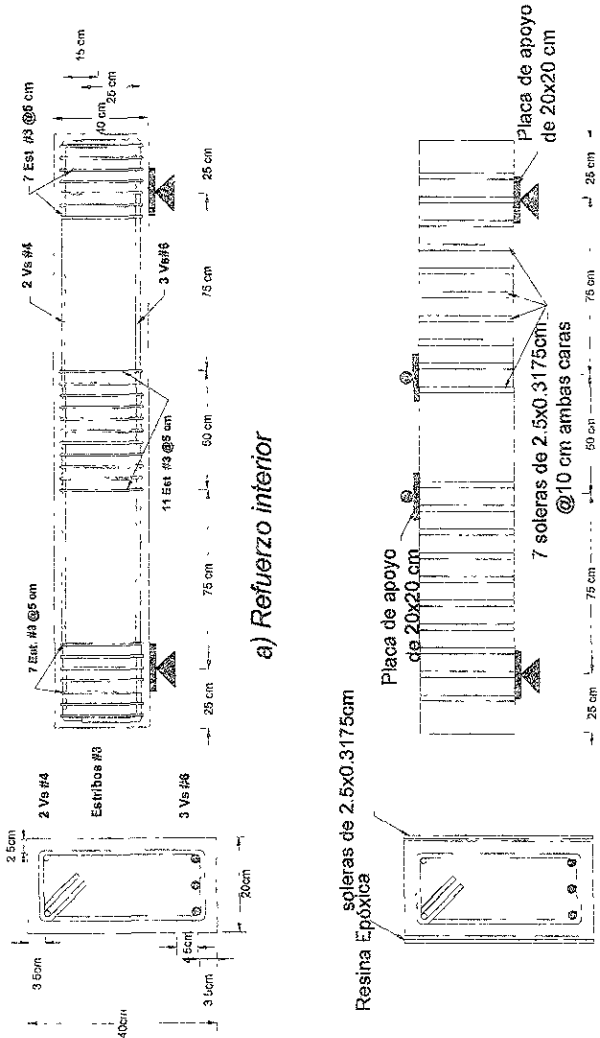
Comparando el valor así obtenido con la capacidad de las soleras por compresión se obtiene un factor de sobrerresistencia que asegura obtener la falla deseada:

$$F_{sr} = \frac{R_{c(\text{cubos})}}{R_{a(\text{adherencia})}} \dots\dots\dots 2.12$$

$$F_{sr} = \frac{50625}{2 \times 2800} = 9.04 > 2$$

### 2.2.3 ESPECÍMENES

Se diseñaron seis especímenes rectangulares de 20 cm de base por 40 cm de altura y 250 cm de longitud. Todos los especímenes de prueba fueron construidos con 3 barras de refuerzo longitudinal del No. 6 en la parte inferior y 2 barras del No. 4 en la parte superior. Estas seis vigas de concreto reforzado se diseñaron sin estribos en los claros de cortante y con suficiente resistencia a flexión para inducir un mecanismo de falla por cortante, aún para los especímenes de prueba reforzados. Tres de estos especímenes se reforzaron con soleras de 2.5 X 0.3175 cm con 10 cm de separación adheridas con resina epóxica por las dos caras laterales en los claros de cortante. Los tres restantes se usaron como vigas de control o testigos. La figura 2.8 muestra el armado y los detalles de refuerzo finales de los especímenes.



a) Refuerzo interior

b) Refuerzo exterior

Figura 2.8 Detallado de los especímenes

El diseño de los especímenes de prueba partió de las siguientes consideraciones:

- a) Carga máxima suministrada por la máquina universal de pruebas: 30 t
- b) Arreglo de cargas puntuales para la prueba como se muestra en la figura 2.4
- c) Dimensión del claro de cortante: 75 cm
- d) Longitud entre apoyos: 200 cm
- e) Resistencia del concreto: 250 kg/cm<sup>2</sup>
- f) Esfuerzo de fluencia en el acero de refuerzo interno:  $f_y=4200$  kg/cm<sup>2</sup>
- g) Esfuerzo de fluencia en el acero de refuerzo externo:  $f_y=2530$  kg/cm<sup>2</sup>
- i) Esfuerzo de adherencia supuesto: 14 kg/cm<sup>2</sup>(Triantafyllou T.C.,1998)
- h) Generación de mecanismo de falla por cortante en el claro de cortante

Con base en los puntos anteriores y siguiendo las recomendaciones de diseño propuestas por las NTCDEC,1993 , tenemos el siguiente diseño.

### 2.2.3.1 Diseño por Cortante

Para calcular la resistencia a cortante se supuso que la capacidad total estaba dada por la suma de dos términos, el primero, que toma en cuenta la contribución del concreto, y un segundo término, que toma en cuenta el efecto del refuerzo a cortante proporcionado por las soleras o estribos. En las zonas de apoyos y en la parte central de los especímenes el refuerzo para cortante consistió en estribos del No 3 a cada 5 cm de separación.

En el caso del cálculo del refuerzo a cortante en las vigas reforzadas con soleras se tomó la contribución de las mismas de manera análoga a como se hace con los estribos de acero, considerando un esfuerzo de fluencia reducido por la eficiencia mecánica de la adherencia entre las soleras y el concreto. Así, la resistencia se calculó con la siguiente expresión.

$$V_{cr} = V_c + V_s \dots\dots\dots 2.13$$

Donde:

$V_{cr}$ = Resistencia total a cortante

$V_c$ = Resistencia de concreto

$V_s$ = Resistencia de refuerzo transversal

El diseño del refuerzo transversal externo, partió de la geometría de las vigas y de la elección de soleras de 2.5x0.3175 cm, colocadas a cada 10 cm.

En estas condiciones, la contribución del concreto  $V_c$  para secciones con  $\rho > 0.01$  esta dada por

$$V_c = 0.5 \sqrt{f_c} \cdot b \cdot d \dots\dots\dots 2.14$$

Donde.

$f_c$ : Esfuerzo del concreto

$b$ : ancho de la sección

$d$ : peralte de la sección

Por otra parte, se propuso considerar el efecto de las soleras adheridas externamente de manera similar a los estribos comunes, introduciendo una corrección que tomara en cuenta la diferencia en eficiencia entre ambos elementos. De esta manera, la contribución del refuerzo transversal externo se define por la siguiente ecuación:

$$V_U - V_C = \frac{F_R \cdot A_s \cdot f_s \cdot d}{s} \dots\dots\dots 2.15$$

Donde:

$V_U - V_c$ : contribución de las soleras

$F_R$ : factor de reducción de resistencia=0.8

$A_s$ : área transversal de refuerzo a cortante

$d$ : peralte de la sección

$f_s$ :esfuerzo equivalente del refuerzo a cortante

$s$ : separación entre los elementos de refuerzo

La contribución del refuerzo externo está sujeta a la eficiencia con la que este logra desarrollar el esfuerzo de adherencia una vez que se genera el agrietamiento en el claro de cortante. Así, es necesario establecer que el esfuerzo de fluencia equivalente queda definido como:

$$f_s = \alpha_{\text{prom}} f_y \dots \dots \dots 2.16$$

Donde  $\alpha_{\text{prom}}$  es el coeficiente de eficiencia obtenido como el promedio de los coeficientes de cada una de las soleras que afecta una grieta de cortante; cada uno de los cuales se obtiene del cociente de la fuerza de adherencia desarrollada entre la fuerza de resistencia a tensión:

$$\alpha = \frac{f_{\text{adh}} L_{\text{adh}}}{f_y t_{\text{solera}} \dots \dots \dots 2.17$$

Donde:

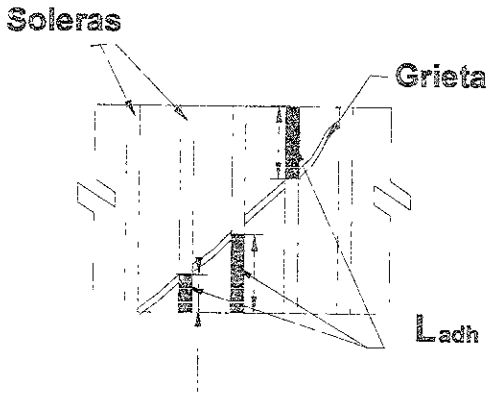
$f_{\text{adh}}$ : esfuerzo mínimo esperado de adherencia

$L_{\text{adh}}$ : longitud en adherencia activa en la solera

$f_y$ : esfuerzo de fluencia del acero de refuerzo externo

$t_{\text{solera}}$ : espesor de la solera

Algunas de las variables de el coeficiente de eficiencia  $\alpha$  son mostradas en la figura 2.9.



*Figura 2.9 Esquema de una grieta por cortante a través de un grupo de soleras*

Para los especímenes de este trabajo, si se considera que la grieta de cortante es una grieta a  $45^\circ$  que parte de la base de una de las soleras, entonces tenemos que las longitudes en adherencia de las soleras interceptadas por la grieta serían dos de 10 cm y una de 20 cm, tal como se muestra en la figura 2.10

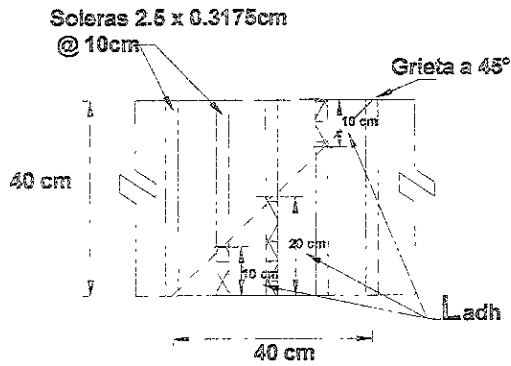


Figura 2.10 Longitudes teóricas en adhesión de los especímenes

Con estas longitudes tenemos que el coeficiente de eficiencia de cada solera es:

$$\alpha_{L=10cm} = \frac{14 \times 10}{2530 \times 0.3175} = 0.174$$

$$\alpha_{L=20cm} = \frac{14 \times 20}{2530 \times 0.3175} = 0.349$$

Así, el coeficiente promedio es:

$$\alpha_{prom} = \frac{0.174 + 0.349 + 0.174}{3} = 0.232$$

Por lo anterior, el esfuerzo con el que se debe calcular la contribución del refuerzo externo, de acuerdo con lo establecido por la ecuación 2.16, será:

$$f_s = \alpha_{prom} f_y$$

$$f_s = 0.232 f_y = 0.232 \times 2530 = 588 \text{ kg/cm}^2$$

Ante la incertidumbre respecto al esfuerzo de adherencia que pudiera desarrollarse, se decidió considerar por criterio de seguridad, para fines del diseño de la prueba, que el esfuerzo pudiera alcanzar 2.5 veces el valor esperado. Por lo anterior, finalmente se consideró que:

$$f_s = 2.5 * 588 = 1470$$

Así, de acuerdo con la ecuación 2.15, la contribución del refuerzo es:

$$V_s = \frac{0.8(2 \times 0.3175 \times 2.5)1470 \times 35.5}{10} = 6534 \text{kg}$$

De acuerdo con la ecuación 2.14, la contribución del concreto  $V_c$ , considerando que  $f'_c=250$ , ya que la elaboración del concreto se llevaría a cabo en condiciones controladas de laboratorio, es la siguiente:

$$V_c = 0.5 \sqrt{250} \times 20 \times 35.5 = 5613 \text{kg}$$

y por lo tanto, el cortante total  $V_{cr}$  es:

$$V_{cr} = 5613 + 6534 = 12147 \text{kg}$$

Además, por recomendaciones de diseño se revisó que el cortante máximo que pudiera estar presente en el concreto no excediera lo establecido por la siguiente ecuación:

$$V_{cr} = 1.5bd \sqrt{f'_c} \dots \dots \dots 2.18$$

$$V_{cr} = 1.5 * 20 * 35.5 * \sqrt{250} = 16839 \text{kg}$$



**2.2.3.2 Diseño por cortante en los apoyos y la zona central**

En los apoyos se decidió proporcionar una resistencia al cortante mucho mayor que la presente en la etapa de máxima carga. Si se colocan estribos comunes del No. 3, a cada 5cm, con un área  $A_v=1.43\text{cm}^2$ , la resistencia se obtiene, según las NTCDEC,1993, como se indica a continuación:

La contribución del concreto, según la ecuación 2.14, es:

$$V_c = 0.5 \sqrt{250} (20)(35.5) = 5513\text{kg}$$

La contribución de los estribos es:

$$V_s = \frac{F_R A_v f_y d}{s} \dots\dots\dots 2.19$$

Donde:

$f_y$ : esfuerzo de fluencia de los estribos

Por lo tanto:

$$V_s = \frac{0.8(1.43)(4200)(35.5)}{5} = 34114\text{kg}$$

Así, el cortante resistente es:

$$V_{cR} = V_c + V_s$$

$$V_{cR} = 5513 + 34114 = 39727\text{kg}$$

Comparando el valor obtenido con la capacidad máxima de la zona de cortante en estudio se obtiene el factor de sobrerresistencia que garantiza la falla deseada.

$$F_{sr} = \frac{39727}{12147} = 3.27$$

Aunque en la zona central, donde el cortante es nulo, no se requieren estribos, se supuso el mismo tipo de refuerzo que en la zona de apoyos.

**2.2.3.3 Diseño por flexión**

Basándose en el cortante resistente calculado  $V_{cr}=12100$  kg, el momento mínimo a resistir deberá ser el obtenido de multiplicar el cortante por la longitud del claro de cortante (Fig. 2.4).

$$M = 12100 \cdot 75 = 907500 \text{ kg} \cdot \text{cm} = 9.08 \text{ tm}$$

Con base en lo anterior, se supuso un armado longitudinal formado por 3 barras del No. 6 en el lecho inferior y 2 No. 4 en el lecho superior (Fig. 2.8)

Siguiendo las hipótesis planteadas en las "NTCDEC, 1993", la profundidad del eje neutro se puede determinar iterando hasta encontrar un valor del bloque de concreto en que la compresión resultante sea igual a la tensión. Así, la resistencia a flexión puede calcularse con base en los diagramas representados en la figura 2.11:

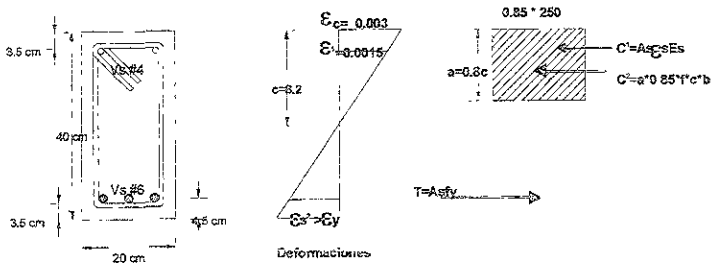


Figura 2.11 Diagrama de deformaciones y fuerzas por flexión

La compresión total, se determina con la contribución del acero más la del bloque de concreto por encima del eje neutro como:

$$C_{total} = C_1 + C_2 \dots\dots\dots 2.20$$

La compresión en el acero  $C_1$ , se determina según la siguiente expresión y es:

$$C_1 = A_s \epsilon_s E_s \dots\dots\dots 2.21$$

Donde:

- $A_s$ : área transversal del acero
- $\epsilon_s$ : deformación unitaria en el acero
- $E_s$ : módulo de elasticidad del acero

Así tenemos que:

$$C_1 = (1.256 * 2) * 0.0015 * 2100000 = 7976kg$$

La compresión en el concreto, se determina según la siguiente expresión:

$$C_2 = a * f'_c * b \dots\dots\dots 2.22$$

Donde.

- a: altura del bloque de concreto=0.8\*c
- $f'_c$ : 0.85 $f_c$
- b: ancho de la sección

Al iterar se encuentra que c=8.2 cm y en consecuencia:

$$C_2 = (0.8 * 8.2) * (0.85 * 250) * 20 = 27880kg$$

Por lo tanto la compresión total es:

$$C_{total} = 7976 + 27680 = 35800 \text{ kg}$$

En estas condiciones, y tomando momentos de las fuerzas con respecto a la posición del acero en tensión, el momento resistente  $M$  es:

$$M = 11.53 \text{ t m}$$

Comparando el momento asociado a la resistencia a flexión con el momento correspondiente al cortante necesario para desarrollar la  $r$  del refuerzo externo ya calculado, tenemos un factor de sobrerresistencia  $F_{sr}$  de:

$$F_{sr} = \frac{M_{momento}}{M_{refuerzo}} = \frac{11.53}{9.08} = 1.27$$

En consecuencia, la falla por cortante debe producirse antes que la de flexión.

## 2.3 MATERIALES

### 2.3.1 CONCRETO

El concreto usado para la fabricación de los cubos y las vigas menores fue elaborado en el laboratorio y se dosificó por peso con una relación grava/arena de 1.38 y agua/cemento de 0.62 con un peso volumétrico de  $2079 \text{ kg/m}^3$ . Los agregados fueron de origen andesítico de un banco en San Pedro Chamapa en el estado de México con las granulometrías mostradas en la tabla 2.0.

El tamaño máximo de agregado fue de 0.75 cm, y el revenimiento de 12cm. La resistencia especificada del concreto fue de  $250 \text{ kg/cm}^2$  y de la misma mezcla se fabricaron 4 pares de cilindros de control estándar, de 15 cm de diámetro y 30 cm de altura.

ARENA	
Criba	% Retenido
3/8"	100
#4	97
#8	89
#16	77
#30	56
#50	36
#100	20
Charola	0
Contenido de materia orgánica	Negativa
GRAVA	
1"	100
3/4"	77
3/8"	28
#4	2
Charola	0

Tabla 2.0 Granulometría de los agregados

Para su verificación, se realizaron pruebas de compresión simple en la Máquina Universal, a diferentes edades, y se obtuvieron las resistencias indicadas en la tabla 2.1.

Edad[días]	$f'c$ [ $\text{kg/cm}^2$ ]
3	117
7	163
14	226
28	232

Tabla 2.1 Resistencias de los cilindros de control de los cubos y de las vigas menores

Para la fabricación de los especímenes se utilizó concreto premezclado clase 1, con una resistencia especificada a los 28 días de  $250 \text{ kg/cm}^2$ . El tamaño máximo del agregado grueso se estipuló de  $\frac{3}{4}$ " y el revenimiento de 12 cm. Se prepararon 6 pares de cilindros estándar de 15 cm de diámetro y 30 cm de altura. Las pruebas programadas para estos cilindros fueron la obtención de resistencias a diferentes edades y del módulo de elasticidad a 28 días. Las resistencias obtenidas, así como las graficas  $\sigma-\epsilon$  utilizadas para obtener el módulo de elasticidad secante con base en la norma NMXC128, se muestran en la tabla 2.2 y en la figura 2.12.

Edad[días]	$f'_c$ [kg/cm <sup>2</sup> ]
3	118
7	163
14	190
21	190
28	216
34	244

Tabla 2.2 Resistencias en los cilindros de control de los especímenes

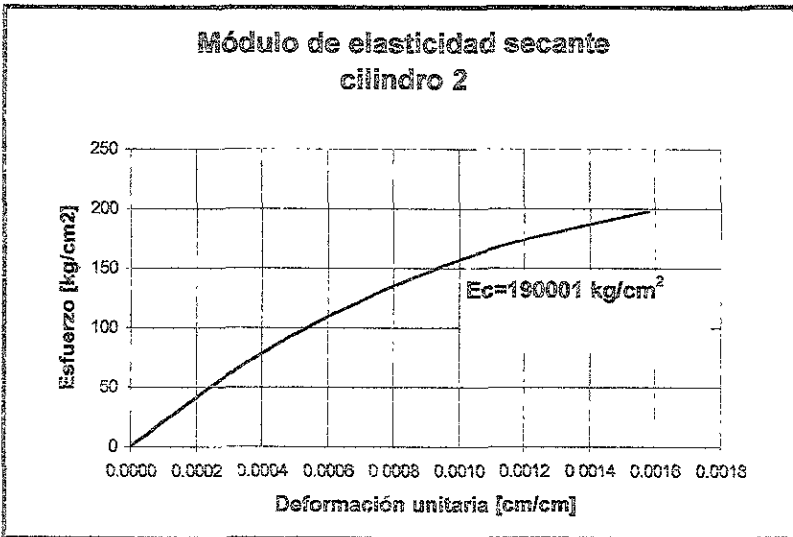
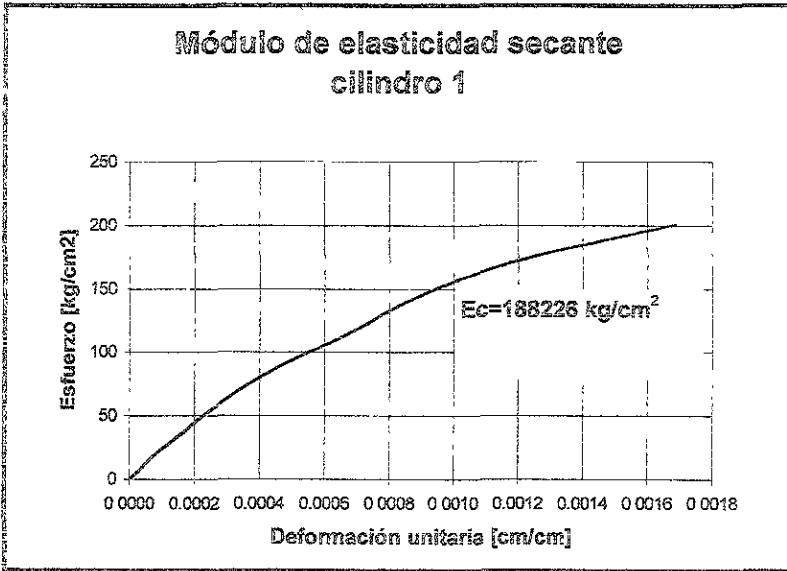


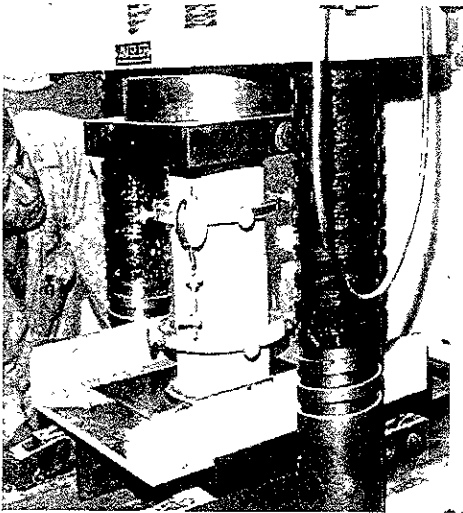
Figura 2.12 Gráficas de los módulos de elasticidad de los cilindros de control a 28 días

El módulo de elasticidad promedio a 28 días fue de 189000 kg/cm<sup>2</sup> (tabla 2.3)

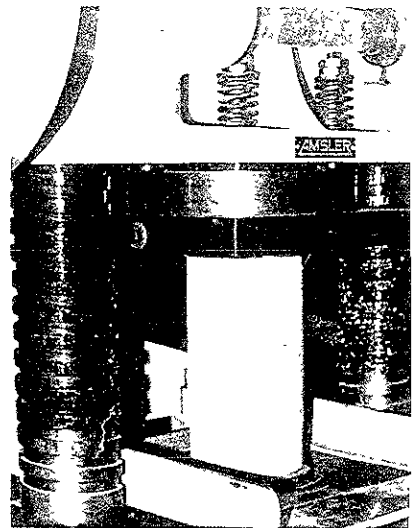
Cilindro	Módulo de elasticidad [kg/cm <sup>2</sup> ]
1	188226
2	190001
M.Prom=189000	

Tabla 2.3 Módulos de elasticidad secante a los 28 días

En la figura 2.13 se muestra el ensaye típico para las pruebas de resistencia y obtención del módulo de elasticidad practicadas en los cilindros de control de concreto.



Prueba típica de obtención del módulo de elasticidad



Prueba típica de resistencia en compresión simple

Figura 2.13 Ensayo de los cilindros de control

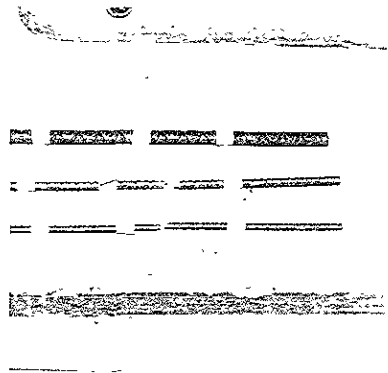
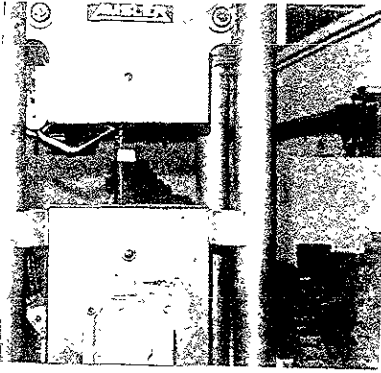


### 2.3.2 ACERO DE REFUERZO

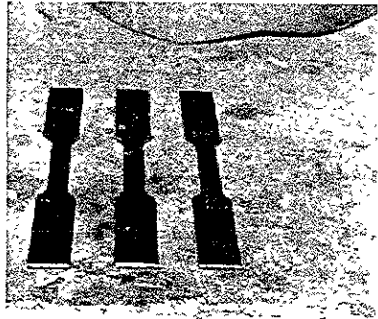
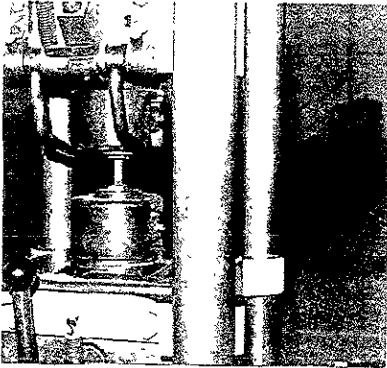
Tanto el acero de refuerzo interno (barras #3 #4 y #6), como el acero de refuerzo externo (soleras de 2.5X0.3175 cm) de tipo estructural, fueron sometidos a la prueba estándar de tensión en la Máquina Universal para obtener su esfuerzo real de fluencia. El ensaye del acero de refuerzo externo se realizó en probetas con las dimensiones especificadas en la figura 2.14. Los esfuerzos promedio obtenidos para los diferentes elementos de acero utilizados se presentan en la tabla 2.4 y algunos detalles de los ensayos se muestran en las figuras 2.15 y 2.16. Los esfuerzos de fluencia no fueron claramente definidos, ya que las curvas que se presentaron experimentalmente no proporcionaban el punto al límite de fluencia típico del acero estructural como se muestra la figura 2.16a, por lo que se tomaron los valores en donde las curvas esfuerzo-deformación dejaban de ser proporcionales en su porción inicial.



Figura 2.14 Geometría de las probetas de acero de refuerzo según la norma NOM B-172



*Figura 2 15 Ensaye típico de probetas de acero de refuerzo interno*



*Figura 2 16 Ensaye típico de probetas de refuerzo externo*

	Esfuerzo de fluencia $F_y$ [kg/cm <sup>2</sup> ]
Barra #3	4630
Barra #4	4515
Barra #6	4930
Solera	2600

Tabla 2.4 Esfuerzos de fluencia del acero de refuerzo

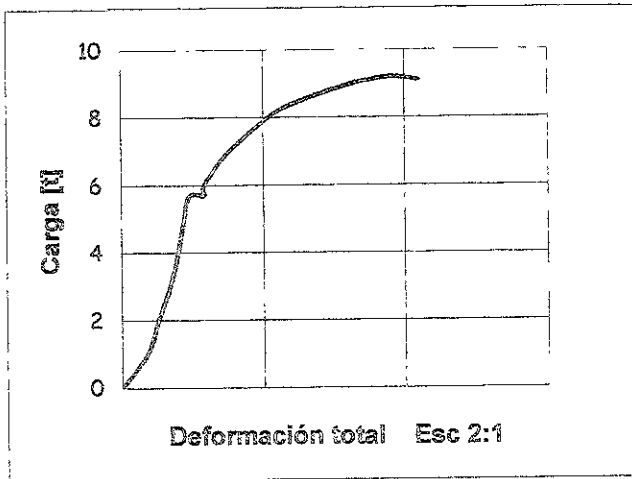


Figura 2.16a Curva esfuerzo- deformación típica del acero de refuerzo

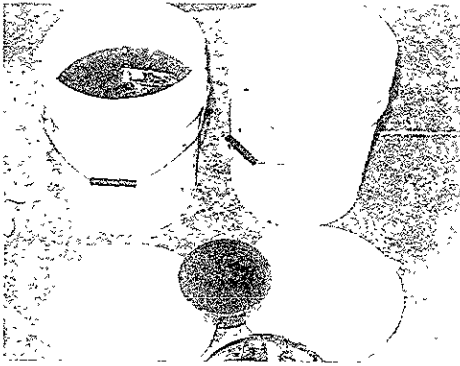
### 2.3.3 RESINAS

El adhesivo utilizado para pegar el refuerzo a los especímenes, las vigas menores y los cubos fue una resina epóxica con gran capacidad mecánica y buenas características adherentes entre concreto y acero, denominada Resina Epóxica Icopsa 005. Esta resina es suministrada por la empresa ingeniería Computarizada y Prefabricación S.A ( ICOPSA), con base en la mezcla de dos componentes: resina RICOP-001 y endurecedor EICOP-003. Esta resina se prepara en una proporción de 10 partes de resina por 6 partes de endurecedor y se mezcla mecánicamente hasta obtener un color uniforme y una viscosidad adecuada. Adicionalmente, a esta mezcla se le agregan arena de cuarzo y polvo de aerosil para proporcionar estabilidad y mejorar sus propiedades mecánicas. La preparación de esta resina epóxica requiere de un mezclado a altas revoluciones para alcanzar las características mecánicas y físicas requeridas. La elaboración de la resina epóxica se esquematiza en la figura 2.17 y se puede resumir en los siguientes pasos:

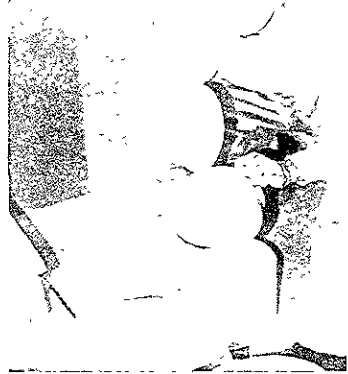
- a) Proporcionamiento en peso de la resina y el endurecedor.
- b) Mezclado inicial de los componentes de la resina manualmente con un tiempo de trabajabilidad de aproximadamente dos horas.
- c) Proporcionamiento de cuarzo y aerosil
- d) Mezclado a altas revoluciones ( 2500 rpm) hasta obtener una pasta de color firme y viscoso.

Las características mecánicas proporcionadas por ICOPSA para la Resina Epóxica Icopsa 005 y que se tomaron en cuenta en este estudio , y que además según la experiencia de esta empresa se mantienen durante al menos 30 años y son las siguientes:

- |   |                         |
|---|-------------------------|
| a) Esfuerzo a la compresión a 14 días mínimo  | 820 kg/cm <sup>2</sup>  |
| b) Esfuerzo a la flexión 10 ½ horas a 20°C    | 250 kg/cm <sup>2</sup>  |
| c) Esfuerzo cortante en contacto con concreto | > 80 kg/cm <sup>2</sup> |
| d) Módulo de Poisson a 20°C                   | 0.27                    |



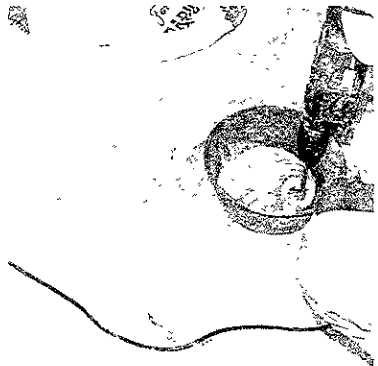
a) *Proporcionamiento de la resina y el endurecedor*



b) *Mezclado inicial*



c) *Proporcionamiento de los aditivos de cuarzo y aerosil*



d) *Mezclado a altas revoluciones*

*Figura 2.17 Preparación de la resina ICOPSA 005*

## 2.4 FABRICACIÓN DE LOS ELEMENTOS DE PRUEBA

### 2.4.1 CUBOS

Los cubos se fabricaron a partir de elementos prismáticos de concreto, colados en moldes metálicos de dimensiones de 15x15x50 cm, y cortados posteriormente con disco de diamante. Los elementos cúbicos resultantes de estos cortes se unieron en pares por medio de soleras adheridas en cuatro de sus caras.

La unión de los cubos por medio de las soleras hizo necesario realizar preparaciones especiales, tanto en las soleras como en las superficies de concreto, para la correcta aplicación de la resina epóxica.

La fabricación de los cubos se llevó a cabo siguiendo los pasos que a continuación se mencionan, tal como se ilustran en la figura 2.18:

#### a) Limpieza de las caras de los cubos.

Consistió en remover la capa superficial del concreto de las caras de los cubos por medio de un esmeril y en la eliminación posterior de los residuos de polvo del pulido con una estopa empapada en acetona.

#### b) Limpieza de la superficie de soleras.

Consistió en remover, con disco de esmeril, los excesos de polvo, grasa y óxido de la superficie de las soleras, con el fin de obtener además una superficie idónea para la adherencia de la resina.

- c) Aplicación del sellador primario en las caras de los cubos.

Se aplicó con una brocha una cantidad ligera de resina epóxica líquida, sin carga de cuarzo, la cual proporciona una capa selladora de los poros del concreto y una superficie con excelentes propiedades adherentes.

- d) Aplicación del sellador primario en las caras de las soleras.

Al igual que en las caras de los cubos, se aplicó una capa de resina, sin carga de cuarzo en las caras de las soleras previamente preparadas.

- e) Aplicación de la resina epóxica en las soleras.

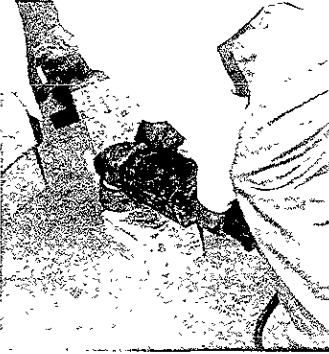
Se aplicó la resina, previamente mezclada con la carga de cuarzo y con el aerosil, en las caras por adherir de las soleras con un espesor aproximado de 1 cm para cubrir por completo las áreas de adherencia al momento del troquelado.

- f) Colocación de las soleras

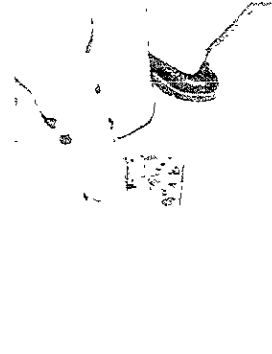
Se colocaron y troquelaron las soleras en las caras de los cubos como se estipuló en el diseño.

- g) Curado.

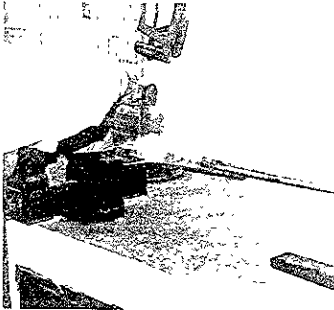
Finalmente, para obtener el mejor resultado de la adherencia, se guardaron los cubos con las soleras en un horno a una temperatura constante de 35°C durante una semana.



a) *Esmerilado de las caras de los cubos*



b) *Limpieza de las caras de los cubos con acetona*



c) *Limpieza de las caras de las soleras con esmeril*



d) *Aplicación del sellador epóxico en los cubos*

*Figura 2 18 Fabricación de los cubos*

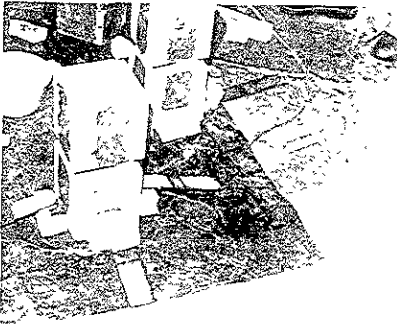




e) Aplicación del sellador epóxico en la superficie de las soleras

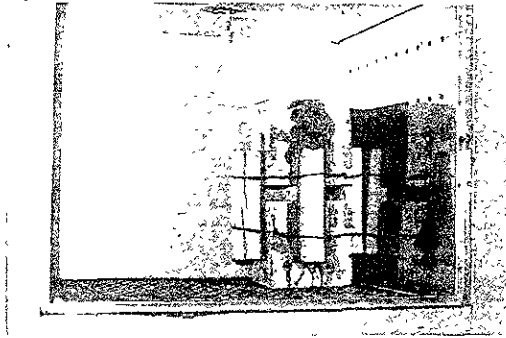


f) Aplicación de la resina epóxica



g) Colocación y troquelado de las soleras

Figura 2.18 Fabricación de los cubos (continuación)



*h) Curado en horno eléctrico*

*Figura 2 18 Fabricación de los cubos (continuación)*

### 2.4.2 VIGAS

La fabricación de las vigas siguió el mismo procedimiento mencionado para los cubos, haciendo la distinción de que a uno de estos elementos se le adhirieron las soleras laterales utilizando, además de resina epóxica (figura 2.19), balazos en los extremos de soleras. Estos balazos, con longitud de 0.75 cm, calibre 27, marca Ramset, fueron aplicados con una pistola de carga detonante amarilla lo que evitó el troquelado para este elemento. La fabricación de las vigas excluyó el curado en horno a temperatura constante debido a su mayor tamaño, curándose únicamente a temperatura ambiente.

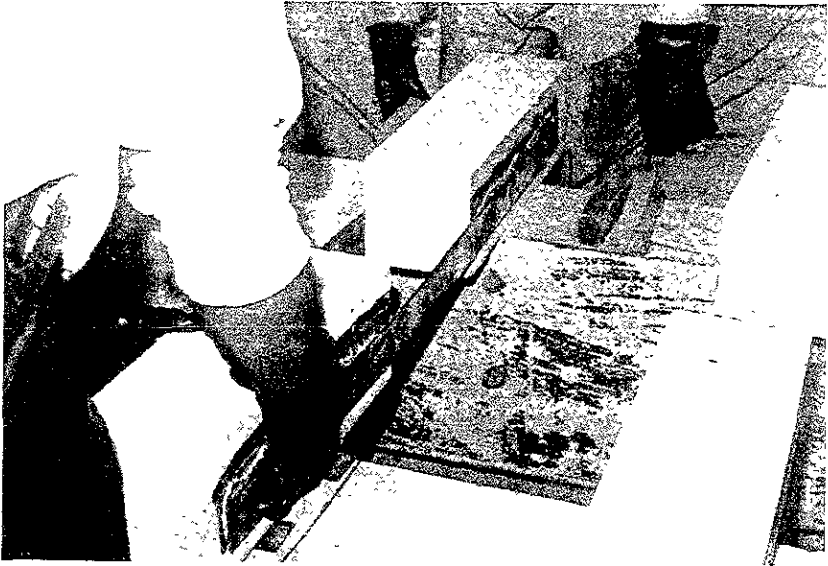


Figura 2.19 Fabricación de las vigas menores

### 2.4.3 ESPECÍMENES

La fabricación de los especímenes se puede resumir en tres etapas básicas:

- a) Habilitado del acero de refuerzo interno
- b) Colado
- c) Curado
- d) Habilitado del refuerzo externo en el caso de los especímenes reforzados.

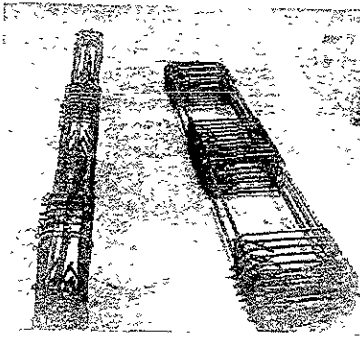
El habilitado del acero de refuerzo interno fue llevado a cabo considerando los croquis de construcción mencionados en el diseño.

El colado de los especímenes se realizó en moldes metálicos, cuidadosamente fabricados para evitar imperfecciones en sus caras.

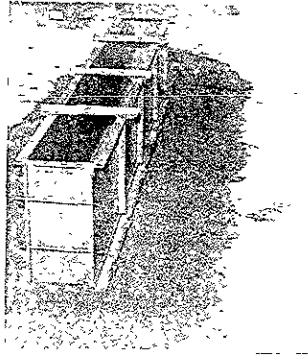
El concreto fue suministrado por la empresa CEMEX, cumpliendo con los índices de revenimiento y resistencia de 12 cm y 250 kg/cm<sup>2</sup>, respectivamente. Su colocación se realizó con ayuda de vibradores.

El curado de estos elementos se efectuó a temperatura ambiente cubriéndose con telas húmedas y plásticos durante 3 días después del colado.

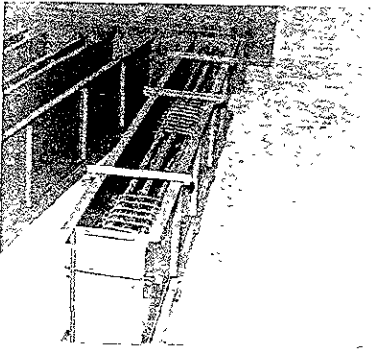
Algunos detalles del habilitado del acero interno, el colado y el curado se muestran en la figura 2.20.



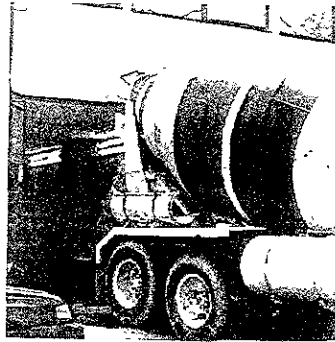
a) *Habilitado de acero de refuerzo*



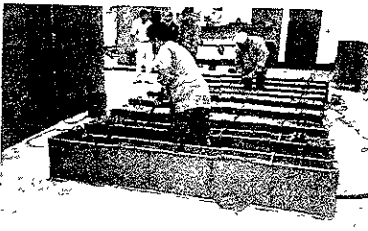
b) *Cimbra metálica utilizada*



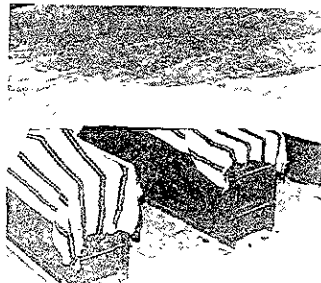
c) *Cimbrado de los especímenes*



d) *Descarga del concreto premezclado*



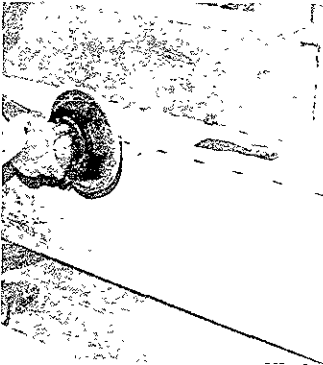
e) *Colado de los especímenes*



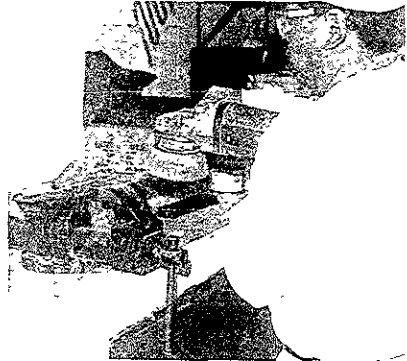
f) *Curado de los especímenes*

*Figura 2.20 Habilitado del refuerzo colado y curado de los especímenes*

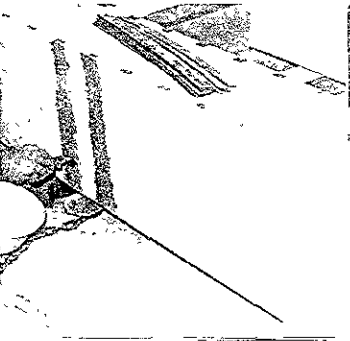
Al igual que en los cubos y las vigas, el proceso de colocación del acero de refuerzo externo fue realizado cuidadosamente por personal altamente calificado de la empresa ICOPSA, siguiendo los mismos pasos ya descritos anteriormente para la fabricación de las viga, en que también se evito el troquelado de las soleras. Este proceso se esquematiza gráficamente en la figura 2.21



a) Limpieza de los especímenes



b) Limpieza del refuerzo externo

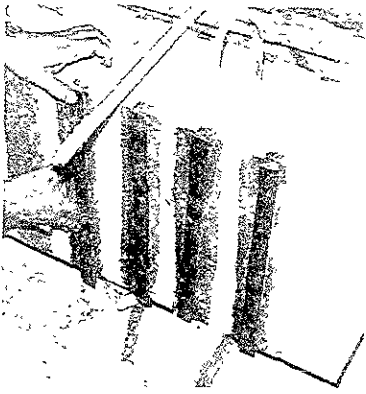


c) Aplicación del sellador primario en el concreto

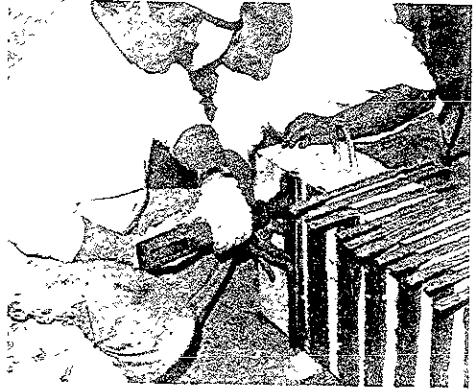


d) Aplicación del sellador primario y resina ICOPSA 005 en las soleras

Figura 2.21 Colocación del refuerzo externo a los especímenes



e) Colocación de las soleras



f) Colocación de las soleras con balazo

Figura 2.21 Colocación del refuerzo externo a los especímenes (continuación)

## 2.5 ENSAYO DE LOS ELEMENTOS DE PRUEBA

El ensayo de los elementos de prueba fue realizado en el Laboratorio del Instituto Mexicano del Cemento y del Concreto A.C., IMCYC. Los cubos y los especímenes fueron ensayados en la Máquina Universal y las vigas bajo la reacción de un gato hidráulico de control manual independiente. En estas pruebas se registraron deflexiones y deformaciones para intervalos predeterminados de carga estática.

### 2.5.1 Prueba de los cubos

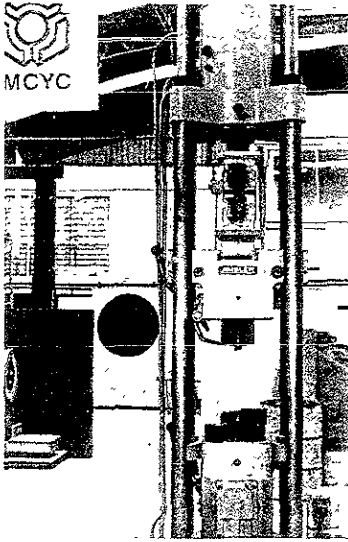
Los cubos se sometieron a una prueba de compresión simple en la Máquina Universal, a una velocidad constante de los incrementos de carga de 500 y 1000 kg. La importancia de la prueba de estos elementos fue que permitió conocer la carga a la que se presentaba el desprendimiento de las soleras adheridas en las caras, con lo cual se pudo caracterizar el esfuerzo resistente de adherencia. En la figura 2.22 se muestran los detalles del ensayo, así como del mecanismo de falla el que se dio siempre por la falla a cortante de una capa exterior del concreto que permaneció adherida a la solera. Los valores de carga asociados a la falla de estos elementos se muestran en la siguiente tabla:

Probeta	Carga de falla [kg]	Área adherida de soleras [cm <sup>2</sup> ]	Esfuerzo de adherencia real [kg/cm <sup>2</sup> ]
1 (2 soleras)	3300	100	33.0
2 (4 soleras)	6780	200	33.9
3 (4 soleras)	7680	200	38.4

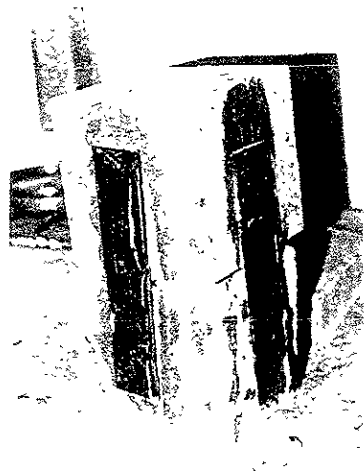
*Tabla 2.5 Valores de carga a la falla por la adherencia en los cubos*

Como se puede apreciar, el esfuerzo de adherencia desarrollado en los tres elementos de prueba fue más del doble del que se supuso inicialmente en el diseño de los elementos de 14 kg/cm<sup>2</sup>.

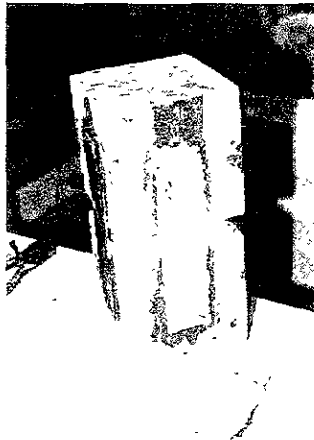




a) Ensayo de los cubos a compresión simple



b) Falla típica por adherencia

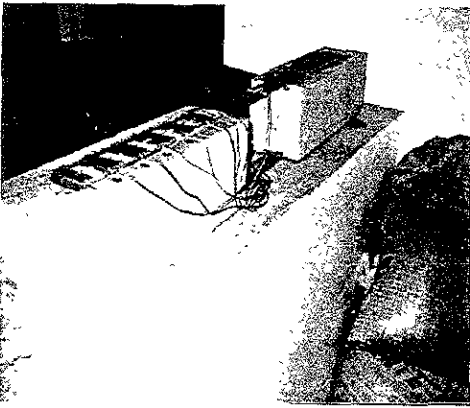


c) Superficie de falla

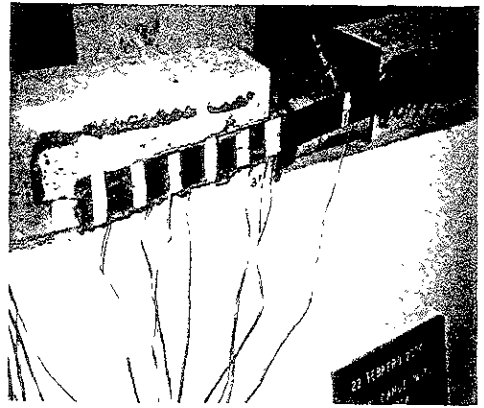
Figura 2 22 Ensayo de cubos

### 2.5.2 Prueba de las vigas

El ensayo de las vigas se realizó aplicando una fuerza reactiva de tensión proporcionada por un gato hidráulico colocado entre las dos piezas de concreto unidas por soleras. En esta prueba se midieron las deformaciones inducidas por el incremento de carga en el gato hidráulico, a través de los deformímetros marca Micro-Measurements del tipo EA-06-240LZ-120 colocados en el extremo de una solera. La falla de las vigas se presentó prematuramente debido a defectos en la alineación de las soleras de refuerzo, los que indujeron esfuerzos de tensión perpendiculares a la superficie de adherencia no deseados, por lo que se produjo la falla antes de lo esperado. La figura 2.23 muestra algunos aspectos de la prueba en el laboratorio.

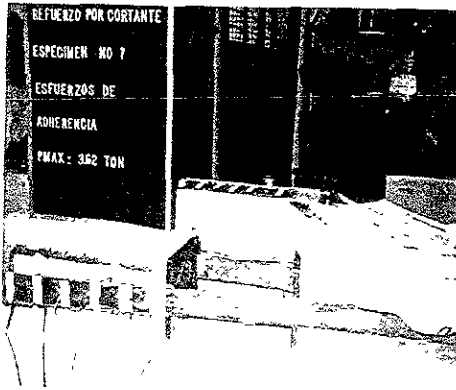


a) Vigas instrumentadas con deformímetros



b) Falla prematura por desprendimiento a tensión

Figura 2.23 Ensayo de las vigas



c) Cargas de falla en las vigas



d) Dispositivo de medición de esfuerzos

Figura 2.23 Ensayo de las vigas (continuación)

Los registros de deformaciones y cargas observadas durante el ensayo de estos elementos, se presentan en las tablas 2.6 y 2.7, con base en la ubicación de los "deformímetros" de la figura 2.24.

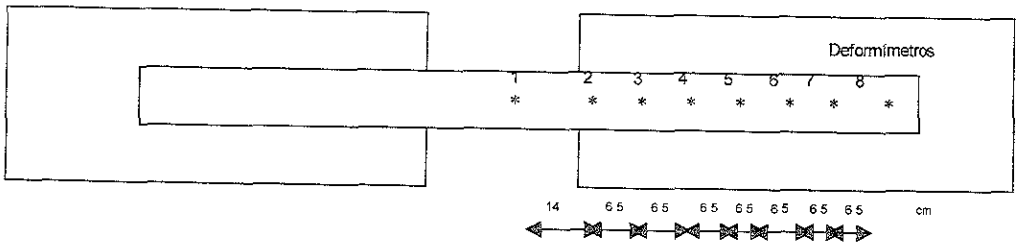


Figura 2.24 Ubicación de los deformímetros en las vigas menores

Incremento	Carga [kg]	SG1 [μ]	SG2 [μ]	SG3 [μ]	SG4 [μ]	SG5 [μ]	SG6 [μ]	SG7 [μ]	SG8 [μ]
1	0	1	0	3	-3	3	-1	1	1
2	667	151	46	261	9	5	0	0	0
3	1000	215	66	265	14	7	0	0	0
4	1334	266	89	25	21	8	0	0	0
5	1667	322	123	161	29	10	1	1	1
6	2001	363	156	165	38	13	1	2	1
7	2334	406	223	200	52	17	3	1	1
8	2668	446	275	225	71	22	5	3	1
9	3000	491	356	329	125	36	9	4	2
10	3335	535	553	578	731	718	472	541	36
11	3622	170	7	-11	147	338	243	-235	15

Tabla 2.6 Registros de deformaciones y cargas (viga con clavos en los extremos de las soleras)

Incremento	Carga [kg]	SG1 [μ]	SG2 [μ]	SG3 [μ]	SG4 [μ]	SG5 [μ]	SG6 [μ]	SG7 [μ]	SG8 [μ]
1	0	1	0	3	-3	3	-1	1	1
2	667	46	36	107	5	3	-4	-4	-3
3	1334	93	75	231	19	6	-3	-3	-2
4	2001	159	158	336	75	21	0	-3	-2
5	2668	224	295	476	213	86	14	1	-2
6	3335	282	598	538	517	401	344	121	4
7	3622	314	624	565	577	492	480	256	15

Tabla 2.7 Registros de deformaciones y cargas (viga sin clavos en los extremos de las soleras)

Finalmente en las figuras 2.25 y 2.26 se muestran las gráficas de la distribución de los esfuerzos en las soleras antes de la falla. En ambos casos se aprecian incongruencias en la distribución de esfuerzos, ya sea en forma de discontinuidades o con excedencias sobre el extremo no adherido, todo lo cual es producto de los esfuerzos inducidos por los defectos de alineación de las soleras. El esfuerzo promedio de adherencia en de estos dos elementos fue de 7 Kg/cm<sup>2</sup>.

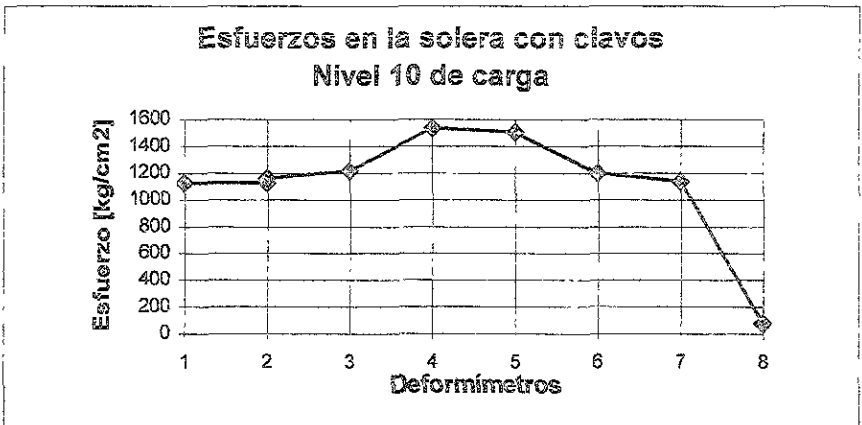


Figura 2.25 Esfuerzos en la solera con clavos en los extremos

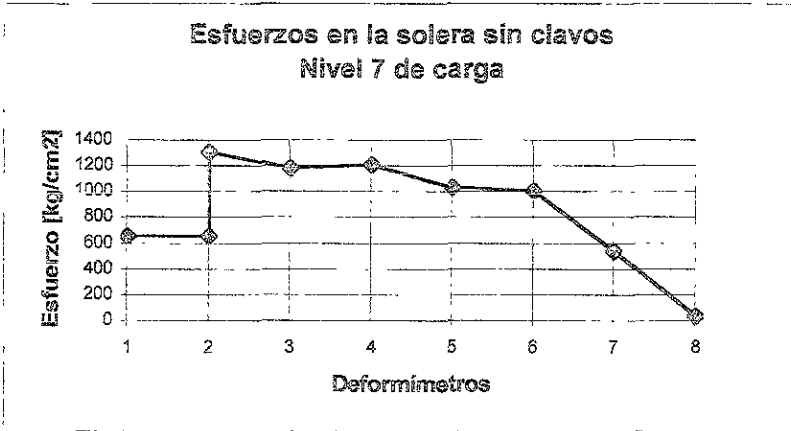


Figura 2.26 Esfuerzos en la solera sin clavos en los extremos

### 2.5.3 Prueba de los Especímenes

La prueba de los especímenes reforzados y los testigos se realizó según el esquema de carga de la figura 2.4. Se midieron las deflexiones en el centro del claro, por medio de un micrómetro, para cada intervalo de carga. La carga se aplicó manteniendo la fuerza de la Máquina Universal constante durante un intervalo de tres minutos entre incrementos sucesivos de 500 y 1000 kg y tomando lecturas de deformación al final de cada intervalo, tanto en el micrómetro, como en los deformímetros colocados estratégicamente por donde se suponía que pasaría la grieta diagonal. El criterio utilizado para determinar la falla del elemento fue que alguna grieta diagonal alcanzara un espesor de 1.5 mm.

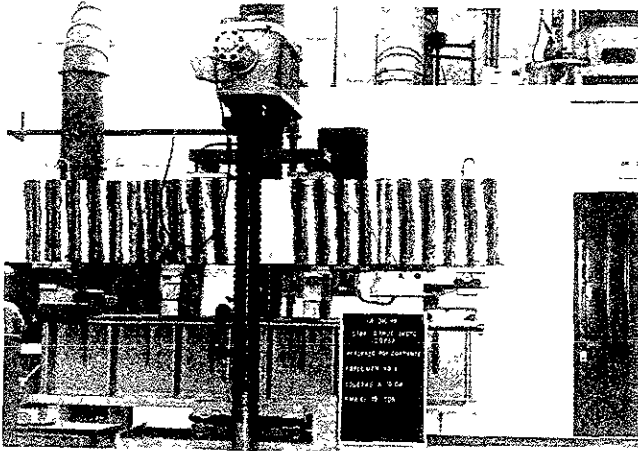
En todos los especímenes reforzados se observó una grieta de falla cruzando a  $45^\circ$  en el claro de cortante, desprendiendo así 3 soleras por su longitud más corta en adherencia.

En el espécimen No. 3 se observó un aspecto desfavorable por el efecto de los balazos, algunos de los cuales produjeron fracturas en el concreto alrededor de los clavos introducidos así.

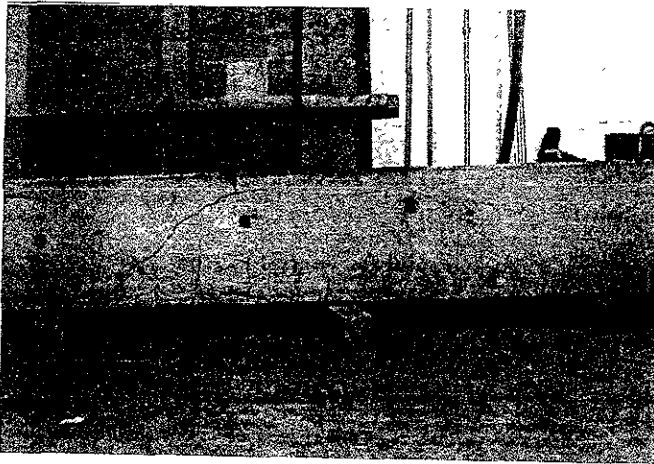
En los especímenes testigo se observó la manifestación progresiva de grietas de flexión, seguidas por grietas diagonales, cuya aparición súbita precedía la falla.

En la figura 2.27 se muestran algunos detalles de las sesiones de prueba de los especímenes.

UNIVERSIDAD NACIONAL  
DE INGENIERÍA



*a) Ensayo y falla de un espécimen reforzado*



*b) Falla de un espécimen testigo*

*Figura 2.27 Ensayo de especímenes*





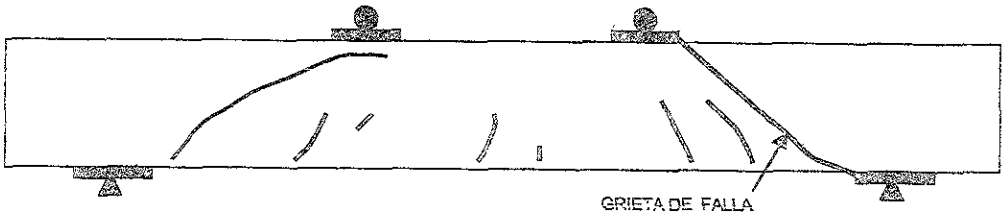
b) Desprendimiento típico de las soleras



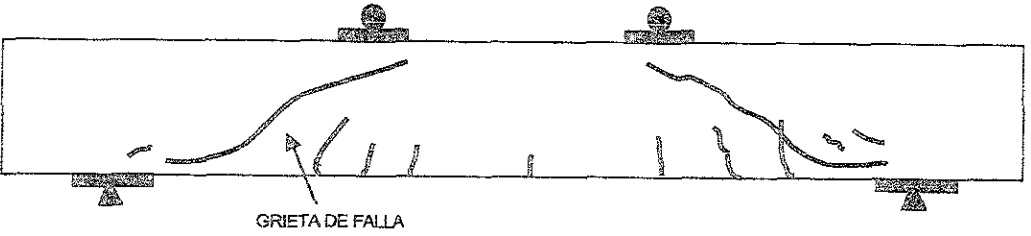
c) Fractura local por efecto del balazo en el espécimen No. 3

Figura 2.27 Ensayo de especímenes (continuación)

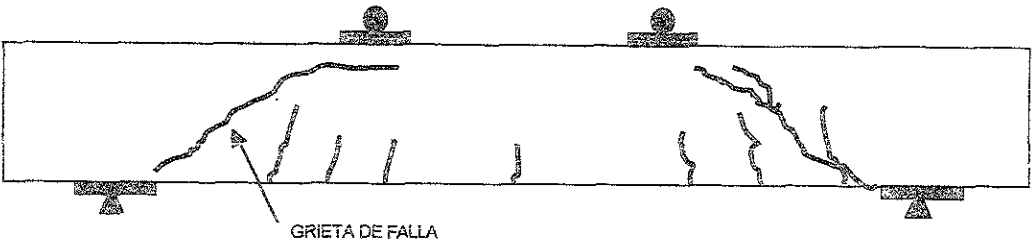
En la figura 2.28 se presentan los patrones de agrietamiento a la falla de los especímenes testigo. En la figura 2.29 se muestran las curvas carga-deflexión al centro del claro, obtenidas para los especímenes testigo 2 y 3. En las tablas 2.8, 2.9 y 2.10 se incluyen los resultados del proceso de carga de los mismos especímenes.



a) *Espécimen testigo 1*

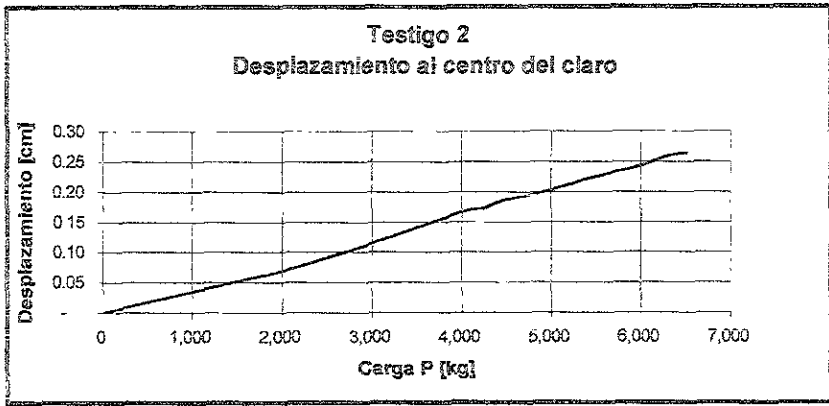


b) *Espécimen testigo 2*

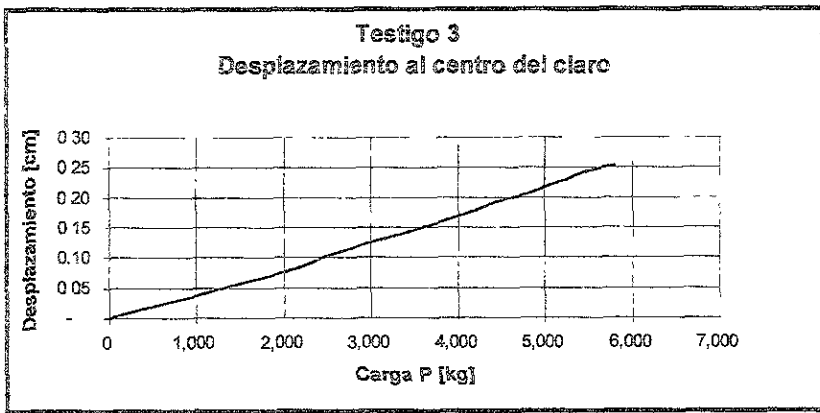


c) *Espécimen testigo 3*

Figura 2.28 Agrietamiento a la falla de los especímenes testigo



a) *Especimen testigo 2*



b) *Especimen testigo 3*

Figura 2.29 Curvas carga-deflexión para los especímenes testigo

Incremento	Carga [kg]	Micrómetro [pul/1000]	Observaciones
1	0	0	
2	2500	18.5	
3	5000	36/39	
4	6000	45/48	
5	7000	55/58	Primeras grietas por flexión visibles
6	8000	64/68	Grieta capilar por cortante
7	8500	84/88	
8	9000	94/97	Grieta capilar por cortante con espesor > 0.1 mm
9	9500	***	
10	10000	***	
11	10500	***	
12	11000	***	Grieta de falla por cortante bien definida 1 mm
13	11500	***	
14	12000	***	Grieta por cortante de 1.5mm FALLA
15	12500	***	Grieta por cortante > 3.0mm

Tabla 2.8 Resultados obtenidos durante el ensaye del espécimen testigo 1

Incremento	Carga [kg]	Micrómetro [pul/1000]	Observaciones
1	0	0	
2	2000	12/14	
3	4000	25/28	
4	6000	42/45	1ª grieta evidente por flexión
5	8000	59/66	
6	8500	67/68	
7	9000	71/72.5	
8	95000	75/76.5	
9	10000	79/80	
10	10500	82.5/84	
11	11000	87/88	
12	11500	91/92.5	
13	12000	95/97	
14	12500	99/102	FALLA (grieta por cortante 1.5mm)
15	13000	104	

Tabla 2.9 Resultados obtenidos durante el ensaye del espécimen testigo 2

Incremento	Carga [kg]	Micrómetro [μm/1000]	Observaciones
1	0	0	
2	2000	15/16	
3	4000	28.5/31	
4	5000	38/41	1ª grieta capilar por flexión
5	6000	46/49	
6	7000	54.5/58	
7	8000	64/67	
8	8500	69.5/71	
9	9000	73.5/76	
10	9500	78.5/81	
11	10000	84/86	
12	10500	88.5/90	
13	11000	93.5/95.5	
14	11500	98.5/100	
15	12000	103/107.5	Grieta por cortante de 1.5 mm FALLA





Tabla 2.10 Resultados obtenidos durante el ensaye del espécimen testigo 3

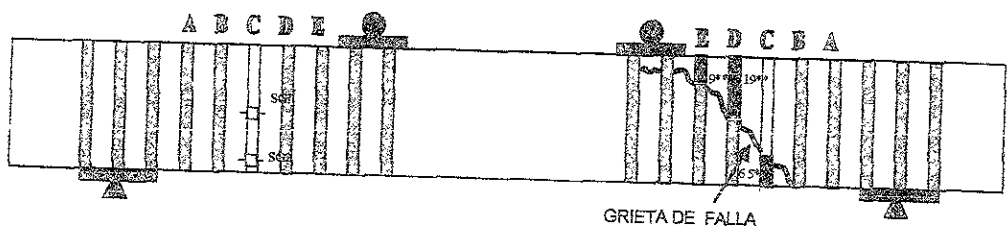
Como puede observarse, en los tres casos la carga total a la falla resultó muy cercana a la obtenida teóricamente en el inciso 2.2.3.1 en ausencia de refuerzo transversal y que es:

$$P = 2V_c$$

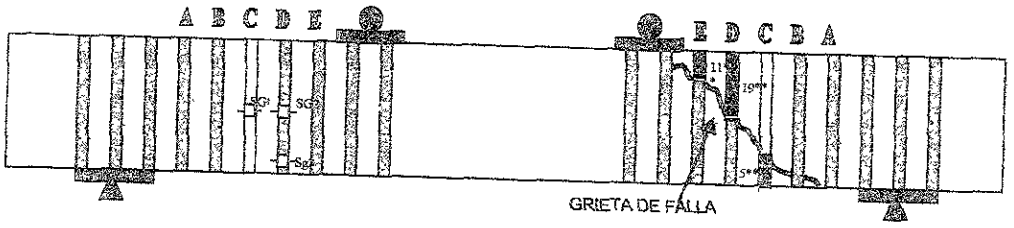
$$P = 2 \times 56613 = 11226 \text{ kg}$$

En la figura 2.30 se presentan los mecanismos de falla que se obtuvieron con los especímenes reforzados. En la figura 2.31 se muestran las curvas carga-deflexión al centro del claro correspondientes. En las tablas 2.11, 2.12 y 2.13 se incluyen los resultados registrados durante los ensayos.

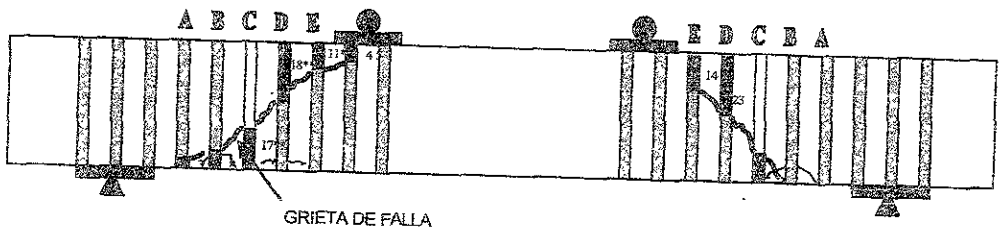
-  Fibras
-  Área desprendida
-  Deformaciones
-  Longitud en adherencia activa



a) *Espécimen reforzado 1*

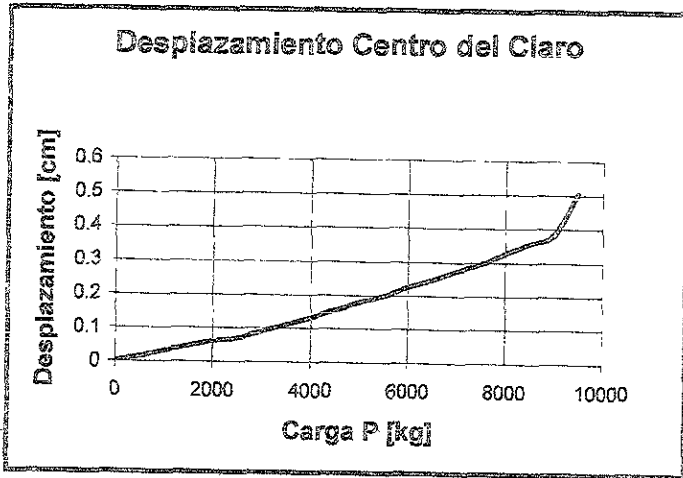


b) *Espécimen reforzado 2*

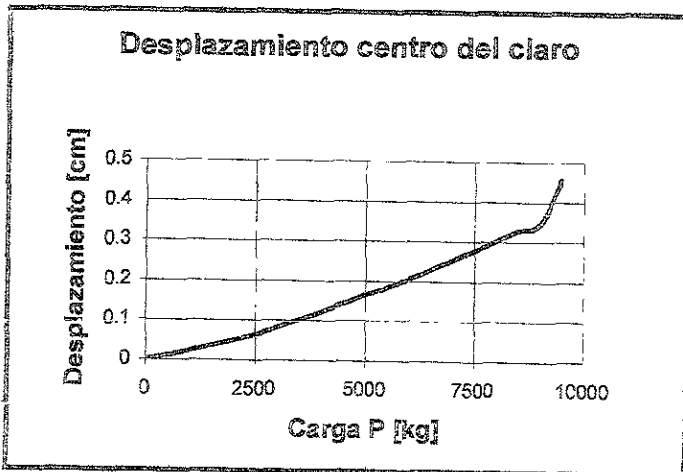


c) *Espécimen reforzado 3*

Figura 2.30 Agrietamiento a la falla de los especímenes reforzados



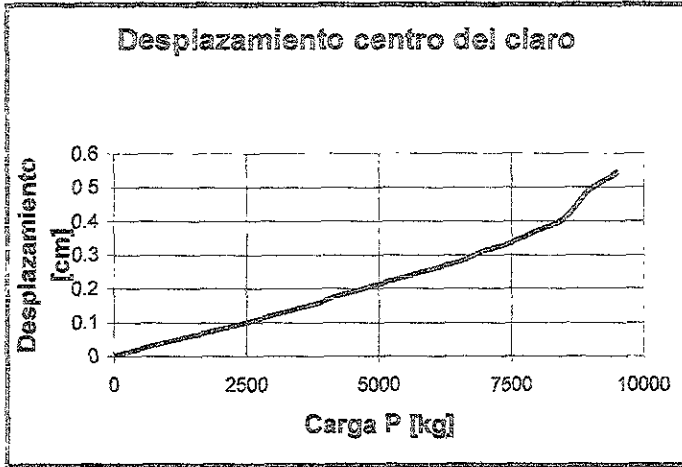
a) *Especímen reforzado 1*



b) *Especímen reforzado 2*

Figura 2.31 Curvas carga-deflexión para los especímenes reforzados





c) Especimen reforzado 3

Figura 2.31 Curvas carga-deflexión para los especímenes reforzados (continuación)

Incremento	Carga [kg]	SG1 [μ]	SG2 [μ]	Micrómetro [pul/1000]	Observaciones
1	0	0	0	0	
2	4000	+2	-9	24	
3	5000	+2	-9	26/27	
4	7500	0	-11	46/48	
5	10000	0	-13	66/70	
6	11000	0	-11	75/78	
7	12000	-2	-2	84/88	
8	13000	0	+4	94/97	
9	14000	+16	+3	104/107	Grieta incipiente de flexión, transferencia de la carga a las soleras
10	15000	+44	+3	113/116	
11	16000	+65	+6	123/128	
12	17000	+107	+29	140	Inicio de grietas Cortante 0.1 mm
13	18000	+170	+34	147/151	
14	19000	+205/215	+36	157/199	Grieta Cortante 1.5 mm FALLA
15	23000	+87	+27	70	Deformación Residual

Tabla 2.11 Resultados obtenidos durante el ensaye del espécimen reforzado 1

Incremento	Carga [kg]	SG1 [μ]	SG2 [μ]	SG3 [μ]	Micrómetro [pul/1000]	Observaciones
1	0	0	-3	-2	0	
2	2500	-2	-6	-2	10/11	
3	5000	0	-7	-3	24/25	
4	7500	+2	-8	-5	41/44	
5	10000	+7	+10	-4	62/65	Grieta incipiente de flexión central
6	11000	+8	+18	-5	70/72	
7	12000	+9	+22	-26	78/81	
8	13000	+3	+48	-26	88/90	Grieta incipiente de cortante
9	14000	-19	+73	+39	97/100	
10	15000	-29	+90	+102	106/109	Grieta 0.1 mm
11	16000	-16	+100	+144	116/119	
12	17000	+19	+97	+196	126/129	
13	18000				136/	Desprendimiento de Solera Grieta 1.5 mm FALLA
14	19000	+100/98	+100/100	+338/347	166/180	

Tabla 2.12 Resultados obtenidos durante el ensaye del espécimen reforzado 2

Incremento	Carga [kg]	SG1 [μ]	Micrómetro [pul/1000]	Observaciones
1	0	0	0	
2	2500	0	19/20	
3	5000	-1	39	
4	7500	0	61	
5	10000	+6	84	
6	11000	+8	92	
7	12000	+6	101	
8	13000	+5	110	
9	14000	+8	123	Grieta incipiente de cortante
10	15000	+17	132	Grieta 0.2 mm, inicia desprendimiento de solera
11	16000	+10	146	Grieta 0.4 mm
12	17000	+15	160	Grieta 0.5 mm
13	17600	+16	194	Grieta súbita, espesor 1.5 mm FALLA
14	18000	+32	214	Grieta 2.5 mm

Tabla 2.13 Resultados obtenidos durante el ensaye del espécimen reforzado 3

Como se mencionó anteriormente, la contribución a la resistencia a cortante proporcionada por las soleras de refuerzo se puede determinar en forma análoga a la de los estribos comunes. La diferencia radica en que el esfuerzo de fluencia de las soleras debe determinarse tomando un esfuerzo promedio, producto de la eficiencia del grupo de soleras actuando bajo la influencia de la adherencia de la resina epóxica, como confirman los resultados experimentales. Esta eficiencia proporciona un esfuerzo mínimo de adherencia en la interfaz entre la resina y el concreto y puede calcularse como se muestra a continuación:

La resistencia total a cortante de las vigas reforzadas está dada por la suma de las contribuciones del concreto y del refuerzo externo de las soleras:

$$V_{cR} = V_c + V_s \dots\dots\dots 2.23$$

Donde:

- $V_{cR}$ : Resistencia total a cortante del elemento
- $V_c$ : Contribución del concreto a la resistencia a cortante
- $V_s$ : Contribución del refuerzo a la resistencia a cortante

su vez, la contribución del refuerzo proporcionado por las soleras está dada por:

$$V_s = \frac{F_R A_s f_s d}{s} \dots\dots\dots 2.24$$

$$V_s = \frac{A_s \alpha_p f_y d}{s} \dots\dots\dots 2.25$$

nde:

- A<sub>s</sub>: Área transversal de las soleras
- α<sub>p</sub>: Coeficiente promedio de la eficiencia de las soleras
- d: Peralte efectivo
- f<sub>y</sub>: Esfuerzo de fluencia de las soleras
- f<sub>s</sub>: Esfuerzo efectivo en las soleras
- s: Separación entre soleras
- F<sub>R</sub>: Factor de reducción por resistencia=1 en el caso experimental

do un patrón de falla por cortante como el mostrado en la figura 2.9, la resistencia por adherencia del refuerzo externo F<sub>adh</sub>, puede ser calculada por la siguiente expresión:

$$F_{adh} = b_s L_{adh} f_{adh} \dots\dots\dots 2.26$$

nde:

- b<sub>s</sub>: Ancho de las soleras
- L<sub>adh</sub>: Longitud mínima adherida a partir de la grieta por cortante
- f<sub>adh</sub>: Esfuerzo de adherencia en la interfaz acero concreto

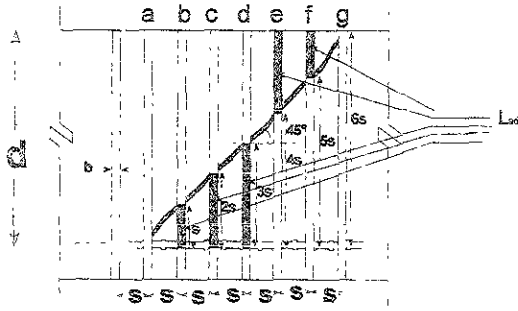


Figura 2.32 Trayectoria de falla idealizada

Por otra parte, la resistencia de las soleras a tensión está dada por:

$$F_y = f_y b_s t_s \dots\dots\dots 2.27$$

Donde:

- $b_s$ : ancho de solera
- $f_y$ : esfuerzo de fluencia de las soleras
- $t_s$ : espesor de solera

Así, el coeficiente de eficiencia individual  $\alpha_1$ , para establecer la analogía entre las soleras y los estribos convencionales, queda determinado por el cociente de la fuerza de adherencia entre la resistencia a tensión como:

$$\alpha_1 = \frac{f_{adh} L_{adh}}{f_y t_s} \dots\dots\dots 2.28$$

Si se consideran los patrones de agrietamiento a la falla de los especímenes reforzados, presentados en la figura 2.30, es posible determinar las longitudes de adherencia activa al momento de la falla, tal como se muestra en las tablas 2.14, 2.15 y 2.16.

ESPECÍMEN 1	
Cortante de falla [kg]	Longitud de soleras desprendidas a la falla [cm]
9500	$L_E = 9.0$ $L_D = 19.0$ $L_C = 6.5$

Tabla 2.14. Datos experimentales del espécimen 1

ESPECÍMEN 2	
Cortante de falla [kg]	Longitud de soleras desprendidas a la falla [cm]
9500	$L_E = 11.0$ $L_D = 19.0$ $L_C = 5.0$

Tabla 2.15. Datos experimentales del espécimen 2

ESPECÍMEN 3	
Cortante de falla [kg]	Longitud de soleras desprendidas a la falla [cm]
8800	$L_C = 17.0$ $L_D = 18.0$ $L_E = 11.0$

Tabla 2.16. Datos experimentales del espécimen 3

Con base en lo anterior, se puede deducir el esfuerzo de adherencia  $f_{adh}$  de los resultados experimentales, tal como se realiza a continuación.

Si la incógnita principal es el esfuerzo de adherencia  $f_{adh}$ , y la fuerza actuante en el refuerzo de soleras  $V_s$  se obtiene de los resultados experimentales como:

$$V_s = V_{cR} - V_c \dots\dots\dots 2.29$$

Donde:

$V_{cR}$ : Cortante de falla de los especímenes (tablas 2.11, 2.12, 2.13)

$V_c$ : Contribución del concreto a la resistencia a cortante

Entonces, es posible despejar  $f_{adh}$  de  $V_s$  para cada espécimen, usando las longitudes de adherencia activa  $L_{adh}$  de las tablas 2.11, 2.12 y 2.13, las características de los materiales y la geometría de los especímenes como son:

- $b_s = 2.5 \text{ cm}$
- $f_y = 2530 \text{ kg/cm}^2$
- $d = 35.5 \text{ cm}$
- $s = 10 \text{ cm}$

Así, de la ecuación 2.25 se puede despejar el coeficiente  $\alpha_p$ :

$$\alpha_p = \frac{V_s s}{A_s f_y d} = \frac{V_s s}{2b_s t_s f_y d} \dots\dots\dots 2.30$$

Por otra parte, el valor del coeficiente de eficiencia  $\alpha$  del mecanismo de falla, según la ecuación 2.26 considerando las 6 soleras involucradas para cada espécimen, será:

$$\alpha = \frac{f_{adh} L_{adh} total}{6 f_y t_s} \dots\dots\dots 2.31$$

igualando las dos últimas expresiones es posible despejar  $f_{adh}$  como:

$$f_{adh} = \frac{3V_u s}{b_s d L_{adh total}} \dots \dots \dots 2.32$$

Con esta ecuación se determinan los valores de  $f_{adh}$  para cada espécimen que se muestran en la tabla 2.17.

Especimen	$L_{adh/cara}$	$V_c(2.14)$ [kg]	$V_u$ (tablas 2.11-2.13) [kg]	$V_c = V_u - V_c$	$f_{adh}$ [kg/cm <sup>2</sup> ]
1	34.5	5613	9500	3887	18.74
2	35.0	5613	9500	3887	18.47
3	46.0	5613	8800	3187	11.53

Tabla 2.17 Esfuerzos de adherencia obtenidos de los especímenes

El esfuerzo de adherencia promedio obtenido de los especímenes es de 16.25 kg/cm<sup>2</sup>, 16% mayor que los 14 kg/cm<sup>2</sup> supuestos inicialmente en el prediseño y casi la mitad del esfuerzo derivado del ensayo de los cubos. Esta última diferencia puede atribuirse a los distintos estados de esfuerzos de los mecanismos de falla comparados, así como al hecho de que las longitudes de adherencia activa en las soleras son mayores que en los especímenes y es de esperarse que a mayor longitud el esfuerzo de adherencia efectivo disminuya, tal como se pudo observar durante el ensayo de las vigas menores.

Cabe hacer notar la diferencia de resultados entre los dos primeros especímenes y el tercero. Esto se debe al efecto de las fracturas locales producidas por los clavos en los extremos de las soleras de este espécimen.



# Capítulo 3

---

## Estudio Analítico

### 3.1 RESISTENCIA

#### 3.1.1 Modelo propuesto para diseño.

El planteamiento del capítulo anterior, en que se establece la analogía entre las soleras de refuerzo y los estribos convencionales, se puede trabajar para obtener expresiones prácticas de diseño.

En la figura 3.1 se muestra el mecanismo de falla por cortante típico, en el cual se considera que:

- La grieta de falla se presenta con una inclinación de 45°.
- La falla del grupo de soleras se produce por el desprendimiento de las mismas, una vez alcanzado el esfuerzo promedio de adherencia en la interfaz entre el refuerzo y el concreto.
- La longitud de adherencia activa siempre es la menor de las dos porciones en que una grieta divide las soleras que atraviesa en su camino.

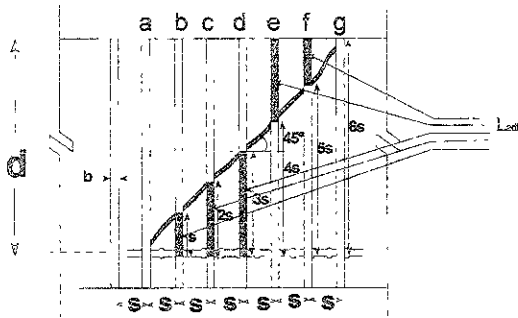


Figura 3.1 Trayectoria de falla idealizada

Si se considera que la eficiencia promedio del refuerzo de un grupo de soleras  $\alpha_p$  queda expresado como:

$$\alpha_p = \frac{R_{adh}}{R_{fluencia}} \dots\dots\dots 3.1$$

Donde:

$R_{adh}$ : Resistencia en adherencia del grupo de soleras

$R_{fluencia}$ : Resistencia a la fluencia del grupo de soleras

Y que los coeficientes de eficiencia individuales están dados por:

$$\alpha_i = \frac{f_{adh} L_{adh}}{f_y t_s} \dots\dots\dots 3.2$$

Donde:

$t_s$ : Espesor de las soleras de refuerzo

$f_{adh}$ : Esfuerzo de adherencia

$L_{adh}$ : Longitud de adherencia activa

$f_y$ : esfuerzo de fluencia de las soleras

Entonces, el problema para determinar  $\alpha_p$  consiste en encontrar las longitudes activas totales adheridas en el grupo de soleras incluido en el mecanismo de falla.

Si se considera una separación constante "s" en la superficie de falla de la figura 3.1, el total de la longitud activa  $L_{adh}$  por cada cara está dado por:

$$L_{adh / cara} = 2(s + 2s + \dots + \frac{d}{2}) - \frac{d}{2} \dots\dots\dots 3.3$$

$$L_{adh / cara} = \left( 2s \sum_{i=1}^{\frac{d}{2s}} i \right) - \frac{d}{2} \dots\dots\dots 3.4$$

Donde:

- d: Peralte efectivo de la sección
- s: Separación entre soleras

Por lo tanto, la resistencia por las dos caras del grupo de soleras en la grieta de falla será:

$$R_{adh} = 2f_{adh}l_{adh} / cara b_s = 2f_{adh}b_s \left[ \left( 2s \sum_{i=1}^{\frac{d}{2s}} i \right) - \frac{d}{2} \right] \dots\dots\dots 3.5$$

Donde:

- b<sub>s</sub>: Ancho de la solera

A la vez, la resistencia del grupo de soleras a la falla por fluencia está dada por:

$$R_{fluencia} = 2f_y N b_s t_s = 2f_y \left( \frac{d}{s} - 1 \right) b_s t_s \dots\dots\dots 3.6$$

Donde:

- N: Número de soleras atravesadas por la grieta de falla

Sustituyendo las ecuaciones 3.5 y 3.6 en la ecuación 3.1 tenemos que:

$$\alpha_p = \frac{f_{adh}}{f_y t_s} \left[ \left( \sum_{i=1}^{\frac{d}{2s}} \frac{d}{2s} \right) - \frac{d}{2} \right] \dots\dots\dots 3.7$$

Para simplificar la última expresión, conviene considerar la trayectoria típica de falla de la figura 3.1 y determinar visualmente la longitud adherida  $L_{adh\ total/cara}$  en términos de "s", para diferentes valores de "d/s", tal como se muestra en la tabla 3.1, cuando la relación "d/s" es par. Si los elementos de la columna 2 se dividen entre los de la 1, para obtener la relación " $L_{adh\ total/cara}/d$ ", resulta importante reconocer que la relación  $d/4s$ , de la columna 4, permite obtener una aproximación de dicha relación, que es exacta para valores pares de "d/s", y cuyo error, en los casos impares, disminuye a partir de un valor máximo de 12% para la relación  $d/s=3$ .

d/s	L <sub>adh</sub> /s	L <sub>adh</sub> /d	d/4s	Δ%
2	1	0.5	.5	0
3	2	0.67	.75	12
4	4	1.0	1	0
5	6	1.2	1.25	4
6	9	1.5	1.50	0
7	12	1.71	1.75	2
8	16	2.0	2	0

Tabla 3.1 Desarrollo de las longitudes de adherencia

Con base en la tabla 3.1, para fines prácticos, conviene adoptar la siguiente igualdad:

$$L_{adh} / cara = \frac{d^2}{4s} \dots\dots\dots 3.8$$

Finalmente, sustituyendo la ecuación 3.8 en la ecuación 3.7 la eficiencia del refuerzo de soleras queda definida por:

$$\alpha_p = \frac{f_{adh}}{f_y t_s} \frac{d^2}{s} \frac{4s}{d} \dots\dots\dots 3.9$$

$$\alpha_p = \frac{f_{adh}}{4f_y t_s} \left( \frac{d^2}{d-s} \right) \dots\dots\dots 3.10$$

En estas condiciones, la contribución del refuerzo con soleras, análoga a la de los estribos convencionales, estaría dada por:

$$V_s = \frac{A_s \alpha_p f_y d}{s} \dots\dots\dots 3.11$$

Donde:

$A_s$ : Área transversal de las soleras= $2b_s t_s$

$b_s$ : ancho de la solera

$$V_s = \frac{A_s f_y d}{s} \frac{f_{adh}}{4f_y t_s} \left( \frac{d^2}{d-s} \right) \dots\dots\dots 3.12$$

$$V_s = \frac{b_s f_{adh}}{2s} \left( \frac{d^3}{d-s} \right) \dots\dots\dots 3.13$$

En la tabla 3.2 se muestran los valores experimentales presentados en el capítulo anterior para  $L_{adh/cara}$ ,  $V_R$ , y  $f_{adh}$ , así como el valor de la contribución del refuerzo externo  $V_s$ , obtenido de la diferencia de  $V_R$  menos la contribución teórica del concreto  $V_c$ , determinada en 2.2.3. En la misma tabla se presentan los valores calculados de  $L_{adh/cara}$  y de  $V_s$  calculados con las expresiones 3.8 y 3.13 así como las diferencias porcentuales con los valores experimentales.

Especimen	Resultados Experimentales					Resultados Analíticos			
	$L_{adh}$ (exper) [cm]	$V_R$ [kg]	$f_{adh}$ (2.5.3) [kg/cm <sup>2</sup> ]	$V_c$ (2.2.3) [kg]	$V_s = V_R - V_c$ [kg]	$L_{adb}$ (ec. 3.8) [cm]	$\Delta$ [%]	$V_s$ (ec. 3.13) [cm]	$\Delta$ [%]
1	34.5	9500	18.74	5613	3887	31.5	-3.7	4175	7.4
2	35.0	9500	18.47	5613	3887	31.5	-10.0	4115	5.92
3	46.0	8800	11.53	5613	3787	31.5	-31.5	2569	-19.39

Tabla 3.2 Comparación de resultados experimentales y analíticos

Es importante enfatizar que si se excluye el espécimen No. 3, cuyo comportamiento resultó un tanto anómalo, como ya se expuso en el capítulo anterior, la expresión 3.8 para el cálculo de la  $L_{adh}$  y la expresión 3.13 usada para  $V_s$  producen errores inferiores a 10%. Incluso si se considera el espécimen No. 3, el error obtenido en la determinación de  $V_s$  es inferior a 20%.



### 3.1.2 Distribución de esfuerzos en los especímenes

Con ayuda del programa de elemento finito SAP386 (SAP386, "1991"), se modelaron los especímenes con y sin refuerzo exterior, para observar la distribución de los esfuerzos principales máximos y de los esfuerzos cortantes máximos bajo el efecto del esquema de carga experimental, descrito en el capítulo anterior. Una comparación de los esfuerzos teóricos y experimentales a lo largo de las soleras de refuerzo fue imposible, ya que desafortunadamente las grietas de falla observadas en el ensayo de estos elementos se produjeron a través de soleras no instrumentadas.

El modelo de elemento finito consistió en una malla de elementos cuadriláteros lineales de 2.5cmX2.5cm considerando un estado plano de esfuerzos. La malla consistió en 1717 nodos y 1600 elementos para modelar la viga de concreto. Asimismo, las soleras del refuerzo externo se modelaron con el mismo tipo de elementos, con un total de 320 cuadriláteros, tal como se muestra en la figura 3.2.

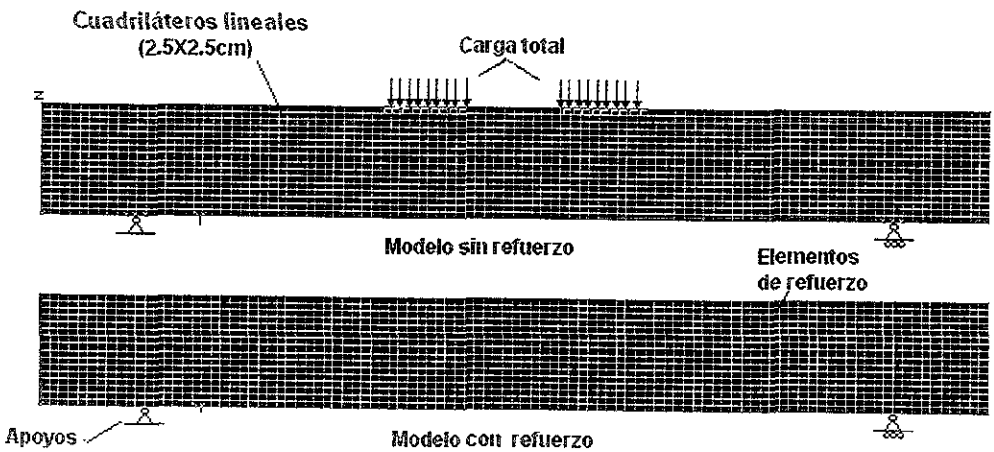


Figura 3.2 Modelo de elemento finito

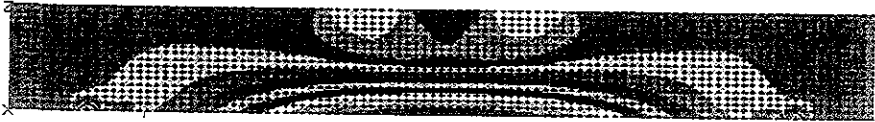
Adicionalmente, se incluyó un segundo modelo, para analizar el comportamiento después del agrietamiento. En este modelo se simuló una grieta diagonal a  $45^\circ$  en el claro de cortante, con dos hileras de elementos triangulares. La grieta diagonal se formó partiendo los elementos cuadrados originales en dos triángulos vacíos, los que permitió simular la abertura de una grieta de falla por cortante.

#### 3.1.2.1 Distribución de esfuerzos principales máximos

En las figuras 3.3 y 3.4 se observa la distribución de esfuerzos principales máximos ante la carga cercana al agrietamiento de 11500 kg sin y con refuerzo, respectivamente. Comparando ambas figuras, se observa que la presencia de las soleras produce un leve cambio en los contornos de las superficies de los esfuerzos y una ligera disminución en su intensidad. Al aparecer la grieta (Fig. 3.5), la transferencia de esfuerzos a las soleras induce una perturbación mayor en los contornos de esfuerzos en la cercanía de las mismas, no obstante, es evidente que las soleras permiten que el elemento siga trabajando sin cambios importantes en cuanto a las intensidades máximas de los esfuerzos. Esta situación se mantiene incluso ante la carga de 19000 kg, cercana a la que se produjo la falla en los ensayos experimentales (Fig. 3.6).

El modelo de elemento finito muestra que la presencia de las soleras permite mantener la distribución de esfuerzos principales máximos en la viga sin cambios apreciables después del agrietamiento.

**Esfuerzos principales máximos (Kg/cm<sup>2</sup>)**  
**Modelo sin soleras**  
**Carga Total: 11500 kg**



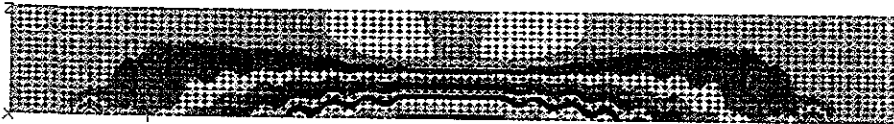
Sigma-1 Stress Contour Levels for Load Case 1

74.758	67.202	59.645	52.089	44.533
36.976	29.420	21.863	14.307	6.7508
-0.8055	-8.3619	-15.918	-23.474	-31.031

Max Val= 74.75875 at Node 170 Min Val=-31.03125 at Node 1530 [Esc]for Menu

Figura 3.3 Esfuerzos principales a la carga de agrietamiento en el modelo sin refuerzo

**Esfuerzos principales máximos (Kg/cm<sup>2</sup>)**  
**Modelo con soleras**  
**Carga Total: 11500 kg**



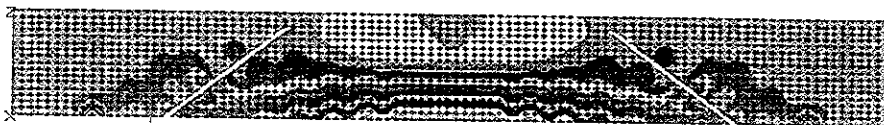
Sigma-1 Stress Contour Levels for Load Case 1

77.568	70.353	63.137	55.922	48.706
41.491	34.275	27.060	19.845	12.629
5.4140	-1.8013	-9.0168	-16.232	-23.447

Max Val= 722.0999 at Node 986 Min Val=-558.7900 at Node 1530 [Esc]for Menu

Figura 3.4 Esfuerzos principales a la carga de agrietamiento en el modelo con refuerzo

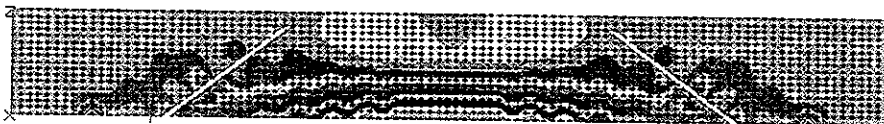
**Esfuerzos principales máximos [Kg/cm<sup>2</sup>]**  
**Modelo con soleras**  
**Carga Total: 11500 kg**



Sigma-1 Stress Contour Levels for Load Case 1  
 87.960 79.888 71.818 63.747 55.676  
 47.605 39.535 31.464 23.393 15.322  
 7.2515 -0.8193 -8.8902 -16.961 -25.081  
 Max Val= 1452.7 at Node 1321 Min Val=-572.4649 at Node 1530 [Esc]for Menu

*Figura 3.5 Esfuerzos principales a la carga de agrietamiento en el modelo agrietado con refuerzo*

**Esfuerzos principales máximos [Kg/cm<sup>2</sup>]**  
**Modelo con soleras**  
**Carga Total: 19000 kg**



Sigma-1 Stress Contour Levels for Load Case 1  
 151.63 137.71 123.80 109.89 95.979  
 82.066 68.153 54.240 40.326 26.413  
 12.500 -1.4122 -15.325 -29.238 -43.151  
 Max Val= 2504.3 at Node 1321 Min Val=-986.8399 at Node 1530 [Esc]for Menu

*Figura 3.6 Esfuerzos principales a la carga de falla en el modelo agrietado con refuerzo*

3.1.2.2 Distribución de esfuerzos cortantes máximos

En las figuras 3.7 y 3.8 se presenta la distribución de los esfuerzos cortantes máximos ante la carga cercana al agrietamiento de 11500 kg sin y con soleras, respectivamente. Si se comparan ambas figuras se observa que la presencia de las soleras produce un cambio notable tanto en la forma de la distribución de los esfuerzos como en su intensidad, en la zona de fuerza cortante uniforme.

La aparición de la grieta (Fig. 3.9), induce una nueva redistribución de esfuerzos en la misma zona, aunque con intensidades similares, haciendo evidente que la presencia de las soleras permite que el elemento siga trabajando. La aplicación de una carga similar a la carga de falla experimental: 19000 kg, permite ver que esta situación se mantiene con un incremento en la intensidad de los esfuerzos (Fig.3.10)

Esfuerzos cortantes máximos [Kg/cm<sup>2</sup>]  
Modelo sin soleras  
Carga Total: 11500kg



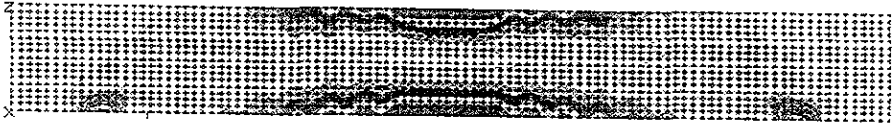
Stress Intensity Contour Levels for Load Case 1

133.97	124.40	114.83	105.26	95.700
86.131	76.561	66.932	57.422	47.853
38.284	28.714	19.145	9.5760	6.6-03

Max Val= 133.9778 at Node 204 Min Val= 6.672-03 at Node 1702 [Esc]for Menu

Figura 3.7 Esfuerzos cortantes a la carga de agrietamiento en el modelo sin refuerzo

**Esfuerzo cortante máximo (Kg/cm<sup>2</sup>)**  
**Modelo con soleras**  
**Carga Total: 11500kg**



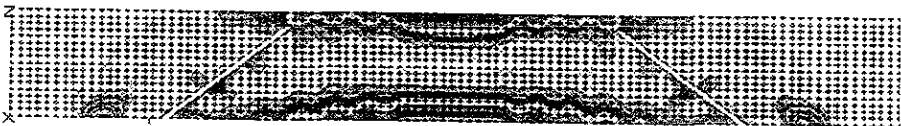
Stress Intensity Contour Levels for Load Case 1

135.22	125.56	115.90	106.25	96.592
86.933	77.275	67.616	57.958	48.299
38.640	28.982	19.323	9.6651	6.6-03

Max Val= 1771.015 at Node 187 Min Val= 6.614-03 at Node 1700 [Esc]for Menu

Figura 3.8 Esfuerzos cortantes a la carga de agrietamiento en el modelo con refuerzo

**Esfuerzos cortantes máximos (Kg/cm<sup>2</sup>)**  
**Modelo con soleras**  
**Carga Total: 11500 kg**



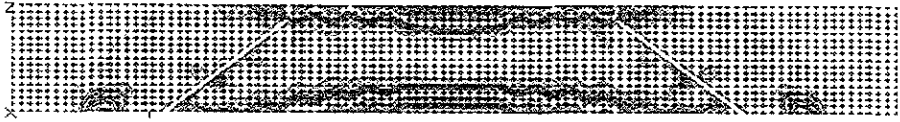
Stress Intensity Contour Levels for Load Case 1

123.11	114.32	105.53	96.736	87.942
79.148	70.354	61.559	52.765	43.971
35.177	26.393	17.588	8.7948	6.2-04

Max Val= 1578.923 at Node 187 Min Val= 6.287-04 at Node 18 [Esc]for Menu

Figura 3.9 Esfuerzos cortantes a la carga de agrietamiento en el modelo agrietado con refuerzo

**Esfuerzos cortantes máximos (Kg/cm<sup>2</sup>)**  
**Modelo con soleras**  
**Carga Total: 19000 kg**



Stress Intensity Contour Levels for Load Case 1

212.24	197.08	181.92	166.76	151.60
136.44	121.28	106.12	90.962	75.801
60.641	45.481	30.321	15.161	1.0-03

Max Val= 2721.813 at Node 187 Min Val= 1.083-03 at Node 18 [Esc]for Menu

Figura 3.10 Esfuerzos cortantes a la carga de falla en el modelo agrietado con refuerzo

### 3.1.2.3 Distribución de esfuerzos en las soleras

En la figura 3.11, se puede observar que, antes del agrietamiento, los esfuerzos de tensión en las soleras, en la zona entre el apoyo y el punto de carga, son prácticamente constantes y de poca intensidad. Al aparecer el agrietamiento (Fig. 3.12) la situación anterior cambia notablemente, pues aparece un esfuerzo máximo de tensión, en las soleras que interceptan la grieta, el cual disminuye abruptamente hasta un esfuerzo que permanece constante hacia los extremos de las soleras. Ante una carga de falla similar a la obtenida experimentalmente (Fig. 3.13), el esfuerzo máximo de tensión en las soleras es de  $1209 \text{ kg/cm}^2$  sobre la grieta, mientras que el esfuerzo constante es de  $70 \text{ kg/cm}^2$ .

El modelo de elemento finito de las soleras pone de manifiesto que la distribución de esfuerzos de adherencia entre ellas y el elemento de concreto presenta concentraciones importantes en la cercanía de la grieta que son las que finalmente disparan el mecanismo de falla por desprendimiento.

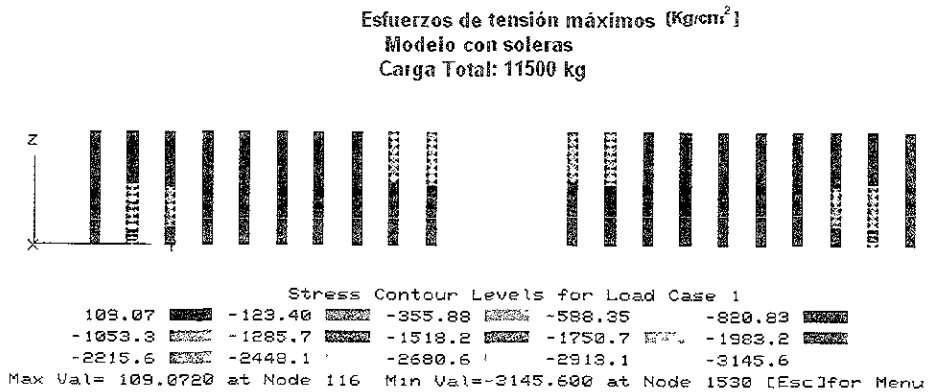


Figura 3.11 Esfuerzos de tensión en las soleras a la carga de agrietamiento en el modelo con refuerzo



**Esfuerzos de Tensión máximos (Kg/cm<sup>2</sup>)**  
**Modelo con soleras**  
**Carga Total: 11500 kg**

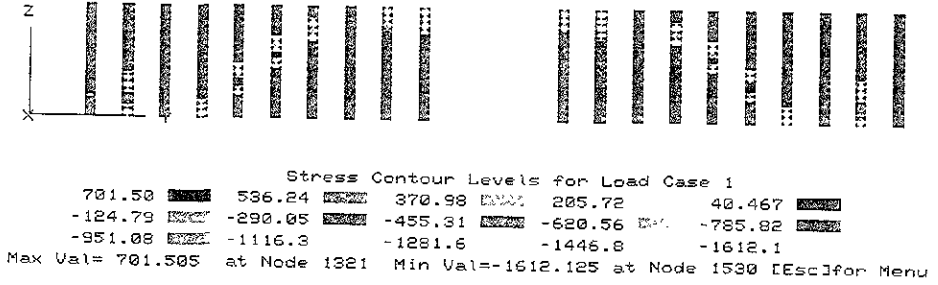


Figura 3.12 Esfuerzos de tensión en las soleras a la carga de agrietamiento en el modelo agrietado con refuerzo

**Esfuerzos de tensión máximos (Kg/cm<sup>2</sup>)**  
**Modelo con soleras**  
**Carga Total: 19000 kg**

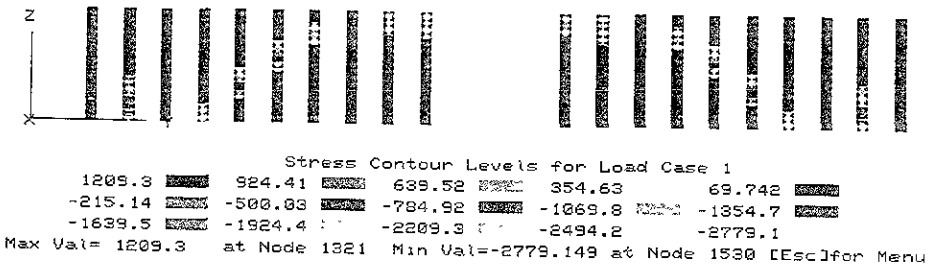


Figura 3.13 Esfuerzos de tensión en las soleras a la carga de falla en el modelo agrietado con refuerzo

## 3.2 DESPLAZAMIENTOS

### 3.2.1 Especímenes sin refuerzo

#### 3.2.1.1 Teoría elástica

Los resultados experimentales del desplazamiento al centro del claro de los especímenes sin refuerzo se compararon con los resultados obtenidos a partir de las recomendaciones de las NTCDEC, 1993. Las deflexiones inmediatas se estimaron con los métodos tradicionales de la mecánica de materiales, considerando los resultados obtenidos para el módulo de elasticidad del concreto a partir de las gráficas de la figura 2.12. El momento de inercia de la sección se calcula con base en la determinación de la posición del eje neutro usando el modelo de Kent y Park Modificado (Park , 1975), incrementando la deformación en la fibra extrema de la sección e iterando hasta encontrar el equilibrio de fuerzas internas, con lo que se puede calcular el momento resistente . Una vez, conocido el momento resistente y la profundidad del bloque de concreto en compresión para cada etapa de carga, la inercia correspondiente se calculó con la siguiente expresión:

$$I_{cr} = \frac{Mk_d}{E_c \epsilon_c} \dots \dots \dots 3.14$$

Donde:

M: Momento efectivo

K<sub>d</sub>: Profundidad de eje neutro

E<sub>c</sub>: Módulo de elasticidad

ε<sub>c</sub>: Deformación en fibra extrema del bloque en compresión

El módulo de elasticidad considerado en la expresión anterior se calculó a partir de las curvas de la figura 2.12 como un valor promedio, una vez que es conocida la deformación en la fibra extrema del concreto en compresión.

De acuerdo con lo anterior, la solución a la deflexión al centro del claro, se puede determinar usando el método de la curva elástica, considerando las deformaciones por flexión además de las producidas por cortante según la siguiente expresión:

$$\delta_t = \delta_b + \delta_s \dots \dots \dots 3.15$$

Donde:

$\delta_b$ : Deformación por flexión

$\delta_s$ : Deformación por cortante

Si se considera la configuración deformada de la viga, como la que se muestra en la figura 3.14, las deformaciones por flexión son:

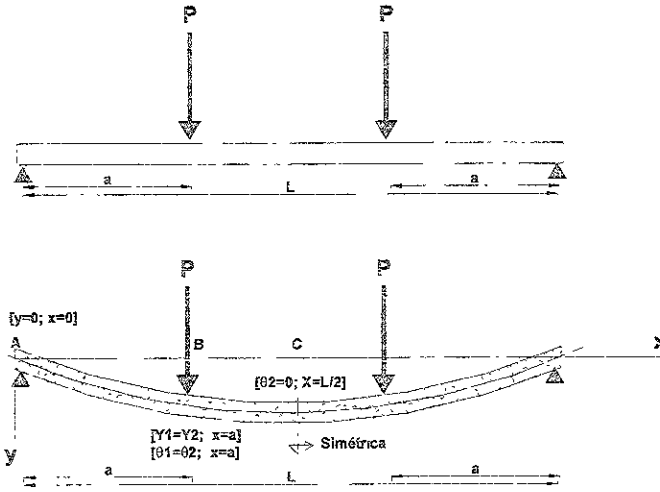


Figura 3.14 Deformación elástica de la viga

De A a B:

$$EI \frac{d^2 y}{dx^2} = M_{AB} = Px \dots \dots \dots 3.16$$

$$EI \theta_1 = \frac{Px^2}{2} + C_1 \dots \dots \dots 3.17$$

$$EI \delta_1 = \frac{Px^3}{6} + C_1 x + C_2 \dots \dots \dots 3.18$$

De B a C:

$$EI \frac{y^2}{dx^2} = M_{BC} = Px - P(x-a) \dots \dots \dots 3.19$$

$$EI\theta_2 = Pax + C_3 \dots \dots \dots 3.20$$

$$EI\delta_2 = \frac{Pax^2}{2} + C_3x + C_4 \dots \dots \dots 3.21$$

Considerando que en  $x=0$ ,  $\delta_1=0$ , de la ecuación 3.18 tenemos que:

$$C_2 = 0$$

De la ecuación 3.20, considerando que  $\theta_2=0$  para  $x=L/2$ , obtenemos:

$$C_3 = -\frac{PaL}{2}$$

De las ecuaciones 3.17 y 3.20, considerando que  $\theta_1=\theta_2$  para  $x=a$ , entonces:

$$C_1 = \frac{Pa^2}{2} - \frac{PaL}{2}$$

Finalmente, de la ecuación 3.21, considerando que  $\delta_1=\delta_2$  para  $x=a$ , se obtiene:

$$C_4 = \frac{1}{6}Pa^3$$

Así, sustituyendo las constantes  $C_1, C_2, C_3$  y  $C_4$  para  $X=L/2$  en la ecuación 3.21 obtenemos la expresión que describe la deflexión por flexión al centro del claro:

$$\delta_B = \frac{Pa}{24EI} (4a^2 - 3L^2) \dots \dots \dots 3.21$$

Si se consideran las deformaciones por cortante, la pendiente en la porción A-B es constante y queda determinada según la siguiente expresión:

$$\gamma_e = \frac{f_s V}{GA} \dots\dots\dots 3.22$$

Donde:

- $f_s$ : Factor de forma de la sección=1.2
- V: fuerza cortante
- G: Módulo de elasticidad a cortante
- A: Área de la sección

Así, la deflexión en la porción A-B se calcula integrando la ecuación 3.7 como:

$$\delta_s = -\frac{f_s P}{GA} x + C_s \dots\dots\dots 3.23$$

Si se considera que  $\delta=0$  en  $x=0$ , y se sustituye en la ecuación anterior:

$$C_s = 0;$$

En el claro central el cortante es nulo, por lo que la deformación por cortante no existe y la deformación total por cortante en el centro del claro de la viga queda establecida como:

$$\delta_s = -\frac{f_s P}{GA} a \dots\dots\dots 3.24$$

De acuerdo con lo anterior la deflexión total queda establecida por la ecuación 23 como:

$$\delta_T = \delta_B + \delta_s$$

$$\delta_T = \frac{Pa}{24EI} (4a^2 - 3L^2) - \frac{f_s P}{GA} a \dots\dots\dots 3.25$$

En el ensayo de especímenes fue necesario el uso de hojas de triplay entre las piezas de acero de apoyo y los especímenes para evitar concentraciones de esfuerzos en estos puntos. Por esta razón, se añadió un tercer término a la deflexión debido al aplastamiento del triplay, que se

calculó experimentalmente para cada nivel de carga. Así, la deflexión total se determina según la siguiente expresión:

$$\delta_T = \frac{Pa}{24EI} (4a^2 - 3L^2) - \frac{f_s P}{GA} a - \delta_{Tn} \dots \dots \dots 3.26$$

Donde:

$\delta_{Tn}$ : deformación inducida por aplastamiento en el triplay de apoyo

Para el espécimen Testigo 1 tan sólo fue determinada la carga de falla, y las mediciones de la deflexión al centro de su longitud se suprimieron por razones de seguridad del equipo de medición.

En la tabla 3.3 y 3.4, así como en la figura 3.15 y 3.16, se muestran los valores y curvas de desplazamientos obtenidos experimental y analíticamente para los especímenes Testigo 2 y 3. En ambos casos se aprecia que los desplazamientos experimentales exceden en 35-45% a los obtenidos analíticamente.

TESTIGO 2

Carga P [kg]	Def. Unitaria en la fibra extrema del concreto	Módulo de elasticidad [kg/cm <sup>2</sup> ]	Momento de inercia [cm <sup>4</sup> ]	Def. Flex. $\delta_E$ [cm]	Def. Cortante $\delta_s$ [cm]	Def. Triplay $\delta_{Tn}$ [cm]	Def. Total $\delta_T$ [cm]	Def. experimental $\delta_E$ [cm]	$\delta_E/\delta_T$ [%]
1033	7.7143E-05	209,090.00	59,627.42	0.02524	0.00133	0.009	0.0356	0.0356	0.0
2063	1.5400E-04	209,090.00	59,670.12	0.05039	0.00266	0.012	0.0651	0.0711	9.3
2977	2.2300E-04	161,764.00	76,857.34	0.07296	0.00497	0.015	0.0929	0.1143	23.0
4022	3.0900E-04	161,764.00	76,085.05	0.09956	0.00671	0.018	0.1243	0.1676	34.9
4244	3.2600E-04	161,764.00	76,103.57	0.10504	0.00708	0.0185	0.1306	0.1727	32.2
4466	3.4300E-04	161,764.00	76,118.22	0.11051	0.00745	0.019	0.1370	0.1854	35.4
4799	3.6900E-04	161,764.00	76,030.94	0.11889	0.00801	0.0195	0.1464	0.1956	33.6
5021	3.8600E-04	161,764.00	76,042.62	0.12437	0.00838	0.02	0.1528	0.2032	33.0
5243	4.0300E-04	147,727.00	83,278.01	0.12985	0.00958	0.0205	0.1599	0.2134	33.4
5464	4.2000E-04	147,727.00	83,285.21	0.13532	0.00999	0.021	0.1663	0.2235	34.4
5797	4.4600E-04	147,727.00	83,198.38	0.14370	0.01059	0.0215	0.1758	0.2350	33.7
6073	4.7100E-04	147,727.00	83,028.76	0.15086	0.01110	0.022	0.1840	0.2464	33.9
6292	4.8900E-04	147,727.00	82,857.87	0.15682	0.01150	0.0225	0.1906	0.2591	35.9
6511	5.0600E-04	147,727.00	82,861.01	0.16207	0.01190	0.023	0.1970	0.2642	34.1

Tabla 3.7 Deflexión al centro del claro del elemento Testigo 2



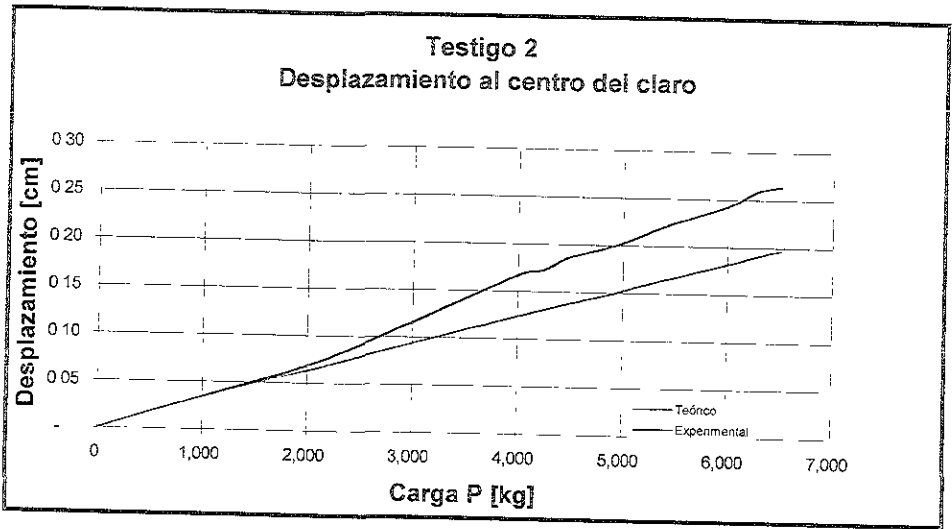


Figura 3.15 Deflexión al centro del claro experimental vs teórica del elemento Testigo 2

## TESTIGO 3

Carga P [kg]	Def. Unitaria en la fibra extrema del concreto	Módulo de elasticidad [kg/cm <sup>2</sup> ]	Momento de inercia [cm <sup>4</sup> ]	Def. Flex $\delta_s$ [cm]	Def. Cortante $\delta_s$ [cm]	Def. Triplay $\delta_{Tr}$ [cm]	Def. Total $\delta_T$ [cm]	Def. experimental $\delta_E$ [cm]	$\delta_E/\delta_T$ [%]
1033	7.7143E-05	209,090.00	59,627.42	0.02524	0.00133	0.009	0.0356	0.0381	7.1
2063	1.5400E-04	209,090.00	59,670.12	0.05039	0.00266	0.012	0.0651	0.0787	21.0
2520	1.8800E-04	209,090.00	59,394.49	0.06184	0.00325	0.014	0.0791	0.1041	31.6
2977	2.2300E-04	161,764.00	76,857.34	0.07296	0.00497	0.015	0.0929	0.1245	34.0
3548	2.6600E-04	161,764.00	76,775.35	0.08703	0.00592	0.016	0.1090	0.1473	35.2
4022	3.0900E-04	161,764.00	76,085.05	0.09956	0.00671	0.018	0.1243	0.1702	37.0
4244	3.2600E-04	161,764.00	76,103.57	0.10504	0.00708	0.0185	0.1306	0.1803	38.0
4466	3.4300E-04	161,764.00	76,118.22	0.11051	0.00745	0.019	0.1370	0.193	40.9
4799	3.6900E-04	161,764.00	76,030.94	0.11889	0.00801	0.0195	0.1464	0.2057	40.5
5021	3.8600E-04	161,764.00	76,042.62	0.12437	0.00838	0.02	0.1528	0.2184	43.0
5243	4.0300E-04	147,727.00	83,278.01	0.12985	0.00958	0.0205	0.1599	0.2286	42.9
5464	4.2000E-04	147,727.00	83,285.21	0.13532	0.00999	0.021	0.1663	0.2426	45.9
5797	4.4600E-04	147,727.00	83,198.38	0.14370	0.01059	0.0215	0.1758	0.254	44.5

Tabla 3.8 Deflexión al centro del claro del elemento Testigo 3

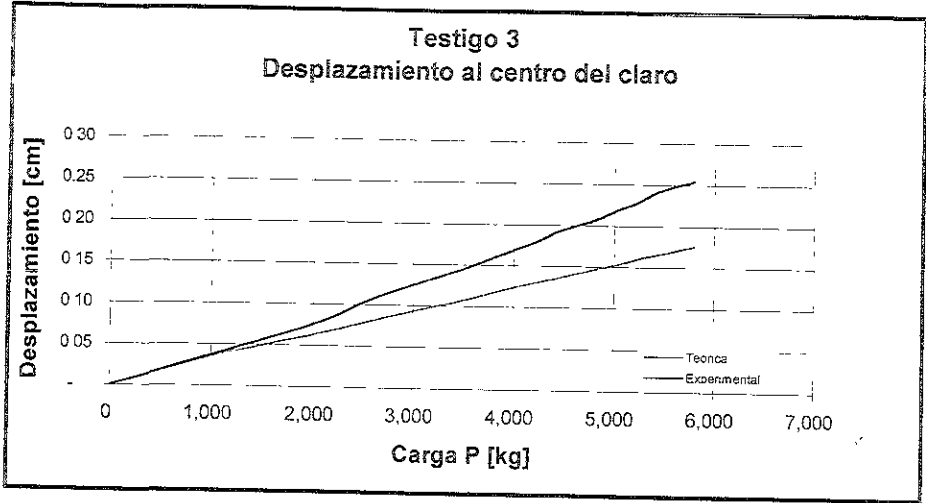


Figura 3.16 Deflexión al centro del claro experimental vs teórica del elemento Testigo 3

### 3.2.1.2 Método del Elemento Finito

El modelo de elemento finito descrito en el inciso 3.1.2, se utilizó también para obtener las deformaciones al centro del claro, con ayuda del programa SAP386.

En el modelo numérico de elemento finito de los especímenes sin refuerzo se consideró que el módulo de elasticidad variaba conforme a las gráficas de la figura 2.12, de forma semejante a lo descrito en el inciso anterior. En este modelo, la inercia se modificó para cada etapa de carga, afectando el módulo de elasticidad por un factor correspondiente a la inercia efectiva entre la inercia bruta de la sección. La inercia efectiva es la misma que se dedujo en el inciso anterior para cada valor de carga.

La comparación de los resultados de la deflexión al centro del claro obtenida con el modelo de elemento finito con respecto a los valores obtenidos experimentalmente y con la ecuación elástica para los elementos Testigo 2 y Testigo 3 se muestran en las figuras 3.17 y 3.18 y en las tablas 3.9 y 3.10. En ambos casos se puede observar la gran coincidencia con respecto a los resultados derivados de la ecuación de la elástica, así como la diferencia con respecto a los resultados experimentales en el orden de 35 a 45%.

TESTIGO 2					
Carga P [kg]	Def. Teórica Total $\delta_T$ [cm]	Def. Sap386 Total $\delta_{Sap}$ [cm]	Def. Experimental $\delta_E$ [cm]	$\delta_{Sap}/\delta_T$ [%]	$\delta_{Sap}/\delta_E$ [%]
1033	0.0356	0.0326	0.0356	8.4	8.4
2063	0.0651	0.0593	0.0711	8.9	16.6
02977	0.0929	0.0861	0.1143	7.3	24.7
4022	0.1243	0.1137	0.1676	8.5	32.2
4244	0.1306	0.1201	0.1727	8.0	30.5
4466	0.1370	0.1266	0.1854	7.6	31.7
4799	0.1464	0.1332	0.1956	9.0	31.9
5021	0.1528	0.1397	0.2032	8.6	31.3
5243	0.1599	0.1461	0.2134	8.6	31.5
5464	0.1663	0.1526	0.2235	8.2	31.7
5797	0.1758	0.1692	0.235	9.4	32.3
6073	0.1840	0.1660	0.2464	9.8	32.6
6292	0.1906	0.1728	0.2591	9.3	33.3
6511	0.1970	0.1793	0.2642	9.0	32.1

Tabla 3.9 Deformaciones al centro del claro del elemento Testigo 2

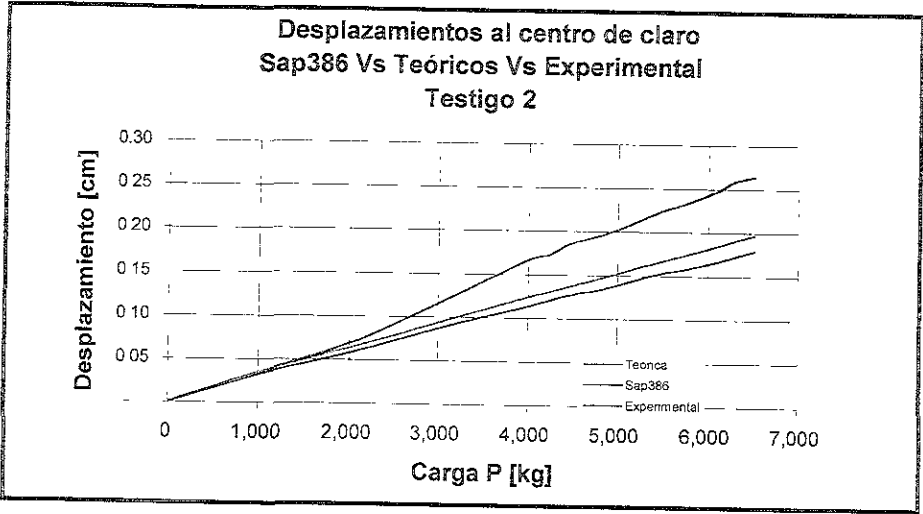


Figura 3.17 Desplazamientos al centro del claro del elemento Testigo 2

TESTIGO 3					
Carga P [kg]	Def. Teórica Total $\delta_T$ [cm]	Def. Sap386 Total $\delta_{Sap}$ [cm]	Def. Experimental $\delta_E$ [cm]	$\delta_{Sap}/\delta_T$ [%]	$\delta_{Sap}/\delta_E$ [%]
1033	0.0356	0.0326	0.0381	8.4	14.4
2063	0.0651	0.0593	0.0787	8.9	24.7
2520	0.0791	0.0733	0.1041	7.3	29.6
2977	0.0929	0.0861	0.1245	7.3	30.8
3548	0.1090	0.0990	0.1473	9.2	32.8
4022	0.1243	0.1137	0.1702	8.5	33.2
4244	0.1306	0.1201	0.1803	8.0	33.4
4466	0.1370	0.1266	0.193	7.6	34.4
4799	0.1464	0.1332	0.2057	9.0	35.2
5021	0.1528	0.1397	0.2184	8.6	36.0
5243	0.1599	0.1461	0.2286	8.6	36.1
5464	0.1663	0.1526	0.2426	8.2	37.1
5797	0.1758	0.1592	0.254	9.4	37.3

Tabla 3.10 Deformaciones al centro del claro del elemento Testigo 3

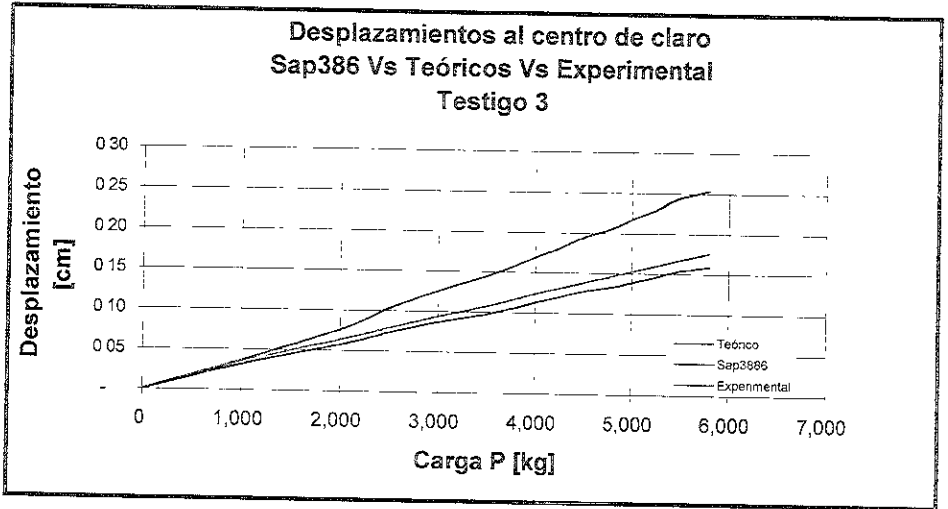


Figura 3 18 Desplazamientos al centro del claro del elemento Testigo 3



## 3.2.2 ESPECÍMENES CON REFUERZO

### 3.2.2.1 Método del Elemento Finito

La ecuación de la elástica no permite considerar el efecto del refuerzo externo para determinar los desplazamientos. La única alternativa analítica consiste entonces en recurrir al modelo de elemento finito descrito en este capítulo. En este caso, al igual que para los elementos testigo, se consideró el módulo de elasticidad obtenido de las gráficas 2.12, en función de la deformación unitaria alcanzada por el bloque de concreto calculado con el modelo de Kent y Park Modificado, (Park , 1975). La inercia de la sección se consideró según la ecuación 3.14, afectando el módulo de elasticidad del concreto del modelo en proporción a la inercia bruta de la sección, de forma semejante a lo expuesto para los elementos testigo.

En las tablas 3.11, 3.12 y 3.13, así como en las figuras 3.19, 3.20 y 3.21 se muestran los resultados obtenidos para la deflexión al centro del claro de los especímenes obtenidos por el método del elemento finito junto con los experimentales. Los resultados de la deformación en el caso del método del elemento finito incluyen las deformaciones causadas por el aplastamiento en los apoyos debidas al triplay tal como se hizo con los elementos testigos.

Tanto en las tablas como en las figuras se presentan los resultados obtenidos con el modelo sin y con grieta. Los resultados son diferentes a partir de la carga en que se presenta el agrietamiento.

En todos los casos, las deflexiones obtenidas experimentalmente son mayores que las derivadas del modelo analítico. Para valores de carga semejantes a los correspondientes a la falla de los especímenes sin refuerzo, la diferencia, del orden de 35% a 55%, es también similar.

Es importante hacer notar que las gráficas de carga-desplazamiento experimentales, tanto para los especímenes testigo( Fig. 3.17 y 3.18) como para los reforzados (Fig. 3.19,3.20 y 3.21) son apreciablemente lineales y su pendiente es similar. Además, no se observa ningún cambio importante en la pendiente después del agrietamiento y hasta la falla, por tal motivo, se puede afirmar que el refuerzo externo con soleras no afecta apreciablemente la rigidez de los elementos reforzados y que estos se pueden modelar recurriendo a las técnicas de análisis derivadas de la teoría elástica. En todo caso, la discrepancia observada entre los desplazamientos experimentales y los obtenidos con la ecuación elástica o el método de elementos finitos parece estar asociada al valor del módulo de elasticidad utilizado.

ESPÉCIMEN 1					
Carga P [kg]	Def. Experimental  $\delta_E$ [cm]	Def. Sap386 Mod. sin grieta  $\delta_{Sap}$ [cm]	Def. Sap386 Mod. con grieta  $\delta_{Sap}$ [cm]	$\delta_{Sap\ S.Grieta}/\delta_E$ [%]	$\delta_{Sap\ C.Grieta}/\delta_E$ [%]
2063	0.0610	0.0560	0.0560	8.1	8.1
2520	0.0686	0.0693	0.0693	-1.1	-1.1
3746	0.1219	0.0998	0.0998	18.1	18.1
5021	0.1778	0.1315	0.1315	26.1	26.1
5464	0.1981	0.1436	0.1528	27.5	22.9
6073	0.2235	0.1561	0.1656	30.2	25.9
6511	0.2464	0.1685	0.1793	31.6	27.2
6994	0.2718	0.1813	0.1928	33.3	29.0
7535	0.2946	0.1934	0.2059	34.4	30.1
8001	0.3251	0.2063	0.2197	36.5	32.4
8536	0.3556	0.2187	0.2329	36.5	34.5
8986	0.3835	0.2317	0.2469	39.6	35.6

Tabla 3.11 Deformaciones al centro del claro del Espécimen 1

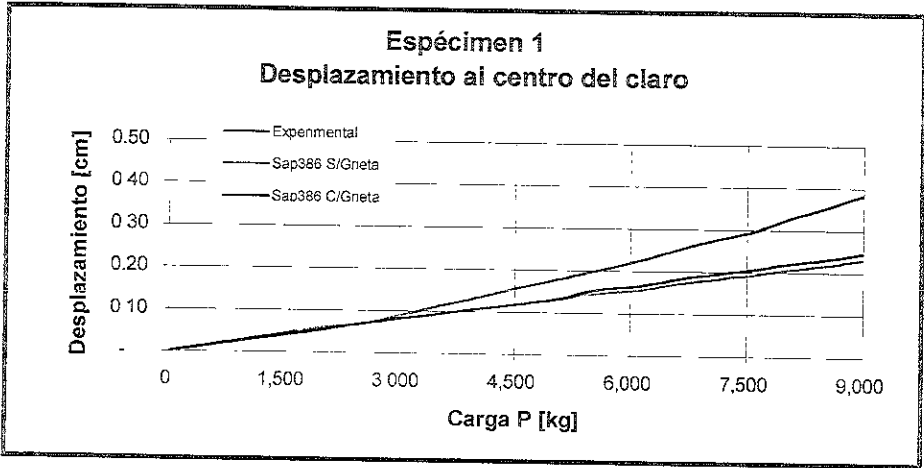


Figura 3.19 Desplazamientos al centro del claro del espécimen 1

ESPÉCIMEN 2					
Carga P [kg]	Def. Experimental $\delta_E$ [cm]	Def. Sap386 Mod. sin grieta $\delta_{sap}$ [cm]	Def. Sap386 Mod. Con grieta $\delta_{sap}$ [cm]	$\delta_{Sap\ S.Grieta}/\delta_E$ [%]	$\delta_{Sap\ C.Grieta}/\delta_E$ [%]
1262	0.0279	0.0371	0.0371	-32.7	-32.7
2520	0.0635	0.0693	0.0693	-9.2	-9.2
3746	0.1118	0.0998	0.0998	10.7	10.7
5021	0.1651	0.1315	0.1315	20.4	20.4
5464	0.1829	0.1436	0.1528	21.5	16.5
6073	0.2057	0.1561	0.1656	24.1	19.5
6511	0.2286	0.1685	0.1793	26.3	21.6
6994	0.2540	0.1813	0.1928	28.6	24.1
7535	0.2769	0.1934	0.2059	30.1	25.6
8001	0.3023	0.2063	0.2197	31.8	27.3
8536	0.3277	0.2187	0.2329	33.3	28.9
8986	0.3454	0.2317	0.2469	32.9	28.5
9514	0.4572	0.2438	0.0285	46.7	43.2

Tabla 3.12 Deformaciones al centro del claro del espécimen 2

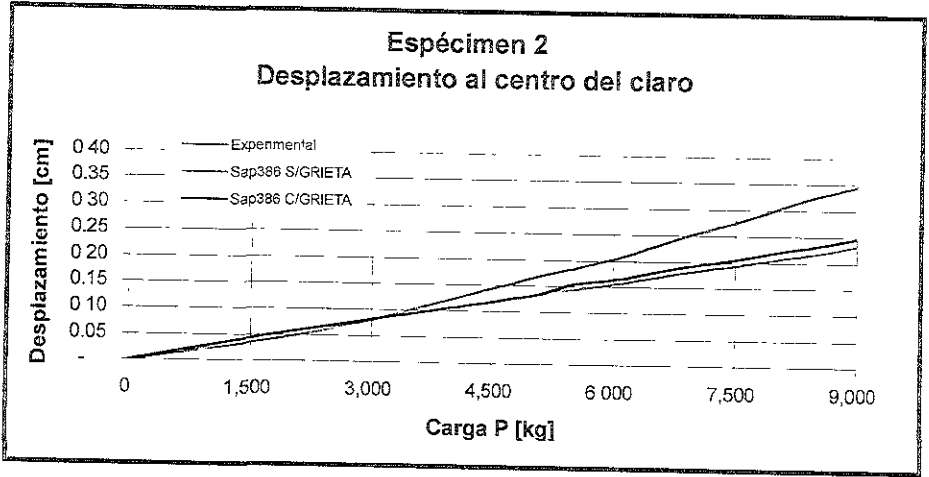


Figura 3.20 Desplazamientos al centro del claro del espécimen 2

Especimen 3					
Carga P [kg]	Def. Experimental $\delta_E$ [cm]	Def. Sap366 Mod. Sin grieta $\delta_{Sap}$ [cm]	Def. Sap388 Mod. Con grieta $\delta_{Sap}$ [cm]	$\delta_{Sap \text{ S.Grieta}}/\delta_E$ [%]	$\delta_{Sap \text{ C.Grieta}}/\delta_E$ [%]
1262	0.0508	0.03707	0.0371	27.0	27.0
2520	0.09906	0.069329	0.0693	30.0	30.0
3746	0.15494	0.09984	0.0998	35.6	35.6
5021	0.21336	0.13146	0.1315	38.4	38.4
5464	0.23368	0.1436	0.1528	38.5	34.6
6073	0.25654	0.15611	0.1656	39.1	35.4
6511	0.2794	0.16853	0.1793	39.7	35.8
6994	0.31242	0.18127	0.1928	42.0	38.3
7535	0.33528	0.1934	0.2059	42.3	38.6
8001	0.37084	0.20629	0.2197	44.4	40.7
8536	0.4064	0.21871	0.2329	46.2	42.7
8986	0.49276	0.23174	0.2469	53.0	49.9
9514	0.54356	0.24381	0.2596	55.1	52.2

Tabla 3.13 Deformaciones al centro del claro del espécimen 3

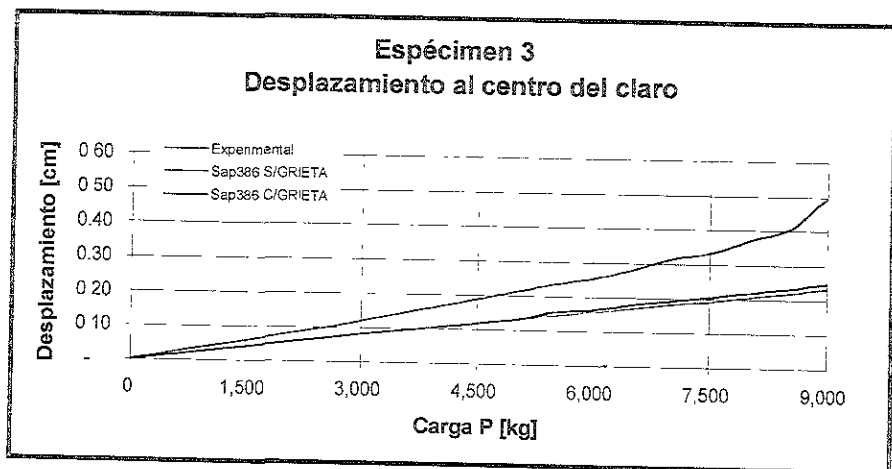


Figura 3 21 Desplazamientos al centro del claro del espécimen 3



# Capítulo 4

---

---

## Conclusiones y Recomendaciones

## 4 CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Los resultados experimentales obtenidos en este trabajo, permiten afirmar que es posible reforzar eficientemente a cortante vigas de concreto reforzado por medio de la técnica de soleras adheridas con resina epóxica. Sin embargo, debido a la escasa base de datos de pruebas experimentales sobre este tipo específico de refuerzo y al número reducido de elementos de prueba en este trabajo, serán necesarias más pruebas experimentales a vigas de concreto reforzadas externamente con la técnica de soleras con otras geometrías y materiales que puedan ayudar a confirmar los resultados presentados.

### 4.1 Resistencia

El estudio experimental muestra que es posible incrementar la resistencia a cortante en vigas reforzadas externamente con soleras adheridas en sus caras laterales de 56% hasta un 69% y que por lo tanto la resistencia total a cortante está dada por la suma de las contribuciones del concreto y del refuerzo externo de las soleras:

$$V_{CR} = V_c + V_s \dots\dots\dots 4.1$$

Donde:

$V_c$ : Contribución del concreto

$V_s$ : Contribución del refuerzo externo

Adicionalmente, este estudio permitió observar la influencia de uno de los principales factores que afectan la resistencia del refuerzo como son: el desprendimiento de las soleras una vez que se presenta la transferencia de esfuerzos cortantes al refuerzo desarrollando así la capacidad de adherencia en la interfaz entre la resina y el concreto. También es importante enfatizar que con una resina epóxica de las características de la resina ICOPSA-005 la influencia del anclaje en los extremos de las soleras, con y sin balazo, no se produjo ninguna diferencia en la resistencia sino, por lo contrario, si el balazo se aplica a menos de 5cm de los extremos de las soleras, estos pueden ocasionar fracturas iniciales alrededor de esta área. Desde el punto de vista de la

construcción, la aplicación de balazos para la sujeción de soleras, reduce significativamente el tiempo de su colocación y facilita su aplicación.

El mecanismo de falla observado consiste en el desprendimiento de las soleras que son interceptadas por una grieta de cortante, junto con una capa superficial de concreto que permanece adherida a ellas por su longitud de adherencia más corta.

Los modelos analíticos de elemento finito, presentados en capítulo 3, muestran que el refuerzo externo permite al concreto mantener la distribución de los esfuerzos principales y cortantes sin cambios después del agrietamiento.

La presencia de las soleras de refuerzo producen un cambio notable en la forma y distribución de los esfuerzos cortantes máximos. Las figuras 3.8, 3.9, 3.10 y 3.11 muestran la transformación de la forma de los esfuerzos así como de su redistribución. Una vez que se ha producido la grieta de cortante las soleras empiezan a desarrollar la adherencia con el concreto permitiéndole al elemento seguir trabajando.

Es posible calcular la resistencia de vigas de concreto reforzadas externamente considerando la resistencia del concreto más la del refuerzo externo como se expresa en la ecuación 4.1. La contribución del concreto se obtiene con la siguiente expresión:

$$V_c = 0.5bd\sqrt{f'_c} \dots\dots\dots 4.2$$

Donde:

b: ancho de la sección

d: peralte efectivo

f<sub>c</sub>': resistencia del concreto

Por otra parte, la contribución a la resistencia a cortante del refuerzo externo se puede calcular con la siguiente expresión:

$$V_s = \frac{b_s f_{sdh}}{2s} \left( \frac{d^3}{d-s} \right) \dots\dots\dots 4.3$$

Donde:

- $b_s$ : Ancho de las soleras
- $d$ : Peralte efectivo
- $f_{adh}$ : Esfuerzo de adherencia de las soleras
- $s$ : Separación entre soleras

Esta ecuación se deduce en forma análoga a la de la contribución de los estribos comunes, considerando las longitudes en adherencia activa de un juego de soleras atravesadas por una grieta de falla por cortante a 45°. Permite predecir la resistencia de un elemento reforzado con la técnica de soleras con un error máximo de 12% cuando la relación del peralte a la separación entre las soleras es impar y exactamente cuando dicha relación es par.

#### 4.1 Desplazamientos

Las gráficas de carga-desplazamiento experimentales, tanto para los especímenes testigo (Fig. 3.17 y 3.18) como para los reforzados (Fig. 3.19, 3.20 y 3.21) son apreciablemente lineales y su pendiente es similar, no presentan ningún cambio importante en la pendiente después del agrietamiento y hasta la falla, por tal motivo, se puede afirmar que el refuerzo externo con soleras no afecta apreciablemente la rigidez de los elementos reforzados y que estos se pueden modelar recurriendo a las técnicas de análisis derivadas de la teoría elástica. En este estudio se observa diferencias entre los desplazamientos experimentales y los obtenidos con la ecuación elástica o el método de elementos finitos pero que puede ser atribuido al valor del módulo de elasticidad utilizado que pudiera no ser representativo del de los especímenes de prueba.

---

## Referencias

R. Park y T. Paulay (1996). "Estructuras de Concreto Reforzado"  
Editorial Limusa, S.A. de C.V. págs. 279-356

González Cuevas O. y F. Robles ( 1993 )."Aspectos Fundamentales de Concreto Reforzado".  
Editorial Limusa, S.A. de C.V. pág. 131-145

Comité ACI-ASCE 426. "The Shear Strength of Reinforced Concrete Members"  
Proceedings of the ASCE. Vol99 NoST6, junio 1973 , págs. 1091-1167.

James G Macgregor y John M. Hanson. " Proposed Changes in Shear Provisions for Reinforced  
and Prestressed Concrete Beams". Journal of the Structural Division, ACI, Vol.66-24, abril de 1969,  
págs. 276-284.

H.P.J. Taylor,"Shear Strength of Large Beams,"  
Journal of the Structural Division, ASCE, Vol 98,ST11, noviembre de 1972, págs.2473-2490.

G.N.J. Kani, "How Safe Are our Large Reinforced Beams,"  
Journal ACI, Vol.64, marzo de 1967, págs.128-141.

G.N.J. Kani, "Basic Facts Concerning Shear Failure,"  
Journal ACI, Vol.63, junio de 1966, págs.675-692.

G N.J. Kani, "The Riddle of Shear Failure and Its Solution,"  
Journal ACI, Vol.61, abril de 1964, págs.441-466.

Leonhardt, F., and Walter, R., "The Shear Strength of Reinforced Concrete Members".  
Proceedings of the ASCE. Vol99 NoST6, junio 1973 , págs. 1091-1167.

Díaz de Cossio, R., "Efecto del tamaño y de la forma de vigas y losas de concreto sobre su  
resistencia a fallas de cortante". Revista Ingeniería, abril de 1962, págs. 73-89

Mark K. Johnson and Julio A. Ramirez, "Minimum Shear Reinforcement in Beams with Higher  
Strength Concrete". Journal ACI. Vol.86, julio-agosto de 1989, págs.376-382.

"Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal". 1993 Departamento del Distrito Federal.

"Normas Técnicas Complementarias para Diseño y Construcción de Estructuras de Concreto", 1993. Departamento del Distrito Federal.

"Normas Técnicas Complementarias para Diseño y Construcción de Estructuras Metálicas ", 1993. Departamento del Distrito Federal.

Iglesias J. Jesús, Robles Francisco, De la Cera José, González C Oscar M. "Reparación de Estructuras de Concreto y Mampostería". Universidad Autónoma Metropolitana, 1988. Pág. 102-110.

López Batiz O. "Uso de la fibra de carbón como tecnología para el refuerzo ante sismos de elementos y estructuras de concreto reforzado". Memorias del XII Congreso Nacional de Ingeniería Sísmica . SMIS, Morelia, Mich., Noviembre de 1999, Vol. II, pág. 766-775

Triantafyllou Thanasis C. "Shear Strengthening of Reinforced Concrete Beams Using Epoxy-Bonded FRP Composites". Journal of the Structural Division, ASCE, Vol.9,S11, marzo-abril de 1998, págs.107-115.

IZUMO Kenji, ASAMIZU Toshihiro, SAEKI Noboru, y SHIMURA Kazunori. "Shear Strengthening of PRC Members by Fiber Sheets". Transactions of the Japan Concrete Institute. Vol 9, 1997. Págs. 105-112.

MIYAUCHI Katsuyuki, INOUE Shoichi, NISHIBAYASHI Shinzo y TANAKA Yoshinori. "Shear Behavior of Reinforced Concrete beams Strengthened with CFRP Sheet". Transactions of the Japan Concrete Institute. Vol 19, 1997. Págs. 97-104.

ADHIKARY Bimal Babu, MUTSUTOSHI Hirishi, KANAI Tadashi y HIKIMURA Toshitaka. "External Shear Reinforcement for Reinforced Concrete Beams by Horizontal Steel Plate Bonding". Transactions of the Japan Concrete Institute. Vol 20, 1998. Págs. 105-110

Arduini Marco, Di Tommaso Angelo y Nanni Antonio. "*Brittle Failure in FRP Plate and Sheet Bonded Beams*". Journal of the Structural Division, ACI, Vol.94,S33, julio-agosto de 1997, págs. 363-370.

Chajes Michael J., Januszka Ted F., Mertz Dennis R., Thomson Theodore A., Jr y Finch William W. Jr., "*Shear Strengthening of Reinforced Concrete Beams Using Externally Applied Composite Fabrics*" ". Journal of the Structural Division, ACI, Vol.92,S28, mayo-junio de 1995, págs. 295-303.

FURUCHI Hitoshi, KODAMA Toyoji y KAKUTA Yoshio. "*Shear Reinforcement in Reinforced Concrete Deep Beams*". Transactions of the Japan Concrete institute. Vol 11, 1999. Págs. 339-386.

MARUYAMA Kyuichi, SAWAMURA Shuji y MAEKAWA Koichi "*Shear Cracking Behavior of Reinforced Concrete Simple Supported Beams*". Transactions of the Japan Concrete Institute. Vol 6, 1984. Págs. 379-386.

SAP386. Structural Analysis, Inc. Austin, Texas, 1992

Mbrace Composite Strengthening System Design Guide. Septiembre de 1998.