

01161  
5

Universidad Nacional Autónoma de México

Facultad de Ingeniería  
División de Estudios de Posgrado

Tesis:

**Identificación de daño estructural en modelos edificios  
usando parámetros modales**

Presentada por:

**Nicolás Fernando Fierro Olivera**

Para obtener el grado de:

**Maestro en Ingeniería  
(Estructuras)**

Dirigida por:

**Dr. José Alberto Escobar Sánchez**

Cd. Universitaria, febrero de 2002

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN



Universidad Nacional  
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

**Biblioteca Central**



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

*A mi familia*

## AGRADECIMIENTOS

Al Dr. José Alberto Escobar Sánchez por su dirección y apoyo en la realización de este trabajo.

A los Drs. David Murià Vila, Roberto Gómez Martínez, Oscar López Batiz y Orlando Díaz López por sus comentarios y sugerencias.

Al Instituto de Ingeniería de la UNAM por darme la oportunidad de formarme profesionalmente.

## RESUMEN

Se presenta un método de detección de daño estructural que utiliza como dato las formas modales y frecuencias de vibración de una estructura. Para localizar y estimar la magnitud del daño, definido como la pérdida de rigidez, el método emplea el modelo analítico de la estructura para su estado inicial o sin daño. Al dañarse algún elemento estructural de ésta, sus características dinámicas se modifican. Las formas modales y frecuencias de vibración para este estado de la estructura se utilizan para construir su matriz de rigidez condensada, la cual se ajusta con la del modelo analítico, construido inicialmente, mediante un proceso iterativo en el que se detectan los elementos estructurales dañados. En la evaluación del daño con el método propuesto, se consideran las incertidumbres de medición y de modelado, además de la cantidad limitada de grados de libertad que es posible medir en estructuras reales para determinar sus características dinámicas. Adicionalmente, se presentan casos de daño en modelos de edificios considerando el efecto del fenómeno de interacción suelo-estructura.

## Índice

<b>Resumen</b>	<b>I</b>
<b>1 Introducción</b>	<b>1</b>
<b>2 Antecedentes</b>	<b>4</b>
2.1 Identificación de parámetros estructurales	4
2.1.1 Métodos de identificación de parámetros estructurales basados en pruebas estáticas	5
2.1.2 Métodos de identificación de parámetros estructurales basados en pruebas dinámicas	6
2.2 Objetivos y alcances	8
<b>3 Detección de daño estructural utilizando el método de la matriz de transformación mejorado</b>	<b>10</b>
3.1 Descripción del método	10
3.2 Detección de daño en marcos planos	10
3.3 Detección de daño en estructuras de edificios tridimensionales	16
3.4 Obtención de la matriz de rigidez de una estructura a partir de sus formas modales y frecuencias de vibración conocidas	18
<b>4 Consideraciones sobre el método de la matriz de transformación mejorado</b>	<b>20</b>
4.1 Número de condición de una matriz	21
4.1.1 Uso de la descomposición SVD para depurar la solución directa de un sistema de ecuaciones mal condicionado	22
4.2 Factorización de los elementos estructurales con igual magnitud de daño	24
4.3 Algoritmo utilizado en el método de la matriz de transformación mejorado para detectar los elementos estructurales dañados	26
<b>5 Detección de daño estructural considerando efectos de interacción suelo-estructura</b>	<b>28</b>
5.1 Modelo suelo-estructura utilizado	28
5.2 Obtención de la matriz de rigidez de una estructura de cortante a partir de uno de sus modos de vibrar	30
5.3 Detección de daño estructural en marcos de cortante	34

<b>6 Aplicación del método de la matriz de transformación mejorado para evaluar daño estructural en edificios .</b>	<b>36</b>
6.1 Marco plano de tres niveles	36
6.2 Marco STC	39
6.3 Efecto de las incertidumbres existentes en la evaluación de daño estructural	44
6.3.1 Uso de la descomposición matricial SVD para determinar la magnitud del daño estructural	51
6.4 Detección de daño en marcos tridimensionales	55
6.5 Detección de daño considerando efectos de interacción suelo estructura	58
<b>7 Conclusiones y recomendaciones</b>	<b>62</b>
<b>Referencias</b>	<b>66</b>

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

## 1. INTRODUCCIÓN

Durante su vida útil los sistemas estructurales continuamente acumulan daño debido a acciones como sismos, sobrecarga, efectos térmicos, corrosión, etc. Por ello, es necesario contar con un procedimiento confiable que permita su evaluación, ya que si éste no es detectado y/o corregido puede conducir al deterioro de los elementos estructurales y en consecuencia poner en peligro la estabilidad de la estructura.

En un sistema estructural existen varios tipos de daño. En los elementos de estructuras de concreto, por ejemplo, es posible encontrar agrietamiento, deslizamiento del acero de refuerzo, reducción del área transversal por pérdida de recubrimiento, etc.; mientras que en los elementos de estructuras metálicas puede existir corrosión, pandeo local y global, falla de conexiones, entre otros. Cuando el daño es visible, su detección física puede realizarse con relativa facilidad. En muchas ocasiones, sin embargo, pueden necesitarse técnicas sofisticadas para su evaluación. Algunas de éstas contemplan pruebas de ultrasonido, Rayos X, resonancia magnética, etc.; las cuales son, generalmente, difíciles de aplicar a un sistema estructural completo, ya que requieren de la exposición directa de los elementos estructurales. En el caso de estructuras de edificios, por ejemplo, puede ser necesario remover paneles y recubrimientos de estos elementos, lo cual consume mucho tiempo y no es práctico para edificios de importancia social y económica.



En los últimos años se han desarrollado varios métodos que utilizan los cambios en las formas modales y frecuencias de vibración de una estructura para evaluar el daño en sus elementos estructurales. Estos métodos, como medio de detección de daño, tienen la ventaja de no requerir la exposición directa de dichos elementos y de poder inspeccionar la totalidad de la estructura si a ésta se le instrumenta apropiadamente. En consecuencia, es posible obtener una reducción en el tiempo y costo de la evaluación, así como una disminución en el impacto de operación de la estructura.

Para la localización y el cálculo de la magnitud del daño estructural, los métodos que utilizan las características dinámicas de una estructura requieren de modelos matemáticos. A este tipo de métodos se les denomina métodos de detección de daño *basados en modelos*. El desarrollado en este trabajo es un método basado en modelos que consta de tres pasos básicos: construcción del modelo analítico de la estructura real para establecer su estado inicial o sin daño; medición de las formas modales y frecuencias de vibración para un segundo estado de la estructura; y localización y estimación de la magnitud del daño en los elementos estructurales, utilizando el modelo analítico construido inicialmente y la matriz de rigidez condensada de la estructura, obtenida a partir de los parámetros modales medidos.

La construcción del modelo analítico de una estructura es una de las etapas más importantes en el problema de detección de daño, ya que la validez de los resultados depende de qué tan bien se pueda representar el comportamiento real de un sistema estructural. Para el refinamiento de estos modelos se han desarrollado técnicas de estimación y actualización de parámetros estructurales (Smith y Beattie, 1978; Kabe, 1985). Sin embargo, la diferencia entre la respuesta de la estructura real y la del modelo analítico es inevitable aun después del refinamiento. Esta diferencia surge principalmente por la presencia de ruido en las mediciones durante las pruebas de vibración, incertidumbres inherentes a la estructura, y por los errores cometidos en las suposiciones y simplificaciones hechas en algunos aspectos estructurales durante el proceso de construcción de este modelo (Katafygiotis, 1991).

Para la evaluación de daño estructural con el método propuesto, en este trabajo, se considera que el modelo analítico ha sido construido antes de la ocurrencia de algún daño en la estructura (Zimmerman y Kaouk, 1992; Smith, 1988). Las incertidumbres existentes en la construcción del modelo y en la medición de las características dinámicas de la estructura se consideran perturbando aleatoriamente, con diferentes niveles de ruido, los parámetros modales de dicho modelo para un estado de daño simulado.

Por otra parte, el método de detección de daño presentado utiliza la matriz de transformación geométrica para condensar los grados de libertad del modelo analítico con respecto a los que es posible medir en la estructura real para determinar sus características dinámicas. Así, para detectar los elementos estructurales dañados, el método se basa en el hecho de que esta matriz, que opera sobre la matriz de rigidez global de dicho modelo, puede ser estimada para el estado dañado a partir de la correspondiente al estado no dañado mediante un proceso iterativo.

Para estudiar la aplicación del método de detección de daño estructural propuesto, se presentan varios casos de daño simulado en estructuras de marcos planos y tridimensionales donde se considera, además, el efecto del fenómeno de interacción suelo-estructura.

## 2. ANTECEDENTES

### 2. 1 Identificación de parámetros estructurales

Debido a la dificultad en la predicción de la respuesta de una estructura existente por medio de modelos analíticos, en la actualidad, es común recurrir al refinamiento de estos utilizando datos experimentales. Las características dinámicas de la estructura: formas modales, frecuencias de vibración y amortiguamiento, medidas experimentalmente, proporcionan la base para reproducir lo más real posible su respuesta.

Para el ajuste de la matriz de rigidez del modelo analítico a partir de los modos medidos en la estructura, varios investigadores (Baruch (1978), Baruch y Bar Itzhack (1978), Berman y Flannelly (1971), Berman y Nagy (1983), entre otros) han desarrollado diversas formulaciones; sin embargo, éstas afectan la conectividad original de la matriz de rigidez de la estructura cuando no se conocen todos sus modos.

Kabe (1985) propuso un algoritmo que toma en cuenta las restricciones de conectividad de la matriz de rigidez, aunque este método es demasiado tedioso para estructuras grandes. Otras formulaciones que también toman en cuenta estas restricciones fueron presentadas por Kammer (1988); y Smith y Beattie (1988).

Por otra parte, se han desarrollado numerosos métodos de identificación de parámetros que relacionan los cambios en la respuesta de una estructura con el daño en sus elementos estructurales. En función del tipo de excitación utilizada para medir dicha respuesta, los métodos de identificación de parámetros estructurales se clasifican en estáticos o dinámicos.

### **2.1.1 Métodos de identificación de parámetros estructurales basados en pruebas estáticas**

Sheena *et al* (1982) presentaron un método que minimiza la diferencia entre la matriz de rigidez del modelo analítico y la obtenida de pruebas experimentales en la estructura real. En este método se conservan las restricciones de conectividad de la matriz de rigidez; sin embargo, para su aplicación es necesario medir los desplazamientos en todos los grados de libertad de la estructura, lo cual lo hace poco práctico.

Sanayei y Nelson (1986) presentaron un método de identificación de parámetros en estructuras elásticas sujetas a cargas estáticas. La rigidez de los elementos estructurales se obtiene mediante la aplicación de fuerzas y la medición de desplazamientos en un mismo grupo de grados de libertad de la estructura.

Clark (1989) presentó un algoritmo similar al presentado por Sanayei y Nelson (1986) para la obtención de la rigidez de los elementos estructurales. En este método no es necesario medir los desplazamientos en todos los grados de libertad donde se aplican las fuerzas. Este autor expandió su algoritmo para utilizar los desplazamientos modales como dato.

### 2.1.2 Métodos de identificación de parámetros estructurales basados en pruebas dinámicas

La literatura técnica sobre estos métodos es muy extensa. Hart y Yao (1977), Baruch (1982), Berman (1984), entre otros, resumen parte del trabajo realizado en esta área.

Kashangaki (1992) propuso un parámetro para medir la sensibilidad de la solución del problema de valores y vectores característicos del modelo analítico de una estructura a modificaciones en la rigidez de sus elementos estructurales. El método requiere que las propiedades que definen la rigidez de estos elementos: módulo de elasticidad, momento de inercia, área transversal, etc., sean seleccionadas de tal forma que puedan ser modificadas, lo cual representa una dificultad práctica cuando el número de estas variables es grande. El método evalúa de forma separada los problemas de localización y cálculo de la magnitud del daño.

Hjelmstad *et al* (1992) propusieron un método de identificación de parámetros en estructuras lineales denominado método de la energía residual mutua. Este se basa en la suposición de que la topología y la geometría de la estructura son conocidas. La matriz de rigidez del sistema estructural se expresa mediante el ensamble de matrices elementales. El método utiliza el principio del trabajo virtual, del cual se derivan ecuaciones para la estimación de los parámetros de rigidez y de masa de la estructura.

Kashangaki *et al* (1992) mostraron la importancia del uso de la energía de deformación para predecir el comportamiento y la localización de daño en estructuras. Establecieron que ésta es una opción adecuada para seleccionar los modos medidos experimentalmente que pueden ser utilizados en la evaluación de daño estructural.

Lindner *et al* (1993) en su método definen el daño como una disminución de la rigidez a nivel elemento estructural. Estos investigadores observaron que el daño en los elementos estructurales de una armadura causa cambios considerables en los componentes de su matriz de rigidez global. Con base en esto, el método propuesto localiza y calcula la magnitud del daño en estos elementos de forma simultánea.

Prion y Rezaik (1996) realizaron pruebas de vibración forzada en un modelo a escala de un edificio de acero de cuatro niveles que fue probado hasta la falla utilizando cargas cíclicas laterales. Este modelo estuvo sujeto a mediciones de vibración antes y después de la carga. Las comparaciones de las características dinámicas medidas antes y después de la aplicación de ésta mostraron un cambio considerable en las frecuencias y formas modales de vibración del edificio para el estado dañado y no dañado.

Cobb y Liebst (1997) presentaron un método de detección de daño que considera el número limitado de formas modales y frecuencias de vibración que es posible medir experimentalmente. Para minimizar la diferencia entre los parámetros modales medidos y los obtenidos del modelo analítico, el método emplea un programa de optimización que se resuelve mediante un proceso iterativo. El daño se evalúa determinando los cambios en la rigidez de los elementos estructurales.

Sohn y Law (1997) presentan un método probabilista de detección de daño estructural que toma en cuenta el efecto de las incertidumbres existentes en la medición de los parámetros modales de la estructura. Este método tiene limitaciones en la evaluación del daño cuando el número de elementos dañados es considerable.

Sugahara (1997) presenta un método que relaciona la disminución en la rigidez de los elementos estructurales con los cambios en los términos de la matriz de rigidez lateral de un marco plano. Esta relación permite generar una matriz de sensibilidad característica para cada estructura, con la cual es posible detectar el daño estructural si se conoce la matriz de rigidez lateral para el estado dañado del marco.

Sosa (1998) desarrolló un método para localizar y estimar daño estructural que utiliza como dato la matriz de rigidez condensada de una estructura. El método se basa en el hecho de que la matriz de transformación geométrica que condensa la matriz de rigidez global del modelo analítico de un marco plano puede ser estimada para su estado dañado a partir de la correspondiente a su estado no dañado mediante un proceso iterativo en el que se detectan los elementos estructurales dañados.

## 2.2 Objetivos y alcances

En su versión anterior (Sosa, 1998), el método de la matriz de transformación se aplicó a estructuras de edificios formados por marcos planos ortogonales. En dicha versión, la detección del daño en los elementos estructurales simétricos de la estructura, se hacía a través de un elemento equivalente proporcional al número de estos. Con esta consideración se aceptaba implícitamente que el daño calculado era el mismo para todos estos elementos. Sin embargo, esto no es necesariamente realista, ya que dos o más elementos simétricos pueden presentar distinta degradación de rigidez dependiendo de las sollicitaciones de carga a que estén expuestos. Por ello, para poder evaluar, con este método, los múltiples estados de daño que se pueden presentar en una estructura real, fue necesario establecer, en este trabajo, los siguientes objetivos y alcances:

- Proponer un algoritmo con el cual la evaluación de daño en cada elemento estructural se realice de forma independiente.
- Tomar en cuenta la cantidad limitada de grados de libertad que es posible medir en un edificio a través de su instrumentación para determinar sus parámetros modales, usualmente los desplazamientos de cuerpo rígido de las losas de entrepiso.
- Considerar, en la evaluación de daño estructural, el ambiente de incertidumbre asociado a la medición de las características dinámicas de una estructura real.
- Estudiar el efecto del fenómeno de interacción suelo-estructura en la identificación de daño estructural.

Para lograr lo anterior se realizaron los siguientes pasos:

- Depuración de la solución directa del sistema de ecuaciones que utiliza el método de la Matriz de Transformación para definir la localización y la magnitud del daño en los elementos estructurales. Para ello, en el algoritmo desarrollado, se usó la descomposición en valores singulares (SVD) de una matriz.
- Desarrollo de un programa de cómputo donde se incluye la consideración anterior.
- Aplicación del método a diferentes casos de daño simulado en modelos analíticos de edificios.
- Presentación de las conclusiones y recomendaciones del estudio realizado.



### 3. DETECCIÓN DE DAÑO ESTRUCTURAL UTILIZANDO EL MÉTODO DE LA MATRIZ DE TRANSFORMACIÓN MEJORADO

#### 3.1. Descripción del método

El método de detección de daño desarrollado en este trabajo utiliza las formas modales y frecuencias de vibración de una estructura para evaluar el daño en sus elementos estructurales. Para localizar y estimar la magnitud del daño estructural, definido como la pérdida de rigidez, el método se vale del modelo analítico de la estructura. Las formas modales y frecuencias de vibración medidas en la estructura real son utilizadas para obtener su matriz de rigidez condensada y ajustar la del modelo analítico mediante un proceso iterativo en el que se definen los elementos estructurales dañados.

#### 3.2. Detección de daño en marcos planos

La matriz de rigidez global del modelo analítico de una estructura se puede representar como el ensamble de las matrices de rigidez de los elementos estructurales que lo componen. Para una estructura con  $N_e$  elementos, la matriz de rigidez global para el estado dañado de la estructura  $[K_d]$  se puede expresar como:

$$[K_d] = \sum_{i=1}^{N_e} x_i [K_e]_i \quad (3.2.1)$$

donde:

$[K_e]_i$  es la matriz de rigidez sin daño del elemento estructural  $i$

$x_i$  es un parámetro adimensional que representa la contribución de la rigidez del elemento estructural  $i$  a la matriz de rigidez global de la estructura ( $0 \leq x_i \leq 1$ ). Un elemento se considera sin daño si su valor de  $x$  es igual a la unidad.

De esta forma, la matriz de rigidez global de la estructura para su estado no dañado  $[K_{sd}]$  es:

$$[K_{sd}] = \sum_{i=1}^{N_e} [K_e]_i$$



(3.2.2)

Una manera de relacionar una estructura real con su modelo analítico es comparando sus características dinámicas. Las frecuencias de vibración de la estructura medidas experimentalmente y las obtenidas del modelo analítico pueden compararse directamente; sin embargo, con sus formas modales esta comparación, generalmente, no se realiza de forma tan directa debido a la gran diferencia entre el número de grados de libertad del modelo analítico y los que es posible medir en la estructura real. Una comparación directa entre las formas modales puede realizarse si los grados de libertad del modelo analítico se condensan de acuerdo con los medidos en la estructura; en el contexto de este trabajo, los desplazamientos de cuerpo rígido de las losas de entrepiso. El resultado es una matriz de rigidez condensada que contiene sólo estos grados de libertad. Esta matriz de rigidez para el estado no dañado de la estructura  $[\bar{K}_{sd}]$  puede expresarse como:

$$[\bar{K}_{sd}] = [T_{sd}]^T [K_{sd}] [T_{sd}] \quad (3.2.3)$$

donde  $[T_{sd}]$  es la matriz de transformación, que tiene la forma:

$$[T_{sd}] = \begin{bmatrix} [I] \\ -[K_{11}]^{-1} [K_{12}] \end{bmatrix} \quad (3.2.4)$$

donde:

$[I]$  es la matriz identidad de orden  $Nm \times Nm$ ; siendo  $Nm$  el número de grados libertad medidos en la estructura

$[K_{12}]$  y  $[K_{22}]$  son submatrices obtenidas de la partición de la matriz de rigidez global de la estructura. Estas pueden definirse a partir de la ecuación de equilibrio estático del sistema estructural (Guyan, 1965), de la siguiente forma:

$$\begin{Bmatrix} \{f\} \\ \{g\} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} [K_{11}] & [K_{12}] \\ [K_{21}] & [K_{22}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{u\} \\ \{v\} \end{Bmatrix} \quad (3.2.5)$$



donde:

$\{f\}$  es el vector de cargas asociadas con los desplazamientos medidos

$\{g\}$  es el vector de cargas asociadas con los desplazamientos no medidos

$\{u\}$  es el vector de desplazamientos medidos

$\{v\}$  es el vector de desplazamientos no medidos

De forma similar, la matriz de rigidez condensada para el estado dañado de la estructura  $[\bar{K}_d]$  puede expresarse como:

$$[\bar{K}_d] = [T_d(x)]^T [K_d] [T_d(x)] \quad (3.2.6)$$

En este caso la matriz de transformación  $[T_d(x)]$  se expresa en función del parámetro  $x$ , ya que resulta de la partición de la matriz de rigidez global dañada  $[K_d]$ .

Al sustituir la ecuación 3.2.1 en la 3.2.6 se obtiene:

$$[\bar{K}_d] = \sum_{i=1}^{Ne} x_i [T_d(x)]^T [K_e]_i [T_d(x)] \quad (3.2.7)$$

Llamando  $[\bar{K}e(x)]_i = [T_d(x)]^T [Ke]_i [T_d(x)]$  y sustituyendo en la ecuación 3.2.7, resulta:

$$[\bar{K}_d] = \sum_{i=1}^{Ne} x_i [\bar{K}e(x)]_i$$



(3.2.8)

Las matrices de rigidez  $[\bar{K}_d]$  y  $[\bar{K}e(x)]_i$  de la ecuación anterior son de orden  $Nm \times Nm$ , y debido a su simetría poseen  $nti = Nm(Nm-1)/2$  términos independientes. Desarrollando la ecuación 3.2.8 para cada uno de los términos independientes de estas matrices se obtiene:

$$\{\bar{k}_d\} = [S_k(x)]\{x\} \quad (3.2.9)$$

donde:

$\{\bar{k}_d\}$  es el vector de orden  $ntix1$  que contiene los términos independientes de la matriz de rigidez condensada de la estructura

$[S_k(x)]$  es la matriz de orden  $ntixNe$  que contiene los términos independientes de las matrices  $[\bar{K}e(x)]_i$

$\{x\}$  es el vector de orden  $Nex1$  que contiene la contribución de la rigidez de cada elemento estructural a la matriz de rigidez condensada de la estructura

Para ajustar la matriz de rigidez condensada del modelo analítico con la obtenida de las formas modales y frecuencias de vibración medidas en la estructura dañada, como primera aproximación, puede suponerse que la matriz de transformación para este estado  $[T_d(x)]$ , no difiere de la correspondiente al estado no dañado  $[T_{sd}]$ . De esta forma se establece un procedimiento iterativo en el que se detectan los elementos estructurales dañados por aproximaciones sucesivas.

Por otra parte, las formas modales y frecuencias de vibración obtenidas de mediciones experimentales son inevitablemente afectadas por el ruido. Debido a esto, la matriz de rigidez condensada de la estructura  $[\bar{K}_m]$ , construida con estos datos (Baruch y Bar Itzhak, 1978), y la ajustada para su modelo analítico  $[\bar{K}_d]$  no serán necesariamente iguales. Así, la magnitud del error  $E$ , que mide la diferencia entre estas dos matrices, puede calcularse como:

$$E = \| [\bar{K}_d] - [\bar{K}_m] \| \tag{3.2.10}$$



donde  $\| \cdot \|$  es cualquier norma matricial

La norma matricial  $E$  de la ecuación 3.2.10 también puede medirse utilizando su correspondiente norma vectorial al desarrollar esta ecuación para los términos independientes de las matrices  $[\bar{K}_d]$  y  $[\bar{K}_m]$ , de la siguiente forma:

$$E = \| \{ \bar{k}_d \} - \{ \bar{k}_m \} \| = \| [S_k(x)]\{x\} - \{ \bar{k}_m \} \| \tag{3.2.11}$$

donde  $\{ \bar{k}_m \}$  es el vector de orden  $n \times 1$  que contiene los términos independientes de la matriz  $[\bar{K}_m]$

Cuando la matriz  $[\bar{K}_m]$  se afecta por el ruido en las mediciones, en general, no puede expresarse como una combinación lineal de las matrices  $[\bar{K}_e(x)]$ , (ecuación 3.2.8); esto es, el vector  $\{ \bar{k}_m \}$  no se encuentra en el espacio generado por las columnas de la matriz  $[S_k(x)]$  (figura 3.2.1). Si se considera que el vector  $[S_k(x)]\{x\} = \{ \bar{k}_d \}$  representa el punto que está más cerca de  $\{ \bar{k}_m \}$  que cualquier otro punto sobre este espacio; el error  $E = \| [S_k(x)]\{x\} - \{ \bar{k}_m \} \|$  mide la distancia de  $\{ \bar{k}_m \}$  a dicho punto. Para que este error sea mínimo  $[S_k(x)]\{x\} - \{ \bar{k}_m \}$  debe ser perpendicular al espacio columna de  $[S_k(x)]$ . Para el vector  $\{ \bar{k}_d \}$  que se encuentra en este espacio, dicha perpendicularidad se expresa como:

$$([S_k(x)]\{x\})^T ([S_k(x)]\{x\} - \{ \bar{k}_m \}) = \{0\} \tag{3.2.12}$$

que también puede expresarse como

$$\{x\}^T \left( [S_k(x)]^T [S_k(x)] \{x\} - [S_k(x)]^T \{\bar{k}_m\} \right) = \{0\}$$

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

(3.2.13)

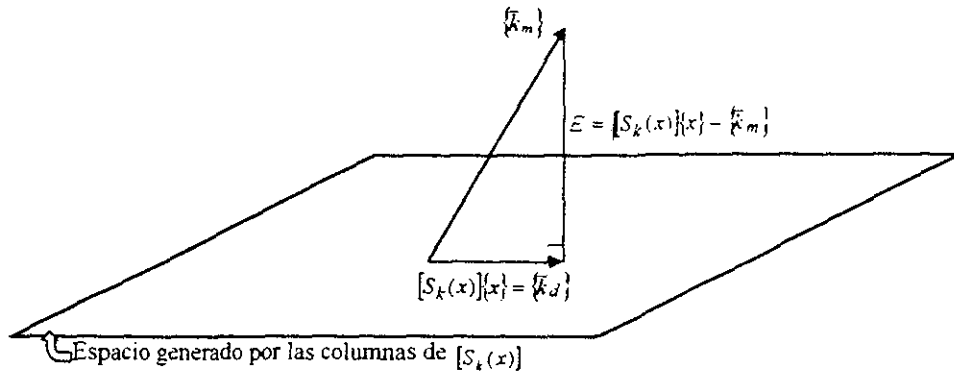


Figura 3.2.1 Proyección del vector  $\{\bar{k}_m\}$  sobre el espacio columna de la matriz  $[S_k(x)]$

Debido a las condiciones físicas del problema en estudio, se considera en general que  $\{x\} \neq \{0\}$ ; por ello, para que se cumpla la ecuación 3.2.13, el término contenido dentro del paréntesis redondo debe ser igual a cero. Así, se obtiene:

$$[S_k(x)]^T [S_k(x)] \{x\} = [S_k(x)]^T \{\bar{k}_m\}$$

(3.2.14)

La ecuación anterior representa la condición para encontrar la solución que minimiza el valor del error  $E$  y, por consiguiente, la diferencia entre la matriz de rigidez obtenida a partir de los parámetros modales medidos en la estructura real y la ajustada para el modelo analítico. Si se utiliza esta condición, la solución de la ecuación 3.2.9 se puede obtener a partir de un problema de optimización (Bazaraa y Jarvis, 1977) al resolver

$$[S_k(x)] \{x\} \leq \{\bar{k}_m\}$$

(3.2.15)

sujeto a las restricciones:

$$[S_k(x)]^T [S_k(x)] \{x\} = [S_k(x)]^T \{\bar{k}_m\}$$

(3.2.16)

$$\{0\} \leq \{x\} \leq \{1\}$$

La solución de la ecuación 3.2.15 proporciona la matriz de rigidez global de la estructura correspondiente al estado de daño calculado (ecuación 3.2.1). Al determinar la matriz de transformación correspondiente, se obtiene una nueva aproximación para la ecuación 3.2.6. El algoritmo que permite llevar a cabo este procedimiento iterativo en el cual se detectan los elementos estructurales dañados se presenta posteriormente.

### 3.3 Detección de daño en estructuras de edificios tridimensionales

La matriz de rigidez condensada del modelo analítico de un edificio tridimensional para su estado dañado  $[\bar{K}_{T_d}]$ , se puede obtener a partir de la matriz de rigidez lateral de cada marco que lo compone, de la siguiente forma:

$$[\bar{K}_{T_d}] = \sum_{j=1}^{N_j} \sum_{i=1}^{N_{ej}} x_{ij} [C]_j^T [T_d(x)]_j^T [K_e]_{ij} [T_d(x)]_j [C]_j \quad (3.3.1)$$

donde:

$N_j$  es el número de marcos de la estructura

$N_{ej}$  es el número de elementos del marco  $j$

$x_{ij}$  es la contribución de la rigidez del elemento estructural  $i$  del marco  $j$  a la matriz de rigidez condensada de la estructura

$[K_e]_{ij}$  es la matriz de rigidez, en coordenadas globales, del elemento estructural  $i$  del marco  $j$

$[T_d(x)]_j$  es la matriz de transformación que condensa sobre los grados de libertad laterales del marco  $j$

$[C]_j$  es la matriz de transformación que relaciona los grados de libertad laterales del marco  $j$  con los movimientos de cuerpo rígido de las losas del edificio tridimensional

En la ecuación anterior, la matriz de rigidez de la estructura  $[\bar{K}_d]$  se expresa como la contribución de la rigidez de todos los elementos de cada marco. Para el problema de detección de daño en estudio es conveniente arreglar esta ecuación de tal forma que a los elementos que pertenezcan a uno o más marcos se les asocie un factor  $x$  único. Así, la ecuación 3.3.1 puede expresarse como:

$$[\bar{K}_d] = \sum_{l=1}^{N_e} x_l \sum_{\substack{j=1 \\ l \in j}}^{N_j} [C]_j^T [T_d(x)]_j^T [Ke]_{lj} [T_d(x)]_j [C]_j \quad (3.3.2)$$

donde  $x_l$  es el parámetro de daño asociado al  $l$ -ésimo elemento de la estructura

La segunda sumatoria en la ecuación anterior representa la contribución de la rigidez del  $l$ -ésimo elemento estructural a la matriz de rigidez condensada de la estructura. La ecuación 3.3.2 se puede expresar en forma reducida de la siguiente manera:

$$[\bar{K}_d] = \sum_{l=1}^{N_e} x_l [\bar{Ke}(x)]_l \quad (3.3.3)$$

donde:

$$[\bar{Ke}(x)]_l = \sum_{\substack{j=1 \\ l \in j}}^{N_j} [C]_j^T [T_d(x)]_j^T [Ke]_{lj} [T_d(x)]_j [C]_j \quad (3.3.4)$$

Para obtener  $[\bar{Ke}(x)]_l$ , la sumatoria anterior se realiza para todos los marcos que incluyen al elemento  $l$ .



Al desarrollar la ecuación 3.3.3 para los términos independientes de las matrices  $[\bar{K}_d]$  y  $[\bar{K}_e(x)]_I$ , es posible obtener un sistema de ecuaciones como el siguiente:

$$\{\bar{k}_d\} = [S_k(x)]\{x\} \quad (3.3.5)$$

donde:

$\{\bar{k}_d\}$  es el vector de orden  $ntix \times 1$  que contiene los términos independientes de la matriz de rigidez condensada de la estructura

$[S_k(x)]$  es la matriz de orden  $ntix \times Ne$  que contiene los términos independientes de las matrices  $[\bar{K}_e(x)]_I$

$\{x\}$  es el vector de orden  $Ne \times 1$  que contiene la contribución de la rigidez de cada elemento estructural a la matriz de rigidez condensada de la estructura

El procedimiento para resolver la ecuación 3.3.5 es el mismo al utilizado para el caso de marcos planos.

### 3.4 Obtención de la matriz de rigidez de una estructura a partir de sus formas modales y frecuencias de vibración conocidas

Baruch y Bar Itzhack (1978) propusieron la siguiente formulación matemática para la construcción de la matriz de rigidez de una estructura a partir de sus formas modales y frecuencias de vibración conocidas:

$$[\bar{K}_m] = [\bar{K}_{sd}] - [\bar{K}_{sd}][X][X]^T[M] - [M][X][X]^T[\bar{K}_{sd}] + [M][X][X]^T[\bar{K}_{sd}][X][X]^T[M] + [M][X][\Omega_d^2][X]^T[M] \quad (3.4.1)$$

donde:

$$[X] = [V_d]([V_d]^T[M]V_d)]^{-1/2}$$

$[M]$  es la matriz de masas del modelo analítico de orden  $NmxNm$

$[\Omega_d^2]$  es la matriz diagonal de orden  $p \times p$  que contiene el cuadrado de las frecuencias conocidas de la estructura

$[V_d]$  es la matriz de orden  $Nm \times p$  que contiene las formas modales medidas en la estructura

$p$  es el número de frecuencias y formas modales medidas ( $p \leq Nm$ )

La ecuación 3.4.1 se emplea en este trabajo para obtener la matriz de rigidez condensada que sirve como dato para la evaluación de daño estructural con el método propuesto. En los ejemplos de aplicación del método que se presentan más adelante, esta matriz se obtiene a partir de las formas modales y frecuencias de vibración correspondientes a un estado de daño simulado en modelos analíticos de marcos de edificios.

#### 4. CONSIDERACIONES SOBRE EL MÉTODO DE LA MATRIZ DE TRANSFORMACIÓN MEJORADO

Como se mostró en las secciones 3.2 y 3.3, el problema de detección de daño estructural, con el método propuesto, se reduce a resolver un sistema de ecuaciones lineales de  $nti$  ecuaciones por  $Ne$  incógnitas (ecuaciones 3.2.9 y 3.3.5), como el siguiente:

$$[A]\{x\} = \{b\} \quad (4.1)$$

donde:

$[A]$  es la matriz de coeficientes de orden  $nti \times Ne$

$\{b\}$  es el vector de datos de orden  $nti \times 1$

$\{x\}$  es el vector de incógnitas de orden  $Ne \times 1$

Debido a que el número de ecuaciones del sistema anterior es función de la cantidad de grados de libertad que es posible medir en la práctica en estructuras de edificios ( $nti = Nm(Nm+1)/2$ ); usualmente, este sistema contiene más incógnitas que ecuaciones. Lo anterior conduce a tener un sistema de ecuaciones subdeterminado cuya solución puede ser puramente matemática; es decir, en ocasiones ésta puede violar las condiciones físicas del problema en estudio. Para que la solución de la ecuación 4.1 cumpla las condiciones mencionadas, algunas veces es necesario auxiliarse de consideraciones matemáticas como las que se explican a continuación.

#### 4.1 Número de condición de una matriz

En un problema directo, generalmente, las matrices  $[A]$  y  $\{b\}$  de la ecuación anterior son conocidas con mayor exactitud que en un problema inverso, como el que aquí se estudia, donde existen incertidumbres y errores en los datos. Debido a ello, la solución de esta ecuación cambia de  $\{x\}$  para el caso ideal donde se consideran valores de mediciones y modelos perfectos a  $\{x\} + \{\delta x\}$  que resulta de considerar alguna variación en los datos de  $\{b\}$  a  $\{b\} + \{\delta b\}$  y de  $[A]$  a  $[A] + [\delta A]$ . En este caso  $\{\delta x\}$  es el cambio en la solución de la ecuación 4.1 debido a errores de medición  $\{\delta b\}$  y de modelado  $[\delta A]$ . Una forma indirecta de medir qué tan sensible puede ser el vector solución  $\{x\}$  a errores en los datos es el número de condición  $c(A)$  de la matriz  $[A]$ . De esta forma, se tiene que el error  $\frac{\|\{\delta x\}\|}{\|\{x\}\|}$

cometido al resolver la ecuación 4.1 puede ser tan grande como los errores de modelado  $\frac{\|[\delta A]\|}{\|[A]\|}$  y de medición  $\frac{\|\{\delta b\}\|}{\|\{b\}\|}$  amplificados por  $c(A)$  (Strang, 1980):

$$\frac{\|\{\delta x\}\|}{\|\{x\}\|} \leq R c(A) \left( \frac{\|\{\delta b\}\|}{\|\{b\}\|} + \frac{\|[\delta A]\|}{\|[A]\|} \right) \quad (4.1.1)$$

donde:

$\|\cdot\|$  es cualquier norma matricial y su correspondiente norma vectorial

$$R = \frac{1}{1 - \frac{\|[\delta A]\|}{\|[A]\|}}$$

$$c(A) = \|[A]\| \|[A]^{-1}\|$$

En la ecuación 4.1.1 se puede observar que la magnitud del error  $\frac{\|\{\delta x\}\|}{\|\{x\}\|}$  depende

básicamente de dos factores: el primero está relacionado con la magnitud de los errores en los datos  $[A]$  y  $\{b\}$ ; y el segundo, con el valor de  $c(A)$ , el cual es característico para cada matriz de coeficientes  $[A]$ . Si el cambio  $[\delta A]$  es pequeño, el valor de la constante  $R$  será cercano a 1 (Noble, 1994); en este caso  $\frac{\|\{\delta x\}\|}{\|\{x\}\|}$  dependerá principalmente de los

errores de medición  $\{\delta\}$  si el valor de  $c(A)$  no es grande; es decir, si la matriz  $[A]$  no es mal condicionada.

De igual forma, la magnitud del error cometido en la solución de las ecuaciones 3.2.9 y 3.3.5 es función, además de los errores de medición y modelado, del número de condición de la matriz de coeficientes  $[S_k(x)]$ . Debido a ello, en el algoritmo desarrollado para la evaluación de daño estructural se utiliza el siguiente criterio para reducir el valor del número de condición de una matriz  $[S_k(x)]$  mal condicionada, con lo cual se espera que el daño calculado con el método propuesto sea menos sensible a errores en los datos.

#### 4.1.1 Uso de la descomposición SVD para depurar la solución directa de un sistema de ecuaciones mal condicionado

En caso de que existan más elementos estructurales,  $Ne$ , que ecuaciones,  $nti$ , tal que la matriz  $[A]$  de la ecuación 4.1 sea subdeterminada o mal condicionada (número de condición grande); en ocasiones, es necesario utilizar consideraciones matemáticas adicionales para resolver adecuadamente esta ecuación. Un criterio para ello es emplear la descomposición en valores singulares, SVD, de una matriz (Golub *et al*, 1989). Esta descomposición para la matriz  $[A]$  está dada por:

$$[A] = [U][\Sigma][V]^T \quad (4.1.2)$$

donde:

$[U]$  es una matriz ortogonal de orden  $nti$  por  $nti$

$[V]$  es una matriz ortogonal de orden  $Ne$  por  $Ne$

$[\Sigma]$  es una matriz diagonal de orden  $nti$  por  $Ne$  tal que  $\Sigma_{ij} = 0$  para  $i \neq j$  y  $\Sigma_{ii} = \sigma_i \geq 0$ . Los números  $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \dots \geq \sigma_k$  son los valores singulares de la matriz  $[A]$ , siendo  $k$  el rango de esta matriz.

Utilizando la descomposición matricial anterior, el valor de  $c(A)$  puede calcularse como:

$$c(A) = \frac{\sigma_1}{\sigma_k} \quad (4.1.3)$$

En la ecuación anterior se observa que cuando se tiene un valor de  $\sigma_k$  muy pequeño, el número de condición de la matriz  $[A]$  se incrementa considerablemente. En este caso, es probable que los errores de medición y modelado se amplifiquen significativamente, y por lo tanto afecten la solución de la ecuación 4.1. En tal situación, a menudo es útil sustituir la matriz  $[\Sigma]$  por una matriz  $[\Sigma_r]$  obtenida de reemplazar los valores singulares más pequeños en  $[\Sigma]$  por ceros. En este caso, el número de valores singulares a ser eliminados se puede obtener definiendo el valor mínimo que puede tomar un valor singular. De esta forma, los valores singulares menores a este valor se desprecian. Si  $r$  denota los valores singulares retenidos y  $d$  los valores singulares despreciados, las matrices  $[U]$ ,  $[V]$  y  $[\Sigma]$ , de la ecuación 4.1.2, pueden ser particionadas y la matriz  $[A]$  se puede expresar como

$$[A] = \begin{bmatrix} [U_r] & [U_d] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [\Sigma_r] & [0] \\ [0] & [\Sigma_d] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [V_r]^T \\ [V_d]^T \end{bmatrix} \quad (4.1.4)$$

$$[A] = [U_r] [\Sigma_r] [V_r]^T \quad (4.1.5)$$

De esta manera, se obtiene una matriz  $[A]$  con número de condición

$$c(A) = \frac{\sigma_1}{\sigma_r} \quad (4.1.6)$$

donde  $\sigma_r$  es el valor singular más pequeño en  $[\Sigma_r]$ . La matriz  $[A]$ , con el valor del número de condición reducido, es la que ahora se utiliza para resolver la ecuación 4.1.

La descomposición SVD descrita anteriormente se emplea en el algoritmo de detección de daño propuesto para depurar la solución directa de las ecuaciones 3.2.9 y 3.3.5 cuando se tienen casos en los que la matriz de coeficientes  $[S_k(x)]$  es mal condicionada.

#### 4.2 Factorización de los elementos estructurales con igual magnitud de daño

Como se comentó al inicio de este capítulo, las ecuaciones 3.2.9 y 3.3.5, usualmente, representan sistemas de ecuaciones lineales subdeterminados, por lo que la reducción del número de incógnitas para su solución puede ser de gran utilidad. Una forma de lograr esta reducción es factorizando las columnas de la matriz  $[S_k(x)]$  (Friswell *et al*, 1996; Fritzen *et al*, 1996).

En el problema de detección de daño aquí estudiado, una forma de reducir el número de columnas de la matriz  $[S_k(x)]$ , y por lo tanto de incógnitas (elementos estructurales que se evalúan como dañados), es factorizando los elementos estructurales que tienen igual magnitud de daño de tal forma que se les asocie un factor  $x$  único (Friswell *et al*, 1997); lo anterior puede estar basado en un conocimiento a priori de la estructura (Hjelmstad *et al*, 1992). Con esta consideración, la matriz de rigidez global de un marco plano para su estado dañado  $[K_d]$  puede ser expresada como:

$$[K_d] = \sum_{g=1}^{N_g} x_g [K]_g \quad (4.2.1)$$

donde:

$x_g$  es el parámetro de daño asociado al  $g$ -ésimo grupo de elementos estructurales que tienen igual magnitud de daño ( $0 \leq x_g \leq 1$ )

$N_g$  es el número de grupos que resulta de factorizar los elementos estructurales con igual magnitud de daño

$[K]_g$  es la contribución de la rigidez del  $g$ -ésimo grupo de elementos estructurales a la matriz de rigidez global de la estructura:

$$[K]_g = \sum_{i \in E_g} [Ke] \quad (4.2.2)$$

donde  $E_g$  representa el  $g$ -ésimo grupo de elementos estructurales con igual magnitud de daño

De esta forma, la matriz de rigidez condensada de la estructura para su estado dañado,  $[\bar{K}_d]$ , se puede expresar como:

$$[\bar{K}_d] = \sum_{g=1}^{Ng} x_g [T_d(x)]^T [K]_g [T_d(x)] \quad (4.2.3)$$

Llamando  $[\bar{Ke}(x)]_g = [T_d(x)]^T [K]_g [T_d(x)]$  y sustituyendo en la ecuación 4.2.3, se obtiene:

$$[\bar{K}_d] = \sum_{g=1}^{Ng} x_g [\bar{Ke}(x)]_g \quad (4.2.4)$$

Al desarrollar la ecuación 4.2.4 para los términos independientes de las matrices  $[\bar{K}_d]$  y  $[\bar{Ke}(x)]_g$ , se obtiene un sistema de ecuaciones lineales similar al representado por las ecuaciones 3.2.9 y 3.3.5; sin embargo, en este caso, la matriz  $[S_k(x)]$  es de orden  $ntixNg$  (siendo  $Ng < Ne$ ) y el vector  $\{x\}$  de orden  $Ng \times 1$ . El vector  $\{\bar{k}_d\}$  conserva el mismo orden ( $ntix1$ ).

El procedimiento para resolver el sistema de ecuaciones que resulta de factorizar los elementos estructurales con igual magnitud de daño es igual al que se utiliza para las ecuaciones 3.2.9 y 3.3.5.



### 4.3 Algoritmo utilizado en el método de la matriz de transformación mejorado para detectar los elementos estructurales dañados

Para determinar los elementos estructurales dañados de una estructura con el método propuesto, se utiliza el siguiente proceso iterativo:

1. Se obtienen las matrices  $[Ke]_i$  y  $[T_{sd}]$  para el estado no dañado de la estructura
2. Se establece el número de iteraciones necesarias para la convergencia del algoritmo (en los ejemplos de aplicación del método, que se presentan posteriormente, se observa que este número puede ser igual a cinco).
3. Se calculan las matrices  $[\bar{Ke}(x)]_i = [T_d(x)]^T [Ke]_i [T_d(x)]$ , cuando la evaluación del daño en los elementos estructurales se realiza de forma independiente, ó  $[\bar{Ke}(x)]_g = \sum_{i \in E_g} [T_d(x)] [Ke]_i [T_d(x)]$ , cuando estos se factorizan (sección 4.2).
4. Se forma la matriz  $[S_k(x)]$ .
5. Se realiza la descomposición  $[S_k(x)] = [U, [\Sigma, [V]^T$  (sección 4.2.1).
6. Se resuelve  $[S_k(x)]\{x\} \approx \{\bar{k}_m\}$
7. Para el vector  $\{x\} = \{x\}_n$ , obtenido en el paso anterior, se calcula:
 
$$\{x\}_{n+1} = \beta \{x\}_n + (1 - \beta) \{x\}_{n-1}$$
 donde  $\beta$  es el factor de convergencia y  $\{x\}_{n+1}$  es el daño obtenido como una fracción del calculado en las iteraciones  $n$  y  $n-1$ .
8. Se calculan las matrices  $[K_d]$  y  $[T_d(x)]$  asociadas al vector  $\{x\}_{n+1}$ .
9. Se obtiene  $[\bar{K}_d]$  y se calcula la norma  $E = \|[\bar{K}_m] - [\bar{K}_d]\|$ .
10. Se regresa al paso 3 el número de iteraciones definido en el paso 2.

Con la hipótesis inicial de que no existe daño, paso 1, el procedimiento iterativo anterior es convergente, para un número moderado de iteraciones, al estado de daño definido por el vector  $\{\bar{k}_m\}$ . Lo anterior se logra si la matriz de transformación que se utiliza en el paso 3, para la iteración  $n+1$ , se calcula como una fracción de la suma del daño obtenido en las iteraciones  $n$  y  $n-1$ , paso 7. De esta forma, la matriz de transformación presenta un cambio

gradual que permite la detección de los elementos estructurales dañados por aproximaciones sucesivas.

El factor de convergencia  $\beta$ , utilizado en el paso 7 del algoritmo, puede tomar diferentes valores en una misma iteración. Estos se definen inicialmente; por ejemplo, 0.25, 0.50, 0.75, etc. De esta forma, en la  $n$ -ésima iteración, con el vector  $\{x\}_n$  calculado en el paso 6, se obtiene un vector  $\{x\}_{n+1}$  y una matriz  $[\bar{K}_d]$  para cada uno de estos factores. El vector  $\{x\}_{n+1}$  que se utiliza para la siguiente iteración es el asociado a la matriz  $[\bar{K}_d]$ , de las calculadas en este paso, con la cual se obtiene el valor mínimo de  $E$ . Este criterio permite reducir este error en cada iteración, y con ello, obtener la evaluación del daño con un número menor de iteraciones.

En casos prácticos, los parámetros modales de la estructura, obtenidos de mediciones experimentales, son inevitablemente afectados por el ruido. Por ello, la matriz de rigidez condensada  $[\bar{K}_m]$  obtenida con estos datos y la matriz de rigidez del modelo analítico  $[\bar{K}_d]$ , ajustada para este estado, diferirán en una cierta norma  $E$  (ecuación 3.2.10). Debido a que la magnitud de dicha norma depende principalmente de los errores cometidos en la medición de los parámetros modales, resulta difícil fijar un valor permisible de ésta para detener o proseguir el proceso en el paso 10. Ante tal situación y considerando que el proceso iterativo descrito es convergente al estado de daño de una estructura, resulta más conveniente detener este proceso estableciendo un número inicial de iteraciones, paso 2. Así, la mejor solución  $\{x\}$  corresponde a la matriz  $[\bar{K}_d]$  con la cual se obtiene el valor mínimo del error  $E$  durante todo el proceso iterativo.

## 5. DETECCIÓN DE DAÑO ESTRUCTURAL CONSIDERANDO EFECTOS DE INTERACCIÓN SUELO-ESTRUCTURA

En el análisis dinámico de edificios es práctica común aplicar los movimientos a nivel de la cimentación y suponer que la estructura descansa sobre un suelo infinitamente rígido. Sin embargo, se sabe que, en algunos casos, la flexibilidad del suelo en combinación con la flexibilidad de la estructura hace que se modifiquen significativamente las características dinámicas del sistema suelo-estructura (Murià Vila, 1991). Cuando no se contempla este efecto en el diagnóstico hecho sobre el estado de una estructura, es probable que dichos cambios sean utilizados erróneamente como indicadores de daño. Lo anterior puede presentarse cuando el modelo analítico utilizado para dicha evaluación se construye, como generalmente se hace, suponiendo que la estructura se desplanta sobre base rígida; no obstante, de que los parámetros modales medidos en la estructura real pueden, en ocasiones, modificarse por la flexibilidad del suelo. En el presente trabajo se estudian los resultados producidos en la estimación de daño estructural, con el método propuesto, cuando se desprecia este fenómeno.

### 5.1 Modelo suelo-estructura utilizado

En la figura 5.1.1 se muestra el modelo suelo-estructura estudiado. En este, el sistema de piso y la cimentación se consideran con suficiente rigidez y resistencia tal que se desplazan como cuerpos rígidos. Las características de rigidez del suelo se representan por medio de resortes equivalentes: la rigidez al desplazamiento horizontal por un resorte elástico de rigidez  $K_h$  y la rigidez a la rotación por un elemento elástico de rigidez  $K_r$ . Algunos investigadores, entre ellos Bielak (1971), Roesset (1980), Pais y Kausel (1985, 1988) y Gazetas (1991) presentaron diversas formulaciones para calcular las rigideces

equivalentes del suelo para diferentes formas de cimentaciones rígidas sujetas a excitaciones armónicas. Estas rigideces, llamadas también impedancias, son cantidades complejas que dependen de la frecuencia de excitación. Sin embargo, se sabe que las rigideces equivalentes del suelo obtenidas aplicando cargas estáticas brindan suficiente precisión para la mayoría de los casos de interés en el análisis sísmico de edificios (Bazán y Meli, 1982).

En este trabajo, las características de rigidez del suelo se consideran mediante un parámetro adimensional que es función de la variable  $K_h$  y de la rigidez lateral del primer entrepiso del marco de cortante en estudio (figura 5.1.1). Así, al incluir este parámetro en el problema de valores y vectores característicos del modelo analítico del marco, desplazado sobre base rígida, se obtienen sus características dinámicas modificadas por el efecto de la deformabilidad del suelo. Estas características dinámicas, consideradas como "medidas" en la estructura real, se utilizan para construir la matriz de rigidez lateral del marco que sirve como dato para la evaluación de daño estructural con el método propuesto.

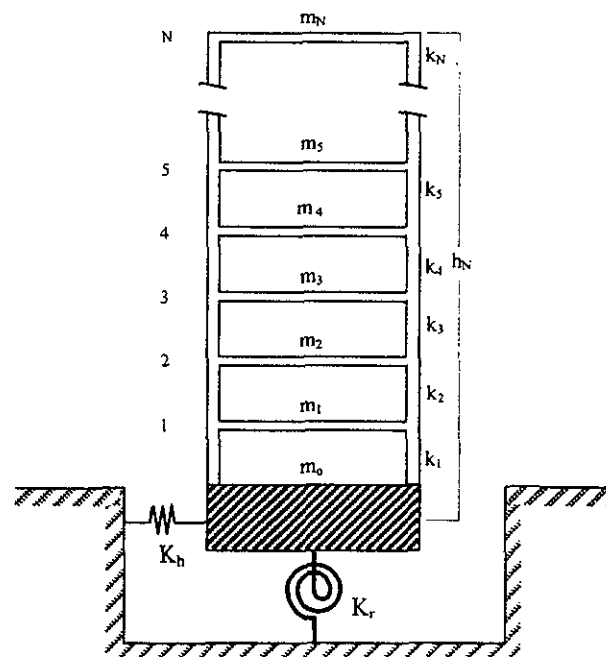


Figura 5.1.1 Sistema idealizado suelo-estructura

### 5.2 Obtención de la matriz de rigidez de una estructura de cortante a partir de uno de sus modos de vibrar

Se sabe que las estructuras que interactúan dinámicamente con el suelo carecen de modos clásicos de vibrar; es decir, de modos cuya forma no depende del tiempo (Newmark y Rosenblueth, 1971). Sin embargo, para este estudio, se adopta la hipótesis de que tales modos existen. Estos se pueden calcular agregando al modelo analítico de la estructura los grados de libertad adicionales a los que ésta tendría si se apoyara sobre base rígida, además de las rigideces asociadas con estos grados de libertad (NTDS-RCDF, 1995). Con estas consideraciones, la matriz de rigidez del sistema suelo-estructura en estudio se puede obtener a partir del problema de valores y vectores característicos:

$$([K_d]_{se} - \omega_{dj}^2 [M]_{se}) \{\phi_d\}_j = \{0\} \tag{5.2.1}$$

donde:

$\omega_{dj}$  es la  $j$ -ésima frecuencia de vibrar del sistema suelo- estructura

$\{\phi_d\}_j$  es la  $j$ -ésima forma modal del sistema suelo-estructura

$[M]_{se}$  es la matriz de masas del sistema suelo-estructura

$[K_d]_{se}$  es la matriz de rigidez del sistema suelo-estructura, correspondiente a un estado de daño de la estructura

Las matrices  $[M]_{se}$  y  $[K_d]_{se}$  de la ecuación anterior pueden escribirse como:

$$[M]_{se} = \begin{bmatrix} I_G + \sum_{i=1}^N m_i h_i^2 & 0 & m_1 h_1 & m_2 h_2 & \dots & m_{N-1} h_{N-1} & m_N h_N \\ 0 & m_o & 0 & 0 & & 0 & 0 \\ m_1 h_1 & 0 & m_1 & 0 & & 0 & 0 \\ m_2 h_2 & 0 & 0 & m_2 & & 0 & 0 \\ \dots & & & & \dots & & \\ m_{N-1} h_{N-1} & 0 & 0 & 0 & & m_{N-1} & 0 \\ m_N h_N & 0 & 0 & 0 & & 0 & m_N \end{bmatrix} \tag{5.2.2a}$$

$$[K_d]_{se} = \begin{bmatrix} K_r & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & K_h + k_1 & -k_1 & 0 & & 0 & 0 \\ 0 & -k_1 & k_1 + k_2 & -k_2 & & 0 & 0 \\ \dots & & & & & & \\ \dots & & & & & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & & k_{N-1} + k_N & -k_N \\ 0 & 0 & 0 & 0 & & -k_N & k_N \end{bmatrix} \quad (5.2.2b)$$

donde:

$N$  es el número de entrepisos de la estructura

$I_G$  es el momento polar de inercia de la cimentación con respecto a su eje centroidal

$m_o$  es la masa de la cimentación

$m_i$  es la masa del piso  $i$

$h_i$  es la altura del piso  $i$ , medida desde el centroide de la cimentación

$k_i$  es la rigidez del entrepiso  $i$

Si se conocen únicamente los componentes de  $\{\phi_d\}_j$  correspondientes a los desplazamientos de cuerpo rígido de las losas de entrepiso, las matrices  $[M]_{se}$  y  $[K_d]_{se}$ , de la ecuación 5.2.2, condensadas con respecto a estos grados de libertad se pueden expresar como:

$$[\bar{K}_d]_{se} = \begin{bmatrix} Dk_1 + k_2 & -k_2 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ -k_2 & k_2 + k_3 & -k_3 & & 0 & 0 \\ 0 & -k_3 & k_3 + k_4 & & 0 & 0 \\ \dots & & & & & \\ 0 & 0 & 0 & & k_{N-1} + k_N & -k_N \\ 0 & 0 & 0 & & -k_N & k_N \end{bmatrix} \quad (5.2.3a)$$

$$[\bar{M}]_{se} = \begin{bmatrix} (1-D)^2 m_o + m_1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 & & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 & & 0 & 0 \\ \dots & & & & & \\ 0 & 0 & 0 & & m_{N-1} & \\ 0 & 0 & 0 & & 0 & m_N \end{bmatrix} \quad (5.2.3b)$$

donde:

$[\bar{K}_d]_{se}$  es la matriz de rigidez condensada del sistema suelo-estructura (de orden  $N \times N$ )

$[\bar{M}]_{se}$  es la matriz de masas condensada del sistema suelo-estructura (de orden  $N \times N$ )

$D$  es un factor adimensional expresado en función de la rigidez a la traslación del suelo y de la rigidez lateral del primer entrepiso del marco:

$$D = 1 - \frac{k_1}{K_h + k_1} \tag{5.2.4}$$

En la ecuación anterior se observa que cuando la rigidez a la traslación del suelo  $K_h$  tiende a infinito, el valor del parámetro  $D$  es igual a uno. En este caso, la matriz de rigidez  $[\bar{K}_d]_{se}$  y la de masa  $[\bar{M}]_{se}$  corresponden a la de una estructura de cortante desplazada sobre base rígida. Adicionalmente, para un valor constante de  $k_j$ , una reducción de este valor de  $D$  implica una disminución de la rigidez del suelo  $K_h$ .

De acuerdo con la ecuación 5.2.3, la ecuación 5.2.1 tiene la forma:

$$\begin{bmatrix} Dk_1+k_2 & -k_2 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ -k_2 & k_2+k_3 & -k_3 & & 0 & 0 \\ 0 & -k_3 & k_3+k_4 & & 0 & 0 \\ \dots & & & \dots & & \\ 0 & 0 & 0 & & k_{N-1}+k_N & -k_N \\ 0 & 0 & 0 & & -k_N & k_N \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \phi_{1j} \\ \phi_{2j} \\ \phi_{3j} \\ \dots \\ \phi_{N-1j} \\ \phi_{Nj} \end{Bmatrix} = \omega_j^2 [\bar{M}]_j \begin{Bmatrix} \phi_{1j} \\ \phi_{2j} \\ \phi_{3j} \\ \dots \\ \phi_{N-1j} \\ \phi_{Nj} \end{Bmatrix} \tag{5.2.5}$$

donde  $\phi_{(1,2,\dots,N)j}$  son los componentes de la forma modal  $\{\phi_d\}_j$  que corresponden a los desplazamientos de cuerpo rígido de las losas de entrepiso; para los fines de este trabajo, los medidos en la estructura real.

En el problema de valores y vectores característicos de una estructura de cortante desplantada sobre suelo blando expresado por la ecuación anterior, se aprecia que éste difiere del de la misma estructura apoyada sobre base rígida únicamente por el parámetro  $D$  contenido en las matrices  $[\bar{K}_d]_{se}$  y  $[\bar{M}]_{se}$ , y por el término  $m_o$  contenido en esta última. Si para simplificar la obtención de la matriz de rigidez de la estructura de cortante en estudio, a partir de sus parámetros modales "medidos", se desprecia la deformabilidad del suelo ( $D=1$ ), las rigideces de entrepiso del marco pueden obtenerse resolviendo la ecuación anterior mediante una sustitución inversa. De esta forma, la rigidez del entrepiso  $i$  se calcula como:

$$k_i = \frac{\omega_j^2 m_i \phi_{ij} - k_{i+1} (\phi_{ij} - \phi_{i+1j})}{(\phi_{ij} - \phi_{i-1j})}; \quad i=N, N-1, N-2, \dots, 2, 1 \quad (5.2.6)$$

Debe notarse que, aunque en el cálculo de las rigideces de entrepiso, con la ecuación anterior, se desprecia la flexibilidad del suelo, los parámetros modales, que sirven como dato, consideran implícitamente el efecto de esta propiedad, ya que se derivan del problema de valores y vectores característicos expresado por la ecuación 5.2.1.

Así, para el contexto de este estudio, las características dinámicas obtenidas de resolver la ecuación 5.2.5, para un valor del parámetro  $D$  determinado, representan las características dinámicas "medidas" en la estructura real; esto es, las características dinámicas de la estructura de cortante en estudio afectadas por el efecto de la deformabilidad del suelo. Para la evaluación del daño, con el método propuesto, se adopta la consideración utilizada comúnmente para la predicción de la respuesta de una estructura por medio de su modelo analítico: despreciar la flexibilidad del suelo. De esta forma, al calcular las diferentes rigideces de entrepiso del marco con la ecuación 5.2.6, se obtiene su matriz de rigidez lateral que sirve como dato para esta evaluación.



### 5.3 Detección de daño estructural en marcos de cortante

La matriz de rigidez lateral de una estructura de cortante para su estado dañado  $[K_d]$  se puede expresar como:

$$[K_d] = \sum_{i=1}^N x_i [K]_i \tag{5.3.1}$$

donde  $[K]_i$  es la matriz de rigidez del entrepiso  $i$  para el estado inicial (sin daño) de la estructura y  $x_i$  es el parámetro de daño ( $0 \leq x_i \leq 1$ )

Desarrollando la ecuación 5.3.1 para los términos independientes de las matrices  $[K_d]$  y  $[K]_i$ , se obtiene el siguiente sistema de ecuaciones lineales:

$$[S_k] \{x\} = \{k_d\} \tag{5.3.2}$$

donde:

$[S_k]$  es la matriz de orden  $n \times N$  con los términos independientes de las matrices  $[K]_i$

$\{x\}$  es el vector de orden  $N \times 1$  que contiene la contribución de la rigidez de cada entrepiso a la matriz de rigidez global

$\{k_d\}$  es el vector de orden  $n \times 1$  con los términos independientes de la matriz  $[K_d]$

Al eliminar los renglones linealmente dependientes de la matriz  $[S_k]$  se obtiene una matriz  $[S_k]$  triangular superior de orden  $N \times N$ . Con esta simplificación la ecuación 5.3.2 resulta:

$$\begin{bmatrix} k_1 & k_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_2 & k_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k_3 & k_4 & 0 & 0 \\ & & & \dots & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & k_{N-1} & k_N \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & k_N \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ \vdots \\ x_{N-1} \\ x_N \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} k_d(1,1) \\ k_d(2,2) \\ k_d(3,3) \\ \vdots \\ k_d(N-1,N-1) \\ k_d(N,N) \end{Bmatrix} \tag{5.3.3}$$

El sistema de ecuaciones anterior también se obtiene de desarrollar la ecuación 5.3.1 únicamente para los términos de la diagonal principal de las matrices  $[K_d]$  y  $[K]_i$ . Para resolver la ecuación 5.3.3 no es necesario aplicar el algoritmo descrito en la sección 4.3; por lo que la solución del problema de identificación de daño estructural en marcos de cortante, con el método propuesto, se puede obtener directamente por mínimos cuadrados.

Al igual que para el caso anterior, en el problema de detección de daño estructural en marcos de flexión, que se presenta más adelante, donde se incluye el efecto del fenómeno de interacción suelo-estructura; las propiedades de rigidez del suelo se consideran por medio de resortes equivalentes. Sin embargo, debido a que en este tipo de estructuras también se considera el daño en las vigas, el número de incógnitas (número de elementos estructurales que se evalúan como dañados) se incrementa con respecto al del problema de detección de daño en estructuras de cortante; siendo necesario, en este caso, utilizar el algoritmo descrito en la sección 4.3.

## 6. APLICACIÓN DEL MÉTODO DE LA MATRIZ DE TRANSFORMACIÓN MEJORADO PARA EVALUAR DAÑO ESTRUCTURAL EN EDIFICIOS

### 6.1 Marco plano de tres niveles

Para fines comparativos con trabajos previos de detección de daño estructural (Sugahara, 1997; Sosa, 1998), se estudia el marco de tres niveles mostrado en la figura 6.1.1. Los casos de daño analizados y los resultados obtenidos se presentan en la figura 6.1.2. Se estudian casos de daño simulado en columnas (casos I a III), en trabes (casos IV y V), y en ambos tipos de elementos (caso VI). En los tres primeros casos se aplica el método de la matriz de transformación mejorado para evaluar diferentes magnitudes de daño en los elementos estructurales simétricos del marco.

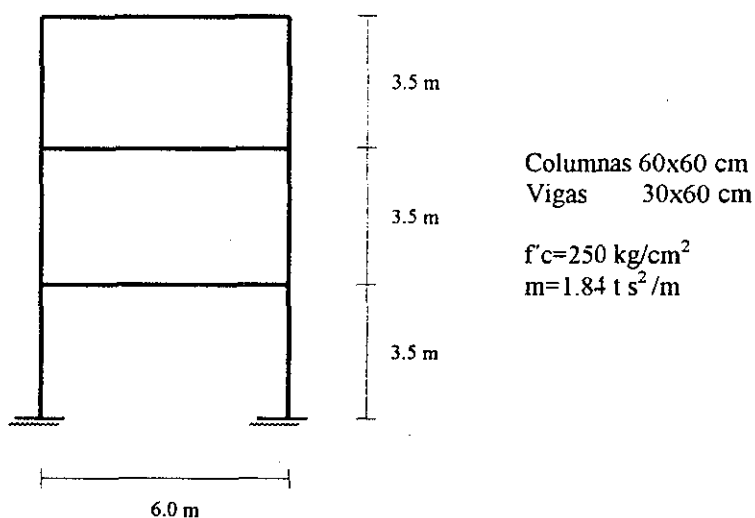


Figura 6.1.1 Marco plano de tres niveles

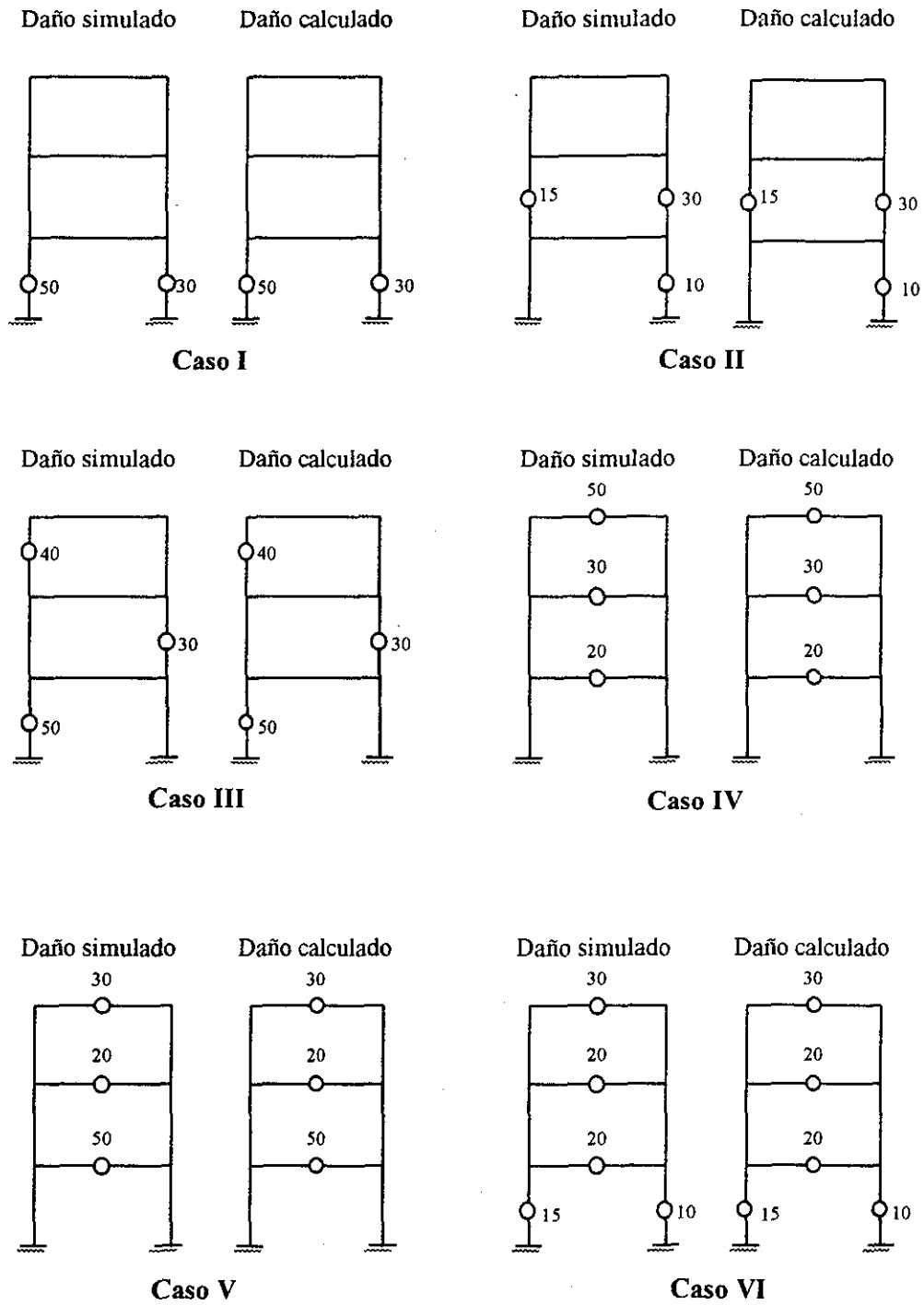


Figura 6.1.2 Marco plano de tres niveles. Casos de daño estudiados.

En los casos presentados anteriormente, la localización y el cálculo de la magnitud del daño se realizó de forma correcta. En todos, se obtuvo un valor mínimo de  $E$ , del orden de  $1 \times 10^{-7}$ , con un máximo de 5 iteraciones (figura 6.1.3). Este número de iteraciones es similar al de la versión anterior del método (Sosa, 1998), a pesar de que ahora, para la evaluación del daño, se consideran todos los elementos de la estructura. Lo anterior indica que el número de iteraciones necesarias para que el método propuesto converja al estado de daño de una estructura es independiente de la cantidad de elementos estructurales y de la magnitud del daño en estos.

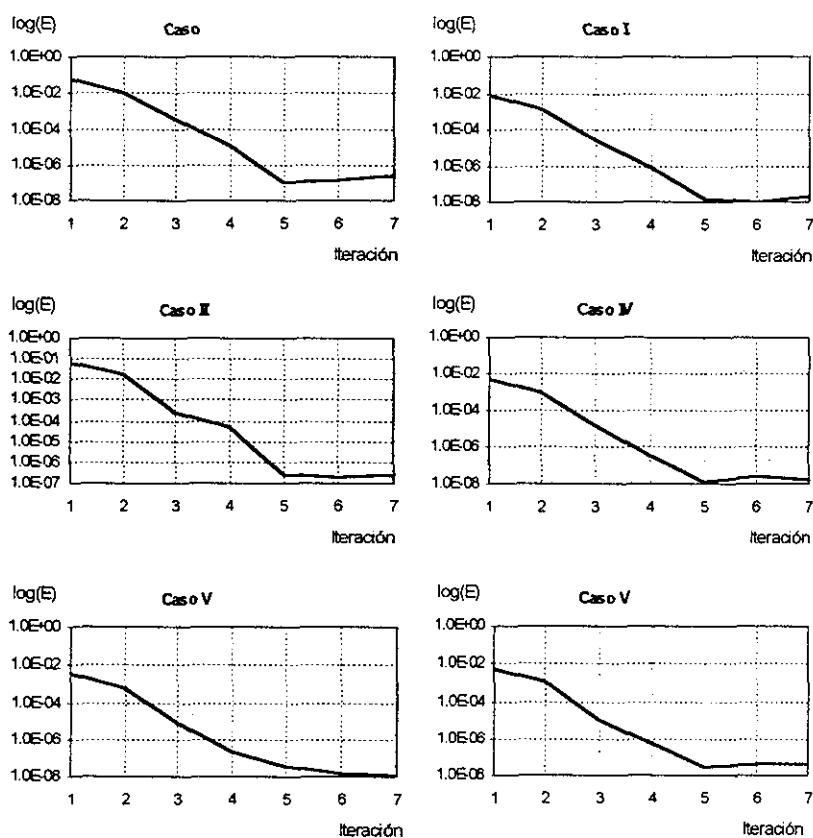
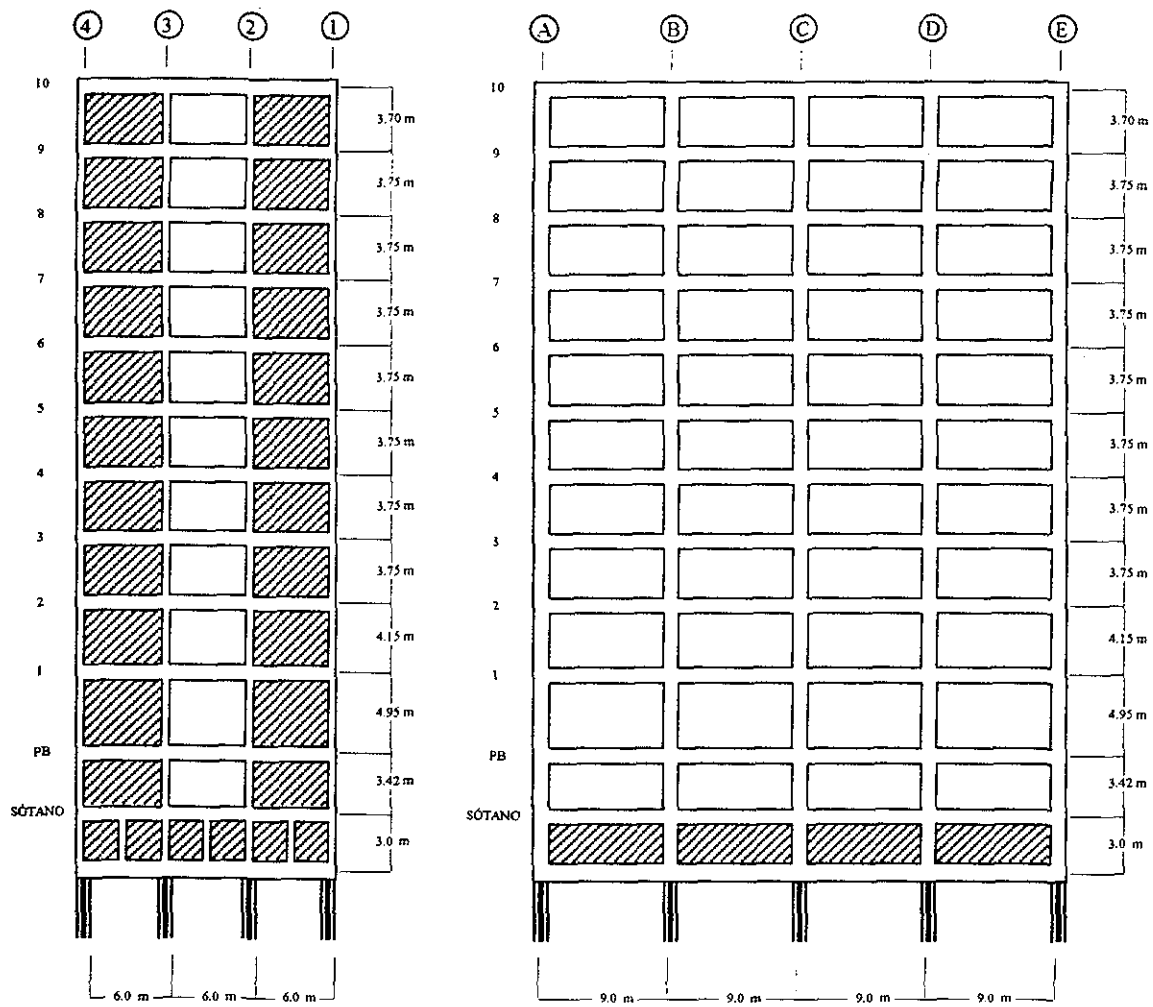


Figura 6.1.3 Tendencia del error  $E$  durante el proceso iterativo aplicado a los casos de daño estudiados en el marco de tres niveles ( $\beta = 0.5$ )

## 6.2 Marco STC

Se estudian varios casos de daño simulado en un edificio de oficinas ubicado en la zona del lago de la ciudad de México (Edificio STC). Este edificio es regular en planta y está formado por marcos en la dirección longitudinal y muros de cortante acoplados en la dirección transversal (figura 6.2.1). Debido a que, en este tipo de estructuración, la mayor parte de las fuerzas laterales en la dirección transversal son tomadas por los muros de cortante, el efecto biaxial que puede presentarse en los elementos estructurales de los marcos longitudinales es mínimo (Villaverde, 1989), por lo cual el comportamiento de este edificio en su dirección longitudinal puede ser analizado de forma adecuada mediante el modelo analítico correspondiente a un marco plano interior.

En la figura 6.2.2 se muestran los casos de daño simulado y los resultados obtenidos utilizando el modelo analítico de un marco plano en la dirección longitudinal del edificio STC. Se presentan casos de daño simulado en elementos localizados en partes específicas de este marco: parte inferior (casos I y II), parte media (caso III) y parte superior (caso IV); además de casos de daño en elementos ubicados arbitrariamente (casos V y VI). En los casos I a V, los elementos estructurales simétricos se simularon con igual magnitud de daño, a diferencia del caso VI donde el daño en estos elementos es asimétrico. Nuevamente, en todos los casos estudiados, los elementos estructurales dañados se localizaron correctamente y la magnitud de daño se calculó sin errores relativos.



Eje	Entrepiso	Dimensión columnas
A, E	1-10	50x90 cm
B, C, D	1, 2	50x90 cm
B, C, D	3, 4	50x80 cm
B, C, D	5, 6	50x70 cm
B, C, D	7, 10	50x60 cm

Dimensión traveses 40x90 cm

Figura 6.2.1 Edificio STC

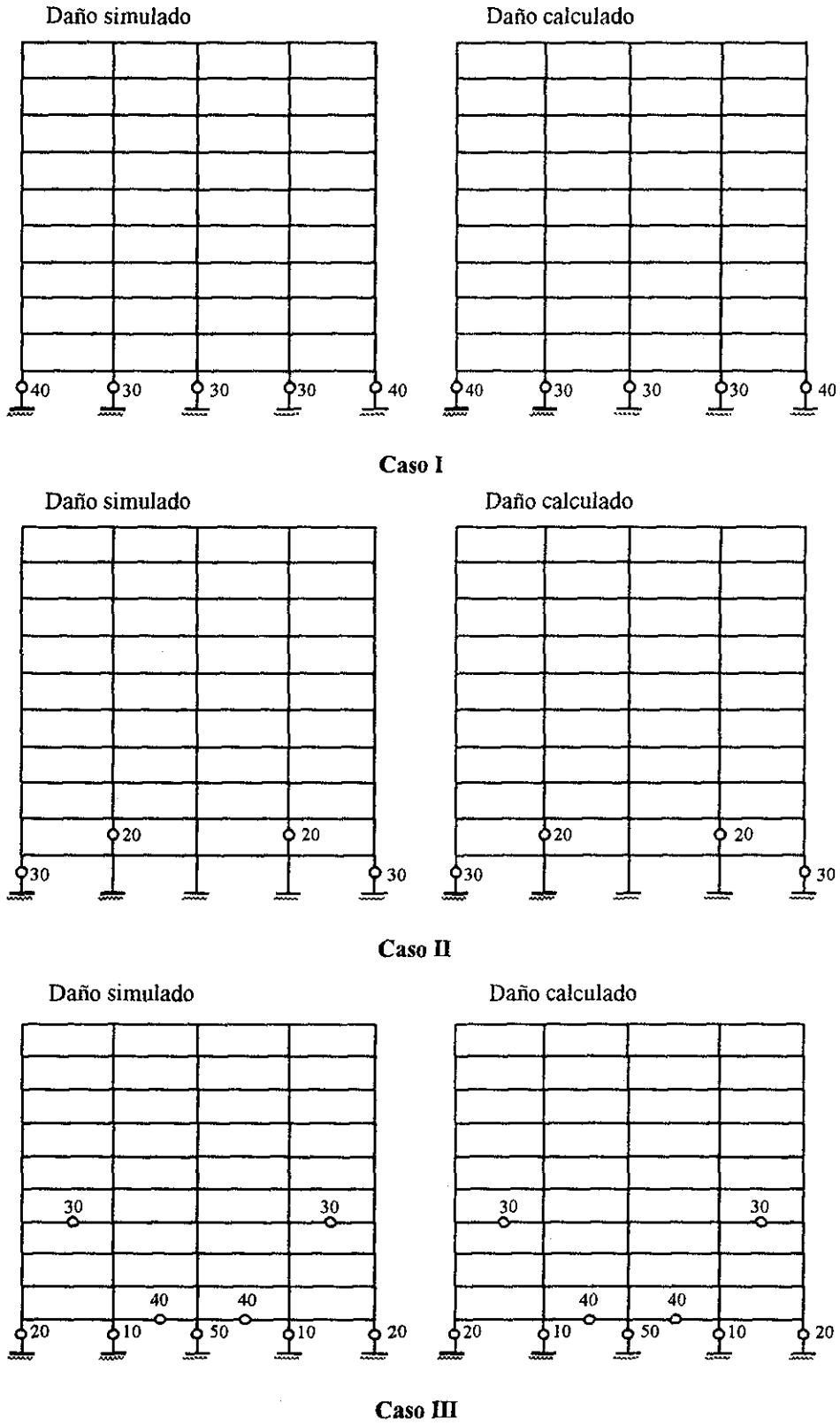
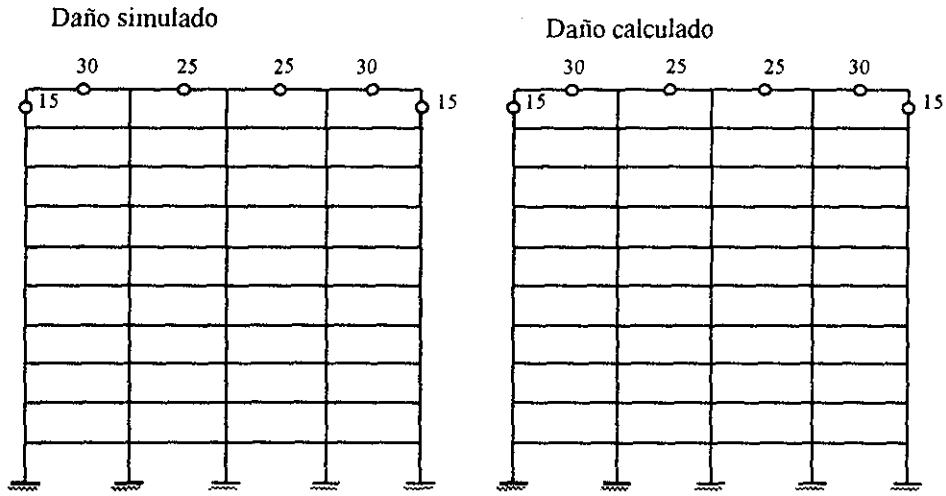
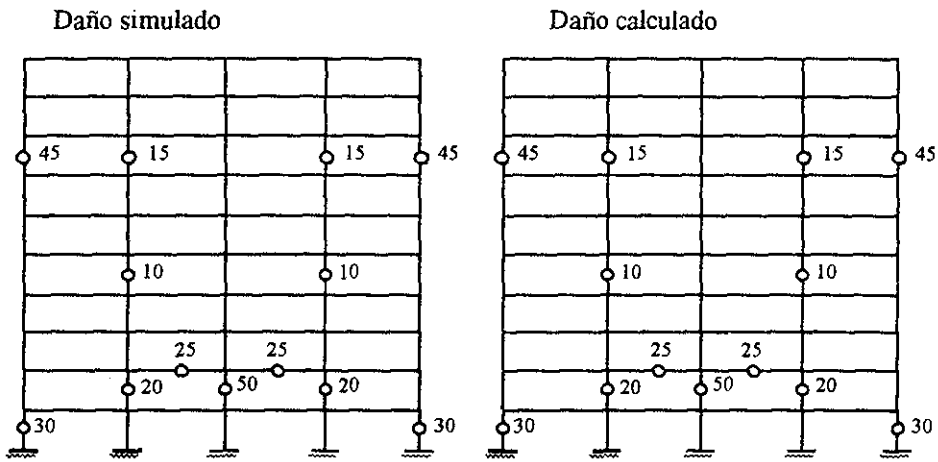


Figura 6.2.2 Marco STC. Casos I a III de daño simulado

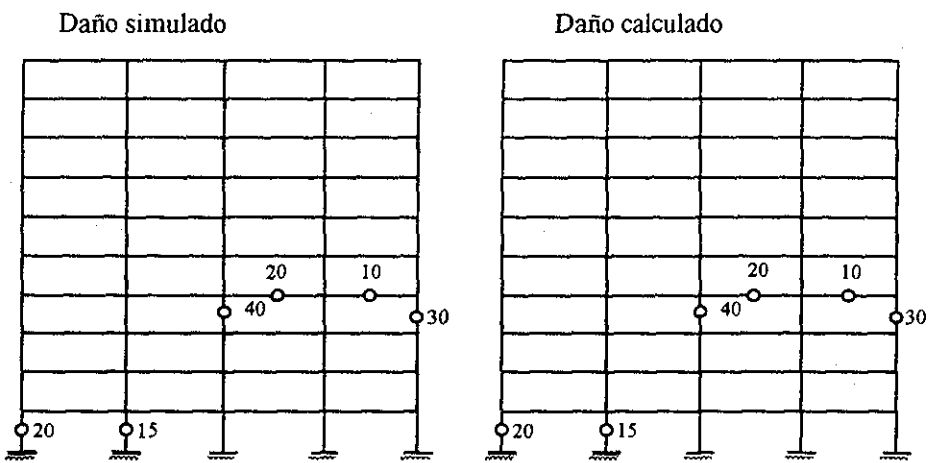




Caso IV



Caso V



Caso VI

Figura 6.2.2 Marco STC. Casos IV a VI de daño simulado

En la figura 6.2.3 se muestra la tendencia del error  $E$  durante el proceso iterativo aplicado a cada uno de los casos de daño estudiados. Esta figura contiene la variación de dicho error para diferentes valores del factor de convergencia  $\beta$  (0.25, 0.50 y 0.75). En todos los casos se observa que, hasta la cuarta iteración, los menores valores de  $E$  corresponden a  $\beta=0.25$ ; sin embargo, en la quinta, su valor mínimo, del orden de  $1 \times 10^{-7}$ , es igual para los tres valores de  $\beta$  propuestos. Con esto es posible observar que el procedimiento iterativo descrito en la sección 4.3 es convergente para cualquier estado de daño de la estructura si se conoce la matriz de rigidez condensada que lo define, esta convergencia es independiente del valor del factor  $\beta$  utilizado.

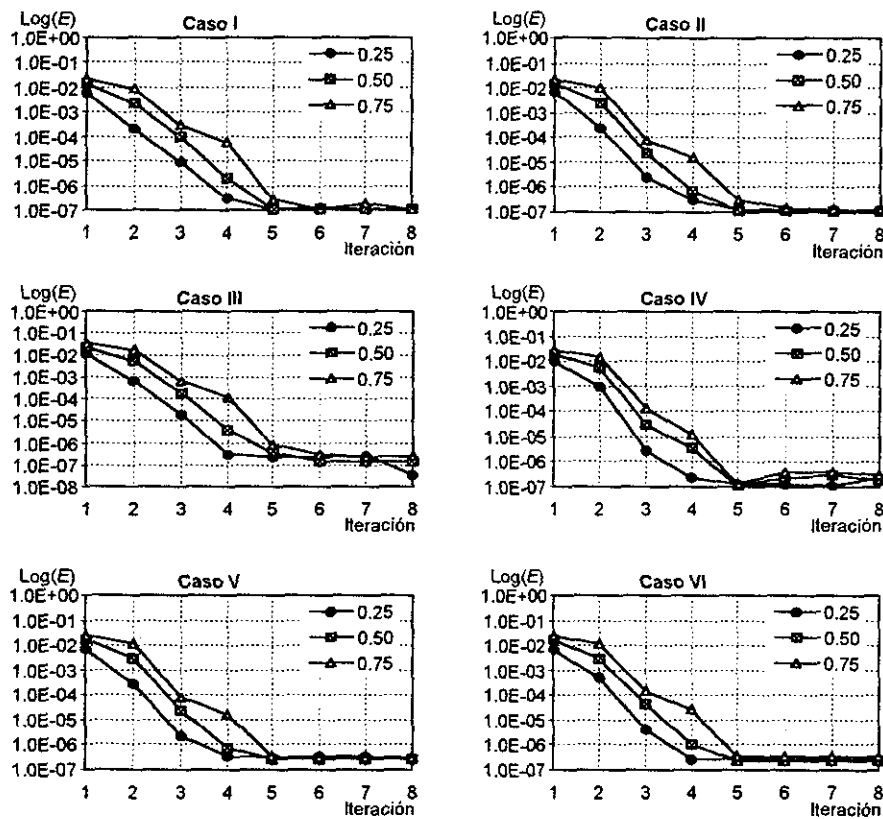


Figura 6.2.3 Tendencia del error  $E$  durante el proceso iterativo aplicado a los casos de daño estudiados en el marco STC ( $\beta=0.25, 0.50$  y  $0.75$ )

### 6.3 Efecto de las incertidumbres existentes en la evaluación de daño estructural

La construcción de modelos matemáticos para predecir el comportamiento de estructuras de edificios involucra utilizar ciertas hipótesis en algunos aspectos estructurales en los cuales existen grandes incertidumbres de su comportamiento real. Entre estos destacan los efectos de interacción suelo-estructura, los efectos de torsión, la flexibilidad del sistema de piso, la efectividad de las juntas constructivas, la participación de los elementos no estructurales, etc.

Para considerar las incertidumbres existentes en la evaluación del estado de daño de un edificio real, debido tanto a los errores cometidos en las suposiciones y simplificaciones hechas durante la construcción de su modelo analítico, como a la presencia de ruido en la medición de sus características dinámicas; en el presente trabajo, las formas modales del modelo analítico, obtenidas para un estado de daño simulado, son perturbadas con diferentes niveles de ruido (Sohn y Law, 1997). Así, para el modo  $j$ , la forma modal perturbada  $\{\phi_j^p\}_d$  es construida tal que:

$$\{\phi_j^p\}_d = \{\phi_j\}_d \left( 1 + \frac{N}{100} R \right) \quad (6.3.1)$$

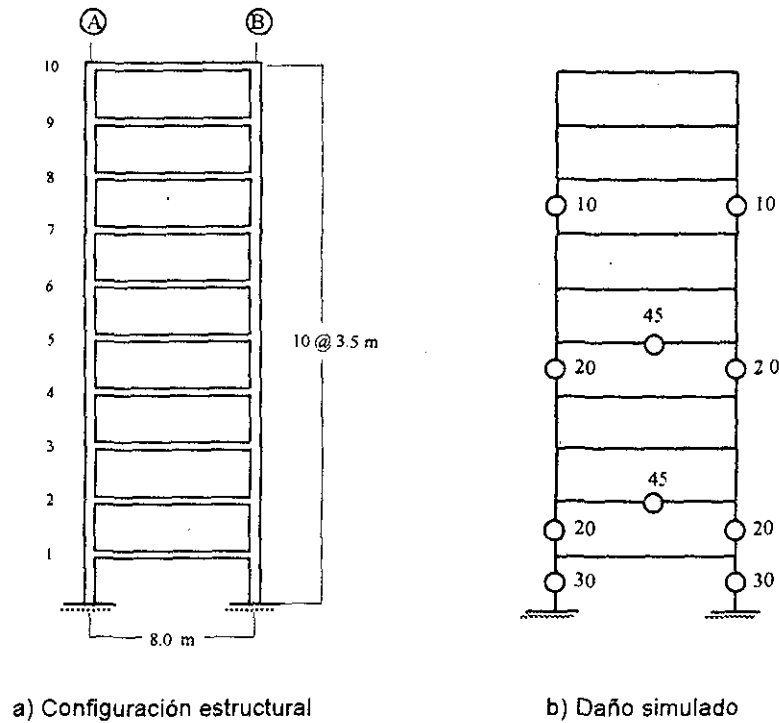
donde

$\{\phi_j\}_d$  es la  $j$ -ésima forma modal del modelo analítico para el estado de daño simulado

$N$  es el nivel de ruido en términos de porcentaje

$R$  es un número aleatorio con función de distribución de probabilidades normal, con media cero, y varianza uno

En la figura 6.3.1a se muestra el marco de 10 niveles utilizado para estudiar el efecto de las incertidumbres inherentes a la estimación de daño estructural con el método propuesto. El caso de daño simulado y la matriz de rigidez condensada para este estado, considerada como "exacta" (sin ruido), se presentan en la figura 6.3.1b y en la tabla 6.3.1, respectivamente.



**Dimensión**

Columnas 50x90 cm  $f'c=250 \text{ kg/cm}^2$   
 Trabes 40x90 cm  $w = 3.78 \text{ t/m}$  (por nivel)

Figura 6.3.1 Marco de 10 niveles

Tabla 6.3.1 Matriz de rigidez sin ruido (t/m) para el estado de daño presentado en la figura 6.3.1b. La zona sombreada contiene los términos de la matriz con menor valor absoluto

47298.55	-30725.64	10960.82	-2201.46	476.62	-102.68	20.91	-4.17	0.86	-0.13
46736.98	-32618.33	10330.91	-2236.67	481.86	-98.12	-98.12	19.58	-4.03	0.62
47232.45	-32811.98	11178.03	-2408.13	490.38	-97.87	-97.87	20.12	-3.08	
47584.70	-31641.27	10059.86	-2048.54	408.85	-84.05	-84.05	12.86		
46655.95	-33193.91	10591.47	-2113.86	434.57	-66.47	-66.47			
50621.48	-34218.52	10585.09	-2176.10	332.85					
49898.98	-33397.87	10347.77	-1582.75						
SIMÉTRICA		49656.32	-32979.51	7922.70					
			44527.32	-20086.79					
				13470.18					

Las formas modales del modelo analítico para el estado de daño simulado se perturbaron con cinco niveles de ruido: 0.5, 1, 3, 5, y 10 por ciento, que se definieron como casos I, II, III, IV y V; respectivamente. Con estas formas modales se construyó una matriz de rigidez  $[\bar{K}_m]$  para cada caso (ecuación 3.5.1), las cuales sirvieron como dato para la evaluación de daño estructural con el método propuesto.

En las tablas 6.3.2 a 6.3.6 se muestra el porcentaje en que difiere cada término de la matriz de rigidez para el estado de daño simulado supuesta como exacta con su correspondiente de la matriz  $[\bar{K}_m]$ , construida para cada nivel de ruido estudiado. Se observa que, en general, las desigualdades máximas entre estos términos se presentan en los lugares donde se encuentran los componentes de la matriz de rigidez exacta con menor valor absoluto: términos alejados de la diagonal principal. Las desigualdades entre los términos “pesados” se hacen más notables en las matrices  $[\bar{K}_m]$  construidas con los porcentajes de ruido más altos: casos IV y V.

Tabla 6.3.2 Porcentaje en que difieren los términos de la matriz  $[\bar{K}_m]$ , construida con 0.5 por ciento de ruido, con sus correspondientes de la matriz de rigidez que define el estado de daño simulado (tabla 6.3.1). La zona sombreada contiene los términos de estas matrices con menor valor absoluto.

0.16	0.04	0.02	1.06	4.45	30.15	15.89	301.90	589.33	4016.67
	0.04	0.02	0.08	0.75	0.03	0.21	60.41	193.25	1014.05
		0.17	0.10	0.10	0.11	0.66	23.58	85.80	363.68
			0.04	0.03	0.05	0.00	0.66	24.78	36.12
				0.03	0.08	0.16	1.50	0.37	6.65
					0.25	0.23	0.08	0.02	1.48
						0.18	0.07	0.23	1.22
			SIMÉTRICA				0.06	0.03	0.00
								0.10	0.14
									0.14

Tabla 6.3.3 Porcentaje en que difieren los términos de la matriz  $[K_m]$ , construida con 1 por ciento de ruido, con sus correspondientes de la matriz de rigidez que define el estado de daño simulado (tabla 6.3.1). La zona sombreada contiene los términos de estas matrices con menor valor absoluto.

0.32	0.34	0.35	0.44	2.68	30.98	205.37	166.13	3638.46	7672.44
	0.32	0.21	0.70	2.54	8.95	58.94	81.22	284.11	174.75
		0.26	0.01	0.65	2.24	8.17	4.13	25.59	124.45
			0.05	0.18	0.67	3.58	12.71	39.62	8.64
				0.00	0.04	0.50	1.65	2.11	7.49
					0.18	0.30	0.29	0.28	7.36
						0.41	0.41	0.36	0.72
							0.31	0.22	0.03
								0.14	0.18
									0.33

Tabla 6.3.4 Porcentaje en que difieren los términos de la matriz  $[K_m]$ , construida con 3 por ciento de ruido, con sus correspondientes de la matriz de rigidez que define el estado de daño simulado (tabla 6.3.1). La zona sombreada contiene los términos de estas matrices con menor valor absoluto.

0.52	0.54	0.55	0.24	2.48	30.84	205.58	166.66	3645.94	7687.99
	0.52	0.41	0.50	2.34	8.77	58.86	81.18	284.47	174.90
		0.46	0.19	0.45	2.04	7.98	4.34	25.44	124.90
			0.15	0.02	0.47	3.38	12.53	59.50	8.45
				0.20	0.15	0.30	1.45	2.31	7.70
					0.38	0.50	0.49	0.08	7.17
						0.62	0.61	0.56	0.52
							0.51	0.42	0.23
								0.42	0.46
									0.62

Tabla 6.3.5 Porcentaje en que difieren los términos de la matriz  $[\bar{K}_m]$ , construida con 5 por ciento de ruido, con sus correspondientes de la matriz de rigidez que define el estado de daño simulado (tabla 6.3.1). La zona sombreada contiene los términos de estas matrices con menor valor absoluto.

0.63	0.65	1.21	21.77	97.43	304.77	245.72	3199.11	4712.20	63812.85
	0.74	0.28	1.30	18.77	150.78	339.15	585.63	3524.43	7986.00
		0.67	0.43	1.77	28.54	58.22	230.81	1559.16	2135.62
			0.18	0.48	6.36	20.26	100.68	506.79	631.42
				0.83	2.18	2.20	18.64	136.72	201.81
					2.84	2.04	5.04	29.23	71.23
						0.51	0.49	0.23	5.51
							0.21	1.45	3.50
								1.05	0.62
									0.93

Tabla 6.3.6 Porcentaje en que difieren los términos de la matriz  $[\bar{K}_m]$ , construida con 10 por ciento de ruido, con sus correspondientes de la matriz de rigidez que define el estado de daño simulado (tabla 6.3.1). La zona sombreada contiene los términos de estas matrices con menor valor absoluto.

4.92	7.65	19.99	63.96	73.25	7.15	983.38	12890.37	19096.43	122070.74
	5.64	9.23	22.64	17.59	27.08	402.08	4269.12	1744.90	29866.16
		7.86	8.86	15.39	38.44	89.37	1019.80	2561.97	7976.45
			4.39	5.78	14.97	14.59	33.42	397.75	842.79
				5.02	7.08	7.18	18.53	30.90	10.14
					7.08	6.59	21.66	48.67	29.63
						3.64	6.47	11.15	16.87
							5.68	5.27	11.35
								1.58	2.57
									2.53

Los resultados de detección de daño para los cinco casos estudiados se presentan en la figura 6.3.2. Se observa que cuando se utilizan como dato las matrices de rigidez  $[\bar{K}_m]$  para los casos I, II y III, los elementos estructurales dañados se localizan correctamente. El máximo error relativo cometido en el cálculo de la magnitud del daño, para estos casos, fue de -5.6 por ciento que corresponde al caso III, donde para un valor de daño simulado de 45 por ciento en la viga del quinto nivel se obtiene un daño calculado de 45.5 por ciento. Sin embargo, en el caso IV se detecta como dañada la viga del tercer nivel, y en el V, la del tercero y la del sexto, elementos que no corresponden al estado de daño simulado. Además, en este último no se detectan las columnas de los entrepisos dos, cinco y ocho, simuladas como dañadas.

Es importante notar que para los casos IV y V, la precisión en el cálculo de la magnitud del daño también disminuye (tabla 6.3.7). En el caso IV, el error relativo máximo fue de -50 por ciento para las columnas del octavo entrepiso, donde para un valor de daño simulado de 10 por ciento se obtuvo un daño calculado de 5 por ciento. En el caso V, este error fue de -15.1 por ciento para la viga del quinto nivel, correspondiente a un daño simulado de 45 por ciento y a un calculado de 38.2 por ciento.

La comparación entre los componentes de las matrices de rigidez  $[\bar{K}_m]$  para cada nivel de ruido estudiado, y los de la matriz que define el estado de daño simulado en el marco analizado, permitió observar que las matrices de rigidez  $[\bar{K}_m]$  que poseen términos que difieren en mayor porcentaje con los de esta última (casos IV y V) no pueden ser expresadas, en general, como la contribución de la rigidez de cada elemento estructural para el estado de daño simulado. Lo anterior se debe a que, seguramente, estas matrices ya no corresponden a dicho estado del marco. Sin embargo, se observó, por otra parte, que en los casos donde las diferencias entre los componentes de estas matrices se encuentran dentro de un cierto "margen" de error (casos I a III), el daño calculado con el método propuesto puede considerarse como aceptable.



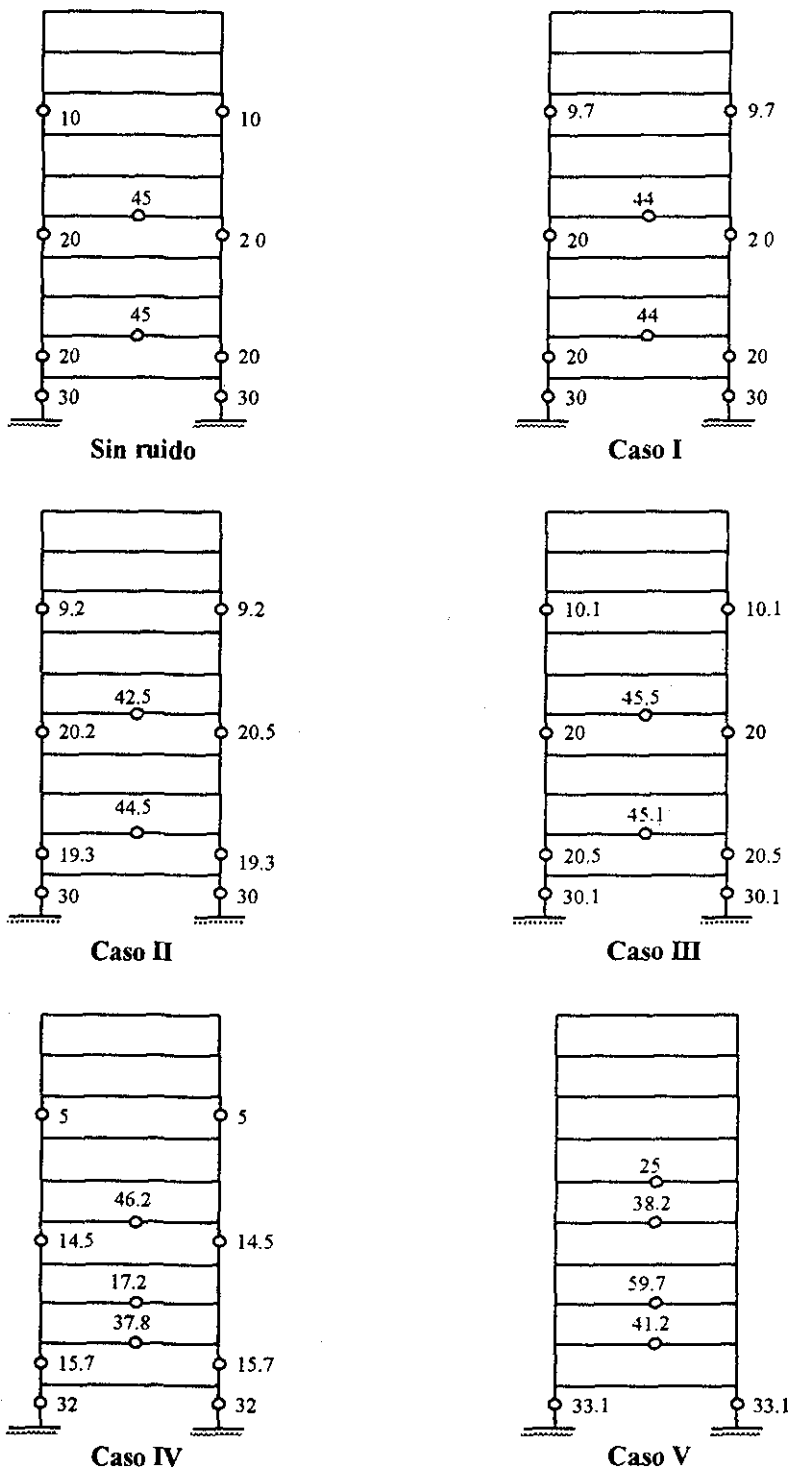


Figura 6.3.2 Marco plano de 10 niveles. Daño calculado (casos I a V)

Tabla 6.3.7 Error relativo cometido en el cálculo de la magnitud del daño (marco de 10 niveles)

Caso	Elementos dañados (simulados)						Otros elementos detectados
	Columnas*				Vigas		
	1A,1B	2A,2B	5A,5B	8A,8B	Nivel 2	Nivel 5	
Sin ruido	0	0	0	0	0	0	
I	0	0	0	-3	-2.2	-2.2	
II	0	-3.5	1	-8	-1.1	-5.6	
III	0.3	2.5	0	1	0.2	1.1	
IV	6.7	-21.5	-27.5	-50	-16	2.7	N3 <sup>NS</sup>
V	10.3	ND	ND	ND	-8.4	-15.1	N3 <sup>NS</sup> , N6 <sup>NS</sup>

NS indica que el elemento detectado no es parte del estado de daño simulado.

ND indica que el elemento simulado como dañado no es detectado.

\* Para definir la ubicación de las columnas simuladas como dañadas; en esta tabla, el número indica el entrepiso y, la letra, el eje del marco en estudio.

### 6.3.1 Uso de la descomposición matricial SVD para determinar la magnitud del daño estructural

La matriz de rigidez global del marco de 10 niveles estudiado en la sección anterior (figura 6.3.1a) se puede obtener mediante el método directo de las rigideces: expresando el equilibrio en cada nodo en función de los coeficientes de influencia de rigidez de cada elemento estructural y de los desplazamientos (grados de libertad) de los nodos interconectados. Si se desprecia la deformación axial en las traveses y en las columnas de este marco, su número de grados de libertad se reduce a 30: 20 rotaciones y 10 traslaciones debido a los movimientos de cuerpo rígido de las losas de entrepiso. Al condensar la matriz de rigidez global de este sistema estructural con respecto a sus grados de libertad laterales se obtiene su matriz de rigidez lateral de orden 10x10, la cual, debido a su simetría, contiene 55 términos independientes. Para evaluar el caso de daño presentado en la figura 6.3.1b todas las traveses y las columnas de este modelo se consideran de forma independiente (en conjunto suman 30 elementos estructurales); de tal forma que, la matriz  $[S_k(x)]$  obtenida para este caso tiene un orden de 55x30 (sección 3.2) y su número de valores singulares resultante es de 30.

En la figura 6.3.3 se muestra la tendencia de los valores singulares de la matriz  $[S_k(x)]$  durante el proceso iterativo aplicado para resolver los casos de daño estudiados en la sección anterior. Se observa que en dicho proceso existe un ligero cambio entre los 20 primeros valores singulares de esta matriz y, uno más notable entre los 10 restantes. Debido a que, para fines prácticos, estos últimos son muy próximos a cero, del orden de  $1 \times 10^{-8}$ , puede considerarse que la matriz  $[S_k(x)]$  para estos casos es mal condicionada; de ahí que la solución de estos problemas pueda obtenerse empleando la descomposición SVD descrita en la sección 4.1.1. En la tabla 6.3.8 se presenta el daño calculado cuando se utiliza como dato la matriz de rigidez para el estado de daño estudiado en la sección anterior considerada como exacta. Esta tabla contiene el daño calculado cuando para la solución de este problema se utilizan todos los valores singulares de la matriz  $[S_k(x)]$ , además del obtenido al eliminar los 10 valores singulares más pequeños. Con los dos criterios anteriores, los elementos estructurales dañados se localizaron correctamente, aunque únicamente con el segundo, la magnitud del daño en estos elementos se calculó sin errores relativos. La tendencia del error  $E$ , para ambos casos, se muestra en la figura 6.3.4. Se observa que cuando se utilizan como dato todos los valores singulares de la matriz  $[S_k(x)]$ , la magnitud de  $E$  no tiene una tendencia descendente clara; sin embargo, al utilizar sólo los 20 primeros, ésta decrece rápidamente hasta alcanzar un valor mínimo de  $1 \times 10^{-7}$ , por lo cual se mejora la estimación de la magnitud del daño.

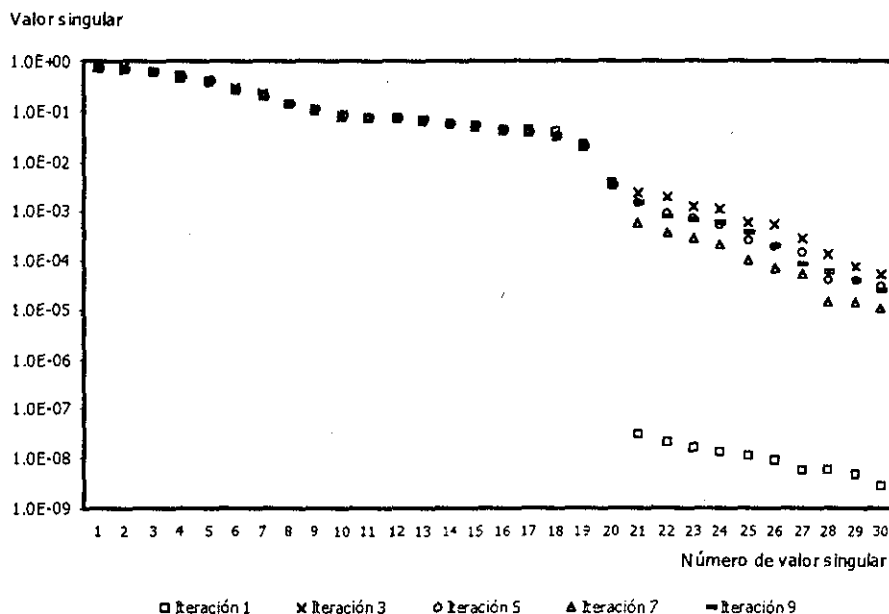


Figura 6.3.3 Tendencia de los valores singulares de la matriz  $[S_k(x)]$  durante el proceso iterativo aplicado para resolver los casos de daño estudiados en la sección anterior

Tabla 6.3.8 Daño calculado para el caso de daño simulado que se muestra en la figura 6.3.1b

Casos	Elementos dañados								Vigas	
	Columnas*								Nivel 2	Nivel 5
	1A	1B	2A	2B	5A	5B	8A	8B		
Daño simulado	30	30	20	20	20	20	10	10	45	45
Daño calculado <sup>30</sup>	37	23	22	18	20	20	13	7	45	45
Error relativo <sup>30</sup> (%)	23.3	-23.3	10	-10	0	0	30	-30	0	0
Daño calculado <sup>20</sup>	30	30	20	20	20	20	10	10	45	45
Error relativo <sup>20</sup> (%)	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

30: indica que los resultados que se presentan en esta tabla se obtienen utilizando los 30 valores singulares de la matriz  $[S_k(x)]$ .

20: indica que para la solución sólo se consideran los 20 primeros valores singulares.

\* Para definir la ubicación de las columnas simuladas como dañadas; en esta tabla, el número indica el entrepiso y, la letra, el eje del marco en estudio.



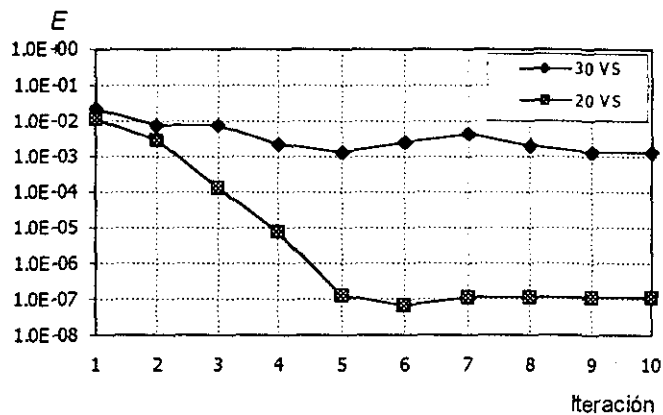


Figura 6.3.4 Tendencia del error  $E$  durante el proceso iterativo aplicado para resolver el caso de daño que se muestra en la figura 6.3.1b (no se considera el ruido en los parámetros modales de la estructura). Gráfica para diferente número de valores singulares (VS) de la matriz  $[S_k(x)]$

El criterio de depurar la solución directa de la ecuación 3.2.9 utilizando la descomposición SVD también se aplicó a los casos de daño estudiados donde se considera el ruido en los parámetros modales de la estructura. De igual forma, para la solución de estos, se eliminaron los 10 valores singulares más pequeños de la matriz  $[S_k(x)]$ . En la figura 6.3.5 se muestra la tendencia del error  $E$  durante el proceso iterativo aplicado para resolver cada uno de estos casos. A pesar de que en todos, la magnitud de  $E$  presenta una tendencia descendente clara, su valor mínimo está determinado por el nivel de ruido con que se obtuvo, en cada caso, la matriz  $[\bar{K}_m]$ . Por ejemplo, para el caso en el que no se considera el ruido en los parámetros modales de la estructura, el valor mínimo de  $E$  es igual a  $1 \times 10^{-7}$ ; sin embargo, cuando se tiene el mayor porcentaje, caso V, es de 0.09. Aunque la solución, de los dos casos anteriores, se obtiene utilizando el mismo criterio, se marca una gran diferencia entre ambas magnitudes, por lo cual se puede establecer que la precisión con que se evalúa el daño en los elementos estructurales está limitada por el nivel de ruido con que se miden los parámetros modales de la estructura.

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

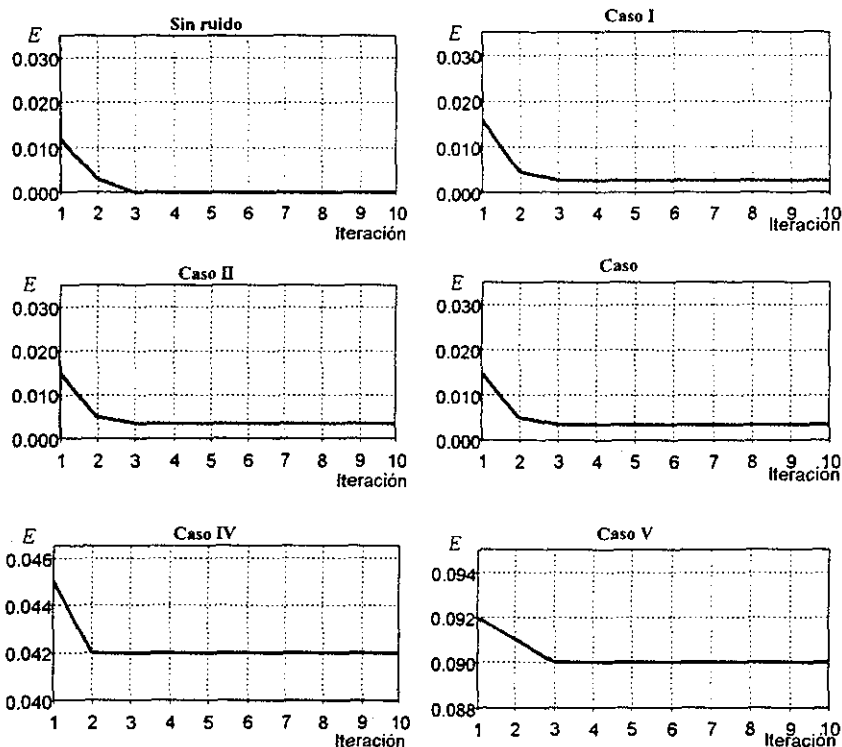


Figura 6.3.5 Tendencia del error  $E$  durante el proceso iterativo aplicado a los casos de daño estudiados en la sección anetrrior. Para la solución de estos problemas se emplean únicamente los 20 primeros valores singulares de la matriz  $[S_k(x)]$

#### 6.4 Detección de daño en marcos tridimensionales

Se estudian varios casos de daño simulado en el marco de dos niveles mostrado en la figura 6.4.1 (Fierro *et al*, 1999). La matriz de rigidez condensada de este modelo para su estado dañado  $[\bar{K}_{i,d}]$ , se obtiene a partir de la matriz de rigidez lateral de cada marco que lo compone (sección 3.3); esto es, con respecto a los movimientos de cuerpo rígido de las losas de entrepiso. Debido a que, las columnas de este modelo son de sección transversal circular, la pérdida de rigidez en alguno de estos elementos estructurales afectará en la misma cantidad a la rigidez de dos marcos comunes a éste.



Los casos de daño estudiados y los resultados obtenidos se presentan en la figura 6.4.2. Se simulan casos de daño en elementos estructurales aislados del marco: en el caso I se dañan sólo la columna 3 del primer entrepiso; y en el II, las columnas 5 y 6 del segundo. Adicionalmente, se presentan estados del marco con múltiples elementos estructurales dañados: en el caso III se dañan todas las columnas de éste, excepto la 5 del segundo entrepiso; y en el caso IV; sólo las columnas 1 y 3 del primer entrepiso permanecen sin daño. En cada uno de los casos anteriores, los elementos estructurales del marco se simulan con diferentes magnitudes de daño.

En todos los casos presentados, la evaluación del daño en los elementos del marco se realizó de forma independiente. En todos estos, los elementos simulados como dañados fueron localizados correctamente y la magnitud del daño calculado se obtuvo sin errores relativos. El número de iteraciones necesarias para obtener estas soluciones, al igual que para los casos de daño estudiados en marcos planos, fue de 5, lo que comprueba nuevamente la eficiencia, en términos de esfuerzo computacional, del método propuesto.

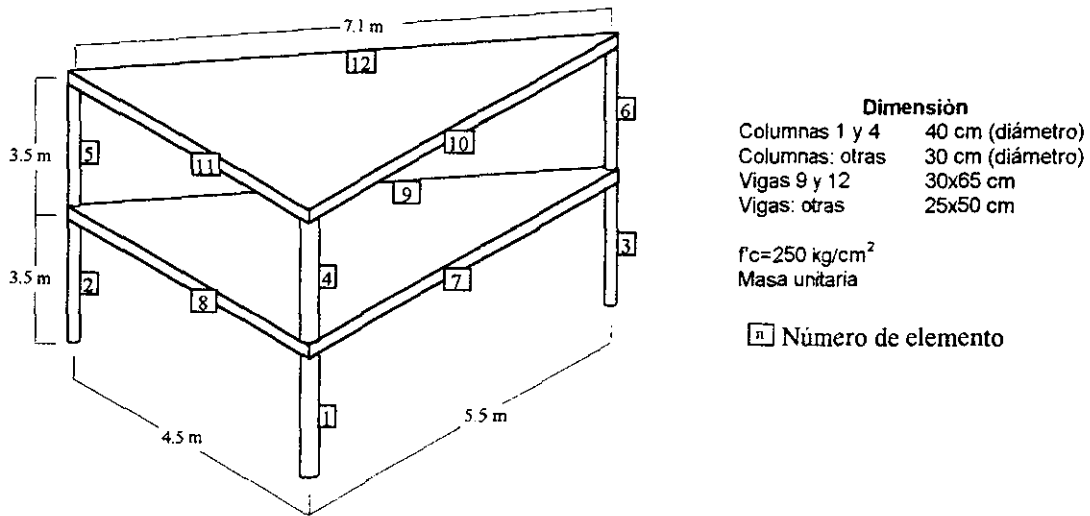


Figura 6.4.1 Marco tridimensional

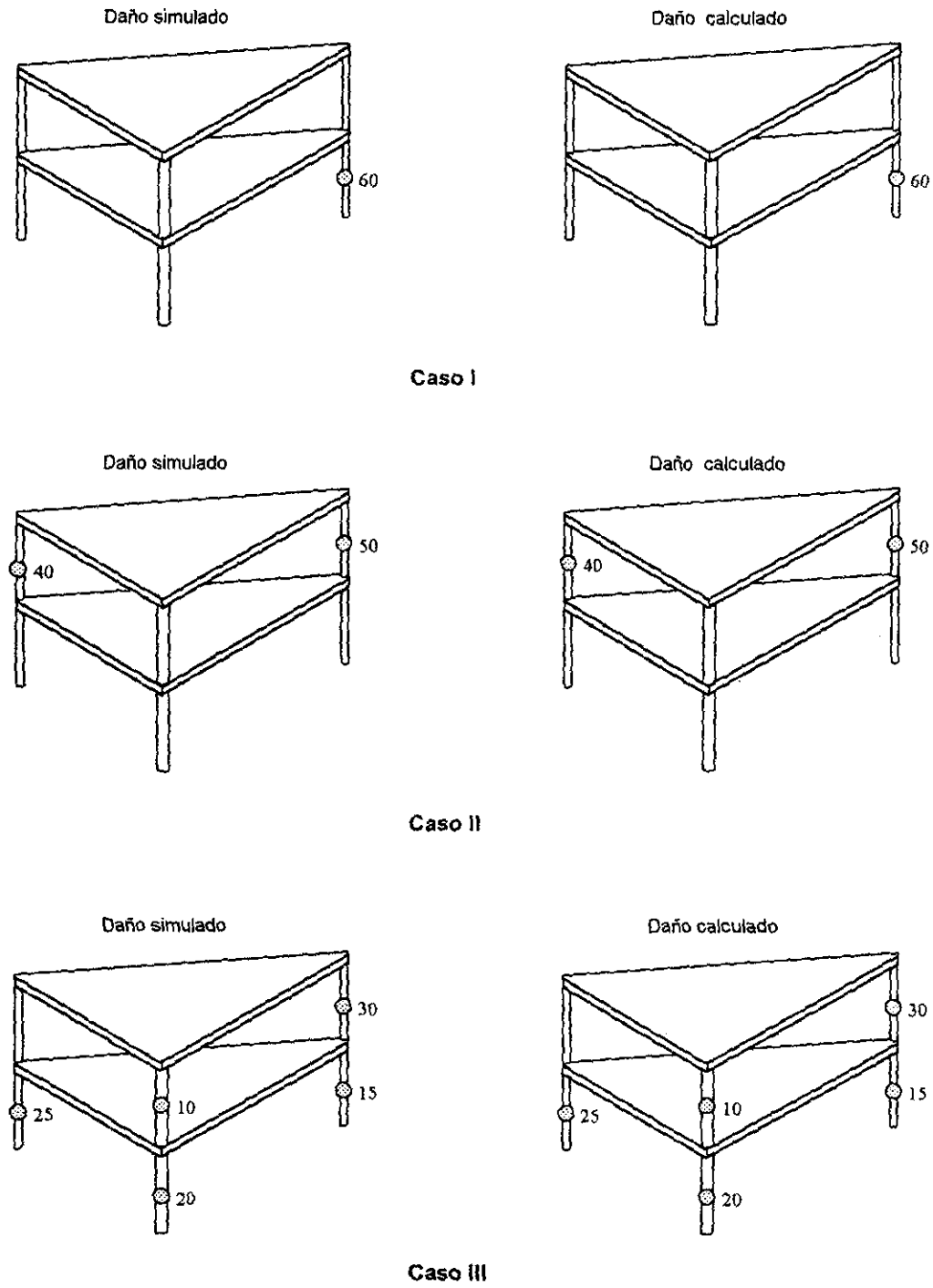
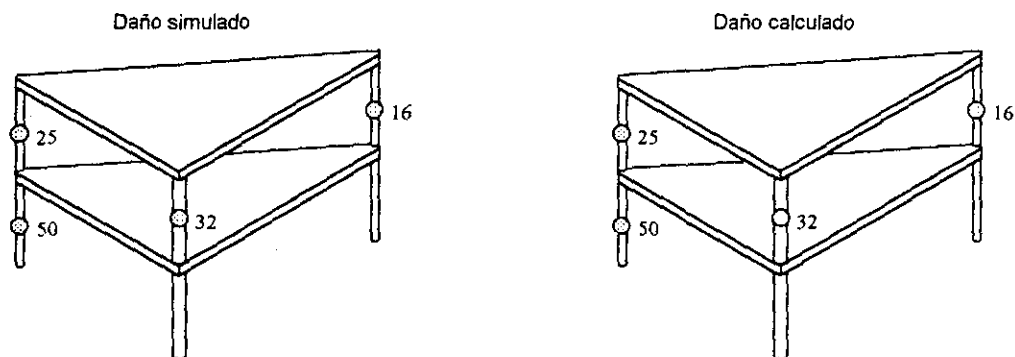


Figura 6.4.2 Marco tridimensional. Casos I a III de daño estudiado





Caso IV

Figura 6.4.2 Marco tridimensional. Caso IV de daño estudiado

### 6.5 Detección de daño estructural considerando efectos de interacción suelo-estructura

El modelo estructural y el caso de daño estudiado se presentan en la sección 6.3, figuras 6.3.1a y 6.3.1b, respectivamente. Para la presente evaluación, el marco de 10 niveles utilizado se modeló como viga de flexión (caso I) y como viga de cortante (caso II). El objetivo de este estudio es conocer el resultado que tiene en la evaluación de daño estructural la práctica que, por simplicidad, se hace comúnmente en la construcción del modelo analítico de una estructura existente: despreciar la flexibilidad del suelo. No obstante de que en situaciones reales los parámetros modales utilizados para dicha evaluación pueden, en ocasiones, afectarse por esta propiedad del suelo.

Para el caso I, se construyó un modelo suelo-estructura donde, además de los grados de libertad del marco de flexión, se consideran los desplazamientos de cuerpo rígido de la cimentación sobre la que se desplanta. Si se desprecia la deformación axial en las trabes y en las columnas del marco, el número de grados de libertad de este sistema es de 32: 20 rotaciones (una para cada nodo interconectado por estos elementos), 10 traslaciones debido a los movimientos de cuerpo rígido de las losas de entrepiso, además de una traslación horizontal y una rotación en el centroide de la cimentación. Para este caso, el valor de la rigidez equivalente del suelo a la traslación horizontal se calculó despejando la variable  $K_h$  de la ecuación 5.2.4 y sustituyendo el valor del parámetro  $D=0.95$  y el de la rigidez lateral (sin daño) del primer entrepiso del marco. Así, la matriz de rigidez lateral del marco, para el estado de daño simulado, se obtiene a partir de los parámetros modales del sistema suelo-estructura, condensando sobre los grados de libertad correspondientes a los desplazamientos de cuerpo rígido de las losas de entrepiso. Para el contexto de este estudio, estas características dinámicas son las "medidas" en la estructura dañada.

Para el caso II, las características dinámicas del marco de cortante, para el estado de daño simulado, se obtienen resolviendo el problema de valores y vectores característicos expresado por la ecuación 5.2.5 también para un valor del parámetro  $D=0.95$ . La matriz de rigidez lateral que sirve como dato para la evaluación del daño con el método propuesto, se obtiene, para este caso, con las rigideces de entrepiso del marco, calculadas con la ecuación 5.2.6 a partir de alguno de sus modos de vibrar.

En las figuras 6.5.1a y 6.5.1b se presenta el daño calculado para los casos I y II. Se observa que todos los elementos estructurales simulados como dañados se localizaron correctamente. En el caso I, la magnitud del daño se calculó, para la mayoría de los elementos, con errores relativos inferiores al 1 por ciento. Para los elementos estructurales ubicados, principalmente, en la parte superior del marco, estos errores fueron iguales a cero, a diferencia de las columnas del primer entrepiso donde el valor del error relativo cometido en el cálculo de la magnitud del daño fue de 16.7 por ciento, que corresponde a un daño simulado de 30 por ciento y a un calculado de 35 por ciento. En el caso II, con excepción de las columnas del primer entrepiso, donde al igual que para el caso anterior se cometió el error relativo máximo (igual al 13 por ciento), la magnitud del daño calculado se obtuvo sin error relativo alguno.

De los resultados obtenidos para los dos casos presentados, se observa que debido al efecto de la interacción de la estructura con el suelo, se presenta una sobreestimación en el cálculo de la magnitud del daño en las columnas del primer entrespacio. Esto es, el daño calculado en estas columnas es igual al daño "real" de la estructura, que en este caso es el daño simulado, más el daño que se les asigna erróneamente por el efecto de la flexibilidad del suelo. En la figura 6.5.2 se presenta la tendencia de este último para el caso I cuando se utilizan diferentes valores del parámetro  $D$ . En esta figura, se observa que para  $D=1$ , el método no presenta una sobreestimación en el cálculo de la magnitud del daño, sin embargo, a medida se reduce el valor de este parámetro, la magnitud del daño sobreestimado aumenta con una tendencia casi lineal; esto es, al incrementarse la flexibilidad del suelo, el daño sobreestimado en las columnas del primer entrespacio también aumenta, por lo que, en algunos casos, el efecto de la deformabilidad del suelo puede disminuir de forma importante la exactitud con que se calcula la magnitud del daño; principalmente cuando las características de rigidez del suelo sobre el que se desplanta la estructura no son las más adecuadas como para considerar que ésta se apoya sobre una base rígida.

Por otra parte, al igual que para el caso I, es posible establecer una relación teórica entre el parámetro  $D$  y el porcentaje de daño sobreestimado para un marco cualquiera. Si esto se realiza utilizando el modelo analítico para el estado inicial (sin daño) del marco; según lo mostrado en la figura 6.5.2, para un valor del parámetro  $D$  menor que 1, el daño calculado en las columnas del primer entrespacio será el daño sobreestimado por el efecto de la deformabilidad del suelo. Si por otra parte, se utilizan como dato las características dinámicas medidas experimentalmente para el mismo estado del marco, es de esperarse que el daño calculado, en los mismos elementos estructurales utilizando el modelo analítico de la estructura empotrada en su base, sea, de igual forma, el daño sobreestimado por el efecto del fenómeno de interacción suelo-estructura. Con base en el razonamiento anterior, si se tiene como dato el daño sobreestimado que se obtuvo con los parámetros modales medidos para el estado inicial de la estructura real, puede conocerse, con ayuda de la gráfica  $D$ -daño sobreestimado (%), construida inicialmente, el valor del parámetro  $D$  y, por consiguiente, la rigidez a la traslación horizontal del suelo despejando la variable  $K_h$  de la ecuación 5.2.4. De esta forma, una aplicación adicional del algoritmo de detección de daño, aquí presentado, sería para estimar a muy grosso modo

la variación de la rigidez lateral del suelo, a partir de la sobreestimación del daño inicial en las columnas del primer entrespiso de la estructura.

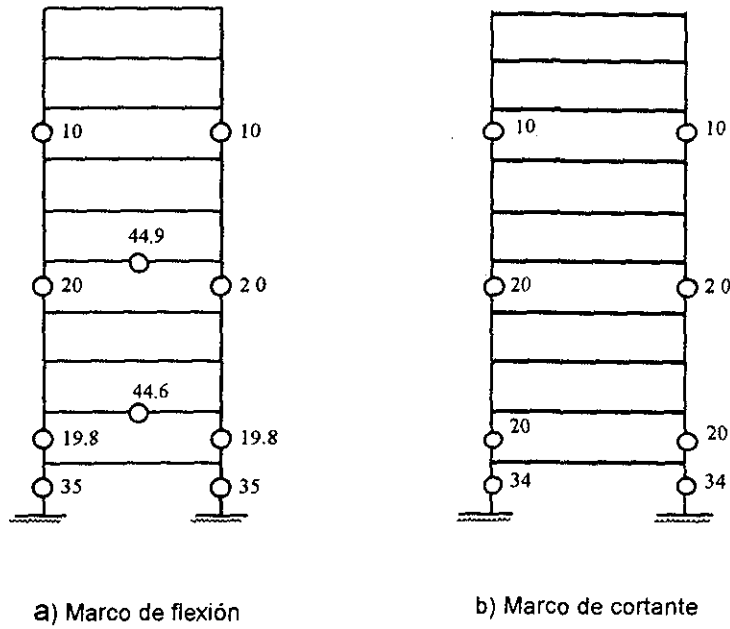


Figura 6.5.1 Daño calculado considerando efectos de interacción suelo-estructura. Daño simulado mostrado en la figura 6.3.1b

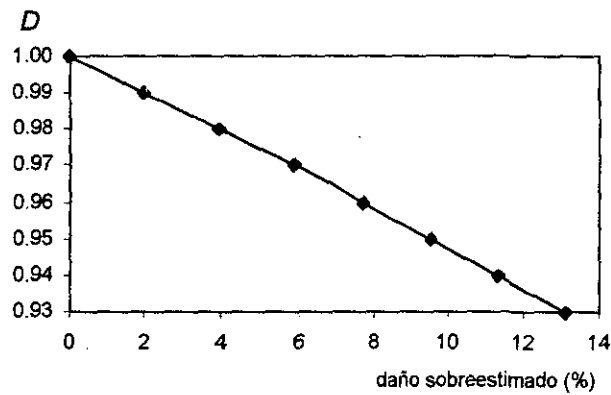


Figura 6.5.2 Daño sobreestimado en las columnas del primer entrespiso del marco de 10 niveles estudiado para diferentes valores del parámetro  $D$

## 7. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Se presentó un método de detección de daño aplicado a estructuras de marcos planos y tridimensionales. En éste, la localización y el cálculo de la magnitud del daño, definido como la pérdida de rigidez a nivel elemento estructural, se determinan mediante un proceso iterativo convergente al estado de daño de la estructura. Con base en los resultados obtenidos para los casos de daño estudiados en el presente trabajo, se establecen las siguientes conclusiones y recomendaciones:

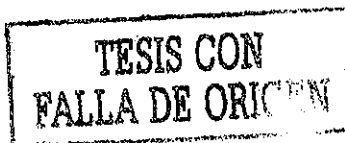
Las modificaciones realizadas a la versión anterior del método (Sosa, 1998) contribuyeron a lograr una mejor evaluación de daño estructural tanto en estructuras de marcos planos como tridimensionales. Se observó que el método de la Matriz de Transformación Mejorado permite localizar de forma independiente cualquier elemento estructural dañado. Presenta una excelente estimación de la magnitud del daño para los casos estudiados donde no se considera el ruido en los parámetros modales de la estructura dañada; y una tendencia a disminuir con el incremento de éste, lo cual no depende del método.

La suposición inicial de considerar que la matriz de transformación geométrica, que condensa la matriz de rigidez global de la estructura, es similar para el estado dañado y no dañado, permitió el desarrollo y la aplicación de un procedimiento iterativo convergente a cualquier estado de daño de la estructura; que como se pudo observar en los casos presentados, no depende del factor de convergencia utilizado.

Por otra parte, a diferencia de otros métodos de detección de daño existentes donde el esfuerzo computacional requerido se incrementa considerablemente con el número de elementos estructurales dañados (Sohn y Law, 1997); con el método desarrollado dicho incremento es mínimo, pues el número de iteraciones con el que converge al estado dañado de una estructura es independiente de la cantidad de elementos estructurales y de la magnitud del daño en éstos.

Se sabe que las técnicas de descomposición matricial pueden ser, en algunas ocasiones, herramientas útiles en la depuración de la solución directa de sistemas de ecuaciones mal condicionados, singulares, y sobre o subdeterminados. En nuestro caso, se comprobó al aplicar la descomposición matricial SVD a la matriz de coeficientes  $[S_k(x)]$ , que resulta con el método propuesto para determinar la magnitud y localización del daño estructural. Con esta descomposición se mejoró la precisión en la estimación de la magnitud del daño en un caso donde esta matriz era mal condicionada.

Debido a la dificultad que representa establecer modelos analíticos que simplifiquen e idealicen el fenómeno de interacción suelo-estructura, es práctica común desprestigiar su efecto al considerar la estructura desplantada sobre base rígida. Al estudiar este hecho en la evaluación de daño estructural con el método propuesto, se observó que el efecto de desprestigiar este fenómeno se traduce, principalmente, en una sobreestimación de la magnitud del daño "real" en las columnas del primer entepiso de la estructura. Esto es, el efecto de la flexibilidad del suelo puede, en algunos casos, disminuir la precisión con que se calcula la magnitud del daño, principalmente cuando la consideración de base rígida se aleja considerablemente de las características de rigidez del suelo sobre el que se desplanta la estructura.



Se mostró también que la exactitud en la localización y en el cálculo de la magnitud del daño estructural está limitada por la precisión con que se miden los parámetros modales de la estructura dañada. Además, en un método de detección de daño basado en modelos, como el aquí presentado, la correspondencia entre la respuesta del modelo teórico y el comportamiento de la estructura real es un factor indispensable para la evaluación del daño estructural. En forma más general, es probable que los errores de modelación debido a una inadecuada consideración de los elementos no estructurales, de los sistemas de piso, del grado de confinamiento de muros de manpostería y concreto, de los apéndices y de los estados de agrietamiento existentes en los elementos estructurales, entre otros, disminuyan la representatividad de un modelo matemático. Por ello, para la evaluación de daño, es necesario construir un modelo analítico que represente lo más fielmente el comportamiento de la estructura. Lo anterior puede lograrse al observar las consideraciones de análisis presentadas por Murià Vila *et al* (1997) para lograr una idealización representativa del comportamiento lineal de estructuras instrumentadas mediante programas comerciales de análisis estructural.

Por otra parte, en situaciones en las que el daño de un elemento estructural no puede ser simulado como una disminución de rigidez constante en toda su longitud, se presenta la necesidad de modificar el método propuesto, de tal forma que permita considerar este efecto a través de la disminución en rigidez de cada extremo de este elemento. Con el planteamiento de la Matriz de Transformación Mejorado, es necesario separar la contribución en rigidez de cada extremo del elemento a la rigidez global de la estructura; en lugar del actual que consiste en obtener la contribución en rigidez del elemento completo. Adicionalmente, para la detección de daño en estructuras en las que la geometría conduce al planteamiento de sistemas de ecuaciones con un número mayor de incógnitas que de ecuaciones, es necesario un mayor estudio teórico para obtener condiciones adicionales que permitan resolver esta clase de problemas.

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

Finalmente, los métodos de detección de daño tienen el potencial de convertirse en herramientas útiles en decisiones de reparación, refuerzo y diseño de sistemas estructurales. En estructuras de concreto el daño se presenta como agrietamiento, articulaciones plásticas, pandeo del acero de refuerzo, pérdida de adherencia, falta de recubrimiento, etc, por lo que existe la necesidad de relacionar el estado físico de la estructura con el daño calculado en modelos matemáticos, en este caso pérdida de rigidez.



**REFERENCIAS**

Baruch M., "Optimization procedure to correct stiffness and flexibility matrices using vibration test", AIAA, Vol. 16, 1978, pp. 1208-1210.

Baruch M. y Bar Itzhak I. Y., "Optimal weighted orthogonalization of measured modes", AIAA, Vol. 16, 1978, pp. 346-351.

Baruch M., "Optimal correction of mass and stiffness matrices using measured modes", AIAA, Vol. 20, No. 11, 1982.

Bazán Z. E. y Meli P. R., "Manual de diseño sísmico de edificios", Informe para la DGCOH, Instituto de Ingeniería, UNAM, abril, 1982.

Bazaraa M. S. y Jarvis J. J., "Linear programming and network flows", Wiley, 1977.

Berman A. y Flannelly, "Theory of complete models of dynamic structures", AIAA, Vol. 9, 1971, pp. 1481-1487.

Berman A. y Nagy E. J., "Improvement of a large analytical model using test data", AIAA, Vol. 21, 1983, pp. 1168-1173.

Berman A., "System identification in structural dynamic models- theoretical and practical models", AIAA Structures, Structural Dynamics and Materials Conference, AIAA Paper 84-0929, Palm Springs, CA, 1984.

Bielak J., "Earthquake response of building-foundation systems", Earthquake Engineering Research Laboratory Report EERL 71-04, California Institute of Technology, Pasadena, California, EUA, 1971.

Clark S. J., "Member stiffness estimation in linear elastic structures from static and vibrational response", M.S. Thesis, University of Illinois at Urbana-Champaign, 1989.

Cobb R.G. y Liebst B. S., "Structural damage identification using assigned partial eigenstructure", AIAA, Vol. 35, 1997, pp. 152-158.

Fierro F, Escobar J. A. y Gómez R., "Detección de daño en estructuras de edificios", XII Congreso Nacional de Ingeniería Sísmica, Morelia, México, 1999, pp. 727-735.

Friswell M. I., Penny J. E. T. y Garvey S. D., "Parameter subset selection in damage location", Inverse Problems in Engineering, 1996.

Friswell M. I., Mottershead J. E. y Ahmadian H., "Combining subset selection and parameter constraints in model updating", Journal of Vibration and Acoustics, 1997.



Fritzen C. P., Jennewein D. y Buchen D., "Model based damage detection from vibration data", USMA21 Noise and vibration Engineering, Leuven, Bélgica, 1996, pp. 1017-1031.

Gazetas G., "Formulas and charts for impedances of surface and embedded foundations", Journal of Geotechnical Engineering, ASCE, Vol. 117, No 9, EUA, 1991, pp. 1363-1381.

Golub G. H. y Van Loan C. F., "Matrix computations", The John Hopkins University Press, 1989.

Guyan R., "Reduction of stiffness and mass matrices", AIAA, Vol. 3, febrero 1965, pp. 380.

Hart G. C. y Yao J. T. P., "System identification in structural dynamics", Journal of Engineering Mechanics Division, ASCE, Vol. 103, No. EM6, December, 1977.

Hjelmstad K. D., Wood S. L. y Clark S. J., "Mutual residual energy method for parameter estimation in linear structures", Journal of Structural Engineering, ASCE, 118(1), 1992, pp. 223-242.

Kabe A. M., "Stiffness matrix adjustment using mode data", AIAA, Vol. 23, 1985, pp. 1431-1436.

Kammer D., "Optimum approximation for residual stiffness in linear systems identification", AIAA Journal, Vol. 26, No 1, 1988, pp. 104-112.

Kashangaki T. A. L., "Damage location and modal refinement for large flexible space structures using a sensitivity based eigenstructure assignment method", Ph. D. Dissertation, Aerospace Engineering, Univ. Of Michigan, Ann Arbor, MI, 1992

Kashangaki T. A., Smith S. W. y Lim T. W., "Underlying modal data issues for detecting damage in truss structures", Proceedings of the AIAA/ ASME/ ASCE/ AHS/ ASC 33<sup>rd</sup> Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference, AIAA, Washington, DC, 1992, (AIAA pp. 922264).

Katafygiotis L. S., "Treatment of model uncertainties in structural dynamics", EERL Report No. 91-01, Earthquake Engineering Research Laboratory, California Institute of Technology, Pasadena, CA, 1991.

Kausel E. y Whitman V., "The spring method for embedded foundations", Nuclear Engineering, 48, North-Holland Publishing Co., 1978, pp. 377-392.

Linder D.K., Twitty G. B. y Ostermann S., "Damage detection for composite materials using dynamic response data", Proceedings of the Adaptive Structures and Materials Systems Symposium, 1993 ASME Winter Annual Meeting, American Society of Mechanical Engineers, New York, 1993, pp. 441-448.

Murià Vila D., "Efectos de interacción suelo-estructura en edificios de mampostería", Memorias del Simposium Internacional de Seguridad Sísmica en la Vivienda Económica, CENAPRED-JICA, 1991.

- Murià Vila D., Torres J., Fuentes L. y González R., "Incertidumbres en la estimación de las frecuencias naturales de vibración en edificios", Informe del proyecto 7517, Instituto de Ingeniería, UNAM, septiembre, 1997.
- Newmark N. M. y Rosenblueth E., "Fundamentals of earthquake engineering", Prentice Hall, Englewood Cliffs, Nueva Jersey, 1971.
- Noble B. y Daniel J. W., "Algebra lineal aplicada", 3ª Edición, Prentice Hall, México, 1994.
- Normas Técnicas Complementarias para Diseño por Sismo, Gaceta Oficial del Distrito Federal, México, 1995.
- Onipide O., "Parameter identification of structures using optimum static measurements", M. S. Thesis, Tufts Univ., 1990.
- Pais A. y Kausel E., "Stochastic response of foundations", Research Report R85-6, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, Massachusetts, EUA, 1985.
- Pais A y Kausel E., "Approximate formulas for dynamic stiffness of rigid foundations", Soil Dynamics and Earthquake Engineering, Vol.7, No. 4, Inglaterra, 1988, pp. 213-227.
- Prion H. G. L. y Rezaik M., "Damage detection by modal testing", Eleventh World Conference on Earthquake Engineering, 1996, pp. 459.
- Roesset J. M., "Stiffness and damping coefficients of foundations, in dynamic response of pile foundations: analytical aspects", Eds. M. W. O'Neil y R. Dobry, Proceedings of the Geotechnical Division, ASCE, EUA, 1980, pp.1-30.
- Sanayei M. y Nelson R. B., "Identification of structural element stiffness from incomplete static test data", Aerospace Technology Conference and Exposition, Long Beach, CA, October, 1986.
- Sheena Z., Zalmanovitch A. y Unger A., "Theoretical stiffness matrix correction by using static test results", 24<sup>th</sup> Israel Annual Conference of Aviation and Astronautics, February, 1982.
- Shon H. y Law K. H., "A bayesian probabilistic approach for structure damage detection", Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 26, 1997.
- Smith S. W. y Beattie C. A., " Secant-method adjustment for structural models", AIAA, Vol. 16, 1978, pp. 1208-1210.
- Smith S. W., "Damage detection and location in large space trusses", Ph. D. Thesis, Virginia Polytechnic Institute and State University, Blacksburg, VA, 1988.
- Smith S. y Beattie C., "Simultaneous expansion and orthogonalization of measured modes for structural identification", Proc. of the AIAA Dynamic Specialist Conference, April, 1988, pp. 261-270.

Sosa J., "Detección de daño en modelos tridimensionales de edificios", Tesis de Maestría, UNAM, 1998.

Strang G., "Linear algebra and its applications", 2a. Edición, Academic Press, Nueva York, 1980.

Sugahara M., "Localización de daño en estructuras de concreto reforzado utilizando la matriz de sensibilidad", Tesis de Maestría, UNAM, 1997.

Villaverde R., "Investigation on the cause of numerous upper floor failures during the 1985 Mexico City earthquake", Report of National Science Foundation, University of California, Irvine, 1989.

Zimmerman D. C. y Kaouk M., "Structural damage detection using a subspace rotation algorithm", Proceedings of the AIAA 33rd Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference (Dallas, TX), AIAA, Washington, DC, 1992, pp. 2341-2350.

**ESTA TESIS NO DEBE  
SALIR DE LA BIBLIOTECA**