

01170

21

**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA
DE MÉXICO**

FACULTAD DE INGENIERÍA

DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO

TESIS

**CONTROL BASADO EN PASIVIDAD DE
MOTORES DE RELUCTANCIA CONMUTADA**

PRESENTADA POR:

PAUL ROLANDO MAYA ORTIZ

PARA OBTENER EL GRADO DE:

**MAESTRO EN INGENIERÍA
(ELÉCTRICA)**

DIRIGIDA POR:

DR. GERARDO R. ESPINOSA PÉREZ

CIUDAD UNIVERSITARIA, MÉXICO, D.F.

2001





Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

Control Basado en Pasividad de Motores de Reluctancia Conmutada

Tesis de maestría
Paul R. Maya Ortiz

noviembre 2000

A Inés

Índice General

1	Introducción	3
1.1	Antecedentes y motivación	3
1.2	Problema de control	4
1.3	Revisión bibliográfica y contribuciones	5
1.3.1	Revisión bibliográfica	5
1.3.2	Contribuciones	7
1.4	Organización de la tesis	8
2	SRM: propiedades y modelo	9
2.1	Principio de operación	9
2.2	Propiedades del SRM	12
2.2.1	Propiedades físicas	12
2.2.2	Propiedades de Pasividad	14
2.3	Modelo matemático	15
2.3.1	Modelo completo	16
2.3.2	Modelo simplificado	20
2.4	Conmutador electrónico	21

3	Control Basado en Pasividad	23
3.1	Control Basado en Pasividad	23
3.2	Descomposición pasiva del SRM	24
3.2.1	Descomposición del modelo completo	24
3.2.2	Descomposición del modelo simplificado	27
3.3	Diseño del controlador	27
3.3.1	Control del modelo completo	29
3.3.2	Control del modelo simplificado	37
4	Resultados de simulación	42
4.1	Parámetros del SRM	42
4.2	Implantación del conmutador	43
4.3	Control de par	45
4.4	Control de velocidad	46
4.4.1	Seguimiento de velocidad	46
4.4.2	Regulación de velocidad	47
5	Conclusiones	56
A	Pasividad	59
B	Listados	63

Capítulo 1

Introducción

1.1 Antecedentes y motivación

La primera referencia al término reluctancia conmutada en máquinas eléctricas se le atribuye a Nasar en un artículo publicado en *IEE Proceedings* en 1969, pero la base de la teoría y la práctica para este tipo de máquinas fue establecida por el Profesor P. Lawrenson a finales de la década de los setentas. Los motores de reluctancia conmutada (SRM por sus siglas en inglés) establecen una clase de máquinas eléctricas que han crecido en popularidad en los últimos años debido a la ausencia de imanes permanentes o devanados en el rotor, lo que los hace un tipo de motores de bajo costo y muy confiables. Ellos pertenecen a la clase de máquinas eléctricas conocidas como de polos salientes. Aunado a su estructura simple, si son diseñados con un gran número de polos, estas máquinas pueden producir un par muy alto a bajas velocidades, eliminando el uso de reductores mecánicos. De este modo, el SRM puede considerarse como un fuerte candidato para aplicaciones en sistemas directamente actuados.

La principal limitación para explotar las ventajas que presenta este motor, por ejemplo en servo aplicaciones donde se requieren altos desempeños dinámicos, es el comportamiento electromecánico altamente no lineal que exhibe, específicamente: Debe operar en la región de saturación magnética con el fin de maximizar la relación par/masa, y el par desarrollado es una función no lineal de las corrientes de estator y de la posición del rotor.

Con la creciente disponibilidad de conmutadores electrónicos rápidos y baratos para altas potencias y de circuitos integrados para procesamiento de señales a altas velocidades, las limitaciones mencionadas han sido, en gran medida, superadas con la proposición de varios controladores no lineales que garantizan el comportamiento dinámico requerido y,

al mismo tiempo, establecen una prometedora oportunidad de dejar en el pasado los viejos enfoques para controlar estas máquinas con esquemas en lazo abierto. Los controladores propuestos recientemente tienen la característica de tomar en cuenta la naturaleza no lineal del par generado, pero difieren en el enfoque utilizado para diseñar el controlador y también en la complejidad de las suposiciones hechas con respecto al circuito magnético de la máquina.

La motivación de este trabajo es contribuir al desarrollo de estrategias de control para los motores de reluctancia conmutada. De manera específica, se desea explorar la posibilidad de diseñar un controlador que tome en cuenta las no linealidades más importantes en esta máquina y que permita reducir (y de ser posible, eliminar) el rizo presente en las formas de onda del par y de la velocidad, característica muy común en los controladores propuestos hasta la fecha. Para ello, se pretende explotar la estructura física de la máquina diseñando el controlador por medio del enfoque basado en pasividad.

1.2 Problema de control

La clave para un control efectivo del SRM es la habilidad para controlar dos parámetros: cuánta corriente fluye por los devanados de estator y los instantes en que esa corriente fluye.

En las contribuciones reportadas en la literatura científica, la limitación más común proviene de la desventaja más importante de esta máquina: dado que el entrehierro no es constante y puesto que se requiere que la porción de hierro del circuito magnético experimente saturaciones muy altas para una buena explotación de la máquina, la expresión matemática del circuito magnético tiene una naturaleza altamente no lineal. Esta expresión es necesaria si se desea una completa descripción de las propiedades del motor. La mayoría de los resultados reportados consideran una relación lineal entre los enlaces de flujo y las corrientes en los devanados para el modelo del circuito magnético, lo que permite diseñar controladores más simples pero, por tal motivo, se debe establecer un compromiso entre la sencillez y el desempeño, especialmente relacionado con la presencia de un rizo muy grande en el par generado.

En el mismo sentido, el controlador debe diseñarse contemplando la estrategia de conmutación. Efectivamente, dado que el motor debe ser electrónicamente conmutado para una correcta operación, el control debe contemplar la técnica de conmutación usada. Así el problema de control se puede formular de la siguiente manera:

Problema de control. Considere el modelo no lineal del motor de reluctancia conmu-

tada. Asuma que:

- Las únicas variables disponibles para medición son las corrientes de estator, la posición y la velocidad mecánicas.
- Los parámetros del motor son completamente conocidos.
- El par de carga es conocido.
- Las únicas entradas de control son los voltajes de estator.

Bajo estas condiciones, diseñe una ley de control que asegure estabilidad interna y el seguimiento asintótico de par/velocidad/posición.

1.3 Revisión bibliográfica y contribuciones

1.3.1 Revisión bibliográfica

En lo que respecta al circuito magnético del modelo propuesto para el SRM, pueden identificarse dos alternativas básicas con el fin de tratar su naturaleza no lineal. La primera de ellas es caracterizada por la suposición de una estructura simplificada del circuito que proviene de la consideración de que la máquina opera a niveles de corriente donde los efectos de la saturación no aparecen. Esta suposición ofrece un modelo matemático no lineal para el motor pero conduce a la gran ventaja de que se obtienen relaciones lineales entre los flujos magnéticos y las corrientes de estator. Por el contrario, una segunda alternativa no intenta hacer alguna reducción en la complejidad del circuito y por lo tanto están presentes los efectos de la saturación en el comportamiento de las inductancias.

Por lo que respecta a las implicaciones técnicas involucradas en el hecho de no considerar los efectos de la saturación, se tiene la existencia de un rizo en las formas de onda del par y de la velocidad, este enfoque es justificado desde una perspectiva del control por el hecho de que bajo esas condiciones el diseño del controlador se simplifica considerablemente. Así en [6] y [5] se presentan dos controladores que usan linealización por retroalimentación y que resuelven el problema de seguimiento de posición. En [4], con la misma técnica de control, se presenta una solución para el problema de control de velocidad. En [3] se sigue un enfoque de control por modos deslizantes y en [2] y [12] se proponen dos controladores robustos para el control de velocidad. En [7] y en [14] se presenta un controlador por *backstepping* y otro por control adaptable (respectivamente) tomando en cuenta un modelo de orden reducido que solo atiende las dinámicas mecánicas de la máquina.

Con respecto al uso del modelo completo del motor para el diseño del controlador, en la literatura especializada solo se encuentran pocos intentos. Específicamente, en [1] se presenta una metodología de modelado original para obtener una expresión analítica para las corrientes de estator en términos de los enlaces de flujo. Esta expresión es usada para completar un modelo de la máquina basado en los flujos y después se propone una linealización por retroalimentación para resolver el problema de control de par, orientando el resultado a seguimiento de trayectorias para aplicaciones en robótica. Por otra parte, asumiendo una relación general no lineal entre flujos y corrientes, en [13] un controlador adaptable tipo *backstepping* se presenta y se establece una solución para el problema de control de seguimiento de posición y velocidad. Es conveniente señalar que, a pesar de que en las dos últimas referencias se siguen diferentes enfoques para tratar los efectos de la saturación, ambos mencionan que un estudio muy respetable de este fenómeno se realiza en [6], donde una expresión, basada en experimentos, para los flujos (en términos de la corriente de estator y de la posición del rotor) es presentada.

Con respecto al problema impuesto por la estructura no lineal del par generado en un SRM, es ampliamente aceptado en la literatura que el mejor enfoque para tratar este problema es el llamado *enfoque por par compartido*. Esta técnica es motivada por la suposición (justificada experimentalmente) de que los devanados de estator están desacoplados, i.e. la inductancia mutua entre las fases de estator es despreciada, y entonces el par generado se compone de la suma de los pares generados por cada una de los devanados de estator. Por lo tanto, una solución muy razonable con el fin de producir el par deseado, es definir las llamadas *funciones de distribución de par* cuyo objetivo básico es escalar los pares de fase de tal forma que la suma de estos garanticen el valor deseado. Estas funciones pueden ser definidas desde diferentes perspectivas (véase por ejemplo [6] donde son definidas en términos de funciones exponenciales o [14] donde un enfoque polinomial es seguido) y se puede ver que la primera ventaja de usarlas es la (relativa) simplicidad para tratar con el problema de generación de par. Además, se pueden encontrar otras ventajas adicionales al uso de estas funciones, como pueden ser su uso para resolver problemas de optimización relacionados con el desempeño del motor, tales como la reducción del rizo en el forma de onda del par generado ([9],[8]) o minimización de las pérdidas en el cobre (a bajas velocidades) y del voltaje requerido para generar el flujo [1].

Por otro lado, el control basado en pasividad (PBC por sus siglas en inglés) es una metodología de diseño bien establecida [18] que ha mostrado ser muy útil en la solución de problemas para una gran clase de sistemas físicos no lineales. Para el caso particular de las máquinas eléctricas, el PBC fue aplicado por primera vez en las máquinas de inducción para después extenderse a los motores eléctricos Blondel-Park transformables (subactuados y completamente actuados). La principal característica de este enfoque es que parte del hecho de que el papel central en el diseño del controlador lo juegan los aspectos del modelado, enfocándose en los aspectos de la estructura del motor que puedan

ser explotados con el fin de resolver un determinado problema. En particular, esta técnica toma ventaja de las propiedades de disipación de energía (pasividad) de la máquina y simplifica el análisis mediante la descomposición del modelo en una interconexión por retroalimentación negativa de dos subsistemas pasivos (uno eléctrico y el otro mecánico). Este enfoque permite al diseñador controlar el subsistema eléctrico para asegurar los objetivos de seguimiento de corriente y de par, considerando el subsistema mecánico como una perturbación pasiva y, después de esto, resolver el problema de control de velocidad y de posición para el subsistema mecánico.

Entre las muchas ventajas que presenta el enfoque basado en pasividad, se pueden mencionar las siguientes:

- Los controladores propuestos no necesitan observadores, en el sentido de que no es necesaria la reconstrucción ni la estimación de las variables del rotor.
- Este enfoque formaliza matemáticamente la práctica actual de los ingenieros, que usualmente se desarrolla a partir del conocimiento empírico.
- Esta metodología no necesita hacer alguna cancelación de no linealidades, lo que conduce a diseñar controladores globalmente definidos.

1.3.2 Contribuciones

Las contribuciones que presenta este trabajo de tesis son:

- Es el primer controlador basado en el enfoque de pasividad para el SRM. El controlador obtenido evoca el enfoque de control en cascada para máquinas eléctricas, por lo que se presenta una justificación formal para esta práctica.
- El controlador propuesto fue diseñado utilizando el modelo matemático completo del SRM, i.e. no se consideraron simplificaciones en su circuito magnético y se tomaron en cuenta los efectos de la saturación presentes en los devanados de estator.
- En lo que respecta a la generación de par, como es usual, se considera el uso de *funciones de distribución de par*. Esta elección fue hecha, por un lado, para tener la posibilidad de usar varias alternativas reportadas en la literatura de este tipo de funciones pero, por otro lado y, más importante aún, es que permiten eliminar la principal limitación de los controladores basados en pasividad reportados con anterioridad para las máquinas eléctricas, i.e. el requerir las propiedades de la transformación de Blondel-Park para el modelo del motor, propiedades que, como es bien sabido, no presenta el SRM.

- El diseño del controlador basado en pasividad para el modelo simplificado, el cual es una aproximación del modelo completo ampliamente usada y que es conocida como modelo de baja corriente, i.e. cuando la inductancia no lineal es aproximada por su primera armónica. En este caso, teniendo una relación lineal entre flujos y corrientes, se obtiene una forma cerrada del comportamiento deseado de las corrientes y se realizan simulaciones digitales con el fin de mostrar el buen desempeño dado por el controlador.

Cabe mencionar que muchas de las contribuciones reportadas en la literatura sólo trabajan con este modelo.

1.4 Organización de la tesis

En el capítulo segundo de este trabajo se presentan las propiedades físicas del SRM y se obtiene, aplicando las ecuaciones de Euler-Lagrange, el modelo matemático del mismo, el cual primero se desarrolla sin considerar simplificaciones sobre las ecuaciones del circuito magnético y, posteriormente, se desarrolla considerando una relación lineal entre los flujos y las corrientes de estator. Para concluir el capítulo se hace una descripción del conmutador electrónico, herramienta necesaria para el buen funcionamiento de esta máquina.

El capítulo tres de este trabajo trata sobre la metodología con la que se diseñó el controlador, el Control Basado en Pasividad. Se hace una breve explicación de este enfoque para después realizar la descomposición pasiva del modelo de la máquina. Posteriormente se desarrolla el controlador para el modelo completo y, para terminar el capítulo, se presenta una última sección donde se aborda el diseño del controlador para el modelo simplificado.

En el capítulo cuatro se presentan los resultados obtenidos mediante simulaciones digitales. En estas, se utiliza el modelo simplificado de la máquina. Primero se muestran los resultados obtenidos cuando se realiza control de par y posteriormente se muestran los resultados obtenidos cuando se realiza control de velocidad.

El capítulo cinco de este trabajo presenta las conclusiones a las que se llegaron después de haber realizado el trabajo y muestra algunas tareas que quedan pendientes como investigación futura.

Para terminar esta tesis se presentan dos anexos, en el primero de los cuales se hace una breve descripción de las ideas de pasividad y se presentan los resultados principales de esta teoría y, en el segundo anexo, se presenta el listado del programa realizado para hacer las simulaciones.

Capítulo 2

SRM: propiedades y modelo

En este capítulo se hace referencia a las propiedades del motor de reluctancia conmutada y al modelo matemático que lo representa. En la primera sección se revisarán la forma en que está construido este motor y sus características. En la siguiente sección se desarrollará el modelo matemático de esta máquina aplicando las ecuaciones de Euler-Lagrange. En primer lugar se desarrollará el modelo en el que se consideran las características magnéticas no lineales (al cual se le llamará *modelo completo*) y posteriormente se desarrollará el modelo para cuando se consideran las características magnéticas lineales, i.e. cuando la inductancia del devanado solo depende del valor de la posición mecánica (modelo que se denominará *modelo simplificado*). Para terminar este capítulo se presenta una sección donde se describe el conmutador electrónico utilizado.

2.1 Principio de operación

Una de las clasificaciones de las máquinas eléctricas está basada en la forma en la que realizan la conversión de energía eléctrica en energía mecánica. De acuerdo a este principio las máquinas eléctricas son de dos tipos:

- a) *Máquinas que transforman la energía electromagnéticamente*, donde la conversión de energía eléctrica en mecánica se da por la interacción de los campos magnéticos generados en el estator y el rotor. Cuando dos campos magnéticos están mutuamente acoplados, existe un par electromagnético entre ellos el cual tiende a llevarlos a alinearse. Este tipo de máquinas requiere de dos devanados que deben ser excitados simultáneamente, uno en el estator y otro en el rotor. Ejemplos de estos motores

son: DC, inducción y síncronos. Estos motores se diferencian en sus geometrías y en como son generados los campos magnéticos: ya sea energizándolos, usando imanes permanentes o con corrientes inducidas.

- b) *Máquinas que transforman la energía por reluctancia variable*, donde esta conversión se da como resultado de la reluctancia variable en el entrehierro del rotor y el estator. Cuando un devanado de estator es energizado, un *par reductivo* es producido por la tendencia del rotor a moverse a una posición tal que se genere una mínima reluctancia en el campo magnético generado por el estator. Este método de producción de energía mecánica es muy similar al par de alineamiento que se ve en dos imanes polarizados de forma opuesta. El motor de reluctancia conmutada está dentro de esta categoría.

Así, dada la clasificación anterior, se puede observar que la operación de la máquina en estudio está basada en el concepto de *reluctancia*. La *reluctancia* corresponde a la resistencia magnética, la cual se opone al campo electromagnético. La *reluctancia* en un circuito magnético es el equivalente de la resistencia en un circuito eléctrico.

La generación y posterior conmutación del campo magnético se realiza en los enbobinados de los polos de la parte fija de la máquina, el estator. Si se alimenta una de las fases con una corriente se produce el campo magnético que, a su vez, produce un par que tiende a alinear los polos de estator y de rotor que se encuentren más cercanos, con el fin de hacer mínima la reluctancia. Dado que el número de polos es diferente en el estator y en el rotor, si una fase se encuentra alineada la siguiente estará desalineada. Si se presenta una excitación secuencial entre las fases, en función de la posición del rotor, se genera una producción continua de giro y de par. El sentido de giro se determina suministrando la corriente a determinadas posiciones de la flecha del motor.

El motor de reluctancia conmutada no es una máquina síncrona, dado que la velocidad y dirección del giro del rotor no es igual a la rotación del flujo de estator. El rotor gira en dirección contraria al flujo si el número de polos de rotor es menor que el número de polos de estator.

En cuanto a la construcción, el motor de reluctancia conmutada es la más simple de todas las máquinas eléctricas ya que solo su estator tiene devanados. Esta máquina tiene algunas características propias, como son: El estator y el rotor son de polos salientes y el primero tiene devanados de fase montados alrededor de los polos que están diametralmente opuestos; el número de polos de estator es diferente al de los polos de rotor; no tiene devanados de rotor ni imanes permanentes, solo es un grupo de láminas de acero formando una flecha (Fig. 2.1): el flujo magnético no es senoidal; la inductancia mutua entre cada una de las fases de estator es muy pequeña; posee un momento de inercia muy pequeño debido al bajo peso del rotor por la ausencia de masa en los huecos entre los polos de

éste. En la Figura 2.2 se muestra la estructura esquemática básica de esta máquina para el caso de seis polos de estator y cuatro polos en el rotor.

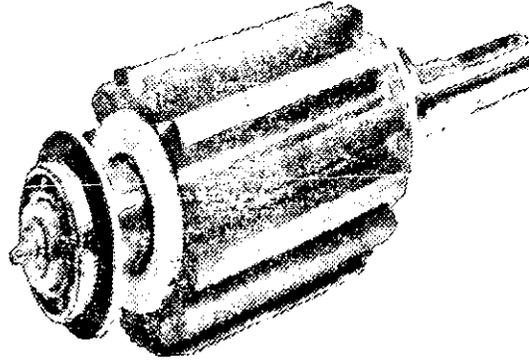


Figura 2.1: Fotografía del rotor de un SRM

Los motores de reluctancia conmutada ofrecen algunas ventajas, aunadas al bajo costo que representa su sencilla construcción. Por ejemplo, pueden ser máquinas muy confiables dado que cada fase de la máquina es independiente física, magnética y eléctricamente de las otras fases, por lo que una falla en alguna de estas no impide que la máquina siga funcionando. También, debido a la inexistencia de conductores o imanes en el rotor, se pueden lograr muy altas velocidades y, por el tipo de generación, altas potencias, comparadas con motores de otros tipos de las mismas dimensiones. Es posible tener motores de este tipo trabajando en condiciones extremas de temperatura y humedad.



Figura 2.2: Estructura básica de un SRM 3φ

La simplicidad mecánica de la máquina produce algunas limitaciones, complicando el análisis y el control de estas máquinas. El motor de reluctancia conmutada no puede alimentarse directamente desde una línea de DC ni de una de AC, debe ser conmutado electrónicamente. También, el que su estator y su rotor tengan salientes, necesarios para la generación del *par reluctivo*, hace que las características magnéticas sean fuertemente no lineales. Además, estas máquinas requieren de un sensor de posición para operar (ya sea físico o mediante software), tienden a ser ruidosas y presentan un gran rizo en la forma de onda del par.

2.2 Propiedades del SRM

En esta sección se muestran las propiedades básicas del motor de reluctancia conmutada. En la primera sección se analizan las propiedades físicas, esto es, las propiedades que se obtienen por la construcción de la máquina. En la segunda sección, se analizan las propiedades de pasividad.

2.2.1 Propiedades físicas

Como se mencionó anteriormente, una de las características primordiales de este motor, debida al diseño que presenta, es el desacoplamiento. Cada una de las fases del estator está desacoplada no solamente de forma física, sino también de forma eléctrica y magnética. Esta propiedad ofrece algunas ventajas, entre ellas es posible mencionar que la máquina puede seguir operando aún si una de sus fases se daña aunque, por supuesto, su desempeño no va a ser el mismo que cuando la máquina trabaje con sus fases completas. Otra ventaja de este desacoplamiento es que el análisis que se realiza para una de las fases puede ser extendido a cada una de las otras, viéndose afectado solamente por el desplazamiento que existe entre cada una de ellas.

Para que pueda ser maximizada la relación par/masa el motor debe operar en la región de saturación magnética, lo que trae como resultado que el par desarrollado sea función de la posición del rotor y de las corrientes de estator. Además se presenta una relación no lineal entre flujos y corrientes. Es posible obtener una relación lineal entre flujos y corrientes, obteniéndose el modelo llamado *de baja corriente*, y donde la constante de proporcionalidad es la inductancia la cual solo depende de la posición del rotor.

La necesidad de un conmutador electrónico para auxiliar en la alimentación de cada una de las fases también puede considerarse como una propiedad física de esta máquina. Esta necesidad también es producto de la construcción de la máquina ya que, debido

al desacoplamiento, cada una de las fases debe ser alimentada individualmente, no por voltajes de CD ni por voltajes de CA, si no por un voltaje que debe ser conmutado y que va a depender de la posición del rotor, de la cual depende la forma de onda de la inductancia y por consiguiente el signo del par generado. En este mismo sentido, debe notarse que sólo son necesarias corrientes de signo positivo para la generación de pares positivos y negativos, únicamente se debe variar el ángulo al cual los dispositivos electrónicos de potencia deben ser conmutados. En la Figura 2.3 se aprecia uno de los esquemas electrónicos comúnmente utilizados para la conmutación.

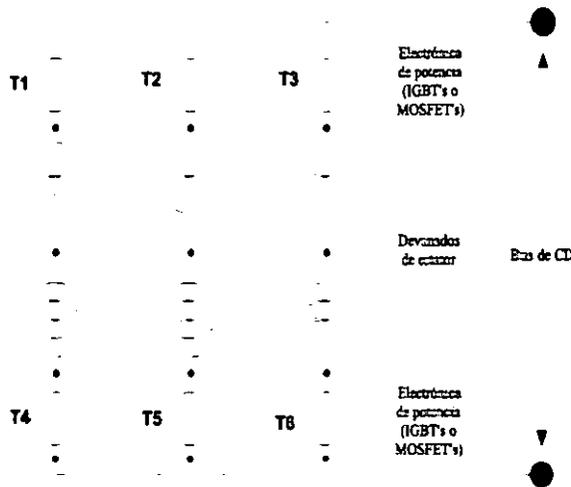


Figura 2.3: Conmutador electrónico para un SRM 3ϕ

Si se analiza este circuito se puede observar que los interruptores se deben abrir o cerrar con el fin de obtener la curva deseada para las corrientes de estator. La secuencia de disparo de los interruptores es determinada por una ley de conmutación. En la literatura especializada en el tema (véase por ejemplo [5],[8]) se han reportado estudios detallados que han conducido a proponer varios tipos de estas leyes, que son parte fundamental en el control del SRM porque determinan en gran medida el desempeño que este pueda tener.

Otra propiedad que cabe mencionar es que para este tipo de motores no existe (aún en el caso en que se consideran las características magnéticas lineales) una transformación de coordenadas, dado que el SRM es de polos salientes, que elimine la dependencia con respecto a la posición de la flecha del rotor (θ) de las ecuaciones de flujo y par: por lo tanto es natural que la ley de control diseñada dependa explícitamente de θ . Cabe mencionar, que para el análisis de muchas máquinas eléctricas es ventajoso buscar una transformación de coordenadas ya que el análisis y el control de ellas se vuelven más sencillos. Ejemplo de estas transformaciones es la de Blondel-Park usada en máquinas de inducción.

2.2.2 Propiedades de Pasividad

Los sistemas pasivos son representados por una clase de sistemas (lineales y no lineales) que poseen algunas propiedades que son muy atractivas desde el punto de vista del control.

Es bien sabido que los sistemas pasivos son estables en el sentido de Lyapunov (cuando su entrada es cero) además de contar con una dinámica cero también estable, i.e. son de fase mínima. Otra de las propiedades importantes de estos sistemas es que la interconexión por retroalimentación negativa, entre ellos da como resultado un sistema que es también pasivo y, por lo tanto, estable. Algunas definiciones básicas y propiedades de pasividad se dan en el Apéndice A.

Para el motor que se estudia en este trabajo, la propiedad básica de la que se hace uso es que su modelo puede ser descompuesto como la interconexión por retroalimentación de dos sistemas pasivos (uno eléctrico y el otro mecánico) considerando las siguientes entradas y salidas (Fig. 2.4).

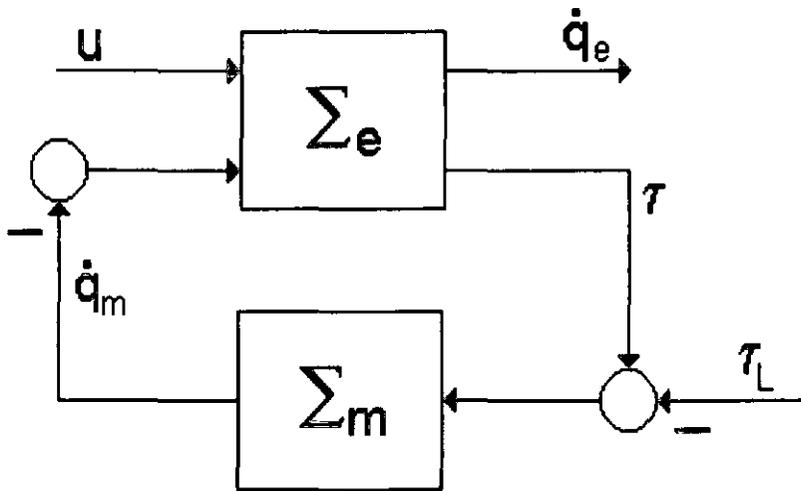


Figura 2.4: Descomposición pasiva

$$\Sigma_e : u = \begin{bmatrix} u_s \\ -\dot{\theta} \end{bmatrix} \rightarrow y = \begin{bmatrix} i \\ T(\theta, i) \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

para el subsistema eléctrico, con u_s los voltajes de estator, $\dot{\theta}$ la velocidad del rotor, i las corrientes de estator y T el par electromecánico generado, y

$$\Sigma_m : u = (T_L - T) \rightarrow y = -\dot{\theta} \quad (2.2)$$

para el subsistema mecánico, con T_L el par de carga.

En el siguiente capítulo se tratará esta propiedad a detalle y se demostrará su validez.

El demostrar que el SRM puede ser descompuesto en dos subsistemas pasivos es importante, dado que esto permite aplicar la estrategia de control propuesta en este trabajo. Se puede controlar la parte eléctrica de la máquina, que es considerada un lazo rápido, considerando al subsistema mecánico como una perturbación pasiva, esto es, una perturbación que no destruye la estabilidad en el sistema en lazo cerrado. Posteriormente, ya que se garantiza la convergencia de corrientes, se demuestra la convergencia de par y, por último, mediante un lazo externo (más lento) de control, se garantiza la convergencia de velocidad/posición.

2.3 Modelo matemático

En esta sección se presenta el modelo matemático del SRM que se emplea en este trabajo de tesis. Primeramente, se hace referencia al modelo que contempla las no linealidades magnéticas y posteriormente se hablará del modelo que considera características magnéticas lineales.

La máquina de reluctancia conmutada que se utilizó en este trabajo es un motor trifásico (3ϕ), con N_r polos de estator. Su representación matemática fue obtenida aplicando las ecuaciones de Euler-Lagrange tomando en cuenta las siguientes suposiciones, las cuales se han justificado en la descripción de las características físicas de la máquina.

- A.1** La inductancia mutua entre fases puede ser despreciada.
- A.2** La inductancia puede ser modelada mediante una función no lineal continua de la posición del rotor y de la corriente en los devanados de la fase respectiva.
- A.3** La corriente en cada fase es tal que $i_j \geq 0$ para $j = 1, 2, 3$. Lo que trae como ventaja que se reduzcan los costos en el conmutador.
- A.4** No existen efectos capacitivos en los devanados del estator ni tampoco efectos torsionales en la flecha. Con esto, se puede afirmar que la función de energía total en esta máquina es cero.

2.3.1 Modelo completo

Para obtener la representación matemática de los enlaces de flujo de esta máquina se debe de tomar en cuenta que las dos no linealidades más importantes en los enlaces flujo $\psi_j(\theta, i_j)$ son la saturación del circuito magnético y el efecto de *slot leakage*. Para este trabajo, siguiendo ideas de [6], el flujo se aproxima aproximada por una función continua que toma en cuenta estas dos no linealidades. Además, dado que el par desarrollado por el SRM es independiente del signo de la corriente en los devanados de estator, como se verá más adelante cuando se obtenga la expresión matemática para esta variable, este tipo de motores es alimentado con corrientes positivas $i_j \geq 0$ para $j = 1, 2, 3$. Por lo tanto el flujo puede ser modelado por

$$\psi_j(\theta, i_j) = \psi_s(1 - e^{-i_j f_j(\theta)}), \text{ para } i_j \geq 0 \text{ y } j = 1, 2, 3 \quad (2.3)$$

donde, ψ_s es el flujo saturado. En general, el término $f_j(\theta)$ es expresado como una expansión en series de Fourier estrictamente positivo de la forma

$$f_j(\theta) = a + \sum_{m=1}^{\infty} \{b_m \sin[m.N_r \theta - (j-1)2\pi/n] + c_m \cos[m.N_r \theta - (j-1)2\pi/n]\} \quad (2.4)$$

para $j = 1, 2, 3$ y donde n es el número de fases de estator.

Para el desarrollo del modelo matemático del SRM se hizo un análisis por mallas, considerando como coordenadas generalizadas las cargas de malla y la posición angular mecánica.

En este sentido, la co-energía magnética por fase es obtenida de la expresión

$$W'_j(\theta, i_j) = \int_0^{i_j} \psi_j(\theta, i_j) di_j \quad (2.5)$$

donde, si se sustituye la expresión para los enlaces de flujo (ec.(2.3)), se obtiene

$$\begin{aligned}
 W'_j(\theta, i_j) &= \int_0^{i_j} \omega_s (1 - e^{-i_j f_j(\theta)}) di_j \\
 W'_j(\theta, i_j) &= \omega_s i_j + \frac{\omega_s}{f_j(\theta)} [e^{-i_j f_j(\theta)} - 1] \quad \text{con } j = 1, 2, 3
 \end{aligned}
 \tag{2.6}$$

La co-energía cinética está dada por la expresión

$$\mathcal{K}'(\dot{\theta}) = \frac{1}{2} J \dot{\theta}^2
 \tag{2.7}$$

donde J es la inercia y $\dot{\theta}$ es la velocidad angular. Además la función de disipación de Rayleigh para los términos disipativos es

$$F(i) = \frac{1}{2} i^T R i
 \tag{2.8}$$

donde $i = [i_1, i_2, i_3]^T$ es el vector de corrientes en el estator y $R = \text{diag}[r, r, r]$ es la matriz de resistencias de estator. La ecuación (2.8) tiene esta forma ya que se consideraron efectos disipativos eléctricos lineales.

Atendiendo a las funciones anteriores y considerando la suposición A.4, el lagrangiano queda escrito como

$$\begin{aligned}
 \mathcal{L}(\theta, i_j, \dot{\theta}) &= W'_j(\theta, i) + \mathcal{K}'(\dot{\theta}) \\
 \mathcal{L}(\theta, i_j, \dot{\theta}) &= \omega_s i_j + \frac{\omega_s}{f_j(\theta)} [e^{-i_j f_j(\theta)} - 1] + \frac{1}{2} J \dot{\theta}^2
 \end{aligned}
 \tag{2.9}$$

Las fuerzas externas generalizadas del SRM son los voltajes aplicados a los devanados de estator y el par de carga, por lo que el vector de fuerzas generalizadas queda de la forma $z = [u_1, u_2, u_3, -T_L]^T$.

Las ecuaciones de Euler-Lagrange están dadas por

$$\frac{d}{dt} \left[\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}} \right] - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q} + \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial \dot{q}} = z
 \tag{2.10}$$

donde $q = [q_1, q_2, q_3, \theta]^T$ es el vector de cargas generalizadas y $\dot{q} = [i_1, i_2, i_3, \dot{\theta}]^T$ es el vector de velocidades.

Después de sustituir en las ecuaciones dadas por (2.10) el lagrangiano (2.9) se obtiene el modelo del SRM, quedando de la forma:

$$\psi_s f_j(\theta) e^{-i_j f_j(\theta)} \frac{di_j}{dt} + \nu_s e^{-i_j f_j(\theta)} \frac{\partial f_j(\theta)}{\partial \theta} \dot{\theta} i_j + r i_j = u_j \quad \text{con } j = 1, 2, 3 \quad (2.11)$$

para el subsistema eléctrico y

$$J\ddot{\theta} = T - T_L \quad (2.12)$$

para el subsistema mecánico. En esta ecuación T es el par generado de origen eléctrico total. J es la inercia y T_L es el par de carga. Debido a la suposición A.1. T se obtiene como

$$T(\theta, i_1, i_2, i_3) = \sum_{j=1}^3 T_j(\theta, i_j)$$

donde T_j es el par generado de origen eléctrico por fase, el cual es determinado por la derivada parcial de la co-energía magnética por fase con respecto a la posición angular (θ), i.e.

$$T_j(\theta, i_j) = \frac{\partial W'_j}{\partial \theta}, \quad j = 1, 2, 3 \quad (2.13)$$

si se sustituye (2.6) en (2.13), la expresión matemática para el par generado se obtiene como

$$T_j(\theta, i_j) = \frac{\partial}{\partial \theta} \left\{ \psi_s i_j + \frac{\nu_s}{f_j(\theta)} [e^{-i_j f_j(\theta)} - 1] \right\}$$

lo que da como resultado

$$T_j(\theta, i_j) = \frac{\psi_s}{f_j^2(\theta)} \frac{\partial f_j(\theta)}{\partial \theta} \{1 - (1 + i_j f_j(\theta)) e^{-i_j f_j(\theta)}\} \quad (2.14)$$

con $i_j \geq 0$ y $j = 1, 2, 3$.

De este modelo no lineal se pueden hacer algunas observaciones. El par generado es una función no lineal de i_j aún si el circuito magnético es considerado lineal. El hecho de que la característica de los enlaces de flujo sea periódica se observa que es gracias a la función periódica $f_j(\theta)$ (ec. (2.4)). El efecto de saturación se puede observar en la expresión del par (2.14) donde el término entre corchetes es acotado entre 0 y 1 para cualquier valor de corriente. También, de esta misma expresión, se observa que el signo de T_j está determinado únicamente por el signo de $\partial f_j / \partial \theta$, lo que indica que no existe generación de par si no hay variación de f_j con respecto a θ y que el signo del par generado depende del signo de este término, por lo que también se puede concluir que solo se requieren corrientes positivas para generar un par del signo que se desee.

Adicionalmente, una característica de este modelo que es fundamental para la obtención de los resultados que se presentan en esta tesis, es que si se define

$$D_j(\theta, i_j) = \frac{\partial \psi(\theta, i_j)}{\partial i_j} = \psi_s f_j(\theta) e^{-i_j f_j(\theta)} \quad (2.15)$$

y

$$C_j(\theta, i_j) = \psi_s e^{-i_j f_j(\theta)} \frac{\partial f_j(\theta)}{\partial \theta} \quad (2.16)$$

entonces la parte eléctrica del modelo puede escribirse de la siguiente forma

$$D_j(\theta, i_j) \frac{di_j}{dt} + C_j(\theta, i_j) \dot{\theta} i_j + r i_j = u_j \quad (2.17)$$

En la expresión anterior es importante observar que como $f_j(\theta) > 0$ e $i_j \geq 0$, el término de la ecuación (2.15) es positivo definido. Este hecho servirá para definir la función de Lyapunov que prueba las propiedades del controlador propuesto.

2.3.2 Modelo simplificado

En esta sección se abordará el modelo en el cual se consideran las simplificaciones de las características magnéticas de esta máquina.

Debido a la relación altamente no lineal entre los flujos y las corrientes en el modelo completo del SRM y con el fin de hacer este modelo más sencillo, se considera como práctica usual que el comportamiento no lineal de las inductancias pueda ser aproximado por su primera armónica, i.e. puede ser aproximado por un comportamiento cosenoidal. En este caso se obtiene una relación lineal entre flujos y corrientes dada por la ecuación

$$\psi_j(\theta, i_j) = L_j(\theta)i_j \quad (2.18)$$

donde

$$L_j(\theta) = l_0 - l_1 \cos \left[N_r \theta - (j - 1) \frac{2\pi}{3} \right] \quad (2.19)$$

son los dos primeros términos impares de la expansión en series de Fourier. Aquí, l_0 y l_1 son dos constantes positivas con $l_0 > l_1$ las cuales hacen esta expresión estrictamente positiva. En [6] se hace uso de esta misma expresión y se menciona que se ha comprobado que, usando esta simplificación, las curvas de flujo y par generadas con las ecuaciones (2.3) y (2.14) respectivamente, corresponden con las curvas experimentales obtenidas de mediciones estáticas con un error no mayor al 10% en las posiciones en las cuales el control está activo.

Bajo esta simplificación, la función de co-energía magnética queda de la forma

$$W'_m(i, \theta) = \frac{1}{2} i^T L(\theta) i \quad (2.20)$$

donde $L(\theta) = \text{diag} [L_1(\theta), L_2(\theta), L_3(\theta)]$ es la matriz de inductancias de estator.

El modelo de la máquina puede ser escrito como

$$L_j(\theta)\frac{di_j}{dt} + G_j(\theta)\dot{\theta}i_j + ri_j = u_j; \quad j = 1, 2, 3 \quad (2.21)$$

$$J\ddot{\theta} = T - T_L \quad (2.22)$$

donde

$$G_j(\theta) = \frac{\partial L_j(\theta)}{\partial \theta} = N_r l_1 \sin\left(N_r \theta - (j-1)\frac{2\pi}{3}\right)$$

y

$$T(\theta, i_1, i_2, i_3) = \sum_{j=1}^3 T_j(\theta, i_j) = \sum_{j=1}^3 \frac{1}{2} G_j(\theta) i_j^2 \quad (2.23)$$

Debe notarse aquí que, como en el modelo completo, el signo del par generado sólo está determinado por el término $G_j(\theta)$, i.e. la derivada parcial de la inductancia con respecto a la posición del rotor.

2.4 Conmutador electrónico

El diseño del conmutador electrónico es una de las partes fundamentales para el control de los motores de reluctancia conmutada ya que gran parte del buen desempeño del controlador implantado depende de la forma en que trabaje el conmutador.

Para generar las señales de conmutación en estos motores es necesario tener información de la posición del rotor, así que se hace necesario contar con un sensor para medir esta variable o implantar una técnica de estimación, i.e. una técnica que permita conocer en línea el valor de la posición del rotor sin necesidad de contar con un dispositivo físico que realice esta tarea.

En la literatura científica se han reportado trabajos enfocados al rubro de la conmutación en el SRM y se han propuesto innumerables estrategias para resolver este problema. Para este trabajo, el conmutador que se presenta está basado en ideas que se proponen en [6]

y tiene una formulación que sigue el *enfoque de par compartido*, con lo que se logra una conmutación suave de las corrientes de estator, lo que permite reducir, en gran parte, el rizo debido a la conmutación generado en las señales de par y de velocidad.

La formulación de este conmutador es la siguiente:

Dados dos conjuntos

$$\Theta_j^+ = \left\{ \theta : \frac{\partial f(\theta)}{\partial \theta} \geq 0 \right\} \quad \Theta_j^- = \left\{ \theta : \frac{\partial f(\theta)}{\partial \theta} < 0 \right\} \quad (2.24)$$

donde los superíndices + y - establecen que se requieren pares positivos y negativos respectivamente, si se eligen unas *funciones de distribución de par* cualesquiera $m_j^+(\theta)$ y $m_j^-(\theta)$ tales que

$$m_j^+(\theta) > 0 \quad \forall \theta \in \Theta_j^+ : \quad \sum_{j=1}^3 m_j^+(\theta) = 1 \quad \forall \theta \quad (2.25)$$

$$m_j^-(\theta) > 0 \quad \forall \theta \in \Theta_j^- : \quad \sum_{j=1}^3 m_j^-(\theta) = 1 \quad \forall \theta \quad (2.26)$$

Entonces, estas *funciones de distribución de par* pueden escalar cada fase del par con el fin de generar el par deseado total mediante la asignación de

$$m_j(\theta) = \begin{cases} m_j^+(\theta), & T_d \geq 0 \\ m_j^-(\theta), & T_d \leq 0 \end{cases} \quad (2.27)$$

donde T_d es el par deseado a ser generado.

Es necesario señalar que la estructura presentada para el conmutador electrónico tiene la ventaja de que permite al diseñador elegir libremente las *funciones de distribución de par*, siempre y cuando se satisfagan las condiciones dadas por (2.25) y (2.26). Esta característica es importante en el sentido de que este grado de libertad puede ser utilizado para solucionar problemas adicionales de optimización. Más aún, la relevancia de esta estructura es mayor en el contexto del control basado en pasividad, dado que permite desarrollar la herramienta que elimina el requerir de las propiedades de la transformación de Blondel-Park para el modelo de la máquina.

Capítulo 3

Control Basado en Pasividad

En este capítulo se hace referencia a la metodología de control con la que se diseñaron los controladores para el motor de reluctancia conmutada presentados en este trabajo de tesis. esto es, el Control Basado en Pasividad (PBC). Se hace una breve descripción de esta metodología y se asientan las bases que hacen posible su aplicación en la máquina bajo estudio. En la segunda sección se realiza la descomposición pasiva del motor, dividiéndolo en dos subsistemas pasivos, uno formado por la parte eléctrica de la máquina y el otro por la parte mecánica de la misma. En la tercera sección de este capítulo se presentan los controladores propuestos. en primer lugar se trata la metodología a seguir para diseñar el controlador y después se hace el diseño del mismo. La sección y el capítulo terminan con el controlador diseñado para el modelo simplificado de esta máquina.

3.1 Control Basado en Pasividad

Los sistemas pasivos son una clase de sistemas dinámicos en los cuales la energía intercambiada con el medio ambiente juega un papel central. En estos sistemas la tasa a la cual la energía fluye al sistema no es menor que el incremento en el almacenamiento. En otras palabras, un sistema pasivo no puede almacenar más energía de la que se le suministra desde el exterior, con la diferencia siendo la energía disipada.

Por la definición dada anteriormente se puede ver que la noción de pasividad se relaciona de forma inmediata con la física del sistema, en particular con sus propiedades de estabilidad. Por lo tanto, si se ve a una interconexión por retroalimentación como un proceso de intercambio de energía. no debe sorprender el hecho de que la pasividad es invariante ante una interconexión por retroalimentación negativa.

El término PBC fue introducido por primera vez (ver [18]) para definir una metodología de control cuyo fin es transformar el sistema en lazo cerrado pasivo. El PBC puede ser visto como una extensión de la técnica *moldeo de energía más inyección de amortiguamiento*, que fue introducida para resolver problemas de regulación por retro- alimentación de estados en sistemas robóticos completamente actuados propuesta en [17]. Para el *moldeo de energía* en particular se puede concentrar la atención en la energía potencial y en las funciones de disipación y proceder en dos etapas básicas. Primero, una etapa llamada *moldeo de energía* donde se modifica la energía potencial del sistema de tal forma que la nueva función de energía potencial tenga un mínimo único y global en el punto de equilibrio deseado. Segundo, una etapa de *inyección de amortiguamiento* donde se modifica la función de disipación para garantizar estabilidad asintótica.

Desde el punto de vista del PBC la etapa de *moldeo de energía* es similar al objetivo de *pasivización* con la función de almacenamiento deseada dada por la energía cinética original y la nueva energía potencial deseada. La inyección de amortiguamiento refuerza la propiedad de pasividad estricta a la salida. Finalmente, la estabilidad en el sentido de Lyapunov es consecuencia de la estabilidad entrada-salida del mapeo estrictamente pasivo a la salida si se satisface una condición de detectabilidad.

3.2 Descomposición pasiva del SRM

En esta sección se presentan las propiedades de pasividad del motor de reluctancia conmutada, las cuales hacen posible la aplicación del enfoque basado en pasividad para el diseño del controlador. En primera instancia se hace la descomposición pasiva del modelo completo del motor, demostrando esta proposición y en segundo término se hace la descomposición pasiva del modelo simplificado.

3.2.1 Descomposición del modelo completo

Proposición. El modelo completo de un motor trifásico de reluctancia conmutada, dado por

$$\psi_s f_j(\theta) e^{-i_j f_j(\theta)} \frac{di_j}{dt} + \psi_s e^{-i_j f_j(\theta)} \frac{\partial f_j(\theta)}{\partial \theta} \dot{\theta} i_j + r i_j = u_j \quad \text{con } j = 1, 2, 3 \quad (3.1)$$

$$J\ddot{\theta} = T - T_L \quad (3.2)$$

puede ser descompuesto como una interconexión por retroalimentación negativa de los dos sistemas pasivos siguientes:

$$\sum_e : \begin{bmatrix} u_j \\ -\dot{\theta} \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} i_j \\ T \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

$$\sum_m : (T_L - T) \rightarrow -\dot{\theta} \quad (3.4)$$

donde $u = [u_1, u_2, u_3]^T$ y $i = [i_1, i_2, i_3]^T$.

△△△

Demostración. La demostración se basa en la propiedad de los sistemas electromecánicos [20] la cual establece que la suma de las funciones de energía y co-energía magnéticas es igual al producto de los enlaces de flujo y las corrientes de devanado. En el caso del modelo bajo estudio se obtiene que, si la función de energía magnética está dada por la expresión

$$W_j(\theta, \psi_j) = \int_0^{\psi_j} i_j(\theta, \psi_j) d\psi_j \quad (3.5)$$

y haciendo uso de la expresión para la co-energía magnética

$$W'_j(\theta, i_j) = \int_0^{i_j} \psi_j(\theta, i_j) di_j \quad (3.6)$$

la suma queda expresada como

$$W_j(\theta, \psi) + W'_j(\theta, i_j) = \psi_j i_j \quad (3.7)$$

donde ψ_j es el enlace de flujo por fase. Esta última expresión puede ser rescribirse como:

$$W(\theta, \psi) = \psi^T i - W'(\theta, i) \quad (3.8)$$

si se sustituye el valor obtenido para la co-energía magnética (dado por la ecuación (2.6)) se obtiene

$$W_j(\theta, \psi_j) = \psi_j i_j - \psi_s i_j - \frac{\psi_s}{f_j(\theta)} [e^{-\psi_s f_j(\theta)} - 1] \quad (3.9)$$

cuya derivada con respecto al tiempo está dada por

$$\dot{W}_j(\theta, \dot{\theta}, \psi_j, \dot{\psi}_j) = i_j \frac{d\psi_j}{dt} - T_j(\theta, i_j) \dot{\theta} \quad (3.10)$$

Si se evalúa esta última expresión a lo largo de las trayectorias del subsistema eléctrico del modelo completo del SRM (2.11) se obtiene

$$\dot{W}_j(\theta, \dot{\theta}, \psi_j, \dot{\psi}_j) = -r i_j^2 + i_j u_j - T_j(\theta, i_j) \dot{\theta} \quad (3.11)$$

la cual, después de la integración en el tiempo y en concordancia con la definición de pasividad, prueba la primera parte de la proposición.

La segunda parte de esta proposición se demuestra de una forma muy similar considerando la función de co-energía cinética de la máquina la cual está dada por la ecuación (2.7), y que se repite aquí para facilidad de la presentación

$$\mathcal{K}'(\dot{\theta}) = \frac{1}{2} J \dot{\theta}^2 \quad (3.12)$$

La derivada con respecto al tiempo de esta ecuación es

$$\dot{\mathcal{K}}'(\dot{\theta}, \ddot{\theta}) = J \dot{\theta} \ddot{\theta} \quad (3.13)$$

la que, evaluada a lo largo de las trayectorias del sistema da como resultado

$$\dot{\mathcal{K}}'(\dot{\theta}) = -\dot{\theta}(T_L - T) \quad (3.14)$$

De nueva cuenta, la integración en el tiempo de esta expresión completa la demostración.

△△△

3.2.2 Descomposición del modelo simplificado

Para el modelo simplificado se hace un análisis similar al anterior para la obtención de las propiedades de pasividad.

Sean las funciones de co-energía magnética y co-energía cinética dadas por las ecuaciones (2.20) y (2.7) respectivamente, que se repiten aquí con fines prácticos

$$W'(\theta, i) = \frac{1}{2} i^T L(\theta) i; \quad \mathcal{K}'(\dot{\theta}) = \frac{1}{2} J \dot{\theta}^2 \quad (3.15)$$

si se calcula la derivada con respecto al tiempo de la primera ecuación se obtiene

$$\dot{W}' \left(\theta, \dot{\theta}, i, \frac{di}{dt} \right) = i^T L(\theta) \frac{di}{dt} + \frac{1}{2} i^T G(\theta) i \dot{\theta} \quad (3.16)$$

la cual, evaluada a lo largo de las trayectorias del subsistema eléctrico, da como resultado

$$\dot{W}' \left(\theta, \dot{\theta}, i, \frac{di}{dt} \right) = -\frac{1}{2} i^T G(\theta) i \dot{\theta} - i^T R i + i^T u \quad (3.17)$$

Considerando que para este caso $T = \frac{1}{2} i^T G(\theta) i$, después de la integración en el tiempo se muestran las propiedades de pasividad de este subsistema.

La pasividad del subsistema mecánico se demuestra mediante el mismo procedimiento que se usó para la demostración en el caso del modelo completo.

△△△

3.3 Diseño del controlador

Una vez que se ha mostrado que el SRM puede ser descompuesto en dos subsistemas pasivos interconectados por retroalimentación negativa, el problema de control puede ser resuelto siguiendo tres pasos:

1. Control del subsistema eléctrico. En este paso se diseña un controlador por retroalimentación de salida, i.e. solo se retroalimentan las corrientes de estator, de tal forma que el sistema en lazo cerrado formado por este controlador y el subsistema eléctrico sea pasivo. Con esto, invocando el principio de invarianza para la interconexión por retroalimentación negativa para los sistemas pasivos, el subsistema mecánico (que es pasivo) puede ser visto como una perturbación pasiva que no destruye las propiedades de pasividad (y por lo tanto las de estabilidad) del sistema completo.
2. Del seguimiento de corrientes al seguimiento de par. Una vez que el problema de control de seguimiento de corrientes ha sido resuelto, el segundo paso es determinar un comportamiento deseado de las corrientes de tal forma que sea compatible con las dinámicas del sistema, pero que al mismo tiempo genere una referencia prespecificada para el par generado. Este paso puede ser formulado en términos de la inversión del sistema en el sentido de que, para un determinado par deseado, el diseñador debe ser capaz de calcular un comportamiento de las corrientes que lo generen. Evidentemente, la definición de ese comportamiento de las corrientes debe ser complementado con la demostración de que la convergencia de corrientes implica la convergencia de par.
3. Control del subsistema mecánico. En este paso se define la estructura del par deseado que garantiza el control de las variables eléctricas. Esta definición involucra la retroalimentación de la velocidad o de la posición mecánicas, dependiendo de los objetivos de control, y debe ser realizado de tal forma que la estabilidad de todo el sistema completo de control pueda ser garantizada.

Es posible hacer dos observaciones con respecto a esta metodología de diseño del controlador:

- Note que los tres pasos anteriores son muy parecidos al control en cascada, ampliamente utilizado en la industria. Las principales diferencias entre el control propuesto en este trabajo y el control en cascada son que en lugar de utilizar los compensadores clásicos PI usados por el control en cascada, en el control basado en pasividad se usan controladores no lineales. Además, las propiedades de estabilidad del sistema en lazo cerrado, formado por el motor y el controlador propuesto, son establecidas formalmente.
- Sobre la inversión del sistema, problema impuesto en el segundo paso, es posible mencionar que este problema se resuelve en [15] para una clase de máquinas eléctricas inductivas, explotando las propiedades de la transformación de Blondel-Park. Como se mencionó anteriormente, el SRM no posee esta propiedad por lo

que el problema es resuelto, como se verá más adelante, siguiendo el *enfoque de par compartido*.

3.3.1 Control del modelo completo

En esta subsección se presenta el resultado principal de este trabajo, el control de par/velocidad/posición para el SRM. Cabe aclarar que solo se presenta el caso de control de velocidad, los casos de control de par y de posición se abordarán en las observaciones hechas más adelante.

Proposición. Considere el modelo completo del SRM dado por las expresiones (2.17), (2.12),(2.14), en lazo cerrado con la ley de control dada por

$$u_j = D_j(\theta, i_j) \frac{di_{jd}}{dt} + C_j(\theta, i_j) \dot{\theta} i_{jd} + R i_{jd} - K_{jv} (i_j - i_{jd}) \quad (3.18)$$

con $j = 1, 2, 3$, y donde D_j y C_j están definidas por las ecuaciones (2.15),(2.16) respectivamente y K_{jv} es tal que se garantiza

$$C_j(\theta, i_j) \dot{\theta} + r + K_{jv} \geq \epsilon, \quad \text{con } \epsilon > 0 \quad (3.19)$$

El comportamiento de las corrientes por fase i_{jd} se obtiene como la solución de

$$[1 + i_{jd} f_j(\theta)] e^{-i_{jd} f_j(\theta)} = 1 - \frac{f_j^2(\theta)}{\psi_s} \left[\frac{\partial f_j(\theta)}{\partial \theta} \right]^{-1} T_{jd}; \quad j = 1, 2, 3 \quad (3.20)$$

con el par generado por fase T_{jd} , relacionado con el par deseado T_d por medio de las funciones $m_j(\theta)$ como

$$T_{jd} = m_j(\theta) T_d; \quad j = 1, 2, 3 \quad (3.21)$$

El par deseado está relacionado, a su vez, con el error de velocidad $\dot{\tilde{\theta}} = \dot{\theta} - \dot{\theta}_d$ por

$$T_d(z) = J \ddot{\tilde{\theta}} - z + T_L(\theta, \dot{\theta}) \quad (3.22)$$

con el estado del controlador dado por

$$\dot{z} = -C_1 z + C_2 \dot{\theta}; \quad z(0) = z_0 \quad (3.23)$$

donde C_1 y C_2 son constantes positivas elegidas por el diseñador.

Bajo estas condiciones, se asegura convergencia asintótica del error de seguimiento de velocidad a cero, i.e. $\lim_{t \rightarrow \infty} \dot{\theta} = 0$, con todas las señales internas acotadas.

△△△

La Figura 3.1 muestra un diagrama esquemático de este controlador.

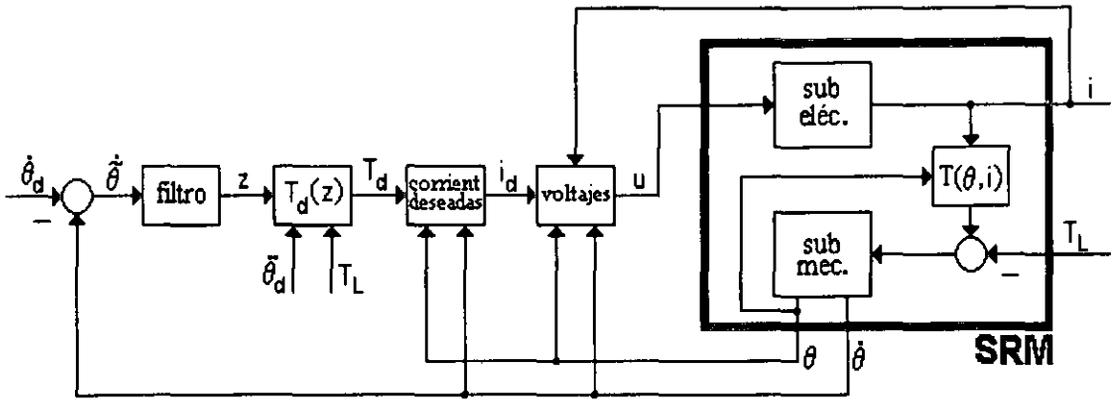


Figura 3.1: Esquema del controlador propuesto.

Demostración. Si se define el error de corrientes como $e = i - i_d$, el modelo dado por la ecuación (2.17) puede ser rescrito de forma equivalente como

$$D(\theta, i) \frac{de}{dt} + C(\theta, i) \dot{\theta} e + Re = \Phi \quad (3.24)$$

donde

$$\Phi = u - \left\{ D(\theta, i) \frac{di_d}{dt} + C(\theta, i) \dot{\theta} i_d + R i_d \right\} \quad (3.25)$$

Entonces, considerando el controlador propuesto dado por la expresión (3.18), la ecuación (3.24) toma la forma

$$D(\theta, i) \frac{de}{dt} + [C(\theta, i)\dot{\theta} + R + K_v] e = 0 \quad (3.26)$$

Dado que $D(\theta, i)$ es una matriz estrictamente definida positiva, como se mostró en el capítulo anterior, esta última expresión puede ser reescrita como

$$\frac{de}{dt} = -D^{-1}(\theta, i) [C(\theta, i)\dot{\theta} + R + K_v] e \quad (3.27)$$

la cual, debido a la estructura diagonal de las matrices, define un conjunto de tres ecuaciones diferenciales desacopladas lineales variantes en el tiempo, de la forma

$$\frac{de_j(t)}{dt} = -a_j(t)e_j(t); \quad j = 1, 2, 3 \quad (3.28)$$

una condición suficiente para demostrar convergencia exponencial del error de corrientes a cero es que $a_j(t) \geq \epsilon > 0$ para algún $\epsilon \in \mathfrak{R}^+$ lo cual se garantiza si se cumple con la desigualdad dada en la expresión (3.19). Esto se garantiza debido a que, si se propone la función de Lyapunov

$$V(e_j) = \frac{1}{2}e_j^2$$

la cual, si se deriva y se evalúa a lo largo de las trayectorias de (3.28) se obtiene

$$\dot{V} = e_j \dot{e}_j = -a_j(t)e_j^2$$

como $a_j(t) \geq \epsilon > 0$ entonces

$$\dot{V} \geq -\epsilon e_j^2$$

como \dot{V} es negativa definida y de acuerdo a los teoremas de Lyapunov se demuestra la convergencia exponencial del error de corrientes a cero. Bajo estas condiciones, el primer paso de la metodología del diseño basado en pasividad se garantiza.

Para demostrar que la convergencia de corrientes implica la convergencia del par, considérese la definición del par deseado por fase dada por

$$T_{jd}(\theta, i_{jd}) = \frac{\psi_s}{f_j^2(\theta)} \frac{\partial f_j(\theta)}{\partial \theta} \{1 - [1 + i_{jd} f_j(\theta)] e^{-i_{jd} f_j(\theta)}\} \quad (3.29)$$

Esta definición hace uso del valor de las corrientes deseadas i_{jd} dadas en (3.20). Si se escribe la diferencia entre esta variable y el par generado por fase como,

$$\begin{aligned} T_j - T_{jd} &= \frac{\psi_s}{f_j^2(\theta)} \frac{\partial f_j(\theta)}{\partial \theta} \{1 - [1 + i_j f_j(\theta)] e^{-i_j f_j(\theta)}\} \\ &\quad - \frac{\psi_s}{f_j^2(\theta)} \frac{\partial f_j(\theta)}{\partial \theta} \{1 - [1 + i_{jd} f_j(\theta)] e^{-i_{jd} f_j(\theta)}\} \end{aligned}$$

o bien como

$$\begin{aligned} T_j - T_d &= \frac{\psi_s}{f_j^2(\theta)} \frac{\partial f_j(\theta)}{\partial \theta} \{[1 - (1 + i_j f_j(\theta))] e^{-i_j f_j(\theta)} \\ &\quad - [1 - (1 + i_{jd} f_j(\theta))] e^{-i_{jd} f_j(\theta)}\} \end{aligned} \quad (3.30)$$

conduce, después de cálculos sencillos, a la expresión

$$T_j - T_{jd} = -\frac{\psi_s}{f_j^2(\theta)} \frac{\partial f_j(\theta)}{\partial \theta} e^{-i_{jd} f_j(\theta)} \{[1 + i_{jd} f_j(\theta)] (e^{-e f_j(\theta)} - 1) + e f_j(\theta) e^{-e f_j(\theta)}\} \quad (3.31)$$

Esta última relación muestra que si e tiende a cero implica la convergencia de par debido al hecho de que el término entre llaves de la expresión del lado derecho de la ecuación anterior tiende a cero.

El paso final de la demostración es mostrar que el error de velocidad también tiende a cero y que la estabilidad interna del sistema completo está garantizada. Esto se realiza si se considera la ecuación del error para el subsistema mecánico, la cual está dada por

$$J\ddot{\theta} = -z + T_e - T_d \quad (3.32)$$

Si esta ecuación se expresa, junto con (3.23), como

$$\begin{bmatrix} \ddot{\theta} \\ \dot{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{J} \\ C_2 & -C_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{J} \\ 0 \end{bmatrix} (T - T_d)$$

entonces se tiene una expresión de la forma

$$\dot{x} = Ax + B(T - T_d) \quad (3.33)$$

y donde se puede observar que la matriz A es Hurwitz para todos los valores positivos de C_1 y C_2 .

Por otro lado, si en la expresión del error de par (ec. (3.30)) se sustituye el error de corrientes ($e_j = i_j - i_{jd} \Rightarrow i_j = e_j + i_{jd}$), se obtiene

$$\begin{aligned} T_j - T_d &= \frac{\psi_s}{f_j^2(\theta)} \frac{\partial f_j(\theta)}{\partial \theta} \{ [1 - (1 + (e_j + i_{jd})f_j(\theta))] e^{-(e_j + i_{jd})f_j(\theta)} \\ &\quad - [1 - (1 + i_{jd}f_j(\theta))] e^{-i_{jd}f_j(\theta)} \} \end{aligned} \quad (3.34)$$

de donde se puede calcular

$$\begin{aligned} T_j - T_{jd} &= \frac{\psi_s}{f_j^2(\theta)} \frac{\partial f_j(\theta)}{\partial \theta} [1 - (1 + e_j f_j(\theta))] e^{-(e_j + i_{jd})f_j(\theta)} \\ &\quad + (e^{-e_j f_j(\theta)} - 1)(J\ddot{\theta} + T_L) - (e^{-e_j f_j(\theta)} - 1)z \end{aligned} \quad (3.35)$$

lo que, si se sustituye en (3.33), conduce a

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + \begin{bmatrix} 0 & 1 - e^{-e_j f_j(\theta)} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} x \\ &\quad + \begin{bmatrix} \frac{\psi_s}{f_j^2(\theta)} \frac{\partial f_j(\theta)}{\partial \theta} [1 - (1 + e_j f_j(\theta))] e^{-(e_j + i_{jd})f_j(\theta)} + (e^{-e_j f_j(\theta)} - 1)(J\ddot{\theta} + T_L) \\ 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.36)$$

Esta última expresión tiene la forma

$$\dot{x} = Ax + B(x)x + c(x) \quad (3.37)$$

Los términos $B(x)$ y $c(x)$ están acotados por

$$|B| \leq 1 + \|e^{-l_0 e}\|$$

y

$$|c| \leq \left| \frac{\psi_s l_1}{l_0^2} \right| \|1 - [1 + (l_0 + l_1)e]\| \|e^{-e l_0} e^{-i_{jd} l_0}\| + \|e^{-e l_0} - 1\| \|J\ddot{\theta}_d + T_L\|$$

Se puede observar que el sistema $\dot{x} = [A + B]x$ es exponencialmente estable, ya que B siempre es menor que $\frac{1}{j}$ y, dado que $\|c(t)\| \rightarrow 0$ cuando $t \rightarrow \infty$, se concluye que $x \rightarrow 0$, siempre y cuando i_{jd} y T_L permanezcan acotados [23].

△△△

Del controlador propuesto es interesante hacer algunas observaciones:

- K_v es diagonal dado que las ecuaciones diferenciales del modelo matemático están desacopladas.
- En términos generales, la matriz K_v puede depender de la posición del rotor θ , la velocidad del rotor $\dot{\theta}$ y de las corrientes de estator i . De hecho, en su forma más simple, esta matriz puede ser elegida como $K_v = C(\theta, i)\dot{\theta} + \bar{K}_v + \epsilon \mathcal{I}$ con $\bar{K}_v = \bar{K}_v^T > 0$.
- Nótese que en este planteamiento general no es posible dar una forma cerrada de la expresión para el comportamiento de las corrientes deseadas. En lugar de ello, se da una expresión implícita en la ecuación (3.20). Este problema puede atacarse desde dos puntos de vista diferentes: Dependiendo del grado de aproximación elegido para la inductancia no lineal $f_j(\theta)$, intentar encontrar una solución cerrada para el comportamiento de las corrientes deseadas o, debido al hecho de que la expresión dada por (3.20) es una ecuación trascendental, resolverla en línea mediante métodos numéricos. En la siguiente sección, se sigue el primer enfoque y se presenta una solución cerrada para el caso particular del modelo simplificado.
- Es interesante observar de este último punto, que encontrar una solución para la ecuación (3.20) no requiere que la máquina presente alguna propiedad de la transformación de Blondel–Park.

- Note que el controlador dado por la ecuación (3.18) necesita de la derivada con respecto al tiempo de la corriente deseada i_d lo cual (véase la ecuación (3.20)) implica que se requiere de la derivada con respecto al tiempo del par deseado T_d . Por lo tanto, si esta última variable depende de la velocidad del rotor, es necesario medir la aceleración del mismo. Este inconveniente es eliminado si se define, siguiendo la idea presentada en [16], el par deseado como en la ecuación (3.22), con la ventaja adicional de que la tasa de convergencia del error de velocidad a cero es independiente del amortiguamiento natural del sistema.
- En lo que respecta al control de par, debe notarse que este problema es resuelto cuando se ha garantizado lo establecido en el segundo paso de la metodología, i.e. cuando a partir de la convergencia de corrientes se demuestra la convergencia de par. Por otro lado, el problema de control de posición puede ser resuelto, siguiendo también el diseño de [16], si se modifica la expresión (3.22) de la siguiente forma

$$T_d(z) = J\ddot{\theta}_d - z - f\dot{\theta} + T_L(\theta, \dot{\theta}) \quad (3.38)$$

donde $f > 0$ es una constante y el error de posición está dado por $\tilde{\theta} = \theta - \theta_d$. La demostración para este caso es similar a la presentada enseguida para el caso de control de velocidad.

- La suposición de que el par de carga es una variable conocida sirve para simplificar la presentación. El resultado puede extenderse para el caso en que el par de carga sea estimado [18]. En este sentido, se puede considerar que el par de carga tiene la forma

$$T_L(\theta, \dot{\theta}) = [P_1 + P_2\dot{\theta}^2] \tanh\left(\frac{\dot{\theta}}{\varepsilon}\right)$$

donde $\varepsilon > 0$ es un parámetro de escalamiento y $P_1, P_2 \in \mathfrak{R}_{\geq 0}$. Esto es, una función desconocida pero que puede ser parametrizada en forma lineal de la siguiente forma

$$T_L(\theta, \dot{\theta}) = [P_1 \quad P_2] \begin{bmatrix} \tanh\left(\frac{\dot{\theta}}{\varepsilon}\right) \\ \dot{\theta}^2 \tanh\left(\frac{\dot{\theta}}{\varepsilon}\right) \end{bmatrix} \triangleq \Theta^T Y(\theta, \dot{\theta})$$

Este modelo del par de carga es suficientemente general para incluir la fricción mecánica y las cargas (e.g. de compresores o de bombas). El escalamiento de la

función \tanh es hecho para simular la función signo, reemplazando la discontinuidad en el modelo de la fricción por una curva de pendiente finita. Además, el tener T_L de esta forma garantiza que para cualquier par acotado T existe una $\hat{\theta}$ acotada. Aparte de esto, T_L no juega ningún otro papel en el problema de seguimiento de par y puede ser tratado como una perturbación externa en el problema de seguimiento de velocidad. Así, la ecuación (3.22) es reemplazada por

$$T_d = J\ddot{\theta}_d - z + \hat{T}_L$$

donde \hat{T}_L es el par de carga estimado, el cual está dado por

$$\hat{T}_L = \hat{\Theta}^T Y(\theta, \dot{\theta})$$

donde $\hat{\Theta}$ es el estimado en línea de Θ , el cual se define líneas adelante.

Del análisis anterior es posible observar que la demostración de convergencia de corrientes no se ve afectada por este cambio y que la ecuación (3.33) debe ser reemplazada por

$$\dot{x} = Ax + B(T - T_d + \tilde{T}_L)$$

donde $\tilde{T}_L \triangleq \hat{T}_L - T_L$. Este término aparece otra vez en la última parte de la prueba de convergencia de velocidad (ec. (3.37)) la cual se reemplaza por

$$\dot{x} = Ax + B\tilde{T}_L + B(t)x + c(t)$$

En vista de lo anterior, se puede observar que el problema se reduce a diseñar un estimador para un sistema LTI con todo el estado medible y con perturbaciones aditivas que decaen exponencialmente. Este problema se resuelve usando el estimador

$$\dot{\hat{\Theta}} = -\gamma x^T P B Y(\theta, \dot{\theta}), \quad \gamma > 0$$

con $P = P^T > 0$, que satisface $A^T P + P A < 0$.

3.3.2 Control del modelo simplificado

En esta sección, el controlador diseñado en la sección anterior se adecua para el caso particular del modelo simplificado del SRM.

Considere el modelo simplificado del SRM dado por las ecuaciones (2.21), (2.22) y (2.23), que se reescriben aquí para facilidad de lectura

$$L(\theta) \frac{di}{dt} + G(\theta) \dot{\theta} i + Ri = u \quad (3.39)$$

$$J\ddot{\theta} = T(\theta, i) - T_L(\theta, \dot{\theta}) \quad (3.40)$$

donde la matriz de inductancias está dada por

$$L(\theta) = \text{diag}\{L_1(\theta), L_2(\theta), L_3(\theta)\} \quad (3.41)$$

La matriz $G(\theta)$ tiene una estructura de la forma

$$G(\theta) = \text{diag}\{G_1(\theta), G_2(\theta), G_3(\theta)\} \quad (3.42)$$

y el par generado de origen eléctrico está dado por

$$T(\theta, i) = \frac{1}{2} i^T G(\theta) i \quad (3.43)$$

Dado que ya se han probado las propiedades de pasividad de este modelo, se procederá con la presentación del controlador.

Proposición. Considere el modelo simplificado del SRM junto con la ley de control (3.18) especializada para este caso, y que está dada por

$$u = L(\theta) \frac{di_d}{dt} + G(\theta) \dot{\theta} i_d + Ri_d - K_v e \quad (3.44)$$

donde cada entrada de la matriz de ganancia K_v debe cumplir con la siguiente desigualdad

$$N_r l_1 \sin \left(N_r \theta - (j-1) \frac{2\pi}{3} \right) \dot{\theta} + r + K_{jv} \geq \epsilon; \quad j = 1, 2, 3 \text{ y } \epsilon > 0 \quad (3.45)$$

Las corrientes deseadas tienen un comportamiento dado por

$$i_{jd} = \begin{cases} \sqrt{2m_j(\theta)T_d G_j^{-1}(\theta)} & \text{si } G_j(\theta) \neq 0 \\ 0 & \text{de otra forma} \end{cases} \quad (3.46)$$

El par deseado está relacionado con el error de velocidad, como en el caso del modelo completo, por

$$T_d(z) = J\ddot{\theta}_d - z + T_L(\theta, \dot{\theta}) \quad (3.47)$$

con

$$\dot{z} = -C_1 z + C_2 \ddot{\theta} \quad \text{con } z(0) = z_0 \quad (3.48)$$

Bajo estas condiciones, se asegura convergencia asintótica del error de seguimiento de velocidad a cero, con todas las señales internas acotadas.

△△△

Demostración. Si se define el error de corrientes como $e = i - i_d$, el subsistema eléctrico, en términos del error, puede ser escrito como

$$L(\theta) \frac{de}{dt} + G(\theta) \dot{\theta} e + R e = \Psi \quad (3.49)$$

donde Ψ queda definida como

$$\Psi = u - \left\{ L(\theta) \frac{di_d}{dt} + G(\theta) \dot{\theta} i_d + R i_d \right\} \quad (3.50)$$

Una función candidata de Lyapunov es

$$V_e = \frac{1}{2} e^T L(\theta) e \quad (3.51)$$

cuya derivada con respecto al tiempo es

$$\dot{V}_e = e^T L(\theta) \frac{de}{dt} + \frac{1}{2} e^T G(\theta) e \dot{\theta} \quad (3.52)$$

evaluando a lo largo de las trayectorias del sistema se obtiene

$$\dot{V}_e = -\frac{1}{2} e^T G(\theta) e \dot{\theta} - e^T R e + e^T \Psi \quad (3.53)$$

donde, si se sustituye el valor de Ψ y de u , se obtiene

$$\dot{V}_e = -e^T \left[\frac{1}{2} G(\theta) \dot{\theta} + R + K_v \right] e \quad (3.54)$$

Para que esta última expresión sea siempre negativa, basta con garantizar que el término entre paréntesis cumpla con

$$N_r l_1 \sin \left(N_r \theta - (j-1) \frac{2\pi}{3} \right) \dot{\theta} + r + K_{jv} > \epsilon; \quad j = 1, 2, 3 \quad (3.55)$$

la cual es obtenida considerando la estructura específica de las entradas de la matriz $G(\theta)$. Nótese que el término senoidal está siempre acotado, por lo que el requerimiento se satisface si $K_{jv} > N_r l_1 \left| \dot{\theta} \right|$. Por lo tanto, una definición apropiada de las ganancias es $K_{jv} = c_1 \left| \dot{\theta} \right| \mathcal{I}_3$, con $c_1 > N_r l_1$ e \mathcal{I}_3 denotando la matriz identidad.

La convergencia de par se demuestra si se considera para este caso la diferencia entre los pares generado y deseado, dada por

$$T_j - T_{jd} = \frac{1}{2} G_j(\theta) i_j^2 - \frac{1}{2} G_j(\theta) i_{jd} \quad (3.56)$$

donde, si se sustituye la expresión del error de corrientes, se obtiene

$$T_j - T_{jd} = \frac{1}{2} G_j(\theta) (e_j + i_{jd})^2 - \frac{1}{2} G_j(\theta) i_{jd} \quad (3.57)$$

ahora, si se considera que $\max_{\theta} G_j(\theta) = N_r l_1$ se obtiene

$$|T - T_d| \leq \frac{N_r l_1}{2} \|e\|^2 + N_r l_1 \|e\| \|i_d\| \quad (3.58)$$

En esta última expresión se puede observar que la convergencia de corrientes implica la convergencia de par, siempre y cuando el valor deseado de las corrientes i_d permanezca acotado.

Para obtener el comportamiento deseado de las corrientes se sigue el enfoque de par compartido, como en el caso del modelo completo. Para esto, nótese que el valor del par deseado es obtenido con la suma del par deseado por fase, de la forma

$$T_d = \frac{1}{2} G_1(\theta) i_{1d}^2 + \frac{1}{2} G_2(\theta) i_{2d}^2 + \frac{1}{2} G_3(\theta) i_{3d}^2 \quad (3.59)$$

Dado que se sigue el enfoque de par compartido, la expresión anterior debe coincidir con

$$T_d = m_1(\theta) T_d + m_2(\theta) T_d + m_3(\theta) T_d \quad (3.60)$$

Lo anterior permite obtener una forma cerrada para el valor de las corrientes deseadas

$$i_{jd} = \begin{cases} \sqrt{2m_j(\theta) T_d K_j^{-1}(\theta)} & \text{si } G_j(\theta) \neq 0 \\ 0 & \text{de otra forma} \end{cases} \quad (3.61)$$

Finalmente, la convergencia de velocidad se garantiza de la siguiente forma: si se escribe la ecuación mecánica en términos del error

$$J\ddot{\theta} = -z + T_e - T_d \quad (3.62)$$

junto con la ecuación (3.48) de la forma

$$\begin{bmatrix} \ddot{\theta} \\ \dot{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{J} \\ C_2 & -C_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{J} \\ 0 \end{bmatrix} (T - T_d) \quad (3.63)$$

la cual es una expresión de la forma

$$\dot{x} = Ax + B(T - T_d) \quad (3.64)$$

donde la matriz A es Hurwitz para todos los valores positivos de C_1 y C_2 .
 Por otro lado, si se considera el error de par como

$$T_{je} - T_{jd} = \frac{1}{2}G_j i_j^2 - \frac{1}{2}G_j i_{jd}^2 \quad (3.65)$$

entonces, sustituyendo (3.47) en (3.46) y después en (3.65), se obtiene

$$T_{je} - T_{jd} = \frac{1}{2}G_j i_j^2 - mJ\ddot{\theta}_d + mz - mT_L \quad (3.66)$$

puesto que el error de corrientes es $e = i_j - i_{jd} \Rightarrow i_j = e + i_{jd}$, en la expresión anterior se tiene

$$T_{je} - T_{jd} = \frac{1}{2}G_j e_j^2 + G_j e_j i_{jd} + \frac{1}{2}G_j i_{jd}^2 - mJ\ddot{\theta}_d + mz - mT_L \quad (3.67)$$

por lo que (3.63) puede escribirse como

$$\dot{x} = Ax + \begin{bmatrix} 0 & \frac{m}{J} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} \frac{1}{J} \left[\frac{1}{2}k_j e_j^2 + k_j e_j i_{jd} + \frac{1}{2}k_j i_{jd}^2 + m(-T_L - J\ddot{\theta}_d) \right] \\ 0 \end{bmatrix}$$

la cual es una expresión de la forma

$$\dot{x} = Ax + Bx + c$$

y en la cual es posible demostrar que

$$|B| \leq \left| \frac{1}{J} \right|$$

y

$$|c| \leq \left| \frac{l_1}{2J} \right| [\|e_j^2\| + 2\|e_j\|\|i_{jd}\|]$$

Se puede observar que el sistema $\dot{x} = [A + B]x$ es exponencialmente estable y, dado que $\|c(t)\| \rightarrow 0$ cuando $t \rightarrow \infty$, se concluye que $x \rightarrow 0$, siempre y cuando i_{jd} permanezca acotada [23].

△△△

Capítulo 4

Resultados de simulación

En este capítulo se muestran los resultados obtenidos en las simulaciones digitales realizadas para evaluar la efectividad del controlador propuesto. Como se mencionó anteriormente, solo se trabaja con el modelo simplificado por fines prácticos. En la primera sección se hace referencia a los parámetros del motor que se utilizaron y al software con el que se realizaron las simulaciones. En la segunda sección se habla de la forma en que se implantó el conmutador. Posteriormente, en las siguientes secciones, se muestran los resultados obtenidos para el control de par y para el control de velocidad.

4.1 Parámetros del SRM

El desempeño del esquema de control propuesto fue analizado mediante simulaciones digitales. Para realizarlas, se utilizó el modelo simplificado del motor con fines de simplicidad. Los parámetros considerados para el motor se obtuvieron de [5] y son: Número de polos de rotor, $N_r = 4$; parámetros de la inductancia, $l_0 = 30mH$ y $l_1 = 20mH$; resistencia de estator, $r = 5\Omega$; amortiguamiento, $J = 10^{-3}kgm^2$, el par de carga T_L se consideró conocido. Con el fin de mostrar las propiedades del controlador propuesto se supuso que el motor estaba en reposo inicialmente.

El software de simulación que se utilizó para realizar las simulaciones fue SIMNON en su versión 3.0. Simnon es un programa muy útil para resolver numericamente ecuaciones diferenciales y en diferencias y puede ser usado para simular sistemas dinámicos que están compuestos de varios subsistemas.

4.2 Implantación del conmutador

Para los trabajos de simulación el conmutador se desarrolló de la siguiente forma: En primer lugar se adecuó la señal de posición para poder trabajar mejor con ella. Para esto, se hizo que esta señal tuviera la forma de un diente de sierra, esto es, que cada 2π radianes regresara a cero la señal. Esto equivale físicamente al cruce por cero, donde este cero es el que se establece como punto de referencia. Así, cada que se presenta un giro completo la señal vuelve a cero, si el giro es en un sentido, y a 2π , si el giro es en sentido contrario. Si el giro no es completo la señal llega al valor de posición adecuado. También cabe mencionar que el sentido de giro es respetado ya que, si el giro es en un sentido, la pendiente de la curva va a ser positiva, mientras que si el giro es en sentido contrario, la pendiente de la curva va a ser negativa. Para ilustrar este proceso, se muestra en la Figura 4.1 una forma de onda de la posición de forma senoidal (la forma de onda más complicada a tratar en este proceso) y su respectiva modificación, que se utiliza en el conmutador.

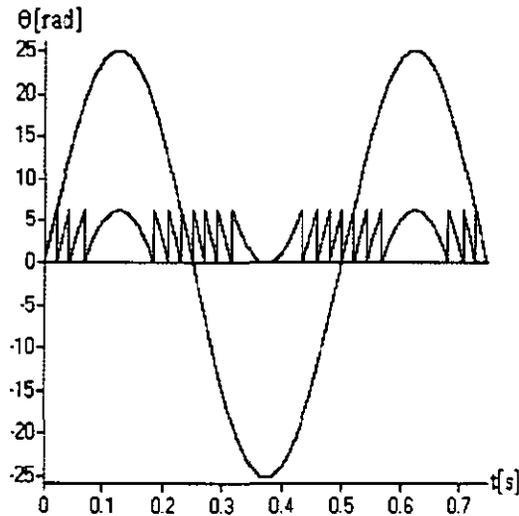


Figura 4.1: Adecuamiento de la señal de posición

Posteriormente se hace que la señal obtenida en el paso anterior cabie cada quince grados ($\frac{\pi}{12}$ rad), lo que permite utilizarla de mejor manera, ya que las conmutaciones entre cada una de las fases se da en valores de la posición múltiplos de quince grados. Después de este paso se generan la función polinomial y su respectiva derivada, las cuales van a permitir las transiciones suaves en las *funciones de distribución de par*. Las funciones polinomiales

que se propusieron son de la forma

$$f(x) = \frac{10}{x_m^3}h^3 - \frac{15}{x_m^4}h^4 + \frac{6}{x_m^5}h^5 \quad (4.1)$$

$$\frac{\partial f(x)}{\partial x} = \frac{30}{x_m^3}h^2 - \frac{60}{x_m^4}h^3 + \frac{30}{x_m^5}h^4 \quad (4.2)$$

donde $x_m = \frac{\pi}{12}$ y h es la señal de posición obtenida en el paso anterior.

El último paso para obtener las *funciones de distribución de par* es aplicar las funciones anteriores en los valores de posición adecuados, i.e. cada vez que se desee que se presente la *función de distribución de par* adecuada, lo primero que se debe hacer es aplicar la función $f(x)$, después se aplica un 1 y por último, cuando se desee que esta función decrezca, se aplica la función $1 - f(x)$. Para la derivada de estas funciones se procede de una manera similar. La Figura 4.2 muestra la forma en la que se presentan las *funciones de distribución de par*.

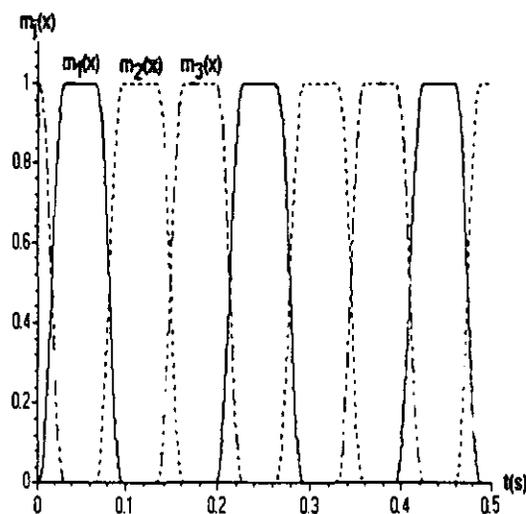


Figura 4.2: Funciones de distribución de par $m_j(\theta)$

Mediante esta metodología de trabajo se obtuvieron las funciones de distribución $m_j(\theta)$ que cumplen con las condiciones impuestas.

4.3 Control de par

La primera simulación que se realizó abordó el problema de seguimiento de par. Para realizar esta simulación se consideró, primeramente, que la referencia era una señal cosenoidal de la forma, $T_d = 2 \cos(\omega t)$ con una frecuencia $f = 2$, la ganancia eléctrica fue $k_v = 25$, el par de carga $T_L = 0$ y el paso de integración fue de 0.1 milisegundos.

La Figura 4.3 muestra el comportamiento del par generado de origen eléctrico y el par de referencia y la Figura 4.4 es un acercamiento de la gráfica anterior que muestra el comportamiento de estas señales en los primeros instantes de tiempo.

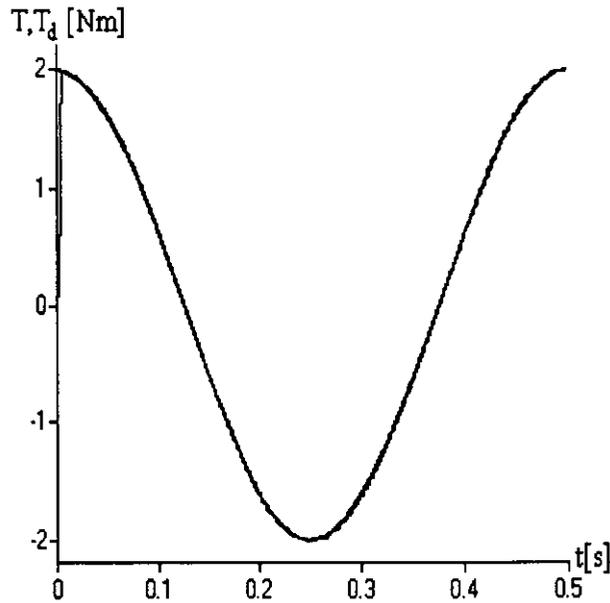


Figura 4.3: Forma de onda del par para una referencia $T_d = 2 \cos(4\pi t)$.

Con respecto a esta simulación se pueden hacer algunas observaciones: El tiempo en que la señal de par alcanza por primera vez a la señal de referencia es de 8 milisegundos, el tiempo en que esta señal queda dentro de un rango es de 15 milisegundos. La Figura (4.5) muestra el error de par y allí se puede observar que este error queda acotado en un rango de $[-0.02, 0.02]$. Las Figuras 4.6 y 4.7 muestran los comportamientos de las corrientes y de los esfuerzos de control respectivamente.

Siguiendo con el problema de seguimiento de par, se hizo una segunda simulación con la misma referencia, pero ahora se consideró un par de carga distinto de cero como una señal de perturbación que no contempla el controlador, $T_L = 0.5$. El resultado de esta simulación se presenta en la Figura 4.8 donde se muestran T y T_d . Aquí es posible observar

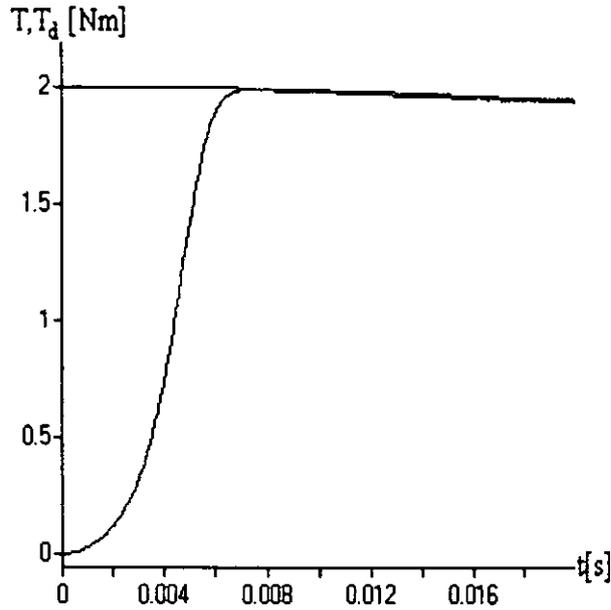


Figura 4.4: Acercamiento de la gráfica anterior.

que se presenta un rizo (aproximadamente del 3% en sus valores más grandes) que no se tenía cuando el motor se simuló sin carga. Esto pareció debido a que se consideró un par de carga y a errores numéricos en la simulación.

4.4 Control de velocidad

4.4.1 Seguimiento de velocidad

La segunda simulación que se realizó trató del problema de seguimiento de velocidad. Aquí, primeramente se utilizó una referencia de forma cosenoidal, para después considerar una referencia cuadrada.

La referencia cosenoidal fue de la forma $\dot{\theta}_d = 2 \cos(\omega t)$, la frecuencia $f = 2\text{Hz}$, el par de carga se consideró igual a cero, $T_L = 0$, la ganancia eléctrica fue $k_{vw} = 20$ y las ganancias del filtro $C_1 = 1300$ y $C_2 = 700$.

De esta simulación se obtuvieron las gráficas de las Figuras 4.9, donde se muestra la forma de onda de la velocidad y de la velocidad de referencia, 4.10 donde se presenta un acercamiento de la gráfica anterior para ver el comportamiento de esta señales en los

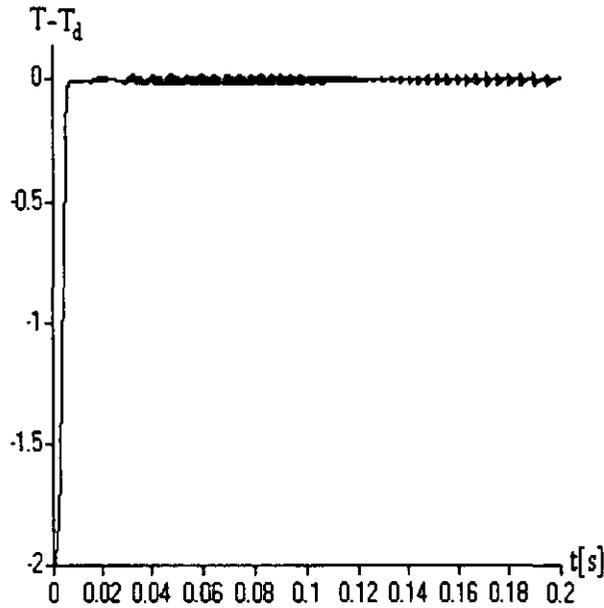


Figura 4.5: Error de par, para la primera simulación.

primeros instantes de tiempo y las Figuras 4.11 y 4.12 donde se presentan las corrientes y los esfuerzos de control respectivamente. De la observación de estas gráficas se puede hacer el siguiente análisis: El tiempo en que la curva de velocidad alcanza por primera vez a la referencia es de 7 milisegundos. el tiempo en que se alcanza el estado estable es de 15 milisegundos además de que se presenta un sobrepaso inicial (definido como el sobrepaso presentado después de que se ha alcanzado por primera vez la referencia) lo que da un error de 10%.

También, como en el caso del control de par, se hizo una simulación que presenta el caso cuando el par de carga es distinto de cero. cuando se presenta como una perturbación. Para esta simulación se consideró $T_L = 0.5$ y en las Figuras 4.13 y 4.14 se puede ver el comportamiento de la señal de velocidad y un acercamiento de la misma. Como se observa en las figuras anteriores, el sobrepaso aumenta de forma considerable (20%). Para esta simulación, el rizo en la forma de onda de la velocidad no aumentó en relación con la simulación anterior.

4.4.2 Regulación de velocidad

Para finalizar este capítulo se muestran los resultados obtenidos para el problema de regulación de velocidad cuando se aplica como señal de referencia una señal cuadrada

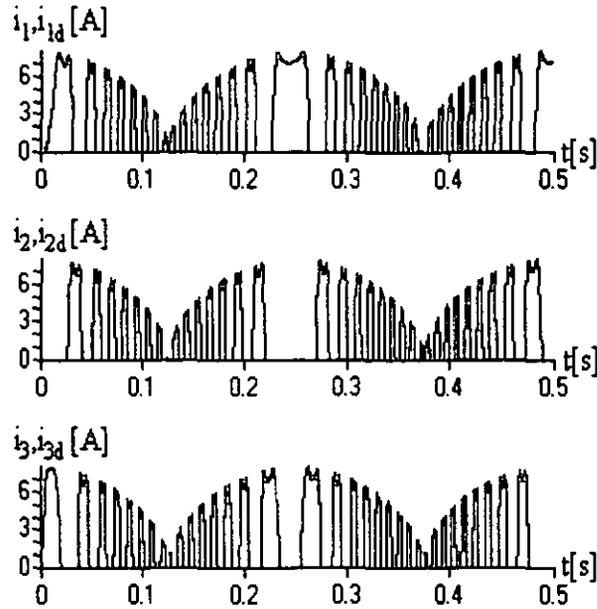


Figura 4.6: Forma de onda de las corrientes en el control de par.

de 25rad/s de amplitud. La Figura 4.15 muestra la forma de onda de la velocidad y de la velocidad deseada. La ganancia eléctrica tiene un valor de $k_{vv} = 5$, el valor de las ganancias del filtro son $C_1 = 1200$ y $C_2 = 90, 200, 500$. De esta gráfica se puede observar que, a medida de que se incremente el valor de C_2 , la forma de onda de la velocidad tiende más rápido al valor deseado, con la desventaja de que aparece un ligero sobrepaso. La gráfica 4.16 es un acercamiento de la gráfica anterior y se hace con el fin de observar mejor la manera en que la forma de onda de la velocidad crece en los primeros instantes de tiempo. Las gráficas 4.17 y 4.18 muestran el comportamiento de las variables eléctricas para esta simulación. En la primera se observa el comportamiento de las corrientes y en la otra se muestra el comportamiento de los esfuerzos de control.

De las simulaciones realizadas se puede concluir que el comportamiento de las señales de salida (par y velocidad) se ve modificado gracias a la sintonización de las ganancias eléctricas y mecánicas, en particular, para el seguimiento de velocidad gracias a la inyección de amortiguamiento dado por las ganancias C_1 y C_2 se mejora la respuesta en el transitorio. Se puede observar que el rizo presentado en estas señales no se elimina totalmente, pero permanece acotado por valores pequeños. También es posible observar de las gráficas de voltajes que se presentan picos que, aunque son acotados, son de magnitud considerable. Se realizaron simulaciones con el fin de observar si estos picos afectaban el desempeño del controlador, acotando con valores máximos de $\pm 125V$. De estas simulaciones se observó que el desempeño no fue afectado de forma considerable y

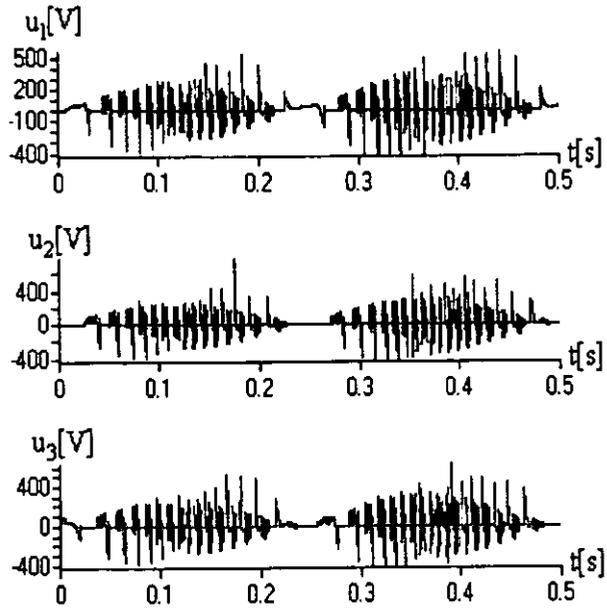


Figura 4.7: Forma de onda de los voltajes en el control de par

que el deterioro fue mínimo.

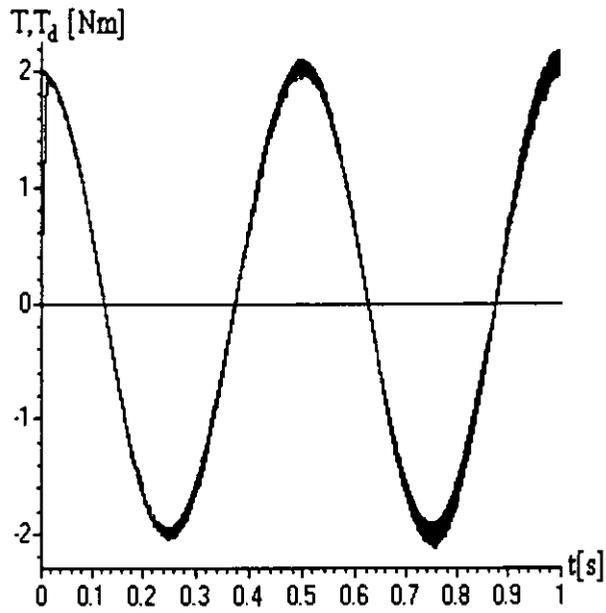


Figura 4.8: Forma de onda del par para $T_d = 2 \cos(4\pi t)$ y $T_L = 0.5$.

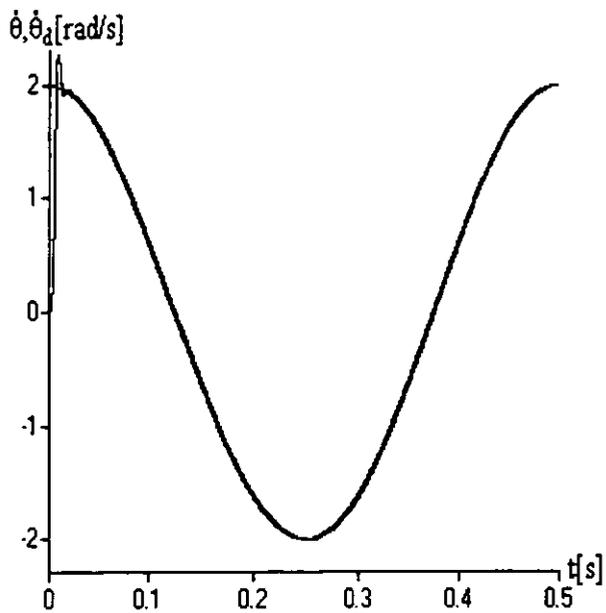


Figura 4.9: Forma de onda de la velocidad para $\dot{x}_d = 2 \cos(4\pi t)$.

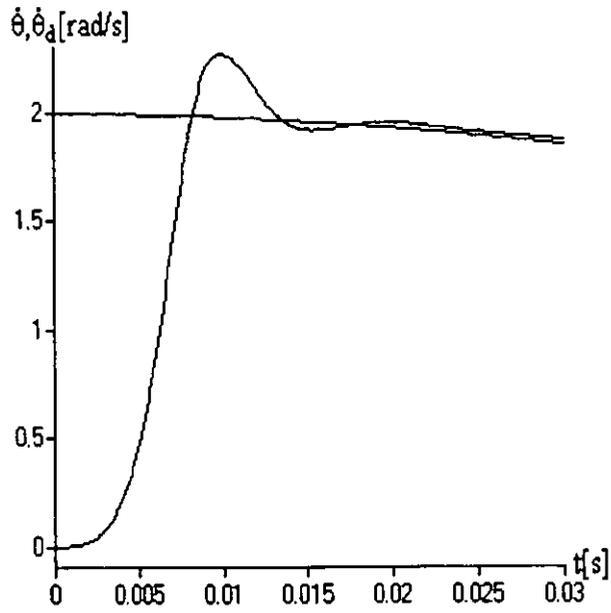


Figura 4.10: Acercamiento de la gráfica anterior.

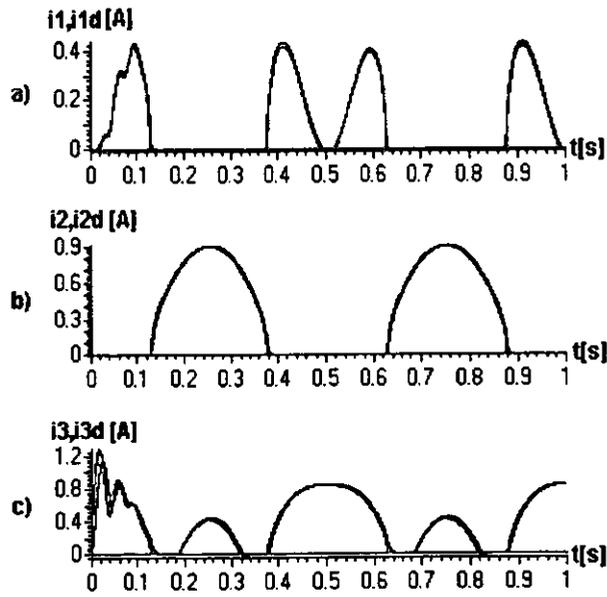


Figura 4.11: Forma de onda de las corrientes.

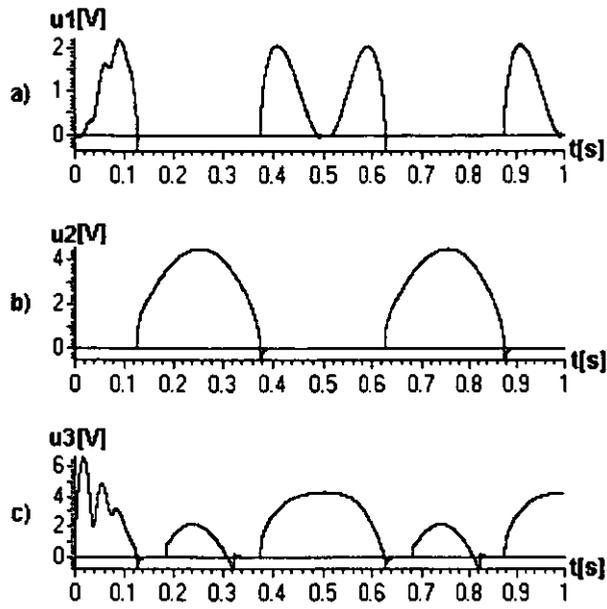


Figura 4.12: Forma de onda de los voltajes.

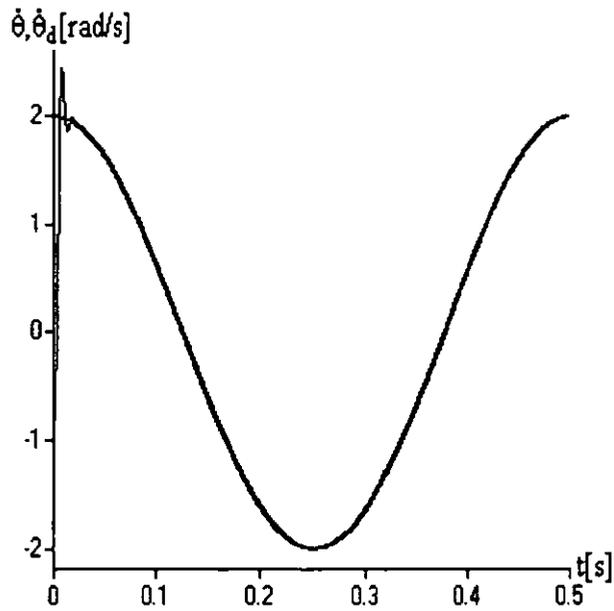


Figura 4.13: Forma de onda de la velocidad para $\dot{x}_d = 2 \cos(4\pi t)$ y $T_L = 0.5$.

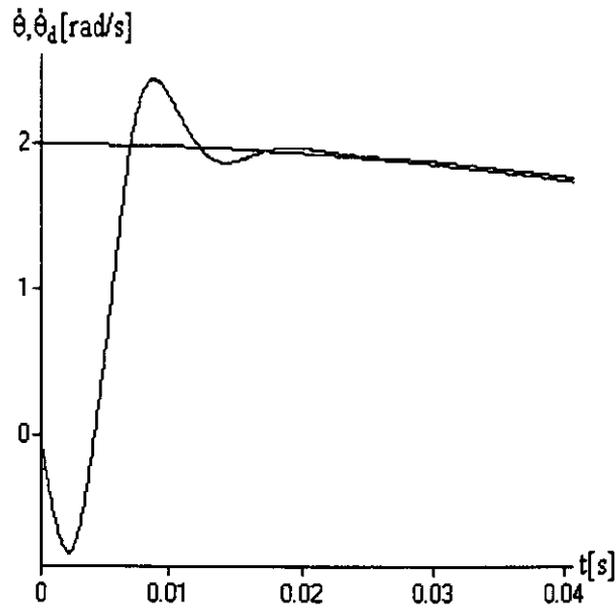


Figura 4.14: Acercamiento de la gráfica anterior.

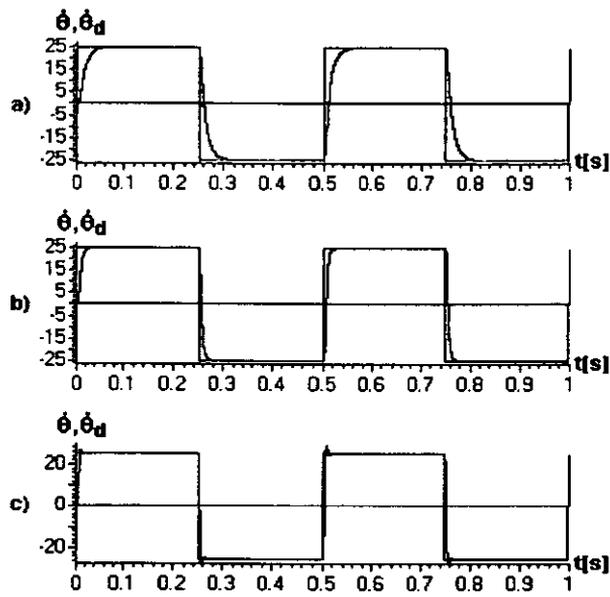


Figura 4.15: Forma de onda de $\dot{\theta}$ y $\dot{\theta}_d$ para una referencia cuadrada

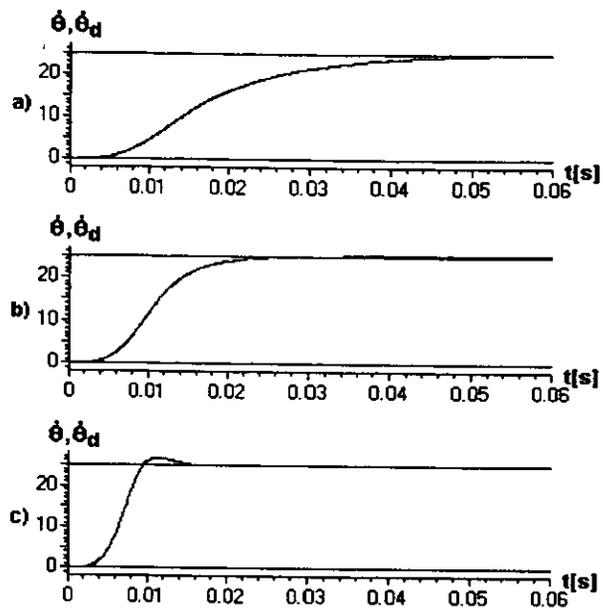


Figura 4.16: Acercamiento de la gráfica anterior

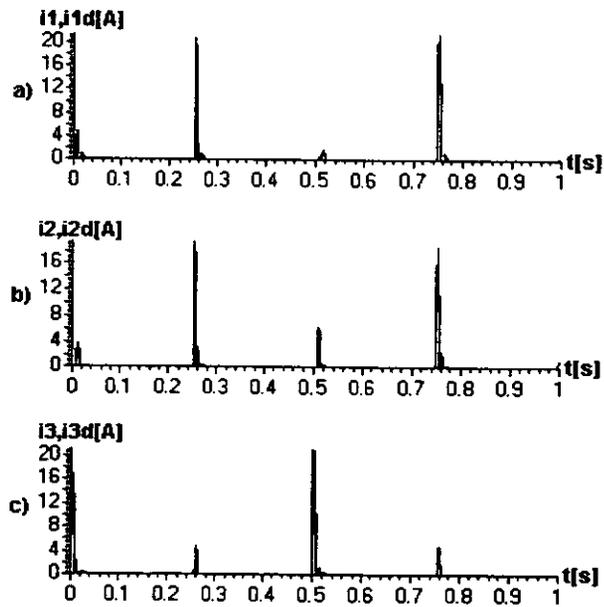


Figura 4.17: Forma de onda de las corrientes

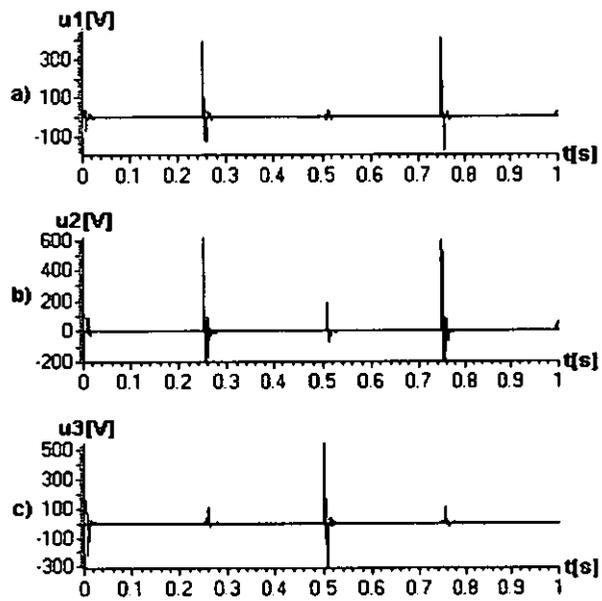


Figura 4.18: Forma de onda de los esfuerzos de control

Capítulo 5

Conclusiones

En el presente trabajo se abordó el problema de seguimiento de par/velocidad/posición para un motor de reluctancia conmutada. Primero se analizaron las características físicas básicas de esta máquina, con el fin de comprender su funcionamiento y poder aprovecharlas en el desarrollo del controlador. Inmediatamente después se obtuvo el modelo matemático de este motor empleando las ecuaciones de Euler-Lagrange. En este punto se obtuvieron dos modelos, uno que consideró las características no lineales que están relacionadas con el circuito magnético de la máquina y el otro que consideró una simplificación en estas características, haciendo que la relación entre el flujo y la corriente en los devanados de estator fuera lineal.

Posteriormente se hizo la descomposición pasiva del modelo matemático de esta máquina (para el modelo completo y el modelo simplificado), hecho que permite diseñar el controlador por medio del enfoque basado en pasividad. En este punto se demostró, de una manera sistemática, que los dos modelos matemáticos obtenidos podían descomponerse como una interconexión por retroalimentación negativa de dos subsistemas (uno eléctrico y el otro mecánico) pasivos.

Con el problema de la descomposición pasiva resuelto, se procedió a diseñar el controlador para el modelo del motor siguiendo el enfoque basado en pasividad. Esta metodología de diseño está dividida en tres pasos sistemáticos, los cuales son: diseñar un controlador para resolver el problema de control en el subsistema eléctrico, demostrando que el lazo cerrado entre este subsistema y el controlador diseñado sigue siendo un mapeo pasivo y considerando al subsistema mecánico como una perturbación pasiva; segundo, demostrar que la convergencia de corrientes implica la convergencia de par y obtener la forma de onda de las corrientes deseadas de tal forma que garanticen el par deseado y, tercero, diseñar un controlador para la parte mecánica, garantizando convergencia asintótica de

las variables mecánicas, como lo son la velocidad y la posición.

De la aplicación de esta metodología de diseño se logró obtener un controlador que garantiza la convergencia asintótica de las variables eléctricas y mecánicas, además de asegurar que las variables internas permanezcan acotadas para todo tiempo. Cabe mencionar que el controlador obtenido se adecuó al modelo simplificado de la máquina.

Para concluir el trabajo se realizaron simulaciones digitales con el fin de observar el desempeño del controlador propuesto. En estas simulaciones se utilizó el modelo simplificado del motor. Co base en los resultados de estas simulaciones se pudieron comprobar las bondades del control basado en pasividad. El controlador diseñado cumple con los objetivos de control, el rizo en la forma del onda del par y de la velocidad queda acotado a valores por debajo del 5%, y en algunos casos es eliminado. La aparición de este rizo es debido a errores numéricos y a la aplicación del par de carga. Todo esto independientemente de la señal de referencia que se aplique.

Es posible hacer algunas observaciones con respecto al trabajo presentado:

Con base en los resultados obtenidos, se puede observar que el enfoque basado en pasividad es una técnica de diseño que presenta buenos resultados, en parte debido a que considera las propiedades físicas de la máquina bajo estudio y a que no considera ninguna cancelación de no linealidades.

Otro punto que hay que considerar es el caso del conmutador electrónico. Como se mencionó en la primera parte de este trabajo, este conmutador es una parte fundamental en el diseño del controlador ya que es contemplado en la definición de los valores deseados para las variables eléctricas. Asimismo, es conveniente mencionar lo bondadoso que es el *enfoque de par compartido* ya que permite hacer caso omiso de la transformación de Blondel-Park (o una transformación equivalente) y obtener la definición de las corrientes deseadas, por lo que el resultado presentado en este trabajo es una extensión del resultado presentado en [15].

En cuanto a las contribuciones que presenta este trabajo, en primer lugar es conveniente mencionar que establece una nueva contribución en el campo dado que resuelve el problema de seguimiento de par/velocidad/posición explotando las propiedades de pasividad del SRM. La estrategia de control empleada solo se había utilizado en máquinas eléctricas que poseen las propiedades de la transformación de Blondel-Park. Debe señalarse que la estructura del controlador obtenido evoca de forma evidente el enfoque de control en cascada para máquinas eléctricas, tal como se explica en el capítulo 3. Por lo tanto, se puede identificar una segunda contribución en el sentido de que se presenta una justificación formal para esta práctica.

Una característica que es posible señalar del presente resultado, es que éste pertenece a la clase de esquemas de control que toman en cuenta los efectos de la saturación presentes en los devanados de estator. Aquí, usando el modelo de los flujos usados en [6], se deriva una estructura general del controlador donde la expresión para el comportamiento deseado de las corrientes es establecido implícitamente. La forma cerrada para tal expresión depende del grado de precisión elegido para aproximar la inductancia no lineal del sistema o, si se prefiere, el comportamiento de esas variables puede ser calculado en línea empleando métodos numéricos.

Con lo expuesto anteriormente, se abren las puertas para trabajos futuros interesados en la materia, como pueden ser el control de robots manipuladores directamente actuados (que tengan como actuador un motor de reluctancia conmutada) y el trabajar con otras máquinas que tampoco disfruten de las propiedades de la transformación mencionada. Otra labor que puede considerarse como trabajo futuro, ya que no se contó con el equipo necesario, es la aplicación de este resultado en tiempo real. i.e. utilizar un procesador digital de señales y un motor para comprobar los resultados obtenidos en las simulaciones aquí mostradas.

Apéndice A

Pasividad

La disipatividad es una propiedad fundamental de los sistemas físicos y está muy relacionada con el fenómeno de pérdida o disipación de energía. Algunos ejemplos típicos de sistemas disipativos son los circuitos eléctricos, en los cuales una parte de la energía eléctrica y de la energía mecánica es disipada como calor en los resistores. Un papel similar es mostrado por la fricción en los sistemas mecánicos. Para definir matemáticamente la propiedad de disipatividad se deben introducir dos funciones: la *tasa de suministro*, que es la tasa a la cual la energía fluye en el sistema, y la *función de almacenamiento de energía*, que mide la cantidad de energía que es almacenada en el sistema. Esas funciones se relacionan por medio de la desigualdad de disipación, la cual establece que, en las trayectorias a lo largo del tiempo de un sistema disipativo, la *tasa de suministro* no es menor que el incremento en lo almacenado. Esto expresa el hecho de que un sistema disipativo no puede almacenar más energía de la que le es suministrada desde el exterior, con la diferencia dada por la energía disipada.

Los sistemas pasivos son una clase de sistemas disipativos cuya *tasa de suministro* es simplemente el producto interno de la salida y la entrada ($u^T y$) y son caracterizados por la siguiente definición básica:

Definición. El sistema dinámico $\Sigma : u \rightarrow y$ con entrada $u \in R^m$, salida $y \in R^m$ y vector de estados $x \in R^n$ es pasivo si existe una función $\mathcal{H}(x) \geq 0 \in C^1$, $\mathcal{H}(0) = 0$, tal que, para toda $u \in L_{2e}^m$ y para todo $t \geq 0$ se cumple la siguiente desigualdad

$$\mathcal{H}(x(t)) - \mathcal{H}(x(0)) \leq \int_0^t u^T(\tau)y(\tau)d\tau \quad (\text{A.1})$$

Desde una perspectiva física, la importancia de esta definición estriba en el hecho de que, si $\mathcal{H}(x)$ es la *función de almacenamiento* de energía del sistema, establece que para los

sistemas pasivos el incremento en la energía almacenada durante el intervalo de tiempo $(0, t)$ no es más grande que la energía suministrada al sistema. Este hecho no es de sorprender si se están considerando sistemas dinámicos físicos. De cualquier manera, su trascendencia para propósitos de control es más clara si la desigualdad anterior es reescrita como

$$\dot{\mathcal{H}}(x(t)) \leq u^T(\tau)y(\tau) \quad (\text{A.2})$$

donde puede notarse que, si ahora $\mathcal{H}(x)$ es considerada una función de Lyapunov, entonces el sistema no forzado es estable (si y solo si Σ es *detectable de estado cero*, i.e. si $u = 0$ y $y = 0$ para todo $t \geq 0$ implica $\lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = 0$, esto debido al hecho de que $\mathcal{H}(x) \geq 0$ la mayoría de las veces), así como también la dinámica cero del sistema, i.e. el comportamiento dinámico obtenido si se considera $y = 0$. Más aún, estas propiedades se vuelven más relevantes si se considera a la interconexión por retroalimentación negativa de dos sistemas pasivos (Figura A.1) como un proceso de intercambio de energía, donde se cumple que la pasividad es invariante ante este tipo de interconexión, i.e. la interconexión sigue siendo pasiva. Para demostrar este hecho [22], nótese que dada la pasividad de Σ_1 y Σ_2 existen dos funciones de almacenamiento (una para cada sistema) $\mathcal{H}_1(x_1)$ y $\mathcal{H}_2(x_2)$ tal que

$$\mathcal{H}_i(x_i(T)) - \mathcal{H}_i(x_i(0)) \leq \int_0^T e_i^T y_i dt \quad \text{para } i = 1, 2 \quad (\text{A.3})$$

Definanse $x := (x_1, x_2)$ y $\mathcal{H}(x) = \mathcal{H}_1(x_1) + \mathcal{H}_2(x_2)$ donde se observa que $\mathcal{H}(x)$ es semi-definida positiva. Para esta interconexión se tiene

$$\mathcal{H}(x(T)) - \mathcal{H}(x(0)) \leq \int_0^T (e_1^T y_1 + e_2^T y_2) dt \quad (\text{A.4})$$

como $e_1 = u_1 - y_2$ y $e_2 = y_1 + u_2$ entonces

$$\begin{aligned} \mathcal{H}(x(T)) - \mathcal{H}(x(0)) &\leq \int_0^T (u_1^T y_1 + u_2^T y_2) dt \\ \mathcal{H}(x(T)) - \mathcal{H}(x(0)) &\leq \int_0^T u^T y dt \end{aligned} \quad (\text{A.5})$$

Lo que prueba que la interconexión por retroalimentación negativa es pasiva. Además, si todo el balance de energía es positivo, en el sentido de que la energía generada por un subsistema es disipada por el otro, el sistema en lazo cerrado también es estable.

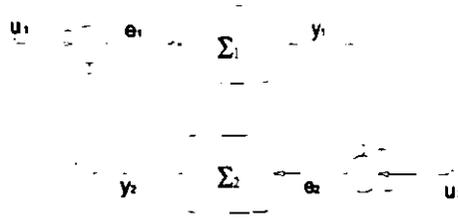


Figura A.1: Interconexión de dos sistemas pasivos

Para el caso particular de los sistemas electromecánicos (como es el caso del SRM) se puede demostrar que la propiedad de invarianza se cumple si se descompone al sistema en la interconexión de dos subsistemas, uno eléctrico y el otro mecánico, tal como se establece en la siguiente proposición.

Proposición. Dado el sistema Σ

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}}(q, \dot{q}) \right) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q}(q, \dot{q}) = Q \tag{A.6}$$

cuyo lagrangiano puede ser expresado como

$$\mathcal{L}(q, \dot{q}) \triangleq T(q, \dot{q}) - V(q) \tag{A.7}$$

donde $q \in \mathfrak{R}_n$ es el vector de coordenadas generalizadas y $Q \in \mathfrak{R}_n$ es el vector de fuerzas externas. Asuma que el Lagrangiano (A.7) puede ser descompuesto en la forma

$$\mathcal{L}(q, \dot{q}) = \mathcal{L}_e(q_e, \dot{q}_e, q_m) + \mathcal{L}_m(q_m, \dot{q}_m)$$

donde $q \triangleq [q_e^T, q_m^T]^T$ con $q_e \in \mathfrak{R}^{n_e}$ y $q_m \in \mathfrak{R}^{n_m}$. Entonces, el sistema Σ puede ser representado como la interconexión por retroalimentación negativa de dos subsistemas pasivos

$$\begin{aligned} \Sigma_e : \quad & \begin{bmatrix} Q_e \\ -\dot{q}_m \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} \dot{q}_e \\ \tau \end{bmatrix} \\ \Sigma_m : \quad & (\tau - Q_m) \rightarrow -\dot{q}_m \end{aligned}$$

con funciones de almacenamiento $\mathcal{L}_e(q_e, \dot{q}_e, q_m)$ y $\mathcal{L}_m(q_m, \dot{q}_m)$, respectivamente, donde

$$\tau \triangleq \frac{\partial \mathcal{L}_e}{\partial q_m}(q_e, \dot{q}_e, q_m)$$

es la señal de acoplamiento de los subsistemas, y $Q \triangleq [Q_e^T, Q_m^T]^T$ con $Q_e \in \mathfrak{R}^{n_e}$, $Q_m \in \mathfrak{R}^{n_m}$.

△△△

La demostración de esta proposición puede consultarse en [18].

Es conveniente mencionar que, a pesar de las características que presentan los sistemas pasivos, el problema de control para este tipo de sistemas no es trivial. Primero, porque la salida con respecto a la cual el sistema es pasivo podría no ser la señal que se quiere controlar, por ejemplo, en máquinas eléctricas podría ser la corriente que está relacionada de forma no lineal con el par, que es la salida que se desea controlar. Segundo, imponer un comportamiento deseado a la salida pasiva es solo el paso preliminar en el diseño del controlador, ya que además de ello se debe definir el esquema que nos lleve a este comportamiento deseado, como por ejemplo, definir las corrientes que generen el par deseado. En este paso el diseñador se enfrenta a las dinámicas no lineales del sistema, que pueden ser muy complejas o restrictivas.

Si se desea profundizar más en el tema se recomiendan [18], [19],[22].

Apéndice B

Listados

CONTINUOUS SYSTEM SRM

"Author Paul R. Maya Ortiz

STATE I1 I2 I3 x xp z em
DER dI1 dI2 dI3 dx dxp dz dem
TIME t

**** MODELO ***

dI1=(u1-R*I1-K1*I1*xp) . eL1
dI2=(u2-R*I2-K2*I2*xp) eL2
dI3=(u3-R*I3-K3*I3*xp) . eL3
dx=xp
dxp=(tao-taol-B*xp) /J

K1=Nr*L1*sin(Nr*x)
K2=Nr*L1*sin(Nr*x-2*pi /3)
k3=Nr*L1*sin(Nr*x-4*pi /3)

eL1=L0-L1*cos(Nr*x)
eL2=L0-L1*cos(Nr*x-2*pi /3)
eL3=L0-L1*cos(Nr*x-4*pi /3)

tao=(K1*I1*I1+K2*I2*I2+K3*I3*I3) /2

Nr:4
L0:0.030
L1:0.020
pi:3.1415926
R:5
J:0.001
taol:0
B:0

**** CONMUTADOR ***

xa=IF (x>0 AND xp>0) THEN x ELSE xa1
xa1=IF (x>0 AND xp<0) THEN x ELSE xa2
xa2=IF (x<0 AND xp<0) THEN x+2*pi ELSE xa3
xa3=IF (x<0 AND xp>0) THEN x+2*pi ELSE 0

k11=xa/(2*pi)
k22=k11-int(k11)
k33=(2*pi)*k22
k44=IF k33<0 THEN k33+2*pi ELSE k33

k55=k44/(pi/12)
k66=k55-int(k55)
h=(pi/12)*k66

base=n3*h3+n4*h4+n5*h5
basep=3*n3*h2+4*n4*h3+5*n5*h4

vf:1
xm=pi/12 " 15 grados
n3=10*vf/(xm*xm*xm)
n4=-15*vf/(xm*xm*xm*xm)

```

n5=6*vf/(xm*xm*xm*xr*xm)
h2=h*h
h3=h2*h
h4=h3*h
h5=h4*h

```

```

**** FUNCIONES m ***

```

```

ep:0.009

```

```

** Par positivo *

```

```

m1=IF (K1>0 AND taod>0) THEN P1 ELSE 0
P1=IF eL1<L0-L1+ep THEN base ELSE P2
P2=IF (eL1>L0-L1+ep AND eL1<L0+L1-ep) THEN 1 ELSE P3
P3=IF eL1>L0+L1-ep THEN 1-base ELSE 0

```

```

m2=IF (K2>0 AND taod>0) THEN Q1 ELSE 0
Q1=IF eL2<L0-L1+ep THEN base ELSE Q2
Q2=IF (eL2>L0-L1+ep AND eL2<L0+L1-ep) THEN 1 ELSE Q3
Q3=IF eL2>L0+L1-ep THEN 1-base ELSE 0

```

```

m3=IF (K3>0 AND taod>0) THEN S1 ELSE 0
S1=IF eL3<L0-L1+ep THEN base ELSE S2
S2=IF (eL3>L0-L1+ep AND eL3<L0+L1-ep) THEN 1 ELSE S3
S3=IF eL3>L0+L1-ep THEN 1-base ELSE 0

```

```

m=m1+m2+m3

```

```

m1p=IF (K1>0 AND taod>0) THEN P1p*xp ELSE 0
P1p=IF eL1<L0-L1+ep THEN basep ELSE P2p
P2p=IF (eL1>L0-L1+ep AND eL1<L0+L1-ep) THEN 0 ELSE P3p
P3p=IF eL1>L0+L1-ep THEN -basep ELSE 0

```

```

m2p=IF (K2>0 AND taod>0) THEN Q1p*xp ELSE 0
Q1p=IF eL2<L0-L1+ep THEN basep ELSE Q2p
Q2p=IF (eL2>L0-L1+ep AND eL2<L0+L1-ep) THEN 0 ELSE Q3p
Q3p=IF eL2>L0+L1-ep THEN -basep ELSE 0

```

```

m3p=IF (K3>0 AND taod>0) THEN S1p*xp ELSE 0
S1p=IF eL3<L0-L1+ep THEN basep ELSE S2p
S2p=IF (eL3>L0-L1+ep AND eL3<L0+L1-ep) THEN 0 ELSE S3p
S3p=IF eL3>L0+L1-ep THEN -basep ELSE 0

```

```

mp=m1p+m2p+m3p

```

```

** Par negativo *

```

```

m4=IF (K1<0 AND taod<0) THEN H7 ELSE 0
H7=IF eL1>L0+L1-ep THEN base ELSE H8
H8=IF (eL1>L0-L1+ep AND eL1<L0+L1-ep) THEN 1 ELSE H9
H9=IF eL1<L0-L1+ep THEN 1-base ELSE 0

```

```

m5=IF (K2<0 AND taod<0) THEN G1 ELSE 0
G1=IF eL2>L0+L1-ep THEN base ELSE G2
G2=IF (eL2>L0-L1+ep AND eL2<L0+L1-ep) THEN 1 ELSE G3
G3=IF eL2<L0-L1+ep THEN 1-base ELSE 0

```

```

m6=IF (K3<0 AND taod<0) THEN F1 ELSE 0
F1=IF eL3>L0+L1-ep THEN base ELSE F2
F2=IF (eL3>L0-L1+ep AND eL3<L0+L1-ep) THEN 1 ELSE F3
F3=IF eL3<L0-L1+ep THEN 1-base ELSE 0

```

m7=m4+m5+m6

m4p=IF (K1<0 AND taod<0) THEN H7p*xp ELSE 0
H7p=IF eL1>L0+L1-ep THEN basep ELSE H8p
H8p=IF (eL1>L0-L1+ep AND eL1<L0+L1-ep) THEN 0 ELSE H9p
H9p=IF eL1<L0-L1+ep THEN -basep ELSE 0

m5p=IF (K2<0 AND taod<0) THEN G1p*xp ELSE 0
G1p=IF eL2>L0+L1-ep THEN basep ELSE G2p
G2p=IF (eL2>L0-L1+ep AND eL2<L0+L1-ep) THEN 0 ELSE G3p
G3p=IF eL2<L0-L1+ep THEN -basep ELSE 0

m6p=IF (K3<0 AND taod<0) THEN F1p*xp ELSE 0
F1p=IF eL3>L0+L1-ep THEN basep ELSE F2p
F2p=IF (eL3>L0-L1+ep AND eL3<L0+L1-ep) THEN 0 ELSE F3p
F3p=IF eL3<L0-L1+ep THEN -basep ELSE 0

m7p=m4p+m5p+m6p

*** CORRIENTES DESEADAS ***

i1d=IF K1>0 THEN i11d ELSE i44d
i11d=IF (K1>0 AND taod>0) THEN sqrt(2*m1*taod/K1) ELSE 0
i44d=IF (K1<0 AND taod<0) THEN sqrt(2*m4*taod/K1) ELSE 0

i2d=IF K2>0 THEN i22d ELSE i55d
i22d=IF (K2>0 AND taod>0) THEN sqrt(2*m2*taod/K2) ELSE 0
i55d=IF (K2<0 AND taod<0) THEN sqrt(2*m5*taod/K2) ELSE 0

i3d=IF K3>0 THEN i33d ELSE i66d
i33d=IF (K3>0 AND taod>0) THEN sqrt(2*m3*taod/K3) ELSE 0
i66d=IF (K3<0 AND taod<0) THEN sqrt(2*m6*taod/K3) ELSE 0

* control de velocidad *

taod=J*xpd-z+taol

dz=-C1*z+C2*dem

dem=xp-xpd

C1:1300

C2:700

f:2

"xpd:5

"xpd=25*sqw(2*t)

xpd=2*cos(2*pi*f*t)

*** LEY DE CONTROL ***

Kv=kvv*abs(xp)

kvv:20

e1=I1-i1d

e2=I2-i2d

e3=I3-i3d

e=tao-taod

```

u1=eL1*i1dp+K1*xp*i1d+R*i1d-Kv*e1
i1dp=IF (K1>0 AND taod>0) THEN i11dp ELSE i44dp
i11dp=if (K1*m1>0 AND taod>0) then i1d*(K1*m1p-K1p*m1)/(L*K1*m1) else 0
i44dp=if (K1*m4<0 AND taod<0) then i1d*(K1*m4p-K1p*m4)/(L*K1*m4) else 0
K1p=Nr*Nr*L1*cos(Nr*x)

```

```

u2=eL2*i2dp+K2*xp*i2d+R*i2d-Kv*e2
i2dp=IF (K2>0 AND taod>0) THEN i22dp ELSE i55dp
i22dp=if (K2*m2>0 AND taod>0) then i2d*(K2*m2p-K2p*m2)/(L*K2*m2) else 0
i55dp=if (K2*m5<0 AND taod<0) then i2d*(K2*m5p-K2p*m5)/(L*K2*m5) else 0
K2p=Nr*Nr*L1*cos(Nr*x-2*pi/3)

```

```

u3=eL3*i3dp+K3*xp*i3d+R*i3d-Kv*e3
i3dp=IF (K3>0 AND taod>0) THEN i33dp ELSE i66dp
i33dp=if (K3*m3>0 AND taod>0) then i3d*(K3*m3p-K3p*m3)/(L*K3*m3) else 0
i66dp=if (K3*m6<0 AND taod<0) then i3d*(K3*m6p-K3p*m6)/(L*K3*m6) else 0
K3p=Nr*Nr*L1*cos(Nr*x-4*pi/3)

```

END

Bibliografía

- [1] F. Filicori, C.G. Lo Bianco and A. Tonielli "Modeling and Control Strategies for a Variable Reluctance Direct-Drive Motor", *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, Vol. 40, No. 1, pp. 105-115, 1993.
- [2] C.A. Jacobson, A.M. Stanković, G. Tadmor and Z. Čorić "A Family of Robust Control Strategies for Switched Reluctance Motors", *Proc. of 1995 International Conference on Power Electronics and Drive Systems*, Vol. 1, pp. 192-197, 1995.
- [3] H. Yang, S.K. Panda and Y.C. Liang "Sliding Mode Control for Switched Reluctance Motors: An Experimental Investigation", *Proc. of 22nd IEEE IECON*, Vol. 1, pp. 96-101, 1996.
- [4] S.K. Panda and P.K. Dash "Application of Nonlinear Control to Switched Reluctance Motors: a Feedback Linearisation Approach", *IEE Proc. of Electric Power Applications*, Vol. 143 5, pp. 371-379, 1996.
- [5] D.G. Taylor, "Pulse-Width Modulated Control of Electromechanical Systems", *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. AC-37, No. 4, pp. 524-528, 1992.
- [6] M. Ilic-Spong, R. Marino, S. Peresada and D.G. Taylor, "Feedback Linearizing Control of Switched Reluctance Motors", *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. AC-32, No. 5, pp. 371-379, 1987.
- [7] I. Ađirman, A.M. Stanković and G. Tadmor "Observer-Based Adaptive Torque-Ripple Minimization in Switched Reluctance Machines using Backstepping", *Proc. of 30th Annual IEEE PESC 99*, Vol. 2, pp. 820-825, 1999.
- [8] R.S. Wallace and D.G. Taylor "A Balanced Commutator for Switched Reluctance Motors to Reduce Torque Ripple", *IEEE Transactions on Power Electronics*, Vol. 7, No. 4, pp. 617-626, 1992.

BIBLIOGRAFÍA

- [9] A.M. Stanković, G. Tadmor, Z.J. Čorić and I. Ađirman "On Torque Ripple Reduction in Current-Fed Switched Reluctance Motors", *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, Vo. 46. No. 1, pp. 177-183, 1999.
- [10] G.S. Buja and M.I. Valla, "Control Characteristics of the SRM Drives-Part I: Operation in the Linear Region", *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, Vol. IE-38, No. 5, pp. 313-321, 1991.
- [11] G.S. Buja and M.I. Valla, "Control Characteristics of the SRM Drives-Part II: Operation in the Saturated Region", *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, Vol. IE-41, No. 3, pp. 316-325, 1994.
- [12] J.J. Carroll, D.M. Dawson and P. Vedagarbha "Experimental Verification of Adaptive and Robust Trajectory Tracking Controllers for Switched Reluctance Motors", *Proc. of the 33rd IEEE CDC*, 1994.
- [13] P. Vedagarbha, D.M. Dawson and W. Rhodes "An Adaptive Controller for a General Class of Switched Reluctance Motor Models", *Automatica*, Vol. 33, No. 9, pp. 1647-1655, 1997.
- [14] S.A. Bortoff, R.R. Kohan and R. Milman "Adaptive Control of Variable Reluctance Motors: A Spline Function Approach", *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, Vol. 45, No. 3, pp. 433-444, 1998.
- [15] P.J. Nicklasson, R. Ortega and G. Espinosa-Pérez "Passivity-based Control Of a class of Blondel-Park transformable electric machines" *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. AC-42, No.5, 1997.
- [16] R. Ortega, P.J. Nicklasson and G. Espinosa-Pérez "On Speed Control of Induction Motors" *AUTOMATICA*, Vol.32, No.3, pp. 455-460, 1996.
- [17] M. Takegaki and S. Arimoto "A new feedback method for dynamic control of manipulators" *Trans. ASME, J. Dyn. Systems, Meas. Control*, 103, pp. 119-125, 1981.
- [18] R. Ortega, A. Loria, P.J. Nicklasson and H. Sira-Ramírez "Passivity-based Control of Euler-Lagrange Systems", *Springer Verlag* 1998.
- [19] C.A. Desoer and M. Vidyasagar "Feedback Systems: Input-Output Properties" *Academic Press* 1975.
- [20] J. Meisel "Principles of Electromechanical-energy conversion" *McGraw Hill* 1966.
- [21] A. Isidori "Nonlinear Control Systems" *Springer Verlag* 1989.

BIBLIOGRAFÍA

- [22] R. Sepulchre, M. Janković and P. Kokotović “Constructive Nonlinear Control” *Springer Verlag*, 1997.
- [23] H. K. Khalil “Nonlinear Systems” *Prentice Hall* 1996.