

13



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE INGENIERÍA

MODELADO Y OPTIMIZACIÓN DE UN AMORTIGUADOR PASIVO PARA UN SISTEMA PENDULAR

288279

TESIS PROFESIONAL

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:

INGENIERO MECÁNICO
ÁREA MECATRÓNICA

PRESENTA:

FERNANDO RANGEL HUERTA

Director de tesis:

Dr. Jaime Moreno Pérez

Codirector de tesis:

Dra. Cristina Verde Rodarte



CIUDAD UNIVERSITARIA, MÉXICO, D.F.

200



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

Dedicatoria

Dedico principalmente este trabajo a mis padres, Virginia y Fernando cuya paciencia, apoyo, comprensión y amor incondicional hacia mis dos hermanos y yo han logrado hacernos hombres honestos, honrados y deseosos de sobresalir con ayuda de nuestros estudios.

También dedico mi tesis a Carlos y Diego, mis dos hermanos, como motivación para deseen aprender más y superarse día con día, siempre buscando la mejora continua en sus vidas.

Hago una dedicatoria especial para el amor de mi vida, Mireya, a quien admiro como persona y profesional ... te adoro y amo con locura.

Finalmente, dedico mi trabajo a mis amigos y compañeros de la Facultad de Ingeniería de la UNAM y en forma especial, a los miembros de la Coordinación de Automatización del Instituto de Ingeniería: Edmundo (un gran amigo y profesional), Oscar, René, Luis, Sandra, Octavio, Gerardo, Omar, Paul, Fausto, Bernardo, Alejandro, Laura, Iris, Rolando C., Esau V., Luis A. y demás miembros, que si no menciono, es por que de momento no los recuerdo, pero ello no los hace menos importantes.

Agradecimientos

A la Universidad Nacional Autónoma de México, por acogerme dentro de sus aulas y brindarme la oportunidad de formarme académicamente.

Al Instituto de Ingeniería, por haberme otorgado la oportunidad de realizar el servicio social y la tesis profesional de licenciatura.

A la Coordinación de Automatización del I. I., al proporcionarme la información teórica e instalaciones suficientes en todo este tiempo.

A Edmundo Gabriel Rocha, por haberme apoyado tanto durante mi estancia en el Instituto de Ingeniería.

A Cristina Verde y Jaime Moreno por su paciencia, amplios conocimientos y consejo durante la escritura de esta tesis.

Índice

Introducción	1
1 Modelo del sistema pendular	4
1.1 Descripción general del modelo	4
1.2 Método de Lagrange	6
1.3 Aplicación del método de Lagrange al sistema pendular	12
1.3.1 Energía cinética del sistema pendular	12
1.3.2 Energía potencial del sistema pendular	13
1.3.3 Fuerzas disipativas del sistema	14
1.3.4 Fuerzas generalizadas del sistema	14
1.4 Ecuaciones de movimiento	16
1.5 Normalización del modelo	18
1.5.1 Descripción del modelo no lineal en variables de estado	20
1.5.2 Linealización del sistema	23
1.5.3 Función de transferencia del sistema	28
2 Diseño del amortiguador	35
2.1 Optimización del amortiguador para el sistema pendular	35
2.1.1 Concepto de ganancia H_x	37
2.1.2 Solución numérica del problema usando Matlab	37
2.2 Resultados de la optimización numérica	41
2.2.1 El Caso de la Posición	41
2.2.2 El Caso de la Aceleración	49
2.2.3 Comparación de resultados óptimos entre los casos de Posición y Aceleración para el sistema pendular	55
2.3 Comentarios sobre los resultados	61
3 Validación en simulación del amortiguador	63
3.1 Modelo normalizado no lineal del sistema	63
3.2 Validación de los resultados	65
3.2.1 Beneficios del amortiguador	66
3.3 Discusión de resultados	77

4 Conclusiones	79
A Parámetros empleados	82
A.1 Parámetros del sistema péndulo-amortiguador	82
B Listado de programas en Matlab y bloques de funciones en simulink	86
B.1 Programas en matlab	86
B.2 Bloques de funciones en programas de simulink	104
C Propuesta de diseño	109
Bibliografía	117

Introducción

La mayor parte de las vibraciones mecánicas encontradas en aplicaciones de ingeniería mecánica pueden representarse con un movimiento armónico simple y muchas otras, aunque de un tipo diferente, pueden aproximarse a dicho movimiento armónico simple siempre que su amplitud permanezca constante. Un ejemplo típico de esto es un péndulo simple, que consiste en una plomada de masa m unida a una cuerda de longitud L que puede oscilar en un plano vertical, donde se aprecia que en un tiempo dado t , la cuerda forma un ángulo determinado con la vertical cuando se le excita con una fuerza. Plasmando esto en una aplicación práctica, se considera el caso de un teleférico, donde es posible notar el efecto explicado anteriormente. El contar con un equipo de esta naturaleza para usos de transporte ha generado la necesidad de minimizar las oscilaciones del teleférico por razones de comodidad y seguridad para los ocupantes. Esta minimización también se puede reflejar en una notable disminución de los esfuerzos a los que estén sometidos los elementos mecánicos que componen el sistema.

Este es el motivo de la realización del presente trabajo: la implantación de un amortiguador pasivo en un teleférico, es decir, adicionar al péndulo (cuyas dimensiones están dadas) una estructura adicional amortiguadora para atenuar las oscilaciones producidas por excitaciones externas. Una alta efectividad en el amortiguador depende del valor que tomen sus parámetros físicos, tales como peso, localización de sus componentes, etc. Una alternativa para determinar el mejor conjunto de parámetros requiere del modelado matemático por medio de la dinámica del sistema, así como el uso de técnicas de control y optimación.

El caracter pasivo en la estructura amortiguadora se debe a que su funcionamiento no requiere de un suministro externo de energía, sino que dicho funcionamiento será producto del movimiento oscilatorio de la góndola y de la gravedad, el que provocará el movimiento de la masa de contrapeso que se desliza en el riel y que es controlada por el amortiguador y el resorte, los cuales son elementos dicha estructura. El amortiguador activo es aquel que si requiere de un suministro externo de energía, esta clase de absorbedor no será tratada en el presente trabajo.



Figura A: Sistema teleférico con estructura amortiguadora

Como se muestra en la figura A, el sistema consta de una góndola de masa m_1 y de una estructura que une la góndola al cable, además, en esta estructura, se encuentra un perfil recto o riel, a través del cual se desliza una masa m_2 conectada a un resorte de constante K y un amortiguador de constante c . La descripción más detallada del sistema se hace posteriormente.

Lo que se busca con esta idea es lograr minimizar en forma óptima las oscilaciones de la góndola debidas al viento, en otras palabras, lograr que el sistema las amortigüe óptimamente. El funcionamiento de este sistema consiste en que, al existir una excitación que mueva la góndola, ésta comenzará a oscilar, entonces el sistema absorbedor funcionará de tal manera que la masa de equilibrio (masa m_2) se moverá en dirección contraria a la góndola. Esta masa, pequeña relativamente hablando, junto con el efecto del resorte y el amortiguador deben lograr que todo el sistema oscile en menor medida alcanzándose un amortiguamiento adecuado.

Es muy importante tener en cuenta que es necesario estudiar el sistema en consideración de la manera más detallada posible, indicando claramente cuales son los objetivos, las restricciones y que se puede hacer, como encontrar interrelaciones existentes, alternativas posibles, limitación del tiempo, etc. Por lo tanto, la formulación es crucial, al igual que plantear el problema de manera tal que pueda ser analizado adecuadamente.

Por ello, es necesario representar al sistema matemáticamente, ya que el modelo matemático revela relaciones importantes de causa efecto, señalando de esta forma cualquier dato adicional que pudiera ser de importancia para el estudio. Un buen modelo es aquel que predice los efectos

de las diferentes alternativas con suficiente exactitud como para realizar una buena evaluación al obtener los resultados.

El hecho de crear aproximaciones mediante modelos que describan el comportamiento y las condiciones en las que funcionan los sistemas, hacen posible una mejor comprensión del fenómeno para poder estudiarlo minuciosamente. La razón de la explicación anterior es hacer notar que en este trabajo se obtendrán las ecuaciones de movimiento del sistema y con ayuda de la computadora como útil herramienta, optimizar numéricamente el amortiguador y validar su comportamiento en simulación.

Aunque es sabido que los modelos matemáticos ayudan a la obtención de soluciones óptimas, dichas soluciones son óptimas con respecto al modelo empleado, pero en este trabajo se busca ajustar dicha solución a los términos prácticos de la realidad mediante la interpretación y discusión de los resultados, considerando que éstos tengan carácter de ideal matemático, real simulado y técnicamente construible. Dado lo anterior, los principales objetivos en este trabajo son:

- Determinar las ecuaciones de movimiento que describan el comportamiento del sistema.
- Encontrar los valores óptimos del sistema péndulo-amortiguador de oscilaciones para que el sistema amortigüe óptimamente mediante la solución numérica al problema.
- Validar los resultados obtenidos con el modelo en simulación.
- Indicar cual es el mejor atenuador dentro de la clase descrita por el modelo.

En el capítulo 1 se obtiene el modelo matemático no lineal del sistema mediante uno de los métodos de energía (método de Lagrange), continuando después a normalizar y linealizar las ecuaciones del sistema, expresándolas en términos de la función de transferencia y en variables de estado. Mencionando además los casos de amplitud y aceleración angular considerados en el modelado del sistema pendular.

En el capítulo 2 se diseña el absorbedor de oscilaciones mediante la optimización, basándose en el concepto de la norma H_{∞} y usando el paquete *Matlab* para la obtención de la solución numérica del problema.

En el capítulo 3 se presentan los resultados validados en simulación, así como los beneficios del amortiguador pasivo.

Por último, en el capítulo 4 se muestra el resumen de las conclusiones de este trabajo.

Capítulo 1

Modelo del sistema pendular

Una clase específica de sistemas, para los cuales las estrategias de diseño de amortiguadores es un tema activo de investigación, es la de aquellos que se pueden denominar *sistemas pendulares*. Estos se pueden modelar básicamente como un péndulo simple y, por ende, son altamente oscilatorios. Algunos ejemplos de este tipo de sistemas son: las góndolas para transportes de pasajeros en sistemas de teleféricos; los sistemas de grúas colgantes de un cable y, a manera de péndulo invertido las plataformas marinas para la extracción de petróleo; etc.

En este capítulo se describe el procedimiento utilizado para obtener el modelo matemático no lineal del sistema pendular, el cual se basa en la ecuación de Lagrange. Dicho modelo será normalizado, linealizado y expresado en términos de la función de transferencia y variables de estado. Además se explica la obtención de dos funciones de transferencia en el modelado, una con base en la posición de la góndola y la otra con base en su aceleración.

1.1 Descripción general del modelo

Para dar inicio a este trabajo, es indispensable conocer muy bien el sistema a examinar. Este consta de un péndulo simple (góndola y barra que penden del cable) y una estructura atenuadora, que está constituida por un riel, una masa de contrapeso m_2 , un resorte y un amortiguador. El objetivo del atenuador es disminuir ya sea la amplitud o la aceleración de la oscilación.

El sistema péndulo-amortiguador (Figura 1.1) se compone de una góndola de masa m_1 , además entre el origen que es el cable (sitio de donde pende todo el sistema) y la góndola, se encuentra un perfil recto o riel, a través del cual se desliza una masa m_2 articulada a un resorte

de constante K y a un amortiguador de constante c . Además, si el péndulo es excitado con una fuerza (que en este caso es el viento o el deslizamiento por el cable de transporte), se producen como resultado oscilaciones que generan el ángulo θ_1 con respecto a la vertical. Por otro lado, la distancia entre el cable y la góndola es l_1 , la distancia del cable al centro de masa en m_2 es l , \dot{u} y u son la velocidad y la posición respectivamente con la que se desplaza m_2 con respecto a la línea que se describe desde el origen a la góndola. A continuación se presenta un esquema general del sistema pendular junto con las definiciones de las variables y constantes asignadas al modelo.

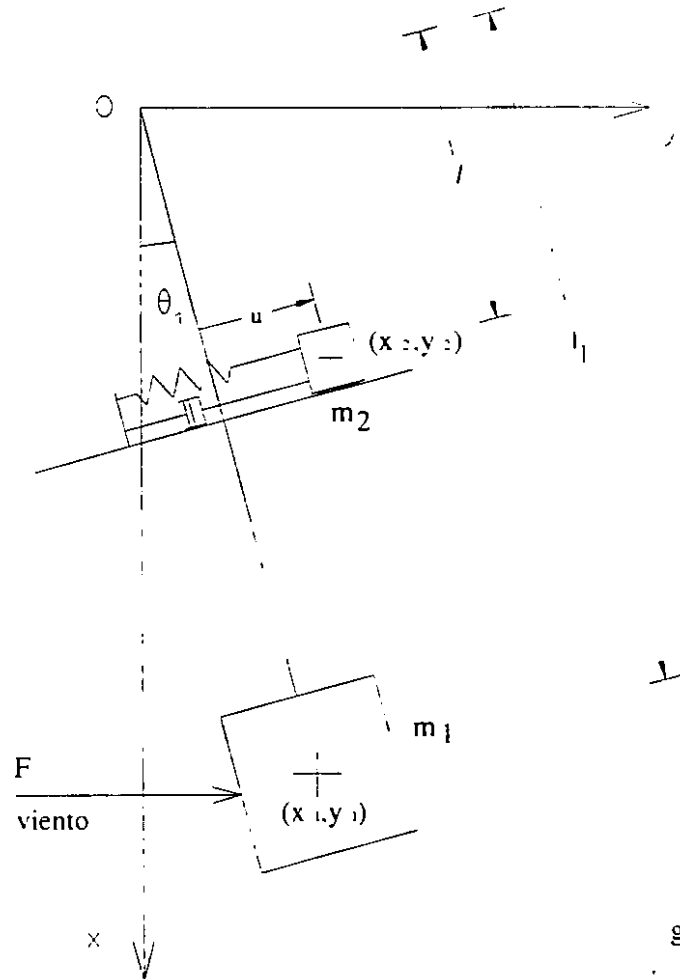


Figura 1.1: Sistema pendular

- m_1 : masa de la góndola (Kg)
- m_2 : masa de equilibrio o contrapeso en la estructura amortiguadora (Kg)
- l_1 : distancia del cable u origen a la góndola (m)
- l : distancia del origen a la estructura amortiguadora (m)
- θ_1 : ángulo de la góndola con respecto a la vertical (rad)
- 0 : origen del sistema referencial fijo [x,y] y sección transversal del cable
- x_1 : coordenada de la góndola con respecto a la vertical [eje x] (m)
- y_1 : coordenada de la góndola con respecto a la horizontal [eje y] (m)
- x_2 : coordenada del contrapeso m_2 con respecto a la vertical [eje x] (m)
- y_2 : coordenada del contrapeso m_2 con respecto a la horizontal [eje x] (m)
- u : posición relativa con la que se desplaza m_2 sobre el riel con respecto a la línea que se describe entre el origen y la góndola (m)
- K : constante de resorte en la estructura amortiguadora (N/m)
- c : constante de fricción viscosa del amortiguador en la estructura atenuadora (N s/m)
- g : aceleración debida a la gravedad (m/s^2)
- F : fuerza debida al viento (N)

Es necesario aclarar que la barra rígida que une a la góndola y al cable u origen, no tendrá masa, esto para efectos del modelado. Además el amortiguador incluye una fricción entre la masa m_2 y el riel, con el fin de disipar energía, y una fuerza de resorte que tiende a restituir a la masa m_2 a la posición de equilibrio.

1.2 Método de Lagrange

Existen varios métodos para la obtención de un modelo matemático de un sistema mecánico. por ejemplo el método de D' Alembert en donde se realizan balances de fuerzas y de momentos. que sirven para establecer las ecuaciones de movimiento del sistema. Otra alternativa son los métodos basados en conceptos de energía. Existen entre otros: el método de conservación de energía. el método de Rayleigh y el método o ecuación de Lagrange. En estos métodos de energía se hace uso de las expresiones matemáticas de la energía cinética y de la energía potencial del sistema en cuestión, para obtener, mediante manipulaciones algebraicas sencillas, las ecuaciones de movimiento del sistema. Cabe mencionar que en la mayoría de los casos resulta más sencilla la aplicación de los métodos de energía que la realización de los balances de fuerzas y momentos.

El método de Lagrange utiliza la energía para encontrar las ecuaciones de movimiento de un sistema mecánico multicompuesto arbitrario. Para esto, en principio todos los posibles movimientos del sistema tienen que ser definidos por las coordenadas libres con respecto a referencias predefinidas:

$$x_i, \quad i = 1, 2, \dots, k$$

En caso de existir relaciones geométricas y/o cinemáticas en un sistema mecánico, el número de coordenadas necesarias para describir el movimiento es reducido por el número de relaciones o condiciones restrictivas σ . Las coordenadas se denotan como coordenadas generalizadas:

$$q_j, \quad j = 1, 2, \dots, \lambda$$

El número de coordenadas independientes está dado por el grado de libertad:

$$\lambda = k - \sigma$$

Para el sistema en particular del péndulo-amortiguador pasivo no resulta conveniente utilizar el método de D' Alembert y el método de Rayleigh, pues este se trata de un sistema que involucra un movimiento relativo entre sus componentes.

Por otro lado, la aplicación de los dos primeros métodos de energía antes mencionados, se limita a sistemas conservativos, es decir, sistemas donde no existe o desprecia la disipación de energía.

El método o ecuación de Lagrange [Dimarogonas, 1992] tiene la ventaja de la sencillez sobre los demás métodos de energía y además permite incluir términos de disipación de energía obteniéndose de esta manera un modelo más realista del sistema. Por este motivo se utiliza a continuación este método para la obtención de las ecuaciones que describen la dinámica del sistema pendular.

Se describe brevemente la forma en que se deriva la ecuación de Lagrange en su representación escalar. Se parte de la ecuación de la segunda ley de Newton simplificada, asumiendo solamente un desplazamiento en el eje de las x :

$$m\ddot{x} = F \quad (1.1)$$

Donde F es la suma de todas las fuerzas externas en dirección de x . Para hacer un análisis más general se considera que una coordenada cualquiera q puede describir la posición de la partícula; sin embargo es claro que no es posible escribir directamente $m\ddot{q} = F$. Para encontrar la ecuación diferencial en términos del vector de la variable independiente q , se considera que existe una relación entre el desplazamiento x y el vector de coordenadas generalizadas, $x = f(q)$. Es decir, se considera que el número de grados de libertad del sistema es igual al número de coordenadas independientes necesarias para describir el comportamiento del sistema.

Con lo antes descrito, la segunda ley de Newton (1.1) se puede escribir como

$$m\ddot{x} \frac{\partial f}{\partial q} = F \frac{\partial f}{\partial q} \quad (1.2)$$

Y considerando que \dot{x} es una función de q y t , se obtiene entonces

$$\frac{\partial \dot{x}}{\partial \dot{q}} = \frac{\partial}{\partial \dot{q}} \left(\frac{\partial f}{\partial q} \dot{q} + \frac{\partial f}{\partial t} \right)$$

Además como $f(q)$ no depende explícitamente del tiempo t , la derivada de $f(q)$ con respecto al tiempo se anula, por lo tanto

$$\frac{\partial \dot{x}}{\partial \dot{q}} = \frac{\partial}{\partial \dot{q}} \left(\frac{\partial f}{\partial q} \dot{q} \right) = \frac{\partial f}{\partial q}$$

Por lo que se puede escribir:

$$\begin{aligned}\ddot{x} \frac{\partial f}{\partial q} &= \ddot{x} \frac{\partial \dot{x}}{\partial \dot{q}} \\ \ddot{x} \frac{\partial \dot{x}}{\partial \dot{q}} &= \frac{d}{dt} \left(\dot{x} \frac{\partial \dot{x}}{\partial \dot{q}} \right) - \dot{x} \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \dot{x}}{\partial \dot{q}} \right)\end{aligned}$$

Planteando que el segundo término de la derecha en la anterior expresión se puede escribir como

$$\frac{\partial \dot{x}}{\partial \dot{q}} = \frac{\frac{\partial x}{\partial t}}{\frac{\partial q}{\partial t}} = \frac{\partial x}{\partial q}$$

modificando la ecuación a

$$\begin{aligned}\ddot{x} \frac{\partial f}{\partial q} &= \frac{d}{dt} \left(\dot{x} \frac{\partial \dot{x}}{\partial \dot{q}} \right) - \dot{x} \frac{\partial \dot{x}}{\partial q} \\ \ddot{x} \frac{\partial f}{\partial q} &= \frac{d}{dt} \left[\frac{\partial}{\partial \dot{q}} \left(\frac{1}{2} \dot{x}^2 \right) \right] - \frac{\partial}{\partial q} \left(\frac{1}{2} \dot{x}^2 \right)\end{aligned}$$

Si se considera que la energía cinética está dada por la expresión $T = \frac{1}{2} m \dot{x}^2$ la ecuación (1.1) puede transformarse, con la ayuda de (1.2) en la ecuación de Lagrange de la siguiente forma:

$$\begin{aligned}m \left[\frac{d}{dt} \left[\frac{\partial}{\partial \dot{q}} \left(\frac{1}{2} \dot{x}^2 \right) \right] - \frac{\partial}{\partial q} \left(\frac{1}{2} \dot{x}^2 \right) \right] &= F \frac{\partial f}{\partial q} \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}} \right) - \frac{\partial T}{\partial q} &= F \frac{\partial f}{\partial q}\end{aligned}$$

Además el lado derecho de la ecuación anterior puede escribirse como

$$F_q = F \frac{\partial f}{\partial q}$$

que es equivalente al gradiente del trabajo de las fuerzas externas con respecto a la coordenada q , $\frac{\partial W}{\partial q}$. donde la diferencial del trabajo de las fuerzas externas δW se puede definir como el producto del vector de las fuerzas externas y una diferencial del vector de desplazamiento

$$\Delta W = F \cdot \Delta r \quad (1.3)$$

Algunas de las fuerzas existentes en los sistemas pueden ser expresadas por medio de un potencial (V), como las reacciones en resortes en función de la energía potencial. Por lo que se tiene

$$F_{pot} = -\frac{\partial V}{\partial q}$$

Las fuerzas restantes son designadas como F_{qn} y la ecuación de Lagrange es expresada ahora como

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}} \right) - \frac{\partial T}{\partial q} + \frac{\partial V}{\partial q} = F_{qn}$$

Como la energía potencial no depende explícitamente del tiempo (*m* de \dot{q}), es posible escribir la ecuación anterior como

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}} \right) - \frac{\partial L}{\partial q} = F_{qn}$$

donde $L = T - V$, que es la diferencia entre la energía cinética y la potencial y se define como la función Lagrangiana.

Como la ecuación de Lagrange utiliza la energía para encontrar las ecuaciones de movimiento de un sistema mecánico multicompuesto, entonces T es la suma de las energías cinéticas de cada uno de los cuerpos rígidos que componen el sistema. Para el i -ésimo cuerpo rígido, la energía

cinética es compuesta por la velocidad de translación del i -ésimo centro de masa y la rotación de la i -ésima alrededor del i -ésimo centro de masa: es decir, la suma de la energía cinética del cuerpo debido a un movimiento lineal y la energía cinética del mismo cuerpo debido a una rotación

$$T_i = \frac{1}{2} m_i v_{si}^2 + \frac{1}{2} I_i \omega_i^2$$

Rayleigh introdujo la función de disipación $D = \frac{1}{2} c \dot{q}^2$ en el término F_{qn} para poder incluir fuerzas amortiguantes lineales proporcionales a la velocidad \dot{q} . Estas fuerzas amortiguantes absorben la energía del sistema durante el movimiento, lo cual implica que el término F_{qn} está dado por la diferencia

$$F_{qn} = Q_q - \frac{\partial D}{\partial \dot{q}}$$

Donde al término Q_q se le denomina fuerza generalizada para la coordenada q .

En términos de esta expresión, la ecuación de Lagrange puede escribirse de la siguiente forma

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}} \right) - \frac{\partial L}{\partial q} + \frac{\partial D}{\partial \dot{q}} = Q_q \quad (1.4)$$

Para la determinación de Q_q , el trabajo de las fuerzas externas restantes (fuerzas no conservativas y no disipativas) debe ser expresado como función de q y \dot{q} y sus diferenciales, son estas fuerzas las que hay que considerar en la expresión del trabajo, ecuación (1.3), pues son las únicas fuerzas que realizan trabajo. Un desplazamiento pequeño δq resultará en trabajo, dado por la expresión $\{Q_q\} \delta q$, por lo que el término entre corchetes es la fuerza generalizada para la coordenada q .

Nótese que para la deducción de la ecuación de Lagrange en el caso vectorial (movimiento en el espacio), se llega a la misma expresión que en el caso escalar o movimiento unidimensional (1.4).

1.3 Aplicación del método de Lagrange al sistema pendular

De acuerdo con la figura 1.1 mostrada, el sistema consta de dos coordenadas generalizadas ($\lambda = 2$), las cuales son: el ángulo del teleférico con respecto a la vertical y las coordenadas de posición de la masa del contrapeso (m_2). Nótese que son $k = 4$ coordenadas con $\sigma = 2$ condiciones restrictivas.

Esto nos lleva a tener $\lambda = k - \sigma = 2$ variables independientes. por lo tanto las coordenadas generalizadas seleccionadas son

$$\begin{aligned}q_1 &= u \\q_2 &= \theta_1\end{aligned}$$

1.3.1 Energía cinética del sistema pendular

Colocando un sistema de referencia cartesiano como el mostrado en la figura 1.1, se obtienen las posiciones de las masas

$$\begin{aligned}x_1 &= l_1 \sin \theta_1 \\y_1 &= l_1 \cos \theta_1\end{aligned}\tag{1.5}$$

$$\begin{aligned}x_2 &= l \sin \theta_1 + u \cos \theta_1 \\y_2 &= l \cos \theta_1 - u \sin \theta_1\end{aligned}\tag{1.6}$$

Las derivadas con respecto al tiempo de cada una de las posiciones están dadas por

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= l_1 \dot{\theta}_1 \cos \theta_1 \\ \dot{y}_1 &= -l_1 \dot{\theta}_1 \sin \theta_1\end{aligned}\tag{1.7}$$

$$\begin{aligned} \dot{x}_2 &= l\dot{\theta}_1 \cos \theta_1 + \dot{u} \cos \theta_1 - u\dot{\theta}_1 \sin \theta_1 \\ \dot{y}_2 &= -l\dot{\theta}_1 \sin \theta_1 - \dot{u} \sin \theta_1 - u\dot{\theta}_1 \cos \theta_1 \end{aligned} \quad (1.8)$$

Las magnitudes de las velocidades están dadas por

$$v_1^2 = \dot{x}_1^2 + \dot{y}_1^2 = \left(l_1 \dot{\theta}_1 \cos \theta_1 \right)^2 + \left(-l_1 \dot{\theta}_1 \sin \theta_1 \right)^2 = \left(l_1 \dot{\theta}_1 \right)^2 \quad (1.9)$$

$$\begin{aligned} v_2^2 &= \dot{x}_2^2 + \dot{y}_2^2 = \\ &= \left(l\dot{\theta}_1 \cos \theta_1 + \dot{u} \cos \theta_1 - u\dot{\theta}_1 \sin \theta_1 \right)^2 + \left(-l\dot{\theta}_1 \sin \theta_1 - \dot{u} \sin \theta_1 - u\dot{\theta}_1 \cos \theta_1 \right)^2 = \\ v_2^2 &= l^2 \dot{\theta}_1^2 + \dot{u}^2 + u^2 \dot{\theta}_1^2 + 2l\dot{\theta}_1 \end{aligned} \quad (1.10)$$

y la energía cinética total del sistema se obtiene mediante la suma de la energía cinética de cada masa:

$$T = T_1 + T_2 = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2$$

$$T = \left[\frac{1}{2} m_1 \left(l_1 \dot{\theta}_1 \right)^2 \right] + \left[\frac{1}{2} m_2 \left[l^2 \dot{\theta}_1^2 + \dot{u}^2 + u^2 \dot{\theta}_1^2 + 2l\dot{\theta}_1 \right] \right] \quad (1.11)$$

1.3.2 Energía potencial del sistema pendular

La energía potencial debida a la acción de la fuerza de gravedad está dada por

$$V = mg \Delta h$$

teniendo en el sistema pendular

$$\begin{aligned}
 V &= V_1 + V_2 \\
 V_1 &= m_1 g \Delta h = m_1 g (l_1 - l_1 \cos \theta_1) \\
 V_2 &= m_2 g \Delta h + V_{\text{resorte}} = m_2 g (l - l \cos \theta_1 + u \sin \theta_1) + V_{\text{resorte}}
 \end{aligned}$$

El término V_{resorte} existe por que debe considerarse que el resorte es un elemento que almacena energía, para calcular la energía potencial debida a la acción del resorte colocado en el amortiguador se considerará que éste es lineal y que su elongación está dada por el cambio de su longitud medida sobre el riel

$$V_{\text{resorte}} = \frac{1}{2} K u^2$$

La energía potencial total se puede expresar por lo tanto de la siguiente manera

$$V = [m_1 g l_1 (1 - \cos \theta_1)] + \left[m_2 g (l (1 - \cos \theta_1) + u \sin \theta_1) + \frac{1}{2} K u^2 \right] \quad (1.12)$$

1.3.3 Fuerzas disipativas del sistema

Por simplicidad se supone que el péndulo sin amortiguador no disipa energía. es decir, que es un oscilador perfecto. Se considerará además que la disipación de energía en el amortiguador es debida a una fricción viscosa, y que la fuerza responsable de ésta es entonces proporcional a la velocidad de una partícula. La función disipativa considerada será por lo tanto

$$D = \frac{1}{2} c \dot{u}^2 \quad (1.13)$$

1.3.4 Fuerzas generalizadas del sistema

Se supondrá que la fuerza externa actúa solamente sobre el péndulo y no sobre el amortiguador. Esto es razonable en general, ya que usualmente las fuerzas de perturbación son tales que afectan esencialmente al péndulo y no al amortiguador, ya que éste es de menor volumen y/o masa que aquél. Si $P(t)$ es la fuerza externa y r el desplazamiento (figura 1.2), entonces

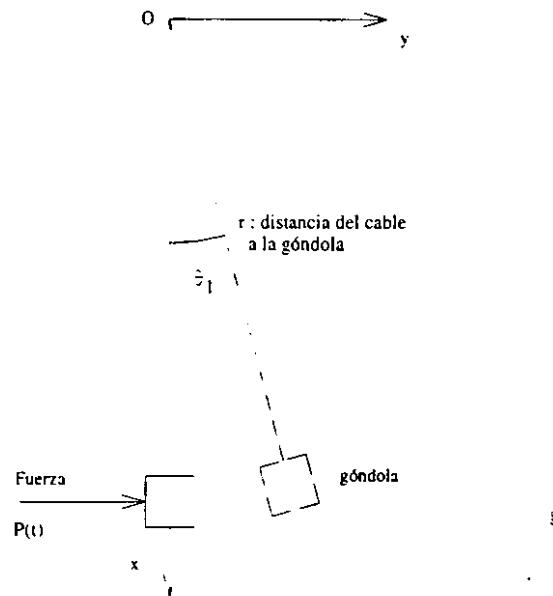


Figura 1.2: Fuerza del viento en el sistema pendular

$$r = l_1 \text{sen} \theta_1$$

$$\Delta r = l_1 \Delta \theta_1 \cos \theta_1$$

y el diferencial del trabajo realizado por la fuerza es

$$\Delta W = F \cdot \Delta r = P(t) l_1 \cos \theta_1 \Delta r \quad (1.14)$$

Por lo tanto, la fuerza generalizada solamente tiene componente en la coordenada θ_1 dada por

$$Q_{\theta_1} = P(t) l_1 \cos \theta_1 \quad (1.15)$$

Notando entonces que en la coordenada u será nula, es decir.

$$Q_u = 0 \quad (1.16)$$

1.4 Ecuaciones de movimiento

Con base en las expresiones (1.11), (1.12), (1.13), (1.15), (1.16), se puede determinar el comportamiento del sistema en términos de la ecuación de Lagrange, ecuación (1.4), realizando las diferenciales correspondientes a los casos de las dos coordenadas generalizadas y con respecto al tiempo. A continuación se muestra el desarrollo que conduce a las ecuaciones que describen la dinámica del sistema.

Considerando que la diferencia de las energía cinética y potencial totales sea

$$L = T - V$$

entonces, al sustituir (1.11) y (1.12) se tiene

$$L = \frac{1}{2}m_1 (l_1 \dot{\theta}_1)^2 + \frac{1}{2}m_2 (l^2 \dot{\theta}_1^2 + \dot{u}^2 + u^2 \dot{\theta}_1^2 + 2l\dot{u}\dot{\theta}_1) - \quad (1.17)$$

$$-m_1 g l_1 (1 - \cos \theta_1) - m_2 g [(l(1 - \cos \theta_1) + u \sin \theta_1)] - \frac{1}{2}K u^2$$

Para el caso $q_1 = u$ se tiene entonces

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{u}} \right) - \frac{\partial L}{\partial u} + \frac{\partial D}{\partial \dot{u}} = Q_u \quad (1.18)$$

Sabiendo que $Q_u = 0$ y teniendo en el sistema que $D = \frac{1}{2}c\dot{u}^2$, por la existencia del amortiguador, entonces

$$\frac{\partial D}{\partial \dot{u}} = \frac{1}{2}c(2\dot{u}) = c\dot{u}$$

además, por otro lado

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial u} &= \frac{1}{2}m_2 (2u\dot{\theta}_1^2) - m_2 g (\sin \theta_1) - \frac{1}{2}(2K \cdot u) \\ &= m_2 u \dot{\theta}_1^2 - m_2 g \sin \theta_1 - K u \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial L}{\partial \dot{u}} &= \frac{1}{2}m_2 (2\dot{u} + 2l\dot{\theta}_1) \\ &= m_2\dot{u} + m_2l\dot{\theta}_1\end{aligned}$$

derivando la expresión anterior con respecto al tiempo

$$\begin{aligned}\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{u}} \right) &= \frac{d}{dt} (m_2\dot{u} + m_2l\dot{\theta}_1) \\ &= m_2\ddot{u} + m_2l\ddot{\theta}_1\end{aligned}$$

Al sustituir las cuatro expresiones anteriores en (1.18) se llega a la ecuación de movimiento para este caso

$$m_2\ddot{u} + m_2l\ddot{\theta}_1 - m_2u\dot{\theta}_1^2 + m_2g \sin \theta_1 + Ku + c\dot{u} = 0 \quad (1.19)$$

Igualmente, para el caso en que la coordenada generalizada $q_2 = \theta_1$ se tiene

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_1} \right) - \frac{\partial L}{\partial \theta_1} + \frac{\partial D}{\partial \dot{\theta}_1} = Q_{\theta_1} \quad (1.20)$$

donde

$$\begin{aligned}\frac{\partial L}{\partial \theta_1} &= -m_1gl_1 \sin \theta_1 - m_2g (l \sin \theta_1 + u \cos \theta_1) \\ &= -[m_2gu \cos \theta_1 + (m_1gl_1 + m_2gl) \sin \theta_1]\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_1} &= \frac{1}{2}m_1l_1^2 (2\dot{\theta}_1) + \frac{1}{2}m_2 (l^2 2\dot{\theta}_1 + 2u^2\dot{\theta}_1 + 2l\dot{u}) \\ &= (m_1l_1^2 + m_2l^2) \dot{\theta}_1 + (u^2\dot{\theta}_1 + l\dot{u}) m_2\end{aligned}$$

derivando la expresión anterior con respecto al tiempo

$$\begin{aligned}\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_1} \right) &= \frac{d}{dt} \left[(m_1 l_1^2 + m_2 l^2) \dot{\theta}_1 + (u^2 \dot{\theta}_1 + l \dot{u}) m_2 \right] \\ &= (m_1 l_1^2 + m_2 l^2) \ddot{\theta}_1 + (l \ddot{u} + u^2 \ddot{\theta}_1 + 2u \dot{u} \dot{\theta}_1) m_2\end{aligned}$$

Esta serie de expresiones anteriores sustituidas en (1.20). aquí $D = 0$ y recordando la ecuación (1.15), conducen a

$$(m_1 l_1^2 + m_2 l^2) \ddot{\theta}_1 + (l \ddot{u} + u^2 \ddot{\theta}_1 + 2u \dot{u} \dot{\theta}_1) m_2 + m_2 g u \cos \theta_1 + (m_1 g l_1 + m_2 g l) \sin \theta_1 = P l_1 \cos \theta_1$$

reordenando términos, la ecuación de movimiento para este otro caso es

$$(m_1 l_1^2 + m_2 l^2 + m_2 u^2) \ddot{\theta}_1 + (l \ddot{u} + 2u \dot{u} \dot{\theta}_1) m_2 + m_2 g u \cos \theta_1 + (m_1 g l_1 + m_2 g l) \sin \theta_1 = P l_1 \cos \theta_1 \quad (1.21)$$

1.5 Normalización del modelo

Con las ecuaciones que modelan la dinámica del sistema péndulo-amortiguador, y sabiendo que uno de los puntos a desarrollar en este trabajo es determinar el mejor atenuador de oscilaciones (dentro de la clase descrita por el tipo de amortiguador pasivo empleado), ya sea a escala o tamaño real, por ello se ha decidido realizar una reparametrización o normalización de las ecuaciones. Las ventajas de ello son las siguientes:

1. La normalización permite conocer la relación entre los parámetros relevantes para el comportamiento dinámico del sistema.
2. Permite escalar y reducir parámetros en el modelo, lo que hace más manejables las expresiones.

Una condición importante es que las transformaciones efectuadas en la normalización deben mantener el comportamiento dinámico del sistema.

Dados estos puntos, y con las ecuaciones (1.19) y (1.21) de la sección anterior, se muestra a continuación el procedimiento seguido para lograr reparametrizar las ecuaciones del modelo.

La expresión (1.21) se divide por $(m_1 l_1^2)$, es decir,

$$\left(1 + \frac{m_2 l^2}{m_1 l_1^2} + \frac{m_2 u^2}{m_1 l_1^2}\right) \ddot{\theta}_1 + \left(\frac{m_2 l}{m_1 l_1} \frac{\ddot{u}}{l_1} + \frac{2u\dot{\theta}_1 m_2}{m_1 l_1^2}\right) + \frac{m_2 g}{m_1 l_1} \frac{u}{l_1} \cos \theta_1 + \left(\frac{g}{l_1} + \frac{m_2 g}{m_1 l_1} \frac{l}{l_1}\right) \sin \theta_1 = \frac{P}{m_1 l_1} \cos \theta_1 \quad (1.22)$$

Definiendo las siguientes parámetros

$$\mu = \frac{m_2}{m_1} \quad (1.23)$$

$$\lambda = \frac{l}{l_1} \quad (1.24)$$

$$v = \frac{u}{l_1} \quad (1.25)$$

$$\gamma = \frac{g}{l_1} \quad (1.26)$$

$$\pi = \frac{1}{m_1 l_1} \quad (1.27)$$

y sustituyendo (1.23) - (1.27) en (1.22) se llega a lo siguiente

$$\boxed{(1 + \mu\lambda^2 + \mu v^2) \ddot{\theta}_1 + \mu (\lambda \ddot{v} + 2\dot{\theta}_1 v \dot{v}) + \mu \gamma v \cos \theta_1 + \gamma (1 + \mu\lambda) \sin \theta_1 = P \pi \cos \theta_1} \quad (1.28)$$

Para la ecuación (1.19), se divide por $(m_2 l_1)$

$$\frac{\ddot{u}}{l_1} + \frac{l}{l_1} \ddot{\theta}_1 - \frac{u}{l_1} \dot{\theta}_1^2 + \frac{g}{l_1} \sin \theta_1 + \frac{K}{m_2 l_1} \frac{u}{l_1} + \frac{c}{m_2 l_1} \dot{u} = 0 \quad (1.29)$$

Proponiendo un par de relaciones más

$$\kappa = \frac{K}{m_2} \quad (1.30)$$

$$\delta = \frac{c}{m_2} \quad (1.31)$$

Sustituyendo (1.24), (1.25), (1.26), (1.30), (1.31) en la ecuación (1.29) se obtiene

$$\ddot{v} + \lambda \ddot{\theta}_1 - v \dot{\theta}_1^2 + \gamma \sin \theta_1 + \kappa v + \delta \dot{v} = 0 \quad (1.32)$$

Las ecuaciones (1.28) y (1.32) representan el modelo normalizado de las ecuaciones de movimiento para el sistema péndulo-amortiguador pasivo.

Las coordenadas generalizadas del sistema normalizado son θ_1 y v .

1.5.1 Descripción del modelo no lineal en variables de estado

El comportamiento de cualquier sistema dinámico de parámetros concentrados se puede expresar por medio de un conjunto de ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden. A este tipo de modelo se le conoce como representación en variables de estado. Así, la representación general en variables de estado para un sistema dinámico *lineal* e invariante con el tiempo descrito por un conjunto de n ecuaciones *diferenciales lineales*, con una sola entrada ($p = 1$), está dado por

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \vdots \\ \dot{x}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & . & . & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix} u_T \quad (1.33)$$

Donde n es el número de variables de estado y x_1, x_2, \dots, x_n representa el conjunto de éstas que definen el vector de estados, a_{ij} y b_i son coeficientes constantes y u_T es la señal de entrada;

si se considera que la salida y del sistema depende linealmente del vector de estados. ésta puede escribirse como

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & \cdots & c_{1n} \\ c_{21} & c_{22} & \cdots & c_{2n} \\ \vdots & . & . & \vdots \\ c_{q1} & c_{q2} & \cdots & c_{qn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ \vdots \\ d_q \end{bmatrix} u_T \quad (1.34)$$

Donde q indica el número de salidas del sistema y los coeficientes c_{ij} y d_i son constantes. En forma compacta la representación (1.33) y (1.34) puede escribirse como

$$\dot{x} = Ax + Bu + B_1v \quad (1.35)$$

$$y = Cx + Du + D_1v \quad (1.36)$$

La entrada o acción del sistema u_T se ha dividido en dos entradas. la que tiene control, denotada por u , y la otra, considerada como una perturbación v , sobre la cual no se tiene control y que en algunos casos puede despreciarse

$$u_T = u + v$$

Las matrices A, B, B_1, C, D, D_1 son matrices de coeficientes constantes de dimensiones apropiadas dependen del sistema considerado en particular.

Como es usual, en el caso del sistema péndulo-amortiguador es necesario despejar las derivadas de mayor orden ($\ddot{\theta}_1$ y \ddot{v}) de las ecuaciones normalizadas, para que estas queden en términos de las de orden menor y así describir al sistema no lineal en variables de estado.

En ecuación (1.28) se despeja $\ddot{\theta}_1$

$$\ddot{\theta}_1 = \frac{-\mu (\lambda \ddot{v} + 2\dot{\theta}_1 v \dot{v}) - \mu \gamma v \cos \theta_1 - \gamma (1 + \mu \lambda) \sin \theta_1 + P\pi \cos \theta_1}{1 + \mu \lambda^2 + \mu v^2} \quad (1.37)$$

Esta expresión se sustituye en (1.32) y se despeja \ddot{v}

$$\ddot{v} + \lambda \left[\frac{-\mu (\lambda \ddot{v} + 2\dot{\theta}_1 v \dot{v}) - \mu \gamma v \cos \theta_1 - \gamma (1 + \mu \lambda) \sin \theta_1 + P\pi \cos \theta_1}{1 + \mu \lambda^2 + \mu v^2} \right] - v \dot{\theta}_1^2 + \gamma \sin \theta_1 + \kappa v + \delta \dot{v} = 0$$

$$\ddot{v} = - \left(\frac{\lambda}{1 + \mu v^2} \right) \left(-2\mu \dot{\theta}_1 v \dot{v} - \mu \gamma v \cos \theta_1 - \gamma (1 + \mu \lambda) \sin \theta_1 + P\pi \cos \theta_1 \right) + \left(\frac{1 - \mu \lambda^2 + \mu v^2}{1 + \mu v^2} \right) \left(v \dot{\theta}_1^2 - \gamma \sin \theta_1 - \kappa v - \delta \dot{v} \right) \quad (1.38)$$

La ecuación anterior es sustituida en (1.37), obteniendo así

$$\ddot{\theta}_1 = \left[\frac{-2\mu \dot{\theta}_1 v \dot{v} - \mu \gamma v \cos \theta_1 - \gamma (1 + \mu \lambda) \sin \theta_1 + P\pi \cos \theta_1}{1 + \mu \lambda^2 + \mu v^2} \right] \left[1 + \frac{\mu \lambda^2}{1 + \mu v^2} \right] - \left(\frac{\mu \lambda}{1 - \mu v^2} \right) \left[v \dot{\theta}_1^2 - \gamma \sin \theta_1 - \kappa v - \delta \dot{v} \right] \quad (1.39)$$

El sistema de ecuaciones de movimiento del sistema pendular que se obtuvo anteriormente puede representarse de otra manera utilizando la construcción de un modelo de estado como el siguiente:

$$\begin{aligned} x_1 &= v && \text{Posición de la relación dinámica } v \\ x_2 &= \dot{x}_1 = \dot{v} && \text{Velocidad de la relación dinámica } v \\ x_2 &= \ddot{v} && \text{Aceleración de la relación dinámica } v \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x_3 &= \theta_1 && \text{Posición angular que describe la góndola} \\ x_4 &= \dot{x}_3 = \dot{\theta}_1 && \text{Velocidad angular de } \theta_1 \\ x_4 &= \ddot{\theta}_1 && \text{Aceleración angular de } \theta_1 \end{aligned}$$

Además, con el fin de simplificar las expresiones, se realizan las definiciones siguientes

$$\begin{aligned}
a_1 &= 1 + \mu\lambda^2 \\
a_2 &= \lambda \\
a_3 &= \gamma(1 + \mu\lambda) \\
a_4 &= \mu\gamma \\
a_5 &= \gamma \\
a_6 &= 2\mu \\
a_7 &= \mu\lambda
\end{aligned} \tag{1.40}$$

De esta manera se obtiene, a partir de las ecuaciones (1.38) y (1.39) la siguiente representación

$$\begin{aligned}
\dot{x}_1 &= x_2 \\
\dot{x}_2 &= - \left(\frac{2a_2}{2+a_6x_1^2} \right) (-a_6x_4x_2x_1 - a_4x_1 \cos x_3 - a_3 \sin x_3 + P\pi \cos x_3) + \\
&\quad + \left(\frac{2a_1+a_6x_1^2}{2+a_6x_1^2} \right) (x_1x_4^2 - a_5 \sin x_3 - \kappa x_1 - \delta x_2) \\
\dot{x}_3 &= x_4 \\
\dot{x}_4 &= \left[\frac{2(-a_6x_4x_2x_1 - a_4x_1 \cos x_3 - a_3 \sin x_3 + P\pi \cos x_3)}{2a_1+a_6x_1^2} \right] \left[1 + \frac{2a_2-a_2}{2+a_6x_1^2} \right] - \\
&\quad - \left(\frac{2a_7}{2+a_6x_1^2} \right) [x_1x_4^2 - a_5 \sin x_3 - \kappa x_1 - \delta x_2]
\end{aligned} \tag{1.41}$$

Una de las limitantes de la teoría clásica de sistemas de control es el hecho de no se puede manejar fácilmente los sistemas con no linealidades fuertes, sobre todo el caso de incertidumbres en los parámetros del modelo [Doyle, 1992]. Sin embargo, en el caso de de las ecuaciones (1.41), dado que las no linealidades son del tipo suaves ($\text{sen}(x)$, $\text{cos}(x)$, x^2), es posible linealizar el modelo, por lo que en la siguiente sección se muestra la técnica empleada para obtener el modelo lineal aproximado.

1.5.2 Linealización del sistema

Para el sistema pendular, las ecuaciones de movimiento obtenidas son no lineales y de segundo orden, pero se considera que el sistema opera con pequeñas variaciones, cerca de un punto de funcionamiento, entonces es posible obtener un modelo lineal.

En un modelo lineal, las desviaciones del estado con respecto al punto de operación son ahora las que definen el vector de estados: las ecuaciones se desarrollarán alrededor de un punto de

operación x_0 y u_0 por medio de una serie de Taylor truncada después del primer término. En particular, el punto de operación seleccionado es

$$x_0 = \begin{bmatrix} x_{10} \\ x_{20} \\ x_{30} \\ x_{40} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad u_0 = P_0(t) = 0$$

el cual se toma como base para las variaciones de Δx y Δu . Cerca de este punto de operación son válidas las siguientes aproximaciones

$$\sin(x_i) \approx x_i, \quad \text{para } i = 1, 2, 3, 4$$

$$\cos(x_i) \approx 1, \quad \text{para } i = 1, 2, 3, 4$$

Además para pequeñas desviaciones Δx y Δu del sistema, se tiene que la ecuación (1.41) se aproxima mediante

$$\Delta \dot{x} \approx \left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_{x_0, P_0(t)} \Delta x + \left. \frac{\partial f}{\partial P(t)} \right|_{x_0, P_0(t)} \Delta P(t)$$

lo cual puede escribirse de manera más compacta

$$\dot{x} = Ax + B P(t) \tag{1.42}$$

donde

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix}, \quad x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix}$$

$$A = \left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_{x_0, P_0(t)} \quad (1.43)$$

$$B = \left. \frac{\partial f}{\partial P(t)} \right|_{x_0, P_0(t)} \quad (1.44)$$

Calculando las derivadas indicadas para el sistema pendular se tiene

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} & A_{24} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ A_{41} & A_{42} & A_{43} & A_{44} \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ B_{21} \\ 0 \\ B_{41} \end{bmatrix}$$

donde **A** es la matriz de estado y **B** la matriz de entrada. Además como las funciones en la entrada y la salida en este caso no involucran al tiempo explícitamente, entonces se tiene un sistema invariante en el tiempo.

Determinando las componentes de la matriz **A** que toman los siguientes valores

$$A_{21} = \left. \frac{\partial \dot{x}_2}{\partial x_1} \right|_{x_0, P_0(t)} = a_2 a_4 - a_1 \kappa$$

$$A_{22} = \left. \frac{\partial \dot{x}_2}{\partial x_2} \right|_{x_0, P_0(t)} = -a_1 \delta$$

$$A_{23} = \left. \frac{\partial \dot{x}_2}{\partial x_3} \right|_{x_0, P_0(t)} = a_2 a_3 - a_1 a_5$$

$$A_{24} = \left. \frac{\partial \dot{x}_2}{\partial x_4} \right|_{x_0, P_0(t)} = 0$$

$$A_{41} = \left. \frac{\partial \dot{x}_4}{\partial x_1} \right|_{x_0, P_0(t)} = -\frac{a_4}{a_1} (1 + a_7 a_2) + a_7 \kappa$$

$$A_{42} = \left. \frac{\partial \dot{x}_4}{\partial x_2} \right|_{x_0, P_0(t)} = a_7 \delta$$

$$A_{43} = \left. \frac{\partial \dot{x}_4}{\partial x_3} \right|_{x_0, P_0(t)} = \left(-\frac{a_3}{a_1} \right) \left(1 + \frac{2a_7 a_2}{2} \right) + a_7 a_5 = -\frac{a_3}{a_1} (1 + a_7 a_2) + a_7 a_5$$

$$A_{44} = \left. \frac{\partial \dot{x}_4}{\partial x_4} \right|_{x_0, P_0(t)} = 0$$

Así mismo, las componentes de la matriz B

$$B_{21} = \left. \frac{\partial \dot{x}_2}{\partial P} \right|_{x_0, P_0(t)} = -a_2 \pi$$

$$B_{41} = \left. \frac{\partial \dot{x}_4}{\partial P} \right|_{x_0, P_0(t)} = \frac{\pi}{a_1} (1 + a_7 a_2)$$

En el modelo de estado (1.41), el arreglo linealizado está dado por

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= [a_2 a_4 - a_1 \kappa] x_1 - [a_1 \delta] x_2 + [a_2 a_3 - a_1 a_5] x_3 + [0] x_4 - [a_2 \pi] P(t) \\ \dot{x}_3 &= x_4 \\ \dot{x}_4 &= \left[-\frac{a_4}{a_1} (1 + a_7 a_2) + a_7 \kappa \right] x_1 + [a_7 \delta] x_2 + \left[-\frac{a_3}{a_1} (1 + a_7 a_2) - a_7 a_5 \right] x_3 + \\ &\quad + [0] x_4 + \left[\frac{\pi}{a_1} (1 + a_7 a_2) \right] P(t) \end{aligned} \tag{1.45}$$

Si la variable de interés es la posición de la góndola (x_3), entonces la condición de salida es

$$y = Cx = x_3$$

que en términos matriciales puede escribirse

$$y = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \quad (1.46)$$

con esto, la descripción en variables de estado del sistema se reduce a

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + B P(t) \\ y &= Cx \\ x(t_0) &= x_0 \end{aligned} \quad (1.47)$$

y en términos del péndulo-amortiguador con las relaciones dinámicas (1.23) - (1.27), (1.30) y (1.31) para la ecuación de entrada

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ (\lambda\gamma\mu - \kappa - \kappa\mu\lambda^2) & -(1 + \mu\lambda^2)\delta & (\lambda\gamma - \gamma) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ (-\gamma + \lambda\kappa)\mu & \mu\lambda\delta & -\gamma & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} + \\ &+ \begin{bmatrix} 0 \\ -\lambda\pi \\ 0 \\ \pi \end{bmatrix} P(t) \end{aligned} \quad (1.48)$$

1.5.3 Función de transferencia del sistema

La función de transferencia de un sistema descrito por una ecuación diferencial lineal e invariante con el tiempo se define como el cociente de la transformada de Laplace de la salida entre la transformada de Laplace de la entrada, bajo la suposición de que todas las condiciones iniciales son cero.

La función de transferencia puede proporcionar información interesante sobre el sistema, como el saber si existe estabilidad, conocer los polos y ceros del sistema y además proponer condiciones de estabilidad. La función de transferencia es una propiedad del sistema, independiente de la magnitud y naturaleza de la entrada o función de excitación, incluye las unidades necesarias para relacionar la entrada con la salida; sin embargo, no proporciona información acerca de la estructura física del sistema. Si la función de transferencia es conocida, entonces se estudia la salida o respuesta para varias formas de entrada, pero si esta es desconocida, puede establecerse experimentalmente entradas conocidas y estudiando la salida. Una vez establecida, la función de transferencia proporciona una descripción completa de las características dinámicas del sistema.

Cuando se tiene más de una entrada o más de una salida se habla del concepto de matriz de transferencia. La matriz de transferencia $\mathbf{G}(s)$ es aquella que relaciona salida $\mathbf{Y}(s)$ y la excitación $\mathbf{R}(s)$ del modo

$$Y(s) = G(s)R(s)$$

Tomando la transformada de Laplace de las ecuaciones en el espacio de estados, se obtiene

$$sX(s) - x(0) = AX(s) + BR(s) \quad (1.49)$$

$$Y(s) = CX(s) + DR(s) \quad (1.50)$$

Si se considera $x(0) = 0$ y se despeja $X(s)$ de (1.49)

$$\begin{aligned}
 sX(s) &= AX(s) + BR(s) \\
 sX(s) - AX(s) &= BR(s) \\
 (sI - A)X(s) &= BR(s)
 \end{aligned}$$

por tanto

$$X(s) = (sI - A)^{-1}BR(s) \quad (1.51)$$

donde I es la matriz identidad. Sustituyendo (1.51) en (1.50) se llega a

$$Y(s) = [C(sI - A)^{-1}B + D] R(s)$$

por lo que, la matriz de transferencia $G(s)$ resulta

$$G(s) = C(sI - A)^{-1}B + D \quad (1.52)$$

Si, como en este caso, la matriz de transmisión directa es nula ($D = 0$), la función de transferencia $G(s)$ es, para el sistema péndulo-amortiguador

$$G(s) = C(sI - A)^{-1}B \quad (1.53)$$

Descripción de las funciones de transferencia empleadas

Si la función de transferencia (1.53) tiene como salida una posición y a ésta se le deriva dos veces, entonces es obtenida otra función de transferencia cuya salida es la aceleración. Con fundamento en lo anterior, es posible trabajar con dos funciones de transferencia que marcan la pauta para el inicio de la optimización numérica que comprende el siguiente capítulo.

Para el caso del sistema pendular analizado, se plantean dos funciones de transferencia, una modela el cambio en la posición angular del péndulo y la otra modela la aceleración angular de la góndola-elemento amortiguante, es decir, el cambio en la rapidez de la oscilación del péndulo-amortiguador.

Las razones de utilizar dos funciones de transferencia para el análisis del comportamiento del sistema son

- Evaluar la comodidad y la seguridad en el sistema tanto en la minimización de la amplitud como en la minimización de la aceleración de la oscilación.
- Determinar si el atenuador funciona en forma más eficaz cuando se optimizan las características físicas del amortiguador utilizando la función de transferencia de la posición (minimización de la amplitud) o con la de la aceleración (minimización en la aceleración de la oscilación).
- Contar con dos alternativas diferentes, para su posterior comparación (nótese que la comparación debe ser indirecta, ya que las funciones de transferencia utilizadas modelan características diferentes del sistema).

La comodidad es factor importante por que se requiere que la góndola no oscile en ángulos muy pronunciados y que esa oscilación no sea muy rápida. La seguridad implica que el cambio en la posición y la aceleración en la oscilación siempre estén dentro de un rango de seguridad adecuado para evitar que los ocupantes o cargas transportadas sufran accidentes [ISO, 1997].

Por ello se presenta a continuación la obtención de las funciones de transferencia para los dos casos y la representación en variables de estado para el caso de la aceleración.

Función de transferencia para la posición

Con base en (1.53) y recordando (1.48) se tiene

$$G(s) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \left(s \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ \lambda\gamma\mu - \kappa - \kappa\mu\lambda^2 & -(1 + \mu\lambda^2)\delta & (\lambda\gamma - \gamma) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ (-\gamma + \lambda\kappa)\mu & \mu\lambda\delta & -\gamma & 0 \end{bmatrix} \right)^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ -\lambda\pi \\ 0 \\ \pi \end{bmatrix}$$

Desarrollando la expresión anterior hasta simplificarla, se obtiene la función de transferencia $G(s)$ para el caso de la posición

$$G(s) = \frac{\pi (s^2 + s\delta + \kappa)}{s^4 + (\delta + \delta\mu\lambda^2) s^3 + (\gamma - \mu\lambda\gamma + \kappa\mu\lambda^2 + \kappa) s^2 + (\mu\lambda\delta\gamma + \delta\gamma) s - (\kappa\gamma - \mu\gamma^2 + \mu\lambda\kappa\gamma)} \quad (1.54)$$

Función de transferencia para la aceleración

La función (1.54) se multiplica por s^2 , lo que implica una segunda derivada con respecto al tiempo en términos de la transformada de Laplace, obteniéndose entonces la función de transferencia que modela el caso de la aceleración angular del sistema pendular.

$$G_{ac}(s) = \frac{\pi (s^4 + \delta s^3 + \kappa s^2)}{s^4 + (\delta + \delta\mu\lambda^2) s^3 + (\gamma - \mu\lambda\gamma + \kappa\mu\lambda^2 + \kappa) s^2 + (\mu\lambda\delta\gamma + \delta\gamma) s - (\kappa\gamma - \mu\gamma^2 + \mu\lambda\kappa\gamma)} \quad (1.55)$$

Con la ecuación (1.55) obtenida, es posible también describir al sistema en variables de estado por medio del siguiente procedimiento

Descripción en espacio de estado para el caso de la aceleración Como primer paso, para deducir la representación en variables de estado a partir del conocimiento de la función de transferencia, debe considerarse que ésta debe tener la forma general

$$G(s) = \frac{b_0 + b_1s + b_2s^2 + \dots + b_ns^n}{a_0 + a_1s + a_2s^2 + \dots + a_ns^n}$$

Las matrices de una representación en variables de estado

$$\dot{x} = Ax + B P(t)$$

$$y = Cx + D P(t)$$

de $G(s)$, pueden escribirse como

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ \cdot & \cdot & & & \cdot \\ \cdot & \cdot & & & \cdot \\ \cdot & \cdot & & & 1 \\ -\frac{a_0}{a_n} & -\frac{a_1}{a_n} & & & -\frac{a_{n-1}}{a_n} \end{bmatrix} \quad ; \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ 0 \\ \frac{1}{a_n} \end{bmatrix}$$

$$C = \left[b_0 - a_0 \frac{b_n}{a_n} \quad ; \quad \dots \quad ; b_{n-1} - a_{n-1} \frac{b_n}{a_n} \right]$$

$$D = \frac{b_n}{a_n}$$

Aplicando lo anterior a la expresión (1.55), y considerando que se tiene una función de transferencia conocida en la cual tanto el numerador como el denominador son polinomios de cuarto grado, se llega a lo siguiente

$$G(s) = \frac{b_0 + b_1s + b_2s^2 + b_3s^3 + b_4s^4}{a_0 + a_1s + a_2s^2 + a_3s^3 + a_4s^4}$$

Así, las matrices de estado para el caso de la aceleración son

$$\mathbf{A}_{ac} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -\frac{a_0}{a_4} & -\frac{a_1}{a_4} & -\frac{a_2}{a_4} & -\frac{a_3}{a_4} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ (-\kappa\gamma + \mu\gamma^2 - \mu\lambda\kappa\gamma) & (-\mu\lambda\delta\gamma - \delta\gamma) & (-\gamma + \lambda\mu\gamma - \kappa\mu\lambda^2 - \kappa) & (-\delta - \delta\mu\lambda^2) \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{B}_{ac} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{1}{a_4} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{C}_{ac} = \left[\left(b_0 - a_0 \frac{b_4}{a_4} \right) \quad \left(b_1 - a_1 \frac{b_4}{a_4} \right) \quad \left(b_2 - a_2 \frac{b_4}{a_4} \right) \quad \left(b_3 - a_3 \frac{b_4}{a_4} \right) \right] = \left[-\gamma(\kappa - \mu\gamma + \mu\lambda\kappa)\pi \quad -\delta\gamma(\mu\lambda + 1)\pi \quad -\pi\gamma - \pi\lambda\mu\gamma - \pi\kappa\mu\lambda^2 \quad -\pi\delta\mu\lambda^2 \right]$$

$$\mathbf{D}_{ac} = \left[\frac{b_4}{a_4} \right] = [\pi]$$

En forma compacta, la descripción en variables de estado puede escribirse como

$$\begin{aligned} \dot{x} &= \mathbf{A}_{ac}x + \mathbf{B}_{ac}P(t) \\ y &= \mathbf{C}_{ac}x + \mathbf{D}_{ac}P(t) \\ x(t_0) &= x_0 \end{aligned} \tag{1.56}$$

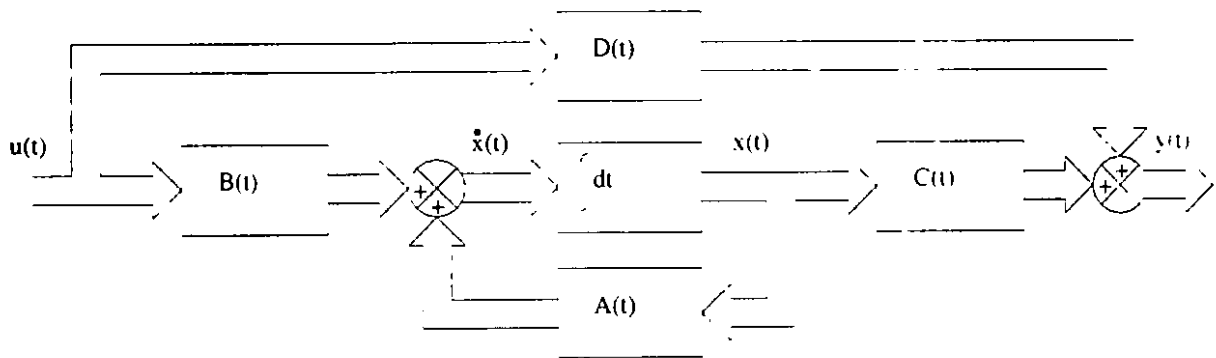


Figura 1.3: Variables de estado en diagrama de bloques

El espacio de estados anterior puede representarse también con el siguiente diagrama de bloques (ver Figura 1.3)

Las representaciones (1.47) y (1.56), servirán para realizar los programas de optimización cuyos detalles se muestran en el siguiente capítulo. Al igual que las funciones de transferencia (1.54) y (1.55), las cuales son aplicadas para determinar la estabilidad del sistema dentro de los mismos programas de optimización.

Capítulo 2

Diseño del amortiguador

Las ecuaciones obtenidas dependen de los parámetros $(\mu, \lambda, \delta, \kappa, \gamma, \nu, \pi)$, los cuales deben ser especificados para poder resolver las ecuaciones de movimiento. La libertad de elección en las relaciones dinámicas o parámetros hace al modelo relativamente general, dentro de las posibles alternativas en el diseño del amortiguador para el sistema pendular. Estos parámetros pueden ser a su vez optimizados, de tal forma que la respuesta del sistema péndulo amortiguador ante situaciones externas sea la mejor en algún sentido.

En este capítulo se explica el concepto básico de la teoría clásica de control que hace posible la optimización de los parámetros del sistema, lo anterior es la razón que justifica la alternativa tomada para resolver numéricamente las ecuaciones de movimiento normalizadas, se exponen las condiciones y razones de utilizar la solución numérica para el problema, también se presentan los resultados de dicha optimización y la discusión sobre ellos.

2.1 Optimación del amortiguador para el sistema pendular

La necesidad de encontrar el mejor atenuador de oscilaciones en el sistema pendular motiva la búsqueda de la mejor manera en que se debe comportar el sistema para que cumpla con los objetivos establecidos al inicio del presente trabajo, de los cuales el más importante, es que la estructura atenuadora amortigue al máximo la oscilación de todo el sistema.

Para lograr este objetivo, es posible aplicar un método de optimización, que es una metodología de naturaleza cuantitativa con enfoque sistemático, para la solución de diversos problemas de control. Por ello es posible contar con modelos matemáticos que ayudan a encontrar una solu-

ción óptima. Dicha solución es óptima con respecto a las condiciones planteadas y al modelo empleado, de tal manera que al cambiar dichas condiciones, es posible que esta solución óptima ya no sea la mejor para el problema y tenga que optimizarse de nuevo para generar otra solución. El optimizar se basa, en términos generales, en la utilización de algoritmos y métodos de resolución, incluyendo programas de cómputo y aplicación de técnicas analíticas para la validación de las ecuaciones de movimiento del modelo. La optimización ayuda a fundamentar ideas, encontrar los mejores resultados numéricos o analíticos posibles para poderlos ajustar al modelo en estudio, y permite la actitud crítica frente a los resultados logrados.

Para aplicar la optimización en la resolución de problemas, pueden utilizarse dos diferentes procedimientos:

- Numéricos: consisten en la obtención de los parámetros óptimos por medio de programas de cómputo o métodos gráficos. La solución numérica puede tener la desventaja de encontrar solamente una de las posibles soluciones del problema y esta dependerá de la condición inicial y del tamaño de las iteraciones realizadas.
- Analíticos: la obtención de la solución analítica proporciona la solución completa del problema, pero los métodos y ecuaciones que implican esta forma de resolución a veces resultan ser complejos y en otras ocasiones no es factible su aplicación. Este procedimiento no está contemplado en el presente trabajo.

Las funciones objetivo sometidas al proceso de optimización son: la norma H_∞ de $G(s)$ (o bien $\|G(s)\|_\infty$) y la norma H_∞ de $G_{ac}(s)$ (es decir $\|G_{ac}(s)\|_\infty$). Los parámetros de optimización son: μ , λ , κ y δ . (ecuaciones (1.23), (1.24), (1.30) y (1.31) respectivamente).

El método de optimización para la solución numérica del sistema péndulo-amortiguador utilizado en el presente trabajo se denomina "norma H_∞ ". La característica sobresaliente de la técnica es su aplicación general y la habilidad para obtener soluciones cercanas a la óptima en función de las condiciones dadas. Sin embargo, el obtener soluciones de alta calidad puede requerir de mucho esfuerzo computacional. En el caso del sistema pendular, el uso y calidad de los resultados dependen de la habilidad con que se definan sus diferentes condiciones y planteamientos.

El trabajo de cómputo se realiza en MATLAB[®], que es un paquete especializado en la solución de problemas para ingeniería de control. La serie de programas realizados están basados en el concepto de la norma o ganancia H_∞ .

2.1.1 Concepto de ganancia H_∞

La norma H_∞ de una función de transferencia $G(s)$ estable, es el valor pico (o máximo) de la función de frecuencia $|G(j\omega)|$, esto es

$$\|G(s)\|_\infty \triangleq \max_{\omega} |G(j\omega)| \quad (2.1)$$

Esto quiere decir que la ganancia o norma "h infinito" $\|G(s)\|_\infty$ es igual al valor máximo para todas las frecuencias empleadas, del cociente de amplitud entre la senoide de la salida y la senoide de entrada.

La función de frecuencia mencionada, se refiere a la respuesta en frecuencia de un sistema en estado estable a una entrada senoidal. En los métodos de la respuesta en frecuencia, la frecuencia de la señal de entrada se varía en un cierto rango, para estudiar la respuesta resultante.

Una ventaja del enfoque de la respuesta en frecuencia es que las pruebas de dicha respuesta son, en general, sencillas y pueden ser muy precisas con el uso de generadores de señales senoidales que se obtienen con facilidad y un equipo de medición adecuado. Por lo común las funciones de transferencia de los componentes complicados se determinan experimentalmente mediante pruebas de la respuesta en frecuencia. Además, este enfoque tiene la ventaja de que permite diseñar un sistema en el que se desprecian los efectos inconvenientes del ruido así como extender éste análisis y diseño a ciertos sistemas de control no lineales como es en el caso del sistema pendular.

2.1.2 Solución numérica del problema usando Matlab

El trabajo de cómputo permite encontrar mediante métodos numéricos la solución óptima del sistema pendular. Con esta alternativa es posible plantear diversas condiciones para encontrar resultados y someter a discusión los datos generados.

Para iniciar la explicación del proceso de este subtema, es necesario definir claramente los siguientes puntos que marcan la pauta para el desarrollo de la solución numérica que son función de los objetivos de la optimación.

- Los programas diseñados utilizan las funciones de transferencia, (1.54) en el caso de la

posición y (1.55) en el caso de la aceleración, así como las representaciones en variables de estado (1.47) y (1.56) para los casos respectivos y descritas en el capítulo anterior.

- Es importante recalcar que cuando se optimiza con la función de transferencia (1.54), se hace referencia al denominado caso de la posición y cuando se optimiza con la función de transferencia (1.55), se hace referencia al caso de la aceleración.
- Se considera que dos de las dimensiones físicas de un teleférico de tamaño real son: la distancia del cable a la góndola $l_1 = 4$ (m) y la masa de la góndola en donde van los pasajeros $m_1 = 1000$ (Kg). Estas dimensiones son únicamente para comparación, ya que todo el desarrollo matemático está normalizado y los parámetros pueden tomar cualquier valor.
- La finalidad de contar con dimensiones así, es contar con resultados que sean los más reales y susceptibles de adaptarse a una construcción física.
- Con los dos puntos anteriores, es posible controlar de forma más cuidadosa la variación en el parámetro γ , ecuación (1.55), ya que la longitud del péndulo l_1 está contenida en dicho parámetro. Por ello se puede establecer cualquier distancia del cable a la góndola que, en conjunto con la variación de los demás parámetros, se obtendrá la optimización de la función de transferencia para determinado caso.

Los programas mencionados en los puntos anteriores obtienen, variando algunos de los parámetros del modelo normalizado y obteniendo a partir de su función de transferencia el valor máximo del diagrama de magnitud-frecuencia de *Bode* para cada uno de los casos mencionados. Los datos se organizan en conjuntos donde se elige el "máximo de menor magnitud", que tiene asociado un conjunto de parámetros, a éstos se les llama "valores óptimos".

Lo antes descrito se ha realizado en el editor de programas de MATLAB[®], con rutinas que encuentran el valor máximo en cada diagrama de respuesta en frecuencia mediante métodos numéricos, los cuales están basados en la estructura del TOOLBOX (LMI Control Toolbox) del paquete. De ese conjunto de máximos se selecciona el que sea más pequeño, lo cual es un proceso de minimización en el programa, asegurando con ello los parámetros asociados y, por consecuencia, que el sistema funcione conforme a lo establecido por los criterios de optimización empleados.

En la parte correspondiente al trabajo de cómputo, se han diseñado 12 programas, la mitad se ocupan para el caso de la posición y los otros seis para el caso de la aceleración. Las

actividades que realizan dichos programas consisten básicamente en optimizar las funciones de transferencia (1.54) en el caso de la posición y (1.55) en el caso de la aceleración, variando las relaciones μ , λ , κ y δ según el programa y manteniendo constantes las relaciones γ y π .

Sin embargo, resulta importante explicar en forma general que hacen los programas diseñados, de tal forma que, independientemente del caso que se trate (ya sea de la posición o la aceleración), puedan agruparse de una forma estratificada, la cual se muestra en la siguiente tabla.

Descripción de la actividad ejecutada por el programa	Grupo designado
Mantiene fijas dos relaciones dinámicas (γ , π) y optimiza variando (μ , δ , κ) para valores dados de (λ).	R
Mantiene fijas dos relaciones dinámicas (γ , π) y optimiza variando (λ , δ , κ) para valores dados de (μ).	S
Optimiza variando (μ , λ , δ , κ), mateniendo fijos los parámetros (γ , π).	T
Verifica que los resultados de los programas R, S y T hacen estable el comportamiento del sistema, ello mediante la obtención de los valores propios en la matriz A ; de la representación en variables de estado del sistema péndulo-amortiguador para los casos a analizar.	U

Tabla 2.1: Asignación de grupos de programas

Los programas anteriores son aplicados, a los casos de la posición y aceleración, sin embargo los resultados óptimos de uno u otro caso no pueden compararse directamente, por que su significado no es el mismo. El caso de la posición evalúa la amplitud, es decir, la variación en

el ángulo con respecto a la vertical, y en la aceleración se examina el cambio en la rapidez de la oscilación.

Con el objetivo de lograr comparar los resultados de ambos casos entre sí, se realiza lo siguiente: los valores óptimos en el caso de la posición se evalúan en los programas de la aceleración. éstos nuevos resultados, se compararán con los obtenidos originalmente y se determina qué conjunto de parámetros debe utilizarse. Lo mismo se realiza con los valores óptimos en el caso de la aceleración, es decir, se utilizan en los programas del caso de la posición, el resultado obtenido se compara con los valores originales para determinar cual usar. Para dejar más clara dicha idea, se muestra el siguiente esquema (figura 2.1)

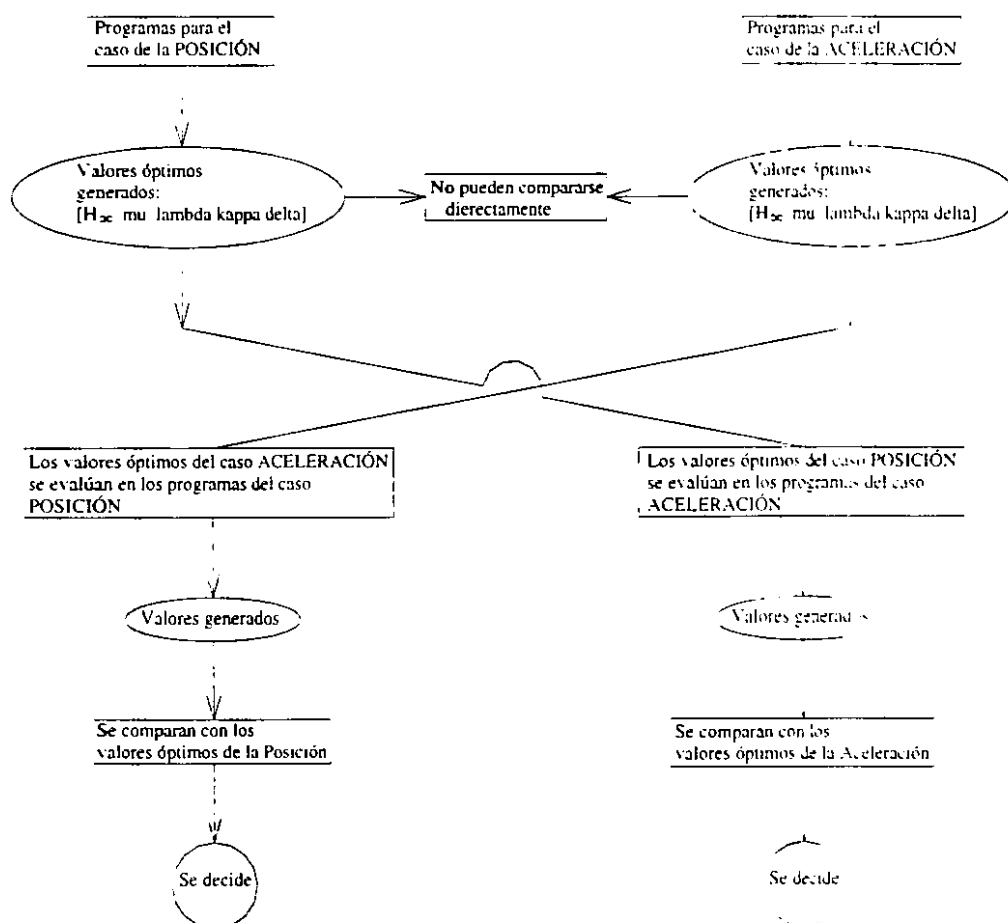


Figura 2.1: Método para la comparación de casos

La información generada a partir del anterior procedimiento, da la posibilidad de decidir si es mejor optimizar para minimizar la amplitud u optimizar para minimizar el cambio en la

rapidez de la oscilación.

Con base en la descripción esquemática planteada, se presentan a continuación los resultados numéricos obtenidos.

2.2 Resultados de la optimización numérica

Ahora se presentan los resultados de todas las corridas efectuadas en tablas y separadas por casos, mostrándose también las condiciones que se tomaron en cuenta para la obtención de éstos.

Por otra parte, se ha planteado que el valor de la relación dinámica π sea igual a la unidad para todas las corridas, ya que al observar la ecuación (1.54), se puede notar que este parámetro actúa como un factor de modulación o de tamaño para el valor numérico que puede ser obtenido, por lo tanto, se ha convenido en realizar dicho cambio en los programas que de ninguna manera afecta los resultados finales.

$$\pi = \frac{1}{m_1 l_1} \implies \pi = 1$$

2.2.1 El Caso de la Posición

En esta parte se muestran los resultados óptimos referidos a la posición, es decir, el cambio de posición angular con respecto a la vertical. Los resultados se muestran para una l_1 (ver figura 1.1) que va desde los cuatro metros hasta una longitud escalada de sesenta centímetros.

Las tres tablas que se presentan más adelante, son la recopilación de valores óptimos encontrados de otras tablas, es decir, cada renglón de los cuadros siguientes, corresponden a una tabla de donde se eligió un conjunto de parámetros óptimos. Además en cada uno de dichos cuadros, estos valores óptimos tienen ciertas características en común, las cuales son explicadas al mostrarse cada tabla.

Las corridas de los conjuntos de programas R, S, T; se realizaron con las mismas restricciones para cada parámetro y con un mismo paso de iteración, de ahí que todos los conjuntos de programas generasen tablas con el mismo resultado para cada valor de l_1 . Lo anterior facilita la apreciación de resultados y resumirlos, por lo tanto en tablas que condensen tal cantidad de información.

Una de las condiciones para la obtención de resultados es el lugar donde se ubica la estructura amortiguadora, esta puede estar en cualquiera de las tres regiones siguientes: por encima del cable (lo que implica la extensión de la estructura que une la góndola al cable de transporte), a la altura del cable u origen del sistema y por último a una distancia entre el cable y la góndola.

Con dicha consideración, se maneja el formato de tres tablas para el caso de la amplitud con base en los resultados del grupo de programas R (que generan valores óptimos para valores dados de λ), S (generan valores óptimos para valores dados de μ) y T (varía a cuatro relaciones: $\mu, \lambda, \kappa, \delta$).

En los resultados que se muestran a continuación, se considera que el parámetro λ puede tomar valores negativos, esto implica que el elemento amortiguante se encuentre por arriba del cable, por lo tanto, se maneja que λ pudiera variar desde un valor de -4 hasta un valor de 0.9, encontrándose el óptimo entre -3.6 y -3.4, dependiendo de cada valor en l_1 .

La configuración de la tabla muestra a los valores óptimos de μ, λ, κ y δ para una cierta l_1 , la cual al disminuir del valor de 4 metros (longitud para el modelo real considerado), implica que las dimensiones físicas del teleferico disminuyen también, producto de la normalización del modelo, tratándose entonces de un modelo escalado. En cuanto a la relación μ , se ha considerado que varíe desde 0.05 hasta 0.35 en todas las corridas efectuadas. Según la relación (1.23), μ indica la razón entre la masa de "contrapeso" en la estructura amortiguadora y la masa de la góndola, esto quiere decir que se ha considerado que la masa del contrapeso sea entre un 5% y 35% de la masa total en la góndola. Si este porcentaje se eleva por encima del límite superior, ocasiona que, el punto de equilibrio del sistema completo que, originalmente está en 0° , se mueva a un determinado ángulo, lo cual no es conveniente por razones de confort y seguridad en este sistema de transporte.

Finalmente, se tiene la norma H_∞ , la cual ha sido fundamental para elegir los conjuntos de parámetros asociados, ya que se escoge en todo momento la norma de menor valor para cada tamaño del péndulo (l_1). A continuación se muestra la tabla 2.2 de resultados y la figura 2.2 con los resultados expuestos.

En estos resultados se observa que el único valor que tiende a los extremos es $\mu=0.05$, esto quiere decir que al estar la estructura amortiguadora muy por encima del cable, trae como consecuencia que la masa de contrapeso en el amortiguador pasivo disminuya. Los valores de λ implican que, a un tamaño del péndulo de 4 (m) por ejemplo, se tenga que colocar la estructura

valores de l_1 en (m)	H_x	λ	μ	κ	δ
4.00	0.68379184872000	-3.4000	0.0500	0.6000	1.2600
3.00	0.51294058132565	-3.5000	0.0500	0.8000	1.5500
2.00	0.33953153613966	-3.6000	0.0500	1.1000	1.9000
1.50	0.25438009532875	-3.6000	0.0500	1.5000	2.2000
1.00	0.16981318546653	-3.4000	0.0500	2.3000	2.5000
0.95	0.16108237161222	-3.5500	0.0500	2.3000	2.7000
0.90	0.15273194645307	-3.5000	0.0500	2.5000	2.7500
0.85	0.14404137852971	-3.5000	0.0500	2.6000	2.8000
0.80	0.13550430337005	-3.5000	0.0500	2.8000	2.9000
0.75	0.12703195239228	-3.5000	0.0500	3.0000	3.0000
0.70	0.11856782666050	-3.5000	0.0500	3.2000	3.1000
0.65	0.11016883590612	-3.5000	0.0500	3.4000	3.2000
0.60	0.10177481245986	-3.5000	0.0500	3.7000	3.3500

Tabla 2.2: Valores óptimos variando cuatro parámetros

amortiguadora a 13.6 (m) por encima del cable, o en otro ejemplo, a un tamaño del péndulo de 0.60 (m), se coloca el amortiguador pasivo a 2.1 (m) por encima del cable. para los demás casos en el valor de l_1 véase la figura 2.3. De lo anterior puede decirse que es difícil, técnicamente hablando, que pueda implantarse la estructura amortiguadora siguiendo esa configuración.

El siguiente resultado (tabla 2.3 y figura 2.4) contiene básicamente el formato descrito anteriormente, excepto por una condición, la cual está en el valor del parámetro λ , que se fija en $\lambda=0.0$.

En estos resultados, cuando se maneja a $\lambda=0.0$, implican que la estructura amortiguadora se encuentra a la altura del cable u origen analítico del sistema (figura 1.1), configuración que puede también no ser muy viable técnicamente para la construcción del teleférico. Se observa también que el parámetro μ tiene el valor de 0.35, lo que implica un valor de la masa de contrapeso 35% de la masa de la góndola. En la tabla 2.3 también se aprecia el notable aumento en el valor de la relación κ , ecuación (1.30), cuando disminuye el valor de la longitud escalada del péndulo (l_1), lo que implica un aumento en la constante del resorte.

En el tercer conjunto de resultados (tabla 2.4 y figura 2.5), se muestran los valores óptimos para $\lambda=0.1$, se ha escogido este valor por lo siguiente. Como se aprecia en los resultados

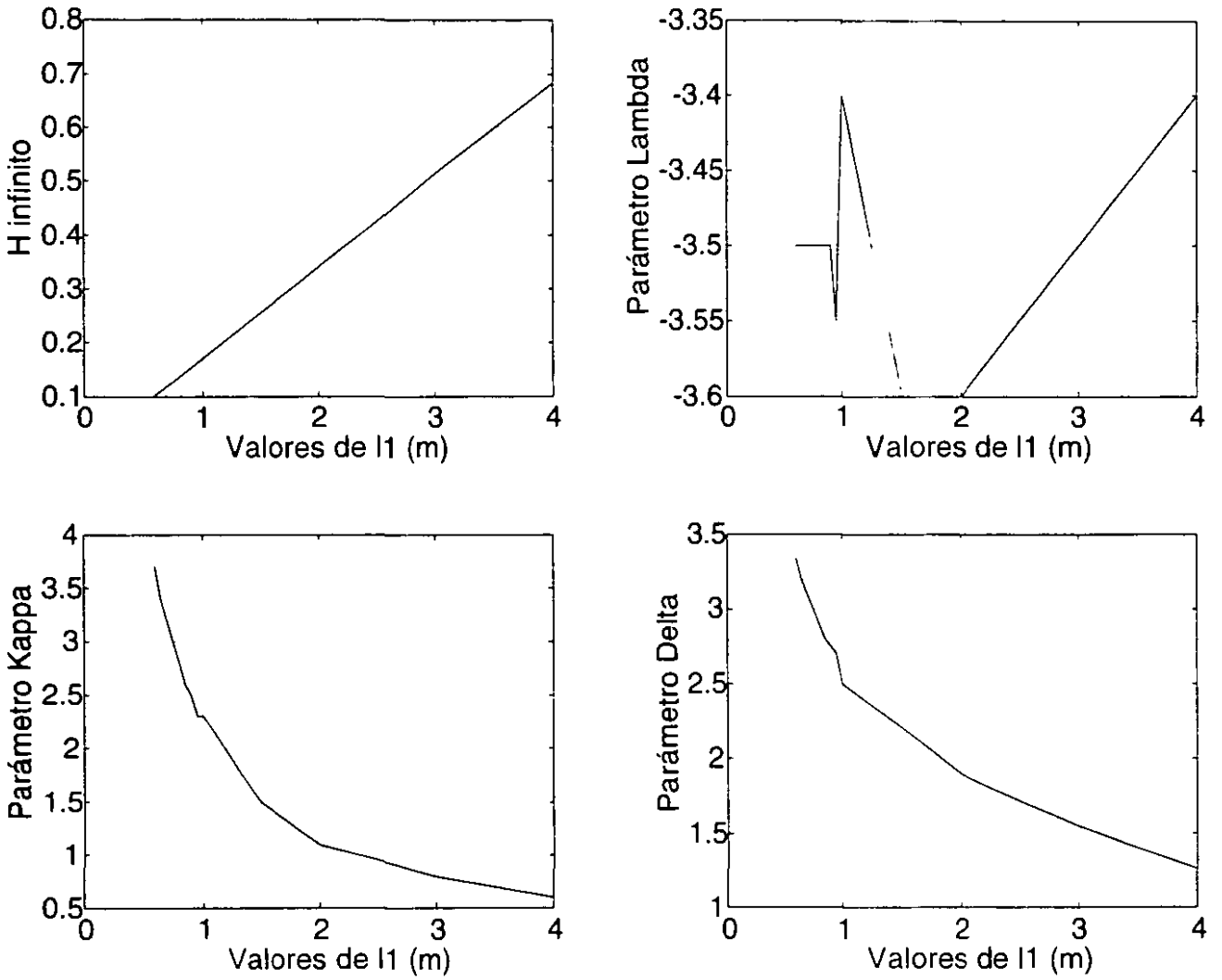


Figura 2.2: Comportamiento gráfico de los parámetros correspondientes a la tabla 2.2

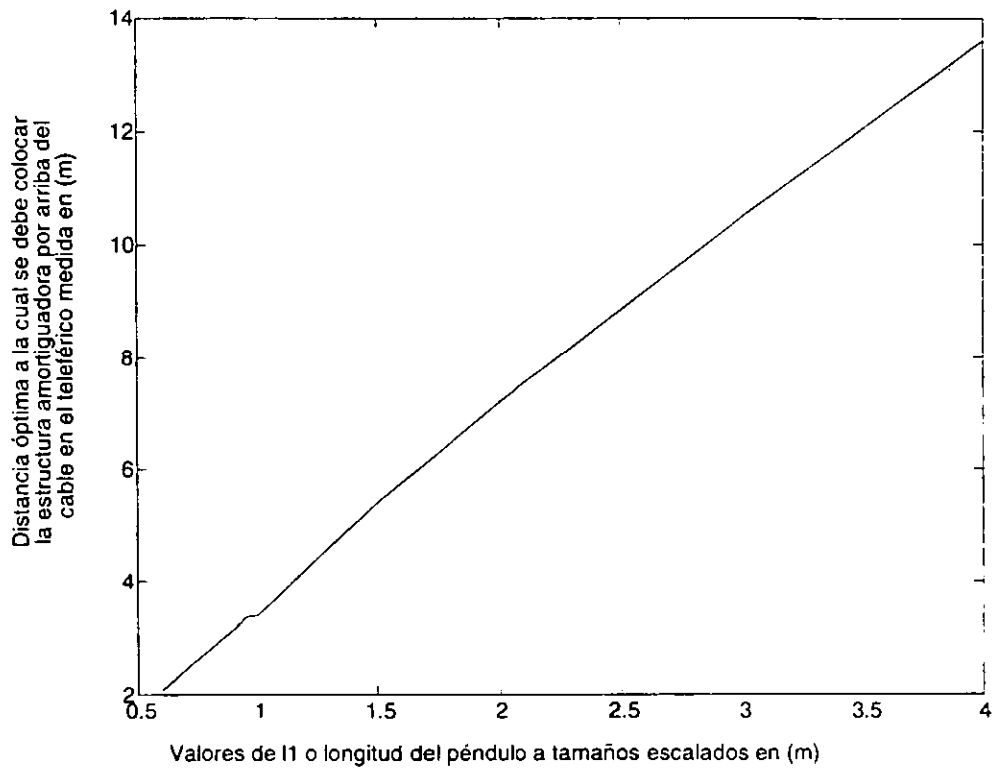


Figura 2.3: Se muestra la distancia a la que debe colocarse la estructura amortiguadora para cada sistema péndular escalado

valores de l_1 en (m)	H_∞	μ	λ	κ	δ
4.00	1.03638714788000	0.3500	0.0	2.5000	1.2600
3.00	0.77124813659399	0.3500	0.0	3.3000	1.4500
2.00	0.51422460667153	0.3500	0.0	4.9000	1.7500
1.50	0.38569261454149	0.3500	0.0	6.6000	2.0500
1.00	0.25718565668531	0.3500	0.0	10.100	2.6000
0.95	0.24441585634785	0.3500	0.0	10.700	2.7000
0.90	0.23124238092599	0.3500	0.0	11.000	2.6500
0.85	0.21829320745016	0.3500	0.0	11.700	2.7500
0.80	0.20559556240040	0.3500	0.0	12.600	2.9000
0.75	0.19272545863019	0.3500	0.0	13.300	2.9500
0.70	0.17990195204903	0.3500	0.0	14.400	3.1000
0.65	0.16695604437295	0.3500	0.0	15.300	3.1500
0.60	0.15406109024498	0.3500	0.0	16.500	3.2500

Tabla 2.3: Valores óptimos variando tres parámetros y manteniendo fija a λ

anteriores. a medida que λ se hace más negativo hasta llegar al óptimo. la norma H_∞ va disminuyendo, por lo tanto es lógico que si dicho parámetro tiende a 0.9 o. en otras palabras, cerca de la góndola, la norma H_∞ aumenta: por lo tanto se busca posicionar la estructura amortiguadora lo más alejado posible de la góndola. pero además, tomando en cuenta las consideraciones técnicas viables de construcción antes mencionadas. Así pues, se elige el valor de 0.1 para la obtención de los siguientes resultados.

De la tabla 2.4 se observa también que el parámetro μ tiene el valor de 0.35. lo que reafirma la razón de que a medida que λ tiende a acercarse al valor de 0.9. es decir, colocar la estructura amortiguadora más cerca de la góndola, la relación μ aumenta. Así mismo, a medida que el tamaño del péndulo (l_1) disminuye, el parámetro κ aumenta, mientras que el parámetro δ aumenta poco.

Las observaciones generales en los resultados del caso Posición pueden describirse a grandes rasgos como sigue

- A medida que l_1 disminuye, aumenta κ .
- Al disminuir gradualmente l_1 hasta el valor óptimo negativo, el parámetro μ y la norma H_∞ disminuyen.

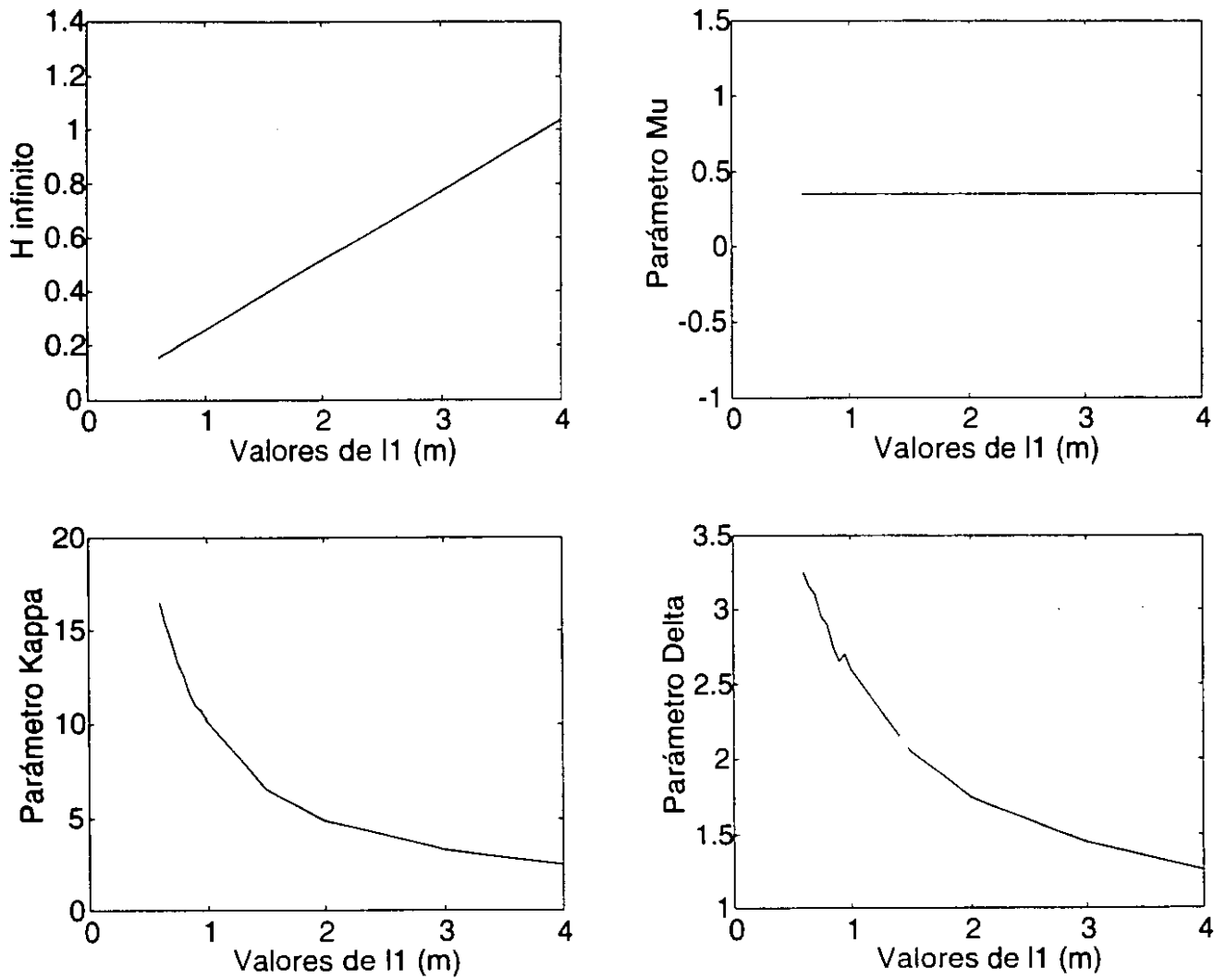


Figura 2.4: Comportamiento gráfico de los parámetros correspondientes a la tabla 2.3

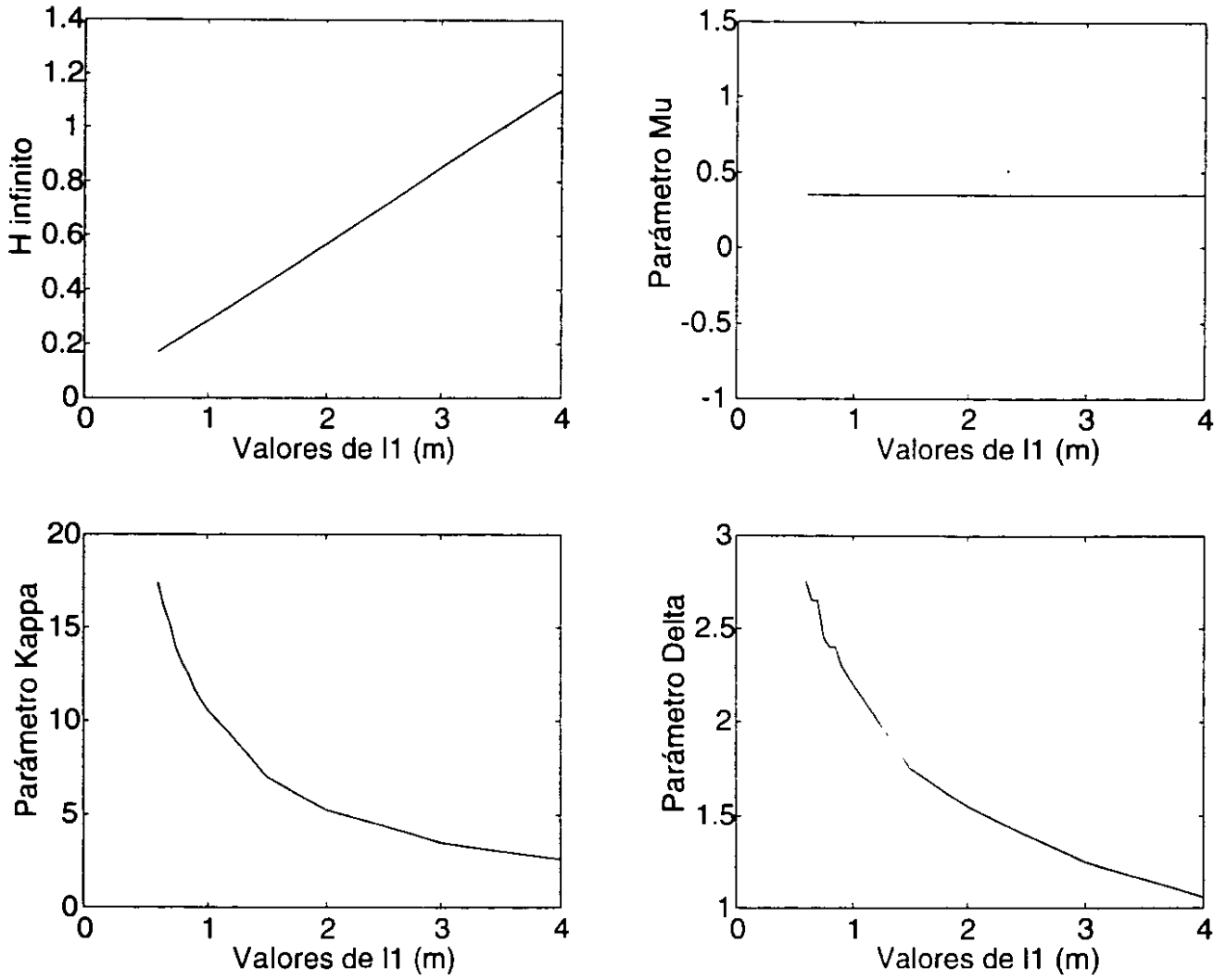


Figura 2.5: Comportamiento gráfico de los parámetros correspondientes a la tabla 2.4

valores de l_1 en (m)	H_∞	μ	λ	κ	δ
4.00	1.13889769028000	0.3500	0.1	2.6000	1.0600
3.00	0.85243433096404	0.3500	0.1	3.5000	1.2500
2.00	0.56828211413184	0.3500	0.1	5.3000	1.5500
1.50	0.42664015551630	0.3500	0.1	7.0000	1.7500
1.00	0.28357348490264	0.3500	0.1	10.600	2.2000
0.95	0.27023568155949	0.3500	0.1	11.100	2.2500
0.90	0.25581644832071	0.3500	0.1	11.700	2.3000
0.85	0.24099032060659	0.3500	0.1	12.500	2.4000
0.80	0.22698108068973	0.3500	0.1	13.100	2.4000
0.75	0.21304648853728	0.3500	0.1	13.900	2.4500
0.70	0.19860054232458	0.3500	0.1	15.200	2.6500
0.65	0.18447142876438	0.3500	0.1	16.100	2.6500
0.60	0.17042195276751	0.3500	0.1	17.400	2.7500

Tabla 2.4: Valores óptimos variando tres parámetros y manteniendo fija a λ

- Al aumentar λ hasta un valor cercano a 0.9, el parámetro κ y la norma H_∞ aumentan notablemente.
- La relación dinámica δ no cambia demasiado.
- Se calcularon los valores propios de la matriz \mathbf{A} (la matriz de estado) para todos estos resultados con el conjunto de programas \mathbf{U} correspondiente al caso de la posición. para verificar la estabilidad del sistema en cada uno de ellos.

2.2.2 El Caso de la Aceleración

Para este caso, la función de transferencia empleada es la correspondiente a la ecuación (1.55), determinada en el capítulo anterior. Dicha expresión modela el cambio por unidad de tiempo en la velocidad angular, es decir la aceleración angular del sistema pendular.

Los resultados que se presentan en éste caso también son referidos a una longitud del cable a la góndola l_1 , que también varía desde 4(m) en el modelo real, hasta 0.60(m) en un modelo a escala.

Se muestran también la recopilación de los valores óptimos en tres cuadros, tal como se dió en el subsección anterior, estos cuadros siguen las mismas condiciones de recopilación explicadas en el caso de la amplitud. sin embargo, cabe hacer notar que los resultados no serán iguales a los del caso de la posición, ya que no se está modelando lo mismo.

Los conjuntos de programas R. S. T. en su parte correspondiente al caso de la aceleración; se realizaron con las mismas restricciones para cada parámetro y con un mismo paso de iteración, de ahí que todos los conjuntos de programas generasen tablas con el mismo resultado para cada valor de l_1 . Ello simplificó también el trabajo de resumir dicha información.

Las condiciones en la relación λ son las mismas que en el caso anterior, es decir, que λ pudiera variar desde un valor que indica la cercanía a la góndola hasta otro valor que se encuentre lejos de ésta, o bien, por encima del cable, encontrándose un óptimo negativo, ya que del cable hacia la góndola se manejan valores positivos y del cable hacia arriba, datos negativos; además, también es posible disponer de los otros dos casos, cuando λ sea igual a 0 y otra cuando λ sea igual a 0.1. Todos estos casos son distintos para cada valor en l_1 .

La configuración de las tres tablas muestran los valores óptimos de μ , λ , κ y δ para una cierta l_1 , la cual indica el tamaño del péndulo. En cuanto a la relación μ , se ha considerado que varíe, a igual que en el caso de la posición, desde 0.05 hasta 0.35 en todas las corridas efectuadas. Aquí también se observa que si la masa de "contrapeso" en el elemento amortiguante excede el 35% de la masa total en la góndola, también ocasiona que el punto de equilibrio del sistema completo se mueva a un determinado ángulo, lo cual no es conveniente en este diseño.

En la determinación de los valores óptimos en las tres tablas, la norma H_∞ ha sido fundamental para elegir los conjuntos de parámetros asociados, ya que se escoge en todo momento la norma de menor valor.

Con lo anterior, se muestra el primer cuadro de resultados (tabla 2.5 y figura 2.6).

Se observa que en casi todos estos tienden al extremo en $\mu=0.05$, esto quiere decir, como se ha manejado, que al estar la estructura amortiguadora muy por encima del cable, implica que la masa del contrapeso en el amortiguador pasivo disminuya: en un péndulo cuya l_1 corresponda a 4 (m), debe colocarse la estructura amortiguadora a 29.6 (m) por encima del cable, o en otro ejemplo, a un tamaño del péndulo de 0.60 (m), se coloca el amortiguador pasivo a 6.67 (m) por encima del cable. En este caso se hace más aún difícil, en términos técnicos, la construcción de un teleférico en estas características.

La tabla 2.6 y figura 2.7 corresponden a la condición donde la relación dinámica λ se fija en 0.0. El formato de la tabla es el mismo que se ha manejado.

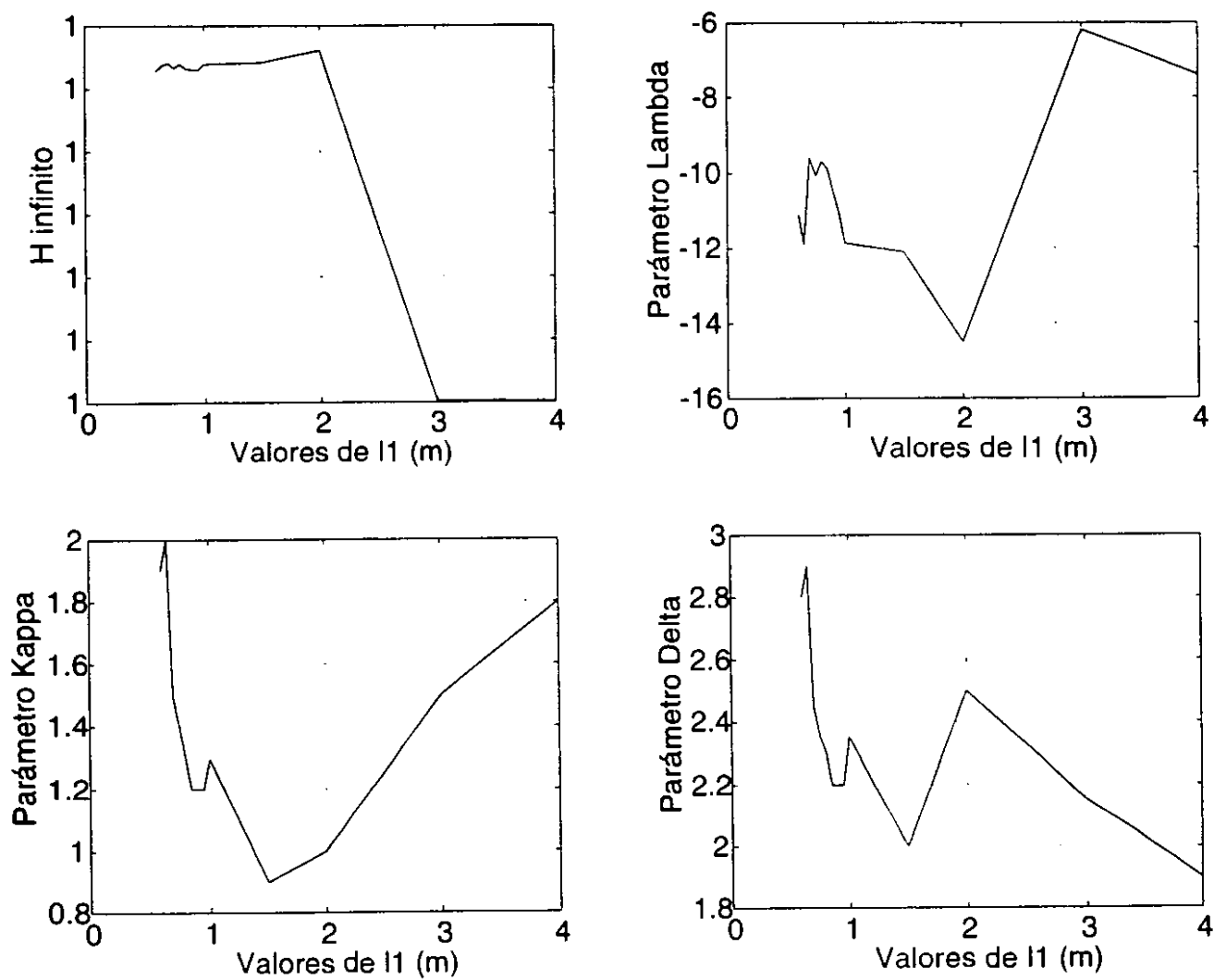


Figura 2.6: Comportamiento gráfico de los parámetros correspondientes a la tabla 2.5

valores de l_1 en (m)	H_∞	μ	λ	κ	δ
4.00	1.00001000904473	0.05	-7.400000	1.8000	1.9000
3.00	1.00001002690865	0.10	-6.196296	1.5000	2.1500
2.00	1.00001560752846	0.05	-14.50000	1.0000	2.5000
1.50	1.00001541352268	0.05	-12.09259	0.9000	2.0000
1.00	1.00001538667210	0.05	-11.85710	1.3000	2.3500
0.95	1.00001529074747	0.05	-11.08120	1.2000	2.2000
0.90	1.00001529556547	0.05	-10.54074	1.2000	2.2000
0.85	1.00001531118518	0.05	-9.89663	1.2000	2.2000
0.80	1.00001539156952	0.05	-9.68461	1.3000	2.3000
0.75	1.00001533073914	0.05	-10.07619	1.4000	2.3500
0.70	1.00001540776103	0.05	-9.595918	1.5000	2.4500
0.65	1.00001537420591	0.05	-11.90690	2.0000	2.9000
0.60	1.00001528240006	0.05	-11.12420	1.9000	2.8000

Tabla 2.5: Valores óptimos variando cuatro parámetros

En estos resultados, se observa también que el parámetro μ tiene el valor de 0.35, lo que implica también un valor de la masa de contrapeso en la estructura amortiguadora del 35% de la masa de la góndola: En esa tabla 2.6 también se aprecia un aumento severo en el valor de la relación κ y en consecuencia, el aumento en la constante del resorte, todo ello con respecto al valor correspondiente de la longitud escalada l_1 .

En la tabla 2.7 y figura 2.8, se muestran los valores óptimos para $\lambda=0.1$. Se ha escogido este valor para el caso de la aceleración por las mismas razones contempladas en el caso de la posición.

Tanto en el caso de la posición, como en las dos tablas 2.6 y 2.7 antes mencionadas, se aprecia que a medida que λ se aleja de la posición donde se encuentra la góndola para llegar a ser óptima, la norma H_∞ toma valores menores, por lo tanto, al igual que en el subtema anterior, si dicho parámetro se acercara a 0.9, la norma H_∞ aumentaría. Así pues, el tercer cuadro de parámetros óptimos corresponde a la tabla 2.7.

Las observaciones generales en los resultados del caso aceleración siguen la misma tendencia que el caso de la posición, por ello también de éste caso puede decirse que

- A medida que λ tiende a 0.9, cuando ésta toma los valores de 0.0 y 0.1, aumenta severamente la relación κ , para cada valor de l_1 cuando se mantiene $\lambda=0.1$.

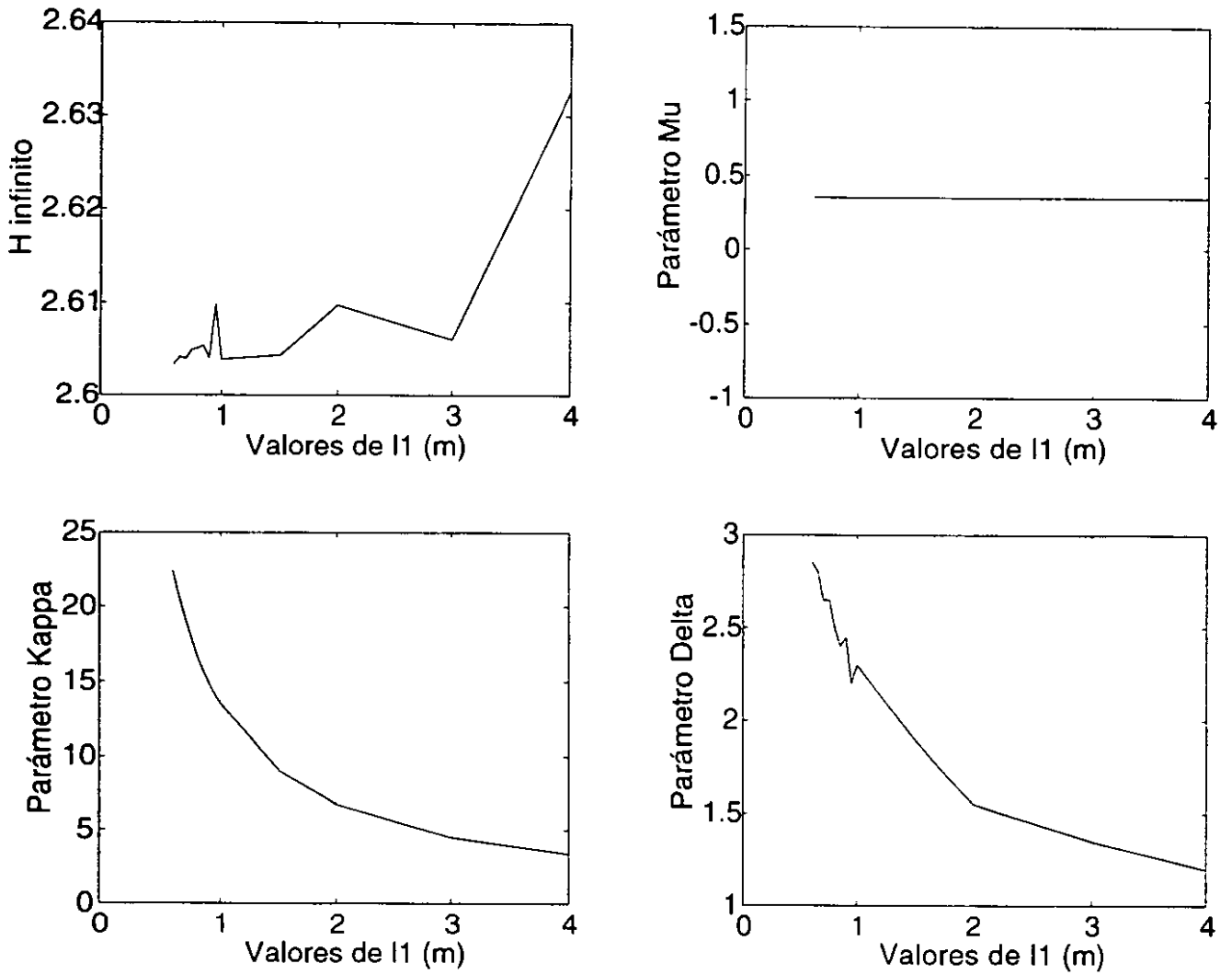


Figura 2.7: Comportamiento gráfico de los parámetros correspondientes a la tabla 2.6

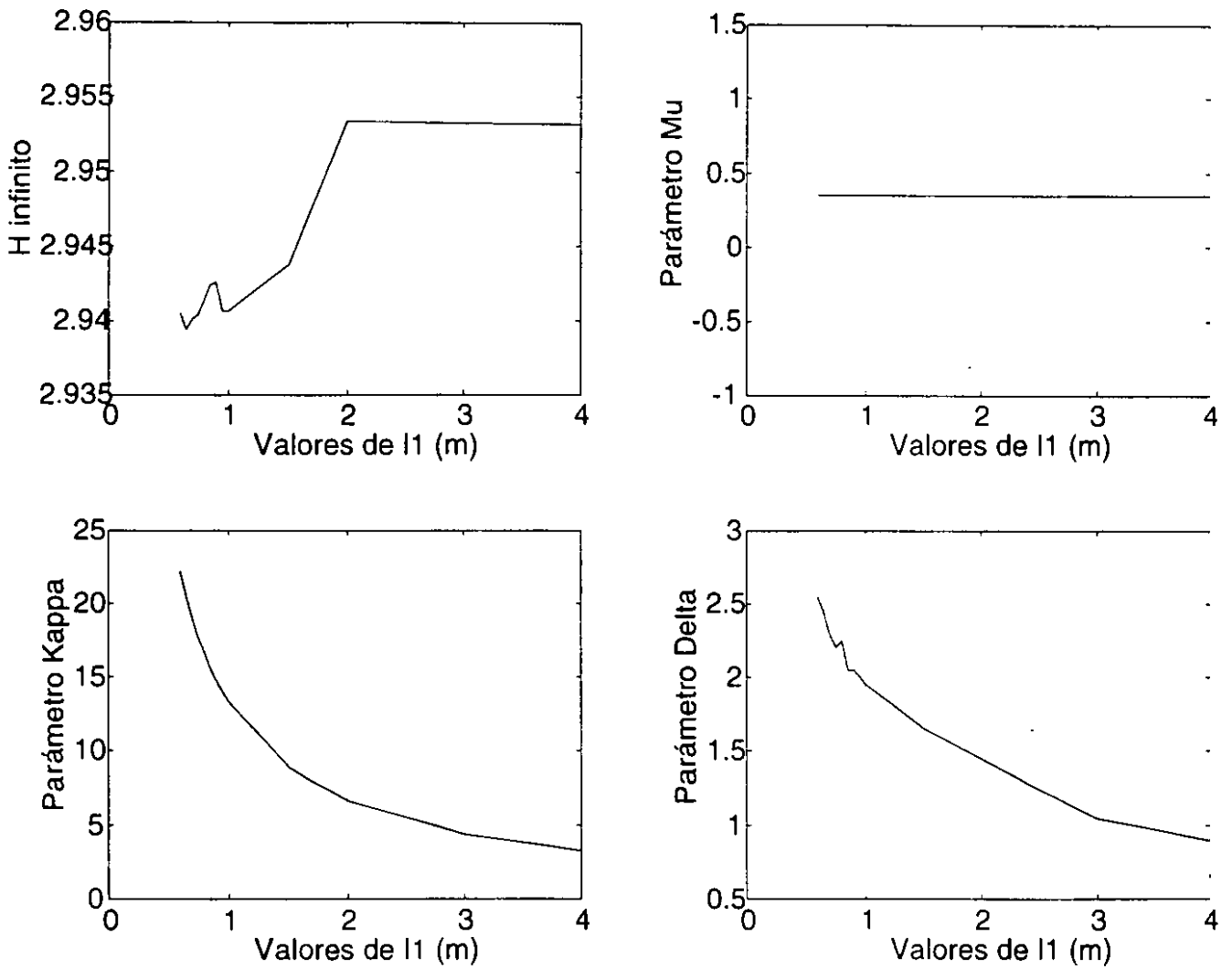


Figura 2.8: Comportamiento gráfico de los parámetros correspondientes a la tabla 2.7

valores de l_1 en (m)	H_∞	μ	λ	κ	δ
4.00	2.63267082226733	0.3500	0.0	3.4000	1.2000
3.00	2.60599198124250	0.3500	0.0	4.5000	1.3500
2.00	2.60969433955410	0.3500	0.0	6.7000	1.5500
1.50	2.60431726149531	0.3500	0.0	9.0000	1.9000
1.00	2.60385100859961	0.3500	0.0	13.500	2.3000
0.95	2.60976271621380	0.3500	0.0	14.100	2.2000
0.90	2.60395703420057	0.3500	0.0	15.000	2.4500
0.85	2.60537494465790	0.3500	0.0	15.800	2.4000
0.80	2.60503339782192	0.3500	0.0	16.800	2.500
0.75	2.60487138781617	0.3500	0.0	18.000	2.6500
0.70	2.60387928023367	0.3500	0.0	19.200	2.6500
0.65	2.60415852548427	0.3500	0.0	20.700	2.8000
0.60	2.60331559946228	0.3500	0.0	22.400	2.8500

Tabla 2.6: Valores óptimos variando tres parámetros para valores dados de μ

- Si disminuye λ hasta el valor óptimo negativo, entonces el parámetro μ y la norma H_∞ disminuyen.
- La relación dinámica δ no cambia demasiado.
- Se calcularon los valores propios de la matriz \mathbf{A} (la matriz de estado) para todos estos resultados con el conjunto de programas \mathbf{U} correspondiente al caso de la aceleración, para verificar de nuevo la estabilidad del sistema.

Conociendo los resultados de ambos casos, se pretende comparar un caso con respecto al otro. El procedimiento empleado para ello se explica en el siguiente subtema.

2.2.3 Comparación de resultados óptimos entre los casos de Posición y Aceleración para el sistema pendular

La comparación entre estos casos no puede realizarse confrontando los valores óptimos directamente, como ya se ha mencionado, debido que ambos casos modelan situaciones distintas. sin embargo se ha planteado una forma alternativa para realizar dicha correlación, la cual fue explicada anteriormente y esquematizada en la figura 2.1.

La forma en que se van a comparar los resultados será por medio de la norma H_∞ , esto es, con los resultados óptimos del caso de aceleración, se evalúan en los programas del caso

valores de l_1 en (m)	H_∞	μ	λ	κ	δ
4.00	2.95313885237919	0.3500	0.1	3.3000	0.9000
3.00	2.95319359538890	0.3500	0.1	4.4000	1.0500
2.00	2.95333682640649	0.3500	0.1	6.7000	1.4500
1.50	2.94376135278743	0.3500	0.1	8.9000	1.6500
1.00	2.94062800053542	0.3500	0.1	13.300	1.9500
0.95	2.94060866557512	0.3500	0.1	14.000	2.0000
0.90	2.94254080507109	0.3500	0.1	14.800	2.0500
0.85	2.94234480668890	0.3500	0.1	15.600	2.0500
0.80	2.94135185230701	0.3500	0.1	16.700	2.2500
0.75	2.94038743947748	0.3500	0.1	17.700	2.2000
0.70	2.94012133462364	0.3500	0.1	19.000	2.3000
0.65	2.93942349768206	0.3500	0.1	20.500	2.4500
0.60	2.94049758521612	0.3500	0.1	22.200	2.5500

Tabla 2.7: Valores óptimos variando tres parámetros y manteniendo fija a λ

posición, los cuales van a generar un valor de $H_{\infty(\text{posición})}$; estos se comparan con la norma H_∞ de los óptimos originales obtenidos.

Valores del caso aceleración evaluados en programas del caso posición generan $H_{\infty(\text{posición})}$	Comparación \Leftrightarrow	La norma de los óptimos encontrados originalmente con los programas del caso posición H_∞ (original)
--	----------------------------------	--

En forma similar se manipulan los resultados del caso posición

Valores del caso posición evaluados en programas del caso aceleración generan $H_{\infty(\text{aceleración})}$	Comparación \Leftrightarrow	La norma de los óptimos encontrados originalmente con los programas del caso aceleración H_∞ (original)
---	----------------------------------	---

Las comparaciones efectuadas consisten en elegir cual norma es más pequeña, para determinar si es mejor utilizar los valores óptimos debidos a la posición o los valores óptimos debidos a la aceleración. De lo anterior, se presenta a continuación la tabla 2.8 que resulta del procedimiento planteado. Ésta contiene información sobre la norma H infinito obtenida con los programas del caso posición para las relaciones óptimas en el caso de la aceleración para **algunos** valores de l_1 en (m), ya que el resto de las distancias escaladas sigue el mismo comportamiento.

valores de l_1	$H_{\infty}(\text{posición})$	μ	λ	κ	δ
4.00	3.15468419760281	0.0500	-7.40000	1.8000	1.9000
4.00	1.60520762811232	0.3500	0.0	3.4000	1.2000
4.00	1.78967916085541	0.3500	0.1	3.3000	0.9000
1.00	4.43855145864341	0.0500	-11.8571	1.3000	2.3500
1.00	0.40638038505992	0.3500	0.0	13.500	2.3000
1.00	0.43062540889024	0.3500	0.1	13.300	19.500
0.60	11.55282149850931	0.0500	-11.1242	1.9000	2.8000
0.60	0.24825418676172	0.3500	0.0	22.400	2.8500
0.60	0.25705135310024	0.3500	0.1	22.200	2.5500

Tabla 2.8: Valores óptimos del caso aceleración evaluados en el caso posición

Lo mismo se realiza con los valores óptimos para el caso posición evaluados en programas del caso aceleración. los resultados se muestran en la tabla 2.9 siguiendo el mismo formato del cuadro anterior

valores de l_1	$H_{\infty}(\text{aceleración})$	μ	λ	κ	δ
4.00	1.61588348032165	0.0500	-3.4000	0.6000	1.2600
4.00	3.39567280257525	0.3500	0.0	2.5000	1.2600
4.00	3.82451430642232	0.3500	0.1	2.6000	1.0600
1.00	1.63510389260764	0.0500	-3.4000	2.3000	2.500
1.00	3.37788246678058	0.3500	0.0	10.100	2.6000
1.00	3.76207378056724	0.3500	0.1	10.600	2.2000
0.60	1.54555841113321	0.0500	-3.5000	3.7000	3.3500
0.60	3.42331879235004	0.3500	0.0	16.500	3.2500
0.60	3.81050447000348	0.3500	0.1	17.400	2.7500

Tabla 2.9: Valores óptimos del caso posición evaluados en el caso aceleración

Como se aprecia, son mostrados los casos donde λ es óptimo negativo, y donde fue restringida a 0.0 y 0.1.

En un primer paso, los cuadros anteriores mostraron las ganancias H infinito para los dos casos en cuestión aún sin ser comparados, entonces, como siguiente paso se realiza la confrontación

entre las normas H_∞ obtenidas con el método planteado para los casos correspondientes y las normas H_∞ originales encontradas. La descripción hecha es el formato de la tabla 2.10, la cual también contiene resultados para algunos valores de la relación λ ya que como se ha mencionado antes, todos los valores de l_1 en (m) siguen el mismo comportamiento, por ello se presentan algunos.

valores de l_1	$H_\infty(\text{posición})$	Relación $\left[\frac{H_\infty(\text{posición})}{H_\infty(\text{original})} \right]$	H_∞ (original)	para λ óptima
4.00	3.15468419760281	>(4.614 veces)	0.68379184872000	Negativa
4.00	1.60520762811232	>(1.548 veces)	1.03638714788000	en 0.0
4.00	1.78967916085541	>(1.571 veces)	1.13889769028000	en 0.1
1.00	4.43855145864341	>(26.139 veces)	0.16981318546653	Negativa
1.00	0.40638038505992	>(1.580 veces)	0.25718565668531	en 0.0
1.00	0.43062540889024	>(1.518 veces)	0.28357348490264	en 0.1
0.60	11.55282149850931	>(113.514 veces)	0.10177481245986	Negativa
0.60	0.24825418676172	>(1.611 veces)	0.15406109024498	en 0.0
0.60	0.25705135310024	>(1.508 veces)	0.17042195276751	en 0.1

Tabla 2.10: Comparación de normas para valores óptimos del caso posición

En forma similar se presenta la tabla 2.11 que compara los valores óptimos de la aceleración bajo el mismo formato

La información generada a partir del anterior procedimiento de comparación da la posibilidad de observar que tan buenos o que tan malos son los resultados obtenidos.

En primer lugar puede decirse que el hecho de que las normas H infinito obtenidas son mayores que las originales, es algo que debe esperarse, incluso sin hacer la comparación, la razón es que no puede haber valores menores al óptimo, esto conduce a que si los resultados fuesen menores a los óptimos originales podría significar la existencia de un error en los programas de optimización o en el modelado.

Analizando la tabla 2.10, puede notarse que los valores óptimos originales (cuarta columna, de izquierda a derecha) son menores en cuanto a su correspondiente valor de norma H_∞ , para

valores de l_1	$H_{\infty}(\text{aceleración})$	Relación $\left[\frac{H_{\infty}(\text{aceleración})}{H_{\infty}(\text{original})} \right]$	$H_{\infty}(\text{original})$	para λ óptima
4.00	1.61588348032165	>(1.616 veces)	1.00001000904473	Negativa
4.00	3.39567280257525	>(1.290 veces)	2.63267082226733	en 0.0
4.00	3.82451430642232	>(1.295 veces)	2.95313885237919	en 0.1
1.00	1.63510389260764	>(1.635 veces)	1.00001538667210	Negativa
1.00	3.37788246678058	>(1.297 veces)	2.60385100859961	en 0.0
1.00	3.76207378056724	>(1.279 veces)	2.94062800053542	en 0.1
0.60	1.54555841113321	>(1.545 veces)	1.00001528240006	Negativa
0.60	3.42331879235004	>(1.314 veces)	2.60331559946228	en 0.0
0.60	3.81050447000348	>(1.295 veces)	2.94049758521612	en 0.1

Tabla 2.11: Comparación de normas para valores óptimos del caso aceleración

las mismas condiciones de fuerza del viento. Esto quiere decir que el teleférico oscila en un ángulo pequeño, pero no es posible saber, en esta condición cual es el cambio en la rapidez de este. Pero si se realiza la prueba con los valores óptimos relacionados a la norma $H_{\infty}(\text{posición})$ obtenidos con los conjuntos de parámetros del caso aceleración evaluados en el caso posición, entonces se observa que la amplitud es mas grande.

Lo anterior quiere decir que sustituir los valores óptimos del caso aceleración en los programas que se utilizaron para los óptimos de la posición produce, como consecuencia, el aumento en la amplitud y una disminución en la aceleración angular del péndulo, esto es:

- Si l_1 vale 4 y se tiene la condición donde λ es negativa óptima, entonces el aumento en la posición angular es 4.61 veces más grande utilizando los valores óptimos del caso posición en lugar de los óptimos del caso posición; pero si λ se fija en cero ($\lambda=0$), entonces la posición angular es 1.55 veces más grande y cuando la relación λ dinámica se fija en 0.1 ($\lambda=0.1$), entonces la posición angular es 1.57 veces más grande que si se utilizaran los valores originales óptimos del caso posición.
- Pero si ahora l_1 vale 1 y en la condición λ negativa óptima, el aumento en la posición angular es 26.13 veces mayor utilizando los valores óptimos del caso posición en lugar de los óptimos del caso posición; pero si , se fija a $\lambda=0$, entonces la posición angular es 1.58 veces más grande y finalmente, cuando esta relación dinámica se fija en 0.1 ($\lambda=0.1$), entonces la posición es 1.51 veces más grande que si se utilizaran los valores originales

óptimos del caso posición

- Y si l_1 toma el valor de 0.6 con λ negativa óptima, entonces el aumento en la posición angular es 113.51 veces más grande utilizando los valores óptimos del caso aceleración en lugar de los óptimos del caso posición; pero con $\lambda=0$, entonces la posición angular es 1.61 veces más grande y cuando la relación λ se fija en 0.1 ($\lambda=0.1$), entonces la posición angular es 1.50 veces más grande que si se utilizaran los valores originales del caso posición.

Lo contrario sucede en el otro caso, donde el análisis realizado en la tabla 2.11, donde el efecto es el contrario, lo que se busca es minimizar la aceleración angular producida en el teleférico y que oscilará en cierta amplitud producto de las condiciones del viento, sin embargo, al utilizar los valores óptimos del caso de la posición en las condiciones del caso aceleración se observa que la aceleración angular aumenta pero la oscilación disminuye.

Ello está reflejado en la comparación de la ya mencionada tabla 2.11, cuando se tiene las siguientes características en las condiciones de aceleración:

- Cuando l_1 vale 4 y se tiene la condición donde λ es negativa óptima, el aumento en la aceleración angular es 1.62 veces más grande utilizando los valores óptimos del caso posición en lugar de los óptimos del caso aceleración; pero si λ se fija en cero ($\lambda=0$), entonces la aceleración angular es 1.29 veces más grande y cuando la relación λ dinámica se fija en 0.1 ($\lambda=0.1$), entonces la aceleración es 1.30 veces más grande que si se utilizaran los valores originales óptimos del caso aceleración.
- Pero si ahora l_1 vale 1 y en la condición λ negativa óptima, el aumento en la aceleración angular es 1.63 veces mayor que utilizando los valores óptimos del caso posición en lugar de los óptimos del caso aceleración; pero si , se fija a $\lambda=0$, entonces la aceleración angular es 1.30 veces más grande y finalmente, cuando esta relación dinámica se fija en 0.1 ($\lambda=0.1$), entonces la aceleración es 1.28 veces más grande que si se utilizaran los valores originales óptimos del caso aceleración
- Y cuando l_1 toma el valor de 0.6 con λ negativa óptima, el aumento en la aceleración angular es 1.55 veces más grande que si se utilizan los valores óptimos del caso aceleración en lugar de los óptimos del caso posición; pero con $\lambda=0$, entonces la aceleración angular es 1.31 veces más grande y cuando la relación λ se fija en 0.1 ($\lambda=0.1$), entonces la aceleración es 1.30 veces más grande que si se utilizaran los valores originales óptimos del caso aceleración.

Las dos posturas anteriores llevan al siguiente razonamiento, si se optimiza con los valores óptimos de la aceleración en los programas utilizadas para el caso posición se observa que la amplitud aumenta notablemente, sobre todo, cuando l_1 toma valores cada vez más pequeños. Lo que no sucede en el caso opuesto, en donde la aceleración aumenta pero no en forma marcada, ya que en promedio aumenta 1.4 veces más la aceleración angular y la amplitud disminuye.

El hecho de optimizar aceleración angular en programas para la amplitud implica sacrificar inclinación de la góndola por disminuir el cambio en la rapidez de la oscilación. Y por el contrario el hecho de minimizar amplitud puede significar un sacrificio en la aceleración angular. En este trabajo se considera que puede resultar mejor optimizar amplitud, por lo menos para el modelo real.

2.3 Comentarios sobre los resultados

Como primer punto, es necesario decir que si se desea obtener valores óptimos del orden de milésimas en la parte decimal en cada parámetro, depende directamente del tamaño de las iteraciones realizadas en los programas para cada uno de los casos en cuestión.

Los resultados muestran, producto de la optimización realizada en el *modelo normalizado*, que el comportamiento del sistema pendular es mejor si la estructura amortiguadora se sitúa en una posición por encima del punto de donde pende la góndola (arriba del cable). De hecho, al realizar una simulación con esos datos puede observarse dicho comportamiento óptimo tanto en el caso de la posición como el de la aceleración.

Debido a restricciones constructivas usuales, en estos sistemas no es fácil introducir en ellos amortiguadores satisfactorios para las oscilaciones naturales o excitadas, a pesar de su importancia. Así por ejemplo no es posible amortiguar oscilaciones de una góndola en el punto donde ésta se cuelga al cable y también cuando se posiciona muy por encima de éste.

Ello ha generado que los valores óptimos debidos a colocar la estructura amortiguadora por arriba del cable, sea un resultado teórico matemático, esta consideración hace necesario encontrar un valor óptimo técnicamente aceptable, por ello se ha propuesto que se amortigüe entre el cable y la góndola.

De ahí que los resultados considerados en éste trabajo como los óptimos "técnicamente aceptables" son aquellos obtenidos cuando la relación $\lambda=0.1$ que se manjan tanto para el caso de la posición como de la aceleración.

El conjunto de parámetros óptimos del caso de la posición implican que el teleférico tenga

ciertas dimensiones físicas. y. para el caso de la aceleración, se tendrán otras dimensiones diferentes.

Entonces, la comparación efectuada en el subtema anterior conduce al análisis del comportamiento de un teleférico construido con las dimensiones óptimas del caso *aceleración* operando bajo las condiciones previstas para el caso de la *posición* y viceversa, analizar el comportamiento de otro amortiguador construido con las dimensiones óptimas del caso *posición* operando bajo las condiciones previstas para el caso de la *aceleración*.

El planteamiento de dos funciones de transferencia, una que modela el cambio en la posición angular del péndulo y la otra que modela la aceleración angular de la góndola-elemento amortiguante, se realiza para evaluar la comodidad y la seguridad.

La comodidad es importante por que se requiere que la góndola no oscile en ángulos muy pronunciados y que esa oscilación no sea muy acelerada, la seguridad implica que la posición angular y la aceleración en la oscilación siempre estén dentro de un rango seguro o cumpliendo las normas establecidas [ISO. 1997] para evitar que los ocupantes o cargas transportadas sufran accidentes, las cuales pueden ser, por ejemplo, lesiones físicas o mareos y malestares.

Capítulo 3

Validación en simulación del amortiguador

El sistema de ecuaciones de movimiento del sistema péndulo-amortiguador que se normalizó, no puede ser resuelto explícitamente, por lo tanto, para poder evaluar la bondad de un amortiguador propuesto, se debe determinar numéricamente el comportamiento del sistema cuando el amortiguador es utilizado. Para tal fin se ha diseñado un simulador digital del sistema péndulo-amortiguador. Este simulador ha sido desarrollado mediante SIMULINK, una aplicación de Matlab, el cual es un programa especializado en solución de problemas de control.

El simulador se desarrolló en un ambiente gráfico que facilita al usuario la visualización de los resultados obtenidos, así como la introducción de las relaciones dinámicas del sistema. Con este simulador se pueden evaluar los resultados obtenidos del algoritmo del amortiguador diseñado para determinar si es satisfactorio o debe ser modificado. Por ello, en el capítulo se analiza la validación en simulación del absorbedor, así como sus beneficios para ciertas condiciones.

3.1 Modelo normalizado no lineal del sistema

El diagrama de bloques que se emplea para simular el comportamiento del modelo no lineal se construye a partir de las ecuaciones (1.28) y (1.32) correspondientes al desarrollo realizado para la obtención de dicho modelo en el capítulo 1.

En el modelo del sistema se utiliza una señal aleatoria, la cual simula la fuerza del viento. Para establecer la ecuación que modele en forma aproximada el comportamiento de dicha excitación, se plantea que el flujo generado por el viento sea uniforme, además partiendo de la

expresión del momentum lineal

$$\text{momentum}_{viento} = m_{viento} v_{viento}$$

y de la ecuación (1.1) que representa la segunda ley de Newton simplificada, puede expresarse como sigue para el caso del viento

$$F_{viento} = \frac{d}{dt} (mv)_{viento}$$

Si la velocidad del viento es constante ($v_{viento} = cte$), la expresión anterior se modifica a la siguiente forma

$$F_{viento} = v_{viento} \frac{d}{dt} (m_{viento}) \quad (3.1)$$

En la ecuación anterior la derivada de la masa del viento con respecto al tiempo es el flujo másico, el cual se representa como sigue

$$\dot{m} = \rho Av$$

Sustituyendo lo anterior en (3.1) se obtiene la expresión que será utilizada en el simulador digital

$$F = \rho v^2 A \quad (3.2)$$

En donde A es el área del plano donde se ejerce la fuerza (que en este caso se propone de 5 m^2) que representa una de las caras laterales de la góndola y la densidad del aire es $\rho = 1.2 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$. Por otro lado, la velocidad del viento se considera como máximo, de $40 \frac{\text{Km}}{\text{hr}}$. Dado lo anterior, la fuerza ejercida por el viento en el modelo real será de $740.741(\text{N})$.

El modelo diseñado en el simulador digital trabaja con retroalimentación, además está estructurado, como puede observarse en la figura 3.1 de forma detallada, de los diagramas de bloques del modelo no lineal normalizado, así como de subsistemas, multiplexores e íconos que implican la visualización de las señales de respuesta de interés para evaluar el comportamiento del sistema.

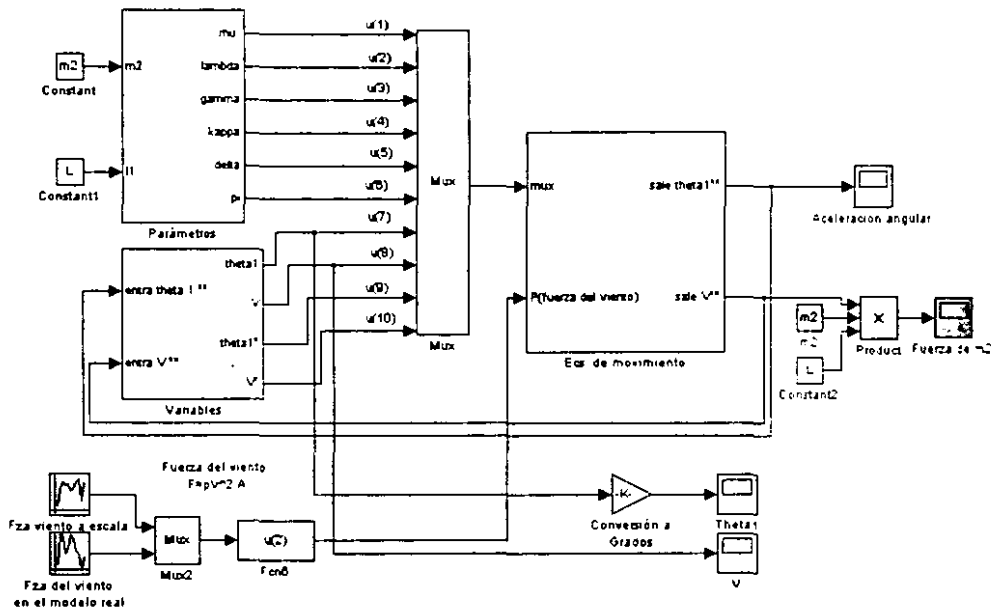


Figura 3.1: Diagrama de bloques del simulador digital

En la anterior figura pueden observarse varios subsistemas, cuyos nombres son: *PARÁMETROS*, *VARIABLES*, *ECS DE MOVIMIENTO* (el cual contiene los subsistemas: *EC. DE THETA**2* y *EC. DE V**2*). Cada subsistema contiene en forma esquemática y organizada los elementos que modelan el sistema, los cuales obedecen a las ecuaciones de movimiento del sistema. El contenido de cada uno de los subsistemas antes descrito y el contenido completo de cada bloque se muestra en forma detallada, en el **apéndice B** del texto.

Los parámetros de simulación en este caso son los siguientes: método numérico de integración con paso variable *Dormand-Prince* de quinto orden, tiempo de integración 0.01 (s), los resultados de las salidas se muestran en la siguiente sección.

3.2 Validación de los resultados

Para probar, por un lado, la utilidad del amortiguador del tipo propuesto, así como el uso del simulador desarrollado para evaluar el diseño obtenido, se presenta la respuesta en el tiempo del péndulo-amortiguador. Las condiciones iniciales en el simulador son las siguientes: $\theta_1(0) = \dot{\theta}_1(0) = v(0) = \dot{v}(0) = 0$; las cuales implican un estado de reposo.

Se presentan, como se ha dicho, resultados para dos tamaños de péndulo, el primero para

las dimensiones del modelo real, simulado con una fuerza aleatoria del viento de 740.741(N) (figura 3.2) y para las dimensiones de uno de los sistemas escalados, que en este caso tiene una longitud del péndulo de 1(m), es simulado con una fuerza máxima de 23 (N), figura 3.3 .

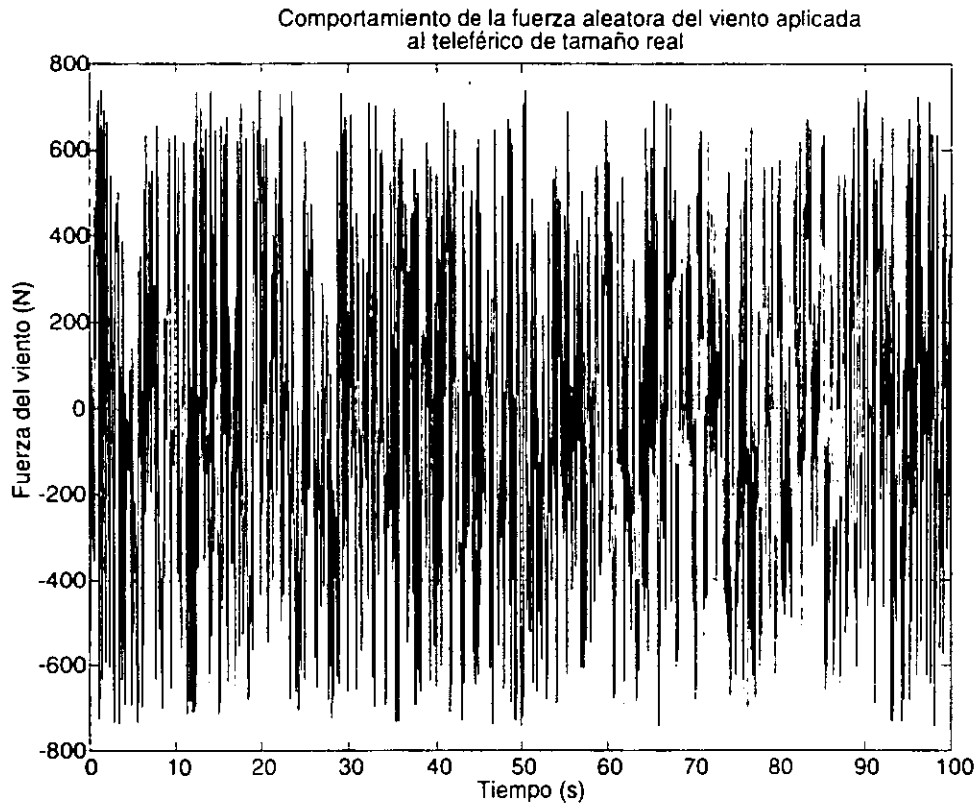


Figura 3.2: Fuerza aleatoria en el modelo real

3.2.1 Beneficios del amortiguador

Las relaciones consideradas para la simulación del sistema pendular son, para el caso de la posición, en su versión de modelo real (cuando $l_1 = 4$ m) y escalado (cuando $l_1 = 1$ m) respectivamente

l_1	μ	λ	κ	δ
4.00	0.3500	0.1	2.6000	1.0600
1.00	0.3500	0.1	10.600	2.2000

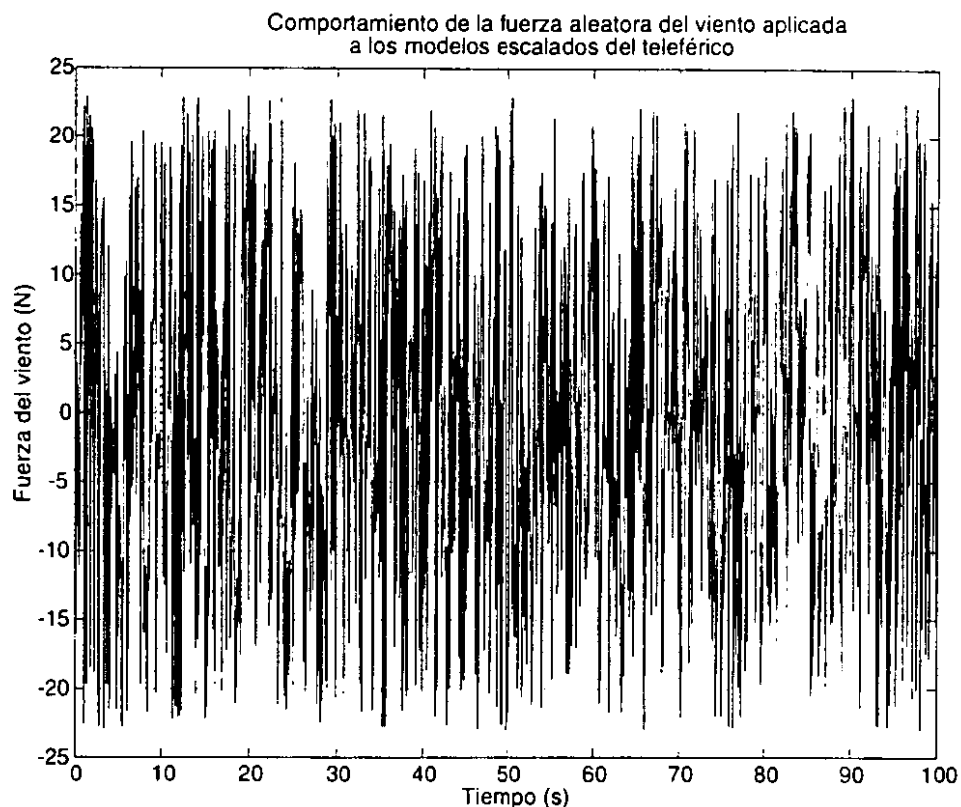


Figura 3.3: Fuerza del viento aleatoria para modelos escalados

y para el caso de la aceleración, también en su versión real (cuando $l_1 = 4$ m) y escalada (cuando $l_1 = 1$ m) respectivamente

l_1	μ	λ	κ	δ
4.00	0.3500	0.1	3.3000	0.9000
1.00	0.3500	0.1	13.300	1.9500

Las tablas anteriores corresponden a los resultados de la optimización numérica del capítulo anterior.

El modelo escalado elegido se tomó en forma arbitraria, ya que el objetivo es ilustrar que la estructura amortiguadora implantada en el teleférico es también válida en modelos pequeños, es decir, no es considerado alguno de los modelos escalados más valioso que otro. Esto también explica el por qué no se muestran las gráficas de todos ellos, ya que su comportamiento en todos es similar.

Se han elegido estos parámetros basándose en las observaciones finales del capítulo anterior. las cuales se resumen en que. por razones técnicas de construcción. la estructura amortiguadora debe encontrarse a una distancia entre la góndola y el cable y una relación entre la masa de contrapeso m_2 y la góndola m_1 de 0.35.

Por lo anterior, en esta sección se presenta la respuesta en el tiempo del sistema pendular con elemento amortiguante y sin él. ello para comparar su efectividad en simulación.

Las gráficas que muestran el comportamiento del sistema se obtuvieron directamente del simulador digital mostrado anteriormente. evaluando las relaciones óptimas tanto para el caso de la posición como para el de la aceleración. Para cada caso se obtienen dos gráficas, una corresponde la posición angular (θ_1) y otra a la aceleración angular ($\ddot{\theta}_1$). las cuales parten directamente de las ecuaciones de movimiento del sistema (1.28) y (1.32).

Lo anterior es aplicado al modelo real y a un modelo escalado. por lo tanto se hay ocho gráficas. Para comprender mejor la explicación anterior, se muestra la tabla 3.1

Caso posición	Modelo Real	{ 1) gráfica de (θ_1) 2) gráfica de ($\ddot{\theta}_1$)
	Modelo escalado	{ 3) gráfica de (θ_1) 4) gráfica de ($\ddot{\theta}_1$)
Caso aceleración	Modelo Real	{ 5) gráfica de (θ_1) 6) gráfica de ($\ddot{\theta}_1$)
	Modelo escalado	{ 7) gráfica de (θ_1) 8) gráfica de ($\ddot{\theta}_1$)

Tabla 3.1: Distribución y numero de gráficas

Aclarado esto, se muestran a continuación dichas gráficas. mostrando en línea punteada los casos en donde no se tiene estructura amortiguadora y en línea continua los que si incluyen dicho atenuador de oscilaciones.

Para el *caso de la posición* se muestran cuatro gráficas. las primeras dos, corresponden al modelo real. se busca analizar como se comporta el sistema con el conjunto de parámetros óptimos en amplitud. como se muestra en la figura 3.4 y en aceleración angular, ilustrado con la figura 3.5

En el sistema escalado se realiza en forma similar al modelo real. como se ha dicho. el objetivo de mostrar el comportamiento de un sistema escalado. es demostrar que la estructura

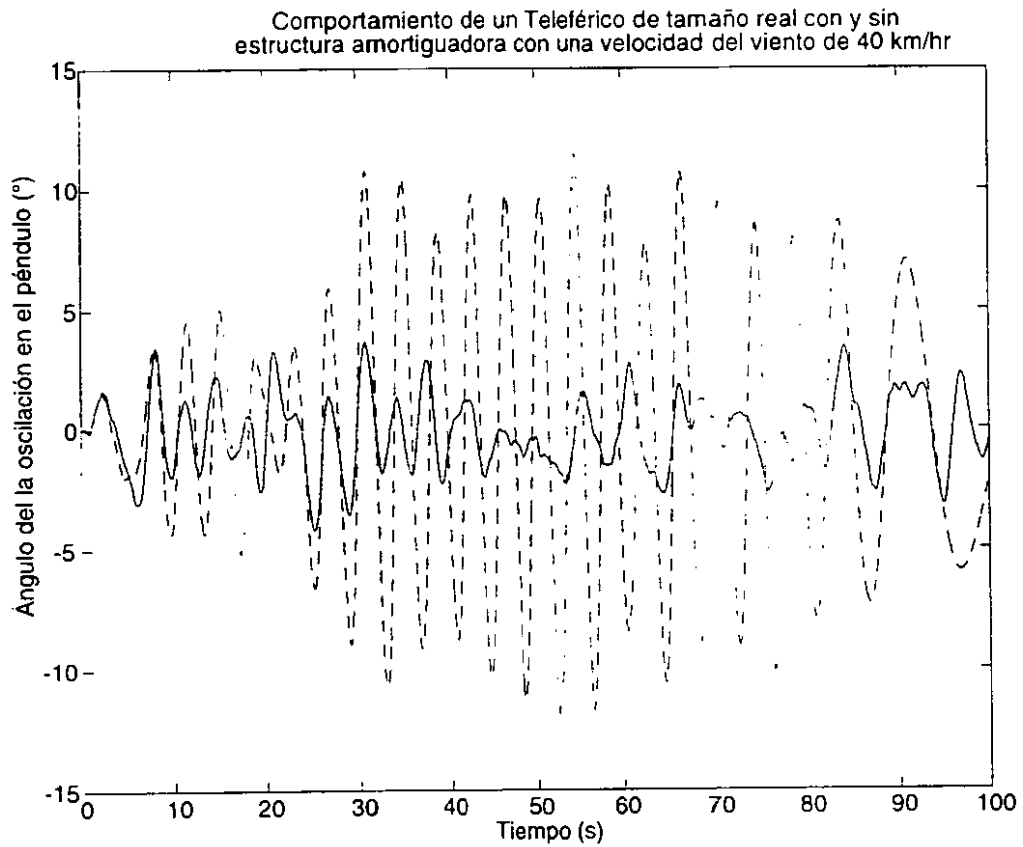


Figura 3.4: Caso Posición. se muestra la diferencia en la respuesta de la posición angular del sistema, cuando se le aplica una fuerza aleatoria con y sin absorbedor.

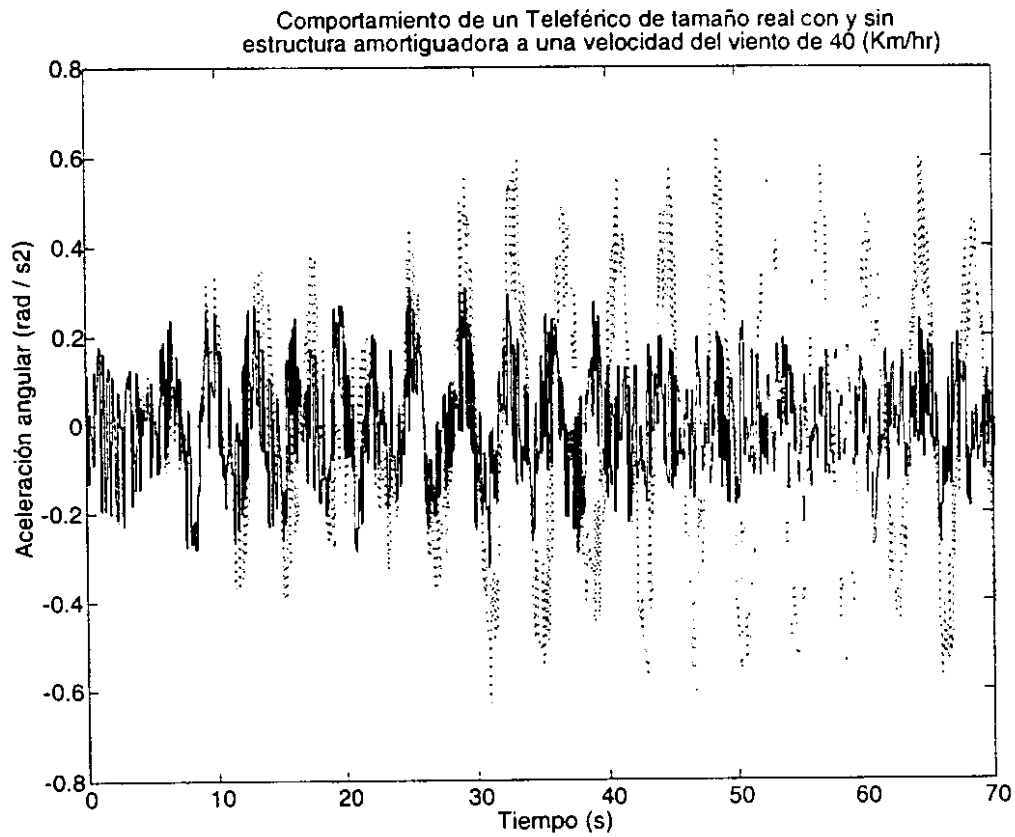


Figura 3.5: Caso Posición, se muestra la diferencia en la respuesta para la aceleración angular del sistema, cuando se le aplica una fuerza aleatoria con y sin absorbedor.

amortiguadora diseñada es aplicable a un sistema con estas características en cuanto a tamaño, por ello se muestra en la figura 3.6 el comportamiento de la posición angular y en la figura 3.7 la aceleración angular, simuladas a una fuerza de 23 (N).

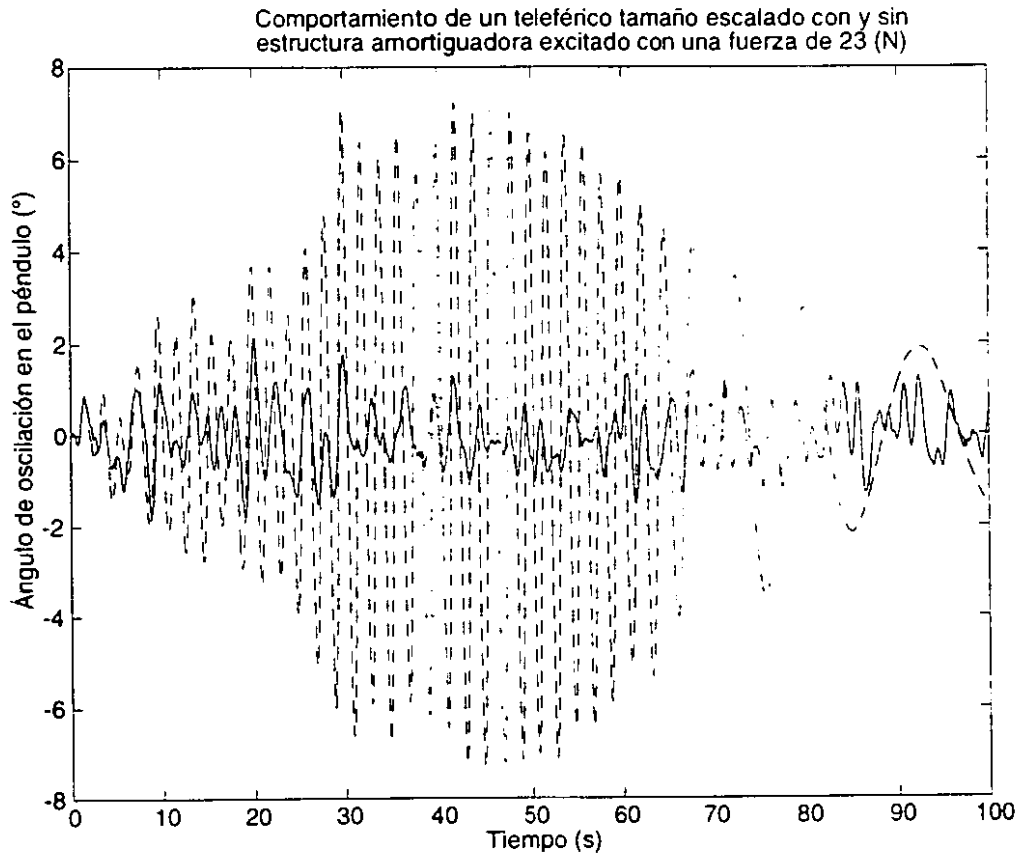


Figura 3.6: Caso Posición, se muestra la diferencia en la respuesta de la posición angular de un sistema escalado, cuando se le aplica una fuerza aleatoria con y sin absorbedor.

En los resultados del *caso de la aceleración* se muestran otras cuatro gráficas, las primeras dos, al igual que en el caso anterior, corresponden al modelo real y también se busca analizar como se comporta el sistema con el conjunto de parámetros óptimos de este caso aplicados a la amplitud, como se muestra en la figura 3.8 y en aceleración angular, en la figura 3.9

En la muestra de resultados del sistema escalado, se realiza en forma similar al modelo real, la figura 3.10 ilustra el comportamiento de la posición angular y la figura 3.11 la aceleración angular, simuladas también con una fuerza de 23 (N).

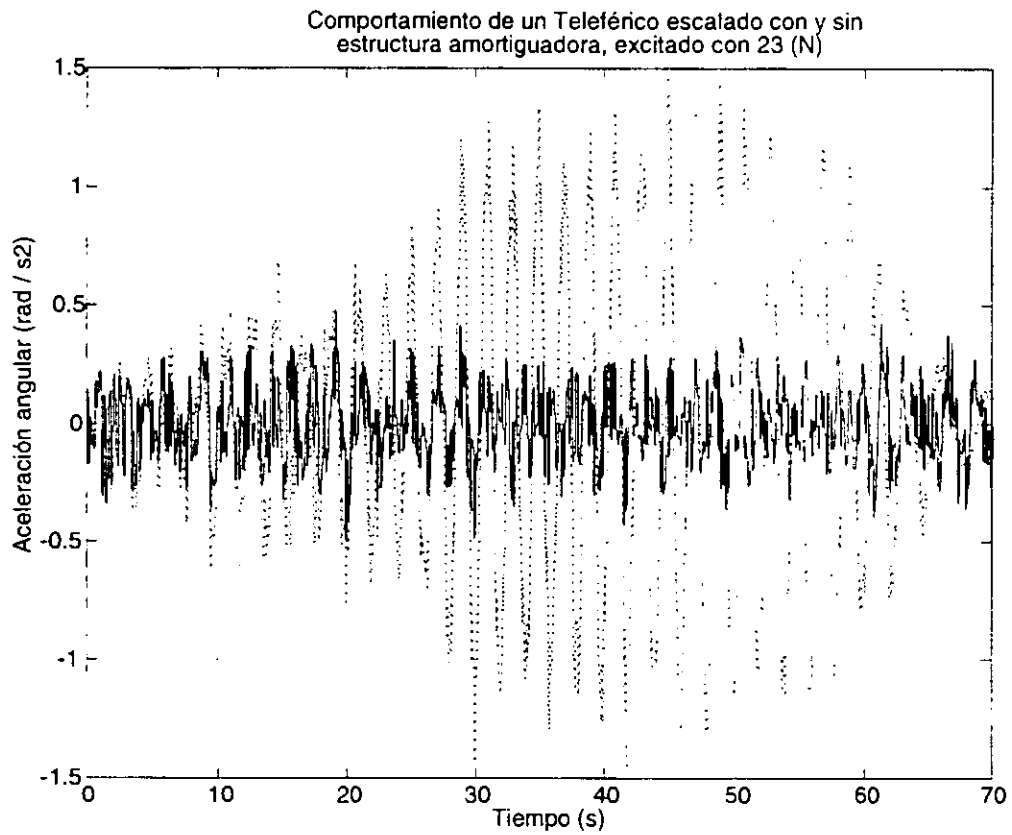


Figura 3.7: Caso Posición. se muestra la diferencia en la respuesta para la aceleración angular de un sistema escalado, cuando se le aplica una fuerza aleatoria con y sin absorbedor.

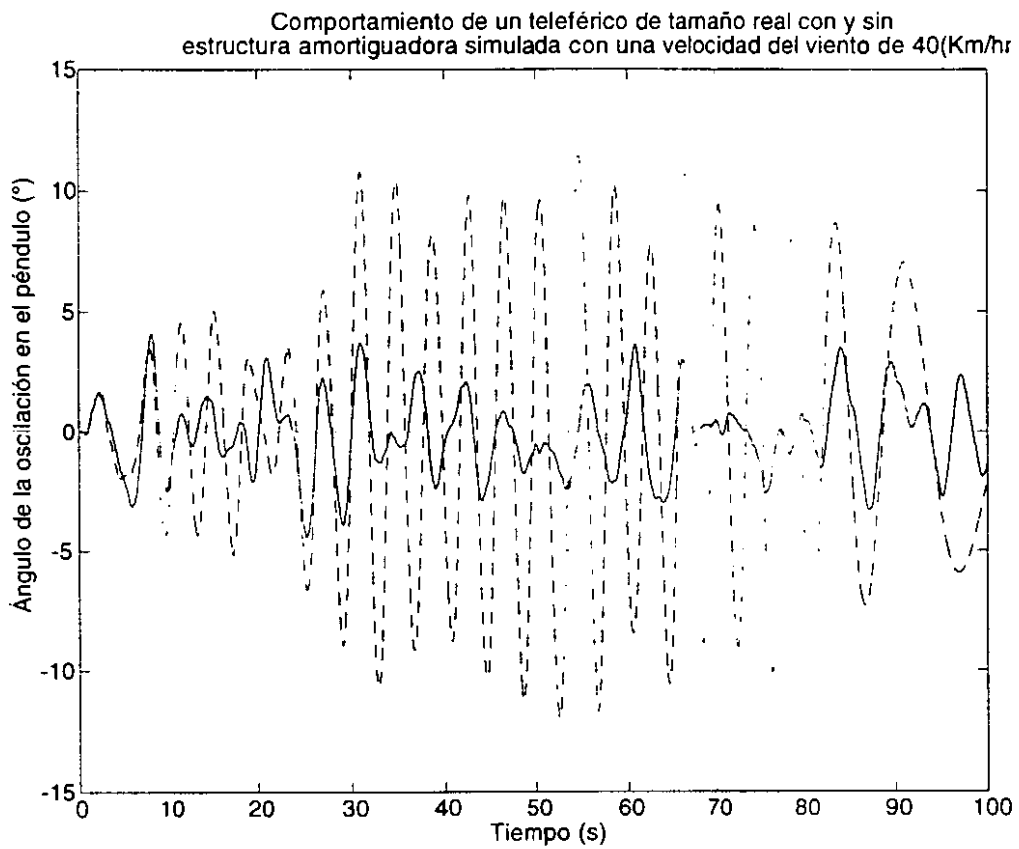


Figura 3.8: Caso Aceleración, se muestra la diferencia en la respuesta de la posición angular del sistema pendular, cuando se le aplica una fuerza aleatoria con y sin absorbedor.

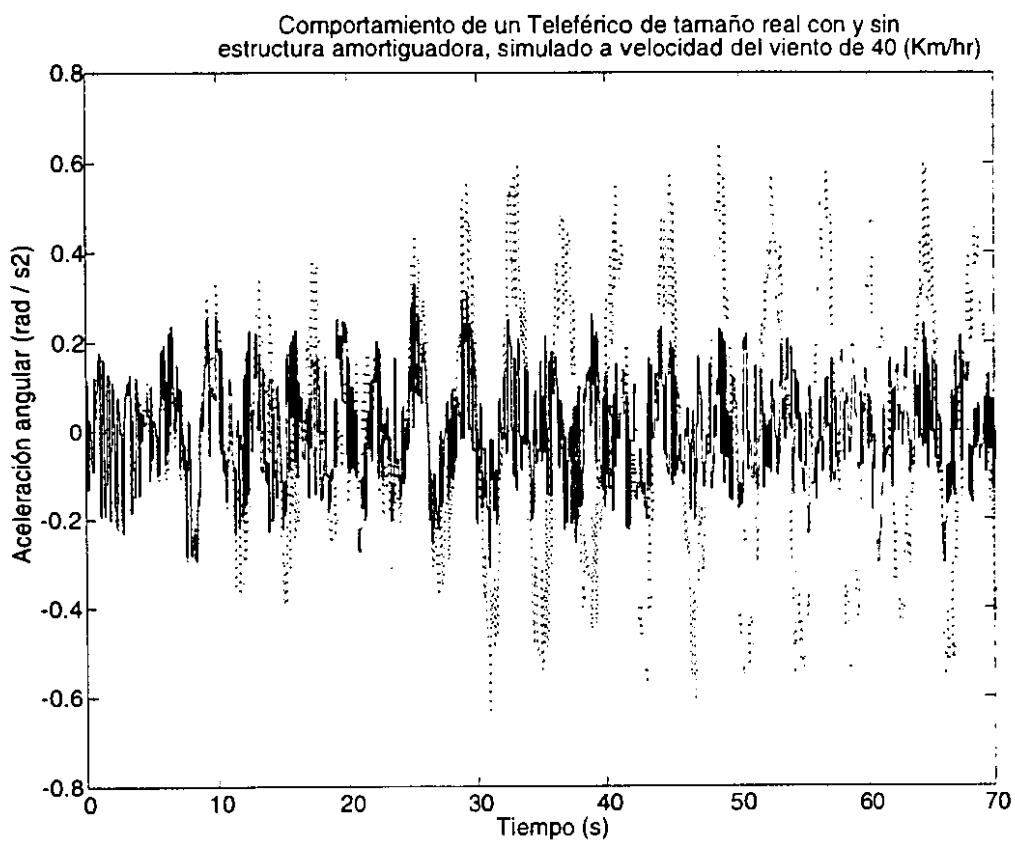


Figura 3.9: Caso Aceleración. se muestra la diferencia en la respuesta para la aceleración angular del sistema. cuando se le aplica una fuerza aleatoria con y sin absorbedor.

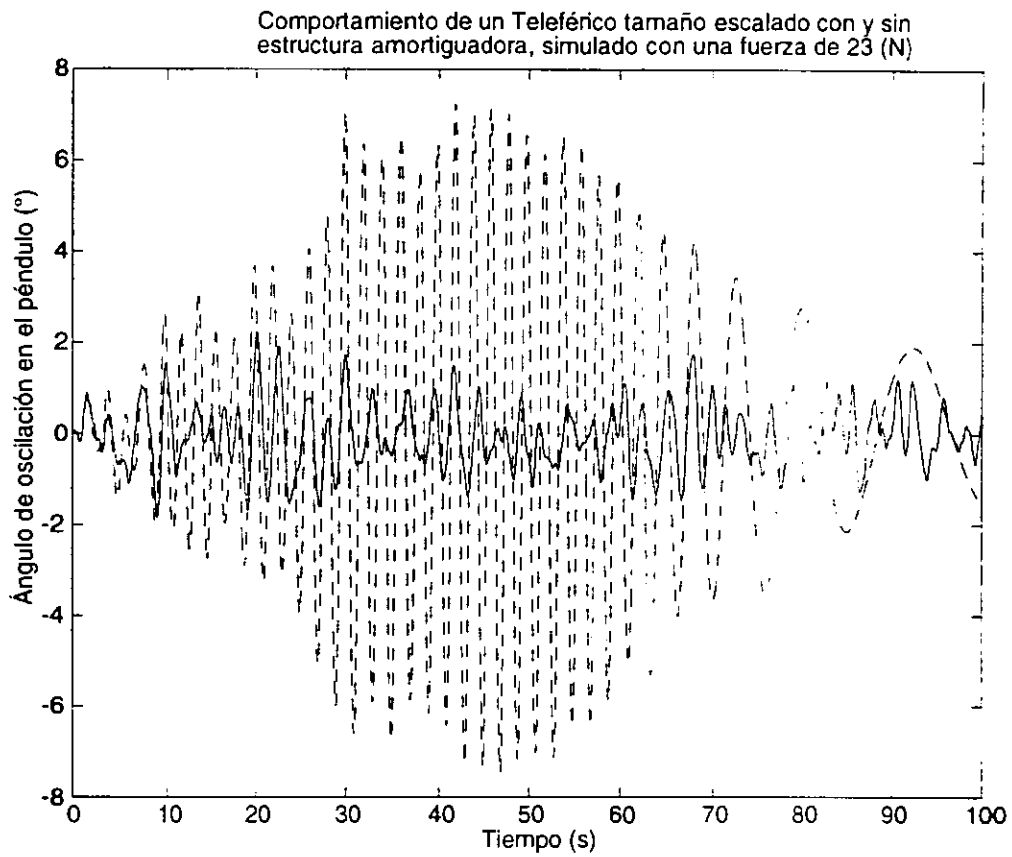


Figura 3.10: Caso Aceleración, se muestra la diferencia en la posición angular de un sistema escalado, cuando se le aplica una fuerza aleatoria con y sin absorbedor.

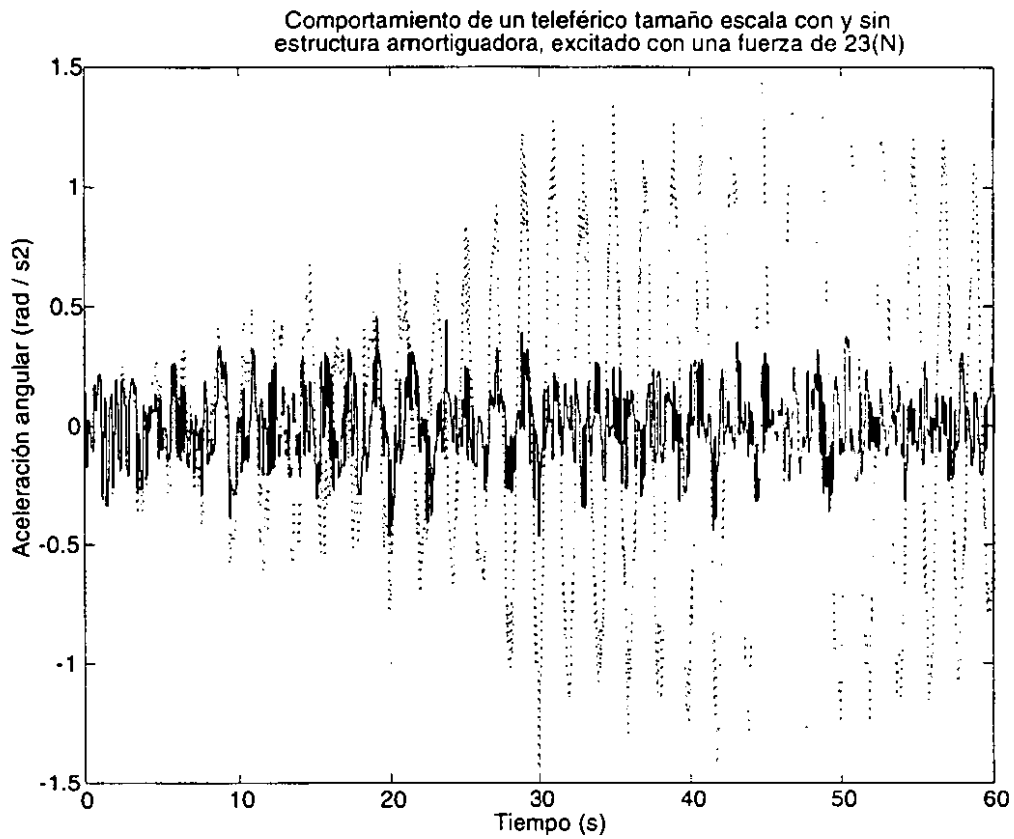


Figura 3.11: Caso Aceleración. se muestra la diferencia en la respuesta para la aceleración angular de un sistema escalado. cuando se le aplica una fuerza aleatoria con y sin absorbedor.

3.3 Discusión de resultados

En esta sección se muestra en forma resumida, la efectividad del amortiguador pasivo. En los siguientes cuadros sólo se tomó el valor máximo alcanzado en simulación en todas y cada una de las ocho gráficas mostradas en la sección anterior. Independientemente de los casos de posición y aceleración, se simularon, en los modelos reales, con una fuerza del viento de 740.741(N); y en los modelos escalados con una fuerza de 23 (N).

Para el análisis de resultados, en el CASO POSICIÓN, se tiene entonces la siguiente información (tabla 3.2)

	Modelo Real	Modelo escalado
posición angular del sistema (θ)	amplitud máxima ($^{\circ}$)	amplitud máxima ($^{\circ}$)
con estructura amortiguadora	4.1824	2.1420
sin estructura amortiguadora	12.012215	7.42388
aceleración angular del sistema ($\ddot{\theta}$)	valor máximo ($\frac{rad}{s^2}$)	valor máximo ($\frac{rad}{s^2}$)
con estructura amortiguadora	0.3233376	0.495623
sin estructura amortiguadora	0.6545	1.4658519

Tabla 3.2: Resultados en el caso de la posición angular (con el uso de parámetros de la posición angular)

En el modelo real, para la posición angular, se observa que el atenuador minimiza la oscilación cerca de tres veces el valor de dicha oscilación cuando no se tiene la estructura amortiguadora, y la aceleración angular es dos veces más pequeña cuando está presente el amortiguador.

Un comportamiento similar se aprecia en el modelo escalado, donde la oscilación disminuye tres y media veces con el atenuador y la aceleración angular es aproximadamente tres veces menor cuando es implantado el sistema amortiguante.

En el CASO ACELERACIÓN, la información generada es la siguiente

El análisis para este caso muestra resultados similares al caso de la POSICIÓN, sin embargo en esta tabla (3.3) se aprecia que en el modelo real para la posición angular, el atenuador minimiza la oscilación aproximadamente tres veces el valor de dicha oscilación cuando no se cuenta con el amortiguador, y la aceleración angular es dos veces más pequeña cuando está presente el amortiguador.

Igual que en el cuadro del caso posición, se nota un comportamiento similar en el modelo escalado de caso aceleración, donde la oscilación disminuye tres veces con el atenuador y la

	Modelo Real	Modelo escalado
posición angular del sistema (θ)	amplitud máxima ($^{\circ}$)	amplitud máxima ($^{\circ}$)
con estructura amortiguadora	4.42	2.2403666
sin estructura amortiguadora	12.0122	7.42388
aceleración angular del sistema ($\ddot{\theta}$)	valor máximo ($\frac{rad}{s^2}$)	valor máximo ($\frac{rad}{s^2}$)
con estructura amortiguadora	0.3238009	0.470242
sin estructura amortiguadora	0.654594	1.4658519

Tabla 3.3: Resultados en el caso de la aceleración angular (con el uso de parámetros de la aceleración angular)

aceleración angular es aproximadamente tres veces menor cuando se tiene el amortiguador pasivo.

Finalmente, se aprecia que aplicar el conjunto de parámetros óptimos para el caso de la posición es mejor en cuanto a respuesta tanto en amplitud, como en aceleración angular. Un amortiguador con estas características físicas minimiza ligeramente más tanto la oscilación como la aceleración angular del sistema, en comparación con el amortiguador del conjunto de parámetros encontrado en el caso de la aceleración.

Capítulo 4

Conclusiones

Los objetivos principales de este trabajo fueron

- Determinar el modelo teórico que describa el comportamiento del sistema.
- Encontrar los valores óptimos para que el sistema amortigüe óptimamente mediante la solución numérica del problema.
- Validar los resultados obtenidos con el modelo en simulación.
- Indicar cual es el mejor atenuador dentro de la clase descrita por el modelo.

Con respecto al primer objetivo, se puede decir lo siguiente. En este trabajo se ha obtenido el modelo matemático de un sistema péndulo-amortiguador. Este modelo describe el comportamiento dinámico de este tipo de sistemas para toda una familia de amortiguadores. Y puede ser utilizado para obtener el mejor atenuador posible dentro de la clase descrita por el modelo. El modelo fue obtenido utilizando el Método de Lagrange.

Para los dos siguientes objetivos se tiene lo siguiente. El modelo teórico obtenido es adecuado, y los parámetros propuestos para las ecuaciones de movimiento para normalizar el sistema resultaron convenientes para el desarrollo del trabajo. A partir de este modelo se desarrolló una hipótesis para realizar la optimización numérica, que pudo validarse en simulación, en un simulador digital. Este permite determinar en forma exitosa la respuesta dinámica del sistema ante diversos tipos de perturbaciones internas o externas y evaluar el comportamiento del elemento amortiguador propuesto.

En relación al último objetivo se mostró en los resultados de la simulación las bondades de los modelos lineales para hacer estudios de sistemas. Así, a pesar de que en el modelo se

hicieron muchas simplificaciones, la hipótesis obtenida a partir del modelo lineal se cumple en el sistema real. Como se ve en las gráficas que muestran la oscilación del sistema

Desde un punto de vista amplio, el procedimiento general del trabajo se inicia con la obtención del modelo matemático del sistema de interés y la obtención de la función de transferencia. Es importante recordar, que dentro de la descripción del proceso de optimización del sistema, se partió del modelo no lineal, luego, se realizó normalización y una posterior linealización del sistema bajo la pauta del método de TAYLOR que tenía como intención lograr un análisis por variables de estado. La mayor parte de las operaciones matemáticas y obtención de derivadas de mayor orden fueron comprobadas en el paquete llamado MAPLE, las expresiones analíticas encontradas se introdujeron al paquete MATLAB (en el editor las variables de estado y en SIMULINK las ecuaciones (1.28) y (1.32) que son las expresiones que modelan la dinámica del sistema) según los fines de la optimización y la simulación.

Para la optimización se utilizan las expresiones en el método de variables de estado para saber la cual es la mejor respuesta del sistema en el punto de operación escogido considerando ciertos valores constantes como la gravedad y la distancia desde el cable a la góndola l_1 , siguiendo los criterios según planteados.

En la simulación se trata de evaluar el comportamiento de todo el sistema y así determinar la eficacia del elemento amortiguante.

Los resultados de la simulación son concluyentes, el elemento amortiguante para el sistema pendular funciona acorde a lo esperado. Este sistema realmente atenúa la oscilación ante una perturbación provocada por el viento.

Se ha encontrado información de las características físicas de modelos escalados, esto genera la posibilidad de la construcción de un modelo a escala, ello, para comprobar experimentalmente el comportamiento de todo el sistema. De lo anterior, se presenta en el apéndice C, una serie de propuestas de diseño que pueden ser retomadas para iniciar un complemento al presente trabajo. Cabe mencionar que una variable importante dentro de la construcción puede ser el tamaño del error entre la señal experimental y la simulada en computadora.

Entonces uno de los problemas más importantes (desde el punto de vista ingenieril) a los cuales se enfrenta actualmente la teoría de control no lineal, es el distanciamiento existente entre los resultados propuestos por ella y la implantación práctica e interpretación física de los mismos, lo que ocasiona que el entendimiento de estas por parte de la comunidad aplicada (explícitamente, la comunidad ingenieril) sea muy bajo y con esto su utilización prácticamente nula. Con el fin de reducir esta separación, en este trabajo se presenta en el apéndice C, una

aproximación a la solución del problema.

La aportación principal de este trabajo es la propuesta de un elemento amortiguante implantado en un teleférico, diseñado por medio de técnicas de control óptimo. Así, cuando el péndulo de dimensiones reales se excita con vientos de $40 \left(\frac{Km}{hr} \right)$, se observa que todo el funicular oscila en una amplitud de 4.18° , así es notable que si esta estructura amortiguadora no existiera, todo el sistema llega a oscilar en una amplitud de 12° , por ello la aportación del trabajo se hace interesante.

Problema abierto a investigación futura.

En el desarrollo del trabajo realizado, son varios puntos donde se observa la existencia de problemas abiertos, los cuales definen una tendencia que puede tener la investigación futura en relación al tema.

En la parte relacionada a la metodología general de control propuesta, el problema inmediato es obtener condiciones necesarias y suficientes para encontrar una mejor alternativa en la solución del problema. La investigación futura que se plantea en este sentido es generalizar la solución para tratar de aplicar la metodología a distintos sistemas particulares, e incluso, a otros sistemas pendulares que no sean teleféricos, tales como en edificios, las torres que se encuentran en las plataformas petroleras, etc, y tratar de construir con base en estos casos particulares una teoría más general. Sin embargo, se cree firmemente que esto será difícil de realizar y por lo tanto la solución de cada problema será también particular, dependiendo de la estructura del sistema de estudio.

Apéndice A

Parámetros empleados

En este momento todos los parámetros del modelo se conocen. Estos parámetros se utilizarán para determinar y analizar el compartamiento del sistema y demás cálculos involucrados. Estos cálculos se realizan con ayuda de los programas de MATLAB que se presentaron en el desarrollo del trabajo.

A.1 Parámetros del sistema péndulo-amortiguador

Algunos de los parámetros fueron propuestos por los realizadores de este trabajo, además, por otro lado, se muestra una terminología adicional a la del capítulo 1 y que también es utilizada en el desarrollo del trabajo en la siguiente tabla de constantes.

Descripción	Notación	Valor	Unidad
Densidad del aire	ρ_{aire}	1.2	Kg/m^3
Velocidad de aire (propuesta en el modelo real)	v_{aire}	40	km/hr
Masa de la góndola (propuesta en el modelo real)	m_1	1000	Kg
Masa de la góndola (propuesta en el modelo escalado)	m_1	100	Kg
Tamaño del péndulo (modelo real)	l_1	4	m
Tamaño del péndulo (modelo escalado)	l_1	1	m

Otras variables de interés son

Descripción	Notación	Unidad
Velocidad angular del péndulo	$\dot{\theta}$	rad/s
Matrices de estado	A, B, C, D	-
Función de transferencia	$G(s)$	-
Ganancia H infinito	H_{∞}	-

Para conocer las características físicas que deben tener los modelos simulados en el capítulo 3, y tomando como punto de partida la constante del amortiguador c , ya que se conoce la relación asociada a esta (δ), referida a la expresión (1.31), se encuentra indirectamente el valor de la masa que está sobre el riel y que se definió como m_2 como se muestra

$$\delta = \frac{c}{m_2} \Rightarrow m_2 = \frac{c}{\delta}$$

A partir de m_2 se puede encontrar el valor de la constante del resorte K , basándose en la relación (1.30)

$$\kappa = \frac{K}{m_2} \Rightarrow K = \kappa m_2$$

De m_2 ya encontrada, se puede verificar el valor de m_1 , para ello se parte de la ecuación (1.23)

$$\mu = \frac{m_2}{m_1} \Rightarrow m_1 = \frac{m_2}{\mu}$$

El valor de l_1 , que es la distancia desde el cable a la góndola se toma a partir de los datos de la optimización, los cuales van desde 0.6 (m) variando cada 0.05 (m) hasta 4 (m), por lo tanto, también de la relación (1.24)

$$\lambda = \frac{l}{l_1} \Rightarrow l = l_1 \lambda$$

Muchos de los resultados más importantes obtenidos de los programas realizados son de tipo gráfico, estos resultados fueron ilustrados a su debido tiempo a lo largo del texto. Sin embargo existen algunos resultados numéricos de donde parten los gráficos, y que también resultan importantes. A continuación se presentan estos resultados.

Para el caso de la posición, se tiene tanto para el modelo real y el escalado, las siguientes dimensiones físicas

Modelo real		
Descripción	Terminología y unidades de medida	Dimensión Física
Distancia del cable u origen a la góndola	$l_1 (m)$	4
Masa de la góndola	$m_1 (Kg)$	1000
Aceleración debida a la gravedad	$g (\frac{m}{s^2})$	10
Distancia del origen a la estructura amortiguadora	$l (m)$	0.4
Masa de equilibrio o contrapeso en la estructura amortiguadora	$m_2 (Kg)$	350
Constante de resorte en la estructura amortiguadora	$K (\frac{N}{m})$	910
Constante de fricción viscosa del amortiguador en la estructura atenuadora	$c (\frac{N \cdot s}{m})$	371
Fuerza debida al viento	$F (N)$	740.741

En las siguientes tablas se evita poner de nuevo la columna de descripción, ya que todas las tablas tienen el mismo contenido.

Modelo Escalado	
Terminología y unidades de medida	Dimensión Física
$l_1 (m)$	1
$m_1 (Kg)$	100
$g (\frac{m}{s^2})$	10
$l (m)$	0.1
$m_2 (Kg)$	35
$K (\frac{N}{m})$	371
$c (\frac{N \cdot s}{m})$	77
$F (N)$	23

Al igual que lo anterior, se muestra lo obtenido en el caso de la aceleración

Modelo Real	
Terminología y unidades de medida	Dimensión Física
l_1 (m)	4
m_1 (Kg)	1000
g ($\frac{m}{s^2}$)	10
l (m)	0.4
m_2 (Kg)	350
K ($\frac{N}{m}$)	1155
c ($\frac{N \cdot s}{m}$)	315
F (N)	740.741

Modelo Escalado	
Terminología y unidades de medida	Dimensión Física
l_1 (m)	1
m_1 (Kg)	100
g ($\frac{m}{s^2}$)	10
l (m)	0.1
m_2 (Kg)	35
K ($\frac{N}{m}$)	465.5
c ($\frac{N \cdot s}{m}$)	68.25
F (N)	23

Las tablas anteriores ayudan al planteamiento de una alternativa para la construcción de un modelo a escala. para lo cual se muestra en el apéndice C, una propuesta de diseño.

Apéndice B

Listado de programas en Matlab y bloques de funciones en simulink

B.1 Programas en matlab

La creación de programas surge por la necesidad de realizar cálculos rápidos y de repetición constante. En este caso se hicieron algunos de ellos para facilitar el trabajo de cálculos numéricos en este trabajo. Estos programas pueden conjuntarse en uno solo, pero en este caso fue conveniente tenerlos separados para poder realizar modificaciones u obtener resultados de manera más rápida, no teniendo que correr un programa extenso.

Cabe señalar que los programas siguientes deben ejecutarse en esta misma sucesión, pues los parámetros obtenidos en algunos de ellos, son ocupados en otros programas de posterior ejecución.

Se presenta a continuación, la distribución los programas en cuanto a la cantidad de ellos en la siguiente tabla, seguida de las condiciones principales de programación, así como su descripción en diagramas de flujo.

Descripción de la actividad ejecutada por el programa	Programas usados en el caso de posición	Programas usados en el caso de aceleración	Programas Totales
R: { Mantiene fijas dos relaciones (γ, π) y optimiza variando (μ, δ, κ) para valores dados de (λ) .	Uno	Uno	Dos
S: { Mantiene fijas dos relaciones (γ, π) y optimiza variando $(\lambda, \delta, \kappa)$ para valores dados de (μ)	Dos	Dos	Cuatro
T: { Optimiza variando $(\mu, \lambda, \delta, \kappa)$, mateniendo fijos los parámetros (γ, π) .	Dos	Dos	Cuatro
U: { Verifica que los resultados de los programas R, S y T hacen estable el comportamiento del sistema. ello mediante la obtención de los valores propios en la matriz \mathbf{A} ; de la representación en variables de estado del sistema péndulo-amortiguador para los casos a analizar.	Uno	Uno	Dos

Cada conjunto de éstos programas (R, S, T, U) resuelven el problema numérico bajo ciertas condiciones que se muestran en el siguiente cuadro

Condición	Características
Condición 1 (C1)	Restricción para λ , se toma en cuenta únicamente la distancia entre el cable y la góndola (recordando que en el cable $\lambda=0$) y en la góndola $\lambda=1$, entonces se optimiza para valores de λ entre 0 y 0.9
Condición 2 (C2)	Los valores de λ se dejan libres. es decir, que el elemento amortiguante puede estar situado por encima del cable donde pende la góndola a una distancia de 4 (m) hasta lo más cerca posible de la góndola (en la distancia comprendida entre el cable y donde están los pasajeros).
Condición 3 (C3)	Considerando a la relación dinámica $\lambda = \frac{l}{l_1}$, se han realizado pruebas para diferentes valores de l_1 (distancia del cable a la góndola) que van desde 4 (m) hasta 0.90 (m), lo que implica un escalamiento. Ésta condición tiene como finalidad, analizar el comportamiento del sistema con otras dimensiones distintas a las consideradas como el tamaño real.
Condición 4 (C4)	La optimización se realiza con dos casos, la POSICIÓN y la ACELERACIÓN.

Al unir las dos tablas anteriores para definir una tercera que especifique a qué programas se les aplica las condiciones explicadas, se presenta el siguiente cuadro

Conjunto de programas	Condiciones que se aplican
R	C2, C3, C4
S	C1, C2, C3, C4
T	C1, C2, C3, C4
U	El resultado que encuentran los conjuntos de programas R, S y T, es empleado en esta rutina para saber si hacen al sistema estable independientemente de la condición empleada.

De los grupos de programas *R*, *S*, *T*, *U* descritos brevemente en la primera tabla, es necesario describirlos de manera más concreta, por lo anterior, se recurre a ilustrar la forma en que están estructurados dichos programas mediante diagramas de flujo, los cuales se muestran a continuación.

Para todos los programas se ha dispuesto el uso de cronómetro para saber el tiempo máquina empleado para obtener el resultado, así como un indicador de la fecha en la que se realizó la corrida del programa. Estos elementos, aunque en primera instancia parecen superficiales, son importantes por que ayudan a organizar los resultados en forma cronológica y facilitan el trabajo de documentación. Por otro lado, casi todos los programas contienen instrucciones recursivas de tipo anidado, como ciclos "for".

En el conjunto de programas *R* (figura B.1), como se dijo, optimiza a (μ, κ, δ) para valores dados de (λ) , para ello se ideó un programa anidado en otro, es decir, el primer programa inicia el proceso iterativo y definiendo algunos valores importantes que se mantienen constantes a lo largo de la corrida, posteriormente, dicho programa ejecuta otro programa que realiza la optimización y almacena en una matriz los resultados generados.

El conjunto de programas *S* (figura B.2), optimiza a $(\lambda, \kappa, \delta)$ para valores dados de (μ) , en este grupo también se utilizó la metodología anterior, un programa que se ayuda de ejecutar otro, el primer programa inicia el proceso iterativo de la misma forma que el grupo *R*, sólo que la relación es distinta, por lo tanto el principio de operación es básicamente el mismo, al igual que la forma en que almacena los resultados obtenidos en una matriz.

El grupo de programas *T* (figura B.3), optimiza a cuatro realciones dinámicas $(\mu, \lambda, \kappa, \delta)$, en este grupo se usó un programa, este inicia el proceso iterativo de la misma forma que los grupos anteriores, pero ahora son cuatro parámetros variando al mismo tiempo, los programas *T* no almacena todos los resultados obtenido en una matriz, como en los grupos anteriores, pues sólo almacena un vector como el resultado óptimo, por lo anterior se presenta su descripción en diagrama de bloques.

El grupo de programas *U*, evalúa únicamente la estabilidad del sistema para los datos encontrados en los grupos *R*, *S* y *T*, su estructura en diagrama de bloques es la figura B.4.

Los listados de los programas se muestran ordenados por casos, iniciando con las rutinas empleadas en el **caso de la posición**

```
Programa TABLA_LAMBDA.M
```

```
%Programa que realiza una tabla de parámetros óptimos para el caso de la posición
```

```
%del modelo del sistema péndulo-amortiguador.
```

```
%programa que funciona con archivo tablabis.m
```

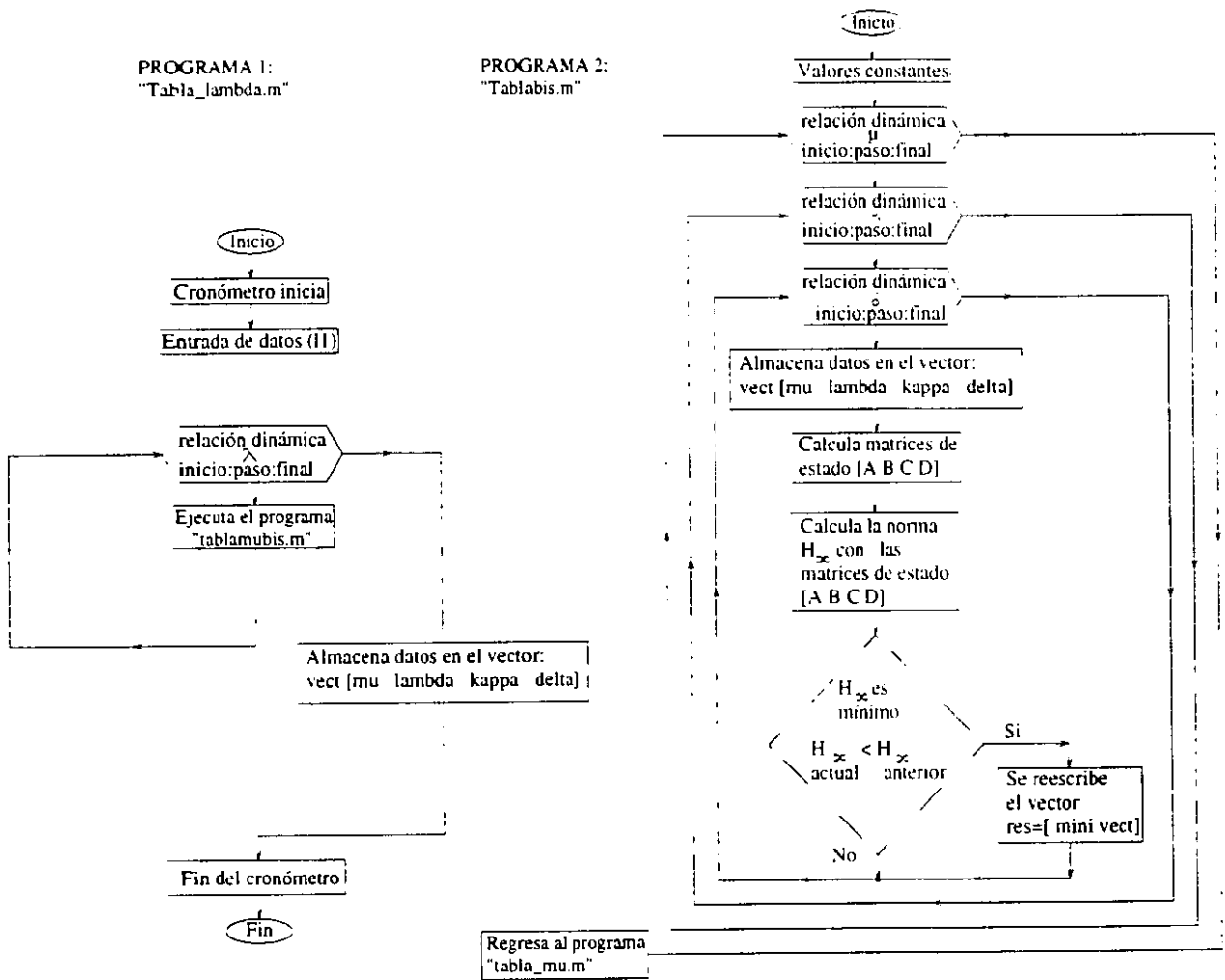


Figura B.1: Diagrama de flujo para el grupo de programas R

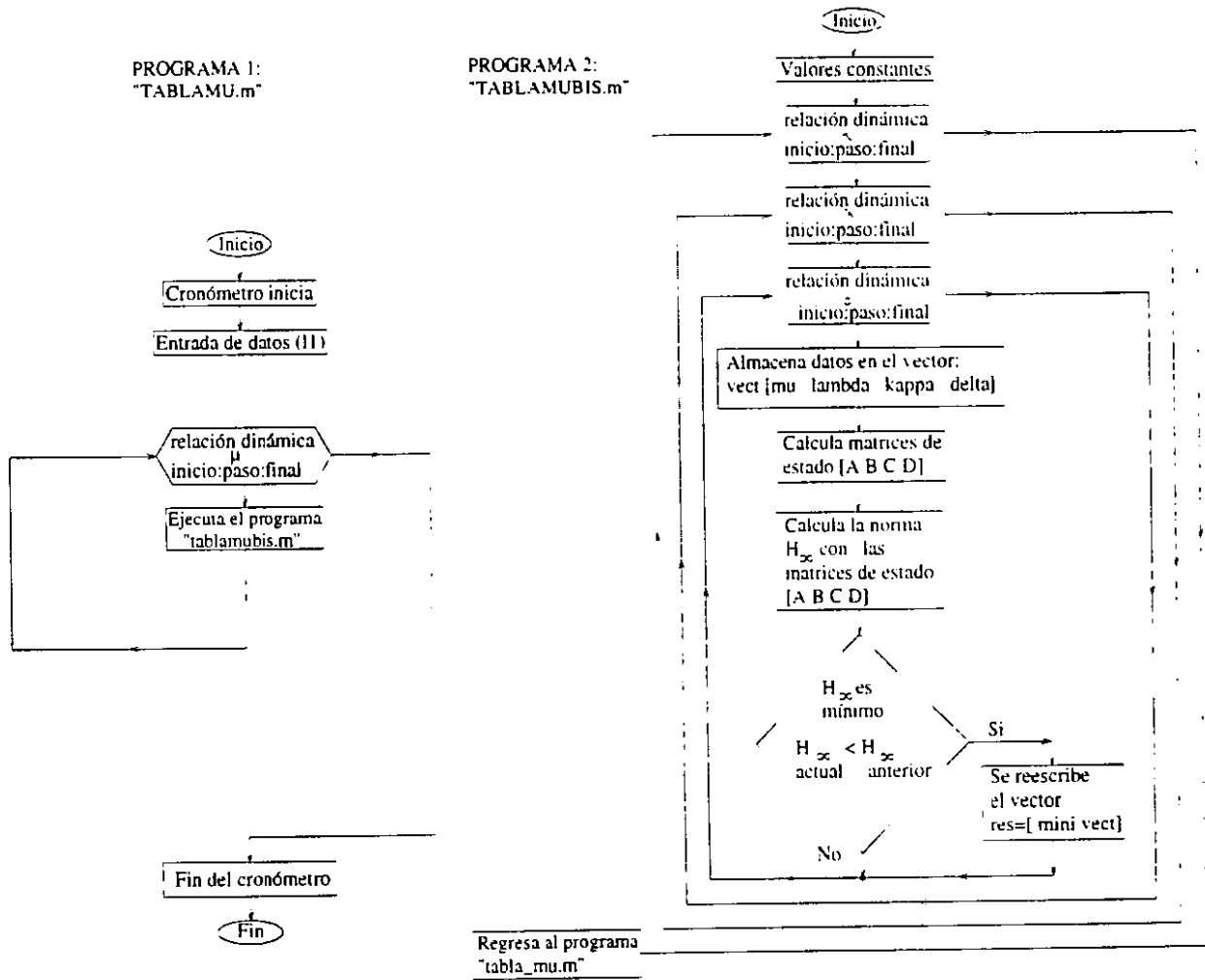


Figura B.2: grupo Diagrama de flujo para el grupo de programas S

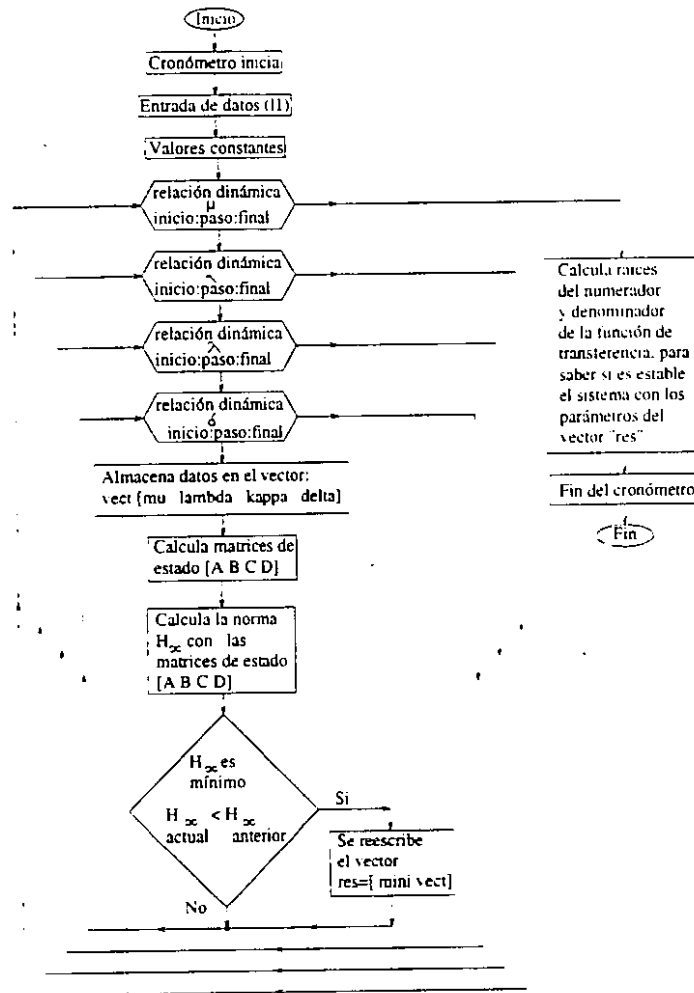


Figura B.3: Diagrama de flujo para el grupo de programas T

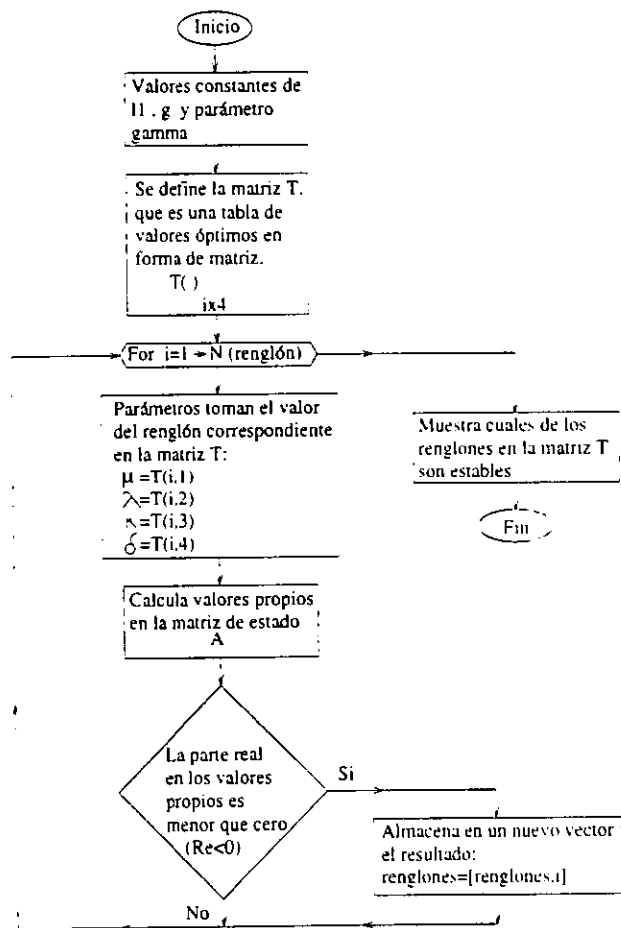


Figura B.4: Diagrama de flujo para el grupo de programas U

```

date

t0=clock;

%se definen valores constantes

l1=input('Dame el valor de l1(distancia del cable a la góndola)en metros:');

resultado=[];

for lambda=0.0:0.1:0.1

    res=Tablabis(lambda,l1);

    resultado=[resultado;res];

end

resultado

T=[resultado(:,3) resultado(:,1) resultado(:,4) resultado(:,5)];

Tminutos=(etime(clock,t0))/60

```

Programa TABLABIS.M

%Programa complementario de tabla_lambda.m que realiza la optimización numérica del sistema para el
%caso de la posición.

%Nota: éste programa es una subrutina del programa tabla_lambda.m.

Función res=Tablabis(lambda,l1)

%se definen valores constantes

g=10;

gamma=g/11;

p=1;

mini=122;

%matrices de estado constantes

C=[0 0 1 0];

D=[0];

B=[0:(-lambda*p):0;p];

for mu=0.05:0.05:0.35

for kappa=15.0:0.1:16.3

for delta=2.1:0.05:3.5

%for delta=0.01:0.05:2 antes

vect=[mu kappa delta];

%resto de las matrices de estado

```

%*****
if lambda>gamma/kappa-1/mu
    A=[0 1 0 0;
      (lambda*mu*gamma-kappa-kappa*mu*lambda^2)
      (-(1+mu*lambda^2.*delta) (lambda*gamma-gamma) 0;
      1 0 0 1;
      ((-gamma+lambda*kappa)*mu) (mu*lambda*delta)
      (-gamma) 0];
    f=normhinf(A,B,C,D,0.00001);
    if f<mini
        mini=f;
        res=[lambda mini vect];
    end
end
end
end
end

Programa TABLA_MU.M
%Programa que genera una tabla de parámetros óptimos para el caso de la posición
%del modelo del sistema péndulo-amortiguador.
%programa que funciona con archivo tablamubis
date
t0=clock;
%se definen valores constantes
l1=input('Dame el valor de l1(distancia del cable a la góndola)en metros:');
resultado=[];
for mu=0.35:0.35
    res=Tablamubis(mu,l1);
    resultado=[resultado;res];
end
resultado
tminutos=(etime(clock,t0))/60

```

```

%Programa TABLAMUBIS.M

Funcion res=Tablamubis(mu,11)

%se definen los valores constantes

%debe darse el valor de11 (4m máximo para el modelo real)

%11;

g=10;

gamma=g/11;

p=1;

%p=1/(m1*11);

mini=122;

%matrices de estado

C=[0 0 1 0];

D=[0];

for kappa=0.1:0.1:3

    for lambda= max((gamma/kappa-1/mu+.01 0.1)):0.1:0.2

        B=[0:(-lambda*p):0;p];

        for delta=1.0:0.1:2.1

            vect=[lambda kappa delta];

            %resto de matrices de estado

            A=[0 1 0 0;

                (lambda*mu*gamma-kappa-kappa*mu*lambda^2;

                (-1+mu*lambda^2)*delta) (lambda*gamma-gamma*lambda) 0;

                1 0 0 1;

                ((-gamma+lambda*kappa)*mu) (mu*lambda*delta - (-gamma*mu));

            f=normhinf(A,B,C,D,0.00001);

            if f<mini

                mini=f;

                res=[mu mini vect];

            end

        end

    end

end

end

end

```

```

%Programa OPTI4_hinf.M

date

t0=clock;

%programa de optimización de cuatro parámetros.

%se definen valores constantes

l1=input('Dame el valor de l1(distancia del cable a la góndola)en metros:');

g=10;

gamma=g/l1;

p=1;

%p=1/(m1*l1);

mini=122;

%matrices de estado

C=[0 0 1 0];

D=[0];

for mu=0.05:0.05:0.35

    for kappa=10:0.1:11

        for lambda=0.1:0.1

            for delta=2.0:0.05:2.3

                vect=[mu lambda kappa delta];

                %resto de matrices de estado

                if lambda>gamma/kappa-1/mu

                    A=[0 1 0 0;

                        -lambda*mu*gamma-kappa-kappa*mu*lambda^2

                        -(1+mu*lambda^2)*delta) (lambda*gamma-gamma) 0;

                        0 0 0 1;

                        (-gamma+lambda*kappa)*mu) (mu*lambda*delta) (-gamma) 0];

                    B=[0;(-lambda*p);0;p];

                    f=normhinf(A,B,C,D,0.00001);

                    if f<mini

                        mini=f;

                        res=[mini vect];

                    end

                end

            end

        end

    end

end

```

```

        end
    end
end

num=[1 res(:5) res(:4)]
den=1-(res(:5)*res(:2)*res(:3)^2+res(:5)) (gamma-
res(:3)*res(:2)*gamma+res(:4)*res(:2)*res(:3)^2+res(:4))
(res(:2)*res(:3)*res(:5)*gamma+res(:5)*gamma) res(:4)*gamma-
res(:2)*gamma^2+res(:2)*res(:3)*res(:4)*gamma]
roots(num)
roots(den)
res
tminutos=(etime(clock,t0))/60

%Programa VALPROPIOS.M
%Este programa determina los valores propios de la matriz de estado A, para saber si el sistema es estable

%se definen valores constantes
l1=4;
g=10;
gamma=g/l1;
%inicialización de las matrices
renglones_estables=[];
renglones_inestables=[];
%desde la ventana de Matlab o en este programa debe definirse la matriz T=[mu lambda kappa delta]
%ejemplo: T=[ 0.35 0.1 2.6 1.1];
for i=1:size(T,1)
    mu=T(i,1);
    lambda=T(i,2);
    kappa=T(i,3);
    delta=T(i,4);
    A=[0 1 0 0;
        (lambda*mu*gamma-kappa-kappa*mu*lambda^2)
        -(1+mu*lambda^2)*delta (lambda*gamma-gamma) 0;

```



```

0 0 0 1;

((-gamma+lambda*kappa)*mu + zu*lambda*delta) (-gamma 0);
Y=cig(A);
%mostrará los valores estables

if real(Y(1))<0 & real(Y(2))<0 & real(Y(3))<0 & real(Y(4))<0
    renglones_estables=[renglones_estables;];
end

%mostrará valores inestables
if real(Y(1))>0 | real(Y(2))>0 | real(Y(3))>0 | real(Y(4))>0
    renglones_inestables=[renglones_inestables;];
end

end

('los renglones estables en la matriz T son:');
renglones_estables

('los renglones inestables en la matriz T son:');
renglones_inestables

```

Por otro lado, en el **caso de la aceleración**, se presentan los siguientes programas

```

%Programa ACTABLA_LAMBDA.M
%programa que funciona con archivo acTablabis

date

t0 = clock;

%se definen valores constantes

l1=input('Dame el valor de l1 (distancia del cable a la góndola) en metros:');

resultado=[];

for lambda=0.1:0.05:0.9
    res=acTablabis(lambda,l1);
    resultado=[resultado;res];
end

resultado

tminutos=(etime(clock,t0))/60

%Programa ACTABLABIS.M
function res=acTablabis(lambda,l1)

```

```

%se definen valores constantes
%mi=1000;

g=10;
gamma=g/l1;

p=1;
%p=1/(mi*l1);

mini=122;

%matrices
B=[0;0;0;1];
D=[p];

for mu=0.1:0.1:0.3
    for kappa=2.5:0.1:4
        for delta=0.0001:0.5:1.5
            vect=[mu kappa delta];

            %matrices de estado
            A=[0 1 0 0;
              0 0 1 0;
              0 0 0 1;
              (-kappa*gamma+mu*gamma^2-mu*lambda*kappa*gamma)...
              (-mu*lambda*delta*gamma-delta*gamma)...
              (-gamma+lambda*mu*gamma-kappa*mu*lambda^2-kappa)...
              (-delta*mu*lambda^2-delta)];

            C=[(-gamma*(kappa-mu*gamma+mu*lambda*kappa)*p)...
              (-delta*gamma*(mu*lambda+1)*p)...
              (-p*gamma+p*lambda*mu*gamma-p*kappa*mu*lambda^2)...
              (-p*delta*mu*lambda^2)];

            f=normhinf(A,B,C,D,0.0001);

            if f<mini
                mini=f;
                res=[lambda mini vect];
            end
        end
    end
end
end

```

```

end

%Programa ACTABLA_MU.M
%programa que funciona con archivo acTablamubis
date
t0 = clock;
resultado=[];
for mu=0.05:0.05:0.1
    res=acTablamubis(mu);
    resultado=[resultado;res];
end
resultado
tminutos=(etime(clock,t0))/60

%Programa ACTABLAMUBIS.M
function res=acTablabis(mu)
%se definen valores constantes
m1=1000;
l1=4;
l=1.4;
g=10;
gamma=g/l1;
p=1/(m1*l1);
mini=122;
%matices
B=[0;0;0;1];
D=[p];
for lambda=-4:0.5:-1
    for kappa=.5:0.1:1.5
        for delta=0.1:0.1:1.5
            vect=[lambda kappa delta];
            %matices de estado
            A=[0 1 0 0;
                0 0 1 0;

```

```

0 0 0 1;

(-kappa*gamma+mu*gamma^2-mu*lambda*kappa*gamma) (-mu*lambda*delta*gamma-delta*gamma)
(-gamma+lambda*mu*gamma-kappa*mu*lambda^2-kappa) (-delta*mu*lambda^2-delta)];
C=[(-gamma*(kappa-mu*gamma+mu*lambda*kappa)*p) (-delta*gamma*(mu*lambda+1)*p)
(-p*gamma+p*lambda*mu*gamma-p*kappa*mu*lambda^2) (-p*delta*mu*lambda^2)];
f=normhinf(A,B,C,D,0.00001);

if f<mini
    mini=f;
    res=[mu mini vect'];
end

end

end

end

%Programa ACOPTI4B_HINF.M

date

t0 = clock;

%Programa de OPTIMIZACIÓN de 4 parámetros.

%se definen valores constantes

l1=input('Dame el valor de l1 (distancia del cable a la góndola) en metros:');

g=10;

gamma=g^4/l1;

p=1;

%p=1/(m1*l1);

mini=122;

%matrices de estado B y D (constantes)

B=[0;0;0;1];

D=[p];

for mu=0.05:0.05:0.35

    for kappa=1.0:0.1:1.5

        for lambda=-9.89663:-0.89663

            for delta=1.8:0.05:2.3

                vect=[mu lambda kappa delta];

```

```

%condición de estabilidad
if lambda>gamma/kappa-1/mu
%matrices de estado A y C
A=[0 1 0 0;
   0 0 1 0;
   0 0 0 1;
   (-kappa*gamma+mu*gamma^2-mu*lambda*kappa*gamma)...
   (-mu*lambda*delta*gamma-delta*gamma)...
   (-gamma+lambda*mu*gamma-kappa*mu*lambda^2-kappa)...
   (-delta*mu*lambda^2-delta)];
C=[(-gamma*(kappa-mu*gamma+mu*lambda*kappa)*p)...
   (-delta*gamma*(mu*lambda+1)*p)...
   (-p*gamma+p*lambda*mu*gamma-p*kappa*mu*lambda^2)...
   (-p*delta*mu*lambda^2)]; f=normhinf(A,B,C,D,0.00001);
if f<mini
    mini=f;
    res=[mini vect];
end
end
end
end
end
end
end
num=[1 res(:,5) res(:,4)];
den=[1 (res(:,5)*res(:,2)*res(:,3)^2+res(:,5)) (gamma-res(:,3)*res(:,2)*gamma+res(:,4)*res(:,2)*res(:,3)^2+res(:,4))
(res(:,2)*res(:,3)*res(:,5)*gamma+res(:,5)*gamma) res(:,4)*gamma-res(:,2)*gamma^2+res(:,2)*res(:,3)*res(:,4)*gamma];
roots(num)
roots(den)
res
tminutos=(etime(clock,t0))/60

```

B.2 Bloques de funciones en programas de simulink

Con base en el diagrama de bloques (3.1) del capítulo 3, que es el simulador digital para el sistema atenuador de oscilaciones, se presenta a continuación el contenido de los subsistemas contenidos en este.

El bloque que representa el subsistema "parámetros" (figura B.5) contiene las relaciones dinámicas (1.23), (1.24), (1.30), (1.31), (1.27), (1.26), que parten de conocer los valores de m_2 y l_1 . Los cuales se generan desde la ventana principal del paquete Matlab, donde además pueden asignarse otras constantes, como por ejemplo la gavedad (g).

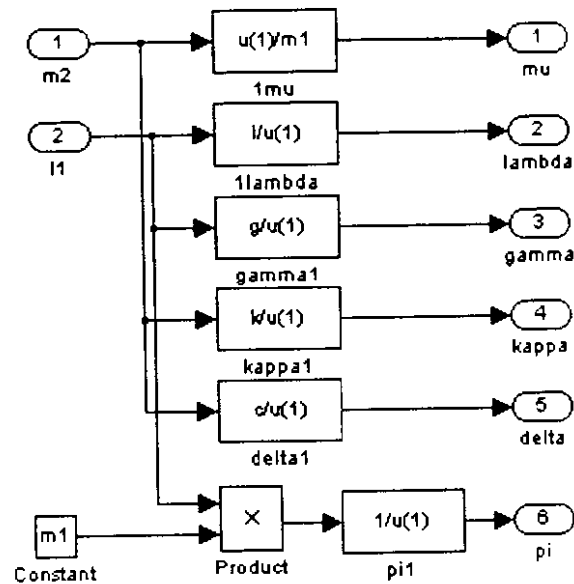


Figura B.5: Diagrama de bloques para las relaciones dinámicas del modelo

En el subsistema "Variables", que se muestra en la figura B.6, contiene básicamente dos de las variables de interés para el análisis del sistema, una que corresponde a la ecuación (1.25) obtenida en el capítulo 1, así como sus integradores.

El subsistema "Ecs de movimiento" se ilustra con la figura B.7 y está referida a parte de las ecuaciones que describen el modelo del sistema pendular, (1.28) y (1.32).

En dicho subsistema se encuentran contenidos, a su vez, dos subsistemas más, cuyo contenido es el siguiente; el subsistema "EC. DE THETA**2" se muestra en la figura B.8.

Y para el subsistema EC. DE V**2, ilustra en la figura B.9.

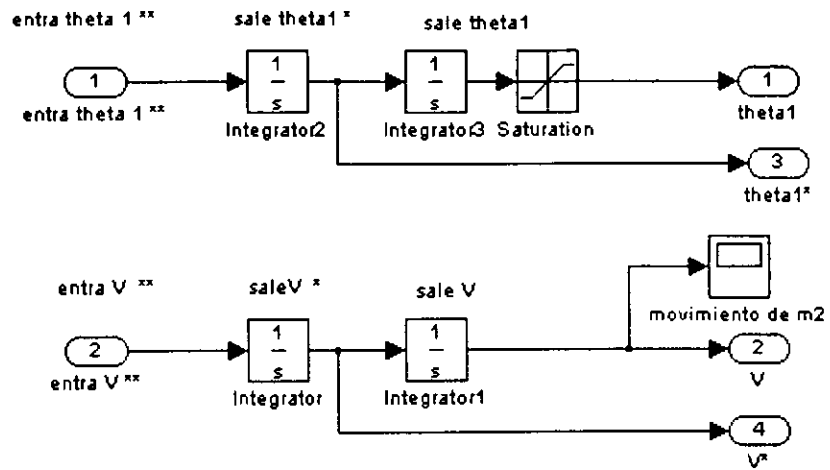


Figura B.6: Diagrama de bloques de los integradores que modelan las variables de interés

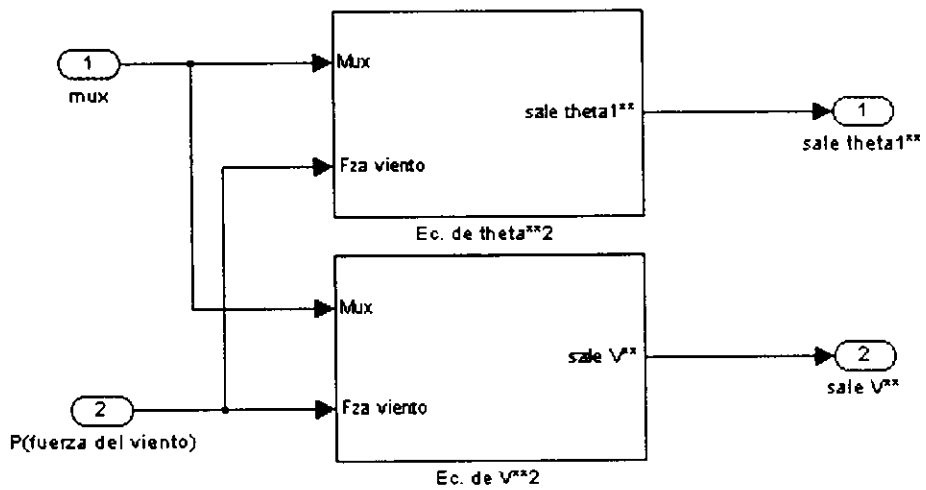


Figura B.7: Subsistema que contiene las ecuaciones de movimiento del sistema

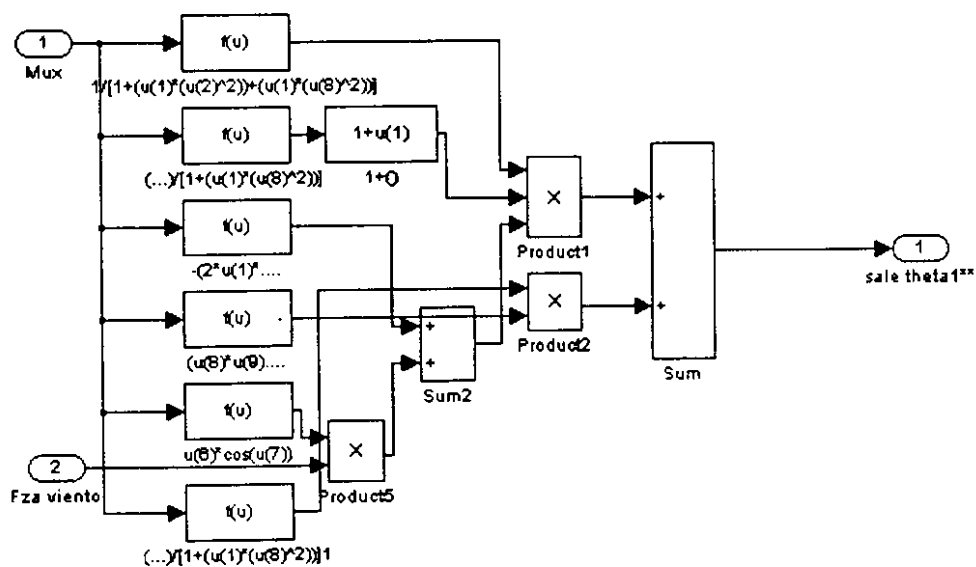


Figura B.8: Subsistema que muestra los diagramas de bloque para una de las ecuaciones de movimiento, ecuación (1.28)

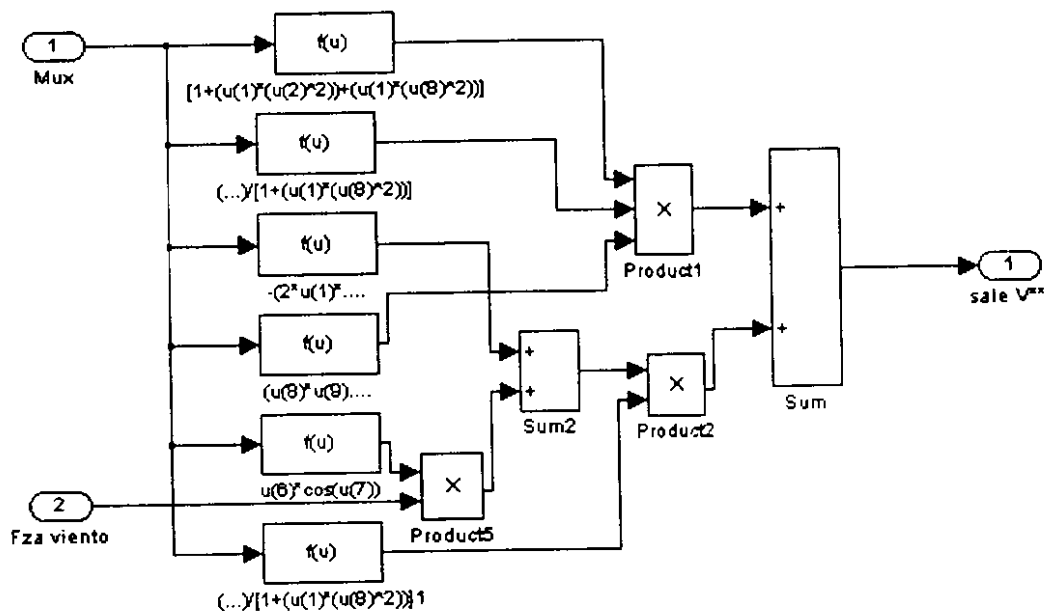


Figura B.9: Subsistema que muestra los diagramas de bloque para una de las ecuaciones de movimiento, ecuación (1.32)

Con el fin de complementar el diagrama de bloques del modelo no lineal del sistema y así poder compararlo con las ecuaciones de donde procede (1.28) y (1.32). se muestran a continuación las operaciones realizadas en los bloques tipo $f(u)$.

En el subsistema *PARÁMETROS* del diagrama de bloques del capítulo 3, contiene los siguientes elementos.

Nombre del bloque	Operación
lmu	$u(1)/m1$
llambda	$1/u(1)$
gammal	$g/u(1)$
kappal	$k/u(1)$
deltal	$c/u(1)$
pil	$1/u(1)$

En donde $u(1)$ es la primera entrada al subsistema, la cual representa m_2 y; $u(2)$ es la segunda entrada al subsistema, la cual es l_1

En el subsistema *Ec. de theta**2* se tiene la siguiente tabla para cada uno de sus elementos.

Nombre del bloque	Operación
$1/[1+(u(1)*(u(2)^2)+(u(1)*u(8)^2))]$	$1/(1+(u(1)*u(2)^2)+(u(1)*u(8)^2))$
$(...)/[1+(u(1)*u(8)^2)]$	$(u(1)*u(2)^2)/(1+u(1)*u(8)^2)$
$1+()$	$1+u(1)$
$-(2*u(1)*....$	$(2*u(1)*u(9)*u(8)*u(10))-(u(1)*u(3)*u(8)*\cos(u(7)))-(u(3)*(1+u(1)*u(2))*\sin(u(7)))$
$(u(8)*u(9)....$	$(u(8)*u(9)^2)-(u(3)*\sin(u(7)))- (u(4)*u(8))-(u(5)*u(10))$
$u(6)*\cos(u(7))$	$u(6)*\cos(u(7))$
$(...)/[1+(u(1)*u(8)^2)]$	$-(u(1)*u(2))/(1+u(1)*u(8)^2)$

En este caso $u(1)$ es la primera entrada al subsistema, la cual representa m_2 y; $u(2)$ es la segunda entrada al subsistema, la cual es l_1

En el subsistema *Ec. de V**2* se tiene la siguiente tabla

Nombre del bloque	Operación
$[1+(u(1)*(u(2)^2)+(u(1)*u(8)^2))]$	$1+(u(1)*u(2)^2)+(u(1)*u(8)^2)$
$(...)/[1+(u(1)*u(8)^2)]$	$1/(1+u(1)*u(8)^2)$
$-(2*u(1)*....$	$-(2*u(1)*u(9)*u(8)*u(10))-(u(1)*u(3)*u(8)*\cos(u(7)))-(u(3)*(1+u(1)*u(2))*\sin(u(7)))$
$u(6)*\cos(u(7))$	$u(6)*\cos(u(7))$
$(...)/[1+(u(1)*u(8)^2)]1$	$-u(2)/(1+u(1)*u(8)^2)$

En este tipo de bloques, se agrupan algunas operaciones básicas con el fin de que el diagrama de bloques no resulte muy extenso y confuso . La designación del número de señal $u[i]$ va a corresponder al orden en que son introducidas en el bloque multiplexor inmediato anterior, en el caso de tener que realizar operaciones entre varias señales. Cabe mencionar que en estos bloques se incluyen los valores numéricos de las constantes definidas en los capítulos 1, 2 y 3.

Apéndice C

Propuesta de diseño

Obedeciendo a la variedad de resultados encontrados para escalar el modelo real, resulta conveniente proponer algunas ideas básicas de la configuración tentativa que podría tener un modelo a escala del sistema pendular.

La finalidad de este apéndice es estimular la continuación del presente trabajo para la realización de un modelo a escala que permita la validación experimental del problema.

El contenido del presente apartado, está dividido básicamente en tres partes: bosquejos de "pre-diseño" del amortiguador y del resorte que son elementos esenciales en la estructura amortiguadora, análisis teórico de dimensiones físicas, así como también tres bocetos que ilustran la propuesta de la configuración del pequeño modelo.

Las ideas que se presentan no están completamente desarrolladas, ya que deben ser sometidas a un proceso de diseño mecánico formal, el cual puede basarse en diversos criterios como matrices de decisión, tablas morfológicas y técnicas sistematizadas para la adecuada selección y aplicación de materiales.

Lo antes descrito implica que esta propuesta no tiene un carácter formal estricto y su único objetivo es mantener documentado el inicio de un diseño serio. A pesar de la simplicidad de los bosquejos descritos en éste apéndice, el lector puede juzgar que la información proporcionada no es la mejor y puede proponer otras de igual o mayor complejidad o respaldo técnico, por ello sólo se pretende mostrar la documentación básica generada durante el desarrollo del trabajo.

Comenzando con el resorte, es posible determinar sus características físicas, tales como las siguientes

Características del resorte	Descripción
L_f : longitud libre	Tamaño del resorte cuando no está sometido a esfuerzos
L_0 : longitud de carga	Tamaño del resorte cuando si está sometido a esfuerzos
F_0 : Fuerza	Es un dato importante para realizar el diseño (llamada Fza. de trabajo)
OD: Diámetro exterior	Distancia del centro geométrico hasta la parte externa del mismo
ID: Diámetro interior	Distancia del centro geométrico hasta la parte interna del resorte
DW: Diámetro del alambre	Llamada calibre del alambre. se propone que el material sea alambre para instrumentos musicales (ASTM A228)
DM: Diámetro medio	Diferencia entre el diámetro exterior y el diámetro interior.
Na: Bobinas activas	Son las espirales que se mueven al comprimir el resorte. generalmente las que están en los extremos no se deforman.
λ_e : ángulo de espaciamento	Ángulo formado entre una espira otra, por razones de diseño debe cumplirse siempre que $\lambda < 12$.
N: Bobinas totales	La suma de las espirales activas y las espirales de los extremos. en este caso se propone un resorte con extremos a escuadra y lijados
C: Índice del resorte	Es la razón entre el diámetro medio y el diámetro del alambre $\left(\frac{D_m}{D_w}\right)$, por razones de diseño, debe ser mayor a 5 ($C > 5$)

La tabla anterior se complementa con la siguiente figura

Ver bosquejo titulado: ESQUEMA DE UN RESORTE al final del apéndice

En el diseño de resortes. se estila mucho proponer la mayor parte de las características físicas, ya que estas pueden ajustarse a tablas, las cuales están referidas a estándares. por lo tanto, siguiendo el mismo patrón, se presenta una tabla y después sus las fórmulas matemáticas que ilustran las variables a proponer

Valores propuestos para la obtención del tamaño
$L_f = 0.06 \text{ (m)} = 2.362204724 \text{ (in)}$
$F_0 = 0.126 \text{ (N)} = 12.8440367 \text{ (gr)}$
$c = 12$
$D_w = 1 \text{ (mm)} = 0.041 \text{ (in)}$ [estándar de tabla]
$D_w = 0.039370079 \text{ (in)}$ [real]
$K = 3.738 \text{ (N/m)}$
$N_a = 8$
$P = (L_f - 2D_w) / N_a$

En cuanto a las fórmulas se tiene

- La razón del resorte (K) se expresa como $K = \frac{F_0}{L_f - L_0}$ o bien $L_0 = L_f - \frac{F_0}{K}$ para los cálculos efectuados.
- El índice del resorte es $C = \frac{D_M}{D_w} > 5$, en este caso se propone $C = 12$, si es menor que 5, la formación del resorte será muy difícil y puede generar fracturas en él, un valor mayor a 12, contribuye a la tendencia de pandeo.
- El espaciamiento P se refiere a la distancia axial de un punto en la bobina al punto correspondiente a la bobina adyacente siguiente. $P = \frac{L_f - 2D_w}{N_a}$ fórmula especial para resortes a escuadra y lijados.
- $N_a = N - 2$, para el mismo tipo de resorte descrito.
- Ángulo de espaciamiento. cuanto mayor sea el ángulo. las bobinas estarán más empujadas, por ello debe buscarse que su valor no exceda el valor de 12. de lo contrario puede presentarse tensiones de compresión indeseables en el alambre. la expresión para calcularse es $\lambda = \arctan \left[\frac{P}{\pi D_M} \right]$.
- Al hablar de un resorte con extremos a escuadra y lijados implica que las espiras que están en el centro tienen un ángulo de espaciamiento de cero grados. además la puntas son cortadas y además lijadas para que la bobina haga contacto totalmente.

Con datos dentro de un estándar y con ayuda de las fórmulas. se obtiene una tabla que complementa las características físicas del resorte.

Resultados consecuentes
$L_0 = 0.026292135 \text{ (m)}$
$D_M = 0.492 \text{ (in)}$
12.4968 (mm)
$P = 0.285025591$
$\lambda = 10.44816207^\circ < 12^\circ$
$N = 10 \text{ espiras}$

Para un mayor detalle sobre diseño de resortes se sugiere la consulta de la bibliografía [Mott, 1995].

Con lo anterior es posible proponer una configuración física del resorte como elemento de la estructura amortiguante en el cual se propone que el resorte esté dentro de un tubo con tapas en ambos lados, un extremo servirá para fijarse a un lugar determinado. el otro extremo servirá para que entre un émbolo que comprimirá el resorte por la transmisión de movimiento de la masa m_2 .

Para el resorte. se puede proponer la configuración de la figura siguiente

Ver bosquejo titulado: RESORTE al final del apéndice

La variable más crítica dentro del diseño del amortiguador es la distancia entre el émbolo y el diámetro interior de la camisa que lo contiene, así como la viscosidad del aceite.

Por lo anterior se presenta en forma gráfica el siguiente dibujo

Ver bosquejo titulado: ESQUEMA DE UN AMORTIGUADOR al final del apéndice

Y la forma analítica de como puede calcularse esa relación de distancia émbolo y camisa es

- Considerando la relación entre áreas de la camisa y el émbolo es $\left(\frac{d}{D}\right)^2 = \frac{\pi d^2}{4} \left(\frac{4}{\pi D^2}\right)$
- Además, sabiendo que $\left(\frac{d}{D}\right)^2 = \left(\frac{a}{A}\right)$; en donde a es el área tangencial del cilindro y A es el área del agujero.
- Partiendo de que la constante de fricción viscosa sea: $c = 4\pi L\eta \left(\frac{a}{A}\right)^2$, en donde L es la altura del pistón, η la viscosidad
- Donde $A = \frac{\pi}{4} (d^2 - D^2)$. por lo tanto, la constante del amortiguador puede escribirse como

- $c = 4\pi L\eta \left(\frac{D^2}{D^2 - d^2} \right)^2$. la cual es la constante teórica.

Para un mayor detalle sobre diseño de amortiguadores, se sugiere consultar [Dimarogonas, 1992].

Bajo el principio anterior, es posible establecer una configuración para maquinar un amortiguador con las características que se muestran en el siguiente dibujo

Ver bosquejo titulado: AMORTIGUADOR al final del apéndice

Dentro de lo que es propiamente la descripción de las tres configuraciones ideadas, estas pueden resumirse en los siguientes puntos

- La primera propuesta consiste en un riel o perfil recto unido a una estructura simple que tenga una perilla que fije la estructura a un tubo vertical donde está sujeta la masa de la góndola m_1 . el perfil recto tendrá en un extremo el amortiguador y el resorte, la masa que representa m_2 será un bloque con ruedas que se desliza a través del riel.

Ver bosquejo titulado: MODELO 1 DEL SISTEMA PÉNDULO-AMORTIGUADOR

- La segunda propuesta esta basada en función de la primera.

Ver bosquejo titulado: MODELO 2 DEL SISTEMA PÉNDULO-AMORTIGUADOR

- En cuanto a la tercera, esta es de una configuración un tanto diferente a las dos anteriores, incluso a la propuesta de diseño en el amortiguador.

Ver bosquejo titulado: MODELO 3 DEL SISTEMA PÉNDULO-AMORTIGUADOR

Dichos dibujos se encuentran al final del apéndice.

En los tres casos, no se toma en cuenta materiales, ni tampoco el lugar donde se van a implantar.

Con las propuestas hechas, surge la necesidad de plasmar estos aspectos teóricos a los prácticos, esta razón lleva a plantear varios problemas interesantes. uno de los cuales es el medir la factibilidad para la construcción del amortiguador que contiene la estructura atenuadora en el modelo, así como la dificultad para determinar que tan apegado es a la realidad el valor teórico de la constante de fricción viscosa del amortiguador y también la constante del resorte.

Los problemas que parecen más importantes y que podrían ocurrir en un caso como en este sistema pendular, pueden ser los resumidos en los siguientes puntos:

1. Al conseguir un amortiguador pequeño que pertenezca a un vehículo de radiocontrol a escala (por ejemplo), pueden realizarse pruebas de extensión, las cuales consisten en fijar a este elemento en un extremo, y en el otro, colocarle una masa. La prueba comienza cuando el amortiguador está contraído, se toma el tiempo que tarda el amortiguador en quedar extendido, en otras palabras, se toma el tiempo con un cronómetro desde que se suelta la masa de prueba y se desliza hasta que se detiene. en este caso puede detenerse por que la carrera del amortiguador no le permite continuar. Las pruebas pueden realizarse para diferentes masas, y registrar varias lecturas de tiempo. Por lo tanto es factible obtener lecturas experimentales.
2. Además puede realizarse el modelado de un sistema masa-amortiguador. para encontrar la ecuación que describe la dinámica de este sistema, es decir, un modelo matemático, en el se ajustan los datos experimentales. Ello se hace con el objetivo de determinar estadísticamente el valor de la constante de fricción viscosa en el amortiguador.
3. Al sustituir los valores encontrados de las constantes del resorte y el amortiguador (tanto teórico como experimental) en las relaciones κ (ecuación (1.30)) y δ (ecuación (1.31)) para determinar las dimensiones del modelo, como se observa en el apéndice A, las cuales pueden resultar en dimensiones físicas imposibles de realizar.
4. Un conflicto más son los materiales, se pueden escoger de una gran variedad, pero sin un estudio de selección de materiales, resulta aventurado elegir cualquiera cuyas características parezcan viables.

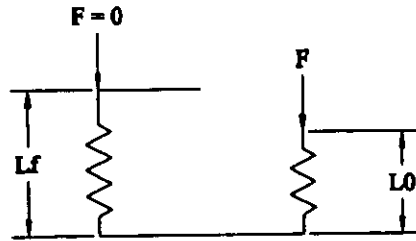
Por lo tanto, con los tentativos problemas descritos anteriormente se presentan las siguientes propuestas que pueden ayudar a resolver el problema de diseñar en forma objetiva y apegada a un método basado en el orden y la documentación

1. Se analiza el sistema para entender su comportamiento y así evitar errores de interpretación en cuanto a la funcionalidad.
2. Tener claramente la idea de qué se va a diseñar.
3. Todos los responsables del diseño deben expresar su punto de vista, dudas e impresiones en cuanto a la implantación del nuevo modelo, con el objetivo de vencer las divergencias de criterios.
4. Se organiza la estructura de trabajo, de tal manera que las iniciativas y acciones descendan y asciendan rápidamente a todos los niveles de la organización establecida
5. Se definen los planes de diseño mecánico (tablas morfológicas, matrices de decisión, etc.) y ajustes de tiempos claros para concluir etapas.
6. El programa se hace extensivo a todo el equipo de trabajo y en él se especifican los objetivos a alcanzar y la planificación en forma escrita, es muy importante documentar.
7. Se busca que estén disponibles todos los medios para mejorar el rendimiento del desarrollo del proyecto.
8. Los integrantes que trabajan directamente en el diseño, toman a su cargo la vigilancia de la veracidad de la información. Es lo que se conoce como una actividad autónoma, la cual se realiza de modo progresivo y en función de la experiencia. Esta etapa puede tomar mucho tiempo.
9. Paralelamente al paso anterior, quienes dirigen el desarrollo del diseño, deben realizar gestión, supervisión, etc.
10. Se elabora un estudio de las repercusiones del diseño en cuanto a costos, ventajas, desventajas, tiempos, etcétera.
11. Se lleva a cabo, si es posible, tanto la retroalimentación como las mejoras al programa para intentar aplicarlo a un diseño diferente.

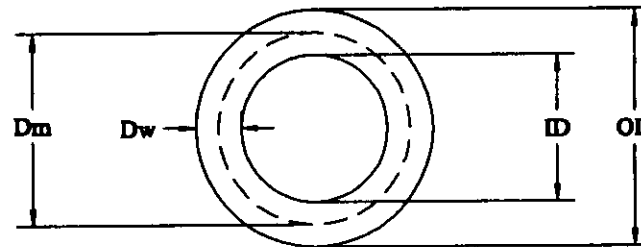
12. Documentar y firmar los avances durante el proyecto.

Con respecto al presente trabajo, puede advertirse que se está en los primeros puntos, pero lo mostrado en forma escueta en este apéndice, puede considerarse información valiosa de ayuda básica.

CONDICIONES MECÁNICAS DEL RESORTE



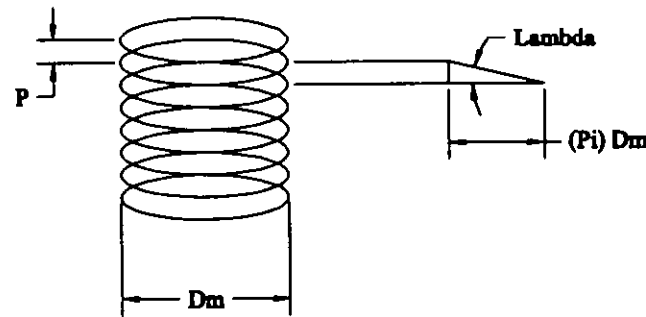
SECCIÓN TRANSVERSAL DE UN RESORTE DE COMPRESIÓN



RESORTE CON EXTREMOS A ESCUADRA Y LIJADOS



ÁNGULO DE ESPACIAMIENTO DE UN RESORTE



NOTACIONES:

OD: DIÁMETRO EXTERIOR

ID: DIÁMETRO INTERIOR

Dm: DIÁMETRO MEDIO

Dw: DIÁMETRO DEL ALAMBRE

P : DISTANCIA ENTRE BOBINAS

Lf: LONGITUD DEL RESORTE CUANDO AÚN NO SE APLICA FUERZA

L0: LONGITUD DE RESORTE CUANDO SE APLICA UNA CIERTA FUERZA

	<p>TÍTULO: ESQUEMA DE UN RESORTE</p>	<p>DESCRIPCIÓN: CARACTERÍSTICAS DE UN RESORTE HELICOIDAL DE COMPRESIÓN</p>
	<p>INSTITUTO DE INGENIERÍA COORDINACIÓN DE AUTOMATIZACIÓN</p> <p>ESC.: EN ADDT.: EN</p> <p>FECHA: 15-SEPTIEMBRE-2008</p>	<p>SEVIÓ: DRA. C. VERDE, DR. J. MORENO</p> <p>ELABORÓ: FERNANDO RAFAEL BUSTA</p> <p>HOLLA: 1 DE 1</p>

1

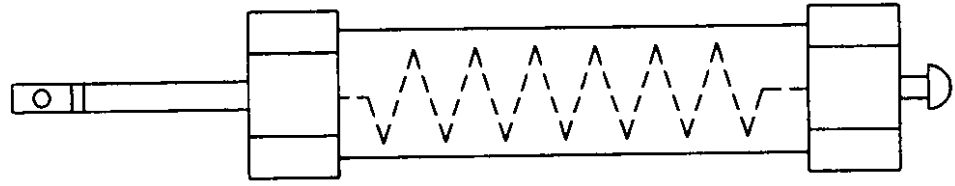
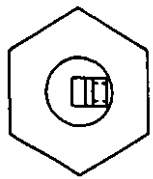
2

3

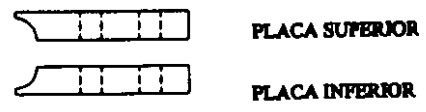
4

5

6



ELEMENTOS PARA SUJETAR

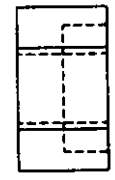
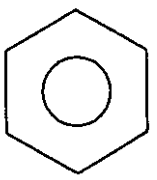


VISTA AEREA DEL ELEMENTO SUJETADOR

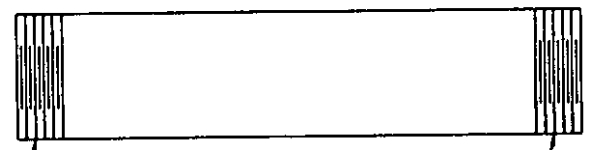


DETALLE DE TAPAS

T. ANTERIOR

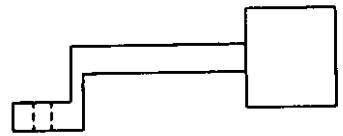
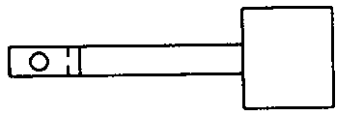


DETALLE DE LA CAMISA QUE ENVUELVE AL RESORTE

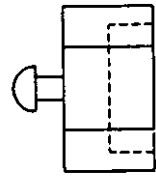
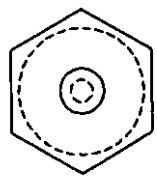


CUERDA EN LA CAMISA

DETALLE DEL ÉMBOLO



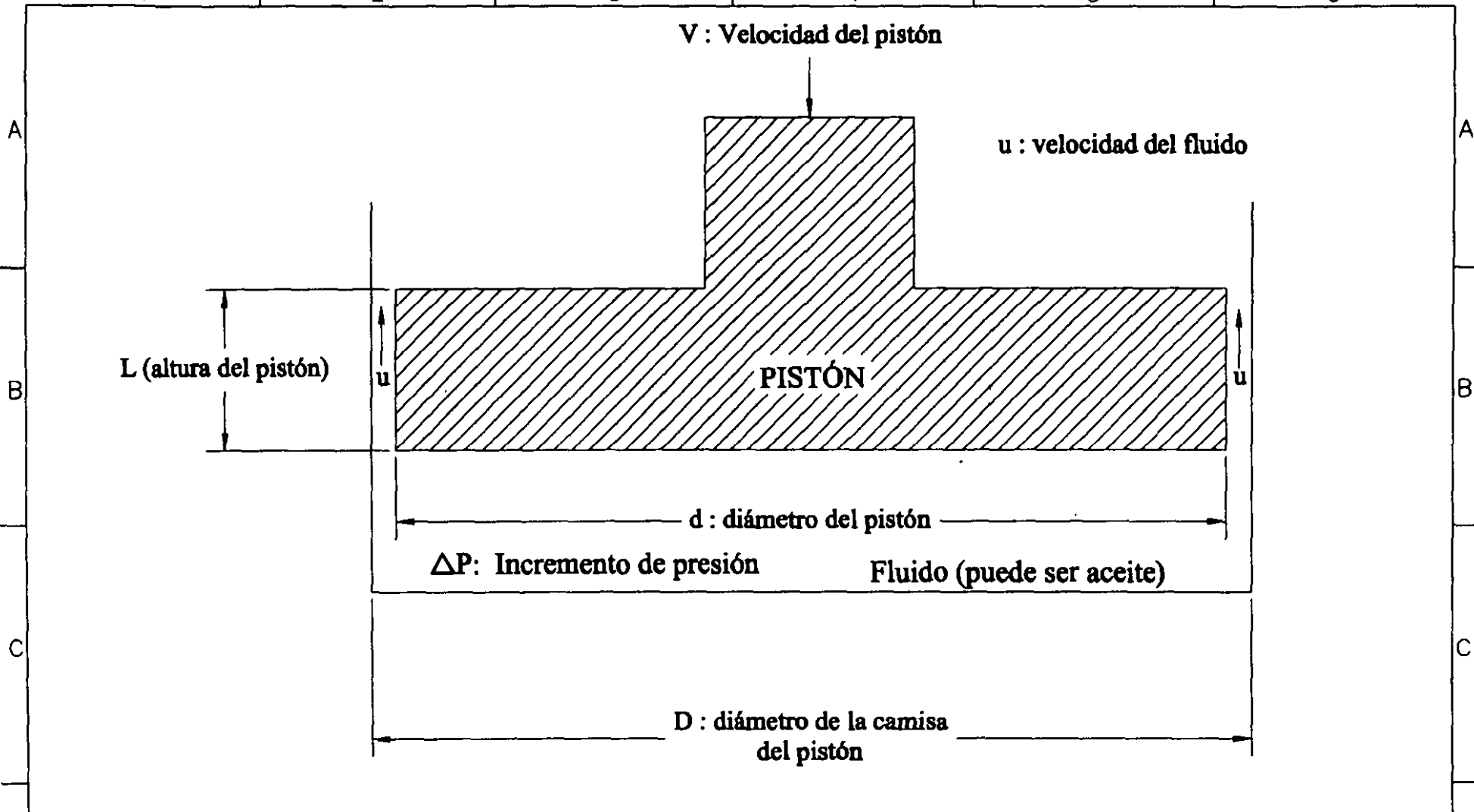
T. POSTERIOR



BOSQUEJO DEL RESORTE (SIN NINGÚN DETALLE)



	<p>TÍTULO: RESORTE</p>	<p>DESCRIPCIÓN: BOSQUEJO DEL DISPOSITIVO QUE CONTIENE EL RESORTE EN LA ESTRUCTURA AMORTIGUADORA</p>
	<p>INSTITUTO DE INGENIERÍA COORDINACIÓN DE AUTOMATIZACIÓN</p>	<p>REVISÓ: DRA. C. VERDE, DR. J. MORINO</p>
<p>ESC.: SIN</p>	<p>FECHA: 15-SEPTIEMBRE-2008</p>	<p>ELABORÓ: FERNANDO RAFAEL HURTZA</p>
<p>ACOT.: SIN</p>		<p>HOJA: 1 DE 1</p>



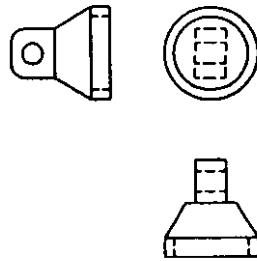
	TÍTULO: ESQUEMA DE UN AMORTIGUADOR	DESCRIPCIÓN: PRINCIPIO DE FUNCIONAMIENTO BÁSICO DE UN AMORTIGUADOR
	INSTITUTO DE INGENIERÍA COORDINACIÓN DE AUTOMATIZACIÓN	REVISÓ: DRA. C. VELDE, DR. J. MORENO
EBC: SIN ACOT: SIN	FECHA: 15-SEPTIEMBRE-2009	ELABORÓ: FERNANDO RAMON HERRERA HOJA: 1 DE 1

VISTA DEL AMORTIGUADOR EN EXPLOSIÓN

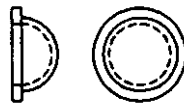
VISTA DEL AMORTIGUADOR ENSAMBLADO

DETALLES DE LOS ELEMENTOS DEL AMORTIGUADOR

DETALLE 1:
CONTRA TAPA



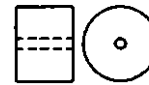
DETALLE 2:
EMPAQUE DE HULE



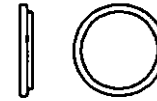
DETALLE 3:
FUJADOR "E" (E-RING)



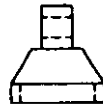
DETALLE 4:
ÉMBOLO



DETALLE 5:
AJUSTADOR DEL RESORTE



DETALLE 6:
BARRA DEL ÉMBOLO



DETALLE 7:
CAMISA



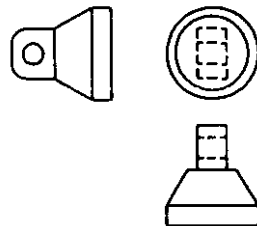
DETALLE 8:
O-RING DE HULE



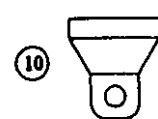
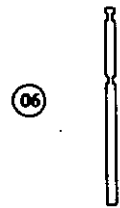
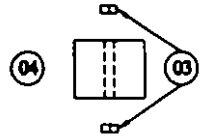
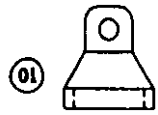
DETALLE 9:
TAPA POSTERIOR



DETALLE 10
ELEMENTO DE SUJECIÓN



NOTA: EL NÚMERO ENCERRADO EN UN CÍRCULO INDICA QUE EN EL CROQUIS SE DETALLA.



CUERDA EXTERNA

		TÍTULO: AMORTIGUADOR	DESCRIPCIÓN: BOSQUEJO DEL DISPOSITIVO QUE REPRESENTA AL AMORTIGUADOR EN LA ESTRUCTURA ATENUADORA
INSTITUTO DE INGENIERÍA COORDINACIÓN DE AUTOMATIZACIÓN		REVISÓ: DRA. C. VELDE, DR. J. MORENO	ELABORÓ: FERNANDO RAFAEL BURRITA
ESC.: EN AOT.: EN	FECHA: 15-SEPTIEMBRE-2008	NOTA: 1 DE 1	

1

2

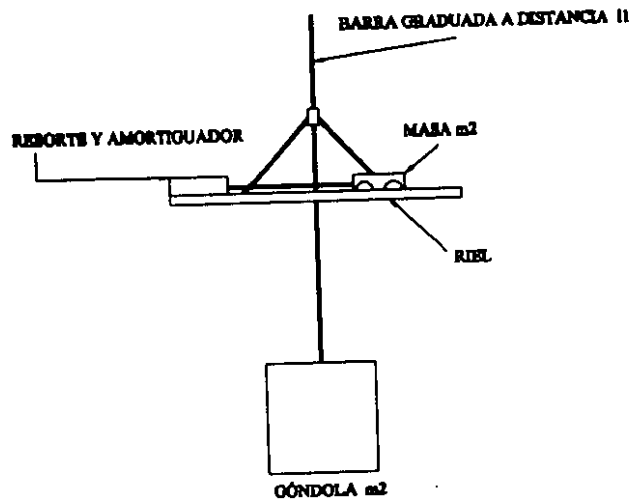
3

4

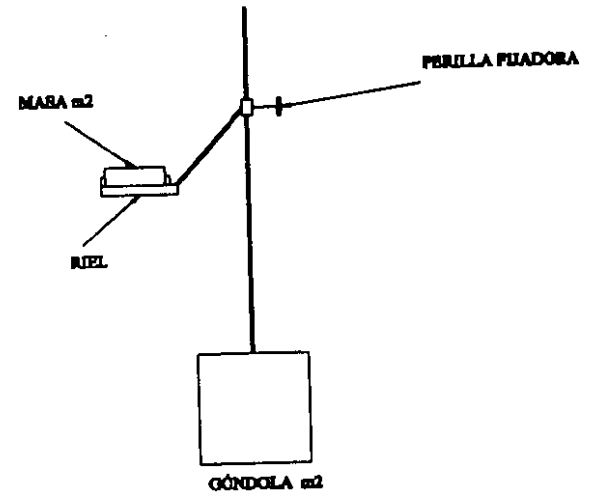
5

6

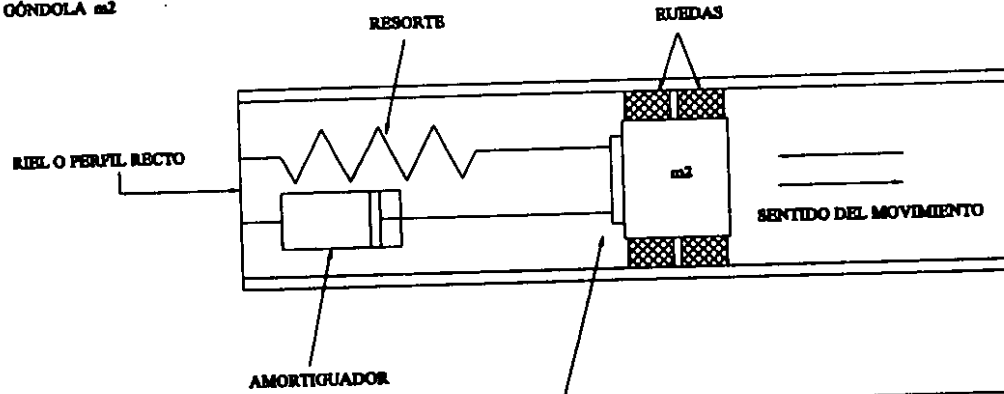
VISTA FRONTAL DEL SISTEMA



VISTA LATERAL DEL SISTEMA



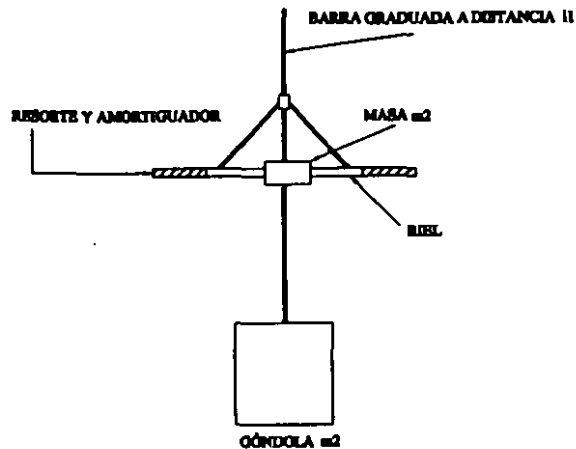
DETALLE DEL RIEL



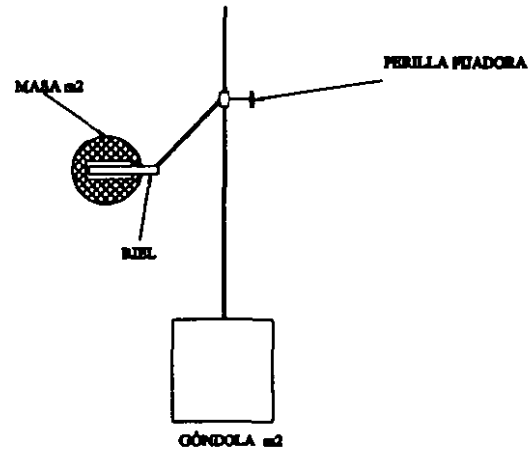
PLACA UNIÓN (PARA RESORTE Y AMORTIGUADOR CON m_2)

	TÍTULO: MODELO 1 DEL SISTEMA PÉNDULO-AMORTIGUADOR		DESCRIPCIÓN: PRIMERA PROPUESTA DE DISEÑO DEL SISTEMA PÉNDULO
	INSTITUTO DE INGENIERÍA COORDINACIÓN DE AUTOMATIZACIÓN		
	ERC: SEN	FECHA: 15-SEPTIEMBRE-2000	ELABORÓ: FERNANDO RANCIEL SUÑETA
	ACOT: SEN		HOJA: 1 DE 1

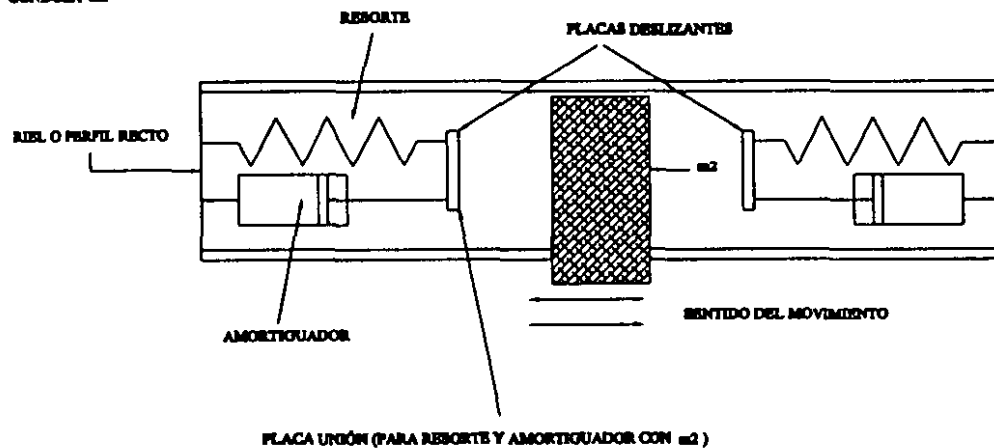
VISTA FRONTAL DEL SISTEMA



VISTA LATERAL DEL SISTEMA

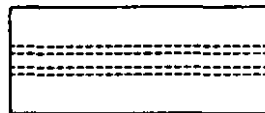
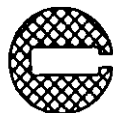


DETALLE DEL RIEL



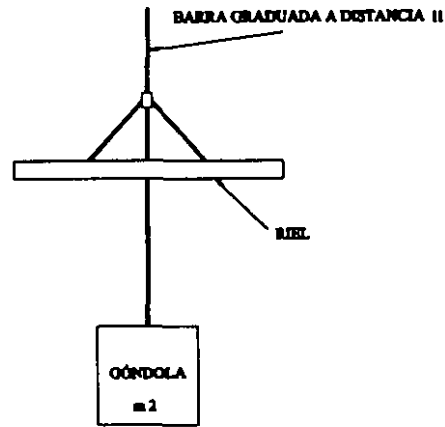
NOTA:
EN ESTA CONFIGURACIÓN HAY
3 REBORTES DE CTE. (3/2)
Y TAMBIÉN
2 AMORTIGUADORES DE CTE.
(2/2)

DETALLE DE MASA m2

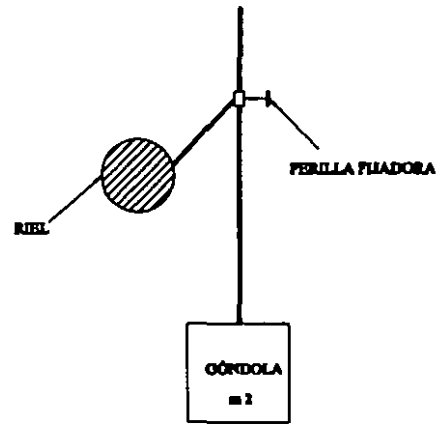


	TÍTULO: MÓDULO 2 DEL SISTEMA PÉNDULO-AMORTIGUADOR	DESCRIPCIÓN: SEGUNDA PROPUESTA DEL SISTEMA PÉNDULO
	INSTITUTO DE INGENIERÍA COORDINACIÓN DE AUTOMATIZACIÓN	REVISÓ: DRA. C. VELAZ, DR. J. MORENO
EBC: EBN ACOT: SIN	FECHA: 15-SEPTIEMBRE-2000	ELABORÓ: FERNANDO RAFAEL ERBERTA
		HOJA: 1 DE 1

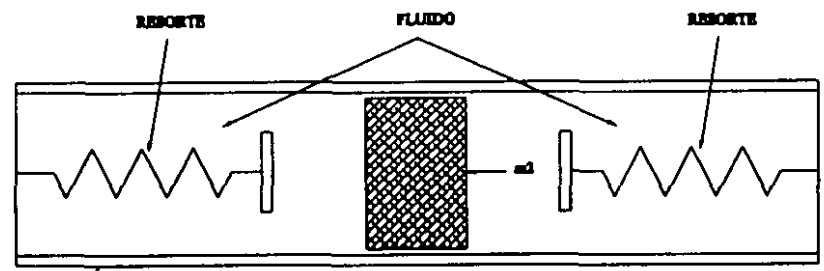
VISTA FRONTAL DEL SISTEMA



VISTA LATERAL DEL SISTEMA



DETALLES DEL RIEL



TUBO CERRADO DE SECCIÓN CILÍNDRICA

SENTIDO DEL MOVIMIENTO

m_2 : CUERPO CILÍNDRICO
LA RELACIÓN ENTRE EL DIÁMETRO EXTERIOR DE m_2 Y EL DIÁMETRO INTERNO DEL TUBO PROPORCIONA LA CTE. DEL AMORTIGUADOR

NOTA:
EN ESTE CASO RAY 2 RESORTES,
CADA UNO CON UNA CTE. DE
($k/2$)

	<p>TÍTULO: MODELO 1 DEL SISTEMA PÉNDULO-AMORTIGUADOR</p>	<p>DESCRIPCIÓN TERCERA PROPUESTA DEL SISTEMA PÉNDULO</p>
	<p>INSTITUTO DE INGENIERÍA COORDINACIÓN DE AUTOMATIZACIÓN</p> <p>ESC.: IIN ACOT.: ION</p> <p>FECHA: 15-SEPTIEMBRE-2000</p>	<p>REVISÓ: DRA. C. VERDE, DE. J. MORENO</p> <p>ELABORÓ: FERNANDO RAMÍREZ SUAREZ</p> <p>PÁGINA: 1 DE 1</p>

Bibliografía

- [Beer, 1984] Beer, Ferdinand, Johnston, E.R. **Vector Mechanics for Engineers. Dynamics.** Mc Graw-Hill, Inc. U.S.A. 1992.
- [Chi-tsong-chen, 1984] Chi-tsong-chen. **Linear System Theory and Desing.** HRW series in electrical and computer Engineering. Holt. Rinehart and Winston. U.S.A. 1984.
- [Dimarogonas, 1992] Dimarogonas, Andrew D. and Haddad. Sam. **Vibration for Engineers.** Prentice Hall, Inc. U.S.A. 1992.
- [Doyle, 1992] Doyle, J.C., Francis, B.A., Tannenbaum. A.R. **Feedback Control Theory.** Macmillan Publishing Company. U.S.A. 1992.
- [Francis, 1987] Francis, Bruce A. **A Course in H_∞ Control Theory.** Lecture Notes in Control and Information Sciences Vol. 88. edited by M. Thomas and A. Wyner. USA. 1987.
- [ISO, 1997] **International Standard. Mechanical vibration and shock: Evaluation of human exposure to whole-body vibration.** Part 1: General requeriments. ISO (International Organization for Standardization). 1997.
- [Matlab, 1991] **MATLAB for use with Microsoft Windows.** User's guide. The MathWorks, Inc. 1991.
- [Matsuhisa, 1995] Matsuhisa, H., Gu, R., Wang, Y., Nishihara, O., Sato, S. 1995. **Vibration Control of a Ropeway Carrier by Passive Dynamic Vibration Absorbers.** JSME International Journal. Series C, Vol. 38 (4): 657-662.

- [Mott, 1995] Mott, Robert L., **Diseño de Elementos de Máquinas**. Prentice Hall. USA. 1995.
- [Ogata, 1997] Ogata, Katsihiko. **Modern Control Engineering**. Prentice Hall. México. 1996.
- [Optimization, 1995] **Optimization Toolbox for use with MATLAB**. User's guide. The MathWorks, Inc. 1995.
- [Simulink, 1992] **SIMULINK for Microsoft Windows**. User's guide. The MathWorks, Inc. 1992.
- [Skogestad, 1996] Skogestad, Sigurd, Postlethwaite, Ian. **Multivariable Feedback Control: Analysis and Design**. Wiley. John & Sons. Inc. USA. 1996.
- [Thomson, 1993] Thomson, William T. **Theory of Vibration with Applications**. Prentice Hall, Inc. USA. 1993.
- [Zhou, 1998] Zhuo, Kemin, Doyle, John C. **Essentials of Robust Control**. Prentice Hall, Inc. USA. 1998.