

29

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MEXICO
AVENIDA DE MEXICO ESCUELA NACIONAL DE ESTUDIOS PROFESIONALES "ACATLAN"

**TORRES METALICAS DE GRAN ALTURA
ATIRANTADAS PARA ANTENAS
PARABOLICAS DE MICROONDAS**

TESIS

288032

QUE PARA OBTENER EL TITULO DE
INGENIERO CIVIL

PRESENTA:

**GERARDO HILARIO
RODRIGUEZ ALEMAN**

Asesor: ING. IGNACIO LIZARRAGA GAUDRY



DICIEMBRE 2001



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

EL PASAR DE LOS AÑOS NOS
PERMITE DEFINIR Y CONCRETAR
LOS AGRADECIMIENTOS QUE POR
AÑOS HAN ESTADO LATENTES:

MI PRIMER AGRADECIMIENTO ES
PARA ESE SER QUE ME DIO TODO
SU AMOR, COMPRENSIÓN Y APOYO
EN TODO MOMENTO Y QUE
MIENTRAS EXISTIÓ ENTREGÓ
COMPLETAMENTE SU VIDA A SUS
SERES QUERIDOS: MI MADRE.

AGRADEZCO A MI PADRE SU APOYO
Y AMOR.

A MIS HERMANOS: ROSA ESTELA Y
ROBERTO.

A ESE ANGEL QUE HA
PERMANECIDO A MI LADO: MI
AMADA ESPOSA GRACIELA.

A ESE PAR DE TESOROS QUE DIOS
NOS DIO: MIS HIJOS GERARDO Y
PABLO.

A MIS QUERIDOS AMIGOS Y
MAESTROS.

UN AGRADECIMIENTO ESPECIAL
AL MAESTRO EN INGENIERIA
IGNACIO LIZARRAGA GAUDRY POR
SUS CONSEJOS Y SU PACIENCIA.

**LA CIENCIA ES UNA ILUSION:
LA DE HOY CORRIGE LA DE AYER,
LA DE MAÑANA CORREGIRA A LA
DE HOY.**

ANONIMO

“TORRES METÁLICAS
DE GRAN ALTURA
ATIRANTADAS PARA
ANTENAS PARABÓLICAS
DE MICROONDAS”

GERARDO HILARIO RODRÍGUEZ ALEMÁN.
E.N.E.P. ACATLÁN U.N.A.M.
TESIS PROFESIONAL.

INDICE:	PAG.
Introducción.	1
Capítulo 1. Determinación de cargas en la torre.	5
Determinación de la Carga Muerta.	6
Determinación de la Carga por Viento.	13
Capitulo 2. Marco teórico (Método de análisis)	34
Cables. Teoría General de los cables.	35
Procedimiento de análisis para el modelo de la torre.....	46
Método de análisis de los cables como miembros equivalentes de eje recto.	48
Paquete "GT-STRUDL".....	62
Capítulo 3. Análisis de la torre atirantada de 120 m. de altura.	68
Capítulo 4. Diseño Estructural de la torre.	109
Conclusiones.	148
Anexo 1. Proceso de tensado y amarre para cables tipo retenida.	150
Bibliografía.	153

INTRODUCCIÓN

INTRODUCCIÓN.

Durante la última década en México se ha desarrollado un sistema complejo de comunicación, tanto vía satélite como vía terrestre, es entonces cuando sofisticados instrumentos han aparecido cada vez más perfeccionados en un continuo accionar del progreso.

Como parte de este enorme mundo de comunicación y para agilizar el sistema de comunicación terrestre se requiere de estructuras de gran altura destinadas a soportar antenas parabólicas de microondas.

Con el objeto de cubrir esta necesidad se crean y desarrollan las torres atirantadas, que son integradas básicamente por un mástil o cuerpo central esbelto arriostrado a diferentes alturas con cables flexibles de acero.

En este tipo de torres el mástil está formado con tramos modulares de sección transversal abierta y constante que puede tener forma triangular, rectangular o cuadrada.

Las secciones del mástil tienen la característica de que cada una de sus caras pueden estar integradas por una celosía, es decir, por una armadura de cuerdas paralelas hecha de material ligero pero resistente. La sección circular usualmente se realiza mediante placas o láminas roladas.

Secciones transversales de mástil

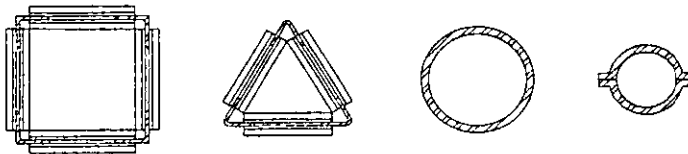


Figura 1

Respecto a las fuerzas que actúan sobre la torre, se puede mencionar que ya sean transversales, longitudinales o de torsión, éstas sólo se traducen en compresiones para el mástil y en tensiones para los cables. Existen momentos torsionantes que actúan en el mástil cuando el viento incide sobre las antenas parabólicas que están ubicadas fuera del centro del mástil y apoyadas en uno de los largueros.

Los momentos torsionantes son nulificados mediante su descomposición en fuerzas-par y son absorbidos por un dispositivo estructural denominado "estrella antitorsión" el cual se muestra en la figura siguiente y que es simplemente una ampliación de la sección del mástil en lugares próximos donde se apoyan las antenas parabólicas.

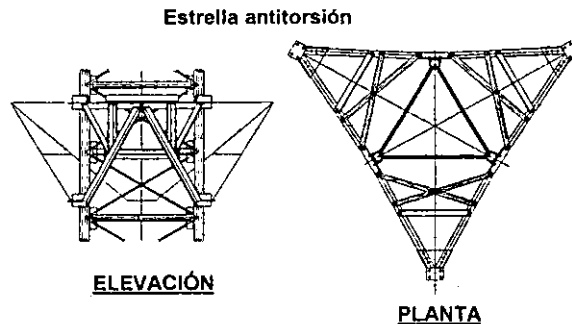


Figura 2

Los cables que normalmente se utilizan son los llamados "Tipo Retenida", que por su fácil manipulación no requieren herramientas especiales para su sujeción.

Existen varias ventajas que este tipo de torres tienen sobre las torres autoportadas de las cuales se pueden mencionar las siguientes:

- Son más ligeras que las autoportadas hasta en un 30%.
- Al ser el mástil modular existe menor costo y simplicidad en el almacenamiento, una mejor clasificación y distribución de los componentes de la torre
- La fabricación de los tramos modulares en un taller establece un control más estricto de las uniones, que a su vez repercute en un ahorro de fabricación, galvanizado o pintado y de transporte y montaje.
- No es necesario hacer el ensamble de los tramos en el aire, en este tipo de torre se puede armar sobre el terreno y erguirla de una sola pieza con la ayuda de un tractor o de una grúa.
- La cimentación es sumamente sencilla; para el mástil solo se requiere diseñarlo para resistir compresiones y pequeñas fuerzas cortantes, en cuanto a los cables, sólo trabajan sometidos a tensiones.
- La ubicación de la cimentación no es tan rigurosa como en las torres autoportadas. En las torres atrantadas se pueden tener tolerancias horizontales y verticales en la posición de los anclajes hasta de más o menos 3 metros.

- La flexibilidad de los cables ayuda a reducir los esfuerzos que se originan en condiciones dinámicas o extraordinarias.

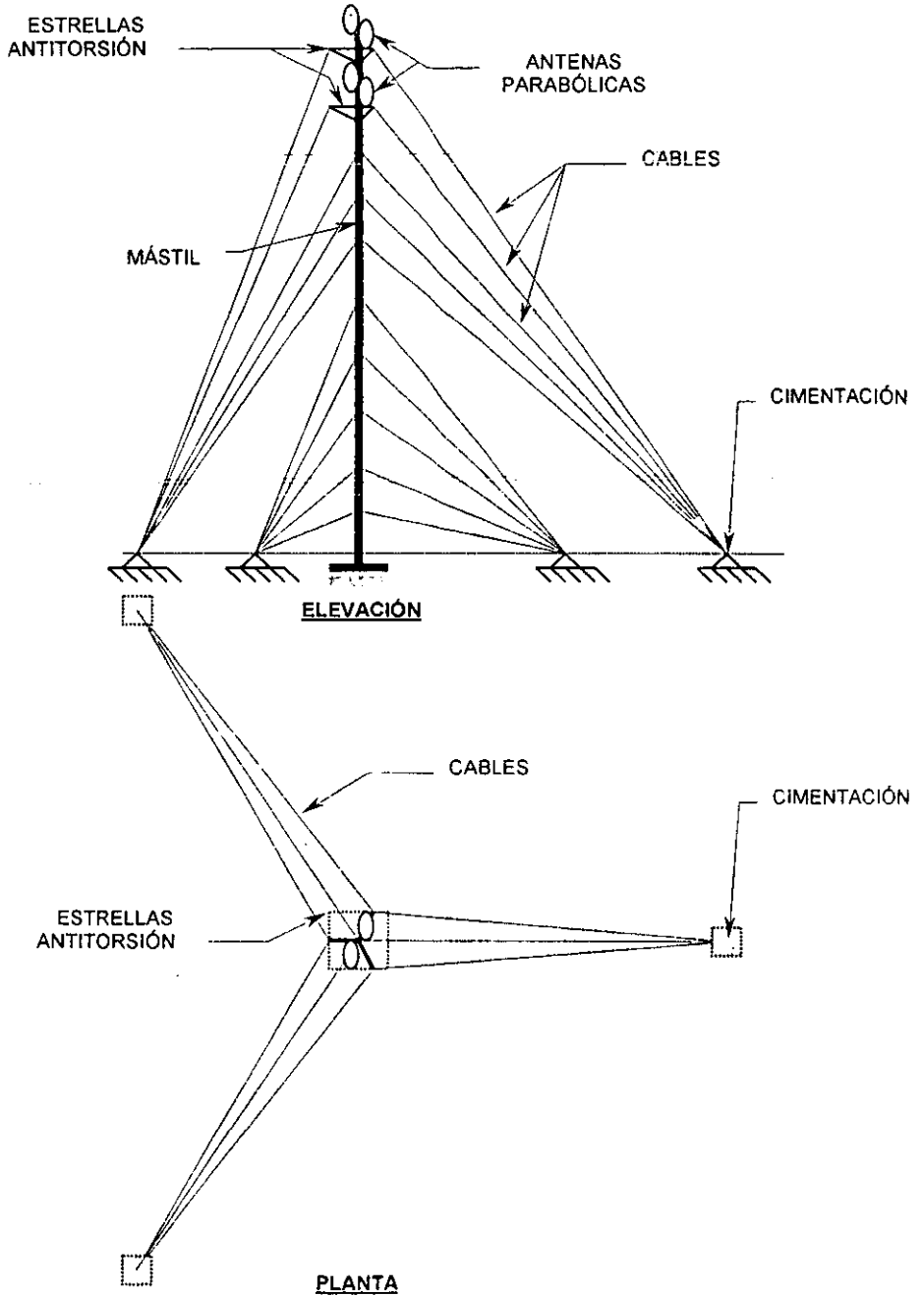
También existen varias desventajas como son:

- El área que ocupan es relativamente grande comparada con la que ocupan las torres autosoportables, por lo que su uso es restringido en zonas densamente pobladas y recomendable en lugares llanos y agrícolas.
- No se recomienda su uso en regiones montañosas o de grandes pendientes debido a que los cables podrían resultar demasiado largos y por tanto costosos.
- Si se utilizan cables tipo retenida se requiere que se realicen revisiones periódicas para retensarlos ya que éstos normalmente sufren deformaciones acumulativas.
- La falla de alguno de los cables produce un colapso parcial o total de la estructura.

A pesar de las desventajas arriba mencionadas, la alternativa que ofrecen las torres atirantadas es atractiva por su bajo costo que con un adecuado método en su diseño se les puede extraer el máximo provecho.

En la siguiente hoja se muestra un esquema general de la torre, donde se aprecia el concepto completo de la estructura objeto del presente trabajo.

ESQUEMA GENERAL DE LA TORRE



CAPÍTULO 1

DETERMINACIÓN DE CARGAS EN LA TORRE

CAPÍTULO 1.

DETERMINACIÓN DE CARGAS EN LA TORRE.

Las cargas o sollicitaciones que actúan sobre la estructura de este tipo de torre se pueden definir en tres grupos de cargas diferentes, que son las siguientes:

- **Carga muerta.**
- **Carga por viento.**
- **Carga por hielo.**

y cada una se define de la siguiente forma:

La **Carga Muerta** es la carga que está definida por el peso propio de la estructura, el peso de las antenas parabólicas, el peso del equipo y accesorios, así como escaleras e instalaciones.

La **Carga por viento** es la carga que aparece en la estructura originada por el empuje del viento.

La **Carga por hielo** es la carga que se presenta en las torres localizadas en regiones con bajas temperaturas .

Al realizar la comparación de las tres cargas anteriores se puede hacer la observación que la carga por viento es la más importante debido a que durante su acción se presentan los mayores esfuerzos y deformaciones en la torre, tal como lo veremos más adelante en el capítulo tercero del presente trabajo. La carga más sencilla de evaluar es la carga muerta ya que previamente se pueden suponer todos los perfiles que forman el mástil, los diámetros de los cables, el tipo de antenas parabólicas y el equipo e instalaciones necesarios. Respecto a la carga por hielo se puede decir que es poco frecuente y solo se presenta al norte de nuestro país por lo que no será considerada dentro del desarrollo de este trabajo.

Determinación de la carga muerta.

A continuación se procederá a determinar las fuerzas o cargas que actuarán sobre la estructura de la torre, para lo cual será necesario establecer, previo a la evaluación de la carga muerta, los criterios que se consideran aplicables y que servirán como base para que la aproximación sea lo más real.

- Primero se supondrán los perfiles para un tramo modular de mástil de 6 m. de longitud y para la estrella antitorsión.
- El peso de los perfiles será el que aparezca en el Manual del Instituto Mexicano de la Construcción en Acero, A.C. (I.M.C.A.)⁽¹⁾.
- Es importante que la mitad del peso total de cada cable se aplique en el nivel en que se sujetará al mástil.
- Para fines prácticos y con el propósito de obtener las longitudes preliminares de los cables se supondrán rectos e inelásticos.
- Asimismo, el peso de cada cable se tomará de la ficha técnica del folleto de Cables de México, S.A. (CAMESA)⁽²⁾ y el peso de cada antena parabólica será obtenido del Boletín 1015d Andrew⁽³⁾. Consideremos también que el tipo de antena que se utilizará será del tipo Standard sin Radome de 12 ft. de diámetro localizada en el boletín antes mencionado.

A continuación valoraremos la carga muerta compuesta por los pesos del mástil, de los cables, de la estrella antitorsión y de las antenas parabólicas.

Tramo modular del mástil

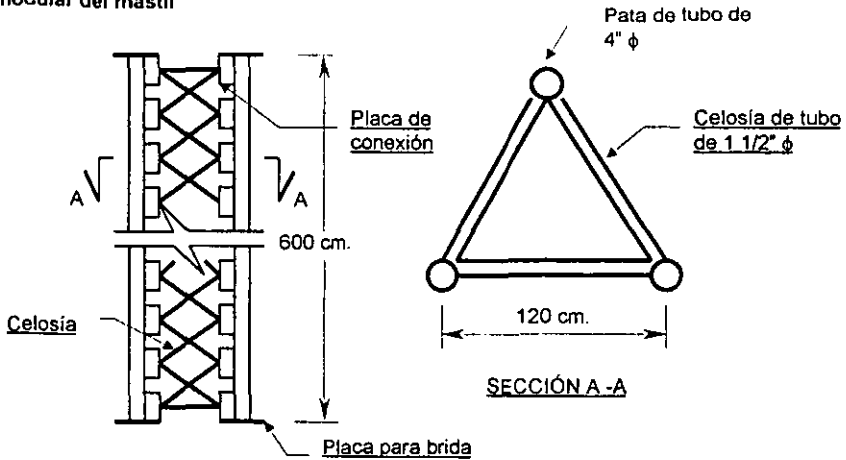


Figura 1.1

PESO DEL MÁSTIL.

TABLA 1.1.

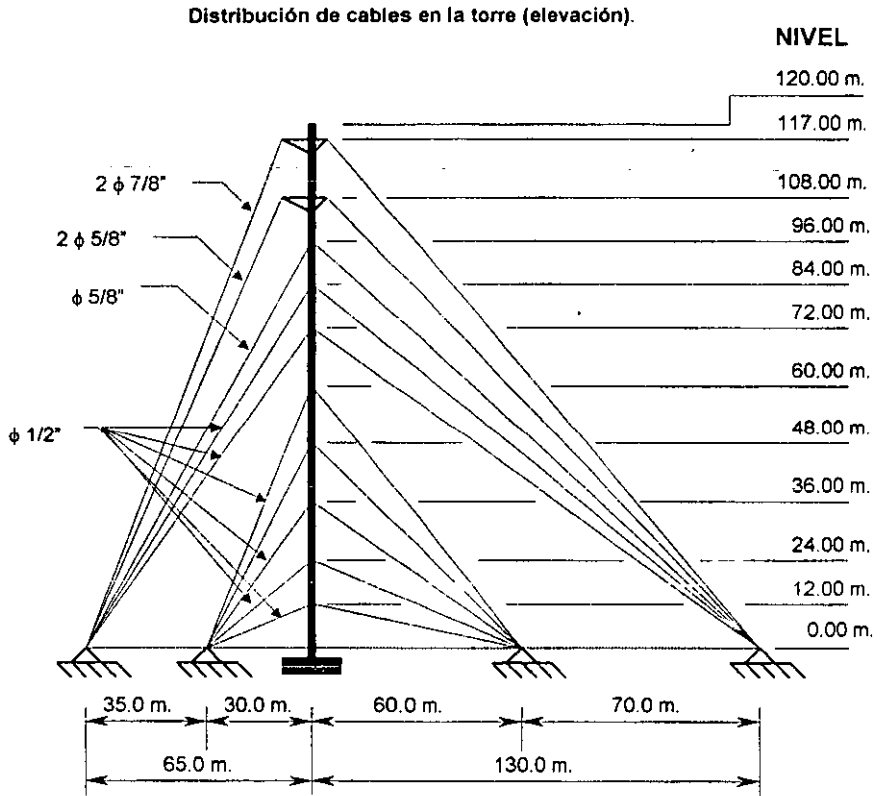
MATERIAL	CANT.	kg/m.	TOTAL(Kg)
Largueros (Tubo de 4"φ)	3x6=18 m.	22.4	403.2
Celosía (Tubo de 1 1/2")	1.4x16+2x1=73.2	5.4	395.3
Placas de Conexión-Celosía (10x15x1.0 cm.)	18x3=54 m.	1.2	64.8
Placas para bridas (20x20x1.3 cm.)	3x2= 6 m.	3.12	18.7
Soldadura (supuesto)	2 %	---	17.6
Escalera y soporte guía para onda (supuesto)	---	---	70.0
Placas para bridas (20x20x1.3 cm.)	3x2= 6 m.	3.12	18.7
Tornillería (supuesto)	---	10.0	
		Σ=	979.6

Peso por metro lineal:

$$W = \frac{979.6}{6} = 163.3 \frac{\text{kg}}{\text{m}}$$

Peso de los cables

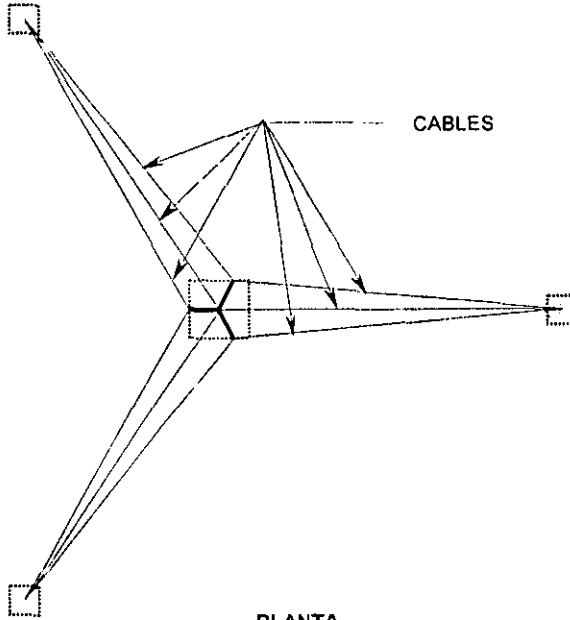
Es importante aclarar que inicialmente se propondrán los diámetros de los cables a usar y posteriormente durante el desarrollo del análisis se optimizarán, por lo que, para comenzar con la valoración usaremos tres diámetros de cable: para los niveles que van desde + 12.00 al + 84.00 m. de altura se colocarán cables de $1/2''$, para los niveles +96.00 y +108.00 m., cable de $5/8''$. y en el nivel +117.00 se supondrán cables de $7/8''$; en los dos niveles más altos se colocarán dos cables sujetos a cada una de las puntas de la estrella antitorsi3n (ver figura 1.4).



ELEVACI3N

Figura 1.2

Distribución de cables en la torre (Planta)



PLANTA

PESO DE CABLES.

TABLA 1.2

NIVEL (m.)	CABLES CANTIDAD	DIÁMETRO CABLES	P.U. (kg/m.)	LONG. (m.)	DESCARGA (kg)
117	6	7/8"	2.352	175.0	2,470.0
108	6	5/8"	1.184	169.0	1,200.0
96	3	5/8"	1.184	161.6	572.0
84	3	1/2"	0.775	154.8	360.0
72	3	1/2"	0.775	148.6	346.0
60	3	1/2"	0.775	84.9	197.0
48	3	1/2"	0.775	76.8	179.0
36	3	1/2"	0.775	70	163.0
24	3	1/2"	0.775	64.6	150.0
12	3	1/2"	0.775	61.2	142.0
$\Sigma =$					3,671.0

$$\text{DESCARGA} = \frac{\text{N}^\circ \text{ cables} \times (\text{kg} / \text{m})}{2} \times \text{long}$$

Peso de la estrella antitorsión

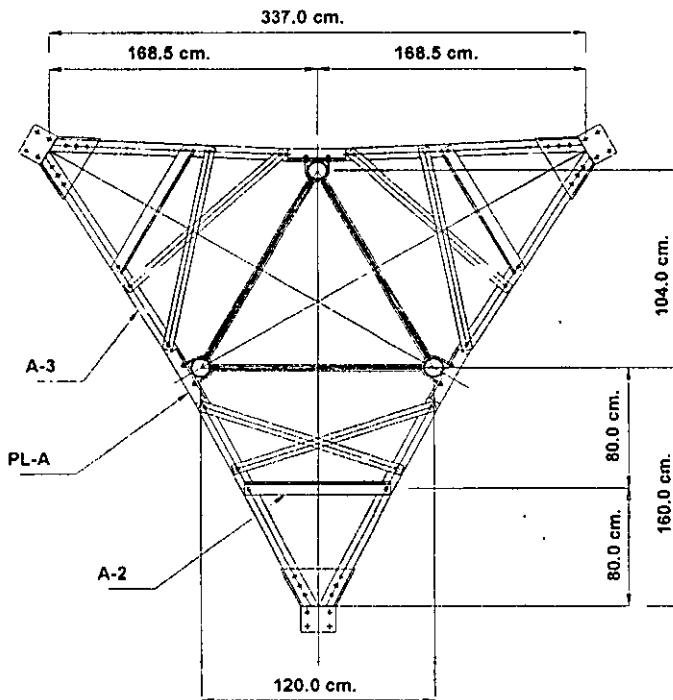
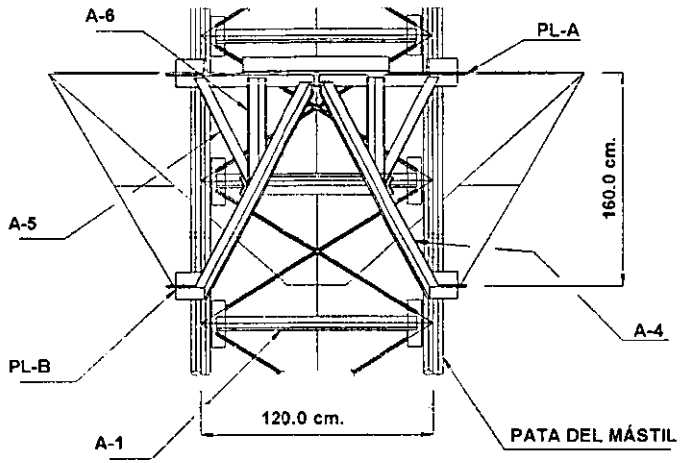


Figura 1.4

MATERIAL	CANT.	kg/m. ³	LONG (m)	TOTAL (kg)
(A-2) Lo 2"x2"x1/4"	3	4.75	0.60	8.6
(A-3) Lo 3"x3"x3/8"	6	10.72	1.65	106.1
(A-4) Lo 3"x3"x3/8"	6	10.72	2.20	141.5
(A-5) Lo 2"x2"x1/4"	6	4.75	1.10	17.1
(A-6) Lo 2"x2"x1/4"	6	4.75	0.75	17.1
(A-7) Lo 2"x2"x1/4"	6	4.75	0.60	8.6
(PL-A) 5.7X30X3/8"	6	7.11	0.30	12.8
(PL-B) 22X30X3/4"	6	36.20	0.30	59.8
$\Sigma =$				371.6

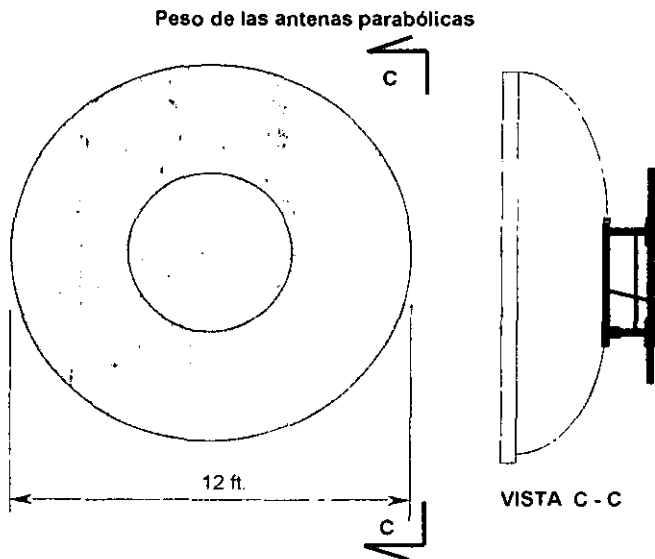


Figura 1.5

Del Boletín Andrew 1015D, para las antenas tipo Standard sin Radome, de 12 ft. (3.658 m.) de diámetro $W = 272$ kg

Peso por nivel con 2 antenas: $W_T = 2 \times 272 = 544$ Kg

RESUMEN DE CARGA MUERTA.**TABLA 1.4**

CONCEPTO	NIVEL (m.)	CARGA
MÁSTIL	DE 0.0 A 120.0	163.0 kg/m.
ESTRELLA	108.0	372.0 Kg
ANTITORSIÓN	117.0	372.0 kg
ANTENAS	110.0	544.0 Kg
PARABÓLICAS	119.0	544.0 Kg
CABLES	117.0	2,400.0 Kg
CABLES	108.0	1,200.0 Kg
CABLES	96.0	572.0 Kg
CABLES	84.0	360.0 Kg
CABLES	72.0	346.0 Kg
CABLES	60.0	197.0 Kg
CABLES	48.0	179.0 Kg
CABLES	36.0	163.0 Kg
CABLES	24.0	150.0 Kg
CABLES	12.0	142.0 Kg

Determinación de la carga por viento.

Recordemos que en la República Mexicana los vientos varían de acuerdo a la localidad donde se presentan y forman parte de las condiciones climatológicas de la región. Estos diferentes climas dependen de factores y fenómenos muy variados que, al relacionarse complejamente, imposibilitan el establecimiento de características bien definidas.

Previo a la determinación de la carga por viento, se debe calcular la velocidad máxima que se puede presentar en la región donde se ubicará la torre. Para estimar esta velocidad máxima de viento se utiliza la información estadística donde siempre se tendrá que considerar la posibilidad extrema de que se presente un viento mayor al esperado, esto por las incertidumbres propias e inherentes a los fenómenos naturales.

Si la información de la zona es escasa entonces y con precaución se hace uso de los reglamentos que rigen en el lugar, siempre suponiendo que las velocidades de viento presentadas en estos reglamentos serán las mínimas.

La duración de la frecuencia del viento o tiempo de recurrencia a considerar dependerá de la localización de la torre, es decir, si la torre se ubica en un lugar poblado o en una zona deshabitada. Existen recomendaciones en el Manual de Diseño de Obras Civiles de la Comisión Federal de Electricidad⁽⁴⁾ que indican que se debe tomar como tiempo mínimo de recurrencia para áreas habitadas, un término de 50 años.

Sabemos que el viento, como todo fluido, provoca empujes sobre los cuerpos que se interponen a su paso y que los efectos que genera son de índole dinámica; ahora bien, a pesar de esto se puede considerar que las estructuras emiten un comportamiento de tipo estático debido a que la relación entre la variación del viento y la frecuencia natural de las estructuras es tal que generalmente presentan una respuesta estática.

En nuestro país la carga por viento se puede determinar mediante los tres manuales de diseño siguientes:

1. - Manual de Diseño de Obras Civiles de la Comisión Federal de Electricidad, Diseño por viento⁽⁴⁾.
2. - Diseño por viento de Petróleos Mexicanos⁽⁵⁾.
3. - Manual de Diseño por Viento según el Reglamento del D.F. Universidad Nacional Autónoma de México⁽⁶⁾.

Los dos primeros manuales son normativos para todo el país y el tercero aplicable exclusivamente en la ciudad de México, Distrito Federal.

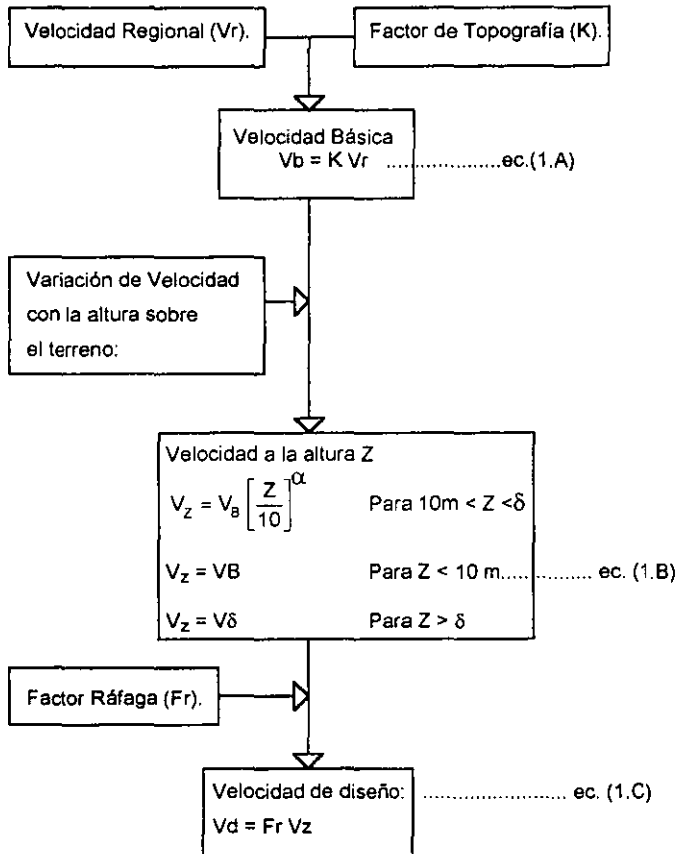
Respecto a las torres metálicas atirantadas y/o estructuras que soporten antenas parabólicas, en México no existe un manual o reglamento específico que indique los requerimientos que se tienen que cubrir en el análisis y diseño de estas estructuras, por lo que recurriremos al documento normativo de la Electronic Industries Association (E.I.A. Standard) y específicamente a la norma RS-222-c⁽⁷⁾ que rige en este caso.

Asimismo, en el caso de la carga del viento sobre las antenas parabólicas, no existen datos obtenidos por pruebas que se hayan realizado en nuestro país, por lo que tomaremos los criterios del Boletín 1015D Andrew⁽⁸⁾.

Conocer y cuantificar el empuje del viento en la torre lleva a prever e identificar los factores que lo determinan, por lo que a continuación se mencionan los más importantes:

- Localización geográfica de la torre.
- Orientación del mástil y de los cables respecto a la acción del viento.
- Altura de la torre.
- Tamaño y forma de la sección del mástil.
- Tamaño del área expuesta.
- Relación de solidez.
- Sección transversal de los miembros.
- Topografía de la zona.
- Probabilidad de excedencia del viento.

Secuencia para evaluar la velocidad de viento.



Donde cada concepto se define de la siguiente forma:

La **velocidad regional** es la que se presenta en una región y se establece dependiendo de las condiciones climatólogicas de ésta. El viento forma parte de una compleja interrelación de fenómenos y factores muy variados lo cual hace casi imposible definir con exactitud sus características. El cálculo de esta velocidad se hace recurriendo a la información estadística donde se considera, para el diseño, la velocidad máxima del viento seleccionando una probabilidad de excedencia.

La **velocidad básica** es la que se define como el promedio de las velocidades presentadas en la región por espacio de un minuto a la altura de 10 metros y se obtiene a partir de la topografía del lugar y de la velocidad regional.

En cuanto a la variación de la velocidad del viento debemos recordar que todo fluido que se encuentre en contacto con una superficie rugosa y actúe en forma paralela a ésta presenta una reducción en su velocidad a medida que se aproxime al área de contacto; esto lo ocasiona la fricción entre los dos medios. Exactamente igual pasa con el viento que actúa paralelo a un terreno. Si se miden las velocidades medias del viento a diferentes intervalos constantes de altura se observará que a medida que aumenta la altitud, la velocidad variará más lentamente hasta un punto que se puede considerar constante. La altura donde la velocidad del viento no cambia se le llama **altura gradiente** y la velocidad a esa altura es la **velocidad gradiente**. No toda corriente de aire obedece lo anteriormente descrito; los huracanes, por ejemplo, presentan una velocidad de viento prácticamente constante en toda su altura.

La **velocidad de diseño** queda definida por la variación de la velocidad del viento con la altura y el efecto producido por ráfagas de corta duración; podríamos decir que "envuelven" a las estructuras.

Como ya se ha mencionado el viento es un típico fluido en movimiento que produce distintos efectos sobre los objetos que se le interponen y todas las fuerzas originadas por él son dinámicas. Ahora bien, en ciertas circunstancias es válido tratar a estas fuerzas como cargas estáticas y para calcularlas se puede partir de una expresión llamada "presión dinámica de fluidos en movimiento" desarrollada sobre la base del teorema de Bernoulli.

$$\rho = \frac{\mu V^2}{2}$$

Donde: ρ = Presión dinámica debida al fluido en movimiento.
 μ = Densidad del aire.
 V = Velocidad del fluido.

Si se supone que la densidad del aire es la que se encuentra al nivel de mar (1 atmósfera de presión) y que la temperatura es la temperatura promedio (15°C) se puede obtener la siguiente expresión, - ver Manual de la Comisión Federal de Electricidad⁽⁴⁾ -:

$$\rho = 0.0048 V^2 \dots\dots\dots \text{ec. (1.a)}$$

Donde: ρ está en kg/m^2 y V en km./hora .

Si afectamos a la ec. (1.a) por la modificación que sufre el aire con la altitud (Factor G) y por la forma del objeto inmerso en el viento (conocido como factor de empuje o de forma) tendremos:

$$G = \frac{8 + h}{8 + 2h} \quad \text{Donde: } h = \text{Altura sobre el nivel de mar (Km.)}$$

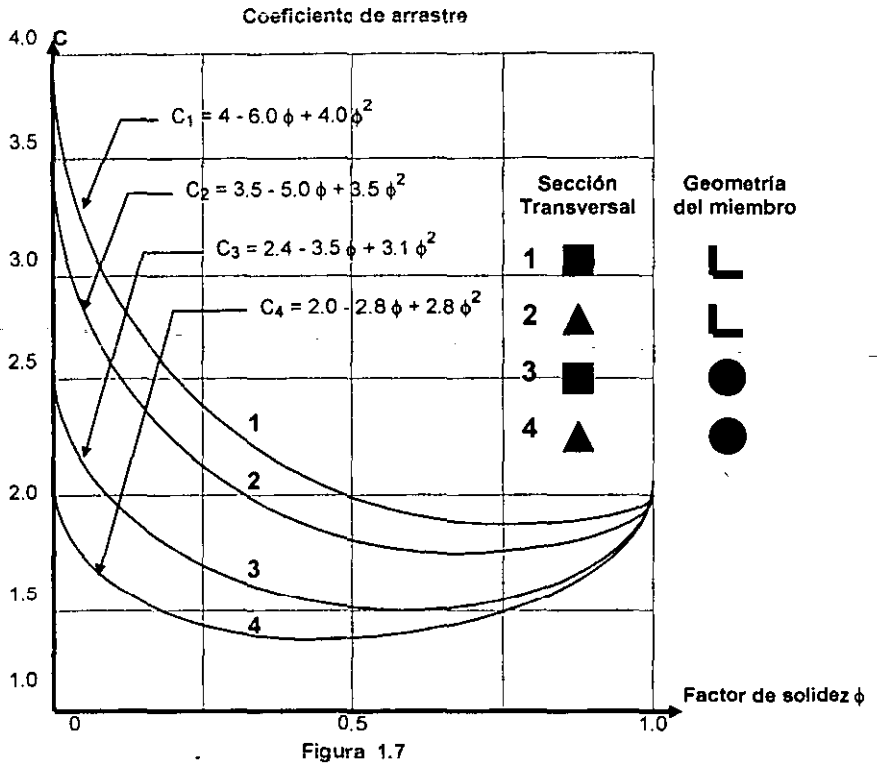
Es necesario hacer notar que la ecuación anterior *no considera* el cambio de la densidad del aire debido al cambio de temperatura.

Entonces la ecuación (1.a) cambia a la siguiente forma:

$$\rho = 0.0048 G C V^2. \text{ ec.}(1.1).$$

Donde: C = Coeficiente de arrastre o factor de forma. Se define por experimentación y sobre la base de tabuladores generados de múltiples pruebas para secciones de miembros estructurales típicos.

Todo empuje o arrastre originado por el viento será afectado por la geometría propia de la torre, la forma de los miembros que la componen y el llamado factor de solidez.



Se debe considerar también que existe un **área expuesta** que es la superficie que presenta un objeto en su proyección vertical, la cual se interpone al viento tal como se puede apreciar en la siguiente figura (1.8):

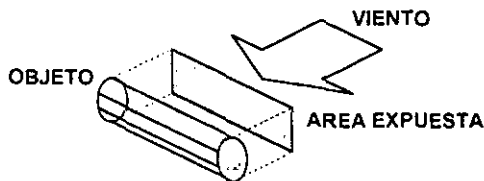


Figura 1.8

En la torre, el mástil presentará ante el viento parte de su superficie en proyección vertical; el mástil está formado por una combinación de miembros de sección transversal pequeña, por lo que resulta laborioso calcular el total del área expuesta, además, se tiene que tomar en cuenta la obstrucción creada por las contracciones del flujo a través de los huecos. Todo esto es solucionado al considerar un factor de solidez.

Factor de solidez.

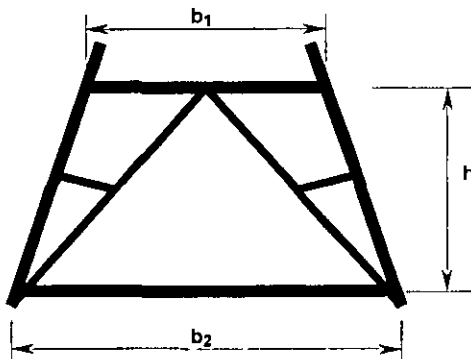


Figura 1.9

En el Manual de la Comisión Federal de Electricidad⁽⁴⁾ se define al **factor de solidez** " ϕ " como "la suma de las proyecciones normales al plano de la armadura de los miembros que la integran, entre el área de la envolvente de dichas proyecciones":

$$\phi = \frac{2A_0}{(b_1 + b_2)h} \dots\dots\dots \text{ec. (1.2)}$$

Donde: A_0 = Proyección vertical del área expuesta de los miembros.

En el mismo manual se estipula que en el caso de que alguna armadura se encuentre protegida de la acción del viento (del lado del barlovento) por otra de iguales características, el empuje del viento sobre la primera se reduce por el **efecto de escudo**. Dicho efecto se toma en cuenta reduciendo el coeficiente de empuje hasta " rx " donde:

- x es la relación entre separación y peralte de las traveses o armaduras; si " S " es la separación y " D " es el peralte: $x = S/D$.
- r es un coeficiente que vale 1.5.

Dependiendo de la orientación del mástil y de los cables, respecto a la acometida del viento, se genera lo que se llama **influencia de giro** y se comprende entonces como giro el ángulo formado por la dirección del viento y la normal del área directamente expuesta.

De las figuras 1.1 y 1.7 se define para una torre de sección triangular y de mástil formado por miembros de geometría circular, lo siguiente:

$$C_4 = 2.0 - 2.8 \phi + 2.8 \phi^2. \text{ ec. (1.3).}$$

Donde " ϕ " es el factor de solidez y se define en la ec. (1.2).

El Manual de la Comisión Federal de Electricidad⁽⁴⁾ recomienda tomar un valor de 1.2 para "C" en cables tipo retenida.

En los cables el arrastre del viento se puede evaluar considerando que existen dos componentes; uno, el arrastre, actuando en el plano formado por el cable y la dirección del viento y en el sentido de este, y dos, la sustentación, también actuando en el mismo plano pero normal a la dirección del viento.

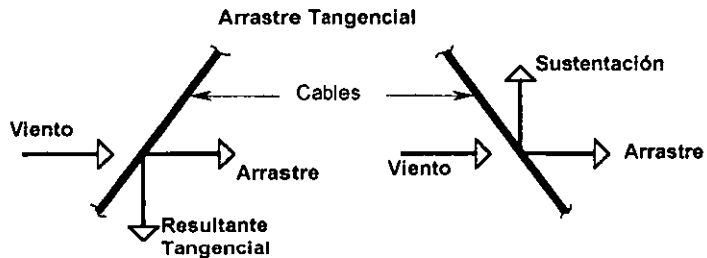


Figura 1.10

En ocasiones la misma velocidad del viento oscila en períodos iguales, lo cual induce vibraciones en la estructura. A esto se le conoce como "los vórtices de Von Karman" y a la respuesta de la estructura ante el empuje periódico del viento se le llama resonancia, la que puede provocar el colapso parcial o total de la estructura.

En el Manual arriba mencionado, se sugiere que para evitar la resonancia el período natural de la estructura de la torre no exceda de 3 a 4 segundos.

Respecto a los cables, las vibraciones están en función de su tensado, es decir, los más tensos tendrán vibraciones rápidas y cortas, o sea, de alta frecuencia y los menos tensos o flojos tendrán vibraciones lentas y largas, o sea, de baja frecuencia; en la actualidad para amortiguar las frecuencias altas existen dispositivos (resortes), no sucede así con las frecuencias bajas.

Determinación de la carga por viento para una torre de 120 m. de altura en la zona costera del Golfo de México.

Para determinar los parámetros que definirán la velocidad de diseño y el empuje del viento sobre la estructura de la torre y de las antenas se utilizará una combinación de los siguientes manuales y/o reglamentos:

1. - Manual de Obras Civiles de la Comisión Federal de Electricidad⁽⁸⁾.
2. - Boletín Andrew 1015D⁽³⁾.
3. - Electronic Industries Association Standard⁽⁷⁾.

De la siguiente tabla, tomada del Manual de la Comisión Federal de Electricidad⁽⁴⁾ - donde se muestra al país dividido en tres zonas eólicas -, se puede determinar la velocidad regional de la zona en que se ubicará nuestra torre.

ZONAS EÓLICAS DE LA REPÚBLICA MEXICANA. TABLA 1.5

ZONA EÓLICA	VELOCIDAD REGIONAL (km./hora)	
	MEDIA	MÁXIMA
A	125	180
B	100	135
C	70	100

Si se considera que la torre se ubica en la zona "A" entonces la Velocidad Media Regional será de 125 km./hr. y la Velocidad Máxima Regional será de 180 km./hr. Es importante señalar que lo anterior obedece al criterio de que la Velocidad Media Regional será para la revisión de deformaciones en la torre y la Velocidad Máxima Regional se utilizará para la revisión de su resistencia.

Tomada del mismo manual, a continuación se muestra una tabla de donde se tomará el factor de topografía (K) adecuado para nuestro análisis:

FACTOR DE TOPOGRAFÍA. TABLA 1.6

TOPOGRAFÍA	FACTOR "K"
a) Muy accidentada, como en el centro de ciudades importantes.	0.70
b) Zonas arboladas, lomeríos, barrios residenciales o industriales.	0.80
c) Campo abierto, terreno plano.	1.00
d) Promontorios	1.20

Como se consideró anteriormente, la torre se ubicará en campo abierto y en terreno plano por lo que de la tabla 1.6 $K = 1.0$, entonces la velocidad básica se definirá como:

$$V_b = K V_r$$

A continuación se debe evaluar la velocidad gradiente " V_δ ", que es la velocidad del viento que se presenta cuando " $z = \delta$ ". Para ello, consideraremos como base la siguiente tabla de valores tomada del Manual de la Comisión Federal de Electricidad:

VALORES DE " δ " Y " α "

TABLA 1.7

TIPO DE TERRENO	α	ALTURA GRADIENTE δ (m.)
a) Litoral	0.14	200
b) Campo abierto (interior)	0.14	275
c) Terrenos Suburbanos	0.22	400
d) Centro de grandes ciudades	0.33	460

Por lo tanto, si la torre se ubica en campo abierto: $\alpha = 0.14$ y $\delta = 275$ m., entonces las ecuaciones (1.B) -página 15- son modificadas de la forma siguiente:

$$V_z = V_b \left[\frac{z}{10} \right]^{0.14} \quad \text{Para: } 10 \text{ m.} < z < 275 \text{ m.}$$

$$V_z = V_b \quad \text{Para: } z < 10 \text{ m.}$$

$$V_z = V_\delta \quad \text{Para: } z > 275 \text{ m.}$$

Y si también se considera que para torres de más de 60 m. de altura el factor de ráfaga es igual a 1.3, " V_d ", éste adquiere el siguiente valor:

$$V_d = 1.3 V_z \text{ ec.(1.4).}$$

El siguiente paso es calcular la velocidad del viento en toda la altura de la torre.

Variación de la velocidad del viento con la altura

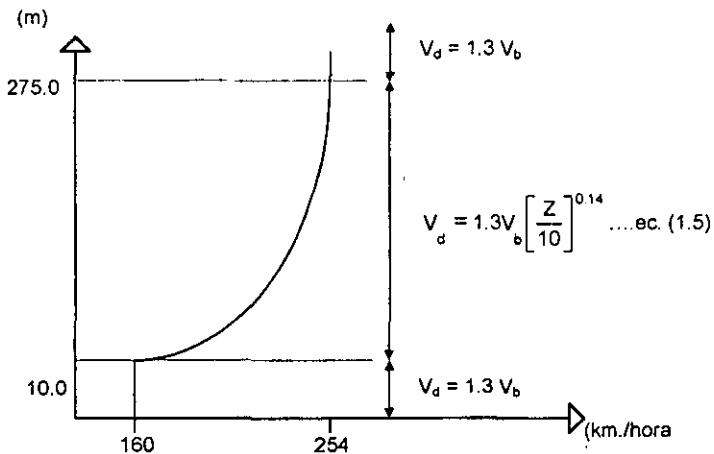


Figura 1.11

Para proceder a calcular la presión del viento se requiere, inicialmente, suponer perfiles de la estructuración del mástil y para fines prácticos utilizaré los indicados en las figuras 1.1 y 1.4; lo mismo sucederá con los cables por lo que, para éstos, se seguirá tomando la distribución de la figura 1.2.

Al tener definida una estructuración inicial se continua con la obtención del área expuesta, el coeficiente de solidez, el coeficiente de arrastre y finalmente, con todos estos datos, la presión del viento.

Ahora bien, para determinar el área expuesta, el Manual de la Comisión Federal de Electricidad⁽⁴⁾ recomienda dos criterios en el caso de armaduras:

- 1^{er} Criterio: Considerar el 20% del área limitada por las aristas exteriores en las armaduras.
- 2^o Criterio: Considerar el área en proyección vertical que presenta la estructura.

Es importante señalar que también se considerará como tercer criterio el del manual de la Electronic Industries Association⁽⁷⁾ que recomienda tomar en cuenta un 50% adicional al 100% del área proyectada verticalmente.

De los tres anteriores criterios el valor mayor que resulte será el indicado para continuar con nuestros cálculos.

**CRITERIOS DEL MANUAL DE LA COMISION FEDERAL
DE ELECTRICIDAD. TABLA 1.8.**

Criterio	Area expuesta
1º) 20% del área $1.2 \times 6.0 \times 0.2 =$	1.44 m²
2º) Area proyectada verticalmente: Largueros o patas: ($\phi = 0.102$ m.) $6.0 \times 2 \times 0.102 =$	1.224 m²
Celosía: ($\phi = 0.0381$ m.) (ϕ) $(8 \times 2 \times 1.4 + 2 \times 1.2) =$	0.945 m²
$\Sigma =$	2.169 m²

**CRITERIO DEL MANUAL ELECTRONIC INDUSTRIES
ASSOCIATION STANDARD. TABLA 1.9**

Tomando el área proyectada que resultó en el 2º criterio, tenemos:

3er. Criterio	Area expuesta
$2.169 \times 1.5 =$	3.2535 m²

Como se puede ver, *el valor obtenido en el tercer criterio es el indicado*, por lo que es el que se aplica en los cálculos que siguen:

Cálculo del coeficiente de solidez:

Sustituyendo valores en la ec. (1.2):

<u>Datos:</u> $A_o = 3.2535 \text{ m}^2$ $b_1 = 1.2 \text{ m}$ $b_2 = 1.2 \text{ m}$ $h = 6.0 \text{ m}$	$\phi = \frac{2 \times 3.2535}{(1.2 + 1.2) \times 6}$ $\phi = 0.451875$
--	---

Cálculo del coeficiente de arrastre:

Sustituyendo "φ" en la ec. (1.3):

$$C_4 = 2.0 - 2.8 \times 0.451875 + 2.8 \times (0.451875)^2 = 1.306484$$

Calculo de la presión del viento sobre el mástil:

Sustituyendo el valor de "C₄" en la ec. (1.1):

$$p = 0.0048 G \times 1.306484 \times V_d^2 = 0.006271 G V_d^2$$

Tomando en cuenta que la torre se ubicará a nivel de mar:

$$h = 0.0$$

$$G = 1.0$$

Entonces:

$$\rho = 0.006271 V_d^2 \text{ ec. (1.6)}$$

Sustituyendo el valor de "V_d" por el de la ec. (1.5):

$$\rho = 0.006271 \times (1.3 V_z)^2;$$

$$\rho = 0.01059 V_z^2 \text{ ec. (1.7)}$$

Sustituyendo el valor de "V_d", según la fig. 1.14, en la ec. (1.7), resulta la siguiente tabla:

PRESIÓN DEL VIENTO. TABLA 1.10

ALTURA (m.)	PRESIÓN (kg/m ²)
Z < 10	= 0.01059 V _B ²
10 < Z < δ	= 0.01059 V _B ² $\left[\frac{Z}{10} \right]^{0.28}$
Z > δ	= 0.2385 V _B ²

Como se puede apreciar en la tabla anterior la presión del viento está en función de la velocidad básica y el factor de topografía es igual a 1.0, la velocidad regional será igual a la velocidad básica, por lo tanto se obtienen los siguientes valores:

Velocidad básica media = 125 km./hora.

Velocidad básica máxima = 180 km./hora.

Con los datos así obtenidos, procederemos a determinar la presión sobre el mástil considerando tramos a cada 12 metros y cargas uniformes con valor igual a la carga promedio que se presente en toda la longitud de cada tramo. Se supondrá, así mismo, un ancho de 1.0 m. del mástil.

En la siguiente tabla se muestran las presiones del viento a cada 12 m. de altura hasta cubrir una altura de 114 m. que es la altura promedio del último tramo localizado entre los +108.00 y los +120.00 m.

PRESIÓN DEL VIENTO A LA ALTURA PROMEDIO. TABLA 1.11

ALTURA PROMEDIO	PRESIÓN	
	MEDIA	MÁXIMA
(m.)	(kg/m ²)	(kg/m ²)
12	174	361
18	195	404
30	225	467
42	247	513
54	265	550
66	281	582
78	294	610
90	306	635
102	317	657
114	327	678

Con el fin de aproximarnos al objetivo de determinar las cargas de viento actuantes en la torre, es necesario obtener la fuerza de empuje del viento por metro lineal del mástil, por lo que se divide el área expuesta entre la longitud del tramo respectivo y así se obtiene un ancho equivalente B'.

$$B' = \frac{\text{Área expuesta}}{\text{Longitud}} = \frac{3.2535}{6.0} = 0.542 \text{ m.}$$

Es decir, que se puede sustituir el ancho del mástil de 1.20 m. por uno de 0.542 m. de ancho.

De lo anterior se puede suponer que aplicando la presión del viento en un ancho de 0.542 m. se puede determinar la fuerza del viento sobre el mástil y entonces podemos definir la siguiente ecuación:

$$F = \rho B' \times 1.0 \text{ [kg/m.]} \dots\dots\dots \text{ec. (1.8).}$$

Si se tabulan los valores obtenidos de la ecuación anterior se obtiene lo siguiente:

FUERZA DEL VIENTO A LA ALTURA PROMEDIO. TABLA 1.12

ALTURA PROMEDIO (m.)	FUERZA POR METRO LINEAL DE MÁSTIL ($F = \rho B'$)	
	VEL.MEDIA (kg/m.)	VEL.MAX. (Kg/m.)
12	94.0	196.0
18	106.0	219.0
30	122.0	253.0
42	134.0	278.0
54	144.0	298.0
66	152.0	315.0
78	159.0	331.0
90	166.0	356.0
102	171.0	356.0
114	177.0	368.0

Empuje del viento sobre los cables.

El siguiente paso será obtener las fuerzas de viento sobre los diferentes cables y para ello se tendrán que fijar algunos parámetros con el propósito de aproximarnos lo más posible a la realidad, para lo cual es necesario considerar las suposiciones que a continuación se mencionan:

- Los cables serán cargados uniformemente por el viento .
- La velocidad del viento actuante sobre los cables será la velocidad correspondiente a la altura promedio de cada cable.
- El coeficiente de arrastre será igual a 1.2 como es indicado en el Manual de la Comisión Federal de Electricidad.
- El viento se desplazará paralelo al terreno.
- La fuerza de arrastre se calculará de la ecuación 1.1.
- El área expuesta del cable será la proyectada verticalmente por la torre.
- La posición de los cables queda definida por la figura 1.2 mostrada en el Capítulo 1 de este trabajo.

Determinación de la velocidad del viento.

Utilizando la ecuación (1.5) y considerando la segunda suposición inmediata anterior, calculemos la velocidad del viento a diferentes alturas:

VELOCIDAD DEL VIENTO A LA ALTURA PROMEDIO. TABLA 1.13

ALTURA DE SUJECIÓN (m.)	ALTURA PROMEDIO (m.)	VELOCIDAD MEDIA (km./hora)	VELOCIDAD MÁXIMA (km./hora)
12	6	151.0	218.0
24	12	167.0	240.0
36	18	176.0	254.0
48	24	184.0	265.0
60	30	190.0	273.0
72	36	194.0	280.0
84	42	199.0	286.0
96	48	202.0	291.0
108	54	206.0	296.0
117	58.5	208.0	300.0

Determinación de la presión del viento.

Considerando la ecuación (1.1) y los valores obtenidos en la tabla 1.13 se puede calcular la presión del viento:

$$\begin{aligned}\rho &= 0.0048 G C V^2 \\ &= 0.0048 \times 1.0 \times 1.2 V^2 \text{ (kg/m}^2\text{)} \\ &= 0.00576 V^2 \text{ (kg/m}^2\text{)}\end{aligned}$$

Determinación de la fuerza de arrastre.

Si sustituimos el valor de " ρ " en la ec. 1.8, se puede obtener la expresión para la fuerza de arrastre del viento sobre los cables:

$$F_{\text{ARRASTRE}} = 0.00576 V^2 B$$

De la expresión anterior se obtienen los valores de esta fuerza en diferentes alturas, como se muestra a continuación.

FUERZA DE ARRASTRE DEL VIENTO SOBRE LOS CABLES. TABLA 1.14

NIVEL DE RETÉN (m.)	ALTURA PROMEDIO (m.)	ANCHO DEL CABLE (B)		FUERZA DE ARRASTRE (kg/m.)	
12	6	1/2"	0.013	1.71	3.56
24	12	1/2"	0.013	2.09	4.31
36	18	1/2"	0.013	2.32	4.83
48	24	1/2"	0.013	2.54	5.26
60	30	1/2"	0.013	2.70	5.58
72	36	1/2"	0.013	2.82	5.87
84	42	1/2"	0.013	2.97	6.12
96	48	5/8"	0.016	3.76	7.80
108	54	5/8"	0.016	3.91	8.07
117	59.5	7/8"	0.022	3.99	8.29

Si los valores obtenidos en la tabla anterior se comparan con los obtenidos en la tabla 1.12, se observará que el arrastre de los cables resulta ser de una magnitud muy pequeña, razón por la cual no será considerado dicho valor durante este análisis.

Empuje del viento sobre las antenas parabólicas

Los efectos que se transmiten por la acción del viento en las antenas se calculan a partir de la información del Boletín 1015D ANDREW⁽³⁾ donde se presentan las expresiones para evaluar los elementos mecánicos que aparecen en la torre o en cualquier otra estructura que sirvan como soporte a estas antenas.

En este documento se indica cómo los efectos del viento pueden ser separados en dos fuerzas componentes y un momento como se muestra en la siguiente figura.

Acción del viento sobre las antenas parabólicas

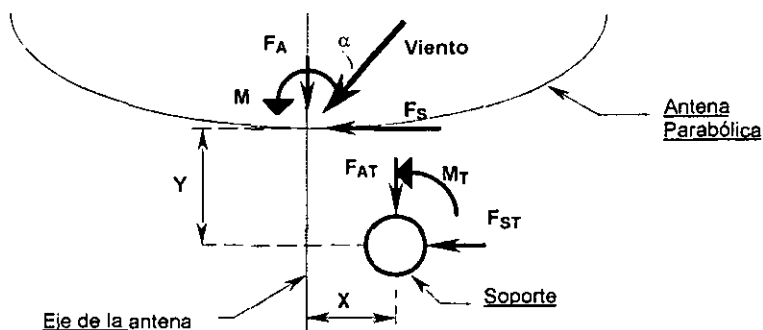


Figura 1.12

En la figura anterior la fuerza axial F_A actúa a lo largo del eje de la antena; la fuerza lateral F_S actúa perpendicular al eje de la antena con su línea de acción pasando a través del vértice de la parábola. El momento flexionante M es un par que actúa en el plano horizontal (plano del viento) al vértice del reflector.

El momento total M_T actúa en el punto soporte donde se apoya la antena. La magnitud de F_A , F_S , y M depende de la presión dinámica del viento, la proyección del área de la antena y de las características aerodinámicas de la misma. Estas características varían con el ángulo del viento. Es conveniente expresar la variación de F_A , F_S , y M en términos de los siguientes coeficientes:

$$C_A = \frac{F_A}{A V^2} \dots\dots\dots \text{ec. (1.9)}$$

$$C_S = \frac{F_S}{A V^2} \dots\dots\dots \text{ec. (1.10)}$$

$$C_M = \frac{M}{D A V^2} \dots\dots\dots \text{ec. (1.11)}$$

- Donde: C_i = el coeficiente del elemento mecánico respectivo.
 A = al área frontal [ft²].
 V = la velocidad del viento [mph].
 D = el diámetro de la antena [ft].

Los coeficientes "C," dependen del ángulo de acción del viento y pueden ser determinados a partir de las tablas 1.15 y 1.17 contenidas en el boletín ANDREW antes mencionado, en donde se señala que los datos indicados en ellas están basados en investigaciones realizadas en túneles de viento y se pueden aplicar a cualquier tamaño de antena y a cualquier velocidad de viento.

FUERZAS DE VIENTO SOBRE LAS ANTENAS 125 MPH (200 km./hora). TABLA 1.15

Tipo	Diámetro	Fat Máx.		Fst Máx.		Mt Máx.	
	(ft)	(lb)	(kg)	(lb)	(kg)	(lb-ft)	(kg-m)
Standard sin Radome	4	870	395	240	110	615	85
	6	1950	885	530	240	1730	240
	8	3460	1570	950	430	3940	545
	10	5410	2455	1480	670	7080	980
	12	7800	3540	2130	695	11680	1615
Standard con Radome	4	12170	5520	3330	1510	24400	3375
	6	450	205	270	120	565	80
	8	1010	460	610	275	1650	230
	10	1790	810	1075	490	3720	515
	12	2800	1270	1680	760	6880	950
High Performance o UHX con Radome Plano	4	4030	1830	2420	1100	11520	1595
	6	1440	655	680	310	1750	249
	8	2560	1160	1200	454	3570	495
	10	4000	1815	1880	855	6260	865
	12	5760	2615	2700	1225	10240	1415
	12	9000	4080	4230	1920	21840	3020

Ahora bien, el momento total y las fuerzas actuantes en el punto de soporte de la antena pueden determinarse por las siguientes expresiones:

$$F_{AT} = F_A \dots\dots\dots \text{ec. (1.12)}$$

$$F_{ST} = F_S \dots\dots\dots \text{ec. (1.13)}$$

$$M_T = M + F_A(X) + F_S(Y), \dots\dots \text{ec. (1.14)}$$

Refiriéndonos a la figura 1.17, se define que:

X = La excentricidad del eje de la antena al montaje del tubo [ft].

Y = La distancia sobre el eje reflector desde el vértice del reflector al centro del montaje en el tubo [ft].

Si se recuerda que en la torre se colocarán cuatro antenas parabólicas, dos a los 110 m. de altura y dos a los 119 m. y que serán de 3.66 m. (12 ft.) de diámetro; utilizando la ec. (5) y suponiendo que el factor de ráfaga es igual a 1, se puede determinar la velocidad de diseño a esas alturas como se muestra en la siguiente tabla:

VELOCIDAD DE DISEÑO PARA LAS ANTENAS. TABLA 1.16

ALTURA (m)	VELOCIDAD			
	(km./hora)		(MPH)	
	MEDIA	MAX.	MEDIA	MAX.
110	175	252	109	157
119	177	225	110	158

En el Boletín ANDREW 1015D se proporciona una tabla con los coeficientes para determinar los elementos mecánicos transmitidos por las antenas parabólicas y es la siguiente:

COEFICIENTES DE CARGA PARA LAS ANTENAS ESTANDAR. TABLA 1.17

ANGULO DEL VIENTO	C _A	C _S	C _M
0°	+0.0040	0.0	0.0
45°	+0.00425	+0.0002	-0.00015
56°	+0.0044	+0.0005	-0.00022
90	-0.00025	+0.00085	+0.000345
125°	-0.00125	+0.0012	+0.000375
180°	-0.0027	0.0	0.0

Para nuestro análisis podemos seleccionar arbitrariamente, de la tabla anterior, que el ángulo de acción del viento sea 0° por lo que los coeficientes serán:

$$C_A = +0.0044 ; C_S = +0.0 ; C_M = +0.0$$

El Reglamento de la Electrical Industries Association establece que si la orientación de las antenas se desconoce, se pueden tomar los siguientes porcentajes mínimos para cuando más de una antena se localice relativamente en la misma elevación.

PORCENTAJE DE AREA. TABLA 1.18

ANTENA	%
1ª	100.0
2ª	75.0
3ª	65.0
4ª	60.0

Es decir, que para este caso donde tenemos dos antenas en cada nivel se debe tomar el 100% de la primera más el 75% de la segunda, o sea, $1.0 + 0.75 = 1.75$ del área expuesta de la antena en cuestión. Así, el área expuesta total de las dos antenas será $A_T = 113.1 \times 1.75 = 198 \text{ ft}^2$. Despejando a "F_A" de la ec. (1.9) y sustituyendo los valores respectivos se tiene que $F_{AT} = C_A A V^2 = 0.004 \times 198 V^2 = 0.792 V^2$

La tabla 1.5 del boletín ANDREW muestra los valores que tienen las excentricidades "X" y "Y" de la antena al punto de soporte y en el caso de nuestra antena standard de 12 ft. de diámetro son: $X = 0.708 \text{ ft.}$ y $Y = 0.042 \text{ ft.}$, si se sustituyen estos valores en la ec. (1.14) se obtiene que $M_T = 0.792 V^2 \times 0.708 \text{ ft} = 0.560736 V^2 \text{ [lb-ft]}$

El análisis de la torre requiere que todos los elementos mecánicos actúen en el centro del mástil por lo que recurriremos a la siguiente figura para esquematizar esto.

Elementos mecánicos en el centro del mástil.

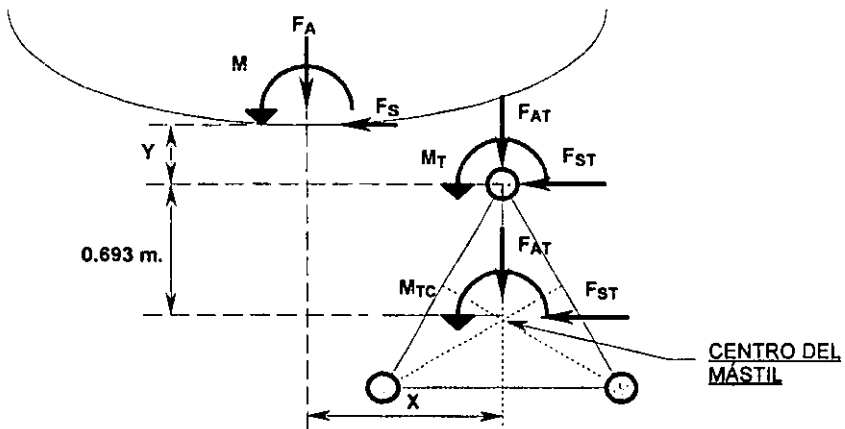


Figura 1.13

Por lo anterior, los elementos mecánicos en el centro del mástil son los siguientes:

$$F_{AT} = F_A = 0.792 V^2 \text{ [lb]} \dots \text{ ec. (1.15).}$$

$$F_{sT} = F_s = 0.0$$

$$M_{TC} = M_T = 0.560735 V^2 \text{ [lb-ft]} \dots \text{ ec. (1.16).}$$

Si sustituimos los valores de la tabla 1.16 en las ecuaciones 1.15 y 1.16, tenemos:

ELEMENTOS MECANICOS EN EL CENTRO DEL MÁSTIL. TABLA 1.19

ALTURA	VEL.DE VIENTO		FAT		M _{Tc}	
	(m.)	(MPH)	(KPH)	(lb)	(kg)	(lb-ft)
110	109	175	94710	4272	6662	922
	157	252	19522	8863	13822	1913
119	110	177	9583	4351	6785	939
	158	255	19771	8976	13998	1937

Con los datos obtenidos en esta tabla y los de la tabla 1.12 ya podemos proceder a cargar el modelo de la torre.

CAPÍTULO 2

MARCO TEÓRICO *(MÉTODO DE ANÁLISIS)*

CAPÍTULO 2.

MARCO TEÓRICO (MÉTODO DE ANÁLISIS).

Para proceder con el análisis primero se deben mencionar y definir varios aspectos importantes como son el que la torre está compuesta de un cuerpo central o mástil y de elementos de sujeción o cables y que el mástil a su vez está formado de una serie de tramos modulares integrados por elementos de acero; con todo lo anterior se puede suponer un comportamiento probable bajo solicitaciones definidas.

Ahora bien, cuando un cable se tensa adquiere su forma propia llamada "Catenaria", en ésta, existe (aunque pequeña) una flecha o deflexión que varía de acuerdo con la tensión en el cable o con el movimiento de los apoyos. La deformación en los cables está definida por varios factores como son: el peso propio, las cargas externas, el desplazamiento de los puntos de retén y su forma propia por lo que se supone que no se obtendrán deformaciones lineales, o sea, proporcionales a los incrementos de carga que les sean aplicadas.

Aquí se plantea un buen cuestionamiento: ¿cómo definir un modelo matemático para la estructura de la torre si se tienen elementos, o sea los cables, cuyo comportamiento real no es elástico o lineal?

Una solución al sistema se puede obtener al analizar en forma separada, por un lado al mástil y por otro a los cables, realizando esto con dos programas de computadora y mediante iteraciones o aproximaciones sucesivas en las deformaciones del modelo de la torre.

En el análisis del mástil se utilizará el programa "GT-STRUDL", el que se describe de manera breve y concisa en el Anexo 2 de este trabajo; respecto a los cables, éstos serán analizados por un pequeño programa de computadora basado en el "Método de análisis de cables como miembros equivalentes de eje recto"⁽¹⁰⁾ editado en 1968 y cuyos autores son David H.H.Tung y Robert J. Kudder. Este método equivalente es descrito más adelante en este capítulo.

El método equivalente propuesto se fundamenta en la teoría general de los cables. Esta teoría, que iniciará mi exposición del marco teórico o método de análisis, se muestra en los libros "Análisis Elemental de Estructuras"⁽¹⁰⁾, "Mecánica para Ingenieros"⁽¹¹⁾ y "Mecánica Analítica para Ingenieros"⁽¹²⁾ indicados en la bibliografía.

Teoría general de los cables.

El cable como todo elemento estructural adquiere su importancia en la medida en que sea requerido para controlar el comportamiento de una estructura y sus aplicaciones pueden ser muchas, como por ejemplo, en la sustentación de puentes colgantes, en los techos de grandes claros, en las líneas de transmisión eléctrica, en los sistemas de teleféricos, como contravientos durante la etapa de montajes de estructuras, así como en nuestro caso, arriostrando lo necesario el mástil de la torre de 120 m. de altura.

Para que un cable pueda ser utilizado en forma óptima se debe tener una apreciación aceptable respecto a su comportamiento cuando se le somete a solicitaciones determinadas y definidas por lo que es necesario conocer los siguientes datos: su longitud, la tensión inicial que se le aplicará, la magnitud de las reacciones en sus soportes, la separación de estos soportes y la flecha o deflexión característica que posee.

Un estudio más exacto de los cables requiere de métodos que están fuera del alcance del presente trabajo por lo que es necesario enfatizar que lo que aquí se expone es básico y sólo para sustentar las ecuaciones que son presentadas más adelante en este mismo capítulo.

Teorema Fundamental del Cable.

Como es sabido, se supone que un cable es perfectamente flexible cuando no ofrece alguna resistencia a la flexión, es decir, que en su sección transversal sólo aparecen tensiones normales uniformemente distribuidas, puesto que se considera que durante la deformación la sección no cambia, deduciéndose entonces que para cualquier punto de ella el radio de curvatura es el mismo y que todas las derivadas respecto al radio son nulas, por lo tanto el esfuerzo es igual a la tensión total entre el área de la sección ($\sigma = T/A$) y que no existe presión entre las fibras longitudinales. En realidad no sucede así, pero debido a que la resistencia de las cuerdas y los cables es muy pequeña, ésta puede omitirse sin cometer un error apreciable.

En lo que a continuación se presenta entraremos en una descripción más concisa en la que se pretende realizar un enfoque directo para el entendimiento de este Teorema.

Para establecer el Teorema Fundamental del Cable se utiliza la figura 2.1 y se considera lo siguiente:

1. - Un cable sujeto por dos puntos "a" y "b" que están en diferente altura.
2. - Sobre él actúan una serie de cargas o fuerzas verticales $P_1, P_2, P_3, \dots, P_n$
3. - El cable es perfectamente flexible por tanto el momento flector es nulo en cualquiera de sus puntos.
4. - Si las cargas son verticales la componente horizontal de la tensión en el cable "H" tendrá el mismo valor en cualquier punto, por tanto, las reacciones horizontales serán también iguales a "H".
5. - Si consideramos que los momentos son positivos en el sentido de las manecillas del reloj y si se toman momentos respecto al punto "b" de todas las fuerzas del sistema y se asume que " Σm_b " es la suma de todos los momentos en el punto "b" causados por las fuerzas $P_1, P_2, P_3, \dots, P_n$ se tiene:

$$\overset{+}{\curvearrowright} \Sigma M_b = +H(L \tan \tau) + R_{ay}L - \Sigma m_b = 0 \dots\dots\dots \text{ec. (2.1)}$$

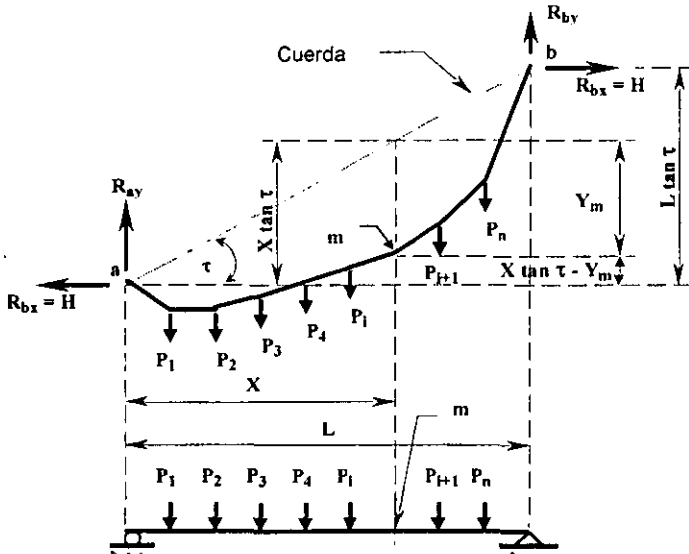


Figura 2.1

Ahora, tomando momentos respecto a un punto "m" (cualquiera en el cable) de las fuerzas que actúan a su izquierda, se obtiene:

$$H (X \tan \tau - Y_m) + R_{ay} X - \Sigma M_m = 0$$

Donde " ΣM_m " es la suma de los momentos causados por las fuerzas $P_1, P_2, P_3, \dots, P_i$ a la izquierda del punto "m".

Despejando a " ΣM_m ":

$$\Sigma M_m = H (X \tan \tau - Y_m) + R_{ay} X \dots \dots \dots \text{ec. (2.2)}.$$

Donde " Y_m " es la distancia vertical desde el punto "m" hasta la cuerda que une a los apoyos "a" y "b".

Análogamente, se podría interpretar que la suma de los momentos " $+\Sigma M_m$ " sería el momento flector que aparece en una viga simplemente apoyada de claro "L" y "m" fuera un punto en ella, colocado a una distancia "x" del apoyo izquierdo.

Si de la ec.(2.1) despejamos a la reacción vertical del apoyo izquierdo:

$$R_{ay} = \sum \frac{M_b}{L} - H \tan \tau \dots \dots \dots \text{ec. (2.3)}.$$

Sustituyendo la ec.(2.3) en la ec.(2.2) y simplificando:

$$H Y_m = \frac{X}{L} \sum M_b - \sum M_m \dots \dots \dots \text{ec. (2.4)}.$$

De todo esto, se puede establecer un teorema que se puede aplicar a un cable sometido a un sistema de cargas verticales y con cuerda tanto horizontal como inclinada.

El teorema fundamental de los cables es el siguiente:

"EN UN PUNTO CUALQUIERA DE UN CABLE SOMETIDO A CARGAS VERTICALES, EL PRODUCTO DE LA COMPONENTE HORIZONTAL DE LA TENSION DEL CABLE POR LA DISTANCIA VERTICAL DE ESE PUNTO A LA CUERDA, ES IGUAL AL MOMENTO FLECTOR QUE SE PRODUCIRIA EN ESA SECCION SI LAS CARGAS QUE SOPORTA EL CABLE ACTUAN SOBRE UNA VIGA SIMPLEMENTE APOYADA, DEL MISMO CLARO DE ÉL".

Forma del cable bajo carga uniforme.

El cable puede adoptar un sinnúmero de formas dependiendo del sistema de cargas al que se encuentre sometido. Cuando un cable soporta sólo su peso propio la forma que adquiere es la de una catenaria y cuando soporta una carga uniformemente repartida en su proyección horizontal toma la forma de una parábola.

Si un cable es muy atirantado, es decir, que la flecha es pequeña comparada con el claro y si sólo soporta sistemas de cargas que sean análogas al de su peso propio, se puede considerar sin error apreciable que su forma se asemeja al de una parábola.

Si se admite esto último y tomando en cuenta la ec. (2.4) se obtiene:

$$HY_m = \frac{\omega LX}{2} - \frac{\omega X^2}{2} \dots \dots \dots \text{ec. (2.5).}$$

Donde "ω" es la carga uniformemente distribuida sobre el cable como se muestra en la siguiente figura:

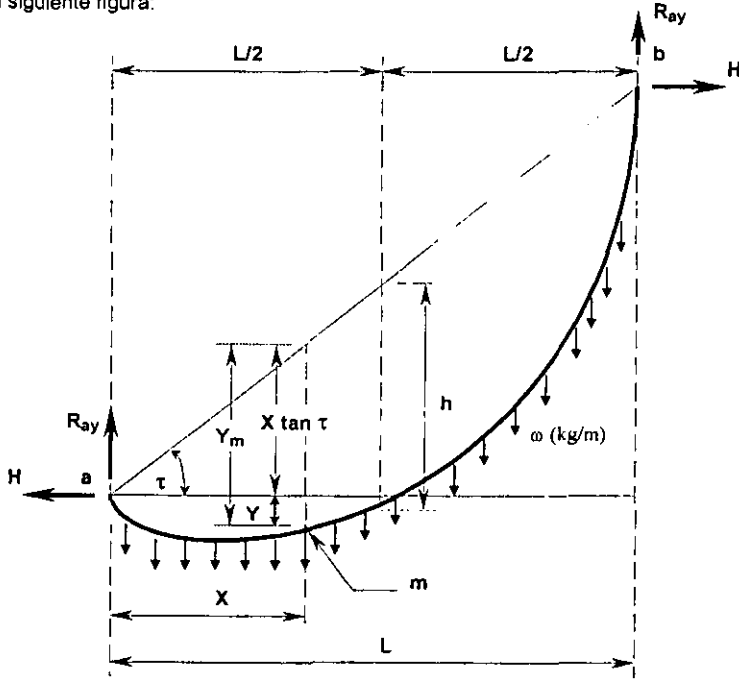


Figura 2.2.a.

Si "h" es la flecha del cable al centro del claro, $Y_m = h$ y $X = L/2$, la ec.(2.5) se modifica en:

$$Hh = \frac{\omega L^2}{8} ; \text{ Donde: } H = \frac{\omega L^2}{8} \dots \dots \dots \text{ec. (2.6).}$$

Sustituyendo el valor de "H" de la ecuación (2.6) en la ec.(2.5) se tiene:

$$\frac{\omega L^2}{8h} Y_m = \left[\frac{\omega LX}{2} - \frac{\omega X^2}{2} \right]$$

Despejando "Ym" :

$$Y_m = \frac{8h}{\omega L^2} \left[\frac{\omega LX}{2} - \frac{\omega X^2}{2} \right]$$

Desarrollando términos y factorizando:

$$Y_m = \frac{4hX}{L^2}(L - X) \dots \text{ec. (2.7)}$$

Ahora, si se toma como origen el cruce de los ejes en el soporte izquierdo del cable de la figura 2.2.a. y se utiliza "Y" en función de "X":

$$Y = X \tan \tau - Y_m$$

Despejando "Y_m" y sustituyendo en la ec.(2.7):

$$Y = \frac{4hX}{L^2}(X - L) + X \tan \tau \dots \text{ec. (2.8)}$$

Si la cuerda es horizontal $\tan \tau = 0$ entonces:

$$Y = \frac{4hX}{L^2}(X - L) \dots \text{ec. (2.9)}$$

Si la cuerda es horizontal y se define la forma del cable respecto a un sistema coordenado con el origen en el punto más bajo al centro del claro, de acuerdo con la figura 2.2.b. se tiene que :

$$X = \frac{L}{2} + X_c \quad \text{y} \quad Y = -h + Y_c$$

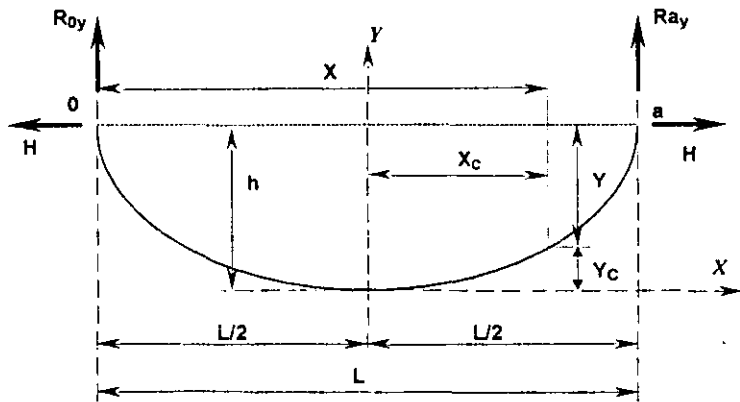


Figura 2.2.b.

Sustituyendo los valores de "X" y "Y" en la ec. (2.9) :

$$-h + Y_c = \frac{4h}{L^2} \left(\frac{L}{2} + X_c \right) \left(\frac{L}{2} + X_c - L \right)$$

Despejando a "Y_c", desarrollando términos y factorizando:

$$Y_c = \frac{4h}{L^2} X_c^2 \dots \text{ec. (2.9)}$$

Que propiamente es la ecuación de una parábola.

Longitud del cable.

Consideremos un elemento diferencial de cable de longitud "dS".

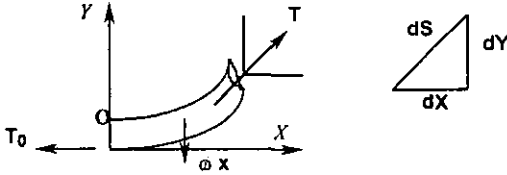


Figura 2.3

Donde: $dS = \sqrt{dX^2 + dY^2}$
 $= dX \sqrt{1 + \left[\frac{dY}{dX} \right]^2} \dots\dots\dots ec. (2.10).$

Que es la longitud del elemento diferencial; para conocer la longitud total del cable "S_o" se hace:

$$S_o = \int_0^L dS \dots\dots\dots ec. (2.11).$$

Siendo "L" el claro entre los soportes del cable, sustituyendo (2.10) en (2.11):

$$S_o = \int_0^L \left\{ 1 + \left[\frac{dY}{dX} \right]^2 \right\}^{\frac{1}{2}} dX \dots\dots ec. (2.12).$$

Para el caso de la cuerda horizontal "dY/dX" puede ser evaluado si derivamos la ec. (2.9.a.):

$$\frac{dY}{dX} = \frac{8 h X}{L^2} \dots\dots\dots ec. (2.9.b).$$

De acuerdo con la figura 2.2.b. la ecuación (2.9.b.) esta basada en que el origen se encuentra en el punto más bajo del cable que se encuentra en el centro del claro, por lo que aplicando la ecuación (2.12) podemos cambiar los límites de la integral en la forma

siguiente:

$$S_o = 2 \int_0^{\frac{L}{2}} \left(\frac{8 h X}{L^2} \right)^{\frac{1}{2}} dX$$

Donde: $\left[\frac{dY}{dX} \right]^2 = \left[\frac{8 h X}{L^2} \right]^2 = \frac{64 h^2 X^2}{L^4}$

Sustituyendo este valor en (2.12):

$$S_o = 2 \int_0^{\frac{L}{2}} \left(\sqrt{\frac{1 + 64 h^2 X^2}{L^4}} \right)^{\frac{1}{2}} dX \dots\dots ec. (2.13).$$

Cuya solución exacta es:

$$S_0 = \frac{L}{2} \left[1 + 16 \left[\frac{h}{L} \right]^2 \right]^{\frac{1}{2}} + \frac{L^2}{8h} \ln \left[\frac{4h}{L} + \left[1 + 16 \left[\frac{h}{L} \right]^2 \right]^{\frac{1}{2}} \right] \dots \dots \dots \text{ec. (2.14)}$$

Donde se requiere utilizar los logaritmos naturales.

Una forma recomendable de evaluar la longitud del cable se obtiene al desarrollar

la serie del término:
$$\left[1 + \frac{64h^2x^2}{L^4} \right]^{\frac{1}{2}}$$

Así por el teorema del binomio y considerando sólo los tres primeros términos de la serie:

$$S_0 = 2 \int_0^{\frac{L}{2}} \left[(1)^{\frac{1}{2}} + \frac{1}{2} (1)^{-\frac{1}{2}} \frac{64h^2x^2}{L^4} + \left(\frac{1}{2} \right) \left(-\frac{1}{2} \right) \left(\frac{1}{2} \right) (1)^{-\frac{3}{2}} \frac{64^2h^4x^4}{L^8} + \dots \right] dx$$

Simplificando:

$$S_0 = L \left[1 + \frac{8}{3} \left(\frac{h}{L} \right)^2 - \frac{32}{5} \left(\frac{h}{L} \right)^4 + \dots \right] \dots \dots \dots \text{ec. (2.15)}$$

Si $\frac{h}{L} \leq \frac{1}{4}$, esta serie converge rápidamente.

En muchos casos prácticos "h" es mucho menor que "L/4" y es suficiente calcular la longitud del cable mediante los tres primeros términos de la ec.(2.15).

Si se considera ahora la cuerda inclinada, la ec.(2.15) tendría su valor exacto si se sustituyera la derivada de la ec.(2.8) en la ec.(2.10), pero dar con el resultado es muy laborioso y complicado. En casos prácticos es suficientemente utilizar el método aproximado que a continuación se describe.

Si suponemos que la longitud de un cable con cuerda inclinada es la misma que la de un cable con cuerda horizontal y tuviera un claro de igual longitud que la cuerda inclinada y de acuerdo a la figura 2.4.

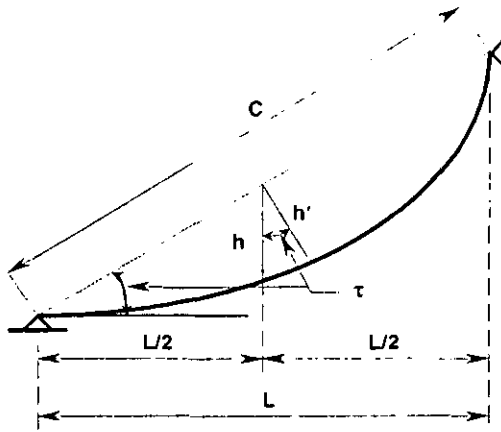


Figura 2.4.

Donde: C = es la longitud de la cuerda inclinada.

h' = es la proyección perpendicular a la cuerda inclinada de la flecha al centro del claro "L".

Así: $C = \frac{L}{\cos \tau} = L \sec \tau$ ec.(2.a).

$$h' = h \cos \tau = \frac{h}{\sec \tau}$$
ec.(2.b).

Si la relación de flecha es $\theta = \frac{h}{L}$, ésta se conservará si:

$$\theta' = \frac{h'}{C}$$
ec.(2.16).

Sustituyendo los valores de la ec.(2.a) y de la (2.b) en la ec.(2.16):

$$\theta' = \frac{\left(\frac{h}{\sec \tau}\right)}{L \sec \tau} = \frac{h}{L \sec^2 \tau}$$
ec.(2.17).

Aplicando la ecuación (2.15) a este cable imaginario y considerando que con sólo los dos primeros términos es posible obtener un longitud aproximada aceptable se tiene:

$$S_0 = C \left[1 + \frac{8}{3} \theta'^2 \right]$$

Sustituyendo los valores de "C" y "θ'":

$$S_0 = L \sec \tau \left[1 + \frac{8}{3} \left[\frac{h}{L \sec^2 \tau} \right]^2 \right]$$
ec.(2.18).

$$S_0 = L \left[\sec \tau + \frac{8}{3 \sec^4 \tau} \left[\frac{h}{L} \right]^2 \right]$$
ec.(2.18.a).

Se puede decir que esta ecuación proporciona la longitud del cable tanto de cuerda inclinada como de cuerda horizontal.

Tensión del cable.

Como ya se estableció, un cable es un elemento perfectamente flexible que sólo admite fuerzas axiales a su sección transversal en cualquiera de sus puntos.

En un cable sometido a cargas uniformes, la tensión se puede calcular a partir de la ec.(2.6) que proporcionaría la componente horizontal de la tensión en cualquier punto del cable. Si se considera un elemento diferencial de cable de longitud "dS" como el que aparece en la fig. 2.3, la tensión en el cable a una distancia "X" es igual a " $H \left(\frac{dY}{dX} \right)$ ".

Si la cuerda es inclinada "Y" está definida por la ec. 2.8, la cual, al ser diferenciada respecto a "X" se obtiene:

$$\frac{dY}{dX} = \frac{8hX}{L^2} - \frac{4h}{L} + \tan \tau$$

Si recordamos que la relación de flecha es $\theta = \frac{h}{L}$:

$$\frac{dY}{dX} = \frac{8 \theta X}{L} - 4 \theta + \tan \tau \dots\dots\dots ec.(2.8.b).$$

De acuerdo con el párrafo anterior de la ec.(2.10) y de la fig. 2.3, se tiene:

$$T_x = H \left(\frac{dX}{dY} \right) = H \left[1 + \left(\frac{dX}{dY} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}$$

La solución a esta ecuación está dada por :

$$T_x = H \left[1 + \frac{64 \theta^2 X^2}{L^2} + 16 \theta^2 + \tan^2 \tau - 64 \theta^2 X + \frac{16 \theta X}{L} \tan \tau - 8 \theta \tan \tau \right]^{\frac{1}{2}} \dots\dots\dots ec.(2.19)$$

La tensión máxima se desarrolla en los extremos del cable, por tanto, la ec.(2.19) cambia en cada punto de apoyo.

Para X = 0 $T_{MAX} = H \left[1 + 16 \theta^2 + \tan^2 \tau - 8 \theta \tan \tau \right]^{\frac{1}{2}}$

Para X = L $T_{MAX} = H \left[1 + 16 \theta^2 + \tan^2 \tau + 8 \theta \tan \tau \right]^{\frac{1}{2}}$

Cuando la cuerda es horizontal $\tan \tau = 0$ por lo que en los extremos del cable :

$$T_{MAX} = H (1 + 16 \theta^2)$$

Alargamiento elástico del cable.

Como todo elemento estructural sometido a un sistema de cargas, el cable sufre también un alargamiento elástico el cual es conveniente controlar. Por definición del módulo de elasticidad:

$$E = \frac{f}{\delta} = \frac{[F/A]}{[\Delta/L]} \quad \text{Donde } \Delta = \frac{FL}{AE}$$

Si tomamos a un elemento diferencial de cable de longitud igual a "dS" que está sometido a una tensión "Tx", tendremos: $\delta = \left(\frac{T_x}{AE}\right) dS$; donde "δ" es el alargamiento diferencial del elemento y "A" y "E" se consideran constantes.

Para conocer el alargamiento total se tendría que integrar todos los elementos diferenciales a lo largo del cable, es decir:

$$\Delta = \int_0^{S_0} \frac{T_x}{AE} dS \dots\dots\dots \text{ec. (2.20).}$$

Se puede admitir que para determinar dicho alargamiento se podría calcular primero la tensión promedio del cable que por definición es la tensión que se desarrolla en toda la longitud del cable y que provoca una variación elástica total de longitud igual a la que realmente se produce. Esto se puede interpretar como:

$$\frac{T_{med} S_0}{AE} = \int_0^{S_0} \frac{T_x}{AE} dS \dots\dots\dots \text{ec. (2.21).}$$

Donde :

$$T_{med} = \frac{1}{S_0} \int_0^{S_0} T_x dS = \frac{1}{S_0} \int_0^{S_0} H \frac{dS}{dX} dS$$

$$T_{med} = \frac{H}{S_0} \int_0^L \left[1 + \left(\frac{dY}{dX} \right)^2 \right] dX \dots\dots\dots \text{ec. (2.21.a).}$$

Si se considera una carga uniforme y una cuerda inclinada, "dY/dX" puede ser obtenida de la ec. (2.8) :

$$\frac{dY}{dX} = \frac{8 h X}{L^2} - \frac{4 h}{L} + \tan \tau$$

Sustituyendo "dY/dX" en la ec. (2.21.a.) e integrando:

$$T_{med} = \frac{HL}{S_0} \left[1 + \frac{16}{3} \theta^2 + \tan \tau \right] \dots\dots\dots \text{ec. (2.22).}$$

Sustituyendo a la ec. (2.18) en la ec. (2.22) se tiene:

$$T_{med} = H \left[\frac{1 + \frac{16 \theta^2}{3} + \tan \tau}{\sec \tau + \frac{8}{3} \left(\frac{\theta^2}{\sec^3 \tau} \right)} \right] \dots\dots\dots \text{ec. (2.23).}$$

De la ec.(2.23) se puede obtener el alargamiento elástico total:

$$\Delta_{TOT} = \frac{T_{med} S_0}{AE} \dots\dots\dots ec.(2.24).$$

Si se aplica ec. (2.22) a la ec.2.23, esta toma la siguiente forma :

$$\Delta_{TOT} = \frac{HL}{AE} \left[1 + \frac{16}{3} \theta^2 \right]$$

Aplicando esta ecuación al cable imaginario de la figura 2.4 :

$$\Delta_{TOT} = \frac{HC}{AE} \left[1 + \frac{16}{3} \theta^2 \right] \quad ec. (2.24.a.)$$

Si ahora consideramos que se tiene una relación de flecha tan pequeña que podemos suponer que la flecha "h" es igual "h" se puede decir que $\theta = \frac{h}{L \sec \tau}$;

recordemos que "C = L / cos τ". Sustituyendo estos valores en la ec. (2.24.a.) tenemos:

$$\Delta_{TOT} = \frac{HL}{AE \cos \tau} \left[1 + \frac{16}{3} \left(\frac{h}{L \sec \tau} \right)^2 \right]$$

Desarrollando términos se tiene:

$$\Delta_{TOT} = \frac{HL}{AE \cos \tau} \left[1 + \frac{16}{3} \left(\frac{h}{L} \right)^2 \cos^2 \tau \right]$$

$$\Delta_{TOT} = \frac{HL}{AE} \left[\frac{1}{\cos \tau} + \frac{16}{3} \left(\frac{h}{L} \right)^2 \cos \tau \right]$$

$$\Delta_{TOT} = \frac{HL}{AE} \left[\sec \tau + \frac{16}{3} \left(\frac{h}{L} \right)^2 \cos \tau \right]$$

Si multiplicamos esta ecuación por :

$$\frac{\sec \tau}{\sec \tau} = 1$$

Obtenemos el alargamiento elástico total en el cable imaginario:

$$\Delta_{TOT} = \frac{HL}{AE} \left[\sec^2 \tau + \frac{16}{3} \left(\frac{h}{L} \right)^2 \right] \dots\dots ec. (2.24)$$

Procedimiento de análisis para el modelo de la torre.

Se requieren dos etapas para poder analizar el modelo de la torre y son las siguientes:

1.- La primera etapa se basa en la teoría de que los cables rigidizan al mástil en los puntos de sujeción por lo que es necesario definir y evaluar correctamente todos y cada uno de los elementos mecánicos que correspondan a la rigidez que cada cable y así poder sustituirlos por elementos rectos equivalentes.

En esta etapa consideremos que si se le induce al mástil un desplazamiento arbitrario inicial, aparecerán en cada punto de sujeción y para cada cable, una fuerza horizontal paralela a la dirección del viento, una fuerza vertical y un momento flexionante. Estos tres elementos mecánicos son considerados como **constantes de cada cable** y dependerán de la tensión inicial "T" en cada cable, el peso propio del mismo " w_0 " y el arrastre por viento " Δw " o carga.

Daremos inicio a esta etapa al proponer una deformación arbitraria al mástil, que generará en cada en cada nivel de retén las tres constantes antes descritas y las que nos servirán para definir en cada cable un módulo de elasticidad equivalente " E_e " y el área modificada " A_e " que a su vez servirán como datos para el modelo tradicional que se procesará en una computadora.

Aquí debemos recordar que la relación de fuerza-deformación no es lineal y que esto hace necesario obtener distintos valores para las constantes en diferentes desplazamientos, por lo que se utilizará un programa de computadora basado en el método de analizar los cables como **miembros de eje recto**, mismo que será descrito más adelante en este capítulo.

2.- La segunda etapa consiste en analizar en forma repetitiva el modelo de la torre iniciando en la deformación inducida y dependiendo de los elementos mecánicos obtenidos con el objetivo de determinar, repetidamente, el efecto del momento flexionante generado por la excentricidad del cable respecto al centro del mástil y sustituir, en forma iterativa, el área de cada cable por el área equivalente afectada por el módulo de elasticidad equivalente " E_e ", como lo establece el método del miembro de eje recto y entonces sea posible aplicar cualquier método de análisis tradicional por computadora.

Para el análisis de la torre utilizaremos el paquete de programas "GT-STRUDL" basado en el método de rigideces.

Este programa proporciona entre sus variados datos de salida, las fuerzas en las barras y los desplazamientos en los nodos de la estructura como una respuesta a un determinado conjunto de cargas.

Para que este paquete funcione son requeridos los datos de entrada que a continuación se mencionan.

- La topología de la estructura
- Las propiedades geométricas de los elementos estructurales.
- El módulo de elasticidad.
- La orientación de los perfiles referidos a un sistema de ejes generales.
- Los grados de libertad en los elementos o nodos.
- Las cargas que actúan y sus combinaciones.

En cada corrida el archivo de salida, o sea, el archivo con los resultados del análisis, proporciona en cada nivel de retén los desplazamientos que servirán para evaluar nuevamente los elementos mecánicos que serán utilizados para cargar el mástil. Este proceso será repetitivo hasta que dos corridas consecutivas proporcionen deformaciones iguales o similares, entonces se puede indicar que los elementos mecánicos para el diseño se habrán encontrado.

Con los resultados obtenidos se procede a revisar estructuralmente la torre en su resistencia y en su respuesta a la deformación.

MÉTODO DE ANÁLISIS DE LOS CABLES COMO MIEMBROS EQUIVALENTES DE EJE RECTO.

Contenido.

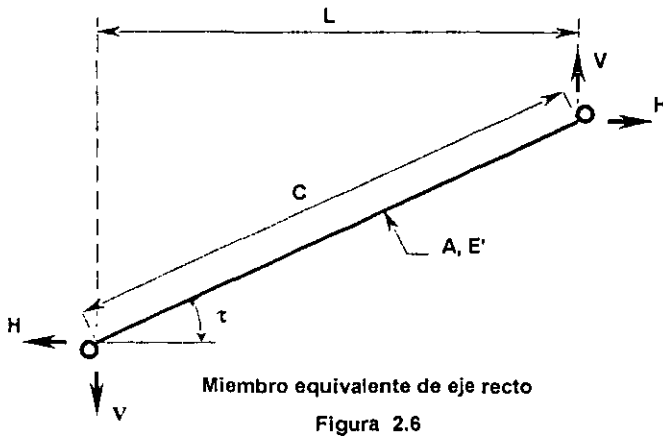
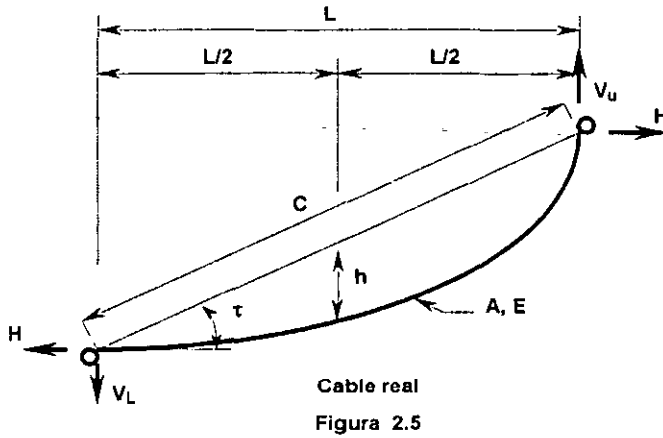
- 1.- Principio del método de análisis.**
- 2.- Módulo de elasticidad del miembro equivalente de eje recto (E').**
 - a) Corrección de "E" por el efecto de cambio de tensiones en el cable.**
- 3.- Cambio de la longitud del miembro equivalente del eje recto " ΔC " debido al cambio de condiciones externas en el cable.**
 - a) " ΔC " debido al cambio de temperatura (Δt), manteniendo a "H" constante.**
 - b) " ΔC " debido al cambio de la carga uniformemente distribuida (Δw).**
 - c) Procedimiento para tensiones pequeñas y grandes relaciones de flecha manteniendo constante a "H".**
 - d) Procedimiento para tensiones altas y pequeñas relaciones de flecha manteniendo constante a "H".**
 - e) " ΔC " debido al desplazamiento de los soportes, a cambios del tamaño del claro o de la longitud de la cuerda manteniendo a "H" constante.**

Este método presenta un análisis simplificado de los cables tratándolos como miembros de eje recto y considera su comportamiento no lineal al utilizar un módulo de elasticidad y deformaciones equivalentes.

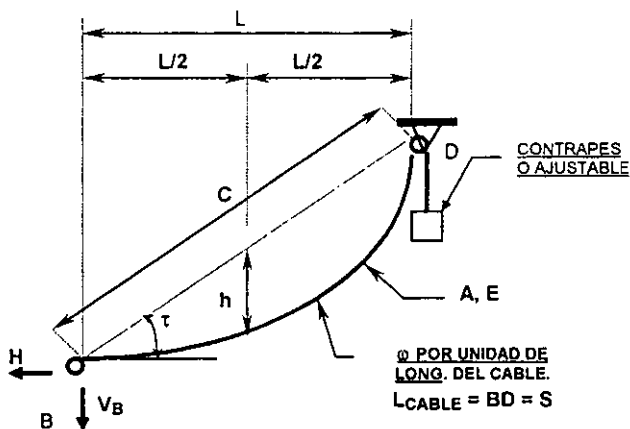
Mediante éste método, rápidamente pueden ser resueltos los problemas que comúnmente aparecen en los cables como son la evaluación de esfuerzos y cambios de flecha ocasionados por cambios de temperatura o de cargas sobreimpuestas, o como resultado de éstas, los desplazamientos relativos de los apoyos.

1.- Principio del método de análisis.

El método se fundamenta en que el comportamiento estático de un cable, como el que se muestra en la fig. 2.5, es análogo al de un miembro de eje recto, como el de la fig. 2.6, ambos poseen la misma área en su sección transversal pero diferente módulo de elasticidad y se condiciona que las reacciones horizontales "H" son las mismas en los dos sistemas. Por ello, si el incremento de la tensión (ΔT) puede determinarse en el miembro equivalente cuando el cable se encuentre bajo cambios de condiciones externas, entonces, el cambio de la reacción horizontal " ΔH " y los esfuerzos pueden ser calculados en el cable real.



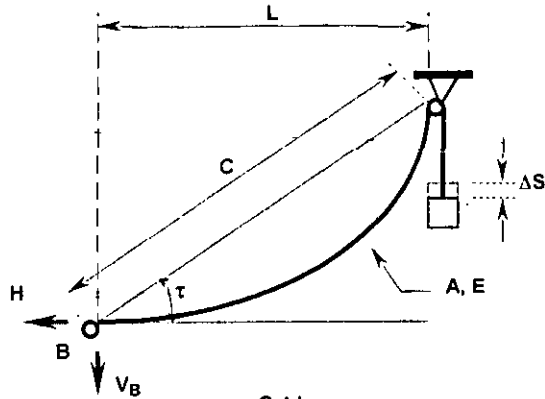
El sistema para el miembro equivalente se establece al considerar a un cable modelo, como el que se muestra en la fig. 2.7, el cual está articulado en el extremo inferior y está conectado a un contrapeso, en la parte superior, después de pasar por una polea sin fricción. La tensión en el cable puede ser regulada mediante el ajuste del peso del contrapeso. Se supone que la parte del cable que está entre el contrapeso y la polea no se alarga cuando haya cambios de tensiones o de temperatura.



Cable modelo
Figura 2.7

En lo que se expone a continuación se supondrá que la longitud entre los apoyos no cambia y las reacciones horizontales son igual a "H". Por ejemplo, si la temperatura varía un " Δt ", el incremento en la longitud del cable en el modelo es " $\Delta S = \mu S(\Delta t)$ " donde " μ " es el coeficiente de dilatación térmica y "S" es la longitud del cable entre los puntos de apoyo; si el contrapeso de la fig. 2.8, es bajado una distancia igual a " ΔS ", la reacción horizontal "H" se mantendrá sin cambios porque la forma del cable y las cargas externas no han variado desde la condición inicial.

Lo importante es calcular el incremento de la reacción horizontal " ΔH " que se requiere para levantar al contrapeso a su elevación original, cálculo que a continuación se detalla.

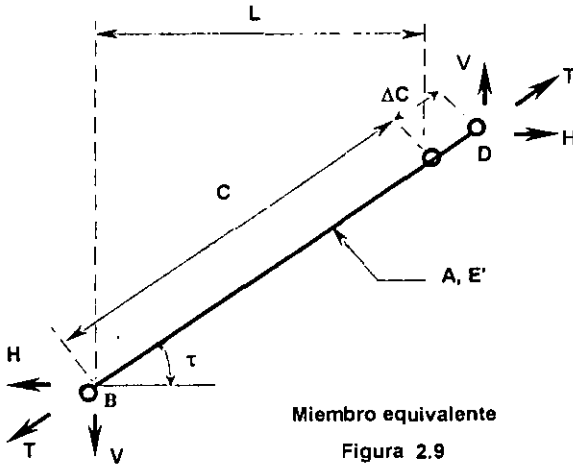


Cable
Figura 2.8

Si se considera ahora un miembro equivalente de eje recto, como el de la fig. 2.9, el cual tiene una tensión inicial " $T = \frac{H}{\cos \tau}$ ", para hallar el incremento de esfuerzos, debido a " Δt " se utilizará la siguiente analogía: primero manteniendo la tensión inicial " T " y luego permitiendo que el extremo superior se mueva libremente a lo largo de la cuerda una distancia " $\Delta C = \mu \cdot C(\Delta t)$ " donde " μ " es el coeficiente de dilatación térmica del miembro equivalente; como se mostrará más adelante aunque " μ " es en teoría diferente a " μ " se puede suponer que para propósitos prácticos son iguales.

Puesto que después de la condición final, la longitud de la cuerda no cambia se deberá de aplicar una fuerza " ΔT " para regresar al extremo superior a su posición inicial. Cuando se encuentre " ΔT " entonces se puede calcular " $\Delta H = T \cos \tau$ " y con esto se determinan las tensiones finales en el cable.

Es necesario que para encontrar " ΔT " primero se tenga que establecer un módulo de elasticidad para el miembro equivalente " E ", así como también valores de " $\frac{\Delta C}{C}$ " (Deformación Equivalente) para varios cambios de las condiciones externas a las que los cables se someterán.



2.- Módulo de elasticidad del miembro equivalente de eje recto.

Para llegar a deducir la ecuación del módulo de elasticidad equivalente, se tiene que partir de las consideraciones básicas que se expusieron en la primera parte de este capítulo.

Como ya se mencionó, en casos prácticos y cuando el cable está muy atirantado, la relación de flecha "h/L" es lo suficientemente pequeña para sustituir a la curva catenaria por una parábola.

De acuerdo con la figura 2.7 y a la ec.(2.6) si la carga por unidad de cable es "ω" y el peso total "ω S" actúa sobre el cable, siendo "S" la longitud del cable, entonces

$$Hh = \frac{\omega S L}{8} \dots\dots\dots \text{ec.}(2.6.a).$$

Se puede considerar que la longitud de la cuerda es casi igual que la longitud del cable; de la ec. (2.a):

$$C \approx S \approx \frac{L}{\cos \tau} \dots\dots\dots \text{ec.}(2.a.1.).$$

Sustituyendo la ec.(2.a.1.) en la ec.(2.6.a):

$$Hh = \frac{\omega L^2}{8 \cos \tau} \dots\dots\dots \text{ec.}(2.6.b).$$

De la ec.(2.6.b) la relación de flecha es:

$$\frac{h}{L} = \frac{\omega L}{8 H \cos \tau} \dots\dots\dots \text{ec.}(2.25).$$

Si la longitud de la cuerda es pequeña, la longitud del cable es la que se obtiene de la ec.(2.18), que se vuelve a mostrar a continuación:

$$S_0 = L \sec \tau \left[1 + \frac{8}{3} \left(\frac{h}{L \sec^2 \tau} \right)^2 \right] \dots \text{ec.}(2.18).$$

Sustituyendo la ec.(2.a.1) en la ec.(2.18):

$$S_0 = C \left[1 + \frac{8}{3} \left(\frac{h}{L} \right)^2 \cos^4 \tau \right] \dots \text{ec.}(2.18.a).$$

Sustituyendo la ec.(2.25) en la ec.(2.18.a):

$$S_0 = C \left[1 + \frac{1}{24} \left(\frac{\omega L \cos \tau}{H} \right)^2 \right] \dots \text{ec.}(2.18.b).$$

Si el cable no es elástico, el cambio de la longitud debido a la modificación de "H" podría encontrarse por el diferencial de la ec.(2.18.b) con respecto a "H", así:

$$dS_0 = - \frac{C}{12} \left[\frac{\omega^2 L^2 \cos^2 \tau}{H^3} \right] dH \dots \text{ec.}(2.18.c).$$

Físicamente hablando, la ec.(2.18.c) implica que la longitud del cable entre soportes debe ser recortada una cantidad "dS₀" para un incremento de "dH", es decir, que el contrapeso debe bajar una cantidad |dS₀|. De acuerdo con este método, si el cable no es extensible entonces se debe considerar el alargamiento elástico que está dado por la ec.(2.24.a):

$$\Delta_{TOT} = \frac{HL}{AE} \left[\sec^2 \tau + \frac{16}{3} \left(\frac{h}{L} \right)^2 \right] \dots \text{ec.}(2.24.a).$$

Donde "E" es el módulo de elasticidad del cable real y "A" es el área de su sección transversal; de la ec.(2.a.1) si se sustituye el valor de "L" por "C cos τ", en la ec.(2.24.a):

$$\Delta_{TOT} = \frac{HC}{AE \cos \tau} \left[1 + \frac{16}{3} \left(\frac{h}{L} \right)^2 \cos^2 \tau \right] \dots \text{ec.}(2.26).$$

Combinando la ec.(2.25) con la ec.(2.26):

$$\Delta_{TOT} = \frac{HC}{AE \cos \tau} \left[1 + \frac{1}{12} \left(\frac{\omega L}{H} \right)^2 \right] \dots \text{ec.}(2.26.a).$$

Nuevamente, el cambio del alargamiento elástico resultante del cambio de "H" podría ser obtenido derivando la ec.(2.26.a) respecto a "H", así:

$$\Delta_{TOT} = \frac{C}{AE \cos \tau} \left[1 + \frac{1}{12} \left(\frac{\omega L}{H} \right)^2 \right] dH \dots \text{ec.(2.26.b.)}$$

Por consiguiente, para compensar por el alargamiento elástico, el contrapeso debe bajarse una cantidad total: $dS = |dS| + d\Delta$

$$dS = \left\{ \frac{\omega^2 L^2 \cos^2 \tau}{12 H^3} + \frac{1}{AE \cos \tau} \left[1 - \frac{1}{12} \left(\frac{\omega L}{H} \right)^2 \right] \right\} dH$$

Si se sustituye a "H" por "T cos τ":

$$dS = \frac{C}{AE \cos \tau} \left[1 + \frac{1}{12} \left(\frac{\omega L}{T} \right)^2 \left(\frac{AE}{T} - \sec^2 \tau \right) \right] dH \dots \text{ec.(2.27.)}$$

En casos prácticos "sec² τ" es extremadamente pequeño en comparación con "AE/T" y se podría despreciar sin cometer un error grave; de esta manera:

$$dS = \frac{C}{AE \cos \tau} \left[1 + \frac{1}{12} \left(\frac{\omega L}{T} \right)^2 \left(\frac{AE}{T} \right) \right] dH \dots \text{ec.(2.27.a.)}$$

Si ahora en el miembro equivalente de eje recto se considera que debido al cambio de "T", el cambio en la longitud de la cuerda es:

$$dC = \frac{d}{dT} \left[\frac{TC}{AE'} \right] dT = \frac{C}{AE'} dT = \frac{C}{AE' \cos \tau} dH \dots \text{ec.(2.28.)}$$

Si el comportamiento estático del miembro equivalente es análogo al del cable real, se debe satisfacer la siguiente condición:

$$\frac{dH}{dS} = \frac{dH}{dC} \dots \text{ec.(2.29)}$$

De las ecuaciones (2.27.a), (2.28) y (2.29):

$$\frac{AE \cos \tau}{C} \left[\frac{1}{1 + \frac{1}{12} \left[\frac{\omega L}{T} \right]^2 \left[\frac{AE}{T} \right]} \right] = \frac{AE' \cos \tau}{C}$$

De aquí que:

$$E' = \frac{E}{1 + \frac{1}{12} \left[\frac{\omega L}{T} \right]^2 \left[\frac{AE}{T} \right]} \dots \text{ec.(2.30)}$$

Su forma adimensional será:

$$\frac{E'}{E} = \frac{1}{1 + \frac{1}{12} \left[\frac{\omega L}{T} \right]^2 \left[\frac{AE}{T} \right]} \dots \text{ec.(2.30.a.)}$$

a) Corrección de "E" por el efecto del cambio de tensiones en el cable.

Debido a las características no lineales de los cables las ec.(2.30) y (2.30.a) no serán correctas si el cambio de tensiones en los cables es apreciable. Este efecto se toma en cuenta mediante una simple corrección al valor de "E".

Trasponiendo a la ec.(2.30.a):

$$\frac{1}{12} \left[\frac{\omega L}{T} \right]^2 \left[\frac{AE}{T} \right] = \frac{1}{\left(\frac{E'}{E} \right)} - 1 = \frac{1 - \left(\frac{E'}{E} \right)}{\left(\frac{E'}{E} \right)} \dots \text{ec.(2.31)}$$

Si la ec.(2.30.a) es derivada respecto a "T":

$$d \left[\frac{E'}{E} \right] = \frac{\frac{1}{12} \left(\frac{\omega L}{T} \right)^2 \left(\frac{AE}{S} \right)}{\left[1 + \frac{1}{12} \left(\frac{\omega L}{T} \right)^2 \left(\frac{AE}{T} \right) \right]^2} \left[\frac{3}{T} dT \right]$$

Sustituyendo las ec. (2.30.a) y (2.31) en la ecuación anterior, se podría llegar por términos diferenciales finitos a:

$$\Delta \left(\frac{E'}{E} \right) = \left(\frac{E'}{E} \right) \left[1 - \frac{E'}{E} \right] \left[\frac{3 \Delta T}{T} \right] \dots \text{ec.(2.32)}$$

Sin embargo, " $\Delta(E'/E)$ " es sobrecorregido en la ec.(2.32) por que " ΔT " cambiará como un resultado de la modificación de "E", que a su vez, será afectado a causa del cambio de " ΔT ". Se obtendrá un mejor resultado si se utiliza un promedio entre el valor inicial de " E'/E " y el valor resultante de la ec. (2.32), entonces:

$$\frac{E_r'}{E} = \frac{E'}{E} + \frac{E'}{E} \left[1 - \frac{E'}{E} \right] \left[\frac{3 \Delta T}{2 T} \right] = \frac{E_r'}{E} + \Delta \left[\frac{E_r'}{E} \right] \dots \text{ec.(2.33)}$$

Donde:

$$\Delta \left[\frac{E_r'}{E} \right] = \frac{E'}{E} \left[1 - \frac{E'}{E} \right] \left[\frac{3 \Delta T}{2 T} \right] \dots \text{ec.(2.34)}$$

Las ecuaciones (2.33) y (2.34) se podrían expresar como:

$$E_r' = E' + E_e' \dots \text{ec.(2.33.a)}$$

$$E_r' = E' \left[1 - \frac{E'}{E} \right] \left[\frac{3 \Delta T}{2 T} \right] \dots \text{ec.(2.34.a)}$$

Nótese que los subíndices "r" y "e" en las ecuaciones (2.33) y (2.34) indican "Revisado por el efecto ΔT " y "Efectivo" respectivamente.

2.- Cambio de la longitud del miembro equivalente de eje recto "ΔC" debido al cambio de condiciones externas del cable.

Como se puede ver en la ec.(2.28), el cambio de la tensión "ΔT" en el miembro equivalente puede ser rápidamente determinado una vez que el incremento de la cuerda "ΔC" es conocido. Éste, sin embargo, es igual a "ΔS" según las ecs.(2.27.a) y (2.29).

Para unos cuantos casos comunes, resulta conveniente establecer el valor de "ΔS" y consecuentemente el de "ΔC" donde "ΔS" se define como el cambio de la elevación del contrapeso requerida para mantener a la reacción horizontal "H" o a la relación inicial de flecha "h/L" como es descrito en las siguientes explicaciones.

En la siguiente exposición el incremento de la longitud del cable "ΔS" es positivo si el contrapeso desciende y el incremento de la cuerda "ΔC" es también positivo si el miembro equivalente es alargado, esto es con el fin de mantener los valores iniciales de "H" o "h" como se explica a continuación.

a) "ΔC" debido al cambio de temperatura "Δt" manteniendo constante a "H".

Debido al cambio de temperatura "Δt", el cambio en la longitud en el cable es "ΔS = μS(Δt)" y con el propósito de mantener "H" constante, el contrapeso debe ser bajado o subido una cantidad igual a "ΔS", como compensación por la diferencia en dicha longitud.

Entonces:
$$\Delta C = \Delta S = \mu S (\Delta t)$$

$$= \left[\frac{S \mu}{C} \right] C (\Delta t)$$

$$= \mu' C (\Delta t) \dots \dots \dots \text{ec. (2.35).}$$

Donde la relación "S/C" está definida por las ecs. (2.18.a) y (2.18.b) y "μ'" es el coeficiente equivalente de dilatación térmica.

En el caso más desfavorable, si "τ = 0", la relación "S/C" es igual a 1.027 cuando h/L = 1/10; y "E" es igual a 1.012 cuando h/L = 1/15, para los casos prácticos se podría considerar la siguiente aproximación, suprimiendo el término "S/C", tal que:

$$\Delta C = (\mu \Delta t) C \dots \dots \dots \text{ec. (2.35.a).}$$

b) " ΔC " debido al cambio de la carga distribuida uniformemente " $\Delta \omega_0$ ".

Con el propósito de llegar a un procedimiento simplificado con suficiente exactitud será necesario separar en dos categorías a los problemas que surgen al considerar el efecto de la carga uniforme sobre el cable. En la primera categoría, estarán los cables que comúnmente se encuentran en estructuras atirantadas y en la sustentación de techos parabólicos donde los esfuerzos son muy bajos y las relaciones de flecha son relativamente grandes, en la segunda categoría estarán aquellos cables que son sumamente tensados y extremadamente atirantados, tal como los que se utilizan en los puentes colgantes y en torres no autosoportables.

Si la relación " $\Delta \omega_0 / \omega_0$ " es pequeña, el procedimiento para la primera categoría se puede aplicar a la segunda con resultados satisfactorios.

c) Procedimiento para tensiones pequeñas y grandes relaciones de flecha manteniendo constante a "H".

Debido a que la relación de flecha es grande y si "H" se mantiene constante, la flecha podría incrementarse a tal magnitud que no sería aceptable aproximarse a la catenaria mediante una parábola. Por consiguiente para obtener resultados satisfactorios la relación inicial de la flecha deberá, a su vez, mantenerse sin cambio. De este modo, suponiendo que los valores iniciales son " ω_0 ", " H_0 ", y " T_0 ", respectivamente, la ec.(2.25) se transforma en:

$$h = \frac{\omega_0 L^2}{8 H_0 \cos \tau} = \frac{(\omega_0 + \Delta \omega_0) L^2}{8 (H_0 + \Delta H_0) \cos \tau} = \frac{\omega L^2}{8 H \cos \tau}$$

De la cual: $\Delta H_0 = [\Delta \omega_0 / \omega_0] H_0$;
 $\Delta T_0 = [\Delta \omega_0 / \omega_0] T_0$;

$$\omega = \omega_0 + \Delta \omega_0; H = H_0 + \Delta H_0; T = T_0 + \Delta T_0 \dots \dots \dots \text{ec.}(2.36)$$

Puesto que la relación de flecha se está manteniendo constante, el cambio de la elevación del contrapeso es igual al alargamiento elástico del cable debido a " ΔT ", de la ec.(2.26.a):

$$\Delta S_{TOT} = \frac{\Delta T_0 C}{AE} \left[1 + \frac{1}{12} \left(\frac{\omega L}{H} \right)^2 \right] \quad \text{Donde: } \frac{\omega L}{H} = \frac{\omega_0 L_0}{H_0} = \text{CTE}$$

$$\Delta S_{TOT} = \frac{\Delta T_0 C}{AE} \left[1 + \frac{1}{12} \left(\frac{\omega_0 L_0}{H_0} \right)^2 \right]$$

Uniendo términos y recordando que $\Delta C = \Delta S$:

$$\Delta_{TOT} = \frac{\Delta T_0 C}{AE} \left[1 + \frac{1}{12} \left(\frac{\omega L}{H} \right)^2 \left[\frac{1}{\cos^2 \tau} \right] \right] \dots\dots\dots ec.(2.37)$$

Las ecuaciones anteriores son válidas todavía, pero se debe tener cuidado al inquirir que en este caso " $\omega = \omega_0 + \Delta\omega_0$ " y " $T = T_0 + \Delta T_0$ ". Se puede ver también que el segundo término en el paréntesis es normalmente pequeño comparado a la unidad y en la mayoría de los casos se puede despreciar.

d) Procedimiento para tensiones altas y pequeñas relaciones de flecha manteniendo constante a "H".

El método propuesto en la sección anterior puede ser aplicado en este caso con suficiente exactitud debido a que " ΔH " es generalmente muy grande para cables muy tensados. Nuevamente aquí se mantiene a "H" constante a causa de las relaciones pequeñas de flecha. Suponiendo que los valores iniciales son " ω_0 ", " h_0 ", " H_0 " y " T_0 ", respectivamente, entonces considerando a la ec. (2.6.b.) y despejando a " H_0 ":

$$H_0 = H = \frac{\omega_0 L^2}{8 h_0 \cos \tau} = \frac{(\omega_0 + \Delta\omega_0) L^2}{8 (h_0 + \Delta h_0) \cos \tau} \dots\dots\dots ec.(2.38).$$

La longitud del cable requerida para mantener a "H" constante es:

$$S' = C \left[1 + \frac{8}{3} \left(\frac{h_0 + \Delta h_0}{L} \right)^2 \cos^4 \tau \right]$$

$$S' = S = C \left\{ 1 + \frac{8}{3} \left(\frac{h_0}{L} \right)^2 \left[\frac{2\Delta\omega_0}{\omega_0} + \left(\frac{\Delta\omega_0}{\omega_0} \right)^2 \right] \cos^4 \tau \right\} \dots ec.(2.39)$$

De acuerdo con la ec.(2.25):

$$\left(\frac{h_0}{L} \right)^2 \cos^4 \tau = \left(\frac{\omega_0 L}{8 h_0 \cos \tau} \right)^2 \cos^4 \tau = \left(\frac{\omega_0 L}{T_0} \right)^2$$

Sustituyendo la ecuación anterior en la ec.(2.39) y recordando que " $\Delta S = S - S'$ ":

$$\frac{\Delta C}{C} = \frac{\Delta S}{C} = \frac{8}{3} \left(\frac{h_0}{L} \right)^2 \left[\frac{2\Delta\omega_0}{\omega_0} + \left(\frac{\Delta\omega_0}{\omega_0} \right)^2 \right] \cos^4 \tau \dots\dots ec.(2.40)$$

$$\frac{\Delta C}{C} = \frac{1}{24} \left(\frac{\omega_0 L}{T_0} \right)^2 \left[\frac{2\Delta\omega_0}{\omega_0} + \left(\frac{\Delta\omega_0}{\omega_0} \right)^2 \right] \dots\dots ec.(2.40.a)$$

Para mayor consistencia, se debe utilizar " $\omega = \omega_0 + \Delta\omega_0$ " en los cálculos de "E'" y " $\Delta E'$ ".

e) " ΔC " debido a desplazamiento de los soportes o cambios del tamaño del claro o de la longitud manteniendo a "H" constante.

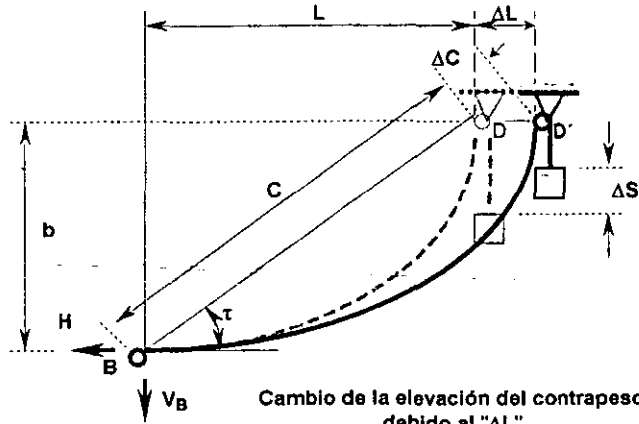


Figura 2.10

Refiriéndonos a la figura 2.10 y suponiendo que el soporte superior se desplaza horizontalmente una distancia " ΔL " se tiene que:

$$H = \frac{\omega S L}{8 h} = \frac{\omega S (L + \Delta L)}{8 (h + \Delta h)}$$

$$\text{Así: } \frac{h + \Delta h}{L + \Delta L} = \frac{h}{L}$$

Si el efecto por el cambio de " τ " es despreciado (ésto es permitido por que sólo se están considerando pequeños desplazamientos), la longitud del cable requerida para mantener constante a "H" es:

$$\begin{aligned} S' &= (C + \Delta C) \left[1 + \frac{8}{3} \left(\frac{h_0 + \Delta h_0}{L + \Delta L} \right)^2 \cos^4 \tau \right] \\ &= (C + \Delta C) \left[1 + \frac{8}{3} \left(\frac{h}{L} \right)^2 \cos^4 \tau \right] \\ &= S + \left(\frac{S}{C} \right) \Delta C = S + \frac{S}{C} (\Delta L \cos \tau) \end{aligned}$$

Por consiguiente:

$$\Delta = \Delta S = S - S' = -\frac{S}{C} (\Delta L \cos \tau) \dots\dots\dots ec.(2.41)$$

Por las mismas razones que previamente se discutieron, para casos prácticos se puede suprimir el término "S/C" en la ec.(2.41), entonces:

$$\frac{\Delta C}{C} = \frac{\Delta S}{C} = -\frac{\Delta L \cos \tau}{C} \dots\dots\dots ec.(2.41.a)$$

Finalmente, para el caso general, cuando el soporte superior se desplace horizontal o verticalmente, la ec.(2.41.a) queda así:

$$\frac{\Delta C}{C} = \frac{\Delta S}{C} = -\frac{\Delta L \cos \tau + \Delta b \operatorname{sen} \tau}{C} \dots\dots\dots ec.(2.42)$$

En donde "Δb" indica que el desplazamiento vertical es hacia arriba.

Se debe hacer notar que, teóricamente, si existe un cambio en el incremento del claro (ΔL), los valores de "E'" y "ΔE'₀" deben ser modificados para reflejar su efecto en el análisis. Sin embargo, a partir de que "ΔL/L" es usualmente muy pequeño "E'" y "ΔE'₀" pueden ser evaluados en base a "L" sin un error apreciable.

Resumen del proceso de análisis.

El análisis aquí propuesto está basado en el principio de deformaciones. Para una mejor comprensión del mismo, a continuación se presenta un resumen con los pasos más importantes:

1.- Calcular " $\frac{\Delta C}{C}$ " debido al cambio de condiciones externas. La expresión de " ΔC " para casos comunes puede calcularse de las ecuaciones (2.35), (2.37), (2.40), 2.41) y (2.42).

2.- Determinar " $\frac{E'}{E}$ " y " E'' " de la fig. 2.8 o de acuerdo a la ecuación (2.30), aquí se debe recordar que " ω " es la carga por unidad de longitud del cable y que es casi igual a la carga por unidad de longitud de la cuerda. Cuando el cable está sometido a algún cambio de las cargas sobrepuestas, los valores correctos de " ω " y " T ", ($\omega = \omega_0 + \Delta\omega_0$ " y " $T = t_0 + \Delta t_0$) se utilizan en los cálculos.

3.- Calcular " ΔT " en el miembro equivalente: " $\Delta T = \frac{-E' A}{\left(\frac{\Delta C}{C}\right)}$ "

4.- Determinar " E'_r " de la fig. 2.9 o de acuerdo a las ecs.(2.33) y (2.34).

5.- Calcular " $\Delta H = \Delta T_r \cos \tau = -E'_r \left(\frac{\Delta C}{C}\right) \cos \tau$ ", donde " ΔT_r " representa el cambio final de la tensión en el miembro equivalente.

6.- La reacción horizontal final del cable real es igual a " $H + \Delta H$ ", con la que la tensión final y la longitud de la cuerda pueden ser evaluados.

Paquete "GT-STRUDL".

A través de esta sección, se desarrollará una breve y concisa descripción del funcionamiento del paquete de programas GT-STRUDL.

Este paquete tiene su origen en el programa "ICES-STRUDL" creado y desarrollado por el Instituto Tecnológico de Massachusetts.

El GT-STRUDL es una versión realizada por el Instituto Tecnológico de Georgia y está integrado por un sistema de software con varios programas controlados por comandos proporcionados en lenguaje "STRUDL" que es de fácil interpretación debido a que es muy semejante al idioma inglés. Este paquete emplea el método matricial de rigideces para la solución de estructuras hiperestáticas, aquí recordemos que este método considera como incógnitas las deformaciones de los nodos y su evaluación se hace dependiendo de las relaciones **esfuerzo-deformación** del material que forma a la estructura.

Cuando son determinadas las deformaciones para cualquier conjunto de cargas, entonces pueden encontrarse los elementos mecánicos en los extremos de cada miembro o barra.

En principio todos los nodos de la estructura tienen seis desplazamientos diferentes y poseen las siguientes direcciones: vertical "Y", horizontal "X,Z" y angular (alrededor de X, Y, Z). Es posible restringir cualquiera de ellos para crear las condiciones de apoyo de la estructura idealizada. Recuérdese que cuando alguno de los desplazamientos es restringido su valor es conocido, ya que el valor de éste es igual a cero, lo que no sucede en los nodos libres en donde las deformaciones son desconocidas.

El cálculo para conocer cada componente de deformación se hace estableciendo una serie de ecuaciones de equilibrio en base a los datos conocidos (como son las fuerzas externas y la rigidez de la estructura) y a los desplazamientos desconocidos.

Como ya se mencionó, en cada extremo de la barra aparecen seis ecuaciones y expresándolas en forma matricial se tiene lo siguiente:

$$[m]_i = [K]_i [\Delta]_i$$

En donde: $[m]_i$ = Matriz de las reacciones en los nodos generados por los desplazamientos de la misma.
 $[K]_i$ = Matriz de rigideces de la barra "i".
 $[\Delta]_i$ = Matriz de desplazamientos nodales generados por un estado de cargas.

Hasta aquí se desconocen aún los desplazamientos de la barra "i" originados por las solicitaciones de la estructura. Es en esta parte donde se plantea el sistema de ecuaciones que está en función de la rigidez general de la estructura, de las cargas externas y las deformaciones desconocidas.

En forma matricial:

$$[Sc] [\Delta c] = [JLc] \Rightarrow [\Delta c] = [Sc]^{-1} [JLc]$$

En donde: $[Sc]$ = Matriz de rigideces de la estructura.

$[\Delta c]$ = Matriz de deformaciones de la estructura.

$[JLc]$ = Matriz de reacciones en los nodos (fuerzas en desequilibrio) debidas a las cargas externas, esto es, los momentos y cortantes iniciales.

Determinados los desplazamientos se puede calcular la Matriz $[m]_i$ y con ella determinar los elementos mecánicos finales en cada barra.

$$[M]_i = [m]_i + [FM]_i$$

En donde: $[M]_i$ = Matriz de reacciones finales sobre los nodos de la barra "i" a las cargas externas sobre la misma barra.

$[FM]_i$ = Matriz de reacciones en los nodos de la barra "i" debidas a las cargas externas sobre la misma barra.

Datos necesarios para el uso del programa.

Para utilizar el programa "GT-STRUDL" es necesario seguir una serie de instrucciones. Al iniciar se debe proporcionar la siguiente información básica:

- Las coordenadas de cada nodo del modelo referenciadas a un sistema de ejes ortogonales coordinados (a este sistema de se le conoce como "sistema de coordenadas globales").
- Numeración de los nodos en el sentido más corto del modelo.
- Numeración de las barras siguiendo una secuencia ordenada, de preferencia numerando de abajo hacia arriba y de izquierda a derecha.
- Las propiedades geométricas de las secciones de los miembros como son el área, los momentos de inercia y la constante torsional.
- El módulo de elasticidad del material de cada miembro o barra.

- Datos de cargas que pueden ser las cargas aplicadas sobre los miembros o directamente en nodos. Cuando se trate de cargas sobre los miembros, se requiere conocer el número de miembro, tipo de carga, la distancia desde el inicio de la barra hasta donde principia la carga y la distancia referida desde el inicio de la barra hasta donde finaliza la carga; se indica además el sentido de aplicación de la carga y si éste no se incluye entonces por "default" el programa toma como referencia el sistema de ejes locales de la barra.
- En el caso de la aplicación de alguna carga en los nodos los datos requeridos son; primero el numero de nodo afectado, segundo el sentido de la carga y tercero su valor; todas las cargas están referenciadas al sistema de ejes totales o globales del modelo.

Una vez establecido lo anterior, a continuación se presenta la secuencia ordenada de los comandos o instrucciones más importantes (junto con su significado encerrado en paréntesis) que se deben indicar para el funcionamiento del programa **STRUDL**.

STRUDL.

TYPE. (Tipo de estructura: plane ó space frame)

UNITS. (Unidades: las que se utilicen en los datos de coordenadas, propiedades y constantes; ejemplo: KG CM DEGREES ó TON M DEGREES)

JOINT COORDINATES. (Coordenadas de los nodos).

JOINT. X Y Z SUPPORT. (Apoyo (Nodo)
donde exista).

1	—	—	—	S
2	—	—	—	

JOINT RELEASES. (Grados de libertad en los apoyos): sólo para apoyos que no sean empotrados.

JOINT. (Nodo-Apoyo)

#	MOMENT X	(Momento alrededor del eje X)
#	MOMENT Y	(Momento alrededor del eje Y)
#	MOMENT Z	(Momento alrededor del eje Z)
#	FORCE X	(Fuerza en dirección X)
#	FORCE Y	(Fuerza en dirección Y)
#	FORCE Z	(Fuerza en dirección Z)

MEMBER INCIDENCES. (Incidencias en las barras o miembros).

MEMBER	START	END
(Barra)	(Nodo inicial)	(Nodo final)
#	#	#
#	#	#
etc.	etc.	etc.

La incidencia en las barras sujetas a carga triangular deberá ir de donde se localiza la carga mayor hacia la menor.

MEMBER RELEASES. (Grados de libertad en las barras). Sólo en el caso de articulaciones internas.

	(MOMENT X)	
MEMBER	START	(MOMENT Y)
(Barra)	Nodo inicial	(MOMENT Z)
#	(START)	(FORCE Y)
	(FORCE Y)	
	(FORCE Z)	
	(MOMENT X)	
MEMBER	START	(MOMENT Y)
(Barra)	Nodo final	(MOMENT Z)
#	(END)	(FORCE X)
	(FORCE Y)	
	(FORCE Z)	

MEMBER PROPERTIES. (Propiedades de las barras).

MEMBER	Area	Inercia
(Barra)		
#	Ax ___ Ay ___ Az ___	Ix ___ Iy ___ Iz ___
#	Ax ___ Ay ___ Az ___	Ix ___ Iy ___ Iz ___
Etc.	Etc.	Etc.

CONSTANTS. (Constantes elásticas).

E _____ # barras o todas (ALL)
G _____ # barras o todas (ALL)

UNITS. (Unidades). Las que se utilicen en los datos de las cargas.

LOADING N°. (Condición de carga N°).

MEMBER LOADS. (Cargas en las barras).

FORCE X : (Uniforme total (UNIF) W _____

FORCE Y : (Uniforme parcial (UNIF) W _____ L_A _____ L_B _____

MEMBER: FORCE Z : Variación triangular (VAR) W_A _____ W_B _____ L_A _____ L_B _____

MOMENT X : : Fuerza concentrada (CONC) P _____ L _____

MOMENT Y : : Momento concentrado (CONC) M _____ L _____

MOMENT Z : :

Donde: L = Distancia a partir del extremo inicial en donde se aplique la fuerza o momento.

L_A, L_B = Distancia a partir del extremo inicial donde inicia y termina la aplicación de la fuerza uniforme o variable respectivamente.

W_A, W_B = Carga variable uniforme inicial y final respectivamente.

Nota: En el caso de que las cargas sean aplicadas con respecto a los ejes globales, deberá de indicarse agregando "GLO" a continuación de "FORCE", de no hacerlo, las cargas se consideran aplicadas a los ejes locales de la barra.

Para el caso de una carga trapecial, descompóngase en una carga uniforme más una carga triangular.

JOINT LOADS. (Carga en los nodos).

(MOMENT X _____)

(MOMENT Y _____)

(MOMENT Z _____)

JOINT (FORCE X _____)

(NODO) (FORCE Y _____)

(FORCE Z _____)

Estas cargas quedan aplicadas con referencia al sistema global de coordenadas.

Interpretación de resultados.

A continuación se describe brevemente la forma en que el paquete edita los datos de entrada y los datos de salida o resultados del análisis.

- Dato de los nodos: número de nodo, coordenadas "X", "Y" y "Z" para cada nodo; restricciones en cuanto al giro, desplazamiento vertical y desplazamiento horizontal.
- Datos de las barras: número de la barra, nodo inicial, nodo final, momentos de inercia, área y módulo de elasticidad. La longitud de la barra no es dato, ésta es calculada por el programa.
- Datos de cargas: número de barra en que se ubicará la carga, tipo de carga, cota referida al principio de la barra en la cual principia la carga, cota referida al principio de la barra en la cual finaliza la carga.
- Deformaciones de la estructura: el programa obtiene y publica los giros, deformaciones vertical y horizontal para cada nodo.
- Elementos mecánicos: para cada barra se publican momentos, cortantes, y carga axial en los extremos "j" y "k".
- Los elementos mecánicos están referenciados a ejes locales y la interpretación de los signos se hace de acuerdo a la siguiente figura:

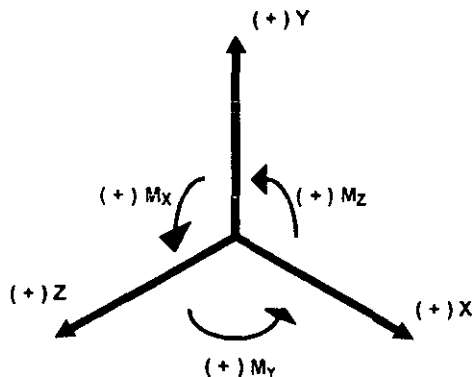


Figura 2.11

CAPÍTULO 3

ANÁLISIS DE LA TORRE ATIRANTADA DE 120 m. DE ALTURA

CAPÍTULO 3.

ANÁLISIS DE LA TORRE ATIRANTADA DE 120 m. DE ALTURA.

Consideraciones.

Para realizar el análisis de la torre se requiere establecer los parámetros que a continuación se indican:

- Las cargas de viento sobre el mástil son conocidas y uniformes entre los niveles de retén.
- El momento de inercia del mástil es constante entre los niveles mencionados.
- La carga muerta del mástil se considera actuando uniformemente en toda la altura de la torre.
- La carga sobre los cables es uniforme tanto para la condición de viento como para la combinación de carga muerta y viento.
- La carga de viento sobre un cable es la carga a la altura media del cable.
- El viento actúa paralelo al terreno.
- La tensión inicial de los cables es igual a 1/8 de la carga de ruptura establecida para cada cable.

- La dirección elegida del viento es normal a una de las caras del mástil y es la que proporciona los elementos mecánicos más desfavorables en el mástil y la fuerza máxima en los cables.
- Las propiedades para los cables son los que aparecen en el folleto de Cables Mexicanos, S.A. (CAMESA).
- El módulo de elasticidad para el mástil será de 2.1×10^6 kg/cm².
- El módulo de elasticidad inicial "E" para los cables tipo estructural será de 1,700,000 kg/cm².

De lo expuesto en el capítulo anterior, a continuación se indican los pasos de un proceso lógico de análisis para determinar las deformaciones últimas y definitivas en el modelo de la torre.

1. Se supone una deformación inicial del mástil.
2. Mediante triángulos semejantes se obtienen los desplazamientos horizontales en cada nivel de retén.
3. Con el método equivalente se calcula el incremento de tensión en cada cable la cual está en función de la deformación obtenida en el paso anterior.
4. Se obtiene el "E," y el área modificada "A_i" de cada cable.
5. Se evalúa el efecto de momento originado por la excentricidad del amarre de cada cable al centro del mástil.
6. Con las cargas de las tablas 1.12 y 1.19 y los elementos mecánicos obtenidos en el paso anterior se realizan las nuevas combinaciones de carga.
7. Se corre el modelo y se obtienen nuevas deformaciones.
8. Con las nuevas deformaciones se repite la secuencia desde el paso 3.
9. La secuencia se realizará en forma repetida hasta obtener en dos iteraciones consecutivas desplazamientos similares o prácticamente iguales lo que indicará que se ha encontrado la solución al sistema y que con los elementos mecánicos últimos se puede proceder a realizar el diseño estructural.

Antes de proceder con el análisis, el siguiente paso será definir la geometría o topología de la torre. Para esto, tomaremos la figura 1.2 supuesta para la evaluación de la carga muerta y con los perfiles propuestos calcularemos las propiedades geométricas requeridas.

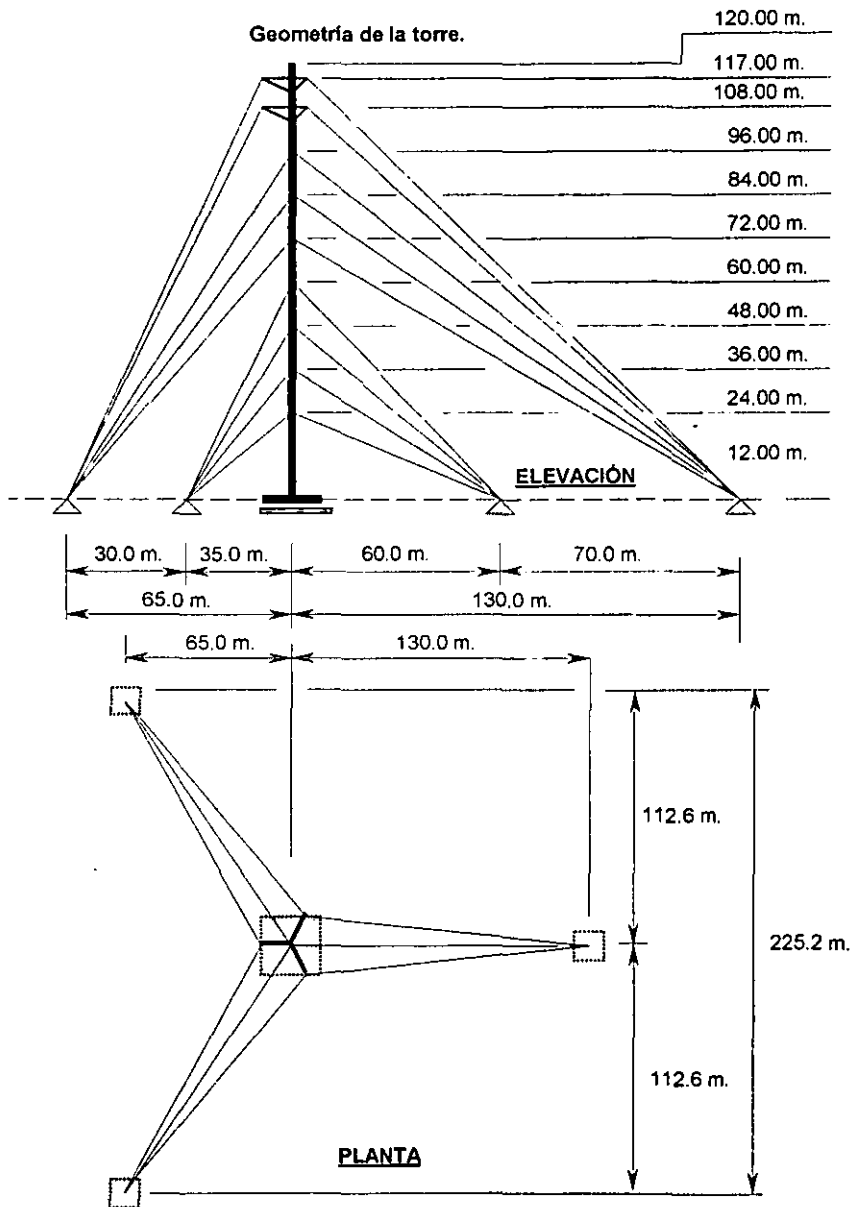


Figura 3.1

Cálculo de las propiedades geométricas.

Propiedades geométricas de la sección del mástil:

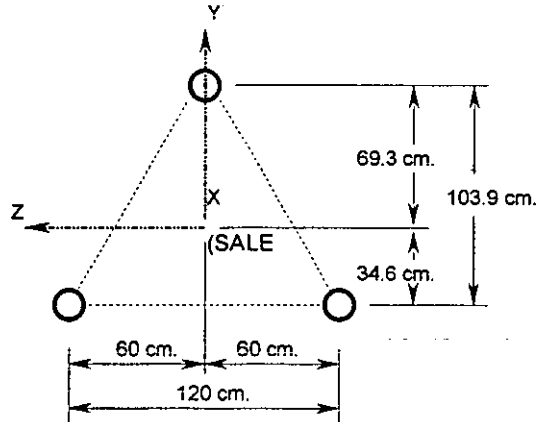


Figura 3.2

Propiedades del tubo en las patas:

$$I_{\text{tubo}} = 552 \text{ cm}^4$$
$$\text{Area}_{\text{Tubo}} = 42.9 \text{ cm}^2$$

Momento de inercia alrededor del eje "Y":

$$I_Y = 2(552 + 42.9 (60.0)^2) + 552$$
$$I_Y = 310,536 \text{ cms.}^4 = 0.00310536 \text{ m}^4$$

Momento de inercia alrededor del eje "Z":

$$I_Z = 2(552 + 42.9 (34.6)^2) + 552 + 42.9 (69.3)$$
$$I_Z = 310400 \text{ cms.}^4 = 0.003104 \text{ m}^4$$

Momento de inercia alrededor del eje "X":

$$I_X = I_Y + I_Z = 0.00310536 + 0.003104 = 0.00620936 \text{ m}^4$$

Areas:

$$A_X = A_Y = A_Z = 3 \times 42.9 = 128.7 \text{ cm}^2$$
$$= 0.01287 \text{ m}^2$$

Propiedades geométricas de la sección promedio de la estrella antitorción.

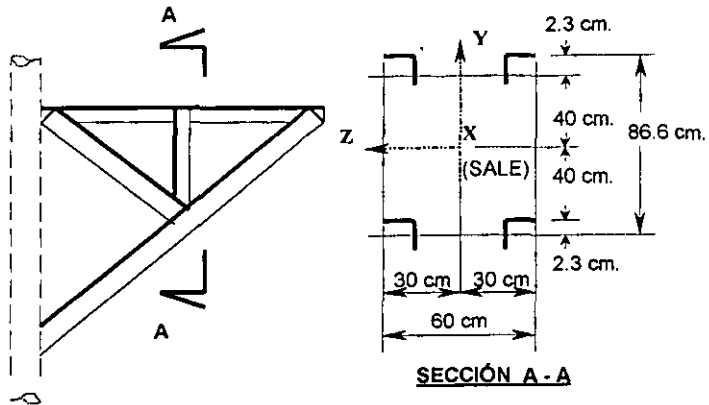


Figura 3.3

La sección esta compuesta por cuatro ángulos de 3"x3"x3/8" y las propiedades particulares de cada uno son:

$$\begin{aligned} \text{Area} &= 13.61 \text{ cm}^2 \\ I_x &= 73.30 \text{ cm}^4 \end{aligned}$$

Las propiedades geométricas de la sección promedio son:

$$\text{Área}_x = 4 \times 13.61 = 54.44 \text{ cm}^2 = 0.005444 \text{ m}^2$$

Donde se supone que:

$$\text{Área}_y = \text{Área}_z = \frac{\text{Área}_x}{2} = 27.22 \text{ cm}^2 = 0.002722 \text{ m}^2$$

Momento de inercia alrededor del eje "Y":

$$I_y = 4 (73.3 + 13.61 \times 30^2) = 49,289.2 \text{ cm}^4 = 0.000492892 \text{ m}^4$$

Momento de inercia alrededor del eje "Z":

$$I_z = 4 (73.3 + 13.61 \times 40^2) = 87,397.2 \text{ cm}^4 = 0.000873972 \text{ m}^4$$

Momento de inercia alrededor del eje "X":

$$I_x = I_y + I_z = 0.001366864 \text{ m}^4$$

CABLES.

Como ya se explicó, los cables son prácticamente flexibles y sus propiedades más significativas son el área transversal y el módulo de elasticidad.

Para hacer uso de algún programa de computadora con el método tradicional se utiliza un valor de los momentos de inercia casi nulo, esto con el propósito de que por rigidez los cables tomen cargas axiales únicamente.

ELECCION DE CABLES.

De acuerdo a la tabla 1.14 y a la suposición 4 de este capítulo, se tiene que la descarga por viento de cada cable en su nivel de retén queda definida por la siguiente ecuación:

$$\text{Descarga en el nivel de retén} = \frac{F \times H}{2}$$

Donde: F es la fuerza de arrastre (kg./m).

H es la altura al nivel de retén (m).

DESCARGA EN CADA NIVEL DE RETÉN. Tabla 3.3

FUERZA DE ARRASTRE		H	CABLES	DESCARGA[kg]	
MEDIA	MAXIMA	(m)	CANTIDAD	MEDIA	MAXIMA
1.71	3.56	12	3	31	64
2.09	4.31	24	3	75	155
2.32	4.83	36	3	125	261
2.54	5.26	48	3	183	379
2.70	5.58	60	3	243	502
2.82	5.87	72	3	305	634
2.97	6.12	84	3	374	771
3.76	7.80	96	3	541	1123
3.91	8.07	108	3	1267	2615
3.99	8.29	117	6	1400	2910

Para la elección de los cables se realiza un análisis preliminar, considerando una viga continua con apoyos a cada 12 m. (excepto donde están las estrellas antitorsión) sometida a la carga de viento como la que a continuación se muestra:

Modelo preliminar para la elección inicial de los cables:

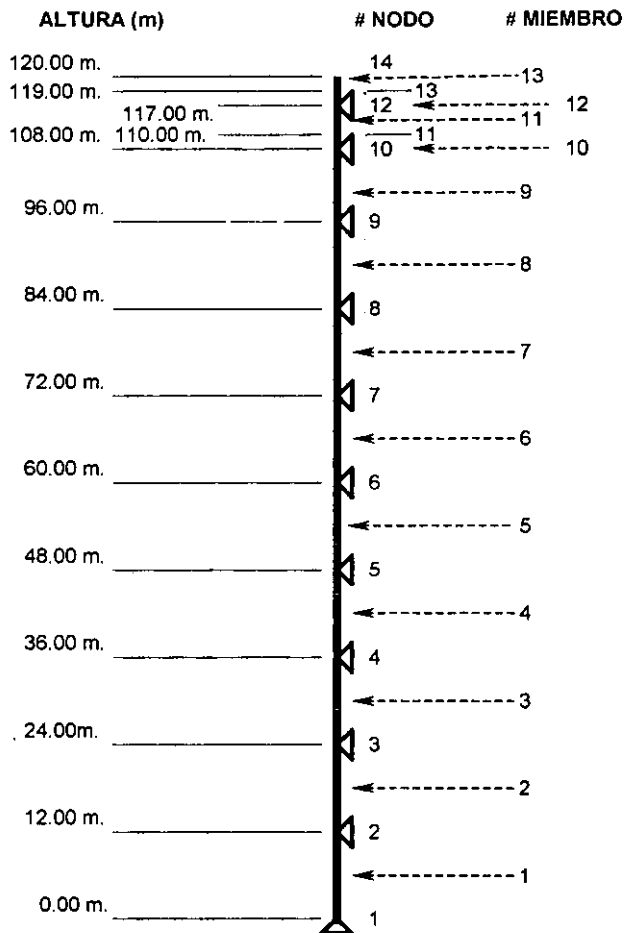


Figura 3.4

Procedemos entonces a realizar el análisis de la viga con el fin de determinar las reacciones en los apoyos.

ANÁLISIS PARA LA ELECCION DE CABLES.

STRUDL
UNITS METERS TON DEGRE
TYPE PLANE FRAME

\$
JOINT COORDINATES

1	0.00	0.00	S\$
2	0.00	12.00	S\$
3	0.00	24.00	S\$
4	0.00	36.00	S\$
5	0.00	48.00	S\$
6	0.00	60.00	S\$
7	0.00	72.00	S\$
8	0.00	84.00	S\$
9	0.00	96.00	S\$
10	0.00	108.00	S\$
11	0.00	110.00	S\$
12	0.00	117.00	S\$
13	0.00	119.00	S\$
14	0.00	120.00	S\$

\$
JOINT RELEASES

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 12 MOM Z

\$
MEMBER INCIDENCES

1	1	2
2	2	2
3	3	4
4	4	5
5	5	6
7	7	8
8	8	9
9	9	10
10	10	11
11	11	12
12	12	13
13	13	14

\$
MEMBER PROPERTIES

1 TO 13 AX 0.0128700 AY 0.012870 IX 0.006209 IY 0.003104

\$
CONSTANTS

BETA 90.0 MEM 1 TO 13

\$
MATERIAL STEEL ALL

\$
UNITS METERS TON DEGRE

\$
LOADING 1 'VIENTO DIR.-X'

\$

\$ VIENTO DIRECCION "X" EN MASTIL.
MEMBER LOADS

1	FORCE X	GLO UNIF	-0.196
2	FORCE X	GLO UNIF	-0.219
3	FORCE X	GLO UNIF	-0.253
4	FORCE X	GLO UNIF	-0.278
5	FORCE X	GLO UNIF	-0.298
6	FORCE X	GLO UNIF	-0.315
7	FORCE X	GLO UNIF	-0.331
8	FORCE X	GLO UNIF	-0.344
9	FORCE X	GLO UNIF	-0.356
10	FORCE X	GLO UNIF	-0.368
11	FORCE X	GLO UNIF	-0.368
12	FORCE X	GLO UNIF	-0.368
13	FORCE X	GLO UNIF	-0.368

\$
\$ VIENTO DIRECCION "-X" EN CABLES.
\$ "DESCARGAS EN LOS NODOS".

JOINT LOADS

2	FORCE X	-0.064
3	FORCE X	-0.155
4	FORCE X	-0.201
5	FORCE X	-0.379
6	FORCE X	-0.502
7	FORCE X	-0.634
8	FORCE X	-0.771
9	FORCE X	-1.123
10	FORCE X	-2.615
12	FORCE X	-2.910

\$
\$ VIENTO EN ANTENAS PARABOLICAS.

JOINT LOADS

11	FORCE X	-8.863
13	FORCE X	-8.976

\$
STIFFNESS ANALYSIS REDUCE BAND
LOAD LIST 1
UNITS METERS TON DEGRE
OUTPUT DECIMAL 3
LIST REACTIONS ALL
FINISH

Este análisis nos proporciona los siguientes datos:

 RESULTS OF LATEST ANALYSES

PRIMER ANÁLISIS PARA LA ELECCION DE LOS CABLES
 ACTIVE UNITS M TON DEG DEGF SEC

--- LOADING - 1 VIENTO DIR.-X

RESULTANT JOINT LOADS SUPPORTS

JOINT /-----FORCE-----/
 X FORCE Y FORCE Z FORCE

1	GLOBAL	.920	0.000	0.000
2	GLOBAL	2.843	0.000	0.000
3	GLOBAL	2.905	0.000	0.000
4	GLOBAL	3.419	0.000	0.000
5	GLOBAL	3.832	0.000	0.000
6	GLOBAL	4.185	0.000	0.000
7	GLOBAL	4.504	0.000	0.000
8	GLOBAL	4.853	0.000	0.000
9	GLOBAL	5.212	0.000	0.000
10	GLOBAL	11.796	0.000	0.000
12	GLOBAL	18.220	0.000	0.000

FINISH

De acuerdo con el modelo descrito, las reacciones obtenidas actúan horizontalmente, por lo que se requiere obtener la proyección de cada reacción respecto a la cuerda de cada cable, digamos que de esta forma se encuentra la tensión inicial para la elección primaria de los cables respectivos.

Consideremos la siguiente figura:

Evaluación de la tensión en el cable.

Donde:

$$C = \sqrt{B^2 + L^2}$$

$$\cos \tau = \frac{L}{C} = \frac{L}{\sqrt{B^2 + L^2}}$$

Por tanto:

$$T_i = \frac{R_x}{\cos \tau} \\ = \frac{R_x \sqrt{B^2 + L^2}}{L}$$

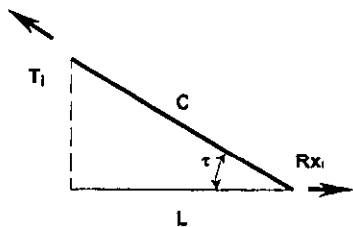


Figura 3.5

Con la ayuda del folleto de Cables de México, S.A. (CAMESA) se elige el diámetro necesario para cada nivel de retén. En base de la ecuación obtenida de la figura anterior se obtienen las tensiones respectivas, las que afectadas por un factor de 2.5 se utilizan para definir el diámetro del cable necesario. La siguiente tabla muestra los diámetros iniciales:

ELECCIÓN PRIMARIA DE LOS CABLES. Tabla 3.4

Rx	H	L	T	2.5xT	CANTIDA D	DIÁMETRO
TON.	m.	m.	TON.	TON	#	PULG.
2.843	12	60	2.899	7.248	1	3/8
2.905	24	60	3.129	7.822	1	3/8
3.419	36	60	3.987	9.968	1	3/8
3.832	48	60	4.907	12.268	1	3/8
4.185	60	60	5.918	14.796	1	3/8
4.504	72	130	5.149	12.872	1	3/8
4.853	84	130	5.778	14.445	1	3/8
5.212	96	130	6.218	15.545	1	5/8
11.796	108	130	15.545	39.938	2	5/8
18.227	117	130	25.248	63.121	2	7/8

Constantes para el método equivalente.

Para utilizar el método equivalente se requiere que las unidades estén en sistema inglés para lo cual elaboraremos la siguiente tabla. Considerando la figura 3.1 se obtienen las siguientes constantes:

CONSTANTES INICIALES PARA LOS CABLES. Tabla 3.5

NIVEL DE RETEN.	CABLE.	L	A	E _i	T _i	w
(m.)	DIAMETR O	(ft)	(in ²)	(KSI)	(KIPS)	(lb/ft)
12	1/2"	196.90	0.1501	24000	3.85	0.520
24	1/2"	196.90	0.1501	24000	3.85	0.520
36	1/2"	196.90	0.1501	24000	3.85	0.520
48	1/2"	196.90	0.1501	24000	3.85	0.520
60	1/2"	196.90	0.1501	24000	3.85	0.520
72	1/2"	456.50	0.1501	24000	3.85	0.520
84	5/8"	456.50	0.2342	24000	6.03	0.795
96	5/8"	456.50	0.2342	24000	6.03	0.795
108	7/8"	456.50	0.4565	24000	11.37	1.579

Recordemos que: $T_i = \frac{P_r}{8}$

$P_r =$ CARGA DE RUPTURA DEL CABLE. (*)

$P_{r \phi 1/2"} = 14.03$ TON

$P_{r \phi 5/8"} = 21.89$ TON

$P_{r \phi 7/8"} = 41.28$ TON

(*) La carga de ruptura de cada cable se obtiene del folleto de Cables de México, S.A. (CAMESA).

De la anterior tabla se obtiene para los diferentes cables lo siguiente:

$$T_i \phi 1/2" = 14.03 / 8 = 1.75 \text{ TON.} = 3.85 \text{ KIPS.}$$

$$T_i \phi 5/8" = 21.89 / 8 = 2.74 \text{ TON.} = 6.03 \text{ KIPS.}$$

$$T_i \phi 7/8" = 41.28 / 8 = 5.16 \text{ TON.} = 11.37 \text{ KIPS.}$$

$$A \phi 1/2" = 96.81 \text{ mm}^2 = 0.000097 \text{ m}^2 = 0.1501 \text{ in}^2$$

$$A \phi 5/8" = 151.00 \text{ mm}^2 = 0.000151 \text{ m}^2 = 0.2342 \text{ in}^2$$

$$A \phi 7/8" = 294.44 \text{ mm}^2 = 0.000294 \text{ m}^2 = 0.4565 \text{ in}^2$$

Deformación supuesta para el primer tanteo.

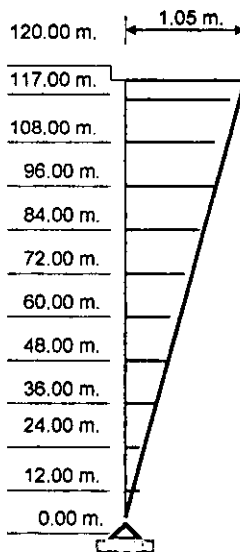
Recordemos que se tendrán dos condiciones para el diseño estructural, por un lado la deformación de la torre que en condiciones normales de operación debe siempre estar dentro del rango esperado y permitido, y por otro lado, la resistencia que debe tener la torre para soportar bajo las condiciones más severas de carga.

Para comenzar con nuestra evaluación supondremos un desplazamiento inicial arbitrario de 1.05 m. en el nivel más alto de la torre que es el +120.00 m.

Por triángulos semejantes consideremos la siguiente figura para calcular los desplazamientos en cada nivel de retén.

DESPLAZAMIENTO INICIAL. Tabla 3.6

ALTURA _i (m)	DESPLAZAMIENTO SUPUESTO (m)
120.00	1.050
117.00	1.024
108.00	0.945
96.00	0.840
84.00	0.735
72.00	0.630
60.00	0.525
48.00	0.420
36.00	0.315
24.00	0.210
12.00	0.105



Los desplazamientos se obtuvieron al considerar la siguiente expresión:

$$X = \frac{\text{Despl. sup.} \times \text{ALTURA}}{\text{ALTURA TOTAL}} = \frac{1.05 \times \text{ALTURA}}{120.00}$$

Programa para la obtención del área modificada y el efecto de momento.

El método equivalente expone que se tiene que calcular un módulo de elasticidad equivalente " E_r ," para cada uno de los cables, esto significa que en cada una de las repeticiones el cable será modificado, por ello y con el propósito de agilizar el proceso se propone cambiar el área de cada cable en lugar de su respectivo módulo de elasticidad equivalente " E_r "; así, el nuevo valor en cada área será el que resulte de afectar el valor del área original por la relación de módulos, tal como se indica a continuación:

$$\frac{\text{AREA MODIFICADA}}{E_r} = \frac{\text{AREA ORIGINAL}}{E_s}$$
$$\text{AREA MODIFICADA} = \frac{\text{AREA ORIGINAL} \times E_r}{E_s}$$
$$\text{AREA}_i = \frac{\text{AREA}_{i-1} \times E_r}{E_s}$$

En la siguiente hoja se muestra el diagrama de flujo para la realización del programa que servirá en la obtención del módulo de elasticidad equivalente y del área modificada, donde se usan las siguientes variables:

ω = Peso uniforme del cable.

L = Longitud del claro desde el punto de anclaje hasta la base del mástil.

A = Área transversal del cable.

E = Módulo de elasticidad ($E_i = 0.6E_{(\text{CABLE ESTRUCTURAL})}$)

B = Altura del nivel de retén.

C = Longitud de la cuerda.

T_1 = Tensión inicial.

τ = Angulo de inclinación de la cuerda.

ΔL = Desplazamiento horizontal en el nivel de retén correspondiente.

**DIAGRAMA DE FLUJO PARA LA OBTENCION DEL AREA MODIFICADA Y EL
MODULO DE ELASTICIDAD EQUIVALENTE**

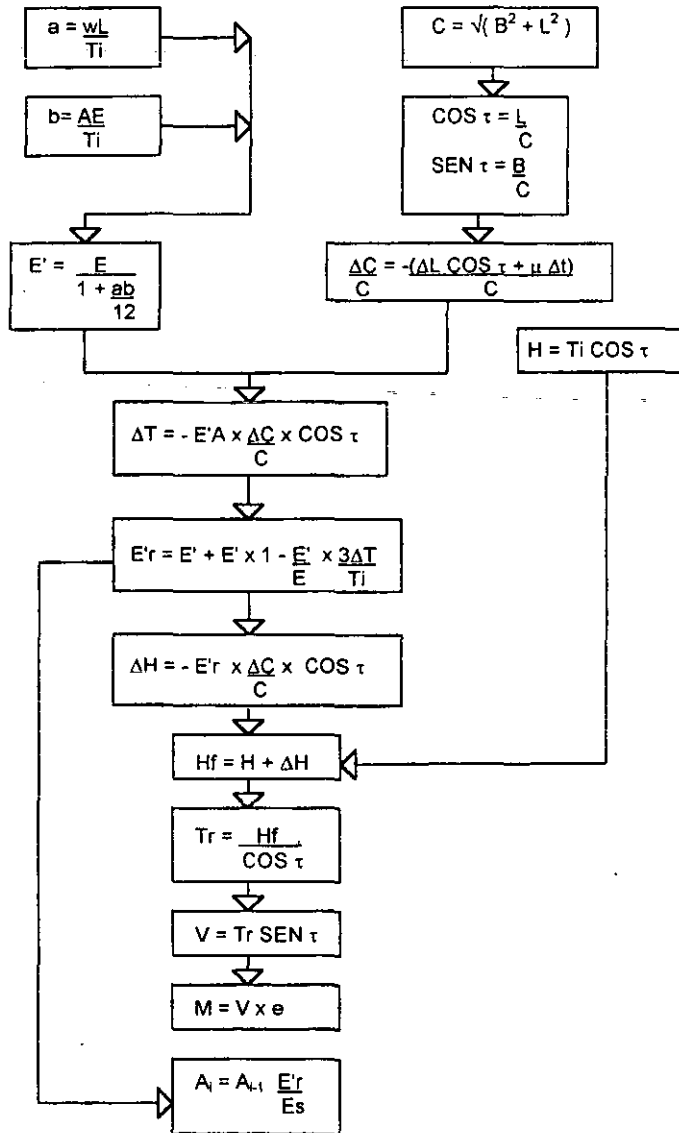


Figura 3.7

El diagrama de flujo anterior se puede traducir en el siguiente programa para una calculadora casio fx 5000P:

```

DEG:
0→A~Z:
24000→E:
Lbl 1:
?→B:
?→Z:
B≤60⇒196.9→L:
B>60⇒426.5→L:
B≤84⇒0.1501→A:
B=96⇒0.2342→A:
B=108⇒0.2342→A:
B=117⇒0.4565→A:
B≤84⇒0.52→T:
B=96⇒6.03→T:
B=108⇒6.03→T:
B=117⇒11.37→T:
B≤84⇒0.52→W:
B=96⇒0.795→W:
B=108⇒0.795→W:
B=117⇒1.579→W:
B≤96⇒0.693→S:
B≥108⇒2.4→S:
Z/0.3048→V:
(WL/1000/T)2→D:
AE/T→F:
E/(1+DF/12) →G:
√(B2+L2) →C:
L/C→I:
B/C→J:
TI→H:
-(VI+1.34E-4)/C→K:
-GAK→M:
G+G(1-G/E)(3M/2/T) →N:
703.701N→Q: ← Módulo equivalente (E')
0.0254yA(Q/21E6) →O:FIX7 ← Área modificada
(-NKI+H)x0.454→P:
JP/I→R: ← Fuerza Vertical
SR:FIX5▲ ← Efecto momento
GOTO1

```

Junto con este programa se procesará el modelo de la torre en el programa GT-STRUDL y se trabajará en forma alternada para realizar las iteraciones necesarias.

A continuación, iniciamos el proceso de análisis, por lo que en la siguiente hoja se muestra el modelo estructural de la torre que nos servirá para alcanzar nuestro objetivo.

Modelo estructural de la torre para el proceso de análisis.

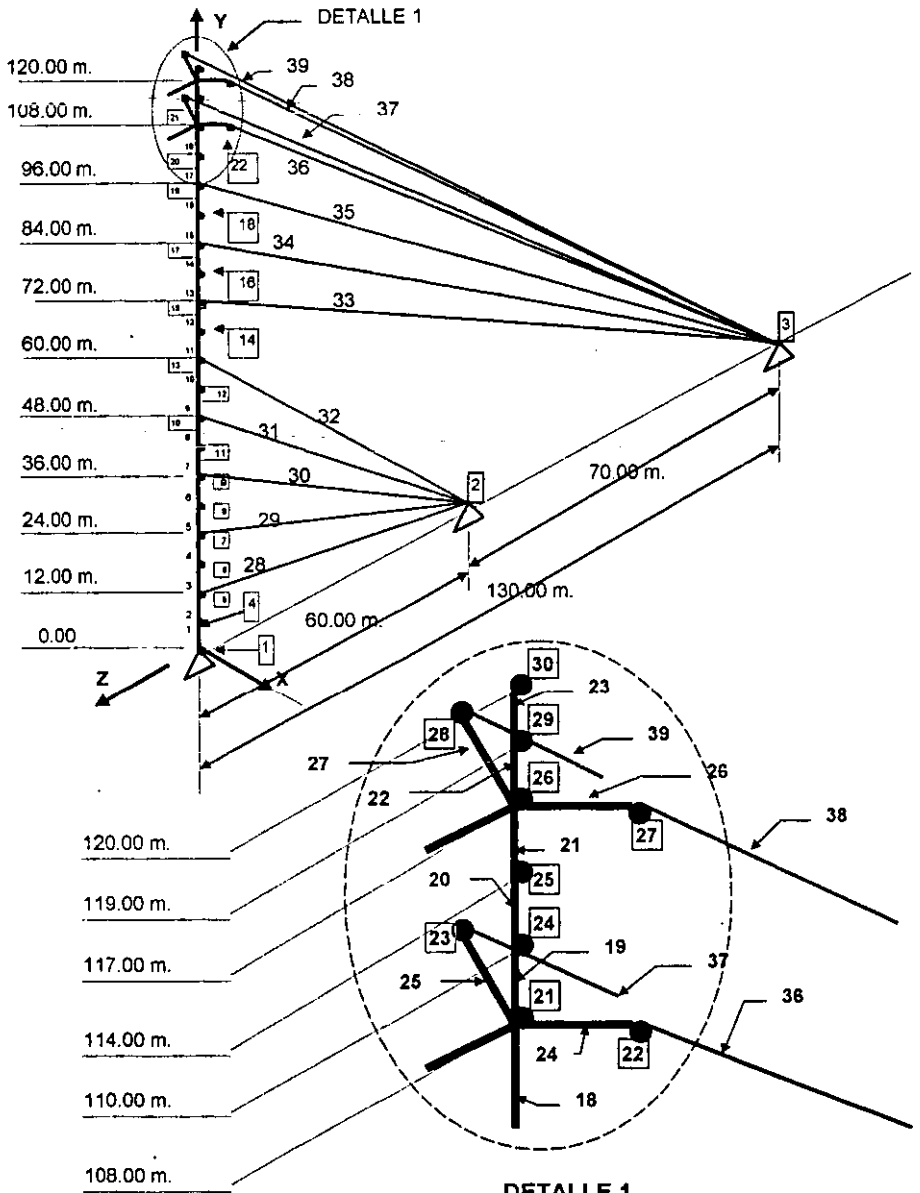


Figura 3.8

DETALLE 1

Datos de entrada para la condición de deformación.

Basándose en la figura 3.8, para el programa GT-STRUDL los datos necesarios se proporcionan en la forma que a continuación se indica:

```
$ U.N.A.M.
$ E.N.E.P. ACATLAN.
$ TESIS PROFESIONAL.
$ ELABORADO POR: GERARDO HILARIO RODRIGUEZ ALEMAN.
$
$ LOS CABLES DEL SOTAVENTO NO TRABAJAN.
STRUDL TORRE1R 'PRIMER ANÁLISIS P/DEFORMACION'
$ LOS CABLES DEL SOTAVENTO NO TRABAJAN.
$
UNITS METERS TON DEGRE
TYPE SPACE FRAME
$
JOINT COORDINATES
1 0.00 0.00 0.00 S
2 0.00 0.00 -60.00 S
3 0.00 0.00 -130.00 S
4 0.00 6.00 0.00
5 0.00 12.00 0.00
6 0.00 18.00 0.00
7 0.00 24.00 0.00
8 0.00 30.00 0.00
9 0.00 36.00 0.00
10 0.00 42.00 0.00
11 0.00 48.00 0.00
12 0.00 54.00 0.00
13 0.00 60.00 0.00
14 0.00 66.00 0.00
15 0.00 72.00 0.00
16 0.00 78.00 0.00
17 0.00 84.00 0.00
18 0.00 90.00 0.00
19 0.00 96.00 0.00
20 0.00 102.00 0.00
21 0.00 108.00 0.00
22 2.08 108.00 -1.20
23 -2.08 108.00 -1.20
24 0.00 110.00 0.00
25 0.00 114.00 0.00
26 0.00 117.00 0.00
27 2.08 117.00 -1.20
28 -2.08 117.00 -1.20
29 0.00 119.00 0.00
30 0.00 120.00 0.00
$
JOINT RELEASES
1 2 3 MOM X
MEMBER INCIDENCES
1 1 4
2 4 5
3 5 6
4 6 7
5 7 8
6 8 9
7 9 10
8 10 11
9 11 12
10 12 13
11 13 14
12 14 15
13 15 16
(Continua...)
```

(...Continuación)

14 18 17
15 17 18
16 18 19
17 19 20
18 20 21
19 21 24
20 24 25
21 25 28
22 26 29
23 29 30
24 21 22
25 21 23
26 26 27
27 26 28
28 2 5
29 2 7
30 2 9
31 2 11
32 2 13
33 3 15
34 3 17
35 3 19
36 3 22
37 3 23
38 3 27
39 3 28

\$

MEMBER RELEASES

28 29 30 31 32 33 34 35 36 37 -

38 39 END MOM X

MEMBER PROPERTIES

1 TO 23 AX 0.0128700 AY 0.012870 AZ 0.012870 IX 0.006209 IY 0.003104 IZ 0.003105
24 TO 27 AX 0.0054440 AY 0.002722 AZ 0.002722 IX 0.001357 IY 0.000493 IZ 0.000874
28 AX 0.0000828 AY 0.000001 AZ 0.000001 IX 0.000001 IY 0.000001 IZ 0.000001
29 AX 0.0000915 AY 0.000001 AZ 0.000001 IX 0.000001 IY 0.000001 IZ 0.000001
30 AX 0.0000999 AY 0.000001 AZ 0.000001 IX 0.000001 IY 0.000001 IZ 0.000001
31 AX 0.0001077 AY 0.000001 AZ 0.000001 IX 0.000001 IY 0.000001 IZ 0.000001
32 AX 0.0001149 AY 0.000001 AZ 0.000001 IX 0.000001 IY 0.000001 IZ 0.000001
33 AX 0.0001258 AY 0.000001 AZ 0.000001 IX 0.000001 IY 0.000001 IZ 0.000001
34 AX 0.0001381 AY 0.000001 AZ 0.000001 IX 0.000001 IY 0.000001 IZ 0.000001
35 AX 0.0002262 AY 0.000001 AZ 0.000001 IX 0.000001 IY 0.000001 IZ 0.000001
36 37 AX 0.0002410 AY 0.000001 AZ 0.000001 IX 0.000001 IY 0.000001 IZ 0.000001
38 39 AX 0.0005088 AY 0.000001 AZ 0.000001 IX 0.000001 IY 0.000001 IZ 0.000001

\$

CONSTANTS

BETA 90.0 MEM 1 TO 23

\$

MATERIAL STEEL ALL

\$

UNITS METERS TON DEGRE

\$

LOADING 1 'CARGA MUERTA. DIR. -Y + VIENTO DIR. +Z'

\$

\$ "CARGA MUERTA"

\$

\$ DE MASTIL

MEMBER LOADS

1 TO 23 FORCE Y GLOB UNIF -0.163

\$

\$ DE ESTRELLA ANTITORSION.

\$

JOINT LOADS

21 FORCE Y -0.372

26 FORCE Y -0.372

(Continua...)

(...Continuación)

\$ DE CABLES.

\$JOINT LOADS

5 FORCE Y -0.142

7 FORCE Y -0.150

9 FORCE Y -0.163

11 FORCE Y -0.179

13 FORCE Y -0.197

15 FORCE Y -0.346

17 FORCE Y -0.360

19 FORCE Y -0.572

21 FORCE Y -1.200

26 FORCE Y -2.470

\$

\$ DE ANTENAS PARABOLICAS

JOINT LOADS

24 FORCE Y -0.544

29 FORCE Y -0.544

\$

\$ "VIENTO DIRECCION +Z"

\$

\$ EN MASTIL

MEMBER LOADS

1 FORCE Z GLO UNIF 0.094

2 FORCE Z GLO UNIF 0.094

3 FORCE Z GLO UNIF 0.106

4 FORCE Z GLO UNIF 0.106

5 FORCE Z GLO UNIF 0.122

6 FORCE Z GLO UNIF 0.122

7 FORCE Z GLO UNIF 0.134

8 FORCE Z GLO UNIF 0.134

9 FORCE Z GLO UNIF 0.144

10 FORCE Z GLO UNIF 0.144

11 FORCE Z GLO UNIF 0.152

12 FORCE Z GLO UNIF 0.152

13 FORCE Z GLO UNIF 0.159

14 FORCE Z GLO UNIF 0.159

15 FORCE Z GLO UNIF 0.166

16 FORCE Z GLO UNIF 0.166

17 FORCE Z GLO UNIF 0.171

18 FORCE Z GLO UNIF 0.171

19 FORCE Z GLO UNIF 0.177

20 FORCE Z GLO UNIF 0.177

21 FORCE Z GLO UNIF 0.177

22 FORCE Z GLO UNIF 0.177

23 FORCE Z GLO UNIF 0.177

\$

\$ EN CABLES

\$"DESCARGAS EN LOS NODOS"

JOINT LOADS

5 FORCE Z 0.031

7 FORCE Z 0.075

9 FORCE Z 0.125

11 FORCE Z 0.183

13 FORCE Z 0.243

15 FORCE Z 0.305

17 FORCE Z 0.374

19 FORCE Z 0.541

21 FORCE Z 1.267

26 FORCE Z 1.400

\$

\$ EN ANTENAS PARABOLICAS.

JOINT LOADS

24 FORCE Z 4.272

29 FORCE Z 4.351

(Continúa...)

(...Continuación)

\$ EFECTO MOMENTO POR EXCENTRICIDAD DE CABLES "+MX"

\$ DADO UN DESPLAZAMIENTO

\$

JOINT LOADS

5 MOMENT X 0.92482

7 MOMENT X 3.84645

9 MOMENT X 9.06440

11 MOMENT X 18.62873

13 MOMENT X 26.34518

15 MOMENT X 8.58251

17 MOMENT X 12.41736

19 MOMENT X 17.11514

21 MOMENT X 78.30784

26 MOMENT X 99.38706

\$

STIFFNESS ANALYSIS REDUCE BAND

LOAD LIST 1

UNITS METERS TON DEGRE

OUTPUT DECIMAL 3

LIST DISPLA

LIST FORCE

FINISH

Después del procesamiento inicial de datos, el programa proporciona un "archivo de salida" o "output" de desplazamientos. Recordemos que estos datos nos servirán para evaluar las nuevas áreas y el módulo de elasticidad equivalente respectivo y que esto se hará en forma repetitiva hasta encontrar dos archivos de salida prácticamente iguales. La experiencia nos indica que se requieren aproximadamente de seis a siete iteraciones para encontrar la solución al sistema, lo cual producirá un importante volumen de información. Ahora bien, para evitar presentar toda esa información en el presente trabajo a continuación se muestran sólo los datos que se modifican en el archivo de entrada y el respectivo archivo de salida de los desplazamientos requeridos:

Archivo de salida para el procesamiento inicial:

```

.....
*RESULTS OF LATEST ANALYSES*
.....
PROBLEM - TORRE1D TITLE - PRIMER ANÁLISIS P/DEFORMACION
ACTIVE UNITS M TON DEG DEGF SEC
-----
-- LOADING - 1 CARGA MUERTA. DIR. -Y + VIENTO DIR.+Z
-----
RESULTANT JOINT DISPLACEMENTS FREE JOINTS
JOINT /-----DISPLACEMENT-----/
      X DISP.  Y DISP.  Z DISP.
5 GLOBAL .000  -.002  .025
7 GLOBAL .000  -.004  .047
9 GLOBAL .000  -.006  .068
11 GLOBAL .000  -.008  .092
13 GLOBAL .000  -.009  .109
15 GLOBAL .000  -.011  .101
17 GLOBAL .000  -.012  .068
19 GLOBAL .000  -.013  .049
21 GLOBAL .000  -.014  .106
26 GLOBAL .000  -.015  .224

```

Archivo de entrada para el segundo tanteo:

```
STRUDL 'TORRE2D' 'SEGUNDO ANÁLISIS P/DEFORMACION'
$
MEMBER PROPERTIES
 28 AX 0.0000759
 29 AX 0.0000778
 30 AX 0.0000798
 31 AX 0.0000812
 32 AX 0.0000823
 33 AX 0.0000706
 34 AX 0.0001055
 35 AX 0.0001025
36 37 AX 0.0001117
38 39 AX 0.0002512
$
$ EFECTO MOMENTO POR EXCENTRICIDAD DE CABLES "+Mx"
$ DADO UN DESPLAZAMIENTO
$
JOINT LOADS
 5 MOMENT X 0.25988
 7 MOMENT X 0.85122
 9 MOMENT X 1.73756
11 MOMENT X 2.98740
13 MOMENT X 4.22197
15 MOMENT X 0.94444
17 MOMENT X 1.02207
19 MOMENT X 0.83288
21 MOMENT X 5.49009
26 MOMENT X 13.47947
$
```

Archivo de salida en el segundo tanteo:

```
*****
*RESULTS OF LATEST ANALYSES*
*****
PROBLEM - TORRE2D TITLE - SEGUNDO ANÁLISIS P/DEFORMACION
ACTIVE UNITS M TON DEG DEGF SEC
-----
-- LOADING - 1 CARGA MUERTA. DIR. -Y + VIENTO DIR. +Z
-----
RESULTANT JOINT DISPLACEMENTS FREE JOINTS
JOINT /-----DISPLACEMENT-----/
      X DISP.  Y DISP.  Z DISP.
 5 GLOBAL  -0.000  -0.002  .034
 7 GLOBAL  -0.000  -0.004  .066
 9 GLOBAL  -0.000  -0.006  .102
11 GLOBAL  -0.000  -0.007  .144
13 GLOBAL  -0.000  -0.009  .189
15 GLOBAL  -0.000  -0.010  .228
17 GLOBAL  -0.000  -0.012  .256
19 GLOBAL  -0.000  -0.013  .276
21 GLOBAL  -0.000  -0.014  .286
26 GLOBAL  -0.000  -0.014  .289
```

Archivo de entrada para el tercer tanteo:

```
STRUDL 'TORRE3D' 'TERCER ANÁLISIS P/DEFORMACION'  
$  
MEMBER PROPERTIES  
28 AX 0.0000767  
29 AX 0.0000794  
30 AX 0.0000823  
31 AX 0.0000854  
32 AX 0.0000886  
33 AX 0.0000839  
34 AX 0.0000865  
35 AX 0.0001380  
36 37 AX 0.0001391  
38 39 AX 0.0002721  
$  
$ EFECTO MOMENTO POR EXCENTRICIDAD DE CABLES "+Mx"  
$ DADO UN DESPLAZAMIENTO  
$  
JOINT LOADS  
5 MOMENT X 0.32936  
7 MOMENT X 1.15619  
9 MOMENT X 2.57765  
11 MOMENT X 4.73141  
13 MOMENT X 7.57025  
15 MOMENT X 2.21422  
17 MOMENT X 2.92189  
19 MOMENT X 3.74328  
21 MOMENT X 14.92657  
26 MOMENT X 17.61602  
$
```

Archivo de salida en el tercer tanteo:

```
*****  
*RESULTS OF LATEST ANALYSES*  
*****  
PROBLEM - TORRE3D TITLE - TERCER ANÁLISIS P/DEFORMACION  
ACTIVE UNITS M TON DEG DEG/ SEC  
-----  
--- LOADING - 1 CARGA MUERTA. DIR. -Y + VIENTO DIR.+Z  
-----  
RESULTANT JOINT DISPLACEMENTS FREE JOINTS  
JOINT /-----DISPLACEMENT-----/  
          X DISP.  Y DISP.  Z DISP.  
5 GLOBAL  .000  -.002  .033  
7 GLOBAL  .000  -.004  .063  
9 GLOBAL  .000  -.006  .095  
11 GLOBAL .000  -.008  .133  
13 GLOBAL .000  -.009  .173  
15 GLOBAL .000  -.010  .204  
17 GLOBAL .000  -.012  .223  
19 GLOBAL .000  -.013  .235  
21 GLOBAL .000  -.014  .251  
26 GLOBAL .000  -.014  .268
```

Archivo de entrada para el cuarto tanteo:

```
STRUDL TORRE4D CUARTO ANÁLISIS P/DEFORMACION
$
MEMBER PROPERTIES
 28 AX 0.0000766
 29 AX 0.0000791
 30 AX 0.0000817
 31 AX 0.0000845
 32 AX 0.0000873
 33 AX 0.0000814
 34 AX 0.0000831
 35 AX 0.0001316
36 37 AX 0.0001337
38 39 AX 0.0002654
$
$ EFECTO MOMENTO POR EXCENTRICIDAD DE CABLES "+MX"
$ DADO UN DESPLAZAMIENTO
$
JOINT LOADS
 5 MOMENT X 0.32157
 7 MOMENT X 1.10726
 9 MOMENT X 2.40029
11 MOMENT X 4.34934
13 MOMENT X 6.86607
15 MOMENT X 1.94696
17 MOMENT X 2.48085
19 MOMENT X 3.11264
21 MOMENT X 12.82704
26 MOMENT X 16.22460
$
```

Archivo de salida en el cuarto tanteo:

```
*****
"RESULTS OF LATEST ANALYSES"
*****
PROBLEM - TORRE4D TITLE - CUARTO ANÁLISIS P/DEFORMACION
ACTIVE UNITS M TON DEG DEG/ SEC
-----
-- LOADING - 1 CARGA MUERTA. DIR. -Y + VIENTO DIR. +Z
-----
RESULTANT JOINT DISPLACEMENTS FREE JOINTS
JOINT /-----DISPLACEMENT-----/
      X DISP.  Y DISP.  Z DISP.
 5 GLOBAL  -.000  -.002  .033
 7 GLOBAL  -.000  -.004  .064
 9 GLOBAL  -.000  -.006  .097
11 GLOBAL  -.000  -.008  .136
13 GLOBAL  -.000  -.009  .178
15 GLOBAL  -.000  -.010  .212
17 GLOBAL  -.000  -.012  .234
19 GLOBAL  -.000  -.013  .246
21 GLOBAL  -.000  -.014  .280
26 GLOBAL  -.000  -.014  .273
```

Archivo de entrada para el quinto tanteo:

```
STRUDL TORRESD' QUINTO ANÁLISIS P/DEFORMACION'
$
MEMBER PROPERTIES
 28 AX 0.0000766
 29 AX 0.0000792
 30 AX 0.0000818
 31 AX 0.0000848
 32 AX 0.0000877
 33 AX 0.0000822
 34 AX 0.0000843
 35 AX 0.0001333
36 37 AX 0.0001350
38 39 AX 0.0002670
$
$ EFECTO MOMENTO POR EXCENTRICIDAD DE CABLES "+Mx"
$ DADO UN DESPLAZAMIENTO
$
JOINT LOADS
 5 MOMENT X 0.32157
 7 MOMENT X 1.12354
 9 MOMENT X 2.45073
11 MOMENT X 4.45284
13 MOMENT X 7.08427
15 MOMENT X 2.03463
17 MOMENT X 2.62474
19 MOMENT X 3.27730
21 MOMENT X 13.35471
26 MOMENT X 16.55113
$
```

Archivo de salida en el quinto tanteo:

```
*****
"RESULTS OF LATEST ANALYSES"
*****
PROBLEM - TORRESR TITLE - QUINTO ANÁLISIS P/DEFORMACION
ACTIVE UNITS M TON DEG DEG/ SEC
-----
--- LOADING - 1 CARGA MUERTA. DIR. -Y + VIENTO DIR.+Z
-----
RESULTANT JOINT DISPLACEMENTS FREE JOINTS
JOINT /-----DISPLACEMENT-----/
      X DISP.  Y DISP.  Z DISP.
 5 GLOBAL  -.000  -.002  .033
 7 GLOBAL  -.000  -.004  .063
 9 GLOBAL  -.000  -.006  .096
11 GLOBAL  -.000  -.008  .135
13 GLOBAL  -.000  -.009  .176
15 GLOBAL  -.000  -.010  .210
17 GLOBAL  -.000  -.012  .231
19 GLOBAL  -.000  -.013  .243
21 GLOBAL  -.000  -.014  .258
26 GLOBAL  -.000  -.014  .272
```

Prácticamente son los mismos desplazamientos del tanteo anterior por lo que el proceso termina.

Una vez encontrada la solución al sistema bajo la condición de deformación con los valores de entrada últimos, se realiza una nueva corrida requiriéndole al programa que proporcione las fuerzas en los miembros del modelo con el propósito de proceder a realizar el diseño estructural. El archivo de salida es proporcionado por el programa en el siguiente formato:

```

LIST FORCE
*****
"RESULTS OF LATEST ANALYSES"
*****
PROBLEM - TORRE5R TITLE - QUINTO ANÁLISIS P/DEFORMACION
ACTIVE UNITS M TON DEG DEGF SEC

(MASTIL)
-----
-- LOADING - 1 CARGA MUERTA. DIR. -Y + VIENTO DIR.+Z
-----
MEMBER FORCES
MEMBER JOINT /----- FORCE -----//----- MOMENT -----
                AXIAL SHEAR Y SHEAR Z TORSIONAL BENDING Y BENDING Z
  1  1  50.136  -.595  -.000  -.000  .000  -.000
  1  4 -49.158  4.031  -.000  .000  .000  -1.878
  2  4  49.158  -.031  .000  -.000  -.000  1.878
  2  5 -48.180  -.533  -.000  .000  .000  -.373
  3  5  47.853  -.311  .000  -.000  -.000  .691
  3  6 -46.885  -.325  -.000  .000  .000  -.648
  4  6  46.885  .325  .000  -.000  -.000  .648
  4  7 -45.907  -.981  -.000  .000  .000  3.211
  5  7  45.171  -.430  .000  -.000  -.000  -2.090
  5  8 -44.193  -.302  -.000  .000  .000  1.706
  6  8  44.193  .302  .000  -.000  -.000  -1.706
  6  9 -43.215  -1.034  -.000  .000  .000  5.713
  7  9  41.973  -.638  .000  -.000  -.000  -3.285
  7 10 -40.995  -.166  -.000  .000  .000  1.850
  8 10  40.995  .166  .000  -.000  -.000  -1.850
  8 11 -40.017  -.970  -.000  .000  .000  5.258
  9 11  38.275  -.801  .000  -.000  -.000  -.807
  9 12 -37.297  -.063  -.000  .000  .000  -1.405
 10 12  37.297  .063  .000  -.000  -.000  1.405
 10 13 -38.319  -.927  -.000  .000  .000  1.567
 11 13  34.180  -.772  .000  -.000  -.000  5.516
 11 14 -33.202  -.140  -.000  .000  .000  -7.413
 12 14  33.202  .140  .000  -.000  -.000  7.413
 12 15 -32.224  -1.052  -.000  .000  .000  -3.837
 13 15  30.802  -.586  .000  -.000  -.000  5.871
 13 16 -29.824  -.368  -.000  .000  .000  -6.523
 14 16  29.824  .368  .000  -.000  -.000  6.523
 14 17 -28.846  -1.322  -.000  .000  .000  -1.451
 15 17  27.241  -.231  .000  -.000  -.000  4.076
 15 18 -28.263  -.765  -.000  .000  .000  -2.472
 16 18  26.263  .765  .000  -.000  -.000  2.472
 16 19 -25.285  -1.761  -.000  .000  .000  5.107
 17 19  22.641  -.503  .000  -.000  -.000  -1.830
 17 20 -21.663  -.523  -.000  .000  .000  1.888
 18 20  21.663  .523  .000  -.000  -.000  -1.888
 18 21 -20.685  -1.549  -.000  .000  .000  8.102
 19 21  14.736  -2.405  .000  -.000  -.000  -.001
(Continua...)

```

19 24	-14.410	2.051	-0.000	.000	.000	-4.455
20 24	13.866	2.221	.000	-0.000	-0.000	4.455
20 25	-13.214	-2.929	-0.000	.000	.000	5.846
21 25	13.214	2.929	.000	-0.000	-0.000	-5.846
21 26	-12.725	-3.460	-0.000	.000	-0.000	15.430
(.Continuación)						
22 26	1.033	-4.882	-0.000	.000	.000	-9.499
22 29	-.707	4.528	.000	-0.000	-0.000	.088
23 29	.163	-.177	.000	-0.000	-0.000	-.089
23 30	-0.000	.000	-0.000	.000	-0.000	-0.000

(ESTRELLA ANTITORSION)

--- LOADING - 1 CARGA MUERTA. DIR. -Y + VIENTO DIR.+Z

MEMBER FORCES

MEMBER JOINT	FORCE	MOMENT	AXIAL SHEAR Y	SHEAR Z	TORSIONAL	BENDING Y	BENDING Z
24 21	-1.268	2.189	2.282	.000	-5.480	5.256	
24 22	1.268	-2.189	-2.282	-0.000	-.000	.000	
25 21	-1.268	2.189	-2.282	-0.000	5.480	5.256	
25 23	1.268	-2.189	2.282	.000	.000	.000	
26 26	-2.366	4.425	4.259	.000	-10.228	10.825	
26 27	2.366	-4.425	-4.259	-0.000	-.000	.000	
27 26	-2.366	4.425	-4.259	-0.000	10.228	10.825	
27 28	2.366	-4.425	4.259	.000	.000	.000	

(CABLES)

--- LOADING - 1 CARGA MUERTA. DIR. -Y + VIENTO DIR.+Z

MEMBER FORCES

MEMBER JOINT	FORCE	MOMENT	AXIAL SHEAR Y	SHEAR Z	TORSIONAL	BENDING Y	BENDING Z
28 2	-.892	-0.000	-0.000	0.000	.000	-.001	
28 5	.892	.000	.000	0.000	.000	-.003	
29 2	-1.579	-0.000	-0.000	0.000	.000	-0.000	
29 7	1.579	.000	.000	0.000	-0.000	-.002	
30 2	-2.095	-0.000	-0.000	0.000	.000	.000	
30 9	2.095	.000	.000	0.000	-0.000	-.002	
31 2	-2.502	-0.000	-0.000	0.000	.000	.000	
31 11	2.502	.000	.000	0.000	-0.000	-.002	
32 2	-2.747	-0.000	-0.000	0.000	.000	.001	
32 13	2.747	-0.000	.000	0.000	-0.000	-.001	
33 3	-2.221	-0.000	-0.000	0.000	.000	-.000	
33 15	2.221	.000	.000	0.000	.000	-.001	
34 3	-2.294	-0.000	-0.000	0.000	.000	-0.000	
34 17	2.294	.000	.000	0.000	.000	-.000	
35 3	-3.488	-0.000	-0.000	0.000	.000	.000	
35 19	3.488	-0.000	.000	0.000	.000	.000	
36 3	-3.407	-0.000	-0.000	0.000	.000	.000	
36 22	3.407	.000	.000	0.000	.000	-0.000	
37 3	-3.407	-0.000	.000	0.000	-0.000	.000	
37 23	3.407	-0.000	-0.000	0.000	-0.000	-0.000	
38 3	-6.581	-0.000	-0.000	0.000	.000	.000	
38 27	6.581	.000	.000	0.000	.001	-0.000	
39 3	-6.581	-0.000	.000	0.000	-0.000	.000	
39 28	6.581	.000	-0.000	0.000	-.001	-0.000	

FINISH

Datos de entrada para la condición de resistencia.

En base a la figura 3.8, para el programa GT-STRUDL los datos necesarios se proporcionan en la forma que a continuación se indica:

```
STRUDL 'TORRE1R' 'PRIMER ANÁLISIS P/RESISTENCIA'
$ LOS CABLES DEL SOTAVENTO NO TRABAJAN.
$
UNITS METERS TON DEGRE
TYPE SPACE FRAME
$
JOINT COORDINATES
1 0.00 0.00 0.00 S
2 0.00 0.00 -60.00 S
3 0.00 0.00 -130.00 S
4 0.00 6.00 0.00
5 0.00 12.00 0.00
6 0.00 18.00 0.00
7 0.00 24.00 0.00
8 0.00 30.00 0.00
9 0.00 36.00 0.00
10 0.00 42.00 0.00
11 0.00 48.00 0.00
12 0.00 54.00 0.00
13 0.00 60.00 0.00
14 0.00 66.00 0.00
15 0.00 72.00 0.00
16 0.00 78.00 0.00
17 0.00 84.00 0.00
18 0.00 90.00 0.00
19 0.00 96.00 0.00
20 0.00 102.00 0.00
21 0.00 108.00 0.00
22 2.08 108.00 -1.20
23 -2.08 108.00 -1.20
24 0.00 110.00 0.00
25 0.00 114.00 0.00
26 0.00 117.00 0.00
27 2.08 117.00 -1.20
28 -2.08 117.00 -1.20
29 0.00 119.00 0.00
30 0.00 120.00 0.00
$
JOINT RELEASES
1 2 3 MOM X
$
MEMBER INCIDENCES
1 1 4
2 4 5
3 5 6
4 6 7
5 7 8
6 8 9
7 9 10
8 10 11
9 11 12
10 12 13
11 13 14
12 14 15
13 15 16
14 16 17
15 17 18
16 18 19
(Continua...)
```

17 19 20
 18 20 21
 19 21 24
 20 24 25
 21 25 26
 22 26 29
 23 29 30
 24 21 22
 25 21 23
 25 26 27
 27 26 28
 28 2 5
 29 2 7
 30 2 9
 31 2 11
 32 2 13
 33 3 15
 34 3 17
 35 3 19
 36 3 22
 37 3 23
 38 3 27
 39 3 28
 \$
 MEMBER RELEASES
 28 29 30 31 32 33 34 35 36 37 -
 38 39 END MOM X
 MEMBER PROPERTIES
 1 TO 23 AX 0.0128700 AY 0.012870 AZ 0.012870 IX 0.008209 IY 0.003104 IZ 0.003105
 24 TO 27 AX 0.0054440 AY 0.002722 AZ 0.002722 IX 0.001387 IY 0.000493 IZ 0.000874
 28 AX 0.0000928 AY 0.000001 AZ 0.000001 IX 0.000001 IY 0.000001 IZ 0.000001
 29 AX 0.0000915 AY 0.000001 AZ 0.000001 IX 0.000001 IY 0.000001 IZ 0.000001
 30 AX 0.0000999 AY 0.000001 AZ 0.000001 IX 0.000001 IY 0.000001 IZ 0.000001
 31 AX 0.0001077 AY 0.000001 AZ 0.000001 IX 0.000001 IY 0.000001 IZ 0.000001
 32 AX 0.0001149 AY 0.000001 AZ 0.000001 IX 0.000001 IY 0.000001 IZ 0.000001
 33 AX 0.0001258 AY 0.000001 AZ 0.000001 IX 0.000001 IY 0.000001 IZ 0.000001
 34 AX 0.0001381 AY 0.000001 AZ 0.000001 IX 0.000001 IY 0.000001 IZ 0.000001
 35 AX 0.0002282 AY 0.000001 AZ 0.000001 IX 0.000001 IY 0.000001 IZ 0.000001
 36 37 AX 0.0002410 AY 0.000001 AZ 0.000001 IX 0.000001 IY 0.000001 IZ 0.000001
 38 39 AX 0.0005088 AY 0.000001 AZ 0.000001 IX 0.000001 IY 0.000001 IZ 0.000001
 \$
 CONSTANTS
 BETA 90.0 MEM 1 TO 23
 \$
 MATERIAL STEEL ALL
 \$
 UNITS METERS TON DEGRE
 \$
 LOADING 1 'CARGA MUERTA. DIR. -Y + VIENTO DIR. +Z'
 \$
 \$ "CARGA MUERTA".
 \$
 \$ DE MASTIL
 MEMBER LOADS
 1 TO 23 FORCE Y GLOB UNIF -0.163
 \$
 \$ DE ANTENAS PARABOLICAS.
 JOINT LOADS
 24 FORCE Y -0.372
 29 FORCE Y -0.372
 \$
 (Continue...)

\$ DE CABLES.

JOINT LOADS

5 FORCE Y -0.142
7 FORCE Y -0.150
9 FORCE Y -0.163
11 FORCE Y -0.179
13 FORCE Y -0.197
15 FORCE Y -0.346
17 FORCE Y -0.360
19 FORCE Y -0.572

(...Continuación)

21 FORCE Y -1.200
26 FORCE Y -2.470

\$ DE ANTENAS PARABOLICAS.

JOINT LOADS

24 FORCE Y -0.544
29 FORCE Y -0.544

\$

\$ "VIENTO DIRECCION +Z".

\$

\$ EN MASTIL.

MEMBER LOADS

1 FORCE Z GLO UNIF 0.196
2 FORCE Z GLO UNIF 0.196
3 FORCE Z GLO UNIF 0.219
4 FORCE Z GLO UNIF 0.219
5 FORCE Z GLO UNIF 0.253
6 FORCE Z GLO UNIF 0.253
7 FORCE Z GLO UNIF 0.278
8 FORCE Z GLO UNIF 0.278
9 FORCE Z GLO UNIF 0.298
10 FORCE Z GLO UNIF 0.298
11 FORCE Z GLO UNIF 0.315
12 FORCE Z GLO UNIF 0.315
13 FORCE Z GLO UNIF 0.331
14 FORCE Z GLO UNIF 0.331
15 FORCE Z GLO UNIF 0.344
16 FORCE Z GLO UNIF 0.344
17 FORCE Z GLO UNIF 0.356
18 FORCE Z GLO UNIF 0.356
19 FORCE Z GLO UNIF 0.368
20 FORCE Z GLO UNIF 0.368
21 FORCE Z GLO UNIF 0.368
22 FORCE Z GLO UNIF 0.368
23 FORCE Z GLO UNIF 0.368

\$

\$ EN CABLES.

\$ "DESCARGAS EN LOS NODOS".

JOINT LOADS

5 FORCE Z 0.064
7 FORCE Z 0.155
9 FORCE Z 0.261
11 FORCE Z 0.379
13 FORCE Z 0.502
15 FORCE Z 0.634
17 FORCE Z 0.771
19 FORCE Z 1.123
21 FORCE Z 2.615
26 FORCE Z 2.910

\$

(Continua...)

\$ EN ANTENAS PARABOLICAS.

JOINT LOADS

24 FORCE Z 8.863

29 FORCE Z 8.976

\$

\$ EFECTO MOMENTO POR EXCENTRICIDAD DE CABLES "+Mx"

\$ DADO UN DESPLAZAMIENTO

\$

JOINT LOADS

5 MOMENT X 0.92482

7 MOMENT X 3.84845

9 MOMENT X 9.06440

11 MOMENT X 16.62673

13 MOMENT X 26.34518

15 MOMENT X 8.58251

(...Continuación)

17 MOMENT X 12.41736

19 MOMENT X 17.11514

21 MOMENT X 78.30784

26 MOMENT X 99.38706

\$

STIFFNESS ANALYSIS REDUCE BAND

LOAD LIST 1

UNITS METERS TON DEGRE

OUTPUT DECIMAL 3

LIST DISPLA

LIST FORCE

FINISH

Lo mismo que en procesamiento de los datos para la condición de deformación, el programa realiza exactamente lo mismo para la condición de resistencia, solo que lo hace con cargas mayores proporcionando un "archivo de salida" o "output" de desplazamientos y nuevamente, los datos nos servirán para evaluar las nuevas áreas y el módulo de elasticidad equivalente respectivo y otra vez se realizará en forma iterativa hasta encontrar dos archivos de salida prácticamente iguales.

Presentaremos sólo los datos que serán modificados en el archivo de entrada y el respectivo archivo de salida de los desplazamientos solicitados

Archivo de entrada para el procesamiento inicial:

```

PRIMER ANÁLISIS P/RESISTENCIA
$
$ AREAS MODIFICADAS.
$
MEMBER PROPERTIES
28 AX 0.0000828
29 AX 0.0000915
30 AX 0.0000999
31 AX 0.0001077
32 AX 0.0001149
33 AX 0.0001258
34 AX 0.0001361
35 AX 0.0002282
36 37 AX 0.0002410
38 39 AX 0.0005068
$
$ EFECTO MOMENTO POR EXCENTRICIDAD DE CABLES "+M*"
$ DADO UN DESPLAZAMIENTO
$
JOINT LOADS
5 MOMENT X 0.92482
7 MOMENT X 3.94845
9 MOMENT X 9.06440
11 MOMENT X 18.62973
13 MOMENT X 28.34518
15 MOMENT X 8.58251
17 MOMENT X 12.41736
19 MOMENT X 17.11514
21 MOMENT X 78.30784
26 MOMENT X 99.38708
$

```

Archivo de salida en el primer tanteo:

```

*****
*RESULTS OF LATEST ANALYSES*
*****
PRIMER ANÁLISIS P/RESISTENCIA
-----
-- LOADING - 1   CARGA MUERTA, DIR. -Y + VIENTO DIR.+Z
-----
RESULTANT JOINT DISPLACEMENTS FREE JOINTS
JOINT /-----DISPLACEMENT-----/
      X DISP.   Y DISP.   Z DISP.
5 GLOBAL   .000   -.003   .058
7 GLOBAL   .000   -.008   .107
9 GLOBAL   .000   -.009   .155
11 GLOBAL  .000   -.012   .205
13 GLOBAL  .000   -.014   .249
15 GLOBAL  .000   -.016   .262
17 GLOBAL  .000   -.018   .241
19 GLOBAL  .000   -.020   .223
21 GLOBAL  .000   -.022   .267
26 GLOBAL  .000   -.023   .363

```

Archivo de entrada para el segundo tanteo:

```
SEGUNDO ANÁLISIS P/RESISTENCIA
$
$ AREAS MODIFICADAS.
$
MEMBER PROPERTIES
28 AX 0.0000788
29 AX 0.0000828
30 AX 0.0000868
31 AX 0.0000904
32 AX 0.0000933
33 AX 0.0000874
34 AX 0.0000850
35 AX 0.0001311
36 37 AX 0.0001361
38 39 AX 0.0002960
$
$ EFECTO MOMENTO POR EXCENTRICIDAD DE CABLES "+Mx"
$ DADO UN DESPLAZAMIENTO
$
JOINT LOADS
5 MOMENT X 0.52123
7 MOMENT X 1.85421
9 MOMENT X 3.99446
11 MOMENT X 6.97817
13 MOMENT X 10.36464
15 MOMENT X 2.81463
17 MOMENT X 2.71797
19 MOMENT X 3.06831
21 MOMENT X 13.77097
26 MOMENT X 22.93752
$
```

Archivo de salida en el segundo tanteo:

```
*****
*RESULTS OF LATEST ANALYSES*
*****
-----
- LOADING - 1 CARGA MUERTA. DIR. -Y + VIENTO DIR.+Z
-----
RESULTANT JOINT DISPLACEMENTS FREE JOINTS
JOINT /-----DISPLACEMENT-----/
      X DISP.  Y DISP.  Z DISP.
5 GLOBAL .000 -.003 .065
7 GLOBAL .000 -.006 .125
9 GLOBAL .000 -.009 .190
11 GLOBAL .000 -.011 .270
13 GLOBAL .000 -.014 .357
15 GLOBAL .000 -.016 .435
17 GLOBAL .000 -.018 .488
19 GLOBAL .000 -.020 .509
21 GLOBAL .000 -.021 .510
26 GLOBAL .000 -.022 .499
```

Archivo de entrada para el tercer tanteo:

```

TERCER ANÁLISIS P/RESISTENCIA
$
$ AREAS MODIFICADAS.
$
MEMBER PROPERTIES
28 AX 0.0000794
29 AX 0.0000843
30 AX 0.0000895
31 AX 0.0000956
32 AX 0.0001017
33 AX 0.0001054
34 AX 0.0001103
35 AX 0.0001744
36 37 AX 0.0001737
38 39 AX 0.0003397
$
$ EFECTO MOMENTO POR EXCENTRICIDAD DE CABLES "+MX"
$ DADO UN DESPLAZAMIENTO
$
JOINT LOADS
5 MOMENT X 0.57901
7 MOMENT X 2.17789
9 MOMENT X 5.00174
11 MOMENT X 9.61099
13 MOMENT X 16.00622
15 MOMENT X 5.04755
17 MOMENT X 6.75920
19 MOMENT X 8.20591
21 MOMENT X 31.38902
26 MOMENT X 34.41739
$

```

Archivo de salida en el tercer tanteo:

```

*****
*RESULTS OF LATEST ANALYSES*
*****
-----
-- LOADING - 1  CARGA MUERTA DIR. -Y + VIENTO DIR.+Z
-----
RESULTANT JOINT DISPLACEMENTS FREE JOINTS
JOINT /-----DISPLACEMENT-----/
          X DISP.  Y DISP.  Z DISP.
5  GLOBAL  .000  -.003  .064
7  GLOBAL  .000  -.008  .120
9  GLOBAL  .000  -.009  .177
11 GLOBAL  .000  -.011  .239
13 GLOBAL  .000  -.014  .303
15 GLOBAL  .000  -.018  .350
17 GLOBAL  .000  -.018  .375
19 GLOBAL  .000  -.020  .389
21 GLOBAL  .000  -.021  .415
26 GLOBAL  .000  -.022  .443

```

Archivo de entrada para el cuarto tanteo:

```

CUARTO ANÁLISIS P/RESISTENCIA
$
$ AREAS MODIFICADAS
$
MEMBER PROPERTIES
28 AX 0.0000793
29 AX 0.0000839
30 AX 0.0000885
31 AX 0.0000931
32 AX 0.0000975
33 AX 0.0000919
34 AX 0.0000988
35 AX 0.0001557
36 37 AX 0.0001590
38 39 AX 0.0003217
$
$ EFECTO MOMENTO POR EXCENRICIDAD DE CABLES "+MX"
$ DADO UN DESPLAZAMIENTO
$
JOINT LOADS
5 MOMENT X 0.57057
7 MOMENT X 2.08692
9 MOMENT X 4.62096
11 MOMENT X 8.32462
13 MOMENT X 13.08713
15 MOMENT X 3.15760
17 MOMENT X 4.74073
19 MOMENT X 5.72091
21 MOMENT X 23.76809
26 MOMENT X 29.42374
$

```

Archivo de salida en el cuarto tanteo:

```

*****
*RESULTS OF LATEST ANALYSES*
*****
CUARTO ANÁLISIS P/RESISTENCIA
-----
--- LOADING - 1   CARGA MUERTA. DIR. -Y + VIENTO DIR.+Z
-----
RESULTANT JOINT DISPLACEMENTS FREE JOINTS
JOINT /-----DISPLACEMENT-----/
      X DISP.  Y DISP.  Z DISP.
5 GLOBAL .000  -.003  .064
7 GLOBAL .000  -.008  .122
9 GLOBAL .000  -.009  .184
11 GLOBAL .000  -.011  .255
13 GLOBAL .000  -.014  .329
15 GLOBAL .000  -.016  .389
17 GLOBAL .000  -.018  .422
19 GLOBAL .000  -.020  .437
21 GLOBAL .000  -.021  .451
26 GLOBAL .000  -.022  .462

```


Archivo de entrada para el quinto tanteo:

```

QUINTO ANÁLISIS P/RESISTENCIA
$
$ AREAS MODIFICADAS
$
MEMBER PROPERTIES
28 AX 0.0000793
29 AX 0.0000841
30 AX 0.0000890
31 AX 0.0000944
32 AX 0.0000996
33 AX 0.0001006
34 AX 0.0001037
35 AX 0.0001632
36 37 AX 0.0001646
38 39 AX 0.0003276
$
$ EFECTO MOMENTO POR EXCENTRICIDAD DE CABLES "+MX"
$ DADO UN DESPLAZAMIENTO
$
JOINT LOADS
5 MOMENT X 0.57057
7 MOMENT X 2.12321
9 MOMENT X 4.82502
11 MOMENT X 8.98156
13 MOMENT X 14.46807
15 MOMENT X 4.33811
17 MOMENT X 5.55747
19 MOMENT X 6.66734
21 MOMENT X 26.54526
26 MOMENT X 31.07617
$

```

Archivo de salida en el quinto tanteo:

```

LIST DISPLA
*****
*RESULTS OF LATEST ANALYSES*
*****
-----
-- LOADING - 1  CARGA MUERTA. DIR. -Y + VIENTO DIR.+Z
-----
RESULTANT JOINT DISPLACEMENTS FREE JOINTS
JOINT /-----DISPLACEMENT-----/
          X DISP.  Y DISP.  Z DISP.
5 GLOBAL .000  -.003  .064
7 GLOBAL .000  -.006  .121
9 GLOBAL .000  -.009  .180
11 GLOBAL .000  -.011  .248
13 GLOBAL .000  -.014  .315
15 GLOBAL .000  -.016  .369
17 GLOBAL .000  -.018  .400
19 GLOBAL .000  -.020  .436
21 GLOBAL .000  -.021  .436
26 GLOBAL .000  -.022  .455

```

Archivo de entrada para el sexto tanteo:

```
SEXTO ANÁLISIS P/RESISTENCIA
$
$ AREAS MODIFICADAS
$
MEMBER PROPERTIES
  28 AX 0.0000793
  29 AX 0.0000840
  30 AX 0.0000887
  31 AX 0.0000937
  32 AX 0.0000985
  33 AX 0.0000986
  34 AX 0.0001014
  35 AX 0.0001599
38 37 AX 0.0001623
38 39 AX 0.0003258
$
$ EFECTO MOMENTO POR EXCENTRICIDAD DE CABLES "+MX"
$ DADO UN DESPLAZAMIENTO
$
JOINT LOADS
  5 MOMENT X 0.57057
  7 MOMENT X 2.10505
  9 MOMENT X 4.70813
 11 MOMENT X 8.61019
 13 MOMENT X 13.71862
 15 MOMENT X 4.04138
 17 MOMENT X 5.16823
 19 MOMENT X 8.24547
 21 MOMENT X 25.37168
 28 MOMENT X 30.48239
$
```

Archivo de salida en el sexto tanteo:

```
LIST DISPLA
.....
"RESULTS OF LATEST ANALYSES"
.....
-----
- LOADING - 1 CARGA MUERTA. DIR. -Y + VIENTO DIR.+Z
-----
RESULTANT JOINT DISPLACEMENTS FREE JOINTS
JOINT /-----DISPLACEMENT-----/
      X DISP.  Y DISP.  Z DISP.
  5 GLOBAL  -0.000  -0.003  .064
  7 GLOBAL  -0.000  -0.006  .122
  9 GLOBAL  -0.000  -0.009  .181
 11 GLOBAL  -0.000  -0.011  .249
 13 GLOBAL  -0.000  -0.014  .320
 15 GLOBAL  -0.000  -0.016  .376
 17 GLOBAL  -0.000  -0.018  .408
 19 GLOBAL  -0.000  -0.020  .424
 21 GLOBAL  -0.000  -0.021  .442
 28 GLOBAL  -0.000  -0.022  .457
```

Archivo de entrada para el séptimo tanteo:

```
SEPTIMO ANÁLISIS P/RESISTENCIA
$
$ AREAS MODIFICADAS
$
MEMBER.PROPERTIES
28 AX 0.0000793
29 AX 0.0000841
30 AX 0.0000888
31 AX 0.0000939
32 AX 0.0000988
33 AX 0.0000993
34 AX 0.0001023
35 AX 0.0001611
36 37 AX 0.0001632
38 39 AX 0.0003262
$
$ EFECTO MOMENTO POR EXCENTRICIDAD DE CABLES "+MX"
$ DADO UN DESPLAZAMIENTO
$
JOINT LOADS
5 MOMENT X 0.57057
7 MOMENT X 2.12321
9 MOMENT X 4.73728
11 MOMENT X 8.73345
13 MOMENT X 13.98480
15 MOMENT X 4.14353
17 MOMENT X 5.30836
19 MOMENT X 6.41475
21 MOMENT X 25.83829
26 MOMENT X 30.63716
$
```

Archivo de salida en el séptimo tanteo:

```
LIST DISPLA
*****
*RESULTS OF LATEST ANALYSES*
*****
SEPTIMO ANÁLISIS P/RESISTENCIA
```

— LOADING - 1 CARGA MUERTA. DIR. -Y + VIENTO DIR. +Z

RESULTANT JOINT DISPLACEMENTS FREE JOINTS

JOINT	DISPLACEMENT		
	X DISP.	Y DISP.	Z DISP.
5 GLOBAL	.000	-.003	.084
7 GLOBAL	.000	-.006	.122
9 GLOBAL	.000	-.009	.181
11 GLOBAL	.000	-.011	.248
13 GLOBAL	.000	-.014	.318
15 GLOBAL	.000	-.016	.374
17 GLOBAL	.000	-.018	.405
19 GLOBAL	.000	-.020	.421
21 GLOBAL	.000	-.021	.440
26 GLOBAL	.000	-.022	.457

NOTA: PRACTICAMENTE MISMOS DESPLAZAMIENTOS QUE ANÁLISIS ANTERIOR.TERMINA PROCESO.

Aquí también, una vez encontrada la solución al sistema bajo la condición de resistencia con los valores de entrada últimos se realiza una nueva corrida requiriéndole al programa que proporcione las fuerzas en los miembros del modelo con el propósito de proceder con el diseño estructural. El archivo de salida es proporcionado por el programa en el siguiente formato:

```

*****
*RESULTS OF LATEST ANALYSES*
*****
PROBLEM - TORRE1R TITLE - SEPTIMO ANÁLISIS P/RESISTENCIA
ACTIVE UNITS M TON DEG DEG SEC
-----
-- LOADING - 1 CARGA MUERTA. DIR. -Y + VIENTO DIR.+Z
-----
AXIAL SHEAR Y SHEAR Z TORSIONAL BENDING Y BENDING Z

-- LOADING - 1 CARGA MUERTA. DIR. -Y + VIENTO DIR.+Z
-----
RESULTANT JOINT LOADS SUPPORTS
JOINT /----- FORCE -----/ /----- MOMENT -----/
X FORCE Y FORCE Z FORCE X MOMENT Y MOMENT Z MOMENT
1 GLOBAL -.000 50.344 -.626 -.000 .000 .000
2 GLOBAL -.000 -5.027 -7.532 -.000 -.000 .000
3 GLOBAL .000 -18.145 -22.109 -.000 -.000 .000

LIST FORCE
*****
*RESULTS OF LATEST ANALYSES*
*****
PROBLEM - TORRETR TITLE - SEPTIMO ANÁLISIS P/RESISTENCIA
ACTIVE UNITS M TON DEG DEG SEC

(MASTIL)
-----
-- LOADING - 1 CARGA MUERTA. DIR. -Y + VIENTO DIR.+Z
-----
MEMBER FORCES
MEMBER JOINT /----- FORCE -----/ /----- MOMENT -----/
AXIAL SHEAR Y SHEAR Z TORSIONAL BENDING Y BENDING Z
1 1 74.843 -1.339 -.000 .000 .000 -.000
1 4 -73.865 .183 .000 -.000 -.000 -4.504
2 4 73.865 -.183 -.000 .000 .000 4.504
2 5 -72.887 -1.013 .000 -.000 -.000 -1.953
3 5 72.189 -.700 -.000 .000 .000 2.517
3 6 -71.211 -.814 .000 -.000 -.000 -2.777
4 6 71.211 .814 -.000 .000 .000 2.777
4 7 -70.233 -1.928 .000 -.000 -.000 4.847
5 7 68.882 -.921 -.000 .000 .000 -2.728
5 8 -67.904 -.597 .000 -.000 -.000 1.755
6 8 67.904 .597 -.000 .000 .000 -1.755
6 9 -66.926 -2.115 .000 -.000 -.000 9.889
7 9 64.553 -1.307 -.000 .000 .000 -5.156
7 10 -63.575 -.381 .000 -.000 -.000 2.318
8 10 63.575 .381 -.000 .000 .000 -2.318
8 11 -62.597 -2.029 .000 -.000 -.000 9.489
9 11 59.215 -1.596 -.000 .000 .000 -.759
9 12 -58.237 -.182 .000 -.000 -.000 -3.452
10 12 58.237 .182 -.000 .000 .000 3.452
10 13 -57.259 -1.980 .000 -.000 -.000 3.066
11 13 53.078 -1.502 -.000 .000 .000 10.918
11 14 -52.100 -.388 .000 -.000 -.000 -14.259
12 14 52.100 .388 -.000 .000 .000 14.259
12 15 -51.122 -2.278 .000 -.000 -.000 -6.260
13 15 48.454 -1.279 -.000 .000 .000 10.402
(Continua...)

```

(...Continuación)

13	16	-47.476	-707	.000	-0.000	-0.000	-12.119
14	16	47.476	.707	-0.000	.000	.000	12.119
14	17	-46.498	-2.693	.000	-0.000	-0.000	-1.920
15	17	43.476	-657	-0.000	.000	.000	7.229
15	18	-42.498	-1.407	.000	-0.000	-0.000	-4.980
16	18	42.498	1.407	-0.000	.000	.000	4.980
16	19	-41.520	-3.471	.000	-0.000	-0.000	9.652
17	19	38.594	-1.302	-0.000	.000	.000	-3.237
17	20	-35.616	-834	.000	-0.000	-0.000	1.835
18	20	35.616	834	-0.000	.000	.000	-1.835
18	21	-34.638	-2.970	.000	-0.000	-0.000	13.250
19	21	24.029	-5.192	-0.000	.000	.000	1.745
19	24	-23.703	4.456	.000	-0.000	-0.000	-11.392
20	24	23.159	4.407	-0.000	.000	.000	11.392
20	25	-22.507	-5.879	.000	-0.000	.000	9.180
21	25	22.507	5.879	-0.000	.000	-0.000	-9.180
21	26	-22.018	-6.983	.000	-0.000	.000	28.473
22	26	1.033	-10.080	-0.000	.000	-0.000	-19.608
22	29	-707	9.344	.000	.000	.000	.184
23	29	.163	-368	-0.000	.000	.000	-184
23	30	.000	.000	.000	-0.000	.000	-0.000

(ESTRELLA ANTITORSION)

--- LOADING - 1 CARGA MUERTA, DIR. -Y + VIENTO DIR.+Z

MEMBER FORCES

MEMBER	JOINT	FORCE			MOMENT		
AXIAL SHEAR Y SHEAR Z TORSIONAL BENDING Y BENDING Z							
24	21	-2.617	4.518	4.711	.000	-11.312	10.850
24	22	2.617	-4.518	-4.711	-0.000	.001	.000
25	21	-2.617	4.518	-4.711	-0.000	11.312	10.850
25	23	2.617	-4.518	4.711	.000	.001	.000
26	26	-4.851	9.072	8.731	.000	-20.965	21.783
26	27	4.851	-9.072	-8.731	-0.000	.001	.001
27	26	-4.851	9.072	-8.731	-0.000	20.965	21.783
27	28	4.851	-9.072	8.731	.000	.001	.001

(CABLES $\phi = 1/2"$)

--- LOADING - 1 CARGA MUERTA, DIR. -Y + VIENTO DIR.+Z

MEMBER FORCES

MEMBER	JOINT	FORCE			MOMENT		
AXIAL SHEAR Y SHEAR Z TORSIONAL BENDING Y BENDING Z							
28	2	-1.813	-0.000	.000	0.000	-0.000	-0.002
28	5	1.813	.000	-0.000	0.000	-0.000	-0.006
29	2	-3.235	-0.000	.000	0.000	-0.000	-0.001
29	7	3.235	.000	-0.000	0.000	.000	-0.005
30	2	-4.295	-0.000	.000	0.000	-0.000	-0.000
30	9	4.295	.000	-0.000	0.000	.000	-0.004
31	2	-5.127	-0.000	.000	0.000	-0.000	-0.001
31	11	5.127	.000	-0.000	0.000	.000	-0.003
32	2	-5.634	.000	.000	0.000	-0.000	.002
32	13	5.634	-0.000	-0.000	0.000	.000	-0.001
33	3	-4.791	-0.000	.000	0.000	-0.000	-0.001
33	15	4.791	.000	-0.000	0.000	-0.000	-0.001

(CABLES $\phi = 3/8"$)

--- LOADING - 1 CARGA MUERTA, DIR. -Y + VIENTO DIR.+Z

MEMBER FORCES

MEMBER	JOINT	FORCE			MOMENT		
AXIAL SHEAR Y SHEAR Z TORSIONAL BENDING Y BENDING Z							
34	3	-4.907	-0.000	.000	0.000	-0.000	-0.000
34	17	4.907	.000	-0.000	0.000	-0.000	-0.000

(Continúa...)

(...Continuación)

35	3	-7.328	.000	.000	0.000	-0.000	.000
35	19	7.328	-.000	-.000	0.000	-0.000	.000

(CABLES $\phi = 7/8"$)

--- LOADING - 1 CARGA MUERTA, DIR -Y + VIENTO DIR.+Z

MEMBER FORCES

MEMBER	JOINT	1	FORCE	2	3	4	MOMENT	5	6
			AXIAL SHEAR Y	SHEAR Z	TORSIONAL	BENDING Y	BENDING Z		
36	3	-7.033	.000	-.000	0.000	.000	.000		
36	22	7.033	-.000	.000	0.000	.001	.000		
37	3	-7.033	.000	.000	0.000	-.000	.000		
37	23	7.033	-.000	-.000	0.000	-.001	.000		
38	3	-13.493	.000	-.000	0.000	.001	.000		
38	27	13.493	-.000	.000	0.000	.001	.000		
39	3	-13.493	.000	.000	0.000	-.001	.000		
39	28	13.493	-.000	-.000	0.000	-.001	.000		

FINISH

CAPÍTULO 4

DISEÑO ESTRUCTURAL DE LA TORRE

CAPÍTULO 4.

DISEÑO ESTRUCTURAL DE LA TORRE.

Con el objeto de tener una mejor conceptualización del diseño estructural se deben definir los criterios que nos ayuden a la mejor selección de los perfiles que serán utilizados durante el diseño, lo que requiere conocer con exactitud las condiciones de trabajo de cada uno de los elementos estructurales y las cargas que les ocasionarán el mayor esfuerzo. Un ejemplo: en el mástil los miembros estructurales se someten a diferentes trabajos como son la tensión y la compresión en la celosía y en las patas o largueros, la flexión y el cortante en las placas de conexión. Exactamente lo mismo sucede en los miembros estructurales de la estrella antitorsión. En el diseño de los elementos de acero recurriremos a los Reglamentos del American Institute of Steel Construction⁽¹³⁾ y del Manual de la Comisión Federal de Electricidad⁽⁸⁾ en su parte de Estructuras, Sección C, Tema 2, Cap. 3. Para el diseño de los cables seguiremos los requerimientos del Manual de la Comisión Federal de Electricidad⁽⁴⁾ y de la norma 2.1 del Electrical Industries Association Standard⁽⁷⁾ y utilizaremos la tensión en cada cable obtenida del último análisis de la torre bajo la condición de resistencia. La cimentación será diseñada por los requerimientos del Manual de la Comisión Federal de Electricidad⁽⁴⁾ y del Reglamento del American Concrete Institute⁽¹⁴⁾.

Diseño del mástil.

Consideremos al mástil como una columna bajo carga axial y sometido a flexión y calculemos su longitud efectiva o máxima de pandeo utilizando la carga crítica de Euler:

$$P_{cr} = A \sigma_{cr} \dots \dots \dots \text{ec. (4.1).}$$

Donde: "A" es el área transversal de la sección del mástil y " σ_{cr} " es el esfuerzo máximo a compresión que vale:

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 E}{\left(\frac{KL}{r}\right)^2} \dots \text{ec. (4.2).}$$

Es importante mencionar que para aplicar la fórmula de Euler se requiere que la relación de esbeltez KL/r sea mayor o igual al límite mínimo de la esbeltez mecánica $C_c = \sqrt{2 \pi^2 E / F_y}$ y que para nuestro caso el módulo de elasticidad del acero vale $2.1 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$ asimismo, el límite de proporcionalidad "Fy" vale $2,530 \text{ kg/cm}^2$ por lo que C_c adquiere un valor de 128.

Si sustituimos los valores obtenidos en la ecuación (4.2), el esfuerzo máximo permitido es:

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 2.1 \times 10^6}{(128)^2} = 1,265 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

La rigidez de los puntos de retén o apoyos elásticos está valuada por la siguiente

ecuación:
$$K_{id} = \frac{4P_{cr}}{L} \dots\dots\dots ec. (4.3).$$

Donde P_{cr} = es la carga crítica de Euler.
 L = es la longitud entre apoyos.

Considerando que los reglamentos anteriormente mencionados permiten que bajo condiciones de accidente el esfuerzo se incremente en un tercio, entonces el esfuerzo accidental permitido vale:

$$\sigma_{cr\ acc.} = 1.33 \times 1\ 265 = 1\ 683\ kg/cm^2$$

Sustituyendo este valor en la ecuación (4.3) podemos obtener la rigidez necesaria para evitar el pandeo del mástil:

$$K_{id} = \frac{4\ A\ \sigma_{cr.}}{L} = \frac{4\ A\ \times\ 1683.00}{L} = \frac{6\ 732\ A}{L}$$

Donde "A" es el área de la sección del mástil = 128.7 cm².

Aquí recordemos que la rigidez es una constante que se evalúa al dividir el cortante actuante en cada nivel entre el desplazamiento correspondiente.

Tomando los valores del último análisis en la siguiente tabla se muestra el valor de la rigidez respectiva en cada tramo del mástil.

RIGIDEZ DE CADA TRAMO DEL MASTIL.

Tabla 4.1

Del nivel [m]	Al nivel [m]	Nodo No.	Cortante V [Ton]	Desplazamiento Δ_{TOTAL} [m]	Kreal V/ Δ_{REL} [Ton/m]
0	12	5	1.013+0.700=1.713	0.064	26.76
12	24	7	1.928+0.921=2.849	0.122	25.35
24	36	9	3.422	0.181	18.91
36	48	11	3.625	0.248	14.62
48	60	13	3.482	0.318	10.95
60	72	15	3.557	0.374	9.41
72	84	17	3.350	0.405	8.27
84	96	19	4.772	0.421	11.33
96	108	21	8.162	0.440	18.55
108	117	26	17.063	0.457	37.34

Con los valores obtenidos en esta tabla y utilizando la ecuación (4.4), que se indica en la siguiente hoja, podemos obtener las longitudes efectivas o de pandeo máximo en cada tramo del mástil.

$$L_{MAX} = \frac{4 \sigma_{cr} A}{K_{real}} = \frac{6732 \times A}{K_{real}} \dots\dots\dots \text{ec. (4.4)}$$

Se debe tener especial cuidado en el manejo de las unidades, en la ecuación anterior se tienen unidades de Kg y cm. En la siguiente tabla utilizaremos unidades en toneladas y metros por lo que el término "6732 A" se afectará para hacerlo compatible con las unidades de los demás términos.

LONGITUD EFECTIVA EN CADA TRAMO. Tabla 4.2

Nivel	Nodo	K_{real}	67320 A	$L_{m\acute{a}x}$
[m]	Nº	[Ton/m]	[Ton]	[m]
12	5	26.76	866.408	32.38
24	7	25.35	866.408	24.51 (*)
36	9	18.91	866.408	45.82
48	11	14.62	866.408	59.26
60	13	10.95	866.408	79.12
72	15	9.41	866.408	92.07
84	17	8.27	866.408	104.77
96	19	11.33	866.408	76.47
108	21	18.55	866.408	46.71
117	26	37.34	866.408	23.20

Según los datos de la tabla anterior el mástil puede ser diseñado para varias longitudes máximas de pandeo. En nuestro caso supondremos que la torre podría sufrir el fallo de uno de los cables por lo que en su diseño tomaremos la longitud obtenida más pequeña y será la representativa de todos los tramos del mástil. Diseñaremos con $L_{m\acute{a}x} = 24.51$ m.

Cálculo de la Carga Crítica.

En los cálculos que a continuación se realizarán se consideran los criterios que aparecen en la sección C.2.3. Estructuras para Transmisión de Energía Eléctrica del Manual de Diseño de Obras Civiles de la Comisión Federal de Electricidad⁽⁸⁾, Parte 3.4:

Si: $k = 1.0$
 $L = 24.51$ m.
 $r = 0.49$ m.

La relación de esbeltez es:

$$\frac{KL}{r} = \frac{10 \times 24051}{0.49} = 50.02 < 128.00$$

De acuerdo con lo arriba mencionado se aplica la ecuación (III.18) del Manual de C.F.E.⁽⁸⁾ misma que se muestra en la hoja siguiente y que para propósitos de referencia le es asignado un número en este trabajo.

$$R_c = F_R \left[1 - \frac{(KL/r)^2}{2c^2} \right] f_y A Q_s \dots \dots \text{ec. (4.5)}$$

- Donde:
- R_c = resistencia a la tensión, en kg.
 - A = Área neta de la sección transversal, en cm. (128.7 cm²)
 - KL/r = Relación de esbeltez, adimensional.
 - F_R = Factor de reducción de resistencia que vale 0.85 cuando $KL/r < C_c$ y 0.75 para $KL/r \geq C_c$.
 - $Q_s = 1.0$
 - f_y = esfuerzo de fluencia, en kg/cm²

Sustituyendo los valores anteriormente indicados en ecuaciones (4.5) y (4.6) se tiene que la carga crítica vale:

$$R_c = 0.75 \left[1 - \frac{50.02}{2(128)^2} \right] 2,530 \times 128.7 \times 10 = 243\,836.00 \text{ kg}$$

Reducción de la carga crítica.

Debido a la deformación que se presenta en la celosía la carga crítica se reduce mediante las siguientes expresiones:

$$P_{cr} = \frac{P_c}{1 + \frac{P_c}{fr}} \dots \dots \text{ec. (4.6)}$$

$$\frac{1}{fr} = \frac{1}{\cos \phi \sin^2 \phi A_d E_d} \dots \dots \text{ec. (4.7)}$$

- Donde:
- P_{cr} = Carga Crítica Reducida.
 - P_{ci} = Carga Crítica inicial.
 - ϕ = Angulo de inclinación de la celosía.
 - a = Distancia vertical.
 - b = Distancia horizontal.
 - A_d, A_b = (Área de 2 tubos «i», $e = 0.51$ cm.)
= $2 \times 6.9 = 13.8$ cm.
 - E_d, E_b = 2.1×10^8 kg/cm²

Tramo de celosía:

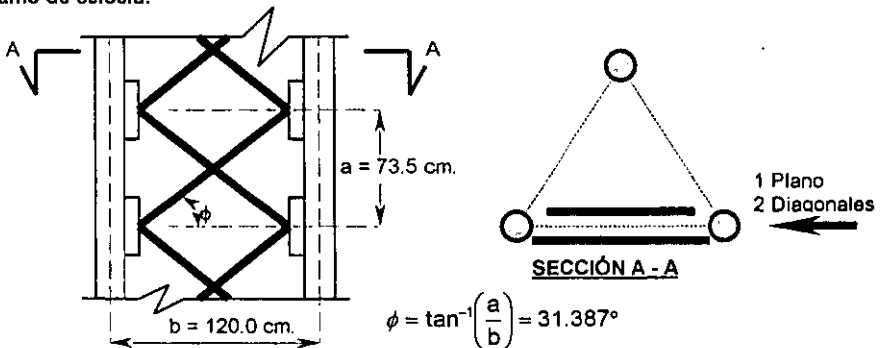


Figura 4.1

Considerando sólo una cara de la sección y sustituyendo valores en la ecuación (4.7):

$$\frac{1}{f_r} = \frac{1}{\cos(31.387) \operatorname{sen}^2(31.387) (13.8) (2.1 \times 10^6)} = \frac{1}{6,741,903}$$

Carga crítica reducida:

Sustituyendo en la ecuación (4.6):

$$P_{cr} = \frac{243,836}{1 + \frac{243,836}{6,741,903}} = 243,748 \text{ kg}$$

Momento y cortante debido a una deflexión inicial.

En el Manual de la C.F.E.⁽⁶⁾ se considera que el mástil no es perfectamente recto y que sus tramos presentan una deflexión inicial por lo que respecto al centro del mismo se desarrollarán un momento flexionante y un cortante máximo, evaluados por las siguientes ecuaciones:

$$M_f = \frac{P_u f}{1 - \frac{P_u}{P_{cr}}} \dots\dots\dots \text{ec. (4.8) y}$$

$$Q_f = \frac{P_u f \left(\frac{\pi}{L}\right)}{1 - \frac{P_u}{P_{cr}}} \dots\dots\dots \text{ec. (4.9)}$$

Donde: P_u = Carga actuante en columna, en kg.
 f = Deflexión inicial, en cm. y que para fines de diseño se puede considerar igual a $L/500$.

Del 7° análisis para la condición de resistencia:

$$P_u = 74,643 \text{ kg.}$$

Sustituyendo en la ecuación (4.8):

$$M_f = \frac{74,643 \times 24.51 / 500}{1 - \frac{74,643}{246,748}} = 5,246 \text{ kg - cm.}$$

Sustituyendo en la ecuación (4.9):

$$Q_f = \frac{74,643 \times 24.51 / 500 \left(\frac{\pi}{24.51}\right)}{1 - \frac{74,643}{246,748}} = 672 \text{ kg.}$$

En el Manual de la Comisión Federal de Electricidad⁽⁸⁾ se considera que la acción del viento sobre el mástil genera un momento flexionante que es amplificado al interactuar la carga axial y esta amplificación se evalúa mediante la siguiente expresión:

$$Mq = \frac{qL^2}{8} \lambda(\mu) \dots \text{ec. (4.10)}$$

En esta ecuación " $\frac{qL^2}{8}$ " es el momento flexionante originado por el empuje del viento y " $\lambda(\mu)$ " es un factor de amplificación que vale:

$$\lambda(\mu) = \frac{2(1 - \cos \mu)}{\mu^2 \cos \mu} \dots \text{ec. (4.11)}$$

$$\text{Donde: } \mu = \sqrt[3]{\frac{P_u}{P_{cr}}} \dots \text{ec. (4.12)}$$

Se puede suponer que el momento flexionante es el obtenido en el último análisis bajo la condición de resistencia del modelo de la torre, por lo que consideraremos que " $\frac{qL^2}{8}$ " es igual a 1,425,900 kg-cm. con el que se valorarán las ecuaciones anteriores.

$$\mu = \sqrt[3]{\frac{74,643}{243,748}} = 0.15584$$

Así, el factor de amplificación valdrá:

$$\lambda(\mu) = \frac{2[1 - \cos(0.15584)]}{(0.15584)^2 \cos(0.15584)} = 3.0418 \times 10^{-4}$$

y el momento amplificado será:

$$Mq = 1,425,900 \times 3.0418 \times 10^{-4} = 434.4 \text{ kg-cm.}$$

También en el Manual de la Comisión Federal de Electricidad⁽⁸⁾ se considera que simultáneamente se genera un cortante máximo en el extremo del tramo del mástil, el que se evalúa mediante la siguiente ecuación:

$$Qq = \frac{qL}{2\mu} \tan \mu \dots \text{ec. (4.13)}$$

Para nuestro caso, de la consideración donde el momento flexionante es $M = \frac{qL^2}{8}$, si despejamos el término "q L" se tiene que éste es igual a " $\sqrt{8M}$ ", sustituyendo el valor de "M" se tiene que "q L = $\sqrt{8 \times 1,425,900} = 3,377 \text{ kg-cm.}$ "

El cortante máximo en el extremo del tramo es:

$$Qq = \frac{3,377}{2(0.394436)} \tan(0.394436) = 30 \text{ kg.}$$

Los elementos mecánicos finales son determinados superponiendo todos los efectos que hasta aquí hemos calculado. En el mencionado Manual se establecen las siguientes expresiones para los elementos mecánicos definitivos:

$$M_d = M_f + M_q + M_{act} \dots \dots \dots \text{ec. (4.14).}$$

$$Q_d = Q_f + Q_q + Q_{act} \dots \dots \dots \text{ec. (4.15)}$$

Sustituyendo valores:

Momento definitivo de diseño:

$$M_d = 5\,246 + 434 + 1\,425\,900 = 1\,431\,580 \text{ kg-cm.}$$

Cortante definitivo de diseño:

$$Q_d = 672 + 30 + 10\,080 = 10\,782 \text{ kg.}$$

Respecto a estos valores, debo aclarar que los indicados como elementos mecánicos actuantes, son los máximos obtenidos en el último análisis efectuado. Se toman así para iniciar la fase de diseño local de los miembros y sólo se tendrán que reevaluar si se presentan problemas de escasez durante la revisión correspondiente.

Diseño de patas o largueros del mástil.

El mástil se diseñará como si fuera una armadura utilizando el método de los esfuerzos permisibles siguiendo los requerimientos del Reglamento del Instituto Mexicano de la Construcción en Acero, A.C. (I.M.C.A.)⁽¹⁾ y del American Institute Steel of Construction (A.I.S.C.)⁽¹³⁾.

Revisión del larguero como parte integral del tramo del mástil.

Si la relación f_a/F_a del miembro estructural es menor o igual a 0.15 se puede cumplir la siguiente ecuación de interacción de esfuerzos:

$$\frac{f_a}{F_a} + \frac{f_b}{F_b} \leq 10 \dots \dots \dots \text{ec. (4.16)}$$

Donde:

" f_a " es el esfuerzo de compresión y que es igual a la carga axial entre el área ($f_a = \frac{P}{A}$).....ec. (4.17)

" f_b " es el esfuerzo a flexión y se valora como el momento flexionante dividido por el módulo de la sección correspondiente ($f_b = \frac{m}{S}$).....ec. (4.18) y

F_a y F_b son los esfuerzos permisibles.

Evaluando a " f_a ":

$$f_a = \frac{P}{A} = \frac{74\,643}{128.70} = 580.0 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} .$$

Si para la sección del mástil $K = 1.0$, $L = 24.51 \text{ m.}$ y $r = 49.11 \text{ cm.}$ lo que da $KL/r = 50.0$, entonces el esfuerzo permisible a compresión es $F_a = 1293.0 \text{ kg/cm}^2$.

La relación $\frac{fa}{Fa} = \frac{580.0}{1,293.0} = 0.44$ es mayor que 0.15 por lo tanto se requiere

cumplir con la ecuación $\frac{fa}{Fa} + \frac{Cm fb}{(1 - \frac{fa}{F'e}) Fb} \leq 1.0$, donde conservadoramente $Cm = 1.0$,

y donde

$$F'e = \frac{12 \pi^2 E}{23 \left(\frac{KL_b}{r_b}\right)^2} = \frac{12 \pi^2 \times 2.1 \times 10^6}{23 \left(\frac{1.0 \times 2,451}{49.11}\right)^2} = 4,341 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

si consideramos que $Fb = 0.6 \times Fy = 0.6 \times 2,530 = 1,520 \text{ kg/cm}^2$, entonces:

$$\frac{580}{1,293} + \frac{1.0 \times 319.6}{\left(1 - \frac{580}{4,341}\right) 1,520} = 0.69 < 1.0$$

Por lo tanto la sección del tubo para el larguero trabaja al 69% y es aceptable.

Revisión local del larguero del mástil.

Tramo de larguero para revisión local:

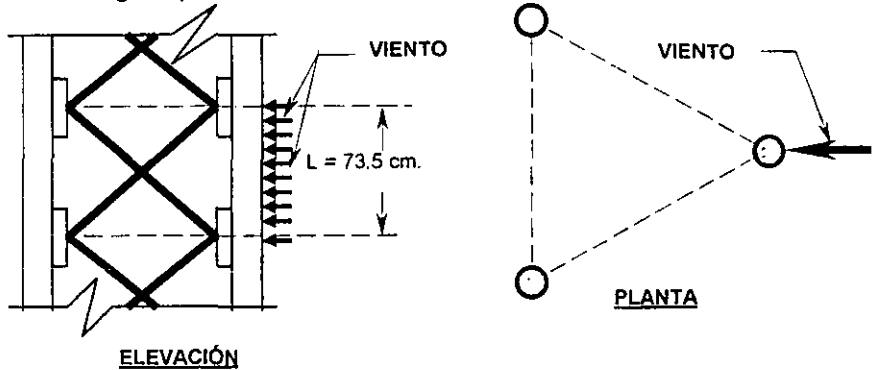


Figura 4.2

Del capítulo 1, tabla 1.11, consideremos los siguientes datos para el tubo $\phi = 4"$ (10.2 cm.):

$$\begin{aligned} \text{Area} &= 42.9 \text{ cm}^2 \\ \text{Módulo de Sección} &= 96.7 \text{ cm}^3 \end{aligned}$$

Si la presión máxima del viento es de 678 kg/m^2 ; la carga por metro lineal será $w = 678 \times 0.102 \times 1.0 = 69.16 \text{ kg/m}$; considerando que el tubo que está del lado del barlovento, entonces se encuentra a compresión y por tanto se requiere calcular su

relación de esbeltez:

$$\left. \begin{aligned} k &= 0.5 \\ L &= 73.5 \text{ cm} \\ r &= 3.6 \text{ cm} \end{aligned} \right\} \frac{kL}{r} = 10.21$$

Sustituyendo este valor en las ecuaciones del American Institute Steel Construction, resulta un esfuerzo permisible a la compresión de $1,486 \text{ kg/cm}^2$.

Ahora valoremos la carga axial y el momento flexionante que actúan localmente en el larguero.

Si consideramos la carga de la última corrida:

$$P_u = 74,643 \text{ kg.}$$

y el momento que se calculó con las ecuaciones (4.14):

$$M_d = 1,431,580 \text{ kg-cm. y}$$

En el tramo de tubo se tendrán los siguientes elementos mecánicos:

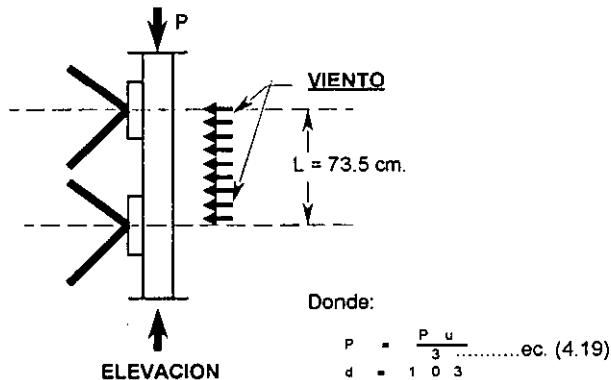


Figura 4.2.a.

Sustituyendo valores en la ecuación anterior se tiene:

$$P = \frac{74,643}{3} + \frac{1,431,580}{103.9} = 38,656 \text{ kg}$$

Por la carga de viento se produce un pequeño momento flexionante que se evalúa con la siguiente expresión:

$$m = \frac{\omega L^2}{12} \quad \text{Donde: } \omega = 0.6916 \text{ kg/cm.}$$

$L = 73.5 \text{ cm.}$

Sustituyendo valores:

$$m = \frac{0.6919 \times 73.5^2}{12} = 311.5 \text{ kg-cm}$$

El esfuerzo a flexión en el tubo será:

$$f_b = \frac{m}{S} = \frac{311.5}{96.7} = 3.2 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

Valoremos el esfuerzo a compresión actuante en el tubo:

$$f_a = \frac{P}{A} = \frac{38,656}{42.9} = 901 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

Revisemos ahora que la relación $f_a/F_a \leq 0.15$:

$$\frac{f_a}{F_a} = \frac{901}{1,426} = 0.602 > 0.15$$

Se requiere satisfacer la siguiente expresión:
$$\frac{fa}{Fa} + \frac{Cmfb}{\left(1 - \frac{fa}{F'_c}\right) F_b} \leq 1.0$$

Donde $Cm = 1.0$ y $F'_c = \frac{12 \pi^2 E}{23 \left(\frac{KL_b}{r_b}\right)^2} = \frac{12 \pi^2 \times 2.1 \times 10^6}{23 \left(\frac{0.5 \times 73.5}{0.49}\right)^2} = 1,922 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$

si consideramos nuevamente que $F_b = 0.6 \times F_y = 0.6 \times 2,530 = 1,520 \text{ kg/cm}^2$, entonces:

$$\frac{901}{1,426} + \frac{1.0 \times 3.2}{\left[1 - \frac{901}{1,922}\right] 1,520} = 0.64 < 1.0$$

Localmente la sección del tubo trabaja al 64% y por tanto es aceptable.

Diseño de la Celosía

La celosía es para el mástil de la torre lo que son las diagonales y montantes para una armadura: es la parte de la estructura que se encarga de absorber el cortante que aparece en cada punto de retén. En su diseño o revisión seguiremos los requerimientos del Manual de la Comisión Federal de Electricidad⁽⁶⁾.

Sección de mástil para evaluación de la celosía.

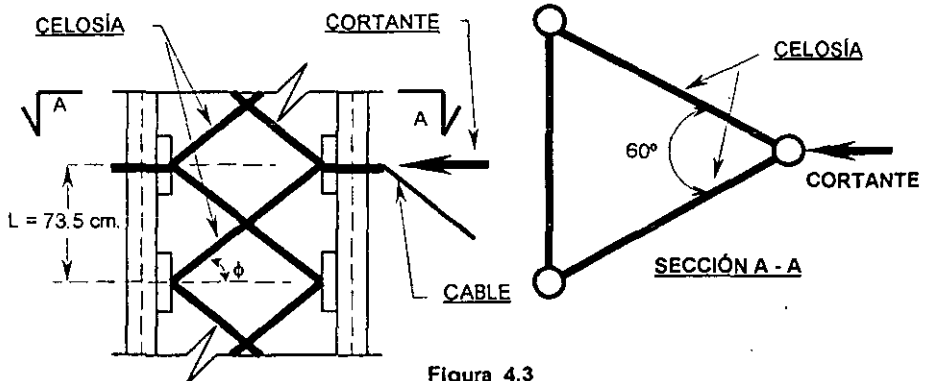


Figura 4.3

Como se observa en la figura anterior el cortante es tomado por cuatro barras de la celosía: dos salen de las placas de conexión hacia arriba y dos salen hacia abajo. Siguiendo el criterio del Manual de C.F.E. antes citado, se tiene que la celosía deberá resistir la proyección del cortante " Q_d " o el 2.5% de la fuerza axial " P_u " que actúa en el mástil. El valor que resulte mayor (Q_d) será el que determinará el diseño, es decir:

$$Q = Q_d \text{ ó } Q = 0.025 P_u \dots \text{ec. (4.19).}$$

Por lo que la carga axial en la celosía será igual a:

$$P_{u_{c1}} = \frac{Q_i}{4 \operatorname{sen} \phi \cos 30^\circ} \dots \text{ec. (4.20).}$$

De la tabla 4.1:

$$Q_d = 17,063 \text{ kg} \quad (\text{RIGE})$$

$$0.025 P_{u_1} = 0.025 \times 74,643 = 1,866 \text{ kg.}$$

Sustituyendo en la ecuación (4.20) la carga axial para este tramo es:

$$P_{u_{c1}} = \frac{17,063}{4 \operatorname{sen} \phi \cos 30^\circ};$$

$$\text{Donde: } \phi = \tan^{-1} \left(\frac{103.9}{73.5} \right) = 54,734^\circ$$

$$P_{u_{c1}} = \frac{17,063}{4 \operatorname{sen} (54.734^\circ) \cos 30^\circ} = 6,033 \text{ kg.}$$

Ahora se calcula la capacidad a compresión de la celosía y se compara con las cargas axiales antes obtenidas.

De la figura 4.3 y considerando que la celosía será de tubo de 1 1/2" ϕ (0.51 cm.), entonces su relación de esbeltez será:

$$\left. \begin{array}{l} A = 6.9 \text{ cm}^2 \\ k = 10 \\ L = \sqrt{73.52 + 1202} = 140.7 \text{ m} \\ r = 1.5 \text{ cm.} \end{array} \right\} \frac{kL}{r} = \frac{10 \times 140.7}{15} = 93.8$$

Lo que nos da un esfuerzo permisible a compresión de 967 kg/cm² el que puede ser incrementado un 33% para adquirir un valor de 1,286 kg/cm².

Si la capacidad del perfil "Na" se define por la multiplicación del área del perfil por el esfuerzo permisible, entonces tenemos que la capacidad de cada tubo de nuestra celosía es igual a 6.9 x 1,286 = 8,874 kg que resulta ser mayor que la carga $P_{u_{c1}} = 6,033 \text{ Kg}$, por tanto, se concluye que **el perfil propuesto es aceptable**.

Placas de conexión entre los tramos del mástil.

El criterio para la revisión de las placas de conexión entre los tramos del mástil será el siguiente: se revisarán considerando que simultáneamente trabajan a tensión y cortante, tal como se muestra en la figura siguiente:

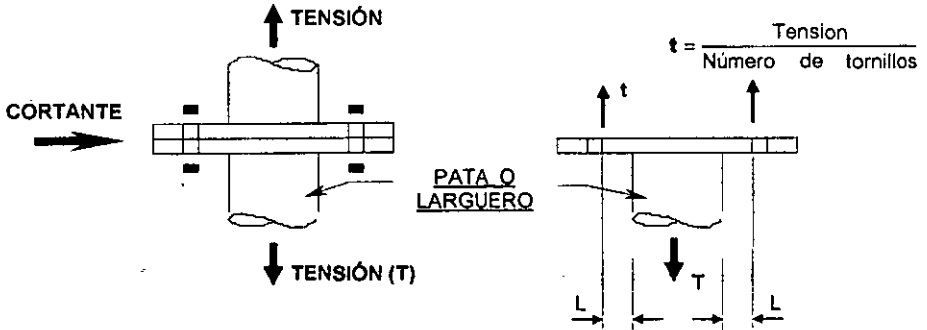


Figura 4.4

Si se tienen 4 tornillos en cada brida o unión, al borde del tubo se presenta el siguiente momento flexionante:

$$M_{pl} = 2 \frac{TL}{4} = \frac{TL}{2} \dots\dots\dots ec. (4.20).$$

Donde "T" es la tensión en el tubo y "L" es la distancia del borde del tubo al centro del tornillo de sujeción.

Es importante definir primero lo que se requiere para determinar las dimensiones de la placa de conexión, para esto comenzaremos con el espesor, el cual se puede determinar mediante la siguiente expresión:

$$t = \sqrt{\frac{6M}{bF_b}} \dots\dots\dots ec. (4.21)$$

Si la placa tiene un ancho de 30 cm. y $F_b = 1.33 \times 0.6 F_y = 2,019 \text{ kg/cm}^2$:

$$t = \sqrt{\frac{6M}{30 \times 2,019}} = \sqrt{\frac{6M}{60,568}}$$

Sustituyendo el valor de "L" que es 5 cm. en la ecuación (4.21), se tiene:

$$t = \sqrt{\frac{6 \left(T \frac{5}{2} \right)}{60,568}} = \sqrt{\frac{T}{4,038}} \dots\dots\dots ec. (4.22)$$

Donde "T" es la tensión que se origina en las patas de sotavento.

Determinación de tensión en la placa de conexión.

Considerando la siguiente figura y obteniendo momentos respecto al eje "A":

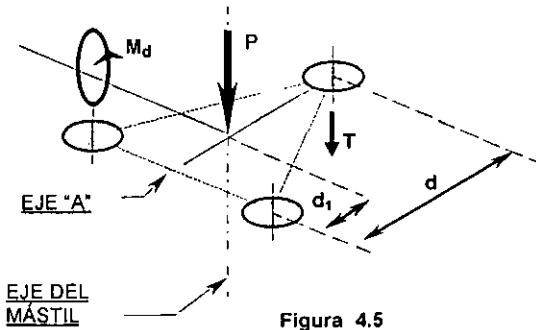


Figura 4.5

$$\sum M_A = M_d - Pd_1 - Td = 0$$

Despejando "T":

$$T = \frac{M_d - Pd_1}{d}$$

Si \$d = 104.0\$ cm, y \$d_1 = 69.3\$ cm.:

$$T = \frac{M_d - 69.3 P}{103.9} \dots\dots\dots \text{ec. (4.23).}$$

Utilizando las ecs. (4.22) y (4.23) y los datos de la última corrida para resistencia, para el nodo "26" se define el siguiente valor:

$$T = \frac{2,847,300 - 34.6 \times 74,643}{103.9} = 2,547 \text{ kg.}$$

Sustituyendo este valor en la ecuación (4.22), el espesor necesario es :

$$t = \sqrt{\frac{T}{4,038}} = \sqrt{\frac{2,547}{4,028}} = 0.8 \text{ cm}$$

Debido a la corrosión que existe al nivel de mar, por criterio se deja un espesor mayor al necesario, por lo que el espesor definitivo para la placa será de 3/4" (1.9 cm.).

Revisión de la placa por área neta:

En cuanto a la revisión del área neta de la placa, se tomarán los datos de la última corrida por resistencia y se utilizará la siguiente figura:

Cortante en la placa:

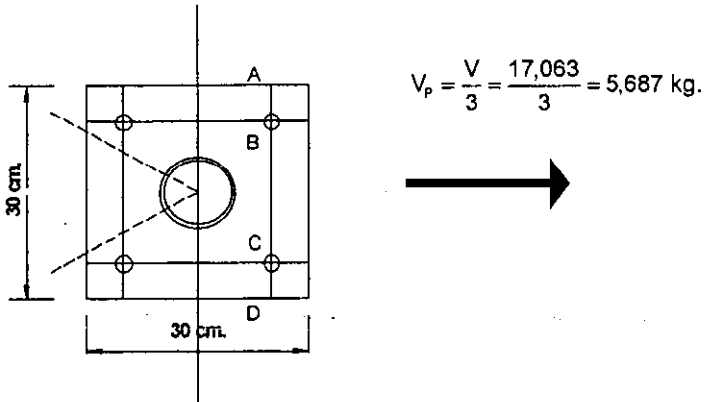


Figura 4.6

El área neta efectiva de la placa depende de la distribución de los agujeros, por ello se determina de la siguiente forma:

$$A_n = 1.9 \times (30 - 2 \times 2.2) = 48.64 \text{ cm}^2 \text{ (línea A B C D)}$$

Según la sección 1.14.2.3. del Manual del American Institute Steel Construction⁽¹³⁾, el área efectiva no será mayor del 85% del área bruta "A₀" de la placa:

$$A_b = 0.85 \times 1.9 \times 30 = 48.45 \text{ cm}^2$$

En su sección 1.5.1.1. el Manual antes citado especifica los esfuerzos permisibles como sigue:

En el área bruta, excepto en los huecos del pasador (tornillo en nuestro caso):

$$F_t = 0.6 F_y$$

En el área neta efectiva: $F_t = 0.5 F_u$

Donde para acero ASTM-A-36, $F_y = 2,530 \text{ kg/cm}^2$ es el esfuerzo de fluencia mínimo especificado y $F_u = 4,076 \text{ kg/cm}^2$ es la resistencia de tensión mínima especificada, por lo tanto:

$$F_t = 0.6 \times 2,530 = 1,518 \text{ kg/cm}^2 \text{ para el área bruta y}$$

$$F_t = 0.5 \times 4,056 = 2,028 \text{ kg/cm}^2 \text{ para el área neta.}$$

La fuerza de tensión permitida en la placa será la menor de:

$$1,518 \times 48.45 = 73,547 \text{ kg. para la revisión del área bruta y}$$

$$2,028 \times 48.64 = 98,642 \text{ kg. para la revisión del área neta.}$$

Entonces la capacidad de la placa es de 73,547 kg que resulta ser mucho muy superior a la fuerza actuante de 5,687 kg. Podemos decir que la placa está sobrada y podría ser reducido su espesor. Lo anterior requeriría una nueva revisión con otras dimensiones menores, por criterio se acepta el espesor y las dimensiones propuestas anteriormente para esta placa de conexión.

Diseño de los tornillos.

Los tornillos se revisan bajo el criterio del Manual del American Institute Steel Construction⁽¹³⁾ en su Sección 1.6.3; para revisar los tornillos que se propongan utilizaremos los elementos mecánicos críticos de tensión y de cortante actuantes en la placa de conexión.

Los elementos mecánicos en cada tornillo son los siguientes:

$$\text{Tensión en cada tornillo (T)} = \frac{2,547}{4} = 637 \text{ kg.}$$

$$\text{Cortante en cada tornillo (V)} = \frac{5,687}{4} = 1,422 \text{ kg.}$$

Según el criterio ya citado para los tornillos A-325 el esfuerzo permisible a tensión está dado por la siguiente expresión:

$$f_t = 55 - 1.8 f_v \leq 44 \dots \text{ec. (4.24).}$$

Donde "fv" es el esfuerzo de trabajo al corte en KSI, que se define dividiendo al cortante actuante entre el área de corte (V/A_c).

Se propone tornillo de $\phi = 7/8"$ (A_c = 3.88 cm²), por lo que sustituyendo valores en

la ecuación (4.24): $f_v = \frac{1,422}{3.88} = 367 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} = 5.22 \text{ KSI.}$

Sustituyendo este valor en la ecuación (4.24) tenemos:

$$f_t = 55 - 1.8 \times 5.22 = 45.6$$

Como se observa el valor de f_t es mayor que 44 por lo que el esfuerzo máximo permisible será de 44 KSI (3,096 kg/cm²).

Revisemos ahora el tornillo propuesto:

$$f_t = \frac{T}{A_t} = \frac{637}{3.88} = 164 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} = 2.33 \text{ KSI} \ll 44 \text{ KSI}$$

Como vemos, el tornillo está muy sobrado, aunque observando las condiciones agresivas del medio ambiente en el lugar de localización de nuestra torre y por el criterio de que los tornillos no deberán ser de menor diámetro que el espesor de la placa que conectan, se considera como adecuado el diámetro ($\phi = 7/8"$) del tornillo propuesto.

Diseño de la base del mástil.

En lo que se refiere al diseño de la base del mástil, éste se realizará también con el método de esfuerzos permisibles cumpliendo con los requerimientos del Reglamento del Instituto Mexicano de la Construcción en Acero, A.C. (I.M.C.A.)⁽¹⁾ y del American Institute Steel of Construction (A.I.S.C.)⁽¹³⁾.

Los elementos de diseño que se consideran son los obtenidos en el último análisis por resistencia, por lo que a cada pata del primer tramo le tocan los siguientes elementos mecánicos:

$$P_{ui_pata} = \frac{P_{ui}}{3} = \frac{74,643}{3} = 24,881 \text{ kg.}$$

$$Q_{ui_pata} = \frac{Q_{ui}}{3} = \frac{1,339}{3} = 446 \text{ kg.}$$

Se propone una base con la siguiente forma:

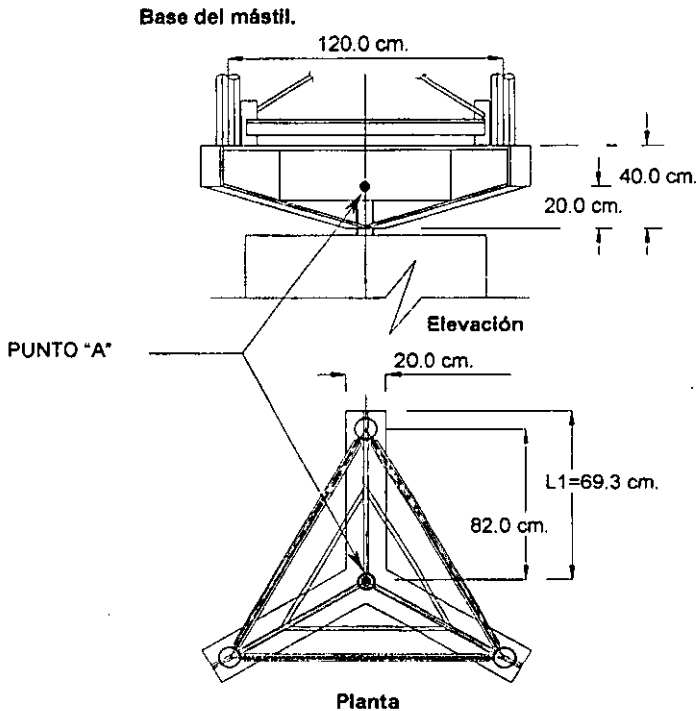


Figura 4.7

Como podemos observar en la figura 4.7, la base se forma de tres vigas de sección variable unidas en el centro del mástil, en el criterio para su diseño se considerarán como vigas en voladizo por lo que a cada una de ellas le tocan los correspondientes elementos mecánicos de cada pata mas un momento generado por la aplicación de la carga axial por la distancia al centro del mástil, quedando determinado por la expresión que a continuación se indica.

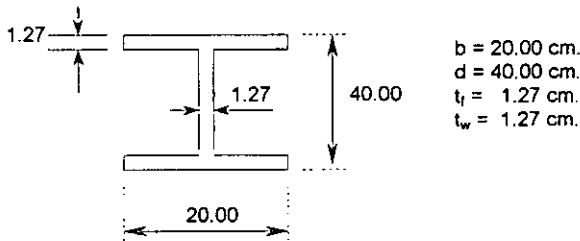
Obteniendo momentos en el punto "A", de la figura 4.7:

$$\begin{aligned} M_a &= P_{ui\text{pata}} \times L_1 = 24,881 \times 69,3 \\ &= 1,724,253 \text{ kg-cm.} = 17.24 \text{ Ton-m.} \end{aligned}$$

Cortante en el punto "A":

$$V_a = P_{ui\text{pata}} = 446 \text{ kg.} = 0.446 \text{ Ton.}$$

Se propone y se revisa la siguiente sección para cada viga en el centro del mástil:



Cuyas propiedades son:

$$\begin{aligned} A &= 98.37 \text{ cm}^2 \\ I_x &= 24,620.2 \text{ cm}^4 \\ S_z &= 1,231 \text{ cm}^3 \\ r_{\min} &= 4.15 \text{ cm} \end{aligned}$$

Se revisa que la sección sea compacta mediante la siguiente expresión:

$$\frac{b}{2t_f} \leq 8.7 \dots\dots\dots \text{ec. (4.25).}$$

Sustituyendo valores.

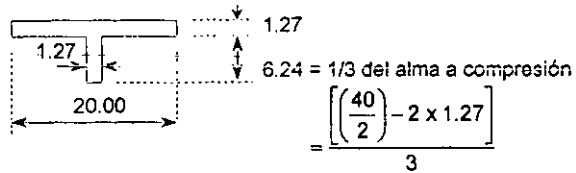
$$\frac{20}{2 \times 1.27} = 7.87 \text{ cm.} < 8.7 \quad \text{O.K. La sección es compacta.}$$

Debido a que la viga no tiene apoyo lateral se revisa que la sección cumpla con la siguiente relación:

$$\frac{L}{r_t} \leq 53 \dots\dots\dots \text{ec. (4.26).}$$

Donde "r_t" es el radio de giro del patín de la viga más un tercio del alma en compresión y "L" es la longitud entre apoyos de la viga.

Para el cálculo del radio de giro del patín a compresión se considera la siguiente figura:



Cuyas propiedades serán:

$$I_y = \frac{20^3}{12} \times 1.27 + \frac{6.24 \times 1.27}{12} = 848 \text{ cm}^4$$

$$A_t = (20 + 6.24) \times 1.27 = 33.325 \text{ cm}^2$$

$$r_t = \sqrt{\frac{I_y}{A_t}} = \sqrt{\frac{848}{33.325}} = 5.04 \text{ cm.}$$

Sustituyendo este valor en la ecuación (4.26):

$$\frac{69.3}{5.04} = 13.74 < 53$$

Así, la viga ha cumplido con las dos condiciones anteriores por lo que el esfuerzo permisible a tensión tiene un valor de $F_b = 0.6 F_y \times 1.33 = 2,024 \text{ kg/cm}^2$ y el momento resistente de la sección es:

$$M_R = S_z F_b = 1,231 \times 2,024 = 2,491,544 \text{ kg-cm.}$$

$$M_R = 24.92 \text{ Ton-m.}$$

El momento resistente es mayor que el momento actuante $M_a = 17.24 \text{ Ton-m}$.

Así mismo el cortante resistente será:

$$V_R = f_v A_w \dots \dots \dots \text{ec. (4.27).}$$

Donde "fv" es el esfuerzo permitido a cortante que tiene un valor de $0.4 F_y \times 1.33 = 1,349 \text{ kg/cm}^2$, y "Aw" es el área del alma de la viga que es la que toma todo el cortante actuante y se valora como $(40 - 2 \times 1.27) \times 1.27 = 47.6 \text{ cm}^2$.

Si se sustituyen estos valores en la ecuación (4.27):

$$V_R = 1,349 \times 47.6 = 64,228 \text{ kg.} = 64.228 \text{ Ton.}$$

Como se observa, el cortante resistente es mayor que el cortante actuante ($V_a = 0.446 \text{ Ton.}$), por tanto la sección es adecuada y aceptable.

Diseño del vástago entre la unión de la base del mástil y su placa base.

El vástago que sirve como conexión entre la placa base y la base del mástil se diseña para tomar el cortante actuante total " Q_d " = 1,339 kg.

Se propone un perfil redondo de $\phi = 3"$ ($A = 45.61 \text{ cm}^2$). Como ya se indicó, el esfuerzo permisible a cortante es $f_v = 0.4 F_y \times 1.33 = 1,349 \text{ kg/cm}^2$, entonces la capacidad " N_a " del perfil propuesto es:

$$N_a = 45.61 \times 1,349 = 61,543 \text{ kg.}$$

La capacidad es mucho mayor al cortante " Q_d ": La sección es adecuada

Diseño de la placa base.

Debido a que la conexión entre la base del mástil y la placa base se proyectó como articulada, los momentos flexionantes no existen y entonces en la placa base sólo se consideran una carga axial y un cortante que serán los que aparecen nuevamente en el último análisis por resistencia:

$$P_{u1} = 74,643 \text{ kg.}$$

$$Q_{d1} = 1,339 \text{ kg.}$$

El criterio para el diseño será el de revisar que la placa resista una compresión mayor a la fuerza " P_{u1} " y los pernos resistan una fuerza mayor al cortante total " Q_{d1} ".

Cabe señalar que en el diseño de la placa se pueden utilizar métodos más exactos, como el **Método por Elemento Finito** —que se realiza con programas de computadora específicos - o el que aparece en la Sección 3 del libro "Design Welded Structures"⁽¹⁵⁾. Estos métodos exactos son muy laboriosos y su desarrollo puede ser tan amplio como se pretenda para tener la suficiente aproximación al comportamiento real de la placa base. El método que será utilizado en este trabajo es del uso cotidiano en los gabinetes de Ingeniería y se fundamenta en la simpleza de la **Regla o Método de la Escuadría** que define que el esfuerzo por flexión está dado por la expresión: $f_b = \frac{Mc}{I} = \frac{6M}{bt^2}$

Bien, siguiendo el método de la escuadría y considerando que el **Esfuerzo permisible en el concreto " F_p "** es igual a $0.25 f'_c$, donde supondremos un " f'_c " de 250 kg/cm^2 , tendremos que " F_p " vale $0.25 \times 250 = 62.5 \text{ kg/cm}^2$, por lo que el área de apoyo necesaria será:

$$A_{\text{req}} = \frac{P_{u1}}{F_p} = \frac{74,643}{62.5} = 1,194 \text{ cm}^2.$$

Si la placa es cuadrada por lado tendrá: $L = \sqrt{1,194} = 34.5 \text{ cm.}$

Se propone una placa de $60 \times 60 \text{ cm.}$ donde el esfuerzo a compresión en el concreto será:

$$f_p = \frac{74,643}{60 \times 60} = 20.7 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \ll F_p$$

Para la placa base consideremos la siguiente figura:

Placa base del mástil.

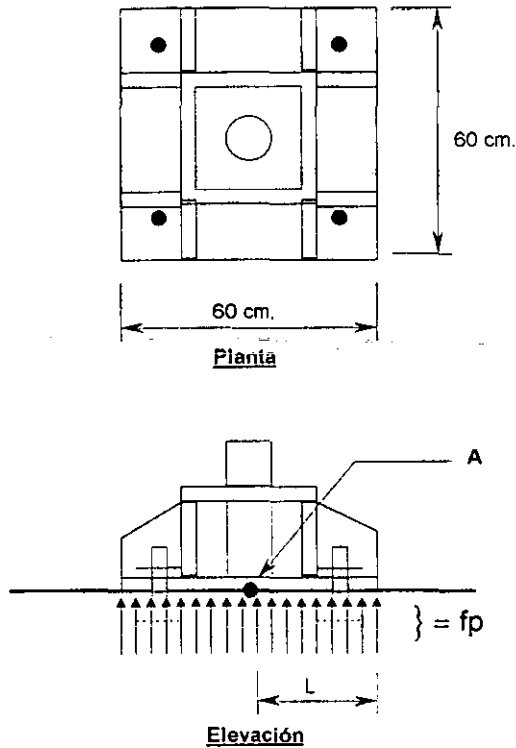


Figura 4.8

Tomemos de la figura anterior una franja unitaria de 1 cm. obtenemos momentos en el punto "A":

$$M_A = \frac{fpL^2}{2} = \frac{20.7 \times 30^2}{2} = 9,315 \text{ kg-cm.}$$

De la ecuación (4.21):

$$t = \sqrt{\frac{6M_A}{bfb}}; \text{ Si } b = 1 \text{ cm.}$$

$$t = \sqrt{\frac{6 \times 9,315}{1 \times 2,024}} = 5.3 \text{ cm.}$$

Como se observa, se tomaron momentos respecto al centro de la placa y no se tomaron en cuenta los atiesadores que nos ayudan con el trabajo de flexión. Si consideramos la contribución de los atiesadores al trabajo de la placa, su espesor deberá disminuir en la siguiente proporción:

$$M_A = \frac{fp L^2}{2} = \frac{20.7 \times 15^2}{2} = 2,329 \text{ kg-cm.}$$

$$t = \sqrt{\frac{6 \times 2,329}{1 \times 2,024}} = 2.6 \text{ cm.}$$

Por criterio y debido a la corrosión que existe a nivel de mar se tomará la primera condición como adecuada y dejaremos el espesor de 2 1/2" (6.35 cm.).

Diseño de las anclas.

Por el modelo, en la base del mástil sólo se presentan dos fuerzas: una fuerza de compresión y una fuerza cortante, la fuerza de compresión se transmite directamente a la cimentación y la fuerza cortante será transmitida mediante pernos anclados en el concreto.

En el reglamento del American Institute of Steel Construction⁽¹³⁾ el esfuerzo permisible al corte "Fv" es $0.4 F_y = 1,012 \text{ kg/cm}^2$. Si suponemos 4 anclas, el cortante que cada una adquiere está valorado por la siguiente expresión:

$$V_{\text{ancla}} = \frac{Q_{d1}}{4} = \frac{4.46}{4} = 1.115 \text{ Ton} = 1,115 \text{ kg.}$$

En cada ancla el área necesaria será :

$$A_{\text{neo}} = \frac{1,115}{1,012} = 1.1 \text{ cm}^2$$

Aplicando el criterio de proporcionalidad y el de sensación de seguridad proponemos anclas de diámetro mínimo de 1" que tienen un área de 5.06 cm^2 y las que por reglamento requieren una longitud de desarrollo de $0.81 \times 2 = 1.62 \text{ m.}$

Diseño de la estrella antitorción.

En el modelo de la torre, parte de la estrella antitorción está representada por el miembro N° 27. Para su diseño tomaremos, los siguientes elementos mecánicos actuantes en el extremo del miembro (nodo 28) de la última corrida y para la condición de resistencia:

$$F_x = 4.851 \text{ Ton. (Fuerza de tensión)}$$

$$F_y = 9.072 \text{ Ton. (Fuerza cortante vertical)}$$

$$F_z = 8.731 \text{ Ton. (Fuerza cortante horizontal)}$$

Como ya se mencionó, la estrella está estructurada por tres puntas sujetas a cables y éstas a su vez están formadas por armaduras, como se muestra en la siguiente figura:

Punta de la estrella antitorción.

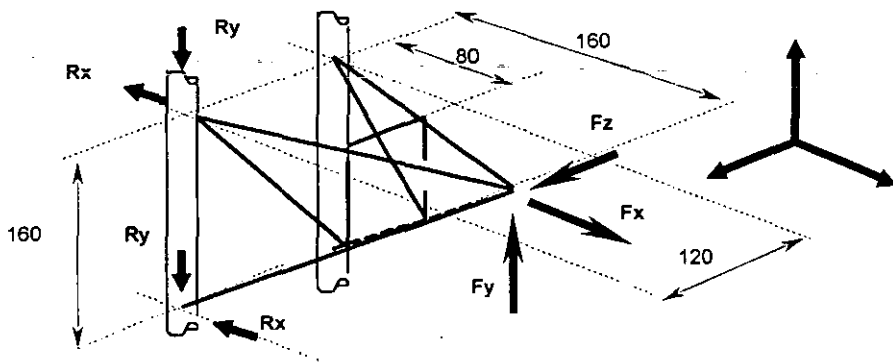


Figura 4.9

Las tres fuerzas antes indicadas actúan en la punta del pico. Conservadoramente se considerará que uno de los miembros superiores de este pico tomará la resultante de las fuerzas y ésta actuará comprimiéndolo. La resultante se puede determinar suponiendo la siguiente expresión:

$$F_{x_{par}} = \frac{F_x}{4} + \frac{1.6 F_y}{2(1.6)} + \frac{1.6 F_z}{2(1.2)}$$

Si se sustituyen los valores correspondientes:

$$F_{x_{par}} = \frac{4,851}{4} + \frac{1.6(9,072)}{3.2} + \frac{1.6(8,731)}{2.4} = 11,569 \text{ kg.}$$

Se propone un perfil ángulo de 6" x 6" x 3/8" con las propiedades siguientes: r_{min} , de 3.05 cm. y área de 28.13 cm² y se revisa para soportar esta fuerza.

La relación de esbeltez del perfil propuesto es:

$$\left. \begin{array}{l} L = 113 \text{ cm} \\ k = 1.0 \\ r = 2.89 \text{ cm} \end{array} \right\} \frac{KL}{r} = 37.0$$

El esfuerzo permitido en el perfil es:

$$F_a = 1,368 \times 1.33 = 1,824 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

La capacidad del perfil propuesto se define como:

$$N_a = F_a \times A = 1,824 \times 28.13 = 51,309 \text{ kg.}$$

Obsérvese que la capacidad del perfil resulta ser mayor que la fuerza actuante $*F_{\text{actu}}*$.

Por criterio y para prevenir el desgaste por corrosión se deja un ángulo de 6" x 6" x 1/2".

Diseño de la placa de conexión entre la estrella antitorsión y los cables.

Para el diseño de esta placa de conexión se proponen las dimensiones de 40 x 30 x 1.27 cm.; como se muestra en la figura 4.10, la placa tendrá dos agujeros para la sujeción de los cables y 6 agujeros para los tornillos de conexión con la estrella. El diámetro de estos agujeros será determinado por los elementos mecánicos actuantes en esta parte de la torre y la capacidad de la placa será definida por el área neta crítica.

Los elementos mecánicos que nos servirán en nuestros propósitos serán los siguientes que fueron obtenidos en la séptima corrida para la condición de resistencia en el nivel +117.00 m.:

$$F_x = 4,851 \text{ kg.}$$

$$F_y = 9,072 \text{ kg.}$$

$$F_z = 8,731 \text{ kg.}$$

Para comenzar la revisión valoraremos la fuerza cortante total resultante de la siguiente forma:

$$F_v = \sqrt{F_x^2 + F_y^2 + F_z^2} = \sqrt{4,851^2 + 9,072^2 + 8,731^2} = 13,493 \text{ kg.}$$

En el lado de los cables la fuerza resultante será tomada por dos tornillos o pernos los cuales estarán sujetos a una acción de cortante doble. Si conocemos el esfuerzo permitido al corte en pernos de acero A-36 ($f_v = 1,012 \text{ kg/cm}^2$) el área necesaria se puede evaluar dividiendo la fuerza total en cuatro áreas de corte, tal como a continuación se indica:

$$A_{\text{nec}} = \frac{F_v}{4 f_v} = \frac{13493}{4 \times 1,012} = 3.3 \text{ cm}^2$$

Como mínimo se requieren pernos de $\phi = 13/16"$. Por seguridad proponemos un diámetro mayor, por ejemplo, el de 1" que posee un área de 5.07 cm².

Del lado de la estrella, la fuerza total será transmitida por 6 tornillos de alta resistencia (A-325, con un esfuerzo admisible al corte de $1\ 054\ \text{kg/cm}^2$) que estarán sometidos a una acción de cortante simple, es decir, que la carga total se dividirá sólo en 6 caras de corte y, de la misma manera como se hizo anteriormente, el área requerida se obtendrá de la siguiente forma:

$$A_{\text{nec}} = \frac{F_v}{4fv} = \frac{13493}{6 \times 1054} = 2.1\ \text{cm}^2$$

Donde el área necesaria es el área neta del tornillo, entonces el diámetro mínimo es de $7/8"$ ($A = 2.71\ \text{cm}^2$), nuevamente por seguridad proponemos un diámetro mayor, como el de $1\ 1/4"$ que posee un área neta de $5.73\ \text{cm}^2$.

Por lo anterior en la placa de conexión se tendrán dos agujeros con un diámetro de $1\ 1/8"$ para la sujeción de los cables y 6 agujeros de $1\ 3/8"$ para la conexión con el pico de la estrella, como se muestra en la figuras 4.10.a y 4.10.b:

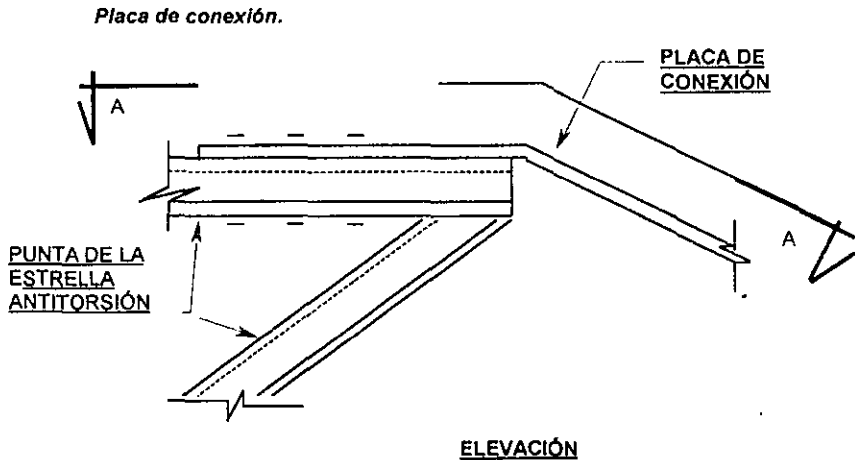


Figura 4.10.a

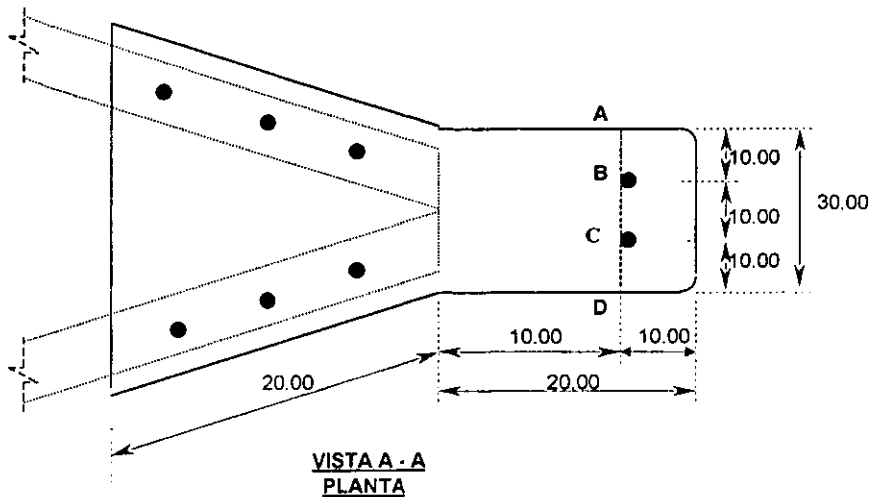


Figura 4.10.b

La capacidad será determinada por el área neta crítica definida por la línea A-B-C-D de la siguiente forma:

$$A_n = 1.27 \times (30 - 2 \times 2.85) = 30.86 \text{ cm}^2.$$

El Manual del American Institute of Steel Construction⁽¹³⁾ indica en su sección 1.14.2.3. que el área efectiva no será mayor del 85% del área bruta "A_b" de la placa:

$$A_e = 0.85 A_b = 0.85 \times 22.4 \times 1.27 = 24.18 \text{ cm}^2$$

Como ya se indicó anteriormente, para las placas sujetas a tensión, los esfuerzos permisibles son:

En el área bruta: $F_t = 0.6 F_y = 0.6 \times 2,530 = 1,518 \text{ kg/cm}^2$

y en el área neta efectiva: $F_t = 0.5 F_u = 0.5 \times 4,076 = 2,028 \text{ kg/cm}^2$

La fuerza de tensión permitida en la placa será la menor de las siguientes:

Para la revisión del área bruta: $2,028 \times 30.86 = 62,586 \text{ kg.}$ y

para la revisión del área neta efectiva: $1,518 \times 24.18 = 36,705 \text{ kg.}$

La capacidad de la placa es de 36,705 kg. que resulta ser casi tres veces superior comparada con la fuerza cortante actuante resultante de valor $F_v = 13,493 \text{ kg.}$

Para afinar el diseño se requerirá realizar otro tanteo con un espesor de placa menor y esto se haría repetidamente, siguiendo el mismo procedimiento, hasta dar con el espesor adecuado lo que resulta demasiado laborioso por lo que por criterio en nuestro diseño dejaremos el espesor propuesto como bueno para nuestra placa.

CABLES.

Variación de diámetros entre niveles de retén.

Para determinar los diámetros requeridos en los cables de cada nivel tomaremos los datos obtenidos como carga axial en la 7ª corrida para la condición de resistencia. A continuación se presenta una tabla con los cables propuestos junto con los elegidos.

Elección de Cables.

Tabla 4.5

Nivel [m.]	Miembro No.	Fza. Axial [Ton]	ϕ Cable Propuesto	ϕ Cable Definitivo
12	28	1.813	1/2"	1/2"
24	29	3.235	1/2"	1/2"
36	30	4.295	1/2"	1/2"
48	31	5.127	1/2"	1/2"
60	32	5.634	1/2"	1/2"
72	33	4.791	1/2"	1/2"
84	34	4.907	5/8"	5/8"
96	35	7.328	5/8"	5/8"
108	36 y 37	7.033	7/8"	7/8"
117	38 y 39	13.493	7/8"	7/8"

Igualmente, por criterio, se deja el mismo diámetro en todo los pernos.

En lo que respecta al lado de la zapata se propone un sólo perno cuyo diámetro se puede determinar partiendo de los datos de la 7ª corrida para la condición de resistencia (en el nodo 2):

$$F_x = 0.00 \text{ kg.}$$

$$F_y = 5,027 \text{ kg.}$$

$$F_z = 7,532 \text{ kg.}$$

La resultante será:

$$R = \sqrt{F_x^2 + F_y^2 + F_z^2} = 9,055 \text{ Kg}$$

$$\text{Así, el área requerida será: } A_{nec} = \frac{R}{2 f_v} = \frac{9,055}{2 \times 1,012} = 4.47 \text{ cm}^2$$

Si consideramos un factor de seguridad de 2, se propone un perno de 1 1/2" de diámetro ($A = 11.4 \text{ cm}^2$).

La capacidad de la placa se puede determinar revisando su área neta crítica en la línea "a-b-c" definida en la figura 4.11. Si proponemos dos placas con espesor de 19 mm., el área neta se determinara como:

$$A_n = 1.9 \times (17.6 - 1.5 \times 2.54) = 26.2 \text{ cm}^2$$

Nuevamente revisamos que el área neta no sea mayor que el 85% del área bruta:

$$A_b = 0.85 \times 1.9 \times 17.6 = 28.4 \text{ cm}^2.$$

Revisemos ahora la resistencia de la placa basándose en los esfuerzos permisibles para el área neta de $F_t = 0.5 F_u = 2,028 \text{ kg/cm}^2$ y para el área bruta de $F_t = 0.6 F_y = 1,518 \text{ kg/cm}^2$:

La resistencia será la menor de las siguientes:

$$2,028 \times 26.2 = 53,133.6 \text{ Kg}$$

$$1,518 \times 28.4 = 43,111.2 \text{ Kg (Rige)}$$

La capacidad de cada placa resulta ser de 43 111.2 Kg que, comparada con la fuerza resultante con valor de $9,055 / 2 = 4,527.5 \text{ Kg}$, nos proporciona un factor de seguridad de 9.52. Por corrosión, dejamos como correcto este espesor.

ANCLAS.

El diámetro de la barra de anclaje se puede determinar de la siguiente forma:

$$A_{nec} = \frac{R}{f_y} = \frac{9,055}{1,518} = 5.97 \text{ cm}^2$$

Aplicando un factor de seguridad mayor o igual a 1.5, se propone un ancla de diámetro $\phi = 1 \frac{1}{2}$ " ($A = 11.4 \text{ cm}^2$), la que, debido a que se requiere una longitud de 3.64 m. para alcanzar su longitud de desarrollo, se anclará por algún medio mecánico en el muerto de concreto o cimentación.

CIMENTACION.

La cimentación del mástil será a base de una zapata aislada que estará sometida a los elementos mecánicos obtenidos en la séptima corrida bajo la condición de resistencia y que se indican a continuación:

$$\begin{aligned}\text{Fuerza axial} &= 74,643 \text{ Kg} \\ \text{Fuerza cortante} &= 1,339 \text{ Kg}\end{aligned}$$

En la definición de la zapata se requiere realizar un procedimiento donde se propone un dimensionamiento inicial que es revisado por los conceptos de flexión, es decir, como viga ancha y de cortante o penetración del dado en la zapata. El primer concepto nos proporcionará el acero necesario o armado de la zapata y el segundo concepto nos indicará si el peralte propuesto es suficiente para resistir la fuerza cortante que se genera como respuesta del bulbo de esfuerzos en el terreno.

Los datos que se necesitan para realizar la revisión son los siguientes:

- 1.- Dimensiones de la zapata:
 - a) Largo
 - b) Ancho
 - c) Peralte y
 - d) Profundidad de desplante (que es la profundidad a la que se asienta la zapata).
- 2.- Dimensiones del dado donde se apoyará la placa base del mástil:
 - a) Altura
 - b) Ancho y
 - c) Largo.
- 3.- Características del suelo donde se apoyará la zapata:
 - a) Capacidad de carga bajo condiciones gravitacionales o normales
 - b) Capacidad de carga bajo condiciones de accidente.
 - c) Peso volumétrico
 - d) Ángulo de fricción interna y
 - e) Coeficiente de empuje activo.
- 4.- Características del material que se colocará para rellenar la excavación a realizar:
 - a) Peso volumétrico y
 - b) Coeficiente de fricción.
- 5.- Características de los materiales para la construcción de la zapata y del dado:
 - a) Concreto y
 - b) Acero de refuerzo
- 6.- Combinaciones de carga (si existen). En este caso solo tomaremos los elementos mecánicos indicados en la hoja anterior.

Dimensiones de la zapata.

Iniciemos proponiendo las dimensiones de la zapata considerando solo la descarga vertical y obteniendo un área preliminar de la siguiente forma:

$$A_{nec} = \frac{P}{W_t}$$

Donde: **P** es la carga axial afectada por un factor de 1.1 y
W_t es el esfuerzo permisible en el terreno y que inicialmente suponemos vale 10 ton/m².

Sustituyendo estos valores en la ecuación anterior tenemos:

$$A_{nec} = \frac{74.643 \times 1.1}{10} = 8.21 \text{ m}^2$$

Si consideramos una zapata cuadrada, el lado de la zapata será igual a:

$$B = L = \sqrt{8.21} = 2.87 \text{ m.}$$

Por criterio constructivo podemos proponer que el lado de la zapata sea de 3.00 m. de longitud.

Espesor de la zapata.

Respecto al espesor, éste se puede suponer preliminarmente utilizando la ecuación 2.18 del Reglamento de Construcciones del Distrito Federal⁽⁶⁾ de su sección 4.3.3, parte "f" y que a continuación se muestra:

$$V_c = 0.5 F_R b d \sqrt{f' c}$$

Donde: **V_c** es el cortante que se genera en la zapata como una respuesta del terreno.

F_R es un factor de reducción de resistencia definido en la sección 1.6 del mismo reglamento y tiene un valor de 0.8.

b es el ancho de la zapata y

d es el peralte efectivo o la distancia entre el centroide del acero a tensión y la fibra extrema en compresión.

f'c es la resistencia nominal del concreto (sección 1.4.1. del mencionado reglamento).

Despejando el peralte:

$$d = \frac{V_c}{0.5 F_R b \sqrt{f' c}}$$

Para evaluar el cortante "Vc" consideremos que bajo la zapata se desarrolla un diagrama de esfuerzos uniforme como se muestra en la siguiente figura:

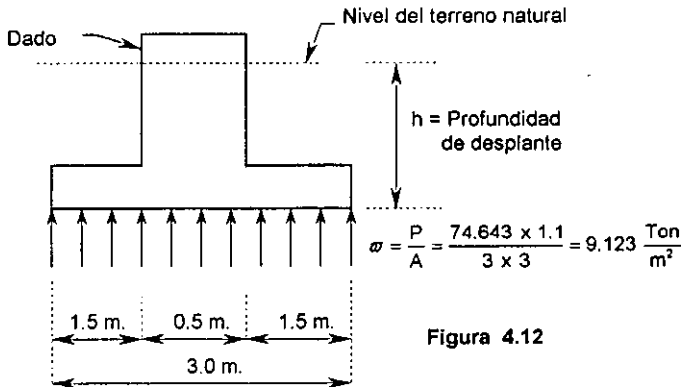


Figura 4.12

"Vc" es el cortante al paño del dado y se define como:

$$V_c = w \times L \times b$$

Donde: **b** es el ancho de la zapata igual a 3.0 m.

L es el volado que vale 1.5 m.

Sustituyendo valores se tiene:

$$V_c = 9.123 \text{ Ton/m}^2 \times 1.5 \text{ m.} \times 3.0 \text{ m.} = 41.054 \text{ Ton.} = 41,054 \text{ kg.}$$

Sustituyendo valores en la ecuación para definir el peralte se tiene:

$$d = \frac{41,054}{0.5 \times 0.8 \times \sqrt{170} \times 300} = 26.2 \text{ cm.}$$

Si se considera un recubrimiento de 5 cm., entonces se requiere un peralte total mínimo de $26.2 + 5 = 31.2 \text{ cm.}$

Profundidad de desplante de la zapata.

La profundidad de desplante de la zapata puede ser determinada en función del cortante que actúa en la base del mástil utilizando para ello dos conceptos que son: el de volteo y el de deslizamiento.

Por concepto de volteo se entiende la situación cuando la zapata, bajo las solicitaciones de carga axial y cortante, se trata de voltear o girar apoyándose en uno de sus bordes. De acuerdo con el Manual de la C.F.E.⁽⁸⁾, la evaluación de la estabilidad se realiza determinando un factor de seguridad mínimo de 1.5 que es el cociente de la relación del momento resistente entre el momento de volteo. El momento de volteo se define como la aplicación de las solicitaciones laterales relacionadas al borde inferior de la zapata por la profundidad de desplante. El momento resistente es el que existe como una resistencia al volteo de la zapata cuando las solicitaciones laterales actúan y es generado por la carga axial en la base del mástil, los pesos propios de la zapata, del dado y del relleno, los que teóricamente se aplican en su respectivo centro de carga. Todos los pesos se relacionan con el borde de apoyo donde la zapata tiende a voltearse.

El concepto de deslizamiento se entiende como la situación que se presenta cuando las fuerzas laterales tratan de empujar la zapata haciendo que se deslice sobre el terreno de apoyo y también de acuerdo con el Manual de la C.F.E. arriba mencionado se evalúa mediante un factor de seguridad con valor mínimo de 1.5 que resulta ser el cociente de la relación del cortante resistente entre el cortante actuante. El cortante actuante es la fuerza resultante que actúa en la base del mástil y que se conoce como resultado del análisis de la torre. El cortante resistente es la fuerza horizontal que se supone producto sólo del rozamiento del cimiento con el suelo al nivel de desplante de la zapata.

Revisión por volteo.

A continuación supondremos una profundidad de desplante y procederemos a su revisión considerando que la fuerza cortante, proporcionada por el análisis de resistencia, se desarrolla al nivel del terreno natural y cuyo valor es 1,339 Kg.

Iniciaremos suponiendo una profundidad de desplante de 2.0 m. y evaluaremos el momento de volteo como:

$$M_{VOLTEO} = F h$$

Donde "F" es la fuerza cortante de 1,339 Kg y "h" es la profundidad de desplante. Sustituyendo valores:

$$\begin{aligned} M_{VOLTEO} &= 1,339 \times 2.0 \\ &= 2,678 \text{ Kg-m.} \end{aligned}$$

El momento resistente se evalúa de la siguiente manera:

$$M_{RESIST.} = (P+P_p+P_r)(H/2)$$

Donde "P" es la carga axial que vale 74,643 kg, "P_p" el peso propio de la zapata y del dado, "P_r" es el peso del relleno y "H" es al ancho de la zapata.

Para poder evaluar los pesos anteriormente descritos, consideremos las dimensiones de la zapata que se muestran en la figura 4.13:

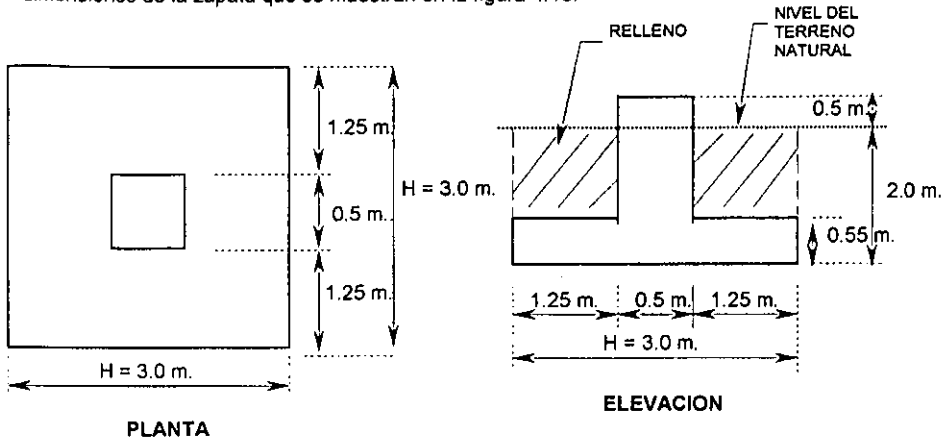


FIGURA 4.13

Considerando que el peso volumétrico del concreto es 2.4 Ton/m³, el peso de la zapata y del dado será:

$$P_p = (3.0 \times 3.0 \times 0.55 + 0.5 \times 0.5 \times (1.45 + 0.5)) \times 2.4 = 13.05 \text{ Ton.}$$

Si consideramos que el peso volumétrico del relleno es 1.6 Ton/m³, el peso del relleno será:

$$P_r = (3.0 \times 3.0 - 0.5 \times 0.5) \times 1.45 \times 1.6 = 20.3 \text{ Ton.}$$

Con los valores anteriores se puede ya evaluar el momento resistente:

$$M_{RESIST.} = (74.643 + 13.05 + 20.3) 3.0 / 2 = 161.99 \text{ Ton} \cdot \text{m.}$$

$$= 161,990 \text{ kg} \cdot \text{m.}$$

El factor de seguridad será:

$$F.S. = \frac{M_{RESIST.}}{M_{VOLTEO}} = \frac{16,1990}{2,678} = 60.5 > 1.5 \text{ (Aceptable)}$$

Como se observa, el factor de seguridad indica que el momento de volteo es 60.5 veces más pequeño que el momento resistente para producir el vuelco de la cimentación, por tanto bajo el concepto de volteo, la profundidad de desplante supuesta es adecuada.

Revisión por deslizamiento.

El concepto de deslizamiento requiere de un coeficiente de la fricción que existe entre el cimiento de concreto y el terreno de apoyo, este coeficiente normalmente tiene un valor de $\mu = 0.30$. Utilizando la siguiente ecuación se puede evaluar el cortante resistente:

$$V_{RESIST.} = \mu (P+Pp+Pr)$$

Sustituyendo valores se tiene:

$$V_{RESIST.} = 0.30 (74.643+13.05+20.3) = 32.4 \text{ Ton.}$$

El factor de seguridad será:

$$F.S. = \frac{V_{RESIST.}}{V_{VOLTEO}} = \frac{32,400}{1,339} = 24.2 > 1.5 \text{ (Aceptable)}$$

Se observa que el factor de seguridad indica que el cortante resistente es 24.2 veces superior al cortante actuante por lo que bajo el concepto de deslizamiento, se confirma que la profundidad de desplante supuesta es adecuada.

Revisión por flexión:

A continuación revisaremos la zapata bajo los requerimientos por flexión del Reglamento para Construcciones del Distrito Federal⁽⁸⁾ para lo cual primero es necesario determinar el esfuerzo en el terreno aplicando los factores de carga (F.C.) correspondientes a los elementos mecánicos proporcionados por el análisis de resistencia.

Por facilidad en la obtención del mencionado esfuerzo utilizaremos la fórmula de la escuadría:

$$\sigma_{ACT} = \frac{P}{A} + \frac{Mx}{Sx}$$

Donde "P" es la carga axial calculada anteriormente afectada por F.C. = 1.1 por ser carga accidental. La carga última será igual a $(74,643 + 13,050 + 20,300) \times 1.1 = 118,792 \text{ kg}$.

"A" es el área de apoyo y vale $3 \times 3 = 9 \text{ m}^2$.

"Mx" es el momento, también factorizado por F.C. = 1.1, que actúa al centro del área de apoyo y que vale:

$$1,339 \text{ Kg} \times 2.0 \text{ m.} \times 1.1 = 2,946 \text{ Kg-m.}$$

"Sx" es el módulo de sección referido a un eje que pasa por el centro del área de apoyo de la zapata y se define como:

$$bh^2 / 6, = (3)^3 / 6 = 4.5 \text{ m}^3.$$

Sustituyendo valores en la ecuación tenemos:

$$\sigma_{ACT.} = \frac{118,792}{9} + \frac{2,946}{4,5} = 13,854 \frac{Kg}{m^2} = 13.854 \frac{Ton}{m^2}$$

La zapata se diseñará con un esfuerzo llamado "neto" que es el resultado de restarle al esfuerzo actuante el peso de la propia zapata y el peso del relleno, es decir, si se realizará el diagrama de cuerpo libre del volado que representaría a la zapata y se le cargara, se observaría que existen cargas por el esfuerzo del terreno en la parte inferior de la línea y también hay cargas en la parte superior de la línea que representan el peso del relleno y el peso propio de la zapata.

Por lo anteriormente expuesto, el esfuerzo neto vale:

$$\sigma_{NETO} = \sigma_{ACT.} - \left(0.55 \times 2.4 \frac{Ton}{m^2} + 1.45 \times 1.6 \frac{Ton}{m^2} \right) = 10.214 \frac{Ton}{m^2}$$

Y consideraremos que dicho esfuerzo se desarrolla en forma uniforme debajo de toda el área de la zapata, entonces el paño del dado se tendrá un momento flexionante, en un ancho de un metro, igual a:

$$M_f = 10.214 \left((3.0 - 0.5) / 2 \right)^2 / 2 \\ = 7.97954 \text{ Ton-m} = 797\,954 \text{ kg-cm.}$$

Por la ecuación 2.5 que aparece en el Reglamento para Construcciones del Distrito Federal se puede evaluar el momento resistente de la sección propuesta. Si consideramos un concreto para cimentaciones con un "f'c" mínimo de 250 kg/cm² se tendrá lo siguiente:

$$M_r = F_r b d^2 f'c q (1.0 - 0.5 q)$$

$$\text{Donde: } F_r = 0.9$$

$$q = \rho_f y / f'c$$

$$f'c = 0.85 f^*c = 170 \text{ kg/cm}^2$$

$$f^*c = 0.8 f_c$$

$$f_y = 4,200 \text{ kg/cm}^2$$

Se Utiliza la relación " $M_f / b d^2$ " que aparece en las Normas Técnicas Complementarias del el Reglamento para Construcciones del Distrito Federal⁽⁶⁾ para definir el porcentaje de acero de refuerzo requerido:

$$M_f / b d^2 = 797,954 / (100 \times 50^2) = 3.2$$

El valor de la relación anterior es inferior a la relación $(M_f / b d^2)_{MINIMA} = 9.76$ que nos proporciona el porcentaje de acero menor al mínimo de 0.00267. Debido a que la zapata esta expuesta a la agresión de los componentes del suelo, posiblemente sulfatos o sales, y para cumplir con la sección 3.10 del Reglamento, se diseñará con la cuantía del 0.3 por ciento, por lo que el área de acero necesaria para un ancho unitario de un metro será de:

$$A_{acero} = 0.003 B d = 0.003 \times 100 \times 50 = 15.0 \text{ cm}^2$$

Para cubrir el área de acero se pueden proponer varillas corrugadas de cualquier número, en este caso se proponen varillas del número 5, es decir, de 5/8" de diámetro cuya área es de 1.99 cm² a una separación que se obtiene de la siguiente relación:

$$\begin{aligned} \text{Separación} &= 100 \times \text{área de la varilla} / A_{\text{acero}} \\ &= 100 \times 1.99 / 15 = 13.26 \text{ cm.} \end{aligned}$$

Es decir, en el armado inferior de la zapata se colocarán varillas del número 5 a cada 13 cm. en ambas direcciones.

Respecto al armado superior, aun cuando la zapata no trabajará a tensión, también con el propósito de cumplir con el Reglamento de Construcciones del D.F. ⁽⁶⁾ se colocará acero de refuerzo mínimo por temperatura en una cuantía de 0.3 por ciento, según la sección 3.10 del mencionado Reglamento. Por lo que se requerirá colocar una cantidad de acero igual a:

$$A_{\text{ACERO X TEMPERATURA}} = 0.003 \times 100 \times 50 = 15 \text{ cm}^2$$

Proponiendo las mismas varillas para el armado superior, la separación de éstas será la siguiente:

$$\text{Separación} = 100 \times 1.99 / 15 = 13.26 \text{ cm.}$$

Por criterio, en el armado superior de la zapata se colocarán varillas del número 5 a cada 13 cm. en ambas direcciones.

El armado definitivo será el siguiente:

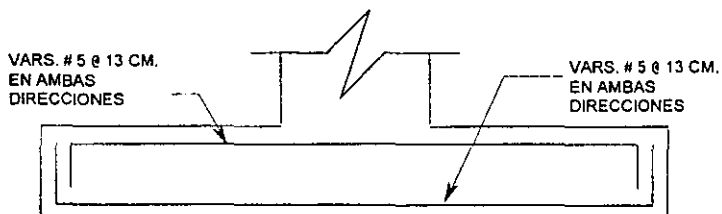


Figura 4.14

Revisión del cortante como viga ancha.

La primera revisión por cortante se realiza considerando la zapata como una viga ancha por lo que el cortante actuante será el siguiente:

$$\begin{aligned} V_a &= \sigma_{act} \text{ (voladizo - peralte efectivo)} \\ &= 10,214 \text{ kg/m}^2 (3.0 / 2) - (0.55 - 0.05) \\ &= 10,214 \text{ kg.} \end{aligned}$$

El cortante actuante se tiene que comparar con el cortante permisible que se evalúa mediante la ecuación 2.17 del Reglamento de Construcciones del Distrito Federal⁽⁶⁾ como sigue:

$$V_{CR} = F_R b d (0.2 + 30 \rho) \sqrt{f'c}$$

$$\text{Donde: } F_R = 0.8$$

$$\rho = 0.0046 \text{ (que ya se definió en la revisión por flexión).}$$

$$f'c = 250 \text{ kg/cm}^2$$

$$\begin{aligned} f'c &= 0.85 \times 0.8 f'c = 0.85 \times 0.8 \times 250 \\ &= 170 \text{ kg/cm}^2 \end{aligned}$$

Sustituyendo estos valores en la ecuación 2.17 obtenemos el cortante que toma el concreto:

$$\begin{aligned} V_{CR} &= 0.8 \times 100 \times 35 (0.2 + 30 \times 0.0046) \sqrt{170} \\ &= 12,340 \text{ Kg} > V_a \text{ (Aceptable)} \end{aligned}$$

Se observa que el cortante permisible es superior al cortante actuante, por tanto hasta aquí, el peralte que ha sido propuesto es aceptable.

Revisión por cortante por penetración.

La segunda revisión se realiza por el concepto de penetración del dado en la zapata y es más laboriosa que la primera por que se tiene determinar una sección definida como "crítica" que se desarrolla alrededor del dado. Esta sección crítica esta conformada por el perímetro que según el Reglamento del Distrito Federal⁽⁶⁾ se evalúa como:

$$b_0 = 2 (C_1 + d + C_2 + d)$$

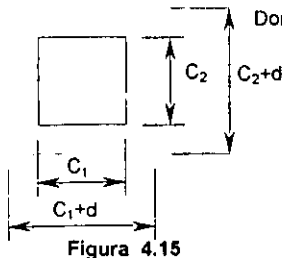


Figura 4.15

Donde: C_1 es la dimensión del dado en la dirección del claro para el cual se determina el momento flexionante.

C_2 es la dimensión del dado en la dirección transversal a la del claro para el cual se determina el momento flexionante.

d es el peralte efectivo de la zapata.

Sustituyendo los valores respectivos el perímetro de la sección crítica vale:

$$b_0 = 2 (50 + 50 + 50 + 50) = 400 \text{ cm.}$$

El área de corte de la sección crítica se obtiene de afectar el perímetro por el peralte efectivo propuesto:

$$A_c = b_0 d = 400 \times 50 = 20\,000 \text{ cm}^2$$

Para oponerse al corte por penetración la sección crítica posee una propiedad que es análoga al momento polar de inercia y que se define como sigue:

$$J_c = \frac{d(C_1 + d)^3}{6} + \frac{(C_1 + d)d^3}{6} + \frac{d(C_2 + d)(C_1 + d)^2}{2}$$

Sustituyendo valores tenemos:

$$J_c = \frac{50(50 + 50)^3}{6} + \frac{(50 + 50)35^3}{6} + \frac{50(50 + 50)(50 + 50)^2}{2} \\ = 35,416,667 \text{ cm}^4$$

Debido a la excentricidad de la carga vertical se genera una transmisión de parte del momento no equilibrado entre el dado y la zapata, esta parte del momento queda definida por el siguiente factor:

$$\gamma_v = 1 - \frac{1}{1 + (2/3)\sqrt{b_1/b_2}}$$

$$\text{Donde: } b_1 = C_1 + d = 50 + 50 = 100 \text{ cm.}$$

$$b_2 = C_2 + d = 50 + 50 = 100 \text{ cm.}$$

Sustituyendo valores en la ecuación del factor:

$$\gamma_v = 1 - \frac{1}{1 + (2/3)\sqrt{85/85}} = 0.4$$

Para evaluar el esfuerzo por cortante máximo que se presenta en la sección crítica utilizaremos la ecuación que se presenta en el Manual del American Concrete Institute⁽¹⁴⁾ en su sección de comentarios C11.12.6.2 y que es la siguiente:

$$v_{U(AB)} = \frac{V_U}{A_c} + \frac{\gamma_v M_U C_{AB}}{J_c}$$

Donde: V_U es la carga axial actuante aplicada en el centro de la zapata, afectada por un factor de carga igual a 1.1 según el Reglamento para Construcciones del Distrito Federal

M_U es el momento, también factorizado por 1.1, que se define por el producto del cortante multiplicado por la profundidad de desplante.

C_{AB} se define como la distancia máxima desde el eje neutro de la sección crítica a la fibra más alejada en la dirección del claro para el cual se determina el momento flexionante " M_u ", en este caso y debido a que se trata de un dado al centro de la zapata " C_{AB} " vale $b_1 / 2 = 42.5$ cm.

Es necesario hacer mención que esta ecuación no se contrapone a las ecuaciones mostradas en el Reglamento para Construcciones del Distrito Federal⁽⁶⁾.

Sustituyendo valores:

$$v_{U(AB)} = \frac{74\,643 \times 1.1}{20\,000} + \frac{0.4 (1\,339 \times 2.0 \times 1.1) 42.5}{35\,416\,667} = 4.11 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

La fuerza cortante actuante total será:

$$\begin{aligned} V_u &= v_{U(AB)} b_0 d \\ &= 4.11 \times 400 \times 50 \\ &= 82\,200 \text{ kg.} \end{aligned}$$

El cortante actuante se debe comparar con el cortante permisible que es evaluado mediante la ecuación 2.18 que aparece en la sección 4.3.3, parte "f" del Reglamento de Construcciones del Distrito Federal⁽⁶⁾:

$$v_c = 0.5 F_R b d \sqrt{f'c}$$

Donde: $F_R = 0.8$

$$f'c = 250 \text{ kg/cm}^2$$

$$\begin{aligned} f'c &= 0.85 \times 0.8 f'c = 0.85 \times 0.8 \times 250 \\ &= 170 \text{ kg/cm}^2 \end{aligned}$$

Sustituyendo estos valores en la ecuación 2.18 obtenemos el cortante que toma el concreto:

$$\begin{aligned} V_{CR} &= 0.5 \times 0.8 \times 400 \times 50 \sqrt{170} \\ &= 104,307 \text{ kg.} > V_u \text{ (Aceptable)} \end{aligned}$$

El cortante que toma el concreto es superior al cortante actuante por tanto el peralte propuesto es aceptable.

Dimensiones y armados definitivos. (Conclusión)

Con la revisión que acabamos de realizar se puede concluir que las dimensiones propuestas en la figura 4.13 y los armados mostrados en la figura 4.14 se pueden quedar como definitivos para la cimentación de la torre.

CONCLUSIONES

CONCLUSIONES

Las conclusiones que a continuación se muestran tienen como propósito aportar algo en la formación de un criterio para el análisis y diseño de torres atirantadas que como estructuras de bajo costo bien pueden tener un uso más prolífico si sus bondades tuvieran más difusión en la Ingeniería Industrial y/o Urbana.

En el desarrollo del presente trabajo se han determinado las siguientes 14 conclusiones:

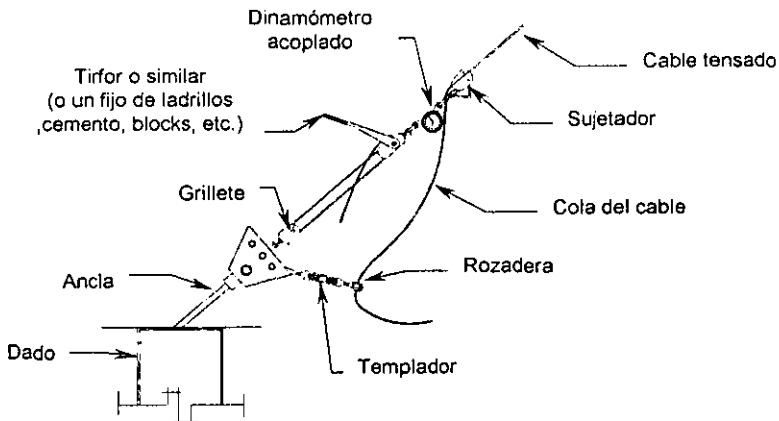
1. – Mediante el uso adecuado de los programas actuales de computadora y mediante la correcta interpretación del método análogo para cables como miembros de eje recto se puede evaluar y definir, con una aproximación a la realidad muy aceptable, el comportamiento de la torre bajo solicitaciones de deformación (servicio) y resistencia (esfuerzos permisibles).
2. – Como se estableció en el **Capítulo 1** y sólo para las zonas costeras de nuestro país, la solicitación más representativa es la carga de empuje del viento por que es la que más influye en el comportamiento de la torre y que por ende define su diseño.
3. – Como se vio en el **Capítulo 1**, es muy importante definir la carga por viento por lo que se deben interpretar adecuadamente los criterios que aparecen en él o los reglamentos de la región donde se proyecte ubicar a la torre, o en el caso de la carencia de estos se debe consultar al Manual de Obras Civiles de la Comisión Federal de Electricidad⁽⁴⁾⁽⁸⁾ en su sección respectiva.
4. – También como se apreció en el **Capítulo 1**, respecto a las antenas parabólicas se debe contar con la información certificada completa del proveedor para asegurar que se incluirán las cargas estáticas y dinámicas apropiadas.
5. – Del **Capítulo 2**, respecto al **Método de análisis de los cables como miembros de eje recto** se puede concluir que este método simplifica el estudio de los cables al permitir representarlos como elementos estructurales rectos o prismáticos y que por la analogía presentada, su comportamiento no-lineal puede ser evaluado mediante la definición de los conceptos de módulo de elasticidad y tensiones equivalentes, donde los esfuerzos pueden ser determinados fácilmente por el principio de compatibilidad de desplazamientos.

6. - El **Método de análisis de los cables como miembros de eje recto** hace posible que se pueda utilizar cualquier programa tradicional de computadora que tenga como base el método de rigideces o de desplazamientos.
7. - Como se muestra en el **Capítulo 3**, se requiere un mínimo de siete u ocho iteraciones para llegar a la solución del modelo de la torre.
8. - Es necesario hacer notar que el método utilizado para el análisis de los cables tiene sus limitaciones y esto es debido a que se desarrolla en el plano. Podría ser posible interpretado para que sea aplicable en el espacio tridimensional pero se requeriría de una analogía cuya complejidad esta fuera del alcance del presente trabajo.
9. - Como se indica en el **Capítulo 4**, Una vez encontrada la solución al modelo elástico-inelástico de la torre, es decir, una vez que se han encontrado los elementos mecánicos en los elementos estructurales, es accesible con los reglamentos respectivos, diseñar tanto los perfiles de acero para el mástil y como la cimentación y los muertos de concreto reforzado
10. - En el diseño de la estructura de torre se requiere especial cuidado en las conexiones ya que es aquí donde se presenta lo que es traducido como fatiga del metal originado por las cargas dinámicas que ocasionan los llamados efectos secundarios. El diseño en las conexiones debe realizarse bajo rigurosas medidas de seguridad y supervisión.
11. - El material utilizado como es el conjunto de cables y perfiles ligeros que al ensamblarse forman una estructura simple tridimensional hacen posible que el diseño en este tipo de torres sea el óptimo.
12. - Debido a la cantidad de material empleado, el costo de las torres atirantadas comparado con el de las torres autoportables es sustancialmente menor.
13. - El área requerida de las torres atirantadas para su apropiada instalación reduce su potencial de aplicación sólo al ambiente rural y hace difícil su posicionamiento en otras actividades productivas diferentes a la actividad de la comunicación.
14. - A pesar de que a la fecha no existe algún manual específico para este tipo de estructuras, su análisis y diseño pueden realizarse con los reglamentos que actualmente están vigentes en nuestro país.

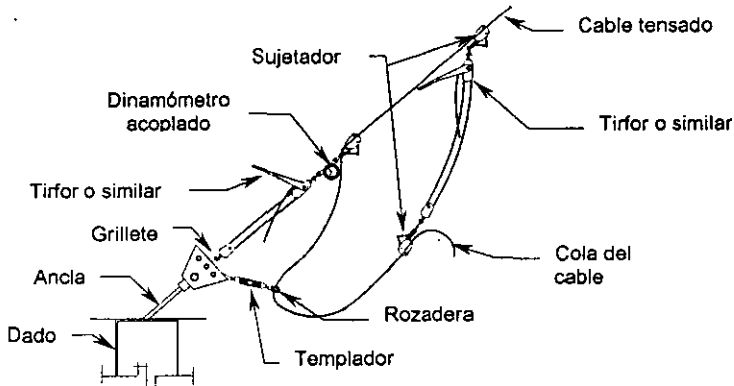
ANEXO 1

PROCESO DE TENSADO Y AMARRE PARA CABLES TIPO RETENIDA.**PASOS:**

1. - Tensar cada uno de los cables en cada nivel de retén de acuerdo a la figura 4.12 dando una tensión inicial especificada en la tabla 4.6 y revisar la verticalidad de la torre con dos tránsitos colocados a 90° entre sí (ver nota 2, en la hoja 152).

**Figura 4.12**

2. - Después de que el paso 1 ha sido completado, el dinamómetro podrá ser removido mediante la inserción de otro **TIRFOR** (o similar) entre la cola del cable y el tramo del cable tenso como lo muestra la figura 4.13.

**Figura 4.13**

3. - Enseguida se aplica la tensión a la cola del cable con el TIRFOR insertado hasta que la lectura del dinamómetro comience a bajar.
4. - Después que el paso 3 ha sido completado, se sujeta la cola del cable con un doblez y engrapándola con grapas para cables de acero llamadas "perros", como se muestra en la siguiente figura,

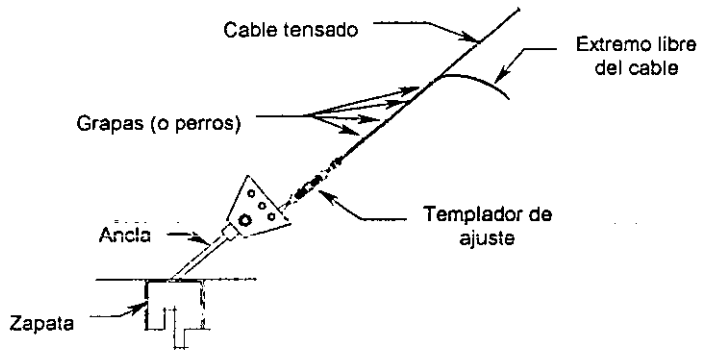


Figura 4.14

5. - Se aseguran a los templadores con un cable como se muestra en la figura 4.15.
6. - El extremo libre de la cola del cable, después de haber sido engrapada, no debe ser menor de 60 cm.

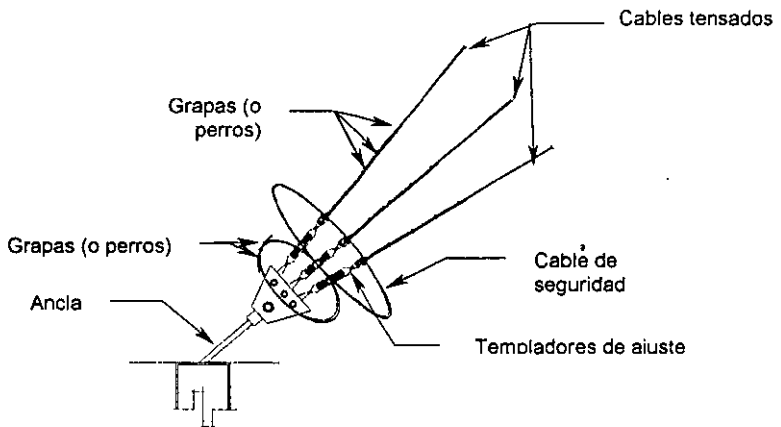


Figura 4.15

NOTAS:

1. - Repetir los pasos 1 al 6 en cada nivel de retén.
2. - En cada nivel de retén solo un cable requiere de un dinamómetro acoplado, constatando que los pasos son ejecutados con un registro constante contra el movimiento rotacional durante el tensado.
3. - La torre debe quedar vertical, sin torsión durante la erección completa y la operación de tensado.
4. - Finalmente, después que la torre es erguida se revisa su verticalidad y torsión mediante dos tránsitos colocados a 90° de separación. Se utilizan templadores para realizar cualquier ajuste necesario.

BIBLIOGRAFÍA

BIBLIOGRAFIA

Referencias.

- 1.- Manual de Construcción en Acero.
Volumen 1.
Diseño por Esfuerzos Permisibles.
Instituto Mexicano de la Construcción en Acero, A.C. 1997 Tercera Edición.
- 2.- CAMESA. Folletos.
Cables de México S.A.
Edición 1984.
- 3.- Boletín Andrew 1015D.
Andrew Antenna Company Ltd.1983.
- 4.- Manual de Diseño de Obras Civiles.
Estructuras. C.1.4. Diseño por viento.
Instituto de Investigaciones Eléctricas.
Comisión Federal de Electricidad. Edición 1981.
- 5.- Normas de Proyecto de Obras.
Efectos del viento en las estructuras.
Norma No.2.207.01Petróleos Mexicanos.
Primera Edición 1975.
- 6.- Manual de Diseño por Viento Según el
Reglamento de Construcciones para el D.F.
Instituto de Ingeniería. U.N.A.M. Edición 1977.
- 7.- Structural Standards for Steel Antenna Towers
and Antenna Supporting Structures. RS-222-c.
Engineering Department.
Electronic Industries Association. Marzo/1976.
- 8.- Manual de Diseño de Obras Civiles.
Estructuras. C.2.3. Estructuras de Transmisión de Energía Eléctrica.
Instituto de Investigaciones Eléctricas.
Comisión Federal de Electricidad. Edición 1981.
- 9.- Analysis of cables as equivalent two-force members.
David H.H. Tung and Robert J. Kudder.
AISC Engineering Journal. Enero/1968.
- 10.- Análisis Elemental de Estructuras.
Norris y Wilbur.
Editorial Mc. Graw Hill.
Año 1978.
- 11.- Mecánica para Ingenieros.
D.K. Anand.
Editorial Limusa.
Año 1974.

- 12.- Mecánica Analítica para Ingenieros.
Seely Fred E.
Editorial Mc. Graw Hill.
Año 1978.
- 13.- Manual of Steel Construction. 9th. Edition.
American Institute of Steel Construction, Inc.
Edition 1993.
- 14.- Building Code Requirements for Structural Concrete (ACI 318-95)
and Commentary(ACI 318R-95).
American Concrete Institute.
Instituto Mexicano del Cemento y del Concreto. Edición 1997.
- 15.- Analysis of High Guyed Towers.
Ezra G. Odley
Journal of the Structural Division Proceeding of
the American Society of Civil Engineers.
Febrero/1966.
- 16- Estructuras de acero. Comportamiento y Diseño.
De Buen Lopez de Heredia, Oscar.
Editorial Limusa. Tercera Edición 1990.
- 17- Guyed Towers.
Perin and Cohen.
ASCE. Febrero/1966.
- 18- Mecánica de Suelos y Cimentaciones.
Carlos Crespo Villalaz.
Editorial Limusa. Cuarta Edición 1991.
- 19.- Memorias del IV Congreso Nacional de Ingeniería Estructural.
Sociedad Mexicana de Ingeniería Estructural, A.C. 1984.
- 20.- Diseño Estructural.
Melí Piralla.
Editorial Limusa. Quinta Edición 1993.