

100167 3



Universidad Nacional Autónoma de México

Posgrado en Ciencias Físicas

# Antena Superficial para Imagenología y Espectroscopía por Resonancia Magnética

TESIS

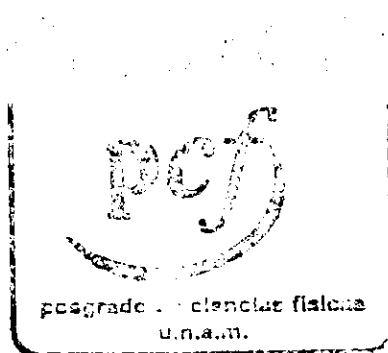
Que para obtener el Grado de  
**MAESTRA EN CIENCIAS**  
(FÍSICA MÉDICA)

PRESENTA

**FÍS. SILVIA SANDRA HIDALGO TOBÓN**  
Director de Tesis: Dr. Alfredo Rodríguez González

México D.F.

2000





Universidad Nacional  
Autónoma de México



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.



**ING. LEOPOLDO SILVA GUTIÉRREZ**  
DIRECTOR GENERAL DE LA ADMINISTRACIÓN ESCOLAR  
UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO  
P R E S E N T E

At'n: **Biol. Francisco Javier Incera Ugalde**  
Jefe de la Unidad de Administración del Posgrado

El Comité Académico del Posgrado en Ciencias Físicas en su sesión del 4 de julio de 2000 ha designado como Jurado de la alumna **SILVIA SANDRA HIDALGO TOBÓN** con número de cuenta **9982002-6** y número de expediente **70991011**, para dictaminar si el trabajo desarrollado como tesis titulado: "*Antena superficial para Imagenología y Espectroscopia por Resonancia Magnética*", dirigida por el Dr. Alfredo O. Rodríguez González, tiene los méritos para obtener el grado de **MAESTRA EN CIENCIAS (FÍSICA MÉDICA)** conforme al plan de estudios 4009.

PRESIDENTE: DR. EUGENIO LEY KOO  
SECRETARIO: DR. FERNANDO A. BARRIOS ALVAREZ  
VOCAL: ALFREDO O. RODRÍGUEZ GONZÁLEZ  
VOCAL: DR. RAFAEL ROJAS IASSO  
VOCAL: DRA. MARIA ESTER BRANDAN SIQUÉS  
SUPLENTE: DR. JOSÉ LUIS BOLDÚ OLAIZOLA  
SUPLENTE: DRA. MARÍA GARZA VIGIL

**A T E N T A M E N T E**  
"POR MI RAZA HABLARÁ EL ESPÍRITU"  
Ciudad Universitaria, D.F., a 18 de agosto de 2000.  
**EL COORDINADOR DEL POSGRADO EN CIENCIAS FÍSICAS**

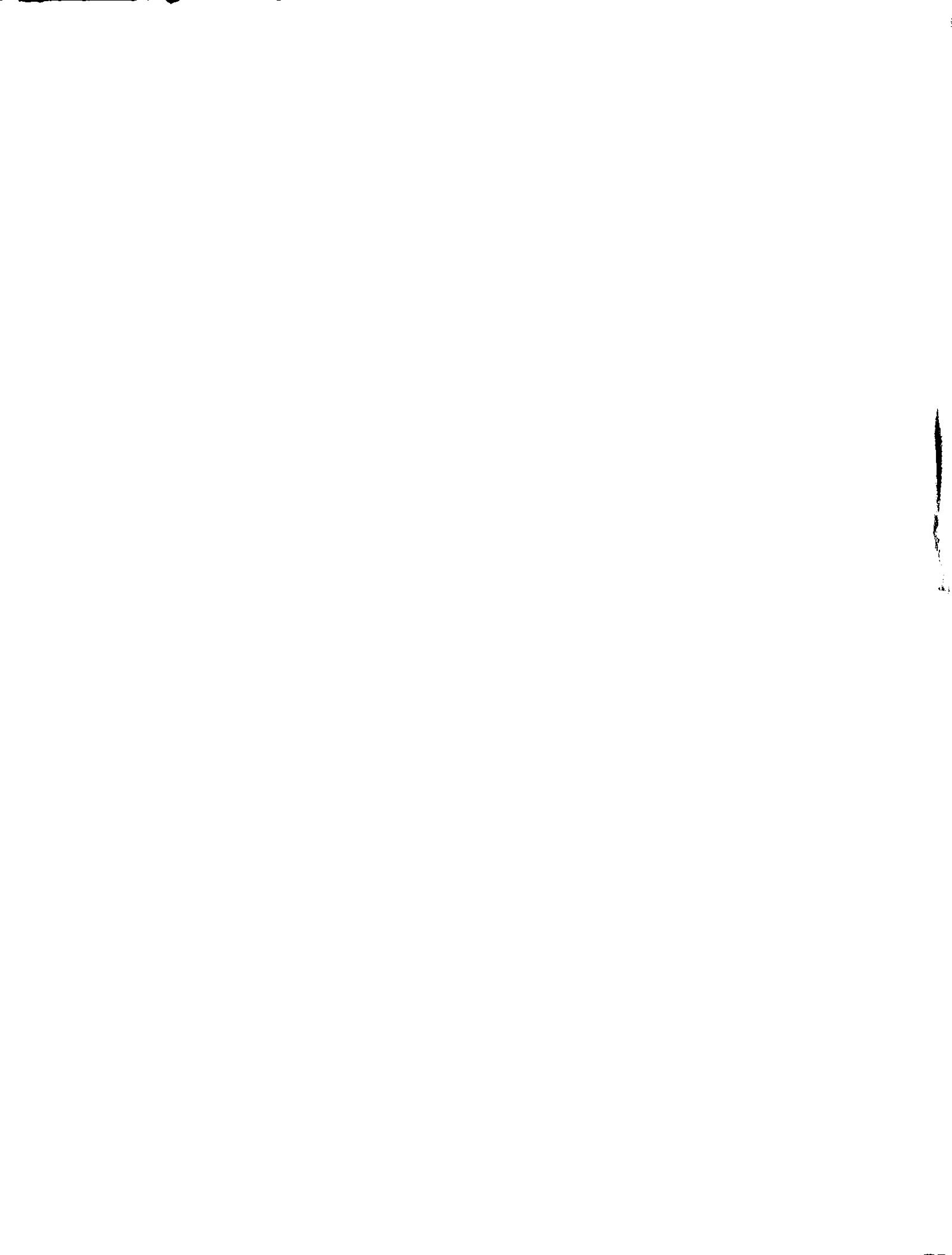
  
**DR. JOSÉ LUIS BOLDÚ OLAIZOLA**  
J.L.B.O.yhq

c c p - Cada miembro del síndico  
c c p - Interesado  
c c p - Expediente

**Antena Superficial para Imagenología y Espectroscopía  
por Resonancia Magnética**  
(Resumen)

Se presenta el diseño, construcción y funcionamiento de una antena de RF de superficie (PERES Coil), que permite obtener imágenes de resonancia magnética ricas en información anatómica del cuerpo humano, como consecuencia de un alto factor de calidad y un cociente señal a ruido (CSR) alto comparado con el CSR que presentan en general las antenas de superficie. La antena PERES a diferencia de otras antenas de superficie produce campos magnéticos más homogéneos lo que permite imágenes de mayor área y detalle. La antena PERES presenta un mayor alcance en profundidad, alrededor de los 7 cm, a diferencia de una antena circular que tiene un alcance de 5 cm aproximadamente. El principal uso que tiene la antena es para imágenes del cerebro, principalmente de la corteza cerebral, sin embargo se puede utilizar para obtener imágenes del corazón y extremidades. Se tiene el privilegio de haber construido en México, la primera antena de RF, la cual fue probada en el Hospital ABC (American British Cowdray) con éxito, primeramente en maniquíes, y después en imágenes de cerebro y corazón humanos.

**Palabras claves:** Resonancia Magnética, Antenas de Superficie, Imagenología.



## Agradecimientos

El trabajo interdisciplinario que se requiere para que un trabajo donde físicos, ingenieros y médicos tienen un fin común, no es fácil. Así pues agradezco a todos ellos el apoyo que me brindaron para el presente trabajo de tesis.

Al Dr. Alfredo Rodríguez G. por la sugerencia del tema así como por la dirección de la presente tesis.

A mi comité de sinodales: Dr. Eugenio Ley Koo, Dr. Rafael Rojas, Dr. Fernando Barrios, Dra. Ma Ester Brandan, Dr. José Luis Boldú, Dra. María Garza por sus sugerencias.

Al M. C. Alfonso Martínez por las sugerencias en la parte experimental del diseño de la antena.

A la Dra. Ma. Ester Brandan S. por su apoyo durante todo el tiempo de la maestría y al Dr. Eugenio Ley Koo por su apoyo en la maestría.

Al Ing. Fermín San Vicente de General Electric –Sistemas Médicos- México, al T. R. del Hospital ABC Gerardo Reynoso P.

Al Hospital ABC (American British Cowdray), en especial al Dr. Sánchez Cortazar por el apoyo para la prueba experimental de la antena en el Sistema Clínico.

A General Electric –Sistemas Médicos- México y Schering Mexicana por su apoyo en el proyecto de tesis.

Al CONACYT, por su apoyo de la beca durante la maestría.

A la UNAM, por permitirme formar parte de su espíritu universitario y por el apoyo de la beca durante la maestría.

A la UAM-Iztapalapa – Casa abierta al tiempo -.

A mis padres Lázaro e Inés por su apoyo incondicional en todo momento de la vida.

A mis hermanos Bernardo, Lázaro y Jafeth por su apoyo y alegría.

A mis compañeros Miguel A, Guerda M, Ana F, Catalina E, Norma M, Albertina, Juan O, y Ricardo H.

A J. F. Molina por su apoyo revitalizante.

# Índice

<b>Símbolos</b> .....	vi
<b>Capítulo 1. Introducción</b> .....	1
<b>Capítulo 2. Principios Básicos de la Resonancia Magnética</b> .....	3
<b>2.1</b> Introducción.....	3
<b>2.2</b> Fenómeno de Resonancia Magnética.....	3
<b>2.3</b> Fenómeno de Relajación.....	8
<b>2.4</b> Saturación.....	13
<b>2.5</b> Ecuaciones de Bloch.....	15
<b>2.6</b> Codificación del campo gradiente para definir la posición: imágenes unidimensionales.....	23
<b>2.7</b> Espacio $k$ .....	27
<b>2.8</b> Muestreo bidimensional de una Señal de RM.....	29
<b>Capítulo 3: Resonador IRM del Hospital ABC</b> .....	33
<b>3.1</b> Introducción.....	33
<b>3.2</b> Instrumentación del Equipo de Resonancia.....	34
3.2.1 Imán.....	34
3.2.2 Antenas compensadoras.....	36
3.2.3 Antenas de gradientes.....	36
3.2.4 Antenas de radio frecuencia.....	37
3.2.5 Unidad de control.....	37
<b>3.3</b> Unidad de Resonancia Magnética del Hospital ABC.....	38
<b>Capítulo 4. Antenas Superficiales</b> .....	40
<b>4.1</b> Introducción.....	40
<b>4.2</b> Conceptos de Resonancia y reciprocidad.....	41
<b>4.3</b> Tipos de antenas de RF para IRM.....	48
4.3.1 Antena de Rizo simple.....	48
4.3.2 Antena de Helmholtz.....	49
4.3.3 Solenoide.....	50
4.3.4 Antena en forma de silla de montar.....	50
4.3.5 Arreglo en Fase.....	50
<b>Capítulo 5. Una nueva propuesta de antena de superficie: “PERES COIL”</b> .....	52
<b>5.1</b> Introducción.....	52
<b>5.2</b> Diseño de la Antena.....	52
<b>5.3</b> Simulación.....	56
<b>5.4</b> Construcción de la antena PERES.....	58

<b>Capítulo 6. Resultados Experimentales.....</b>	<b>61</b>
6.1 Introducción.....	61
6.2 Espectro característico de la antena PERES.....	61
6.3 Análisis Cociente Señal a Ruido (CSR).....	63
6.4 Imágenes.....	66
<b>Capítulo 7. Conclusiones.....</b>	<b>72</b>
<b>Apéndice I. ....</b>	<b>73</b>
<b>Apéndice II. ....</b>	<b>76</b>
<b>Referencias.....</b>	<b>77</b>



## Índice de Símbolos

$a$	distancia
$A$	área
$A$	Potencial magnético vectorial
$b$	distancia
$B_0$	densidad de flujo magnético estático
$B_0$	magnitud del campo de inducción magnética
$B_1$	campo magnético alternante
$B_p$	campo magnético polarizado
$C$	capacitancia
CSR	Razón señal a ruido
$E_1$	campo Eléctrico
$f$	frecuencia
FOV	Campo de vista
$G$	gradiente de campo magnético
$G_x, G_y, G_z$	componentes del gradiente $G$ .
$h$	constante de Planck
$H_0$	campo magnético estático
$H_1$	campo magnético alternante
$I$	espín nuclear
$J$	densidad de corriente
$J_m$	densidad de corriente magnética
$k$	espacio en fase
$k_B$	constante de Boltzmann
$L$	inductancia
$M$	vector de magnetización
$M_x, M_y, M_z$	componentes en x, y, z de $M$
$N_\alpha$	probabilidad de encontrar a un núcleo en el estado $\alpha$ .

NEX	número de excitaciones aplicadas a la muestra
$Q$	factor de calidad
R	resistencia
S	función de señal
t	tiempo
$T_1$	tiempo de relajación longitudinal
$T_2$	tiempo de relajación transversal
TE	tiempo eco
TR	tiempo de repetición
$V_1$	voltaje 1.
$V_2$	voltaje 2
voxel	unidad mínima de volumen
x, y, z	coordenadas cartesianas
$Z_o$	$\sqrt{\mu_o / \epsilon_o}$
$\epsilon$	constante de permitividad eléctrica
$\mu$	vector del momento magnético
$\mu$	constante de permeabilidad magnética
$\gamma$	constante giromagnética
$\nu$	frecuencia
$\tau$	torca
$\omega$	frecuencia
$\alpha$	estado en que se encuentra una partícula
$\theta_0$	declinación
$\Delta E$	diferencia de energía
$\omega_r$	frecuencia de resonancia

## Capítulo 1: Introducción

El uso de la Imagenología por Resonancia Magnética (IRM) día a día tiene más auge puesto que permite obtener imágenes sin necesidad de aplicar agentes externos al paciente. Estas imágenes asisten al médico en el diagnóstico de una enfermedad y planeación de un tratamiento. La IRM no expone al paciente a radiaciones ionizantes, siendo ésta una de sus principales ventajas que se tiene sobre otras técnicas como la tomografía computarizada o SPECT (Single Photon Emission Computed Tomography). La IRM opera en el intervalo de radio-frecuencia (RF).

La IRM pertenece a un grupo de técnicas basadas en el fenómeno de la Resonancia Magnética. Este fenómeno fue descubierto por Bloch [1.1] y Purcell en 1946 [1.2]. En 1950, Hahn descubre el fenómeno espín-eco, que es parte fundamental en la captura de la señal.

Por varios años la Resonancia Magnética Nuclear (RMN) fue usada para la espectroscopía antes de que Lauterbur [1.3], Mansfield, Grannel [1.4] y Damadian [1.5] la propusieran con el fin de producir una imagen. El número de técnicas de imagenología ha florecido desde los trabajos pioneros de Lauterbur, Mansfield y Damadian. Los desarrollos tecnológicos han incrementado la calidad de las imágenes por RMN.

Una imagen está formada por un conjunto de píxeles, el valor de cada pixel está directamente relacionado con la intensidad de señal dada una área, en general será dependiente de parámetros intrínsecos tales como la densidad de espines, tiempos de relajación T1 (espín-red) y T2 (espín-espín), movimientos moleculares, efectos de susceptibilidad y cambios químicos. Así, la imagen de una misma sección de una muestra puede variar drásticamente al combinar los parámetros mencionados anteriormente entre sí. La diferencia esencial entre la IRM y las otras modalidades de imagenología es el control que el usuario tiene sobre los datos adquiridos, la manipulación y reconstrucción para la imagen.

Un sistema de resonancia magnética requiere de un imán que genere un campo magnético estático, de antenas de transmisión y recepción de pulsos de radiofrecuencia, antenas gradientes que varíen el campo magnético a lo largo de una muestra, y de una

computadora que ha de transformar la señal recibida a través una transformada de Fourier a posición, para finalmente producir una imagen.

Este trabajo de tesis se ha enfocado al diseño, construcción y prueba de una antena de recepción de señal. En general se encuentran antenas de recepción de superficie y de volumen; las antenas de superficie generan un campo magnético poco uniforme, pero con un cociente señal a ruido (CSR) alto, a diferencia de las antenas de volumen que tienen un CSR pobre y un campo magnético uniforme. La importancia de un campo magnético uniforme radica en una recepción más exacta, sin alterarla, de la señal. Aún no existe la antena perfecta de recepción, por lo que en este trabajo se presenta una nueva propuesta (diseño, construcción y análisis) de una antena de superficie de recepción, que permita una mayor uniformidad del campo magnético con un alto CSR, obteniendo imágenes ricas en el contenido de información de la anatomía de la muestra.

Así pues, en el trabajo de esta tesis, se explica desde las propiedades del núcleo y condiciones para que se dé el fenómeno de resonancia, la instrumentación del sistema de RM, y finalmente se centra el trabajo en la construcción de la antena de superficie de recepción de RF. El orden del contenido de la tesis viene dado a continuación.

En el segundo capítulo se explican los principios de la RMN que permiten entender los fundamentos en que se basa la técnica de la imagenología por RM.

En el tercer capítulo se desarrolla la teoría del funcionamiento de las antenas superficiales y sus características.

En el cuarto capítulo se describe el resonador del Hospital ABC, empleado para probar la antena que se construyó.

En el quinto capítulo se desarrolla la propuesta completa y construcción de la antena "PERES COIL" (Petal Resonator Surface Coil), que es el nombre con que se le ha bautizado, se presenta la simulación del campo magnético y el diseño final.

En el sexto capítulo se presenta un análisis de los resultados así como las imágenes obtenidas de un maniquí esférico, y del corazón y cerebro de un voluntario.

Finalmente, en el séptimo capítulo se dan las conclusiones y comentarios finales, así como las futuras perspectivas del presente trabajo.

## Capítulo 2: Principios Básicos de la Resonancia Magnética

### 2.1 Introducción

En este capítulo se desarrollará a grandes rasgos la teoría básica de la resonancia magnética, en la cual está basada la imagenología por resonancia magnética. La teoría de la resonancia magnética se explicará desde un marco cuántico, en donde se mencionan las propiedades del núcleo y las condiciones físicas que se requieren para que un núcleo entre en resonancia. Sin embargo se ha de pasar de un modelo microscópico a un modelo macroscópico, para poder explicar de una forma más sencilla la generación de la señal. Considérese un volumen que contenga un conjunto de espines, a cada uno de ellos le asociamos un momento magnético, así se tendrá una “densidad” de momentos magnéticos, que se conoce como magnetización nuclear, la cual servirá para explicar el fenómeno de relajación que sufren los espines en el tiempo después de haberles aplicado pulsos de radio-frecuencia. Este proceso está descrito matemáticamente por las ecuaciones de Bloch, que juegan un papel muy importante en la generación de la señal en el tiempo. Una vez que se ha recibido la señal, se explicará cómo se almacenan las frecuencias y fases codificadas en el espacio  $k$ , para que esta información sea descodificada por medio de una transformada de Fourier y se obtenga finalmente una imagen.

### 2.2 Fenómeno de Resonancia Magnética

Las propiedades fundamentales del núcleo atómico son su masa, tamaño, energía de enlace, espín, carga, y momento magnético. En el trabajo de la presente tesis, las propiedades relevantes son el espín y el momento magnético. En 1924 Pauli sugirió que la estructura hiperfina en el espectro atómico se puede explicar por un momento magnético intrínseco del núcleo. La interacción entre este momento dipolar con el movimiento de los electrones producirían una estructura hiperfina en una manera similar a la estructura producida por la interacción del momento magnético intrínseco del electrón.

El espín nuclear es un concepto completamente cuántico. El momento angular total ( $I$ ) es la suma de los espines de los nucleones más el momento angular orbital de estos. El cuadrado del momento angular total del núcleo tiene eigenvalores  $I(I+1)\hbar^2$ , donde los valores de  $I$  no sólo son enteros sino también son permitidos los valores de medios enteros.

Por lo tanto el valor de  $I$  debe ser un entero o la mitad de un entero dependiendo del número impar de nucleones, en caso de que tenga un número par de nucleones, el espín nuclear será igual a cero. Considérese al momento angular total como una constante de movimiento, puesto que las energías involucradas no son suficientes para producir transiciones a un estado excitado. Sólo ocurrirán reorientaciones. Las matrices de las tres componentes del operador del espín en las cuales el operador de la componente  $z$  está diagonalizado son:

$$(m|I_x + iI_y|m-1) = \sqrt{(I+m)(I-m+1)} \quad (2.1)$$

$$(m|I_x - iI_y|m+1) = \sqrt{(I-m)(I+m+1)} \quad (2.2)$$

$$(m|I_z|m) = m \quad (2.3)$$

La componente  $z$  del operador del espín tiene  $2I+1$  eigenvalores  $I, I-1, \dots, -I$ ;  $m_I$  se conoce como el número cuántico del espín magnético. El vector del momento angular total del núcleo  $\hbar \mathbf{I}$  está conectado con el vector de momento magnético  $\boldsymbol{\mu}$  por medio de la siguiente expresión:

$$\boldsymbol{\mu} = \gamma \hbar \mathbf{I} \quad (2.4)$$

donde  $\gamma$  es la razón giromagnética,  $\gamma \hbar I$  es el eigenvalor máximo de la componente  $z$  del operador del momento magnético, la cual también se le conoce como momento magnético nuclear.  $I\hbar$  es el valor máximo de la componente  $z$  del vector del momento angular total.

En la Tabla 2.1 se lista el valor de la constante giromagnética para algunos núcleos.

Núcleo	$^1\text{H}$	$^2\text{H}$	$^{19}\text{F}$	$^7\text{Li}$
Espín ( $I$ )	1/2	1	1/2	3/2
$\gamma/2\pi(\text{MHz/T})$	42.58	6.53	40.08	16.20

Tabla 2.1.

En general el Hamiltoniano para un átomo en un campo magnético constante  $\mathbf{H}_0$ , se escribe de la siguiente manera:

$$H_{op} = A\gamma \hbar \mathbf{I} \cdot \mathbf{J} + g\beta \mathbf{J} \cdot \mathbf{H}_0 + \gamma \hbar \mathbf{I} \cdot \mathbf{H}_0 \quad (2.5)$$

donde  $\mathbf{I}$  es el momento angular total del núcleo,  $\mathbf{J}$  es el momento angular total del electrón,  $\beta$  es el magnetón de Bohr,  $g$  es el factor de Landé y  $A$  una constante [campo magnético]. El primer término del lado derecho del Hamiltoniano representa la interacción entre el núcleo

y el movimiento de los electrones. El segundo término es la contribución del efecto Zeeman del electrón y el último término es la contribución del efecto Zeeman del núcleo. Generalmente el segundo término es el más grande debido a que el momento magnético del electrón es  $10^3$  más grande que el momento magnético del núcleo, a menos que  $J=0$ , en el cual la contribución máxima vendrá dada por el último término.

Cualquier sistema, que posea un momento angular  $\mathbf{J}$  y un momento magnético  $\mu$ , y que esté colocado en un campo magnético ( $\mathbf{H}_0$ ) en dirección de  $z$ , es capaz de "alinearse" en dirección al campo, es decir el momento magnético del núcleo tiende a alinearse en dirección del campo estático de manera paralela o antiparalela. La teoría fue primeramente dada a conocer por Guttinger y Majorana y después por Rabi y Schwinger. El sistema magneto-mecánico precesará alrededor de  $\mathbf{H}_0$  con la frecuencia de Larmor ( $\omega_0$ ):

$$2\pi\nu_0 = \omega_0 = \gamma H_0 \quad (2.6)$$

Si ahora se añade al campo  $\mathbf{H}_0$ , un campo  $\mathbf{H}_1$  con componentes que oscilan en el plano  $xy$  se tiene que:

$$\begin{aligned} H_x &= H_1 \cos(\omega t) \\ H_y &= H_1 \sin(\omega t) \\ H_z &= H_0 \end{aligned} \quad (2.7)$$

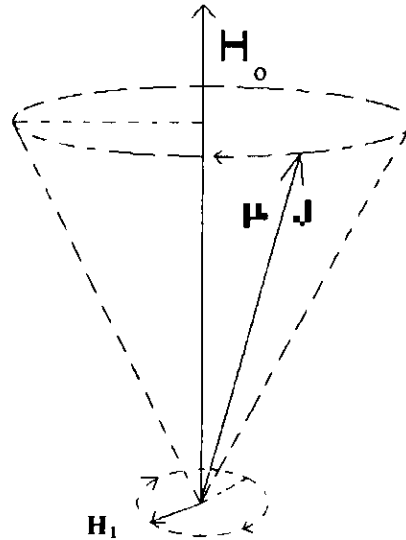
El campo  $\mathbf{H}_1$  ejerce una torca ( $\tau$ ) sobre el momento magnético ( $\mu$ ), que viene dada por:

$$\tau = [\mu \times \mathbf{H}_1] \quad (2.8)$$

La torca tiende a cambiar el ángulo que subtende  $\mu$  con el eje  $z$ . Si  $\mathbf{H}_1$  rotase en sentido contrario al sistema o si no rotasen a la misma frecuencia la torca estaría fuera de fase y en un tiempo corto cambiaría de signo ocasionando que los períodos de Larmor fuesen pequeños. Si  $\omega = \omega_0$ , el ángulo polar se incrementaría; por lo que la reorientación nos conduciría al fenómeno de resonancia. Suponiendo que se tuvieran átomos con  $J=0$ , bajo la influencia de la torca ( $\tau$ ) entonces los dos primeros términos del Hamiltoniano de la Ec. (2.5) pueden ser ignorados, puesto que sólo el último término contribuye al Hamiltoniano:

$$H_{op} = -\gamma \hbar \mathbf{I} \cdot \mathbf{H} \quad (2.9)$$

donde  $\mathbf{H}$  es el campo magnético total que se está aplicando al sistema.



**Figura 2.1** Representación del vector del momento magnético el cual está colocado en un campo magnético  $\mathbf{H}_0$  y  $\mathbf{H}_1$  (campo oscilante), de acuerdo a Kellogg y Millman.

El Hamiltoniano en el estado base (0) puede escribirse como:

$$H^0_{op} = -\gamma \mathbf{H}_0 \mathbf{I}_0 \quad (2.10)$$

donde  $\mathbf{H}_0$  es el campo magnético estático, y  $\mathbf{I}_0$  el vector de momento angular total del núcleo en el estado base. El operador tiene  $2I+1$  eigenvalores, correspondientes a  $2I+1$  elementos de la diagonal de la matriz de  $I_z$  en la Ec. (2.3). Ahora si se considera a el campo  $\mathbf{H}_1$  como una pequeña perturbación que se le hace al sistema, el operador de perturbación referente a  $\mathbf{H}_1$  está escrito como:

$$\begin{aligned} H^1_{op} &= -\gamma \hbar (H_x I_x + H_y I_y) \\ &= -\gamma/2 \hbar H_1 \{ (I_x - iI_y) e^{+i\omega t} + (I_x + iI_y) e^{-i\omega t} \} \end{aligned} \quad (2.11)$$

$H^1_{op}$  sólo tiene elementos fuera de la diagonal, dados por la Ec. (2.1) y la Ec. (2.2). Se deben satisfacer estas dos matrices con el factor de Heisenberg  $e^{+i\omega t}$  y  $e^{-i\omega t}$  respectivamente. El único efecto de  $H^1_{op}$  es producir las transiciones entre los niveles adyacentes de un estado de energía. Se selecciona la regla  $\Delta m_1 = \pm 1$ . Al tiempo  $t=0$ , el sistema está en el estado  $m$ , si se aplica la teoría de perturbaciones de primer orden uno obtiene la probabilidad de encontrar el sistema en el estado  $m'$  al tiempo  $t$ :

$$w_{m \leftarrow m'} = \frac{1}{\hbar^2} |m' | H^1 | m \rangle|^2 \left| \frac{1 - e^{-i\Delta\omega t}}{\Delta\omega} \right|^2 \quad (2.12)$$



donde  $\Delta\omega = \omega - \omega_0$ . Sustituyendo la Ec. (2.11) y la Ec. (2.2) en la Ec. (2.12) se tiene que:

$$w_{m+1 \leftarrow m} = \frac{1}{4} \gamma^2 H_1^2 (I-m)(I+m+1) \sin^2 \frac{\Delta\omega t}{2} / (\Delta\omega)^2 \quad (2.13)$$

Esta expresión tiene un valor pequeño, a menos que  $\Delta\omega \approx 0$ . Recuérdese que la condición de resonancia es  $\omega = \omega_0$  la cual debe cumplirse. Si la razón giromagnética es positiva,  $\mathbf{H}_1$  rotará en sentido contrario a las manecillas del reloj, en dirección a  $\mathbf{H}_0$ . Si la señal de radio frecuencia asociada con el magnético oscilante  $\mathbf{H}_1$  cubre un rango pequeño de frecuencias que contenga la frecuencia de resonancia, y si se denota el promedio de la densidad de energía almacenada en la componente que gira del campo magnético por  $\int_0^{\tau} \rho(\nu) d\nu = \frac{H_1^2}{8\pi}$  se integra sobre  $\Delta\omega$  en la Ec. (2.13), se obtiene una expresión que indique la probabilidad de transición a lo largo del tiempo:

$$w_{m+1 \leftarrow m} = 2\pi\gamma^2 (I-m)(I+m+1) \rho(\nu_0) t. \quad (2.14)$$

Si se asume que la probabilidad de estar en cualquier estado es la misma para todos los estados, se puede promediar de la Ec. (2.13) sobre todos los  $m$  y obtener la probabilidad para cualquier transición  $\Delta m = +1$  es:

$$w_{\Delta m = +1} = 2\pi\gamma^2 \rho(\nu_0) t^{2/3} I(I+1) \quad (2.15)$$

En la evaluación de la expresión  $\frac{1}{2I+1} \sum_{m=-1}^{+1} (I-m)(I+m+1)$ , se usan las relaciones

$\sum_{m=-1}^{+1} m^2 = \frac{1}{3} I(I+1)(2I+1)$  y  $\sum_{m=-1}^{+1} m = 0$ . La probabilidad para una transición  $\Delta m = -1$  está

dada por la Ec. (2.14) y Ec. (2.15). La probabilidad por unidad de tiempo para una transición de un espín  $I = 1/2$ , de un estado paralelo a uno antiparalelo esta dado por la Ec. (2.14):

$$W = 2\pi\gamma^2 \rho(\nu_0) \quad (2.16)$$

La diferencia de energías viene dada entre el estado  $m$  y  $m'$ :

$$h\nu_0 = |E_{m'} - E_m| = |m' - m| g\beta H_0 = |m' - m| \frac{\mu H_0}{I} \quad (2.17)$$

y puesto que  $\omega_0 = 2\pi\nu_0$ , la velocidad angular de una transición es:

$$\omega_0 = |m' - m| \frac{\mu H_0}{\hbar I} \quad (2.18)$$

## 2.3 Fenómeno de Relajación

Las transiciones inducidas ocurren con la misma probabilidad en ambas direcciones entre un par de estados de energía; las transiciones espontáneas pueden ser ignoradas en ambos casos. Una señal de resonancia magnética proveniente de un conjunto de núcleos puede ser observada sólo si hay un cambio en el conjunto de momento magnéticos nucleares contenidos en una muestra (magnetización), el cual va estar acompañado por la absorción de energía proveniente del campo  $H_1$ . Así se concluye que el cambio en la magnetización es debida a la desigualdad en la distribución de la población entre los niveles de Zeeman<sup>1</sup>. Una evaluación numérica de esta diferencia de población se puede hacer utilizando la Ec. de Boltzmann, la cual muestra que existe una pequeña diferencia entre la población ( en el orden de una parte por millón para un conjunto de  $10^5$  núcleos) en un campo magnético moderado (10000 gauss). Sin embargo estos pequeños cambios en la población son los que interesan en la resonancia magnética.

Hay otro mecanismo que requiere ser considerado, el cual tiende a restablecer el equilibrio térmico entre los estados del espín debido a la absorción de energía. Es decir, es el proceso por el cual la condición de equilibrio es restablecida, este mecanismo se conoce como fenómeno de relajación.

### A) Relajación espín-red.

La relajación espín-red es el proceso del mantenimiento del equilibrio térmico en el sistema de espines a través del intercambio de energía con el movimiento térmico de las moléculas y sus alrededores. Este contacto térmico es el resultado de las interacciones de los momentos magnéticos más las fluctuaciones aleatorias de los campos magnéticos, siendo el resultado de movimientos térmicos del núcleo en la molécula. Una componente del campo que fluctúa, lo hace a la frecuencia de Larmor para un valor particular del campo polarizado que induce transiciones entre los niveles de energía y así restablecer la distribución térmica.

---

<sup>1</sup> La separación de los niveles de energía en un campo magnético se le conoce como efecto Zeeman. Una explicación análoga para la degeneración del espín nuclear en presencia de un campo magnético es el efecto Zeeman nuclear.

Para comprender el proceso es útil pensar en un ejemplo, supóngase un espín con valor de  $\frac{1}{2}$ , un sistema con una distribución uniforme, es decir la probabilidad (P) de pasar de un estado de menor a mayor energía o viceversa ( $P_{\frac{1}{2}} = P_{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}$ ). Puesto que las probabilidades de transiciones (mayor a menor o menor a mayor) son iguales, ¿Cómo puede el sistema restablecer su equilibrio térmico?. La respuesta no es obvia. Definamos a  $n_-$  como la población que se encuentra en el estado de menor energía ( $+\frac{1}{2}$ ) y  $n_+$  como la población que se encuentra en el estado de mayor energía (Véase Fig. (2.2)).

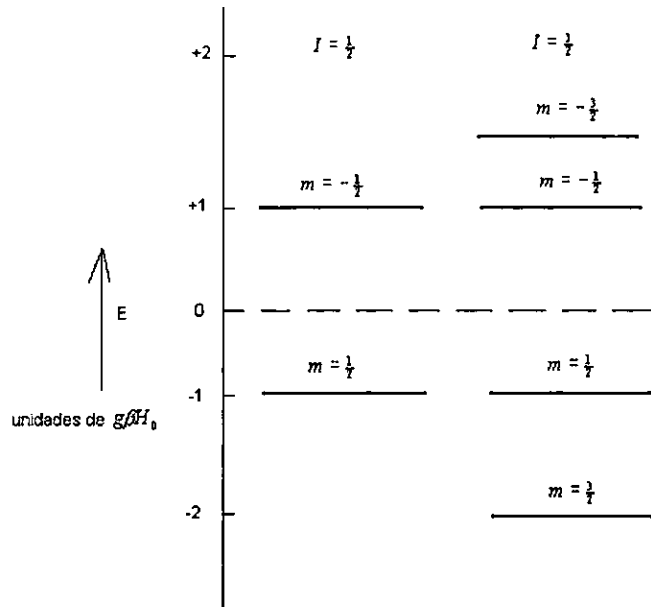


Figura 2.2 Diagrama de energía para estados del espín en un campo magnético.

Si  $W_+$  es la probabilidad de hacer una transición de un nivel de menor a mayor energía y  $W_-$  es la probabilidad de pasar a un nivel menor, entonces  $n_-W_+$  es el número de transiciones de menor a mayor energía y  $n_+W_-$  es el número de transiciones de mayor a menor energía. Inicialmente en el equilibrio  $n_+ = n_-$ :

$$(n_-W_+)_{eq} = (n_+W_-)_{eq} \quad (2.19)$$

o en términos de temperatura (T), la constante de Boltzman (k) y el campo magnético  $H_0$ :

$$\frac{W_+}{W_-} = \left( \frac{n_-}{n_+} \right)_{eq} = e^{-2\mu H_0 / kT} \quad (2.20)$$

Considérese en el presente caso un sistema térmicamente acoplado. La ley de conservación de energía se requiere para explicar las transición ascendentes y descendentes del sistema.

Asúmase un conjunto de osciladores armónicos, cada uno con una frecuencia característica  $\nu_0 = \omega_0 / 2\pi = 2\mu H_0 / h$ . Cada oscilador tiene valores de energía cuantizados,

$$E_\nu = (\nu + \frac{1}{2})h\nu_0 \quad (2.21)$$

donde  $\nu$  es un número cuántico (enteros positivos incluyendo el 0). Podemos describir este sistema de osciladores por un conjunto de número de la población  $N_\nu$  definido por:

$$N_\nu = C e^{-\nu h\nu_0 / kT} \quad (2.22)$$

donde  $C$  es una constante.  $N_\nu$  es el número de osciladores que tienen una energía vibracional  $(\nu + \frac{1}{2})h\nu_0$ .

Para transiciones que van de un nivel de mayor energía a uno de menor energía, estas transiciones se llevan a cabo en el sistema de la red. Estas transiciones ocurren con la misma probabilidad, tal que  $W_-$  es simplemente proporcional al número de osciladores que hacen una transición de mayor a menor energía. Si a esta constante de proporcionalidad se le asigna el nombre de  $B$  entonces:

$$W_- = B \sum_{\nu=0}^{\infty} N_\nu = BC \sum_{\nu=0}^{\infty} e^{-\nu h\nu_0 / kT} \quad (2.23)$$

De una manera similar  $W_+$  está relacionada con el número de osciladores para transiciones de mayor a menor energía. Sin embargo puesto que las transiciones del nivel  $\nu=0$  no son posibles entonces:

$$W_+ = B \sum_{\nu=1}^{\infty} N_\nu = BC \sum_{\nu=1}^{\infty} e^{-\nu h\nu_0 / kT} \quad (2.24)$$

El cociente está dado por:

$$\begin{aligned} \frac{W_+}{W_-} &= \frac{\sum_{\nu=1}^{\infty} e^{-\nu h\nu_0 / kT}}{\sum_{\nu=0}^{\infty} e^{-\nu h\nu_0 / kT}} = \frac{e^{-h\nu_0 / kT} + e^{-2h\nu_0 / kT} + e^{-3h\nu_0 / kT} + \dots}{1 + e^{-h\nu_0 / kT} + e^{-2h\nu_0 / kT} + e^{-3h\nu_0 / kT} + \dots} \\ &= \frac{e^{-h\nu_0 / kT} (1 + e^{-h\nu_0 / kT} + e^{-2h\nu_0 / kT} + e^{-3h\nu_0 / kT} + \dots)}{1 + e^{-h\nu_0 / kT} + e^{-2h\nu_0 / kT} + e^{-3h\nu_0 / kT} + \dots} = e^{-h\nu_0 / kT} \end{aligned} \quad (2.25)$$

la cual es equivalente a la Ec. (2.20) si igualamos  $h\nu_0\pi = 2\mu H_0$ . En la transición de sistema de espines a la red no ocurren con la misma probabilidad y este desacoplamiento con los grados de libertad de la red contrarrestan los desplazamientos del sistema fuera de la distribución del equilibrio térmico.

Supóngase ahora un sistema que ha sido perturbado de las condiciones de equilibrio, el cual regresará a través de una distribución térmica entre sus estados de energía. Excepto a muy bajas temperaturas, el término de la exponencial en la Ec. (2.20) tiene un valor muy cercano a la unidad, es conveniente definir una probabilidad de transición  $W$  en términos de las ecuaciones:

$$W = We^{\mu H_0 / kT} = W \left( 1 + \frac{\mu H_0}{kT} + \frac{1}{2!} \frac{\mu^2 H_0^2}{k^2 T^2} + \dots \right) \approx W \left( 1 + \frac{\mu H_0}{kT} \right) \quad (2.26)$$

$$W_+ = We^{-\mu H_0 / kT} = W \left( 1 - \frac{\mu H_0}{kT} + \frac{1}{2!} \frac{\mu^2 H_0^2}{k^2 T^2} + \dots \right) \approx W \left( 1 - \frac{\mu H_0}{kT} \right) \quad (2.27)$$

De una manera similar:

$$(n_+)_{eq} = \frac{N}{2} e^{\mu H_0 / kT} \approx \frac{N}{2} \left( 1 + \frac{\mu H_0}{kT} \right)$$

$$(n_-)_{eq} = \frac{N}{2} e^{-\mu H_0 / kT} \approx \frac{N}{2} \left( 1 - \frac{\mu H_0}{kT} \right) \quad (2.28)$$

Donde  $N = n_+ + n_-$ .

La razón en la cual la población de estados cambia está dada por:

$$\begin{aligned} \frac{dn_+}{dt} &= -\frac{dn_-}{dt} = n_- W_- + n_+ W_+ \\ &= W (n_- e^{\mu H_0 / kT} - n_+ e^{-\mu H_0 / kT}) \end{aligned} \quad (2.29)$$

Es conveniente resolver el cociente de cambio de diferencia de población,  $n_+ - n_- \equiv n$ .

Puesto que hay  $2n$  cambios por cada transición, entonces se tiene que:

$$\begin{aligned} \frac{dn}{dt} &= 2W (n_- e^{\mu H_0 / kT} - n_+ e^{-\mu H_0 / kT}) \\ &\approx 2W \left[ n_- \left( 1 + \frac{\mu H_0}{kT} \right) - n_+ \left( 1 - \frac{\mu H_0}{kT} \right) \right] \end{aligned} \quad (2.30)$$

o:

$$\frac{dn}{dt} = 2W (n_{eq} - n) \quad (2.31)$$

La Ec. (2.31) al ser integrada se obtiene:

$$2Wt = \ln \left( \frac{n_{eq} - n_0}{n_{eq} - n} \right) \quad (2.32)$$

donde  $n_0$  es el valor inicial de  $n$ . La Ec. (2.32) puede reescribirse:

$$n = n_{eq} \left( 1 - \frac{n_{eq} - n_0}{n_{eq}} e^{-2Wt} \right) \quad (2.33)$$

En esta forma se observa que  $n$  tiene un comportamiento exponencial de un valor inicial  $n_0$  a un  $t=0$  a un valor de equilibrio  $n_{eq}$  a un  $t=\infty$  con tiempo constante característico  $1/2W$ . A este tiempo constante se define como *tiempo de relajación espín-red*:

$$T_1 = \frac{1}{2W} \quad (2.34)$$

Por medio de un experimento se comprobó que  $T_1$  depende del hecho que  $M_z$  (componente  $z$  de la Magnetización total), es justamente  $n\mu$ . Así en una escala macroscópica podemos escribir una ecuación análoga a la Ec. (2.31):

$$\frac{dM_z}{dt} = \frac{1}{T_1} (M_{z,eq} - M_z) \quad (2.35)$$

donde  $T_1$  puede ser determinado observando el decaimiento exponencial de la señal de resonancia magnética como una función del tiempo después de que el campo  $\mathbf{H}_1$  se ha dejado de aplicar.

## B) Relajación Espín-Espín

Como el nombre implica, el proceso de relajación en el cual el intercambio de energía está confinado únicamente al sistema de los espines. Para ilustrar este proceso, considérese una situación en la cual tenemos la condición de resonancia la cual es realizada por un campo  $\mathbf{H}_1$  a una frecuencia de Larmor  $\omega_0 = \gamma H_0$ . Desde un punto de vista clásico, se piensa que el movimiento de precesión de los momentos magnéticos son alrededor de  $\mathbf{H}_0$ . Cuando  $\mathbf{H}_1$  es aplicado por un tiempo  $t$ , los momentos individuales se encontraran en fase y todos precesando alrededor de  $\mathbf{H}_0$ . Si se deja de aplicar  $\mathbf{H}_1$ , los momentos continuaran precesando alrededor de  $\mathbf{H}_0$  y la magnetización volverá a su posición de equilibrio lentamente, en un tiempo característico del proceso de relajación espín-red.

El decaimiento de la señal de resonancia magnética será mucho más rápido. A menos que estos momentos cambien rápidamente, estos contribuirán con un pequeño campo magnético tal que la magnetización en la muestra se vuelve inhomogénea. Como resultado, los momentos magnéticos individuales precesarán en el campo a diferentes magnitudes por lo que perderán la fase uno respecto al otro en su frecuencia de precesión. Si la interacción entre estos momentos magnéticos o espines es tal que se produce una diferencia de campo magnético, entonces las frecuencias de precesión variarían en un rango de  $\Delta\omega_0 = \gamma\Delta H_0$ . El recíproco de  $\Delta\omega_0$  tiene dimensiones de tiempo y por lo tanto sirve para medir el tiempo requerido para que ocurra el desfaseamiento. Cuantitativamente, se puede definir el tiempo de relajación espín-espín ( $T_2$ ) como:

$$T_2 = \frac{1}{\Delta\omega_0} = \frac{1}{\gamma\Delta H_0} \quad (2.36)$$

## 2.4 Saturación

Se han discutido dos efectos que actúan conjuntamente, los cuales determinan la distribución entre los estados de los espines bajo condiciones de resonancia. El primero de éstos es la tendencia hacia una temperatura del espín infinita causada por la transición entre los estados de los espines del campo  $H_1$ . Si se tiene la representación de la probabilidad de esta transición simplemente por  $P$ , entonces la razón neta de cambio de la población entre los estados por transiciones inducidas es:

$$P(n_+ - n_-) = Pn \quad (2.37)$$

El segundo efecto que se ha discutido es la relajación, el cual tiende a restablecer la distribución de equilibrio. Si el tiempo de relajación es pequeño, una señal puede ser observada; si el tiempo de relajación es largo, el sistema de espines se "calienta" rápidamente, de tal forma que este tiene que ser "enfriado" por intercambio térmico con la red, y la señal de resonancia magnética decae a cero conforme la temperatura del espín se eleva. Este fenómeno se conoce como saturación.

Ahora supóngase que se combina una población que cambia por transiciones inducidas. Cada transición simple cambia la diferencia de la población por dos, es decir:

$$\frac{dn}{dt} = \frac{n_{eq} - n}{T_1} - 2nP = \frac{n_{eq}}{T_1} - \frac{1+2PT_1}{T_1}n$$

(2.38)

Integrando esta ecuación se tiene:

$$n = \frac{n_{eq}}{1+2PT_1} + \left( n_0 - \frac{n_{eq}}{1+2PT_1} \right) e^{-[(1+2PT_1)t/T_1]} \quad (2.39)$$

Así el valor aproximado de n es:

$$\frac{n_{eq}}{1+2PT_1} \quad (2.40)$$

a un tiempo  $t = \infty$  y el tiempo constante y característico para este proceso es:

$$\frac{T_1}{1+2PT_1}$$

Se ha visto que para ambos el valor de equilibrio de n y del tiempo constante que llevan al equilibrio disminuye por el factor:

$$\frac{1}{1+2PT_1} \quad (2.41)$$

el cual se le conoce como factor de saturación. Previamente se dijo que sólo se permiten transiciones  $\Delta m = \pm 1$ . Se tiene que P tienen un valor de  $P = \frac{1}{4}\gamma^2 H_1^2 g(\omega)$  para el caso de  $I=1/2$ . El factor de saturación para un espín igual a 1/2 es:

$$\frac{1}{\frac{1}{4}\gamma^2 H_1^2 g(\omega)} \quad (2.42)$$

Así pues se observa que el máximo grado de saturación o de máxima reducción en la señal de resonancia magnética ocurre en el valor máximo de  $g(\omega)$ , tal que el factor de saturación quedaría:

$$\frac{1}{1+\gamma^2 H_1^2 T_1 T_2}$$

usando la definición de  $T_2 = \frac{1}{2}[g(\omega)]_{max}$ .



## 2.5 Ecuaciones de Bloch

Hasta el momento se ha explicado el fenómeno de resonancia desde un punto de vista microscópico. Para entender de una manera más fácil el proceso de generación de la señal en el tiempo, se pasará a un punto de vista macroscópico, por lo que ahora se ha de considerar un volumen en el cual están contenidos momentos magnéticos nucleares, cuya suma de momentos entre unidad de volumen se define como magnetización ( $\mathbf{M}$ ). Es importante recordar que la magnetización obedece la misma ecuación de movimiento que siguen los momentos magnéticos nucleares ( $\mu_i$ ) puesto que están relacionados por:

$$\mathbf{M} = \sum_{\substack{u.d.e \\ volumen}} \mu_i$$

Si se recuerda de la mecánica clásica que la torca  $\tau$  es la variación en el tiempo del momento angular total ( $\mathbf{J}$ ) entonces  $\tau = \frac{d\mathbf{J}}{dt}$  y que por otro lado la torca que ejerce el campo magnético sobre la magnetización, se puede escribir a la variación de la magnetización ( $\mathbf{M}$ ) en el tiempo como:

$$\frac{d\mathbf{M}}{dt} = -\gamma(\mathbf{H} \times \mathbf{M}) \quad (2.43)$$

Considérese ahora un campo estático  $\mathbf{H}_0$  que va en dirección del eje z, y  $\mathbf{H}_1$  se encuentra en el plano xy. Con  $\mathbf{H}_1$  rotando con una velocidad angular  $\omega$ , las componentes del campo  $\mathbf{H} = \mathbf{H}_1 + \mathbf{H}_0$  son:

$$\begin{aligned} H_x &= H_1 \cos \omega t \\ H_y &= H_1 \sin \omega t \\ H_z &= H_0 \end{aligned} \quad (2.7)$$

entonces la Ec. (2.43) se puede escribir en termino de sus componentes:

$$\frac{dM_x}{dt} = \gamma(M_z H_1 \sin \omega t + M_y H_0) \quad (2.44a)$$

$$\frac{dM_y}{dt} = \gamma(M_z H_1 \cos \omega t - M_x H_0) \quad (2.44b)$$

$$\frac{dM_z}{dt} = \gamma(-M_x H_1 \sin \omega t + M_y H_1 \cos \omega t) \quad (2.44c)$$

La relajación afecta la magnetización y por lo tanto debe ser incorporada a estas ecuaciones.

Se ha visto que la componente z de la magnetización obedece una ecuación de la forma:

$$\frac{dM_z}{dt} = \frac{M_{z,eq} - M_z}{T_1} \quad (2.45)$$

para los efectos de relajación espín-red.  $M_{z,eq}$  es el valor de equilibrio de  $M_z$ :

$$M_{z,eq} = \frac{N\mu^2}{kT} H_0 \quad (2.46)$$

para  $l=1/2$ . Así la componente z de la ecuación es:

$$\frac{dM_z}{dt} = \gamma(-M_x H_1 \sin \omega t + M_y H_1 \cos \omega t) - \frac{M_{z,eq} - M_z}{T_1} \quad (2.47)$$

la cual es la primera ecuación de Bloch. Debido al hecho de que la relajación espín-red afecta sólo a la componente z del vector de magnetización, a  $T_1$  también se le conoce como tiempo de relajación longitudinal.

Considere ahora el efecto de relajación espín-espín. De la Ec. (2.45), se observa que en ausencia de relajación,  $\mathbf{M}$  precesa alrededor del campo  $\mathbf{H}_0$ . Sin embargo los momentos individuales se salen de fase debido a las interacción espín-espín. Esta pérdida de coherencia causa un decaimiento transversal. Este hecho se deriva de que  $M_x$  y  $M_y$  decaen por el proceso de primer orden, tal que las ecuaciones análogas a la Ec. (2.37) pueden ser escritas remplazando  $T_2$  por  $T_1$ :

$$\begin{aligned} \frac{dM_x}{dt} &= \frac{M_{x,eq} - M_x}{T_2} \\ \frac{dM_y}{dt} &= \frac{M_{y,eq} - M_y}{T_2} \end{aligned}$$

En este caso  $t = \infty$  corresponde a una pérdida completa de coherencia, tal que la suma vectorial de las componentes transversales se anulan:

$$\begin{aligned} M_{x,eq} &= \sum_{\substack{\text{u. de} \\ \text{volumen}}} \mu_x = 0 \\ M_{y,eq} &= \sum_{\substack{\text{u. de} \\ \text{volumen}}} \mu_y = 0 \end{aligned}$$

Así combinando los efectos de la relajación espín-espín con las Ecs. (2.44a) y (2.44b) se tiene:

$$\frac{dM_x}{dt} = \gamma(M_z H_1 \sin \omega t + M_y H_0) - \frac{M_x}{T_2} \quad (2.48)$$

$$\frac{dM_y}{dt} = \gamma(M_z H_1 \cos \omega t - M_x H_0) - \frac{M_y}{T_2} \quad (2.49)$$

las cuales son las ecuaciones de Bloch para la componente transversal del vector de magnetización.  $T_2$  sólo aparece en las ecuaciones diferenciales para  $M_x$  y  $M_y$  y por lo tanto se le refiere a  $T_2$  como el tiempo de relajación transversal.

Para la completa solución de las ecuaciones Bloch, considérese que  $\mathbf{H}_0$  y  $\mathbf{H}_1$  son aplicados por un tiempo suficiente tal que  $M_z$  es constante, y  $M_x$  y  $M_y$  rotan con el campo  $\mathbf{H}_1$ . La solución en el estado estacionario es mas fácil de obtener si se hace una transformación del sistema de coordenadas a uno que rote con el campo  $\mathbf{H}_1$ .  $M_z$  no resultara afectado, pero  $M_x$  y  $M_y$  deben ser redefinidos en términos del campo que rota. Se define una componente  $u$  la cual está en fase con el campo  $\mathbf{H}_1$  y  $v$  que será la componente perpendicular (a  $90^\circ$ ), y que está fuera de fase. Las ecuaciones de transformación pueden ser expresadas como:

$$M_x = u \cos \omega t - v \sin \omega t \quad (2.50a)$$

$$M_y = -u \sin \omega t + v \cos \omega t \quad (2.50b)$$

En su forma matricial sería:

$$\begin{pmatrix} M_x \\ M_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \omega t & -\sin \omega t \\ -\sin \omega t & \cos \omega t \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix}$$

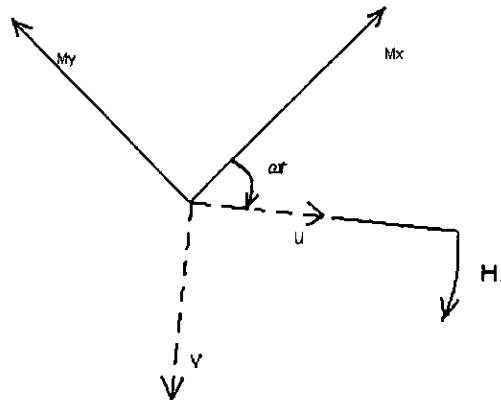


Figura 2.3 Componentes del vector de magnetización.

y por inversión de la matriz de transformación se tiene:

$$u = M_x \cos \omega t - M_y \sin \omega t \quad (2.51a)$$

$$v = -M_x \sin \omega t + M_y \cos \omega t \quad (2.51b)$$

Las ecuaciones de Bloch pueden ser fácilmente escritas en términos de estas nuevas coordenadas con el uso adecuado de las ecuaciones de transformación. Así se tiene:

$$\frac{du}{dt} + \frac{u}{T_2} + (\omega_0 - \omega)v = 0 \quad (2.52a)$$

$$\frac{dv}{dt} + \frac{v}{T_2} - (\omega_0 - \omega)u + \gamma H_1 M_z = 0 \quad (2.52b)$$

$$\frac{dM_z}{dt} + \frac{M_{z,eq} - M_z}{T_1} - \gamma H_1 v = 0 \quad (2.52c)$$

Las condiciones en un estado estacionario implican que  $u$  y  $v$  así como  $M_z$  son constantes.

En este caso se resuelven las ecuaciones las Ecuaciones de Bloch:

$$\frac{u}{T_2} + (\omega_0 - \omega)v = 0 \quad (2.53a)$$

$$\frac{v}{T_2} - (\omega_0 - \omega)u + \gamma H_1 M_z = 0 \quad (2.53b)$$

$$\frac{M_{z,eq} - M_z}{T_1} - \gamma H_1 v = 0 \quad (2.53c)$$

En el estado estacionario las Ecuaciones de Bloch en un sistema de referencia que está rotando se pueden resolver manipulando algebraicamente las ecuaciones, para obtener:

$$v = -M_{z,eq} \frac{\gamma H_1 T_2}{L(\omega_0 - \omega)} \quad (2.54a)$$

$$u = M_{z,eq} \frac{\gamma H_1 T_2^2 (\omega_0 - \omega)}{L(\omega_0 - \omega)} \quad (2.54b)$$

$$M_z = M_{z,eq} \frac{1 + T_2^2 (\omega_0 - \omega)^2}{L(\omega_0 - \omega)} \quad (2.54c)$$

donde  $L(\omega_0 - \omega) = 1 + \gamma^2 H_1^2 T_1 T_2 + T_2^2 (\omega_0 - \omega)^2$ . Estas soluciones pueden ser transformadas nuevamente a los ejes fijos como sigue: usando las Ec. (2.51), se tiene:

$$-M_x \sin \omega t + M_y \cos \omega t = -M_{z,eq} \frac{\gamma H_1 T_2}{L(\omega_0 - \omega)} \quad (2.55a)$$

$$M_x \cos \omega t - M_y \sin \omega t = -M_{z,eq} \frac{\gamma H_1 T_2^2 (\omega_0 - \omega)}{L(\omega_0 - \omega)} \quad (2.55b)$$

Multiplicando la Ec. (2.55a) por  $\sin \omega t$  y la Ec. (2.55b) por  $\cos \omega t$ , y restando la primera de la segunda se tiene:

$$M_x = M_{z,eq} \frac{\gamma H_1 T_2^2 (\omega_0 - \omega) \cos \omega t + \gamma H_1 T_2 \sin \omega t}{L(\omega_0 - \omega)}$$

Similarmente, multiplicando la Ec. (2.55a) por  $\cos \omega t$  y la Ec. (2.55b) por  $\sin \omega t$  y sumando el resultado se tiene:

$$M_y = M_{z,eq} \frac{\gamma H_1 T_2 \cos \omega t - \gamma H_1 T_2^2 (\omega_0 - \omega) \sin \omega t}{L(\omega_0 - \omega)}$$

Así pues resumiendo, para un estado estacionario las ecuaciones de Bloch en el sistema laboratorio tienen como solución:

$$M_x = \frac{1}{2} M_{z,eq} \gamma T_2 \frac{T_2 (\omega_0 - \omega) 2H_1 \cos \omega t + 2H_1 \sin \omega t}{L(\omega_0 - \omega)} \quad (2.56a)$$

$$M_y = \frac{1}{2} M_{z,eq} \gamma T_2 \frac{2H_1 \cos \omega t - T_2 (\omega_0 - \omega) 2H_1 \sin \omega t}{L(\omega_0 - \omega)} \quad (2.56b)$$

$$M_z = \frac{1}{2} M_{z,eq} \frac{1 + T_2 (\omega_0 - \omega)^2}{L(\omega_0 - \omega)} \quad (2.56c)$$

Se han escrito las ecuaciones en esta forma para enfatizar el hecho de que son derivadas en términos del campo oscilante  $H_1$ . La componente que rota en la misma dirección del vector de magnetización (a la frecuencia de Larmor) es del mismo signo  $\omega_0$ . tal que  $\omega_0 - \omega$  tienden a cero, tal como lo requiere la condición de resonancia y las ecuaciones arriba mencionadas describen las propiedades de la magnetización.

Es útil pensar del campo  $2H_1 \cos \omega t$  como el causante de una magnetización en fase  $M' = 2\chi' H_1 \cos \omega t$  y una magnetización fuera de fase  $M'' = 2\chi'' H_1 \sin \omega t$ .  $\chi'$  y  $\chi''$  se les conoce como las susceptibilidades de Bloch. Puesto que  $M_x$  y  $M_y$  contiene ambas componentes en fase y fuera de fase, se puede definir una susceptibilidad compleja:

$$\chi = \chi' - i\chi'' \quad (2.57)$$

$M_x$  se le toma entonces como la componente real del vector de magnetización:

$$M_x = \text{Re}(\chi 2H_1 e^{i\omega t})$$

de la que se sigue que:

$$M_x = \chi' 2H_1 \cos \omega t + \chi'' 2H_1 \sin \omega t$$

Comparando esta ecuación con la Ec. (2.56a) se tiene:

$$\chi' = \frac{1}{2} \chi_{eq} \omega_0 \frac{T_2^2 (\omega_0 - \omega)}{L(\omega_0 - \omega)} \quad (2.58a)$$

y

$$\chi'' = \frac{1}{2} \chi_{eq} \omega_0 \frac{T_2}{L(\omega_0 - \omega)} \quad (2.58b)$$

$\chi_{eq}$  es el estado de susceptibilidad en equilibrio definida para un espín de 1/2:

$$\chi_{eq} = \frac{M_{z,eq}}{H_0} = \frac{N\mu^2}{kT} \quad (2.59)$$

Ahora considérese la energía absorbida por la muestra del campo  $\mathbf{H}_1$ . La razón de cambio de energía por unidad de volumen de la muestra A, está dada por:

$$\begin{aligned} A &= H_x \frac{dM_x}{dt} \\ &= M_{z,eq} \frac{2\gamma H_1 T_2 \omega H_1^2}{L(\omega_0 - \omega)} \left[ \overline{\cos^2 \omega t} - T_2 (\omega_0 - \omega)^2 \overline{\sin \omega t \cos \omega t} \right] \end{aligned} \quad (2.60)$$

Es fácil demostrar que:

$$\overline{\cos^2 \omega t} = \frac{1}{2} \quad \text{y} \quad \overline{\sin \omega t \cos \omega t} = 0$$

así se tiene:

$$A = \frac{\gamma \omega H_1^2 M_{z,eq} T_2}{1 + T_2 (\omega_0 - \omega)^2 + \gamma^2 H_1^2 T_1 T_2} \quad (2.61)$$

Es obvio que se tiene un máximo a  $\omega = \omega_0$ , como se hubiera esperado. Comparando las Ec. (2.61) contra la Ec. (2.58b) se observa que la energía absorbida está expresada en términos de la susceptibilidad de Bloch que está fuera de fase.

Se encuentra que:

$$A = 2\omega H_1^2 \chi'' \quad (2.62)$$

Ahora se puede derivar una expresión para una función lineal. Se ha visto que el cambio de población por una transición inducida entre los estados  $1/2$  y  $-1/2$  es:

$$\begin{aligned} Pn &= \frac{1}{4} \gamma^2 H_1^2 g(\omega) (n_+ - n_-) \\ &= \frac{1}{4} \gamma^2 H_1^2 g(\omega) \left[ \frac{N}{2} \left( 1 + \frac{\mu H_0}{kT_s} \right) - \frac{N}{2} \left( 1 - \frac{\mu H_0}{kT_s} \right) \right] \\ &= \frac{1}{4} \gamma^2 H_1^2 g(\omega) \frac{N \mu H_0}{kT_s} \end{aligned}$$

Ahí se observa que hay una diferencia de temperaturas, una la que tiene el espín y la otra temperatura es la referente a la temperatura de la red. Puesto que cada transición de un nivel de menor a mayor energía requiere absorción de energía de un cuanto de energía  $h\nu$ , se tiene:

$$A = \frac{1}{4} \gamma^2 H_1^2 g(\omega) \frac{N \mu H_0}{kT_s} h\nu \quad (2.63)$$

A partir de las Ecs. (2.82) y (2.83) se encuentra que:

$$g(\omega) = \frac{8\omega kT_s}{\gamma^2 N \mu H_0 h\nu} \chi'' \quad (2.64)$$

En la condición de resonancia se tiene que  $h\nu = h\nu_0 = 2\mu H_0$  y  $\omega \approx \omega_0$ . Esto da:

$$g(\omega) = \frac{4\omega_0 kT_s}{\gamma^2 N \mu^2 H_0^2} \chi'' = \frac{4\chi''}{\omega_0 \chi_s} \quad (2.65)$$

donde:

$$\chi_s = \frac{N \mu^2}{kT_s} \quad (2.66)$$

es la susceptibilidad estática a la temperatura del espín  $T_s$ . Usando la Ec. (2.28) es obvio que:

$$\frac{n_{eq}}{n} = \frac{(n_+ - n_-)_{eq}}{n_+ - n_-} = \frac{N(\mu H_0 / kT)}{N(\mu H_0 / kT_s)} = \frac{T_s}{T}$$

Sin embargo se ha visto que :

$$\frac{n_{eq}}{n} = \frac{1}{1 + \frac{1}{2} \gamma^2 H_1^2 T_s g(\omega)} \equiv Z$$

Así  $T_s = T/Z$  y

$$\chi_s = \frac{N\mu^2 Z}{kT} = \chi_{eq} Z$$

Finalmente se obtiene:

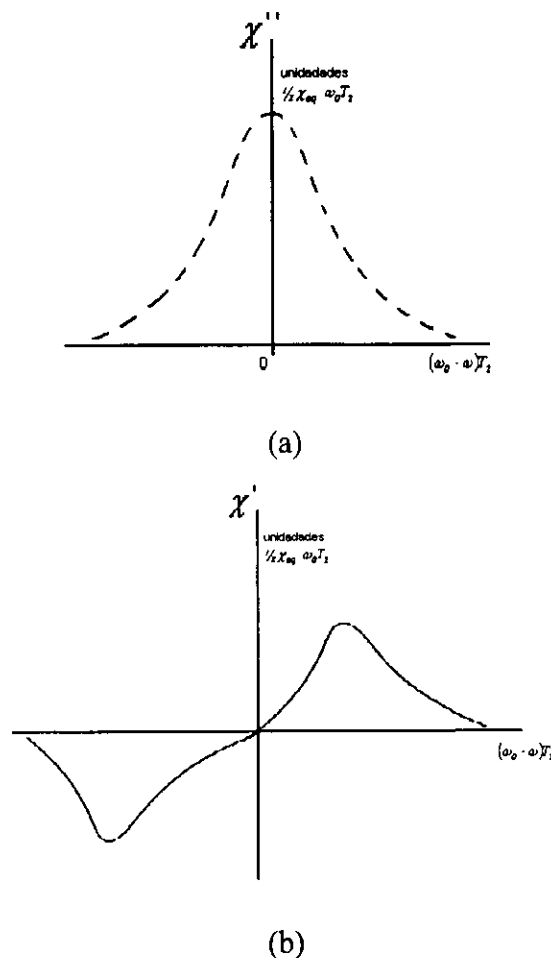
$$g(\omega) = \frac{4}{Z\omega_0\chi_{eq}} \chi''$$

y nótese que la función lineal es proporcional a la susceptibilidad de Bloch  $\chi''$ .

Si se asume que  $\mathbf{H}_1$  es suficientemente pequeño tal que  $\gamma^2 H_1^2 T_1 T_2 \ll 1$  entonces  $Z=1$  y:

$$g(\omega) = \frac{2T_2}{1 + T_1^2 (\omega_0 - \omega)^2}$$

Una función de esta forma se le conoce como la curva Lorentziana y tiene la misma forma que  $\chi'$ , la cual se muestra en la Fig. (2.4). Se observa que  $g(\omega)$  tiene un máximo en  $\omega = \omega_0$ , para la cual  $[g(\omega)]_{max} = 2T_2$ .



**Figura 2.4** (a) Susceptibilidad de Bloch (componente desfasada) (b) Susceptibilidad de Bloch (componente en fase.)



## 2.6 Codificación del campo gradiente para definir la posición: imágenes unidimensionales

En presencia de un campo magnético, la magnetización macroscópica  $\mathbf{M}(\mathbf{r})$  es proporcional a la densidad de nucleones,  $\rho_H(\mathbf{r})$ . Esa magnetización genera las señales de RMN que sirven para construir una imagen. La clave está en el procedimiento de la lectura de señales de  $\mathbf{M}(\mathbf{r})$  en una codificación espacial de la posición nuclear, que está basada en la frecuencia de precesión dependiente del campo magnético dado por la Ec. de Larmor:

$$\omega = \gamma H_0. \quad (2.67)$$

La dependencia espacial del campo magnético la produce el campo estático homogéneo  $H_0$  (el cual está en dirección  $z$ ) más una variación lineal paralela a él, que en este caso es un gradiente (variación del campo magnético a lo largo de un eje) de amplitud constante [2.1]

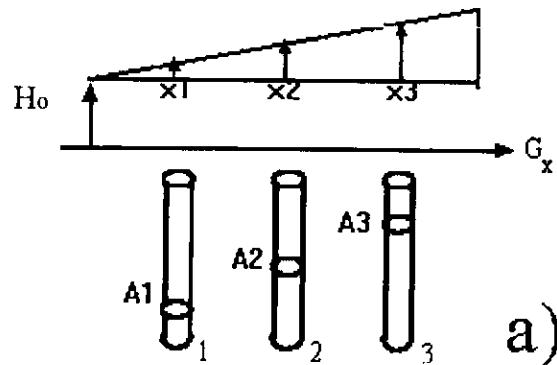
$G_x = \partial H_z(\mathbf{r}) / \partial x$ , i.e.:

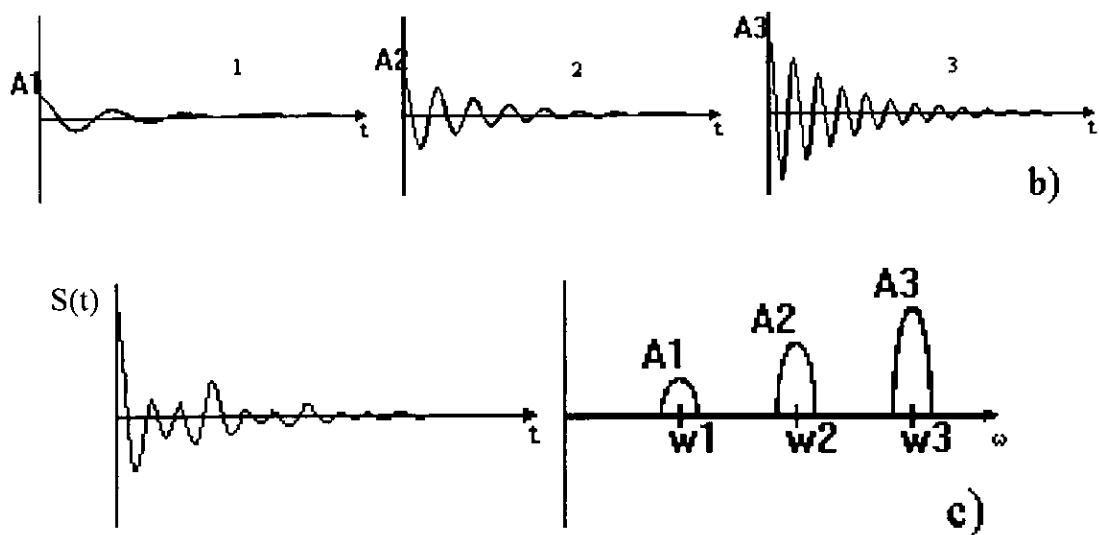
$$H(\mathbf{r}) = H_0 + G_x x, \quad (2.68)$$

$$\omega(\mathbf{r}) = \gamma(H_0 + G_x x). \quad (2.69)$$

Como la dependencia espacial de  $\omega$  dada, es usada para mapear un espectro de señales, la distribución de nucleones se entenderá con un pequeño ejemplo.

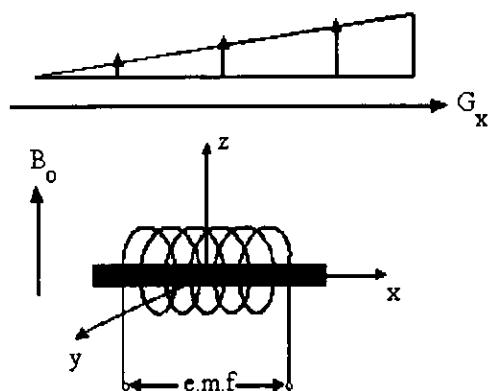
Supóngase que se tiene tres tubos con diferente volumen de agua, los cuales están posicionados en  $x_1$ ,  $x_2$  y  $x_3$  con su campo respectivo  $H_1$ ,  $H_2$ ,  $H_3$ . Después de excitar con pulsos de RF a la frecuencia de Larmor del hidrógeno, los núcleos comenzarán a precesar a diferentes frecuencias  $\omega_1 = \gamma H_1$ ,  $\omega_2 = \gamma H_2$  y  $\omega_3 = \gamma H_3$ , generando una señal  $s(t)$  como se ilustra en la Fig. (2.5), donde  $G_x$  representa la variación del campo magnético a lo largo del eje  $x$ .





**Figura 2.5** Tres tubos llenos a con diferentes volúmenes son expuestos a un campo magnético, se les envía un pulso de RF, donde cada volumen responde con diferente DLI.

La señal detectada es fácil de interpretar usando el formalismo de Fourier. La transformada de Fourier de  $s(t)$  ofrece la composición espectral, es decir, la señal representa un espectro de frecuencias. En el ejemplo de los tubos con agua, se tienen tres picos  $\omega_1$ ,  $\omega_2$  y  $\omega_3$ , cuyas amplitudes  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $A_3$ , respectivamente representan el número de núcleos de hidrógeno en cada tubo Fig. (2.5c). Una vez que se conoce la relación entre frecuencia y posición, se obtiene un espectro que representa una imagen unidimensional.



**Figura 2.6** Cada vector de magnetización corresponde a una posición en x.

Si en lugar de los tres tubos tuviésemos un objeto lineal en una magnetización de equilibrio  $M_0(x)$  (Fig. (2.6)), entonces después de cada pulso de RF, el momento magnético transverso de un elemento de volumen  $dx$  localizado en la posición x está dado por:

$$dm(x,t) = M_0(x) \cdot e^{i\omega(x)t} \cdot e^{-\frac{t}{T_2}} dx. \quad (2.70)$$

La señal resultante viene dada por la contribución de todos los elementos de  $dm(x,t)$ , integrando la Ec. (2.70) se tiene:

$$S(t) \propto \int_x M_0(x) e^{i\gamma(H_0 + \mu x)t} e^{-\frac{t}{T_2}} dx \quad (2.71)$$

Puesto que  $M_0(x)$  es nulo fuera del objeto, podemos extender los límites de la integral hasta infinito llevando el factor de oscilación  $e^{i\omega_0 t}$ , tenemos:

$$S(t) \propto e^{i\omega_0 t} \int_x M_0(x) e^{i\mu x t} e^{-\frac{t}{T_2}} dx \quad (2.72)$$

Esta es una señal de radiofrecuencia modulada a la frecuencia de Larmor, donde la información de la distribución espacial de los espines viene oculta. Introduciendo una nueva variable  $k(t) = \gamma G t$  [2.6] se tiene:

$$S(k(t)) \propto e^{i\frac{k(t)}{T_2}} \int_x M_0(x) e^{ik(t)x} dx \quad (2.73)$$

Ignorando los factores de proporcionalidad, se escribe a  $S(k(t))$  como producto de dos funciones:

$$W(k(t)) = e^{i\frac{k(t)}{T_2}} \quad (2.74)$$

$$y \quad G(k(t)) = \int_x M_0(x) e^{ik(t)x} dx, \quad (2.75)$$

donde  $k$  depende de  $t$ .

La Ec. (2.76) muestra que la “imagen” que se tiene, dado un  $M_0(x)$ , está relacionada con  $G(k)$  por medio de una transformada de Fourier [2.8].

Usando el teorema de convolución, la Transformada de Fourier de  $S(k)$  puede ser escrita como:

$$\mathfrak{F}\{S(k)\} = \mathfrak{F}\{W(k) \cdot G(k)\} = \mathfrak{F}\{W(k)\} \otimes \{G(k)\} \quad (2.76)$$

$$o \quad \mathfrak{F}\{S(k)\} = P(x) \otimes M_0(x) \quad (2.77)$$

Para un decaimiento exponencial  $T_2$ ,  $P(x) = \mathfrak{F}\{W(k)\}$  está dado por:

$$P(x) \propto \frac{1}{1 + (\gamma G T_2)^2 x^2} \quad (2.78)$$

Esta función es la llamada "Point Spread Function" (PSF) y es característica de la muestra. En este caso es una función Lorentziana dependiente de  $x$ , con un semi-ancho  $\Delta x$ :

$$\Delta x = 1 / \gamma G T_2 \quad (2.79)$$

En más de una dimensión la codificación de la imagen es más compleja. La razón es que la frecuencia espacial codificada obtenida por la Ec. de Larmor está basada en la existencia de un campo magnético  $H(x)$ , con un valor diferente para cada punto en un objeto unidimensional. En dos o tres dimensiones se codifica cada dimensión a un tiempo determinado haciendo variar  $H_0$  a lo largo de una dirección, por ejemplo variar el campo a lo largo de un eje  $x$ , y después a lo largo del eje  $y$ . Esto implica que el campo es una función de tiempo y espacio  $H_0(r, t)$  y, en general, todo el proceso de codificación envuelve una serie de variaciones del campo magnético para producir un arreglo de información de dos o tres dimensiones. La solución es permitir la presencia de gradientes que varíen, ya sea la amplitud o la dirección del campo, en el tiempo de  $G(t)$ , con la siguiente componente:

$$\begin{aligned} k_x &= -\gamma G_x \tau \\ k_y &= -\gamma G_y \tau \\ k_z &= -\gamma G_z \tau \end{aligned} \quad (2.80)$$

Estos gradientes [2.7] son generados por antenas diseñadas especialmente para producir campos paralelos a  $H_0$ , variando a lo largo de los tres ejes como se ilustra en la Fig. (2.7)

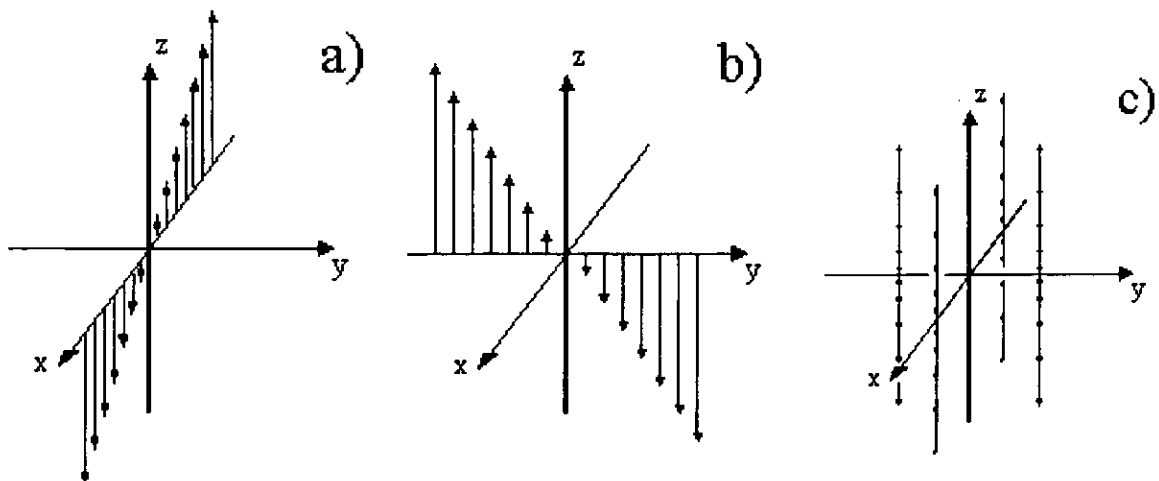


Figura 2.7 Gradientes de campos magnéticos a lo largo de los tres ejes espaciales

Se tiene entonces:

$$H(\mathbf{r}, t) = H_0 + \mathbf{r} \cdot \mathbf{G}(t) \quad (2.81)$$

la cual tiene la siguiente frecuencia:

$$\omega(\mathbf{r}, t) = \omega_0 + \gamma \mathbf{r} \cdot \mathbf{G}(t). \quad (2.82)$$

Puesto que  $\omega$  es ahora una función de  $\mathbf{r}$  y  $t$ , la fase  $\Theta(\mathbf{r}, t)$  acumulada por un voxel dado de magnetización  $\mathbf{M}(\mathbf{r})$  a un tiempo  $t$  después de la excitación está dada por:

$$\Theta(\mathbf{r}, t) = \int_0^t \omega(\mathbf{r}, t') dt' = \omega_0 t + \mathbf{r} \cdot \gamma \int_0^t \mathbf{G}(t') dt', \quad (2.83)$$

y redefiniendo  $\mathbf{k}$  por una expresión más general:

$$\mathbf{k}(t) = \gamma \int_0^t \mathbf{G}(t') dt', \quad (2.84)$$

se obtiene de la Ec.(2.84), en sistema que está rotando:

$$\Theta(\mathbf{r}, t) = \mathbf{r} \cdot \mathbf{k}(t), \quad (2.85)$$

la cual permite, repitiendo la secuencia de pasos de la Ec. (2.71) a la Ec. (2.82), escribir para una señal demodulada:

$$S(\mathbf{k}(t)) \cong \int M_0(\mathbf{r}) \cdot e^{i\mathbf{r} \cdot \mathbf{k}(t)} dV. \quad (2.86)$$

Esto significa que nuestra imagen es otra vez una transformada compleja de Fourier de  $S(\mathbf{k})$ . Nuevamente la condición  $\gamma GT_2^* \gg k_{max}$  es usada.

## 2.7 Espacio $\mathbf{k}$

Para obtener una imagen es necesario conocer la función  $S(\mathbf{k})$ , sobre el dominio del espacio fase. El valor máximo de  $\mathbf{k}$  en cada dirección en el espacio  $\mathbf{k}$  da la resolución en la correspondiente dirección del *espacio real* [2.9].

Uno solamente puede conocer en la lectura de  $S(\mathbf{k})$  valores discretos de  $\mathbf{k}$ , dentro de un dominio y el uso del algoritmos de la transformada rápida de Fourier (TRF) discreta para obtener valores de  $\mathbf{M}(\mathbf{r})$  a valores discretos de  $\mathbf{r}$ . Para usar estos algoritmos las

muestras de  $S(\mathbf{k})$  deben ser obtenidas en un barrido “cartesiano” regular, con valores equiespaciados de  $\mathbf{k}(t)$ .

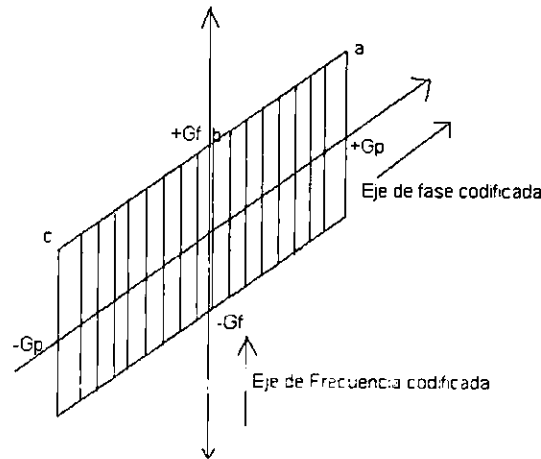
La metodología principal del estudio de adquisición de señales se refiere a un barrido “cartesiano” regular. La colección sucesiva de valores de  $\mathbf{k}(t)$  define trayectorias en el espacio  $\mathbf{k}$ . Análogamente es posible pensar del término  $\gamma\mathbf{G}(t)$  como una velocidad en el espacio  $\mathbf{k}$ . Es el gradiente de funciones  $\mathbf{G}(t)$  que define la dirección instantáneamente y la razón de cambio de  $\mathbf{k}(t)$  y de ahí se obtiene la señal  $S(\mathbf{k})$ .

El último paso de la generación de una imagen está en el procesamiento de la información que se ha guardado en el espacio  $\mathbf{k}$ , a la cual se le realiza una transformada de Fourier para crear la imagen. El primer paso consiste en el almacenamiento apropiado de la información en el espacio  $\mathbf{k}$ . La magnitud de los gradientes controlan el acomodamiento de la información en el espacio  $\mathbf{k}$ .

La información de las señales adquirida con los pequeños gradientes será colocada cerca del centro del espacio  $\mathbf{k}$ , mientras que los datos adquiridos con un gradiente grande serán colocados lejos del centro del espacio  $\mathbf{k}$ . Justamente manipulando la magnitud de los gradientes que se aplican mientras adquirimos la información de las señales, podemos controlar la resolución y contraste de la imagen.

Hay dos gradientes que influyen directamente en la calidad de la imagen, -gradiente de frecuencia y el gradiente de la fase codificada- (el tercer gradiente controla la localización, orientación, y grosor del corte en cuestión).

El llenado de la información en el espacio  $\mathbf{k}$  se realiza de la siguiente manera (Fig. 2.8): la línea  $a$  es llenada cuando la fase codificada es grande y positiva. La línea  $b$  es llenada cuando la fase codificada es cero. La línea  $c$  es llenada cuando la amplitud de la fase codificada es grande pero negativa.  $+G_f$  indica la máxima frecuencia espacial positiva,  $-G_f$  la mínima frecuencia espacial negativa, a lo largo del eje de frecuencias codificadas;  $+G_p$  y  $-G_p$  son las frecuencias espaciales máxima y mínima a lo largo del eje de fases codificadas.



**Figura 2.8** Llenado del Espacio  $k$ . La línea  $a$  es llenada cuando la fase codificada es grande y positiva. La línea  $b$  es llenada cuando la fase codificada es cero. La línea  $c$  es llenada cuando la amplitud de la fase codificada es grande pero negativa.  $+Gf$  indica la máxima frecuencia espacial positiva,  $-Gf$  la mínima frecuencia espacial negativa, a lo largo del eje de frecuencias codificadas;  $+Gp$  y  $-Gp$  son el máximo y mínimo de frecuencias espaciales a lo largo del eje de fases codificadas.

Los puntos en el espacio  $k$  son llenados y ordenados, y están determinados por la secuencia de pulsos. El diseño de la secuencia de pulsos completa la calidad de la imagen puesto que puede controlar los parámetros, ya que un espacio  $k$  grande indicaría una imagen con alta resolución mientras que un espacio  $k$  lleno sólo en su parte central indicaría una imagen de resolución pobre. Es importante notar que llenar un espacio  $k$  grande requiere tiempo. El movimiento del paciente distorsionaría la imagen. El incremento del tamaño y número de líneas del espacio  $k$ , disminuye el tamaño de cada elemento de la imagen. Puesto que sólo hay un número finito de átomos de hidrógeno por unidad de volumen, al reducir el tamaño del voxel reducimos el número de átomos contenidos en el mismo, por lo que habría una reducción de la señal y por lo tanto habría una reducción del CSR.

Por otro lado el límite de la longitud de cada línea es proporcional al producto de la lectura del gradiente y su duración. Al incrementar los gradientes se producen esfuerzos en los amplificadores lo que puede producir inhomogeneidades en el campo magnético.

## 2.8 Muestreo bidimensional de una Señal de RM

Aunque es posible generar imágenes volumétricas por RM, se requiere de un largo barrido suponiendo que un corte transversal (axial o coronal) de un objeto puede ser

seleccionado por la excitación de los núcleos de la muestra. Como explicaremos después, la selección del corte consiste en la aplicación de un pulso suficientemente largo en presencia de un campo magnético.

El método más común para imagenología 2-D, se conoce como Eco Espín Bidimensional por Transformada de Fourier directa [2.9]. En la Fig (2.9) se muestra la secuencia de eventos y su correspondiente descripción como una trayectoria en el espacio  $k$ .

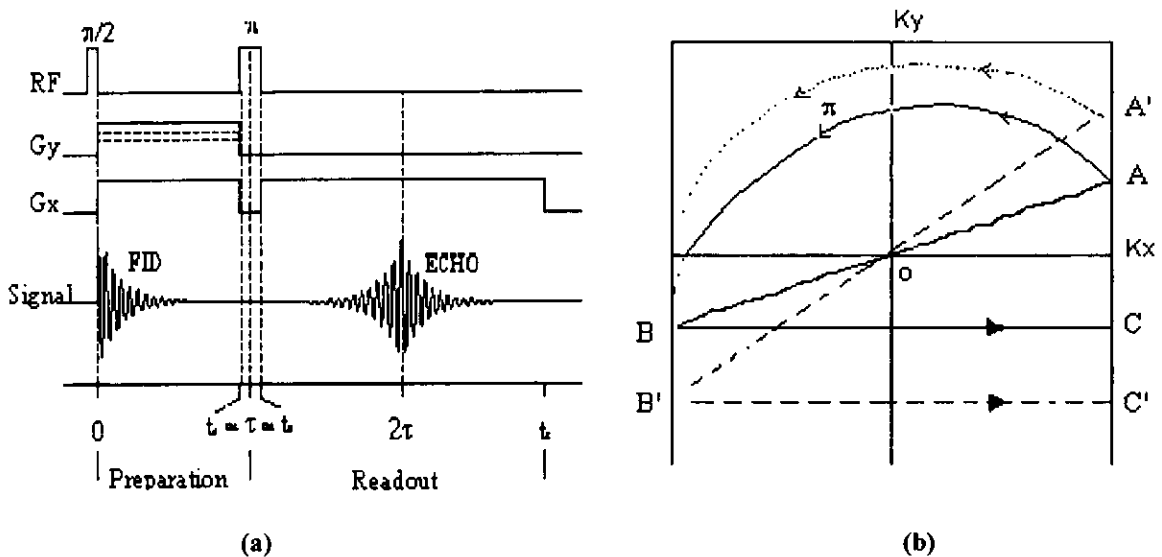


Figura 2.9 Secuencia de eventos y su correspondiente trayectoria en el espacio  $k$ .

Justo después de los pulsos de excitación, todos los espines del corte (transversal, axial o coronal) que se eligió son rotados al plano transversal y precesan coherentemente.

La condición después de la excitación está ilustrada en la Fig. (2.9a) por un instante  $t=0$ , que corresponde al punto 0 en el espacio  $k$ , Fig. (2.9b). En este punto la magnetización de cada voxel empieza a evolucionar en presencia de la aplicación de la frecuencia codificada en el gradiente  $G_x$ , y el gradiente de la fase codificada  $G_y$ . Esta evolución que continúa por un tiempo  $\tau$ , se representa en la Fig. (2.9b) por el segmento OA.

Ahora si se aplica un pulso  $\pi$  a un tiempo  $t_A=\tau$ , este pulso rota al vector de magnetización de cada voxel a  $180^\circ$  tomando el punto A, al borde del dominio del espacio  $k$  hacia su posición conjugada B. En este punto el vector  $k$  tiene las componentes:

$$k_x = -\gamma G_x \tau$$

y



$$k_y = -\gamma G_y \tau, \quad (2.87)$$

cada voxel de magnetización tiene una fase acumulada  $\mathbf{r} \cdot \mathbf{k}_{yB} = \gamma y G_y \tau - \gamma x G_x \tau$ , que da una fase inicial, para la precesión subsecuente. Este proceso es conocido como el período de codificación de la fase.

Hasta que  $t=t_B$  se tiene un período de expulsión, nótese que sólo el gradiente  $G_x$  es aplicado. Esto corresponde a la segunda trayectoria, segmento BC, donde la señal  $S(\mathbf{k}(t))$  es recolectada. Aquí  $\mathbf{k}$  tiene las siguientes componentes:

$$k_x = -\gamma G_x \tau + \gamma G_x (t - \tau)$$

y

$$k_y = -\gamma G_y \tau \quad (2.88)$$

por lo tanto, la fase dependiente del vector de magnetización para un voxel  $(x,y)$  está dado por:

$$yk_y + xk_x(t)$$

o

$$-\gamma y G_y \tau - \gamma x G_x \tau + \gamma x G_x (t - \tau) \quad (2.89)$$

Cada voxel, que contiene un conjunto de momentos magnéticos contribuirá a la señal:

$$s(t) = M_T(x, y) e^{-i(-\gamma y G_y \tau - \gamma x G_x \tau + \gamma x G_x (t - \tau))} \quad (2.90)$$

La señal de todos los voxeles del corte seleccionado será la señal eco:

$$S(t) = \int_{x,y} M_T(x, y) e^{-i(-\gamma y G_y \tau - \gamma x G_x \tau + \gamma x G_x (t - \tau))} dx dy \quad (2.91)$$

Se puede ver de la Ec. (2.91) que el eco máximo será a  $t=2\tau$  cuando todos los espines, se encuentran a la misma fase, independientemente de su posición en  $x$ . Esto corresponde a la máxima condición de coherencia dada por  $k_x=0$  a un  $k_y$  dada y ocurre al centro de BC (Fig. 2.9).

La recolección de  $S(t)$  en el período de expulsión significa que  $S(k_x, k_y)$  a una constante  $k_y$ , está dada por la amplitud de la fase, siendo codificada por el gradiente  $G_y$ . Así la recolección de la señal está a lo largo de la línea horizontal del espacio  $\mathbf{k}$ .

Líneas adicionales paralelas a  $k_x$  son generadas por una nueva selección de pulsos que exciten seguidos por el mismo procedimiento usando la misma  $G_x$  y un nuevo valor de

$G_y$ . Esto generará una condición de desfase nueva e inicial para el voxel, la cual depende solamente de su posición a lo largo del eje  $y$ .

Este procedimiento es repetido  $m$  veces cubriendo el intervalo  $[-G_{y\max}, G_{y\max}]$ , muestreando  $n$  veces la señal eco en cada ciclo de expulsión. De esta forma se obtiene un arreglo de datos dado por  $S(k)$  sobre la región seleccionada del espacio  $k$ , el arreglo viene dado por:

$$S(k_x, k_y) = S(\gamma G_x t, \gamma G_y t_y) = \int_{x,y} M(x,y) e^{-i\gamma G_y t_y y} e^{i\gamma G_x t_x x} dx dy. \quad (2.92)$$

La distribución bidimensional de magnetización  $M(x,y)$  se obtiene entonces por una TRF (Transformada Rápida de Fourier) bidimensional de la señal  $S(k_x, k_y)$ , cuyo módulo es usado para controlar la intensidad del pixel en el despliegue de la imagen, produciendo así la imagen final del corte seleccionado.

En la Fig. (2.9a) mostramos el camino por el cual un voxel individualmente pasa por los tres pasos descritos anteriormente.

## Capítulo 3: Resonador IRM del Hospital ABC

### 3.1 Introducción

Para producir imágenes médicas por resonancia magnética se deben completar varios procesos. Estos procesos incluyen una alineación nuclear de los átomos de la muestra (en este caso la muestra es un paciente), pulsos de radio frecuencia que exciten los núcleos, la recepción de la emisión de la señal por los núcleos, codificación espacial de las señales recibidas y finalmente el proceso de la formación de las imágenes de estructuras anatómicas. El hardware (Fig. (3.1) y Fig. (3.2)) requerido para completar tales procesos son:

- 1) un imán
- 2) sistema de gradientes
- 3) adquisición y procesamiento de imágenes
- 4) sistema de cómputo.

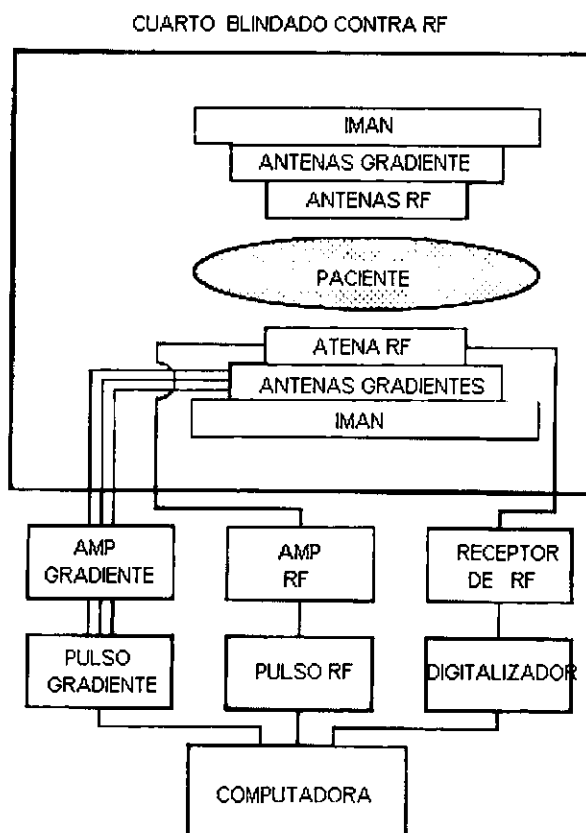


Figura 3.1 Diagrama en bloques de un sistema de IRM.

El proceso para la obtención de imágenes se realiza de la siguiente manera: primeramente, el imán produce un campo magnético  $H_0$  respecto del cual se alinean los núcleos paralelamente o antiparalelamente al campo  $H_0$ . Una vez alineados los núcleos es necesaria la existencia de un campo homogéneo por lo que se requiere de un sistema de compensación, puesto que no existe experimentalmente un imán que genere un campo magnético completamente homogéneo. Una fuente produce pulsos de RF que excitan los núcleos. Este sistema de RF requiere de un transmisor y de un receptor[3.2]. Las bobinas gradientes de campo magnético determinan la posición espacial de las señales de RF. Una vez obtenida la señal de RM es necesario cambiarla de un formato DLI a un espectro por medio de la Transformada de Fourier. Este proceso ocurre por medio de un procesador de arreglos. La computadora permitirá al operador introducir parámetros que se puedan variar, tales como los tiempos de repetición, tiempos ecos que están directamente relacionados con  $T_1$  y  $T_2$  respectivamente. Finalmente, la traducción matemática permite la formación de imágenes[3.3].

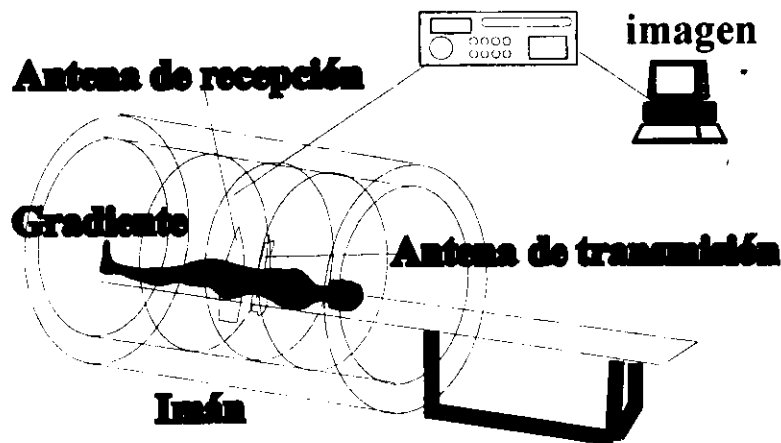


Figura 3.2 Diagrama de un sistema IRM.

## 3.2 Instrumentación del Equipo de Resonancia

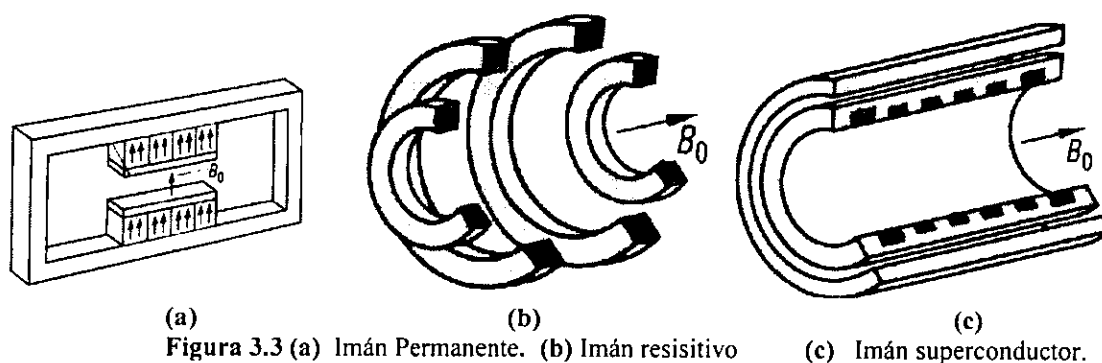
### 3.2.1 Imán

La mayor parte de los sistemas de resonancia magnética clínicos operan con intensidades de campo magnético entre 0.3 T (Tesla) hasta 2 T, aunque también existen sistemas que van de 0.1 T hasta 22 T, estos últimos se utilizan en investigación empleando

animales como muestra. La magnitud del campo magnético no es uniforme en todo el imán. La inhomogeneidad dentro de un imán está expresada en partes por millón (ppm). Una inhomogeneidad de 1 ppm en un campo de 1 T produce un campo que va de 10000 a 10000.01 gauss.

Existen principalmente tres tipos de imanes [3.1], ver Tabla 3.1.

- Imanes permanentes: las sustancias ferromagnéticas retienen el magnetismo después de haber sido expuestas a campos magnéticos que son usados en la producción de un imán permanente. El material para producir el imán permanente son el aluminio, níquel y cobalto. Su desventaja radica en que necesita de una fuente externa, produce un pequeño flujo que va del polo sur al polo norte del imán y además, es excesivamente pesado.



(a) Imán Permanente. (b) Imán resistivo (c) Imán superconductor.

- Imanes superconductores: La resistencia del conductor por donde circula la corriente es mínima por lo que la disipación de la corriente disminuye, ocasionando que la energía requerida para mantener el campo magnético también disminuya. Cuando se usan imanes superconductores para producir imágenes por RM, éstos producen campos homogéneos de magnitud alta que requieren de poca manutención. Su desventaja radica en que el costo es alto. Puede producir campos que van de 0.5 T a 4 T para IRM, para espectroscopía y estudios de alta resolución hay sistemas hasta de 22 T.

- Imanes Resistivos: Están contruidos de conductores de cobre o aluminio. Tienen la ventaja de tener un costo bajo, aunque es muy costosa la fuente de

alimentación, presentan cambios de temperatura originando inhomogeneidades en el campo magnético que producen.

Características	Superconductor	Resistivo	Permanente
Intensidad [Tesla] (campo magnético de la tierra es 0.06 mT)	Hasta 4 T [0.5, 1, 1.5, 2 T]	~ 0.3 T	Hasta 0.3 T
Dimensiones	1.8 m. x 2 m	1.5 m. X 1.6 m	4.2 x 2.5 x 2.3 m
Masa [toneladas]	~ 6	~ 2	~ 80
Uso de energía	muy pequeño	100 kW	Muy pequeño
Sistema de Enfriamiento	Criogénicos 0.5 He litros/hora	agua	Ninguno
Estabilidad de campo	Moderada muy buena	depende del suministro de corriente	Muy buena
Volumen efectivo y homogeneidad típica.	15 ppm/50 cm de diámetro	40 ppm/40 cm de diámetro	40 ppm/40 cm de diámetro

**Tabla 3.1 Comparación de diferentes tipos de imanes usados en sistemas clínicos.**

### 3.2.2 Bobinas Compensadoras

Debido a las limitaciones de diseño es imposible construir un imán que produzca un campo homogéneo perfecto. Para corregir estas inhomogeneidades, existen unas bobinas por las que fluye corriente, las cuales son colocadas dentro del interior del imán. Este proceso es llamado de compensación, a los anillos extras de alambre se les conoce como bobinas de compensación. Para propósitos de formación de imágenes requerimos una homogeneidad no mayor a 10 ppm. Los procedimientos de espectroscopía requieren un campo magnético de homogeneidad de 1 ppm.

El sistema de compensación requiere una fuente de poder, la cual está separada de las demás fuentes alimentadoras del sistema.

### 3.2.2 Bobinas Gradientes

El campo magnético de un solenoide es proporcional a la intensidad de corriente que pasa a través de un anillo de alambre, al número de vueltas del alambre, al tamaño de la vuelta, y a la separación entre anillo y anillo. Si los anillos están muy cerca uno del otro al comienzo del solenoide y terminan muy separados al final, el campo magnético será de

mayor magnitud al principio que al final. Las bobinas gradientes proveen un gradiente de campo magnético en una cierta dirección [3.4].

Por la variación del campo magnético, los gradientes proporcionan información de posición dependiente de la variación de la frecuencia de señal y por lo tanto se usan para la selección de un corte (axial, transversal o sagital) de la muestra (paciente), la codificación de la frecuencia y la fase respectivamente.

#### 3.2.4 Antenas de radio frecuencia

La energía requerida para hacer precesar a los núcleos, está expresada por la frecuencia calculada a partir de la Ec. de Larmor (Ec. (2.6)). La energía asociada a un pulso de radio-frecuencia es transmitida por una antena de RF que esté sintonizada a la frecuencia de resonancia del hidrógeno. Una vez enviada la señal de RF, el núcleo responderá a esta frecuencia emitiendo a su vez otra señal, que será captada por otra antena, llamada antena de recepción que esté sintonizada a la frecuencia de resonancia. Existen diferentes tipos de antenas: de volumen o superficiales. Puesto que en este trabajo estamos particularmente interesados en las antenas de recepción, en el capítulo cuatro hablaremos de las antenas de superficie de recepción.

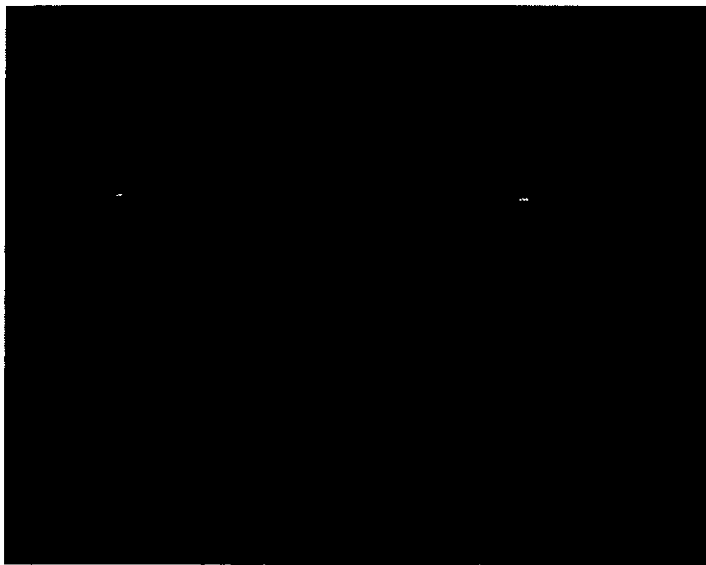
#### 3.2.5 Unidad de control

Las bobinas gradientes se conectan y desconectan de una forma rápida en tiempos precisos durante una secuencia de pulsos. Así pues las bobinas gradientes se manejan a través de la unidad de control de pulsos.

La unidad de control de pulsos también es responsable de la coordinación de las antenas de recepción y transmisión de RF. Conecta la señal al sistema de cómputo que transformará la información de señal a imagen.

### 3.3 Unidad de Resonancia Magnética del Hospital ABC

La unidad de IRM donde se realizaron las pruebas reportadas en esta tesis está ubicada en el Hospital ABC de la Ciudad de México. Cuenta con un sistema de resonancia magnética Signa LX de 1.5 T de Sistema Médicos General Electric-México, perteneciente al Departamento de Imagenología (Resonancia Magnética).



**Figura 3.4** Aparato de Resonancia Magnética del Hospital ABC.

El sistema Signa está construido en base de varios subsistemas. Estos subsistemas incluyen un espacio de trabajo del operador, subsistema de manejo de gradientes, subsistema de RF, subsistema del imán, área del paciente, y el subsistema de generación de RF.

El trabajo de espacio del operador (Fig. 3.5) está integrado de dispositivos cuya función está colocada en un computadora Génesis y una consola. El subsistema de manejo de gradientes consiste de un Gabinete Gradiente (seis o tres módulos), el gabinete y una bobina Gradiente.

El subsistema de transmisión consiste de seis componentes: Generador de pulsos, Excitador DAC, un amplificador 20kW RF, un módulo de radio frecuencia, y un módulo de soporte.



El subsistema de recepción contiene tres componentes: un interruptor para cada antena, preamplificador y un receptor.

El subsistema del imán contiene dos antenas: una antena cuerpo entero y una antena de cabeza. El subsistema de gradientes contiene una bobina gradiente y módulo de gradiente.

El imán es alimentado por una fuente de voltaje, la cual se usa sólo cuando cambia de magnitud el campo magnético. El campo magnético principal es producido por un imán superconductor (1.5 T) montado en un contenedor de helio líquido. El imán produce una homogeneidad de 3 ppm sobre un diámetro de 30 cm por 40 cm de largo. La unidad del imán/criostato contiene además del imán superconductor, seis imanes, y 18 bobinas compensadoras. El criostato es un termo largo lleno de helio líquido que mantiene al imán a una temperatura de 4.2 grados kelvin con una alimentación de 0.2 litros por hora. Las bobinas compensadoras auxilian al imán principal a compensar las inhomogeneidades del campo.

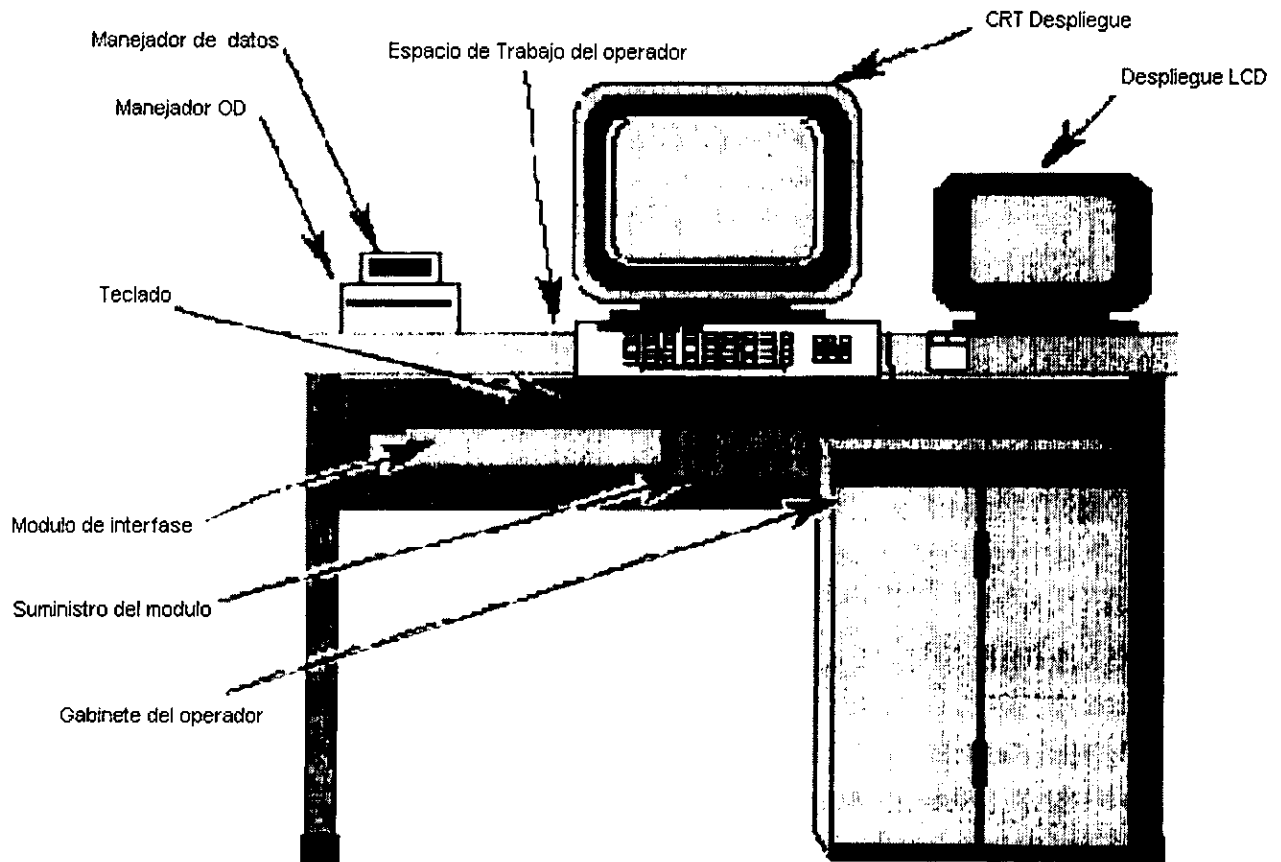


Figura 3.5 Espacio de trabajo del operador.

## Capítulo 4: Antenas Superficiales

### 4.1. Introducción

El sistema de radiofrecuencia (RF) de un sistema de IRM consiste en una antena que es capaz de transmitir un campo magnético oscilante, al cual denomina con el nombre  $B_1$ . Este pulso excita los espines de la muestra, emitiendo estos a su vez una señal que será captada por una antena de recepción. Algunas veces una antena simple puede ser usada tanto para la transmisión como para la recepción, y se le conoce como antena transceptora. Ambas antenas, de transmisión y recepción son usualmente llamadas antenas de radiofrecuencia debido a que resuenan a una frecuencia similar a las de la radio, requerida para la excitación del espín y la detección de una señal eléctrica.

Dos propiedades deseables de los componentes del sistema de radiofrecuencia son que generen un campo magnético uniforme  $B_1$  y una alta sensibilidad de detección. Por tal razón a menudo el sistema de RM está equipado con antenas RF de diferentes formas y tamaños para diferentes aplicaciones que permitan un alto cociente señal a ruido. Las antenas de RF son sensibles a frecuencias en un ancho de banda dado por la frecuencia de Larmor en la que se tenga interés. Si la antena de recepción es usada como una antena de transmisión, deberá producir un campo  $B_1$ , homogéneo en el volumen de interés.

Debido a que la dirección del campo  $B_1$  no es la misma que la dirección del campo estático  $B_0$  ni de los campos gradientes, el diseño de la antena RF es diferente al diseño de los magnetos, bobinas compensadoras y de las bobinas gradientes. Diferentes diseños de antenas RF han sido desarrollados y de acuerdo a sus formas se pueden clasificar en dos grupos [4.2]. El primer grupo es llamado antenas de volumen, en las que se incluyen la antena Helmholtz, de silla de caballo y jaulas de perico. Dentro de estas antenas, las de jaula de pájaro son las más populares porque producen un campo  $B_1$  muy homogéneo sobre un gran volumen que esté dentro de la antena. El segundo grupo es llamado antenas de superficie, en las que se incluyen las de una sola circunferencia o de varias, colocadas de varias formas geométricas. Estas antenas son usualmente más pequeñas que las antenas de volumen y de ahí que tengan un alto CSR puesto que sólo reciben ruido (señal de diferente frecuencia a la frecuencia de Larmor en que se está interesado) de las regiones más

cercanas al sitio de interés. Sin embargo tienen muy poca uniformidad en el campo magnético  $B_1$  que producen, de ahí que sean usadas principalmente como antenas de recepción.

## 4.2. Conceptos de Resonancia y Reciprocidad

En esta sección se explicará el concepto de resonancia a partir de la teoría de circuitos, aplicados a la Resonancia Magnética en Imagenología. Supóngase que se tiene un circuito RLC, el cual se ilustra en la Fig. (4.1).

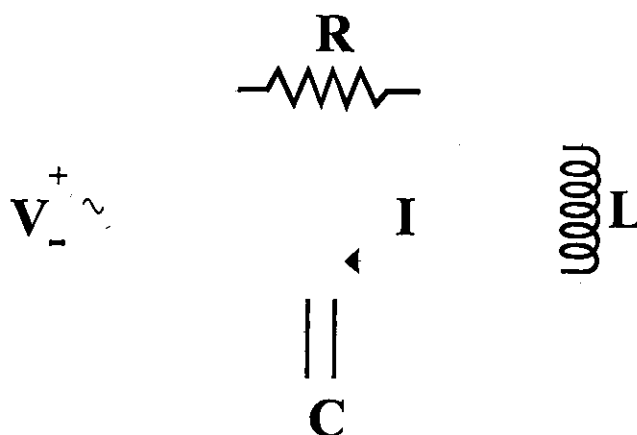


Figura 4.1. Circuito RLC.

De acuerdo a la Ley de Kirchoff tenemos:

$$RI + \frac{i}{\omega C} I - i\omega L = V \quad (4.1)$$

donde  $\omega$  es la frecuencia del circuito e  $i = \sqrt{-1}$ . Resolviendo la Ec. (4.1) se tiene que la corriente está dada por la siguiente ecuación:

$$I = V \left( R + \frac{i}{\omega C} - i\omega L \right)^{-1}. \quad (4.2)$$

Si se hace tender la resistencia a cero, la Ec. (4.2) se reducirá a:

$$\begin{aligned} I &= V \left( \frac{i}{\omega C} - i\omega L \right)^{-1} \\ &= V \left[ \frac{L}{i\omega} \left( \omega^2 - \frac{1}{LC} \right) \right]^{-1}, \end{aligned} \quad (4.3)$$

y si en la Ec. (4.3) se hace tender a  $I \rightarrow \infty$  esto implica que:

$$\omega = \omega_r = \frac{1}{\sqrt{LC}}. \quad (4.4)$$

Este fenómeno es llamado resonancia y  $\omega_r$  es la frecuencia de resonancia del circuito. Es claro que en la práctica, la resistencia  $R$  no es nula completamente, y por lo tanto la corriente no puede ser infinita. Sin embargo, la corriente será máxima en la frecuencia de resonancia. Puesto que el campo producido por la corriente es directamente proporcional a la magnitud de la corriente, una antena de RF puede producir un campo magnético con un voltaje de entrada bajo cuando ésta opera a la frecuencia de resonancia.

Cuando la resistencia es diferente de cero, cierta energía se disipará en el circuito y la calidad del circuito disminuirá. Para contar con una medida cuantitativa de la calidad, se define al factor de calidad como:

$$Q = 2\pi \frac{\text{máxima energía almacenada}}{\text{energía disipada por período}} \quad (4.5)$$

Para el circuito mostrado en la Fig. (4.1), el factor de calidad está dado por la siguiente ecuación:

$$Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}} \quad (4.6)$$

Para un circuito complejo, es decir, para un circuito que contenga varios capacitores, inductores y resistencias de diferentes valores, puede ser difícil encontrar los valores de cada  $R$ ,  $L$ , y  $C$ , así que lo que se sugiere es construir un circuito equivalente. En este caso, el factor de calidad puede ser obtenido a partir de:

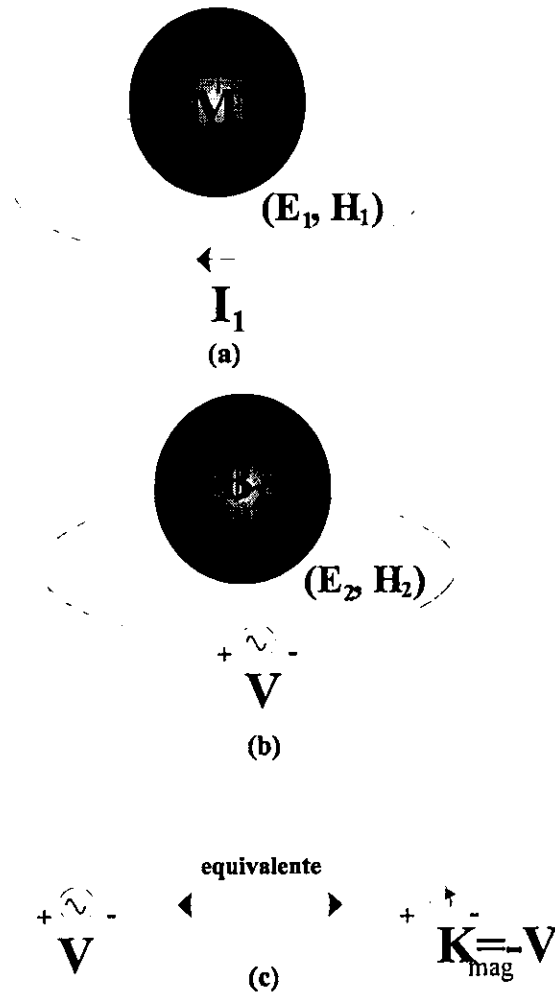
$$Q = \frac{\omega_r}{\Delta\omega}, \quad (4.7)$$

donde  $\Delta\omega$  denota el ancho de banda. Es importante hacer notar que el factor de calidad es un parámetro importante para el diseño de una antena de RF en IRM.

Para entender el concepto de reciprocidad y la relación que se tiene entre una antena de transmisión y antena de recepción consideremos dos problemas ilustrados en la Fig. (4.2).

El primer problema mostrado en la Fig. (4.2a) está relacionado con la corriente inducida en una antena RF por un vector de magnetización  $\mathbf{M}$  en el objeto del cual se

obtendrán imágenes, el cual funcionará como la fuente de señales de RMN. El segundo problema mostrado en la Fig. (4.2b) está relacionado con el campo magnético producido en el objeto por la antena RF cuando es alimentada por una fuente de voltaje  $V$ . Esto demuestra que una fuente de voltaje puede ser representada por un pequeño anillo de corriente encerrada por un alambre conductor cuya inducción magnética está relacionada con el voltaje  $K_{\text{mag}} = -V$ , como se ilustra en la Fig. (4.2c).



**Figura 4.2** (a) El vector de Magnetización ( $M$ ) en un objeto induce una corriente ( $I_1$ ) en una espira conductora de radiofrecuencia. (b) Una fuente de voltaje ( $V_2$ ) produce un campo magnético ( $B_2$ ) dentro de un objeto a través de una espira conductora. (c) El voltaje puede ser modelado como una espira pequeña de inducción magnética ( $K_{\text{mag}}$ ).

Se observa que los campos en el primer problema como  $(E_1, H_1)$ , deben satisfacer las ecuaciones de Maxwell:

$$\nabla \times E_1 = i\omega\mu_0(H_1 + M) \quad (4.8)$$

$$\nabla \times H_1 = -i\omega\epsilon E_1. \quad (4.9)$$

$$\nabla \times \mathbf{E}_2 = i\omega\mu_0\mathbf{H}_2 - \mathbf{J}_m \quad (4.10)$$

$$\nabla \times \mathbf{H}_2 = -i\omega\epsilon\mathbf{E}_2, \quad (4.11)$$

donde  $\mathbf{J}_m$  denota la densidad de corriente magnética de una espira pequeña por la que circula una densidad de corriente magnética  $\mathbf{K}$ . Tomando el producto punto de la Ec. (4.8) con  $\mathbf{H}_2$  y la Ec. (4.10) con  $\mathbf{H}_1$  y restándole a la última la primera, obtenemos:

$$\mathbf{H}_2 \cdot \nabla \times \mathbf{E}_1 - \mathbf{H}_1 \cdot \nabla \times \mathbf{E}_2 = \mathbf{H}_1 \cdot \mathbf{J}_m + i\omega\mathbf{B}_2 \cdot \mathbf{M}, \quad (4.12)$$

que también es igual a:

$$\mathbf{H}_2 \cdot \nabla \times \left( \frac{i}{\omega\epsilon} \nabla \times \mathbf{H}_1 \right) - \mathbf{H}_1 \cdot \nabla \times \left( \frac{i}{\omega\epsilon} \nabla \times \mathbf{H}_2 \right) = \mathbf{H}_1 \cdot \mathbf{J}_m + i\omega\mathbf{B}_2 \cdot \mathbf{M}, \quad (4.13)$$

Integrando la Ec. (4.13) sobre el volumen total de  $(\mathbf{E}_1, \mathbf{H}_1)$  y  $(\mathbf{E}_2, \mathbf{H}_2)$  y aplicando el segundo teorema vectorial de Green [4.1] tenemos:

$$\begin{aligned} & \int_V \left[ \mathbf{H}_2 \cdot \nabla \times \left( \frac{i}{\omega\epsilon} \nabla \times \mathbf{H}_1 \right) - \mathbf{H}_1 \cdot \nabla \times \left( \frac{i}{\omega\epsilon} \nabla \times \mathbf{H}_2 \right) \right] dv \\ &= \oint_S \frac{i}{\omega\epsilon} \left[ \mathbf{H}_1 \times (\nabla \times \mathbf{H}_2) - \mathbf{H}_2 \times (\nabla \times \mathbf{H}_1) \right] \cdot \hat{n} ds, \end{aligned} \quad (4.14)$$

donde  $S$  denota la superficie que encierra el volumen  $V$ . La Ec. (4.14) puede ser fácilmente derivada del teorema de la divergencia y se obtiene:

$$\oint_S \left[ \mathbf{H}_1 \times \mathbf{E}_2 - \mathbf{H}_2 \times \mathbf{E}_1 \right] \cdot \hat{n} ds = \int_V (\mathbf{H}_1 \cdot \mathbf{J}_m + i\omega\mathbf{B}_2 \cdot \mathbf{M}) dv, \quad (4.15)$$

Puesto que  $V$  está en un volumen infinito,  $S$  puede ser considerado como una superficie esférica cuyo radio se aproxima al infinito. En cualquier punto de la superficie  $(\mathbf{E}_1, \mathbf{H}_1)$  y  $(\mathbf{E}_2, \mathbf{H}_2)$  pueden ser considerados como ondas planas cuyos campos eléctricos y magnéticos están dados por:

$$\mathbf{E}_1 = Z_0\mathbf{H}_1 \times \hat{n} \quad \text{y} \quad \mathbf{E}_2 = Z_0\mathbf{H}_2 \times \hat{n}, \quad (4.16)$$

donde  $Z_0 = \sqrt{\mu_0/\epsilon_0}$  denota la impedancia de la onda en el espacio libre. Sustituyendo la Ec. (4.16) en la Ec. (4.15), encontramos que el lado derecho de la Ec. (4.15) es igual a cero. De ahí que la Ec. (4.15) sea:

$$\int_V \mathbf{H}_1 \cdot \mathbf{J}_m dv = -i\omega \int_V \mathbf{B}_2 \cdot \mathbf{M} dv, \quad (4.17)$$

y el lado derecho de la Ec. (4.17) puede escribirse como:

$$\int_V \mathbf{H}_1 \cdot \mathbf{J}_m dv = K_{mag} \oint \mathbf{H}_1 \cdot d\mathbf{l} = K_{mag} I_1 = -V_2 I_1, \quad (4.18)$$

donde  $c$  denota el aro que modela la fuente de voltaje. De las ecuaciones (4.17) y (4.18), finalmente obtenemos la corriente inducida en la antena de RF por el vector de magnetización:

$$I_1 = \frac{i\omega}{V_2} \int \mathbf{B}_2 \cdot \mathbf{M} dv. \quad (4.19)$$

De la Ec. (4.19) se obtienen dos conclusiones importantes. La primera, puesto que  $I_1$  es proporcional al campo  $\mathbf{B}_2$ , el cual es el campo magnético producido por la antena de radiofrecuencia para un  $V_2$  dado, una antena eficiente en transmisión es también una antena eficiente en recepción. Puesto que la antena es un generador eficiente de campo magnético, tiene una alta sensibilidad de recepción. Segundo, si la antena RF cuando es usada como transmisora puede generar un campo homogéneo  $\mathbf{B}_2$  del objeto del cual se obtendrán imágenes, cuando es usada como receptora podrá captar las señales producidas por la magnetización con la misma ganancia en cualquier punto del objeto.

Finalmente, nótese de la Ec. (4.19) que también puede escribirse como:

$$V_1 = \frac{i\omega}{I_2} \int \mathbf{B}_2 \cdot \mathbf{M} dv, \quad (4.20)$$

donde  $V_1$  denota el voltaje inducido en la antena por la magnetización  $\mathbf{M}$  e  $I_2$  denota la corriente que circula en la antena, la cual produce un campo magnético  $\mathbf{B}_2$ .

Para entender más claramente el análisis de una antena, usemos un ejemplo sencillo. Supongamos que tenemos una antena como la mostrada en la Fig. (4.3), ésta es una antena de superficie hecha con un alambre conductor y un capacitor. Para modelar esta antena se propone un circuito equivalente en la Fig. (4.3a.).

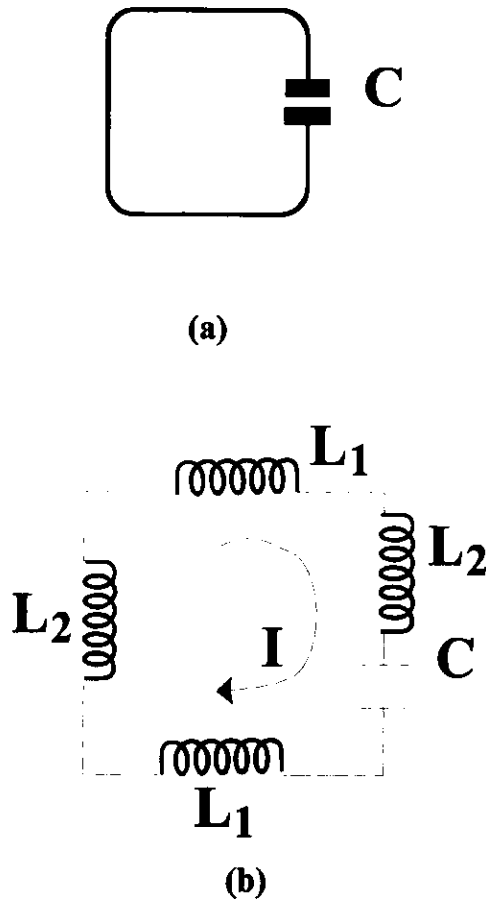


Figura 4.3. (a) Antena en su aspecto físico. (b) Circuito equivalente.

El valor de la inductancia se obtiene a partir de la siguiente ecuación:

$$L = \frac{1}{I^2} \int \mathbf{A} \cdot \mathbf{J} dv, \quad (4.21)$$

y recordando que  $\mathbf{A}(\mathbf{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{\mathbf{J}(\mathbf{r}')}{R} dv'$  entonces la inductancia toma la siguiente forma:

$$L = \frac{\mu_0}{4\pi I^2} \int \int \frac{\mathbf{J}(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{J}(\mathbf{r}')}{R} dv' dv, \quad (4.22)$$

donde  $R = |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|$ . Para una antena circular de radio  $a$  y longitud  $l$ , suponiendo que la corriente está distribuida uniformemente en el alambre, la inductancia puede escribirse de la siguiente forma:

$$L = \frac{\mu_0}{4\pi(2\pi)^2} \int_0^{2\pi/l/2} \int_{-l/2}^{2\pi/l/2} \int_0^{2\pi/l/2} \int_{-l/2}^{2\pi/l/2} \frac{1}{R} dz' d\varphi' dz d\varphi, \quad (4.23)$$



donde  $R = \sqrt{2a^2[1 - \cos(\varphi - \varphi')] + (z - z')^2}$ . Con aproximaciones se obtiene:

$$L = 0.002l \left[ \log\left(\frac{2l}{a}\right) - 1 \right], \quad (4.24)$$

donde  $l$  y  $a$  denotan longitud y radio en cm, de una antena circular.

Si ahora se hace el cálculo a partir de la teoría de circuitos, de una manera similar a la obtenida en la Fig. (4.1), para el circuito de la Fig. (4.3) de acuerdo a la Ley de voltaje de Kirchhoff se tiene la capacitancia ( $C$ ), las inductancias ( $L_i$ ), corriente ( $I$ ) e inductancias mutuas ( $M_i$ ):

$$\frac{i}{\omega C} I - 2i\omega L_1 I + 2i\omega M_1 I - 2i\omega L_2 I + 2i\omega M_2 I = 0, \quad (4.25)$$

donde  $M_1$  denota la inductancia mutua entre los dos lados horizontales de la antena y  $M_2$  denota la inductancia mutua entre los lados verticales del alambre. Por otro lado para obtener la inductancia mutua, considérese dos conductores donde circula una  $\mathbf{J}_1$  y  $\mathbf{J}_2$  los cuales ocupan un  $V_1$  y  $V_2$  respectivamente. Las inductancias mutuas están definidas por:

$$M_{12} = \frac{1}{I_1 I_2} \int_{V_2} \mathbf{A}_1 \cdot \mathbf{J}_2 dv \quad (4.26)$$

y

$$M_{21} = \frac{1}{I_1 I_2} \int_{V_1} \mathbf{A}_2 \cdot \mathbf{J}_1 dv \quad (4.27)$$

donde  $I_1$  y  $I_2$  denota la corriente total en  $V_1$  y  $V_2$ , respectivamente.

Recordando que  $\mathbf{A}(\mathbf{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{\mathbf{J}(\mathbf{r}')}{R} dv'$  y sustituyendo en la Ec. (4.27) se tiene que:

$$M_{12} = M_{21} = \frac{\mu_0}{4\pi I_1 I_2} \int_{V_1} \int_{V_2} \frac{\mathbf{J}_1(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{J}_2(\mathbf{r}')}{R} dv' dv. \quad (4.28)$$

Ahora aplicando al problema de los cables se tiene:

$$M_{12} = M_{21} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{-l/2}^{l/2} \int_{-l/2}^{l/2} \frac{dz' dz}{\sqrt{d^2 + (z - z')^2}}, \quad (4.29)$$

donde  $d$  denota la distancia entre los dos cables, evaluando la Ec. (4.29) y simplificando se tiene:

$$M_{12} = M_{21} = \frac{\mu_0 l}{2\pi} \left[ \ln \left( \frac{l}{d} + \sqrt{1 + \frac{l^2}{d^2}} \right) - \sqrt{1 + \frac{d^2}{l^2}} + \frac{d}{l} \right]. \quad (4.30)$$

De la Ec. (4.25) se encuentra finalmente la frecuencia de resonancia:

$$\omega_r = \frac{1}{\sqrt{2(L_1 + L_2 - M_1 - M_2)C}} \quad (4.31)$$

La corriente en la antena es constante puesto que es un solo rizo.

### 4.3 Tipos de Antenas de RF para IRM

Existe una gran variedad de antenas de diferente forma geométrica que han sido reportadas en la literatura [4.2]. Sin embargo, las aplicaciones especiales requieren ciertas configuraciones que permitan adecuarse al tamaño de la muestra, como es el caso de las antenas de recepción o transmisión que se utilizan en la imagenología por RM, en donde la antena debe ajustarse de forma óptima a la anatomía del cuerpo. Existen diferentes tipos de antenas, se mencionará las básicas como el caso de un rizo simple, la antena de Helmholtz, solenoide, entre otras.

#### 4.3.1 Antena de espira simple

Es la antena superficial más simple, que consiste de un anillo de alambre. Existen una gran variedad de formas que se pueden construir a partir de un anillo cerrado, es decir, elíptica, cuadrada, rectangular, etcétera, como se observa en la Fig. (4.4). Todas las formas presentan una distribución del campo magnético muy similar y una alta sensibilidad a una distancia cercana de la antena, que va disminuyendo conforme se aleja de la espira.

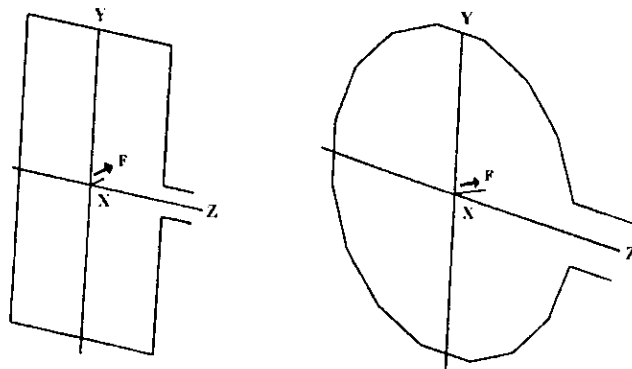


Figura 4.4 Antenas de un solo espira.

### 4.3.2. Antena de Helmholtz

Consiste en un par de anillos de radio  $d$ , colocados paralelamente uno respecto del otro tal que sus centros están a una distancia  $d$ . Esta antena produce un campo magnético uniforme en el área central entre ambos anillos. Debido a la simetría axial de su diseño, es fácil calcular las condiciones geométricas para tener un máximo en homogeneidad del campo magnético.

En la siguiente Fig. (4.5) se presenta un esquema de la antena de Helmholtz.

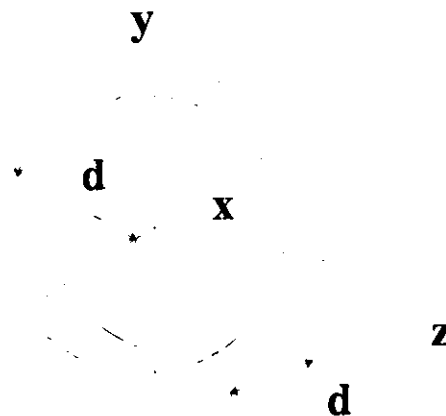


Figura 4.5 Antena de Helmholtz.

Una desventaja de este diseño es que la mayor parte de la homogeneidad se encuentra entre los anillos, dada la forma y el tamaño requerido es difícil introducirla dentro de los imanes.

### 4.3.3 Solenoide

Uno de los métodos más populares para producir campo magnéticos es el uso del solenoide.

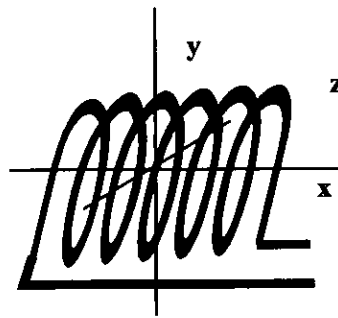


Figura 4.6 Solenoide.

El campo producido por un solenoide es definitivamente superior a una antena de una espira simple. La mejor configuración de un antena de solenoide es la que tenga de espaciamiento entre anillo y anillo de la mitad del diámetro del rizo.

#### 4.3.4 Antena en forma de silla de montar

Esta antena es la más popular en IRM debido a sus propiedades que la hacen de fácil uso dentro de imanes de gran diámetro, cuando el campo  $B_0$  está a lo largo del eje del cilindro. Las propiedades de la configuración de IRM requiere que tanto el pulso de RF de excitación como el de detección estén colocados en forma paralela al campo  $B_0$ . Las antenas en forma de silla de montar, originan campos magnéticos con esta propiedad, lo que facilita el diseño de antenas de RF (Fig. 4.7).

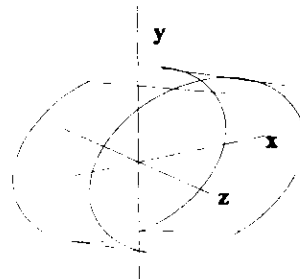
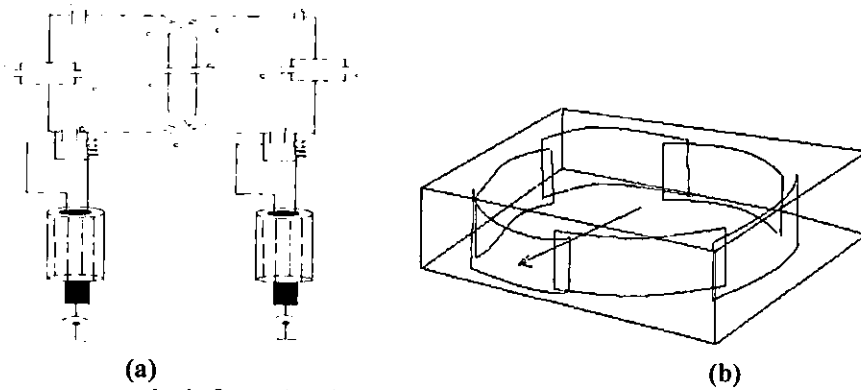


Figura 4.7 Antena en forma de silla de montar.

#### 4.3.5 Arreglo en Fase

Las antenas superficiales tienen un alto CSR debido a su sensibilidad en pequeñas áreas, lo cual disminuye la cantidad de ruido que recibe de una muestra. Desafortunadamente, el campo de visión (FOV) está limitado por el tamaño de la región

sensible. En imagenología clínica es deseable tener un FOV grande ya que a menudo no se tiene un conocimiento previo de la región de interés. Una solución simple es el uso de antenas grandes, las cuales tienen un bajo CSR, o mover una antena pequeña para cubrir el área de interés durante el estudio, lo que consumirá tiempo. Otra solución es el uso de antenas múltiples o de un arreglo de antenas (Fig. (4.8)), que ofrezcan una región sensitiva grande. Cada antena es conectada a un preamplificador independiente y a un receptor. Las salidas del canal de recepción son combinadas de manera óptima con una corrección de fase dependiente de la posición donde fue recogida la señal. De esta forma uno obtiene un alto CSR de antena superficial y un FOV grande usualmente asociado con antenas grandes [2.5]. El arreglo de antenas es nombrado arreglo en fase RMN. La mayor desventaja que tiene es el alto costo por los canales receptores adicionales.



**Figura 4.8** Antenas en arreglo de fase. (a) Antena para corazón en arreglo de fase [4.4]. (b) Antena para cabeza de arreglo de fase, cada antena superpuesta una con otra cancela la inductancia mutua entre ambas [4.5].

## Capítulo 5: Una nueva propuesta de antena superficial: “PERES COIL”

### 5.1 Introducción

La idea de usar antenas de radio frecuencia en IRM es atractiva, porque es posible colocarlas directamente sobre el objeto del cual se obtendrá la imagen, y conseguir una mejor señal. Sin embargo, un tejido vivo contiene una inductancia, que se agrega a la inductancia de la antena, por lo que la corriente que se genere en la antena tiende a disminuir. Las antenas en IRM son usadas tanto para excitar los espines dentro de un volumen de interés en un sistema vivo, como para detectar la señal de resonancia magnética. Como se mencionó en el capítulo anterior por el principio de reciprocidad una antena de recepción también puede funcionar como una antena de transmisión, sin embargo en los sistemas RM clínicos se utilizan antenas de recepción y antenas de transmisión por separado.

Las antenas RF son usualmente hechas de alambres conductores y capacitores. Debido a su estructura complicada, es difícil (además de que se lleva mucho tiempo) analizarlas de acuerdo a las ecuaciones de Maxwell. Sin embargo para las antenas RF cuyo tamaño es una pequeña fracción de la longitud de onda que se circula por ella, podemos emplear un método para obtener un circuito equivalente usando las leyes de Kirchhoff, para calcular el campo magnético  $B_1$  con la Ley de Biot-Savart.

En el presente trabajo se presentan las bases para la construcción de una antena de superficie en pétalo capaz de mejorar la homogeneidad del campo magnético, la cual se ha de utilizar para obtener imágenes de la anatomía humana. La antena está sintonizada a una frecuencia de 63.8 MHz. Se sintoniza a esta frecuencia asociada al hidrógeno por la abundancia que se tiene de este elemento en el cuerpo humano, cuya constante giromagnética es de 42.57 MHz/T y para un campo magnético 1.5 T.

### 5.2 Diseño de la Antena.

La parte original de este trabajo es la propuesta del diseño, construcción y funcionamiento para la obtención de imágenes por RM de una antena de superficie. La antena que se presenta en la Fig. (5.2), la hemos llamado Antena **PERES** (Petal Resonator) basada en un artículo del Profesor Mansfield del año 1988 [5.1].

Primeramente se observa que es una antena de superficie (Fig. 5.1a) que tiene ocho inductancias y ocho capacitores. El circuito equivalente que aparece en la Fig. (5.1b) es la representación de la antena. El valor de las inductancias puede ser calculado de la longitud y radio de cada pétalo. El valor del campo magnético [4.2] en un punto  $\mathbf{r}=(x,y,z)$  causado por una corriente ( $I$ ) que pasa a lo largo de un alambre de longitud ( $\mathbf{l}=\mathbf{r}_2-\mathbf{r}_1$ ) ( $\mathbf{r}_1=(x-x_1,y-y_1,z-z_1)$ ) es igual a:

$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{\mathbf{l} \times \mathbf{r}_1}{|\mathbf{r}_1|^2 - (\mathbf{l} \cdot \mathbf{r}_1)^2} \left( \frac{\mathbf{l} \cdot \mathbf{r}_1}{|\mathbf{r}_1|} - \frac{\mathbf{l} \cdot \mathbf{r}_2}{|\mathbf{r}_2|} \right), \quad (5.1)$$

donde  $\mu_0$  es la susceptibilidad magnética.

y recordando que  $\mathbf{A}(\mathbf{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{\mathbf{J}(\mathbf{r}')}{R} dv'$ , entonces la inductancia toma la siguiente forma:

$$L = \frac{\mu_0}{4\pi I^2} \int \int \frac{\mathbf{J}(\mathbf{r}') \cdot \mathbf{J}(\mathbf{r})}{R} dv dv', \quad (5.2)$$

donde  $R = |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|$ , y haciendo los cálculos para obtener la inductancia de la antena que se propone se tiene que la inductancia es:

$$L = \mu_0 a \left[ \log\left(\frac{8a}{d}\right) - 2 \right], \quad (5.3)$$

donde  $a$  es el radio de un pétalo y  $d$  es el diámetro total de la antena.

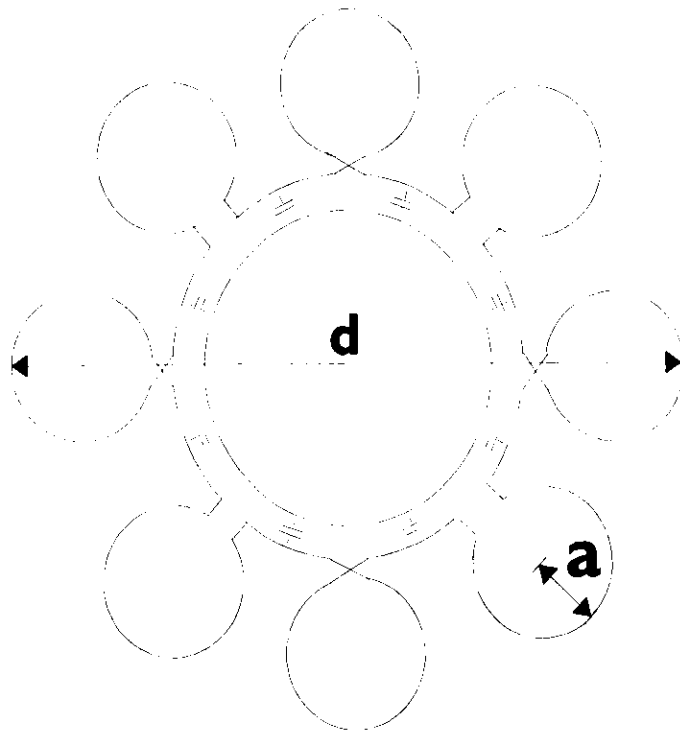
De la Ec. (5.3) se observa que, dado el radio de la antena y de los pétalos,  $a/d$  es una constante por lo que el cociente  $a/d$  es directamente proporcional a la inductancia total de la antena. En este caso la señal que recibe la antena centrada a una distancia  $R$  (Veáse Fig. 5.1) y normal al emisor dipolar que se encuentre en un punto  $P$  dentro del medio conductor es constante y está dado por:

$$S = B_I Q = K \quad (5.4)$$

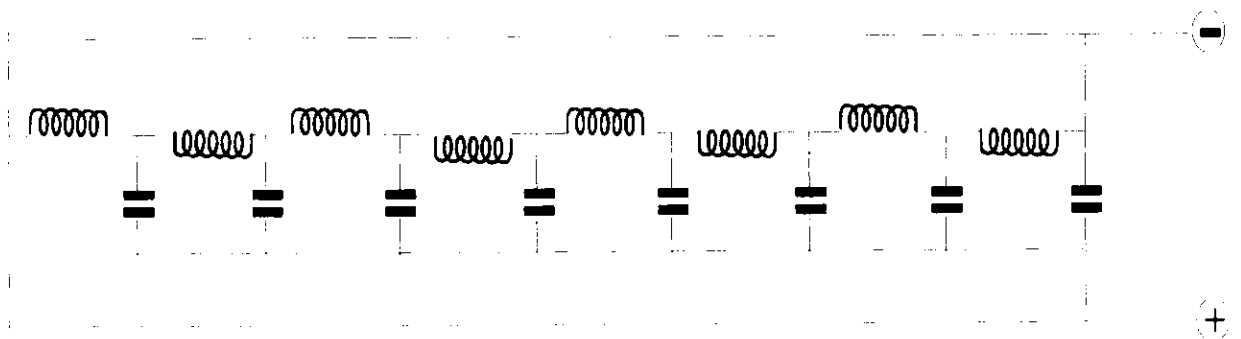
donde  $B_I$  es el campo magnético por unidad de corriente producida por la antena al punto  $P$  del emisor dipolar y está dado por:

$$B_I = \mu_0 a^2 / 2R^3. \quad (5.5)$$

donde el producto  $RB_I$  es proporcional al ángulo sólido subtendido por la antena al punto  $P$ .



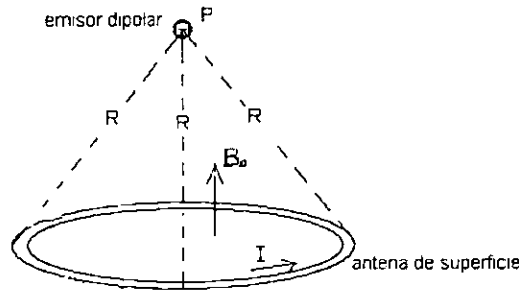
(a)



(b)

**Figura 5.1** Diagrama de la antena PERES.(a) En su forma física. (b) Circuito equivalente.





**Figura 5.2** Una antena centrada a una distancia  $R$  y normal a el emisor dipolar presenta una señal constante.

La Ec. (5.4) significa que una fuente de señal al centro de una muestra conductora esférica de radio  $R$  inducirá el mismo voltaje para cualquier punto de su superficie.

Cuando el ruido [5.1] está incluido en el cálculo, encontramos que el CSR está dado por:

$$S/R \propto a^{1/2} \quad (5.6)$$

El cociente señal a ruido (CSR) de la antena de radio total  $a$  y un radio  $b$  de los pétalos (Ver Fig. 5.1) está dada por:

$$S/R_a = (S/R_b)(a/b)^{1/2} \cos \theta \quad (5.7)$$

donde  $\theta$  es el ángulo polar que representa el desplazamiento del radio  $a$  relativo al radio  $b$ .

Para  $N$  antenas pequeñas conectadas de radio igual a  $a$ , la CSR está dada por:

$$S/R = (S/R_b)(Ra/b)^{1/2} \cos \theta \quad (5.8a)$$

$$= (S/R_b)F \quad (5.8b)$$

donde  $F$  es el factor de crecimiento de sensibilidad. Una buena elección de  $N$ ,  $a$ ,  $b$  permitirán tener un factor  $F$  mayor a 1. Para una muestra no conductora, el teorema circuital de Ampere indica que para una  $R$  grande, la señal inducida es igual a  $n(a/b)^{1/2}$ . Si todas las antenas pequeñas están contenidas dentro del área del círculo externo más grande, la señal inducida en el arreglo de las antenas pequeñas siempre será menor a la unidad. En la Ec. (5.8) se deduce en base a que las  $N$  antenas pequeñas no interactúan. Esto requiere que las antenas pequeñas se encuentren al menos a 3 veces el radio  $a$  de separación entre ellas. Los efectos correlacionales a residuos de ruido reducirán el factor de sensibilidad del valor ideal.

De la Fig.(5.1a), se muestra un arreglo de ocho antenas pequeñas posicionadas como los pétalos en una flor. De ahí que su nombre sea un resonador en pétalo. La antena en pétalo está conectada como una línea de transmisión pasa-bajas. Cuando la primera y la última sección de la línea de transmisión es conectada para formar una estructura cíclica

cerrada, este arreglo forma un arreglo resonante con  $M$  modos donde  $1 \leq M \leq N/2$ , donde  $N$  es el número de pétalos. Para que un modo resonante sea sustentado la fase total alrededor del circuito debe ser igual a  $2\pi M$ . Si  $\beta$  es el cambio de fase por sección de pétalo de la línea de transmisión requerimos que  $N\beta=2\pi M$ . Sin embargo para una antena superficial las fases de RF deben ser igual. Para una línea de transmisión pasa-bajas (es decir que permite pasar solo frecuencias menores a una frecuencia dada) opera a una frecuencia angular  $\omega$  donde satisface la siguiente condición:

$$\omega^2 = \omega_0^2 \sin^2(\beta/2), \quad (5.9)$$

en donde  $\beta=180^\circ$  y donde :

$$\omega_0^2 = 1/LC. \quad (5.10)$$

donde  $L$  y  $C$  representan la inductancia y capacitancia de la antena. Debido a los cambios de la fase en forma alternada alrededor de las sección de la línea se requiere que las conexiones entre los pétalos sean alternativamente invertidas, esto nos asegura que los campos magnéticos de cada uno estén en fase (Fig. 5.1b).

Así pues en el diseño de la antena incluimos una antena central con pétalos que están distribuidos simétricamente. Para el arreglo mostrado en la Fig. (5.1) se tiene:  $a/b=1/5$ , y  $N=8$ , y  $F=1.265$ .

### 5.3 Simulación.

La superficie más simple de una antena es una espira cerrada de alambre, en la cual puede variar la forma: circular, elíptica, cuadrada, rectangular, etc. Las propiedades básicas del campo magnético son similares para todas las formas, usando la Ec. de Biot-Savart se calcula el campo magnético. Una buena aproximación para una antena circular es suponer un polígono de más de 18 lados, donde cada lado tiene una longitud  $l$ . El campo magnético producido en un punto  $r(x,y,z)$  por una corriente  $I$ , que fluye a lo largo del segmento  $l$  donde,  $l=l_2-l_1$  y  $r_i=(x-x_i, y-y_i, z-z_i)$  es:

$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{l \times \mathbf{r}_1}{l^2 r_1^2 - (l \cdot \mathbf{r}_1)^2} \left[ \frac{l \cdot \mathbf{r}_1}{|\mathbf{r}_1|} - \frac{l \cdot \mathbf{r}_2}{|\mathbf{r}_2|} \right], \quad (5.11)$$

sumando todas las contribuciones de cada elemento de la antena podemos calcular el campo magnético total para obtener una función  $F(x,y,z)$ , la cual contiene la información necesaria para producir la distribución del campo magnético  $B_r = (B_x^2 + B_y^2)^{1/2}$ . En las Figs. (5.3) y (5.4) se presentan gráficas del campo magnético para una antena de 4 lados y 20 lados respectivamente. Se observa que el campo magnético de una antena cuadrada presenta la forma de una sábana, con un campo no homogéneo. Obsérvese que en la gráfica de una antena de 20 lados, la forma de la sábana se sigue presentando sólo que las esquinas que también son máximos se han suavizado, teniendo un campo más uniforme en el centro de la espira de 20 lados. Estos programas fueron realizados en MATLAB. (Ver apéndice A)

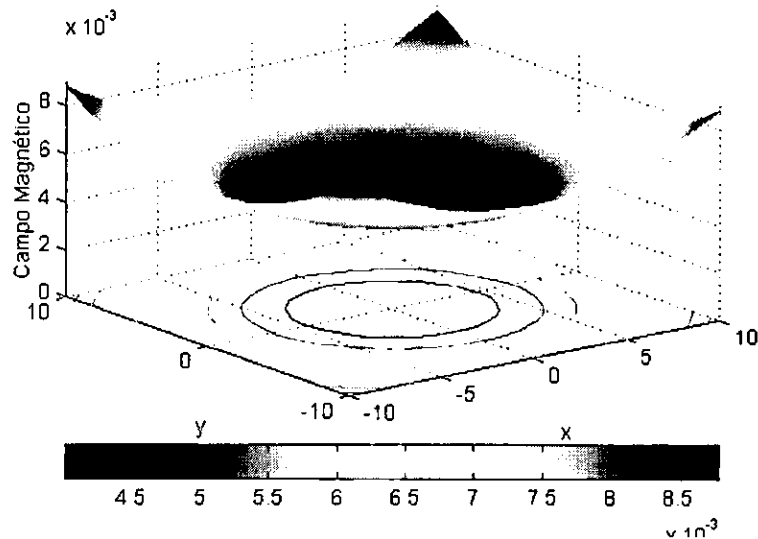


Figura 5.3 Campo Magnético para una antena de 4 lados con  $z=0$ ,  $-10.5 < x < 10.5$ ,  $-10.5 < y < 10.5$ .

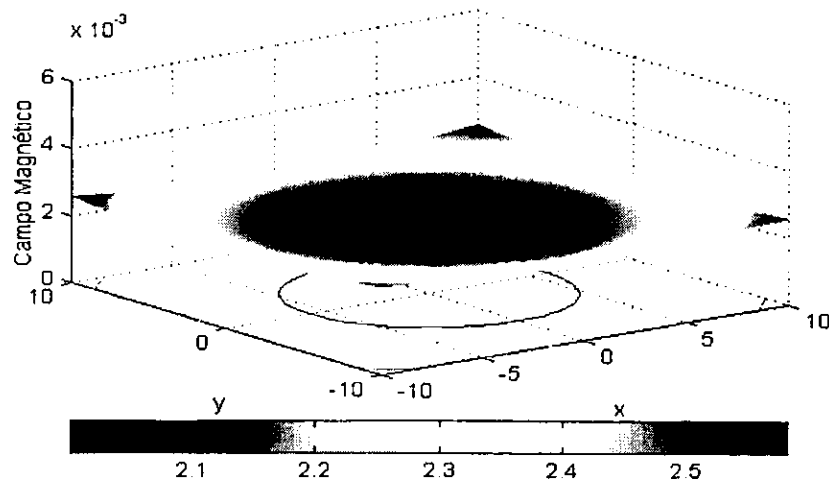


Figura 5.4. Campo magnético para una antena de 20 lados con  $z=0$ ,  $-10.5 < x < 10.5$ ,  $-10.5 < y < 10.5$ .

En la Fig. (5.5) presentamos la simulación para la antena PERES, donde observamos una mayor uniformidad del campo magnético, que a diferencia de las gráficas presentadas en la Fig. (5.3) y (5.4), se aproxima más a una superficie paralela al plano xy.

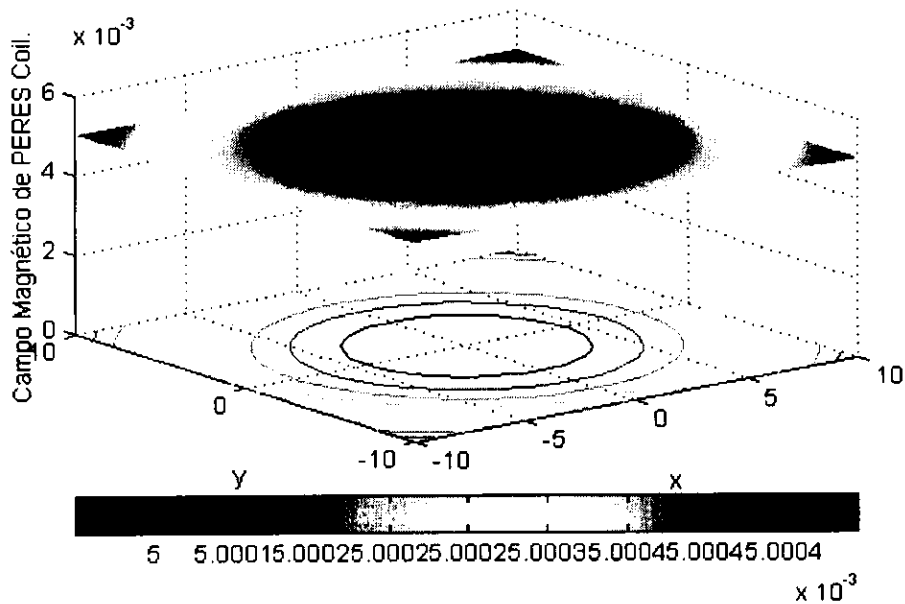


Figura 5.5 Campo magnético para una antena PERES COIL con  $z=0$ ,  $-10.5 < x < 10.5$ ,  $-10.5 < y < 10.5$ .

La importancia de un campo magnético uniforme radica en que nos permitirá generar una imagen de una área considerable con una buena calidad; en un campo magnético no uniforme disminuye la razón de señal a ruido y por lo tanto disminuye la calidad de la imagen, es decir aumenta la distorsión. Estas simulaciones nos permiten sentar las bases para la construcción de una antena de resonador en pétalo.

## 5.4 Construcción de la antena PERES

La antena fue hecha de lámina de cobre lo que, dada las propiedades del cobre nos permite tener una mayor conductividad eléctrica. Empleamos capacitores cerámicos con un factor de calidad altos, fabricados por American Technical Ceramics [5.2] con valores de 30 y 15 pF.

La antena tiene un diámetro ( $d$ ) de 19 cm y cada rizo (Fig. 5.1) tiene un radio ( $a$ ) de 1.9 cm guardándose la relación  $5(2a)=d$  (Ec. (5.8b)) que exigíamos en la primera parte de este capítulo. El ancho del alambre es de 1 cm, véase la Figura (5.6). Para recortar la lámina de cobre, lo que se hizo fue diseñar en AUTOCAD el diseño previo, se colocó después el diseño sobre la lámina que quedó fija sobre una hoja de unicel de dos centímetros para que después por medio de un compás recortara la lámina, al final se lijó para evitar que las orillas quedasen burdas.

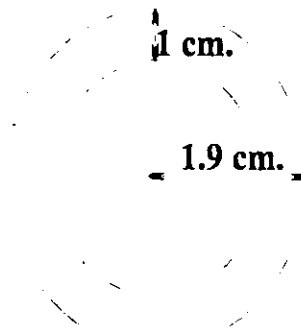
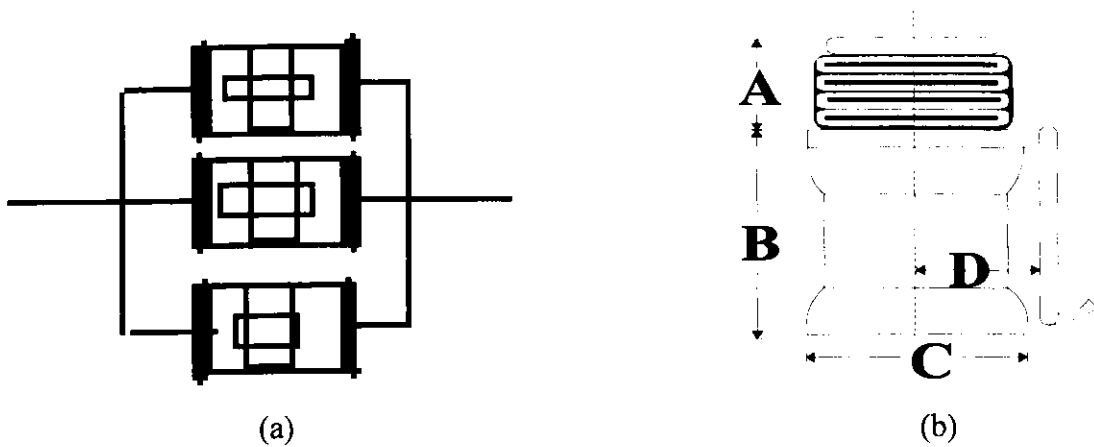


Figura 5.6 Rizo de la antena. (La figura no representa las dimensiones reales de la antena)

Los capacitores fueron colocados en paralelo (Fig. 5.7a), 45 pF entre cada inductancia, además de agregar un capacitor variable NMAM30 [5.2] el cual permite variar el valor de la capacitancia de 1.5-30 pF, lo que permitió ajustar de manera más precisa Fig. (5.7b). De acuerdo al radio de los rizos el valor de cada inductancia es de  $L=1.1938 \mu\text{H}$ .

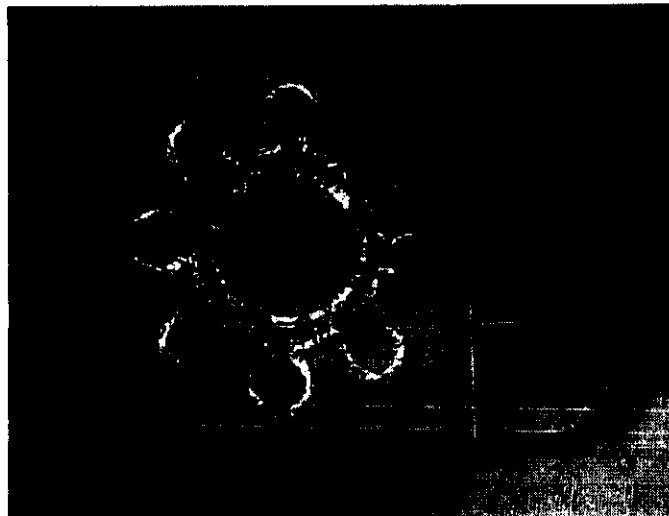


**Figura 5.7** (a) Disposición en paralelo de los capacitores. (b) Capacitor variable de 1.5-30 pF. Las dimensiones A=0.3 cm., B=0.5 cm., C=0.4 cm. y D=0.3 cm; el rango de frecuencia va de 0-100 MHz.

La antena está diseñada para un campo  $B_0=1.5$  T, la constante giromagnética del hidrógeno es igual 42.57 MHz/T, por lo que la frecuencia a partir de la ec. de Larmor (Ec. (2.16)) es de 63.85 MHz. La inductancia total de la antena es igual a 15.004  $\mu$ H y su capacitancia total es de 347 pF. Para asegurarnos que la corriente circulase en una sola dirección se utilizó un diodo PIN [5.3].

Para soldar los capacitores se usó un caudín, soldadura y grasa, así como acetona que permitía mantener libre de grasa a la antena. Una vez terminada la antena se le colocó un cable coaxial con una impedancia igual a 50 ohms ( $Z=50$  ohms), conectando la tierra de la antena, dada por el círculo interno de la antena a la tierra del cable y dejando los círculos externos conectados a la otra punta del cable.

En la foto, Fig. (5.7) se presenta una vista general de la antena.



**Figura 5.7** Fotografía de la antena.

## Capítulo 6: Resultados Experimentales

### 6.1 Introducción

En este capítulo se presentaran los resultados obtenidos con la antena PERES. Puesto que la aplicación principal se encuentra en la imagenología, se obtienen imágenes de un maniquí, del corazón y del cerebro.

### 6.2 Espectro característico de la antena PERES

Antes de probar la antena en el aparato de resonancia magnética (1.5 T), se comprobó por medio de un analizador de red (Network Analyser, ADVANTEST), que la antena estuviera sintonizada a la frecuencia de 63.85 MHz, ya que ésta es la frecuencia en la cual los núcleos del átomo de Hidrógeno precesan. El espectro característico aparece en la Fig. (6.1) y Fig. (6.2), que nos asegura que la antena está sintonizada cercana a la frecuencia de 63.8 MHz.

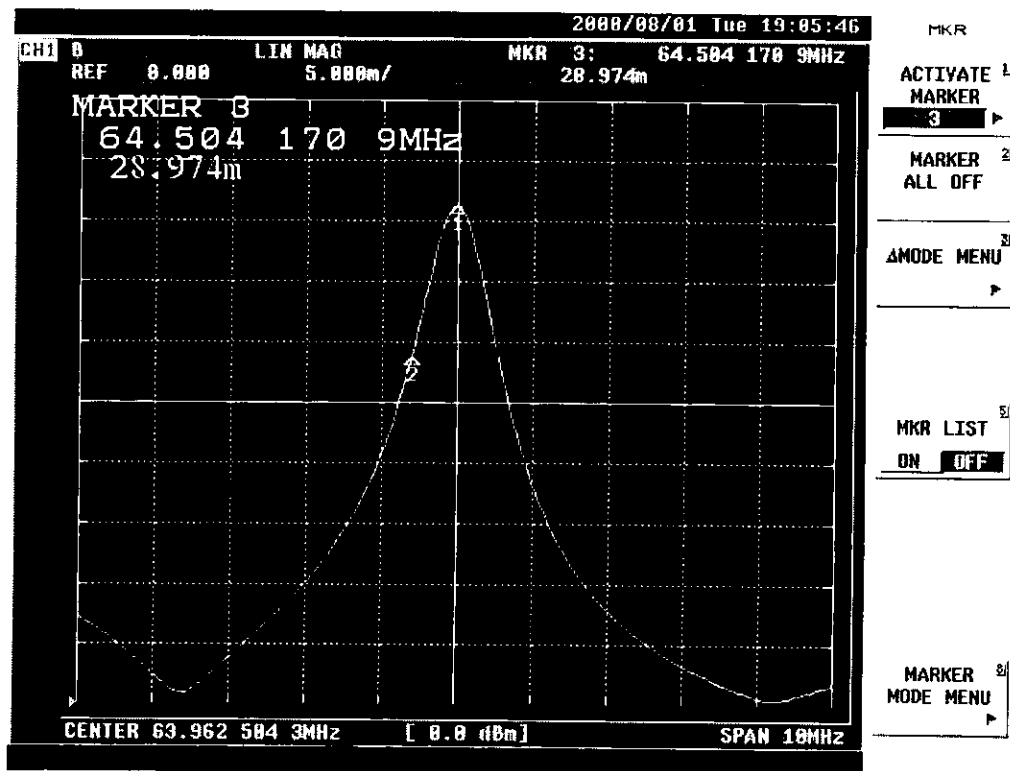


Figura 6.1 Espectro de la antena vista en el analizador de red.

El factor de calidad viene dado por el cociente de la frecuencia de resonancia  $\nu_0$  dividida entre el ancho de banda  $\Delta\nu$  de la señal, el cual se mide encontrando las dos frecuencias en la cual la respuesta de señal en el osciloscopio es 0.707 veces de la señal de  $\nu_0$ :

$$Q_0 = \frac{\nu_0}{\Delta\nu} = \frac{63.962}{(64.491 - 63.366)} = 56.85 \quad (6.1)$$

Se tiene reportado que las antenas de superficie tienen un factor de calidad cercano a 30, la antena PERES presenta un factor de calidad cercano a 57 por lo que este resultado nos asegura una mejor recepción de señal.

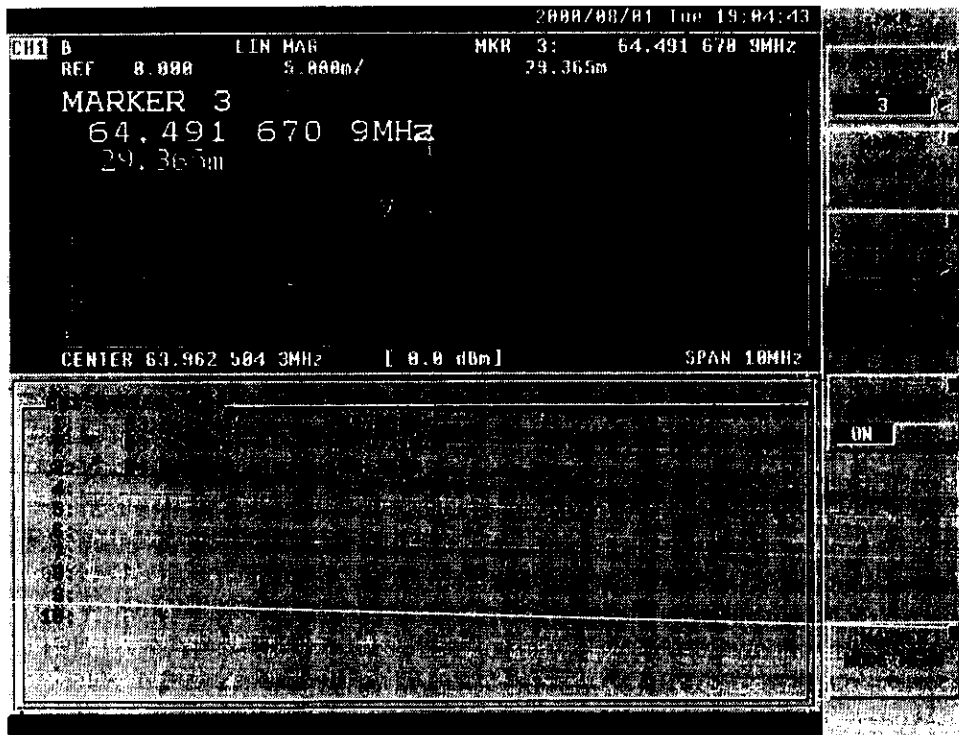


Figura 6.2 Cálculo del factor de calidad Q.

Una vez sintonizada la antena en la frecuencia requerida, por medio de la carta Smith, se comprobó que la impedancia  $Z = R + iX$ , tuviera una  $R = 50$  ohms y una  $X = 0$  ( $Z = 50$  ohms nos permite obtener una señal de recepción óptima).



### 6.3 Análisis Cociente Señal a Ruido

Primeramente se obtiene el CSR de la antena PERES y de una antena circular, para comparar ambas. A partir de la imagen de un maniquí esférico obtenida con la antena PERES se determina su factor de calidad.

$$\text{CSR} = \frac{\text{Densidad zona brillante}}{\text{Densidad zona oscura}} = \frac{789}{5} = 158$$

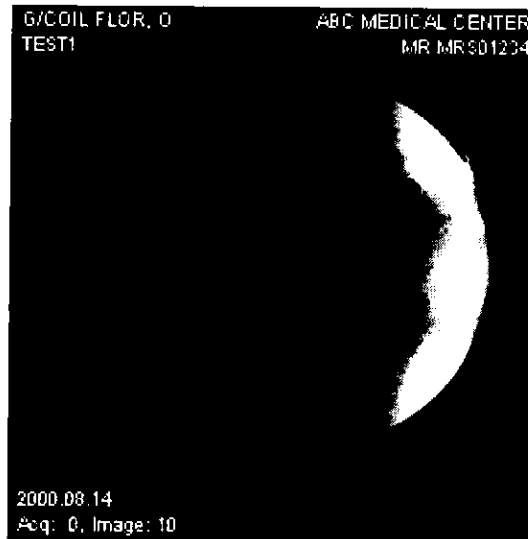


Figura 6.3 Imagen de un maniquí esférico obtenida con la antena PERES.

A partir de la imagen de un maniquí esférico obtenida por una antena circular se determina el factor de calidad.

$$\text{CSR} = \frac{\text{Densidad zona brillante}}{\text{Densidad zona oscura}} = \frac{776}{5} = 155$$

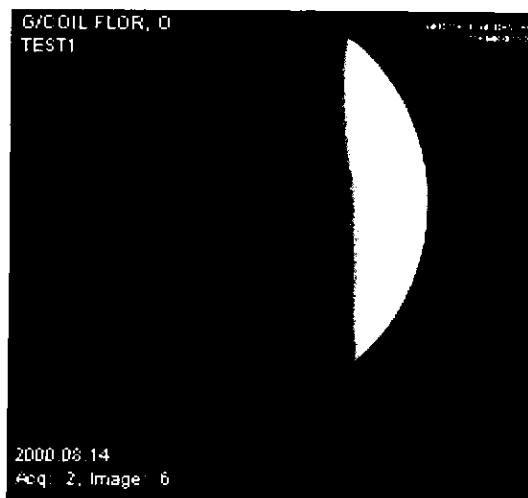
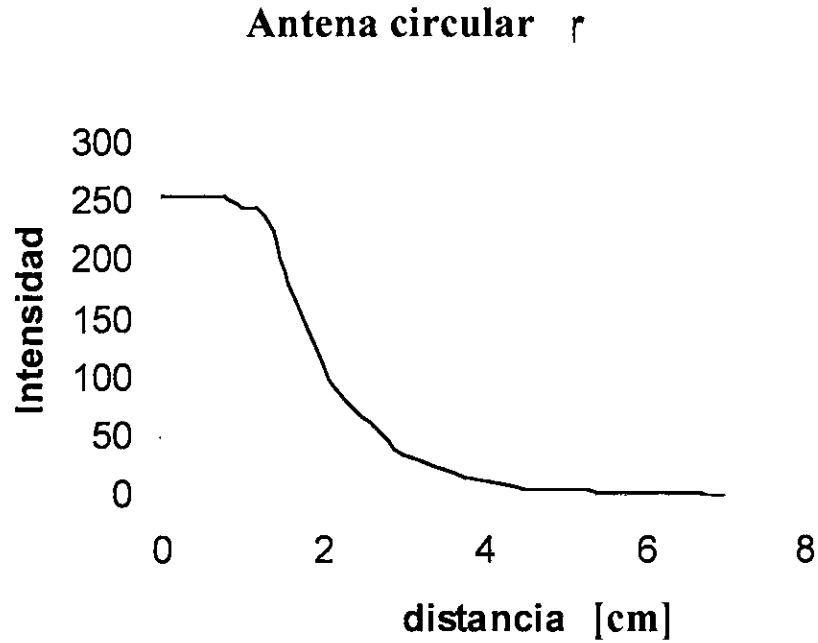


Figura 6.4 Imagen de maniquí esférico obtenido con una antena circular.

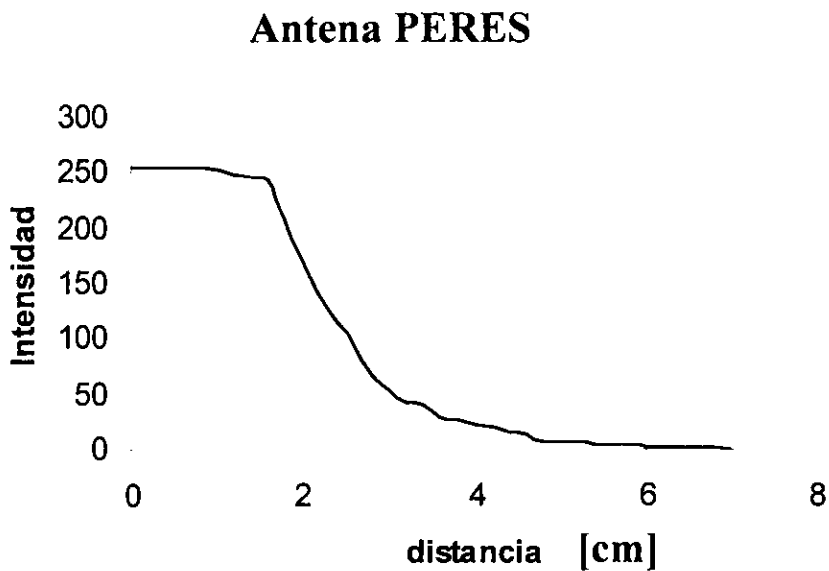
Obsérvese que el CSR para una antena circular es muy similar al valor que tiene la antena PERES. El valor  $CSR=155$  nos indica que tiene buena recepción de señal y una buena sintonización respecto a los núcleos de hidrógeno, que son los más abundantes en el cuerpo humano.

Es importante visualizar en la imagen de la Fig. (6.3) obtenida con la antena PERES, tres círculos que son causados por la geometría que tiene la antena. La antena tiene una espira central rodeada de ocho pequeñas espiras, tres de estos rizos se visualizan en la imagen, y son precisamente los pétalos los causantes de que la antena PERES tenga mayor penetración en profundidad y mejor recepción de la señal originada por los núcleos de la muestra. Sin embargo los tres círculos que se observan en la figura (6.3) no son idénticos, debido a que la antena no está perfectamente bien construida, es decir, los pétalos no son completamente simétricos, esto debido a la dificultad que se tuvo para recortar la lámina de cobre.

En la Fig. (6.5) y (6.6) se presenta una gráfica de la tabulación de la Tabla 1 (Apéndice B), en donde se observa que la intensidad va decayendo en forma logarítmica conforme la profundidad de barrido de la muestra aumenta. En la tabla 6.1 se presenta el valor de la intensidad de la señal a lo largo de un radio de acuerdo a las Fig. (6.5) y Fig. (6.6) que se extiende desde la superficie de la esfera teniendo la intensidad máxima (255) hasta una profundidad de 7 cm. donde la intensidad es uno. Se observa que la intensidad de la antena PERES tiene un decaimiento más suave, es decir, capta señales a una mayor profundidad lo que permite obtener una imagen con más información a distancias más profundas.



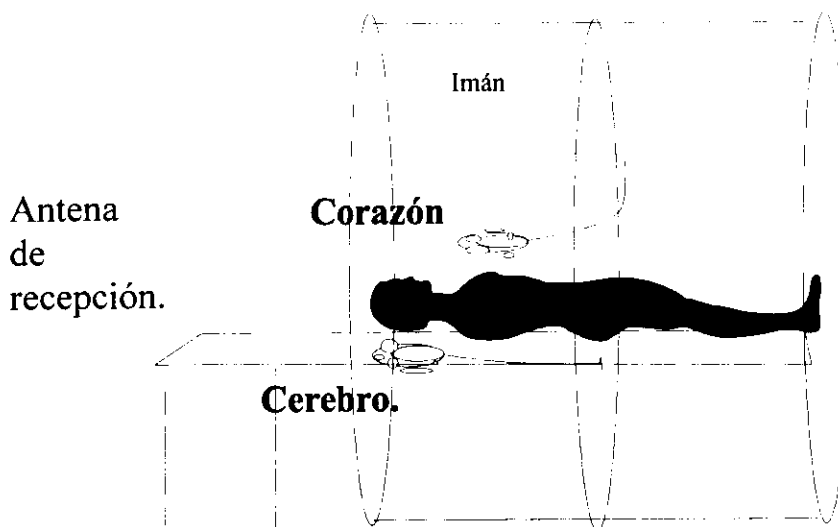
**Figura 6.5.** Gráfica de intensidad contra distancia (profundidad) usando un maniquí esférico de 7 cm. de radio, la señal fue captada usando la antena circular.



**Figura 6.6** Gráfica de intensidad contra distancia (profundidad) usando un maniquí esférico de 7 cm. de radio, la señal fue captada usando la antena PERES.

## 6.4 Imágenes

Puesto que la antena PERES es sólo de recepción, se tuvo que usar la antena de cuerpo del sistema de RM como la antena de transmisión de los pulsos de RF. Se obtuvieron imágenes de un maniquí cilíndrico, del cerebro y corazón (Fig. 6.7).



**Figura 6.7** La antena de recepción PERES fue probada en un sistema clínico de 1.5 T, tomando imágenes de un maniquí, corazón y cerebro.

Primero se obtuvieron imágenes en cortes axiales y coronales de un maniquí cilíndrico de radio igual a 8 centímetros (Fig. 6.8), el cual está hecho de acrílico lleno de una solución que contiene gadolinio, que se usa debido a sus propiedades magnéticas. Esta secuencia de imágenes de cortes axiales, (cortes perpendiculares al plano de la antena) permiten comprobar la calidad de las imágenes, como se observa en la Fig. (6.9a) D, la buena resolución de la antena permite distinguir las 5 pestañas del patrón de resolución incluido en el maniquí, se observan bien definidos los bordes así como el símbolo de la General Electric (GE). También es importante notar que cumple con el objetivo de una antena de superficie, que es el de visualizar con detalle imágenes de objetos de su superficie a una profundidad de 6 cm. En la secuencia de imágenes de la Fig. (6.9b) se observan cortes coronales del maniquí y se visualizan con facilidad ciertas regiones que presentan mayor intensidad que otras, debido a que la antena aún presenta ciertas asimetrías en su forma como se mencionó en el análisis CSR.

Las imágenes fueron adquiridas por secuencias ponderadas con  $T_1$  y  $T_2$ . Se adquirieron imágenes del maniquí (Fig. (6.9)) en cortes coronales ponderadas con  $T_2$  con un TR/TE=400/7.5 ms, FOV 18 cm, ancho de corte/espacio = 4/2.5 mm, tamaño de la matriz = 256 x 192, NEX = 5.

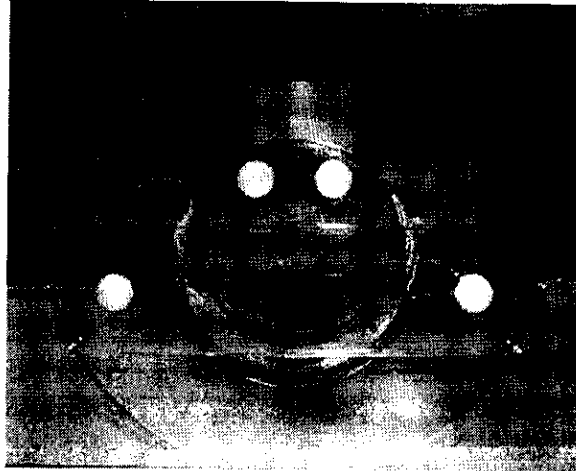


Figura 6.8 Maniquí cilíndrico que se utilizó para hacer la primera prueba con la antena PERES.

Una vez que se tomaron las imágenes del maniquí y se comprobó que la antena no sufrió calentamiento por la corriente que circuló por ella, ni hubo corto circuito en el resonador, se decidió tomar imágenes del cuerpo humano de un voluntario, en especial se eligió el cerebro ya que es una parte del cuerpo humano que se encuentra casi estático. Se tomaron cortes coronales cerebro Fig. (6.10) ponderadas con  $T_2$  con un TR/TE=400/7.5 ms, FOV 18 cm, ancho de corte/espacio = 4/2.5 mm, tamaño de la matriz = 256 x 192, NEX = 5.

Se obtuvieron imágenes en cortes axiales del corazón ponderadas con  $T_1$  cuyos parámetros de adquisición son TE/TR= 102/4000 ms, FOV 28 cm. Es importante hacer notar que el corazón es un órgano difícil para la obtención de imágenes puesto que está en constante movimiento, sin embargo se observa en las imágenes Fig. (6.11) parte del corazón, tejido grasoso, pulmones, entre otros órganos.

De acuerdo a la opinión del médico radiólogo, éstas son imágenes de calidad diagnóstica con alta resolución, ya que permiten visualizar corteza cerebral con una resolución espacial excelente. En la corteza cerebral es donde se encuentran patologías como el caso de los procesos epilépticos, displasias corticales entre otros.

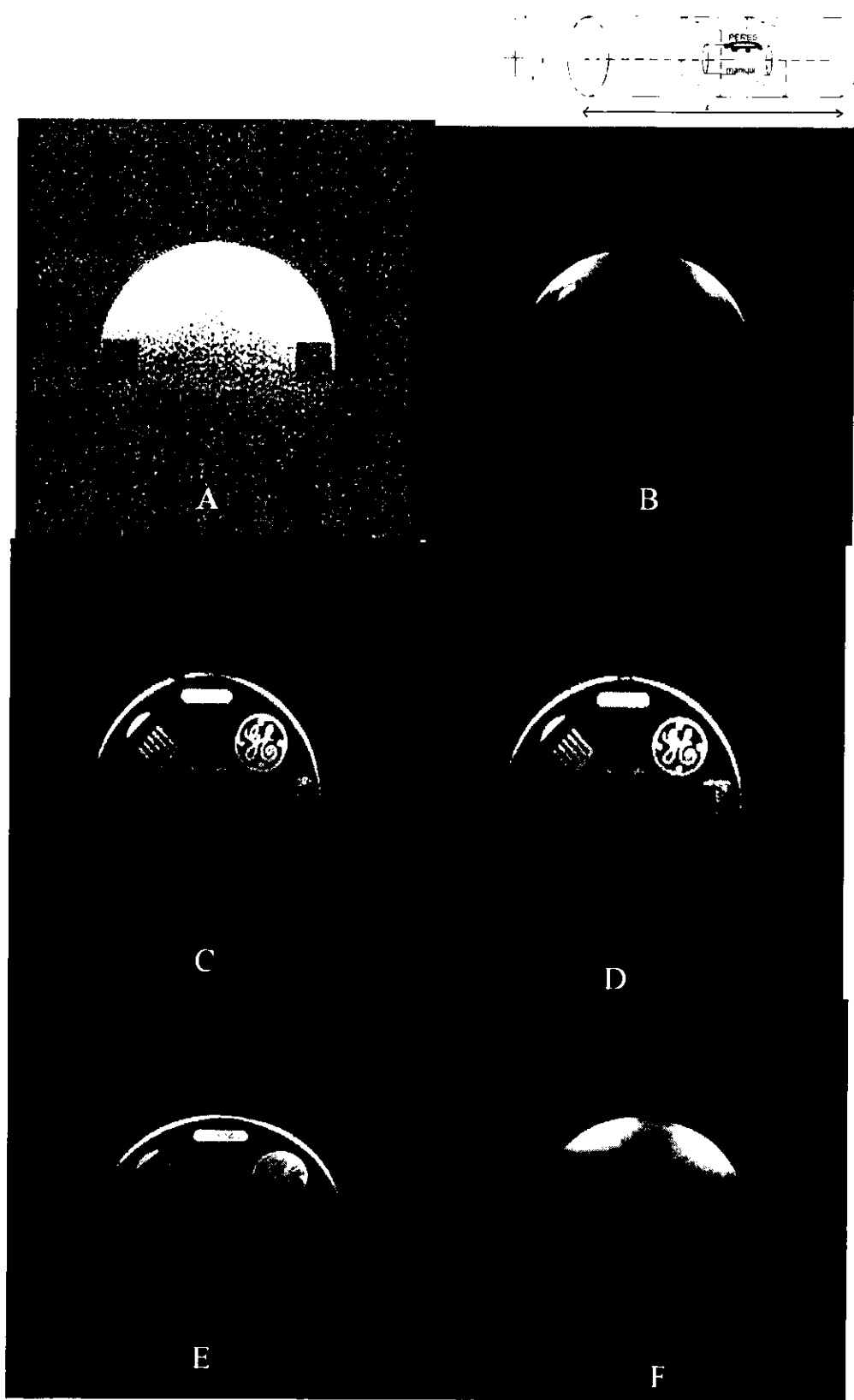


Figura 6.9a Secuencia de imágenes -cortes axiales- de un maniqué cilíndrico.

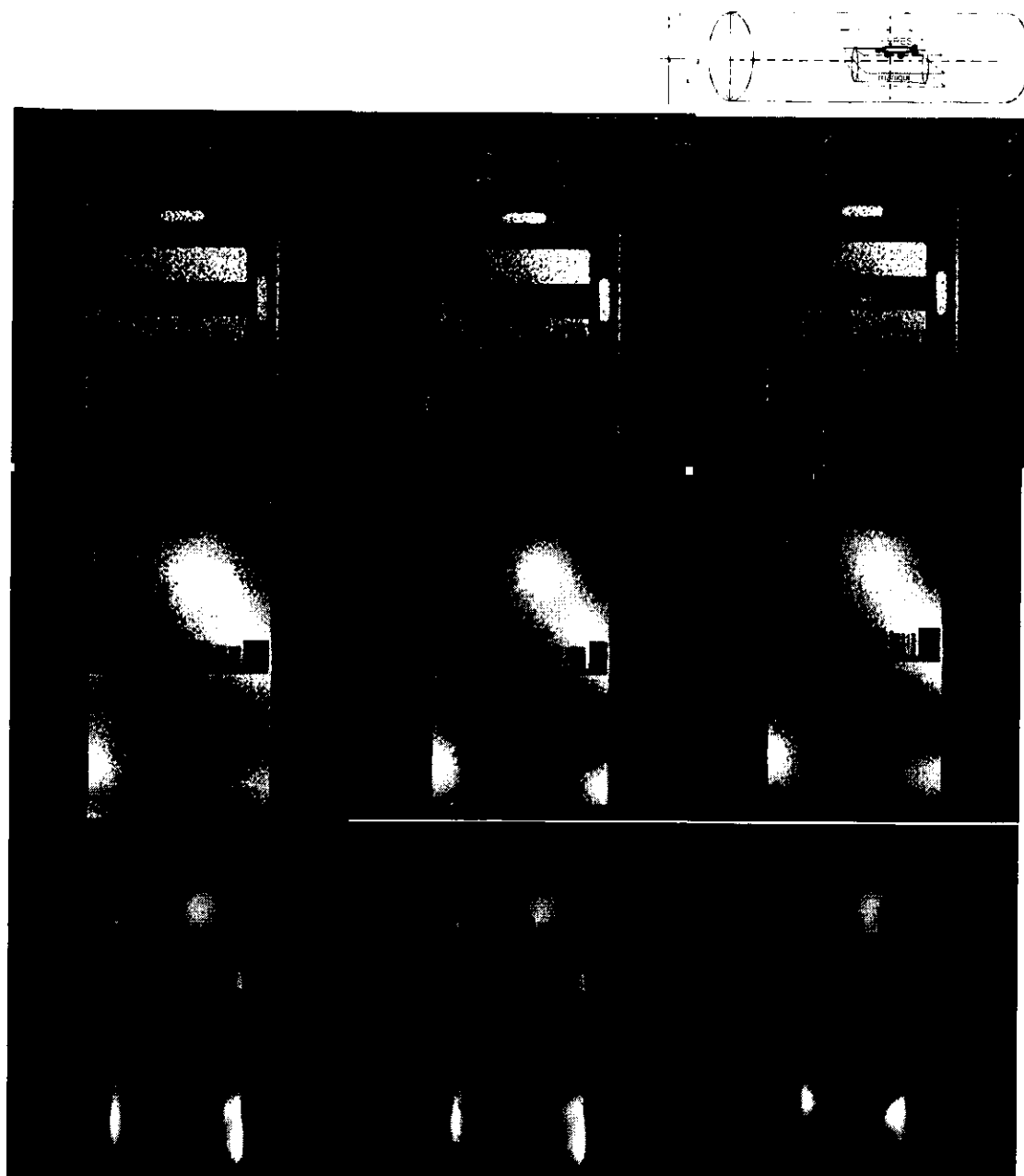


Figura 6.9b Secuencia de imágenes del maniquí cortes coronales.

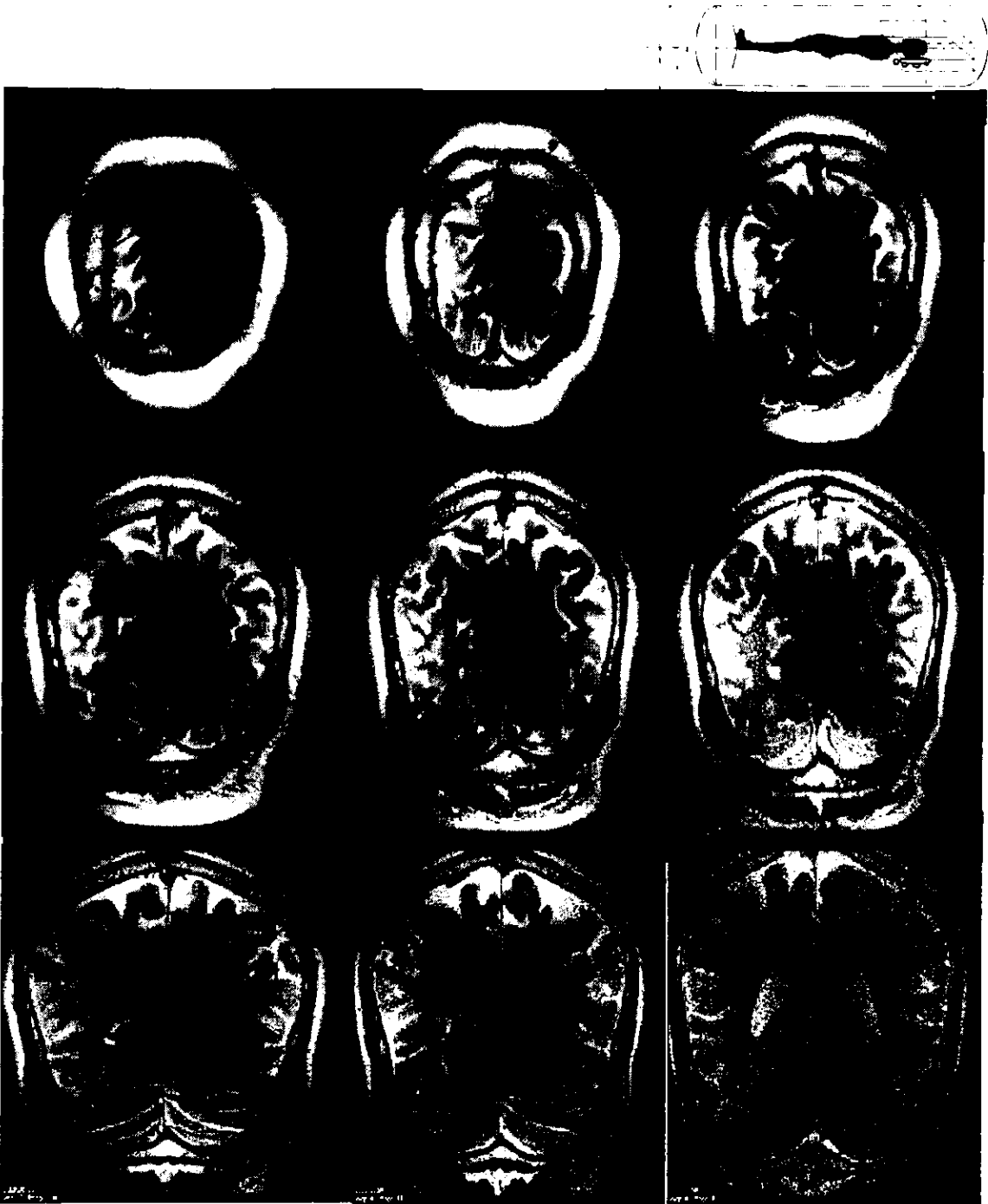


Figura 6.10 Secuencia de imágenes de cortes coronales del cerebro, obtenidas con la antena PERES Coil.



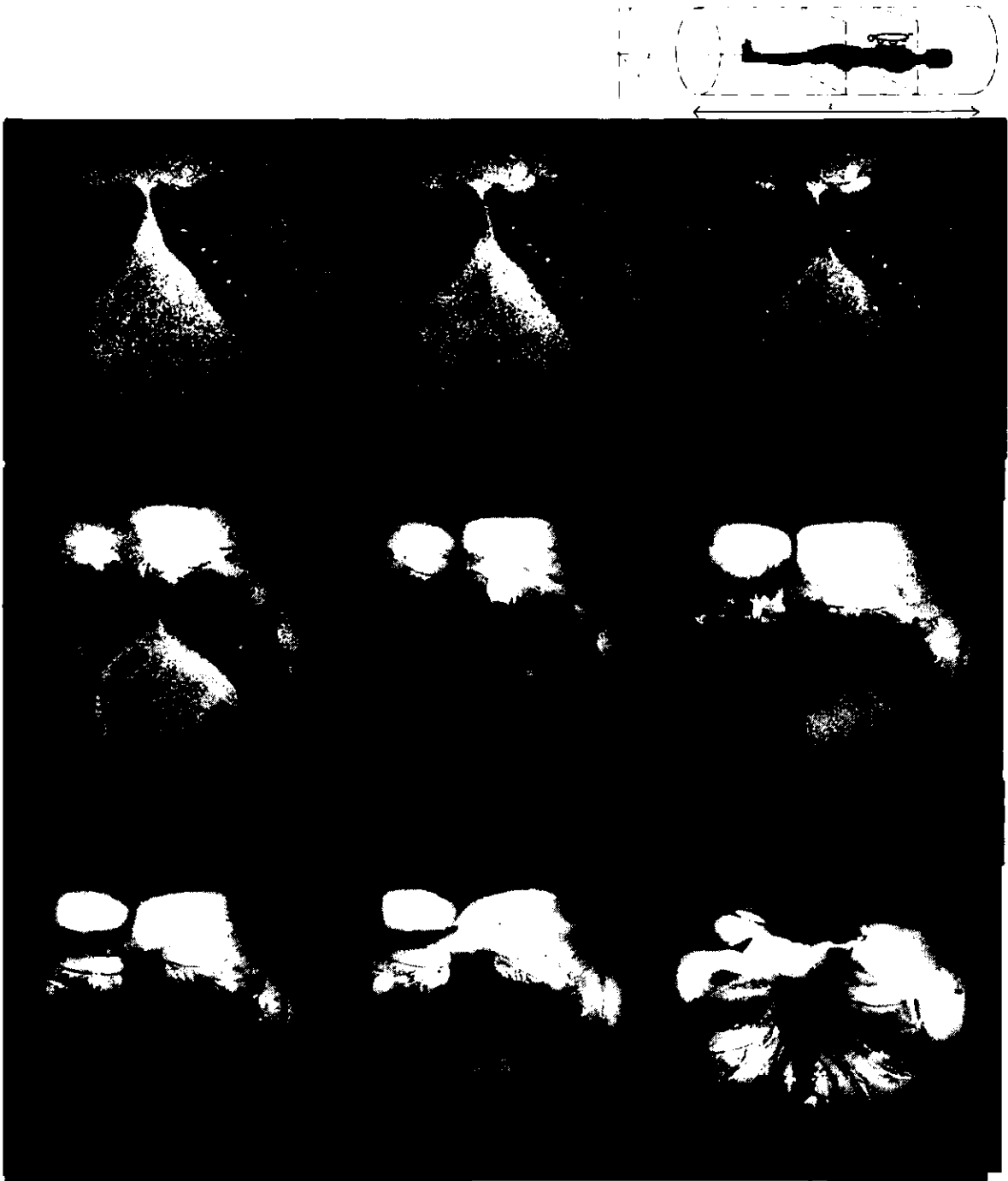


Figura 6.11 Secuencia de imágenes adquiridas con la antena PERES del corazón -cortes axiales-.

## Capítulo 7: Conclusiones

En este trabajo de tesis se han explicado las bases teóricas de la Resonancia Magnética que permiten entender el funcionamiento de la técnica de la imagenología por RM. Se presentó, en particular, el funcionamiento de las antenas de RF de superficie aplicadas a la imagenología del cuerpo humano.

Se desarrolló una nueva propuesta de antena RF de superficie (PERES Coil), en donde se presentó una simulación del campo magnético producido por ésta, su construcción y el diseño final de la antena, en donde se presenta la relación que guarda la geometría de la antena con la homogeneidad del campo magnético que produce.

Se hizo un análisis de la antena PERES a partir de las imágenes de un maniquí esférico que permiten obtener el cociente señal a ruido, resolución, contraste y profundidad de recepción de la señal. Las imágenes demuestran que la antena PERES tiene un alto CSR, la recepción de la señal disminuye en forma logarítmica conforme la profundidad de barrido de señal va aumentando, lo que permite visualizar con mayor detalle, en este caso, tejidos que se encuentren más lejanos a la piel. Su factor calidad ( $Q=57$ ) es alto, comparado con los reportados en la literatura, en general se puede concluir que la antena PERES es una muy buena antena.

Una vez que se comprobó que la antena no presentaba riesgos de seguridad personal circuitos, se decidió tomar imágenes del cerebro y corazón de un voluntario. La principal aplicación de la antena PERES se encuentra en la imagenología, en especial en el cerebro, y la opinión del médico radiólogo fue que estas imágenes cumplen con la calidad diagnóstica en especial para enfermedades de la corteza cerebral. Otras partes del cuerpo humano de donde se podrían obtener buenas imágenes de diagnóstico son las extremidades, tales como la muñeca, brazo, o tobillo.

Existen varias mejoras que se le pueden hacer a la antena PERES en el futuro. Una de ellas sería aumentar el radio de la antena, lo que permitirá obtener imágenes de áreas más grandes, así como la disminución del ancho de la antena, lo que disminuirá la capacitancia que se produce con la cercanía de los pétalos de la antena, al aumentar la distancia entre ellos. Si la simetría de los pétalos fuera perfecta produciría campos magnéticos más homogéneos.

## Apéndice I

Se presenta en la parte A) el programa de una simulación para una antena cuadrada realizado en MATLAB (<http://www.mathworks.com/products/matlab/>). La ecuación que proviene de la Ley de Biot-Savart, está escrita en la Sección 5.2, Ec. (5.11), y permite conocer las curvas equipotenciales que presenta el campo magnético generado por la antena (Fig. 5.2). En la parte B) se presenta el programa de la simulación de la antena PERES (Fig. 5.4), que se diseñó en este trabajo.

### A) Antena cuadrada

```
[x,y]=meshgrid(-10.5:8:10.5);
lad=30;
ang1=0;
piv=2.*pi/360;
var=360/lad;
ang2=var;
Btotal=0;
for i = 1:lad,

    x1=.1.*cos(ang1.*piv);
    y1=.1.*sin(ang1.*piv);
    x2=.1.*cos(ang2.*piv);
    y2=.1.*sin(ang2.*piv);
    x12=x2-x1;
    y12=y2-y1;
    y11=y-y1;
    x11=x-x1;
    x22=x-x2;
    y22=y-y2;

    B1=(x12.*y11 - x11.*y12);
    B2=(x12.*x11 + y12.*y11);
    B3=(x12.*x22 + y12.*y22);
    B4=-(((x12.^2 + y12.^2).*(x11.^2 + y11.^2)) - ((x12.*x11 + y12.*y11).^2));
    Bfinal = B1.*B2.*B3.*B4;
    ang1=ang2;
    ang2=ang2+var;
    Btotal=Bfinal+Btotal;
end
surf(x,y,Btotal), shading interp
k=menu('Choose a color','Red','Blue','Green');
```

**B) Antena PERES**

```

[x,y]=meshgrid(-20:8:20);

nlad=15;
ang1=0;
var=2.*pi/nlad;
ang2=var;
Bfinal=0;
Btotal=0;
Btotal1=0;
Btotal2=0;
Btotal3=0;
rcir=.10;
r=rcir.*(3/5);
r1=rcir/5;
ang3=0;

for i = 1:nlad,

    x1=r.*cos(ang1);
    y1=r.*sin(ang1);
    x2=r.*cos(ang2);
    y2=r.*sin(ang2);
    x12=x2-x1;
    y12=y2-y1;
    x11=x-x1;
    y11=y-y1;
    x22=x-x2;
    y22=y-y2;

    B1=(x12.*y11 - x11.*y12);
    B2=(x12.*x11 + y12.*y11);%o/((x11.^2 + y11.^2).^(1/2));
    B3=(x12.*x22 + y12.*y22);%o/((x22.^2 + y22.^2).^(1/2));
    B4=(((x12.^2 + y12.^2).*(x11.^2 + y11.^2)) - ((x12.*x11 + y12.*y11).^2));

    Bfinal= B1.*(B2-B3).*B4;
    Btotal1= Bfinal+Btotal1;

    ang1=ang2;
    ang2=ang2+var;
end

for i=1:nlad,
    a=rcir.*(4/5).*cos(ang3);
    b=rcir.*(4/5).*sin(ang3);
    ang1=0;
    ang2=var;
    Bfinal=0;
    Bfinal2=0;
    for i = 1:nlad,

        x1=a-r1.*cos(ang1);
        y1=b-r1.*sin(ang1);

```

```

    x2=a-r1.*cos(ang2);
    y2=b-r1.*sin(ang2);
    x12=x2-x1;
    y12=y2-y1;
    x11=x-x1;
    y11=y-y1;
    x22=x-x2;
    y22=y-y2;

    B1=(x12.*y11 - x11.*y12);
    B2=(x12.*x11 + y12.*y11);%w/((x11.^2 + y11.^2).^(1/2));
    B3=(x12.*x22 + y12.*y22);%w/((x22.^2 + y22.^2).^(1/2));
    B4=(((x12.^2 + y12.^2).*(x11.^2 + y11.^2)) - ((x12.*x11 + y12.*y11).^2));

    Bfinal= B1.*(B2-B3).*B4;
    Btotal2= Bfinal+Btotal2;

    ang1=ang2;
    ang2=ang2+var;

end
    Btotal3=Btotal3+Btotal2;
    ang3=var+ang3;
end

Btotal1= Btotal1+Btotal3;

surf(x,y,Btotal1), Axis([-20 20 -20 20 0 4.5]),
shading interp
xlabel('    x')
ylabel('    y')
zlabel('Campo Magnético en Petalo')

```

## Apéndice II

Valores de intensidad de una antena circular y la antena PERES.

Distancia	Intensidad (PERES)	Intensidad (circular)
0	255	255
0.2	255	255
0.4	255	255
0.6	255	255
0.8	255	255
1	254	246
1.2	249	246
1.4	246	225
1.6	244	181
1.8	209	146
2	173	112
2.2	140	90
2.4	114	72
2.6	93	61
2.8	67	48
3	53	35
3.2	43	29
3.4	40	26
3.6	30	19
3.8	26	15
4	22	13
4.2	21	10
4.4	15	7
4.6	13	6
4.8	7	5
5	7	5
5.2	7	5
5.4	5	3
5.6	5	3
5.8	5	3
6	3	3
6.2	3	3
6.4	3	2
6.6	2	2
6.8	2	1
7	1	1

## Referencias.

- [1.1] Bloch F. "*Nuclear Induction*" Phys. Rev. 70 (1946), 460.
- [1.2] E. M. Purcell, H.C. Torrey & R.V. Pound. "*Resonance absorption by nuclear magnetic moments in solid*". Phys. Rev., 69 (1946), 37.
- [1.3] P.C. Lauterbur, "*Image formation by induced local interactions: examples employing nuclear magnetic resonance*", Nature, 242 (1973), 190.
- [1.4] P. Mansfield y P. K. Grannel. "*Diffraction' in solids ?*". J. Phys. C:Solid State Phys., 6 (1973), L422.
- [1.5] R. Damadian. "*Tumor detection by nuclear magnetic resonance*". Science, 171 (1971), 1151.
- [2.1] C.P Slichter, *PRINCIPLES OF MAGNETIC RESONANCE* (3<sup>rd</sup> edition) New York: Springer-Verlag, (1996).
- [2.1b] P. T. Callaghan. *PRINCIPLES OF NUCLEAR MAGNETIC RESONANCE MICROSCOPY*. Oxford, New York, 1991.
- [2.2] D. Canet , *NUCLEAR MAGNETIC RESONANCE: CONCEPTS AND METHODS*. New York: John Wiley & Sons, 1996.
- [2.3] R. R. Price, W. H. Stephens, and C. L. Partain, *NMR PHYSICAL PRINCIPLES, MAGNETIC RESONANCE IMAGING* (2<sup>nd</sup> edition). Philadelphia: W. B. Saunders Co., (1988).
- [2.4] A. Abragam, *THE PRINCIPLES OF NUCLEAR MAGNETISM*. Oxford: Oxford University Press, 1978.
- [2.5] E.R. Andrew. *NUCLEAR MAGNETIC RESONANCE*. Cambridge at the University Press, New York, 1955.
- [2.6] Jianming Jin , *ELECTROMAGNETIC ANALYSIS AND DESIGN IN MAGNETIC RESONANCE IMAGING*. CRC, 1998.
- [2.7] P. Mansfield and P. G. Morris *NMR IMAGING IN BIOMEDICINE*. New York Academic Press, 1982.
- [2.8] E. Hahn, "*Spin-Echo*", Phys. Rev. 80 (1950), 580.
- [2.9] R. Mezrich, "*A perspective on K-Space*", Radiology 195(1995), 2.

- [2.10] Zhi-Pei Liang and Paul C. Lauterbur, *PRINCIPLES OF MAGNETIC RESONANCE IMAGING*. IEEE Press New York, 2000.
- [2.11] E.R. Andrew. *NUCLEAR MAGNETIC RESONANCE*. Cambridge at the University Press, New York, 1955.
- [3.1] M. A. Foster, *NMR Imaging*. IRL Press, 1989.
- [3.2] W. Schempp. *MAGNETIC RESONANCE IMAGING*. Ed. A. John Wiley & Sons, Inc. Corporation 1998.
- [3.3] M. A. Foster and J. M. Hutchison, *NMR IMAGING*, IRL Press, 1987.
- [3.4] E. M. Haacke, B. W. Brown, M. R. Thompson and R. Venkatesan. *MAGNETIC RESONANCE IMAGING, PHYSICAL PRINCIPLES AND SEQUENCE DESIGN*. A John Wiley & Sons, 1999.
- [3.5] R. R. Edelman, J.R. Hesselink and M. B. Zlatkin. *MRI: CLINICAL MAGNETIC RESONANCE IMAGING*, 2<sup>nd</sup> ed., Saunders, Philadelphia, 1996.
- [4.1] J.D. Jackson, *CLASSICAL ELECTRODYNAMICS*, (2<sup>nd</sup> Edition). New York: John Wiley & Sons, 1990.
- [4.2] W. T. Sobol, "Dedicated Coils in Magnetic Resonance Imaging". *Reviews of Magnetic Resonance in Medicine*, Vol 1, 2 (1986), 181.
- [4.4] Fa-Hsuan Lin and Wei-Peng Kuan. "Quantitive Spectral/Spatial Analysis of Phased Array Coil in Magnetic Resonance Imagin Based on Method of Moment", *IEEE* Vol. 18, 12: 1129, Dec. 1999.
- [4.5] Z. A. Fayad, J. T. Connick and L. Axel, "An improved quadrature or Phased Array Coil for MR Cardiac Imaging". *Magn Reson Med* 34(1995), 186.
- [4.6] W. Smythe. *STATIC AND DYNAMIC ELECTRICITY* McGraw Hill Book Company, New York, 1968.
- [4.7] D. G. Gadian *NUCLEAR MAGNETIC RESONANCE AND ITS APPLICATIONS TO LIVING SYSTEMS*. 2<sup>nd</sup>. Ed., Oxford, University Press, 1995.
- [5.1] P. Mansfield, "The petal resonator: a new approach to surface coil design for NMR imaging and spectroscopy", *App Phys*, 21(1988), 1643.
- [5.2] New Non-magnetic trimmer capacitor catalog, Voltronics Corporation, The Trimmer Capacitor Company, 1999.



[5.3] C-N Chen and D. I. Hoult. *BIOMEDICAL MAGNETIC RESONANCE TECHNOLOGY*. Adam Hilger, Bristol and New York, 1989.

[5.4] D.G. Norris and J. M. Hutchison. *CONCOMITANT MAGNETIC FIELD GRADIENTS AND THEIR EFFECTS ON IMAGING AT LOW MAGNETIC FIELD STRENGTHS*. *Magn Reson Imag.*, 8(1990), 33.

[5.5] W. A. Edelstein, G. H. Glover, C. J. Hardy and R. W. Redington. *THE INTRINSIC SIGNAL -TO-NOISE RATIO IN NMR IMAGING*, *Magn Reson. Med.*, 3(1986), 604.

Otras fuentes:

The novel hypermedia system for UNIX workstations and LINUX PCs  
VOXEL MAN  
Springer Electronic media.  
Institute of Mathematics and Computer Science in Medicine  
University of Hamburg.

Toward a probabilistic atlas of human neuroanatomy  
A.C. Evans, D. L. Collins and C. J. Holmes  
Mc Connell Braing Imaging Center  
Montreal Neurological Institute  
Quebec, Canada.

The electronic clinical brain atlas  
Multiplanar Navigation of the human brain  
W. L. Nowinski, R. N. Bryan and R. Raghavan  
Thieme New York Stuttgart.

<http://mri.if.sc.usp.br/4/>  
<http://www.abchospital.com/>  
<http://www.mathworks.com/products/matlab/>  
<http://www.voltronicscorp.com/>  
<http://www.atceramics.com/>  
<http://www.bic.mni.mcgill.ca/brainweb>