

01170



# UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

FACULTAD DE INGENIERIA  
DIVISION DE ESTUDIOS DE POSGRADO

## T E S I S

DISEÑO DE UN POLARIZADOR EN GUIA  
DE ONDA CIRCULAR PARA BANDA KA

PRESENTADA POR

**OTHON GANDARILLA CARRILLO**

PARA OBTENER EL GRADO DE  
MAESTRIA EN INGENIERIA  
(ELECTRICA)

104830

DIRECTOR DE TESIS:

DR. OLEKSANDR MARTYNYUK



CIUDAD UNIVERSITARIA

OCTUBRE 2000



Universidad Nacional  
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

**Biblioteca Central**



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

Dedicatoria.

A mis padres:

*Emilio e Irma.*

Por su ejemplo y amor.

A mis hermanos:

Emilio, Luis Rodolfo, José Manuel e Irma del Carmen.

Por apoyarme con su cariño en todo momento.

## Agradecimientos.

Por sus sugerencias e ideas expresadas:

Dr. Salvador Landeros Ayala.

M.I. Fernando Lepe Casillas.

Dr. Carlos Rivera Rivera.

M.I. Vladimir Andrevih Svirid Kuzmenko.

Por su orientación y tiempo de dedicación:

Dr. Oleksandr Martynyuk.

A mis profesores y compañeros de la D.E.P.F.I.

A la Facultad de Ingeniería.

A la Universidad Nacional Autónoma de México.

## Contenido.

Tema	Página
Resumen	1
1. Introducción.	4
2. Teoría.	9
2.1 Tipos de polarización.	9
2.1.1 Polarización lineal.	9
2.1.2 Polarización circular.	10
2.1.3 Polarización elíptica.	11
2.2 Ondas en la línea de transmisión.	14
2.3 La guía de onda circular.	22
2.3.1 Modos TE de la guía de onda circular.	22
2.3.2 Modos TM de la guía de onda circular.	28
2.4 Polarización con guía de onda circular.	31
2.5 Transformadores de impedancia.	34
2.5.1 Transformadores de un cuarto de longitud de onda.	34
2.5.2 Transformador de sección simple.	37
2.5.3 Transformador de sección múltiple.	38
2.5.4 Transformadores de acoplamiento de sección múltiple binomial.	40
2.5.5 Transformador de Chebyshev.	43
2.5.6 Transformadores suaves.	45
2.5.7 Conclusión de los transformadores de impedancia.	47
2.6 Técnica de resonancia transversa.	49
2.6.1 Modos TE de una guía de onda parcialmente cargada.	50
2.6.2 Modos TM para la guía de onda de placas paralelas.	52
2.7 La matriz ABCD.	53
3. Cálculo.	58
3.1 Aplicación del método de resonancia transversal para el cálculo de la guía de onda con poste.	59
3.2 Procedimiento de diseño del polarizador.	67
4. Diseño.	77
4.1 Resultados obtenidos del diseño.	77
4.2 Resultados de la optimización del diseño.	89
4.3 Dibujos de la guía de onda con dientes.	91
4.4 Conclusiones de los resultados del diseño.	93

5. Resultados.	94
5.1 Resultados experimentales.	94
5.2 Conclusiones del capítulo 5.	108
6. Conclusión general de la tesis.	109
7. Bibliografía.	110

## Resumen

El espectro radioeléctrico disponible es finito, y con el fin de aumentar la capacidad de información se han desarrollado dos métodos para utilizar las frecuencias casi por duplicado: reutilización con aislamiento espacial y con discriminación de polarización.

La reutilización de frecuencias con aislamiento espacial se utiliza con un subsistema de antenas que produce muchos haces dirigidos hacia zonas geográficas diferentes; si algunos haces están lo suficientemente separados entre sí, entonces pueden usar la misma frecuencia.

La discriminación de polarización para el reuso de frecuencias se efectúa mediante la transmisión simultánea en un mismo haz a la misma frecuencia con señales de polarizaciones ortogonales; estas pueden ser lineales (horizontal y vertical) o circulares (derecha e izquierda). La serie de satélites Intelsat usa los cuatro tipos de polarización.

Se usan la polarización horizontal y polarización vertical en los satélites, también se puede usar la polarización circular de mano derecha y polarización circular de mano izquierda el cual permite un incremento mayor en el reuso de frecuencia.

La polarización de una señal electromagnética esta asociada a la dirección del campo eléctrico; dos polarizaciones son ortogonales entre si cuando sus vectores de campo eléctrico forman 90 grados en todo momento. Los sistemas que emplean polarización circular tienen la ventaja de que sus antenas no necesitan adaptación de polarización, pero sufren de una despolarización fuerte (desviación de la dirección del campo) cuando llueve intensamente. En cambio, los sistemas que operan con polarización lineal se comportan mejor en condiciones de lluvia pero si requieren adaptación de polarización.

La polarización (standard IEEE) de una onda radiada esta definida como "la propiedad de una onda electromagnética al describir las direcciones y magnitudes relativas del vector del campo eléctrico y su variación en el tiempo; específicamente la figura trazada por el extremo del vector del campo eléctrico como una función del tiempo viendo a lo largo de la dirección de propagación".

En otras palabras, la polarización esta determinada por la curva trazada por la punta terminal del vector representando el campo eléctrico. El campo debe ser observado a lo largo de la dirección de propagación.

Desde el generador de la onda y en las diferentes etapas del transmisor trabaja con polarización lineal. Para convertir de polarización lineal a polarización circular y para pasar de polarización circular a polarización lineal es necesario un polarizador.

En el receptor la señal llega con polarización circular y se requiere transformar a polarización lineal porque los dispositivos de las siguientes etapas trabajan con polarización lineal.

Además de ejercer la conversión de polarización mencionada, el polarizador debe tener coeficiente de reflexión mínimo y pérdidas por disipación reducidas para no afectar el funcionamiento del sistema.

La polarización circular puede ser obtenida si las dos componentes ortogonales lineales del campo eléctrico tienen igual amplitud y una diferencia de fase relativa de 90 grados uno del otro.

Entonces el polarizador es un dispositivo que descompone la onda de polarización lineal en dos componentes ortogonales. Después una de las componentes experimenta un retraso de fase de 90 grados respecto a la otra componente.

Existen varios métodos para elaborar el polarizador con guía de onda. Se puede usar la guía de onda circular con una placa delgada del dieléctrico colocada de tal forma que su eje de simetría constituye un ángulo de 45 grados con el plano de polarización de la onda incidente. La desventaja del método mencionado es el uso del dieléctrico lo que provoca el incremento de pérdidas de inserción. Otra forma de construir el polarizador es usar una guía de onda cuadrada con dieléctrico en su interior. También presenta la desventaja de necesitar de otro material diferente al de la guía de onda. Un tercer método es construir una guía de onda cuadrada con poste, se logra desfasar las dos componentes ortogonales debido a diferentes condiciones de propagación. Otra forma de diseñar un polarizador esta basado en una guía de onda circular con dos postes colocados a 45 grados respecto al plano de polarización de la onda incidente. Este método divide la onda incidente de polarización lineal en las dos componentes ortogonales de igual magnitud y retrasa una de las componentes. Es mucho mas fácil la fabricación de la guía de onda circular, por eso el último método es mejor que el tercer método.

Este trabajo presenta un diseño de un polarizador basado en guía de onda circular con poste.

Los métodos de simulación numérica dan por resultado los valores necesarios para la construcción del polarizador.

La tesis esta orientada al diseño de un elemento de comunicaciones vía satélite. El beneficio con este trabajo es presentar un método de elaboración del polarizador de guía de onda circular con poste. Se presenta un servicio encaminado a la solución del reuso de frecuencia.

Se hace el diseño para la banda Ka por ser esta banda un recurso del uso de frecuencia pues las bandas inferiores cada vez son mas utilizadas y comienzan a tener una saturación en los sistemas de comunicaciones.

Este trabajo se conforma de la siguiente manera:

En el capítulo uno se hace una introducción del concepto de la polarización así como una descripción del presente trabajo de tesis por capítulos.

En el capítulo dos se presenta un marco teórico de los fundamentos de la teoría electromagnética que nos permita analizar el comportamiento del polarizador de guía de onda.

El capítulo tres contiene los elementos necesarios para el cálculo y diseño del polarizador.

En el capítulo cuatro se analizan diferentes diseños, se describe en que consiste el diseño del polarizador elaborado con la guía de onda circular con poste y el método de optimización del diseño.

El capítulo cinco contiene los datos experimentales en comparación con los datos calculados y las conclusiones del trabajo.

## **1. Introducción.**

### **1.1 Planteamiento del problema.**

#### **1.1.1 Antecedentes y justificación de la investigación.**

La región de microondas tiene dos características que la hace ser valiosa en comunicaciones que son la alta frecuencia y la longitud de onda corta. La alta frecuencia asegura una ventaja de un ancho de banda amplio. Un 10% de ancho de banda de un sistema de 10 GHz provee un ancho de banda de 1 GHz. Dentro de este ancho de banda puede ser incorporada toda la información en todos los sistemas de comunicaciones por debajo del intervalo de microondas incluyendo radio de A.M. y F.M., radio de onda corta, difusión de televisión, y radio móvil. Las comunicaciones de microondas tienen la capacidad de manejar varios miles de canales telefónicos, varios canales de televisión, y millones de bits de datos digitales.

En la longitud de onda pequeña de los sistemas de microondas se tienen antenas de alta ganancia con patrones de radiación dirigidos que pueden ser fácilmente construidos. Los equipos de radiación dirigida tienen su aplicación en comunicaciones vía satélite y radar.

Los sistemas de microondas tienen dificultad para generar y transmitir energía de microondas. Se requiere de componentes especiales para la generación y transmisión de señales.

Los sistemas de microondas usan muchos tipos de componentes como osciladores de estado sólido de microondas, componentes de línea de transmisión, amplificadores de bajo ruido y antenas de microondas.

El comportamiento de los componentes mencionados en alta frecuencia es diferente. En frecuencias de microondas se presentan reactancias parásitas. Para compensar los efectos de las reactancias parásitas se usan intersecciones de líneas de transmisión. A las intersecciones que se realizan en la línea de transmisión se llaman líneas stubs.

Las guías de onda son usadas como un medio de transmisión. El diseño de la línea de transmisión está determinado por la aplicación particular. El diseño es afectado por el intervalo de frecuencia, ancho de banda, atenuación, capacidad de manejo de potencia y tamaño físico.

La capacidad de manejo de potencia de la línea de transmisión está limitada por sus características físicas.

Las guías de onda son tubos en forma rectangular o circular y proporcionan una alternativa a las líneas de transmisión para usarse en microondas. Las guías de ondas son superiores a las líneas de transmisión convencionales. La ventaja de la guía de onda en comparación de otras líneas de transmisión es en términos de la atenuación por unidad de longitud que experimenta la onda que se propaga a través de ella.

El ancho de banda se determina por aquella frecuencia donde la propagación comienza con el modo de mas bajo orden de todos los modos de propagación designada como frecuencia mínima hasta la frecuencia donde comienza a propagarse la onda de mas alto orden de propagación designada como frecuencia máxima. En este intervalo se considera un margen de seguridad del 10% del ancho de banda.

Las guías de onda rectangulares usadas en microondas no soportan energía en dos polarizaciones como es requerido para los sistemas de reuso de frecuencia. Para manejar dos polarizaciones dentro de una guía es necesario cambiar de guía de onda rectangular a guía de onda circular o cuadrada.

La propagación de la energía de microondas en guías rectangulares o circulares tienen patrones de campos electromagnéticos los cuales dependen de la frecuencia y de la forma de la guía de onda.

La polarización (standard IEEE) de una onda radiada está definida como "la propiedad de una onda electromagnética al describir la dirección en el tiempo y magnitudes relativas del vector del campo eléctrico y su variación en el tiempo específicamente la figura trazada por el extremo del vector del campo eléctrico como una función del tiempo viendo a lo largo de la dirección de propagación".

Si la curva trazada es una línea recta a lo largo de la dirección de propagación se llama polarización lineal. Si la curva trazada es un círculo a lo largo de la dirección de propagación se llama polarización circular.

La polarización lineal y la polarización circular se presentan en algunos sistemas con reuso de frecuencias. Diversos sistemas del transmisor requieren de usar la polarización lineal. Por tanto es necesario un dispositivo que convierta de polarización lineal a polarización circular y de polarización circular a polarización lineal que se llama polarizador. La investigación del polarizador es la meta principal del trabajo.

La manera de obtener la polarización circular es descomponer la polarización lineal en dos componentes ortogonales de igual magnitud y asegurar una diferencia de fase de 90 grados de una de las componentes del campo eléctrico respecto a la otra de las componentes del campo eléctrico. De tal manera que el vector del campo eléctrico gira en sentido de la onda retrasada.

La potencia es una variable importante dentro de la guía de onda. La máxima transferencia de potencia es necesaria en todos los puntos de la línea de transmisión.

Existen pérdidas de potencia de inserción y las pérdidas de potencia de retorno y se deben evitar estas pérdidas de potencia por tanto se busca un buen acoplamiento.

El mejor medio de caracterizar un acoplamiento de un componente es en términos de la potencia transmitida y la potencia reflejada como un porcentaje de potencia de incidencia.

Como antecedentes se han realizado varios polarizadores con diferentes técnicas. Existen investigaciones con diferentes métodos y dan por resultado los diseños basados en guías de ondas de diferentes formas.

#### 1.1.2 Propósito de la investigación.

El propósito principal de este trabajo es la investigación del polarizador basado en guía de onda circular con postes. El trabajo resalta diferentes aspectos del cálculo del polarizador. Las ventajas del método de diseño propuesto y el uso del polarizador son mencionadas en ésta tesis. Los conceptos básicos que se toman en cuenta son la polarización lineal, la polarización circular, los modos de propagación y frecuencias de corte de la guía de onda circular y de la guía de onda circular con poste.

#### 1.1.3 Método.

En este trabajo se describe el método para realizar el polarizador. Las partes básicas dentro del diseño son:

- a.- Obtener los dimensiones del transformador para acoplar la impedancia característica de la guía de onda sin poste a la guía de onda con poste.
- b.- Calcular las reflexiones y la diferencia de fase en un ancho de banda para las dimensiones obtenidas del transformador.
- c.- Optimizar el diseño haciendo mínimas las reflexiones y asegurar una diferencia de fase de 90 grados en un ancho de banda.

El método consiste en aprovechar las propiedades de las guías de onda circular con dos postes. Debido al retraso de una de las componentes paralela a los postes se puede obtener la diferencia de fase necesaria de 90 grados entre las componentes ortogonales del campo eléctrico.

Para obtener la geometría del poste, se necesita saber la frecuencia de corte para la guía de onda con poste.

En el trabajo se utiliza la técnica de resonancia transversa que da por resultado una solución simple y directa para la frecuencia de corte.

El procedimiento de la técnica de resonancia transversa se basa en el comportamiento especial del campo electromagnético. Dentro de la guía de onda la propagación se presenta por medio de reflexiones múltiples de las paredes de la guía. La inclinación de la onda electromagnética parcial cada vez mas se acerca a 90 grados si la frecuencia se aproxima a la frecuencia de corte. En la frecuencia de corte el campo electromagnético no se propaga debido a que su ángulo de inclinación es igual a 90 grados. La técnica de resonancia transversa da resultado para la frecuencia de corte de la guía y permite ejercer el cálculo de la impedancia característica.

El polarizador de guía de onda circular con poste requiere de acoplamiento de impedancias y para su diseño se aprecia el concepto de transformadores multiseccionales. El método del transformador consiste en acoplar dos impedancias por medio de varias líneas de transmisión con diferentes impedancias características.

El transformador de multisección binomial es óptimo dado que para un número de secciones, la respuesta es tan plana como sea posible cerca de la frecuencia de diseño.

Este transformador es conocido como máximamente plano y se obtiene dado el número de tramos de líneas de transmisión. Existen teorías desarrolladas [1] para obtener los valores de impedancia de cada tramo de línea de transmisión del transformador. Físicamente el transformador se realiza con postes en forma de escalones. Entonces, el diseño consiste en elaborar varios escalones adelante y atrás de los postes dentro de la guía de onda. Estos escalones permiten un buen acoplamiento. La altura de los escalones depende de las impedancias características obtenidas del modelo de transformador binomial.

En el cálculo de las dimensiones de los escalones se debe observar el coeficiente de reflexión para hacerlo mínimo y asegurar la diferencia de fase (90 grados) entre las dos componentes para un intervalo de frecuencias.

La ventaja que presenta el transformador de acoplamiento binomial es la facilidad de realizar el acoplamiento con pocos tramos de líneas de transmisión. También presenta la ventaja de que resultan escalones que son más fácil de diseñar en lugar del transformador de líneas suaves que resulta mas difícil para su elaboración.

Para un mejor resultado los valores obtenidos de las dimensiones de los escalones son optimizados con algunas herramientas de cálculo, de tal manera que se obtienen las dimensiones de la estructura. Así se obtiene un procedimiento para el diseño del polarizador.

La optimización se hace con el método simplex que es un método numérico y consiste en encontrar el valor mínimo de la función.

#### 1.1.4 Definición del problema.

El problema consiste en diseñar un polarizador con guía de onda circular con postes para ondas milimétricas.

#### 1.2 Hipótesis.

La presente investigación pretende determinar si el método de resonancia transversa favorece el diseño del polarizador basado en la guía de onda circular con poste.

#### 1.3 Objetivos.

Objetivo general.

Diseñar un polarizador basado en guía de onda circular con poste.

Objetivos particulares.

- a.- Presentar un método de solución para convertir de polarización lineal a polarización circular.
- b.- Usar el método de resonancia transversa para obtener la velocidad de propagación de onda para el diseño del polarizador y la impedancia característica de la guía de onda circular con poste.
- c.- Usar el método de transformadores para acoplamiento de impedancias.

#### 1.4 Importancia de estudio.

Las diferentes aplicaciones han saturado la capacidad de transmisión de los sistemas de comunicaciones. La ocupación del espectro es cada vez mayor. La solución a la saturación de frecuencias es el reuso de frecuencias.

Se presenta un estudio con las características del polarizador. Se toman en cuenta las restricciones necesarias para un óptimo funcionamiento.

La optimización del tamaño del polarizador permite a los satélites una reducción importante en espacio y peso.

#### 1.5 Limitaciones del estudio.

- a) Se debe tomar en cuenta que el método de resonancia transversa es adecuado solo en la frecuencia de corte.
- b) Es imposible impedir las reflexiones en todo el ancho de banda.
- c) No se tomó en cuenta la presencia de elementos abruptos que produce reactancias capacitivas.

## 2. Teoría.

En el estudio del polarizador es necesario revisar el concepto de polarización.

Existen diferentes tipos de polarizaciones que tienen características interesantes en las guías de onda.

### 2.1 Tipos de polarización.

La polarización de una onda radiada es [2] la propiedad de describir la magnitud y dirección del vector del campo eléctrico como función del tiempo a lo largo de la dirección de propagación.

La polarización se clasifica en tres categorías: lineal, circular y elíptica. Si el vector que describe el campo eléctrico en un punto es siempre dirigido a lo largo de una línea normal a la dirección de propagación, el campo es polarizado linealmente.

Las polarizaciones lineales y circulares son casos especiales de la polarización elíptica. Si es una polarización circular o elíptica, la trayectoria del extremo del vector de campo eléctrico puede ser dibujada en sentido de las manecillas del reloj y en sentido contrario.

La rotación en sentido de las manecillas del reloj se le llama polarización derecha y en sentido contrario se llama polarización izquierda viendo hacia la dirección de propagación.

#### 2.1.1 Polarización lineal [2].

Consideramos una onda plana armónica con los componentes  $x$  y  $y$  del campo eléctrico viajando en la dirección positiva de  $z$ . Los campos eléctricos  $E$  y campos magnéticos  $H$  instantáneos están dados por [2, pag 156 ec.4-50]:

$$\varepsilon = \bar{a}_x \varepsilon_x + \bar{a}_y \varepsilon_y = \text{Re}[\bar{a}_x E_x^+ e^{j(\omega t - \beta z)} + \bar{a}_y E_y^+ e^{j(\omega t - \beta z)}] \quad (2.1.1.1)$$

$$\varepsilon = \bar{a}_x E_{x0}^+ \cos(\omega t - \beta z + \phi_x) + \bar{a}_y E_{y0}^+ \cos(\omega t - \beta z + \phi_y) \quad (2.1.1.2)$$

$$H = \bar{a}_y H_y + \bar{a}_x H_x = \text{Re}[\bar{a}_y \frac{E_x^+}{\eta} e^{j(\omega t - \beta z)} - \bar{a}_x \frac{E_y^+}{\eta} e^{j(\omega t - \beta z)}] \quad (2.1.1.3)$$

$$H = \bar{a}_y \frac{E_{x0}^+}{\eta} \cos(\omega t - \beta z + \phi_x) - \bar{a}_x \frac{E_{y0}^+}{\eta} \cos(\omega t - \beta z + \phi_y) \quad (2.1.1.4)$$

donde  $E_x, E_y$  son complejos y  $E_{x0}^+, E_{y0}^+$  son reales.

Se examina la variación del vector del campo eléctrico instantáneo  $\varepsilon$  dado por (2.1.1.1) en el plano  $z = 0$ . Otros planos pueden ser considerados, pero el plano  $z = 0$  es elegido por conveniencia y simplicidad. Sea  $E_{y0}^+ = 0$  en la expresión (2.1.1.1), entonces se tiene [2 pag. 156 ec. 4-51-a]:

$$\varepsilon_x = E_{x0}^+ \cos(\omega t + \phi_x) \quad (2.1.1.5)$$

$$\varepsilon_y = 0 \quad (2.1.1.6)$$

La descripción del vector del campo eléctrico instantáneo esta dado por: [2 pag. 156 ec. 4-51 b]

$$\varepsilon = \bar{a}_x E_{x0}^+ \cos(\omega t + \phi_x) \quad (2.1.1.7)$$

el cual es una línea de fuerza y siempre es dirigida a lo largo del eje x en todo tiempo. Se dice que el campo es polarizado linealmente en la dirección x.

### 2.1.2 La polarización circular [2].

Una onda tiene polarización circular si el extremo del vector del campo eléctrico traza una forma circular en el espacio. Para varios instantes del tiempo la intensidad del campo eléctrico de una onda siempre tiene la misma magnitud y la orientación en el espacio del vector del campo eléctrico cambia continuamente con el tiempo de tal manera que describe una forma circular.

La polarización circular derecha se describe por medio del campo eléctrico instantáneo en el plano  $z=0$  en cualquier tiempo. Para este ejemplo particular [2 pag. 159]:

$$\phi_x = 0 \quad (2.1.2.1)$$

$$\phi_y = -\frac{\pi}{2} \quad (2.1.2.2)$$

$$E_{x0}^+ = E_{y0}^+ = E_R \quad (2.1.2.3)$$

Entonces  $\varepsilon_x = E_R \cos(\omega t)$  y

$$\varepsilon_y = E_R \cos(\omega t - \frac{\pi}{2}) = E_R \text{sen}(\omega t) \quad (2.1.2.4)$$

La magnitud del vector del campo eléctrico esta dada por:

$$\varepsilon = \sqrt{\varepsilon_x^2 + \varepsilon_y^2} = \sqrt{E_R^2 (\cos^2(\omega t) + \text{sen}^2(\omega t))} = E_R \quad (2.1.2.5)$$

y es dirigida a lo largo de la línea haciendo un ángulo  $\psi$  con el eje x el cual esta dado por:

$$\Psi = \tan^{-1}\left(\frac{\varepsilon_y}{\varepsilon_x}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{E_r \sin(\omega t)}{E_r \cos(\omega t)}\right) = \tan^{-1}(\tan(\omega t)) = \omega t \quad (2.1.2.6)$$

Entonces, el ángulo  $\Psi$  cambia en el tiempo de acuerdo con una ley lineal. En otras palabras el vector esta girando en el tiempo. Si el vector del campo eléctrico tiene una rotación en sentido contrario a las manecillas del reloj viendo hacia la dirección de propagación, la polarización es designada como polarización de mano izquierda. Para el caso mencionado:

$$\phi_x = 0 \quad (2.1.2.7)$$

$$\phi_y = \frac{\pi}{2} \quad (2.1.2.8)$$

$$E_{x0}^+ = E_{y0}^+ = E_L. \quad (2.1.2.9)$$

Entonces

$$\varepsilon_x = E_L^+ \cos(\omega t) \quad (2.1.2.10)$$

$$\varepsilon_y = E_L \cos(\omega t + \pi / 2) = -E_L \sin(\omega t), \quad (2.1.2.11)$$

y la localización de la amplitud del campo eléctrico esta dada por:

$$\varepsilon = \varepsilon_x^2 + \varepsilon_y^2 = E_L^2 (\cos^2(\omega t) + \sin^2(\omega t)) = E_L. \quad (2.1.2.12)$$

El ángulo  $\Psi$  esta dado por:

$$\Psi = \tan^{-1}\left(\frac{\varepsilon_y}{\varepsilon_x}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{E_L \sin(\omega t)}{E_L \cos(\omega t)}\right) = \tan^{-1}(\tan(\omega t)) = \omega t \quad (2.1.2.13)$$

Las condiciones necesarias y suficientes para la polarización circular son las siguientes:

- 1.- El campo debe tener dos componentes ortogonales polarizados linealmente.
- 2.- Las dos componentes deben tener la misma magnitud.
- 3.- Las dos componentes deben tener una diferencia de fase de 90 grados o -90 grados mas múltiplos de 360 grados.

### 2.1.3 Polarización elíptica.

Una onda tiene polarización elíptica [2] si el extremo del vector del campo eléctrico traza una elipse en el espacio. La polarización elíptica es de mano derecha si el vector del campo eléctrico gira en sentido de las manecillas del reloj viendo hacia la dirección de propagación. En la polarización elíptica de mano izquierda el vector del campo eléctrico gira en sentido contrario de las manecillas del reloj viendo en la dirección de propagación.

Examinamos el vector de campo eléctrico instantáneo  $\varepsilon$  para el plano  $z=0$ . En particular [1 pag.163 ec. 4-54]:

$$\phi_x = \frac{\pi}{2} \quad (2.1.3.1)$$

$$\phi_y = 0 \quad (2.1.3.2)$$

$$\varepsilon_{x0}^+ = E_R + E_L \quad (2.1.3.3)$$

$$\varepsilon_{y0}^+ = E_R - E_L \quad (2.1.3.4)$$

$$\varepsilon_x = (E_R + E_L) \cos(\omega t + \pi/2) = -(E_R + E_L) \sin(\omega t) \quad (2.1.3.5)$$

$$\varepsilon_y = (E_R - E_L) \cos(\omega t) \quad (2.1.3.6)$$

podemos describir la amplitud del campo eléctrico como:

$$\varepsilon^2 = \varepsilon_x^2 + \varepsilon_y^2 = (E_R + E_L)^2 \sin^2(\omega t) + (E_R - E_L)^2 \cos^2(\omega t) \quad (2.1.3.7)$$

$$\begin{aligned} \varepsilon^2 &= E_R^2 \sin^2(\omega t) + E_L^2 \sin^2(\omega t) + 2E_R E_L \sin^2(\omega t) \\ &\quad + E_R^2 \cos^2(\omega t) + E_L^2 \cos^2(\omega t) - 2E_R E_L \cos^2(\omega t) \end{aligned} \quad (2.1.3.8)$$

$$\varepsilon_x^2 + \varepsilon_y^2 = E_R^2 + E_L^2 + 2E_R E_L (\sin^2(\omega t) - \cos^2(\omega t)) \quad (2.1.3.9)$$

por lo tanto

$$\sin(\omega t) = -\varepsilon_x / (E_R + E_L) \quad (2.1.3.10)$$

$$\cos(\omega t) = \varepsilon_y / (E_R - E_L) \quad (2.1.3.11)$$

obtenemos la ecuación siguiente

$$\left\{ \frac{\varepsilon_x}{E_R + E_L} \right\}^2 + \left\{ \frac{\varepsilon_y}{E_R - E_L} \right\}^2 = 1 \quad (2.1.3.12)$$

La ecuación (2.1.3.12) es la expresión de la elipse.

Los tipos de polarización son importantes en el rehuso de frecuencias. Por medio de la discriminación de polarización es posible enviar diferente información a la misma frecuencia. Esta forma de enviar información es utilizada actualmente en los sistemas de comunicaciones en microondas.

Las ondas transversales eléctricas (TE), ondas transversales magnéticas (TM), ondas transversales electromagnéticas (TEM) se pueden propagar en las diferentes líneas de transmisión como cables coaxiales, líneas de cinta y guías de onda.

Para el diseño del polarizador basado en la línea de transmisión debemos usar las líneas que pueden soportar ondas de polarizaciones ortogonales.

Las formas de propagación, la longitud de onda, la frecuencia de corte así como la impedancia de la onda son características importantes para el estudio de las ondas de las líneas de transmisión.

La polarización elíptica se caracteriza como coeficiente de elipticidad [3] y se calcula de la siguiente forma:

Para una diferencia de fase  $\Delta\phi$  se obtiene la longitud de los semiejes  $OA$  y  $OB$  de la elipse que describe el campo eléctrico. Las componentes del campo eléctrico en la dirección  $x$  y en la dirección  $y$  se denota como  $E_x$  y  $E_y$ , respectivamente.

$$OA = \left[ \frac{1}{2} \left\{ E_x^2 + E_y^2 + \left[ E_x^4 + E_y^4 + 2E_x^2 E_y^2 \cos(2\Delta\phi) \right]^{1/2} \right\} \right]^{1/2} \quad (2.1.3.13)$$

$$OB = \left[ \frac{1}{2} \left\{ E_x^2 + E_y^2 - \left[ E_x^4 + E_y^4 + 2E_x^2 E_y^2 \cos(2\Delta\phi) \right]^{1/2} \right\} \right]^{1/2} \quad (2.1.3.14)$$

Las componentes del campo eléctrico son unitarias, las ecuaciones 2.1.3.13 y 2.1.3.14 se reducen de la siguiente forma:

$$OA = \left[ \frac{1}{2} \left\{ 2 + \left[ 2 + 2 \cos(2\Delta\phi) \right]^{1/2} \right\} \right]^{1/2} \quad (2.1.3.15)$$

$$OB = \left[ \frac{1}{2} \left\{ 2 - \left[ 2 + 2 \cos(2\Delta\phi) \right]^{1/2} \right\} \right]^{1/2} \quad (2.1.3.16)$$

La razón axial o coeficiente de elipticidad  $CE$  se obtiene como la razón de  $OA$  sobre  $OB$  como en la ecuación (2.1.3.17)

$$CE = \frac{OA}{OB} \quad (2.1.3.17)$$

El coeficiente de elipticidad también se expresa en dB con la siguiente expresión:

$$CE = 20 \log \left( \frac{OA}{OB} \right) \text{ (dB)}. \quad (2.1.3.18)$$

## 2.2 Ondas en la línea de transmisión [1].

Las ondas electromagnéticas tienen características importantes en cualquier línea de transmisión. Las características importantes son la impedancia de onda y la impedancia característica. Las características mencionadas se obtienen a partir de los fundamentos de la teoría electromagnética.

Es importante estudiar las soluciones generales de las ecuaciones de Maxwell para los casos específicos de ondas TE, TM, y TEM en líneas de transmisión cilíndricas. La geometría de las líneas de transmisión arbitraria se asume uniforme en la dirección del eje  $z$ . Los conductores inicialmente se asumen como conductores perfectos.

Se asumen campos de tiempo armónico con una dependencia  $e^{j\omega t}$ , y la propagación de la onda a lo largo del eje  $z$ . Los campos eléctrico y magnético pueden ser escritos como [1 p. 126 ecs 4.1]:

$$\vec{E}(x, y, z) = [\vec{e}(x, y) + \vec{z}e_z(x, y)]e^{-j\beta z} \quad (2.2.1)$$

$$\vec{H}(x, y, z) = [\vec{h}(x, y) + \vec{z}h_z(x, y)]e^{-j\beta z} \quad (2.2.2)$$

donde  $\vec{e}(x, y)$  y  $\vec{h}(x, y)$  representa las componentes transversales de los campos eléctricos y magnéticos, mientras  $e_x$  y  $h_z$  son las componentes longitudinales de los campos eléctricos y magnéticos y  $\beta$  es la constante de propagación.

La descripción de la onda que se propaga en la dirección  $-z$  se obtiene reemplazando  $+\beta$  por  $-\beta$ . También si están presentes las pérdidas por conductor o dieléctrico, la constante de propagación puede ser compleja, entonces  $j\beta$  se reemplaza por  $\gamma = \alpha + j\beta$ .

Asumiendo que la línea de transmisión o la región de la guía de onda esta libre de fuentes, las ecuaciones de Maxwell son [1 p.126 ec.4.2].

$$\nabla \times \vec{E} = -j\omega\mu\vec{H} \quad (2.2.3)$$

$$\nabla \times \vec{H} = j\omega\epsilon\vec{E} \quad (2.2.4)$$

Con una dependencia  $e^{-j\beta z}$ , las tres componentes de cada una de las ecuaciones vectoriales se obtienen como [1 p. 127 4.3]:

$$\frac{\partial E_z}{\partial y} + j\beta E_y = -j\omega\mu H_x \quad (2.2.5)$$

$$-j\beta E_x + \frac{\partial E_z}{\partial x} = -j\omega\mu H_y \quad (2.2.6)$$

$$\frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} = -j\omega\mu H_z \quad (2.2.7)$$

$$\frac{\partial H_z}{\partial y} + j\beta H_y = j\omega\epsilon E_x \quad (2.2.8)$$

$$-j\beta H_x - \frac{\partial H_z}{\partial x} = j\omega\epsilon E_y \quad (2.2.9)$$

$$\frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} = j\omega\epsilon E_z \quad (2.2.10)$$

Las seis ecuaciones se resuelven para los cuatro componentes del campo transversal [1 p.128 ec.4.5]:

$$H_x = \frac{j}{k_c^2} (\omega\epsilon \frac{\partial E_z}{\partial y} - \beta \frac{\partial H_z}{\partial x}) \quad (2.2.11)$$

$$H_y = \frac{-j}{k_c^2} (\omega\epsilon \frac{\partial E_z}{\partial x} + \beta \frac{\partial H_z}{\partial y}) \quad (2.2.12)$$

$$E_x = \frac{-j}{k_c^2} (\beta \frac{\partial E_z}{\partial x} + \omega\mu \frac{\partial H_z}{\partial y}) \quad (2.2.13)$$

$$E_y = \frac{j}{k_c^2} (-\beta \frac{\partial E_z}{\partial y} + \omega\mu \frac{\partial H_z}{\partial x}) \quad (2.2.14)$$

donde  $k_c^2 = k^2 - \beta^2$  se define como el número de onda de corte y  $k = \omega \sqrt{\mu\epsilon} = 2\pi/\lambda$  es el número de onda para el material contenido en la línea de transmisión o región de guía de onda. Si existen pérdidas en el dieléctrico,  $\epsilon$  puede ser complejo de la forma  $\epsilon = \epsilon_0\epsilon_r(1 - j\tan\delta)$  donde  $\tan\delta$  es la tangente de las pérdidas del material.

Las ondas transversales electromagnéticas (TEM) están caracterizadas por  $E_z = H_z = 0$ . Entonces los campos transversales de acuerdo con (2.2.11-2.2.14) son también todos cero. La excepción es el caso cuando  $k_c = 0$  o bien  $k^2 = \beta^2$ . En tal caso se tiene resultados indeterminados y de las ecuaciones (2.2.5) y (2.2.6) se elimina  $H_z$  para obtener [1 p. 128 ec.4.8]:

$$\beta^2 E_y = \omega^2 \mu\epsilon E_y \quad (2.2.15)$$

$$\beta = \omega \sqrt{\mu\epsilon} = k \quad (2.2.16)$$

El número de onda de corte  $k_c = \sqrt{k^2 - \beta^2}$  es cero para ondas TEM.

La ecuación de onda de Helmholtz para la componente  $E_x$  es [1 p.128]:

$$\left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} + k^2 \right) E_x = 0. \quad (2.2.17)$$

Para  $e^{-j\beta z}$  se tiene  $\frac{\partial^2}{\partial z^2} E_x = -\beta^2 E_x = -k^2 E_x$  tal que se reduce a

$$\left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) E_x = 0. \quad (2.2.18)$$

Un resultado similar también se aplica a  $E_y$ . Entonces se puede escribir:

$$\nabla_t^2 \bar{e}(x, y) = 0 \quad (2.2.19)$$

donde  $\nabla_t^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$  es el operador Laplaciano en las dos dimensiones transversales.

La ecuación (2.2.18) muestra que los campos eléctricos transversos  $\bar{e}(x, y)$  de una onda TEM satisface la ecuación de Laplace. De la misma forma se muestra el campo magnético transversal que también satisface la ecuación de Laplace [1 p.129 ec.4.12]:

$$\nabla_t^2 \bar{h}(x, y) = 0 \quad (2.2.20)$$

Los campos transversales de una onda TEM son los mismos que los campos estáticos que pueden existir entre los conductores. En el caso electrostático el campo eléctrico puede ser expresado como el gradiente de un potencial escalar,  $\Phi(x, y)$ : [1 p.129 e.4.13]

$$\bar{e}(x, y) = -\nabla_t \Phi(x, y) : \quad (2.2.21)$$

donde  $\nabla_t = \bar{x}(\partial/\partial x) + \bar{y}(\partial/\partial y)$  es el operador gradiente transversal en dos dimensiones. El rotacional de  $\bar{e}_t$  desaparece [1 p. 129]:

$$\nabla_t \times \bar{e} = -j\omega\mu h_z \bar{z} = 0 \quad (2.2.22)$$

Usando el hecho de que  $\nabla \cdot \bar{D} = \epsilon \nabla_t \cdot \bar{e} = 0$ , el voltaje entre dos conductores puede ser encontrado como [1 p. 129 ec.4.15]:

$$V_{12} = \Phi_1 - \Phi_2 = \int_1^2 \bar{E} \cdot d\bar{l} \quad (2.2.23)$$

donde  $\Phi_1$  y  $\Phi_2$  representa el potencial de dos conductores 1 y 2 respectivamente. La corriente que fluye en un conductor puede ser encontrada de la ley de Ampere como:

$$I = \int_C \bar{H} \cdot d\bar{l} \quad (2.2.24)$$

donde  $C$  es el contorno que abarca el conductor.

Las ondas TEM pueden existir cuando dos o mas conductores están presentes. Las ondas planas son ejemplos de ondas TEM donde las componentes del campo no están en la dirección de propagación. En este

caso los conductores de líneas de transmisión pueden ser considerados como dos placas grandes. Un conductor cerrado como una guía de onda rectangular no puede soportar ondas TEM, porque el potencial estático correspondiente en tal región debe de ser cero (o una constante).

La impedancia de onda de un modo TEM puede ser encontrada como la razón de los campos transversal eléctrico y campo transversal magnético [1 p.130 ec.4.17].

$$Z_{TEM} = \frac{E_x}{H_y} = \frac{\omega\mu}{\beta} = \frac{\mu}{\varepsilon} = \eta \quad (2.2.25)$$

En las ondas guiadas por líneas de transmisión o por guías de ondas se define la impedancia de onda como la relación entre magnitudes de campo transversal eléctrico y campo transversal magnético:

$$Z_{TEM} = \frac{-E_y}{H_x} = \frac{\mu}{\varepsilon} = \eta \quad (2.2.26)$$

### Ondas TE [1].

Las ondas transversales eléctricas *TE* son caracterizadas por  $E_z = 0$  y  $H_z \neq 0$ . A partir de las ecuaciones (2.2.11) a (2.2.14) se obtienen las siguientes fórmulas para el campo eléctrico y para el campo magnético [1 p130 ec. 4.19]:

$$H_x = \frac{-j\beta}{k_c^2} \frac{\partial H_z}{\partial x} \quad (2.2.27a)$$

$$H_y = \frac{-j\beta}{k_c^2} \frac{\partial H_z}{\partial y} \quad (2.2.27b)$$

$$E_x = \frac{-j\omega\mu}{k_c^2} \frac{\partial H_z}{\partial y} \quad (2.2.27c)$$

$$E_y = \frac{-j\omega\mu}{k_c^2} \frac{\partial H_z}{\partial x} \quad (2.2.27d)$$

En este caso,  $k_c \neq 0$ , y la constante de propagación  $\beta = \sqrt{k^2 - k_c^2}$  es generalmente una función de la frecuencia y de la geometría de la guía. Para aplicar (2.2.27) se debe encontrar  $H_z$  de la ecuación de onda de Helmholtz [1 p.131,ec.4.20]:

$$\left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} + k^2 \right) H_z = 0 \quad (2.2.28)$$

donde  $H_z(x, y, z) = h_z(x, y)e^{-j\beta z}$ . Se puede reducir la ecuación de onda a dos dimensiones para  $h_z$  [1 p.131 ec.4.21]:

$$\left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + k_c^2 \right) h_z = 0 \quad (2.2.29)$$

donde  $k_c^2 = k^2 - \beta^2$ . Esta ecuación debe ser resuelta sujeta a las condiciones de frontera de la geometría específica de la guía.

La impedancia de la onda  $TE$  puede ser encontrada como [1 p.131 ec.4.22]:

$$Z_{TE} = \frac{E_x}{H_y} = -\frac{E_y}{H_x} = \frac{\omega\mu}{\beta} = \frac{k\eta}{\beta} \quad (2.2.30)$$

el cual depende de la frecuencia. Las ondas  $TE$  pueden ser soportadas dentro de conductores cerrados, también entre dos o mas conductores.

### Ondas TM [1].

Las ondas transversales magnéticas están caracterizadas por  $E_z \neq 0$  y  $H_z = 0$ . Las ecuaciones (2.2.11) a (2.2.14) se reducen a [1 p.131 ec.4.23]:

$$H_x = \frac{j\omega\epsilon}{k_c^2} \frac{\partial E_z}{\partial y} \quad (2.2.31a)$$

$$H_y = -\frac{j\omega\epsilon}{k_c^2} \frac{\partial E_z}{\partial x} \quad (2.2.31b)$$

$$E_x = \frac{-j\beta}{k_c^2} \frac{\partial E_z}{\partial x} \quad (2.2.31c)$$

$$E_y = \frac{-j\beta}{k_c^2} \frac{\partial E_z}{\partial y} \quad (2.2.31d)$$

Como en el caso  $TE$  la constante  $k_c \neq 0$ , y la constante de propagación  $\beta = \sqrt{k^2 - k_c^2}$  es una función de la frecuencia y de la geometría de la línea.

$E_z$  es encontrado de la ecuación de onda de Helmholtz [1 p. 131 ec.4.24]:

$$\left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} + k^2 \right) E_z = 0 \quad (2.2.32)$$

donde  $E_z(x, y, z) = e_z(x, y)e^{-j\beta z}$ . Se puede reducir la ecuación de onda a dos dimensiones para  $e_z$  [1 p. 131 ec.4.25]:

$$\left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + k_c^2 \right) e_z = 0 \quad (2.2.33)$$

donde  $k_c^2 = k^2 - \beta^2$ . Esta ecuación debe ser resuelta sujeta a las condiciones de frontera de la geometría específica de la guía.

La impedancia de la onda *TM* puede ser encontrada como [1 p. 132 ec.4.26]

$$Z_{TM} = \frac{E_x}{H_y} = \frac{-E_y}{H_x} = \frac{\beta}{\omega\epsilon} = \frac{\beta\eta}{k} \quad (2.2.34)$$

el cual depende de la frecuencia. Las ondas *TM* pueden ser soportadas dentro de conductores cerrados, también entre dos o mas conductores.

Para las ondas *TM* en guías rectangulares o circulares, y por supuesto en guías cilíndricas de cualquier sección transversal, la impedancia de onda en la dirección de propagación es constante en toda la sección transversal de la guía de ondas, y es la misma para diferentes formas. La constante de propagación es:

$$\beta = \sqrt{\omega^2 \mu\epsilon - k_c^2} \quad (2.2.35)$$

donde  $k_c^2 = \omega_c^2 \mu\epsilon$ . Resulta que  $\beta$  puede expresarse como:

$$\beta = \omega \sqrt{\mu\epsilon} \sqrt{1 - \left(\frac{\omega_c}{\omega}\right)^2} \quad (2.2.36)$$

Entonces,  $\beta$  puede expresarse en función de la frecuencia de corte. La impedancia de onda en la dirección *z* para ondas *TM* es

$$Z_z(TM) = \frac{\mu}{\epsilon} \sqrt{1 - \left(\frac{\omega_c}{\omega}\right)^2} \quad (2.2.37)$$

$$Z_z(TM) = \eta \sqrt{1 - \left(\frac{\omega_c}{\omega}\right)^2} \quad (2.2.38)$$

Así para toda la guía de onda la impedancia de onda para ondas *TM* depende solo de la impedancia intrínseca del dieléctrico y de la relación de la frecuencia a la frecuencia de corte.

Del mismo modo para ondas *TE* se encuentra que:

$$Z_z(TE) = \frac{\omega\mu}{\beta} = \frac{\eta}{\sqrt{1 - \left(\frac{\omega_c}{\omega}\right)^2}} \quad (2.2.39)$$

Para las ondas *TEM* la impedancia de onda siempre es igual a  $\sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}}$  y no depende de la frecuencia.

La dependencia de  $\beta$  de la razón de la frecuencia a la frecuencia de corte, afecta a la velocidad de fase y a la longitud de onda. Así la velocidad de fase  $v_p$  en una guía de cualquier sección transversal esta dada por:

$$v_p = \frac{\omega}{\beta} = \frac{1}{\mu\epsilon \left[1 - (\omega_c^2 / \omega^2)\right]} = \frac{v_o}{1 - (\omega_c^2 / \omega^2)} \quad (2.2.40)$$

en donde  $v_o = 1 / \mu\epsilon$ , siendo  $\mu$  y  $\epsilon$  las constantes del dieléctrico. La longitud de onda de la guía medida en la dirección de propagación, es

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{2\pi}{\beta} = \frac{1}{f \mu\epsilon \left[1 - (\omega_c^2 / \omega^2)\right]} \quad (2.2.41)$$

$$\lambda = \frac{\lambda_o}{1 - (\omega_c^2 / \omega^2)} \quad (2.2.42)$$

en donde  $\lambda_o$  es la longitud de onda de una onda TEM de frecuencia  $f$  en un dieléctrico que tenga las constantes  $\mu$  y  $\epsilon$ . Como  $\omega_c^2 / \omega^2 = \lambda_o^2 / \lambda_c^2$ , resulta que

$$\lambda = \frac{\lambda_o \lambda_c}{\lambda_c^2 - \lambda_o^2} \quad (2.2.43)$$

o bien

$$\lambda_o = \frac{\lambda \lambda_c}{\lambda_c^2 + \lambda^2} \quad (2.2.44)$$

### Dificultad para obtener $Z_o$ en el caso de onda TE [3].

La impedancia característica puede definirse en función de la razón voltaje corriente o bien en función de la potencia transmitida y un voltaje o corriente dados. Esto es,

$$Z_o = \frac{V}{I} \quad (2.2.45)$$

$$Z_o = \frac{2W}{II^*} \quad (2.2.46)$$

$$Z_o = \frac{VV^*}{2W} \quad (2.2.47)$$

en donde  $V$  e  $I$  son fasores de voltaje y corriente, y  $W$  es la potencia transmitida.

Para una guía de onda rectangular se considera el modo principal  $TE_{10}$ . El voltaje se tomará como el máximo voltaje entre las caras inferior y superior. Este voltaje se define para  $x = a/2$ , como  $V_m$  y tiene el valor:

$$V_m = \int_0^b E_y(max) dy = bE_y(max) = \frac{-j\omega\mu b a C}{\pi} \quad (2.2.48)$$

donde  $C$  es una constante de amplitud.

Las constantes  $a$  y  $b$  son las dimensiones de la guía y se muestran en la figura 2.2.1.

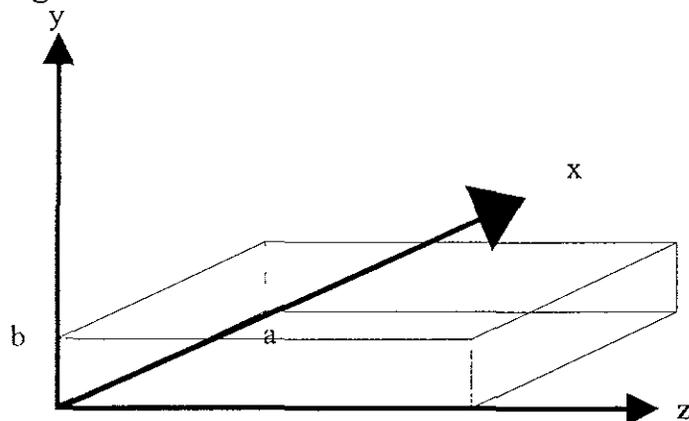


Figura 2.2.1. Dimensiones  $a$  y  $b$  de la guía de onda rectangular.

La densidad de corriente lineal longitudinal en la cara inferior es

$$J_z = -H_x = -\frac{j\beta a C}{\pi} \operatorname{sen} \frac{\pi x}{a} \quad (2.2.49)$$

La corriente longitudinal total de la cara inferior es

$$I = \int_0^b J_z dx = -\frac{j2a^2 \beta C}{\pi^2} \quad (2.2.50)$$

Así la impedancia característica "integrada" es

$$Z_o(V, I) = \frac{\pi b}{2a} \frac{\omega \mu}{\beta} = \frac{\pi b}{2a} Z_z = \frac{\pi b \eta}{2a \sqrt{1 - (f_c^2 / f^2)}} \quad (2.2.51)$$

Estos resultados se presentan en general en cualquier línea de transmisión.

Para el diseño del polarizador necesitamos escoger una línea de transmisión, que soporte dos ondas de polarizaciones ortogonales de igual frecuencia de corte.

Con estas características se requiere de una guía de onda que soporte diferentes polarizaciones, es decir, la polarización lineal y la polarización circular. La guía de onda circular soporta la polarización lineal y la polarización circular con diferentes formas de propagación de ondas  $TE$  y ondas  $TM$ .

Analizaremos los modos de propagación de la guía de onda circular y sus características principales.

### 2.3 La guía de onda circular.

Las guías de onda mas usadas en la práctica son de sección rectangular o de sección circular. Las características de propagación son parecidas. La ventaja que presenta la guía de onda circular es que soporta modos de diferentes polarizaciones y por esto se elige para la elaboración del polarizador.

La guía de onda circular [1] es un tubo metálico de forma circular que soporta modos de propagación  $TE$  y  $TM$ . Una guía de onda circular de radio interno  $a$  involucra una geometría apropiada para usar coordenadas cilíndricas. Como en el caso de las coordenadas rectangulares los campos transversales pueden ser obtenidos de las componentes del campo  $E_z$  o  $H_z$  para los modos  $TE$  y  $TM$  respectivamente. Las componentes transversales cilíndricas de los campos  $E$  y  $H$  son [1 p.154 ecs.4.110]:

$$E_\rho = \frac{-j}{k_c^2} \left( \beta \frac{\partial E_z}{\partial \rho} + \frac{\omega \mu}{\rho} \frac{\partial H_z}{\partial \phi} \right) \quad (2.3.1)$$

$$E_\phi = \frac{-j}{k_c^2} \left( \frac{\beta}{\rho} \frac{\partial E_z}{\partial \phi} - \omega \mu \frac{\partial H_z}{\partial \rho} \right) \quad (2.3.2)$$

$$H_\rho = \frac{j}{k_c^2} \left( \frac{\omega \varepsilon}{\rho} \frac{\partial E_z}{\partial \phi} - \beta \frac{\partial H_z}{\partial \rho} \right) \quad (2.3.3)$$

$$H_\phi = \frac{-j}{k_c^2} \left( \omega \varepsilon \frac{\partial E_z}{\partial \rho} - \beta \frac{\partial H_z}{\partial \phi} \right) \quad (2.3.4)$$

donde  $k_c = k^2 - \beta^2$  y  $e^{-j\beta z}$  se asume que hay propagación en dirección  $z$ . Para la propagación en dirección  $-z$  se reemplaza  $+\beta$  por  $-\beta$  en todas las expresiones.

#### 2.3.1 Modos de propagación TE [1 p. 154].

Para modos TE,  $E_z = 0$ , y  $H_z$  es una solución para la ecuación de onda [1],

$$\nabla^2 H_z + k^2 H_z = 0 \quad (2.3.1.1)$$

Si  $H_z(\rho, \phi, z) = h_z(\rho, \phi)e^{-j\beta z}$  la ecuación de onda puede ser expresada en coordenadas cilíndricas como [1 p. 156 ec.4.112]:

$$\left( \frac{\partial^2}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2}{\partial \phi^2} + k_c^2 \right) h_z(\rho, \phi) = 0 \quad (2.3.1.2)$$

Otra vez, una solución puede ser obtenida del método de separación de variables. Esto es:

$$h_z(\rho, \phi) = R(\rho)P(\phi).$$

Substituyendo en la ecuación (2.1.6) se obtiene [1 p. 155 ec. 4.114]:

$$\frac{1}{R} \frac{d^2 R}{d\rho^2} + \frac{1}{\rho R} \frac{dR}{d\rho} + \frac{1}{\rho^2 P} \frac{d^2 P}{d\phi^2} + k_c^2 = 0 \quad (2.3.1.3)$$

o

$$\frac{\rho^2}{R} \frac{d^2 R}{d\rho^2} + \frac{\rho}{R} \frac{dR}{d\rho} + \rho^2 k_c^2 = -\frac{1}{P} \frac{d^2 P}{d\phi^2} \quad (2.3.1.4)$$

El lado izquierdo de esta ecuación depende de  $\rho$  y no de  $\phi$ , mientras que el lado derecho depende únicamente de  $\phi$ . Esto es ambos miembros de la ecuación (2.3.1.4) deben ser igual a una constante la cual se llamará  $k_\phi^2$ .

Entonces [1 p. 155 ec. 155]:

$$\frac{-1}{P} \frac{d^2 P}{d\phi^2} = k_\phi^2 \quad (2.3.1.5)$$

o

$$\frac{d^2 P}{d\phi^2} + k_\phi^2 P = 0 \quad (2.3.1.6)$$

también

$$\rho^2 \frac{d^2 R}{d\rho^2} + \rho \frac{dR}{d\rho} + (\rho^2 k_c^2 - k_\phi^2) R = 0 \quad (2.3.1.7)$$

La solución general para la ecuación (2.3.1.6) es:

$$P(\phi) = A \operatorname{sen} k_\phi \phi + B \operatorname{cos} k_\phi \phi \quad (2.3.1.8)$$

La solución para  $h_z$  debe ser periódica en  $\phi$ , esto es  $h_z(\rho, \phi) = h_z(\rho, \phi \pm 2m\pi)$ . Entonces,  $k_\phi$  debe ser un número entero  $n$ .

Esto es:

$$P(\phi) = A \operatorname{sen}(n\phi) + B \operatorname{cos}(n\phi). \quad (2.3.1.9)$$

Quedando así:

$$\rho^2 \frac{d^2 R}{d\rho^2} + \rho \frac{dR}{d\rho} + (\rho^2 k_c^2 - n^2) R = 0 \quad (2.3.1.10)$$

la cual se conoce como la ecuación diferencial de Bessel.

La solución es:

$$R(\rho) = C J_n(k_c \rho) + D Y_n(k_c \rho) \quad (2.3.1.11)$$

donde  $J_n(x)$  y  $Y_n(x)$  son las funciones Bessel de primero y segundo tipo respectivamente.

Entonces  $Y_n(k_c \rho)$  llega a infinito para  $\rho=0$ , este termino es físicamente inaceptable para la guía de onda circular tal que  $D = 0$ . La solución para  $h_z$  puede ser escrita como:

$$h_z(\rho, \phi) = (A \sen n\phi + B \cos n\phi) J_n(k_c \rho) \quad (2.3.1.12)$$

donde la constante  $C$  de (2.3.1.11) ha sido absorbida por las constantes  $A$  y  $B$  de (2.3.1.12). Se debe determinar el número de onda de corte  $k_c$  cumpliendo las condiciones de frontera que  $E_{tan} = 0$  en las paredes de la guía de onda. Entonces se tiene que:

$$E_\phi(\rho, \phi) = 0 \text{ para } \rho = a. \quad (2.3.1.13)$$

De la ecuación (2.3.2) se encuentra  $E_\phi$  como:

$$E_\phi(\rho, \phi, z) = \frac{j\omega\mu}{k_c} (A \sen n\phi + B \cos n\phi) J'_n(k_c \rho) e^{-j\beta z} \quad (2.3.1.14)$$

donde la notación  $J'_n(k_c \rho)$  se refiere a la derivada de  $J_n$  con respecto al argumento.

Para que  $E_\phi$  desaparezca en  $\rho = a$  se debe tener

$$J'_n(k_c a) = 0 \quad (2.3.1.15)$$

Si las raíces de  $J'_n(x)$  son definidas como  $p'_{nm}$  tal que  $J'_n(p'_{nm}) = 0$ , donde  $p'_{nm}$  es la raíz  $m$ -sima de  $J'_n$ . Entonces  $k_c$  debe tener el valor:

$$k_{c_{nm}} = \frac{p'_{nm}}{a} \quad (2.3.1.16)$$

los valores de  $p'_{nm}$  están dados en tablas matemáticas.

Los modos  $TE_{nm}$  están definidos con un número de onda de corte  $k_{c_{nm}}$ , el subíndice  $n$  se refiere al número de variaciones en la circunferencia ( $\phi$ ), y  $m$  refiere al número de variaciones en el radio ( $\rho$ ). La constante de propagación del modo  $TE_{nm}$  es:

$$\beta_{nm} = \sqrt{k^2 - k_c^2} = \sqrt{k^2 - \left(\frac{p'_{nm}}{a}\right)^2} \quad (2.3.1.17)$$

con una frecuencia de corte de

$$f_{c_{nm}} = \frac{k_c}{2\pi \mu \epsilon} = \frac{p'_{nm}}{2\pi a \mu \epsilon} \quad (2.3.1.18)$$

Los valores de  $p'_{nm}$  para modos  $TE_{nm}$  de una guía de onda circular se muestran en la tabla 2.3.1:

Tabla 2.3.1. Valores de  $p'_{nm}$  para modos TE de una guía de onda circular.

n	$p'_{n1}$	$p'_{n2}$	$p'_{n3}$
0	3.832	7.016	10.174
1	1.841	5.331	8.536
2	3.054	6.706	9.970

El modo dominante es el modo  $TE_{11}$  y es el primer modo en propagarse en la guía de onda. Por tener el modo  $TE_{11}$  el menor valor de frecuencia de corte, el modo  $TE_{11}$  se llama modo principal.

Las componentes transversales del campo son:

$$E_{\rho} = \frac{-j\omega\mu n}{k_c^2 \rho} (A \cos n\phi - B \sin n\phi) J_n(k_c \rho) e^{-j\beta z} \quad (2.3.1.19)$$

$$E_{\phi} = \frac{j\omega\mu}{k_c} (A \sin n\phi + B \cos n\phi) J'_n(k_c \rho) e^{-j\beta z} \quad (2.3.1.20)$$

$$H_{\rho} = \frac{-j\beta}{k_c} (A \sin n\phi + B \cos n\phi) J'_n(k_c \rho) e^{-j\beta z} \quad (2.3.1.21)$$

$$H_{\phi} = \frac{-j\beta n}{k_c^2 \rho} (A \cos n\phi - B \sin n\phi) J_n(k_c \rho) e^{-j\beta z} \quad (2.3.1.22)$$

La impedancia de onda es

$$Z_{TE} = \frac{E_{\rho}}{H_{\phi}} = \frac{-E_{\phi}}{H_{\rho}} = \frac{\eta k}{\beta} \quad (2.3.1.23)$$

Las constantes  $A$  y  $B$  controlan la amplitud de los términos  $\sin(n\phi)$  y  $\cos(n\phi)$  los cuales son independientes. Ambos términos seno y coseno son soluciones válidas que pueden presentarse en un problema específico. Las amplitudes actuales de esos términos dependen de la excitación de la guía de onda. El sistema de coordenadas puede ser girado alrededor del eje  $z$  para obtener  $h_z$  con  $A = 0$  o  $B = 0$ .

Si se considera el modo dominante  $TE_{11}$  con una excitación tal que  $B = 0$ . Los campos pueden ser escritos como

$$H_z = A \sin n\phi J_1(k_c \rho) e^{-j\beta z} \quad (2.3.1.24)$$

$$E_{\rho} = \frac{-j\omega\mu}{k_c^2 \rho} A \cos \phi J_1(k_c \rho) e^{-j\beta z} \quad (2.3.1.25)$$

$$E_{\phi} = \frac{j\omega\mu}{k_c} A \sin \phi J_1'(k_c \rho) e^{-j\beta z} \quad (2.3.1.26)$$

$$H_{\rho} = \frac{-j\beta}{k_c} A \sin \phi J_1'(k_c \rho) e^{-j\beta z} \quad (2.3.1.27)$$

$$H_{\phi} = \frac{-j\beta}{k_c^2 \rho} A \cos \phi J_1(k_c \rho) e^{-j\beta z} \quad (2.3.1.28)$$

$$E_z = 0 \quad (2.3.1.29)$$

Se puede obtener diferentes polarizaciones con la misma constante de propagación y diferente frecuencia de corte, cambiando coeficientes  $A$  y  $B$  en (2.3.1.19-2.3.1.22), esto permite tener las dos polarizaciones como se muestra en la figura 2.3.1

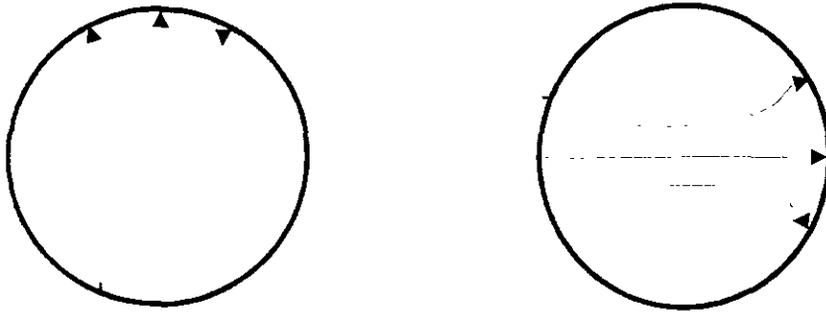


Figura 2.3.1 Polarización vertical y polarización horizontal.

El flujo de potencia dentro de la guía puede ser calculado por la siguiente fórmula:

$$P_o = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \int_{\rho=0}^a \int_{\phi=0}^{2\pi} \vec{E} \times \vec{H} \cdot \vec{z} \rho d\rho d\phi \quad (2.3.1.30)$$

$$P_o = \frac{\pi\omega\mu A^2 \operatorname{Re}(\beta)}{4k_c^4} (p_{11}'^2 - 1) J_1^2(k_c a) \quad (2.3.1.31)$$

$$P_o = \frac{\pi\omega\mu A^2 k}{4k_c^4} (p_{11}'^2 - 1) J_1^2(k_c a) \quad (2.3.1.32)$$

$$P_o = \frac{\pi\omega\mu A^2 \omega_c \mu \epsilon a^4}{4p_{11}^4} (p_{11}'^2 - 1) J_1^2(p_{11}') \quad (2.3.1.33)$$

La magnitud del voltaje es:

$$V = 2 \frac{\omega\mu A}{k_c^2} \int_0^a \frac{J_1(k_c \rho)}{\rho} d\rho \quad (2.3.1.34)$$

$$V^2 = A^2 4 \frac{\omega^2 \mu^2}{k_c^4} \int_0^{p'_{11}} \frac{J_1(k_c \rho)}{\rho} d\rho \quad (2.3.1.35)$$

Si

$$I = \int_0^a \frac{J_1(k_c \rho)}{\rho} d\rho = \int_0^{p'_{11}} \frac{J_1(y)}{y} dy = \int_0^{p'_{11}} J_0(y) dy - J_1(y) \Big|_0^{p'_{11}} = \int_0^{p'_{11}} J_0(y) dy - J_1(p'_{11}) \quad (2.3.1.36)$$

$$V^2 = \frac{4\omega^2 \mu^2 a^4}{p_{11}^4} I^2 A^2 \quad (2.3.1.37)$$

La impedancia  $Z_0$  de la guía se puede escribir en función del flujo de potencia como:

$$Z_0 = \frac{V^2}{2P_0} \text{ entonces la impedancia de la guía se obtiene como:}$$

$$Z_0 = \frac{4\omega^2 \mu^2 a^4 I^2 A^2 4p_{11}^4}{p_{11}^4 2\pi\omega\mu A^2 \omega \mu \epsilon a^4 (p_{11}'^2 - 1) J_1^2(p_{11}')} \quad (2.3.1.38)$$

$$Z_0 = \frac{960 I^2}{(p_{11}'^2 - 1) J_1^2(p_{11}')} \quad (2.3.1.39)$$

La atenuación debido a pérdidas por conductor en guía de onda puede ser calculado en [1] por la pérdida de potencia por unidad de longitud de la guía:

$$P_l = \frac{R_s}{2} \int_{\phi=0}^{2\pi} J_s^2 a d\phi \quad (2.3.1.40)$$

$$P_l = \frac{\pi A^2 R_s a}{2} \left(1 + \frac{\beta^2}{k_c^4 a^2}\right) J_1^2(k_c a) \quad (2.3.1.41)$$

La constante de atenuación es entonces:

$$\alpha_c = \frac{P}{2P_0} = \frac{R_s (k_c^4 a^2 + \beta^2)}{\eta k \beta a (p_{11}'^2 - 1)} \quad (2.3.1.42)$$

$$\alpha_c = \frac{R_s}{\alpha k \eta \beta} \left(k_c^2 + \frac{k^2}{p_{11}'^2 - 1}\right) \quad (2.3.1.43)$$

Podemos calcular la impedancia característica con la siguiente expresión:

$$f_{c_{nm}} = \frac{k_c}{2\pi \mu \epsilon} = \frac{p_{nm}}{2\pi a \mu \epsilon} \quad (2.3.2.8)$$

Así se tiene que el primer modo TM a propagarse es el modo  $TM_{01}$  con  $p_{01} = 2.405$ . Entonces este es mas grande que  $p'_{11}=1.841$  del mas bajo orden del modo  $TE_{11}$ , el modo dominante de la guía de onda circular. Como en los modos  $TE$   $m \geq 1$ , no existe el modo  $TM_{10}$

De los campos transversales se obtiene las siguientes expresiones:

$$E_\rho = \frac{-j\beta}{k_c} (A \sen n\phi + B \cos n\phi) J'_n(k_c \rho) e^{-j\beta z} \quad (2.3.2.9)$$

$$E_\phi = \frac{-j\beta n}{k_c^2 \rho} (A \cos n\phi - B \sen n\phi) J_n(k_c \rho) e^{-j\beta z} \quad (2.3.2.10)$$

$$H_\rho = \frac{j\omega \epsilon n}{k_c^2 \rho} (A \cos n\phi - B \sen n\phi) J_n(k_c \rho) e^{-j\beta z} \quad (2.3.2.11)$$

$$H_\phi = \frac{-j\omega \epsilon}{k^2} (A \sen n\phi + B \cos n\phi) J'_n(k_c \rho) e^{-j\beta z} \quad (2.3.2.12)$$

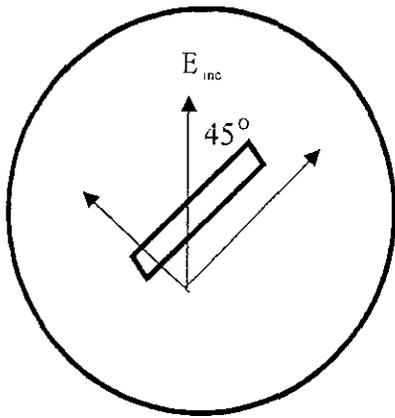
Tabla 2.3.2. Valores de  $p_{nm}$  para modos TM de una guía de onda circular:

n	$p_{n1}$	$p_{n2}$	$p_{n3}$
0	2.405	5.520	8.654
1	3.832	7.016	10.174
2	5.135	8.417	11.620

La impedancia de onda es:

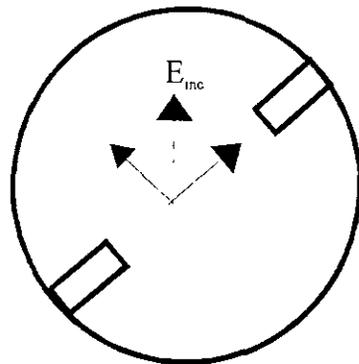
$$Z_{TM} = \frac{E_\rho}{H_\phi} = \frac{-E_\phi}{H_\rho} = \frac{\eta \beta}{k} \quad (2.3.2.13)$$

El campo eléctrico dentro de la guía de onda circular se puede separar en dos componentes. Con una placa de dieléctrico en el interior de la guía de onda circular se obtiene una componente paralela al plano de la placa del dieléctrico y la otra perpendicular al plano de la guía. (Ver figura 2.3.2.1.). Las velocidades de fase de las ondas mencionadas son diferentes debido a la presencia del dieléctrico.



*Fig. 2.3.2.1. Guía de onda circular con dieléctrico separa las componentes del campo eléctrico incidente.*

Otra forma de obtener las dos componentes de la onda es colocar dos postes metálicos dentro de la guía. Así la componente paralela al plano de los postes se retrasa respecto a la componente perpendicular al plano de los postes. Ver figura 2.3.2.2.



*Fig. 2.3.2.2. Guía de onda circular con postes separa las componentes del campo eléctrico.*

La placa de dieléctrico o los postes dentro de la guía producen reflexiones muy grandes debido a la diferencia de impedancias características de la guía de onda circular y guía de onda circular con dieléctrico o postes (ver figura 2.3.2.3). Por esto es necesario usar un transformador que acople las impedancias y que las reflexiones sean mínimas.



*Fig. 2.3.2.3 Vista lateral de la guía de onda circular con dieléctrico.*

De esta manera se tienen diferentes polarizadores para guías de onda.

#### **2.4 Polarizadores basados en guía de onda circular.**

Para la elaboración del polarizador basado en guía de onda circular se utilizan varios métodos. En una guía de onda se introduce una placa de dieléctrico. La placa del dieléctrico produce un retraso en fase de la componente con polarización paralela al dieléctrico.

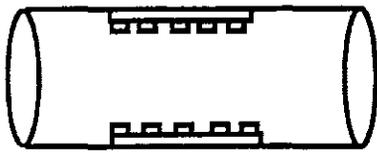


*Figura 2.4.1. Guía de onda circular con dieléctrico.*

La componente con polarización perpendicular al plano de la placa conserva la velocidad de propagación. Las dos componentes descritas forman la polarización circular en el caso cuando la placa forma el ángulo de 45 grados con el plano de polarización de la onda incidente y el retraso de la fase producido es igual a 90 grados.

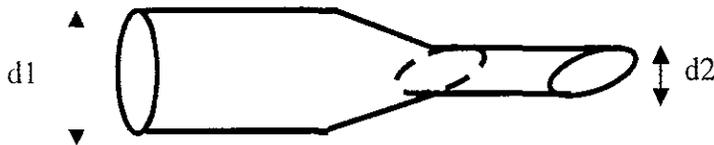
Otra técnica consiste en una guía de onda circular corrugada [11].

La componente paralela a las corrugaciones tiene un retraso en fase con respecto a la componente perpendicular del campo eléctrico. Este método da por resultado longitudes grandes de la guía.



*Figura 2.4.2. Guía de onda circular con corrugaciones.*

El otro procedimiento es cambiar las dimensiones de la guía de onda que da por resultado un retraso de fase en la componente paralela al plano de la reducción de dimensiones de la guía de onda. Las componentes del campo eléctrico que tienen la misma magnitud y un retraso de fase de 90 grados dan por consecuencia la polarización circular.



*Figura 2.4.3. Guía de onda circular con reducción del diámetro  $d1$  al diámetro  $d2$ .*

La guía de onda con poste consiste de una guía de onda circular con postes en las paredes superiores e inferiores de la guía de onda [1]. Este poste tiende a bajar la frecuencia de corte del modo dominante, mejorando el ancho de banda y disminuyendo las impedancias características. Como resultado la onda en el plano de polarización paralelo a los postes tiene retraso de fase respecto a la onda en el plano de polarización perpendicular a los postes. El efecto mencionado puede utilizarse para obtener la diferencia de fase de 90 grados entre las componentes. Las guías con poste son usadas para propósitos de acoplamiento de impedancias, donde el poste puede ser suavizado a lo largo de la longitud de la guía. La presencia del poste reduce la cantidad de potencia que se puede manejar dentro de la guía.

Diferentes formas de diseñar de polarizadores son:

1) Colocar un material dieléctrico dentro de la guía produce reflexiones muy grandes. Por esto se requiere de un método para minimizar las reflexiones y se pueda obtener un acoplamiento entre las guías.

2) Otra forma de diseñar una guía de onda es elaborarla con corrugaciones dentro de la guía, este método se le llama análisis del medio de transmisión periódico.

El diseño también puede partir de la formulación del método de Schelkunoff que es empleado para el análisis de la guía. Valores cuantitativos de números de ondas y los campos trazados del modo fundamental y de los mas altos ordenes están presentados en [5].

3) Utilizar una guía de onda cargada elementos reactivos espaciados periódicamente [8].

4) Una guía de onda circular corrugada y truncada para la excitación de cornetas cónicas en aplicaciones de ancho de banda amplio y aplicaciones de bandas duales [5].

5) Una estructura compuesta de guía de onda circular y guía de onda rectangular para aplicaciones de banda amplia.

6) Una guía de onda circular con postes formada cónicamente [9].

La estructura bajo estudio esta compuesta de varias discontinuidades de la guía de onda circular. Una vez que la distribución del campo electromagnético de los modos es conocido, una técnica de acoplamiento es aplicada en orden para la matriz de dispersión de la estructura.

El polarizador compacto de doble banda en guía de onda cuadrada para excitación de bocinas cónicas requiere del siguiente procedimiento:

a) Diseño de la guía de onda cuadrada corrugada, para obtener la diferencia de fase original de 90 grados en las dos bandas de frecuencia del dispositivo.

b) Diseño de transición de salida: guía cuadrada en la que se ha desarrollado la estructura corrugada la guía circular.

c) Diseño de la transición de entrada: guía cuadrada de salida del transductor ortomodal a guía de onda girada 45 grados.

d) El proceso final de optimización del conjunto.

En cualquiera de estas técnicas se presentan reflexiones muy grandes. Se debe construir un elemento que permita disminuir las reflexiones y obtener el acoplamiento de la guía de onda vacía y el dieléctrico o los elementos que se utilizan en el polarizador. Por lo tanto se requiere que se incluya en el diseño las técnicas de transformadores.

## 2.5 Transformadores de impedancia.

La idea básica del acoplamiento de impedancia es utilizar una red de acoplamiento localizada entre una impedancia de carga y una línea de transmisión. La red de acoplamiento es idealmente sin pérdidas para evitar pérdidas de potencia innecesarias, y es usualmente diseñada de tal manera que la impedancia de entrada de la red de acoplamiento es  $Z_0$ . Entonces las reflexiones son eliminadas en la línea de transmisión. El acoplamiento de impedancias permite alcanzar la transferencia máxima de potencia cuando la carga es acoplada y la pérdida de potencia en la línea de alimentación es minimizada.

El acoplamiento de impedancias permite maximizar el nivel de potencia en la carga.

Los factores importantes en la selección de una red particular de acoplamiento son:

El diseño debe ser el mas simple y satisfacer las especificaciones requeridas. En cualquier caso de acoplamiento se puede obtener el cero de reflexión para una sola frecuencia. Es importante considerar el acoplamiento en un ancho de banda.

Dependiendo del tipo de línea de transmisión o guía de onda usada se puede elegir la red de acoplamiento.

Existen diferentes transformadores de impedancia necesarios para el acoplamiento de diferentes valores de impedancias. Se consideran tramos de líneas de transmisión de un cuarto de longitud de onda.

### 2.5.1 Transformadores de un cuarto de longitud de onda [1 p 301].

El transformador de un cuarto de longitud de onda es un circuito práctico usual para acoplamiento de impedancias y también ilustra las propiedades de onda estacionaria en una línea acoplada.

En un circuito empleando un transformador de un cuarto de longitud de onda, la resistencia de carga  $R_L$  y la impedancia característica de la línea de alimentación  $Z_0$  son ambos reales. Estas dos componentes se conectan por un tramo de línea de transmisión de baja pérdida de impedancia característica  $Z_1$  desconocida y de longitud  $\lambda/4$ . Es deseable escoger  $Z_1$  tal que el coeficiente de reflexión  $\Gamma$  sea cero.

De un tramo de longitud  $l$  podemos obtener la impedancia de entrada usando la fórmula (2.5.1.1)

$$Z_{in} = Z_1 \frac{R_L + jZ_1 \tan \beta l}{Z_1 + jR_L \tan \beta l} \quad (2.5.1.1)$$

Al evaluarla para  $\beta l = (2\pi/\lambda)(\lambda/4) = \pi/2$  podemos dividir el numerador y el denominador por  $\tan\beta l$  y tomar el límite cuando  $\beta l$  tiende a  $\pi/2$  para obtener

$$Z_{in} = \frac{Z_1^2}{R_L} \quad (2.5.1.2)$$

Para  $\Gamma=0$ , debemos tener que  $Z_{in} = Z_0$  el cual produce la impedancia característica  $Z_1$  como:

$$Z_1 = \sqrt{Z_0 R_L} \quad (2.5.1.3)$$

Este método de acoplamiento de impedancia es para impedancia de carga real, aunque una impedancia de carga compleja se puede hacer fácilmente real para una frecuencia determinada, por transformación a través de una longitud de línea de transmisión apropiada (ver figura 2.5.1). La desventaja de este método es un ancho de banda reducido.

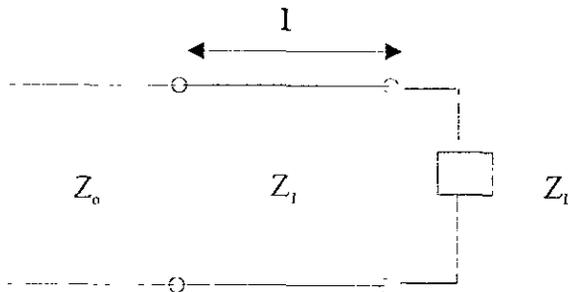


Figura 2.5.1. Una sección simple de línea de transmisión.

Para la frecuencia  $f_0$ , la longitud eléctrica de la sección de acoplamiento es  $\lambda_0/4$ , pero a otras frecuencias la longitud es diferente.

La impedancia de entrada viendo hacia la sección de acoplamiento es

$$Z_{in} = Z_1 \frac{Z_L + jZ_1 \tan \beta l}{Z_1 + jZ_L \tan \beta l} \quad (2.5.1.4)$$

donde  $\beta l = \frac{\pi}{2}$  en la frecuencia  $f_0$ . El coeficiente de reflexión es

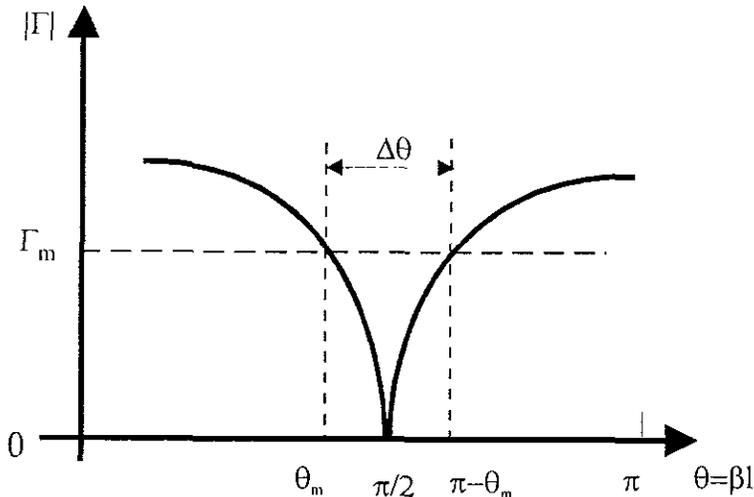
$$\Gamma = \frac{Z_{in} - Z_0}{Z_{in} + Z_0} = \frac{Z_1(Z_L - Z_0) + j \tan \beta l (Z_1^2 - Z_0 Z_L)}{Z_1(Z_L + Z_0) + j \tan \beta l (Z_1^2 + Z_0 Z_L)} \quad (2.5.1.5)$$

Si  $Z_1^2 = Z_0 Z_L$ , esto reduce la expresión anterior a la siguiente forma:

$$\Gamma = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0 + j2 \tan \beta l \cdot Z_0 Z_L} \quad (2.5.1.6)$$

la magnitud del coeficiente de reflexión se presenta en la figura 2.5.2.

Coef.  
Reflexión.

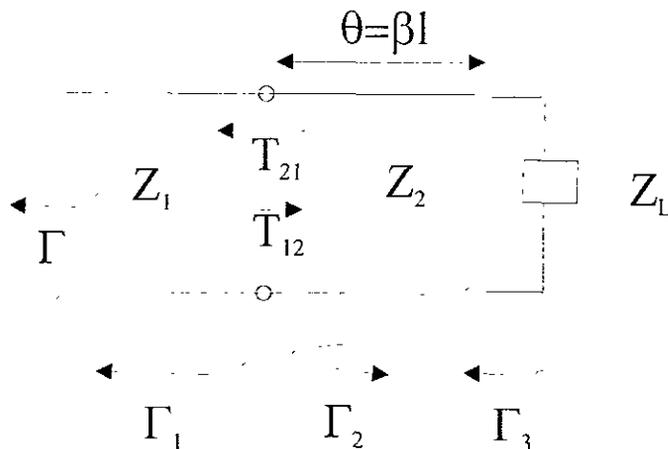


**Figura 2.5.2. Gráfica de coeficiente de reflexión en función de la frecuencia para el transformador de un cuarto de longitud de onda. [1] pp. 304, fig. 6.11.**

El transformador de un cuarto de longitud de onda provee un método simple de acoplamiento para cualquier carga de impedancia real a cualquier impedancia de línea. Para aplicaciones donde se requieren mayor ancho de banda que puede proveer una sección simple entonces pueden usarse los transformadores multiseccionales.

### 2.5.2 Transformador de sección simple [1].

El transformador de un cuarto de longitud de onda [1] provee un medio simple de acoplamiento de cualquier impedancia de carga real a cualquier impedancia de la línea. Para aplicaciones que requieren mayor ancho de banda que corresponde a una sección simple de un cuarto de longitud de onda, pueden usarse transformadores de secciones múltiples.



*Figura 2.5.2.1 Reflexiones y transmisiones parciales en un transformador de sección simple. [1 p 306 fig 6.13].*

Se puede utilizar el método de reflexiones pequeñas para estimar el coeficiente de reflexión total.

Podemos obtener las expresiones para los coeficientes de reflexión parciales  $\Gamma_i$ .

Los coeficientes parciales de reflexión y transmisión [1 p. 306 ec. 6.34 a 6.38] son:

$$\Gamma_1 = \frac{Z_2 - Z_1}{Z_2 + Z_1} \quad (2.5.2.1)$$

$$\Gamma_2 = -\Gamma_1 \quad (2.5.2.2)$$

$$\Gamma_3 = \frac{Z_L - Z_2}{Z_L + Z_2} \quad (2.5.2.3)$$

$$T_{21} = 1 + \Gamma_1 = \frac{2Z_2}{Z_1 + Z_2} \quad (2.5.2.4)$$

$$T_{12} = 1 + \Gamma_2 = \frac{2Z_1}{Z_1 + Z_2} \quad (2.5.2.5)$$

Se puede calcular la reflexión total  $\Gamma$  vista desde la línea alimentada por el método de la impedancia o por el método de la reflexión múltiple. La

reflexión total se puede calcular como la suma infinita de reflexiones y transmisiones parciales [1 p.306 ec. 6.39] como sigue:

$$\Gamma = \Gamma_1 + T_{12}T_{21}\Gamma_3e^{-2j\theta} + T_{12}T_{21}\Gamma_3^2\Gamma_2e^{-4j\theta} + \dots \quad (2.5.2.6)$$

$$\Gamma = \Gamma_1 + T_{12}T_{21}\Gamma_3e^{-2j\theta} \sum_{n=0}^{\infty} \Gamma_2^n \Gamma_3^n e^{-2jn\theta} + \dots \quad (2.5.2.7)$$

Usando la serie geométrica [1 p. 307 ],

$$\sum_{n=0}^{\infty} x^n = \frac{1}{1-x} \quad (2.5.2.8)$$

para  $|x| < 1$ ,

la fórmula (2.5.2.7) se expresa de la forma [1 p 307 ec. 6.40]:

$$\Gamma = \Gamma_1 + \frac{T_{12}T_{21}\Gamma_3e^{-2j\theta}}{1 - \Gamma_2\Gamma_3e^{-2j\theta}} \quad (2.5.2.9)$$

Usando  $\Gamma_2 = -\Gamma_1$ ,  $T_{21} = 1 + \Gamma_1$ , y  $T_{12} = 1 - \Gamma_1$  en el coeficiente de reflexión total podemos presentar:

$$\Gamma = \frac{\Gamma_1 + \Gamma_3e^{-2j\theta}}{1 + \Gamma_1\Gamma_3e^{-2j\theta}} \quad (2.5.2.10)$$

Ahora si las discontinuidades entre las impedancias  $Z_1$  y  $Z_2$  y entre  $Z_2$  y  $Z_L$  son pequeñas, entonces  $\Gamma_1\Gamma_3 \ll 1$ , se puede aproximar (2.5.2.10) como [1 p. 307 ec. 6.42]:

$$\Gamma \cong \Gamma_1 + \Gamma_3e^{-2j\theta}. \quad (2.5.2.11)$$

Este resultado establece la idea intuitiva que la reflexión total es la suma de la reflexión de la discontinuidad inicial entre  $Z_1$  y  $Z_2$  ( $\Gamma_1$ ), y de la primer reflexión de la discontinuidad entre  $Z_2$  y  $Z_L$  ( $\Gamma_3e^{-2j\theta}$ ). El término  $e^{-2j\theta}$  calcula el retraso de fase cuando la onda incidente viaja por la línea.

### 2.5.3 Transformador múltisección [1].

El transformador multisección [1] consiste de N secciones de igual longitud de líneas de transmisión. Para este transformador se obtiene una expresión aproximada para el coeficiente de reflexión total  $\Gamma$ .

Los coeficientes de reflexión parciales pueden ser definidos para cada unión, como sigue [1 p. 308 ec. 6.43]:

$$\Gamma_0 = \frac{Z_1 - Z_0}{Z_1 + Z_0} \quad (2.5.3.1)$$

$$\Gamma_n = \frac{Z_{n+1} - Z_n}{Z_{n+1} + Z_n} \quad (2.5.3.2)$$

$$\Gamma_N = \frac{Z_L - Z_N}{Z_L + Z_N} \quad (2.5.3.3)$$

Podemos suponer

que todas las impedancias  $Z_n$  incrementan o se decrecen a través del transformador y que  $Z_L$  es real. Esto implica que toda  $\Gamma_n$  será real y del mismo signo ( $\Gamma_n > 0$  si  $Z_L > 0$ ,  $\Gamma_n < 0$  si  $Z_L < Z_0$ ). Utilizando la teoría de reflexiones pequeñas el coeficiente de reflexión puede ser aproximado como [1 p.308 ec. 6.44]

$$\Gamma(\theta) = \Gamma_0 + \Gamma_1 e^{-2j\theta} + \Gamma_2 e^{-4j\theta} + \dots + \Gamma_N e^{-2jN\theta} \quad (2.5.3.4)$$

Se puede considerar en caso del transformador simétrico,  $\Gamma_0 = \Gamma_N$ ,  $\Gamma_1 = \Gamma_{N-1}$ ,  $\Gamma_2 = \Gamma_{N-2}$ , etc. (Esto no significa que  $Z_N$  sean simétricos). Entonces  $\Gamma(\theta)$  es [1 p. 308 ec. 6.45]:

$$\Gamma(\theta) = e^{-jN\theta} \{ \Gamma_0 (e^{jN\theta} + e^{-jN\theta}) + \Gamma_1 (e^{2jN\theta} + e^{-2jN\theta}) + \dots \} \quad (2.5.3.5)$$

Si N es impar el último término es  $\Gamma_{(N-1)/2} (e^{j\theta} - e^{-j\theta})$  mientras si N es par el último término es  $\Gamma_{N/2}$ . La ecuación anterior puede ser escrita como una serie coseno de Fourier finita en función de  $\theta$  y se expresa como [1 p. 308 ec. 6.46]:

$$\Gamma(\theta) = 2e^{-jN\theta} [\Gamma_0 \cos N\theta + \Gamma_1 \cos(N-2)\theta + \dots + \Gamma_n \cos(N-2n)\theta + \dots + \frac{1}{2} \Gamma_{N/2}] \quad (2.5.3.6)$$

para N par.

$$\Gamma(\theta) = 2e^{-jN\theta} [\Gamma_0 \cos N\theta + \Gamma_1 \cos(N-2)\theta + \dots + \Gamma_n \cos(N-2n)\theta + \dots + \Gamma_{(N-1)/2} \cos \theta] \quad (2.5.3.7)$$

para N impar.

El modelo del transformador multiseccional se muestra en la figura 2.5.3.1

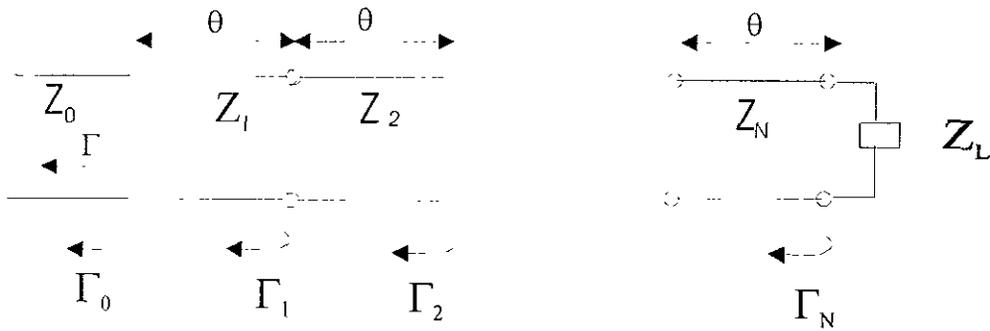


Figura 2.5.3.1. Coeficientes de reflexión parcial para un transformador de acoplamiento multisección [1 p-308 fig. 6.14 ].

La importancia de estos resultados se basa en el hecho que se puede sintetizar la respuesta de cualquier coeficiente de reflexión como una función de frecuencia, eligiendo propiamente  $\Gamma_n$  y usando suficiente número de secciones N. Una serie de Fourier puede representar a una función arbitraria.

La fórmula (2.5.2.10) contiene la dependencia de frecuencia expresada a través de la variable  $\theta$ . Ahora aparecen diferentes posibilidades para obtener la dependencia de frecuencia deseada. En este caso si queremos la respuesta máximamente plana posible en la vecindad de la frecuencia central, como resultado aparecen los transformadores binomiales.

#### 2.5.4 Transformadores de acoplamiento de sección múltiple binomial.

La respuesta pasabanda de un transformador de acoplamiento es muy plana cerca de la frecuencia de diseño. Dado el número de secciones la respuesta se hace tan lisa como sea posible. Este transformador también es conocido como máximamente liso [1]. El diseño del transformador de N secciones consiste en seleccionar tal función que las primeras N-1 derivadas de  $\Gamma(\theta)$  sean ceros en la frecuencia central  $f_o$ .

Tal respuesta puede ser obtenida si [1 p.309 ec. 6.47]

$$\Gamma(\theta) = A(1 + e^{-2j\theta})^N, \quad (2.5.4.1)$$

donde A es una constante que se determina mas adelante.

Entonces la magnitud de  $|\Gamma(\theta)|$  es [1 p.309 ec. 6.48]:

$$\Gamma(\theta) = A e^{-j\theta} \sum_{n=0}^{N-1} e^{jn\theta} + e^{-j\theta} \sum_{n=0}^{N-1} e^{jn\theta} \quad (2.5.4.2)$$

$$\Gamma(\theta) = 2^N A \cos(\theta)^N \quad (2.5.4.3)$$

Se debe hacer notar que  $\Gamma(\theta) = 0$  para  $\theta = \frac{\pi}{2}$ , y que la

$d^n |\Gamma(\theta)| / d\theta^n = 0$  para  $\theta = \frac{\pi}{2}$  para  $n=1,2,\dots,N-1$ . ( $\theta = \frac{\pi}{2}$  corresponde a

la frecuencia central  $f_0$  para el cual  $l = \lambda / 4$  y  $\theta = \beta l = \frac{\pi}{2}$ ).

Podemos determinar la constante A calculando el límite  $f \rightarrow 0$ . Entonces  $\theta = \beta l = 0$  y se reduce a [1 p.309 ]

$$\Gamma(0) = 2^N A \quad (2.5.4.4)$$

$$\Gamma(0) = \frac{Z_L - Z_o}{Z_L + Z_o} \quad (2.5.4.5)$$

La última igualdad se debe al hecho que para  $f=0$  todas las secciones son de longitud eléctrica cero.

Entonces, la constante A se escribe como [1 p.309 2c. 6.49]:

$$A = 2^{-N} \frac{Z_L - Z_o}{Z_L + Z_o} \quad (2.5.4.6)$$

Se expande  $\Gamma(\theta)$  en (2.5.4.1) de acuerdo a la expansión binomial [1 p.309 ec. 6.50]

$$\Gamma(\theta) = A(1 + e^{-2j\theta})^N = A \sum_{n=0}^N C_n^N e^{-2jn\theta} \quad (2.5.4.7)$$

donde

$$C_n^N = \frac{N!}{(N-n)!n!}, \quad (2.5.4.8)$$

son los coeficientes binomiales. Se debe hacer notar que

$$C_n^N = C_{N-n}^N, C_0^N = 1 \text{ y } C_1^N = N = C_{N-1}^N.$$

El paso importante es igualar la respuesta de pasabanda deseado a la respuesta actual [1 p. 310]:

$$\Gamma(\theta) = A \sum_{n=0}^N C_n^N e^{-2jn\theta} = \Gamma_0 + \Gamma_1 e^{-2j\theta} + \Gamma_2 e^{-4j\theta} + \Gamma_3 e^{-6j\theta} + \dots + \Gamma_N e^{-2Nj\theta} \quad (2.5.4.9)$$

Esto muestra que  $\Gamma_n$  debe ser elegida como [1 p.310 ec 6.52]

$$\Gamma_n = AC_n^N \quad (2.5.4.10)$$

donde A esta dado por  $A = 2^{-N} \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0}$  y  $C_n^N$  son los coeficientes binomiales.

En este punto la impedancia característica  $Z_n$  de cada sección puede ser encontrada por medio de los coeficientes de reflexión de cada tramo de cada línea, pero una solución simple puede ser obtenida usando la siguiente aproximación. Asumimos que  $\Gamma_n$  es tan pequeña que podemos escribir [1 p. 310]

$$\Gamma_n = \frac{Z_{n+1} - Z_n}{Z_{n+1} + Z_n} \cong \frac{1}{2} \ln \frac{Z_{n+1}}{Z_n} \quad (2.5.4.10)$$

se sabe que  $\ln x \cong 2(x - 1/x + 1)$ , entonces usando (2.5.4.10) y (2.5.4.6) da como resultado [1 p.310 ec.6.53]:

$$\ln \frac{Z_{n+1}}{Z_n} = 2\Gamma_n = 2AC_n^N = 2(2^{-N}) \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} \cong 2^{-N} C_n^N \ln \frac{Z_L}{Z_0} \quad (2.5.4.11)$$

expresión que puede ser usada para encontrar  $Z_{n+1}$  comenzando con  $n=0$ . Estos resultados son aproximados pero generalmente son resultados útiles para  $0.5Z_0 < Z_L < 2Z_0$ .

Los resultados exactos para la síntesis de un transformador binomial están presentes en las tablas [2.5.4.1 y 2.5.4.2].

**Tabla 2.5.4.1 Valores del diseño del transformador binomial con tres escalones. [1 p.317 tabla 6.2].**

$Z_L$ $Z_0$	$Z_1$ $Z_0$	$Z_2$ $Z_0$	$Z_3$ $Z_0$
1.5	1.0520	1.2247	1.4259
2.0	1.0907	1.4142	1.8337
3.0	1.1479	1.7321	2.6135
4.0	1.1907	2.00	3.3594

**Tabla 2.5.4.2 Valores del transformador binomial con dos escalones [1 p. 311 t.6.1].**

$Z_L$	$\frac{Z_1}{Z_0}$	$\frac{Z_2}{Z_0}$
1.5	1.067	1.3554
2.0	1.1892	1.6818
3.0	1.3161	2.2795
4.0	1.4142	2.8285

### 2.5.5. Transformador de Chebyshev [1].

El transformador Chebyshev optimiza el ancho de banda pero produce un rizo pasabanda.

Si tal característica puede ser tolerada, el ancho de banda puede ser substancialmente mejor que en el caso del transformador binomial para un número dado de secciones. El transformador Chebyshev es diseñado igualando  $\Gamma(\theta)$  a un polinomio de Chebyshev el cual tiene las características óptimas necesarias para este tipo de transformador.

El polinomios de Chebyshev de grado n es denotado por  $T_n(x)$ .

Los primeros cuatro polinomios de Chebyshev son:

$$T_1(x) = x \quad (2.5.5.1)$$

$$T_2(x) = 2x^2 - 1 \quad (2.5.5.2)$$

$$T_3(x) = 4x^3 - 3x \quad (2.5.5.3)$$

$$T_4(x) = 8x^4 - 8x^2 + 1 \quad (2.5.5.4)$$

Los polinomios de siguiente orden pueden ser encontrados usando la fórmula de recurrencia:

$$T_n(x) = 2xT_{n-1}(x) - T_{n-2}(x). \quad (2.5.5.5)$$

Los polinomios de Chebyshev tienen las siguientes propiedades:

Para  $-1 \leq x \leq 1$ , la magnitud del polinomio es  $|T_n(x)| \leq 1$ . En este intervalo, los polinomios de Chebyshev oscilan entre +1 y -1.

Para  $x > 1$ , la magnitud del polinomio es  $T_n(x) > 1$ . Esta región trazará el intervalo de frecuencia fuera del pasabanda.

Para  $x > 1$ , la magnitud del polinomio  $|T_n(x)|$  se incrementa mas rápido conforme n se incrementa.

Sea  $x = \cos \theta$  para  $x < 1$ . Entonces se puede mostrar que los polinomios de Chebyshev pueden ser expresados como  $T_n(\cos \theta) = \cos n\theta$  o en forma mas general como:

$$T_n(x) = \cos(n \cos^{-1} x) \text{ para } x < 1 \quad (2.5.5.6a)$$

$$T_n(x) = \cosh(n \cosh^{-1} x) \text{ para } x > 1. \quad (2.5.5.6b)$$

Deseamos un rizo igual en el pasabanda del transformador, es necesario trazar  $\theta_m$  para  $x = 1$  y  $\pi - \theta_m$  para  $x = -1$ , donde  $\theta_m$  y  $\pi - \theta_m$  son los límites mas bajos y mas altos del pasabanda como se muestra en la figura 2.5.2. Esto se puede realizar remplazando  $\cos \theta$  en (2.5.5.6a) con  $\frac{\cos \theta}{\cos \theta_m}$

quedando así:

$$T_n\left(\frac{\cos \theta}{\cos \theta_m}\right) = T_n(\sec \theta_m \cos \theta) = \cos n\left[\cos^{-1}\left(\frac{\cos \theta}{\cos \theta_m}\right)\right]. \quad (2.5.5.7)$$

Entonces  $\sec \theta_m \cos \theta \leq 1$  para  $\theta_m < \theta < \pi - \theta_m$ , así

$T_n(\sec \theta_m \cos \theta) \leq 1$  sobre este mismo intervalo.

Después  $\cos^n \theta$  puede ser expandido en una suma de términos de la forma  $\cos(n - 2m)\theta$ , los polinomios de Chebyshev (2.5.5.1 a 2.5.5.4) se pueden escribir de la siguiente forma:

$$T_1(\sec \theta_m \cos \theta) = \sec \theta_m \cos \theta \quad (2.5.5.8a)$$

$$T_2(\sec \theta_m \cos \theta) = \sec^2 \theta_m (1 + \cos 2\theta) - 1 \quad (2.5.5.8b)$$

$$T_3(\sec \theta_m \cos \theta) = \sec^3 \theta_m (\cos 3\theta + 3 \cos \theta) - 3 \sec \theta_m \cos \theta \quad (2.5.5.8c)$$

$$T_4(\sec \theta_m \cos \theta) = \sec^4 \theta_m (\cos 4\theta + 4 \cos 2\theta + 3) - 4 \sec^2 \theta_m (\cos 2\theta + 1) + 1 \quad (2.5.5.8d)$$

Los resultados anteriores pueden ser usados para diseñar transformadores con cuatro secciones.

### Diseño de transformadores Chebyshev [1].

Podemos sintetizar un pasabanda de rizo haciendo  $\Gamma(\theta)$  proporcional a  $T_N(\sec \theta_m \cos \theta)$ , donde N es el número de secciones en el transformador.

Usando (2.5.3.6) y (2.5.3.7) obtenemos:

$$\Gamma(\theta) = 2e^{-jN\theta} \left[ \Gamma_0 \cos N\theta + \Gamma_1 \cos(N-2)\theta + \dots + \Gamma_n \cos(N-2n)\theta + \dots \right] \quad (2.5.5.9)$$

$$\Gamma(\theta) = Ae^{-jN\theta} T_N(\sec \theta_m \cos \theta) \quad (2.5.5.10)$$

donde el último término en la serie anterior es  $(1/2)\Gamma_{N/2}$  para N par y  $\Gamma_{(N-1)/2} \cos \theta$  para N impar.

Como en el caso del transformador binomial, encontramos la constante A haciendo  $\theta = 0$ , que corresponde a la frecuencia cero. Esto es

$$\Gamma(0) = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} = AT_N(\sec \theta_m). \quad (2.5.5.11)$$

Entonces, tenemos

$$A = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} \frac{1}{T_N(\sec \theta_m)} \quad (2.5.5.12)$$

Ahora si el máximo de magnitud de coeficiente de reflexión en el pasabanda es  $\Gamma_m$ , entonces de la ecuación anterior  $\Gamma_m = A$ . debido a que el máximo valor de  $T_N(\sec \theta_m)$  es igual a uno en pasabanda.

Entonces  $\theta_m$  se determina despejando  $T_N(\sec \theta_m)$  de (2.5.5.12) y sustituyendo en  $\sec \theta_m$  se tiene:

$$\sec \theta_m = \cosh \left[ \frac{1}{N} \cosh^{-1} \left( \frac{1}{\Gamma_m} \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} \right) \right] \quad (2.5.5.13)$$

Una vez que  $\theta_m$  es conocido, el ancho de banda fraccional puede calcularse como:

$$\frac{\Delta f}{f_0} = 2 - \frac{4\theta_m}{\pi} \quad (2.5.5.14)$$

La  $\Gamma_m$  puede ser determinada usando los resultados de  $T_1, T_2, T_3$  y  $T_4$  para expandir  $T_N(\sec \theta_m \cos \theta)$  e igualando términos similares de la forma  $\cos(N - 2n)\theta$ .

### 2.5.6 Transformadores suaves

Cuando el número N de secciones discretas se incrementa, la diferencia entre impedancias características de las dos secciones cercanas se disminuye. Esto es en el límite de un número infinito de secciones, aproximamos a un continuo cambio de impedancias. Como resultado podemos obtener un transformador alisado [1], ver fig. 2.5.6.1. Cambiando el tipo de alisado se puede obtener diferentes características pasabanda.

Considere la línea alisada que contiene un número de secciones de longitud  $\Delta z$  cada una, ver figura 2.5.6.2.

Debido a la diferencia entre las impedancias características aparece el coeficiente de reflexión  $\Delta \Gamma$ .

$$\Delta\Gamma = \frac{(Z + \Delta Z) - Z}{(Z + \Delta Z) + Z} = \frac{\Delta Z}{2Z} \quad (2.5.6.1)$$

En el límite cuando  $\Delta Z \rightarrow 0$  tenemos un diferencial exacto del coeficiente de reflexión.

$$d\Gamma = \frac{dZ}{2Z} = \frac{1}{2} \frac{d(\ln Z / Z_0)}{dz} dz \quad (2.5.6.2)$$

de aquí:

$$\frac{d(\ln f(z))}{dz} = \frac{1}{f} \frac{df(z)}{dz} \quad (2.5.6.3)$$

Entonces usando la teoría de pequeñas reflexiones, el coeficiente de reflexión total para  $z=0$  puede ser encontrado por la suma de todas las reflexiones parciales con sus apropiados recorrimientos de fase:

$$\Gamma(\theta) = \frac{1}{2} \int_{z=0}^L e^{-2j\beta z} \frac{d}{dz} \ln\left(\frac{Z}{Z_0}\right) dz \quad (2.5.6.4)$$

donde  $\theta = 2\beta z$ . Ver figuras 2.5.6.1 y 2.5.6.2.

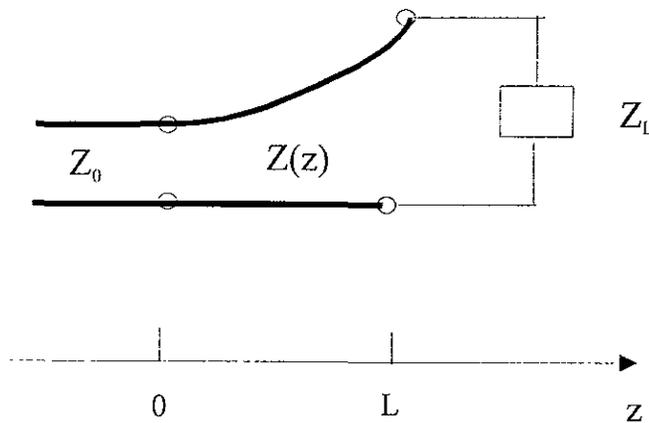


Figura 2.5.6.1. Sección de acoplamiento de línea de transmisión suave [1 p.319 f.6.18].

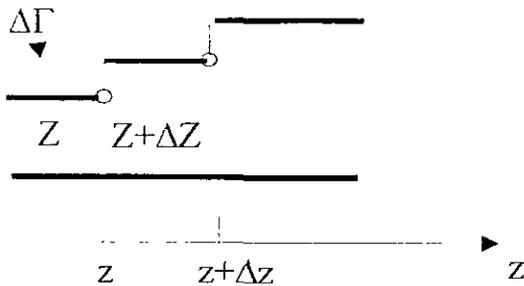


Figura 2.5.6.2. Modelo para longitud diferencial con cambio de impedancia por pasos.

Si la impedancia  $Z(z)$  es conocida, el coeficiente de reflexión  $\Gamma(\theta)$  puede ser encontrado como una función de frecuencia. Si  $\Gamma(\theta)$  es especificada entonces en teoría  $Z(z)$  puede ser encontrada.

Existen diferentes tipos de alisamientos como exponencial, triangular, Klopfenstein

### 2.5.7. Conclusión de los transformadores de impedancia.

Se tienen diferentes tipos de transformadores con características muy diferentes.

El transformador de un cuarto de longitud de onda tiene el ancho de banda de acoplamiento relativamente estrecho. Pero el diseño mencionado puede ser extendido a transformadores de sección múltiple en una forma metódica para anchos de banda mas amplios. Estos transformadores pueden ser sintetizados para producir óptimo acoplamiento sobre una banda de frecuencias deseada.

La respuesta en frecuencia del transformador binomial es óptima en el sentido que para un número de secciones la respuesta es tan lisa como sea posible cerca de la frecuencia de diseño.

Los transformadores de acoplamiento de Chebyshev optimizan el ancho de banda con la desventaja de presentar un rizo en la respuesta pasabanda.

Los transformadores suaves son otra opción para hacer acoplamiento entre dos impedancias. En lugar de tener incrementos discretos de impedancia característica los transformadores suaves se caracterizan por un cambio continuo de impedancia característica.

La desventaja de los transformadores suaves es su mayor longitud comparando con los transformadores multiseccionales.

Por tanto el transformador de multisección binomial se elige para este trabajo debido a que presenta una buena característica de respuesta y facilidad de construcción.

Es importante tomar en cuenta la impedancia característica y la constante de propagación para la construcción del transformador.

La impedancia característica de una línea que soporta ondas  $TE$  esta dada por la expresión:

$$Z_0 = \frac{Z_{0\infty}}{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_c}\right)^2} \quad (2.5.7.1)$$

$Z_{0\infty}$  es la impedancia característica para  $f = \infty$  de la guía de onda circular.  
 $\lambda$  es la longitud de la onda.

$\lambda_c$  es la longitud de onda de corte.

y la constante de propagación  $\beta$  esta dada por:

$$\beta = \sqrt{k^2 - k_c^2}$$

$k$  es el numero de onda.

$k_c$  es el número de onda de corte de la guía de onda.

De acuerdo con el método del diseño del transformador binomial, la longitud de cada sección es de  $\lambda_g / 4$ .

La longitud de onda en la guía de onda se calcula de acuerdo con la siguiente fórmula:

$$\lambda_g = \frac{\lambda_0}{1 - \left(\frac{\lambda_0}{\lambda_c}\right)^2} \quad (2.5.7.2)$$

Entonces, para el diseño del transformador binomial necesitamos calcular  $Z_{0\infty}$  y  $\lambda_c$  de la guía de onda circular con poste para determinar posteriormente  $\lambda_g$  y  $Z_0$ .

Para obtener los parámetros mencionados de la guía de onda circular con poste, se recurre al método de resonancia transversa.

## 2.6 Técnica de resonancia transversa.

De acuerdo a las soluciones generales de las ecuaciones de Maxwell para ondas TE o TM, una estructura de guía de onda se caracteriza por una constante de propagación:

$$\beta = \sqrt{k^2 - k_c^2} = \sqrt{k^2 - k_x^2 - k_y^2} \quad (2.6.1)$$

donde

$$k_c = \sqrt{k_x^2 + k_y^2} \quad (2.6.2)$$

es el numero de onda de corte de la guía. Esto es si conocemos  $k_c$ , podemos determinar la constante de propagación de la guía;  $k_c$  se obtiene resolviendo la ecuación de onda sujeta a las condiciones apropiadas de la frontera.

Esta técnica es muy poderosa y general pero puede ser complicada para guías de ondas de sección compleja, especialmente si las capas de dieléctricos están presentes.

La solución de la ecuación de onda da una descripción completa dentro del campo electromagnético.

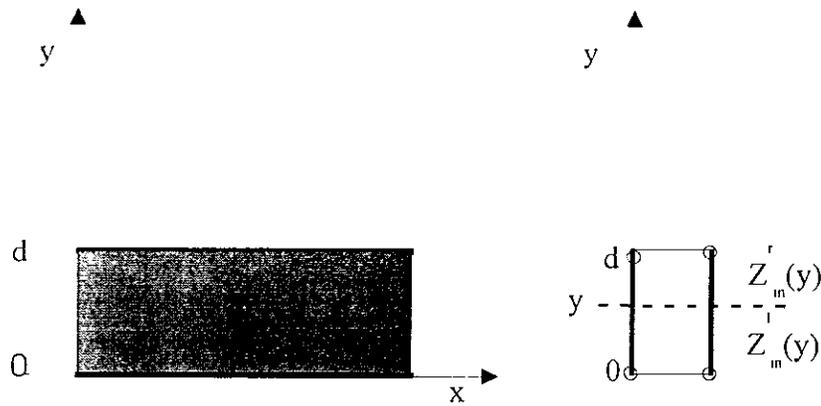
La técnica de resonancia transversa emplea un modelo de línea de transmisión de la sección transversa de la guía y da una solución mas simple y mas directa para la frecuencia de corte.

El método mencionado está basado en el hecho de que en una guía de onda en la frecuencia de corte ocurre la resonancia transversa.

Esta situación puede ser modelada con un circuito de línea de transmisión equivalente operando en resonancia. Una de las condiciones de tal línea resonante es el hecho de que en cualquier punto de la línea, la suma de las impedancias de entrada observadas del lado derecho y del lado izquierdo debe ser cero para toda  $x$ .

$$Z_{in}^r(x) + Z_{in}^l(x) = 0 \quad (2.6.3)$$

donde  $Z_{in}^r(x)$  y  $Z_{in}^l(x)$  son las impedancias de entrada observadas del lado derecho e izquierdo respectivamente, en el punto  $x$  de la línea.(ver figura 2.6.1).



**Figura 2.6.1. Circuito equivalente en resonancia transversa.**

La técnica de resonancia transversa solo da resultados para la frecuencia de corte de la guía

Si necesitamos calcular los campos o atenuación debido a las pérdidas en el conductor, la solución de la ecuación de onda será requerida.

### 2.6.1 Modos TE de una guía de onda parcialmente cargada.

La técnica de resonancia transversa es particularmente usada cuando la guía contiene capas dieléctricas. En el caso mencionado las condiciones de frontera requieren de la solución de ecuaciones algebraicas simultaneas en la aproximación de la teoría del campo.

Por ejemplo se considera la guía de onda rectangular parcialmente llena con dieléctrico (ver figura 2.6.2), para encontrar las frecuencias de corte de los modos *TE*. Entonces el circuito equivalente mostrado en la figura 2.6.2 puede ser usado.



**Figura 2.6.2. Guía de onda rectangular parcialmente llena con dieléctrico y el circuito equivalente de resonancia transversa.**

Para modo  $TE$  la impedancia característica puede ser estimada por:

$$Z_d = \frac{k\eta}{k_{yd}} = \frac{k_0\eta_0}{k_{yd}} \quad (2.6.1.1)$$

donde  $k_0 = \omega \sqrt{\mu_0 \epsilon_0}$ ,  $\eta_0 = \frac{\mu_0}{\epsilon_0}$ . Para  $t < y < b$  la guía de onda esta

vacía, se caracteriza por una constante de propagación  $k_{ya}$  y tiene una impedancia equivalente característica dada por:

$$z_a = \frac{k_0\eta_0}{k_{ya}} \quad (2.6.1.2)$$

Aplicando la condición

$$Z_{in}^r(x) + Z_{in}^l(x) = 0, \quad (2.6.1.3)$$

tenemos

$$k_{ya} \tan k_{yd}(d-t) + k_{yd} \tan k_{ya}t = 0 \quad (2.6.1.4)$$

Las constantes  $k_{ya}$  y  $k_{yd}$  son desconocidas. Una ecuación adicional puede ser obtenida del hecho que la constante de propagación  $\beta$  debe ser la misma para ambas regiones, para acoplamiento de fase de los campos tangenciales en la frontera del dieléctrico. Esto es

$$\beta = \sqrt{\epsilon_r k_0^2 - k_x^2 - k_{yd}^2} = \sqrt{k_0^2 - k_x^2 - k_{ya}^2}, \quad (2.6.1.5)$$

$$\text{o} \quad \epsilon_r k_0^2 - k_{yd}^2 = k_0^2 - k_{ya}^2. \quad (2.6.1.6)$$

Las ecuaciones (2.6.1.4) y (2.6.1.6) pueden ser resueltas numéricamente o gráficamente para obtener  $k_{ya}$  y  $k_{yd}$ . Hay un número infinito de soluciones para los diferentes números de variaciones de  $y$ . En la dirección de  $x$

sabemos que  $k_x = \frac{m\pi}{a}$  para la resonancia transversa en la dirección  $x$ .

Para los modos  $TM$  de esta estructura se reemplaza las impedancias con

$$\frac{k_y\eta}{k}$$

Como vimos, la técnica de resonancia transversa es adecuada para el cálculo de la frecuencia de corte en el caso de la guía de onda rectangular parcialmente rellena con dieléctrico.

### 2.6.2 Modos TM para la guía de onda de placas paralelas.

En la frecuencia de corte cuando  $k = k_c$  no se propaga la onda en la dirección  $z$ . Los campos forman una onda estacionaria a lo largo de la dirección  $y$ . El circuito equivalente es una línea de transmisión de longitud  $d$  (la altura de la guía), cortada en ambas terminales (representando las placas paralelas). La constante de propagación para esta línea es  $k_y$  la cual determinaremos mas adelante.

El número de ondas de corte estará dado por  $k_c = k_y$ . La impedancia equivalente de la línea de transmisión equivalente es tomada como la impedancia de onda de una onda TM con una constante de propagación  $k_y$

$$Z_0 = Z_{TM} = \eta k_y / k \quad (2.6.2.1)$$

donde  $\eta = \sqrt{\mu / \epsilon}$  es la impedancia intrínseca del material dentro de la guía y  $k = \omega \sqrt{\mu \epsilon}$  es el número de onda.

Para cualquier punto a lo largo de la línea en el intervalo de  $0 \leq y \leq d$  tenemos:

$$Z_{in}^r(y) = jZ_{TM} \tan k_y(d - y) \quad (2.6.2.2)$$

$$Z_{in}^l(y) = jZ_{TM} \tan k_y y \quad (2.6.2.3)$$

Usando la condición (2.6.1.3) de la resonancia transversa, tenemos:

$$jZ_{TM} (\tan k_y(d - y) + \tan k_y y) = 0 \quad (2.6.2.4)$$

$$\text{o } jZ_{TM} \left( \frac{\text{sen } k_y d}{\cos(k_y(d - y)) \cos k_y y} \right) = 0 \quad (2.6.2.5)$$

Esto determina los números de onda de corte como

$$k_c = k_y = \frac{n\pi}{d}, \text{ para } n = 0, 1, 2, \dots$$

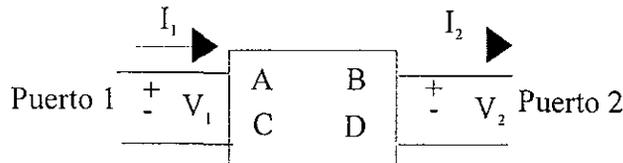
La constante de propagación puede ser encontrada como  $\beta = \sqrt{k^2 - k_c^2}$ . Para modos TE se cambia la impedancia característica de la línea a  $Z_{TE} = \eta k / k_y$ . El procedimiento puede ser simplificado debido a que por la condición  $Z_{in}^r(x) + Z_{in}^l(x) = 0$  debe ser válida para cualquier valor de  $x$  o de  $y$ . Se puede seleccionar un punto a lo largo de la línea de transmisión para simplificar la evaluación de  $Z_{in}^r(x)$  o de  $Z_{in}^l(x)$ .

## 2.7 La matriz ABCD

La matriz ABCD permite con facilidad calcular los parámetros de los circuitos compuestos por elementos conectados en cascada.

El coeficiente de reflexión se obtiene de los elementos de la matriz de dispersión. La representación de los parámetros Z, Y y S pueden ser usados para caracterizar una red de microondas con un número arbitrario de puertos, pero en la práctica muchas redes de microondas consisten en una sección en cascada de dos o mas redes de dos puertos. Entonces veremos que la matriz ABCD de la conexión en cascada de dos o mas redes de dos puertos puede ser fácilmente encontrada multiplicando las matrices individuales ABCD de las redes de dos puertos.

La matriz ABCD está definida para un bipuerto.



*Figura 2.7.1. Red de dos puertos.*

En términos de los voltajes totales y corrientes totales la matriz ABCD puede ser definida según la siguiente expresión:

$$V_1 = AV_2 + BI_2 \quad (2.7.1)$$

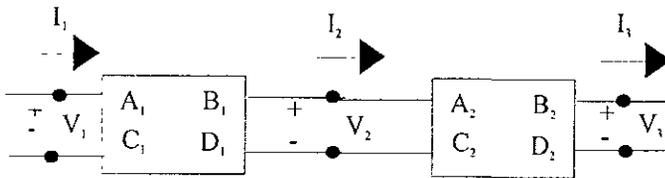
$$I_1 = CV_2 + DI_2 \quad (2.7.2)$$

o en forma de matriz esta dada de la forma:

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_2 \\ I_2 \end{bmatrix} \quad (2.7.3)$$

Es importante hacer notar que un cambio en el signo de  $I_2$  se ha hecho. De acuerdo con el cambio,  $I_2$  está definida como la corriente que fluye dentro

del puerto 2. La convención de que  $I_2$  fluye hacia afuera del puerto 2 será usada cuando se está procediendo con matrices ABCD tal que en una red de cascada  $I_2$  será la misma corriente que fluye dentro de la red adyacente.



*Figura 2.7.2. Conexión en cascada de redes de dos puertos.*

En la red en cascada de dos puertos (figura 2.7.2) tenemos que

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_1 & B_1 \\ C_1 & D_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_2 \\ I_2 \end{bmatrix} \quad (2.7.4)$$

$$\begin{bmatrix} V_2 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_2 & B_2 \\ C_2 & D_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_3 \\ I_3 \end{bmatrix} \quad (2.7.5)$$

substituyendo  $V_2$  e  $I_2$  en la matriz ABCD da por resultado:

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_1 & B_1 \\ C_1 & D_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_2 & B_2 \\ C_2 & D_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_3 \\ I_3 \end{bmatrix} \quad (2.7.6)$$

el cual muestra que la matriz ABCD de la conexión en cascada de la red de dos puertos es igual al producto de las matrices ABCD que representan las redes de dos puertos individuales.

El uso de la matriz ABCD lleva a tener un conjunto de matrices ABCD para cada aplicación para redes de dos puertos elementales que pueden ser aplicados en la construcción por bloques para redes mas complicadas.

Los parámetros ABCD para una línea de transmisión con impedancia característica  $Z_0$  y coeficiente de propagación  $\beta$  pueden ser expresados de la siguiente forma:

$$A = \cos \beta l \quad (2.7.7)$$

$$B = jZ_0 \sin \beta l \quad (2.7.8)$$

$$C = jY_0 \sin \beta l \quad (2.7.9)$$

$$D = \cos \beta l \quad (2.7.10)$$

donde  $Y_0$  es la admitancia característica.

### La matriz de impedancia.

Conociendo los parámetros  $Z$  de una red, uno puede determinar los parámetros ABCD. De la definición de los parámetros ABCD y de los parámetros  $Z$  de la red de dos puertos tenemos:

$$V_1 = I_1 Z_{11} - I_2 Z_{12} \quad (2.7.11)$$

$$V_2 = I_1 Z_{21} - I_2 Z_{22} \quad (2.7.12)$$

$$A = \frac{V_1}{V_2} \Big|_{I_2=0} = \frac{I_1 Z_{11}}{I_1 Z_{21}} = \frac{Z_{11}}{Z_{21}} \quad (2.7.13)$$

$$B = \frac{V_1}{I_2} \Big|_{V_1=0} = \frac{I_1 Z_{11} - I_2 Z_{12}}{I_2} \Big|_{V_1=0} = Z_{11} \frac{I_1}{I_2} \Big|_{V_1=0} - Z_{12}$$

$$B = Z_{11} \frac{I_1 Z_{22}}{I_1 Z_{21}} - Z_{12} \frac{Z_{11} Z_{22} - Z_{12} Z_{21}}{Z_{21}} \quad (2.7.14)$$

$$C = \frac{I_1}{V_2} \Big|_{I_2=0} = \frac{I_1}{I_1 Z_{21}} = \frac{1}{Z_{21}} \quad (2.7.15)$$

$$D = \frac{I_1}{I_2} \Big|_{V_2=0} = \frac{I_2 Z_{22} / Z_{21}}{I_2} = Z_{22} / Z_{21} \quad (2.7.16)$$

Si la red es recíproca, entonces  $Z_{12} = Z_{21}$  y  $AD - BC = 1$ .

La red de dos puertos se puede describir en términos de los parámetros de impedancia como:

$$V_1 = I_1 Z_{11} - I_2 Z_{12} \quad (2.7.17)$$

$$V_2 = I_1 Z_{21} - I_2 Z_{22} \quad (2.7.18)$$

Si la red es recíproca entonces  $Z_{12} = Z_{21}$  y  $Y_{12} = Y_{21}$ . Estas son representaciones equivalentes a los circuitos T y circuitos  $\pi$ .

Otros circuitos que pueden ser representados por redes de dos puertos, si la red es recíproca, tienen seis grados de libertad (las partes reales e imaginarias de los tres elementos de la matriz), tales circuitos equivalentes deberían tener seis parámetros independientes. Una red no recíproca no

puede ser representada por un circuito equivalente usando elementos recíprocos.

### Matriz de dispersión.

La matriz de dispersión permite conocer el coeficiente de transmisión y el coeficiente de recepción en la entrada de una línea de transmisión.

Se considera la red de  $N$  puertos, donde  $V_N^+$  es la amplitud del voltaje de la onda incidente en el puerto  $N$ , y  $V_2^-$  es la amplitud del voltaje de la onda reflejada del puerto  $N$ . La matriz de dispersión, o matriz  $[S]$ , esta definida en relación a esas ondas incidentes y reflejadas como:

$$\begin{bmatrix} V_1^- \\ V_2^- \\ \vdots \\ V_N^- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & \dots & S_{1N} \\ S_{21} & & & \\ \vdots & & & \\ S_{N1} & \dots & & S_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1^+ \\ V_2^+ \\ \vdots \\ V_N^+ \end{bmatrix} \quad (2.7.19)$$

o se puede escribir:

$$[V^-] = [S][V^+] \quad (2.7.20)$$

Un elemento específico de la matriz  $S$  puede ser determinado como:

$$S_{ij} = \frac{V_i^-}{V_j^+} \quad V_k^+ = 0 \text{ para } k \neq j \quad (2.7.21)$$

Para una red de dos puertos la matriz de dispersión tiene 4 elementos:

$S_{11}$ ,  $S_{12}$ ,  $S_{21}$ ,  $S_{22}$ .

Los elementos  $S_{11}$  y  $S_{22}$  de la matriz indican el coeficiente de reflexión de los puertos 1 y 2 respectivamente.

Cuando las líneas de transmisión conectadas al dispositivo están terminadas en impedancia característica los elementos  $S_{12}$  y  $S_{21}$  indican el coeficiente de transmisión del puerto 1 al puerto 2 y el coeficiente de transmisión del puerto 2 al puerto 1.

### Conclusión de la matriz ABCD.

Si la red es de baja pérdida, el cual es una buena aproximación para muchas uniones prácticas de redes de dos puertos, algunas simplificaciones pueden ser hechas en el circuito equivalente. Los elementos de impedancia o admitancia son puramente imaginarios para una red de baja pérdida. Esto reduce el grado de libertad para tales redes e implica que los circuitos equivalentes  $T$  y  $\pi$  pueden ser construidos de elementos puramente reactivos.

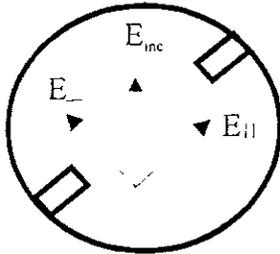
El caso especial de una red de microondas de dos puertos ocurre frecuentemente en la práctica. Los circuitos equivalentes se pueden representar por matrices para la conexión de redes de dos puertos.

### **Conclusiones del capítulo 2.**

- 1.- Es importante elegir el medio de transmisión adecuado a la polarización de la onda electromagnética.
- 2.-El uso de diferentes polarizaciones permite enviar diferente información en la misma frecuencia y, por consecuencia, aprovechar mas el medio de transmisión. La guía de onda circular soporta la polarización lineal y la polarización circular.
- 3.- La impedancia característica es un parámetro importante de la línea de transmisión que permite caracterizar la línea de transmisión en función de sus dimensiones.
- 4.- Existen diferentes técnicas para la elaboración del polarizador. El polarizador con guía de onda circular con poste tiene la menor longitud de la guía y es importante en el ahorro de espacio y peso de los sistemas de comunicaciones.  
Para el diseño es necesario obtener el mínimo de reflexiones debido a la diferencia de impedancias de la guía de onda circular y la guía de onda circular con poste.
- 5.- En el acoplamiento de impedancias utilizaremos el transformador binomial por presentar una característica plana en el ancho de banda.  
Es necesario conocer la frecuencia de corte y la impedancia característica de la guía de onda con poste para obtener las dimensiones de la guía de onda con poste que cumpla la función de un polarizador.
- 6.- La técnica de resonancia transversa es un método simple y directo que permite calcular la frecuencia de corte de la línea de transmisión de sección compleja.

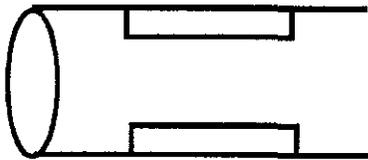
### 3. Cálculo.

El polarizador se diseña basándose en una guía de onda circular (ver pag. 31). Se colocan dos postes de metal dentro de la guía obteniendo así diferentes velocidades de fase para las dos componentes ortogonales de la onda incidente con los planos de polarización paralelas y ortogonales al plano del poste (ver figura 3.1).



*Fig. 3.1 Las componentes paralela y ortogonal a los postes en de la guía de onda circular.*

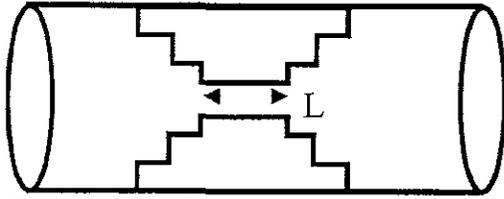
La sección longitudinal de la guía de onda circular con poste se muestra en la figura 3.2.



*Fig. 3.2 Vista lateral de la guía.*

La guía de onda circular se caracteriza por cierta impedancia característica. La impedancia característica es diferente para la guía de onda con poste. Al conectar las dos guías directamente aparece una fuerte reflexión. Para acoplar las dos impedancias es necesario usar el transformador

multiseccional. Se diseña el transformador binomial como un conjunto de escalones (ver fig. 3.3).



*Fig 3.3 Vista lateral de la guía de onda con escalones.*

El tamaño del poste central debe ser de una longitud  $L$  tal que asegure una diferencia de fase de 90 grados entre las componentes paralela y perpendicular al poste al salir del polarizador.

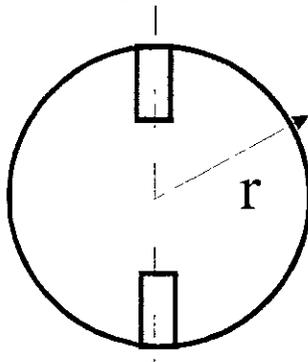
Como resultado del cálculo de un transformador binomial aparecen las impedancias características de escalones necesarias y longitudes de sección correspondientes.

Para transferir el esquema equivalente del transformador hacia el diseño mecánico, se debe saber elegir la altura y ancho del poste para obtener la línea de transmisión con impedancia característica necesaria. En otras palabras, se debe calcular la impedancia característica y frecuencia de corte de la guía de onda circular con poste.

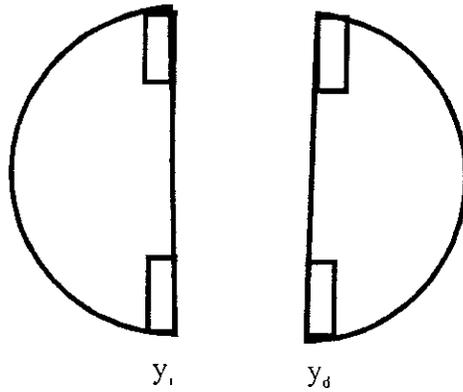
### **3.1 Aplicación del método de resonancia transversal para el cálculo de la guía de onda con poste.**

Se toma el método de resonancia transversal para una guía de onda con dos postes. El método permite el cálculo de las características de la guía de onda con la forma que adquiere al agregar los postes.

A la guía de onda circular con poste se divide en dos partes; guía de onda derecha y la guía de onda izquierda.



*Fig. 3.1.1 Guía de onda circular con postes.*



**Fig. 3.1.2** Guía de onda circular con postes dividida en dos partes.

Se puede definir la admitancia de entrada para el lado derecho  $y_d$  y la admitancia de entrada para el lado izquierdo  $y_i$ .

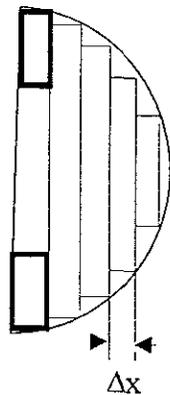
Si se aplica el método de resonancia transversa [p. 49], se debe cumplir la siguiente condición:

$$y_d + y_i = 0.$$

Debido a que las dos partes de la guía de onda son simétricas entonces  $y_d = y_i$  y por lo tanto  $y_d = y_i = 0$ .

Para poder hacer el cálculo de la admitancia  $y_d$  o  $y_i$  se usa el modelo de la línea de transmisión.

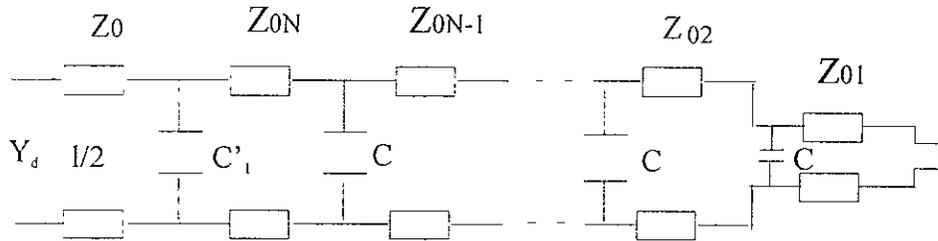
A la mitad de la guía de onda con poste se divide en varios segmentos de longitud  $\Delta x$  donde  $\Delta x \ll \lambda$  (ver fig. 3.1.3).



**Fig. 3.1.3** Una mitad de la guía de onda con dientes dividida en varios segmentos.

Cada uno de estos segmentos se representa con una línea de transmisión de longitud  $\Delta x$  con una impedancia característica  $Z_0$ . La pared de la guía de onda se representa por un corto circuito.

Con este resultado se obtiene el esquema equivalente en la figura 3.1.4.



**Fig 3.1.4. Esquema equivalente de líneas de transmisión.**

La línea de transmisión inicial tiene una longitud  $\Delta x$ , con una impedancia característica  $Z_{01}$  y esta terminada en corto circuito. En la entrada de la línea 1 se agrega una capacitancia  $C_1$  en paralelo que representa el circuito equivalente del escalón. Sucesivamente las secciones de la guía de onda circular con poste (figura 3.1.3) se representan por las líneas de transmisión correspondientes de longitud  $\Delta x$  con impedancias  $Z_{02}, Z_{03}, Z_{04}, \dots, Z_{0N}$ .

Al pasar a la zona de postes existe un escalón grande. En el esquema equivalente se representa el escalón por una capacitancia equivalente  $C'_1$ .

El espacio entre los postes se representa por una línea de transmisión de longitud de la mitad del ancho del poste central  $l/2$ .

Para calcular la impedancia de entrada  $Z_d$  total, se comienza a hacer el cálculo desde  $Z_{01}$  es decir, desde la línea de transmisión que esta conectada a un corto circuito. Se puede calcular la impedancia de entrada  $Z'_{e1}$  del circuito con la siguiente expresión.

$$Z'_{e1} == jZ_{01} \tan \beta \Delta x \quad (3.1.1)$$

donde:

$Z'_{e1}$  es la impedancia de entrada del primer segmento.

$Z_{01}$  es la impedancia característica del primer segmento.

El capacitor en seguida a la línea de transmisión tiene una impedancia  $Z_c$ .

La conexión paralela de la capacitancia y la línea de transmisión da por resultado:

$$Z_{e1} = \frac{Z'_{e1} Z_C}{Z'_{e1} + Z_C} \quad (3.1.2)$$

Una vez calculado  $Z_{e1}$ , se calcula  $Z'_{e2}$  con la siguiente expresión.

$$Z'_{e2} = Z_{02} \frac{Z_{e1} + jZ_{02} \tan \beta \Delta x}{Z_{02} + jZ_{e1} \tan \beta \Delta x} \quad (3.1.3)$$

donde

$Z'_{e2}$  es la impedancia de entrada en la línea de transmisión 2.

La capacitancia en paralelo produce una impedancia de entrada para la línea de transmisión de:

$$Z_{e2} = \frac{Z'_{e2} \cdot Z_C}{Z'_{e2} + Z_C} \quad (3.1.4)$$

donde  $Z'_{e2}$  es la impedancia que se observa en la entrada de la línea de transmisión 2 (ver fig. 3.1.4).

Se sigue el mismo procedimiento en forma sucesiva hasta obtener  $Z'_{eN}$ .

$$Z'_{eN} = Z_{0N} \frac{Z_{eN-1} + jZ_{0N} \tan \beta \Delta x}{Z_{0N} + jZ_{eN-1} \tan \beta \Delta x} \quad (3.1.5)$$

El escalón grande que existe debido al poste se representa por una capacitancia  $C'$ .

$$Z_{ec} = \frac{Z'_{eN} \cdot Z'_{C1}}{Z'_{eN} + Z'_{C1}} \quad (3.1.6)$$

Observando la fig.3.1.4 se toma en cuenta la línea de transmisión de longitud  $l/2$  que equivale el espacio entre los postes.

$$Z_d = Z_0 \frac{Z_{ec} + jZ_0 \tan \beta l / 2}{Z_0 + jZ_{ec} \tan \beta l / 2} \quad (3.1.7)$$

o bien se obtiene la admitancia total a la entrada  $y_d$  se calcula con la

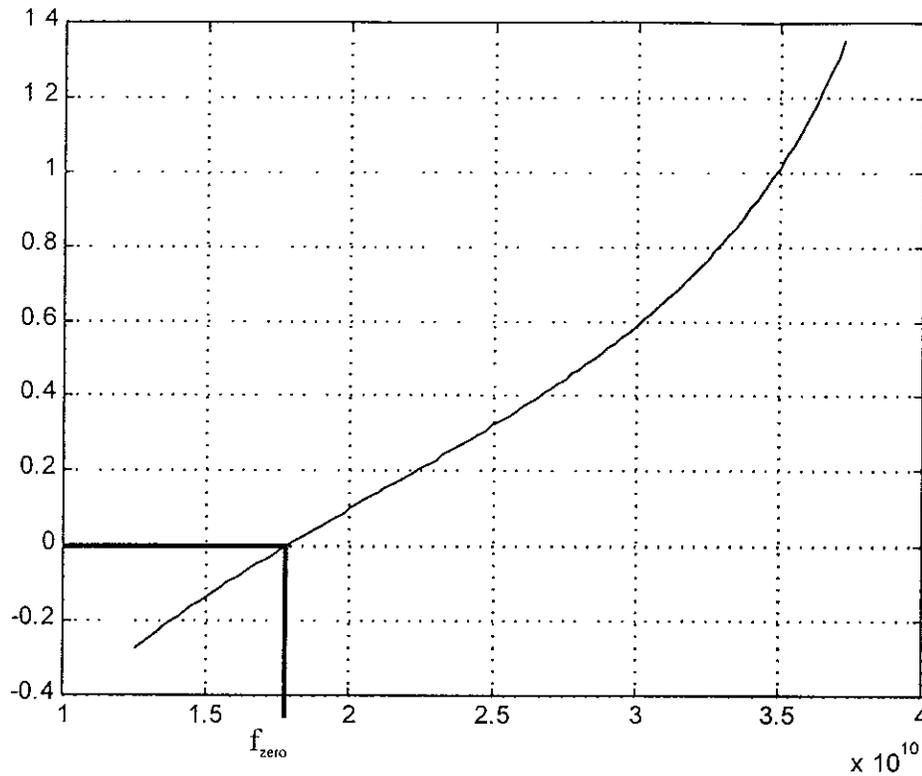
siguiente expresión  $y_d = \frac{1}{Z_d}$ .

Para todas las líneas de transmisión la constante de propagación es:

$$\beta = \omega \sqrt{\mu_0 \epsilon_0}$$

Calculando la admitancia total de entrada  $y_d$  para diferentes frecuencias, podemos encontrar la frecuencia  $f_{zero}$  donde  $y_d$  es igual a cero (ver fig. 3.1.5).

Susceptancia de entrada en mhos.



Frecuencia en Hertz.

**Figura.3.1.5. Gráfica de admitancia de entrada total respecto a la frecuencia.**

De acuerdo con la técnica de resonancia transversal [1],  $f_{zero}$  es igual a la frecuencia de corte  $f_c$ .

Para ejercer el cálculo de la línea de transmisión se necesita su impedancia característica:

$$Z_0(f) = \frac{Z_{0\infty}}{1 - \left(\frac{f_c}{f}\right)^2} \quad (3.1.8)$$

donde  $f$  es la frecuencia de operación.

Entonces se debe encontrar  $Z_{0\infty}$ , que es  $Z_0$  para  $f = \infty$ .

Encontrada la frecuencia de corte se requiere  $Z_{0\infty}$  que se obtiene tomando en cuenta la derivada de la admitancia respecto a la frecuencia en el punto  $f = f_c$ , (según investigaciones de la Doctora Orleanskaya, comunicación personal [16]). Entonces, calculando la admitancia para un valor un poco mayor de la frecuencia de corte y calculando la admitancia para un valor un poco menor que la frecuencia de corte en la expresión se obtiene:

$$Y_{0\infty} \approx \frac{y_d(f_c + \Delta f) - y_d(f_c - \Delta f)}{2\Delta f} \quad (3.1.9)$$

Se obtiene la derivada de la admitancia respecto a la frecuencia  $\frac{dy}{df}$  en la

frecuencia de corte. Después se puede tomar en cuenta que  $Z_{0\infty} = \frac{1}{Y_{0\infty}}$ .

Con este procedimiento se encuentra la frecuencia de corte, la longitud de onda de corte, la impedancia característica de la guía de onda considerando los postes.

La constante de propagación para una guía de onda circular con poste está dado por:

$\beta = \sqrt{\omega^2 \varepsilon_0 \mu_0 - k_c^2}$  donde  $k_c^2 = \omega_c^2 \varepsilon_0 \mu_0$ . Entonces, queda así:

$$\beta = \sqrt{\omega^2 \varepsilon_0 \mu_0 - \omega_c^2 \varepsilon_0 \mu_0} \quad (3.1.10).$$

En una guía de onda circular para una frecuencia  $\omega$  para los modos  $TE$  se tiene una frecuencia de corte  $f_{clibre}$ .

Cabe hacer notar que la frecuencia de corte de la guía de onda circular con poste siempre es menor a  $f_{clibre}$ .

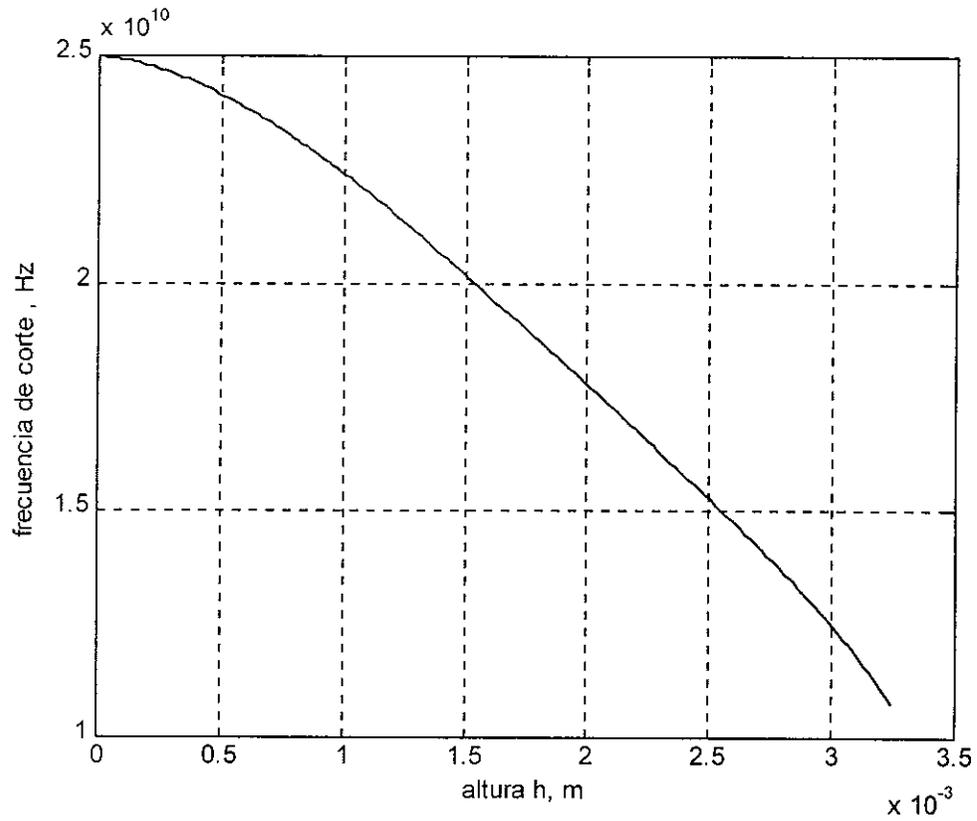
Al reducirse la frecuencia de corte  $f_c$  al introducir los postes la constante de propagación (3.1.10) aumenta. Si aumenta la constante de propagación la velocidad de fase disminuye según la siguiente expresión:

$$\beta = \frac{\omega}{v_f} \quad (3.1.11)$$

donde  $\beta$  es la constante de propagación y  $v_f$  es la velocidad de fase de la onda en la guía de onda con poste.

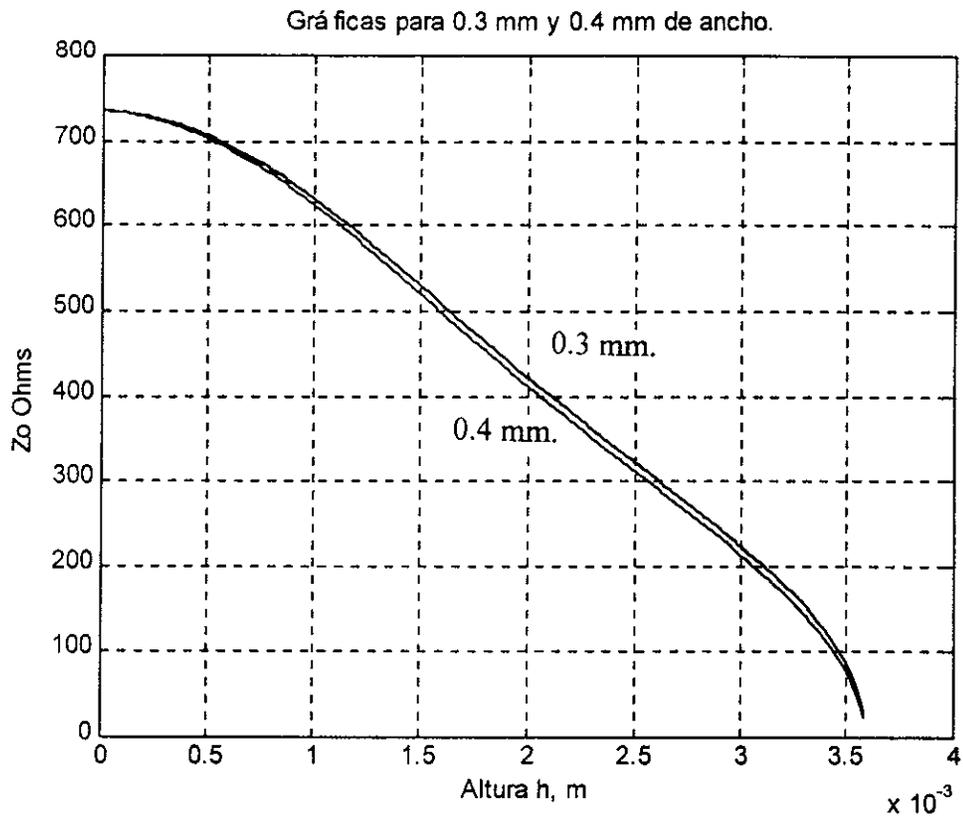
Por lo tanto, con la disminución de la velocidad de fase se obtiene un retraso de la onda con plano de polarización paralelo a los postes necesario para la elaboración del polarizador.

En las siguientes gráficas se observan las características calculadas para una guía de onda con radio de 3.6 mm, el ancho del poste es de 0.4 mm. Se observa de la gráfica la disminución de la frecuencia de corte al aumentar la altura  $h$  del poste dentro de la guía.



*Fig. 3.1.6. Gráfica de la frecuencia de corte en Hz en función de la altura del poste dentro de la guía de onda circular.*

Se observa que la impedancia  $Z_{0\infty}$  se disminuye al aumentar la altura  $h$  del poste dentro de la guía. (Ver figura 3.1.7).



*Figura 3.1.7. Gráfica de la impedancia  $Z_{0\infty}$  en función de la altura del poste dentro de la guía de onda circular.*

### 3.2 Procedimiento de diseño del polarizador.

Ejemplificamos el diseño del polarizador con el siguiente ejemplo:

- a) La frecuencia central de 32 GHz.
- b) El radio de la guía de onda  $r$  es de 3.6 mm.
- c) La altura del poste central  $h_{max}$  es de 2 mm.
- d) El ancho del poste  $l$  es de 0.4 mm.
- e) El transformador multiseccional es de 3 escalones.

Se desea determinar las longitudes  $l_1$   $l_2$   $l_3$ ,  $L_{central}$  y alturas  $h_1$   $h_2$   $h_3$  de los escalones como se muestra en la figura 3.2.1:

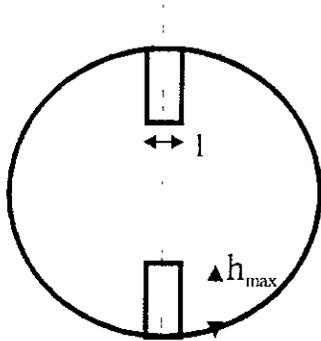


Fig. 3.2.1 Vista frontal de la guía.

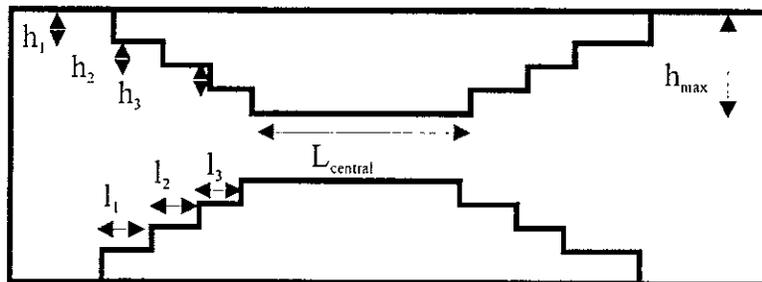
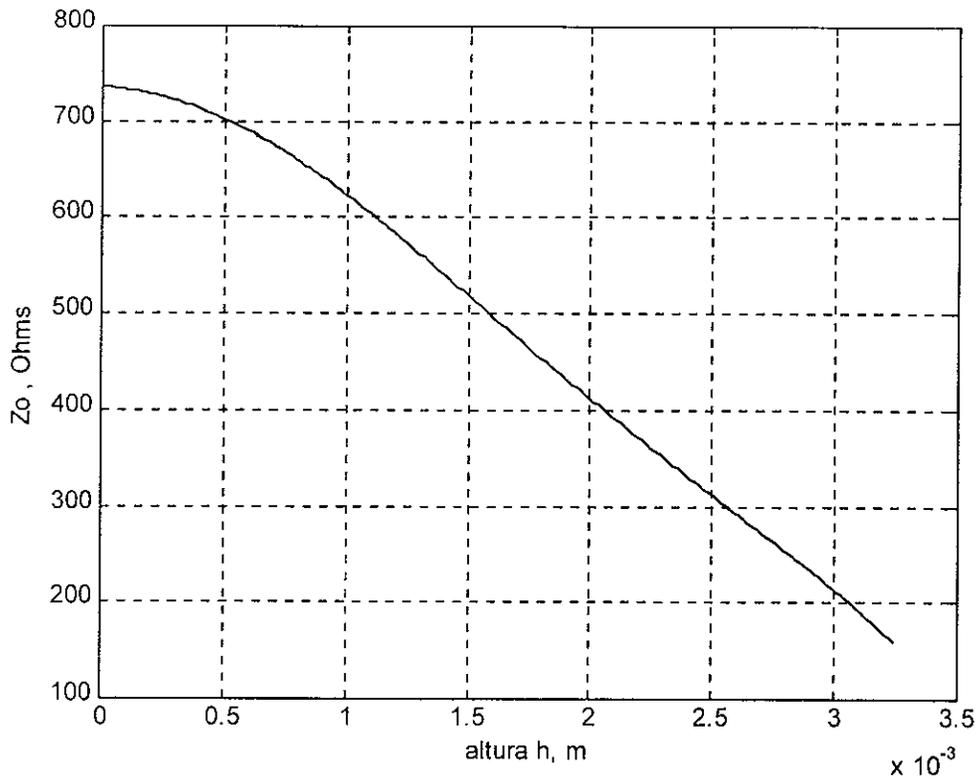


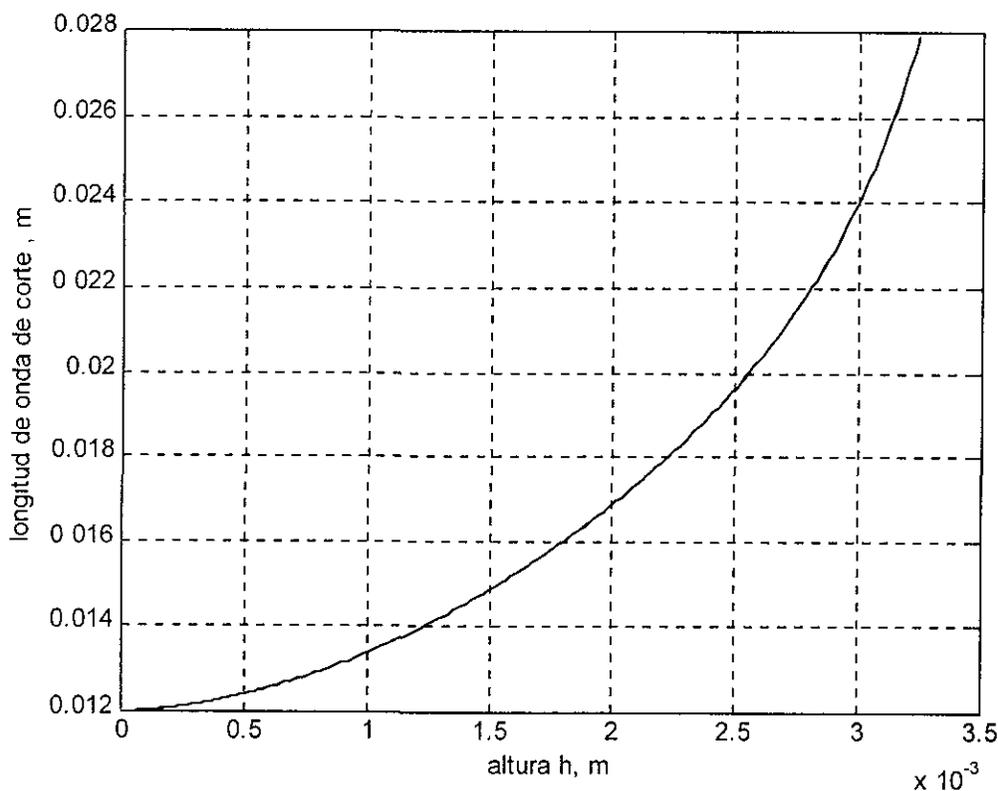
Fig. 3.2.2 Longitudes y alturas de los escalones.

Al principio, usando el método de resonancia transversal se calcula la dependencia  $Z_{0\infty}$  de la altura del poste, así como la dependencia de la longitud de onda de corte de la altura del poste. Las gráficas correspondientes se muestran en la figura 3.2.3.



*Fig. 3.2.3 Dependencia de  $Z_{0\infty}$  en función de la altura del poste para una guía de radio 3.6 mm, el ancho del poste es de 0.4 mm.*

El valor de  $Z_{0\infty}$  disminuye al aumentar la altura del poste.



**Fig.3.2.4 Dependencia de la longitud de onda de corte en función de la altura del poste dentro de la guía de onda de radio 3.6 mm el poste es de 0.4 mm de ancho.**

Se observa, que el aumento de la altura del poste provoca la disminución de  $Z_{0\infty}$  y el aumento de la longitud de onda de corte.

Con estos datos se puede calcular:

La frecuencia de corte del modo  $TE_{11}$  de la guía de onda circular con la siguiente expresión:

$$f_{cTE} = \frac{3 \cdot 10^8 \cdot p_{11}}{2\pi a} = 24.4 \text{GHz} \quad (3.2.1)$$

donde  $a$  es el radio de la guía y  $p_{11}$  es la raíz para el modo  $TE_{11}$ .

La frecuencia de corte del modo  $TM_{11}$  en la guía de onda circular se calcula con la siguiente expresión:

$$f_{c1M} = \frac{3 \cdot 10^8 \cdot p_{m11}}{2\pi a} = 40.5 \text{GHz} \quad (3.2.2)$$

Donde  $a$  es el radio de la guía y  $p_{m11}$  es la raíz para el modo  $TM_{11}$ .

En este intervalo de frecuencias donde se realiza el régimen unimodal la frecuencia central es de 32.45 GHz. Se toma esta frecuencia como la frecuencia central del cálculo.

Se calcula la  $Z_{0\infty}$  para la guía de onda circular y da como resultado 736 ohms. La longitud de onda de corte de la guía de onda circular con un radio de 3.6 mm, es de 12 mm.

La  $Z_{0\infty}$  de la guía de onda con los postes de altura de 2 mm da por resultado 411 ohms.

La impedancia característica de la guía de onda circular en la frecuencia central se calcula con la siguiente expresión:

$$Z_0 = \frac{736}{1 - \left(\frac{\lambda_0}{\lambda_{cc}}\right)^2} = 1153 \Omega \quad (3.2.3)$$

Donde  $\lambda_0$  es la longitud de onda transversal en el vacío y  $\lambda_{cc}$  es la longitud de onda de corte en la guía de onda circular.

La impedancia característica de la guía de onda circular con poste en la frecuencia central es de:

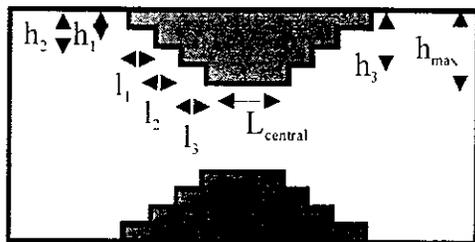
$$Z_0 = \frac{Z_{0\infty}}{1 - \left(\frac{\lambda_0}{\lambda_{cp}}\right)^2} = 491 \Omega \quad (3.2.4)$$

donde  $\lambda_0$  es la longitud de onda transversal en el vacío.

$\lambda_{cp}$  es la longitud de onda de corte en la guía con poste.

Entonces el problema consiste en el acoplamiento de la guía de onda circular con impedancia característica de  $1153 \Omega$  y la guía de onda circular con poste con impedancia característica de  $491 \Omega$ .

Para obtener el acoplamiento escogemos el transformador multiseccional binomial de tres escalones como se muestra en la figura 3.2.5.



*Fig.3.2.5 Esquema del transformador multiseccional binomial de tres escalones.*

En nuestro caso  $Z_0$  es la impedancia característica de la guía de onda circular con poste en la frecuencia central y  $Z_L$  es la impedancia de la guía de onda circular.

El transformador binomial para 3 secciones tiene los valores de impedancias normalizadas de cada sección expresados en la siguiente tabla de diseño:

*Tabla 3.1 Tabla de valores de impedancia normalizada del transformador binomial teóricos para 3 líneas de transmisión.*

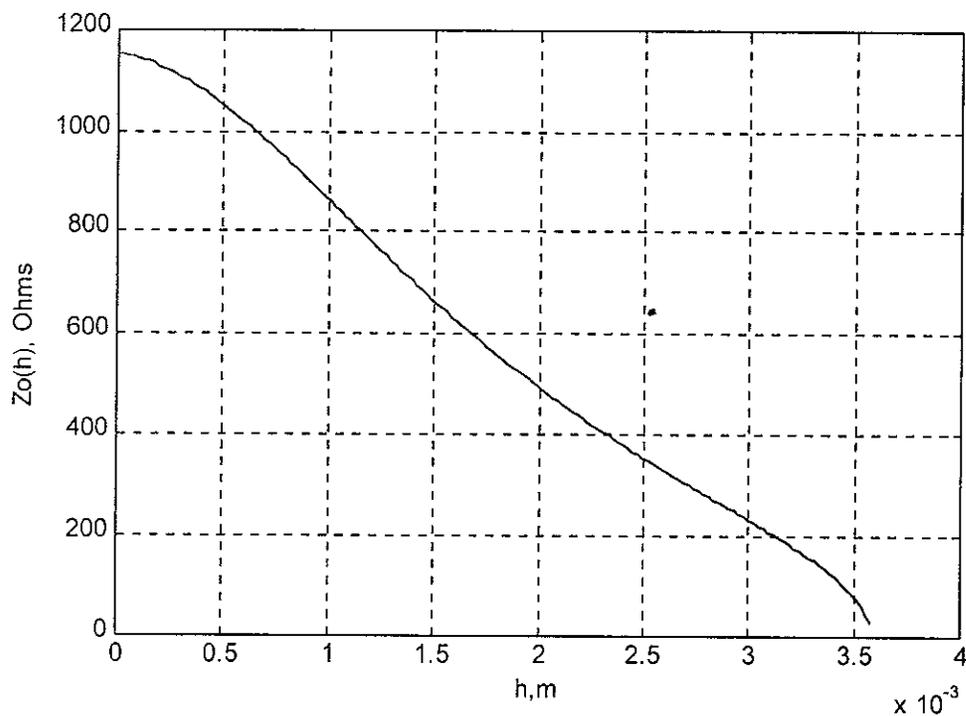
$\frac{Z_L}{Z_0}$	$\frac{Z_1}{Z_0}$	$\frac{Z_2}{Z_0}$	$\frac{Z_3}{Z_0}$
1.5	1.0520	1.2247	1.4259
2.0	1.0907	1.4142	1.8337
3.0	1.1479	1.7321	2.6135
4.0	1.1907	2.00	3.3594

Para  $Z_L = 1153\Omega$  y  $Z_0 = 491\Omega$  se obtiene una relación de impedancias de 2.34, para el transformador binomial de tres escalones obtiene los siguientes valores:

*Tabla 3.2 Tabla de valores de impedancias normalizadas de la guía de onda con  $Z_i = 1153\Omega$  y  $Z_0 = 491\Omega$ .*

$Z_L$	$\frac{Z_1}{Z_0}$	$\frac{Z_2}{Z_0}$	$\frac{Z_3}{Z_0}$
2.34	1.1124	1.5312	2.1077

Estas relaciones permite obtener las impedancias de cada sección del transformador.



*Figura 3.2.6. Gráfica de la impedancia característica en la frecuencia central con respecto a la altura del poste.*

Al desnormalizar los valores se obtienen los siguientes impedancias características de los escalones.

**Tabla 3.3 Valores desnormalizados del transformador.**

$Z_0$	$Z_1$	$Z_2$	$Z_3$	$Z_L$
491Ω	546.18Ω	751.82Ω	1034.88Ω	1153Ω

Los valores de impedancia se desnormalizan con la siguiente expresión.

$$Z_{oh} = \frac{Z_{o\infty}(h)}{1 - \left(\frac{f_{corte}}{f_{central}}\right)^2} \quad (3.2.5)$$

$Z_{o\infty}$  la impedancia característica en la frecuencia en el infinito.

$f_{corte}$  la frecuencia de corte en la guía de onda.

$f_{central}$  frecuencia central de 32 GHz.

Usando los resultados anteriores se puede calcular la dependencia de la impedancia característica de la guía de onda con poste en la frecuencia central de la altura del poste (fig. 3.2.6).

Usando la figura 3.2.6, para cada valor de impedancia (tabla 3.3) se obtiene un valor de altura.

La longitud del escalón se obtiene con la siguiente expresión para cada uno de los elementos excluyendo la longitud del elemento central:

$$l_i = \frac{\lambda_0}{4 \left[ 1 - \left(\frac{\lambda_0}{\lambda_{cpi}}\right)^2 \right]} \quad (3.2.6)$$

$\lambda_{cpi}$  es la longitud de onda de corte para cada escalón i.

$\lambda_0$  es la longitud de onda de la guía.

Los resultados obtenidos por el programa son:

Las alturas para los escalones se presenta en la tabla 3.4:

**Tabla 3.4. Alturas de los escalones.**

h1	h2	h3	h4	h5	h6	h7
.0005	.0013	.0018	.0020	.0018	.0013	.0005

Las longitudes de cada escalón se presenta en la tabla 3.5:

**Tabla 3.5 Longitudes de los escalones.**

l1	l2	l3	l4	l5	l6	l7
.0034	.0031	.0028	.0014	.0028	.0031	.0034

Ahora se puede proceder con el cálculo de coeficiente de transmisión  $S_{21}$  del polarizador en la frecuencia central. Para calcular el  $S_{21}$  se usa el método de las matrices ABCD. La matriz  $ABCD_T$  se calcula como el producto de las matrices ABCD de cada uno de los segmentos.

$$ABCD_T = \prod_{i=1}^7 ABCD_i \quad (3.2.7)$$

donde  $ABCD_T$  es la matriz ABCD total.

y  $ABCD_i$  es la matriz ABCD de la sección  $i$ .

Los elementos de la matriz ABCD son:

$$ABCD(1,1) = \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda_0} \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda_0}{\lambda_{cpc}}\right)^2} \cdot l_i\right); \quad (3.2.8)$$

$$ABCD(1,2) = \frac{Z_{0\infty}}{1 - \left(\frac{\lambda_0}{\lambda_{cpc}}\right)^2} \operatorname{sen}\left(\frac{2\pi}{\lambda_0} \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda_0}{\lambda_{cpc}}\right)^2} \cdot l_i\right) \quad (3.2.9)$$

$$ABCD(2,1) = \frac{1 - \left(\frac{\lambda_0}{\lambda_{cpc}}\right)^2}{Z_{0\infty}} \operatorname{sen}\left(\frac{2\pi}{\lambda_0} \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda_0}{\lambda_{cpc}}\right)^2} \cdot l_i\right) \quad (3.2.10)$$

$$ABCD(2,2) = \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda_0} \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda_0}{\lambda_{cpc}}\right)^2} \cdot l_i\right); \quad (3.2.11)$$

Al obtener  $ABCD_T$ , se puede calcular la magnitud  $|S_{21}|$  y la fase  $\varphi_{S_{21}}$  del coeficiente  $S_{21}$ .

$$S_{21} = \frac{2}{ABCD(1,1) + \left(\frac{ABCD(1,2)}{736}\right) + ABCD(2,1) \times \frac{736}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_{c0}}\right)^2}} + ABCD(2,2)} \quad (3.2.12)$$

Este coeficiente de transmisión  $S_{21}$  en la fórmula (3.2.12) corresponde a la onda con la polarización paralela al poste.

Tomando en cuenta, que los postes no intervienen en la propagación del modo  $TE_{11}$  con polarización perpendicular a los postes, la onda mencionada al pasar a través del transformador diseñado va a experimentar el retraso de fase igual a:

$$\Delta\varphi_{\perp} = -\frac{2\pi}{\lambda_0} \frac{1 - \left(\frac{\lambda_0}{\lambda_{cc}}\right)^2}{\lambda_0} \cdot \sum_{i=1}^7 l_i \quad (3.2.13)$$

La diferencia de fase entre las dos componentes ortogonales en la salida del polarizador es de  $\Delta\varphi_{Total} = \varphi_{S_{21}} - \Delta\varphi_{\perp}$ .

Para el polarizador ideal,  $\Delta\varphi_{Total}$  debe ser igual a 90 grados. Se puede alcanzar la  $\Delta\varphi_{Total}$  de 90 grados cambiando la longitud del poste central  $L$ .

El error que se produce es  $\delta = 90 - \Delta\varphi_{Total}$ .

Para eliminar el error es necesario aumentar la longitud del poste central  $L$ . El valor del incremento  $\Delta L$  puede ser calculado tomando en cuenta que  $\delta = \Delta\beta \cdot \Delta L$ , donde  $\Delta\beta$  es la diferencia de las constantes de propagación correspondientes a dos polarizaciones ortogonales.

Entonces:

$$\Delta L = \frac{\delta}{\Delta\beta} = \frac{\delta}{\frac{2\pi}{\lambda_0} \frac{1 - \left(\frac{\lambda_0}{\lambda_{cc}}\right)^2}{\lambda_0} - \frac{2\pi}{\lambda_0} \frac{1 - \left(\frac{\lambda_0}{\lambda_{cp}}\right)^2}{\lambda_0}} \quad (3.2.14)$$

donde:

$\lambda_{cp}$  es la longitud de la guía de onda con postes paralelos.

$\lambda_{cc}$  es la longitud de onda en la frecuencia central.

$\lambda_0$  es la longitud de la onda en la guía de onda.

Una vez calculado el valor de  $\Delta L$  se agrega a la longitud total del poste central para obtener una diferencia de fase de 90 grados.

### **Conclusiones del capítulo 3.**

- 1.- El método del transformador binomial permite acoplar la guía de onda circular a la guía de onda circular con poste para obtener un mínimo de reflexiones.
- 2.- El método de resonancia transversa calcula la frecuencia de corte de la guía de onda con poste, es decir, el valor de la frecuencia para el cual la admitancia de entrada es cero es la frecuencia de corte.
- 3.- En el cálculo de la impedancia de la guía de onda con poste se aproxima por un esquema equivalente de un conjunto de líneas de transmisión dentro de la guía de onda. En este esquema se toman en cuenta las capacitancias producidas por pequeñas diferencias de altura dentro de la guía y la capacitancia producida por la diferencia de altura del poste a las paredes de la guía de onda. Así se hace el cálculo mas cercano al valor real.
- 4.- Por medio de la frecuencia de corte se calcula la impedancia característica en función de la altura del poste dentro de la guía. La impedancia característica y la frecuencia de corte en función de la altura se utilizan para el cálculo de las dimensiones (altura y longitud) de los escalones del transformador binomial.

## 4. Diseño.

### 4.1 Resultados obtenidos del diseño.

El algoritmo desarrollado en el capítulo 3 fue aplicado para el cálculo de diferentes tipos de polarizadores.

Diseño I.

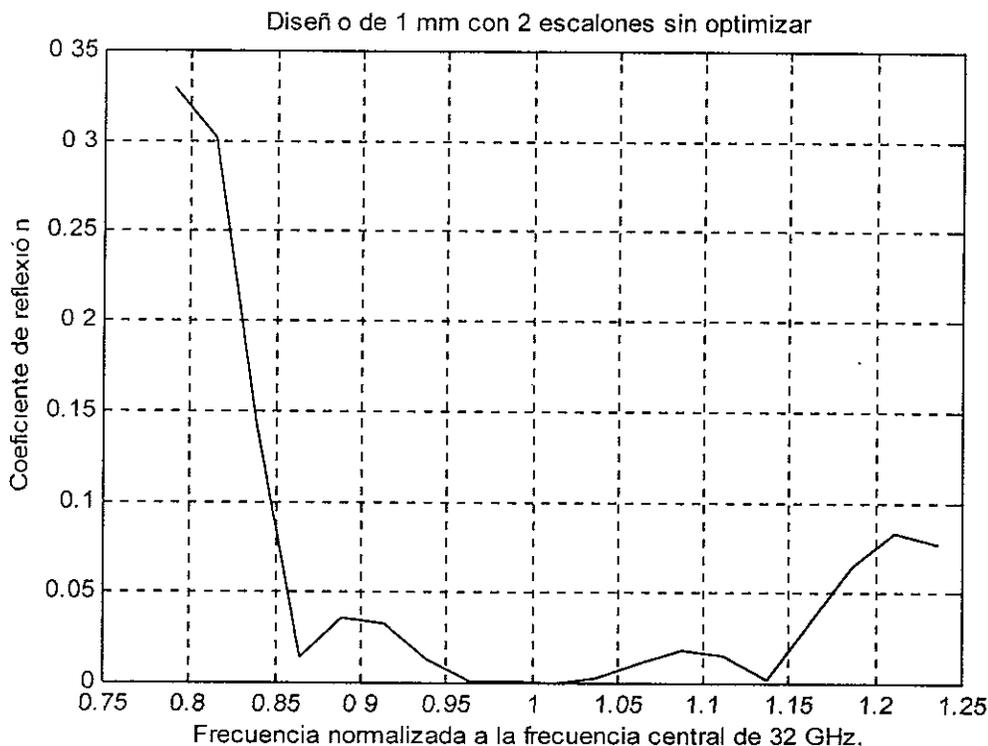
Al principio presentamos el cálculo de un polarizador basado en la guía de onda circular con radio de 3.6 mm y poste de 1 mm de altura máxima y 0.4 mm de ancho.

Se asegura que las reflexiones sean mínimas en un ancho de banda y la diferencia de fase de 90 grados se obtiene en la frecuencia central. El diseño se hace para 2 escalones.

Como resultado del cálculo descrito en el capítulo 3 se obtienen los siguientes parámetros de la estructura:

*Tabla 4.1 Altura y longitud de cada escalón dado en metros.*

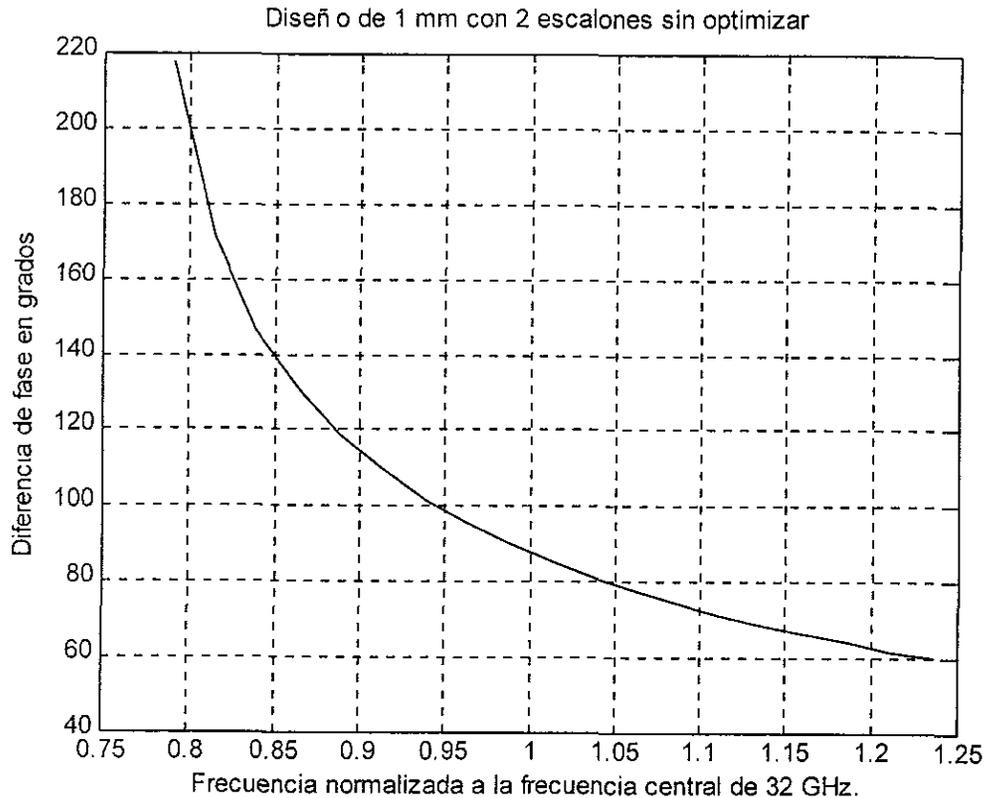
Altura	.0004	.0008	.0010	.0008	.0004
Longitud	.0035	.0033	.0192	.0033	.0035



*Fig. 4.1.1. Gráfica del coeficiente de reflexión para la componente con el vector de polarización paralela al poste en función de la frecuencia normalizada a la frecuencia central. ( $f_{central}=32$  GHz.).*

La simulación numérica del comportamiento del polarizador da resultados presentados en las figura 4.1.1 y 4.1.2

Podemos observar el mínimo del coeficiente de reflexión en cercanía a la frecuencia central. La fase diferencial es igual a 90 grados para la frecuencia central como se puede observar en la figura 4.1.2. En un ancho de banda de 10% la fase diferencial está entre 80 y 100 grados.



*Figura 4.1.2. Gráfica de la diferencia de fase en grados de los modos ortogonales de propagación en función de la frecuencia normalizada a la frecuencia central ( $f_{central}=32$  GHz).*

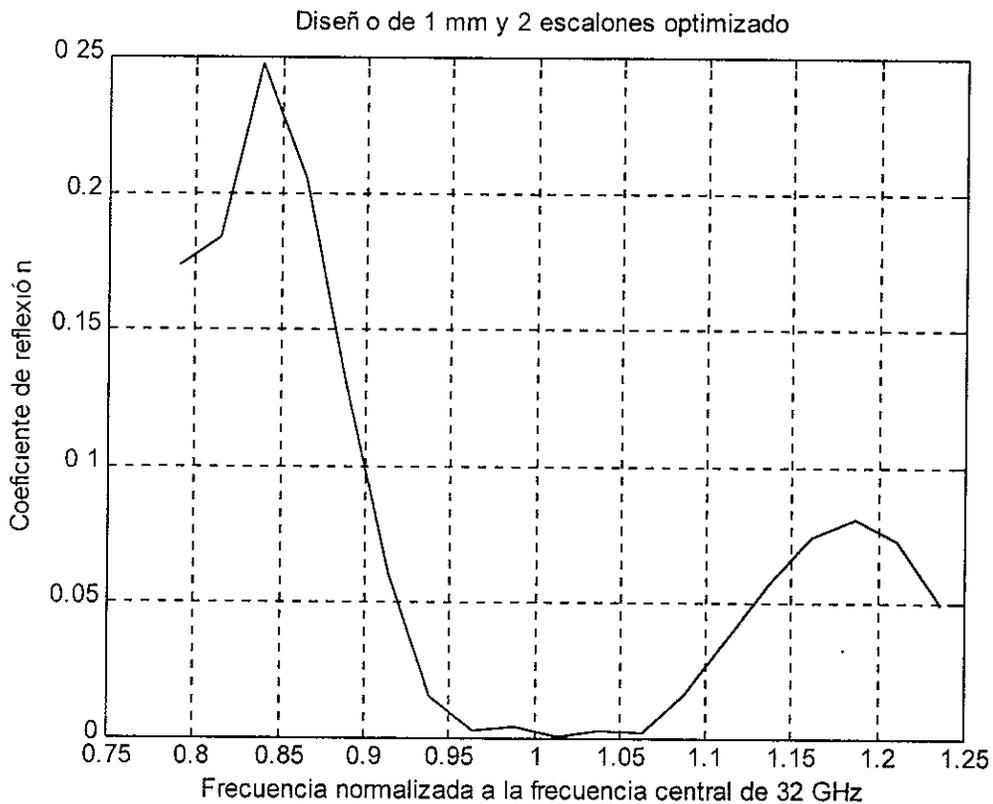
Los valores con coeficiente de elipticidad [pag. 13 fórmula 2.1.3.18] menores a 1.5 dB tienen una diferencia de fase de los modos de propagación de 80 a 100 grados con un ancho de banda del 10%.

Se muestra en la figura 4.1.3 y 4.1.4 las características optimizadas del polarizador.

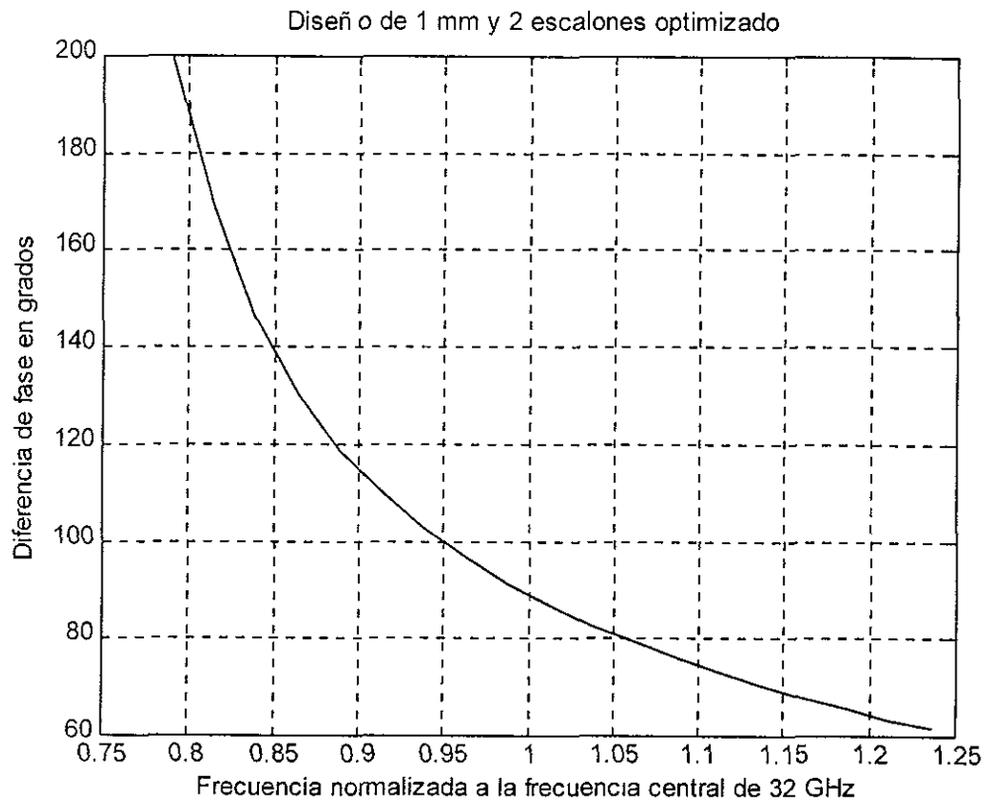
En la tabla 4.2 se muestran los parámetros del polarizador después de optimizar sus características.

*Tabla 4.2. Altura y longitud de cada escalón dado en metros.*

Altura	.0003	.0009	.0012	.0011	.0006
Longitud	.0035	.0033	.0192	.0033	.0035



*Fig. 4.1.3 Gráfica del coeficiente de reflexión para la componente con el vector de polarización paralela al poste en función de la frecuencia normalizada a la frecuencia ( $f_{central}=32GHz$ ).*



*Figura 4.1.4 Gráfica de la diferencia de fase en grados de los modos ortogonales de propagación en función de la frecuencia normalizada a la frecuencia central ( $f_{\text{central}}=32\text{GHz}$ ).*

Podemos mencionar que la optimización no resultó ser eficiente . En la figura 4.1.4 no se observa el mejoramiento en comportamiento de la fase diferencial.

## Diseño II

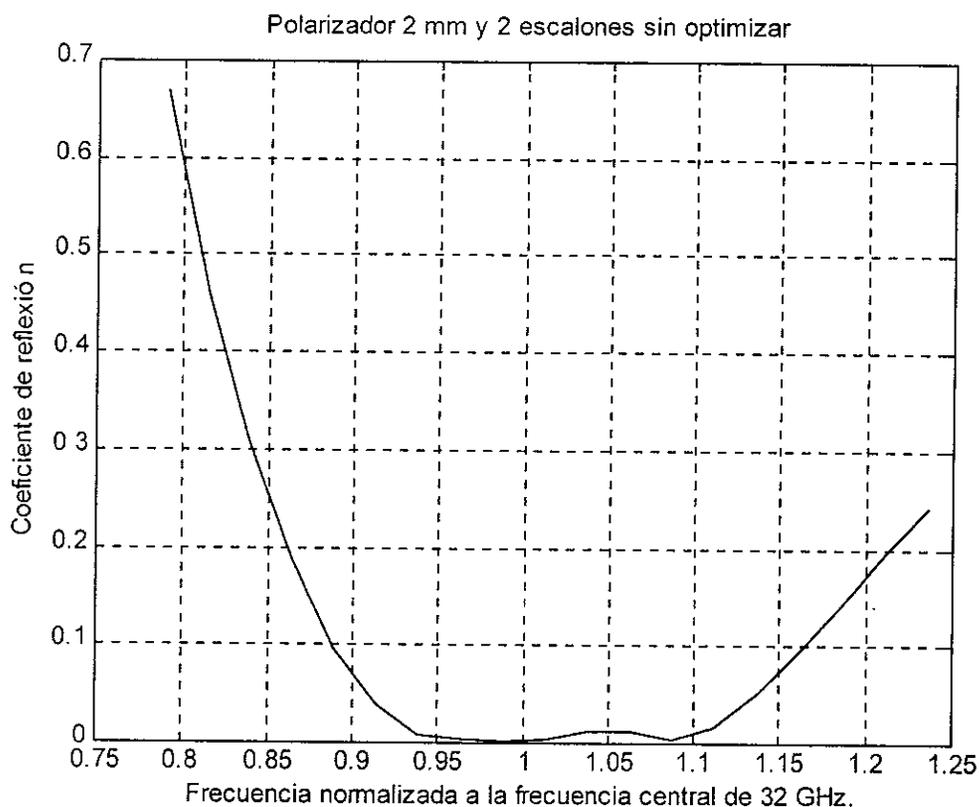
Se hace el cálculo de un polarizador basado en la guía de onda circular con radio de 3.6 mm y poste de 2 mm de altura máxima y 0.4 mm de ancho.

El diseño se hace para dos escalones.

Como resultado descrito en el cálculo descrito en el capítulo 3 se obtienen los siguientes parámetros de la estructura:

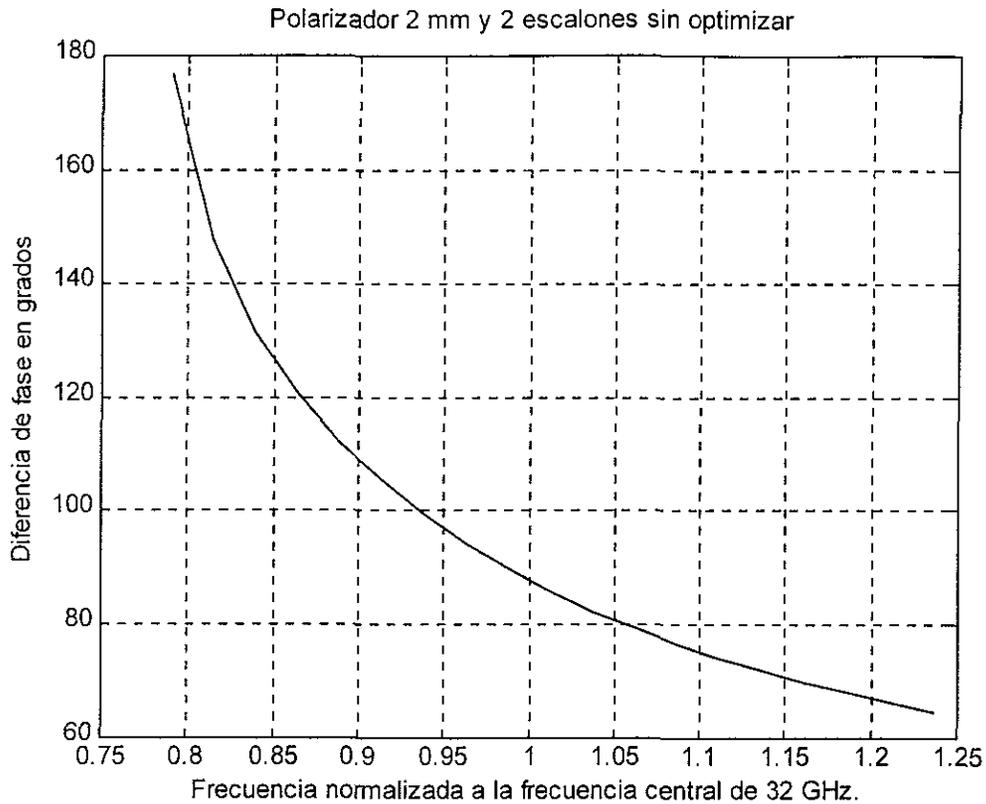
**Tabla 4.3** *Altura y longitud de los escalones del polarizador dado en mm.*

	Escalón 1	Escalón 2	Poste	Escalón 4	Escalón 5
Altura	.8	1.6	2.0	1.6	.8
Longitud	3.3	2.9	4.5	2.9	3.3



**Fig. 4.1.5** *Gráfica del coeficiente de reflexión para la componente con el vector de polarización paralelo al poste en función de la frecuencia normalizada a la frecuencia central ( $f_{central}=32$  GHz).*

En un ancho de banda superior al 20 % tiene un coeficiente de reflexión menor a 0.05.



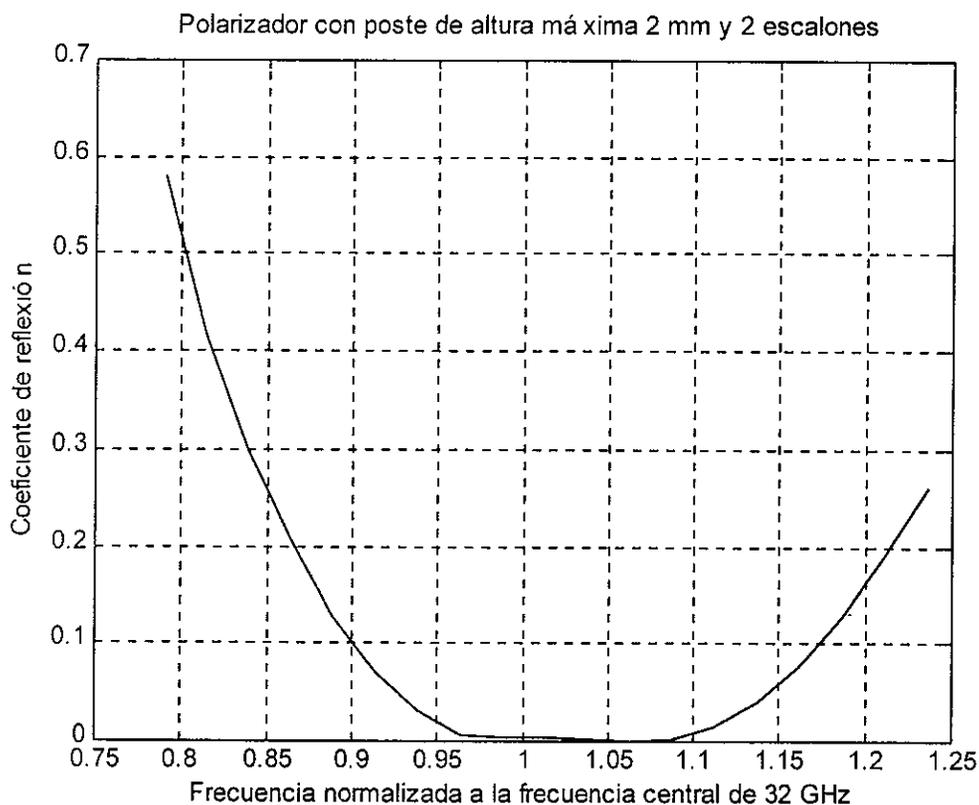
**Figura 4.1.6** Gráfica de la diferencia de fase en grados de los modos ortogonales de propagación en función de la frecuencia normalizada a la frecuencia central ( $f_{central}=32\text{ GHz}$ ).

Para este caso el comportamiento de la fase diferencial resultó ser mejor que en el caso de la altura máxima del poste de 1 mm. Tiene 12 % de ancho de banda para valores de coeficiente de elipticidad menor a 1.5 dB.

El diseño anterior fue optimizado con el uso de herramientas Matlab. Como resultado descritos en el capítulo 3 se obtienen los siguientes parámetros de la estructura:  
 En la tabla 4.4 se presentan las cuatro dimensiones de la estructura mencionada.

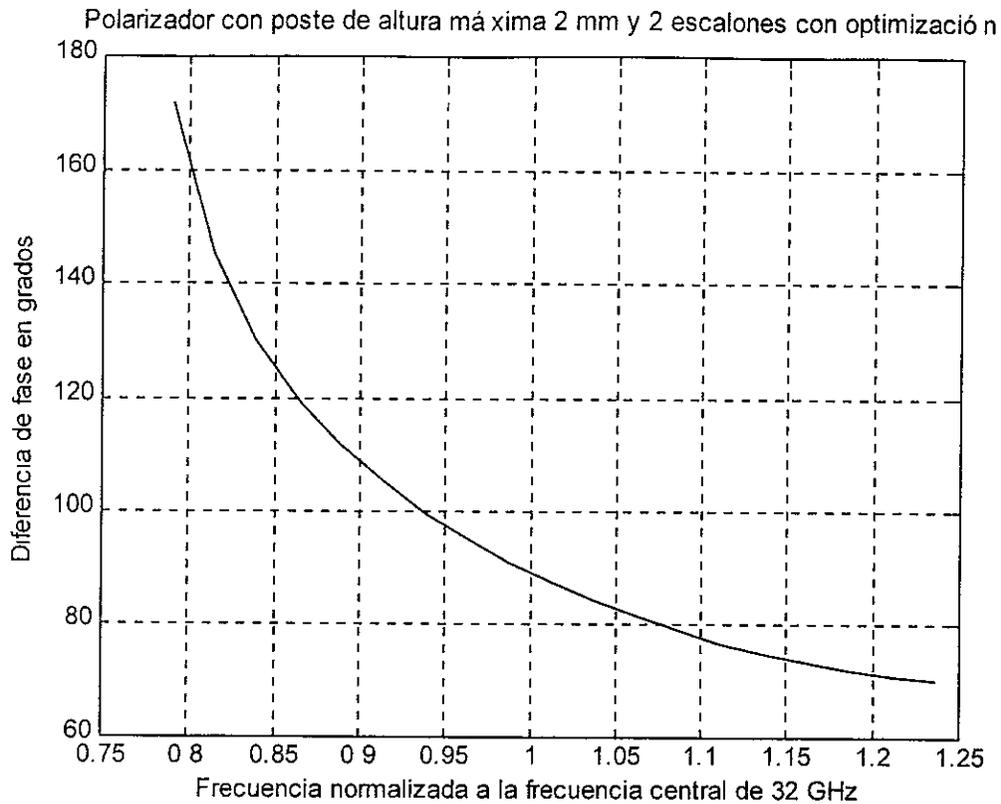
**Tabla 4.4 Altura y longitud de los escalones del polarizador dado en mm.**

	Escalón 1	Escalón 2	Poste	Escalón 4	Escalón 5
Altura	.8	1.8	2.4	2	.9
Longitud	3.3	3.0	3.1	2.8	3.2



**Fig. 4.1.7 Gráfica del coeficiente de reflexión para la componente con el vector de polarización paralela al poste en función de la frecuencia normalizada a la frecuencia central ( $f_{central}=32$  GHz).**

En un ancho de banda del 23 % se obtiene un coeficiente de reflexión menor a 0.05.



**Figura 4.1.8** Gráfica de la diferencia de fase en grados de los modos ortogonales de propagación en función de la frecuencia normalizada a la frecuencia central ( $f_{central}=32\text{ GHz}$ ).

Para este caso podemos observar un mejoramiento en el comportamiento de la fase diferencial. El ancho de banda donde la fase diferencial está en los límites de 80 grados a 100 grados se extendió de 12% a 14%, para estas frecuencias el coeficiente de elipticidad no excede de 1.5 dB.

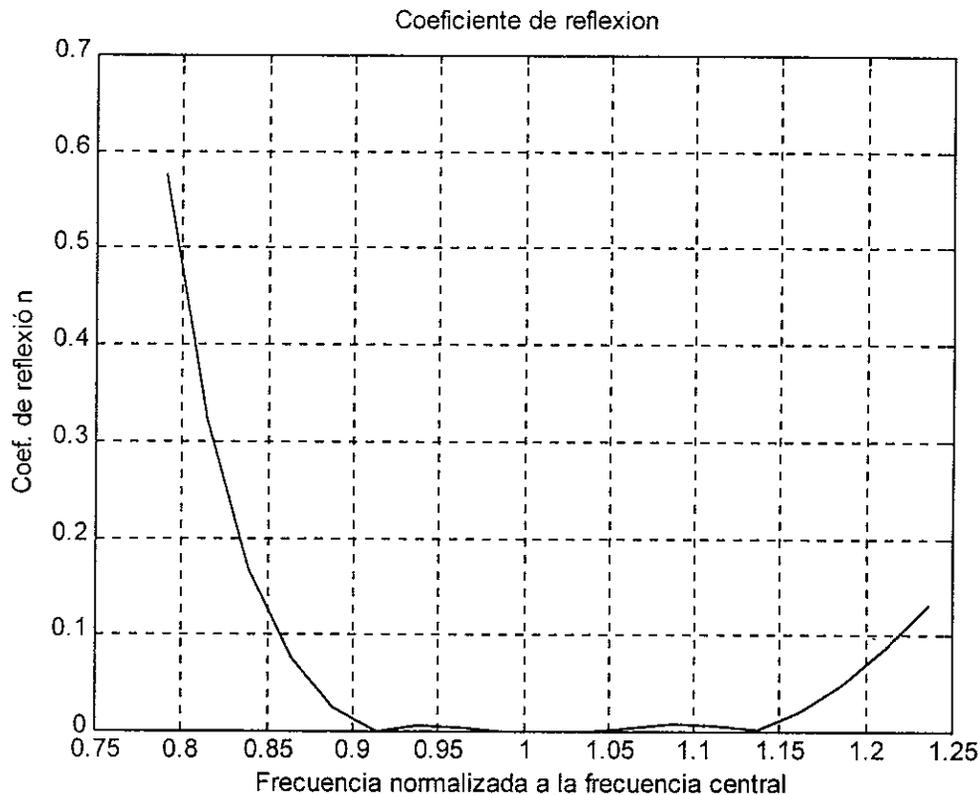
### Diseño III.

Se hace el cálculo de un polarizador basado en la guía de onda circular con radio de 3.6 mm con un poste de 2 mm de altura máxima y 0.4 mm de ancho. El diseño se hace para tres escalones.

Como resultado descritos en el capítulo 3 se obtienen los siguientes parámetros de la estructura:

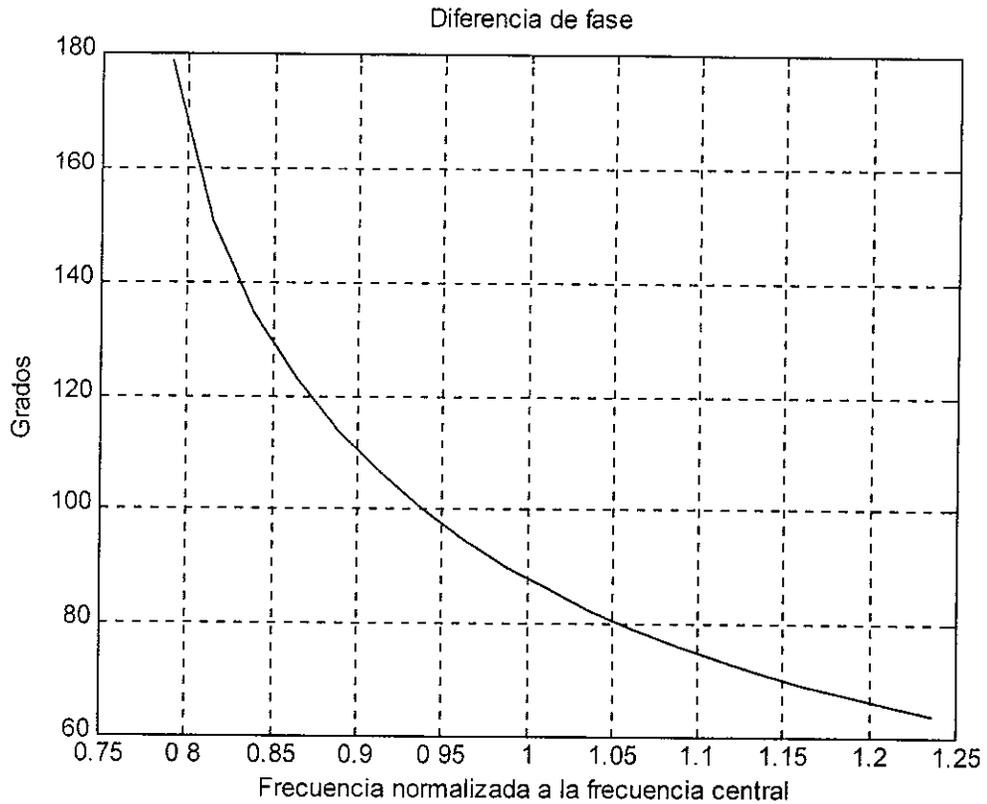
**Tabla 4.5** *Altura y longitud de los escalones del polarizador dado en mm.*

Altura	.5	1.3	1.8	2	1.8	1.3	.5
Longitud	3.4	3.1	2.8	1.4	2.8	3.1	3.4



**Fig. 4.1.9.** *Gráfica del coeficiente de reflexión para la componente con el vector de polarización paralela al poste en función de la frecuencia normalizada a la frecuencia central ( $f_{\text{central}}=32$  GHz).*

En un ancho de banda del 30 % se obtiene un coeficiente de reflexión menor a 0.05.



*Figura 4.1.10 Gráfica de la diferencia de fase en grados de los modos ortogonales de propagación en función de la frecuencia normalizada a la frecuencia central ( $f_{central}=32$  GHz.).*

Para una diferencia de fase entre 80 y 100 con coeficiente de elipticidad menor a 1.52 dB tiene un ancho de banda del 12 %.

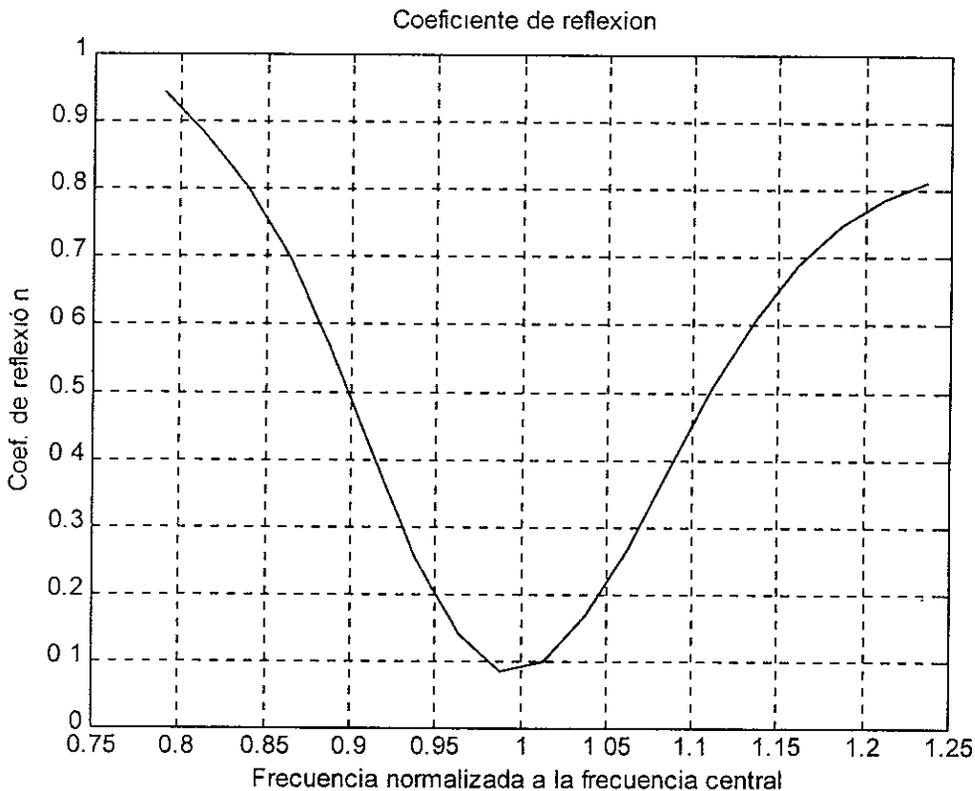
Como siguiente paso, el procedimiento standard de la optimización de Matlab fue aplicado al diseño.

La optimización resulta en la estructura descrita en la tabla 4.6.

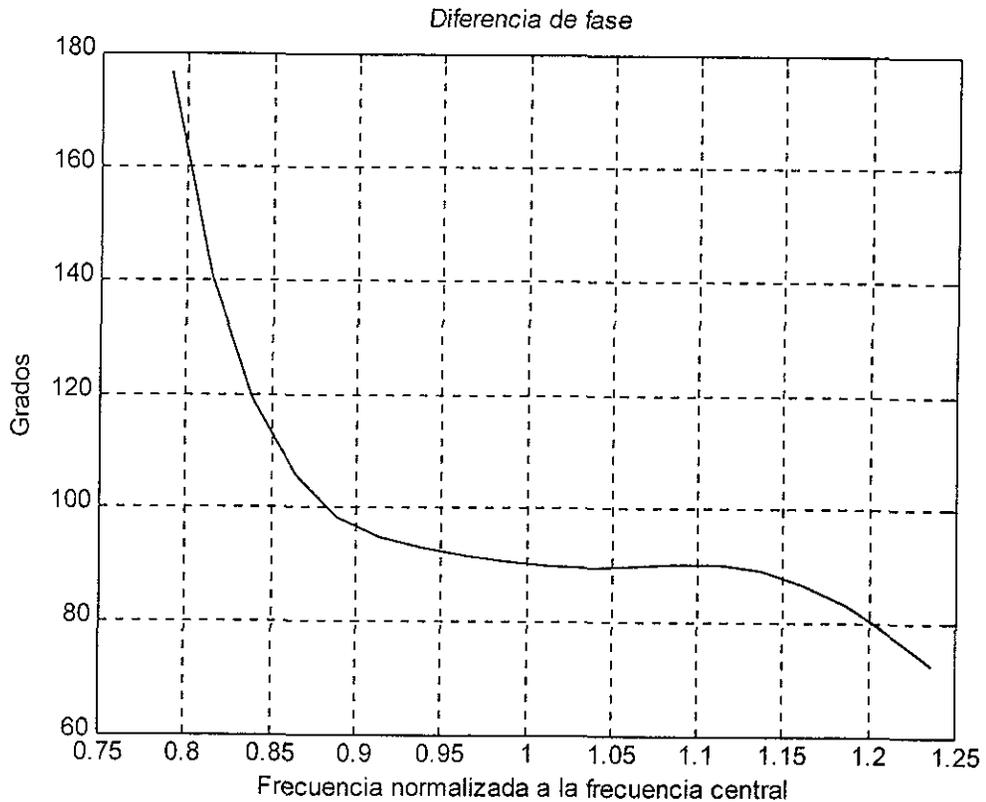
**Tabla 4.6** *Altura y longitud de los escalones del polarizador dado en mm.*

Altura	.2	1.7	1.9	.6	2.4	1.5	.1
Longitud	2.7	5.1	.9	2.8	.9	4.3	4.1

Los resultados de la simulación numérica están dados en la figura 4.1.11 y 4.1.12.



**Fig. 4.1.11.** *Gráfica del coeficiente de reflexión para la componente con el vector de polarización paralelo al poste en función de la frecuencia normalizada a la frecuencia central ( $f_{central}=32$  GHz).*



*Figura 4.1.12 Gráfica de la diferencia de fase en grados de los modos ortogonales de propagación en función de la frecuencia normalizada a la frecuencia de central ( $f_{\text{central}}=32 \text{ GHz}$ ).*

Podemos observar un ancho de banda grande (32 %) donde la fase diferencial esta dentro de los límites de 80 grados a 100 grados y coeficiente de elipticidad menor a 1.52 dB o 1.1914. Sin embargo, el diseño resulta poco práctico debido a la reflexión grande de la componente paralela al poste (fig. 4.1.11).

## 4.2 Resultados de la optimización del diseño.

La técnica de optimización permite tener un mínimo de coeficiente de reflexión y una diferencia de fase cercana a 90 grados en un ancho de banda. La forma como se realiza es buscar los valores adecuados de altura y longitud de cada escalón de tal forma que cumpla con las dos condiciones anteriores.

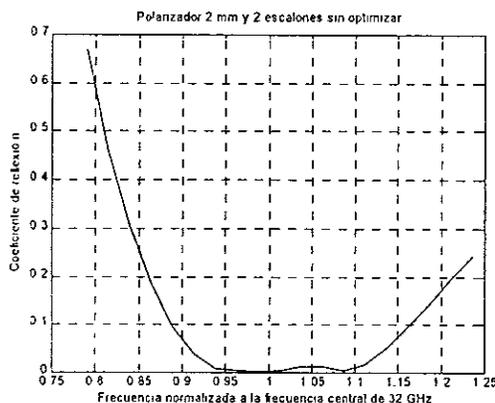
Se usa el método simplex que minimiza una función de error. El procedimiento es el siguiente. Se calcula el coeficiente de reflexión y la diferencia de fase en un intervalo cercano a la frecuencia central. Es decir, para cada frecuencia se calcula el coeficiente de reflexión y la diferencia de fase entre 90 grados y la diferencia de fase entre las dos componentes. Los valores mencionados constituyen los errores del funcionamiento del polarizador. Posteriormente estos valores se multiplican por un coeficiente de escala y se suman formando una función de error. Las iteraciones consisten en buscar el mínimo de la función de error modificando los parámetros de altura y longitud de cada escalón del polarizador.

Para 3 mm de altura máxima y 3 líneas de transmisión la optimización del diseño conserva la diferencia de fase cercana a 90 grados para un ancho de banda mayor, lo hace lo suficientemente lisa, a costa de que el ancho de banda para el coeficiente de reflexión se reduce. Es más angosto que en el caso del coeficiente de reflexión sin optimizar.

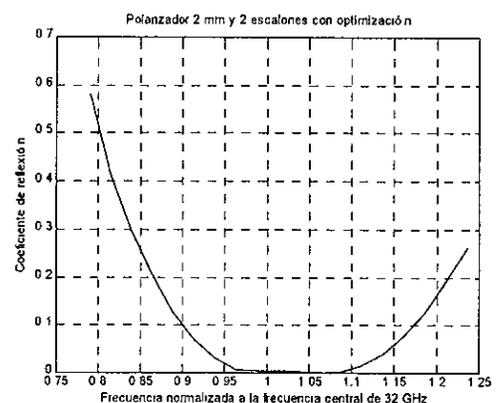
Las siguientes gráficas comparan los resultados sin la optimización y con la optimización para el polarizador con los siguientes parámetros:

$h_{\max}=2$  mm, 2 escalones y 0.4 mm de ancho del poste.

Coeficiente de reflexión para la componente con el vector de polarización paralela al poste en función de la frecuencia normalizada a frecuencia central de 32 GHz.

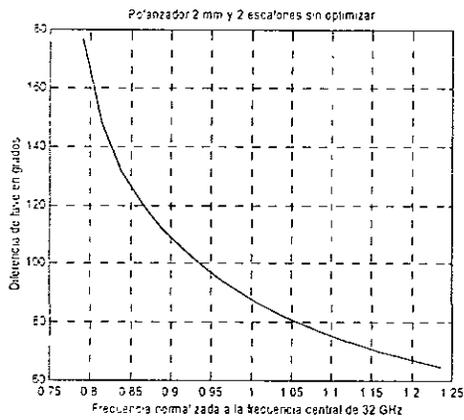


Sin optimización.

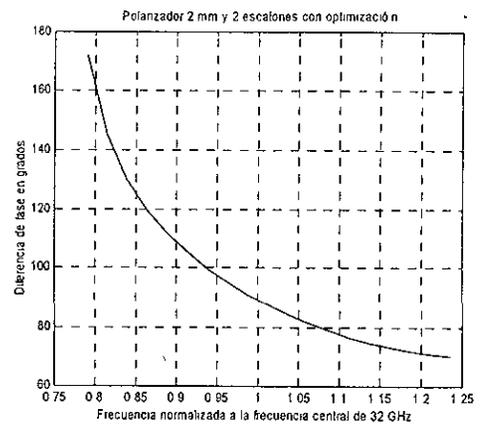


Con optimización.

Comparación de las gráficas de la diferencia de fase en grados de los modos ortogonales de propagación en función de la frecuencia normalizada a la frecuencia central de 32 GHz.

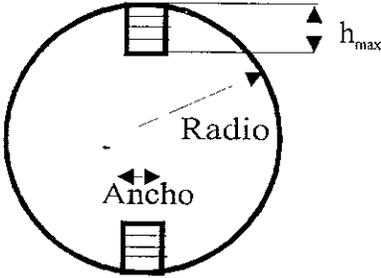


Sin optimización

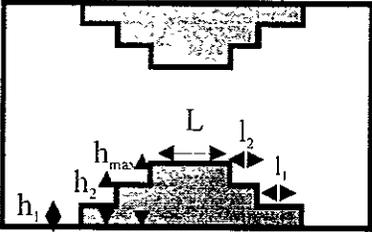


Con optimización

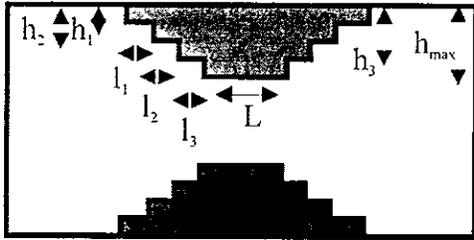
**4.3 Dibujos de la guía de onda con postes**



*4.3.1 Vista frontal de la guía de onda circular .*



*4.3.2 Vista lateral de la guía de onda circular con dos escalones.*



*4.3.3 Vista lateral de la guía de onda circular con tres escalones.*

#### **4.4 Conclusiones de los resultados del diseño.**

Para los diferentes casos de los diseños, se obtiene una respuesta favorable al observar que el coeficiente de reflexión tiene un valor mínimo y la diferencia de fase es cercana a 90 grados en la vecindad a la frecuencia central.

Al optimizar el diseño en el caso de 2 mm y 2 escalones, se obtiene una diferencia de fase cercana a 90 grados en un ancho de banda del 14% de la frecuencia central. Aún con el sacrificio de aumentar un poco las reflexiones en un ancho de banda del 20% de la frecuencia central el coeficiente de reflexión es menor a 0.05. Se obtienen las características de un buen diseño.

Para el caso de 1 mm de altura máxima del poste y dos escalones la diferencia de fase es cercana a 90 grados para la frecuencia central con una variación de 80 a 100 grados en un ancho de banda del 10%. Al ser optimizado el cálculo del polarizador se observa como aumenta el ancho de banda a un poco mas del 10% de la frecuencia central a cambio de obtener una mejor respuesta en el coeficiente de reflexión. Antes de optimizar el diseño del coeficiente de reflexión tiene un valor mínimo en un ancho de banda del 9%; después de ser optimizado se asegura un mínimo de reflexiones para un valor un poco mas del 10% de ancho de banda.

Se aprecia que el mejor caso del polarizador es para un diseño con un poste de altura máxima de 2 mm con 2 escalones. En otros casos no se obtiene tan buena respuesta de sus características, ni se mejoran sus características con la optimización.

## 5. Resultados

### 5.1 Resultados experimentales.

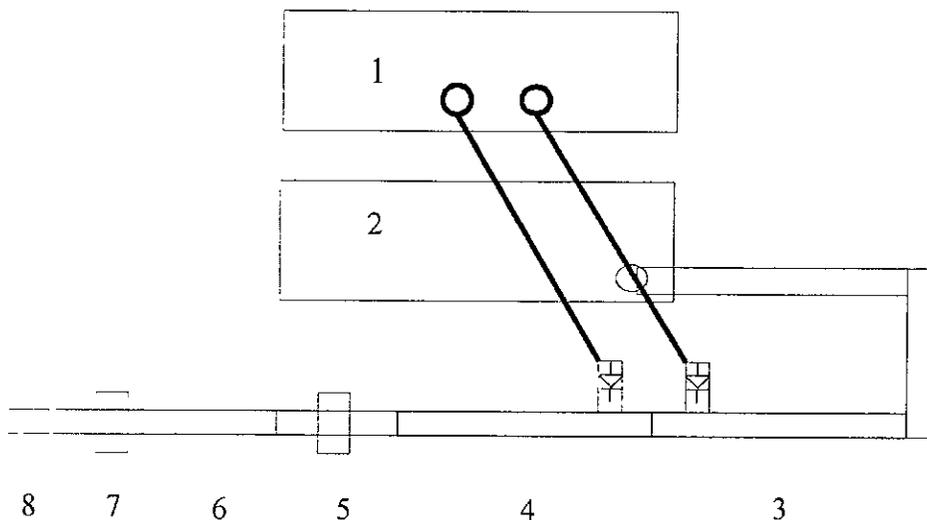
Con el propósito de verificar los resultados de cálculo el polarizador fabricado fue investigado experimentalmente.

El coeficiente de reflexión y la fase diferencial fueron caracterizados en las frecuencias de 33 a 38 GHz.

Se propone hacer las mediciones en el laboratorio con el siguiente equipo:

- a) Medidor de razón de onda estacionaria.
- b) Generador de barrido para ondas milimétricas.
- c) 2 Acopladores direccionales.
- d) Polarizador.
- e) Carga acoplada a la guía de onda rectangular.

El sistema se arma para hacer las mediciones ver fig. 5.1.1



- 1.- Medidor de razón de ondas estacionarias.
- 2.- Generador de barrido.
- 3.- Acoplador direccional.
- 4.- Acoplador direccional.
- 5.- Adaptador de guía de onda rectangular a guía de onda circular.
- 6.- Polarizador de guía de onda circular.
- 7.- Adaptador de guía de onda circular a guía de onda rectangular.
- 8.- Carga acoplada a la guía de onda rectangular.

**Figura 5.1.1. Instalación del equipo de medición.**

El polarizador utilizado tiene las dimensiones siguientes:

El radio de la guía de onda circular es de 3.6 mm, el ancho del poste es de 0.5 mm, la altura máxima del poste es de 2 mm y se usan dos escalones de la pared de la guía a la altura máxima del poste.

*Tabla 5.1.1. Dimensiones del polarizador de radio 3.6 mm, ancho del poste de 0.5 mm, los valores están dados en mm.*

	Escalón	Escalón	Poste central	Escalón	Escalón
Altura	.83	1.67	2	1.67	.83
Longitud	2.5	2.35	4.9	2.35	2.5

Se hacen las mediciones de la razón de onda estacionaria en el intervalo de 33 GHz. a 39 GHz.

El medidor de la razón de onda estacionaria 1 presenta gráficamente las lecturas obtenidas por medio de los acopladores direccionales, mide la señal incidente y la señal reflejada.

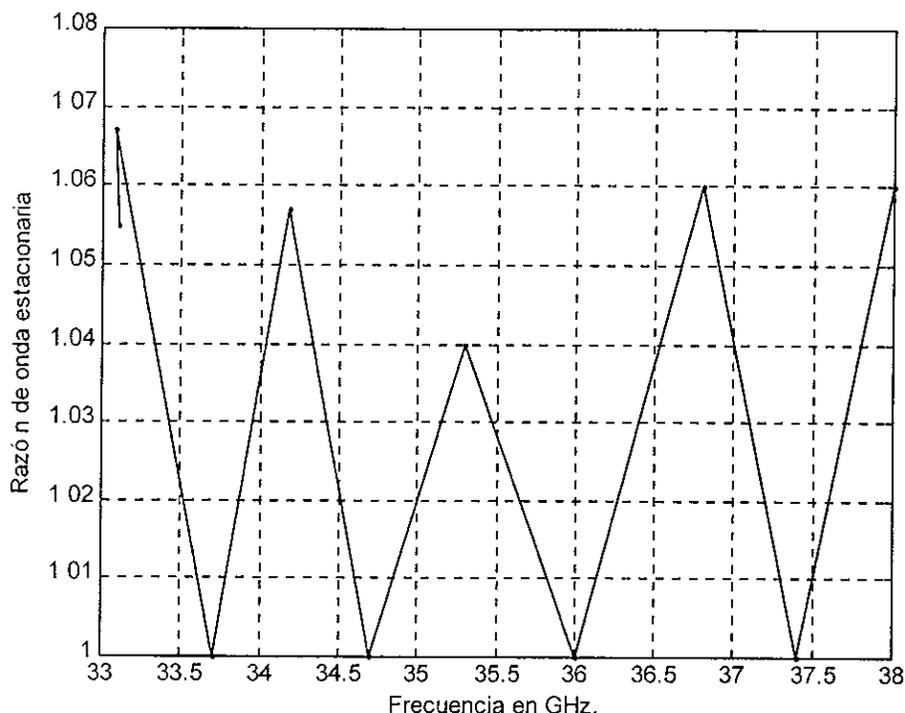
Para verificar el comportamiento de los adaptadores de la guía de onda rectangular a guía de onda circular 5, la primera medición se hace sin el polarizador 6.

Los valores obtenidos de ROE sin el polarizador se muestran en la tabla 5.1.2 y en la figura 5.1.2.

*Tabla 5.1.2. Valores de R.O.E. y frecuencia para los máximos y mínimos en el intervalo de 30 a 40 GHz.*

	Frecuencia en GHz	R.O.E.
Mínimo	33.08	1.067
Máximo	33.10	1.055
Mínimo	33.70	1
Máximo	34.18	1.057
Mínimo	34.70	1
Máximo	35.30	1.04
Mínimo	36.0	1
Máximo	36.8	1.06
Mínimo	37.4	1
Máximo	38.0	1.06

Podemos observar los pequeños valores del ROE, lo que significa el excelente funcionamiento de los adaptadores.



*Fig. 5.1.2. Gráfica de valores de ROE y frecuencia para los máximos y mínimos sin polarizador.*

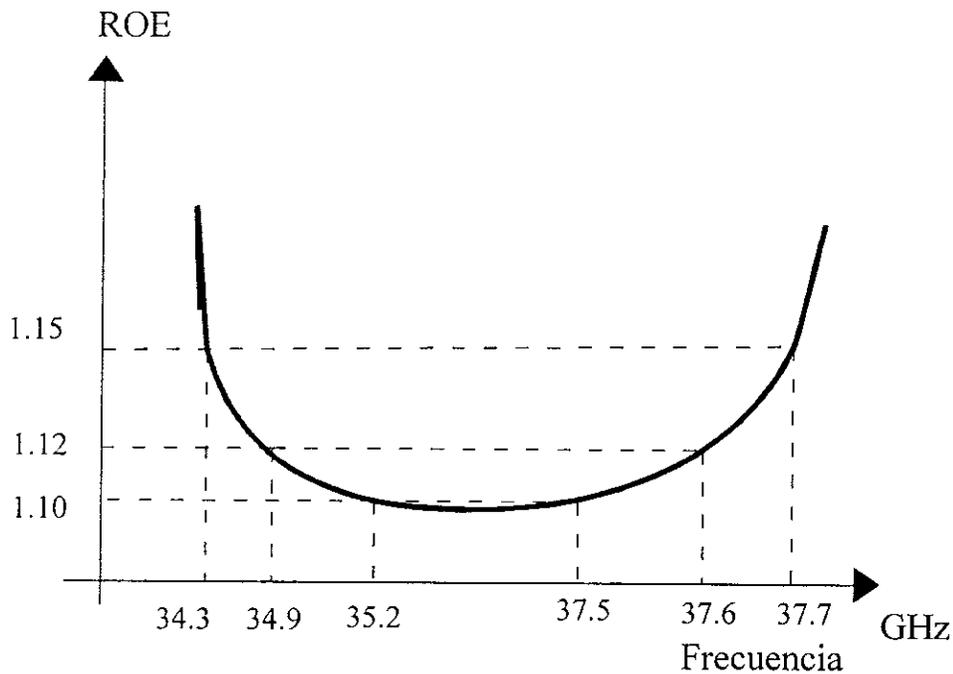
De la figura 5.1.2 se observa que la razón de onda estacionaria es menor a 1.07 en el ancho de banda de 35.2 a 37.5 GHz.

Se inserta el polarizador de tal modo que el plano de los postes es paralelo al plano de polarización y se obtienen las mediciones mostradas en la tabla 5.1.3.

*Tabla 5.1.3. Valores de R.O.E. y frecuencia obtenidas con el polarizador.*

Frecuencia GHz.	R.O.E.
34.3	1.15
34.9	1.12
35.2	1.10
37.5	1.10
37.6	1.12
37.7	1.15

Se obtiene una razón de onda estacionaria menor a 1.1 de 35.2 GHz a 37.5 GHz. En este intervalo la respuesta de ROE es muy plana. (Figura 5.1.3).



*Fig.5.1.3. Gráfica de los valores de la razón de onda estacionaria de la onda incidente para frecuencias de 35 a 38 GHz.*

En el laboratorio no contamos con el equipo para medir la fase en la banda Ka. Por eso fue usado un método indirecto de medición que permite conocer las características de magnitud del coeficiente de reflexión y encontrar la fase diferencial.

Para medir la diferencia de fase, el polarizador fue colocado de tal modo que el plano de los postes constituye un ángulo de 45 grados con el plano de polarización de la onda incidente.

La onda incidente de polarización vertical al pasar a través del polarizador se convierte en la onda de polarización elíptica. Solo la componente vertical de la onda en la salida del polarizador pasa a través del adaptador y desaparece en la carga acoplada.

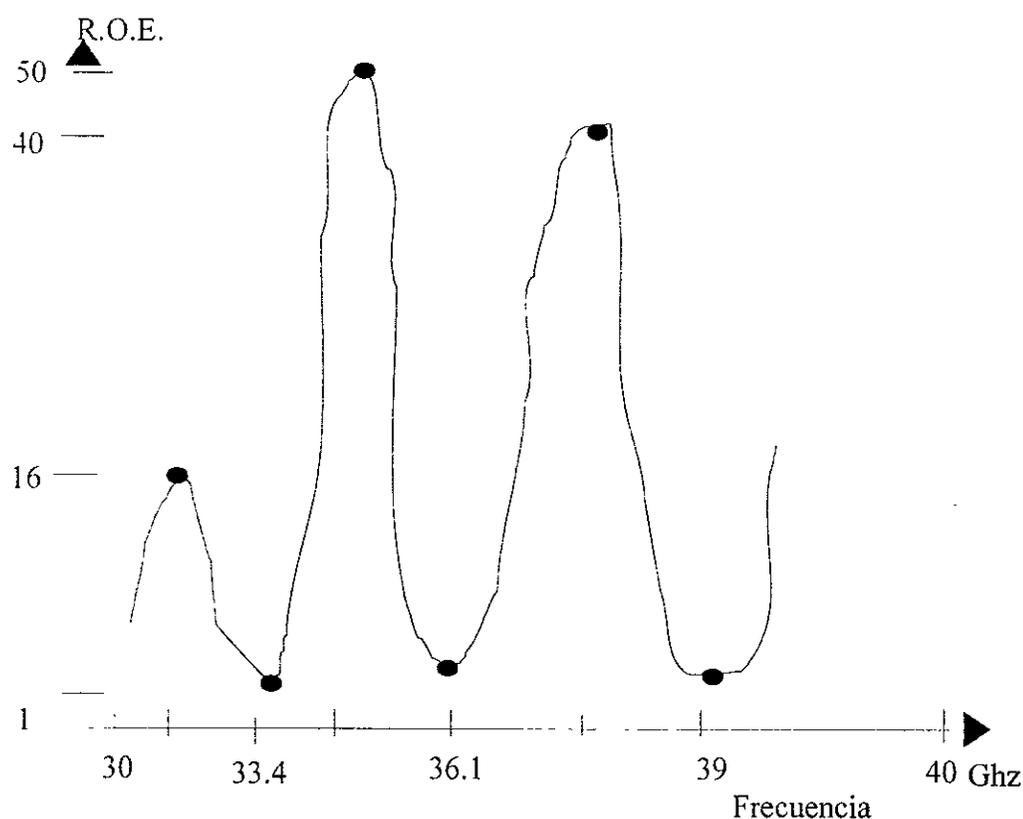
La componente horizontal se refleja totalmente del adaptador y otra vez pasa a través del polarizador.

Como resultado de las reflexiones múltiples mencionadas el coeficiente de reflexión del polarizador tiene forma de una curva con varios mínimos y máximos. El resultado de medición se presenta en la tabla figura 5.1.4 y en la tabla 5.1.4.

*Tabla 5.1.4 Mediciones con múltiples reflexiones de la frecuencia y R.O.E.*

	Frecuencia GHz	R.O.E.
Máximo	32.3	16
Mínimo	33.4	2.4
Máximo	34.8	50
Mínimo	36.1	1.84
Máximo	37.3	40
Mínimo	39	1.6

En la figura 5.1.4 se observa como los valores mínimos cada vez obtienen un valor menor de razón de onda estacionaria conforme aumenta la frecuencia de 30 GHz a 40 GHz.



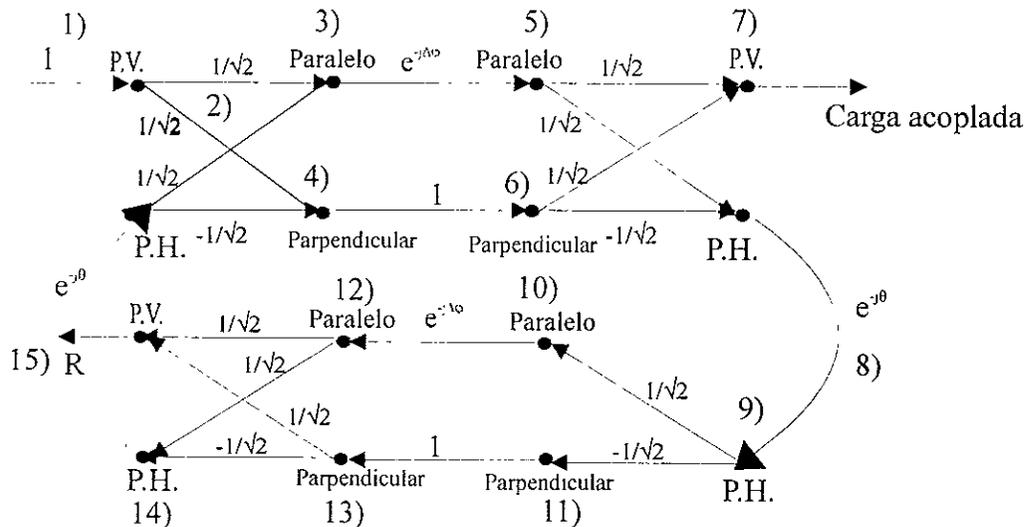
*Figura 5.1.4 Gráfica de los máximos y mínimos con el polarizador a 45 grados.*

Ahora podemos utilizar el método propuesto por el Dr. M. Ivanishin [17] de Moscú para encontrar la diferencia de fase.

Es importante conocer la diferencia de fase en el polarizador, por esto se procede a estudiar las reflexiones por el siguiente procedimiento.

Al colocar el polarizador con el plano paralelo a los postes a 45 grados respecto a vertical se producen valores máximos y mínimos de la razón de onda estacionaria como se muestra en la figura 5.1.4.

Para su estudio se hace el siguiente diagrama de flujo.



**Figura 5.1.5. Diagrama de flujo de las reflexiones múltiples que se producen en el polarizador:**

**P.V.** Es la polarización vertical.

**P.H.** Es la polarización horizontal.

En la figura 5.1.5 se observa el diagrama de flujo que representa las reflexiones en el sistema con el polarizador colocado a 45 grados. Para elaborar el diagrama de flujo se tiene el siguiente procedimiento:

1.- La onda entra al polarizador con polarización vertical (P.V.). La magnitud de onda es 1.

2.- Se obtiene dos componentes una con polarización paralela a los postes y la otra con polarización ortogonal a los postes. La magnitud de cada una de estas componentes es de  $\frac{1}{\sqrt{2}}$ .

3.- Con polarización paralela a los postes el retraso de fase esta dado por  $e^{-j\Delta\phi}$ .

4.- Con polarización ortogonal a los postes no hay retraso de fase por eso se tiene un factor de 1.

- 5.- La polarización paralela a los postes se divide en polarización vertical con un factor de  $\frac{1}{2}$  y polarización horizontal con un factor de  $\frac{1}{\sqrt{2}}$  debido a la proyección sobre el plano vertical y el plano horizontal.
- 6.- La polarización perpendicular a los postes se divide en polarización vertical con un factor de  $\frac{1}{2}$  y polarización horizontal con un factor de  $-\frac{1}{\sqrt{2}}$  debido a la proyección sobre el plano vertical y el plano horizontal.
- 7.- La polarización vertical continua su trayecto a la carga acoplada donde se absorbe la energía y no hay reflexiones.
- 8.- La polarización horizontal se refleja con un desfase  $\theta$  produciendo un factor de  $e^{-j\theta}$ . El ángulo  $\theta$  depende de la distancia entre el polarizador y del adaptador, así como de la frecuencia.
- 9.- La polarización horizontal se descompone en polarización paralela con un factor de  $\frac{1}{2}$  y polarización perpendicular con un factor de  $-\frac{1}{\sqrt{2}}$ .
- 10.- La polarización paralela tiene un retraso de fase en el polarizador de  $\Delta\varphi$  por esto se agrega un factor de  $e^{-j\Delta\varphi}$ .
- 11.- La polarización perpendicular no tiene retraso de fase en el polarizador por esto se agrega un factor de 1.
- 12.- La polarización paralela se divide en polarización vertical y en polarización horizontal con un factor de  $\frac{1}{2}$  cada uno donde la polarización vertical representa la reflexión.
- 13.- La polarización perpendicular se divide en polarización vertical con un factor de  $-\frac{1}{2}$  y en polarización horizontal con un factor de  $-\frac{1}{\sqrt{2}}$  cada uno donde la polarización vertical representa la reflexión.
- 14.- La polarización horizontal se divide en polarización paralela a los postes con un factor de  $\frac{1}{2}$  que sigue en forma iterativa al paso 3 y en polarización perpendicular a los postes con un factor de  $-\frac{1}{\sqrt{2}}$  que sigue en forma iterativa al paso 4.

15.- La polarización vertical continúa su trayecto siendo la reflexión de la onda.

Este procedimiento nos permite obtener una expresión de las reflexiones en función de la diferencia de fase de las polarizaciones que se producen dentro del polarizador.

Ahora el problema consiste en obtener una expresión para el coeficiente de reflexión. Es igual al obtener el coeficiente de transmisión de 1 a R en el diagrama presentado en la figura 5.1.5.

El diagrama anterior se analiza por medio de la regla de Mason [1 p. 248]. Como resultado es posible calcular R [1 p. 249 ec. 5.97]:

$$R = \frac{P_1[1 - \sum L(1)^1 + L(2)^1 - \dots] + P_2[1 - \sum L(1)^2 + \dots] + \dots}{1 - \sum L(1) + \sum L(2) - \sum L(3) + \dots} \quad (5.1.1)$$

donde  $P_1, P_2, \dots$  son los coeficientes de las posibles trayectorias conectando a las variables independientes y a las variables dependientes.

$\sum L(1), \sum L(2) \dots$  son las sumas de todas las trayectorias cerradas de primer orden, de segundo orden, etc.

$\sum L(1)^1, \sum L(2)^1 \dots$  son las sumas de todas las trayectorias cerradas de primer orden, de segundo orden, etc., que no tocan la primer trayectoria entre las variables.

$\sum L(1)^2, \sum L(2)^2 \dots$  son las sumas de todas las trayectorias cerradas de primer orden, de segundo orden, etc., que no tocan la segunda trayectoria entre las variables. Se hace para todas las trayectorias entre las variables independientes y dependientes.

Para este diagrama, la reflexión es igual a la suma de todas las trayectorias  $P_i$  posibles de los factores que se producen desde el inicio (punto 1) hasta el valor reflejado  $R$  dividido entre uno menos todas las trayectorias cerradas posibles  $L_i(1)$  del diagrama de flujo (fig. 5.1.5).

$$R = \frac{P_1 + P_2 + P_3 + P_4}{1 - L_1(1) - L_2(2) - L_3(3) - L_4(4)} \quad (5.1.2)$$

Siguiendo las trayectorias desde el inicio de la onda incidente hasta el punto de la reflexión R cada trayectoria tiene los siguientes pesos:

$$P_1 = \frac{1}{4} e^{-j2\Delta\varphi} e^{-j\theta}, \quad P_2 = -\frac{1}{4} e^{-j\theta} e^{-j\Delta\varphi}, \quad P_3 = -\frac{1}{4} e^{-j\theta} e^{-j\Delta\varphi},$$

$$P_4 = \frac{1}{4} e^{-j\theta}.$$

y las trayectorias cerradas con el peso de cada una de las ramas de las trayectorias se obtienen los siguientes pesos:

$$L_1 = \frac{1}{4} e^{-j2\theta} e^{-j2\Delta\varphi}, \quad L_2 = \frac{1}{4} e^{-j2\theta} e^{-j\Delta\varphi}, \quad L_3 = \frac{1}{4} e^{-j2\theta} e^{-j\Delta\varphi},$$

$$L_4 = \frac{1}{4} e^{-j2\theta}.$$

Dado que todas las trayectorias cerradas se tocan entre sí, se eliminan los términos  $L(1)^1, L(2)^1, L(3)^1, \dots, L(1)^2, L(2)^2, L(3)^2, \dots, etc.$

Así aplicando en la fórmula (5.1.2) se obtiene la expresión (5.1.3)

$$R = \frac{\frac{1}{4} e^{-2j\Delta\varphi} e^{-j\theta} - \frac{1}{4} e^{-j\theta} e^{-j\Delta\varphi} - \frac{1}{4} e^{-j\theta} e^{-j\Delta\varphi} + \frac{1}{4} e^{-j\theta}}{1 - \left( \frac{e^{-j2\theta} e^{-j2\Delta\varphi}}{4} + \frac{e^{-j2\theta} e^{-j\Delta\varphi}}{4} + \frac{e^{-j2\theta} e^{-j\Delta\varphi}}{4} + \frac{e^{-2j\theta}}{4} \right)} \quad (5.1.3)$$

Se reduce algebraicamente obteniendo la expresión (5.1.4)

$$R = \frac{\frac{1}{4} e^{-j\theta} [e^{-j\Delta\varphi} - 1]^2}{1 - \frac{e^{-j2\theta}}{4} [e^{-j\Delta\varphi} + 1]^2} \quad (5.1.4)$$

Analizando la fórmula (5.1.4) podemos ver que para cada fase diferencial  $\Delta\varphi$  el coeficiente de reflexión R tiene mínimo cuando  $\theta$  alcanza un cierto valor mínimo  $\theta_{\min}$ . Por eso, a cada valor de  $\Delta\varphi$  corresponde el valor de  $R_{\min}$ . La dependencia correspondiente se refleja en la tabla 5.1.5.

**Tabla 5.1.5. Valores fase diferencial y  $ROE_{\min}$ .**

$\Delta\varphi$ (Grados)	$ROE_{\min}$
0	1
5	1.00
10	1.00
15	1.01
20	1.03
25	1.04
$\Delta\varphi$ (Grados)	$ROE_{\min}$
30	1.07
35	1.09

40	1.13
45	1.17
50	1.21
55	1.27
60	1.33
65	1.40
70	1.49
75	1.58
80	1.70
85	1.83
90	2
95	2.19
100	2.42
105	2.69
110	3.03
115	3.46
120	4
125	4.69
130	5.59
135	6.82
140	8.54
145	11.00
150	14.92
155	21.34
160	33.16
165	58.69
170	131.61
175	525.58
180	$\infty$
185	525.58
190	131.64
195	58.69
200	33.16
205	21.34
210	14.92
215	11.05
220	8.54
225	6.82
230	5.59
235	4.69
240	4
$\Delta\varphi$ (Grados)	ROE <sub>min</sub>
245	3.46
250	3.03

255	2.69
260	2.42
265	2.19
270	2
275	1.83
280	1.70
290	1.58
295	1.49
300	1.40
305	1.33
310	1.27
315	1.21
320	1.17
325	1.13
330	1.09
335	1.07
340	1.04
345	1.03
350	1.01
355	1.00
360	1

Con los datos obtenidos en el laboratorio para los valores mínimos del ROE con el apoyo en la tabla 5.1.5, podemos encontrar la fase diferencial  $\Delta\phi$  como se muestra en la tabla 5.1.6.

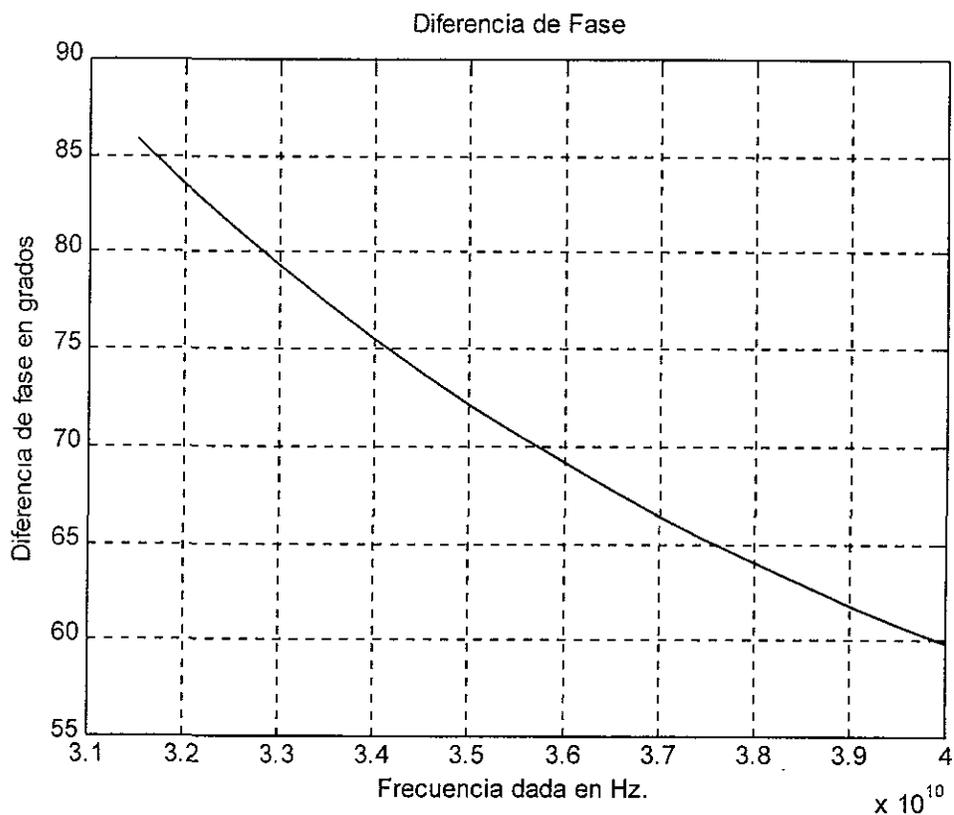
*Tabla 5.1.6. Valores de razón de onda estacionaria y diferencia de fase para diferentes frecuencias en el polarizador.*

Frecuencia (GHz)	R.O.E.	Diferencia de fase
33.4	2.4	100 Grados
36.1	1.84	85 Grados
39	1.6	75 Grados

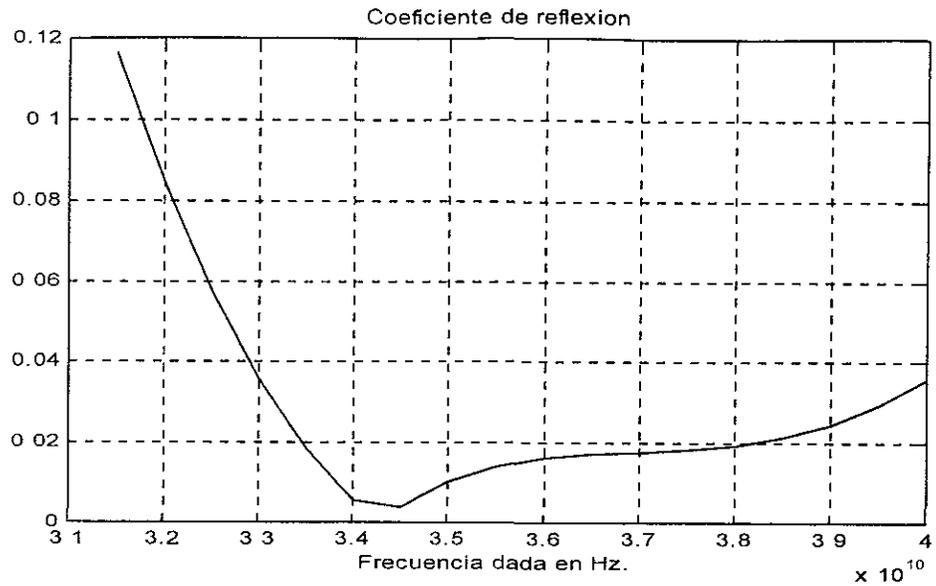
De estos valores obtenidos el mínimo de ROE que se presenta a 36.1 GHz corresponde a la fase diferencial de 85 grados, que es un valor muy cercano a 90 grados. El caso de la frecuencia de 33.4 GHz y R.O.E. de 2.4 la diferencia de fase es de 100 grados y en el caso del mínimo que se encuentra a 39 GHz la R.O.E. de 1.6 la diferencia de fase disminuye a 75 grados.

Se puede comparar el resultado experimental de la diferencia de fase del polarizador con los resultados del cálculo utilizado en el laboratorio. La figura 5.1.7 muestra la diferencia de fase calculada para el polarizador. Se tiene una diferencia de fase de 69 grados para 36 GHz.

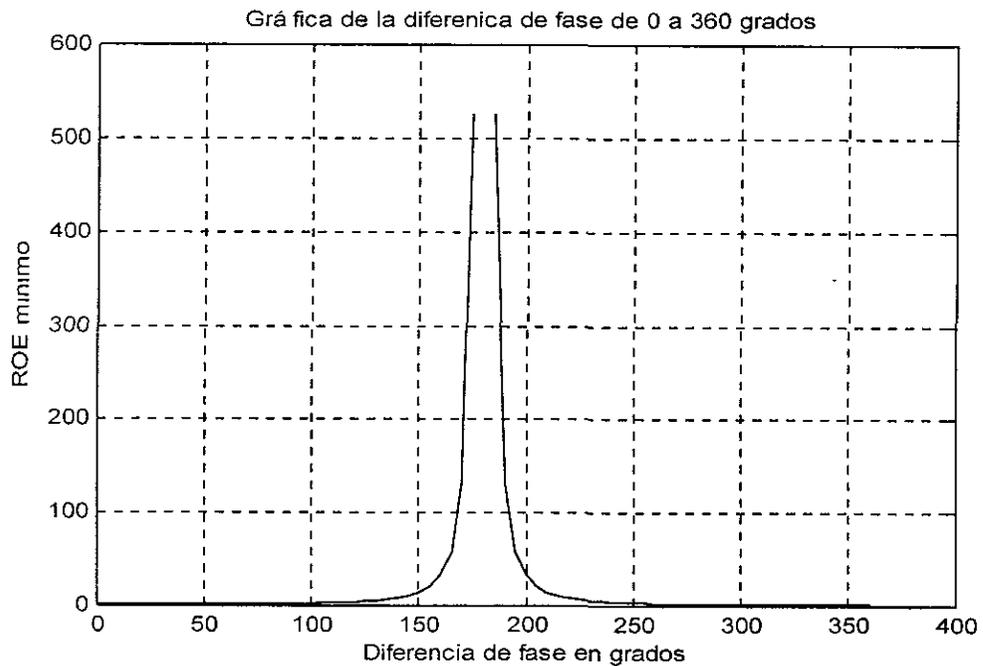
El valor experimental observado en la frecuencia  $f=36.1$  GHz es de 85 grados. La discrepancia en la diferencia de fase se debe a que en cada esquina de los escalones se produce una reactancia capacitiva que da lugar a un retraso de 2 o 3 grados por cada esquina de cada escalón.



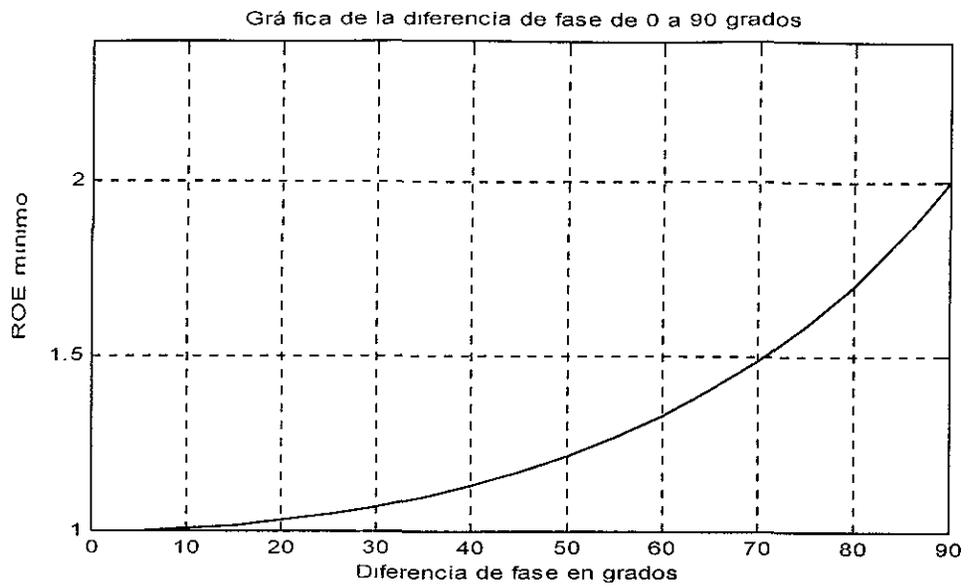
*Figura 5.1.7. Gráfica de la diferencia de fase en función de la frecuencia del polarizador de 2 escalones, altura máxima de 2 mm, ancho del poste de 0.5 mm, y radio 3.6 mm.*



*Figura 5.1.8. Gráfica del coeficiente de reflexión en función de la frecuencia del polarizador de 2 escalones, altura máxima de 2 mm, ancho del poste de 0.5 mm, y radio 3.6 mm.*



*Figura 5.1.9 Gráfica de la razón de onda estacionaria mínima en función de la diferencia de fase en grados de 0 a 360 grados*



*Figura 5.1.10. Gráfica de la razón de onda estacionaria mínima en función de la diferencia de fase en grados de 0 a 90 grados.*

## 5.2 Conclusiones del capítulo 5.

Comparando los valores experimentales con los valores calculados, podemos observar que el coeficiente de reflexión es mínimo en la vecindad de la frecuencia central.

La diferencia de fase que se produce dentro del polarizador se calcula haciendo el análisis de las reflexiones del sistema que contiene el polarizador. La regla de Mason se aplica al diagrama de flujo y se obtiene un método indirecto para conocer la reflexión en función de la fase.

Para la frecuencia de 33.4 GHz se obtuvo experimentalmente una diferencia de fase de 100 grados y el valor calculado de la diferencia de fase es de 77 grados. El valor calculado y el valor experimental tienen una diferencia de 22 grados.

La diferencia de fase calculada para el polarizador es de 69 grados para 36 GHz. El valor experimental observado en la frecuencia de 36.1 GHz tiene una diferencia de fase de 85 grados. La discrepancia de los valores teóricos y experimentales para 36 GHz es de 16 grados.

Experimentalmente para la frecuencia de 39 GHz se obtuvo una diferencia de fase de 75 grados. El valor calculado de la diferencia de fase es de 62 grados para 39 GHz. Comparando el valor experimental y el valor teórico difieren por 13 grados.

Al aumentar la frecuencia podemos observar tanto para los valores teóricos como para los valores experimentales la disminución de la diferencia de fase.

La diferencia entre los valores teóricos y los valores experimentales para las diferentes frecuencias varían entre 15 o 20 grados. La discrepancia se debe a la reactancia capacitiva de los escalones que da lugar a un retraso de fase de 2 o 3 grados por escalón.

## 6. Conclusión general de la tesis.

1. Es importante elegir el método de transmisión adecuado a la polarización de la onda electromagnética a transmitir.
2. El uso de diferentes polarizaciones permite enviar diferente información en la misma frecuencia y por consecuencia, aprovechar mas el medio de transmisión. La guía de onda circular soporta la polarización lineal y la polarización circular.
3. Existen diferentes técnicas para la elaboración del polarizador. El polarizador con guía de onda circular con poste tiene la menor longitud de la guía y es importante en el ahorro de espacio y peso en los sistemas de comunicaciones.
4. En el acoplamiento de impedancias se utiliza el transformador binomial por presentar un ancho de banda mas amplio, valores mínimos de coeficiente de reflexión.
5. La técnica de resonancia transversa es un método simple y directo que permite calcular la frecuencia de corte y la impedancia característica de la línea de transmisión de sección compleja.
6. Fueron diseñados diferentes polarizadores con valores mínimos de coeficiente de reflexión y diferencia de fase de 90 grados para la frecuencia central.  
Se hicieron diseños con diferentes alturas del poste central y del número de escalones para obtener diferentes resultados. Al aumentar la altura del poste central se aumenta el ancho de banda con mínimo coeficiente de reflexión y diferencia de fase entre 80 y 100 grados. Al aumentar el número de escalones se aumenta el ancho de banda para el coeficiente de reflexión.  
El polarizador diseñado se caracteriza por tener coeficiente de elipticidad menor a 1.5 dB en un ancho de banda de 10%.  
La optimización del diseño permite calcular las dimensiones (altura y longitud) de los escalones mejorando las características de diferencia de fase y coeficiente de reflexión.
7. La discrepancia entre los valores teóricos y los valores experimentales de la diferencia de fase para las diferentes frecuencias existe debido a la reactancia capacitiva producida por la esquina de cada uno de los escalones del polarizador.

## 7. Bibliografía.

- [1] David M. Pozar.  
"Microwave Engineering."  
Addison Wesley 1990.
  
- [2] Constantine A. Balanis.  
"Advanced Engineering Electromagnetics."  
John Wiley and sons 1989.
  
- [3] Edward C. Jordan & Keith Balmain.  
"Ondas electromagnéticas y sistemas radiantes."  
Segunda edición. Paraninfo 1978.
  
- [4] R. E. Collin.  
"Foundations for microwave engineering."  
Mc Graw Hill 1966.
  
- [5] E. Nava and J.M. Rebollar.  
"A comparative study of Schelkunoff methods for the analysis of  
homogeneous waveguides with arbitrary cross-section."  
Proc. URSI EM Theory Symposium, pp 103-104.  
Stokholm, August 1989.
  
- [6] A. Wexler.  
"Solution of waveguide discontinuities by modal analysis."  
IEEE Trans. Microwave Theory Tech., vol. 15, pp. 508-517.  
September 1967.
  
- [7] H. Patzelt and F. Arndt.  
"Double planar steps in rectangular waveguides and their applications  
to transformers, irises and filters."  
IEEE Trans. Microwave Theory Tech,  
Vol. 30,pp. 771-776, May 1982.
  
- [8] R.W. Grunner.  
"Design procedure for distributed reactance waveguide polarizer."  
Proc of IEEE AP-S 1985. pp. 635-638.

- [9] J. Esteban, and J.M. Rebollar.  
"Characterization of corrugated waveguides by modal analysis."  
IEEE Trans. on Microwave Theory and Techn.,  
vol 39, No.6, June -1991.pp.937-943.
- [10] K: Sarabandi.  
"A waveguide polarization controller."  
IEEE Trans. on Microwave Theory and Tech. 42 (1994),  
pp 2171-2174.
- [11] U. Balaji and R. Vahldieck.  
"Mode-matching analysis of circular-ridged waveguide  
discontinuities"  
IEEE Trans Microwave Theory Tech 46 (1998), pp 191-195.
- [12] P. Silvester.  
"A general high-order finite element waveguide analysis program."  
IEEE Trans Microwave Theory Tech MTT-17 (1969).
- [13] J. Montejo-Garai.  
"Full wave analysis of tuning and coupling post in dual-mode circular  
waveguides filters."  
Microwave Opt Technol Lett (1994), 505-507.
- [14] J. Montejo-Garai and Juan Zapata.  
"Full-wave design of dual-band doble septum circular waveguide  
polarizers."  
Microwave and optical technology letters/ Vol.20 No.2. January 20  
1999.
- [15] J.H. Bryant.  
"Coaxial transmission lines , Related Two Conductor Transmission  
Lines: A U.S. Historical Perspective."  
IEEE Trans. Microwave Theory and Techniques, Vol. MTT-32 pp.  
970-983, September 1984.
- [16] Comunicación personal.  
Autor: Dra. Orleanskaya  
Lugar: Moscú

- [17] Comunicación personal:  
Autor: Ivanshin.  
Instituto de Investigación de Radiofísica.  
Lugar: Moscú.
- [18] J.M. Rebollar.  
"Broadband corrugated polarisers using diferents kinds of  
corrugations."  
Proc. of IEEE AP-S 1985. pp.639-642.