



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

FACULTAD DE CIENCIAS

ESTUDIO COMPARATIVO EN EL PAGO DEL SEGURO DE SOBREVIVENCIA DERIVADO DE LA PENSION DE VEJEZ

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TITULO DE:

A C T U A R I O

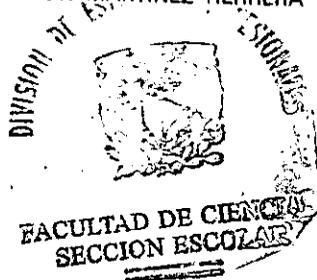
P R E S E N T A :

Y A Ñ E Z S A L I N A S E F R E N



DIRECTOR DE TESIS: ACT. MARTINEZ HERRERA MIGUEL ANGEL

MEXICO, D.F.



OCTUBRE 2000



Universidad Nacional  
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

**Biblioteca Central**



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.



UNIVERSIDAD NACIONAL  
AUTÓNOMA DE  
MÉXICO

**MAT. MARGARITA ELVIRA CHÁVEZ CANO**  
Jefa de la División de Estudios Profesionales de la  
Facultad de Ciencias  
Presente

Comunicamos a usted que hemos revisado el trabajo de Tesis:

**Estudio Comparativo en el Pago del Seguro de Sobrevivencia Derivado de la Pensión de Vejez.**

realizado por **Yañez Salinas Efrén**

con número de cuenta **9318177-0**, pasante de la carrera de **Actuaría.**

Dicho trabajo cuenta con nuestro voto aprobatorio.

Atentamente

Director de Tesis **Act. Martínez Herrera Miguel Angel.**

Propietario **Act. García Castillo Francisco.**

Propietario **Act. Villegas Azcorra Ricardo.**

Suplente **Act. Melgarejo Briseño Manuel.**

Suplente **Lic. en Eco. Ventura Hernández Fidel Eduardo.**

**Consejo Departamental de Matemáticas.**

**M. en C. Flores Díaz José Antonio**

**MATEMÁTICAS**

Dedicado a:

**Yañez Mejía Carlos E.  
Salinas López Yolanda**

Mis queridos padres por todo el apoyo  
que siempre me han brindado.

Octubre del 2000

# CONTENIDO

<b>CAPITULO UNO</b>	<b>Sistema Chileno</b>	<b>8</b>
1.1.	Aspectos generales	8
1.2.	Prestaciones	9
1.3.	Aspectos financieros	9
1.4.	Descripción y análisis del nuevo régimen de pensiones	10
1.5.	Perspectivas y desventaja del sistema chileno	15
<b>CAPITULO DOS</b>	<b>La Seguridad Social en México</b>	<b>18</b>
2.1.	Antecedentes	18
2.2.	La cesantía en edad avanzada y vejez ( Ley 1973 )	23
2.3.	La cesantía en edad avanzada y vejez ( Ley 1997 )	27
2.4.	Cuota Social	28
2.5.	Obligaciones y derechos de trabajadores, de patronos, del Instituto del Seguro Social y de las administradoras de fondo para el retiro	28
2.6.	Definiciones importantes	29
<b>CAPITULO TRES</b>	<b>Planteamiento del Problema</b>	<b>31</b>
3.1.	Exposición del problema	31
3.2.	Supuestos básicos	31
3.3.	Seguro de sobrevivencia	32
3.4.	Anualidades contingentes	35
3.4.1.	Dotal puro	35
3.4.2.	Anualidades	35
3.4.3.	Anualidad pagadera una vez por periodo	36
3.5.	Método propuesto	39

---

**CAPITULO CUATRO      Hipótesis** **40**

---

4.1. Tabla de mortalidad	40
4.1.2. Funciones biométricas	40
4.1.3. Funciones elementales	40
4.1.4. Probabilidades de vida y muerte	41
4.1.5. Tasa central de mortalidad	42
4.1.6. Esperanza de vida	43
4.1.7. Seguro en caso de muerte	44
4.1.8. Seguro pagadero al final del año de fallecimiento	44
4.1.9. Seguro vitalicio	45
4.2. Comisiones de las AFORES	46
4.3. Hipótesis	50
4.4. Circular 22.2	52

---

**CAPITULO CINCO      Metodología y Resultados** **54**

---

5.1. Proyección demográfica	54
5.2. Proyección financiera	56
5.3. Pensión y seguro de sobrevivencia conforme a la LSS	59
5.4. Monto constitutivo	64
5.5. Suma asegurada	65
5.6. Método propuesto	66
5.7. Resultados	71

---

**CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES** **76**

---

1.1. Hipótesis	76
1.2. El nuevo sistema de pensiones en México	76
1.3. Escenario del sistema de pensiones en México después de la reforma a la ley del seguro social	77

1.4.	Modelo chileno	80
2.1.	Sistema de tres niveles ( suizo )	81
2.2.	La Ley del seguro social	84
2.3.	La necesidad de mayores niveles de complementación	85

---

<b>APÉNDICE UNO</b>	<b>Matemáticas Financieras</b>	<b>86</b>
---------------------	--------------------------------	-----------

A.1.1.	Crecimiento geométrico	86
A.1.2.	Interés compuesto	88
A.1.3.	Relación entre tasas de interés	91
A.1.4.	Valor presente	95
A.1.5.	Tasa de descuento	96
A.1.6.	Fuerza de descuento	97
A.1.7.	Anualidades	99
A.1.8.	Valor presente de anualidades ordinarias	100
A.1.9.	Montos de anualidades ordinarias	102

---

<b>APÉNDICE DOS</b>	<b>Probabilidad</b>	<b>105</b>
---------------------	---------------------	------------

A.2.1.	Axiomas de probabilidad	105
A.2.2.	Probabilidades conjunta, marginal y condicional	108
A.2.3.	Eventos estadísticamente independientes	101
A.2.4.	El teorema de bayes	113

---

<b>ANEXO</b>	<b>Tablas</b>	<b>115</b>
--------------	---------------	------------

## PROLOGO

La Seguridad Social en general tiene que adecuarse a los cambios de la economía, al modelo económico de mercado con responsabilidad social, a las nuevas concepciones de la organización del trabajo para lograr mayores niveles de productividad y competitividad, a las exigencias de los derechos humanos, a la maduración creciente del ejercicio de la libertad personal y a la necesidad de impulsar el progreso real de toda población.

Específicamente, el tema de pensiones ha cobrado importancia capital, pues está relacionado con el ahorro económico de las naciones, con el cambio de cultura y actitud hacia el trabajo productivo con la mayor expectativa de vida de la población; con la participación creciente del sector privado en la política social y la modernización del estado y la consecuente simplificación jurídica.

La existencia de sistemas de Seguridad Social y en consecuencia de los sistemas de pensiones para el sector privado, los servidores públicos y algunas empresas estatales; la grave situación financiera de las reservas para pensiones del IMSS y del ISSSTE, las bondades y limitaciones del SAR; los planes privados de pensiones de varias empresas mexicanas, la inconveniencia de aumentar el costo social de la producción; son hechos y situaciones que hacen inminente el cambio cultural, legal, político, económico y estructural respecto a las pensiones.

Con la finalidad de aportar análisis de la situación en México, una comparación internacional no exhaustiva pero suficiente.

## INTRODUCCIÓN

Ante el cambio fundamental en las estructuras y bases técnicas de la seguridad social en nuestro país, que indudablemente implicarán consecuencias de carácter trascendental para la población, la economía y las finanzas públicas y que necesariamente sus efectos se transmitirán a las futuras generaciones, el Instituto de Propositiones Estratégicas y la Comisión de Seguridad Social de la COPARMEX fueron los que analizaron las diversas proposiciones y tendencias que se manifestaron en relación con dichas modificaciones, teniendo en cuenta para ello, la grave e importante responsabilidad que entraña todo cambio de un sistema de esta envergadura, como lo es la seguridad social en nuestro país.

En primer término, se ha tomado en conciencia, en forma realista, de la grave problemática que afecta a la seguridad social, no sólo en nuestro país, sino en diversos países del mundo, en particular en lo que se refiere a los ramos de pensiones y jubilaciones.

De esta manera se han analizado, los problemas que a corto, mediano o largo plazo, representa la transición demográfica de las poblaciones lo que implicará la existencia de cada vez mayores proporciones de trabajadores que salen de la actividad y que reciben una pensión, con respecto al total de la población activa de cada país, demostrándose con las proyecciones correspondientes, que en los países en los que su evolución demográfica han alcanzado una mayor madurez ya, actualmente, las cargas económicas de los jubilados y pensiones, en relación con la base de sustentación del personal activo, representa situaciones gravosas que inciden sobre el sano desarrollo económico de los países.

En los países en desarrollo, en los que apenas se inicia la transición demográfica y en los que la proporción de jubilados y personas de edad avanzada todavía es menor, igualmente se observa un incremento en la población de 65 años o más, que en el futuro llevará, necesariamente, a las instituciones de seguridad social, a incrementar frecuentemente las primas de financiamiento a fin de poder cubrir estas cargas económicas crecientes, lo cual dará lugar a situaciones que en la práctica deben considerarse difíciles de cumplir.

Por otra parte, ante la imposibilidad de construir esquemas de inversión de las reservas que puedan reeditar, por el destino social de las inversiones de la seguridad social, tasas de interés por encima de la inflación, ello ha llevado a la mayoría o casi la totalidad de los países, a operar con sistemas de reparto, o con la prima escalonada, que es un reparto por periodos, pero que tienen ambos el grave problema de que el crecimiento demográfico de la población en edades avanzadas, implicará cada vez mayores costos que, a corto o largo plazo, serán insostenibles para las instituciones de seguridad social.

Se plantea entonces la necesidad de un cambio fundamental de concepción de los aspectos técnicos de financiamiento y de la estructura de la seguridad social; sin embargo en este aspecto, considero que tuvo que haber sido fundamental poder analizar las diversas alternativas, las cuales debían permitir un amplio panorama de posibilidades, para que de esa forma se haya tenido una conciencia plena de las consecuencias que tratan los cambios que se efectuaron y de los cambios que se deben esperar a muy largo plazo, ya que todo cambio de la seguridad social se manifiesta necesariamente con el transcurso de por lo menos una generación completa, pero indudablemente afecta a millones de personas, por lo que se tuvo que haber considerado que las diversas generaciones actuales como futuras, deben tener la cobertura adecuada debiéndose eliminar por una parte los problemas que significan los costos elevados de las prestaciones que gravitan sobre el desarrollo económico, pero también, los beneficios o prestaciones deben encuadrar en niveles básicamente satisfactorios.

Este tipo de cambio en la seguridad social que se realizó en México a partir del 1º de julio de 1997, impacta en toda la población, y los encargados que tomaron la decisión de implantar en particular en el ramo de pensiones un sistema de cuentas individuales, a mi juicio no tomaron la decisión correcta.

Este trabajo esta destinado principalmente a analizar la problemática y las soluciones que se puede aportar a los sistemas de pensiones de la seguridad social en México, así como la necesidad de desarrollar las llamadas pensiones complementarias, tanto a cargo de las empresas, como de los propios trabajadores.

Otro objetivo del presente trabajo es analizar la situación actual y las tendencias de la seguridad social, así como demostrar que utilizando la filosofía correcta los actuarios son capaces de mejorar la situación de los asegurados de menores ingresos.

## CAPITULO UNO

### EL SISTEMA CHILENO

#### 1.1. ASPECTOS GENERALES

Para entender bien la reforma en México, es indispensable acercarse al país donde se formuló por primera vez el sistema de capitalización individual. La seguridad social en Chile surge en el año de 1924 con la colaboración de la Caja de Seguro Obrero con objeto de otorgar beneficios de atención médica, subsidios por enfermedad y pensiones. En 1925 se creó la Caja de Prevención de Empleados Particulares y la Caja Nacional de Empleados Públicos y periodista. En los años sesenta, juntamente con éstas cajas operaban más de 30 organismos que se encargan de la protección de contingencias sociales para determinar grupos de población.

Para modificar esta situación se formularon diferentes proyectos de reforma que alcanzaron a concretarse en el año de 1978. Entre las disposiciones aprobadas, se suprimieron las jubilaciones por años de servicio y se estableció la edad uniforme de jubilación a los 60 años para mujeres y 65 para los hombres.

En 1980 se adoptó un régimen de pensiones basado en la capitalización individual, con contribuciones definidas, administración privada de los fondos, obligatoriedad para los trabajadores dependientes que se incorporan a la fuerza de trabajo y voluntario para quienes ya están afiliados a alguna institución del antiguo sistema y para los trabajadores independientes. Asimismo, se dictaron normas para la cobertura en materia de salud que puede quedar a cargo del Sistema Nacional, de carácter público, o de entidades privadas.

Por otra parte, los trabajadores en relación de dependencia están cubiertos de los riesgos de invalidez, vejez y muerte por el antiguo sistema que administra el Instituto de Normalización Previsional (INP), y los que optaron o comenzaron su actividad de 1981, por el nuevo sistema a cargo de las Administradoras de Fondos de Pensiones (AFP). Los afiliados al sistema antiguo ascienden a 345,000 y los afiliados a las Administradoras a 3,850,000. El INP también tiene a su cargo el pago de pensiones asistenciales (unas 300,000). El porcentaje de la población total cubierta es del 31 por ciento. En 1991, el 1 por ciento de los afiliados al nuevo sistema eran cotizaciones por cuenta propia, por lo que se deduce que la casi totalidad del sector no estructurado no ha sido aún cubierta. En 1988 el sistema privado agrupaba el 84 por ciento de los cotizantes activos y tan sólo al 4 por ciento del total de pensionados. El sector público, por su parte, contaba en el mismo año con el 16 por ciento de los cotizantes activos y el 96 por ciento de los pensionados.

La cobertura de la salud está a cargo del Sistema Nacional de Servicio de Salud (SNS), que cubre el 75 por ciento de la población total del país (13.5 millones), y de 34 instituciones de Salud Previsional (ISAPRE), que cubre al resto de la población - 25 por ciento -, es decir, a 951,000 afiliados cotizantes más 2,315,000 beneficiarios. Cabe señalar que seis ISAPRE participan del 78 por ciento del mercado privado actual.

Los accidentes de trabajo y enfermedad profesionales están a cargo de las Mutuales, que protegen a un número de personas algo menor a los 2 millones, y del Instituto de Normalización Previsional, que aún cubre aproximadamente 900,000 trabajadores.

Las asignaciones familiares y la cesantía e incapacidad laboral están a cargo de seis Cajas de Compensación de Asignaciones Familiares (CCAF), que brinda prestaciones a 1.6 millones de afiliados, y del Instituto de Normalización Previsional, con una población afiliada de 1.1 millones.

## 1.2. PRESTACIONES

Por otra parte las prestaciones a que tienen derecho en materia de pensiones los afiliados al sistema antiguo son los mismos que tenían vigencia antes de la reforma. Las condiciones siguen siendo diferentes para los 22 regímenes que sólo fueron unificados en su gestión al poner a cargo del INP. Los regímenes comprenden pensiones de vejez, invalidez, viudez y orfandad.

Los afiliados al nuevo sistema tienen derecho a prestaciones de vejez a los 65 años y pueden optar por jubilaciones anticipadas en caso de que su renta sea superior a la mínima garantizada por el Estado. El afiliado a este régimen de ahorro forzoso acumula a lo largo de su carrera un capital que le es entregado para adquirir una pensión vitalicia, una pensión programada o una combinación de ambas.

En materia de salud, la población afiliada a la ISAPRE cuenta con una amplia gama de programas de seguro, por lo que se le puede optar por cuotas diferentes según el grado de protección deseado. Los contratos que se ofrecen en el mercado contienen cláusulas en las que se determinan las exclusiones, preexistentes y límites, etc. Por su parte la población amparada por el Fondo Nacional de Salud (FONASA) cuenta con cobertura total por los riesgos, sin condiciones.

Además, las Cajas de Compensación de Asignaciones Familiares ofrecen las siguientes prestaciones obligatorias: asignaciones familiares, subsidios por incapacidad laboral y subsidio de cesantía. Adicionalmente, algunas cajas ofrecen en forma voluntaria la posibilidad de obtener asignaciones por natalidad, y otros beneficios como créditos personales con bajos intereses.

Los accidentes del trabajo y enfermedades profesionales están cubiertos integralmente, pues se ofrecen desde las medidas preventivas hasta la rehabilitación en caso de que ocurra un accidente, y las prestaciones en dinero, cuando corresponda.

El sistema de protección social se encuentra bajo la tutela del Ministerio de Trabajo y Previsión Social, del Ministerio de Salud y del Ministerio Hacienda.

De hecho el Ministerio de Trabajo es responsable del control y supervisión tanto del INP, de las Mutuales y de las Cajas por medio del órgano específico que es la Superintendencia de Seguridad Social, y de las AFP por medio de la Superintendencia de las Administradoras. Por su parte el Ministerio de Salud controla a las Instituciones de Salud Previsional a partir de 1990, fecha de la Superintendencia de las ISAPRE; también están bajo su jurisdicción el Sistema Nacional de Servicios de Salud y el Fondo Nacional de Salud. El Ministerio de Hacienda tiene intervención directa en la supervisión de las compañías privadas de seguro.

Las instituciones que administran el antiguo sistema de pensiones, las Cajas de Asignaciones Familiares y las Mutuales, continúan teniendo carácter público, sin fines de lucro y basadas en Principios de solidaridad. Sin embargo, las AFP y las ISAPRE son compañías privadas, con fines lucrativos, que no se fundan en el principio de la solidaridad nacional.

## 1.3. ASPECTOS FINANCIEROS

El régimen de pensiones antiguo se financia con el 23.2 por ciento de aporte de los trabajadores. El nuevo régimen, con el 13.4 por ciento de aporte de los trabajadores y con los Bonos de Reconocimiento emitidos por el Estado para reconocer los periodos de cotización al sistema antiguo de aquellos trabajadores que optaron por el nuevo sistema.

En ambos casos, debe de haber cotizado al menos 20 años, el Estado garantiza que la pensión efectiva no sea inferior a la pensión mínima vigente correspondiente al salario mínimo.

Los accidentes de trabajo y las enfermedades profesionales son financiados exclusivamente por los empleadores, quienes cotizan, en promedio, el 1.5 por ciento de los salarios de sus trabajadores. Este porcentaje va en función de la siniestralidad de la empresa.

La salud se financia mediante 0.5 por ciento de los salarios de los trabajadores. En el caso de que la cotización sea efectuada al FONASA, el trabajador tendrá derecho a una atención integral. En el de que el asegurado decida cotizar a una ISAPRE, el 7 por ciento le permite adquirir un cierto paquete de cobertura. Cada trabajador debe definir su propio paquete de cobertura y cotizar de acuerdo con el nivel seleccionado y los tipos de exclusiones, preexistencias, etc.

Las asignaciones familiares se financian exclusivamente con aporte del Estado. El subsidio por incapacidad laboral se financia con el 0.6 por ciento de las remuneraciones imponibles a cargo del trabajador. El subsidio por cesantía, que también esta a cargo de las mismas Cajas, se financia con aporte del Estado.

#### **1.4. DESCRIPCIÓN Y ANÁLISIS DEL NUEVO RÉGIMEN DE PENSIONES**

Como el sistema de pensiones aún se encuentra sus primeras etapas de aplicación, es decir, que todavía no ha transcurrido al menos una generación completa de trabajadores que inicien y que concluyan su vida activa dentro del mismo, es muy difícil efectuar una evaluación de un proceso que, por definición, no puede ser considerado más que en el largo plazo. A continuación se presentan las principales características, los puntos fundamentales y los interrogantes que se plantea para todo sistema de pensiones en sus primeras etapas.

El desarrollo del nuevo sistema chileno ha provocado un cuestionamiento, que no puede ser más que benéfico, sobre los objetivos, medios y estrategias de la seguridad social en la región. Si bien es cierto que el nuevo sistema chileno constituye un motivo de análisis y estudio por casi la totalidad de los países de la región, conviene recordar que en Europa occidental se discutieron recientemente propuestas similares - capitalización individual administrada por el sector privado -, pero que, en general, aún no han sido implantadas. Actualmente la totalidad de los países europeos cuentan con regímenes generales colectivos, solidarios, bajo la administración del Estado, y con una amplia cabida de la iniciativa privada, y eventualmente a la capitalización individual, en los regímenes complementarios.

El nuevo sistema Chileno abarca pensiones de vejez, de invalidez y de sobrevivencia. Tienen derecho a pensión de vejez, el afiliado que alcanza los 65 años de edad, si es hombre, y 60 si es mujer. Es posible tener una pensión de vejez anticipada siempre que el fondo acumulado permita beneficiar de una pensión superior al 50 por ciento del promedio de las remuneraciones imponibles en los últimos diez años o superior al 110 por ciento de la pensión mínima garantizada por el Estado. Para tener derecho a la pensión mínima garantizada por el Estado, el afiliado debe computar como mínimo 20 años de cotizaciones.

Tienen derecho a pensión por invalidez los afiliados de edades inferiores a las antes mencionadas que pierdan al menos dos terceras partes de su capacidad de trabajo. El grado de invalidez es calificado por Comisiones Médicas Regionales y en caso de reclamo, por la Comisión Mexicana Central, todas ellas dependientes de la Superintendencia de AFP. A partir de 1990 es posible obtener una pensión por incapacidad parcial en caso de entre el 50 y el 66 por ciento de la capacidad del trabajo.

Tienen derecho a pensión de sobrevivencia la cónyuge, invalido, los hijos legítimos, naturales o adoptivos, la madre de los hijos naturales del afiliado, y a falta de todos los anteriores, los padres del asegurado. Los montos de las pensiones van del 15 al 60 por ciento de la pensión de vejez del afiliado, dependiendo de cada caso.

Los desempleados y los trabajadores a tiempo parcial pueden obtener cobertura por invalidez y una pensión mínima por un año después de la cesación de trabajo, si han cumplido al menos seis meses de contribución en el año previo. El Gobierno otorga una pensión asistencial a los no asegurados o a quienes reúnen las condiciones para obtener una pensión mínima.

Una vez que el afiliado cumple con los requisitos para obtener una pensión, o de disponer del saldo de su cuenta de capitalización individual, para lo cual tiene tres alternativas a través de la Administradora, optar por una pensión de retiro programado; a través de una compañía privada de seguros, adquirir una renta vitalicia; a través de la Administradora y de la compañía de seguros, obtener una renta temporal y posteriormente una renta vitalicia diferida. Sin embargo, la modalidad de retiro voluntario es obligatorias para los afiliados cuyas pensiones, a causa del nivel de los fondos de su cuenta individual, resulten inferiores a la pensión mínima de vejez autorizada por el Estado.

En caso de que el afiliado opte por el retiro programado, su fondo es mantenido en la Administración y retira mensualmente su pensión. La pensión se recalcula anualmente en base al capital remanente en su cuenta, y se encuentra expresado en unidades especiales (unidades de fomento, UF). En cualquier momento el afiliado puede optar por convertir su saldo remanente en una vitalicia inmediata o en una renta temporal con una renta vitalicia diferida.

En caso de que el afiliado opte por una renta vitalicia diferida, el saldo de su cuenta se transfiere a una compañía privada de seguros, con lo que se contrata una pensión mínima expresada en UF a ser pagada durante toda su vida.

El nivel de la renta depende de una expectativa de vida del grupo familiar, de la tasa de interés implícita expresada por la compañía de seguros y del margen de seguridad empleado por la compañía de seguros en sus tablas de mortalidad. Esta opción es irrevocable.

Hasta 1990 se habían otorgado, en el caso de vejez, 16,893 retiros programados y 12,773 rentas vitalicias: no se cuenta con información en cuanto a la distribución en rentas vitalicias y retiros programados en caso de pensiones por invalidez y de sobrevivencia; sin embargo, hasta el mismo año se habían otorgado 15,777 y 41,618 pensiones, respectivamente. Lo anterior significa que, al menos en el caso de las pensiones por vejez, tan sólo el 43 por ciento de las pensiones tienen la garantía de una renta vitalicia revaluable en el tiempo, y que el 57 por ciento que optó por el retiro programado puede ver su pensión aumentar o disminuir a lo largo del tiempo y corre el riesgo de caer en el nivel mínimo garantizado por el Estado.

Por otro lado, es importante subrayar que las pensiones de las mujeres tienden a ser significativamente menores que las de los hombres, ya que ellas se retiran a una edad más temprana (su fondo acumulado es menor), y tienen, mayores expectativas de vida, lo que implica que aún cuando lleguen a su edad de retiro con el mismo monto en su fondo individual que un hombre, recibirán una pensión mensual menor, ya que está deberá ser pagada por un número mayor de años. Este fenómeno de reducción de las pensiones de las mujeres se ve evidentemente ampliado, si se considera que, por lo general, las mujeres realizan su carrera laboral en actividades menos remuneradas que los hombres.

A partir de 1988 los afiliados pueden optar por una renta temporal y una renta vitalicia diferida. En esta modalidad, el afiliado contrata con una parte de su capital acumulado una renta vitalicia que comenzará a pagarse a partir de una fecha determina por el propio afiliado. Con el capital restante contrata una renta temporal hasta el momento elegido en que comienza la renta vitalicia.

Todo trabajador, además del aporte del 10 por ciento del salario hasta un tope de 60 UF, puede efectuar aportaciones adicionales sin ningún tope en la cuenta de capitalización con el objeto de acrecentar el monto de la pensión o adelantar la edad de retiro. Los aportes adicionales hasta el 20 por ciento de la remuneración imponible están exentos de impuestos. A partir de 1988 es posible realizar depósitos de ahorro voluntarios.

De acuerdo con la legislación vigente, las Administradoras deben constituirse en sociedades anónimas cuyo único objeto es el de administrar los fondos de pensiones; su patrimonio propio tiene que estar separado de los fondos de los afiliados que administra, y debe generar una rentabilidad promedio no menor al que resulte inferior entre:

La rentabilidad promedio de los últimos 12 meses de todos los fondos administrados por las AFP, menos 2 puntos porcentuales.

El 50 por ciento de la rentabilidad promedio de los últimos 12 meses administrados de todos los fondos.

Con objeto de garantizar la rentabilidad mínima a que se refiere el párrafo anterior, las Administradoras deben construir una Reserva de Fluctuación de Rentabilidad, que forma parte del fondo de los afiliados y que se crea con los excesos de rentabilidad promedio de los últimos 12 meses de todos los fondos más 2 puntos porcentuales o en un 50 por ciento de dicha rentabilidad.

Adicionalmente las AFP deben mantener en encaje equivalente al menos el 1 por ciento del fondo acumulado de sus afiliados, deducido el valor de las inversiones en otros fondos y el valor de las inversiones en títulos emitidos por la Tesorería de General de la República o por el Banco Central de Chile, con vencimiento dentro de los 30 días a partir de las fechas de adquisición. Si al aplicarse los recursos de la Reserva de Fluctuación y de la Reserva de Garantía no se obtiene la rentabilidad mínima requerida, el Estado completa la diferencia.

El rubro correspondiente a las inversiones es de los principales elementos de promoción del sistema y es el principal aspecto que atañe al control y tutela por parte de las autoridades encargadas de su supervisión. Al respecto, la reglamentación vigente define con precisión el tipo de empresa e instrumentos en que una Administradora puede invertir con objeto de minimizar el riesgo y garantizar el rendimiento acorde con la realidad económica. Sin embargo, pareciera no existir limitación alguna para que, concertadamente o en forma independiente, varias Administradoras inviertan conjuntamente en una empresa o en un instrumento específico. Además, no parece haber mayores restricciones en cuanto al origen de los accionistas de las AFP. Basta señalar que cuatro de las AFP más importantes están básicamente controladas por corporaciones extranjeras.

Se ha observado una diversificación gradual de la inversión desde el inicio del sistema hasta la fecha. En 1991, el portafolio de inversionistas del conjunto de las AFP era de 39.2 por ciento en bonos del Estado, 22.6 por ciento en acciones, 13.8 por ciento en créditos hipotecarios, 12.6 por ciento en bonos públicos y privados y 11.8 por ciento en depósitos a plazo fijo. Sin embargo, todavía en 1990 subsistía una cierta concentración en cuanto a las emisiones, ya que el Banco Central reúne cerca del 143 por ciento de las inversiones totales de la Empresa Nacional de Electricidad (ENDESA), poca más del 5 por ciento de la inversión total, y los Bancos de Chile y de Santiago, cerca del 12 por ciento de la inversión total. Es decir, que cuatro emisoras concentran aproximadamente el 60 por ciento de las inversiones totales.

Los rendimientos reales de los fondos administrados por las AFP han sido los siguientes: 12.7 por ciento (1981), 26.5 por ciento (1982), 22.7 por ciento (1983), 2.9 por ciento (1984), 13.4 por ciento (1985), 12.0 por ciento (1986), 6.4 por ciento (1987), 4.8 por ciento (1988), 6.7 por ciento (1989) y 17.7 por ciento (1990). El rendimiento anual medio entre 1981 y 1989 alcanza el 12.58 por ciento; no obstante no se espera que tan altos rendimientos sean posibles de obtener en los medianos y largo plazo.

Los fondos acumulados por las AFP se han duplicado prácticamente cada dos o tres años entre 1981 y 1991. En esta último alcanzaron un nivel de 9 billones de dólares de los Estados Unidos de América, equivalente al 25 por ciento del producto nacional bruto y al 50 por ciento de la deuda externa.

Sin embargo, la valuación que se realiza periódicamente de los fondos de inversiones pareciera reflejar los valores nominales de las acciones y valores adquiridos por las Administradoras, y no refleja necesariamente su valor actual en el mercado y menos en el futuro. Vale señalar que, por muy elevado que sea el valor de cartera de cada Administradora en el presente, para el trabajador lo que verdaderamente tiene importancia es la valuación de su cuenta de capital en el momento de jubilarse, y el ingreso que el fondo está en capacidad de pagar con respecto a dicho capital.

En lo que corresponde a las campañas publicitarias de las AFP, se observa que el principal argumento de cada una de ellas es la mayor tasa de rendimiento. Sin embargo, hasta la fecha, cada AFP ha presentado al público el periodo que le es más propio. De esa manera, una AFP puede rentar una rentabilidad referida a los últimos seis meses, otra a los últimos tres meses y otra a los últimos doce meses. Es muy difícil para el común de los asegurados el deducir cual de las rentabilidades es superior, en términos efectivos, y orientar su elección de AFP.

En el momento de la creación del nuevo sistema se argumentó que este se convertiría en un valioso mecanismo para el desarrollo del mercado de capitales nacionales. Sin embargo, pareciera que la gran

acumulación de fondos observada hasta la fecha ha alcanzado dicho objetivo. No fue hasta 1991 que la proporción de las inversiones efectuadas por los Fondos de Pensiones en empresas privadas y bonos, superó el 30 por ciento del total de las mismas, y parece haber indicaciones de que los altos rendimientos observados hayan sido provocados por exceso de demanda y por las restricciones del mercado interno accesibles a las AFP. A pesar de la oposición de ciertos sectores para exportar los ahorros de los trabajadores al extranjero, en 1990 se autorizó la posibilidad de invertir al extranjero, lo que podría ser interpretado como un movimiento obligado para paliar el limitado campo de acción del mercado nacional en cuanto a inversiones financieras.

Desafortunadamente, no se cuenta con estudios que permitan evaluar el impacto positivo generado por importante oferta de capitales que realiza el nuevo sistema en el mercado financiero, ni el impacto negativo que podría originarse en caso de que las tasas de interés bajaran en razón de desequilibrio entre la oferta y la demanda. Como se señaló en el párrafo anterior, las inversiones en el extranjero efectuadas por los Fondos de Pensiones pueden llegar a ser necesarias a fin de garantizar tasa de rentabilidad adecuadas.

Los asegurados que optaron desde el comienzo por pasar al nuevo sistema tiene la ventaja de que, en los primeros años del mismo, los rendimientos han sido elevados y a su vez la desventaja está dada por el echo de que ha tenido muy poco tiempo para acumular individualmente fondos considerables. Los asegurados más jóvenes que ingresan en el nuevo sistema cuentan con la ventaja de que tienen por delante la posibilidad de acumular un fondo importante, siempre y cuando mantengan un puesto de trabajo en forma ininterrumpida. Sin embargo, existe el riesgo de que, por diversas causas, en mediano y en largo plazo, los supuestos de estabilidad laboral, económica y financiera no se cumplan y que, por lo tanto, los fondos acumulados en cuentas individuales sean insuficientes para financiar un nivel adecuado de prestaciones.

El nivel del fondo de cada trabajador dependerá de su esfuerzo personal y de los rendimientos obtenidos por el fondo. Como consecuencia de ello, los trabajadores con mayores salarios y con una vida activa más notable podrán acumular fondos que les garantizarán eventualmente beneficios más elevados. Por otra parte, aquellos que no tengan una carrera salarial creciente, o que por alguna causa no gocen de una estabilidad a lo largo de su carrera, afrontarán dificultades importantes para acumular los fondos requeridos para beneficiarse de una pensión adecuada. Otro grupo de trabajadores será el de aquellos que, habiendo cotizado una parte importante de su carrera laboral en el sistema antiguo, no dispondrán de tiempo suficiente (aún bajo supuestos de tasas de rendimiento positivas y estables) para generar una renta superior a la ya garantizada por el Estrado.

Al compararse los niveles de las pensiones otorgadas en el sistema público y en el sistema privado en 1991, se observa que las pensiones en el sistema privado eran 43 por ciento más altas en el caso de pensiones por vejez, 100 por ciento más altas en el caso de pensiones en el caso de invalidez y 46 por ciento más altas en el caso de supervivientes. Sin embargo, comparaciones de este tipo parecerían prematuras en virtud de que, por una parte, los pensionados en el sistema público suman alrededor de 1 millón de personas y que en sector privado son menos de 100 mil, por otra parte, es indudable que las pensiones concedidas hasta la fecha, el sector privado tienen aún un alto contenido de financiamiento por parte del Estado a través de la materialización de los bonos de reconocimiento.

En lo que respecta a cifras en los costos de operaciones de las AFP, se observa que estas se encuentran fragmentadas y que en ocasiones son contradictorias. Algunos análisis afirman que los costos por asegurado en pesos constantes han sido reducidos en un 40 por ciento entre 1982 y 1990. Otras fuentes señalan que en 1989 el costo operacional ascendía hasta un nivel de 25 por ciento de los ingresos totales por cotización. El número de empleados en el sistema público era de 3,500 en 1991 y de 8,000 en el sector privado en el mismo año. Lo anterior significa que el sistema privado cuenta en la actualidad con un 10 por ciento más de personal que el sistema antiguo antes de la reforma. Aproximadamente el 30 por ciento del personal de las AFP está constituido por personal que realiza actividades de promoción. Cabe señalar que en el trienio 1988-1990, en el conjunto de las AFP se registró un aumento real en los gastos de comercialización del 73 por ciento con respecto con los años anteriores; en el periodo la fuerza de ventas se incrementó casi en un 40 por ciento, y la remuneración media en un 32 por ciento en términos reales. Todo esto implicó un aumento superior al 80 por ciento de las remuneraciones pagadas a la fuerza de ventas.

En virtud de la gran disparidad entre la relación cotizantes/pensionados que prevalece en la actualidad entre los sistemas antiguo y nuevo, es imposible comparar su grado de eficiencia. No obstante, en general, y como resultado de la puesta en práctica simultánea de los dos sistemas, los costos son mayores que los registrados antes de la reforma.

Un indicador de la eficiencia del sistema en sus primeros 10 años de actividad podría ser la demora media para la obtención de la pensión definitiva por parte de los asegurados; entre 1980 y 1990 fue superior en promedio a tres meses y en ciertos casos llegó a alcanzar nueve meses. Para subsanar este problema, a partir de 1990 se autoriza el pago de una pensión preliminar (con los fondos del asegurado), que permite recibir recursos a los 10 días de presentada su solicitud, y en tanto se concluye el aún laborioso proceso de tramitación y cálculo de la pensión definitiva.

En relación con las opciones que se brindan a los trabajadores con el propósito de estimular la competencia, cabe señalar que al 65 por ciento de los asegurados han elegido pertenecer a sólo tres administradoras.

Por otro lado, no son las administradoras con mayor número de asegurados las que ofrecen las comisiones y cuotas más bajas; al contrario pareciera que las administradoras más pequeñas ofrecen las tarifas más ventajosas. Adicionalmente, entre 1981 y 1991 el rendimiento medio de las tres AFP con mayor participación en el mercado fue inferior al rendimiento medio de todas las AFP. Por lo anterior, parecería que la elección de los afiliados en el decenio de 1980 no se efectuó en función de criterios de eficiencia y rentabilidad, sino más bien parece que en respuesta a los importantes recursos destinados a las campañas de publicidad desplegadas por las AFP con mayor participación del mercado.

En lo que se refiere al flujo de las cotizaciones de los trabajadores, se ha estipulado que el patrón efectúe el descuento correspondiente de los salarios (10 por ciento) y que lo deposite en la administración elegida por el afiliado, a quien se le acredita en su cuenta los aportes realizados, previo descuento de la comisión fija y de la comisión porcentual previstas. Es ampliamente conocido el efecto de la comisión fija, ya que está afecta proporcionalmente en mayor medida a los trabajadores de salarios más bajos. Así por ejemplo, entre 1981 y 1990 la rentabilidad media de los fondos de los asegurados con mayores salarios superó en 40 por ciento la rentabilidad obtenida por los fondos de los asegurados con menos salarios.

Para cubrir los riesgos de invalidez y sobrevivencia, el asegurado cotiza entre un 2.5 por ciento y un 3.4 por ciento adicional, mientras que las primas que cobran a las administradoras las compañías de seguros para cubrir dichos riesgos fluctúan entre el 0.6068 por ciento y el 1.95 por ciento del salario imponible. La diferencia entre las primas pagadas por las administradoras y las cotizaciones percibidas para cubrir estos riesgos constituye una importante fuente de beneficio para ellas.

Aún cuando algunas administradoras tienen establecidos contratos de "prima colectiva" con la compañía de seguro de su elección, la mayoría ha establecido primas colectivas variables, revisadas periódicamente mediante primas que involucran el interés de actualización y siniestralidad efectiva. Al asegurado se le cobran primas individuales determinadas sin tener en cuenta estas variables, y en caso de una siniestralidad del grupo menor que la prevista, la compañía de seguro la registra a la AFP, y no a los asegurados, un dividendo por baja siniestralidad. Así pues, las economías de escala parecen no haber sido transferidas a los afiliados.

Al inicio del sistema privado se argumentó que la evasión y la mora serían reducidos con respecto al sistema anterior. Sin embargo, este objetivo pareciera no haberse alcanzado. La proporción de afiliados en el sistema antiguo que pasaron cotizaciones regularmente pasó del 68 por ciento al 86 por ciento en 1980 y 1987. Por su parte el porcentaje equivalente en el sector privado se redujo al 76 por ciento en 1983, al 71 por ciento en 1988 y al 53 por ciento en 1990.

Al final de 1988 el 56 por ciento de la fuerza de trabajo estaba registrada y contribuía en sector privado, el 24 por ciento estaba únicamente registrada y se estima que el 20 por ciento no estaba cubierta.

Como se señala con anterioridad, las administradoras deben establecer un encaje equivalente al 1 por ciento del fondo de pensiones acumulado por su población administrada. La finalidad de este fondo es cubrir las diferencias entre la rentabilidad promedio de las administradoras y la rentabilidad real obtenida por una

administradora específica. Al parecer hasta la fecha, el encaje de ninguna administradora ha sido utilizado. En primer lugar debido a las altas tasas de rendimiento de sus fondos, y en segundo lugar, por que las administradoras están sujetas a reglas similares de inversión, y por lo tanto las variaciones esperadas entre los grupos de administradoras y una administradora en particular no pueden ser demasiado amplias. Es decir, que el fondo de 1 por ciento es más bien una ganancia de homogeneidad en la rentabilidad y no una garantía de rentabilidad real positiva. Así pues, por ejemplo, si la rentabilidad media de las AFP es de - 3 por ciento en términos reales y la rentabilidad de una AFP llega a - 2 por ciento en términos reales, ésta estaría por arriba de la rentabilidad del grupo y no se vería obligada a utilizar el encaje a favor de sus administrados. Adicionalmente, parecería que la obligatoriedad de construir el encaje de 1 por ciento es un elemento que limita la creación de nuevas administradoras y que parece privilegiar a aquellas que iniciaron sus actividades al comienzo de la reforma previsional.

## 1.5. PERSPECTIVAS Y DESVENTAJA DEL SISTEMA CHILENO

La instrumentación del nuevo sistema ha prestado un gran esfuerzo para el Estado, ya que este tiene a su cargo el financiamiento del costo del cambio del sistema y de su mantenimiento en el futuro. Dicho financiamiento deberá incluir el monto de los bonos de reconocimiento y de los pasivos contingentes que representa la garantía estatal de la pensión mínima, la garantía del Estado en caso de quiebra de las compañías privadas de seguros (en cuyo caso el Estado deberá absorber entre el 77 y el 100 por ciento de las pensiones, y los asegurados dejarán de recibir la parte no cubierta por el Estado), y la garantía del estado en caso de insuficiencia de rentabilidad de los fondos. A fin de apreciar este esfuerzo que el nuevo sistema ya ha representado para el Estado y para la ciudadanía en general, se debe recordar que en 1988 el presupuesto destinado al rubro previsión social representaba al 50 por ciento del presupuesto total destinado a gasto social, mientras que en 1978 representaba el 27 por ciento. Los rubros más afectados por este incremento en el rubro de previsión social fueron el destinado a la salud, que paso del 13.6 por ciento en 1978 al 7 por ciento en 1988, y el destinado a la educación, que en el mismo lapso pasó del 35.5 por ciento a 22 por ciento.

Hasta la fecha, aparentemente no ha sido posible efectuar análisis actuariales que abarque a la población administradas por las AFP y a la población cubierta por el Instituto de Normalización Previsional, ni se ha podido realizar un análisis intertemporal costo-beneficio que incluya todos los aspectos del sistema. Uno de los principales obstáculos para efectuar dicho análisis actuarial integral parecería que es el echo de que, si bien se cuenta con estadísticas muy avanzadas en lo que respecta a los inversiones, a partir de ejecución de la Reforma Previsional se han dejado de producir estadísticas demográficas y bases biométricas actuariales relativas a la población asegurada.

Ejercicios actuariales que integren de preferencia bases biométricas dinámicas parecen indispensables para determinar la factibilidad en el sistema en el mediano y largo plazo y para cuantificar con precisión el monto de los recursos que el Estado debe aportar al sistema por concepto del costo de la transición y de su pasivo contingente. Estudios actuariales integrales y periódicos por parte del Estado parecen ser requeridos a fin de analizar, en particular, bajo qué condiciones económicas, financieras y demográficas el nuevo sistema será viable en el mediano y largo plazo y, en todo caso, determinar con precisión un esquema de seguridad a ser aplicado por el Estado en caso de que escenarios menos favorables llegasen a presentarse en el futuro.

Pasando a otra parte, las proposiciones que se han hecho en relación a la modificación de la estructura de la Seguridad Social en nuestro país que se basan o se inspiran en el modelo chileno, a mi parecer requiere ser examinadas con mayor detalle y acuciosidad, ya que plantean diversas situaciones que a mediano y a largo plazo podrían poner en peligro la Seguridad Social de nuestro país.

Estas situaciones se refieren a los siguientes aspectos de carácter fundamental:

Primero, que las tasa de interés con las que se vienen manejando los cálculos a futuro y en forma permanente para la subsistencia del esquema de seguridad social basados en las cuentas individuales de ahorro, representan tasas reales o supuestamente reales, que deben considerarse elevadas y por lo tanto resulta riesgoso basar una modificación tan trascendental, sobre la hipótesis puedan ser fácilmente vulnerables.

Ya en el caso de Chile se ha señalado por diversos especialistas reconocidos a nivel internacional, que el suponer tasas reales de interés para la acumulación permanente de las cuentas de ahorro, a un nivel de 10% anual por encima de la inflación, representa una hipótesis arriesgada y que discrepa de las tasas reales que comúnmente se obtienen del mercado internacional y los mercados domésticos de la mayoría de los países.

Si por situaciones especiales de las economías domésticas durante algunos periodos obtienen tasas de interés muy elevadas, como ha sido el caso de México, eso no implica, que en forma permanente y a muy largo plazo, puedan mantenerlas elevadas que discrepan notablemente de las tasas reales que se obtienen en la mayoría de los países de mayor desarrollo, en los que las tasas reales apenas alcanzan el 2% anual.

Segundo, el segundo aspecto que preocupa profundamente y que ha sido objeto de un análisis detallado y de cálculos específicos que se han elaborado, consiste en que las cifras que se han presentado sobre el cálculo de los beneficios que tendrían los trabajadores, de acuerdo a los diferentes plazos de acumulación de sus ahorros individuales y aún de los plazos máximos que se han tomado, considero que no son realistas y que adolecen de omisiones importantes, como por ejemplo la dinámica de la carrera salarial de los trabajadores, pues en dichos cálculos se parte de salarios que se suponen constantes en el tiempo, dejando a futuro inciertos los aspectos de inflación que gravitan tanto sobre los precios como los salarios, no por el efecto de inflación, ni por los aumentos generales de salarios; sino por los efectos de la propia carrera salarial, estableciéndose un comportamiento y un aspecto muy definitivo entre el salario de ingreso a la vida activa y el salario de jubilación; de tal manera que los trabajadores, en la medida en que van teniendo una mayor calidad y antigüedad de trabajo, se van beneficiando de aumentos reales en sus ingresos y está dinámica desafortunadamente no ha sido tomada en cuenta en dichos cálculos, pero su importancia es fundamental.

Si a los cálculos que han formulado se introduce el efecto de la carrera salarial del trabajador, en términos de poder adquisitivo real, se puede demostrar que los beneficios que se han calculado, si se refieren al último salario con que un trabajador se jubile, se reduce considerablemente a niveles que hacen poco atractivas e insuficientes las reformas que se han hecho.

Aún con aportaciones de 10% de los salarios destinados a las cuentas de ahorro o al 15% que se lograra incrementar, los niveles reales efectivos que se consiguen en términos del último salario de jubilación son insuficientes, si se hacen los cálculos correctos,

Considero que un sistema de cuentas individuales de ahorro como el caso del sistema de ahorro por el retiro, es un sistema adecuado para crear en general importantes volúmenes de ahorro interno que requiere vitalmente el país, considero también que los sistemas de capitalización, tanto individual como colectiva, de los sistemas de pensiones, pueden contribuir y han contribuido, según las experiencias históricas en otros países a la creación de estos importantes volúmenes de ahorro interno. Sin embargo, debe establecerse una diferencia fundamental entre lo que son las pensiones de carácter complementario o adicionales, las que si pueden basarse en sistemas de ahorro individual, de las que otorga la seguridad social básica, las cuales deben de tener otra estructura de financiamiento.

Por otra parte es responsabilidad de los actuarios, dejar muy claro que los métodos de financiamiento individual como son las cuentas individuales de ahorro constituyen indiscutiblemente los métodos técnicos de financiamiento de mayor costo y por lo tanto, los métodos que producen los menores niveles de beneficios, en comparación con los métodos de financiamiento que se basan en los mecanismos redistributivos de la seguridad social.

Explicando con palabras sencillas esta diferencia de enfoque metodológico, puedo concluir, que si cada individuo tiene que ahorrar en forma individual y particular lo necesario para sostener su propia jubilación, esto no constituye la posición más cara y más difícil de soportar en forma individual, pues los niveles de beneficios que se pueden conseguir mediante este tipo de ahorro, si se hacen correctamente los cálculos, son y serán insuficientes, ya que tendría que destinarse una gran parte o un alto por ciento de los salarios, para otorgar realmente niveles satisfactorios de pensiones, como por ejemplo el 60 o el 70 por ciento de ingresos de un trabajador al momento de jubilarse.

En cambio los mecanismos redistributivos de la seguridad social, implica el apoyo de la sociedad y es sabido, tanto por las técnicas actuariales, como por los análisis en materia de los mecanismos redistributivos sociales, que solamente con el apoyo de estos mecanismos, es posible superar condiciones de pobreza y de insuficiencia de recursos y poder otorgar beneficios, que individualmente los trabajadores por si solos, no pueden sufragar ni soportar.

Si llegáramos a un concepto en extremo individualista, a ultranza y consideramos que cada cual debe ser responsable de dar satisfacción a sus propias necesidades en forma individual, si por ejemplo cada cual tuviera que hacer su propio vestido, buscarse sus propios alimentos, etc., nuestro nivel de vida individual sería sumamente bajo, si no contáramos con el apoyo de los procesos de especialización y los mecanismos redistributivo de la sociedad; lo mismo sucede con la seguridad social, si cada cual debe ser responsable de costearse sus propias prestaciones y cubrir propias necesidades ante los riesgos que implica la vida laboral, ello traerá como consecuencia solamente niveles insuficientes, sobre todo para los sectores más desprotegidos y de menor ingreso.

Precisamente hay que tomar en cuenta y no hay que olvidar, que la seguridad social nació y se creó ante la imperiosa necesidad de poder cubrir las cargas económicas y las consecuencias económicas de los riesgos, que individualmente los trabajadores no podrían soportar y que podrían poner en peligro o en grave situación su economía individual y familiar y que, solamente a través los mecanismos redistributivos de la seguridad social, ha sido posible dar satisfacción a estas necesidades; que de otra manera los individuos no hubieran jamás podido sufragar.

El volver a planteamiento de carácter individual, sin que se hayan hecho los cálculos adecuados, ni los análisis correspondientes, implica a mi manera de ver, una grave responsabilidad; por lo cual quiero aportar en forma constructiva, el examen de otras alternativas que impliquen y cumplan condiciones en forma estricta; de tal manera que no se constituyan en una carga enorme para la sociedad, que no impliquen niveles insuficientes de pensiones, sino por el contrario niveles satisfactorios que los sistemas individuales nunca podrán alcanzar.

## CAPITULO DOS

---

### LA SEGURIDAD SOCIAL EN MEXICO

#### 2.1. ANTECEDENTES

Al finalizar el siglo XIX, los trabajadores de la naciente industria mexicana empezaron los primeros síntomas de descontento. Intelectuales inspirados por los socialistas y anarquistas europeos, comenzaron a difundir sus doctrinas en México.

Ante la preocupación de los funcionarios del régimen porfirista, de una posible explosión social violenta por parte de los trabajadores de la industria, aquellos comprendieron la necesidad de reformar el sistema político social.

En el Estado de México, José Vicente Villada, y en Nuevo León, Bernardo Reyes, reformaron en beneficio de los trabajadores cuestiones sobre los problemas de las familias de los obreros, cuando ocurrían riesgos profesionales. Asimismo, se presentó en el año de 1907 un proyecto de Ley Minera, propuesto por Rodolfo Reyes. Este proyecto establecía en su capítulo IX diversas medidas protectoras de los trabajadores y sus familias, quienes eran indemnizados en caso de algún siniestro.

Tanto las Leyes sobre riesgos profesionales como el proyecto de Ley Minera, fueron bien acogidos por los sectores empresariales. En la exposición de motivos de la Ley propuesta por Villada, se procuró mostrarle a los empresarios la necesidad de mejorar la habitación y el régimen alimenticio de los trabajadores con el fin de abatir los egresos provenientes de riesgos profesionales.

Rodolfo Reyes al incluir el proyecto de la Ley Minera el capítulo sobre los riesgos profesionales, planeo la posibilidad de convertir en materia federal la legislación del trabajo, ya que para esta época, eran tan sólo facultades de los Estados bajo la disposición de sus Códigos Civiles.

Al igual que las ideas sostenidas por el Partido Liberal Mexicano de 1906, Rodolfo Reyes aceptó la necesidad de reformar la Constitución de 1857, para incluir una serie de normas que protegieran efectivamente a la clase trabajadora.

Ricardo Flores Magón demostró que las reformas propuestas por los funcionarios del Régimen eran del todo ineficaces, ya que el trabajador no podía alcanzar un mínimo de bienestar, pues sus carencias originaban el régimen de explotación más que los casos de riesgo profesional.

En el año de 1913 fueron presentados dos proyectos de reformas laborales ante la Cámara de Diputados, que fueron, en ciertos aspectos, antecedentes de la Ley del Seguro Social.

Ambos proyectos proponen al Congreso la adopción de medidas protectoras del obrero mediante leyes de carácter federal. Los diputados de Aguascalientes imaginaron una caja a cargo de los patrones, la cual contrataría con las compañías de seguro una serie de pólizas que garantizaría el pago de indemnizaciones a los obreros en caso de riesgo profesional.

El llamado bloque Renovador propuso una serie de medidas, que podían considerarse antecedentes de las prestaciones sociales. Se propuso que el patrón se obligara a proporcionar habitaciones "sanas y cómodas" a los trabajadores, e igualmente "artículos de primera necesidad para la vida, al precio corriente de la plaza". En el caso de fallecimiento de algún familiar, el empleado tenía derecho a recibir un anticipo hasta por la mitad del sueldo de un mes, sin tener que pagar rédito alguno.

En Veracruz, Cándido Aguilar estableció la obligación patronal de otorgar servicios médicos a los trabajadores enfermos, quienes tenían derecho, igualmente, a recibir alimentos más una indemnización por parte de la empresa, consistente a la totalidad del jornal, que cubrirían en tanto durara su impedimento. Los servicios médicos comprenderían el establecimiento de hospitales o enfermerías.

Como antecedente de la Seguridad Social en México, se encuentra el proyecto de control de trabajo de Rafael Zubarán Capmany, considerando como un deber de las empresas "proporcionar habitación cómoda e higiénica al obrero, si éste, para prestar sus servicios, debe residir fuera de las poblaciones, y administrarle alimentación y habitación según la posición de ambos, cuando el trabajador deba vivir con el patrón".

El 25 de diciembre de 1915, se promulga la Ley sobre Accidentes de trabajo, la que en su artículo 6° indica que los empresarios "... podrán substraerse de la responsabilidad en que incurran por accidentes de trabajo, asegurando contra accidentes a los individuos de su dependencia, en algunas de las compañías que se dedican a esta clase de negocios, que sean de reconocida honradez y solvencia, a juicio del departamento de trabajo y previa aprobación del Ejecutivo del Estado". El artículo 7° agrega "En todo caso, los responsables de accidentes deben asegurar a sus trabajadores contra siniestros, a razón de trescientos pesos cada uno, sin perjuicio de erogar los gastos del sepelio".

El congreso empezó a sesionar en el año de 1916, y en él se abordan algunos de los problemas laborales, al leerse para su aprobación los artículos 5° y 73° de la Constitución de 1857, concediéndose así al Congreso de la Unión facultades para legislar en materia de trabajo.

El día 28 de diciembre de 1916, José Natividad Macías presentó un proyecto del Ejecutivo. El día 13 de enero de 1917, se presentó otro proyecto por Pastor Romaix, Víctor Góngora, Esteban Baca Calderón, Luis Manuel Rojas, Dionicio Zabala, Rafael de los Ríos, Sivestre Dorador y Jesús de la Torre. Ambos proyectos, bastante parecidos entre sí, estos fueron base del documento que presentó la Comisión, el cual se aprobó el 23 de enero de 1917, dicho documento se convierte en el artículo 123° de la Constitución Mexicana.

La fracción XXIX del artículo 123° de la propia Constitución, establece que "se considera de utilidad social, el establecimiento de cajas de seguro populares de invalidez, de vida, de cesación análogos, por lo cual, tanto el Gobierno Federal como el de cada Estado debe de fomentar la organización de esta índole, para difundir e inculcar la previsión popular".

Con la vigencia de la Constitución Política de 1917, las legislaturas de los Estados y el Congreso de la Unión, expidieron, en uso de sus facultades, disposiciones en materia de trabajo y algunas leyes de pensiones y jubilaciones civiles y militares; además aparecieron las sociedades mutualistas, constituidas por agrupaciones de trabajadores.

El 9 de diciembre de 1921, en el Gobierno de Alvaro Obregón, se hace el primer intento para establecer una Institución encargada de la seguridad social a través de un proyecto de ley sobre esta materia.

En el Diario Oficial de fecha 6 de septiembre de 1929, apareció publicado decreto del presidente Emilio Portes Gil, que promulga las reformas a los artículos 73°, fracción X y 123° de la Constitución, cuya fracción XXIX considera de utilidad pública la expedición de la Ley de Seguro Social, misma que comprende los seguros de invalidez, vida, cesantía involuntaria de trabajo, enfermedades, accidentes y otros fines análogos.

Estas reformas abren el camino para la redacción de una ley acorde con la realidad, superando las ideas de las mutualidades y cajas de previsión, que eran de acción limitada, a la vez que logra la federalización legislativa en materia de seguridad social.

En los gobiernos de Abelardo L. Rodríguez y de Lázaro Cárdenas, se designaron comisiones encargadas de elaborar nuevos proyectos de Ley de Seguro Social, los cuales constituyen, entre otros, los antecedentes más importantes para la Ley de Seguro Social del 19 de enero de 1943 que se promulga durante el régimen de Manuel Avila Camacho.

La Ley de Seguro Social de 1943 sufre diversas adiciones y modificaciones, y es abrogada por la Ley que entro en vigor el 1° de abril de 1973. Así mismo, en el año de 1989, la Ley tubo otras modificaciones importantes.

Dentro de los lineamientos generales de la iniciativa de la Ley del Seguro Social, se establece la creación de un Instituto descentralizado que cuidara la administración y manejo de sus fondos con el máximo de garantías, sin los perjuicios de especulación, en una rama administrativa para evidente utilidad pública.

El Seguro Social es una Institución en que se compensa las cargas económicas de sus costos entre un gran número de empresas y asegurados; es un fenómeno esencialmente colectivo, de solidaridad industrial, que no puede resolverse individualmente, porque ninguna empresa es capaz de soportar estos gastos con cargo directo a sus costos de producción, y de hay se deriva la necesidad de atender al Seguro Social, en función de la gran masa de sectores económicos interesados. Sólo así es posible establecer un sistema de Seguro Social con nivel de prestaciones capaces de satisfacer las necesidades indispensable de la población asegurada.

Con lo anterior enunciado podemos afirmar que:

La seguridad social en México tiene su fundamento legal en la constitución de 1917 donde se establece como uno de los compromisos fundamentales del Estado Mexicano, el crear y fomentar condiciones que procuren el bienestar y el desarrollo de todos los mexicanos, principalmente de los más desprotegidos.

Por ello la ley del Seguro Social, señala que la Seguridad Social tiene la siguiente finalidad: garantizar el derecho humano a la salud, la asistencia medica, la protección de los medios de subsistencia y los servicios sociales necesarios para el bienestar individual colectivo, así como el otorgamiento de una pensión.

El Instituto Mexicano del Seguro Social (IMSS) fue creado en el año de 1943 en respuesta a las aspiraciones de la clase trabajadora, su función primordial es la de proporcionar a los trabajadores servicios de salud, asistencia medica, protección de los medios de subsistencia y servicios sociales. Para 1995 al cabo de cincuenta y dos años de operar el IMSS a través de su régimen obligatorio dio cobertura a treinta y siete millones de mexicanos, con una infraestructura superior a mil setecientas unidades médicas, cubriendo más de un millón cuatrocientos treinta mil pensiones mensuales.

Asimismo, a través del tiempo México ha presentado cambios dentro de su estructura económica y social; de igual forma se han transformado las variables de salud, demografía y empleo, variables que se sustentan en el origen del IMSS. Debido a estos cambios el Instituto enfrentó un problema real de inviabilidad financiera, es por ello que se creó una nueva Ley del Seguro Social, vigente a partir del 1° de julio de 1997.

El IMSS anteriormente estaba integrado por cuatro ramos de seguros, a los cuales en el año de 1992 se agrega el SAR (Sistema de Ahorro para el Retiro), además la cuota del INFONAVIT. El financiamiento de estos ramos se presenta en el siguiente cuadro:

**RAMOS DE FINANCIAMIENTO LEY ANTERIOR**

Cuadro 1

Ramo de Seguro	Cuota Porcentual	Aportación
Invalidez, Vejez, Cesantía en edad avanzada y Muerte	8.5	Tripartita
Enfermedad y Maternidad	12.5	Tripartita
Riesgo de Trabajo	2.5	Patronal
Guarderías	1.0	Patronal
SAR	2.0	Patronal
INFONAVIT	5.0	Patronal
Total	31.5	

Se destaca que la aportación cuota promedio (Tripartita) es aquella en la cual contribuyen en un setenta por ciento el patrón, un veinticinco por ciento el trabajador y el gobierno con el cinco por ciento restante.

Al entrar en vigor la nueva ley se tenía contemplado ampliar la cobertura para brindar los servicios médicos a un mayor número de mexicanos, dar permanencia a sus principios originales de solidaridad y justicia social, pero antes que nada, garantizar mejores niveles de pensión para los futuros jubilados.

Uno de los cambios más importantes dentro de la nueva Ley del Seguro Social (LSS) es en el ramo de IVCM, esto debido al incremento de esperanza de vida de los pensionados, así como el incremento a las prestaciones de los asegurados, ya que el IMSS no contaba con los ingresos suficientes para brindar pensiones que satisficieran las expectativas de los pensionados. De acuerdo a cifras del Instituto, 90% de los pensionados reciben lo equivalente a un salario mínimo mensual, es decir la pensión mínima legal.

Dentro de la Ley del Seguro Social anterior (Ley 1973) en el ramo de IVCM se presentaban algunas iniquidades, que a continuación enunciaremos:

1. Si un trabajador había cotizado durante el mayor tiempo de su vida laboral y por alguna circunstancia llegaba a los sesenta o sesenta y cinco años de edad cotizando como lo marca la vieja Ley automáticamente este asegurado pierde el derecho de una pensión.
2. El asegurado no podía hacer aportaciones voluntarias para mejorar la cantidad de pensión que en un futuro recibiría.
3. Tenía casi los mismos derechos un asegurado que cotiza diez años y un asegurado que se pasó la mayor parte de su vida laboral cotizando.
4. Para calcular la pensión se consideraba el salario de los últimos cinco años de la vida laboral del asegurado.

La actual (Ley 1997) introduce un nuevo sistema de pensiones, que espera ser plenamente viable financieramente además de ser más justo para los trabajadores cuando se retiren.

Hay que añadir también que el nuevo sistema de pensiones se divide actualmente en dos ramos de aseguramiento:

- Invalidez y Vida (IV), el cual cubre accidentes o enfermedades no profesionales que impiden al trabajador continuar desempeñando su labor; y la protección de sus beneficiarios en caso de que fallezca el asegurado o pensionado por invalidez; y
- Retiro, Cesantía en edad Avanzada y Vejez (RCV), que asegura que el trabajador cuente con un ingreso al momento de llegar a la vejez; en el caso de perder su empleo o en una edad avanzada.

En el nuevo sistema, cada trabajador tiene una cuenta individual para el retiro, la participación del gobierno a la cuenta individual de retiro es de un peso cada día, cantidad que se incrementa de acuerdo a la inflación cada tres meses, también aportan a las cuentas individuales los patrones, además se les deposita las cuotas correspondientes del SAR e INFONAVIT.

Los recursos para dichos seguros se destinan de la siguiente forma:

**PARA EL SEGURO DE INVALIDEZ Y VIDA**

Procedencia de Fondos	Porcentaje de Salario Base de Cotización
Tripartita	2.5% para la cuota de invalidez y vida
Tripartita	1.5% para gastos médicos de pensionados
Total	4.0%

Cuadro 2

**PARA EL SEGURO DE RETIRO, CESANTIA EN EDAD AVANZADA Y VEJEZ**

Procedencia de Fondos	Porcentaje de Salario Base de Cotización
Tripartita	4.5%
SAR (patronal)	2.0%
INFONAVIT (patronal)	5.0%
Total	11.5%
	Más la cuota social que aporte el Gobierno y que equivalen al 5.5% del salario mínimo general vigente en el Distrito Federal.

Cuadro 3

Es obvio, que el 8.5% del seguro de IVCM (cuadro 1) se partió, para financiar el seguro de IV, con 4% y 4.5% para financiar el seguro de RCV. Podemos señalar que la prima de financiamiento de este seguro sólo incluye una aportación adicional, que es a cuota social que aporta el Gobierno Federal. Lo demás permanece igual.

Los patrones y el Gobierno Federal, en la parte que les corresponde están obligados a enterar al instituto el importe de las cuotas obrero-patronales y las aportaciones estatales del seguro de retiro, cesantía en edad avanzada y vejez, dichas cuotas se reciben y se depositan en las respectivas subcuentas de la cuenta individual de cada trabajador, en los términos previstos en la Ley para la Coordinación de los sistemas de ahorro para el Retiro.

En lo de cesantía de edad avanzada y vejez, al patrón le corresponde cubrir la cuota de tres punto cinco por ciento (3.5%) sobre el salario base de cotización, mientras que al trabajador le corresponde cubrir la cuota de un punto ciento veinticinco por ciento (1.125%) sobre el salario base de cotización y la contribución del Estado, es de siete punto ciento cuarenta y tres por ciento (7.143%) del total de las cuotas patronales de estos ramos.

Por otra parte, con el nuevo sistema el pensionado tiene el derecho de elegir una AFORE que maneje su cuenta individual, cuando llegue el momento de usar su pensión el asegurado elegirá contratar el servicio con una aseguradora, la cual se va a encargar de pagar una renta vitalicia y, en caso de fallecer va a otorgar a sus beneficiarios el seguro de sobrevivencia, que es el que paga las pensiones derivadas y demás prestaciones que les correspondan.

Se espera que entre los beneficios más importantes que se otorgan a los asegurados se encuentran los siguientes:

- El trabajador es dueño de su cuenta individual.
- El sistema permite al trabajador conocer en todo momento la cantidad que tiene depositada en su cuenta.
- El trabajador que cotiza más tiempo incrementa su cuenta.
- Los trabajadores que no alcancen a cotizar el tiempo necesario para alcanzar el fondo para una renta vitalicia, el Estado garantiza una pensión mínima.

- El trabajador puede realizar aportaciones voluntarias adicionales a su cuenta individual.
- El gobierno le ayuda al trabajador, por medio de una cuota social.
- Las AFORES pagan al trabajador intereses por el manejo de su cuenta individual.
- Se espera que el dinero depositado en las AFORES sirva en gran parte para generar más empleos y desarrollo del país.
- Los trabajadores que no alcancen a cotizar las semanas de requisitos no pierden sus fondos depositados, estos les serán pagados al llegar a la edad de retiro (sesenta años por cesantía o sesenta y cinco por vejez).

## 2.2. LA CESANTIA EN EDAD AVANZADA Y VEJEZ ( LEY 1973 )

A continuación se analiza lo referente a la cesantía en edad avanzada y vejez de acuerdo a la Ley de 1973.

En primer lugar, para poder otorgar las prestaciones de cesantía en edad avanzada y vejez se requiere del cumplimiento del periodo de espera, dicho periodo se mide en semanas cotizadas reconocidas por el Instituto según se señala en las disposiciones relativas en cada uno de los casos.

Por una parte se estipulaba que para poder tener derecho al seguro de vejez, se requiere que el asegurado haya cumplido sesenta y cinco años de edad y que tenga reconocidas como mínimo quinientas semanas cotizadas ante el Instituto.

Asimismo se establece que para poder gozar del seguro de cesantía en edad avanzada se debe cumplir con los siguientes requisitos: debe tener (el asegurado) sesenta años de edad, quedar privado de trabajos remunerados y tener como mínimo quinientas semanas reconocidas ante el Instituto, aproximadamente 10 años.

Ambos seguros obligan al Instituto a las siguientes prestaciones:

- Pensión.
- Asistencia médica.
- Asignaciones familiares.
- Ayuda asistencial.

El asegurado que reúna los requisitos para el otorgamiento de la pensión de cesantía en edad avanzada le corresponde una pensión cuya cuantía se calculaba conforme con la siguiente tabla:

Tabla 1

Años Cumplidos en la fecha en que se adquiere el derecho a recibir pensión	Cuantía de la pensión expresada en % de la cuantía de la pensión de vejez que le hubiera correspondido al asegurado de haber alcanzado los 65 años
60	75%
61	80%
62	85%
63	90%
64	95%

El asegurado que reunía los requisitos para el otorgamiento de una pensión de vejez se le calculaba de la siguiente manera: La pensión se compone anualmente de una cuantía básica y se incrementa anualmente según el número de semanas cotizadas reconocidas ante el Instituto con posterioridad a las primeras quinientas semanas cotizadas.

La cuantía básica y los incrementos se calculan conforme a la siguiente tabla:

Tabla 2

Grupo de salario en veces el salario mínimo general para el D.F.	Cuantía Básica %	Incremento Anual %
Hasta 1	80.00	0.563
De 1.01 a 1.25	77.11	0.814
De 1.26 a 1.50	58.18	1.178
De 1.51 a 1.75	49.23	1.430
De 1.76 a 2.00	42.67	1.615
De 2.01 a 2.25	37.65	1.756
De 2.26 a 2.50	33.68	1.868
De 2.51 a 2.75	30.48	1.958
De 2.76 a 3.00	27.83	2.033
De 3.01 a 3.25	25.60	2.096
De 3.26 a 3.50	23.70	2.149
De 3.51 a 3.75	22.07	2.195
De 3.76 a 4.00	20.65	2.235
De 4.01 a 4.25	19.39	2.271
De 4.26 a 4.50	18.29	3.302
De 4.51 a 4.75	17.30	2.330
De 4.76 a 5.00	16.41	2.355
De 5.01 a 5.25	15.61	2.377
De 5.26 a 5.50	14.88	2.398
De 5.51 a 5.75	14.22	2.416
De 5.76 a 6.00	13.62	2.433
De 6.01 hasta el límite establecido (10 veces el salario mínimo)	13.00	2.450

Para determinar la cuantía básica anual de la pensión y sus incrementos, se considera como salario, el promedio correspondiente a las últimas doscientas cincuenta semanas de cotización, el salario diario resultante se expresaba en veces el Salario Mínimo General para el Distrito Federal vigente a la fecha en que el asegurado se pensiono. A fin de determinar el grupo de la tabla que antecede en que el propio asegurado se encuentre.

Los porcentajes para calcular la cuantía básica, así como los incrementos anuales se aplican al salario promedio diario. A su vez, el derecho al incremento anual se adquiere por cada cincuenta y dos semanas más de cotización.

A continuación se da un ejemplo de cómo se calcula una pensión de vejez bajo la Ley de 1973.

Suponemos los siguientes datos:

$$\begin{array}{ll} S = 2500 & SM = 26.45 \text{ Salario mínimo diario en el año de 1997} \\ x = 45 & j = 7\% \\ r = 65 \end{array}$$

Años que a contribuido al IMSS a edad  $x = 20$

Donde:

$$\begin{array}{l} S = \text{salario actual del asegurado} \\ SM = \text{salario mínimo actual} \\ x = \text{edad actual} \\ r = \text{edad de retiro} \\ j = \text{tasa de crecimiento salarial anual} \end{array}$$

En seguida, calcularemos el salario a edad de retiro ( $S_{65}$ ), así como el salario mínimo a edad de retiro ( $S.M_{65}$ ). Esto se realizará mediante una proyección, utilizando la tasa de crecimiento salarial, con las fórmulas siguientes:

$$S_{65} = S (1+j)^{(r-x)}$$

$$S.M_{65} = S.M. (1+j)^{(r-x)}$$

Es claro que  $(r-x)$  nos indica los años que le faltan al asegurado para cumplir los sesenta y cinco años de edad.

$$\Rightarrow S_{65} = 2500 (1.07)^{20} = 9674.21$$

$$\Rightarrow S.M_{65} = 26.45 * 30 * (1.07)^{20} = 3,070.59$$

De acuerdo con lo expuesto debo obtener un salario base de cotización el cual es igual al promedio de las últimas doscientas cincuenta semanas de cotización.

Sabemos que  $S_{65} = 9674.21$  para obtener el promedio de los últimos cinco años (doscientas cincuenta semanas) utilizaremos una anualidad, es decir:

$$S_{65} = 9674.2$$

$$S_{64} = 9674.2 (1.07)^{-1}$$

$$S_{63} = 9674.2 (1.07)^{-2}$$

$$S_{62} = 9674.2 (1.07)^{-3}$$

$$S_{61} = 9674.2 (1.07)^{-4}$$

$$S_{60} = 9674.2 (1.07)^{-5}$$

Esto indica que el promedio de los últimos cinco años (tomo en cuenta que  $S_{65}$  es el último salario más no lo que gano el último año, lo que gana el último año es  $S_{64}$ ), es:

$$\frac{1}{5} * (S_{60} + S_{61} + S_{62} + S_{63} + S_{64})$$

$$\Rightarrow \frac{1}{5} * (9674.2 * (1.07)^{-1} + 9674.2 * (1.07)^{-2} + 9674.2 * (1.07)^{-3} + 9674.2 * (1.07)^{-4} + 9674.2 * (1.07)^{-5})$$

$$\Rightarrow \frac{9674.2}{5} * ((1.07)^{-1} + (1.07)^{-2} + (1.07)^{-3} + (1.07)^{-4} + (1.07)^{-5})$$

Pero (de acuerdo al apéndice sección matemáticas financieras),  $(1.07)^{-1} + (1.07)^{-2} + (1.07)^{-3} + (1.07)^{-4} + (1.07)^{-5}$  es el valor presente de una anualidad ordinaria temporal cinco años a una tasa de interés del 7% y se denota como  $\alpha_{\overline{5}|0.07}$

$$\Rightarrow \frac{9674.2}{5} * \alpha_{\overline{5}|0.07}$$

Pero

$$\alpha_{\overline{n}|j} = \frac{1 - (1+j)^{-n}}{j}$$

$$\Rightarrow \alpha_{\overline{5}|0.07} = \frac{1 - (1+0.07)^{-5}}{0.07} = 4.10019$$

$SBC_5$  denota el salario base de cotización promedio de las últimas doscientas cincuenta semanas, por lo tanto:

$$SBC_5 = S_{65} * \alpha_{\overline{5}|0.07} * \frac{1}{5}$$

$$\Rightarrow SBC_5 = 9674.21 * 4.10019 * \frac{1}{5} = 7933.23$$

Ahora únicamente nos falta expresar cuantas veces es el  $S_{65}$  con respecto al  $S_{M_{65}}$ , esto para dar una idea de cuanto le corresponde de cuantía básica así como de incremento salarial de acuerdo a la tabla 2.

$$\text{Veces el } SM_{65} = \frac{S_{65}}{SM_{65}}$$

$$\text{Veces el } SM_{65} = \frac{9674.21}{3070.59} = 3.15$$

Si observamos en la tabla 2 nos damos cuenta que la cuantía básica correspondiente es de 25.60% y el incremento anual de 2.096%

La fórmula para obtener la pensión del IMSS de acuerdo con la Ley anterior (PIMSS) es la siguiente:

$$PIMSS = SBC_5 (CB + [IA * (AC - 10)])$$

Donde:

AC = años cotizados

CB = el % correspondiente a la cuantía básica  
IA = el % correspondiente al incremento anual

$$\Rightarrow \text{PIMSS} = 7933.23 ( 0.2560 + 0.02096 ( 40 - 10 ) ) = 7019.321$$

Esto nos indica que la pensión que otorga la Ley de 1973 en el ejemplo, la tasa de reemplazo es de 72.55% del último sueldo ( se obtiene con la siguiente operación  $\frac{\text{PIMSS}}{S_{65}}$  )

### 2.3. LA CESANTIA EN EDAD AVANZADA Y VEJEZ ( LEY 1997 )

En la Ley del Seguro Social (L.S.S.) existen derechos que otorga a los Asegurados, uno de los derechos es aquel que se refiere a la protección a la cesantía en edad avanzada o por vejez, así como la muerte del pensionado. Para que se pueda otorgar estas prestaciones el asegurado debe de cumplir con periodos de espera medidos mediante semanas cotizadas reconocidas por el Instituto.

Para que un Asegurado pueda obtener los beneficios de Cesantía en edad avanzada o vejez debe quedar privado de trabajos remunerados despues de los sesenta años de edad en el ramo de cesantía en edad avanzada y para el caso de vejez debe haber cumplido al menos sesenta y cinco años de edad, en ambos ramos debe tener ante el Instituto, como mínimo, de mil doscientas cincuenta semanas cotizadas. Si un trabajador tiene cumplidos sesenta años o más, para el caso de retiro por cesantía en edad avanzada o sesenta y cinco años o más para el caso de vejez y no reúna las semanas cotizadas que pide la Ley tiene dos opciones: una de ellas es el poder retirar el saldo de su cuenta individual en una sola exhibición, la otra opción es el seguir cotizando hasta cubrir las semanas necesarias para que opere su pensión.

La contingencia consistente en la cesantía en edad avanzada y vejez, obliga al Instituto al otorgamiento de las prestaciones siguientes:

- ❖ Pensión.
- ❖ Asistencia medica.
- ❖ Asignaciones Familiares.
- ❖ Ayuda asistencial.

Si el asegurado cumple con los requisitos señalados puede disponer de su cuenta individual con el objeto de disfrutar de una pensión de cesantía en edad avanzada o de vejez. Para cumplir dicho propósito el asegurado puede optar por alguna de las siguientes alternativas; contratar con una institución de seguros una renta vitalicia, la cual se actualizará anualmente en el mes de febrero conforma al Índice Nacional de Precios al Consumidor; Mantener el saldo de su cuenta individual en una Administradora de Fondos para el Retiro y efectuar con cargo a éste, retiros programados.

Cualquiera de estas dos alternativas se sujetan a lo establecido en la L.S.S. y de conformidad con las reglas de carácter generales que expida la Comisión Nacional del Sistema de Ahorro para el Retiro.

Es importante señalar que el asegurado puede pensionarse antes de cumplir los sesenta años de edad siempre y cuando la pensión que se le calcule en el sistema de renta vitalicia sea superior en más del treinta por ciento a la pensión garantizada, una vez cubierta la prima de Seguro de Supervivencia para sus beneficiarios.

## 2.4. CUOTA SOCIAL

Con las cuentas individuales capitalizables los trabajadores de ingresos bajos durante toda su carrera laboral no son capaces de generar los fondos suficientes para autofinanciar la pensión mínima ( por lo que siempre habrá un costo fiscal del programa ).

Por este problema se propuso un mecanismo de " Cuota Social ", que es un pago igual para todos los trabajadores, a depositar en sus cuentas individuales, esta cuota se financia totalmente por el estado.

La cuota social se entiende como un instrumento de política social que busca incrementar especialmente el ahorro de los trabajadores de menores ingresos.

Este esquema se basa en el depósito hecho por el Gobierno Federal a la cuenta de cada cotizante. Consiste en un 5.5 por ciento de un SMDF diario al primero de enero de 1997, el cual esta indizado al índice nacional de precios al consumidor, para así mantener su poder adquisitivo.

## 2.5. OBLIGACIONES Y DERECHOS DE TRABAJADORES, DE PATRONES, DEL INSTITUTO DEL SEGURO SOCIAL Y DE LAS ADMINISTRADORAS DE FONDO PARA EL RETIRO

Hemos dicho que con forme a la Ley de 1997 es derecho de todo trabajador asegurado contar con una cuenta individual. La individualización y la administración de los recursos de la cuenta individual está a cargo de las Administradoras de Fondo para el Retiro (AFORE), dichas administradoras debe contar, para su constitución y funcionamiento, con autorización de la Comisión Nacional del Sistema de ahorro para el Retiro, sujetándose en cuanto a su contabilidad, información, sistema de comercialización y publicidad en los términos de la Ley para la Coordinación de los Sistemas de Ahorro para el Retiro.

El trabajador asegurado tiene el derecho de elegir a la AFORE que opere su cuenta individual, si se da este caso la Coordinación de los Sistemas de Ahorro para el Retiro determina los mecanismos, procedimientos y términos aplicables para que se pueda dar dicho trámite, el trabajador puede, una vez en un año calendario solicitar a la AFORE el traspaso de los recursos de su cuenta individual a otra administradora.

Los patrones están obligados siempre que contraen un nuevo trabajador a solicitar el número de seguridad social y el nombre de la administradora que opere su cuenta individual, los trabajadores que estén sujetos a la L.S.S. sólo pueden tener una cuenta individual, si un trabajador asegurado bajo este régimen tiene dos o más cuentas individuales debe unificar para tener sólo una cuenta individual.

El patrón tiene la obligación de enterar cada dos meses a la organización representativa de los trabajadores o en caso de no existir alguna organización a cada trabajador una relación de las aportaciones hechas a favor de cada uno de ellos, la AFORE debe informar a cada trabajador titular de una cuenta individual, el estado de la misma en los términos, periodicidad y forma que al efecto establezca la Coordinación de los Sistemas de Ahorro para el Retiro, el asegurado tiene el derecho de solicitar a la administradora cualquier tipo de información relacionada con su cuenta individual, los gastos que se generen por emisión, cobranza y control de aportaciones de las cuentas individuales de los trabajadores son cubiertos al Instituto por las AFORES.

El patrón es responsable de los daños y perjuicios que se causaren al trabajador o a sus beneficiarios, cuando por falta de cumplimiento de la obligación de inscribirlo o de avisar su salario real o cambio que sufriera éste no pudieran otorgarse las prestaciones de retiro por cesantía en edad avanzada o vejez.

Las AFORES, operan las sociedades de inversión especializadas de fondos para el retiro, las cuales son responsables de la inversión de los recursos de las cuentas individuales de los trabajadores.

Con cargo a los recursos acumulados de la cuenta individual del trabajador, las AFORES adquieren a nombre de éste y a favor de sus beneficiarios legales, en el momento de pensionarse un seguro de Supervivencia, en los términos que al efecto determine la Comisión Nacional del Sistema de ahorro para el Retiro.

Durante el tiempo que el trabajador deje de estar sujeto a una relación laboral tiene el derecho de realizar aportaciones a su cuenta individual; retirar de su subcuenta de retiro, cesantía en edad avanzada y vejez la cantidad que resulte menor entre setenta y cinco días de su propio salario base de cotización de las últimas doscientas cincuenta semanas o e diez por ciento del saldo de su propia subcuenta.

Los trabajadores tienen todo el tiempo el derecho de realizar aportaciones voluntarias a su cuenta individual, asimismo el patrón podrá hacer aportaciones adicionales a la subcuenta de aportaciones voluntarias

Para efectos de Retiro Programado, se calculara cada año una anualidad que es igual al resultado de dividir el saldo de su cuenta individual entre el capital necesario para financiar una unidad de renta vitalicia para el asegurado y sus beneficiarios, y, por lo menos, igual al valor correspondiente a la pensión garantizada. La pensión mensual corresponderá a la doceava parte de dicha anualidad, las tablas utilizadas para calcular la unidad de renta vitalicia a que se refiere lo anterior se elaborarán anualmente por la Comisión Nacional de Seguros de fianzas.

Las Aseguradoras y las AFORES no pueden retener, bajo ningún concepto, el pago de rentas vencidas ni de retiros programados no cobrados por el pensionado, cuyos montos en todo momento están a disposición de éste.

## 2.6. DEFINICIONES IMPORTANTES

Para efectos de la Ley del Seguro Social se entiende por:

**Cuenta individual:** es aquella que se abre para cada asegurado en la AFORE, para que se depositen las cuotas obrero-patronales y estatal por concepto del seguro retiro, cesantía en edad avanzada y vejez, así como los rendimientos. La cuenta individual se integra por las subcuentas: de retiro, cesantía en edad avanzada y vejez; de vivienda y de aportaciones voluntarias.

Respecto a la subcuenta de vivienda las AFORES debe hacer entrega de los recursos al Instituto del Fondo Nacional de la Vivienda para los Trabajadores en los términos de su propia Ley.

**Individuallar:** El proceso mediante el cual se identifica la parte que se abona a las subcuentas correspondientes a cada trabajador de los pagos efectuados por el patrón y el estado, así como los rendimientos financieros que se generen.

**Pensión:** La renta vitalicia o el retiro programado.

**Renta Vitalicia:** El contrato por el cual la aseguradora a cambio de recibir los recursos acumulados en la cuenta individual se obliga a pagar periódicamente una pensión durante la vida del pensionado.

**Retiros Programados:** La modalidad de obtener una pensión fraccionando el monto total de los recursos de la cuenta individual, para lo cual se tomará en cuenta la esperanza de vida de los pensionados así como los rendimientos previsibles de los saldos.

**Seguro de Supervivencia:** Aquél que se contrata por los pensionados, por riesgos de trabajo, por invalidez, por cesantía en edad avanzada o por vejez, con cargo a los recursos de la suma asegurada, adicionada a los recursos de la cuenta individual a favor de sus beneficiarios para otorgarles la pensión, ayudas asistenciales y demás prestaciones en dinero previstas en los respectivos seguros, mediante la renta que se les asignará después del fallecimiento del pensionado, hasta la extinción legal de las pensiones.

**Monto Constitutivo:** Es la cantidad de dinero que se requiere para contratar los seguros de renta vitalicia y de Supervivencia con una institución de seguros.

**Suma Asegurada:** Es la cantidad que resulta de restar al Monto Constitutivo el saldo de la cuenta individual del trabajador.

**Pensión Garantizada:** Es aquella que el Estado asegura a quienes reúnan los requisitos señalados por la Ley del Seguro Social para los ramos de cesantía de edad avanzada y vejez y su monto de dicha pensión es el equivalente a un salario mínimo general para el Distrito Federal, dicha cantidad se actualizará anualmente en el mes de febrero, con forme al Índice Nacional de Precios al Consumido para garantizar el poder adquisitivo de dicha pensión.

Si los recursos acumulados por el asegurado en su cuenta individual resultan insuficientes para contratar una renta vitalicia o un retiro programado que le asegure el disfrutar de una pensión garantizada y la adquisición de un seguro de Supervivencia para sus beneficiarios recibirá del Gobierno Federal la aportación complementaria suficiente para ello, en este caso se debe proceder siempre a otorgar una Pensión bajo el sistema de retiros programados. El pensionado por cesantía en edad avanzada o vejez que disfrute de una pensión garantizada no podrá recibir otra de igual naturaleza.

**De las bases de cotización de las cuotas ( artículo 27 LSS ):** Para los efectos de esta Ley, el Salario Base de Cotización se integra con los pagos hechos en efectivos por la cuota diaria y las gratificaciones, percepciones, alimentación, habitación, primas, comisiones, prestaciones en especie y cualquier otra cantidad o prestación que se entregue al trabajador por sus servicios.

Se excluyen como integrantes del salario base de cotización, dada su naturaleza, los siguientes conceptos;

- I. Los instrumentos de trabajo tales como herramientas, ropa y otros similares;
- II. El ahorro, cuando se integre por un depósito de cantidad semanal, quincenal o mensual igual del trabajador o de la empresa; si se constituye en forma diversa o puede el trabajador retirarlo más de dos veces al año, integrará salario; tampoco se tomará en cuenta las cantidades otorgadas por el patrón para fines sociales de carácter sindical;
- III. Las aportaciones adicionales que el patrón convenga otorgar a favor de sus trabajadores por concepto de cuotas de seguro de retiro, cesantía en edad avanzada y vejez;
- IV. Las aportaciones al Instituto del Fondo Nacional de la Vivienda para los Trabajadores y las participaciones en las utilidades de la empresa;
- V. La alimentación y la habitación cuando se entregue en forma onerosa a trabajadores; se entiende que son onerosas estas prestaciones cuando representen cada una de ellas, como mínimo, el veinte por ciento del salario mínimo general, que rija en el Distrito Federal;
- VI. Las despesas en especie o en dinero, siempre y cuando su importe no rebase el cuarenta por ciento del salario mínimo general diario vigente en el Distrito Federal;
- VII. Los premios por asistencia y puntualidad, siempre que el importe de cada uno de estos conceptos no rebase el diez por ciento del salario base de cotización;
- VIII. Las cantidades aportadas para fines sociales, considerándose como tales las entregadas para construir fondos de algún plan de pensiones establecido por el patrón o derivado de contratación colectiva. Los planes de pensiones serán sólo los que reúnan los requisitos que establezcan la Comisión Nacional del Sistema de Ahorro para el Retiro, y
- IX. El tiempo extraordinario dentro de los márgenes señalados en la Ley Federal del Trabajo.

Para que los conceptos mencionados en este precepto se excluyan como integrantes del salario base de cotización, deberán estar debidamente registrados en la contabilidad del patrón.

### PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

#### 3.1. EXPOSICIÓN DEL PROBLEMA

Como ya se menciona anteriormente el 1º de julio de 1997 entro en vigor la nueva LSS, la cual se dice que debe resolver los problemas en cuanto a las reservas de las pensiones en este Instituto, además de que esta nueva Ley beneficia a la sociedad en general, lo cual no lo comparto.

¿Por que no comparto esta idea?, Por estudios que se han realizado los cuales indican que no se va a resolver los problemas de reservas del Instituto, y algo fundamental es que los trabajadores con menores recursos son menos beneficiados con la Ley que entro en vigor, a su vez el beneficio que reciben los trabajadores con mayores ingresos los beneficia muy poco en cuanto a la Ley anterior.

Se supone que este cambio que se realizo, debe beneficiar a toda la sociedad y esta nueva ley es una carga para el Estado y para las futuras generaciones que es muy probable que en el futuro con esta Ley no aguanten el peso de la reforma que se realizo, la pregunta es la siguiente: ¿Que filosofia se tomo para aceptar esta nueva Ley? y ¿por qué se aprobó sin antes tomar en cuenta todos los supuestos correctamente?

No se debe olvidar que la seguridad social debe crear condiciones que procuren el bienestar y el desarrollo de todos los mexicanos por lo cual no se debe poner en riesgo ya que es parte de toda una nación.

Ya que fue aceptada esta reforma lo menos que pueden hacer los actuarios es utilizar la filosofia adecuada para poder de esa forma proteger a los trabajadores con menos ingresos y poder otorgarles la mejor pensión (el caso de este trabajo es en el ramo de cesantia en edad avanzada y vejez) posible con lo acumulado en su cuenta individual.

Con la nueva Ley el asegurado que cumplió con los requisitos establecidos para el caso de cesantia en edad avanzada y vejez tiene el derecho de recibir el monto de su cuenta individual con la cual debe comprar un seguro de sobrevivencia para sus beneficiarios, con el resto del monto lo puede retirar en una sola exhibición, realizar retiros programados ó contratar en una compañía de seguros una anualidad que le proporcione renta vitalicias.

Es necesario realizar algunos supuestos para poder observar que es posible que el asegurado obtenga un mejor beneficio con su cuenta individual si el actuario utiliza una filosofia correcta.

#### 3.2. SUPUESTOS BÁSICOS

A continuación se enuncian los supuestos que se utilizan para poder realizar el estudio de interés.

- I. Los asegurados cumplen con los requisitos establecidos para poder jubilarse
- II. Los asegurados optan por recibir una pensión.
- III. El único beneficiario que tienen a la edad de retiro es su cónyuge.

IV. Con el monto de la cuenta individual el asegurado paga las primas de: la anualidad (para recibir la pensión) y el seguro de sobrevivencia (para su beneficiario).

V. La pensión que recibirá el beneficiario es igual a una pensión mínima garantizada.

A continuación se deduce la prima básica del seguro de sobrevivencia.

### 3.3. SEGURO DE SOBREVIVENCIA

Enseguida obtengo el seguro de sobrevivencia, dicho seguro es obligación de ser adquirido por el pensionado y es para sus beneficiarios (así lo establece la Ley del Seguro Social).

Lo primero que hay que señalar, es que, se va a partir del supuesto que el pensionado llegue a la edad de retiro (edad  $x$ ) con un solo beneficiario que es su cónyuge (edad  $y$ ).

Asimismo, dicho beneficio se le entrega al cónyuge del pensionado si y sólo si, el pensionado llega a fallecer y el cónyuge sigue con vida después de suceder la muerte del pensionado.

Ahora bien la probabilidad de que el pensionado muera es un suceso independiente, de igual forma es independiente la probabilidad de que el cónyuge siga con vida después de que el pensionado haya fallecido, esto nos indica que se debe tomar en cuenta las probabilidades de dos personas en forma independiente.

Se denota como:

${}_xP_x$  la probabilidad de que el pensionado de edad  $x$  sobreviva a la edad  $x + k$ .

${}_yP_y$  la probabilidad de que el cónyuge de edad  $y$  sobreviva a la edad  $y + k$ .

La probabilidad de que el pensionado de edad  $x$  fallezca entre la edad  $x$  y  $x + k$  es el complemento de esté sobreviva a la edad  $x + k$  esto nos indica que la probabilidad es  $(1 - {}_xP_x)$ , a esta probabilidad la denotamos como

${}_xq_x$  entonces:

${}_yq_y$  es la probabilidad de que el cónyuge de edad  $y$  fallezca entre las edades  $(y)$  y  $(y + k)$ .

Obtenidos estos resultados debo señalar, que de acuerdo al apéndice de probabilidad de dos eventos independientes es la multiplicación de ambos.

Lo anterior lo señalo ya que para que se haga efectivo el seguro de sobrevivencia debe ocurrir dos eventos independientes; El primero es que el pensionado haya fallecido y el segundo es que su cónyuge siga con vida al momento de que el pensionado haya fallecido.

Considerando que se va a pagar una unidad monetaria (\$1.00) al término de cada periodo si ocurre que: el pensionado a edad  $(x)$  en cualquier tiempo fallece y el cónyuge de edad  $(y)$  permanece con vida al momento de fallecer (el pensionado), esté pago expira hasta que fallezca el cónyuge.

Para saber si se va pagar \$1.00 al término de cualquier periodo tomando en cuenta el tiempo, parto de que el pensionado de edad  $(x)$  esta con vida así como el cónyuge de edad  $(y)$ , de ese punto (tiempo cero) de partida tomare en cuenta la probabilidad de muerte del pensionado y la probabilidad de vida del cónyuge y para esto me apoyo en la gráfica 1.

Cónyuge edad ( y )  
 Pensionado edad ( x )



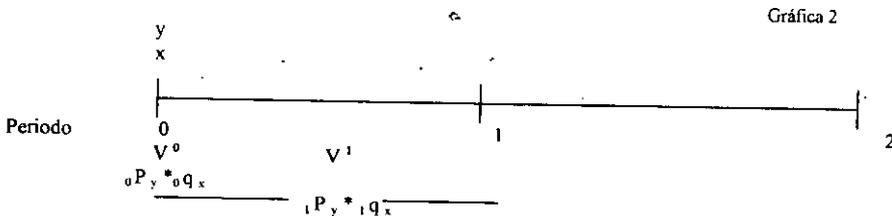
En el periodo cero, el valor presente (se denota al valor presente con  $V^n$ , n nos indica el periodo) de la probabilidad de que se haga efectivo el pago es la probabilidad de que el pensionado de edad ( x ) haya fallecido y su cónyuge de edad ( y ) este con vida, es decir:

$${}_0P_y \cdot {}_0q_x \cdot V^0$$

Es claro que en el periodo cero la probabilidad de que se pague la unidad monetaria es igual a cero ya que el pensionado esta vivo.

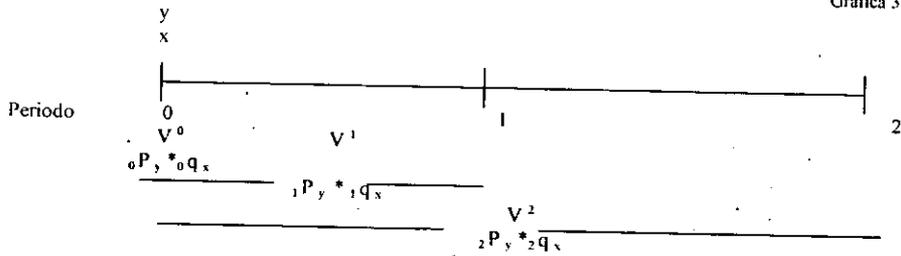
Para el periodo uno, el valor presente de la probabilidad de que se haga efectivo el pago es la probabilidad de que el pensionado de edad ( x ) haya fallecido entre la edad ( x ) y ( x + 1 ) y su cónyuge de edad ( y ) sobreviva a la edad ( y + 1 ), a esta probabilidad se le debe sumar la probabilidad de que ocurra la reclamación en el periodo cero ya que, son dos eventos exclusivos es decir, estas dos probabilidades no pueden suceder simultáneamente (no puede suceder un evento en periodos distintos), esto de acuerdo a los axiomas del apéndice de probabilidad, entonces la probabilidad es la siguiente:

$$({}_0P_y \cdot {}_0q_x \cdot V^0) + ({}_1P_y \cdot {}_1q_x \cdot V^1)$$



En el periodo dos, la probabilidad de pagar la unidad monetaria al término del periodo es la suma de la probabilidad de los periodos anteriores (periodo cero y uno) ya que son eventos exclusivos, y el valor presente de la probabilidad de que el pensionado de edad ( x ) haya fallecido entre la edad ( x + 1 ) y ( x + 2 ) y su cónyuge de edad ( y ) sobreviva a la edad ( y + 2 ) es decir:

$$({}_0P_y \cdot {}_0q_x \cdot V^0) + ({}_1P_y \cdot {}_1q_x \cdot V^1) + ({}_2P_y \cdot {}_2q_x \cdot V^2)$$



De esta forma podemos obtener el valor presente, de la probabilidad de pagar la unidad monetaria al termino de cualquier periodo, cabe señalar que el último periodo de pagar la unidad monetaria es w-y ya que si muere el cónyuge (que en el periodo cero tiene edad ( y )) ya no se paga \$1.00 al y termino de cada periodo esto es:

$$\begin{aligned}
 & ({}_0P_y * {}_0q_x * V^0) + ({}_1P_y * {}_1q_x * V^1) + ({}_2P_y * {}_2q_x * V^2) + \dots + ({}_n P_y * {}_n q_x * V^n) + \dots \\
 & + ({}_{w-y} P_y * {}_{w-y} q_x * V^{w-y})
 \end{aligned}$$

Se considera que cada periodo es anual.

Ya que tengo este resultado debo tomar en cuenta un beneficio que se le debe dar al beneficiario (cónyuge) del seguro de sobrevivencia, dicho beneficio es mensual y lo denotaré como  $b_1$  ( $b_1 = 0.9$ ) y es conocido como beneficio a pagar a los derechohabiente, entonces este beneficio anualmente es  $13 * b_1$  (doce meses de sueldo y uno de aguinaldo).

Si denoto a:

$A_{\overline{x}.y}$  = Seguro de Sobrevivencia con cónyuge sin hijos

$$\begin{aligned}
 A_{\overline{x}.y} = & (13 * b_1 * {}_0P_y * {}_0q_x * V^0) + (13 * b_1 * {}_1P_y * {}_1q_x * V^1) + (13 * b_1 * {}_2P_y * {}_2q_x * V^2) + \dots \\
 & + (13 * b_1 * {}_n P_y * {}_n q_x * V^n) + \dots + (13 * b_1 * {}_{w-y} P_y * {}_{w-y} q_x * V^{w-y})
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 A_{\overline{x}.y} = & 13 * b_1 * [({}_0P_y * {}_0q_x * V^0) + ({}_1P_y * {}_1q_x * V^1) + ({}_2P_y * {}_2q_x * V^2) + \dots + ({}_n P_y * {}_n q_x * V^n) + \\
 & + ({}_{w-y} P_y * {}_{w-y} q_x * V^{w-y})]
 \end{aligned}$$

$$A_{\overline{x}.y} = 13 * b_1 \sum_{k=0}^{w-y} P_y * {}_k q_x * V^k$$

$$A_{\overline{x}.y} = 13 * b_1 \sum_{k=0}^{w-y} P_y * (1 - {}_k P_x) * V^k$$

Entonces:

PBS = La prima Básica del Seguro de Supervivencia suponiendo que es de \$1.00 es:

$$PBS = A_{\overline{v}|i}$$

Ya obtenido el seguro de supervivencia es necesario deducir las anualidades contingentes.

### 3.4. ANUALIDADES CONTINGENTES

A continuación me avocare a desarrollar la fórmula para calcular el valor presente de una serie de pagos futuros, los cuales son contingentes a la supervivencia de una persona designada. A este valor presente se le conoce como "Prima Neta Única" (PNU); neta por que se calcula sin tomar en cuenta los gastos que originan la operación; única, por que se paga en una sola ocasión (al contratar la operación).

#### 3.4.1. DOTAL PURO

Supóngase que  $l_x$  personas de edad  $x$  desean contribuir en igual cantidad para formar un fondo que provea de una unidad monetaria a cada uno de los que sobrevivan a un periodo de  $n$  años; de acuerdo a la tabla de mortalidad, al termino de ese lapso habrá  $l_{x+n}$  sobrevivientes. Si  ${}_nE_x$  representa la contribución de cada uno de los  $l_x$  personas, entonces:

$${}_nE_x = V^n \frac{l_{x+n}}{l_x} = V^n {}_n p_x = \frac{l_{x+n}}{l_x} \frac{V^{x+n}}{V^x} = \frac{D_{x+n}}{D_x}$$

donde

$$D_{x+t} = V^{n-t} l_{x+t}$$

Los beneficios anteriores descritos constituyen lo que se le conoce como "Seguro Dotal Puro".

${}_nE_x$  puede ser interpretado como el valor presente de una unidad monetaria que es pagada a  $(x)$  si y sólo si sobrevive a un periodo de  $n$  años. Puedo entonces decir que  ${}_nE_x$  juega, en el cálculo actuarial, el mismo papel que  $V^n$  en la teoría de interés compuesto.

#### 3.4.2. ANUALIDADES

Una anualidad contingente (ó anualidad de vida) es una serie de pagos periódicos que depende de la supervivencia de una persona (anualidad simple) o de un grupo de vidas (anualidad compuesta). Definida de esa forma, es evidente que una anualidad simple (únicamente trato aquí este tipo de anualidades) puede ser representada como una serie de dotales puros de vencimiento periódicos.

Las anualidades simples se clasifican de acuerdo a:

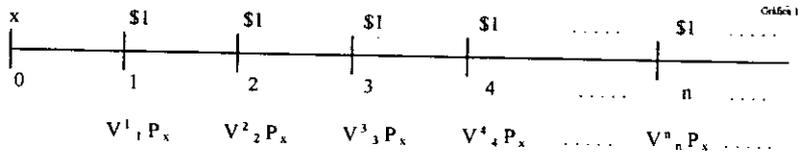
- La fecha de inicio del intervalo de pagos, en relación al momento de contratación; Se dice que la anualidad es ordinaria si el intervalo de pago inicia en el momento de la contratación ó diferida si empieza después de transcurrido un período preestablecido.
- La forma en que se realizan los pagos; Anticipada si los pagos se verifican al inicio cada período ó vencida si se realizan en el final de cada período.
- La temporalidad de los pagos; Vitalicia si se paga mientras la persona esté viva, sin límite de tiempo ó temporales si es a lo más por un lapso preestablecido.
- La frecuencia de pagos por período; Pagadera una vez por período, pagaderas m-veces por período ó pagaderas en forma continua.
- A la tasa de pagos; Constante o niveladas si los pagos son iguales durante todo el intervalo de pago; en caso contrario son variables.

Las anualidades tienen características de cada subclasificación y a menos que otra cosa sea especificada, al hablar de anualidad se estará haciendo referencia a una anualidad ordinaria, vencida, vitalicia, pagadera una vez por período (períodos anuales) y pagos constantes (unitarios).

En el presente trabajo se requiere de una anualidad anticipada vitalicia, es por ello que me avocaré a obtener esta anualidad.

### 3.43. ANUALIDAD PAGADERA UNA VEZ POR PERIODO

La anualidad más simple consiste de pagos unitarios que se efectúan al final de cada año que ( x ) complete, a esta anualidad se le conoce como "Anualidad Vitalicia". Si  $Q_x$  la prima neta única, (apoyándome en la gráfica 1) entonces:



$$Q_x = {}_1E_x + {}_2E_x + {}_3E_x + {}_4E_x + \dots + {}_nE_x + \dots$$

$$\Rightarrow Q_x = V^1_1 P_x + V^2_2 P_x + V^3_3 P_x + V^4_4 P_x + \dots + V^n_n P_x + \dots$$

$$\Rightarrow Q_x = \sum_{i=1}^{\infty} V^i_1 P_x = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{D_{x+i}}{D_x}$$

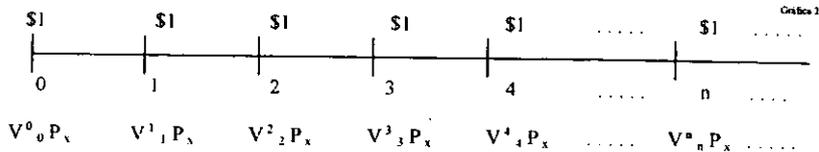
Definiendo a:

$$N_{x:\overline{n}|} = \sum_{t=0}^{n-1} D_{x+t}$$

Se tiene que:

$$a_x = \frac{N_{x:\overline{n}|}}{D_x}$$

Cuando los pagos son echos al inicio de cada año, las primas netas únicas se denotan mediante el uso de diéresis sobre la "a"; así una anualidad de pagos unitarios que se efectúan al inicio de cada año que (x) complete se le conoce como "Anualidad Anticipada Vitalicia" (apoyado en la gráfica 2) dicha anualidad es igual a:



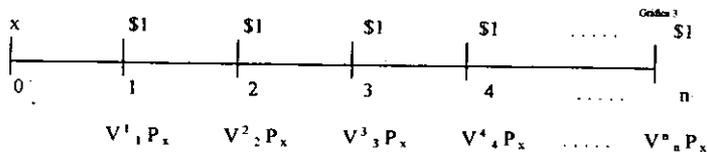
$$\ddot{a}_x = {}_0E_x + {}_1E_x + {}_2E_x + {}_3E_x + {}_4E_x + \dots + {}_nE_x + \dots$$

$$\Rightarrow \ddot{a}_x = V^0_0 P_x + V^1_1 P_x + V^2_2 P_x + V^3_3 P_x + V^4_4 P_x + \dots + V^n_n P_x + \dots$$

$$\Rightarrow \ddot{a}_x = \sum_{t=0}^{\infty} V^t_t P_x = \sum_{t=0}^{\infty} \frac{D_{x+t}}{D_x}$$

$$\Rightarrow \ddot{a}_x = \frac{N_x}{D_x}$$

Si los pagos contingentes a la sobrevivencia de (x) se limitan en un periodo máximo de n años se le conoce como anualidad temporal a n años y se representa su PNU por  $a_{x:\overline{n}|}$  ó  $a_{x:\overline{n}|}$ ; gráficamente:



$$\Rightarrow \alpha_{x:\overline{n}|} = \sum_{t=1}^n V^t \cdot P_x = \sum_{t=1}^n \frac{D_{x+t}}{D_x}$$

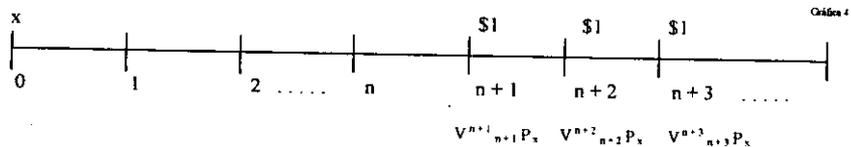
$$\Rightarrow \alpha_{x:\overline{n}|} = \frac{1}{D_x} * \left( \sum_{t=1}^n D_{x+t} - \sum_{t=n+1}^n D_{x+t} \right)$$

$$\Rightarrow \alpha_{x:\overline{n}|} = \frac{N_{x+1} - N_{x+n+1}}{D_x}$$

En el caso de una anualidad anticipada temporal n años es igual a:

$$\Rightarrow \ddot{\alpha}_{x:\overline{n}|} = \frac{N_x - N_{x+n}}{D_x}$$

Una anualidad vitalicia diferida n años es aquella en la cual el intervalo de pagos contingentes a la sobrevivencia de (x) ha de empezar a correr después de transcurridos n años; y se representa de la siguiente manera  ${}_n| \alpha_x$  y la PNU de esta anualidad es la siguiente; gráficamente:



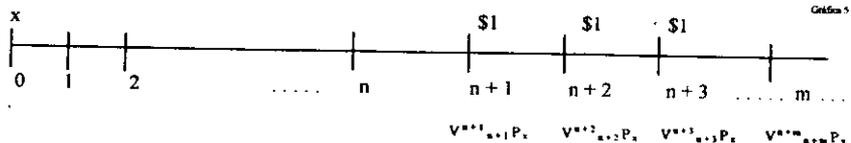
$$\Rightarrow {}_n| \alpha_x = \sum_{t=n+1}^{\infty} V^t \cdot P_x = \sum_{t=n+1}^{\infty} \frac{D_{x+t}}{D_x}$$

$$\Rightarrow {}_n| \alpha_x = \frac{N_{x+n+1}}{D_x}$$

Para el caso de una anualidad anticipada diferida n años la PNU se denota como:

$$\Rightarrow {}_n| \ddot{\alpha}_x = \frac{N_{x+n}}{D_x}$$

Entonces  ${}_n/m \alpha_x$  ó  ${}_n| \alpha_{x:\overline{m}|}$  representa la PNU de una anualidad diferida n y temporal m años, entonces:



$$\Rightarrow n/m \bar{a}_x = \sum_{t=x+1}^{x+n} v^{t-x} P_t = \sum_{t=x+1}^{x+n} \frac{D_{x+1}}{D_x}$$

$$n/m \bar{a}_x = \frac{1}{D_x} * \left( \sum_{t=x+1}^{\infty} D_{x+1} - \sum_{t=x+n+1}^{\infty} D_{x+1} \right)$$

$$\Rightarrow n/m \bar{a}_x = \frac{N_{x+n+1} - N_{x+n+1:m}}{D_x}$$

En el caso de una anualidad anticipada diferida n y temporal m años su PNU se denota como:

$$\Rightarrow n/m \ddot{a}_x = \frac{N_{x+n} - N_{x+n:m}}{D_x}$$

### 3.5. METODO PROPUESTO

Es en esta parte donde entra la filosofía del actuario, el cual con todas las herramientas a su alcance es capaz de otorgar la mejor opción para el asegurado.

De acuerdo a los supuestos anteriores el asegurado al llegar a la edad de retiro debe de adquirir las primas de una anualidad vitalicia (para su pensión) y la del seguro de sobrevivencia, los dos pagos los realiza en la fecha mencionada.

Es sabido que esto lo realiza para estar protegido él y su cónyuge en los años que les queda de vida, y mediante este pago ellos perciben una pensión, no se olvide que el seguro de sobrevivencia se hace efectivo si y sólo si el asegurado fallece.

Lo primero que propongo es que en lugar de pagar una anualidad vitalicia para que el asegurado perciba una pensión, se utilice una herramienta muy importante que los actuarios conocen y es la tabla de mortalidad con la cual sabemos la esperanza de vida de las personas, entonces ya no es recomendable pagar la anualidad vitalicia sino pagar una anualidad temporal n años donde n es el número de años que le queda al asegurado por vivir, existe un problema si el asegurado por una circunstancia muere a la mitad de la esperanza de vida el beneficiario queda entonces sin protección, es por ello que se propone una anualidad mixta es decir si llegase a morir en el intervalo de la esperanza de vida al final de ese año se le va a pagar al beneficiario la pensión que percibía el asegurado en caso contrario se le sigue pagando la pensión al asegurado hasta una temporalidad de acuerdo a su esperanza de vida

Lo segundo que propongo es que el seguro de sobrevivencia se convierta en una anualidad contingente, (a dicha anualidad se le da el beneficio de  $13 * .9$  igual que en el seguro de sobrevivencia) esta anualidad debe ser una anualidad diferida m y temporal n años donde m son los años de esperanza de vida del asegurado y n la esperanza de vida del cónyuge.

Con lo que propongo espero que el beneficio recibido por el asegurado sea un beneficio mejor que el beneficio que obtiene de acuerdo a lo establecido en la LSS.

## CAPITULO CUATRO

---

### HIPOTESIS

Antes de enunciar las hipótesis a utilizar primero haré mención de lo que es una tabla de mortalidad y algo de las comisiones de las AFORES.

#### 4.1. TABLA DE MORTALIDAD

La tabla de mortalidad es un conjunto de funciones biométricas que representa el comportamiento de una población ante el evento muerte. Aunque es posible construir tablas de mortalidad específicas desagregando las muertes por casualidad (accidente, cáncer, enfermedades infecciosas, etc.), me avocaré aquí exclusivamente a la tabla general de mortalidad.

##### 4.1.2. FUNCIONES BIOMÉTRICAS

Supóngase que se tiene un número suficientemente grande de personas recién nacidos, si se aíslan en un cuarto individual de tal forma que cada cuarto tenga las mismas características a fin de homogenizar el medio ambiente y se registra adecuadamente su fecha de nacimiento y muerte, al término de noventa años este grupo se habrá extinguido y su comportamiento con respecto a su mortalidad puede delinearse por medio de una tabla que indique el número de personas vivas y muertas en cada periodo considerado.

Este método de medición de la mortalidad es muy simple pero no se utiliza por la dificultad de aislar el grupo ó efectuar su seguimiento hasta su extinción.

##### 4.1.3. FUNCIONES ELEMENTALES

Sea  $I_x$  un conjunto de personas con la característica de que todos sus elementos tienen exactamente la edad  $x$ .

Si se considera a  $I_x$  cerrado mediante el proceso migratorio y se sujeta a observación hasta que todos sus elementos se destruyan por la acción de mortalidad, el número de sobrevivientes de cada instante  $t$  forma una sucesión decreciente  $l_y$ ,  $y = x + t$ , que constituye la función fundamental de la tabla de mortalidad.

Llamaremos a  $w$  la edad límite de vida si:

$$w = \min \{ y \mid l_y = 0 \}$$

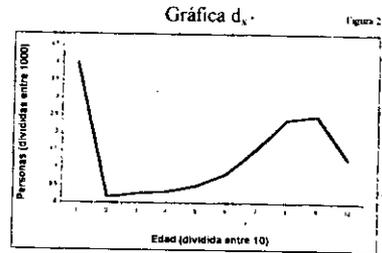
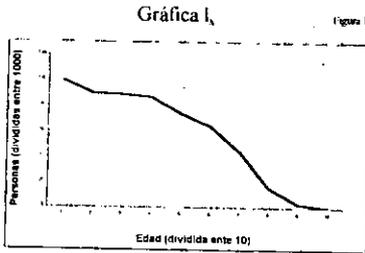
Si  $x$  es la edad inicial de la tabla, a la cardinalidad de  $I_x$ , se le conoce como radix o base.

Aunque comúnmente se elige como radix alguna potencia conveniente de 10, su magnitud debe ser tal que permita la significancia de la inferencia estadística y proporcione el grado de precisión deseado en los cálculos basados en la tabla de mortalidad.

Para facilitar el desarrollo matemático del cálculo actuarial, en lo sucesivo pondré que  $l_x$  es una función continua y diferenciable.

Si denoto por  $d_x$  el número de personas que fallecen entre las edades  $x$  y  $(x + 1)$  entonces:

$$d_x = l_x - l_{x+1}$$



#### 4.1.4. PROBABILIDADES DE VIDA Y MUERTE

En lo sucesivo  $P$  y  $q$  denotarán probabilidades de vida y muerte respectivamente; estos símbolos tienen asociados prefijos y sufijos correspondiendo el primero a la edad exacta de la persona y el segundo al número de años involucrados en la probabilidad en cuestión; así  ${}_n P_x$  representa la probabilidad de que una persona de edad exacta ( $x$ ), sobreviva a la edad  $(x + n)$  y  ${}_n q_x$  la probabilidad de que una persona de edad exacta  $x$  fallezca entre las edades  $(x)$  y  $(x + n)$ ; esto es:

$${}_n P_x = \frac{l_{x+n}}{l_x} = \prod_{t=0}^{n-1} {}_1 P_{x+t}$$

$${}_n q_x = \frac{l_x - l_{x+n}}{l_x} = 1 - \frac{l_{x+n}}{l_x} = 1 - {}_n P_x$$

Si se omite el prefijo, se supondrá que está es igual a la unidad.

Comúnmente se conoce a  ${}_n q_x$  como "Tasa de Mortalidad".

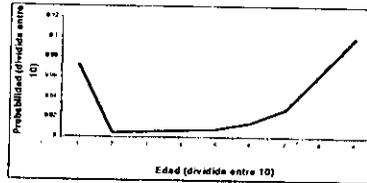
La probabilidad de que una persona a edad exacta  $x$ , que abrevio de aquí en adelante ( $x$ ), muera entre las edades  $(x + n)$  y  $(x + n + m)$  se representa por  ${}_{n/m} q_x$ , y es igual a:

$${}_{n/m} q_x = \frac{l_{x+n} - l_{x+n+m}}{l_x} = {}_n P_x + {}_{n+m} P_x = {}_n P_x * {}_m q_{x+n} = \sum_{t=n}^{n+m-1} {}_1 q_{x+t} = \sum_{t=n}^{n+m-1} \frac{d_{x+t}}{l_x}$$

En la figura 3 se muestra la gráfica de  $q_x$ , en ella se puede apreciar claramente que la mortalidad durante la infancia es muy fuerte, decreciendo durante la juventud y acelerándose en edades cercanas a  $w$ .

Gráfica  $q_x$ 

Figura 3



#### 4.1.5. TASA CENTRAL DE MORTALIDAD

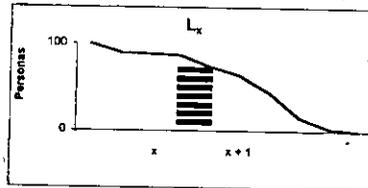
El área bajo la curva ( figura 4 ) definida por  $l_x$  representa el número de años vividos en conjunto por todos los componentes del grupo inicial; si considero el área bajo la curva en el intervalo  $( 0 , t )$  con  $t < w$  , está representada el número de años vividos por todos los componentes del grupo desde sus nacimientos hasta que alcanzaron la edad  $t$  y su complemento denotara el número de años que deben aún vivir todos los componentes del grupo.

En está contexto, si represento a  $L_x$  el área bajo la curva  $l_x$  en el intervalo  $( x , x + 1 )$ :

$$L_x = \int_x^{x+1} l_t dt = \int_0^1 l_{x+t} dt$$

Gráfica  $L_x$ 

Figura 4



Suponiendo linealidad en las muertes ( linealidad en  $l_x$  ) en el intervalo de referencia utilizando el teorema de valor medio para integrales (\*), puedo escribir:

$$L_x = l_{x,5} = l_x - \frac{1}{2} d_x = \frac{1}{2} ( l_x + l_{x+1} )$$

Otra forma de interpretar  $L_x$  – suponiendo que el número de nacimientos y muerte durante cualquier año se distribuye uniformemente – es considerarla como el número de personas que habiendo cumplido la edad  $x$  no han alcanzado la edad  $x + 1$ ; aquí  $l_{x+t} dt$  representa la cantidad de personas vivas de  $l_0 dt$  que nacieron hace exactamente  $x + t$  años con  $0 < t < 1$ .

(\*) Teorema del Valor Medio para Integrales

Si  $f$  es continua en  $[ a , b ]$  entonces existe un valor  $\xi$  en el intervalo  $[ a , b ]$  tal que

$$\int_a^b f(t) dt = f(\xi) (b-a)$$

(El teorema asegura la existencia de por lo menos un valor  $\xi$  en el intervalo  $[ a , b ]$  para el cual  $f(\xi)$  es igual al valor promedio de  $f$ , aunque no da información sobre la ubicación de  $\xi$ ).

Defino como "Tasa Central de Mortalidad" ( $m_x$ ) a la relación existente entre  $d_x$  y  $L_x$ , esto es:

$$m_x = \frac{d_x}{L_x} = \frac{2(l_x - l_{x+1})}{(l_x + l_{x+1})} = \frac{2(1 - P_x)}{(1 + P_x)} = \frac{2(q_x)}{(2 + q_x)}$$

de donde:

$$P_x = \frac{(2 - m_x)}{(2 + m_x)}$$

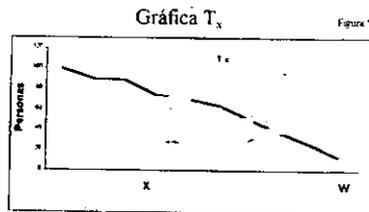
$$q_x = \frac{(2 * m_x)}{(2 + m_x)}$$

#### 4.1.6. ESPERANZA DE VIDA

Si se interpreta a  $L_x$  como el número de personas que habiendo cumplido la edad  $x$  no han alcanzado la edad  $x + 1$  y defino:

$$T_x = \sum_{t=x}^{\infty} L_{x+t} = \int_0^{\infty} l_{x+t} dt$$

$T_x$  denota el número de personas vivas de edad mayor ó igual a  $x$ , también puede interpretarse como tiempo que deben aún vivir todos los componentes del grupo.



Si denoto por  $e_x$  al tiempo promedio de vida de cada uno de los que sobreviven a la edad  $x$ , entonces:

$$e_x = \frac{T_x}{l_x} = \int_0^{\infty} \frac{l_{x+t}}{l_x} dt$$

se conoce a  $e_x$  como "Esperanza Completa de Vida"

Si supongo que las muertes ocurren al inicio de cada año, simbolizado por  $C_x$ , el tiempo esperado de vida, entonces:

$$e_x = \sum_{t=1}^{\infty} \frac{1}{1+i} = \sum_{t=1}^{\infty} v^t \cdot p_x$$

Donde  $C_x$  se conoce como "Esperanza Abreviada de Vida", ó simplemente "Esperanza de Vida".

#### 4.1.7. SEGURO EN CASO DE MUERTE

La función descrita anterior corresponde a una serie de pagos sujetos a la sobrevivencia de una persona, en esta sección me ocuparé del desarrollo de la fórmula que determine el valor presente (PNU) de un pago contingente a la muerte de una persona (asegurado) comúnmente conocido como seguro de muerte o simplemente seguro, aún cuando las anualidades constituyen seguro de vida.

Los seguros pueden clasificarse de acuerdo a:

- a ) El inicio de la cobertura; Ordinarios si se inicia en la fecha de contratación ó diferido si se debe transcurrir un determinado tiempo para que entre en vigor el seguro.
- b ) La temporalidad de la cobertura; Temporales si la cobertura es únicamente por un determinado periodo ó vitalicio en caso contrario.
- c ) La variabilidad de la suma asegurada respecto al tiempo; Constantes si la suma es siempre la misma, variables en otro caso.
- d ) La forma de pago; Pagadera al final del año ó en el momento en que ocurre el fallecimiento.

En la determinación de la prima neta única se hacen las siguientes suposiciones:

1. La edad de cálculo es entera.
2. La mortalidad se comporta de acuerdo a la tabla adoptada.
3. La compañía invierte los fondos a la tasa estipulada.

En la práctica la edad se obtiene como la más cercana a la edad del cumpleaños del asegurado facilitando con ello los cálculos derivados de la tabla de mortalidad.

#### 4.1.8. SEGURO PAGADERO AL FINAL DEL AÑO DE FALLECIMIENTO

Tradicionalmente los seguros han sido calculados bajo la suposición de que el pago de la suma asegurada se efectúa al final del año en que ocurre el deceso, aunque en la práctica el pago se verifica inmediatamente después de comprobarse la muerte del asegurado.

A menos que otra cosa sea especificada, al hacer referencia a un tipo de seguro se asumirá que la suma asegurada es pagada al final del año en que ocurra el fallecimiento del asegurado y es de una unidad monetaria.

#### 4.1.9. SEGURO VITALICIO

Un seguro que garantiza el pago de la suma asegurada al final del año en que fallezca ( $x$ ) en cualquier tiempo que esto suceda, es conocido como seguro vitalicio, de vida completa u ordinario de vida.

Supóngase que  $l_x$  personas contratan a la vez este tipo de póliza, durante el primer año de aseguramiento fallecen  $d_x$  de ellos, por lo que debe pagarse  $d_x$  unidades monetarias al finalizar el año por concepto de reclamaciones. Durante el segundo año, fallecen  $d_{x+1}$  y debe pagarse igual cantidad por reclamaciones y así sucesivamente. El valor presente de las reclamaciones constituyen el compromiso del asegurador que (por omitirse cargos adicionales) debe ser igual al compromiso de los asegurados.

Si denoto por  $A_x$  la cantidad que debe pagar a cada asegurado para tener derecho a esta cobertura, entonces:

$$l_x A_x = V^1 d_x + V^2 d_{x+1} + V^3 d_{x+2} + V^4 d_{x+3} + \dots + V^n d_{x+n-1} + \dots$$

$$\Rightarrow A_x = V^1 \frac{d_x}{l_x} + V^2 \frac{d_{x+1}}{l_x} + V^3 \frac{d_{x+2}}{l_x} + V^4 \frac{d_{x+3}}{l_x} + \dots + V^n \frac{d_x}{l_{x+n-1}} + \dots$$

$$\Rightarrow A_x = \sum_{t=0}^{\infty} V^{t+1} \frac{d_{x+t}}{l_x}$$

$$\Rightarrow A_x = \sum_{t=0}^{\infty} V^{t+1} {}_t|q_x *$$

Si defino a :

$$C_{x+t} = V^{x+t+1} d_{x+t}$$

$$M_{x+t} = \sum_{t=0}^{\infty} C_{x+t}$$

Tengo que:

$$A_x = \sum_{t=0}^{\infty} V^{t+1} \frac{d_{x+t}}{l_x}$$

(\*)  ${}_t|q_x$  denota la probabilidad de que una persona edad exacta  $x$  muera entre las edades  $x+t$  y  $x+t+m$   
(si  $m$  es igual a 1 el valor de  $m$  se omite es decir  $1/m = t/1$ )

$${}_t|q_x = \frac{1-x^{x+t}-1-x^{x+t+m}}{1-x} \Rightarrow {}_t|q_x = \frac{1-x^{x+t}-1-x^{x+t+1}}{1-x} \text{ pero } d_{x+t} = 1_{x+t} - 1_{x+t+1}$$

$$\Rightarrow {}_t|q_x = \frac{d_{x+t}}{1-x}$$

Multiplicando numerador y denominador por  $V^n$ :

$$\Rightarrow A_n = \sum_{t=0}^n V^{n-t} \frac{d_{t+1}}{V^{n+1}}$$

$$\Rightarrow A_n = \frac{M_n}{D_n}$$

#### 4.2. COMISIONES DE LAS AFORES

Un punto totalmente importante del nuevo sistema de pensiones es el que se refiere a las comisiones que cobran las AFORES a sus afiliados (en algunos casos llegan a cobrar hasta el 25% de aportación que realiza el trabajador).

La Secretaría de Hacienda y Crédito Público se encargada de dar a conocer las consideraciones que sirven como base a la Junta de Gobierno de la Comisión Nacional de Sistema de Ahorro para el Retiro (CONSAR) para la autorización aplicación y regulación de las comisiones de las AFORES, esto lo emiten en el Diario Oficial de la Federación.

Las operaciones de los sistemas del ahorro para el retiro generan costos y gastos, mismos que deben ser cubiertos mediante el cobro de comisiones, dichas comisiones deberán estar sujetas a una adecuada regulación en lo que se refiere a su conocimiento por parte de los trabajadores y su justa aplicación por parte de las AFORES.

Las AFORES tienen la responsabilidad de administrar las cuentas individuales de los trabajadores, para lo cual éstos deben sujetarse al esquema de comisiones que hayan elegido la administradora, esto último bajo los derechos y obligaciones que le confiere a la nueva Ley del SAR.

Conforme a la nueva Ley del SAR en materia de comisiones las AFORES no podrán ser discriminantes con sus afiliados, esto quiere decir que cada uno de los trabajadores afiliados deben tener un trato igual a este respecto, de igual manera no se tiene ninguna preferencia a grupos o sindicatos o personas.

La Ley del SAR establece que las AFORES tienen la facultad de realizar descuentos a sus afiliados por concepto de antigüedad, dicho descuento debe ser no discriminatorio.

La Ley del Sistema de Ahorro para el Retiro establece que las AFORES sólo pueden realizar cobros bajo los siguientes servicios; la administración de la cuenta individual del trabajador, la expedición de estados de cuenta adicionales a los previstos por la Ley (cuando menos uno por año), las consultas adicionales a las previstas en la Ley, por la reposición de documentos de información de la cuenta individual y las administradoras están facultadas para aplicar comisiones al momento en que el nuevo pensionado comience a recibir su renta vía la opción de retiros programados.

Una de las comisiones autorizadas por la CONSAR es la comisión sobre flujo tal cargo se realiza sobre el momento de los recursos aportados a la cuenta individual del trabajador por concepto de retiro, cesantía en edad avanzada y vejez, la cual se expresará como un porcentaje del salario base de cálculo del trabajador, otra de las comisiones autorizadas por la CONSAR es la llamada comisión por saldo esta es calculada sobre el saldo acumulado del trabajador, la variante es que esta comisión será cobrada al trabajador con cargo a su cuenta individual en forma mensual.

Realizando un estudio con respecto a las estructura de las diferentes AFORES tenemos que para agosto de 1999, existen 13 AFORES de las 17 que se crearon al inicio del nuevo sistema (1° de julio de 1997).

Las AFORES que desaparecieron son Previnter, Atlantico-Promex (que se fusiono con Profuturo GNP) y Capitaliza (que se fusiono con Inbursa).

A continuación se da a conocer la estructura vigente de comisiones de las AFORES.

**ESTRUCTURA VIGENTE DE COMISIONES DE LAS AFORES  
( DATOS AAGOSTO DE 1999 )**

AFORES	SOBRE FLUJO % DEL SBC	SOBRE SALDO % DEL SBC	SOBRE RENDIMIENTO REAL %
Banamex Aegon	1.70	-	-
Bancomer	1.68	-	-
Bencrecer Dresdner	1.60	0.50	-
Bital	1.68	-	-
Garante	1.63	0.50	-
Génesis Metropolitan	1.65	-	-
Inbursa	-	-	33.00
Principal	1.35	0.75	-
Profuturo GNP	1.67	0.70	-
Santander Mexicano	1.70	1.00	-
Sólida Banorte Generali	1.45	1.00	-
Tepeyac	1.60	0.15	-
XXI	1.50	0.20	-
Zurich	1.45	0.75	-

Donde SBC es Salario Base de Cotización al IMSS.

Existen AFORES que otorgan adicionalmente un esquema de descuento por concepto de antigüedad en el cobro de sus comisiones sobre flujo dichas AFORES son las siguientes; Bital, Bencrecer Dresdner, Bancomer, Garante, Principal, Tepeyac y Zurich.

Para el caso de la comisión sobre saldo las AFORES que otorgan descuento adicional por este concepto son; Sólida Banorte Generali y Principal.

**TRABAJADORES AFILIADOS A LAS DIFERENTES AFORES  
( DATOS AL 31 DE MAYO DE 1999 )**

AFORES	TRABAJADORES REGISTRADOS TOTALES NUMERO	TRABAJADORES REGISTRADOS TOTALES %	TRABAJADORES REGISTRADOS CON APORTACION NUMERO	TRABAJADORES REGISTRADOS CON APORTACION %	RELACION DE REGISTRADOS CON APORTACION ENTRE REGISTRADOS TOTALES %
Banamex Aegon	1,667,949	11.5	1,597,653	13.0	95.8
Bancomer	2,297,838	15.9	2,029,857	16.5	88.3
Bencrecer Dresdner	615,460	4.3	527,074	4.3	85.6
Bital	1,422,851	9.8	1,227,218	10.0	86.3
Garante	1,587,848	11.0	1,395,443	11.4	87.9
Génesis Metropolitan	141,151	1.0	112,113	0.9	79.4
Inbursa	376,064	2.6	344,520	2.8	91.6
Principal	318,366	2.2	284,070	2.3	89.2
Profuturo GNP	1,974,039	13.6	1,490,889	12.1	75.5
Santander Mexicano	2,008,318	13.9	1,620,624	13.2	80.7

AFORES	TRABAJADORES REGISTRADOS TOTALES NUMERO	TRABAJADORES REGISTRADOS TOTALES %	TRABAJADORES REGISTRADOS CON APORTACION NUMERO	TRABAJADORES REGISTRADOS CON APORTACION %	RELACION DE REGISTRADOS CON APORTACION ENTRE REGISTRADOS TOTALES %
Sólida Banorte Generali	1,233,078	8.5	983,486	8.0	79.8
Tepeyac	195,224	1.3	146,467	1.2	75.0
XXI	446,149	3.1	412,280	3.4	92.4
Zurich	178,790	1.2	108,139	0.9	60.5
<b>TOTAL</b>	<b>14,463,125</b>	<b>100</b>	<b>12,279,833</b>	<b>100</b>	<b>84.9</b>

Observando el cuadro anterior (Trabajadores Afiliados a las diferentes AFORES) tenemos los siguientes resultados; el 84.9% de los trabajadores registrados ha realizado por lo menos una aportación en su cuenta individual, el 76.2% de los trabajadores con aportación se encuentra concentrado en las seis AFORES con mayor número de trabajadores registrados (Banamex Aegon, Bancomer, Bital, Garante, Profuturo GNP y Santander Mexicano), el 5.1% de los trabajadores registrados no han realizado por lo menos una aportación a su cuenta individual.

**COMPARACION DE LA POBLACION DE TRABAJADORES REGISTRADOS Y LOS MONTOS ACUMULADOS EN LA SUBCUENTA DE RETIRO POR AFORE (DATOS AL 31 DE MAYO DE 1999)**

AFORE	TRABAJADORES REGISTRADOS %	MONTO ACUM. SUBCUENTA DE RETIRO %
Banamex Aegon	11.5	16.8
Bancomer	15.9	23.7
Bencrecer Dresdner	4.3	3.5
Bital	9.8	8.3
Garante	11.0	8.7
Génesis Metropolitan	1.0	0.5
Inbursa	2.6	8.7
Principal	2.2	1.8
Profuturo GNP	13.6	9.8
Santander Mexicano	13.9	6.9
Sólida Banorte Generali	8.5	4.7
Tepeyac	1.3	0.5
XXI	3.1	5.8
Zurich	1.2	0.3
Total	100	100

De los resultados del cuadro se destaca que Bancomer ocupa el primer sitio con el 15.9% de los trabajadores registrados y sus montos acumulados representan el 23.7% del total de fondos por el retiro. Por el otro lado es importante destacar que Santander Mexicano, cubre el 13.9% de los trabajadores registrados, pero únicamente maneja el 6.9% de los montos acumulados por retiro, mientras que Inbursa tiene solo el 2.6% de los trabajadores registrados y el 8.7% de los montos acumulados por el retiro. Esta situación obedece a que algunas AFORES tienen afiliados a trabajadores con salarios de cotización elevados que en otras es a la inversa.

El siguiente cuadro muestra la rentabilidad prometido por SIEFORE, la cual permite comparar, además del rendimiento de sus acciones, cual es el rendimiento antes y después del cobro de comisiones.

**RENTABILIDAD PROMEDIO POR SIEFORE  
(AL CIERRE DE ABRIL DE 1999)**

SIEFORE	RENTABILIDAD PROMEDIO POR SIEFORE ULTIMOS 12 MESES (REAL) %	RENTABILIDAD PROMEDIO POR SIEFORE HISTORICA (REAL) <sup>1</sup> %	RENDIMIENTO DEL GASTO REAL <sup>2</sup> %	RENDIMIENTO NETO REAL <sup>3</sup> %
Banamex No. 1	9.36	7.68	9.36	8.25
Bancomer Real	8.97	7.98	8.97	7.81
Bancrecer Dresdner I-1	9.34	4.47	9.35	8.30
Bital sl de Renta Real	9.41	8.60	9.41	8.28
Garante I	10.17	8.04	10.17	9.01
Génesis	8.78	7.33	8.78	7.60
Inbursa	5.44	5.45	8.51	5.71
Principal	8.72	6.72	10.25	9.25
Fondo Profuturo	9.35	8.45	9.88	8.42
Ahorro Santander Mexicano	7.08	6.01	8.12	6.33
Fondo Sólida Banorte Generali	7.68	7.23	9.21	8.08
Tepeyac	6.96	5.96	7.98	6.61
XXI	7.90	6.57	8.29	7.11
Zurich	7.38%	6.13	8.69	7.87
<b>Promedio del Sistema<sup>4</sup></b>	<b>8.65</b>	<b>7.40</b>	<b>9.17</b>	<b>7.81</b>

1 Rentabilidad acumulada desde julio de 1997

2 Es el rendimiento que obtuvieron los activos de las SIEFORES antes del cobro de las comisiones sobre saldo

3 Es el rendimiento real acumulado que podrá ganar un trabajador si los rendimientos obtenido por cada SIEFORE y las comisiones autorizadas se mantienen constantes por un periodo de 24 años

4 Promedio ponderado por el valor de la cartera

Analizando el cuadro anterior podemos decir que la AFORE con un mejor indicador de rendimiento neto a esta fecha (al cierre de abril) es Principal, mientras que la del peor indicador es Inbursa. Es importante destacar que este indicador variará dependiendo de lo rendimientos de las SIEFORES y de las modificaciones a las comisiones cobradas, por lo que este indicador no garantiza el comportamiento futuro de los rendimientos.

El rendimiento de gestión, permite comparar el desempeño financiero que cada uno de las SIEFORES ha tenido durante el periodo de abril de 1998 a abril de 1999, la gestión promedio del sistema fue de 9.17% por arriba de la inflación, se debe destacar que las SIEFORES de Principal y Garante obtuvieron rendimientos de gestión por arriba del 10%.

Es importante señalar que a partir de febrero de 1988, se ha venido efectuando el traspaso de recursos del SAR de 1992, de los bancos a las AFORES. El saldo acumulado a enero de 1998, asciende a 38,663.5 millones de pesos para las subcuenta de retiro (IMSS) y a 52,496.9 millones de pesos para la subcuenta de vivienda (INFONAVIT).

A mayo de 1999, los bancos tenían 20,661.7 millones de pesos referente a la subcuenta de retiro y 28,950.7 millones de pesos de correspondiente a vivienda, que no habían sido traspasadas a las AFORES, estas

cantidades representan los recursos de aquellos trabajadores que aún no han elegido una administradora, o bien, que habiéndolo hecho no se han traspasado sus recursos a sus cuentas individuales en las AFORES. Ambas subcuentas han tenido una reducción de alrededor de 45% de febrero de 1998 a mayo de 1999.

### 4.3. HIPOTESIS

Uno De los principales objetivos de la valuación actuarial es el de estimar en el corto, mediano y largo plazos, el monto de los egresos futuros anuales que efectuará un sistema de seguridad social y el monto que esos egresos representan a valor actual.

Otro de los objetivos es el de encontrar las aportaciones periódicas, como porcentaje de nomina del personal activo, que requiere dicho sistema para hacer frente a sus obligaciones actuales y futuras y, en su caso, encontrar el periodo durante el cual serán suficientes las aportaciones que actualmente recibe la institución evaluada.

Para calcular los egresos futuros de los sistemas de seguridad social de la manera más precisa posible, es necesario analizar concienzudamente el marco jurídico y práctico que da origen al pago de las prestaciones a evaluar. De esta manera, se podrá determinar el tipo de contingencias a que esta sujeto el pago de las prestaciones y las variables que podrían afectar su monto.

En el caso específico del ramo de vejez (de la LSS), se sabe que los beneficios que esta otorga son: Pensión, asistencia medica, asignaciones familiares y ayuda asistencial.

Además también se sabe que para disfrutar de una pensión de vejez se debe cumplir con requisitos establecidos, si se cumplen los requisitos el asegurado tiene las siguientes opciones del disfrute de su pensión de vejez:

- I. Contratar con una compañía de seguros pública, social o privada de su elección una renta vitalicia.
- II. Mantener el saldo de su cuenta individual en una AFORE y efectuar con cargo a éste, retiros programados.

Ambos supuestos se sujetarán a lo establecido en la LSS y de conformidad con las disposiciones administrativas que expida la Comisión Nacional del Sistema de Ahorro para el Retiro.

Para lograr los objetivos de estudios actuariales, es decir, para cuantificar los egresos futuros de una institución (IMSS) y la aportación requerida (para la cuenta individual de los trabajadores), debo calcular lo siguiente:

- a) Número de personas que recibirán la prestación de vejez (que se pensionarán a edad 65)
- b) El monto que recibirá en promedio cada una de las generaciones en cada año.
- c) Tiempo durante el cual se le pagará a cada una de las generaciones las pensiones.
- d) Número de personas que recibirán la prestación de seguro de sobrevivencia.

Obviamente para obtener la información anterior se requiere:

- a) Calcular el número de personas afiliadas a la institución (IMSS) que fallecerán como activos y el número de personas que se retiran antes de cumplir con los requisitos establecidos (para las prestaciones de vejez).

Para este cálculo debo tomar en cuenta la probabilidad de fallecimiento como activo (del asegurado) y la probabilidad de que ya no pertenezca al IMSS.

- b) Estimar los salarios que recibirá año con año el afiliado.
- c) Calcular los rendimientos que generará la reserva que se cree para hacer frente a las obligaciones.

Como se puede apreciar el pago futuro de las prestaciones está sujeto a diferentes contingencias y su monto a diferentes variables, por lo que es necesario utilizar, entre otras, las siguientes hipótesis actuariales para estimar los egresos futuros del ramo de vejez:

**Hipótesis biométricas:**

- a) Tabla de probabilidades de fallecimiento como activo (del asegurado).
- b) Tabla de probabilidades de pertenecer al IMSS

**Hipótesis demográficas:**

- a) Proyección de crecimiento en el número de afiliados a la institución (IMSS).

**Hipótesis económicas y financieras:**

- a) Tasa esperada de incremento salarial.
- b) Tasa esperada de incremento al salario mínimo.
- c) Tasa esperada de rendimiento de la SIEFORE.
- d) Tasa esperada de comisión de la AFORE (sobre flujo).

Se puede afirmar que la veracidad de los resultados de la evaluación actuarial depende en gran medida, del cumplimiento conjunto de las hipótesis utilizadas, por lo que éstas deben seleccionarse con gran cuidado y su cumplimiento debe ser revisado a través de estudios actuariales periódicos para que, en su caso, dichas hipótesis sean corregidas con oportunidad.

A continuación se enuncian las hipótesis seleccionadas para este trabajo.

**Hipótesis biométricas:**

- a) La probabilidad de fallecimiento como activo de los asegurados se mantiene sin variación durante el periodo de proyección y se comporta de acuerdo a la tabla 2.
- b) La probabilidad de que el asegurado siga perteneciendo al IMSS se mantiene sin variación durante el periodo de proyección y se comporta de acuerdo a la tabla 2.
- c) No se considera la probabilidad de fallecer por riesgo de trabajo para toda edad que es de 0.000184024
- d) El cónyuge y el asegurado viven a lo más la esperanza de vida del cónyuge, de acuerdo a la tabla EMSSA<sub>M</sub> - 97, es decir viven a lo más hasta la edad de 90 años cada uno.

### **Hipótesis demográficas:**

- a) La población existente al inicio (al 31 / 12 / 99) se comporta como una población cerrada, es decir, no existe crecimiento en el número de afiliados a la institución (IMSS).

### **Hipótesis financieras:**

- a) Tasa de crecimiento salarial anual 2.05% real, se mantienen sin variación durante el periodo de proyección.
  - b) Tasa de rendimiento anual obtenidas por las SIEFORES 8.5% real, se mantienen sin variación durante el periodo de proyección. (Se ha tomado en cuenta este rendimiento tomando en cuenta que la mayor parte de las aportaciones del INFONAVIT se destinan al pago de las pensiones del asegurado y de sus beneficiarios).
  - c) Tasa de comisión anual de las AFORES (sobre flujo) 1.6% real, se mantienen sin variación durante el periodo de proyección.
  - d) El salario base de cotización es igual al salario promedio diario que recibe cada generación (tabla 5)
- A estas hipótesis debo anéjar la circular 22.2 que emite la CNSF.

#### **4.4. CIRCULAR 22.2.**

##### **Comisión Nacional de Seguros y Fianzas.**

México, D.F., a 13 de marzo de 1997.

##### **CIRCULAR 22.2**

**ASUNTO:** Se dan a conocer las hipótesis técnicas para los seguros de pensiones derivados de las Leyes de seguridad social.

##### **A LAS INSTITUCIONES DE SEGUROS**

De conformidad con el artículo 36, 36-A, de la Ley General de Instituciones y Sociedades Mutualistas de Seguros, para efecto de lo establecido en la Ley del Seguro Social, las Reglas de Operación de los Seguros de Pensiones, Derivados de las Leyes de Seguridad Social, esta comisión da a conocer las hipótesis técnicas adoptadas en los acuerdos del comité al que se refiere el artículo 81 de la Ley de los Sistemas de Ahorro para el Retiro, en su sesión celebrada el 13 de diciembre de 1996.

Las instituciones de seguros autorizadas por la SHCP, para operar los seguros de pensiones derivados de las leyes de seguridad social, para efectos de la determinación de reservas, prima neta del riesgo, monto constitutivo y otros conceptos técnicos necesarios para la instrumentación de dichos seguros, deberán apegarse a las siguientes hipótesis técnicas:

##### **Hipótesis Demográficas.**

Las bases demográficas de mortalidad y morbilidad, para determinación de las primas netas de riesgo y reserva matemática de pensiones de beneficios básicos, serán las siguientes:

Experiencia Demográfica de Mortalidad para Activos  $EMSSA_H - 97$ , la cual deberá ser aplicada para reflejar la tasa de mortalidad de asegurados no inválidos, del sexo masculino.

Experiencia Demográfica de Mortalidad para Activos  $EMSSA_M - 97$ , la cual deberá ser aplicada para reflejar la tasa de mortalidad de asegurados no inválidos, del sexo femenino.

Experiencia Demográfica de Mortalidad para Inválidos  $EMSSI_H - 97$ , la cual deberá ser aplicada para reflejar la tasa de mortalidad de asegurados inválidos, del sexo masculino.

Experiencia Demográfica de Mortalidad para Activos  $EMSSI_M - 97$ , la cual deberá ser aplicada para reflejar la tasa de mortalidad de asegurados inválidos, del sexo femenino.

#### **Hipótesis Financieras.**

Para la determinación de la prima neta de riesgo y la reserva matemática de pensiones, en lo referente a los beneficios básicos, se utiliza una tasa anual de interés técnico del 3.5%.

#### **Hipótesis de Recargos por Gastos de Administración y Costos de Adquisición.**

Para la determinación del monto constitutivo se aplicará un recargo del 1%, a la prima neta de riesgo, para efecto de gastos de administración y adquisición.

Para la constitución de la reserva de provisión, por concepto de margen de seguridad para desviaciones en la siniestralidad, se aplicará un recargo del 2% a la prima neta de riesgo.

Lo anterior se hace de su conocimiento con fundamento en el artículo 108, fracción IV de la Ley General de Instituciones y Sociedades Mutualistas de Seguros.

### METODOLOGÍA Y RESULTADOS

#### 5.1. PROYECCIÓN DEMOGRÁFICA

Para la proyección demográfica se deben considerar los datos (tabla 1, tabla 2) proporcionados por el Instituto Mexicano del Seguro Social, con los cuales se el número de persona aseguradas (hombres), con opción a pensionarse existentes al 31 de diciembre de 1998 (tabla 1), de esa fecha se comienza las proyecciones demográficas, además también se cuál es la probabilidad que se aplica a los asegurados (de la tabla 2) en cuanto a la permanencia y fallecimiento (no se considera la probabilidad de fallecer por riesgo de trabajo para toda edad que es de 0.000184024, esto por las hipótesis biométricas) estas probabilidades son las actualizadas en junio de 1999.

Para saber cuanta población existe al 31 de diciembre de 1999, se debe considerar la probabilidad de cuanta población no llega a esa fecha, es decir cuanta población deja de ser asegurada. Existen dos posibles opciones; que la población asegurada ya no permanezca en el IMSS ó que fallezca (como activo).

Claramente se observa que estoy hablando de eventos mutuamente exclusivos (no pueden suceder al mismo tiempo), esto implica que (de acuerdo al apéndice de probabilidad), la unión de las probabilidades es la probabilidad total que es la suma de las dos probabilidades, entonces;

Definiendo a:

$P(A)$  = La probabilidad de que las generaciones iniciales (31 / 12 / 98) lleguen perteneciendo al IMSS al 31 / 12 / 99 (probabilidad total).

$P(B)$  = La probabilidad de que las generaciones iniciales (31 / 12 / 98) no pertenecen al IMSS al 31 / 12 / 99

$P(C)$  = La probabilidad de que las generaciones iniciales (31 / 12 / 98) fallezca como activo antes del 31 / 12 / 99

$$P(A) = P(B \cup C) = P(A) + P(B) + P(A \cap B) = P(A) + P(B)$$

Ya que se cuál es la probabilidad total, para saber cuanta población que llega al 31 / 12 / 99 perteneciendo al IMSS basta con multiplicar la probabilidad total por la población existente al 31 / 12 / 98, es decir;

Definiendo a:

$PAPSS_{31/12/98}$  = Población asegurada perteneciente al seguro social al 31 / 12 / 98

$$PAPSS_{31/12/99} = PAPSS_{31/12/98} * P(A)$$

Entonces la población que llega al 31 / 12 / 2000 es:

$$PAPSS_{31/12/2000} = PAPSS_{31/12/99} * P(A)$$

Cabe señalar que, P(A) es el mismo valor para todos los años esto por hipótesis biométricas.

De esa forma se proyectan todos los años siguientes hasta que la generación inicial de 15 años complete los 65.

Creo que es importante señalar lo siguiente:

Observando los datos de la tabla 2 tenemos tres probabilidades; probabilidad de permanencia de 0 a 9 años, de 10 o más años y probabilidad de fallecer como activo. La generación inicial de 15 años (al 31 / 12 / 98) para poder llegar a pensionarse debe permanecer en el IMSS 50 años más (al 31 / 12 / 2048), entonces su probabilidad total (de llegar al 31 / 12 / 99) debe ser la unión de la probabilidad de que pertenezca 10 años o más y la probabilidad de fallecimiento como activo, ahora bien cuando dicha generación tenga 56 años (al 31 / 12 / 2039) la probabilidad total de que llega al 31 / 12 / 2040 es la unión de la probabilidad de que permanezca de 0 a 9 años y la probabilidad de fallecimiento como activo (ya que debe pertenecer al IMSS al menos 9 años más para poder pensionarse). Esto nos indica que, para cualquier generación, antes de cumplir la edad de 56 años su probabilidad total de llegar al siguiente 31 de diciembre es la unión de la probabilidad de que pertenezca 10 años o más y la probabilidad de fallecimiento como activo, y a partir de los 56 años su probabilidad total de llegar al próximo 31 de diciembre es la unión de la probabilidad de que permanezca de 0 a 9 años y la probabilidad de fallecimiento como activo

Enseguida realizara la proyección de que la generación inicial (al 31 / 12 / 98) de 15 años de edad con cero años de antigüedad pertenezca en el IMSS al 31 / 12 / 99 y al 31 / 12 / 2000, a dichas fechas esta generación debe tener 16 y 17 años de edad con uno y dos años de antigüedad respectivamente.

Como datos tengo (de la tabla 1 y de la tabla 2) que:

Al 31 de diciembre de 1998 existen 19,284 personas aseguradas por el IMSS de edad 15 años con cero años de antigüedad (tabla 1)

La probabilidad de que personas de 15 años permanezcan en el IMSS 10 años ó más es 0.998904 [ P (B) ] (tabla 2)

La probabilidad de que personas de 15 años fallezcan como activos es 0.00550492 [ P (C) ] (tabla 2)

La probabilidad total de que dicha generación pertenezca al IMSS al 31 / 12 / 99 [ P (A) ] es la unión de P (B) y P (C), es decir;

$$P(A) = P(B \cup C) = P(A) + P(B) + P(A \cap B) = P(A) + P(B) = 0.998904 + 0.00550492$$

$$P(A) = 0.999454492$$

Entonces la generación de 16 años de edad con un año de antigüedad [ G.16 años, 1 año de antigüedad ] (que es la generación inicial de 15 años con cero años de antigüedad al 31 / 12 / 98) al 31 / 12 / 99 es:

G.16 años, 1 año de antigüedad = 19284 \* 0.999454492 = 19,273 (se redondea ya que no existe fracciones de pertenencia, es decir, no podemos poner 0.48042 de personas que pertenecen al IMSS), este valor es el obtenido en la tabla 3.

La probabilidad de que personas de 16 años permanezcan en el IMSS 10 años ó más es 0.999022 [ P (B') ] (tabla 2)

La probabilidad de que personas de 16 años fallezcan como activos es 0.00558462 [ P (C') ] (tabla 2)

La probabilidad total de que dicha generación pertenezca al IMSS al 31 / 12 / 99 [ P (A') ] es la unión de P (B') y P (C'), es decir,

$$P (A') = P (B' \cup C') = P (A') + P (B') = 0.999022 + 0.00558462$$

$$P (A') = 0.999580462$$

Entonces G.17 años, 2 año de antigüedad (que es la generación inicial de 15 años con cero años de antigüedad al 31 / 12 / 2000) es:

$$G.17 \text{ años, 2 año de antigüedad} = 19,273 * 0.999580462 = 19,265$$

De esta forma se proyecta a toda la población inicial hasta que cada generación llega a la edad de poder pensionarse (65 años), es decir, la generación inicial de edad 15 años con cero años de antigüedad se debe proyectar 50 años (al 31 / 12 / 2048), al cabo de este tiempo dicha generación debe tener 65 años de edad y 50 años de antigüedad.

Este procedimiento nos arroja la tabla 4 que es el resultado final de la proyección demográfica de la población total, en dicha tabla se establece la edad de la generación inicial de toda la población, pero el número que conforma cada una de las generaciones es la población de cada generación que llega perteneciendo al IMSS a la edad de 65 años, también se puede observar los años de antigüedad de cada generación a dicha edad, así podemos observar que la generación inicial de 15 años de edad con cero años de antigüedad, al tener 65 años 17,095 pertenecen aún al IMSS (de los 19,284 que iniciaron dicha generación) y tiene 50 años de antigüedad.

## 5.2. PROYECCIÓN FINANCIERA

En esta sección se elabora la metodología de la proyección financiera, dicha metodología se utiliza para saber cuanto es el monto de la cuenta individual de cada generación al llegar a la edad de pensionarse (65 años), como punto de partida de acuerdo a la tabla 5 tenemos la estructura de la generación inicial y salario promedio diario al 31 / 12 / 98, a partir de esta tabla se proyecta el salario diario promedio durante cada año con un incremento de 2.05% (por hipótesis financieras), de la información obtenida en la proyección demográfica sabemos el número de personas por generación en cada año. Con los datos obtenidos de la proyección demográfica después de un año (31 / 12 / 99) y proyectando el salario con un incremento de 2.05% un año obtengo la tabla 6 que nos muestra la estructura por generaciones al 31 / 12 / 99 así como el salario promedio diario.

El salario diario al 31 / 12 / 99 se obtiene de la siguiente manera:

Por hipótesis financiera el incremento anual es de 2.05%, entonces el salario al 31 / 12 / 99 ( $S_{31/12/99}$ ) es:

$$S_{31/12/99} = S_{31/12/98} + (S_{31/12/98} * 0.0205) = S_{31/12/98} * 1.0205$$

Así particularizando la generación inicial de 15 años la cual gana en promedio \$35.91 diarios al 31 / 12 / 99 (SGI15.<sub>31/12/98</sub> = \$35.91) entonces:

$$SGI15_{31/12/99} = 35.91 + (35.91 * 0.0205) = 35.91 * 1.0205 = 36.64$$

El resultado de SGI15.<sub>31/12/99</sub> ( pertenece al salario de la generación inicial de 15 años después de un año) es el resultado obtenido en al tabla 6 para la generación de 16 años en la columna correspondiente al salario, con lo que respecta a la columna de asegurados el dato ahí establecido se obtuvo mediante la proyección demográfica de dicha generación (inicial 15 años), es claro que la generación inicial de 15 años en la tabla 6 es la generación de 16 años.

De la forma descrita con anterioridad se obtiene la proyección de salarios de cada año, es decir se sabe cuanto gana cada generación a lo largo del tiempo.

Por otra parte se sabe (por lo establecido en la Ley del Seguro Social) que en el ramo de cesantía en edad avanzada y vejez al patrón le corresponde cubrir la cuota de 3.150% sobre el salario base de cotización, mientras que al trabajador le corresponde cubrir la cuota de 1.125% sobre el salario base de cotización y la contribución del Estado es de 7.143% del total de las cuotas patronales.

También, debo tomar en cuenta la Cuota Social que es para garantizar al menos la pensión mínima garantizada, la cuota social es igual al 5.5% del salario mínimo vigente para el Distrito Federal, para todo salario.

Lo anterior nos conduce a saber que la aportación anual a la cuenta individual (AACI) de cada trabajador, si defino a SBCA (que es por hipótesis financieras el salario promedio de cada generación) como el salario base de cotización anual y SM como salario mínimo es:

$$AACI = (SBCA * 0.0315) + (SBCA + 0.01125) + (SBCA * 0.0315 * 0.07143) + (5.5\% * SM)$$

Con la formula anterior sabemos cuanto aporta cada una de las generaciones iniciales durante toda su carrera laboral anualmente a su cuenta individual, es decir la generación inicial de 15 años aporta en promedio al 31 / 12 / 98 (a su cuenta individual):

$$AACIGI15_{31/12/98} = 360 * 19284 * [ (SGI15_{31/12/98} * 0.0315) + (SGI15_{31/12/98} * 0.01125) + (SGI15_{31/12/98} * 0.0315 * 0.07143) + (0.055 * SM_{31/12/98}) ]$$

$$AACIGI15_{31/12/98} = 360 * 19284 * [ (35.9056650353976 * 0.0315) + (35.9056650353976 * 0.01125) + (35.9056650353976 * 0.0315 * 0.07143) + (0.055 * 30.20) ] \quad (\text{se multiplica por 360 ya que el salario que sabemos es diario y por 19,284 por el numero de trabajadores de esa generación})$$

$$AACIGI15_{31/12/98} = 360 * 19284 * [ 3.276757 ]$$

$$AACIGI15_{31/12/98} = 22,748,030.34$$

Este resultado corresponde a la tabla 7 para la generación 15 (inicial) que es lo que apporto en promedio dicha generación al 31 / 12 / 98, con esté método obtengo cuanto se aporta en el año de 1988 a cada generación en promedio a su cuenta individual.

Pero lo que se acumula cada año en la cuenta individual no la aportación anual que se realiza a dicha cuenta, ya que las AFORES y las SIEFORES cobran una comisión y dan un rendimiento anual respectivamente por el manejo de la cuenta individual.

La comisión de las AFORES (por hipótesis financieras) en promedio es; bajo la estructura comisión sobre flujo del Salario Base de Cotización al IMSS (SBC) es de 1.6%. Y el rendimiento promedio de las SIEFORES es de 8.5%.

Con los porcentajes establecidos y las aportaciones anuales a la cuenta individual de cada generación puedo obtener el monto final de la cuenta individual que cada generación tiene al final de su carrera laboral.

Para obtener el monto de la cuenta individual que tiene la generación inicial de 15 años al 31 / 12 / 98 bajo la estructura de comisión sobre flujo, primero tomo en cuenta la aportación anual a dicha fecha (de la generación), a la aportación anual le debo restar la comisión establecida por la AFORE (que es la comisión sobre flujo la cual se aplica al SBC), posteriormente al saldo que resulte de dicha operación le incremento el rendimiento de la SIEFORE para así obtener el saldo a la fecha deseada (31 / 12 / 99).

Definiendo a:

MCIESF = Monto de la cuenta individual bajo la estructura comisión sobre flujo

Así:

$MCIESFGI15_{31/12/98}$  = Monto de la cuenta individual bajo la estructura comisión sobre flujo de la generación inicial de 15 años al 31 / 12 / 99

Entonces de acuerdo a lo anterior tengo que:

$MCIESFGI_{15_{31/12/98}} = [ AACIGI15_{31/12/98} - ( SBCAGI15_{31/12/98} * \text{Número de trabajadores de la generación inicial de 15 años} * \text{Comisión sobre flujo de la AFORE} ) ] + \{ [ AACIGI_{15_{31/12/98}} - ( SBCAGI_{15_{31/12/98}} * \text{Número de trabajadores de la generación inicial de 15 años} * \text{Comisión sobre flujo de la AFORE} ) ] * \text{Rendimiento de la SIEFORE} \}$

$MCIESFGI_{15_{31/12/98}} = [ AACIGI15_{31/12/98} - ( SBCAGI15_{31/12/98} * \text{Número de trabajadores de la generación inicial de 15 años} * \text{Comisión sobre flujo de la AFORE} ) ] * ( 1 + \text{Rendimiento de la SIEFORE} )$

$MCIESFGI_{15_{31/12/98}} = [ 22,748,030.34 - ( 12,926.0394 * 19284 * 0.016 ) ] * ( 1 + 0.085 )$

$MCIESFGI15_{31/12/98} = ( 22,748,030.34 - 3,988,251.90 ) * ( 1.085 )$

$MCIESFGI15_{31/12/98} = 20,354,359.60$

Para obtener el monto de la cuenta individual de la generación inicial de 15 años al 31 / 12 / 99, debo saber lo siguiente: la comisión que cobra la AFORE (1.6% del SBC) en ese año, el salario mínimo del año 1999 (para obtener la cuota social), el monto de la cuenta individual anterior y el rendimiento de la SIEFORE (8.5%).

Con los datos anteriores se puede saber el monto de la cuenta individual de la generación inicial de 15 años al 31 / 12 / 99, ya que se cuantifica la comisión de las AFORES se la resta a la suma de la aportación a la cuenta individual de ese año con el saldo del año anterior (en este caso en particular SCIESFGI15<sub>31/12/99</sub>), al resultado obtenido es al que se le aplica la tasa de rendimiento de la SIEFORE para así obtener el monto a dicha fecha, es decir:

$$MCIESFGI15_{31/12/99} = [ \{ 360 * 19273 * [ (36.64 * 0.0315) + (36.64 * 0.01125) + (36.64 * 0.0315 * 0.07143) + (0.055 * 30.48) ] \} + 20,469,794.06 - 4,067,260.94 ] * (1 + 0.085)$$

$$MCIESFGI15_{31/12/99} = [ (23,072,623.92 + 20,354,359.60) - 4,067,260.94 ] * (1.085)$$

$$MCIESFGI15_{31/12/99} = (43,426,983.52 - 4,067,790.85) * 1.085$$

$$MCIESFGI15_{31/12/99} = 39,359,192.67 * 1.085$$

$$MCIESFGI15_{31/12/99} = 42,704,724.05$$

Estos resultados se verifican en la tabla 8, es claro que en dicha tabla el saldo de la cuenta individual de la estructura sobre flujo de la generación de 16 años al 31 / 12 / 99 es el monto de cuenta individual de la estructura sobre flujo de la generación inicial de 15 años al 31 / 12 / 99 (SCIESFGI15<sub>31/12/99</sub>).

De la forma descrita con anterioridad es como obtengo el monto de cada generación hasta su edad de retiro (65 años) cabe mencionar que es un interés compuesto el rendimiento de las SIEFORES, el resultado de cuanto es el monto de cada generación al término de su carrera laboral se observa en la tabla 9.

### 5.3. PENSION Y SEGURO DE SOBREVIVENCIA CONFORME A LA LEY

Como se sabe de acuerdo a la Ley del IMSS si un trabajador llega a la edad de 65 y cumple con los requisitos establecidos por dicha Ley en el ramo de cesantía en edad avanzada y vejez tiene derecho a obtener con su cuenta individual (que obtuvo a lo largo de su carrera laboral) la opción de contratar (con una compañía aseguradora) una pensión (renta vitalicia) ó retiros programados, además debe contratar un seguro de sobrevivencia para sus beneficiarios.

Suponemos que los trabajadores de este ejercicio optan por la opción de contratar una renta vitalicia y deben obtener el seguro de sobrevivencia.

La pensión que recibe el pensionado es una serie de pagos que se hacen efectivos siempre y cuando el asegurado este con vida y el seguro de sobrevivencia se hace efectivo si y sólo si el pensionado muere y los beneficiarios siguen con vida.

De acuerdo a lo anterior la pensión tiene las mismas características que una anualidad vitalicia\* es decir  $C_x$ .

Y el seguro de sobrevivencia tiene las características establecidas por la Comisión Nacional de Seguros y Fianzas.\*\*

Primero voy a obtener (con el monto de la cuenta individual) la PNU y PBS para la pensión y el seguro de sobrevivencia respectivamente igual a una pensión mínima garantizada que es igual a un Salario Mínimo Vigente en el Distrito Federa.

Se sabe que:

La PNU ( prima neta única ) de una anualidad vitalicia es;

$$Q_x = \frac{N_{x+1}}{D_x} * \quad (\text{si los pagos contingentes a la sobrevivencia de la persona de edad } x \text{ son igual a una unidad monetaria})$$

Y

PBS = La prima Básica del Seguro de Sobrevivencia es;

$$A_{\overline{x}.y} = 13 * b_1 \sum_{k=0}^{x-y} P_y * (1 - P_x)^k * V^k \quad ** \quad (\text{Si los pagos son de } \$1)$$

Entonces si quiero la PNU de la pensión garantizada debo multiplicar el lado derecho de las ecuaciones por el salario mínimo vigente para el Distrito Federal, es decir:

$$Q_x = SM * \frac{N_{x+1}}{D_x}$$

Y

$$A_{\overline{x}.y} = SM * 13 * b_1 \sum_{k=0}^{x-y} P_y * (1 - P_x)^k * V^k \quad \text{donde } b_1 = 0.9$$

Por hipótesis la edad del asegurado al retirarse es de 65 años y de su cónyuge que es por hipótesis el único beneficiario es de 64 años, sustituyendo estos valores en las ecuaciones tengo lo siguiente:

$$Q_{65} = SM * \frac{N_{66}}{D_{65}}$$

y

$$A_{\overline{65}.64} = SM * 13 * 0.9 \sum_{k=0}^{65-64} P_{64} * (1 - P_{65})^k * V^k$$

Con lo anterior cálculo la pensión mínima garantizada tanto para la pensión del asegurado como el seguro de sobrevivencia de cada generación al llegar estas a la edad de retiro.

\* y \*\* se desarrollan en el capítulo tres sección anualidades pagaderas una vez por periodo y seguro de sobrevivencia.

Para poder realizar los cálculos anteriores debo formar las tablas de mortalidad para hombres y para mujeres, las probabilidades asociadas que se ocupan para calcular dichas tablas son las que la Comisión Nacional de Seguros y Fianzas emite para los cálculos seguros de pensiones derivados de las leyes de seguridad social (experiencia demográfica de mortalidad de activos  $EMSSA_{H-97}$ , la cual debe ser aplicada para reflejar las tasas de mortalidad de asegurados no inválidos, del sexo masculino y experiencia demográfica de mortalidad de activos  $EMSSA_{M-97}$ , la cual debe ser aplicada para reflejar las tasas de mortalidad de asegurados no inválidos, del sexo femenino), las tablas resultantes son las tablas 10 y 11.

Con la tabla de mortalidad de activos para la seguridad social  $EMSSA_{H-97}$  (hombres) obtengo el valor de la anualidad vitalicia para hombres de 65 años, es decir obtengo su renta vitalicia que es la pensión del asegurado, a continuación obtendremos la prima neta única para una pensión mínima para la generación inicial de 15 años al cumplir 65 años de edad.

Como datos debo saber cual es el salario mínimo para 31 / 12 / 2048 (por hipótesis aumenta un 0.93%, incremento real), lo anterior es necesario saberlo ya que para ese año la generación inicial de 15 años tendrá 65 años y estará en edad de retiro, para saber este valor el salario del 12 / 31 / 1998 (30.20 salario mínimo diario) lo proyectó 50 años es decir:

$$SM_{31/12/2048} = 30.20 * (1.0093)^{50}$$

$$SM_{31/12/2048} = 47.98$$

Por lo tanto el SM anual al 31 / 12 / 2048 es;

Defino a:

SMA como el salario mínimo anual.

$$SMA_{31/12/2048} = 47.98 * 360$$

$$SMA_{31/12/2048} = 17,271.22$$

Pero el 31 / 12 / 2048 tengo 17,095 personas de edad 65 aseguradas, esto me indica que para poder cubrir un salario mínimo para toda la generación debo multiplicar por el número de asegurados, entonces;

Ahora denoto como:

SMAT15 el salario mínimo anual total considerando la generación inicial de 15 años, para el año 2048.

$$SMAT15_{31/12/2048} = 17,271.22 * 17,095$$

$$SMAT15_{31/12/2048} = 295,244,224.08$$

Por lo tanto la anualidad vitalicia que garantice una pensión mínima para la generación inicial de 15 años al llegar esta a la edad de 65 años es igual a:

Defino a;

$Q_{65} PM15_{31/12/2048}$  como la PNU de la anualidad vitalicia igual a un salario mínimo para la generación inicial de 15 años a la edad esta (generación inicial de 15 años) de 65 años (edad de retiro).

Entonces;

$$Q_{65} PM15_{31/12/2048} = \frac{N_{66}}{D_{65}} * 295,244,224.08$$

De acuerdo con la tabla 10 tengo que;

$$N_{66} = 99,558.01$$

Y

$$D_{65} = 8,724.71$$

Esto implica que;

$$Q_{65} PM15_{31/12/2048} = \frac{99558.01}{8724.71} * 295,244,224.08$$

$$Q_{65} PM15_{31/12/2048} = 11.41 * 295,244,224.08$$

$$Q_{65} PM15_{31/12/2048} = 3,369,043,440.73$$

El resultado anterior es la PNU que se requiere para la pensión mínima de la generación inicial de 15 años al llegar a la edad de retiro, este resultado se observa en la tabla 13.

De la forma descrita con anterioridad se obtienen las PNU igual a una pensión mínima para cada generación.

Enseguida voy a obtener la PBSS para el seguro de sobrevivencia que es requerida por la generación inicial de 15 años para que sus beneficiarios (que es por hipótesis es el cónyuge) tengan derecho a una pensión mínima, para poder realizar este cálculo ya sé cuanto es el salario mínimo anual total para dicha generación al 31 / 12 / 2048 ( $SMAT15_{31/12/2048} = 295,244,224.08$ ), y utilizando los valores de la tabla 12 tengo que:

Sabemos que si PBSS es igual a una unidad monetaria entonces es igual a  $A_{\overline{65}|.04}$ .

Esto me indica que si quiero la PBSS para la generación inicial de 15 años a la edad de retiro (de acuerdo a las hipótesis establecidas):

Denotando como:

$A_{\overline{65}|.04} PM15_{31/12/2048}$  la PBS de la anualidad vitalicia igual a un salario mínimo para la generación inicial de 15 años a la edad esta (generación inicial de 15 años) de 65 años (edad de retiro)

Entonces;

$$A_{\overline{65}|.04} PM15_{31/12/2048} = SMAT15_{31/12/2048} * 13 * 0.9 * \sum_{k=0}^{n-64} P_{64} * (1 - i P_{65}) * V^k$$

Pero;

$$SMAT15_{31/12/2048} = 295,244,224.08$$

Y

$$\sum_{k=0}^{n-64} P_{64} * (1 - i P_{65}) * V^k = 3.97 \quad (\text{de acuerdo a la tabla 12})$$

Así tengo que;

$$A_{\overline{65}|.04} PM15_{31/12/2048} = 295,244,224.08 * 13 * 0.9 * 3.97$$

$$A_{\overline{65}|.04} PM15_{31/12/2048} = 295,244,224.08 * 13 * 0.9 * 3.97$$

$$A_{\overline{65}|.04} PM15_{31/12/2048} = 295,244,224.08 * 13 * 0.9 * 3.97$$

$$A_{\overline{65}|.04} PM15_{31/12/2048} = 295,244,224.08 * 46.41$$

$$A_{\overline{65}|.04} PM15_{31/12/2048} = 13,701,417,123.44$$

El resultado anterior se puede observar en la tabla 13.

De la forma descrita con anterioridad se obtienen las PBS igual a un salario mínimo para cada generación.

#### 5.4. MONTO CONSTITUTIVO

El monto constitutivo es por definición: La cantidad de dinero que se requiere para contratar los seguros de renta vitalicia y de sobrevivencia con una institución de seguros, a demás debo tomar en cuenta un incremento de 1%, para efecto de gastos de administración. \*

Esto indica que:

Definiendo a;

MC como el monto constitutivo.

Entonces se tiene que;

$$MC = (PNU + PBS) * 1.001$$

Para calcular el monto constitutivo que utiliza la generación inicial de 15 años a la edad de retiro, con pagos de rentas de un salario mínimo para el asegurado y para sus beneficiarios en caso de que se haga efectivo este seguro (sobrevivencia) debo saber tanto la PNU ( $\ddot{C}_{65} PM15_{31/12/2048} = 3,369,043,440.73$ ) y la PBS ( $A_{\overline{65}|, .64} PM15_{31/12/2048} = 13,701,417,123.44$ ) de la generación (a la fecha de retiro).

Para esto defino como:

$MC15_{31/12/2048}$  como el monto constitutivo para la generación inicial de 15 años a la edad de retiro ( 65 años, es decir, al 31 / 12 / 2048 )

Entonces si tomo en cuenta que los pagos de las rentas vitalicia y el pago del seguro de sobrevivencia en caso de que se haga efectivo son iguales a un salario mínimo, para la generación inicial de 15 años a la edad de retiro tengo que:

Por cálculos anteriores se sabe que:

$$PBSSPM15_{31/12/2048} = A_{\overline{65}|, .64} PM15_{31/12/2048} = 13,701,417,123.44$$

Y

$$PNUPM15_{31/12/2048} = \ddot{C}_{65} PM15_{31/12/2048} = 3,369,043,440.73$$

\* Este recargo esta estipulado en la circular 22.2 que emite la Comisión Nacional De Seguros y Fianzas 64

Esto implica que:

$$\text{MCPM15}_{31/12/2048} = (13,701,417,123.44 + 3,369,043,440.73) * 1.01$$

$$\text{MCPM15}_{31/12/2048} = 17,241,165,169.81$$

El resultado se puede observar en la tabla 13.

De la misma forma se calcula los montos constitutivos para todas las generaciones.

## 5.5. SUMA ASEGURADA

Por definición la suma asegurada es: La cantidad que resulta de restar al Monto Constitutivo el saldo de la cuenta individual del trabajador. \*

Es decir:

Definiendo a;

SA como la suma asegurada

SCI al saldo de la cuenta individual ( que es igual al monto de la cuenta individual ).

$$\text{SA} = \text{MC} - \text{SCI}$$

Por lo tanto para poder calcular la suma asegurada de la generación de 15 años a la edad de retiro, es decir, al 31 / 12 / 2048 necesito saber el monto constitutivo (  $\text{MCPM15}_{31/12/2048} = 17,087,531,024.73$  ) y el saldo de la cuenta individual (  $\text{MCIESFGI15}_{31/12/2048} = 17,663,096,865.26$  \*\* ) de dicha generación a la fecha mencionada.

Denotando como:

$\text{SAPM15}_{31/12/2048}$  a la suma asegurada para la generación inicial de 15 años a la edad de retiro con pagos en la renta vitalicia ( para el asegurado ) y para el seguro de sobrevivencia ( para su beneficiario ) igual a un salario mínimo.

Entonces;

$$\text{SAPM15}_{31/12/2048} = \text{MCPM15}_{31/12/2048} - \text{MCIESFGI15}_{31/12/2048}$$

\*Se encuentra esta definición en la LSS artículo 159

\*\* Es el valor de la tabla 9 para la generación inicial de 15 años

Implica que;

$$SAPM15_{31/12/2048} = 17,241,165,169.81 - 17,633,096,865.26$$

$$SAPM15_{31/12/2048} = - 391,931,695.45$$

El resultado anterior se observa en la tabla 13.

Con la forma descrita con anterioridad se obtienen todas sumas aseguradas de las generaciones iniciales.

## 5.6. METODO PRORUESRO

Lo que se propone es lo siguiente:

La pensión del asegurado, es decir, el pago de rentas vitalicias se convierte en una anualidad mixta es decir es una anualidad con pagos temporales de acuerdo a la esperanza de vida del asegurado, dicha anualidad se le va a pagar al asegurado siempre y cuando permanezca con vida en caso contrario se le paga a sus beneficiarios (con el objeto de que sus beneficiarios siempre estén protegidos) ya no se calcula una pensión vitalicia, y en lugar del seguro de sobrevivencia que es para los beneficiarios se calcula una anualidad diferida y temporal de acuerdo a la esperanza de vida del asegurado y a la esperanza de vida de los beneficiarios respectivamente e igual que en la LSS se le otorga el beneficio de 0.9 al mes.

Entonces la PNU del pago de la pensión del asegurado va a ser igual a una anualidad mixta de edad 65 (edad del pensionado) temporal  $n$  años donde  $n$  son los años de esperanza de vida del asegurado, es decir,

Definiendo como;

PNUA a la prima neta única del asegurado

Entonces si suponemos que los pagos son de \$1;

$$PNUA = \ddot{a}_{x:\overline{n}|} + v^n \cdot q_x \text{ Donde } x = 65 \text{ y } n \text{ es la esperanza de vida del asegurado}$$

Y la PNU del pago de la pensión para el beneficiario (que es por hipótesis el cónyuge) va a ser igual a una anualidad diferida  $n$  y temporal  $m$  años con  $n$  igual a la esperanza de vida del asegurado y  $m$  igual a la esperanza de vida del cónyuge, es decir,

Denoto a;

PNUB como la prima neta única del beneficiario

Entonces si suponemos que los pagos son de \$1;

$PNUB = 13 * 0.9 * n/m \cdot \overline{C}_x$  donde  $x$  es la edad del cónyuge,  $n$  son los años de esperanza de vida del asegurado y  $m$  es la esperanza de vida del cónyuge después de la edad  $x + n$ .

A continuación cálculo la PNUA para la generación inicial de 15 años al llegar a la edad de retiro con rentas igual a un salario mínimo (pensión mínima garantizada).

Definiendo;

$PNUAPM15_{31/12/2048}$  como la PNUA para la generación inicial de 15 años al llegar a la edad de retiro con rentas igual a un salario mínimo.

Entonces;

$PNUAPM15_{31/12/2048} = SMAT15_{31/12/2048} * [ \overline{C}_{x:\overline{n}} + ( V^n * ( 1 - {}_n P_x ) ) ]$  Donde  $x = 65$  y  $n$  es la esperanza de vida del asegurado

Pero de acuerdo a la tabla 10, la esperanza de vida de un hombre activo de 65 años de edad es de 16 años, esto me indica que  $n = 16$ .

A demás  $SMAT15_{31/12/2048} = 295,244,224.08$

Lo anterior implica que:

$PNUAPM15_{31/12/2048} = 295,244,224.08 * [ \overline{C}_{65:\overline{16}} + ( V^{16} * ( 1 - {}_{16} P_{65} ) ) ]$

Pero se sabe que;

$$\overline{C}_{x:\overline{n}} = \frac{N_{x+1} - N_{x+n+1}}{D_x}$$

Y

$${}_n P_x = \frac{l_{x+n}}{l_x}$$

Esto indica que:

$$Q_{65:\overline{16}|} = \frac{N_{66} - N_{82}}{D_{65}}$$

y

$${}_{16}P_{65} = \frac{I_{81}}{I_{65}}$$

De acuerdo a la tabla 10 tengo que;

$$N_{82} = 14,354.66$$

$$N_{66} = 99,558.01$$

$$D_{65} = 8,724.71$$

$$I_{65} = 81,635$$

$$I_{81} = 43,066$$

$$V^{16} = 0.57671 \quad (\text{con } i = 3.5\%)$$

Esto implica que:

$$Q_{65:\overline{16}|} = \frac{99558.01 - 14354.66}{8724.71}$$

$$Q_{65:\overline{16}|} = 9.76$$

y

$${}_{16}P_{65} = \frac{43066}{81635}$$

$${}_{16}P_{65} = 0.52754$$

Por lo tanto:

$$\text{PNUAPM15}_{31/12/2048} = 295,244,224.08 * [ 9.76 + \{ 0.5767 * ( 1 - 0.52754 ) \} ]$$

$$\text{PNUAPM15}_{31/12/2048} = 295,244,224.08 * [ 10.03 ]$$

$$\text{PNUAPM15}_{31/12/2048} = 2,963,762,259.90$$

El resultado anterior se encuentra en la tabla 14.

De la misma forma se obtiene la PNUA para todas las generaciones.

A continuación cálculo la PNUB para la generación inicial de 15 años al llegar a la edad de retiro con rentas igual a un salario mínimo (pensión mínima garantizada).

Definiendo;

$\text{PNUBPM15}_{31/12/2048}$  como la PNUB para la generación inicial de 15 años al llegar a la edad de retiro con rentas igual a un salario mínimo.

Entonces;

$\text{PNUBPM15}_{31/12/2048} = 13 * 0.9 * \text{SMAT15}_{31/12/2048} * n/m \text{C}_x$ , donde  $x$  es la edad del cónyuge,  $n$  la esperanza de vida del asegurado y  $m$  la esperanza de vida del cónyuge a edad  $x + n$ .

Pero se sabe que:

$$\text{SMAT15}_{31/12/2048} = 295,244,224.08$$

Y

$$n/m \text{C}_x = \frac{N_{x+n} - N_{x+n+m}}{D_x}$$

$$x = 64$$

$$n = 16$$

y de acuerdo a la tabla 11 la esperanza de vida de una mujer activa de edad 80 es de 10 años, entonces  $m = 10$ .

Esto implica:

$${}_{10/10} Q_{64} = \frac{N_{81} - N_{91}}{D_{64}}$$

De acuerdo a la tabla 11 se sabe que:

$$N_{91} = 5,126.05$$

$$N_{81} = 29,181.58$$

$$D_{64} = 10,052.87$$

Lo que me implica que:

$${}_{10/10} Q_{64} = \frac{29181.58 - 6047.02}{10052.87}$$

$${}_{10/10} Q_{64} = 2.50$$

Con lo anterior tengo:

$$PNUBPM15_{31/12/2048} = 13 * 0.9 * SMAT15_{31/12/2048} * {}_{10/10} Q_{64}$$

$$PNUBPM15_{31/12/2048} = 13 * 0.9 * 295,244,224.08 * 2.50$$

$$PNUBPM15_{31/12/2048} = 8,640,835,828.15$$

El resultado anterior se puede observar en la tabla 14.

De lo descrito con anterioridad se obtienen todos las PNUB de todas las generaciones.

Ya sabiendo los valores de PNUA y PNUB puedo obtener el monto constitutivo ya que es la suma de las dos primas, entonces de acuerdo a lo propuesto:

$$MC = (PNUA + PNUB) * 1.01$$

Por lo tanto el monto constitutivo para la generación inicial de 15 años a la edad de retiro con un pago de pensiones igual a un salario mínimo tanto para el asegurado como para su beneficiario es:

$$\text{MCPM15}_{31/12/2048} = ( \text{PNUAPM15}_{31/12/2048} + \text{PNUBPM15}_{31/12/2048} ) * 1.01$$

$$\text{MCPM15}_{31/12/2048} = ( 2,963,762,259.90 + 8,640,835,828.15 ) * 1.01$$

$$\text{MCPM15}_{31/12/2048} = 11,720,607,708.93$$

El resultado anterior se observa en la tabla 14.

De igual forma se obtiene todos los montos constitutivos para las generaciones.

Ya teniendo el monto constitutivo se puede hacer la operación para que me proporcione la suma asegurada (el monto constitutivo menos el saldo de la cuenta individual), es decir, si queremos obtener la suma asegurada de la generación inicial de 15 años con rentas de pensiones mínimas para el asegurado y su beneficiario se debe realizar la siguiente operación;

$$\text{SAPM15}_{31/12/2048} = \text{MCPM15}_{31/12/2048} - \text{MCIESFGI15}_{31/12/2048}$$

De acuerdo a los resultados anteriores;

$$\text{SAPM15}_{31/12/2048} = 11,720,607,708.93 - 17,633,096,865.25$$

$$\text{SAPM15}_{31/12/2048} = - 5,912,489,156.33$$

El resultado anterior se observa en la tabla 14.

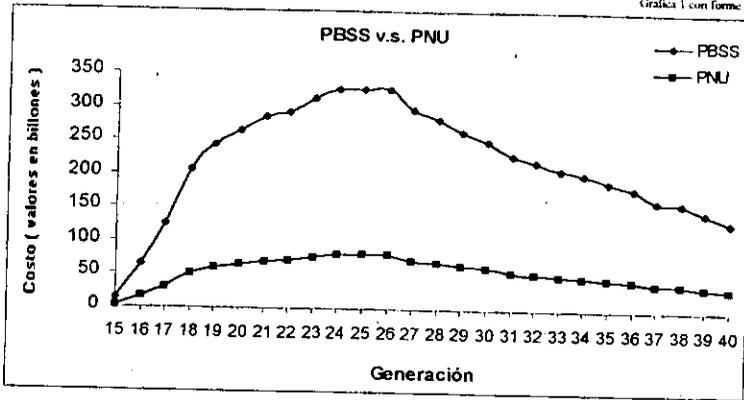
Con la forma descrita con anterioridad se obtienen todas sumas aseguradas de las generaciones iniciales.

## 5.7. RESULTADOS

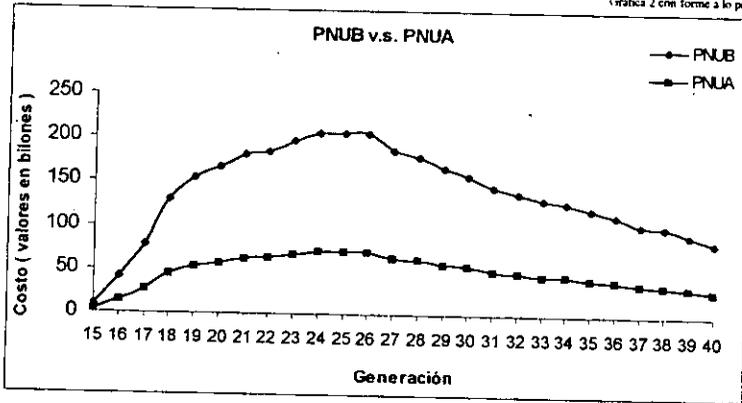
No se debe de olvidar que los resultados a continuación son suponiendo que se les otorga una pensión mínima garantizada tanto al asegurado como al beneficiario.

De los cálculos anteriores se puede observar que a los beneficiarios les corresponde más pensión que al asegurado en caso de que se haga efectivo su pago, esto por el beneficio mensual que les otorga la LSS (13 \* 0.9 anual) es por ello que es una diferencia grande en el pago de las pronas para estos casos (PBBS. LSS y PNUB propuesto) como se muestra en las gráficas 1 y 2.

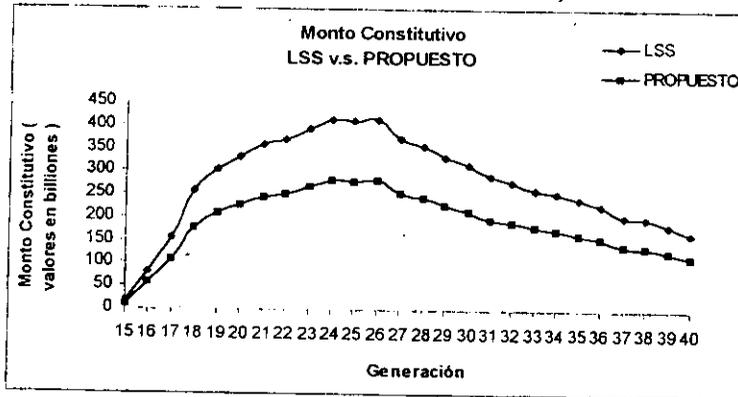
Gráfica 1 con forme a la LSS



Gráfica 2 con forme a lo propuesto



Con estas gráficas podemos darnos cuenta que en el método propuesto es mas bajo el costo de las primas que se deben pagar con la cuenta individual, esto nos implica que el monto constitutivo propuesto es menor que el de la LSS como se muestra en la gráfica 3.



El que nos dé un monto constitutivo menor (el propuesto) comparado con el de LSS nos indica que si al monto total de la cuenta individual le resto el monto constitutivo nos da un saldo mayor el método propuesto, como se observa en la gráfica el monto constitutivo propuesto está por debajo que el de la LSS.

A continuación realizare un análisis tomando en cuenta a la generación inicial de 18 años de edad y cero años de antigüedad al iniciarse este estudio, con el fin de comparar las pensiones obtenidas con la pensión que recibiría la generación seleccionada bajo la anterior ley.

Para realizar estas comparaciones se toman en cuenta los siguientes supuestos, además de los ya establecidos:

- El número de asegurados de 18 años de edad con cero años de antigüedad al 31 / 12 / 98 (139,440) es el mismo que cumple con los requisitos a la edad de retiro, es decir no existen bajas de este grupo de asegurados durante su carrera laboral.
- Del monto total de la cuenta individual de la generación seleccionada se les va a restar el costo de la prima para el pago de pensiones del beneficiario (cónyuge), es decir: en el método que se utiliza de acuerdo a lo establecido por la LSS se le resta la PBSS Y en el propuesto PNUA y el saldo de la cuenta individual se utiliza en el pago de una anualidad de acuerdo a cada método, para de esa forma alcanzar la máxima pensión que puede percibir el asegurado.
- La pensión que recibe el beneficiario es igual a una pensión mínima garantizada.

Como datos tenemos que existen 139,440 asegurados de 18 años de edad con cero años de antigüedad al 31 / 12 / 98 (tabla 1).

El monto total de la cuenta individual de la generación inicial de 18 años es de 227,407,451,329.59 y existen 263,344 trabajadores a edad de retiro, esto me implica que cada trabajador tiene en su cuenta individual la cantidad de 863,539.18 por lo tanto los trabajadores seleccionados en total tienen una cuenta individual igual a 12,411,903,834.41

Con los datos que tengo de cálculos anteriores obtengo la tabla 1.

Método	Monto Total de la CI	Prima a pagar a beneficio del cónyuge	Saldo de la CI
LSS	120,411,903,834.41	PBSS 108,701,094,868.44	11,710,853,965.97
Propuesto	120,411,903,834.41	PNUB 68,552,611,587.49	51,859,292,246.92

Entonces de acuerdo al saldo de la cuenta individual, sabiendo que  $CI_{65}$  (EMSS<sub>11</sub> - 97) con pagos iguales a una unidad monetaria es igual a 11.41, una  $CI_{65} \cdot \overline{v}|_{16}$  con pagos iguales a \$1 es igual a 9.76,  $V^{16} (1 - v|_{16} P_{65})$  con pagos iguales a una unidad monetaria es de 0.2724 puedo obtener la tabla 2.

Método	Saldo de la CI	Pensión anual para el asegurado
LSS	11,710,853,965.97	1,026,274,090.35
Propuesto	51,859,292,246.92	5,166,184,444,21.86

Como se pueda observar en la tabla 2 con el método propuesto el asegurado recibe una mejor pensión.

A continuación calculo la pensión que recibirían estos asegurados con base a la ley anterior del seguro social.

Sabemos que:

El incremento al salario mínimo es de 0.93% y el incremento al salario es de 2.05%

Por lo tanto;

$$SM_{31/12/98} = 30.20 \quad \Rightarrow \quad SM_{31/12/2005} = 46.66 \quad \Rightarrow \quad SMAT_{31/12/2005} = 2,342,338,521.33$$

$$S_{31/12/98} = 42.73 \quad \Rightarrow \quad S_{31/12/2005} = 110.90 \quad \Rightarrow \quad SAT_{31/12/2005} = 5,566,843,099.86$$

Los trabajadores a la edad de retiro tienen 47 años de antigüedad

El salario base de cotización es el siguiente;

$$SBC_5 = S_{65} \cdot CI_{31}^{0.0205} \cdot \frac{1}{5}$$

$$SBC_5 = 5,566,843,099.86 \cdot \frac{1 - 1.0205^{-5}}{0.0205} \cdot \frac{1}{5}$$

$$SBC_5 = 5,240,211.038,82$$

El salario a edad 65 con respecto al salario mínimo a edad 65 es 2.37 esto me indica que de acuerdo a las tablas elaboradas por la ley anterior le corresponde;

Una cuantía básica (CB) igual a 33.68% y

Un incremento anual de 1.868%

La fórmula para obtener la pensión del IMSS de acuerdo con la Ley anterior (PIMSS) es la siguiente:

$$PIMSS = SBC_5 ( CB + [ IA * ( AC - 10 ) ] )$$

Esto me indica que en el caso seleccionado tenemos:

La fórmula para obtener la pensión del IMSS de acuerdo con la Ley anterior (PIMSS) es la siguiente:

$$PIMSS = 5,240,211,038.82 * ( 0.3368 + [ 0.01868 * ( 47 - 10 ) ] )$$

$$PIMSS = 5,286,727,339.46$$

Con los resultados podemos comparar el nivel de reemplazo con respecto al último salario de los asegurados como se muestra en la tabla 3.

Método	Pensión anual para el asegurado	Último Salario	Nivel de Reemplazo
LSS	1,026,274,090.35	5,566,843,099.86	18.43%
Propuesto	5,166,184,444.21	5,566,843,099.86	92.80%
Antigua LSS	5,386,727,339.46	5,566,843,099.86	96.76%

Como observamos en la tabla 3 con la anterior LSS se obtiene un reemplazo mayor (96.76%) con respecto al último salario del asegurado y el método propuesto queda a 3.9 puntos porcentuales por abajo del método utilizado con la anterior LSS, mientras el método de acuerdo a la actual LSS queda muy por abajo del último salario que cotizan los asegurados tan sólo un 18.43%, esto nos indica que con la antigua LSS se obtiene una mejor pensión para el asegurado.

# CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

---

## CONCLUSIONES

### 1.1. HIPÓTESIS

Se puede concluir que el uso de las hipótesis actuariales es absolutamente necesario para estimar la situación financiera actual y futura de un sistema de seguridad social y que dichas hipótesis deben reflejar la mejor estimación de manera independiente y conjunta, de las causas de pago, pues de lo contrario, los estudios podrían arrojar resultados incorrectos que provocarían decisiones, afectando la estabilidad económica de la institución poniendo en riesgo la seguridad social y económica de los futuros pensionados.

Los equipos de computo nos han permitido avanzar, de manera significativa en el diseño de modelos actuariales, sin embargo, es muy importante señalar que mientras los actuarios no dispongan de un procedimiento o metodología para determinar las hipótesis a utilizar, los resultados que arrojarán nuestros avanzados modelos actuariales, podrían tener variaciones de cierta consideración.

Es necesario aclarar que hay quienes piensan que los estudios actuariales deben ser elaborados a corto o mediano plazo, debido a que entre más largo el periodo de evaluación, más probabilidad de desviación de las hipótesis. Los estudios no sólo pueden, sino que deben analizar periodos muy largos (100 años o más). Lo anterior debido a que una evaluación de corto o mediano plazo, no nos permiten observar el comportamiento de los ingresos y egresos del fondo en el largo plazo, mientras el de largo plazo, si nos permite observar dicho comportamiento en el corto y mediano plazo.

Para observar el comportamiento futuro de las finanzas de una institución de seguridad social, es necesario que el resultado de una evaluación actuarial muestre, para cada año, sus egresos, sus ingresos y sus saldos futuros a valor futuro, a valor actual y como porcentaje de la nomina del personal activo de cada año evaluado.

Dado que actualmente no contamos con una metodología específica para seleccionar todas las hipótesis que influyen en el resultado de una valuación actuarial, como ya se dijo, es recomendable que el comportamiento de las mismas sea revisado anualmente para, en su caso, hacer las correcciones necesarias de manera oportuna.

Por último, deseo comentar que, en mi opinión, el actuario es un profesional que utiliza la frialdad de las matemáticas con el objeto de garantizar que la calidez de la seguridad social, llegue con montos justos, a las personas que verdaderamente requieren de ella. Esta gran responsabilidad, nos obliga a seleccionar cuidadosamente tanto las hipótesis a utilizar, como los métodos de costeo y de financiamiento, de manera que el resultado de valuación actuarial coadyuve a trazar el rumbo de las instituciones de seguridad social y facilita a sus administradores la toma de decisiones cotidianas.

### 1.2. EL NUEVO SISTEMA DE PENSIONES EN MÉXICO

Después de dos años de funcionamiento del nuevo sistema de pensiones en México, casi el 72% del mercado potencial de trabajadores se encuentra afiliado a alguna AFORE. Aún cuando los fondos manejados por estas administradoras en lo que respecta a la subcuenta de retiro, representan únicamente el 2% del PIB, ya fomentan el ahorro como base para el crecimiento económico y el desarrollo del mercado financiero del país.

Los indicadores del rendimiento de las SIEFORES, permiten contribuir con más información y análisis a la toma de decisiones de los trabajadores, ya que además de conocer el rendimiento de sus acciones, permite valorar el desempeño de la AFORE y contar con un indicador del beneficio recibido por los trabajadores.

Por último, es importante que los trabajadores soliciten a sus respectivas AFORES, en traslado de su saldo en el SAR 92, ya que los recursos que faltan por trasladar, representan más del 30% de los montos acumulados a mayo de 1999.

### 1.3. ESCENARIO DEL SISTEMA DE PENSIONES EN MÉXICO DESPUÉS DE LA REFORMA A LA LEY DEL SEGURO SOCIAL

Bajo LA Ley del Seguro Social anterior, las pensiones de retiro se calculaban considerando la edad al momento del retiro, el total de semanas cotizadas promedio de los cinco años anteriores a la fecha de retiro. La fórmula de cálculo consideraba una cuantía básica e incrementos a ésta, en función de las semanas de cotización en exceso de las primeras 500.

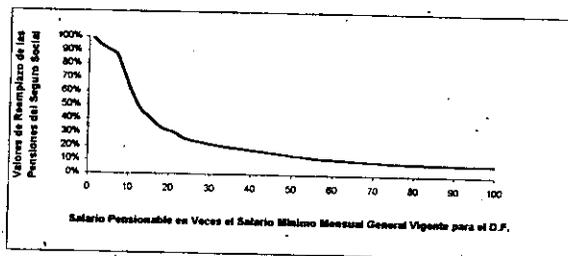
Bajo la ley actual, las contribuciones efectuadas para este ramo son depositadas en la cuenta individual del trabajador. Esta cuenta permanecerá invertida y genera intereses. Al momento de retiro, el trabajador debe adquirir con la compañía de seguro de su preferencia una pensión vitalicia y un seguro de sobrevivencia. El monto de estos beneficios depende del monto que haya acumulado en su cuenta individual. Si éste no fuera suficiente, el Seguro Social aporta la cantidad necesaria para garantizar una pensión mensual equivalente a un salario mínimo mensual general vigente en el Distrito Federal al momento del retiro.

En la tabla 1 se muestra los niveles de reemplazo de la pensión del Seguro Social bajo las provisiones de la Ley anterior, considerando una edad de retiro de 65 años y 40 años cotizados, para diferentes niveles de sueldo. Los sueldos están expresados en veces el SMMGDF

**Tabla 1**  
**Valores de Reemplazo de las Pensiones del Seguro Social Calculados bajo la Ley Anterior**

Salario Pensionable	Salario Pensionable en Veces el SMMGDF	Pensión del Seguro Social
\$ 9,060.00	10.00	55.74%
\$18,120.00	20.00	27.87%
\$27,180.00	30.00	18.58%
\$36,240.00	40.00	13.94%
\$45,300.00	50.00	11.15%
\$54,360.00	60.00	9.29%
\$63,420.00	70.00	7.96%
\$72,480.00	80.00	6.97%
\$81,540.00	90.00	6.19%
\$90,600.00	100.00	5.57%

**Gráfica 1**  
**Valores de Reemplazo de las Pensiones del Seguro Social Calculados bajo la Ley Anterior**



Como podemos observar en sueldos inferiores el nivel de reemplazo de la pensión llega a representar hasta 100% del salario pensionable. Sin embargo, en los sueldos superiores y como consecuencia del tope que existe en el cálculo de estas pensiones (el sueldo máximo es equivalente al promedio de las últimas 250 semanas de 1 veces el SMMGDF), los niveles de reemplazo de las pensiones llegan a ser de tan sólo un 6% del sueldo.

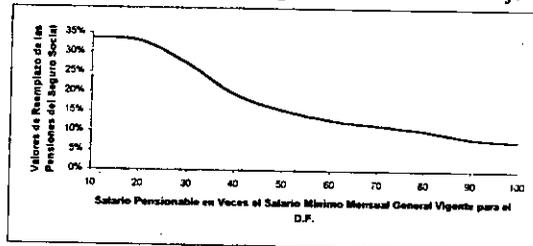
Con la nueva Ley del Seguro Social, estos niveles de reemplazo se reducen aún más, como puede observarse en la tabla 2. En el cálculo de esta tabla se consideraron las siguientes hipótesis para la proyección de los beneficios.

Edad actual	25 años
Fecha en la que comienza a cotizar en el Seguro Social	enero 1, 1998
Años cotizados al Seguro Social a la fecha de retiro	40 años
Edad de retiro	65 años
Salario mínimo mensual actual	\$906.00
Tasa de incremento de salario	2.00% real anual compuesta
Tasa de rendimiento esperado de los activos de la subcuenta individual	4.00% real anual compuesta
Porcentaje de contribución de Retiro, Cesantía en Edad Avanzada y Vejez	6.5% correspondiente al ramo
Anualidad vitalicia a edad 65	143.4328
Tabla de mortalidad empleada en el cálculo de la anualidad	EMSSAH97
Tasa de interés empleada en el cálculo de la anualidad	3.50%

**Tabla 2**  
Valores de Reemplazo de las Pensiones del Seguro Social Calculados bajo la Ley Actual

Salario Pensionable en Veces SMMGDF	Salario Pensionable	Pensión del Seguro Social
10.00	\$22,091.00	33.75%
20.00	\$44,180.00	33.17%
30.00	\$66,272.00	26.44%
40.00	\$88,363.00	19.83%
50.00	\$110,454.00	15.86%
60.00	\$132,545.00	13.22%
70.00	\$154,636.00	11.33%
80.00	\$176,726.00	9.91%
90.00	\$198,817.00	8.81%
100.00	\$220,908.00	7.93%

**Gráfica 2**  
Valores de Reemplazo de las Pensiones del Seguro Social Calculados bajo la Ley Actual



Bajo la nueva Ley, el nivel máximo de reemplazo de una persona cuyo sueldo es equivalente a 10 veces SMMGDF es inferior a un 35%. Para los sueldos superiores el nivel de reemplazo es ligeramente mayor que el calculado bajo la Ley anterior, siendo el máximo de alrededor de un 8.00%. La razón es que el sueldo máximo sobre el cual se harán las aportaciones se incrementa de 10 a 15 salarios mínimos durante el año de 1997 y en años subsecuentes el incremento será de un salario mínimo por año hasta llegar a 25 en el año 2007. Esto permite que las aportaciones de los trabajadores sean mayores y consecuentemente están en posibilidad de lograr mayores beneficios.

Cabe mencionar que de acuerdo con la Ley, aquellas personas que hayan cotizado bajo los dos esquemas, al momento del retiro tendrán el derecho de que el Instituto les calcule la pensión de acuerdo con las provisiones de ambas leyes y elegir la que resulte mayor.

En diversos estudios realizados a este respecto se ha encontrado que será hasta dentro de 20 años aproximadamente cuando el nuevo esquema produzca mejores beneficios (para los sueldos superiores).

Sin embargo, el 95% de la población que cotiza al Seguro Social perciben salarios que no sobrepasan el límite máximo cubierto.

En conclusión, la nueva Ley disminuirá substancialmente los beneficios que otorga por retiro, cesantía en edad avanzada y vejez para la gran mayoría de los trabajadores.

#### 1.4. MODELO CHILENO

Con relación a las alternativas que propone el modelo chileno consistente en sustituir a las pensiones de seguridad social en las llamadas cuenta individuales del ahorro, se encuentran importantes deficiencias de carácter estructural en este sistema como son:

- Suponer tasa reales de interés que están en desacuerdo con los niveles de tasas reales que se obtienen en mercados financieros internacionales y que, a largo plazo o en forma permanente pueden ser difíciles o imposibles de obtener sobre todo si se considera de gran volumen de inversión que genera con el tiempo un sistema de esta naturaleza, de cobertura nacional.
- Sin embargo, la mayor deficiencia en la estimación de las cuantías reales de los beneficios o de las pensiones a los que se da lugar, al no considerarse correctamente la dinámica de los salarios entre la edad media del ingreso de la vida activa y la que corresponde al retiro de la misma, así como los aumentos reales en los niveles de los salarios, que se obtienen como resultado del proceso de avance tecnológico, mejor organización del trabajo y modernización en los procesos productivos, que en alguna forma incrementan también los salarios reales.
- El elevado costo que representa este sistema para el gobierno.
- La diferencia en la edad de jubilación entra hombres y mujeres.
- Que los de menores ingresos quedan con una contribución neta menor que los de mayores ingresos debido a la cuota fija que se cobra por el manejo administrativo.
- Mal funcionamiento del mercado financiero.
- Elevados gastos de administración para poder dar servicio permanente a los afiliados.

Analizando correctamente los elementos anteriores puedo concluir que el sistema de cuentas individuales de ahorro, como sustitutivo de las pensiones de la seguridad social, son insuficientes para otorgar las cuantías que, en forma básica, se requieren para las pensiones de vejez o de retiro, pues se demuestra que estos sistemas de cuentas individuales de ahorro para la compra de pensiones para el retiro, desde el punto de vista de la técnica actuarial, son los sistemas más costosos entre todos los posibles y por ende son también los que aportan los menores niveles de beneficios.

Por no apoyarse en esquemas redistributivos y solidarios como los que implica la seguridad social.

#### RECOMENDACIONES

El IMSS se creó con el propósito de otorgar bienestar y protección a los trabajadores mexicanos y a sus familiares, en una época en la que la economía estaba pasando de una etapa agrícola a una industrial, el país en su conjunto estaba saliendo de la primera ola y entrando en la segunda.

Los progresos en materia de salud no fueron alcanzados por igual ni al mismo tiempo en todas las regiones del mundo. Hasta 1950 existían regiones del mundo con los niveles de mortalidad prevaletentes cien años antes en países europeos.

En los últimos años ha habido cambios tan rápidos y tan radicales que podríamos asegurar que actualmente en algunos aspectos estamos entrando a la tercera ola, ya que al coexistir en un mundo interdependiente, en una

economía globalizada, estamos importando la tecnología y la cultura de los países más desarrollados; y sin embargo, hay zonas en nuestro país que se han quedado en el subdesarrollo, hay contrastes muy marcados.

Si hace 50 años era necesario crear un sistema que respondiera a las necesidades que imperaban en ese entonces, debemos despertar a la realidad en que vivimos en un mundo cambiante y que las necesidades de hace 50 años no son las mismas que las de hoy día.

La diversidad de cada sistema y las diferencias que encontramos de un país a otro ilustra la complejidad de planear un nuevo sistema de seguridad social.

En lo relativo a la cobertura, hay una tendencia de la seguridad social hacia la universalización, puedo concluir que la seguridad social tiene una expansión subjetiva, hacia el amparo de toda la población, pero también a una expansión objetiva, hacia el amparo de nuevas contingencias. Por otro lado, vemos que el costo de llevar estos beneficios a toda la población es altísimo, una seguridad social cívica resulta muy cara.

Debido a lo anterior, es necesario adoptar un sistema que combine la seguridad de tipo laboral con la de tipo cívico y que su presupuesto no resulte muy oneroso.

El sistema que se adoptó es el Chileno, pero este nuevo sistema es un fondo de ahorro y no debe sustituir nunca a la seguridad social, sin embargo un punto a rescatable es lo relativo a la libertad de elección como resultado de la competencia que hay.

Un aspecto que entraña grave preocupación consiste, en que mediante los sistemas de capitalización individual y el reconocimiento de los derechos acumulados hasta 1997 por la población trabajadora, implica una carga considerable, tanto para el Estado como para la sociedad, cuyo financiamiento, si bien abarca plazos de redención y de pagos de beneficios muy largos, de todas maneras, el restituir las reservas de las que no dispone el IMSS, para construir los fondos de ahorro acumulados que deben corresponder a estas cuentas individuales mediante bonos reconocimiento, ello entraña una carga muy importante para el Estado y la sociedad, esto de tuvo que haber analizado en forma muy detallada, por la magnitud de las cuantías económicas que este reconocimiento representa.

## 2.1. SISTEMA DE TRES NIVELES (SUIZO)

El sistema de tres niveles, de origen suizo, parece ser una solución viable para México, ya que ofrece la posibilidad de combinar distintos aspectos manejados por distintas entidades, pero siendo parte de un gran sistema.

Este sistema propone primero un primer nivel, universal, que protege a toda la población en un grado reducido cubre las necesidades vitales y es financiado por la renta pública.

Un segundo nivel complementario al anterior, profesional, cuya finalidad es mantener un nivel de vida y que es financiado por empleados patrones y cuyas prestaciones depende del salario y años cotizados.

Y un tercer nivel, libre y voluntario, cuyo objetivo es mejorar la calidad de vida por medio del ahorro privado.

Este sistema combina el sistema alemán de Seguridad – Cobertura (segundo nivel), con el inglés Seguridad – Servicio (primer nivel), y además contempla un tercer nivel para fomentar el ahorro individual.

A continuación expondré los aspectos que considero son de mayor importancia, a la luz de un sistema de tres niveles.

Uno de los factores de mayor importancia que influyen en la seguridad social es el financiamiento, y al hablar del financiamiento debemos hablar del quién y del cómo.

En un sistema de tres niveles, el primer nivel está financiado por la renta pública, el segundo por los patrones, empleados y gobierno, y el tercero (no obligatorio) por empresas o personas que quisieran una protección mayor.

Los límites de cada nivel dependen de la situación económica del país de que se trate.

Para proporción de la contribución que deben realizar los patrones, empleados y gobierno, se debe buscar un punto de equilibrio en que las contribuciones de las empresas no sean muy elevadas, pues de serlo así desalentarían la contratación de trabajadores y los empresarios buscarían sustituir mano de obra por capital. Por otro lado, se debe poner un límite equivalente al de países con los que se tenga un vínculo comercial. Una solución para las empresas podría ser pagar un impuesto sobre sus utilidades en lugar de contribuciones directas.

Considero que las aportaciones de empleados y patrones deben ser iguales. El gobierno puede no aportar nada en un segundo nivel. De cualquier forma siempre es el último fiador de todos los beneficios.

En cuanto al método utilizado para el financiamiento, debemos analizar por separado cuál es el más conveniente no sólo por cada nivel sino incluso por cada contingencia, ya que un método que sea deseable para alguna contingencia puede no serlo para otra.

Situándonos en el primer nivel, es lógico que esté sea financiado por la sociedad en general, ya que lo que beneficia a todos debe ser financiado por todos.

En este nivel no puede haber una relación entre contribuciones y beneficios, ya que no es basándose en contribuciones sino por medio de impuestos como se va financiar las prestaciones.

Pueden ser impuestos generales, o especiales, como en algunos países donde las prestaciones del renglón de salud son financiadas en gran medida por impuestos al tabaco, a las bebidas alcohólicas, a la gasolina, etc. Así, son los que pagan estos insumos los que van a financiar en gran medida la asistencia médica, que también en buena medida ellos mismos van a recibir.

Así el impuesto viene a ser la prima que se pague por un seguro de protección médica básica si como una pensión de vejez y prestaciones familiares, que no van a tener el objetivo original de alentar el crecimiento de la población sino el de sustituir las pensiones de invalidez y muerte por prestaciones en especie y servicios a inválidos, viudas, huérfanos y en general a personas que las necesiten (acercándose a la asistencia social):

Dependiendo de la situación económica del país, los beneficios pueden ser generalizados o bajo pruebas de falta de recursos.

Para bajar costos y evitar abusos, principalmente a lo relativo a prestaciones sanitarias, es conveniente introducir (y varios países ya lo han hecho) el concepto de coaseguro (para gastos médicos y farmacéuticos), así el usuario del servicio paga una pequeña parte del costo (en primer lugar para aliviar al Estado de una parte de la carga tan grande que representa la asistencia sanitaria y en segundo lugar para evitar abusos en la utilización de estos servicios).

El segundo nivel debe abarcar pensiones y asistencia médica complementaria (en algunos países también cubre el desempleo).

Las pensiones otorgadas en este renglón deben tener como finalidad de reemplazar la remuneración que un afiliado deja de percibir como consecuencia de invalidez, vejez o muerte. La disminución del poder adquisitivo de las pensiones es uno de los problemas más graves que debe resolver la seguridad social.

El método de financiamiento que se vaya a utilizar depende del tipo de pensión. No se puede dar el mismo tratamiento a las pensiones de invalidez y muerte que las de vejez, ya que las dos primeras son impredecibles, es decir, que no se tiene la certeza de que vayan a ocurrir en una fecha determinada, mientras que para las personas de vejez, si conocemos con antelación la fecha, ya que se establece la edad a la cual una persona

empezara a recibir su pensión y se pueden hacer aportaciones periódicas a un fondo establecido para este fin, para que el día en que el trabajador cumpla la edad que se determine, se tenga el monto suficiente para otorgarle una pensión vitalicia.

Si no tenemos la certeza de cuando ocurrirá el evento, como es el caso de muerte o invalidez, se debe recurrir a un seguro, por el cual se paga una prima de la misma forma que se maneja en una compañía de seguros privados.

Es necesario recalcar que la pensión no es una devolución con intereses, de las contribuciones que se hayan efectuado, ya que en el caso de que una persona que tenga poco tiempo cotizando se invalidara o falleciera, él o sus beneficiarios recibirían una cantidad que no les permite subsistir por mucho tiempo.

Es evidente que la mayoría de los casos, las pensiones por invalidez y muerte son mayores a las contribuciones efectuadas, lo cual se compensa por el hecho de que sólo un número reducido de contribuyentes al ramo de invalidez van a invalidarse y no les son devueltas sus contribuciones a los que no se invalidaron, es decir, que todos financian a unos cuantos y este principio de solidaridad es el fundamento del seguro.

Sin embargo, este principio es olvidado en México y en algunos otros países que otorgan mayores beneficios a los que han cotizado mayor tiempo.

Creo que lo justo sería que ambas personas recibieran lo mismo (la misma suma asegurada por la cual cada cual hubiera pagado la prima correspondiente a su edad).

En caso de fallecimiento tampoco tenemos la certeza de cuando ocurre, por lo que podemos usar el mismo sistema el seguro.

Este puede decirse que es un método de reparto, y no tiene nada que ver con el "pay as you go" que erróneamente se conoce también como método de reparto pero que en realidad es más correcto denominar "de financiamiento sobre la marcha".

Si la población de un país es estable, es decir, si no cambia la relación entre activos y pasivos ni la esperanza de vida, no habría ninguna objeción en usar el método de financiamiento sobre la marcha; sin embargo, como se sabe, muchos países están experimentando un envejecimiento de su población. Esto indica que las relaciones activos pasivos cada día se hacen más pequeñas mientras que los adelantos tecnológicos en materia de salud han logrado prolongar la vida de las personas.

Estos factores demográficos, aunados a otros de índole económica, hacen que el método de financiamiento sobre la marcha no pueda ni deba utilizarse, debido a que es prácticamente imposible mantener una relación entre las contribuciones de una persona y los beneficios que recibe cuando se jubile, es decir, que no permite cuantificar recursos y si provoca un incentivo al comportamiento de polizante y a buscar privilegios especiales.

Otra razón de peso para no utilizar el método sobre la marcha es el echo de que se le esta pasando la cuenta a las generaciones futuras sin que estas puedan decidir si están dispuestas a pagarlas y se puede llegar al punto de que les fuera imposible hacerlo.

Tanto en un seguro (que se usa para cubrir la muerte y la invalidez) como en un sistema de capitalización (que sustituiría al de financiamiento sobre la marcha para hacerle frente a la vejez), hay una relación directa entre contribuciones y beneficios, lo que motiva a la gente a contribuir ya que sabe que es para su propio beneficio, esto evita el comportamiento polizante y no traspasa la cuenta a otras generaciones, a demás que los factores externos no afectan o afectan en menor grado a las pensiones que obtendrán los actuales trabajadores. Por otro lado, permite dimensionar, cuantificar y dirigir el flujo de recursos y crea ahorro que estimula el proceso productivo y la creación de fuentes de trabajo.

Para una correcta operación de un sistema de capitalización es recomendable una competencia que busque optimizar inversiones y recursos, supervisados por el estado para garantizar transparencia en el manejo de los fondos.

En cuanto a la atención médica complementaria, también financiada por patrones empleados y gobierno, esta pretende cubrir enfermedades no graves y servicios que no estén incluidos en el primer nivel, como puede ser apartado de prótesis, anteojos, audifonos o los gastos odontológicos, de parto, etc.; Pretende también aumentar los días de hospitalización, disminuir el coaseguro o tener derecho de acceso a instalaciones exclusivas para trabajadores que contribuyan a este nivel.

El seguro de desempleo podría ser una de las prestaciones más caras si no esta bien planeado y bien administrado y por lo mismo debe ser adoptado (y así se ha hecho) por países con un alto nivel socio - económico.

Con respecto al tercer nivel, como esté es libre y voluntario, que en realidad fuera del ámbito de la seguridad social.

En cuanto al tratamiento, la seguridad social tiende a ser contingencia, es decir, que ya no interesa la causa de un accidente o enfermedad. Creo que esto es lo más justo y lo más lógico.

En lo relativo a las condiciones de calificación, hay una tendencia a no exigir de un periodo de cotización para ser elegible a los beneficios y a sustituir prestaciones económicas por servicios, los considero necesarios al menos en un primer nivel.

La edad de jubilación tiende a igualarse entre para hombres y mujeres, lo cual es el resultado de la igualdad de derecho que tiene que existir en todos los ámbitos.

También en este sistema existe la tendencia a hacer flexible la edad de jubilación, como es el caso de jubilación a la carta. Creo que es justo darle al individuo la libertad de elegir la edad en la cual desee retirarse del empleo, cuidando, desde luego que reciba la pensión que le corresponde considerando su valor actuarial.

En cuanto a la administración, así como hay métodos de financiamiento que son mejores que otros para sufragar determinadas contingencias, también hay métodos de gestión mejores que otros para que exista libertad de elección.

## **2.2. LA LEY DEL SEGURO SOCIAL**

Como es bien sabido el 1° de julio del año de 1997 en México se implemento un nuevo sistema de pensiones, ello por las modificaciones en el sistema de seguridad social, dicho sistema es el de las cuentas individuales con las cuales al llegar a la edad de retiro se emplea para la compra de una renta vitalicia (pensión).

En el caso de México se realizaron las proyecciones correspondientes a tasas de interés real del 5% para un esquema de la envergadura que tiene y que debería tener la seguridad social de nuestro país, resulta en términos precautorios, aventurado, siendo necesario según mi opinión, que se debieron de efectuar los cálculos con tasa más moderadas y más cercanas a las posibilidades reales, es decir, esta hipótesis difícilmente se va a cumplir.

Esta modificación que se realizo como ya se menciona afecta más a los asegurados con menores ingresos en sus salarios, y beneficia en muy poco a los de mayores ingresos, es por ello que es responsabilidad de los Actuarios (los cuales tienen en sus manos la técnica) utilizar la filosofía correcta para poder darle a los trabajadores una mejor opción de cómo manejar lo que han logrado juntar en su cuenta individual durante su carrera laboral para mejorar nivel de su pensión y así el nivel de vida de él y sus familiares.

Con lo anterior puedo concluir que el nuevo sistema a largo plazo, no mejora la carga para la sociedad en cuanto a pensiones ya que este sistema implantado es muy caro para la sociedad, así como para el gobierno y no mejora el nivel de vida de los trabajadores con menores ingresos al llegar estos a la edad de retiro.

### **2.3. LA NECESIDAD DE MAYORES NIVELES DE COMPLEMENTACION**

Es claro que la reducción en los niveles de beneficios provenientes de la seguridad social repercutirá irremediablemente en la calidad de vida de los jubilados. Por esta razón, los Planes Privados de Pensiones cobran una gran importancia. Actualmente éstos, en su mayoría, están diseñados para complementar los beneficios provenientes del Seguro Social. Consecuentemente, es indispensable que los planes privados ofrezcan posibilidad de mayores niveles de complementación. Esto puede lograrse mediante la introducción de Planes de Ahorro Voluntario para el Retiro. A través de estos planes, los empleados realizan ahorros personales que son depositados en cuentas individuales y que al momento de su retiro les permita incrementar el monto de sus beneficios. Generalmente, la empresa aporta para cada empleado la misma proporción de ahorro de cada uno. Estos planes de ahorro voluntario deben ser adicionales a los planes de pensiones, por dos razones:

- ❖ Un plan de pensiones contributivo, para ser considerado, requiere un mínimo del 75% de los empleados. Dada la cultura mexicana, este porcentaje es muy elevado y en la mayoría de los casos no se cubre.
- ❖ Además, los planes de pensiones en México están diseñados para pagar como mínimo, una obligación laboral denominada Indemnización Legal la cual debe pagarse a los empleados cuando éstos sean despedidos de su empleo por cualquier causa. Consecuentemente no es lógico que participen en el costo de esta obligación.

## APÉNDICE UNO

### MATEMÁTICA FINANCIERA

#### A.1.1. CRECIMIENTO GEOMÉTRICO

El crecimiento geométrico se encuentra frecuentemente en fenómenos conocidos por todos, como ejemplo de ellos son:

1. Crecimiento de poblaciones.
2. Crecimiento de un a planta.
3. Crecimiento de un capital impuesto a una cierta tasa de interés.

Todos ellos tienen una característica común, son función del tiempo. Consideremos el tercer aspecto y simplifiquémoslo para mejor comprensión, una unidad con un incremento anual  $i$  y con un crecimiento geométrico, se comporta de la siguiente manera:

$$f(0) = 1$$

$$f(1) = 1 + i$$

$$f(2) = (1+i) + i(1+i) = (1+i) * (1+i) = (1+i)^2$$

$$f(3) = (1+i)^2 + i(1+i)^2 = (1+i)^2 * (1+i) = (1+i)^3$$

$$f(t) = (1+i)^t \dots (1)$$

$f(t) - f(0)$  representa el incremento que ha tenido el capital en el tiempo  $t$ .

Ahora consideremos en lugar de un lapso  $t$ , un incremento en el tiempo  $t \Delta$

Sea  $f(t)$  capital en el tiempo  $t$ ,  $f(t + \Delta)$  capital después de haber transcurrido un tiempo  $\Delta$ ; el incremento en el capital será  $f(t + \Delta) - f(t)$  y para obtener la tasa de crecimiento dividimos entre  $f(t)$ :

$$\frac{f(t + \Delta) - f(t)}{f(t)}$$

Y finalmente para obtener la tasa de crecimiento por unidad de tiempo, tendremos:

$$\frac{f(t + \Delta) - f(t)}{\Delta f(t)}$$

Para llegar a obtener la tasa de crecimiento instantáneo se recurre al límite de la expresión haciendo tender a  $\Delta$  a 0.

$$\lim_{\Delta \rightarrow 0} \frac{f(t + \Delta) - f(t)}{\Delta f(t)}$$

$\frac{1}{f(t)}$  puede salir fuera del operador por ser independiente de  $\Delta$

$$\frac{1}{f(t)} \lim_{\Delta \rightarrow 0} \frac{f(t+\Delta) - f(t)}{\Delta}$$

y el límite obtenida de esta expresión es la derivada de  $f(t)$ , por consiguiente obtenemos:

$$\frac{1}{f(t)} \frac{d}{dt} f(t) \quad \text{a la cual designo como } \delta(t)$$

y como la derivada de una función por el recíproco de la función es igual a la derivada del logaritmo natural de la función, entonces;

$$\frac{1}{f(t)} \frac{d}{dt} f(t) = \delta(t) \quad \dots\dots (*)$$

$$\frac{d L f(t)}{dt} = \delta(t)$$

$$\Rightarrow d L f(t) = \delta(t) dt$$

Integrando ambos miembros de la ecuación anterior entre 0 y t, tengo que:

$$\int_0^t d L f(t) = \int_0^t \delta(t) dt$$

$$L f(t) - L f(0) = \int_0^t \delta(t) dt$$

Por propiedad de logaritmo  $(L(a) - L(b) = L \frac{a}{b})$ :

$$\Rightarrow L \frac{f(t)}{f(0)} = \int_0^t \delta(t) dt$$

Tomando antilogaritmo en ambos miembros:

$$\frac{f(t)}{f(0)} = \exp \int_0^t \delta(t) dt$$

$$\Rightarrow f(t) = f(0) * \exp \int_0^t \delta(t) dt \quad \dots\dots (2)$$

Igualando los resultados de (1) y (2) obtengo:

$$(1+i)^t = f(0) * \exp \int_0^t \delta(t) dt$$

y si  $\delta(t) = \delta$  (constante) y  $f(0) = 1$

$$(1+i)^t = e^{t\delta}$$

ó

$$1+i = e^{\delta}$$

Tomando en cuenta logaritmos naturales en ambos miembros de la ecuación:

$$L(1+i) = \delta$$

Cabe destacar que con las hipótesis establecidas, el incremento en el número de elementos que existe por ejemplo a la mitad del año no es igual a la mitad del incremento anual, ya que los elementos que se han incorporado al capital original colaborarán para la creación de otros.

#### A.1.2. INTERES COMPUESTO:

La tasa efectiva de interés es el monto contratado para ser pagado por unidad de tiempo y por unidad de capital invertido.

Esta tasa se expresa en porcentaje; si se dice que el interés es de 6% anual esto significa que por cada unidad invertida al principio del año se recibe seis centésimas por concepto de interés.

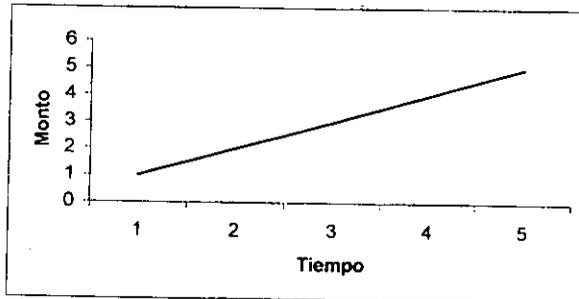
Si se dice que una tasa de interés es pagada, esto significa que al final de cada periodo, el inversionista o prestamista, recibe una suma fija del dinero por el uso del capital durante ese periodo.

En la teoría del interés compuesto, se considera que cuando el prestamista o inversionista, recibe la suma correspondiente a los intereses, está en condiciones de utilizarlos nuevamente como capital e invertirlo para que devenguen intereses a la misma tasa que el préstamo original.

El capital o principal, más el interés pagado sobre el mismo nos da el monto del principal.

$$S = P + I$$

El interés es una función directa del tiempo, considerare que el monto de un capital dado es una función continua del tiempo (ver gráfica).



Sea:

$f(0)$  capital en el tiempo cero.

$f(t)$  monto al cabo de un tiempo  $t$

$f(t + \Delta)$  monto al cabo de un tiempo  $t + \Delta$

Esto nos indica que el crecimiento del monto en el tiempo ( $\Delta$ ) es:

$$f(t + \Delta) - f(t)$$

El crecimiento unitario del monto es:

$$\frac{f(t + \Delta) - f(t)}{\Delta f(t)}$$

Tomando en cuenta el limite de este cociente cuando el tiempo transcurrido tiende a cero tengo que:

$$\lim_{\Delta \rightarrow 0} \frac{f(t + \Delta) - f(t)}{\Delta f(t)} = \frac{1}{f(t)} \lim_{\Delta \rightarrow 0} \frac{f(t + \Delta) - f(t)}{\Delta} = \frac{1}{f(t)} \frac{d}{dt} f(t)$$

Por el cálculo diferencial sabemos que la derivada de una función por su recíproco es igual a la derivada del logaritmo natural de la función, esto es:

$$\frac{1}{f(t)} \frac{d}{dt} f(t) = \frac{d}{dt} L f(t)$$

Por definición anterior (\*) tengo:

$$\frac{d}{dt} L f(t) = \delta(t) \quad \Rightarrow \quad d L(t) = \delta(t) dt$$

Integrando ambos miembros con límites de 0 a t tengo:

$$\int_0^t d L d(t) = \int_0^t \delta(t) dt$$

$$L f(t) - L f(0) = \int_0^t \delta(t) dt$$

$$\Rightarrow L \frac{f(t)}{f(0)} = \int_0^t \delta(t) dt$$

Tomando antilogaritmo en ambos miembros:

$$\frac{f(t)}{f(0)} = \exp \int_0^t \delta(t) dt$$

$$\Rightarrow f(t) = f(0) * \exp \int_0^t \delta(t) dt$$

Si  $\delta(t)$  (constante) entonces:

$$f(t) = f(0) e^{t\delta}$$

Finalmente si  $f(0) = 1$

$$f(t) = e^{t\delta}$$

En interés compuesto tenemos las tasas de interés que se enumeran a continuación y que encuentran su equivalente en el crecimiento de la rama.

Fuerza de interés: es la tasa continua con la cual crece una unidad de capital bajo una operación de interés.

Tasa efectiva de interés: es el incremento por unidad bajo el efecto de una fuerza de interés durante un periodo de tiempo.

Tasa nominal de interés: expresa el interés total que es pagado en un año sobre una unidad invertida al principio del año considerando que cualquier interés pagado durante el año no sea reinvertido.

### A.1.3. RELACION ENTRE TASAS DE INTERES

Es importante poder encontrar la equivalencia entre las tasas citadas:

Considero la siguiente notación:

$\delta$  Tasa de crecimiento instantáneo o fuerza de interés.

$i$  Crecimiento en un periodo o sea la tasa efectiva de interés.

$i^{(m)}$  ó  $j^{(m)}$  Tasa nominal de interés pagadera  $m$  veces al año.

Se tiene por definición (\*) que:

$$\frac{d}{dt} L f(t) = \delta \quad \Rightarrow \quad dL(t) = \delta dt$$

Integrando ambos miembros de 0 a 1 tengo:

$$\int_0^1 dL(t) = \int_0^1 \delta dt \quad \text{pero} \quad \int_a^b dt = b - a$$

$$\Rightarrow L f(1) - L f(0) = (\delta * 1) - (\delta * 0)$$

$$\Rightarrow \delta = L f(1) - L f(0) \quad \text{pero} \quad L f(0) = L(1) = 0 \quad (f(0) = 1)$$

$$\therefore \delta = L f(1)$$

Pero el valor de una unidad después de un año a una tasa efectiva de interés ( $i$ ) anual es evidentemente  $(1+i)$ , puesto que la unidad original está intacta y a está se le suma el interés ( $i$ ).

$$\Rightarrow \delta = L(1+i)$$

Tomando antilogaritmo a ambos lados de la igualdad tengo que:

$$e^{\delta} = (1+i)$$

Por otra parte, tengo por definición (\*) que:

$$\frac{d}{dt} L f(t) = \delta(t) \Rightarrow dL(t) = \delta(t) dt$$

Integrando de 0 a  $\frac{1}{m}$ , se tiene que:

$$\int_0^{1/m} dL f(t) = \int_0^{1/m} \delta dt$$

$$\Rightarrow L f\left(\frac{1}{m}\right) = \frac{\delta}{m} \quad \text{pero } \delta = L(1+i)$$

$$\Rightarrow L f\left(\frac{1}{m}\right) = \frac{1}{m} * L(1+i) \quad \text{pero } b * L(a) = L(a)^b$$

$$\Rightarrow L f\left(\frac{1}{m}\right) = L(1+i)^{\frac{1}{m}}$$

Tomando antilogaritmo en ambos lados tengo que:

$$f\left(\frac{1}{m}\right) = (1+i)^{\frac{1}{m}}$$

Pero el monto 1 después de que ha transcurrido  $\frac{1}{m}$  de año a un interés nominal de  $i^{(m)}$  es  $1 + \frac{i^{(m)}}{m}$  puesto que la tasa efectiva por intervalo es  $\frac{i^{(m)}}{m}$  entonces tenemos que:

$$\left(1 + \frac{i^{(m)}}{m}\right) = (1+i)^{\frac{1}{m}} \quad (\text{pero elevando a la } m \text{ ambos lados})$$

$$\Rightarrow \left(1 + \frac{i^{(m)}}{m}\right)^m = (1+i)$$

Pero como  $e^h = (1+i)$  de aquí obtengo la triple igualdad:

$$\Rightarrow \left(1 + \frac{i^{(m)}}{m}\right)^m = (1+i) = e^h$$

La expresión  $\left(1 + \frac{i^{(m)}}{m}\right)^m$  se puede obtener partiendo de un razonamiento general. Si una unidad es invertida a una tasa nominal  $i^{(m)}$  anual, el interés recibido después de  $\frac{1}{m}$  de año es  $\frac{i^{(m)}}{m}$  y si el monto  $\left(1 + \frac{i^{(m)}}{m}\right)$  es reinvertido tengo que:

$$\left(1 + \frac{i^{(m)}}{m}\right) + \frac{i^{(m)}}{m} * \left(1 + \frac{i^{(m)}}{m}\right) = \left(1 + \frac{i^{(m)}}{m}\right)^2$$

En el siguiente intervalo el interés es de  $\frac{i^{(m)}}{m} * \left(1 + \frac{i^{(m)}}{m}\right)^2$  y el monto del capital al final de este periodo es:

$$\left(1 + \frac{i^{(m)}}{m}\right)^2 + \frac{i^{(m)}}{m} * \left(1 + \frac{i^{(m)}}{m}\right)^2 = \left(1 + \frac{i^{(m)}}{m}\right)^3$$

Después de un año o  $m$  intervalos se tiene que el monto del capital es:

$$\left(1 + \frac{i^{(m)}}{m}\right)^m$$

y el interés total ganado en el año por unidad de capital invertido a principio del mismo es por definición la tasa efectiva de interés anual  $(1+i)$ :

$$\Rightarrow 1+i = \left(1 + \frac{i^{(m)}}{m}\right)^m$$

$$\Rightarrow i = \left(1 + \frac{i^{(m)}}{m}\right)^m - 1$$

Para encontrar el momento al cabo de  $t$  años recordemos que:

$$f(t) = f(0)e^{ht}$$

Para los problemas de interés compuestos se debe usar la siguiente notación:

$$P = f(0) = \text{Capital}$$

$$S = f(t) = \text{Monto de capital } P \text{ después de } t \text{ años}$$

$$n = t = \text{número de años}$$

Una ecuación para la tasa nominal cuando se conoce la tasa efectiva, se obtiene resolviendo la ecuación antes vista para  $i^{(m)}$ .

$$i = \left(1 + \frac{i^{(m)}}{m}\right)^m - 1$$

$$\Rightarrow 1 + i = \left(1 + \frac{i^{(m)}}{m}\right)^m - 1$$

Tomando raíz m-ésima en ambos miembros:

$$\Rightarrow (1 + i)^{\frac{1}{m}} = \left(1 + \frac{i^{(m)}}{m}\right)^{\frac{m}{m}}$$

$$\Rightarrow (1 + i)^{\frac{1}{m}} = \left(1 + \frac{i^{(m)}}{m}\right)$$

Trasponiendo tengo que:

$$(1 + i)^{\frac{1}{m}} - 1 = \frac{i^{(m)}}{m}$$

$$\Rightarrow i^{(m)} = m * \left\{ (1 + i)^{\frac{1}{m}} - 1 \right\}$$

En general se debe realizar la siguiente igualdad y resolverla para  $i^{(m)}$ :

$$\left(1 + \frac{i^{(m)}}{m}\right)^m = (1 + i) = \left(1 + \frac{i^{(k)}}{k}\right)^k$$

$$\Rightarrow \left(1 + \frac{i^{(m)}}{m}\right)^m = \left(1 + \frac{i^{(k)}}{k}\right)^k$$

Tomando raíz m-ésima en ambos miembros:

$$\Rightarrow \left(1 + \frac{i^{(m)}}{m}\right)^{\frac{m}{k}} = \left(1 + \frac{i^{(k)}}{k}\right)^{\frac{1}{m}}$$

Transponiendo:

$$\frac{i^{(m)}}{m} = \left(1 + \frac{i^{(k)}}{k}\right)^{\frac{1}{m}} - 1$$

$$\Rightarrow i^{(m)} = m * \left\{ \left(1 + \frac{i^{(k)}}{k}\right)^{\frac{1}{m}} - 1 \right\}$$

La formula obtenida con anterioridad se utiliza para realizar cambios de tasas equivalentes ejemplo:

Encontrar la tasa nominal convertible trimestralmente correspondiente a una tasa efectiva del 4% anual.

Tenemos como datos  $i^{(1)} = 0.04$  (ya que es una tasa efectiva anual)

Queremos una tasa nominal convertible trimestralmente es decir el año lo dividimos en tres lapsos (4 meses cada lapso de tiempo)  $i^{(4)}$ .

Si  $k = 1$  (anual) y  $m = 4$  (trimestral) aplicando la formula tenemos que:

$$i^{(4)} = 4 * \left\{ \left(1 + \frac{0.04}{1}\right)^{\frac{1}{4}} - 1 \right\}$$

$$\Rightarrow i^{(4)} = 0.03941 = 3.941\%$$

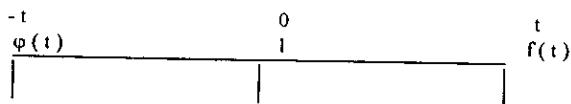
Cabe señalar que en tasas convertibles si conocemos  $i^{(k)}$ :

$$\text{Si } k < m \quad i^{(m)} < i^{(k)} ; \quad \text{Si } k > m \quad i^{(m)} > i^{(k)}$$

#### A.1.4. VALOR PRESENTE

Con lo anterior se puede estudiar problemas relativos a la obtención de un monto, con base a un capital dado, bajo el efecto de una operación de interés compuesto durante un cierto tiempo (recordando que  $f(t) = f(0) * e^{it}$  además  $e^b = (1+i)^b \Rightarrow f(t) = f(0) * (1+i)^t$ , finalmente se debe recordar que para problemas de interés compuesto se utiliza la siguiente notación  $P = f(0) =$  Capital inicial,  $S = f(t) =$  monto del capital  $P$  después de  $t$  años y  $n = t =$  número de años, es decir  $S = P * (1+i)^t$ ; a este proceso se le denomina acumulación. Frecuentemente se presenta el problema inverso, es decir, se requiere calcular el importe del capital que, invertido durante cierto plazo a una tasa de interés dada, sea suficiente para producir un monto determinado; a la suma así obtenida se le designa como "Valor Presente" y al proceso realizado se le llama "descontar" una cierta suma y es opuesto a la de acumulación.

Si se designa al valor presente de una unidad en  $t$  años  $\varphi(t)$  se puede presentar gráficamente las operaciones de acumulación y de descuento.



Para determinar el valor  $\varphi(t)$  se puede establecer una proporción:

$$\frac{1}{\varphi(t)} = \frac{f(t)}{1} \quad \therefore \varphi(t) = \frac{1}{f(t)}$$

Pero como  $f(t) = (1+i)^t$  entonces  $\varphi(t) = (1+i)^{-t}$

Por mismo razonamiento se tiene las siguientes igualdades:

$$\varphi(t) = (1+i)^{-t} = \left(1 + \frac{j^{(m)}}{m}\right)^{-mt} = e^{-t\varphi}$$

De la ecuación de acumulación  $S = P * (1+i)^t$  también puede deducirse la expresión obtenida por proporciones, simplemente despejando de ella el valor de  $P$ :

$$P = \frac{S}{(1+i)^t} ; \text{ ó } P = S * (1+i)^{-t} ; \text{ si } S=1 \text{ y } P=\varphi(t) \Rightarrow \varphi(t) = (1+i)^{-t}$$

Al factor  $(1+i)^{-t}$  se le designa por la letra  $V$ , de tal manera que  $(1+i)^{-t} = \varphi(t) = V^t$

#### A.1.5. TASA DE DESCUENTO

En ocasiones se requiere calcular el valor presente con base en una cierta tasa de descuento. Para definirla estableceré lo siguiente:

Descuento. Es la diferencia entre la suma de dinero en el año cero y su valor en el momento  $-1$ , es decir:

$$1 - \varphi(1) \quad \text{ó} \quad D = S - P$$

Si dividimos el descuento obtenido por unidad de tiempo entre  $S$ :

$$\frac{S-P}{S}$$

Se tiene la tasa de descuento por unidad de tiempo y unidad de capital que se recibe.

Observando en  $\frac{S-P}{S}$  que si  $P = \varphi(1)$ ,  $S = 1$  y tenemos que  $1 - \varphi(1)$  que es la tasa efectiva de descuento; por consiguiente puede establecer otra definición:

Tasa efectiva de descuento es la diferencia entre la unidad y su valor presente en un periodo unitario de tiempo en simbolo es:

$$d = 1 - \varphi(1)$$

### A.1.6. FUERZA DE DESCUENTO

Si llamamos  $\delta'$  a la fuerza de descuento,  $\varphi(t)$  al valor presente de una unidad en el instante  $t$ , entonces, por

$$\frac{S-P}{S}$$

$$\delta' = \lim_{\Delta \rightarrow 0} \frac{\varphi(t) - \varphi(t+\Delta)}{\Delta \varphi(t)}$$

$$\delta' = - \frac{1}{\varphi(t)} \lim_{\Delta \rightarrow 0} \frac{\varphi(t+\Delta) - \varphi(t)}{\Delta} = - \frac{1}{\varphi(t)} \frac{d\varphi(t)}{dt}$$

$$\delta' = - \frac{dL\varphi(t)}{dt} \quad \text{pero} \quad \varphi(t) = \frac{1}{f(t)}$$

$$\Rightarrow \delta' = - \frac{d}{dt} L \frac{1}{f(t)} = \frac{d}{dt} - L \frac{1}{f(t)} = \frac{d}{dt} L \left( \frac{1}{f(t)} \right)^{-1} = \frac{d}{dt} L f(t) = \frac{dL f(t)}{dt} = \delta$$

$$\therefore \delta' = \delta$$

Es decir, que la fuerza de interés y la fuerza de descuento son iguales.

Por otro lado:

$$\delta' = - \frac{dL\varphi(t)}{dt}$$

Integrando ambos miembros de la igualdad:

$$\int_0^t \delta' dt = - \int_0^t dL\varphi(t)$$

$$\Rightarrow \delta' * t = -\{L\varphi(t) - L\varphi(0)\}$$

$$\Rightarrow -\delta' * t = L \frac{\varphi(t)}{\varphi(0)}$$

$$\Rightarrow \text{Tomando antilogaritmo y sabemos que } \varphi(0) = 1 \text{ ya que } \varphi(t) = (1+i)^t \text{ si } t=0$$

$$\Rightarrow \varphi(0) = (1+i)^0 = 1$$

$$\Rightarrow e^{-\delta t} = \varphi(t) = e^{-\delta t}$$

$$\text{Si } t=1; \varphi(1) = e^{-\delta}$$

$$\text{De } d = 1 - \varphi(1) \text{ tengo: } d = 1 - e^{-\delta} \text{ ó } e^{-\delta} = 1 - d$$

Análogo al procedimiento de interés simple se tiene:

$$\frac{d^{(m)}}{m} = 1 - e^{-\frac{\delta}{m}} \text{ ó } \frac{d^{(m)}}{m} = 1 - (1-d)^{\frac{1}{m}}$$

$$\Rightarrow (1-d) = \left(1 - \frac{d^{(m)}}{m}\right)^m$$

y finalmente:

$$e^{-\delta} = (1-d) = \left(1 - \frac{d^{(m)}}{m}\right)^m$$

## Relaciones entre tasa de interés y de descuento.

Por definición de tasa de descuento:

$$d = 1 - V = 1 - \frac{1}{1+i} = \frac{1+i-1}{1+i} = \frac{i}{1+i}$$

$$d = i * V$$

$$d = i * (1-d) \text{ ya que } i * (1-d) = i - (i * d) = i - \frac{i^2}{1+i} = \frac{i+ i^2 - i^2}{1+i} = \frac{i}{1+i}$$

$$i = d * (1+i)$$

### RELACIONES ENTRE TASAS DE INTERES Y DE DESCUENTO

	Fuerza de interés o descuento	Tasa efectiva de interés	Tasa nominal de interés	Tasa efectiva de descuento	Tasa nominal de descuento
Monto de una unidad en t años	$e^{\delta t}$	$(1+i)^t$	$\left(1 + \frac{j^{(m)}}{m}\right)^{m t}$	$(1-d)^{-t}$	$\left(1 - \frac{d^{(m)}}{m}\right)^{-m t}$
Valor Presente de una unidad en t años	$e^{-\delta t}$	$(1+i)^{-t}$	$\left(1 + \frac{j^{(m)}}{m}\right)^{-m t}$	$(1-d)^t$	$\left(1 - \frac{d^{(m)}}{m}\right)^{m t}$

#### A.1.7. ANUALIDADES

A continuación se hace referencia al estudio de pagos periódicos de dinero que en general reciben el nombre de anualidades.

Existen básicamente dos tipos de anualidades:

Anualidades contingentes; están representadas por una serie de pagos que se efectúan sujetos a algún evento fortuito. Ejemplo de ellas son los siguientes:

- i) El pago de la prima de un seguro ordinario de vida se efectúa hasta que ocurre la muerte del asegurado, momento en el que la compañía aseguradora paga al beneficiario el importe de la suma asegurada.
- ii) la serie de pagos que recibe un pensionado hasta su fallecimiento, momento en el que cesa el beneficio.
- iii) El propietario de una casa que paga una prima de seguro contra incendio hasta el momento en que ocurre el siniestro y desaparece el bien asegurado.

Como se puede observar en los ejemplos anteriores en todos los casos interviene en los pagos realizados el elemento probabilidad para que se conserve la condición establecida.

Anualidades ciertas; consisten en una serie de pagos periódicos que deben efectuarse con certeza e independientemente del evento fortuito durante un cierto tiempo establecido. Ejemplo de ellas son las siguientes:

- i) El pago de intereses sobre un bono de renta fija.

ii ) Los pagos periódicos que se efectúan para liquidar una hipoteca de una casa, independientemente de cualquier contingencia, hasta la extinción de la deuda.

iii ) Los pagos periódicos que por concepto de renta de un terreno recibe una persona o sus beneficiarios.

Entonces puedo definir a una anualidad de la siguiente manera.

Definición: Una anualidad es una serie de pagos periódicos, de sumas generalmente iguales, que se efectúan durante la existencia de una situación dada.

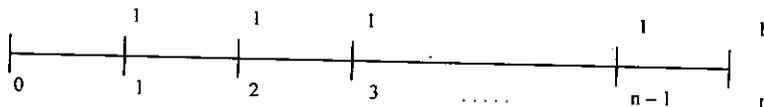
En los casos de anualidades contingentes la situación a que se hace referencia en los ejemplos dados son; la vida de la persona asegurada, la existencia del inmueble o el tiempo de supervivencia del pensionado.

En las anualidades ciertos la situación a que se hace referencia es un tiempo fijo determinado de antemano de acuerdo con las condiciones del problema.

Los pagos se pueden realizar en forma anual, semestral, trimestral, mensual o continuamente o con otra frecuencia dada; no obstante se habla en todos los casos anualidad. Para conveniencia en la solución del problemas, trabajare en los dos casos con una renta anual.

#### A.1.8. VALOR PRESENTE DE ANUALIDADES ORDINARIAS

Una anualidad ordinaria consiste en una serie de pagos unitarios efectuados un periodo después de su contratación y pagaderos durante n años; a continuación se puede apreciar gráficamente considerando que los pagos son anuales.



Para su valuación se acostumbra tomar el punto 0 ó el punto n.

Si se toma al origen como punto de valuación se calcula el "valor presente de la anualidad", se designa por el símbolo  $\ddot{a}_{\overline{n}|}$ ; y su desarrollo es:

$$\ddot{a}_{\overline{n}|} = v^1 + v^2 + v^3 + \dots + v^n \quad \dots (1)$$

Todo calculado a una tasa de interés  $i$  anual efectiva.

Se observa que el valor  $\ddot{a}_{\overline{n}|}$ ; está formado por la suma de  $n$  términos que forman una progresión geométrica de razón  $v$ , multiplicando a la ecuación ( 1 ) por  $v$  tengo que:

$$v \ddot{a}_{\overline{n}|} = v^2 + v^3 + v^4 + \dots + v^{n+1} \quad \dots (2)$$

Si se resta ( 2 ) de ( 1 ) obtengo:

$$a_{\overline{n}|i} - v a_{\overline{n}|i} = v^1 - v^{n+1} = v*(1-v^n)$$

$$\Rightarrow a_{\overline{n}|i} (1-v) = v*(1-v^n)$$

$$\Rightarrow a_{\overline{n}|i} = \frac{v*(1-v^n)}{1-v}$$

Se que:  $v = \frac{1}{1+i}$

$$\Rightarrow 1-v = 1 - \frac{1}{1+i} = \frac{1+i-1}{1+i} = \frac{i}{1+i}$$

$$\Rightarrow a_{\overline{n}|i} = \frac{v*(1-v^n)}{\frac{i}{1+i}} \dots\dots (3)$$

Multiplicando numerador y denominador por  $1+i$  la ecuación (3);

$$\Rightarrow a_{\overline{n}|i} = \frac{v*(1+i)*(1-v^n)}{\frac{i*(1+i)}{1+i}}$$

$$\Rightarrow a_{\overline{n}|i} = \frac{\left(\frac{1}{1+i}\right)*(1+i)*(1-v^n)}{\frac{i*(1+i)}{1+i}}$$

$$\Rightarrow a_{\overline{n}|i} = \frac{1-v^n}{i} \dots\dots\dots (4)$$

Cabe señalar que no limita el echo de considerar que los pagos sean unitarios, ya que basta con multiplicar el valor de (4) por la renta R anual; llamando A al valor presente de estos pagos se tiene:

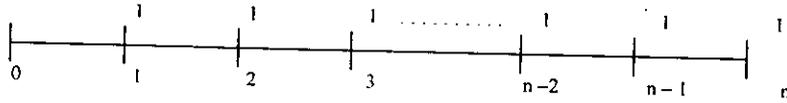
$$A = R*v^1 + R*v^2 + R*v^3 + \dots\dots + R*v^n$$

$$\Rightarrow A = R*(v^1 + v^2 + v^3 + \dots\dots + v^n)$$

$$\Rightarrow A = R a_{\overline{n}|i}$$

### A.1.9. MONTOS DE ANUALIDADES ORDINARIAS

Si se cambia el punto de valuación de una anualidad ordinaria al punto  $n$ , a continuación se puede apreciar la gráficamente considerando que los pagos se realizan anualmente.



Su valuación es la siguiente:

$$1 + (1+i)^1 + (1+i)^2 + (1+i)^3 + \dots + (1+i)^{n-2} + (1+i)^{n-1}$$

Se observa que se tiene una suma de montos y a esta suma se le llama "monto de una anualidad" en este caso se trata de una anualidad ordinaria o simplemente "monto ordinario", y se denota por  $S_{\overline{n}|i}$

$$S_{\overline{n}|i} = 1 + (1+i)^1 + (1+i)^2 + (1+i)^3 + \dots + (1+i)^{n-2} + (1+i)^{n-1} \quad (1)$$

Nuevamente se encuentra una progresión geométrica ahora de razón  $(1+i)$ ; aplicando la fórmula para la suma de una progresión geométrica tengo que:

$$(1+i) * S_{\overline{n}|i} = (1+i)^1 + (1+i)^2 + (1+i)^3 + \dots + (1+i)^{n+1} + (1+i)^n \quad (2)$$

Si se resta (2) de (1):

$$S_{\overline{n}|i} - S_{\overline{n}|i} * (1+i) = 1 - (1+i)^n$$

$$S_{\overline{n}|i} * (1 - (1+i)) = 1 - (1+i)^n$$

La ecuación anterior implica:

$$S_{\overline{n}|i} = \frac{1 - (1+i)^n}{1 - (1+i)}$$

Multiplicando por  $-1$  al numerador y al denominador:

$$S_{\overline{n}|i} = \frac{(1+i)^n - 1}{(1+i) - 1}$$

Pero:  $(1+i)^n - 1 = i$  entonces:

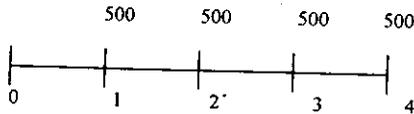
$$S_{\overline{n}|i} = \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

Por el mismo razonamiento visto en valor presente de anualidades ordinarias si en lugar de un pago unitario se efectúa pagos de R anualmente y llamamos ahora S al monto de la anualidad se tiene:

$$S = R * S_{\overline{n}|i}$$

Ejemplo de la obtención del valor presente de una anualidad ordinaria.

Calcular el valor presente de cuatro pagos de \$500.00, el primero de ellos se efectúa un año después de este momento y la tasa es de 8% anual efectiva.



$$A = 500 V + 500 V^2 + 500 V^3 + 500 V^4 \quad (\text{a una tasa de } 0.08)$$

$$A = 500 * (V + V^2 + V^3 + V^4)$$

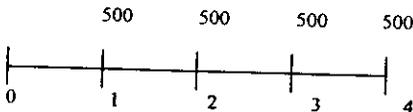
$$A = 500 * \overline{a}_{\overline{4}|0.08}$$

$$A = 500 * \left( \frac{1 - (1 + 0.08)^{-4}}{0.08} \right)$$

$$A = \$1,656.06$$

Ejemplo de la obtención de monto de anualidad ordinaria.

Encontrar el monto de \$500.00 anuales pagaderos durante 4 años, el primer pago se efectúa un año después de ahora, la tasa de interés anual es de 8%.



$$S = 500 + 500(1+i) + 500(1+i)^2 + 500(1+i)^3 \quad (\text{a una tasa de } 0.08)$$

$$S = 500 * (1 + (1+i) + (1+i)^2 + (1+i)^3)$$

$$S = 500 * S_{\overline{4}|i}$$

$$S = 5 * \left( \frac{(1+0.08)^4 - 1}{0.08} \right)$$

$$S = \$2,253.056$$

## APÉNDICE DOS

---

### PROBABILIDAD

En probabilidad, dos eventos  $A$  y  $B$  son llamados mutuamente exclusivos si son disyuntos, esto es, si:

$$A \cap B = \emptyset.$$

En otras palabras, son mutuamente exclusivos si no pueden suceder simultáneamente.

Ejemplo : Láncese un dado y obsérvese el número que aparece en la cara superior. Entonces el espacio muestral consiste en los seis números posibles:

$$S: \{ 1, 2, 3, 4, 5, 6 \}$$

Sea  $A$  el evento de salir un número par,  $B$  de salir impar y  $C$  de salir primo:

$$A = \{ 2, 4, 6 \}, B = \{ 1, 3, 5 \}, C = \{ 2, 3, 5 \}$$

Entonces:

$A \cup C = \{ 2, 3, 4, 5, 6 \}$  es el evento de que el número sea par o primo.

$B \cap C = \{ 3, 5 \}$  es el evento de que el número sea impar primo:

$C^c = \{ 1, 4, 6 \}$  es el evento de que el número no sea primo.

Se observa que  $A$  y  $B$  son mutuamente exclusivos:  $A \cap B = \emptyset$ ; en otras palabras, un número par y un impar no pueden ocurrir simultáneamente.

#### A.2.1. AXIOMAS DE PROBABILIDAD

Sea  $S$  un espacio muestral, sea  $\xi$  la clase de eventos y sea  $P$  una función de valores reales definida en  $\xi$ . Entonces  $P$  se llama "función de probabilidad", y  $P(A)$  es llamada la "probabilidad del evento  $A$ " si se cumplen los siguientes axiomas:

[ P<sub>1</sub> ] Para todo evento  $A$ ,  $0 \leq P(A) \leq 1$ .

$$[P_2] P(S) = 1.$$

[P<sub>3</sub>] Si A y B son dos eventos mutuamente exclusivos, entonces  
 $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

[P<sub>4</sub>] Si A<sub>1</sub>, A<sub>2</sub>,... es una serie de eventos mutuamente exclusivos, entonces

$$P(A_1 \cup A_2 \cup \dots) = P(A_1) + P(A_2) + \dots$$

Las siguientes observaciones conciernen al orden en que están los axiomas [P<sub>3</sub>] y [P<sub>4</sub>]. Ante todo, al utilizar [P<sub>3</sub>] y la inducción matemática se puede probar que para eventos mutuamente exclusivos A<sub>1</sub>, A<sub>2</sub>,..., A<sub>n</sub>,

$$P(A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n) = P(A_1) + P(A_2) + \dots + P(A_n) \quad \dots (*)$$

Hacemos énfasis en que [P<sub>4</sub>] no proviene de [P<sub>3</sub>] ni si quiera (\*) se cumple para todo entero positivo n. Sin embargo, si el espacio muestral S es finito, entonces claramente el axioma [P<sub>4</sub>] es superfluo.

Ahora probamos un número de teoremas que se deducen directamente de nuestros axiomas.

TEOREMA: Si  $\emptyset$  es el conjunto vacío, entonces  $P(\emptyset) = 0$

Demostración: Sea A un conjunto; entonces A y  $\emptyset$  son disjuntos y  $A \cup \emptyset = A$ . Por [P<sub>3</sub>],

$$P(A) = P(A \cup \emptyset) = P(A) + P(\emptyset)$$

Restando P(A) de ambos lados obtenemos el resultado.

TEOREMA: Si A<sup>c</sup> es el complemento de un evento A, entonces  $P(A^c) = 1 - P(A)$ .

Demostración: El espacio muestral S se puede descomponer en los eventos A y A<sup>c</sup> mutuamente exclusivos, esto es;

$$S = A \cup A^c$$

Por [P<sub>2</sub>] y [P<sub>3</sub>] se obtiene

$$1 = P(S) = P(A \cup A^c) = P(A) + P(A^c)$$

Lo que implica el resultado.

TEOREMA: Si  $A \subset B$ , entonces  $P(A) \leq P(B)$ .

Para poder demostrar el teorema anterior es necesario definir la notación  $A \setminus B$ .

Definición: La diferencia de  $A$  y  $B$  o el complemento relativo de  $B$  con respecto a  $A$ , expresada por  $A \setminus B$  es el conjunto de elementos que pertenecen a  $A$  pero no a  $B$ :

$$A \setminus B = \{x : x \in A, x \notin B\}$$

Obsérvese que  $A \setminus B$  son disyuntos, esto es,  $(A \setminus B) \cap B = \emptyset$

Demostración: Si  $A \subset B$ , entonces  $B$  se puede descomponer en los eventos  $A$  y  $B \setminus A$  mutuamente exclusivos. Así:

$$P(B) = P(A) + P(B \setminus A)$$

Con lo cual se comprueba el enunciado puesto que  $P(B \setminus A) \geq 0$ .

TEOREMA: Si  $A$  y  $B$  son dos eventos, entonces

$$P(A \setminus B) = P(A) - P(A \cap B)$$

Demostración:  $A$  se puede descomponer en los eventos mutuamente exclusivos  $A \setminus B$  y  $A \cap B$ ; esto es,

$$A = (A \setminus B) \cup (A \cap B)$$

Por consiguiente, por [  $P_3$  ],

$$P(A) = P(A \setminus B) + P(A \cap B)$$

Lo cual implica el resultado.

TEOREMA: Si  $A$  y  $B$  son dos eventos, entonces

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

Demostración: Obsérvese que  $A \cup B$  se puede descomponer en los eventos  $A \setminus B$  y  $B$  mutuamente exclusivos; esto es;

$$A \cup B = (A \setminus B) \cup B$$

Entonces por [  $P_3$  ] y el teorema anterior,

$$P(A \cup B) = P(A \setminus B) + P(B)$$

$$P(A \cup B) = P(A) - P(A \cap B) + P(B)$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

Que es el resultado buscado.

### A.2.2. PROBABILIDADES CONJUNTA, MARGINAL Y CONDICIONAL

En esta sección se examinarán los conceptos de probabilidad conjunta, marginal y condicional, y se desarrolla la Ley de la multiplicación de probabilidades. Considérese un experimento en el que se elige aleatoriamente a una persona adulta que viva en una ciudad de  $n$  personas adultas, y se anotan sus características con respecto a su hábito de fumador y su sexo. Sea el espacio muestral la población de adultos de la ciudad, que se divide en los siguientes eventos disjuntos: fumador  $A_1$  y no fumador  $A_2$  hombre  $B_1$  y mujer  $B_2$ . Los eventos en  $S$  pueden representarse como se representa en la tabla siguiente:

Clasificación de  $n$  adultos mediante su sexo y hábitos de fumadores.

Tabla 1

	$B_1$	$B_2$
$A_1$	$n_{11}$	$n_{12}$
$A_2$	$n_{21}$	$n_{22}$

Como ejemplo, nótese que  $n_{11}$  de los  $n$  adultos son hombres que fuman, por lo que son poseedores de los atributos  $A_1$  y  $B_1$ . Supóngase que desea determinar la probabilidad de ocurrencia simultáneamente de los eventos  $A_1$  y  $B_2$ . Mediante el empleo de la interpretación de frecuencia relativa, puede argumentarse que exactamente  $n_{12}$  de los  $n$  adultos poseen ambos atributos,  $A_1$  y  $B_2$ , la probabilidad es  $n_{12}/n$ . Esta última recibe el nombre de **probabilidad conjunta** puesto que se insiste en la probabilidad de resultados comunes a ambos eventos  $A_1$  y  $B_2$ . Por lo tanto la probabilidad de los eventos  $A_i$  y  $B_j$ . Esta dada por:

$$P(A_i \cap B_j) = \frac{n_{ij}}{n}$$

Supóngase que ahora el interés recae en la determinar la probabilidad  $A_i$ , sin considerar otro evento  $B_j$  del espacio muestral  $S$ . Para especificar, supóngase que se necesita la probabilidad del evento  $A_2$ . Haciendo uso de nuevo de la interpretación relativa, el número total de personas no fumadoras ( $A_2$ ) en  $n_{21} + n_{22}$ ; de esta manera se tiene;

$$P(A_2) = \frac{n_{21} + n_{22}}{n}$$

Este tipo de probabilidad se le conoce como **probabilidad marginal** porque para determinarla se ignora una o más características del espacio muestral. De lo anterior se sigue que:

$$P(A_i) = \sum_{j=1}^2 \frac{n_{ij}}{n}$$

Pero dado que:

$$P(A_i \cap B_j) = \frac{n_{ij}}{n}$$

$$P(A_i) = \sum_{j=1}^2 P(A_i \cap B_j)$$

En otras palabras, la probabilidad marginal de un evento  $A_i$  es igual a la suma de las probabilidades de  $A_i$  y  $B_j$ , donde la suma se efectúa sobre todos los eventos  $B_j$ . De manera similar la probabilidad marginal de  $B_j$  está dada por:

$$P(B_j) = \sum_{i=1}^2 P(A_i \cap B_j)$$

En este punto ya debe ser obvia la expresión para incluir más de dos eventos disjuntos.

Finalmente, supóngase que el interés recae en determinar la probabilidad de un evento  $A_1$ , dado la ocurrencia que ha ocurrido el evento  $B_2$ . Por ejemplo, regresando a la tabla 1, supóngase que se a elegido aleatoriamente una mujer adulta. ( $B_2$ ) Ahora bien, ¿cuál es la probabilidad de que fume? Una vez que el evento "mujer" ha ocurrido, éste reemplaza a  $S$  como el espacio muestral de interés. Por lo tanto la probabilidad de tener un fumador ( $A_1$ ) es el número de mujeres que fuman ( $n_{12}$ ) entre el número total de estas ( $n_{12} + n_{22}$ ). Por lo tanto:

$$P(A_1 | B_2) = \frac{n_{12}}{(n_{12} + n_{22})}$$

Donde la barra vertical se lee como "dado que" y separa el evento  $A_1$ , cuya probabilidad está condicionada a la previa ocurrencia del evento  $B_2$ . Esta recibe el nombre de **probabilidad condicional** de  $A_1$  dada la ocurrencia de  $B_2$ . En general se tiene que:

$$P(A_i | B_j) = \frac{n_{ij}}{\sum_{i=1}^2 n_{ij}}$$

y por simetría;

$$P(B_j | A_i) = \frac{n_{ij}}{\sum_{j=1}^2 n_{ij}}$$

Al dividir el numerador y el denominador del miembro derecho por  $n$  se tiene:

$$P(A_i | B_j) = \frac{\frac{n_{ij}}{n}}{\sum_{i=1}^2 \frac{n_{ij}}{n}}$$

Pero

$$P(A_i \cap B_j) = \frac{n_{ij}}{n}$$

Y

$$P(B_j) = \sum_{i=1}^2 P(A_i \cap B_j) = \sum_{i=1}^2 \frac{n_{ij}}{n}$$

Por lo tanto:

$$P(A_i | B_j) = \frac{P(A_i \cap B_j)}{P(B_j)}, \quad P(B_j) > 0,$$

Y de manera equivalente

$$P(B_j | A_i) = \frac{P(A_i \cap B_j)}{P(A_i)}, \quad P(A_i) > 0,$$

Para definir las probabilidades conjunta, marginal y condicional se ha empleado un ejemplo específico en el que el espacio muestral contiene únicamente el número finito de resultados. Sin embargo, las definiciones dadas aquí son completamente generales y pueden extenderse para incluir cualquier espacio muestral ya sea discreto o continuo. Con base a lo anterior se define de la siguiente manera.

**Definición ( 1 ).** Sean  $A$  y  $B$  cualesquiera dos eventos que se encuentran en un espacio muestral  $S$  de manera tal que  $P(B) > 0$ . La probabilidad condicional de  $A$  al ocurrir el evento  $B$ , es el cociente de la probabilidad conjunta de  $A$  y  $B$  con respecto a la probabilidad marginal de  $B$ ; de esta manera se tiene

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}, \quad P(B) > 0 \quad \dots (1)$$

La relación (1) puede escribirse como un producto, lo que da como resultado la regla de **multiplicación de probabilidades**, dada por:

$$P(A \cap B) = P(B) * P(A|B) \quad \dots (2)$$

Por simetría, la probabilidad condicional de B dada la ocurrencia de A, es:

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}, \quad P(A) > 0 \quad \dots (3)$$

De esta manera se tiene:

$$P(A \cap B) = P(A) * P(B|A) \quad \dots (4)$$

La definición 1 puede extenderse para incluir cualquier número de eventos que se encuentre en el espacio muestral, por ejemplo, puede demostrarse para tres eventos A, B y C

$$P(A|B \cap C) = \frac{P(A \cap B \cap C)}{P(B \cap C)}, \quad P(B \cap C) > 0 \quad \dots (5)$$

Y

$$P(A \cap B|C) = \frac{P(A \cap B \cap C)}{P(C)}, \quad P(C) > 0 \quad \dots (6)$$

### A.2.3. EVENTOS ESTADISTICAMENTE INDEPENDIENTES

Al considerar la probabilidad condicional de algún evento A, dada la ocurrencia de otro evento B, siempre se implica que las probabilidades de A y B son de alguna manera dependientes entre sí. En otras palabras, la información con respecto a la ocurrencia de B afectará a la probabilidad de A. Supóngase que la ocurrencia de B no tiene ningún efecto sobre la probabilidad de A, en el sentido de que la probabilidad condicional  $P(A|B)$  es igual a la probabilidad marginal  $P(A)$ , aún a pesar de que haya ocurrido el evento B. Esta situación origina un concepto muy importante que se conoce como **independencia estadística**.

**Definición 2.** Sean A y B dos eventos cualesquiera de un espacio muestral S. Se dice que el evento A es **estadísticamente independiente** del evento B si  $P(A|B) = P(A)$ .

Algunas consecuencias de la definición (2) se convierten en evidentes en este momento, dado que:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}, \quad P(B) > 0$$

Si A es independiente de B:

$$P(A|B) = P(A) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}, \quad P(B) > 0$$

ó

$$P(A \cap B) = P(A) * P(B)$$

Además, puesto que:

$$P(A \cap B) = P(A) * P(B|A)$$

Entonces:

$$P(A) * P(B) = P(A) * P(B|A)$$

ó

$$P(B) = P(B|A)$$

Por lo tanto, puede concluirse que si un evento A es estadísticamente independiente de B, entonces B es independiente de A y se verifican las tres relaciones siguientes:

1.  $P(A|B) = P(A)$
2.  $P(B|A) = P(B)$
3.  $P(A \cap B) = P(A) * P(B)$

Con la siguiente definición se extenderá el concepto de independencia estadística.

**Definición 3.** Los eventos  $A_1, A_2, A_3, \dots, A_k$  de un espacio muestral S son estadísticamente independientes si y sólo si la probabilidad conjunta de cualquier 2, 3, 4, ..., k de ellos es igual al producto de sus respectivas probabilidades.

De esta manera, los eventos A, B y C son estadísticamente independientes, si y sólo si:

1.  $P(A \cap B) = P(A) * P(B)$
2.  $P(A \cap C) = P(A) * P(C)$

$$3. P(B \cap C) = P(B) * P(C)$$

$$4. P(A \cap B \cap C) = P(A) * P(B) * P(C)$$

#### A.2.4. EL TEOREMA DE BAYES

**Teorema** Si  $B_1, B_2, B_3, \dots, B_n$  son eventos mutuamente excluyentes, de los cuales uno debe de ocurrir, es decir  $\sum_{i=1}^n P(B_i) = 1$ , entonces:

$$P(B_j | A) = \frac{P(B_j) * P(A | B_j)}{\sum_{i=1}^n P(B_i) * P(A | B_i)} \dots (7)$$

La expresión dada en (7) fue desarrollada por el reverendo Thomas Bayes y se conoce como el teorema de Bayes. A primera vista no es más una aplicación de probabilidades condicionales. Sin embargo, ha sido clave en el desarrollo de la influencia estadística bayesiana en la que se emplea la interpretación subjetiva de probabilidad (no se tratara en esta sección).

#### Demostración:

Puesto que B resulta en uno de los sucesos mutuamente excluyentes  $B_1, B_2, B_3, \dots, B_n$  tenemos (por teorema \*) que:

$$P(B) = P(B_1) * P(B | B_1) + P(B_2) * P(B | B_2) + \dots + P(B_n) * P(B | B_n) = \sum_{k=1}^n P(B_k) * P(B | B_k)$$

Por tanto:

$$P(B_k | A) = \frac{P(B_k \cap A)}{P(A)} = \frac{P(B_k) * P(B | B_k)}{\sum_{k=1}^n P(B_k) * P(B | B_k)}$$

**TEOREMA \*** Si un suceso B debe resultar en uno de los sucesos mutuamente excluyentes  $B_1, B_2, B_3, \dots, B_n$  entonces:

$$P(B) = P(B_1) * P(B | B_1) + P(B_2) * P(B | B_2) + \dots + P(B_n) * P(B | B_n) = \sum_{k=1}^n P(B_k) * P(B | B_k)$$

#### Demostración:

Si el suceso B debe resultar en uno de los sucesos mutuamente excluyentes  $B_1, B_2, B_3, \dots, B_n$  entonces:

$$B = (B \cap B_1) \cup (B \cap B_2) \cup \dots \cup (B \cap B_n)$$

Pero  $(B \cap B_1), (B \cap B_2), \dots, (B \cap B_n)$  son mutuamente excluyentes puesto que  $B_1, B_2, B_3, \dots, B_n$  lo son, así de acuerdo a uno de los axioma de probabilidad tenemos:

$$P(B) = (B \cap B_1) + (B \cap B_2) + \dots + (B \cap B_n)$$

Y por (2) tenemos:

$$P(B) = P(B_1) * P(B|B_1) + P(B_2) * P(B|B_2) + \dots + P(B_n) * P(B|B_n)$$

Lo anterior implica el resultado buscado:

$$P(B) = P(B_1) * P(B|B_1) + P(B_2) * P(B|B_2) + \dots + P(B_n) * P(B|B_n) = \sum_{k=1}^n P(B_k) * P(B|B_k)$$

Generación Inicial (hombres) señalando edad y años de antigüedad (al 31 / dic / 1998)  
 Datos del I.M.S.S.

Tabla 1

T/X	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
0	19,284	79,049	112,152	139,444	113,279	84,219	66,757	54,161	47,335	40,330
1	0	14,112	56,674	97,449	112,037	98,791	75,609	57,891	47,296	43,220
2	0	0	9,856	55,702	82,909	96,454	85,254	64,715	49,503	43,670
3	0	0	0	4,083	30,529	66,979	75,828	63,714	51,568	43,767
4	0	0	0	0	15,965	30,398	58,103	89,454	79,017	62,709
5	0	0	0	0	0	12,359	41,631	51,681	65,375	79,933
6	0	0	0	0	0	0	20,517	40,548	65,142	66,759
7	0	0	0	0	0	0	0	15,377	47,750	61,560
8	0	0	0	0	0	0	0	0	19,558	43,306
9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	13,450
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
15	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
17	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
18	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
19	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
20	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
21	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
22	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
23	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
24	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
25	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
<b>Total</b>	<b>19,284</b>	<b>93,161</b>	<b>178,682</b>	<b>298,678</b>	<b>354,719</b>	<b>389,200</b>	<b>423,699</b>	<b>437,641</b>	<b>472,544</b>	<b>498,704</b>

Generación Inicial (hombres) señalando edad y años de antigüedad (al 31 / dic / 1998)  
 Datos del I.M.S.S.  
 Tabla 1

T/X	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34
0	31,831	26,218	20,804	17,956	15,528	14,160	11,948	11,291	10,276	9,629
1	34,045	27,710	20,459	17,663	13,735	11,777	10,083	8,979	8,007	7,323
2	35,561	30,864	22,337	18,308	13,819	11,466	9,185	8,136	6,732	6,106
3	35,486	31,913	24,120	20,379	14,796	12,488	9,544	8,334	6,844	6,081
4	49,517	41,430	33,326	28,619	21,885	17,879	13,219	11,487	9,252	8,063
5	62,213	49,832	38,812	33,832	27,188	22,434	16,935	14,499	11,190	9,594
6	63,674	67,945	49,967	40,988	34,370	28,653	22,325	18,510	14,416	12,352
7	71,521	61,924	48,875	50,436	41,136	34,396	27,223	22,851	18,012	15,697
8	67,097	71,584	62,527	48,791	39,871	41,907	33,838	28,421	23,229	19,442
9	37,413	54,346	62,904	53,443	44,436	44,370	38,835	30,906	25,031	20,667
10	13,356	30,363	45,149	53,240	49,344	34,370	28,180	30,300	25,031	20,667
11	0	13,315	27,957	40,049	48,628	42,834	35,171	25,296	21,338	22,261
12	0	0	6,594	18,093	32,336	27,969	36,124	27,969	23,021	19,258
13	0	0	0	6,133	19,466	32,427	39,201	29,689	24,127	19,558
14	0	0	0	0	5,384	16,380	41,216	36,276	29,906	22,991
15	0	0	0	0	0	4,602	28,054	34,470	31,261	24,806
16	0	0	0	0	0	0	13,430	22,659	27,151	23,640
17	0	0	0	0	0	0	5,652	14,264	25,357	29,043
18	0	0	0	0	0	0	0	7,751	21,753	35,674
19	0	0	0	0	0	0	0	0	7,100	18,961
20	0	0	0	0	0	0	0	0	0	5,193
21	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
22	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
23	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
24	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
25	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Total	501,714	507,424	463,931	447,930	421,922	403,609	373,033	361,182	344,003	336,339

Generación Inicial (hombres) señalando edad y años de antigüedad (al 31 / dic / 1998)  
 Datos del I.M.S.S.  
 Tabla 1

T/X	35	36	37	38	39	40
0	8,941	8,157	7,210	7,123	6,310	5,675
1	6,664	6,344	5,302	5,226	4,750	4,229
2	5,525	5,069	4,314	4,217	3,676	3,320
3	5,129	4,654	3,952	3,808	3,348	2,977
4	6,550	5,959	4,893	4,794	4,219	3,830
5	7,779	6,820	5,643	5,581	4,825	4,277
6	9,848	8,850	6,952	6,738	5,742	5,049
7	12,499	11,094	8,700	8,495	6,755	6,132
8	15,645	13,591	11,039	10,182	8,144	6,823
9	16,760	13,861	11,103	10,221	8,307	6,998
10	18,135	14,526	11,352	9,855	8,329	6,922
11	16,257	16,124	12,584	10,739	8,968	7,335
12	16,783	13,915	11,411	11,794	9,417	7,795
13	18,598	15,611	12,488	10,969	9,136	8,863
14	19,868	16,251	13,719	12,226	10,329	8,581
15	19,698	15,703	12,888	11,618	9,839	8,133
16	25,828	20,799	16,606	14,425	12,482	10,404
17	39,326	32,230	24,986	20,512	16,788	13,600
18	32,793	37,263	30,519	25,010	19,683	15,429
19	14,853	26,023	32,032	28,790	23,108	17,401
20	3,141	10,231	18,861	26,062	22,489	17,724
21	0	2,143	7,046	14,206	18,187	15,814
22	0	0	2,759	8,465	15,895	18,965
23	0	0	0	2,725	8,871	15,944
24	0	0	0	0	2,183	8,492
25	0	0	0	0	0	2,018
<b>Total</b>	<b>320,620</b>	<b>305,218</b>	<b>276,359</b>	<b>273,781</b>	<b>251,780</b>	<b>232,730</b>

Probabilidades Aplicables a Asegurados  
Bases Biométricas actualizadas en Julio de 1999. (División de Servicios Actuariales)

Tabla 2

Edad	Probabilidad de permanencia		Probabilidad de fallecimiento como activo
	0 - 9 años	10 ó más años	
15	0.998904	0.998904	0.000550462
16	0.999022	0.999022	0.000558462
17	0.999065	0.999065	0.000573787
18	0.999098	0.999098	0.000597082
19	0.999059	0.999059	0.000626507
20	0.99902	0.99902	0.000662675
21	0.998978	0.998978	0.000703747
22	0.99893	0.99893	0.000749111
23	0.998878	0.998878	0.000798785
24	0.998818	0.998818	0.000851485
25	0.99875	0.99875	0.000908498
26	0.998672	0.998672	0.000969185
27	0.998594	0.998594	0.001028035
28	0.99852	0.99852	0.001080142
29	0.998446	0.998446	0.001129798
30	0.998363	0.998363	0.001183742
31	0.998271	0.998271	0.001240783
32	0.99817	0.99817	0.001301442
33	0.998083	0.998083	0.001365809
34	0.997947	0.997947	0.001433855
35	0.997818	0.997818	0.001507417
36	0.997672	0.997672	0.001586339
37	0.997512	0.997512	0.001672932
38	0.997339	0.997339	0.001768094
39	0.997148	0.997148	0.001854388
40	0.996936	0.996936	0.001957987
41	0.996701	0.996701	0.002070783
42	0.996438	0.996438	0.002198904
43	0.99614	0.99614	0.002346023
44	0.995806	0.995806	0.002509705
45	0.995433	0.995433	0.002685642
46	0.995005	0.995005	0.002876291
47	0.994513	0.994513	0.003078588
48	0.993948	0.993948	0.003291818
49	0.993318	0.993318	0.003518124
50	0.992578	0.992578	0.003763945
51	0.991832	0.991832	0.004030909
52	0.991088	0.991088	0.004310759
53	0.99034	0.99034	0.004602557
54	0.98959	0.98959	0.004911518

Edad	Probabilidad de permanencia		Probabilidad de fallecimiento como activo
	0 - 9 años	10 ó más años	
55	0.988828	0.988828	0.005248228
56	0.988056	0.988056	0.005606684
57	0.987582	0.987582	0.005999017
58	0.987073	0.987073	0.006427518
59	0.986531	0.986531	0.006891575
60	0.985949	0.985949	0.007393638
61	0.985322	0.985322	0.007941678
62	0.984683	0.984683	0.008508722
63	0.984037	0.984037	0.009084961
64	0.983364	0.983364	0.009668786
65	0.982611	0.982611	0.010378434
66	0.981749	0.981749	0.011175381
67	0.980868	0.980868	0.011977181
68	0.980039	0.980039	0.01275021
69	0.979158	0.979158	0.013563688
70	0.978111	0.978111	0.014542294
71	0.976959	0.976959	0.015689642
72	0.975486	0.975486	0.017041352
73	0.973825	0.973825	0.018637657
74	0.97191	0.97191	0.020488365
75	0.969834	0.969834	0.022497846
76	0.967658	0.967658	0.024680797
77	0.964919	0.964919	0.027278179
78	0.961421	0.961421	0.030715384
79	0.9574	0.9574	0.034874269
80	0.953361	0.953361	0.038649705
81	0.949292	0.949292	0.042681924
82	0.945157	0.945157	0.046873605
83	0.941021	0.941021	0.050799156
84	0.937377	0.937377	0.054374902
85	0.933038	0.933038	0.058645203
86	0.929311	0.929311	0.0622929
87	0.925855	0.925855	0.065871642
88	0.922737	0.922737	0.068712223
89	0.920023	0.920023	0.071348823

Generación Inicial después de un año señalando edad y años de antigüedad (al 31 / dic / 1999)  
Tabla 3

T/X	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	19,273	79,016	112,111	139,401	113,243	84,192	66,736	54,144	47,320
2	0	0	14,106	56,654	97,419	112,002	98,760	75,585	57,872	47,281
3	0	0	0	9,852	55,685	82,883	96,423	85,227	64,694	49,487
4	0	0	0	0	4,082	30,519	66,958	75,804	63,694	51,551
5	0	0	0	0	0	15,960	30,388	58,084	89,425	78,991
6	0	0	0	0	0	0	12,355	41,618	51,664	65,354
7	0	0	0	0	0	0	0	20,510	40,535	65,121
8	0	0	0	0	0	0	0	0	15,372	47,735
9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	19,552
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
15	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
17	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
18	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
19	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
20	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
21	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
22	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
23	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
24	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
25	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
26	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
<b>Total</b>	<b>0</b>	<b>19,273</b>	<b>93,122</b>	<b>178,617</b>	<b>296,588</b>	<b>354,607</b>	<b>389,076</b>	<b>423,563</b>	<b>437,401</b>	<b>472,391</b>

Generación Inicial después de un año señalando edad y años de antigüedad (al 31 / dic / 1999)  
Tabla 3

T/X	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	40,317	31,820	26,209	20,796	17,949	15,521	14,154	11,942	11,285	10,270
2	43,206	34,033	27,700	20,451	17,656	13,729	11,772	10,078	8,974	8,002
3	43,656	35,549	30,853	22,329	18,301	13,813	11,461	9,181	8,132	6,728
4	43,753	35,474	31,902	24,111	20,371	14,790	12,482	9,539	8,330	6,840
5	62,688	49,500	41,415	33,313	28,608	21,876	17,871	13,213	11,481	9,247
6	79,907	62,192	49,814	38,797	33,818	27,176	22,424	16,927	14,491	11,184
7	66,737	63,852	49,948	38,797	33,818	27,176	22,424	16,927	14,491	11,184
8	61,540	71,497	61,902	48,956	40,972	34,355	28,640	22,314	18,500	14,408
9	43,292	67,074	71,538	62,503	50,416	41,119	34,380	27,210	22,839	18,002
10	13,446	37,400	54,326	62,880	48,771	39,854	41,888	33,821	28,406	23,216
11	0	13,351	30,352	45,132	53,422	44,417	34,354	28,166	30,284	25,017
12	0	0	13,310	27,946	40,033	49,323	38,817	30,891	25,283	21,326
13	0	0	0	6,592	18,086	48,607	42,815	35,154	27,954	23,008
14	0	0	0	0	8,131	32,322	39,183	36,106	29,673	24,113
15	0	0	0	0	0	5,382	32,412	41,196	36,257	29,889
16	0	0	0	0	0	0	16,373	28,040	34,452	31,243
17	0	0	0	0	0	0	4,600	13,423	22,647	27,135
18	0	0	0	0	0	0	0	5,649	14,256	25,343
19	0	0	0	0	0	0	0	0	7,747	21,741
20	0	0	0	0	0	0	0	0	0	7,096
21	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
22	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
23	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
24	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
25	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
26	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Total	498,539	501,543	507,242	463,756	447,781	421,743	403,626	372,861	360,991	343,807

Generación Inicial después de un año señalando edad y años de antigüedad (al 31 / dic / 1999)  
Tabla 3

T/X	35	36	37	38	39	40	41
0	0	0	0	0	0	0	0
1	9,623	8,935	8,151	7,204	7,117	6,304	5,669
2	7,318	6,680	6,339	5,298	5,221	4,745	4,224
3	6,102	5,521	5,065	4,310	4,213	3,672	3,316
4	6,077	5,126	4,651	3,949	3,805	3,345	2,974
5	8,058	6,546	5,955	4,889	4,790	4,215	3,826
6	9,588	7,774	6,815	5,638	5,576	4,820	4,272
7	12,344	9,841	8,843	6,946	6,732	5,736	5,043
8	15,687	12,491	11,086	8,693	8,487	6,748	6,125
9	19,430	15,634	13,581	11,030	10,173	8,136	6,815
10	20,654	16,749	13,851	11,094	10,212	8,299	6,990
11	22,247	18,123	14,515	11,343	9,846	8,321	6,914
12	19,246	16,246	18,112	12,574	10,729	8,959	7,327
13	19,546	16,772	13,905	11,402	11,783	9,408	7,786
14	22,977	18,585	15,599	12,478	10,959	9,127	8,853
15	24,791	19,855	16,239	13,708	12,215	10,319	8,572
16	23,625	19,685	15,691	12,877	11,608	9,829	8,124
17	29,025	25,811	20,784	16,592	14,412	12,470	10,392
18	35,652	39,299	32,206	24,966	20,494	16,771	13,585
19	18,949	32,771	37,235	30,494	24,987	19,663	15,412
20	5,190	14,843	26,004	32,006	28,764	23,085	17,382
21	0	3,139	10,223	18,846	26,039	22,467	17,704
22	0	0	2,141	7,040	14,193	18,169	15,797
23	0	0	0	2,757	8,457	15,879	18,944
24	0	0	0	0	2,723	8,862	15,926
25	0	0	0	0	0	2,181	8,483
26	0	0	0	0	0	0	2,016
Total	336,131	320,404	304,982	276,134	273,634	251,629	232,473

Proyección Demográfica  
(con años de antigüedad de acuerdo a cada generación)  
Tabla 4

T/X	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
25	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
26	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
27	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
28	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
29	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
30	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
31	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
32	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
33	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
34	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
35	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
36	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
37	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
38	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
39	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
40	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
41	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
42	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
43	0	0	0	0	0	0	0	0	0	35,867
44	0	0	0	0	0	0	0	0	42,083	38,437
45	0	0	0	0	0	0	0	48,136	42,048	38,837
46	0	0	0	0	0	0	59,312	51,451	44,010	38,923
47	0	0	0	0	0	74,803	67,177	57,516	45,846	55,769
48	0	0	0	123,776	100,582	87,745	75,746	56,626	70,249	71,087
49	0	0	99,515	86,500	99,479	85,670	67,371	79,503	58,121	59,371
50	17,095	70,112	50,288	49,443	73,616	59,490	51,623	45,932	57,914	54,747
		12,517	8,745	3,624	14,176	26,999	36,988	36,037	42,452	38,513
Total	17,095	82,629	158,548	263,344	314,959	345,664	376,446	388,868	420,112	443,513

Proyección Demográfica  
(con años de antigüedad de acuerdo a cada generación)  
Tabla 4

T/X	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34
25	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
26	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
27	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
28	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
29	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
30	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
31	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
32	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
33	0	0	0	0	0	0	0	0	0	8,600
34	0	0	0	0	0	0	0	0	9,173	6,540
35	0	0	0	0	0	0	0	10,073	7,147	5,454
36	0	0	0	0	0	0	10,654	8,011	6,009	5,431
37	0	0	0	0	13,835	12,621	8,991	7,259	6,109	7,201
38	0	0	0	15,991	12,237	10,497	8,190	7,435	8,259	8,569
39	0	0	18,521	15,730	12,312	10,220	8,511	10,248	9,989	11,032
40	28,318	23,332	18,214	16,305	13,182	11,131	11,788	12,935	12,868	14,020
41	30,287	24,680	19,885	18,149	15,936	15,101	19,908	16,514	16,078	17,364
42	27,487	28,400	21,473	25,488	19,996	24,223	19,908	20,387	20,735	18,459
43	31,636	29,668	34,552	30,130	25,539	30,622	24,275	25,356	22,343	19,882
44	31,569	36,870	34,552	38,503	36,650	30,658	30,174	27,032	19,047	17,200
45	44,052	44,347	44,483	44,918	37,352	37,352	25,129	22,568	20,549	17,468
46	55,348	60,466	43,600	43,452	35,523	30,635	27,560	24,953	21,536	20,534
47	56,648	55,108	55,665	47,595	39,590	34,614	31,363	26,487	26,695	22,155
48	63,627	63,687	56,000	47,415	43,963	38,179	32,213	32,364	27,905	21,114
49	59,691	48,384	40,194	35,667	43,325	34,941	36,753	30,753	24,236	25,939
50	33,284	27,021	24,889	16,113	28,809	28,903	25,016	20,215	22,634	31,862
60	11,882	11,848	5,870	5,462	17,343	14,600	11,976	12,726	19,417	4,638
Total	446,337	461,671	413,013	398,919	375,907	369,922	332,642	322,232	307,067	300,398

Proyección Demográfica  
(con años de antigüedad de acuerdo a cada generación)  
Tabla 4

T/x	35	36	37	38	39	40
25	0	0	0	0	0	5,093
26	0	0	0	0	5,657	3,795
27	0	0	0	6,380	4,258	2,979
28	0	0	6,453	4,681	3,296	2,672
29	0	7,295	4,745	3,777	3,001	3,437
30	7,991	5,873	3,861	3,411	3,782	3,838
31	5,956	4,533	3,537	4,294	4,326	4,531
32	4,938	4,162	4,379	4,999	5,148	5,503
33	4,584	5,329	5,050	6,035	6,056	6,123
34	5,854	6,099	6,222	7,609	7,301	6,280
35	6,952	7,915	7,786	9,120	7,447	6,212
36	8,801	9,921	9,879	9,155	7,467	6,582
37	11,170	12,154	9,937	8,827	8,040	6,995
38	13,982	12,396	10,160	9,619	8,442	7,954
39	14,978	12,991	11,262	10,564	8,190	7,701
40	16,207	14,420	10,212	9,825	9,260	7,298
41	14,529	12,444	11,176	10,951	8,821	9,336
42	14,999	13,961	12,278	10,406	11,190	12,205
43	16,621	14,533	11,534	12,920	15,050	13,846
44	17,756	14,043	14,862	18,372	17,646	15,616
45	17,604	18,600	22,361	22,401	20,716	15,905
46	23,082	28,823	27,313	25,787	20,161	14,191
47	35,145	33,324	28,667	23,343	16,305	17,019
48	29,307	23,272	16,880	12,724	14,250	14,308
49	13,274	9,150	6,306	7,582	7,953	7,621
50	2,807	1,916	2,469	2,441	1,957	1,811
<b>Total</b>	<b>286,638</b>	<b>272,968</b>	<b>247,330</b>	<b>245,223</b>	<b>226,720</b>	<b>208,850</b>

Estructura de la generación inicial de asegurados  
y salario promedio diario al 31 / 12 / 98

Tabla 5

Edad	Asegurados	Salario
15	19,284	35.91
16	93,161	36.51
17	178,682	39.71
18	296,678	42.73
19	354,719	46.28
20	389,200	49.65
21	423,699	52.87
22	437,541	57.27
23	472,544	63.35
24	498,704	70.63
25	501,714	77.44
26	507,424	85.98
27	463,931	92.04
28	447,930	96.64
29	421,922	102.39
30	403,809	106.67
31	373,033	110.70
32	361,182	114.72
33	344,003	117.14
34	336,339	121.33
35	320,620	125.06
36	305,218	128.16
37	276,359	128.27
38	273,781	131.82
39	251,780	132.59
40	232,730	132.21
41	226,333	135.93
42	207,019	134.96
43	199,591	135.02
44	188,416	136.80
45	167,373	133.52
46	158,657	135.78
47	139,787	132.02
48	137,823	129.90
49	123,458	126.75
50	112,849	126.11
51	108,422	122.63
52	97,127	118.24
53	92,397	115.68
54	82,798	113.78

Edad	Asegurados	Salario
55	76,425	108.19
56	75,122	105.81
57	63,234	99.00
58	65,475	97.76
59	55,326	93.83
60	40,909	88.61
61	31,481	84.02
62	26,724	81.16
63	22,950	76.79
64	18,759	67.69
65	15,312	66.43
66	12,986	61.44
67	9,735	53.49
68	10,399	51.14
69	8,356	51.13
70	6,200	46.85
71	5,434	50.74
72	4,742	40.98
73	4,410	44.70
74	4,162	41.11
75	5,062	36.48
76	2,885	40.32
77	2,166	36.87
78	2,391	41.73
79	1,359	36.82
80	1,752	38.44
81	1,375	38.69
82	1,144	33.89
83	1,028	33.48
84	655	32.61
85	544	36.63
86	401	32.61
87	326	33.28
88	356	32.61
89	718	32.61

Estructura de la Generación Inicial de Asegurados ( después de un año )  
y Salario Promedio Diario al 31 / 12 / 99

Tabla 6

Edad	Asegurados	Salario
15	0	0
16	19,273	36.64
17	93,122	37.26
18	178,617	40.53
19	296,588	43.60
20	354,607	47.23
21	389,076	50.66
22	423,563	53.95
23	437,401	58.44
24	472,391	64.65
25	498,539	72.07
26	501,543	79.02
27	507,242	87.74
28	463,756	93.92
29	447,751	98.62
30	421,743	104.49
31	403,626	108.85
32	372,851	112.97
33	360,991	117.07
34	343,807	119.54
35	336,131	123.81
36	320,404	127.63
37	304,992	130.79
38	276,134	130.90
39	273,534	134.52
40	251,529	135.31
41	232,473	134.92
42	0	0.00
43	0	0.00
44	0	0.00

Aportación Anual a la Cuenta Individual Promedio por Generación  
Tabla 7

31/12/98

Edad	Asegurados	Salario Promedio Diario	Aportación Anual a la C.I.
15	19,284	35.91	22,748,030.34
16	93,161	36.51	110,813,086.65
17	178,682	39.71	221,803,493.30
18	296,678	42.73	382,758,085.55
19	354,719	46.28	478,044,364.65
20	389,200	49.65	545,751,254.29
21	423,699	52.87	616,248,872.12
22	437,541	57.27	667,545,660.47
23	472,544	63.35	767,527,508.17
24	498,704	70.63	868,797,246.43
25	501,714	77.44	929,387,284.48
26	507,424	85.98	1,010,160,361.89
27	463,931	92.04	969,129,732.90
28	447,930	96.64	969,129,624.69
29	421,922	102.39	952,147,554.48
30	403,809	106.67	939,243,389.48
31	373,033	110.70	892,046,215.91
32	361,182	114.72	887,188,484.16
33	344,003	117.14	858,519,875.01
34	336,339	121.33	862,193,618.53
35	320,620	125.06	841,302,459.38
36	305,218	128.16	816,201,765.94
37	276,359	128.27	739,513,933.38
38	273,781	131.82	748,369,887.33
39	251,780	132.59	691,379,126.64
40	232,730	132.21	637,627,464.68

31/12/99

Edad	Asegurados	Salario Promedio Diario	Aportación Anual a la C.I.
15	0	0.00	0.00
16	19,273	36.64	23,072,623.92
17	93,122	37.26	112,413,659.90
18	178,617	40.53	225,072,475.93
19	296,588	43.60	388,499,232.02
20	354,607	47.23	485,315,990.46
21	389,076	50.66	554,156,719.83
22	423,563	53.95	625,843,905.01
23	437,401	58.44	678,082,408.78
24	472,391	64.65	779,844,968.78
25	498,539	72.07	882,975,760.47
26	501,543	79.02	944,756,920.53
27	507,242	87.74	1,027,101,682.02
28	463,756	93.92	985,517,244.22
29	447,751	98.62	985,602,667.77
30	421,743	104.49	968,429,917.85
31	403,626	108.85	955,360,287.90
32	372,851	112.97	907,391,657.10
33	360,991	117.07	902,479,692.35
34	343,807	119.54	873,316,576.67
35	336,131	123.81	877,072,702.30
36	320,404	127.63	855,824,204.74
37	304,992	130.79	830,275,231.25
38	276,134	130.90	752,209,549.08
39	273,534	134.52	761,191,917.90
40	251,529	135.31	703,164,003.39
41	232,473	134.92	648,422,241.98

Monto anual de la Cuenta Individual  
Estructura Comisión Sobre Flujo al 31 / 12 / 98  
Tabla 8

Edad	Asegurados	Salario Diario	Salario Anual	Aportación Anual a la Cuenta Individual	Comisión Sobre Flujo 1.60%	Aportación Anual menos Comisión Sobre Flujo	Rendimiento de la SIEFORE 8.6%	Monto de la Cuenta Individual
15	19,284	35.91	249,265,744.04	22,748,030.34	3,988,251.90	18,759,778.43	1,594,581.17	20,354,359.60
16	93,161	36.51	1,224,588,444.14	110,813,086.65	19,593,415.11	91,219,671.55	7,753,672.08	98,973,343.63
17	178,682	39.71	2,554,637,547.23	221,803,493.30	40,874,200.76	180,929,292.55	15,378,989.87	196,308,282.41
18	296,678	42.73	4,563,473,406.93	382,758,085.55	73,015,574.51	309,742,511.04	26,328,113.44	336,070,624.48
19	354,719	46.28	5,909,696,121.62	478,044,384.65	94,555,137.95	383,489,226.70	32,596,584.27	416,085,810.97
20	389,200	49.65	6,956,109,094.83	545,751,254.29	111,297,745.52	434,453,508.77	36,928,548.25	471,382,057.02
21	423,699	52.87	8,064,299,004.13	616,248,872.12	129,028,784.07	487,220,088.05	41,413,707.48	528,633,795.54
22	437,541	57.27	9,020,294,182.06	687,545,860.47	144,324,706.91	523,220,953.55	44,473,781.05	567,694,734.60
23	472,544	63.35	10,776,991,399.14	767,527,508.17	172,431,862.39	595,095,645.78	50,583,129.89	645,678,775.67
24	498,704	70.63	12,679,814,044.33	868,797,246.43	202,877,024.71	665,920,221.72	56,603,218.85	722,523,440.56
25	501,714	77.44	13,986,261,147.97	929,387,284.48	223,780,178.37	705,607,106.11	59,976,604.02	765,583,710.13
26	507,424	85.98	15,705,342,224.81	1,010,160,361.89	251,285,475.59	758,874,886.29	64,504,365.33	823,379,251.63
27	463,931	92.04	15,371,485,787.10	969,129,732.90	245,943,772.59	723,185,960.30	61,470,806.63	784,656,766.93
28	447,930	96.64	15,584,104,457.94	969,129,624.69	249,345,671.33	719,783,953.36	61,181,638.04	780,965,589.40
29	421,922	102.39	15,552,319,455.74	952,147,554.48	248,837,111.29	703,310,443.19	59,781,387.67	763,091,830.86
30	403,809	106.67	15,506,245,823.51	939,243,389.48	248,099,933.18	691,143,456.30	58,747,193.79	749,890,650.09
31	373,033	110.70	14,866,371,872.14	892,046,215.91	237,861,949.95	654,184,265.96	55,605,662.61	709,789,928.57
32	361,182	114.72	14,915,898,316.16	887,188,484.16	238,654,373.06	648,534,111.10	55,125,399.44	703,659,510.55
33	344,003	117.14	14,507,093,073.60	858,519,875.01	232,113,489.18	626,406,385.83	53,244,542.80	679,650,928.63
34	336,339	121.33	14,690,570,866.97	862,193,618.53	235,049,133.87	627,144,484.66	53,307,281.20	680,451,765.85
35	320,620	125.06	14,435,197,213.34	841,302,459.38	230,963,155.41	610,339,303.97	51,878,840.84	662,218,144.81
36	305,218	128.16	14,082,066,154.91	816,201,765.94	225,313,058.48	590,888,707.47	50,225,540.13	641,114,247.60
37	276,359	128.27	12,761,371,810.57	739,513,933.38	204,181,948.97	535,331,984.41	45,503,218.67	580,835,203.08
38	273,781	131.82	12,992,427,020.31	748,369,887.33	207,878,832.33	540,491,055.01	45,941,739.68	586,432,794.68
39	251,780	132.59	12,018,315,933.78	691,379,126.64	192,293,054.94	499,086,071.70	42,422,316.09	541,508,387.80
40	232,730	132.21	11,076,971,898.22	637,627,464.68	177,231,550.37	460,395,914.31	39,133,652.72	499,529,567.03
<b>Total</b>	<b>8,985,987</b>	<b>2,298.05</b>	<b>290,051,212,046.31</b>	<b>18,428,678,380.86</b>	<b>4,640,819,392.73</b>	<b>13,784,758,988.14</b>	<b>1,171,704,513.99</b>	<b>14,956,463,502.13</b>

Monto anual de la Cuenta Individual  
Estructura Comisión Sobre Flujo al 31 / 12 / 99  
Tabla 8

Edad	Asegurados	Salario Diario	Salario Anual	Aportación Anual a la Cuenta Individual	Comisión Sobre Flujo 1.60%	Aportación anual menos comisión Sobre Flujo más Saldo anterior	Rendimiento de la SIEFORE 8.5%	Monto de la Cuenta Individual
15	0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
16	19,273	38.64	254,236,927.88	23,072,823.92	4,067,790.85	39,359,192.67	3,345,531.38	42,704,724.05
17	93,122	37.26	1,249,168,213.15	112,413,659.90	19,986,691.41	191,400,312.12	16,269,026.53	207,669,338.65
18	178,617	40.53	2,606,065,931.98	225,072,475.93	41,697,054.91	379,663,703.43	32,273,114.79	411,956,818.22
19	296,588	43.60	4,855,604,600.21	388,499,232.02	74,469,673.60	650,080,182.89	55,256,815.55	705,336,998.44
20	354,607	47.23	6,028,948,232.27	485,315,990.46	96,463,171.72	804,938,629.72	68,419,783.53	873,358,413.24
21	389,076	50.66	7,096,456,733.16	554,156,719.83	113,543,307.73	911,995,469.12	77,519,614.88	989,515,084.00
22	423,563	53.95	8,226,981,576.92	625,843,905.01	131,631,705.23	1,022,845,995.31	86,941,909.60	1,109,787,904.92
23	437,401	58.44	9,202,256,360.64	678,082,408.78	147,236,101.77	1,098,541,041.62	93,375,988.54	1,191,917,030.16
24	472,391	64.65	10,994,364,815.82	779,844,968.78	175,909,837.05	1,249,613,907.40	106,217,182.13	1,355,831,089.53
25	498,539	72.07	12,935,473,453.76	882,975,760.47	206,967,575.26	1,398,531,625.78	118,875,188.19	1,517,406,813.97
26	501,543	79.02	14,268,105,223.74	944,756,920.53	228,289,683.58	1,482,050,947.08	125,974,330.50	1,608,025,277.58
27	507,242	87.74	16,021,550,906.19	1,027,101,682.02	256,344,814.50	1,594,136,119.15	135,501,570.13	1,729,637,689.28
28	463,756	93.92	15,680,672,260.94	985,517,244.22	250,890,756.18	1,519,283,254.97	129,139,076.67	1,648,422,331.65
29	447,751	98.62	15,897,219,423.33	985,602,667.77	254,355,510.77	1,512,212,746.39	128,538,083.44	1,640,750,829.84
30	421,743	104.49	15,864,409,410.06	968,429,917.85	253,830,550.56	1,477,691,198.15	125,603,751.84	1,603,294,949.99
31	403,626	108.85	15,816,951,456.20	955,360,287.90	253,071,223.30	1,452,179,714.69	123,435,275.75	1,575,614,990.44
32	372,851	112.97	15,163,725,237.81	907,391,657.10	242,619,603.80	1,374,581,981.86	116,837,768.46	1,491,399,750.32
33	360,991	117.07	15,213,628,696.37	902,479,692.35	243,418,059.14	1,362,721,143.76	115,831,297.22	1,478,552,440.98
34	343,807	119.54	14,796,032,295.37	873,316,576.67	236,736,516.73	1,316,230,988.57	111,879,634.03	1,428,110,622.60
35	336,131	123.81	14,982,445,509.83	877,072,702.30	239,719,128.16	1,317,805,340.00	112,013,453.90	1,429,818,793.90
36	320,404	127.63	14,721,181,393.78	855,824,204.74	235,538,902.30	1,282,503,447.25	109,012,793.02	1,391,516,240.27
37	304,992	130.79	14,360,118,981.05	830,275,231.25	229,761,903.70	1,241,627,575.16	105,538,343.89	1,347,165,919.04
38	276,134	130.90	13,012,365,324.70	752,209,549.08	208,197,845.20	1,124,846,906.97	95,611,987.09	1,220,458,894.06
39	273,534	134.52	12,252,455,988.65	761,191,917.90	211,949,336.03	1,135,675,376.55	96,532,407.01	1,232,207,783.56
40	251,529	135.31	11,291,547,395.30	703,164,003.39	196,039,295.82	1,048,633,095.37	89,133,813.11	1,137,766,908.48
41	232,473	134.92	11,291,547,395.30	648,422,241.98	180,664,758.32	967,287,050.68	82,219,399.31	1,049,506,449.99
<b>Total</b>	<b>8,981,683.63</b>	<b>2,346.16</b>	<b>295,838,799,850.58</b>	<b>18,733,394,242.16</b>	<b>4,733,420,787.61</b>	<b>28,956,436,946.68</b>	<b>2,461,297,140.47</b>	<b>31,417,734,087.15</b>

Saldos Totales de la Cuenta Individual  
de cada Generación Inicial  
( al término de su carrera laboral )  
Método Comisión Sobre Flujo

Tabla 9

Edad Inicial de cada Generación	Monto de la Cuenta Individual Método Comisión Sobre Flujo con incremento en SM de 0,93%
15	17.633,096,665,26
16	76.878,087,672,91
17	144.205,432,117,18
18	227.407,451,329,59
19	259.332,837,783,68
20	270.455,971,781,31
21	279.058,540,164,62
22	275.788,710,126,76
23	286.760,418,212,21
24	297.410,511,670,45
25	289.770,776,544,42
26	286.530,900,254,89
27	250.652,180,309,54
28	228.764,385,521,27
29	204.918,014,758,17
30	184.420,497,836,74
31	159.755,441,711,14
32	144.850,468,763,36
33	127.830,662,537,78
34	116.891,745,047,92
35	103.811,518,550,65
36	91.627,670,770,69
37	75.577,156,015,11
38	69.445,964,499,79
39	58.275,963,840,25
40	48.792,543,648,19
<b>Total</b>	<b>4,580,846,948,333,87</b>

Experiencia Demográfica de Mortalidad para Activos EN38,-67

Tabla 10

Edd	q <sub>x</sub>	P <sub>x</sub>	L <sub>x</sub>	d <sub>x</sub>	L <sub>x</sub>	m <sub>x</sub>	F <sub>x</sub>	T <sub>x</sub>	T <sub>x</sub>	T <sub>x</sub>	D <sub>x</sub>	N <sub>x</sub>	S <sub>x</sub>	C <sub>x</sub>	M <sub>x</sub>	R <sub>x</sub>	G <sub>x</sub>	G <sub>x</sub>	G <sub>x</sub>	G <sub>x</sub>	A <sub>x</sub>
15	0.00043	0.99957	100,000	43	99,977	0.0004	8,103,817	81	81	0.5989	59,889.08	1,517,178.55	32,058,550.87	24.54	8,383.49	433,071.81	24.42	25.42	24.88	24.96	0.14
16	0.00048	0.99952	99,957	46	99,935	0.0005	8,003,838	80	80	0.5787	57,848.05	1,457,488.49	30,541,372.32	25.37	8,358.95	424,688.12	24.28	25.26	24.74	24.83	0.15
17	0.00049	0.99951	99,912	49	99,887	0.0005	7,903,703	59	59	0.5572	55,871.30	1,399,843.43	28,063,882.83	26.44	8,333.98	416,328.17	24.14	25.14	24.60	24.69	0.15
18	0.00053	0.99947	99,863	53	99,836	0.0005	7,803,816	58	58	0.5384	53,782.28	1,344,172.13	27,684,038.40	27.71	8,307.15	407,995.58	24.00	25.00	24.46	24.54	0.15
19	0.00058	0.99942	99,810	58	99,781	0.0006	7,703,960	57	57	0.5202	51,918.49	1,290,498.88	26,338,087.26	29.18	8,279.43	399,888.44	23.86	24.86	24.31	24.40	0.16
20	0.00063	0.99937	99,762	63	99,720	0.0006	7,604,199	56	56	0.5028	50,131.70	1,238,493.38	25,049,457.38	30.74	8,250.27	391,406.01	23.70	24.70	24.16	24.25	0.16
21	0.00069	0.99931	99,698	69	99,654	0.0007	7,504,479	55	55	0.4856	48,405.68	1,188,381.88	23,810,984.00	32.43	8,219.53	383,158.74	23.55	24.55	24.01	24.09	0.17
22	0.00078	0.99922	99,619	75	99,581	0.0008	7,404,826	54	54	0.4692	46,738.35	1,138,956.00	22,622,802.32	34.18	8,187.10	374,939.21	23.39	24.39	23.85	23.93	0.18
23	0.00083	0.99917	99,544	82	99,503	0.0008	7,305,244	53	53	0.4533	45,121.71	1,093,219.85	21,482,848.32	35.98	8,152.91	366,752.11	23.23	24.23	23.69	23.77	0.18
24	0.00090	0.99910	99,461	89	99,417	0.0009	7,205,742	52	52	0.4380	43,559.87	1,048,058.06	20,389,426.67	37.79	8,116.93	358,586.20	23.06	24.06	23.52	23.60	0.19
25	0.00097	0.99903	99,372	97	99,324	0.0010	7,106,325	51	51	0.4231	42,049.04	1,004,538.06	19,341,328.72	39.60	8,079.14	350,482.27	22.89	23.89	23.35	23.43	0.19
26	0.00108	0.99894	99,275	105	99,223	0.0011	7,007,001	50	50	0.4088	40,587.49	962,488.04	18,336,790.64	41.39	8,039.54	342,402.14	22.71	23.71	23.17	23.23	0.19
27	0.00114	0.99886	99,171	113	99,114	0.0011	6,907,778	49	49	0.3950	39,173.58	921,901.55	17,374,301.60	43.13	7,998.15	334,363.60	22.53	23.53	23.03	23.08	0.20
28	0.00123	0.99877	99,058	122	99,058	0.0012	6,806,864	49	48	0.3817	37,805.73	882,727.98	16,452,400.05	44.84	7,955.01	326,365.45	22.35	23.35	22.93	22.98	0.20
29	0.00132	0.99868	98,936	130	98,913	0.0013	6,705,888	47	47	0.3687	36,482.44	844,922.24	15,598,672.07	46.49	7,910.18	318,410.44	22.18	23.18	22.62	22.70	0.21
30	0.00141	0.99859	98,800	140	98,790	0.0014	6,604,797	47	46	0.3563	35,202.25	808,439.80	14,774,749.83	48.08	7,863.69	310,500.28	21.97	22.97	22.42	22.51	0.22
31	0.00151	0.99849	98,666	149	98,661	0.0015	6,503,470	45	44	0.3443	33,983.78	773,237.55	13,916,310.03	49.81	7,815.62	302,636.57	21.77	22.77	22.22	22.31	0.23
32	0.00161	0.99839	98,517	159	98,437	0.0016	6,401,470	45	44	0.3326	32,765.82	738,278.79	13,143,072.48	51.08	7,768.61	294,820.95	21.58	22.58	22.02	22.10	0.24
33	0.00172	0.99828	98,358	169	98,273	0.0017	6,300,000	43	42	0.3213	31,608.52	706,503.17	12,403,798.69	52.50	7,714.93	287,054.94	21.35	22.35	21.81	21.89	0.24
34	0.00183	0.99817	98,189	180	98,098	0.0018	6,201,860	42	41	0.3105	30,485.20	674,901.61	11,897,290.52	53.87	7,662.43	279,340.02	21.14	22.14	21.60	21.68	0.25
35	0.00194	0.99806	98,009	190	97,914	0.0019	6,106,961	42	41	0.3000	29,400.43	644,418.44	11,022,388.88	55.20	7,608.55	271,677.59	20.92	21.92	21.38	21.46	0.26
36	0.00206	0.99794	97,819	202	97,718	0.0021	6,016,861	41	40	0.2898	28,351.01	615,016.02	10,377,872.43	56.50	7,553.35	264,089.03	20.69	21.69	21.15	21.23	0.27
37	0.00219	0.99781	97,617	214	97,510	0.0022	5,930,030	40	40	0.2800	27,335.78	586,065.01	9,782,991.41	57.78	7,496.85	256,515.88	20.48	21.48	20.92	21.00	0.27
38	0.00232	0.99768	97,403	228	97,290	0.0023	5,845,520	39	39	0.2706	26,353.80	558,328.22	9,178,299.42	59.05	7,439.07	248,018.83	20.22	21.22	20.68	20.77	0.28
39	0.00246	0.99754	97,177	239	97,058	0.0024	5,763,228	38	38	0.2614	25,403.36	530,573.84	8,616,982.18	60.33	7,380.01	241,579.77	19.98	21.08	20.52	20.60	0.29
40	0.00261	0.99739	96,936	253	96,812	0.0025	5,683,171	37	37	0.2526	24,483.98	507,872.28	8,093,988.54	61.62	7,319.68	234,199.75	19.73	20.83	20.39	20.47	0.30
41	0.00276	0.99724	96,686	267	96,552	0.0026	5,604,359	37	36	0.2440	23,594.38	483,088.30	7,576,414.28	62.95	7,258.06	226,880.07	19.47	20.47	19.93	20.02	0.31
42	0.00293	0.99707	96,419	282	96,278	0.0027	5,526,878	36	35	0.2358	22,733.58	459,483.91	7,093,325.98	64.33	7,195.11	219,622.01	19.21	20.21	19.67	19.75	0.32
43	0.00311	0.99689	96,136	299	95,987	0.0029	5,450,333	35	34	0.2278	21,900.46	438,780.34	6,633,832.08	65.78	7,130.77	212,426.90	18.94	19.94	19.40	19.48	0.33
44	0.00330	0.99670	95,838	317	95,679	0.0031	5,374,526	35	34	0.2201	21,094.08	418,859.88	6,187,071.72	67.31	7,064.99	205,296.13	18.67	19.67	19.13	19.21	0.33
45	0.00351	0.99649	95,521	338	95,353	0.0033	5,300,000	33	32	0.2127	20,313.45	393,785.80	5,782,211.83	68.94	6,997.68	198,231.14	18.38	19.38	18.84	18.93	0.34
46	0.00374	0.99628	95,198	356	95,006	0.0037	5,226,508	32	31	0.2055	19,557.57	373,452.38	5,368,448.03	70.69	6,926.74	191,233.48	18.10	19.10	18.55	18.64	0.35
47	0.00402	0.99604	94,829	378	94,640	0.0040	5,154,000	32	31	0.1985	18,825.52	353,894.78	5,014,993.68	72.57	6,858.05	184,304.72	17.80	18.80	18.26	18.34	0.36
48	0.00436	0.99576	94,415	403	94,250	0.0043	5,082,862	30	30	0.1918	18,119.33	335,098.28	4,681,088.90	74.61	6,785.47	177,448.68	17.50	18.50	17.95	18.04	0.37
49	0.00476	0.99543	93,920	432	93,783	0.0047	5,013,000	29	29	0.1853	17,429.09	316,952.93	4,326,029.63	76.81	6,710.87	170,861.20	17.19	18.19	17.64	17.73	0.38
50	0.00523	0.99505	93,162	468	93,041	0.0052	4,944,387	28	28	0.1791	16,762.90	299,523.84	4,009,076.70	79.19	6,634.06	163,950.34	16.87	17.87	17.33	17.41	0.40
51	0.00585	0.99461	92,173	524	92,111	0.0057	4,876,470	27	26	0.1730	16,118.84	282,760.94	3,709,562.98	81.78	6,554.88	157,316.28	16.54	17.54	17.00	17.09	0.41
52	0.00660	0.99411	90,949	581	91,888	0.0061	4,809,059	26	25	0.1671	15,490.05	266,844.10	3,428,791.82	84.58	6,473.08	150,781.42	16.21	17.21	16.67	16.78	0.42
53	0.00752	0.99355	90,485	648	90,881	0.0067	4,742,000	25	25	0.1615	14,881.65	251,154.05	3,180,147.82	87.60	6,388.51	144,288.34	15.88	16.88	16.34	16.42	0.43
54	0.00869	0.99293	90,037	729	90,898	0.0074	4,675,000	24	24	0.1562	14,290.80	236,272.40	2,908,993.77	90.67	6,300.90	137,899.83	15.53	16.53	15.99	16.07	0.44
55	0.0010072	0.99228	90,337	829	90,988	0.0082	4,608,000	23	23	0.1512	13,718.67	221,981.90	2,672,721.37	94.39	6,210.03	131,598.93	15.18	16.18	15.64	15.73	0.45
56	0.00123	0.99161	89,638	941	90,283	0.0092	4,541,000	22	22	0.1467	13,158.43	208,264.93	2,450,739.77	98.17	6,115.84	125,388.90	14.83	15.83	15.29	15.37	0.46
57	0.00151	0.99084	88,887	1067	89,878	0.0103	4,474,000	21	21	0.1427	12,615.28	195,108.50	2,242,474.84	102.23	6,011.46	119,273.26	14.47	15.47	14.92	15.01	0.48
58	0.00185	0.99000	88,076	1283	89,727	0.0116	4,407,000	20	20	0.1390	12,098.74	182,491.22	2,047,388.34	106.56	5,915.24	113,255.60	14.10	15.10	14.56	14.64	0.48
59	0.00226	0.98914	87,200	1562	89,528	0.0131	4,340,000	20	20	0.1314	11,571.17	170,404.77	1,884,877.12	111.17	5,808.69	107,340.58	13.73	14.73	14.18	14.27	0.50
60	0.01292	0.98820	85,231	1,906	84,878	0.0149	4,273,000	19	19	0.1228	10,978.35	158,333.59	1,694,472.35	116.06	5,697.51	101,531.88	13.35	14.35	13.81	13.89	0.51
61	0.01426	0.98728	84,125	2,318	84,678	0.0169	4,206,000	19	18	0.1185	10,509.35	147,188.53	1,535,838.78	121.22	5,581.48	95,834.37	12.97	13.97	13.43	13.51	0.53
62	0.01590	0.98628	82,828	2,800	83,288	0.0191	4,139,000	17	17	0.1145	9,831.22	137,087.13	1,387,873.88	126.86	5,460.23	90,252.91	12.				

Experiencia Demográfica de Mortalidad para Activos EMSS.-97  
Tabla 10

Edad	q <sub>x</sub>	P <sub>x</sub>	L <sub>x</sub>	d <sub>x</sub>	L <sub>x</sub>	m <sub>x</sub>	T <sub>x</sub>	T <sub>x</sub>	e <sub>x</sub>	V <sub>x</sub>	D <sub>x</sub>	H <sub>x</sub>	S <sub>x</sub>	C <sub>x</sub>	M <sub>x</sub>	R <sub>x</sub>	G <sub>x</sub>	O <sub>x</sub>	O <sub>x</sub> <sup>(1)</sup>	O <sub>x</sub> <sup>(2)</sup>	A <sub>x</sub>
69	0.02510	0.97490	75,338	1,891	74,393	0.0254	1,031,375	14	13	0.0931	7,018.69	75,986.71	623,812.48	170.18	4,447.08	54,897.77	9.83	10.83	10.29	10.37	0.63
70	0.02765	0.97235	73,448	2,031	72,432	0.0280	956,882	13	13	0.0900	6,809.26	68,970.01	547,625.78	178.80	4,276.82	50,450.69	9.44	10.44	9.89	9.98	0.66
71	0.03048	0.96952	71,418	2,177	70,328	0.0310	884,550	12	12	0.0869	6,209.18	62,360.76	478,855.78	182.87	4,100.33	46,173.77	9.04	10.04	9.50	9.59	0.65
72	0.03361	0.96639	69,239	2,327	68,078	0.0342	814,222	12	11	0.0840	5,816.32	56,151.80	416,295.01	188.88	3,917.45	42,073.44	8.65	9.65	9.11	9.20	0.67
73	0.03707	0.96293	66,912	2,480	65,672	0.0378	748,146	11	11	0.0812	5,430.75	50,335.28	360,143.41	194.49	3,728.58	38,155.99	8.27	9.27	8.73	8.81	0.69
74	0.04088	0.95912	64,432	2,634	63,115	0.0417	690,474	11	10	0.0784	5,052.61	44,904.53	309,806.13	199.58	3,534.09	34,427.41	7.89	8.89	8.35	8.43	0.70
75	0.04509	0.95491	61,798	2,787	60,405	0.0461	617,359	10	9	0.0758	4,682.17	39,851.92	264,903.59	203.99	3,334.51	30,893.32	7.51	8.51	7.97	8.05	0.71
76	0.04973	0.95027	59,011	2,935	57,544	0.0510	558,955	9	9	0.0732	4,319.84	35,169.75	225,051.67	207.58	3,130.51	27,558.82	7.14	8.14	7.60	7.68	0.72
77	0.05484	0.94516	56,076	3,075	54,539	0.0564	499,411	9	8	0.0707	3,968.18	30,849.91	189,881.92	210.17	2,922.94	24,428.31	6.78	7.78	7.24	7.32	0.74
78	0.06046	0.93954	53,001	3,205	51,399	0.0623	444,873	8	8	0.0683	3,621.90	28,883.73	159,032.01	211.69	2,712.77	21,505.37	6.42	7.42	6.88	6.96	0.75
79	0.06694	0.93336	49,796	3,318	48,137	0.0689	393,474	8	7	0.0660	3,287.83	26,261.83	132,148.28	211.69	2,501.18	18,792.80	6.08	7.08	6.53	6.62	0.75
80	0.07341	0.92659	46,478	3,412	44,772	0.0762	345,337	7	7	0.0638	2,984.96	19,974.01	108,886.45	210.30	2,289.49	16,291.42	5.74	6.74	6.20	6.28	0.77
81	0.08083	0.91917	43,066	3,481	41,325	0.0841	300,565	7	6	0.0618	2,654.39	17,009.05	88,912.44	207.31	2,079.19	14,001.93	5.41	6.41	5.87	5.95	0.78
82	0.08895	0.91105	39,585	3,521	37,824	0.0931	259,240	7	6	0.0596	2,357.32	14,354.68	71,903.39	202.59	1,871.88	11,922.74	5.09	6.09	5.55	5.63	0.79
83	0.09781	0.90219	36,064	3,497	30,788	0.1136	187,118	6	5	0.0556	1,808.75	11,997.34	57,548.73	196.10	1,669.29	10,050.85	4.78	5.78	5.24	5.32	0.80
84	0.10747	0.89253	32,538	3,423	27,328	0.1263	156,328	5	5	0.0537	1,559.77	9,922.33	45,551.39	187.81	1,473.19	8,381.56	4.49	5.49	4.94	5.03	0.81
85	0.11789	0.88211	29,040	3,307	23,963	0.1380	129,000	5	5	0.0519	1,329.36	8,553.82	35,629.08	177.88	1,285.38	6,908.37	4.20	5.20	4.66	4.74	0.82
86	0.12910	0.87090	25,816	3,149	20,735	0.1519	105,038	5	4	0.0501	1,118.58	5,224.46	27,515.48	165.82	1,107.72	5,622.99	3.93	4.93	4.39	4.47	0.83
87	0.14114	0.85986	22,309	2,851	17,685	0.1689	84,303	4	4	0.0484	928.22	4,105.88	20,961.66	152.54	941.90	4,515.27	3.67	4.67	4.13	4.21	0.84
88	0.15403	0.84597	19,180	2,481	14,849	0.1832	66,816	4	4	0.0468	758.89	3,177.66	15,737.20	138.14	789.36	3,573.38	3.42	4.42	3.88	3.97	0.85
89	0.16790	0.83220	16,209	2,184	12,258	0.2008	51,769	4	3	0.0452	610.03	2,418.97	11,631.33	123.00	651.22	2,784.02	3.19	4.19	3.65	3.73	0.86
90	0.18247	0.81753	13,489	1,896	9,936	0.2198	39,511	4	3	0.0437	481.85	1,808.94	8,453.67	107.55	528.21	2,132.80	2.97	3.97	3.43	3.51	0.87
91	0.19806	0.80194	11,028	1,612	8,140	0.2404	29,575	3	3	0.0422	373.35	1,327.09	6,034.71	92.21	420.87	1,604.58	2.75	3.75	3.21	3.30	0.87
92	0.21457	0.78543	8,844	1,336	6,140	0.2625	21,681	3	3	0.0408	283.32	953.74	4,225.77	77.40	329.46	1,183.92	2.55	3.55	3.01	3.10	0.88
93	0.23201	0.76799	6,846	1,078	4,867	0.2862	15,540	3	2	0.0394	210.23	670.41	2,898.69	63.51	251.06	855.46	2.37	3.37	2.82	2.91	0.89
94	0.25038	0.74962	5,334	846	3,480	0.3117	10,874	3	2	0.0381	152.27	460.18	1,944.95	50.86	187.55	604.40	2.19	3.19	2.65	2.73	0.89
95	0.26986	0.73034	3,899	645	2,497	0.3389	7,414	3	2	0.0368	107.45	307.92	1,274.54	39.67	136.69	418.86	2.02	3.02	2.48	2.56	0.90
96	0.28983	0.71017	2,821	478	1,752	0.3681	4,917	2	2	0.0355	73.72	200.47	814.36	30.09	97.02	280.17	1.87	2.87	2.32	2.41	0.90
97	0.31066	0.68914	2,074	339	1,182	0.3991	3,185	2	2	0.0343	49.09	128.75	506.44	22.14	68.93	183.15	1.72	2.72	2.18	2.26	0.91
98	0.33273	0.66727	1,426	233	848	0.4321	1,973	2	2	0.0332	31.65	77.86	305.97	15.78	44.79	118.22	1.58	2.58	2.04	2.12	0.91
99	0.35538	0.64484	954	154	505	0.4672	1,189	2	1	0.0321	19.71	46.01	179.22	10.87	29.01	71.43	1.45	2.45	1.91	2.00	0.92
100	0.37871	0.62129	615	97	305	0.5042	691	2	1	0.0310	11.83	28.30	101.57	7.21	18.14	42.42	1.33	2.33	1.79	1.88	0.92
101	0.40271	0.59729	382	59	179	0.5434	388	2	1	0.0299	6.83	14.47	55.56	4.60	10.93	24.28	1.22	2.22	1.68	1.76	0.92
102	0.42728	0.57272	228	34	54	0.5845	206	2	1	0.0289	3.78	7.64	29.28	2.82	8.32	13.35	1.12	2.12	1.58	1.66	0.93
103	0.45233	0.54787	131	19	28	0.6277	105	1	1	0.0279	2.00	3.86	14.79	1.65	5.51	7.03	1.02	2.02	1.48	1.56	0.93
104	0.47775	0.52225	72	10	14	0.6728	51	1	1	0.0270	1.01	1.86	7.15	0.92	3.51	3.52	0.93	1.93	1.39	1.47	0.93
105	0.50346	0.49654	37	5	6	0.7199	23	1	1	0.0261	0.48	0.85	3.29	0.49	0.93	1.66	0.84	1.84	1.30	1.39	0.92
106	0.52933	0.47087	19	2	3	0.7687	9	1	1	0.0252	0.22	0.37	1.43	0.25	0.44	0.73	0.78	1.76	1.22	1.30	0.91
107	0.55525	0.44475	9	1	1	0.8191	3	1	0	0.0243	0.09	0.15	0.58	0.12	0.19	0.29	0.67	1.67	1.13	1.21	0.88
108	0.58111	0.41889	4	1	1	0.8710	1	0	2	0.0235	0.04	0.05	0.21	0.05	0.08	0.10	0.56	1.58	1.02	1.10	0.80
109	0.60677	0.39323	2	1	1	0.9110	0	2	2	0.0225	0.01	0.01	0.07	0.02	0.02	0.02	0.38	1.38	0.84	0.92	0.59
110	1.00000	0.00000	1	1	0	2.0000	4	7	6	0.0227	0.01	0.01	0.01	0.00	0.00	0.00	0.00	1.00	0.46	0.54	0.00

Experiencia Demográfica de Mortalidad para Activos EMS<sub>4</sub> - 97

Tabla 11

Edad	q <sub>x</sub>	P <sub>x</sub>	l <sub>x</sub>	d <sub>x</sub>	L <sub>x</sub>	m <sub>x</sub>	r <sub>x</sub>	q <sub>x</sub>	v <sub>x</sub>	D <sub>x</sub>	N <sub>x</sub>	S <sub>x</sub>	C <sub>x</sub>	M <sub>x</sub>	R <sub>x</sub>	C <sub>1</sub>	C <sub>2</sub>	C <sub>3</sub>	C <sub>4</sub>	C <sub>5</sub>	C <sub>6</sub>	C <sub>7</sub>	C <sub>8</sub>	C <sub>9</sub>	C <sub>10</sub>	C <sub>11</sub>	C <sub>12</sub>	C <sub>13</sub>	C <sub>14</sub>	C <sub>15</sub>	C <sub>16</sub>	C <sub>17</sub>	C <sub>18</sub>	C <sub>19</sub>	C <sub>20</sub>
15	0.00015	0.99985	100,000	15	99,982	0.0002	6,686,626	67	68	0.5989	59,689.06	1,569,841.71	34,710,301.23	8.91	6,802.44	396,045.05	25.30	26.30	25.76	25.84	0.11														
16	0.00015	0.99985	99,985	15	99,977	0.0002	6,598,636	66	65	0.5787	57,661.68	1,510,152.85	33,140,459.51	8.57	6,593.52	389,442.61	25.19	26.19	25.65	25.73	0.11														
17	0.00017	0.99983	99,969	16	99,961	0.0002	6,486,859	65	64	0.5572	55,703.20	1,452,490.97	31,630,308.86	8.49	6,584.99	382,649.09	25.08	26.08	25.53	25.62	0.12														
18	0.00018	0.99982	99,953	17	99,945	0.0002	6,368,897	64	63	0.5364	53,811.02	1,396,787.77	30,177,815.89	8.67	6,576.48	376,284.13	24.98	25.98	25.42	25.50	0.12														
19	0.00019	0.99981	99,919	18	99,900	0.0002	6,246,752	63	62	0.5162	51,982.66	1,342,976.75	28,781,028.12	9.01	6,567.79	369,687.87	24.84	25.84	25.29	25.38	0.13														
20	0.00021	0.99979	99,899	21	99,880	0.0002	6,120,825	62	61	0.5026	50,215.78	1,290,894.09	27,436,051.37	9.42	6,558.78	363,119.88	24.71	25.71	25.17	25.25	0.13														
21	0.00022	0.99978	99,876	22	99,867	0.0002	6,008,916	61	60	0.4858	48,506.23	1,240,778.31	26,147,057.28	9.81	6,549.36	356,561.10	24.58	25.58	25.04	25.12	0.14														
22	0.00024	0.99976	99,856	24	99,844	0.0002	5,897,077	60	59	0.4692	46,858.05	1,192,270.08	24,908,278.96	10.12	6,539.55	350,011.74	24.44	25.44	24.90	24.99	0.14														
23	0.00025	0.99975	99,833	26	99,820	0.0002	5,787,315	59	58	0.4533	45,263.38	1,145,412.03	23,714,008.88	10.36	6,529.43	343,472.19	24.31	25.31	24.76	24.85	0.14														
24	0.00028	0.99974	99,806	28	99,795	0.0003	5,687,495	57	56	0.4380	43,722.37	1,100,148.87	22,568,596.86	10.50	6,519.08	336,942.78	24.18	25.18	24.62	24.70	0.15														
25	0.00027	0.99973	99,782	27	99,780	0.0003	5,587,700	56	55	0.4231	42,233.33	1,058,426.30	21,468,448.19	10.59	6,508.58	330,423.88	24.01	25.01	24.47	24.56	0.15														
26	0.00028	0.99972	99,755	28	99,741	0.0003	5,487,932	55	55	0.4088	40,794.58	1,014,182.97	20,412,021.89	10.68	6,497.99	323,915.10	23.86	24.86	24.32	24.40	0.16														
27	0.00030	0.99970	99,727	29	99,712	0.0003	5,388,191	54	54	0.3947	39,061.11	973,994.03	19,424,430.52	10.87	6,487.33	317,417.11	23.70	24.70	24.16	24.24	0.16														
28	0.00031	0.99969	99,697	31	99,682	0.0003	5,288,479	53	53	0.3817	37,363.15	935,923.82	18,424,430.52	11.05	6,476.58	310,929.78	23.54	24.54	24.00	24.08	0.17														
29	0.00033	0.99967	99,666	33	99,650	0.0003	5,188,787	52	52	0.3693	35,506.90	899,878.87	17,480,436.49	11.05	6,465.71	304,453.20	23.37	24.37	23.83	23.91	0.18														
30	0.00035	0.99965	99,633	35	99,618	0.0004	5,089,148	51	51	0.3442	34,296.81	859,180.78	16,594,503.58	11.31	6,454.89	297,987.48	23.20	24.20	23.65	23.74	0.18														
31	0.00038	0.99962	99,598	37	99,580	0.0004	4,989,532	50	50	0.3326	33,125.39	799,364.05	15,735,333.82	11.64	6,443.36	291,532.82	23.02	24.02	23.47	23.56	0.19														
32	0.00041	0.99959	99,561	40	99,541	0.0004	4,889,952	49	49	0.3213	31,933.15	756,238.57	14,911,872.96	12.04	6,431.72	285,089.48	22.83	23.83	23.29	23.37	0.19														
33	0.00044	0.99956	99,521	44	99,499	0.0004	4,790,412	48	48	0.3105	30,898.74	712,245.51	14,122,308.91	12.52	6,419.67	278,657.75	22.64	23.64	23.10	23.18	0.20														
34	0.00048	0.99952	99,477	48	99,453	0.0005	4,690,913	47	47	0.3000	29,840.78	669,348.08	13,368,070.25	13.07	6,407.15	272,238.07	22.44	23.44	22.90	22.98	0.21														
35	0.00053	0.99947	99,429	53	99,403	0.0005	4,591,480	46	46	0.2898	28,817.78	623,508.70	12,641,824.73	13.89	6,394.08	265,830.92	22.23	23.23	22.69	22.78	0.21														
36	0.00060	0.99940	99,378	59	99,347	0.0006	4,492,057	45	45	0.2800	27,828.47	584,888.22	11,948,477.95	14.79	6,380.19	259,436.84	22.02	23.02	22.48	22.57	0.22														
37	0.00067	0.99933	99,317	67	99,284	0.0007	4,392,711	44	44	0.2708	26,871.38	548,888.22	11,284,971.95	16.04	6,365.40	253,056.85	21.81	22.81	22.27	22.35	0.23														
38	0.00075	0.99925	99,250	75	99,213	0.0008	4,293,427	43	43	0.2614	25,945.28	514,988.22	10,650,283.74	17.40	6,349.36	246,691.26	21.58	22.58	22.04	22.12	0.24														
39	0.00085	0.99915	99,176	84	99,134	0.0008	4,194,214	42	42	0.2526	25,049.02	482,988.22	10,043,423.99	18.89	6,331.98	240,341.90	21.35	22.35	21.81	21.90	0.24														
40	0.00095	0.99905	99,092	94	99,044	0.0010	4,095,081	41	41	0.2440	24,181.48	452,988.22	9,463,435.63	20.49	6,313.07	234,009.94	21.12	22.12	21.58	21.66	0.25														
41	0.00107	0.99893	98,997	106	98,945	0.0011	3,996,036	40	40	0.2358	23,341.51	424,296.81	8,908,392.54	22.22	6,292.58	227,698.87	20.88	21.88	21.33	21.42	0.26														
42	0.00119	0.99881	98,892	118	98,833	0.0012	3,897,062	39	39	0.2278	22,528.13	397,471.10	8,380,398.47	24.06	6,270.38	221,404.30	20.63	21.63	21.09	21.17	0.27														
43	0.00134	0.99868	98,774	132	98,708	0.0013	3,798,259	38	38	0.2201	21,740.30	372,988.22	7,875,585.86	26.01	6,248.30	215,133.94	20.37	21.37	20.83	20.91	0.28														
44	0.00149	0.99851	98,642	147	98,566	0.0015	3,699,551	37	37	0.2127	20,977.04	358,942.97	7,394,114.78	28.08	6,220.30	208,887.63	20.11	21.11	20.57	20.65	0.29														
45	0.00168	0.99834	98,484	164	98,412	0.0017	3,600,983	36	36	0.2055	20,237.41	343,225.64	6,935,171.79	30.28	6,192.22	202,867.34	19.84	20.84	20.30	20.38	0.30														
46	0.00185	0.99815	98,330	182	98,239	0.0019	3,502,571	35	35	0.1985	19,520.50	326,988.22	6,497,969.11	32.55	6,161.96	196,475.12	19.57	20.57	20.03	20.11	0.30														
47	0.00206	0.99794	98,148	202	98,047	0.0021	3,404,332	34	34	0.1918	18,825.43	310,487.72	6,081,743.47	34.96	6,129.41	190,313.16	19.29	20.29	19.74	19.83	0.31														
48	0.00229	0.99771	97,948	224	97,834	0.0023	3,306,285	33	33	0.1853	18,151.33	295,647.22	5,685,755.25	37.48	6,094.44	184,183.75	19.00	20.00	19.45	19.54	0.32														
49	0.00254	0.99748	97,722	249	97,598	0.0025	3,208,451	32	32	0.1789	17,497.40	279,709.97	5,291,029.26	40.12	6,059.98	178,089.31	18.70	19.70	19.16	19.25	0.33														
50	0.00281	0.99719	97,474	274	97,337	0.0028	3,110,853	32	31	0.1730	16,862.83	263,993.56	4,915,845.24	42.87	6,016.84	172,032.35	18.40	19.40	18.86	18.94	0.34														
51	0.00310	0.99680	97,200	302	97,040	0.0031	3,013,518	31	31	0.1671	16,246.85	250,130.73	4,542,900.96	45.74	5,973.97	166,015.51	18.09	19.09	18.55	18.64	0.35														
52	0.00340	0.99637	96,899	332	96,733	0.0034	2,916,467	30	30	0.1615	15,648.72	236,883.87	4,182,154.28	48.72	5,928.23	160,041.54	17.78	18.78	18.24	18.32	0.36														
53	0.00374	0.99582	96,566	365	96,384	0.0038	2,819,734	29	29	0.1560	15,067.72	223,235.15	3,896,148.12	51.82	5,879.51	154,113.31	17.48	18.48	17.92	18.00	0.38														
54	0.00417	0.99523	96,201	401	96,001	0.0042	2,723,350	28	28	0.1508	14,503.14	210,289.38	3,696,148.12	55.04	5,827.69	148,233.80	17.13	18.13	17.59	17.68	0.38														
55	0.00459	0.99459	95,801	439	95,581	0.0046	2,627,349	27	27	0.1457	13,954.32	197,487.22	3,492,910.97	58.38	5,772.65	142,406.10	16.80	17.80	17.26	17.34	0.40														
56	0.00505	0.99405	95,361	481	95,121	0.0051	2,531,788	27	26	0.1407	13,420.59	184,888.22	3,291,029.26	61.84	5,714.27	136,633.45	16.48	17.48	16.92	17.00	0.41														
57	0.00555	0.99445	94,890	528	94,617	0.0056	2,436,648	26	25	0.1360	12,901.33	172,289.38	3,091,369.29	65.42	5,652.43	130,919.18	16.12	17.12	16.57	16.66	0.42														
58	0.00610	0.99390	94,354	578	94,068	0.0061	2,342,031	25	24	0.1314	12,395.93	160,289.38	2,891,369.29	69.13	5,587.01	125,286.75	15.76	16.76	16.22	16.31	0.43														
59	0.00672	0.99326	93,778	630	93,463	0.0067	2,247,965	24	23	0.1269	11,903.85	148,888.22	2,700,899.75	73.09	5,517.88	119,679.75	15.41	16.41	15.87	15.95	0.45														
60	0.00740	0.99250	93,148	689	92,803	0.0074	2,154,502	23	23	0.1226	11,423.93	138,487.22	2,514,888.22	77.28	5,444.78	114,161.87	15.04	16.04	15.50	15.59	0.46														
61	0.00815	0.99165	92,459	754	92,082	0.0082	2,061,499	22	22	0.1185	10,955.84	128,988.22	2,330,946.94	81.88	5,367.51	108,717.08	14.68	15.68	15.14	15.22	0.47														
62	0.00899	0.99079	91,705																																

## Experiencia Demográfica de Mortalidad para Activos EMSA - 97

Tabla 11

Edad	q <sub>x</sub>	P <sub>x</sub>	L <sub>x</sub>	d <sub>x</sub>	L <sub>x</sub>	m <sub>x</sub>	T <sub>x</sub>	%	e <sub>x</sub>	V <sup>1</sup>	D <sub>x</sub>	N <sub>x</sub>	S <sub>x</sub>	C <sub>x</sub>	M <sub>x</sub>	R <sub>x</sub>	G <sub>x</sub>	G <sub>x</sub>	G <sub>x</sub> <sup>100</sup>	G <sub>x</sub> <sup>100</sup>	A <sub>x</sub>
69	0.01619	0.98381	85,484	1,384	84,792	0.0163	1,436,481	17	16	0.0931	7,961.62	100,214.94	942,403.06	124.52	4,572.52	68,338.20	11.59	12.59	12.05	12.13	0.57
70	0.01787	0.98213	84,100	1,503	83,349	0.0180	1,351,689	16	16	0.0900	7,567.87	92,253.31	842,188.12	130.84	4,448.00	63,765.68	11.19	12.19	11.65	11.73	0.58
71	0.01972	0.98028	82,598	1,629	81,783	0.0199	1,268,339	15	15	0.0869	7,181.32	84,685.44	749,934.81	136.83	4,317.37	59,317.67	10.79	11.79	11.25	11.33	0.60
72	0.02177	0.97823	80,989	1,762	80,068	0.0220	1,186,556	15	14	0.0840	6,801.64	77,504.12	665,249.37	143.04	4,180.54	55,000.31	10.39	11.39	10.85	10.94	0.61
73	0.02402	0.97598	79,207	1,903	78,255	0.0243	1,108,488	14	13	0.0812	6,428.60	70,702.48	587,745.25	149.22	4,037.50	50,819.77	10.00	11.00	10.46	10.54	0.63
74	0.02652	0.97348	77,304	2,050	76,279	0.0269	1,028,213	13	13	0.0784	6,061.98	64,273.88	517,042.77	155.30	3,888.28	46,782.27	9.60	10.60	10.06	10.14	0.64
75	0.02928	0.97074	75,254	2,202	74,153	0.0297	951,934	13	12	0.0758	5,701.69	58,211.90	452,768.89	161.19	3,732.98	42,893.99	9.21	10.21	9.67	9.75	0.65
76	0.03228	0.96772	73,052	2,358	71,873	0.0328	877,781	12	12	0.0732	5,347.69	52,510.21	394,556.99	166.81	3,571.79	39,181.01	8.82	9.82	9.28	9.36	0.67
77	0.03581	0.96439	70,684	2,518	69,435	0.0363	805,908	11	11	0.0707	5,000.04	47,162.52	342,048.78	172.04	3,404.96	35,588.22	8.43	9.43	8.89	8.97	0.68
78	0.03927	0.96073	68,176	2,678	66,837	0.0401	736,473	11	10	0.0683	4,658.91	42,162.49	294,884.26	176.79	3,232.93	32,184.24	8.05	9.05	8.51	8.59	0.69
79	0.04330	0.95670	65,498	2,836	64,080	0.0443	669,638	10	10	0.0660	4,324.57	37,503.58	252,721.77	180.91	3,058.15	29,951.31	7.67	8.67	8.13	8.21	0.71
80	0.04772	0.95228	62,662	2,990	61,167	0.0489	605,556	10	9	0.0638	3,997.42	33,179.00	215,218.19	184.29	2,875.23	25,895.16	7.30	8.30	7.78	7.84	0.72
81	0.05258	0.94744	59,872	3,137	58,104	0.0540	544,388	9	9	0.0616	3,677.95	29,181.58	182,039.19	186.76	2,690.94	23,019.93	6.93	7.93	7.48	7.54	0.73
82	0.05787	0.94213	56,536	3,272	54,900	0.0596	486,284	9	8	0.0596	3,366.79	25,503.83	152,857.61	188.25	2,504.16	20,328.99	6.58	7.58	7.03	7.12	0.74
83	0.06388	0.93632	53,264	3,392	51,568	0.0658	431,384	8	8	0.0575	3,068.68	22,136.84	127,353.98	188.56	2,315.90	17,824.63	6.22	7.22	6.68	6.76	0.75
84	0.07003	0.92997	49,872	3,493	48,128	0.0726	379,816	8	7	0.0556	2,772.48	19,072.16	105,217.13	187.59	2,127.34	15,508.93	5.88	6.88	6.34	6.42	0.77
85	0.07700	0.92300	46,380	3,571	44,594	0.0801	331,890	7	7	0.0537	2,491.14	16,299.68	86,144.97	185.33	1,939.75	13,381.59	5.54	6.54	6.00	6.08	0.78
86	0.08464	0.91536	42,806	3,624	40,897	0.0884	287,096	7	6	0.0519	2,221.56	13,808.54	69,845.30	181.69	1,754.42	11,441.84	5.22	6.22	5.67	5.76	0.79
87	0.09303	0.90697	39,185	3,645	37,382	0.0976	246,099	6	6	0.0501	1,964.75	11,586.97	58,036.76	176.59	1,572.73	9,687.42	4.90	5.90	5.36	5.44	0.80
88	0.10221	0.89779	35,540	3,632	33,723	0.1077	208,737	6	5	0.0484	1,721.72	9,622.22	44,449.78	170.02	1,396.14	8,114.89	4.59	5.59	5.05	5.13	0.81
89	0.11228	0.88774	31,907	3,582	30,116	0.1189	175,014	5	5	0.0468	1,493.47	7,900.50	34,827.56	161.99	1,226.11	6,718.55	4.29	5.29	4.75	4.83	0.82
90	0.12325	0.87675	28,325	3,491	26,580	0.1313	144,897	5	5	0.0452	1,280.98	6,407.03	28,927.06	152.54	1,064.13	5,492.44	4.00	5.00	4.46	4.54	0.83
91	0.13526	0.86474	24,834	3,359	23,155	0.1451	118,318	5	4	0.0437	1,085.12	5,126.05	20,520.03	141.81	911.59	4,428.31	3.72	4.72	4.18	4.27	0.84
92	0.14835	0.85185	21,475	3,186	19,882	0.1602	95,163	4	4	0.0422	906.62	4,040.93	15,393.99	129.95	769.78	3,516.72	3.46	4.46	3.92	4.00	0.85
93	0.16262	0.83738	18,269	2,974	16,802	0.1770	75,281	4	4	0.0408	748.01	3,134.30	11,353.06	117.22	639.83	2,746.94	3.20	4.20	3.66	3.74	0.86
94	0.17815	0.82185	15,315	2,728	13,951	0.1956	58,478	4	3	0.0394	603.57	2,388.29	8,218.75	103.89	522.61	2,107.11	2.96	3.96	3.42	3.50	0.87
95	0.19500	0.80500	12,587	2,454	11,380	0.2181	44,527	4	3	0.0381	479.27	1,784.73	5,630.48	90.30	418.73	1,584.50	2.72	3.72	3.18	3.27	0.87
96	0.21327	0.78873	10,132	2,161	9,052	0.2387	33,168	3	3	0.0368	372.76	1,305.46	4,045.74	76.81	328.43	1,165.77	2.50	3.50	2.96	3.04	0.88
97	0.23303	0.76897	7,971	1,858	7,043	0.2638	24,116	3	3	0.0355	283.35	932.69	2,740.28	63.80	251.62	837.35	2.29	3.29	2.75	2.83	0.89
98	0.25435	0.74565	6,114	1,555	5,336	0.2914	17,073	3	2	0.0343	209.97	849.34	1,807.59	51.60	187.82	585.73	2.09	3.09	2.55	2.63	0.89
99	0.27728	0.72272	4,559	1,284	3,827	0.3219	11,737	3	2	0.0332	151.27	439.37	1,158.25	40.53	136.22	397.91	1.90	2.90	2.36	2.45	0.90
100	0.30188	0.69812	3,295	995	2,797	0.3555	7,810	2	2	0.0321	105.63	288.10	718.87	30.81	95.69	261.69	1.73	2.73	2.19	2.27	0.91
101	0.32818	0.67182	2,300	755	1,923	0.3926	5,013	2	2	0.0310	71.25	182.47	430.77	22.59	64.89	165.99	1.56	2.56	2.02	2.10	0.91
102	0.35619	0.64381	1,545	560	1,270	0.4334	3,090	2	1	0.0299	46.25	111.23	249.30	15.92	42.28	101.11	1.41	2.41	1.86	1.95	0.91
103	0.38589	0.61411	995	384	803	0.4781	1,820	2	1	0.0289	28.77	64.98	137.07	10.73	26.38	58.91	1.26	2.26	1.72	1.80	0.92
104	0.41723	0.58277	611	255	484	0.5272	1,017	2	1	0.0278	17.07	36.21	72.09	7.09	16.68	32.43	1.12	2.12	1.58	1.66	0.92
105	0.45014	0.54986	358	180	278	0.5809	534	1	1	0.0270	9.61	19.14	35.88	4.18	8.77	16.78	0.99	1.99	1.45	1.53	0.91
106	0.48450	0.51550	198	95	148	0.6394	258	1	1	0.0261	5.11	9.53	16.74	2.39	4.59	8.01	0.87	1.87	1.32	1.41	0.90
107	0.52012	0.47688	101	52	75	0.7029	110	1	1	0.0252	2.54	4.43	7.21	1.28	2.20	3.42	0.74	1.74	1.20	1.28	0.87
108	0.55676	0.44321	48	27	35	0.7716	36	1	0	0.0243	1.18	1.88	2.78	0.63	0.92	1.21	0.60	1.60	1.05	1.14	0.78
109	0.59423	0.40577	21	13	15	0.8454	50	2	2	0.0235	0.50	0.70	0.90	0.29	0.29	0.29	0.39	1.39	0.85	0.93	0.57
110	1.00000	0.00000	9	9	4	2.0000	54	6	6	0.0227	0.20	0.20	0.20	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.46	0.54	0.00

Tabla 12

(Cálculos para el Seguro de Supervivencia)

Tempo k	V	Hombres ${}_k p_{65}$	Hombres $1 - {}_k p_{65}$	Mujeres ${}_k p_{64}$	$(1 - {}_k p_{65}) \cdot {}_k p_{64}$	$(1 - {}_k p_{65}) \cdot {}_k p_{64} \cdot V^k$
0	1.0000	1.0000	0.0000	1.0000	0	0
1	0.9662	0.9829	0.0171	0.9901	0.0170	0.0164
2	0.9335	0.9644	0.0356	0.9793	0.0349	0.0326
3	0.9019	0.9444	0.0556	0.9675	0.0538	0.0485
4	0.8714	0.9229	0.0771	0.9546	0.0736	0.0642
5	0.8420	0.8997	0.1003	0.9406	0.0943	0.0794
6	0.8135	0.8748	0.1252	0.9254	0.1158	0.0942
7	0.7860	0.8482	0.1518	0.9089	0.1380	0.1085
8	0.7594	0.8197	0.1803	0.8909	0.1607	0.1220
9	0.7337	0.7893	0.2107	0.8715	0.1837	0.1348
10	0.7089	0.7570	0.2430	0.8506	0.2067	0.1465
11	0.6849	0.7229	0.2771	0.8281	0.2295	0.1572
12	0.6618	0.6869	0.3131	0.8038	0.2517	0.1665
13	0.6394	0.6492	0.3508	0.7779	0.2728	0.1745
14	0.6178	0.6100	0.3900	0.7502	0.2926	0.1807
15	0.5969	0.5693	0.4307	0.7207	0.3104	0.1853
16	0.5767	0.5275	0.4725	0.6895	0.3256	0.1879
17	0.5572	0.4849	0.5151	0.6566	0.3473	0.1885
18	0.5384	0.4418	0.5582	0.6221	0.3525	0.1870
19	0.5202	0.3986	0.6014	0.5861	0.3536	0.1834
20	0.5026	0.3557	0.6443	0.5488	0.3502	0.1777
21	0.4856	0.3138	0.6862	0.5103	0.3423	0.1700
22	0.4692	0.2733	0.7267	0.4710	0.3300	0.1606
23	0.4533	0.2347	0.7653	0.4312	0.3134	0.1496
24	0.4380	0.1986	0.8014	0.3911	0.2931	0.1373
25	0.4231	0.1652	0.8348	0.3511	0.2696	0.1240
26	0.4088	0.1351	0.8649	0.3117	0.2437	0.1102
27	0.3950	0.1083	0.8917	0.2733	0.2162	0.0962
28	0.3817	0.0851	0.9149	0.2363	0.1881	0.0825
29	0.3687	0.0653	0.9347	0.2012	0.1603	0.0694
30	0.3563	0.0490	0.9510	0.1685	0.1335	0.0571
31	0.3442	0.0358	0.9642	0.1385	0.1087	0.0460
32	0.3326	0.0254	0.9746	0.1115	0.0862	0.0361
33	0.3213	0.0175	0.9825	0.0877	0.0665	0.0277
34	0.3105	0.0117	0.9883	0.0673	0.0498	0.0206
35	0.3000	0.0075	0.9925	0.0502	0.0361	0.0149
36	0.2898	0.0047	0.9953	0.0363	0.0252	0.0105
37	0.2800	0.0028	0.9972	0.0253	0.0170	0.0071
38	0.2706	0.0016	0.9984	0.0170	0.0109	0.0046
39	0.2614	0.0009	0.9991	0.0109	0.0067	0.0029
40	0.2526	0.0005	0.9995	0.0067	0.0039	0.0017
41	0.2440	0.0002	0.9998	0.0039	0.0022	0.0010
42	0.2358	0.0001	0.9999	0.0022	0.0011	0.0005
43	0.2278	0.0000	1.0000	0.0005	0.0005	0.0003
44	0.2201	0.0000	1.0000	0.0002	0.0002	0.0001
45	0.2127	0.0000	1.0000	0.0001	0.0001	0.0001
46	0.2055				0.0000	0.0000

$$\Sigma (1 - {}_k p_{65}) \cdot {}_k p_{64} \cdot V^k = 3.97$$

Monto Constitutivo tomando en cuenta el Seguro de Supervivencia, la Pensión del asegurado y con un incremento en el salario mínimo de 0,93%

Tabla 13

Edad inicial de cada Generación	Número de Asegurados a edad 65	Salario Mínimo a edad de Retiro $i = 0,93\%$	Pensión Mínima Garantizada a edad de Retiro	Total de la Cuenta Individual $i = 83\%$	PBSS $i = 0,93\%$	PNU ( $\alpha_{65}$ ) $i = 0,93\%$	Monto Constitutivo $i = 0,93\%$	Suma Asegurada
15	17,095	47.88	295,244,224.08	17,633,096,865.26	13,701,417,123.44	3,369,043,440.73	17,241,165,169.81	-391,931,695.45
16	82,629	47.53	1,413,953,513.50	78,878,087,672.91	65,617,428,899.95	16,134,679,094.97	82,569,629,074.87	3,691,541,401.96
17	158,548	47.10	2,688,089,737.90	144,205,432,117.18	124,746,348,142.68	30,673,897,810.65	156,974,448,210.84	12,769,016,093.66
18	263,344	46.66	4,423,692,478.28	227,407,451,329.59	205,290,572,777.81	50,478,928,670.65	258,327,196,462.94	30,919,745,133.36
19	314,959	46.23	5,241,990,246.51	259,332,837,783.88	243,265,368,351.74	59,816,556,653.86	306,112,744,255.65	46,779,906,471.98
20	345,684	45.81	5,700,342,092.43	270,455,971,781.31	264,536,131,055.71	65,046,827,575.59	332,878,788,217.61	62,422,816,436.29
21	376,445	45.38	6,150,396,126.34	279,058,540,164.82	285,421,816,680.96	70,182,411,838.66	359,160,270,804.81	80,101,730,640.19
22	388,868	44.97	6,294,818,857.37	275,788,710,126.76	292,124,051,368.47	71,830,425,296.59	367,594,021,431.71	91,805,311,304.96
23	420,112	44.55	6,737,919,915.65	288,760,418,212.21	312,687,069,819.62	76,886,668,881.50	393,469,476,088.13	104,709,057,875.92
24	443,513	44.14	7,047,686,408.93	297,410,511,670.45	327,062,422,795.61	80,421,426,506.61	411,558,687,795.25	114,148,176,124.79
25	446,337	43.73	7,027,214,838.28	289,770,776,544.42	326,112,397,339.57	80,187,824,609.64	410,383,224,168.70	120,592,447,624.28
26	451,571	43.33	7,044,109,218.67	286,530,900,254.89	326,896,415,904.00	80,380,607,047.99	411,349,793,181.51	124,818,892,926.62
27	413,013	42.93	6,383,282,362.70	250,652,180,309.54	296,229,382,778.21	72,839,885,831.47	372,759,961,295.77	122,107,780,986.23
28	398,919	42.54	6,108,642,629.86	228,764,385,521.27	283,484,159,565.14	69,705,961,049.84	356,722,021,821.12	127,957,636,299.86
29	375,907	42.14	5,703,220,427.08	204,918,014,758.17	264,669,706,111.39	65,079,672,365.37	333,046,872,261.53	128,128,857,503.35
30	359,922	41.76	5,410,382,570.73	184,420,497,836.74	251,079,961,445.50	61,738,088,081.40	315,946,230,022.16	131,525,732,185.42
31	332,842	41.37	4,954,226,441.07	159,755,441,711.14	229,911,095,482.68	56,532,872,564.11	289,308,407,727.26	129,552,966,016.12
32	322,232	40.99	4,754,956,189.61	144,850,468,763.36	220,663,548,493.15	54,258,991,895.62	277,671,765,792.66	132,821,297,029.30
33	307,067	40.61	4,489,438,106.39	127,830,662,537.78	208,341,634,242.69	51,229,154,616.11	262,166,496,747.39	134,335,834,209.61
34	300,398	40.24	4,351,458,537.41	118,891,745,047.92	201,938,407,778.34	49,654,664,333.47	254,109,002,832.93	137,217,257,785.01
35	286,536	39.87	4,112,414,979.29	103,811,518,550.85	190,845,098,465.61	46,926,928,900.02	240,149,747,639.29	136,338,229,088.64
36	272,956	39.50	3,881,407,655.54	91,627,670,770.69	180,124,727,182.71	44,290,895,252.74	226,659,778,659.80	135,032,107,889.11
37	247,330	39.14	3,484,607,011.57	75,577,156,015.11	161,710,374,946.85	39,762,987,514.69	203,488,096,086.15	127,910,940,071.04
38	245,223	38.78	3,423,082,367.98	69,445,964,499.79	158,855,196,973.85	39,060,927,389.42	199,895,285,606.90	130,449,321,107.11
39	225,720	38.42	3,121,808,202.18	58,275,963,840.25	144,873,947,968.69	35,623,076,046.76	182,301,994,255.61	124,026,030,415.36
40	208,850	38.06	2,861,874,326.61	48,792,543,648.19	132,811,180,391.40	32,656,960,380.25	167,122,822,179.37	118,330,278,531.18
<b>Total</b>	<b>8,005,819</b>		<b>123,108,269,466.98</b>	<b>5,401,066,184,396.23</b>	<b>5,712,999,862,085.74</b>	<b>1,404,770,363,448.69</b>	<b>7,188,947,927,789.77</b>	<b>2,608,100,979,455.90</b>

Monto Constitutivo tomando en cuenta las esperanza de vida ( del asegurado y cónyuge ) y con un incremento en el salario mínimo de 0.93%

Tabla 14

Edad inicial de cada Generación	Número de Asegurados a edad 65	Salario Mínimo a edad de Retiro $i = 0.93\%$	Pensión Mínima Garantizada a edad de Retiro	Total de la Cuenta Individual $i = 93\%$	PNU para el Cónyuge ( $V_{10}^{10} \alpha_{64}$ ) $i = 0.93\%$	PNU para el Asg. $10V \alpha_{65} + (V_{16}^{16} - 16P_{65})$ $i = 0.93\%$	Monto Constitutivo $i = 0.93\%$	Suma Asegurada
15	17,095	47.98	295,244,224.08	17,633,096,865.26	8,640,835,828.15	2,963,726,259.90	11,720,607,708.93	-5,912,489,156.33
16	82,629	47.53	1,413,953,513.50	78,878,087,672.91	41,381,809,303.52	14,193,575,407.98	56,131,138,558.61	-22,746,949,114.30
17	158,548	47.10	2,888,089,737.90	144,205,432,117.18	78,671,622,413.32	26,983,634,209.94	106,711,809,189.49	-37,493,622,927.69
18	283,344	46.66	4,423,692,478.28	227,407,451,329.59	129,487,055,886.23	44,405,995,085.73	175,611,781,481.68	-51,795,669,847.90
19	314,959	46.23	5,241,990,246.51	259,332,837,783.68	153,415,963,594.53	52,620,247,512.52	208,096,573,218.12	-51,236,264,565.56
20	345,684	45.81	5,700,342,092.43	270,455,971,781.31	166,830,427,719.57	57,221,283,845.17	226,292,228,680.39	-44,163,743,100.92
21	376,445	45.38	6,150,396,126.34	279,058,540,164.62	180,002,041,941.69	61,739,024,921.58	244,158,477,531.90	-34,900,062,632.73
22	388,868	44.97	6,294,818,857.37	275,788,710,126.76	184,228,824,404.76	63,188,771,963.39	249,891,772,331.83	-25,896,937,794.92
23	420,112	44.55	6,737,919,915.65	288,760,418,212.21	197,196,947,699.37	67,636,717,545.76	267,482,001,897.59	-21,278,416,314.62
24	443,513	44.14	7,047,686,408.93	297,410,511,670.45	206,262,802,998.74	70,746,221,528.19	279,779,114,772.20	-17,631,396,898.25
25	446,337	43.73	7,027,214,838.28	289,770,776,544.42	205,663,666,871.12	70,540,723,413.19	278,966,434,187.16	-10,804,342,357.27
26	451,571	43.33	7,044,109,218.67	286,530,900,254.89	206,158,110,302.80	70,710,312,907.97	279,637,107,442.88	-6,893,792,812.01
27	413,013	42.93	6,383,282,362.70	250,652,180,309.54	186,817,862,780.29	64,076,788,027.35	253,403,597,315.71	2,751,417,006.17
28	398,919	42.54	6,108,642,629.86	228,764,385,521.27	178,780,053,232.19	61,319,894,168.52	242,500,946,874.72	13,736,561,353.45
29	375,907	42.14	5,703,220,427.08	204,918,014,758.17	166,914,667,190.31	57,250,177,199.53	226,406,492,833.74	50,391,089,445.76
30	359,922	41.76	5,410,382,570.73	184,420,497,836.74	158,344,257,900.05	54,310,606,586.60	214,781,413,131.51	30,360,915,294.77
31	332,642	41.37	4,954,226,441.07	159,755,441,711.14	144,994,055,230.87	49,731,611,335.16	196,672,923,231.68	36,917,481,520.55
32	322,232	40.99	4,754,956,189.61	144,850,468,763.36	139,162,064,668.89	47,731,292,856.74	188,762,291,100.88	43,911,822,337.52
33	307,067	40.61	4,489,438,106.39	127,830,662,537.78	131,391,216,064.86	45,065,964,116.85	178,221,751,983.53	50,391,089,445.76
34	300,398	40.24	4,351,458,537.41	116,891,745,047.92	127,353,003,947.79	43,680,894,948.50	172,744,237,885.25	55,852,492,837.33
35	286,536	39.87	4,112,414,979.29	103,811,518,550.65	120,356,978,376.22	41,281,323,296.67	163,254,684,689.62	59,443,166,138.97
36	272,956	39.50	3,881,407,655.54	91,627,670,770.69	113,596,147,183.52	38,962,421,127.59	154,084,153,994.22	62,456,483,223.53
37	247,330	39.14	3,484,607,011.57	75,577,158,015.11	101,983,086,058.65	34,979,249,256.48	138,331,958,668.28	62,754,802,653.17
38	245,223	38.78	3,423,082,367.98	69,445,864,499.79	100,182,460,334.86	34,361,651,393.50	135,889,552,845.64	66,443,588,345.85
39	225,720	38.42	3,121,808,202.18	58,275,963,840.25	91,365,147,772.39	31,337,395,256.38	123,929,568,459.06	65,653,604,618.81
40	208,850	38.06	2,861,674,326.61	48,792,543,648.19	83,757,730,719.87	28,728,122,017.44	113,610,711,264.68	64,818,167,616.49
Total	8,005,819		123,108,259,466.96	5,401,066,184,396.23	3,602,918,840,424.53	1,235,767,626,188.64	4,887,073,331,279.30	306,226,382,945.42

## BIBLIOGRAFÍA

---

### LIBROS

- Benjamín de la Cueva; **Matemáticas Financieras**; Editorial Porrúa, México, 1989
- Conferencia Interamericana de Seguridad Social ( CISS ); **Estructura Jurídica de la Seguridad Social y sus instituciones en América**; Serie Estudios 15; CISS; México, 1994
- Doron, Abraham; **Alternative Futures for Social Security** in The Sociology of Social Security; Michel Adler et al, editors; Edinburgh University Press; Scotland, 1991
- González Gale; **Elementos de Cálculo Actuarial**; Ediciones Machi, Buenos Aires, 1968.
- Jordan, Karoly; **Calculus of Finite Differences**; Chelsea Publishing, New York, 1960.
- Jordan, Chester W. **Life Contingencies**; The Society of Actuaries, Chicago, 1967
- Murray R., Spiegel Ph. D.; **Teoría y Problemas de Probabilidad y Estadística**; Serie de Compendios Schaum, México, 1982
- México; **Constitución Política de los Estados Unidos Mexicanos**; Editorial Trillas, México, 1988
- México; **Ley del Seguro Social**; Instituto Mexicano del Seguro Social; Editorial PAC; México 1989
- More J. H; **Manual de Matemáticas Financieras**; UTEHA, México, 1975
- Pedoe, Arthur; **Life Insurance Annuities and Pensions**; University of Toronto Press, 1964
- Uthoff, Andras and Raquel Szalachman, editores; **Sistema de Pensiones en América Latina; diagnostico y alternativas de reforma**; CEPAL; Chile, 1992

## **REVISTAS O PUBLICACIONES PERIÓDICAS**

---

Centro Interamericano de Estudios de Seguridad Social ( CIESS ); **Seminario Evolución de la Función Actuarial en el Desarrollo y Nuevas Tendencias de las Instituciones de Seguridad Social**; Año XXV, Epoca IV, Nums. 99 - 100, Mayo Agosto, 1976; CIESS; México

Gillon, Colin y Alejandro Bonilla; **La Privatización de un Régimen Nacional de Pensiones; El Caso Chileno**; Revista Internacional de Trabajo, Volumen 111, 1992, num 2, Internacional Labor Organization, Switzeland

Ham Chande, Roberto; **Envejecimiento: un Futuro Ineludible**; Carta sobre Población, Año 2, num 10, Agosto de 1995, El Colegio de la Frontera Norte, México

Hori Robaina, Guillermo; **Breves notas sobre la Seguridad Social en México**; Laboral, número 50, noviembre de 1996, SICCO, S.A. de C.V.; México

IMSS; **La Nueva era del IMSS**; IMSS, 1995, México

Villagómez Amescua Alejandro; **El Ahorro Privado y la Tasa de Interés en México 1963 - 1991** ( Trabajo ); Centro de Investigación y Docencia Económicas; México, 1993

Visión Actuarial; **Escenario del Sistema de Pensiones en México después de la Reforma a la Ley de Seguro Social**; Asociación Mexicana de Actuarios Consultores, A.C. Año 2, num. 5, abril 1999, México

Visión Actuarial; **Nivel de Reemplazo de las Pensiones de Jubilación bajo la Nueva Ley de Seguro Social**; Asociación Mexicana de Actuarios Consultores, A.C. Año 2, num. 7, enero 2000, México