



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

FACULTAD DE CIENCIAS

MODELO PARA LA OPTIMIZACION DEL MOVIMIENTO DE EQUIPOS DE PERFORACION DE POZOS PETROLEROS

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TITULO DE:

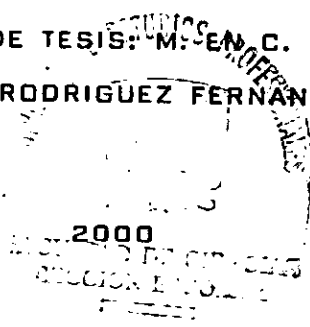
M A T E M A T I C A

P R E S E N T A:

IRMA DEL CARMEN GLINZ FEREZ



DIRECTORA DE TESIS: M. EN C. BEATRIZ
EUGENIA RODRIGUEZ FERNANDEZ



28/683



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.



UNIVERSIDAD NACIONAL
AUTÓNOMA DE
MÉXICO

MAT. MARGARITA ELVIRA CHÁVEZ CANO
Jefa de la División de Estudios Profesionales de la
Facultad de Ciencias
Presente

Comunicamos a usted que hemos revisado el trabajo de Tesis: "Modelo para la Optimización del Movimiento de Equipos de Perforación de Pozos Petroleros"

realizado por Irma del Carmen Glinz Férrez

con número de cuenta 7742255-8, pasante de la carrera de Matemáticas

Dicho trabajo cuenta con nuestro voto aprobatorio.

Atentamente

Director de Tesis

Propietario M. en C. Beatriz Eugenia Rodríguez Fernández

Propietario M. en C. Elisa Viso Gurovich

Propietario M. en C. José Antonio Flores Díaz

Suplente M. en A.P. María del Pilar Alonso Reyes

Suplente Ing. Jesús Gerardo Berumen García

Consejo Departamental de Matemáticas

Héctor Méndez Lango
Dr. Héctor Méndez Lango

MATEMÁTICAS

Mi más sincero agradecimiento a:

A la Facultad de Ciencias:

Por haberme brindado la oportunidad de formarme profesionalmente.

A mis padres:

Porque tenía una deuda pendiente con ellos.

A mi esposo:

Por compartir su vida conmigo.

A mis hijos:

Por representar el eje de mi lucha por la vida.

A mi directora de tesis:

Porque sin su apoyo y asesoría no habría sido posible concluir el presente trabajo.

A los integrantes de mi jurado:

Por su tiempo, su amistad, sus consejos y sus valiosos comentarios.

Nuevamente gracias

ÍNDICE

| | |
|---|-----------|
| INTRODUCCIÓN | i |
| CAPÍTULO I Marco Teórico Conceptual | 1 |
| 1.1 Importancia de la Perforación de Pozos Petroleros | 1 |
| 1.1.1 Perforación Exploratoria | 1 |
| 1.1.2 Perforación de Desarrollo | 2 |
| 1.1.3 Equipos de Perforación | 2 |
| 1.1.4 Asignación de Equipos | 3 |
| CAPÍTULO II Construcción del Modelo | 11 |
| 2.1 Programación Entera | 11 |
| 2.2 Método de Bifurcación y Acotación | 13 |
| 2.2.1 Introducción | 13 |
| 2.2.2 Presentación del Algoritmo en Forma de Árbol | 13 |
| 2.2.3 Algoritmo de Land y Doig | 14 |
| 2.2.4 Variación al Enfoque Básico (Dakin) | 16 |
| 2.2.5 Problemas Tipo 0-1 | 17 |
| 2.2.6 Selección de Nodos | 18 |
| 2.3 Conceptualización del Modelo | 28 |
| 2.3.1 Estructura de la Información | 29 |
| 2.3.2 Variables de Decisión | 32 |
| 2.3.3 Planteamiento Matemático | 32 |
| 2.3.4 Modelo 1 | 33 |
| 2.3.5 Modelo 2 | 39 |
| 2.3.6 Modelo 3 | 46 |
| CAPÍTULO III CPLEX | 55 |
| 3.1 ¿Qué es CPLEX? | 55 |
| 3.1.1 Algoritmos de CPLEX | 55 |
| 3.1.2 Opciones | 55 |
| 3.2 Sesión con CPLEX | 56 |
| 3.2.1 Entrada de Datos | 56 |
| 3.2.2 Solución al Problema | 60 |
| 3.2.3 Interrupción a la Optimización | 61 |
| 3.2.4 Salida de los Resultados | 61 |
| 3.2.5 Análisis de Sensibilidad | 64 |
| 3.2.6 Salir de CPLEX | 65 |
| 3.2.7 Programa "Infeasibility Finder" | 65 |

| | |
|---|-----------|
| 3.3 Problemas de Programación Entera-Mixta (PPEM) | 66 |
| 3.3.1 Solución al PPEM | 66 |
| 3.3.2 Pre-Procesador para PPEM | 66 |
| 3.3.3 Cortes | 67 |
| 3.3.4 Información del Progreso de la Optimización | 68 |
| 3.3.5 Uso de Archivo "TREESAVE" | 68 |
| 3.3.6 Análisis de Sensibilidad en los PPEM | 68 |
| 3.4 Establecer la Dirección para la Ramificación | 69 |
| CAPÍTULO IV Aplicación del Modelo | 70 |
| 4.1 Obtención y Procesamiento de Datos | 70 |
| 4.2 Implementación del Modelo | 73 |
| 4.3 Hoja de Cálculo Excel | 76 |
| 4.3.1 Hoja de Restricciones | 76 |
| 4.3.2 Hoja de Equipos | 78 |
| 4.3.3 Hoja de Entrada | 81 |
| 4.4 Programa Príncipe | 84 |
| 4.4.1 Creación del Archivo del Modelo Matemático | 84 |
| 4.4.2 Búsqueda de la Solución Mediante CPLEX | 86 |
| 4.4.3 Interpretación de los Resultados | 87 |
| CONCLUSIONES | 92 |

INTRODUCCIÓN

El fortalecimiento de las relaciones comerciales entre México y los países industrializados, caracterizados por contar con empresas altamente competitivas, ha provocado en nuestro país una tendencia creciente, por parte de las empresas privadas, hacia la modernización de sus esquemas de trabajo, con el fin de lograr una mayor productividad y acceder con más facilidad al mercado internacional.

Petróleos Mexicanos, en apoyo al proyecto de modernización del país y cumpliendo con su compromiso social de asegurar el abastecimiento de hidrocarburos a la nación, inició hace varios años el proyecto de modernización de la empresa, con el que busca situarse en el nuevo contexto mundial de competitividad. Para ello, ha venido implementando acciones encaminadas a ofrecer sus hidrocarburos a precios competitivos, pero sin sacrificar de manera considerable las utilidades de la empresa, mediante la racionalización y uso eficiente de sus recursos.

Asimismo, Petróleos Mexicanos, acorde con esta nueva situación económica, ha replanteado su objetivo principal como la maximización a largo plazo del valor económico, por lo que Pemex-Exploración y Producción enfrenta actualmente el reto de coadyuvar en el logro de este objetivo a través de la identificación de todas aquellas operaciones susceptibles de ser optimizadas, y de la puesta en marcha de las medidas correctivas pertinentes.

En este trabajo se identifica una de tales operaciones: el movimiento de equipos de perforación, y se propone un modelo matemático de optimización con el cual es posible programar dicho movimiento y asignar los equipos de perforación disponibles a las distintas localizaciones geológicamente detectadas, con posibilidad de almacenar hidrocarburos, de tal manera que se maximice el valor económico.

Es importante destacar que la perforación de pozos es una actividad que requiere de aproximadamente el 70% del presupuesto total de inversión que tiene asignado Pemex Exploración y Producción.

El diseño, desarrollo e implementación de este modelo matemático se apoya en el Modelo de Programación Entera-Binaria perteneciente al campo de la *Investigación de Operaciones* y en el uso de paquetería especializada.

El objetivo que persigue este modelo es contar con una herramienta que permita obtener diversos escenarios sobre la asignación óptima de equipos de perforación de pozos petroleros, que apoyen la toma de decisiones y coadyuven a la maximización del valor económico de Pemex-Exploración y Producción.

El análisis de proyectos de inversión desde el punto de vista financiero busca dar respuesta a la pregunta ¿En cuál o cuáles proyectos de inversión que se han identificado, se debe colocar la cantidad limitada de dinero que está disponible para ser invertida? Esta pregunta alude al problema conocido con el nombre de *presupuestación de capital*: ¿En qué forma se debe colocar el presupuesto existente para obtener el máximo rendimiento financiero?

Actualmente, PEP cuenta con un modelo para la Evaluación Financiera de Proyectos de Inversión y con un Modelo Matemático para la Selección Óptima de Proyectos de Inversión Multianual, en condiciones limitadas diversas. Entre las distintas restricciones que contempla este modelo de optimización, la más importante es la restricción de tipo presupuestal.

El Modelo Matemático para la Optimización del Movimiento de Equipos de Perforación propone otro enfoque para la selección de proyectos de inversión, donde el recurso que desea utilizarse eficientemente es el conjunto de equipos de perforación, ya sean propios o rentados, con que cuente Pemex-Exploración y

Producción en un período de tiempo determinado, de modo que se maximice el valor económico.

CAPÍTULO I

MARCO TEÓRICO CONCEPTUAL

1.1 IMPORTANCIA DE LA PERFORACIÓN DE POZOS PETROLEROS

Para cualquier empresa dedicada a la exploración y a la explotación de campos petroleros, la perforación de pozos constituye la actividad básica o primaria que garantiza su subsistencia en el mercado.

Esta actividad puede dividirse en dos grandes ramas, la perforación de pozos exploratorios y la de pozos de explotación de campos.

1.1.1 Perforación Exploratoria

La perforación de pozos exploratorios tiene como objetivo fundamental adquirir el conocimiento de las estructuras geológicas y determinar la posibilidad de que en ellas estén presentes los hidrocarburos.

Los proyectos que requieren de este tipo de perforación son:

- Evaluación del Potencial Petrolero
- Incorporación de Reservas
- Delimitación y Caracterización de Yacimientos

Los proyectos de Evaluación del Potencial Petrolero permiten obtener el conocimiento geológico de las cuencas sedimentarias. Los de Incorporación de Reservas como su nombre lo indica permiten estimar de manera preliminar el volumen de hidrocarburos que se espera encontrar en una estructura geológica y finalmente, los proyectos de Delimitación y Caracterización de Yacimientos nos proporcionan la información del tamaño y la configuración del yacimiento permitiendo calcular de manera más exacta el volumen de la reserva petrolera.

1.1.2 Perforación de Desarrollo

La perforación de pozos de explotación tiene la finalidad de incrementar los volúmenes de producción de hidrocarburos.

Los proyectos que la requieren son:

- Desarrollo de Campos Petroleros
- Explotación

Los proyectos de Desarrollo de Campos Petroleros pretenden establecer la infraestructura necesaria para iniciar la explotación de un campo petrolero nuevo y los proyectos de Explotación tienen la finalidad de sostener las cuotas de producción de los campos petroleros que se encuentran en explotación.

1.1.3 Equipos de Perforación

Los equipos de perforación son sin lugar a dudas el recurso más valioso y más costoso en esta actividad. Su disponibilidad es limitada y su asignación es una tarea muy compleja.

Los equipos de perforación pueden ser agrupados de la siguiente manera:

- Terrestres (Perforan pozos terrestres),
- Marinos (Perforan pozos marinos), y
- Lacustres (Perforan pozos en pantanos)

1.1.4 Asignación de Equipos

Para lograr la asignación de equipos a los proyectos de Inversión, se debe determinar, en primer término, la disponibilidad de equipos, clasificándolos de acuerdo a la profundidad a la que pueden perforar. Esta información se dispone en una tabla como la que se muestra en la Tabla 1a.

| CLASE DE EQUIPO | CAPACIDAD (metros) | DISPONIBILIDAD |
|-----------------|--------------------|----------------|
| 1 | CAP_1 | DIS_1 |
| 2 | CAP_2 | DIS_2 |
| \vdots | \vdots | \vdots |
| k | CAP_k | DIS_k |

Tabla 1a Equipos de perforación

donde:

k = número de clases de equipos

CAP_k = capacidad de perforación de los equipos de la clase k .

DIS_k = número de equipos disponibles de la clase k .

Además de la información anterior, es necesario considerar los costos asociados con la utilización de los equipos de perforación en el análisis económico de los diferentes escenarios de asignación.

Los diferentes costos promedio por día para cada clase de equipo se presentan como se muestra en la Tabla 1b.

| CLASE DE EQUIPO | COSTO DE PERFORACION | COSTO DE TERMINACION |
|-----------------|----------------------|----------------------|
| 1 | | |
| 2 | | |
| . | | |
| . | | |
| . | | |
| k | | |

Tabla 1b. Equipos de perforación. Costos promedio por día

Es posible que la disponibilidad de los equipos no sea constante durante todo el horizonte de estudio considerado; por ejemplo, puede tomarse en cuenta el hecho de que un equipo no se encuentre disponible para su asignación durante los primeros cinco meses, o bien que un equipo esté programado para ser sometido a trabajos de mantenimiento por 6 semanas a la mitad del período de análisis. La manera en que este tipo de situaciones puede ser contemplado al realizar la asignación de los equipos se describirá posteriormente.

Una vez que se conoce la disponibilidad de equipos, es necesario identificar los requerimientos de cada proyecto de inversión, así como sus principales índices económicos. Un índice como el Valor Presente Neto (VPN) refleja la atraktividad de cada proyecto y permite determinar la manera y el momento en que debe efectuarse la asignación de equipos de perforación a los proyectos de inversión considerados, para conformar con ellos una cartera de proyectos que proporcione el máximo valor económico.

Para obtener el VPN de cada proyecto es conveniente que los flujos de efectivo sean calculados contemplando un movimiento de equipos basado en la estimación del número de pozos a perforar y de los equipos de perforación, que requiere el proyecto para ofrecer el valor económico más atractivo.

De todos los índices existentes, el VPN es considerado como uno de los más adecuados porque:

1. Toma en cuenta todos los ingresos y egresos que aparecen en el proyecto de inversión; y
2. Considera el valor relativo del dinero con el tiempo.

El VPN de un proyecto de inversión no es otra cosa que su valor medido en dinero de hoy. Es el valor de oportunidad en pesos actuales de la alternativa en cuestión.

El Movimiento de Equipos de Perforación requiere de un enfoque para la selección de inversiones, donde el recurso que desea utilizarse eficientemente es el conjunto de equipos de perforación, ya sean propios o rentados, con que cuente Pemex-Exploración y Producción en un período de tiempo determinado, de modo que se maximice el valor económico de la perforación de los pozos.

Tradicionalmente, la información acerca del movimiento de equipos es presentada esquemáticamente como se muestra en la Tabla 1c para el proyecto ficticio ALFA.

| EQUIPO REQUERIDO | CAPACIDAD (metros) | 2000 | | | | | | | | | | | |
|------------------|--------------------|------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| | | ENE | FEB | MAR | ABR | MAY | JUN | JUL | AGO | SEP | OCT | NOV | DIC |
| 100 | 5000 | ■ | ■ | ■ | ■ | | | | | | | | |
| 130 | 3500 | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ | ■ |
| | | 2 | 2 | 2 | 2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |

Tabla 1c. Proyecto ALFA de Desarrollo de Campos

Se observa que este proyecto cuenta con cinco pozos. Uno de ellos requiere de un equipo con una capacidad de perforación de 5000 metros y de cuatro meses para su perforación y terminación; los otros cuatro pozos podrán perforarse y terminarse con un equipo de 3500 metros, al moverlo de un pozo a otro cada tres meses. Este movimiento de equipos para el proyecto ALFA dependió exclusivamente de los estudios de Desarrollo de Campos. A partir de ellos, se estimaron los flujos de efectivo y se calculó el VPN al inicio del horizonte de análisis; enero de 2000. Lo mismo se realizó para cada proyecto de Desarrollo de Campos que compite por la asignación de Equipos de Perforación.

Con la finalidad de simplificar el problema, se supondrá que todos los pozos del proyecto se perforan con equipos de la misma capacidad; dicho de otra forma, que la profundidad de todos los pozos de un proyecto es la misma e igual a la del pozo más profundo.

A partir de este supuesto, los requerimientos de equipos de perforación para el proyecto ALFA serían los siguientes: dos equipos de perforación con una capacidad de 5000 metros cada uno durante los primeros siete meses, después de los cuales libera uno de ellos para terminar la perforación con un equipo únicamente. La información acerca de los requerimientos de equipos de cada proyecto, podría entonces presentarse en forma simplificada, como se muestra en la Tabla 1d para el proyecto ALFA..

| PROYECTO | CAPACIDAD (metros) | 2000 | | | | | | | | | | | |
|----------|--------------------|------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| | | ENE | FEB | MAR | ABR | MAY | JUN | JUL | AGO | SEP | OCT | NOV | DIC |
| ALFA | 5000 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 1 | 1 | | | |

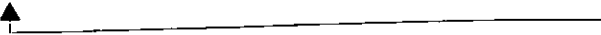
VPN 

Tabla 1d. Presentación simplificada del movimiento de equipos para el proyecto ALFA

Por último, cabe mencionar que el proyecto ALFA, o cualquiera de los otros proyectos de Desarrollo de Campos considerados, podría no requerir equipo alguno en los primeros meses del horizonte de análisis. Sin embargo, el VPN deberá calcularse siempre al inicio del mismo.

| PROYECTO | CAPACIDAD (metros) | 2000 | | | | | | | | | | | | |
|----------|-----------------------|------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|---|
| | | ENE | FEB | MAR | ABR | MAY | JUN | JUL | AGO | SEP | OCT | NOV | DIC | |
| ALFA | 3500 | | | | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |

VPN

Tabla 1e. Presentación simplificada del movimiento de equipos para el proyecto ALFA

De esta forma, si el proyecto ALFA sólo planeara la perforación de los tres pozos que requieren al equipo con una capacidad de perforación de 3500 metros, la representación tabular tendría la apariencia que se le da en la Tabla 1e. Toda vez que la información de cada proyecto es presentada como se muestra en las tablas 4 ó 5, y que se cuenta con información acerca de la disponibilidad y atributos de los equipos de perforación como se indica en las tablas 1 y 2, se concluye la etapa de formulación del problema contemplando ciertas consideraciones y restricciones adicionales.

Como nuestro objetivo es la conformación de aquella cartera de proyectos de inversión que proporcione el mayor valor económico permitido por las restricciones sobre la disponibilidad de equipos de perforación, vale la pena iniciar el análisis del problema respondiendo a esta pregunta: ¿cuál sería la situación ideal en que podría lograrse una cartera de proyectos con el máximo valor económico? Esta situación ideal sería evidentemente la ausencia de restricciones. En nuestro caso, esto equivaldría a contar con un número tan grande de equipos de perforación, de distintas capacidades, como para permitir que todos los proyectos considerados pudieran comenzarse simultáneamente al inicio del horizonte de estudio. El valor

económico de la cartera sería igual a la suma de los VPN's de todos los proyectos considerados.

Desafortunadamente, ese no es el caso y la presencia de restricciones acerca de la disponibilidad de equipos de perforación normalmente obligará a diferir algunos de los proyectos hasta aquellos períodos en que existan los equipos convenientes, en las cantidades suficientes, para cubrir sus necesidades. Esto ocurrirá en el momento en que se desocupen equipos, o bien, en el que aumente su disponibilidad (llegada de nuevos equipos rentados, por ejemplo). La situación ideal que se mencionó, podría ilustrarse como se muestra en la Tabla 1f.

| PROYECTO | CAPACIDAD AD (metros) | 2000 | | | | | | | | | | | |
|------------|-----------------------|------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| | | ENE | FEB | MAR | ABR | MAY | JUN | JUL | AGO | SEP | OCT | NOV | DIC |
| PROYECTO 1 | 3600 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | 2 | 1 | 1 | | | |
| PROYECTO 2 | 5000 | 2 | 2 | 2 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | | | |
| PROYECTO 3 | 3600 | 3 | 3 | 3 | 3 | 2 | 1 | 1 | | | | | |
| ... | | | | | | | | | | | | | |
| PROYECTO n | 5500 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | | | | | |

$$VPN = VPN_1 + VPN_2 + \dots + VPN_n$$

VPN = Valor económico de la cartera de proyectos de inversión

Tabla 1f. Situación ideal para la obtención del máximo valor económico.

Todos los proyectos se inician en el primer mes. Existen equipos de perforación suficientes para satisfacer la demanda de cada proyecto.

En tanto que la situación acerca del diferimiento de proyectos tendría la apariencia que se muestra en la Tabla 1g.

| PROYECTO | VPN | CAPACIDAD D (metros) | 2000 | | | | | | | | | | | | 2001 | |
|------------------------------|----------|----------------------------|------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|------|---|
| | | | ENE | FEB | MAR | ABR | MAY | JUN | JUL | AGO | SEP | OCT | NOV | DIC | ENE | |
| PROYECTO 1 | VPN_1 | 3600 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | 2 | 1 | 1 | | | | | |
| PROYECTO 2 | VPN'_2 | 5000 | | | | | | | | 2 | 2 | 2 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| PROYECTO 3 | VPN_3 | 3600 | 3 | 3 | 3 | 3 | 2 | 1 | 1 | | | | | | | |
| ... | ... | ... | | | | | | | | | | | | | | |
| PROYECTO n | VPN'_n | 5500 | | | | | | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | 2 | |
| Disponibilidad de Equipos | | | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 3 | 3 | 1 |

$$VPN = VPN_1 + VPN'_2 + VPN_3 \dots + VPN'_n$$

VPN = Valor económico de la cartera de proyectos de inversión

Tabla 1g. Situación de proyectos diferidos para la obtención del máximo valor económico.

Se observa que en la Tabla 1g se ha incluido un renglón adicional con información acerca de la disponibilidad mensual de equipos. Se ha previsto que en los primeros diez meses del horizonte de análisis se contará con 4 equipos terrestres de perforación y que esta cifra disminuye a 3 durante los siguientes dos meses (quizás porque termina el contrato de renta de dos equipos). Esta restricción obliga al diferimiento de proyectos. Por esta razón, se observa que el proyecto 2 y el proyecto n debieron diferirse hasta los meses de agosto y junio, respectivamente, y que sus VPN's han sufrido disminución en su valor al considerar el valor del dinero en el tiempo, mediante la actualización del VPN a una tasa de descuento mensual pertinente (los VPN's actualizados se denotan por VPN'_k como se muestra en la Tabla 1g).

La disminución en los VPN's de los proyectos 2 y n provoca, en consecuencia, que el VPN de la cartera para el ejemplo mostrado en la Tabla 1g resulte menor al VPN de la cartera de la tabla 6. Se concluye entonces, que el problema consiste en determinar cuáles proyectos deben diferirse (en caso necesario), y con qué prioridades a fin de sacrificar lo menos posible el valor económico de la cartera.

Aún con sólo 20 proyectos y un horizonte de análisis de 2 años (24 meses), el número de formas en que podrían disponerse los proyectos a lo largo de este horizonte, de manera que la demanda mensual de equipos no sobrepase a la oferta mensual existente, puede ser enorme. Encontrar la cartera multiperíodo de proyectos de inversión que ofrezca el máximo valor económico, con pruebas de ensayo y error, resultaría prácticamente imposible. Esto sin considerar, que aparte de la restricción acerca de los equipos de perforación podría ser necesario contemplar algunas de naturaleza distinta.

La consideración de situaciones como las anteriores, hacen que el problema acerca de la selección de proyectos sea un problema complejo, cuya solución requiere de un modelo analítico.

CAPÍTULO II

CONSTRUCCIÓN DEL MODELO

2.1 PROGRAMACIÓN ENTERA

La Programación Entera pretende resolver problemas de asignación de recursos, mediante la aplicación de algoritmos heurísticos, en aquellas situaciones cuyas variables de decisión no pueden tomar valores fraccionarios.

Hay diferentes métodos para resolver un Problema de Programación Entera, entre los que se encuentran:

1. Planos de corte.
2. Enumeración Implícita.
3. Bifurcación y Acotación.
4. Teoría de grupos.

Dentro de los métodos de Bifurcación y Acotación, algunos de los algoritmos disponibles son:

1. Algoritmo de Land y Doig.
2. Algoritmo de Driebeek
3. Algoritmo de costos penales
4. Algoritmo de Kolesar

La programación de estos algoritmos no es tarea sencilla y requiere de un alto grado de conocimientos técnicos en computación. Existen numerosos paquetes en el mercado, unos mejores que otros y también unos más caros que otros. En el presente trabajo, el método elegido para resolver el modelo matemático es el Método de Bifurcación y Acotación, específicamente el Algoritmo de Land y Doig, debido a que el software utilizado CPLEX, maneja dicho método para resolver problemas de programación entera binaria.

La representación matricial de un Problema de Programación Entera Binaria (PPEB), es la siguiente:

Optimizar $z = cx$ (función objetivo)

sujeto a $Ax \leq b$ donde (restricciones)

$$x = \begin{cases} 0 \\ \text{ó} \\ 1 \end{cases}$$

Los componentes del modelo están dados por:

$c = [c_1, c_2, c_3, \dots, c_n]_{1,n}$ vector de costos

$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}_{n,1}$ variables de decisión

$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix}_{m,n}$ matriz de coeficientes tecnológicos

$b = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_m \end{bmatrix}_{m,1}$ vector de disponibilidades

Se trata de un Problema de Programación Entera Binaria (PPEB) porque las variables de decisión x_i sólo pueden tomar uno de dos valores, 0 ó 1, los cuales son valores enteros.

2.2 MÉTODO DE BIFURCACIÓN Y ACOTACIÓN

2.2.1 Introducción

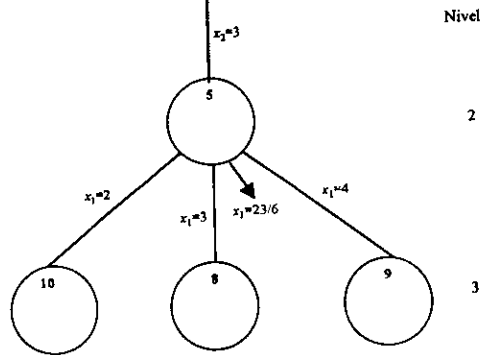
Como cualquier problema acotado de programación entera pura tiene sólo un número finito de soluciones factibles, resulta natural considerar el uso de algún tipo de *procedimiento de enumeración* para encontrar una solución óptima. Desafortunadamente, este número finito puede ser, y casi siempre lo es, muy grande, por lo que es imperativo que cualquier procedimiento de enumeración sólo examine una pequeña fracción de estas soluciones factibles. Un enfoque de este tipo lo proporciona la *técnica de ramificación y acotamiento*.

La idea básica en la que se apoya la técnica de ramificación y acotamiento es *dividir y vencer*. Como es demasiado complicado resolver directamente el problema original "grande", se divide en subproblemas cada vez más pequeños hasta que estos se puedan vencer. La división (*ramificación*) se hace mediante una partición del conjunto completo de soluciones factibles en subconjuntos más pequeños. La conquista (*sondeo*) se hace en parte *acotando* la mejor solución en el subconjunto y después descartando los subconjuntos cuya cota indique que no es posible que contenga una solución óptima para el problema original.

2.2.2 Presentación del Algoritmo en Forma de Árbol

Generalmente los algoritmos enumerativos son fáciles de entender si se presentan gráficamente en un árbol, compuesto de *nodos* y *ramas*. Un nodo corresponde a un punto n_j y una rama une al nodo n_j con el nodo n_{j+1} . Debido a que x_k puede tomar uno de entre varios valores, es posible tener varias ramas surgiendo de un nodo n_j . La Figura 2.3 muestra un ejemplo de nodos y ramas, en ella, los nodos numerados 8, 9 y 10 fueron creados fijando x_1 , una variable libre del nodo 5 en los valores 3, 4 y 2 respectivamente. Nodos como estos tres, que no tienen por el momento otros nodos que dependan de ellos, o equivalentemente, que no producen ramas, son llamados *suspendidos*.

Figura 2.3



Suponiendo que en la solución óptima del subproblema del nodo 5, el valor de x_1 es $23/6$; al fijar x_1 al siguiente entero más pequeño y más grande, se obtienen los nodos 8 y 9, y de esta manera se continua con el procedimiento.

Cuando un Problema de Programación Entera (PPE) en cualquier nodo es infactible, todos los subproblemas ya sea a la izquierda o a la derecha de éste son también infactibles.

2.2.3 Algoritmo de Land y Doig¹

Enfoque Básico

Paso 1. Inicialización.

Definir z^* como la mejor solución actual al PPE, asignándole un valor predeterminado o arbitrario que sea pequeño. El nodo inicial, con todas sus variables libres, es $n_0=(x_1, \dots, x_n)$. Se resuelve el problema LP₀. Si éste es infactible,

¹ Land A. y Doig A.; "An automatic method for solving discrete programming problems", *Econometrica*, 1960.

también lo será el PPE, por lo tanto termina. Si la solución óptima es entera, parar, se ha encontrado la solución óptima al PPE. De otra manera, establecer $n_1 = n_0$.

Paso 2. Ramificación.

De la solución óptima (x_1, \dots, x_n) en n_j seleccionar una variable x_k cuyo valor no sea aún entero. Fijando a x_k en $[x_k]$ y $[x_k]+1$, definir dos nodos que partan de n_j . Resolver cada uno de los subproblemas de esos nodos. Etiquetar como suspendidos a aquellos nodos (de los recién creados) cuya solución óptima exceda al valor de z^* . Verificar cada nodo en busca de una solución mejor. Si se encuentra alguno, se registra y todos los nodos suspendidos que no lo excedan en su solución, son eliminados de la lista.

Paso 3. Prueba de terminación.

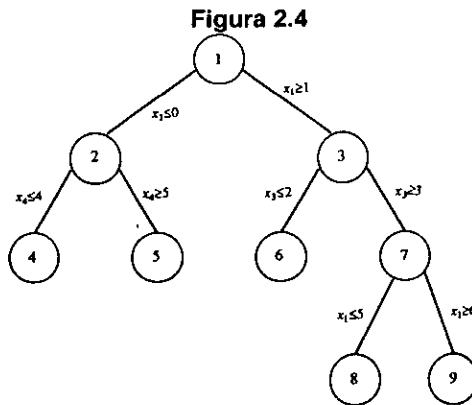
Si la lista actual de nodos suspendidos está vacía, se ha encontrado la solución óptima al PPE (z^*) o no existe solución, en ambos casos, terminar. En otro caso, continuar.

Paso 4. Acotación.

Elegir el nodo suspendido n_j cuya solución óptima sea la mayor. En caso de empates, romperlos arbitrariamente. Suponer que el punto n_{j-1} define a n_j (nodo seleccionado) mediante la asignación de $x_k=t$, esto significa que la solución óptima para LP_j es $z(j-1, k, t)$. Posteriormente se iguala z_{j-1} (límite superior de cualquier solución al PPE, a partir de n_{j-1}) a la solución óptima del problema en n_j , es decir $z(j-1, k, t)$. Crear un nodo inmediatamente a la izquierda o derecha de n_j de manera tal que si algún otro nodo suspendido creado a partir de n_{j-1} es seleccionado eventualmente, pueda encontrarse un nuevo valor (no mayor) para z_{j-1} . Eliminar n_j de la lista de nodos suspendidos y regresar al paso 2.

2.2.4 Variación al Enfoque Básico (Dakin²)

En el algoritmo de Land y Doig, cada vez que se crea un nodo y se etiqueta como suspendido, su solución óptima y otros parámetros deben ser guardados. El hecho de que existan muchos nodos suspendidos, significa que al ser implementada en computadora esta técnica involucra una gran cantidad de espacio para almacenamiento. Para eliminar esta dificultad, Dakin sugirió que sólo dos nodos fueran creados a partir de cada nodo suspendido. Si una solución óptima al PPE es $x_k = t$, donde t es no entero, entonces el primer nodo se crea introduciendo la desigualdad $x_k \leq [t]$ y el segundo es definido por la restricción $x_k \geq [t]+1$. Esto contrasta con la creación de nodos a través de las igualdades $x_k = [t]$ y $x_k = [t]+1$ además de la definición de otros nodos a la izquierda o derecha de éstos. Cuando el procedimiento de Dakin es adoptado, el árbol obtenido se parece al de la Figura 2.4.



Debe notarse que puede darse el caso de que más de una restricción opere sobre una variable al mismo tiempo. Por ejemplo, en el nodo 8 se tiene que $x_1 \geq 1$, $x_3 \geq 3$, y $x_1 \leq 5$, y en el nodo 9 $x_1 \geq 1$, $x_3 \geq 3$, y $x_1 \geq 6$. La desigualdad $x_1 \geq 1$ deberá ser omitida en los cálculos del nodo 9 y en otros puntos que se encuentran antes. Además, el restringir una variable a que sea menor o igual que 0, o mayor o igual que el límite

² Dakin, R.; "A tree search algorithm for mixed integer programming problems", Computer Journal, 1965.

superior, significa que dicha variable se fija en 0, o en su máximo valor, respectivamente. En la Figura 2.4, $x_1=0$ en el nodo 2.

Al igual que en el algoritmo de Land-Doig, el nodo inicial es denotado por n_0 con todas sus variables libres. El nodo es etiquetado suspendido si su problema de programación es factible y no resuelve aún al PPE. En cualquier punto del algoritmo, el nodo suspendido n_j con la solución factible más grande es seleccionado para definir dos nodos para el siguiente nivel. El subproblema de cada uno de estos nodos, es resuelto. El valor más grande de ambas soluciones se designa como z^j , es decir, el límite superior para cualquier solución encontrada a partir de n_j . Uno de los nodos recién creados es marcado como suspendido si su solución óptima es mayor que la mejor solución actual (z^*). En caso de encontrarse una mejor solución, se actualiza el valor de z^* , y aquellos nodos que no excedan la solución del subproblema son eliminados de la lista. El proceso termina cuando la lista de nodos suspendidos está vacía. La variación de Dakin es esencialmente la misma que lo marcado por el algoritmo de Land-Doig, excepto que sólo se crean dos nodos, y no existe un tercer nodo ya sea a la izquierda o derecha del seleccionado.

El algoritmo de Dakin converge puesto que, en el peor de los casos, los nodos serán creados hasta que el rango permitido para las variables enteras sea reducido a cero, en cuyo caso las variables tomarán valores enteros. En particular, si una solución óptima aún no entera tiene como valores $x_1=a_1, x_2=a_2, \dots, x_{2n}=a_{2n}$ etcétera, el procedimiento puede originar un nodo que contenga las siguientes restricciones: $x_1 \geq a_1, x_1 \leq a_1, x_2 \geq a_2, x_2 \leq a_2, \dots, x_n \geq a_n, x_n \leq a_n$ etcétera. Por ejemplo, con relación a la Figura 2.4, suponiendo que la solución óptima en el nodo 9 es $x_1=6.3$. Entonces surgen 2 nodos, uno con $x_1 \leq 6$ y el otro con $x_1 \geq 7$. Como $x_1 \geq 6$ y $x_1 \leq 6$, es evidente que el valor de x_1 será 6.

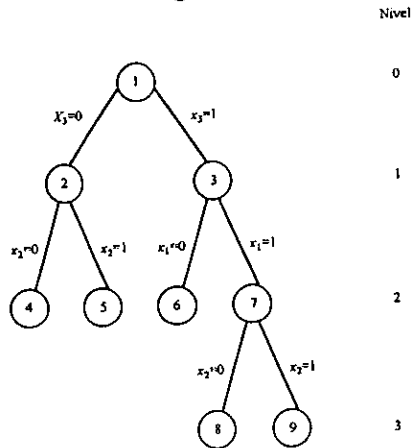
2.2.5 Problemas Tipo 0 - 1

En caso de que las variables enteras a considerar deban ser iguales a cero o uno, el límite superior u_i se fija en 1 para toda variable x_i . Dado que las restricciones $x_i \leq 0$ y

$x_i \geq 1$ equivalen a $x_i=0$ o $x_i=1$, respectivamente, la variación hecha por Dakin es exactamente igual al algoritmo de Land-Doig. Al definir las variables enteras a los valores 0 y 1, surgen sólo dos nodos del nodo seleccionado. El límite superior para cualquier solución encontrada a partir del nodo seleccionado es aquella con valor de las dos soluciones óptimas encontradas (como x_i no puede exceder a 1 en cualquier solución al PPE, las restricciones $x_i \leq 1$ son añadidas a todos los subproblemas).

La Figura 2.5 muestra un ejemplo de árbol. Los nodos 2 y 3 han sido definidos por medio del nodo 1 y cada subproblema se resuelve. Ambos nodos se etiquetan como suspendidos, y la solución óptima del nodo 2 es mayor a la obtenida con el nodo 3. De ahí que al crear los nodos 4 y 5, el nodo 2 ya no sea nodo suspendido. El subproblema de cada nodo (4 y 5) es infactible, y entonces el único nodo que continúa suspendido es el nodo 3, a quien se borra de la lista de nodos suspendidos y se crean los nodos 6 y 7, y así sucesivamente.

Figura 2.5



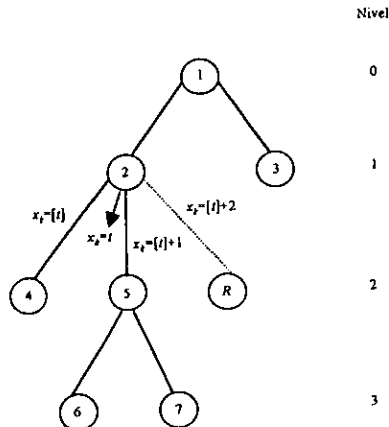
2.2.6 Selección de Nodos

En el algoritmo de Land y Doig el nodo suspendido con mejor solución era seleccionado para crear nuevos nodos. Esto con el objeto de encontrar rápidamente una "buena" solución entera. Sin embargo, este procedimiento de selección requiere

demasiado espacio de almacenamiento en computadoras. Una segunda regla para la selección es escoger al nodo suspendido que mejor solución tenga, pero que se trate del más recientemente creado.

Considerando la figura 2.6, la solución óptima del nodo 2 es mejor que la del nodo 3, así surgen los nodos 4 y 5. La solución óptima del nodo 5 es mayor que la del 4 (aunque puede ser menor que la solución óptima del nodo 3), se crean entonces los nodos 6 y 7 y así sucesivamente. Cuando este proceso se detiene, por decir, en el nivel 3, la enumeración retrocede a un nivel j , en el caso del ejemplo $j=2$, y el nodo R es creado y se resuelve su problema lineal. La solución óptima de R es comparada con la de los otros nodos suspendidos que están en el mismo nivel (nodo 4). Se selecciona el punto con mejor solución y el proceso reinicia desde dicho nodo. Debido a que encontrar "buenas" soluciones para el PPE no siempre es rápido, el proceso tiende a examinar más nodos que en los otros algoritmos. A pesar de ello, cuando el proceso es implantado en computadora, es más fácil recuperar y etiquetar nodos suspendidos. Por ello, se requiere de un esquema que lleve la cuenta de la enumeración (y así, pueda utilizarse menor espacio de almacenamiento en computadora).

Figura 2.6



Para los problemas 0-1, la regla antes mencionada produce árboles como el de la figura 2.7(a). Además, como es posible intercambiar de posición los nodos, el árbol

también puede tener la apariencia de la figura 2.7(b). A éstos diagramas se les llama "diagramas de bifurcación y acotación de una sola rama", mientras que los que utilizan el procedimiento de Land-Doig son "diagramas de bifurcación y acotación de múltiples ramas".

Figura 2.7(a)

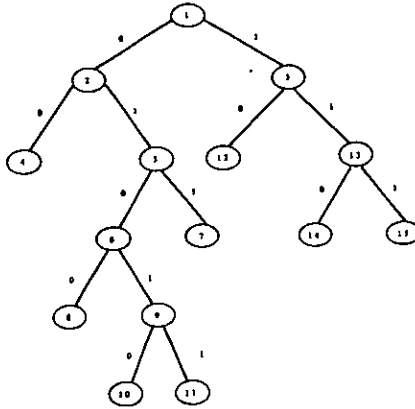
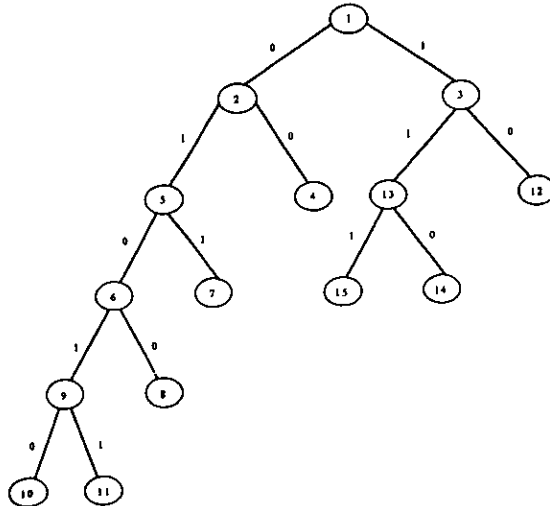


Figura 2.7(b)



Para ilustrar este procedimiento, se presenta a continuación un ejemplo clásico de su aplicación.

*Una empresa petrolera tiene 5 proyectos de inversión. Cada proyecto i , $i = 1, 2, \dots, 5$ necesita de un determinado número de equipos para la perforación de pozos e_i , y se pronostica que cada proyecto rendirá v_i millones de pesos anuales de utilidad cuando el proyecto esté funcionando. La empresa cuenta con un total de 91 equipos de perforación de pozos petroleros:

| Proyecto número | Requerimiento de equipos | Retorno anual de la inversión en millones |
|-----------------|--------------------------|---|
| i | e_i | v_i |
| 1 | 36 | 54 |
| 2 | 24 | 18 |
| 3 | 30 | 60 |
| 4 | 32 | 32 |
| 5 | 26 | 13 |

Los directivos de la empresa deben tomar la decisión de aceptar o rechazar cada proyecto. ¿Cuáles proyectos se deben incluir y cuáles rechazar con el objeto de maximizar el retorno anual?"

El planteamiento matemático de este problema se presenta a continuación:

$$\text{Max } Z = 54X_1 + 18X_2 + 60X_3 + 34X_4 + 13X_5$$

$$\text{s.a.} \quad 36X_1 + 24X_2 + 30X_3 + 32X_4 + 26X_5 \leq 91$$

$$X_i = 0 \text{ ó } 1 \quad i = 1, \dots, 5$$

Para obtener la solución óptima encontraremos en primer lugar una cota para el nodo inicial.

$$\begin{array}{ll} X_1 = 91/36 = 2.527 & Z_{X_1} = 54X_1 = 136.50 \\ X_2 = 91/24 = 3.791 & Z_{X_2} = 18X_2 = 68.25 \\ X_3 = 91/30 = 3.033 & Z_{X_3} = 60X_3 = 182 \\ X_4 = 91/32 = 2.843 & Z_{X_4} = 32X_4 = 91 \\ X_5 = 91/26 = 3.500 & Z_{X_5} = 13X_5 = 45.5 \end{array}$$

$$Z = \text{Max} \{ Z_{X_1}, Z_{X_2}, Z_{X_3}, Z_{X_4}, Z_{X_5} \} = 182$$

De esta manera 182 será la cota para el nodo inicial y empezaremos la ramificación con X_3 debido a que tiene el máximo valor.

Nodo 1. Si $X_3 = 1$

$$\begin{array}{l} 36X_1 + 24X_2 + 30 + 32X_4 + 26X_5 \leq 91 \\ 36X_1 + 24X_2 + 32X_4 + 26X_5 \leq 91 - 30 = 61 \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} X_1 = 61/36 = 1.694 & Z_{X_1} = 54X_1 = 91.5 \\ X_2 = 61/24 = 2.541 & Z_{X_2} = 18X_2 = 45.75 \\ X_4 = 61/32 = 1.906 & Z_{X_4} = 32X_4 = 61 \\ X_5 = 61/26 = 2.346 & Z_{X_5} = 13X_5 = 30.5 \end{array}$$

$$Z = \text{Max} \{ Z_{X_1}, Z_{X_2}, Z_{X_4}, Z_{X_5} \} = 91.5 + 60 = 151.5$$

Nodo 2. Si $X_3 = 0$

$$36X_1 + 24X_2 + 32X_4 + 26X_5 \leq 91$$

$$\begin{array}{ll} X_1 = 91/36 = 2.527 & Z_{X_1} = 54X_1 = 136.5 \\ X_2 = 91/24 = 3.791 & Z_{X_2} = 18X_2 = 68.25 \\ X_4 = 91/32 = 2.843 & Z_{X_4} = 32X_4 = 91 \\ X_5 = 91/26 = 3.500 & Z_{X_5} = 13X_5 = 45.5 \end{array}$$

$$Z = \text{Max} \{ Z_{X_1}, Z_{X_2}, Z_{X_4}, Z_{X_5} \} = 136.5$$

Como el nodo 1 tiene el máximo valor se elige para continuar la ramificación.

Nodo 3. Si $X_1 = 1$

$$36 + 24X_2 + 32X_4 + 26X_5 \leq 61$$

$$24X_2 + 32X_4 + 26X_5 \leq 61 - 36 = 25$$

$$X_2 = 25/24 = 1.041$$

$$X_4 = 25/32 = 0.781$$

$$X_5 = 25/26 = 0.961$$

$$Z_{X_2} = 18X_2 = 18.75$$

$$Z_{X_4} = 32X_4 = 25$$

$$Z_{X_5} = 13X_5 = 12.5$$

$$Z = \text{Max} \{ Z_{X_2}, Z_{X_4}, Z_{X_5} \} = 25 + 60 + 54 = 139$$

Nodo 4. Si $X_1 = 0$

$$24X_2 + 32X_4 + 26X_5 \leq 61$$

$$X_2 = 61/24 = 2.541$$

$$X_4 = 61/32 = 1.906$$

$$X_5 = 61/26 = 2.346$$

$$Z_{X_2} = 18X_2 = 45.75$$

$$Z_{X_4} = 32X_4 = 61$$

$$Z_{X_5} = 13X_5 = 30.5$$

$$Z = \text{Max} \{ Z_{X_2}, Z_{X_4}, Z_{X_5} \} = 61 + 60 = 121$$

Como el nodo 3 tiene el máximo valor se ramifica sobre él.

Nodo 5. Si $X_4 = 1$

$$24X_2 + 32 + 26X_5 \leq 25$$

$$24X_2 + 26X_5 \leq 25 - 32$$

$$24X_2 + 26X_5 \leq -7$$

Nodo Infactible.

Nodo 6. Si $X_4 = 0$

$$24X_2 + 26X_5 \leq 25$$

$$X_2 = 25/24 = 1.041$$

$$X_5 = 25/26 = 0.961$$

$$Z_{X_2} = 18X_2 = 18.75$$

$$Z_{X_5} = 13X_5 = 12.5$$

$$Z = \text{Max} \{ Z_{X_2}, Z_{X_5} \} = 18.75 + 60 + 54 = 132.75$$

Como el nodo 2 alcanzó el valor máximo se selecciona para continuar la ramificación.

Nodo 7. Si $X_1 = 1$

$$36 + 24X_2 + 32X_4 + 26X_5 \leq 91$$

$$24X_2 + 32X_4 + 26X_5 \leq 91 - 36 = 55$$

$$X_2 = 55/24 = 2.291$$

$$X_4 = 55/32 = 1.718$$

$$X_5 = 55/26 = 2.115$$

$$Z_{X_2} = 18X_2 = 41.25$$

$$Z_{X_4} = 32X_4 = 55$$

$$Z_{X_5} = 13X_5 = 27.5$$

$$Z = \text{Max} \{ Z_{X_2}, Z_{X_4}, Z_{X_5} \} = 55 + 54 = 109$$

Nodo 8. Si $X_1 = 0$

$$24X_2 + 32X_4 + 26X_5 \leq 91$$

$$X_2 = 91/24 = 3.791$$

$$X_4 = 91/32 = 2.843$$

$$X_5 = 91/26 = 3.5$$

$$Z_{X_2} = 18X_2 = 68.25$$

$$Z_{X_4} = 32X_4 = 91$$

$$Z_{X_5} = 13X_5 = 45.5$$

$$Z = \text{Max} \{ Z_{X_2}, Z_{X_4}, Z_{X_5} \} = 91$$

Como el nodo 6 tiene el valor máximo se ramifica a partir de él.

Nodo 9. Si $X_2 = 1$

$$24X_2 + 26X_5 \leq 25$$

$$24 + 26X_5 \leq 25$$

$$26X_5 \leq 25 - 24 = 1$$

$$X_5 = 1/26 = 0.038$$

$$Z_{X_5} = 13X_5 = 0.5$$

$$Z = \text{Max} \{ Z_{X_5} \} = 0.5 + 18 + 54 + 60 = 132.5$$

Nodo 10. Si $X_2 = 0$

$$26X_5 \leq 25$$

$$X_5 = 25/26 = 0.961$$

$$Z_{X_5} = 13X_5 = 12.5$$

$$Z = \text{Max} \{ Z_{X_5} \} = 12.5 + 54 + 60 = 126.5$$

El nodo 9 alcanzó el máximo valor por lo que la ramificación prosigue a partir de él.

Nodo 11. Si $X_5 = 1$

$$26X_5 \leq 1$$

$$26 \leq 1$$

Nodo Infactible.

Nodo 12. Si $X_5 = 0$

$$26X_5 \leq 1$$

$$0 \leq 1$$

$$Z_{X_5} = 13X_5 = 0$$

$$Z = \text{Max} \{Z_{X_5}\} = 0 + 18 + 54 + 60 = 132$$

Y por lo tanto la Solución Entera Óptima es

$$X_3 = 1, X_1 = 1, X_4 = 0, X_2 = 1 \text{ y } X_5 = 0$$

Esta solución significa que la empresa decidió realizar los proyectos 1,2 y 3 que se presentan a continuación.

| Proyecto número | Requerimiento de equipos | Retorno anual de la inversión en millones |
|-----------------|--------------------------|---|
| i | e_i | V_i |
| 1 | 36 | 54 |
| 2 | 24 | 18 |
| 3 | 30 | 60 |
| | 90 | 132 |

El valor óptimo de nuestra función objetivo en el nodo 12 fue $Z = 132$ y los tres proyectos demandan un requerimiento de 90 equipos de perforación, el cual cumple con la restricción de que la empresa cuenta únicamente con 91 equipos.

Comparemos ahora el problema original y su solución óptima:

Problema original:

$$\text{Max } Z = 54X_1 + 18X_2 + 60X_3 + 34X_4 + 13X_5$$

$$\text{s.a. } 36X_1 + 24X_2 + 30X_3 + 32X_4 + 26X_5 \leq 91$$

$$X_i = 0 \text{ ó } 1 \quad i = 1, \dots, 5$$

Solución entera óptima (Nodo 12):

$$Z = 54X_1 + 18X_2 + 60X_3 = 132$$

$$\text{s.a. } 36X_1 + 24X_2 + 30X_3 = 90 \leq 91$$

$$X_i = 1 \quad i = 1, 2, 3$$

A continuación se presenta en forma esquemática el problema ejemplo que se acaba de resolver.

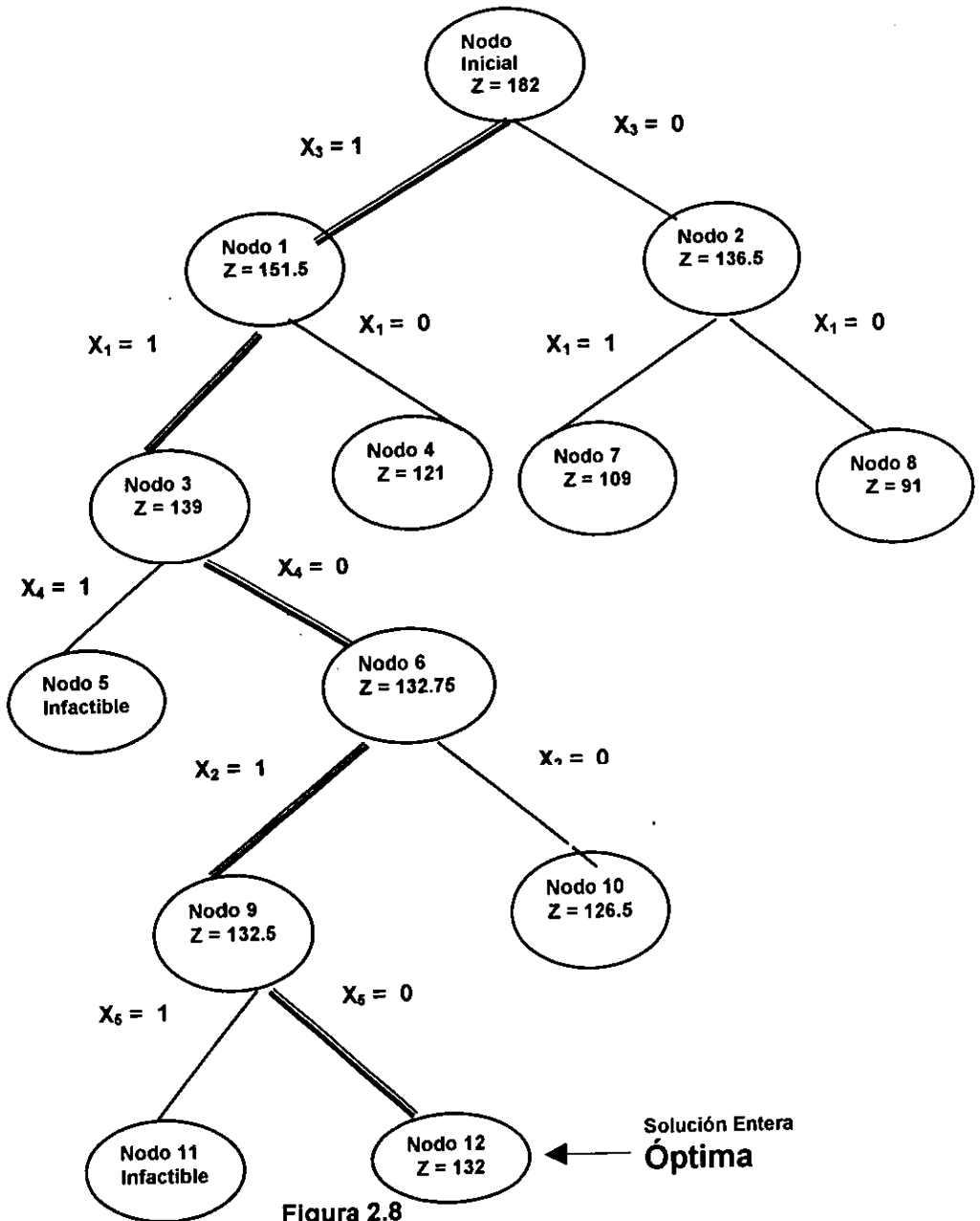


Figura 2.8

2.3 CONCEPTUALIZACIÓN DEL MODELO

Como se verá a continuación, el modelo matemático general de Programación Entera-Binaria, desarrollado en el campo de la Investigación de Operaciones, puede emplearse como base para la construcción de un modelo matemático que represente, de manera bastante aceptable, la esencia del problema que nos ocupa: la optimización del movimiento de equipos.

La palabra "optimizar" se refiere a una de dos alternativas: maximizar o minimizar el valor de la función objetivo, sujeto a las restricciones consideradas. En nuestro caso, nos interesará maximizar el valor económico de la cartera de proyectos de inversión, por lo que el vector de costos C contendría en esta aplicación particular, las utilidades asociadas a cada proyecto de inversión considerado (VPN's), la matriz de coeficientes tecnológicos estaría formada por la cantidad de equipos requerida por cada proyecto, en cada mes del horizonte de estudio, mientras que el vector de disponibilidades se referiría precisamente a la disponibilidad de equipos de perforación para cada mes.

Antes de llegar a la conceptualización de un modelo de este tipo para nuestro problema, es conveniente ordenar la información acerca de los proyectos, y de las capacidades de los equipos, adecuadamente.

2.3.1 Estructura de la Información

Comencemos por ordenar las clases de equipos en forma ascendente de acuerdo a la capacidad de cada clase; como se muestra en la Tabla 2a .

| NUMERO DE CLASE DE EQUIPO | CAPACIDAD (metros) | DISPONIBILIDAD |
|---------------------------|--------------------|----------------|
| 1 | CAP_1 | DIS_1 |
| 2 | CAP_2 | DIS_2 |
| 3 | CAP_3 | DIS_3 |
| ⋮ | ⋮ | ⋮ |
| K | CAP_K | DIS_K |

donde: $CAP_1 < CAP_2 < \dots < CAP_K$

Tabla 2a Equipos de perforación

Con base en esta nueva tabla puede generarse otra, que integre la información acerca de los requerimientos de equipos de perforación de los proyectos, sus índices económicos, y el número de la clase de equipo que requiere cada proyecto. Esta organización se puede observar en la Tabla 2b, en la que los proyectos irán ordenados en forma ascendente, de acuerdo a la clase de equipo que requieren.

| NUMERO DE PROYECTO | NOMBRE DEL PROYECTO | VPN | PROFUNDIDAD (metros) | NUMERO DE CLASE EQUIPO REQUERIDO | MES 1 | MES 2 | MES 3 | MES 4 | MES 5 | MES 6 |
|---------------------|---------------------------------------|----------------------------------|-----------------------------------|----------------------------------|------------------------------------|------------------------------------|------------------------------------|------------------------------------|------------------------------------|------------------------------------|
| 7 | PROYECTO ₁ | VPN ₁ | PROF ₁ | 1 | req _{1,1} | req _{1,2} | req _{1,3} | req _{1,4} | req _{1,5} | req _{1,6} |
| 2 | PROYECTO ₂ | VPN ₂ | PROF ₂ | 1 | req _{2,1} | req _{2,2} | req _{2,3} | req _{2,4} | req _{2,5} | req _{2,6} |
| ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... |
| $L_1 = 1$ | PROYECTO _{L₁} | VPN _{L₁} | PROF _{L₁} | 1 | req _{L₁,1} | req _{L₁,2} | req _{L₁,3} | req _{L₁,4} | req _{L₁,5} | req _{L₁,6} |
| $L_1 + 1$ | PROYECTO _{L₁+1} | VPN _{L₁+1} | PROF _{L₁+1} | 2 | req _{L₁+1,1} | req _{L₁+1,2} | req _{L₁+1,3} | req _{L₁+1,4} | req _{L₁+1,5} | req _{L₁+1,6} |
| $L_1 + 2$ | PROYECTO _{L₁+2} | VPN _{L₁+2} | PROF _{L₁+2} | 2 | req _{L₁+2,1} | req _{L₁+2,2} | req _{L₁+2,3} | req _{L₁+2,4} | req _{L₁+2,5} | req _{L₁+2,6} |
| ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... |
| $L_2 = L_1 + 1_2$ | PROYECTO _{L₁+2} | VPN _{L₁+2} | PROF _{L₁+2} | 2 | req _{L₁+2,1} | req _{L₁+2,2} | req _{L₁+2,3} | req _{L₁+2,4} | req _{L₁+2,5} | req _{L₁+2,6} |
| ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... |
| $L_{k-1} + 1$ | PROYECTO _{L_{k-1}+1} | VPN _{L_{k-1}+1} | PROF _{L_{k-1}+1} | K | req _{L_{k-1}+1,1} | req _{L_{k-1}+1,2} | req _{L_{k-1}+1,3} | req _{L_{k-1}+1,4} | req _{L_{k-1}+1,5} | req _{L_{k-1}+1,6} |
| $L_{k-1} + 2$ | PROYECTO _{L_{k-1}+2} | VPN _{L_{k-1}+2} | PROF _{L_{k-1}+2} | K | req _{L_{k-1}+2,1} | req _{L_{k-1}+2,2} | req _{L_{k-1}+2,3} | req _{L_{k-1}+2,4} | req _{L_{k-1}+2,5} | req _{L_{k-1}+2,6} |
| ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... |
| $n = L_{k-1} + 1_k$ | PROYECTO _n | VPN _n | PROF _n | K | req _{n,1} | req _{n,2} | req _{n,3} | req _{n,4} | req _{n,5} | req _{n,6} |

Tabla 2b Proyectos de Inversión

donde:

L_k = número de proyectos que requieren equipos de la clase k .

VPN_i = valor presente neto del proyecto i .

$L_1 + L_2 + \dots + L_k = L_k = n$ = número total proyectos considerados.

proyecto _{i} = Nombre del proyecto i .

req _{i,j} = requerimientos de equipos del proyecto i , durante el mes j .

prof _{i} = profundidad del pozo más profundo del proyecto i .

Se observa que a cada proyecto se ha asociado un número que lo identifica (número de proyecto) después de su ordenación, y que sus VPN's correspondientes están calculados al inicio del horizonte de análisis (mes 1). Además, se incluyen los requerimientos mensuales de equipos de perforación por proyecto.

proyectos que no logren asignación en el mes 1, les sean asignados los equipos que requieren en meses posteriores (diferimiento de proyectos). Considérese ahora otra opción alternativa: eventualmente podrían asignársele a un proyecto equipos de perforación con capacidades mayores a las que requiera. Esto, siempre y cuando dicha asignación no impida la perforación de pozos pertenecientes a proyectos más rentables, con necesidades de equipos semejantes a los que de algún modo se estarían subutilizando.

Existen dos razones por las cuales a un proyecto podría no asignársele la clase de equipo que requiere:

1. Los equipos de la clase *K* son asignados a otros proyectos, y no queda oferta suficiente para cubrir su demanda a lo largo del horizonte de análisis (ni siquiera difiriendo el proyecto a meses posteriores);
2. Aunque es posible que el proyecto logre la asignación de los equipos que requiere, esto pudiera ocurrir en los últimos meses del horizonte de análisis, con la consecuente pérdida de valor económico. Como el objetivo es la maximización del valor económico de la cartera de proyectos, es probable que éste se alcance al asignar al proyecto equipos de mayor capacidad al inicio del horizonte de análisis, para no sacrificar su valor económico.

De esta manera, un proyecto tiene muchas posibilidades de resultar calificado para la selección:

- Si se inicia en el mes 1 con los equipos que requiere;
- Si se difiere a meses posteriores y se le asignan entonces los equipos que necesita;
- Si se inicia en el mes 1 con equipos de mayor capacidad;
- Si se difiere a meses posteriores y se le asignan entonces equipos de mayor capacidad.

2.3.2 Variables de Decisión

En el Modelo de Programación Entera-Binaria para la optimización del movimiento de equipos, deberán considerarse todas estas alternativas, para que a partir de la solución derivada de dicho modelo (los valores óptimos de las variables de decisión) se encuentre la mejor de ellas, la que maximice el valor económico de la cartera de proyectos de inversión.

Se mencionó antes que las variables de decisión en un modelo de esta naturaleza son del tipo binario (1 ó 0). En esta aplicación particular, ellas representarán a los distintos proyectos de inversión considerados. A manera de ejemplo, si x_j representa al proyecto de inversión j , ($j=1, 2, \dots, n$), entonces $x_j = 1$ significa que el proyecto j debe incluirse en la cartera óptima de proyectos de inversión (es decir, que deben asignársele los equipos de perforación que requiere), $x_j = 0$ implica el caso contrario.

En el modelo para la optimización del movimiento de equipos de perforación, la variable binaria de decisión, que considera las posibles formas en que puede realizarse la asignación de equipos de perforación a los proyectos de inversión considerados, se definirá como x_{kij} , donde

- i : es el número de proyecto (según se indica en la tabla 2b)
- j : es el mes en que se inicia el proyecto i
- k : es el número de la clase de equipo asignado al proyecto i (la clase de equipo será por lo menos de la capacidad de perforación requerida por el proyecto).

2.3.3 Planteamiento Matemático

Una vez definida la variable de decisión, puede comenzarse por el planteamiento matemático de las restricciones a las que está sujeta la asignación de equipos de perforación. Se tratará de avanzar en forma progresiva hasta llegar al planteamiento del Modelo de Programación Entera-Binaria que represente completamente la esencia del problema que se ha descrito con anterioridad. Inicialmente se planteará la forma más sencilla, la que considera que los proyectos pueden iniciarse

únicamente en el primer mes del horizonte de análisis, y que de no resultar seleccionados, quedarían fuera de cualquier consideración futura (lo llamaremos MODELO 1). Complementando este modelo, se llegará a otro que contemple el diferimiento de proyectos (MODELO 2), para finalizar con el modelo que considere además, el caso en que los proyectos pueden utilizar equipos de perforación con capacidades mayores a las que requieren (MODELO 3).

2.3.4 Modelo 1

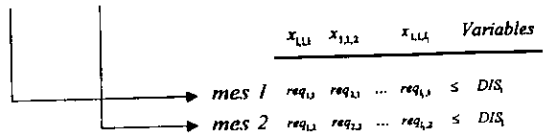
Iniciemos entonces la construcción del MODELO 1. Este modelo considera que los proyectos sólo podrán iniciarse en el primer mes del periodo de optimización, y que de no conseguir ser seleccionados, quedarán fuera de cualquier consideración futura. La condición básica para que un proyecto pueda aspirar a ser seleccionado, será que la cantidad de equipos de perforación disponible sea suficiente para cubrir sus requerimientos mes con mes. De la misma forma, si varios proyectos resultaran seleccionados, sería porque la cantidad de equipos disponibles fue suficiente para satisfacer las necesidades de todos y cada uno de ellos.

Matemáticamente, la manera en que se construyen las restricciones para este modelo se ejemplifica con ayuda de la Tabla 2c. En ella se muestra la parte de la Tabla 2b referente a los I_i proyectos que compiten por los equipos disponibles de la clase 1.

Obsérvese que también se muestra el número y forma de las variables necesarias para representar a ese conjunto de proyectos, así como la manera en que pueden extraerse los coeficientes tecnológicos para 2 de las T restricciones.

| NOMBRE DEL PROYECTO | CLASE DE EQUIPO REQUERIDO | MES 1 | MES 2 | ... | MES t | ... | MES T |
|---------------------|---------------------------|---------------|---------------|-----|---------------|-----|---------------|
| PROYECTO 1 | 1 | $req_{1,1}$ | $req_{1,2}$ | | $req_{1,t}$ | ... | $req_{1,T}$ |
| PROYECTO 2 | 1 | $req_{2,1}$ | $req_{2,2}$ | | $req_{2,t}$ | | $req_{2,T}$ |
| ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | | ⋮ | | ⋮ |
| PROYECTO l_1 | 1 | $req_{l_1,1}$ | $req_{l_1,2}$ | ... | $req_{l_1,t}$ | ... | $req_{l_1,T}$ |

Tabla 2c. Requerimientos de equipos de la clase 1



Los vectores columna con los requerimientos mensuales de los l_1 proyectos se convierten en los coeficientes tecnológicos de las restricciones para el modelo.

De esta manera, las restricciones acerca de la disponibilidad de equipos de la clase 1 tienen la siguiente apariencia:

$$\begin{array}{rcl}
 \text{mes 1} & req_{1,1}x_{1,1,1} + req_{2,1}x_{1,1,2} + \dots + req_{l_1,1}x_{1,1,l_1} & \leq DIS_1 \\
 \text{mes 2} & req_{1,2}x_{1,1,1} + req_{2,2}x_{1,1,2} + \dots + req_{l_1,2}x_{1,1,l_1} & \leq DIS_1 \\
 \vdots & & \vdots \\
 \text{mes t} & req_{1,t}x_{1,1,1} + req_{2,t}x_{1,1,2} + \dots + req_{l_1,t}x_{1,1,l_1} & \leq DIS_1 \\
 \vdots & & \vdots \\
 \text{mes T} & req_{1,T}x_{1,1,1} + req_{2,T}x_{1,1,2} + \dots + req_{l_1,T}x_{1,1,l_1} & \leq DIS_1
 \end{array}$$

Analizando con atención estas ecuaciones, vemos cómo las variables no cambian de una ecuación a otra, pero sí los coeficientes tecnológicos. Recordando que las variables pueden asumir únicamente el valor de 0 ó de 1, es fácil encontrar la relación entre lo que se mencionó al inicio de la página anterior, y la forma

matemática de expresar lo mismo. Esto es, los proyectos seleccionados (las variables que toman el valor de 1), serán aquellos a los que puedan asignárseles los equipos que requieren, mes con mes (satisfarán cada restricción y constituirán una solución para este conjunto de ecuaciones simultáneas).

Se observa que de los tres subíndices de la variable de decisión $x_{k,j,i}$, sólo varía el correspondiente al número de proyecto, i ($i = 1, 2, \dots, l_1$). Los otros dos, k y j , indican que en caso de que el proyecto i resultara seleccionado ($x_{1,1,i} = 1$), a éste le serían asignados equipos de la clase 1 ($k = 1$) y que iniciaría en el mes 1 ($j = 1$). Se ha supuesto que la disponibilidad mensual de equipos de la clase 1 se mantiene constante e igual a DIS_1 (ver tabla 2a). Sin embargo, ésta puede pensarse variable. Si, por ejemplo, la disponibilidad de equipos de la clase 1 en los meses 1 y 2 fuera inferior por 3 unidades, que la oferta para el resto de los meses considerados, entonces las restricciones para esos meses tendrían esta apariencia:

$$\begin{array}{l} \text{mes 1} \quad req_{1,1} x_{1,1,1} + req_{2,1} x_{1,1,2} + \dots + req_{l_1,1} x_{1,1,l_1} \leq DIS_1 - 3 \\ \text{mes 2} \quad req_{1,2} x_{1,1,1} + req_{2,2} x_{1,1,2} + \dots + req_{l_1,2} x_{1,1,l_1} \leq DIS_1 - 3 \end{array}$$

Las restricciones para los proyectos que compiten por las otras clases de equipos disponibles, se construirían de manera análoga a como se ha hecho. Únicamente se tendría cuidado de asignar a los proyectos las variables pertinentes, modificando el subíndice que representa a la clase de equipo en consideración:

$$\begin{array}{l} x_{2,1,i} \text{ proyecto } i = L_1 + 1, L_1 + 2, \dots, L_2 = L_1 + l_2 \\ \text{mes 1} \\ \text{clase de equipo 2} \\ x_{3,1,i} \text{ proyecto } i = L_2 + 1, L_2 + 2, \dots, L_3 = l_2 + l_1 \\ \text{mes 1} \\ \text{clase de equipo 3} \\ x_{k,1,i} \text{ proyecto } i = L_{k-1} + 1, L_{k-1} + 2, \dots, L_k = L_{k-1} + l_k \\ \text{mes 1} \\ \text{clase de equipo } k \end{array}$$

Notese que a causa de la simplicidad de este modelo, el subíndice j , que se refiere al mes en que se iniciaría el proyecto, de ser seleccionado, mantiene su valor fijo en 1 ($j = 1$).

Dadas las restricciones anteriores, el objetivo del estudio consiste en determinar cuál selección de proyectos ofrece el valor económico más atractivo. Empleando los VPN's de los proyectos considerados, que aparecen en la tabla 2b, se plantea la función de utilidades:

$$VPN = vpn_1 x_{1,1,1} + \dots + vpn_L x_{1,1,L} + vpn_{L+1} x_{2,1,L+1} + \dots + vpn_{L_2} x_{2,1,L_2} + \dots + vpn_{L_{k-1}+1} x_{k,1,L_{k-1}} + \dots + vpn_{L_k} x_{k,1,L_k}$$

$$VPN = \sum_{i=1}^{L_k} vpn_i x_{i,1,i} + \sum_{i=L_k+1}^{L_{k-1}+1} vpn_i x_{2,1,i} + \dots + \sum_{i=L_{k-1}+1}^{L_k} vpn_i x_{k,1,i}$$

Puesto que el objetivo es *maximizar* las utilidades, considerando las limitaciones existentes en cuanto a la disponibilidad de equipos de perforación, el planteamiento del Problema de Programación Entera-Binaria, mediante el cual es posible lograr el resultado deseado, se presenta en la figura 2.9 continuación:

MODELO 1

$$\text{Max VPN} = \sum_{i=1}^{L_1} \text{vpn}_{i,x_{1,j}} + \sum_{i=L_1+1}^{L_2} \text{vpn}_{i,x_{2,j}} + \dots + \sum_{i=L_{k-1}+1}^{L_k} \text{vpn}_{i,x_{k,j}}$$

sujeto a

| | | | | |
|-------|---|--------------|---|--|
| mes 1 | $\sum_{i=1}^{L_1} \text{req}_{i,1} x_{1,j}$ | $\leq DIS_1$ | } | Restricciones mensuales sobre la clase de equipo 1 |
| mes 2 | $\sum_{i=1}^{L_1} \text{req}_{i,2} x_{1,j}$ | $\leq DIS_1$ | | |
| ⋮ | ⋮ | ⋮ | | |
| mes t | $\sum_{i=1}^{L_1} \text{req}_{i,t} x_{1,j}$ | $\leq DIS_1$ | | |
| mes T | $\sum_{i=1}^{L_1} \text{req}_{i,T} x_{1,j}$ | $\leq DIS_1$ | | |

| | | | | |
|-------|---|--------------|---|--|
| mes 1 | $\sum_{i=L_1+1}^{L_2} \text{req}_{i,1} x_{2,j}$ | $\leq DIS_2$ | } | Restricciones mensuales sobre la clase de equipo 2 |
| mes 2 | $\sum_{i=L_1+1}^{L_2} \text{req}_{i,2} x_{2,j}$ | $\leq DIS_2$ | | |
| ⋮ | ⋮ | ⋮ | | |
| mes t | $\sum_{i=L_1+1}^{L_2} \text{req}_{i,t} x_{2,j}$ | $\leq DIS_2$ | | |
| mes T | $\sum_{i=L_1+1}^{L_2} \text{req}_{i,T} x_{2,j}$ | $\leq DIS_2$ | | |

| | | | | |
|-------|---|--------------|---|--|
| mes 1 | $\sum_{i=L_{k-1}+1}^{L_k} \text{req}_{i,1} x_{k,j}$ | $\leq DIS_k$ | } | Restricciones mensuales sobre la clase de equipo K |
| mes 2 | $\sum_{i=L_{k-1}+1}^{L_k} \text{req}_{i,2} x_{k,j}$ | $\leq DIS_k$ | | |
| ⋮ | ⋮ | ⋮ | | |
| mes t | $\sum_{i=L_{k-1}+1}^{L_k} \text{req}_{i,t} x_{k,j}$ | $\leq DIS_k$ | | |
| mes T | $\sum_{i=L_{k-1}+1}^{L_k} \text{req}_{i,T} x_{k,j}$ | $\leq DIS_k$ | | |

$$x_{k,j} = 1 \text{ ó } 0 \quad \forall k, j \quad (k = 1, 2, \dots, K, j = 1, 2, \dots, L_k)$$

Figura 2.9

Aunque este modelo es muy sencillo, porque sólo permite determinar el conjunto de proyectos que deben iniciarse simultáneamente al inicio del período de optimización, pero sin violar en ningún mes las restricciones acerca de la disponibilidad de equipos, su aplicación puede resultar atractiva en ciertos casos.

Cuando se pone en marcha un proyecto de inversión, normalmente se supone que éste se realizará hasta su culminación. Esto significa que el proyecto contará con los equipos de perforación que requiere a lo largo de su vida, lo que implica que los equipos quedarán cautivos por cierto tiempo: *no podrán ser utilizados por otros proyectos*. La cuestión en este caso particular es *¿cuál es la mejor asignación de equipos que puede realizarse?*

Un método frecuentemente utilizado consiste en jerarquizar los distintos proyectos considerados, de acuerdo a su índice de utilidad, e ir seleccionándolos en el orden en que aparecen hasta el momento en que ya no queden recursos suficientes para considerar al siguiente en la lista. Sin embargo, puede comprobarse que, de acuerdo a lo anterior, no forzosamente la suma de los mejores índices de utilidad proporciona el valor económico total más atractivo. Es probable que, por ejemplo, la suma de los VPN's correspondientes a dos proyectos, que después de la jerarquización quedaran fuera de consideración por no parecer muy atractivos, sea mayor que el VPN de algún proyecto más rentable que cualquiera de ellos por separado.

Este modelo resulta bastante útil al analizar de entre todas las posibles alternativas, las más atractivas, para luego seleccionar la mejor de ellas. De acuerdo con el modelo (bajo los supuestos y limitaciones consideradas) *no habrá otra opción mejor a la que se determine a través de él*.

Los algoritmos de solución y la implementación en computadora para este tipo de modelos se tratará más adelante. Continuemos ahora con el modelo de optimización que considera la opción acerca del diferimiento de proyectos.

2.3.5 Modelo 2

Por simplicidad, mantengamos nuestra atención puesta en los proyectos que compiten por los equipos disponibles de la clase 1, para describir con ellos la forma de modelar la opción acerca del diferimiento de proyectos.

Considérese el caso en que ciertos proyectos se difirieran del mes 1 al mes 2. En tal situación, sus programas de requerimientos de equipos se desplazarían un mes hacia adelante. Una extensión de la Tabla 2c, que considera ambos casos; aquél en que los proyectos se iniciaran en el mes 1 y el correspondiente a su diferimiento hacia el mes 2, se presenta en la Tabla 2d.

| | | NOMBRE DEL PROYECTO | CLASE DE EQUIPO REQUERIDO | MES 1 | MES 2 | MES 3 | ... | MES t | | MES T |
|-----------|-----------|---------------------|---------------------------|-------------|-------------|-------------|-----|---------------|------|---------------|
| Proyectos | | PROYECTO 1 | 1 | $req_{1,1}$ | $req_{1,2}$ | $req_{1,3}$ | | $req_{1,t}$ | ... | $req_{1,T}$ |
| | | PROYECTO 2 | 1 | $req_{2,1}$ | $req_{2,2}$ | $req_{2,3}$ | | $req_{2,t}$ | | $req_{2,T}$ |
| | | ... | ... | ... | ... | ... | | ... | | ... |
| | diferidos | PROYECTO 1_f | 1 | $req_{h,1}$ | $req_{h,2}$ | $req_{h,3}$ | ... | $req_{h,t}$ | ... | $req_{h,T}$ |
| un mes | | PROYECTO 1 | 1 | 0 | $req_{1,1}$ | $req_{1,2}$ | | $req_{1,t-1}$ | ... | $req_{1,T-1}$ |
| | | PROYECTO 2 | 1 | 0 | $req_{2,1}$ | $req_{2,2}$ | | $req_{2,t-1}$ | | $req_{2,T-1}$ |
| | | ... | ... | ... | ... | ... | | ... | | ... |
| | | PROYECTO 1_f | 1 | 0 | $req_{h,1}$ | $req_{h,2}$ | ... | $req_{h,t-1}$ | ... | $req_{h,T-1}$ |

Tabla 2d. Requerimientos de equipos de la clase 1

Con base en esta Tabla anterior, pueden plantearse las restricciones para el MODELO 2.

Esto se hará como se describió en la Tabla 2c, pero asociando a los nuevos coeficientes tecnológicos que aparecen en la Tabla 2d, variables de decisión de la forma $x_{1,2j}$. Sólo ha cambiado el subíndice referente al mes, para indicar el caso

en que el proyecto i debiera iniciarse en el mes 2. De esta manera, las restricciones tienen ahora la siguiente apariencia:

$$\begin{aligned}
 & req_{1,1} x_{1,1,1} + req_{2,1} x_{1,1,2} + \dots + req_{i,1} x_{1,1,i} && \leq DIS_1 && \text{mes 1} \\
 & req_{1,2} x_{1,1,1} + req_{2,2} x_{1,1,2} + \dots + req_{i,2} x_{1,1,i} \\
 & + req_{1,1} x_{1,2,1} + req_{2,1} x_{1,2,2} + \dots + req_{i,1} x_{1,2,i} && \leq DIS_1 && \text{mes 2} \\
 & \vdots && && \vdots \\
 & req_{1,T} x_{1,1,1} + req_{2,T} x_{1,1,2} + \dots + req_{i,T} x_{1,1,i} \\
 & + req_{1,T-1} x_{1,2,1} + req_{2,T-1} x_{1,2,2} + \dots + req_{i,T-1} x_{1,2,i} && && \text{mes T} \\
 & + \\
 & \vdots \\
 & + req_{1,1} x_{1,T,1} + req_{2,1} x_{1,T,2} + \dots + req_{i,1} x_{1,T,i} && \leq DIS_1
 \end{aligned}$$

Puede apreciarse, al observar las restricciones anteriores, que cada uno de los i proyectos que compiten por los equipos de la clase 1 está representado por dos variables. Una representa al proyecto cuando éste inicia en el mes 1, y la otra lo representa cuando lo hace en el mes 2.

Evidentemente, sólo puede ocurrir una de estas dos situaciones, lo cual se contempla en el modelo a través de restricciones adicionales, llamadas *restricciones de elección múltiple*. Este tipo de restricciones tienen la siguiente forma:

$$x_{1,1,i} + x_{1,2,i} \leq 1 \quad (i = 1, 2, \dots, I_1)$$

Como ambas variables son del tipo binario (1 - 0), cada una de las I_1 desigualdades (una por cada uno de los I_1 proyectos) se satisface cuando sólo una de las variables asume el valor de 1, o cuando ambas toman el valor de cero, lo que indicaría que el proyecto no puede/debe iniciar ni en el primero ni en el segundo mes.

Para incorporar al modelo el diferimiento de proyectos, no sólo hacia el mes 2, sino a cualquiera de los T meses considerados en el período de optimización, se procedería de manera similar, agregando tantos bloques de I_1 proyectos como meses de diferimiento se deseen considerar, para obtener los coeficientes tecnológicos para las restricciones. Al construir las restricciones, no debe olvidarse

utilizar en cada bloque una variable adecuada que refleje el diferimiento correspondiente.

Esquemáticamente, para los l_i proyectos que compiten por la clase de equipo 1, se tendría la situación que se muestra en la Tabla 2e.

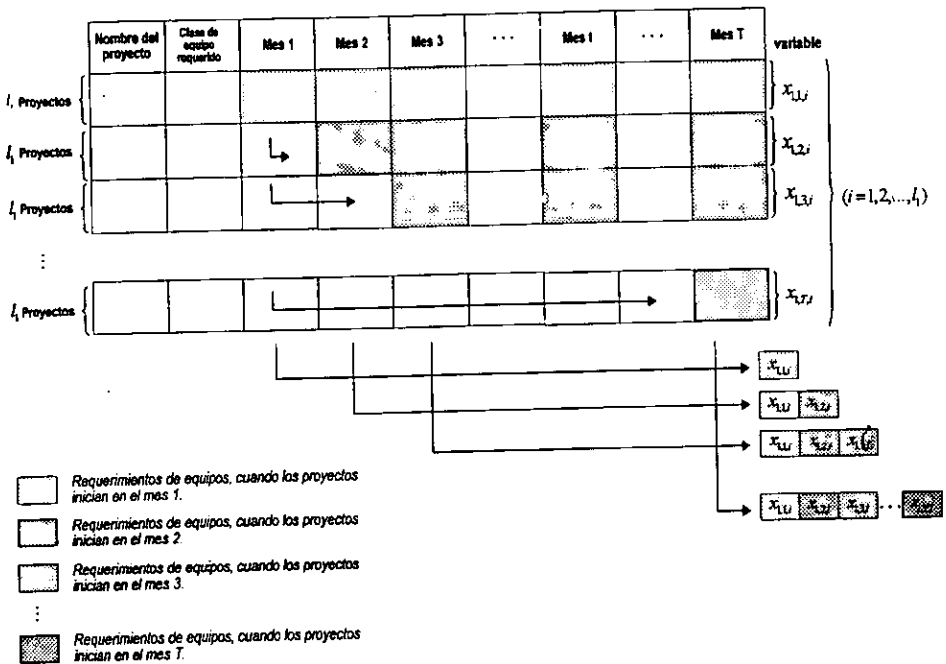


Tabla 2e. Diferimiento de proyectos que requieren la clase de equipo 1

En estas condiciones, las restricciones de elección múltiple tendrían la siguiente apariencia:

$$x_{1,1,i} + x_{1,2,i} + x_{1,3,i} + \dots + x_{1,i,i} + \dots + x_{1,T,i} \leq 1 \quad (i=1,2,\dots,l_1)$$

Ahora, como se contempla que el proyecto i puede iniciarse en cualquiera de los T meses considerados, se tiene que T variables de decisión representan a dicho proyecto. A lo más, una podrá tomar el valor de 1. Si ninguna de ellas asume ese

Para el proyecto i , que tiene un índice de utilidad igual a VPN_i (ver la Tabla 2b), el impacto sobre este valor al diferir el proyecto al mes j ($j = 1, 2, \dots, T$) se obtiene a través de la siguiente expresión:

$$VPN_{i,j} = \frac{vpn_i}{(1 + tasa)^{j-1}} \quad \forall j = 1, 2, \dots, T$$

$$i = 1, 2, \dots, L_k$$

donde:

$VPN_{i,j}$ es el VPN asociado al proyecto i cuando inicia en el mes j .

$tasa$ es una tasa de descuento mensual apropiada; $0 \leq tasa \leq 1$.

De esta forma, el nuevo planteamiento de la función de utilidad es el siguiente:

$$VPN = vpn_{1,1}x_{1,1,1} + \dots + vpn_{L_k,1}x_{1,1,L_k} + vpn_{L_k+1,1}x_{2,1,L_k+1} + \dots + vpn_{L_k+2,1}x_{2,1,L_k+2} + \dots + vpn_{L_k+1,1}x_{k,1,L_k+1} + vpn_{L_k,1}x_{k,1,L_k} \quad \text{mes 1}$$

$$vpn_{1,2}x_{1,2,1} + \dots + vpn_{L_k,2}x_{1,2,L_k} + vpn_{L_k+1,2}x_{2,2,L_k+1} + \dots + vpn_{L_k+2,2}x_{2,2,L_k+2} + \dots + vpn_{L_k+1,2}x_{k,2,L_k+1} + vpn_{L_k,2}x_{k,2,L_k} \quad \text{mes 2}$$

$$vpn_{1,3}x_{1,3,1} + \dots + vpn_{L_k,3}x_{1,3,L_k} + vpn_{L_k+1,3}x_{2,3,L_k+1} + \dots + vpn_{L_k+2,3}x_{2,3,L_k+2} + \dots + vpn_{L_k+1,3}x_{k,3,L_k+1} + vpn_{L_k,3}x_{k,3,L_k} \quad \text{mes 3}$$

$$\vdots$$

$$vpn_{1,T}x_{1,T,1} + \dots + vpn_{L_k,T}x_{1,T,L_k} + vpn_{L_k+1,T}x_{2,T,L_k+1} + \dots + vpn_{L_k+2,T}x_{2,T,L_k+2} + \dots + vpn_{L_k+1,T}x_{k,T,L_k+1} + vpn_{L_k,T}x_{k,T,L_k} \quad \text{mes T}$$

Reuniendo las restricciones sobre las disponibilidades limitadas de equipos de perforación de distintas capacidades, que contemplan el diferimiento de proyectos, y las restricciones de elección múltiple, con la nueva función de utilidades, se plantea el nuevo modelo de optimización, como se muestra en la Figura 2.10.

MODELO 2

$$Max VPN = \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J v_{i,j}^1 x_{1,ij} + \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J v_{i,j}^2 x_{2,ij} + \dots + \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J v_{i,j}^k x_{k,ij}$$

sujeto a

| | | | | |
|----------|---|--------------|---|--|
| mes 1 | $\sum_{i=1}^I req_{1,i} x_{1,i}$ | $\leq DIS_1$ | } | Restricciones mensuales sobre la clase de equipo 1 |
| mes 2 | $\sum_{i=1}^I req_{1,2} x_{1,2} + \sum_{i=1}^I req_{2,2} x_{2,2}$ | $\leq DIS_1$ | | |
| \vdots | \vdots | \vdots | | |
| mes T | $\sum_{i=1}^I req_{1,T} x_{1,T} + \sum_{i=1}^I req_{T-1,T} x_{T-1,T} + \sum_{i=1}^I req_{T-2,T} x_{T-2,T} + \dots + \sum_{i=1}^I req_{1,T} x_{T,T}$ | $\leq DIS_1$ | | |

| | | | | |
|----------|---|--------------|---|--|
| mes 1 | $\sum_{i=k+1}^I req_{1,i} x_{1,i}$ | $\leq DIS_2$ | } | Restricciones mensuales sobre la clase de equipo 2 |
| mes 2 | $\sum_{i=k+1}^I req_{1,2} x_{1,2} + \sum_{i=k+1}^I req_{2,2} x_{2,2}$ | $\leq DIS_2$ | | |
| \vdots | \vdots | \vdots | | |
| mes T | $\sum_{i=k+1}^I req_{1,T} x_{1,T} + \sum_{i=k+1}^I req_{T-1,T} x_{T-1,T} + \sum_{i=k+1}^I req_{T-2,T} x_{T-2,T} + \dots + \sum_{i=k+1}^I req_{1,T} x_{T,T}$ | $\leq DIS_2$ | | |

| | | | | |
|----------|---|--------------|---|--|
| mes 1 | $\sum_{i=k+1}^I req_{1,i} x_{k,i}$ | $\leq DIS_k$ | } | Restricciones mensuales sobre la clase de equipo k |
| mes 2 | $\sum_{i=k+1}^I req_{1,2} x_{k,2} + \sum_{i=k+1}^I req_{2,2} x_{k,2}$ | $\leq DIS_k$ | | |
| \vdots | \vdots | \vdots | | |
| mes T | $\sum_{i=k+1}^I req_{1,T} x_{k,T} + \sum_{i=k+1}^I req_{T-1,T} x_{k,T} + \sum_{i=k+1}^I req_{T-2,T} x_{k,T} + \dots + \sum_{i=k+1}^I req_{1,T} x_{k,T}$ | $\leq DIS_k$ | | |

Restricciones de elección múltiple...

$$\begin{array}{rcccccc}
 x_{1,1,1} & + & x_{1,2,1} & + & x_{1,3,1} & + \dots + x_{1,T,1} & \leq 1 \\
 x_{1,1,2} & + & x_{1,2,2} & + & x_{1,3,2} & + \dots + x_{1,T,2} & \leq 1 \\
 \vdots & & \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots \\
 x_{1,1,L_1} & + & x_{1,2,L_1} & + & x_{1,3,L_1} & + \dots + x_{1,T,L_1} & \leq 1
 \end{array}
 \left. \vphantom{\begin{array}{rcccccc}
 x_{1,1,1} \\
 x_{1,1,2} \\
 \vdots \\
 x_{1,1,L_1}
 \end{array}} \right\} \text{Proyectos de la clase 1}$$

$$\begin{array}{rcccccc}
 x_{2,1,L_1+1} & + & x_{2,2,L_1+1} & + & x_{2,3,L_1+1} & + \dots + x_{2,T,L_1+1} & \leq 1 \\
 x_{2,1,L_1+2} & + & x_{2,2,L_1+2} & + & x_{2,3,L_1+2} & + \dots + x_{2,T,L_1+2} & \leq 1 \\
 \vdots & & \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots \\
 x_{2,1,L_1+i_2} & + & x_{2,2,L_1+i_2} & + & x_{2,3,L_1+i_2} & + \dots + x_{2,T,L_1+i_2} & \leq 1
 \end{array}
 \left. \vphantom{\begin{array}{rcccccc}
 x_{2,1,L_1+1} \\
 x_{2,1,L_1+2} \\
 \vdots \\
 x_{2,1,L_1+i_2}
 \end{array}} \right\} \text{Proyectos de la clase 2}$$

$$\begin{array}{rcccccc}
 x_{k,1,L_{k-1}+1} & + & x_{k,2,L_{k-1}+1} & + & x_{k,3,L_{k-1}+1} & + \dots + x_{k,T,L_{k-1}+1} & \leq 1 \\
 x_{k,1,L_{k-1}+2} & + & x_{k,2,L_{k-1}+2} & + & x_{k,3,L_{k-1}+2} & + \dots + x_{k,T,L_{k-1}+2} & \leq 1 \\
 \vdots & & \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots \\
 x_{k,1,L_{k-1}+i_k} & + & x_{k,2,L_{k-1}+i_k} & + & x_{k,3,L_{k-1}+i_k} & + \dots + x_{k,T,L_{k-1}+i_k} & \leq 1
 \end{array}
 \left. \vphantom{\begin{array}{rcccccc}
 x_{k,1,L_{k-1}+1} \\
 x_{k,1,L_{k-1}+2} \\
 \vdots \\
 x_{k,1,L_{k-1}+i_k}
 \end{array}} \right\} \text{Proyectos de la clase k}$$

$$x_{k,j,i} = 1 \text{ ó } 0 \quad \forall (i=1,2,\dots,L_k; j=1,2,\dots,T; k=1,2,\dots,K)$$

Figura 2.10

La solución de este modelo permite conseguir un uso más eficiente de los equipos disponibles a lo largo del período de optimización, al ubicar el inicio de los proyectos, en meses en los que la disponibilidad de equipos es suficiente para cubrir su demanda. Este diferimiento tiene un costo, que es considerado en la función objetivo del problema planteado. La solución obtenida a partir de este modelo, determina los proyectos a los que han de ser asignados los equipos y la prioridad con que debe realizarse dicha asignación, para lograr el máximo valor económico de la cartera de proyectos obtenida. Ninguna otra alternativa ofrecerá un valor más atractivo, de acuerdo con lo contemplado en el modelo.

2.3.6 Modelo 3

Aunque el modelo anterior ofrece una respuesta bastante satisfactoria al problema del movimiento de equipos de perforación, es posible obtener un valor económico más atractivo, si se elimina una restricción presente de forma implícita en el problema planteado: la que determina que a cada proyecto deberán asignarse únicamente equipos de perforación que se ajusten exactamente a sus requerimientos (de acuerdo a lo que se señaló en su oportunidad, aquéllos que permitan perforar su pozo más profundo). Esta limitante puede ocasionar que, por ejemplo, un proyecto de la clase 1 con un mejor valor económico que otro de la clase 2, 3 ó k , deba quedar fuera de la cartera por la asignación realizada entre los proyectos de su categoría, lo cual afectaría negativamente al valor económico de la cartera de proyectos.

Esquemáticamente, la posibilidad de asignar a los proyectos equipos de una capacidad mayor a que ellos requieren, se presenta en la Figura 2.11.

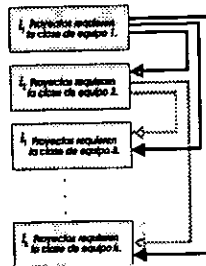


Figura 2.11

Las flechas señalan las posibilidades factibles que tiene cada subconjunto de proyectos, de competir por la asignación de otras clases de equipos.

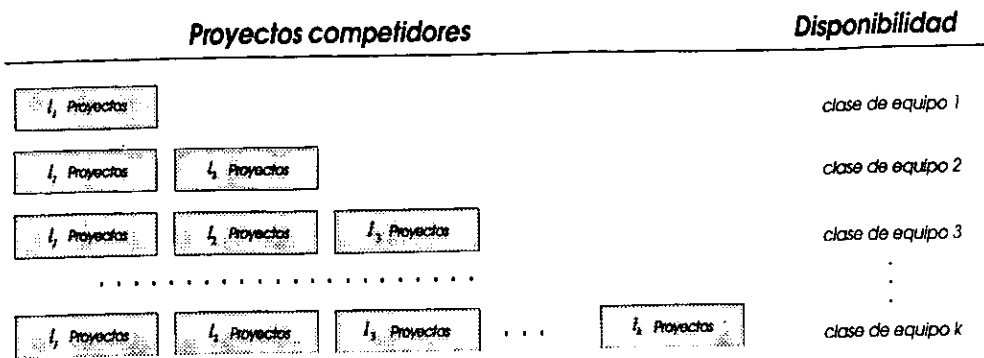


Figura 2.12

Se observa en la Figura 2.12 que ahora, I_1 proyectos compiten por la asignación de equipos de la clase 1, $I_1 + I_2$ compiten por la de la clase 2, $I_1 + I_2 + I_3$ compiten por la de la clase 3, y así sucesivamente. Se sabe que estrictamente hablando esto no ocurre así, debido a que, por ejemplo, los proyectos que compiten por los equipos de la clase 2 serán los I_2 proyectos que requieren esa clase de equipo, más los proyectos que requerían equipos de la clase 1, pero que no alcanzaron asignación. Sin embargo, al plantear el problema no se sabe cuáles son los proyectos que entrarán a competir por equipos de mayor capacidad, por lo que deben considerarse todas las posibilidades.

Es el subíndice k de la variable de decisión $x_{k,j,i}$, el que determinará con cuáles clases de equipos se realizarán los proyectos que resulten seleccionados; el subíndice j continuará indicando el mes en que éstos deben iniciar. Al igual que en el modelo 2, las restricciones de elección múltiple garantizarán que a lo más, sólo una de las variables que representan a cada proyecto asuma el valor 1. Si ninguna de ellas toma este valor, al solucionar el problema, entonces el proyecto en cuestión no entra en la cartera óptima de proyectos de inversión, ni difiriéndolo, ni asignándole equipos con capacidades mayores a las que requiere.

Para este nuevo modelo, las restricciones acerca de la disponibilidad limitada de equipos de la clase 1 que se plantearon en el modelo anterior, permanecen sin modificación alguna. Para el resto de las categorías, en cambio, las restricciones

sufrirán un incremento en el número de variables de decisión consideradas, al contemplar a los nuevos proyectos competidores.

Aprovechando nuevamente las ventajas de las representaciones esquemáticas, diseñemos una nueva que muestre la manera en que puede disponerse la información, para facilitar el planteamiento de las restricciones para nuestro modelo final, el modelo 3.

Estas restricciones pueden construirse como se ejemplifica en la Tabla 2f.

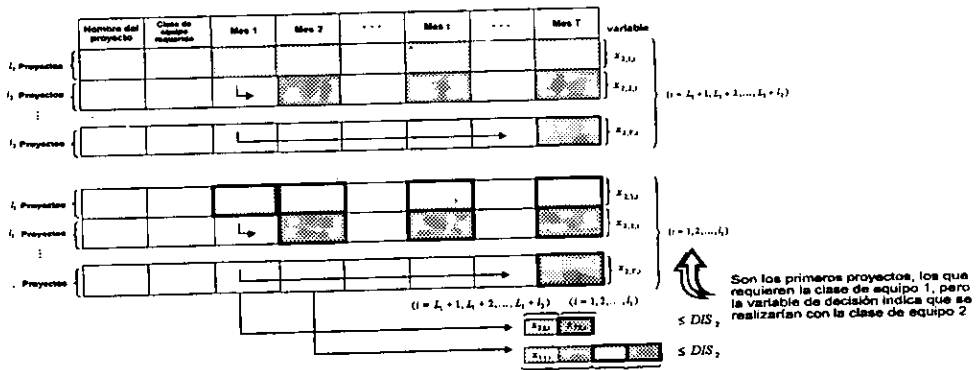


Tabla 2f. Proyectos de la clase 2, diferimiento y asignación de equipos de mayor capacidad a los proyectos de la clase 1.

Las restricciones para las otras clases de equipos se construirían de manera similar; por ejemplo, para la clase de equipo 3, los coeficientes para las restricciones mensuales sobre la disponibilidad de los equipos, se obtendrían al poner debajo del conjunto de proyectos que compiten por la clase de equipo 3, el conjunto de los que compiten por la clase de equipo 2, y finalmente, el de los que compiten por la clase de equipo 1. Todas las variables de decisión asociadas a estos coeficientes, tendrán ahora un valor para el subíndice k igual a 3. Este número corresponde a la clase de equipo por la que los $l_1 + l_2 + l_3$ proyectos estarían compitiendo. Los otros subíndices continúan variando en los rangos conocidos.

Se observa que ahora, por ejemplo, el proyecto 1 estará representado por TK variables de decisión, y se sabe que puede controlarse mediante restricciones de elección múltiple que a lo más, sólo una de ellas asuma el valor de 1. La variable que tome ese valor nos permitirá conocer la clase de equipo ($k = 1, 2, \dots, K$) con que se realizará el proyecto 1 y el mes ($j = 1, 2, \dots, T$) en que éste iniciará. Por otro lado, como los proyectos pertenecientes a la clase 2 no pueden competir por la asignación de equipos de la clase 1 (por ser de menor capacidad a la que ellos requieren), éstos estarán representados por $T(K-1)$ variables de decisión; y así sucesivamente hasta llegar al conjunto de proyectos que demandan la clase de equipo k , la de los equipos de mayor capacidad de perforación.

Estos proyectos como no pueden ser realizados más que con ese tipo de equipos, deberán ser representados en el modelo por T variables de decisión (las que consideran el diferimiento de proyectos). En la Figura 2.13 se muestran las variables que representan al proyecto 1:

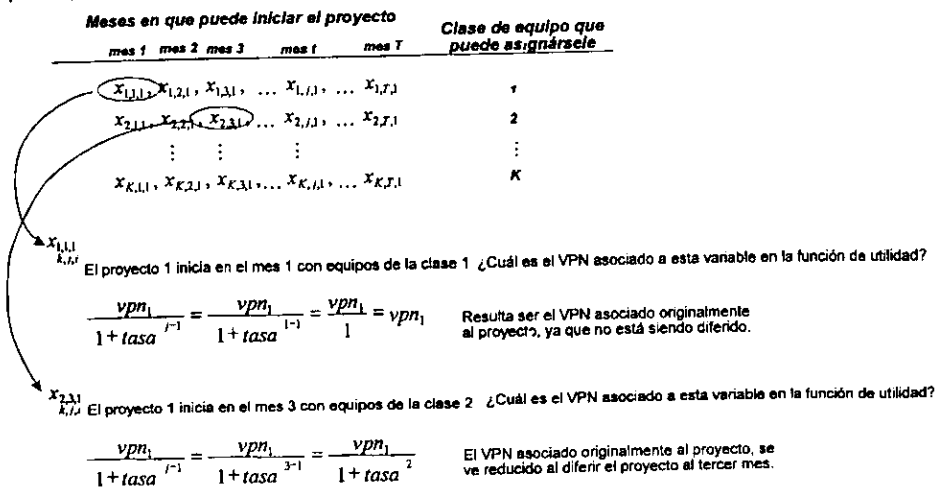


Figura 2.13

Nótese que el valor del VPN correspondiente al proyecto 1 en estos casos, sólo ha dependido del diferimiento (del valor de j). Se ha supuesto que la clase de equipo que le sea asignado no tendrá ningún efecto sobre ese valor. De hecho, si el

proyecto 1 se inicia en el mes 3, sin importar con cuál clase de equipo, la contribución de este proyecto al valor económico de la cartera de proyectos siempre será $\frac{vpn_1}{(1+tasa)^2}$.

En otras palabras, el coeficiente asociado a cada una de las variables $x_{1,3,1}, x_{2,3,1}, x_{3,3,1}, \dots, x_{k,3,1}$, será el VPN del proyecto 1 descontado dos periodos: $\frac{vpn_1}{(1+tasa)^2}$ (obsérvese que el número de proyecto y el mes en que inicia no se alteran, únicamente cambia la clase de equipo que podría asignársele).

De la misma manera, si el proyecto 1 iniciara en el mes T , los coeficientes asociados a las variables de decisión, para cualquier clase de equipo, serían:

$$\frac{vpn_1}{(1+tasa)^{T-1}} \begin{bmatrix} x_{1,T,1} \\ x_{2,T,1} \\ \vdots \\ x_{k,T,1} \end{bmatrix}$$

Generalizando, la función de utilidades para los proyectos de la clase 1 queda expresada de la siguiente manera:

$$vpn_{i_1} = \sum_{k=1}^K \sum_{j=1}^T \sum_{i=1}^{L_1} vpn_{i,j} x_{k,j,i} \quad \text{donde } vpn_{i,j} = \frac{vpn_1}{(1+tasa)^{j-1}}$$

A diferencia de la anterior, la función de utilidad para los proyectos de la clase 2 tendrá otra apariencia, ya que éstos no pueden realizarse con equipos de la clase 1 (por ser de capacidad menor a sus requerimientos). La función de utilidad para estos proyectos, es la siguiente:

$$vpn_{i_2} = \sum_{k=2}^K \sum_{j=1}^T \sum_{i=L_1+1}^{L_2} vpn_{i,j} x_{k,j,i} \quad \text{donde } vpn_{i,j} = \frac{vpn_1}{(1+tasa)^{j-1}}$$

Y así sucesivamente, hasta llegar a los proyectos que sólo pueden realizarse con equipos de la clase k :

$$vpn_{i_t} = \sum_{k=K}^K \sum_{j=1}^T \sum_{l=L_{k-1}+1}^{L_k} vpn_{i,j} x_{k,j,l} \quad \text{donde } vpn_{i,j} = \frac{vpn_i}{(1+tasa)^{j-1}}$$

Sin más preámbulos, presentemos en la Figura 2.14 el tercer modelo de optimización que busca maximizar el valor económico considerando tanto el diferimiento de proyectos como la posibilidad de asignación de equipos con capacidades mayores a las requeridas por los proyectos.

MODELO 3

$$\text{Max VP}N = \sum_{k=1}^K \sum_{j=1}^T \sum_{i=1}^{L_k} \text{vpn}_{i,j} x_{k,j,i} + \sum_{k=2}^K \sum_{j=1}^T \sum_{i=L_{k-1}+1}^{L_k} \text{vpn}_{i,j} x_{k,j,i} + \dots + \sum_{k=K}^K \sum_{j=1}^T \sum_{i=L_{k-1}+1}^{L_k} \text{vpn}_{i,j} x_{k,j,i}$$

sujeto a

| | | | | |
|-------|---|--------------|---|--|
| mes 1 | $\sum_{m=1}^{L_1} \text{req}_{m,1} x_{1,1,m}$ | $\leq DIS_1$ | } | Restricciones mensuales sobre la clase de equipo 1 |
| mes 2 | $\sum_{m=1}^{L_1} \text{req}_{m,2} x_{1,2,m} + \sum_{m=1}^{L_1} \text{req}_{m,2} x_{2,2,m}$ | $\leq DIS_1$ | | |
| ⋮ | ⋮ | ⋮ | | |
| mes T | $\sum_{m=1}^{L_1} \text{req}_{m,T} x_{1,T,m} + \sum_{m=1}^{L_1} \text{req}_{m,T-1} x_{1,T,m} + \sum_{m=1}^{L_1} \text{req}_{m,T-2} x_{1,T,m} + \dots + \sum_{m=1}^{L_1} \text{req}_{m,T} x_{T,T,m}$ | $\leq DIS_1$ | | |

| | | | | |
|-------|---|--------------|---|--|
| mes 1 | $\sum_{m=L_1+1}^{L_2} \text{req}_{m,1} x_{2,1,m} + \sum_{m=L_1+1}^{L_2} \text{req}_{m,1} x_{3,1,m}$ | $\leq DIS_2$ | } | Restricciones mensuales sobre la clase de equipo 2 |
| mes 2 | $\sum_{m=L_1+1}^{L_2} \text{req}_{m,2} x_{2,2,m} + \sum_{m=L_1+1}^{L_2} \text{req}_{m,2} x_{3,2,m} + \sum_{m=L_1+1}^{L_2} \text{req}_{m,2} x_{4,2,m} + \sum_{m=L_1+1}^{L_2} \text{req}_{m,2} x_{5,2,m}$ | $\leq DIS_2$ | | |
| ⋮ | ⋮ | ⋮ | | |
| mes T | $\sum_{m=L_1+1}^{L_2} \text{req}_{m,T} x_{2,T,m} + \sum_{m=L_1+1}^{L_2} \text{req}_{m,T-1} x_{2,T,m} + \dots + \sum_{m=L_1+1}^{L_2} \text{req}_{m,T} x_{T,T,m} + \sum_{m=L_1+1}^{L_2} \text{req}_{m,T} x_{3,T,m} + \sum_{m=L_1+1}^{L_2} \text{req}_{m,T-1} x_{3,T,m} + \dots + \sum_{m=L_1+1}^{L_2} \text{req}_{m,T} x_{T,T,m}$ | $\leq DIS_2$ | | |

| | | | | |
|-------|---|--------------|---|--|
| mes 1 | $\sum_{m=L_2+1}^{L_3} \text{req}_{m,1} x_{3,1,m} + \sum_{m=L_2+1}^{L_3} \text{req}_{m,2} x_{3,2,m} + \dots + \sum_{m=L_2+1}^{L_3} \text{req}_{m,1} x_{3,1,m}$ | $\leq DIS_K$ | } | Restricciones mensuales sobre la clase de equipo K |
| mes 2 | $\sum_{m=L_2+1}^{L_3} \text{req}_{m,2} x_{3,2,m} + \sum_{m=L_2+1}^{L_3} \text{req}_{m,3} x_{3,3,m} + \sum_{m=L_2+1}^{L_3} \text{req}_{m,2} x_{4,2,m} + \sum_{m=L_2+1}^{L_3} \text{req}_{m,2} x_{5,2,m} + \dots + \sum_{m=L_2+1}^{L_3} \text{req}_{m,2} x_{3,2,m} + \sum_{m=L_2+1}^{L_3} \text{req}_{m,2} x_{4,2,m}$ | $\leq DIS_K$ | | |
| ⋮ | ⋮ | ⋮ | | |
| mes T | $\sum_{m=L_2+1}^{L_3} \text{req}_{m,T} x_{3,T,m} + \sum_{m=L_2+1}^{L_3} \text{req}_{m,T-1} x_{3,T,m} + \dots + \sum_{m=L_2+1}^{L_3} \text{req}_{m,T} x_{T,T,m} + \sum_{m=L_2+1}^{L_3} \text{req}_{m,T} x_{4,T,m} + \sum_{m=L_2+1}^{L_3} \text{req}_{m,T-1} x_{4,T,m} + \dots + \sum_{m=L_2+1}^{L_3} \text{req}_{m,T} x_{T,T,m} + \dots + \sum_{m=L_2+1}^{L_3} \text{req}_{m,T} x_{3,T,m} + \sum_{m=L_2+1}^{L_3} \text{req}_{m,T-1} x_{3,T,m} + \dots + \sum_{m=L_2+1}^{L_3} \text{req}_{m,T} x_{T,T,m}$ | $\leq DIS_K$ | | |

Restricciones de elección múltiple...

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^K \sum_{j=1}^T \sum_{i=1}^{L_k} x_{k,j,i} &\leq 1 \\ \sum_{k=2}^K \sum_{j=1}^T \sum_{i=L_1+1}^{L_k} x_{k,j,i} &\leq 1 \\ \sum_{k=3}^K \sum_{j=1}^T \sum_{i=L_1+1}^{L_k} x_{k,j,i} &\leq 1 \\ &\vdots \\ \sum_{k=K}^K \sum_{j=1}^T \sum_{i=L_{k-1}+1}^{L_k} x_{k,j,i} &\leq 1 \end{aligned}$$

$$x_{k,j,i} = 1 \text{ ó } 0 \quad \forall \quad k = 1, 2, \dots, K; \quad j = 1, 2, \dots, T; \quad i = 1, 2, \dots, L_k$$

Figura 2.14

Se han planteado ya los 3 modelos matemáticos de optimización. Aunque el primero de ellos puede verse como un modelo sencillo de asignación en un sólo período, los otros dos pueden considerarse como un par de estupendos modelos para optimizar el movimiento de equipos de perforación, porque ofrecen un panorama sobre la línea del tiempo, de la manera en que los equipos de perforación disponibles deben pasar de un proyecto a otro, con el fin de conseguir el máximo valor económico; y por otros atributos, que iremos conociendo paulatinamente a medida que avancemos en la lectura.

El empleo de cualquiera de estos modelos permite diseñar, de manera muy fácil, distintos escenarios en los que puede encontrarse respuesta a inquietudes del tipo "¿qué pasaría si...?", frecuentemente presentes en cualquier proceso de toma de decisiones; de tal suerte que podría conocerse el efecto que tendría sobre las utilidades de la empresa, la contratación de un determinado número de equipos de perforación, por cierto período de tiempo, o bien, el que tendría una disminución sobre alguna disponibilidad de equipos previamente programada. Esta flexibilidad, aunada a los análisis de tipo económico que pueden realizarse una vez conocidos

los distintos escenarios, proveen a los decisores de una base sólida sobre la cual puede negociarse la contratación de equipos de perforación por largos períodos de tiempo, con la consecuente posibilidad de conseguir precios de renta especiales, y con la certeza de que dichos equipos, serían empleados eficientemente.

Como se comentó en su oportunidad, el uso de modelos matemáticos forma un puente hacia el empleo de técnicas matemáticas muy poderosas y de las computadoras. Esto es enormemente ventajoso, ya que mientras la revisión exhaustiva de todas las maneras factibles en que podría programarse el movimiento de equipos de perforación, en forma manual, sería un trabajo penoso que podría llegar a requerir semanas de trabajo, los algoritmos desarrollados en el campo de la *Investigación de Operaciones* reducen considerablemente ese tiempo al pasar rápidamente de una alternativa atractiva a otra mucho mejor, hasta llegar a la óptima. El uso de modelos matemáticos también reduce el esfuerzo, al facilitarnos el uso de paquetería de software especializada, que ejecuta los algoritmos de solución en tiempos y niveles de precisión imposibles de ser alcanzados por ningún ser humano.

Además de estas ventajas, pueden obtenerse muchas más a medida que los modelos se enriquecen, al contemplar en ellos situaciones que ocurren comúnmente en la realidad.

CAPÍTULO III

CPLEX

CPLEX Base System
CPLEX Optimization Inc.
Versión 4.0

3.1 ¿QUÉ ES CPLEX?

CPLEX es un paquete que sirve como herramienta para resolver problemas de optimización lineal mejor conocidos como problemas de programación lineal.

3.1.1 Algoritmos de CPLEX

Los algoritmos del sistema base (*Base System*) de CPLEX y el módulo llamado *Barrier Solver*, resuelven problemas con variables continuas (no se restringe a valores enteros), mientras que el módulo Mixto-Entero (*Mixed Integer Solver*) permite ambos tipos de variables, continuas y enteras. Las variables restringidas a valores enteros se clasifican en dos tipos: binarias (aquéllas cuyo valor puede ser 0 ó 1) y enteras en general para el resto. El módulo *Barrier Solver*, también soluciona problemas con términos cuadráticos en la función objetivo.

El sistema base consta de los algoritmos:

- *Primal simplex* (Método Simplex Primal)
- *Dual simplex* (Método Simplex Dual)
- *Network Optimizer* (Optimizador de redes)

3.1.2 Opciones

Un problema de programación lineal (PPL) puede ser resuelto utilizando diferentes programas: *Primal Simplex*, *Dual Simplex*, *Barrier Solver* y quizás también el *Network Optimizer* (si es que el problema contiene una estructura de red). Sin embargo, los tiempos que se llevan para resolver el problema no son los mismos, dependiendo de lo adecuado del modelo seleccionado.

3.2 SESIÓN CON CPLEX

Para iniciar la sesión se teclea el siguiente comando:

```
C>CPLEX ↵
```

y aparece un mensaje como el que se muestra a continuación:

```
Welcome to CPLEX Linear Optimizer 4.0
Copyright © CPLEX Optimization Inc., 1989-1995
CPLEX is a registered trademark of CPLEX Optimization, Inc.
Type 'help' for a list of available commands.
Type 'help' followed by a command name for more
information on commands.
```

El prompt cambia a:

```
CPLEX>
```

Este prompt indica que el programa está corriendo y está listo para aceptar uno de los comandos de CPLEX. Después de introducir el comando 'help', aparece la lista de comandos:

| | |
|----------|---|
| add | add a constraint to problem |
| change | change the problem |
| display | display problem or solution |
| enter | enter a new problem |
| help | provide information on CPLEX commands |
| netopt | solve the problem using network method |
| optimize | solve the problem |
| quit | leave CPLEX |
| read | read problem or basis information from file |
| set | set parameters |
| tranopt | solve the problem using the dual method |
| write | write problem or solution info. to a file |
| execute | execute a command from the operating system |

3.2.1 Entrada de Datos

CPLEX proporciona varias opciones para la introducción de los datos del problema. Cuando se utiliza el sistema base, es posible introducir el problema con los datos

utilizando archivos. CPLEX soporta el formato de archivos MPS (en forma de matrices) así como el formato CPLEX LP (en forma de ecuaciones) que consta de un formato en renglones que puede ser más natural para el usuario. La entrada de datos interactiva (utilizando el formato CPLEX LP) es otra posibilidad para el caso de problemas muy pequeños.

a) Forma Interactiva

Cuando se tiene un problema pequeño, por ejemplo:

$$\text{Maximizar } x_1 + 2x_2 + 3x_3$$

$$\text{Sujeto a } -x_1 + x_2 + x_3 \leq 20$$

$$x_1 - 3x_2 + x_3 \leq 30$$

donde las variables están limitadas por:

$$0 \leq x_1 \leq 40$$

$$0 \leq x_2 \leq +\infty$$

$$0 \leq x_3 \leq +\infty$$

la entrada de datos interactiva es la mejor opción, para ello se requiere el comando 'enter' que se introduce de la siguiente forma:

CPLEX>enter ↵

Aparece un mensaje en la pantalla, preguntando cuál será el nombre que llevará el problema. Este nombre debe ser cualquiera válido para el sistema operativo con el que se está trabajando.

Enter name for problem: *ejemplo* ↵

Enter new problem ['end' on a separate line terminates]:

El mensaje anterior, aparece y el cursor estará parpadeando sobre una línea en blanco. Introducir un nuevo problema es sencillo, como si se estuviera escribiendo sobre una página, aunque existen ciertas reglas que constituyen lo que se conoce como el formato CPLEX LP.

El problema debe ser introducido siguiendo el orden: función objetivo, restricciones y límites. Antes de introducir la función objetivo es necesario establecer si se trata de un problema de *maximización* o *minimización*.

```
maximize ↵
x1 + 2x2 + 3x3 ↵
```

Las variables pueden ser nombradas de acuerdo a las necesidades del usuario, con la única limitación de que deben seguir el formato LP: máximo 16 caracteres de longitud, utilizar sólo caracteres alfanuméricos válidos (a-z, A-Z, 0-9), no comenzar con un número o punto, además de que existe una combinación de caracteres que no puede utilizarse i que consiste de la letra 'e' o 'E' sola o seguida de un número u otra letra 'e', ya que esta notación está reservada para la exponenciación.

Después de teclear la función objetivo, se teclan las restricciones. Para indicar lo anterior, se escribe en una línea el texto 'sujeto a' como a continuación se ejemplifica:

```
subject to ↵
-x1 + x2 + x3 <= 20 ↵
x1 - 3x2 + x3 <= 30 ↵
```

En este ejemplo, es sencillo reconocer las restricciones ya que sólo son dos; pero dado que muchos problemas contienen una gran cantidad de restricciones, éstas pueden nombrarse o numerarse para su identificación. El nombre de la restricción se antepone a la misma, seguida de dos puntos. Si no se asignan nombres a las restricciones, CPLEX les asignará los nombres c_1, c_2, \dots, c_n . Ejemplo:

```
subject to ↵
tiempo: -x1 + x2 + x3 <= 20 ↵
labor:  x1 - 3x2 + x3 <= 30 ↵
```

Los nombres de las restricciones siguen las mismas reglas utilizadas en el nombre de las variables.

Finalmente se introducen las cotas inferior y superior para las variables. Automáticamente CPLEX establece como cota inferior 0 y como superior $+\infty$ siempre y cuando no se especifique otra cosa. Si en el ejemplo, x_1 se encuentra limitada a 0 como cota inferior y a 40 como cota superior, entonces, se teclea la siguiente línea:

```
bounds ↓  
x1 <= 40 ↓
```

Para finalizar la introducción del problema, se teclea:

```
end ↓  
CPLEX>
```

El prompt de CPLEX regresa indicando que cualquier comando puede ser introducido ahora.

b) Lectura de un Problema en Archivo

Los problemas pueden ser introducidos en archivos en vez de a través del teclado. El comando necesario es 'read'. Cuando CPLEX ha leído el archivo, aparece un mensaje que indica el tiempo que tomó leer el problema. Ya que el problema está en la memoria, puede ser manipulado con los comandos de CPLEX.

```
CPLEX>read ↓  
Name of file to read: ejemplo ↓  
File type: lp ↓  
o  
CPLEX>read nombre_archivo.tipo_formato ↓
```

3.2.2 Solución al Problema

El comando 'optimize' indica a CPLEX que resuelva el problema de Programación Lineal (PL) utilizando el algoritmo Primal Simplex, se teclea:

```
CPLEX>optimize ↵
```

CPLEX reporta el progreso que se tiene al resolver el problema. El proceso de solución involucra dos etapas: durante la Fase I, CPLEX busca una solución factible. En la Fase II busca la solución factible óptima. El registro de las iteraciones despliega periódicamente el número de la iteración actual, la escala de infactibilidad actual en la Fase I o el valor de la función objetivo durante la Fase II. Esta información puede ser útil para observar el progreso de la solución.

Primeramente, CPLEX trata de simplificar o reducir el problema utilizando los programas *Presolve & Aggregator* de CPLEX. En caso de que se haya efectuado una reducción, aparece un mensaje. Una vez que la solución óptima es encontrada, se despliega el valor de la función objetivo, el tiempo de solución (medido en segundos) y el contador de las iteraciones efectuadas.

El programa *Presolve* de CPLEX trabaja para reducir el número de columnas y renglones en el problema, es decir, simplifica, reduce y elimina redundancias. Por otro lado, el programa *Aggregator* busca la oportunidad de eliminar variables y renglones realizando sustituciones. Con sólo algunas sustituciones, el problema será menos denso.

Posteriormente, debe resolverse de nuevo el problema utilizando el comando 'optimize' con el cual se reinicia el proceso de solución partiendo de la base óptima previa, esto requerirá cero iteraciones.

3.2.3 Interrupción a la Optimización

Los problemas grandes, especialmente los problemas mixtos y enteros, consumen mucho tiempo en su solución. A veces es necesario interrumpir el proceso de optimización, esto se logra presionando la combinación de teclas Control-C. CPLEX indicará en un mensaje, que la optimización ha sido interrumpida además de incluir información referente al progreso de la misma.

3.2.4 Salida de los Resultados

Una vez que se ha encontrado la solución óptima, CPLEX proporciona diferentes maneras para visualizar y analizar los resultados. Esta información puede accesorarse con el comando 'display' o el comando 'write'.

a) Salida en Pantalla

Cuando se requiere desplegar información en pantalla, se usa el comando 'display':
CPLEX>display ↵

Ya introducida la línea anterior, aparece una lista que contiene todas las cosas que CPLEX puede desplegar. Algunas de estas opciones despliegan partes del problema, mientras que otras parte de la solución. El segundo grupo de opciones (solución) no se encuentran disponibles hasta que el problema sea resuelto. La lista es la siguiente:

Display Options:

| | |
|-------------|--|
| Basi | display a range of basic constraint or variables |
| bounds | display a set of bounds |
| constraints | display a set of constraints or the objective function |
| dual | display a set of solution dual values |
| histogram | display a histogram of row or column counts |
| iis | display infeasibility diagnostics (IIS constraints) |
| kappa | display the condition number of the basis matrix |

| | |
|-----------|--|
| names | display names of variables, constraints, or rim vectors |
| objective | display a set of solution objective sensitivity ranges |
| problem | display entire problem |
| quality | display quality of solution |
| reduced | display a set of solution reduced costs |
| rhs | display a set of solution right-hand side sensitivity ranges |
| slacks | display a set of solution slack values |
| solution | display a set of solution variable values |
| stats | display problem statistics |
| value | display solution objective value |
| variable | display a column of the constraint matrix |

La información que presenta la solución consta de: el valor de la función objetivo, valores de solución, valores de las variables de holgura, costos reducidos y valores duales (precios sombra). De hecho, puede efectuarse un análisis de sensibilidad en la función objetivo y en los valores del lado derecho de las restricciones. Finalmente, los renglones y columnas básicos se despliegan.

b) Salida en un archivo

El problema en sí o la solución a éste puede ser almacenado en un archivo, haciendo uso del comando 'write'. CPLEX preguntará por el tipo de formato de archivo deseado, las alternativas son las siguientes:

File Type Options:

| | |
|-----|--|
| lp | LP format problem file |
| mps | MPS format problem file |
| bas | INSERT format basis file |
| sav | Binary matrix and basis file |
| bin | Binary solution file |
| txt | Text solution file |
| rex | MPS format problem with generic names |
| dua | MPS format of explicit dual of problem |
| emb | MPS format of embedded network |
| pre | Binary format for presolved problem |
| iis | Irreducibly Inconsistent Set (LP format) |
| ppe | Binary format for primal perturbed problem |
| dpe | Binary format for dual perturbed problem |

El uso del comando se muestra abajo:

CPLEX>write ↵

Name of file to write: *ejemplo* ↵

File type: *lp* ↵

De hecho, para evitar las preguntas sobre el nombre del archivo y el formato, se puede especificar todo ello en una sola línea:

CPLEX>write *ejemplo.lp* ↵

El formato que utiliza CPLEX para los archivos solución de tipo texto (ASCII) contiene tres secciones: encabezado, renglones y columnas.

- Sección encabezado (*Heading Section*). Contiene los datos siguientes:
 - ✓ Nombre del problema (generalmente el nombre de archivo)
 - ✓ Nombre de los datos (si es que se incluyó)
 - ✓ Valor de la función objetivo
 - ✓ Estado del problema (óptimo, no óptimo o infactible)
 - ✓ Número de iteraciones requeridas para su solución
 - ✓ Nombre de la función objetivo y sentido (maximizar o minimizar)
 - ✓ Nombre del lado derecho
 - ✓ Nombre de la sección rango
 - ✓ Nombre de la sección límites
- Secciones: Renglones y Columnas. Ambas secciones se presentan en el mismo formato tabular. Para cada renglón o columna, la información desplegada consiste en:

| | |
|-----------------|--|
| 1. NUMBER | Un número interno asignado por CPLEX. |
| 2. ROW o COLUMN | El nombre asignado a cada renglón o columna. |
| 3. AT | El estado del renglón o columna; existen cinco diferentes estados: |
| ** | Infactible |
| BS | Básico y factible |
| EQ | No básico, artificial o fijado |

- UL No básico, actividad en el límite superior
- LL No básico, actividad en el límite inferior
4. ACTIVITY El valor del renglón o columna en la solución. Para las columnas, éste es el valor de la variable, mientras que en los renglones es la suma de los productos de las variables por su coeficiente.
5. SLACK ACTIVITY Para cada renglón, representa la diferencia entre el valor del lado derecho de la restricción y la actividad de dicho renglón. Cuando se trata de columnas, se denomina *input cost* y corresponde al coeficiente en la función objetivo de la variable que se trate.
6. LOWER LIMIT El valor más pequeño de la actividad del renglón o columna en la cual la solución aún es factible.
7. UPPER LIMIT El valor más grande para la actividad del renglón o columna considerado, que aún muestra una solución factible.
8. DUAL ACTIVITY Actividad dual para una restricción, llamada también precio sombra. Se denomina *reduced cost* cuando se trata de la sección columnas.
9. 'A' Si aparece una letra 'A' antes de cualquier renglón o columna, significa que existe un óptimo alternativo.

3.2.5 Análisis de Sensibilidad

La información que proporciona el rango de sensibilidad sobre la función objetivo y el lado derecho puede ser valiosa para el tomador de decisiones. CPLEX despliega para cada variable su costo reducido y el rango sobre el cual el valor de la función objetivo puede variar sin forzar a un cambio en la base óptima. El valor actual de cada coeficiente de la función objetivo es también mostrado como referencia. Lo mismo se aplica para el lado derecho de las restricciones, donde se muestra cada restricción, su precio dual y el rango en el que puede moverse. El análisis de sensibilidad en el lado derecho es importante porque determina qué tan sensible es

la solución óptima y los valores de los recursos con respecto a la disponibilidad de dichos recursos.

3.2.6 Salir de CPLEX

Para salir de CPLEX se utiliza:

```
CPLEX>quit ↵
```

3.2.7 Programa "Infeasibility Finder"

En caso de que CPLEX reporte que existe infactibilidad en el problema, se puede hacer uso del programa *Infeasibility Finder*, que es una herramienta de diagnóstico que ayuda en el proceso de solución del modelo. El algoritmo utilizado para determinar un conjunto inconsistente e irreducible fue desarrollado por John Chinneck en la Universidad de Carleton¹. Esta herramienta toma un problema de programación lineal infactible y su correspondiente base de entrada, y produce un conjunto inconsistente e irreducible de restricciones (IIS). Un IIS es un conjunto de restricciones y límites de columna, el cual es infactible pero se convierte en factible si cualesquier miembro del conjunto es descartado, es decir, cualquier variable o restricción. Una vez que se produce el conjunto inconsistente e irreducible, se examina para determinar la causa de la infactibilidad. Reducir el problema a un subconjunto más pequeño de restricciones y límites, significa que es más fácil de localizar exactamente el problema.

Un problema infactible puede tener muchos IIS independientes. El programa *Infeasibility Finder* encuentra sólo uno. Después de corregir la infactibilidad causada por un solo IIS, el problema puede permanecer aún infactible, es entonces necesario correr el *Infeasibility Finder* más de una vez para detectar las múltiples causas de la infactibilidad.

¹ "Locating Minimal Infeasible Constraint Sets in Linear Programs", J. Chinneck y E. Dravnieks en el ORSA Journal on Computing, Volumen 3, Número 2, verano de 1991.

3.3 PROBLEMAS DE PROGRAMACIÓN ENTERA-MIXTA(PPEM)

Los PPEM se introducen de igual manera que los problemas de programación lineal, pero se añade la declaración de las variables enteras, al final del problema pero antes de la línea 'end' y se utiliza el comando 'integer' en una línea separada, seguido de los nombres de las variables que son enteras (éstas se separan con un espacio). Al igual que en los problemas de PL, la entrada de datos puede ser interactiva o por medio de un archivo. Si se tiene una variable entera general, debe especificarse el rango que limita a dicha variable. Si no se establecen tales límites, CPLEX asume que la variable es entera binaria.

Existen dos comandos 'change' disponibles en los problemas de PEM. El comando 'change problem' sirve para cambiar el problema mixto-entero actual a su correspondiente relajación o a un problema continuo que proporcione una solución entera para las variables que son fijadas. Por otro lado, el comando 'change type' se aplica al añadir o eliminar una restricción de integralidad.

Los tipos de variables que puede manejar CPLEX son: continua, binaria y entera general.

3.3.1 Solución al Problema de Programación Entera Mixta (PPEM)

Se utiliza el comando 'optimize' para resolver el problema actual. El método Simplex se aplica cuando se trata de un PPL (sin variables enteras) y el método de Bifurcación y Acotación cuando el problema contiene variables enteras.

3.3.2 Pre-Procesador para PPEM

Inmediatamente después de utilizar el comando 'optimize', CPLEX intenta aplicar los programas *Presolve* y *Aggregator* para reducir el problema. Tres parámetros controlan al pre-procesador para PPEM, éstos son los programas *Presolve*, *Aggregate* y *Coeffreduce*. Estos programas son activados cuando se quiere reducir el tamaño del programa entero con el fin de obtener un problema de programación lineal relajado y

así disminuir el tamaño del PPEM. La reducción de coeficientes ayuda a reforzar la relajación inicial del programa lineal así como reducir el número de nodos en el árbol de ramificación y acotamiento, pero puede incrementar la cantidad de tiempo necesario para resolver los programas lineales en cada nodo.

3.3.3 Cortes

Los cortes son desigualdades que se añaden al problema para restringir o cortar soluciones no enteras. Esto logra reducir el número de ramificaciones necesarias para resolver un PPEM. CPLEX genera dos clases de cortes, derivados de *maximal cliques* (máxima restricción) y *minimal covers* (coberturas mínimas). Ambos tipos de cortes se suman al subproblema para así acercarse más a una solución entera. Los cortes se generan de tal forma que sean válidos para todos los subproblemas.

Las desigualdades *cliques* son creadas antes de que la optimización comience, buscando las relaciones existentes entre las variables binarias. Dichas relaciones se dan en todas las desigualdades binarias del problema original. Se construye una gráfica que represente las relaciones y así se localizan los cortes máxima restricción (*maximal cliques*). A lo más, una variable de cada grupo exclusivo (*clique*) puede ser positiva para una solución factible. Las desigualdades que describen estas restricciones son creadas como la suma de variables menores o iguales a 1. Si la solución del subproblema viola alguna de estas desigualdades, tal desigualdad se añade al problema.

Por otro lado, las desigualdades de cobertura (*cover*), surgen al buscar en cada desigualdad binaria alguna cuyo coeficiente no sea unitario. Una cobertura mínima (*minimal cover*) es un subconjunto de las variables en la desigualdad tal que, si todas las variables fueran fijadas en 1, la desigualdad no se cumpliría, pero si cualquier variable fuese excluida, la desigualdad se satisface.

3.3.4 Información del Progreso de la Optimización

- * Un asterisco a la izquierda de la columna indica que se trata de una solución factible entera.
- Node Número de nodo.
- Nodes Left Número de nodos explorados en el árbol de ramificación y acotamiento.
- Objective Valor de la función objetivo del subproblema de PL en el nodo analizado siempre que la solución sea factible y mejor que el valor preestablecido. Si el valor de la función objetivo es peor, la línea contendrá el mensaje 'cutoff' y si es infactible 'infeasible'.
- Inf Número de variables y conjuntos enteros no factibles (Integer-Infeasible).
- Best Integer Valor de la función objetivo de todos los nodos no explorados en el árbol de ramificación y acotamiento. Cuando aparecen los mensajes '*cliques*' o '*covers*', significa que ese es el número de desigualdades que fueron aplicadas para restringir a las soluciones no enteras.
- ItCnt Contador de iteraciones.

3.3.5 Uso de los Archivos "TREESAVE"

Cuando la optimización de un PPEM es interrumpida antes de concluir, la información significativa acerca del árbol de ramificación y acotamiento actual existe y puede ser almacenada en un archivo de extensión TRE. Al leer el archivo TRE y reiniciar la optimización, el proceso continúa donde se quedó. Los archivos TRE son salvados en un formato binario y tienen el inconveniente de ocupar mucho espacio en disco.

3.3.6 Análisis de Sensibilidad en los PPEM

La información que se presenta después de la optimización no tiene la misma interpretación en el caso de PPEM que en los PPL, esto debido a la naturaleza de las variables enteras. Los costos reducidos, los valores duales, y los rangos de sensibilidad tanto de la función objetivo como del lado derecho de las restricciones

proporcionan información sobre el efecto que tendría realizar pequeños cambios en los datos del problema, siempre y cuando se mantenga la factibilidad de la solución. En el caso de las variables enteras, éstas perderían su factibilidad si se les aplicaran pequeños cambios. Por lo tanto, esta información no puede ser utilizada para evaluar cambios en los datos.

3.4 ESTABLECER LA DIRECCIÓN PARA LA RAMIFICACIÓN

Una forma de mejorar y hacer más rápida la ejecución de CPLEX consiste en especificar la dirección que seguirá la ramificación. Normalmente CPLEX utiliza la magnitud de las variables enteras no factibles para decidir si el proceso se ramifica hacia arriba o hacia abajo. Pero se puede forzar a CPLEX a ramificar hacia arriba o hacia abajo utilizando el comando 'branch'.

```
CPLEX>set mip strategy branch +1 ↵
```

o

```
CPLEX>set mip strategy branch -1 ↵
```

Generalmente al establecer el parámetro hacia arriba (1) o hacia abajo (-1), se logra examinar y descartar las ramas más "pobres" en lo alto del árbol. Esta reducción en el tamaño del árbol lleva a una convergencia rápida hacia la solución entera óptima.

CAPÍTULO IV

APLICACIÓN DEL MODELO

Existe un proceso iterativo entre obtener los datos y conceptualizar el modelo, ya que éstos pueden tener influencia en el tipo de modelo que va a plantearse. Por otro lado, no puede determinarse el tipo y cantidad de datos necesarios, si no se tiene un modelo preliminar. De manera que estas actividades deberán ser complementarias.

Es conveniente recordar que la recolección de datos puede requerir del esfuerzo de muchas personas, generalmente en equipos de tipo interdisciplinario. Esto significa que el analista deberá hacer uso de su capacidad para relacionarse y de su diplomacia, tanto como de sus habilidades técnicas.

4.1 OBTENCIÓN Y PROCESAMIENTO DE DATOS

La información que requieren los modelos anteriores, y las áreas que la generan, se resume en la tabla 4a que se muestra:

| CATEGORIA | INSUMOS | FUENTE |
|-----------|---|---|
| □ 1. | □ ◆ Evaluación Técnico-económica de proyectos de inversión. ◆ Número de pozos a perforar por proyecto. ◆ Tirante de agua y profundidad a perforar por pozo. | Gerencia Regional de Exploración y/o Producción. |
| □ 2 | □ ◆ Número de equipos de perforación disponibles, terrestres y marinos, propios y rentados. ◆ Capacidades de perforación de los diferentes equipos de perforación disponibles. ◆ Costos y tiempos de perforación y terminación de pozos. ◆ Costos y tiempos de movilización de equipos (pozo a pozo, campo a campo, y a su origen). | Gerencia Regional de Perforación y Servicio a Pozos. |
| □ 3. | □ ◆ Restricciones técnicas. ◆ Proyectos comprometidos. ◆ Proyectos dependientes. ◆ Proyectos mutuamente excluyentes ◆ Proyectos diferidos | Gerencia Regional de Exploración y Producción Subdirección de Planificación, Exploración y Producción. |

Tabla 4a. Fuentes de la información

En la categoría 1 se considera toda la información referente a los proyectos de inversión: sus índices económicos, su demanda de equipos, el número y profundidad de sus pozos, etc.

Es conveniente que haya un grupo de analistas encargados de verificar que la información sea consistente y comparable, es decir que la información de todos los proyectos sea presentada en las mismas unidades y tratada de la misma forma. Podría darse el caso de que mientras las utilidades asociadas a los proyectos de la Región Norte son medidas en pesos, las de los proyectos de la región Sur son consideradas en miles de pesos. Además se requiere que se satisfagan los supuestos mencionados en la parte de formulación del problema, como aquel que indica que los VPN's de los proyectos deben calcularse en el primer mes del período de optimización. Errores cometidos al momento de capturar la información en archivos, también deberán ser detectados, y hacer las modificaciones pertinentes hasta asegurar una base de datos altamente confiable. No debe olvidarse que ningún modelo, por bueno que éste sea, puede compensar deficiencias fuertes en la base de datos.

La información perteneciente a la segunda categoría, la referente a los equipos de perforación, debe también someterse a las revisiones necesarias para garantizar su veracidad. El número de equipos de perforación disponible y sus capacidades de perforación, es información que se utiliza en los modelos de optimización, mientras que aquella acerca de los distintos costos asociados a esos equipos, resulta útil en los análisis económicos que puedan realizarse una vez obtenidos los resultados provenientes de los modelos que se hayan planteado.

En cuanto a la tercera categoría, ésta permite plantear restricciones como las descritas al final de la sección anterior.

Una vez que se ha conseguido y estudiado cuidadosamente toda la información requerida, ésta puede disponerse de forma bastante apropiada en una hoja de

cálculo electrónica, como Excel de Microsoft. Este paquete provee la flexibilidad necesaria para manipular fácilmente los datos, al permitir la generación de tablas y gráficos de gran calidad, la automatización de procesos de uso frecuente, y todas las ventajas ofrecidas por una hoja de cálculo electrónica.

En la Tabla 4b se presenta, a manera de ejemplo, la información de 20 proyectos. Está arreglada sobre una hoja de cálculo de Excel. También se incluye, en la misma hoja, una pequeña tabla que resume la información referente a los equipos de perforación.

| REQUERIMIENTOS DE EQUIPOS DE PERFORACIÓN | | | | | | | | | | | | | | | |
|--|-------------|---------------|-------------------------|--------------------|---------------------|------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| Núm. | Proyecto | VPN (MM\$) | Profundidad (metros) | Clase de Equipo | Equipo Requerido | 1999 | | | | | | | | | |
| | | | | | | Ene | Feb | Mar | Abr | May | Jun | Jul | Ago | Sep | Oct |
| 1 | Proyecto 4 | 1400.00 | 1200 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 2 | Proyecto 7 | 1700.00 | 1200 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 3 | Proyecto 8 | 1800.00 | 1500 | 1 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| 4 | Proyecto 9 | 1900.00 | 1200 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 5 | Proyecto 1 | 1100.00 | 2000 | 2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 6 | Proyecto 2 | 1200.00 | 1750 | 2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 7 | Proyecto 10 | 2000.00 | 1550 | 2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 8 | Proyecto 12 | 2200.00 | 2000 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| 9 | Proyecto 14 | 2400.00 | 1750 | 2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 10 | Proyecto 5 | 1500.00 | 2200 | 3 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| 11 | Proyecto 11 | 2100.00 | 2750 | 3 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| 12 | Proyecto 13 | 2300.00 | 2750 | 3 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 13 | Proyecto 16 | 2600.00 | 2800 | 3 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 14 | Proyecto 18 | 2800.00 | 3000 | 3 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| 15 | Proyecto 3 | 1300.00 | 3250 | 4 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 16 | Proyecto 17 | 2700.00 | 3500 | 4 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 17 | Proyecto 6 | 1600.00 | 4500 | 5 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 18 | Proyecto 15 | 2500.00 | 4500 | 5 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 19 | Proyecto 19 | 2300.00 | 5000 | 5 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 20 | Proyecto 20 | 3000.00 | 5000 | 5 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 |

Tabla 4b

En este ejemplo se maneja un período de optimización de un año. Los proyectos considerados tienen la opción de ser diferidos hasta 12 meses, si es necesario.

Los primeros 4 proyectos están compitiendo por la clase de equipo 1 (la clase con equipos de menor capacidad de perforación), mientras que los últimos 4 compiten por la clase de equipo 5 (la de los de mayor capacidad). Se puede observar que cada proyecto cuenta con su VPN asociado y que éste ha sido calculado al traer a valor presente -enero de 1999- los flujos de efectivo a una tasa de descuento adecuada.

Prácticamente, con esta información es posible plantear cualquiera de los 3 modelos de optimización descritos. Dependiendo del modelo que se desee, la información contenida en la hoja de cálculo precisará, de algún modo, ser arreglada con el fin de conseguir los coeficientes que se necesiten tanto para la función objetivo como para las restricciones.

La siguiente sección trata de la manera en que pueden combinarse las herramientas computacionales disponibles a fin de facilitar el planteamiento de modelos como los descritos aquí, y la búsqueda de soluciones.

4.2 IMPLEMENTACIÓN DEL MODELO

Si el modelo requiere de un programa de cómputo, es en este paso donde debe implementarse. De acuerdo con las características y necesidades, debe elegirse un lenguaje de programación, se hace un diseño del programa, se escribe el programa, se corre, se revisa y se detectan errores hasta depurarlo totalmente.

El uso de las herramientas computacionales constituye un apoyo invaluable casi a lo largo de todo el proceso, debido a que es necesario realizar distintas tareas en las que fácilmente pueden cometerse errores de ser éstas realizadas manualmente. Ellas van desde el planteamiento del problema con los datos que se hayan recopilado y las variables que se hayan definido, hasta la búsqueda de la solución óptima al problema planteado. Como se vio en la sección dedicada a la conceptualización del modelo, en la que se propusieron 3 modelos de optimización diferentes, el modelo que se plantee puede contener un número tan grande de

variables de decisión y de restricciones, que no resultaría difícil que se produjeran errores al "armar" el modelo. Basta con observar la forma en que se obtienen las restricciones de un modelo como el 3, para percatarnos de que esto es factible. Por otra parte, puede decirse que la búsqueda de soluciones para problemas de esta naturaleza sería prácticamente imposible de realizarse sin el apoyo de una computadora.

El diseño de programas de cómputo que ejecuten las tareas anteriores, con el consecuente ahorro de tiempo y esfuerzo, y el incremento en la confianza sobre los resultados obtenidos, es realmente una opción atractiva. Sin embargo, existe otra alternativa. Desde hace tiempo han venido saliendo al mercado paquetes de computadora enfocados a problemas propios del campo de la Investigación de Operaciones. Algunos de ellos, como el *MPL (Mathematical Programming Language)*, son paquetes que permiten plantear modelos complicados, considerando cientos de restricciones, en una forma clara, concisa y eficiente. Otros, como *Lindo, XA, Turbo Simplex*, etc., son paquetes que, basados en algoritmos como *simplex* y el de *bifurcación y acotamiento*, permiten encontrar la solución óptima de los problemas planteados.

Aunque el *MPL* es una herramienta muy flexible, no resulta muy adecuada al tratar de plantear modelos con características tan particulares como las de los tres modelos propuestos con anterioridad. Sin embargo, este paquete puede servir como modelo para la creación de un programa que genere los planteamientos de esos modelos. Es decir, un programa hecho a la medida que, al igual que el *MPL*, genere un archivo de entrada que sea reconocido por alguno de los paquetes de solución antes mencionados.

La manera en que se logra plantear un modelo con ayuda del *MPL* es muy sencilla, ya que su diseño ha sido pensado de tal manera que el planteamiento de un modelo matemático de optimización se escribe como se haría sobre papel. La diferencia consiste en que, en vez de que el usuario escriba cada restricción, el

paquete lee, de archivos previamente preparados, los coeficientes tecnológicos y de utilidades, y los asocia a las variables de decisión correspondientes, escribiendo en un archivo la función objetivo y las restricciones según lo haya definido el usuario.

Llamaremos *príncipe* a un programa que leerá de un archivo, los coeficientes para las variables que aparezcan en las ecuaciones, y arrojará como resultado otro archivo con el planteamiento del modelo, listo para ser reconocido por el paquete CPLEX. CPLEX encuentra solución a modelos de programación Entera-Binaria, con base en el algoritmo de bifurcación y acotamiento.

En la Figura 4 se presenta un diagrama de bloques que muestra el proceso a seguir para obtener los resultados deseados.

Después se realiza una descripción más detallada, que incluye una explicación de la forma en que se ejecutan dichos programas y paquetes.

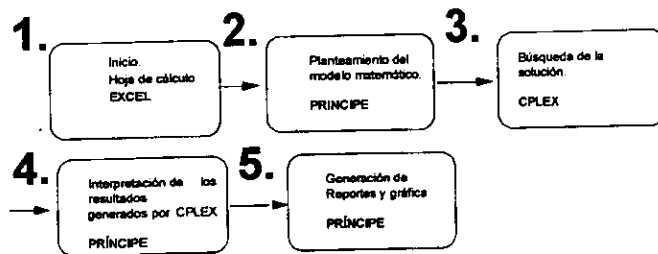


Figura 4

Si el planteamiento teórico de los modelos de optimización no fue suficientemente amigable para el lector, no hay de qué preocuparse. Puede aprovecharse la descripción detallada del diagrama de bloques para realizar simultáneamente un ejemplo con datos, que aunque no sean reales, sirvan para que el lector advierta lo fácil que resulta poner en práctica estos modelos matemáticos.

Sigamos la solución de un modelo de optimización como el Modelo 3, que es el más interesante.

4.3 HOJA DE CÁLCULO EXCEL.

El proceso inicia introduciendo la información acerca de los proyectos y los equipos de perforación disponibles, en una hoja de cálculo como Excel, en un formato que será descrito a continuación. El formato de Excel para este ejemplo, será el archivo *perforación.xls* y está formado por tres hojas.

4.3.1 Hoja de Restricciones

Contiene dos tablas:

- *Información Básica del Modelo*: en esta tabla, el usuario deberá contestar a las preguntas siguientes, señalando la respuesta en el lugar correspondiente.
 - ✓ ¿Cuántos proyectos serán considerados?
 - ✓ ¿Cuántos meses abarcará el periodo de optimización (T)?
 - ✓ ¿Cuántas clases de equipos se han determinado?
 - ✓ ¿Hasta qué mes pueden ser diferidos los proyectos ($t \leq T$)?
 - ✓ ¿Cuál es el horizonte de vida de los proyectos?
 - ✓ ¿En qué año iniciará la optimización?
 - ✓ ¿Cuál es la tasa de descuento mensual que se empleará al diferir proyectos?
 - ✓ ¿Se trata de equipos Terrestres o Marinos?

Es muy importante que las respuestas sean consistentes con la información almacenada en las demás hojas del formato. Si no es así, el programa *principe* tendrá dificultades para acceder la información que requiere, y enviará mensajes de

error, o preparará incorrectamente los archivos de coeficientes. La interacción de esta parte se muestra en la Tabla 4c.

| Información Básica del Modelo | | |
|-------------------------------|-----------------------------|--|
| 15 | Función Objetivo | MAXIMIZAR VPN (Sentido de la función objetivo) |
| 17 | Número de Proyectos | 20 (Número de proyectos a optimizar) |
| 18 | Periodo de Optimización | 12 (Número de meses en el periodo de optimización) |
| 21 | Número de clases de equipos | 5 (Número de clases de equipos con capacidades distintas de perforación) |
| 22 | Diferimiento | 12 (Número de meses para el diferimiento) |
| 23 | Horizonte de estudio | 24 (Horizonte de vida de los proyectos) |
| 24 | Año de Inicio | 1983 (Año a partir del cual iniciará la optimización) |
| 29 | Tasa de Descuento | 0.0504 (Tasa de descuento mensual) |
| 32 | Tipo de Equipos | TEMPERATURES (Temperaturas o Maquinas) |

Tabla 4c

- **Restricciones Técnicas:** Como se observa en la Tabla 4d, aquí se define la relación que existe entre algunos proyectos. Antes es necesario establecer la cartera de proyectos, de tal manera que los proyectos puedan ser identificados por el número correspondiente.

| RESTRICCIONES TÉCNICAS | | | | | | | | | | | |
|------------------------|---------------|------------------------|---------------|------------------------|------------------------|------------|-----------------|--------------------------------|------------|------------|------------|
| Proyectos Dependientes | | Proyectos Dependientes | | | Proyectos Comparativos | | | Proyectos Mutuos o Excluyentes | | | |
| Número Proyecto | Mes de Inicio | Proyecto Dependiente | Mes de Inicio | Proyecto Independiente | Mes de Inicio | Mes de Fin | Clase de Equipo | Proyecto A | Proyecto B | Proyecto C | Proyecto D |
| 19 | 2 | 4 | 2 | 3 | 19 | 1 | 2 | 1 | 10 | 8 | |

Tabla 4d

4.3.2 Hoja de Equipos

En esta hoja de cálculo electrónica se encuentran también dos tablas.

- *Requerimientos de Equipos de Perforación* enlista el nombre del proyecto, su VPN, la profundidad máxima de perforación (en metros), la clase de equipo que requiere conforme a la profundidad establecida, el número de equipos necesarios, así como el requerimiento mes a mes. Para determinar qué clase de equipo necesita un proyecto, debe consultarse la segunda tabla, asignando un equipo con capacidad mayor o igual a la profundidad que exige el proyecto, como se muestra en la Tabla 4e.

| REQUERIMIENTOS DE EQUIPOS DE PERFORACIÓN | | | | | | | | | | | | | | | |
|--|-------------|--------------|-------------------------|--------------------|---------------------|------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| Núm. | Proyecto | VPN (M\$) | Profundidad (metros) | Clase de Equipo | Equipo Requerido | 1999 | | | | | | | | | |
| | | | | | | Ene | Feb | Mar | Abr | May | Jun | Jul | Ago | Sep | Oct |
| 1 | Proyecto 1 | 1100.00 | 2000 | 2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 2 | Proyecto 2 | 1200.00 | 1750 | 2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 3 | Proyecto 3 | 1300.00 | 3250 | 4 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 4 | Proyecto 4 | 1400.00 | 1200 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 5 | Proyecto 5 | 1500.00 | 2200 | 3 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| 6 | Proyecto 6 | 1600.00 | 4900 | 5 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 7 | Proyecto 7 | 1700.00 | 1200 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 8 | Proyecto 8 | 1800.00 | 1500 | 1 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| 9 | Proyecto 9 | 1900.00 | 1200 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 10 | Proyecto 10 | 2000.00 | 1950 | 2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 11 | Proyecto 11 | 2100.00 | 2750 | 3 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| 12 | Proyecto 12 | 2200.00 | 2000 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| 13 | Proyecto 13 | 2300.00 | 2750 | 3 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 14 | Proyecto 14 | 2400.00 | 1750 | 2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 15 | Proyecto 15 | 2500.00 | 4500 | 5 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 16 | Proyecto 16 | 2600.00 | 2800 | 3 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 17 | Proyecto 17 | 2700.00 | 3500 | 4 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 18 | Proyecto 18 | 2800.00 | 3000 | 3 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| 19 | Proyecto 19 | 2900.00 | 5000 | 5 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 20 | Proyecto 20 | 3000.00 | 5000 | 5 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 |

NOTA: Después de haber definido los proyectos y su información es indispensable ordenar ascendientemente esta tabla, con respecto a la clase de equipo.

Tabla 4e

Para el caso del ejemplo que se está manejando, la tabla quedaría como se muestra en la Tabla 4f.

| REQUERIMIENTOS DE EQUIPOS DE PERFORACIÓN | | | | | | | | | | | | | | | |
|--|-------------|-----------|----------------------|-----------------|------------------|------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|----|
| Núm. | Proyecto | VPN (M\$) | Profundidad (metros) | Clase de Equipo | Equipo Requerido | 1999 | | | | | | | | | |
| | | | | | | Ene | Feb | Mar | Abr | May | Jun | Jul | Ago | Sep | Oc |
| 1 | Proyecto 4 | 1400.00 | 1200 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | |
| 2 | Proyecto 7 | 1700.00 | 1200 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | |
| 3 | Proyecto 8 | 1800.00 | 1500 | 1 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | |
| 4 | Proyecto 9 | 1900.00 | 1200 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | |
| 5 | Proyecto 1 | 1100.00 | 2000 | 2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | |
| 6 | Proyecto 2 | 1200.00 | 1750 | 2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | |
| 7 | Proyecto 10 | 2000.00 | 1950 | 2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | |
| 8 | Proyecto 12 | 2200.00 | 2000 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | |
| 9 | Proyecto 14 | 2400.00 | 1750 | 2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | |
| 10 | Proyecto 5 | 1500.00 | 2200 | 3 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | |
| 11 | Proyecto 11 | 2100.00 | 2750 | 3 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | |
| 12 | Proyecto 13 | 2300.00 | 2750 | 3 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | |
| 13 | Proyecto 16 | 2500.00 | 2800 | 3 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | |
| 14 | Proyecto 18 | 2800.00 | 3000 | 3 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | |
| 15 | Proyecto 3 | 1300.00 | 3250 | 4 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | |
| 16 | Proyecto 17 | 2700.00 | 3500 | 4 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | |
| 17 | Proyecto 6 | 1600.00 | 4500 | 5 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | |
| 18 | Proyecto 15 | 2500.00 | 4500 | 5 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | |
| 19 | Proyecto 19 | 2900.00 | 5000 | 5 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | |
| 20 | Proyecto 20 | 3000.00 | 5000 | 5 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | |

Tabla 4f

Puede observarse que ahora los proyectos tienen un número diferente. Con este número serán identificados para establecer las restricciones técnicas de la hoja anterior.

- **Restricciones: Clases de Equipo**, resume las clases de equipo de diferente capacidad con que se cuenta. Señala cuántos equipos hay para cada clase además del número de proyectos que estarían compitiendo por dicha clase. Es importante aclarar que esta tabla debe ordenarse en forma ascendente con respecto a la capacidad de perforación (ver Tabla 4g), esto es, que al equipo de menor capacidad le corresponda la clase 1, al siguiente la clase 2 y así sucesivamente hasta que el de mayor capacidad sea igual al número máximo de clases de equipo.

| Clase de Equipo | Capacidad (metros) | Disponibilidad | Proyectos Candidatos para la clase de equipo |
|-----------------|--------------------|----------------|--|
| 1 | 1500 | 2 | 4 |
| 2 | 2000 | 2 | 9 |
| 3 | 3000 | 2 | 14 |
| 4 | 4000 | 2 | 16 |
| 5 | 5000 | 2 | 20 |

Tabla 4g

Las clases de equipos existentes son definidas previamente por el usuario, resumiendo la información como la que se observa en la Tabla 4g.

4.3.3. Hoja de Entrada

La información que contiene la hoja Entrada se refiere a los pozos. Primeramente, se establece el nombre de cada proyecto, para que pueda asociarse con el proyecto de la hoja anterior. Cada proyecto contendrá el número de pozos que serán perforados, el número de equipos que demanda el proyecto, el número de días que durará la perforación de un pozo y finalmente, el número de días (promedio) que implica el mover el equipo de un pozo a otro. Un ejemplo se muestra en la Tabla 4h.

| INFORMACIÓN DE POZOS | | | | | | |
|----------------------|-------------|--------------|------------------|-----------------|-----------------------|--|
| NÚMERO | PROYECTO | NÚMERO POZOS | EQUIPO REQUERIDO | TIEMPO DURACIÓN | TIEMPO prom. mov. eq. | |
| 1 | Proyecto 1 | 5 | 1 | 20 | 1 | |
| 2 | Proyecto 2 | 6 | 1 | 20 | 1 | |
| 3 | Proyecto 3 | 2 | 1 | 54 | 1 | |
| 4 | Proyecto 4 | 4 | 1 | 45 | 2 | |
| 5 | Proyecto 5 | 9 | 2 | 75 | 2 | |
| 6 | Proyecto 6 | 3 | 1 | 50 | 2 | |
| 7 | Proyecto 7 | 6 | 1 | 50 | 3 | |
| 8 | Proyecto 8 | 8 | 2 | 130 | 3 | |
| 9 | Proyecto 9 | 1 | 1 | 88 | 3 | |
| 10 | Proyecto 10 | 5 | 1 | 60 | 4 | |
| 11 | Proyecto 11 | 12 | 2 | 90 | 1 | |
| 12 | Proyecto 12 | 10 | 2 | 100 | 1 | |
| 13 | Proyecto 13 | 4 | 1 | 54 | 1 | |
| 14 | Proyecto 14 | 8 | 1 | 40 | 2 | |
| 15 | Proyecto 15 | 6 | 1 | 64 | 2 | |
| 16 | Proyecto 16 | 5 | 1 | 48 | 2 | |
| 17 | Proyecto 17 | 3 | 1 | 20 | 3 | |
| 18 | Proyecto 18 | 6 | 2 | 180 | 3 | |
| 19 | Proyecto 19 | 2 | 1 | 88 | 3 | |
| 20 | Proyecto 20 | 4 | 1 | 60 | 4 | |
| 21 | | | | | | |
| 22 | | | | | | |
| 23 | | | | | | |
| 24 | | | | | | |
| 25 | | | | | | |
| 26 | | | | | | |
| 27 | | | | | | |
| 28 | | | | | | |
| 29 | | | | | | |
| 30 | | | | | | |
| 31 | | | | | | |
| 32 | | | | | | |

Tabla 4h

Resumiendo, los proyectos han sido agrupados de acuerdo a la clase de equipo que requieren (aquella que se acerque lo más posible a los requerimientos del proyecto).

Para este ejemplo se han determinado cinco clases de equipos. Nótese que ambas tablas están estrechamente relacionadas, ya que una vez que se conoce el número de clases de equipos, y que se han agrupado los proyectos de acuerdo a esta información, se ha agregado una columna a la tabla pequeña en la que se muestra el número de proyectos candidatos para hacer uso de los equipos disponibles en cada una de las clases. En este caso específico, sólo 4 proyectos competirán por la asignación de los 2 equipos disponibles de la clase 1 (equipos con una capacidad de perforación de 1500 metros), mientras que 9 proyectos podrían ser realizados con equipos de la segunda clase: los cuatro que requieren equipos de la primera clase, pero que bien pueden perforarse con equipos de mayor capacidad (2000 mts.), más los 5 proyectos que requieren equipos con una capacidad de perforación de menos de 3000 mts., pero de más de 2000 mts.

De la misma manera se continuaría con la interpretación del resto de la información de la tabla pequeña. Esa última columna será de gran utilidad para determinar el número de variables que integrarán cada restricción.

Recordemos que el modelo 3 que va a plantearse, considera tanto el diferimiento de proyectos, como la asignación de equipos de perforación con capacidades mayores a las que los proyectos requieren. La solución al modelo determinará el movimiento de equipos óptimo: aquel que maximice el valor económico de la cartera de proyectos resultante.

En este ejemplo se está considerando un periodo de optimización de 12 meses ($T = 12$). Para la alternativa acerca del diferimiento de proyectos pueden manejarse dos opciones: los proyectos tienen la posibilidad de ser diferidos *únicamente* hasta el mes t ($t < T$), cuidando que en ninguno de los T meses se sobrepase la disponibilidad de equipos, o bien, los proyectos pueden ser diferidos hacia cualquiera de los T meses considerados. La decisión acerca de la selección de una u otra alternativas, dependerá de la cantidad de equipos disponibles para la asignación, ya que mientras menos hayan, más tiempo deberán esperar algunos

proyectos para iniciar sus actividades y más meses precisarán ser diferidos. Si el número de equipos es reducido, y el de proyectos muy grande, tal vez sea necesario aumentar el período de optimización (7). Sin embargo, dicha decisión deberá ser tomada a discreción del analista, teniendo éste siempre presente que mientras más meses puedan ser diferidos los proyectos, mayor será el número de variables en el modelo, y más tiempo será consumido al tratar de encontrar la solución óptima del problema.

Por último, antes de proseguir vale la pena percatarnos de que aún cuando se está suponiendo que la cantidad de equipos disponibles en cada clase se mantiene constante a lo largo del período de optimización, éste podría no ser siempre el caso. Si la disponibilidad de ciertas clases de equipos varía (incrementándose o disminuyendo) en algunos meses, es posible hacer los cambios en las restricciones correspondientes a los meses en que eso ocurra, una vez planteado el modelo. Si la disponibilidad resultara muy variable, quizás sería conveniente definir vectores (en la propia hoja de cálculo Excel) en los que se indicara la disponibilidad mensual para cada clase de equipo y realizar los cambios pertinentes en los programas que se describen en breve.

Una vez que el analista ha considerado todo lo anterior, estará listo para comenzar el planteamiento del problema.

4.4 PROGRAMA *príncipe*.

príncipe es un programa de cómputo desarrollado en Visual Basic cuyas principales funciones son:

- Manejo de Archivos
- Generación del Archivo del Modelo Matemático
- Interfase con el paquete CPLEX
- Presentación de la Solución Óptima del PPE
- Impresión de la Gráfica del Resultado y Tablas de Soporte

4.4.1 Creación del Archivo del Modelo Matemático

príncipe en uno de sus procedimientos genera los coeficientes para las ecuaciones, tanto para la función objetivo, como para las restricciones del modelo de optimización. Hacer uso de este programa es muy sencillo.

1. Una vez que el analista ha guardado toda la información necesaria en un archivo con formato como el mostrado en la sección anterior, deberá ejecutar el programa *príncipe*, cuyo cuadro de control se muestra en la Figura 4b.

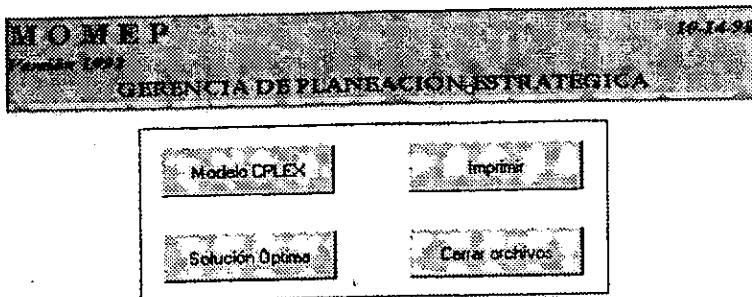


Figura 4b

2. Se pide al usuario que abra el archivo de Excel que contiene la información de los proyectos, pozos, etc. Para el ejemplo, archivo *Perforación.xls* (ver Figura 4c); en ese momento, se detecta la unidad y ruta en donde será guardado el archivo con formato *LP*, que contendrá el modelo matemático.

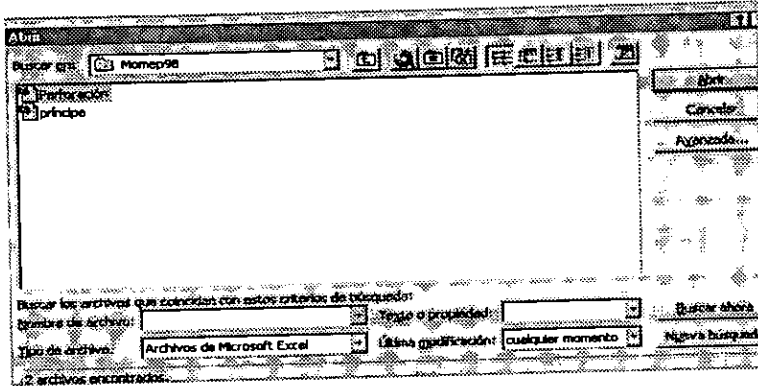


Figura 4c

3. Ya abierto el archivo, deberá presionarse el botón 'Modelo CPLEX' como se muestra en la Figura 4b y esperar a que el programa lea toda la información y en base a ello genere el modelo. Finalizado el proceso, *principe* creará un archivo de tipo texto llamado *restric.lp*, lo almacenará en la misma unidad y ruta que la del archivo *Perforación.xls* y aparecerá un mensaje que indique que el modelo fue generado correctamente como el que se muestra en la Figura 4d.

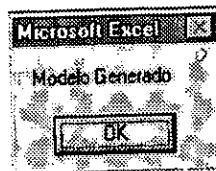


Figura 4d

4. Por el momento, deberán cerrarse los archivos abiertos (*principe* y *Perforación.xls*) para dar paso al optimizador CPLEX que buscará la solución del modelo contenido en el archivo *restric.lp*.

4.4.2. Búsqueda de la Solución mediante CPLEX

Debido a que en el caso que nos ocupa, el optimizador CPLEX se encuentra instalado en el servidor, es necesario hacer uso de los programas FTP y Telnet para accederlo. A continuación se presenta brevemente el procedimiento empleado en la búsqueda de la solución.

1. Accesar al optimizador CPLEX, escribiendo:

```
cplex ↵
```

2. Especificar a CPLEX que lea el archivo *restric.lp*, introduciendo la siguiente línea:

```
CPLEX> read restric.lp ↵
```

3. Establecer la estrategia de ramificación a seguir (*Set Mip Strategy Branch*), ésta opción disminuye el tiempo de optimización:

```
CPLEX> S M S BR -1 ↵
```

4. Iniciar la búsqueda de solución mediante el comando:

```
CPLEX> optimize ↵
```

La ejecución de CPLEX requiere un poco de tiempo (varía dependiendo del tamaño del problema y de las restricciones que lo limiten), durante la cual se presenta en pantalla el estado del problema. Al finalizar se muestran los resultados y sus estadísticas.

5. Si el resultado fue **INFACTIBLE** analice la información capturada y/o reconsidere otro período de optimización. Pero, si la solución fue **ÓPTIMA**, entonces cambie el formato del problema para poder escribir la solución.

```
CPLEX> change problem f ↵
```

6. Y reoptimice para identificar el nuevo formato:

```
CPLEX> optimize ↵
```

7. Envíe la solución a un archivo de formato TXT pero conservando el nombre:

```
CPLEX> write restric.txt ↵
```

8. Salga de CPLEX y de Unix:

```
CPLEX> quit ↵
```

```
servidor> exit ↵
```

9. El archivo con la solución obtenida por el optimizador CPLEX, *restric.txt* deberá recuperarse desde el sistema remoto hacia el sistema local.

4.4.3 Interpretación de los Resultados

Para mostrar los resultados del modelo, es necesario ejecutar nuevamente el sistema *principe*. Este interpretará el archivo de resultados arrojado por CPLEX, presentándole los resultados por pantalla, impresora además de almacenarlos en el archivo que usted disponga.

Inicialmente, deberá abrir el programa *principe*; que a su vez, le solicitará el archivo que funciona como base de datos (*Perforación.xls*). El segundo paso consiste en presionar el botón 'Solución Óptima' para que el sistema aplique el resultado

arrojado por CPLEX y determine cuáles proyectos han sido seleccionados, en qué mes iniciarán, con qué clase de equipo lo harán, además del VPN correspondiente, señalando también el valor económico de la cartera (valor de la función objetivo). Estos resultados se resumen en una tabla generada dentro de una nueva hoja llamada *Solución*, de tal manera que el usuario pueda apreciar los resultados de la optimización por pantalla, como se muestra en la Tabla 4i.

| [9] Archivo Edición Ver Insertar Formato Herramientas Datos Ventana [5] X | | | | | | | | |
|---|---|------------------------|--------------------|-------------|---------------|---|---|--|
| | A | B | C | D | E | F | G | |
| 1 | | Solución Óptima | | | | | | |
| 2 | | Maximizar VPN: | 4336,998.73 | | | | | |
| 3 | | Proyecto | VPN | Años | Equipo | | | |
| 4 | | Proyecto 1 | 1,055,465 | 6 | 4 | | | |
| 5 | | Proyecto 10 | 2,000,000 | 1 | 2 | | | |
| 6 | | Proyecto 11 | 1,943,447 | 10 | 4 | | | |
| 7 | | Proyecto 12 | 2,008,793 | 12 | 2 | | | |
| 8 | | Proyecto 13 | 2,300,000 | 1 | 5 | | | |
| 9 | | Proyecto 14 | 2,191,411 | 12 | 5 | | | |
| 10 | | Proyecto 15 | 2,320,770 | 10 | 5 | | | |
| 11 | | Proyecto 16 | 2,600,000 | 1 | 5 | | | |
| 12 | | Proyecto 17 | 2,700,000 | 1 | 4 | | | |
| 13 | | Proyecto 18 | 2,620,830 | 3 | 3 | | | |
| 14 | | Proyecto 19 | 2,900,000 | 1 | 5 | | | |
| 15 | | Proyecto 2 | 1,160,973 | 5 | 4 | | | |
| 16 | | Proyecto 20 | 3,000,000 | 1 | 5 | | | |
| 17 | | Proyecto 3 | 1,300,000 | 1 | 4 | | | |
| 18 | | Proyecto 6 | 1,522,564 | 7 | 5 | | | |
| 19 | | Proyecto 7 | 1,700,000 | 1 | 2 | | | |
| 20 | | Proyecto 8 | 1,800,000 | 1 | 1 | | | |
| 21 | | Proyecto 9 | 1,658,948 | 3 | 4 | | | |
| 22 | | | | | | | | |
| 23 | | | | | | | | |
| 24 | | | | | | | | |
| 25 | | | | | | | | |
| [4] Restricciones Solución Gráfica Puntos Equipos Entrada | | | | | | | | |

Tabla 4i

Posteriormente, el sistema dibuja la gráfica correspondiente a los resultados de la optimización. Para poder observar claramente el movimiento de los equipos de perforación, la gráfica fue diseñada contemplando un periodo de optimización máximo de tres años. Lo que permite visualizar entre otras cosas: los equipos de perforación disponibles, definiendo la clase a la que pertenecen y mostrando para

cada uno de ellos, los proyectos así como los pozos a perforar; el tiempo de perforación de un proyecto, el tiempo de perforación de cada pozo, las fechas exactas de inicio y terminación de cada pozo, además de la secuencia de proyectos seguida por un cierto equipo. También indica cuántos proyectos fueron seleccionados junto con el número total de pozos.

El proceso de graficación requiere algo de tiempo (de acuerdo al número de proyectos seleccionados), debido a que se grafica el bloque de días de cada pozo. Un ejemplo se presenta en la Figura 4e.

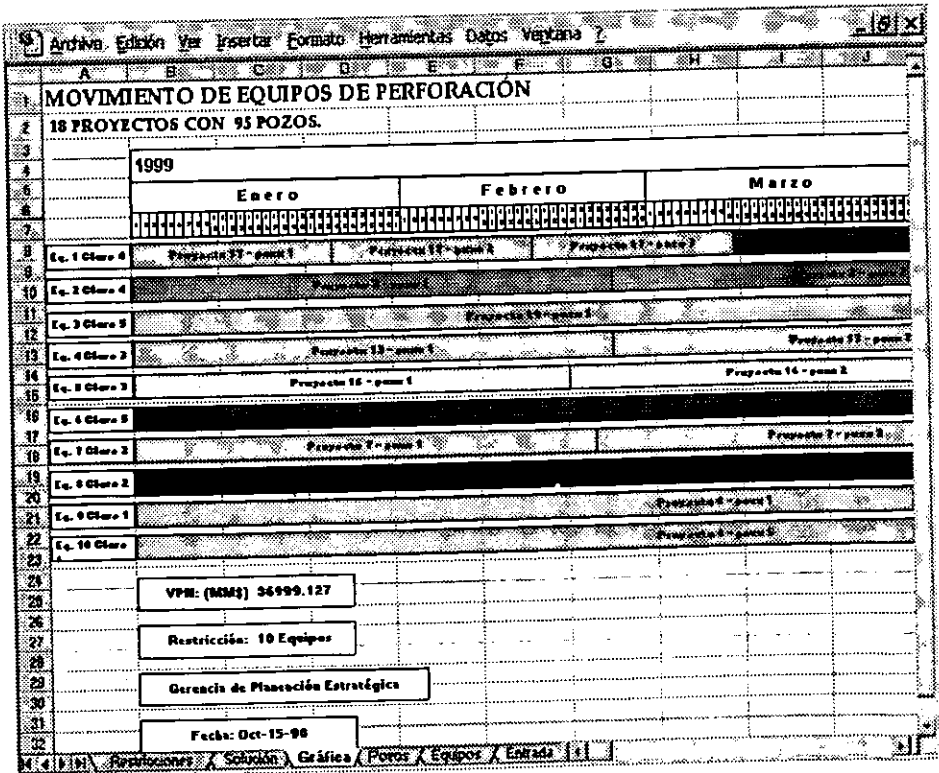


Figura 4e

Dentro de los resultados de la optimización, se aprecia también en la Tabla 4j la información que muestra las fechas de inicio y terminación para cada pozo. Esta tabla se almacena en otra hoja, llamada *Pozos*.

| Archivo Edición Ver Insertar Formato Herramientas Datos Ventana ? | | | | | | | | | | |
|---|--------------|-------------|-------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|----|------|
| FECHAS DE INICIO Y TERMINACIÓN DE POZOS | | | | | | | | | | |
| PROYECTO | INICIO | FIN | INICIO | FIN | INICIO | FIN | INICIO | FIN | IR | |
| Proyecto 17 | 1/Ene/1999 | 23/Ene/1999 | 24/Ene/1999 | 15/Feb/1999 | 16/Feb/1999 | 10/Mar/1999 | | | | |
| Proyecto 3 | 1/Ene/1999 | 24/Feb/1999 | 25/Feb/1999 | 20/Abr/1999 | | | | | | |
| Proyecto 19 | 1/Ene/1999 | 11/Abr/1999 | 2/Abr/1999 | 1/Jul/1999 | | | | | | |
| Proyecto 13 | 1/Ene/1999 | 24/Feb/1999 | 25/Feb/1999 | 20/Abr/1999 | 21/Abr/1999 | 14/Jun/1999 | 15/Jun/1999 | 8/Ago/1999 | | 20/J |
| Proyecto 16 | 1/Ene/1999 | 19/Feb/1999 | 20/Feb/1999 | 10/Abr/1999 | 11/Abr/1999 | 30/May/1999 | 31/May/1999 | 19/Jul/1999 | | |
| Proyecto 20 | 1/Ene/1999 | 6/Mar/1999 | 6/Mar/1999 | 8/May/1999 | 9/May/1999 | 11/Jul/1999 | 12/Jul/1999 | 13/Sept/1999 | | 1/Ac |
| Proyecto 7 | 1/Ene/1999 | 22/Feb/1999 | 23/Feb/1999 | 16/Abr/1999 | 17/Abr/1999 | 8/Jun/1999 | 9/Jun/1999 | 31/Jul/1999 | | 14/S |
| Proyecto 10 | 1/Ene/1999 | 6/Mar/1999 | 6/Mar/1999 | 8/May/1999 | 9/May/1999 | 11/Jul/1999 | 12/Jul/1999 | 13/Sept/1999 | | |
| Proyecto 8 | 1/Ene/1999 | 13/May/1999 | 14/May/1999 | 23/Sept/1999 | 24/Sept/1999 | 3/Feb/2000 | 4/Feb/2000 | 15/Jun/2000 | | |
| | 1/Ene/1999 | 13/May/1999 | 14/May/1999 | 23/Sept/1999 | 24/Sept/1999 | 3/Feb/2000 | 4/Feb/2000 | 15/Jun/2000 | | |
| Proyecto 9 | 11/Mar/1999 | 9/Jun/1999 | | | | | | | | |
| Proyecto 2 | 21/Abr/1999 | 11/May/1999 | 12/May/1999 | 1/Jun/1999 | 2/Jun/1999 | 22/Jun/1999 | 23/Jun/1999 | 13/Jul/1999 | | 14/J |
| Proyecto 1 | 10/Jun/1999 | 30/Jun/1999 | 1/Jul/1999 | 21/Jul/1999 | 22/Jul/1999 | 11/Ago/1999 | 12/Ago/1999 | 1/Sept/1999 | | 21/S |
| Proyecto 6 | 2/Jul/1999 | 22/Ago/1999 | 23/Ago/1999 | 13/Oct/1999 | 14/Oct/1999 | 4/Dic/1999 | | | | |
| Proyecto 18 | 9/Ago/1999 | 7/Feb/2000 | 8/Feb/2000 | 8/Ago/2000 | 9/Ago/2000 | 7/Feb/2001 | | | | |
| | 9/Ago/1999 | 8/Mar/2000 | 9/Mar/2000 | 7/Sept/2000 | 8/Sept/2000 | 9/Mar/2001 | | | | |
| Proyecto 15 | 14/Sept/1999 | 18/Nov/1999 | 19/Nov/1999 | 23/Ene/2000 | 24/Ene/2000 | 29/Mar/2000 | 30/Mar/2000 | 3/Jun/2000 | | 4/Ju |
| Proyecto 11 | 23/Sept/1999 | 22/Dic/1999 | 23/Dic/1999 | 22/Mar/2000 | 23/Mar/2000 | 21/Jun/2000 | 22/Jun/2000 | 20/Sept/2000 | | 21/S |
| | 23/Sept/1999 | 23/Nov/1999 | 24/Nov/1999 | 22/Feb/2000 | 23/Feb/2000 | 23/May/2000 | 24/May/2000 | 22/Ago/2000 | | 23/A |
| Proyecto 14 | 6/Dic/1999 | 15/Ene/2000 | 16/Ene/2000 | 26/Feb/2000 | 27/Feb/2000 | 8/Abr/2000 | 9/Abr/2000 | 20/May/2000 | | 21/A |
| Proyecto 12 | 23/Sept/1999 | 1/Ene/2000 | 2/Ene/2000 | 11/Abr/2000 | 12/Abr/2000 | 21/Jul/2000 | 22/Jul/2000 | 30/Oct/2000 | | 31/C |
| | 17/Nov/1999 | 25/Feb/2000 | 26/Feb/2000 | 6/Jun/2000 | 6/Jun/2000 | 14/Sept/2000 | 15/Sept/2000 | 24/Dic/2000 | | 25/C |

Tabla 4j

Durante el proceso de graficación, se solicita al usuario introduzca el título que llevará la gráfica. Además de indicar la unidad y ruta en donde se guardará el archivo con la solución.

Cuando el proceso de solución ha finalizado, regresa el control al programa *principe*.

Como se muestra en la Figura 4f, si lo que se desea es obtener una copia impresa, entonces debe presionarse el botón 'Imprimir'. Al hacerlo, aparecerá un *Menú de Impresión*, en donde puede elegirse la sección a imprimir. Una vez concluida la impresión, el botón 'Regresar' devuelve el control al programa *principe*.

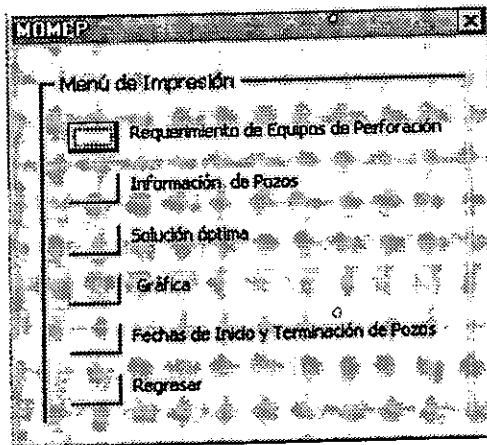


Figura 4f

Por último, sólo restaría cerrar los archivos que se abrieron y crearon, presionando el botón 'Cerrar archivos'.

CONCLUSIONES

La inversión que requiere Pemex Exploración y Producción para la perforación de pozos petroleros representa más del setenta por ciento de su presupuesto de inversión, por ello se considera como la actividad básica más importante del Organismo y resulta necesaria su optimización.

Este estudio planteó el diseño, desarrollo y aplicación de un modelo matemático que permite optimizar la planeación y la programación de la perforación de pozos petroleros bajo condiciones de recursos limitados.

Los escenarios que se pueden obtener con este modelo brindan ventajas para negociar la contratación de equipos de perforación, debido a que se pueden obtener reducciones sustanciales en los costos al efectuar contratos de mediano plazo. Es decir, los costos varían si se contrata un equipo para perforar un pozo en tres meses o para perforar ocho pozos en dos años.

Otra ventaja derivada del empleo de este modelo ha sido la actualización continua y óptima del Movimiento de Equipos de Perforación, el cual ha presentado un comportamiento dinámico debido a que no todos los pozos que se perforan resultan productores y a que las frecuentes reducciones presupuestales inciden directamente en el número de equipos disponibles para la perforación.

La Investigación de Operaciones permitió formular un modelo matemático para representar el problema de la asignación de los equipos de perforación a las localizaciones que previamente han sido estudiadas por los geólogos y que tienen grandes posibilidades de convertirse en campos petroleros. En esencia, el problema se reduce a un conjunto de actividades (localizaciones a perforar) que compiten por los recursos limitados (equipos de perforación) de que se dispone, de

manera que al derivar una solución de este modelo puedan asignarse en forma óptima tales recursos limitados entre las actividades competitivas.

La exitosa implantación de este modelo ha contribuido de manera significativa a mejorar la planeación y la programación de la perforación de pozos, tanto a escala regional como en el ámbito nacional.

BIBLIOGRAFÍA

1. Harvey M. Salkin, *Integer Programming*, Editorial Addison-Wesley, 1975.
2. Prawda Witenberg Juan, *Métodos y modelos de investigación de operaciones*, Volumen I Modelos Determinísticos, Editorial Limusa, 1977, 1ª reimpresión.
3. Hillier Frederick S. Y Lieberman Gerald J., *Introducción a la investigación de operaciones*, Editorial McGraw-Hill, 6ª edición.
4. Nemhauser G.L. y Woolsey L.A., *Integer and Combinatorial Optimization*, Editorial Wiley & Sons, 1988.
5. Greenberg H., *Integer Programming*, Editorial Academic, 1971.
6. Wagner Harvey M., *Principles of Operation Research with Applications to Managerial Decisions*, Editorial Prentice Hall, México, 1975.
7. Buffa Elwood S. Y Dyer James S., *Management Science / Operation Research Model Formulation & Solution Methods*, Editorial Wiley Hamilton
8. Coss Bu Raúl, *Análisis y evaluación de proyectos de inversión*, Editorial Limusa, 2ª edición, 1991.
9. Manual de CPLEX Optimization System, versión 4.0
10. Pemex Exploración y Producción. *Programas de Perforación y Terminación de Pozos*, 1995-1999.

TESIS EN 7 HORAS

HERRERA CASA MATRIZ

**Odontología # 65-1
Esq. Paseo de las Facultades
Copilco Universidad
Tel. 58-58-95-54**

**40 AÑOS
DE EXPERIENCIA**