



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

FACULTAD DE INGENIERIA

DIVISION DE INGENIERIA EN CIENCIAS DE LA TIERRA

PRINCIPIOS Y APLICACIONES DEL METODO DE RADAR DE PENETRACION TERRESTRE (GPR)

T E S I S
PARA OBTENER EL TITULO DE:
INGENIERO GEOFISICO
PRESENTA:
JORGE ESTANISLAO BLANCAS VAZQUEZ





Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central

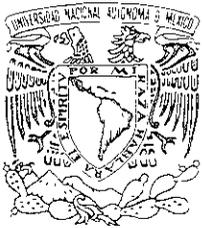


UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.



UNIVERSIDAD NACIONAL
AUTÓNOMA DE
MÉXICO

FACULTAD DE INGENIERIA
DIRECCION
60-I-084

SR. JORGE ESTANISLAO BLANCAS VAZQUEZ
Presente

En atención a su solicitud, me es grato hacer de su conocimiento el tema que propuso el profesor Ing., David Rey Alatraste Vilchis, y que aprobó esta Dirección para que lo desarrolle usted como tesis de su examen profesional de Ingeniero Geofísico:

PRINCIPIOS Y APLICACIONES DEL METODO DE RADAR DE PENETRACION TERRESTRE
(GPR)

- I INTRODUCCION
- II PROPIEDADES ELECTROMAGNETICAS DE LAS ROCAS
- III FUNDAMENTOS TEORICOS DEL METODO DE GPR
- IV DISEÑO DEL LEVANTAMIENTO CON GPR
- V TECNICAS DE PROCESADO E INTERPRETACION
- VI EJEMPLOS DE APLICACION
- VII CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES
- BIBLIOGRAFIA
- ANEXOS

Ruego a usted cumplir con la disposición de la Dirección General de la Administración Escolar en el sentido de que se imprima en lugar visible de cada ejemplar de la tesis el título de ésta.

Asimismo le recuerdo que la Ley de Profesiones estipula que se deberá prestar servicio social durante un tiempo mínimo de seis meses como requisito para sustentar examen profesional.

Atentamente
"POR MI RAZA HABLARA EL ESPIRITU"
Ciudad Universitaria, a 4 de noviembre de 1996
EL DIRECTOR


ING. JOSE MANUEL COVARRUBIAS SOLIS

A mi madre: Por apoyarme en todo momento y por su ejemplo de dedicación y trabajo que ha sido una lección de vida.

A mi novia: Yolanda Leticia; por su apoyo continuo para concluir este y otros proyectos, por su solidaridad en los momentos difíciles, por el tiempo y todo lo que hemos vivido juntos.

A mis hermanos y a mi cuñado Freddy: Por su respaldo y ayuda, y por que de cada uno he aprendido mucho.

A Carlos, Jorge y Jesús: Por haber compartido todo este tiempo, por los buenos momentos que pasamos jugando basket, por las bromas y pláticas interesantes.

ÍNDICE

I INTRODUCCIÓN	1
I.1 Desarrollo histórico del GPR	2
I.2 Areas de aplicación del GPR	3
II PROPIEDADES ELECTROMAGNÉTICAS DE LAS ROCAS	4
II.1 Resistividad y conductividad	4
II.2 Resistividad de las aguas	7
II.3 Resistividad de las rocas	7
II.4 Efectos de la porosidad en las rocas	8
II.5 Resistividad de las rocas más comunes	9
II.6 Variación de la resistividad con la temperatura y la presión	12
II.7 La constante dieléctrica	13
II.8 Polarización y constante dieléctrica	13
II.9 Constante dieléctrica para los minerales	15
II.10 Constante dieléctrica de las rocas	16
II.11 Efectos de la humedad en la constante dieléctrica	17
II.12 Permeabilidad y susceptibilidad magnética	18
III FUNDAMENTOS TEÓRICOS DEL MÉTODO DE GPR	21
III.1 Características del medio	21
III.2 Ecuaciones de Maxwell	22
III.3 La ecuación de Helmholtz	26
III.4 Campos variables en el tiempo	28
III.5 La constante de propagación	29
III.6 Solución propuesta de la ecuación de Helmholtz	30
III.7 Onda electromagnética en un medio dieléctrico perfecto	31
III.8 Características de la onda electromagnética en un dieléctrico perfecto	32
III.9 Onda electromagnética en un medio que contenga parte conductora	38
III.10 Características de la onda electromagnética en un medio con parte conductora	38
III.11 Impedancia del medio en que viaja la onda electromagnética	40
III.12 Factor de disipación o tangente de pérdidas	41
III.13 Onda electromagnética en un medio buen dieléctrico	42
III.14 Onda electromagnética en un medio buen conductor	45
III.15 Profundidad de penetración (Skin depth)	47
III.16 Vector de Poynting	49
III.17 Reflexión y refracción de ondas electromagnéticas	50
III.17.1 Incidencia normal	52
IV DISEÑO DEL LEVANTAMIENTO CON GPR	57
IV.1 Conceptos básicos	57
IV.2 Equipo	57
IV.3 Esquema de un registro de geo-radar	63
IV.4 Como trabaja un sistema de geo-radar	64

IV.5	La conductividad eléctrica, constante dieléctrica y el coeficiente de reflexión para el GPR	67
IV.6	Arreglos de campo	73
IV.6.1	Reflexión	73
IV.6.2	CMP-CDP, WARR	74
IV.6.3	Transiluminación	78
IV.6.4	Sondeo en Pozos	78
IV.7	Patrón de radiación	80
IV.8	Ecuación del radar	84
IV.9	Resolución vertical	88
IV.10	Resolución horizontal	91
IV.11	Cálculo de la velocidad a partir de los datos de GPR	94
IV.11.1	Método 1. Uso de velocidades estándar	94
IV.11.2	Método 2. Localización de un objeto de profundidad conocida	95
IV.11.3	Método 3. Escala geométrica	96
IV.11.4	Método 4. CDP (Punto de profundidad común)	98
IV.12	Diseño del sondeo	99
IV.12.1	Definición del problema	99
IV.12.2	Selección de la antena	101
IV.12.3	Selección de la ventana de tiempo	104
IV.12.4	Selección del intervalo de muestreo	105
IV.12.5	Selección del espaciamiento entre estaciones	107
IV.12.6	Selección de la separación entre antenas	109
V	TÉCNICAS DE PROCESADO E INTERPRETACIÓN	110
V.1	Visualización de los datos	111
V.1.1	Formato de traza continua	111
V.1.2	Formato sísmico o wiggle	111
V.1.3	Visualización de los datos en formato 3D	113
V.2	Ajuste de ganancia	113
V.2.1	Control automático de ganancia (AGC)	114
V.2.2	Compensación exponencial por dispersión y divergencia esférica (SEC)	114
V.2.3	Empleo de funciones aritméticas	116
V.3	Corrección por topografía	119
V.4	Filtros horizontales	121
V.4.1	Filtro horizontal pasa altas	121
V.4.2	Filtro horizontal pasa bajas	124
V.5	Filtros verticales	126
V.5.1	Filtro vertical pasa altas	126
V.5.2	Filtro vertical pasa bajas	127
V.5.3	Filtro vertical pasa banda	127
V.6	Deconvolución	129
V.7	Migración	133
V.7.1	Fundamentos de Migración	133
V.7.2	Efectos de la migración en las reflexiones	135
V.7.3	Métodos de migración	139
V.7.3.1	Migración de Kirchhoff	139

V.7.3.2	Migración por diferencias finitas	139
V.7.3.3	Migración frecuencia-número de onda (f-k)	140
V.8	Transformada de Hilbert	145

VI EJEMPLOS DE APLICACIÓN **150**

VI.1	Evaluación de las respuestas de GPR en un campo de pruebas	150
VI.1.1	Preparación del campo de pruebas	150
VI.1.2	Características del campo de pruebas	152
VI.1.3	Diseño del sondeo y adquisición de los datos	154
VI.1.4	Procesamiento de datos	159
VI.1.5	Resultados	161
VI.1.6	Conclusiones	162
VI.2	Detección de fracturas en suelo arcilloso	166
VI.2.1	Diseño del sondeo y adquisición de los datos	166
VI.2.2	Cálculo de la velocidad	169
VI.2.3	Procesamiento de datos	171
VI.2.4	Resultados	171
VI.2.5	Conclusiones	172
VI.3	El GPR en la detección de cavidades en zonas cársticas	178
VI.3.1	Diseño del levantamiento y adquisición de los datos	178
VI.3.2	Cálculo de la velocidad	180
VI.3.3	Procesamiento de datos	182
VI.3.4	Radargramas sintéticos	183
VI.3.5	Resultados	185
VI.3.6	Conclusiones	187

VII Conclusiones y recomendaciones **193**

Referencias **196**

I INTRODUCCION

El nombre de Radar de Penetración Terrestre (GPR) es aplicado a la técnica de prospección geofísica que emplea pulsos electromagnéticos de alta frecuencia del orden de 10 a 2500 MHz, los cuales son transmitidos en el terreno para estudiar las características estructurales del subsuelo así como las estructuras hechas por el hombre. En el espectro electromagnético el GPR queda ubicado dentro de los métodos geofísicos de exploración de más alta frecuencia, como se muestra en la Figura 1.1.

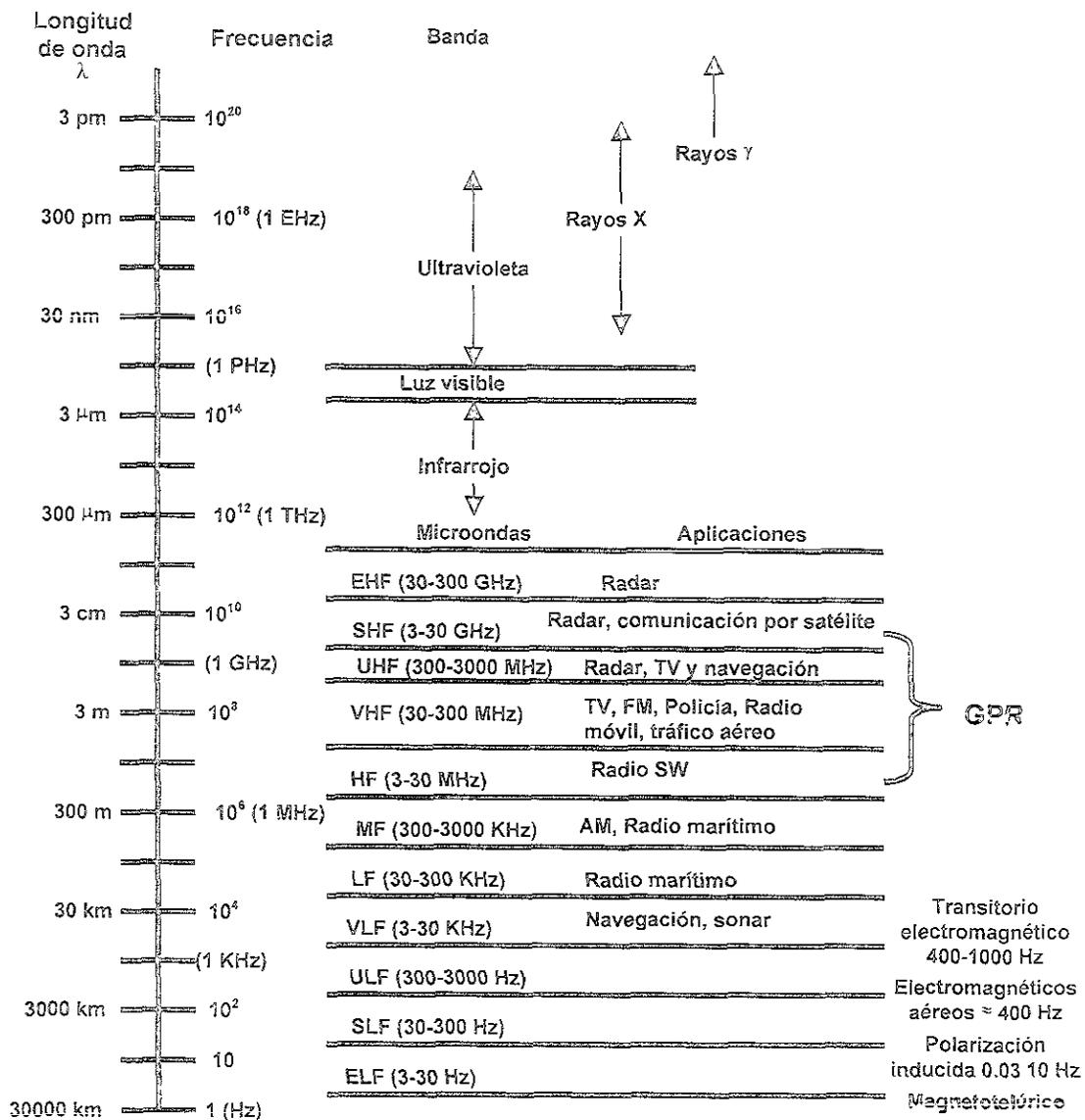


Figura 1.1 Espectro electromagnético donde se ubica el GPR con respecto a otros métodos.

La técnica del GPR es similar en principio al sonar y a la reflexión sísmica. Está basada en la misma teoría electromagnética del radar convencional, excepto que las ondas electromagnéticas son transmitidas al interior de la tierra en vez del aire.

En la literatura se le puede encontrar como **Geo-Radar**, **GPR** de las siglas en inglés *Ground Penetrating Radar*, *Ground Probing Radar* (“Radar de Penetración Terrestre o Radar de Sondeo Terrestre”). En la mayoría de la literatura Americana y Europea se le puede encontrar como **SIR**, *System Interface Radar*.

I.1 Desarrollo histórico del GPR

La aplicación de los métodos de ondas de radio para investigaciones en rocas, fue implementada por primera vez a principios de siglo. El radar de pulso fue desarrollado en los años 20's, y las primeras mediciones no fueron mejoradas sino hasta los años 50's. El método fue empleado exitosamente en la investigación de capas de hielo en Groenlandia en los años 60's, y para la búsqueda de cables, tuberías y otros objetos entre los años de 1960 a 1970. Diversos dispositivos de medición han sido desarrollados rápidamente desde entonces y el número de aplicaciones se ha incrementado.

El desarrollo de los sistemas de radar puede ser resumido en tres avances importantes en cuanto a tecnología y equipo en el transcurso de los últimos 20 años. *Geophysical Survey Systems Inc. (GSSI)*, presenta a mediados de los años setentas el sistema SIR, que fue el primer sistema comercial disponible. Con el paso de los años *A-Cubed Inc.*, en asociación con *Geological Survey of Canada* desarrolló un radar digital llamado *pulseEKKO III*, en la actualidad forman la compañía *Sensors & Software (S&S)*. Este radar es portátil y simple de operar en campo, digitaliza la señal recibida por la antena y la procesa con técnicas comúnmente usadas en sísmica de reflexión.

El uso de fibras ópticas, al igual que otras técnicas, redujo en forma importante el ruido y aumentó la eficiencia del sistema. La *Swedish Geological Company (SGC)* desarrolló un sistema de radar de pozo (*RAMAC*) con especificaciones y técnicas similares a las del *pulseEKKO III*, la diferencia es que no está diseñado para ser portátil, de cualquier forma son similares en concepto y operación. Actualmente la SGC fabrica equipos portátiles similares a los de GSSI y S&S en la compañía llamada *Måla Geoscience*.

Anteriormente los datos adquiridos eran grabados en forma analógica para su posterior digitalización; sin embargo, esto presentaba una gran dificultad para digitalizar en tiempo real debido a que los intervalos requeridos eran muy pequeños (nanosegundos), para representar adecuadamente las altas frecuencias (10 a 2500 MHz) y por consiguiente el procesado e interpretación

de los datos. Con el paso del tiempo los avances en la ingeniería han sido enfocados en el equipo y en la adquisición de datos en forma digital.

Antes de 1988, el procesamiento aplicado a los datos de radar era mínimo, debido a que usualmente se utilizaba un solo canal o cuando la geometría involucrada en el prospecto era muy simple. Cuando la complejidad de las estructuras era mayor los datos necesitaban más procesamiento; como el filtrado, la deconvolución o la migración; lo cual presentaba una limitación para la tecnología existente en ese momento. Con la llegada de los sistemas digitales se abrieron nuevas puertas, y mucho del software usado en el procesamiento sísmico pudo ser implementado para los datos de radar.

1.2 Areas de aplicación del GPR

Históricamente, el GPR fue primeramente enfocado a la investigación de las estructuras en el subsuelo, recientemente ha sido usado en la ingeniería civil, en geotecnia y en estudios de contaminación del subsuelo. Las aplicaciones son limitadas solamente por la imaginación y la instrumentación disponible.

Por su gran capacidad de proveer información de alta resolución el GPR ha sido utilizado para una gran variedad de aplicaciones. Estas incluyen el contenido de agua en el subsuelo (*Topp et al., 1980*), solución de problemas de ingeniería y geotecnia (*Morey, 1974; Benson y Glaccum, 1979; Ulriksen, 1982*), determinación de espesores de capas de hielo (*Campbell y Orange, 1974; Annan y Davis, 1976; Jezek et al, 1985; Harrison, 1970; Arcone y Delaney, 1987; Fisher et al. , 1989*), mapeado de estructuras salinas (*Stewart y Unterberger, 1976; Nickley et al., 1983*), exploración de depósitos de placer (*Davis et al. , 1985*), exploración de metales pesados (*Hammond y Sprende, 1991*), monitoreo de recuperación de petróleo (*Witterholt y Kretzschmar, 1984*), mapeado de detalles estratigráficos (*Killey et al., 1989; Davis y Annan, 1989*), exploración de yacimientos de carbón (*Coon et al., 1981*), contornos de túneles de minas (*Cook, 1975*), aplicaciones arqueológicas (*Imai et al., 1987*), estudios de contaminación ambiental (*Davis y Annan, 1989*), entre otras.

II PROPIEDADES ELECTROMAGNETICAS DE LAS ROCAS

La aplicación de los métodos electromagnéticos requiere del conocimiento de las propiedades electromagnéticas de las rocas. En el caso de GPR las propiedades físicas más importantes son la resistividad eléctrica ρ (o su inversa, la conductividad σ), la constante dieléctrica K y la permeabilidad magnética μ . En los párrafos siguientes se definen éstos parámetros físicos, a la vez que se describe como varían en diferentes condiciones.

II.1 Resistividad y conductividad

La resistividad de una roca es la capacidad de oponerse al flujo de corriente eléctrica, la unidad de medida es el ohm-metro ($\Omega\cdot m$). Son de uso frecuente los términos de resistividad y conductividad, siendo uno el inverso del otro por lo que a una resistividad alta le corresponde una conductividad baja y viceversa. La conductividad tiene por unidad de medida el Siemens por metro (S/m).

La resistividad se expresa por la letra ρ y la conductividad por σ de modo que se tiene:

$$\sigma = \frac{1}{\rho} \quad (2.1)$$

Tipos de conductividad

Los materiales eléctricamente conductores son los que permiten el paso de corriente a través de portadores de cargas eléctricas. Los portadores pueden ser electrones o iones, por lo que la corriente eléctrica puede clasificarse en dos tipos: electrónica e iónica. Los materiales con conductividad electrónica se clasifican a su vez en dos grupos; el de los conductores metálicos y el de los semiconductores. Los de conductividad iónica o electrolítica se les conoce como electrolitos, (Figura 2.1).

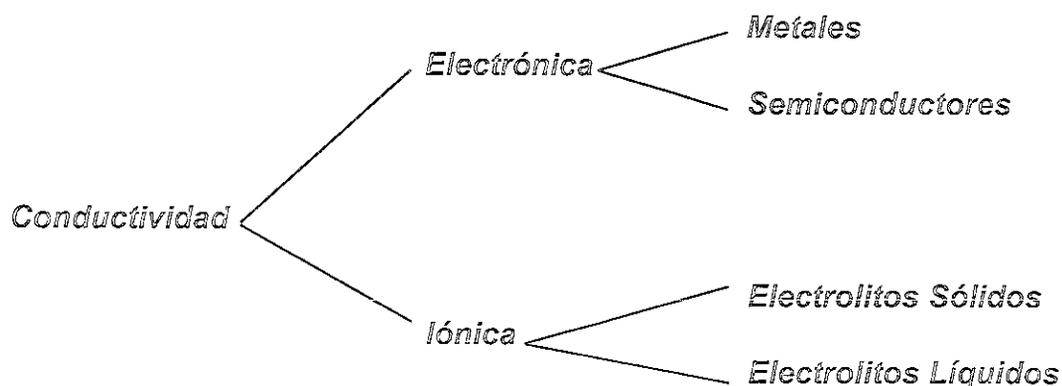


Figura 2.1 Diferentes tipos de conductividad.

Conductividad metálica: es debida al movimiento de los electrones en la red cristalina, los metales están constituidos por una red regular de iones positivos, entre los cuales se desplazan los electrones en una especie de gas electrónico. La facilidad de movimiento de los electrones y su gran número tienen como consecuencia una conductividad muy elevada. En la corteza terrestre son muy escasos los materiales que poseen conductividad metálica, entre ellos se encuentran los metales nativos oro, plata, cobre y otros minerales poco abundantes.

Semiconductores: presentan conductividad creciente con la temperatura llamada conductividad intrínseca. Cuando hay presencia de impurezas se presenta otro tipo de conducción llamada extrínseca. En los semiconductores la conductividad extrínseca es la que predomina a temperaturas bajas, mientras que a temperaturas altas, una vez que se ionizan los átomos de impureza la que predomina es la intrínseca. Los minerales que pertenecen al grupo de los semiconductores son muchos y de gran importancia. La conductividad en este tipo de materiales depende principalmente del contenido de impurezas y de la porosidad. Estos minerales no suelen aparecer en la naturaleza en forma individual sino en asociaciones tal como en el cuarzo y la calcita, entre otros, que se consideran aislantes por lo que la conductividad puede variar considerablemente. En ello influye en gran medida la disposición de los elementos conductores, si éstos aparecen rodeados de material aislante, la resistividad será elevada, mientras que ocurrirá lo contrario cuando los minerales conductores tengan una disposición dendrítica, formando una especie de red conductora. En todo caso, la resistividad de las menas suele ser más alta a la escogida de cada mineral. Los rangos de resistividad para algunos minerales semiconductores se muestran en la Tabla 2.1:

Rangos de resistividad ($\Omega\cdot m$)		
$10^{-6} - 10^{-3}$	$10^{-3} - 10^0$	$10^0 - 10^3$
Arsenopirita	Casiterita	Cuprita
Calcopirita	Galena	Molibdenita
Magnetita	Marcasita	Rutilo
Pirita	Ilmenita	Wolframita
Pirrotita	Bornita	Cromita

Tabla 2.1 Rangos de resistividad para algunos minerales semiconductores.

Electrolitos sólidos: son también llamados dieléctricos o aislantes, en ellos los electrones están fuertemente ligados a los átomos debido a que existen enlaces iónicos. En este último caso la red cristalina forma un electrolito sólido, la mayoría de los minerales pertenece a este grupo.

La fuerte unión entre electrones y átomos exige mucha energía para separarlos. En los electrolitos sólidos no suele existir conducción por electrones pero si puede haber débil conductividad iónica originada por irregularidades o impurezas en la red iónica. A temperaturas normales, los electrolitos sólidos presentan resistividades altas generalmente superiores a 10 ohm-m. Los minerales que se comportan como dieléctricos son muchos, entre los más abundantes en la naturaleza se encuentran los de la Tabla 2.2:

Anhidrita	Cuarzo	Hematita	Petróleo
Azufre	Estibinita	Hornblenda	Piroxenos
Blenda	Feldespatos	Micas	Halita
Calcita	Feldespatoides	Yeso	Silvita
Cinabro	Flourita	Olivino	Bórax

Tabla 2.2 Algunos minerales que se comportan como dieléctricos.

En esta lista figuran los minerales más comunes constituyentes de las rocas, las cuales, por lo general, se comportarán como aislantes sino fuera por la presencia de electrolitos en sus poros.

Electrolitos líquidos: los portadores de la corriente eléctrica en las disoluciones acuosas son los cationes y aniones. Al aplicar un campo eléctrico, unos y otros se ponen en marcha hacia los electrodos de signo opuesto. La velocidad de los iones es proporcional a la intensidad del campo eléctrico aplicado, y depende también de la temperatura. Se llama movilidad de unión a la velocidad constante que adquieren los iones en un campo eléctrico unitario.

La resistividad de un electrolito se define como la resistencia eléctrica presentada por un volumen de electrolito de forma cúbica de un metro por lado cuando se establece una diferencia de potencial unitaria entre dos caras opuestas.

Los iones más abundantes en las aguas naturales son el sodio y el cloro. La movilidad de los iones es función de la temperatura, por lo que la resistividad se puede expresar en términos de ésta como:

$$\rho_T = \frac{\rho_0}{[1 + a_T(T - T_0)]} \quad (2.2)$$

En donde ρ_T es la resistividad a la temperatura T , ρ_0 es la resistividad a la temperatura origen o de referencia, T_0 es la temperatura ambiente que suele ser de 18 °C, y a_T es un coeficiente cuyo valor aproximado es de 0.022. Esta fórmula, aunque no es exacta, es válida dentro de las temperaturas normales, e indica que la resistividad del electrolito disminuye con el aumento de la temperatura.

Hasta el momento se ha considerado la cuestión de determinar la resistividad de un electrolito de composición conocida. En la práctica se presenta muchas veces el problema de medir dicha magnitud directamente, esto puede realizarse con un conductivímetro.

II.2 Resistividad de las aguas

El volumen y la calidad de agua que contienen las rocas puede influenciar considerablemente en sus propiedades eléctricas. El agua pura es muy poco conductora debido a su muy reducida cantidad de minerales, de modo que la resistividad del agua destilada es de unos 10^5 ohm-m por lo que puede considerarse como aislante.

Sin embargo las aguas naturales presentan conductividades apreciables, pues siempre tienen disuelta alguna sal, generalmente NaCl. La cantidad y clase de estas sales depende de la naturaleza de las rocas con que las aguas hayan entrado en contacto. La cantidad de sales de las aguas suele estar entre 0.1 g/l y 35 g/l (Orellana, 1972), esta última cifra corresponde a las aguas marinas.

En la Tabla 2.3 se tienen los rangos de variación de la resistividad de las aguas, basada en datos de Orellana, (1972), estos datos están referidos a los márgenes de variación usuales:

Tipo de Agua	Resistividad (Ω-m)
Lagos y arroyos de alta montaña	$10^3 - 3 \times 10^3$
Dulces superficiales	$10^1 - 10^3$
Salobres superficiales	$2 - 10^1$
Subterráneas	1 - 20
De lagos salados	0.1 - 1
Marinas	Promedio 0.2
De impregnación de rocas	0.3 - 1

Tabla 2.3 Rangos de variación en la resistividad de las aguas (Orellana, 1972).

II.3 Resistividad de las rocas

La resistividad de las rocas no depende únicamente de sus minerales constituyentes, sino habría que considerarlas como aislantes, debido a que el cuarzo, la calcita, los silicatos, las sales, etc., lo son prácticamente. Sólo en el caso de que la roca contuviese minerales semiconductores en cantidad apreciable, podrá considerarse como conductora, es decir, sólo lo serán las menas metálicas.

Todas las rocas tienen poros en mayor o menor proporción, los cuales suelen estar ocupados total o parcialmente por electrolitos, por lo que las rocas

se comportan en conjunto como conductores iónicos de resistividad variable. La resistividad de algunas rocas puede disminuir considerablemente si contiene agua mineralizada en poros interconectados o si contiene elementos conductores diseminados. En este último caso si el mineral es de hábito dendrítico, y su concentración supera un cierto valor mínimo, las ramificaciones de cada cristal hacen contacto con las de otros próximos, y se forma una red conductora que baja la resistividad de la roca. En cambio, si el mismo mineral se encuentra en cantidad mucho mayor, pero en forma de cristales rodeados por una matriz o ganga aislante, su efecto sobre la resistividad de la roca será muy pequeña e incluso inapreciable. Lo anterior sugiere que no existe una correlación simple entre la cantidad de minerales conductores y la resistividad de la roca que los contiene; en algunos casos se pueden establecer rangos, pero en la mayoría de éstos no es posible.

11.4 Efectos de la porosidad en las rocas

Las rocas cuya conductividad se debe a la presencia de inclusiones de minerales conductores, ocupan una porción relativamente pequeña de las capas superiores de la corteza terrestre. La conductividad de la mayor parte de las rocas se debe a la existencia de poros y fisuras rellenos total o parcialmente de electrolitos. Además de los poros propiamente dichos o poros intergranulares, existe otra porosidad debida a las fisuras y diaclasas que no suele exceder por lo general el 2% del volumen total de las rocas. En las rocas sedimentarias predomina el primer tipo de porosidad, mientras que la segunda es la más importante en las rocas ígneas. Keller y Frischknecht (1966) definen un tercer tipo de porosidad, la *vugular*, constituida por cavidades grandes e irregulares, como las de disolución en calizas, o las que existen en las rocas volcánicas debidas a burbujas de gas. Sin embargo la porosidad vugular no suele influir en forma importante en la porosidad total, la debida a fisuras y diaclasas no excede del 2% del volumen total bastará una con los límites de variación de la porosidad intergranular, como la mostrada en la Tabla 2.4 Orellana, (1972).

La resistividad de las rocas puede variar en un gran margen en función del contenido de agua, de la salinidad de ésta y del modo de distribución de sus poros, así como con la temperatura. La ley de Archie relaciona estos parámetros y está dada por:

$$\sigma = a\phi^m s^n \sigma_w + \sigma_c$$

En donde:

- | | |
|-----------------------------|---|
| ϕ = porosidad | |
| a = constante (0.4 a 2) | s = fracción de agua que rellena el poro |
| n = constante (2) | σ_w = conductividad del agua de poro |
| m = constante (1.3 a 2.5) | σ_c = conductividad del los granos |

<i>Material</i>	<i>Porosidad (%)</i>
Arcillas	20 – 50
Arenas gruesas	25 – 60
Arenas finas	30 – 60
Arenas de playa	80 – 85
Arenisca	20 – 35
Caliza	1.5 – 20
Dolomitas	3 – 20
Gravas	20 – 40
Lavas	20 – 80
Margas	4 – 60
Rocas plutónicas	0.3 – 5
Rocas volcánicas	5 – 60

Tabla 2.4 Porosidad intergranular de diversas rocas.

II.5 Resistividad de las rocas más comunes

Como se ha hecho notar anteriormente, la resistividad de las rocas depende de muchos factores para que pueda asignarse un solo valor, ni siquiera un margen estrecho de variabilidad, a cada tipo de roca. Por el contrario, a cada uno de estos suele corresponder un intervalo de variación de uno a tres órdenes de magnitud, ya que, aunque la naturaleza de la roca sea la misma, influyen las condiciones locales de contenido de agua, conductividad de ésta, tamaño de grano, contenido de arcilla, etc. Por otra parte, dado un valor de resistividad, tampoco puede atribuirse a un solo tipo de roca.

A una roca como conductor de la corriente eléctrica, se le puede considerar como un agregado que consta de una matriz sólida que puede contener minerales, líquidos y gases. En la resistividad de tal asociación influyen los siguientes factores:

- a) La resistividad de los minerales que forman la parte sólida de la roca (la matriz).
- b) La resistividad de los líquidos y gases que rellenan los poros de la roca.
- c) El contenido de agua y la temperatura.
- d) La textura de la roca, y la forma y distribución de sus poros (Anisotropía).

e) Los procesos que ocurren en el contacto de los líquidos de los poros y el esqueleto mineral.

Los márgenes de variación más usuales para la resistividad de las diferentes litologías y edades se expresan en la Tabla 2.5, (Keller, 1966), debe entenderse que, en ciertos casos, la resistividad de algunas rocas puede exceder, por arriba o por abajo los límites indicados en la Tabla.

Rocas sedimentarias: Se caracterizan por resistencias bajas en comparación con los otros tipos de rocas. Esto se explica por su gran porosidad y, en caso de estar bajo el nivel de las aguas subterráneas poseen una elevada humedad.

Sin embargo, entre las rocas de este grupo se pueden encontrar algunas que se caracterizan por una resistencia elevada. A ellas pertenecen, por ejemplo, las arenas secas y los sedimentos hidroquímicos compactos y de baja porosidad (yeso, anhidrita, etc.), los rangos de variación generalizados para rocas sedimentarias (Keller, 1966) son los siguientes:

<i>Edad</i>	<i>Rocas Sedimentarias marinas</i>	<i>Rocas Sedimentarias continentales</i>	<i>Rocas Voicánicas</i>	<i>Rocas Plutónicas</i>	<i>Precipitados químicos</i>
Cuaternario y Terciario	1 - 10	15 - 50	10 - 200	500 - 2000	50 - 5000
Mesozoico	5 - 20	25 - 100	20 - 500	500 - 2000	10×10^4
Paleozoico	10 - 40	50 - 3000	50 - 1000	1000 - 5000	$200 \sim 1 \times 10^5$
Paleozoico Inferior	40 - 200	100 - 500	100 - 2000	1000 - 5000	$1 \times 10^4 - 1 \times 10^5$
Precámbrico	100 - 2000	300 - 500	200 - 5000	$5000 - 2 \times 10^4$	$1 \times 10^4 - 1 \times 10^5$

Tabla 2.5 Rangos de resistividad (Ω - m) generalizados para diferente litología y edad (Keller, 1966).

Es característico de las rocas sedimentarias que la resistividad de las arcillas sea habitualmente menor que la resistividad de las arenas. Esto se explica, por una parte, por la considerable influencia del agua vinculada a la separación de las fases sólida y líquida y por otra a que en las arcillas a causa de su baja permeabilidad las aguas subterráneas se estancan y aumenta la concentración de las sales minerales preexistentes en el esqueleto sólido de la roca. La mineralización de esas mismas aguas en rocas arenosas por lo general es más baja.

En las rocas sedimentarias es mayor la diversidad de resistividades. Los valores más altos corresponden a las evaporitas, en especial a la anhidrita y a la sal gema cuya resistividad oscila entre 10^4 y 10^5 ohm-m. Más conductoras suelen ser las calizas, presentan resistividades comprendidas generalmente entre 10^2 y 5×10^3 ohm-m, valores semejantes presentan las areniscas y dolomitas.

Mayor conductividad aún presentan las margas con resistividades que suelen variar entre 1 y 10^2 ohm-m. La resistividad de las rocas clásticas crece con el tamaño de grano, siendo para las arcillas de 1 a 50 ohm-m, de 10 a 100 para los limos, de 100 a 1000 para las arenas y de 100 a 10000 para las gravas; todo esto suponiendo que contengan agua dulce. La resistividad de las arenas impregnadas de agua salada es muy inferior a la indicada y puede descender hasta 0.1 ohm-m.

Rocas ígneas: Se caracterizan por los valores más altos de la resistividad debido a que tienen una porosidad propia muy pequeña en comparación con la porosidad de las demás rocas. La resistividad de las rocas ígneas se mide en miles y a veces en decenas de miles de ohm-m. La resistividad de las rocas ígneas fisuradas, en el caso en que las fisuras estén interconectadas, es más baja que la resistividad de éstas mismas en estado masivo. La resistividad de las rocas muy fisuradas puede ser de menos de una centena de ohm-m como máximo.

Rocas metamórficas: En cuanto a su resistividad ocupan una posición intermedia entre las rocas ígneas y sedimentarias. La porosidad y humedad de las rocas metamórficas depende principalmente del grado de metamorfismo. En general la resistividad de las rocas es grande cuanto mayor lo sea el grado de metamorfismo. Así por ejemplo, la resistividad del esquisto muy metamorfizado puede ser de miles de ohm-m, es decir, es próxima a la resistividad de los granitos; en cambio la resistividad de los esquistos arcillosos en estado suficientemente húmedo puede valer sólo algunas decenas de ohm-m.

Entre las rocas metamórficas de resistividad baja se tienen las rocas grafitizadas y carbonificadas, principalmente esquistos. La resistividad de estas rocas se reduce a causa de la presencia del grafito cuya conductividad es de tipo electrónica y al material carbonoso disperso fuertemente metamorfizado.

Las rocas próximas a las zonas de mineralización y zonas de contacto, que se acompañan de mineralizaciones secundarias y variaciones en la porosidad, pueden influir de modo considerable en la magnitud de su resistividad. En este tipo de rocas, a causa de la influencia dinámica a que han sido sometidas, es característica la textura esquistosa, por la cual las partículas de roca y por consiguiente también los poros, se extienden en la dirección perpendicular a la dirección de los esfuerzos. Por consiguiente a menudo las rocas metamórficas presentan anisotropía eléctrica.

La resistividad de las rocas varía en amplios márgenes, por lo que es imposible asignar valores específicos a los diversos tipo de roca; sin embargo, se pueden obtener criterios observando tablas publicadas en libros y manuales, como las de Telford W. M., (1986).

Cuando se estudia una región determinada puede ocurrir que el intervalo de variación para una misma roca no muy amplio por lo que usualmente se asigna intervalos específicos a los diferentes tipos de roca en la zona de estudio. No obstante, puede incurrirse en un error si se asignan los mismos valores a otras zonas en las que existe un tipo similar de roca. Por ejemplo, una caliza sana y compacta puede tener resistividades mayores a 5000 ohm-m, mientras que una caliza alterada, fisurada y saturada de agua puede presentar resistividades de solo algunas decenas de ohm-m. Lo mismo sucede con los basaltos que en estado sano son usualmente muy resistivos pero cuando presentan fracturas, alteraciones y saturación de agua su resistividad es mucho menor. Puede decirse que los factores que determinan la resistividad promedio de las rocas se conservan a menudo en toda una unidad de roca, y debido a esto, puede diferenciarse una formación de otra tomando como base las mediciones de la resistividad.

II.6 Variación de la resistividad con la temperatura y la presión

Los estudios realizados sobre muestras de diversos tipos de rocas indican que el descenso de la temperatura produce un aumento rápido de la resistividad cuando los poros están interconectados. En general, la resistividad de las rocas aumenta de 10 a 1000 veces al pasar de +20 °C a -20 °C. En términos generales la resistividad de las rocas decrece con el aumento de temperatura. Esta disminución de la resistividad tiene su origen en el aumento de la movilidad de los iones al aumentar la temperatura.

El aumento de conductividad de las rocas secas con el incremento de la temperatura se debe a los minerales dieléctricos que la componen. Aparentemente a temperaturas relativamente bajas predomina la conducción por impurezas, mientras que a temperaturas elevadas predomina la conducción de tipo semiconductor o iónico.

Por otro lado se ha observado que las rocas se vuelven más resistivas con el aumento de presión. El crecimiento de la resistividad es rápido al principio, esto es, con presiones pequeñas y más lento después. El aumento de la resistividad con la presión depende de la cantidad y naturaleza del cemento, el volumen relativo y la forma geométrica de los poros más pequeños o de conexión ya que éstos serán los primeros en cerrarse por efecto de la presión, influyen también en la conducción.

II.7 La constante dieléctrica

Una carga eléctrica (q) produce dos efectos, atrae a las cargas afines próximas y causa la electrización por influencia de los cuerpos cercanos. El primer fenómeno se describe matemáticamente por medio de un campo vectorial \mathbf{E} que expresa la fuerza con que es atraída en cada punto una carga eléctrica puntual. El segundo fenómeno, también llamado inducción electrostática, puede expresarse matemáticamente por otro campo vectorial \mathbf{D} llamado densidad de flujo eléctrico. Los vectores \mathbf{D} y \mathbf{E} están ligados por un operador lineal ϵ llamado permitividad eléctrica con matriz de nueve componentes que según puede demostrarse tiene carácter tensorial. La relación entre \mathbf{D} y \mathbf{E} puede escribirse como:

$$\mathbf{D}_i = \epsilon_{ij} \mathbf{E}_j \quad \text{con} \quad \epsilon_{ij} = \epsilon_{ji} \quad (2.3)$$

donde

$$\epsilon_{ij} = \begin{bmatrix} \epsilon_{11} & \epsilon_{12} & \epsilon_{13} \\ \epsilon_{21} & \epsilon_{22} & \epsilon_{23} \\ \epsilon_{31} & \epsilon_{32} & \epsilon_{33} \end{bmatrix}$$

Si consideramos cuerpos isótropos las componentes de la diagonal principal son iguales y las restantes son cero, por lo que el tensor se reduce a un escalar. La constante dieléctrica se da en forma relativa, esto es tomando como unidad a la del vacío ϵ_0 , que es igual a 8.854 pF/m; es decir:

$$K = \frac{\epsilon}{\epsilon_0}, \quad \text{constante dieléctrica del medio.} \quad (2.4)$$

II.8 Polarización y constante dieléctrica

Cuando un cuerpo se coloca dentro de un campo eléctrico, se produce en él una redistribución de las partículas cargadas de los átomos. Si es un material conductor hay una gran cantidad de portadores de carga libres que se mueven al ser aplicado el campo. En los dieléctricos las cargas positivas y negativas sufren un desplazamiento al ser aplicado el campo. Cuando ha ocurrido un desplazamiento de cargas debido a un campo eléctrico, se dice que la materia se ha polarizado. Una teoría simplificada pero satisfactoria de la polarización puede obtenerse considerando un átomo del material dieléctrico como dos regiones de carga positiva y negativa superpuestas, como se muestra en la Figura 2.2.a. Cuando se aplica un campo \mathbf{E} , la región de carga positiva se mueve en la dirección del campo aplicado, Figura 2.2.b, mientras que la región de carga negativa lo hace en dirección opuesta. Este desplazamiento puede ser

representado por un momento eléctrico dipolar $\mathbf{p} = q\mathbf{d}$, donde q es la carga eléctrica y \mathbf{d} es el segmento vectorial dirigido de $-q$ a $+q$, como se muestra en la Figura 2.2.c:

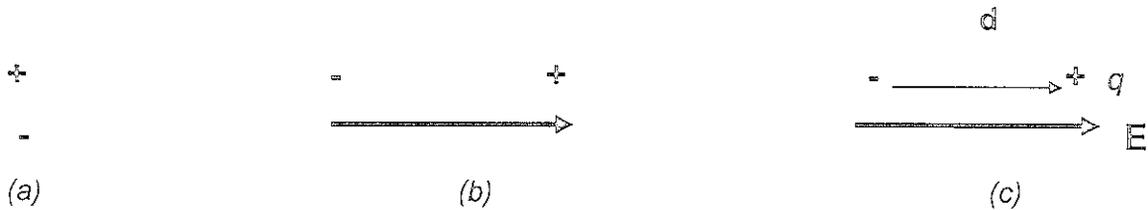


Figura 2.2 Polarización de una partícula bajo la acción de un campo eléctrico.

En la mayoría de los materiales, las regiones de carga regresan a sus posiciones originales superpuestas cuando el campo aplicado es removido. Al igual que en un resorte que cumple la ley de Hooke el trabajo ejecutado durante la distorsión es recuperable cuando se permite al sistema regresar a su posición original. Durante esta distorsión se lleva a cabo un almacenamiento de energía en la misma forma que con el resorte. Una región Δv de un dieléctrico polarizado contiene N momentos dipolares \mathbf{p} . La polarización \mathbf{P} se define como el momento dipolar por unidad de volumen :

$$\mathbf{P} = \lim_{\Delta v \rightarrow 0} \frac{N\mathbf{p}}{\Delta v} \quad (\text{C/m}^2) \quad (2.5)$$

Esto hace suponer una distribución continua y uniforme de momentos eléctricos dipolares lo que en realidad no se produce. Sin embargo en una visión macroscópica la polarización \mathbf{P} puede dar cuenta del aumento de la densidad de flujo eléctrico, según la ecuación:

$$\mathbf{D} = \epsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P} \quad (2.6)$$

Esta ecuación permite a \mathbf{E} y \mathbf{P} tener direcciones diferentes como sucede en ciertos dieléctricos cristalinos.

Se tiene por lo tanto $\mathbf{D} = \epsilon \mathbf{E} = \epsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P}$ donde ϵ es la permitividad del medio considerado, entonces:

$$\begin{aligned} \mathbf{P} &= \mathbf{D} - \epsilon_0 \mathbf{E} \\ \mathbf{P} &= \epsilon \mathbf{E} - \epsilon_0 \mathbf{E} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{P} &= (\varepsilon - \varepsilon_0) \mathbf{E} \\ \mathbf{P} &= \varepsilon_0 [\varepsilon/\varepsilon_0 - 1] \mathbf{E} \end{aligned}$$

En donde $\chi_e = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} - 1 = K - 1$, se define como la susceptibilidad eléctrica (2.7)

Se deduce de las expresiones anteriores que:

$$\mathbf{P} = \chi_e \varepsilon_0 \mathbf{E} \quad (2.8)$$

Esta ecuación es válida en un material isotrópico y lineal, donde \mathbf{E} y \mathbf{P} son paralelos en cada punto. En general la susceptibilidad eléctrica es un tensor de características análogas a las de ε y como éste también se reduce a un escalar en los cuerpos isótropos, entonces:

$$\mathbf{D} = \varepsilon_0 \mathbf{E} + \chi_e \varepsilon_0 \mathbf{E}$$

$$\mathbf{D} = \varepsilon_0 (1 + \chi_e) \mathbf{E}$$

$$\mathbf{D} = \varepsilon_0 K \mathbf{E} \quad (2.9)$$

Donde K es la constante dieléctrica y es equivalente a $K = 1 + \chi_e = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0}$

La polarización de los átomos o moléculas no es instantánea sino que requiere un tiempo finito para que se dé. Si el campo aplicado es alterno y de frecuencia muy alta, puede ocurrir que la polarización se retrase respecto de la variación del campo e incluso no llegue a producirse. El resultado de esto es que la polarización y la constante dieléctrica disminuyen cuando aumenta la frecuencia.

II.9 Constante dieléctrica para los minerales

La constante dieléctrica varía dentro de un margen mucho más reducido que el de la resistividad y depende principalmente de la polarización individual, de la densidad (aumenta a mayor densidad), de la estructura cristalográfica, de la presencia de impurezas y de la humedad principalmente (Orellana, 1972).

Los datos disponibles hasta ahora sobre las constantes dieléctricas de los minerales más comunes se presentan en la Tabla 2.6.

<i>Mineral</i>	<i>Constante dieléctrica</i>	<i>Mineral</i>	<i>Constante dieléctrica</i>
Galena	18	Barita	7.8 - 12.3
Esfalerita	8	Augita	7 - 8.6
Corindón	11 - 13	Berilo	5.7 - 6.6
Casiterita	23 - 24	Biotita	6.2 - 9.3
Hematita	25	Epidota	7.6 - 15.4
Rutilo	3.1 - 17	Leucita	7.1
Agua	80	Muscovita	6.2 - 8
Halita	5.7 - 6.2	Ortoclasa	4.4 - 5.8
Fluorita	6.3 - 6.8	Albita	5.4 - 5.5
Silvita	4.4 - 6.2	Andesina	6.2 - 6.5
Aragonita	6.4 - 9.7	Labradorita	6.5
Calcita	7.8 - 8.5	Anortita	7
Dolomita	6.8 - 8	Cuarzo	4.1 - 4.3
Apatita	7.4 - 10.5	Topacio	6.3 - 6.7
Anglesita	7.3 - 49.7	Circón	2 - 8.6
Anhidrita	5.7 - 6.3		

Tabla 2.6 Constante dieléctrica para algunos minerales.

II.10 Constante dieléctrica de las rocas

La constante dieléctrica de las rocas es función de sus componentes, de la proporción de éstos y del modo de agruparse. Si alguno de sus componentes presenta conductividad apreciable (> 0.01 S/m), en los límites de sus granos aparecen polarizaciones intersticiales. La presencia de agua influye notablemente por la elevada permitividad de ésta (721 pF/m, $K=80$),. Hasta ahora no se ha encontrado ninguna fórmula que permita calcular la constante dieléctrica en función de las variables mencionadas.

La falta de fórmulas teóricas obliga a la determinación experimental de la constante dieléctrica de las rocas. En la Tabla 2.7 se muestran los valores representativos de la constante dieléctrica para dos frecuencias que es uno de los factores más importantes en el GPR. Estos deben tomarse como ejemplos demostrativos y no como valores fijos.

Roca	1 MHz	10MHz	No especificada
Dolomia	8	7.7	
Caliza	4 - 8.7	3.9 - 8.6	
Arkosa	5.3	5.2	
Grauvaca	6.1	5.9	
Cuarzita	4.9	4.7	
Diabasa	8.3	7.8	
Diorita	9.8	5.7	
Dunita	7.4	7.2	
Gabro	9.1	8.8	
Granito	4 - 7	3.7 - 6.7	
Argilita	8.3	8	
Esquisto de Hornblenda	9	8.8	
Esquisto de Talco	8.5	7.6	
Esquisto de Serpentina	6.4	6.2	
Lutita			5 - 15
Limolita			5 - 30

Tabla 2.7 Constante dieléctrica para rocas secas en función de la frecuencia (Orellana, 1972).

II.11 Efectos de la humedad en la constante dieléctrica

La constante dieléctrica de las rocas secas es mucho menor que si estuvieran húmedas (aproximadamente la mitad), debido a que la constante dieléctrica del agua es elevada ($K = 80$).

Cuando el contenido de agua es muy pequeño ($< 30\%$) la relación entre éste y la constante dieléctrica de la roca es lineal y para mayores contenidos la constante dieléctrica tiende a un valor límite (81), obteniéndose en conjunto una curva de forma parabólica.

Los estudios realizados sobre estas cuestiones son escasos, pero en general revelan gran influencia de la humedad sobre la constante dieléctrica de las rocas. Según los estudios realizados por Parkhomenko, (1967), indican que la

presencia de agua puede aumentar de 8 a 10 veces el valor de la constante dieléctrica correspondiente a la roca seca.

II.12 Permeabilidad y susceptibilidad magnética

Si se hace actuar un campo magnético inductor H sobre un cuerpo cualquiera, éste se magnetiza por lo general débilmente. El cuerpo adquiere un momento magnético m y si el volumen del cuerpo es V y el momento está distribuido uniformemente, el momento magnético por unidad de volumen será:

$$M = m / V \quad (2.10)$$

La magnitud M recibe el nombre de magnetización y es proporcional al campo magnético H , por lo que puede escribirse como:

$$M = \chi H \quad (2.11)$$

La magnitud χ depende de la naturaleza del cuerpo considerado y recibe el nombre de susceptibilidad magnética. En los medios isótropos χ es un escalar, y en los anisótropos es un tensor simétrico que se expresa en términos de H como:

$$M_{ij} = \chi_{ij} H \quad (2.12)$$

En general χ es una constante para cada cuerpo pero en los materiales ferromagnéticos es función de H . La magnetización M se mide en (A/m) por lo que la susceptibilidad magnética es adimensional. La magnetización M se suma al campo inductor de modo que si en el vacío se cumple que el campo magnético inducido se puede expresar como $B = \mu_0 H$, en el interior del cuerpo considerado será:

$$B = \mu_0 (H + M) = \mu_0 (H + \chi H) = \mu_0 (1 + \chi) H = \mu H \quad (2.13)$$

siendo $\mu = \mu_0 (1 + \chi)$, Esta ecuación representa la permeabilidad magnética μ de un cuerpo en función de la susceptibilidad y de la permeabilidad magnética del vacío $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ (H/m).

Los cuerpos pueden clasificarse en lo que se refiere a su comportamiento magnético, como diamagnéticos ($\chi < 0$), paramagnéticos ($\chi > 0$, pero pequeño) y ferromagnéticos ($\chi > 0$ y grande). Dentro de estos últimos existen dos subdivisiones muy importantes que corresponden a los cuerpos anti-ferromagnéticos y a los ferrimagnéticos aunque estos también pueden considerarse como tipos diferentes de magnetismo.

Debido a que la susceptibilidad de los minerales es casi siempre muy pequeña, lo será también la de las rocas, a menos de que contengan alguna cantidad

importante de minerales ferrimagnéticos en especial de magnetita. En ausencia de estos minerales la susceptibilidad magnética de las rocas puede considerarse que varía entre los límites de -1×10^{-4} a 7×10^{-4} . Por consiguiente la permeabilidad magnética μ no varía mucho del valor $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ H/m correspondiente al vacío, sino a partir de la cuarta cifra significativa. Este es un aspecto muy importante debido a que en el trabajo con GPR los factores magnéticos se consideran poco relevantes.

Se ha intentado establecer fórmulas para determinar la susceptibilidad de las rocas en función de su contenido de magnetita; el inconveniente de éstas fórmulas es que su validez es puramente local por lo que no pueden aplicarse a otras rocas o regiones.

De los trabajos reportados (Orellana, 1972), resulta que la susceptibilidad de las rocas básicas que son las más ricas en elementos ferrimagnéticos, no suele exceder de 5×10^{-2} (H/m). Entonces puede afirmarse que la permeabilidad de las rocas puede tomarse sin mucho error como igual a la μ_0 del vacío. Salvo en los casos en que las rocas contengan apreciable cantidad de magnetita su permeabilidad puede ser notablemente superior a μ_0 (en el caso de la magnetita pura es seis veces y aún más). En la Figura (2.3) y la Tabla (2.8), se muestran valores de la permeabilidad de algunas rocas y minerales, (Keller, 1966).

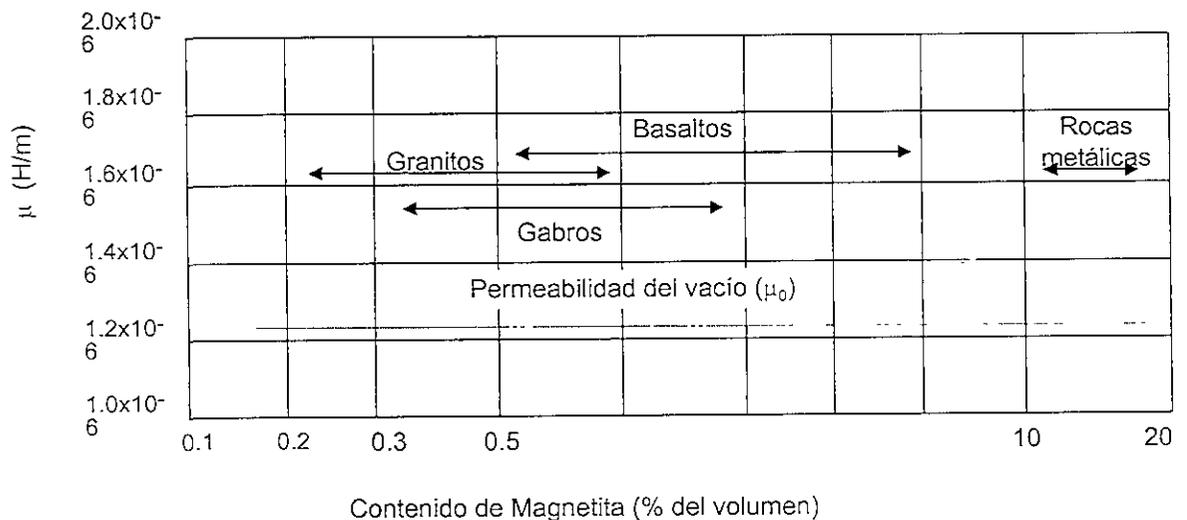


Figura 2.3 Permeabilidad magnética de rocas, (Keller, 1966).

<i>Mineral</i>	<i>Permeabilidad relativa (μ_r)</i>
Cuarzo (diamagnético)	0.999985
Calcita (diamagnético)	0.999987
Rutilo (paramagnético)	1.0000035
Pirita	1.0015
Hematita	1.053
Ilmenita	1.55
Pirrotita	2.55
Magnetita (ferrimagnético)	5.0

Tabla 2.8 Permeabilidad magnética de algunos minerales (Carmichael, 1989).

III FUNDAMENTOS TEÓRICOS DEL MÉTODO DE GPR

En este capítulo se presentan los principios teóricos del Radar de Penetración Terrestre, como son las características del medio donde se propaga la onda electromagnética, las ecuaciones de Maxwell para entender la teoría fundamental del movimiento de las ondas. La onda plana y uniforme es una de las aplicaciones más sencillas de las ecuaciones de Maxwell y muestra los principios básicos de la propagación de energía con GPR. Se presentarán la longitud de onda, la velocidad de propagación, las constantes de fase y atenuación y la impedancia del medio. Finalmente se estudiará la reflexión y transmisión de la onda plana y uniforme en la frontera entre dos medios, a fin de entender el comportamiento de la señal de geo-radar al pasar de un medio a otro con propiedades electromagnéticas diferentes.

III.1 Características del medio

Principiaremos el estudio de un medio lineal, como un medio homogéneo e isotrópico. La definición de un medio homogéneo, es aquel que tiene las constantes de campo eléctrico, magnético y de conducción constantes, esto es:

ϵ = permitividad constante
 μ = permeabilidad constante
 σ = conductividad constante

La definición de un medio isotrópico, es aquel en que el vector densidad de flujo eléctrico es paralelo al de campo eléctrico, el de inducción magnética es paralelo al de intensidad de campo magnético y el de densidad de corriente es paralelo al de campo eléctrico, expresado matemáticamente será:

$$\mathbf{D} \parallel \mathbf{E}, \mathbf{B} \parallel \mathbf{H} \text{ y } \mathbf{J} \parallel \mathbf{E}$$

Para que esto se cumpla es necesario que las constantes ϵ , μ y σ sean reales, es decir no tengan ningún ángulo o parte compleja, entonces para un medio homogéneo e isotrópico:

ϵ = constante y real
 μ = constante y real
 σ = constante y real

Con estas condiciones se tiene:

$$\begin{aligned} \mathbf{D} &= \epsilon \mathbf{E} \text{ siendo } \mathbf{D} \parallel \mathbf{E} \\ \mathbf{B} &= \mu \mathbf{H} \text{ siendo } \mathbf{B} \parallel \mathbf{H} \end{aligned}$$

y para la forma puntual de la ley de Ohm:

$$\mathbf{J}_c = \sigma \mathbf{E} \text{ siendo } \mathbf{J}_c \parallel \mathbf{E}$$

III.2 Ecuaciones de Maxwell

Las ecuaciones de Maxwell consisten en cuatro expresiones, una derivada de la ley de Ampère, una deducida de la ley de Faraday y dos encontradas a partir de la ley de Gauss. Estas ecuaciones son de profunda importancia y junto con las condiciones de frontera, la ecuación de continuidad y otras auxiliares, forman las herramientas básicas para el análisis de la mayor parte de los problemas electromagnéticos.

La ley de Ampère relaciona la integral de línea de \mathbf{H} alrededor de una trayectoria cerrada de la corriente I dada por:

$$\oint \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = I \quad (3.1)$$

Al sustituir la corriente I por la integral de superficie de la densidad de corriente \mathbf{J} , llevada al área limitada por la trayectoria de integración de \mathbf{H} , se tiene la relación más general:

$$\oint \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = \int_s \mathbf{J} \cdot d\mathbf{s} \quad (3.2)$$

Esta relación se hace aún más general sumando la densidad de corriente de desplazamiento a la densidad de corriente de conducción de manera que (3.2) pasa a ser:

$$\oint \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = \int_s \left(\mathbf{J}_c + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \right) \cdot d\mathbf{s} \quad (3.3)$$

Esta relación es conocida como la ecuación de Maxwell obtenida de la ley de Ampère. En (3.3) está dada en su forma integral, siendo la integral de línea de \mathbf{H} tomada sobre una trayectoria cerrada que limita a la superficie \mathbf{s} . Aplicando el Teorema de Stokes a (3.3) se obtiene la siguiente relación:

$$\text{Teorema de Stokes} \quad \oint \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = \int_s (\nabla \times \mathbf{H}) \cdot d\mathbf{s} \quad (3.4)$$

entonces
$$\int_s (\nabla \times \mathbf{H}) \cdot d\mathbf{s} = \int_s \left(\mathbf{J}_c + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \right) \cdot d\mathbf{s} \quad (3.5)$$

finalmente
$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J}_c + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \quad (3.6)$$

La ecuación (3.6) relaciona las cantidades de campo en un punto. Es la forma diferencial de la ecuación de Maxwell deducida de la ley de Ampère.

La ley de Faraday relaciona la fem inducida E con la rapidez de cambio del flujo magnético total dado por:

$$E = - \frac{d\phi_m}{dt} \quad (3.7)$$

Al reemplazar el flujo ϕ_m por la integral de superficie de \mathbf{B} en el área limitada se obtiene una ecuación más general:

$$E = - \frac{d}{dt} \int_s \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} \quad (3.8)$$

Al sustituir E en (3.8) por la integral de línea alrededor de la trayectoria, la relación es todavía más general:

$$E = \oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} \quad (3.9)$$

entonces
$$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = - \int_s \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \cdot d\mathbf{s} \quad (3.10)$$

Esta relación de campo es una generalización de la ley de Faraday, la ecuación (3.10) es la llamada ecuación de Maxwell deducida a partir de la ley de Faraday. En (3.10) está dada en su forma integral, la relación puntual correspondiente puede obtenerse aplicando el Teorema de Stokes:

Teorema de Stokes
$$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = \int_s (\nabla \times \mathbf{E}) \cdot d\mathbf{s} \quad (3.11)$$

entonces
$$\int_s (\nabla \times \mathbf{E}) \cdot d\mathbf{s} = - \int_s \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \cdot d\mathbf{s} \quad (3.12)$$

resultando
$$\nabla \times \mathbf{E} = - \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (3.13)$$

La ecuación (3.13) relaciona las cantidades de campo en un punto. Es la forma diferencial de la ecuación de Maxwell obtenida de la ley de Faraday.

La ley de Gauss que relaciona la integral de superficie de la densidad de flujo eléctrico \mathbf{D} con la carga q encerrada está dada por:

$$\oint_{\mathbf{s}} \mathbf{D} \cdot d\mathbf{s} = q \quad (3.14)$$

Al sustituir q en (3.14) por la integral de volumen de la densidad de carga volumétrica ρ_v llevada a cabo en todo el volumen encerrado por la superficie \mathbf{s} , puede escribirse en forma más general como:

$$\oint_{\mathbf{s}} \mathbf{D} \cdot d\mathbf{s} = \int_v \rho_v dv \quad (3.15)$$

Esta relación de campo es una generalización de la ley de Gauss y se conoce como ecuación de campo eléctrico de Maxwell deducida a partir de la ley de Gauss. En (3.15) aparece en forma integral y se aplica a un volumen finito v . Al aplicar el Teorema de la Divergencia, puede obtenerse la correspondiente ecuación diferencial que relaciona las cantidades de campo en un punto:

$$\text{Teorema de la Divergencia} \quad \oint_{\mathbf{s}} \mathbf{D} \cdot d\mathbf{s} = \int_v (\nabla \cdot \mathbf{D}) dv \quad (3.16)$$

$$\text{entonces} \quad \int_v (\nabla \cdot \mathbf{D}) dv = \int_v \rho_v dv \quad (3.17)$$

$$\text{finalmente} \quad \nabla \cdot \mathbf{D} = \rho_v \quad (3.18)$$

La ecuación (3.18) es la ecuación de campo eléctrico de Maxwell obtenida de la ley de Gauss en forma diferencial.

Para campos magnéticos, la integral de superficie de \mathbf{B} sobre una superficie cerrada \mathbf{s} es cero. Entonces, la contraparte magnética de la relación de campo eléctrico de Gauss (3.14) es:

$$\oint_{\mathbf{s}} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = 0 \quad (3.19)$$

Al aplicar el teorema de la divergencia, obtenemos:

$$\text{la relación puntual o diferencial} \quad \nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (3.20)$$

Para que se satisfaga esta ecuación el medio debe ser continuo. Las ecuaciones (3.19) y (3.20) pueden ser mencionadas como las ecuaciones de campo magnético de Maxwell deducidos a partir de la ley de Gauss, siendo la forma integral y diferencial, respectivamente.

Sus ecuaciones se justifican por el hecho de que las conclusiones basadas en ellas se han visto en innumerables casos que tienen un acuerdo excelente con los experimentos. Las ecuaciones de Maxwell implican que los campos eléctricos y magnéticos que varían con el tiempo son dependientes, siendo capaz un cambio en el campo eléctrico de generar un campo magnético y viceversa. Junto con las ecuaciones de Maxwell existen otras relaciones fundamentales que son de importancia en el manejo de problemas electromagnéticos, entre éstas se puede mencionar:

Ley de Ohm
$$\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E} \tag{3.21}$$

Ecuación de continuidad
$$\tag{3.22}$$

(conservación de la carga)
$$\nabla \cdot \mathbf{J} = -\frac{\partial \rho_v}{\partial t}$$

Las relaciones constituyentes entre \mathbf{D} y \mathbf{E} , y entre \mathbf{B} y \mathbf{H} , para un medio lineal, homogéneo e isótropo, dados por las expresiones:

$$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H} \tag{3.23}$$

$$\mathbf{D} = \epsilon \mathbf{E} \tag{3.24}$$

A manera de resumen, se muestran las ecuaciones de Maxwell en la Tabla (3.1), su forma integral, diferencial y de donde se derivan:

<i>Forma Integral</i>	<i>Forma Diferencial</i>	<i>Nombre</i>
$\oint \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = \int_s \left(\mathbf{J}_c + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \right) \cdot d\mathbf{s}$	$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J}_c + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}$	Ley de Ampère
$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = - \int_s \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \cdot d\mathbf{s}$	$\nabla \times \mathbf{E} = - \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$	Ley de Faraday
$\oint_s \mathbf{D} \cdot d\mathbf{s} = \int_v \rho_v \, dv$	$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho_v$	Ley de Gauss
$\oint_s \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = 0$	$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$	No existencia del monopolos

Tabla 3.1 Resumen de las ecuaciones de Maxwell.

III.3 La Ecuación de Helmholtz

Una de las consecuencias más importantes de las ecuaciones de Maxwell es la deducción de las ecuaciones de propagación de las ondas electromagnéticas en diferentes medios. La deducción de éstas ecuaciones se hará para el campo eléctrico y magnético.

Campo eléctrico:

De la ecuación (3.13)
$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$$

Tomando el rotacional
$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{E} = -\nabla \times \left(\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \right)$$

De la ecuación (3.23)
$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{E} = -\nabla \times \left(\frac{\partial (\mu \mathbf{H})}{\partial t} \right) = -\mu \nabla \times \left(\frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} \right)$$

De la ecuación (3.6)
$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{E} = -\mu \frac{\partial (\nabla \times \mathbf{H})}{\partial t} = -\mu \left(\mathbf{J}_c + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \right)$$

De la ecuación (3.21) y (3.24)

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{E} = -\mu \frac{\partial}{\partial t} \left(\sigma \mathbf{E} + \varepsilon \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \right) = -\mu \sigma \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} - \mu \varepsilon \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2}$$

Tomando la identidad del cálculo vectorial:

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{E} = \nabla \nabla \cdot \mathbf{E} - \nabla^2 \mathbf{E}$$

de (3.24) $\mathbf{E} = \frac{\mathbf{D}}{\varepsilon}$, entonces:

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{E} = \nabla \nabla \cdot \left(\frac{\mathbf{D}}{\varepsilon} \right) - \nabla^2 \mathbf{E} = \frac{1}{\varepsilon} \nabla \nabla \cdot \mathbf{D} - \nabla^2 \mathbf{E}$$

restringiendo a un medio libre de carga $\nabla \cdot \mathbf{D} = 0$, entonces:

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{E} = -\nabla^2 \mathbf{E} = -\mu \sigma \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} - \mu \varepsilon \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2}$$

finalmente:

$$\nabla^2 \mathbf{E} - \mu \sigma \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} - \mu \varepsilon \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = 0 \tag{3.25}$$

Campo magnético:

Tomando el rotacional de (3.6) $\nabla \times \nabla \times \mathbf{H} = \nabla \times \left(\mathbf{J}_c + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \right)$

de la ecuación (3.21) y (3.24)

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{H} = \nabla \times \left(\sigma \mathbf{E} + \varepsilon \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \right) = \sigma (\nabla \times \mathbf{E}) + \varepsilon \frac{\partial (\nabla \times \mathbf{E})}{\partial t}$$

de la ecuación (3.13) $\nabla \times \nabla \times \mathbf{H} = -\sigma \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} + \varepsilon \frac{\partial}{\partial t} \left(-\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \right)$

de la ecuación (3.23) $\nabla \times \nabla \times \mathbf{H} = -\sigma \mu \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} + \varepsilon \frac{\partial}{\partial t} \left(-\frac{\partial (\mu \mathbf{H})}{\partial t} \right)$

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{H} = -\sigma \mu \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} - \varepsilon \mu \frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial t^2}$$

del cálculo vectorial y de (3.23):

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{H} = \nabla \nabla \cdot \mathbf{H} - \nabla^2 \mathbf{H} = \nabla \nabla \cdot \left(\frac{\mathbf{B}}{\mu} \right) - \nabla^2 \mathbf{H}$$

como $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$, entonces :

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{H} = -\nabla^2 \mathbf{H} = -\sigma \mu \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} - \mu \varepsilon \frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial t^2}$$

$$-\nabla^2 \mathbf{H} = -\sigma \mu \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} - \mu \varepsilon \frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial t^2}$$

Finalmente :

$$\nabla^2 \mathbf{H} - \sigma \mu \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} - \mu \varepsilon \frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial t^2} = 0 \tag{3.26}$$

(3.25) y (3.26) son las ecuaciones de Helmholtz o las ecuaciones de onda que rigen el campo electromagnético en un medio homogéneo, lineal e isótropo.

III.4 Campos variables en el tiempo

En la prospección electromagnética por campos variables, la intensidad de la fuente varía armónicamente con el tiempo, de la misma forma que con diversos vectores electromagnéticos a través de las series de Fourier se pueden transformar en forma exponencial, por lo que los campos eléctricos y magnéticos pueden representarse como:

$$\mathbf{A} = \mathbf{A}_0(\cos \omega t + i \operatorname{sen} \omega t) = \mathbf{A}_0 e^{i\omega t} \quad (3.27)$$

Sabemos de la ecuación de Helmholtz que para el campo eléctrico y magnético se representa como:

$$\nabla^2 \mathbf{A} - \sigma \mu \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} - \mu \varepsilon \frac{\partial^2 \mathbf{A}}{\partial t^2} = 0 \quad (3.28)$$

Si derivamos (3.27) y sustituimos en (3.28), nos queda como:

$$\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} = i \omega \mathbf{A}_0 e^{i\omega t} = i \omega \mathbf{A} \quad (3.29)$$

$$\frac{\partial^2 \mathbf{A}}{\partial t^2} = -\omega^2 \mathbf{A}_0 e^{i\omega t} = -\omega^2 \mathbf{A} \quad (3.30)$$

sustituyendo en la ecuación de Helmholtz (3.29) y (3.30):

$$\begin{aligned} \nabla^2 \mathbf{A} - \sigma \mu (i \omega \mathbf{A}) - \varepsilon \mu (-\omega^2 \mathbf{A}) &= 0 \\ \nabla^2 \mathbf{A} - i \omega \sigma \mu \mathbf{A} + \omega^2 \varepsilon \mu \mathbf{A} &= 0 \\ \nabla^2 \mathbf{A} - \mathbf{A} (i \omega \sigma \mu - \omega^2 \varepsilon \mu) &= 0 \end{aligned} \quad (3.31)$$

Como \mathbf{A} puede representar al campo eléctrico o magnético, entonces las ecuaciones de Helmholtz correspondientes para una variación armónica son:

$$\nabla^2 \mathbf{E} - \mathbf{E} (i \omega \sigma \mu - \omega^2 \varepsilon \mu) = 0 \quad (3.32)$$

$$\nabla^2 \mathbf{H} - \mathbf{H} (i \omega \sigma \mu - \omega^2 \varepsilon \mu) = 0 \quad (3.33)$$

III.5 La constante de propagación

De la ecuación de Helmholtz (3.31), si hacemos:

$$\gamma^2 = i \omega \sigma \mu - \omega^2 \epsilon \mu \quad (3.34)$$

A esta relación se le llama constante de propagación. Como γ es un número complejo, entonces:

$$\gamma = \alpha + i \beta \quad (3.35)$$

$$\gamma^2 = \alpha^2 + 2 i \alpha \beta - \beta^2$$

$$\gamma^2 = (\alpha^2 - \beta^2) + 2 i \alpha \beta \quad (3.36)$$

Si igualamos la parte real e imaginaria con las de la constante de propagación, tenemos el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\left. \begin{aligned} \alpha^2 - \beta^2 &= -\omega^2 \epsilon \mu \\ 2 \alpha \beta &= \omega \sigma \mu \end{aligned} \right\}$$

Resolviendo el sistema:

Constante de atenuación

$$\alpha = \omega \sqrt{\frac{\mu \epsilon}{2} \left(\sqrt{1 + \frac{\sigma^2}{\omega^2 \epsilon^2}} - 1 \right)} \quad (3.37)$$

Constante de fase

$$\beta = \omega \sqrt{\frac{\mu \epsilon}{2} \left(\sqrt{1 + \frac{\sigma^2}{\omega^2 \epsilon^2}} + 1 \right)} \quad (3.38)$$

III.6 Solución propuesta de la ecuación de Helmholtz

Si en las ecuaciones (3.32) y (3.33) sustituimos la constante de propagación, las ecuaciones de Helmholtz para el campo eléctrico y magnético son:

$$\nabla^2 \mathbf{E} - \gamma^2 \mathbf{E} = 0 \quad (3.39)$$

$$\nabla^2 \mathbf{H} - \gamma^2 \mathbf{H} = 0 \quad (3.40)$$

Estas ecuaciones son función del espacio y el tiempo, representan una onda, siendo en nuestro caso una onda electromagnética.

Recordando que se consideró a \mathbf{E} y \mathbf{H} función exponencial del tiempo:

$$\mathbf{E}(t) = \mathbf{E}_0 e^{i\omega t} \quad (3.41)$$

$$\mathbf{H}(t) = \mathbf{H}_0 e^{i\omega t} \quad (3.42)$$

donde \mathbf{E}_0 y \mathbf{H}_0 son las amplitudes de ambos campos.

La solución de la ecuación de Helmholtz, en función del espacio será de forma parecida a la obtenida con respecto al tiempo, es decir en forma exponencial:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \mathbf{E}_0 e^{\pm \gamma r} \quad (3.43)$$

$$\mathbf{H}(\mathbf{r}) = \mathbf{H}_0 e^{\pm \gamma r} \quad (3.44)$$

colocando en estas ecuaciones la forma exponencial con respecto al tiempo y al espacio, tenemos:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E}_0 e^{i\omega t} e^{\pm \gamma r} \quad (3.45)$$

$$\mathbf{H}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{H}_0 e^{i\omega t} e^{\pm \gamma r} \quad (3.46)$$

El signo positivo (+) de γr nos indica que la onda avanza en sentido negativo de la distancia (r) y el signo negativo (-) de γr nos dice que la onda avanza en sentido positivo de la misma distancia. Por el momento sólo se considerará que la onda, formada por el campo eléctrico y magnético, avance en sentido positivo, por lo que dejaremos el signo negativo. De acuerdo a esto las fórmulas (3.45) y (3.46) nos quedarán:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E}_0 e^{i\omega t} e^{-\gamma r} \quad (3.47)$$

$$\mathbf{H}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{H}_0 e^{i\omega t} e^{-\gamma r} \quad (3.48)$$

Las fórmulas anteriores nos indican que la onda electromagnética, puede ser representada sólo por $\mathbf{E}(\mathbf{r},t)$ o por $\mathbf{H}(\mathbf{r},t)$ y son las soluciones propuestas para las ecuaciones de Helmholtz como funciones del tiempo y del espacio, ambas en forma exponencial.

III.7 Onda electromagnética en un medio dieléctrico perfecto

Se ha obtenido la ecuación de Helmholtz en condiciones generales, es decir que el medio tiene parte conductora, indicada por la constante de conductividad σ , en consecuencia se tendrá densidad de corriente de conducción \mathbf{J}_c . Por lo tanto las ecuaciones de Maxwell tienen parte conductora \mathbf{J}_c y parte dieléctrica \mathbf{J}_d .

Se comenzará el análisis de la ecuación de Helmholtz con una condición sencilla, un dieléctrico perfecto; donde la constante de conductividad es cero, la densidad de carga volumétrica es cero y como consecuencia la densidad de corriente de conducción también es cero es decir:

$$\sigma = 0, \rho_v = 0 \text{ y } \mathbf{J}_c = 0$$

Las ecuaciones de Maxwell para estas condiciones y poniéndolas solamente en términos de \mathbf{E} y \mathbf{H} función exponencial del tiempo son:

$$\nabla \times \mathbf{H} = i \omega \epsilon \mathbf{E} \quad (3.49)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -i \omega \mu \mathbf{H} \quad (3.50)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = 0 \quad (3.51)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{H} = 0 \quad (3.52)$$

Al sustituir las condiciones para un dieléctrico perfecto en las constantes de atenuación, de fase y de propagación, ecuaciones (3.37) y (3.38) tendremos:

$$\alpha = 0 \quad (3.53)$$

$$\beta = \omega \sqrt{\mu \epsilon} \quad (3.54)$$

$$\text{como } \gamma = \alpha + i\beta = i \omega \sqrt{\mu \epsilon} \quad (3.55)$$

$$\gamma^2 = -\omega^2 \mu \epsilon$$

Sustituyendo la constante de propagación en las ecuaciones de Helmholtz (3.39) y (3.40), y en la solución propuesta, ecuaciones (3.47) y (3.48):

$$\nabla^2 \mathbf{E} + \omega^2 \mu \epsilon \mathbf{E} = 0 \quad (3.56)$$

$$\nabla^2 \mathbf{H} + \omega^2 \mu \epsilon \mathbf{H} = 0 \quad (3.57)$$

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E}_0 e^{i\omega t} e^{-i\omega\sqrt{\mu\epsilon} r} \quad (3.58)$$

$$\mathbf{H}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{H}_0 e^{i\omega t} e^{-i\omega\sqrt{\mu\epsilon} r} \quad (3.59)$$

Considerando que $\beta = \omega\sqrt{\mu\epsilon}$, las fórmulas anteriores quedan como:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E}_0 e^{i(\omega t - \beta r)} \quad (3.60)$$

$$\mathbf{H}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{H}_0 e^{i(\omega t - \beta r)} \quad (3.61)$$

Las ecuaciones (3.60) y (3.61), son las soluciones para la onda electromagnética que se encuentra en un medio lineal, siendo el medio un dieléctrico perfecto.

III.8 Características de la onda electromagnética en un dieléctrico perfecto

Analizaremos las características de la onda en un dieléctrico perfecto, notamos que las expresiones (3.60) y (3.61) son similares, a fin de hacer los cálculos más sencillos trabajaremos sólo con el campo eléctrico.

- **Constante de fase (β):** Se llama constante de fase, porque los valores que la constituyen, ω , μ y ϵ son valores constantes y reales ya que así se definió el medio lineal.

De la parte exponencial del campo eléctrico tenemos:

$$e^{i(\omega t - \beta r)} = \cos(\omega t - \beta r) + i \operatorname{sen}(\omega t - \beta r) \quad (3.62)$$

Puesto que β está en el argumento, su medida será en radianes sobre metro. Para una distancia determinada está indicando un ángulo, el cual podrá ser comparado con otra distancia, que a su vez tiene otro ángulo, indicará una fase, que podrá ser de adelanto o retraso con respecto a la que tomemos como referencia.

Por lo tanto β es constante e indica la fase. En el exponente de la ecuación (3.60) aparece el producto (βr), la distancia (r) es una magnitud vectorial que se representa como :

$$\mathbf{r} = r_x \hat{\mathbf{x}} + r_y \hat{\mathbf{y}} + r_z \hat{\mathbf{z}} \quad (3.63)$$

El producto (βr) es una magnitud escalar, indica que se ha hecho el producto escalar de dos vectores, por lo que la constante de fase es una magnitud vectorial.

$$\beta = \beta_x \hat{x} + \beta_y \hat{y} + \beta_z \hat{z} \quad (3.64)$$

por lo tanto $\beta \cdot r = \beta r$, es una magnitud escalar, que por facilidad se ha indicado en las expresiones como βr .

- **Onda tipo transversal:** La onda electromagnética es de tipo transversal, su demostración la haremos a partir de la tercera ecuación de Maxwell (3.51):

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = 0$$

para coordenadas cartesianas tendremos:

$$\frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z} = 0 \quad (3.65)$$

Suponiendo que la onda electromagnética viaja sobre el eje de las Z, en consecuencia no habrá variación sobre el eje de las X ni sobre el eje de las Y, expresado matemáticamente:

$$\frac{\partial E_x}{\partial x} = 0 \quad \frac{\partial E_y}{\partial y} = 0 \quad (3.66)$$

sustituyendo (3.66) en (3.65), resulta:

$$\frac{\partial E_z}{\partial z} = 0 \quad (3.67)$$

Esta expresión nos indica que si la onda viaja sobre el eje de las Z, no tendrá componente en esa dirección, sólo tendrá componentes sobre el eje de las X y sobre el eje de las Y, esto es, perpendiculares a su sentido de propagación (Z). Esta es la condición que nos indica que la onda electromagnética es de tipo transversal.

La ecuación hasta ahora empleada es:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E}_0 e^{i(\omega t - \beta r)}$$

\mathbf{E}_0 es la amplitud de la onda, lo podemos representar por su magnitud y un vector unitario \hat{n} normal a la dirección de avance de la onda, quedando la expresión:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \hat{n} E_0 e^{i(\omega t - \beta r)} \quad (3.68)$$

Si la onda viaja sobre el eje de las Z, el campo eléctrico \mathbf{E} debe encontrarse normal a Z, puede estar sobre el eje de las X o sobre el de las Y. Escogemos arbitrariamente el eje de las X. Como el campo magnético \mathbf{H} debe ser normal al desplazamiento de la onda y también al campo eléctrico, entonces nos quedará sobre eje de las Y. Sus expresiones quedarían como:

$$\mathbf{E}(\mathbf{z}, t) = \hat{\mathbf{x}} E_0 e^{i(\omega t - \beta z)} \quad (3.69)$$

$$\mathbf{H}(\mathbf{z}, t) = \hat{\mathbf{y}} E_0 e^{i(\omega t - \beta z)} \quad (3.70)$$

La representación gráfica de lo expuesto anteriormente se muestra en la Figura (3.1):

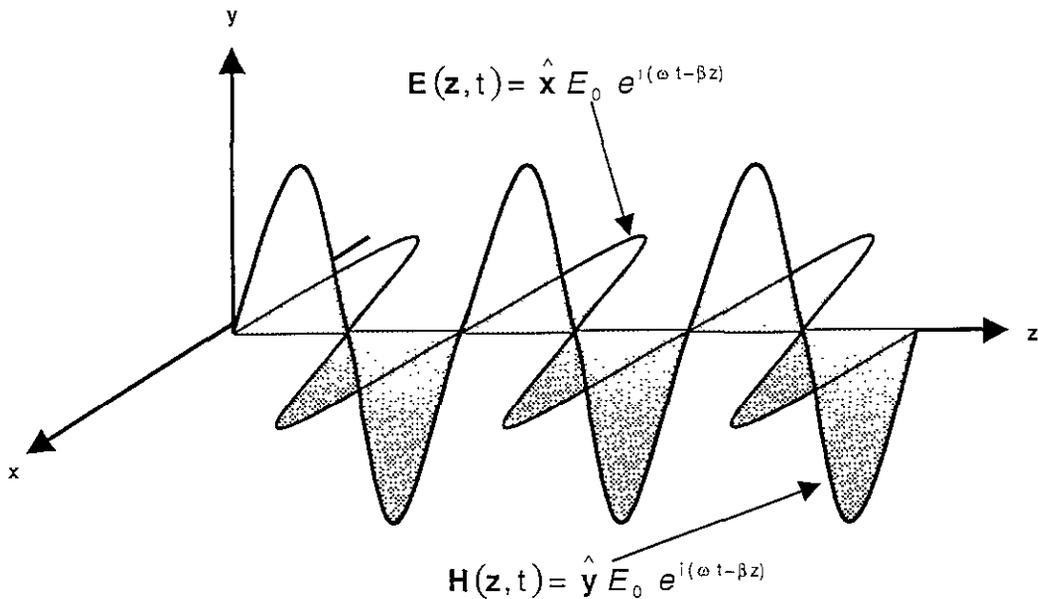


Figura 3.1 Representación de la onda tipo transversal. Se propaga sobre el eje de las Z y sus componentes electromagnéticas son normales dirección de propagación.

Frente de onda: Uno de los conceptos más importantes es comprender como se propaga la onda; el entender que se desplaza en frentes de onda lo verificaremos con una expresión del cálculo vectorial llamada gradiente.

La expresión que utilizaremos será la anterior para el campo eléctrico (3.69):

$$\mathbf{E}(\mathbf{z}, t) = \hat{\mathbf{x}} E_0 e^{i(\omega t - \beta z)}$$

El gradiente aplicado a una magnitud escalar nos resulta una magnitud vectorial, éste es el valor máximo de la derivada direccional, normal a la función escalar de la que proviene. Aplicándolo a la función escalar de la expresión anterior, tenemos:

$$f = E_0 e^{i(\alpha x - \beta z)} \quad (3.71)$$

$$\nabla f = -\hat{z} i \beta E_0 e^{i(\alpha x - \beta z)} \quad (3.72)$$

El sentido de avance de la onda electromagnética es el eje Z y la expresión para el gradiente nos queda en ese mismo eje. La parte escalar del gradiente que es la magnitud del campo eléctrico está multiplicada por la constante de fase β . Como se había mencionado anteriormente, la magnitud vectorial del gradiente se encuentra normal a la función escalar de la que proviene. En el exponente de la función tendremos el valor y la magnitud de β , pero en el producto de β por la función debe tener las otras dos componentes, siendo perpendiculares a la del exponente, esto es :

$$\beta = \beta \hat{x} + \beta \hat{y} \quad (3.73)$$

Recordando que β es una constante, tendremos que para cada instante en el sentido de avance de la onda electromagnética habrá dos componentes perpendiculares a su sentido de desplazamiento, en este caso el plano XY, que se le llama frente de onda. La representación de los componentes transversales se muestra en la Figura siguiente:

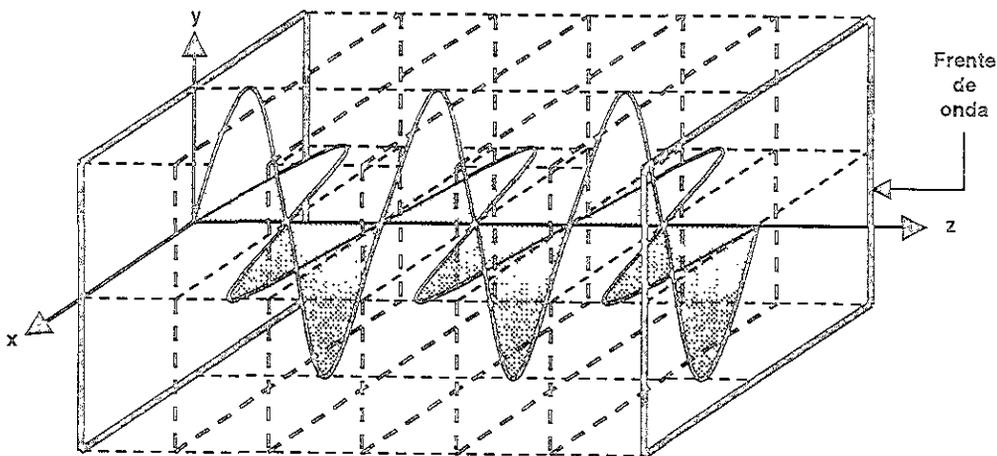


Figura 3.2 Representación de los frentes de onda.

Velocidad de fase: Para entender la velocidad de fase, es necesario comprender como se comporta la onda electromagnética en sus componentes de espacio y tiempo. Trabajando sólo con la parte real de la expresión (3.69):

$$\text{Re}[\mathbf{E}(z,t)] = \hat{\mathbf{x}} E_0 \cos(\omega t - \beta z) \quad (3.74)$$

La representación gráfica está en la Figura 3.3, el valor de ωt lo tomamos para $\omega t = 0, \pi/4, \pi/2, 3\pi/4, \pi$ y el valor de βz se tomó de $\beta z = 0, \pi/4, \pi/2, 3\pi/4, \pi, 5\pi/4, 3\pi/2, 7\pi/4, 2\pi, \dots, 4\pi$. Cada curva representa un valor de ωt y solamente se hizo con cinco valores para no sobreponerlas y hacerla confusa. El eje de las abscisas representa a βz y el de las ordenadas los valores cosenoidales de la expresión (3.74).

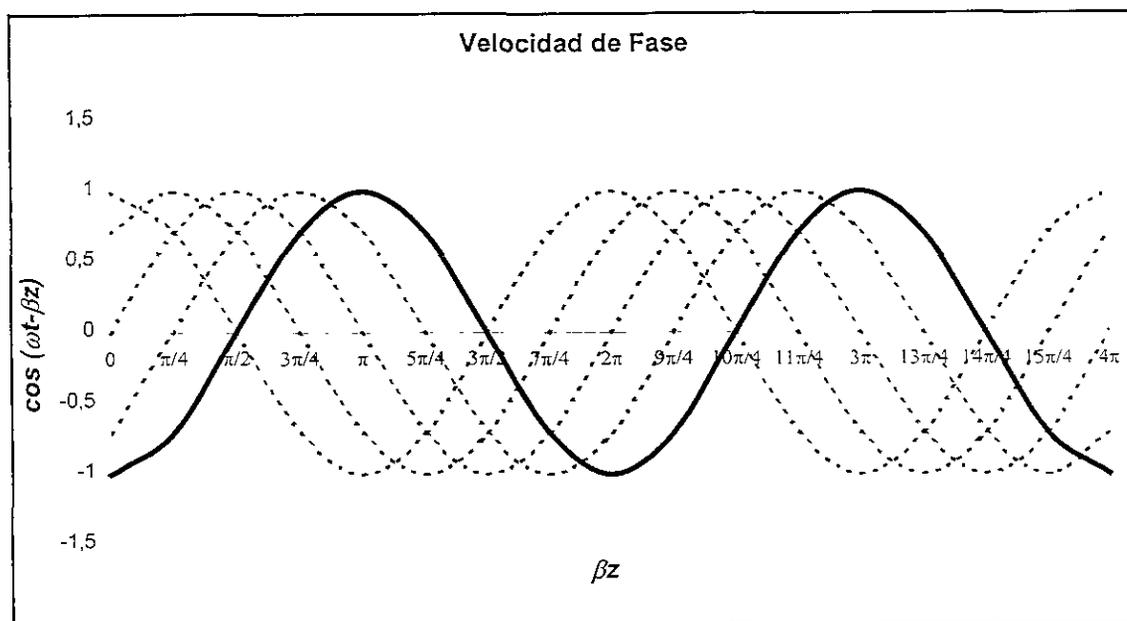


Figura 3.3 Representación de la velocidad de fase.

En la figura 3.3, es fácil visualizar que la amplitud de la onda y cualquier valor angular están avanzando en sentido positivo del espacio. Como en el argumento está la constante de fase, esto nos está indicando que lo que se encuentra avanzando es precisamente la constante de fase, por lo tanto tiene una velocidad que es llamada velocidad de fase.

Para tener el valor máximo $\cos(\omega t - \beta z) = 1$, lo que indica que el ángulo debe ser cero:

$$\omega t - \beta z = 0$$

entonces $\omega t = \beta z$, $\frac{z}{t} = \frac{\omega}{\beta}$

Llamando $v_f = \frac{z}{t} = \frac{\omega}{\beta}$ (3.75)

como sabemos para un dieléctrico perfecto $\beta = \omega \sqrt{\mu \epsilon}$, al sustituir en la ecuación (3.75) y considerando $\mu = \mu_0$, $\epsilon = \epsilon_0$ tenemos:

$$v_f = \frac{1}{\sqrt{\mu \epsilon}} = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}} = c = 3 \times 10^8 \frac{m}{s}$$
 (3.76)

que es la velocidad de la luz en el vacío. Otras expresiones equivalentes de la velocidad de fase para cualquier medio son:

$$v_f = \frac{c}{\sqrt{K}} = f \lambda = \frac{\omega}{\beta}$$
 (3.77)

En donde:

f = frecuencia

λ = longitud de onda

Como $\lambda f = \frac{\omega}{\beta}$, entonces $\beta = \frac{2\pi}{\lambda}$ (3.78)

En resumen, para un dieléctrico perfecto se encontraron las siguientes características:

- La constante de fase es un vector que se mide en (radianes / m).
- La onda electromagnética es de tipo transversal.
- La onda electromagnética tiene frentes de onda.
- La velocidad de fase, aplicada para el dieléctrico perfecto en el vacío absoluto es la de la luz.
- La amplitud de la onda electromagnética es constante, pues no tiene atenuación.

De todo esto podemos decir, que la onda electromagnética es *plana y uniforme*. Plana, porque la constante de fase es la misma en el plano que se está considerando, en nuestro caso el plano XY en donde se encontró el frente de onda y uniforme porque su amplitud es la misma.

III.9 Onda electromagnética en un medio que contenga parte conductora

El medio ahora es un poco más complicado que el anterior, puesto que $\sigma \neq 0$. El medio lo seguimos considerando lineal y los campos siguen siendo función exponencial del espacio y del tiempo. Este medio es semejante al de la corteza terrestre. La constante de propagación tendrá ahora parte real (α) y parte imaginaria (β):

$$\gamma = \alpha + i\beta$$

sustituyendo en la solución propuesta para la ecuación de Helmholtz, (3.47) y (3.48):

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E}_0 e^{i\omega t} e^{-(\alpha+i\beta)r} \quad (3.79)$$

$$\mathbf{H}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{H}_0 e^{i\omega t} e^{-(\alpha+i\beta)r} \quad (3.80)$$

que se puede escribir como:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E}_0 e^{-\alpha r} e^{i(\omega t - \beta r)} \quad (3.81)$$

$$\mathbf{H}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{H}_0 e^{-\alpha r} e^{i(\omega t - \beta r)} \quad (3.82)$$

Las ecuaciones (3.81) y (3.82), son las soluciones para la onda electromagnética en un medio que tenga parte conductora.

III.10 Características de la onda electromagnética en un medio con parte conductora

A diferencia de un dieléctrico perfecto, las soluciones anteriores contienen un término adicional $e^{-\alpha r}$, el resto es idéntico. En consecuencia tendrá las características similares a las del dieléctrico perfecto, que son:

- La constante de fase es un vector y tiene parte conductora, su valor ahora es:

$$\beta = \omega \sqrt{\frac{\mu\epsilon}{2} \left(\sqrt{1 + \frac{\sigma^2}{\omega^2 \epsilon^2}} + 1 \right)} (\hat{x} + \hat{y} + \hat{z}) \quad (\text{rad/m}) \quad (3.83)$$

- Es de tipo transversal. Quitando la forma vectorial del campo eléctrico \mathbf{E}_0 , queda la magnitud multiplicada por un vector unitario (\hat{n}) normal al desplazamiento.

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \hat{n} \mathbf{E}_0 e^{-\alpha r} e^{i(\omega t - \beta r)} \quad (3.84)$$

- Contiene frentes de onda paralelos entre sí y normales al desplazamiento de la onda electromagnética.

Analizando el exponente $e^{-\alpha r}$, encontramos en forma semejante a β , que α es un vector:

$$\alpha = \omega \sqrt{\frac{\mu\epsilon}{2} \left(\sqrt{1 + \frac{\sigma^2}{\omega^2 \epsilon^2}} - 1 \right)} (\hat{x} + \hat{y} + \hat{z}) \quad (\text{Np/m}) \quad (3.85)$$

Al haber expresado $\gamma = \alpha + i\beta$, en la que α y β son magnitudes vectoriales, por lo tanto γ también es una magnitud vectorial.

$$\gamma = \gamma (\hat{x} + \hat{y} + \hat{z}) \quad (3.86)$$

El factor $E_0 e^{-\alpha r}$, nos indica que irá disminuyendo el valor de la intensidad de campo eléctrico conforme la onda avanza. Para ilustrar esto se elaboró en forma similar a la Figura 3.3, agregando el término adicional $e^{-\alpha r}$, su representación aproximada se muestra en la Figura 3.4:

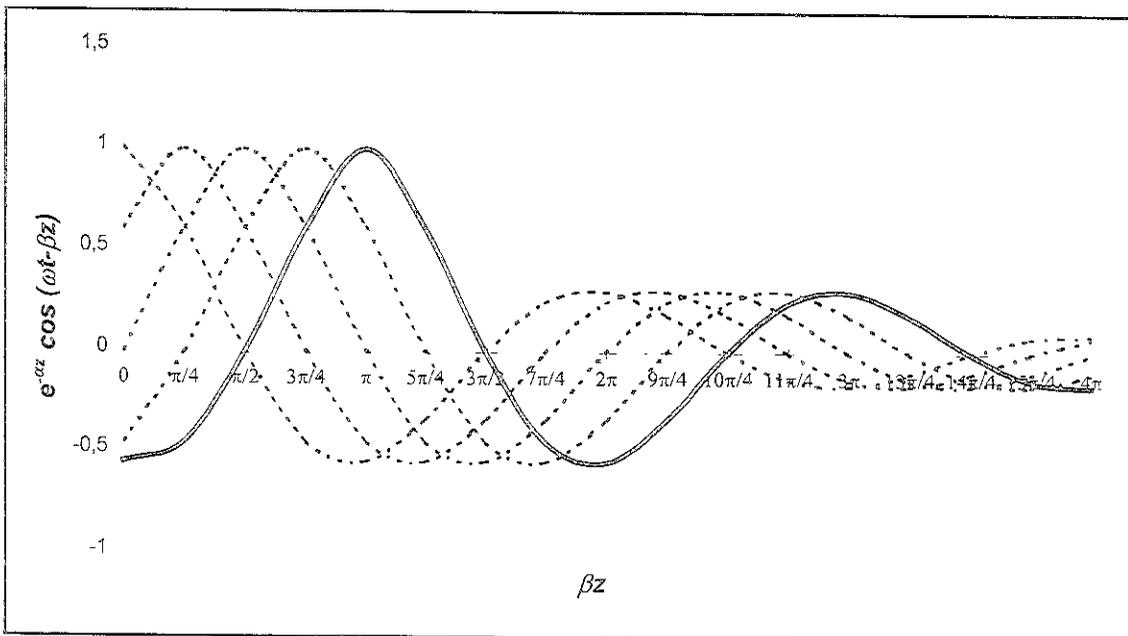


Figura 3.4 Onda Electromagnética Plana y Amortiguada.

La onda electromagnética que viaja en un medio que tiene parte conductora tiene el nombre de plana y amortiguada. Plana, por que la constante de fase es la misma en el plano que estamos considerando. Amortiguada debido a que la amplitud va disminuyendo conforme la onda se desplaza.

III.11 Impedancia del medio en que viaja la onda electromagnética

Relacionaremos ahora el campo eléctrico y el campo magnético. La resistencia para corrientes función del tiempo recibe el nombre de impedancia y se representa con la letra griega η :

$$\eta = \frac{E}{H} = \sqrt{\frac{i\omega\mu}{\sigma + i\omega\epsilon}} \quad (\Omega) \quad (3.87)$$

Esta es la relación entre E y H , es igual a la impedancia del medio en que viajan las ondas electromagnéticas. La expresión (3.87) es la impedancia para un medio con parte conductora y para un dieléctrico perfecto es:

$$\eta = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \quad (3.88)$$

Para el caso del vacío absoluto, la impedancia se representa como:

$$\eta_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} = \sqrt{\frac{4\pi \times 10^{-7}}{\frac{1 \times 10^{-9}}{36\pi}}} = 120\pi \quad (\Omega) \quad (3.89)$$

$\eta_0 \approx 377 \Omega$. En forma generalizada para medios no ferromagnéticos:

$$\mu = \mu_0 \quad \eta_m = \frac{120\pi}{\sqrt{K}} \quad (3.90)$$

Es decir:

$$\eta_m = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon}} = \sqrt{\frac{\mu_0}{K\epsilon_0}} = \frac{\sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}}}{\sqrt{K}} = \frac{120\pi}{\sqrt{K}}$$

donde K es la constante dieléctrica del medio.

III.12 Factor de disipación o tangente de pérdidas

El análisis del medio con respecto a la onda electromagnética se hace a partir de la primera ecuación de Maxwell en su forma generalizada:

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J}_c + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}$$

Debido a que los campos son función exponencial del tiempo y del espacio, la ecuación anterior es igual a:

$$\nabla \times \mathbf{H} = \sigma \mathbf{E} + i\omega \epsilon \mathbf{E} \quad (3.91)$$

El término del segundo miembro $\sigma \mathbf{E} = \mathbf{J}_c$ es la densidad de corriente que circula en un medio conductor. El segundo término es $i\omega \epsilon \mathbf{E} = \mathbf{J}_d$ que es la densidad de corriente de desplazamiento que predomina en un medio dieléctrico, ambas ecuaciones tienen como factor común a \mathbf{E} y debido a esto podríamos decir, que la densidad de corriente de conducción puede estar representada sólo por la constante de conductividad σ , y la densidad de corriente de desplazamiento por $\omega \epsilon$. Relacionando ambas ecuaciones tendremos:

$$\frac{\mathbf{J}_c}{\mathbf{J}_d} = \frac{\sigma \mathbf{E}}{i\omega \epsilon \mathbf{E}} \quad (3.92)$$

Estos dos vectores apuntan en la misma dirección, pero están 90° fuera de fase con respecto al tiempo, Figura 3.5. Tomando solamente los módulos de la ecuación (3.92):

$$\frac{J_c}{J_d} = \frac{\sigma}{\omega \epsilon} \quad (3.93)$$

La ecuación (3.93) es llamada factor de disipación (FD) o tangente de pérdidas, que no es más que la relación entre la densidad de corriente de conducción y la densidad de corriente de desplazamiento, su expresión matemática será:

$$FD = \frac{\sigma}{\omega \epsilon} \quad (3.94)$$

La separación entre los medios dieléctricos y medios conductores es a partir de la relación unitaria del FD y es sólo para las ondas electromagnéticas. En la ecuación anterior notamos que el factor de disipación es función inversa de la frecuencia.

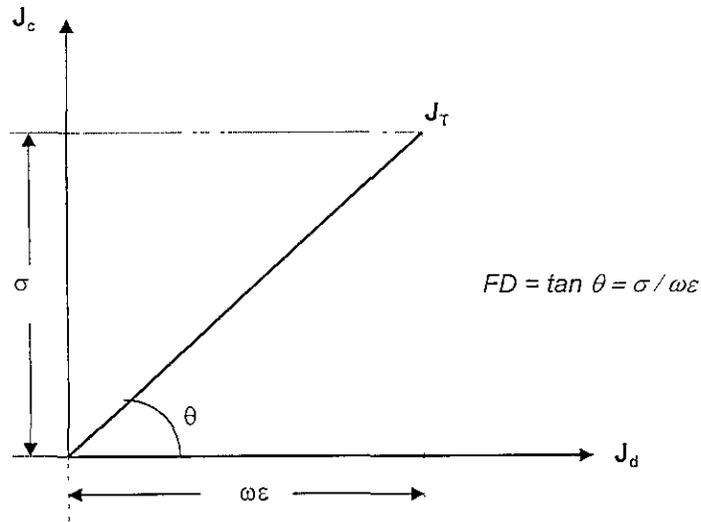


Figura 3.5 Representación gráfica del ángulo de pérdidas y el factor de disipación.

Si el $FD \gg 1$ el medio es conductor y $\sigma \gg \omega\epsilon$

Si el $FD \ll 1$ el medio es dieléctrico y $\sigma \ll \omega\epsilon$

Cuando $FD > 1$ el medio es buen conductor y $\sigma > \omega\epsilon$

Cuando $FD < 1$ el medio es buen dieléctrico y $\sigma < \omega\epsilon$

En la figura notamos que cuando el ángulo $\theta > 85^\circ$ el medio es buen conductor y cuando $\theta < 5^\circ$ es buen dieléctrico. La relación unitaria entre conductor y dieléctrico es cuando $\theta = 45^\circ$.

En la mayoría de los dieléctricos que están en la naturaleza el factor de disipación o tangente de pérdidas varía menos con la frecuencia que con la conductividad, es decir, la conductividad tiende a aumentar con la frecuencia aunque no linealmente.

III.13 Onda electromagnética en un medio buen dieléctrico

Para analizar el comportamiento de la onda electromagnética en cualquier medio hay que estudiar la constante de atenuación, la constante de fase, la velocidad de fase, como partes de la onda y la impedancia del medio donde se desplaza la onda electromagnética. En las fórmulas siguientes se muestran valores aproximados para la constante de atenuación, constante de fase, velocidad de fase e impedancia del medio, éstas son obtenidas por medio de aproximación

binomial y tomando varias consideraciones, se pueden utilizar como fórmulas prácticas, aquí sólo se presentan las expresiones resultantes. Los medios considerados, tanto un buen dieléctrico como un buen conductor, son más aproximados a los materiales que están presentes en la naturaleza.

En este medio como se sabe las condiciones son las siguientes $FD < 1$ y $\sigma < \omega\epsilon$, es decir:

$$FD = \frac{\sigma}{\omega\epsilon} < 1$$

a) **Constante de atenuación:**

$$\alpha = \frac{\sigma}{2} \eta_0 \quad (3.95)$$

En esta expresión la conductividad es una cantidad muy pequeña y se encuentra en el numerador, multiplicando a la impedancia del medio dieléctrico perfecto (377Ω), ecuación (3.89), y todo esto dividido entre dos. Lo anterior nos indica que la onda que viaja en un medio buen dieléctrico tiene una constante de atenuación de acuerdo a las siguientes condiciones:

para $\sigma \ll 1$, α es de un valor muy pequeño

para $\sigma \approx 1$, α dependerá de la frecuencia

b) **Constante de fase:** La constante de fase de la onda electromagnética que viaja en un medio buen dieléctrico, es igual a la constante de fase de una onda viajando en un medio dieléctrico perfecto, aumentada una cantidad tan pequeña, que la podemos considerar como despreciable con respecto a la unidad; por lo que podemos decir que es aproximadamente igual a la que viaja en un medio dieléctrico perfecto, su expresión resultante es:

$$\beta = \beta_0 \left(1 + \frac{FD^2}{8} \right) \quad (3.96)$$

recordando que $\beta_0 = \omega \sqrt{\mu\epsilon}$

c) **Velocidad de fase:** Recordando que la velocidad de fase en un medio dieléctrico perfecto es: $v_0 = \frac{\omega}{\beta_0}$

Para un medio buen dieléctrico la expresión resultante sería:

$$v_f = v_0 \left(1 - \frac{FD^2}{8} \right) \quad (3.97)$$

La velocidad de fase en un medio buen dieléctrico, es igual a la velocidad de fase en un medio dieléctrico perfecto reducida una cantidad tan pequeña que se podría considerar como iguales.

d) Impedancia del medio: La expresión generalizada para la impedancia de cualquier medio es:

$$\eta = \sqrt{\frac{i \omega \mu}{\sigma + i \omega \epsilon}}$$

La expresión para un medio buen dieléctrico es igual a:

$$\eta = \eta_0 \left(1 + i \frac{FD}{2} \right) \quad (3.98)$$

En donde $\eta_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} = 377 \Omega$, es la impedancia de un dieléctrico perfecto.

La expresión (3.98) nos indica que la impedancia de un medio buen dieléctrico es igual a la impedancia de un medio dieléctrico perfecto aumentada una cantidad imaginaria muy pequeña que puede ser considerada como despreciable.

Parámetros electromagnéticos para un medio buen dieléctrico	
$FD = \frac{\sigma}{\omega \epsilon} < 1, \sigma < \omega \epsilon$	
Constante de atenuación	$\alpha = \frac{\sigma}{2} \eta_0$
Constante de fase	$\beta = \beta_0 \left(1 + \frac{FD^2}{8} \right)$
Velocidad de fase	$V_f = V_0 \left(1 - \frac{FD^2}{8} \right)$
Impedancia del medio	$\eta = \eta_0 \left(1 + i \frac{FD}{2} \right)$

Tabla 3.2 Parámetros electromagnéticos para un medio buen dieléctrico.

En resumen de las cuatro expresiones anteriores, podemos decir, que una onda electromagnética que viaja en un medio buen dieléctrico, es muy parecida a la que viaja en un medio dieléctrico perfecto. Es una onda electromagnética plana y ligeramente amortiguada.

III.14 Onda electromagnética en un medio buen conductor

La onda electromagnética que se encuentra viajando en este medio tiene un FD muchas veces mayor que uno, es decir:

$$FD = \frac{\sigma}{\omega\epsilon} > 1 \quad \text{y} \quad \sigma > \omega\epsilon$$

Las expresiones resultantes para la onda y el medio son las siguientes:

a) Constante de atenuación y de fase

$$\alpha = \beta = \sqrt{\frac{\omega\mu\sigma}{2}} = \sqrt{\pi f \mu\sigma} \quad (3.99)$$

Estas expresiones son de un valor muy alto, debido a que σ está en el numerador de la cantidad radical, lo cual nos indica que la onda electromagnética en este medio se encuentra muy atenuada y la constante de fase tiene un valor muy grande.

b) Velocidad de fase

$$V_f = \frac{\omega}{\beta} = \sqrt{\frac{2\omega}{\mu\sigma}} \quad (3.100)$$

La velocidad de fase en un medio buen conductor es muy pequeña, debido a que σ se encuentra en el denominador de la cantidad radical. La velocidad de fase en este medio depende de la raíz cuadrada de la frecuencia.

c) Impedancia del medio

Recordamos de (3.87) que la impedancia para cualquier medio es igual a:

$$\eta = \sqrt{\frac{i\omega\mu}{\sigma + i\omega\epsilon}}$$

como $\sigma > \omega\epsilon$, entonces la expresión anterior es igual a:

$$\eta = \sqrt{\frac{i \omega \mu}{\sigma}} \quad (3.101)$$

que es equivalente a:

$$\eta = \frac{E}{H} = \sqrt{\frac{\omega\mu}{2\sigma}} + i \sqrt{\frac{\omega\mu}{2\sigma}} = \sqrt{\frac{\omega\mu}{\sigma}} e^{i \frac{\pi}{4}} \quad (3.102)$$

Parámetros electromagnéticos para un medio buen conductor	
$FD = \frac{\sigma}{\omega\epsilon} > 1, \sigma > \omega\epsilon$	
Constante de atenuación	$\alpha = \sqrt{\frac{\omega\mu\sigma}{2}} = \sqrt{\pi f \mu\sigma}$
Constante de fase	$\beta = \sqrt{\frac{\omega\mu\sigma}{2}} = \sqrt{\pi f \mu\sigma}$
Velocidad de fase	$V_f = \frac{\omega}{\beta} = \sqrt{\frac{2\omega}{\mu\sigma}}$
Impedancia del medio	$\eta = \frac{E}{H} = \sqrt{\frac{\omega\mu}{\sigma}} e^{i \frac{\pi}{4}}$

Tabla 3.3 Parámetros electromagnéticos para un medio buen conductor.

Esto nos indica que el ángulo será más aproximado a los 45° conforme el medio sea mejor conductor, además la parte real de la impedancia es igual a la parte imaginaria, Figura 3.6. La impedancia es también una relación entre el campo eléctrico y el campo magnético de la onda que se encuentra dentro del medio buen conductor, por lo que existirá un defasamiento en tiempo de 45° entre los dos campos, recordando que el defasamiento en espacio será siempre de 90°.

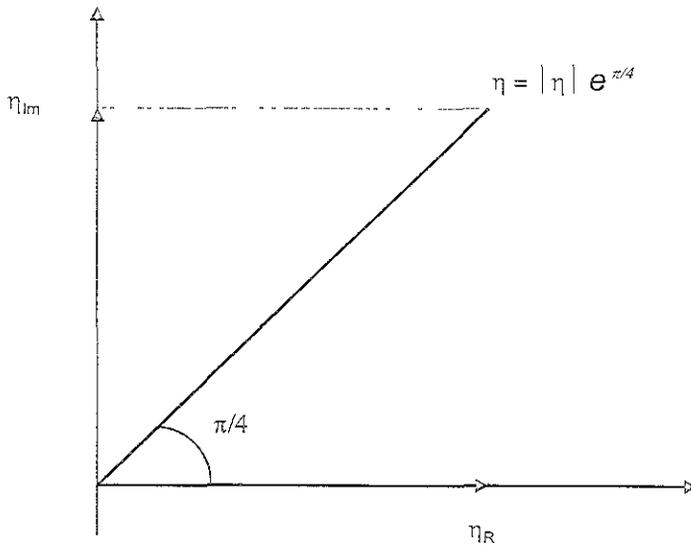


Figura 3.6 Parte real e imaginaria de la impedancia en un medio buen conductor, el ángulo es más aproximado a 45° conforme el medio tiende a ser buen conductor.

En resumen, la onda electromagnética dentro de un medio buen conductor será sumamente atenuada, tendrá una constante de fase muy grande, originando una velocidad de fase pequeña y con una impedancia muy pequeña, siendo la parte real igual a la parte imaginaria.

III.15 Profundidad de penetración (Skin depth)

La onda que viaja en un medio con parte conductora penetra sólo una determinada distancia. La expresión para \mathbf{E} en este medio es:

$$\mathbf{E}(r, t) = \mathbf{E}_0 e^{-\alpha r} e^{i(\omega t - \beta r)}$$

Debido a que la atenuación es la que hace disminuir la onda, se trabajará sólo con ella:

$$e^{-\alpha r} \qquad 3.103$$

El espacio que recorre la onda dentro del medio para hacer $\alpha r = 1$ se le llama profundidad de penetración o *skin depth*, se representa por la letra δ y se mide en metros, de acuerdo a esto tenemos:

$\alpha \delta = 1$, teniendo en consecuencia que, $e^{-\alpha \delta} = e^{-1} = \frac{1}{e} = \frac{1}{2.7183} = 37\%$ del valor que tenía la amplitud de la onda electromagnética al incidir en el medio conductor. El valor de la profundidad de penetración obtenida de las ecuaciones anteriores es:

$$\delta = \frac{1}{\alpha} \quad (3.104)$$

Para un medio con parte conductora:

$$\delta = \sqrt{\frac{2}{\omega \mu \sigma}} = \frac{1}{\sqrt{\pi f \mu \sigma}} \quad (3.105)$$

Para ilustrar mejor estos conceptos se calculará la velocidad de fase, la impedancia del medio, longitud de onda, profundidad de penetración y la atenuación en el medio, para un suelo arcilloso saturado a frecuencias de 60Hz, 1KHz, 1MHz, 100 MHz y 10 GHz. Tomaremos $\mu_m = \mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ (H/m) y $\sigma_m = 1$ (S/m). Las fórmulas a emplear serán las siguientes:

Velocidad de fase $V_f = \sqrt{\frac{2\omega}{\mu\sigma}}$

Impedancia del medio $\eta = \sqrt{\frac{\omega\mu}{\sigma}} e^{j\frac{\pi}{4}}$

Longitud de onda $V_{f_m} = \lambda f \therefore \lambda = \frac{V_{f_m}}{f}$

Profundidad de penetración $\delta = \sqrt{\frac{2}{\omega\mu\sigma}} = \frac{1}{\sqrt{\pi f \mu \sigma}}$

Constante de atenuación $\alpha = \sqrt{\pi f \mu \sigma}$

Frecuencia f (Hz)	Velocidad de fase V_f (m/s)	Impedancia del medio η (Ω)	Longitud de onda λ (m)	Profundidad de penetración δ (m)	Atenuación en el medio α (Np/m)
60	24494.87	2.18×10^{-2}	408.25	65	0.0154
1K	1×10^5	8.88×10^{-2}	100	16	0.0625
1M	3.16×10^6	2.81	3.16	0.5	2
100M	31.62×10^6	28.1	0.316	0.05	20
1G	99.98×10^6	88.87	0.099	0.0159	62.84

Tabla 3.4 Parámetros electromagnéticos en un suelo arcilloso saturado para diferentes frecuencias.

III.16 Vector de Poynting

Con el propósito de encontrar la potencia de una onda plana y uniforme, es necesario conocer el teorema de Poynting, para evaluar el intercambio de energía que se produce entre un medio y otro durante el proceso de transmisión de las ondas electromagnéticas mediante la ecuación del radar, Lorenzo, E., (1994). El vector de Poynting está dado por la expresión:

$$P = E \times H \quad (3.106)$$

indicándonos una densidad de potencia superficial (W/m^2), podemos notar que el vector P es el producto vectorial de $E \times H$ y perpendicular a estos dos campos, por lo que se encuentra en la dirección de propagación de la onda electromagnética, Figura 3.7. La energía la envía por medio del producto vectorial del campo eléctrico y el campo magnético. Como el campo E siempre es perpendicular a H , podemos poner la magnitud del vector de Poynting como:

$$P = E H \quad (3.107)$$

La potencia promedio incidente es:

$$P = \frac{1}{2} EH = \frac{1}{2} \frac{E^2}{\eta} \quad (3.108)$$

Finalmente podemos decir que la onda electromagnética transporta energía en su sentido de avance, indicada por medio de la expresión del vector de Poynting, ecuación (3.106).

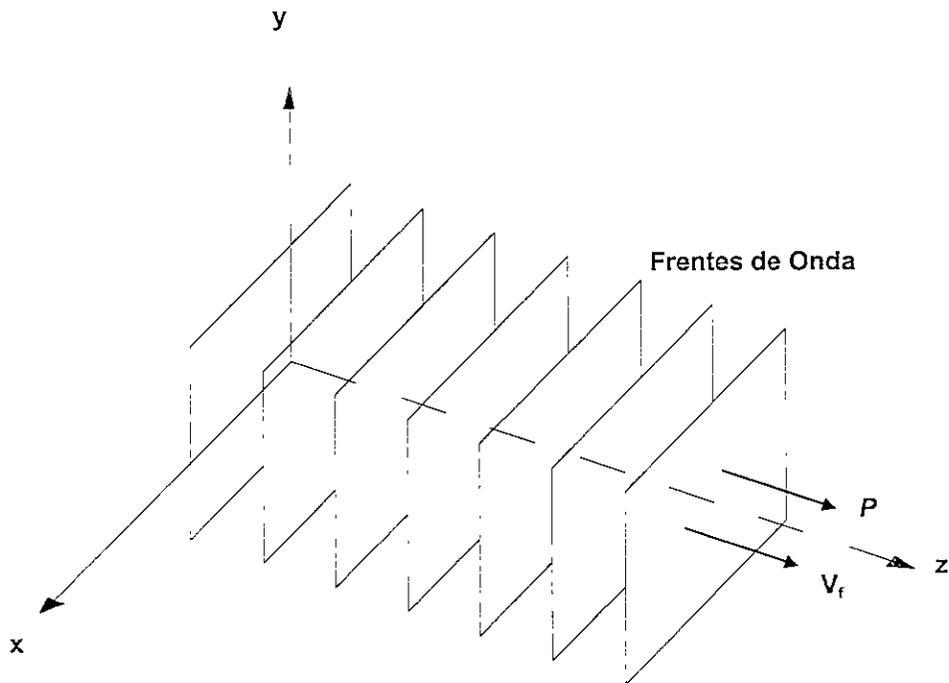


Figura 3.7 Vector de Poynting en el sentido de avance de la onda electromagnética.

III.17 Reflexión y refracción de ondas electromagnéticas

Hasta el momento se ha analizado el comportamiento de la onda electromagnética plana en diferentes medios, pero siempre viajando en el mismo medio, en esta parte se verá lo que sucede cuando la onda electromagnética se encuentra con un medio diferente al que se propaga. Se tendrán fenómenos como reflexión y refracción, dependiendo de las propiedades electromagnéticas de los medios y del ángulo de incidencia.

Para comprender mejor la reflexión y refracción, nos auxiliaremos de la Figura 3.8, para entender los siguientes conceptos:

Superficie de frontera: Plano perpendicular al plano formado por dos medios diferentes.

Normal a la superficie de frontera (NSF): Es la línea perpendicular a la superficie de frontera.

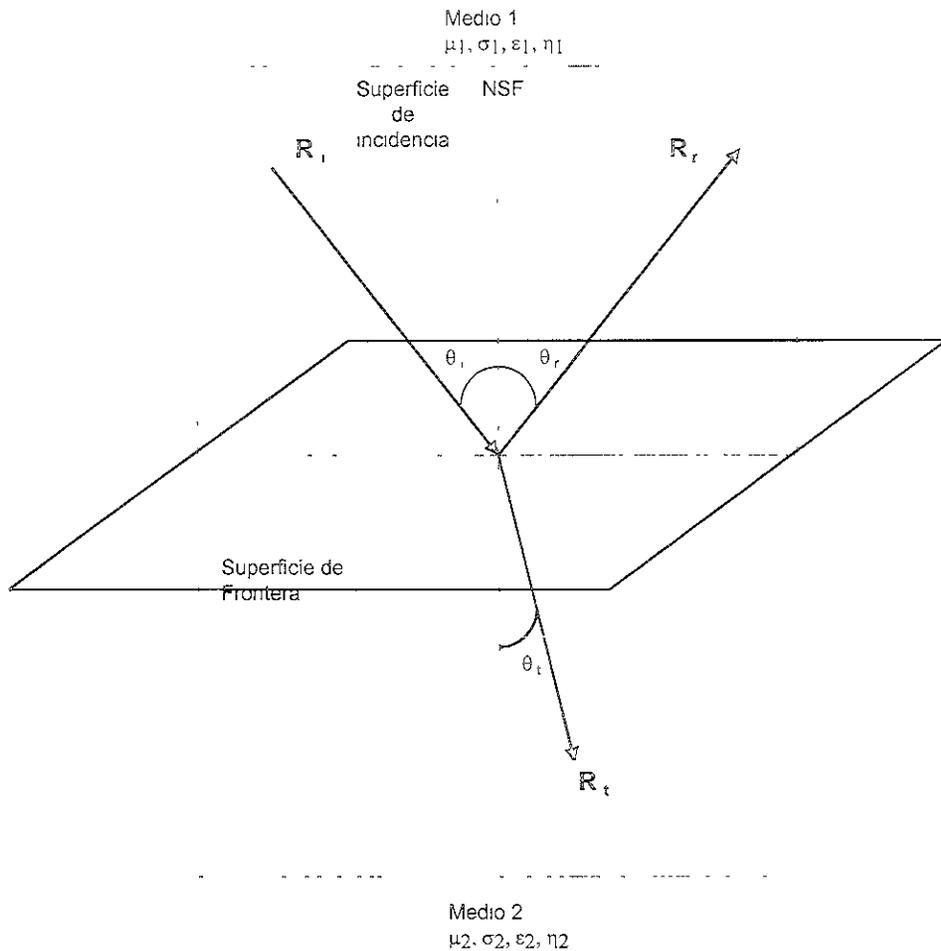


Figura 3.8 Representación de dos medios con diferentes propiedades electromagnéticas, indicando el rayo incidente, reflejado y transmitido.

Rayo: Es la línea normal a los planos de igual fase, en nuestro caso los planos de igual fase y además perpendiculares entre sí son los de E y los de H.

Superficie de incidencia: Es el plano formado por el rayo incidente y la normal a la superficie de frontera.

Ángulo de Incidencia, reflexión y transmisión: Formado por el rayo incidente, reflejado y transmitido con la normal a la superficie de frontera

III.17.1 Incidencia normal

En estas condiciones el rayo incidente es perpendicular a la superficie de frontera, es decir forma un ángulo de 0° con la normal a la superficie de frontera, como se muestra en la Figura 3.9:

Por principio se establece que la onda viaja en la dirección $+z$ del medio 1, por lo que las notaciones que utilizaremos para las magnitudes electromagnéticas de la onda incidente son las siguientes:

$$\text{Campo eléctrico incidente} \quad E_{xm1}^+ = E_{x1}^+ e^{i\omega t} e^{-\gamma_1 z} \quad (3.109)$$

$$\text{Campo magnético incidente} \quad H_{ym1}^+ = \frac{1}{\eta_1} E_{xm1}^+ = \frac{1}{\eta_1} E_{x1}^+ e^{i\omega t} e^{-\gamma_1 z} \quad (3.110)$$

$$\text{Rayo incidente} \quad \mathbf{R}_i \quad (3.111)$$

Para la onda transmitida:

$$\text{Campo eléctrico transmitido} \quad E_{xm2}^+ = E_{x2}^+ e^{i\omega t} e^{-\gamma_2 z} \quad (3.112)$$

$$\text{Campo magnético transmitido} \quad H_{ym2}^+ = \frac{1}{\eta_2} E_{xm2}^+ = \frac{1}{\eta_2} E_{x2}^+ e^{i\omega t} e^{-\gamma_2 z} \quad (3.113)$$

$$\text{Rayo transmitido} \quad \mathbf{R}_t \quad (3.114)$$

Para la onda reflejada:

$$\text{Campo eléctrico reflejado} \quad E_{xm1}^- = E_{x1}^- e^{i\omega t} e^{+\gamma_1 z} \quad (3.115)$$

$$\text{Campo magnético reflejado} \quad H_{ym1}^- = -\frac{1}{\eta_1} E_{xm1}^- = -\frac{1}{\eta_1} E_{x1}^- e^{i\omega t} e^{+\gamma_1 z} \quad (3.116)$$

$$\text{Rayo reflejado} \quad \mathbf{R}_r \quad (3.117)$$

El signo de $+$ ó $-$ en los superíndices, indican que la onda viaja en la dirección positiva o negativa del eje z , perpendicular a las componentes del campo eléctrico y magnético (ejes x,y), el número 1 y 2 de los subíndices nos dicen si la onda está el medio 1 ó 2. Para la onda reflejada, debido a que está viajando en la

dirección $-z$, $H_{ym1}^- = -\frac{1}{\eta_1} E_{x2}^- e^{i\omega t} e^{+\gamma_1 z}$, el vector de Poynting muestra que $\mathbf{E}_1^- \times \mathbf{H}_1^-$

debe estar en la dirección $-\hat{\mathbf{z}}$.

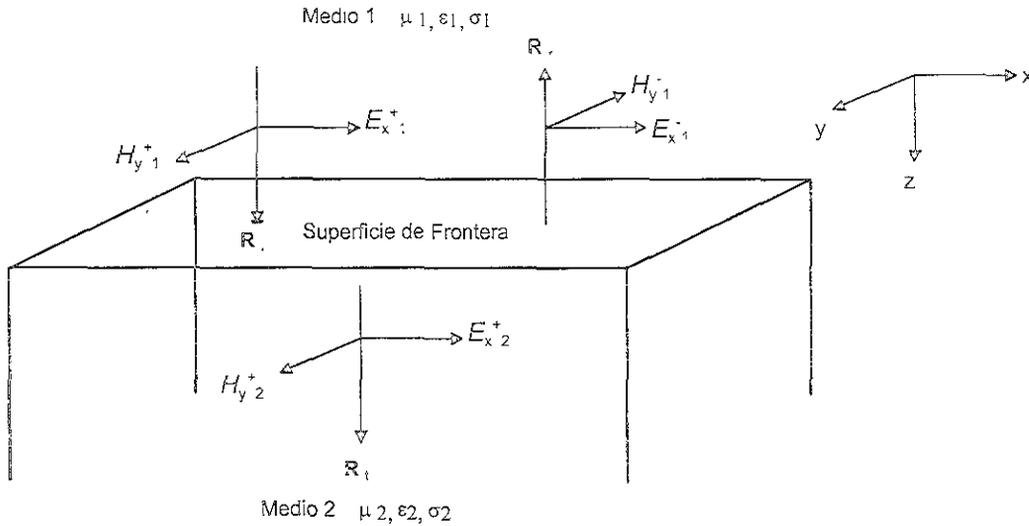


Figura 3.9 Representación de la incidencia normal sobre una frontera plana.

Las condiciones de frontera se deben de satisfacer en $z=0$, E_x es un campo tangencial a la superficie de frontera; por lo tanto los campos \mathbf{E} en los medios 1 y 2 deben ser iguales en $z=0$. Si hacemos $z=0$ en (3.109) y (3.112), entonces se requiere que $E_{x1}^+ = E_{x2}^+$. Sin embargo H_y es un campo tangencial, cuando se hace

$z=0$ en (3.110) y (3.113) se encuentra que $\frac{E_{x1}^+}{\eta_1} = \frac{E_{x2}^+}{\eta_2}$, entonces $\eta_1 = \eta_2$. Pero esta

es una situación muy especial que no satisfacen las condiciones de frontera con solamente una onda incidente y una onda transmitida. Se necesita de una onda que viaje alejándose de la superficie de frontera en la región 1, las condiciones de frontera se pueden satisfacer con facilidad teniendo:

$$E_{xm1} = E_{xm2} \quad z=0 \quad (3.118)$$

$$E_{x1}^+ + E_{x1}^- = E_{x2}^+ \quad z=0 \quad (3.119)$$

$$H_{ym1} = H_{ym2} \quad z=0 \quad (3.120)$$

$$H_{ym1}^+ + H_{ym1}^- = H_{ym2}^+ \quad z=0 \quad (3.121)$$

por consiguiente:

$$\frac{E_{x1}^-}{\eta_1} - \frac{E_{x1}^+}{\eta_1} = \frac{E_{x2}^+}{\eta_2} \quad (3.122)$$

Sustituyendo (3.119) en (3.122) y desarrollando para tener $\frac{E_{x1}^-}{E_{x1}^+}$, se obtiene:

$$\Gamma = \frac{E_{x1}^-}{E_{x1}^+} = \frac{\eta_2 - \eta_1}{\eta_2 + \eta_1} \quad (3.123)$$

La razón de las amplitudes de los campos eléctricos reflejado e incidente se le llama coeficiente de reflexión Γ .

Si combinamos (3.123) y (3.119), para tener $\frac{E_{x2}^+}{E_{x1}^+}$, obtenemos:

$$T = \frac{E_{x2}^+}{E_{x1}^+} = \frac{2\eta_2}{\eta_2 + \eta_1} \quad (3.124)$$

La razón de las amplitudes de los campos eléctricos transmitido e incidente se le llama coeficiente de transmisión T .

Relacionando las magnitudes de los campos y del vector de Poynting con los coeficientes de reflexión y transmisión (llamados coeficientes de Fresnel), Tabla 3.5, tenemos:

<i>Magnitud de:</i>		
<i>Campo eléctrico incidente</i>	E_{x1}^+	(3.125)
<i>Campo magnético incidente</i>	$H_{y1}^+ = \frac{E_{x1}^+}{\eta_1}$	(3.126)
<i>Vector de Poynting incidente</i>	$P_{z1}^+ = \frac{1}{2} \frac{(E_{x1}^+)^2}{\eta_1}$	(3.127)
<i>Campo eléctrico reflejado</i>	$E_{x1}^- = \Gamma E_{x1}^+$	(3.128)
<i>Campo magnético reflejado</i>	$H_{y1}^- = -\frac{E_{x1}^-}{\eta_1}$	(3.129)
<i>Vector de Poynting reflejado</i>	$P_{z1}^- = \frac{1}{2} \frac{(E_{x1}^-)^2}{\eta_1}$	(3.130)
<i>Campo eléctrico transmitido</i>	$E_{x2}^+ = T E_{x1}^+$	(3.131)
<i>Campo magnético transmitido</i>	$H_{y2}^+ = \frac{E_{x2}^+}{\eta_2}$	(3.132)
<i>Vector de Poynting transmitido</i>	$P_{z2}^+ = \frac{1}{2} \frac{(E_{x2}^+)^2}{\eta_2}$	(3.133)

Tabla 3.5 Magnitudes de campos electromagnéticos para incidencia normal.

Como ejemplo de incidencia normal, supongamos que una antena de geo-radar de 100 MHz transmite pulsos de 400 V/m. El medio 1 es aire y el medio 2 es un suelo arcilloso saturado, los datos son los siguientes:

El medio 1 es considerado un dieléctrico perfecto debido a que $\sigma \approx 0$, entonces:

$$\begin{aligned} \eta_1 &\approx 377 \text{ } (\Omega) \\ \sigma_1 &= 0 \text{ (S/m)} \\ \mu_1 &= \mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ (H/m)} \\ K_1 &= 1 \end{aligned}$$

El medio 2 es considerado un buen conductor debido a que:

$$\begin{aligned} FD &= \frac{\sigma}{\omega \epsilon} = \frac{1}{2\pi f K \epsilon_0} = 20 > \\ \sigma_2 &= 1 \text{ (S/m)} \\ \mu_2 &= \mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ (H/m)} \\ K_2 &= 9 \\ \eta_2 &= \sqrt{\frac{\omega \mu_2}{\sigma_2}} e^{i\frac{\pi}{4}} \Rightarrow |\eta_2| = \sqrt{\frac{2\pi f \mu_2}{\sigma_2}} = 28.099 \text{ } (\Omega) \end{aligned}$$

El coeficiente de reflexión y transmisión será:

$$\Gamma = \frac{\eta_2 - \eta_1}{\eta_2 + \eta_1} = \frac{28 - 377}{28 + 377} = -0.8613 \qquad T = \frac{2\eta_2}{\eta_2 + \eta_1} = \frac{2(28)}{28 + 377} = 0.1387$$

Calculando las magnitudes de los campos eléctrico, magnético y la potencia promedio para ambos medios:

Intensidad de campo eléctrico incidente	$E_{x1}^+ = 400 \text{ (V/m)}$
Intensidad de campo magnético incidente	$H_{y1}^+ = \frac{E_{x1}^+}{\eta_1} = 1.06 \text{ (A/m)}$
Potencia incidente	$P_{z1}^+ = \frac{1}{2} \frac{(E_{x1}^+)^2}{\eta_1} = 212.2 \text{ (W/m}^2\text{)}$

Intensidad de campo eléctrico reflejado	$E_{x1}^- = \Gamma E_{x1}^+ = -344.52 \text{ (V/m)}$
Intensidad de campo magnético reflejado	$H_{y1}^- = -\frac{E_{x1}^-}{\eta_1} = 0.9138 \text{ (A/m)}$

Potencia reflejada

$$P_{z1}^- = \frac{1}{2} \frac{(E_{x1}^-)^2}{\eta_1} = 157.419 \text{ (W/m}^2\text{)}$$

Intensidad de campo eléctrico transmitido

$$E_{x2}^- = \Gamma E_{x1}^+ = 55.48 \text{ (V/m)}$$

Intensidad de campo magnético transmitido

$$H_{y2}^+ = \frac{E_{x2}^+}{\eta_2} = 1.9744 \text{ (A/m)}$$

Potencia transmitida

$$P_{z2}^+ = \frac{1}{2} \frac{(E_{x2}^+)^2}{\eta_2} = 54.771 \text{ (W/m}^2\text{)}$$

Notamos que para estas condiciones la energía se conserva:

$$P_{z1}^+ = P_{z1}^- + P_{z2}^+ = 157.419 + 54.771 = 212.2 \text{ (W/m}^2\text{)}$$

En la superficie de frontera también se cumple:

$$E_{x2}^+ = E_{x1}^+ + E_{x1}^-$$

$$H_{y2}^+ = H_{y1}^+ + H_{y1}^-$$

Aunque este es un ejemplo de un caso ideal nos proporciona una buena aproximación a una situación real, que sería más completa si se conocieran características de la antena emisora como su eficiencia y ganancia, factores involucrados en la ecuación del radar que se verá en el siguiente capítulo.

En este capítulo abordamos los conceptos teóricos básicos más importantes involucrados en la teoría fundamental de la propagación de las ondas que nos ayudarán a comprender muchos de los problemas prácticos de la prospección geofísica con geo-radar, en el siguiente capítulo.

IV DISEÑO DEL LEVANTAMIENTO CON GPR

IV.1 Conceptos básicos

Actividades como la construcción de caminos, edificios, puentes, explotación de minerales, búsqueda de cavidades e infraestructura urbana, por mencionar algunos ejemplos, requieren de información exacta del sitio estudiado. El Radar de Penetración Terrestre (GPR) es un método geofísico de exploración que proporciona un perfil continuo del medio. Es relativamente rápido de implementar, reduce los costos del trabajo de campo y puede ser usado para medir la variación de estructuras desde unos cuantos centímetros hasta decenas de metros.

El GPR es un método de sondeo electromagnético basado en radiofrecuencias. La antena transmisora envía pulsos electromagnéticos a través del medio y la antena receptora registra las ondas reflejadas provenientes del subsuelo. El sondeo puede ser realizado desde la superficie o en un pozo a través del radar de pozo.

IV.2 Equipo

Muchos de los equipos de Radar de Penetración Terrestre son fabricados en EU por Geophysical Survey Systems Inc. (GSSI fue el primer fabricante de equipo de Geo-Radar comercial en el mundo). Otros fabricantes son Georadar Inc. (EU), Sensors & Software y Road Radar (Canadá), Era Technology (Reino Unido), Måla GeoScience (Suecia), Toikka Engineering (Finlandia) y Kodan (Japón). La producción de equipos de GPR se ha iniciado en Rusia por Radar Systems y otros se están desarrollando en diferentes países, mientras que muchos ya están en uso.

Un sistema básico de Radar de Penetración Terrestre (Figura 4.1) se compone de:

- a) Unidad de control
- b) Antenas
- c) Monitor
- d) Impresora
- e) Sistema de almacenamiento de datos
- f) Fuente de poder

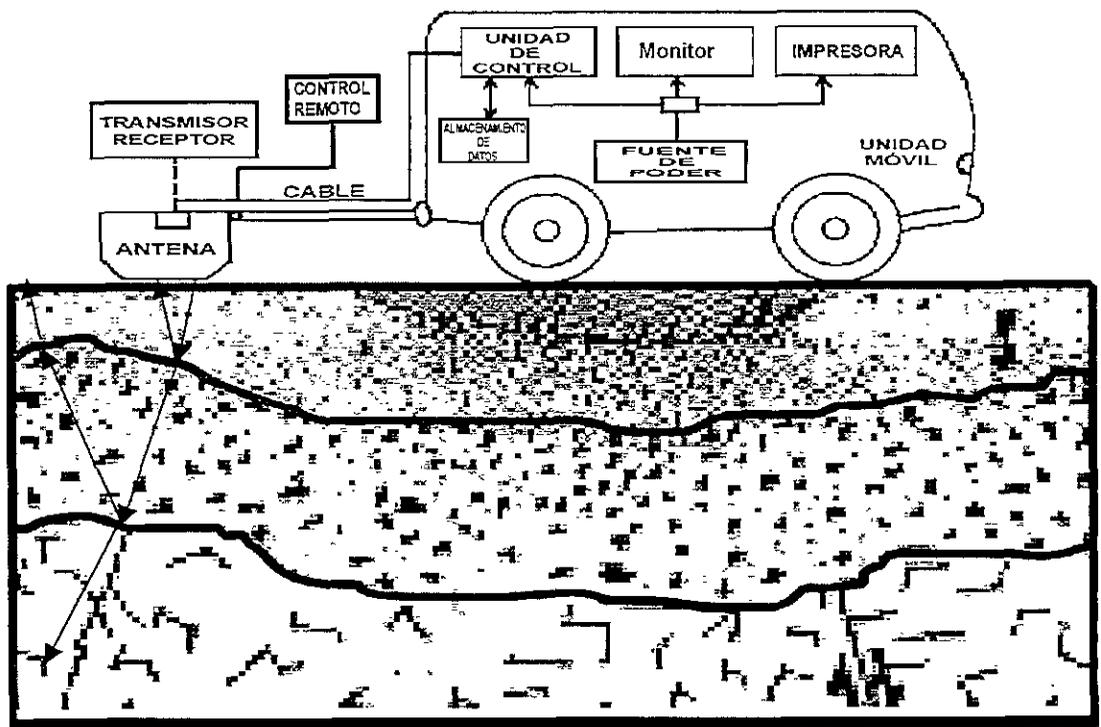


Figura 4.1 Elementos básicos del Radar de Penetración Terrestre GPR.

a) Unidad de control

La unidad de control se encarga de controlar parámetros como el tiempo de medición, muestras por traza (*samples/scan*), trazas por segundo (*scans/s*), posicionamiento de la señal que penetra en el subsuelo, aplicación de filtros, ajuste de ganancia, control automático de distancia sobre el terreno, profundidad de investigación, además de controlar el funcionamiento óptimo de las antenas, monitor e impresora. Las unidades de control del SIR-2, SIR-3, SIR-8 y SIR10 (Surface Interface Radar, GSSI), pulseEKKO IV, pulseEKKO 100 y pulseEKKO 1000 (Sensors & Software) y los modelos de Måla GeoScience son los sistemas más comerciales en el mundo.

La unidad de control puede estar construida en una sola pieza en el interior del instrumento (SIR-2 y SIR-10), o bien por separado (SIR-8, SIR-3 y el pulse EKKO IV). El SIR-8 se compone de una unidad de control separada de una unidad de filtrado digital, la imagen obtenida facilita los ajustes antes y durante el proceso de medición. El peso de la unidad es de aproximadamente 11 Kg, operando a un voltaje de 10-20 VCD y un requerimiento de potencia aproximado de 40 W.

El SIR-2 tiene una unidad de control con monitor en una sola pieza. El aparato es fácil de usar bajo condiciones de campo, gracias a su tamaño que es pequeño. Su peso es aproximadamente de 6 kg, operando con 12 VDC o 110-220 VAC, su requerimiento de operación es de 36 W.

El SIR-10 es un equipo completamente digital basado en un dispositivo PC-486. La unidad de control está compuesta de un monitor a color, una unidad de cinta y floppy (unidad para discos flexibles), disco duro, marcador remoto, conexión para un teclado externo, puertos seriales, paralelos y scsi para transmisión y respaldo de información, así como el software necesario para el procesamiento de los datos. Es posible conectar simultáneamente cuatro antenas de diferentes frecuencias a la unidad de control, manejando ocho canales (dos por antena) en una configuración estándar. El tiempo máximo de medición disponible con el SIR-10 es más amplio que los otros modelos. El peso de la unidad es 18 Kg, funciona con un voltaje de 11 a 18 VDC, 100 a 120 VAC o 200 a 240 VAC, con un consumo de 200 Watts.

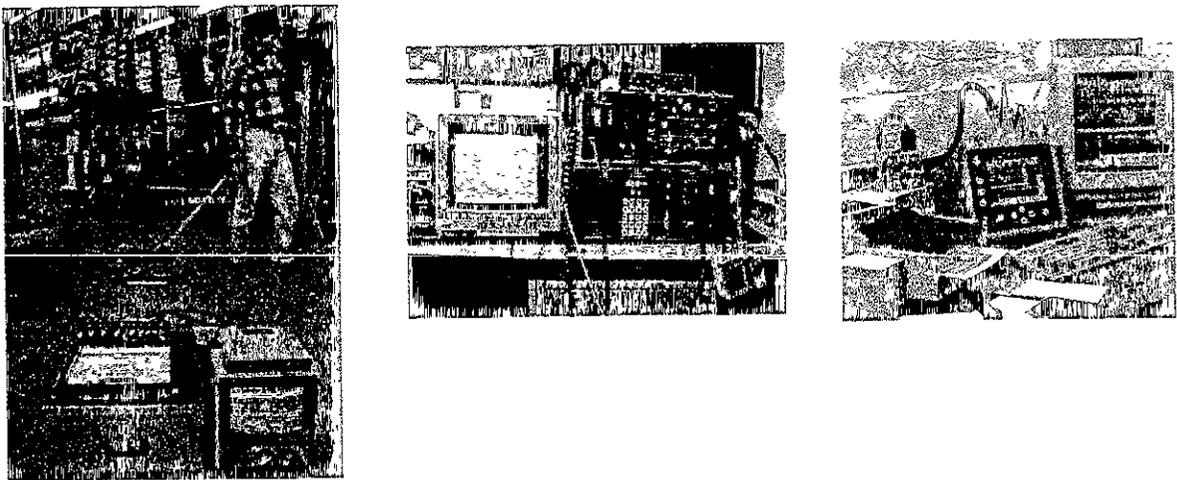


Figura 4.2 Las unidades de control SIR-3, SIR-8 y SIR-2 (el más versátil de los equipos portátiles de GSSI).

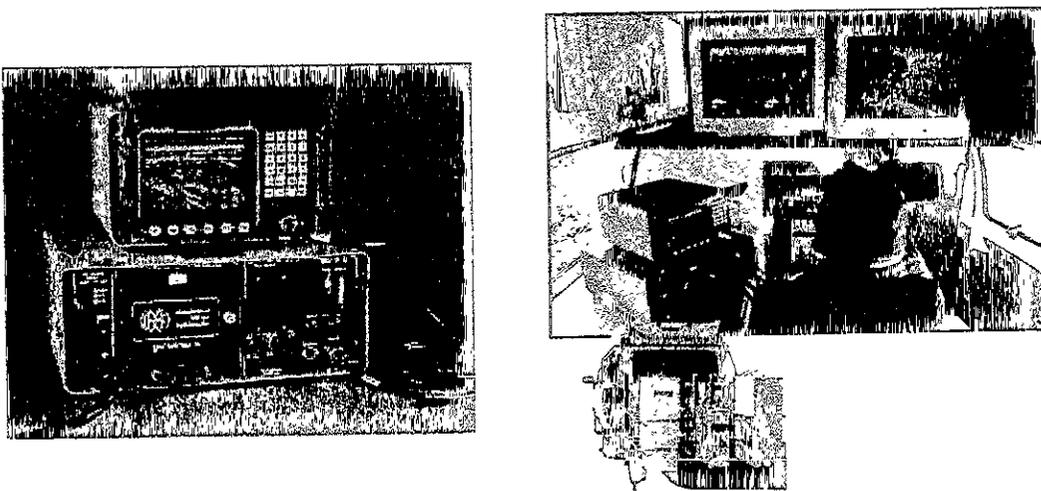


Figura 4.3 Unidades de control SIR-10A y SIR-10H (desarrollado para adquisición de datos a alta velocidad).

El pulseEKKO IV es completamente digital. La unidad de control tiene la capacidad de almacenar las mediciones obtenidas en el curso de todo un día. La unidad puede ser controlada vía MS-DOS y las mediciones pueden ser transferidas a la computadora. Una característica especial de la unidad es que los cables de la antena son de fibra óptica y se encuentran libres de interferencia. La unidad tiene un voltaje operacional de 12 VDC y un peso de 3 Kg.

El pulseEKKO 100 es un sistema diseñado para sondeos geológicos profundos, utiliza cables de fibra óptica; los requerimientos del equipo son 1.3 amperes, y 12 VDC; con un peso aproximado de 2.8 Kg.

El pulseEKKO 1000 está diseñado para aplicaciones que necesitan alta resolución, como detección de infraestructura urbana, arqueología o estructuras de concreto. Los requerimientos del equipo son 2.1 amperes y 12 VDC, con un peso de 2.8 Kg.

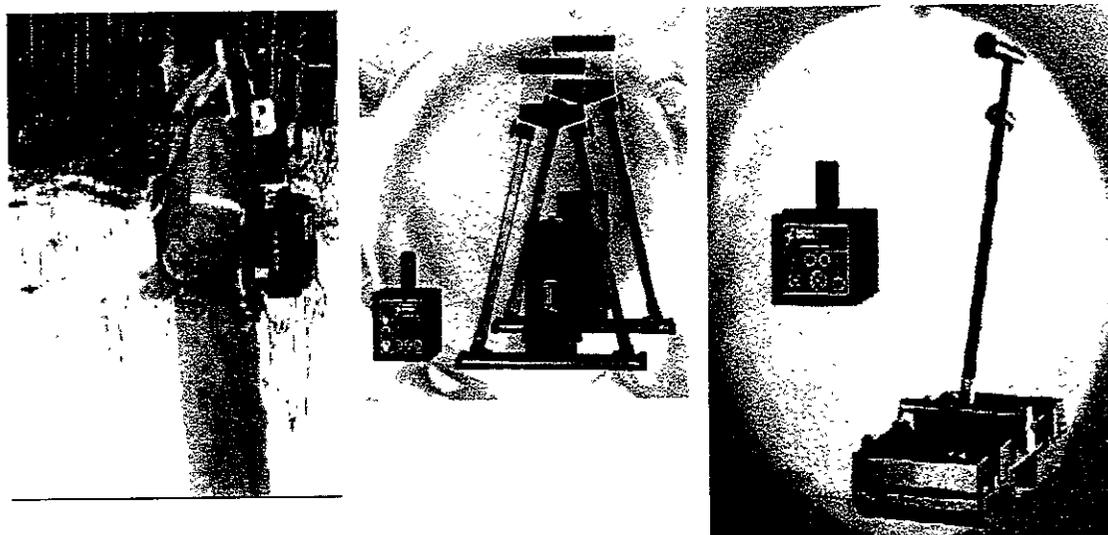


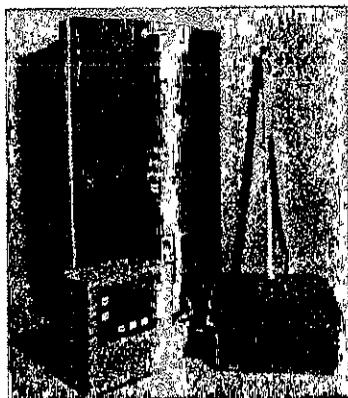
Figura 4.4 Unidades de control pulseEKKO IV, pulseEKKO 100 y pulseEKKO 1000 de Sensors & Software Inc.

b) Antenas

Las antenas son elementos muy importantes en un equipo de GPR, debido a que se encargan de transmitir los pulsos electromagnéticos, generados por un circuito transmisor y manejado por la unidad de control. Las antenas también pueden recibir las reflexiones de las estructuras en el subsuelo, operando como receptores.

Son llamadas antenas monoestáticas (de un solo elemento) las cuales funcionan como transmisor y receptor al mismo tiempo (antenas de dipolo cruzado), mientras

que estas funciones están en dipolos separados en antenas biestáticas (de dos elementos). Las monoestáticas se utilizan en antenas de alta frecuencia (200 MHz a 2 GHz) y las biestáticas en antenas de frecuencias más bajas (10 MHz a 100 MHz). Cuando se necesita localizar estructuras muy superficiales y se requiere de una buena resolución se emplea una antena en forma de asta (antena *horn*) y para sondeos en pozos se utiliza la antena de pozo (*borehole*).



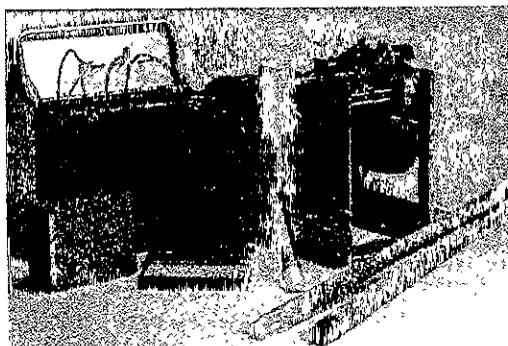
(a)



(b)



(c)



(d)

Figura 4.5 (a) Antenas monoestáticas (GSSI). (b) Antenas biestáticas (Sensors & Software). (c) Antena de asta (GSSI). (d) Antena de pozo (Måla Geoscience).

c) Monitor

El monitor tiene la función de desplegar en tiempo real o para su posterior análisis los registros del GPR. Los equipos de pulseEKKO y Måla Geoscience utilizan el monitor de una computadora, en los de GSSI está incorporado al sistema; en el modelo SIR-2 el monitor está unido a la unidad de control (Figura 4.2), mientras que en los modelos SIR-10 está separado, Figura 4.3. El monitor modelo CD-10A de GSSI es compacto y le da al usuario el control absoluto del sistema ya que

posee un teclado adicional sellado con una membrana impermeable; el monitor es VGA color de 19 cm con matriz activa y resistente a impactos.

d) Impresora

Los registros obtenidos con los sondeos de GPR (Radargramas) pueden ser impresos en tiempo real o posteriormente en una impresora térmica y en una comercial conectada a la unidad de control vía cable paralelo o serial. La impresora nos proporciona una imagen distancia-tiempo o distancia-profundidad de las reflexiones provenientes del subsuelo. En tiempo real (Figura 4.6), la impresora se sincroniza con la unidad de control para imprimir los datos. La de ésta depende de los parámetros de adquisición como son la ganancia, las muestras por traza y las trazas por segundo.

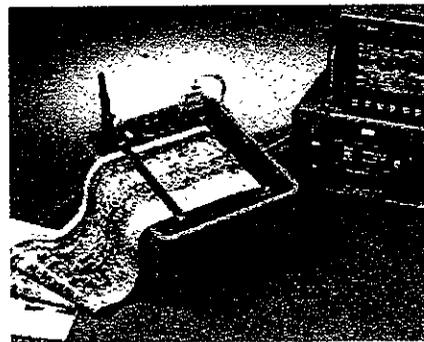


Fig. 4.6 Impresora térmica digital de alta resolución de GSSI.

e) Dispositivos de almacenamiento de datos

El registro de los datos, imágenes, configuración, localidad, nombre del cliente, datos alfanuméricos e información sobre la fecha y la hora de las lecturas queda grabado en dispositivos magnéticos como cinta, disco duro o unidades de respaldo zip (disco óptico de 100 MB hasta 1 GB) en forma digital, esto nos permite almacenar en forma separada una gran cantidad de archivos, tener un control interno de los archivos, administrar la información almacenada, facilitar la búsqueda rápida de archivos y transmitir los datos a una computadora vía cable serial o paralelo para analizarlos a detalle a través de programas de procesamiento.

f) Fuente de poder

El equipo se puede alimentar con cualquier fuente de energía disponible. La unidad de control puede operar en campo con baterías de 12-18 VDC o con la fuente de poder de un vehículo, con voltaje alterno puede trabajar con una planta de luz conectada a una fuente de poder regulada de 100/120-200/220 VAC.

IV.3 Esquema de un registro de geo-radar

Los principios básicos del Radar de Penetración Terrestre son bastante simples, la antena transmite un pulso electromagnético corto de radiofrecuencia a través del medio. Cuando el pulso llega a una interfase entre dos medios con propiedades físicas diferentes, parte de la energía será reflejada mientras que el resto será transmitida. El sistema de radar medirá el tiempo transcurrido entre la onda transmitida y la reflejada. Esto se repite en intervalos de tiempo muy pequeños mientras la antena está en movimiento, (Figura 4.7), y la señal de salida se muestra como trazas dibujadas consecutivamente, correspondiente a posiciones sucesivas sobre la superficie hasta formar un perfil continuo del medio llamado radargrama, (Figura 4.8).

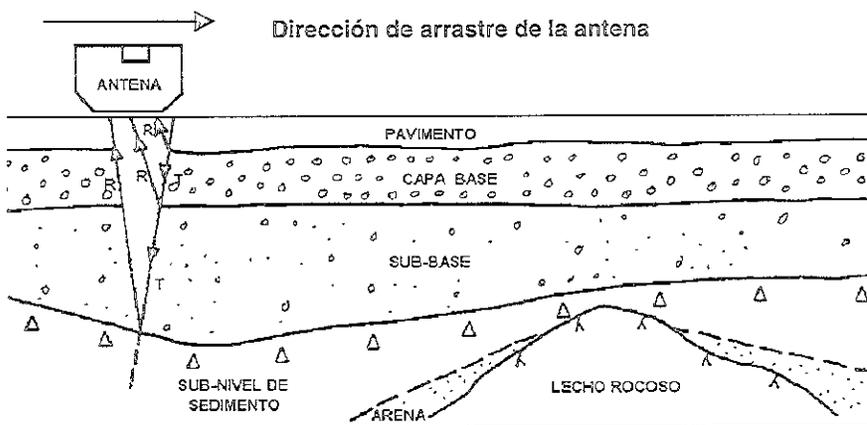


Figura 4.7 Principio de un sondeo con Radar de Penetración Terrestre..

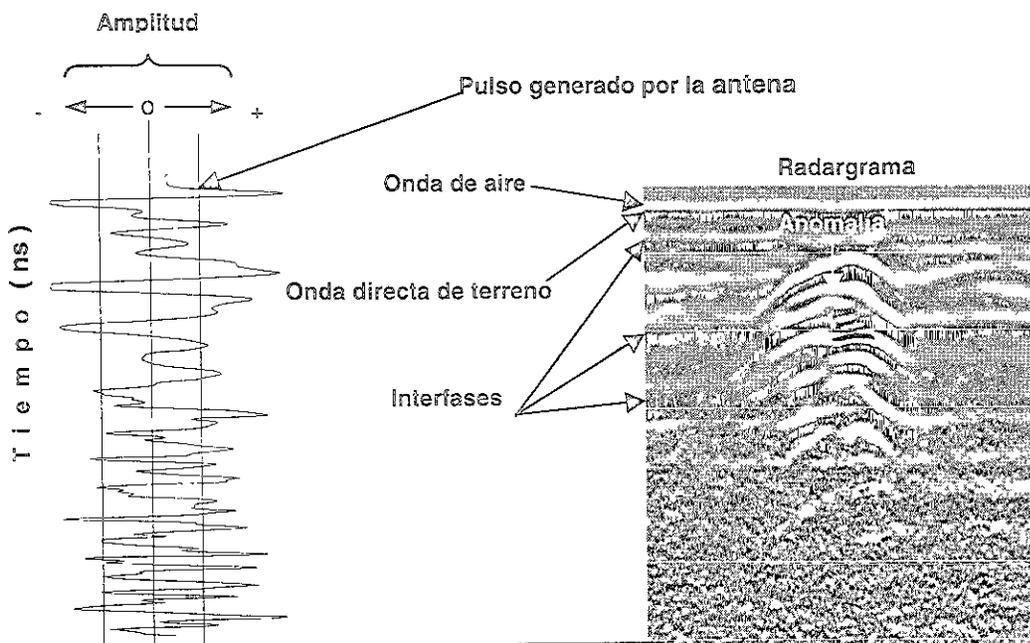


Figura 4.8 Representación gráfica del pulso generado por una antena de geo-radar y el radargrama formado.

IV.4 Como trabaja un sistema de geo-radar

Todos los equipos de GPR son de baja potencia y transmiten energía electromagnética en el subsuelo en un ancho de banda que va de 10 MHz a 2000 MHz. La potencia total transmitida es de sólo unos miliwatts (mW), menor que los radios de comunicación.

A continuación se explica en forma general como trabaja el sistema de geo-radar, (Figura 4.9):

- 1) Se genera un pulso en la unidad de control con una frecuencia de 50 KHz a 25 KHz y un voltaje de 150 V a 400 V con una duración de 0.5 a 10 nanosegundos, dependiendo de la frecuencia de operación utilizada; (Figura 4.10).

A 50 KHz T es de 20 microsegundos (para una antena de potencia normal).
A 25 KHz T es de 40 microsegundos (para una antena de alta potencia).

Donde T es el periodo de la señal generada por la unidad de control.

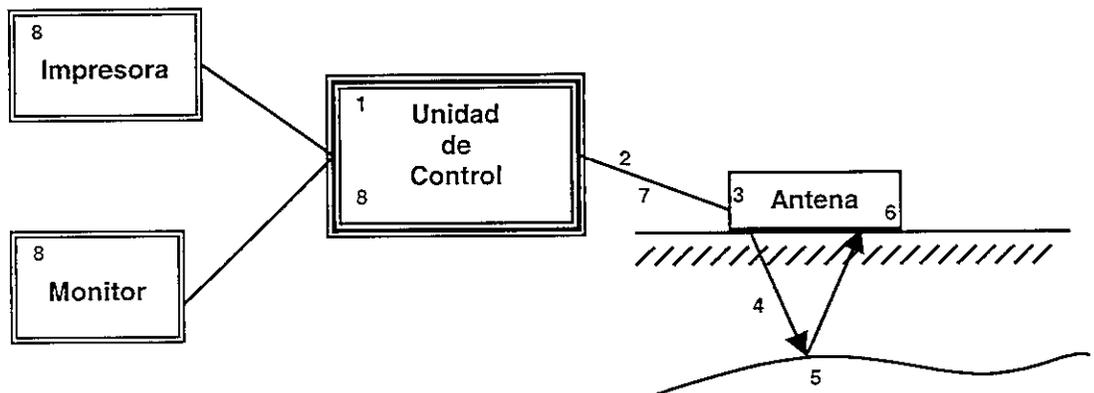


Figura 4.9 Operación básica de un sistema de Geo-Radar.

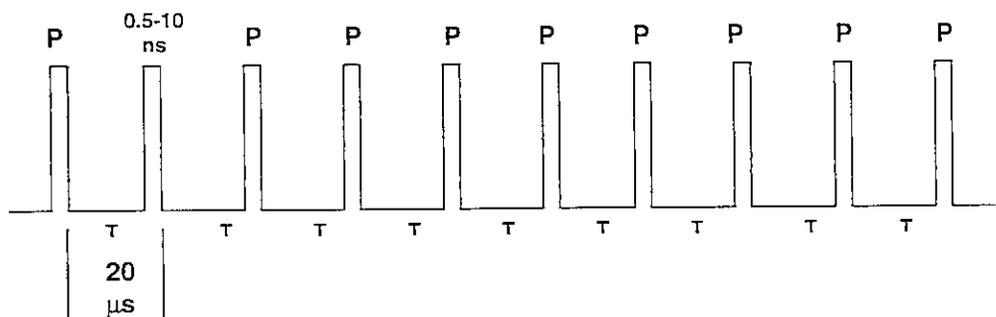


Figura 4.10 Pulso generado por la unidad de control.

- 2) El pulso generado es enviado a través de un cable coaxial o de fibra óptica al circuito transmisor de la antena.
- 3) En la antena, cada pulso generado por la unidad de control es transformado en un pulso bipolar con una amplitud mayor que el pulso original y con un ancho de pulso determinado por la frecuencia de la misma. La forma del pulso varía con la electrónica de cada equipo y con la antena.

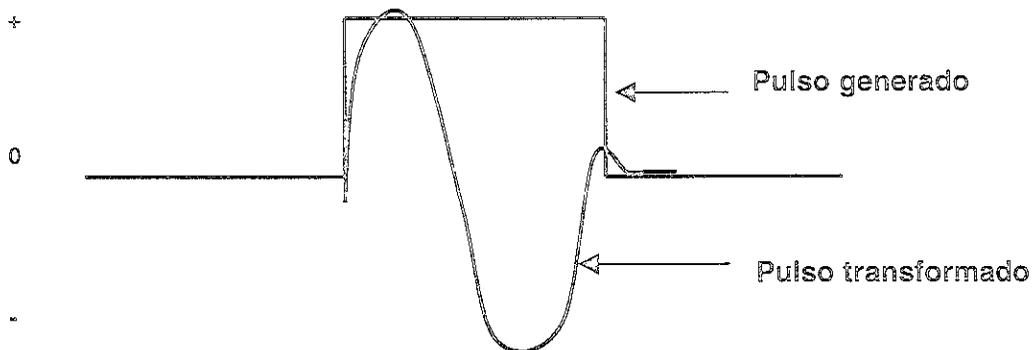


Figura 4.11 Transformación del pulso generado en la unidad de control por un pulso bipolar.

- 4) El pulso transmitido es radiado de la antena al subsuelo. El tamaño de la antena y las propiedades electromagnéticas del subsuelo determinan el ancho del pulso (antenas grandes = baja frecuencia, antenas pequeñas = alta frecuencia).
- 5) En el subsuelo, las reflexiones se presentan cuando existe un contraste en las propiedades electromagnéticas de los materiales. Parte de la señal reflejada viaja de regreso a la antena.
- 6) El receptor de la antena detecta la señal reflejada, la envía de regreso a la unidad de control y es reconstruida a partir de determinada frecuencia de muestreo que depende de la frecuencia de la antena.
- 7) En la unidad de control la señal es procesada y enviada al monitor, disco o impresora.
- 8) La imagen resultante en monitor o impresora, es una representación gráfica en series de tiempo del subsuelo.

El eje horizontal es la distancia a lo largo de la superficie. El eje vertical representa el tiempo doble de viaje de la señal en nanosegundos (ns). La amplitud de la señal determina el contraste en color o escala de grises de la imagen en el monitor o la impresora, (Figura 4.12).

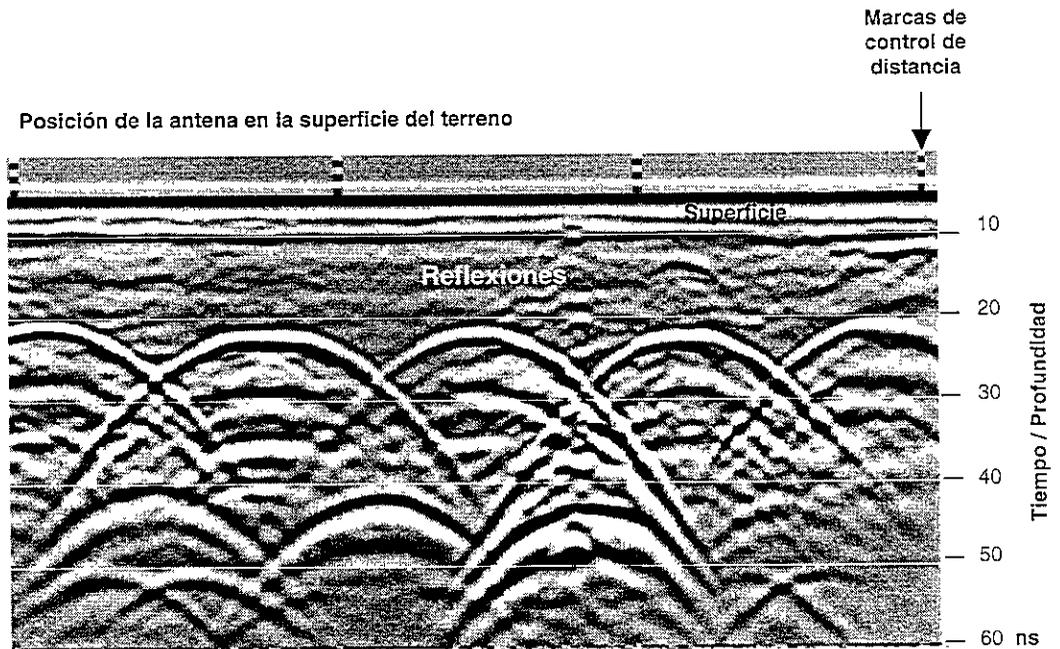


Figura 4.12 Información general de un radargrama (GSSI).

IV.5 La conductividad eléctrica, constante dieléctrica y el coeficiente de reflexión para el GPR

a) Conductividad eléctrica

Anteriormente se definió como la capacidad de un material para conducir la corriente eléctrica. La atenuación y profundidad de penetración de la señal son directamente dependientes de la conductividad eléctrica de los materiales. Los valores son controlados principalmente por el contenido de agua y/o arcilla. Cuando la conductividad del terreno es alta provocará problemas de penetración para la señal del geo-radar. Conductividad > 0.01 S/m (resistividad < 100 ohm-metro) presentan condiciones difíciles para trabajar con GPR por lo limitado de la penetración de la señal en el subsuelo.

Las Figuras 4.13 y 4.14 muestran la variación de la conductividad con respecto a la porosidad y al contenido de agua. La Figura 4.15 representa los rangos de resistividad para algunas rocas y sedimentos, la Figura 4.16 presenta la profundidad de penetración en función de la conductividad del terreno. La Tabla 4.1 muestra la conductividad eléctrica y la constante dieléctrica para algunos materiales.

De acuerdo con Hara y Sakayama, (1985), para el modelo reflectivo, la conductividad de suelos y sedimentos no saturados está dada por:

$$\sqrt{\sigma} = n(1-s)\sqrt{\sigma_a} + ns\sqrt{\sigma_w} + (1-n)\sqrt{\sigma_s} \quad (4.1)$$

En donde:

σ = conductividad de la capa de sedimento	σ_s = conductividad de las partículas del suelo
σ_a = conductividad del aire	σ_w = conductividad del agua
n = factor de porosidad (%)	s = grado de saturación

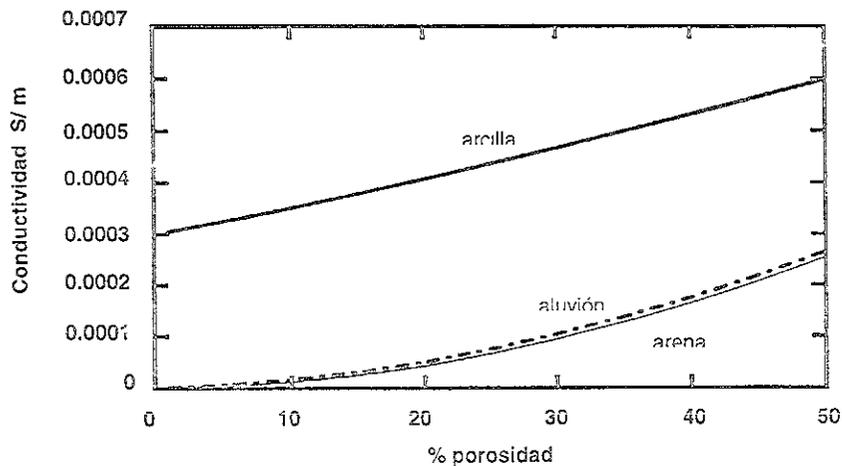


Figura 4.13 Variación de la conductividad como función de la porosidad en los sedimentos (tomado de Hara y Sakayama, 1985).

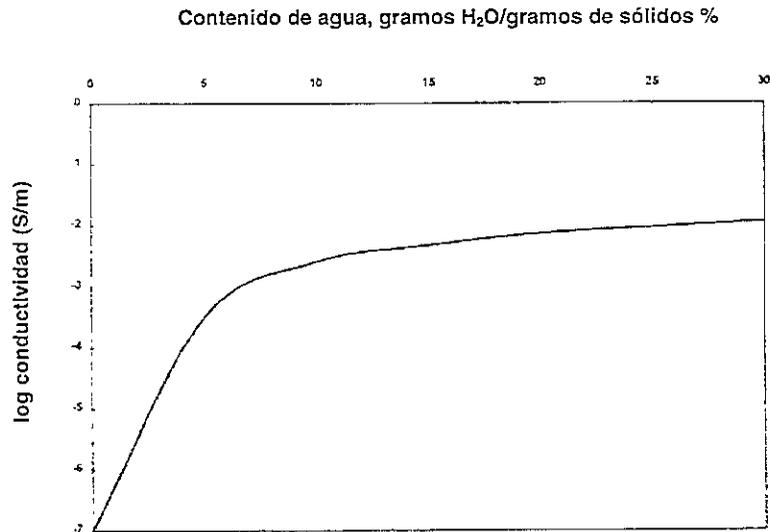


Figura 4.14 Efecto del contenido de agua en la conductividad eléctrica (tomado de Hara y Sakayama, 1985).

División general de los materiales por conductividad eléctrica

En términos generales se puede mencionar los rangos de conductividad que definen las condiciones de trabajo con geo-radar (GSSI, 1992) de la forma siguiente:

- a) **Conductividad baja – excelentes condiciones para el trabajo con radar (conductividad $< 1 \times 10^{-7}$ S/m)**
 - Aire
 - Granito seco, caliza seca
 - Concreto, asfalto

- b) **Conductividad media – condiciones buenas para el trabajo con radar ($1 \times 10^{-7} < \text{conductividad} < 1 \times 10^{-2}$ S/m)**
 - Agua dulce, hielo, nieve
 - Arena, arcilla seca, basalto, aluvión

- c) **Conductividad alta – condiciones difíciles para el trabajo con radar (conductividad $> 1 \times 10^{-2}$ S/m)**
 - ❖ Arcilla húmeda, lutita húmeda
 - ❖ Agua de mar

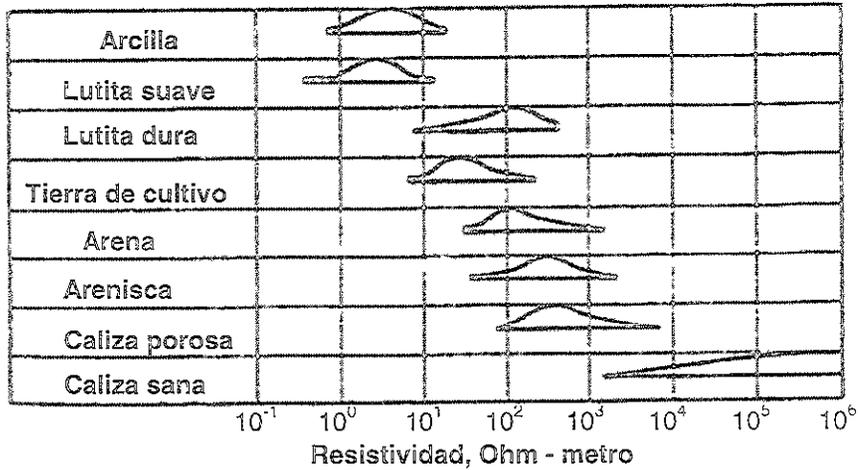


Figura 4.15 Valores representativos de resistividad eléctrica para algunos sedimentos y rocas; en ellos se asume la presencia de agua dulce (Silver, 1986).

MATERIAL	σ (S/m)	K
Aire	0	1
Agua dulce	10^{-4} a 3×10^{-2}	81
Agua de mar	4	81
Hielo de agua dulce	10^{-3}	4
Granito (seco)	10^{-8}	5
Caliza (seca)	10^{-9}	7
Arcilla (saturada)	10^{-1} a 1	8 a 12
Nieve	10^{-6} a 10^{-5}	1.4
Arena (seca)	10^{-7} a 10^{-3}	4 a 6
Arena (saturada)	10^{-4} a 10^{-2}	30
Aluvión	10^{-3} a 10^{-2}	10
Hielo de agua salada	10^{-2} a 10^{-1}	4 a 8
Basalto (húmedo)	10^{-2}	8
Granito (húmedo)	10^{-3}	7
Lutita (húmeda)	10^{-1}	7
Arenisca (húmeda)	4×10^{-2}	6
Caliza (húmeda)	2.5×10^{-2}	8
Suelo:		
arenoso seco	1.4×10^{-4}	2.6
arenoso húmedo	6.9×10^{-3}	25
limoso seco	1.1×10^{-4}	2.5
limoso húmedo	2.1×10^{-2}	19
arcilloso seco	2.7×10^{-4}	2.4
arcilloso húmedo	5×10^{-2}	15
Suelo congelado	10^{-5} a 10^{-2}	4 a 8

Tabla 4.1 Valores aproximados de conductividad eléctrica y constante dieléctrica para diversos materiales (Ulriksen, 1982).

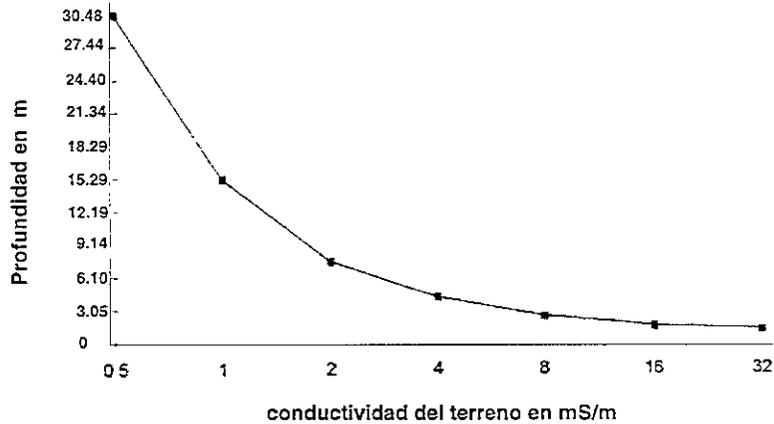


Figura 4.16 Profundidad de penetración aproximada para una señal generada por una antena de 100 MHz en función de la conductividad del terreno (GSSI, 1992).

b) Constante dieléctrica

Se define como la capacidad de un material para retener o almacenar carga cuando un campo eléctrico es aplicado. Los valores pueden variar entre 1 y 81, están controlados principalmente por el contenido de agua. La diferencia en constante dieléctrica entre los límites o fronteras de los materiales provocan reflexiones. La intensidad de las reflexiones está controlada por el contraste en las constantes dieléctricas de dos materiales adyacentes. Las diferencias en constante dieléctrica mayores o iguales a 1 provocarán reflexiones en los datos del GPR. Las Figuras 4.17 y 4.18 muestran la variación de la constante dieléctrica con la porosidad y con el contenido de agua. La tabla 4.2 presenta valores de constante dieléctrica para algunos materiales.

Hara y Sakayama, (1985), mostraron que la constante dieléctrica de suelos y sedimentos no saturados está dada por:

$$\sqrt{K} = n(1-s)\sqrt{K_a} + ns\sqrt{K_w} + (1-n)\sqrt{K_s} \quad (4.2)$$

- K = constante dieléctrica de la capa de sedimento
- K_a = constante dieléctrica del aire
- K_w = constante dieléctrica del agua
- K_s = constante dieléctrica de las partículas del suelo
- n = factor de porosidad (%)
- s = grado de saturación

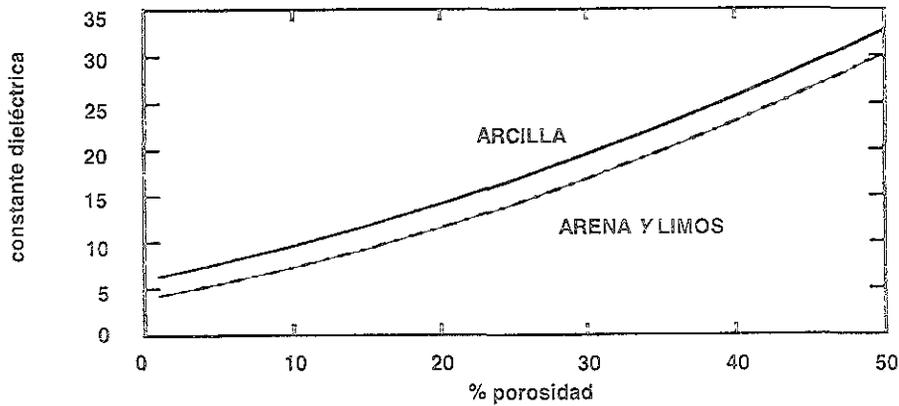


Figura 4.17 Variación de la constante dieléctrica como función de la porosidad de los sedimentos (Hara y Sakayama, 1985).

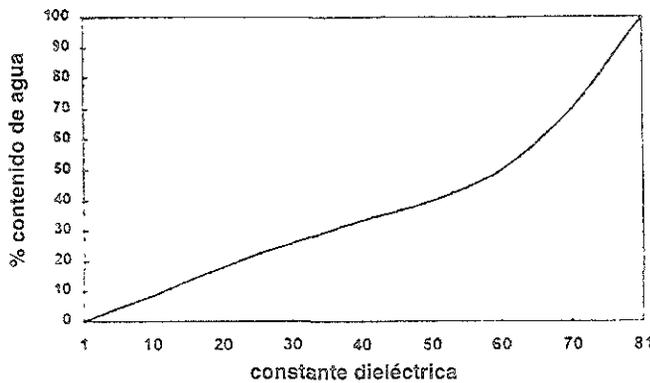


Figura 4.18 Efecto del contenido de agua en la constante dieléctrica (Hara y Sakayama, 1985)

MATERIAL	CONSTANTE DIELECTRICA
Aire	1
Acero y cobre	1
Nieve	1-2
PVC	3
Asfalto	3-5
Hielo	4
Concreto	4-11 (5)
Lecho Rocoso	
Granito	4-7
Arenisca	6
Lutia	5-15
Caliza	4-8
Basalto	8-9
Suelos y sedimentos	4-30
Agua salada y dulce	81

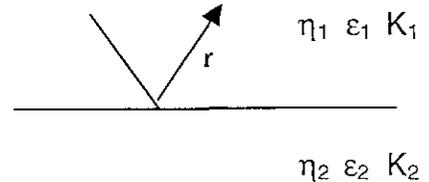
Tabla 4.2 Valores de constante dieléctrica de algunos materiales (GSSI, 1992).

c) Coeficiente de reflexión

En el capítulo III se definió el coeficiente de reflexión para dos medios en incidencia normal, en función únicamente de sus impedancias. En GPR veremos que esto se puede simplificar en función de las constantes dieléctricas de los medios. De la ecuación 3.123 y 3.87 se tiene que el coeficiente de reflexión y la impedancia eléctrica están dadas por:

$$\Gamma = \frac{(\eta_2 - \eta_1)}{(\eta_2 + \eta_1)}$$

$$\eta = \sqrt{\frac{i\omega\mu}{\sigma + i\omega\epsilon}}$$



En donde:

η = expresión general de la impedancia, ecuación 3.87

η_1 = impedancia de la capa 1

η_2 = impedancia de la capa 2

Γ = coeficiente de reflexión

$$i = \sqrt{-1}$$

$$\omega = 2\pi f$$

μ = susceptibilidad magnética

ϵ = permitividad eléctrica

K = constante dieléctrica

Sustituyendo 3.87 en 3.123 y simplificando se tiene que:
$$\Gamma = \frac{\sqrt{K_1} - \sqrt{K_2}}{\sqrt{K_1} + \sqrt{K_2}}$$

Podemos verificar que cuando la constante dieléctrica del primer medio es menor que la del segundo medio, Γ será negativo. Si es mayor la del primer medio que la del segundo medio Γ será positivo, El signo no indica la dirección del rayo reflejado; pues siempre será contrario al rayo incidente, el signo sólo indicará si la constante dieléctrica del primer medio es menor o mayor que la del segundo medio.

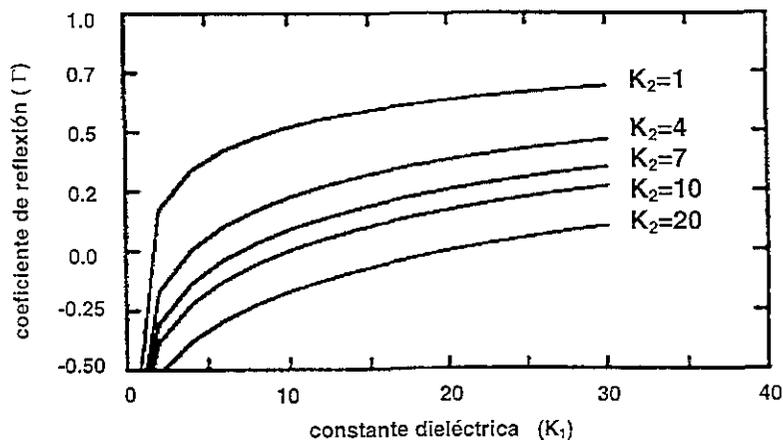


Figura 4.19 Coeficiente de reflexión para dos capas en incidencia normal (GSSI, 1992).

IV.6 Arreglos de campo

IV.6.1 Reflexión

El sondeo de reflexión consiste en mover juntas las antenas transmisora y receptora a través de la superficie o estructura con una separación fija (x); en las antenas monoestáticas el transmisor (Tx) y el receptor (Rx) están en una sola antena con una separación determinada por la frecuencia de la misma. La energía radiada por la antena es transmitida dentro del subsuelo y es reflejada cuando encuentra un cambio en la interfase entre dos medios con diferentes propiedades electromagnéticas. Este tipo de sondeo es muy similar al que se utiliza en reflexión sísmica y al sonar. La Figura 4.20, exhibe el registro obtenido usando un sondeo de reflexión, las antenas son desplazadas sobre el terreno y la sección resultante muestra el tiempo de propagación hacia los reflectores en el eje vertical y la posición de las antenas a lo largo del eje horizontal. La profundidad de los reflectores puede ser determinada conociendo la velocidad de propagación de la señal en el terreno o la constante dieléctrica.

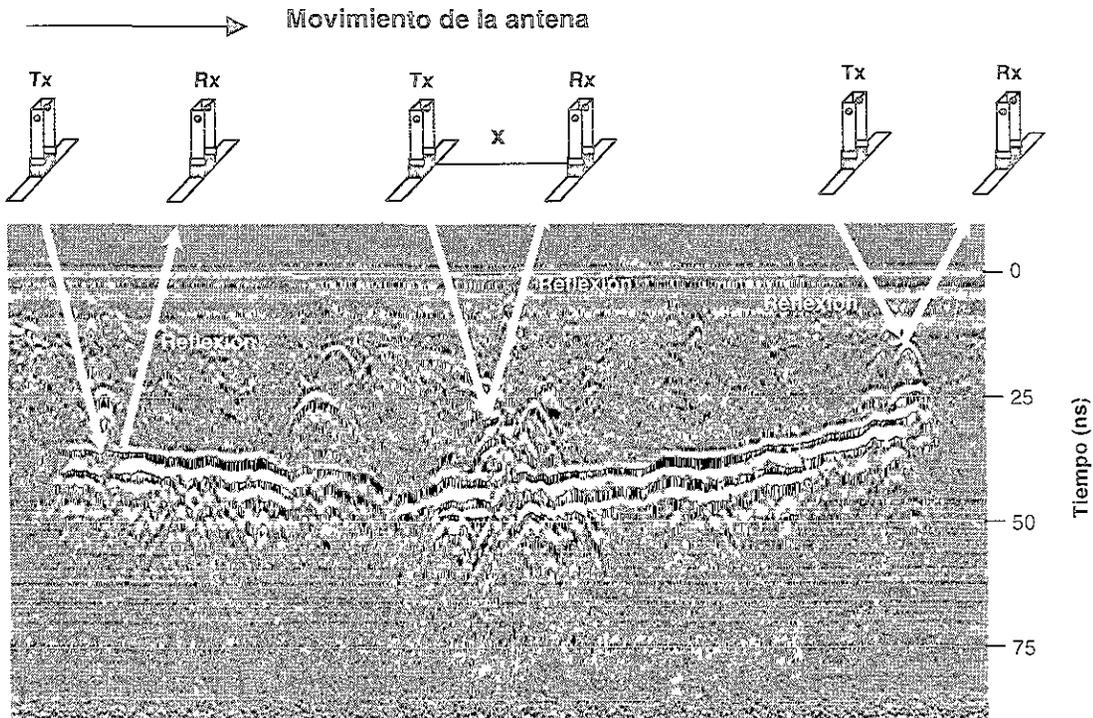


Figura 4.20 Representación esquemática de un sondeo de reflexión (GSSI).

IV.6.2 CMP-CDP, WARR

Los sondeos CMP (common mid-point o punto medio común) y CDP (common deep-point o punto de profundidad común) son empleados para calcular la velocidad de propagación de la señal en uno o varios medios, variando el espaciamiento entre transmisor (Tx) y receptor (Rx) desplazándolos en intervalos fijos a partir de un punto central en direcciones opuestas sobre el terreno, (Figura 4.21). La diferencia entre CMP y CDP es sólo en el método que se utiliza para obtener la velocidad del medio, pues en campo el arreglo es el mismo. Otro tipo de sondeo usado para estimar la velocidad es conocido como WARR (wide angle reflection and refraction) en el cual la antena transmisora (Tx) se queda fija mientras que la antena receptora (Rx) se mueve en intervalos fijos (Figura 4.22), este método tiene la ventaja que sólo una antena es movida y puede ser realizado en modo continuo o discreto. La información que nos proporciona cualquiera de estos sondeos es muy útil para conocer la velocidad, constante dieléctrica del medio y la profundidad de los reflectores. La Figura 4.23 y Figura 4.24 muestran los principales eventos registrados y la el radargrama obtenido con estos arreglos.

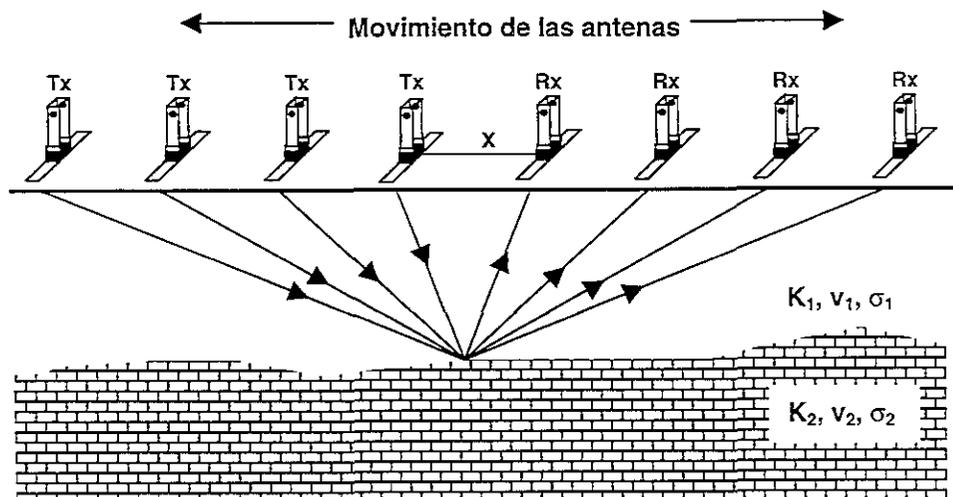


Figura 4.21 Sondeo CMP-CDP

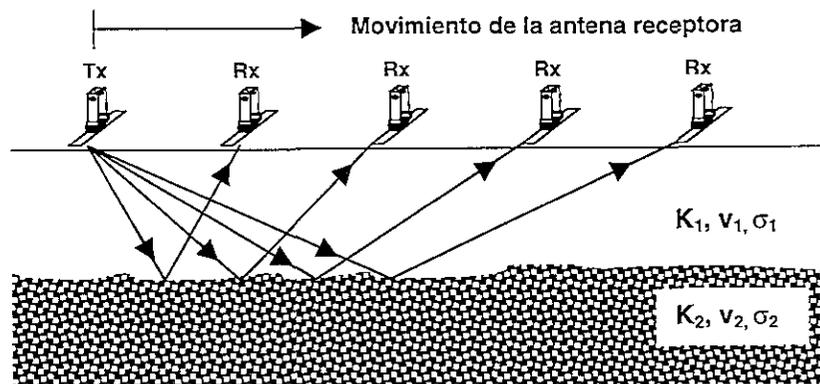


Figura 4.22 Sondeo WARR

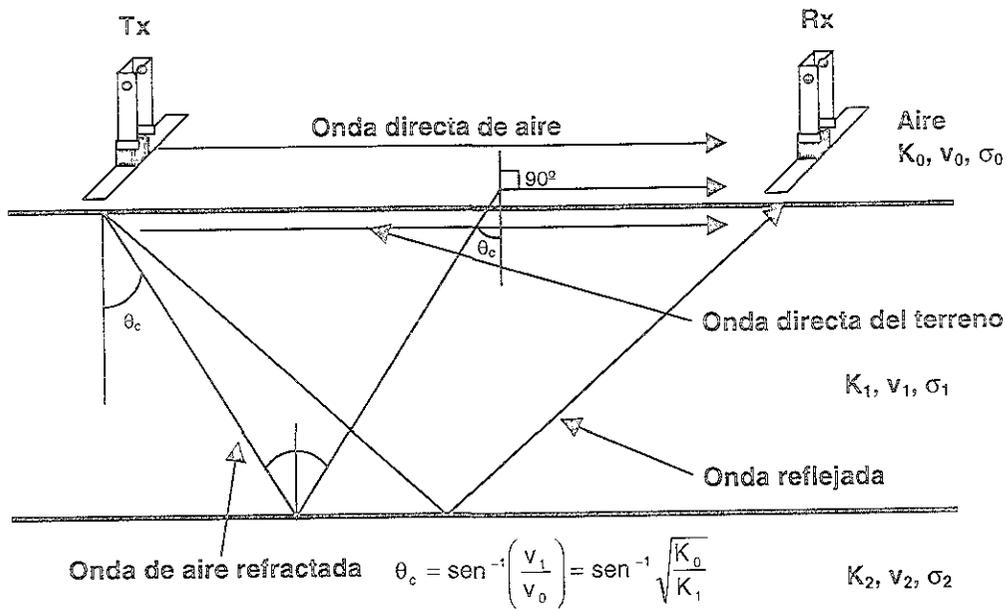


Figura 4.23 Representación de los rayos que viajan del transmisor al receptor en un sondeo CMP, CDP o WARR

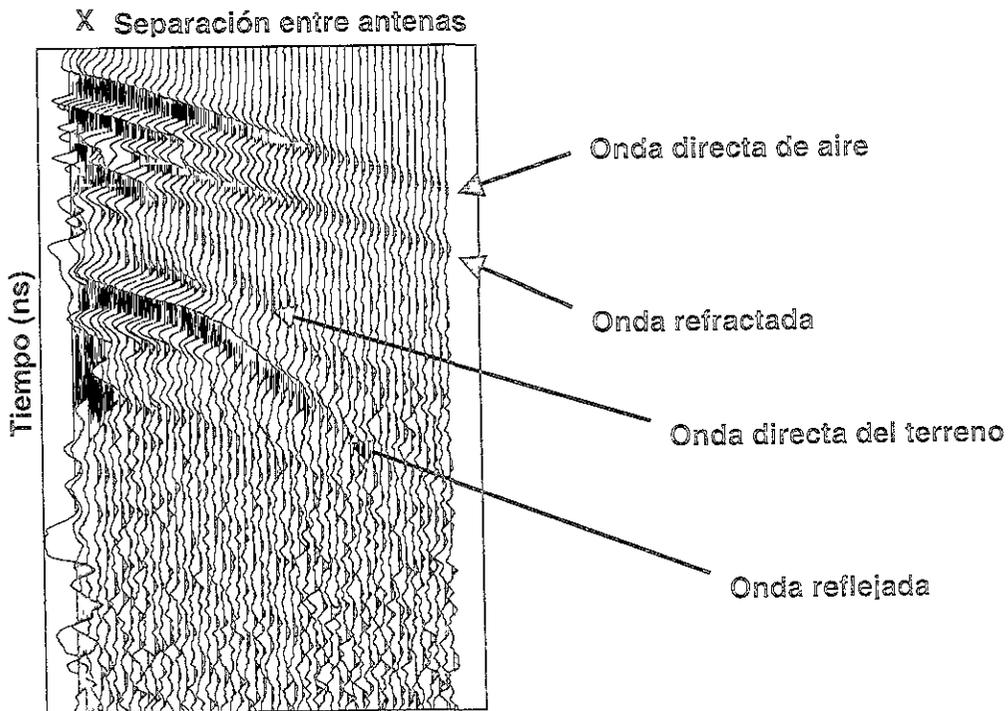


Figura 4.24 Tiempos de arribo de los principales eventos en función de la relación entre Tx y Rx en un sondeo real.

Para obtener la velocidad y la constante dieléctrica por el método de CMP, Figura 4.25, se tiene que:

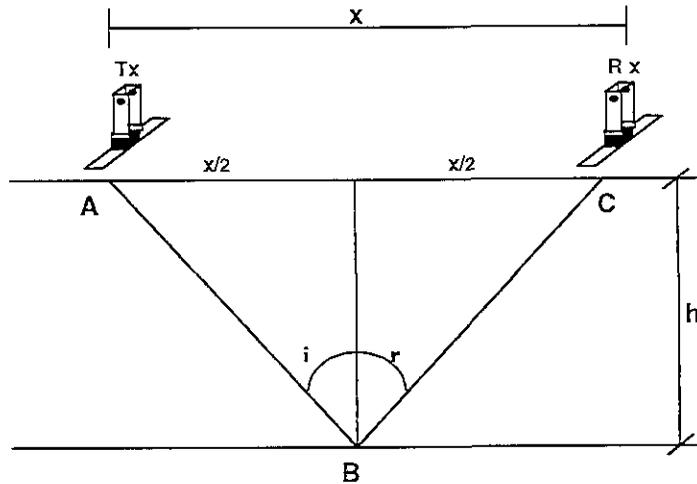


Figura 4.25 Arreglo CMP (punto medio común).

El tiempo total de recorrido de un rayo es igual a:

$$t = t_{AB} + t_{BC} = \frac{\overline{AB} + \overline{BC}}{v} = \frac{2\left(\frac{x^2}{4} + h^2\right)^{\frac{1}{2}}}{v} \quad t^2 = \frac{4\left(\frac{x^2}{4} + h^2\right)}{v^2} = \frac{(x^2 + 4h^2)}{v^2}$$

$$t^2 = \frac{x^2}{v^2} + \frac{4h^2}{v^2}, \text{ Si hacemos un cambio de variable } T = t^2 \text{ y } X = x^2$$

$$T = \frac{X}{v^2} + \frac{4h^2}{v^2} \text{ que es la ecuación de una recta, la pendiente es igual a } m = \frac{1}{v^2}$$

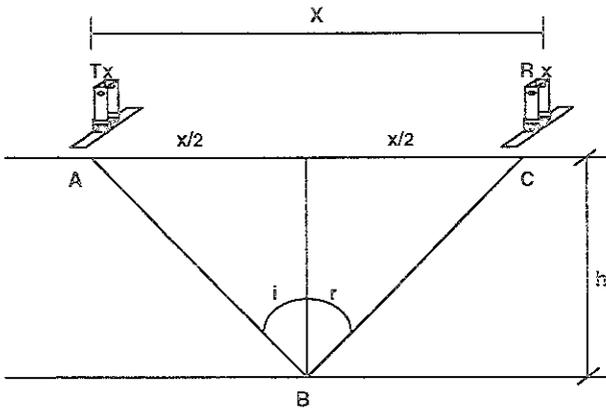
La velocidad puede ser calculada como $v = \left(\frac{1}{m}\right)^{\frac{1}{2}}$ (4.4)

La pendiente la podemos obtener del radargrama sustituyendo los tiempos dobles

elevados al cuadrado: $m = \frac{T_2 - T_1}{X_2 - X_1}$ (4.5)

Sabemos que $v = \frac{c}{\sqrt{K}}$, entonces la constante dieléctrica es igual a: $K = \left(\frac{c}{v}\right)^2$

Para obtener la velocidad a partir del método CDP (Figura 4.26), se tiene que:



El tiempo total es igual a:

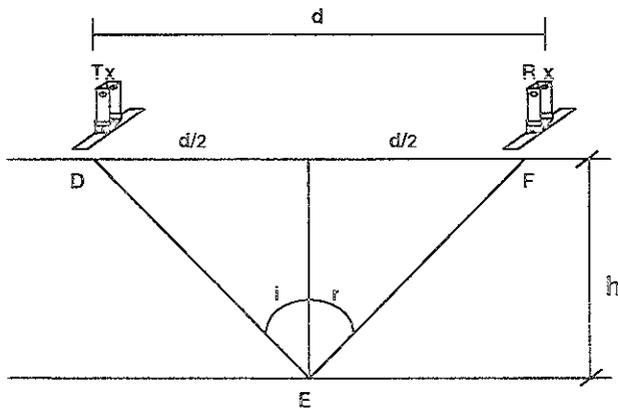
$$t_x = t_{AB} + t_{BC} = \frac{\overline{AB} + \overline{BC}}{v}$$

$$\overline{AB}^2 = \frac{x^2}{4} + h^2, \quad \overline{AB} = \left(\frac{x^2}{4} + h^2 \right)^{1/2}$$

$$t_x = \frac{2 \left(\frac{x^2}{4} + h^2 \right)^{1/2}}{v}$$

Despejando la profundidad del reflector:

$$h = \frac{\sqrt{t_x^2 v^2 - x^2}}{2} \quad (4.6)$$



De forma similar:

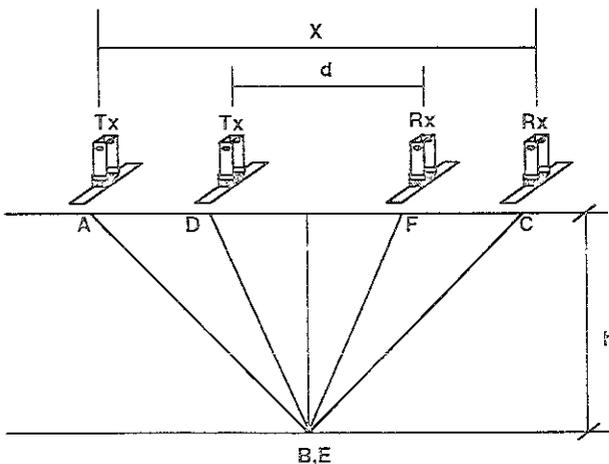
$$t_d = t_{DE} + t_{EF} = \frac{\overline{DE} + \overline{EF}}{v}$$

$$\overline{DE}^2 = \frac{d^2}{4} + h^2, \quad \overline{DE} = \left(\frac{d^2}{4} + h^2 \right)^{1/2}$$

$$t_d = \frac{2 \left(\frac{d^2}{4} + h^2 \right)^{1/2}}{v}$$

Despejando la profundidad:

$$h = \frac{\sqrt{t_d^2 v^2 - d^2}}{2} \quad (4.7)$$



Igualando (4.6) con (4.7) y despejando la velocidad:

$$v = \sqrt{\frac{x^2 - d^2}{t_x^2 - t_d^2}} \quad (4.8)$$

Figura 4.26 Arreglo CDP (punto de profundidad común).

IV.6.3 Transiluminación

Este tipo de técnica también llamada tomografía de radar se realiza sobre pilares, monumentos, muros, puentes, paredes de presas y otras estructuras hechas por el hombre. Las antenas transmisora y receptora se colocan en lados opuestos del material bajo investigación, la transmisora se queda fija y la receptora se mueve sobre el material en forma continua o discreta, el rango de frecuencias de las antenas es generalmente de 500 a 1500 MHz. Los datos obtenidos son configurados en una imagen tomográfica con la que podemos conocer indirectamente propiedades físicas de los materiales como velocidad de propagación, constante dieléctrica, atenuación, contenido de agua, etc. La Figura 4.27 muestra como se realiza el sondeo de transiluminación y la información que podemos obtener.

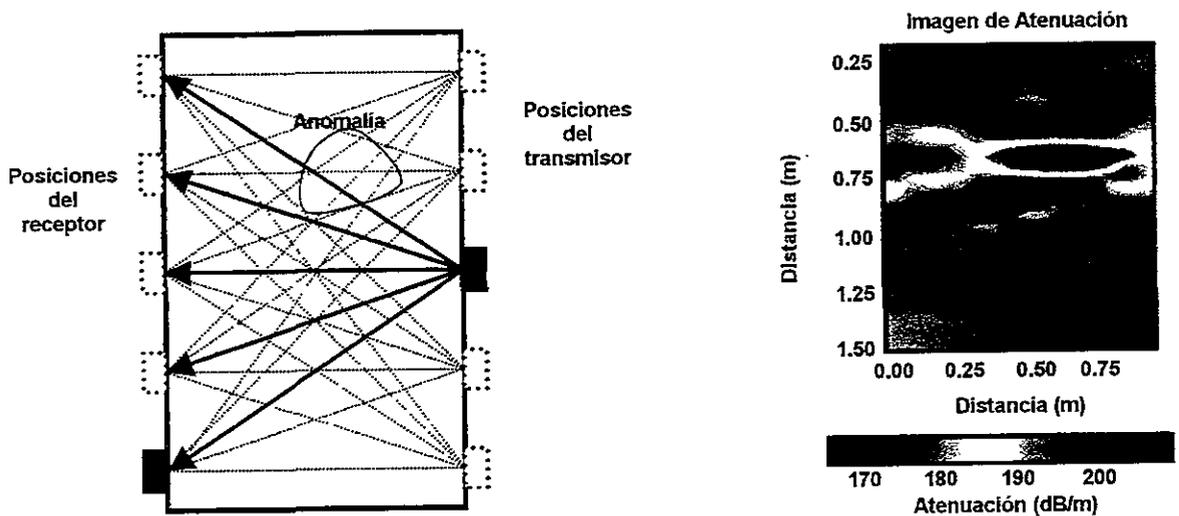


Figura 4.27 Sondeo de transiluminación, a la derecha se muestra la imagen de atenuación obtenida con esta técnica.

IV.6.4 Sondeo en Pozos

El sondeo en pozos tiene dos configuraciones básicas, single-hole y cross-hole. Las antenas van colocadas en sondas, la antena receptora es omnidireccional, es decir, capta las señales en todas direcciones. El rango de frecuencias utilizadas en estos sondeos es de 10 a 80 Mhz y se aplica principalmente en geología y geohidrología.

Single-hole

En un sondeo realizado con esta técnica, las antenas transmisora y receptora están juntas en una sonda con una distancia entre Tx-Rx constante. El sistema colectará las reflexiones y señales a 360° alrededor del pozo (Figura 4.28), la imagen resultante será desplegada de la misma forma que en datos de

geo-radar superficiales, es decir como la imagen de un perfil donde la posición de la sonda es mostrada a lo largo de un eje y la profundidad de penetración o el tiempo doble de viaje en otro eje. La separación entre los puntos de medición es normalmente de 0.5 a 1 m. Con single-hole se puede determinar con exactitud la posición de fracturas, diques y otras estructuras que intercepten al pozo, aunque para conocer su orientación será necesario realizar sondeos adicionales en otros pozos.

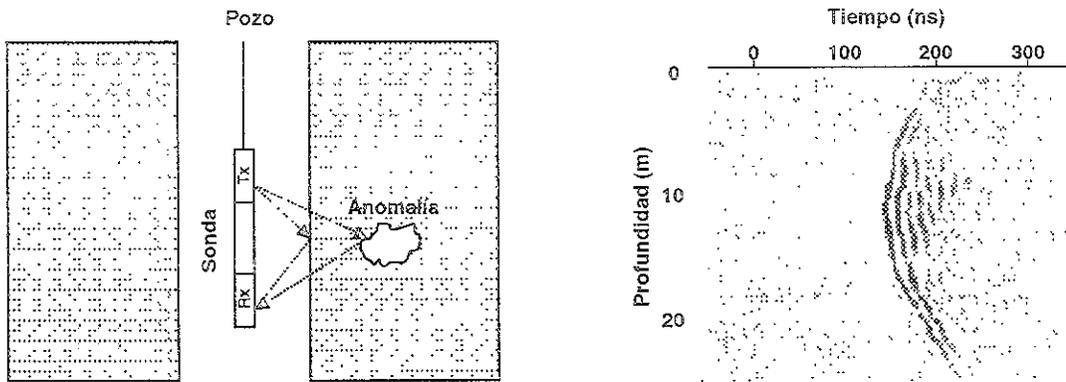


Figura 4.28 Sondeo single-hole, la imagen derecha muestra un registro obtenido con esta técnica que no es fácil de interpretar sin procesar.

Cross-hole

En los sondeos hechos con cross-hole las antenas transmisora y receptora están en pozos separados, la antena receptora se mueve en un pozo y la transmisora se queda fija dentro de otro, similar a la técnica de transiluminación pero en pozos (Figura 4.29). La separación entre la antena transmisora y receptora es de 4 a 5 m generalmente y el intervalo entre los puntos de medición es de 1 m. El transmisor también puede permanecer en una posición fija en la superficie del terreno mientras que el receptor se mueve dentro del pozo, a este arreglo se le llama perfilado vertical de radar (VPR). El resultado de este tipo de sondeo es generalmente una imagen tomográfica de la variación de la velocidad de propagación, atenuación y conductividad del medio.

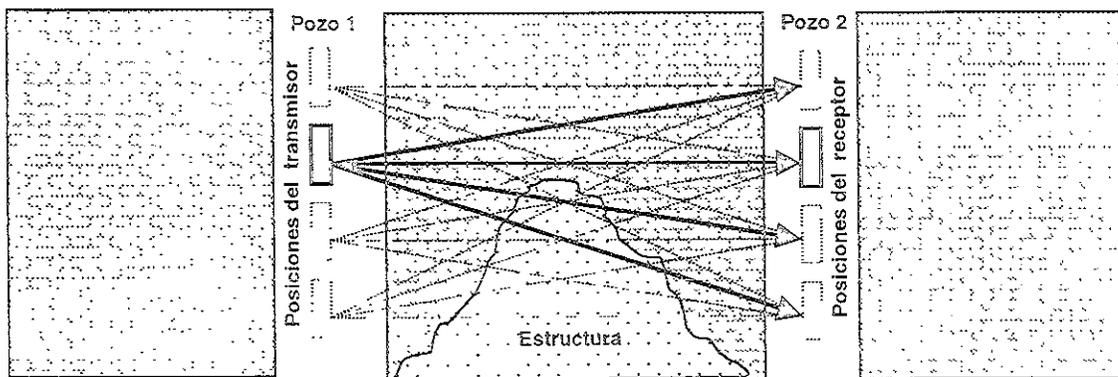


Figura 4.29 Sondeo cross-hole para GPR.

INSTITUTO TECNOLÓGICO DE AERONÁUTICA Y ESPACIO
 CENTRO DE INVESTIGACIÓN Y DESEMPEÑO EN INVESTIGACIONES AERONÁUTICAS
 INSTITUTO TECNOLÓGICO DE AERONÁUTICA Y ESPACIO

IV.7 Patrón de radiación

El patrón de radiación permite conocer como se distribuye la energía radiada por las antenas de geo-radar cuando penetra en un medio. Los patrones de radiación, son cantidades tridimensionales que toman en cuenta la variación del campo o la potencia (proporcional al cuadrado del campo) en función de las coordenadas esféricas θ y ϕ . La Figura 4.30.a muestra el patrón de radiación con distancia radial r proporcional a la intensidad de campo en la dirección θ, ϕ . El patrón tiene su lóbulo principal (radiación máxima) en la dirección z ($\theta=0$) con lóbulos menores (lateral y posteriores) en otras direcciones (Kraus, 1992).

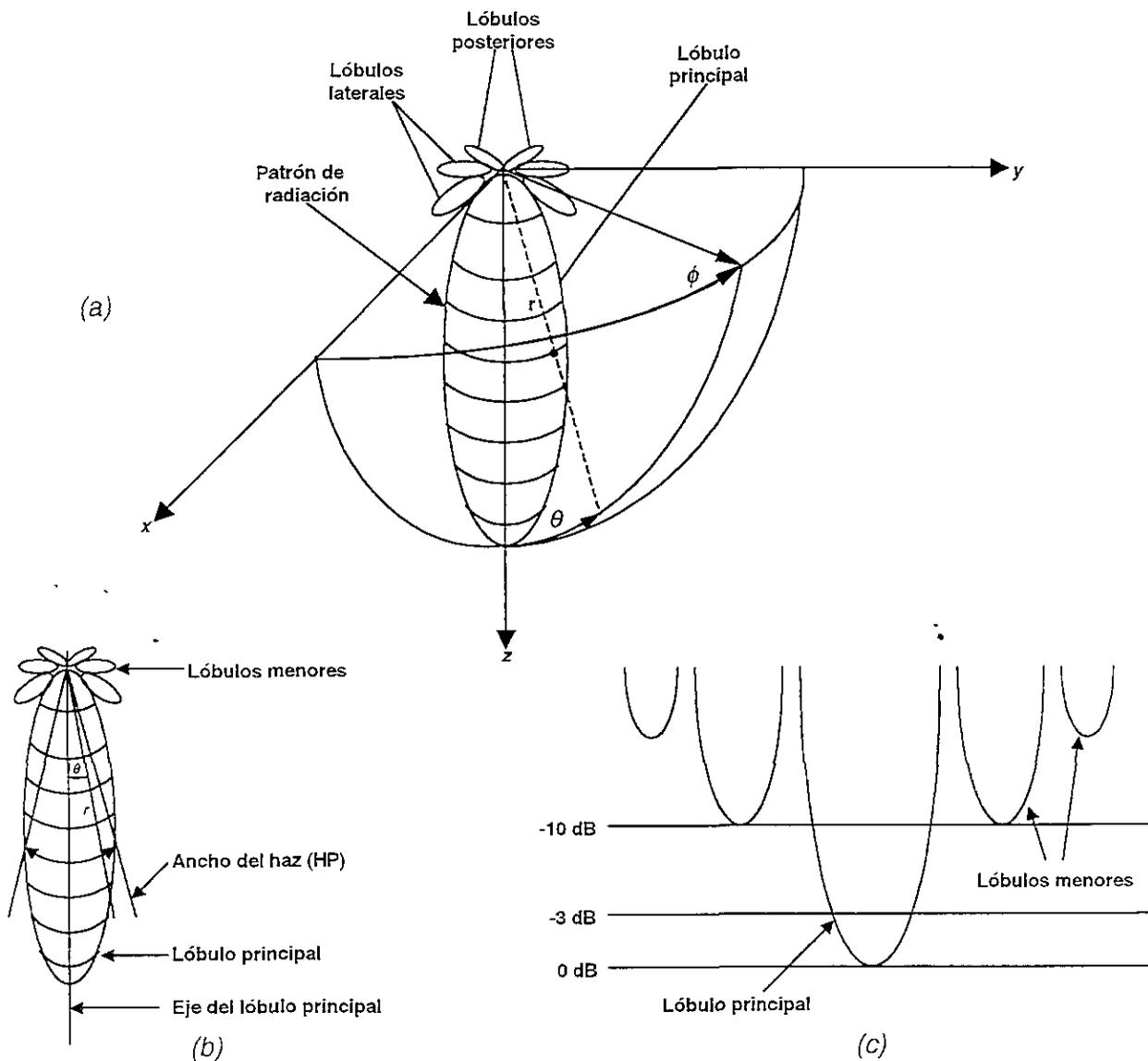


Figura 4.30 (a) Patrón de radiación de una antena en sistema coordenado. (b) Patrón en coordenadas polares. (c) Patrón en coordenadas rectangulares y escala en dB .

Cualquiera de estos patrones de radiación pueden representarse en coordenadas esféricas tridimensionales, como en la Figura 4.30.a, o por medio de cortes planos a lo largo del eje del lóbulo principal. Dos cortes en ángulos rectos como en los planos xz y yz pueden ser suficientes. Si el patrón o diagrama es simétrico alrededor del eje z , un corte es suficiente. La Figura 4.30.b, es un patrón en coordenadas polares y para mostrar los lóbulos menores con mayor detalle, se presenta el mismo patrón en la Figura 4.30.c en coordenadas rectangulares y en escala logarítmica o de decibelios. Si el patrón es simétrico, la configuración tridimensional sería una figura de revolución de la Figura 4.30.b alrededor del eje del lóbulo principal similar al patrón de la Figura 4.30.a.

Las características del patrón de radiación de una antena pueden representarse por varios parámetros escalares que pueden proporcionar la mayor parte de la información requerida del patrón, estos son el ángulo sólido del haz Ω_A , la directividad D , la ganancia G y la eficiencia ξ .

El ángulo sólido del haz puede aproximarse en términos de los ángulos subtendidos por los puntos de potencia media en los dos planos principales xz y yz , (Figura 4.30.b). Una aproximación que incluye estos ángulos es:

$$\Omega_A \approx \theta_{HP} \phi_{HP} \quad (\text{esterorradianes, sr}) \quad (4.9)$$

donde θ_{HP} y ϕ_{HP} son los anchos de haz en los dos planos principales, la directividad de una antena está representada aproximadamente por la siguiente expresión, (Kraus, 1992):

$$D = \frac{4\pi \text{ (sr)}}{\Omega_A \text{ (sr)}} = \frac{41253 \text{ (}^\circ\text{)}^2}{\theta_{HP}^\circ \phi_{HP}^\circ} \quad (4.10)$$

Cuanto menor sea el ángulo sólido del haz mayor será su directividad. Para la mayoría de las antenas de geo-radar el patrón de radiación tiene un lóbulo principal con θ_{HP} y ϕ_{HP} de un valor promedio igual a 45° por lo que su directividad es aproximadamente:

$$D = \frac{4\pi \text{ (sr)}}{\Omega_A \text{ (sr)}} = \frac{41253 \text{ (}^\circ\text{)}^2}{\theta_{HP}^\circ \phi_{HP}^\circ} = \frac{41253 \text{ (}^\circ\text{)}^2}{(45^\circ)(45^\circ)} = 20.4 = 13.1 \text{ (dB)}$$

lo que significa que la antena radia energía en la dirección del lóbulo principal 20.4 veces mayor de la que radiaría una antena no direccional (isotrópica) con la misma entrada de potencia.

Para una antena isotrópica, que radia energía igual en todas direcciones, $\Omega_A=4\pi$ y $D=1$, esta es la directividad mínima que una antena puede tener. Para antenas directivas, Ω_A es menor que 4π (sr) y D es mayor que la unidad.

La ganancia G es igual a la directividad D para antenas sin pérdidas. Si existe pérdida, la ganancia es menor que la directividad, entonces la ganancia $G=\xi D$, donde ξ es la eficiencia de la antena ($0\leq\xi\leq 1$).

En la práctica para realizar los diagramas de los patrones de radiación se utilizan dos antenas una que actúa como emisor y la otra como receptor. La transmisora se mueve con cierto ángulo con respecto a la receptora observando las variaciones en amplitud de la señal reflejada.

El patrón de la antena muestra en que dirección el sistema es más sensible y cual será el área que cubrirá. En prácticamente todos los sistemas de GPR, las antenas están formadas por dipolos de media onda en los cuales la distancia máxima entre dos puntos del dipolo es igual a la mitad de la longitud de onda de la frecuencia de la antena. Cuando una antena dipolar es posicionada en el terreno o muy cercana a él (alrededor de 0.1 longitudes de onda o menos), el patrón de radiación de la antena es fuertemente afectado por las propiedades eléctricas del medio. La Figura 4.31, muestra el patrón para un dipolo eléctrico en el vacío. El patrón de una antena cuando es colocada en el terreno cambia dramáticamente, la Figura 4.32, muestra el patrón para un medio con diferentes valores de constante dieléctrica.

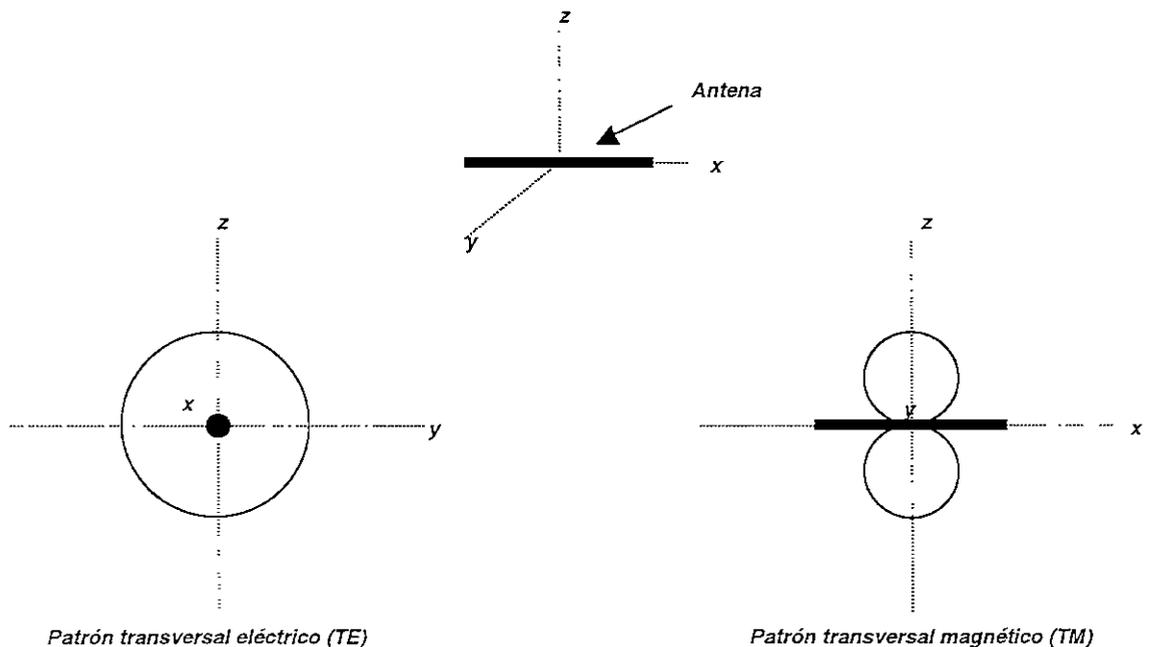


Figura 4.31 Patrones de radiación para una antena dipolar en el vacío (Annan, 1992).

Un aspecto muy importante de posicionar la antena sobre el terreno es que la mayoría de la energía penetra en el subsuelo y solo una parte escapa a la superficie. Otra característica que cabe mencionar, es la variación de los lóbulos del patrón. Cuando la constante dieléctrica del medio se incrementa, la directividad de la antena también aumenta penetrando una mayor cantidad de energía, Figura 4.32.

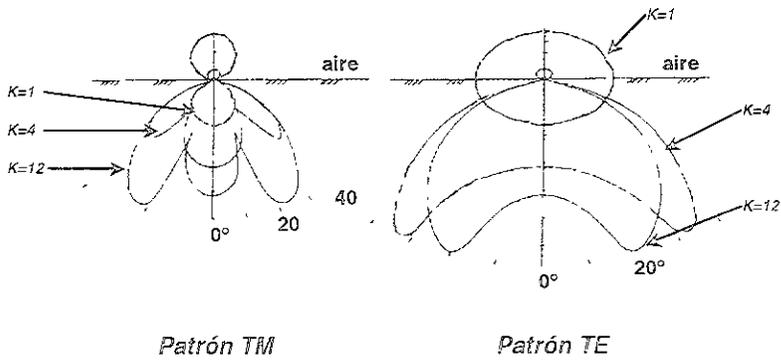


Figura 4.32 Patrones de radiación para diferentes constantes dieléctricas (GSSI, 1992).

El patrón de radiación de la mayoría de las antenas puede idealizarse como un cono de 45° con respecto a la vertical (Figura 4.33). Debido a esto las antenas registrarán los reflectores en la línea de medición antes y después de pasar exactamente debajo de ellos. Como resultado de esto se obtienen las típicas señales de forma hiperbólica de varios objetos como tuberías, cables y rocas.

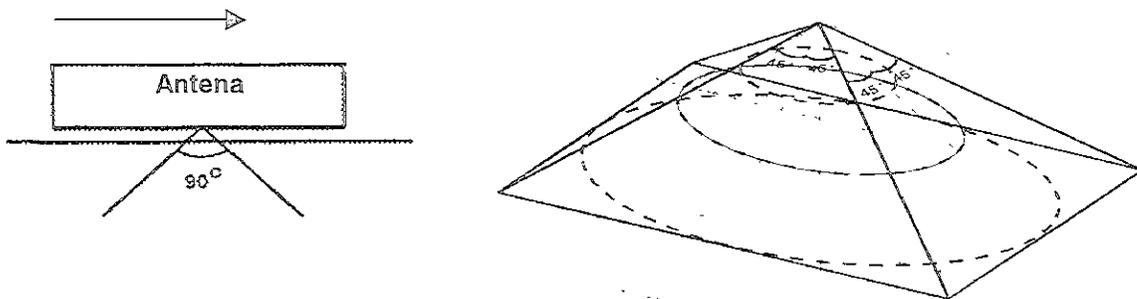


Figura 4.33 Representación del patrón de radiación idealizado para una antena.

IV.8 Ecuación del radar

Una de las herramientas básicas con las que puede contar el usuario de GPR es la ecuación del radar y las técnicas de simulación numérica. La ecuación del radar (RRE) nos da idea si el objeto podrá ser detectado por el equipo, aunado a las pérdidas que se tengan y a los factores que afecten a la señal. Lo que hace es conjuntar parámetros del equipo tales como ganancia de las antenas y potencia de la fuente, con parámetros del medio, como la atenuación y profundidad del mismo.

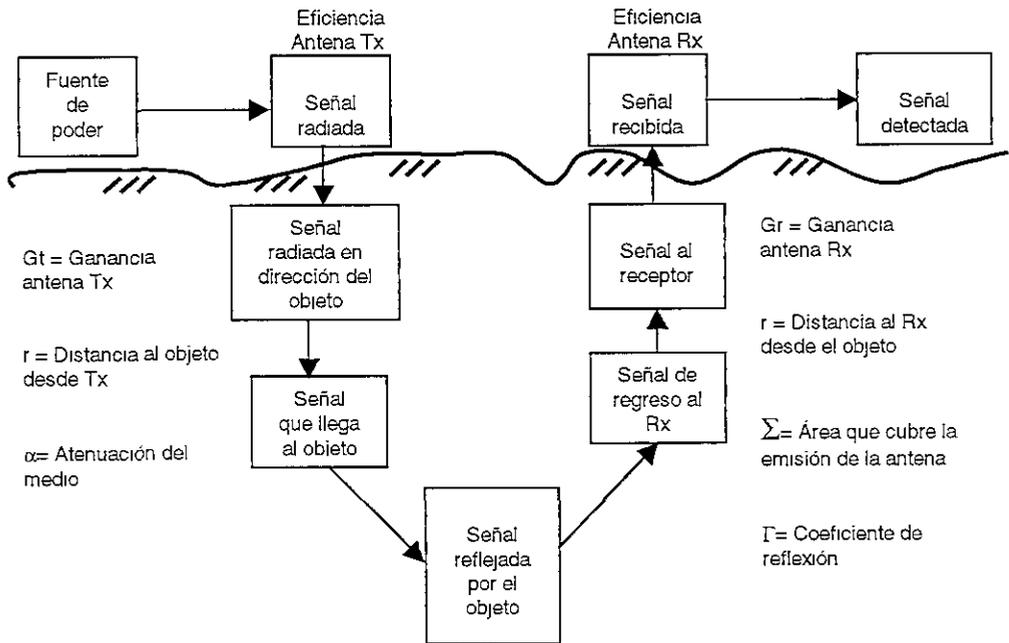


Figura 4.34 Diagrama de bloques de la ecuación del radar.

La potencia transmitida al medio es resultado del producto de la potencia suministrada por el transmisor P_{TX} , su eficiencia ξ_T y su ganancia G_T , es decir:

$$P_1 = \xi_T G_T P_{TX} \quad (4.11)$$

La energía se distribuye a una distancia r , sobre la superficie de una esfera de radio r (Davis y Annan, 1989), dando como resultado:

$$P_2 = \frac{\xi_T G_T P_{TX}}{4\pi r^2} \quad (4.12)$$

La atenuación de la señal a una distancia r en un medio con parte conductora se describió en el capítulo III, está representada por el factor $e^{-\alpha r}$. La disminución de la potencia a la distancia r es igual al cuadrado del factor anterior, resultando:

$$P_3 = \frac{\xi_T G_T P_{TX}}{4\pi r^2} e^{-2\alpha r} \quad (4.13)$$

La energía que refleja el objeto a la profundidad r , proviene del área Σ que cubre el cono de emisión de la antenna formado por los frentes de onda y por el contraste en las propiedades eléctricas de los medios representado por el coeficiente de reflexión Γ , quedando la expresión anterior como:

$$P_4 = \left(\frac{\xi_T G_T P_{TX}}{4\pi r^2} e^{-2\alpha r} \right) \Sigma \Gamma \quad (4.14)$$

La energía de regreso a la antenna receptora recorre la misma distancia r , atenuándose también con el factor $e^{-2\alpha r}$ y repartiéndose sobre una esfera de radio r , obteniendo la siguiente ecuación:

$$P_5 = \left(\frac{\xi_T G_T P_{TX}}{4\pi r^2} e^{-2\alpha r} \right) \frac{\Sigma \Gamma e^{-2\alpha r}}{4\pi r^2} \quad (4.15)$$

La energía que llega a la antenna incide sobre el área receptora llamada área efectiva, que para una antenna dipolar es igual a (Annan, 1992):

$$A_e = \frac{\lambda^2}{4\pi} \quad (4.16)$$

Tomando en cuenta la eficiencia de la antenna receptora así como su ganancia, la expresión anterior es igual a:

$$A_e = \frac{\lambda^2 G_R \xi_R}{4\pi} \quad (4.17)$$

La potencia que llega a la antenna receptora tomando en cuenta su área efectiva y reagrupando términos da como resultado la siguiente ecuación:

$$P_{RX} = \left(\frac{\xi_T \xi_R G_T G_R e^{-4\alpha r} \Sigma \Gamma \lambda^2}{64\pi^3 r^4} \right) P_{TX} \quad (4.18)$$

El alcance de la señal de radar puede ser determinado por Q, llamado factor de funcionamiento o factor de calidad. Este resulta del cociente entre la potencia mínima que es capaz de captar el receptor y la potencia máxima que emite el transmisor, $Q = P_{RXmin}/P_{Txmáx}$, es decir:

$$Q = \left(\frac{\xi_T \xi_R G_T G_R e^{-4\alpha r} \Sigma \Gamma \lambda^2}{64\pi^3 r^4} \right) \quad (4.19)$$

Para GPR consideramos que el ángulo del patrón de radiación para la mayoría de las antenas es de 45° respecto a la vertical, (ver Figura 4.35), el área que cubre la emisión de la antena se puede aproximar como:

$$\Sigma = \pi r^2 \quad (4.20)$$

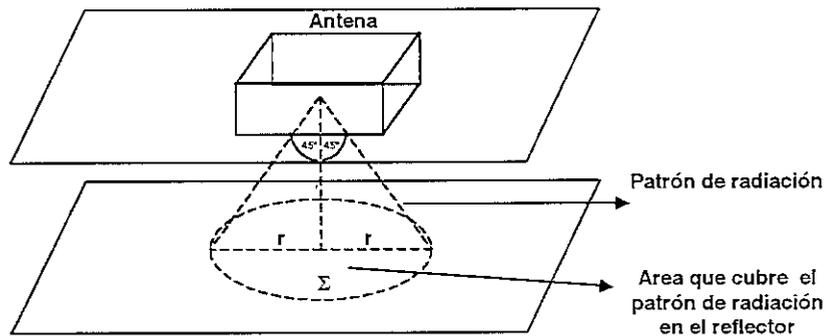


Figura 4.35 Área que cubre el cono de emisión de la antena sobre el reflector.

Sustituyendo (4.20) en (4.19), tenemos:

$$Q = \left(\frac{\xi_T \xi_R G_T G_R e^{-4\alpha r} \Gamma \lambda^2}{64\pi^2 r^2} \right) \quad (4.21)$$

El factor de funcionamiento del sistema Q es muy importante ya que puede determinar si los objetos se pueden detectar y es un parámetro con el cual se puede tener un mayor control del levantamiento. Las características del equipo, en particular de las antenas, como su eficiencia y ganancia son factores que podemos controlar, los que no se pueden, son las propiedades geométricas y electromagnéticas del medio. Comúnmente el factor Q suele expresarse en decibeles:

$$Q = 10 \log \left(\frac{P_{Rmin}}{P_{TXmáx}} \right) \quad (\text{dB}) \quad (4.22)$$

Aunque la ecuación del radar generalmente simplifica demasiado medio ambientes geológicos reales, el resultado de aplicarla es un buen indicador de probabilidad de éxito, si se conocen las propiedades eléctricas del medio y algo acerca de las características del objeto. Los primeros sistemas de GPR tenían Q de 80 –120 dB, actualmente poseen Q de 120 –160 dB. Un sistema con un Q de 140 dB, en un medio con atenuaciones de 0.1 y 10 dB/m, tendrá una penetración de 50 m y 2 m, respectivamente. Por el contrario un sistema con un Q de 80 dB en las mismas condiciones tendrá una penetración de 15 m y 1 m, respectivamente. Como una regla general, si la potencia recibida desde un objeto es igual al nivel de ruido del sistema (generado por los componentes electrónicos), entonces es poco probable que sea detectado. Si la potencia recibida tiene un margen entre 10 y 20 dB entre la señal recibida del objeto y el nivel de ruido del sistema, entonces se una buena probabilidad de éxito, (Annan, 1992) de detectar el objeto.

IV.9 Resolución vertical

En general la resolución vertical es la capacidad del sistema para resolver o diferenciar elementos independientes y distinguir señales muy cercanas en tiempo o en frecuencia.

Por ejemplo, la Figura 4.34, muestra un número de pulsos de diferente duración en tiempo, sus equivalentes en el dominio de la frecuencia y sus correspondientes resoluciones en espacio. Como se observa el ancho del pulso Δt disminuye cuando la frecuencia Δf aumenta. Los sistemas GPR están diseñados para tener anchos de banda que son casi iguales a la frecuencia central, verificándose que el periodo del pulso es inversamente proporcional a la frecuencia central, por esto la frecuencia y la duración del pulso son intercambiables para el sistema:

$$\Delta t = \frac{1}{\Delta f} \quad (4.23)$$

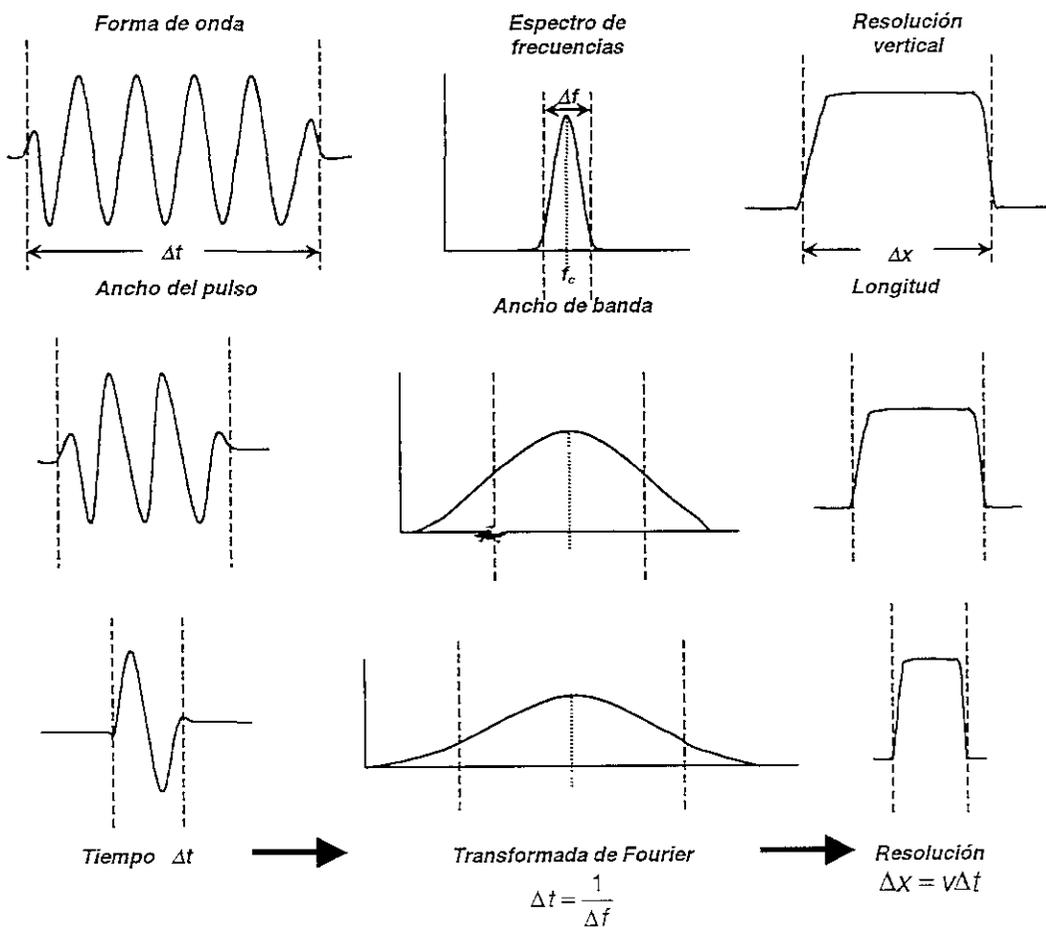


Figura 4.34 Relación entre el ancho del pulso, su espectro y la resolución vertical (Davis y Annan, 1989).

De la figura anterior se observa que un amplio ancho de banda proporciona una mejor resolución, aumentando a frecuencias más altas y disminuyendo a frecuencias más bajas. La frecuencia central de un sistema GPR tiene un mayor impacto en la profundidad de penetración, la razón de esto es que si la frecuencia disminuye la profundidad de penetración aumenta y viceversa. Es importante mencionar que la resolución también depende de las propiedades eléctricas del medio.

Debe existir un compromiso entre la penetración y la resolución del sistema. En la práctica será mejor tener resoluciones verticales medias en favor de una profundidad de penetración aceptable. Cuando requerimos una penetración mayor tenemos una baja resolución y si es necesaria una alta resolución entonces la penetración es relativamente pequeña. Según la experiencia en ambientes geológicos de Davis y Annan, (1989), los sistemas GPR con una frecuencia central (f_c) alrededor de 100 MHz ofrecen un punto medio entre la profundidad de penetración y la resolución. La Figura 4.35, representa la relación entre la resolución del sistema y el ancho de banda para una antena con una frecuencia central de 100 MHz, en roca con una velocidad de 0.12 m/ns y en suelo húmedo con una velocidad de 0.06 m/ns. Para el suelo húmedo la mínima resolución posible es de unos 0.30m y para la roca es de 0.60 m.

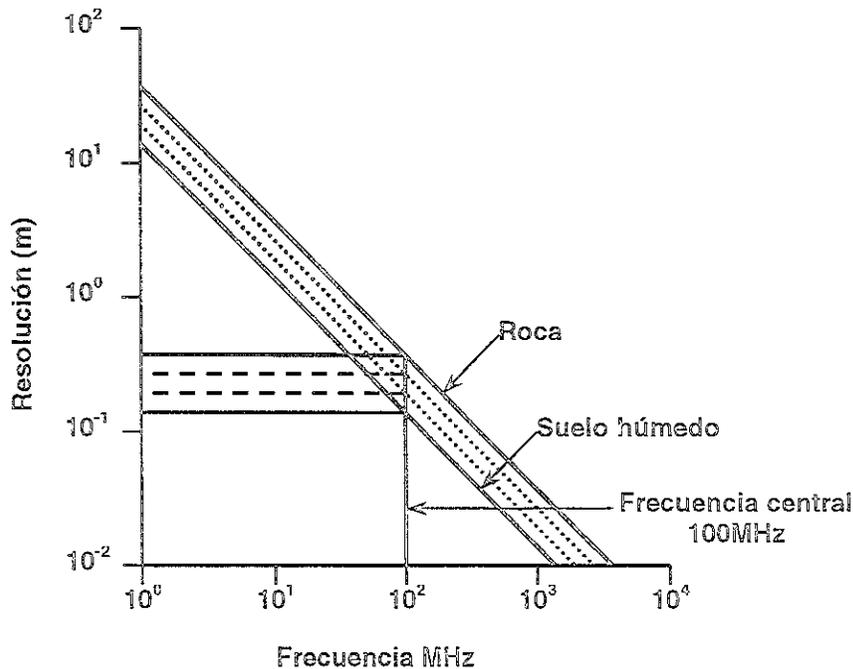


Figura 4.35 Relación entre la resolución vertical y el ancho de banda para una antena con una frecuencia central de 100 MHz en roca y suelo húmedo (Davis y Annan, 1989).

Basándose en lo anterior, la resolución vertical en términos de las propiedades eléctricas del medio se puede expresar como:

$$T_m = 0.5\lambda \quad (4.24)$$

en donde:

T_m = mínimo espesor que puede ser resuelto

λ = longitud de onda

Como sabemos la longitud de onda puede ser calculada a partir de:

$$\lambda = v / f$$

donde

λ = longitud de onda de la señal

f = frecuencia central de la señal transmitida al medio

La velocidad de la onda en un medio puede ser calculada como:

$$v = c / \sqrt{K}$$

en donde:

c = velocidad de la luz en el vacío = 3×10^8 m/s

K = constante dieléctrica del medio

Combinando las tres últimas ecuaciones, tenemos que la resolución vertical en términos de K y f es:

$$T_m = \frac{c}{2f\sqrt{K}} \quad (4.25)$$

Para ilustrar la utilidad de esta fórmula podemos hacer un ejemplo del cálculo de la resolución vertical para la mayoría de las antenas comerciales, asumiendo una constante dieléctrica de 9, como se muestra en la Tabla 4.3:

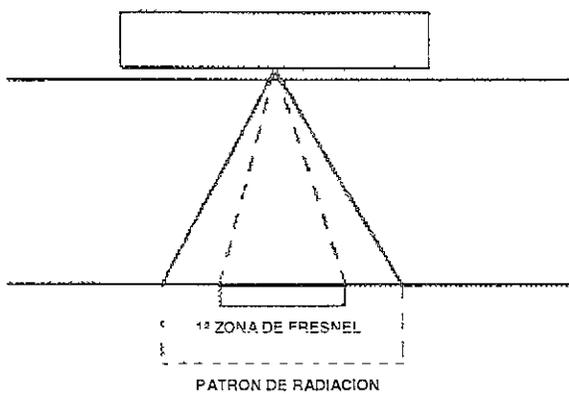
Frecuencia central (MHz)	Ancho del pulso (ns)	Resolución vertical (m)
2000	0.5	0.025
1500	0.66	0.033
1000	1	0.050
900	1.11	0.550
500	2	0.100
400	2.5	0.125
300	3.33	0.167
200	5	0.250
120	8.33	0.417
100	10	0.500
80	12.5	0.625
50	20	1.000
40	25	1.250
35	28.57	1.430
25	40	2.000
20	50	2.500
16	62.5	3.125
12.5	80	4.000

Tabla 4.3 Resolución vertical contra frecuencia central de la antena.

IV.10 Resolución horizontal

La resolución horizontal es la capacidad que tiene el sistema para resolver un objeto considerando sus dimensiones laterales y geometría, tomando en cuenta el movimiento de la antena en la superficie del terreno.

Como sabemos el patrón de radiación de la antena es en forma de cono. La mayor parte de la energía reflejada proviene del área central, llamada primera zona de Fresnel. El radio de la primera zona de Fresnel puede ser calculado por, (GSSI, 1992):



$$R_F = \left(\lambda r_0 + \frac{1}{4} \lambda^2 \right)^{1/2} \quad (4.26)$$

R_F = radio de la primera zona de Fresnel
 λ = longitud de onda
 r_0 = profundidad del objeto

Figura 4.36 Patrón de radiación y la primera zona de Fresnel (GSSI, 1992).

Existen otros factores importantes que debemos considerar, para evaluar adecuadamente la resolución horizontal. Entre éstos están los siguientes:

- a) El número de trazas por metro
- b) El número de trazas por segundo
- c) La profundidad y dimensiones del objeto
- d) La velocidad de desplazamiento de la antena sobre el terreno cuando se registra en modo continuo

Las trazas por metro se obtienen al dividir el número de trazas por segundo entre la velocidad de desplazamiento de la antena sobre el terreno, $tr/m = (tr/s)/v_s$. El número de trazas por metro aumenta cuando la velocidad de desplazamiento disminuye. Si el desplazamiento es muy lento la imagen del reflector se distorsiona en sus dimensiones laterales al visualizarla en el monitor o en la impresora.

De esta forma, se debe llegar a un punto medio entre la velocidad de desplazamiento de la antena y el número de trazas por segundo, en función de la resolución horizontal requerida y del tamaño del reflector. Para entender lo anterior, consideremos un reflector aislado de geometría bien definida, como por ejemplo una tubería metálica enterrada. La Figura 4.37, muestra como el equipo empieza a detectar la tubería antes y después de que la antena pasa exactamente

sobre ella. Esto se debe a que el ángulo de radiación es de 45° respecto a la vertical, de esta forma la tubería comenzará a ser detectada a una distancia horizontal equivalente a su profundidad.

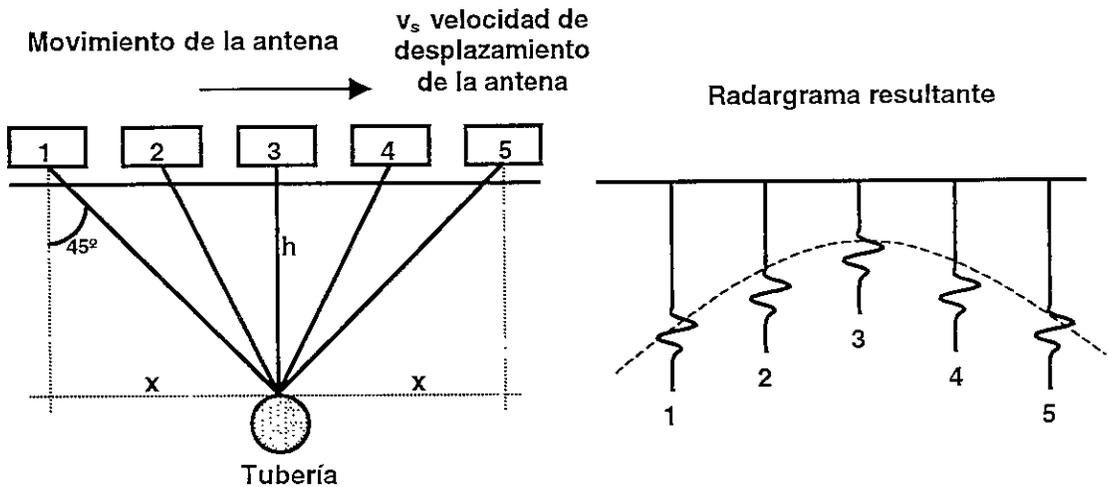


Figura 4.37 Posiciones de la antena que pasa encima de un reflector y las trazas registradas de acuerdo a las diferentes posiciones.

El reflector aparecerá como una figura de forma hiperbólica, típica señal de los registros con geo-radar. La resolución de la hipérbola depende del número de trazas que forman al reflector (ntr), y es resultado del producto del número del trazas por segundo (tr/s) y el tiempo de medición (t_m), $ntr = (tr/s) \cdot t_m$ (Lorenzo, 1994). El tiempo de medición (tiempo durante el cual movemos la antena) es igual a dos veces su profundidad, dividida por la velocidad de desplazamiento de la antena sobre el terreno, $t_m = 2h/v_s$ ó $t_m = 2x/v_s$, Figura 4.37, es decir:

$$ntr = (tr/s) \frac{2h}{v_s} \quad ntr = (tr/s) \frac{2x}{v_s} \quad ntr = (tr/m)(2h) \quad (4.27)$$

Geophysical Survey Systems, Inc. (GSSI), establece un número mínimo de 20 trazas para resolver un objeto y que la forma de la hipérbola este bien definida para un reflector puntual. También sugiere una expresión para el cálculo de la velocidad máxima de desplazamiento de la antena dada por:

$$v_s = \left[\frac{tr/s}{20} \right] [AW + OW] \quad (4.28)$$

donde:

- v_s = Velocidad de desplazamiento de la antena (m/s)
- tr/s = Trazas por segundo
- AW = Ancho de la antena (m)
- OW = Ancho estimado del objeto (m)

La Figura 4.38.a, muestra el registro obtenido de cuatro cilindros metálicos enterrados a un metro de profundidad, con una densidad de 32 las trazas por segundo, equivalente a un desplazamiento de la antena sobre la superficie del terreno de 1 m/s. La antena utilizada fue de 500 MHz, la ventana de tiempo total de 40 ns y la longitud de perfil de 7 m. En este registro se aprecian bien definidas las cuatro hipérbolas, situando a los cilindros en el ápex de cada hipérbola.

La Figura 4.38.b, presenta una parte del mismo registro pero con una velocidad de desplazamiento de la antena ocho veces más lenta que en el registro original, aproximadamente a unos 12.5 cm/s. La imagen de los cilindros aparece tan distorsionada que se podría confundir incluso con capas de suelo o con otra estructura de grandes dimensiones.

En la Figura 4.38.c, se presenta el registro hecho con una velocidad de desplazamiento de la antena tres veces más rápido, aproximadamente a unos 3 m/s. En este registro, debido a la alta velocidad, la forma hiperbólica es muy difícil de apreciar y los cilindros se pueden confundir con cualquier otro reflector de geometría no regular.

La relación entre la velocidad de desplazamiento de la antena y las trazas por segundo dependerá en gran medida del tipo de problema. Por ejemplo para contactos geológicos o para el mapeo de fondos de lagos, la pérdida de un poco de resolución horizontal como son los reflectores aislados, nos dará una información más general del medio y el trabajo se hará más rápido.

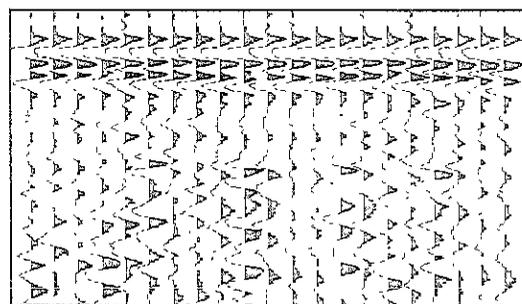
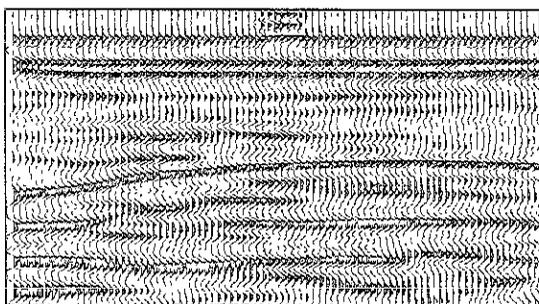
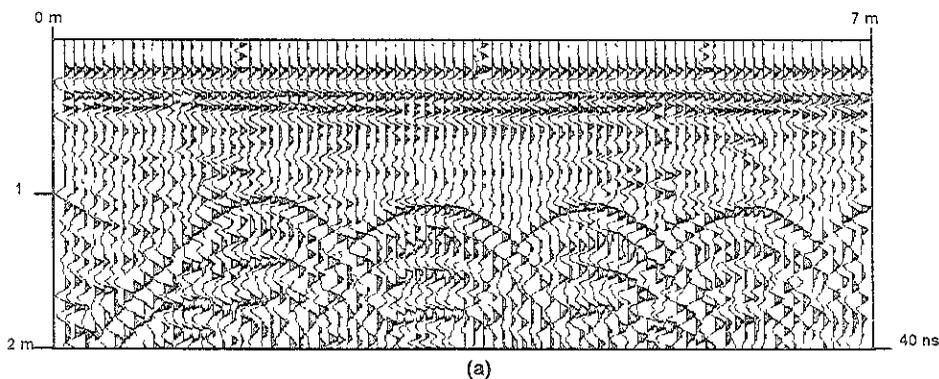


Figura 4.38 Influencia de la velocidad de desplazamiento de la antena en la resolución horizontal. (a) Óptima, (b) muy lenta, (c) rápida.

IV.11 Cálculo de la velocidad a partir de los datos de GPR

En los sondeos con GPR es muy importante determinar la profundidad de los reflectores. Para hacerlo necesitamos estimar la velocidad de propagación de la señal o la constante dieléctrica del medio, por lo cual se sugieren los siguientes métodos:

Método 1 – Uso de velocidades estándar (de tablas)

Método 2 – Localización de un objeto de profundidad conocida

Método 3 – Escala geométrica

Método 4 – CDP (Punto de profundidad común)

A continuación se describen brevemente cada uno de ellos

IV.11.1 Método 1. Uso de velocidades estándar

El valor de la velocidad de propagación lo podemos calcular a partir de la constante dieléctrica obtenida de la Tabla 4.4 y de la siguiente expresión conocida que relaciona la velocidad con la constante dieléctrica:

$$v = \frac{c}{\sqrt{K}}$$

c = velocidad de la luz en el vacío (3×10^8 m/s)

K = constante dieléctrica del medio

v = velocidad del medio (m/ns)

MATERIAL	σ S/m	K
Aire	0	1
Agua dulce	$10^{-4} - 3 \times 10^{-2}$	81
Agua salada	4	81
Arena (seca)	$10^{-7} - 10^{-3}$	4 - 6
Arena (saturada)	$10^{-4} - 10^{-2}$	30
Aluvión (saturado)	$10^{-3} - 10^{-2}$	10
Arcilla (saturada)	$10^{-1} - 1$	8 - 12
Arena costera (seca)	0.002	10
Pantano selvático	0.008	12
Tierras de cultivo	0.01	15
Tierras de pastoreo	0.005	13
Hielo de agua dulce	10^{-2}	4
Suelo congelado	$10^{-5} - 10^{-2}$	4 - 8
Granito (seco)	10^{-3}	5
Caliza (seca)	10^{-5}	7 - 9
Dolomita		7 - 8
Cuarzo		4
Carbón		4 - 5
Concreto		6
Asfalto		3 - 5
Hielo de agua salada		4 - 12
PVC, Epóxico, Poliéster, Vinil, Caucho		3

Tabla 4.4 Valores de σ y K para diversos materiales (Ulriksen, 1982).

IV.11.2 Método 2. Localización de un objeto de profundidad conocida

Este método es utilizado cuando conocemos la profundidad de algún objeto y suponiendo que el material que lo rodea es homogéneo. Los pasos son los siguientes:

- 1) Pasar una línea de GPR perpendicular al eje de mayor longitud del objeto de profundidad conocida, como puede ser un tanque o una tubería (Figura 4.39).

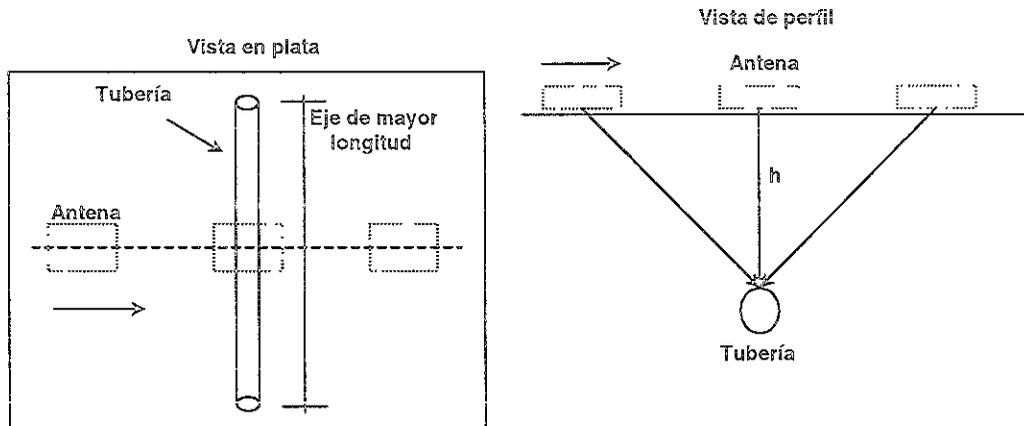
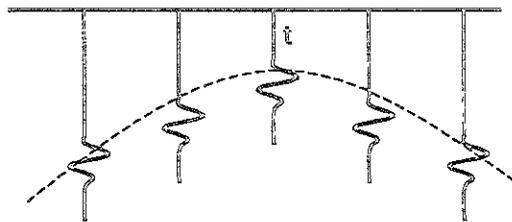


Figura 4.39 Cálculo de la velocidad a partir de un objeto de profundidad conocida.

- 2) En el radargrama o en el monitor, determinar el tiempo de la reflexión superior de la hipérbola (vértice).



- 3) Estimar la velocidad del medio usando:

$$v = \frac{2h}{t} \quad (4.29)$$

h = profundidad conocida

- 4) La constante dieléctrica es igual a:

$$K = \left(\frac{c}{v} \right)^2 \quad (4.30)$$

- 5) La profundidad de otros reflectores ahora puede ser calculada usando:

$$h = \frac{vt}{2} \quad \text{ó} \quad h = \frac{ct}{2\sqrt{K}} \quad (4.31)$$

IV.11.3 Método 3. Escala geométrica

Cuando una antena pasa perpendicularmente sobre una tubería, una hipérbola aparece en el registro. La hipérbola puede ser usada para encontrar la velocidad conociendo la distancia sobre el terreno y el tiempo, los cuales se pueden obtener de los datos del registro.

Cuando la antena se aproxima a la tubería, ésta empieza a ser detectada por la antena cuando el ángulo del patrón de radiación entre la tubería y la antena es de aproximadamente 45° . La reflexión a la distancia entre el objeto y la tubería (z) llega a un tiempo que es igual a t_z . Conforme la antena se aproxima y pasa sobre la tubería el tiempo de arribo de la reflexión del objeto (tubería) decrece (Figura 4.40).

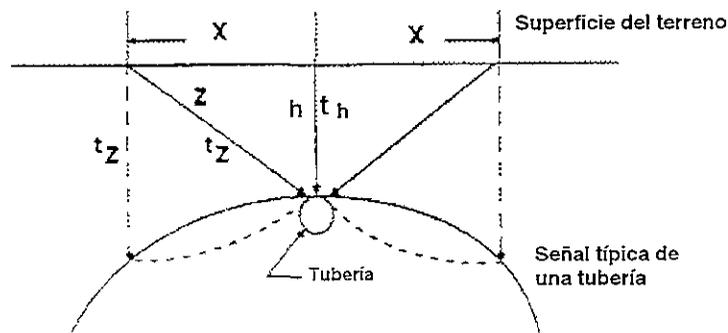


Figura 4.40 Cálculo de la velocidad a partir de la hipérbola.

Si suponemos que la profundidad (h) es en promedio igual a la distancia (x) y que las dimensiones de la tubería son despreciables, entonces se tienen las dos siguientes igualdades:

$$z^2 = x^2 + h^2 \quad (4.32)$$

$$\frac{h}{z} = \frac{t_h}{t_z} \quad (4.33)$$

en donde:

- z = distancia diagonal
- x = distancia a lo largo del terreno
- h = profundidad de la tubería
- t_z = tiempo a la distancia z
- t_h = tiempo a la profundidad h

Combinando las dos ecuaciones anteriores obtenemos:

$$h = \frac{x}{\sqrt{\left(\frac{t_z}{t_h}\right)^2 - 1}} \quad (4.34)$$

La ecuación requiere únicamente que la distancia (x) a lo largo de la superficie sea conocida y que la relación t_z/t_h (adimensional) sea medida a partir del radargrama. Obteniendo de esta forma la profundidad del objeto y utilizando la ecuación (4.29) ó (4.30) podemos estimar la velocidad o la constante dieléctrica del medio. El siguiente ejemplo numérico muestra como se aplica el método:

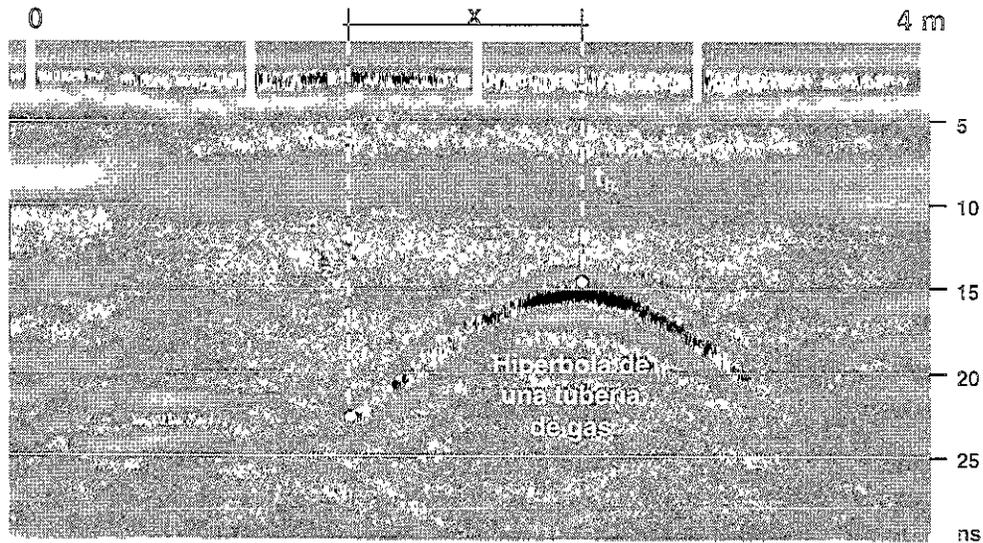


Figura 4.41 Estimación de la velocidad a partir de una hipérbola (GSSI).

Datos:

$$P_0(2.5 \text{ m}, 14.9 \text{ ns}) \quad P_1(1.45 \text{ m}, 22.5 \text{ ns}) \quad x = (2.5 - 1.45) = 1.05 \text{ m}$$

h = profundidad del objeto

x = distancia en la superficie

t_z = tiempo en la parte inferior de la hipérbola

t_h = tiempo en la parte superior de la hipérbola

$$\text{Profundidad de la tubería} \quad h = \frac{x}{\sqrt{\left(\frac{t_z}{t_h}\right)^2 - 1}} = \frac{1.05}{\sqrt{\left(\frac{22.5}{14.9}\right)^2 - 1}} = 0.928 \text{ m}$$

$$\text{Velocidad del medio} \quad v = \frac{2h}{t} = \frac{2(0.928)}{14.9} = 0.124 \text{ m/ns}$$

$$\text{Constante dieléctrica} \quad K = \left(\frac{c}{v}\right)^2 = \left(\frac{0.3}{0.124}\right)^2 = 5.85$$

IV.11.4 Método 4. CDP (Punto de profundidad común)

Como habíamos estudiado anteriormente, el arreglo CDP nos sirve para estimar la velocidad o constante dieléctrica de uno o varios medios. Esto se realiza moviendo las antenas transmisora y receptora en direcciones opuestas a partir de un punto central con un espaciamiento constante. El siguiente ejemplo ilustra de forma más explícita como se obtiene la velocidad de propagación a partir de un radargrama obtenido con este método. Antes de hacer cualquier cálculo se tiene que observar el radargrama detenidamente e identificar cada uno de los eventos, la onda directa de aire, la onda de aire refractada, la onda directa del terreno y las reflexiones provenientes del subsuelo. Cabe mencionar que no todas las veces es fácil determinar cada uno de estos eventos, depende en gran medida de las propiedades del medio y de la capacidad del equipo utilizado.

De la primera onda reflejada se escogen dos puntos, además se determinan la distancia entre antenas y el tiempo doble de viaje. Con esta información se calcula posteriormente la velocidad o la constante dieléctrica del medio como se muestra en el ejemplo siguiente.

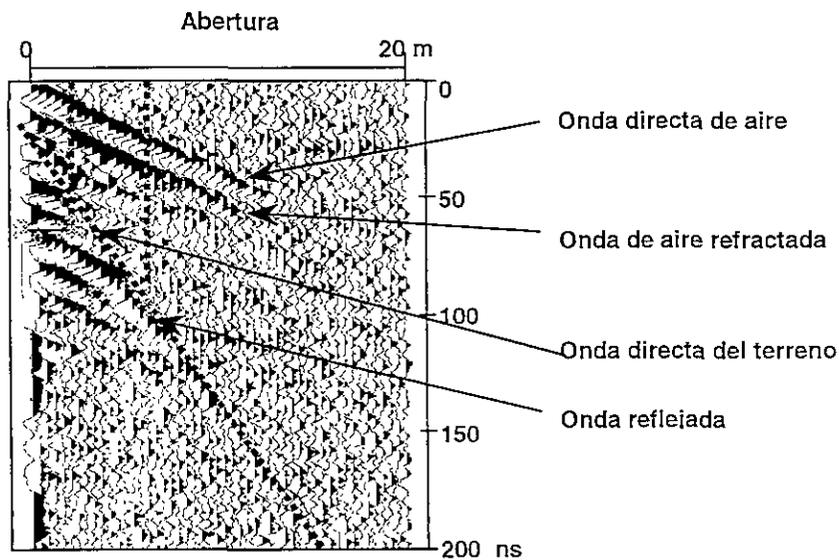


Figura 4.42 Cálculo de la velocidad con CDP

Datos:

$P_0(2 \text{ m}, 61.4 \text{ ns})$ $P_1(6 \text{ m}, 90.0 \text{ ns})$

Aplicando la ecuación (4.8):

$$\text{Velocidad del medio} \quad v = \sqrt{\frac{x^2 - d^2}{t_x^2 - t_d^2}} = \sqrt{\frac{6^2 - 2^2}{90.0^2 - 61.4^2}} = 0.086 \text{ m/ns}$$

$$\text{Constante dieléctrica ecuación 4.30} \quad K = \left(\frac{c}{v}\right)^2 = \left(\frac{0.3}{0.086}\right)^2 = 12.18$$

IV.12 Diseño del sondeo

Los siguientes puntos proporcionan una guía para el diseño del sondeo y nos permiten decidir si el método es viable para el tipo de problema que se presente.

IV.12.1 Definición del problema

El paso más importante en el diseño del levantamiento es tener definido claramente el problema, aunque esto no es exclusivo del GPR sino también de otros métodos geofísicos de exploración. Annan y Cosway (1992), establecen 5 preguntas fundamentales que se tienen que plantear para que el estudio con GPR pueda ser efectivo.

1) ¿Cuál es la profundidad del objeto o la estructura de interés?

La respuesta a esta pregunta es comúnmente la más importante. Si el objeto está más allá del alcance del GPR en condiciones ideales, entonces se le puede excluir como un método viable. Una fórmula preliminar para calcular la máxima profundidad es la siguiente:

$$h_{\text{máx}} < \frac{30}{\alpha} \quad \text{ó} \quad h_{\text{máx}} < \frac{35}{\sigma} \quad (4.35)$$

En donde α es la atenuación del medio en dB/m y σ es la conductividad en mS/m . Estas ecuaciones no son generales pero pueden aplicarse cuando la atenuación es de media a alta $\alpha > 0.1 \text{ dB/m}$ ó $\sigma > 1 \text{ mS/m}$, típicas del marco geológico.

2) ¿Cuál es la geometría del objeto?

Para ser detectado, el objeto debe ser definido con la mayor exactitud posible. El factor más importante es el tamaño (largo, ancho y altura). Si no es de dimensiones regulares, entonces la orientación (rumbo, inclinación y profundidad) debe ser tomada en cuenta.

3) ¿Cuáles son las propiedades eléctricas del objeto?

La constante dieléctrica y la conductividad eléctrica deben ser estimadas. Para el trabajo con GPR debe presentarse un contraste en las propiedades eléctricas con las del medio para que exista reflexión $|K_{\text{medio}} - K_{\text{objeto}}| \geq 1$.

4) ¿Cómo es el medio donde se encuentra el objeto?

El medio deberá ser evaluado de dos formas. Primera, sus propiedades eléctricas deben ser calculadas: la constante dieléctrica y la conductividad eléctrica. Segunda, la escala y el grado de heterogeneidad de sus propiedades eléctricas deben ser estimadas. Si las propiedades eléctricas entre el medio y el objeto son semejantes, entonces quizás no podrá ser reconocido dentro de la gran variedad de respuestas, debido a que no existe contraste entre ellos. Una relación entre la constante dieléctrica del medio y del objeto que nos puede ayudar a saber si se

podrá generar una respuesta detectable es la potencia reflectiva que no es más que el valor absoluto del coeficiente de reflexión elevado al cuadrado:

$$P_R = \left| \frac{\sqrt{K_{\text{medio}}} - \sqrt{K_{\text{objeto}}}}{\sqrt{K_{\text{medio}}} + \sqrt{K_{\text{objeto}}}} \right|^2 = \Gamma^2 \quad (4.36)$$

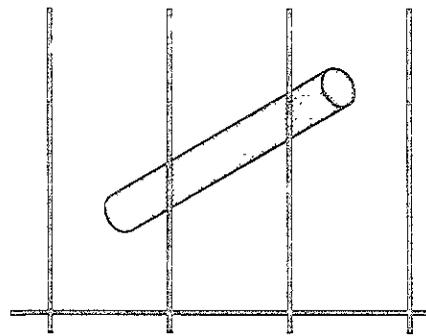
Dos reglas prácticas para predecir los resultados favorables son las siguientes: Primera, la potencia reflectiva deberá ser por lo menos de 0.01. Segunda, la razón entre la profundidad del objeto y sus dimensiones laterales no debe exceder 10:1.

5) ¿Son las condiciones ambientales adecuadas para el estudio con GPR?

El GPR es un método sensible al medio ambiente en el cual se realiza el levantamiento. Dos factores importantes que afectan los registros son la presencia de grandes estructuras metálicas por la interferencia que producen y las transmisoras de ondas de radio debido a que están en el rango de frecuencias de trabajo del GPR (10-2500 MHz). Otro aspecto importante es que el lugar donde se realice el sondeo sea accesible y que el operador y el equipo estén seguros pues pueden existir algunas condiciones inusuales o de riesgo (calor, frío, humedad extrema, contaminación tóxica, atmósfera explosiva). En general, existen pocos lugares donde el GPR no puede ser usado excepto en situaciones especiales.

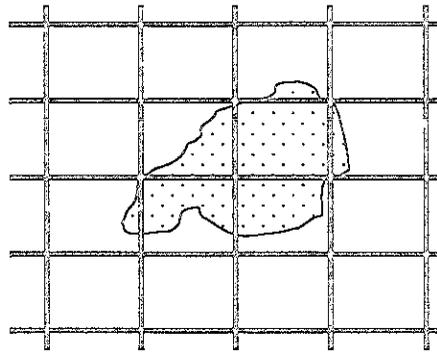
Antes de comenzar un estudio tenemos que decidir que tipo de arreglo utilizaremos. Si nuestro objetivo es calcular la velocidad o constante dieléctrica del medio podemos emplear un CDP, un WARR o utilizar los otros tres métodos vistos anteriormente. Si utilizamos reflexión debemos de tomar en cuenta las dimensiones y distribución de los objetos de interés. A continuación se resumen posibles procedimientos:

- a) Objetos lineales (tuberías, cables, varillas, etc.).
 - Dirección conocida: las líneas de sondeo deben ser perpendiculares al eje de mayor longitud, (Figura 4.43.a).
 - Dirección desconocida: usar una malla ortogonal, (Figura 4.43.b).
- b) Objetos de dimensiones limitadas (Tanques, minas, cajas, tumbas, cavidades, etc).
 - Usar malla ortogonal con igual espaciamento para objetos de dimensiones pequeñas, (Figura 4.43.b).
 - Una malla grande de grandes dimensiones seguida de mallas más pequeñas es impráctica.
- c) Objetos horizontales de grandes dimensiones (lecho rocoso, nivel freático superficial, contactos geológicos superficiales), Figura 4.43.a.
 - El espaciamento de la malla es determinado por la anomalía más pequeña.
 - La malla en una sola dirección será suficiente.



Líneas de sondeo para objetos de orientación conocida o para estructuras de grandes dimensiones

(a)



Líneas de sondeo para objetos 3-d o de orientación desconocida

(b)

Figura 4.43 Configuración de las líneas de un sondeo en base a las características del objeto o estructura.

IV.12.2 Selección de la antena

La selección de la antena más adecuada para un problema específico depende principalmente de los siguientes factores:

- a) La profundidad de penetración
- b) La resolución requerida en el trabajo
- c) El tipo de aplicación

Las Tablas 4.5 y 4.6, proporcionan una guía para la selección de la antena apropiada en base a la profundidad de penetración y al tipo de aplicación. Es importante mencionar algunos de los factores que tienen mayor influencia en la profundidad de penetración:

La profundidad de penetración decrece cuando:

- 1) La conductividad eléctrica aumenta
- 2) El contenido de agua aumenta
- 3) El contenido de arcilla aumenta
- 4) La frecuencia de la antena es alta

A excepción de la frecuencia, los demás factores no se pueden controlar.

La profundidad de penetración es mayor cuando:

- 1) La frecuencia de la antena es baja
- 2) El transmisor es de mayor potencia
- 3) El receptor es más sensible
- 4) El contenido de agua y arcilla es bajo

El contenido de agua y arcilla no se puede controlar, pero los factores restantes sí.

A partir de la ecuación 4.25 podemos conocer la resolución vertical en base a las características del medio y a la frecuencia central de la antenna. Annan, (1992), propone una fórmula para estimar la frecuencia óptima de la antenna a partir de la resolución y de la constante dieléctrica del medio dada por:

$$f = \frac{150}{T_m \sqrt{K}} \text{ MHz} \quad (4.37)$$

en donde:

T_m = es el mínimo espesor que puede ser resuelto (m)

K = es la constante dieléctrica del medio

f = es la frecuencia de la antenna (MHz)

GSSI, proporciona la Figura 4.44 donde se puede encontrar la frecuencia de la antenna a partir del mínimo espesor que puede ser resuelto y a la constante dieléctrica del medio.

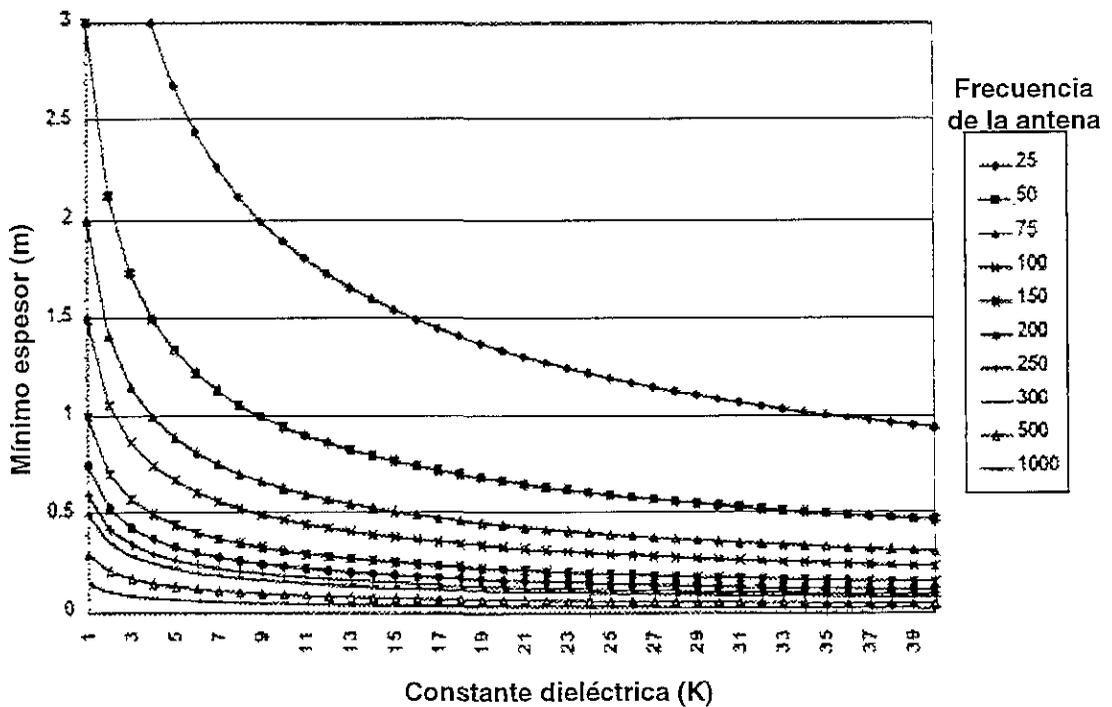


Figura 4.44 Frecuencia la antenna en base al espesor y a la constante dieléctrica (GSSI, 1992).

FRECUENCIA CENTRAL (MHz)	APLICACIONES	PROFUNDIDAD (m)	VENTANA DE TIEMPO (ns)
12.5,16,20,25,35,40,50,80	Geología	5 - 30+	300 - 800
100	Geología Medio ambiente	4 - 25	300 - 500
200	Geología Medio ambiente	1 - 10	70 - 300
300	Geología superficial Ingeniería Medio ambiente	1 - 9	70 - 300
400	Geología superficial Ingeniería Medio ambiente Arqueología	0.5 - 4	20 - 100
500	Geología superficial ingeniería Medio ambiente Arqueología	0.5 - 3.5	20 - 80
900	Concreto, Suelos Arqueología Puentes	0 - 1	10 - 20
1000	Concreto, Pavimento	0 - 0.5	10 - 15
1500-2000	Concreto, Pavimento	0 - 0.25	0-10

Tabla 4.5 Profundidad de penetración de algunas antenas comerciales (GSSI, Sensors & Software).

100 MHz	RESISTIVIDAD (Ω -m)	PROFUNDIDAD DE PENETRACIÓN (m)
LECHO ROCOSO		
Granito y Gneiss	7,000 - 15,000	20 - 50
Gabro	10,000 - 40,000	30 - 50
Cuarzita	5,000 - 10,000	20 - 50
SUELOS		
Arena gruesa y grava		
Seca	20,000 - 80,000	25 - 40
Saturada	10,000 - 5,000	10 - 15
Arena		
Seca	5,000 - 20,000	15 - 30
Saturada	200 - 1,000	5 - 10
Aluvión		
Seco	400 - 2,000	5 - 10
Saturado	30 - 200	3 - 8
Arcilla		
Saturada	10 - 30	2 - 6
Tierra de cultivo		
Seca	1,000 - 15,000	10 - 20
Saturada	200 - 1,000	5 - 10
Turba	100 - 300	8 - 12
Agua dulce	10,000	20

Tabla 4.6 Profundidad de penetración para algunos materiales (GSSI, 1992).

IV.12.3 Selección de la ventana de tiempo

Para estimar la ventana de tiempo se necesita saber la profundidad máxima que se quiere alcanzar y la constante dieléctrica o la velocidad del medio las cuales se pueden obtener de tablas o de los métodos sugeridos anteriormente. Una fórmula que nos ayudará a simplificar este problema es la siguiente:

$$W_t = \left(\frac{2h}{v} \right) (1.5) \quad \text{ó} \quad W_t = \left(\frac{2h\sqrt{K}}{c} \right) (1.5) \quad (4.38)$$

en donde:

W_t = Ventana de tiempo (ns)

h = profundidad máxima (m)

v = velocidad del medio (m/ns)

K = constante dieléctrica del medio

c = velocidad de la luz (m/ns)

Por ejemplo, si queremos estimar la ventana de tiempo para una profundidad máxima de 3 m en arena seca con una constante dieléctrica de 10 se tiene que la ventana más adecuada está dada por:

$$W_t = \left(\frac{2(3)\sqrt{10}}{0.3} \right) = 63 \text{ (ns)}$$

Es conveniente siempre utilizar una amplia ventana de tiempo para no perder información. La Figura 4.45 muestra las ventanas de tiempo típicas para diferentes aplicaciones.

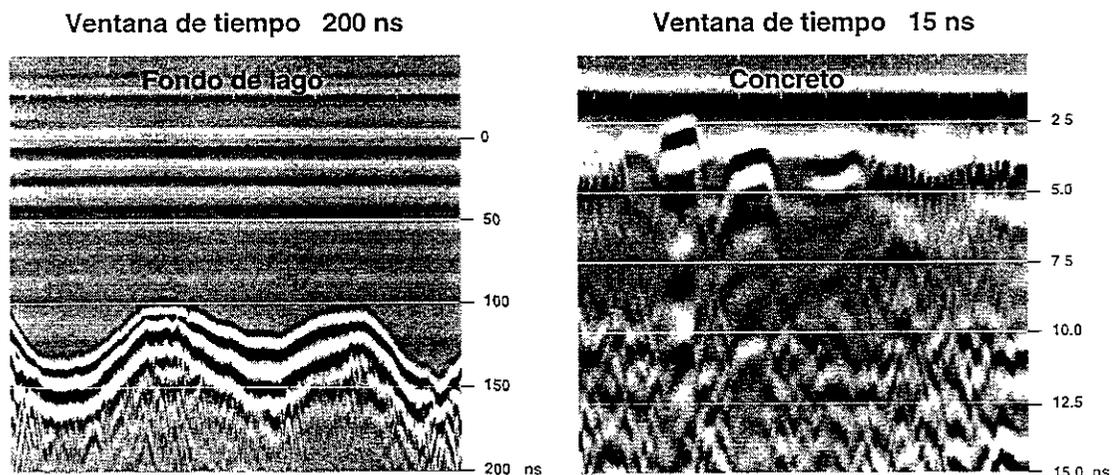


Figura 4.45 Ventanas de tiempo típicas para algunas aplicaciones (GSSI).

IV.12.4 Selección del intervalo de muestreo

En la adquisición de los datos el intervalo de muestreo de la señal juega un papel muy importante y de esto dependerá que los datos adquiridos en campo tengan una buena calidad y que el procesamiento e interpretación sean correctos. Para la mayoría de las antenas de GPR la razón del ancho de banda y la frecuencia central es alrededor de 1, como se muestra en la Figura 4.46:

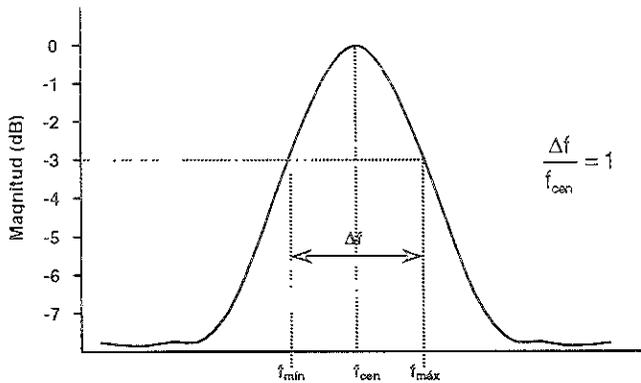


Figura 4.46 Espectro ideal de la señal de una antena de GPR.

El intervalo de muestreo es controlado por el muestreo de Nyquist, el cual nos dice que si la mayor frecuencia contenida en una señal analógica $x_a(t)$ es $f_{máx}$, y se muestrea como $f_s \geq 2f_{máx} = 2B$, entonces la señal $x_a(t)$ puede ser exactamente reconstruida a partir de sus valores muestreados usando la siguiente función de interpolación (Proakis y Manolakis, 1996):

$$g(t) = \frac{\text{sen } 2\pi Bt}{2\pi Bt} \tag{4.39}$$

Entonces $x_a(t)$ puede ser expresada como:

$$x_a(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x_a\left(\frac{n}{f_s}\right) g\left(t - \frac{n}{f_s}\right) \tag{4.40}$$

en donde:

$x_a\left(\frac{n}{f_s}\right) = x_a(nT_s)$ es la señal muestreada a un intervalo T_s

Cuando muestreamos o digitizamos la señal $x_a(t)$ a un intervalo de muestreo T_s , la señal se puede reconstruir a partir de (4.40) y tomando en cuenta las consideraciones anteriores nos queda como:

$$x_a(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x_a(nT_s) \frac{\text{sen } 2\pi f_{máx}(t - nT_s)}{2\pi f_{máx}(t - nT_s)} \tag{4.41}$$

La mitad de la frecuencia de muestreo se conoce como frecuencia de Nyquist y es igual a:

$$f_N = \frac{f_s}{2} \quad \text{ó} \quad f_N = \frac{1}{2T_s} \quad (4.42)$$

De esta forma el intervalo de muestreo queda definido como:

$$T_s \leq \frac{1}{2f_{\text{máx}}} \quad (4.43)$$

La relación mostrada en (4.41) es conocida como el teorema del muestreo y con ella aseguramos que no se pierde información en el proceso de muestreo, debido a que la frecuencia de muestreo es mayor o igual a dos veces la frecuencia más alta de la señal. Con el muestreo expresado en (4.43) prevenimos un posible enmascaramiento, mejor conocido como fenómeno de *aliasing*, del aporte de frecuencias contenida en el ancho de banda de la señal de GPR.

La combinación del intervalo de muestreo (T_s) y la ventana de tiempo (W_t) definen el número de puntos por traza. GSSI plantea un número mínimo de puntos por traza para una adquisición óptima de los datos y es equivalente a:

$$\frac{\text{puntos}}{\text{traza}} \geq \left(\frac{W_t}{T_s} \right) \left(\frac{10}{3} \right) \quad (4.44)$$

Por ejemplo:

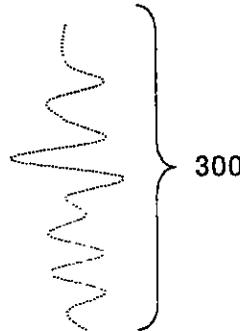
$W_T = 60 \text{ ns}$

Antena 500 MHz

$f_{\text{máx}} = 750 \text{ MHz}$

$T_s = 0.6667 \text{ ns}$

$$\frac{\text{puntos}}{\text{traza}} \geq \left(\frac{60}{0.6667} \right) \left(\frac{10}{3} \right) \geq 300$$



Si es necesario seleccionar una ventana de tiempo mayor, entonces debemos incrementar el número de puntos por traza. Es importante señalar que no se debe seleccionar el número de puntos por traza menor al valor calculado porque los datos presentarán aliasing. Si el número de puntos por traza es muy grande el sistema funcionará muy lento en la adquisición de datos. La mayoría de los fabricantes de equipo tienen ya incluido dentro del software para la adquisición de datos el número de puntos por traza en función de la frecuencia de la antena utilizada. Para GSSI los valores son de 128, 256, 512, 1024, 2048, 4096, 8192 puntos por traza. Sensors & Software establece el número de puntos por traza en función de la ventana de tiempo y el intervalo de muestreo para cada una de sus antenas:

$$\frac{\text{puntos}}{\text{traza}} = \left(\frac{W_t}{T_s} \right) \quad (4.45)$$

Intervalo de muestreo sugerido para algunas antenas de Sensors & Software:

200 MHz	0.8 ns
100 MHz	0.8 ns
50 MHz	1.6 ns
25 MHz	3.2 ns
12.5 MHz	6.4 ns

IV.12.5 Selección del espaciamiento entre estaciones

Cuando trabajamos en modo discreto la selección del intervalo o espaciamiento entre estaciones es muy importante, Figura 4.47. Al igual que el muestreo en tiempo el muestreo en espacio debe ser realizado con un espaciamiento específico de otra forma los datos presentarán aliasing. Annan y Cosway (1992), proponen un máximo espaciamiento entre estaciones de un cuarto de la longitud de onda de la antenna utilizada involucrando también las características del medio, es decir:

$$\Delta S = \frac{\lambda}{4} \quad \text{donde: } \lambda = \frac{v}{f} \quad v = \frac{c}{\sqrt{K}}$$

Combinando estas ecuaciones tenemos:

$$\Delta S = \frac{c}{4f\sqrt{K}} = \frac{75}{f\sqrt{K}} \quad (\text{m}) \quad (4.46)$$

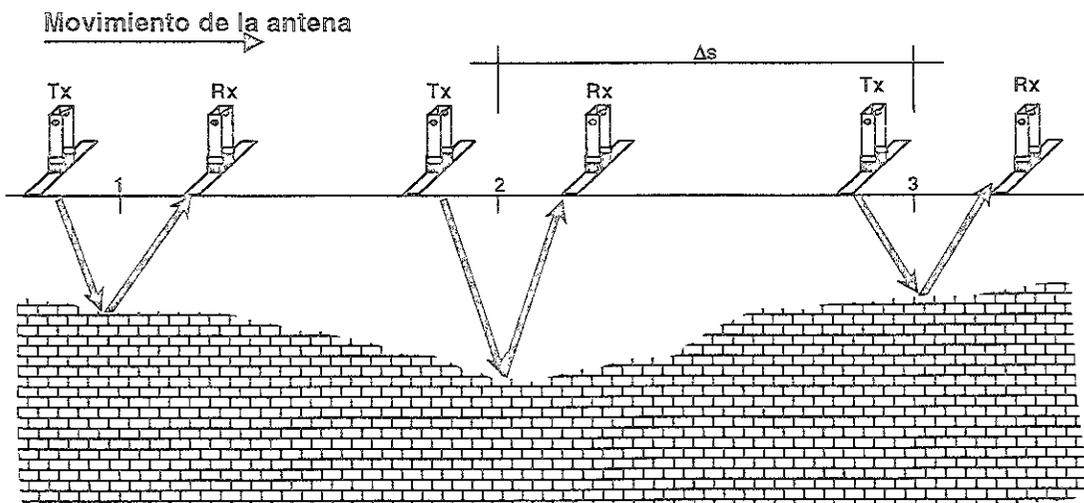


Figura 4.47 Espaciamiento entre estaciones en modo de adquisición discreto.

Si el espaciamiento entre estaciones es más grande que ΔS , los reflectores serán difíciles de apreciar. Este criterio será más flexible en lugares donde el reflector de interés tenga dimensiones laterales muy grandes y más o menos homogéneas, en donde el espaciamiento puede ser incluso más grande que ΔS . Sin embargo cuando los reflectores son de dimensiones laterales pequeñas como fracturas o pequeños cuerpos, esta regla debe ser respetada. Como observamos el espaciamiento tiene mucho que ver con la resolución horizontal. En modo continuo los parámetros más importantes son las trazas por segundo, la velocidad de la antena sobre el terreno, la distancia horizontal y con ellos podemos calcular el número de trazas por metro. En modo discreto en cambio se puede calcular con la siguiente expresión:

$$(tr/m) = \Delta S^{-1} \quad (4.47)$$

Es muy importante conocer este valor ya que es un posible indicador de si un objeto podrá ser definido adecuadamente. Como se vio anteriormente, GSSI propone un mínimo de 20 trazas para que un objeto pueda ser resuelto, el siguiente ejemplo aplica estos conceptos.

Suponemos un cuerpo de 0.5 m de ancho enterrado a 4 metros de profundidad en una arena seca con una constante dieléctrica 6. El problema es saber si el objeto podrá ser resuelto con un mínimo de 20 trazas utilizando una antena de 100 Mhz. Calculamos el máximo espaciamiento entre estaciones:

$$\Delta S = \frac{c}{4f\sqrt{k}} = \frac{75}{100\sqrt{6}} = 0.306 \text{ (m)}$$

De la Ecuación (4.47) conocemos las trazas por metro:

$$(tr/m) = \Delta S^{-1} = 0.306^{-1} = 3$$

De la Ecuación (4.27) podemos calcular en número de trazas en función de la profundidad del objeto y de las trazas por metro:

$$ntr = (tr/m)(2h) = (3)(2)(4) = 24$$

El número de trazas es 24 un valor superior a 20 por lo cual el objeto podrá ser resuelto con este máximo espaciamiento entre estaciones. Si el espaciamiento es menor se logrará resolverlo con más detalle. Como sabemos el patrón de radiación para la mayoría de las antenas de GPR es 45° , por lo tanto el objeto será detectado antes y después de que la antena pasa sobre él a una distancia equivalente a su profundidad es por esta razón que el número de trazas que lo forman es 24.

IV.12.6 Selección de la separación entre antenas

Cuando se utilizan antenas monoestáticas (transmisor y receptor en una sola antena) la separación entre el transmisor y receptor es fijada de acuerdo al diseño del fabricante. Lorenzo, (1994), proporciona valores para la separación entre dipolos de algunas antenas monoestáticas fabricadas por GSSI. La ventaja de este tipo de antenas es que son más manejables y sus desventajas son que la separación entre los dipolos no se puede variar, además de introducir ruido en las lecturas debido a la cercanía de los dipolos. Las antenas que trabajan separadas se les llama biestáticas y ofrecen muchas ventajas. Una de ellas es que es posible hacer el arreglo de CMP para obtener la velocidad o constante dieléctrica del medio, otra sería la posibilidad de “ver” bajo un objeto que obstruye el objeto de interés, tal como un tanque o una tubería que queremos detectar. La Figura 4.48 ilustra la utilidad de esta técnica en condiciones de interferencia. Los pasos son los siguientes:

- 1) Localizar los límites de la obstrucción realizando un sondeo de prueba
- 2) Estimar la profundidad de la obstrucción
- 3) Estimar la profundidad del objeto de interés
- 4) Calcular la separación entre antenas necesaria y emplear la frecuencia de la antena adecuada
- 5) Llevar a cabo el sondeo e interpretar los resultados

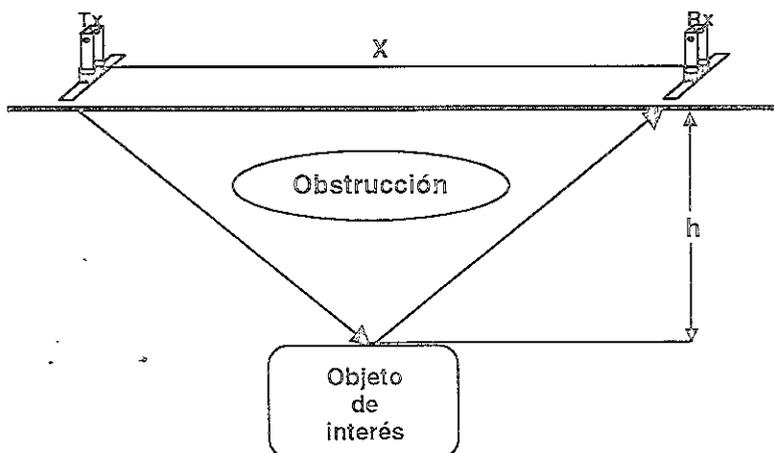


Figura 4.48 Ventaja de las antenas biestáticas para localizar objetos obstruidos.

Annan y Cosway, (1992), estiman un valor óptimo para la separación entre antenas igual a:

$$X = \frac{2h}{\sqrt{(K-1)}} \quad (4.48)$$

También proponen como regla práctica que si se conoce poco acerca del área del sondeo, que el espaciamiento entre antenas sea igual a un 20% de la profundidad estimada del objeto.

V TÉCNICAS DE PROCESADO E INTERPRETACIÓN

Debido al tiempo involucrado en el procesamiento e interpretación de los radargramas que contienen una gran cantidad de datos, se debe considerar tipo de procesamiento es necesario. Básicamente tenemos que determinar si se puede hacerse algún tipo de interpretación de los datos sin procesar (datos crudos. Es decir, que tal vez podría ser suficiente con variar los colores o modificar la ganancia para una interpretación adecuada de los datos. Sin embargo, tal vez sea necesario utilizar algún tipo de filtrado, deconvolución, migración o cualquier otra técnica avanzada de procesamiento para poder mejorar la calidad de los datos. En general el procesamiento deberá hacerse por las siguientes razones:

- 1) Para suprimir las señales no deseadas (ruido) de los datos y mejorar la calidad de los mismos
- 2) Para corregir factores geométricos y hacer una interpretación espacial adecuada y a profundidad
- 3) Para observar otros aspectos importantes en los datos como su espectro de frecuencias o de fase los cuales pueden proporcionar información adicional en la interpretación
- 4) Para obtener la profundidad de los radargramas al convertir la escala de tiempo en escala de profundidad
- 5) Para corregir los radargramas por efectos de la topografía
- 6) Para realizar compensación por saturación o por señales débiles en la amplitud de la señal

Es importante definir los objetivos específicos para cada procesamiento y seleccionar los métodos apropiados para lograr que se cumplan. Sin embargo se debe considerar la relación costo-beneficio al aplicar varios procesos a un gran volumen de datos. Aún con el incremento en la velocidad de cómputo, algunos métodos de procesamiento requieren de mucho tiempo para ser aplicados a gran cantidad de datos en un periodo de tiempo que pueda ser factible. Para GPR los métodos de procesamiento pueden ser divididos en dos grupos generales. El primero abarca los métodos que son lo suficientemente rápidos para ser aplicados en una gran cantidad de datos en un tiempo razonable y que generalmente producen una mejora considerable. El segundo grupo consiste en métodos más sofisticados que llevan más tiempo de cómputo y deberán ser aplicados en algunos datos importantes seleccionados de los levantamientos.

Entre los métodos de procesamiento que caen dentro de la primera categoría se consideran:

- Filtros verticales y filtros horizontales
- Variación de la tabla de color

- Diferentes formatos de visualización (traza continua y wiggle).
- Ajustes de ganancia y funciones aritméticas
- Corrección por topografía

Estas técnicas normalmente son aplicadas a la mayoría de los datos de GPR debido a su rapidez.

Los métodos de procesamiento que caen dentro de la segunda categoría son:

- Deconvolución
- Migración
- Transformada de Hilbert
- Imágenes en 3D

Estos métodos son mucho más lentos pero proporcionan mejoras en la interpretación de áreas críticas y deberán ser usados selectivamente.

V.1 Visualización de los datos

Existen tres formas diferentes de visualizar los datos de GPR: traza continua, formato sísmico (wiggle) y tridimensional. En traza continua y wiggle la amplitud es graficada a la izquierda y derecha de cada traza y el tiempo en la dirección vertical, cada uno de estos formatos de visualización de datos se explica a continuación con más detalle.

V.1.1 Formato de traza continua

Cuando los datos son desplegados en traza continua, se aplica un formato de pseudocolor o escala de grises a valores específicos de amplitud de la señal registrada, dependiendo de la tabla de color seleccionada. El formato de traza continua es más útil para localizar objetos tales como varillas, cableado eléctrico, tuberías, tanques de almacenamiento y demás infraestructura urbana. El color es usado como un código de amplitud de cada traza. La tabla de color representa la amplitud de la señal reflejada en diferentes colores e intensidades. Por ejemplo si seleccionamos una tabla de color blanco y negro en la que el color blanco represente la amplitud más alta, cuando se aplica al radargrama establece una reflexión intensa debida a un gran contraste dieléctrico. El color negro representará una señal de baja amplitud. En un radargrama de traza continua con esta tabla de color una región negra puede ser indicativa de una estructura uniforme con poco o inexistente contraste dieléctrico. La Figura 5.1 ilustra este ejemplo. Las diferentes tablas de colores son utilizadas para enfatizar diferentes amplitudes débiles o fuertes y para resaltar pequeños o grandes contrastes dieléctricos.

V.1.2 Formato sísmico o wiggle

En formato wiggle los datos son presentados como formas de onda o gráficos de osciloscopio, similar al utilizado en sismología de reflexión. Cada traza se muestra

como un gráfico que tiene la mitad superior o inferior rellena de un color que por lo común es el negro. Con el software adecuado disponible comercialmente, se puede variar el espaciamiento entre las trazas, hacer un promedio o apilamiento, llenar de color las amplitudes negativas o positivas. El formato wiggle es utilizado comúnmente cuando se hacen estudios geológicos tales como estratificación de capas, contactos, mapeo de lecho rocoso o nivel freático superficial. Esta presentación permite visualizar mejor los datos cuando se estudian estructuras de grandes dimensiones. La Figura 5.2 muestra un radargrama utilizando el formato wiggle.

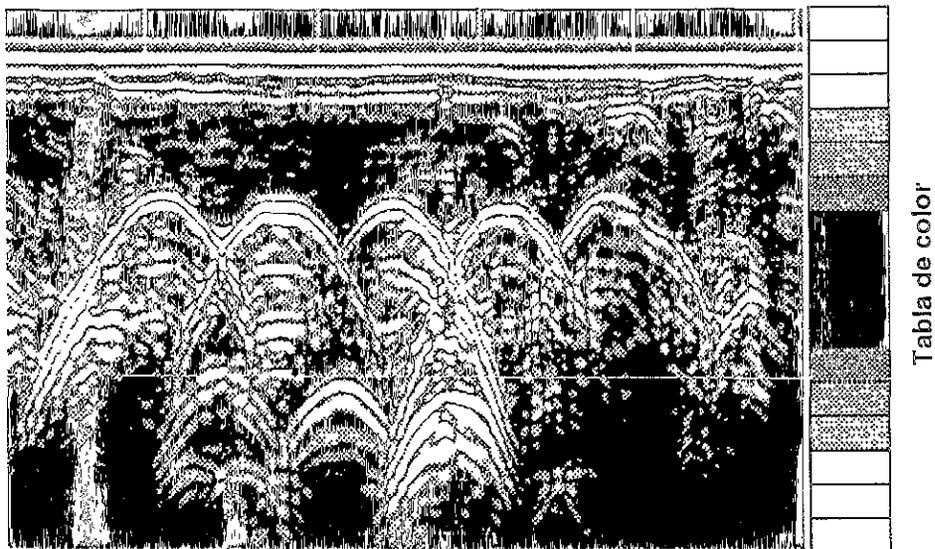


Figura 5.1 Tabla de color y su influencia en la interpretación de los datos.

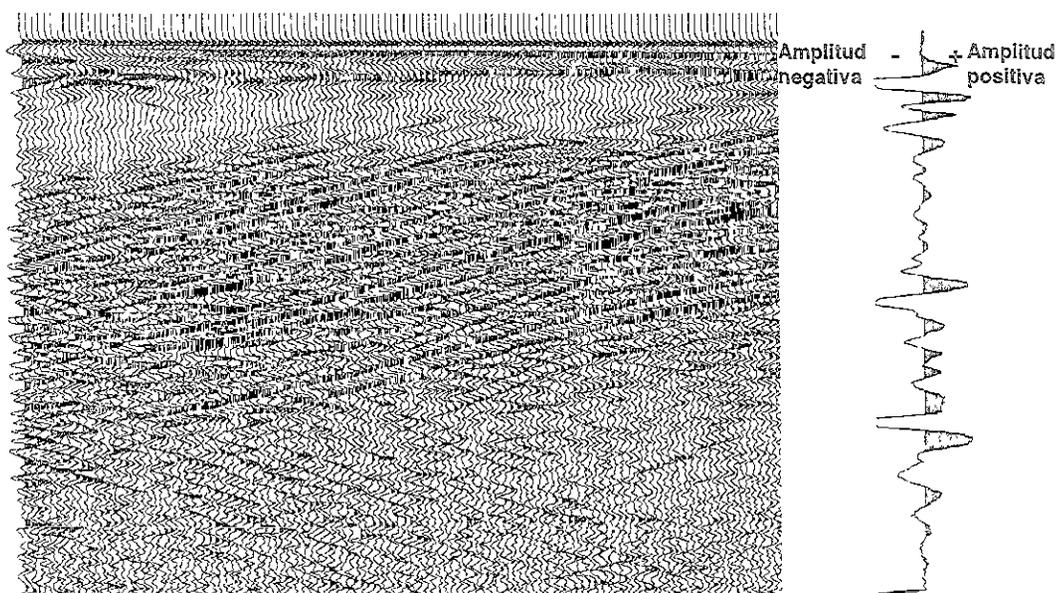


Figura 5.2 Formato sísmico o wiggle.

V.1.3 Visualización de los datos en formato 3D

Este tipo de presentación de los datos permite visualizar imágenes tridimensionales, formadas por la combinación de varios radargramas. Los requerimientos tanto en hardware como en software para el procesamiento de estas imágenes son muy elevados debido a que maneja muchos archivos al mismo tiempo. El desarrollo de software para el procesamiento de datos de GPR en 3D está en sus inicios en comparación con la prospección sísmica que tiene varios años en uso. Pocas son las compañías que lo han impulsado, destacándose GSSI e Interpex, fabricantes del software para GPR, RADAN 3D y GRADIX, respectivamente. Las imágenes 3D son muy útiles para mapear todo tipo de estructuras y se utilizan principalmente para determinar las dimensiones laterales de un objeto o estructura. La Figura 5.3 muestra una imagen 3D obtenida con la combinación de nueve archivos:

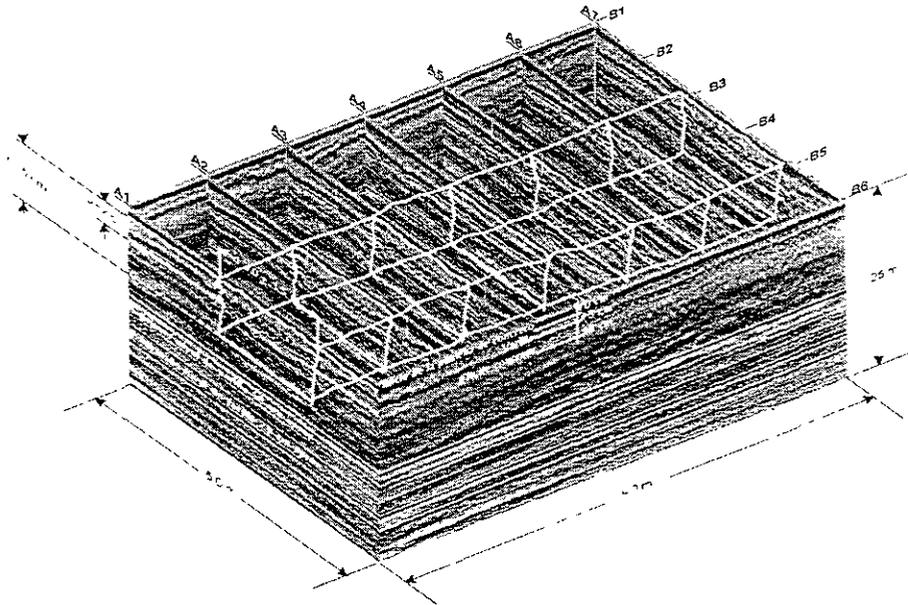


Figura 5.3 Imagen isométrica tridimensional.

V.2 Ajuste de ganancia

El ajuste de ganancia es realizado para compensar las señales que son atenuadas con la profundidad o por errores en la selección de ganancias durante la adquisición de los datos. Las señales emitidas por las antenas son rápidamente atenuadas a profundidad y es difícil observarlas en presencia de las señales superficiales más intensas, por lo tanto es necesario restaurar las amplitudes aplicando alguna función de ganancia que compense la atenuación de las señales. Los datos en general muestran grandes variaciones de amplitud. En las regiones de baja amplitud es difícil interpretarlos sin aplicar algún proceso que mejore su calidad. Existen varios métodos para visualizar mejor los datos. A continuación se explica en que consiste cada uno.

V.2.1 Control automático de ganancia (AGC)

El objetivo del control automático de ganancia es tratar de equilibrar o balancear todas las amplitudes. Las ganancias se ajustan para cada punto de una traza. Este ajuste es inversamente proporcional a la amplitud de la señal más intensa. En lugares donde existen señales intensas se aplica poca ganancia y áreas donde la señal es débil se aplica más ganancia. El control automático de ganancia es adecuado usarlo en lugares donde se busca ver la continuidad de un reflector, la desventaja es que puede modificar la información restante. La Figura 5.4 muestra un ejemplo del empleo del AGC.

V.2.2 Compensación exponencial por dispersión y divergencia esférica (SEC)

El objetivo del ajuste de ganancia por SEC, es aplicar incrementos lineales de ganancia combinándolos con una función exponencial creciente. El empleo de este tipo de ganancia es para compensar pérdidas por dispersión de la señal y divergencia esférica. El fenómeno de dispersión es característico de la emisión de las antenas de GPR, debido a que la señal contiene el aporte de una banda de frecuencias igual a la frecuencia central, como se ilustra en la Figura 4.46, por lo que cada componente de frecuencia se propagará en el medio de forma diferente afectando a la amplitud de la señal recibida. La divergencia esférica se acentúa cuando se explora a gran profundidad, como se vio en la ecuación del radar, la energía se distribuye sobre la superficie de una esfera de radio z , la distancia al reflector. Esto origina que la señal se atenúe en un factor proporcional al inverso de la distancia $1/z$.

Annan, (1992), expresa la función de ganancia SEC de la forma siguiente:

$$g(t) = \left(1 + \frac{\tau}{\tau_w}\right) e^{\beta\tau} \quad \tau \geq 0 \quad (5.1)$$

$$g(t) = 1 \quad \tau < 0 \quad (5.2)$$

En donde: $\tau = (t - (\tau_w + t_0))$

$$\tau_w = \text{ancho del pulso} \left(\frac{1}{f_c}\right)$$

f_c = frecuencia central de la antena

t_0 = tiempo cero

$$\beta = \alpha \left(\frac{v}{8.69}\right)$$

v = velocidad del medio $\left(\frac{m}{ns}\right)$

$$\alpha = \text{atenuación en el medio} \left(\frac{\text{dB}}{\text{m}} \right)$$

El empleo de la función SEC se muestra en la Figura 5.5, para un medio con una velocidad de 0.13 (m/ns) y una atenuación de 1 (dB/m).

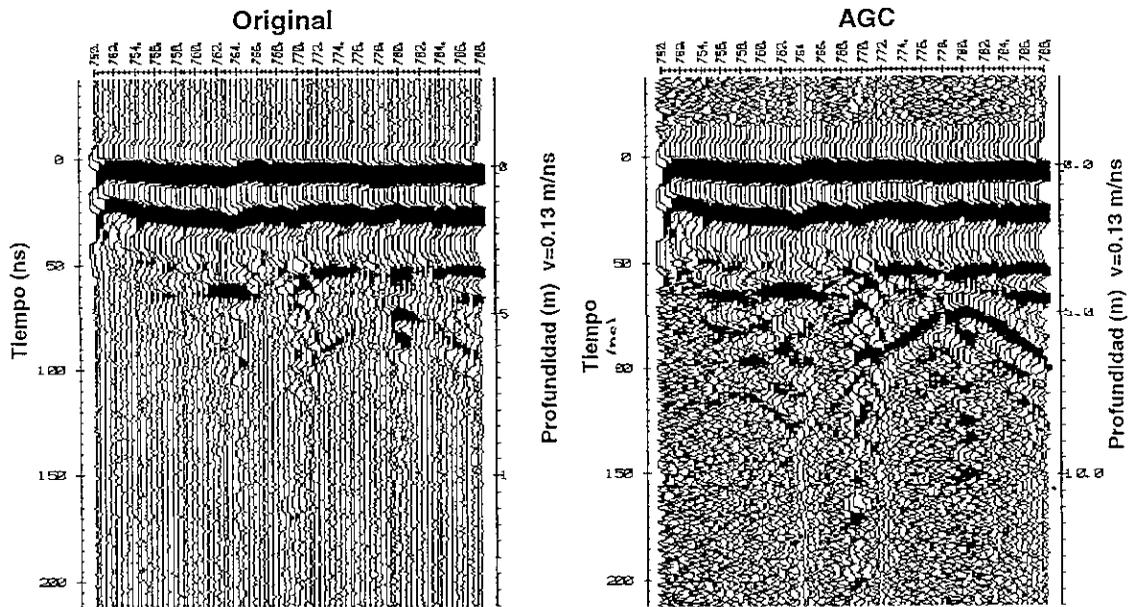


Figura 5.4 Aplicación de AGC, (Lara, 1997)

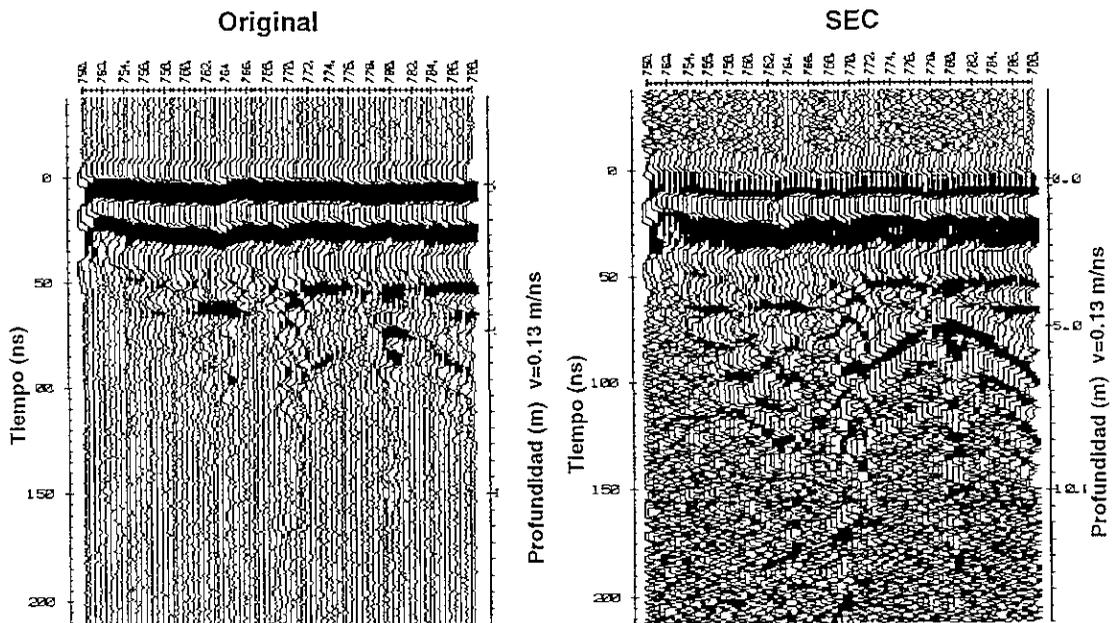


Figura 5.5 Aplicación de la ganancia SEC, (Lara, 1997)

V.2.3 Empleo de funciones aritméticas

El uso de funciones aritméticas en los datos de GPR es útil para enfatizar zonas de baja o alta amplitud, que pueden ser posibles indicadores de características importantes en el subsuelo. Por ejemplo, la presencia de una zona contaminada o de una cavidad, que de primera vista quizás no puedan ser identificadas, pueden ser resaltadas aplicando algunas funciones aritméticas ayudando en el trabajo de interpretación. Las funciones aritméticas más utilizadas son las siguientes:

Multiplicación por una constante $y(t) = a x(t)$ (5.3)

Valor absoluto $y(t) = |x(t)|$ (5.4)

Elevar al cuadrado $y(t) = [x(t)]^2$ (5.5)

Raíz cuadrada $y(t) = [x(t)]^{1/2}$ (5.6)

Logaritmo Natural $y(t) = \log[x(t)]$ (5.7)

Exponencial $y(t) = e^{x(t)}$ (5.8)

Las funciones logaritmo natural y raíz cuadrada son adecuadas para resaltar amplitudes bajas respecto a las amplitudes altas. Usando las funciones exponencial y cuadrado de la función se puede enfatizar amplitudes altas y remover o reducir amplitudes bajas y ruido. El empleo de la función multiplicación por una constante amplifica o atenúa por igual las amplitudes altas y bajas mientras que la función valor absoluto enfatiza ligeramente las amplitudes altas. Las siguientes figuras ilustran el empleo de cada una de estas funciones en una zona contaminada. Como se puede apreciar no es conveniente aplicar algunas de las funciones mostradas, debido a que en lugar de ayudar pueden dificultar la interpretación.

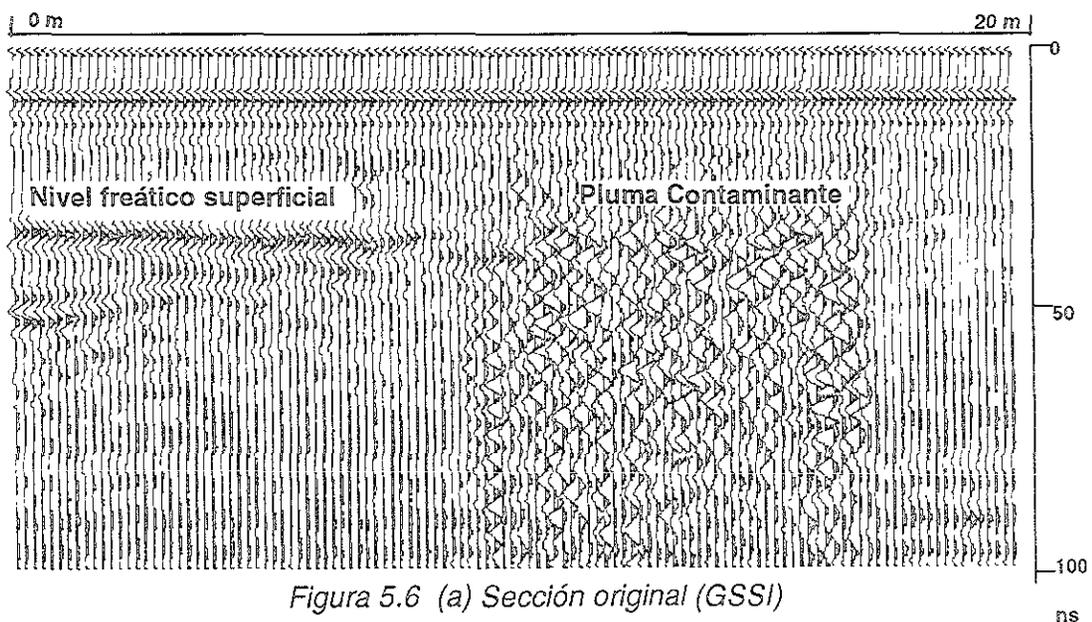
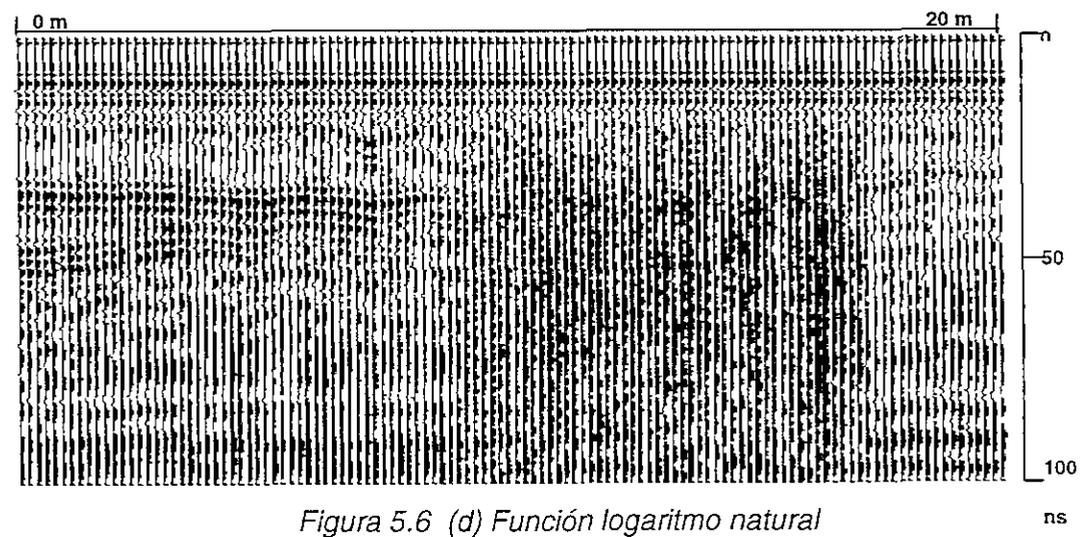
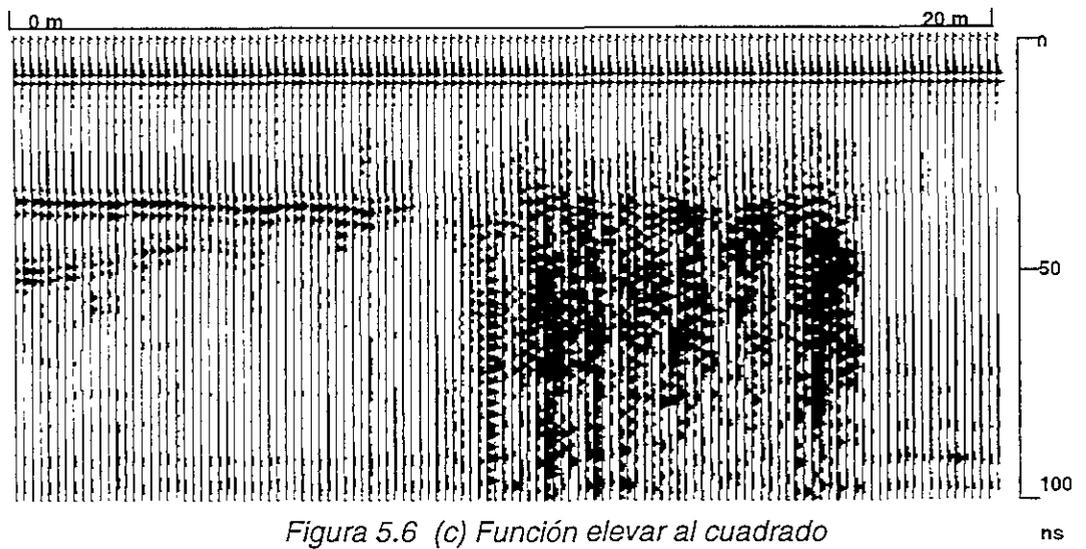
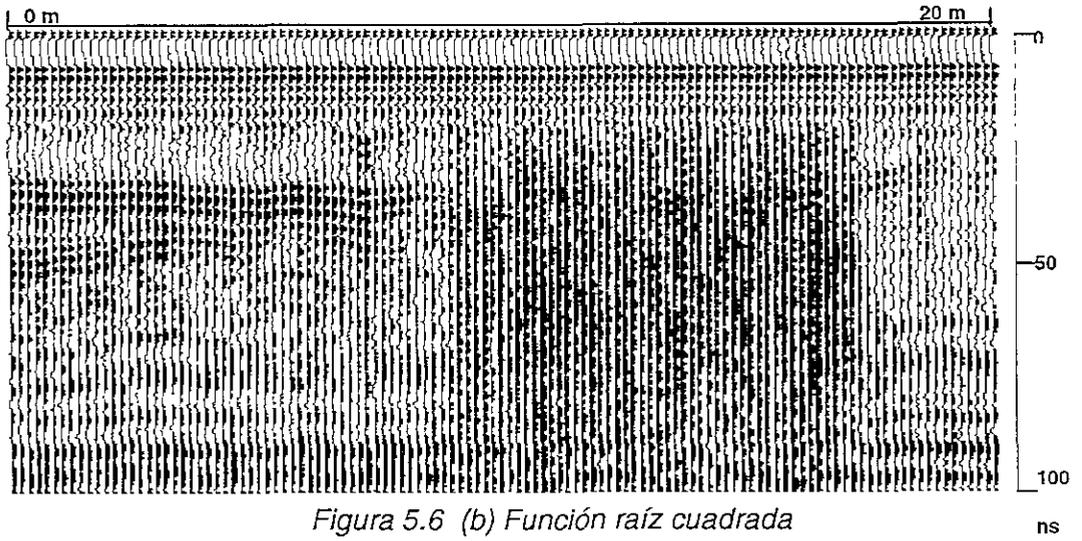


Figura 5.6 (a) Sección original (GSSI)



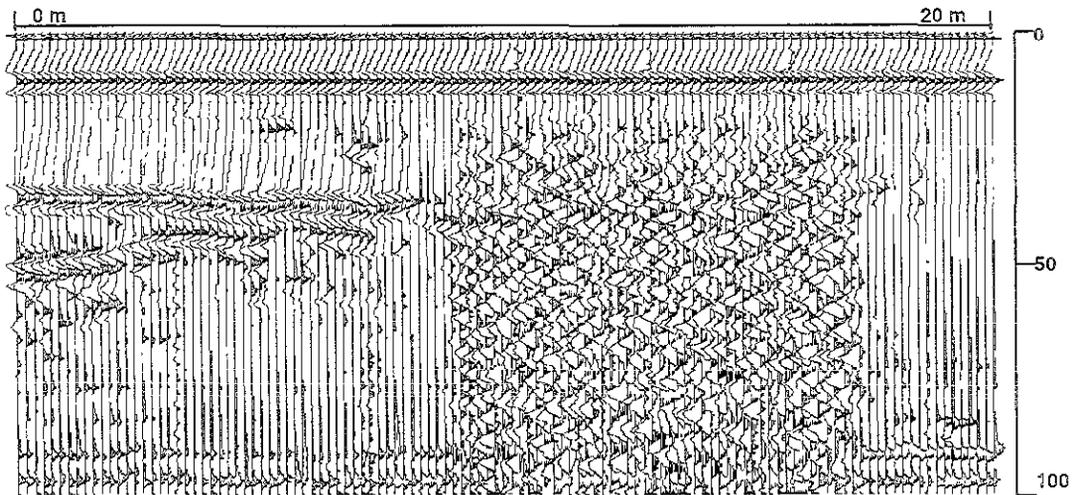


Figura 5.6 (e) Función exponencial

ns

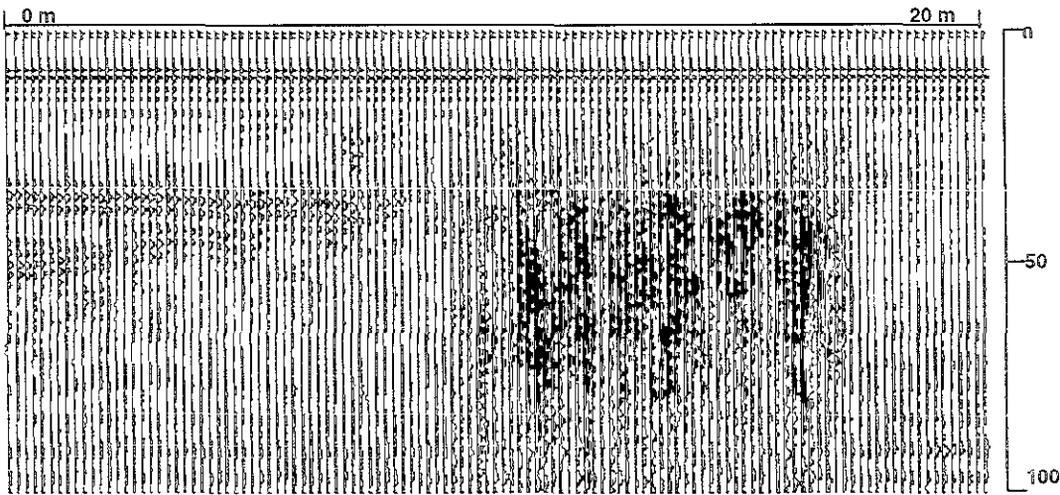


Figura 5.6 (f) Función valor absoluto

ns

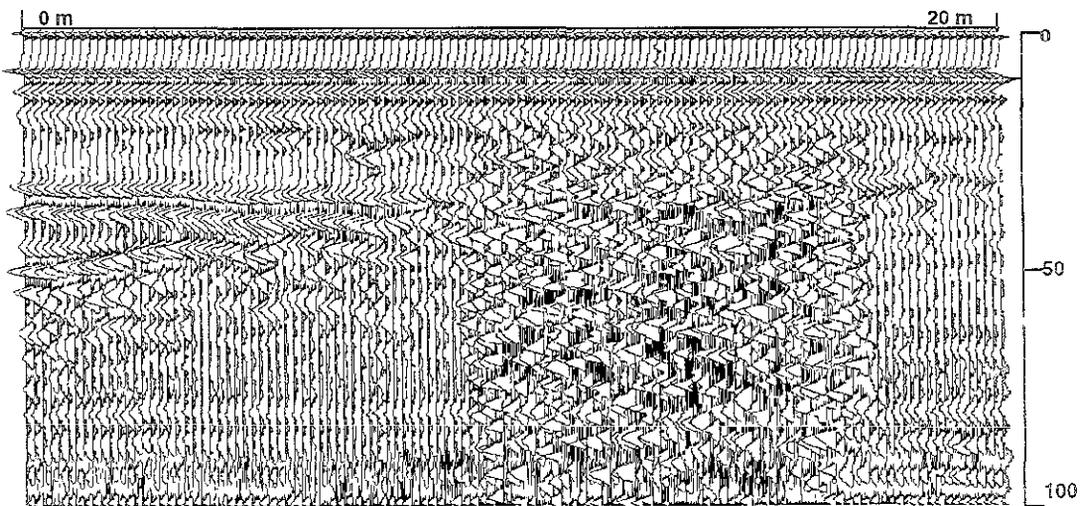


Figura 5.6 (g) Función multiplicación por constante (3)

ns

V.3 Corrección por topografía

La topografía del terreno es un factor muy importante debido a que los cuerpos o estructuras deben ser localizados a una profundidad verdadera. Por ésta razón se debe hacer una corrección cuando existan variaciones importantes de elevación sobre la superficie del terreno y cuando la exactitud en el trabajo lo requiera. La información topográfica es un elemento fundamental para hacer una interpretación adecuada. La corrección por topografía puede realizarse de una forma simple es decir sumando o restando el tiempo requerido por la señal para recorrer la distancia vertical extra. El tiempo es calculado dividiendo la diferencia de alturas de las estaciones por la velocidad del medio. La Figura 5.7 muestra como se realiza esta corrección sobre un terreno irregular.

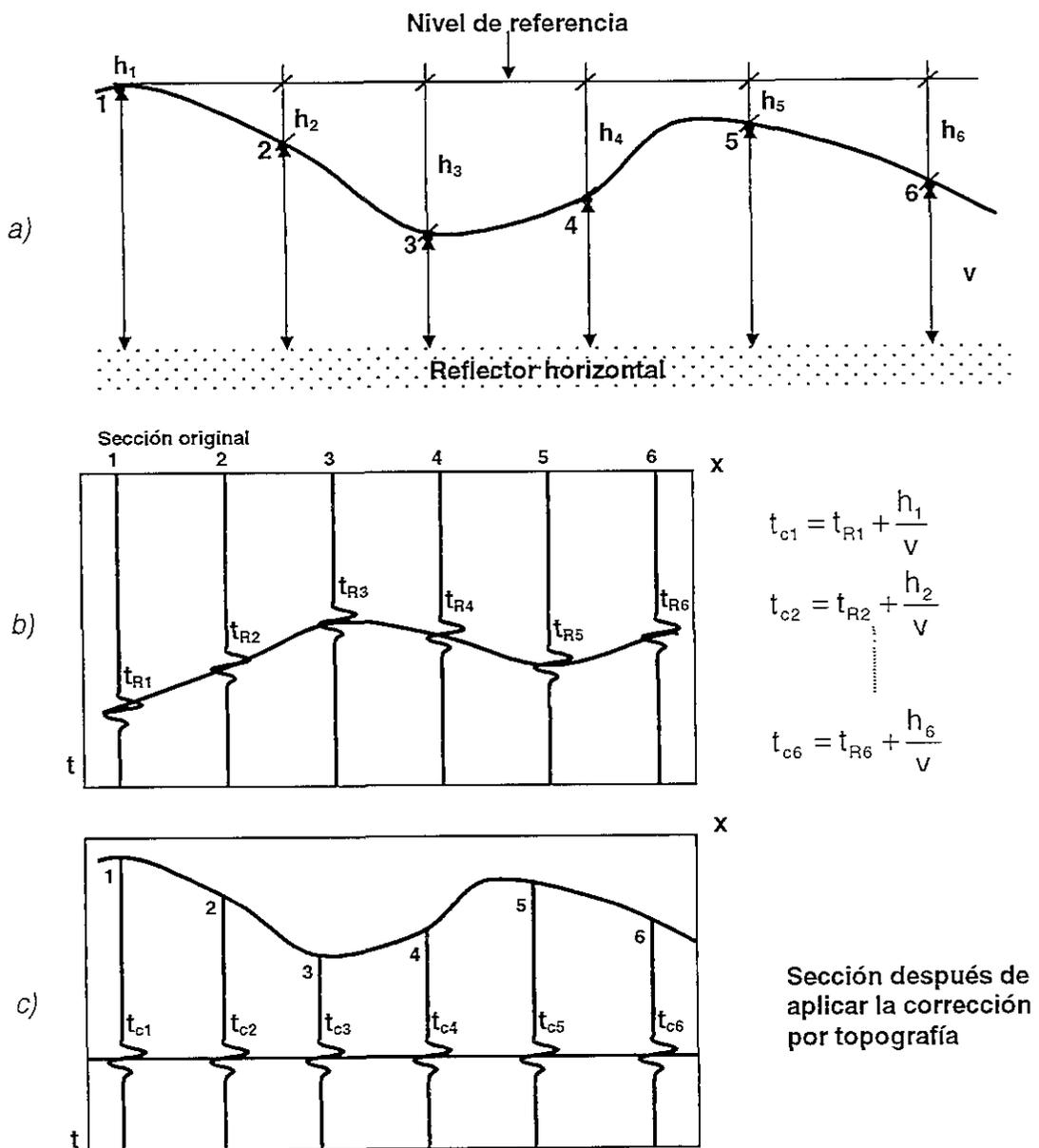


Figura 5.7 Corrección por topografía sobre un terreno irregular

La Tabla 5.1 muestra la información topográfica de una sección irregular, que origina que un cuerpo de forma tabular se registre como si estuviera arqueado, como se observa en la Figura 5.8.a. Después de hacer la corrección topográfica la sección muestra un aspecto diferente como se observa en la Figura 5.8.b, el cuerpo aparentemente arqueado se aprecia ahora como un cuerpo tabular. Si esta imagen correspondiera al nivel freático superficial y no se hiciera la corrección topográfica la estaríamos confundiendo con un cuerpo o con alguna otra estructura.

Información topográfica			$K_{medio}=12 \quad v=0.0866 \text{ m/ns}$		
Estación	Distancia (m)	Elevación (m)	Estación	Distancia (m)	Elevación (m)
1	0	0.09	9	24	0.27
2	3	0.09	10	27	0.25
3	6	0.09	11	30	0.22
4	9	0.09	12	33	0.14
5	12	0.14	13	36	0.04
6	15	0.17	14	39	-0.20
7	18	0.23	15	42	-0.40
8	21	0.35	16	45	-0.55

Tabla 5.1 Tabla de información topográfica

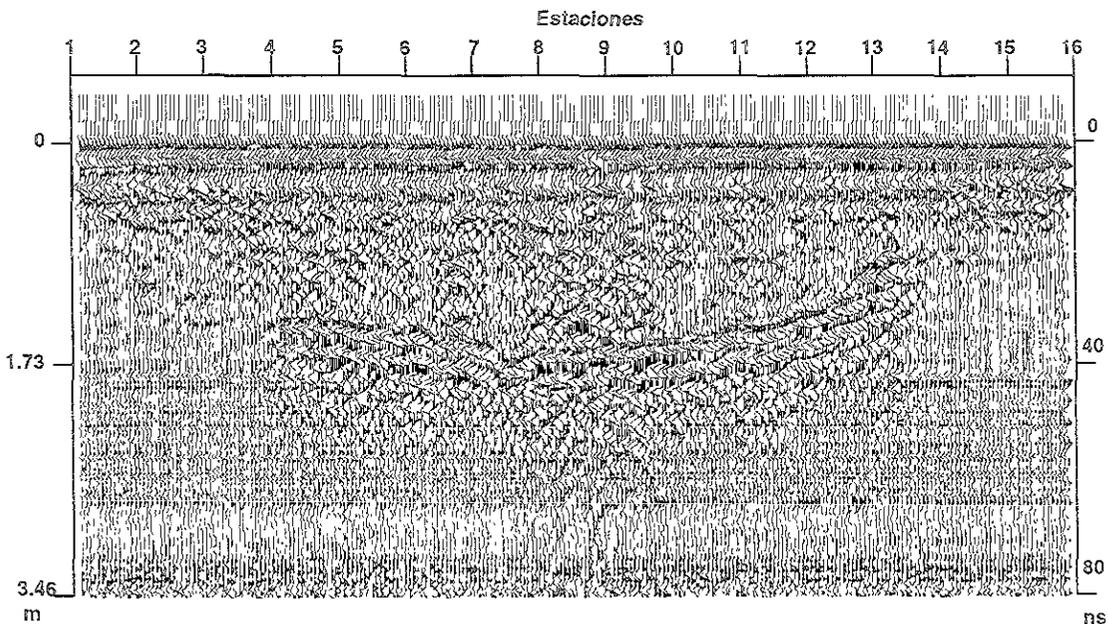


Figura 5.8.a Sección original (GSSI)

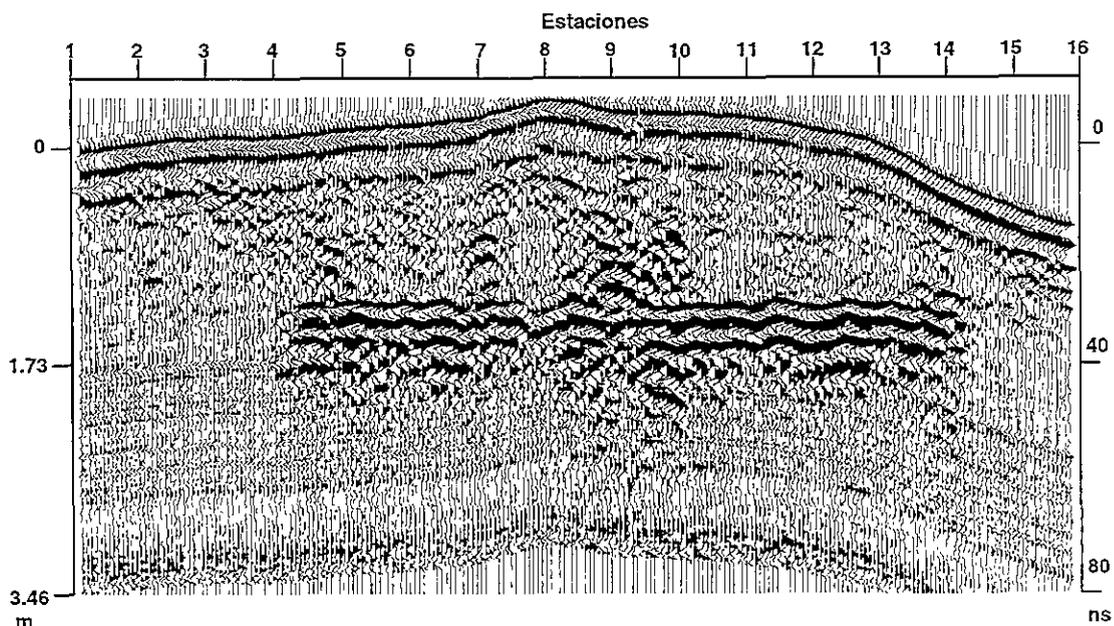


Figura 5.8.b Sección corregida por topografía

V.4 Filtros horizontales

Los filtros horizontales también son conocidos como filtros espaciales y son diseñados para remover señales no deseadas de duración espacial grande o corta, que pueden ser reflexiones coherentes y ruido. Existe una gran variedad de filtros, desde los que trabajan promediando un número de trazas y poniendo el resultado en una traza específica, hasta los que toman el valor promedio y lo restan a una traza determinada. Dependiendo del proceso realizado con las trazas, el filtro podrá ser un pasa altas o un pasa bajas horizontal. Entre los más comunes están el *background removal* y el *running average*. Las características de cada uno de éstos se explican a continuación.

V.4.1 Filtro horizontal pasa altas

Existe una gran variedad de filtros horizontales pasa altas. Uno de los más importantes por sus cualidades es el *background removal* o filtro supresor de la señal de fondo. Este filtro trabaja restando el valor promedio de un número de trazas a cada una de las trazas, acentuando las variaciones horizontales pequeñas, mientras que los cambios horizontales grandes y lineales son atenuados. Este tipo de filtro es esencialmente útil cuando se buscan detalles con una duración espacial horizontal relativamente corta, por ejemplo tuberías o cables, y que son atenuados por eventos que tienen una duración espacial horizontal relativamente grande, por ejemplo un horizonte de suelo. El filtro también es adecuado para eliminar el ruido producido por los circuitos del equipo, mejor conocido como *ringing del sistema*. Este tipo de ruido se

caracteriza por señales múltiples horizontales paralelas como si fueran capas estratificadas, enmascarando reflexiones reales a profundidad. El proceso gráfico de este filtro se muestra en la Figura 5.9, donde se promediaron 9 trazas a lo largo del radargrama. Para ilustrar el ejemplo, consideremos que el proceso se realiza sobre la traza número 5, el promedio se establece de la traza 1 a la traza 9, cuatro trazas antes y cuatro después, considerando además la traza 5. El resultado del promedio (la traza promedio) es restado a la traza 5, situando a su vez el fin del proceso en la misma traza 5. El procedimiento es semejante con el resto de las trazas, con excepción de las trazas iniciales y las finales donde las trazas faltantes para realizar el promedio se tomarán de la parte inicial o final del radargrama.

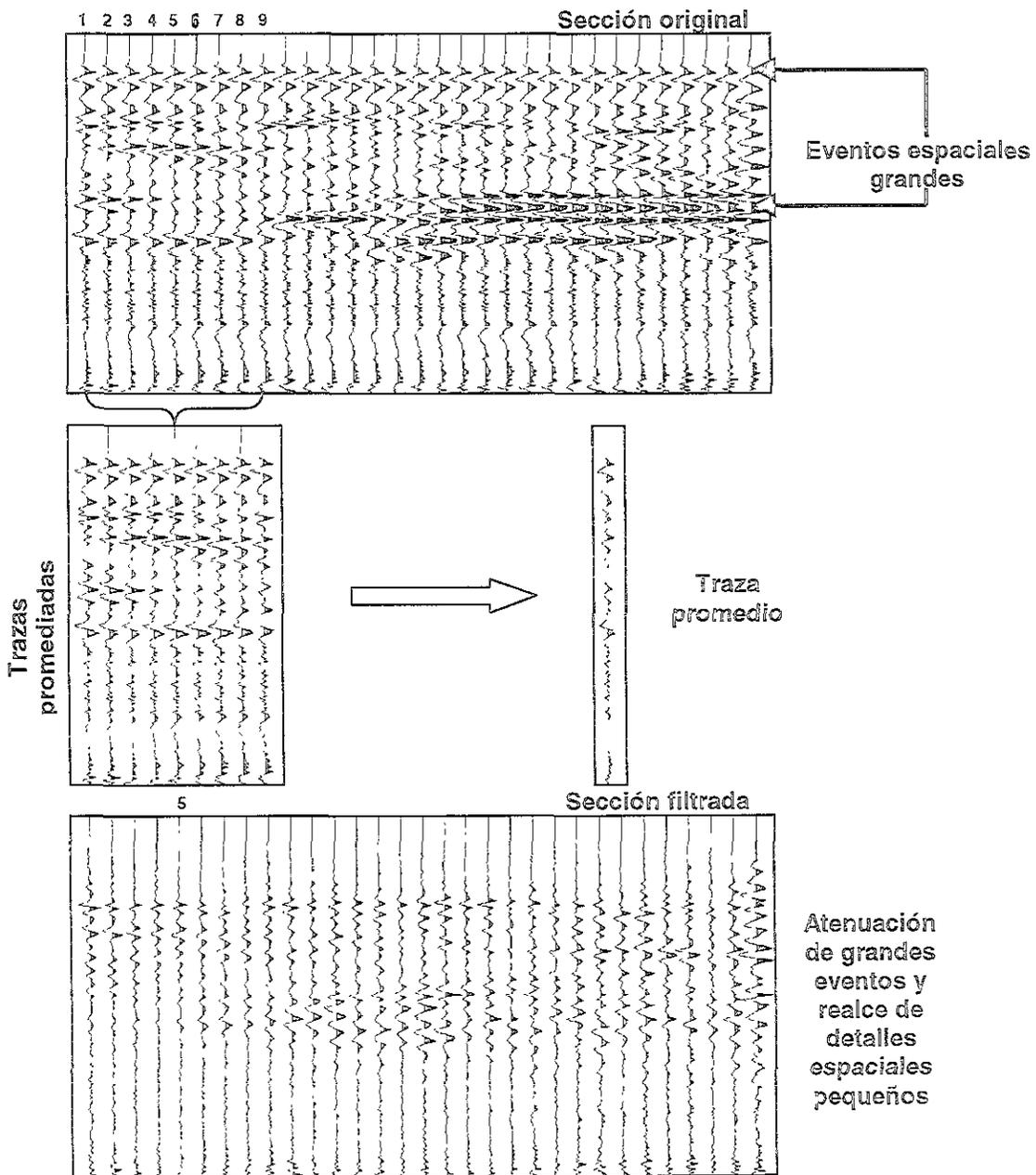


Figura 5.9 Proceso gráfico del filtro paso altas horizontal background removal.

La Figura 5.10 muestra como se aplica el filtrado horizontal pasa altas en una sección donde existen eventos horizontales de gran duración espacial que serán suprimidos, resaltando los reflectores de duración espacial media y corta. El filtro horizontal pasa altas *background removal* aplicado se fijó con una ventana de trazas igual a 169 para remover los eventos más grandes espacialmente.

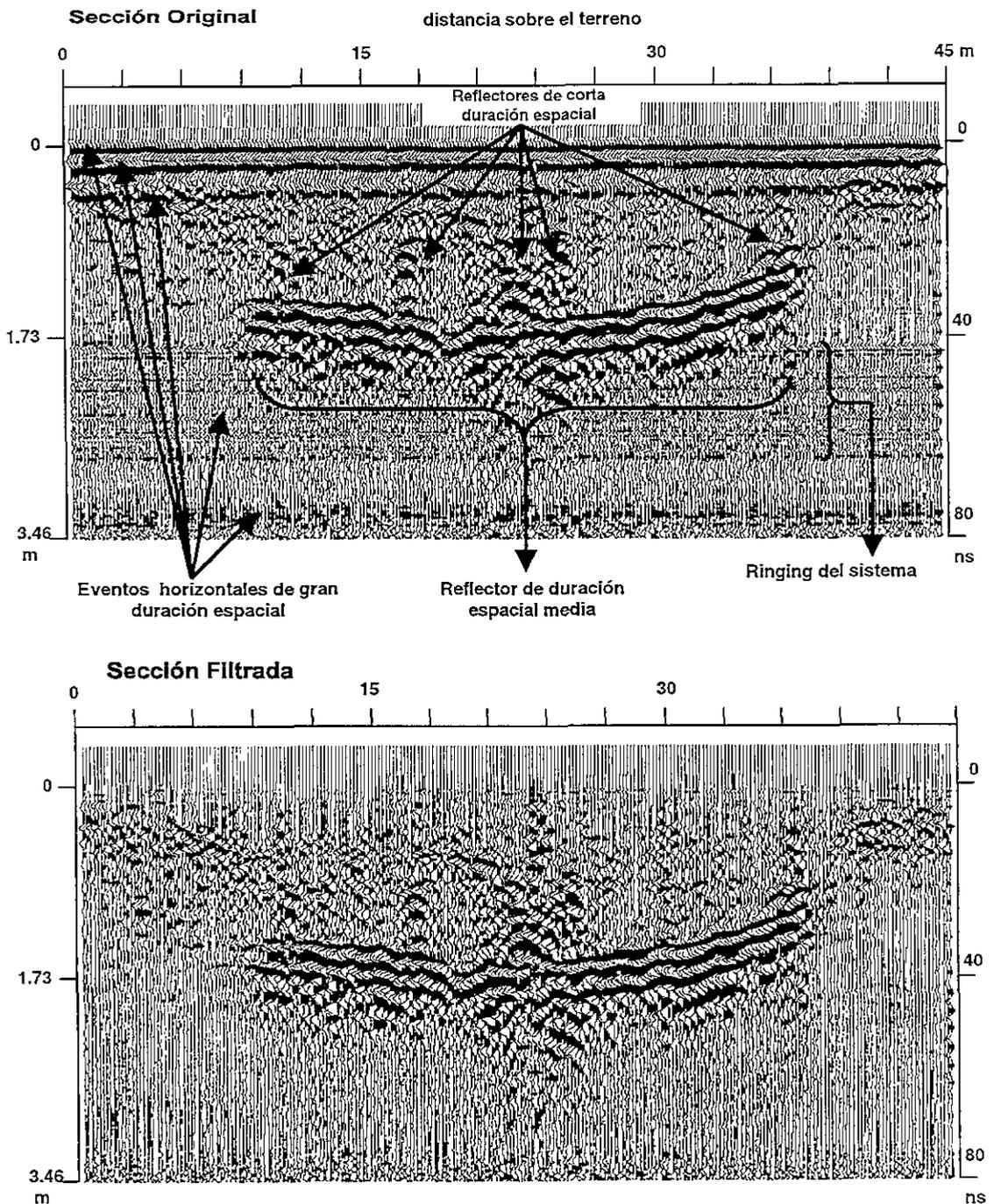


Figura 5.10 Aplicación del filtro horizontal paso altas a una sección.

V.4.2 Filtro horizontal pasa bajas

Dentro de los filtros horizontales pasa bajas existe uno que por sus características es adecuado para suprimir los eventos de duración espacial pequeña, conocido como *running average* (de promedios corridos) que es una variedad del *stacking* (apilamiento). Este tipo de filtro es óptimo para remover eventos de duración espacial relativamente corta, por ejemplo el ruido aleatorio, que hace difícil visualizar las reflexiones importantes. El proceso del filtro se realiza moviendo la traza promedio en la dirección horizontal, teniendo como resultado la reducción del ruido aleatorio y de reflectores pequeños del radargrama, acentuado los de mayor tamaño y suavizando la sección. El procedimiento de funcionamiento del filtro es muy similar al *background removal* con la excepción de que la traza promedio ya no se resta a la traza en cuestión sino solamente la reemplaza. La Figura 5.11 ilustra el procedimiento:

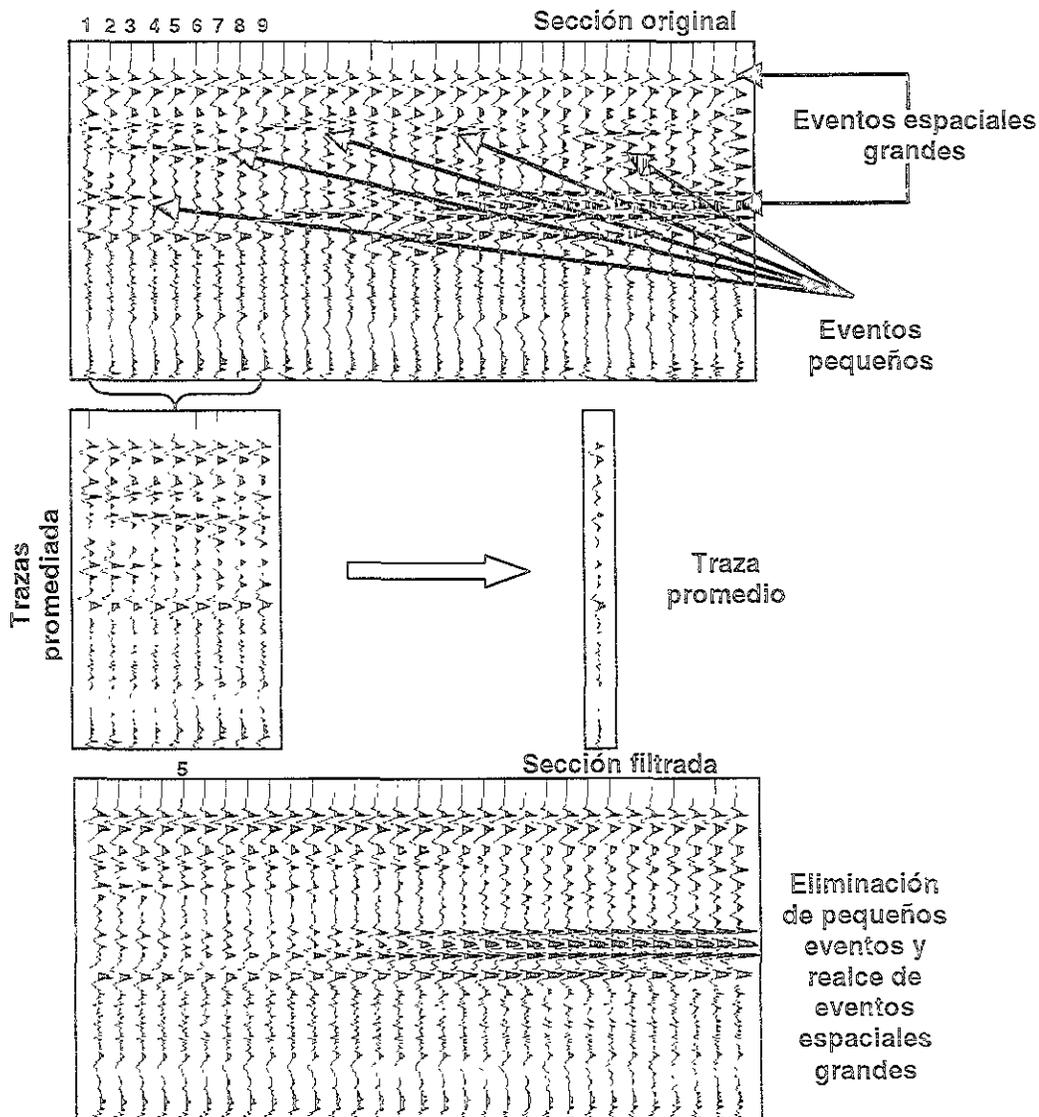


Figura 5.11 Proceso gráfico del filtro horizontal paso bajas *running average*.

La Figura 5.12 ilustra la aplicación del filtro horizontal pasa bajas en una sección con el propósito de eliminar el ruido aleatorio y los reflectores pequeños, enfatizando los que poseen una duración espacial grande y suavizando la sección. La ventana de trazas aplicada para el promedio fue de 9 para remover los eventos más pequeños.

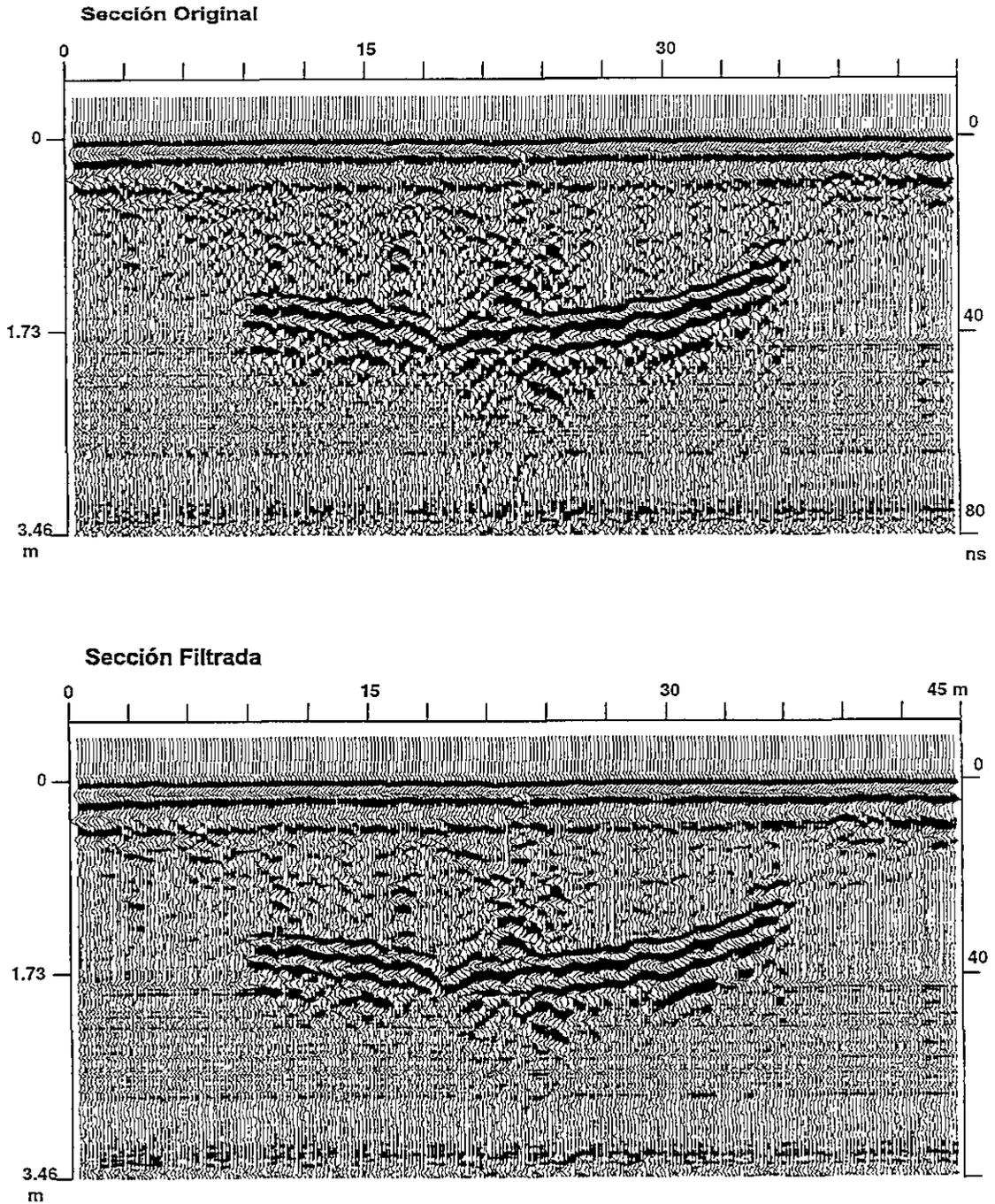


Figura 5.12 Aplicación del filtro horizontal paso bajas a una sección.

V.5 Filtros verticales

Una de las herramientas más útiles para el análisis y procesamiento de datos de GPR es el filtrado vertical, también llamado filtrado en tiempo o frecuencia. Los filtros verticales se aplican para eliminar señales que estén dentro o fuera de una banda de frecuencias con el fin de remover ruido aleatorio y ruido coherente (ruido del sistema, transmisoras de radio y televisión, etc.). La banda de frecuencias es establecida de acuerdo a los objetivos del procesamiento. Para GPR inicialmente se recomienda una banda de frecuencias de $\frac{1}{4}$ a 2 veces la frecuencia central, modificando estos valores si los resultados no son los esperados. La Figura 5.13 ilustra este concepto. Los filtros verticales se clasifican en pasa bajas, pasa altas y pasa banda según eliminen frecuencias arriba, abajo o fuera de una banda de frecuencias dadas, llamadas frecuencias de corte.

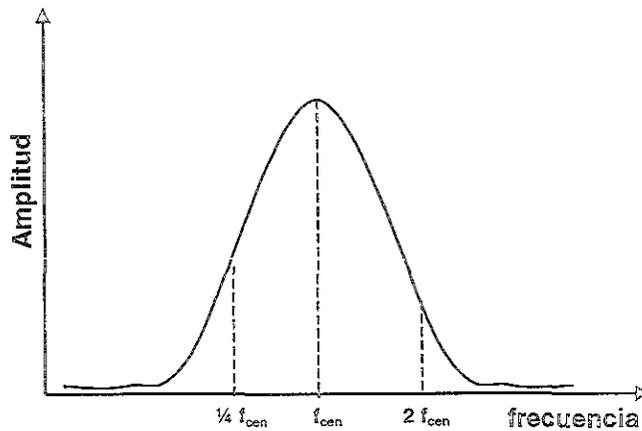
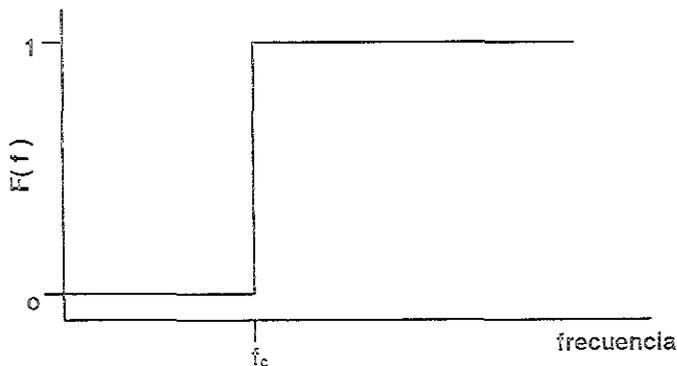


Figura 5.13 Banda de frecuencias de corte sugerida para filtrado vertical.

V.5.1 Filtro vertical pasa altas

El objetivo del filtro vertical pasa altas es eliminar el ruido de baja frecuencia, que esta siempre presente en los datos, a partir de una frecuencia de corte específica. La Figura 5.14 muestra el filtro ideal pasa altas, en donde f_c es la frecuencia de corte:



$$F(f) = 1, \quad |f| \geq |f_c|$$

$$F(f) = 0, \quad |f| < |f_c|$$

Figura 5.14 Filtro pasa altas ideal.

V.5.2 Filtro vertical pasa bajas

El propósito del filtro vertical pasa bajas es eliminar el ruido de alta frecuencia, que se caracteriza principalmente por un ruido *tipo nieve*. Este ruido aparece frecuentemente cuando se realizan sondeos profundos y hace difícil visualizar las reflexiones a profundidad. El filtro ideal pasa bajas se ilustra en la Figura 5.15:

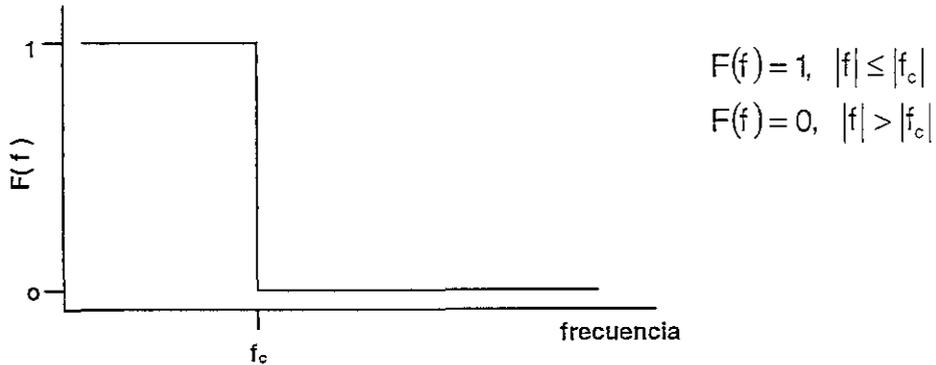


Figura 5.15 Filtro pasa altas ideal.

V.5.3 Filtro vertical pasa banda

La combinación de un filtro vertical pasa altas y un pasa bajas crea un filtro pasa banda. Este tipo de filtro es el que más se utiliza para remover las señales no deseadas en los sistemas GPR. El empleo de los filtros pasa banda tiene como objetivo mejorar la calidad en los datos de ahí la importancia de una buena selección de las frecuencias de corte. Si estas frecuencias son elegidas incorrectamente puede afectar la calidad de los datos. La Figura 5.16 muestra el filtro pasa banda ideal y la Figura 5.17 ilustra la aplicación de este filtro a una sección:

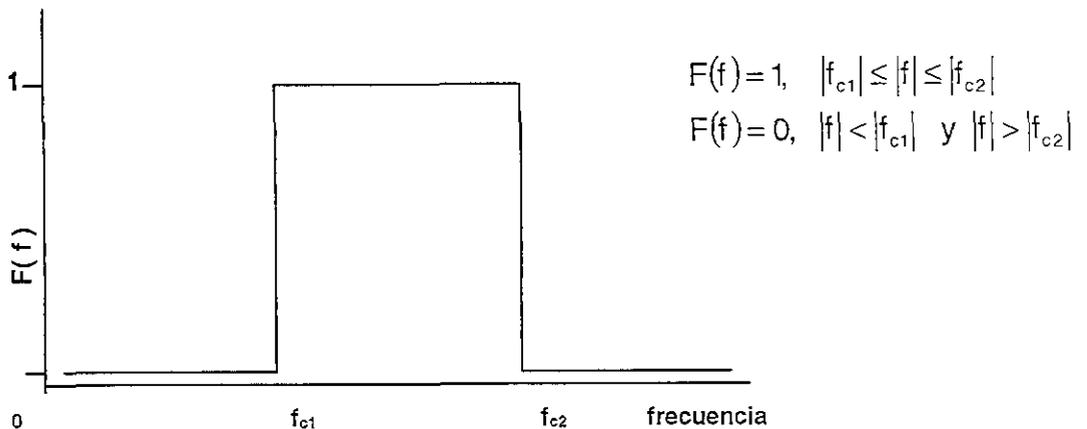


Figura 5.16 Filtro paso banda ideal.

En la Figura 5.17 se aprecia el efecto de la aplicación de un filtrado pasa banda a una sección que fue adquirida con una antena de 500 MHz. El filtrado se realizó con un filtro pasa bajas con frecuencia de corte de 750 MHz y un filtro pasa altas con una frecuencia de corte de 125 MHz. De esta forma las frecuencias de corte para el filtro pasa banda son $f_{c1}= 125$ MHz y $f_{c2}= 750$ MHz. El filtro pasa banda es adecuado para suprimir las bandas de ruido horizontales sin afectar las reflexiones verdaderas como sucedería con un filtro horizontal pasa altas.

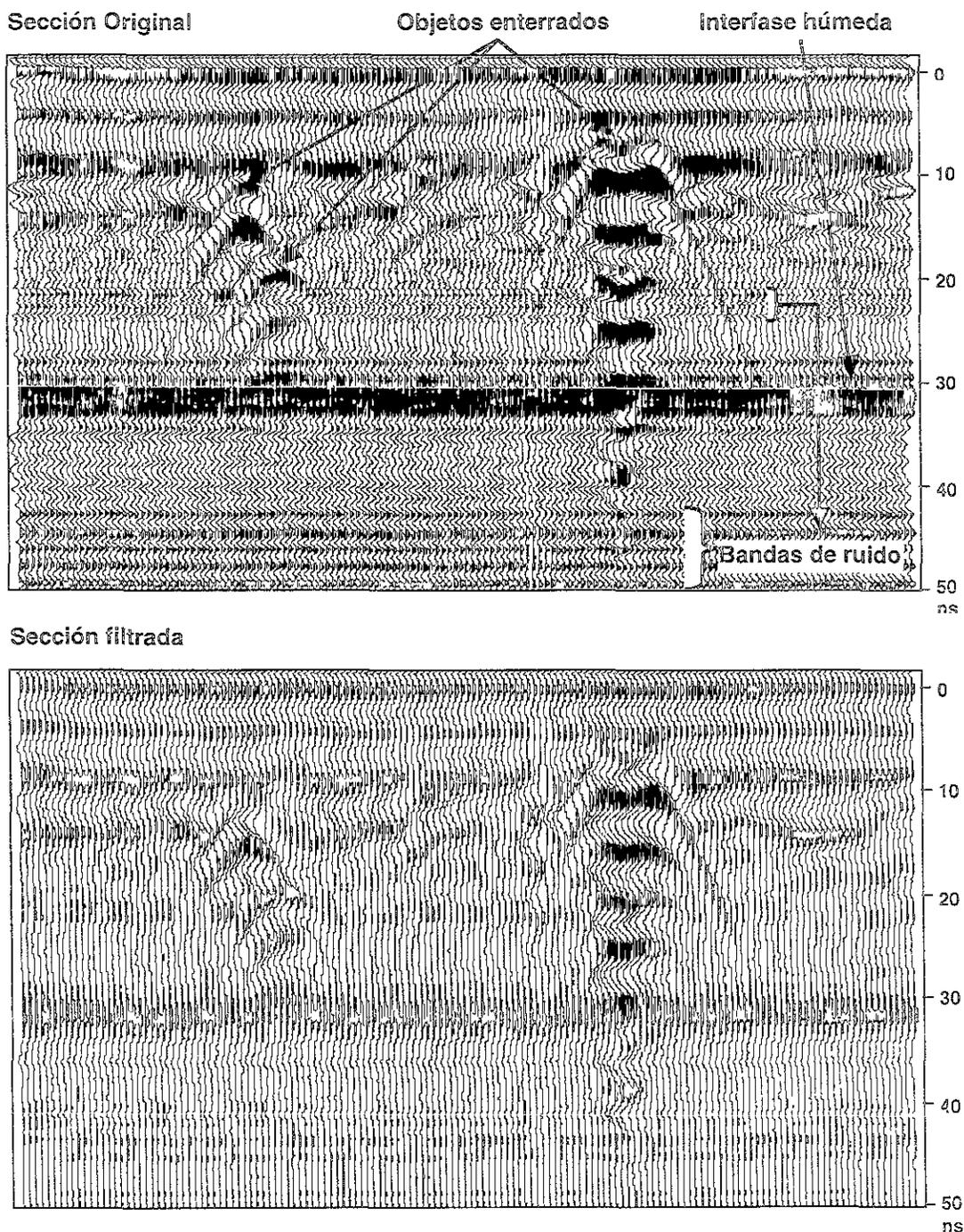


Figura 5.17 Aplicación del filtro paso banda.

V.6 Deconvolución

La deconvolución es una técnica de filtrado que es usada rutinariamente en el procesamiento de datos sísmicos aunque más recientemente ha sido aplicada a datos de GPR. En el procesamiento de datos de GPR la deconvolución pertenece al grupo de métodos sofisticados que deben ser aplicados sólo a algunos datos seleccionados del levantamiento. En términos generales la deconvolución es utilizada para incrementar la resolución temporal y para suprimir las señales múltiples en los datos. Este tipo especial de procesamiento opera haciendo el pulso de la antena más pequeño, como si fuese usado un ancho de banda de la señal más amplio, mejorando la resolución temporal. La deconvolución también puede ser usada para eliminar reflexiones múltiples. Las reflexiones múltiples pueden ocurrir si existe una reflexión intensa de un objeto cercano, por ejemplo una tubería de metal, que ocasiona que la señal oscile para arriba y abajo entre el objeto y la antena, causando la aparición de señales repetitivas a lo largo del radargrama, ocultando las reflexiones provenientes de mayores profundidades. El medio en el que viaja el pulso emitido por la antena actúa como un filtro, idealmente la señal registrada sería resultado de la convolución del pulso con la reflectividad del medio, sin embargo, en la práctica se registran no sólo las reflexiones primarias asociadas a la reflectividad del medio sino también reflexiones múltiples, difracciones, scattering (difusión), ruido coherente y aleatorio. De acuerdo al modelo convolutivo cada traza registrada es el resultado de la convolución en el dominio del tiempo de varios eventos en cascada que se que pueden expresar en forma analítica como:

$$t = s * y * p * r \quad (5.9)$$

en donde:

t = traza de radar registrada

s = pulso emitido

y = respuesta del sistema (antenas y equipo electrónico)

p = factores de emisión y del medio de propagación (dispersión, atenuación esférica, scattering, etc.)

r = reflectividad del medio (serie de coeficientes de reflexión)

El objetivo final de la deconvolución es obtener la reflectividad del medio a partir de todas estas operaciones de filtrado. Por lo cual si la ecuación 5.9 se puede escribir como:

$$t = h * r \quad (5.10)$$

en donde:

$h = s * y * p$, expresión conocida como ondícula o filtro equivalente, resultado de la combinación de los filtros s, y, p. Si a la expresión 5.10 le agregamos el ruido que está siempre presente en los datos, se obtiene:

$$t = h * r + a \quad (5.11)$$

La deconvolución para obtener la reflectividad del medio a partir de las trazas registradas se realiza convolucionando cada traza con un filtro inverso (d). La

representación en el dominio del tiempo y en el dominio de z se expresa en las siguientes ecuaciones:

$$t = h * r \quad T(z) = H(z)R(z) \quad (5.12)$$

$$r = t * d \quad R(z) = T(z)D(z) \quad (5.13)$$

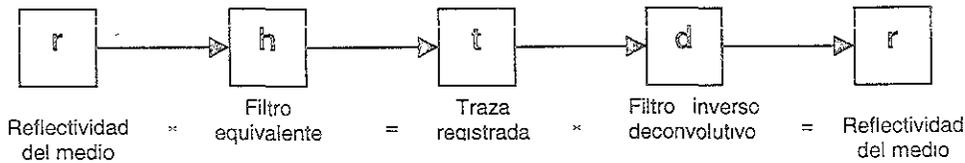
Combinando 5.12 y 5.13, obtenemos:

$$r = (h * r) * d \quad R(z) = H(z)R(z)D(z) \quad (5.14)$$

Lo cual implica que:

$$\delta = h * d \quad 1 = H(z)D(z) \quad (5.15)$$

En donde δ es la función impulso unitario. El siguiente diagrama resume lo mostrado anteriormente:



En condiciones reales la aplicación de un filtro inverso se realiza en partes, uno para eliminar un tipo de distorsión seguido de otro para eliminar otra y así sucesivamente, apoyados en la información que se tenga acerca de la naturaleza de las distorsiones y de la autocorrelación de las trazas. El diseño del filtro inverso estará enfocado a los objetivos que se persigan, ya sea resolución temporal o eliminación de reflexiones múltiples, y las técnicas de diseño de estos filtros dan el nombre a los diferentes tipos de deconvolución como son la impulsiva, la predictiva, la homomórfica o cepstral, la de mínima entropía, etc. Es recomendable antes y después de aplicar deconvolución utilizar un filtro pasa banda para reducir el ruido al máximo. Webster, (1978) analiza varios tipos de deconvolución, para GPR autores como Rees, (1992), Lee, (1992), Todoeschuck, (1992), Turner, (1994), Fisher, (1994), exponen en sus trabajos la aplicación de deconvolución a datos de radar.

La Figura 5.18 muestra como se aplica la deconvolución a una sección hecha sobre un lago (GSSI), corrida con una antena de 100 MHz y con un tiempo total de registro de 220 ns. El proceso fue elaborado con deconvolución predictiva y se utilizó también un filtrado pasa banda con frecuencia de corte de $f_{c1}=50$ MHz y $f_{c2}=300$ MHz para remover el ruido remanente después del proceso.

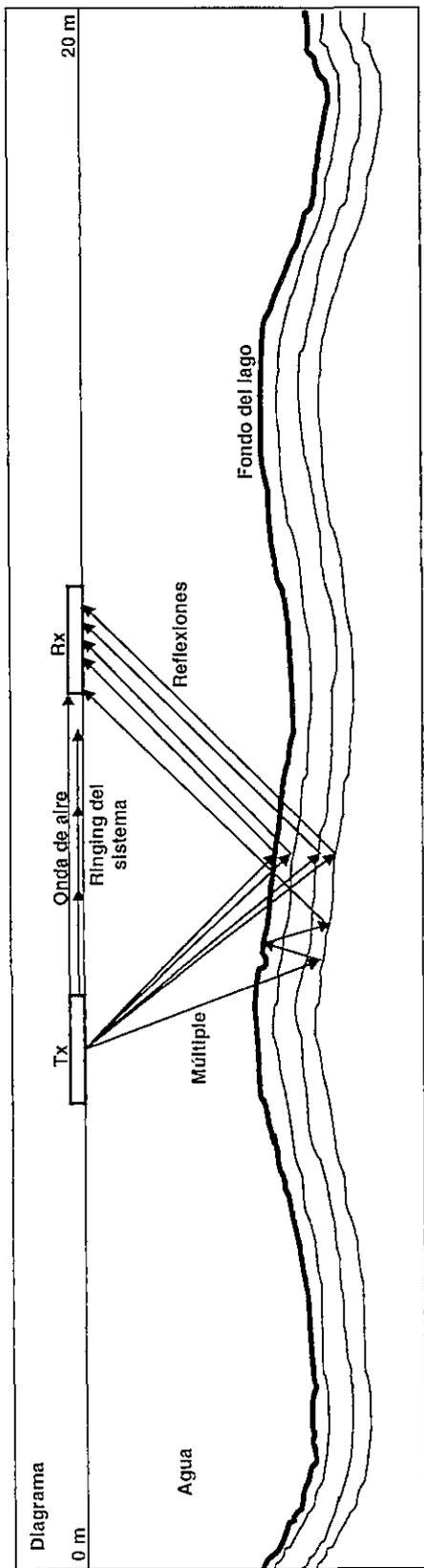


Figura 5.18.a Diagrama de los principales eventos en la sección

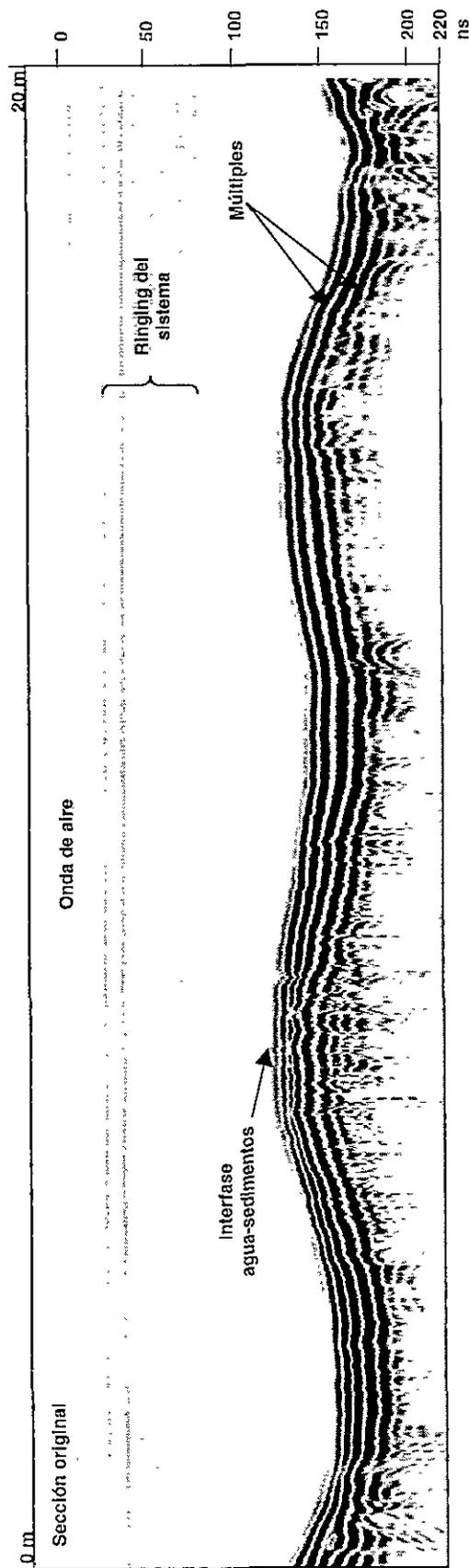


Figura 5.18.b Sección original (GSSI).

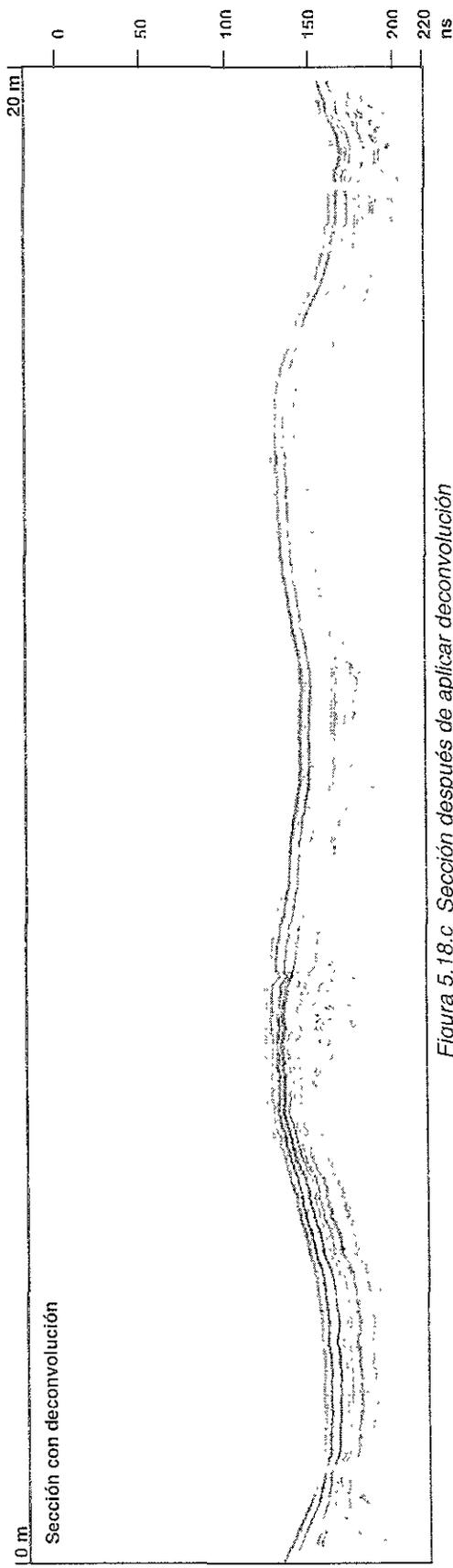


Figura 5.18.c Sección después de aplicar deconvolución

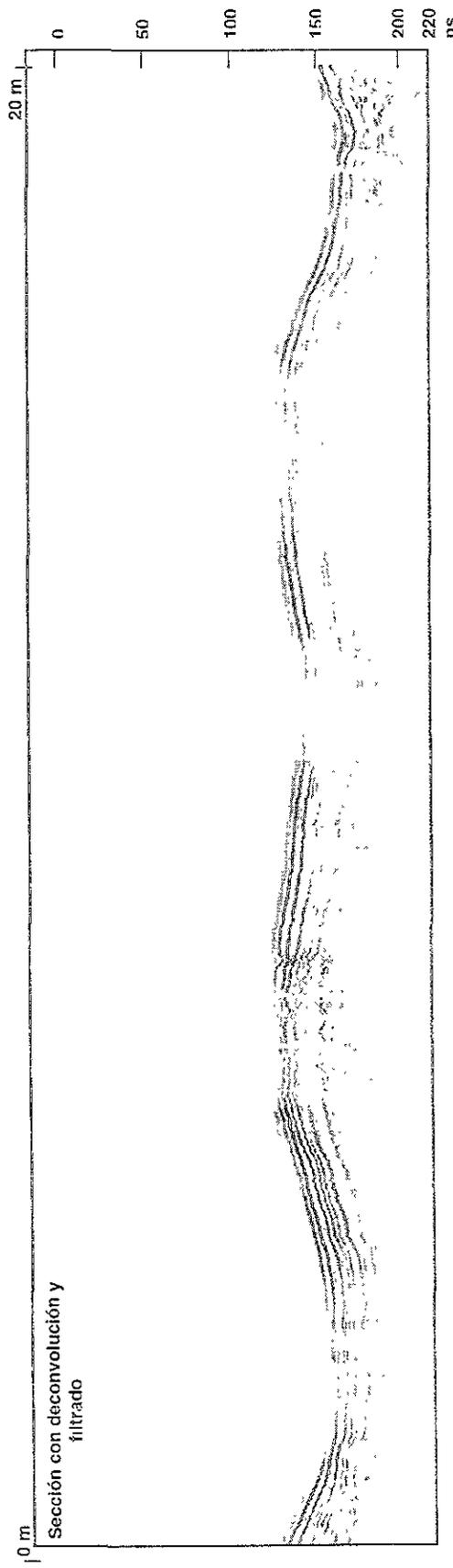


Figura 5.18.d Sección después de aplicar deconvolución y filtrado

V.7 Migración

Migración es una técnica de procesamiento que sitúa a los reflectores inclinados en sus posiciones correctas y colapsa las difracciones. Por ello la migración puede ser vista como deconvolución espacial debido a que mejora la resolución espacial. Migración es un tipo especial de procesamiento el cual *enfoca* el patrón de radiación de la antena proporcionando una imagen más clara de los objetos y estructuras en el subsuelo. Los objetos de dimensiones finitas tendrán la apariencia de ser reflectores de forma hiperbólica, esto se debe a que en los bordes del objeto o cuando su radio de curvatura es menor a unas cuantas longitudes de onda de la señal, la energía se difracta. Esta energía difractada enmascara las reflexiones de interés y provoca una mala interpretación del tamaño y geometría de los objetos o estructuras. La geometría aparente de capas inclinadas no es real y tendrá que ser corregida por posición, inclinación y tamaño. La migración permite corregir este tipo de irregularidades y es útil también para colapsar las difracciones hiperbólicas.

V.7.1 Fundamentos de Migración

Para comprender éste concepto considérese el reflector inclinado CD mostrado en la sección de profundidad Figura 5.19.a. Para ilustrar el ejemplo se supone al transmisor y receptor en el mismo lugar (*zero-offset*) por lo cual los rayos inciden normalmente en la superficie reflectora. Si consideramos que la velocidad de propagación es constante $v=1$, entonces las escalas de tiempo y de profundidad son iguales como se muestra en la comparación directa de la Figura 5.19.a y b. En la Figura 5.19.b el primer arribo en el receptor A es registrado en el punto C' y el último arribo en el receptor B es registrado en el punto D' en la sección en tiempo. Comparando las secciones superpuestas en la Figura 5.19.b, observamos que el reflector CD no está en la misma posición que el evento registrado en la sección de tiempo C'D'. De esta simple comparación geométrica, se puede ver que la reflexión C'D' en la sección de tiempo debe ser migrada a su verdadera posición CD. Las siguientes observaciones se desprenden de la descripción geométrica anterior:

- a) El ángulo de inclinación del reflector en la sección de profundidad es más grande que en la sección en tiempo, de donde se deduce que la migración aumenta el ángulo de inclinación de los reflectores.
- b) La longitud del reflecto, como se observa en la sección en profundidad (CD) es más corta que en la sección en tiempo (C'D'): de aquí que la migración reduce el tamaño de los reflectores.
- c) La migración mueve los reflectores en dirección del ángulo de inclinación.

En la Figura 5.20 se tiene un segmento de reflector AB, en donde se considera que AB migra a A'B' y que el punto C en AB migra al punto C' en A'B'. Los desplazamientos Δx , Δt y el ángulo de inclinación θ posterior a la migración, pueden ser expresados en términos de la velocidad del medio v , tiempo de arribo t , y en el ángulo de inclinación aparente ϕ , por medio de las siguientes ecuaciones, Yilmaz, (1987):

Desplazamiento en x
$$\Delta x = \frac{v^2 t \tan \phi}{4} \tag{5.16}$$

Desplazamiento en t
$$\Delta t = t \left\{ 1 - \left[1 - \frac{(v^2 \tan^2 \phi)}{4} \right]^{\frac{1}{2}} \right\} \tag{5.17}$$

Angulo de inclinación real
$$\theta = \tan^{-1} \left[\frac{\tan \phi}{\left[1 - \frac{(v^2 \tan^2 \phi)}{4} \right]^{\frac{1}{2}}} \right] \tag{5.18}$$

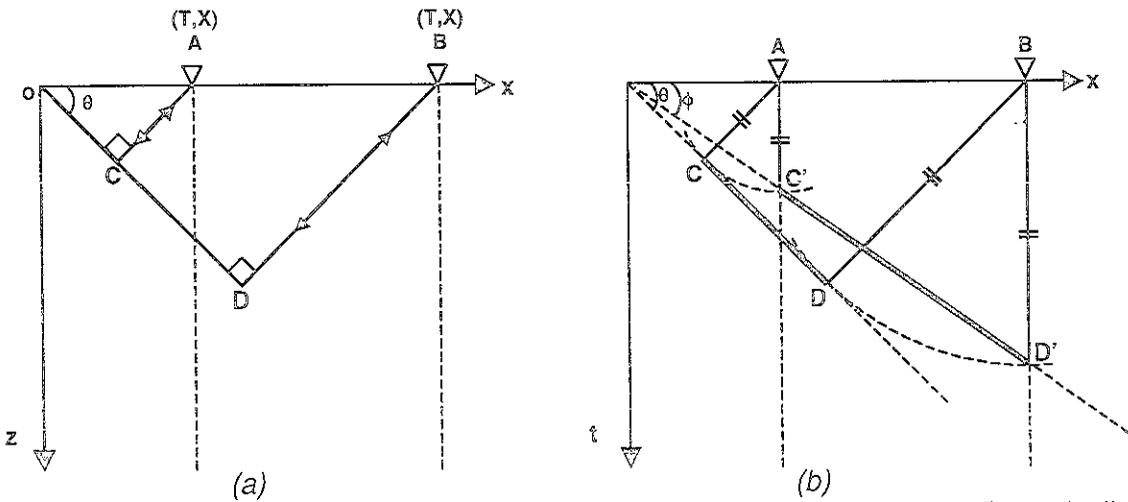


Figura 5.19 El segmento del reflector C'D' cuando se migra reduce su tamaño, se inclina y se mueve en dirección del ángulo real θ . Adaptado de Yilmaz, (1987).

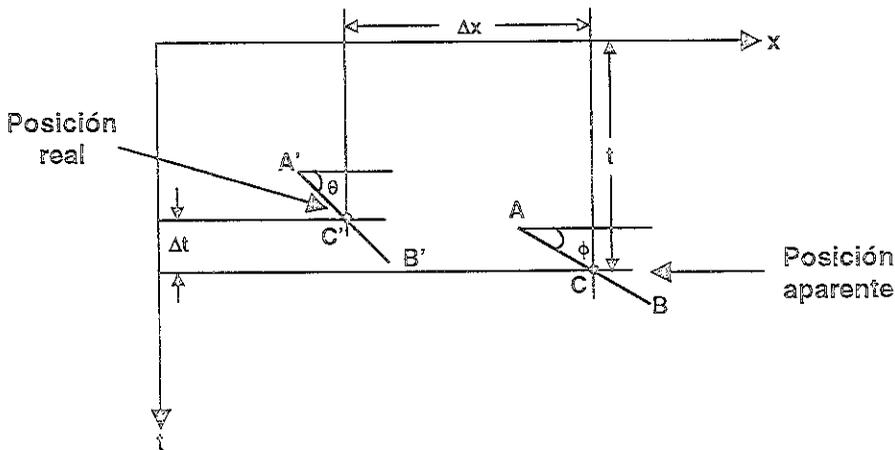


Figura 5.20 Análisis cuantitativo del proceso de migración. El punto C del reflector inclinado AB es movido a su posición real en el punto C' después de aplicar migración. Adaptado de Yilmaz, O. (1987).

V.7.2 Efectos de la migración en las reflexiones

a) Anticlinal

En la Figura 5.21.a se presenta un anticlinal formado por las trazas desplegadas verticalmente y paralelas unas con otras. La Figura 5.21.b muestra el aspecto del anticlinal después de aplicar la migración. Los eventos en los flancos del anticlinal son movidos en dirección del ángulo de inclinación, esto provoca que las dimensiones laterales del reflector se reduzcan. La cresta del anticlinal es casi horizontal por lo que migración no tiene ningún efecto sobre ella. La distancia entre la cresta y el punto más bajo del anticlinal es ligeramente menor en la sección migrada.

b) Sinclinal

En la Figura 5.22.a se representa el aspecto de un sinclinal en una sección sin migrar la cual está formado por las trazas desplegadas verticalmente y paralelas unas con otras. La Figura 5.22.b muestra el aspecto del sinclinal después de aplicar la migración. Se observa que los flancos de sinclinal se extienden en dirección del ángulo de inclinación y que en el centro del sinclinal la migración no tiene ningún efecto. La distancia entre el centro del sinclinal y el punto más alto es el mismo o un poco más grande en la sección migrada.

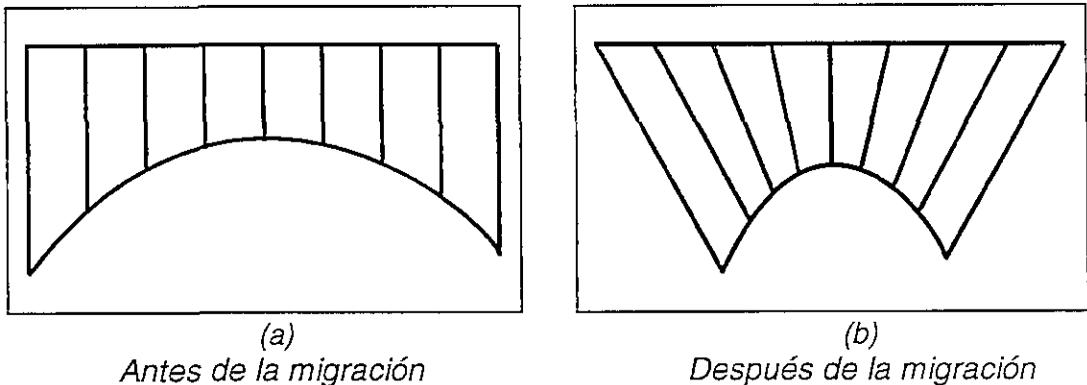


Figura 5.21 Migración de un anticlinal. Tomado de Gadallalt, (1994)

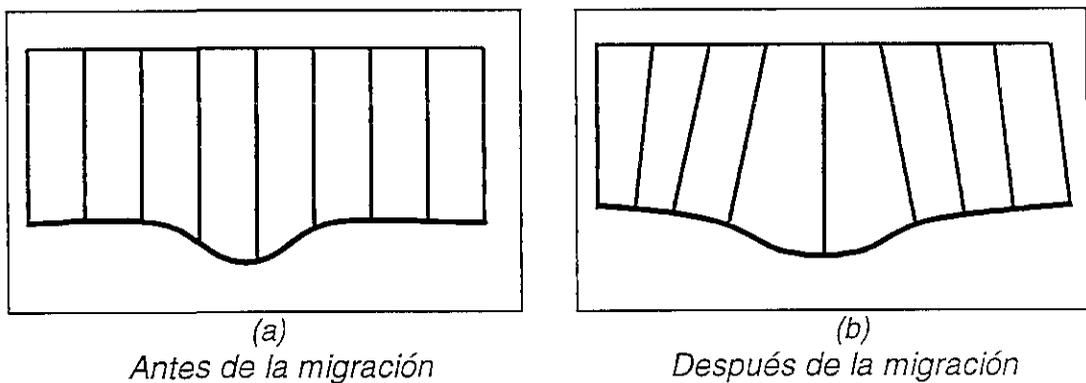


Figura 5.22 Migración de un sinclinal. Tomado de Gadallalt, (1994)

c) Reflexiones cruzadas de foco enterrado

Con este nombre se conoce a las reflexiones provenientes de sinclinales cuyo radio de curvatura es mucho menor a su profundidad. Los sinclinales pueden tener una respuesta diferente en la sección si son relativamente pequeños y están a una profundidad considerable. El efecto de foco enterrado se presenta en la sección en tiempo como tres curvas semihiperbólicas traslapadas, lo cual provoca que se confunda con uno o más reflectores de diferente geometría. La Figura 5.23 muestra el efecto de foco enterrado en una sección en tiempo y como se aprecia después de aplicar migración.

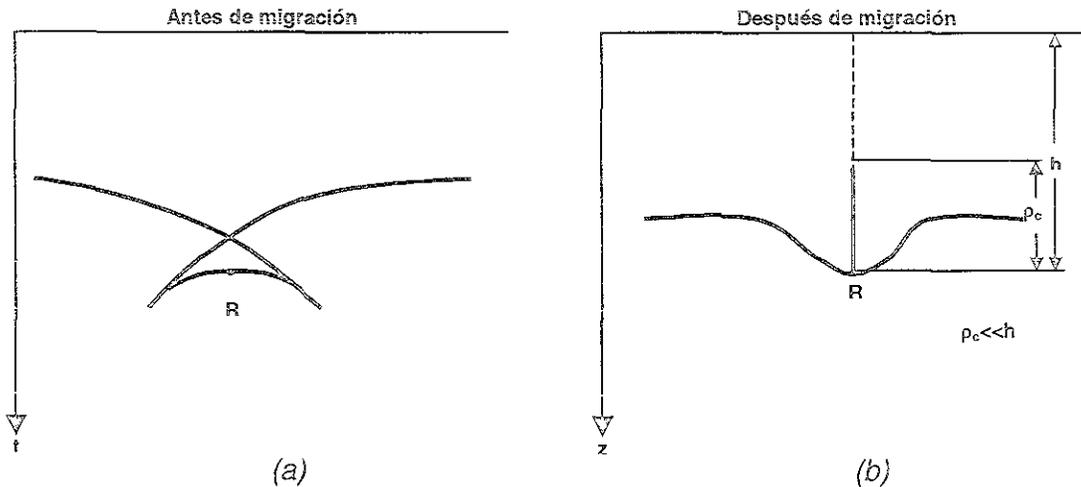


Figura 5.23 (a) Aspecto de la señal proveniente de un sinclinal que tiene el efecto de foco enterrado. (b) Después de aplicar migración se define claramente el sinclinal. Adaptado de Gadallalt, (1994).

d) Difracciones en bordes y esquinas

Cuando un reflector es curvo idealizamos una porción de su superficie lo bastante pequeña como para considerarla plana, no obstante esta simplificación no es suficiente cuando el radio de curvatura del reflector es pequeño o cuando el reflector inicia o termina abruptamente. Tal es el caso de objetos cilíndricos o cuerpos rectangulares cuyas aristas son rectas o estructuras como fallas, fracturas, acuíferos y discordancias. En estos puntos de ruptura la energía se difracta en vez de reflejarse o refractarse. Para entender mejor este fenómeno consideremos el ejemplo mostrado en la Figura 5.24.a en donde se ilustra la existencia de una barrera rompe olas a una distancia de la playa Z_3 en cuyo centro tiene un agujero. El agujero en la barrera actúa, según el principio de Huygens, como una fuente secundaria generadora de ondas, ocasionando que frentes de onda circulares se aproximen a la playa. De forma similar estos puntos fuente en el subsuelo generan frentes de onda. A partir de este experimento y del principio de Huygens encontramos una fuente secundaria que genera:

- Un frente de onda semicircular en el plano XZ.
- Una difracción hiperbólica en el plano XT, (Figura 5.24.b).

La Figura 5.24.c representa un punto difractor que actúa como si fuera una fuente. La sección superior está en profundidad y la sección inferior muestra el registro en tiempo.

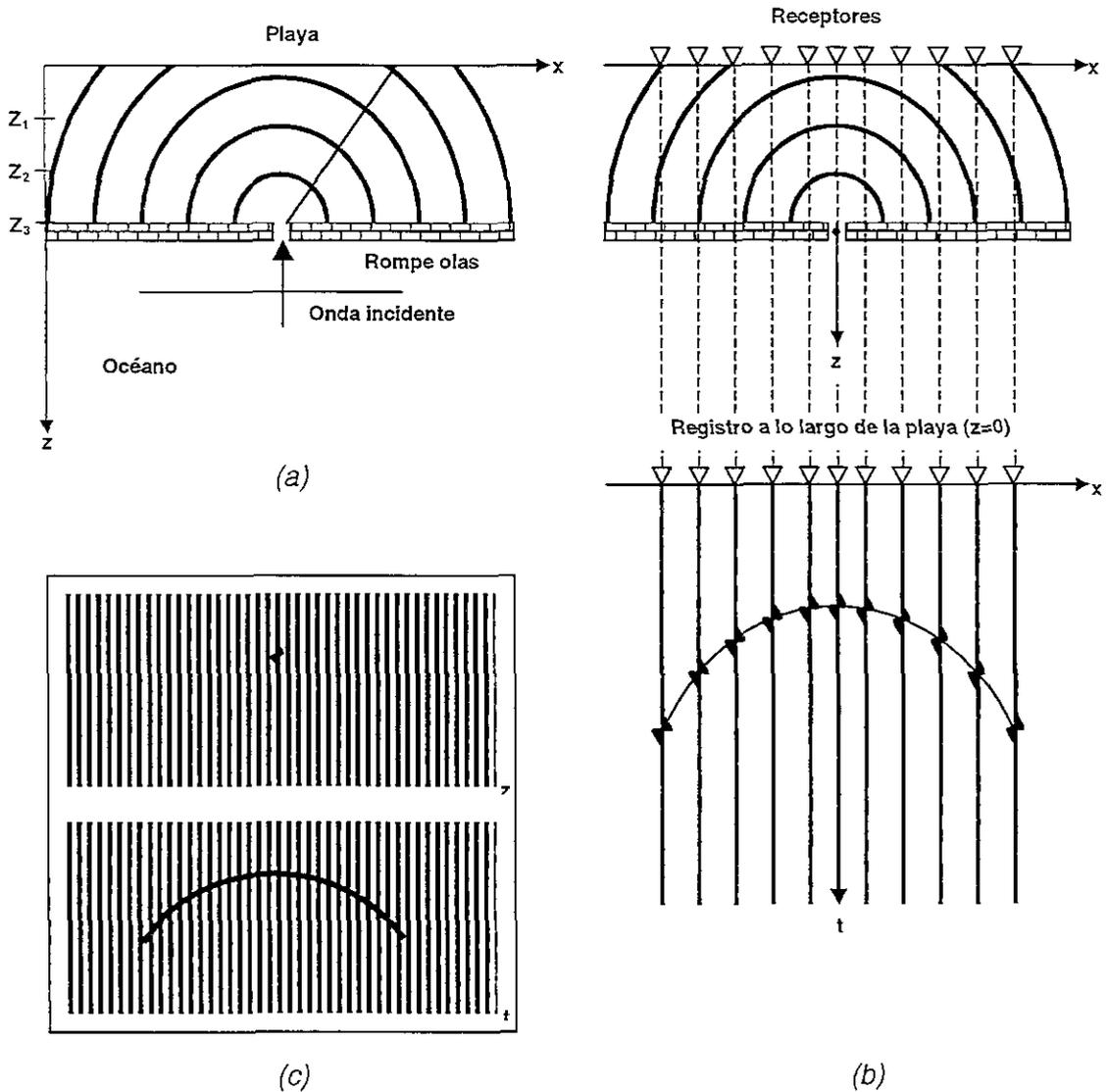


Figura 5.24 (a) El agujero en la barrera rompe olas actúa, según el principio de Huygens, como una fuente secundaria de ondas, causando que frentes de onda circulares lleguen a la playa. (b) Los frentes de onda circulares que llegan a la playa son registrados por los receptores y el registro en tiempo (parte inferior) tiene la forma de una hipérbola. (c) Un punto difractor mostrado en la sección en profundidad (parte superior) es registrado en una sección en tiempo como una hipérbola (parte inferior). Adaptado de Yilmaz, (1987).

Para mostrar otro ejemplo, imaginemos que en el subsuelo existe una serie de puntos difractoros como se muestra en la Figura 5.25.a. Estos puntos se comportan como los agujeros en la barrera rompe olas de la figura anterior, es decir cada uno actúa como una fuente de ondas produciendo hipérbolas en el plano (XT). Como los puntos están muy cercanos, la respuesta en tiempo

ocasiona que se traslapen las hipérbolas como se observa en la Figura 5.25.b. Las hipérbolas pueden compararse con las respuestas en los límites de las fallas y en las esquinas de objetos rectangulares u objetos cilíndricos pequeños, Figuras 5.25.c y 5.25.d. En resumen:

- a) Objetos y estructuras que terminen abruptamente (como fallas y objetos rectangulares) cuyo radio de curvatura es menor a unas cuantas veces la longitud de onda, se comportan como fuentes secundarias de ondas.
- b) Cuando existe alguna discontinuidad (puntos difractores) en un reflector se producirán respuestas hiperbólicas en un diagrama XT.
- c) Las fuentes secundarias, de acuerdo al principio de Huygens, producirán frentes de ondas circulares en el plano XZ y respuestas hiperbólicas en el plano XT.

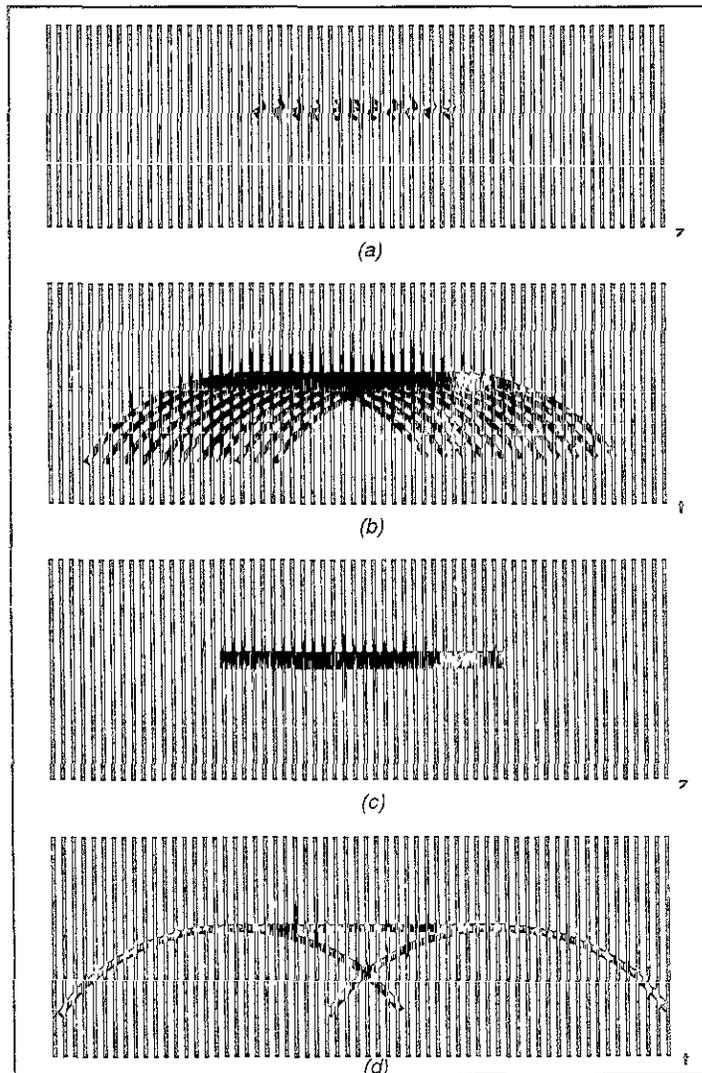


Figura 5.25 (a) y (b) Traslape de hipérbolas de puntos difractores. (c) y (d) Difracciones en las esquinas de un cuerpo rectangular.

V.7.3 Métodos de migración

V.7.3.1 Migración de Kirchhoff

La migración de Kirchhoff o migración de difracción es una técnica de aproximación, la cual está basada en un registro de *zero-offset* (transmisor y receptor coincidentes) con difracciones hiperbólicas que son migradas a puntos incluyendo la suma de amplitudes a lo largo de la hipérbola. La idea general de este método está representada en la Figura 5.26. Para un punto B de la hipérbola se obtiene el tiempo para migrarlo a la posición A por medio de la siguiente ecuación:

$$t^2(x) = t^2(0) + \frac{x^2}{v^2} \quad (5.19)$$

El proceso se repite para cada punto sobre la hipérbola hasta colapsarla a un punto. Posteriormente las amplitudes de los puntos se suman entre sí para dar la amplitud resultante en el ápex de la hipérbola. Adicionalmente la migración de Kirchhoff incorpora factores de corrección de oblicuidad de la hipérbola y por divergencia esférica. La ventaja de este método es que colapsa satisfactoriamente las hipérbolas y corrige inclinaciones pronunciadas. Sin embargo una de sus desventajas es que la relación señal ruido posterior a la migración no es muy buena.

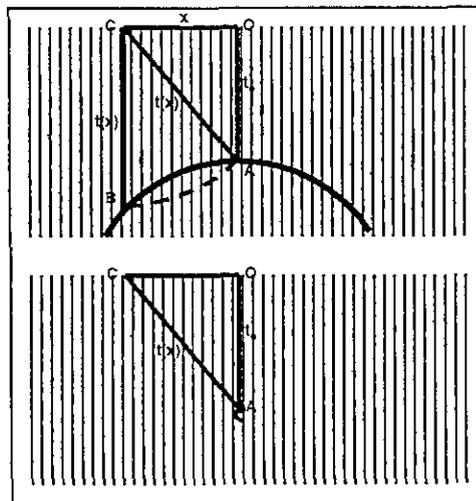


Figura 5.26 Migración de Kirchhoff, cada punto de la hipérbola es trasladado al ápex colapsándola en un punto. Adaptado de Yilmaz, (1987).

V.7.3.2 Migración por diferencias finitas

La migración por diferencias finitas está basada en la teoría de la *continuación de los campos*. La continuación es un método de procesamiento conocido en los campos de gravedad y magnético. Utilizando la propiedad de continuación de los campos, que nos permite determinar el campo de ondas sobre cualquier superficie si lo conocemos completamente en $z=0$. Por ejemplo si hacemos una continuación hacia abajo obtendríamos la respuesta para diferentes profundidades como si moviéramos los receptores a estas profundidades, al llegar a cierta profundidad obtendríamos la sección migrada. La Figura 5.27 ilustra cualitativamente como se

realiza el proceso de migración. Este método es efectivo para migrar inclinaciones hasta de 45° en lugares de baja relación señal-ruido. La desventaja es que el tiempo de procesamiento es muy largo.

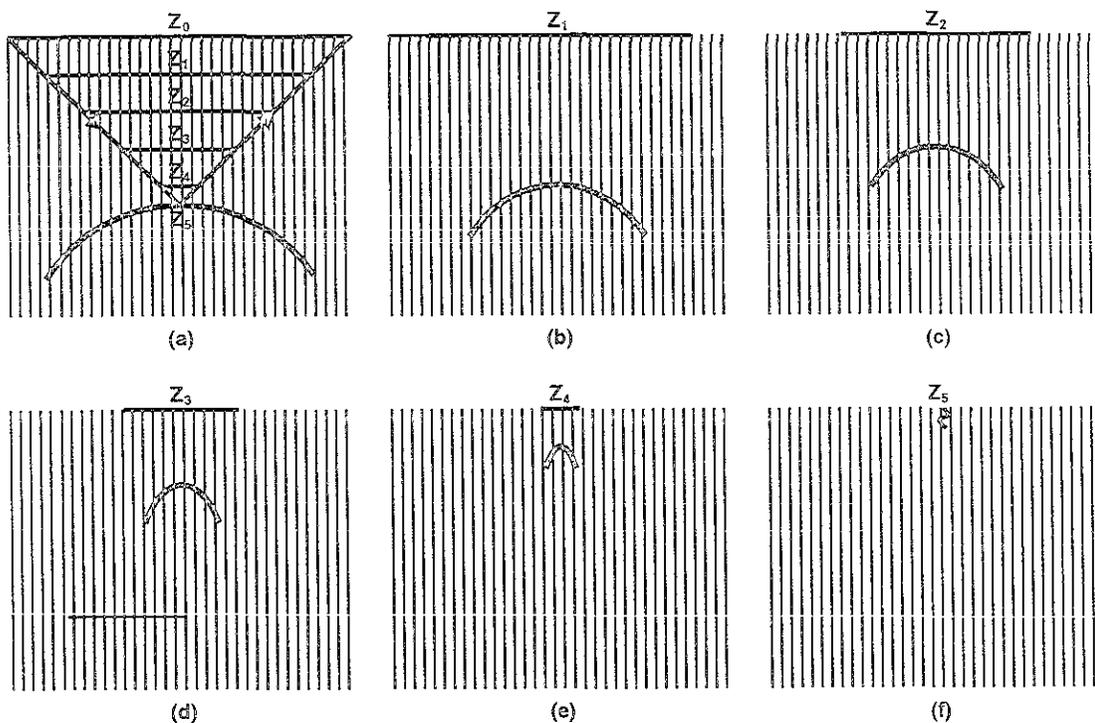


Figura 5.27 Migración por diferencias finitas. Adaptado de Yilmaz, (1987).

V.7.3.3 Migración frecuencia-número de onda (f-k)

La migración frecuencia-número de onda trabaja con la ecuación de onda y la transformada de Fourier bidimensional. El método traslada los eventos del dominio espacio-tiempo (x, t) al dominio frecuencia-número de onda $(f-k)$. La migración de un evento inclinado es ilustrada en el dominio $(f-k)$ en la Figura 5.28. En la Figura 5.28.a se muestra el evento premigrado: en el eje vertical se grafica la frecuencia y en el eje horizontal es el número de onda k_x . En la Figura 5.28.b se muestra el evento posterior a la migración; en el eje vertical se grafica el número de onda k_z asociado a la profundidad y el eje horizontal el número de onda k_x . En el plano (f, k_x) las líneas de frecuencia constante AB se convierten en arcos AB' en el plano (k_z, k_x) y el evento OB se transforma en OB' . Además el ángulo de inclinación θ posterior a la migración es más grande que el ángulo ϕ anterior a la migración.

Si ahora examinamos una hipérbola en el dominio $(x-t)$ y en el dominio $(f-k)$, (Figura 5.29) y consideramos que está formada de una serie de segmentos inclinados A, B, C, D, E , se observa que el segmento con cero inclinación (A) está en el ápex y el más inclinado (E) está muy cercano a una de las asíntotas. En el dominio $(f-k)$ el segmento A está en el eje de la frecuencia mientras que los segmentos B, C, D, E se presentan como líneas radiales. Está es la representación de una hipérbola formada de una serie de segmentos discretos inclinados. Si ahora consideramos el caso de una hipérbola continua

(Figura 5.30.a), observamos que en el dominio (f-k) se muestra con la forma de un abanico (Figura 5.30.b), si aplicamos migración tiene la apariencia de un abanico abierto (Figura 5.30.c), y si volvemos al dominio (x- t) el abanico abierto se convierte en un punto (Figura 5.30.d). Las ventajas de este método son su gran velocidad de procesamiento, su baja relación señal-ruido y es bueno para migrar inclinaciones pronunciadas. Una de sus desventajas es que no trabaja bien cuando existen variaciones de velocidad laterales.

Los diferentes métodos de migración deben ser aplicados según las características del problema, pues un método puede ser eficiente para migrar un conjunto de datos pero puede no serlo para otro. Para GPR está técnica de procesamiento se ha aplicado recientemente, destacándose los trabajos de Fisher, et al., (1992), Fisher, et al., (1994) y Young, et al., (1995).

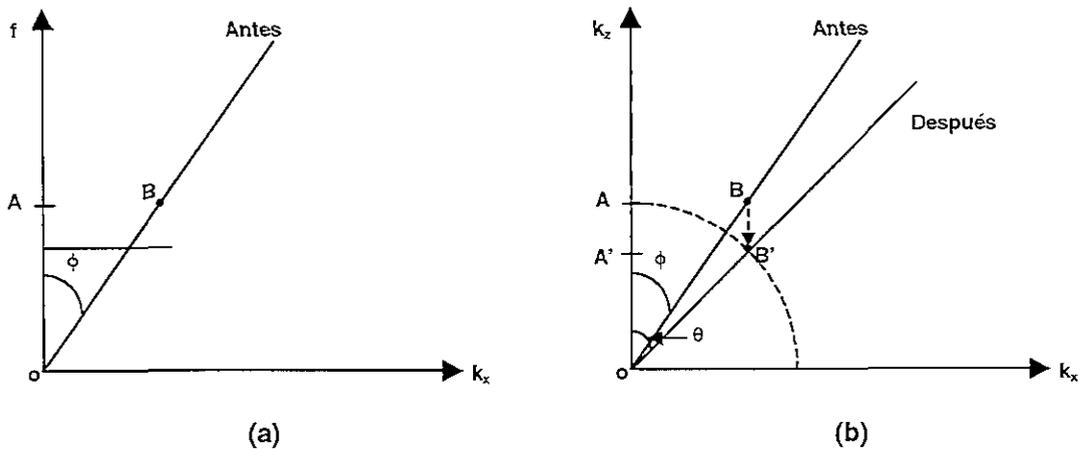


Figura 5.28 Migración en el dominio f-k. Adaptado de Yilmaz, (1987).

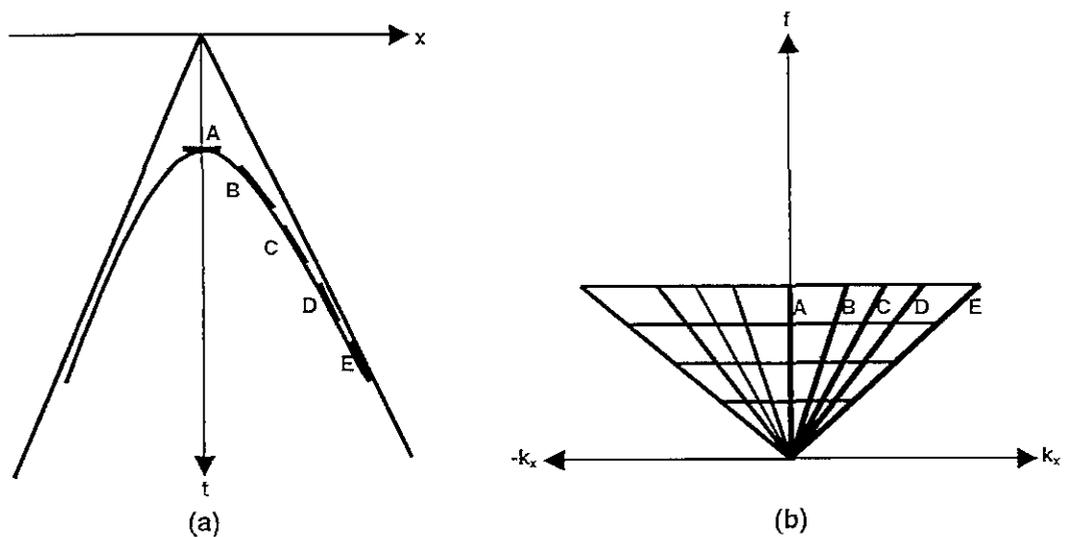
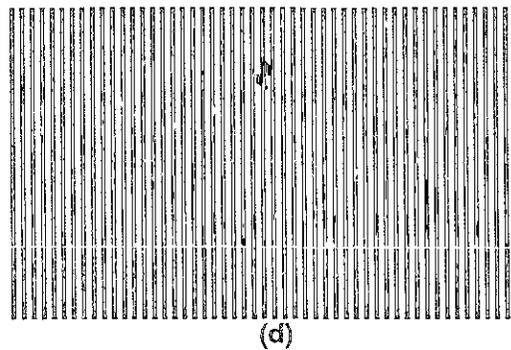
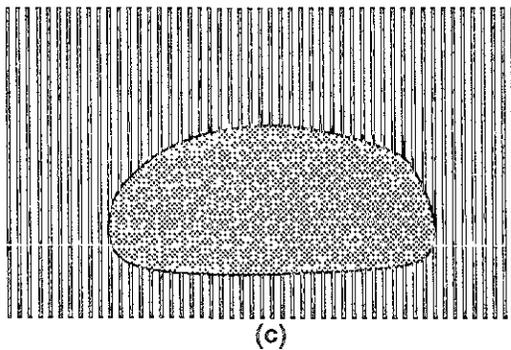
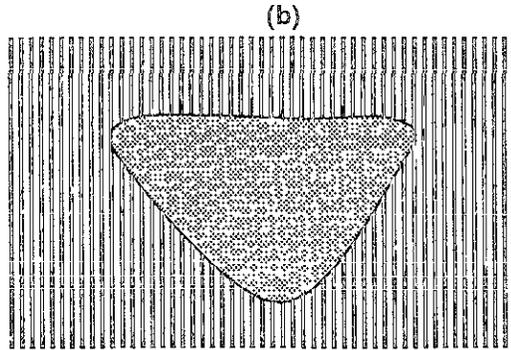
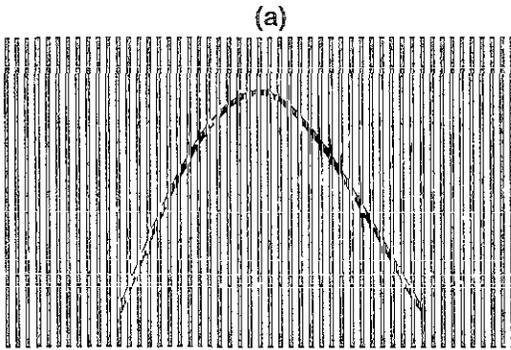


Figura 5.29 Mapeo de una hipérbola en el plano (f, k). Adaptado de Yilmaz, (1987).

Sección en el dominio de (x-t)

Sección en el dominio de (f-k)



Sección migrada en el dominio de (f-k)

Sección migrada en el dominio de (x-t)

Figura 5.30 Migración por el método de frecuencia-número de onda. Adaptado de Yilmaz, (1987).

Los siguientes ejemplos ilustran como se aplica el método de migración de Kirchhoff para remover las difracciones de tanques cilíndricos de almacenamiento y tuberías. La Figura 5.31.a muestra cinco tanques con gasolina enterrados a 1 m de profundidad aproximadamente. Las difracciones hiperbólicas fueron colapsadas por medio de la migración de Kirchhoff, (Figura 5.31.b). La ventana de tiempo en el radargrama es de 60 ns, la distancia sobre la horizontal de 10 m y la frecuencia de la antena empleada fué de 500 MHz. Por otro lado la Figura 5.32.a muestra un radargrama de la infraestructura urbana que incluye cableado telefónico, tuberías de agua potable y de gas. La Figura 5.32.b muestra el radargrama después de aplicar la migración para colapsar las difracciones hiperbólicas de las tuberías. La ventana de tiempo es de 50 ns, la distancia sobre la horizontal de 5 m aproximadamente y la frecuencia de la antena de 500 Mhz. En estos ejemplos, la migración resultó útil para localizar con mayor precisión los tanques de almacenamiento y las tuberías. No siempre es recomendable aplicar la migración sobre todo si se conoce poco del área de estudio y no se tiene claro el objetivo del trabajo, debido a que una sección migrada como en los ejemplos anteriores puede, algunas veces, ser más difícil de interpretar que la sección sin migrar.

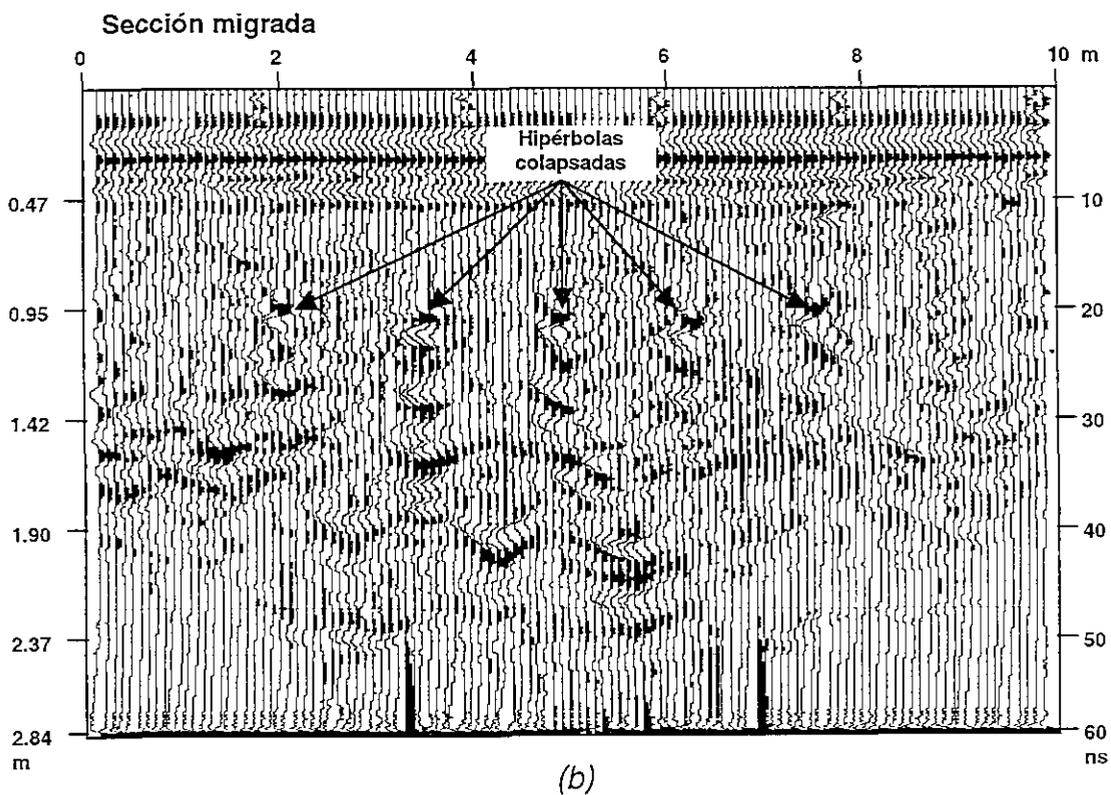
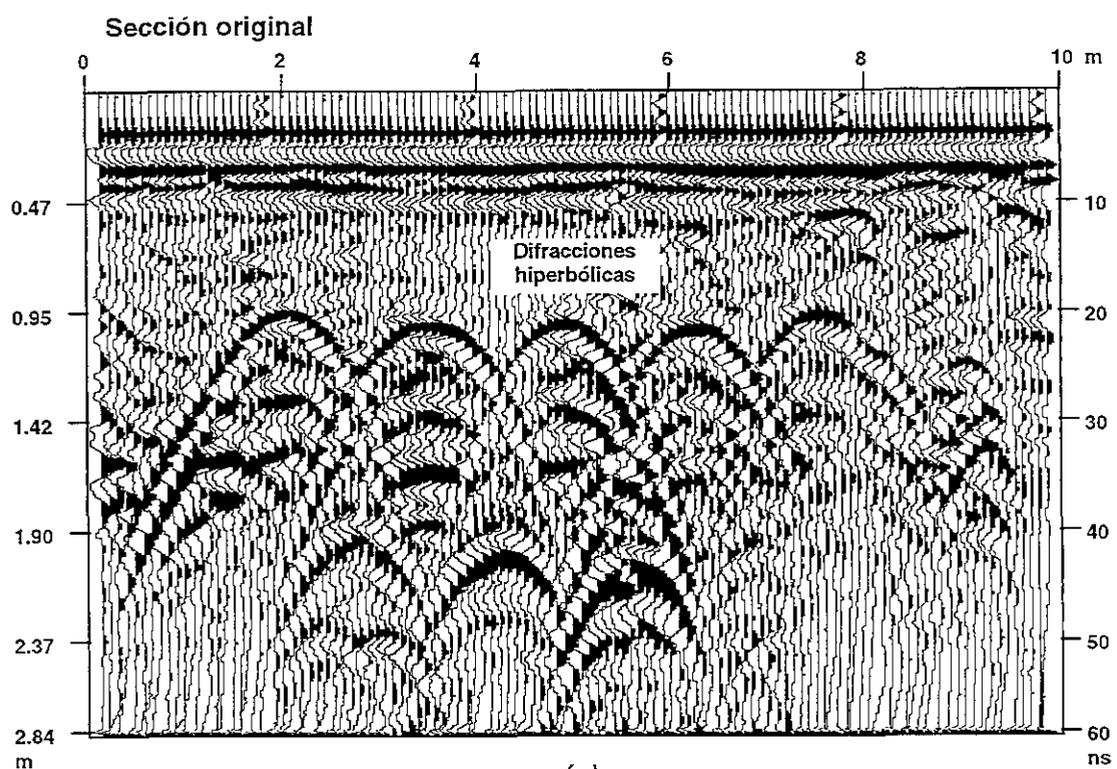


Figura 5.31 Migración de difracciones de tanques de almacenamiento (GSSI).

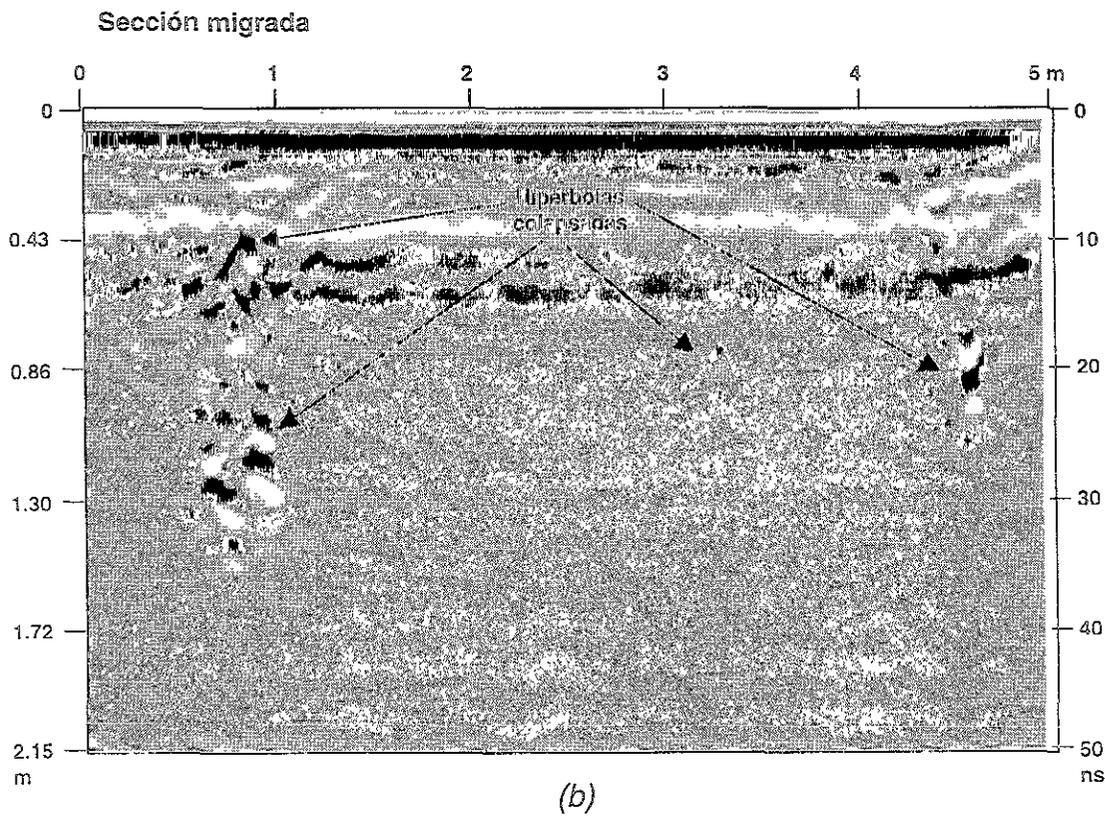
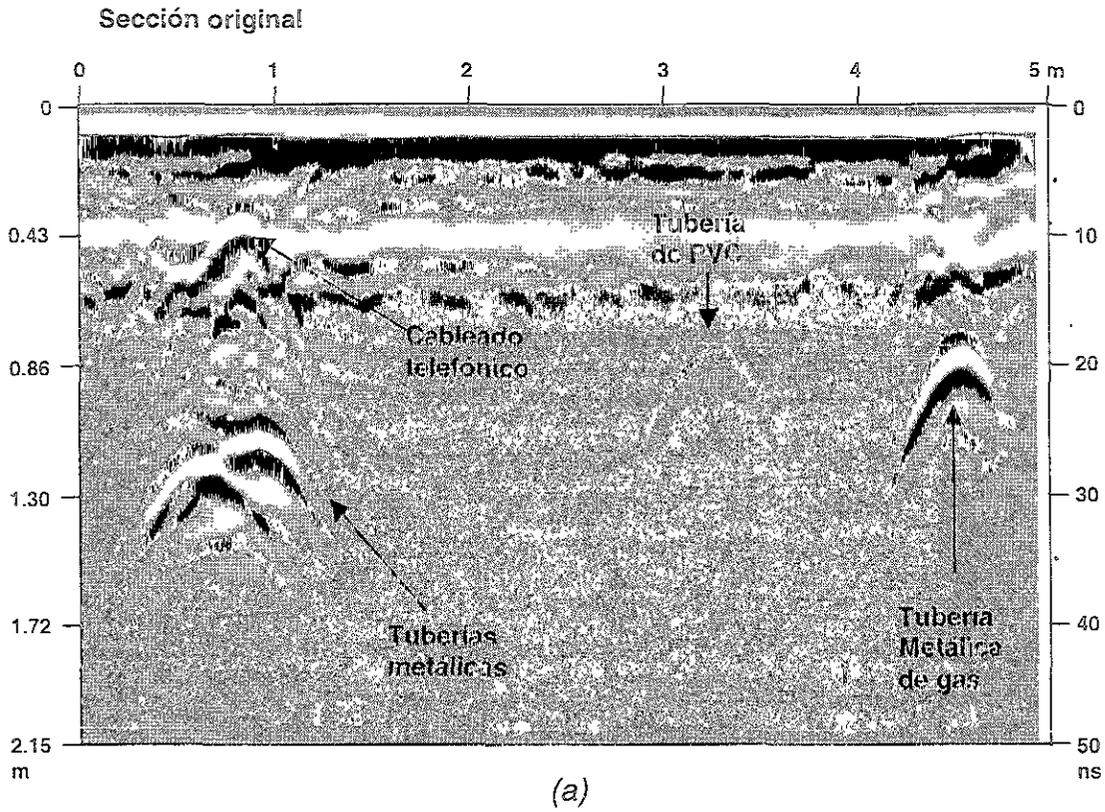


Figura 5.32 Migración de difracciones de tuberías (GSSI).

V.8 Transformada de Hilbert

La amplitud y la geometría del reflector es el tipo de información primaria usada para interpretar los datos de GPR. Los datos en el dominio del tiempo están definidos por el tiempo y la amplitud de los pulsos reflejados. Otra forma adicional de analizar los datos es por la información de magnitud, fase y frecuencia. La transformada de Hilbert expresa la relación entre la magnitud y la fase de una señal o entre las partes real e imaginaria; pudiendo siempre reconstruir la fase de la señal a partir de la magnitud y viceversa. Similar al procesamiento de datos sísmicos en GPR, la señal analítica, (Figura 5.33) se puede expresar de la siguiente manera:

$$s(t) = x(t) + iy(t) \quad \text{Traza compleja} \quad 5.20$$

$$x(t) \quad \text{Radargrama} \quad 5.21$$

$$y(t) = H[x(t)] \quad \text{Cuadratura} \quad 5.22$$

H = Transformada de Hilbert de la señal real con corrimiento de fase de 90°

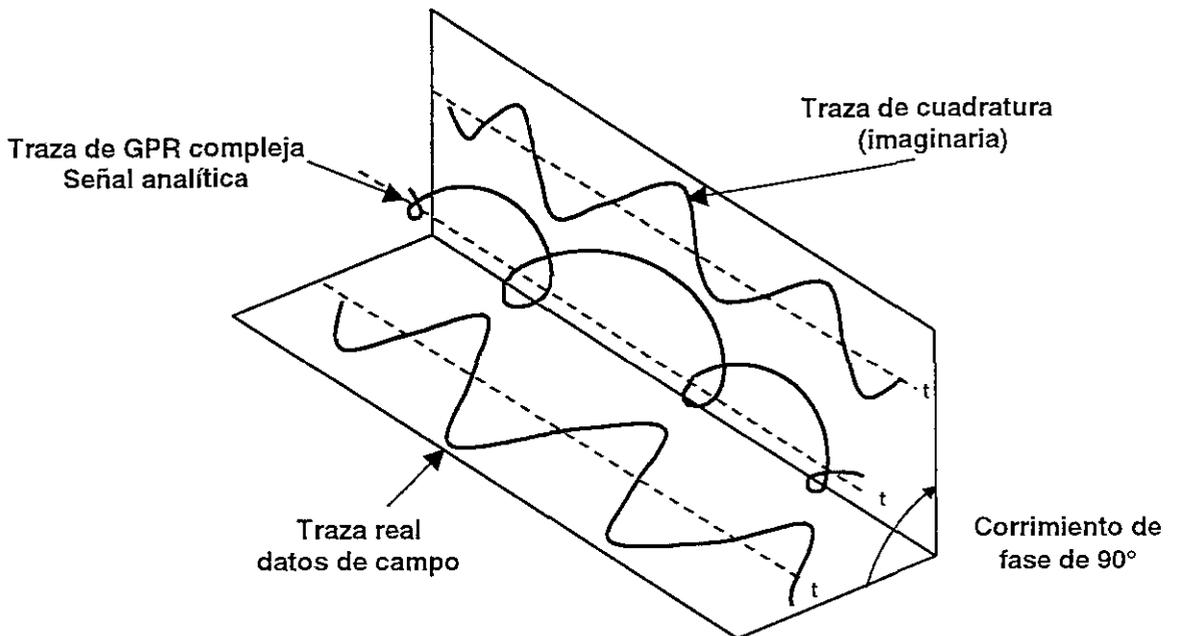


Figura 5.33 La traza compleja, la proyección sobre el plano real y la proyección sobre el plano imaginario (traza de cuadratura). La transformada de Hilbert es empleada para obtener la señal de cuadratura a partir de la señal real (datos obtenidos en campo).

La transformada de Hilbert de la señal real para obtener la señal imaginaria o de cuadratura se obtiene a partir de la siguiente expresión:

$$y(t) = [x(t)] * \left(\frac{1}{\pi t} \right) \quad 5.23$$

La ecuación 5.20 la podemos representar en forma polar como:

$$s(t) = A(t)e^{i\phi(t)} \quad 5.24$$

En donde:

$$A(t) = [x^2(t) + y^2(t)]^{\frac{1}{2}} \quad \text{Magnitud de la envolvente} \quad 5.25$$

$$\phi(t) = \tan^{-1} \left[\frac{y(t)}{x(t)} \right] \quad \text{Fase instantánea} \quad 5.26$$

La frecuencia instantánea es determinada por la derivada de la fase:

$$\omega(t) = \frac{d\phi(t)}{dt} \quad \text{Frecuencia instantánea} \quad 5.27$$

La información que nos pueden proporcionar estos parámetros, llamados atributos de la traza compleja, es muy útil para destacar características sutiles del medio que de otra forma serían difíciles de apreciar, por ejemplo:

- La magnitud de la envolvente es un indicador del grado de energía reflejada y es muy útil para diferenciar las regiones intensamente más reflectivas
- La fase instantánea es útil para determinar la continuidad de los eventos y para delinear fracturas, fallas, estratigrafía e identificar discontinuidades laterales
- La frecuencia instantánea nos indica como el medio está filtrando nuestra señal; frecuencias bajas indican que el medio está actuando como un filtro pasa bajas, frecuencias altas indican un área de muchas reflexiones con poco filtrado por parte del medio. Generalmente es una herramienta de correlación pues la frecuencia de un evento podrá variar en base a cambios litológicos, de espesor o en las interfaces.

Las siguientes figuras ilustran el empleo de estos atributos para determinar ciertos rasgos que pueden ayudarnos en la interpretación de los datos. La sección fue adquirida sobre un área contaminada por hidrocarburos, la antena empleada fue de 200 MHz, la ventana de tiempo de 100 ns y la profundidad total de 5 m aproximadamente:

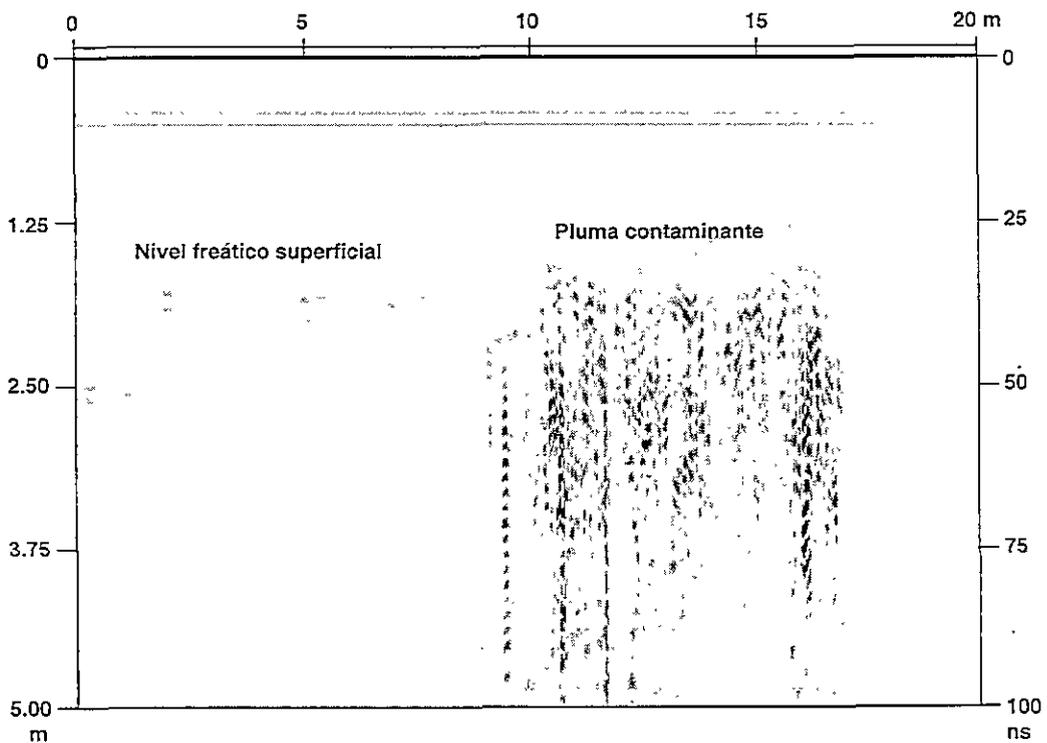


Figura 5.34.a Sección original (GSSI)

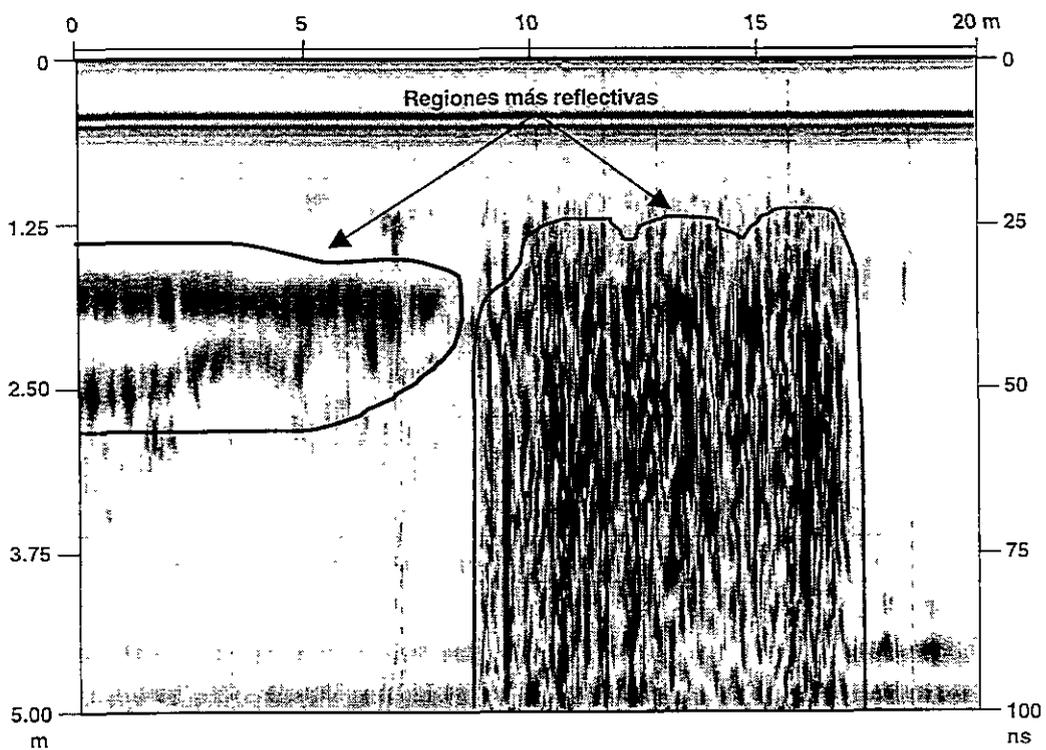


Figura 5.34.b Sección en magnitud (GSSI)

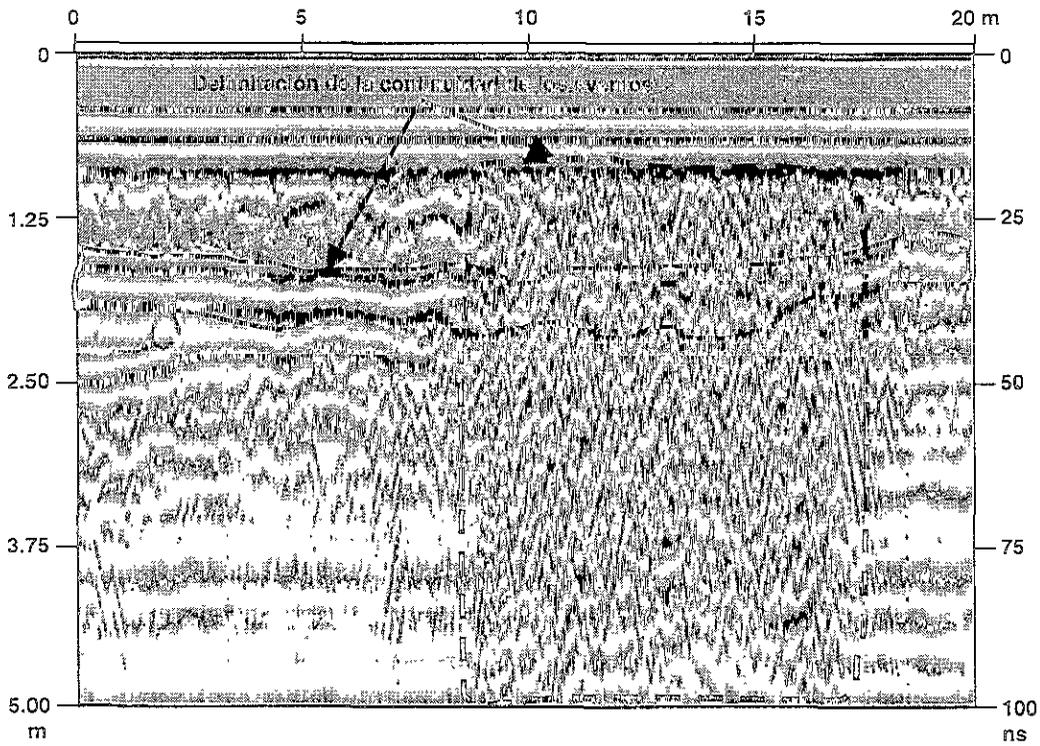


Figura 5.34.c Sección en fase (GSSI)

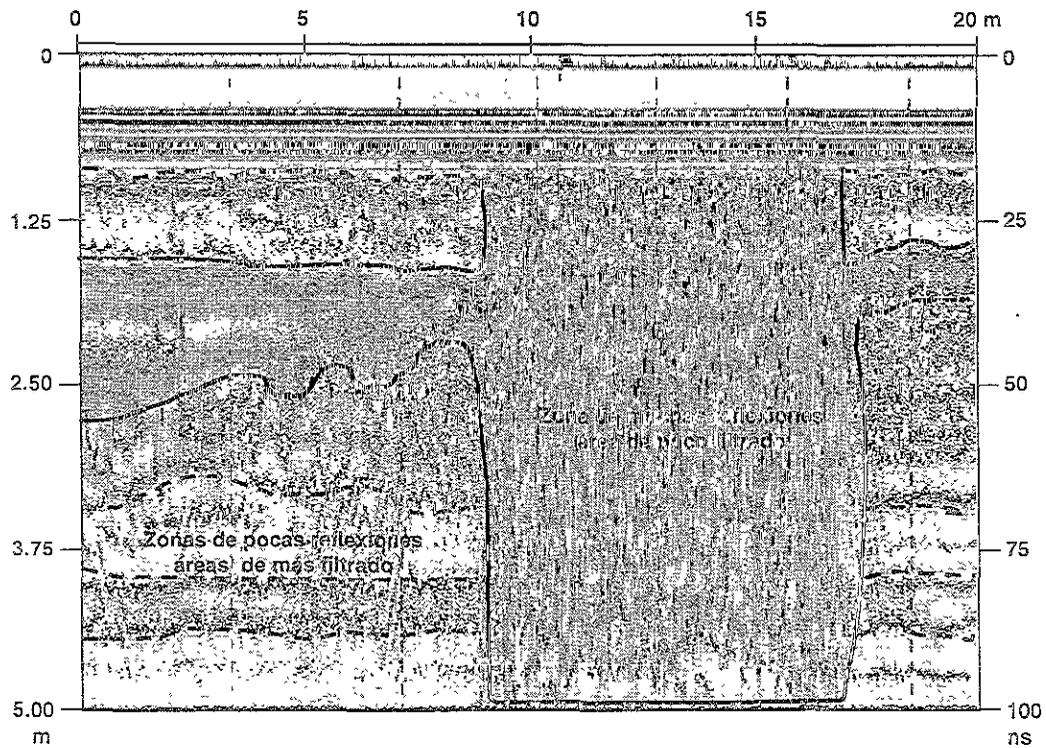


Figura 5.34.d Sección en frecuencia (GSSI)

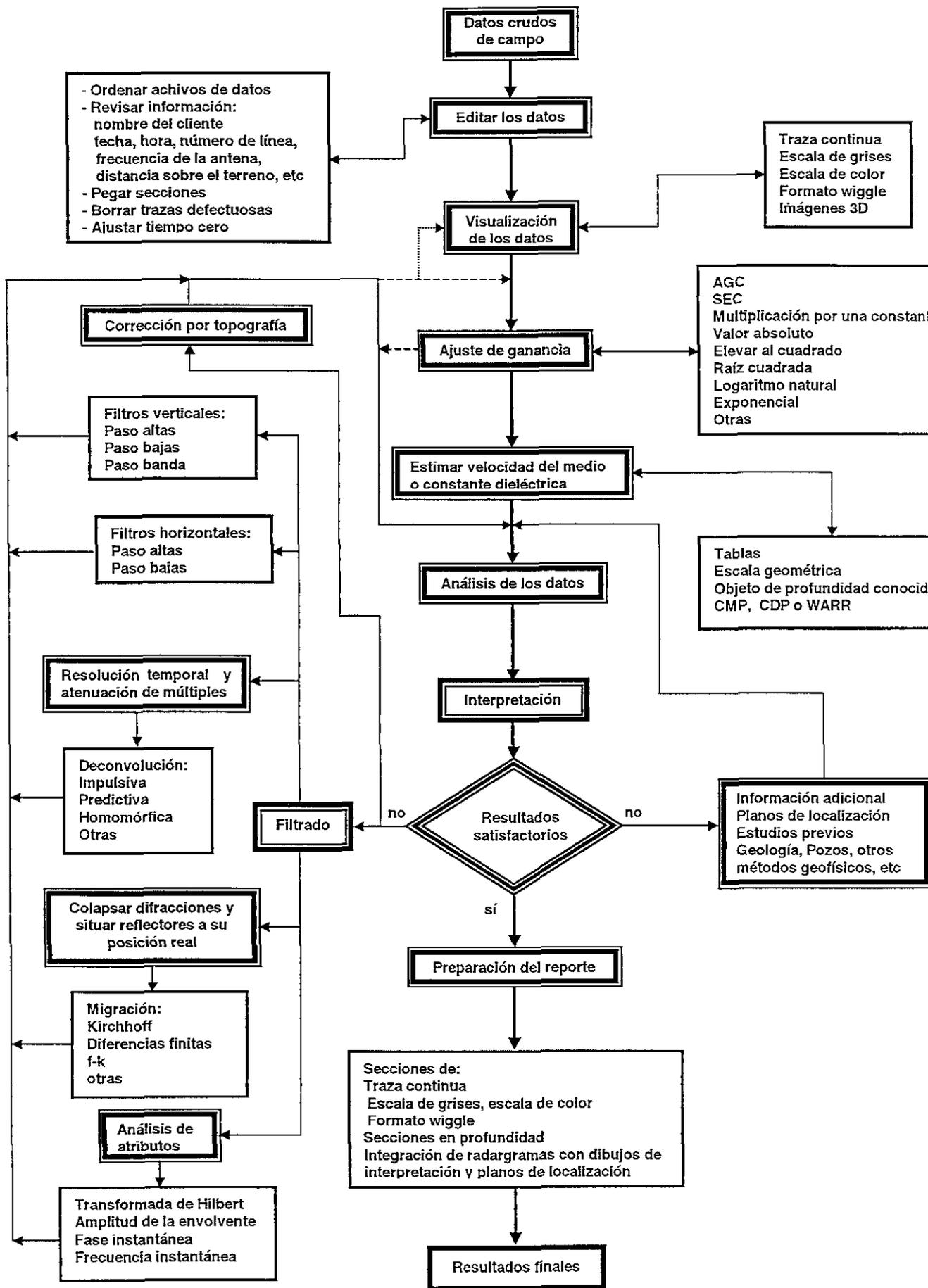


Figura 5.35 Diagrama de procesamiento para datos de GPR

VI EJEMPLOS DE APLICACIÓN

El radar de penetración terrestre (GPR) es un método de alta resolución y uno de los más rápidos de implementar en campo, además de ser una técnica no destructiva que nos proporciona un perfil continuo del medio. Dentro de las áreas de aplicación del GPR, otros métodos de prospección geofísica como el sísmico, los de resistividad, el magnético, el gravimétrico y las perforaciones directas, ofrecen información con una baja resolución y en algunos casos puntual además de llevar un tiempo de campo mucho mayor. El GPR es empleado para una gran variedad de aplicaciones superficiales, como el mapeo de estructuras geológicas, localización de infraestructura urbana, investigaciones en suelos, medio ambiente, geotecnia, minería y arqueología, entre otras. La aplicación en diversos problemas de ingeniería y la capacidad de resolución de la información adquirida con esta técnica de prospección será discutida en el presente capítulo con algunos ejemplos de aplicación.

VI.1 Evaluación de las respuestas de GPR en un campo de pruebas

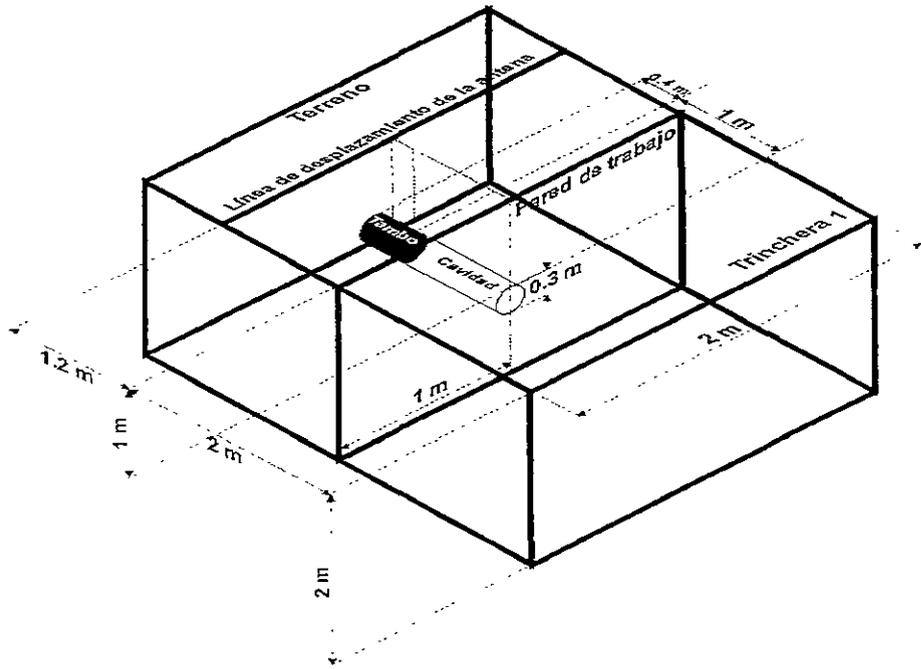
Evaluar las respuestas de GPR en condiciones controladas es muy importante para saber que tipo de respuesta se debe esperar, sin embargo son varios los factores que afectan la amplitud de las reflexiones tales como la porosidad, la humedad, la constante dieléctrica y la conductividad de los materiales, que en el trabajo en campo es difícil cuantificar. El objetivo de este estudio es evaluar y cuantificar las respuestas de diferentes objetos de geometría simple, rellenos con diferentes materiales en una prueba controlada, así como utilizar algunas técnicas de procesamiento para mejorar la calidad de los datos.

VI.1.1 Preparación del campo de pruebas

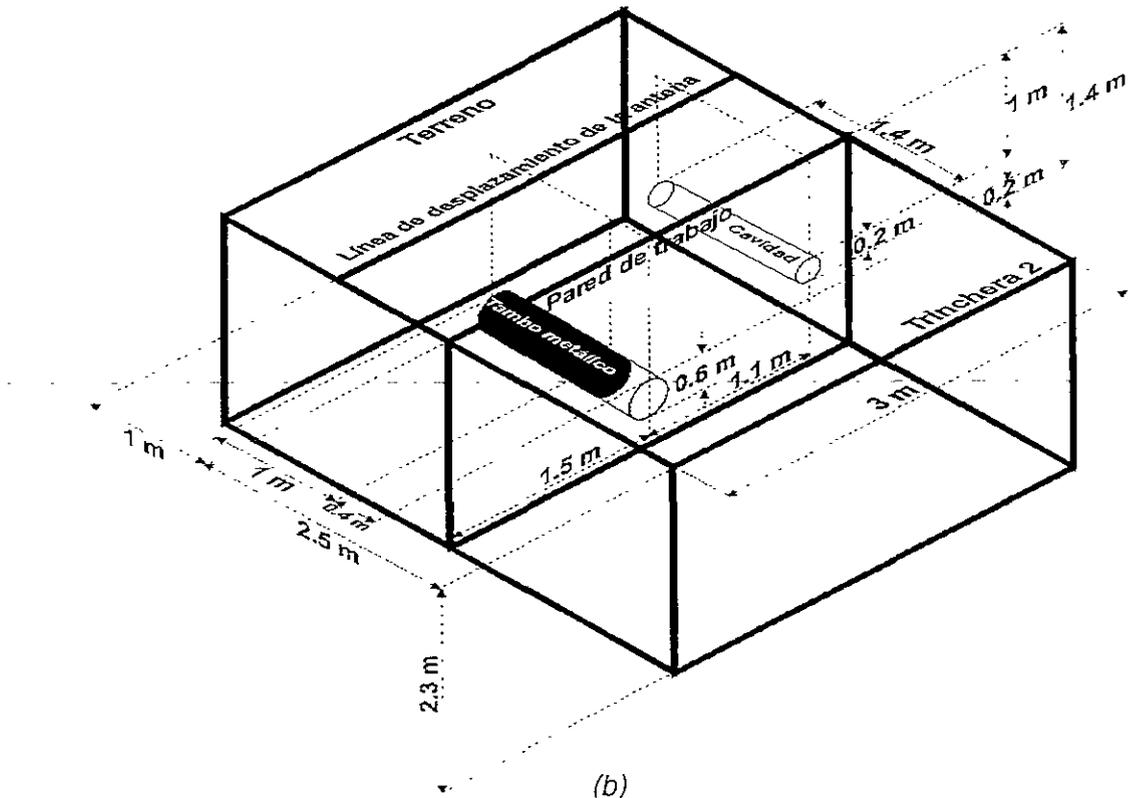
Para llevar a cabo la prueba controlada se ha establecido una serie de criterios para los objetos rellenos con diferentes materiales con el objeto de estandarizar el experimento. Estos son los siguientes:

- a) Los objetos son de geometría simple (cilindros)
- b) El material encajonante se considera uniforme
- c) La topografía del terreno es plana
- d) Las propiedades eléctricas de los materiales son constantes

La preparación del campo de pruebas consistió en excavar dos trincheras, una de 2 x 2 x 2 m y otra de 2.5 x 3 x 2.3 m, en cuyas paredes se colocaron tambos de plástico rellenos con diferentes materiales y un tambo metálico además de que se excavó una cavidad cilíndrica. Los detalles geométricos de ambas trincheras se ilustran en la Figura 6.1. Los objetos enterrados tienen características que son representativas de objetos o estructuras que se encuentran comúnmente en exploración con GPR. Los detalles de los objetos son mostrados en Tabla 6.1.



(a)



(b)

Figura 6.1 Representación geométrica de las trincheras excavadas

Objeto	Diámetro (m)	Longitud (m)	Profundidad de la cima (m)
Tambo de plástico con aire	0.30	0.40	1.00
Tambo de plástico con limadura metálica y aire	0.30	0.40	1.00
Tambo de plástico con agua dulce	0.30	0.40	1.00
Tambo de plástico con agua salada	0.30	0.40	1.00
Tambo metálico	0.60	1.00	1.40
Cavidad artificial	0.20	1.40	1.00

Tabla 6.1 Características de los objetos enterrados

VI.1.2 Características del campo de pruebas

El terreno donde se realizaron las pruebas se encuentra en el Municipio de Ixtapaluca, Estado de México, antigua zona lacustre parte del Lago de Texcoco. Está constituido por material de grano fino, en su mayoría de arcillas y por algunos fragmentos de roca de diversos tamaños que se encuentran distribuidos en forma irregular. El grado de saturación de las arcillas aumenta gradualmente a partir del primer metro de profundidad. Algunos de los parámetros electromagnéticos calculados basándose en la información superficial del campo fueron los siguientes:

- Resistividad aparente $\rho = 800 \text{ } (\Omega \cdot \text{m})$
- Conductividad $\sigma = 1.25 \text{ } (\text{mS/m})$
- Constante dieléctrica $K=9$
- Atenuación en el medio $\alpha = \frac{1.69 \sigma}{\sqrt{K}} = 0.704 \text{ } (\text{dB/m})$ (6.1)

La constante dieléctrica fue calculada a partir de los datos de tiempo y profundidad de un objeto conocido, suponiendo que el material es homogéneo lineal e isotrópico y que existe una distribución lineal de la constante dieléctrica, Esta se calculó a partir de la siguiente ecuación:

$$K = \left[\frac{ct}{2h} \right]^2 \quad (6.2)$$

En donde:

c = velocidad de la luz en el vacío (0.3 m/ns)

K = constante dieléctrica del medio

h = profundidad de la cima del objeto (m)

t = tiempo doble de propagación (ns)

Como observamos, al menos superficialmente el medio (material encajonante) tiene una conductividad media y la atenuación no es muy alta, por lo que ofrece condiciones razonables para el trabajo con GPR. Ahora calcularemos si se podrá generar una respuesta detectable al interaccionar la señal con el material encajonante y con los diferentes objetos enterrados en las dos trincheras, a partir del cálculo de la potencia reflectiva, (ecuación 4.36). Los resultados se muestran en la Tabla 6.2, adicionalmente se exponen otros parámetros estimados de los diferentes materiales.

Objeto	Conductividad (mS/m)	Constante dieléctrica	Velocidad (m/ns)	Potencia reflectiva Γ^2
Tambo de plástico con aire	0	1	0.3	0.25
Tambo de plástico con limadura metálica y aire	1×10^6	1	7.1×10^{-5}	0.25
Tambo de plástico con agua dulce	0.015	81	0.033	0.25
Tambo de plástico con agua salada	3000	81	0.01	0.25
Tambo metálico	1×10^6	1	7.1×10^{-5}	0.25
Cavidad artificial	0	1	0.3	0.25

Tabla 6.2 Propiedades de los objetos enterrados y potencia reflectiva con el material encajonante

Debido a que existe un contraste en las propiedades eléctricas entre el material encajonante y los diferentes materiales, la potencia reflectiva del medio es mayor que 0.01, además la relación entre la profundidad y las dimensiones laterales de los objetos no excede 10:1, que son algunas de las condiciones teóricas para que se genere una respuesta detectable y el método pueda ser aplicable, Annan, (1992). Las propiedades eléctricas del material encajonante se consideran constantes al menos en el primer metro de profundidad, más allá las condiciones

empiezan a cambiar paulatinamente, encontrando el material más saturado el cual provoca mayor atenuación de la señal.

VI.1.3 Diseño del sondeo y adquisición de los datos

- Para el experimento se utilizó un equipo SIR-10A fabricado por GSSI, (Figura 4.3).
- La selección de la frecuencia de la antena se hizo basándose en la profundidad y dimensiones de los tanques y las cavidades así como a la resolución requerida. Las antenas elegidas fueron las de 300 y 500 MHz, con un ancho de pulso de 3.33 y 2 ns respectivamente, (Tabla 4.3).
- De acuerdo a la profundidad y a las características del medio (Tabla 4.5), la ventana de tiempo (ecuación 4.38) seleccionada para las trincheras fue:
Trincheras 1, antena 500 MHz, ventana de tiempo 50 ns
Trincheras 2, antena 500 MHz, ventana de tiempo 80 ns
Trincheras 2, antena 300 MHz, ventana de tiempo 110 ns
- Los datos fueron adquiridos en modo continuo a una velocidad de arrastre de la antena sobre la superficie del terreno de:

Trincheras 1, antena 500 MHz, $v_s = 0.35$ m/s
Trincheras 2, antena 300 MHz, $v_s = 0.75$ m/s
Trincheras 2, antena 300 MHz, $v_s = 1.30$ m/s
Trincheras 2, antena 500 MHz, $v_s = 0.45$ m/s
Trincheras 2, antena 500 MHz, $v_s = 0.85$ m/s
- En la trinchera 1 la medición se inició un metro antes del borde y finalizó un metro después, mientras que en la trinchera 2 inició tres metros antes y finalizó tres metros después.
- Las trazas por segundo para todos los registros fueron 50 y los puntos por traza de 512.
- La visualización y presentación de los datos fue de traza continua en escala de grises.
- Los datos fueron adquiridos en líneas transversales a los objetos enterrados, (Figuras 6.1a y 6.1b).
- Las Figuras 6.2a, 6.2b, 6.2c y 6.2d, muestran los radargramas originales adquiridos con la antena de 500 MHz en la trinchera 1.
- Las Figuras 6.3a y 6.3b, muestran los radargramas originales adquiridos con la antena de 500 MHz y las figuras 6.4a y 6.4b los adquiridos con la antena de 300 MHz en la trinchera 2.

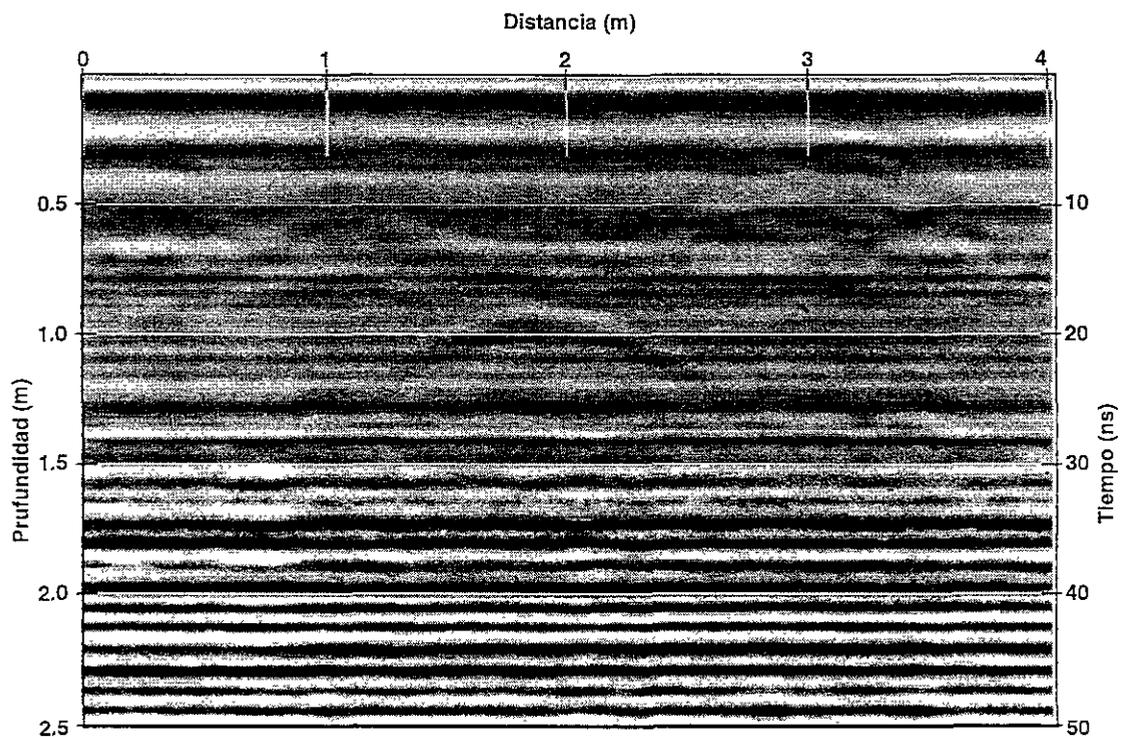


Figura 6.2a Sección original del tambo relleno con aire. Trinchera 1, antena 500 MHz.

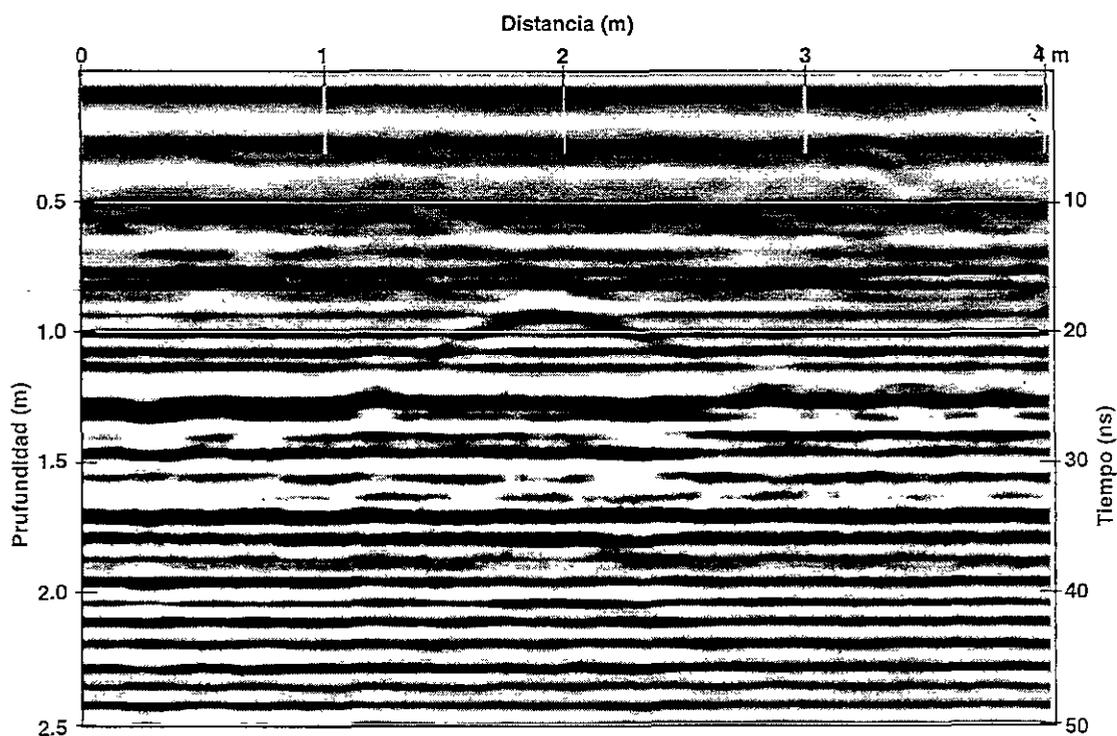


Figura 6.2b Sección original del tambo relleno con agua dulce. Trinchera 1, antena 500 MHz.

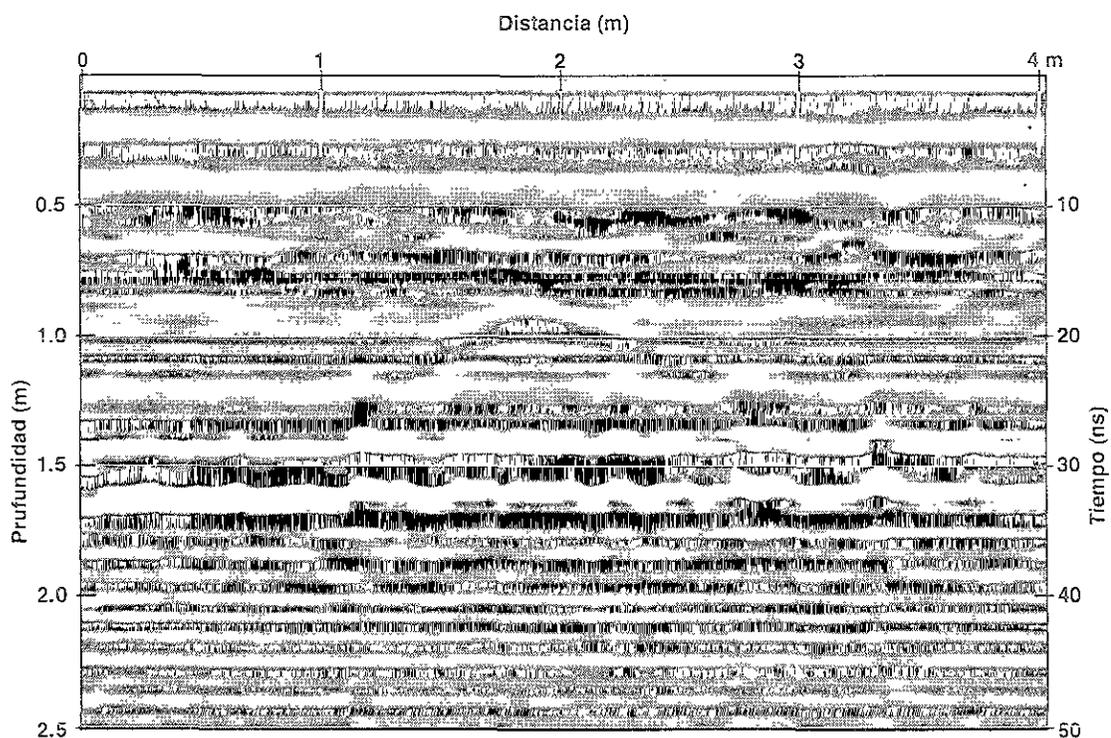


Figura 6.2c Sección original del tambo relleno con limadura metálica y aire. Trinchera 1, antena 500 MHz

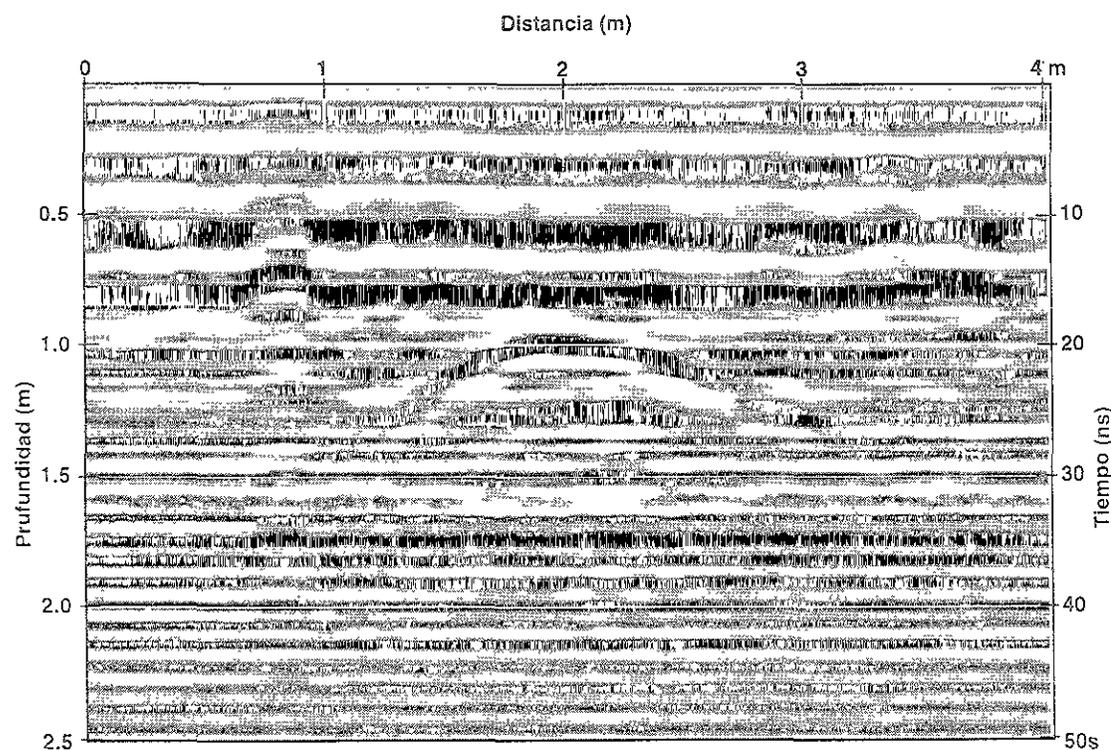


Figura 6.2d Sección original del tambo relleno con agua salada. Trinchera 1, antena 500 MHz.

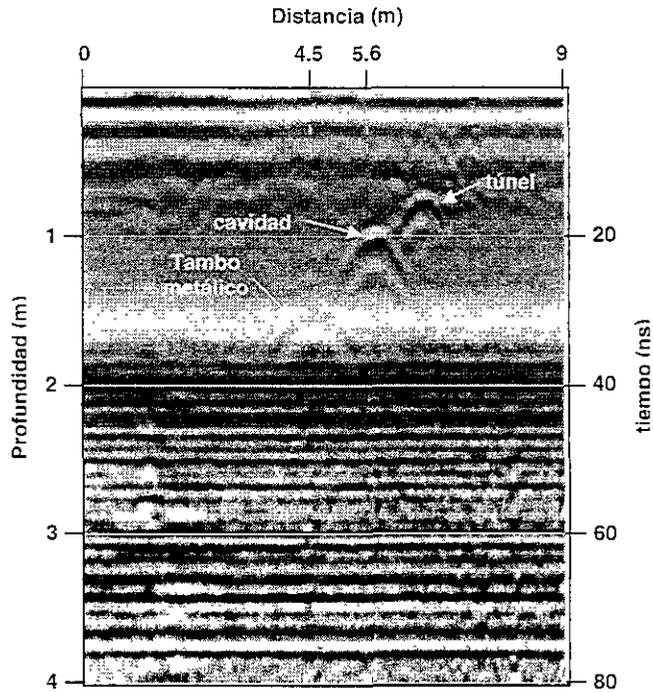


Figura 6.3a Sección original del tambo metálico y cavidad. Trinchera 2, antena 500 MHz, $v_s = 0.85$ m/s

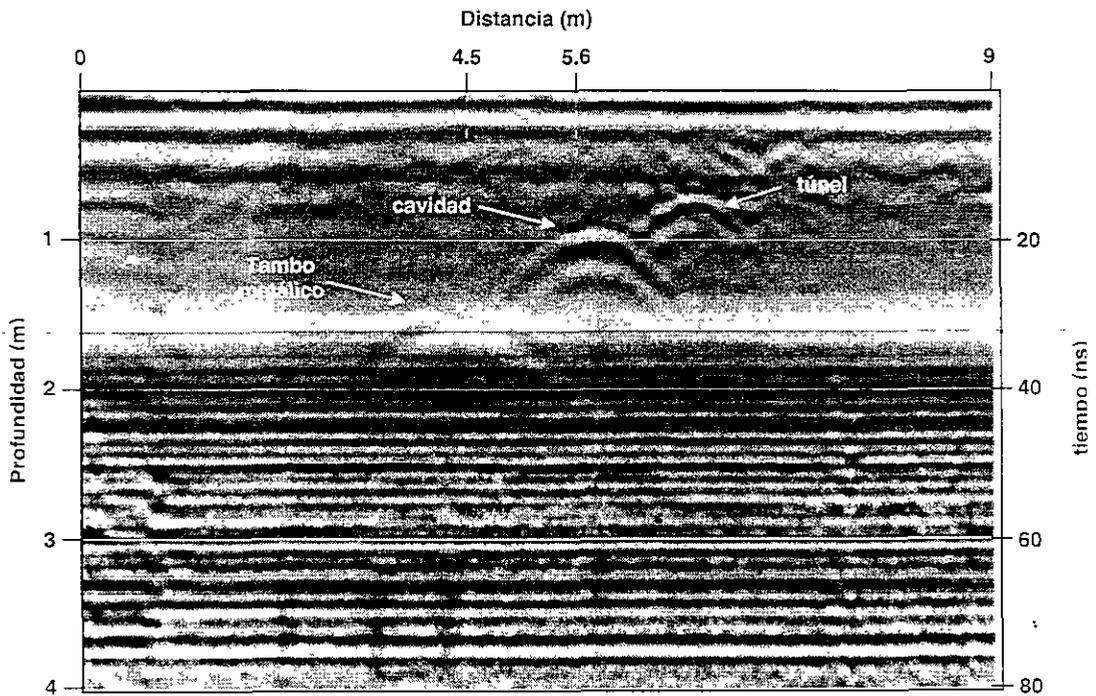


Figura 6.3b Sección original del tambo metálico y cavidad. Trinchera 2, antena 500 MHz, $v_s = 0.45$ m/s

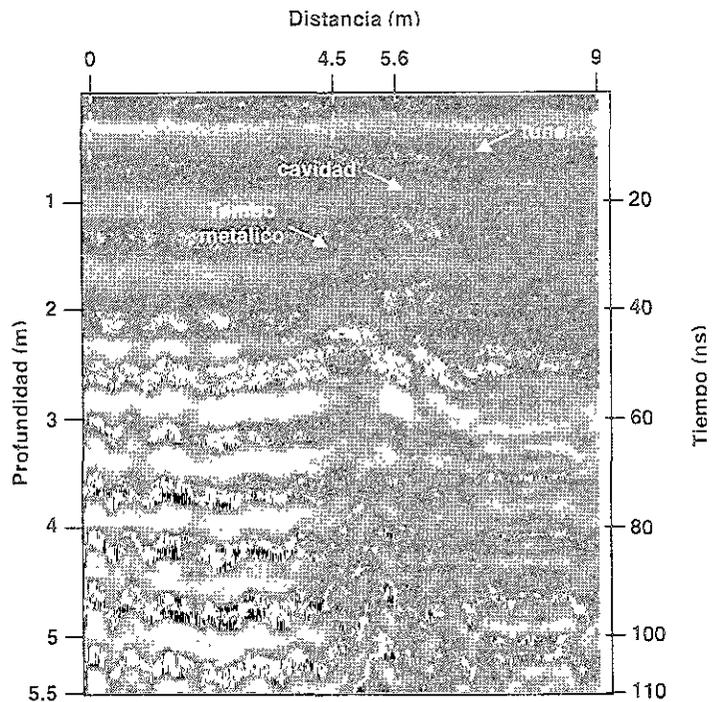


Figura 6.4a Sección original del tambo metálico y cavidad. Trincheras 2, antena 300 MHz, $v_s = 1.3 \text{ m/s}$

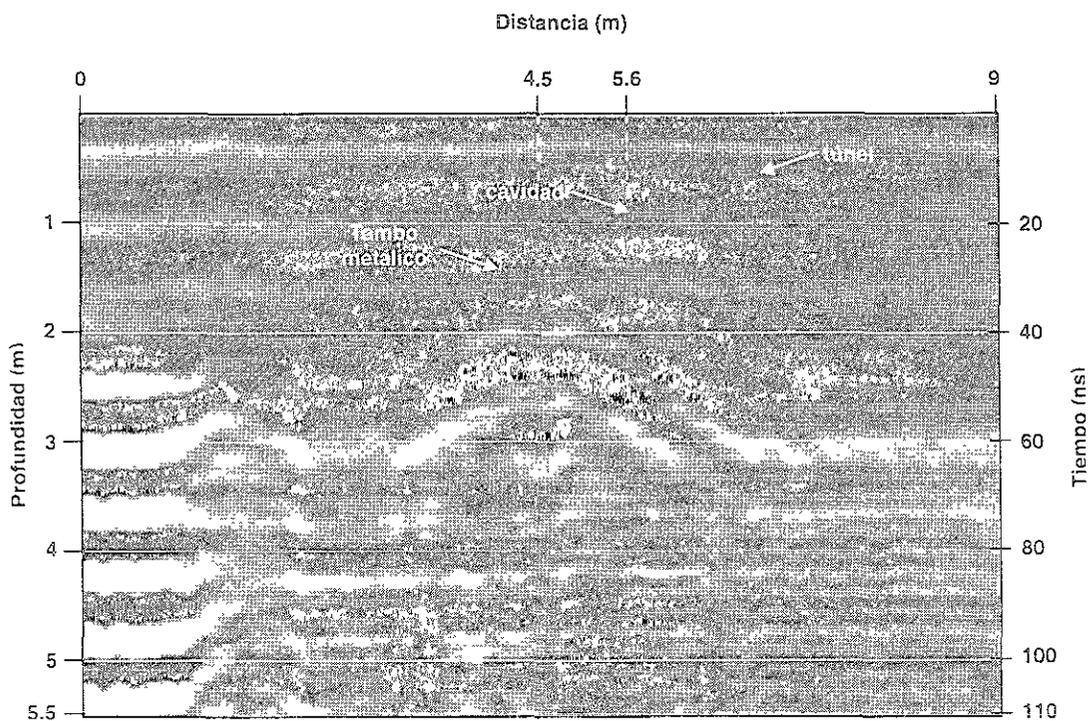


Figura 6.4b Sección original del tambo metálico y cavidad. Trincheras 2, antena 300 MHz, $v_s = 0.75 \text{ m/s}$

VI.1.4 Procesamiento de datos

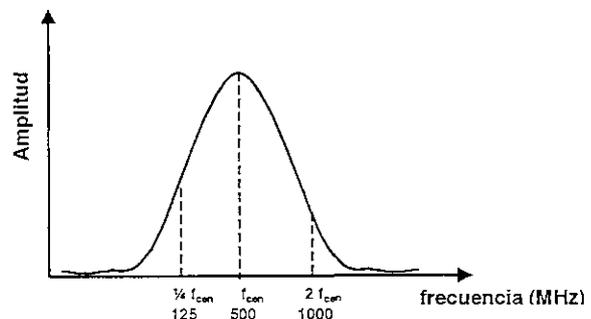
El procesamiento fue realizado para enfatizar los reflectores y mejorar la relación señal-ruido por medio del ajuste de ganancias. Los filtros verticales y horizontales fueron empleados para suprimir frecuencias fuera de un ancho de banda preestablecido y eliminar eventos de determinada duración espacial. La deconvolución se utilizó para incrementar la resolución temporal y para tener una imagen más nítida de los reflectores. La migración se aplicó a cada sección para colapsar las hipérbolas y poder situar a cada reflector en su posición real. Finalmente, la transformada de Hilbert en magnitud se empleó para mostrar el grado de energía reflejada y para diferenciar las regiones intensamente más reflectivas. Los pasos del procesamiento aplicados a cada una de las secciones fueron:

Tambos de plástico rellenos de aire, agua dulce, limadura metálica con aire y agua salada, velocidad de desplazamiento $v_s = 0.35$ m/s, antena 500 MHz.

- Ajuste de ganancia, multiplicación por una constante (2)
- Filtros verticales.

Pasa bajas = 1000 MHz

Pasa altas = 125 MHz



- Filtros horizontales
- Paso altas (*background removal*), $N = 299$ trazas
- Paso bajas (*running average*), $N = 3$ trazas
- Deconvolución (*predictiva*), longitud del operador $L = 20$
- Migración (*tipo Kirchhoff*), velocidad relativa $v_r = 0.68$
- Transformada de Hilbert (*en magnitud*)

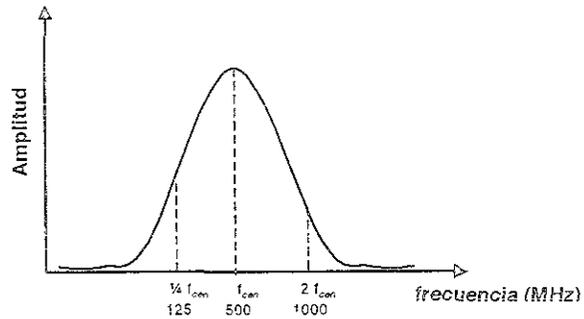
Tambo metálico y cavidad vacía. Velocidad de desplazamiento $v_s = 0.45$ m/s, antena 500 MHz

- Ajustes de ganancia, multiplicación por una constante (1.4)

- Filtros verticales.

Pasa bajas = 1000 MHz

Pasa altas = 125 MHz



- Filtros horizontales

Pasa altas (*background removal*), N = 399 trazas

Pasa bajas (*running average*), N = 6 trazas

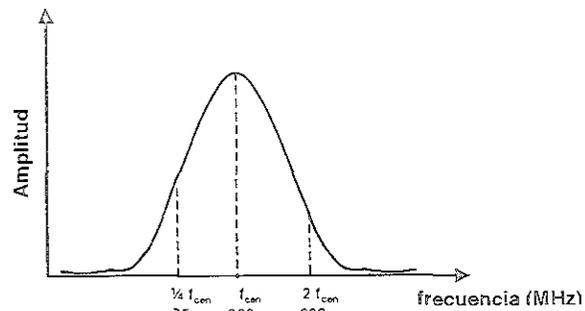
- Deconvolución (*predictiva*), longitud del operador L=13
- Migración tipo (*Kirchhoff*), velocidad relativa $v_r = 0.83$
- Transformada de Hilbert (*en magnitud*)

Tambo metálico y cavidad vacía. Velocidad de desplazamiento $v_s = 0.75$ m/s, antena 300 MHz

- Ajustes de ganancia, multiplicación por una constante (1.4)
- Filtros verticales.

Pasa bajas = 600 MHz

Pasa altas = 75 MHz



- Filtros horizontales

Paso altas (*background removal*), N = 169 trazas

Paso bajas (*running average*), N = 6 trazas

- Deconvolución (*predictiva*), longitud del operador L=38
- Migración tipo (*Kirchhoff*), velocidad relativa $v_r = 0.593$
- Transformada de Hilbert (*en magnitud*)

Las Figuras 6.5, 6.6 y 6.7 muestran los radargramas de cada fase del procesamiento.

VI.1.5 Resultados

Todos los radargramas muestran una respuesta hiperbólica debido a que la antena pasa transversalmente sobre el eje de mayor longitud de cada uno de los objetos esto también manifiesta una alta dependencia de su geometría. El experimento nos permite diferenciar la respuesta de los tambos rellenos con los diferentes materiales, del tambo metálico y la cavidad. El tambo con aire tiene una reflexión débil comparada con los que se rellenaron con agua dulce, limadura metálica y agua salada. El tambo relleno con agua dulce produce una reflexión fuerte. También se observa en el radargrama la reflexión de la base y las reflexiones múltiples internas. Un cálculo sencillo permitió conocer el diámetro aproximado del tambo de la siguiente manera:

$$\Delta t = \frac{t_{\text{base}} - t_{\text{cima}}}{2} = \frac{34.8 - 17.8}{2} = 8.5 \text{ ns}$$

$$\phi = \Delta t v_{\text{agua}} = (8.5 \text{ ns})(0.033 \text{ m/ns}) = 0.28 \text{ m}$$

Los tambos rellenos de limadura metálica con aire y agua salada producen una reflexión mayor que la de los tambos rellenos con aire y agua dulce, debido a que estos materiales son más conductivos. En el radargrama del tambo con agua salada no se observan reflexiones internas debido que la señal es rápidamente atenuada por la alta conductividad del agua. Para comparar las reflexiones de cada uno de los materiales, se obtuvieron las trazas centrales de cada radargrama (Figura 6.5). En la Tabla 6.3 se muestran los incrementos de amplitud debidos al material de relleno con respecto a la amplitud promedio antes de la reflexión principal:

	Amplitud relativa de la traza central	Incremento de amplitud (dB) con respecto a la amplitud de la traza promedio (7735)
Tambo relleno con aire	14177	5.26
Tambo relleno con agua dulce	27825	11.12
Tambo relleno con limadura metálica y aire	28767	11.41
Tambo relleno con agua salada	30296	11.9

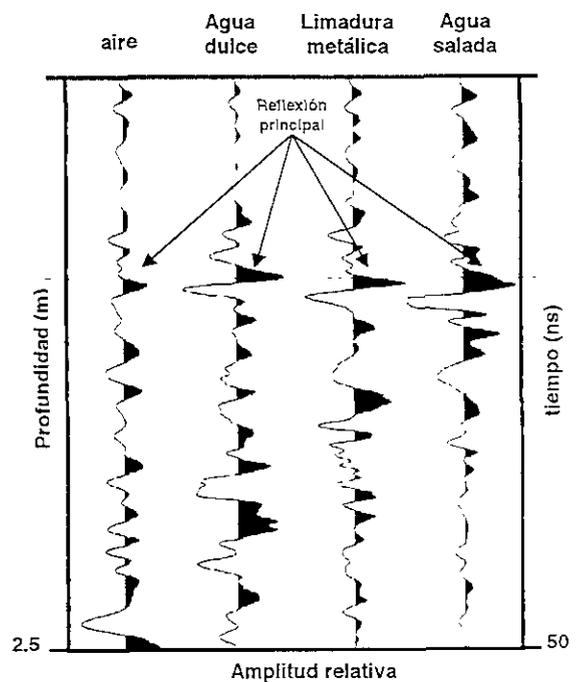


Tabla 6.3 Incrementos en la amplitud para cada material

Figura 6.5 Trazas centrales de los diferentes materiales empleados

La prueba controlada en la trinchera 1 proporciona la información básica para diferenciar las respuestas de los diferentes materiales cuyo resultado indica que la intensidad de las reflexiones está relacionada con el material de relleno y no por el tambo de plástico que es casi transparente a la señal generada por la antena, principalmente porque tiene una constante dieléctrica muy baja (del orden de 3) pues el plástico con que está fabricado es un dieléctrico. Por lo que respecta al experimento realizado en la trinchera 2 se observa (Figura 6.7) que el tambo metálico presenta una reflexión más fuerte cuando se adquirieron los datos con la antena de 300 MHz que cuando se tomaron con la de 500 MHz. Esto se debe a que las señales de alta frecuencia se atenúan más rápidamente con la profundidad, además de que la humedad también aumenta a mayor profundidad lo cual inhibe las reflexiones. En esta misma sección encontramos una tercera hipérbola en el extremo superior derecho, que puede ser debida a un túnel construido por un animal ya que se habían encontrado indicios de éstos en el área de trabajo. Las Figuras 6.3 y 6.4 demuestran la influencia de la velocidad de desplazamiento de la antena en la resolución horizontal. Cuando es arrastrada correctamente (velocidad media) los reflectores se definen mejor y casi no hay distorsión en la imagen. El procesamiento aplicado a los datos, Figuras 6.6, 6.7 y 6.8 permitió enfatizar los reflectores importantes a través del ajuste de ganancias, la deconvolución mejoró la resolución temporal, con la migración se colapsó las hipérbolas satisfactoriamente y se ubicó puntualmente las reflexiones provocadas por los objetos, la transformada de Hilbert en magnitud facilitó la observación mediante la intensidad de color el grado de energía reflejada por cada objeto. Este experimento es un claro ejemplo de la utilidad del procesamiento de la señal posterior a la adquisición

VI.1.6 Conclusiones

Este experimento controlado permitió evaluar y cuantificar las respuestas de objetos rellenos de diversos materiales y observar las reflexiones cuando su constante dieléctrica y su conductividad varían. Los resultados nos permiten confirmar que las reflexiones son más intensas cuando la constante dieléctrica difiere a la del material encajonante y que la conductividad del material juega un papel muy importante en la profundidad de penetración y atenuación de la señal. Tal es el caso de los tambos rellenos con agua dulce y agua salada que aunque tienen constantes dieléctricas iguales la reflexión es más intensa en el que tiene agua salada. La selección de la frecuencia de la antena es otro factor importante para tener buenos resultados. En la trinchera 2 la antena de 300 MHz es mejor para reflectores profundos (tambo metálico), debido a que la señal se atenúa menos cuando en el material encajonante con todo y que el nivel de la humedad se incrementa con la profundidad. Por otra parte, cuando los datos se procesaron la mejora en las radargramas es notoria, con ello se eliminó ruido, se mejoró la resolución y en general se proporcionó información adicional para hacer una interpretación adecuada. Aunque las condiciones en campo pueden ser diferentes, este tipo de experimentos nos permite conocer de manera aproximada las posibles respuestas que tendrán este tipo de objetos y estructuras en el subsuelo. Al igual que el modelado, la prueba controlada puede ayudar a la planeación y diseño del sondeo previo a la realización del trabajo con GPR.

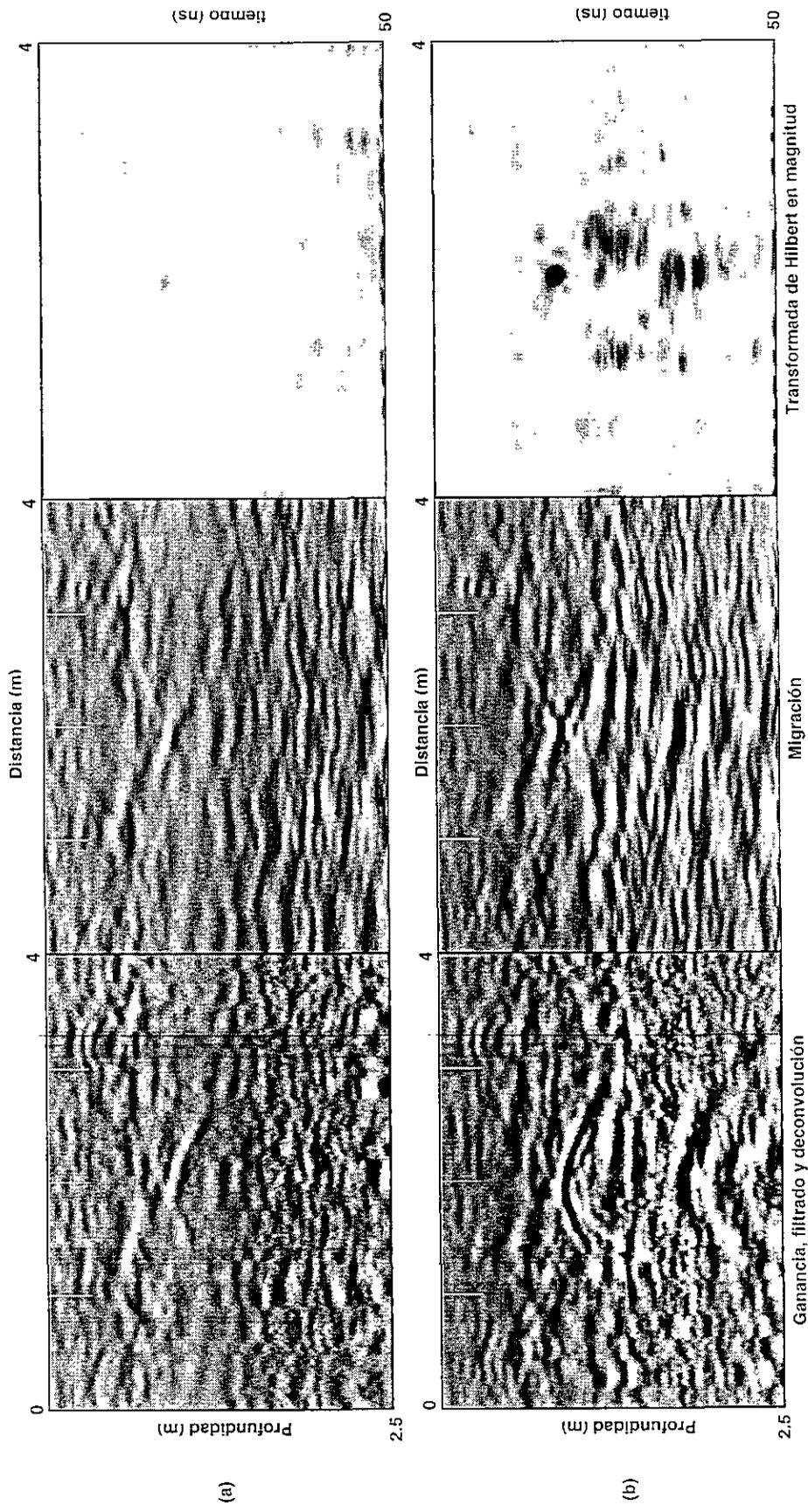


Figura 6.6 Procesamiento aplicado a los datos, antena 500 MHz. (a) Tambo relleno con aire. (b) Tambo relleno con agua dulce.

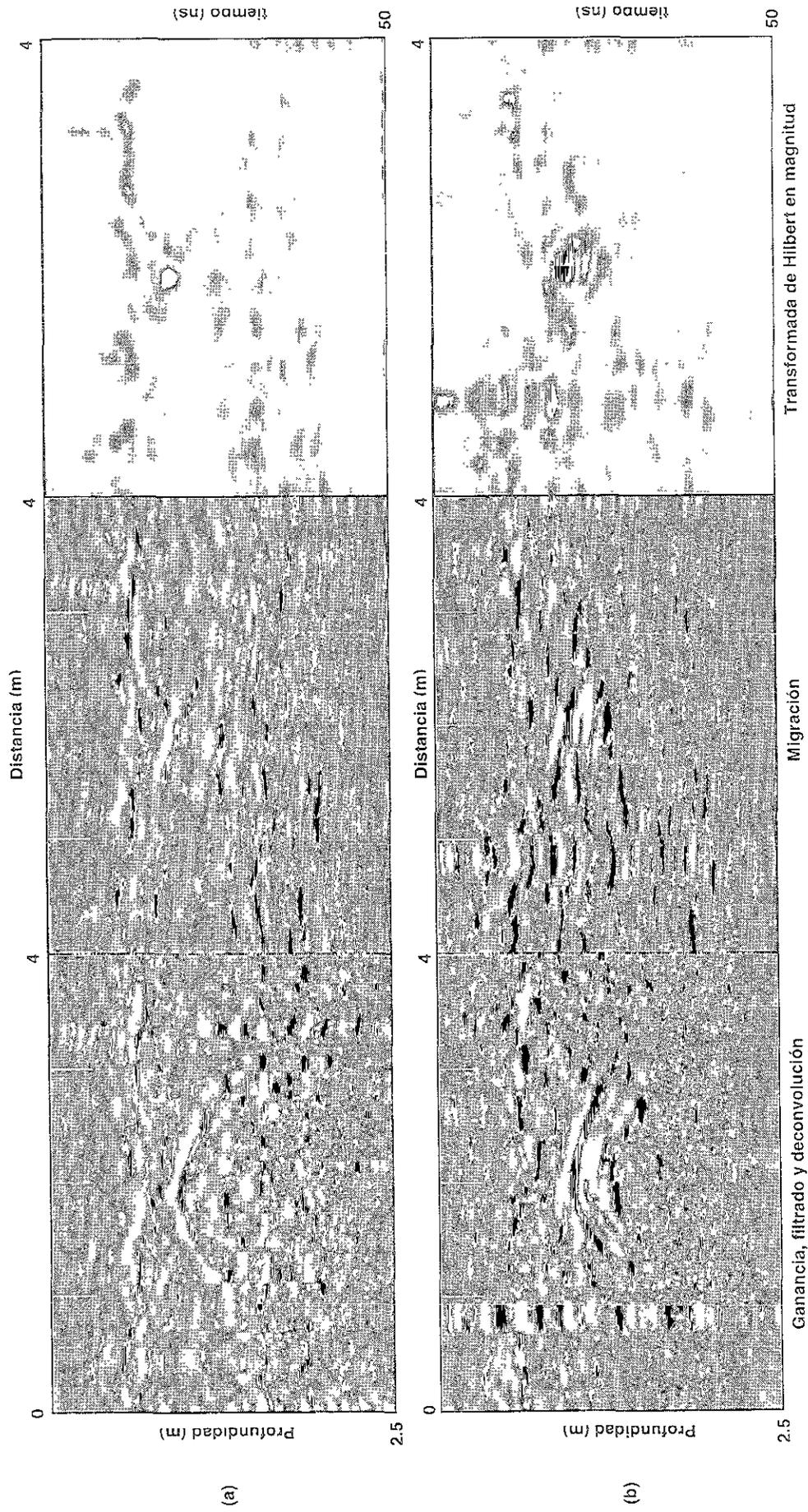


Figura 6.7 Procesamiento aplicado a los datos, antena 500 MHz. (a) Tambo relleno con limadura metálica y aire. (b) Tambo relleno con agua salada.

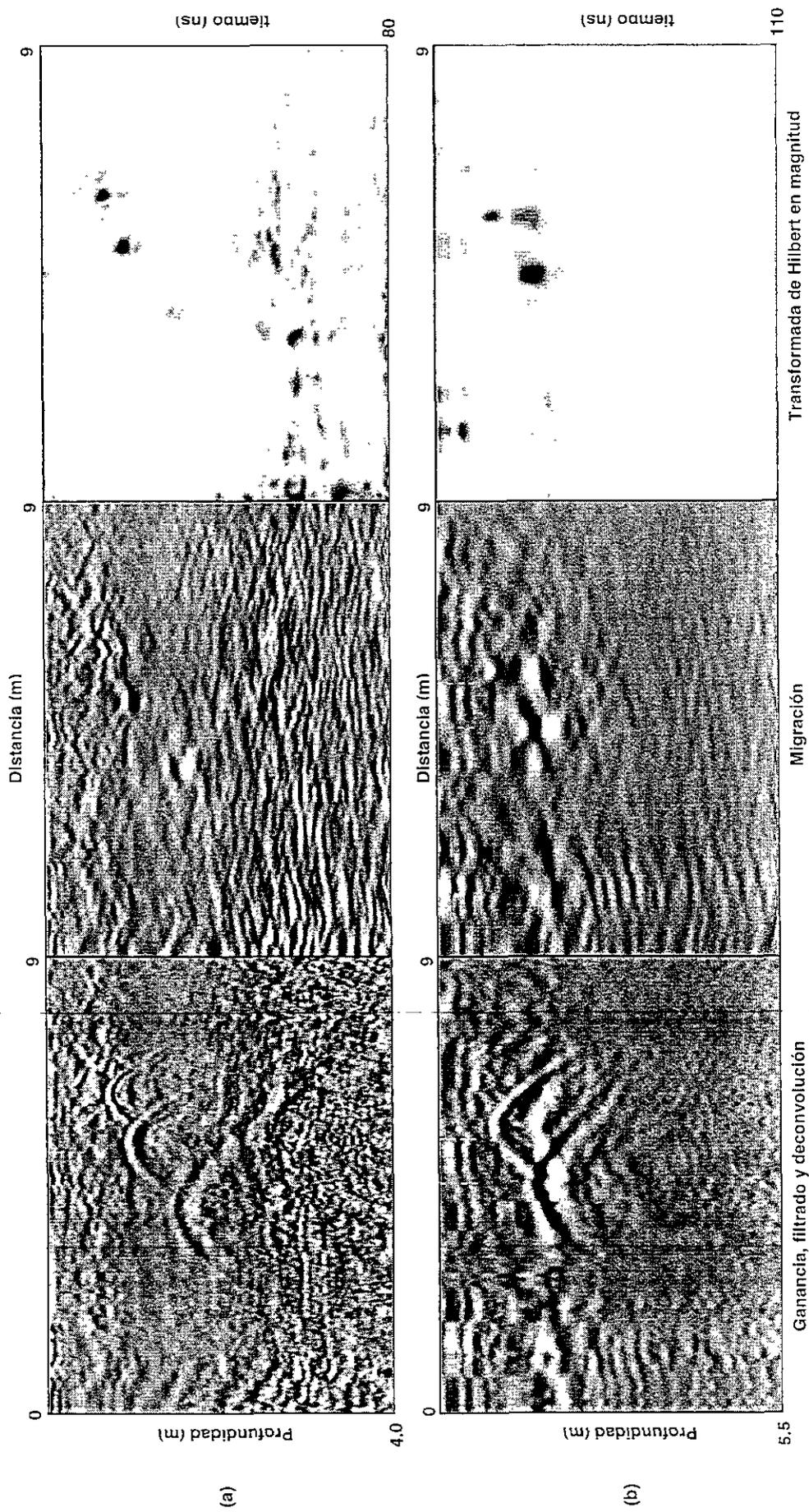


Figura 6.8 Procesamiento aplicado a los datos. (a) Tambo metálico y cavidad con aire, antena 500 MHz. (b) Tambo metálico y cavidad con aire, antena 300 MHz.

VI.2 Detección de fracturas en suelo arcilloso

La pérdida progresiva de agua en suelos arcillosos provoca la formación de fisuras que empiezan a desarrollarse en el subsuelo para después manifestarse en la superficie como fracturas que varían en longitud y extensión lateral. La pérdida de agua en este tipo de suelos se puede dar por factores naturales o artificiales. En la zona de este estudio se debe principalmente a la sobreexplotación de los acuíferos aunado al crecimiento del área urbana que limita en forma importante la zona de recarga, provocando el abatimiento acelerado del nivel freático. Las fracturas en suelos arcillosos causan serios problemas cuando se encuentran en áreas pobladas debido a que afectan todo tipo de infraestructura como casas, caminos, tuberías y cableado subterráneo, entre otros. El objetivo de este estudio fue aplicar el GPR para localizar y mapear la distribución y continuidad de las fracturas en un terreno en donde se planea un desarrollo comercial. El GPR representa un método viable para este tipo de estudio.

VI.2.1 Diseño del sondeo y adquisición de los datos

El lugar de estudio está localizado en las afueras de la ciudad de Querétaro a un costado de la autopista Querétaro-Celaya. En la Figura 6.9 se muestra el plano de localización del terreno de trabajo. El lugar está constituido en su parte más somera por material arcilloso producto de una antigua zona lacustre, fragmentos de roca volcánica de diversos tamaños distribuidos en forma irregular y vegetación propia de la zona, principalmente arbustos y hierba con algunos árboles grandes. La topografía del terreno es más o menos uniforme, observándose una ligera pendiente en la dirección E-W. Las líneas de georadar fueron establecidas en forma paralela con una separación aproximada de 50 m y con el propósito de pasar transversalmente sobre una falla conocida. El diseño del levantamiento con GPR está enfocado para ser correlacionado con otros estudios geofísicos, principalmente AMT (Audiomagnetotelúrico). La detección y el mapeo de las fracturas en el terreno forman parte de los estudios previos a la edificación de construcciones y son muy importantes para evitar daños estructurales en las mismas. El estudio se planeó de la manera siguiente:

- a) Observación superficial. Se realizó un reconocimiento del área para determinar las fallas que superficialmente pudieran ser reconocidas. La falla más grande cruza el terreno con rumbo NE-SW en una parte y con rumbo NW-SE en otra, como se muestra en la Figura 6.9. Esta falla ha causado graves daños en las construcciones que están sobre ella, de ahí la importancia de detectar posibles ramificaciones, ya que en el terreno está proyectada una gran obra. El trazado de las líneas de geo-radar fue realizado como se observa en el plano de localización con el objeto de detectar fracturas asociadas al fallamiento principal.
- b) Adquisición de datos. El equipo empleado para el trabajo de campo fue el modelo pulseEKKO IV de Sensors & Software. Se utilizaron las antenas

biestáticas de 25, 50 y 100 MHz con un offset constante, el modo de operación fue de reflexión.

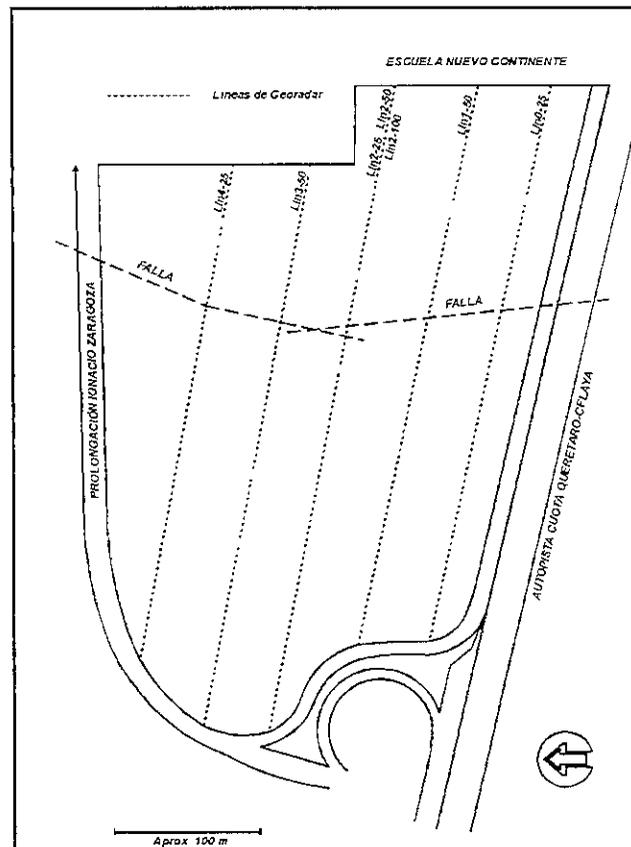


Figura 6.9 Plano de localización del terreno de trabajo

c) Las líneas de geo-radar (Figura 6.9) fueron adquiridas en modo de operación discreto o puntual. Los detalles del levantamiento de cada una de ellas fueron los siguientes:

- Lin0-25. Antena 25 MHz, ventana de tiempo 400 ns, separación entre antenas (offset) 3 m, distancia entre estaciones (steep size) 2 m, apilamiento 256 trazas, longitud total 276 m.
- Lin1-50. Antena 50 MHz, ventana de tiempo 400 ns, separación entre antenas 2 m, distancia entre estaciones 2 m, apilamiento 256 trazas, longitud total 270 m.
- Lin2-25. Antena 25 MHz, ventana de tiempo 400 ns, separación entre antenas 3 m, distancia entre estaciones 2 m, apilamiento 256 trazas, longitud total 298 m.
- Lin2-50. Antena 50 MHz, ventana de tiempo 250 ns, separación entre antenas 2 m, distancia entre estaciones 2 m, apilamiento 256 trazas, longitud total 304 m.

- Lin2-100. Antena 100 MHz, ventana de tiempo 250 ns, separación entre antenas 1 m, distancia entre estaciones 2 m, apilamiento 256 trazas, longitud total 176 m.
- Lin3-50. Antena 50 MHz, ventana de tiempo 400 ns, separación entre antenas 2 m, distancia entre estaciones 2 m, apilamiento 256 trazas, longitud total 294 m.
- Lin4-25. Antena 25 MHz, ventana de tiempo 400 ns, separación entre antenas 3 m, distancia entre estaciones 2 m, apilamiento 256 trazas, longitud total 288 m.

d) Las mediciones comparativas fueron hechas usando antenas de tres diferentes frecuencias con el fin de determinar la capacidad de resolución basándose en la frecuencia de la antena utilizada, así como en la profundidad de penetración. Los perfiles de georadar fueron obtenidos moviendo las antenas conjuntamente en forma discreta una distancia constante y con una separación entre ellas también constante, como se observa en la Figura 6.10.

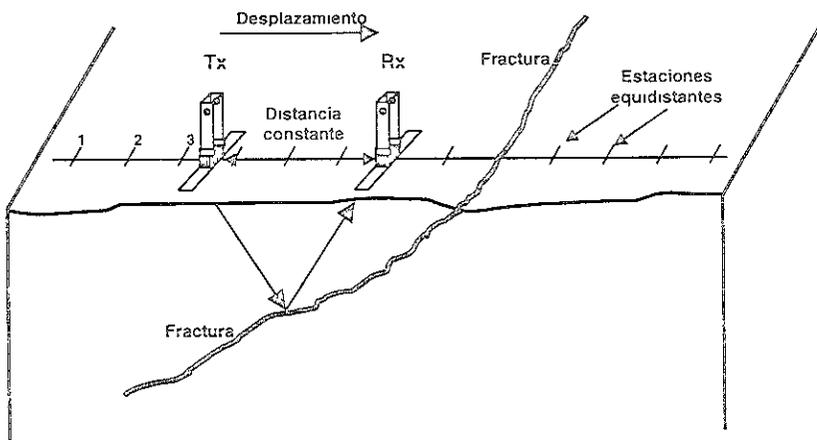


Figura 6.10 Sección transversal del terreno y procedimiento para la adquisición de datos en campo.

e) Si consideramos que la mayoría de las fracturas están rellenas con aire, la potencia reflectiva del medio será aproximadamente 0.12 (mayor a 0.01), lo cual generará al menos teóricamente una respuesta detectable (Annan, 1992).

f) La resolución vertical calculada en función de la frecuencia central de la antena y las propiedades del medio (ecuación 4.25) es:

Frecuencia central (MHz)	Resolución (m)
100	0.43
50	0.86
25	1.73

VI.2.2 Cálculo de la velocidad

La velocidad de propagación promedio se cálculo a partir del método de CMP (ver Capítulo IV.6.2). La correlación con algunos sondeos de reflexión realizados con la misma frecuencia de la antena se estableció para precisar los reflectores más importantes, los resultados son los siguientes:

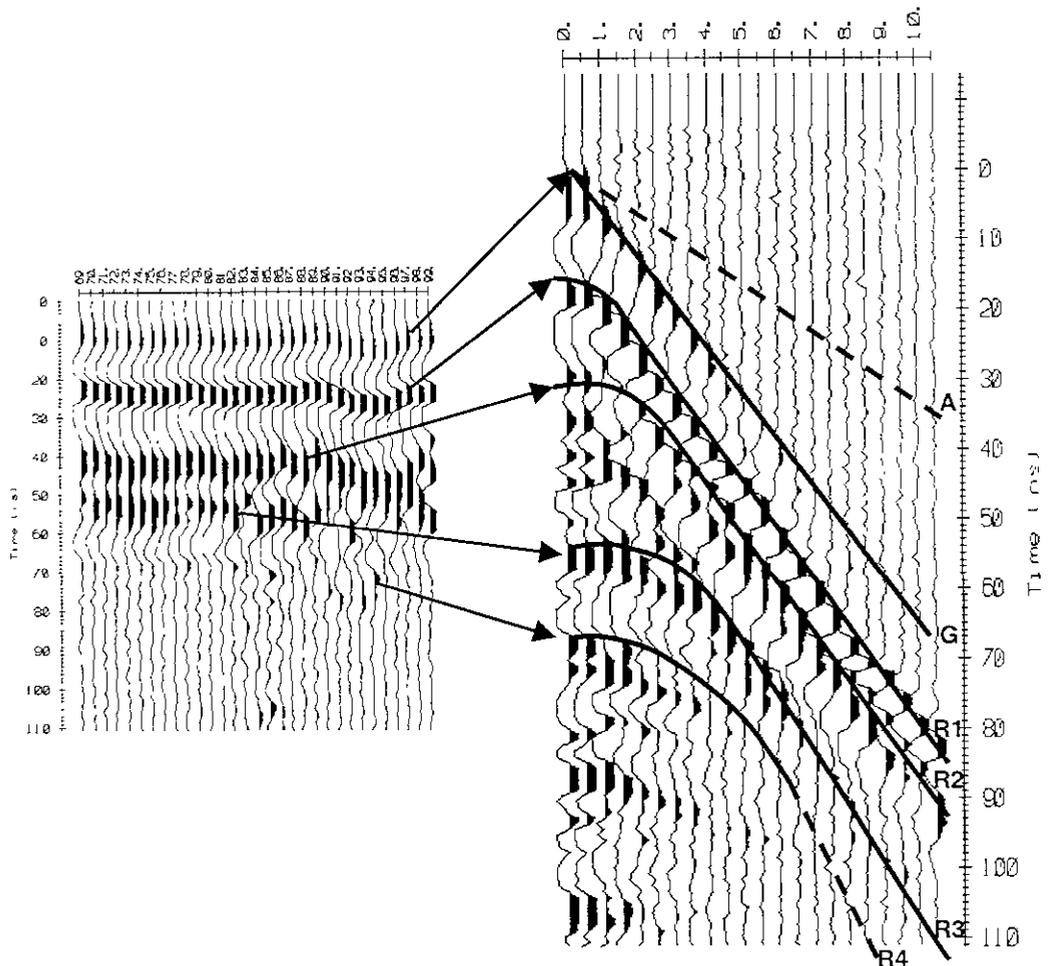


Figura 6.11 Sondeo CMP (derecha) realizado con antena de 100 MHz mostrando los principales eventos. Sección adquirida en modo de reflexión (izquierda) con antena de la misma frecuencia para determinar los principales reflectores y con ello la velocidad y constante dieléctrica del medio.

$$v_A = 0.307 \text{ m/ns}$$

$$v_G = 0.16 \text{ m/ns}$$

$$v_{R1} = 0.127 \text{ m/ns}$$

$$v_{R2} = 0.123 \text{ m/ns}$$

$$v_{R3} = 0.104 \text{ m/ns}$$

$$v_{R4} = 0.0949 \text{ m/ns}$$

$$K_G = 3.51$$

$$K_{R1} = 5.58$$

$$K_{R2} = 5.94$$

$$K_{R3} = 8.32$$

$$K_{R4} = 10$$

A = Onda de aire

G = Onda directa del terreno

R₁ = Reflexión 1

R₂ = Reflexión 2

R₃ = Reflexión 3

R₄ = Reflexión 4

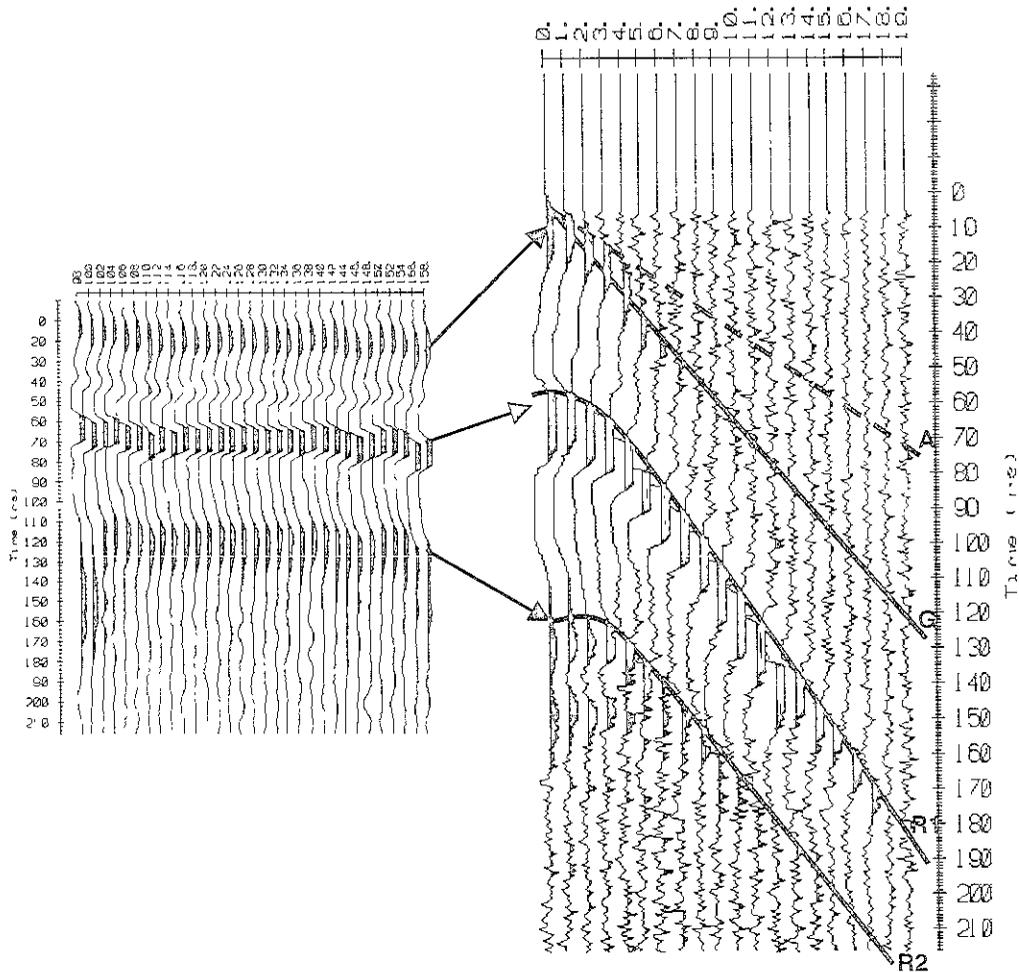


Figura 6.12 Sondeo CMP (derecha) realizado con antena de 25 MHz mostrando los principales eventos. Sección adquirida en modo de reflexión (izquierda) con antena de la misma frecuencia para determinar los principales reflectores y con ello la velocidad y constante dieléctrica del medio.

$$v_A = 0.285 \text{ m/ns}$$

$$v_G = 0.16 \text{ m/ns}$$

$$v_{R1} = 0.105 \text{ m/ns}$$

$$v_{R2} = 0.089 \text{ m/ns}$$

$$K_G = 3.51$$

$$K_{R1} = 8.1$$

$$K_{R2} = 11.31$$

La velocidad de propagación y la constante dieléctrica promedio se calculó con los reflectores más profundos, 3 y 4 en el CMP adquirido con la antena de 100 MHz y con los reflectores 1 y 2 con la antena de 25 MHz, el resultado es:

$$v_p = 0.0982 \text{ m/ns}$$

$$K_p = 9.43$$

VI.2.3 Procesamiento de datos

Con el objetivo de atenuar el ruido dentro de un ancho de banda característico, mejorar la relación señal-ruido y corregir algunas trazas de los perfiles de georadar se realizó un procesamiento simple cuyos resultados son mostrados en las Figuras 6.13, 6.14, 6.15. La secuencia de procesamiento fue la siguiente:

1. Edición de trazas de cada perfil para eliminar las lecturas mal tomadas o defectuosas identificadas durante el levantamiento.
2. Ajuste de polaridad de algunas trazas.
3. Ajuste del tiempo cero.
4. Pegado de perfiles de una misma línea.
5. Filtrado pasa banda:
 - a) Antena de 25 MHz; $f_{c1} = 0$, $f_{c2} = \frac{1}{4}f_{cent} = 6.25$, $f_{c3} = 2f_{cent} = 50$, $f_{c4} = 100$.
 - b) Antena de 50 MHz; $f_{c1} = 0$, $f_{c2} = \frac{1}{4}f_{cent} = 12.5$, $f_{c3} = 2f_{cent} = 100$, $f_{c4} = 200$.
 - c) Antena de 100 MHz; $f_{c1} = 0$, $f_{c2} = \frac{1}{4}f_{cent} = 25$, $f_{c3} = 2f_{cent} = 200$, $f_{c4} = 400$.
6. Ajuste de ganancia, control automático de ganancia (AGC), ganancia máxima 500.

VI.2.4 Resultados

Las mediciones comparativas fueron realizadas usando antenas de tres frecuencias con la finalidad de establecer las diferencias en la capacidad de detección de las fracturas tanto superficialmente como a profundidad. De los radargramas procesados de cada línea (Figuras 6.13, 6.14, 6.15) se obtienen los siguientes resultados:

La profundidad máxima de penetración estimada es alrededor de 8 m para la antena de 25 MHz, 6 m para la antena de 50 MHz y 4 m para la antena de 100 MHz, lo cual indica que el medio atenúa en forma importante la señal y la penetración aumenta conforme disminuimos la frecuencia.

La antena de 100 MHz ofrece la mejor resolución en cuanto a las fracturas más superficiales pudiéndose identificar un gran número en el radargrama, aunque la penetración es muy somera.

La antena de 50 MHz proporciona en forma general los mejores resultados desde el punto de vista de penetración contra resolución.

Los radargramas obtenidos con la antena de 25 MHz facilitan la identificación de cambios más profundos.

A partir de estos resultados se observa que las antenas de más baja frecuencia es conveniente emplearlas cuando se busca aumentar la penetración y las de alta frecuencia cuando se busca una mejor resolución.

El procesado aplicado mejoró la calidad de los radargramas atenuando el ruido y corrigiendo errores en la adquisición de los datos permitiendo identificar las fracturas con mayor claridad.

Debido a la frecuencia de las antenas y a las condiciones del medio, las fracturas no pueden ser identificadas con la resolución deseada, en algunos casos se observa con mayor claridad como un salto en una traza y en otros como un cambio apenas apreciable.

Es lógico suponer que las anomalías mostradas en los radargramas están directamente asociadas con las fracturas, algunas confirmadas por observación directa y verificada con una prueba en campo.

Las anomalías que se presumen como indicadoras de fracturamiento en la zona están marcadas con una flecha en cada uno de los radargramas procesados.

Un aspecto importante que se debe señalar es la longitud de las líneas de georadar y la localización de las fracturas que se estima, tienen un error de un 5%, debido a que la cinta métrica no fue totalmente tensada.

La interpretación final se muestra en la Figura 6.16 donde se correlaciona línea a línea las posibles fracturas así como su configuración en el terreno, aunque existe incertidumbre en la distancia. La figura nos ofrece una visión general de la distribución de las fracturas sobre el terreno. Las fracturas más grandes que cortan transversalmente a las líneas de geo-radar tienen un rumbo similar al de la falla más grande y aunque tienen ramificaciones son casi paralelas.

VI.2.5 Conclusiones

Debido a la explotación excesiva del acuífero las arcillas se comprimen, se secan y posteriormente se rompen. Este proceso induce fracturas que se desarrollan en el subsuelo y migran hacia la superficie para manifestarse como fisuras que varían tanto en longitud como en abertura. El peligro en esta zona se puede manifestar con asentamientos y desplazamientos del terreno que ponen en riesgo diversos tipos de construcciones. La inspección visual para mapear las fracturas no es suficiente debido a que existe fracturamiento interno, otros métodos carecen de la suficiente resolución para identificar la mayoría de las fracturas. El GPR se presenta como uno de los métodos más eficientes para detectar el fracturamiento en este tipo de suelos, aunque tiene limitaciones en la penetración de la señal por la alta conductividad de las arcillas. La resolución es otro factor importante para diferenciar entre las

fracturas y su entorno. Las antenas de mayor frecuencia ofrecen una mayor resolución pero con una penetración muy somera y las de menor frecuencia permiten explorar a mayor profundidad pero con una resolución que no permite identificar fracturas pequeñas. El estudio se llevó a cabo con el objetivo de aplicar el GPR para detectar y mapear la continuidad y distribución de las fracturas en un terreno arcilloso y forma parte de estudios previos a la construcción. Las conclusiones que se obtuvieron fueron las siguientes:

Los radargramas obtenidos con antenas de las tres diferentes frecuencias (100, 50 y 25 MHz) indican que la antena de 50 MHz fue la más adecuada para mejorar la penetración sin perder tanta resolución. Las antenas restantes fueron útiles para observar a profundidad la continuidad de los eventos y para registrar las fracturas más superficiales.

Probablemente la resolución mejoraría significativamente si a los datos pudiéramos aplicarles técnicas de procesamiento como deconvolución y migración. Sin embargo los datos *crudos* proporcionan la información adecuada para cumplir los objetivos del estudio

Las mediciones comparativas de GPR con la observación directa de algunas fracturas indican que la mayoría de las anomalías presentan respuestas similares por lo cual se deduce un fracturamiento interno, que en la mayoría de los casos no se manifiesta en la superficie y hace del terreno una zona riesgo para construcciones pesadas.

La efectividad del GPR depende en gran medida del tipo de medio en el que es usado, por lo general trabaja mejor en medios con una conductividad baja. El suelo arcilloso como el de este terreno ofrece condiciones de regulares a malas, sin embargo, debido a que los agrietamientos están próximos a la superficie, este inconveniente (alta conductividad del suelo) es minimizado.

El estudio en terrenos de estas características demuestra que el GPR es una técnica viable para detectar fracturas aún con la desventaja de trabajar en suelos conductivos. El GPR puede ser utilizado junto con otros trabajos de exploración y estudios de mecánica de suelos para tener una solución integral del problema.

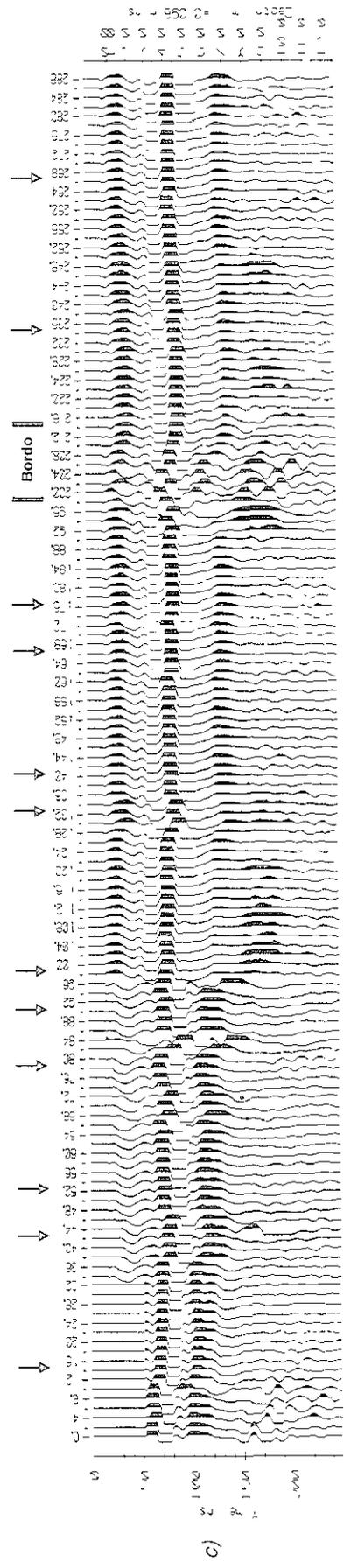
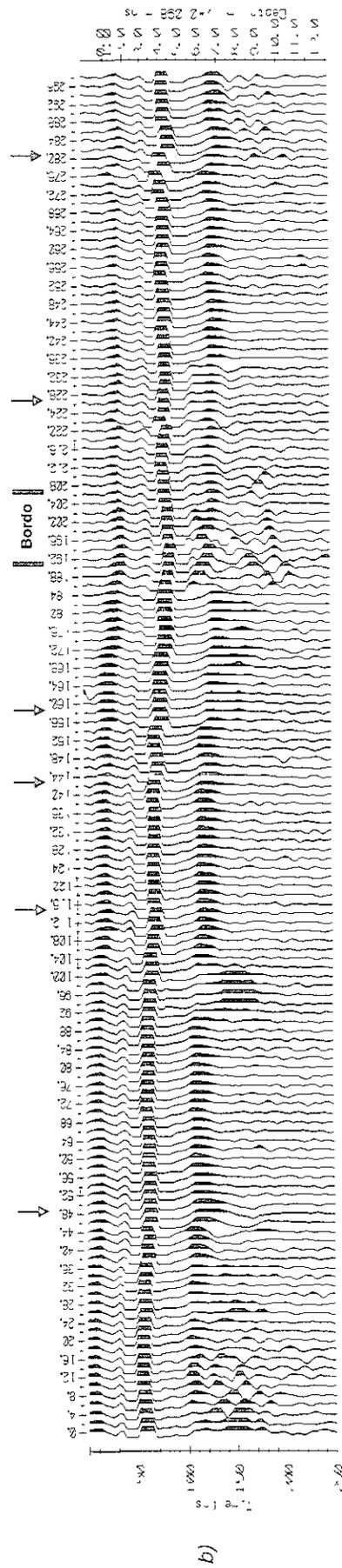
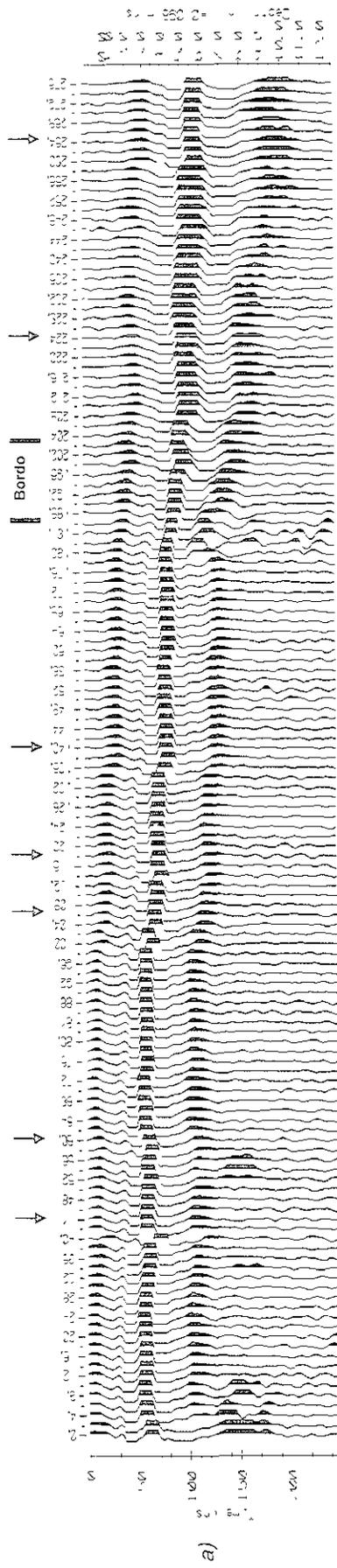


Figura 6.13 Antena 25 MHz a) Línea 0, b) Línea 2, c) Línea 4

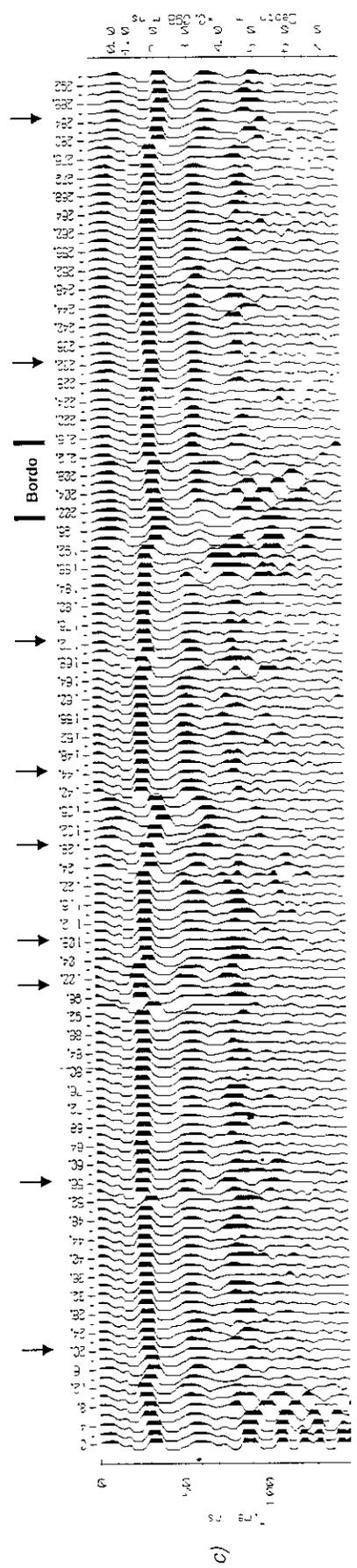
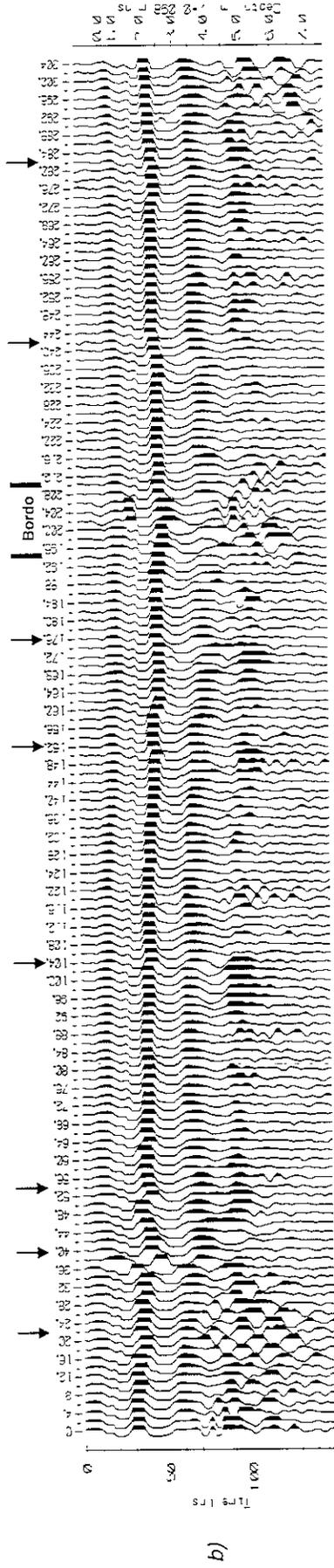
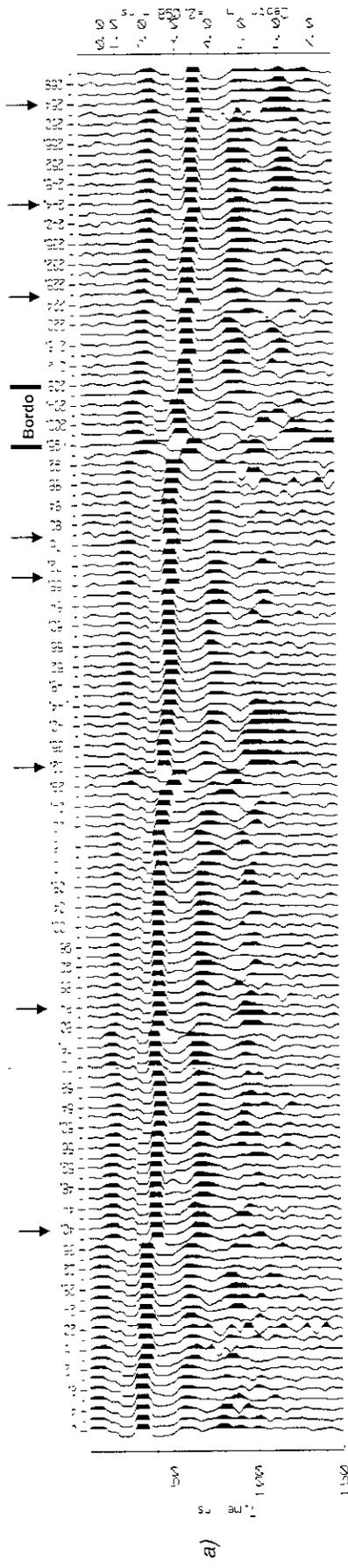


Figura 6.14 Antena 50 MHz. a) Linea 1, b) Linea 2, c) Linea 3.

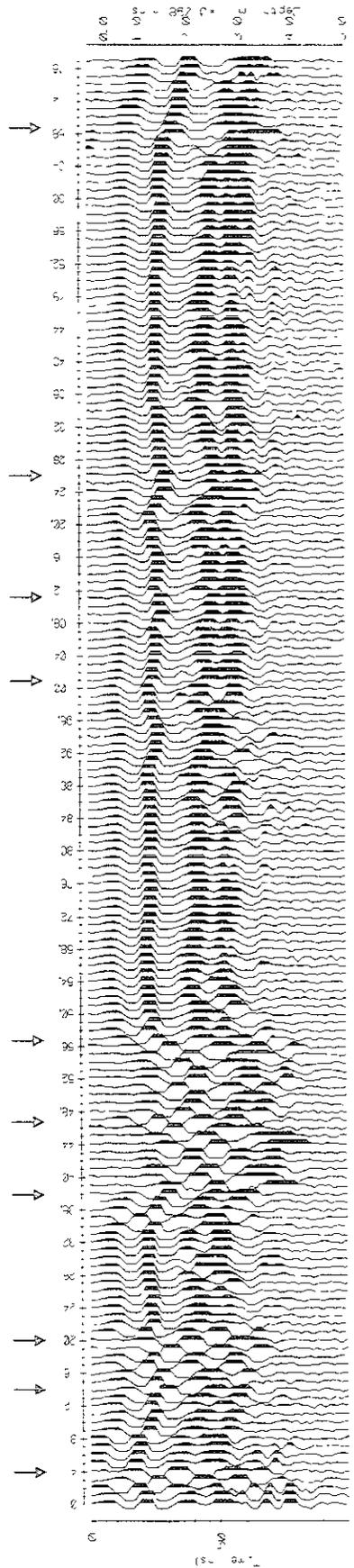


Figura 6.15 Línea 2 con antena de 100 MHz

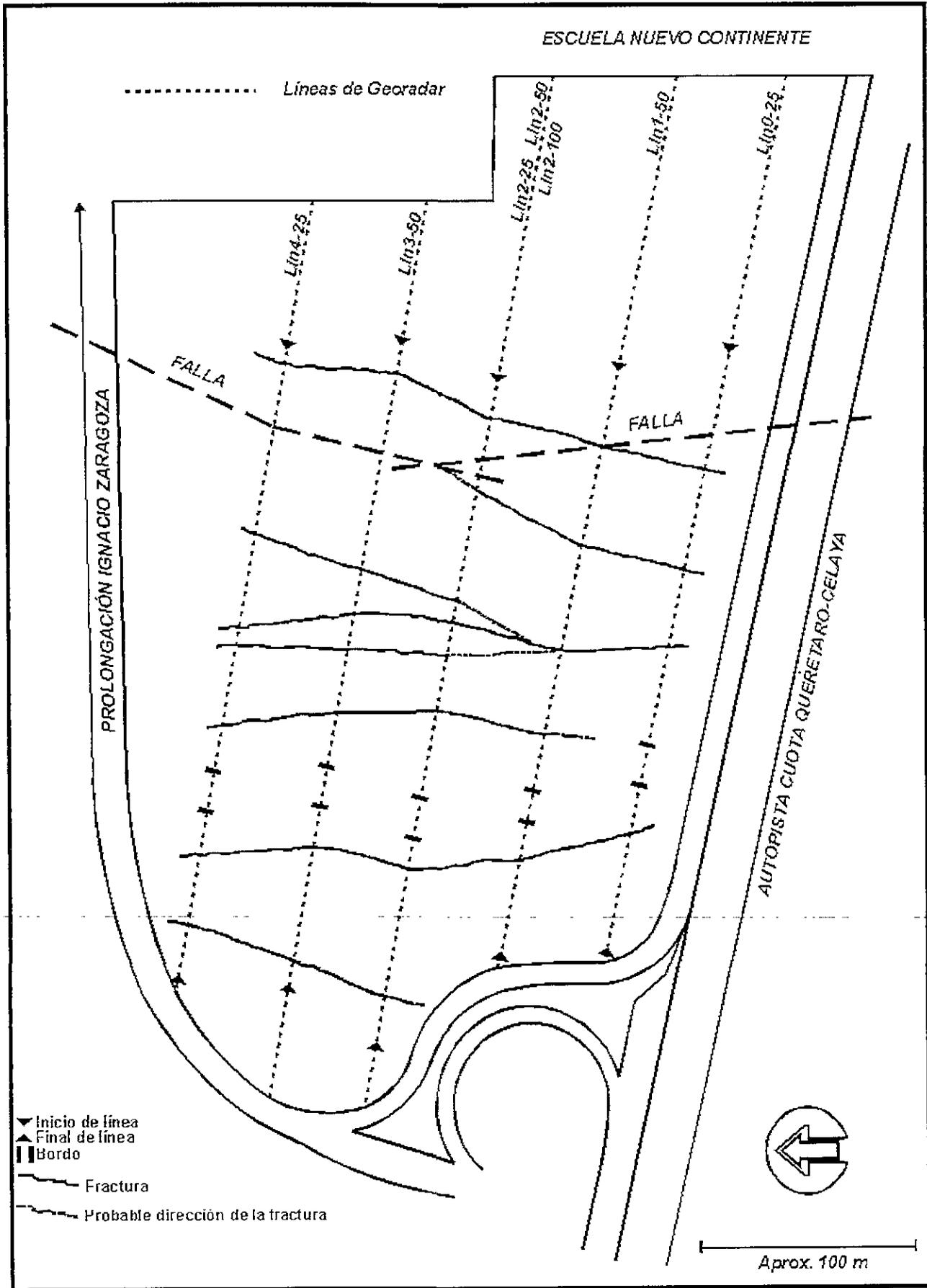


Figura 6.16 Interpretación final

VI.3 El GPR en la detección de cavidades en zonas cársticas

La detección de zonas de disolución cárstica en rocas carbonatadas es una aplicación reciente para el GPR. La aparición de oquedades cársticas es provocada por la disolución por agua de rocas carbonatadas creando cavidades de forma irregular que pueden contener aire, agua y material de disolución (Figura 6 17). La manifestación superficial en terrenos con estas características se puede observar como asentamientos o colapsos, sin embargo cuando no existe ninguna expresión superficial su detección sólo se puede hacer por alguna técnica geofísica. Las calizas generalmente presentan velocidades de propagación medias de 0.095 a 0.12 m/ns y constantes dieléctricas en el rango de 6 – 10 dependiendo de las condiciones geológicas (Ulriksen, 1982). Debido a esto la señal del radar tendrá poca atenuación en un medio de estas características. El GPR se presenta como un método conveniente para la localización de este tipo de cavidades ya que muchas se encuentran en el rango de detección del radar (0 – 30 m aproximadamente), además de que este tipo de estructuras ofrecen un contraste en las propiedades electromagnéticas del aire, agua y la roca carbonatada constituyentes principales de las zonas cársticas. Los métodos tradicionales, como las perforaciones, consumen gran parte del trabajo de campo y la información obtenida es puntal. Otros métodos geofísicos como el sísmico, el gravimétrico, el magnético o los de resistividad ofrecen información de baja resolución a comparación del GPR que nos proporciona un perfil continuo del subsuelo. Además de que estos métodos son muy lentos, la interpretación de los datos puede llegar a ser muy tediosa para localizar las oquedades. El objetivo de este estudio está enfocado a la localización de cavidades o a sus posibles indicadores y a la evaluación de los sondeos de velocidad CMP y WARR.

VI.3.1 Diseño del levantamiento y adquisición de los datos

El lugar donde se efectuó el estudio está localizado en la zona urbana de la ciudad de Mérida, Yucatán. La adquisición de los datos se realizó con un equipo SIR 10-H de GSSI. Los parámetros de campo para cada tipo de sondeo fueron los siguientes:

- a) Sondeo de reflexión. La línea de reflexión fue realizada sobre una calle de la ciudad, el modo de operación fue continuo con antena monoestática de 200 MHz con un offset constante de 0.6 m, ventana de tiempo de 120 ns, control automático de la distancia horizontal empleando una rueda marcadora (*survey wheel*), longitud total del sondeo de 100 m, trazas por segundo de 32.
- b) Los sondeos de velocidad fueron realizados sobre un estacionamiento. El modo de operación fue discreto con antena biestática de 80 MHz. El registro CMP tuvo una abertura total entre transmisor y receptor de 20 m con lecturas tomadas cada 0.2 m, apilamiento de 64 trazas y con una ventana de tiempo de 200 ns. El registro WARR se realizó con los mismos parámetros que el CMP pero con una abertura total de 10 m.

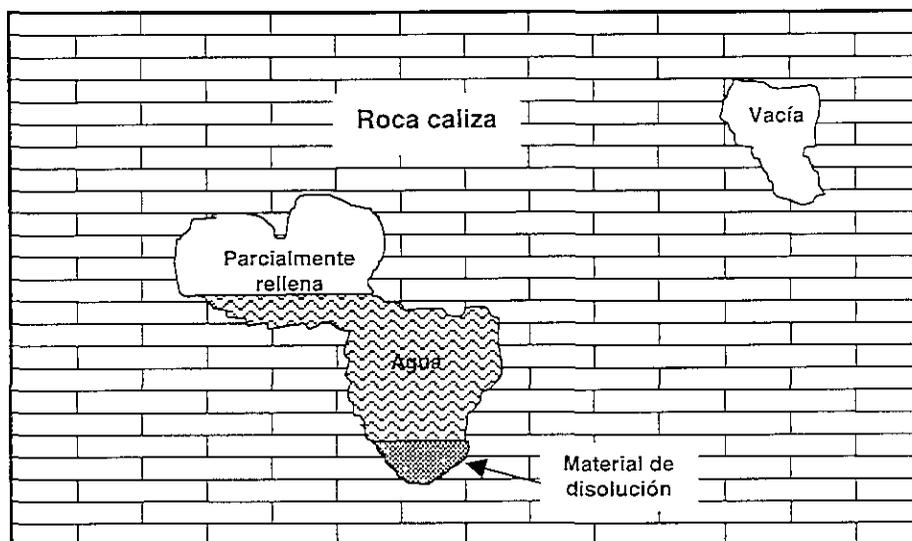


Figura 6.17 Representación esquemática de una zona carstificada

Los valores electromagnéticos típicos de variación para las rocas calizas son los siguientes (Annan, 1992):

- Constante dieléctrica (K): 4 – 8
- Conductividad (σ): 0.5 – 2 mS/m
- Velocidad de propagación (v): 0.1 – 0.12 m/ns
- Atenuación del medio (α): 0.03 – 0.3 dB/m

Estos valores fueron tomados como una guía en el trabajo de campo para conocer de forma aproximada la respuesta del medio y así poder diseñar de la mejor forma el sondeo. La velocidad y constante dieléctrica pueden ser estimadas con mayor precisión a partir de los sondeos de velocidad.

Otro factor importante es el material de relleno de las cavidades que pudiera generar una respuesta detectable al contrastar con el material encajonante que son las rocas calizas. Si la cavidad está rellena con aire y la roca caliza tiene una constante dieléctrica de 8 la potencia reflectiva es de 0.23 y si está rellena con agua de 0.27. Teóricamente generará una respuesta detectable al ser mayor a 0.01 que es la potencia reflectiva mínima. Si consideramos al medio con una constante dieléctrica de 8 con una ventana de tiempo de 120 ns, esperamos tener una profundidad de penetración de 6 m aproximadamente con lo que esperamos detectar cavidades con un mínimo de 0.6 m de diámetro. Este criterio práctico lo sugiere Annan, (1992), al decir que la relación entre la profundidad y las dimensiones laterales del objeto no debe exceder 10:1.

La resolución vertical calculada en función de una constante dieléctrica de 8 y la frecuencia central de la antena de 200 MHz (ver ecuación 4.25) es de 0.26 m, esto quiere decir que con esta antena se podrá resolver objetos en la dirección vertical con un mínimo de 0.26 m de espesor o diámetro.

VI.3.2 Cálculo de la velocidad

La velocidad de propagación y la constante dieléctrica de los diferentes eventos fueron estimadas a partir del análisis de los sondeos de velocidad CMP (Figura 6.18) y WARR (Figura 6.19) para convertir la escala de tiempo en escala de profundidad. Los resultados son los siguientes:

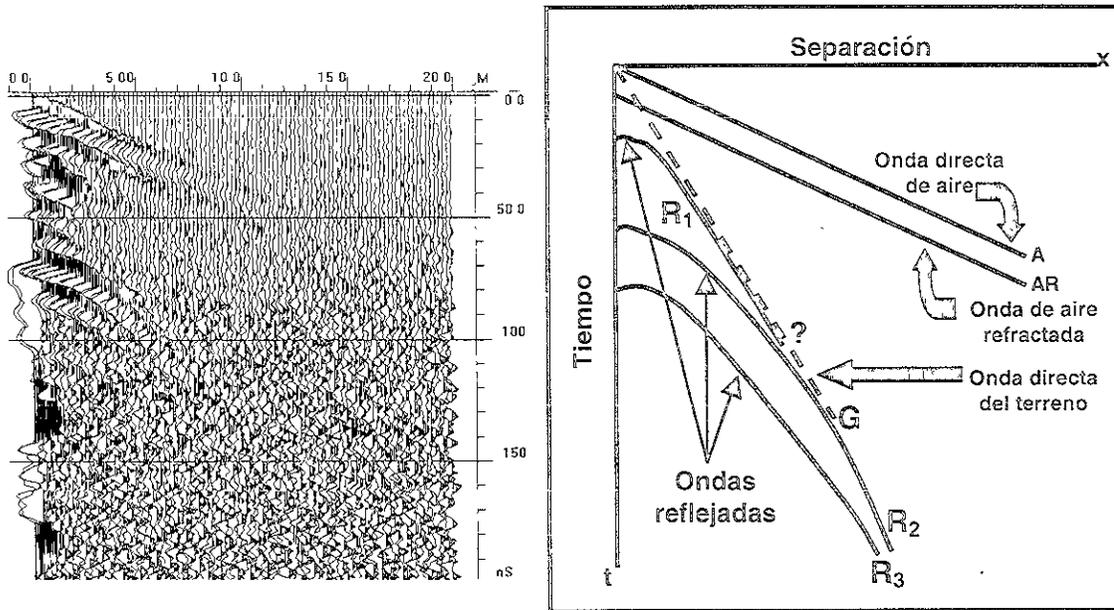


Figura 6.18 Sondeo CMP y diagrama con los principales eventos observados

CMP

Tiempos de arribo, velocidades y constantes dieléctricas de los diferentes eventos:

$$t_A = \frac{x}{v_A} \quad v_A = \frac{x}{t_A} = \frac{5}{16.9} = 0.295 \text{ m/ns}$$

$$t_{AR} = \frac{x}{v_{AR}} + \text{cte}, \text{ si } x = 0 \text{ entonces cte} = 12.4 \text{ ns,}$$

$$v_{AR} = \frac{x}{t_{AR} - \text{cte}} = \frac{5}{30.9 - 12.4} = 0.27 \text{ m/ns}$$

$$t_G = \frac{x}{v_G} \quad v_G = \frac{x}{t_G} = \frac{5}{63.5} = 0.0787 \text{ m/ns, } K_G = \left(\frac{c}{v_G}\right)^2 = 14.51$$

$$t_R = \frac{(x^2 + 4h^2)^{1/2}}{v} \left\{ \begin{array}{l} \text{Por análisis } t^2 - x^2, \text{ ecuaciones (4.4) y (4.5), las velocidades son:} \\ v_{R1} = 0.105 \text{ m/ns, } K_{R1} = 8.17 \\ v_{R2} = 0.0843 \text{ m/ns, } K_{R1} = 12.66 \\ v_{R3} = 0.078 \text{ m/ns, } K_{R1} = 14.78 \end{array} \right.$$

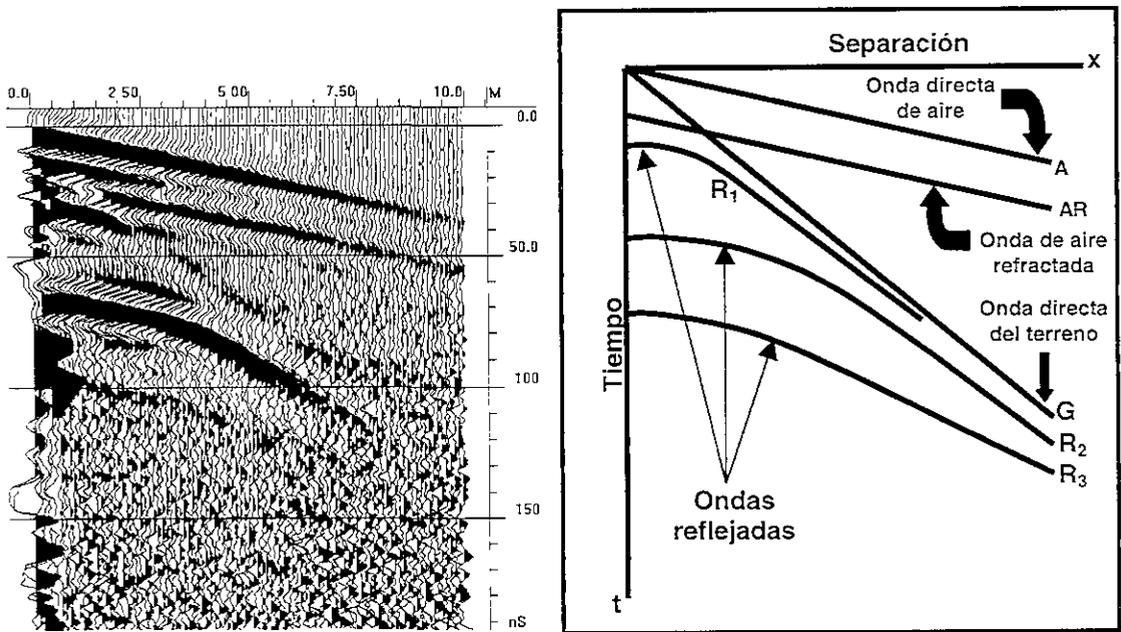


Figura 6.19 Sondeo WARR y diagrama con los principales eventos observados

WARR

Tiempos de arribo, velocidades y constantes dieléctricas de los diferentes ventos:

$$t_A = \frac{x}{v_A} \quad v_A = \frac{x}{t_A} = \frac{5}{16.9} = 0.295 \text{ m/ns}$$

$$t_{AR} = \frac{x}{v_{AR}} + \text{cte}, \text{ si } x = 0 \text{ entonces cte} = 17.7 \text{ ns,}$$

$$v_{AR} = \frac{x}{t_{AR} - \text{cte}} = \frac{5}{36.3 - 17.7} = 0.268 \text{ m/ns}$$

$$t_G = \frac{x}{v_G} \quad v_G = \frac{x}{t_G} = \frac{5}{66} = 0.0757 \text{ m/ns, } K_G = \left(\frac{c}{v_G} \right)^2 = 15.68$$

$$t_R = \frac{(x^2 + 4h^2)^{1/2}}{v} \left\{ \begin{array}{l} \text{Por análisis } t_x, t_c - x, d, \text{ ecuación (4.8) las velocidades son:} \\ v_{R1} = 0.098 \text{ m/ns, } K_{R1} = 9.38 \\ v_{R2} = 0.085 \text{ m/ns, } K_{R1} = 12.46 \\ v_{R3} = 0.0761 \text{ m/ns, } K_{R1} = 15.54 \end{array} \right.$$

VI.3.3 Procesamiento de datos

Posterior a la adquisición, los datos fueron procesados con el propósito de mejorar la relación señal-ruido, incrementar la resolución y enfatizar ciertos eventos que pudieran ser útiles en la interpretación de la sección. El procesamiento fue realizado como se describe a continuación:

1. Presentación de los datos en formato sísmico (*wiggle*) (Figura 6.20.a).
2. Ajuste de ganancias, utilizando AGC.
3. Filtrado horizontal pasa bajas. Este tipo de procesamiento permite enfatizar los eventos espacialmente grandes atenuando los más pequeños (Figura 6.20.b).
4. Filtrado horizontal pasa bajas y deconvolución. La combinación de estos procesos se realizó con el fin de acentuar los eventos espacialmente grandes y atenuar las reflexiones múltiples (Figura 6.20.c).
5. Filtrado pasa banda con las frecuencias de corte: $f_{c1} = \frac{1}{4}f_{cent} = 50 \text{ MHz}$, $f_{c2} = 2f_{cent} = 400 \text{ MHz}$ (Figura 6.21.b).
6. Filtrado pasa banda y deconvolución. La aplicación de este proceso se hizo con el objeto de eliminar frecuencias fuera de un ancho banda preestablecido y obtener una mejor resolución temporal (Figura 6.21.c).
7. Filtrado horizontal pasa altas. Este proceso elimina eventos espacialmente grandes resaltando los que tienen una duración espacial corta (Figura 6.22.b).
8. Deconvolución. Se aplicó a la sección original con la finalidad de mejorar la resolución temporal y atenuar los múltiples (Figura 6.22.c).
9. Migración. Se empleó para colapsar las difracciones y obtener una mejor resolución espacial (Figura 6.23.b).

La finalidad de emplear esta variedad de procesos y sus combinaciones es para obtener información que pueda ayudar en la interpretación y confirmar algunas hipótesis. Sin embargo, en este caso con la sección original se pueden interpretar la mayoría de los eventos de interés. A pesar de esto los datos procesados desenmascaran rasgos estructurales que no se observan en primera instancia en el registro original.

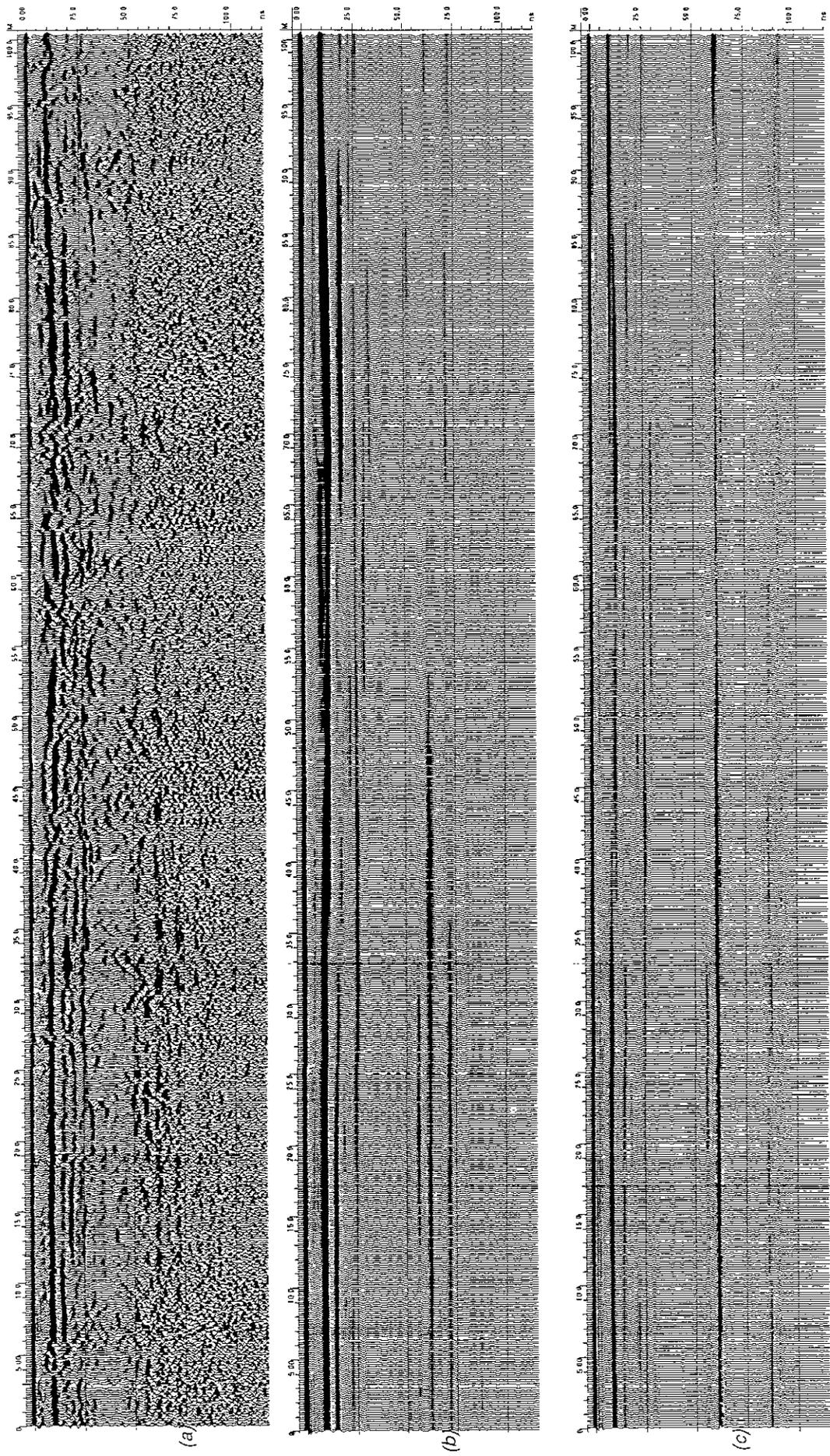


Figura 6.20 (a) Sección original. (b) Sección con filtrado paso bajas horizontal. (c) Sección con filtrado paso bajas horizontal y deconvolución.

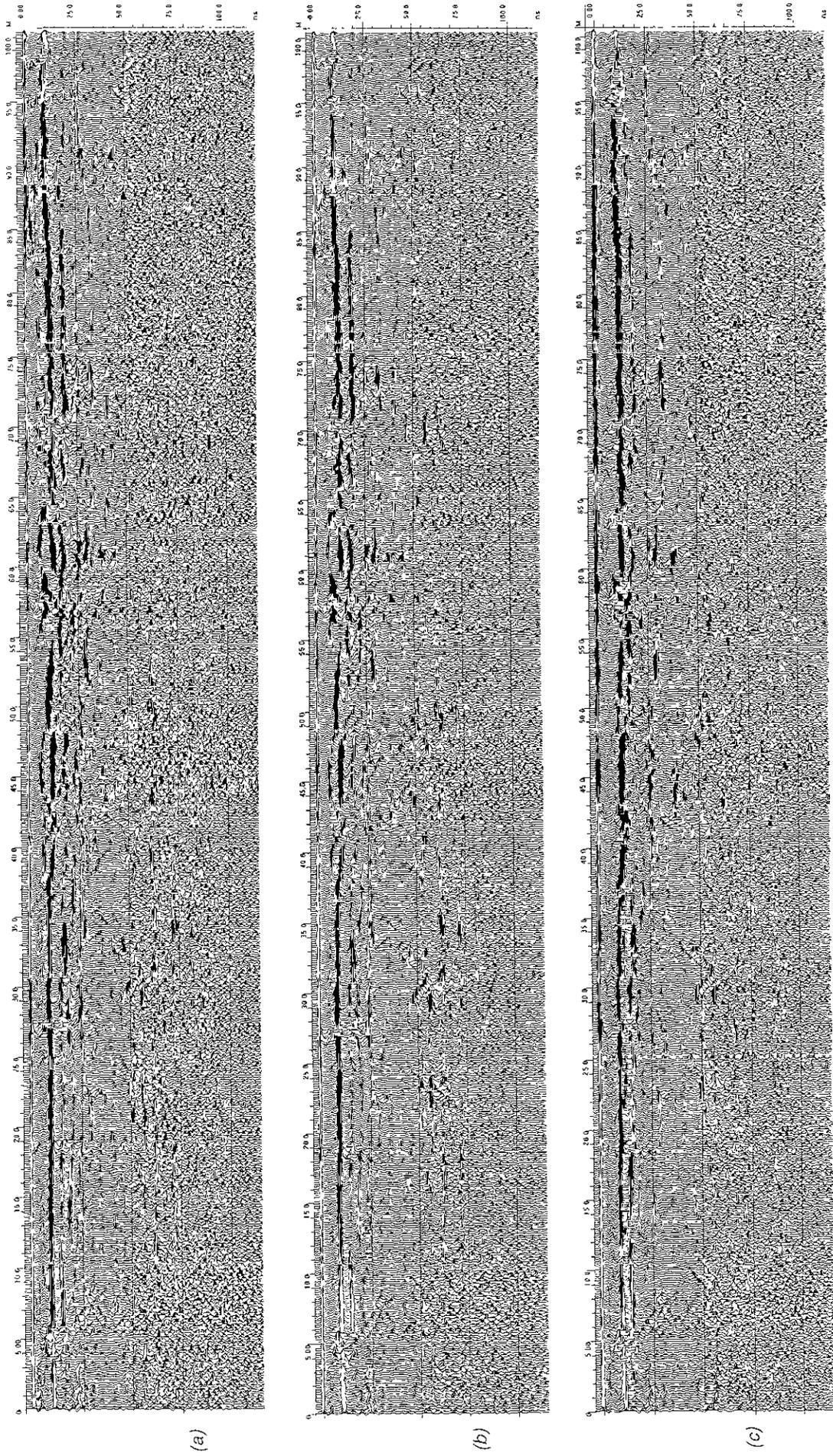
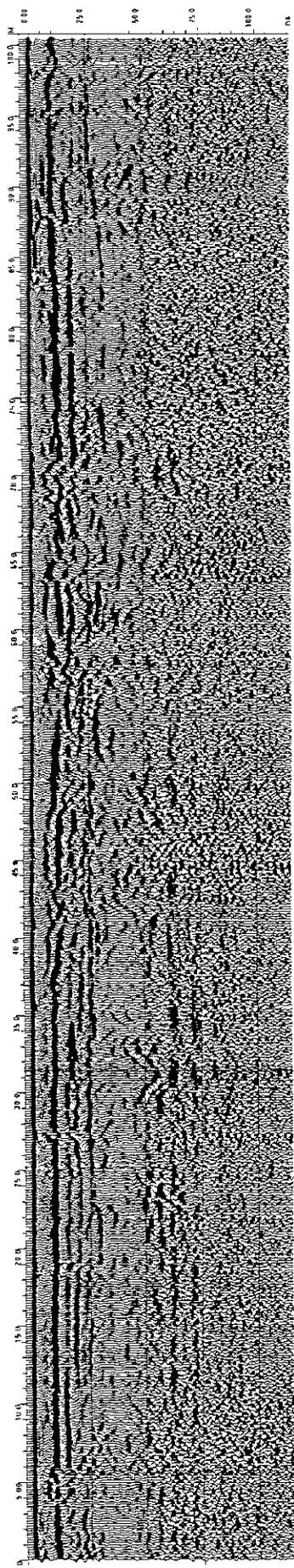
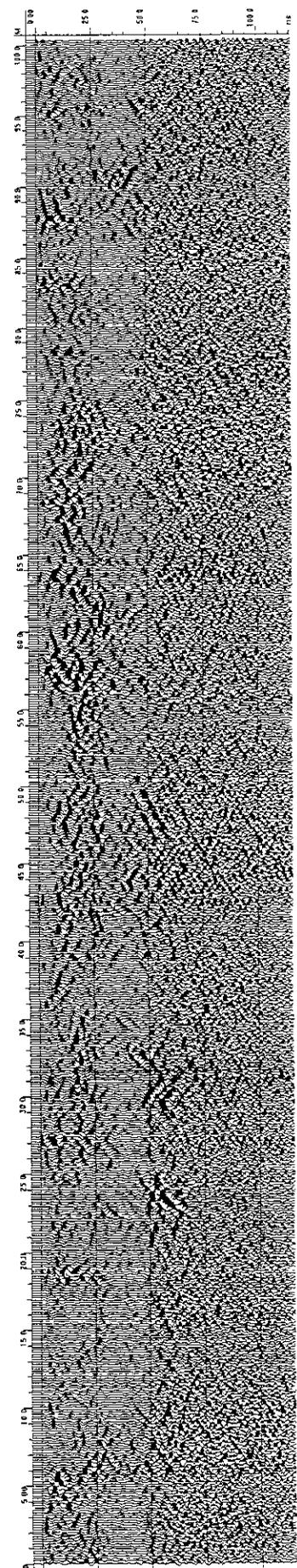


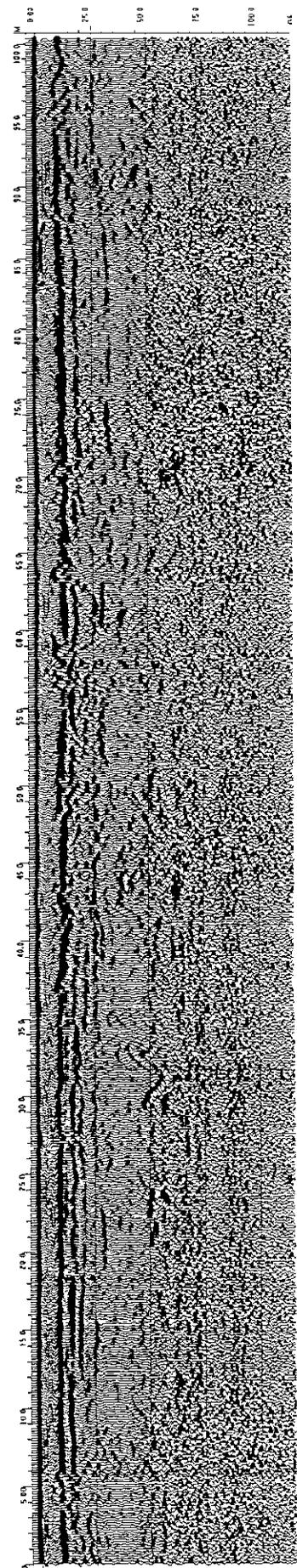
Figura 6.21 (a) Sección original. (b) Sección con filtrado paso banda. (c) Sección con filtrado paso banda y deconvolución.



(a)

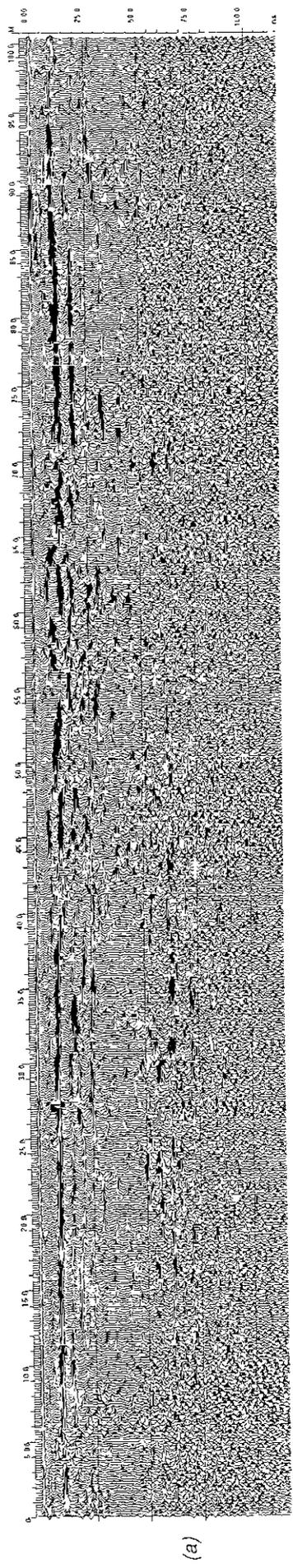


(b)

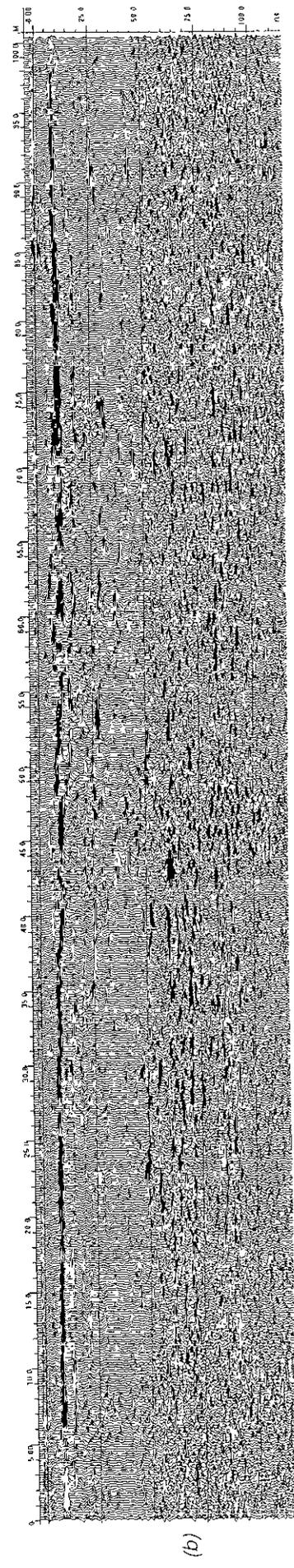


(c)

Figura 6.22 (a) Sección original. (b) Sección con filtrado paso altas horizontal. (c) Sección con deconvolución.



(a)



(b)

Figura 6.23 (a) Sección original. (b) Sección con migración.

VI.3.4 Radargramas sintéticos

En muchas ocasiones la gran variedad de estructuras geológicas pueden complicar extremadamente los tipos de eventos registrados tales como reflexiones, difracciones, múltiples, difusión (*scattering*), de tal forma que el radargrama resulta muy difícil de interpretar. El empleo de radargramas sintéticos es muy útil para entender situaciones que comúnmente encontramos en el marco geológico y es una herramienta que permite estimar anticipadamente la respuesta de estructuras simples. Los radargramas sintéticos también ayudan a corroborar la interpretación de los datos crudos o procesados y permiten conocer las respuestas de estructuras geológicas y civiles en gran número de situaciones, no olvidando que comprenden supuestos y aproximaciones que se deben tomar en cuenta en la interpretación.

Los radargramas sintéticos más simples son los unidimensionales los cuales son resultado de la convolución de una ondícula, como un pulso de Ricker, con la reflectividad o serie de coeficientes de reflexión del medio en incidencia normal, a partir de estructuras que varían solamente con la profundidad, es decir:

$$S(t) = p(t) * r(t)$$

S(t) = radargrama sintético

p(t) = ondícula

r(t) = reflectividad

Este tipo de radargramas es bueno para modelar interfases planas y para identificar las reflexiones primarias y los múltiples. Recientemente se han implementado radargramas sintéticos bidimensionales derivados del modelado sísmico. Estos nos permiten modelar reflectores inclinados, cavidades o cualquier estructura que varíe en dos direcciones y no están limitados a incidencia normal, con lo que podemos registrar las reflexiones primarias, múltiples y difracciones. Cuatro ejemplos de radargramas sintéticos bidimensionales se elaboraron para conocer la respuesta ideal de cavidades en roca caliza rellenas con diferentes materiales, así como una fractura inclinada con el propósito de compararlas con las de un radargrama real y encontrar posibles similitudes, para interpretarlos lo mejor posible. Algunas propiedades de los materiales utilizadas para el modelado fueron tomadas de tablas (Annan, 1992) y otras se calcularon a partir de los sondeos de velocidad. Las siguientes tablas muestran los valores estimados para la reflectividad de las interfases y la potencia reflectiva. Las Figuras 6.24 y 6.25 exhiben los radargramas sintéticos obtenidos del modelado.

Material	K	v (m/ns)	σ (mS/m)	α (dB/m)
Aire	1	0.3	0	0
Agua	81	0.0333	0.5	0.1
Caliza seca	9.38	0.098	0.05	0.4
Caliza húmeda	12.46	0.085	2	1

Tabla 6.4 Valores estimados de constante dieléctrica, velocidad, conductividad y atenuación de los materiales involucrados en el modelado.

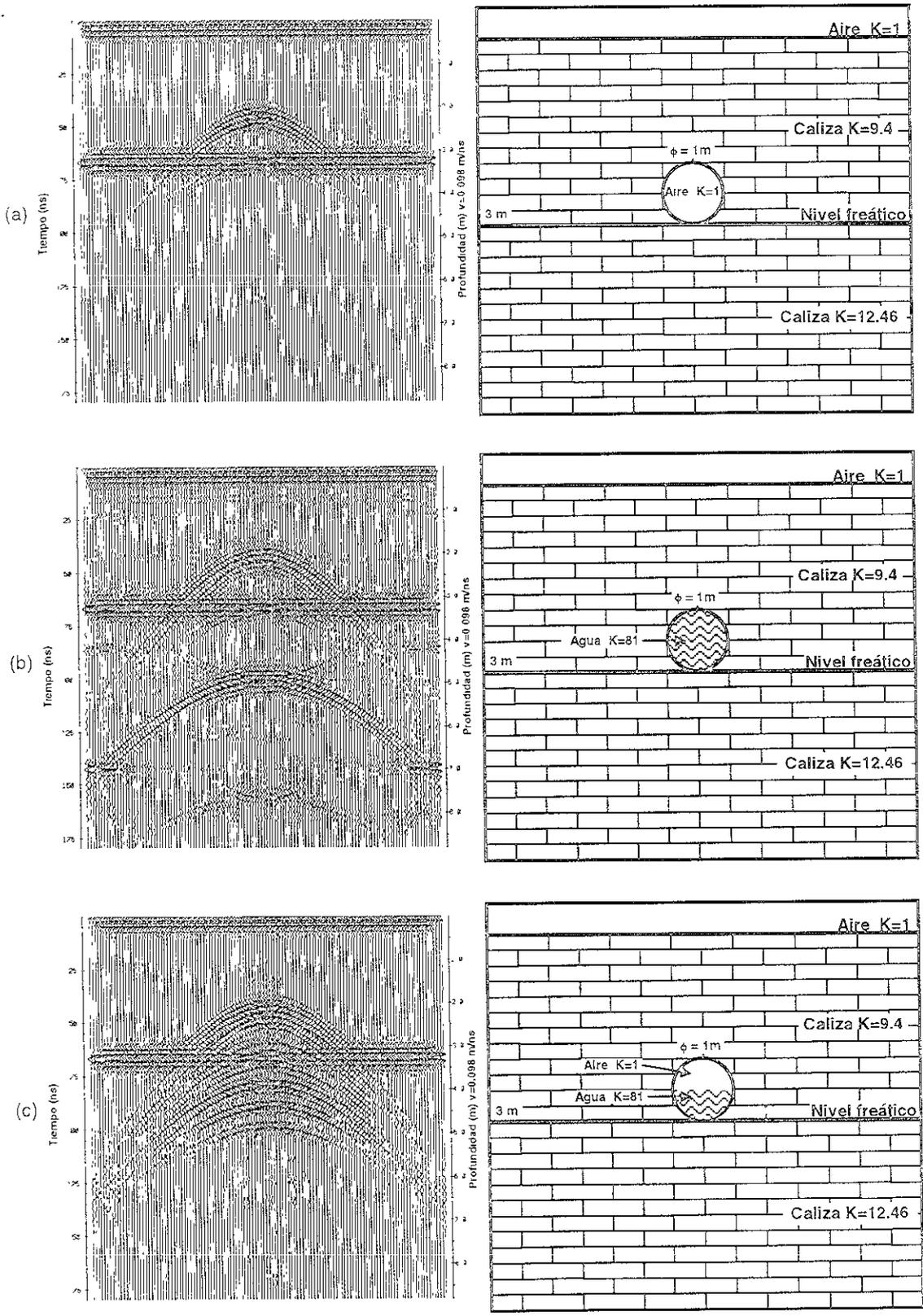


Figura 6.24 Radargramas sintéticos de cavidades en roca caliza. (a) Rellena con aire. (b) Rellena con agua. (c) Rellena con aire y agua.

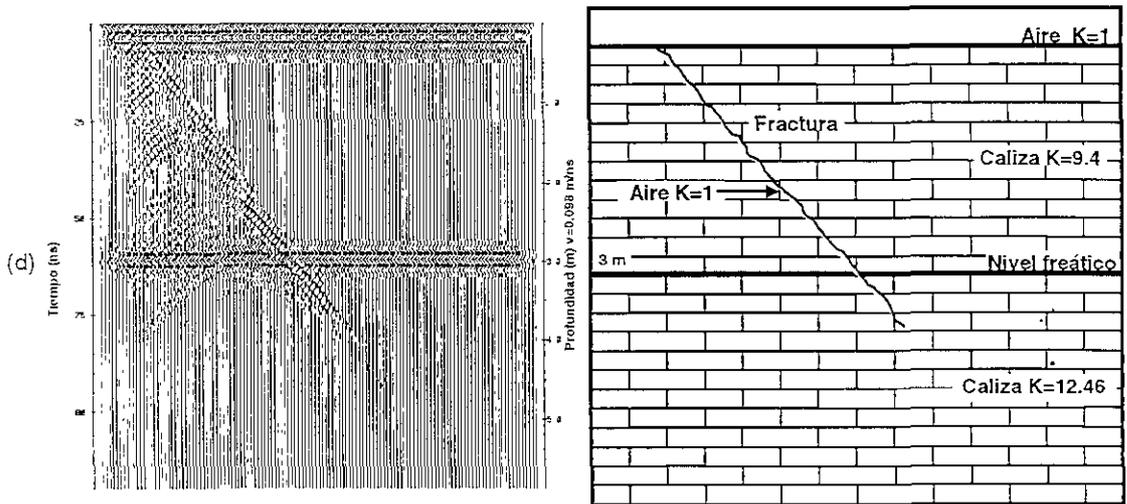


Figura 6.25 Radargrama sintético de fractura con echado en roca caliza.

Medio 1	Medio 2	Reflectividad $\Gamma = \frac{\sqrt{K_1} - \sqrt{K_2}}{\sqrt{K_1} + \sqrt{K_2}}$	Potencia reflectiva Γ^2
Aire	Caliza seca	-0.51	0.26
Aire	Agua	-0.80	0.64
Aire	Caliza húmeda	-0.59	0.35
Caliza seca	Aire	0.51	0.26
Caliza seca	Caliza húmeda	-0.12	0.014
Caliza seca	Agua	-0.49	0.24
Agua	Caliza seca	0.49	0.24
Agua	Caliza húmeda	0.39	0.15
Agua	Aire	0.8	0.64

Tabla 6.5 Reflectividad y potencia reflectiva para las interfases del modelado en incidencia normal.

VI.3.5 Resultados

La antena de 200 MHz proporciona una buena resolución de aproximadamente 0.25 m calculada con una constante dieléctrica de 9.38 (ecuación 4.25). Teóricamente con esta frecuencia se pueden resolver objetos con un mínimo 0.25 m en la dirección vertical. Con los sondeos de velocidad se estimaron las velocidades y constantes dieléctricas de los principales eventos, destacándose la onda de aire directa, la refractada, la onda directa del terreno y los reflectores más importantes que tienen una continuidad lateral y que pudieron ser observados en los sondeos de reflexión. Las mediciones de los sondeos de velocidad CMP y WARR (Figuras 6.18 y 6.19) proporcionan resultados muy similares para la onda

de aire directa y refractada y para la onda directa del terreno, habiendo pequeñas diferencias en los tres principales reflectores identificados. Estas diferencias se deben principalmente a la abertura total del sondeo CMP que fue de 20 m, en comparación con el sondeo WARR que fue de 10 m, lo cual hace más difícil marcar con precisión cada uno de los eventos.

Cualquiera de estos sondeos de velocidad es adecuado para calcular la velocidad y constante dieléctrica. En este trabajo el que ofreció una mayor confiabilidad fue el sondeo WARR debido a que se observó con mayor claridad y resolución cada uno de los eventos, además de ser más fácil implementarlo en el campo debido a que puede ser realizado por un solo operador. El sondeo CMP podría haber tenido mejores resultados si la abertura total no hubiera excedido una o dos veces la profundidad del reflector 3 que era de 4.2 m aproximadamente (Annan, 1992). Con diez metros de separación entre transmisor y reflector hubiera sido suficiente

La aplicación de varias técnicas de procesamiento se realizó para mejorar la relación señal-ruido y obtener información que de la sección cruda no era posible observar con claridad. En el caso de la Figura 6.20 se combinó el filtrado horizontal pasa bajas y deconvolución para resaltar los reflectores que tenían una duración espacial grande y para remover las reflexiones múltiples. Con esto se logró identificar con mayor precisión el nivel freático y otros reflectores que tenían una continuidad lateral. En la Figura 6.21.c se combinó el filtro pasa banda y deconvolución para eliminar ruido fuera del ancho de banda preestablecido y para tener una mejor resolución temporal, obteniéndose una sección más nítida y menos ruidosa para la interpretación. El filtro pasa altas horizontal (Figura 6.22.b) se aplicó para remover los reflectores grandes y de esta manera determinar las anomalías que pudieran ser posibles indicadoras de cavidades y fracturas. La Migración (Figura 6.23.b) fue útil para identificar el fracturamiento, sin embargo también colapsó las difracciones hiperbólicas que en ocasiones pueden ser indicadoras de cavidades, resultando la sección migrada más difícil de interpretar.

Los radargramas sintéticos (Figuras 6.24 y 6.25) son una herramienta útil para interpretar lo que se observa en un radargrama real. Los radargramas sintéticos que tienen una respuesta parecida a los del radargrama real fueron las cavidades rellenas con aire y las rellenas con agua y aire. El sintético de la fractura también tuvo una buena correspondencia con las fracturas reales en el radargrama. Sabemos que en la naturaleza es muy difícil que las cavidades sean perfectamente circulares, comúnmente tienen formas caprichosas e irregulares, a pesar de esto los radargramas sintéticos ofrecen una buena base de apoyo para la interpretación de los resultados.

La interpretación de los resultados esta sustentada principalmente en tres factores, los sondeos de velocidad, el procesamiento y los radargramas sintéticos. La interpretación final (Figura 6.26) muestra una parte de relleno (base y sub-base), la roca caliza con zonas de transición asociadas a variaciones en la constante dieléctrica, el nivel freático que es muy superficial, la infraestructura urbana, las fracturas y las posibles cavidades.

VI.3.6 Conclusiones

El empleo del GPR en zonas cársticas permitió evaluar la capacidad del método para identificar las anomalías asociadas que en el subsuelo se manifiestan como cavidades y fracturas, mientras que en la superficie como asentamientos y colapsos del terreno.

La antena de 200 MHz empleada en el sondeo de reflexión es adecuada para identificar con buena resolución las anomalías que se encuentran en los primeros cinco metros de profundidad y que tienen una relación estrecha con fracturas y cavidades superficiales. Para un mapeo más regional es recomendable utilizar antenas de menor frecuencia, por ejemplo de 100, 50 y 25 MHz, los cuales permiten una mayor penetración.

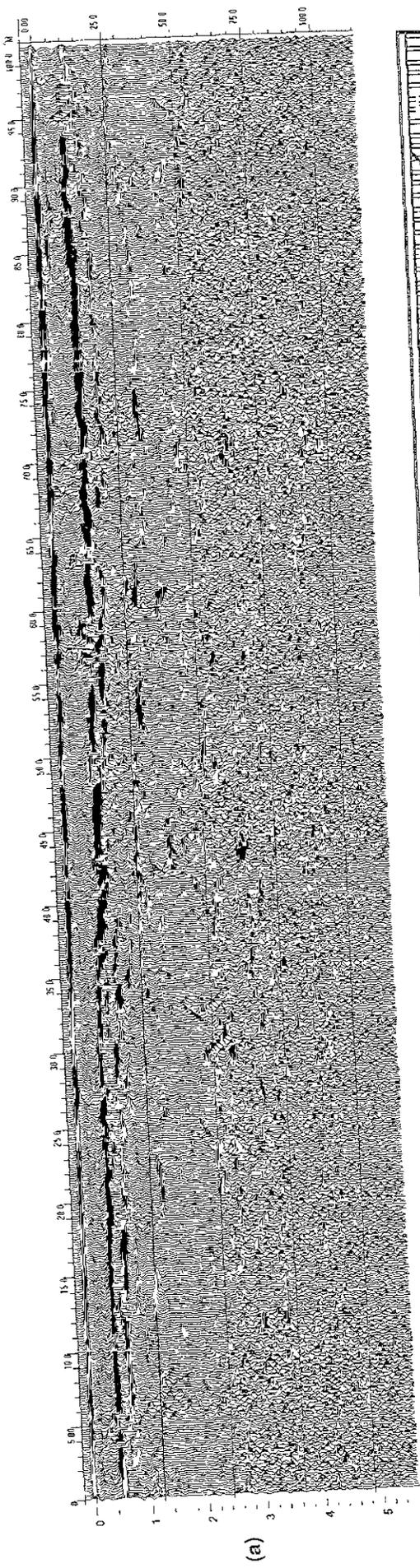
Los sondeos de velocidad CMP y WARR son efectivos para calcular la velocidad y constante dieléctrica del medio. Sin embargo el sondeo WARR mostró ser superior en la calidad de los datos obtenidos pues registra con mayor detalle las estructuras del subsuelo. Esto puede ser resultado de las aberturas usadas en cada uno de los casos.

Las diferentes técnicas de procesamiento permitieron destacar características del subsuelo que de la sección original no era fácil observar tales como el nivel freático que es muy superficial, las capas superiores de relleno y las zonas de transición en la roca caliza relacionadas con variaciones de humedad. El filtrado pasa banda y la deconvolución fue la secuencia del proceso que dio los mejores resultados debido a que mejoró la calidad de la imagen eliminando el ruido e incrementando la resolución.

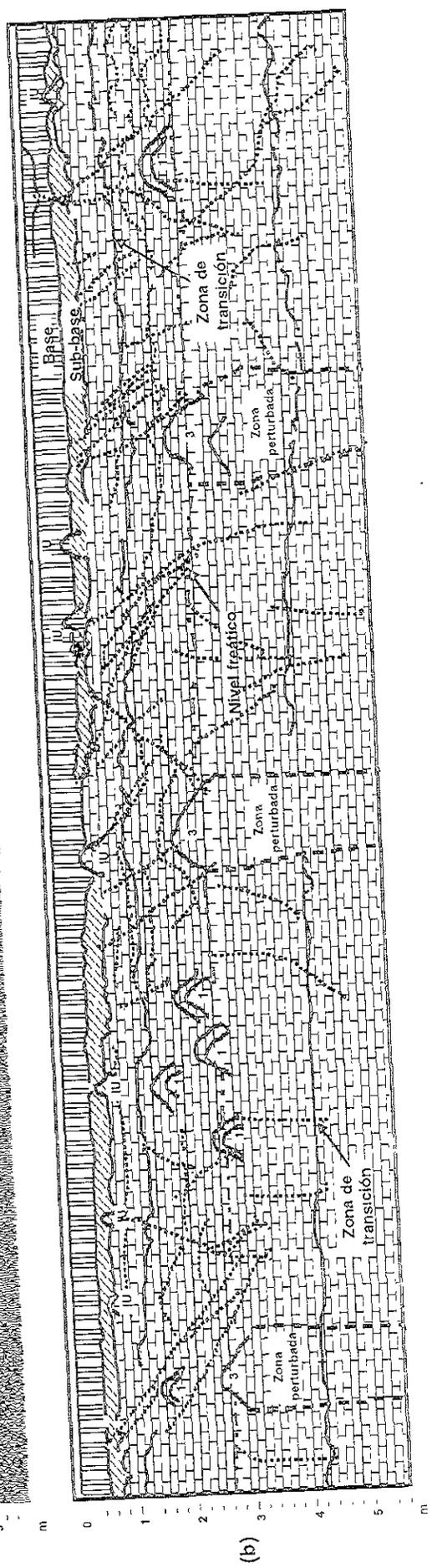
Los radargramas sintéticos son una herramienta de comparación entre un modelo ideal del subsuelo y uno real. De esta forma, las anomalías relacionadas con fracturas y cavidades pudieron ser comparadas con los modelos teóricos, simplificando con ello su identificación.

En la Figura 6.26.b se muestra la interpretación final, en donde se aprecia la infraestructura urbana (cableado y tuberías), las capas superiores de relleno, el nivel freático, la roca caliza con variaciones en sus propiedades, las fracturas y cavidades como principales indicadores de la carsticidad. Además se observan zonas perturbadas que indican regiones de debilidad del suelo por lo cual es necesario poner atención a este fenómeno para evitar un posible asentamiento o colapso del terreno.

La aplicación del GPR en zonas cársticas es de gran utilidad debido a que permite localizar cavidades y fracturas, principales constituyentes de estas zonas, de manera rápida y no destructiva. Su identificación y mapeo son imprescindibles cuando se requiere planear un camino, para cualquier obra civil u otros estudios geológicos.



(a)



(b)

Leyenda:

IU = Infraestructura urbana

1 = Probable cavidad rellena con aire

3 = Probable cavidad rellena con aire y agua

Fractura inclinada

Fractura sub-horizontal

Figura 6.26 (a) Radargrama con filtrado paso banda y deconvolución. (b) Interpretación de la sección basada en el procesamiento y modelado.



VII Conclusiones y recomendaciones

En esta tesis se abordaron los temas generales teóricos y prácticos del método de radar de penetración terrestre (GPR). En los capítulos I, II y III se revisaron el desarrollo histórico del método y sus aplicaciones, las propiedades electromagnéticas de las rocas y los fundamentos teóricos que rigen la propagación de las ondas electromagnéticas en diferentes medios. Así como los fenómenos de reflexión, refracción y los parámetros electromagnéticos más importantes que influyen en la respuesta del medio como son: la velocidad de propagación, la conductividad eléctrica, la permeabilidad magnética y la constante dieléctrica.

En el capítulo IV se mencionaron los principales componentes de equipo de radar y como funcionan así como los diferentes arreglos de campo, tales como el de reflexión, la transiluminación, el CMP y el WARR. Por otra parte se estudiaron aspectos que involucran características del medio y del equipo, como son la ecuación del radar, el patrón de radiación, la resolución vertical y la horizontal. Se incluyeron tablas y figuras con los principales rangos de variación de las propiedades de diferentes materiales y características de las antenas como son el ancho del pulso emitido, la resolución y la profundidad de penetración. En la parte final de este capítulo se presentaron los puntos principales para planear el diseño de un levantamiento con GPR.

En el capítulo V se presentaron las principales técnicas de procesamiento de datos de radar, además de que se hizo una revisión general de los aspectos teóricos con radargramas demostrativos de cada técnica de proceso.

Finalmente en el capítulo VI se mostraron tres ejemplos de aplicación del método, que incluye una prueba controlada donde se evalúa la respuesta de diversos materiales con diferente constante dieléctrica y conductividad. Otro ejemplo comprende la localización, mapeo y distribución de fracturas en suelo arcilloso y el último se enfoca a la localización de cavidades y fracturas en zonas cársticas y a la evaluación de los sondeos CMP y WARR en suelos con estas características.

Como conclusión general se mencionan algunas de las ventajas y limitaciones que tiene el GPR como técnica de exploración geofísica.

Ventajas:

1. El método puede ser empleado en una gran variedad de aplicaciones, en ingeniería civil (caminos, estructuras y puentes), localización de infraestructura urbana (tuberías y cableado), en estudios ambientales (detección de confinamientos y derrames subterráneos de sustancias peligrosas), minería, arqueología y en estudios de geología superficial, entre otras.
2. Proporciona perfiles continuos de alta resolución (radargramas)
3. Es un método no destructivo.
4. Es fácil de implementar en campo y la información se adquiere rápidamente.

5. El equipo es portátil y ligero, llevándolo a casi cualquier lugar.
6. Es una excelente herramienta para complementar otros estudios geofísicos y para apoyar los trabajos de perforación.

Limitaciones:

1. Tiene problemas de penetración en medios conductivos, con alto contenido de arcilla y agua.
2. Cuando las condiciones geológicas son complejas la interpretación de los datos llega a ser muy difícil.
3. Es un método muy superficial (de 0 a 30 m en suelos de baja conductividad).
4. El equipo tiene un costo elevado.

A raíz de la práctica realizada en diferentes lugares y con la variedad de problemas en numerosas áreas se proponen las siguientes recomendaciones para la planeación del trabajo, el manejo adecuado del equipo y las condiciones para obtener buenos resultados con el método de GPR:

Revisar la información de área de estudio. Planos del sitio y dibujos de construcción, registros y demás información geofísica, conocimiento de la geología local así como hablar con las personas del lugar.

Equipo principal y accesorio apropiado. Medios para marcar en campo (pintura, cal, estacas, banderas), cinta métrica, herramientas y papelería. Asegurarse de tener la fuente de poder adecuada, tener baterías y fusibles de repuesto.

Reconocimiento preliminar del sitio. Inspeccionar el terreno para ver si hay evidencias de objetos enterrados, cavidades y observar la topografía. Si es posible averiguar la profundidad de un objeto para calibrar la respuesta del GPR. Tomar fotografías del sitio y si es necesario abrir brecha para pasar las antenas.

Previo al levantamiento con GPR. Si las condiciones del terreno lo permiten, llevar la unidad de control en un vehículo para acelerar el trabajo. Hacer pruebas en diferentes áreas para establecer los parámetros apropiados para adquirir los datos y estimar por sondeos de velocidad o tomar de tablas la constante dieléctrica y velocidad del medio para hacer estimaciones previas.

Durante el levantamiento con GPR. Las antenas deberán tener una velocidad de arrastre constante cuando se trabaja en modo continuo; cuando se trabaje en modo discreto fijar el tiempo suficiente entre la adquisición de los datos y cuando la antena se mueve hacia otra estación. Llevar un registro detallado de cada

medición: longitud de la línea, antena utilizada, localización, fecha y hora. No jalar el cable cuando esta atorado, cuando se esté desplazando mantener el cable detrás o a un costado de la antena, no pisarlo, principalmente cuando sea de fibra óptica y nunca hacer mediciones con el cable debajo de la antena.

Algunas condiciones esenciales para obtener buenos resultados con GPR: Buen contraste dieléctrico, antena apropiada, baja conductividad, buena organización, conocimiento del sitio, buen clima, operador experimentado. Si es necesario apoyarse en otra información geológica-geofísica, realizar una buena interpretación y procesamiento de los datos, tener confianza y persistencia

En México la aplicación de esta técnica de exploración es muy reciente, iniciada en la Facultad de Ingeniería de la UNAM y en institutos de investigación con fines académicos. En la industria, el GPR presenta muchas posibilidades de aplicación en diferentes áreas, pero a diferencia de otros métodos, es poco conocido y se cuenta con pocos equipos y compañías que ofrecen estos servicios. En los próximos años seguramente se conocerá más de las ventajas que ofrece el método y se le aplicará como parte importante en la resolución de gran variedad de problemas.

Referencias

- Annan, A. P., and Davis, J. L., 1976, Impulse Radar sounding in permafrost *Radio Science*, **11**, 383-394.
- Annan, A. P., and Cosway, S. W., 1992, Ground Penetrating Radar, Survey Design Paper prepared for the Annual Meeting of SAGEEP, Chicago. April 26-29, 1992
- Arcone, S. A. and Delaney A. J., 1987, Airborne river-ice thickness profiling with helicopter UHF short pulse radar *J. Glaciol*, **33**, 330-340
- Benson, R. C., and Glaccum, R., 1979 Radar surveys for geotechnical site assessment. in *Geophysical methods in geotechnical engineering Presented at the Am Soc Civil Eng. Nat Convention, Atlanta*, preprint 3794.
- Blancas-Vazquez, J. E., Alatríste-Vilchis, D. R., Cortés-Ávila, F. J., Gómez-Vázquez, M. 1996, Adquisición y Procesamiento de datos de GPR en un campo de Pruebas, Asociación Mexicana de Geofísicos de Exploración, A. C., Memorias, Trabajos Técnicos, VII Simposium de Geofísica y Exposición, Electromagnéticos, 281-288.
- Campbell, K. J., and Orange, A. S., 1974, A continuous profile of sea ice and freshwater ice thickness by impulse radar: *Polar Record*, **17**, no. 106, 34-41
- Carmichael, R. S. Boca Raton, Florida, 1989, *Practical Handbook of Physical Properties of Rocks and Minerals*. CRC Press.
- Cook, J. C., 1975, Radar transparencies of mine and tunnel rocks *Geophysics* **40**, 865-885
- Coon, J. B., Fowler, J. C., and Shafers, C. J., 1981, Experimental uses of short pulse radar in coal seams: *Geophysics*, **46**, 1163-1168.
- Davis, J. L., Annan, A. P., 1989, Ground-Penetrating Radar for high-resolution mapping of soil and rock stratigraphy: *Geophys. Prosp.*, **37**, 531-551
- Davis, J. L., Annan, A. P., and Vaughan, C. J., 1985. Placer exploration using radar and seismic methods *Can Inst Min Bull.*, **80**, 67-72
- Fisher, E., McMechan, G. A., Gorman, M. R., Cooper, A. P. R., Aiken, C. L. V., Ander, M. E., and Zumberge, M. A., 1989, Determination of bedrock topography beneath the Greenland ice sheet by three-dimensional imaging of radar sounding data: *J Geophys Res.*, **94**, 2874-2882.
- Fisher, S. C., Stewart, R. R., and Jol, H. M., 1994. *Processing Ground Penetrating Radar Data*, Proceedings of the Fifth International Conference on Ground Penetrating Radar, Kitchener, Ontario, Canada, vol. 2, 661-675
- Gadallalt, M. R., 1994, *Reservoir Seismology, Geophysics in nontechnical language*, Pennwell Books, Tulsa Ok
- Geophysical Survey Systems, Inc., GSSI, <http://www.geophysical.com>
- Geophysical Survey Systems, Inc., GSSI, 1992, *Training notes*
- Georadar, Inc., <http://www.georadar.com>

- Hammond, W. R., and Sprengle, K. F., 1991 Radar detection of subglacial sulfides *Geophysics*, **56**, 870-873.
- Hara, T., and Sakayama, T., Urawa, Japan, 1985, The Applicability of Ground Probing Radar to Site Investigations, OYO Corp Urawa Research Institute.
- Harrison, C. H., 1970, Reconstruction of subglacial relief from radio echo sounding records: *Geophysics*, **35**, 1099-1115
- Hayt, W. H., México, 1991, Teoría Electromagnética, 2ª, McGraw-Hill.
- Imai, T., Sakayama, T., and Kanemori, T., 1987, Use of ground penetrating radar and resistivity surveys for archeological investigations: *Geophysics*, **52**, 137-150.
- Iakubovskii, I. V., España, 1980, Exploración Eléctrica, Reverté.
- Jesek, K. C., Roeloffs, E. A., Greishar, L. L., 1985, A geophysical survey of subglacial geology around the deep-drilling site 3, Greenland, in Langway, Jr., C. C., Oeschger, H. and Dansgaard, W., Eds., Greenland ice core: Geophysics, Geochemistry, and the Environment, *Geophys. Mono. Ser.*, **33**, Am. Geophys. Union, 105-110.
- Keller, G. V., Frischnecht, F. C., Great Britain, 1966, Electrical Methods in Geophysical Prospecting, Pergamon Press.
- Killey, R. W. D., and Annan, A. P., 1989, Stratigraphic information from impulse radar profiling over unconsolidated sands, in Thomas, M. D., and Dixon, D. F., Eds., Geophysical and related geoscientific research at Chalk River, Ontario: AECL-9085, Atomic Energy of Canada Ltd., 295-306.
- Kraus, J. D., México, 1992, Electromagnetismo, 1ª, McGraw-Hill
- Lara, S. J., Pascacio, T. R., Alatríste V. D., Hernández, P. I., Campos, O. E., 1997, Detection of abandoned early mining tunnels in the developing urban district (Pachuca City, Hidalgo State, Mexico). A resistivity, gravity and GPR study. (Expand. Abstr.) Society of Exploration Geophysicists, 67TH Ann. Internat. Mtg. Dallas, Texas.
- Lee, S., Milios, E., Greiner, R., and Rossiter, J., 1992, An expert system for automated interpretation of ground penetrating radar data, ed. J. Pilon; Geological Survey of Canada, Paper 90-4, p. 125-131.
- Lorenzo, E. C., 1994, Prospección Geofísica de Alta Resolución mediante Geo-Radar Aplicación a Obras Civiles, Tesis Doctoral, Universidad Complutense de Madrid.
- Mala Geoscience, <http://www.malags.se>
- Morey, R. M., 1974, Continuous subsurface profiling by impulse radar: Proc. Eng. Foundation Conf. On subsurface Exploration for Underground Excavation and Heavy Construction, 213-232.
- Nickley, N., Sender, F., Thierback, R., and Weichard, H., 1983, Exploring the interior of salt domes from boreholes: *Geophys. Prosp.*, **31**, 131-148.
- Olsson, O., Anderson, P., Caristen, S., Falk, L., Niva, B., and Sandberg, E., 1992, Fracture characterization in crystalline rock by borehole radar, in Ground penetrating radar, ed. J. A. Pilon; Geological Survey of Canada, Paper 90-4, p. 139-150.
- Orellana, E. S., Madrid, 1972, Prospección Geolétrica, Paraninfo.

- Parkhomenko, E. I., New York, 1967, *Electrical Properties of Rocks*, Traducción y suplemento de Keller, G. V., Plenum Press.
- Proakis, J. G., and Manolakis, D. G., 1996, *Digital Signal Processing. Principles, algorithms and applications*. Third edition. Prentice Hall. USA.
- Rees, H. V., and Glover, J. M., 1992, Digital enhancement of ground probing radar data, ed J. Pilon, Geological Survey of Canada, Paper 90-4, p. 187-192
- Reitz, J. R., Milford, F. J., Christy, R. W., Estados Unidos, 1986, *Fundamentos de la Teoría Electromagnética*, 3ª, Addison-Wesley Iberoamericana.
- Sensors & Software Inc., Annan, A. P., 1992, *Ground Penetrating Radar*, Workshop Notes
- Sensors & Software Inc., <http://www.sensoft.on.ca>
- Silver, M. L., Fisk, P. S., and Greenman, A. L., 1986, *Grouting a Sand Dam*, Civil Engineering, American Society Civil Engineering.
- Steward, R. D., and Unterberger, R. R., 1976, Seeing through rock salt with radar. *Geophysics*, **41**, 123-132
- Telford, W. M., Geldart, L. P., Sheriff, R. E., Keys, D. A., USA, 1986, *Applied Geophysics*, Cambridge University Press.
- Todoeschuck, J. P., LaFlèche, P. T., Jensen, O. G., Judge, A. S., and Pilon, J. A., 1992, Deconvolution of ground probing radar data, ed. J. Pilon; Geological Survey of Canada, Paper 90-4, p. 227-230.
- Topp, G. C., Davis, J. L., and Annan, A. P., 1980, Electromagnetic Determination of soil water content: Measurements in coaxial transmission lines. *Water Res. Res.*, **16**, 574-582.
- Torres, M. B., México, 1980, *Fundamentos de Teoría Electromagnética*, 2ª, Diana
- Turner, G., 1994. Subsurface radar propagation deconvolution: *Geophysics*, **59**, 215-223.
- Ulriksen, C. P. F., 1982, *Application of impulse radar to civil engineering*: Ph D thesis. Univ. Of Technology, Lund.
- Webster, G. M., 1978, *Deconvolution*, Tulsa, SEG, Geophysical Reprint Series, 1, vol. 1 y 2
- Witterholt, E. J., and Kretschmar, J. L., 1984, Mapping of a steam flood with MHz EM waves. 54th Ann. Internat. Mtg., Soc. Expl. Geophys., *Expanded Abstracts*, 719-721.
- Yilmaz, O., 1987, *Seismic Data Processing*, Stephen M. Doherty, Editor. Society of Exploration Geophysicists, Tulsa, Ok.
- Young, R. A., Deng, Z., and Sun, Z., april 1995, *Interactive processing of GPR data*. The Leading Edge

Anexo. Nombre y unidades de las principales cantidades electromagnéticas

Nombre	Símbolo	Unidad
Conductividad eléctrica	σ	S/m
Constante dieléctrica	K	
Permitividad eléctrica	ϵ	F/m
Permitividad eléctrica del vacío 8.854×10^{-12}	ϵ_0	F/m
Permeabilidad Magnética	μ	H/m
Permeabilidad magnética del vacío $4\pi \times 10^{-7}$	μ_0	H/m
Resistividad eléctrica	ρ	$\Omega\text{-m}$
Campo eléctrico	E	V/m
Densidad de flujo eléctrico	D	C/m ²
Momento eléctrico dipolar	p	C·m
Carga eléctrica	q	C
Polarización	P	C/m ²
Susceptibilidad eléctrica	χ_e	
Momento magnético	m	A/m ²
Magnetización	M	A/m
Susceptibilidad magnética	χ	
Intensidad de campo magnético	H	A/m
Inducción magnética	B	T ó Wb/m ²
Densidad de corriente	J	A/m ²
Corriente eléctrica	I	A
Fuerza electromotriz	E	V
Flujo magnético	ϕ_m	Wb
Densidad de carga volumétrica	ρ_v	C/m ³
Frecuencia angular	ω	Rad/s
Frecuencia	f	Hz
Constante de atenuación	α	Np/m
Constante de fase	β	Rad/m
Constante de propagación	γ	m ⁻¹
Velocidad de propagación	V	m/s
Velocidad de la luz 3×10^8	c	m/s
Longitud de onda	λ	m
Impedancia intrínseca del medio	η	Ω
Impedancia del vacío 120π	η_0	Ω
Profundidad de penetración (Skin depth)	δ	m
Vector de Poynting	P	W/m ²
Coefficiente de reflexión	Γ	
Coefficiente de transmisión	T	
Período	T	s
Ancho de pulso	Δs	s
Ángulo sólido del haz	Ω_A	Sterorradianes (sr)
Directividad	D	dB
Ganancia	G	dB
Eficiencia	ξ	dB
Factor de calidad	Q	dB
Ancho de banda	Δf	Hz
Frecuencia de corte	f_c	Hz
Resolución vertical	T_m	m
Velocidad de desplazamiento de la antena	v_s	m/s
Potencia reflectiva	P_R	
Ventana de tiempo	W_P	s
Frecuencia de muestreo	f_s	Hz
Intervalo de muestreo	T_s	s