UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

FACULTAD DE CIENCIAS

"ESTIMACION DE LOS MOVIMIENTOS TIPICOS DEL FLUJO DE BILLETES Y MONEDAS EN CIRCULACION PARA ELABORAR LA TRAYECTORIA DIARIA QUE PUBLICA EL BANCO DE MEXICO"

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TITULO DE

A C T U A R I O

P R E S E N T A :

NORBERTO PANTOJA GALICIA

DIRECTOR DE TESIS: LIC. SAMUEL ALFARO DESENTIS

MEXICO, D.F. 2000

VNIVERSIDAD NACIONAL
AVFNOMA DE
MEXICO

MAT. MARGARITA ELVIRA CHÁVEZ CANO
Jefa de la División de Estudios Profesionales de la
Facultad de Ciencias
Presente

Comunicamos a usted que hemos revisado el trabajo de Tesis.

"Estimación de los movimientos típicos del flujo de billetes y monedas en circulación para elaborar la trayectoria diaria que publica el Banco de México"

realizado por Norberto Pantoja Galicia

con número de cuenta 8940785-9 , pasante de la carrera de Actuaría

Dicho trabajo cuenta con nuestro voto aprobatorio.

Atentamente

Director de Tesis Propietario	Lic. Samuel Alfaro Desentis	
Propietario	Mat. Margarita Elvira Chávez Cano	
Propietario	Mat. Hugo Villaseñor Hernández	
Suplente	Act. Claudia Alquicira Esquivel	
Suplente	Act. Mauricio Gerardo Arciniega Lechuga	

Consejo Departamental de Matemáticas

M. en C. José Antonio Flores Díaz

Al Buen Pastor,

A mis padres, Haydeé y Norberto,

A mis hermanos Mónica, Ivonne e Israel,

A Alicia,

A la Reina de la Paz,

¡MUCHAS GRACIAS!

Agradecimientos

Al Lic. Samuel Alfaro, director de esta tesis.

A mis sinodales: Mat. Margarita Chávez, Act. Claudia Alquicira, Mat. Hugo Villaseñor, Act. Mauricio Arciniega.

A la Lic. Miryam Saade.

A la Act. Rosa Isela Guerrero.

A mis profesores de la Facultad de Ciencias.

A mis compañeros del Banco de México.

A todas aquellas personas que de alguna manera me apoyaron y motivaron para realizar este trabajo.

Contenido

Introducción

A partir de la crisis económica que vivió nuestro país en el año de 1995, ha existido por parte de los analistas económicos, así como del público, la exigencia para que el Banco de México provea de información veraz y oportuna referente a su actuación y sus planes. A raíz de estos requerimientos, el Banco Central ha hecho del conocimiento público sus operaciones de mercado abierto, su balance contable y algunos pronósticos sobre las principales variables que pueden incidir sobre su meta inflacionaria.

Una de estas publicaciones que presenta anualmente el Instituto Central es la relativa a la trayectoria diaria anticipada de billetes y monedas en circulación. La importancia de contar con este pronóstico de manera oportuna radica en el valor que tiene la evolución de dicho medio de pago como indicador de posibles presiones inflacionarias.

La publicación de una trayectoria de los billetes y monedas permite también conocer uno de los principales factores para determinar las operaciones de mercado abierto, ya que en su Programa de Política Monetaria que anualmente difunde el Banco de México se especifica, como elemento esencial, la intención de atender diariamente la demanda de billetes y monedas.

A raíz de todo este esfuerzo informativo se ha requerido de la elaboración de un planteamiento estadístico que sea relevante para caracterizar la estacionalidad de los billetes y monedas en circulación. En esta tesis se presenta un método para estimar dicha estacionalidad, el cual se desarrolla a lo largo de los siguientes tres capítulos cuyos contenidos se describen a continuación.

El primer capítulo presenta de manera general una descripción de la Política Monetaria, la cual es un elemento importante de la política económica y está relacionada con las actividades que realiza el Banco Central con el propósito de cumplir con su objetivo primordial que, de acuerdo con la Constitución Política, es la procuración de la estabilidad del nivel general de precios. El tema de la emisión de billetes y monedas también es abordado en este capítulo e indica la obligación que tiene el Instituto Emisor de poner en circulación la cantidad de billetes y monedas que cumpla con la condición de que sea igual a la demandada por el público y, además, sea consistente con la meta inflacionaria. Precisamente para poder satisfacer estas dos condiciones se requiere elaborar una trayectoria de los billetes y monedas en circulación. Finalmente se exponen los antecedentes necesarios para estar en condiciones de desarrollar el modelo que se utiliza para obtener la trayectoria diaria de los billetes y monedas en circulación.

El comportamiento que caracteriza la estacionalidad diaria del flujo de billetes y monedas en circulación, conocido también como movimientos típicos, es modelado en el segundo capítulo. El planteamiento matemático empleado para realizar la estimación de los movimientos típicos considera la presencia de tres factores fundamentales para su construcción que se refieren a la identificación de los efectos: semanal, quincenal y mensual. El método que se propone en esta tesis para estimar dichos efectos establece que, a lo largo de una semana o de una quincena, la suma de los elementos que los constituyen es igual a cero, de manera que normalmente los flujos de billetes y monedas van siguiendo al efecto mensual que se obtiene a partir de un modelo econométrico. En este capítulo también se presenta una primera propuesta para mejorar un aspecto importante del efecto semanal, que se refiere a la distorsión que generan los días feriados.

El desarrollo del tercer capítulo se basa en el ejercicio realizado para estimar los movimientos típicos del flujo de billetes y monedas del año 2000. Se presenta una herramienta para poder establecer una medida de comparación de error entre el pronóstico propuesto por este método y cualquier otra implementación alternativa. Asimismo, se incluyen los resultados obtenidos al aplicar la propuesta planteada en el capítulo dos.

Es importante subrayar el hecho de que en una economía como la nuestra, los billetes y monedas siguen siendo un medio de pago muy importante, lo cuál se debe principalmente a dos razones. En primer lugar, el tamaño de la economía informal continua siendo considerable, por lo que el gran número de transacciones que se realizan en ella comprenden el uso de billetes y monedas como instrumento de pago. Por otra parte, en nuestro país la utilización del cheque como medio de pago no se ha desarrollado lo suficiente, esto debido a la aceptación tan reducida que se tiene de dicho elemento en comparación a otras naciones, como por ejemplo Estados Unidos, en donde se hace uso indistinto del cheque. Por consiguiente, el estudio de la demanda por billetes y monedas en México es un tema de gran relevancia.

Capítulo 1

Política monetaria y emisión de billetes y monedas

1.1 Política monetaria

La política económica tiene como finalidad mejorar el bienestar social logrando una mejor calidad de vida, a través, principalmente, del procuramiento del mayor nivel de empleo posible, de un crecimiento económico sostenido y una tasa de inflación estable. De esta manera, la Banca Central juega un papel muy importante en el desarrollo de la política económica por medio de la instrumentación de su política monetaria. Las funciones que realiza el Banco Central están fundamentadas conforme a lo establecido en el Artículo 28 de la Constitución Política de los Estados Unidos Mexicanos, en el cual se establece que el objetivo prioritario del Banco Central es procurar la estabilidad del poder adquisitivo de la moneda nacional. Para cumplir con este mandato, la política monetaria debe dirigirse a alcanzar una inflación baja y estable. Al cumplir el Banco con esta tarea estará brindando a la economía el ambiente necesario para el sano funcionamiento de la misma.

El Banco de México funciona como agente financiero del gobierno recibiendo depósitos o pagando cheques contra la cuenta corriente del gobierno en el Banco Central. Asimismo, el Banco de México controla la oferta monetaria a través de la compra y venta de títulos gubernamentales, esto es, el Banco Central lleva a cabo una programación monetaria con el fin de cuantificar el impacto neto de la liquidez generada en el mercado. De esta manera, diariamente el Banco Central inyecta o retira liquidez, a través de las operaciones de mercado abierto, las cuales se detallan más adelante, con el objetivo de no generar presiones sobre su meta inflacionaria.

Debido a lo anterior, es importante que el Instituto Central cuente con un medio que le permita detectar señales de inflación futura. Sin embargo, la experiencia de otros países, así como la del nuestro, señalan que la gran complejidad del problema inflacionario radica en que este fenómeno no puede ser anticipado con precisión por el comportamiento de tan sólo unas cuantas variables. No obstante, en determinados períodos y en ciertas circunstancias los agregados monetarios correspondientes a los activos financieros que se utilizan para adquirir bienes y servicios, como son billetes y monedas en circulación o M1[1], cumplen con ser la variable apropiada para distinguir presiones inflacionarias y permitirle al Banco Central tomar las medidas necesarias para cumplir con el compromiso de estabilidad de precios.[2]

Desde enero de 1997, el Instituto Central ha publicado una trayectoria diaria de los billetes y monedas en circulación para el resto del año, lo cual permite conocer una de las principales variables que determina las operaciones de mercado abierto. Estos movimientos diarios han sido pronosticados por el Banco de México de manera que sean congruentes con el objetivo de inflación para el año correspondiente, así como con los supuestos básicos utilizados para su elaboración como son: la evolución de las tasas de interés, el crecimiento del Indice del volumen de la producción industrial, que además de estar altamente correlacionado con el PIB, permite por su periodicidad más frecuente. obtener un pronóstico mensual de los billetes y monedas.

Sin embargo, es importante señalar que no es sencillo anticipar dicha trayectoria. El mismo Banco de México cita las causas de tal dificultad en su publicación titulada *"Política Monetaria: Programa para 2000"* [4]:

- La relación entre la inflación y la base monetaria puede cambiar con el tiempo.
- Los supuestos básicos para pronosticar la demanda de base monetaria en un año pueden no materializarse

[1]M1 se compone de la suma de billetes y monedas en circulación más los depósitos a la vista. es decir, las cuentas de cheques.

[2]En particular, se ha observado que las tasas de crecimiento de los precios y del dinero presentan una correlación alta cuando se registran grandes niveles de inflación. En tal caso, el crecimiento de los billetes y monedas en circulación parece ser un buen indicador del riesgo de futura inflación.

- La relación entre la demanda de base monetaria y las variables que explican su evolución también pueden modificarse con el tiempo.
- Fenómenos que redundan en variaciones transitorias en la preferencia del público por efectivo.

Por último, el documento también señala que se deben hacer continuas evaluaciones por parte del Banco Central de las diferencias que puedan aparecer entre la trayectoria pronosticada de los billetes y monedas en circulación y su evolución observada, así como también estudiar otros indicadores entre los que se encuentran las expectativas de inflación, los salarios y el tipo de cambio que también suministran información sobre el curso futuro de la inflación.

1.2 Emisión de billetes y monedas

Una de las primeras funciones desempeñadas por los bancos centrales desde sus inicios y hasta nuestros días se refiere a la emisión reglamentada de billetes y monedas.

De acuerdo con el artículo segundo de la Ley que lo regula, el Banco de México tiene por finalidad proveer a la economía del país de moneda nacional, mientras que el artículo cuarto establece que el Instituto Central es a quien corresponde privativamente emitir billetes y ordenar la acuñación de moneda metálica, así como poner ambos medios de pago en circulación a través de las operaciones que la misma Ley le autoriza realizar.

El control que tiene el Banco Central sobre la emisión de billetes y monedas le permite establecer la flexibilidad necesaria a la cantidad de dinero en circulación, la cual debe adaptarse a los cambios que pueda presentar la demanda del público y que son resultado de variaciones de tipo estacional, como son las vacaciones, fiestas patrias y de fin de año, en donde se presenta un aumento o disminución de circulante.

Para poner billetes y monedas en circulación , el Instituto Central utiliza los servicios de los bancos quienes reciben dicho medio de pago para después distribuirlo entre sus clientes. Para hacerse de circulante las instituciones de crédito colocan algún pasivo o reducen algún activo. Cuando ocurre esto último, para poder cubrir los requerimientos de encaje legal, afectan el saldo de los depósitos que tienen en el Banco de México.

Cuando no existe encaje legal, los mismos bancos solicitan financiamiento al Instituto Emisor, el cual debe poner billetes y monedas en circulación para proporcionar la liquidez requerida por dichos intermediarios. En el caso mexicano, desde el año de 1991, existe el sistema de encaje legal cero bajo el cual funciona el sistema bancario. Este régimen permite que no exista obligación alguna por parte de los bancos de establecer depósitos en el Banco de México. Lo anterior conlleva a que el Instituto Emisor tenga que proporcionar el financiamiento para que la demanda por billetes y monedas en circulación sea satisfecha.

Por otra parte, las instituciones de crédito, en su momento, deben surtir la demanda de billetes y monedas hecha por el público. En caso de que las instituciones de crédito estuvieran imposibilitadas para suministrar el circulante que requieren sus clientes, estos últimos podrían llegar a perder la confianza en el sistema de pagos, lo cual podría causar una corrida bancaria. Debido a que los bancos buscan prevenir tal riesgo, y al mismo tiempo dar un servicio adecuado a su clientela, solicitan al Instituto Central tanto el circulante que consideran necesario para solventar los requerimientos del público, así como el que desean mantener en caja a manera de inventario para poder hacer frente a cualquier demanda inesperada. Por lo tanto, sería muy peligroso que el Instituto Emisor tomara la determinación de no financiar la demanda total de billetes y monedas requerida por los bancos. Además del riesgo que esto implicaría, es preciso mencionar que el Banco de México estaría faltando al artículo segundo de la ley que lo regula, el cual también establece que el Instituto Central debe promover el sano desarrollo del sistema financiero, así como propiciar el buen funcionamiento de los sistemas de pago.

Para suministrar el financiamiento que satisfaga la demanda de dinero en efectivo, el Banco de México hace un cargo de manera automática del valor nominal de dicho medio de pago en las cuentas corrientes en moneda nacional que las instituciones de crédito tienen en el propio Banco. Estas cuentas reflejan cualquier diferencia existente entre la oferta y la demanda de circulante ya que presentan saldos positivos o negativos según sea el caso. En caso de que los intermediarios incurran en un sobregiro o que el Instituto Emisor reciba los billetes y monedas que le regresan los bancos, se estará generando una presión sobre las tasas de interés que desaparecerá cuando el Banco Central compense la totalidad de las operaciones que modifican el saldo de las cuentas de la banca en el Instituto Central. Por lo tanto, para prevenir movimientos extraordinarios de las tasas de interés, el Banco Central debe aumentar el financiamiento a las instituciones de crédito cuando se incremente la demanda de billetes y monedas en circulación, y en el caso contrario, debe reducir dicho financiamiento.

El Banco Central carga las cuentas de las instituciones financieras el mismo día en que éstas efectúan retiros de circulante para satisfacer la demanda del público. Asimismo, cuando los intermediarios depositan en el Instituto Emisor el medio de pago que captan del público, se realiza el abono correspondiente a sus cuentas. De esta forma, al no conocer previamente y con certidumbre los retiros o depósitos de billetes y monedas, el Banco de México enfrenta el problema de no poder determinar con plena certeza el flujo de billetes y monedas que será demandado en determinado día. Para dar solución a esta situación, el Banco Central realiza una proyección diaria que parte de una estimación mensual del saldo de billetes y monedas en circulación, de tal manera que cuando la estimación sugiera una demanda mayor por billetes y monedas, el Instituto Emisor proporcione los recursos requeridos para que los intermediarios mantengan sus cuentas corrientes con un saldo estable y de esta manera evitar el aumento transitorio de las tasas de interés; y lo mismo sucede en el caso contrario.

Para llevar a cabo un análisis de la trayectoria diaria de los billetes y monedas en circulación, se deben considerar los aspectos que a continuación se mencionan.

La demanda de billetes y monedas presenta un comportamiento estacional típico. Los requerimientos de circulante aumentan los jueves y viernes, así como los días previos a la quincena. También se ha observado una mayor demanda los días previos a la semana santa, "puentes" y días festivos. En el caso de ser año electoral, se ha visto un requerimiento extraordinario los dos meses previos a las elecciones. Asimismo, los dos últimos meses del año se presenta una mayor demanda de dinero. Los billetes y monedas se reintegran al Instituto Emisor posteriormente; esto ocurre cuando los bancos los reciben a través de la constitución de depósitos bancarios, una vez que los agentes económicos intercambiaron bienes o servicios por dinero. Debido a las razones anteriores, el flujo de billetes y monedas en circulación disminuye los dos primeros días de la semana, los primeros días de la quincena, después de los "puentes" o días festivos y en el mes de enero de manera importante.

Por lo tanto, los movimientos típicos del flujo de billetes y monedas en circulación se refieren a las variaciones estacionales diarias que caracterizan a dicho agregado monetario en determinadas fechas y bajo ciertas circunstancias. Para elaborar una trayectoria diaria anticipada de este medio de pago, a partir de los movimientos típicos, es necesario hacer dos tipos de estimaciones, la primera es la relativa a la demanda de billetes y monedas con periodicidad mensual, la cual se describe de manera breve en la siguiente sección. La segunda de dichas estimaciones se introduce en la última sección del presente capítulo, y concierne a los efectos que describen a dichas variaciones estacionales diarias.

1.3 Estimación de la demanda de billetes y monedas en circulación con periodicidad mensual

El modelo con el que se estimó la trayectoria diaria de billetes y monedas en circulación para el año 2000 se basa en una estimación econométrica de demanda de dinero clásica de saldos reales medida al cierre de cada mes.

La teoría clásica supone que el público demanda dinero por tres motivos: transaccional, especulativo y precautorio. El motivo transaccional significa que el público demandará cierta cantidad de dinero con el fin de adquirir bienes. Si el ingreso de los individuos aumenta, éstos tendrán la oportunidad de incrementar su nivel de gasto y comprarán una mayor cantidad de bienes. De esta manera, en este estudio se consideró como la variable ingreso al Indice de Volumen de la Producción Industrial. Por lo que es de esperarse un signo positivo de esta variable en la demanda por dinero. Por otro lado, el motivo especulativo supone que el público demandará dinero dependiendo del nivel de las tasas de interés, lo que representa un costo de oportunidad para los agentes económicos de mantener liquidez. Por lo tanto, si la tasa de interés aumenta, la demanda por dinero disminuirá ya que el individuo percibirá que es alto el costo de mantener dinero y viceversa. En esta ecuación se incluye a la tasa de Cetes como la variable indicativa, por lo que el signo de ésta se esperaría negativo.[8]

Dado que la estimación de la trayectoria diaria de billetes y monedas en circulación se realiza a partir de una estimación mensual, en este trabajo se incluye la ecuación utilizada para obtener el pronóstico de los saldos al cierre de mes de dicho medio de pago para el año 2000.[3]

[3]Para profundizar en el estudio de la demanda mensual de billetes y monedas referirse a Aboumrad, 1996 y Alfaro, 1997.

$$
\begin{aligned}
\nabla LBYMR_m &= k + \lambda_1 \nabla CET_m + \lambda_2 \nabla LIVPI_{m-1} + \lambda_3 \nabla LIVPI_{m-2} + \lambda_4 ECM_{m-1} + \\
&\quad \lambda_5 \nabla LBYMR_{m-1} + \textstyle\sum_{i=6}^{n} \lambda_i d_i + \epsilon_m, \qquad (1.1) \\
ECM_m &= LBYMR_m + \hat{\lambda}_1 LIVPI_m + \hat{\lambda}_2 CET_m, \qquad (1.2) \\
LBYMR_m &= LBYM_m - LINPC_m. \qquad (1.3)
\end{aligned}
$$

El operador ∇ se define de la siguiente manera:

$$\nabla X_m = X_m - X_{m-1}.$$

El término de corrección de error (ECM_m), tiene la característica de considerar la existencia de una relación de largo plazo entre el saldo real de los billetes y monedas en circulación, el nivel de actividad productiva y la tasa de interés.[4]

Las variables que integran el modelo corresponden a:

$LBYM_m$	:	Logaritmo natural del saldo de billetes y monedas en circulación al cierre del mes m.
$LINPC_m$	:	Logaritmo natural del Indice Nacional de Precios al Consumidor (INPC) del mes m, publicado por el Banco de México.
$LIVPI_m$	:	Logaritmo natural del Indice del Volumen de la Producción Industrial del mes m, publicado por el INEGI.
CET_m	:	Promedio mensual de la tasa de rendimiento para los Certificados de la Tesorería de la Federación obtenida en la subasta primaria del mes m, con plazo a vencimiento de 28 días.
k	:	Valor de la constante de la ecuación.

[4] Alfaro, 1997.

d_i : Constantes que capturan los efectos estacionales de la demanda.

$\lambda_i, \hat{\lambda}_j$: Coeficientes de las variables especificadas, $i \in \{1, 2, ..., n\}, j \in \{1, 2\}$.

ε_m : Error de pronóstico de la ecuación que se supone sigue un proceso estocástico de ruido blanco.

Al llevarse a cabo la estimación de los billetes y monedas en circulación mensual, todos los coeficientes de la ecuación empleada tuvieron los signos esperados y fueron significativos a un nivel del 5% de confianza. (Ver apéndice A).

Por lo tanto, a partir de los resultados obtenidos de esta estimación, el pronóstico del saldo de billetes y monedas en circulación al cierre del mes m se obtiene de la siguiente manera:

Sea BYM_m el último saldo de billetes y monedas en circulación observado al mes m, $INPC_{m+1}$ el supuesto del Indice Nacional de Precios al Consumidor para el mes $m+1$ y $\nabla LBYMR_{m+1}$ el pronóstico resultado de la estimación.

Por consiguiente se tiene que:

$$LBYMR_{m+1} = LBYMR_m + \nabla LBYMR_{m+1} \tag{1.4}$$

De la ecuación (1.3) se desprende que:

$$LBYM_{m+1} = LBYMR_{m+1} + LINPC_{m+1}$$

A partir de la relación anterior se establece la siguiente ecuación, la cuál determina el saldo de billetes y monedas en circulación para el mes $m+1$:

$$\begin{aligned} BYM_{m+1} &= e^{LBYM_{m+1}} && (1.5) \\ &= e^{LBYMR_{m+1}+LINPC_{m+1}} && (1.6) \end{aligned}$$

1.4 Estimación del flujo diario de billetes y monedas en circulación

Una vez que se estima la demanda de billetes y monedas en circulación mensual se puede entonces llevar a cabo el objetivo de esta tesis: precisar la trayectoria que presenta el agregado monetario diariamente. La resolución de este problema se realizará mediante la aplicación de la metodología abordada en el siguiente capítulo. La información que se obtendrá del procesamiento de los datos permitirá identificar los movimientos típicos semanales, así como quincenales, que caracteriza el flujo de billetes y monedas en circulación.

A partir de los flujos mensuales de billetes y monedas que se pronostican de manera puntual con el modelo de la sección anterior, se procede a construir la trayectoria de flujos diarios tomando en cuenta la estacionalidad semanal y quincenal, de tal manera que al cierre de cada mes coincida con los datos previamente especificados por el modelo. Como se ha mencionado con anterioridad, estos flujos forman parte importante en la determinación de las operaciones diarias del Banco de México.

De acuerdo a lo mencionado al final de la sección 1.2, los movimientos típicos que caracterizan al flujo diario de billetes y monedas en circulación, se refieren a las variaciones estacionales que presenta dicho agregado monetario en determinadas fechas y bajo ciertas circunstancias. Cabe hacer mención que dichas fluctuaciones estacionales son muy pronunciadas y establecen un patrón regular a seguir por la trayectoria de los billetes y monedas.

Existen tres factores o efectos que influyen en la caracterización de los movimientos típicos. Estos son:

- El efecto semanal
- El efecto quincenal
- El efecto mensual

En las tres últimas secciones de este capítulo se explican cada uno de estos efectos.

1.4.1 Efecto semanal

El efecto semanal está relacionado con la estacionalidad que caracteriza los días de la semana. Cada uno de estos días muestra un comportamiento característico dentro de una semana determinada. Los tipos de semanas se clasificarán en dos de acuerdo al número de días hábiles que tiene cada una: típicas y atípicas.

Semanas típicas

Se refiere a aquellas en las que todos los días de la semana son laborables, por lo tanto, cada una de ellas tiene la siguiente representación:

$$(lunes, martes, miércoles, jueves, viernes)$$

Por motivos de simplificación, se empleará la letra inicial de cada uno de los días para representarlos. Tomando en cuenta de que pudiera existir confusión entre el martes y el miércoles, se utilizará la letra "w" para hacer referencia al día miércoles. De esta manera, la semana típica queda representada de la siguiente manera:

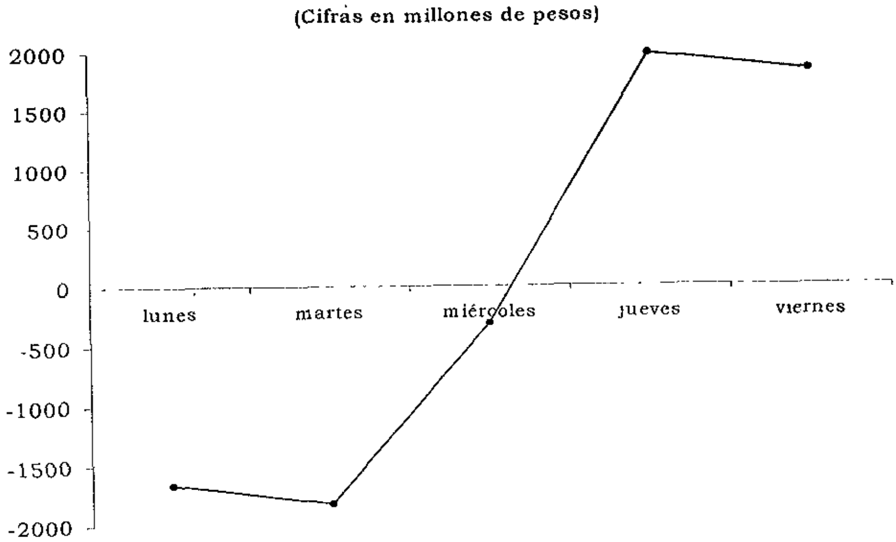
$$(l, m, w, j, v)$$

La experiencia demuestra que los parámetros relacionados con la estacionalidad de los días de esta semana, presentan el siguiente comportamiento:

Debido a que por lo general los fines de semana el público requiere de mayor circulante, los bancos buscan mantener un inventario mayor que les permita estar preparados para satisfacer los requerimientos que hacen sus clientes el día viernes. Por eso, desde un día antes (jueves) las instituciones de crédito demandan dichos medios de pago provocando que la mayor demanda por billetes y monedas en circulación en una semana se presente el jueves.

Después de realizado el proceso anterior y dado que los agentes económicos intercambiaron algún bien o servicio por dinero, dichos agentes realizan depósitos bancarios en las instituciones de crédito, reintegrándose posteriormente el circulante al Banco Central. Esta es la razón por la cual los lunes y martes se caracterizan por el regreso de dicho medio de pago. En la figura 1-1 se muestra la representación al respecto.

Figura 1-1: Factores estacionales diarios en una semana típica.



Semanas atípicas

Son aquellas que tienen al menos un día no laborable. Para representar dichas semanas, se emplea la misma notación que para la semana típica (l, m, w, j, v), solo que ahora se coloca un 0 (cero) en el día feriado correspondiente. Existen dos clases de semana atípica, la primera de ellas es la que contiene solamente un día inhábil. Dichas semanas son:

$$\begin{pmatrix} 0 & m & w & j & v \end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix} l & 0 & w & j & v \end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix} l & m & 0 & j & v \end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix} l & m & w & 0 & v \end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix} l & m & w & j & 0 \end{pmatrix}$$

La segunda se refiere al tipo de semana en la cual al menos dos días no son laborables, como es el caso de semana santa, por ejemplo:

$$\begin{pmatrix} l & m & w & 0 & 0 \end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix} 0 & m & w & 0 & 0 \end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix} l & 0 & w & 0 & 0 \end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix} l & m & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Los últimos tres ejemplos corresponden a las ocasiones en que coincide el 21 de marzo con la semana santa. Un ejemplo más se presenta cuando el primero de mayo es lunes y por consiguiente el cinco del mismo mes es viernes.

$$\begin{pmatrix} 0 & m & w & j & 0 \end{pmatrix}$$

Es conveniente señalar que a través de los años han existido otros tipos de semanas atípicas además de los anteriores. Como ejemplo se hace alusión al sexenio de 1988 a 1994. Durante este período el informe de gobierno se realizaba cada primero de noviembre en vez de cada primero de septiembre, lo que implicaba la existencia de semanas del siguiente tipo:

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & w & j & v \end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix} l & 0 & 0 & j & v \end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix} l & m & 0 & 0 & v \end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix} l & m & w & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Sin embargo, actualmente ya no existe esa posibilidad debido a que a partir de 1995 dicho informe de gobierno se realiza nuevamente cada primero de septiembre.

Es importante señalar que la existencia de días no laborables en una semana, puede determinar la presencia de un "puente", el cual influye para que la economía realice transacciones de manera intensiva, alterando obviamente la estacionalidad característica de los días de la semana.

A continuación se presentan los patrones observados más comunes en este tipo de semanas.

Semana ***(l,m,w,0,v)*** En este caso, la demanda correspondiente al jueves se translada principalmente al miércoles, en tanto que el resto de los días mantendrían su efecto estacional típico relativamente inalterado.

Semana *(l,m,w,j,0)* Si el viernes es inhábil, entonces para el propósito que en este trabajo se persigue, la semana disminuye a cuatro días, por lo cual los requerimientos de billetes y monedas del miércoles aumentan significativamente provocando que el martes regrese el circulante de manera más intensa.

Semana *(0,m,w,j,v)* Cuando el lunes es feriado, la demanda se incrementa los días jueves y viernes previos, mientras que los regresos de circulante se acentúan los días martes y miércoles.

Semana *(l,m,0,j,v)* En este caso, el efecto estacional del resto de los días permanece muy similar al típico.

Semana *(l,0,w,j,v)* Si el martes es no laborable, entonces el regreso de circulante para ese día se transpasaría al miércoles y jueves, provocando que el jueves disminuya la demanda.

Semana *(l,m,w,0,0)* Este es el caso de la semana santa, la cuál para el propósito de billetes y monedas se reduce a una semana de tres días que precede un "largo" fin de semana. Debido a que se empieza a demandar circulante desde sus inicios, los regresos de billetes y monedas del lunes disminuyen, mientras que el martes prácticamente se anulan debido a la gran cantidad que de dicho medio de pago se demanda. Sin embargo, estos regresos se encargan de que la demanda no sea mayor a la que se observa el día miércoles.

1.4.2 Efecto quincenal

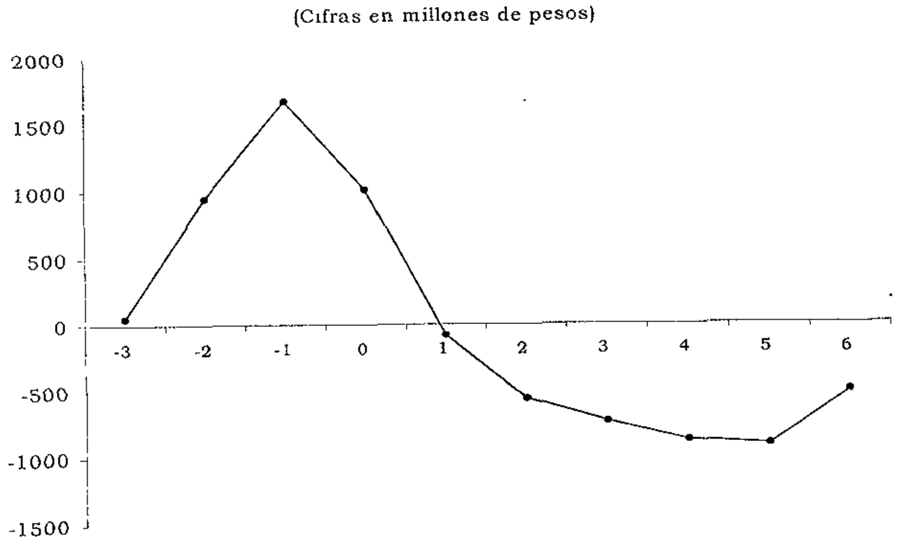
El comportamiento típico de los billetes y monedas en circulación en períodos quincenales está determinado por el siguiente patrón.

Tres días hábiles antes de cada quincena se intensifica la demanda por billetes y monedas, lo anterior se debe a que un número importante de clientes de las instituciones de crédito requieren circulante para hacer frente a diversas obligaciones. Estas últimas se refieren, por ejemplo, a las que tienen las empresas para con sus empleados concernientes al pago de sueldos que se realizan en la quincena. Por esta razón, el día que bajo el efecto quincenal presenta una mayor demanda es precisamente el anterior a la quincena.

En los días posteriores a la quincena se observan los principales regresos de billetes y monedas. Esto es explicado por el intercambio de bienes y servicios por dinero que se realiza entre el público y los diversos intermediarios económicos, los cuales reintegran dicho medio de pago a los bancos.

Si se considera que una quincena típica tiene 10 días hábiles, entonces el comportamiento diario que bajo el efecto quincenal presenta la demanda por billetes y monedas en circulación es mostrado en la figura 1-2.

Figura 1-2: Efecto quincenal de la demanda por billetes y monedas en circulación.



1.4.3 Efecto mensual

De acuerdo a lo expuesto al inicio de esta sección, la trayectoria diaria de billetes y monedas en circulación está construida de tal manera que al cierre de cada mes coincida con los pronósticos puntuales de la demanda mensual de dicho agregado monetario. Para que exista tal coincidencia, es necesario recurrir al ajuste de flujos a través de lo que se denomina efecto mensual. Debido a que los efectos semanal y quincenal se encargan de reflejar la estacionalidad que mantiene la trayectoria de dicho medio de pago, el efecto mensual cumple con la labor de ajustar de manera subjetiva dicha trayectoria para que concuerde con el saldo de la demanda a fin de mes. Este efecto se ejemplifica en el tercer capítulo.

En el siguiente capítulo se explica detalladamente la metodología para estimar los movimientos típicos del flujo de billetes y monedas en circulación.

Capítulo 2

Movimientos típicos

2.1 Preliminares

Como se ha mencionado en el capítulo anterior, los movimientos típicos son las variaciones que caracterizan la estacionalidad de la trayectoria diaria de los flujos de billetes y monedas en circulación.

También se ha comentado que existen tres factores que influyen en la caracterización de dichos movimientos típicos.

- *El efecto semanal*
- *El efecto quincenal*
- *El efecto mensual*

El propósito de este capítulo es realizar una estimación de cada uno de estos efectos, los cuales son la base para la construcción de los movimientos típicos de los flujos de billetes y monedas en circulación.[1]

Es importante mencionar el supuesto básico con el cual está implementado el modelo:

"El flujo de la demanda total de billetes y monedas en circulación en una semana o en una quincena es igual a la cantidad de regresos de dicho circulante" o establecido de otra manera, *"A lo largo de una semana o de una quincena la suma de los flujos que las constituyen es igual*

[1]El procedimiento a seguir se realiza de acuerdo al modelo propuesto por Pérez Porrua.

a cero". De tal forma que normalmente la trayectoria de billetes y monedas va siguiendo al efecto mensual que se obtiene a partir del modelo econométrico (1.1).

2.2 Estimación del efecto semanal

El flujo diario observado de billetes y monedas en circulación es la información fuente para estimar los movimientos típicos.

Sea $flubym_l$ el flujo diario de billetes y monedas en circulación observado al día l, $l \in \{1, 2, ..., dhab\}$, $dhab$ = número total de días hábiles de la muestra.

Sea f_{kj} el flujo observado de billetes y monedas en circulación, en donde k corresponde al $k-$*ésimo* día de los días j, $j \in \{1 = lunes, 2 = martes, 3 = miércoles, 4 = jueves, 5 = viernes\}$, $k \in \{1, 2, ..., n_j\}$, con n_j = número total de días j en la muestra.

A partir de dicho flujo, se obtiene un flujo promedio para cada día de la semana:

$$fp_j = \left(\frac{1}{n_j}\right) \sum_{k=1}^{n_j} f_{kj}$$

Sea $\overline{f}$ el promedio de fp_j, $j \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$, es decir,

$$\overline{f} = \left(\tfrac{1}{5}\right) \sum_{j=1}^{5} f_{pj}$$

2.2.1 Semanas típicas

Esta semana, como ya se mencionó en el capítulo anterior, está compuesta por los días lunes, martes, miércoles, jueves y viernes. Al restar $\overline{f}$ a cada fp_j, $j \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$, se obtiene la siguiente expresión:

$$\mu_j^t = fp_j - \overline{f}, \text{ para cada } j \in \{1, 2, 3, 4, 5\}. \tag{2 1}$$

En donde μ_j^t se refiere a la estacionalidad o flujo "promedio típico" presente en una semana de este tipo. Para facilitar el manejo de la información, se hará uso de la siguiente notación:

- Los escalares se denotan con letras griegas minúsculas: $\alpha, \beta, \gamma, \delta, ..., \omega, \xi, \psi, \zeta$.

- Los vectores se denotan con letras latinas minúsculas: $a, b, c, d, ..., w, x, y, z$. También por medio de un conjunto de ellas, por ejemplo: *promatip*, *quincena*, etc.
- Las matrices se denotan con letras latinas mayúsculas: $A, B, C, D, ..., W, X, Y, Z$. Una combinación de dos o más de ellas también es permitida, por ejemplo: $OBSEM$, SEM, DIF, PD, etc.

Por lo tanto, se define t como el vector columna que contiene los flujos promedio típicos semanales.

$$t = \begin{pmatrix} \mu_1^t \\ \mu_2^t \\ \mu_3^t \\ \mu_4^t \\ \mu_5^t \end{pmatrix} \tag{2.2}$$

2.2.2 Semanas atípicas

De acuerdo al capítulo anterior, las semanas atípicas, es decir las semanas que se caracterizan por la presencia de uno o más días inhábiles, serán consideradas de la siguiente forma:

$$\begin{matrix} \begin{pmatrix} 0 & m & w & j & v \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} l & 0 & w & j & v \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} l & m & 0 & j & v \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} l & m & w & 0 & v \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} l & m & w & j & 0 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 0 & m & w & j & 0 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} l & m & w & 0 & 0 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 0 & m & w & 0 & 0 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} l & 0 & w & 0 & 0 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} l & m & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \end{matrix}$$

Para establecer una representación numérica de tales semanas, se construye la matriz U compuesta por ceros y unos para hacer referencia a los días inhábiles y hábiles, respectivamente. Cada renglón corresponde a una semana atípica de las expuestas anteriormente. De la misma manera, cada columna representa cada uno de los días de la semana, de lunes a viernes, respectivamente.

$$U = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Al renombrar los elementos de U, se obtiene lo siguiente:

$$U = \begin{pmatrix} v_{1,1} & v_{1,2} & \cdots & v_{1,5} \\ v_{2,1} & v_{2,2} & \cdots & v_{2,5} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ v_{10,1} & v_{10,2} & \cdots & v_{10,5} \end{pmatrix}$$

En donde v_{ij} constituye el día j de la semana $i, i \in \{1, 2, \ldots, 10\}, j \in \{1, 2, \ldots, 5\}$.

Sin embargo, es importante señalar que en caso de que en un futuro llegase a existir otro tipo de semana atípica, simplemente se integrará el vector correspondiente a la matriz U, quedando finalmente de la siguiente manera:

$$U = \begin{pmatrix} v_{1,1} & v_{1,2} & \cdots & v_{1,5} \\ v_{2,1} & v_{2,2} & \cdots & v_{2,5} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ v_{N,1} & v_{N,2} & \cdots & v_{N,5} \end{pmatrix} \tag{2.3}$$

En donde N se refiere al número total de semanas atípicas.

De manera similar a como se construye la matriz U se elabora también la matriz T, que tendrá los efectos estacionales típicos, solo que se seguirá la siguiente regla:

Para cada $\tau_{ij} \in T, i \in \{1, 2, \ldots, N\}, j \in \{1, 2, \ldots, 5\}$.

$$\tau_{ij} = \begin{cases} \mu_j^t & , \quad v_{ij} = 1 \\ 0 & , \quad v_{ij} = 0 \end{cases}$$

En donde $\mu_j^t \in t$.

Por lo tanto, considerando que $N = 10$, T queda establecida de la siguiente manera:

$$T = \begin{pmatrix} 0 & \mu_2^t & \mu_3^t & \mu_4^t & \mu_5^t \\ \mu_1^t & 0 & \mu_3^t & \mu_4^t & \mu_5^t \\ \mu_1^t & \mu_2^t & 0 & \mu_4^t & \mu_5^t \\ \mu_1^t & \mu_2^t & \mu_3^t & 0 & \mu_5^t \\ \mu_1^t & \mu_2^t & \mu_3^t & \mu_4^t & 0 \\ 0 & \mu_2^t & \mu_3^t & \mu_4^t & 0 \\ \mu_1^t & \mu_2^t & \mu_3^t & 0 & 0 \\ 0 & \mu_2^t & \mu_3^t & 0 & 0 \\ \mu_1^t & 0 & \mu_3^t & 0 & 0 \\ \mu_1^t & \mu_2^t & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Al generalizar los elementos de T se tiene:

$$T = \begin{pmatrix} \tau_{1,1} & \tau_{1,2} & \cdots & \tau_{1,5} \\ \tau_{2,1} & \tau_{2,2} & \cdots & \tau_{2,5} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \tau_{N,1} & \tau_{N,2} & \cdots & \tau_{N,5} \end{pmatrix} \tag{2.4}$$

A partir de los valores del vector t, se obtiene un flujo estimado para los días de cada semana atípica. A continuación se explica paso a paso la metodología aplicada.

Primeramente, se elabora el promedio del flujo para cada semana, esto se logra multiplicando la matriz U por el vector columna t, dando como resultado los elementos $v_i^t, i \in \{1, 2, \ldots, N\}$, mostrados en (2.5). Posteriormente se divide cada v_i^t entre el número de días hábiles que contiene la semana i, obteniendo así el vector indicado en (2.6).

$$U\,t = \begin{pmatrix} v_1^t \\ v_2^t \\ \vdots \\ v_N^t \end{pmatrix} \tag{2.5}$$

Para detallar el resultado se muestra la siguiente equivalencia:

$$U\,t = \begin{pmatrix} \sum_{j=1}^{5} \tau_{1j} \\ \sum_{j=1}^{5} \tau_{2j} \\ \vdots \\ \sum_{j=1}^{5} \tau_{Nj} \end{pmatrix}$$

Después, como se mencionó anteriormente, se divide cada v_i^t entre el número de días laborables que contiene cada semana i. Para obtener este último dato se procede a multiplicar la matriz U por el vector unitario u.

Sea u el siguiente vector unitario de dimensiones (5×1) :

$$u = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

De la multiplicación de la matriz U por el vector u se obtiene el resultado que se presenta a continuación:

$$
U\,u = \begin{pmatrix} \sum_{j=1}^{5} v_{1j} \\ \sum_{j=1}^{5} v_{2j} \\ \vdots \\ \sum_{j=1}^{5} v_{Nj} \end{pmatrix}
$$

Al renombrar, se obtiene el siguiente vector:

$$
U\,u = \begin{pmatrix} v_1^u \\ v_2^u \\ \vdots \\ v_N^u \end{pmatrix}
$$

Finalmente se realiza la división $\frac{v_i^t}{v_i^u}$, $i \in \{1, 2, \ldots, N\}$, para obtener los promedios que serán elementos del vector $promatip$:

$$
promatip = \begin{pmatrix} \frac{v_1^t}{v_1^u} \\ \frac{v_2^t}{v_2^u} \\ \vdots \\ \frac{v_N^t}{v_N^u} \end{pmatrix} \tag{2.6}
$$

Por lo tanto, al renombrar dicho vector se tiene:

$$promatip = \begin{pmatrix} \mu_1^a \\ \mu_2^a \\ \vdots \\ \mu_N^a \end{pmatrix} \tag{2.7}$$

Llegado este punto, existen las condiciones para elaborar la matriz básica de semanas atípicas A.

Para cada $\alpha_{ij}^t \in A, i \in \{1, 2, \ldots, N\}, j \in \{1, 2, \ldots, 5\}$.

$$\alpha_{ij}^t = \begin{cases} \tau_{ij} - \mu_i^a & \text{para } \tau_{ij} \neq 0 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

Por lo tanto, A queda establecida de la siguiente manera:

$$A = \begin{pmatrix} \alpha_{1,1}^t & \alpha_{1,2}^t & \cdots & \alpha_{1,5}^t \\ \alpha_{2,1}^t & \alpha_{2,2}^t & \cdots & \alpha_{2,5}^t \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \alpha_{N,1}^t & \alpha_{N,2}^t & \cdots & \alpha_{N,5}^t \end{pmatrix} \tag{2.8}$$

De esta forma queda conformado el efecto semanal o flujo diario promedio típico y atípico que será utilizado para estimar el efecto quincenal.

2.3 Estimación del efecto quincenal

Para obtener la estacionalidad característica de las quincenas en el flujo de billetes y monedas en circulación se procede de la siguiente manera:

Sea $OBSEM_{(52\times5)}$ la matriz que contiene los flujos de billetes y monedas diarios observados. Cada renglón de esta matriz contiene una semana del año, mientras que cada columna representa el día $j-\acute{e}simo$ de la semana, $j \in \{1, 2, \ldots, 5\}$.

Sea sem_r un vector renglón de dimensiones (1×5), $r \in \{1, 2, \ldots, 52\}$. El índice r caracteriza a cada una de las semanas del año.

Para cada $r \in \{1, 2, \ldots, 52\}$, se clasifica sem_r de acuerdo al tipo de semana al que corresponde, ya sea típica o atípica.

Si sem_r corresponde a una semana típica entonces se le asignan los valores del vector t', es decir, $sem_r = t'$.

En caso contrario, se determina el tipo de semana atípica al que corresponde, y se le asigna el renglón de A correspondiente.

Por ejemplo, si se trata de una semana con el jueves no laborable, corresponde a una del tipo $\begin{pmatrix} l & m & w & 0 & v \end{pmatrix}$. Por tanto, se le asignan los siguientes valores de la matriz A referida en (2.8):

$$\begin{bmatrix} \alpha_{4,1}^t & \alpha_{4,2}^t & \cdots & \alpha_{4,5}^t \end{bmatrix}$$

Se procede de la misma manera para cada $sem_r, r \in \{1, 2, \ldots, 52\}$ y a partir de estos vectores renglón se construye la matriz SEM.

$$SEM_{(52\times5)} = \begin{pmatrix} sem_1 \\ sem_2 \\ \vdots \\ sem_{52} \end{pmatrix}$$

El siguiente paso es restar a cada uno de los flujos observados su correspondiente efecto semanal,

$$DIF_{(52\times5)} = OBSEM - SEM \tag{2.9}$$

Se divide cada mes por quincena, la primera quincena se considera desde el primer día hábil del mes y hasta el día hábil inmediato anterior o igual al día 15 del mes. La segunda quincena se condidera desde el primer día hábil mayor o igual al día 16 y hasta el último día hábil del mes.

Se construye el vector columna $quincena_q, q \in \{1, 2, \ldots, 24\}$ que contendrá los datos de la matriz DIF correspondientes a cada quincena del año.

Por consiguiente se tiene que $quincena_1$ es la primera quincena del mes de enero mientras que $quincena_{10}$ es la segunda quincena del mes de mayo.

Al considerar que cada una de las 24 quincenas se compone solamente de días hábiles, es evidente que el tamaño de ellas puede ir desde 7 hasta 12 días hábiles. Por lo tanto, cada vector columna $quincena_q, q \in \{1, 2, \ldots, 24\}$, puede ser de orden que varia de 7 a 12. De esta manera, se procede a construir la matriz llamada $PRIMEROSDIAS$. Esta matriz tendrá una dimensión de (12×24).

Si $quincena_q$, es de orden 12, entonces la $q-ésima$ columna de la matriz $PRIMEROSDIAS$ será la misma $quincena_q, q \in \{1, 2, \ldots, 24\}$.

En caso de que $quincena_q, q \in \{1, 2, \ldots, 24\}$, sea de orden menor a 12 se procederá a realizar lo siguiente:

Supóngase, por ejemplo, que $quincena_1$ es de orden 10, entonces se crea un vector columna llamado $completa_1$ de orden 2, cuyos elementos serán *ceros*.

$$\begin{aligned} quincena_1 &= \begin{pmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \\ \vdots \\ \xi_{10} \end{pmatrix} \\ completa_1 &= \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

De esta manera se procede a elaborar la primera columna de la matriz $PRIMEROSDIAS$ que se compone de un vector de orden 12:

$$primeros_1 = \begin{pmatrix} quincena_1 \\ completa_1 \end{pmatrix}$$

En donde los vectores $quincena_1$ y $completa_1$ son particiones de $primeros_1$.

Así, para cada vector $quincena_q$ de orden $ord < 12$, se crea un vector columna llamado $completa_q$ de orden $(12-ord)$ cuyos elementos son ceros, $q \in \{1, 2, \ldots, 24\}$, $ord \in \{7, 8, 9, 10, 11\}$.

$$quincena_q = \begin{pmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \\ \vdots \\ \xi_{ord} \end{pmatrix}$$

$$completa_q = \begin{pmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}$$

De esta manera se procede a elaborar la $q-$*ésima* columna de la matriz $PRIMEROSDIAS$:

$$primeros_q = \begin{pmatrix} quincena_q \\ completa_q \end{pmatrix}$$

En donde los vectores $quincena_q$ y $completa_q$ son particiones de $primeros_q$.

Nótese que en caso de que $quincena_q$ sea de orden 12, entonces $completa_q = \{\phi\}$.

Finalmente se tiene la matriz $PRIMEROSDIAS$:

$$\left(\begin{pmatrix} quincena_1 \\ completa_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} quincena_2 \\ completa_2 \end{pmatrix} \cdots \begin{pmatrix} quincena_q \\ completa_q \end{pmatrix} \cdots \begin{pmatrix} quincena_{24} \\ completa_{24} \end{pmatrix} \right) =$$

$$\begin{pmatrix} \delta_{1,1} & \delta_{1,2} & \cdots & \delta_{1,24} \\ \delta_{2,1} & \delta_{2,2} & \cdots & \delta_{2,24} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \delta_{12,1} & \delta_{12,2} & \cdots & \delta_{12,24} \end{pmatrix}$$

De lo anterior resulta evidente que el renglón $h-$*ésimo* de la matriz $PRIMEROSDIAS$ es:

$$\begin{bmatrix} \delta_{h,1} & \delta_{h,2} & \ldots & \delta_{h,24} \end{bmatrix}$$

En donde $h \in \{1, 2, \ldots, 12\}$.

Ahora se define la siguiente transformación $F\,(PRIMEROSDIAS, \delta_{h,q}) = PD$, para cada $\delta_{h,q}$, $h \in \{1, 2, \ldots, 12\}$, $q \in \{1, 2, \ldots, 24\}$ de la siguiente manera:

$F\,(PRIMEROSDIAS, \delta_{h,q}) =$

$$PD = \begin{cases} 0 & , \quad \delta_{h,q} = 0 \\ 1 & , \quad \text{en otro caso} \end{cases}$$

$$PD = \begin{pmatrix} \hat{\delta}_{1,1} & \hat{\delta}_{1,2} & \cdots & \hat{\delta}_{1,24} \\ \hat{\delta}_{2,1} & \hat{\delta}_{2,2} & \cdots & \hat{\delta}_{2,24} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \hat{\delta}_{12,1} & \hat{\delta}_{12,2} & \cdots & \hat{\delta}_{12,24} \end{pmatrix}$$

Ahora se obtiene el vector *quinprim* cuyos elementos conforman la quincena "promedio" considerando los primeros días hábiles:

$$quinprim = \begin{pmatrix} \frac{\sum_{q=1}^{24} \delta_{1,q}}{\sum_{q=1}^{24} \hat{\delta}_{1,q}} \\ \frac{\sum_{q=1}^{24} \delta_{2,q}}{\sum_{q=1}^{24} \hat{\delta}_{2,q}} \\ \vdots \\ \frac{\sum_{q=1}^{24} \delta_{h,q}}{\sum_{q=1}^{24} \hat{\delta}_{h,q}} \\ \vdots \\ \frac{\sum_{q=1}^{24} \delta_{12,q}}{\sum_{q=1}^{24} \hat{\delta}_{12,q}} \end{pmatrix}$$

Al renombrar a *quinprim* se tiene:

$$quinprim = \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \vdots \\ \alpha_h \\ \vdots \\ \alpha_{12} \end{pmatrix} \tag{2.10}$$

En donde $h \in \{1, 2, \ldots, 12\}$.

Ahora se procede a elaborar la quincena "promedio" considerando los últimos días. Lo único que se hace es acomodar las particiones $quincena_q$ y $completa_q, q \in \{1, 2, ..., 24\}$ de otra manera, es decir,

$$ultimos_q = \begin{pmatrix} completa_q \\ quincena_q \end{pmatrix}$$

De esta manera se obtiene la matriz $ULTIMOSDIAS$:

$$\left(\begin{pmatrix} completa_1 \\ quincena_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} completa_2 \\ quincena_2 \end{pmatrix} \cdots \begin{pmatrix} completa_q \\ quincena_q \end{pmatrix} \cdots \begin{pmatrix} completa_{24} \\ quincena_{24} \end{pmatrix} \right) =$$

$$\begin{pmatrix} \gamma_{1,1} & \gamma_{1,2} & \cdots & \gamma_{1,24} \\ \gamma_{2,1} & \gamma_{2,2} & \cdots & \gamma_{2,24} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \gamma_{12,1} & \gamma_{12,2} & \cdots & \gamma_{12,24} \end{pmatrix}$$

Por lo cual es evidente que el renglón $h - ésimo$ de la matriz $ULTIMOSDIAS$ es

$$\begin{bmatrix} \gamma_{h,1} & \gamma_{h,2} & \cdots & \gamma_{h,24} \end{bmatrix}$$

En donde $h \in \{1, 2, \ldots, 12\}$.

Ahora se define la transformación $F\left(ULTIMOSDIAS, \gamma_{h,q}\right) = UD$, para cada $\gamma_{h,q}$, $h \in \{1, 2, \ldots, 12\}, q \in \{1, 2, \ldots, 24\}$ de la siguiente manera:

$F\left(ULTIMOSDIAS, \gamma_{h,q}\right) =$

$$UD = \begin{cases} 0 & , \quad \gamma_{h,q} = 0 \\ 1 & , \quad \text{en otro caso} \end{cases}$$

$$UD = \begin{pmatrix} \hat{\gamma}_{1,1} & \hat{\gamma}_{1,2} & \cdots & \hat{\gamma}_{1,24} \\ \hat{\gamma}_{2,1} & \hat{\gamma}_{2,2} & \cdots & \hat{\gamma}_{2,24} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \hat{\gamma}_{12,1} & \hat{\gamma}_{12,2} & \cdots & \hat{\gamma}_{12,24} \end{pmatrix}$$

Dado lo anterior se obtiene el vector *quinultim* cuyos elementos conforman la quincena "promedio" considerando los últimos días hábiles:

$$quinultim = \begin{pmatrix} \frac{\sum_{q=1}^{24} \gamma_{1,q}}{\sum_{q=1}^{24} \hat{\gamma}_{1,q}} \\ \frac{\sum_{q=1}^{24} \gamma_{2,q}}{\sum_{q=1}^{24} \hat{\gamma}_{2,q}} \\ \vdots \\ \frac{\sum_{q=1}^{24} \gamma_{h,q}}{\sum_{q=1}^{24} \hat{\gamma}_{h,q}} \\ \vdots \\ \frac{\sum_{q=1}^{24} \gamma_{12,q}}{\sum_{q=1}^{24} \hat{\gamma}_{12,q}} \end{pmatrix}$$

Al renombrar dicho vector se obtiene:

$$quinultim = \begin{pmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \\ \vdots \\ \omega_h \\ \vdots \\ \omega_{12} \end{pmatrix} \tag{2.11}$$

Una vez que se tienen los vectores *quinprim* y *quinultim*, y dado que el tamaño de las quincenas puede variar desde 7 hasta 12 días hábiles, se elabora el siguiente cuadro que contiene precisamente a los seis tipos de quincenas posibles que van desde la de orden 7 hasta la de orden 12.

Cuadro 2.3.1

Días hábiles	7	8	9	10	11	12
1	α_1	α_1	α_1	α_1	α_1	α_1
2	α_2	α_2	α_2	α_2	α_2	α_2
3	α_3	α_3	α_3	α_3	α_3	α_3
4	$(\alpha_4 + \omega_9)/2$	α_4	α_4	α_4	α_4	α_4
5	ω_{10}	ω_9	$(\alpha_5 + \omega_8)/2$	α_5	α_5	α_5
6	ω_{11}	ω_{10}	ω_9	ω_8	$(\alpha_6 + \omega_7)/2$	α_6
7	ω_{12}	ω_{11}	ω_{10}	ω_9	ω_8	ω_7
8		ω_{12}	ω_{11}	ω_{10}	ω_9	ω_8
9			ω_{12}	ω_{11}	ω_{10}	ω_9
10				ω_{12}	ω_{11}	ω_{10}
11					ω_{12}	ω_{11}
12						ω_{12}

A partir de esta tabla se construye la siguiente matriz:

$$QUIN = \begin{pmatrix} \alpha_1 & \alpha_1 & \alpha_1 & \alpha_1 & \alpha_1 & \alpha_1 \\ \alpha_2 & \alpha_2 & \alpha_2 & \alpha_2 & \alpha_2 & \alpha_2 \\ \alpha_3 & \alpha_3 & \alpha_3 & \alpha_3 & \alpha_3 & \alpha_3 \\ (\alpha_4+\omega_9)/2 & \alpha_4 & \alpha_4 & \alpha_4 & \alpha_4 & \alpha_4 \\ \omega_{10} & \omega_9 & (\alpha_5+\omega_8)/2 & \alpha_5 & \alpha_5 & \alpha_5 \\ \omega_{11} & \omega_{10} & \omega_9 & \omega_8 & (\alpha_5+\omega_7)/2 & \alpha_6 \\ \omega_{12} & \omega_{11} & \omega_{10} & \omega_9 & \omega_8 & \omega_7 \\ 0 & \omega_{12} & \omega_{11} & \omega_{10} & \omega_9 & \omega_8 \\ 0 & 0 & \omega_{12} & \omega_{11} & \omega_{10} & \omega_9 \\ 0 & 0 & 0 & \omega_{12} & \omega_{11} & \omega_{10} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \omega_{12} & \omega_{11} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \omega_{12} \end{pmatrix} \tag{2.12}$$

$$QUIN = \begin{pmatrix} \beta_{1,1} & \beta_{1,2} & \beta_{1,3} & \beta_{1,4} & \beta_{1,5} & \beta_{1,6} \\ \beta_{2,1} & \beta_{2,2} & \beta_{2,3} & \beta_{2,4} & \beta_{2,5} & \beta_{2,6} \\ \beta_{3,1} & \beta_{3,2} & \beta_{3,3} & \beta_{3,4} & \beta_{3,5} & \beta_{3,6} \\ \beta_{4,1} & \beta_{4,2} & \beta_{4,3} & \beta_{4,4} & \beta_{4,5} & \beta_{4,6} \\ \beta_{5,1} & \beta_{5,2} & \beta_{5,3} & \beta_{5,4} & \beta_{5,5} & \beta_{5,6} \\ \beta_{6,1} & \beta_{6,2} & \beta_{6,3} & \beta_{6,4} & \beta_{6,5} & \beta_{6,6} \\ \beta_{7,1} & \beta_{7,2} & \beta_{7,3} & \beta_{7,4} & \beta_{7,5} & \beta_{7,6} \\ 0 & \beta_{8,2} & \beta_{8,3} & \beta_{8,4} & \beta_{8,5} & \beta_{8,6} \\ 0 & 0 & \beta_{9,3} & \beta_{9,4} & \beta_{9,5} & \beta_{9,6} \\ 0 & 0 & 0 & \beta_{10,4} & \beta_{10,5} & \beta_{10,6} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \beta_{11,5} & \beta_{11,6} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \beta_{12,6} \end{pmatrix} \tag{2.13}$$

Y posteriormente se obtienen los promedios por columna para cada tipo de quincena:

$$\overline{quin} = \begin{pmatrix} \frac{1}{7}\sum_{h=1}^{7}\beta_{h,1} \\ \frac{1}{8}\sum_{h=1}^{8}\beta_{h,2} \\ \frac{1}{9}\sum_{h=1}^{9}\beta_{h,3} \\ \frac{1}{10}\sum_{h=1}^{10}\beta_{h,4} \\ \frac{1}{11}\sum_{h=1}^{11}\beta_{h,5} \\ \frac{1}{12}\sum_{h=1}^{12}\beta_{h,6} \end{pmatrix} \tag{2.14}$$

$$= \begin{pmatrix} \overline{\beta_1} \\ \overline{\beta_2} \\ \overline{\beta_3} \\ \overline{\beta_4} \\ \overline{\beta_5} \\ \overline{\beta_6} \end{pmatrix} \tag{2.15}$$

Así, finalmente se obtienen los movimientos típicos quincenales presentados en la matriz MTQ :

$$MTQ = \begin{pmatrix} \beta_{1,1}-\overline{\beta_1} & \beta_{1,2}-\overline{\beta_2} & \beta_{1,3}-\overline{\beta_3} & \beta_{1,4}-\overline{\beta_4} & \beta_{1,5}-\overline{\beta_5} & \beta_{1,6}-\overline{\beta_6} \\ \beta_{2,1}-\overline{\beta_1} & \beta_{2,2}-\overline{\beta_2} & \beta_{2,3}-\overline{\beta_3} & \beta_{2,4}-\overline{\beta_4} & \beta_{2,5}-\overline{\beta_5} & \beta_{2,6}-\overline{\beta_6} \\ \beta_{3,1}-\overline{\beta_1} & \beta_{3,2}-\overline{\beta_2} & \beta_{3,3}-\overline{\beta_3} & \beta_{3,4}-\overline{\beta_4} & \beta_{3,5}-\overline{\beta_5} & \beta_{3,6}-\overline{\beta_6} \\ \beta_{4,1}-\overline{\beta_1} & \beta_{4,2}-\overline{\beta_2} & \beta_{4,3}-\overline{\beta_3} & \beta_{4,4}-\overline{\beta_4} & \beta_{4,5}-\overline{\beta_5} & \beta_{4,6}-\overline{\beta_6} \\ \beta_{5,1}-\overline{\beta_1} & \beta_{5,2}-\overline{\beta_2} & \beta_{5,3}-\overline{\beta_3} & \beta_{5,4}-\overline{\beta_4} & \beta_{5,5}-\overline{\beta_5} & \beta_{5,6}-\overline{\beta_6} \\ \beta_{6,1}-\overline{\beta_1} & \beta_{6,2}-\overline{\beta_2} & \beta_{6,3}-\overline{\beta_3} & \beta_{6,4}-\overline{\beta_4} & \beta_{6,5}-\overline{\beta_5} & \beta_{6,6}-\overline{\beta_6} \\ \beta_{7,1}-\overline{\beta_1} & \beta_{7,2}-\overline{\beta_2} & \beta_{7,3}-\overline{\beta_3} & \beta_{7,4}-\overline{\beta_4} & \beta_{7,5}-\overline{\beta_5} & \beta_{7,6}-\overline{\beta_6} \\ 0 & \beta_{8,2}-\overline{\beta_2} & \beta_{8,3}-\overline{\beta_3} & \beta_{8,4}-\overline{\beta_4} & \beta_{8,5}-\overline{\beta_5} & \beta_{8,6}-\overline{\beta_6} \\ 0 & 0 & \beta_{9,3}-\overline{\beta_3} & \beta_{9,4}-\overline{\beta_4} & \beta_{9,5}-\overline{\beta_5} & \beta_{9,6}-\overline{\beta_6} \\ 0 & 0 & 0 & \beta_{10,4}-\overline{\beta_4} & \beta_{10,5}-\overline{\beta_5} & \beta_{10,6}-\overline{\beta_6} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \beta_{11,5}-\overline{\beta_5} & \beta_{11,6}-\overline{\beta_6} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \beta_{12,6}-\overline{\beta_6} \end{pmatrix} \tag{2.16}$$

$$= \begin{pmatrix} \theta_{1,1} & \theta_{1,2} & \theta_{1,3} & \theta_{1,4} & \theta_{1,5} & \theta_{1,6} \\ \theta_{2,1} & \theta_{2,2} & \theta_{2,3} & \theta_{2,4} & \theta_{2,5} & \theta_{2,6} \\ \theta_{3,1} & \theta_{3,2} & \theta_{3,3} & \theta_{3,4} & \theta_{3,5} & \theta_{3,6} \\ \theta_{4,1} & \theta_{4,2} & \theta_{4,3} & \theta_{4,4} & \theta_{4,5} & \theta_{4,6} \\ \theta_{5,1} & \theta_{5,2} & \theta_{5,3} & \theta_{5,4} & \theta_{5,5} & \theta_{5,6} \\ \theta_{6,1} & \theta_{6,2} & \theta_{6,3} & \theta_{6,4} & \theta_{6,5} & \theta_{6,6} \\ \theta_{7,1} & \theta_{7,2} & \theta_{7,3} & \theta_{7,4} & \theta_{7,5} & \theta_{7,6} \\ 0 & \theta_{8,2} & \theta_{8,3} & \theta_{8,4} & \theta_{8,5} & \theta_{8,6} \\ 0 & 0 & \theta_{9,3} & \theta_{9,4} & \theta_{9,5} & \theta_{9,6} \\ 0 & 0 & 0 & \theta_{10,4} & \theta_{10,5} & \theta_{10,6} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \theta_{11,5} & \theta_{11,6} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \theta_{12,6} \end{pmatrix} \tag{2.17}$$

A continuación se presenta la expresión para la matriz anterior en términos de vectores columna, en donde cada vector representa una quincena de tamaño k, $k \in \{7, 8, 9, 10, 11, 12\}$.

$$MTQ = \begin{pmatrix} mtq_7 & mtq_8 & mtq_9 & mtq_{10} & mtq_{11} & mtq_{12} \end{pmatrix} \tag{2.18}$$

2.4 Estimación de los movimientos típicos para un mes determinado

Para estimar el flujo diario de billetes y monedas en circulación de cada uno de los meses del año, se elabora la matriz P^m cuyo primer vector columna contiene cada uno de los días hábiles del mes m, $m \in \{1, 2, ..., 12\}$. De esta manera, se establece el número de renglones que tendrá cada matriz, es decir, si el mes de septiembre tiene 20 días hábiles, entonces la matriz P^9 tendrá 20 renglones.

El número de columnas de cada matriz P^m será de 5. En las secciones siguientes se explica la composición de cada uno de estos vectores.

Composición de P^m

Como se mencionó anteriormente, el primer vector columna p_1^m está representado por los días hábiles del mes m. El segundo vector p_2^m corresponde a lo que se conoce como el efecto quincenal. En la tercer columna p_3^m se ubica el efecto semanal. La cuarta p_4^m contiene lo que se denomina efecto mensual y finalmente p_5^m es igual a la suma de p_2^m, p_3^m y p_4^m.

De esta manera se tiene que:

$$P^m = \begin{pmatrix} p_1^m & p_2^m & p_3^m & p_4^m & p_5^m \end{pmatrix} \tag{2.19}$$

Por lo que la matriz P^m queda expresada de la siguiente manera:

$$P^m = \begin{pmatrix} \pi^m_{1,1} & \pi^m_{1,2} & \cdots & \pi^m_{1,5} \\ \pi^m_{2,1} & \pi^m_{2,2} & \cdots & \pi^m_{2,5} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \pi^m_{dh_m,1} & \pi^m_{dh_m,2} & \cdots & \pi^m_{dh_m,5} \end{pmatrix} \tag{2.20}$$

En donde dh_m es igual al número total de días hábiles en el mes m.

Días hábiles

Sea $\pi^m_{n,1}$, el $n-ésimo$ día hábil del mes m, $n \in \{1, 2, \ldots, dh_m\}$, $m \in \{1, 2, ..., 12\}$. Supóngase que el mes m tiene 20 días hábiles y que de acuerdo al año en que se desea hacer la estimación, los días hábiles quedan constituidos de la siguiente manera:

$$\begin{aligned}
\pi^m_{1,1} &: \textit{miércoles } 2 \\
\pi^m_{2,1} &: \textit{jueves } 3 \\
\pi^m_{3,1} &: \textit{viernes } 4 \\
\pi^m_{4,1} &: \textit{lunes } 7 \\
\pi^m_{5,1} &: \textit{martes } 8 \\
\pi^m_{6,1} &: \textit{miércoles } 9 \\
\pi^m_{7,1} &: \textit{jueves } 10 \\
\pi^m_{8,1} &: \textit{viernes } 11 \\
\pi^m_{9,1} &: \textit{lunes } 14 \\
\pi^m_{10,1} &: \textit{martes } 15 \\
\pi^m_{11,1} &: \textit{jueves } 17 \\
\pi^m_{12,1} &: \textit{viernes } 18 \\
\pi^m_{13,1} &: \textit{lunes } 21 \\
\pi^m_{14,1} &: \textit{martes } 22
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\pi^m_{15,1} &: miércoles\, 23 \\
\pi^m_{16,1} &: jueves\, 24 \\
\pi^m_{17,1} &: viernes\, 25 \\
\pi^m_{18,1} &: lunes\, 28 \\
\pi^m_{19,1} &: martes\, 29 \\
\pi^m_{20,1} &: miércoles\, 30
\end{aligned}$$

Debido a que los elementos del vector p^m_1 serán valores numéricos, se establece la siguiente notación para representar a cada uno de los días hábiles del mes m.

Se elabora un número de tres dígitos de tal manera que el dígito representativo de las centenas sea la referente al día $j - ésimo$ de la semana, mientras que las decenas y unidades hacen alusión a cada uno de los días naturales del mes; éstos últimos se representan por $\hat{n}$, $\hat{n} \in \{1, 2, ..., dn_m\}$, donde dn_m es igual al total de días naturales en el mes m. De esta manera, si se recuerda que $j \in \{1 = lunes, 2 = martes, 3 = miércoles, 4 = jueves, 5 = viernes\}$, entonces se puede presentar el siguiente ejemplo:

Sea el caso del día miércoles 9 del mes m, el día j de la semana al que corresponde es el 3 (miércoles), y el día natural $\hat{n}$, del mes es el 9, por lo que a este día se le asigna la "etiqueta" 309, de la misma forma al día jueves 10 se le designa el 410, mientras que el lunes 28 está referenciado al 128.

Por lo tanto, para generalizar lo dicho anteriormente, se tiene para cada $j \in \{1.2, ..., 5\}$, $n \in \{1, 2, \ldots, dh_m\}$, $\hat{n} \in \{1, 2, ..., dn_m\}$, $m \in \{1, 2, ..., 12\}$, la siguiente expresión:

$$\pi^m_{n,1} = (j * 100) + \hat{n} \tag{2.21}$$

Por consiguiente, los elementos de p^m_1 según el ejemplo previo son:

$$\pi^m_{1,1} = 302$$

$$
\begin{aligned}
\pi^m_{2,1} &= 403\\
\pi^m_{3,1} &= 504\\
\pi^m_{4,1} &= 107\\
\pi^m_{5,1} &= 208\\
\pi^m_{6,1} &= 309\\
\pi^m_{7,1} &= 410\\
\pi^m_{8,1} &= 511\\
\pi^m_{9,1} &= 114\\
\pi^m_{10,1} &= 215\\
\pi^m_{11,1} &= 417\\
\pi^m_{12,1} &= 518\\
\pi^m_{13,1} &= 121\\
\pi^m_{14,1} &= 222\\
\pi^m_{15,1} &= 323\\
\pi^m_{16,1} &= 424\\
\pi^m_{17,1} &= 525\\
\pi^m_{18,1} &= 128\\
\pi^m_{19,1} &= 229\\
\pi^m_{20,1} &= 330
\end{aligned}
$$

Efecto quincenal

Como se dijo anteriormente, el vector p^m_2 representa el efecto quincenal de la matriz P^m y se compone de dos particiones que son vectores columna de la matriz MTQ referida en (2.18):

$$
p^m_2 = \begin{pmatrix} mtq_k \\ mtq_l \end{pmatrix} \tag{2.22}
$$

En donde k y $l \in \{7, 8, 9, 10, 11, 12\}$.

Dada la composición de los días del mes del ejemplo referido, cada una de las quincenas contiene 10 días hábiles, por lo tanto, el efecto quincenal representado por el vector p_2^m queda expresado de la siguiente manera:

$$p_2^m = \begin{pmatrix} \theta_{1,4} \\ \theta_{2,4} \\ \theta_{3,4} \\ \theta_{4,4} \\ \theta_{5,4} \\ \theta_{6,4} \\ \theta_{7,4} \\ \theta_{8,4} \\ \theta_{9,4} \\ \theta_{10,4} \\ \theta_{1,4} \\ \theta_{2,4} \\ \theta_{3,4} \\ \theta_{4,4} \\ \theta_{5,4} \\ \theta_{6,4} \\ \theta_{7,4} \\ \theta_{8,4} \\ \theta_{9,4} \\ \theta_{10,4} \end{pmatrix}$$

Efecto semanal

La manera de implementar el efecto semanal, representado por p_3^m, es la siguiente:

Dado que en los elementos de p_1^m se reconoce el día j de la semana al que corresponde cada día del mes m, se puede establecer la siguiente relación:

$$\pi^m_{n,3} = \mu^t_j \text{ si } \pi^m_{n,1} \text{ corresponde al día } j. \tag{2.23}$$

Por lo tanto, el efecto semanal representado por el vector p^m_3 queda expresado de la siguiente manera:

$$p^m_3 = \begin{pmatrix} \mu^t_3 \\ \mu^t_4 \\ \mu^t_5 \\ \mu^t_1 \\ \mu^t_2 \\ \mu^t_3 \\ \mu^t_4 \\ \mu^t_5 \\ \mu^t_1 \\ \mu^t_2 \\ \mu^t_4 \\ \mu^t_5 \\ \mu^t_1 \\ \mu^t_2 \\ \mu^t_3 \\ \mu^t_4 \\ \mu^t_5 \\ \mu^t_1 \\ \mu^t_2 \\ \mu^t_3 \end{pmatrix};$$

Sin embargo, existe un problema referente a las semanas atípicas, ya que el efecto construido de la manera mencionada anteriormente no respeta el supuesto de que todo lo que se demanda de billetes y monedas en una semana es igual a los regresos de dicho circulante. Debido a este inconveniente, en la sección 2.5 se presenta una propuesta encaminada a corregir tal conflicto.

De acuerdo a lo establecido en (2.19) y (2.20), se muestra a continuación la composición que presenta P^m hasta este momento.

$$P^m = \begin{pmatrix} 302 & \theta_{1,4} & \mu_3^t & & \\ 403 & \theta_{2,4} & \mu_4^t & & \\ 504 & \theta_{3,4} & \mu_5^t & & \\ 107 & \theta_{4,4} & \mu_1^t & & \\ 208 & \theta_{5,4} & \mu_2^t & & \\ 309 & \theta_{6,4} & \mu_3^t & & \\ 410 & \theta_{7,4} & \mu_4^t & & \\ 511 & \theta_{8,4} & \mu_5^t & & \\ 114 & \theta_{9,4} & \mu_1^t & & \\ 215 & \theta_{10,4} & \mu_2^t & & \\ 417 & \theta_{1,4} & \mu_4^t & p_4^m & p_5^m \\ 518 & \theta_{2,4} & \mu_5^t & & \\ 121 & \theta_{3,4} & \mu_1^t & & \\ 222 & \theta_{4,4} & \mu_2^t & & \\ 323 & \theta_{5,4} & \mu_3^t & & \\ 424 & \theta_{6,4} & \mu_4^t & & \\ 525 & \theta_{7,4} & \mu_5^t & & \\ 128 & \theta_{8,4} & \mu_1^t & & \\ 229 & \theta_{9,4} & \mu_2^t & & \\ 330 & \theta_{10,4} & \mu_3^t & & \end{pmatrix}$$

2.4.1 Efecto mensual

Hasta este momento, la construcción de la trayectoria diaria de billetes y monedas en circulación contiene los efectos estacionales quincenales y semanales que la caracterizan. Sin embargo, debido a que dicha trayectoria se elabora de tal manera que al cierre de cada mes coincida con los pronósticos puntuales de la demanda mensual, es necesario realizar un ajuste para que la evolución diaria del agregado monetario coincida con el saldo de la demanda a fin del mes m. Para lograr el objetivo mencionado, se procede a obtener la diferencia entre ∇BYM_m que se elabora a partir de la ecuación (1.5), y por otra parte $\sum_{n=1}^{dh_m}(\pi_{n,2}^m + \pi_{n,3}^m)$. Por lo tanto, esta diferencia será la cantidad que se repartirá de manera subjetiva en los elementos de p_4^m,

$$dif_m = \nabla BYM_m - \sum_{n=1}^{dh_m}(\pi_{n,2}^m + \pi_{n,3}^m), \tag{2.24}$$

De tal forma que:

$$\sum_{n=1}^{dh_m} \pi_{n,4}^m = dif_m. \tag{2.25}$$

En donde $m \in \{1, 2, ..., 12\}$, y dh_m se refiere al total de días hábiles del mes correspondiente.

En el siguiente capítulo se presenta un ejemplo de dicho efecto aplicado al mes de febrero del año 2000.

2.5 Propuesta para mejorar el efecto semanal

La repercusión que tienen los días feriados presentes entre semana es otro importante factor estacional que influye en los movimientos típicos de los billetes y monedas en circulación. Es conveniente señalar que este comportamiento es uno de los que se pueden identificar con mayor facilidad mediante la aplicación de técnicas de series de tiempo.

2.5.1 Supuesto principal e implementación.

Con la finalidad de mejorar la estimación de los movimientos típicos, en esta sección se propone una sencilla alternativa aplicada al efecto semanal en el caso de las semanas atípicas. Esta opción respeta el supuesto básico establecido en la primera sección del capítulo 2, el cual establece que *"a lo largo de una semana o de una quincena la suma de los flujos que las constituyen es igual a cero"*.

Primeramente es necesario determinar para cada $\pi_{n,3}^m, n \in \{1, 2, ..., dh_m\}$ el día j de la semana al que corresponde, $j \in \{1, 2, ..., 5\}$, esta información, como ya se especificó anteriormente queda determinada por $\pi_{n,1}^m$. A su vez, se debe establecer a que tipo de semana pertenece (típica o atípica). En caso de que se encuentre en una semana típica se considera el $\mu_j^t \in t$

correspondiente al día $j-\acute{e}simo$. De lo contrario, se designa el $\alpha_{ij}^{t}\in A$, $i\in\{1,2,\ldots,N\}$, dependiendo del día y del tipo de semana atípica a la que compete.

Para elaborar el vector p_3^m del ejemplo referido con anterioridad, en principio es necesario determinar a que tipo de semana pertenece cada uno de los días hábiles que conforman al vector p_1^m. En el ejemplo citado, el mes empieza en miércoles 2, lo que significa que el día anterior, el martes 1°, es un día feriado. Bajo el supuesto de que es hábil el día lunes de esa semana (último día del mes anterior), entonces la primera semana del mes citado es del tipo $\begin{pmatrix} l & 0 & w & j & v \end{pmatrix}$ y su efecto semanal queda determinado por los siguientes elementos de la matriz A referida en (2.8)

$$\alpha_{2j}^{t},\ j\in\{1,2,...,5\}$$

Es decir,

$$\begin{pmatrix} \alpha_{2,1}^{t} \\ \alpha_{2,2}^{t} \\ \alpha_{2,3}^{t} \\ \alpha_{2,4}^{t} \\ \alpha_{2,5}^{t} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mu_1^t-\mu_2^a \\ 0 \\ \mu_3^t-\mu_2^a \\ \mu_4^t-\mu_2^a \\ \mu_5^t-\mu_2^a \end{pmatrix}.$$

De hecho, el efecto semanal para el último día del mes $m-1$ queda determinado por el valor $\mu_1^t-\mu_2^a$ mientras que para los tres primeros días hábiles del mes m se utiliza respectivamente a:

$$\begin{pmatrix} \mu_3^t-\mu_2^a \\ \mu_4^t-\mu_2^a \\ \mu_5^t-\mu_2^a \end{pmatrix}$$

La segunda semana corresponde a la siguiente partición del vector p_1^m:

$$\begin{pmatrix} 107 \\ 208 \\ 309 \\ 410 \\ 511 \end{pmatrix} \begin{matrix} (lunes\ 7) \\ (martes\ 8) \\ (mi\acute{e}rcoles\ 9) \\ (jueves\ 10) \\ (viernes\ 11) \end{matrix}$$

Al no contar con días inhábiles, este vector hace referencia a una semana típica, por lo tanto el efecto semanal del mismo queda determinado por el establecido en (2.1):

$$t = \begin{pmatrix} \mu_1^t \\ \mu_2^t \\ \mu_3^t \\ \mu_4^t \\ \mu_5^t \end{pmatrix}$$

En la tercera semana el día miércoles es feriado.

$$\begin{pmatrix} 114 \\ 215 \\ 417 \\ 518 \end{pmatrix} \begin{matrix} (\textit{lunes } 14) \\ (\textit{martes } 15) \\ (\textit{jueves } 17) \\ (\textit{viernes } 18) \end{matrix}$$

Por lo tanto, al corresponder a una semana del tipo $\begin{pmatrix} l & m & 0 & \jmath & v \end{pmatrix}$, su efecto semanal queda determinado por la matriz A referida en (2.8):

$$\begin{pmatrix} \alpha_{3,1}^t \\ \alpha_{3,2}^t \\ \alpha_{3,3}^t \\ \alpha_{3,4}^t \\ \alpha_{3,5}^t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mu_1^t - \mu_3^a \\ \mu_2^t - \mu_3^a \\ 0 \\ \mu_4^t - \mu_3^a \\ \mu_5^t - \mu_3^a \end{pmatrix}$$

Bajo el supuesto de que los primeros dos días del mes $m+1$ son hábiles, entonces la cuarta y quinta semanas son semanas típicas, por lo que sus efectos semanales quedan representados por el vector t.

De esta manera, con la consideración de omitir los valores de cero que corresponden a los días inhábiles, así como los días que corresponden al mes $m-1$ y al mes $m+1$, el vector p_3^m queda integrado en P^m de la siguiente manera:

$$
P^m = \begin{pmatrix}
302 & \theta_{1,4} & \mu_3^t - \mu_2^a & & \\
403 & \theta_{2,4} & \mu_4^t - \mu_2^a & & \\
504 & \theta_{3,4} & \mu_5^t - \mu_2^a & & \\
107 & \theta_{4,4} & \mu_1^t & & \\
208 & \theta_{5,4} & \mu_2^t & & \\
309 & \theta_{6,4} & \mu_3^t & & \\
410 & \theta_{7,4} & \mu_4^t & & \\
511 & \theta_{8,4} & \mu_5^t & & \\
114 & \theta_{9,4} & \mu_1^t - \mu_3^a & & \\
215 & \theta_{10,4} & \mu_2^t - \mu_3^a & p_4^m & p_5^m \\
417 & \theta_{1,4} & \mu_4^t - \mu_3^a & & \\
518 & \theta_{2,4} & \mu_5^t - \mu_3^a & & \\
121 & \theta_{3,4} & \mu_1^t & & \\
222 & \theta_{4,4} & \mu_2^t & & \\
323 & \theta_{5,4} & \mu_3^t & & \\
424 & \theta_{6,4} & \mu_4^t & & \\
525 & \theta_{7,4} & \mu_5^t & & \\
128 & \theta_{8,4} & \mu_1^t & & \\
229 & \theta_{9,4} & \mu_2^t & & \\
330 & \theta_{10,4} & \mu_3^t & &
\end{pmatrix}
$$

Por último, se menciona que en el siguiente capítulo se presentan las comparaciones realizadas entre el pronóstico del efecto semanal realizado tanto con la estimación propuesta en esta sección, como con la empleada en la sección anterior, para las semanas atípicas de 1998 a 2000.

Capítulo 3

Aplicación del modelo

En este capítulo se realiza el ejercicio para estimar los movimientos típicos del flujo de billetes y monedas en circulación para el año 2000. A partir de los resultados obtenidos de este modelo se elaboró la trayectoria diaria de dicho agregado monetario publicada por el Banco de México. En las primeras dos secciones se presentan los ejercicios para estimar tanto el efecto semanal, como el quincenal. En la sección 3.3 se elabora la matriz P^m, que fue explicada en el capítulo anterior, para el mes de febrero. En la última sección se presenta una herramienta para medir el grado de error de la estimación, así como para poder establecer una comparación con otras proyecciones.

3.1 Estimación del efecto semanal

Ejercicio 3.1.1 *Estimación del efecto semanal, realizada a partir de lo expuesto en la sección 2.2.*

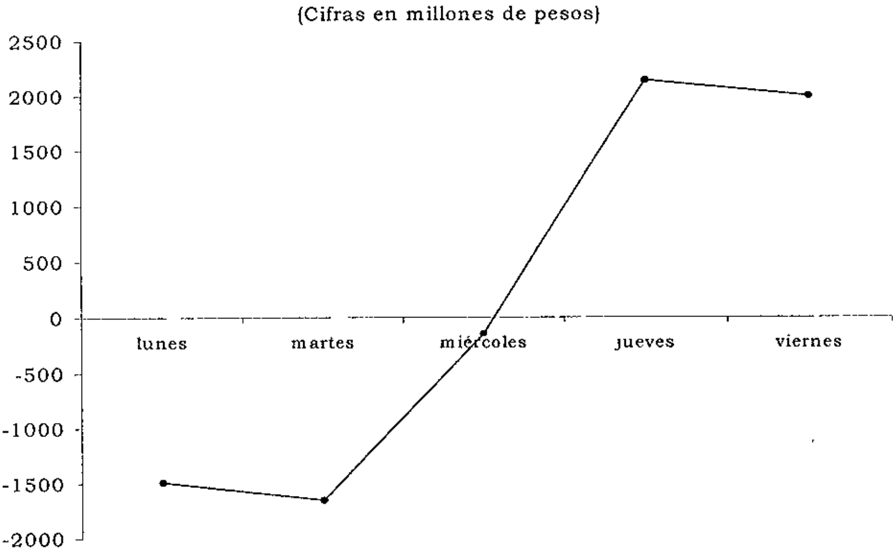
El flujo diario de billetes y monedas en circulación $flubym_l$, que se consideró para esta estimación fue el observado desde diciembre de 1998 hasta noviembre de 1999, por consiguiente el número total de días hábiles es igual a 252, es decir, $l \in \{1, 2, ..., 252\}$.

A partir del $k-ésimo$ flujo observado para cada día j se obtienen los siguientes promedios para fp_j, $j \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$.

$$
\begin{aligned}
fp_1 &= \left(\frac{1}{52}\right)\sum_{k=1}^{52} f_{k1} = -1491.5; \\
fp_2 &= \left(\frac{1}{52}\right)\sum_{k=1}^{52} f_{k2} = -1654.9; \\
fp_3 &= \left(\frac{1}{50}\right)\sum_{k=1}^{50} f_{k3} = -145.1; \\
fp_4 &= \left(\frac{1}{50}\right)\sum_{k=1}^{50} f_{k4} = 2136.4; \\
fp_5 &= \left(\frac{1}{48}\right)\sum_{k=1}^{48} f_{k5} = 1993.4;
\end{aligned}
$$

Los cuales quedan representados gráficamente en la figura 3-1.

Figura 3-1: Demanda diaria promedio de billetes y monedas en circulación.



Consecuentemente el valor de $\overline{f} = \left(\frac{1}{5}\right) \sum_{j=1}^{5} f_{pj}$ es igual a 167.66 .

3.1.1 Semanas típicas

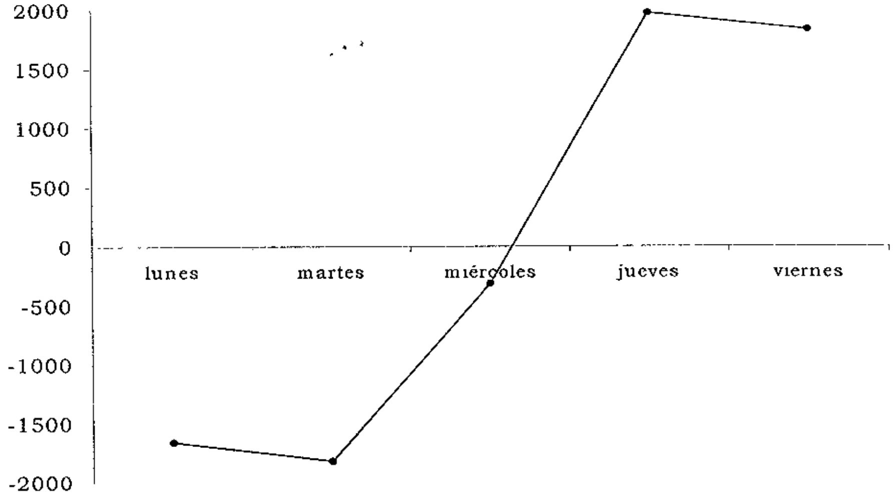
De acuerdo a la ecuación (2.1), para cada $j \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $\mu_j^t = fp_j - \overline{f}$, por lo tanto, el vector t queda establecido de la siguiente forma:

$$t = \begin{pmatrix} -1659.2 \\ -1822.5 \\ -312.8 \\ 1968.7 \\ 1825.8 \end{pmatrix}$$

La representación gráfica de los elementos de t a lo largo de una semana se muestran en la figura 3-2.

Figura 3-2: Efecto semanal de la demanda por billetes y monedas en circulación.

(Cifras en millones de pesos)



3.1.2 Semanas atípicas

De acuerdo al capítulo 2, se utilizaron las 10 semanas atípicas más comunes. Por lo tanto, de acuerdo a las expresiones (2.4), (2.7) y (2.8), $T, promatip$ y A quedan establecidos de la siguiente manera:

$$T = \begin{pmatrix} 0 & -1822.5 & -312.8 & 1968.7 & 1825.8 \\ -1659.2 & 0 & -312.8 & 1968.7 & 1825.8 \\ -1659.2 & -1822.5 & 0 & 1968.7 & 1825.8 \\ -1659.2 & -1822.5 & -312.8 & 0 & 1825.8 \\ -1659.2 & -1822.5 & -312.8 & 1968.7 & 0 \\ 0 & -1822.5 & -312.8 & 1968.7 & 0 \\ -1659.2 & -1822.5 & -312.8 & 0 & 0 \\ 0 & -1822.5 & -312.8 & 0 & 0 \\ -1659.2 & 0 & -312.8 & 0 & 0 \\ -1659.2 & -1822.5 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix};$$

$$promatip = \begin{pmatrix} 414.8 \\ 455.6 \\ 78.2 \\ -492.2 \\ -456.4 \\ -55.5 \\ -1264.8 \\ -1067.7 \\ -986.0 \\ -1740.8 \end{pmatrix};$$

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -2237.3 & -727.6 & 1554.0 & 1411.0 \\ -2114.8 & 0 & -768.4 & 1513.1 & 1370.1 \\ -1737.4 & -1900.7 & 0 & 1890.5 & 1747.6 \\ -1167.0 & -1330.3 & 179.4 & 0 & 2317.9 \\ -1202.7 & -1366.1 & 143.6 & 2425.2 & 0 \\ 0 & -1767.0 & -257.3 & 2024.3 & 0 \\ -394.3 & -557.7 & 952.0 & 0 & 0 \\ 0 & -754.9 & 754.9 & 0 & 0 \\ -673.2 & 0 & 673.2 & 0 & 0 \\ 81.7 & -81.7 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

De esta forma se conformó el efecto semanal, el cual fue utilizado para realizar la siguiente estimación.

3.2 Estimación del efecto quincenal

Ejercicio 3.2.1 *Estimación del efecto quincenal.*

Para determinar el efecto quincenal, de acuerdo con las expresiones (2.10), (2.11) y (2.12) se obtuvieron los siguientes resultados para *quinprim*, *quinultim* y $QUIN$:

$$quinprim = \begin{pmatrix} 76.8 \\ -403.6 \\ -578.8 \\ -721.3 \\ -754.7 \\ -412.2 \\ -29.2 \\ 739.4 \\ 1364.4 \\ 1451.2 \\ 1327.0 \\ 2327.2 \end{pmatrix};$$

$$quinultim = \begin{pmatrix} 53.6 \\ 200.1 \\ -85.4 \\ -526.1 \\ -610.4 \\ -787.7 \\ -617.6 \\ -347.7 \\ 209.1 \\ 1106.1 \\ 1827.7 \\ 1171.5 \end{pmatrix};$$

$$QUIN = \begin{pmatrix} 76.8 & 76.8 & 76.8 & 76.8 & 76.8 & 76.8 \\ -403.6 & -403.6 & -403.6 & -403.6 & -403.6 & -403.6 \\ -578.8 & -578.8 & -578.8 & -578.8 & -578.8 & -578.8 \\ -256.1 & -721.3 & -721.3 & -721.3 & -721.3 & -721.3 \\ 1106.1 & 209.1 & -551.2 & -754.7 & -754.7 & -754.7 \\ 1827.7 & 1106.1 & 209.1 & -347.7 & -514.9 & -412.2 \\ 1171.5 & 1827.7 & 1106.1 & 209.1 & -347.7 & -617.6 \\ 0 & 1171.5 & 1827.7 & 1106.1 & 209.1 & -347.7 \\ 0 & 0 & 1171.5 & 1827.7 & 1106.1 & 209.1 \\ 0 & 0 & 0 & 1171.5 & 1827.7 & 1106.1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1171.5 & 1827.7 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1171.5 \end{pmatrix}$$

También de acuerdo a (2.14), se elaboró el vector $\overline{quin}$ que contiene los promedios para cada tipo de quincena:

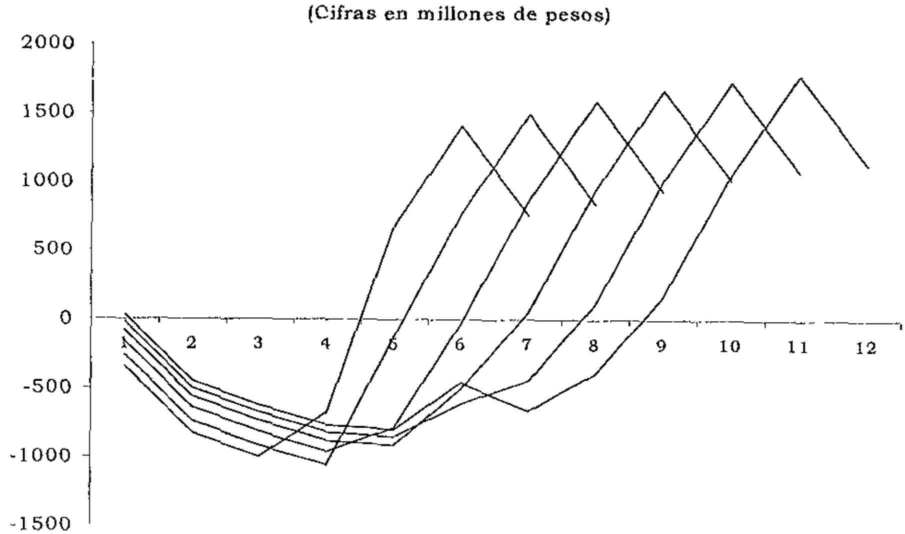
$$\overline{quin} = \begin{pmatrix} 420.5 \\ 335.9 \\ 237.4 \\ 158.5 \\ 97.3 \\ 46.3 \end{pmatrix};$$

Y finalmente, de acuerdo a (2.16), los movimientos típicos quincenales se presentan en la matriz MTQ :

$$MTQ = \begin{pmatrix} -343.7 & -259.2 & -160.6 & -81.7 & -20.5 & 30.5 \\ -824.1 & -739.6 & -641.0 & -562.1 & -500.9 & -449.9 \\ -999.3 & -914.8 & -816.2 & -737.3 & -676.1 & -625.1 \\ -676.6 & -1057.2 & -958.7 & -879.8 & -818.6 & -767.6 \\ 685.6 & -126.9 & -788.5 & -913.2 & -852.0 & -801.0 \\ 1407.2 & 770.2 & -28.3 & -506.2 & -612.2 & -458.5 \\ 751.0 & 1491.8 & 868.7 & 50.6 & -444.9 & -663.9 \\ 0 & 835.6 & 1590.4 & 947.6 & 111.8 & -393.9 \\ 0 & 0 & 934.1 & 1669.2 & 1008.8 & 162.8 \\ 0 & 0 & 0 & 1013.0 & 1730.5 & 1059.8 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1074.2 & 1781.5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1125.2 \end{pmatrix};$$

La representación gráfica de dichos movimientos queda representada en la figura 3-3.

Figura 3-3: Efecto quincenal de la demanda por billetes y monedas en circulación.



3.3 Estimación de los movimientos típicos para un mes determinado

La estimación de los movimientos típicos del flujo de billetes y monedas se reflejan en la matriz P^m. La manera de construir dicha matriz se ha abordado en la sección 2.4, y ahora se presenta un ejemplo para un mes en particular.

Ejemplo 3.3.1 *Construcción de la estacionalidad diaria para estimar la trayectoria del mes de febrero de 2000.*

Para estimar la trayectoria diaria del flujo de billetes y monedas en circulación del mes de febrero ($m = 2$), se elaboró la matriz P^2.

Composición de P^2

De acuerdo a (2.21) el primer vector de P^2 está representado por p_1^2 que contiene los días hábiles del mes.

$$p_1^2 = \begin{pmatrix} 201 \\ 302 \\ 403 \\ 504 \\ 107 \\ 208 \\ 309 \\ 410 \\ 511 \\ 114 \\ 215 \\ 316 \\ 417 \\ 518 \\ 121 \\ 222 \\ 323 \\ 424 \\ 525 \\ 128 \\ 229 \end{pmatrix} \qquad \begin{matrix} (martes\,1) \\ (miércoles\,2) \\ (jueves\,3) \\ (viernes\,4) \\ (lunes\,7) \\ (martes\,8) \\ (miércoles\,9) \\ (jueves\,10) \\ (viernes\,11) \\ (lunes\,14) \\ (martes\,15) \\ (miércoles\,16) \\ (jueves\,17) \\ (viernes\,18) \\ (lunes\,21) \\ (martes\,22) \\ (miércoles\,23) \\ (jueves\,24) \\ (viernes\,25) \\ (lunes\,28) \\ (martes\,29) \end{matrix}$$

Debido a que la primera quincena de este mes contiene 11 días hábiles y la segunda 10, y según la expresión (2.22), el vector p_2^2, que corresponde al efecto quincenal, se compone de las particiones mtq_{11} y mtq_{10}, queda entonces representado de la siguiente manera:

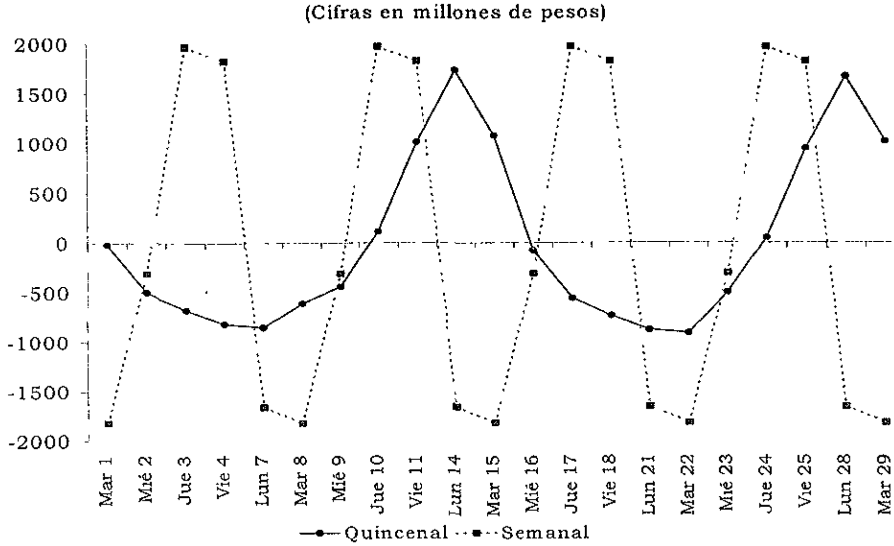
$$p_2^2 = \begin{pmatrix} mtq_{11} \\ mtq_{10} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -20.5 \\ -500.9 \\ -676.1 \\ -818.6 \\ -852.0 \\ -612.2 \\ -444.9 \\ 111.8 \\ 1008.8 \\ 1730.5 \\ 1074.2 \\ -81.7 \\ -562.1 \\ -737.3 \\ -879.8 \\ -913.2 \\ -506.2 \\ 50.6 \\ 947.6 \\ 1669.2 \\ 1013.0 \end{pmatrix}$$

De acuerdo a (2.23), el efecto semanal ubicado en la tercera columna queda representado de la siguiente manera:

$$p_3^2 = \begin{pmatrix} -1822.5 \\ -312.8 \\ 1968.7 \\ 1825.8 \\ -1659.2 \\ -1822.5 \\ -312.8 \\ 1968.7 \\ 1825.8 \\ -1659.2 \\ -1822.5 \\ -312.8 \\ 1968.7 \\ 1825.8 \\ -1659.2 \\ -1822.5 \\ -312.8 \\ 1968.7 \\ 1825.8 \\ -1659.2 \\ -1822.5 \end{pmatrix}$$

Finalmente, podemos observar gráficamente los efectos quincenal y semanal representados por los elementos de los vectores p_2^2 y p_3^2 respectivamente, en la figura 3-4.

Figura 3-4: Efectos quincenal y semanal para febrero de 2000.



Efecto mensual

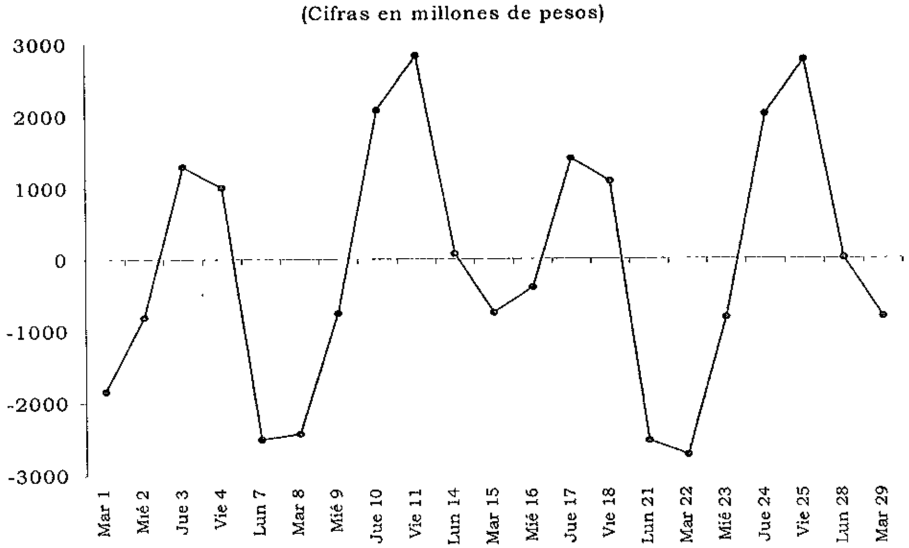
Ejercicio 3.3.1 *Integración del efecto mensual.*

El vector p_4^2 contiene lo que se denomina efecto mensual. Para empezar el proceso de elaboración de este vector se inicializa su valor en cero, es decir, $\pi_{n,4}^2 = 0$, para toda $n \in \{1, 2, ..., dh_2\}$. De esta manera, se obtiene la siguiente representación para la matriz P^2.

$$
P^2 = \begin{pmatrix}
201 & -20.5 & -1822.5 & 0 & -1843.0 \\
302 & -500.9 & -312.8 & 0 & -813.7 \\
403 & -676.1 & 1968.7 & 0 & 1292.6 \\
504 & -818.6 & 1825.8 & 0 & 1007.2 \\
107 & -852.0 & -1659.2 & 0 & -2511.2 \\
208 & -612.2 & -1822.5 & 0 & -2434.7 \\
309 & -444.9 & -312.8 & 0 & -757.7 \\
410 & 111.8 & 1968.7 & 0 & 2080.5 \\
511 & 1008.8 & 1825.8 & 0 & 2834.6 \\
114 & 1730.5 & -1659.2 & 0 & 71.3 \\
215 & 1074.2 & -1822.5 & 0 & -748.3 \\
316 & -81.7 & -312.8 & 0 & -394.5 \\
417 & -562.1 & 1968.7 & 0 & 1406.6 \\
518 & -737.3 & 1825.8 & 0 & 1088.5 \\
121 & -879.8 & -1659.2 & 0 & -2539.0 \\
222 & -913.2 & -1822.5 & 0 & -2735.7 \\
323 & -506.2 & -312.8 & 0 & -819.0 \\
424 & 50.6 & 1968.7 & 0 & 2019.3 \\
525 & 947.6 & 1825.8 & 0 & 2773.4 \\
128 & 1669.2 & -1659.2 & 0 & 10.0 \\
229 & 1013.0 & -1822.5 & 0 & -809.5
\end{pmatrix}
$$

En la figura 3-5, se pueden ver los movimientos típicos para el mes de febrero.

Figura 3-5: Movimientos típicos para febrero de 2000.



Debido a que hasta este punto se cuenta solamente con los efectos estacionales semanales y quincenales, es necesario realizar el siguiente ajuste para que la evolución diaria de billetes y monedas coincida con el saldo de la demanda a fin de mes.

Primeramente, a partir de la ecuación (2.24) se procede a obtener la siguiente diferencia:

$$\begin{aligned} dif_2 &= \nabla BYM_2 - \sum_{n=1}^{21}(\pi_{n,2}^2 + \pi_{n,3}^2) \\ &= -6772.0 - (0 + (-1822.5)) \\ &= -4949.5 \end{aligned} \tag{3.1}$$

Por lo tanto, $dif_2 = -4949.5$, es la cantidad que de manera subjetiva se integrará en los elementos de p_4^2, de tal manera que se satisfaga la ecuación (2.25):

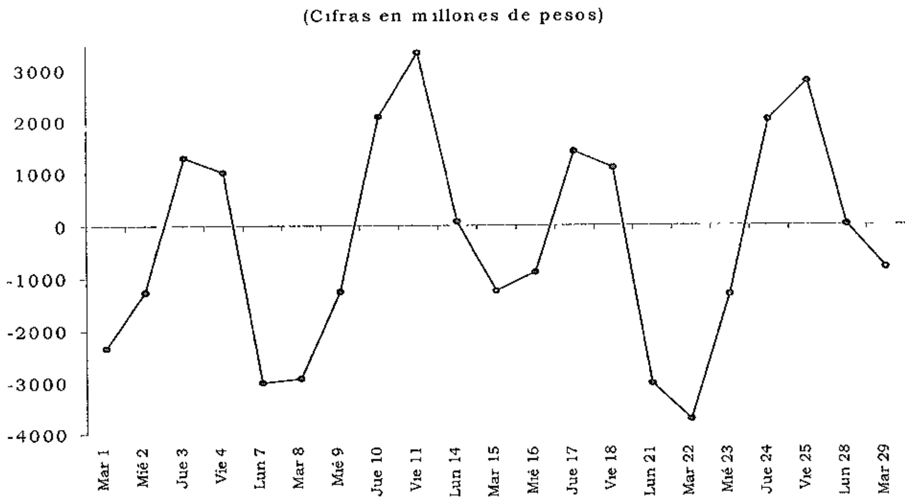
$$dif_2 = \sum_{n=1}^{21} \pi^2_{n,4}$$

Dicho proceso se realizó de la siguiente manera:

$$P^2 = \begin{pmatrix} 201 & -20.5 & -1822.5 & -500.0 & -2343.0 \\ 302 & -500.9 & -312.8 & -449.5 & -1263.2 \\ 403 & -676.1 & 1968.7 & 0 & 1292.6 \\ 504 & -818.6 & 1825.8 & 0 & 1007.2 \\ 107 & -852.0 & -1659.2 & -500.0 & -3011.2 \\ 208 & -612.2 & -1822.5 & -500.0 & -2934.7 \\ 309 & -444.9 & -312.8 & -500.0 & -1257.7 \\ 410 & 111.8 & 1968.7 & 0 & 2080.5 \\ 511 & 1008.8 & 1825.8 & 500.0 & 3334.6 \\ 114 & 1730.5 & -1659.2 & 0 & 71.3 \\ 215 & 1074.2 & -1822.5 & -500.0 & -1248.3 \\ 316 & -81.7 & -312.8 & -500.0 & -894.5 \\ 417 & -562.1 & 1968.7 & 0 & 1406.6 \\ 518 & -737.3 & 1825.8 & 0 & 1088.5 \\ 121 & -879.8 & -1659.2 & -500.0 & -3039.0 \\ 222 & -913.2 & -1822.5 & -1000.0 & -3735.7 \\ 323 & -506.2 & -312.8 & -500.0 & -1319.0 \\ 424 & 50.6 & 1968.7 & 0 & 2019.3 \\ 525 & 947.6 & 1825.8 & 0 & 2773.4 \\ 128 & 1669.2 & -1659.2 & 0 & 10.0 \\ 229 & 1013.0 & -1822.5 & 0 & -809.5 \end{pmatrix} \tag{3.2}$$

De acuerdo a lo establecido en (2.19), el vector p_1^2 está representado por los días hábiles del mes de febrero. El vector p_2^2 corresponde al efecto quincenal. Los elementos de p_3^2 describen al efecto semanal. El efecto mensual esta contenido en p_4^2, y finalmente p_5^2 es igual a $p_2^2+p_3^2+p_4^2$. Por lo tanto, los elementos del quinto vector representan el pronóstico diario de billetes y monedas en circulación para el mes de febrero, el cual se muestra en la figura 3-6.

Figura 3-6: Trayectoria anticipada de billetes y monedas para febrero de 2000.



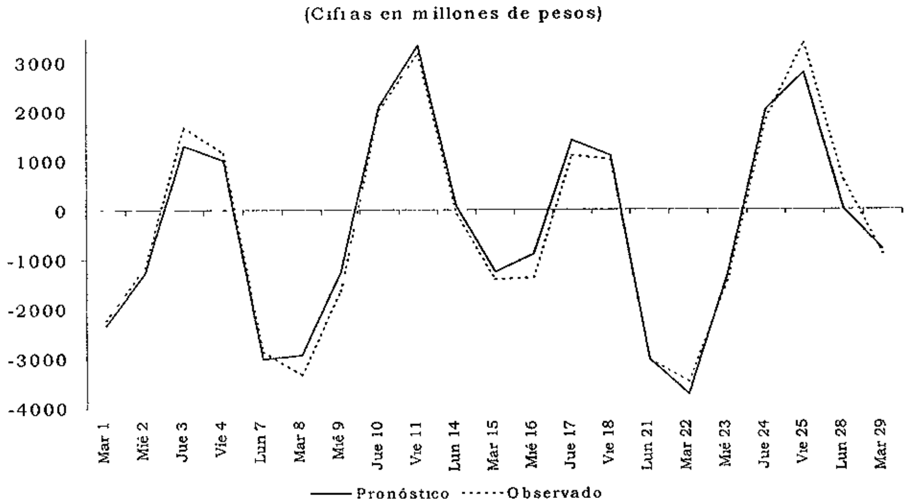
Es importante mencionar que para integrar la cantidad dif_2 en los elementos de p_4^2, se determinó en primer lugar, el signo de dicha diferencia dif_2. En este caso resultó ser negativa, por lo que el énfasis para incluir un efecto mensual en dichos elementos, se hizo en los que correspondían a días de la semana en que la demanda de billetes y monedas es típicamente negativa. Por lo tanto, se procede de manera similar en los casos en que el valor dif_m resulte ser negativo para un mes m determinado, $m \in \{1, 2, ..., 12\}$.

Por otra parte, cuando el valor de dif_m es positivo para un mes m en particular, $m \in \{1, 2, ..., 12\}$, los elementos de p_4^m que se consideran de manera especial, para incluir un efecto mensual, son los que corresponden a días de la semana en que la demanda de efectivo es típicamente positiva.

Sin embargo, para ambos casos citados anteriormente, no se descarta la posibilidad de integrar, en un día típico de aumento en la demanda de billetes y monedas, un efecto mensual con signo negativo. También es factible llegar a incluir, en los días en que típicamente disminuye la demanda de efectivo, flujos positivos para el efecto mensual.

Con la finalidad de comparar la trayectoria observada con la pronosticada de dicho agregado monetario para febrero de 2000, se presenta la figura 3-7.

Figura 3-7: Flujo diario de billetes y monedas en circulación para febrero de 2000.



Se pueden observar las trayectorias pronosticadas y observadas de billetes y monedas en circulación, desde enero de 1998 hasta mayo de 2000, en el apéndice B, en el cual se presentan las gráficas de dichos flujos con periodicidad trimestral.

3.4 Análisis comparativo

Para poder establecer una medida de comparación de error entre la trayectoria obtenida a través del planteamiento hecho en este trabajo y otra estimación alternativa, se hace uso del promedio de los errores al cuadrado que a continuación se define para los fines de este estudio.

Definición 3.4.1 *Sean f_i y $\hat{f}_i$ los i-ésimos flujos de billetes y monedas observado y pronosticado respectivamente. Para cada $i \in \{1, 2, ...n\}$, se tiene la siguiente expresión*

$$\sum_{i=1}^{i} \frac{(f_i - \hat{f}_i)^2}{i} \tag{3.3}$$

la cual indica el promedio de los errores al cuadrado de los flujos pronosticados hasta el $i-$ésimo $\hat{f}_i$. En donde $i \in \{1, 2, ...n\}$.

A partir de esta definición, se procede a realizar el siguiente ejercicio.

Ejercicio 3.4.1 *Comparación de los resultados obtenidos al estimar la estacionalidad de las semanas atípicas mediante los procesos descritos en la secciones 2.4 y 2.5.*

Sean $\hat{f}_i^a$ y $\hat{f}_i^b$, los pronósticos estimados al día i, de acuerdo a los métodos tradicional y propuesto, empleados en las secciones 2.4 y 2.5 respectivamente. Cabe mencionar que para realizar el presente ejercicio, dichos pronósticos se compodrán únicamente de los efectos semanal y quincenal.

Sea f_i el flujo observado de billetes y monedas en circulación al día i, en donde el índice i señala los días correspondientes a las semanas atípicas de un año determinado.

Los cuadros que a continuación se presentan, indican si el valor absoluto de $(f_i - \hat{f}_i^b)$ es menor o mayor que el valor absoluto de $(f_i - \hat{f}_i^a)$.

En caso de que $\mid f_i - \hat{f}_i^b \mid$ sea menor que $\mid f_i - \hat{f}_i^a \mid$, r_i tomará el valor de "1". En el caso contrario, si $\mid f_i - \hat{f}_i^b \mid$ es mayor o igual a $\mid f_i - \hat{f}_i^a \mid$, entonces a r_i se le asignará el valor de "0". De esta manera, r_i indicará si la estimación propuesta mejora o empeora la estimación del efecto semanal correspondiente a las semanas atípicas, en valores absolutos.

Con la misma finalidad de comparar ambas estimaciones, se presentan también las gráficas que muestran la raíz cuadrada de los promedios de los errores al cuadrado, para $\hat{f}_i^a$ y $\hat{f}_i^b$.

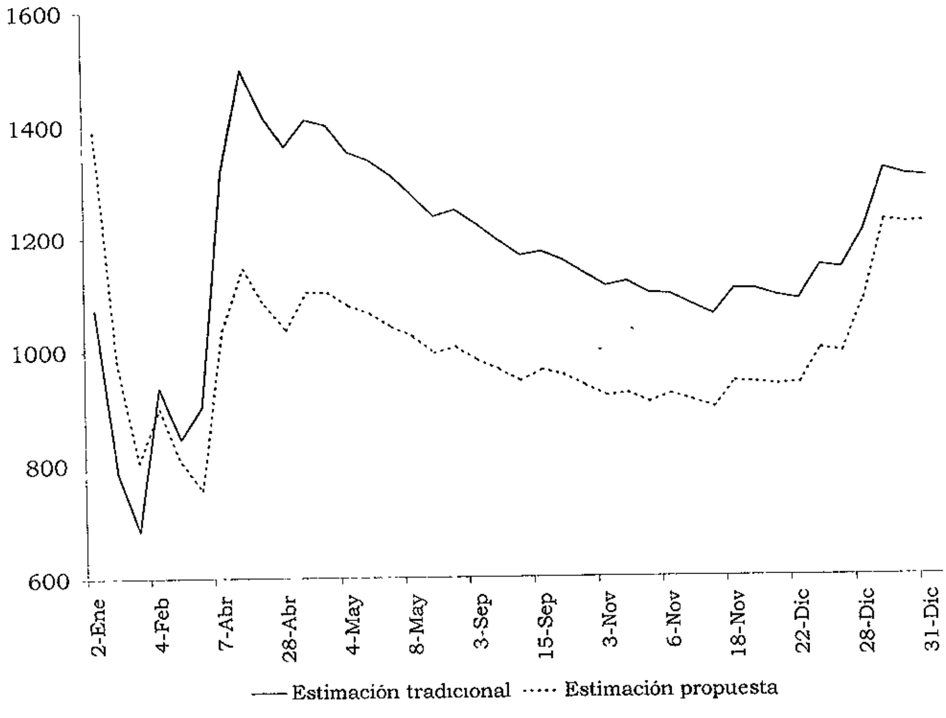
Cuadro 3.4.1: Comparación para el año 1998.
(Cifras en millones de pesos)

Día de la semana	Fecha	$\hat{f}_i^a$	$\hat{f}_i^b$	f_i	$f_i - \hat{f}_i^a$	$f_i - \hat{f}_i^b$	r_t
viernes	2-Ene-98	609.6	927 1	-463.2	-1,072.8	-1,390.3	0
lunes	2-Feb-98	-1,196.9	-879.4	-901.8	295.0	-22.4	1
martes	3-Feb-98	-1,458 6	-1,141.1	-1,057.2	401.4	83.9	1
miércoles	4-Feb-98	-500.8	-183 3	947.7	1,448 4	1,131.0	1
viernes	6-Feb-98	277.7	595.2	542 9	265.2	-52.3	1
Subtotales					2,410.0	1,140.1	
lunes	6-Abr-98	-1,484.7	-800.6	-343.6	1,141.1	456.9	1
martes	7-Abr-98	-1,440.9	-756 8	1,268.2	2,709.1	2,025.0	1
miércoles	8-Abr-98	-143 3	540.9	2,254.3	2,397.6	1,713.4	1
Subtotales					6,247.8	4,195 4	
lunes	27-Abr-98	-969.8	-774.2	-646.7	323 1	127.5	1
martes	28-Abr-98	-363 9	-168 2	337.3	701.2	505.5	1
miércoles	29-Abr-98	1,046.2	1,241.8	2,861.8	1,815.7	1,620.0	1
jueves	30-Abr-98	1,880.0	2,075 6	3,172.7	1,292.7	1,097 1	1
Subtotales					4,132 7	3,350.1	
lunes	4-May-98	-1,196.9	-1,447.0	-724.7	472.2	722.3	0
miércoles	6-May-98	-529 7	-779.9	-1,653.1	-1,123.4	-873.3	1
jueves	7-May-98	841.0	590 8	-19.1	-860.1	-609.9	1
viernes	8-May-98	277.7	27.5	759.2	481.5	731.7	0
Subtotales					-1,029.9	-29.2	
lunes	31-Ago-98	-369 8	-620 0	-396.5	-26.7	223.5	0
miércoles	2-Sep-98	-244.8	-494 9	-1,671.8	-1,427.0	-1,176.8	1
jueves	3-Sep-98	856.1	605 9	267.6	-588.4	-338 3	1
viernes	4-Sep-98	397 6	147 4	696.7	299.1	549.3	0
Subtotales					-1,743 0	-742.3	
lunes	14-Sep-98	100 6	82.6	400.1	299.5	317.5	0
martes	15-Sep-98	-428.1	-446 1	862.8	1,290.9	1,308.9	0
jueves	17-Sep-98	1,097.0	1,079.0	341 3	-755.7	-737 7	1
viernes	18-Sep-98	368 7	350.7	174.8	-193.8	-175.9	1
Subtotales					640.9	712.7	
martes	3-Nov-98	-1,217.6	-1,462.6	-1,377.2	-159 5	85.4	1
miércoles	4-Nov-98	-529.7	-774 7	-1,820.4	-1,290 7	-1,045.8	1
jueves	5-Nov-98	841.0	596 0	733.0	-107.9	137.0	0
viernes	6-Nov-98	277 7	32 7	1,295.9	1,018.2	1,263.1	0
Subtotales					-540.0	439.9	
lunes	16-Nov-98	-1,152.8	-957 2	-1,418.6	-265.7	-461.3	0
martes	17-Nov-98	-1,414.5	-1,218 9	-1,606 7	-192.1	-387 8	0
miércoles	18-Nov-98	-456.7	-261 1	1,578.9	2,035.7	1,840.0	1
jueves	19-Nov-98	809 1	1,004.8	1,890.4	1,081 3	885.6	1
Subtotales					2,659.1	1,876.6	
lunes	21-Dic-98	-1,403 2	-1,207.6	-1,991.6	-588.4	-784.0	0
martes	22-Dic-98	-1,523.9	-1,328 3	-2,364.1	-840.1	-1,035 8	0
miércoles	23-Dic-98	-446 9	-251.3	1,976.1	2,423.0	2,227.3	1
jueves	24-Dic-98	1,075.7	1,271 3	2,043.9	968.2	772 6	1
Subtotales					1,962.6	1,180 1	
lunes	28-Dic-98	-969.8	-774.2	-3,608.8	-2,639.0	-2,834.7	0
martes	29-Dic-98	-363 9	-168.2	-3,845.5	-3,481.6	-3,677.3	0
miércoles	30-Dic-98	1,046.2	1,241 8	273.5	-772.7	-968.3	0
jueves	31-Dic-98	1,880.0	2,075.6	725 2	-1,154.8	-1,350.4	0
Subtotales					-8,048 1	-8,830.6	
Totales					5,619 3	1,902.5	

En el cuadro 3.4.1, están sombreadas las secciones que presentan resultados favorables para el pronóstico $\hat{f}_t^b$, ya sea en el día correspondiente o en el subtotal acumulado por semana. Los únicos casos que señalan lo contrario, son dos: por un lado el que se refiere a la semana del 14 al 18 de septiembre en donde el miércoles es feriado y por otro lado, el caso de la última semana del mes de diciembre, en la cual el día viernes es feriado.

Con respecto a la figura 3-8, aún cuando el primer día analizado genera un resultado desfavorable para $\hat{f}_t^b$, la estimación muestra una recuperación que se refleja durante el resto de las semanas atípicas.

Figura 3-8: Raíz cuadrada del promedio de los errores al cuadrado durante 1998.



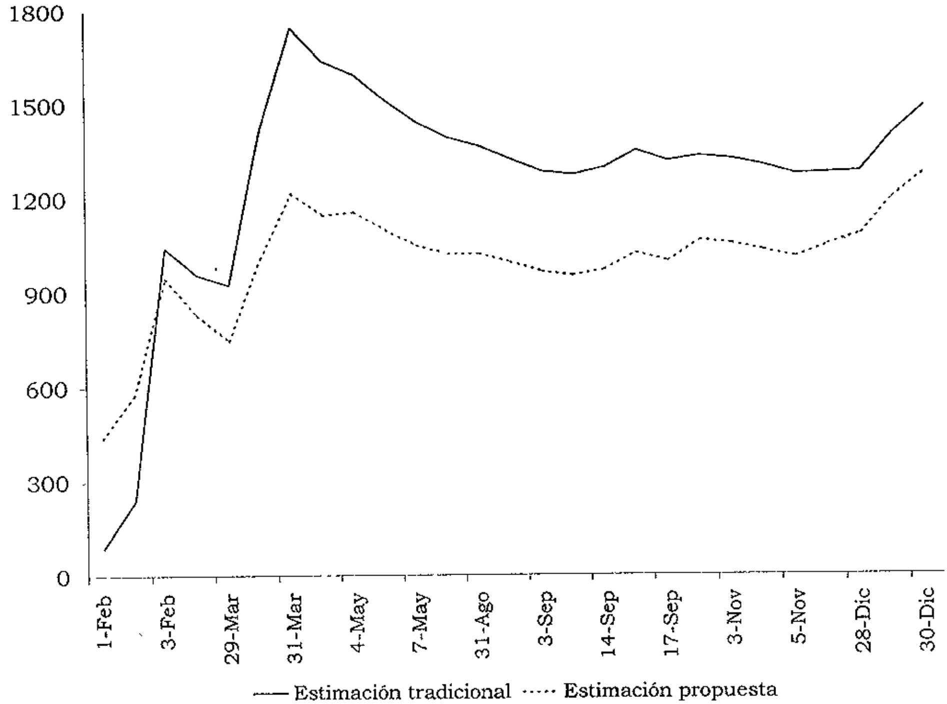
Es importante hacer notar que el cuadro 3.4.2, también indica resultados desfavorables únicamente para las semanas en las que el miércoles es inhábil, como es el caso de la primera semana de mayo y la que va del 30 de agosto al 2 de septiembre.

Cuadro 3.4.2: Comparación para el año 1999.
(Cifras en millones de pesos)

Día de la semana	Fecha	$\hat{f}_i^a$	$\hat{f}_i^b$	f_i	$f_i - \hat{f}_i^a$	$f_i - \hat{f}_i^b$	r_i
Lunes	1-Feb-99	-1338 9	-985.4	-1,426.1	-87 2	-440.6	0
Martes	2-Feb-99	-1,713.1	-1,359.7	-2,040.6	-327.5	-681.0	0
Miércoles	3-Feb-99	-532.6	-179 2	1,240.1	1,772.7	1,419.2	1
Jueves	4-Feb-99	776 3	1,129.7	1,414.5	638.2	284.8	1
Subtotales					1,996 1	582.4	
Lunes	29-Mar-99	-489.7	488.9	291.9	781.6	-197.0	1
Martes	30-Mar-99	-244 1	734.4	2,552.3	2,796 4	1,817.8	1
Miércoles	31-Mar-99	458.1	1,436.7	3,496.9	3,038.8	2,060.2	1
Subtotales					6,616.8	3,681.1	
Lunes	3-May-99	-1,399.1	-1,449.8	-1,040.7	358.4	409.0	0
Martes	4-May-99	-1,773.3	-1,824.0	-588.3	1,185.0	1,235 7	0
Jueves	6-May-99	1,131 7	1,081.1	1,225 1	93.4	144.0	0
Viernes	7-May-99	607.7	557 1	774.8	167.0	217.7	0
Subtotales					1,803 9	2,006.5	
Lunes	30-Ago-99	-119.4	-170 0	512.6	632.0	682 6	0
Martes	31-Ago-99	-768.3	-818.9	208.8	977.0	1,027.7	0
Jueves	2-Sep-99	1,487 3	1,436.6	948.8	-538 5	-487.9	1
Viernes	3-Sep-99	1,129.6	1,078 9	733.5	-396.1	-345 4	1
Subtotales					674.4	877.0	
Lunes	13-Sep-99	-578 0	-197.5	535.2	1,113 2	732.7	1
Martes	14-Sep-99	-332.5	48 0	1,284.1	1,616.6	1,236 1	1
Miércoles	15-Sep-99	369.8	750.3	2,434.7	2,064.9	1,684.4	1
Viernes	17-Sep-99	1,379.0	1,759 5	1,757.5	378.5	-2 0	1
Subtotales					5,173.1	3,651 1	
Lunes	1-Nov-99	-1,338 9	-1,696.1	257.8	1,596.6	1,953.9	0
Miércoles	3-Nov-99	-237 3	-594.5	-1,378 8	-1,141 5	-784.2	1
Jueves	4-Nov-99	1,237.8	880 6	520.2	-717.6	-360.4	1
Viernes	5-Nov-99	1,083.7	726.5	905.0	-178.7	-178.5	1
Subtotales					-441 2	987.7	
Lunes	27-Dic-99	-1,172.1	-818 6	-2,546.8	-1,374.7	-1,728.1	0
Martes	28-Dic-99	-654.6	-301.2	-2,016.9	-1,362 3	-1,715.8	0
Miércoles	29-Dic-99	942.1	1,295 5	4,112.1	3,170.0	2,816 6	1
Jueves	30-Dic-99	2,142.5	2,496 0	5,123.3	2,980.8	2,627.4	1
Subtotales					3,413 8	2,000.1	
Totales					19,236.9	13,785 9	

Por su parte, la figura 3-9, señala un promedio de errores cuadrados menor para $\hat{f}_i^b$, en la mayoría de los días correspondientes a las semanas atípicas de 1999.

Figura 3-9: Raíz cuadrada del promedio de los errores al cuadrado durante 1999.



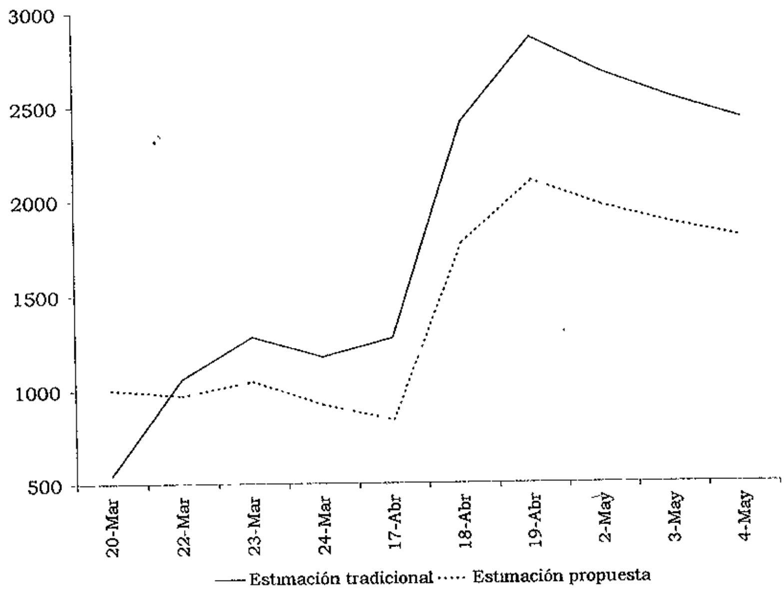
El cuadro 3.4.3 contiene las semanas atípicas del primer semestre del año 2000. Es importante señalar que con excepción del 20 de marzo y el 2 de mayo, todos los días mostraron que el valor absoluto de la diferencia $(f_i - \hat{f}_i^b)$ es menor que el valor absoluto de $(f_i - \hat{f}_i^a)$.

Cuadro 3.4.3: Comparación para el año 2000.
(Cifras en millones de pesos)

Día de la semana	Fecha	$\hat{f}_i^a$	$\hat{f}_i^b$	f_i	$f_i - \hat{f}_i^a$	$f_i - \hat{f}_i^b$	r_i
Lunes	20-Mar-00	-2,335.3	-2,790.9	-1,788.1	547.2	1,002.9	0
Miércoles	22-Mar-00	-1,131.4	-1,587.0	-2,524.6	-1,393.3	-937.6	1
Jueves	23-Mar-00	1,116.8	661.1	-519.8	-1,636.5	-1,180.9	1
Viernes	24-Mar-00	1,213.6	757.9	439.5	-774.1	-318.5	1
Subtotales					-3,256.7	-1,434.2	
Lunes	17-Abr-00	-1,918.3	-653.5	-311.2	1,607 2	342.3	1
Martes	18-Abr-00	-2,562.1	-1,297.3	2,615 0	5,177.1	3,912.2	1
Miércoles	19-Abr-00	-1,227 6	37.3	3,500.3	4,727.8	3,463.0	1
Subtotales					11,512.1	7,717.6	
Martes	2-May-00	-1,983.1	-1,927.6	-2,211 7	-228.6	-284.1	0
Miércoles	3-May-00	-953.8	-898.3	-95.0	858.8	803 3	1
Jueves	4-May-00	1,152 5	1,208.1	2,061.5	908 9	853.4	1
Subtotales					1,539.2	1,372.6	
Totales					9,794.6	7,656.0	

Con respecto al promedio de los errores al cuadrado, en la figura 3-10 se observa una clara reducción de esta medida al realizar la estimación propuesta en la sección 2.5.

Figura 3-10: Raíz cuadrada del promedio de los errores al cuadrado durante el año 2000.



Finalmente, al comparar diariamente los valores $\hat{f}_i^a$ y $\hat{f}_i^b$ por medio de sus diferencias absolutas y a través de los promedios de los errores al cuadrado, se observa que la estimación de $\hat{f}_i^b$, cuya metodología se explica en la sección 2.5, es mejor, en términos generales, que la estimación tradicional $\hat{f}_i^a$.

Conclusiones

El propósito de esta tesis ha sido presentar un método estadístico que capture la estacionalidad característica del flujo diario de billetes y monedas en circulación. Para tal efecto, a lo largo de este trabajo se ha desarrollado un modelo del que se pueden desprender un número importante de resultados.

El primero de ellos se refiere al comportamiento estacional regular que presenta la serie del flujo diario de billetes y monedas en circulación. Dicha serie muestra pronunciadas variaciones estacionales que se pueden separar entre las que ocurren a lo largo de una semana, o de una quincena, o de un mes. En este sentido se pudo observar que normalmente la economía demanda montos importantes de billetes y monedas los jueves y viernes, los días previos a una quincena, en semana santa y al final del año. Por el contrario, es normal que regresen billetes y monedas en lunes y martes, los días posteriores a la quincena y al inicio del año. Este comportamiento no está influido por variables económicas o de política económica, pues se presentan tanto en años de auge como 1999 ó de crisis como 1995.

En segundo lugar, se corrobora el supuesto referente a que la suma de los elementos que constituyen tanto el efecto semanal, como el quincenal es igual a cero. Esto implica que para modelar el comportamiento de los billetes y monedas a lo largo del año, el efecto más importante es el mensual. En este sentido, no es tan relevante la manera en que se distribuye el efecto mensual a lo largo de los días que componen un mes. Sin embargo, como la mayoría de los meses involucran más de cuatro semanas completas, es necesario identificar el último día del mes en la ecuación econométrica (1.1) indicada en el capítulo 1, ya que es de esperarse una mayor demanda si tal día coincide con un viernes en vez de un martes.

La metodología propuesta en la sección 2.5 determina el tercer resultado de esta tesis. el cual se refiere al mejoramiento de las estimaciones del efecto semanal que presentan perturbaciones provocadas por los días feriados. Primeramente es importante resaltar el hecho de que la raíz del promedio de los errores al cuadrado de las diferencias entre los flujos observado y propuesto se reduce de manera significativa (figuras 3-8, 3-9 y 3-10). También se observó (cuadros 3.4.1, 3.4.2 y 3.4.3) que las desviaciones absolutas de los flujos estimados respecto a los observados en semanas atípicas disminuyen al introducir dicha metodología. Los casos en que sucede lo contrario se justifican en los siguientes dos párrafos. Estas excepciones se presentan en las semanas con miércoles feriado, así como en aquellas pertenecientes al mes de diciembre.

Para efectos de billetes y monedas, la existencia de un miércoles inhábil no representa un gran problema para estimar la demanda de circulante del resto de los días de la semana, ya que el efecto estacional de estos últimos permanece prácticamente invariable con relación a los que se observan los mismos días en una semana típica. Por esta razón, el comportamiento que mejor describe este tipo de situaciones es el característico de una semana sin días feriados y no el propuesto.

Con respecto al mes de diciembre, se puede decir que debido a la elevada demanda por billetes y monedas característica de esa época del año, este período es uno de los que presenta mayor grado de dificultad para determinar previamente la trayectoria diaria requerida. Por eso mismo, no es extraño que se suscite un resultado desfavorable al aplicar esta primera propuesta a las semanas pertenecientes a esta temporada.

Como tercera conclusión se menciona que el problema de construir una trayectoria diaria anticipada de billetes y monedas en circulación no es trivial, por lo tanto, abre la oportunidad para profundizar en su estudio la intención de mejorar la estimación de los tres efectos que la caracterizan, pero sobretodo el que se refiere al efecto semanal y en concreto, el relativo a la distorsión provocada por la presencia de días feriados.

Para cerrar este segmento conclusivo se menciona que el conocimiento del comportamiento de la demanda por billetes y monedas ayuda a determinar las operaciones de mercado abierto. Asimismo, la utilidad de conocer la trayectoria anticipada de este medio de pago incide en todos aquellos agentes económicos que manejan grandes cantidades de efectivo, como son los bancos, establecimientos comerciales, etc., ya que al contar con esta información podrían saber con anticipación el momento en que la gente se encuentra en una situación de mayor o menor liquidez y de esta manera, determinar si disminuyen o incrementan su inventario de efectivo a través de depósitos o retiros bancarios. Por ejemplo, una gasolinería podría hacer uso de esta información para determinar los días en que sería necesario contar con un inventario mayor de dinero para hacer frente a sus transacciones, lo cual quedaría establecido por los días en que disminuye la demanda de billetes y monedas en poder del público. Por el contrario, cuando los consumidores se encuentran en una situación de mayor liquidez, determinada por los días de mayor demanda de billetes y monedas, el expendio de combustible podría prescindir de un inventario superior de efectivo y depositar sus recursos en el banco, ya que éstos le llegarían a través de los mismos consumidores.

De todo lo anterior se desprende que este tipo de estudios sean relevantes para una economía como la nuestra en la que el uso de billetes y monedas es muy grande. Las razones de este hecho se deben al gran tamaño que presenta la economía informal en nuestro país y también a que otros instrumentos de pago, como el cheque, no tienen aún la aceptación que se observa en otras naciones. Esto último abre la oportunidad para que se fomente el uso y desarrollo de distintos medios de pago. Sin embargo, es preciso advertir que dicho desarrollo debe considerar la elevada demanda de billetes y monedas requerida en determinadas épocas del año, como es el caso de la semana santa. Por consiguiente, si los sistemas de compensación de los nuevos instrumentos, como podría ser el caso de los monederos electrónicos, no cuentan con la capacidad para solventar dicha demanda, se encontrarán con serios problemas.

Apéndice A

Ecuación de la demanda mensual de billetes y monedas en circulación

La ecuación (1.1) utilizada para estimar el pronóstico de los saldos de billetes y monedas al cierre de cada mes es la siguiente:

$$\begin{aligned}\nabla LBYMR_m &= k + \lambda_1 \nabla CET_m + \lambda_2 \nabla LIVPI_{m-1} + \lambda_3 \nabla LIVPI_{m-2} + \lambda_4 ECM_{m-1} + \\ &\quad \lambda_5 \nabla LBYMR_{m-1} + \textstyle\sum_{i=6}^{n} \lambda_i d_i + \varepsilon_m,\end{aligned}$$

El siguiente cuadro indica los resultados de la estimación de dicha ecuación.

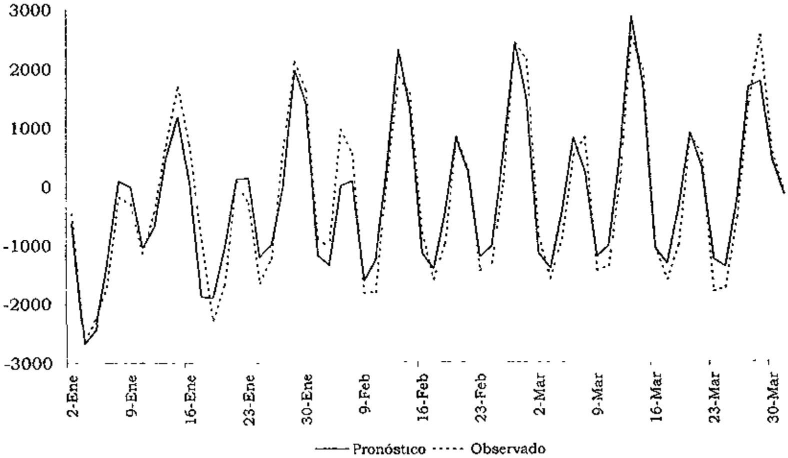
Cuadro A.1.

Variable dependiente	Variables explicativas					
$\nabla\ LBYMR_m$	k	$\nabla\ CET_m$	$\nabla\ LIVPI_{m-1}$	$\nabla\ LIVPI_{m-2}$	ECM_{m-1}	$\nabla\ LBYMR_{m-1}$
Coeficiente	0.093	- 0.094	0.113	0.131	- 0.080	- 0.126
Estadística - t	2.377	- 4.888	1.993	2.503	- 5.721	- 2.364
R^2 ajustada	0.947					

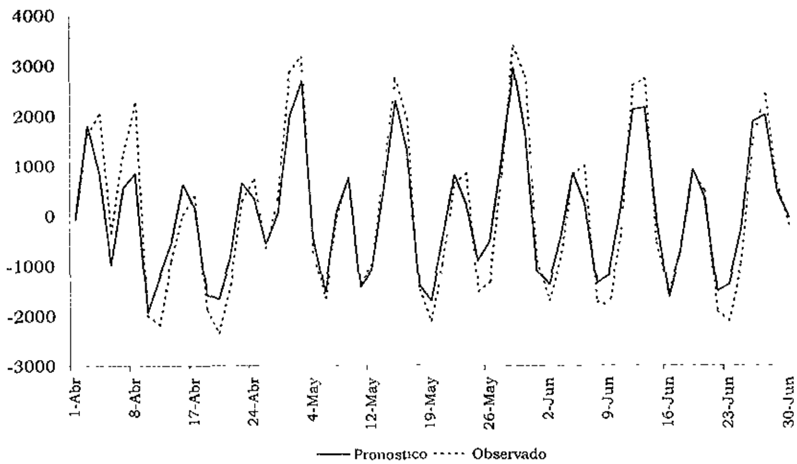
Apéndice B

Movimientos típicos históricos

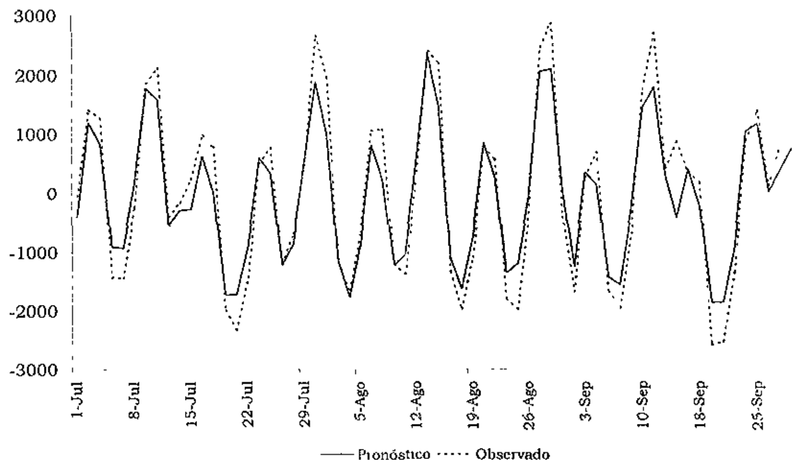
Trayectoria diaria de los billetes y monedas en circulación
Primer trimestre de 1998
(Flujos en millones de pesos)



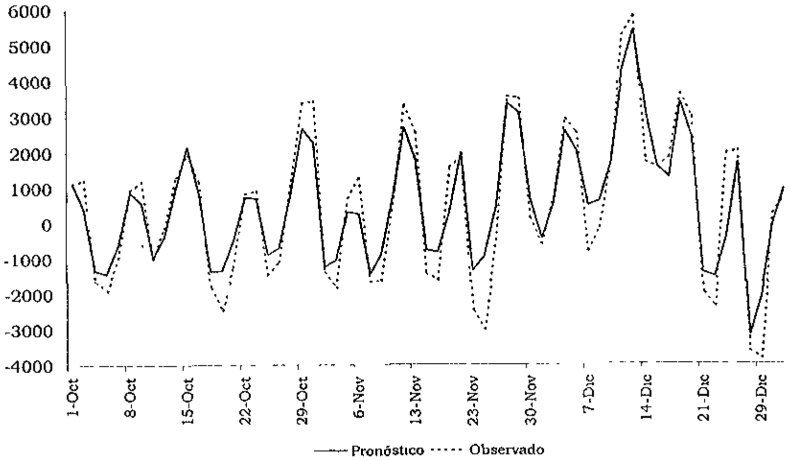
Trayectoria diaria de los billetes y monedas en circulación
Segundo trimestre de 1998
(Flujos en millones de pesos)



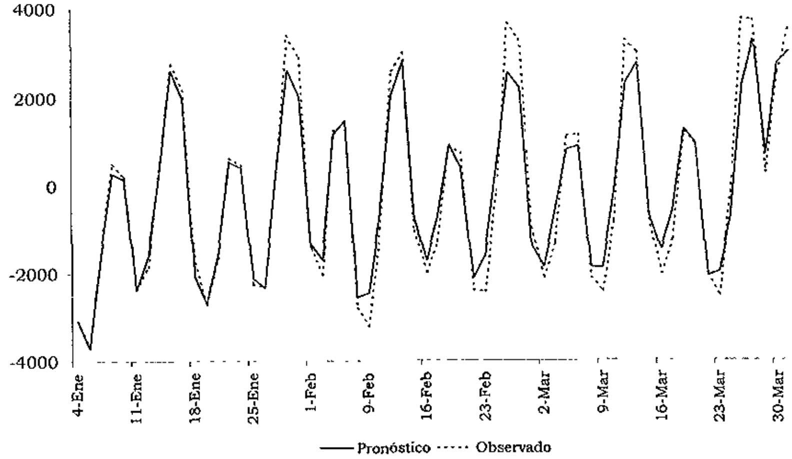
Trayectoria diaria de los billetes y monedas en circulación
Tercer trimestre de 1998
(Flujos en millones de pesos)



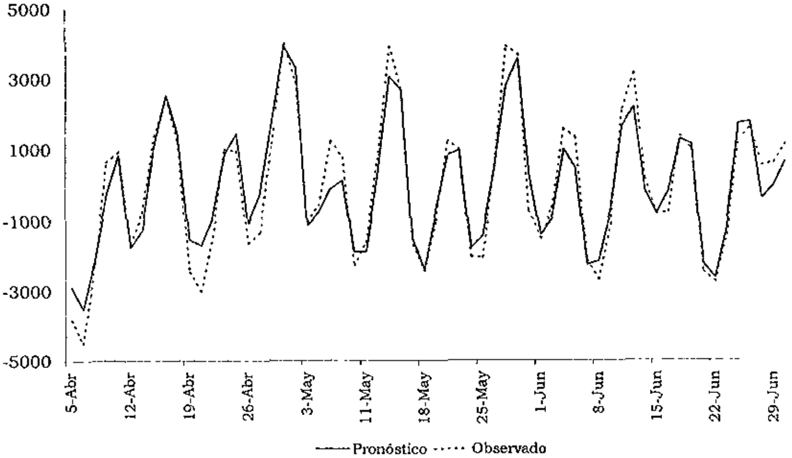
Trayectoria diaria de los billetes y monedas en circulación
Cuarto trimestre de 1998
(Flujos en millones de pesos)



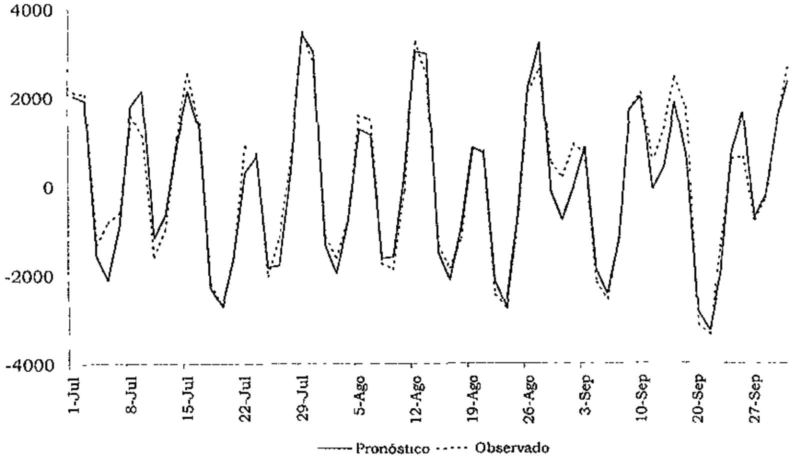
Trayectoria diaria de los billetes y monedas en circulación
Primer trimestre de 1999
(Flujos en millones de pesos)



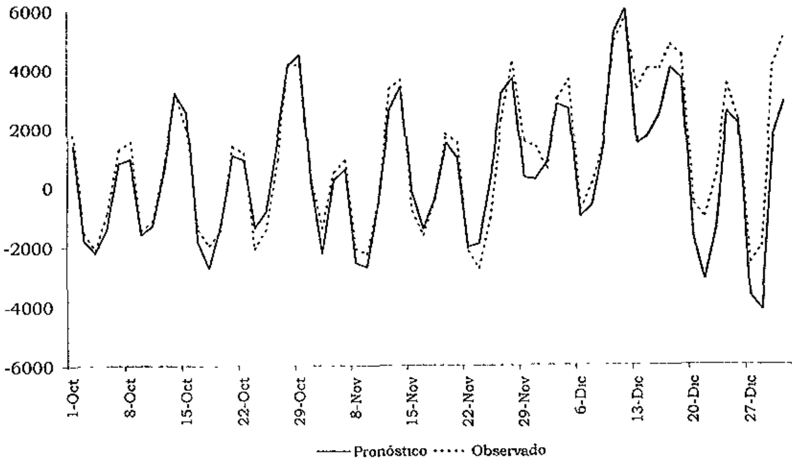
Trayectoria diaria de los billetes y monedas en circulación
Segundo trimestre de 1999
(Flujos en millones de pesos)



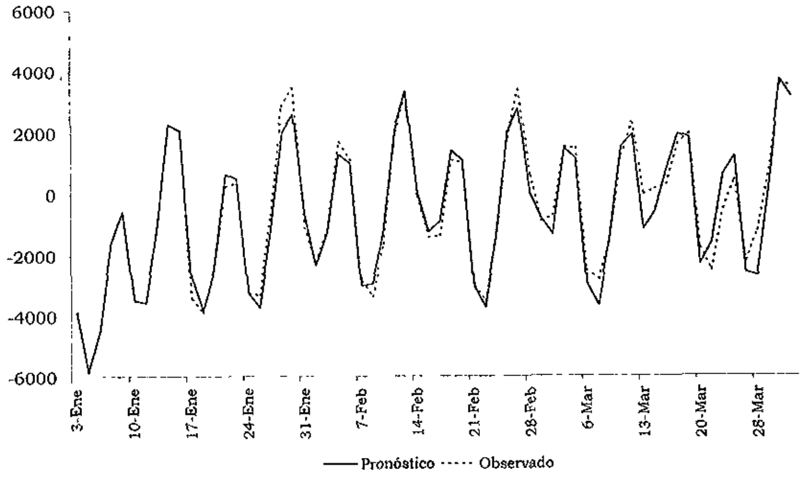
Trayectoria diaria de los billetes y monedas en circulación
Tercer trimestre de 1999
(Flujos en millones de pesos)



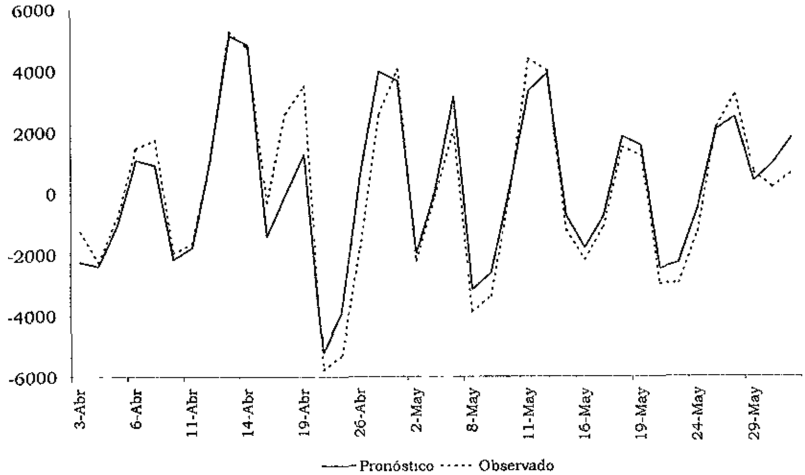
Trayectoria diaria de los billetes y monedas en circulación
Cuarto trimestre de 1999
(Flujos en millones de pesos)



Trayectoria diaria de los billetes y monedas en circulación
Primer trimestre de 2000
(Flujos en millones de pesos)



Trayectoria diaria de los billetes y monedas en circulación
Abril y Mayo de 2000
(Flujos en millones de pesos)



Bibliografía

[1] Aboumrad, Guillermo, 1996. "Instrumentación de la política monetaria con objetivo de estabilidad de precios: el caso de México," Monetaria, Vol. 19.

[2] Alfaro, Samuel, 1997. "La demanda oportuna de billetes y monedas en México," Gaceta de Economía, ITAM, No. 5.

[3] Banco de México, 1992. Informe Anual 1991.

[4] Banco de México, 2000. "Política Monetaria: Programa para 2000".

[5] Ley del Banco de México, 1993.

[6] Martínez, Roberto, 1996. Curso de Teoría Monetaria y Política Financiera, Dirección General de Publicaciones, UNAM.

[7] Román, Fernando y Vela, Abraham E., 1996. "La demanda de dinero en México," Documentos de Investigación, Banco de México.

[8] Saade, Miryam, 1992. Fuentes y usos de recursos financieros en México: Un análisis empírico, 1983-1991. Tesis de licenciatura. Universidad Anahuac.

[9] Samuelson, Paul A. y Nordhaus, William D., 1989. Economics, Mc Graw-Hill.