



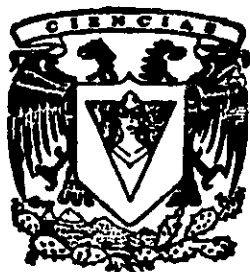
UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

FACULTAD DE CIENCIAS

METODOS DE AJUSTE DE CURVAS DE RENDIMIENTO Y SUS APLICACIONES EN LA VALUACION DE BONOS

T E S I S
QUE PARA OBTENER EL TITULO DE:
A C T U A R I O
P R E S E N T A:

JOSE ANTONIO DONG NOVELLA



DIRECTOR DE TESIS:

M. EN C. JOSE LOPEZ ESTRADA

DIVISION DE ESTUDIOS PROFESIONALES

278951

MEXICO, D. F.

ABRIL 2000

FACULTAD DE CIENCIAS
SECCION ESCOLAR



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.



UNIVERSIDAD NACIONAL
AUTÓNOMA DE
MÉXICO

MAT. MARGARITA ELVIRA CHÁVEZ CANO
Jefa de la División de Estudios Profesionales
Presente

Comunicamos a usted que hemos revisado el trabajo de Tesis:

"Métodos de ajuste de curvas de rendimiento y sus aplicaciones en la valuación de bonos"

realizado por José Antonio Dong Novella

Con número de cuenta 9354753-4 , pasante de la carrera de Actuaría

Dicho trabajo cuenta con nuestro voto aprobatorio.

Atentamente

Director de tesis M. en C. José López Estrada
Propietario

Propietario M. en C. Myra Ingrid Bocanegra Bustamante

Myra I. Bocanegra B.

Propietario Act. Ernesto Gabriel Hernández Pérez

Suplente M. en I.O. Víctor Rafael Pérez Pérez

Suplente Act. María Aurora Valdés Michel

Consejo Departamental de Matemáticas

M. en A.P. María del Pilar Alonso Reyes

Agradecimientos

Agradezco la colaboración incondicional de todas las personas que permitieron la culminación de esta tesis.

A mi director de tesis y sinodales:

José López Estrada
Ernesto Gabriel Hernández Pérez
María Aurora Valdés Michel
Víctor Rafael Pérez Pérez
Myra Ingrid Bocanegra Bustamante

Y a quienes contribuyeron a hacer posible la presentación de este trabajo:

Margarita Chávez Cano
María de la Luz Flores
Adelina

Por supuesto, a mis papás y a Leti por todos los trámites apocalípticos que tuvieron que efectuar en mi representación.

Finalmente, a mis amigos, por su apoyo, lúcidos consejos en todo momento y presión por titularme:

Alberto Shueke, Gabriela Hernández (¿aún no te titulas, Gravieliana?), José Luis Guerra, Esteban Angeles, Naomi Valenzo Maha-Bharata, Juanito Toledo, Laura Rodríguez (gracias, darling!), Toño Villanueva, Xóchitl Farías, Jorge Numata, Monsterrat Arreola, Alberto Zamora, Mauricio Vargas, Tatsuo Moreno. A larga distancia, Dalai-Rafa-D. Cervantes, Cristina Masuoka y Samuel Krusty Kobelkowsky. En el exilio: Aurea Palma Jasso, La Güera Palma.

MÉTODOS DE AJUSTE DE CURVAS DE RENDIMIENTO Y SUS APLICACIONES EN LA VALUACIÓN DE BONOS

INDICE

Introducción

- I. El mercado de bonos del Tesoro Estadounidense
- II. La determinación del precio de un bono a rendimiento
- III. Planteamiento del problema a detalle
- IV. Presentación y análisis de distintas alternativas de solución
- V. Implementación de la solución
- VI. Análisis de los resultados

Conclusiones

Bibliografía

INTRODUCCIÓN

El objetivo de esta tesis reside en la selección y evaluación de un método de interpolación capaz de reproducir las tasas a vencimiento implícitas en los precios de bonos del Tesoro Estadounidense, (TE), dados por los agentes de valores, y en particular para aquellos bonos con el menor volumen de operación en el mercado y por consecuencia, con menores cotizaciones públicas disponibles.

Para tal motivo se presentará en el primer capítulo una descripción del funcionamiento del mercado de bonos del TE, en donde se introducirán algunos de los conceptos necesarios para la comprensión de los capítulos posteriores.

Otro de los conceptos que continuamente se utilizarán en toda esta tesis es la relación de tasas a vencimiento y los precios de un bono, por lo cual se dedicará un capítulo completo a explicar esto. Además se discutirá una primera solución teórica alternativa.

Dada la ineficacia de dicha solución teórica, se hace un planteamiento del problema, desde la perspectiva de un administrador de portafolio de bonos del TE. De esta forma, se logra la identificación de un grupo de soluciones posibles.

Una vez identificado el grupo de soluciones, se mencionan algunos de los criterios considerados para la selección de un método adecuado para el caso particular de esta tesis, a saber, la interpolación de curvas de rendimiento del mercado de bonos del TE. Posteriormente se hace una presentación de dos alternativas y se procede a seleccionar una de ellas, basándose en los criterios planteados anteriormente.

Los últimos dos capítulos de la tesis abordan la implementación de la solución mediante el método de interpolación seleccionado, el spline cúbico. Se hace una presentación y descripción de los datos utilizados por el modelo y su acoplamiento con la librería del programa de cómputo que permitirá el cálculo de las interpolaciones. Finalmente se hace un análisis de la eficiencia del spline cúbico para reproducir las curvas de rendimiento de bonos del TE, mediante los resultados obtenidos con el modelo, los cuales son confrontados con datos reales.

I. El mercado de bonos del Tesoro estadounidense

El organismo responsable de satisfacer las necesidades de financiamiento del gobierno federal de los Estados Unidos es el Departamento del Tesoro Estadounidense. Éste, a través de un esquema regular de subastas de bonos a distintos plazos a vencimiento, mantiene una deuda por un valor nominal actual de 3,260,000,000,000.00 USD, lo cual lo convierte en no sólo el principal emisor de deuda en el mundo, sino también en el creador del mercado de bonos más activo y líquido existente.

Tipos de Bonos Emitidos por el Tesoro Estadounidense

Existen dos tipos de instrumentos de deuda emitidos por el Tesoro estadounidense, a saber, los bonos a descuento y los bonos a rendimiento o Treasury Bills y Treasury Notes, respectivamente. La principal diferencia entre ambos tipos reside en el esquema de flujos que el tenedor del bono recibe. De un bono a descuento, el tenedor solamente recibirá una cantidad acordada de dinero en la fecha de vencimiento del instrumento; tal cantidad se denomina valor nominal. El monto pagado para adquirir dicho bono antes de su vencimiento es siempre inferior al valor nominal y por esta razón se le denomina de descuento. Los bonos a descuento siempre son emitidos a plazos menores a un año; actualmente se realizan subastas de bonos a descuento a 3, 6 y 12 meses de forma regular, y de forma esporádica a plazos menores e irregulares.

De un bono a rendimiento, el tenedor recibirá pagos de interés semestrales por el monto total principal, el cual será pagado por el Tesoro hasta la fecha de vencimiento del bono. Los pagos semestrales de intereses se denominan cupones y el monto principal también se conoce como valor nominal. Los bonos a rendimiento siempre son emitidos a plazos mayores o iguales a 2 años. Actualmente, el Tesoro realiza subastas periódicas de estos bonos, a plazos de 2, 5, 10 y 30 años; sin embargo, los requerimientos de financiamiento del gobierno federal estadounidense han conducido a una reestructura del programa tradicional de subastas, con lo cual es factible la reapertura de emisiones con plazos a vencimiento que pueden diferir por unos meses de los mencionados anteriormente.

El sector del mercado al que se enfocará esta tesis es el de los bonos a rendimiento, con un plazo a vencimiento mayor a 1.5 años y menor a 10 años, al momento de su análisis.

El funcionamiento del mercado

La colocación o venta de todo bono emitido por el Tesoro se lleva a cabo mediante un sistema regular de subastas, para instrumentos de distintos plazos. De esta forma, los bonos a 2 años son emitidos mensualmente, los de 5 y 10 años trimestralmente y los de 30 semestralmente. En anticipación a la subasta, el Tesoro publica el monto que será emitido a cada plazo, el monto de las nuevas emisiones que se destinará a financiar el vencimiento de otros bonos, la porción del monto emitido que se destinará a colocar deuda adicional a la existente y su estimación sobre las necesidades totales de financiamiento para el resto del trimestre.

A los bonos colocados en las más recientes subastas, para cada plazo a vencimiento, se les denomina actuales u "on the run." A los bonos colocados en el mercado en subastas previas se les denomina emisiones viejas u "off the run." La mayor liquidez y volumen de operación normalmente la registran las emisiones corrientes.

Existen dos modalidades para adquirir un bono del Tesoro, las cuales están en función del tipo de participante. Una vez publicado el monto total a emitir de un bono específico, el Tesoro hace una división de ese monto para ser distribuido entre quienes participarán en una subasta o compra en competencia y quienes simplemente adquirirán un valor nominal fijo y no mayor a 1 millón de dólares, para el caso de los bonos a descuento y 5 millones de dólares, para los bonos a rendimiento, a un precio determinado por el resultado de la subasta en ambos casos. En general, los bonos colocados mediante el sistema de subasta representan la mayor proporción del monto total emitido.

Normalmente los participantes del segundo grupo son instituciones soberanas u organismos gubernamentales, tales como algunos bancos centrales o bancos de desarrollo.

En las subastas, los participantes deben de presentar al Tesoro una postura de compra por un valor nominal determinado y a su tasa de rendimiento requerida. La forma en que el Tesoro asigna los valores nominales de los bonos a los participantes ganadores consiste en distribuir gradualmente los bonos subastados, comenzando por quienes solicitaron las menores tasas hasta el punto en que el monto total subastado se agote. La tasa a la cual se concluye la distribución de los bonos se denomina tasa tope o stop yield, en inglés. Es importante notar que a todos los participantes que presentaron una tasa menor a la tasa tope, les serán asignados de forma íntegra los bonos por el valor nominal que solicitaron, cotizado a la tasa tope. Por su parte, quienes presentaron su postura a la tasa tope, posiblemente sólo obtengan una porción de ella, ya que debe de ser repartida de forma proporcional entre ellos.

Las Fases de Distribución de los Bonos y los Participantes del Mercado

A la fase de distribución de las subastas se le denomina mercado primario. En él solamente pueden intervenir directamente con el Tesoro, por su propia cuenta o en representación de sus clientes, los participantes denominados agentes primarios, quienes normalmente forman parte de un banco de inversión, o bien, algunos bancos comerciales. Otro tipo de participantes no denominados como agentes primarios por el Tesoro, no pueden presentar posturas de compra a favor de sus clientes.

Existe una fase de distribución de bonos posterior a la subasta, denominada mercado secundario, en la cual intervienen no sólo los agentes primarios, sino también los gestores de activos e inversionistas a escala personal o institucional, quienes pueden obtener ofertas de compra o venta de un universo de intermediarios denominados agentes de valores, quienes a su vez pueden comprar o vender bonos a otros agentes. Existe otro tipo de participantes, los denominados intermediarios bursátiles, quienes reciben posturas firmes de compra y venta de los agentes de valores, y las publican mediante una red electrónica de información a la cual tienen acceso todos los participantes del mercado. A través de un intermediario bursátil, un agente puede comprar o vender los bonos que hayan ofrecido otros agentes. Por su servicio, el intermediario bursátil recibe una comisión por parte del agente, al cerrar cada operación. Los montos de las operaciones de compra y venta, así como los precios a los cuales fueron ejecutadas, son dadas a conocer inmediatamente por el intermediario.

De esta forma se logra la disponibilidad de precios indicativos confiables y transparentes, durante toda la extensión de una sesión del mercado. Sin embargo, sólo los bonos operados activamente, a saber, las emisiones corrientes, registran información casi continua sobre cada hecho de compra y venta. Esto ocurre con una menor frecuencia para las emisiones que fueron subastadas varios meses o incluso años antes que las corrientes.

II. La determinación del precio de un bono a rendimiento

El valor de mercado de todo bono está integrado por la suma del valor presente de todos los flujos de efectivo que recibirá su tenedor. En el caso de un bono a rendimiento emitido por el Tesoro Estadounidense, los flujos son los cupones semestrales y el monto principal, que recibirá durante la vida del bono y a la fecha del vencimiento del bono, respectivamente.

Existe la convención de utilizar una sola tasa de interés para calcular el valor presente de todos los flujos, independientemente del plazo en el cual se recibirán. Dicha tasa se denomina Tasa a Vencimiento, TAV, y se expresa como una tasa anual. Para efectos del cálculo del valor presente de los flujos de un bono, la TAV es dividida entre dos.

De esta forma, el valor de mercado de un bono puede expresarse mediante la siguiente fórmula, que representa en el primer sumando, mediante una anualidad ordinaria, el valor presente de todos los cupones semestrales a recibir y en el segundo sumando el valor presente del principal:

$$c \left[\frac{1 - \left(\frac{1}{(1+i)^n} \right)}{i} \right] + \frac{VN}{(1+i)^n}$$

dónde,

c = monto del cupón semestral = tasa del cupón * $(VN/2)$

n = número de cupones pendientes de pago a partir de la fecha de valuación

i = $TAV / 2$

VN = valor nominal

Es claro que la TAV guarda una relación inversa con el valor de mercado de todo bono. Además, la TAV es la única variable sujeta a un conjunto de otras variables, tales como tasas de crecimiento inflacionario, condiciones de liquidez del mercado de bonos y sus patrones de oferta y demanda, influencia del comportamiento de otros mercados de bonos, eventos políticos, variación de tipos de cambio, riesgo crediticio del emisor de los bonos, etc.

Es necesario señalar que esta fórmula únicamente es aplicable en el caso de que exista un número entero de semestres entre la fecha de valuación y la fecha de vencimiento del bono. El inicio y final de cada semestre quedan determinados por las fechas publicadas por el Tesoro. A la fecha final de cada semestre son recibidos los pagos de cupón.

Ejemplo: Considérese un bono con un plazo a vencimiento de 10 años al momento de su valuación, un cupón de 5.875%, una TAV de 5.5% y valor nominal de \$1,000,000.00. El valor de mercado del bono está dado por:

$c = \$29,375.00$
 $n = 20$
 $i = 5.5\%/2 = 0.0275$
 $VN = 1,000,000.00$
 $VM = \text{Valor de mercado}$

$$VM = 29,375 \left[\frac{1 - \left(\frac{1}{(1.0275)^{20}} \right)}{0.0275} \right] + \frac{1,000,000}{(1.0275)^{20}}$$

Y el valor de mercado total del bono es \$1,028,551.10.

En el caso de que la fecha de valuación se encuentre entre la fecha de inicio y final de un semestre, o bien entre fechas de pago de cupón, deberá de hacerse un ajuste a la fórmula del valor de mercado del bono, dado que los flujos no serán recibidos dentro de un número entero de semestres.

Para realizar dicho ajuste es necesario calcular el siguiente cociente:

$$f = \frac{\text{número de días entre la fecha de la valuación y la fecha de próximo pago de cupón}}{\text{número de días entre la última y próxima fecha de pago de cupón}}$$

En todo momento se deben de tomar en cuenta los días inhábiles comprendidos entre cualquier fecha.

De esta forma, la fórmula ajustada es:

$$(1+i)^{-1+j} \cdot c + \dots + (1+i)^{-n-1+j} \cdot c + (1+i)^{-n+j} \cdot VN + ID$$

El último sumando de la fórmula representa a los intereses devengados durante la fracción del semestre que ha transcurrido desde el último pago de cupón hasta la fecha de la valuación. Los intereses devengados se calculan:

$$ID = c * \frac{\text{Número de días entre la fecha de último pago de cupón y de valuación}}{\text{Número de días entre la fecha de último y próximo pago de cupón}}$$

donde,

ID = intereses devengados

El precio de un bono del Tesoro estadounidense se expresa como el porcentaje del valor nominal que representa su valor de mercado, sin incluir los intereses devengados.

A la valuación de un bono que incluye los intereses devengados, mas el valor presente de todos los flujos restantes, se le denomina precio sucio.

A la valuación que excluye los intereses devengados, se le denomina precio limpio.

METODOLOGÍA PARA OBTENER EL VALOR TEÓRICO DE UN BONO

Del método presentado anteriormente para determinar el valor de mercado de un bono, resalta el hecho de utilizar una sola tasa de interés, la TAV, para calcular el valor presente de todos los flujos que componen el bono.

En realidad todo flujo aislado de un bono puede ser concebido como un bono cupón cero o a descuento, a un plazo de vencimiento particular. En el caso de contar con la cotización y TAV asociada de suficientes bonos cupón cero emitidos también por el Tesoro, operados activamente en el mercado y con plazos a vencimiento iguales a los flujos del bono en cuestión, sería posible determinar el

precio total de éste como la suma del valor presente de cada flujo, calculado con la misma TAV del bono cupón cero análogo.

Sin embargo, en el mercado de bonos del Tesoro estadounidense existen únicamente dos bonos a descuento que podrían replicar los flujos de un bono, por su plazo a vencimiento. Estos son los Treasury Bills a 6 y 12 meses. Existen bonos a mayores plazos de vencimiento, denominados Strips, que a pesar de ser cotizados a descuento y carecer de cupones, sus precios están notablemente afectados por su liquidez y difícilmente permitirían obtener un cálculo confiable del valor de mercado de un bono a rendimiento.

Este hecho no constituye un obstáculo para el desarrollo de un método de cálculo de las TAV de los bonos cupón cero, a distintos plazos, que integran a todo bono a rendimiento. El método involucra las TAV de bonos cotizados en el mercado de la siguiente manera:

Considerar un bono B a rendimiento del Tesoro con un plazo a vencimiento de 1.5 años y un cupón de 5.25%. Dicho bono está constituido a su vez por 3 bonos cupón cero, donde los dos primeros son los cupones del bono, con plazos a vencimiento de 0.5 y 1 año cada uno. El tercer bono cupón cero necesariamente estará integrado por el valor nominal del bono y el último cupón, su plazo a vencimiento será 1.5 años. Dado un valor nominal de \$100.00, los flujos de B son:

Bono cupón cero	Plazo	Valor
1	0.5 años	2.625
2	1 año	2.625
3	1.5 años	102.625

Es posible obtener la cotización de 2 bonos cupón cero con el mismo plazo a vencimiento que los dos primeros flujos del bono en cuestión, mediante cualquier pantalla electrónica de información de algún intermediario bursátil. La cotización estará dada por la TAV de los bonos a descuento emitidos por el Tesoro a 6 meses y 1 año:

TAV Treasury Bill 6 meses = 6.14%

TAV Treasury Bill 1 año = 6.24%

Dadas estas TAV y la cotización solicitada a un agente de valores del precio de B, es posible determinar la TAV del bono cupón cero 3:

Valor de mercado de B = \$98.48, y a su vez:

$$98.48 = \frac{2.625}{(1+i_1)} + \frac{2.625}{(1+i_2)^2} + \frac{102.625}{(1+i_3)^3}$$

donde,

$$i_1 = 6.14\% / 2$$

$$i_2 = 6.24\% / 2$$

$$i_3 = (\text{TAV del bono cupón cero 3}) / 2$$

Y de esta forma, $i_3 = 6.328\%$

De forma análoga se puede determinar la TAV de un bono cupón cero a 2 años, i_4 , en función de i_1, i_2, i_3 ya conocidas y la cotización del precio de un bono a rendimiento con vencimiento a 2 años. Considerar el ejemplo siguiente.

Sea G un bono a rendimiento a 2 años con un cupón de 4.875%. Para un valor nominal de \$100.00, los flujos de G están dados por sus cupones y valor nominal, de la siguiente forma:

Bono cupón cero	Plazo	Valor
1	0.5 años	2.4375
2	1 año	2.4375
3	1.5 años	2.4375
4	2 años	102.4375

Si el precio dado por un dealer del bono G es \$97.19, se tiene que.

$$97.19 = \frac{2.4375}{(1+i_1)} + \frac{2.4375}{(1+i_2)^2} + \frac{2.4375}{(1+i_3)^3} + \frac{102.4375}{(1+i_4)^4}$$

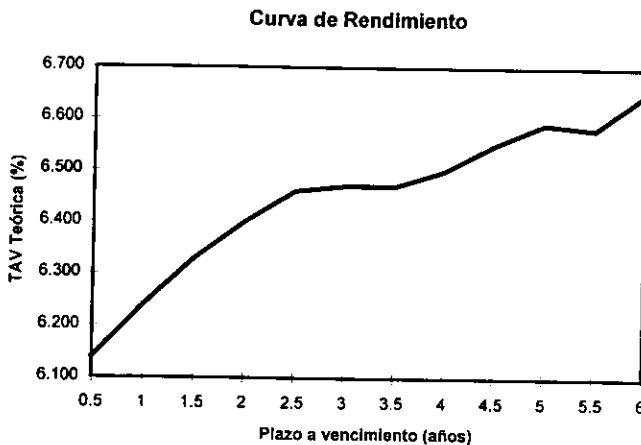
y de esta forma $i_4 = 6.33\%$

De forma sucesiva puede construirse el siguiente cuadro de TAV teóricas de bonos cupón cero a distintos plazos, determinados en función del valor de mercado de diversos bonos a rendimiento y cotizados por un agente de valores:

Bono a rendimiento	Plazo (años)	Cupón (%)	TAV Teórica (%)	TAV	Precio (\$)
1	0.5	0	6.140	6.143	97.02
2	1	0	6.240	6.240	94.04
3	1.5	5.25	6.330	6.328	98.48
4	2	4.875	6.400	6.394	97.19
5	2.5	5.5	6.460	6.454	97.83
6	3	5.5	6.470	6.464	97.41
7	3.5	6.25	6.470	6.464	99.34
8	4	5.625	6.500	6.492	96.99
9	4.5	5.875	6.550	6.536	97.46
10	5	5.5	6.590	6.573	95.49
11	5.5	6.125	6.580	6.564	98.00
12	6	5.125	6.650	6.628	92.66

Cuadro 1

A la representación gráfica de la relación entre plazos a vencimiento y TAV se le denomina curva de rendimiento. Para el caso particular de los datos del cuadro 1, la curva a rendimiento se muestra en la gráfica 1.



Gráfica 1

La cuarta columna del cuadro muestra la TAV única con la que se calcula el valor presente de cada flujo o bono cupón cero del bono a rendimiento asociado, de tal forma que la suma de esos valores presentes es igual al precio del bono mostrado en la última columna.

Con la definición de este cuadro, para todos los plazos a vencimiento para los cuales existan bonos a rendimiento, es posible determinar el valor de mercado de cada bono a rendimiento, bajo el entendimiento de que puede ser concebido como un conjunto de bonos cupón cero.

Es importante señalar que este cuadro es aplicable únicamente en los casos de bonos con un plazo a vencimiento igual a un número entero de semestres. Para todos los demás casos, será necesario hacer un ajuste a las fórmulas de valor presente.

Un argumento para afirmar que todo bono a rendimiento debe de ser valuado mediante las TAV teóricas obtenidas con el método anterior, reside en las oportunidades de arbitraje que se generarían en el caso de utilizar tasas distintas. Si son utilizadas tasas menores a las dadas por este método, para calcular el valor presente de cada bono cupón cero constituyente de un bono a rendimiento, el valor total de mercado de dicho bono resultaría mayor al derivado de las TAV teóricas.

Considerar el siguiente ejemplo:

Para determinar el valor de mercado del último bono que aparece en el cuadro 1, con un valor nominal de \$100.00, plazo a vencimiento de 6 años y cupón de 5.125%, basta con sumar el valor presente de cada bono cupón cero. A continuación se muestra en el cuadro 2 una tabla de valor presente, calculado con dos conjuntos de tasas distintos, las TAV teóricas y las TAV únicas del cuadro 1.

Cuadro 2

Flujo	TAV Teórica	Valor presente mediante TAV Teórica	TAV Única	Valor presente mediante TAV Única
2.5625	6.14	2.4862	6.14	2.48613749
2.5625	6.24	2.4098	6.24	2.409775
2.5625	6.33	2.3338	6.33	2.33388026
2.5625	6.4	2.2592	6.39	2.25941008
2.5625	6.46	2.1859	6.45	2.18624777
2.5625	6.47	2.1169	6.46	2.11730392
2.5625	6.47	2.0506	6.46	2.05100895
2.5625	6.5	1.9840	6.49	1.98466128
2.5625	6.55	1.9174	6.54	1.91857691
2.5625	6.59	1.8530	6.57	1.85451185
2.5625	6.58	1.7948	6.56	1.79634912
102.5625	6.65	69.2666	6.63	69.3569583
TOTAL		92.66		92.75

Existe una diferencia de \$0.09 derivada de utilizar tasas distintas en la valuación de cada bono cupón cero constituyente del bono a 6 años. A pesar de parecer insignificante, no debe de olvidarse que esta diferencia está en función del un valor nominal de sólo \$100.00, y conforme este valor aumenta, la diferencia de valores de mercado también.

La oportunidad de arbitraje surge en el momento de que un participante del mercado sea capaz de vender en corto a un tercero el bono a 6 años a un precio de \$92.75 y reconstruir el mismo bono mediante la compra de bonos cupón cero, cotizados a las TAV teóricas y de tal forma que repliquen los flujos del bono a rendimiento. Por este bono reconstruido pagaría únicamente \$92.65 y obtendría una utilidad.

De esta forma se podría afirmar que existe un incentivo económico por el cual todo bono debería de ser valuado mediante las TAV teóricas.

Sin embargo, esta afirmación no se encuentra bien fundamentada, dado que en la práctica, no es posible replicar con facilidad un bono a partir de la compra de los bonos cupón cero que lo constituyen. A pesar de existir la posibilidad de comprar dichos bonos cupón cero, la falta de liquidez de este mercado impediría adquirir los bonos a un precio menor al de venta del bono íntegro. Por este motivo las oportunidades de realizar un arbitraje serían muy limitadas.

Se puede concluir que ante la ausencia de las condiciones de liquidez necesarias en el mercado de bonos cupón cero, la determinación del precio de un bono a rendimiento no obedece necesariamente al método de valuación planteado anteriormente.

III. Planteamiento del problema a detalle.

Ante la ineficacia para determinar la TAV de un bono a rendimiento, del método teórico planteado en el capítulo anterior, surge la necesidad de encontrar una técnica que sea capaz de replicar las TAV proporcionadas por los agentes de valores de bonos no operados activamente en el mercado.

El lector puede preguntarse cuáles son los motivos por los cuales no se obtienen las TAV de un bono directamente de los agentes de valores, mediante una cotización de su precio.

Como se mencionó anteriormente, la información sobre los hechos de compra y de venta, junto con los volúmenes de operación y precios relacionados, para los bonos no operados activamente, es escasa y aparece de forma esporádica en las pantallas de los intermediarios bursátiles.

Un administrador de portafolios que posea alguno de estos bonos, y esté dispuesto a venderlo o comprar un monto adicional, se enfrentará ante el problema de no contar con precios indicativos en el momento en que decida ejecutar la operación. El motivo por el cual no desea solicitar la cotización directamente de un agente de valores es el evitar el envío de señales al mercado de su intención por comprar o vender el bono. Incluso, el mismo agente a quien se le solicite la cotización, puede tomar una acción desfavorable para el administrador del portafolio, en caso de que conozca o intuya el motivo por el cual se le solicita una cotización. Esta acción puede consistir en la compra o venta adelantada a la que ejecute el administrador de portafolios, a precios más favorables de los que podrá conseguir éste, dado que la operación del agente tendrá un efecto sobre los precios del bono en cuestión.

La información con la que puede contar un administrador de portafolios, prácticamente durante toda la extensión de una sesión del mercado de bonos, son las TAV de los bonos con el mayor volumen de operación. Como se mencionó, los bonos emitidos en las más recientes subastas acaparan el mayor volumen de operación.

De esta forma, el problema para determinar en todo momento y de forma confidencial, las TAV de bonos no operados activamente y con un plazo a vencimiento comprendido entre los plazos de los bonos cotizados activamente, puede quedar resuelto mediante un algoritmo de interpolación de TAV adecuado.

En el próximo capítulo se analizarán algunas de las alternativas disponibles para obtener distintas interpolaciones. Finalmente se seleccionará una de ellas y su eficacia para reproducir una curva de rendimiento será analizada posteriormente.

IV. Presentación y análisis de distintas alternativas de solución.

Antes de presentar formalmente las técnicas alternativas de solución del problema planteado en el capítulo anterior, debe de ser definido el concepto de interpolación:

Sea (x_k, y_k) , donde $k = 0, 1, \dots, n$ es un conjunto de vectores de dos entradas y $x_0 < x_1 < \dots < x_n$. Cada entrada x_k y y_k de dicho conjunto de vectores representa a una variable distinta.

Una función $f(x)$ definida en el intervalo $[x_0, x_n]$ que satisfaga $f(x_k) = y_k, \forall k = 0, 1, \dots, n$ es considerada una interpolación del conjunto (x_k, y_k) . A cada vector de este tipo se le denomina nodo de la interpolación.

Criterios para la selección de una técnica de interpolación

En este capítulo se presentarán brevemente algunas de las técnicas alternativas de interpolación y se dará un énfasis especial al método denominado spline cúbico.

Surge en este momento la siguiente pregunta: ¿Existe un conjunto sólido de criterios mediante los cuales se puede lograr la selección óptima de una técnica determinada de interpolación? En realidad, no existen tales criterios. Sin embargo, al seleccionar una técnica se debe de tener presente, en la medida de lo posible, la naturaleza del fenómeno que se pretende describir. Adicionalmente, se deben de considerar tanto las posibilidades de cálculo de cada técnica, como sus características y requerimientos sobre datos específicos del fenómeno, sin olvidar la posibilidad de obtenerlos. A continuación se mencionan algunas de las características comunes a toda técnica de interpolación, y que deben de ser consideradas en la selección de cualquiera de ellas.

Confianza en los datos insumo de las técnicas de interpolación

Existen técnicas que determinan que la función de interpolación debe de contener plenamente a cada nodo conocido del fenómeno en cuestión. Por otra parte, algunas técnicas constan de una fase de "limpieza" estadística de los datos conocidos. La razón de esta diferencia de aproximaciones reside en la confianza que tenga el usuario sobre el conjunto de datos conocidos que empleará para calcular las interpolaciones.

En el caso en que se determine que el conjunto de datos disponible refleje de forma fiel el fenómeno que se pretende modelar, y que a su vez carece de elementos anómalos, se debe de optar por la primera técnica.

No obstante, existen casos en los cuales el conjunto de datos lleva implícito un error experimental considerable, por lo cual se vuelve una característica deseable de la técnica el eliminar dichos datos anómalos. Con ellos me refiero al tipo de datos que de forma notable y sin razón aparente, se alejan de la tendencia marcada por el resto del conjunto de datos. En tales casos se debe de escoger el segundo tipo de técnica.

Alcance global y local de las técnicas

Existen dos tipos de técnicas, en cuanto al alcance que pueda tener cada nodo o elemento del conjunto de datos conocidos, sobre el resto de la función. Las técnicas globales están determinadas por una sola expresión que a su vez está en función del conjunto de datos conocido y aceptado como insumo de la técnica. Las técnicas locales limitan la influencia de los elementos del conjunto de datos insumo a distintos subintervalos del dominio global de las funciones de interpolación, de forma aislada.

La selección de cualquiera de estos dos tipos de técnica depende de la tolerancia del usuario a aceptar perturbaciones en las funciones de interpolación en algunos subconjuntos de sus dominios. Dichas perturbaciones son originadas por datos externos a esos subconjuntos y se pueden presentar en los métodos globales.

Se puede considerar que una técnica global es apropiada para los casos de modelaje de tendencias, en los cuales existen evidencias de su presencia.

Requerimiento de recursos de cómputo

En todo momento se debe de tener presente este aspecto. En ocasiones, una técnica de interpolación puede resultar conceptual y teóricamente simple, pero puede exigir más recursos de cómputo de los que disponga el usuario. En especial, las técnicas de interpolación polinomial requieren de una mayor cantidad de recursos de cómputo, conforme el grado de las funciones de aproximación aumenta. En general las técnicas de interpolación locales requieren de menos recursos que las globales.

Criterio Visual

Ante la ausencia de un método definitivo para determinar la eficiencia de una técnica particular para modelar un fenómeno, algunas de esas técnicas permiten la aplicación del criterio visual y el previo conocimiento del fenómeno en la definición de las funciones de interpolación. Tal es el caso de la interpolación cúbica de Hermite, o la del spline cúbico, construidos parte por parte.

Interpolación por medio del Polinomio de Lagrange

Sea un conjunto de puntos x_k , donde $k = 0, 1, \dots, n$ y $f(x)$ una función definida en esos puntos. Sea $P(x)$ un polinomio con un grado no mayor a n , que cumple la siguiente relación: $f(x_k) = P(x_k)$, $\forall k = 0, 1, \dots, n$

La definición del polinomio es:

$P(x) = f(x_0)L_{n,0}(x) + \dots + f(x_n)L_{n,n}(x)$, donde

$$L_{n,k}(x) = \prod_{\substack{i=0 \\ i \neq k}}^n \left(\frac{x - x_i}{x_k - x_i} \right), \text{ y } k = 0, 1, \dots, n.$$

Además, es posible conocer el valor del error implícito en la estimación de $f(x)$ por medio de $P(x)$, en cualquier $x \in [a, b]$, siempre y cuando $x_k \in [a, b]$, $\forall k = 0, 1, \dots, n$ y $f(x_k) \in C^{n+1}[a, b]$.

La siguiente expresión representa el error de estimación en x , el cual es igual a $f(x) - P(x)$:

$$\frac{f^{(n+1)}(\xi(x))}{(n+1)!} (x - x_0)(x - x_1) \dots (x - x_n) \text{ y } \xi(x) \in (a, b) \quad (0.0)$$

Existe una demostración para determinar la expresión 0.0, sin embargo se omite, dado que es muy extensa.

Claramente, la magnitud del error depende, entre otros factores, de la distancia entre los elementos $x_k \in [a, b]$, $\forall k = 0, 1, \dots, n$ y puede llegar a ser mayor a lo que se considere como una buena aproximación del valor de $f(x)$. Además, existe la posibilidad de desconocer el valor de $f^{(n+1)}(x)$, con lo cual sería imposible conocer el valor del error para cualquier valor de x .

Por estos motivos, para el caso particular de interpolación de curvas de rendimiento, se considera que el polinomio de Lagrange no es una opción adecuada como método de interpolación.

Spline cúbico

Al considerar las características mencionadas de cada método de interpolación, al principio de este capítulo, se determinó que el conjunto de datos utilizados como insumo para el caso expuesto en esta tesis es confiable y carece de datos anómalos. Se reconoce, que existen elementos del conjunto de datos que a pesar de alejarse de la tendencia de otros datos cercanos, representan de forma fiel la naturaleza de las curvas de rendimiento actuales. Por este motivo, no es necesaria la aplicación de ninguna fase de preselección de datos y eliminación de aquellos considerados como anómalos. El spline cúbico carece de esta fase.

En el caso analizado en esta tesis, si se puede contar con un método de evaluación de la eficiencia del modelo, ya que se cuenta con un conjunto de datos lo suficientemente numeroso para seleccionar solo un pequeño grupo de elementos como nodos y el resto se utilizarán como datos reales y serán comparados con el resultado de las funciones de interpolación, en el capítulo 7.

Por otra parte, el spline cúbico puede ser considerado como una técnica de interpolación local, ya que consta de varias funciones. Sin embargo, las condiciones que se imponen a tales funciones, permiten que en ocasiones la selección de nodos entre los cuales se define una función local, provoque perturbaciones en otras funciones de interpolación vecinas, y con un alcance distante a los nodos que originan el problema. Un ejemplo de esta situación se mostrará en el capítulo 6.

El conocimiento de las curvas de rendimiento a priori, mediante el conjunto de datos particular con el que se cuenta en el análisis realizado en esta tesis, permite la incorporación del criterio visual en la definición de las funciones spline, mediante la selección de nodos adecuados.

Finalmente, los requerimientos de cómputo de este modelo particular están plenamente cubiertos mediante un programa comercial ya existente.

Por todos estos motivos, se eligió al spline cúbico como una técnica de interpolación adecuada para modelar las curvas de rendimiento de los bonos del Tesoro estadounidense.

Como se mencionó anteriormente, la peculiaridad de este método de interpolación consiste en definir un conjunto de funciones polinomiales cúbicas distintas entre cada nodo o dato conocido. Por este motivo se le clasifica como aproximación polinomial parte por parte, nombre que se deriva de los términos en inglés "piecewise interpolation."

En repetidas ocasiones se ha mencionado este método de interpolación en la tesis, sin haber dado una traducción del término spline. El método es conocido en español como interpolación adaptadora cúbica. A continuación se presenta su definición.

Sea $F(x)$ una función definida en el intervalo $[a,z]$ y un conjunto conocido de nodos dados por esa función, del tipo $(x_i, F(x_i))$, donde $i = 0, 1, \dots, n$. En particular, $a = x_0 < x_1 < \dots < x_{n-1} < x_n = z$. Una función $A(x)$ se denomina spline cúbico si satisface las condiciones siguientes:

1. $A(x)$ es un polinomio de tercer grado, que a su vez se encuentra definido por intervalos. Cada elemento A_k representa al polinomio cúbico definido en el intervalo $[x_k, x_{k+1}]$, donde $k = 0, 1, \dots, n-1$.
2. $A(x_k) = F(x_k) \forall k = 0, 1, \dots, n$.
3. $A_{k+1}(x_{k+1}) = A_k(x_{k+1}) \forall k = 0, 1, \dots, n-2$.
4. $A'_{k+1}(x_{k+1}) = A'_k(x_{k+1}) \forall k = 0, 1, \dots, n-2$.
5. $A''_{k+1}(x_{k+1}) = A''_k(x_{k+1}) \forall k = 0, 1, \dots, n-2$.

Adicionalmente pueden establecerse cualquiera de las dos condiciones distintas sobre $A(x)$ en los extremos a y z :

- a) $0 = A''(a) = A''(z)$
- b) $A'(a) = F'(a)$ y $A'(z) = F'(z)$

El establecer la condición b permite forzar a $A(x)$ a replicar la pendiente de $F(x)$ en los extremos del intervalo donde está definida. Sin embargo esta condición exige el conocimiento de la primera derivada de $F(x)$ al menos en esos puntos, lo cual no es siempre información disponible.

A continuación se muestra la definición de cada función A_k :

$$A_k(x) = a_k + b_k(x - x_k) + c_k(x - x_k)^2 + d_k(x - x_k)^3$$

$$\forall k = 0, 1, \dots, n-1.$$

Al evaluar cada función A_k en x_k , se encuentra que $A_k(x_k) = a_k = F(x_k)$. Considerando la condición 3, se tiene que:

$$(1.0) \quad A_{k+1}(x_{k+1}) = A_k(x_{k+1}) = a_k + b_k(x_{k+1} - x_k) + c_k(x_{k+1} - x_k)^2 + d_k(x_{k+1} - x_k)^3 = a_{k+1}$$

$$\forall k = 0, 1, \dots, n-2$$

Sea ahora $t_k = x_{k+1} - x_k$ definido $\forall k = 0, 1, \dots, n-1$. Dada la condición 2, se define $a_n = A_{n-1}(x_n) = F(x_n)$. De esta forma y utilizando esta nueva notación simplificada, se puede reescribir la ecuación 1.0 de la siguiente forma:

$$(1.1) \quad a_{k+1} = a_k + b_k t_k + c_k t_k^2 + d_k t_k^3, \text{ la cual es válida } \forall k = 0, 1, \dots, n-1.$$

Por otra parte, considerar lo siguiente:

$$(1.2) \quad A'_k(x) = b_k + 2c_k(x - x_k) + 3d_k(x - x_k)^2$$

De forma análoga, al evaluar cada función primera derivada en x_k , se tiene que $A'_k(x_k) = b_k, \forall k = 0, 1, \dots, n-1$. Al recordar la condición 4, se tiene que:

$$A'_{k+1}(x_{k+1}) = A'_k(x_{k+1}) = b_k + 2c_k t_k + 3d_k t_k^2 = b_{k+1}$$

$$\forall k = 0, 1, \dots, n-2$$

Se define $A'(x_n) = b_n$, el cual está determinado por $A'_{n-1}(x_n)$. Así, la ecuación

$$(1.3) \quad b_{k+1} = b_k + 2c_k t_k + 3d_k t_k^2 \text{ es válida } \forall k = 0, 1, \dots, n-1$$

Al despejar d_k

Finalmente, para exhibir las relaciones entre los coeficientes de las diferentes funciones spline, considerar su segunda derivada:

$$(1.4) \quad A''_k(x) = 2c_k + 6d_k(x - x_k), \forall k = 0, 1, \dots, n-1$$

Al evaluar esta ecuación en x_k , es claro que $\frac{A_k''(x_k)}{2} = c_k$.

Recordando la condición 5:

$$\frac{A_{k+1}''(x_{k+1})}{2} = \frac{A_k''(x_{k+1})}{2} = c_k + 3d_k t_k = c_{k+1} \text{ es válida } \forall k = 0, 1, \dots, n-2$$

Se define $c_n = \frac{A_{n-1}''(x_n)}{2}$, con lo cual la siguiente ecuación:

$$(1.5) \quad c_{k+1} = c_k + 3d_k t_k \text{ es válida } \forall k = 0, 1, \dots, n-1.$$

Al despejar d_k de esta ecuación se tiene: $d_k = \frac{c_{k+1} - c_k}{3t_k}$. Si esta expresión es sustituida en la ecuación 1.1:

$$\begin{aligned} a_{k+1} &= a_k + b_k t_k + c_k t_k^2 + \left[\frac{c_{k+1} - c_k}{3t_k} \right] t_k^3 \\ &= a_k + b_k t_k + t_k^2 \left[\frac{2c_k + c_{k+1}}{3} \right] \quad \forall k = 0, 1, \dots, n-1 \end{aligned} \quad (1.6)$$

Al sustituir la misma expresión de d_k en la ecuación 1.3, se obtiene:

$$\begin{aligned} b_{k+1} &= b_k + 2c_k t_k + 3 \left[\frac{c_{k+1} - c_k}{3t_k} \right] t_k^2 \\ &= b_k + t_k [c_k + c_{k+1}] \quad \forall k = 0, 1, \dots, n-1 \end{aligned} \quad (1.7)$$

Esta última expresión nos permitirá plantear un sistema de ecuaciones mediante el cual será posible determinar el valor de los coeficientes de la función spline para cada subintervalo del tipo $[x_k, x_{k+1}]$.

Al despejar b_k de 1.6 se tiene:

$$(1.8) \quad b_k = \left[\frac{a_{k+1} - a_k}{t_k} \right] - \frac{t_k}{3} (2c_k + c_{k+1})$$

Si esta ecuación es sustituida en 1.7, junto con la ecuación correspondiente a b_{k-1} se obtiene:

$$\left[\begin{array}{c} a_{k+1} - a_k \\ t_k \end{array} \right] - \frac{t_k}{3} (2c_k + c_{k+1}) = \left[\begin{array}{c} a_k - a_{k-1} \\ t_{k-1} \end{array} \right] - \frac{t_{k-1}}{3} (2c_{k-1} + c_k)$$

o bien:

$$(1.9) \quad t_{k-1}c_{k-1} + 2(t_{k-1} + t_k)c_k + t_k c_{k+1} = \frac{3}{t_k} (a_{k+1} - a_k) - \frac{3}{t_{k-1}} (a_k - a_{k-1}), \text{ que está definida}$$

$$\forall k = 1, \dots, n-1$$

En realidad este último conjunto de ecuaciones constituyen un sistema en donde las únicas incógnitas son c_k , donde $k=0,1,\dots,n$. Los coeficientes a_k , con $k=0,1,\dots,n$, están dados por $F(x_k)$ y los t_k , con $k=0,1,\dots,n-1$ están en función de la distancia entre los valores x_k , que ya son conocidos.

Al obtener los valores de c_k es posible determinar los coeficientes b_k , con $k=0,\dots,n-1$ mediante 1.8 y los coeficientes d_k , con $k=0,\dots,n-1$, mediante su despeje de 1.5. Una vez conocidos todos estos coeficientes, cada función A_k , donde $k=0,\dots,n-1$ puede ser determinada.

Cada una de las restricciones sobre los extremos del intervalo donde está definido $A(x)$ permite demostrar, de forma independiente, que es posible determinar al conjunto de coeficientes c_k y que además por cada conjunto de nodos distinto, existe un conjunto de coeficientes c_k único.

Por ejemplo, si la condición a) $0 = A''(a) = A''(z)$ se cumple:

$A''(a) = A''_0(x_0) = 2c_0 + 6d_0(x_0 - x_0) = 0$, por lo tanto $c_0 = 0$. Por otra parte $A''(z) = A''_{n-1}(x_n) = 2c_n = 0$. Considerando los valores de c_0 y c_n y las $n-1$ ecuaciones dadas por 1.9, se define un sistema de ecuaciones de la forma $Mx=b$, donde la matriz M está dada por la siguiente expresión:

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & & & & & & 0 \\ t_0 & 2(t_0+t_1) & t_1 & 0 & & & & & & \cdot \\ 0 & t_1 & 2(t_1+t_2) & t_2 & & & & & & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & & & & & & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & & & & & & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & & & & & & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & & & & & & \cdot \\ 0 & & & & t_{n-2} & & 2(t_{n-2}+t_{n-1}) & & t_{n-1} & \\ & & & & 0 & & 0 & & 1 & \end{bmatrix}$$

M es una matriz de $n+1 \times n+1$ y tiene la peculiaridad de ser diagonal estrictamente dominante, es decir, $|a_{kk}| > \sum_{i=1, i \neq k}^n |a_{ki}|$ es válido $\forall k = 1, 2, \dots, n$. Está demostrado que una matriz de este tipo es no singular y que es posible efectuar la eliminación gaussiana del sistema $Mx = b$, sin intercambio de renglones o columnas. Adicionalmente, la solución obtenida es única.

Es claro que el vector b , en este caso, tiene la siguiente forma:

$$b = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{3}{t_1}(a_2 - a_1) - \frac{3}{t_0}(a_1 - a_0) \\ \cdot \\ \cdot \\ \frac{3}{t_{n-1}}(a_n - a_{n-1}) - \frac{3}{t_{n-2}}(a_{n-1} - a_{n-2}) \\ 0 \end{bmatrix}$$

Y necesariamente x está dado por:

$$x = \begin{bmatrix} c_0 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ c_n \end{bmatrix}$$

A continuación se examinará el caso en el que las condiciones b) $A'(a) = F'(a)$ y $A'(z) = F'(z)$ se cumplen.

Es necesario recordar que $A'_k(x_k) = b_k$ es válido $\forall k = 0, 1, \dots, n-1$ y la definición $A'(x_n) = b_n = F'(z)$. En particular $A'_0(a) = b_0 = F'(a)$. De la ecuación 1.8 se tiene lo siguiente:

$$F'(a) = b_0 = \frac{1}{t_0} (a_1 - a_0) - \frac{t_0}{3} (2c_0 + c_1), \text{ o bien,}$$

$$2t_0c_0 + t_0c_1 = \frac{3}{t_0} (a_1 - a_0) - 3F'(a) \quad (2.0)$$

Por otra parte, de la ecuación (1.7) se tiene que:

$F'(z) = b_n = b_{n-1} + t_{n-1}(c_{n-1} + c_n)$. Si se substituye a b_{n-1} por su expresión dada por la ecuación 1.8:

$$F'(z) = \frac{1}{t_{n-1}} (a_n - a_{n-1}) - \frac{t_{n-1}}{3} (2c_{n-1} + c_n) + t_{n-1}(c_{n-1} + c_n), \text{ o bien:}$$

$$t_{n-1}c_{n-1} + 2t_{n-1}c_n = 3F'(z) - \frac{3(a_n - a_{n-1})}{t_{n-1}} \quad (2.1)$$

A partir del conjunto de n-1 ecuaciones dadas por la expresión 1.9 y la ecuaciones 2.0 y 2.1 se puede definir nuevamente un sistema del tipo $Qx=p$, donde:

$$Q = \begin{bmatrix} 2t_0 & t_0 & 0 & & & & & & & 0 \\ t_0 & 2(t_0 + t_1) & t_1 & & & & & & & \cdot \\ 0 & t_1 & 2(t_1 + t_2) & t_2 & & & & & & \cdot \\ \cdot & & & & & & & & & \cdot \\ \cdot & & & & & & & & & \cdot \\ 0 & & & & & & & & & 0 \\ 0 & & & & & & t_{n-2} & 2(t_{n-2} + t_{n-1}) & t_{n-1} & \\ 0 & & & & & & 0 & t_{n-1} & 2t_{n-1} & \end{bmatrix}$$

La cual también es dominante estrictamente diagonal y la solución del sistema $Qx=p$ es única.

El vector p está dado por:

$$p = \begin{bmatrix} \frac{3}{t_0}(a_1 - a_0) - 3F'(a) \\ \frac{3}{t_1}(a_2 - a_1) - \frac{3}{t_0}(a_1 - a_0) \\ \vdots \\ \frac{3}{t_{n-1}}(a_n - a_{n-1}) - \frac{3}{t_{n-2}}(a_{n-1} - a_{n-2}) \\ 3F'(z) - \frac{3(a_n - a_{n-1})}{t_{n-1}} \end{bmatrix}$$

V. Implementación de la solución.

Selección de los nodos

La aplicación del modelo spline cúbico al caso de la construcción de una curva de rendimiento lleva implícita la selección de nodos para determinar las distintas funciones de interpolación entre cada nodo, de tal forma que permitan determinar a su vez las TAV para aquellos bonos con el menor volumen de operación en el mercado y con un plazo a vencimiento mayor que el del nodo precedente y menor al del nodo inmediato posterior.

Necesariamente los datos conocidos de los nodos, representados en este caso por conjuntos de bonos a rendimiento del Tesoro estadounidense, son la TAV y el plazo a vencimiento, expresado en número de días, a partir de la fecha de análisis.

En una primera etapa de la aplicación del modelo, los bonos seleccionados como nodos en este caso fueron los denominados "on the run" o actuales, al momento de ser realizado el análisis, a 2, 5 y 10 años y algunos "off the run" o emisiones viejas con un plazo a vencimiento que difería por unos meses del plazo de los bonos actuales. En el cuadro 3 se especifican los bonos utilizados como nodos.

Cuadro 3

Abril 1999		
Emisor	Cupón	Vencimiento
US Treasury	5.625	15/05/01
US Treasury	6.625	30/06/01
US Treasury	4.25	15/11/03
US Treasury	4.75	15/02/04
US Treasury	5.625	15/05/08
US Treasury	4.75	15/11/08

Uno de los motivos para elegir a estos bonos como nodos es la continua disponibilidad confidencial sobre los precios a los cuales son comprados y vendidos a través de las pantallas de cotizaciones de los intermediarios bursátiles, todo como consecuencia de su elevado volumen de operación con respecto a otros bonos.

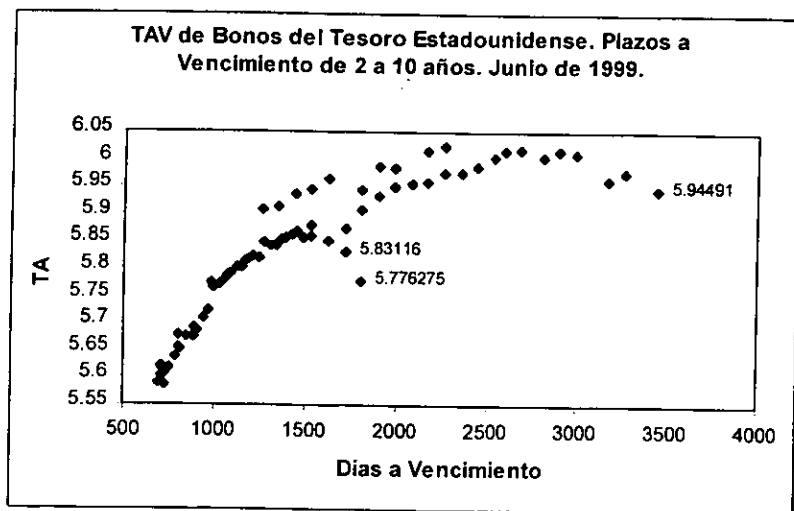
Otra de las implicaciones de que un conjunto de bonos cuente con el mayor volumen de operación en el mercado con respecto a otras emisiones, es la evaluación realizada por los agentes de valores con una frecuencia mayor de las condiciones fundamentales de la economía y otros mercados influyentes sobre el nivel de demanda de bonos, para reflejarlas en los precios de ese conjunto de bonos mediante un análisis implícito de sus expectativas del costo del dinero en el tiempo.

Cabe mencionar que la continua publicación sobre cifras relativas a la economía estadounidense y anuncios sobre la dirección de la política monetaria dictada por el Banco de la Reserva Federal (Fed), junto con los acontecimientos de otros mercados de bonos o accionarios, determinan en buena medida la demanda de bonos del Tesoro Estadounidense, y por lo tanto su precio. Los bonos que concentran el mayor volumen de operación reflejan de una forma más transparente estos hechos, y esto constituye una razón más para seleccionar a estos bonos como nodos.

Sin embargo, la liquidez especial de la que gozan los bonos seleccionados como nodos también se ve reflejada en su precio, y por consecuencia en su TAV. De esta manera, el precio de un bono corriente e incluso el de una emisión vieja subastada anteriormente puede tener incorporado un costo adicional, el cual están dispuestos a pagar los compradores por contar con la liquidez que les permitirá vender el bono a un precio que difiera por un monto pequeño al del precio de compra cotizado al momento de ejecutar la operación.

Este hecho puede observarse en la gráfica 2, la cual muestra las TAV de un conjunto de bonos del Tesoro, con respecto a su plazo a vencimiento. Los bonos para los cuales se señala su TAV, son tanto emisiones actuales o viejas, recientemente subastadas, que claramente se alejan de la tendencia marcada por otras emisiones cercanas.

Gráfica 2



El utilizar únicamente este conjunto limitado de bonos produjo perturbaciones relevantes en el modelo spline cúbico, por lo cual fue realizada una segunda selección de nodos, una vez identificados los problemas que generó el primer conjunto. En el próximo capítulo se presentará un análisis de los resultados obtenidos con ambos conjuntos de bonos. En el cuadro 4 se especifican los bonos utilizados como nodos del segundo conjunto.

Debe notarse de la gráfica 2, que un conjunto de bonos con un plazo a vencimiento entre los 1300 y 2400 días, aproximadamente, tienen una TAV superior por unos puntos base a otros bonos con un plazo a vencimiento igual. Esto se atribuye nuevamente a la falta de liquidez de estos bonos, los cuales fueron emitidos en su mayoría como bonos a 30 años y actualmente su volumen de operación es extremadamente bajo. Un inversionista que pueda adquirir uno de estos bonos, se enfrentará a una dificultad notable para vender este bono, por lo cual el precio al cual estaría dispuesto a comprarlo a un agente debe de compensar esta desventaja.

Para fines de esta tesis, se ha omitido la estimación de las TAV de estos instrumentos, dado que no representan ningún interés para la mayoría de los administradores de portafolios.

Cuadro 4

Emisor	Abril 1999		Mayo 1999		Junio 1999	
	Cupón	Vencimiento	Cupón	Vencimiento	Cupón	Vencimiento
US Treasury	5	30/04/01	6.25	30/04/01	5	30/04/01
US Treasury	5.625	15/05/01	5.625	15/05/01	6.625	30/06/01
US Treasury	6.625	30/06/01	6.625	30/06/01	5.875	30/09/02
US Treasury	6.25	28/02/02	6.25	28/02/02	5.25	15/08/03
US Treasury	5.375	30/06/03	5.375	30/06/03	4.25	15/11/03
US Treasury	5.25	15/08/03	5.25	15/08/03	4.75	15/02/04
US Treasury	4.25	15/11/03	4.25	15/11/03	5.25	15/05/04
US Treasury	7.25	15/08/04	4.75	15/02/04	7.25	15/08/04
US Treasury	5.625	15/02/06	7.25	15/05/04	6.5	15/05/05
US Treasury	5.5	15/02/08	5.625	15/02/06	6.5	15/10/06
US Treasury	5.625	15/05/08	5.5	15/02/08	6.125	15/08/07
US Treasury	-	-	5.625	15/05/08	5.5	15/02/08
US Treasury	-	-	4.75	15/11/08	5.625	15/05/08
US Treasury	-	-	-	-	4.75	15/11/08

Como puede observarse en los cuadros 3 y 4, los conjuntos de nodos fueron seleccionados para un periodo de análisis de 3 meses consecutivos, a saber, abril, mayo y junio de 1999. La composición del conjunto de nodos para cada mes se mantuvo fija durante ese plazo y permitió obtener el cálculo de las funciones spline para cada día hábil de esos tres meses, mediante la

actualización diaria de sus TAV respectivas y derivadas de los precios de cierre dados por los operadores de bonos.

Como se explicó en el capítulo IV, las funciones spline obtenidas deben de ser valuadas en los plazos a vencimiento de los bonos no operados activamente y para los cuales se desea estimar su TAV.

Fuente de los datos

Las TAV utilizadas para el desarrollo de las funciones spline fueron proporcionadas por un conjunto de operadores de bonos, pertenecientes a uno de los principales agentes primarios de bonos del Tesoro Estadounidense. Dichas tasas son reportadas únicamente con fines de análisis e investigación al cierre de cada sesión del mercado estadounidense.

Por otra parte, en el siguiente capítulo se presentará un análisis de la eficiencia del modelo spline cúbico para reproducir las valuaciones de bonos hechas por los operadores. Para tal efecto se empleó la misma fuente de datos para establecer una comparación entre las TAV proporcionadas por las funciones spline para el conjunto de bonos con un plazo a vencimiento contenido entre aquellos de los nodos y las TAV de cada uno de esos bonos y proporcionadas por los operadores.

A pesar de no ser consideradas como las TAV asociadas a precios firmes, es decir, precios a los cuales estarían realmente dispuestos los operadores a comprar o vender un valor nominal específico de bonos, se asume que la información proporcionada refleja la percepción de los operadores sobre las condiciones de liquidez, oferta y demanda del mercado de bonos, tasas del mercado de reporto y expectativas de la evolución de las tasas de interés en general, todo necesario para la determinación del precio de un bono.

Descripción y uso de software para implementar la solución

El software utilizado para calcular los valores de las interpolaciones dados por las funciones spline es la versión 4.2c.1 del 3 de octubre de 1994 del paquete "MATLAB for Windows", producido por The MathWorks, Inc.

La función utilizada es SPLINE, la cual requiere como parámetros un vector X de los plazos a vencimiento expresados en días y un vector Y de las TAV, ambos de los conjuntos de nodos mencionados anteriormente, además de un vector Z de los plazos a vencimiento de los bonos cuya TAV se desea estimar. En este caso, me refiero a todos los bonos existentes del Tesoro con un plazo a vencimiento de aproximadamente 2 años y menor o igual a 10 años al momento del análisis, tomando en cuenta las restricciones mencionadas anteriormente sobre el plazo a vencimiento original, (i.e., fueron excluidos los

bonos emitidos originalmente a 30 años). La función es capaz de producir un vector S con las valuaciones de las funciones spline en el vector Z.

A continuación se muestran las líneas del comando en MATLAB utilizadas para las cotizaciones al cierre del mercado el 2 de junio de 1999. Es necesario señalar que para los casos en los que existen valores repetidos en el vector Z, la razón está en que existen TAV independientes para bonos distintos con el mismo plazo a vencimiento. Sin embargo, las funciones spline producirán únicamente una estimación por cada plazo a vencimiento distinto.

```
X=[698
759
1216
1535
1627
1719
1809
1901
2174
2692
2996
3180
3270
3454
];Y=[5.543657
5.57966
5.750254
5.809943
5.797831
5.75123
5.737547
5.89199
5.923339
5.983539
5.969767
5.890779
5.920699
5.879912
]; Z=[698
698
713
713
729
729
759
790
805
821
851
```

882
897
912
943
974
1002
1033
1063
1078
1094
1124
1155
1170
1186
1216
1247
1277
1308
1339
1354
1367
1398
1428
1459
1489
1535
1535
1627
1719
1719
1809
1809
1901
1993
2085
2174
2266
2358
2450
2539
2600
2692
2815
2904
2996
3180
3270
3454
];S=spline(X,Y,Z)

Los datos proporcionados por el programa son el vector S:

S =

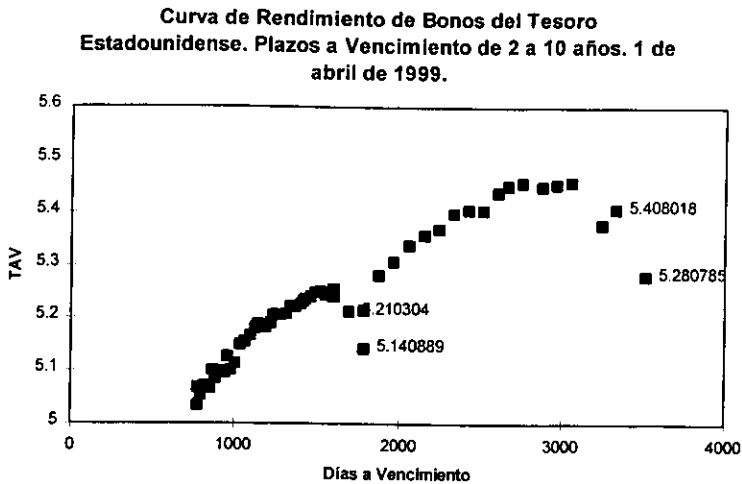
5.5437
5.5437
5.5529
5.5529
5.5625
5.5625
5.5797
5.5963
5.6039
5.6118
5.6259
5.6396
5.6459
5.6521
5.6642
5.6757
5.6855
5.6959
5.7055
5.7102
5.7150
5.7240
5.7330
5.7373
5.7418
5.7503
5.7589
5.7672
5.7753
5.7830
5.7865
5.7894
5.7957
5.8009
5.8052
5.8081
5.8099
5.8099
5.7978
5.7512
5.7512
5.7375
5.7375
5.8920
5.9754
5.9643

5.9233
5.8995
5.8987
5.9144
5.9387
5.9573
5.9835
6.0041
5.9996
5.9698
5.8908
5.9207
5.8799

VI. Análisis de los resultados.

Como se mencionó en el capítulo anterior, fue realizada una primera selección de nodos, los cuales permitieron la estimación de una curva de rendimiento para el 1 de abril de 1999. A continuación se muestra en la gráfica 3 la dispersión de las TAV y plazo a vencimiento de los bonos comprendidos en el rango de plazos dados por los nodos del primer conjunto, en esa fecha. Los puntos de la gráfica que muestran su TAV asociada forman parte del primer conjunto de nodos.

Gráfica 3

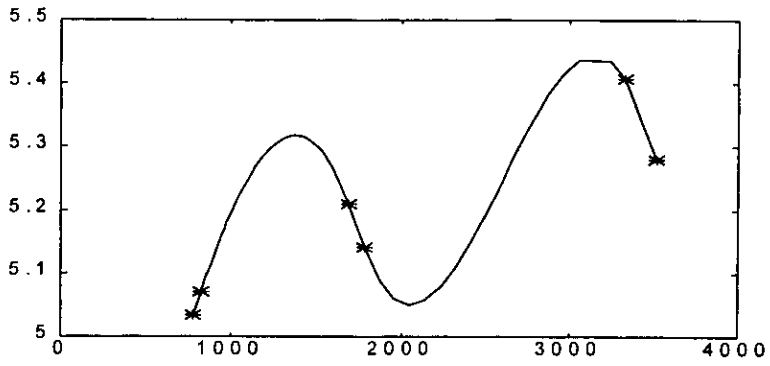


El spline cúbico dado por los valores al 1 de abril de 1999 de los nodos del primer conjunto se muestra en la gráfica 4. Los puntos señalados en el spline representan a los nodos del primer conjunto.

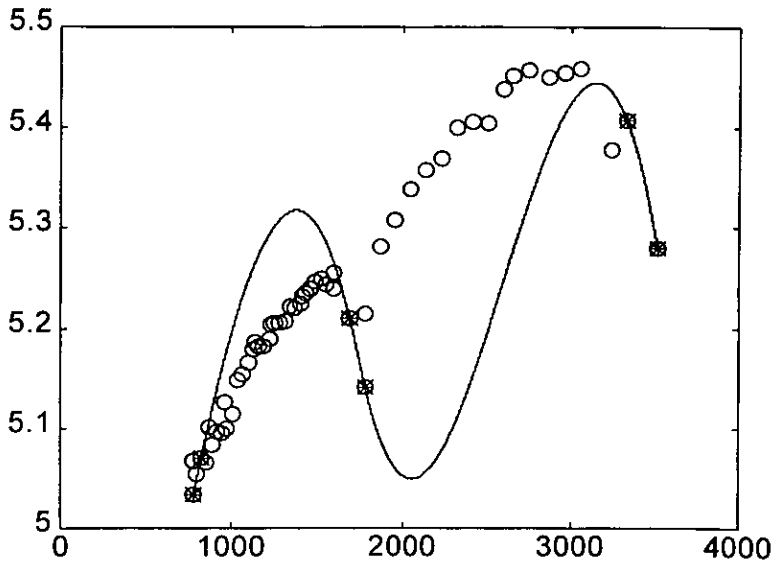
En la gráfica 5 se muestran ambas gráficas sobrepuestas para contrastar el resultado obtenido mediante el spline. Los puntos oscuros señalados en el spline representan a los nodos del primer conjunto. Los círculos representan las TAV dadas por los operadores de los bonos comprendidos entre los nodos.

En el cuadro 5 Se muestran los vectores de datos desplegados en la gráfica 3, para cada uno de los bonos involucrados.

Gráfica 4



Gráfica 5



Cuadro 5

Emisor	Cupón	Fecha de Vencimiento	Días a Vencimiento	TAV Dada por los Operadores	Spline	TAV - Spline
US Treasury	5.625	15/05/01	775	5.033748	5.0337	4.8E-05
US Treasury	8	15/05/01	775	5.067632	5.0337	0.033932
US Treasury	6.5	31/05/01	791	5.053969	5.0468	0.007169
US Treasury	6.625	30/06/01	821	5.070741	5.0707	4.1E-05
US Treasury	6.625	31/07/01	852	5.065976	5.0947	-0.028724
US Treasury	7.875	15/08/01	867	5.10099	5.1059	-0.00491
US Treasury	6.5	31/08/01	883	5.084211	5.1177	-0.033489
US Treasury	6.375	30/09/01	913	5.097427	5.1391	-0.041673
US Treasury	6.25	31/10/01	944	5.095751	5.1603	-0.064549
US Treasury	7.5	15/11/01	959	5.125399	5.1702	-0.044801
US Treasury	5.875	30/11/01	974	5.100036	5.1798	-0.079764
US Treasury	6.125	31/12/01	1005	5.113683	5.1988	-0.085117
US Treasury	6.25	31/01/02	1036	5.148436	5.2166	-0.068164
US Treasury	6.25	28/02/02	1064	5.153817	5.2317	-0.077883
US Treasury	6.625	31/03/02	1095	5.165942	5.2471	-0.081158
US Treasury	6.625	30/04/02	1125	5.179311	5.2608	-0.081489
US Treasury	7.5	15/05/02	1140	5.186763	5.2671	-0.080337
US Treasury	6.5	31/05/02	1156	5.182296	5.2735	-0.091204
US Treasury	6.25	30/06/02	1186	5.18162	5.2844	-0.10278
US Treasury	6	31/07/02	1217	5.189727	5.2941	-0.104373
US Treasury	6.375	15/08/02	1232	5.203396	5.2983	-0.094904
US Treasury	6.25	31/08/02	1248	5.204571	5.3023	-0.097729
US Treasury	5.875	30/09/02	1278	5.205646	5.3086	-0.102954
US Treasury	5.75	31/10/02	1309	5.207228	5.3135	-0.106272
US Treasury	5.75	30/11/02	1339	5.221078	5.3165	-0.095422
US Treasury	5.625	31/12/02	1370	5.220398	5.3178	-0.097402
US Treasury	5.5	31/01/03	1401	5.224535	5.3172	-0.092665
US Treasury	6.25	15/02/03	1416	5.230971	5.3162	-0.085229
US Treasury	5.5	28/02/03	1429	5.234745	5.315	-0.080255
US Treasury	5.5	31/03/03	1460	5.238927	5.3106	-0.071673
US Treasury	5.75	30/04/03	1490	5.246948	5.3044	-0.057452
US Treasury	5.5	31/05/03	1521	5.249494	5.296	-0.046506
US Treasury	5.375	30/06/03	1551	5.242928	5.2857	-0.042772
US Treasury	5.25	15/08/03	1597	5.239238	5.2658	-0.026562
US Treasury	5.75	15/08/03	1597	5.254578	5.2658	-0.011222
US Treasury	4.25	15/11/03	1689	5.210304	5.2103	4E-06
US Treasury	4.75	15/02/04	1781	5.140889	5.1409	-1.1E-05
US Treasury	5.875	15/02/04	1781	5.214112	5.1409	0.073212
US Treasury	7.25	15/05/04	1871	5.281085	5.0895	0.191585
US Treasury	7.25	15/08/04	1963	5.307595	5.0595	0.248095
US Treasury	7.875	15/11/04	2055	5.338686	5.0495	0.289186
US Treasury	7.5	15/02/05	2147	5.357673	5.0566	0.301073

Emisor	Cupón	Fecha de Vencimiento	Días a Vencimiento	TAV Dada por los Operadores	Spline	TAV - Spline
US Treasury	6.5	15/05/05	2236	5.369854	5.077	0.292854
US Treasury	6.5	15/08/05	2328	5.399569	5.1093	0.290269
US Treasury	5.875	15/11/05	2420	5.406588	5.1503	0.256288
US Treasury	5.625	15/02/06	2512	5.404969	5.197	0.207969
US Treasury	6.875	15/05/06	2601	5.438322	5.245	0.193322
US Treasury	7	15/07/06	2662	5.451491	5.2781	0.173391
US Treasury	6.5	15/10/06	2754	5.457033	5.3263	0.130733
US Treasury	6.25	15/02/07	2877	5.449959	5.383	0.066959
US Treasury	6.625	15/05/07	2966	5.454209	5.415	0.039209
US Treasury	6.125	15/08/07	3058	5.458234	5.437	0.021234
US Treasury	5.5	15/02/08	3242	5.378183	5.4359	-0.057717
US Treasury	5.625	15/05/08	3332	5.408018	5.408	1.8E-05
US Treasury	4.75	15/11/08	3516	5.280785	5.2808	-1.5E-05

Cuadro 5

Si se recuerda la siguiente condición para definir a las funciones spline entre cada par de nodos:

$$A'_{k+1}(x_{k+1}) = A'_k(x_{k+1}) \forall k = 0, 1, \dots, n-2$$

Se puede comprender cómo la selección particular de los nodos del primer conjunto y el alejamiento de sus valores de TAV con respecto a la tendencia del resto de puntos en la gráfica 3 provoca las distorsiones en el spline cúbico mostrado en la gráfica 4.

Como se mencionó anteriormente, los bonos seleccionados como nodos están sobrevaluados con respecto a otras emisiones con plazos a vencimiento similares, dada su liquidez sobresaliente. El principal defecto de la selección de estos nodos reside en las pronunciadas pendientes que existen entre los nodos contiguos y el corto periodo de tiempo que existe entre su plazo a vencimiento. Al estar forzadas las funciones spline a cumplir la restricción anterior, se producen las distorsiones.

Otra deficiencia del primer conjunto de nodos está dada por los extensos periodos de tiempo entre los cuales no fue proporcionado ningún nodo, en particular en el periodo comprendido entre los 2000 y 3500 días a vencimiento.

De esta forma se definió un segundo conjunto de nodos con las siguientes características:

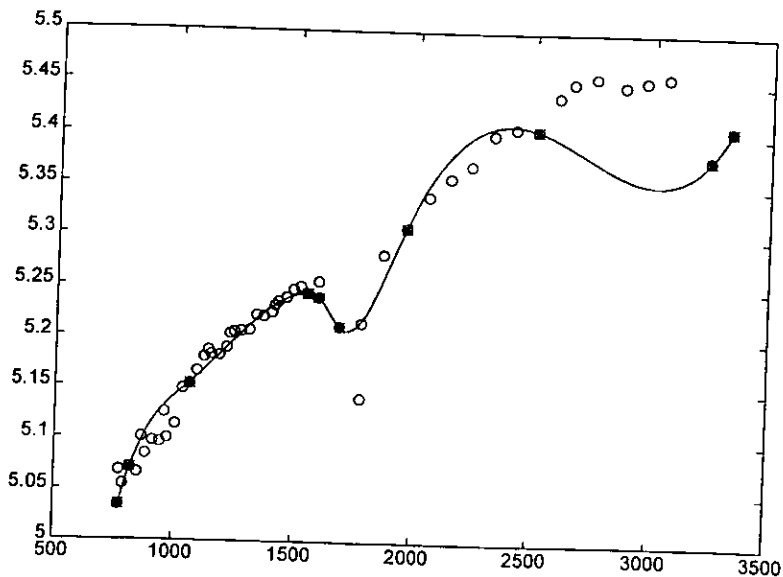
Se agregaron nodos entre los plazos a vencimiento más extensos. La selección fue arbitraria y en muchos casos abarcó bonos para los cuales no existe una cotización constante en las pantallas de información de los intermediarios. Esto no representa ningún problema, ya que basta con solicitar sólo un número reducido de cotizaciones a uno o más agentes para determinar toda la curva de rendimiento.

Adicionalmente, se agregó un número mayor de nodos cercanos a los que representan los bonos que se alejan de la tendencia. En algunos casos se omitieron esos nodos, ya que sólo representan una proporción mínima del total de puntos de la curva de rendimiento.

En la gráfica 6 se muestran los resultados de la selección del segundo conjunto de nodos, aplicada nuevamente al 1 de abril de 1999. De forma análoga, los puntos oscuros representan a los nodos del spline y los círculos a las TAV dadas por los operadores de los bonos comprendidos entre los nodos.

Es notoria la corrección que se logró mediante el segundo conjunto de nodos.

Gráfica 6



La finalidad de este análisis es determinar la eficiencia del spline cúbico para reproducir las valuaciones dadas por los operadores de bonos.

Con este motivo, se dividieron los bonos para los cuales se obtuvo una TAV mediante el método de interpolación, en dos conjuntos: el primero comprende a todos los bonos analizados con un vencimiento mayor a 1.5 años y menor o igual a 5 años y el segundo a los bonos con un plazo a vencimiento mayor a 5 años y menor a 10 años, a la misma fecha en la que fueron cotizadas las TAV por los operadores.

El motivo de la división es el resaltar la importancia de proporcionar un mayor número de nodos en periodos relativamente menores de plazo a vencimiento para mejorar el resultado de las estimaciones. En el conjunto del primer periodo de tiempo, de 1.5 a 5 años, se dieron estas condiciones, a diferencia del conjunto del segundo periodo.

Posteriormente y para cada conjunto de bonos por separado, se calculó diariamente la media de la diferencia entre el valor de la TAV proporcionada por los operadores de bonos y el valor producido por su spline respectivo. Este cálculo se realizó para el periodo de 63 días hábiles que comprende el análisis.

Finalmente se calculó la media y desviación estándar para estos 63 datos obtenidos, nuevamente, para cada conjunto por separado. Ver cuadros 6, 7, y 8.

Cuadro 6

Sector de la curva de 2 a 5 años	
Media global de la diferencia del valor del Spline y TAV	Desviación Estándar 2 - 5 años
0.013	0.00413

Cuadro 7

Sector de la curva de 5 a 10 años	
Media global de la diferencia del valor del Spline y TAV	Desviación Estándar 5 - 10 años
0.010	0.01547

Cuadro 8

Fecha	2 - 5 años Media diaria de la diferencia del valor del Spline y TAV	5 - 10 años Media diaria de la diferencia del valor del Spline y TAV
1-Abr-99	-0.003	0.027
2-Abr-99	0.011	0.035
5-Abr-99	0.010	0.033
6-Abr-99	0.009	0.032
7-Abr-99	0.016	0.030
8-Abr-99	0.014	0.030
9-Abr-99	0.015	0.030
12-Abr-99	0.013	0.029
13-Abr-99	0.013	0.027
14-Abr-99	0.014	0.032
15-Abr-99	0.015	0.030
16-Abr-99	0.017	0.030
19-Abr-99	0.014	0.027
20-Abr-99	0.010	0.023
21-Abr-99	0.007	0.021
22-Abr-99	0.014	0.022
23-Abr-99	0.018	0.023
26-Abr-99	0.016	0.022
27-Abr-99	0.016	0.021
28-Abr-99	0.018	0.021
29-Abr-99	0.014	0.021
3-May-99	0.015	0.001
4-May-99	0.012	0.000
5-May-99	0.011	-0.002
6-May-99	0.005	-0.004
7-May-99	0.005	-0.008
10-May-99	0.005	-0.005
11-May-99	0.007	0.000
12-May-99	0.010	-0.003
13-May-99	0.009	0.000
14-May-99	0.008	0.002
17-May-99	0.013	-0.001
18-May-99	0.014	-0.003
19-May-99	0.015	-0.007
20-May-99	0.014	-0.014
21-May-99	0.015	-0.019
24-May-99	0.017	-0.021
25-May-99	0.016	-0.024

**ESTA TESIS NO DEBE
SALIR DE LA BIBLIOTECA**

Cuadro 8

Fecha	2 - 5 años	5 - 10 años
	Media diaria de la diferencia del valor del Spline y TAV	Media diaria de la diferencia del valor del Spline y TAV
26-May-99	0.012	-0.022
27-May-99	0.010	-0.020
28-May-99	0.012	-0.016
1-Jun-99	0.017	0.013
2-Jun-99	0.018	0.010
3-Jun-99	0.020	0.011
4-Jun-99	0.019	0.011
7-Jun-99	0.017	0.011
8-Jun-99	0.016	0.011
9-Jun-99	0.018	0.011
10-Jun-99	0.013	0.012
11-Jun-99	0.015	0.009
14-Jun-99	0.014	0.010
15-Jun-99	0.017	0.010
16-Jun-99	0.014	0.010
17-Jun-99	0.010	0.010
18-Jun-99	0.010	0.011
21-Jun-99	0.011	0.011
22-Jun-99	0.009	0.012
23-Jun-99	0.009	0.014
24-Jun-99	0.008	0.016
25-Jun-99	0.009	0.014
28-Jun-99	0.011	0.015
29-Jun-99	0.012	0.014
30-Jun-99	0.012	0.013

De los resultados mostrados en los cuadros 6 y 7 se puede concluir finalmente que la selección de nodos del segundo conjunto, para el periodo comprendido entre los 1.5 y 5 años de plazo a vencimiento, fue eficiente. Un valor medio cercano a 0, con una desviación estándar de la corta magnitud de 0.00413 puede interpretarse claramente como una buena aproximación del spline a las TAV consideradas como reales.

El resultado obtenido para el periodo de 5 a 10 años de plazo a vencimiento no deja de ser interpretado como el de una buena aproximación también. Sin embargo el valor de su desviación estándar supera de forma notable a la del

primer periodo. Esto se atribuye al menor número de nodos proporcionados en el periodo de 5 a 10 años de plazo a vencimiento.

A pesar de los buenos resultados obtenidos por éste método de interpolación, es importante señalar que dependen en buena medida de la selección arbitraria de nodos. En el caso particular de la selección de los nodos que representan a bonos actuales interviene además un conocimiento previo del comportamiento de bonos con plazos a vencimiento cercanos al de los actuales.

Si fuera realizada una selección arbitraria de un bono cuya TAV tenga un comportamiento anómalo con respecto al resto de bonos circundantes, se podría producir una perturbación en el spline, que limite su eficiencia como método de interpolación de este fenómeno en especial. Esta es una de las principales deficiencias del uso de splines cúbicos.

Necesariamente, en cuanto mayor sea el número de nodos y menor el periodo de tiempo comprendido entre cada uno de ellos, mejor será el resultado de la estimación.

VII. Conclusiones

Los resultados mostrados en el capítulo anterior pueden parecer a simple vista alentadores, cuando se busca un método de interpolación eficaz para definir una curva de rendimiento mediante el uso de información pública y de disponibilidad continua.

Sin embargo, si se analiza detalladamente la construcción de cada función de interpolación, dada en este caso por splines cúbicos, resulta notable que la precisión del modelo depende enteramente de la selección de nodos, la cual es arbitraria y no está sujeta a ningún proceso bien definido y estructurado.

Puede afirmarse que la selección de nodos en este caso particular fue satisfactoria ya que se tenía conocimiento previo del fenómeno que se intentó reproducir mediante el uso del spline cúbico. En un caso donde se ignoren las características precisas del fenómeno, la aplicación de los mismos criterios planteados en esta tesis para la selección de nodos, puede conducir a resultados distintos, en términos de eficiencia del modelo.

Finalmente, la naturaleza del modelo permite garantizar cierto grado de eficiencia, sólo en los casos donde se tenga conocimiento del fenómeno, el cual está en función del volumen de operación de un mayor número de bonos distintos en una sola sesión de mercado.

VII Bibliografía

Peter Lancaster, Kestutis Salkauskas
Curve and Surface Fitting, an Introduction
Academic Press, Ltd. Harcourt Brace Jovanovich Publishers
Gran Bretaña, 1990.

G.J. Borse
Numerical Methods with Matlab, a Resource for Scientists and Engineers
PWS Publishing Company
E.U.A., 1997.

Burden, Faires
Análisis Numérico, Segunda Edición.
Grupo Editorial Iberoamérica, S.A. de C.V.
México, 1996.

Frank J. Fabozzi, T. Dessa Fabozzi
The Handbook of Fixed Income Securities, Cuarta Edición
Irwin Professional Publishing
E.U.A., 1995.

Gerald Lucas, Joseph Shatz
Governments, "February Refunding Announcement"
Merrill Lynch
E.U.A., 2000.