



UNIVERSIDAD NACIONAL  
AUTÓNOMA DE  
MÉXICO

**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**

**FACULTAD DE INGENIERÍA**

**DISEÑO HIDRODINÁMICO DE LÍNEAS SUBMARINAS  
DE CONDUCCIÓN DE HIDROCARBUROS**

**TESIS**

*Como requisito para obtener el título de :*

**INGENIERO PETROLERO**

*Presenta :*

**MARÍA BERENICE AGUILAR LÓPEZ**

*Director de tesis :*

**DR. RODOLFO SILVA CASARÍN**



*México, D. F.*

*Febrero 2000*



Universidad Nacional  
Autónoma de México



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.



UNIVERSIDAD NACIONAL  
AUTÓNOMA DE  
MÉXICO

**SRITA. MARIA BERENICE AGUILAR LOPEZ**  
Presente

En atención a su solicitud, me es grato hacer de su conocimiento el tema que propuso el profesor Dr. Rodolfo Silva Casarín y que aprobó esta Dirección para que lo desarrolle usted como tesis de su examen profesional de Ingeniero Petrolero:

**DISEÑO HIDRODINAMICO DE LINEAS SUBMARINAS DE CONDUCCION DE  
HIDROCARBUROS**

	<b>INTRODUCCION</b>
<b>I</b>	<b>TEORIA LINEAL</b>
<b>II</b>	<b>ANALISIS DEL OLEAJE</b>
<b>III</b>	<b>CORRIENTES</b>
<b>IV</b>	<b>INTERACCION SUELO TUBERIA</b>
<b>V</b>	<b>FUERZAS INDUCIDAS EN LINEAS SUBMARINAS</b>
<b>VI</b>	<b>COEFICIENTES HIDRODINAMICOS</b>
<b>VII</b>	<b>CASO DE APLICACION</b>
<b>VIII</b>	<b>CONCLUSIONES</b>
	<b>ANEXOS</b>
	<b>BIBLIOGRAFIA</b>

Ruego a usted cumplir con la disposición de la Dirección General de la Administración Escolar en el sentido de que se imprima en lugar visible de cada ejemplar de la tesis el título de ésta.

Asimismo, le recuerdo que la Ley de Profesiones estipula que se deberá prestar servicio social durante un tiempo mínimo de seis meses como requisito para sustentar examen profesional.

Atentamente  
"POR MI RAZA HABLARA EL ESPIRITU"  
Ciudad Universitaria, a 14 de octubre de 1999  
EL DIRECTOR

  
ING. GERARDO FERRANDO BRAVO

GFR\*RLLR\*gtg

El que llega a alguna parte es solamente aquél que supo elegir entre un dilema  
y elegir es sacrificar.  
El buen éxito nace de un valeroso renunciamiento.

Emma Godoy

A mi madre por todo el cariño y comprensión  
por mostrarme mi camino en la vida.

A la familia Olascoaga por todo el apoyo.

:

## **AGRADECIMIENTOS**

*Este apartado lo dedico para mencionar y agradecer a todas aquellas personas e instituciones que de alguna manera contribuyeron a la realización de este trabajo:*

*En primera instancia agradezco a la Facultad de Ingeniería, a mis profesores y a la Universidad Nacional Autónoma de México, mi alma mater, por todos los conocimientos y el apoyo brindado durante mi estancia en esta institución.*

*Al Instituto de Ingeniería.*

*Un especial reconocimiento al Dr. Rodolfo Silva, Gracias por la oportunidad brindada, por sus enseñanzas y consejos, por la confianza.*

*Al M. en I. Georges Govaere, mi compañero y amigo.*

*Gracias a todos mis compañeros del Instituto de Ingeniería y muy especialmente a mis amigos del cubículo 414 C: Adolfo Contreras, Adrián Pedrozo, Francisco Núñez, Gabriel Díaz, Porfirio Peña, Martha Campos, Roberto Uribe.*

*A Juan Carlos Espinal González, ya que sin su compañía quizá la realización de este trabajo hubiese sido más difícil.*

*Gracias a Alba Erikca por sus consejos y por todo el apoyo.*

## RESUMEN

En este trabajo se presentan los elementos necesarios para diseñar la estabilidad de tuberías submarinas. El diseño de la estabilidad se basa en determinar las fuerzas hidrodinámicas de arrastre, de inercia y sustentación, así como la fuerza de resistencia opuesta por el suelo marino inducidas por el oleaje y las corrientes.

Dado que las tuberías submarinas están expuestas a condiciones ambientales muy diversas, es necesario contar con datos meteorológicos y oceanográficos con el propósito de determinar las condiciones de flujo y los parámetros de diseño, tales como altura de ola, altura de ola significativa, período de retorno, etc.

Existen varias teorías de onda aplicables al diseño de estructuras costa fuera, que son usadas para determinar las condiciones de flujo. En este trabajo se exponen las bases de la teoría lineal o teoría de Airy, la más usada. Por otro lado, el oleaje experimentado en cualquier punto en el mar es irregular y obviamente afecta las fuerzas hidrodinámicas, el oleaje irregular es tratado usando análisis estadístico y espectral, el cual se presenta en un apartado de este trabajo.

Posteriormente se describen los tipos de corrientes a las que una tubería está expuesta y los modelos matemáticos que las sustentan, desafortunadamente no se cuenta con extensas investigaciones sobre la acción del oleaje-corriente sobre las tuberías, debido a la complejidad del tema, aquí se dan sólo las bases para entender el fenómeno y contemplarlo en el diseño.

Aunque el propósito fundamental de este trabajo es el análisis de la estabilidad hidrodinámica, la interacción del suelo con la tubería toma un papel importante en el diseño, debido a que cerca de la tubería hay una interacción muy compleja entre ésta, el agua y los sólidos, dicha interacción depende de las características del suelo, lo que implica tener conocimientos de los principios básicos de la mecánica de suelos, para conocer su respuesta ante la presencia de una tubería y así determinar la influencia de éstos en la estabilidad de la misma.

Como se mencionó al principio, el diseño consiste en determinar las fuerzas hidrodinámicas para obtener el lastre de la tubería que cumpla con un factor de seguridad preestablecido. El cálculo de las fuerzas es una de las principales tareas en el diseño de las estructuras costa fuera. El flujo alrededor de la tubería condiciona la acción de las fuerzas. La fuerza de arrastre se genera por el gradiente de presiones formado alrededor de la tubería por el flujo de agua; la fuerza de inercia se genera por la aceleración y desaceleración del fluido en las vecindades de la tubería y está formada por dos fuerzas, la fuerza debida a la masa hidrodinámica y la fuerza de Froude Krilov; mientras, la fuerza de sustentación es producto de la difusión de vórtices aguas debajo de la tubería. Morison (1950) propone una ecuación para determinar la fuerza horizontal (fuerza de arrastre e inercia), la cual ha presentado buenos resultados para ciertas condiciones de flujo.

Los coeficientes hidrodinámicos tienen un papel preponderante en la determinación de las fuerzas hidrodinámicas, debido a que su valor considera las condiciones ambientales reinantes en las vecindades de la tubería, por otro lado, la magnitud de estos parámetros permite inducir la acción de las fuerzas y la importancia de éstas, bajo ciertas condiciones. Los coeficientes consideran factores tales como: las condiciones de flujo (número de Reynolds), el fenómeno de difusión de vórtices (número  $KC$ ), la rugosidad de la tubería ( $k_s$ ), la relación de vacíos cuando la tubería está colocada cerca del suelo marino ( $e/D$ ) y el movimiento de la tubería, entre otros.

## ÍNDICE GENERAL

ÍNDICE GENERAL .....	I
LISTA DE SÍMBOLOS .....	IV
LISTA DE FIGURAS .....	XI
LISTA DE TABLAS .....	XV
INTRODUCCIÓN .....	1
OBJETIVOS .....	2
<b>I TEORÍA LINEAL .....</b>	<b>3</b>
I.1 INTRODUCCIÓN .....	4
I.2 TEORÍA DE ONDAS: .....	4
I.2.1 Teoría lineal de Airy .....	6
I.2.2 Solución lineal al problema de la onda .....	9
I.3 TRANSFORMACIÓN LINEAL DEL OLEAJE .....	14
I.3.1 Función de Transferencia .....	14
I.3.2 Espectro de Velocidad .....	15
<b>II ANÁLISIS DEL OLEAJE .....</b>	<b>18</b>
II.1 INTRODUCCIÓN .....	19
II.2 ANÁLISIS ESTADÍSTICO DEL OLEAJE .....	19
II.2.1 Modelo matemático estadístico del oleaje .....	20
II.2.2 Descripción estadística y espectral de un estado de mar .....	21
II.2.3 Distribuciones analíticas en el dominio de tiempo .....	24
II.2.4 Análisis espectral del oleaje .....	29
II.3 ANÁLISIS ESTADÍSTICO DE DATOS EXTREMOS .....	36
II.3.1 Exedencias .....	37
II.3.2 Período de retorno .....	38
II.3.3 Distribuciones para datos extremos .....	38
II.3.4 Dominios de atracción .....	42
<b>III CORRIENTES .....</b>	<b>46</b>
III.1 INTRODUCCIÓN .....	47
III.2 CORRIENTES GENERADAS POR FUERZAS ASTRONÓMICAS (MAREAS) .....	47
III.3 CORRIENTES GENERADAS POR FUERZAS METEOROLÓGICAS .....	51
III.4 CORRIENTES OCEÁNICAS .....	54

III.5	CORRIENTES GENERADAS A LO LARGO DE LA COSTA.....	56
<b>IV</b>	<b>INTERACCIÓN SUELO TUBERÍA.....</b>	<b>58</b>
IV.1	INTRODUCCIÓN .....	59
IV.2	MECÁNICA DE SUELOS.....	59
IV.2.1	propiedades fundamentales de los suelos.....	59
IV.2.2	permeabilidad.....	60
IV.2.3	comportamiento esfuerzo - deformación de un suelo.....	61
IV.2.4	plasticidad .....	62
IV.2.5	deformación volumétrica.....	62
IV.2.6	flotación.....	64
IV.2.7	resistencia al esfuerzo cortante de los suelos.....	66
IV.3	INTERACCIÓN SUELO - TUBERÍA - AGUA.....	69
<b>V</b>	<b>FUERZAS INDUCIDAS EN LÍNEAS SUBMARINAS.....</b>	<b>73</b>
V.1	INTRODUCCIÓN .....	74
V.2	EVALUACIÓN DE FUERZAS.....	74
V.3	RÉGIMEN DE FLUJO .....	75
V.4	ECUACIÓN TIPO MORISON.....	77
V.5	FUERZA DE ARRASTRE.....	78
V.6	FUERZA DEBIDA A LA INERCIA.....	79
V.6.1	masa hidrodinámica .....	80
V.6.2	fuerza de froude krilov.....	80
V.7	FUERZA DE SUSTENTACIÓN .....	81
V.8	FUERZAS SOBRE UNA TUBERÍA, INDUCIDAS SÓLO POR CORRIENTES.....	80
V.8.1	Fuerza de arrastre .....	83
V.8.2	Fuerza de sustentación .....	85
V.9	FUERZAS SOBRE UNA TUBERÍA, INDUCIDAS SÓLO POR OLEAJE.....	86
V.9.1	Fuerza horizontal.....	88
V.9.2	Fuerza de Sustentación.....	90
V.10	FUERZAS INDUCIDAS POR LA ACCIÓN CONJUNTA DE OLEAJE- CORRIENTE.....	91
<b>VI</b>	<b>COEFICIENTES HIDRODINÁMICOS.....</b>	<b>94</b>
VI.1	INTRODUCCIÓN .....	95
VI.2	COEFICIENTES HIDRODINÁMICOS .....	96
VI.3	COEFICIENTES HIDRODINÁMICOS BAJO LA ACCIÓN DE CORRIENTES.....	96
VI.3.1	Coefficiente de arrastre .....	96
VI.3.2	Coefficiente de sustentación.....	99
VI.3.3	Coefficientes $C_D$ y $C_L$ cuando la tubería esta cerca del lecho marino.....	100
VI.4	COEFICIENTES HIDRODINÁMICOS BAJO LA ACCIÓN DEL OLEAJE.....	102

---

VI.4.1	coeficientes de morison, $C_D$ Y $C_M$ .....	102
VI.4.2	coeficiente de la fuerza de sustentación, $C_L$ .....	108
VI.4.3	efectos de la rugosidad sobre los coeficientes $C_M$ , $C_D$ Y $C_L$ .....	111
VI.4.4	efectos de la cercanía del lecho marino sobre los coeficientes $C_M$ , $C_D$ Y $C_L$ .....	114
VI.5	COEFICIENTES HIDRODINÁMICOS BAJO LA ACCIÓN DEL OLEAJE IRREGULAR.....	119
VI.6	COEFICIENTES HIDRODINÁMICOS BAJO LA ACCIÓN DE OLEAJE CORRIENTE.....	122
<b>VII</b>	<b>CASO DE APLICACIÓN.....</b>	<b>128</b>
VII.1	INTRODUCCIÓN .....	129
VII.2	EL CASO I .....	129
	Tubería expuesta a la acción de una corriente uniforme .....	129
VII.3	FUNDAMENTOS DE ANÁLISIS EN EL CASO DE OLEAJE, OLEAJE IRREGULAR Y OLEAJE CORRIENTE .....	132
VII.4	EL CASO II .....	133
	Tubería expuesta a la acción de oleaje regular .....	133
VII.5	EL CASO III .....	137
	Tubería expuesta a la acción de oleaje irregular .....	138
VII.6	EL CASO IV .....	140
	Tubería expuesta a la acción de oleaje - corriente .....	140
<b>VIII</b>	<b>CONCLUSIONES .....</b>	<b>141</b>
	<b>BIBLIOGRAFÍA.....</b>	<b>145</b>
	<b>ANEXOS .....</b>	<b>148</b>

**LISTA DE SÍMBOLOS  
Y FIGURAS**

## LISTA DE SÍMBOLOS

### Capítulo I

$a$	Amplitud de onda
$A_n, B_n$	Constantes arbitrarias
$a_H$	Aceleración horizontal
$a_V$	Aceleración vertical
$C$	Celeridad
$f$	
$g$	Aceleración de la gravedad
$H$	Altura de ola
$h$	Profundidad
$k$	Número de onda
$L$	Longitud de onda
$n$	vector unitario
$P$	Presión
$t$	Tiempo
$T$	Periodo
$u$	Componente horizontal de la velocidad de la partícula de agua
$v$	Componente transversal de la velocidad de la partícula de agua
$w$	Componente vertical de la velocidad de la partícula de agua
$\vec{u}$	Vector velocidad
$x$	Coordenada horizontal
$y$	Coordenada transversal
$z$	Coordenada vertical
$Y(z)$	Función compleja
$\vec{W}$	Vector rotacional originado por la vorticidad del flujo
$\alpha$	Periodicidad
$\epsilon$	Parámetro de perturbación adimensional
$\phi$	Componente de la función potencial
$\rho$	Densidad del agua
$\mu$	Viscosidad del agua
$\nabla$	Operador nabra
$\nabla^2$	operador Laplaciano
$\Sigma$	Símbolo de sumatoria
$\Phi$	Función potencial o potencial de velocidades
$\xi$	Desplazamiento vertical de la partícula de agua
$\eta$	desplazamiento de la superficie libre o desplazamiento vertical de la partícula de agua
$\sigma$	frecuencia angular de la ola

### Capítulo II

$a_i$	Amplitudes
$\omega_i$	Frecuencias
$\epsilon_i$	Fases

$\eta(t)$	Variación de la superficie libre con respecto al tiempo.
$\phi(\sigma)$	Función de densidad espectral del proceso
$R(\tau)$	Transformada de Fourier de $\phi(\sigma)$ .
$S(\sigma)$	Valor medio de los desplazamientos verticales
$i$	Número imaginario
$m_n$	Momento de orden $n$
$\eta_{min}$	Punto más bajo o más negativo de la elevación.
$\eta_{max}$	Punto más alto o más positivo de la elevación.
$N$	Número de eventos o muestras.
$\eta_{rms}^2$	Variación de la media cuadrática (la varianza) de superficie del agua
$\bar{H}$	Altura media de olas
$\bar{T}$	Período medio
$N_0$	Número de olas individuales de todo el registro.
$H_1$	Altura de ola
$T_1$	Período de ola
$H_{rms}$	Altura cuadrática media
$H_s$	Altura significativa
$H_{1/10}$	Altura de ola un décimo
$H_{max}$	Altura de ola máxima
$\Delta t$	Intervalo de tiempo
$\beta$	Factor de corrección
$S(f)$	Función densidad espectral
$f$	Frecuencia
$\varepsilon$	<del>Anchura espectral de cuarto orden</del>
$\nu$	<del>Anchura espectral de segundo orden</del>
$Q_p$	Agudeza de pico
$T_{01}$	Período medio basado en el primer momento
$T_{02}$	Período medio basado en el segundo momento
$T_n$	Tiempo total del registro
NMM	Nivel medio del mar
$N_o^+$	Número de cruces de la superficie libre del agua con el NMM con pendiente positiva.
$N_c$	Número total de crestas del registro
$H_{m0}$	Altura de ola significativa cuando estimada a partir del espectro.
$m_0$	Momento de orden cero de la función de densidad espectral
$T_s$	Periodo de ola significativa
$T_{1/10}$	Periodo de ola significativa
$p(\eta)$	Función densidad
$e$	Número de euler
$Erfc$	Función error complementaria
$N$	Parámetro de Tayfun
$J_0$	Función de Bessel de orden cero.
$k_0$	Número de onda asociado a la frecuencia media
$T_c$	Período de ola entre cresta y cresta
$U$	Velocidad del viento sobre la superficie libre
$\alpha$	Parámetro que depende del fetch
$f_p$	Frecuencia pico del espectro
$U_{10}$	Velocidad del viento medida a diez metros sobre el nivel medio del mar

$S_P(f)$	Ecuación de Phillips para el espectro teórico
$\phi_{PM}(\mathcal{E}/\mathcal{E}_P)$	Función de forma de Pierson-Moskowitz
$\phi_J$	Factor de forma del espectro JONSWAP
$\gamma$	Factor de forma pico del espectro
$\sigma$	Ancho de la base del espectro
$\sigma_A$	Ancho de la base del espectro antes de la frecuencia pico
$\sigma_B$	Ancho de la base del espectro después de la frecuencia pico
$k$	Número de onda
$\phi_k(\omega_H)$	Factor de transformación del espectro TMA
$H_{s1}$	Altura de ola significativa de baja frecuencia para el espectro Ochi-Hubble
$f_{01}$	Frecuencia modal de baja frecuencia para el espectro Ochi-Hubble
$\lambda_1$	Factor de forma de baja frecuencia para el espectro Ochi-Hubble
$H_{s2}$	Altura de ola significativa de alta frecuencia para el espectro Ochi-Hubble
$f_{02}$	Frecuencia modal de alta frecuencia para el espectro Ochi-Hubble
$\lambda_2$	Factor de forma de alta frecuencia para el espectro Ochi-Hubble
$\lambda_3$	Parámetro de forma espectral del espectro Ochi-Hubble
$P(x)$	Función distribución de probabilidad
$L(x)$	Función de distribución del mínimo
$H(x)$	Función de distribución del máximo
$a_n, b_n$	Constantes de la ecuación de la línea recta
$F(x; \theta)$	Función de distribución acumulativa
$a$	Pendiente de la ecuación de la recta
$b$	Ordenada al origen
$\eta$	Variable reducida
$X$	Variable aleatoria
$\xi$	Variable aleatoria en escala logarítmica
$\mu^*$	Media de la distribución log-normal
$\sigma^*$	Desviación estándar de la distribución log-normal
$\lambda$	Parámetro de las distribuciones Gumbel, Weibull y Frechet
$\beta$	Parámetro de las distribución Weibull
$\delta$	Parámetro de las distribuciones Gumbel, Weibull y Frechet
$s_x^2$	Desviación estándar
$\bar{x}$	Media de los datos
$\Gamma(x)$	Función Gamma

### Capítulo III

$A_z$	Coefficiente de fricción interna
$D$	Profundidad de fricción de Ekman's
$ f $	Valor absoluto de la vorticidad planetaria
$V(z)$	Componente del campo de corriente en sentido horizontal
$U(z)$	Componente del campo de corriente en sentido transversal
$Z$	Componente vertical
$T$	Período
$a$	Amplitud de onda
$v_h$	Velocidad de la corriente
$\tau_y$	Esfuerzo en "y"

## Capítulo IV

<i>A</i>	Área
<i>B</i>	Ancho del área de contacto de la tubería con el suelo
<i>C', Cs1, Cs2</i>	Relación entre el número de golpes y la correspondiente resistencia
<i>D</i>	Diámetro de la tubería
<i>E</i>	Módulo elasto - plástico
<i>F</i>	Fuerza por unidad de área
<i>F<sub>w</sub></i>	Índice de fluidez
<i>G</i>	Módulo de corte
<i>G<sub>w</sub></i>	Grado de saturación del suelo
<i>I<sub>f</sub></i>	Factor de forma o de influencia
<i>I<sub>p</sub></i>	Índice plástico
<i>LL</i>	Límite líquido
<i>LP</i>	Límite plástico
<i>LC</i>	Límite de contracción
<i>N<sub>n</sub></i>	Número de golpes
<i>N<sub>c</sub></i>	Factor adimensional que depende de la compresibilidad
<i>N<sub>q</sub></i>	Factor adimensional que depende de la carga
<i>N<sub>γ</sub></i>	Factor adimensional que depende del peso específico
<i>P</i>	Presión
<i>P<sub>c</sub></i>	Carga de preconsolidación
<i>p<sub>o</sub></i>	Presión inicial
<i>Q</i>	Gasto, caudal
<i>S<sub>1</sub></i>	Resistencia al esfuerzo cortante de los suelos plásticos en límite líquido
<i>S<sub>2</sub></i>	Resistencia al esfuerzo cortante de los suelos plásticos en límite plástico, se usa para medir la tenacidad de la arcilla
<i>S<sub>u</sub></i>	Esfuerzo al corte sin drenar
<i>T<sub>w</sub></i>	Índice de tenacidad
<i>V</i>	Volumen
<i>V<sub>a</sub></i>	Volumen de agua contenida en el suelo
<i>V<sub>m</sub></i>	Volumen de la fase gaseosa en el suelo
<i>V<sub>s</sub></i>	Volumen de la fase sólida
<i>V<sub>w</sub></i>	Volumen de la fase líquida
<i>V<sub>v</sub></i>	Volumen de vacíos en el suelo
<i>W</i>	Carga uniformemente repartida
<i>W<sub>n</sub></i>	Contenido de agua por etapa
<i>W<sub>a</sub></i>	Peso de la fase gaseosa
<i>W<sub>m</sub></i>	Peso total de la masa de suelo
<i>W<sub>s</sub></i>	Peso de la masa sólida
<i>W<sub>w</sub></i>	Peso de la masa líquida
<i>c</i>	Constante de cohesión
<i>d</i>	Profundidad de enterramiento de la tubería
<i>e</i>	Relación de vacíos
<i>f</i>	Esfuerzo
<i>k</i>	Permeabilidad
<i>n</i>	Porosidad
<i>p</i>	Presión

$q_f$	Capacidad de carga
$s$	Resistencia al esfuerzo cortante del suelo
$t$	Tiempo
$u$	Denota desplazamiento
$u_n$	Influencia del agua en la resistencia al corte
$u_s$	Vector de desplazamiento de los sólidos
$u_w$	Vector de desplazamiento de los líquidos
$w(\%)$	Contenido de agua en el suelo o humedad del suelo
$x$	Coordenada horizontal
$y$	Coordenada transversal
$z$	Coordenada vertical
$\Delta H$	Asentamiento total
$\Delta H_e$	Asentamiento elástico
$\Delta H_p$	Asentamiento por consolidación primaria
$\Delta H_s$	Asentamiento por consolidación secundaria
$\varepsilon$	Deformación
$\gamma$	Peso específico
$\phi$	Ángulo de fricción interna del suelo
$\phi_s$	Función potencial para los sólidos
$\phi_w$	Función potencial para los líquidos
$\mu$	Relación de Poisson
$\rho_s$	Densidad de sólidos
$\rho_w$	Densidad del líquido
$\sigma_{zz}$	Esfuerzo vertical efectivo
$\tau_{xz}$	Esfuerzo cortante
$\omega$	Frecuencia angular de la ola
$\psi_s$	Vector potencial para los sólidos
$\psi_w$	Vector potencial para líquidos

## Capítulo V

$A$	Área de la sección transversal de la tubería
$C_D$	Coefficiente de arrastre
$C_L$	Coefficiente de sustentación
$C_M$	Coefficiente de inercia
$C_m$	Coefficiente de masa hidrodinámica
$C_{Lmax}$	Coefficiente de sustentación máximo
$C_{Lrms}$	Coefficiente de sustentación cuadrático medio
$D$	Diámetro de la tubería
$D_e$	Diámetro efectivo de la tubería
$F$	Fuerza hidrodinámica en dirección del flujo
$F_D$	Fuerza de arrastre
$F_L$	Fuerza de sustentación
$F_M$	Fuerza de inercia
$F_p$	Fuerza debida a la presión
$F_f$	Fuerza debida a la fricción
$KC$	Número de Keulegan Carpenter
$N_L$	Frecuencia de sustentación normalizada

$Re$	Número de Reynolds
$\bar{U}$	Aceleración local de la partícula de agua
$U$	Velocidad de la partícula de agua
$U_c$	Velocidad de la corriente
$U_m$	Velocidad máxima en flujo oscilatorio
$St$	Numero de Strouhal
$S$	Punto de separación de la capa límite
$T$	Período
$T_w$	Periodo de oscilación
$a$	Amplitud del movimiento
$e$	Vacío entre la tubería y el lecho marino.
$f_v$	Frecuencia de la difusión de vórtices
$k$	Rugosidad de la tubería
$k_s$	Rugosidad de la tubería
$g$	Aceleración de la gravedad
$m'$	Masa hidrodinámica
$p$	Presión
$r_o$	Radio de la tubería
$t$	Tiempo
$\delta$	Espesor de la capa límite
$\rho$	Densidad
$\phi_s$	Ángulo de separación
$\theta$	Coordenadas polares
$\omega$	Frecuencia angular

## Capítulo VI

$C_D$	Coefficiente de arrastre
$C_{D0}$	Coefficiente de arrastre cuando la tubería está sobre el suelo submarino plano
$C_L$	Coefficiente de sustentación
$C_{L0}$	Coefficiente de sustentación cuando la tubería está sobre el suelo submarino plano
$C_{L1}$	Coefficiente correspondiente al máximo de la fuerza de sustentación dirigida hacia el fondo
$C_{L2}$	Coefficiente correspondiente al máximo de la fuerza de sustentación dirigida hacia la superficie
$C_M$	Coefficiente de inercia
$C_{M0}$	Coefficiente de inercia cuando la tubería está sobre el suelo submarino plano
$C_m$	Coefficiente de masa hidrodinámica
$C_{Lmax}$	Coefficiente de sustentación máximo
$C_{Lrms}$	Coefficiente de sustentación cuadrático medio
$D$	Diámetro de la tubería
$F_H$	Fuerza hidrodinámica horizontal
$F(t)$	Fuerza hidrodinámica en dirección del flujo
$F_D(t)$	Fuerza de arrastre
$F_L(t)$	Fuerza de sustentación
$F_M(t)$	Fuerza de inercia

$F(\theta)$	Función armónica
$H$	Altura de ola
$KC$	Número de Keulegan Carpenter
$Re$	Número de Reynolds
$T$	Período
$U$	Velocidad de la partícula de agua
$U_c$	Velocidad de la corriente
$U_m$	Velocidad máxima en flujo oscilatorio
$a(t)$	Aceleración
$a$	Amplitud de onda
$e$	Vacío entre la tubería y el lecho marino.
$h$	Profundidad
$g$	Aceleración de la gravedad
$k_s$	Rugosidad de la tubería
$\delta$	Espesor de la capa límite
$\rho$	Densidad
$\phi_s$	Ángulo de separación
$\theta$	Coordenadas polares
$\omega$	Frecuencia angular

## LISTA DE FIGURAS

<b>Figura No.</b>	<b>Descripción</b>	<b>Página</b>
<b>Capítulo I</b>		
1.1	Características del oleaje	4
1.2	Rango de validez de las diferentes teorías (Chakrabarti 1987)	5
1.3	Definición de los ejes coordenados y estructura general de los condiciones de contorno en dos dimensiones (Dean, 1991)	7
1.4	Trayectoria de la partícula de agua en oleaje progresivo para diferentes profundidades relativas (Dean y Dalrymple, 1991)	13
1.5	Espectro de velocidades derivado del espectro de oleaje (AGA, 1990)	14
<b>Capítulo II</b>		
2.1	Descomposición de un registro de oleaje para obtener el correspondiente espectro de oleaje (AGA, 1990)	30
2.2	Papel probabilístico normal con una muestra.	44
<b>Capítulo III</b>		
3.1	Fuerzas tractivas que la Luna ejerce sobre la tierra	48
3.2	Efecto de la fase lunar	49
3.3	Capa límite atmosférica idealizada sobre la superficie libre del agua	52
3.4	Espiral de Ekman	53
3.5	Sistema de corrientes oceánicas	54
<b>Capítulo IV</b>		
4.1	Esquema representativo de un suelo (Juárez Badillo 1995)	60
4.2	Gráficas ideales esfuerzo – deformación unitaria	62
4.3	Geometría generalizada del problema y parámetros que intervienen	65

4.4	Efectos del oleaje sobre el lecho marino en presencia de una tubería	68
4.5	Sistema coordinado	70

## Capítulo V

5.1	Representación de las fuerzas hidrodinámicas sobre una tubería submarina	73
5.2	Separación de la capa límite (Sumer y Fredsoe, 1997)	74
5.3	Régimen de flujo alrededor de una tubería (Sumer y Fredsoe, 1997)	75
5.4	Distribución relativa de la fuerza de fricción respecto a la fuerza de arrastre para una tubería. Achenbach (1968)	77
5.5	Distribución de presiones alrededor de un cilindro expuesto a la acción del oleaje (Dean y Eagleson (1966))	78
5.6	Fenómeno de difusión de vórtices en un cilindro inducidos por oleaje, en función del número de $KC$ , Iwagaki, et al. (1983).	80
5.7	Comparación de la magnitud de la fuerza de sustentación con el desarrollo del fenómeno de difusión de vórtices en un cilindro. (Drescher 1956)	81
5.8	Gráfico de distribución de presiones. (Achenbach, 1968).	82
5.9	Posición del punto de separación respecto al número $Re$ (Achenbach, 1968).	83
5.10	Posición angular del punto de separación de la capa límite para varios valores de rugosidad. Achenbach (1971)	83
5.11	Distribución de presiones sobre una tubería cercana al lecho marino. Berman y Zdravkovich (1978)	84
5.12	Proceso del fenómeno de difusión de vórtices (Sumer y fredsoe, 1997)	84
5.13	Régimen de flujo alrededor de un cilindro liso, expuesto a flujo oscilatorio. Sumer (1997)	86
5.14	Variación temporal observada en la fuerza de arrastre y de inercia en flujo oscilatorio. (Sumer y Fredsoe, 1997)	88
5.15	Variación de la fuerza de sustentación conforme varia $KC$ . Justesen (1991)	90
5.16	Serie de tiempo de las fuerzas en el caso de corrientes coexistentes $KC=20$ . Sumer et al. (1992)	91

## Capítulo VI

6.1	Coefficiente de arrastre para un cilindro liso como una función de $Re$ . Sumer y Fredsoe, 1997	97
6.2	Coefficiente de arrastre para varios parámetros de rugosidad $K_r/D$ . Achenbach y Heinecke (1981)	98
6.3	Variación del coeficiente de arrastre con la rugosidad de la tubería, para régimen de flujo transcrito. Datos de la figura 6.2. Sumer y Fredsoe, 1997	99
6.4	Efectos de $Re$ sobre el coeficiente de inercia rms. Schewe (1983)	99
6.5	Posición de los puntos de separación para diferentes regímenes de flujo. Sumer y Fredsoe, 1997	100
6.6	Variación del coeficiente de arrastre con la relación de vacío	101
6.7	Coefficiente de arrastre para un cilindro colocado cerca del fondo. Fredsoe y Sumer, 1997	101
6.8	Coefficiente de sustentación en una tubería cercana al lecho marino	102
6.9	Variación del coeficiente de arrastre, $C_D$ , con $KC$ , para $Re = 1.7 \times 10^4$ . Sumer y Fredsoe, 1997	103
6.10	$C_D$ contra $KC$ , datos reportados por Keulegan y Carpenter para varios valores de $Re$ (Sarpkaya, 1976)	104
6.11	Variación del coeficiente de inercia, $C_M$ , con $KC$ , para $Re = 1.7 \times 10^4$ . Sumer y Fredsoe, 1997	104
6.12	$C_M$ contra $KC$ , datos reportados por Keulegan y Carpenter para varios valores de $Re$ (Sarpkaya, 1976)	105
6.13	Variación del coeficiente de arrastre e inercia, $C_D$ , con $Re$ , para un cilindro liso y varios valores de $KC$	106
6.14	Influencia del parámetro de frecuencia, $\beta$ , sobre $C_D$ . a). $C_D$ contra $KC$ para varios valores del parámetro de frecuencia. b). $C_M$ contra $KC$ , para varios valores de $Re$ y del parámetro de frecuencia. (Sarpkaya, 1976)	107
6.15	Coefficiente de sustentación, $C_L$ contra $KC$ para varios valores de $Re$ y del parámetro de frecuencia, $\beta$ . Sarpkaya, 1976	108
6.16	Coefficiente de sustentación, $C_L$ contra $Re$ para varios valores de $KC$ . Sarpkaya, 1976	109
6.17	Variación del coeficiente de sustentación r.m.s. como una función de $KC$ . Justesen (1989)	110
6.18	Variación del coeficiente de sustentación r.m.s. con $KC$ , para $\beta$	110

	un valor de $\beta=730$ . Williamson, 1985	
6.19	$C_{Lmax}$ en un cilindro liso contra Re. Sumer, 1997	111
6.20	Efectos de la rugosidad sobre $C_D$ y $C_M$ contra la variación de Re. Sarpkaya, 1976	112
6.21	Efectos de la rugosidad sobre los coeficientes $C_D$ y $C_M$ . Datos experimentales de Justesen, 1989	113
6.22	Efectos de la rugosidad sobre el coeficiente de sustentación., $C_L$ Datos experimentales de Justesen, 1989	113
6.23	Capa límite formada en la interfase suelo - agua	114
6.24	Efectos de la proximidad de un límite plano sobre los coeficientes $C_D$ , $C_M$ y $C_L$ . a). $KC=40$ , b). $KC=100$ . Sarpkaya, 1977	115
6.25	Coefficientes para un cilindro liso cercano a un límite plano. Sumer, 1997	116
6.26	Influencia de la rugosidad sobre los coeficientes $C_D$ , $C_M$ y $C_L$ . Sumer, 1991	117
6.27	Coefficientes de las fuerzas sobre una tubería colocada sobre el lecho marino, Sumer 1997	118
6.28	Coefficientes relativos para una tubería parcialmente enterrada. Jacobsen et al.(1989)	119
6.29	Coefficientes relativos para una tubería atrincherada. Jacobsen (1989)	119
6.30	Coefficiente de arrastre, inercia y el coeficiente de sustentación cuadrático medio (rms) bajo la acción de oleaje irregular y regular. $\beta=2323$ , para oleaje regular; $\beta_r = 2348$ , para oleaje irregular Longoria et al. (1991)	120
6.31	Coefficiente hidrodinámicos para una tubería colocada sobre el lecho marino para oleaje irregular y regular. $Re=0.7-2.5 \times 10^5$ Bryndum et al. (1992)	121
6.32	Coefficiente $C_D$ y $C_M$ para una tubería fija bajo la acción de oleaje - corriente adversa. Iwagaki, et al. (1983)	123
6.33	Efectos de la superposición de las corrientes sobre los coeficientes; $C_D$ y $C_M$ . Fredsoe, 1992	124
6.34	Efectos de la superposición de las corrientes sobre el coeficiente, $C_L$ . Fredsoe, 1992	125

---

## Capítulo VII

7.1	Variación de las fuerzas de arrastre y sustentación con la velocidad de la corriente, cuando la tubería no esta colocada sobre el suelo marino.	130
7.2	Efecto de la cercanía de la tubería al suelo marino	131
7.3	Distribución de presiones generada por la asimetría de flujo. Berman y Zdravkovich (1978)	131
7.4	Efectos de la cercanía de la tubería con el suelo marino.	131
7.5	Serie de tiempo para las fuerzas hidrodinámicas	134
7.6	Altura de ola, H vs fuerza hidrodinámica, F	134
7.7	Variación de las fuerzas hidrodinámicas para $D=0.32$ m y $D=0.4$ m	135
7.8	Diámetro de la tubería, D vs Fuerza hidrodinámica, F.	135
7.9	Efecto del Parámetro de período sobre las fuerzas hidrodinámicas	136
7.10	Período, T vs Fuerza hidrodinámica, F	136
7.11	Variación de las fuerzas hidrodinámicas con el tirante de agua.	137
7.12	Profundida, h vs Fuerza hidrodinámica	137
7.13	Fuerzas hidrodinámicas inducidas por oleaje regular, cuando la tubería está colocada sobre el suelo marino.	138
7.14	Fuerzas hidrodinámicas bajo la acción de oleaje irregular	139
7.15	Fuerzas hidrodinámicas bajo la acción de oleaje corriente	140

## LISTA DE TABLAS

Tabla No.	Descripción	Página
<b>Capítulo I</b>		
1.1	Límites para aguas profundas y aguas someras	13
<b>Capítulo II</b>		
2.1	Valores de K para diferentes $\gamma$	35
2.1	Diferentes fórmulas de punteo	43
<b>Capítulo III</b>		
3.1	Constantes armónicas	51
3.2	Velocidades típicas de las corrientes	57
<b>Capítulo IV</b>		
4.1	Clasificación granulométrica de los suelos según su tamaño (Juárez Badillo, 1995)	59
4.2	Tabla de estados de consistencia	63
<b>Capítulo VI</b>		
6.1	Coefficientes hidrodinámicos para varios valores de $Re$ y $KC$	126
6.2	Coefficientes hidrodinámicos para varios valores de $KC$ vs $e/D$ . Para $e/D=0$ , los valores de los coeficientes fueron tomados de los ensayos de Brindum (1992) y los datos para $e/D = 0.05, 0.1$ y $1$ son de Sumer (1991), Sarpkaya (1977 y 1979)	127
<b>Capítulo VII</b>		
7.1	Parámetros ambientales (M.B. Bryndum, 1983)	139

## INTRODUCCIÓN

La tecnología costa fuera ha experimentado importantes cambios desde los años 40's, cuando por primera vez se instaló una plataforma de perforación en el Golfo de México; posteriormente, por la necesidad de mejorar los métodos de manejo y extracción de hidrocarburos es instalada la primera tubería submarina durante la Segunda Guerra Mundial, con una longitud de 50 km a través del Canal de la Mancha, entre Inglaterra y Francia, el descubrimiento de nuevas reservas en el Mar del Norte acelera los avances alcanzados hasta esas fechas, mientras tanto, en América, 1958, en la parte Norte del Golfo de México se instalan alrededor de 150 km de línea y entre 1964 y 1968, aproximadamente 2600 km, en México se inicia la explotación costa fuera en el año de 1965 frente a las costas de Tampico y Poza Rica, en 1978 se inicia el tendido del oleoducto de 36 pulgadas y 160 km de longitud de Akal-C a Dos Bocas, Tabasco.

Actualmente, son muy diversas las estructuras usadas para diferentes fines mar adentro en todo el mundo. Sin embargo, por la extracción y manejo de los hidrocarburos, la industria petrolera es la principal interesada en el desarrollo de esta tecnología, especialmente en los estudios para el diseño de la estabilidad hidrodinámica de las estructuras; plataformas, tuberías submarinas, tuberías submarinas ascendentes, etc.

Actualmente, en México el 70% de las reservas probadas se encuentran ubicadas en la planicie costera del Golfo de México, siendo el área más productiva la Sonda de Campeche. PEMEX, es la compañía petrolera nacional encargada de la explotación, procesamiento y venta del petróleo, cuenta con una infraestructura para la explotación y transporte de hidrocarburos integrada por aproximadamente 200 plataformas marinas fijas y 1,900 km de tuberías submarinas. Por esta razón, es conveniente contar con metodologías apropiadas para el diseño y evaluación de las estructuras marinas.

En este trabajo se abordan los estudios necesarios para implementar el diseño de líneas submarinas de conducción de hidrocarburos.

El diseño de la estabilidad está basado en la determinación de las fuerzas hidrodinámicas para calcular el lastre de concreto de la tubería. La importancia del diseño de la estabilidad estriba en mantener la integridad de la tubería para evitar fallas en ésta, daños ambientales, pérdidas económicas y en ocasiones, humanas.

El diseño de la estabilidad de las tuberías submarinas está definido como el balance estático entre las fuerzas hidrodinámicas y las fuerzas de resistencia del suelo actuando sobre la tubería, las fuerzas hidrodinámicas se han determinado con la ecuación propuesta por Morison (1950) y determinando los coeficientes de arrastre, inercia y sustentación con modelos de prueba basados en diferentes condiciones de flujo, la resistencia del suelo se determina a partir de sus características y de las condiciones de flujo.

Durante varias décadas se han desarrollado diferentes investigaciones al respecto, sin embargo Morison (1950) da la pauta para trabajos posteriores como los de Keulegan y Carpenter (1958) quienes presentaron criterios para la determinación de las fuerzas hidrodinámicas generadas por la acción de flujo oscilatorio u oleaje. De la misma forma se pueden citar muchas investigaciones sobre este tema; Grace y Nicinski (1970), Sarpkaya (1976), Sarpkaya y Rajabi (1980), Brindum (1983), Bryndum, Jacobsen y Tsalhalis (1992), Sumen y Fredsoe (1997) entre otros.

## **OBJETIVOS.**

1. Presentar los fundamentos teóricos para el diseño hidrodinámico de tuberías submarinas, con el objeto de reforzar un criterio preliminar para la evaluación y diseño de ductos submarinos que conducen hidrocarburos.
2. Revisar las condiciones ambientales contempladas en los diferentes criterios de diseño.
3. Estudiar y aplicar las herramientas analíticas usadas para la evaluación de las fuerzas hidrodinámicas sobre ductos submarinos.
4. Estudiar los efectos de las condiciones ambientales presentes en las inmediaciones de la línea submarina, estableciendo la importancia de los coeficientes hidrodinámicos en la evaluación de las fuerzas hidrodinámicas.

## I TEORÍA LINEAL

## I.1 INTRODUCCIÓN

Las olas que se propagan en la superficie de un cuerpo de agua abierto a la atmósfera son la manifestación de las fuerzas que actúan sobre el fluido tendiendo a deformar su superficie. Cuando el viento sopla sobre la superficie del mar se ejerce sobre ésta un esfuerzo cortante que ocasiona un flujo de agua, una pequeña perturbación de la superficie conduce a la inestabilidad y subsiguientemente al oleaje. El crecimiento del oleaje es producto de la transferencia de energía del viento al oleaje. Los principales controladores de este mecanismo son los esfuerzos cortantes y la diferencia de presiones generados en la superficie del agua.

Los principales factores que determinan las características del oleaje (altura, longitud y Período) formado bajo la influencia del viento son: el fetch, la duración y velocidad del viento y la profundidad del agua.

Cualquier cuerpo que se encuentre en el mar está sujeto a la acción del oleaje. En el mar las plataformas petroleras y las tuberías submarinas deben ser capaces de soportar los embates de severos huracanes, sin ser destruidas o afectadas en sus estructuras. En la Sonda de Campeche, como en muchas partes del mundo, la mayoría de las tuberías que transportan hidrocarburos están sujetas a la acción del oleaje, por lo que éste debe ser considerado en forma importante.

El objetivo de este capítulo se puede resumir en: Presentar las bases para estimar la acción del oleaje sobre las tuberías submarinas partiendo de un potencial de velocidades.

## I.2 TEORÍA DE ONDAS

Existen varias teorías de ondas que son aplicables a diferentes condiciones ambientales, cada una se basan en parámetros específicos. Las teorías de ondas que normalmente son usadas en el diseño de estructuras costa fuera están basadas en tres parámetros: profundidad del agua, altura de onda y período; que son los parámetros más importantes que definen el oleaje. Otros parámetros, tales como la velocidad y la aceleración inducidas pueden ser determinadas a través de varias formulaciones, haciendo uso de las diferentes teorías. En la figura 1.1 se presentan las características que definen el oleaje.

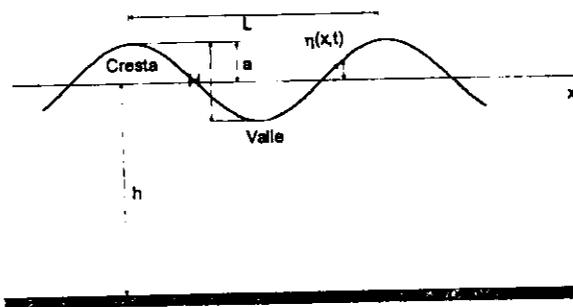


Figura 1.1. Características del oleaje

La altura de ola,  $H$ , se define como la distancia vertical entre la cresta y el valle adyacente de la ola; la longitud de la ola,  $L$ , es la distancia horizontal entre dos crestas sucesivas, la cual depende del Período ( $T$ ) y de la profundidad ( $h$ ) a la cual se propaga la ola. El Período,  $T$ , se define como el tiempo requerido para que una cresta viaje a una distancia de una longitud de ola. La velocidad de propagación de la onda se conoce como celeridad,  $C$  y se define simplemente dividiendo la longitud de onda,  $L$ , entre el Período,  $T$ :  $C = L/T$ .

Las teorías de ondas más comúnmente usadas en el diseño de estructuras costa fuera son: 1). Teoría lineal o teoría de Airy, 2). teoría de Stokes de segundo y tercer orden, 3). teoría de Stokes de quinto orden, 4). teoría cnoidal y 5). teoría de la función esfuerzo. Cada una de estas teorías tiene su región de aplicación bien delimitada. En la figura 1.2, de los trabajos de Dean y LeMehauté, se presenta una gráfica de la región de validez de cada teoría.

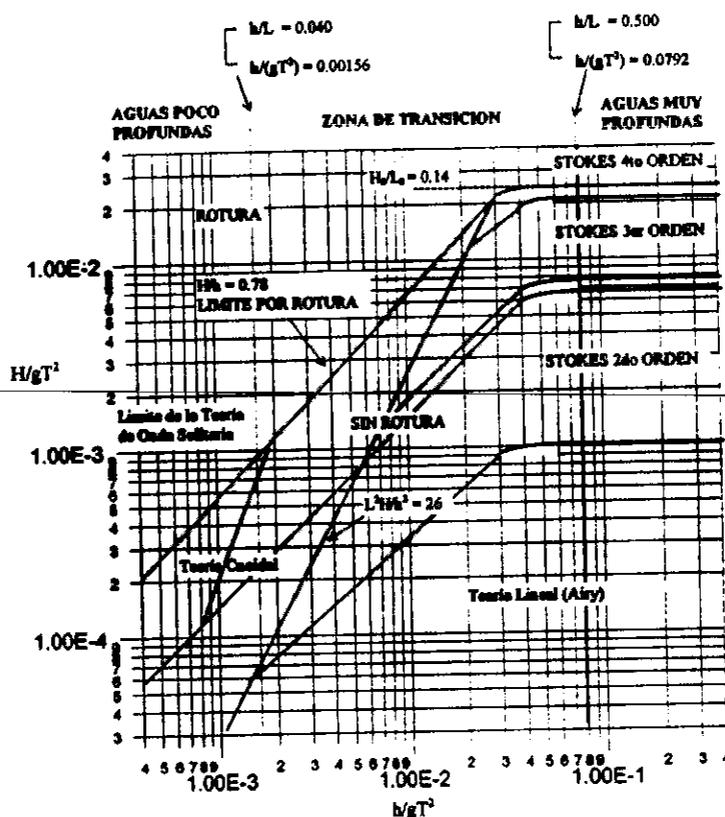


Figura 1.2. Rango de validez de las diferentes teorías (Chakrabarti 1987)

El fenómeno del oleaje es complejo y difícil de representar por un modelo matemático, debido a su no linealidad, a sus características espaciales y a su comportamiento aleatorio. Con la teoría lineal ha sido posible representar el oleaje a partir de ciertas suposiciones, que han mostrado ser válidas en un cierto rango.

En el diseño de estructuras costa fuera y especialmente en el diseño de tuberías submarinas, la teoría lineal o teoría de Airy es útil para determinar el potencial de velocidades generado por el oleaje en las vecindades de la tubería. A través de la evaluación del potencial de velocidades  $\Phi(x,y,z,t)$ , es posible conocer: la superficie libre instantánea, el campo de aceleraciones, el campo de velocidades, el campo de presiones, el desplazamiento de la partícula y amplitudes máximas.

### 1.2.1 TEORÍA LINEAL DE AIRY

La teoría lineal describe las características del oleaje donde la profundidad relativa a la longitud de onda no es muy pequeña (ondas de pequeña amplitud). Es llamada así porque las ecuaciones son teóricamente exactas cuando el movimiento tiende a cero. Además de considerar que los términos de inercia convectivos no lineales son muy pequeños.

Con el propósito de simplificar el análisis matemático y plantear la solución al problema de la propagación de ondas de pequeña amplitud, es necesario hacer una revisión de las condiciones de contorno, así como de las suposiciones básicas de dicha teoría.

Para el desarrollo de la teoría lineal se supone que:

- El fluido es homogéneo e incompresible, lo que implica que la dilatación volumétrica sea cero. Esto, expresado con la ecuación de continuidad, queda definido como:

$$\nabla \cdot \bar{u} = 0 \quad (1.1)$$

$$\nabla \cdot \bar{u} = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (1.2)$$

donde:

$$\nabla = \frac{\partial}{\partial x} i + \frac{\partial}{\partial y} j + \frac{\partial}{\partial z} k \quad (1.3)$$

$$\bar{u} = (u, v, w) \quad (1.4)$$

- El movimiento es considerado irrotacional, lo que implica que:

$$\nabla \times \bar{u} = \bar{W} = 0 \quad (1.5)$$

donde:  $\bar{W}$  = vorticidad del flujo

Dada la condición de irrotacional en el flujo, se acepta que se desprecien los términos cuadráticos, por otro lado, se acepta que existe un función  $\Phi(x,y,z,t)$ , tal que:

$$\bar{u} = -\nabla\Phi \quad (1.6)$$

$$u = \frac{\partial\Phi}{\partial x} \quad (1.7)$$

$$v = \frac{\partial\Phi}{\partial y} \quad (1.8)$$

$$w = \frac{\partial\Phi}{\partial z} \quad (1.9)$$

Bajo estos supuestos, la ecuación de conservación de la masa queda expresada como:

$$\nabla^2\Phi = \frac{\partial^2\Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\Phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\Phi}{\partial z^2} = 0 \quad (1.10)$$

Esta es la ecuación de Laplace que gobierna el movimiento del fluido y es, por tanto, la ecuación en derivadas parciales a estudiar.

### 1.2.1.1 Condiciones de contorno.

La formulación del problema de condiciones de contorno se resuelve planteando una expresión matemática que represente la condición física del contorno geométrico definido para el oleaje (figura 1.3). Además de las condiciones espaciales o geométricas, hay condiciones temporales que especifican el estado de la variable de interés en el mismo punto en el tiempo.

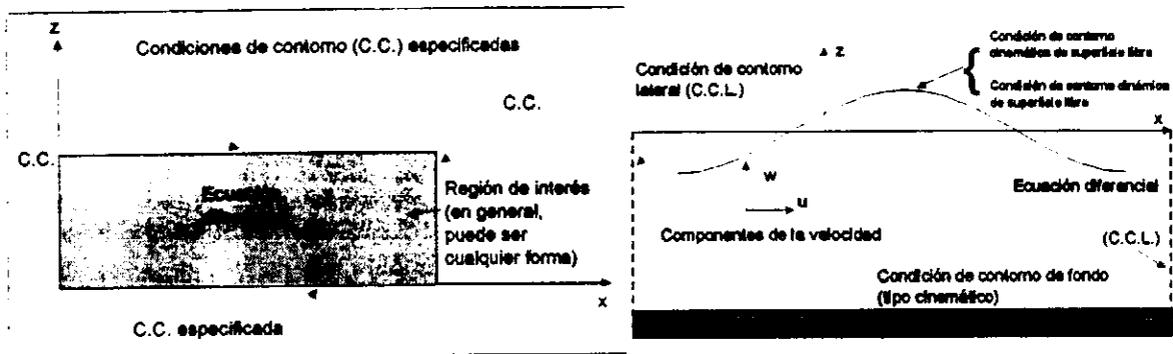


Figura 1.3. Definición de los ejes coordenados y estructura general de las condiciones de contorno en dos dimensiones

Según la estructura del problema se tienen tres tipos de condiciones:

#### 1.2.1.1.1 Condiciones cinemáticas de contorno.

La condición cinemática de contorno se representa por una expresión matemática derivada de la ecuación que describe la superficie que constituye el contorno.

$$F(x, y, z) = 0 \tag{1.11}$$

dato que la superficie varía con el tiempo, como es el caso de una onda propagándose en el agua, entonces se puede obtener la derivada total de la superficie con respecto al tiempo, a partir de la cual se obtiene la condición cinemática de contorno, que puede ser expresada como:

$$\vec{u} \cdot \vec{n} = \frac{\partial F}{\partial t} \quad \text{en} \quad F(x, y, z) = 0 \tag{1.12}$$

donde

$$|\nabla F| = \sqrt{\left(\frac{\partial F}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial F}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial F}{\partial z}\right)^2} \tag{1.13}$$

$$\vec{n} = \frac{\nabla F}{|\nabla F|} \quad \text{y} \quad \vec{u} = \text{es el vector velocidad} \tag{1.14}$$

**1.2.1.1.1 Condición cinemática en el fondo:**

Si se supone que el fondo es impermeable, entonces

$$\bar{u} \cdot n = 0 \tag{1.15}$$

y la ecuación que describe el fondo, es:

$$F(x, y) = z + h(x) = 0 \tag{1.16}$$

sustituyendo la ecuación 1.16 en la ecuación de cinemática de contorno 1.12, para fondo horizontal la condición cinemática en el fondo queda definida como:

$$w = \frac{\partial \Phi}{\partial z} = u(0) = 0 \quad \text{para} \quad z = -h \tag{1.17}$$

**1.2.1.1.2 Condición cinemática de superficie libre:**

La superficie libre puede ser descrita como:

$$F(x, y, z, t) = z - \eta(x, y, t) = 0 \tag{1.18}$$

donde  $\eta$  define la superficie libre del agua sobre el nivel  $z$ . Sustituyendo la ecuación 1.18 en la condición cinemática de contorno. Se obtiene:

$$w = \frac{\partial \eta}{\partial t} + u \frac{\partial \eta}{\partial x} + v \frac{\partial \eta}{\partial y} \Big|_{z=\eta(x,y,t)} \tag{1.19}$$

que representa la condición cinemática de la superficie libre.

**1.2.1.1.2 Condiciones dinámicas de superficie libre.**

Para resolver el problema, la dinámica de superficie libre se usa la ecuación de Bernoulli. Para esta condición límite se requiere que la diferencia de presión a través de las interfaces, en una fuerza normal al contorno, sea debida totalmente a la tensión superficial. La presión en la superficie libre se representa por la ecuación de Bernoulli en forma constante. La condición de superficie libre queda expresada como:

$$-\frac{\partial \Phi}{\partial t} + \frac{1}{2} \left[ \left( \frac{\partial \Phi}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial \Phi}{\partial z} \right)^2 \right] + \frac{P}{\rho} + g\eta = C(t) \tag{1.20}$$

Es conveniente mencionar que para el desarrollo de la teoría de pequeña amplitud, todos los términos cuadráticos son considerados mucho más pequeños que los lineales. Por tanto, pueden ser despreciados

### 1.2.1.1.3 Condición de contorno lateral.

Para la condición completa del dominio de integración, es necesario definir dos condiciones laterales, las cuales dependen del problema a estudiar. Si el movimiento del fluido es periódico de período,  $T$  y longitud de onda,  $L$ , las condiciones laterales se reducen a una condición de periodicidad. Para la propagación en el eje  $x$ , será:

$$\Phi(x, y, z, t) = \Phi(x + L, y, z, t) \quad (1.21)$$

La condición de periodicidad temporal puede ser considerada como una condición inicial del problema, tal que:

$$\Phi(x, y, z, t) = \Phi(x, y, z, t + T) \quad (1.22)$$

## 1.2.2 SOLUCIÓN LINEAL AL PROBLEMA DE LA ONDA.

El problema se resume en determinar el potencial de velocidades, a partir del cual se obtienen los parámetros que caracterizan el oleaje y que son de interés en el diseño de tuberías submarinas.

Se asume que la función  $\Phi$  es de la forma:

$$\Phi = \sum_{n=1}^{\infty} \varepsilon^n \Phi_n \quad (1.23)$$

$\varepsilon$  es un parámetro de perturbación, definido como:  $\varepsilon = \frac{kH}{2}$  donde  $k$  es el número de onda,

$$k = \frac{2\pi}{L}$$

Para el caso de teoría lineal sólo se considera el primer término de la serie que representa la función  $\Phi$ , 1.23.

Para la solución al problema, en dos dimensiones, se tiene que:

$$\frac{\partial}{\partial y} = \frac{\partial^2}{\partial y^2} = 0 \quad (1.24)$$

En este caso, la ecuación de Laplace se reduce a:

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} = 0 \quad (1.25)$$

y las condiciones de contorno se resumen como:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial z} = 0 \quad z = -h \quad \text{condición de fondo horizontal} \quad (1.26)$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} - \frac{\partial \Phi}{\partial z} = 0 \quad z = 0 \quad (1.27)$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} + g\eta = 0 \quad z = 0 \quad (1.28)$$

la condición cinemática y la condición dinámica pueden ser combinadas para obtener una sola expresión:

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} + g \frac{\partial \Phi}{\partial z} = 0 \quad z = 0 \quad (1.29)$$

La condición de contorno lateral para una onda progresiva con celeridad,  $c$ , está definida por la periodicidad como:

$$\alpha = x - ct \quad (1.30)$$

El problema puede resolverse aplicando un método de separación de variables, tal que:

$$\Phi = \phi(\alpha) f(z) \quad (1.31)$$

al sustituir  $\Phi$  (ecuación 1.31) en la ecuación diferencial 1.25, se producen dos ecuaciones diferenciales ordinarias

$$\frac{d^2 f}{dz^2} - k^2 f = 0 \quad (1.32)$$

$$\frac{d\phi}{d\alpha} + k^2 \phi = 0 \quad (1.33)$$

estas ecuaciones pueden ser resueltas aplicando la teoría de Sturm-Liouville, que conduce a las siguientes soluciones:

Para la primera ecuación:

$$k^2 > 0 \quad Y(z) = A \cosh kz + B \sinh kz \quad (1.34)$$

$$k^2 = 0 \quad Y(z) = Az + B \quad (1.35)$$

$$k^2 < 0 \quad Y(z) = Ae^{kz} + Be^{-kz} \quad (1.36)$$

y para la segunda:

$$k^2 > 0 \quad \phi(\alpha) = A \cos k\alpha + B \sin k\alpha \quad (1.37)$$

$$k^2 = 0 \quad \phi(\alpha) = A\alpha + B \quad (1.38)$$

$$k^2 < 0 \quad \phi(\alpha) = Ae^{k|\alpha} + Be^{-k|\alpha} \quad (1.39)$$

para  $k^2 > 0$  se tiene una dependencia en  $x$  que no es oscilatoria, sino exponencial o decreciente con la profundidad, esto representa la solución para los modos principales. Para  $k^2 < 0$ ; el movimiento en  $z$  será oscilatorio y representa los modos evanescentes. Y para  $k^2 = 0$  se obtiene una solución trivial.

Debido a que en este trabajo se considera la solución de onda plana, los modos evanescentes no son importantes. Por lo que el desarrollo sólo contempla la solución  $k^2 > 0$ .

La solución general a las ecuaciones, es:

$$Y(z) = A_1 \cosh kz + B_2 \sinh kz \quad (1.40)$$

$$\phi(\alpha) = A_1 \cos k\alpha + B_2 \sin k\alpha \quad (1.41)$$

Si tomamos como referencia un punto tal que  $x=0$  y  $t=0$ , entonces  $\eta = H/2$  y  $A_3 = 0$ .

Aplicando la condición cinemática de fondo, se obtiene  $A_2 = A_1 \tanh kh$  y  $\Phi$  puede escribirse como:

$$\Phi = A_5 \frac{\cosh k(z+h)}{\cosh kh} \sin[k(x-ct)] \quad \text{donde } A_5 = A_1 A_4 \quad (1.42)$$

Sustituyendo  $x=0$ ,  $t=0$  y  $\eta = H/2$  en la ecuación 1.28, se obtiene:  $A_5 = gH/2kc$ . El potencial queda expresado como:

$$\Phi = \frac{gH}{2\sigma} \frac{\cosh k(z-h)}{\cosh kh} \sin k(x-ct) \quad \text{y} \quad L = 2\pi/k; T = 2\pi/kc \quad (1.43)$$

Sustituyendo la ecuación 1.43 en la condición cinemática de superficie libre 1.28 y despejando  $\eta$ , se tiene que:

$$\eta = \frac{H}{2} \cos k(x-ct) \quad (1.44)$$

sustituyendo  $\Phi$  en la ecuación mixta de superficie libre 1.29 se obtiene la relación de dispersión:

$$\sigma^2 = gk \tanh kh \quad (1.45)$$

combinando la ecuación 1.43 con la ecuación 1.45 se llega a una expresión alternativa para el potencial:

$$\Phi = \frac{\pi H}{kT} \frac{\cosh k(z+h)}{\sinh kh} \operatorname{sen} k(x-ct) \quad (1.46)$$

mientras que la longitud de onda está definida como:

$$L = \frac{gT^2}{2\pi} \operatorname{tanh} kh \quad (1.47)$$

Dado que la velocidad en la dirección x y z, se definen como:

$$u = \frac{\partial \Phi}{\partial x} \quad (1.48)$$

$$\omega = \frac{\partial \Phi}{\partial z} \quad (1.49)$$

derivando la ecuación 1.43 respecto a x y z, se obtiene las ecuaciones de la velocidad vertical y horizontal:

$$u = \frac{gkH}{2\sigma} \frac{\cosh k(z+h)}{\cosh kh} \cos k(x-ct) \quad (1.50)$$

$$\omega = \frac{gkH}{2\sigma} \frac{\sinh k(z+h)}{\cosh kh} \operatorname{sen} k(x-ct) \quad (1.51)$$

la aceleración horizontal y vertical de la partícula de agua está dada por

$$a_H = \frac{gkH}{2} \frac{\cosh k(z+h)}{\cosh kh} \operatorname{sen} k(x-ct) \quad (1.52)$$

$$a_V = -\frac{gkH}{2} \frac{\sinh k(z+h)}{\cosh kh} \cos k(x-ct) \quad (1.53)$$

el desplazamiento horizontal y vertical de la partícula de agua puede obtenerse derivando u y  $\omega$ :

$$\xi = -\frac{H}{2} \frac{\cosh k(z+h)}{\sinh kh} \operatorname{sen} k(x-ct) \quad (1.54)$$

$$\eta = \frac{H}{2} \frac{\sinh k(z+h)}{\sinh kh} \cos k(x-ct) \quad (1.55)$$

Es posible hacer ciertas simplificaciones a las expresiones de arriba, dependiendo de la magnitud de la profundidad relativa a la longitud de onda. Estas simplificaciones están basadas en la aplicación de los valores asintóticos de la función tanh. Para un argumento, x, grande:

$$\operatorname{tanh} x \approx 1$$

esta suposición es válida para valores de  $x > \pi$ . De la misma manera, para valores de  $x$  pequeños,  $x < \pi/10$ , se tiene que:

$$\tanh x \approx x$$

Entonces los límites para aguas profundas y aguas someras se pueden considerar como:

Aproximación	Criterio	Fórmula para la Longitud de onda
Aguas profundas	$\frac{h}{L} = \frac{1}{2}$	$L = \frac{gT^2}{2\pi}$
Aguas someras	$\frac{h}{L} = \frac{1}{20}$	$L = T \cdot \sqrt{gd}$

Tabla 1.1. Límites para aguas profundas y aguas someras

La órbita de la partícula y el perfil de las velocidades para el caso de aguas someras, intermedias y profundas, se muestra en la figura 1.4, en la cual se observa que en aguas someras  $u$  es constante, mientras  $w$  es aproximadamente lineal. En aguas profundas la órbita de la partícula es circular y  $u \approx \omega$ .

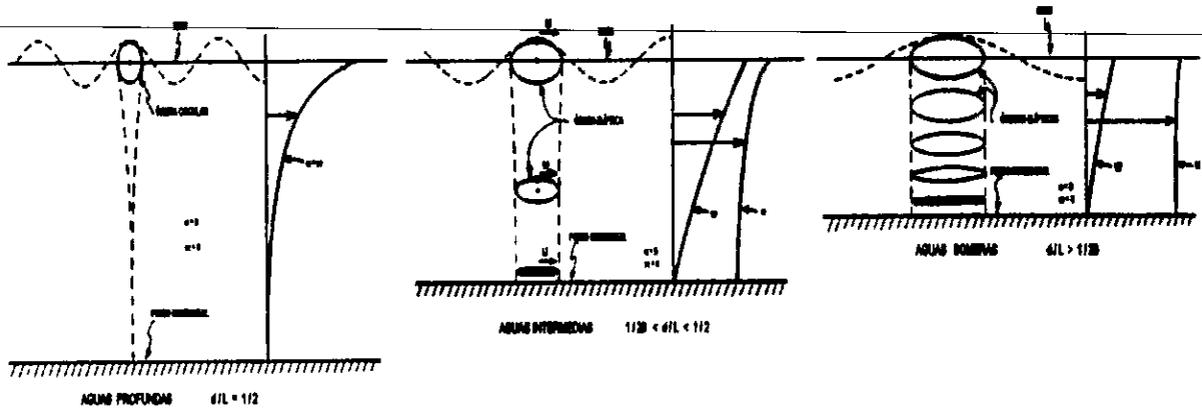


Figura 1.4. Trayectoria de la partícula de agua en oleaje progresivo para diferentes profundidades relativas (Dean y Dalrymple, 1991)

### 1.3 TRANSFORMACIÓN LINEAL DEL OLEAJE

En el siguiente apartado se presenta el desarrollo de la función de transferencia, tanto para velocidades en sentido vertical como en sentido horizontal, la cual se presenta como una herramienta útil para el tratamiento lineal del oleaje.

Un espectro de oleaje puede ser transformado a un espectro de velocidades o aceleraciones (figura 1.5), con el objeto de determinar parámetros espectrales que permitan determinar la influencia del oleaje sobre las tuberías submarinas.

Cada componente frecuencial se transfiere usando una función de transferencia lineal, por tanto, la teoría lineal es esencial en la transformación del espectro de oleaje.

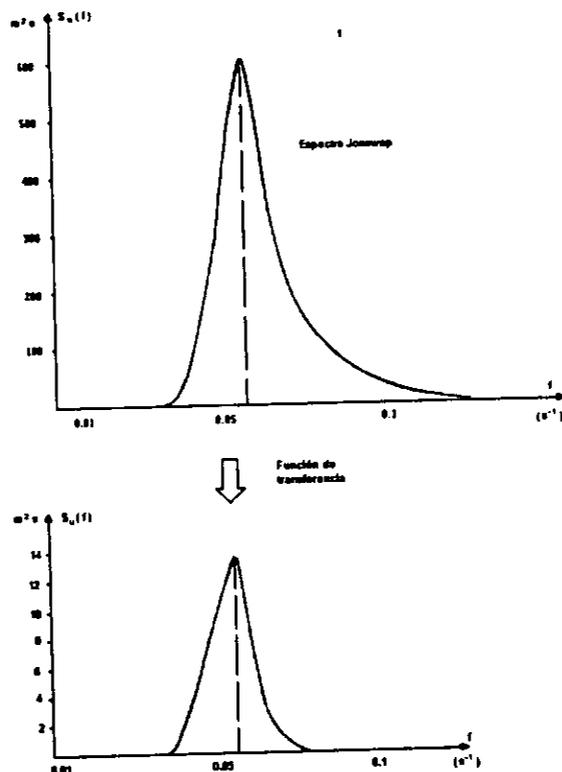


Figura 1.5. Espectro de velocidades derivado del espectro de oleaje (AGA, 1990)

### 1.3.1 FUNCIÓN DE TRANSFERENCIA

Se puede decir que la función de transferencia es una función lineal que permite la transformación de una señal aleatoria inicial  $x(t)$ , resultando otra señal aleatoria  $y(t)$ , derivadas de un sistema lineal. Si la señal de entrada es una sinusoidal, que se escribe en forma compleja como:

$$x(t) = X e^{-j\omega t} \tag{5.32}$$

entonces, la respuesta puede escribirse de la misma forma:

$$y(f) = Y e^{-j\omega t} \tag{5.33}$$

tal que

$$Y = FT(f)X \tag{5.34}$$

De lo anterior, se tiene que  $|FT(f)|^2$  mantiene la proporcionalidad entre "x" y "y". En el contexto de movimiento armónico, la linealización del sistema implica que la salida de una frecuencia dada depende únicamente de la frecuencia de la señal de llegada.

Más generalmente, si "x" es periódica y está representada por una serie de Fourier, entonces "y" también es periódica con cada coeficiente de Fourier igual a la multiplicación de cada componente de x por  $|FT(f)|^2$ , donde f es la frecuencia de cada armónico nfo. Entonces se puede obtener la siguiente relación:

$$\frac{1}{2}|Y_n|^2 = |FT(nf_0)|^2 \frac{1}{2}|X_n|^2 \quad (5.35)$$

considerando que:

$$\sigma_x^2 = \int_0^\infty S_x(f) df \quad (5.36)$$

donde  $S_x(f)df$  representa la energía de la señal x(t), y

$$S_x(f) = \frac{1}{2}|A_n|^2 \quad (5.37)$$

donde  $S_x(f)$  es conocida como densidad espectral o espectro de energía de la señal x.

Entonces ( ) se puede representar como:

$$S_y(f) = |FT(f)|^2 S_x(f) \quad (5.38)$$

donde  $|FT(f)|^2$  es la función de transferencia del sistema.

### 1.3.2 ESPECTRO DE VELOCIDAD

Dado lo anterior se puede obtener un espectro de velocidades, a partir de un espectro de oleaje relacionado con la función de transferencia. A continuación se presenta el desarrollo matemático para obtener la función de transferencia a partir del desarrollo de la teoría lineal.

Expresando el potencial en su forma compleja:

$$\Phi = \frac{ig}{\sigma} \frac{H}{2} \frac{\cosh k(h+z)}{\cosh kh} e^{-i(kx-\sigma t)} \quad (5.39)$$

de la condición dinámica de superficie libre se obtiene  $\eta$ :

$$\eta = -\frac{\partial \Phi}{\partial t} \frac{1}{g} \quad (5.40)$$

derivando 5.39 y sustituyendo en 5.40 se obtiene:

$$\eta = \frac{H}{2} e^{-i(kx-\sigma t)} \quad (5.41)$$

$$\eta = \frac{H}{2} e^{-i(kx - \alpha)} \quad (5.41)$$

La velocidad en la dirección de propagación del oleaje,  $u$  está dada por:

$$u = \frac{\partial \Phi}{\partial x} \quad (5.42)$$

$$u = \frac{gHk \cosh k(h+z)}{2\sigma \cosh kh} e^{-i(kx - \alpha)} \quad (5.43)$$

Expresando  $u$  como una función lineal, se obtiene que:

$$u = F_u(f)\eta \quad (5.44)$$

De la expresión 5.43:

$$F_u(f) = \frac{gk \cosh k(h+z)}{\sigma \cosh kh} \quad (5.45)$$

De la expresión 5.38, el espectro de velocidades en la dirección de propagación del oleaje, queda representado por:

$$S_u(f) = F_u(f)^2 S_\eta(f) \quad (5.46)$$

Por otro lado, la velocidad en la dirección vertical,  $w$ , está dada por:

$$w = \frac{\partial \Phi}{\partial z} \quad (5.47)$$

$$w = \frac{gHk \sinh k(h+z)}{2\sigma \cosh kh} e^{-i(kx - \alpha)} \quad (5.48)$$

Expresando  $w$  como una función lineal, se obtiene que:

$$w = F_w(f)\eta \quad (5.49)$$

De la expresión 5.48:

$$F_w(f) = \frac{igk \sinh k(h+z)}{\sigma \cosh kh} \quad (5.50)$$

De la expresión 5.38, el espectro de velocidades en la dirección  $w$ , queda representado por:

$$S_w(f) = F_w(f)^2 S_\eta(f) \quad (5.51)$$

## RESUMEN

Existen varias teorías de ondas aplicables al diseño de estructuras costa fuera, las más comúnmente usadas son: 1). Teoría lineal o teoría de Airy, 2). teoría de Stokes de segundo y tercer orden, 3). teoría de Stokes de quinto orden, 4). teoría cnoidal y 5). teoría de la función esfuerzo. Cada una de estas teorías tiene su región de aplicación bien delimitada.

En primer instancia, se hace el planteamiento de las bases de teoría de ondas, específicamente la teoría de la onda de pequeña amplitud o teoría lineal o de Airy, con el propósito de describir, a partir de una función potencial, un tren de ondas monocromático que se propaga en un medio con fondo horizontal.

El potencial de velocidades se obtiene a partir de la solución de la ecuación de Laplace, que es la ecuación diferencial que representa el comportamiento del flujo.

Las siguientes condiciones contorno definen el problema de la propagación de ondas, por tanto, son la base para la solución de la ecuación de flujo: condición cinemática de fondo, condición cinemática de superficie libre y condición dinámica de superficie libre.

Habiendo determinado el potencial de velocidades se puede evaluar el perfil de la superficie libre, el desplazamiento vertical y horizontal de las partículas de agua, así como la velocidad y la aceleración, horizontal y vertical, de la partícula de agua. Estos datos son de interés en la evaluación de las fuerzas desestabilizadoras que actúan sobre la tubería.

## **II ANÁLISIS DEL OLEAJE**

## II.1 INTRODUCCIÓN

El oleaje es un fenómeno difícil de representar, dada su irregularidad y aleatoriedad en el espacio y en el tiempo. La variabilidad del fenómeno constituye su principal característica. La transferencia de energía del viento a la superficie de agua es la principal fuente de generación del oleaje, por lo que éste se propaga en diferentes direcciones, dependiendo además de otros factores como la batimetría del lugar. Por ello, la caracterización del oleaje es muy complicada y sus propiedades no son fáciles de definir. Una alternativa para estudiar este fenómeno son los métodos estadísticos, considerando el oleaje como un proceso aleatorio.

El modelo probabilístico para el estudio del oleaje considera que en un punto cualquiera, en un cuerpo de agua que experimenta oleaje, el desplazamiento de la superficie libre con respecto al nivel medio puede describirse mediante un proceso estocástico constituido por un número, teóricamente infinito, de observaciones del proceso, que pueden ser caracterizados por una función de probabilidad.

Son muchos los esfuerzos que se han realizado con el objeto de modelar este tipo de fenómenos; el primer intento en la predicción de las características de las ondas aleatorias se debe a los trabajos realizados por Svedrup y Munk (1947) durante la Segunda Guerra Mundial, le siguieron los trabajos de Bretchneider (1952-1957); Newman (1953) y Pirson (1954) y el primer estudio de las propiedades estadísticas de la altura de ola de un registro de oleaje, realizados por Longuet Higgins en 1952. En las últimas décadas el número de trabajos, sobre todo de aplicación, ha aumentado enormemente; Bretchneider (1991) y Young (1997).

Las tuberías están expuestas a diferentes condiciones ambientales por lo que el análisis de la información meteorológica y oceanográfica es un aspecto importante en el diseño de tuberías submarinas.

## II.2 ANÁLISIS ESTADÍSTICO DEL OLAJE

El oleaje real es un fenómeno cuya principal característica es su variabilidad en el espacio y en el tiempo, lo que hace difícil representarlo con un modelo sencillo de onda. La aplicación de métodos estadísticos resulta una forma útil de abordar el análisis del oleaje, considerándolo como un fenómeno aleatorio.

Partiendo de las características que distinguen el oleaje, se puede hablar de dos tipos extremos; se denominan por dos palabras del inglés; SEA y SWELL.

*El oleaje SEA* se presenta fundamentalmente en aguas intermedias (alta mar), en la zona de generación. Es difícil distinguir crestas de ola de cierta longitud y períodos bien definidos, por tanto su principal característica es un estado muy caótico. En el estado SEA las olas se presentan muy asimétricas y con un gran peralte (apuntalamiento).

Es claro que en este tipo de oleaje no pueden medirse períodos, ni longitudes de onda y las alturas de ola son muy impredecibles.

Por otro lado, *el oleaje SWELL* es menos irregular debido a que se presenta cuando se abandona el área de generación, en esta zona el oleaje sufre tres fenómenos:

- Pierde energía debido a que la onda viaja a expensas de su propia energía (Decay)
- Sufre una doble dispersión.
  1. Dispersión angular; debida a que al abandonar el área de generación, la ola se dispersa en todas direcciones.
  2. Dispersión radial; como la velocidad es función directa del período, en una dirección dada las ondas más largas viajan más rápido. Dando como resultado un filtrado del oleaje.
- Fenómeno de soldadura. Las ondas de períodos similares se sueldan en largas crestas de onda, lo que hace que la superficie caótica se vaya simplificando.

Este tipo de oleaje se presenta en profundidades reducidas, generalmente sobre la plataforma costera donde interviene la refracción. El fenómeno presenta cierto orden.

En el análisis estadístico de un estado de mar, el punto de partida es una muestra del oleaje, que está representada por un registro temporal de la superficie del mar en un punto dado, el cual será representativo del estado de mar.

Un estado de mar se puede definir como aquella situación o período de tiempo en el cual, debido a la inercia del fenómeno, existe un cierto equilibrio entre las fuerzas generadoras y las fuerzas restauradoras que intervienen, permaneciendo su manifestación más o menos estacionaria.

## II.2.1 MODELO MATEMÁTICO ESTADÍSTICO DEL OLEAJE

Para abordar el análisis estadístico del oleaje es necesario definir un modelo matemático representativo del fenómeno, el cual toma como base un registro, resultado de una observación. Longuet-Higgins y Pierson y Marks, en 1952, propusieron que un registro de los desplazamientos de la superficie libre del mar,  $\eta(t)$ , con respecto al nivel medio, puede representarse por la suma de un gran número de ondas senoidales de diferentes amplitudes, frecuencias y fases aleatorias.

El modelo que se utilizara para representar el oleaje será un modelo de fase aleatoria, este modelo se define por las siguientes hipótesis:

1. El desplazamiento de la superficie libre del agua viene dado como la suma de un gran número de ondas senoidales:

$$\eta(t) = \sum_i \eta_i(t) = \sum_i a_i \cos(\sigma_i t - \beta_i) \quad (2.1)$$

2. Las amplitudes de estas ondas se expresan por:

$$a_{2j+1}^2 = 2S(\sigma_{2j+1})[\sigma_{2j+1} - \sigma_{2j}] \quad (2.2)$$

donde  $S(\sigma)$  es una función definida en el intervalo  $(0, \infty)$  tal que:

- a.  $S(\sigma) \geq 0 \quad \forall \sigma$
- b.  $\lim_{\sigma \rightarrow \infty} S(\sigma) = 0$
- c. La integral:  $\int_0^{\infty} S(\sigma) d\sigma$  está acotada.

3. La fase  $\beta_i$  es una variable aleatoria con distribución uniforme en el intervalo  $(0, 2\pi)$ .

El modelo define un proceso estocástico estacionario y gaussiano, de media cero, el cual también se admite que es ergódico. Según Doob (1953), un proceso estacionario gaussiano es ergódico si y sólo si la función de densidad espectral,  $S(\sigma)$ , es finita para cualquier frecuencia.

## 2.2 DESCRIPCIÓN ESTADÍSTICA Y ESPECTRAL DE UN ESTADO DE MAR

Como se mencionó anteriormente, la línea a seguir en el tratamiento del oleaje es el análisis estadístico, el cual contempla dos vertientes: un análisis estadístico temporal y un análisis estadístico espectral.

El primero, estudia un estado de mar considerando sus propiedades estadísticas, parámetros y distribuciones de  $\eta(t)$  y otros parámetros que definen el oleaje. Parte de una serie de tiempo.

El segundo, considera el análisis de un espectro y sus propiedades. Del análisis de un espectro se pueden deducir los parámetros más significativos del oleaje.

### II.2.2.1 Parámetros de análisis en el dominio de la frecuencia

Como primer punto en el análisis estadístico del oleaje es necesario definir los parámetros estadísticos y espectrales que intervienen en el análisis.

Todos los parámetros espectrales se calculan a partir de sus diferentes momentos. El momento de orden "n" respecto al origen se define mediante la siguiente expresión:

$$m_n = \int_0^{\infty} f^n S(f) df \tag{2.3}$$

Donde  $S(f)$  es la función de densidad espectral y  $f$  es la frecuencia.

Cartwright y Longuet-Higgins en 1956 proponen un parámetro para describir la anchura espectral.

$$\varepsilon = \left[ 1 - \frac{m_2^2}{m_0 m_4} \right]^{1/2} \tag{2.4}$$

Si el espectro es de banda angosta,  $\epsilon$  tiende a 0; si por el contrario, el espectro es de banda ancha,  $\epsilon$  tiende a 1.

Como la estimación del momento de cuarto orden es muy sensible a los valores que se tienen en las altas frecuencias, para espectros que definen un estado de mar, este parámetro no es representativo, ya que puede inducir a errores. Para corregir este problema, Longuet-Higgins propuso otro parámetro de anchura espectral, el cual depende de momentos de orden inferior.

$$\nu = \left[ \frac{m_0 m_2}{m_1^2} - 1 \right]^{1/2} \quad (2.5)$$

Otro parámetro que define la forma del espectro es el de agudeza de pico,  $Q_p$ , propuesto por Goda en 1970:

$$Q_p = \frac{2}{m_0} \int_0^\infty f(S(f))^2 df \quad (2.6)$$

Goda (1985) señala que  $Q_p$  es cercano a 2 para olas generadas por viento.

### II.2.2.2 Parámetros de análisis en el dominio del tiempo

Los parámetros estadísticos más importantes para definir un estado de mar a partir de una serie de tiempo, son los siguientes:

La variación del nivel medio del mar, conocido como set-up o set-down, se calcula con la siguiente expresión:

$$\overline{\eta(t)} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \eta_i \quad (2.7)$$

La variación media cuadrática (la varianza) de la elevación de la superficie del agua se evalúa mediante la ecuación:

$$\eta_{rms}^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \eta_i^2 \quad (2.8)$$

La altura media de las olas y el período medio se evalúan por medio de las siguientes expresiones:

$$\overline{H} = \frac{1}{N_o} \sum_{i=1}^{N_o} H_i \quad (2.9)$$

$$\overline{T} = \frac{1}{N_o} \sum_{i=1}^{N_o} T_i \quad (2.10)$$

donde  $N_o$  es el número de olas individuales en el registro.

La altura cuadrática media  $H_{rms}$  está definida por:

$$H_{rms} = \sqrt{\frac{1}{N_o} \sum_{i=1}^{N_o} H_i^2} \quad (2.11)$$

La oblicuidad o asimetría se encuentra por medio de la siguiente relación :

$$Skw = \frac{1}{N_o \eta_{rms}^3} \sum_{i=1}^N \eta_i^3 \quad (2.12)$$

La altura significativa  $H_s$ , se define como la media aritmética del tercio de olas más altas de registro. La altura de ola "un-décimo"  $H_{1/10}$ , es el promedio del 10% de las olas más altas de un registro. De forma similar se definen las alturas de ola  $H_{1/100}$ ,  $H_{1/1000}$ , etc.

### II.2.2.3 Parámetros espectrales.

Existen varias expresiones que relacionan los parámetros obtenidos mediante el espectro, con los calculados a partir de las series de tiempo.

El parámetro de anchura del espectro  $\epsilon$  de Cartwright y Longuet-Higgins (1956), puede estimarse directamente a partir de un registro de oleaje mediante la siguiente relación:

$$\epsilon^2 = 4r(1-r) \quad (2.13)$$

donde 
$$r = \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{N_o^*}{N_c} \right) \quad (2.14)$$

$N$  = Número de cruces de la superficie del agua con el NMM con pendiente positiva.

$N_c$  = Número total de crestas del registro.

El parámetro  $\epsilon$  se puede aproximar a  $\epsilon/2$  para espectros de banda estrecha.

Cuando la distribución de las olas se aproxima a la de Rayleigh, es posible estimar el  $H_{rms}$  y  $H_s$  directamente a partir del espectro (al  $H_s$  se le denomina  $H_{mo}$  cuando éste es encontrado a partir del espectro).

$$H_{mo} = 4.004 \sqrt{m_o} = \sqrt{2} H_{rms} \quad (2.15)$$

$$H_{rms} = \sqrt{8 m_o} \quad (2.16)$$

Se calculan otras alturas características del oleaje a partir del  $H_{rms}$ , bajo la suposición de tener una distribución Rayleigh mediante las siguientes expresiones:

$$H_{1/10} = 1.8 H_{rms} \quad (2.17)$$

$$H_{1/100} = 2.359 H_{rms} \quad (2.18)$$

También se evalúa el período medio de las olas desde el espectro. Existen dos fórmulas para obtener el período medio:

$$T_{01} = \frac{m_0}{m_1} \quad (2.19)$$

$$T_{02} = \sqrt{\frac{m_0}{m_2}} \quad (2.20)$$

### II.2.3 DISTRIBUCIONES ANALÍTICAS EN EL DOMINIO DEL TIEMPO.

Es común representar un estado de mar a partir de una función de distribución de altura y período de ola, que puede ser descrita por una distribución gaussiana, cuya función densidad está representada por:

$$p(\eta) = \frac{1}{\eta_{rms} \sqrt{2\pi}} e^{\left(-\frac{1}{2} \frac{\eta^2}{\eta_{rms}^2}\right)} \quad (2.21)$$

La distribución de la altura de ola y período de ola, se puede dividir en tres grupos: la distribución de altura de ola, la distribución conjunta de período y altura de ola y la distribución de período de ola. Han sido muchos los trabajos que se han presentado al respecto y que definen una formulación para cada una de las distribuciones antes citadas y para diferentes condiciones.

#### II.2.3.1 Distribuciones de alturas de ola

Uno de los parámetros más importantes que se consideran en el diseño de estructuras costa fuera es la estimación de la altura de las olas.

Enseguida se presenta un resumen de las diferentes distribuciones de altura de ola que se han propuesto:

##### II.2.3.1.1 Distribución Rayleigh

Los estudios de Rice (1944, 1945) y Cartwright y Longuet-Higgins demostraron que la distribución de Rayleigh (desarrollada para fenómenos eléctricos) podía ser utilizada para describir la distribución de alturas de ola.

Si se tiene un estado de mar de SWELL puro, con un ancho de espectro,  $\epsilon=0$ , la descripción de la altura de las olas dada por Rayleigh es exacta. La distribución Rayleigh supone que hay una correlación perfecta entre una cresta y el siguiente valle. Es decir si se tiene una cresta grande, el siguiente valle también va a ser grande.

La función de densidad de probabilidad Rayleigh, está dada por:

$$p(\xi) = 2\xi e^{-\xi^2} \quad (2.22)$$

donde  $\xi = H / H_{rms}$  (2.23)

En forma dimensional

$$p(H) = \frac{H}{4m_o} e^{-\frac{H^2}{8m_o}} \quad (2.24)$$

### II.2.3.1.2 Distribución Longuet-Higgins (1956 - 83)

Cartwright y Longuet-Higgins propusieron una distribución que se puede aplicar cuando el ancho del espectro es diferente de cero.

$$p(\xi) = \frac{1}{\sqrt{2\pi m_o}} \varepsilon \cdot e^{-\frac{1}{2}(\frac{\eta}{\varepsilon})^2} + (1 - \varepsilon^2)^{1/2} \eta \cdot e^{-\frac{1}{2}\eta^2} \int_{\xi}^{\infty} \frac{\eta(1-\varepsilon^2)^{1/2}}{e^{-\frac{1}{2}x^2}} dx \quad (2.25)$$

En 1983, Longuet-Higgins propone una distribución conjunta para altura y período de ola.

$$p(H) = \frac{L(v) H \operatorname{Erfc}\left[-\frac{H}{2\sqrt{2m_o v}}\right]}{8m_o v e^{\frac{H^2}{8m_o}}} \quad (2.26)$$

donde

$$\operatorname{Erfc}\left(-\frac{H}{2\sqrt{2m_o v}}\right) = 1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\infty} e^{-\left(\frac{H}{2\sqrt{2m_o v}}\right)^2} dH \quad (2.27)$$

### II.2.3.1.3 Distribución Tayfun.

En 1981 Tayfun propone una ecuación para alturas de olas que está limitada por la rotura de la misma y un parámetro N que combina el estado de mar con la profundidad. Si N tiende a infinito, entonces se tiene un estado de mar SWELL y la distribución de Tayfun se iguala a la de Rayleigh. En realidad, esta distribución supone que existe una mediana correlación entre la cresta y el siguiente valle. Es decir, si se tiene una cresta grande, el próximo valle tiene alta probabilidad de ser grande, pero existe una pequeña probabilidad de que el valle pueda ser mediano o pequeño.

La distribución de densidad propuesta por Tayfun, es la siguiente:

$$p(\xi, N) = \xi \int_0^{\infty} \left[ u J_0^N\left(\frac{u}{N^{1/2}}\right) J_0(\xi u) \right] du \quad 0 \leq \xi \leq N^{1/2} \quad (2.28)$$

$$p(\xi, N) = \xi \left[ 1 - \frac{4}{\pi} \cos^{-1} \left( \frac{N^{1/2}}{\xi} \right) \right] \int_0^{\infty} \left[ u J_0^N \left( \frac{u}{N^{1/2}} \right) J_0(\xi u) \right] du \quad N^{1/2} \leq \xi \leq (2N)^{1/2} \quad (2.29)$$

donde N es el parámetro de Tayfun que se define como:

$$N = \left( \frac{\pi}{7.2} \frac{\tanh(k_o h)}{k_o \cdot 2 m_o} \right) \quad (2.30)$$

donde

$$\xi = H / H_{rms} \quad (2.31)$$

$k_o$  es el número de onda asociado a la frecuencia media.

$J_0$  es la función de Bessel de orden cero.

#### II.2.3.1.4 Distribución Carter (1981)

Propone una ecuación para la distribución de alturas de ola, en la cual se supone que no existe ninguna correlación entre crestas y valles consecutivos. Es decir, dada una cresta grande el siguiente valle tiene iguales probabilidades de ser grande, pequeño o mediano.

La distribución acumulada propuesta por Carter, es la siguiente:

$$P(H \geq H_o) = 1 - \left( e^{-\left(\frac{H_o}{H_s}\right)^2} + 2 \sqrt{\pi} \frac{H_o}{H_s} e^{-\left(\frac{H_o}{H_s}\right)^2} \text{Erf} \left[ \frac{2 H_o}{H_s} \right] \right) \quad (2.32)$$

$$\text{Erf}(X) = \frac{2}{\pi} \int_0^X e^{-u^2} du \quad (2.33)$$

$$\text{Finalmente: } P(H \geq H_o) = 1 - \left( e^{-\left(\frac{H_o}{H_s}\right)^2} + 2 \frac{H_o}{H_s} e^{-\left(\frac{H_o}{H_s}\right)^2} \int_0^{\frac{H_o}{H_s}} e^{-\frac{u^2}{4}} du \right) \quad (2.34)$$

En un análisis realizado por Green (1994) se llega a la conclusión que en un estado de mar SEA (muy desordenado) la ecuación de Carter es la que representa mejor el fenómeno. En un estado de mar un poco más ordenado (al salir del área de generación y propagarse el oleaje) la distribución de Tayfun es la que mejor se ajusta. Por último, en un estado de mar muy ordenado (SWELL) la distribución de Rayleigh o la de Tayfun pueden utilizarse adecuadamente.

### II.2.3.2 Distribuciones conjuntas del período y altura de ola

#### II.2.3.2.1 Distribución Longuet-Higgins (1975)

Longuet-Higgins propuso una función de densidad conjunta de alturas de ola y períodos. Esta fórmula se basa en un modelo del oleaje estacionario y gaussiano con espectro de banda estrecha.

Un inconveniente que presenta esta fórmula es precisamente que se basa en un espectro de banda estrecha (oleaje SWELL), y no toma en cuenta la asimetría en la distribución de los períodos de ola que se tiene cuando el espectro es de banda ancha.

La distribución propuesta por Longuet-Higgins está representada por la siguiente expresión:

$$\gamma(H, T) = \left( \frac{H^2}{8\nu \cdot 2\pi\nu T_{01} m_0^{3/2}} \right) e^{-\frac{H^2}{8m_0} \left( 1 + \left( \frac{T - T_{01}}{\nu T_{01}} \right)^2 \right)} \quad (2.35)$$

#### II.2.3.2.2 Distribución Cavanié et al. (1976)

Cavanié, Arhan y Ezraty propusieron en 1976 otra distribución teórica, también basada en un modelo gaussiano de banda estrecha, pero que sí toma en cuenta la asimetría en la distribución de los períodos.

Esta fórmula presenta una buena concordancia con los datos observados, pero tiene el defecto de utilizar el parámetro de ancho espectral  $\epsilon$ , el cual depende del cuarto momento de la función de densidad espectral. Este cuarto momento tiene el inconveniente de estar asociado con la cuarta potencia de la función de densidad espectral y cualquier pequeño error en la distribución, resulta muy amplificado, sobre todo para las altas frecuencias.

Esta ecuación fue obtenida midiendo el período de ola entre cresta y cresta, por lo que no sería correcto aplicarla a olas definidas por el método de pasos ascendentes por cero (Battjes 1977). Sin embargo, Goda (1978) señala que aún en este caso la distribución da buenos resultados.

Aplicando:

$$T_c = T_z \quad , \quad \tau = \frac{T_z}{T_z} \quad \text{y} \quad h = \frac{H}{m_0} \quad (2.36)$$

se obtiene la distribución de densidad de Cavanié, Arhan y Ezraty

$$p(H, T_z) = \frac{1}{4} \frac{\alpha^3 \overline{T_z^4}}{2\pi m_0^{3/2} \epsilon (1 - \epsilon^2)^{-4} \tau^4} \frac{H^2}{T_z^5} e^{-\frac{\overline{T_z^4}}{8m_0 \epsilon^2 \tau^4} \frac{H^2}{T_z^2} \left[ \left( \frac{\tau - T_z}{T_z} \cdot \alpha \right)^2 + \alpha^4 \beta^2 \right]} \quad (2.37)$$

**II.2.3.2.3 Distribución Longuet-Higgins (1983)**

Longuet-Higgins en 1983 propone otra ecuación también basada en un espectro de banda estrecha, la cual tiene los mismos méritos que la de Cavanié et al. Al tomar en cuenta la asimetría de la distribución de períodos, sumado a que tiene la gran ventaja de utilizar un parámetro de ancho espectral de orden menor:  $v$ .

Fórmula propuesta por Longuet-Higgins (1983):

$$p(H, T) = \left( \frac{H^2 \bar{T}}{8v \sqrt{2\pi m_0^{2/3}} T^2} \right) e^{-\frac{H^2}{8m_0} \left(1 + \frac{1}{v^2} \left(\frac{\bar{T}}{T}\right)^2\right)} L(v) \quad (2.38)$$

$$\frac{1}{L(v)} = \frac{1}{2} \left[ 1 + (1 + v^2)^{1/2} \right] \quad (2.39)$$

12

**II.2.3.3 Distribuciones de períodos de olas**

**II.2.3.3.1 Distribución de Bretschneider (1959)**

Bretschneider en 1959, encontró que la función de densidad de probabilidad de Rayleigh se puede aplicar al cuadrado de los períodos y propuso la siguiente ecuación:

$$p(T_z) = 2.7 \frac{T_z^3}{T_z^4} e^{-0.675 \left(\frac{T_z}{T_z}\right)^4} \quad (2.40)$$

Las otras distribuciones de períodos de olas que se tiene se derivan a partir de las distribuciones conjuntas de período y altura de ola, por lo que las suposiciones anteriormente sobre esas distribuciones y sus parámetros son igualmente válidas en las siguientes fórmulas.

**II.2.3.3.2 Distribución Longuet-Higgins (1975)**

Distribución de densidad de Longuet-Higgins.

$$p(T_z) = \frac{v^2 T_{01}^2}{2 [v^2 T_{01}^2 + (T_z - T_{01})^2]^{3/2}} \quad (2.41)$$

**II.2.3.3.3 Distribución Cavanié et al. (1976)**

Distribución de densidad de Cavanié, Arhan y Ezraty.

$$p(T_z) = \frac{\alpha^3 \beta^2 \bar{\delta}^2 T_z}{\bar{T}_z^2 \left[ \left( \frac{\bar{\delta}^2 T_z^2}{\bar{T}_z^2} - \alpha^2 \right)^2 + \alpha^4 \beta^2 \right]^{3/2}} \quad (2.42)$$

**II.2.3.3.4 Distribución Longuet-Higgins (1983)**

Distribución de densidad de Longuet-Higgins.

$$p(T_z) = \frac{L(v) \bar{T}_z}{2v \bar{T}_z^2} \left[ 1 + \left( 1 - \frac{\bar{T}_z}{T_z} \right)^2 \frac{1}{v^2} \right]^{-3/2} \quad (2.43)$$

**.2.4 ANÁLISIS ESPECTRAL DEL OLEAJE**

Partiendo del supuesto de que un estado de mar puede ser visto como una superposición de un gran número de ondas sinusoidales de muchas frecuencias  $\sigma_n$ , amplitudes  $a_n$  y con diferentes fases, el perfil del oleaje puede ser expresado como:

$$\eta(t) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n \cos(\sigma_n t - \varepsilon_n) \quad (2.44)$$

Si se representa en una gráfica la amplitud contra la frecuencia, obtenemos un espectro de amplitud, sin embargo, es más común el uso de un espectro de energía el cual se obtiene graficando  $a_n^2/2$  vs la frecuencia, por otro lado, el espectro de densidad de energía resulta de graficar  $a_n^2/\Delta\sigma$ , este espectro es más popular aún. El espectro del oleaje representa, por tanto, la distribución de la energía del oleaje (variación de la superficie libre del mar) o la amplitud del oleaje. El área bajo la curva de un espectro es la medida de la energía total en el campo de oleaje.

De un análisis espectral es posible obtener información más detallada del comportamiento aleatorio del oleaje.

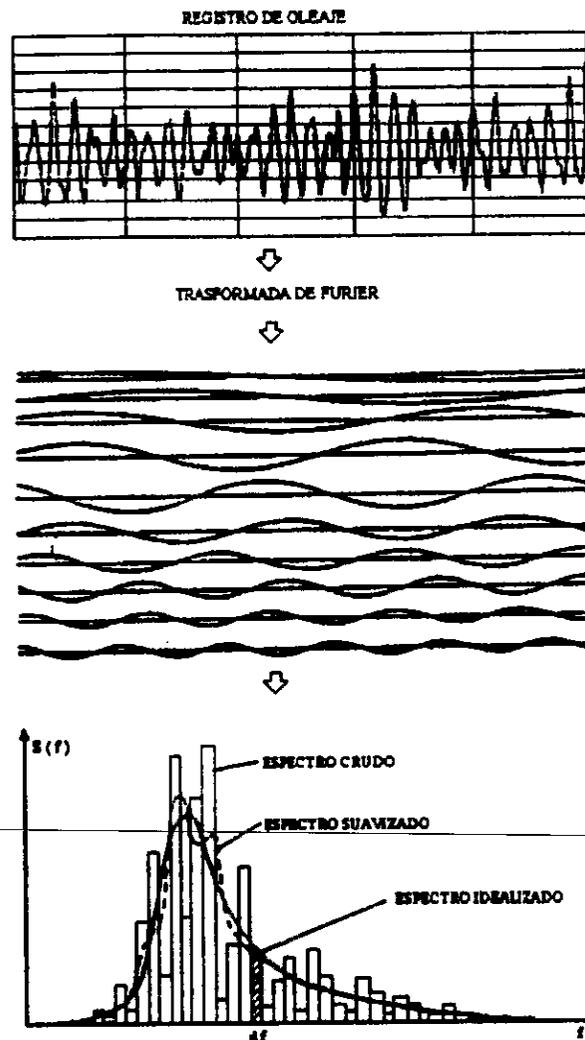


Figura 2.1. Descomposición de un registro de oleaje para obtener el correspondiente espectro de oleaje (AGA, 1990)

El espectro del oleaje se produce a partir de un registro de medición del oleaje. El procedimiento más común para extraer el espectro de un registro de oleaje es mediante el cálculo de los coeficientes de la serie de Fourier. El algoritmo de la transformada rápida de Fourier (FFT) reduce considerablemente el número de operaciones que se requieren para obtenerlos. En la figura 2.1 se resume el proceso de descomposición de un registro para obtener el correspondiente espectro del oleaje, utilizando la transformada rápida de Fourier.

Si  $\eta(t)$  es el perfil del oleaje como una función del tiempo, entonces el espectro de energía por la transformada rápida de Fourier es obtenida como:

$$S(\omega) = \frac{1}{T_s} \left[ \sum_{n=1}^N \eta(n\Delta t) e^{i2\pi f(n\Delta t)} \Delta t \right]^2 \quad (2.45)$$

### II.2.4.1 MODELOS ESPECTRALES DE UN ESTADO DE MAR

La forma del espectro de un estado de mar varían considerablemente dependiendo de muchos factores, tales como intensidad y velocidad del viento, magnitud del fetch y otros. Sin embargo, la forma de un espectro no es arbitraria, ya que existen muchas propiedades físicas del oleaje que están representadas en el espectro.

Basados en ciertas suposiciones y calibraciones de los registros de oleaje, varias expresiones analíticas que representan el espectro del oleaje han sido formuladas. Entre las más comunes tenemos:

#### II.2.4.1.1 Modelo de Phillips

Phillips (1959) al estudiar la variación de la velocidad del viento según la altura sobre la superficie del mar, determinó que el espectro se puede definir con la frecuencia, la gravedad, la velocidad del viento y el fetch.

Al hacer un análisis dimensional de varios espectros de oleaje y considerando un límite para la configuración de las olas, encontró que existe un rango en que se satura el espectro, para frecuencias superiores a la frecuencia pico. La función de densidad espectral puede ser expresada por:

$$S(f) = \alpha g^2 f^{-5} (2\pi)^{-4} \quad (2.46)$$

#### II.2.4.1.2 Espectro de Neumann.

Este modelo es función de la velocidad del viento medida a diez metros sobre el nivel medio del mar,  $U_{10}$ , y queda expresado como :

$$S(f) = 1.466 H_{m_0}^2 \frac{f_p^5}{f^6} \exp \left[ -3 \left( \frac{f}{f_p} \right)^{-2} \right] \quad (2.47)$$

donde

$$H_s \approx H_{m_0} = 4\sqrt{m_0} \quad (2.48) \quad f_p = \sqrt{\frac{1}{6}} \frac{g}{\pi U_{10}} \quad (2.49)$$

#### II.2.4.1.3 Espectro Pierson – Moskowitz.

El modelo de Pierson y Moskowitz es el más común que utiliza un sólo parámetro, hace uso de la altura de ola significativa o de la velocidad del viento, además el espectro no depende del fetch.

Para este modelo, la siguiente expresión genera el espectro:

$$S(f) = 81 \times 10^{-3} (2\pi)^{-4} g^2 f^{-5} e^{-0.24(2\pi U_{10} f / g)^4} \quad (2.50)$$

Utilizando la frecuencia pico, la expresión para generar el espectro queda como:

$$S(f) = 8.1 \times 10^{-3} g^2 (2\pi)^{-4} f^{-5} e^{-\frac{3}{4} \left(\frac{f_p}{f}\right)^4} \quad (2.51)$$

En la expresión 2.65 se reconoce, en la parte fuera del exponente, la fórmula desarrollada por Phillips. La parte del exponente se conoce como "función de forma de Pierson-Moskowitz".

#### II.2.4.1.4 Espectro Bretschneider.

Bajo la suposición que el espectro es de banda estrecha y que las alturas de ola individuales y períodos siguen una distribución tipo Rayleigh, Bretschneider (1959, 1969) derivó la siguiente forma para su modelo espectral:

$$S(f) = 0.128 H_s^2 \frac{f_s^4}{f^5} \exp[-0.675(f_s / f)^4] \quad (2.52)$$

donde  $f_s = 1/T_s$ .

Del modelo de Bretschneider puede deducirse que:

$$T_s = 0.946 T_p \quad (2.53)$$

$$f_p = 0.00408 g / H_s \quad (2.54)$$

#### II.2.4.1.5 Espectro ISSC.

En 1964 en el congreso del ISSC (International Ship Structures Congress) se propuso una modificación a la forma del espectro propuesto por Bretschneider:

$$S(f) = 0.1107 H_s^2 \frac{\bar{f}^4}{f^5} \exp[-0.4427(f_s / f)^4] \quad (2.55)$$

La relación entre la frecuencia de pico,  $f_p$ , y la frecuencia media  $\bar{f}$  para el espectro ISSC, es:

$$\bar{f} = 1.296 f_p \quad (2.56)$$

#### II.2.4.1.6 Espectro ITTC.

En el congreso ITTC (International Towing Tank Conference, 1966, 1969 y 1972) se propusieron modificaciones al espectro sugerido por Pierson y Moskowitz en términos de la altura de ola significativa y la frecuencia media,  $f_s = 1 / T_{02}$ .

$$S(f) = 1.272 m_0 f_s^4 f^{-5} \exp[-0.318(f_s / f)^4] \quad (2.57)$$

**II.2.4.1.7 Espectro JONSWAP.**

Hasselmann y otros, proponen, en 1973, el conocido espectro JONSWAP (Joint North Sea Wave Project). Este espectro fue generado con datos tomados en el Mar del Norte.

El modelo está formulado para estados de mar generados por el viento, con fetch limitado y para profundidad de agua indefinida, Por lo que el estado de mar no se encuentra todavía completamente desarrollado.

El espectro JONSWAP está representado por:

$$S_J(f) = S_P(f) \phi_{PM}(f/f_p) \phi_J(f, f_p, \gamma, \sigma) \tag{2.58}$$

donde

$S_P(f)$  es la fórmula de Phillips

$$S_P(f) = \alpha g^2 (2\pi)^{-4} f^{-5} \tag{2.59}$$

$\phi_{PM}(f/f_p)$  es la función de forma Pierson-Moskowitz

$$\phi_{PM}(f/f_p) = e^{-\frac{5}{4} \left(\frac{f}{f_p}\right)^{-4}} \tag{2.60}$$

$\phi_J$  es el factor de forma del espectro JONSWAP

$$\phi_J = \gamma e^{\left(\frac{-(f-f_p)^2}{2\sigma^2 f_p^2}\right)} \tag{2.61}$$

donde

$$\sigma = \begin{cases} \sigma_A & f_p \leq f \\ \sigma_B & f_p > f \end{cases} \tag{2.62}$$

Los valores medios de los parámetros que se utilizan para generar el espectro JONSWAP, son:

$\gamma$  = factor de forma de pico del espectro

$$\gamma = 3.30$$

$\sigma$  = ancho de la base del espectro antes ( $\sigma_a$ ) y después ( $\sigma_b$ ) de la frecuencia pico.

$$\sigma_a = 0.07 \qquad \sigma_b = 0.09$$

$\alpha$  = factor de escala. Está asociado con la energía total del espectro y es función directa del fetch y de la velocidad del viento.

$$\alpha = 0.076(\bar{x})^{0.22} \quad (2.63)$$

También la frecuencia pico  $f_p$  del espectro está relacionada con el fetch y la velocidad del viento.

$$f_p = 3.5 \left( \frac{g}{U_{10}} \right) (\bar{x})^{0.33} \quad (2.64)$$

donde

$$\bar{x} = \frac{gx}{U_{10}^2} \quad (2.65)$$

Mitsuyasu propone, en 1980, las siguientes relaciones para mejorar la estimación de los parámetros  $\alpha$ ,  $\gamma$  y  $f_p$  del factor de forma JONSWAP.

$$\alpha = \frac{3.26}{10^2} \bar{f}_p^{-0.857} \quad (2.66) \qquad \gamma = 4.42 \bar{f}_p^{-0.429} \quad (2.67)$$

donde

$$\bar{f}_p = U f_p / g \quad (2.68)$$

Utilizando la relación

$$\bar{f}_p = 2.92 \bar{x}^{-1/3} \quad (2.69)$$

se obtiene

$$\alpha = \frac{8.17}{10^2} \bar{x}^{-2/7} \quad (2.70) \qquad \gamma = 7.0 \bar{x}^{-1/7} \quad (2.71)$$

Ochi, 1982, a partir de las ecuaciones anteriores, señala que si el fetch adimensional es superior a  $1 \times 10^6$ , el factor de forma de pico se aproxima a 1 y se tiene un estado de mar completamente desarrollado.

Ross en 1979 después de estudiar los espectros del oleaje producido por huracanes, propone los siguientes parámetros para calcular el espectro en estas condiciones:

$$\gamma = 4.7 \bar{x}_r^{-0.13} \quad (2.72) \qquad \alpha = 0.035 \bar{f}_p^{-0.82} \quad (2.73)$$

$$\bar{f}_p = 0.97 \bar{x}_r^{-0.21} \quad (2.74) \qquad m_0 = \frac{2.25}{10^5} \bar{x}_r^{-0.45} \quad (2.75)$$

$$\bar{x}_r = x_r g / U^2 \quad (2.76)$$

Aunque  $\gamma$  tiene un valor promedio de 3.3, su valor puede variar desde 1 hasta 7, siguiendo una distribución gaussiana normal con una desviación estándar de 0.79.

Ochi (1979) propone un método para generar una familia de espectros para diferentes velocidades de viento, para un fetch y  $H_s$  determinados.

$$U_{10} = k x^{-0.615} H_s^{1.08} \tag{2.77}$$

De esta ecuación, para un  $x$  y  $H_s$  determinados y para varios valores de  $U$  se despeja  $k$  y se encuentra y de la siguiente tabla:

$\gamma$	K	
	x en NM U en nudos	x en Km U en m/s
1.75	128.1	96.2
2.64	117.6	88.3
3.30	111.4	83.7
3.96	106.6	80.1
4.85	101.7	76.4

Tabla 2.1. Valores de K para diferentes  $\gamma$

### II.2.4.1.8 Espectro TMA.

En 1985, Bows, Günther, Rosenthal y Vincent presentaron el espectro TMA, el cual está relacionado directamente con la profundidad del agua. El espectro TMA puede ser utilizado para determinar los cambios que sufre un espectro al propagarse en aguas someras.

El espectro TMA se define a partir del espectro JONSWAP como se muestra en la siguiente ecuación.

$$S_{TMA} = S_J(f) \phi_K(\omega_H) \tag{2.78}$$

$$\phi_K(\omega_H) = \tanh^2(kh) \left[ 1 + \frac{2kh}{\sinh(2kh)} \right] \tag{2.79}$$

$k$  se evalúa a partir de la ecuación de dispersión:

$$(2\pi f)^2 = gk \tanh(kh) \tag{2.80}$$

Se supone que dentro de  $\phi_K$  se encuentran implícitos varios efectos de aguas someras, tales como la fricción con el fondo, rompiente y refracción.

Goda advierte que el espectro TMA debe de utilizarse con reservas, ya que está formulado para oleaje en crecimiento en el área de generación.

**II.2.4.1.9 Espectro de Ochi-Hubble.**

Ochi y Hubble (1976) desarrollaron un modelo espectral de seis parámetros que consiste esencialmente de dos partes: una para componentes de energía de baja frecuencia y la otra que cubre las componentes de alta frecuencia. Cada componente es expresada en términos de tres parámetros y el espectro total es expresado como una combinación lineal de las dos componentes. Por tanto, un doble pico espectral puede ser modelado, por ejemplo, (baja frecuencia) oleaje distante, swell, y (alta frecuencia) oleaje local, sea. Lo que indica, aparentemente, que es posible representar casi todos los estados de mar desarrollados en un estado de mar de una tormenta.

$$S(f) = \frac{\pi}{2} \sum_{j=1}^2 \frac{\left( \frac{4\lambda_j + 1}{4} (2\pi f_{0j})^4 \right)^{\lambda_j}}{\Gamma(\lambda_j)} \frac{H_{sj}^2}{(2\pi f)^{4\lambda_j + 1}} \exp \left[ - \left( \frac{4\lambda_j + 1}{4} \right) \left( \frac{f_{0j}}{f} \right)^4 \right] \quad (2.81)$$

En la ecuación 2.94, si cualquiera de los valores de las componentes de los parámetros  $H_{sj}$ ,  $f_{0j}$  son tomados como constantes, el parámetro  $\lambda_j$  es el llamado parámetro de forma espectral. Si  $\lambda_1 = 1$  y  $\lambda_2 = 0$ , se obtiene un espectro tipo Pierson-Moskowitz. Para la ecuación 2.94, la altura de ola significativa equivalente,  $H_s$ , se obtiene a través de la siguiente expresión:

$$H_s = \sqrt{H_{s1}^2 + H_{s2}^2} \quad (2.82)$$

Bajo la suposición de espectro de banda estrecha, generalmente, el valor de  $\lambda_1$  es mucho mayor que el valor de  $\lambda_2$ . El valor más común de  $\lambda_1$  es

$$\lambda_1 = 2.72$$

mientras que el valor para  $\lambda_2$  es función de la altura significativa

$$\lambda_2 = 1.82e^{-H_s/121.5}$$

**II.3 ANÁLISIS ESTADÍSTICO DE DATOS EXTREMOS**

En muchas situaciones, el diseño de una estructura o en general de cualquier elemento, considera la relación existente entre la capacidad del elemento (fuerza, capacidad de servicio, capacidad de producción, etc.) y las condiciones de operación e instalación (cargas actuales, servicio, tráfico, demanda, etc.). La capacidad del elemento es un aspecto hasta cierto punto fácil de determinar, debido a que depende de las propiedades del elemento de análisis, sin embargo las condiciones de operación generalmente están asociadas a factores externos que exhiben un comportamiento aleatorio, lo que las hace difíciles de manipular.

El objetivo de la ingeniería en el diseño de un elemento es garantizar que dicho elemento no llegará a los estados límites de falla a lo largo de su vida útil. La naturaleza aleatoria de algunos parámetros que intervienen en el diseño, es tomada en cuenta por el factor de seguridad, el cual considera el carácter aleatorio de dichos parámetros.

Sin embargo, la seguridad proporcionada por la técnica de los factores de seguridad es tan simple que se vuelve insuficiente para aquellos problemas cuya solución es posible únicamente mediante el empleo de las bases de la teoría probabilística y los métodos matemáticos estadísticos.

En el área de ingeniería marítima, la altura de ola es el principal factor a considerar en el diseño de estructuras. Debido al comportamiento aleatorio del oleaje, el análisis estadístico resulta ser el criterio de diseño más apropiado. Dadas las necesidades de incrementar la eficiencia de las instalaciones, así como mejorar los estándares de seguridad y protección del medio ambiente, el diseño de estructuras marítimas y muy particularmente el de las tuberías submarinas, depende de la distribución de probabilidad de las olas más grandes, así como aquellos períodos asociados a las olas más grandes. Este es un problema que entra al campo de los valores extremos, el cual debe ser abordado mediante un análisis extremal.

### II.3.1 EXCEDENCIAS

En general para el diseño de estructuras, los valores de excedencia de la variable de estudio son los que tienen mayor importancia, es decir, es conveniente diseñar con valores que exceden un cierto valor umbral, un límite de falla.

La excedencia puede ser representada por un proceso de Poisson, en el cual se supone que la variable de estudio  $x$ , depende del número de observaciones independientes,  $n$ , de tal forma que:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} n[1 - F(x_n)] = \tau \quad ; \quad 0 \leq \tau < \infty \quad (5.1)$$

Entonces, las probabilidades de la excedencia pueden ser aproximadas por un proceso de Poisson y se tiene el siguiente teorema.

**Teorema 1. (Excedencia como un proceso de Poisson),** - Sea  $\{X_n\}$  una sucesión de variables aleatoria independientes e idénticamente distribuidas con una función de distribución  $F(x)$ . Supóngase que la sucesión  $\{x_n\}$  de números reales satisface la condición (5.1), entonces se tiene

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P[\underline{m}_n(x_n) = r] = \frac{\exp(-\tau)\tau^r}{r!} \quad ; \quad r \geq 0 \quad (5.2)$$

donde  $\underline{m}_n(x_n)$  es el número de  $X_i$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ) que exceden  $x_n$  y el término de la derecha de (5.2) debe ser tomado como 1 ó 0, según que  $\tau = 0$  o  $\tau = \infty$ , respectivamente.

La importancia práctica de este teorema es que las excedencias de sucesos raros siguen una ley de Poisson y además el teorema da la posibilidad de poder manejar los datos de manera probabilística.

### II.3.2 PERÍODO DE RETORNO

Uno de los parámetros de diseño de mayor importancia es el período de retorno, dado que representa el período de tiempo de la ocurrencia de un suceso, un suceso extremo generalmente, es decir, es el tiempo medio que tarda en retornar ese suceso.

Formalmente, se puede definir al período de retorno con la siguiente definición: Sea A un suceso, y T el tiempo aleatorio que transcurre entre ocurrencias sucesivas de ese evento. Al valor medio,  $\tau$ , de la variable T se le llama período de retorno A.

Es importante mencionar que una estructura falla si y sólo si sucede el suceso A, entonces su vida media coincide con el período de retorno A. Muchos criterios de diseño están basados en períodos de retorno, es decir, se debe diseñar una obra para resistir una vida media de N años (generalmente 50, 100 y hasta 500 años).

### II.3.3 DISTRIBUCIONES PARA DATOS EXTREMOS

Las distribuciones para datos extremos, son expresiones matemáticas que definen el comportamiento de los datos extremos de un cierto suceso. Antes de presentar las funciones de distribución para valores extremos es importante plantear los siguientes conceptos.

*Valores característicos:*

Si un suceso puede ser representado por una función de distribución  $F(x)$ , tal que su probabilidad de ocurrencia en un período de tiempo unitario sea  $p(x) = 1-F(x)$

Se dice que un valor  $u_n$  es característico, para máximos de un período de duración n, si el valor medio del número de excedencias de dicho período  $n[1-F(x)]$  es unitario. Es decir:

$$n[1-F(u_n)] = 1 \Rightarrow F(u_n) = 1 - \frac{1}{n} \tag{5.3}$$

De forma similar se define el valor característico para mínimos.  $v_n$ :

$$n[1-F(v_n)] = 1 \Rightarrow F(v_n) = \frac{1}{n} \tag{5.4}$$

*Estadístico de orden*

Sea  $(X_1, X_2, \dots, X_n)$  una muestra procedente de una población. Si los valores de la secuencia  $(X_1, X_2, \dots, X_n)$  se ordenan de manera creciente,  $X_{1:n} \leq X_{2:n} \leq \dots \leq X_{n:n}$ , de magnitud, entonces el miembro r-ésimo de esta nueva secuencia se denomina estadístico de orden r de la muestra dada.

Entre éstos destacan el mínimo

$$X_{1:n} = \text{Min}(X_1, X_2, \dots, X_n),$$

y el máximo

$$X_{n:n} = \text{Max}(X_1, X_2, \dots, X_n),$$

de la muestra, respectivamente, que juegan un papel preponderante en las aplicaciones.

En esta sección se supone que  $X_1, X_2, \dots, X_n$  son independientes e idénticamente distribuidas con una función de distribución  $F(x)$ .

El análisis de datos extremos con distribuciones considera que los datos son realizaciones de variables aleatorias independientes, además se asume que todos los datos tienen la misma distribución. Existen diferentes distribuciones que pueden representar el conjunto de datos de una muestra, las más comunes son:

### II.3.3.1 Función distribución de probabilidad

Sea  $x(k)$  nuestra variable de interés, entonces para cualquier valor de  $x$ , el evento aleatorio  $x(k) \leq x$  está definido como el conjunto de posibles resultados  $k$  tal que  $x(k) \leq x$ . En términos de la probabilidad, fundamental medida en el espacio muestral, se puede definir la función distribución de probabilidad  $P(x)$ , como la probabilidad que satisface la desigualdad deseada,  $x(k) \leq x$  y que es asignada al conjunto de puntos  $k$ . Así, entonces:

$$P(x) = \text{Pr ob}[x(k) \leq x] \tag{5.5}$$

claramente

$$P(a) \leq P(b) \quad \text{si } a \leq b \tag{5.6}$$

$$P(-\infty) = 0 \quad P(\infty) = 1$$

### II.3.3.2 Distribución conjunta de varios estadísticos de orden

Sean  $X_{r_1:n}, X_{r_2:n}, \dots, X_{r_k:n}$ , con  $r_1 < r_2 < \dots < r_k$ ,  $k$  estadísticos de orden de una muestra aleatoria simple de tamaño  $n$  procedente de una población con función de densidad  $f(x)$  y una distribución  $F(x)$ . La función de densidad conjunta de los  $k$  estadísticos de orden anteriores, resulta ser:

$$f_{r_1, r_2, \dots, r_k}(x_1, x_2, \dots, x_k) = n! \prod_{i=1}^k f(x_i) \prod_{j=1}^{k+1} \frac{[F(x_j) - F(x_{j-1})]^{r_j - r_{j-1} - 1}}{(r_j - r_{j-1} - 1)!} \tag{5.7}$$

$$x_1 \leq x_2 \leq \dots \leq x_k; r_0 = 0; r_{k+1} = n + 1; x_0 = -\infty; x_{k+1} = \infty$$

### II.3.3.3 Distribución de un estadístico de orden

La función de distribución,  $F_{X_{r:n}}(x)$ , del estadístico de orden  $k$  es:

$$F_{X_{r:n}}(x) = \sum_{k=r}^n \binom{n}{k} F^k(x) [1 - F(x)]^{n-k} \tag{5.8}$$

$$r \binom{n}{r} \int_0^{F(x)} u^{r-1} (1-u)^{n-r} du = I_{F(x)}(r, n-r+1)$$

Si la población es continua, la función de densidad de  $X_{r:n}$  es:

$$f_{X_{r:n}}(x) = r \binom{n}{r} F^{r-1}(x) [1 - F(x)]^{n-r} f(x) = \frac{F^{r-1}(x) [1 - F(x)]^{n-r} f(x)}{B(r, n-r+1)} \quad (5.9)$$

donde  $B(a,b)$  es la función beta.

### II.3.3.4 Distribución del mínimo

Haciendo  $r = 1$  en las ecuaciones 5.8 y 5.9 se obtienen las funciones de distribución del mínimo, que son:

$$F_{X_{1:n}}(x) = \sum_{k=r}^n \binom{n}{k} F^k(x) [1 - F(x)]^{n-k} = 1 - [1 - F(x)]^n \quad (5.10)$$

$$f_{X_{1:n}}(x) = n[1 - F^{n-1}(x)] f(x) \quad (5.11)$$

### II.3.3.5 Distribución del máximo

Haciendo  $r = n$  en las ecuaciones 5.8 y 5.9 se obtienen las funciones de distribución y de densidad del máximo, que son:

$$F_{X_{n:n}}(x) = F(x)^n \quad (5.12)$$

$$f_{X_{n:n}}(x) = nF^{n-1}(x) f(x) \quad (5.13)$$

### II.3.3.6 Distribución conjunta del máximo y el mínimo

Haciendo  $k = 2$ ,  $r_1 = 1$  y  $r_2 = n$  en la ecuación 5.7, se obtiene que la función de densidad conjunta del máximo y mínimo de una muestra de tamaño  $n$ , es:

$$f_{1,n,n}(x_1, x_2) = n(n-1) f(x_1) f(x_2) [F(x_2) - F(x_1)]^{n-2}; \quad x_1 \leq x_2 \quad (5.14)$$

### II.3.3.7 Distribución conjunta de dos estadísticos de orden consecutivos

Haciendo  $k = 2$ ,  $r_1 = i$  y  $r_2 = i + 1$  en la ecuación 5.7, se obtiene que la función de densidad conjunta de dos estadísticos de orden  $i$  e  $i + 1$ , es:

$$f_{i,i+1,n}(x_1, x_2) = \frac{n! f(x_1) f(x_2) F^{i-1}(x_1) [1 - F(x_2)]^{n-i-1}}{(i-1)!(n-i-1)!}; \quad x_1 \leq x_2 \quad (5.15)$$

### II.3.3.8 Distribución conjunta de dos estadísticos de orden cualesquiera

La función de densidad de los estadísticos de orden  $r$  y  $s$  ( $r < s$ ), es:

$$f_{r,s,n}(x_1, x_2) = \frac{n! f(x_1) f(x_2) F^{r-1}(x_1) [F(x_2) - F(x_1)]^{s-r-1} [1 - F(x_2)]^{n-s}}{(r-1)!(s-r-1)!(n-s)!}; \quad x_1 \leq x_2 \quad (5.16)$$

### II.3.3.9 Distribuciones asintóticas del máximo y mínimo

Las expresiones (5.7), (5.8) y (5.9) dan las funciones de densidad y distribución de un estadístico de orden y las conjuntas de  $k$  de ellos. Se puede dar una solución para valores grandes de  $n$ .

Las funciones de distribución del máximo,  $Z_n$ , y del mínimo,  $W_n$ , de una muestra de tamaño  $n$  procedente de una población con función de distribución  $F(x)$ , son:

$$H_n(x) = P[Z_n \leq x] = F^n(x) \quad (5.18)$$

y

$$L_n(x) = P[W_n \leq x] = 1 - [1 - F(x)]^n \quad (5.19)$$

Estas distribuciones se desplazan hacia la derecha o a la izquierda y muchas veces se inclinan aproximándose a la vertical. De hecho, cuando  $n$  tiende a infinito, se tiene:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} H_n(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} F_n(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } F(x) = 1 \\ 0 & \text{si } F(x) < 1 \end{cases} \quad (5.20)$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} L_n(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} 1 - [1 - F_n(x)]^n = \begin{cases} 0 & \text{si } F(x) = 1 \\ 1 & \text{si } F(x) \leq 1 \end{cases} \quad (5.21)$$

lo que significa que las distribuciones límites son degeneradas.

Con objeto de evitar la degeneración, se buscan transformaciones lineales  $Y = a_n + b_n x$  donde  $a_n$  y  $b_n$  son constantes, que dependen de  $n$ , y tales que las distribuciones límites no degeneren

$$\lim_{n \rightarrow \infty} H_n(a_n + b_n x) = \lim_{n \rightarrow \infty} F_n(a_n + b_n x) = H(x) \quad ; \quad \forall x \quad (5.22)$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} L_n(c_n + d_n x) = \lim_{n \rightarrow \infty} 1 - [1 - F_n(c_n + d_n x)]^n = L(x) \quad ; \quad \forall x \quad (5.23)$$

### II.3.4 DOMINIOS DE ATRACCIÓN

De una distribución,  $F(x)$ , se dice que pertenece al dominio de atracción para máximos de una distribución dada,  $H(x)$ , cuando satisface la expresión 5.22 para algunas sucesiones  $\{a_n\}$  y  $\{b_n > 0\}$ . Análogamente, cuando  $F(x)$  satisface la ecuación 5.23 se dice que pertenece al dominio de atracción para mínimos de  $L(x)$ .

Para distribuciones límites admisibles para máximos, hay tres tipos de distribuciones no degeneradas,  $H(x)$ , que satisfacen la ecuación 5.22 son:

$$\text{FRECHET: } H_{1,c}(x) = \begin{cases} \exp(-x^{-c}) & \text{si } x > 0; c > 0 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases} \quad (5.24)$$

$$\text{WEIBULL: } H_{2,c}(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x \geq 0; c < 0 \\ \exp[-(-x)^{-c}] & \text{en otro caso} \end{cases} \quad (5.25)$$

$$\text{GUMBEL: } H_{3,0}(x) = \exp[\exp(-x)] \quad ; \quad -\infty < x < \infty \quad (5.26)$$

Los únicos tres tipos de distribuciones límites no degeneradas,  $L(x)$ , que satisfacen la ecuación 5.23, son :

$$\text{FRECHET: } L_{1,c}(x) = \begin{cases} 1 - \exp(-x^{-c}) & \text{si } x < 0; c > 0 \\ 1 & \text{en otro caso} \end{cases} \quad (5.27)$$

$$\text{WEIBULL: } L_{2,c}(x) = \begin{cases} 1 - \exp[-(-x)^{-c}] & \text{si } x < 0; c < 0 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases} \quad (5.28)$$

$$\text{GUMBEL: } L_{3,0}(x) = 1 - \exp[\exp(-x)] \quad ; \quad -\infty < x < \infty \quad (5.29)$$

#### II.3.4.1 Formas de Von Mises

Con el propósito de plantear las expresiones anteriores, de tal forma que sean fáciles de manejar y que queden presentadas en términos de tres variables que dependen de valores estadísticos, se utiliza la siguiente expresión:

$$H_c(x; \lambda, \delta) = \exp\left\{-\left[1 + c\left(\frac{x - \lambda}{\delta}\right)\right]^{-1/c}\right\} \quad ; \quad 1 + c\left(\frac{x - \lambda}{\delta}\right) \geq 0 \quad (5.30)$$

$$L_c(x; \lambda, \delta) = 1 - \exp\left\{-\left[1 + c\left(\frac{\lambda - x}{\delta}\right)\right]^{-1/c}\right\} \quad ; \quad 1 + c\left(\frac{x - \lambda}{\delta}\right) \geq 0 \quad (5.31)$$

denominadas formas de Von Mises, para máximos y mínimos, respectivamente. Para  $c > 0$ ,  $c < 0$  o  $c = 0$  se obtienen las familias de Frechet, Weibull y Gumbel, respectivamente.

donde  $\lambda$  y  $\delta$  dependen de los parámetros estadísticos de la muestra.

### II.3.5 PAPEL PROBABILÍSTICO

El papel probabilístico es un medio para asociar a una familia de funciones de distribución, modificando las escalas del dibujo de tal forma que dicha familia se transforme en una familia de rectas. Entonces, cuando se grafica la función de distribución en dicho papel, la forma de la gráfica sirve para determinar si esa distribución procede de esa familia y estimar sus parámetros. En la práctica generalmente la función de distribución empírica del suceso se desconoce, debido al carácter aleatorio de la muestra, lo que ocasiona que, aún en el caso de que la muestra proceda de una distribución de la familia asociada al papel probabilístico, su gráfica no será una línea recta perfecta sino sólo una aproximación.

Por tanto, en el papel probabilístico se representa la función de distribución empírica. Los dos extremos 0 y 1, cuando se les aplica la transformación de escala se transforman en  $-\infty$  e  $\infty$ , respectivamente, en el caso de muchas familias. Por ello, es imposible dibujarlos.

Debido a que en el estadístico de orden  $x_{(i)}$  la probabilidad salta desde  $(i-1)/n$  a  $i/n$ , una solución a este problema es propuesta por Hazen y consiste en usar el valor  $(i-1/2)/n$ , con lo que se dibujan en el papel probabilístico los puntos. Además de esta propuesta se utilizan otras que se muestra en la Tabla 2.2.

AUTOR	—	BLON	HAZEL	GRINGORTEN
FÓRMULA DE PUNTEO	$\left(x_{(i)}, \frac{i}{n+1}\right)$	$\left(x_{(i)}, \frac{i - \frac{3}{8}}{n + \frac{1}{4}}\right)$	$\left(x_{(i)}, \frac{i - \frac{1}{2}}{n}\right)$	$\left(x_{(i)}, \frac{i - 0.44}{n + 0.12}\right)$

Tabla 2.2. Diferentes fórmulas de punteo.

El papel probabilístico es simplemente un papel en el que se han cambiado las escalas de tal manera que las funciones de distribución de una cierta familia, cuando se dibujan en él, se convierten en una familia de líneas rectas. Existen diferentes tipos de papeles probabilísticos dependiendo de la forma de la función de distribución del proceso, entre ellos encontramos; el papel probabilístico normal, papel probabilístico log-normal, papel probabilístico de Gumbel (máximos), papel probabilístico de

Weibull, papel probabilístico de extremos, papel probabilístico como referencia en extremos. En la figura 5.1 se muestra un ejemplo de papel probabilístico.

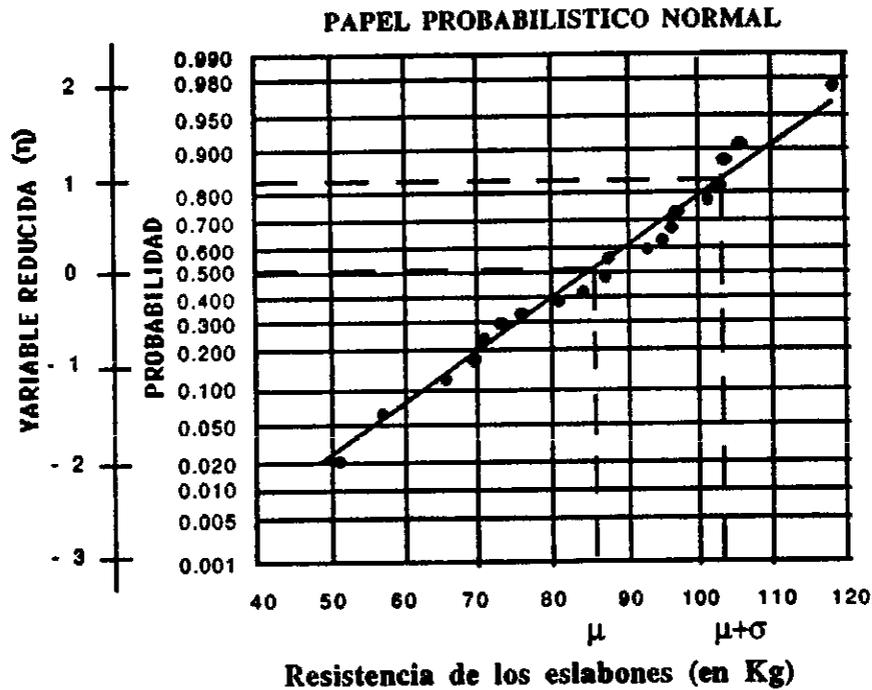


Figura 2.2. Papel probabilístico normal con una muestra.

Las familias de distribución más utilizadas en el análisis de ola, son: la familia maximal de Gumbel, la familia maximal de Weibull, la familia maximal de Frechet.

## RESUMEN

El oleaje que se produce en el área de generación es un modelo muy complejo. Debido a su irregularidad y variabilidad tanto espacial como temporal, el oleaje se clasifica como un fenómeno aleatorio, el cual es estudiado a través de un análisis probabilístico.

Con el objeto de caracterizar mejor el fenómeno del oleaje, se distinguen dos tipos extremos; denominados como oleaje SEA (oleaje distante) y oleaje SWELL (oleaje local). El primero se presenta en el área de generación y está caracterizado por una gran irregularidad; el segundo, se caracteriza por ser mar regular, se presenta cuando el oleaje abandona el área de generación.

Un estado de mar se puede definir como aquella situación o período de tiempo en el cual, debido a la inercia del fenómeno, existe un cierto equilibrio entre las fuerzas generadoras y las fuerzas restauradoras que intervienen, permaneciendo su manifestación más o menos estacionaria.

Considerando el oleaje como un proceso estocástico se admite la estacionariedad y ergodicidad del mismo, lo que permite su estudio a partir de una muestra arbitraria de la superficie libre del agua.

Tomando como referencia los conceptos antes expuestos, se presentan las principales formas de definir un estado de mar: estadística o espectralmente, así como las diferentes distribuciones teóricas, parámetros que definen el oleaje y modelos espectrales más comúnmente usados.

### **III CORRIENTES**

### III.1 INTRODUCCIÓN.

Las corrientes se deben al flujo de grandes masas de agua que se propagan, generalmente, en aguas oceánicas, éstas se distinguen por un movimiento ondulatorio a gran escala, con longitudes de onda de varios kilómetros y períodos en horas.

En adición a las corrientes a gran escala, existen además, corrientes que están limitadas por áreas específicas, como las zonas costeras, éstas se generan cuando las olas rompen en la costa. Estas corrientes también son importantes en el diseño de tuberías submarinas.

La importancia de las corrientes en el diseño de tuberías submarinas, radica en la influencia de éstas sobre las fuerzas hidrodinámicas desestabilizadoras que actúan sobre la tubería, así como su interacción con el oleaje. Para propósito de diseño la velocidad de las corrientes es considerada constante debido a que son de período y longitud grande.

En este capítulo se presentan los aspectos físicos más relevantes que generan las corrientes y que son la base para establecer la acción de las corrientes sobre la tubería submarina.

Los tres mecanismos físicos más importantes generadores de la circulación a gran escala (corrientes en los océanos y arrecifes continentales) son:

- Fuerzas astronómicas.
- Fuerzas meteorológicas.
- Gradientes de densidad.

### III.2 CORRIENTES GENERADAS POR FUERZAS ASTRONÓMICAS (MAREAS)

Las fuerzas gravitatorias entre la tierra, la luna y el sol generan olas de grandes longitudes, del orden de miles de kilómetros y que se propagan en grandes profundidades en los océanos, pero que progresan en aguas someras, donde éstas usualmente son amplificadas considerablemente. Las olas y las corrientes asociadas son conocidas como mareas astronómicas.

Aunque las fuerzas que actúan sobre el cuerpo de agua son conocidas, el movimiento de marea resultante es extremadamente complejo, en parte, porque la posición relativa de los tres cuerpos varía en una forma muy compleja y parte a la distribución irregular de tierra y del agua en el planeta y a los efectos retardadores debidos a la fricción e inercia. Las fuerzas diferenciales que el sol y la luna aplican a la tierra la deforman. La superficie terrestre es relativamente rígida y más difícil de deformar a diferencia de los fluidos que son más fáciles de deformar, por lo que la acción de estos cuerpos se manifiesta con mayor intensidad en los océanos, generando las mareas astronómicas.

El movimiento básico de marea consiste en innumerables áreas oscilantes de gran longitud. Tales oscilaciones son técnicamente conocidas como ondas estacionarias. En el movimiento natural de éstas se aprecia el hecho de que tales ondas estacionarias se pueden traslapar y superponerse unas con otras y otras pueden estar acompañadas por un movimiento de onda progresiva.

Las fuerzas que el sol y la luna ejercen sobre las aguas de la tierra son conocidas como fuerzas productoras o tractivas, sus efectos se sobreponen a la atracción gravitacional de la Tierra y actúan para atraer a los océanos y generar en ellos un movimiento oscilatorio. Las fuerzas diferenciales aplicadas sobre la tierra tienden a deformarla. La superficie terrestre es relativamente rígida y más difícil de deformar a diferencia de los fluidos que son más fáciles de deformar.

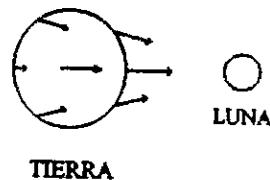


Figura 3.1. Fuerzas tractivas que la Luna ejerce sobre la tierra

Investigaciones sobre el tema han mostrado que no hay otro cuerpo en el espacio que produzca mareas en la Tierra y si los hay no son importantes, ya que los planetas son demasiado pequeños para tener algún efecto o bien están muy alejados. La luna es quien tiene mayor influencia sobre la tierra debida a su cercanía con ésta, aunque el sol también ejerce influencia sobre la tierra, el efecto que ocasiona es menor. En la figura 3.1 se observa el grado de influencia.

El movimiento relativo del Sol y la Luna respecto a la Tierra, genera que el sistema de fuerzas productoras de mareas varíe en el curso del tiempo, pero el comportamiento se repite con una frecuencia regular. Cuando la Tierra gira sobre su propio eje, las componentes de la fuerza productora de mareas tendrán en todas las latitudes, dos máximos y dos mínimos durante 24 horas lunares, este período corresponde a un giro completo de la Luna alrededor de la Tierra. La declinación de la Luna varía durante un mes de  $28^{\circ}$  S a  $28^{\circ}$  N, para esta posición de la Luna, el campo de fuerzas productoras de mareas no es simétrico con respecto a los polos de la Tierra, en el Ecuador las dos componentes máximas diurnas permanecen iguales, pero en otras latitudes no, una es menor que la otra durante un giro completo de la Tierra.

Las marea astronómicas tienen una característica que las distingue: son predecibles. Para la predicción de mareas en cualquier localidad se deben contemplar los siguientes factores de origen astronómico que a continuación se describen.

1. Efecto de la fase lunar; Marea viva y marea muerta: este punto se refiere a las fuerzas de gravedad de la Luna y el Sol sobre las masas de agua de la Tierra respecto la posición relativa de estos tres cuerpos, como se muestra en la figura 3.2.

Cuando el Sol, la Tierra y la luna están alienadas, la Luna está en fase nueva y fase llena, la atracción gravitacional de la Luna y el Sol son reforzadas, lo que provoca que las pleamares sean mayores y las bajamares sean menores que su promedio habitual, este fenómeno se conoce como marea viva.

En la primera y tercera fase (cuadratura) de la Luna, las fuerzas de atracción gravitacional de la luna y el Sol sobre las masas de agua de la Tierra son perpendiculares entre sí. Cada fuerza tiende a contrarrestar a la otra, por lo que ambas fuerzas son reducidas. En este caso las pleamares y las bajamares serán más bajas que su promedio normal. Este fenómeno se conoce como marea muerta.

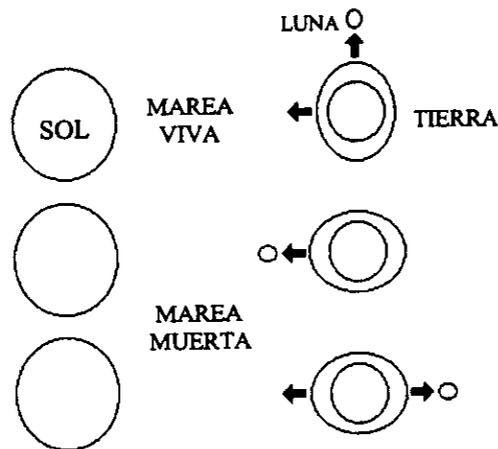


Figura 3.2. Efecto de la fase lunar

2. Efectos del paralelismo, (Luna y Sol). La Luna sigue una trayectoria elíptica, la distancia entre la Tierra y la Luna es variable a lo largo de un mes. Una vez cada mes, cuando la Luna se acerca a la Tierra (Perigeo), la fuerza generadora de mareas será más grande que lo usual. Aproximadamente dos semanas más tarde, cuando la Luna está más alejada de la Tierra (Apogeo), la fuerza generadora de mareas será menor que el promedio usual.

De manera similar en el sistema Tierra-Sol, cuando la Tierra está más cerca del Sol (Perihelio), 2 de enero de cada año, las mareas son más altas y cuando la Tierra está más alejada del Sol (Apehelio), 2 de julio, las mareas se reducen.

Cuando el Perigeo, Perihelio, y la Luna llena o Luna nueva ocurren al mismo tiempo, las alturas de mareas se incrementan considerablemente. Cuando el Apogeo, Apehelio, y el primer o tercer cuarto de la Luna coinciden, aproximadamente al mismo tiempo, las alturas de marea se reducen considerablemente.

3. Efectos de la declinación lunar. La desigualdad diurna. El plano de la órbita lunar está inclinado  $5^\circ$  respecto al plano de la órbita terrestre. La Luna, gira alrededor de la Tierra una vez cada mes, pasando de una posición de distancia máxima angular norte del ecuador, a una posición de máxima distancia angular sur del ecuador durante cada medio mes (La distancia angular perpendicular entre el norte y el sur del ecuador de algún cuerpo, se llama declinación). Dos veces cada mes, la Luna cruza el ecuador.

Las variaciones en la altura de la marea son el resultado de los cambios en el ángulo de declinación de la Luna, este fenómeno se conoce como desigualdad diurna.

Las mareas astronómicas se pueden clasificar como:

1. Diurna. Una pleamar y una bajamar por ciclo, en un período de 24 hrs 50 min. (valor promedio).
2. Semidiurna. Dos pleamares y dos bajamares durante dos ciclos con período de 12 hrs 25 min. cada uno ( valor promedio ), las amplitudes de ambas son sensiblemente semejantes.

3. **Mixta:** Dos pleamares y dos bajamares durante dos ciclos sucesivos, con período de 12 hrs 25 min. cada uno (valor promedio), las amplitudes de ambas presentan diferencias notorias desigualdad horaria.

La desigualdad diaria, para mareas semidiurnas y mixtas, es la diferencia en altura entre los niveles de dos pleamares o bajamares sucesivas.

Dependiendo del tipo de marea (diurna, semidiurna o mixta) los planos de marea que se generan, son:

**Altura máxima registrada:** Nivel más alto registrado en la estación debido al efecto de un tsunami o ciclón combinado, probablemente, con el de la marea astronómica.

**Pleamar máxima registrada (PMH):** Nivel más alto registrado debido a las fuerzas de marea periódica, o también a que tengan influencia sobre las mismas los factores meteorológicos.

**Nivel de pleamar media superior (NPMS o NHHW):** Promedio de la más alta de las dos pleamares diarias, durante el período considerado en la estación (mareas semidiurna y mixta).

**Nivel de pleamar media (NPM o MHW):** Promedio de todas las pleamares durante el período considerado en cada estación; cuando el tipo de marea es diurna, este plano se calcula haciendo el promedio de la pleamar más alta diaria, lo que equivale a que la pleamar media en este caso sea lo mismo que la pleamar media superior.

**Nivel medio del mar (NMM o MSL):** Promedio de las alturas horarias durante el período registrado en la estación.

**Nivel de media marea (MM o MTL):** Plano equidistante entre la pleamar media y la bajamar; es decir, se obtiene promediando estos dos valores.

**Nivel de bajamar media (NBM o MLW):** Promedio de todas las bajamares durante el período considerando la estación; cuando el tipo de marea es diurna, este plano se calcula haciendo el promedio de la bajamar más baja diaria, lo que equivale a que la bajamar media en este caso sea lo mismo que la bajamar media inferior.

**Nivel de bajamar media inferior (NBMI o MLLW):** Promedio de la más baja de las dos bajamares diarias, durante el período considerado en la estación (Marea semidiurna y mixta).

**Bajamar mínima registrada (BMR o LLW):** Nivel más bajo registrado debido a las fuerzas de marea periódica, o también que tengan influencia sobre las mismas los factores meteorológicos.

**Altura mínima registrada:** Nivel más bajo registrado en la estación debido al efecto de un tsunami o ciclón combinado, probablemente con el de la marea astronómica.

Una característica importante de este fenómeno es que las mareas astronómicas son predecibles. Puesto que no consisten de un solo movimiento, sino de varias componentes debidas a varias influencias, podemos predecir una marea a partir de análisis armónico de componentes. Este método describe el movimiento vertical de la superficie del agua, causados por las mareas, como la superposición lineal de una serie de términos armónicos, también llamados constituyentes.

Cada uno de los constituyentes para un cierto lugar e intervalo de tiempo, se caracteriza por tres factores. La amplitud,  $a$ ; el período  $T$  y el ángulo de fase.

El "Análisis armónico" de componentes fue uno de los primeros métodos que funcionó satisfactoriamente, fue desarrollado por Doodson en los años '30. En la tabla 3.1 se presentan los términos armónicos o constituyentes más importantes de las fuerzas productoras de marea.

Marea Parcial	Componente Armónica	Período (hr)	Velocidad Angular (°/hr)
Semidiurena Lunar principal	$M_2 = 2T - 2s + 2h$	12.42	28.984
Solar Principal	$S_2 = 2T$	12.00	30.000
Lunar elíptica	$N_2 = 2T - 3s + 2h + p$	12.66	28.439
Luni-Solar	$K_2 = 2T + 2h$	11.97	30.082
Diurna Luni-Solar	$K_1 = T + h$	23.93	15.041
Lunar principal	$O_1 = 2T$	25.82	13.943
Solar Principal	$P_1 = T - h$	24.07	14.958
Largo período Lunar quincenal	$M_f$	327.86	1.098
Lunar mensual	$M_m$	661.30	0.544
Semi-anual mensual	$M_{as}$	2191.43	0.082

Tabla 3.1. Constantes armónicas

La constante armónica,  $M_2$ , representa la marea si la órbita lunar siguiera una trayectoria circular sobre el plano del Ecuador de la órbita terrestre.

La constante armónica,  $S_2$ , representa si el Sol estuviera siempre en el plano ecuatorial terrestre y la órbita de la tierra fuera un círculo.

El constituyente,  $N_2$ , considera la órbita elíptica de la Luna.

Los constituyentes  $K_1$ ,  $O_1$  y  $P_1$  consideran la inclinación del plano ecuatorial terrestre con respecto al plano de la órbita lunar.

Para un cierto lugar y un cierto tiempo, cuando se conocen los valores de la amplitud,  $a$ , y el ángulo de fase,  $\alpha$ , para cada uno de los componentes armónicos, el nivel de la marea,  $h$ , para cualquier tiempo está representada por la siguiente expresión:

$$h = h_0 + h_1 \cos(at + K_1) + h_2 \cos(bt + K_2) + h_3 \cos(ct + K_3) \quad (3.1)$$

En la ecuación 3.1,  $h_0$  es la altura del nivel medio del agua tomada de datos conocidos. Cada término de coseno es conocido como componente de marea. Los coeficientes  $h_1$ ,  $h_2$ ,  $h_3$  son las amplitudes de las componentes de marea.

### III.3 CORRIENTES GENERADAS POR FUERZAS METEOROLÓGICAS ( MAREAS DE TORMENTA )

Se puede esperar que variaciones en la temperatura, presión barométrica, y en la dirección y fuerza del viento causen fluctuaciones en el nivel del agua y éstos a su vez, corrientes a gran

escala. Aunque tales fluctuaciones son muy irregulares, hay algunas variaciones diarias y de estaciones que ocurren con cierta periodicidad.

Una marea de tormenta se define como una sobre elevación en el nivel medio del mar debido a factores meteorológicos, resultado de las fuerzas del viento, cambios de presión atmosférica, movimiento de sistemas de tormenta y configuración del fondo marino.

La marea de tormenta generalmente se presenta durante o posterior a la aparición de una tormenta (de ahí su nombre), ya que este fenómeno se caracteriza generalmente por vientos extremos, así como variaciones en la densidad del aire, debidas a los cambios de temperatura y presión barométrica. Por otra parte el fenómeno se desarrolla dependiendo de la profundidad de las aguas en el lugar de incidencia; si se tiene una pendiente suave la marea de tormenta puede tener una gran altura, esto ocurre, generalmente, en las zonas costeras.

De lo antes mencionado, tenemos que existen principalmente dos mecanismos meteorológicos generadores de corrientes en los océanos y en las zonas costeras: los cambios de presión y el viento.

*Los vientos:* el movimiento del aire sobre la superficie del mar ocasiona un incremento en los esfuerzos cortantes generados en la interfaz agua - aire, lo cual genera el flujo de corrientes. La profundidad a la cual la corriente viaja depende de la duración del viento.

*Gradiente de presión:* en mar abierto, la superficie del mar se mueve arriba y abajo en respuesta a los cambios de presión locales del aire. La respuesta es instantánea en aguas profundas, mientras que el proceso llega a ser más complejo en aguas someras, debido a que las masas de agua son más difíciles de mover en aguas someras, que en aguas profundas, debido a la fricción del fondo. Los niveles del agua están asociados con las corrientes. La reducción en la presión atmosférica de un milibar es equivalente a 1 cm de sobre elevación en el nivel del agua, aproximadamente.

En algunas áreas del mundo, con sistemas de vientos muy persistentes, el viento puede inducir consecuentemente corrientes persistentes. Dependiendo de la forma de la cuenca donde se propagan, el fenómeno de las corrientes es más complejo.

En general, la presión atmosférica tiene un pequeño efecto en el ascenso del nivel del mar y por tanto en la generación de corrientes.

Una descripción de las características básicas de las corrientes generadas por viento, es presentada por Ekman (1905), quien considera el efecto de un esfuerzo del viento constante (Figura 3.3).

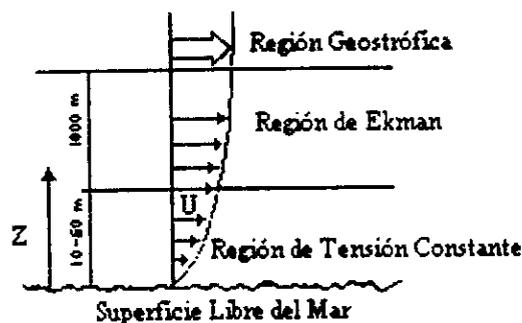


Figura 3.3 Capa límite atmosférica idealizada sobre la superficie libre del agua

Según un modelo idealizado de capa límite en los niveles más bajos, el viento actúa directamente sobre la superficie del agua generando el movimiento de las masas de agua, en este nivel existe una región de tensión relativamente constante entre la interfase aire-agua.

En la parte superior de la región de tensión constante se localiza la región de Ekman, donde actúan fuerzas adicionales como la de Coriolis, gradiente de presión, tensión viscosa, etc.

Finalmente, sobre la región de Ekman, los vientos geostrofos son considerados como el resultado del balance entre las fuerzas ejercidas por el gradiente de presión y la fuerza de Coriolis.

Considerando la acción del viento, con velocidad constante, las fuerzas de fricción y coriolis, se genera un campo de corrientes, dado por las siguientes expresiones:

$$u(z) = \pm v_h \cos \pi \left( \frac{z}{D} + \frac{1}{4} \right) \quad 3.2$$

$$v(z) = \pm v_h \sin \pi \left( \frac{z}{D} + \frac{1}{4} \right) \quad 3.3$$

el signo positivo es del hemisferio norte y el negativo del sur. La velocidad de la corriente está dada por:

$$|v_h| = \frac{\tau_y^s}{A_z f} e^{\pi z/D} \quad 3.4$$

donde D denota la fricción de la profundidad de Ekman's

$$D = \pi \frac{2A_z}{f} \quad 3.5$$

En la superficie las corrientes tienen una deflexión de 45° con respecto a la dirección del viento. Para valores crecientes de profundidad la diferencia de direcciones se incrementa, mientras que la velocidad de las corrientes decrece. A la representación gráfica de este comportamiento se denomina espiral de Ekman y está descrita por la ecuación 3.2.

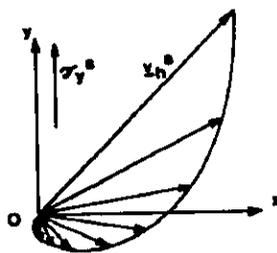


Figura 3.4. Espiral de Ekman

### III.4 CORRIENTES OCEÁNICAS

Las causa que generan las corrientes oceánicas son esencialmente dos: viento y gradiente de densidad.

El viento como agente generador opera por efecto del arrastre de las moléculas superficiales, las cuales a su vez, por rozamiento actúan sobre las moléculas más profundas, según sea la intensidad y persistencia del viento y, dependiendo de que haya o no elementos que se opongan al flujo de agua. Por lo que las corrientes generadas son prácticamente superficiales y de poca profundidad. Estas corrientes coinciden con los vientos generales o planetarios (alisios y contralisios, etc.) y tienen dirección más o menos constante durante el año.

El gradiente, como elemento productor de las corrientes, está determinado por las diferencias de densidad de las masas de agua, la cual es función de la temperatura y la salinidad. Los océanos pueden ser vistos como un conjunto de innumerables cuencas, cada una con propiedades específicas que la distingue de las cuencas vecinas. Entre las propiedades más importantes que distinguen a las cuencas está la densidad del agua. La densidad promedio difiere de cuenca a cuenca, debido principalmente a la diferencia de climas. En climas cálidos la evaporación es mayor que en las regiones con climas fríos. De ahí resulta un incremento en la salinidad del agua en las cuencas de clima cálido, lo cual se refleja en un incremento en la densidad promedio del agua.

El gradiente de densidad obtenido entre las cuencas repercute en el gradiente de presión, lo cual conduce directamente a que el gradiente de densidades induzca corrientes.

Una serie de elementos circunstanciales influye en la generación de corrientes oceánicas. La configuración litoral, la batimetría, además de la inercia de la misma corriente, entre otros.

Las corrientes inducidas por los gradientes de densidad se combinan con las corrientes generadas por los sistemas de viento a gran escala, formando un sistema complejo de corrientes oceánicas semipermanentes. En la figura 3.4 se muestran las principales corrientes de este tipo.



Figura 3.5. Sistema de corrientes oceánicas

Existen tres criterios diferentes para evaluar la magnitud de la sobreelevación de las mareas de tormenta. A continuación se presentan los modelos representativos de cada criterio.

*Ecuación propuesta Conner, Kraft y Harris (1957).*

Esta ecuación semiempírica es función sólo de la presión central:

$$M_T = 0.046939(1019 - P_c) \quad (3.6)$$

*Ecuación propuesta por la Universidad de Cantabrias (España)*

Este modelo considera la velocidad del viento, la presión atmosférica y la sobreelevación por agrupación de ondas (surf-beat).

Sobreelevación debida a la presión:

$$S_{VP} = 1.026(P_n - P_c) \left( 1 - e^{-\frac{R}{r}} \right) \quad (3.7)$$

Sobreelevación debida a la acción del viento.

$$\frac{\partial \eta_v}{\partial x} = \frac{(\tau_s + \tau_b)}{\rho g h}$$

la integración de la ecuación anterior en el supuesto de profundidad variable linealmente y expresando las tensiones tangenciales en función de la velocidad del viento, queda expresada como:

$$\eta_v = \frac{Kw^2 x}{g(h_1 - h - \eta_v)} \operatorname{Ln} \left( \frac{h_1}{h + \eta_v} \right) \quad (3.8)$$

*Stanislaw R Massel*

Para este criterio se tomaron las consideraciones del NHC (Nacional Hurricane Center) de que la reducción en la presión atmosférica en un milibar a 1 cm de sobreelevación en el nivel del agua, el cual está representado por:

$$\Delta \varphi = k(p_a - p_o)$$

donde:

- $\Delta \varphi$  = Variación en el nivel del agua
- $p_o$  = Presión atmosférica bajo consideración.
- $p_a$  = Principal presión atmosférica.
- $k$  =  $(\rho g)^{-1}$ , efecto del varómetro invertido.

### III.5 CORRIENTES GENERADAS A LO LARGO DE LA COSTA.

Las corrientes generadas en la costa se producen por la necesidad de desalojar el volumen sobrante que ha sido empujado y acumulado contra la playa. Debido a la acción del oleaje y el viento este exceso de volumen se manifiesta con una sobreelvacación del nivel del mar en la zona de rompiente. Este tipo de corrientes puede tomar dos formas: una que se manifiesta como un flujo difuso que se desplaza próximo al fondo hacia mar adentro a lo largo de prácticamente toda la playa, estas corrientes desaparecen a la altura de la línea de rompiente.

La segunda forma se denomina corriente de retorno o Rip. Cuando las olas de período corto se aproximan a la costa, la refracción tiende a alinearlas con la batimetría. Sin embargo, las olas normalmente romperán en ángulo con la costa, y al momento de romper el oleaje se conecta a las masas de agua que son transportadas, entonces tienden a formar corrientes. Una corriente a lo largo de la costa no constituye un sistema estable y en algunas partes el agua regresa mar adentro en forma de grandes y delgadas corrientes, éstas se denominan corrientes Rip.

Las corrientes generadas a lo largo de la costa pueden exceder velocidades de 3.5 m/s, además éstas son consideradas responsables del transporte de sedimentos a lo largo de la costa. Las corrientes producidas a lo largo de la costa pueden ser significantes en el diseño de tuberías submarinas, por lo que es importantes conocerlas.

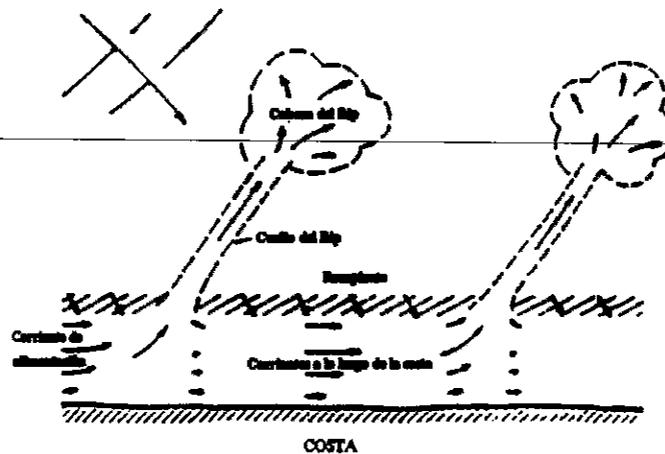


Figura 3.6. Corrientes generadas por la rotura de la ola (AGA, 1990).

La generación de las corrientes Rip se puede explicar con la figura 3.7, en ella se observa como es el flujo de agua cuando el oleaje incide en la playa.

## RESUMEN

En este capítulo se presentan los aspectos físicos más importantes, de la circulación a gran escala en océanos y arrecifes continentales. Son tres los mecanismos generadores de corrientes:

1. Fuerzas Astronómicas
2. Fuerzas Meteorológicas
3. Gradientes de densidad

La importancia relativa de estos tres mecanismos difiere de lugar a lugar. Dado que el flujo de corrientes se caracteriza por un movimiento ondulatorio de la superficie del mar de longitud de varios kilómetros y períodos en horas, la influencia que generan sobre las fuerzas desestabilizadoras que actúan sobre las tuberías es muy pequeña, por lo que la velocidad de las corrientes se considera constante en el diseño.

Adicional a las fuerzas generadoras de corrientes a gran escala, está la generación de corrientes más locales, generadas por la rotura de la ola al aproximarse a la costa.

Las corrientes generadas por las fuerzas gravitatorias entre la Tierra, la Luna y el Sol se denominan mareas astronómicas y pueden ser predichas.

Por otro lado, la acción del viento y los cambios de presión atmosférica generados durante las tormentas provocan la circulación de grandes masas de agua que se desplazan a grandes distancias en los océanos, este tipo de corrientes se denomina mareas de tormenta o meteorológica. Una descripción de las principales características de la generación de corrientes por la acción del viento, es presentada por el modelo, para tal fin, propuesto por Ekman en 1950.

La gran variedad de climas en el planeta genera cambios en la densidad del agua de los océanos, debidos principalmente a los cambios de salinidad, estas condiciones aunado a la variación batimétrica de los océanos, genera circulación a gran escala y con períodos muy grandes, del orden de meses, generalmente.

Velocidades típicas de las corrientes:

Tipo de corriente	Velocidad Típica (m/s)
Corrientes generadas por mareas meteorológicas	0 - 2.0
Corrientes generadas por mareas de tormenta	0 - 1.5
Corrientes oceánicas generadas por gradientes de densidad	0 - 2.0
Corrientes oceánicas generadas por viento	0 - 0.1
Corrientes generadas a lo largo de la costa	0 - 1.0

Tabla 3.2. Velocidades típicas de las corrientes

**IV**

**INTERACCIÓN**

**SUELO – TUBERÍA**

## IV.1 INTRODUCCIÓN

Las tuberías submarinas son un medio adecuado para transportar sobre el lecho marino agua, aguas residuales, petróleo y gas, desde mar adentro hasta la costa y viceversa, por tanto, la interacción del suelo con la tubería es importante en el diseño de ésta. En este capítulo se resume el comportamiento del lecho marino en presencia de una tubería submarina, así como las bases para evaluar la estabilidad vertical y horizontal de la misma sobre el suelo marino.

Aunque el propósito fundamental de este trabajo es el análisis de la estabilidad hidrodinámica, la interacción del suelo con la tubería toma un papel importante en el diseño, debido a que, en condiciones de tormenta la tubería puede enterrarse o descubrirse si inicialmente está enterrada, lo que ocasiona que la acción de las fuerzas hidrodinámicas disminuya y se incremente la resistencia del suelo o viceversa. Por lo que vale la pena presentar el caso de la interacción del suelo-tubería.

Cerca de la tubería hay una interacción muy compleja entre la tubería, el agua y los sólidos, cada uno de estos influencia al otro. En realidad cada componente, influencia al otro por el movimiento del agua. Cuando una tubería está colocada sobre sólidos que tienden a ser muy débiles, la presión impuesta por la tubería es mayor que la capacidad de carga de los sólidos, consecuentemente, la tubería se hundirá hasta alcanzar el equilibrio en un punto donde los sólidos puedan soportar la carga impuesta es decir, la capacidad de carga que soportan los sólidos es menor o igual que los esfuerzos impuestos.

Por otra parte la interacción suelos-tubería depende en gran medida de las características del suelo, lo que implica tener conocimientos de los principios básicos de la mecánica de suelos, para conocer su respuesta ante la presencia de una tubería y así determinar la influencia de éstos en la estabilidad de la misma.

## IV.2 MECÁNICA DE SUELOS.

Según Terzaghi, 1925; "la mecánica de suelos es la aplicación de las leyes de la mecánica y la hidráulica a los problemas de ingeniería que tratan con sedimentos y otras acumulaciones no consolidadas de partículas sólidas, producidas por la desintegración mecánica o descomposición química de las rocas, independientemente que tengan o no, materia orgánica". Por otro lado, se denomina suelos a todo agregado natural de partículas minerales, que no están sujetas a ningún tipo de organización. Un suelo es un agregado de granos de diferentes características, los cuales definen la textura, estructura y consistencia del suelo.

Tamaño en mm.				
2.0	0.2	0.02	0.002	0.0002
Arena Gruesa	Arena fina	Limo	Arcilla	Ultra-Arcilla (coloides)

Tabla 4.1. Clasificación granulométrica de los suelos según su tamaño (Juárez Badillo, 1995)

El tamaño de las partículas que constituyen los suelos es muy variable. Sin embargo, se puede clasificar a los suelos, de manera muy general, como suelos de grano grueso y suelos de grano fino. Las arenas y las gravas son los componentes que predominan en los suelos de grano grueso y las

arcillas y limos predominan en los suelos de grano fino. En la tabla 4.1 se muestra la clasificación granulométrica de los suelos según el tamaño de grano.

El comportamiento mecánico e hidráulico de los suelos de grano grueso está principalmente condicionado por su capacidad y por la orientación de sus partículas, por lo que su constitución mineralógica es hasta cierto punto secundaria. A diferencia de los suelos de grano fino, cuyo comportamiento mecánico se ve influenciado por su estructura en general y constitución mineralógica en particular.

En los granos gruesos de los suelos, las fuerzas de gravitación predominan sobre cualquier otra fuerza, esto implica que todas las partículas gruesas tienen el mismo comportamiento. El comportamiento mecánico e hidráulico de tales suelos está definido por sus características circunstanciales, tales como la compacidad del depósito y la orientación de sus partículas individuales. En los suelos de grano fino, sin embargo, fuerzas de otro tipo ejercen una acción importante, en comparación con las fuerzas de gravedad, debido a que en estos granos, la relación área volumen alcanza valores de consideración y las fuerzas electromagnéticas desarrolladas por la superficie de los componentes minerales es importante.

#### IV.2.1 PROPIEDADES FUNDAMENTALES DE LOS SUELOS.

Un suelo puede ser caracterizado por dos tipos de propiedades fundamentalmente: las propiedades cualitativas y las propiedades cuantitativas. Cualitativamente los suelos se caracterizan por su textura, estructura y consistencia, mientras que cuantitativamente se puede definir por su propiedades mecánicas e hidráulicas. A continuación se presenta un resumen de estas propiedades.

Un suelo generalmente se representa por el esquema que muestra la figura 4.1, en cual se representan las tres fases componentes de un suelo.

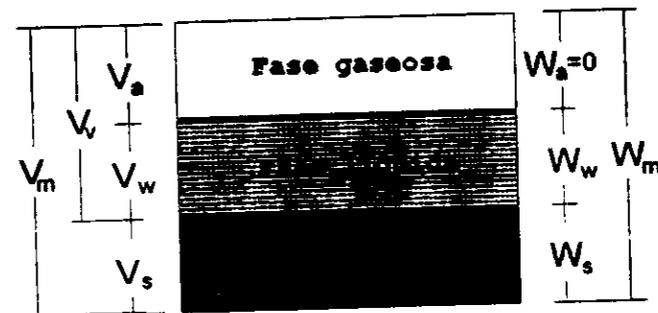


Figura 4.1. Esquema representativo de un suelo (Juárez Badillo 1995)

Basado en el esquema de la figura 4.1, a continuación se describen algunas relaciones importantes para el manejo de las propiedades mecánicas e hidráulicas del suelo.

*Peso específico:* se define como la relación de peso de la sustancia y su volumen, en mecánica de suelos, se maneja el peso específico del agua a condiciones estándar, el peso específico del agua a condiciones de trabajo, el peso específico de la masa de suelo y el peso específico de la fase sólida del suelo.

*Relación de vacíos, e:* es la relación entre el volumen de vacíos,  $V_v$ , y el volumen de sólidos de un suelo,  $V_s$ , también se denomina oquedad o índice de poros y queda definida como:

$$e = \frac{V_v}{V_s} \quad (4.1)$$

*Porosidad, n:* es la relación entre el volumen de vacíos,  $V_v$  y la masa de suelo,  $V_m$ . Se expresa en porcentaje.

$$n(\%) = \frac{V_v}{V_m} \times 100 \quad (4.2)$$

*Grado de saturación de un suelo,  $G_w$ :* es la relación entre el volumen de agua,  $V_w$  y el volumen de vacíos,  $V_v$ . Se expresa en porcentaje.

$$G_w(\%) = \frac{V_w}{V_v} \times 100 \quad (4.3)$$

*Contenido de agua o humedad de un suelo, w:* es la relación del peso de agua contenida en el suelo,  $w_w$ , y el peso de la fase sólida del mismo,  $w_s$ .

$$w(\%) = \frac{W_w}{W_s} \times 100 \quad (4.5)$$

## IV.2.2 PERMEABILIDAD

La propiedad hidráulica más importante de un suelo es la *Permeabilidad*, la cual se define como la facilidad que ofrece un suelo para permitir el flujo de fluidos entre sus partículas. Se dice que un material es permeable cuando contiene vacíos continuos. Entonces, un suelo es permeable cuando contiene vacíos continuos por los que pueden circular los fluidos.

El flujo de agua a través de un medio poroso está gobernado por una ley descubierta experimentalmente por Henri Darcy en 1956. Darcy encontró que para velocidades suficientemente pequeña, el gasto queda expresado como:

$$Q = \frac{dV}{dt} = kA \left( \frac{cm^3}{s} \right) \quad (4.6)$$

donde  $k$  es el coeficiente de permeabilidad del suelo, dado que sus unidades corresponden a las de la velocidad, el coeficiente puede ser definido como la velocidad del agua a través del suelo, cuando está sujeto a un gradiente hidráulico unitario. En cierta medida este parámetro indica la mayor o menor facilidad con que el agua fluye a través del suelo.

La velocidad que considera la expresión de Darcy se denomina velocidad de filtración y es la velocidad media de avance del agua en la dirección de flujo. El suelo que conforma el lecho marino presenta generalmente permeabilidades muy altas, en suelos arenosos esta propiedad es muy importante, mientras para suelos arcillosos, aún cuando tienen altas porosidades, la permeabilidad es poco relevante, esto por presentar valores muy pequeños.

### IV.2.3 COMPORTAMIENTO ESFUERZO – DEFORMACIÓN DE UN SUELO

Las propiedades mecánicas son aquéllas que definen el comportamiento de la masa de suelo ante la acción de un esfuerzo o carga. Todos los materiales experimentan deformación cuando se sujetan a un cambio en las condiciones de esfuerzo. La deformación de los suelos no se produce usualmente en forma simultánea a la aplicación de la carga, sino que se desarrolla con el transcurso del tiempo.

La relación esfuerzo-deformación se conoce como Ley de Hooke, en honor a Robert Hooke (siglo XVII), quien fue el primero en observar y registrar esta característica para muchos materiales. Cuando un material está sujeto a la acción de esfuerzos su comportamiento mecánico está descrito por una relación esfuerzo-deformación. La forma de una curva esfuerzo - deformación depende de las características del material, en la figura 4.2 se muestra las tres formas típicas (comportamiento ideal) de una curva esfuerzo-deformación; la figura 4.2.b presenta un comportamiento elástico, la relación esfuerzo - deformación es reversible; el comportamiento plástico se muestra en la figura 4.2.c, para suelos de esta característica la relación se hace irreversible. Los materiales que presentan una etapa de elasticidad y una etapa plástica, se denominan elasto - plásticos, figura 4.2a.

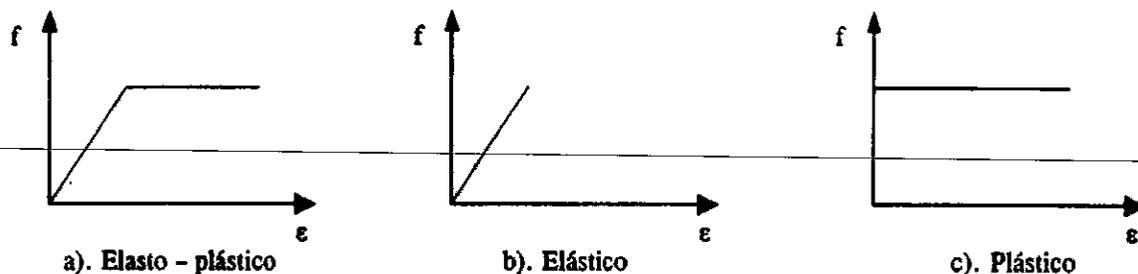


Figura 4.2. Gráficas ideales esfuerzo - deformación unitaria

### IV.2.4 PLASTICIDAD

La plasticidad se define como la propiedad de un material por la cual es capaz de soportar deformaciones rápidas, sin rebote elástico, sin variaciones volumétricas apreciables y sin desmoronarse o agrietarse, esta definición caracteriza el comportamiento esfuerzo-deformación de las arcillas. Por otro lado, en los suelos arenosos, aunque pueden deformarse sin agrietarse, su comportamiento no es plástico, pues hay entre la arcilla y la arena una importante diferencia, el volumen de la arcilla permanece relativamente constante durante la deformación, mientras que en la arena varía, además, la arena se desmorona ante deformaciones rápidas.

Aterberg, quien desarrolló varios criterios sobre la plasticidad de las arcillas, hizo notar que esta propiedad no es permanente, sino que es puramente circunstancial y dependiente del contenido de agua, partiendo de este supuesto, Aterberg dedujo que existen diferentes estados de los suelos finos en función de su contenido de agua y son llamados estados de consistencia (tabla 4.2)

$w \rightarrow 0$

Estado de Consistencia	Líquido	Semilíquido	Plástico	Semilíquido	Sólido
Propiedades y características del suelo	Suspensión	Comportamiento de un fluido viscoso	Comportamiento plástico	Disminución del volumen al perder humedad (Contracción)	No disminuye volumen al secarse

Tabla 4.2. Tabla de estados de consistencia

Para establecer los estados de consistencia, Aterberg propuso los límites de consistencia y los índices que definen la plasticidad de las arcillas.

*Límite líquido (LL)*. Contenido de agua en un suelo fino para el cual éste tiene una resistencia al esfuerzo cortante de 25 gr/cm<sup>3</sup>.

$$LL = -F_w \log C_{S_1} + C' \quad (4.7)$$

*Límite plástico (LP)*. Es el contenido de agua según el cual el suelo comienza a perder sus propiedades plásticas para pasa a un estado semisólido.

$$LP = -F_w \log C_{S_2} + C' \quad (4.8)$$

*Límite de contracción (LC)*. Es el contenido de agua a partir del cual el volumen del suelo permanece constante aunque la humedad disminuya.

*Índice de plasticidad (I<sub>p</sub>)*. Es el rango de contenido de agua en el cual el suelo se comporta plásticamente.

$$I_p = LL - LP = F_w \log \frac{S_2}{S_1} \quad (4.9)$$

*Índice de Tenacidad (T<sub>w</sub>)*. Es una medida relativa de la tenacidad.

$$T_w = \frac{I_p}{F_w} = \log \frac{S_2}{S_1} \quad (4.10)$$

*Índice de Fluidéz (F<sub>w</sub>)*. Es la pendiente de la curva de flujo, es decir, la variación del contenido de agua para un ciclo de la escala logarítmica con que se mide el número de golpes.

$$F_w = \frac{W_2 - W_1}{\log(N_2 / N_1)} \quad (4.11)$$

### IV.2.5 DEFORMACIÓN VOLUMÉTRICA.

Generalmente cuando el suelo es sometido a cargas, además de deformarse, su volumen disminuye, este fenómeno se conoce como proceso de consolidación del suelo.

Cuando la posición relativa de la partícula, en sentido horizontal permanece prácticamente igual y el movimiento de las partículas debido a la acción de cargas ocurre sólo en la dirección vertical, este proceso se conoce como consolidación unidireccional o unidimensional, durante este proceso el volumen de la masa de suelo disminuye pero los desplazamientos horizontales son nulos.

Las deformaciones de un suelo pueden ocurrir a corto o largo plazo, o bien, bajo ambas condiciones. La deformación a corto plazo es de tipo elasto-plástica y se presenta inmediatamente después de aplicar la carga. La deformación a largo plazo es debida a la acción de cargas de larga duración que producen la consolidación del suelo, distinguiéndose dos componentes: consolidación primaria y consolidación secundaria.

La consolidación primaria ocurre en suelos finos plásticos, de baja permeabilidad, en los que el tiempo que tarda para producirse es función del tiempo de expulsión del agua que lo satura. Este fenómeno es explicado por la teoría de consolidación de Terzaghi.

La consolidación secundaria se presenta en algunos suelos que después de sufrir el proceso de consolidación primaria, continúa deformándose de forma similar al comportamiento de un cuerpo viscoso. El efecto se atribuye al desplazamiento progresivo diferido en el tiempo, entre las partículas del material que se reacomodan, tendiendo a un estado más compacto, para adaptarse a la nueva condición de carga.

La teoría de Terzaghi se basa en la hipótesis de que la disminución del volumen que tenga lugar en un lapso de tiempo, se debe a la expulsión del agua provocado por el aumento de las cargas sobre el suelo. Además, este proceso se asume unidimensional.

Con base en lo expuesto, el asentamiento debido al incremento de carga aplicada al suelo por una estructura es:

$$\Delta H = \Delta H_e + \Delta H_p + \Delta H_s \quad (4.12)$$

donde:

$\Delta H$  = asentamiento total

$\Delta H_e$  = asentamiento elástico.

$\Delta H_p$  = asentamiento por consolidación primaria.

$\Delta H_s$  = asentamiento por consolidación secundaria.

En el caso particular de una tubería submarina, la deformación a corto plazo ocurre durante el período de instalación y pruebas a la tubería antes de ser operada, mientras la deformación a largo plazo se desarrolla en el período de operación de la misma. El asentamiento de la tubería se debe esencialmente a la deformación plástica del suelo marino, la tubería se entierra a una profundidad a la cual la capacidad de carga del suelo debajo de ésta es igual o mayor que la carga impuesta por la tubería. La capacidad de carga final del suelo está influenciada por la anchura de la cimentación (área de contacto entre la tubería y el suelo), el peso unitario del suelo, las cargas y la profundidad

de enterramiento de la tubería. En la figura 4.3 se presenta esquemáticamente el planteamiento del problema a resolver, marcando los parámetros que intervienen.

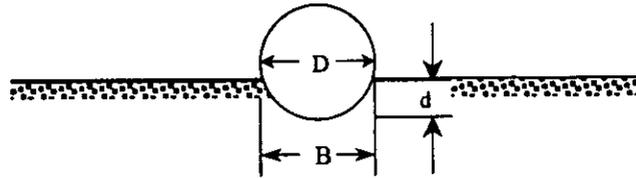


Figura 4.3. Geometría generalizada del problema y parámetros que intervienen

La AGA (American Gas Associate), en el proyecto titulado “Submarine Pipeline On-Bottom Stability”, presenta una formulación generalizada para estimar la capacidad de carga del suelo como respuesta a la carga impuesta por la tubería, dicha expresión corresponde a la expresión general 4.12:

$$q_f = \frac{1}{2} \gamma B N_\gamma + c N_c + d \gamma N_q \tag{4.13}$$

En la expresión anterior  $N_\gamma$ ,  $N_c$ ,  $N_q$  son factores adimensionales que dependen del ángulo de fricción interna,  $\phi$ .

El primer término de la expresión se considera función de la componente friccional del suelo; el segundo, función de la cohesión y el tercero, del enterramiento de la tubería.

**Para suelos de grano gruesos (arena):**

Para suelos de grano gruesos (arena), la cohesión es cero, además, por sus propiedades y características estructurales, no presenta término de consolidación secundaria. Entonces de 4.12 y 4.13, se tiene que:

$$\Delta H = \Delta H_e \tag{4.14}$$

$$q_f = \frac{1}{2} \gamma B N_\gamma \tag{4.15}$$

la deformación elástica para un área uniformemente cargada y flexible está dada por la expresión que integra la solución de Boussinesq:

$$\Delta H_e = \frac{WB(a - \mu^2)}{E} I_f \tag{4.16}$$

La teoría para el cálculo de asentamiento elástico también se aplica a la compresión a corto plazo de la arcilla.

El problema con la aplicación de la expresión 4.16 estriba en la suposición de suelo homogéneo, isotrópico y linealmente elástico, además de la dificultad para determinar los valores de  $E$  y  $\mu$ .

**Para suelos de grano fino (arcillas):**

En suelos arcillosos de grano fino la componente más importante del asentamiento es la de la consolidación primaria, siguiendo la deformación elástica, pero esta última es muy pequeña, generalmente despreciable comparada con la primera, el ángulo de fricción  $\phi$ , es igual a cero, además, según Terzagui (1943) y Vensic (1973) derivaron que  $N_f$  es igual a 1. Por lo tanto:

$$\Delta H = \Delta H_p + \Delta H_s \quad (4.17)$$

$$q_f = c N_c + d \gamma \quad (4.18)$$

En la expresión 4.18 se puede sustituir  $c$  (cohesión) por  $S_u$ , que representa el esfuerzo sin drenar.

Otro concepto importante es la carga de *preconsolidación*,  $P_c$ , equivale a la carga máxima que el suelo ha soportado. Se dice que un suelo es preconsolidado cuando en la actualidad soporta cargas menores a las máximas que ha soportado en toda su historia geológica.

Se dice que un suelo es normalmente consolidado cuando la carga que soporta en la actualidad es la mayor que ha soportado desde que se formó, es decir, la carga que soporta en la actualidad es la carga de preconsolidación.

**IV.2.6 FLOTACIÓN**

La flotación es un fenómeno en el cual una tubería enterrada flota en el suelo marino e incluso sobre la superficie. Los efectos de flotabilidad se presentan más comúnmente en tuberías que transportan gas. La flotación puede estar asociada a la licuefacción del suelo; este fenómeno consiste en el acomodo de las partículas del suelo completamente saturado, cuando está expuesto a vibraciones; en este caso, causadas por la acción del oleaje y las corrientes. Este acomodo disminuye el volumen de la masa de suelo y a su vez el espacio poroso, aunque la presión de poro se incrementa, si la tubería queda expuesta a la acción del oleaje y las corrientes, tiende a flotar. La flotación origina esfuerzos excesivos, además de quedar expuesta a otros riesgos.

Bonar, Ghazzaly y Lím (1973-1975) plantearon un procedimiento empírico para cuantificar la flotación y el asentamiento, obtuvieron que la flotación puede quedar expresada en términos del peso unitario y del esfuerzo cortante del suelo y representada por la expresión:

$$(\gamma - \gamma_{pf}) D^2 = 7.2 S_u^{1/2} D \quad (4.19)$$

donde  $\gamma$  es el peso unitario del suelo,  $\gamma_{pf}$  es el peso unitario de la tubería más su contenido para la flotación,  $D$  es el diámetro exterior de la tubería y  $S_u$  el esfuerzo al corte sin drenar.

Lo importante a considerar en el diseño en este caso es el cálculo del peso unitario de la tubería más el sobrepeso requerido para resistir la flotación, lo cual se puede determinar en función del contenido de agua del suelo y el esfuerzo cortante. En depósitos débiles la flotación es un problema por la inestabilidad.

## IV.2.7 RESISTENCIA AL ESFUERZO CORTANTE DE LOS SUELOS

La resistencia al esfuerzo cortante de los suelos constituye un punto importante en la mecánica de suelos. En 1776, Coulomb explicó la génesis de la resistencia al esfuerzo cortante de los suelos. Su idea consistía en atribuir a la fricción entre las partículas del suelo la resistencia al corte del mismo y aplicar a este fenómeno las leyes de la fricción entre cuerpos, según la mecánica elemental, dicha ley implica que, la fuerza necesaria para deslizar un cuerpo en una superficie rugosa, resulta ser proporcional a la presión normal aplicada al cuerpo, entonces:

$$F = \mu P \quad (4.20)$$

donde  $\mu$  es el coeficiente de fricción entre las superficies de contacto. La ley de la resistencia establece que *el suelo falla cuando el esfuerzo cortante actuante, alcanza un valor,  $s$ , tal que:*

$$\frac{F}{A} = s = \tau_{max} = \sigma \tan \phi \quad (4.21)$$

La constante de proporcionalidad entre  $s$  y  $\sigma$ ,  $\tan \phi$ , fue definida por Coulomb en términos del ángulo,  $\phi$ , al que llamó "ángulo de fricción interna" y definió como una constante del material.

Coulomb observó que en un suelo arenoso no consolidado, en el cual  $\sigma=0$ ,  $s=0$  y que para otros suelos como los arcillosos, exhiben resistencia al esfuerzo cortante aún cuando las condiciones de esfuerzo normal exterior sea nulo. A estos materiales Coulomb asignó otra fuente de resistencia al corte a la cual denominó arbitrariamente "Cohesión" o constante del material. Entonces la ley de la resistencia queda expresada como:

$$s = c \quad (4.22)$$

En general, los suelos presentan condiciones mixtas, por lo que la ley de la resistencia queda expresada como:

$$s = c + \sigma \tan \phi \quad (4.23)$$

Entonces, los suelos que están representados por la expresión 4.22 se denominan "suelos puramente cohesivos" y los que están representados por la ecuación 4.23 se denominan suelos "puramente friccionantes".

Estudios posteriores a los de Coulomb (Terzaghi, 1925), establecieron que la presión normal debería ser sustituida por la presión intergranular, que sería la presión que controla la resistencia al esfuerzo cortante. La modificación de Terzaghi, consideró por primera vez la influencia del agua contenida en el suelo. Entonces, la ecuación 4.23 queda como:

$$s = c + (\sigma + u_n) \tan \phi \quad (4.24)$$

Posterior a Terzaghi (1925), Hvorsler estableció que el valor de la cohesión en las arcillas saturadas no es una constante, sino una función del contenido de agua. De donde la ecuación 4.24 queda como:

$$s = f(w) + (\sigma + u_n) \tan \phi \quad (4.25)$$

la importancia de la resistencia al esfuerzo cortante del suelo estriba en el diseño de la estabilidad horizontal de la tubería colocada sobre el lecho marino. En la figura 4.4, se muestra la respuesta del suelo a la acción del oleaje y las corrientes, así como a la presencia de la tubería.



Figura 4.4. Efectos del oleaje sobre el lecho marino en presencia de una tubería

#### IV.2.7.1 Suelos cohesivos

En general, un suelo cohesivo está conformado principalmente por granos finos. La estructura mineralógica de este tipo de suelos es muy importante, principalmente en presencia de altos volúmenes de agua. Además presentan porosidades altas, sin embargo, la permeabilidad es muy baja, por lo que el agua se mueve muy lento. Por lo anterior y por su estructura, estos suelos fácilmente se adaptan a cualquier condición de esfuerzo, además presentan compresibilidades relativamente altas. Por otro lado, mientras el contenido de agua tiende a aumentar, su comportamiento esfuerzo-deformación va de elástico a plástico.

Como se mencionó anteriormente, la resistencia al corte en suelos cohesivos se debe esencialmente a la fricción, y generalmente es diferente de cero, aun cuando no existan presiones exteriores, debido a la presión intergranular causada, principalmente, por la presión capilar, lo que hace posible la fricción entre las partículas del suelo.

Existe una serie de factores que influyen en la resistencia al esfuerzo cortante en suelos cohesivos, entre los más importantes se tienen:

- Historia previa de consolidación
- Condiciones de drenaje.
- Velocidad de aplicación de las cargas a las que se sujeta
- Sensibilidad de su estructura

Un incremento de carga en estos suelos produce muy diversos efectos sobre la resistencia al esfuerzo cortante, entre los más importantes está la variación de volumen debido a la variación de la presión neutral que genera la deformación tangencial del suelo. Cuando el suelo tiene una historia de preconsolidación, su resistencia al esfuerzo cortante es más grande debido, principalmente a la resistencia conocida como cohesión de las arcillas. A medida que un suelo de estas características va ganando agua, la muestra se expandirá y gradualmente irá disipándose la tensión en el agua y por lo tanto el esfuerzo efectivo, hasta que al final será prácticamente nulo y la resistencia se habrá reducido casi a cero.

En general, la resistencia de los suelos arcillosos, aumenta o disminuye conforme la compresión o tensión, originadas en el agua por las cargas, se disipa con el tiempo.

### IV.2.7.2 Suelos friccionantes

Como ya se mencionó, se denomina suelo friccionante a aquellos suelos que aún sin presión normal exterior apreciable, presentan resistencia al esfuerzo cortante, nula; además, dicha resistencia depende del ángulo de fricción interna. Esta característica es común de suelos arenosos, el comportamiento de estos suelos depende principalmente de su estructura granulométrica, es decir, a medida que el área de contacto entre sus granos aumente (arenas preconsolidadas, generalmente), la resistencia la corte aumenta y su permeabilidad y compresibilidad disminuyen.

Dependiendo del estado físico del suelo friccionante, es su respuesta esfuerzo deformación. Es decir la resistencia que oponen a la deformación es diferente y depende del ángulo de fricción interna y éste a su vez de la superficie de contacto entre los granos, así como del contenido de agua.

Para el caso de arena suelta y arena cementada la resistencia queda descrita por:

$$s = \sigma \tan \phi, \quad (4.26)$$

y en el caso de arena cementada la resistencia se representa como:

$$s = c + \sigma \tan \phi, \quad (4.27)$$

de las expresiones anteriores  $\phi$  es el ángulo de fricción interna para cada caso. Las formulaciones anteriores son válidas para arenas totalmente secas y par saturadas sólo se considera que  $\sigma - u_n$ , esfuerzo efectivo es función de la presión de poro.

## IV.3 INTERACCIÓN SUELO – TUBERÍA – AGUA.

El diseño integral de la estabilidad de líneas submarinas generalmente se divide en tres partes, la parte estructural, la hidrodinámica y la geotécnica, sin embargo, en el diseño se requiere la mayor interacción de una con otra, el análisis de suelos con el estructural, el hidrodinámico con el enterramiento de la tubería y así sucesivamente.

El estudio de la mecánica del suelo marino es un aspecto muy importante a considerar para la estabilidad de la tubería en el fondo marino. Por un lado, un proceso natural de enterramiento de la tubería permitiría mitigar las costosas técnicas necesarias para mantener la estabilidad de la tubería en el fondo, por otro lado, los fenómenos asociados con la expansión de la tubería junto con la licuefacción del suelo y la socavación debajo de la estructura, pueden generar sobreesfuerzos o fatiga en la tubería debido a las vibraciones inducidas por la difusión de vórtices, lo cual representa un riesgo latente para la integridad de la línea.

En resumen, el estudio de la mecánica del lecho marino debe contemplar los siguientes puntos:

- Influencia de la cercanía del lecho marino sobre el flujo alrededor de la tubería, incluyendo la formación de vórtices.
- La influencia de las cargas cíclicas que generan un incremento en al presión de poro, el cual puede conducir a la licuefacción del suelo.
- La socavación del suelo bajo la tubería
- La determinación de las cargas laterales y verticales generados sobre el suelo marino.

En general, se puede decir que es prioritario modelar la respuesta dinámica del suelo marino a la acción del oleaje o la acción combinada del oleaje - corriente. Han sido varios los trabajos de investigación al respecto; Masatoshi Yuhi y Hajime Ishida, 1998, presentan una solución analítica para representar la respuesta dinámica del suelo marino ante la acción del oleaje en la superficie de los océanos, dicho modelo se basa en la teoría de onda elástica en una mezcla de sólidos y agua. El suelo marino es considerado como un agregado de granos sólidos que contiene agua en sus poros, además éste es homogéneo y el estrato es de espesor infinito, suposiciones que permiten hacer ciertas simplificaciones en la solución analítica general. Basado en las suposiciones básicas las ecuaciones linealizadas que gobiernan la variación del estado del equilibrio, una ecuación del almacenamiento y una ecuación del movimiento del esqueleto sólido pueden derivarse de las ecuaciones de Mei (1989):

$$K\nabla^2 P = \frac{\partial}{\partial t} (\text{div } \mathbf{u}_s) + \frac{n}{\beta} \frac{\partial p}{\partial t} - k\rho_w \frac{\partial^2}{\partial t^2} (\text{div } \mathbf{u}_w)$$

$$G \left\{ \nabla^2 \mathbf{u}_s + \frac{1}{1-2\nu} \text{grad}(\text{div } \mathbf{u}_s) \right\} - \text{grad } p = n\rho_w \frac{\partial^2 \mathbf{u}_w}{\partial t^2} + (1-n)\rho_s \frac{\partial^2 \mathbf{u}_s}{\partial t^2}$$

$$n\rho_w \frac{\partial^2 \mathbf{u}_w}{\partial t^2} = -n \text{grad } p - \frac{n^2}{K} \left( \frac{\partial \mathbf{u}_w}{\partial t} - \frac{\partial \mathbf{u}_s}{\partial t} \right)$$

donde:  $\mathbf{u}_s = \text{grad } \phi_s + \text{rot } \psi_s$

$\mathbf{u}_w = \text{grad } \phi_w + \text{rot } \psi_w$

y las condiciones de frontera están dadas por el esquema de la Figura 4.5:

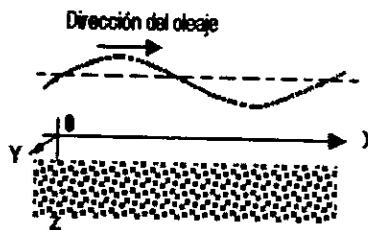


Figura 4.5. Sistema coodenado (Masatoshi Yuhi), 1998

$$\text{Para } z=0 \quad \begin{cases} \sigma_{zz} = 0 \\ \sigma_{zx} = 0 \\ p = p_0 \exp[i(ax - \omega t)] \end{cases}$$

$$\text{Para } z = \infty \quad \begin{cases} \mathbf{u}_s = 0 \\ \omega_s = 0 \\ p = 0 \end{cases}$$

## RESUMEN

El diseño de la estabilidad de tuberías submarinas requiere un análisis conjunto de los factores que están involucrados. La interacción suelo-tubería-agua, representa un punto de análisis importante. apoyados en la mecánica de suelos es posible entender los mecanismos que determinan la estabilidad de la tubería en el fondo marino, ya que la mecánica de suelos es, según Terzaghi (1925), la aplicación de las leyes de la mecánica y la hidráulica a los problemas de ingeniería que tratan con sedimentos y otras acumulaciones no consolidadas de partículas sólidas, producidas por la desintegración mecánica o descomposición química de las rocas, independientemente que tengan o no, materia orgánica. De acuerdo con las propiedades mecánicas e hidráulicas de un suelo, se habla de suelos friccionantes y suelos cohesivos.

Un suelo friccionante es aquél que aún sin presión normal exterior apreciable, presentan resistencia al esfuerzo cortante, nula, además dicha resistencia depende del ángulo de fricción interna y un suelo cohesivo se caracteriza por su facilidad de adaptación a cualquier condición de esfuerzo.

La capacidad de carga del suelo determina la estabilidad vertical de la tubería, es decir, el asentamiento de la tubería depende las propiedades mecánicas e hidráulicas del suelo, la tubería se entierra a una profundidad a la cual la capacidad de carga del suelo debajo de ésta es igual o mayor que la carga impuesta por la tubería. Por otro lado, la estabilidad horizontal depende de la resistencia al esfuerzo cortante del suelo.

**V FUERZAS INDUCIDAS EN  
LÍNEAS SUBMARINAS**

## V.1 INTRODUCCIÓN

Las líneas submarinas son un medio apropiado para el transporte de fluidos, tales como el petróleo, gas, agua y desechos hacia el mar. Las tuberías submarinas están sujetas a condiciones ambientales extremas que deben ser consideradas en el diseño debido a las necesidades de incrementar la eficiencia de las instalaciones, así como de mejorar los estándares de seguridad y protección del medio ambiente.

El diseño de la estabilidad hidrodinámica de tuberías submarinas se basa en la determinación de las fuerzas hidrodinámicas generadas por la acción del oleaje y corrientes y la resistencia del lecho marino sobre el que se sustentan las tuberías.

El cálculo de las fuerzas generadas por la acción del oleaje, es una de las principales tareas en el diseño de las estructuras costa fuera. Es también una de las tareas más difíciles de desarrollar, debido a la complejidad de la interacción de la tubería con el oleaje, más aún, para determinar dichas fuerzas es necesario examinar la naturaleza aleatoria del oleaje y en algunas ocasiones hacer uso de teorías no lineales, obviamente esto lo hace más complejo.

El diseño hidrodinámico de estructuras cilíndricas tiene sus inicios en los estudios realizados por Morison (1950), Sarpkaya (1975), Yamamoto y Nath (1976), entre otros. Maull y Normam (1979) presentaron una modificación de la ecuación de Morison (1950), que expresa la fuerza horizontal instantánea inducida por el oleaje sobre estructuras cilíndricas horizontales. Entre 1974 y 1985 la American Gas Association (AGA) ha trabajado en varios proyectos de investigación durante los cuales se ha desarrollado una metodología para el diseño de líneas submarinas basada en el análisis de tormentas de diseño, más recientemente AGA (1990), ha presentado trabajos al respecto.

En este capítulo se describe el comportamiento de las fuerzas desestabilizadoras generadas por sólo oleaje, sólo corriente y oleaje - corriente.

## V.2 EVALUACIÓN DE FUERZAS

Sobre una tubería submarina se ejercen fuerzas hidrodinámicas (figura 5.1) generadas por la acción del oleaje y las corrientes, dichas fuerzas son: de sustentación, de arrastre, de inercia, el peso sumergido de la tubería y su contenido, así como la fuerza de fricción entre el lecho marino y la tubería.

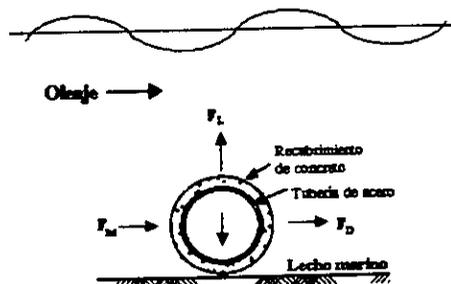


Figura 5.1. Representación de las fuerzas hidrodinámicas sobre una tubería submarina

En este capítulo se estudian las fuerzas hidrodinámicas cuando la tubería está sobre el lecho marino. La magnitud y comportamiento de las fuerzas hidrodinámicas depende en gran medida de las condiciones de flujo reinantes en el medio. El objetivo principal de analizar y determinar las fuerzas desestabilizadoras, es garantizar la estabilidad de la tubería y mantenerla totalmente segura en el lecho marino.

### V.3 RÉGIMEN DE FLUJO

La naturaleza de un determinado flujo se puede caracterizar mediante el número de Reynolds, el cual indica si el flujo es laminar o turbulento. Se tiene flujo laminar cuando el fluido se mueve en capas o láminas y sólo existe intercambio molecular entre ellas, además cualquier tendencia a la inestabilidad y la turbulencia se amortigua por la acción de las fuerzas cortantes viscosas que se oponen al movimiento relativo de las capas de fluido adyacentes entre sí. El flujo turbulento se caracteriza por un movimiento muy caótico de las moléculas de fluido y presenta un intercambio de cantidad de movimiento muy intenso.

A partir del parámetro adimensional número de Reynolds ( $Re$ ) se puede describir el flujo alrededor del cilindro; el número de  $Re$  se define como (Sumer y Fredsoe, 1997):

$$Re = \frac{DU}{\nu}$$

donde  $D$  es el diámetro del cilindro,  $U$  la velocidad de flujo y  $\nu$  es la viscosidad cinemática del fluido.

Considerando que  $D$  y  $\nu$  se mantienen constantes, el número de  $Re$  varía directamente proporcional con los cambios en la velocidad de flujo, lo que indica que el parámetro relaciona las fuerzas de inercia, fuerza debida a la aceleración y desaceleración del fluido; además, en el numerador se consideran las fuerzas cortantes viscosas o fuerza de arrastre. En la figura 5.2 se observan los cambios experimentados por el flujo en función de  $Re$ .

Conforme  $Re$  se incrementa, la región de formación de ondas llega a ser muy inestable, dando lugar al fenómeno de difusión de vórtices, durante el cual éstos se difunden alternadamente de un lado y de otro de la tubería a partir de un punto de separación de flujo, donde se rompe la capa límite (figura 5.2), este punto se recorre aguas arriba del cilindro debido a la disminución progresiva de la presión aguas abajo generada por las variaciones en el régimen de flujo.

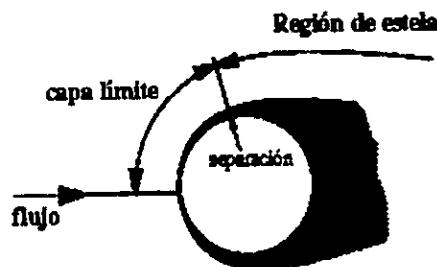


Figura 5.2. Separación de la capa límite (Sumer y Fredsoe, 1997)

En la figura 5.3 se observan las dos condiciones de flujo características; la primera, para números de Re menores a 5 y condiciones de flujo laminar, se tiene la formación de una capa de espesor pequeño que recubre la tubería sin separarse de la misma y que presenta una extensión generalmente pequeña comparada con el diámetro del cilindro, esta capa se denomina capa límite. La segunda se caracteriza por la formación de ondas detrás de la tubería, las cuales se extienden a distancias comparables con el diámetro de la tubería y que aumentan gradualmente con la turbulencia a medida que aumenta el número de Re. Para números de Re mayores o iguales a 5 la capa límite se rompe.

	Flujo laminar No hay separación	$Re < 5$
	Régimen turbulento Par de vórtices simétricos fijos	$5 < Re < 40$
	Régimen turbulento Formación de vórtices laminares	$40 < Re < 200$
	Régimen turbulento transición a turbulencia en la estela	$200 < Re < 300$
	Régimen de flujo subcrítico Estela completamente turbulenta	$300 < Re < 3 \times 10^5$
	Régimen de flujo crítico	$3 \times 10^5 < Re < 3.5 \times 10^6$
	Régimen de flujo supercrítico	$3.5 \times 10^6 < Re < 1.5 \times 10^7$
	Régimen de alta transición	$1.5 \times 10^6 < Re < 4 \times 10^6$
	Régimen transcrito	$4 \times 10^6 < Re$

Figura 5.3. Régimen de flujo alrededor de una tubería (Sumer y Fredsoe, 1997)

Debido a que en el régimen de flujo normalmente encontrado en la práctica se presenta el fenómeno de difusión de vórtices, es importante mencionar que para valores de  $Re > 40$  la capa límite sobre la superficie del cilindro se separará debido a un gradiente de presión contrario impuesto por la geometría divergente del flujo en la parte posterior de la tubería, lo que ocasiona un incremento en la fuerza de arrastre y un decremento en la fuerza de inercia. La cercanía del fondo marino y la rugosidad de la tubería afecta el comportamiento del fenómeno de difusión de vórtices.

#### V.4 ECUACIÓN TIPO MORISON

Las fuerzas inducidas por el oleaje y las corrientes sobre las tuberías submarinas es un fenómeno muy complejo, para el cual la ecuación de Morison ofrece una solución empírica simple.

A partir de estudios experimentales y basado en un modelo de prueba desarrollado bajo condiciones de oleaje regular, Morison et al. (1950) describe las fuerzas hidrodinámicas generadas por la acción del oleaje sobre una pila vertical que se extiende desde el fondo marino hasta la superficie libre. Morison propone que la fuerza horizontal instantánea, con dirección del flujo e inducida por el oleaje sin rotura, está compuesta por una fuerza de arrastre y una de inercia. Matemáticamente dicha fuerza se expresa como:

$$F = \frac{1}{2} \rho C_D D U |U| + \rho C_M A \dot{U} \quad (5.1)$$

En la cual  $F$  es la fuerza horizontal instantánea inducida por oleaje por unidad de longitud;  $U$ , la velocidad de la partícula para un instante dado;  $\dot{U}$ , la aceleración local de la partícula de agua;  $\rho$ , la densidad del fluido;  $A$ , área de la sección transversal de la tubería;  $D$ , diámetro de la tubería,  $C_D$ , coeficiente de arrastre y  $C_M$ , coeficiente de inercia.

La ecuación de Morison se aplica cuando la fuerza de arrastre o inercia predominan, éste es el caso de estructuras de diámetro pequeño comparado con la longitud de onda. La ecuación de Morison ha sido usada para determinar las fuerzas hidrodinámicas sobre tuberías horizontales (Maull y Norman (1979)) y ha mostrado resultados razonables para algunas condiciones de flujo.

Haciendo una análisis dimensional de la ecuación 5.1:

$$F = f(T, u_m, D_e, \rho, \nu, t, k, g) \quad (5.3)$$

encontramos que la ecuación de Morison (fuerza  $F$ ) depende del período de la ola,  $T$ , la velocidad máxima en un ciclo de ola,  $u_m$ , diámetro efectivo de la tubería,  $D_e$ , densidad del agua,  $\rho$ , la viscosidad cinemática,  $\nu$ , tiempo,  $t$ , rugosidad del material,  $k$  y  $g$  la constante de la gravedad.

Más adelante se verá que depende de dos parámetros, que definen las condiciones de flujo; el número de Reynolds,  $Re$  y el parámetro de período o número de Keulegan Carpenter,  $KC$  o del parámetro de frecuencia,  $\beta$ , que relaciona  $Re$  y  $KC$ .

La tubería experimenta además una fuerza de sustentación transversal a la fuerza horizontal inducida por el oleaje (ec. 5.1). La fuerza de sustentación está directamente relacionada con el movimiento de los vórtices generados por el flujo alrededor de la tubería, se expresa como:

$$F_L = \frac{1}{2} \rho D C_L U^2 \quad (5.2)$$

### V.5 FUERZA DE ARRASTRE

El flujo alrededor de un cilindro ejerce una fuerza sobre éste, la cual está compuesta por una fuerza debida a la presión y una fuerza de fricción y se escribe como:

$$F_D = F_P + F_f \tag{5.4}$$

Donde  $F_D$  se denomina fuerza de arrastre,  $F_P$  es la fuerza debida a la presión y  $F_f$  fuerza debida a la fricción.

En la figura 5.4 se muestra la contribución relativa de la fuerza de fricción a la fuerza de arrastre en función del número de Re. Se observa que para un rango de  $Re \geq 10^4$  (régimen de flujo normalmente encontrado en la práctica) la contribución de la fuerza de fricción a la fuerza total de arrastre es menor de 2 - 3 %. Por lo tanto, la componente de fricción puede ser omitida y la fuerza de arrastre se compone únicamente por la componente debida a la presión.

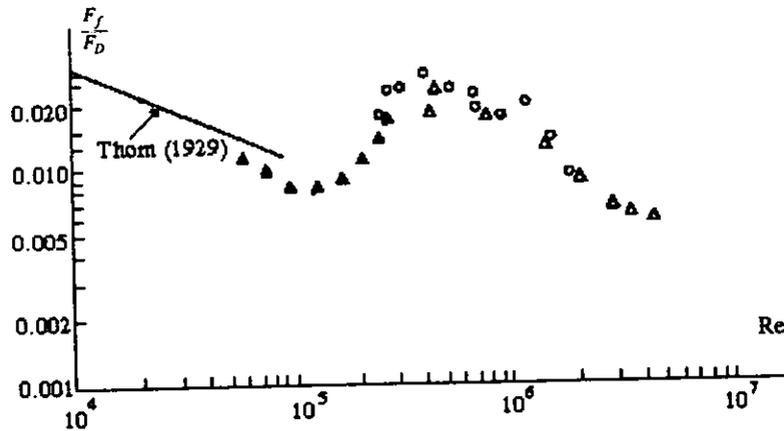


Figura 5.4. Distribución relativa de la fuerza de fricción respecto a la fuerza de arrastre para una tubería. Achenbach (1968)

La fuerza de arrastre está relacionada con el comportamiento de la capa límite que se forma alrededor de la superficie sólida de la tubería. El fluido dentro de la capa límite se encuentra sujeto a una cierta presión determinada por el flujo potencial fuera de la capa, si la presión aguas arriba de la tubería se incrementa respecto a la presión aguas abajo, se genera un gradiente de presión muy grande que junto con los esfuerzos cortantes en la pared hacen que disminuya la cantidad de movimiento dentro de la capa límite provocando la separación de ésta en un punto específico de la superficie de la tubería, este fenómeno ocasiona la formación de vórtice cuya geometría depende del Re. El gradiente de presiones generado por el flujo de agua alrededor de la tubería (figura 5.5), origina una fuerza en dirección de la velocidad instantánea de la partícula de agua, la fuerza de arrastre, que se escribe como:

$$F_D = \frac{1}{2} C_D \rho D U U \tag{5.5}$$

donde  $F_D$  = fuerza de arrastre  
 $C_D$  = coeficiente de arrastre

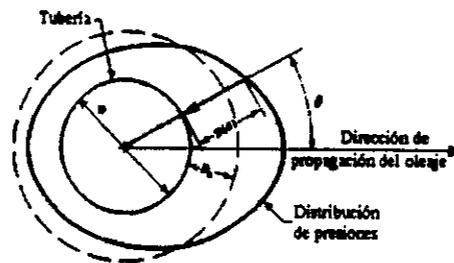


Figura 5.5. Distribución de presiones alrededor de un cilindro expuesto a la acción del oleaje (Dean y Eagleson (1966))

La fuerza de arrastre es proporcional al cuadrado de la velocidad de la partícula de agua en condiciones de flujo estable. En flujo oscilatorio se utiliza el valor absoluto de la velocidad de la partícula para garantizar que la fuerza de arrastre tiene la misma dirección que la velocidad (ec. 5.5).

Estudios experimentales han mostrado que en condiciones de flujo estable el coeficiente de arrastre depende del número de Reynolds y de la rugosidad del cilindro, principalmente, por lo que puede ser determinado experimentalmente. La rugosidad de la tubería aumenta el coeficiente de arrastre;  $C_D$ . Para flujo oscilatorio el coeficiente depende además del número de Keulegan - Carpenter;  $KC$

Para condiciones de flujo estable, la fuerza horizontal total que actúa sobre una tubería submarina está compuesta sólo por la fuerza de arrastre, por lo tanto;

$$F = F_D \tag{5.6}$$

## V.6 FUERZA DEBIDA A LA INERCIA

En el caso de flujo oscilatorio se tiene una fuerza adicional a la fuerza total para flujo estable: la fuerza de inercia.

La aceleración y desaceleración de la partícula de fluido moviéndose alrededor del cilindro provoca un momento sobre éste, el cual genera una fuerza que actúa sobre el cilindro en la dirección del flujo, dicha fuerza se denomina *fuerza de inercia* y se expresa como:

$$F_M = C_M \rho A U = C_M \rho \frac{\pi}{4} D^2 U \tag{5.7}$$

La fuerza de inercia que actúa sobre tuberías submarinas está formada por dos componentes la fuerza debida a la masa hidrodinámica y la fuerza de Froude Krilov. Por lo tanto la fuerza de inercia se puede expresar como:

$$F_M = m'U + \rho V U \tag{5.8}$$

en la cual  $m'U$  es llamada fuerza debida a la masa hidrodinámica, mientras  $\rho V U$  es llamada fuerza de Froude - Krylov, donde  $m'$  es la masa hidrodinámica y  $V$  es el volumen del cilindro.

Considerando una unidad de longitud del cilindro,  $V$  se reduce a  $A$ , área de la sección transversal del cilindro. Sustituyendo lo anterior en la ecuación 5.7, se obtiene:

$$F_M = \rho C_m A U + \rho A U \tag{5.9}$$

fuerza de fuerza de  
masa Froude  
hidrodinámica Krilov

Enseguida se dan más detalles de las dos fuerzas:

### V.6.1 MASA HIDRODINÁMICA

La fuerza debida a la masa hidrodinámica puede ser explicada a través del siguiente ejemplo. Si se considera que una placa infinitamente delgada es sumergida en un fluido de densidad  $\rho$ , en condiciones estables, cuando el fluido se mueve en el plano de la placa ésta presenta una resistencia que se puede considerar despreciable, debido al espesor muy pequeño de la placa. Mientras que, cuando el flujo se mueve en dirección perpendicular al plano de la placa, la resistencia al movimiento que ésta experimenta es muy grande, sin embargo se genera una tendencia al movimiento de la placa.

La magnitud de la resistencia, se debe no sólo a tamaño de la placa sino al flujo en la vecindad de la misma, el cual se acelera debido a la presión que le impone la placa.

La masa hidrodinámica se define como la masa de fluido que se mueve alrededor de un cuerpo, la cual se acelera debido a la acción de la presión (Sumer y Fredsoe, (1997)). Por lo tanto, la masa hidrodinámica de un cilindro estará dada por:

$$m' = \rho \pi r_0^2 \tag{5.10}$$

tradicionalmente la masa hidrodinámica se expresa como:

$$m' = C_m \rho A \tag{5.11}$$

Donde  $A$  es el área de la sección transversal del cuerpo y  $C_m$  el coeficiente de masa hidrodinámica.

### V.6.2 FUERZA DE FROUDE KRILOV

Cuando un cuerpo está inmóvil y el agua es movida con una aceleración,  $a$ , se presentan dos efectos: primero el agua será acelerada en las inmediaciones del cuerpo en la misma dirección de flujo, por lo tanto estará presente la masa hidrodinámica. Segundo; la aceleración del fluido será generada por un gradiente de presión, acorde con:

$$\frac{\partial p}{\partial x} = -\rho \frac{dU}{dt} \tag{5.12}$$

Este gradiente de presión producirá una fuerza adicional sobre el cilindro, denominada fuerza de Froud Krylov y que se define como:

$$F_p = \rho A U \tag{5.13}$$

ESTA TESIS NO DEBE  
 SALIR DE LA BIBLIOTECA

Cuando el agua permanece inmóvil y el cilindro se mueve no habrá gradiente de presión creada por la aceleración del flujo, por lo tanto no existirá fuerza de Froude Krilov.

### V.7 FUERZA DE SUSTENTACIÓN

La tubería experimenta además una fuerza de empuje transversal a la sección de la tubería, denominada fuerza de sustentación. La cual se expresa como:

$$F_L = \frac{1}{2} \rho C_L DU^2 \quad (5.14)$$

La fuerza de sustentación se genera debido a la distribución asimétrica de presiones alrededor del cilindro generada cuando el flujo alrededor de éste se separa de su superficie formando ondas en la parte posterior de la tubería, los vórtices que se forman se separan asimétricamente a ambos lados de la tubería conforme se mueven los puntos de separación hacia los extremos (Iwagaki, et al. (1983)). En la figura 5.6 se observa el comportamiento del fenómeno de difusión, para diferentes valores del  $KC$  y la influencia de éstos sobre la tubería.

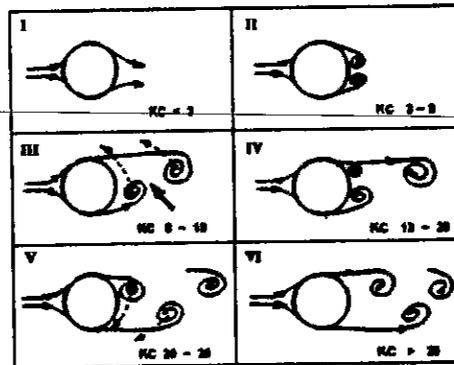


Figura 5.6. Fenómeno de difusión de vórtices en un cilindro inducidos por oleaje, en función del número de  $KC$ , Iwagaki, et al. (1983).

Como consecuencia del fenómeno de difusión de vórtices la distribución de presiones alrededor del cilindro experimenta un cambio periódico conforme progresa el proceso de difusión, resultando en una variación de las componentes de la fuerza total que actúa sobre la tubería. La componente de sustentación, depende de la formación de los vórtices de uno y otro lado de la tubería, que se forman como consecuencia del desarrollo del gradiente de presión alrededor de la tubería. En la figura 5.7 se observa que la fuerza de sustentación crece en tanto el gradiente aumenta, porque la zona de baja presión generada en esta parte intenta levantar la tubería o bajarla, esto se resume en un movimiento oscilatorio, de la tubería, hacia arriba y hacia abajo.

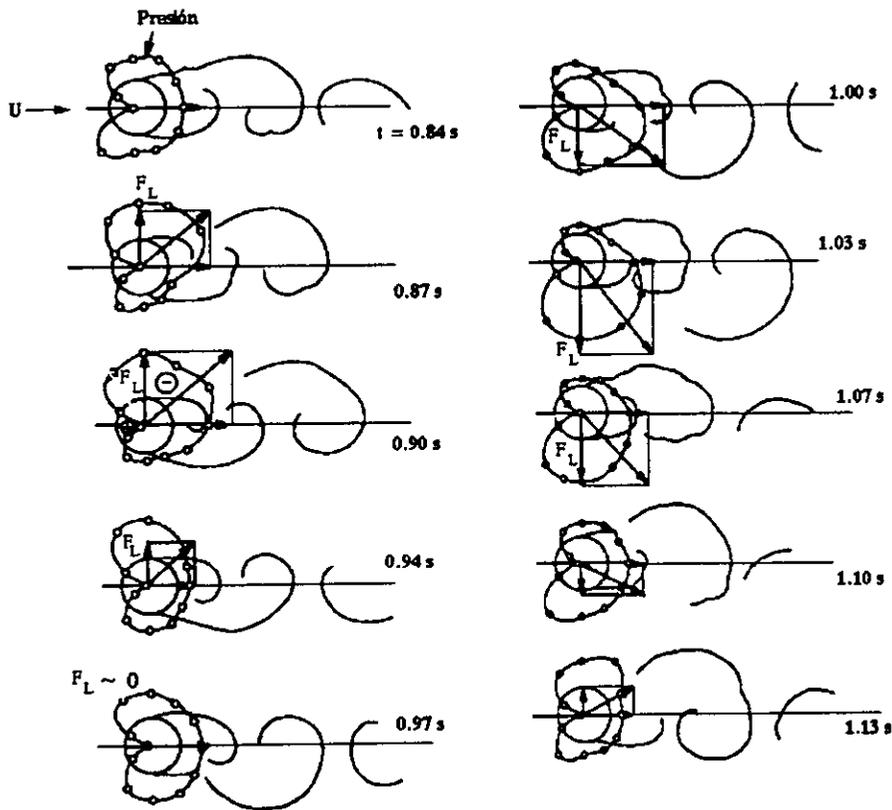


Figura 5.7. Comparación de la magnitud de la fuerza de sustentación con el desarrollo del fenómeno de difusión de vórtices en un cilindro. (Drescher 1956)

### V.8 FUERZAS SOBRE UNA TUBERÍA, INDUCIDAS SÓLO POR CORRIENTES

Las corrientes oceánicas pueden ser clasificadas de acuerdo con su generación en: corrientes por fuerzas astronómicas, corrientes por fuerzas meteorológicas, corrientes por gradientes de densidad y corrientes inducidas por oleaje, todas dependientes del tiempo. Sus velocidades pueden ser denotadas por  $v_c(x,y,z,t)$ , no obstante, los períodos de oscilación de las corrientes oceánicas son muy grandes por lo que usualmente son consideradas como constantes. Para el diseño de estructuras costa fuera, se asume que la distribución de las corrientes respecto a la estructura es uniforme en un plano horizontal y únicamente es función de la profundidad, lo cual implica que:

$$\frac{\partial v_c}{\partial x} = \frac{\partial v_c}{\partial y} = 0 \quad \text{y} \quad \frac{\partial v_c}{\partial z} \neq 0 \quad (5.15)$$

por lo que para condiciones de flujo estable, la tubería experimenta sólo una fuerza de arrastre en dirección del flujo y una de sustentación en la dirección z.

El régimen de flujo alrededor de una tubería varía el número Re. Además, efectos tales como: la rugosidad de la tubería, la turbulencia y la cercanía del lecho marino influyen el flujo y, por tanto

a las fuerzas desestabilizadoras. Excepto para números de  $Re$  muy pequeños ( $Re \leq 40$ ), hay una característica de flujo común a todos los regímenes; la difusión de vórtices, este fenómeno tiene una influencia significativa sobre las fuerzas hidrodinámicas. Como una consecuencia del fenómeno de difusión de vórtices, la distribución de presiones alrededor de la tubería experimenta un cambio periódico conforme progresa el proceso de difusión, por tanto existe, una variación periódica de las fuerzas que actúan sobre el cilindro.

Este comportamiento induce a dos características importantes: primero, la fuerza que actúa sobre el cilindro en la dirección de flujo (fuerza de arrastre) cambia periódicamente en el tiempo, alrededor de un valor de arrastre medio y segundo, si bien la llegada del flujo es completamente simétrica con respecto al eje del cilindro existe una fuerza diferente de cero (aunque muy pequeña) sobre el cilindro en dirección perpendicular a la dirección de flujo (la fuerza de sustentación), ésta también varía con el tiempo.

### V.8.1 FUERZA DE ARRASTRE

Como se mencionó anteriormente la influencia de la fuerza de arrastre depende, principalmente de la distribución de presiones generada alrededor del cilindro, en la figura 5.8 se presenta un esquema de la distribución de presiones para dos condiciones de flujo, régimen subcrítico,  $Re = 1 \times 10^5$  y régimen supercrítico,  $Re = 8.5 \times 10^5$ . En figura 5.9 se observa que el arrastre es menor para régimen de flujo supercrítico que para régimen subcrítico, esto debido a que el punto de separación se mueve de  $\phi_s = 75^\circ$  ( $Re = 1 \times 10^5$ ) a  $\phi_s = 140^\circ$  ( $Re = 8.5 \times 10^5$ ).

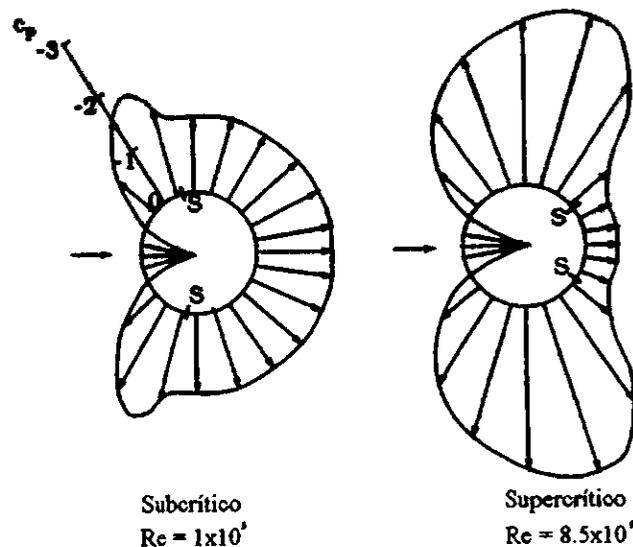


Figura 5.8. Gráfico de distribución de presiones. (Achenbach, 1968).

Cuando el régimen cambia de subcrítico a supercrítico la región de vórtices generada aguas abajo se estrecha lo suficiente, lo que conduce a una reducción en el arrastre, este comportamiento se denomina crisis de arrastre.

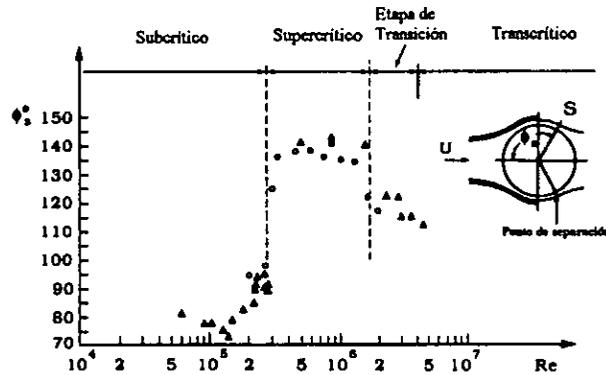


Figura 5.9. Posición del punto de separación respecto al número Re (Achenbach, 1968).

La fuerza de arrastre para flujo estable (corrientes) se expresa como:

$$F_D = \frac{1}{2} \rho C_D D U_c^2 \tag{5.16}$$

Un parámetro que afecta el comportamiento de la fuerza de arrastre es la rugosidad. Éste está directamente relacionado con el punto de separación de flujo, en la figura 5.10 se muestra el comportamiento del ángulo de separación comparada con el número Re para diferentes rugosidades, se observa que en tanto la rugosidad aumenta el ángulo de separación de flujo disminuye, lo que implica que la influencia de la fuerza de arrastre se incrementa a medida que aumenta la rugosidad de la tubería.

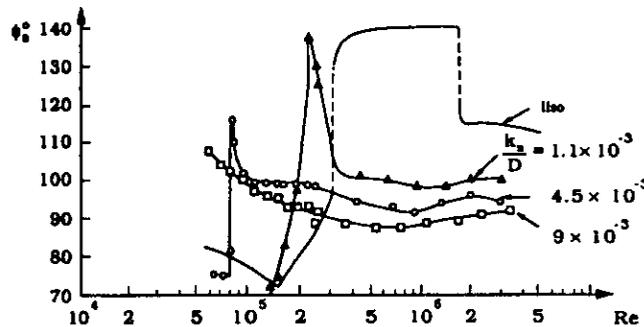


Figura 5.10. Posición angular del punto de separación de la capa límite para varios valores de rugosidad. Achenbach (1971).

Por otro lado, los cambios en el flujo causados por la proximidad del lecho marino influyen las fuerzas que actúan sobre el cilindro, dicha influencia se evalúa con el parámetro  $e/D$ . En la figura 5.11 se observa la distribución de presión alrededor de un cilindro colocado a diferentes distancias del lecho marino. En la figura 5.11 se observa que, dada una distribución de presiones, la influencia de la fuerza de arrastre se incrementa a medida que la relación de vacíos ( $e/D$ ) decrece.

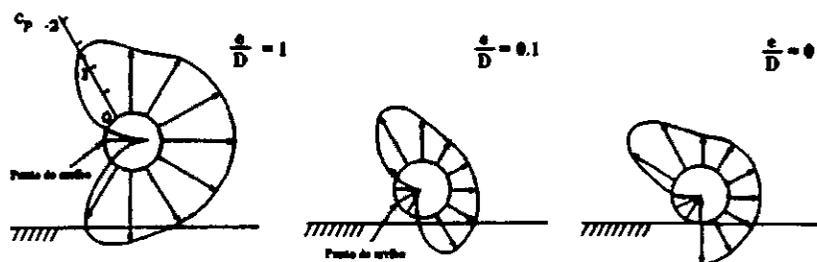


Figura 5.11. Distribución de presiones sobre una tubería cercana al lecho marino. Berman y Zdravkovich (1978)

Cuando la tubería está colocada muy cerca del lecho marino, el flujo es perturbado generándose vórtices, que en su desarrollo induce el movimiento de las partículas de arena debajo de la tubería acumulándola a un lado y otro de ésta, entonces la tubería tiende a flotar o enterrarse, esto ocasiona que la fuerza de arrastre disminuya significativamente, incluso llega a tomar un valor muy cercano a cero cuando se entierra completamente, dependiendo de las características del suelo.

### V.8.2 FUERZA DE SUSTENTACIÓN

El desarrollo del fenómeno de difusión de vórtices toma un papel muy importante en la existencia y comportamiento de la fuerza de sustentación. Para valores de  $Re > 40$ , la capa límite se rompe generando la formación de vórtices aguas abajo de la tubería.

La fuerza de sustentación actúa cuando se genera un vórtice A, más largo que el vórtice B, de un lado de la tubería como se muestra en la figura 5.12, en tanto el vórtice B crece, rompe el vórtice A y se forma el vórtice C, el vórtice C progresa de la misma manera que A, entonces el vórtice B rompe. Este proceso es repetitivo con el tiempo, la difusión de vórtices ocurre de manera alternada de un lado y otro de la tubería. La asimetría formada en el área de difusión de vórtices es precisamente la causante de la fuerza de sustentación. En la figura 5.6 se observa cómo progresa la difusión de vórtices y la fuerza de sustentación.

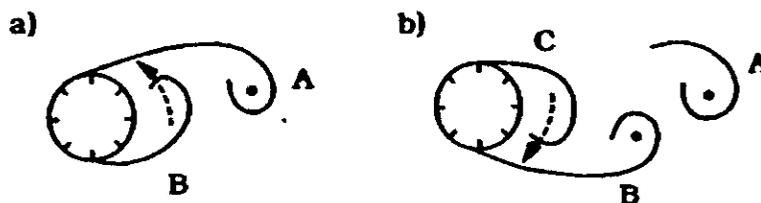


Figura 5.12. Proceso del fenómeno de difusión de vortices (Sumer y Fredsoe, 1997).

El fenómeno de difusión de vórtices se desarrolla con una frecuencia la cual depende del número  $Re$ , y se representa por un parámetro adimensional denominado número de Strouhal, que está definido como:

$$St = \frac{f_v D}{U} \tag{5.16}$$

a partir de este parámetro es posible observar la influencia de la rugosidad de la tubería.

La fuerza de sustentación se ve influenciada por la cercanía de la tubería al lecho marino, muchos son los trabajos que se han hecho al respecto, Fredsoe y Hansen'n (1987), Yamamoto, Nath y Slotta (1974), entre otros. Se ha mostrado que, mientras la fuerza de sustentación es bastante pequeña para relaciones de vacío  $e/D=0.2-0.3$ , ésta incrementa tremendamente conforme la relación de vacíos decrece. Esto se debe en parte, a que el punto de llegada del flujo se recorre abajo del cilindro.

La expresión matemática para la fuerza de sustentación inducida sobre una tubería submarina sólo por corrientes, es:

$$F_L = \frac{1}{2} \rho C_L D U_c^2 \quad (5.17)$$

### V.9 FUERZAS SOBRE UNA TUBERÍA, INDUCIDAS SÓLO POR OLEAJE

Cuando una tubería está expuesta a corrientes estables las fuerzas hidrodinámicas dependen básicamente del número  $Re$ , no así, cuando la tubería está expuesta a la acción del oleaje, en este caso depende de un parámetro adicional, el parámetro de período.

El flujo armónico en un cilindro ha sido analizado por varios investigadores Keulegan y Carpenter (1958), Heinzer y Dalton (1969); Rance (1969), Sarpkaya (1975-1976), Yamamoto y Nath (1976), Sommer y Fredsoe (1990), Bryndum (1985), entre otros. Keulegan y Carpenter (1958) determinaron que cuando la tubería está expuesta a condiciones de flujo oscilatorio, depende de un parámetro adicional denominado parámetro de período o número de Keulegan-Carpenter, que se define como:

$$KC = \frac{U_m T_w}{D} \quad (5.18)$$

donde  $U_m$  es la velocidad máxima y  $T_w$  es el período de oscilación. Si el flujo es sinusoidal el número  $KC$  se representa por:

$$KC = \frac{2\pi a}{D} \quad (5.19)$$

Donde  $a$  es la amplitud del movimiento. Físicamente el número  $KC$  es la relación que existe entre la carrera del movimiento, es decir  $2a$ , con el diámetro del cilindro. Para números de  $KC$  pequeños significa que el movimiento orbital de la partícula de agua es pequeño comparado con el diámetro de la tubería. Cuando  $KC$  es muy pequeño es muy probable que no ocurra separación de flujo de la tubería.

Para números de  $KC$  grandes, significa que la partícula de agua viaja a una distancia relativa mayor a la anchura total de la tubería, en este caso la capa límite rompe y se presenta el fenómeno de difusión de vórtices.

En la figura se observa el comportamiento del flujo para  $Re = 10^3$  en función del número  $KC$

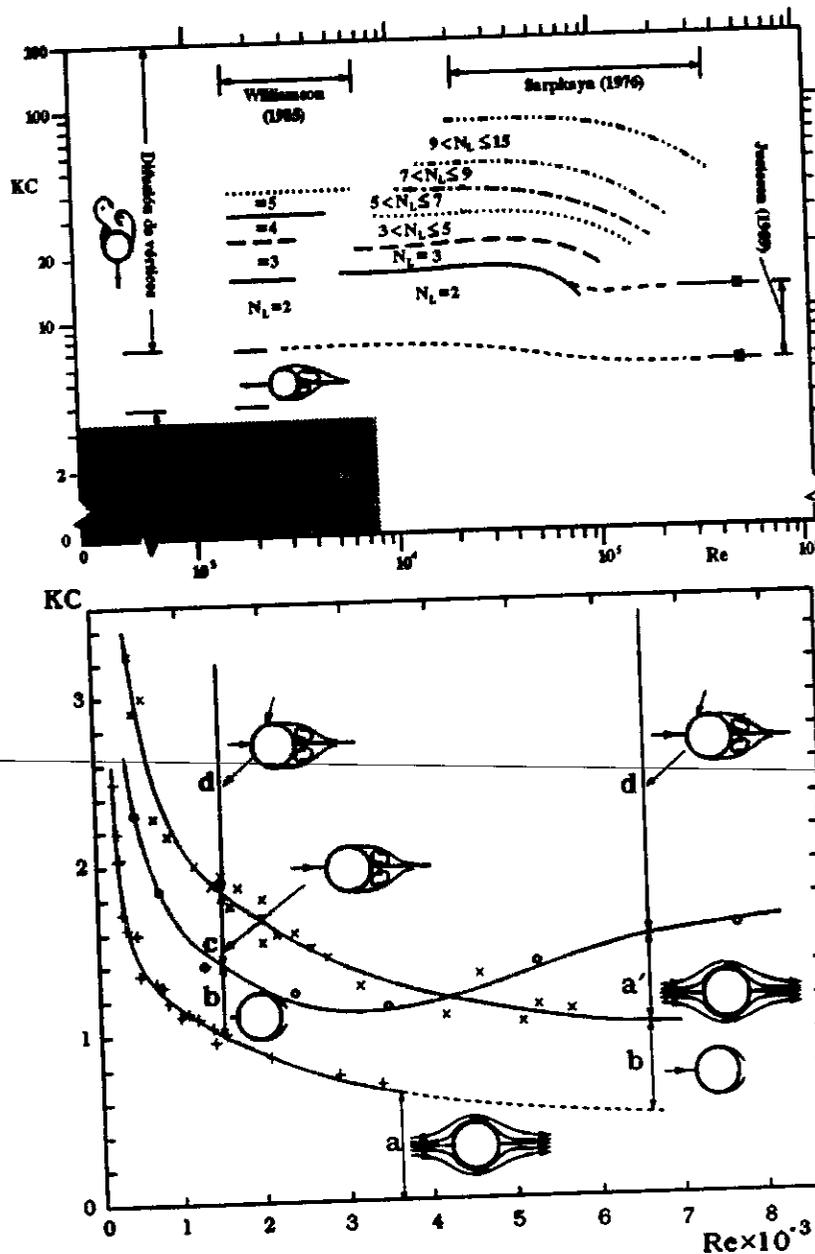


Figura 5.13. Régimen de flujo alrededor de un cilindro liso, expuesto a flujo oscilatorio. Sumer (1997).

Los resultados de la figura 5.13, fueron tomados de los datos presentados por Sarpkaya (1976), Williamson (1985) y Justesen (1989). El parámetro  $N_L$  es el número de oscilaciones en la fuerza de sustentación por cada ciclo del flujo:  $N_L = f_L / f_w$  en el cual  $f_L$  es la frecuencia fundamental de la fuerza de sustentación y  $f_w$  es la frecuencia de oscilación del flujo.

Similar al caso de la acción de corrientes, una tubería sujeta a la acción del oleaje experimenta dos fuerzas hidrodinámicas: una fuerza horizontal en dirección del flujo y una fuerza de sustentación. Dichas fuerzas se ven influenciadas por diversos factores; como la rugosidad del tubo, su cercanía con el lecho marino y las condiciones de oleaje principalmente. La acción de las fuerzas

desestabilizadoras, sobre la tubería, depende en gran parte de si ésta esté enterrada, parcialmente enterrada, sobre el suelo o flotando. A continuación se resume el comportamiento de las fuerzas hidrodinámicas generadas por la acción del oleaje.

### V.9.1 FUERZA HORIZONTAL

Cuando una tubería está expuesta a una corriente, la fuerza horizontal se debe sólo al arrastre, en el caso del oleaje hay una contribución adicional a la fuerza horizontal total, la fuerza debida a la inercia, Morison (1950) propone una expresión para evaluar esta fuerza:

$$F = \frac{1}{2} \rho C_D D U |U| + \rho C_M A \dot{U} \quad (5.20)$$

donde  $\rho C_M A \dot{U}$  es la fuerza de inercia, que se compone de la fuerza debida a la masa hidrodinámica y la fuerza de Froude Krylov, explicadas anteriormente.

El término de velocidad al cuadrado de la ecuación 5.15, en la ecuación 5.20 se escribe como  $U |U|$  para asegurar que la fuerza de arrastre tiene siempre la dirección del flujo.

De la ecuación 5.9 el nuevo coeficiente  $C_M$ , coeficiente de inercia, es igual a:

$$C_M = C_m + 1 \quad (5.21)$$

La ecuación propuesta por Morison para evaluar las fuerzas hidrodinámicas, presenta ciertas desventajas en su aplicación, entre las más sobresalientes se tiene que:

Por ejemplo; la ecuación sólo es aplicable a oleaje unidireccional sin rotura, los coeficientes de las fuerzas se suponen independientes del tiempo, además de considerar sólo la acción de la fuerza en línea con la dirección del oleaje. La fuerza debida a la difusión de los vórtices es despreciada, aún cuando es significativa para valores  $KC > 5$ , lo que implica que la fuerza hidrodinámica total es subestimada.

Sin embargo, la ecuación de Morison ha mostrado buenos resultados, cuando se consideran los aspectos anteriores en la determinación de los coeficientes de las fuerzas, siendo éstos el parámetro más importante a analizar al determinar la acción de las fuerzas hidrodinámicas sobre una tubería submarina.

Analizando el comportamiento de la fuerza horizontal con el parámetro de período, se observa que para valores pequeños de  $KC$  la componente de inercia es mayor comparada con la componente de arrastre, por otro lado, en tanto  $KC$  aumenta la separación de flujo comienza a ocurrir y por tanto la fuerza de arrastre se incrementa.

Estudios realizados por Fredsoe y Sumer (1997) a partir de Sarpkaya, Honli(1976,1986) y Justesen (1989), entre otros, han mostrado que dentro de los rangos de  $0 < KC < 20,30$  la inercia domina mientras que para valores de  $KC > 20-30$  domina el arrastre, debido a que estas condiciones varían con el tiempo, la tubería está expuesta a experimentar vibraciones.

Para obtener la fuerza total máxima es importante considerar la relación de fase que existe entre la fuerza de inercia y la fuerza de arrastre, la cual se observada en la expresión 5.20, en la que se muestra que hay una diferencia de fase de  $90^\circ$  entre el valor máximo de  $F_M$  y el valor máximo de  $F_D$ , es decir, el valor máximo de la fuerza horizontal total no es precisamente la suma de los máximos de cada fuerza, esto se puede observar en la gráfica de la figura 5.14.

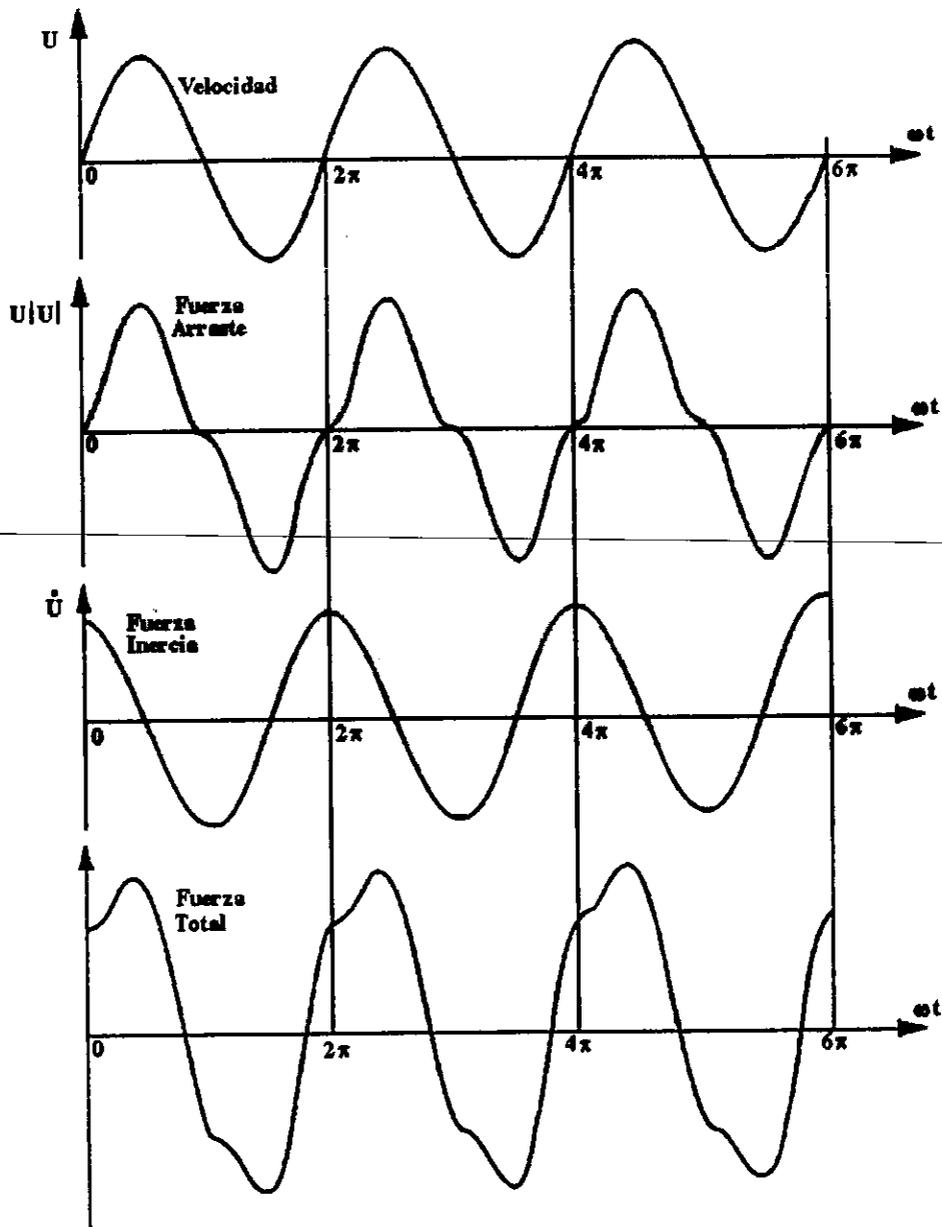


Figura 5.14. Variación temporal observada en la fuerza de arrastre y de inercia en flujo oscilatorio. (Sumer y Fredsoe, 1997)

### V.9.2 FUERZA DE SUSTENTACIÓN

Cuando una tubería está expuesta a la acción del oleaje, experimenta una fuerza de sustentación, esta fuerza oscila a una frecuencia diferente de la frecuencia de oscilación del flujo. La variación de la fuerza con el tiempo está directamente relacionada con el movimiento de los vórtices alrededor de la tubería. Obviamente, si el flujo alrededor de la tubería no se separa de ésta entonces no existe fuerza de sustentación, esto ocurre cuando el parámetro  $KC$  es muy pequeño.

En la figura 5.15 se muestra la generación y el subsecuente desarrollo de la fuerza de sustentación conforme el parámetro  $KC$  es incrementado a partir de cero. La figura indica que la fuerza de sustentación aparece cuando  $KC$  alcanza un valor aproximadamente igual a 4, que es precisamente cuando el área, donde se difunden los vórtices, comienza a ser asimétrica, se observa además que la fuerza es significativa después de que  $KC$  se incrementa a un valor de 6 - 7, valores más allá de los cuales inicia el fenómeno de difusión de vórtices.

Cuando se analiza la fuerza de sustentación las cantidades más importantes son la frecuencia de sustentación y la magnitud de la fuerza. La frecuencia de la fuerza de sustentación se relaciona con el parámetro  $N_L$  (frecuencia de la fuerza de sustentación normalizada), es decir, el número de oscilaciones en la fuerza de sustentación por ciclo del flujo, el cual se presentó en la figura 5.15.

La magnitud de la fuerza de sustentación, se puede representar por dos aproximaciones. En una se considera el valor máximo de la fuerza de sustentación, mientras que en el otro se adopta el valor cuadrático medio (r.m.s) de la fuerza de sustentación. Éstas se pueden representar en términos de los coeficientes, de la siguiente forma:

$$F_{L\text{máx}} = \frac{1}{2} \rho C_{L\text{máx}} DU_m^2 \quad (5.22)$$

$$F_{L\text{rms}} = \frac{1}{2} \rho C_{L\text{rms}} DU_m^2 \quad (5.23)$$

en la cual  $F_{L\text{máx}}$  y  $F_{L\text{rms}}$  son los valores máximo y r.m.s (cuadrático medio). de la fuerza de sustentación, respectivamente, mientras  $C_{L\text{máx}}$  y  $C_{L\text{rms}}$  son los coeficientes de la fuerza.

La acción de las fuerzas depende de las condiciones del entorno, por lo que existen varios factores que la afectan, estos factores se manifiestan directamente en el comportamiento de los valores de los coeficientes de las fuerzas, los cuales serán analizados más adelante.

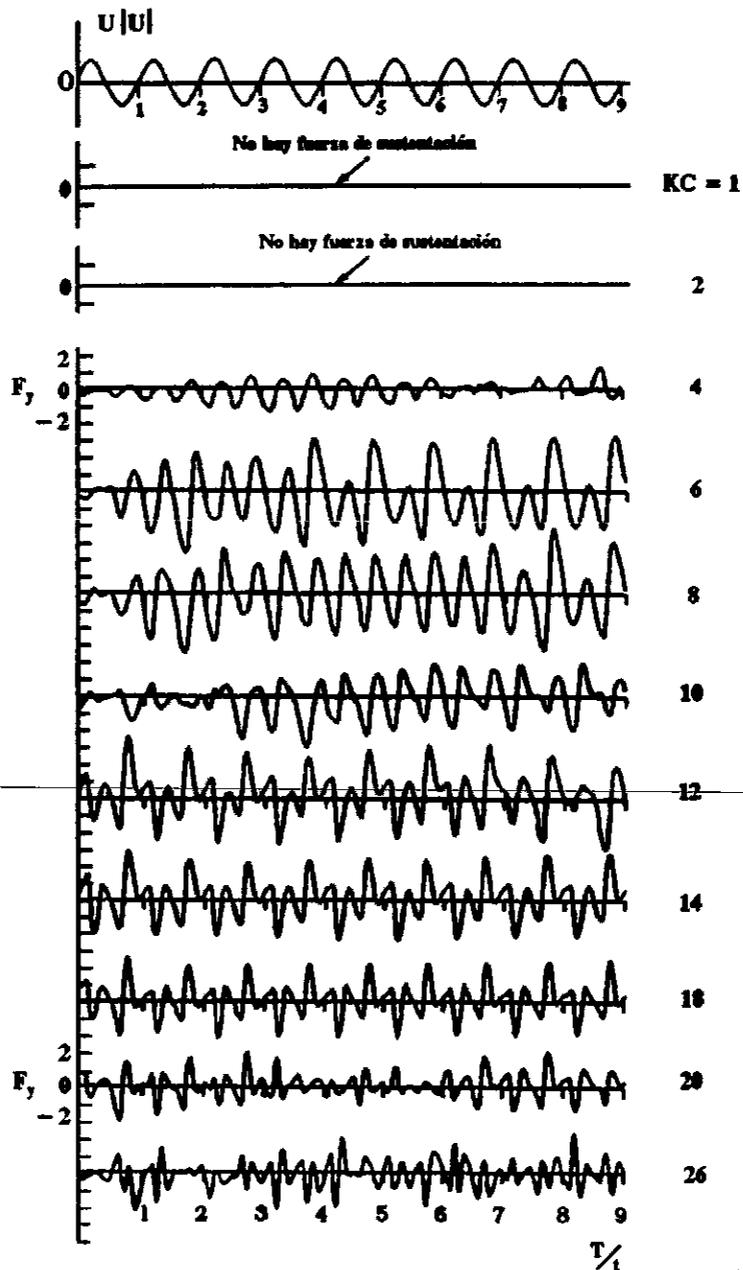


Figura 5.15. Variación de la fuerza de sustentación con forme varia  $KC$ . Justesen (1991)

### V.10 FUERZAS INDUCIDAS POR LA ACCIÓN CONJUNTA DEL OLEAJE-CORRIENTE

El oleaje y las fuerzas debidas al oleaje se ven afectadas por las corrientes. Debido en parte a la dificultad de obtener y analizar los datos de las fuerzas generadas por oleaje - corriente y aunado a la carencia de modelos matemáticos que puedan representar esta condición, los efectos de las corrientes

sobre el oleaje y sobre las fuerzas hidrodinámicas no ha sido completamente investigada. En esta sección se presenta una revisión del comportamiento de las fuerzas hidrodinámicas generadas por la acción de oleaje - corriente sobre las tuberías submarinas.

Cuando las corrientes coexisten con el oleaje, la presencia de las corrientes puede afectar el oleaje. El problema de la interacción oleaje - corriente ha sido analizado por muchos investigadores: Peregrine (1976), Junsson (1990) y Soulsby, Hamm, Klopman, Myrhaug, Simons y Thomas (1993), Sarpkaya y Storm (1985), Sumer (1992), entre otros.

En lo subsecuente, para simplificar el problema, se considera que el flujo oscilatorio, que representa el oleaje, permanece constante en presencia de la superposición de corrientes,  $U_c$  es la velocidad de la corriente, un parámetro clave en el análisis será la relación de la velocidad de la corriente para la velocidad máxima del flujo oscilatorio, es decir,  $U_c / U_m$ . En este caso también el parámetro de flujo,  $Re$  y el parámetro de período,  $KC$  son los puntos de comparación en la determinación del comportamiento de las fuerzas.

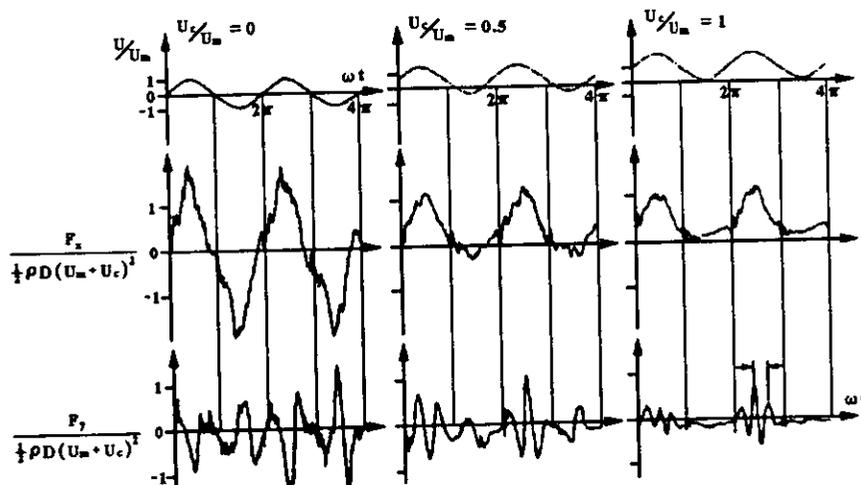


Figura 5.16. Serie de tiempo de las fuerzas en el caso de corrientes coexistentes  $KC=20$ . Sumer et al. (1992)

Los efectos de la corrientes sobre las fuerzas, pueden ser explicadas con las gráficas de la figura 5.16, obtenidas de los trabajos de Sumer (1992). De esta figura se pueden hacer las siguientes observaciones:

- 1). La fuerza horizontal varía con respecto al tiempo con la misma rapidez que la velocidad de flujo.
- 2). El sentido en el que la fuerza de sustentación varía en el tiempo, durante el curso de un ciclo, cambia marcadamente con el cambio del parámetro  $U_c / U_m$  de 0 a 1. Para  $U_c / U_m = 0.5$ , la porción del período de flujo donde la velocidad del flujo  $U < 0$  es suficientemente grande como para que inicie la generación de vórtices de forma alternada arriba y debajo de la tubería, lo que conduce a una fuerza de sustentación positiva o negativa, respectivamente.

Para  $U_c / U_m = 1$ , sin embargo, la figura muestra que la difusión desaparece cuando la componente oscilatoria del movimiento está en dirección opuesta a las corrientes.

---

Durante el período de tiempo en el cual existe la difusión de vórtices, la figura indica que la relación de Strouhal, está dada por:

$$St = \frac{f_v D}{(U_c + U_m)}$$

lo que implica que la velocidad se considera como la suma de la velocidad de la corriente  $U_c$  más la velocidad del oleaje  $U_m$  y  $f_v$  es la frecuencia promedio de la difusión de vórtices.

Dado que el comportamiento de las fuerzas es dependiente del tiempo, la velocidad usada en las formulaciones para determinar las fuerzas hidrodinámicas generadas por la acción del oleaje, puede tomarse como:

$$U = U_c + U_m(t)$$

## RESUMEN

En este capítulo se han presentado las bases teóricas para el estudio de las fuerzas hidrodinámicas desestabilizadoras, generadas por la acción del oleaje, de las corrientes y por la interacción oleaje - corriente, dichas fuerzas son: la fuerza de sustentación, la fuerza de arrastre y la fuerza de inercia.

El régimen de flujo determina la naturaleza de las fuerzas hidrodinámicas. Cuando la tubería está expuesta a flujo estable (corrientes), el parámetro más importante que define las condiciones del flujo es el número  $Re$ , en condiciones de oleaje el flujo depende de un parámetro adicional denominado parámetro de período o número de Keulegan Carpenter ( $KC$ ).

Cuando la tubería está expuesta sólo a la acción de las corrientes, la fuerza total horizontal que actúa sobre la tubería es igual a la fuerza de arrastre, no así cuando la tubería está expuesta a condiciones de oleaje, entonces se adiciona la fuerza debida a la inercia.

La fuerza de arrastre se genera por el gradiente de presiones formado alrededor de la tubería por el flujo de agua, por lo que dicha fuerza se debe a las fuerzas cortantes viscosas del fluido, la fuerza de inercia se debe a la aceleración y desaceleración del fluido en las vecindades de la tubería, y la fuerza de sustentación se genera debido a la distribución asimétrica de presiones alrededor del cilindro generada por el fenómeno de difusión de vórtices.

Las fuerzas inducidas por el oleaje y las corrientes sobre las tuberías submarinas es un fenómeno muy complejo, para el cual la ecuación de Morison ofrece una solución empírica simple. Matemáticamente, el modelo de propuesto por Morison está expresado como:

$$F = \frac{1}{2} \rho C_D D U |U| + \rho C_M A \dot{U}$$

Por otro lado, la fuerza de sustentación se expresa como:

$$F_L = \frac{1}{2} \rho D C_L U^2$$

Las condiciones ambientales determinan el comportamiento de las fuerzas hidrodinámicas, así por ejemplo, además de los efectos de las variaciones en el régimen de flujo, factores tales como la rugosidad del cilindro, la cercanía de la tubería al lecho marino, entre otros, afectan la magnitud de las fuerzas.

**VI COEFICIENTES  
HIDRODINÁMICOS**

## VI.1 INTRODUCCIÓN

La evaluación de fuerzas hidrodinámicas es una de las tareas con mayor importancia en el diseño de estructuras costa fuera, cuyo propósito fundamental es garantizar la estabilidad de las tuberías submarinas. La estabilidad de tuberías en el fondo marino ha estado basada tradicionalmente en las siguientes formulaciones para las fuerzas hidrodinámicas:

$$\text{Horizontal : } F(t) = F_D(t) + F_M(t) \tag{6.1}$$

$$= \frac{1}{2} \rho D C_D U(t) U(t) + \frac{\pi}{4} \rho D^2 C_M a(y)$$

$$\text{Sustentación } F(t) = F_L(t) = \frac{1}{2} \rho D C_L U^2(t) \tag{6.2}$$

La ecuación (6.1) es la ecuación propuesta por Morison et al. (1950), es el modelo semiempírico más comúnmente usado para evaluar la fuerza inducida por el oleaje en la dirección del flujo sobre estructuras pequeñas comparadas con la longitud de onda. La ecuación de Morison es la suma lineal de la fuerza de arrastre y la fuerza de inercia.

De las ecuaciones para evaluar las fuerzas hidrodinámicas (6.1 y 6.2), se puede ver que tanto la velocidad y la aceleración como la densidad y el diámetro de la tubería son datos conocidos, no así los coeficientes, éstos pueden ser determinados experimentalmente o bien usando aproximaciones por mínimos cuadrados y por transformación de Fourier.

Cada coeficiente tiene la función de mantener la proporcionalidad entre la fuerza y los demás parámetros; diámetro de la tubería, viscosidad del agua y velocidad y aceleración de la partícula de agua; para diferentes condiciones medioambientales. Dada esta proporcionalidad, los coeficientes representan el comportamiento de la fuerza bajo diferentes condiciones de flujo.

Recientes investigaciones han mostrado que los coeficientes de las fuerzas  $C_D$  y  $C_L$  alcanzan valores más grandes bajo la acción del oleaje (Sarpkaya y Rajabi, Grace y Zee, Bryndum et al.) que bajo la acción sólo de corrientes. Las condiciones medioambientales usadas en los procedimientos comunes para analizar la estabilidad de la tubería son muy importantes, ya que cualquier variación de éstos puede conducir a subestimar o sobrestimar las fuerzas hidrodinámicas lo que conduciría a un incremento de los requerimientos del peso sumergido o bien a tener un riesgo latente de falla en la tubería, lo anterior provocaría un impacto significativo en el costo de la construcción de la tubería.

Este tipo de dificultades ha inducido a un análisis más profundo en la determinación y comportamiento de los coeficientes hidrodinámicos. En esta sección se hace una recopilación de los resultados experimentales obtenidos en diversos estudios, considerando los parámetros que afectan el comportamiento de dichos coeficientes hidrodinámicos.

## VI.2 COEFICIENTES HIDRODINÁMICOS

Los coeficientes hidrodinámicos tienen un papel preponderante en la determinación de las fuerzas hidrodinámicas, debido a que su valor considera las condiciones ambientales reinantes en las vecindades de la tubería, por otro lado, la magnitud de estos parámetros permite inducir la acción de las fuerzas y la importancia de éstas, bajo ciertas condiciones. Los coeficientes consideran factores tales como: las condiciones de flujo (número de  $Re$ ), el fenómeno de difusión de vórtices (número  $KC$ ), la rugosidad de la tubería ( $k_s$ ), la relación de vacíos cuando la tubería está colocada cerca del suelo marino ( $e/D$ ), el movimiento de la tubería, entre otros.

Muchos han sido los trabajos de investigación dedicados a determinar los coeficientes hidrodinámicos de las fuerzas generadas por la acción del oleaje, entre ellos destacan las investigaciones hechas por Keulegan y Carpenter (1958), quienes dedicaron su trabajo al análisis del comportamiento del flujo en condiciones oscilatorias alrededor de cilindros. Sus trabajos han sido la base de muchos estudios al respecto; Sarpkaya (1976), Yamamoto (1979) y Miller, Maull (1978), Maull y Norman (1975) Chakrabarti (1985), Berman (1985), Sumer (1997), entre otros.

## VI.3 COEFICIENTES HIDRODINÁMICOS BAJO LA ACCIÓN DE CORRIENTES

Cuando las fuerzas hidrodinámicas sobre la tubería son inducidas sólo por corrientes, los valores de los coeficientes de arrastre ( $C_D$ ) e inercia ( $C_I$ ) dependen del número de Reynolds,  $Re$ , y de la rugosidad ( $k_s$ ) del cilindro, Sarpkaya, 1976. Tradicionalmente estos valores se han obtenido experimentalmente, para diferentes condiciones de flujo.

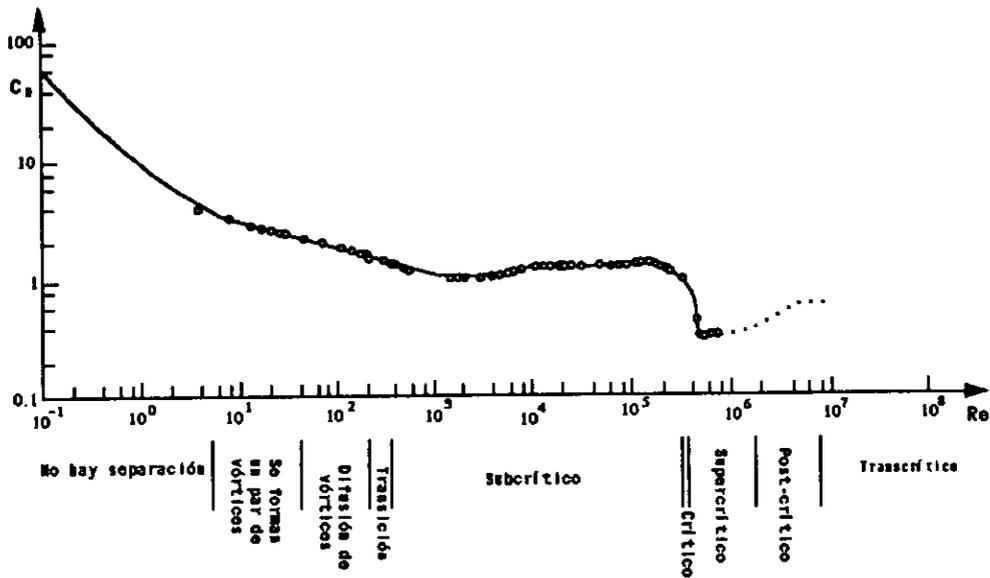
### VI.3.1 Coeficiente de arrastre

El coeficiente  $C_D$ , coeficiente de arrastre, está definido por:

$$C_D = \frac{F_D}{\frac{1}{2} \rho D U_c^2} \quad (6.3)$$

En la figura 6.1 se presentan los datos experimentales de la variación del coeficiente de arrastre con el número  $Re$ , para el caso de un cilindro con superficie lisa. En la práctica, se ha encontrado que la zona de mayor interés se tiene para valores de  $Re > 40$ , debido a que a partir de este valor se observan cambios importantes en las condiciones de flujo. Las condiciones de flujo determinan la acción de la fuerza de arrastre sobre la tubería, en dicha figura se observa que  $C_D$  decrece paulatinamente con el incremento de  $Re$ , hasta un valor de  $Re$  igual a 300, aproximadamente, a partir del cual  $C_D$  toma un valor prácticamente constante de 1.2, en todo el rango de régimen subcrítico ( $300 < Re < 3 \times 10^5$ ). Cuando  $Re$  alcanza un valor de  $3 \times 10^5$   $C_D$  decrece drásticamente hasta un valor de 0.25, en un rango de  $Re$  que se considera como lapso de transición o crítico. En un rango de  $3.5 \times 10^5 < Re < 1.5 \times 10^6$  se alcanza nuevamente un valor más o menos constante. Este fenómeno, es decir la disminución drástica de  $C_D$ , se denomina crisis de arrastre y se puede deber a la transición entre la separación de la capa límite y un estado turbulento, que ocurre en un lapso de  $Re$  muy pequeño (Régimen crítico).

a) .-



b) .-

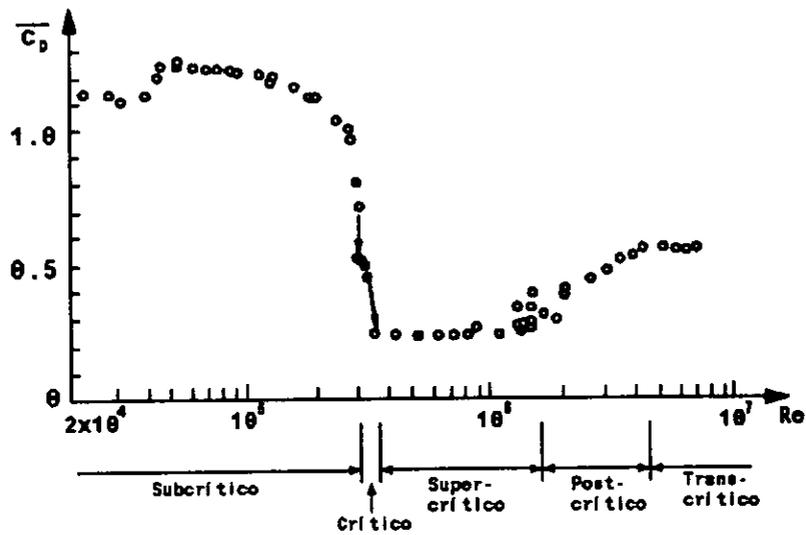


Figura 6.1. Coeficiente de arrastre para un cilindro liso como una función de Re. Sumer y Fredsoe, 1997.

Retomando la figura 6.1, se observa que  $C_D$  se incrementa conforme el régimen de flujo varía de supercrítico a post-crítico, hasta alcanzar un valor de 0.5 en  $Re$  de  $4.5 \times 10^6$  a partir del cual se mantiene aparentemente constante. Estos efectos se asocian al comportamiento del flujo en la capa límite, así para este rango de  $Re$  el flujo en la capa límite es completamente turbulento.

Para los datos antes presentados, no se considera el movimiento físico de la tubería, ya que esto ocasionaría variaciones en el flujo que harían más compleja la interpretación anterior.

En el caso de una tubería con superficie rugosa, el coeficiente de arrastre ahora no es función únicamente de  $Re$  sino también del parámetro de rugosidad  $k_s/D$

$$C_D = C_D \left( Re, \frac{k_s}{D} \right) \quad (6.4)$$

En la figura 6.2 se representa  $C_D$  como una función del parámetro de rugosidad. La forma en que varía  $C_D$  con  $Re$  para un valor dado de  $k_s/D$  determina el comportamiento del coeficiente con la rugosidad, en general  $C_D$  aumenta, en algunas regiones, conforme la rugosidad aumenta. De esta figura se hacen las siguientes observaciones:

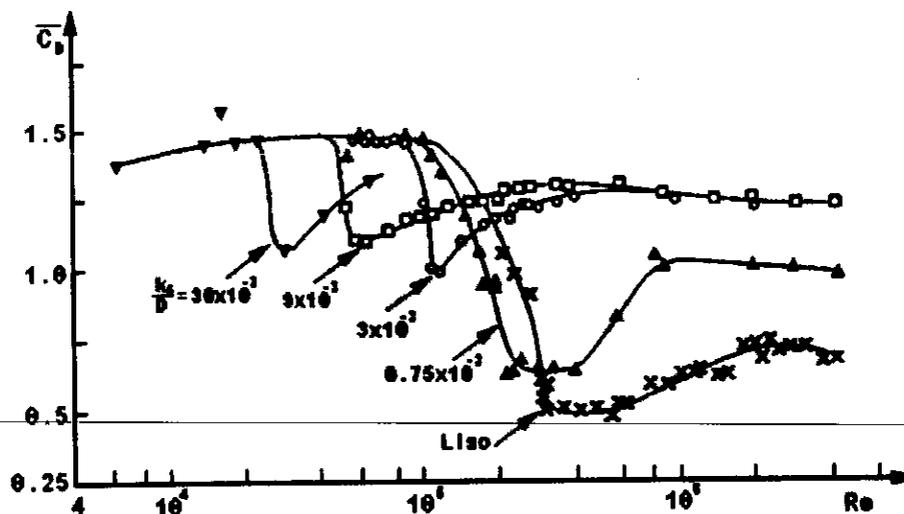


Figura 6.2. Coeficiente de arrastre para varios parámetros de rugosidad  $k_s/D$ . Achenbach y Heinecke (1981).

- Para valores de  $Re$  pequeños,  $C_D$  mantiene su valor más o menos igual al caso de tubería lisa, de aproximadamente 1.4.
- La curva  $C_D$  vs  $Re$  tiende a bajar a medida que  $Re$  se incrementa y la rugosidad decrece, este comportamiento se puede deber al cambio de régimen laminar a turbulento, en la capa límite.

La crisis de arrastre, la cual se caracteriza por una marcada depresión en la curva de  $C_D$ , en el caso de cilindro liso, para cilindros rugosos, la depresión no es tan marcada, mientras para cilindros lisos  $C_D$  disminuye de 1.4 a 0.5, para un cilindro con rugosidad igual a  $30 \times 10^{-3}$  disminuye de 1.4 a 1.1, este comportamiento está relacionado con la localización angular del punto de separación. En la figura 5.7 presentada en el capítulo V, se observa que mientras para cilindros lisos  $\phi_s = 140^\circ$ , para cilindro con rugosidades de  $4.5 \times 10^{-3}$  es de  $115^\circ$ . Esto es por el cambio de régimen de flujo en la capa límite, lo que genera que ésta rompa antes. Por otro lado, la crisis de arrastre ocurre para valores de  $Re$  menores que en el caso de tubería lisa.

Para el caso de régimen transcrito el coeficiente toma valores altos a medida que la rugosidad se incrementa, este comportamiento está ligado, también al de la capa límite. Es decir, a medida que  $Re$  incrementa, el espesor de la capa límite disminuye, aunado a esto la rugosidad conduce a una inestabilidad en el flujo dentro de la capa límite, haciéndola más débil. Finalmente en la figura 6.3 se

muestra una gráfica del comportamiento de  $C_D$  vs  $k_s/D$ , para régimen transcritoico  $((1-2) \times 10^5 < Re < (3-4) \times 10^6)$ .

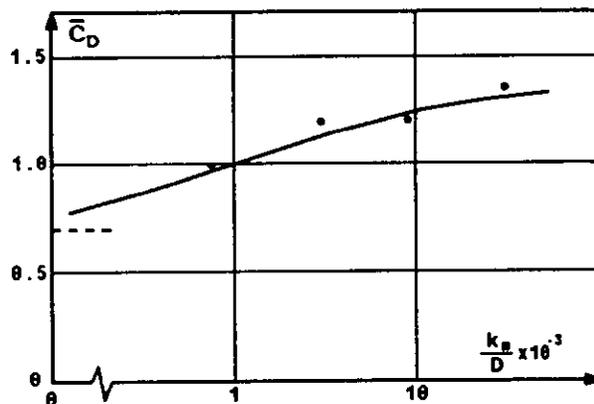


Figura 6.3. Variación del coeficiente de arrastre con la rugosidad de la tubería, para régimen de flujo transcritoico. Datos de la figura 6.2. Sumer y Fredsoe, 1997

**VI.3.2 Coeficiente de sustentación**

De la ecuación (6.2), para determinar la fuerza de sustentación, se requiere conocer el coeficiente  $C_L$ . Diversas investigaciones han determinado que, bajo la acción de corrientes dicho coeficiente depende básicamente del parámetro  $Re$ .

$$C_L = \frac{F_L}{\frac{1}{2} \rho D U_c^2} \tag{6.5}$$

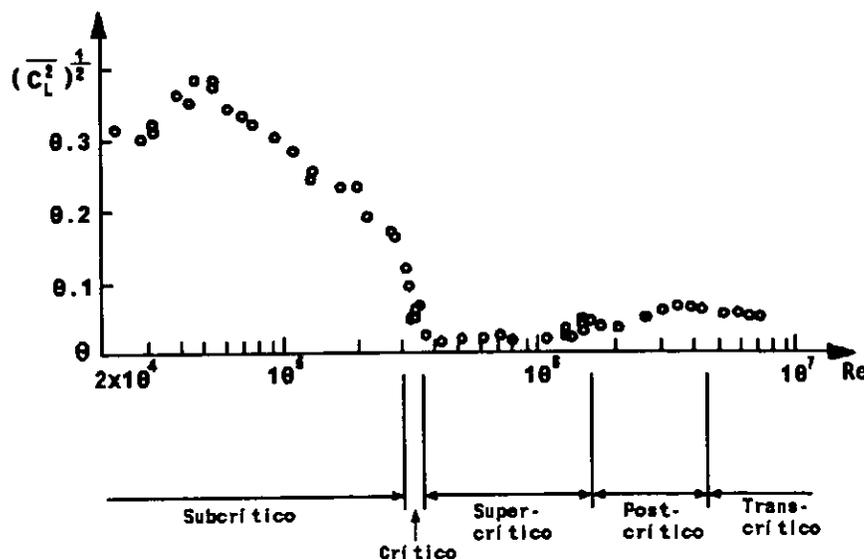


Figura 6.4. Efectos de  $Re$  sobre el coeficiente de inercia rms. Schewe (1983)

En la región subcrítica, la difusión de vórtices es muy grande y regular, por lo que el coeficiente  $C_L$  no presenta variaciones importantes. En la figura 6.4 se observa que  $C_L$  disminuye drásticamente, de

la misma manera que  $C_D$ , en régimen de flujo crítico ( $3 \times 10^5 < Re < 3.5 \times 10^5$ ), hasta alcanzar los valores mínimos en régimen supercrítico. La razón de la disminución de  $C_L$  puede explicarse con lo siguiente:

El fenómeno de difusión de vórtices, es la causa principal de la fuerza de sustentación, lo que implica que la evolución de éste influya directamente los valores del coeficiente de sustentación. En el régimen de flujo supercrítico, la capa límite en ambos lados de la tubería presenta régimen de flujo turbulento en el punto de separación. Dando como resultado, que la separación de la capa límite ocurra en un punto cuyo ángulo de separación es muy grande, como se muestra en la figura 6.5, lo que significa que los vórtices están mucho más juntos uno de otro, es decir, interactúan con mayor rapidez que en el régimen de flujo subcrítico.

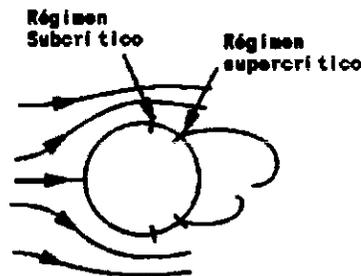


Figura 6.5. Posición de los puntos de separación para diferentes regímenes de flujo.  
Sumer y Fredsoe, 1997

A partir de  $1.5 \times 10^6$ , aproximadamente donde inicia el régimen de transición post - crítico, los valores de  $C_L$  incrementan un poco. Debido a que la frecuencia de difusión de vórtices vuelve a ser más regular.

### VI.3.3 Coeficientes $C_D$ y $C_L$ cuando la tubería está cerca del lecho marino

Cuando una tubería está colocada sobre el suelo marino, ocurren innumerables cambios en el flujo alrededor de ésta. Además, puede ocurrir socavación bajo la tubería debido a la acción del flujo. Estos cambios afectan la acción de las fuerzas hidrodinámicas que actúan sobre la tubería, lo cual conduce a variaciones en los coeficientes. Para evaluar este punto, se considera el parámetro de vacío, que es la relación entre la distancia que separa la tubería del suelo y el diámetro de la misma, se define como  $e/D$ .

El punto característico en la variación de  $C_D$  respecto a  $e/D$  es que,  $C_D$  incrementa con el incremento de  $e/D$  hasta un cierto valor de  $e/D$ , entonces permanece más o menos constante y posteriormente se incrementa. Este comportamiento, Zdravkovich (1985) lo relacionó con el espesor de la capa límite formada en la superficie del suelo marino e inducida por el flujo de agua. La figura 6.6 muestra el comportamiento de  $C_D$  con la variación  $e/D$ .



arriba del flujo. Se encontró que el punto de arribo del flujo no se mueve de manera importante, además, la presión se reduce considerablemente.

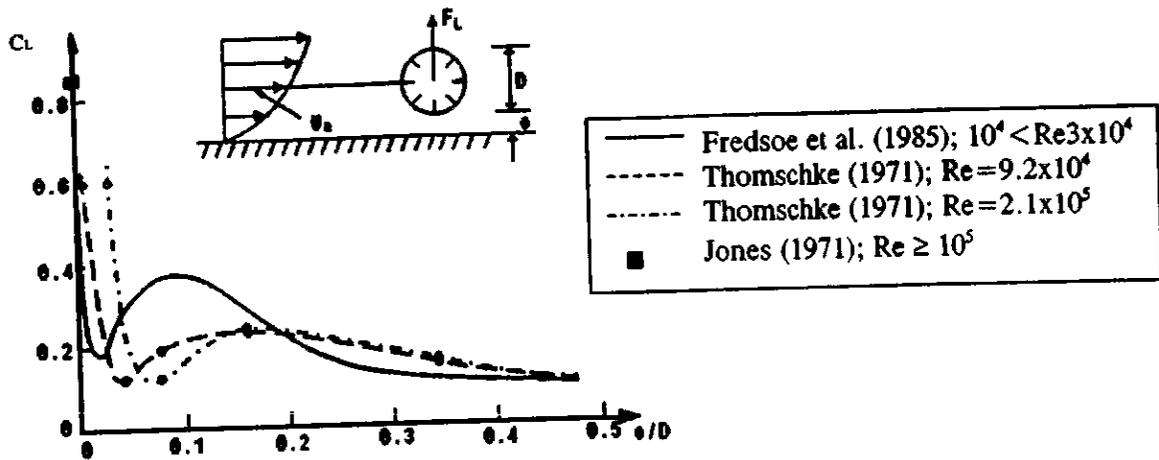


Figura 6.8. Coeficiente de sustentación en una tubería cercana al lecho marino

El incremento en la curva se debe a que; para relaciones de vacío un poco mayores, la presión de succión aumenta en la parte opuesta al suelo, sin embargo, a medida que la relación de vacío,  $e/D$ , se aproxima a 1 la fuerza de sustentación desaparece.

## VI.4 COEFICIENTES HIDRODINÁMICOS BAJO LA ACCIÓN DEL OLEAJE.

### VI.4.1 COEFICIENTES DE MORISON, $C_D$ Y $C_M$

Morison propone una expresión para evaluar la fuerza en línea inducida por el oleaje sobre una tubería sumergida. Dicha ecuación es la suma lineal de la fuerza de arrastre e inercia, la primera depende de la velocidad de la partícula de agua y es proporcional a un coeficiente de arrastre  $C_D$ , la segunda depende de la aceleración de la partícula de agua y es proporcional a un coeficiente de inercia,  $C_M$ . Estos coeficientes varían con las condiciones de flujo alrededor de la tubería, la profundidad del agua y la presencia de un plano límite, principalmente.

La primera evaluación sistemática de los coeficientes, usando una serie de Fourier, fue hecha por Keulegan y Carpenter (1958), para valores de  $Re$  relativamente bajos. Keulegan y Carpenter expresaron las fuerzas en términos de una serie de Fourier, sumando éstas para hacer una función armónica de  $\theta = 2\pi t/T$ , esto es,  $F(\theta) = -F(\theta + \pi)$ . Suponiendo que el oleaje es un movimiento sinusoidal, los coeficientes, a partir de Fourier, están dado por:

$$C_D = -\frac{3}{4} \int_0^{2\pi} \frac{F \cos \theta}{\rho D U_m^2} d\theta \tag{6.6}$$

$$C_M = \frac{2U_m T}{\pi^3 D} \int \frac{F \text{ sen } \theta}{\rho D U_m^2} d\theta \quad (6.7)$$

De un análisis dimensional de las expresiones que definen los coeficientes de la fuerza en línea, se puede inferir que:

$$C_D = f_1(\text{Re}, KC, k/D) \quad (6.8)$$

$$C_M = f_2(\text{Re}, KC, k/D) \quad (6.9)$$

#### VI.4.1.1 Variación de $C_D$ y $C_M$ con $KC$

Keulegan y Carpenter en 1958 presentaron los resultados obtenidos en una serie de experimentos encaminados a analizar los coeficientes de inercia,  $C_M$ , y arrastre,  $C_D$ , de las fuerzas inducidas por la acción de flujo oscilatorio sobre cilindros horizontales. Mostraron que el valor promedio de los coeficientes  $C_D$  y  $C_M$ , en un período de onda varían cuando la intensidad del flujo y el tamaño del cilindro cambia. Keulegan y Carpenter determinaron que las variaciones eran correlacionables con un parámetro de periodo  $U_m T/D$ , denominado posteriormente número de Keulegan - Carpenter.

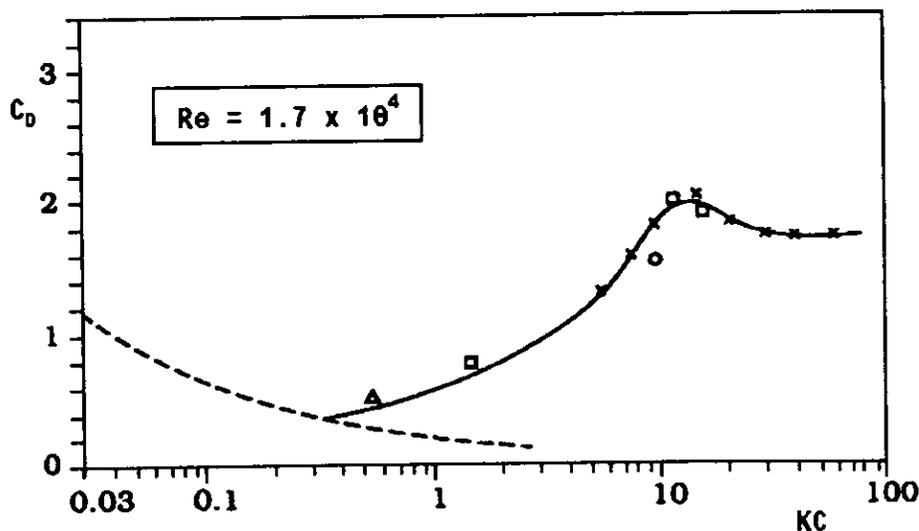


Figura 6.9. Variación del coeficiente de arrastre,  $C_D$ , con  $KC$ , para  $\text{Re} = 1.7 \times 10^4$  Sumer y Fredsoe, 1997.

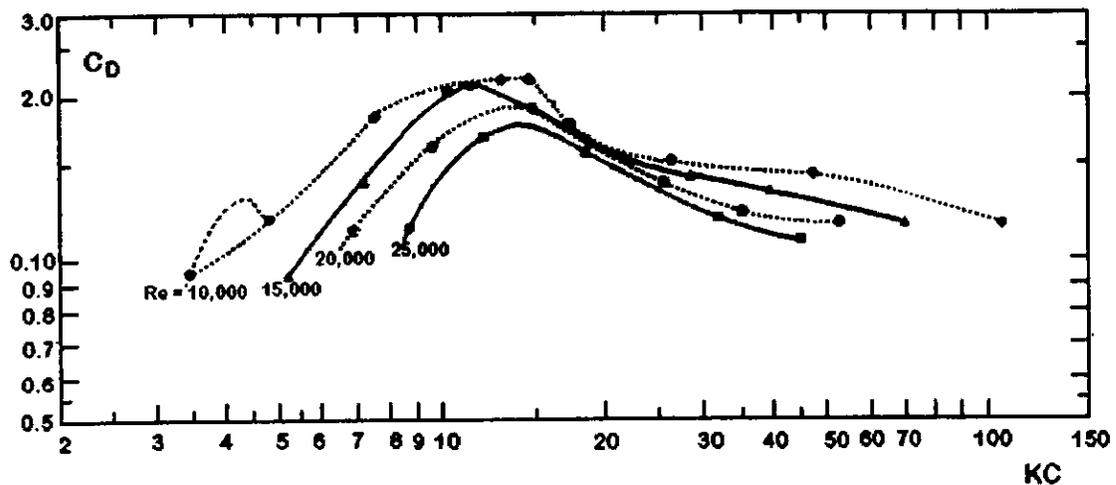


Figura 6.10.  $C_D$  contra  $KC$ , datos reportados por Keulegan y Carpenter para varios Valores de  $Re$  (Sarpkaya, 1976).

La variación de  $C_D$  y  $C_M$  con  $KC$  se ilustra en la figura 6.9, para un valor constante de  $Re$  de  $1.7 \times 10^4$ , en la figura 6.10 se presentan los resultados obtenidos por Sarpkaya del análisis de los datos de Keulegan y Carpenter, para varios valores de  $Re$ .

Primero se considerara la variación del coeficiente de arrastre,  $C_D$ . Como se ve en las figuras 6.9 y 6.10, hay tres regiones distintas en la variación: 1)  $KC \leq 0.3$ , 2)  $0.3 \leq KC \leq 13$  y 3)  $KC \geq 13$ . Para  $KC < 0.3$  desafortunadamente no existen datos en la literatura para este intervalo. Cuando  $KC \approx 0.3$  se observa que la separación comienza a ocurrir, por tanto  $C_D$  se incrementa hasta  $KC \approx 13$ , esto ocurre debido a que en este lapso la difusión de vórtices es muy pobre, apenas se generan un par de vórtices en sentido perpendicular al flujo (Willson, 1985) hasta  $KC \approx 13$ . Cuando  $KC$  se incrementa más allá de 13, la difusión se acentúa paulatinamente, además la difusión de vórtices tiende a tomar el sentido del flujo, lo que induce la disminución de  $C_D$  hasta alcanzar un valor más o menos constante con la variación de  $KC$ .

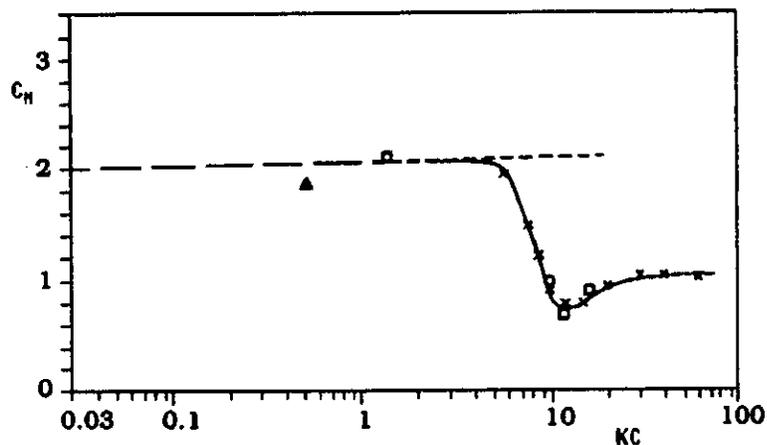


Figura 6.11. Variación del coeficiente de inercia,  $C_M$ , con  $KC$ , para  $Re = 1.7 \times 10^4$  Sumer y Fredsoe, 1997.

Refiriéndonos al coeficiente de inercia,  $C_M$ , en la figura 6.11 se presenta la variación de este coeficiente con  $KC$ , también se observan tres intervalos de variación diferentes: 1)  $KC \leq 6$ , 2)  $6 \leq KC \leq 13$  y 3)  $KC \geq 13$ .

$C_M$  se mantiene aproximadamente constante hasta alcanzar un valor de  $KC \approx 6$ , en el cual ocurre una disminución abrupta de  $C_M$  (llamada crisis de inercia) en un rango de  $6 \leq KC \leq 13$ . Willson (1985) observó que cuando  $KC \approx 6$ , comienza a ocurrir el fenómeno de difusión de vórtices, aunque como se menciono anteriormente es muy pobre, por tanto la disminución puede atribuirse a la difusión de vórtices. La interacción en la difusión de los vórtices y el proceso hidrodinámico de generación de masa produce la subsecuente disminución de  $C_M$ . La disminución del coeficiente, es tal que sustrayendo la parte de la fuerza de Froude Krilov del coeficiente de inercia, es decir, la unidad, el coeficiente toma valores negativos para  $KC \approx 10$ .

Para valores de  $KC \geq 13$   $C_M$  o  $C_M$  no varía extensivamente, debido, probablemente, a que a partir de este valor la difusión de vórtices se alinea con la dirección del flujo. En la figura 6.12 se presentan los resultados obtenidos por Sarpkaya (1976) de los datos reportados por Keulegan y Carpenter.

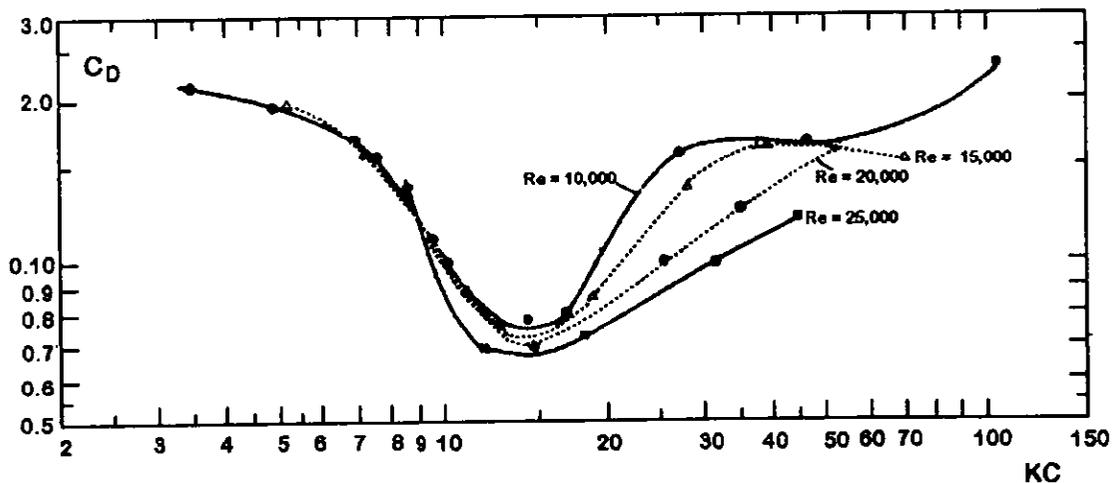


Figura 6.12.  $C_M$  contra  $KC$ , datos reportados por Keulegan y Carpenter para varios Valores de  $Re$  (Sarpkaya, 1976).

#### VI.4.1.2 Efectos de $Re$ y $\beta$ sobre $C_D$ y $C_M$

En la figura 6.13 se muestran los efectos del número  $Re$  sobre los coeficientes. La figura 6.13 está basada en los resultados obtenidos en los estudios de Sarpkaya (1976, 1986) y Justesen (1989) para determinar los efectos de  $Re$  sobre los coeficientes, así como los resultados obtenidos para esta variación en el caso de la acción de corrientes.

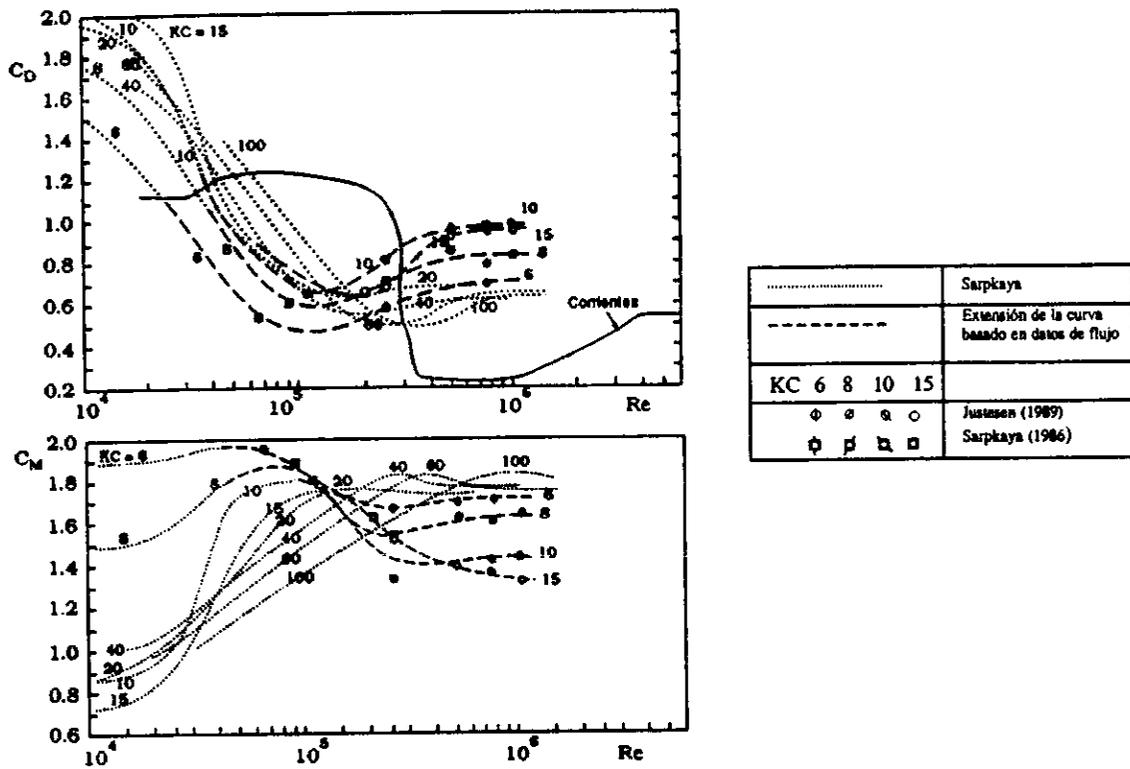


Figura 6.13. Variación del coeficiente de arrastre e inercia,  $C_D$ , con  $Re$ , para un cilindro liso y varios valores de  $KC$ .

Se observa que  $C_D$  varía de la misma manera que en corrientes, sin embargo, la disminución del coeficiente no es tan abrupta como en el caso de corrientes. Para un  $KC$  dado  $C_D$ , primero experimenta un gran decremento a medida que  $Re$  se incrementa, lo cual puede relacionarse con el régimen de flujo de baja transición, subsecuentemente el coeficiente alcanza un valor a partir del cual permanece constante, lo cual puede estar relacionado con el régimen de flujo supercrítico, posteriormente  $C_D$  comienza a incrementarse respecto a  $Re$ , esto ocurre, probablemente, en el régimen trans-crítico, después del cual permanece constante, en lo que podría ser el régimen transcrito.

Por otro lado el coeficiente de inercia,  $C_M$ , se comporta de manera opuesta a  $C_D$ , cuando  $C_D$  experimenta altos valores,  $C_M$  presenta valores bajos (Figura 6.14), el incremento de  $C_M$  puede deberse a la alta difusión de vórtices, que ocurre precisamente en el régimen de flujo supercrítico y el superior a transición.

Keulegan y Carpenter observaron que se presentaba una gran dispersión al representar los datos obtenidos de  $Re$  vs  $C_D$  y  $C_M$ , lo que significa que no hay una buena correlación de los coeficientes con el parámetro, en presencia de oleaje.

Debido a lo anterior, Sarpkaya determinó que en flujo oscilatorio, el número  $Re$  no es precisamente el parámetro de análisis más conveniente. Propuso entonces el parámetro  $\beta$ , que relaciona  $KC$  con  $Re$ , esto es posible porque en ambos parámetro  $KC$  y  $Re$  aparece  $U_m$ . Entonces las ecuaciones 6.8 y 6.9 ahora se escriben como:

$$C_D = f_1(\beta, KC, k/D) \tag{6.10}$$

$$C_M = f_2(\beta, KC, k/D) \tag{6.11}$$

donde  $\beta$  es denominado "parámetro de frecuencia" y es igual a:

$$\beta = \frac{D^2}{\nu T} \tag{6.12}$$

Las figuras 6.14 muestran la variación de  $C_D$  contra  $KC$  y  $C_M$  contra  $KC$  para 5 diferentes valores de  $\beta$ , así como las variaciones con  $Re$ . Se observa que hay muy poca dispersión en los datos en las cuales se muestra una perfecta correlación entre los coeficientes de las fuerzas y el número de  $Re$  y el de  $KC$ .

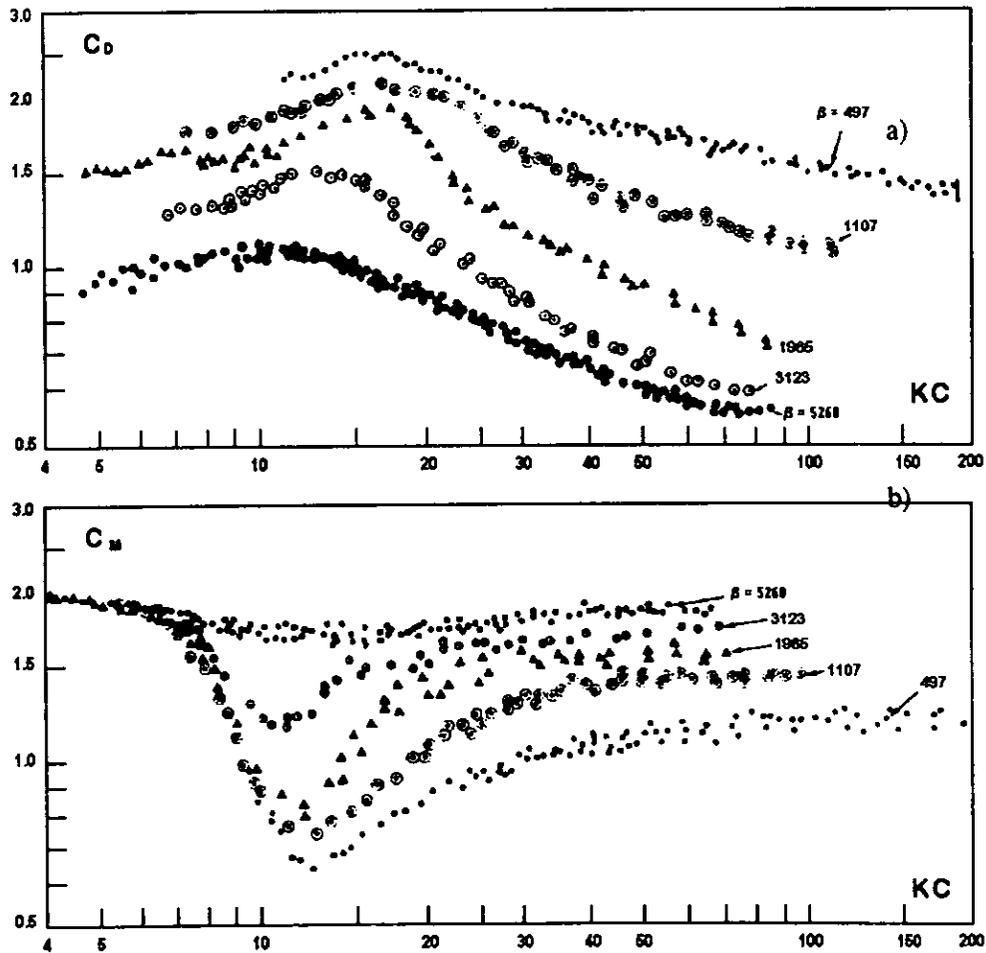


Figura 6.14. Influencia del parámetro de frecuencia,  $\beta$ , sobre  $C_D$ . a).  $C_D$  contra  $KC$  para varios valores del parámetro de frecuencia. b).  $C_M$  contra  $KC$ , para varios valores de  $Re$  y del parámetro de frecuencia. (Sarpkaya, 1976)

VI.4.2 COEFICIENTE DE LA FUERZA DE SUSTENTACIÓN,  $C_L$

La fuerza transversal ejercida sobre un cilindro expuesto a la acción del oleaje ha sido evaluada por Mercier (1973), Saprkaya (1975-1976) y Maull y Millener (1978, 1979), entre otros. Saprkaya evaluó la fuerza transversal ejercida sobre la tubería lisa y rugosa, para un amplio rango de  $Re$ ,  $KC$  y rugosidades relativas. En las figuras 6.15 y 6.16 se muestra el coeficiente de sustentación, definido por  $C_L$ :

$$C_L = \frac{\text{fuerza de sustentación}}{\frac{1}{2} \rho LDU^2} \quad (6.13)$$

como una función de  $KC$  (para varios valores de  $\beta$ ) y como una función de  $Re$  (para varios valores de  $KC$ ). Como se vio anteriormente, en la sección V.6.2, los coeficientes de la fuerza de sustentación se pueden representar por dos aproximaciones:  $C_{L \text{ máx}}$  y  $C_{L \text{ rms}}$ . de las figura 6.15 es evidente que,  $C_{L \text{ máx}}$  alcanza un valor máximo en las vecindades de  $KC=12$  y decrece marcadamente con el incremento de  $KC$ .

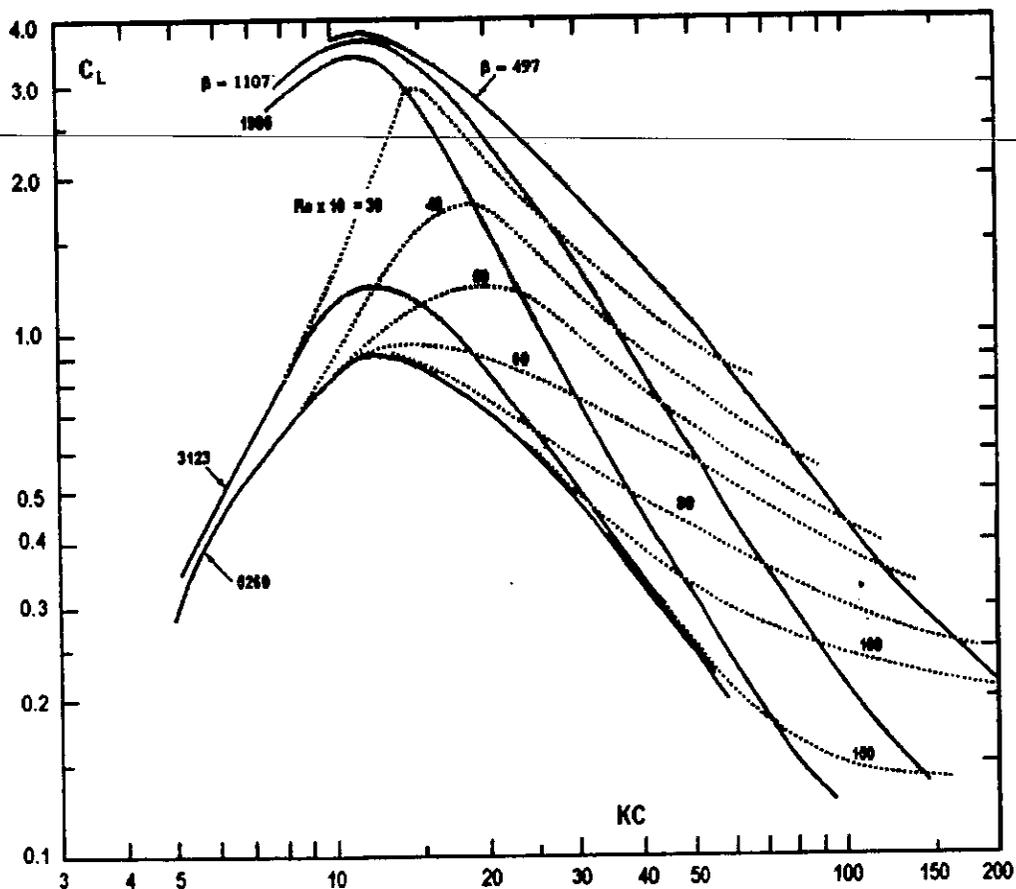


Figura 6.15. Coeficiente de sustentación,  $C_L$  contra  $KC$  para varios valores de  $Re$  y del parámetro de frecuencia,  $\beta$ . Saprkaya, 1976.

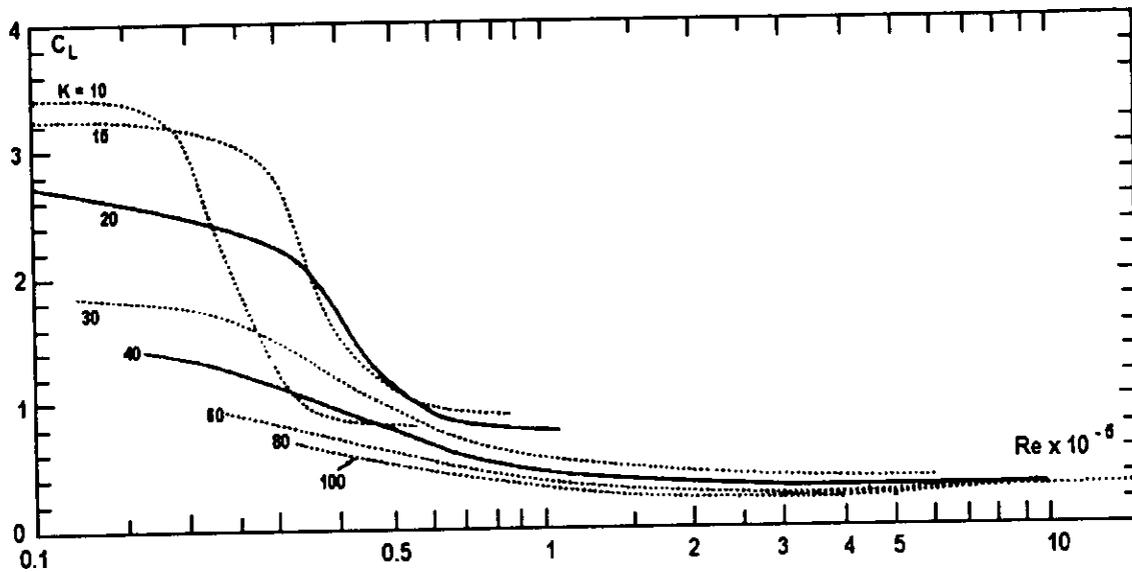


Figura 6.16. Coeficiente de sustentación,  $C_L$  contra  $Re$  para varios valores de  $KC$ . Sarpkaya, 1976.

Como se mencionó anteriormente, la fuerza de sustentación es consecuencia del gradiente de presión en la sección de la huella de la difusión de vórtices. El gradiente de presión se incrementa con el aumento de la asimetría de los esfuerzos y la posición de los vórtices. Por lo tanto se puede concluir que, el flujo para valores de  $KC$  alrededor de 12 puede exhibir una máxima asimetría (Sarpkaya 1976), parte de esta asimetría debida a la difusión de uno o dos vórtices y parte a la convección de los vórtices difundidos en la primera mitad del ciclo en la parte posterior del cilindro. Lo anterior fue confirmado y mejorado por Williamson (1985) y Justesen (1989).

Si la variación temporal de la fuerza de sustentación se aproxima a una variación sinusoidal, entonces los dos coeficientes;  $C_{L\text{máx}}$  y  $C_{L\text{rms}}$  pueden unirse por la siguiente relación:

$$C_{L\text{máx}} = \sqrt{2} C_{L\text{rms}} \tag{6.14}$$

ambos función de  $Re$  y  $KC$ . En la figura 6.17 (fig 4.16 de Fredsoe, 1991) se muestra  $C_{L\text{rms}}$  como una función de  $KC$  para un  $Re$  de  $2.5 \times 10^5$  (Justesen, 1989). La figura indica que la fuerza de sustentación experimenta dos máximos, uno alrededor de  $KC=10$  y un máximo insignificante alrededor de  $KC=16$ . Este comportamiento fue observado anteriormente por autores como Maull y Millener (1978, 1979), Williamson (1985) y Sarpkaya en (1986-1987). Williamson (1985) representó el producto de  $C_{L\text{rms}}(KC)^2$  como una función de  $KC$ , este trabajo sustenta lo antes mencionado. En la figura 6.18 se presentan los resultados de Williamson (1985), en ella se aprecia que  $C_{L\text{rms}}$  alcanza valores máximos a  $KC \approx 11, 18$  y  $26$ . Williamson planteó que los picos probablemente reflejan un cierto incremento en la difusión, lo que implica una mayor asimetría en el gradiente de presión.

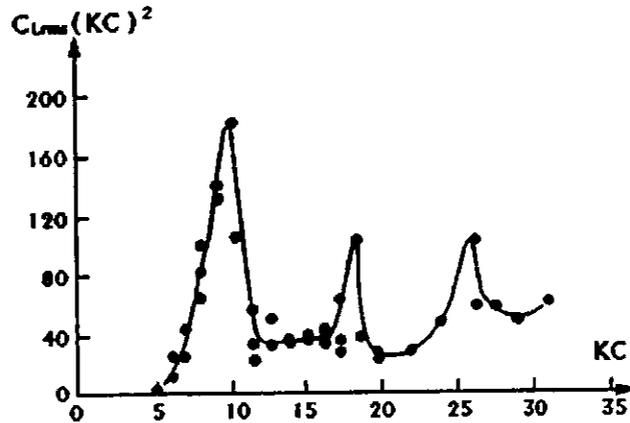


Figura 6.17. Variación del coeficiente de sustentación r.m.s. como una función de KC. Justesen (1989).

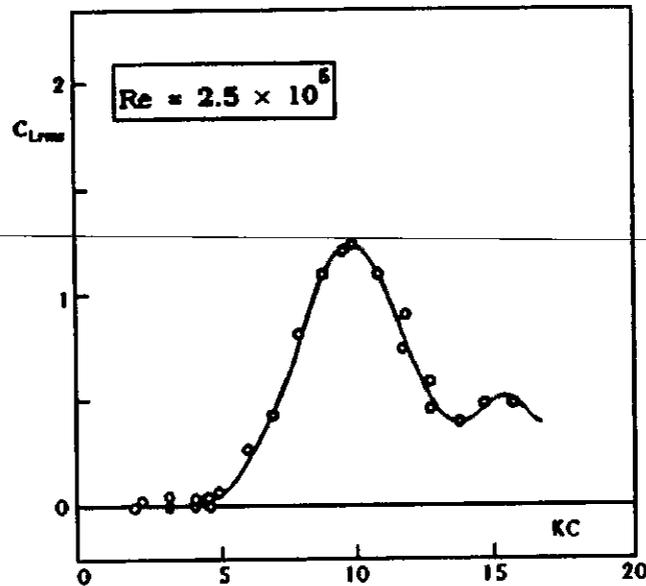


Figura 6.18. Variación del coeficiente de sustentación r.m.s. con de KC, para un valor de  $\beta=730$ . Williamson, 1985.

Finalmente en la figura 6.19 se presentan los efectos de  $Re$  sobre la fuerza de sustentación de los datos obtenidos por Sarpkaya (1976), la figura presenta también una comparación con los datos sólo para corrientes.

En la figura se observa que para valores de  $Re$  pequeños de aproximadamente 20,000,  $C_L$  depende principalmente de  $KC$ . Para números de  $Re$  en un rango aproximado de 20,000 a 100,000,  $C_L$  depende de  $KC$  y  $Re$ , en distinto grado. Para valores mayores a 100,000 la dependencia de  $C_L$  sobre  $Re$  y  $KC$  es muy pobre, sin embargo la fuerza de sustentación comparada con la fuerza en línea no es despreciable.

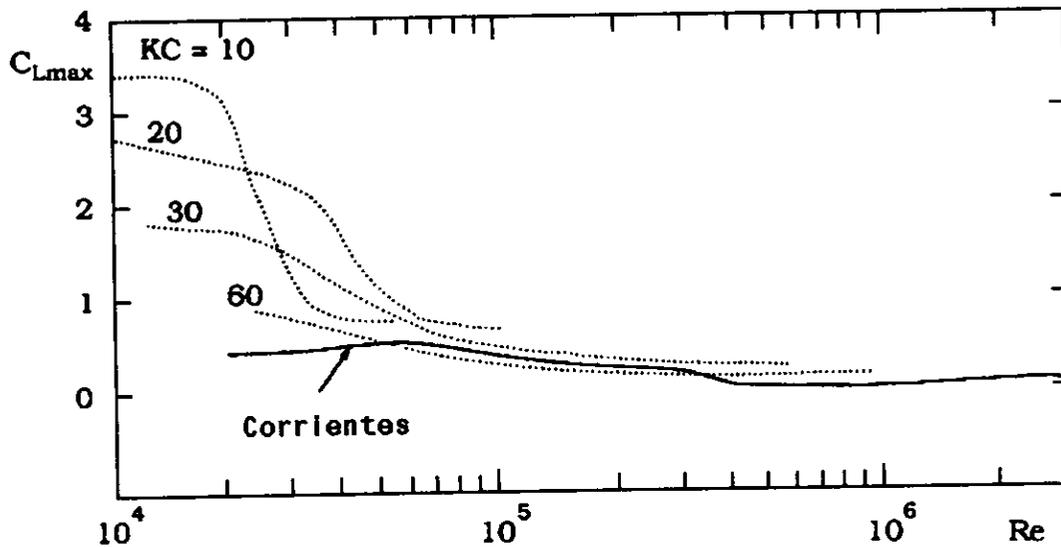


Figura 6.19.  $C_{Lmax}$  en un cilindro liso contra  $Re$ . Sumer, 1997.

Para valores de  $KC$  pequeños la sustentación o asimetría en la difusión de los vórtices es extremadamente sensible a los cambios experimentales. Sarpkaya (1976) determinó que hay un 90 por ciento de probabilidades que la asimetría aparezca a  $KC=5$ . A  $KC=4$  hay sólo un 5 por ciento de posibilidades de que se presente la asimetría en períodos muy cortos de tiempo.

### VI.4.3 EFECTOS DE LA RUGOSIDAD SOBRE LOS COEFICIENTES $C_M$ , $C_D$ Y $C_L$

Las tuberías en el ambiente marino presentan crecimientos orgánicos e inorgánicos en su superficie, lo que las hace rugosas. La rugosidad afecta varios aspectos del flujo, tales como, la inestabilidad hidrodinámica (la difusión de vórtices y la interacción entre éstos) y la posición angular del punto de separación, entre otros, en parte por los efectos de la rugosidad sobre el flujo y parte por el incremento del diámetro efectivo de la tubería y la masa efectiva de la misma. Esto implica que los coeficientes de las fuerzas hidrodinámicas pueden ser influenciadas por la rugosidad.

Sarpaya (1976) desarrolló una serie de experimentos con flujo oscilatorio y tuberías con diferentes rugosidades, parte de estos resultados se muestran en la figura 6.20. Cada curva representa una rugosidad relativa diferente y cada figura un valor de  $KC$  constante. Las curvas para cada  $k/D = \text{constante}$ , experimenta cambios similares a los encontrados en el caso de tuberías lisas.

Para una rugosidad relativa dada,  $C_D$  no tiene diferencias significantes con el caso de cilindro liso y números  $Re$  pequeños. A medida que  $Re$  incrementa  $C_D$ , en cilindros rugosos, decrece rápidamente. La crisis de arras es menos prolongada y en valores de  $Re$  más bajos que en el caso de cilindros lisos. Además la disminución en  $C_D$  es menor a medida que  $k/D$  se incrementa. De lo anterior se puede decir que para el caso del coeficiente de arrastre, la rugosidad es importante para valores de  $Re$  grandes.

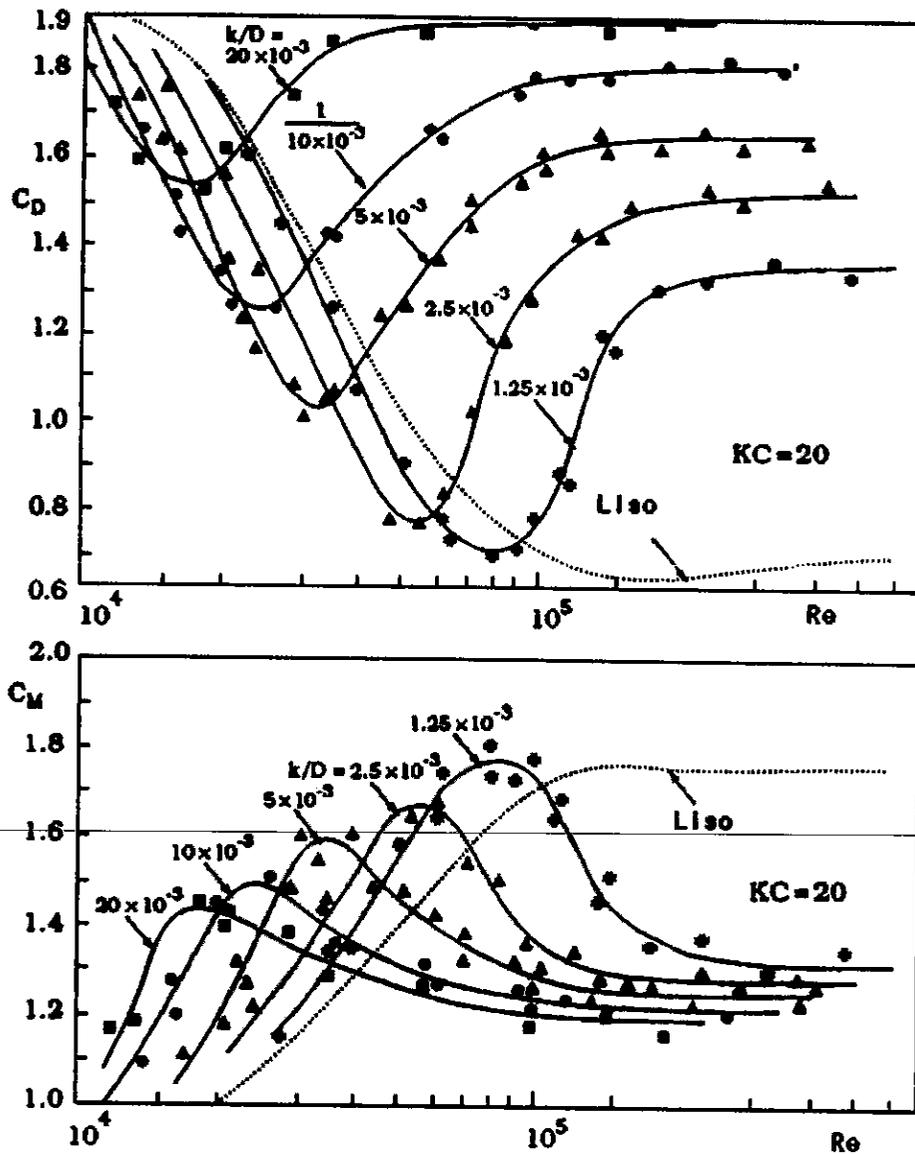


Figura 6.20. Efectos de la rugosidad sobre  $C_D$  y  $C_M$  contra la variación de  $Re$ . Sarpkaya, 1976

En el caso de  $C_M$  ocurre lo contrario a  $C_D$ . La rugosidad para este coeficiente es más importante para valores de  $Re$  pequeños e intermedios. A medida que  $Re$  incrementa  $C_M$  tiende a un valor constante.

Por otro lado, en la figura 6.21 se muestran los resultados del trabajo realizado por Justesen (1989) sobre la influencia de la rugosidad en los coeficientes de la fuerza en línea,  $C_D$  y  $C_M$ . Los experimentos para obtener las tres series de datos se llevaron a cabo bajo las mismas condiciones de flujo, únicamente la rugosidad del cilindro cambió.

La figura muestra que el coeficiente de arrastre se incrementa mientras el coeficiente de inercia decrece cuando el cilindro cambia de liso a rugoso ( $k/D=3 \times 10^{-3}$ ). Posteriormente  $C_D$  se incrementa con la rugosidad. Mientras  $C_M$ , aparentemente no se ve influenciado por este parámetro.

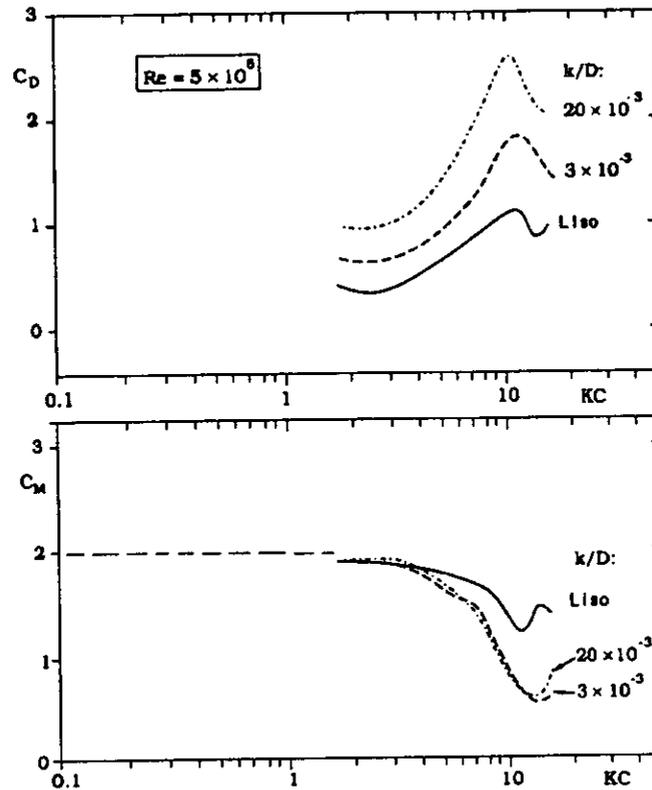


Figura 6.21. Efectos de la rugosidad sobre los coeficientes  $C_D$  y  $C_M$ .  
 Datos experimentales de Justesen, 1989.

El incremento de  $C_D$  con el incremento en la rugosidad se puede interpretar con las mismas razones del comportamiento en flujo inducido por corrientes. Mientras que, el decremento de  $C_M$  es aún difícil de explicar (Sumer y Fredsoe, 1997). Sin embargo, probablemente la interacción no lineal entre los vórtices y los procesos hidrodinámicos generadores de la masa hidrodinámica pueden ser más marcados en cilindros rugosos, lo que explicaría la pronunciada reducción de  $C_M$  en el caso de cilindros lisos.

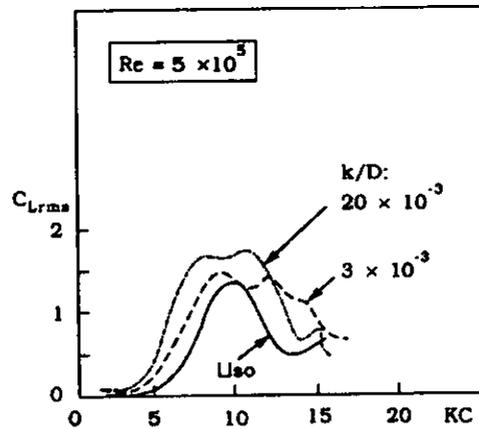


Figura 6.22. Efectos de la rugosidad sobre el coeficiente de sustentación.,  $C_L$   
 Datos experimentales de Justesen, 1989.

En lo que respecta al coeficiente de la fuerza de sustentación, en la figura 6.22 se muestran los resultados experimentales obtenidos por Justesen (1989), para evaluar los efectos de la rugosidad sobre el coeficiente de sustentación. En la gráfica se observa que, generalmente la sustentación se incrementa con los incrementos en la rugosidad del cilindro. Las deformaciones de las curvas se pueden deber a las variaciones en la interacción de los vórtices, así como a la variación en el régimen de flujo alrededor de la tubería.

#### VI.4.4 EFECTOS DE LA CERCANÍA DEL LECHO MARINO SOBRE LOS COEFICIENTES $C_M$ , $C_D$ Y $C_L$

Las fuerzas sobre un cilindro colocado cerca del fondo han sido estudiadas por varios autores. El primero en analizar los efectos de la cercanía del fondo fue Sarpkaya en 1976, seguido por los trabajos de Sarpkaya y Rajabi (1979), Lungdren, Mathiesen y Gravesen (1976), midieron la distribución de presión alrededor de un cilindro colocado cerca del fondo. Jacobsen et al. (1984), Ali y Narayanan (1986), Justesen et al. (1987) y Sumer et al. (1991) junto con otros autores reportaron mediciones sobre los efectos de la cercanía de un plano sobre los coeficientes de las fuerzas hidrodinámicas.

La proximidad de la tubería al lecho marino ocasiona una serie de variaciones en las condiciones de flujo alrededor de la tubería, lo que conduce a la alteración de las fuerzas hidrodinámicas que actúan la misma. En el fondo se forman una capa límite dentro de la cual la velocidad varía desde cero en la interfase suelo - agua a la velocidad de flujo a una elevación suficiente, libre de esfuerzos (figura 6.23). La capa límite tiene un efecto importante sobre el arrastre y la sustentación en la tubería.

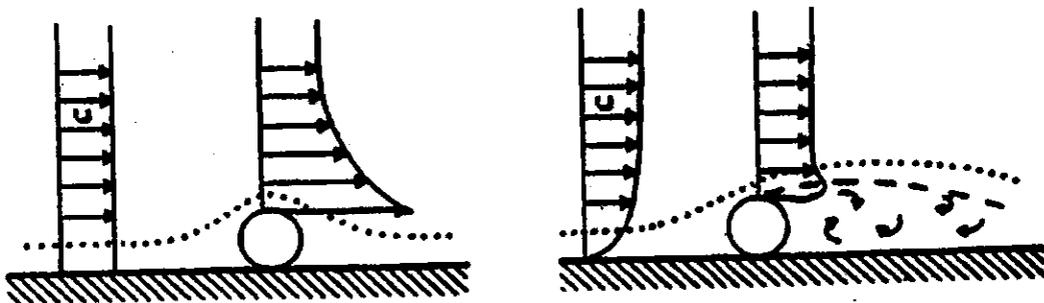


Figura 6.23. Capa límite formada en la interfase suelo - agua.

Yamamoto y Nath (1976) y Nath y Yamamoto (1974) estudiaron los efectos de la proximidad del fondo sobre los coeficientes hidrodinámicos de la fuerza en horizontal;  $C_D$ ,  $C_M$  para el caso de tuberías submarinas. Ellos determinaron que la presencia del fondo incrementa los coeficientes hidrodinámicos. En particular, Nath y Yamamoto (1974) reportaron que el coeficiente de inercia,  $C_M$ , para una tubería colocada muy cerca del límite plano es el doble del valor cuando la tubería está distante del plano o libre de esfuerzos. Yamamoto estudió el caso cuando el flujo no se separa y propuso el uso de la teoría flujo potencial, encontrando que  $C_M$  alcanza un valor máximo de 3.29 para  $e/D=0$ , donde  $e/D$  es la relación de vacíos entre el lecho marino y la tubería. Cuando no hay separación de flujo los efectos de la proximidad del fondo son despreciables.

Por otro lado; Sarpkaya determinó que  $C_D$ ,  $D_M$  y  $C_L$  son función de  $KC$ ,  $Re$ ,  $e/D$  y de la penetración de la tubería en la capa límite:

$$[C_D, C_M, C_L] = f_i(KC, Re, e/D, \delta/D) \tag{6.15}$$

En las figuras 6.24 se muestran los resultados obtenidos por Sarpkaya (1977) donde se observan los efectos de la proximidad de un cilindro a un plano. En las figuras 6.25 se muestran los resultados obtenidos por Sumer y Fredsoe (1991), Sarpkaya y Rajabi (1979), al respecto.

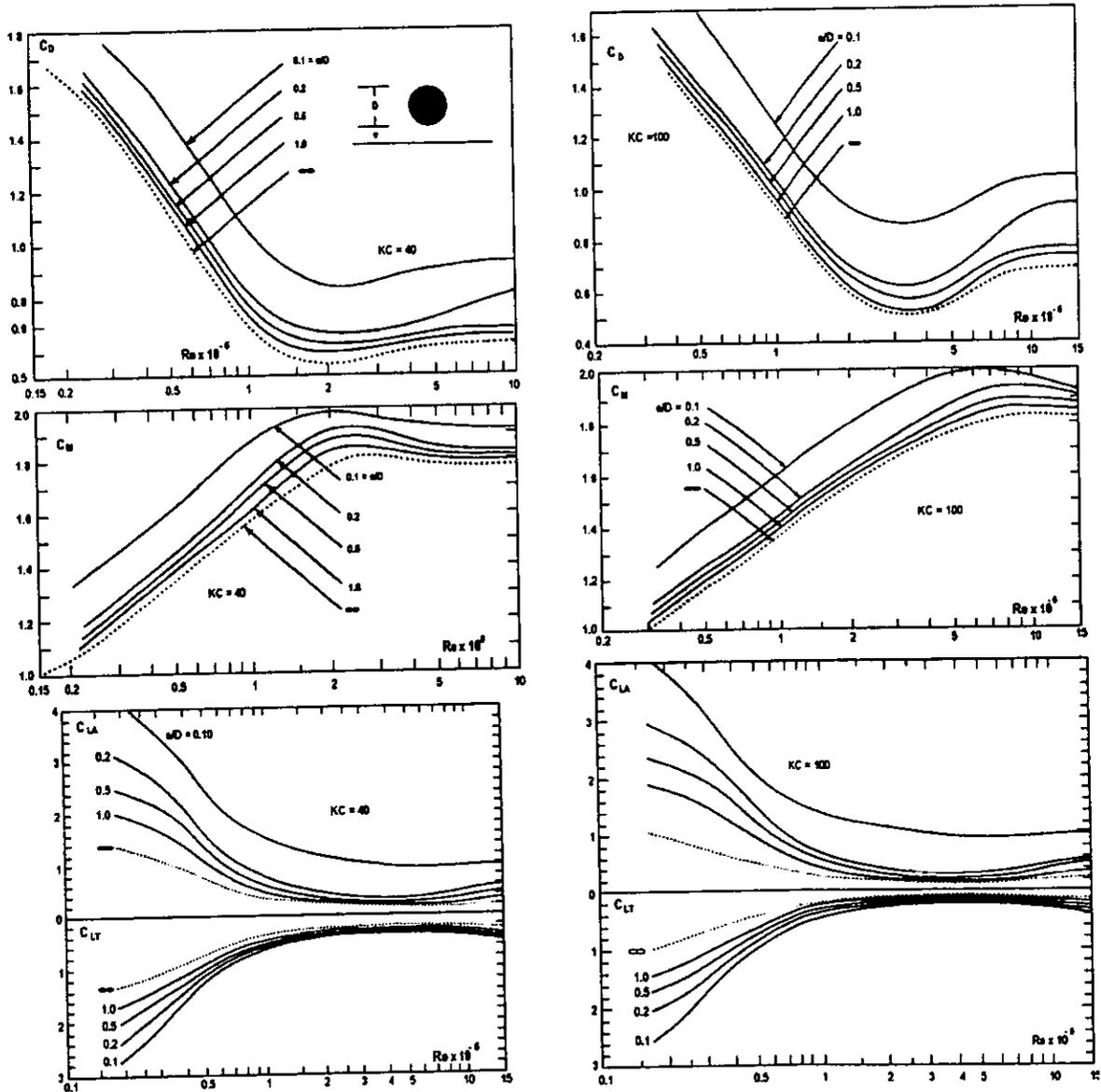


Figura 6.24. Efectos de la proximidad de un límite plano sobre los coeficientes  $C_D$ ,  $C_M$  y  $C_L$ . a).  $KC=40$ , b).  $KC=100$ . Sarpkaya, 1977

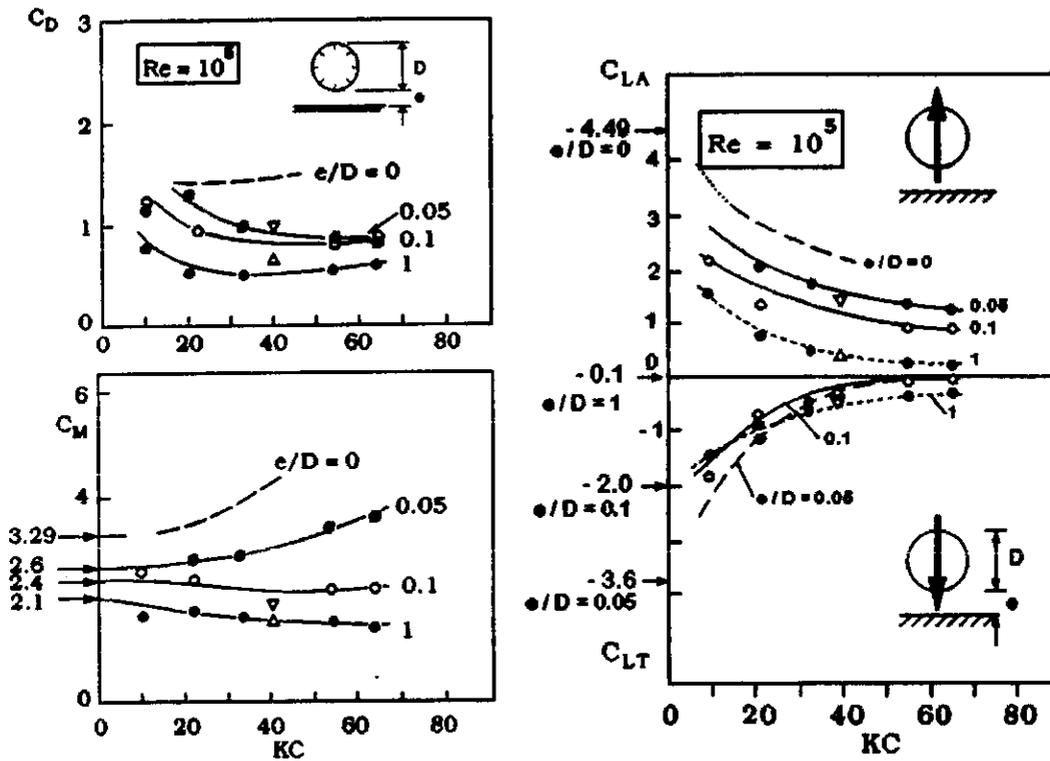


Figura 6.25. Coeficientes para un cilindro liso cercano a un límite plano. Sumer, 1997.

Sarpkaya concluyo que:

1. El coeficiente de arrastre y de inercia se incrementan con la proximidad del plano, estos incrementos son más notables en para valores de  $e/D$  menores a 0.5. Ambos coeficientes dependen de los parámetros  $Re$ ,  $KC$ ,  $e/D$ . Los efectos de la penetración de la tubería en la capa límite son despreciables, cuando el flujo en la capa límite es laminar, no así en flujo turbulento.
2. La proximidad de un plano desfasa la frecuencia de oscilación en el tope y el fondo de la capa cortante, este efecto de desfase previene la ocurrencia de la difusión regular de vórtices para valores pequeños de  $e/D$ .
3. La fuerza transversal ( $C_L$ ) dirigida hacia el plano es relativamente pequeña e independiente de  $e/D$ , esto durante periodos de baja velocidad o alta aceleración. La fuerza transversal con dirección opuesta al plano es bastante grande y depende de  $e/D$ , principalmente para valores de  $e/D=0.5$ .
4. El uso de la ecuación de Morison para descomponer la fuerza en línea en dos componentes es totalmente válido. Lo que implica la existencia de dos coeficientes y no justifica el uso de un solo coeficiente para la fuerza total en línea.

De las figuras 6.24 confirman las conclusiones de Sarpkaya (1977).

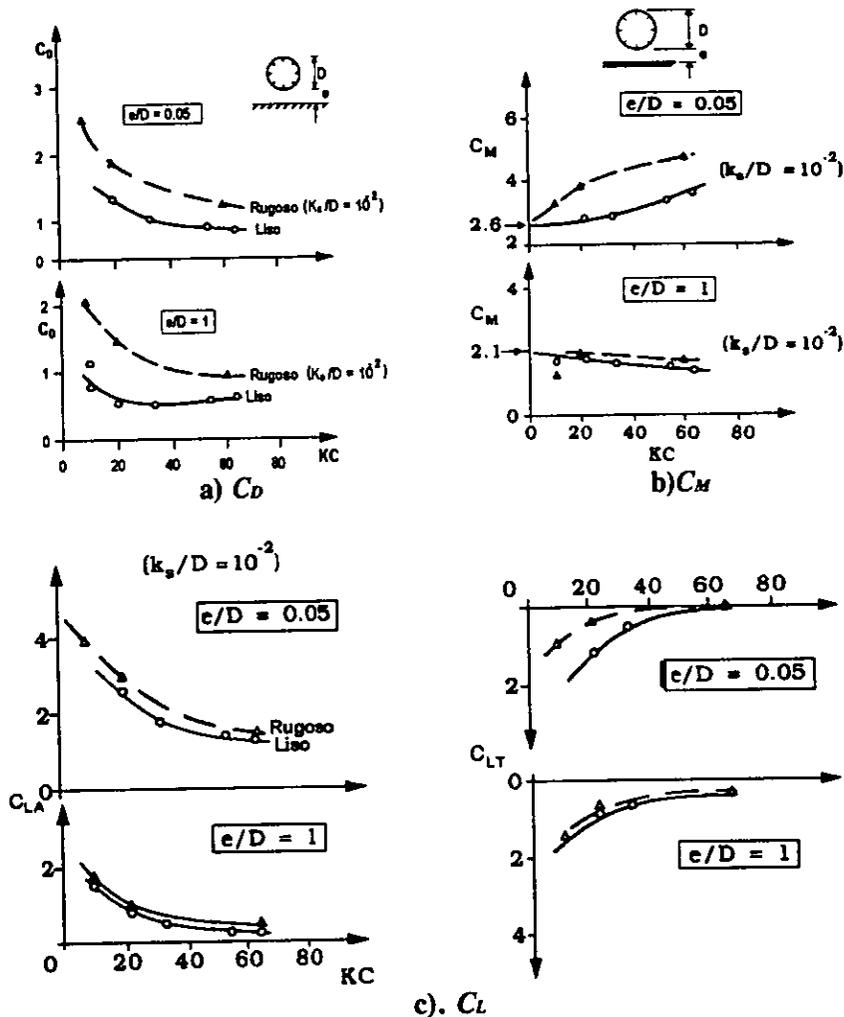


Figura 6.26. Influencia de la rugosidad sobre los coeficientes  $C_D$ ,  $C_M$  y  $C_L$ . Sumer, 1991.

La rugosidad del cilindro es un parámetro que afecta el comportamiento de las fuerzas hidrodinámicas que actúan sobre un cilindro colocado cerca de un plano. Las figuras 6.26 comparan los coeficientes obtenidos para tuberías lisas y para rugosas, los datos fueron obtenidos por Sumer (1991) para relaciones de vacío de 1 y 0.5. La figura 6.26a indica que  $C_D$  incrementa substancialmente cuando la superficie de la tubería cambia de lisa a rugosa. La figura 6.26b indica que  $C_M$  no varía significativamente con los cambios de rugosidad para  $e/D=1$ . Sin embargo, el coeficiente de inercia se incrementa cuando la rugosidad cambia, para  $e/D=0.5$ . esto puede deberse a los efectos de la capa límite.

La figura 6.26c muestra que no hay cambios significantes en el coeficiente de sustentación cuando la superficie varía de lisa a rugosa.

De los resultados presentados por Sarpkaya (1977), se observa que existen diferencias significantes entre los resultados obtenidos para  $e/D=0.1$  y  $e/D=0$ . Sarpkaya y Rajabi (1980) desarrollaron una serie de experimentos con cilindros de diferente rugosidades y diferentes relaciones de vacío, para determinar los efectos de  $e/D=0$  sobre los coeficientes  $C_D$ ,  $C_M$  y  $C_L$ . Bryndum (1992) presentó

resultados muy similares a los obtenidos por Sarpkaya y Rajabi (1980) (Figura 6.27). En las gráficas se observa, además, la influencia de la rugosidad de la tubería.

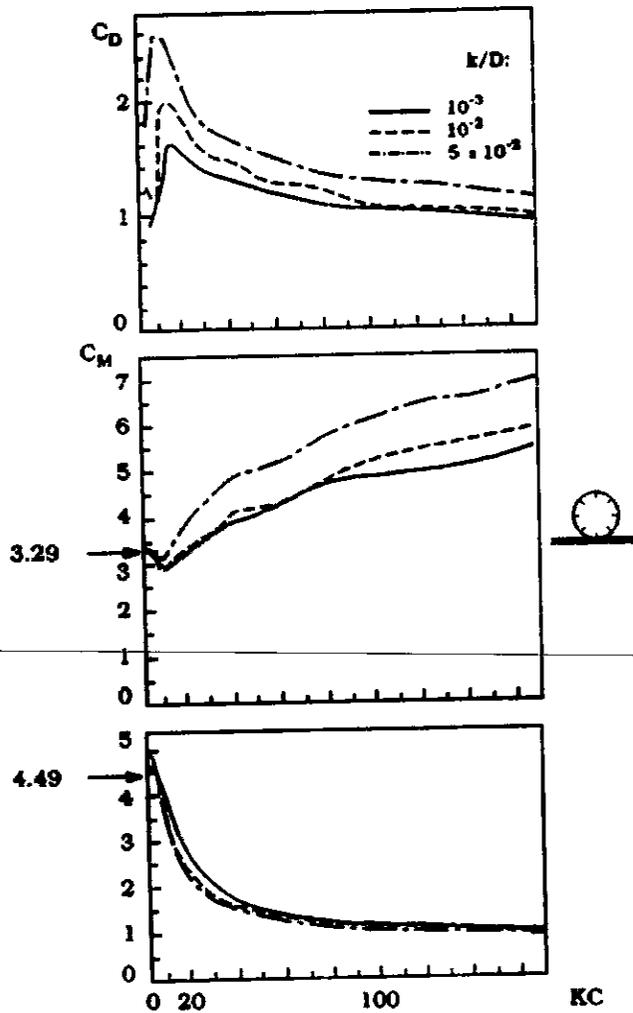


Figura 6.27. Coeficientes de las fuerzas sobre una tubería colocada sobre el lecho marino, Sumer 1997.

Es común que cuando una tubería está colocada sobre el lecho marino, ésta se entierre parcial o totalmente o bien quede en una trinchera. Estos efectos disminuyen sustancialmente el valor de los coeficientes, en la figura 6.27 se ilustra la influencia de las trincheras y del enterrado de la tubería sobre los coeficientes. La reducción de los coeficientes se debe al efecto de recubrimiento de la tubería, es decir, la tubería queda protegida de los efectos del flujo por la trinchera.

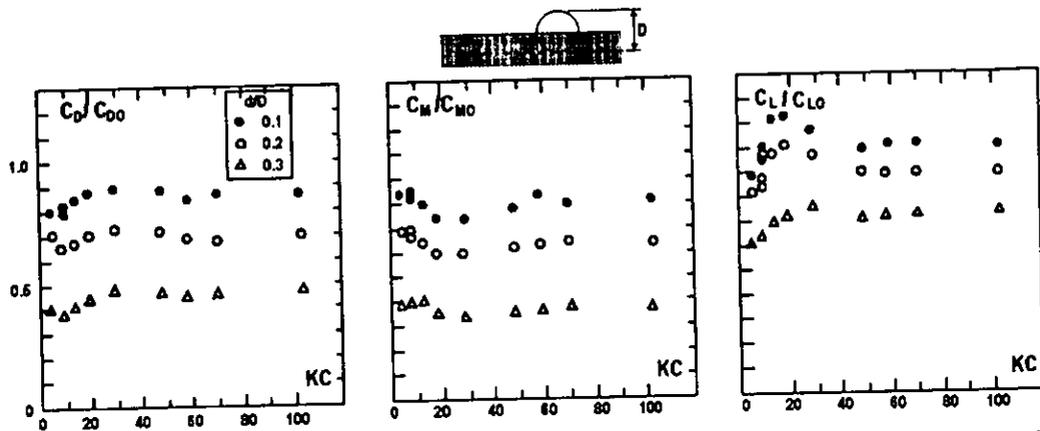


Figura 6.28. Coeficientes relativos para una tubería parcialmente enterrada. Jacobsen et al.(1989)

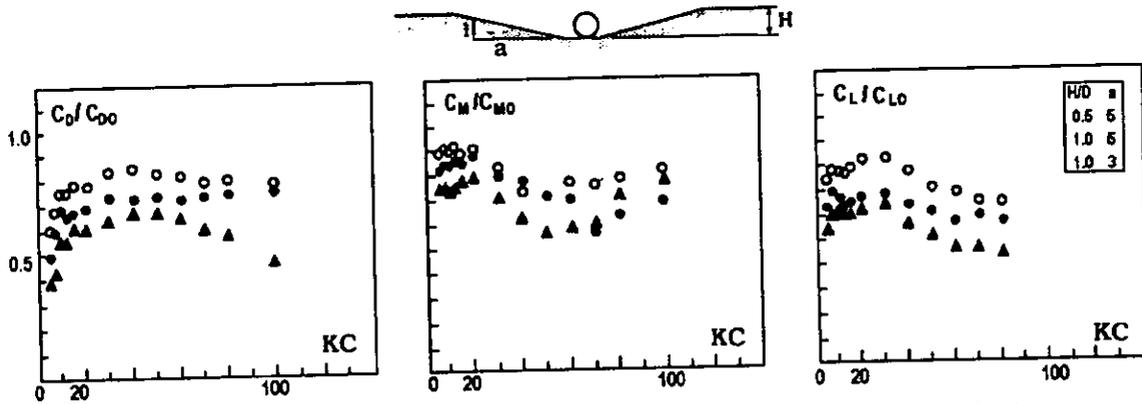


Figura 6.29. Coeficientes relativos para una tubería atrincherada. Jacopsen (1989)

\*\*  $C_{D0}$ ,  $C_{M0}$  y  $C_{L0}$  son los coeficientes de las fuerzas para cuando la tubería está descansando sobre el suelo plano.

### VI.5 COEFICIENTES HIDRODINÁMICOS BAJO LA ACCIÓN DE OLAJE IRREGULAR.

El oleaje que se propaga en algún punto en el mar no lo hace de forma regular, obviamente esto influencia la acción de las fuerzas sobre las estructuras. En este apartado se verá cómo afecta el oleaje irregular el comportamiento de los coeficientes hidrodinámicos.

El oleaje irregular es tratado usando análisis estadístico, el cual ya fue presentado en una sección anterior, referirse al Capítulo II.

A medida que el tiempo transcurre los estudios realizados al respecto consideran cada vez más factores ambientales, tales como la no linealidad del oleaje y su asimetría; Weigel et al. (1957), Borgman (1965, 1967, 1972), Bryndum (1983), Jothi Shankar et al. (1987). Longoria et al. (1991) presentó los resultados de las pruebas para determinar los coeficientes hidrodinámicos bajo la acción del oleaje irregular, hechas en un canal.

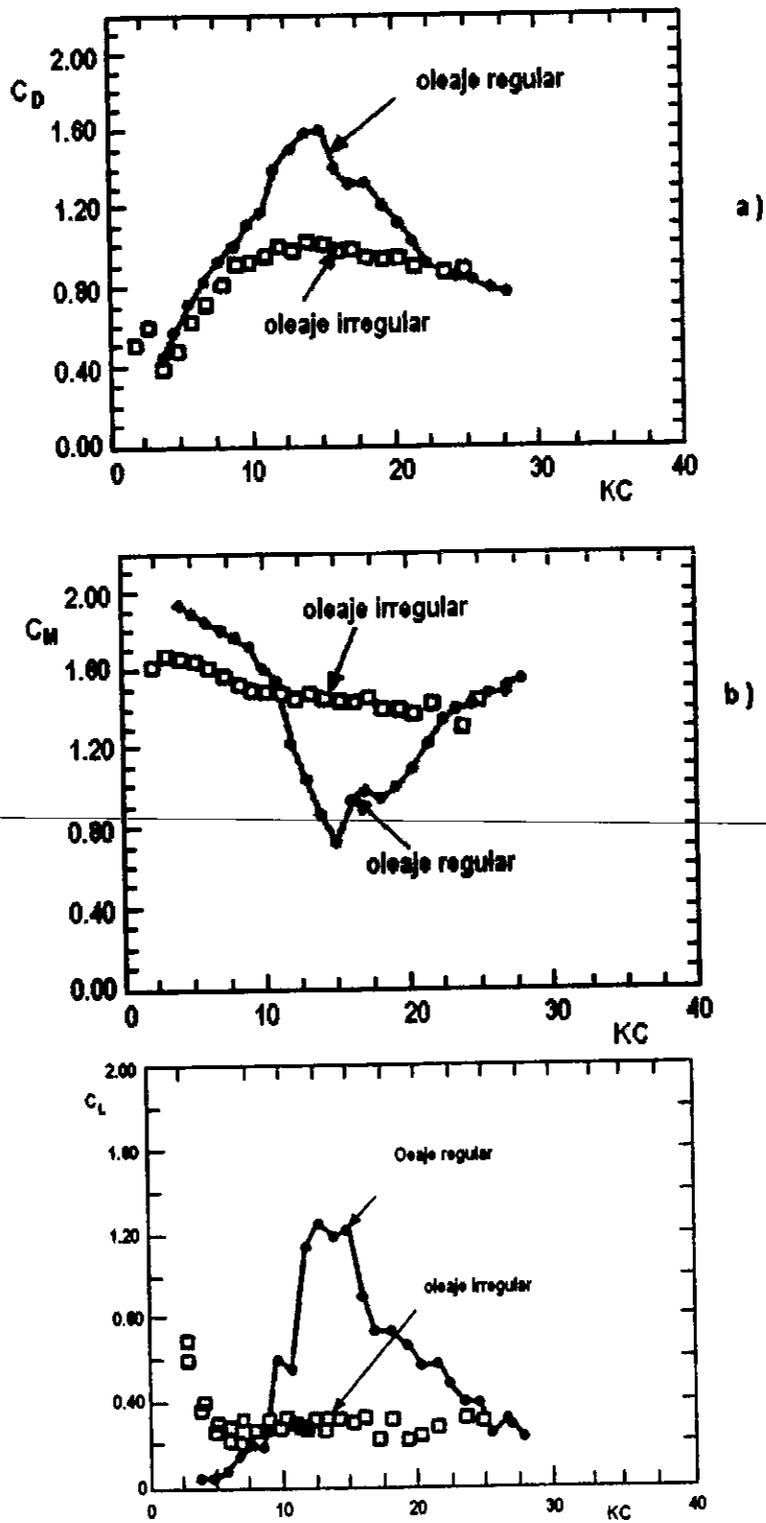


Figura 6.30. Coeficiente de arrastre, inercia y el coeficiente de sustentación cuadrático medio (rms) bajo la acción de oleaje irregular y regular.  $\beta = 2323$ , para oleaje regular;  $\beta_r = 2348$ , para oleaje irregular Longoria et al. (1991).

En la figura 6.30 se presentan los resultados obtenidos por Longoria et al. (1991) y se comparan con los obtenidos para oleaje regular. Los coeficientes se determinaron para cada ciclo de datos. Se observa que los coeficientes difieren significativamente entre el caso de oleaje regular y el caso de oleaje irregular, esto se puede atribuir a los cambios en el régimen de flujo y a la difusión de vórtices. En la figura se observa que para el caso de oleaje irregular, el valor de los coeficientes se mantiene más o menos constante en un rango de KC, este comportamiento se debe a que en oleaje irregular y para esos rangos de KC el régimen de flujo es el mismo.

Los parámetros usados para determinar los coeficientes por mínimos cuadrados, son:

En la figura 6.31 se presentan los resultados obtenidos por Bryndum, Jacobsen y Tsalhalis (1992) para una tubería colocada en el fondo sobre el lecho marino. Los valores para KC se determinaron en función de la velocidad significativa y del periodo pico del espectro de velocidad. En la figura 6.31 se observa que para los coeficientes de la fuerza horizontal, se presentan pequeñas variaciones, generalmente los coeficientes tienden a disminuir, no sucede lo mismo con el coeficiente de la fuerza de sustentación, el cual no presenta variaciones.

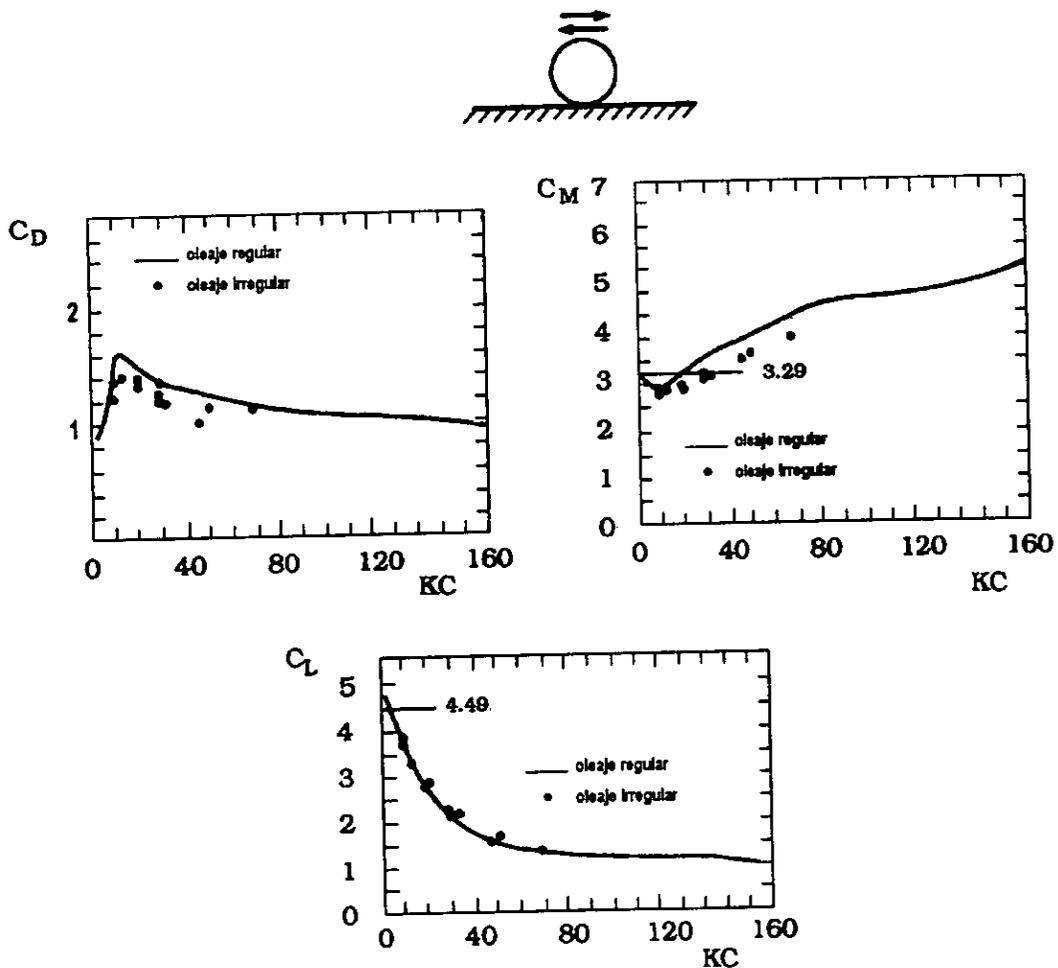


Figura 6.31. Coeficiente hidrodinámicos para una tubería colocada sobre el lecho marino para oleaje irregular y regular.  $Re=0.7-2.5 \times 10^5$   
Bryndum et al. (1992)

## VI.6 COEFICIENTES HIDRODINÁMICOS BAJO LA ACCIÓN DE OLAJE - CORRIENTE.

La combinación del oleaje y las corrientes puede ser tratado como un fenómeno complejo de la mecánica de fluidos, donde la interacción del oleaje y las corrientes se toma como un fenómeno donde la interacción es ignorada y las corrientes se consideran como una simple superposición sobre el oleaje. Diferentes investigaciones al respecto han mostrado que la presencia de corrientes tiene importantes efectos sobre el oleaje. si las corrientes están en la dirección de propagación del oleaje, la amplitud de éste decrece y se incrementa la longitud, si las corrientes son opuestas al oleaje, el oleaje se peralta y la longitud se reduce. Además se debe tener en cuenta que, si hay una corriente que varía con la profundidad, esto puede afectar el oleaje en la superficie haciendo que éste también varíe con la profundidad.

Los trabajos desarrollados por Peregrine (1976) presentaron una buena revisión sobre la interacción del oleaje y las corrientes, otros autores como Sarpkaya (1955), Joman y Bowen (1963), Jonsson (1976) y Darlymple y Dean (1975), entre otros, han presentado trabajos al respecto. Darlymple y Dean (1975), siguiendo el principio simple de superposición determinaron que la celeridad,  $C'$ , y la longitud de la ola,  $L$ , en presencia de corrientes estables están relacionadas por:

$$(C' - U_c)^2 = \frac{gL}{2\pi} \tanh \frac{2\pi d}{L} \quad (6.16)$$

donde  $d$  representa la profundidad del agua.

Los efectos de la interacción oleaje - corrientes sobre los coeficientes de las fuerzas hidrodinámicas pueden ser examinados con la ecuación de Morison modificada para una tubería fija, las expresiones para evaluar las fuerzas sobre tuberías submarinas están dadas por:

$$F_H = C_M A \dot{U} + C_D A D |U \pm U_c| (U \pm U_c) \quad (6.17)$$

donde  $-U_c$  representa las corrientes coexistentes es sentido opuesto a la dirección de propagación del oleaje.

Iwagaki, et al. (1983), desarrollo una serie de pruebas para determinar los efectos de la acción del oleaje - corriente sobre los coeficientes de las fuerzas hidrodinámicas. En la figura 6.32 se muestran los resultados obtenidos. Se observa que no presenta mucha variación con el caso de sólo oleaje.

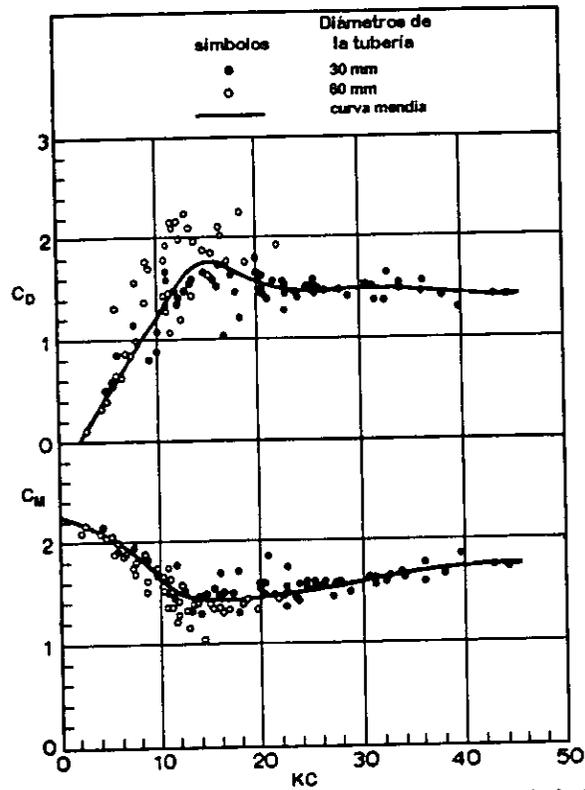


Figura 6.32. Coeficiente  $C_D$  y  $C_M$  para una tubería fija bajo la acción de oleaje - corriente adversa. Iwagaki, et al. (1983).

El efecto de las corrientes coexistentes con el oleaje fue estudiado por Sumer et al. (1992), basado en el parámetro  $U_c/U_m$ . Sumer determinó que el coeficiente de arrastre,  $C_D$ , decrece gradualmente con la relación  $U_c/U_m$ , figura 6.33a. Por otro lado el coeficiente de inercia,  $C_M$  aparentemente no varía con la relación  $U_c/U_m$ , excepto para  $KC=5$ , figura 6.3b. Las discrepancias entre los resultados de Sumer y los antes presentados de Iwagaki y Sarpkaya y Storm (1985), pueden ser atribuidas a las diferencias en las rugosidades y en  $Re$  de los experimentos.

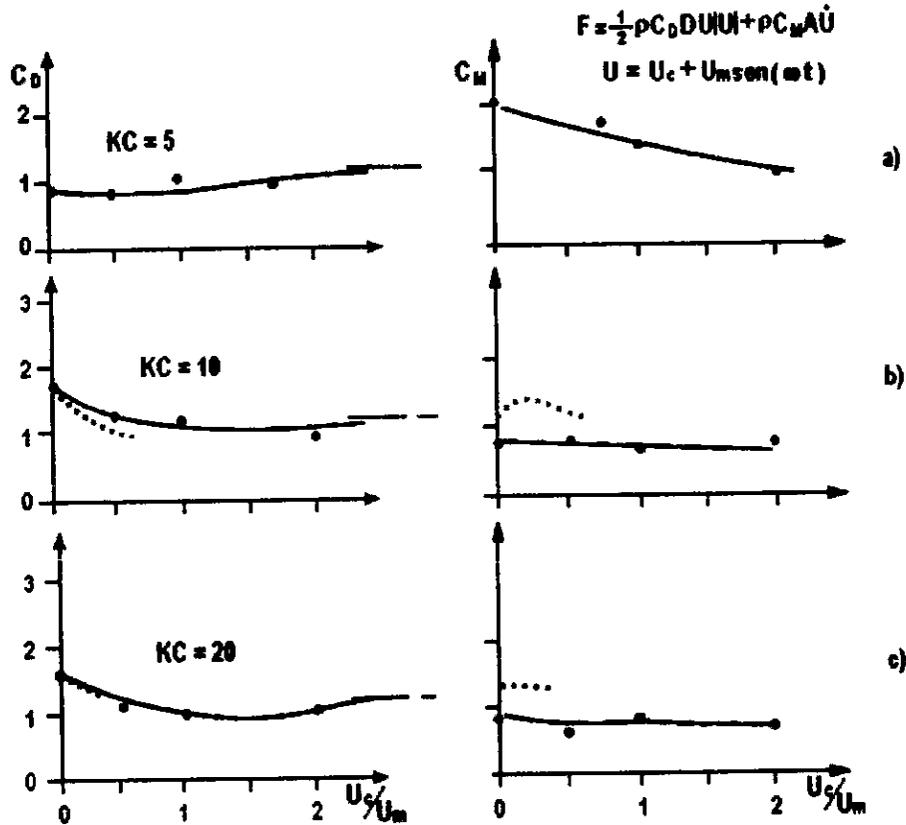


Figura 6.33. Efectos de la superposición de las corrientes sobre los coeficientes;  $C_D$  y  $C_M$ . Fredsoe, 1992

En la figura 6.34 se ilustra la influencia de las corrientes coexistentes con el oleaje sobre el coeficiente de sustentación. La figura indica que  $C_{Lmax}$  decrece substancialmente cuando una corriente está superpuesta con el oleaje.

En las figuras 6.33 y 6.34 se observa que  $C_D$  y  $C_{Lmax}$  tienden asintóticamente a un valor, cuando la relación  $U_c/U_m \rightarrow \infty$ , principalmente para valores de  $KC=5$  y  $KC=10$ .

Somer (1992) concluye que los coeficientes dependen de la superposición de las corrientes con el oleaje y pueden gradualmente reducir el valor de los coeficientes, mientras que, tienden asintóticamente a un valor cuando se tiene el caso de sólo corrientes.

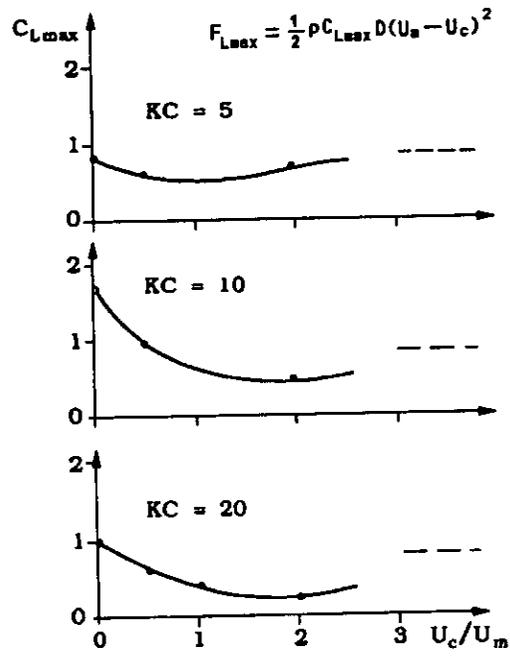


Figura 6.34. Efectos de la superposición de las corrientes sobre el coeficiente,  $C_L$ .  
Fredsoe, 1992

**RESUMEN:**

En la tabla se presenta un resumen de los valores de los coeficientes para las condiciones de flujo consideradas en los estudios realizados por Keulegan Carpenter y continuados por Sarpkaya (1976), Sarpkaya (1986) y Justesen (1989) y Sumer (1997).

Las condiciones de flujo empleadas para determinar los coeficientes, son:

Tubería lisa, Longitud de onda  $L=242$  cm. y una profundidad del agua,  $h=70$  cm, el cilindro se coloca 25 cm la superficie del agua,  $z=25$  cm, para estas condiciones  $kh=0.908$ . Las condiciones de flujo fueron determinadas usando teoría lineal.

Re \ KC		KC										
		6	8	10	15	20	30	40	60	80	100	
$5 \times 10^4$ a	$C_D$	0.5	0.6	0.65	0.75	0.7	0.65	0.6	0.5	0.5	0.5	
	$C_M$	1.9	1.8	1.7	1.7	1.7	1.6	1.58	1.5	1.55	1.35	
$5 \times 10^5$	$C_L$	0.8	0.8	3.4	3.25	2.7	1.8	1.4	1.0	0.9	0.9	
	$C_D$	0.48	0.6	0.65	0.75	0.7	0.7	0.62	0.62	0.62	0.62	
$> 5 \times 10^5$	$C_M$	1.75	1.75	1.75	1.75	1.75	1.75	1.75	1.75	1.75	1.75	
	$C_L$	--	--	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	

Tabla 6.1. Coeficientes hidrodinámicos para varios valores de Re y KC.

Para tuberías rugosas los coeficientes de las fuerzas hidrodinámicas se ven afectados, debido a que, por un lado, varios aspectos del flujo cambian; como la estabilidad hidrodinámica que involucra al fenómeno de difusión de vórtices y la interacción entre éstos; el grado de turbulencia y el ángulo de separación de la capa límite y por otro lado, el diámetro de la tubería incrementa y por tanto el área expuesta al flujo. El coeficiente de arrastre incrementa su valor hasta en un 40% con el incremento de la rugosidad, mientras que  $C_M$ , aparentemente no muestra cambios significantes (Justesen, 1989). El coeficiente de sustentación al igual que el de arrastre incrementan con la rugosidad.

Otro parámetro importante que afecta el valor de los coeficientes es  $e/D$ , o parámetro de vacío, que indica que tan separada está la tubería del lecho marino. Muchas pruebas de laboratorio muestran que al igual que la rugosidad, la cercanía del lecho marino afecta el flujo. En la tabla 7.2 se muestran los valores para los coeficientes para diferentes  $e/D$  y KC para un valor de Re de  $0.8 - 1.1 \times 10^5$ .

e / D \ KC		KC									
		6	8	10	15	20	30	40	60	80	100
0	$C_D$	0.9	1.0	1.23	1.6	1.25	1.4	1.3	1.2	1.1	1.1
	$C_M$	3.29	3.29	3.29	3.29	3.35	3.8	4.1	4.2	4.8	4.85
	$C_L$	4.49	4.2	4.0	3.0	2.7	2.0	1.9	1.5	1.4	1.4
0.05	$C_D$	--	--	--	--	1.3	1.0	1.0	0.9	--	--
	$C_M$	2.6	2.6	2.6	2.65	2.65	2.7	2.8	3.2	--	--
	$C_L$	--	--	2.9	2.5	2.3	2.0	1.8	1.2	--	--
0.1	$C_D$	--	--	1.2	1.0	0.9	0.8	0.8	0.8	--	--
	$C_M$	2.4	2.4	2.4	2.38	2.38	1.35	1.35	1.35	--	--
	$C_L$	--	--	2.2	2.0	1.9	1.6	1.2	1.0	--	--
≥ 1	$C_D$	1.8	1.8	1.75	1.6	1.6	1.6	1.6	1.6	--	--
	$C_M$	2.1	2.0	2.0	1.9	1.9	1.8	1.75	1.7	--	--
	$C_L$	--	--	1.7	1.0	1.0	0.6	0.4	0.2	--	--

**Tabla 62.** Coeficientes hidrodinámicos para varios valores de  $KC$  vs  $e/D$ .

Para  $e/D=0$ , los valores de los coeficientes fueron tomados de los ensayos de Brindum (1992) y los datos para  $e / D= 0.05, 0.1$  y  $1$  son de Sumer (1991), Sarpkaya (1977 y 1979).

Otro factor de gran importancia es el grado de enterramiento de la tubería ( $d/D$ ), como se mencionó anteriormente mientras más enterrada esté la tubería y dependiendo, además, de las características del suelo, ésta se encontrará más segura. Lo que significa a medida que el grado de enterramiento se incrementa el valor de los coeficientes disminuye. El coeficiente de arrastre y el de inercia disminuyen casi en la misma proporción, no así el coeficiente de sustentación, el cual incrementa cuando el grado de enterramiento es mínimo, cuando la tubería está enterrada hasta 10 o 15% del diámetro de la tubería.

En lo que se refiere al comportamiento de los coeficientes bajo la acción de oleaje corriente, desafortunadamente se cuenta con muy pocos estudios, Brindum (1983) determinó que los coeficientes se reducen cuando corrientes estables se superponen al oleaje. El coeficiente de arrastre y de sustentación disminuyen, respectivamente, hasta en 60% y 40% de los valores encontrados en condiciones de oleaje. Sumer (1991) encontró que el coeficiente de inercia no muestra cambios significantes a medida que la velocidad de la corriente se incrementa.

## **7. CASO DE APLICACIÓN**

## 7.1 INTRODUCCIÓN

El diseño de la estabilidad de una tubería submarina se basa en la determinación de las fuerzas hidrodinámicas de arrastre, de inercia y de sustentación. El diseño contempla el uso de teorías de onda para determinar las condiciones de flujo y el análisis de datos oceanográficos y meteorológicos para determinar los parámetros de diseño, así como la influencia del lecho marino en la estabilidad de la línea. Las condiciones de flujo alrededor de la tubería generadas por la acción del oleaje y las corrientes determinan la magnitud de las fuerzas sobre la tubería. Morison (1950) propone una ecuación para determinar la fuerza horizontal sobre una tubería inducida por el oleaje, dicho modelo empírico ofrece buenos resultados. Los coeficientes hidrodinámicos son determinados experimentalmente y en ellos se consideran los factores que afectan la acción de las fuerzas desestabilizadoras, tales como las condiciones de flujo, la cercanía del lecho marino y la rugosidad de la tubería entre otros de menor importancia.

En este capítulo se presentan los resultados obtenidos de un análisis numérico realizado para determinar las fuerzas ejercidas por el oleaje sobre una tubería submarina. El problema se planteó para diferentes condiciones de flujo, desde el caso cuando una tubería está expuesta a la acción de una corriente hasta el caso de la superposición de una corriente al oleaje.

Las condiciones de flujo fueron determinadas usando los criterios de la teoría lineal y los coeficientes se obtuvieron de los trabajos presentados por los diferentes autores mencionados anteriormente.

## 7.2 CASO I.

### TUBERÍA EXPUESTA A LA ACCIÓN DE UNA CORRIENTE UNIFORME

El primer paso para poder determinar las fuerzas hidrodinámicas consiste en calcular el número de Reynolds, la expresión usada es:

$$Re = \frac{DU_c}{\nu} \quad (7.1)$$

donde  $Re$  es el número de Reynolds,  $D$ , es el diámetro de la tubería en metros,  $\nu$  es la viscosidad cinemática del agua ( $\nu \approx 1 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$  a  $4^\circ\text{C}$ ) y  $U_c$  es la velocidad de la corriente uniforme en  $\text{m/s}$ .

Como se explicó anteriormente, cuando la tubería está expuesta a la acción de una corriente sólo experimenta dos fuerzas; la fuerza de arrastre y la fuerza de sustentación, estas fuerzas se determinan a partir de:

$$F_D = \frac{1}{2} \rho C_D D U_c^2 \quad (7.2)$$

$$F_L = \frac{1}{2} \rho D C_L U_c^2$$

$F_D$  y  $F_L$  son la fuerza de arrastre en Newtons por metro de tubería,  $\rho$  es la densidad del agua de mar ( $1250 \text{ kg/m}^3$ ),  $C_D$  y  $C_L$  son los coeficientes de arrastre y sustentación, respectivamente.

### 7.2.1 Condiciones de Prueba

El ejemplo se desarrolla para diferentes diámetros; 0.2 m, 0.3 m y 0.4 m, y se analiza cómo varían la fuerza de arrastre y sustentación con la velocidad de la corriente.

Las condiciones de la velocidad de corriente,  $U_c$ , usadas oscilan entre 0.1 y 1.0 m/s.

El tirante de agua no afecta la magnitud de las fuerzas, pero la profundidad de colocación de la tubería comienza a ser importante en tanto la tubería se aproxime al suelo marino ( $e / D \sim 0$ ). El tirante de agua considerado fue de 10 m.

### 7.2.2 Resultados

En las gráficas 7.1a y 7.1b se muestra el comportamiento de las fuerzas de arrastre y sustentación en función de la velocidad de corriente, la profundidad de colocación de la tubería es de 8.0 m. En dicha figura se observa que la magnitud de las fuerzas crece a medida que la velocidad y el diámetro de la tubería aumentan.

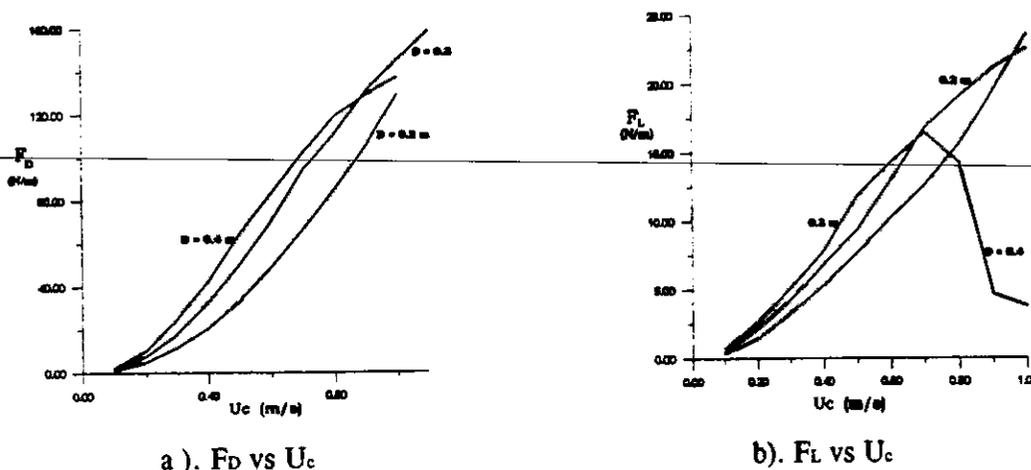


Figura 7.1. Variación de las fuerzas de arrastre y sustentación con la velocidad de la corriente, cuando la tubería no está colocada sobre el suelo marino.

Con base en los resultados presentados en la figura 7.1 se puede observar que la fuerza de arrastre predomina. En la gráfica de la figura 7.1 (b) se distingue que para un diámetro de 0.4 m, cuando la velocidad es de aproximadamente 0.7 m/s, la fuerza de sustentación disminuye drásticamente, esto debido a que para este diámetro o mayores, se llega a las condiciones de flujo crítico (ver sección V.7).

Cuando una tubería está colocada cerca del lecho marino las fuerzas son afectadas. El efecto de la cercanía de la tubería al suelo marino es probado a partir del parámetro de vacío,  $e / D$ . El valor más importante a considerar es  $e/D=0$  dado que la tubería se coloca, generalmente, sobre el suelo marino. En las figuras 7.2 (a) y 7.2 (b) se presenta dicho efecto con la variación de los diferentes diámetros de prueba.

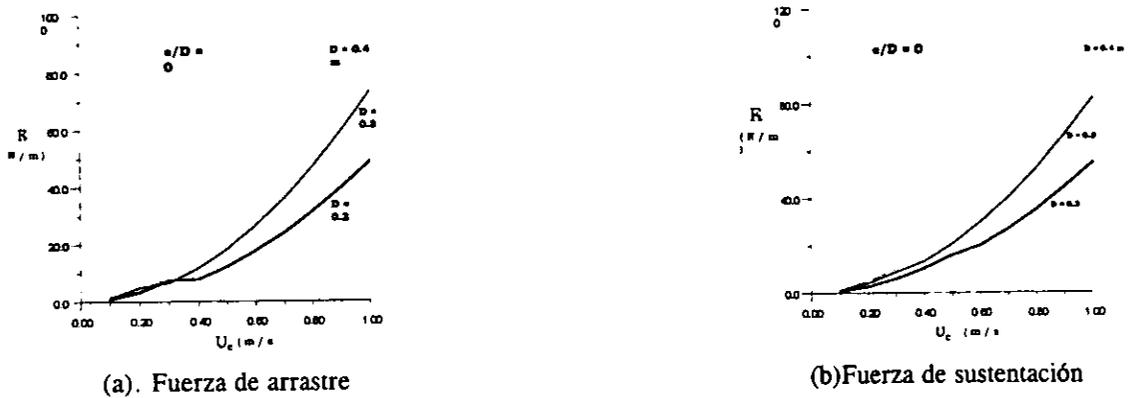


Figura 7.2. Efecto de la cercanía de la tubería al suelo marino.

En la figura 7.2 se observa que la fuerza de sustentación domina y que persiste la situación en la que a medida que el diámetro incrementa, la fuerza también lo hace, sólo que ahora el incremento de la fuerza con el diámetro es más marcado.

La razón por la cual la fuerza de sustentación domina se debe, por un lado, a que la cercanía del suelo rompe la simetría del flujo, característica del flujo estable, y por otro el fenómeno de difusión de vórtices es más caótico. En la figura 7.3 se muestran estos aspectos.

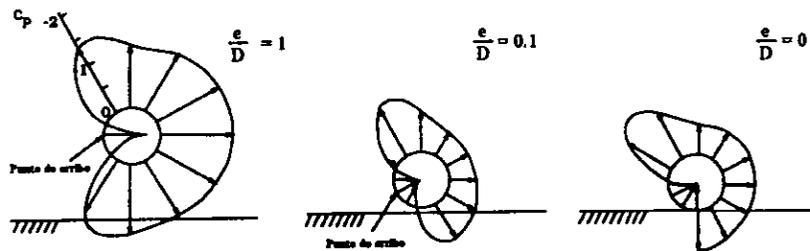


Figura 7.3. Distribución de presiones generada por la asimetría de flujo. Berman y Zdravkovich (1978)

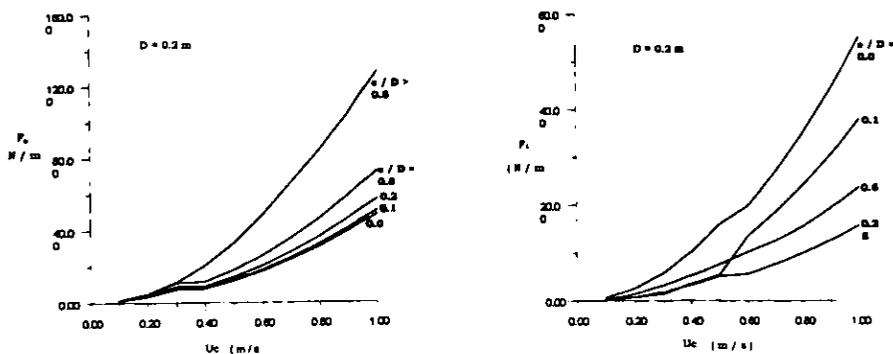


Figura 7.4. Efectos de la cercanía de la tubería con el suelo marino.

En la figura 7.4 se observa el comportamiento de las fuerzas con la cercanía del suelo, se aprecia que para velocidades de corriente menores a 0.3 m/s el efecto es poco trascendente, principalmente en la fuerza de arrastre, esto se debe a que para valores de  $Re$  pequeños el coeficiente de arrastre  $C_D$  permanece prácticamente invariable. Además, se observa que a medida que la relación  $e/D$  se incrementa la fuerza aumenta.

Por otro lado, para la fuerza de sustentación el comportamiento es muy diferente, para valores de  $e/D$  pequeños la fuerza de sustentación disminuye rápidamente y posteriormente se incrementa hasta las condiciones para las cuales el efecto de la cercanía del suelo deja de ser importante, de acuerdo con los datos presentados por Fredsoe et al. (1985) y Thomschke (1971) este efecto deja de ser importante aproximadamente en  $e/D=0.5$ .

### 7.3 FUNDAMENTOS DE ANÁLISIS EN LOS CASOS DE OLEAJE, OLEAJE IRREGULAR Y OLEAJE CORRIENTE

Cuando una tubería está expuesta a la acción del oleaje experimenta una fuerza adicional debida a la inercia. La cual está dada por:

$$F_M = \rho C_M A U(t) \tag{7.3}$$

donde  $A$  es el área de la sección transversal de la tubería dada en  $m^2$ ,  $U(t)$  es la aceleración en  $m/s^2$ .

En 1950 Morison propone la siguiente expresión para evaluar la magnitud de la fuerza horizontal experimentada por una tubería expuesta a la acción del oleaje.

$$F_H = \frac{1}{2} \rho C_D D U(t) U(t) + \rho C_M A U(t)$$

Para evaluar las condiciones de flujo se usa teoría lineal. Considerando el caso de un tren de ondas propagándose sobre una corriente uniforme  $U_c$ , se asume que el potencial de velocidades representa una corriente uniforme y una ola progresiva, la cual satisface la ecuación de Laplace, dicho potencial está representado por:

$$\phi = -U_c x + A \cosh k(h+z) \cos(kx - \sigma t) \tag{7.4}$$

La forma de esta expresión garantiza la periodicidad del oleaje en el espacio y en el tiempo y satisface la condición de contorno, de no flujo a través del fondo, además de cumplir con las condiciones de contorno cinemática y dinámica de superficie libre.

De la ecuación 7.3, la velocidad horizontal y vertical están dadas por:

$$u = \frac{\partial \phi}{\partial x} = U_c + Ak \cosh k(h+z) \sin(kx - \sigma t) \tag{7.5}$$

$$w = \frac{\partial \phi}{\partial z} = Ak \sinh k(h+z) \cos(kx - \sigma t) \tag{7.6}$$

$$A = \frac{H g}{2 \sigma \left(1 - \frac{U c}{c}\right) \cosh(k h)} \quad (7.7)$$

y el número de onda se determina a partir de la relación de dispersión dada por:

$$\sigma^2 \left(1 - \frac{U c k}{\sigma}\right)^2 = g k \tanh k h \quad (7.8)$$

en el caso de que se analice una tubería que está expuesta a la acción del oleaje, basta considerar que  $U c = 0$ . Para el caso de oleaje además del número  $Re$ , se calcula un parámetro adicional el número de Keulegan Carpenter,  $KC$ , definido como:

$$KC = \frac{U_m T}{D} \quad (7.9)$$

donde  $U_m$  es la velocidad de flujo máxima y  $T$  el período de ola en s.

Para el análisis de oleaje irregular se consideran las mismas formulaciones, sólo varían los parámetros del oleaje, en este caso se hace el análisis para una altura de ola significativa y un período pico.

## 7.4 CASO II

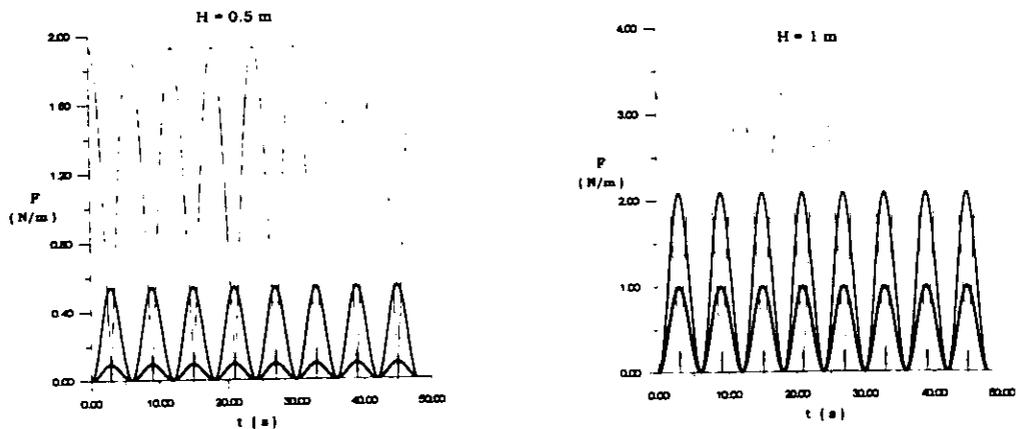
### TUBERÍA EXPUESTA A LA ACCIÓN DEL OLEAJE REGULAR

#### 7.4.1 Condiciones de Prueba

##### 7.4.1.1 $h = cte$ , $T = cte$ , $H = variable$

Las condiciones usadas para este caso fueron: diámetros de 0.2 m, 0.3 m y 0.4 m, una profundidad de 50 m, una profundidad de colocación de 40 m y un período de ola de 12 s y alturas de ola,  $H$ , de 0.5 a 15 m. Las series de tiempo para las fuerzas de arrastre, inercia y sustentación, se presentan en la figura 7.5.

*Para un diámetro de 0.2 m*



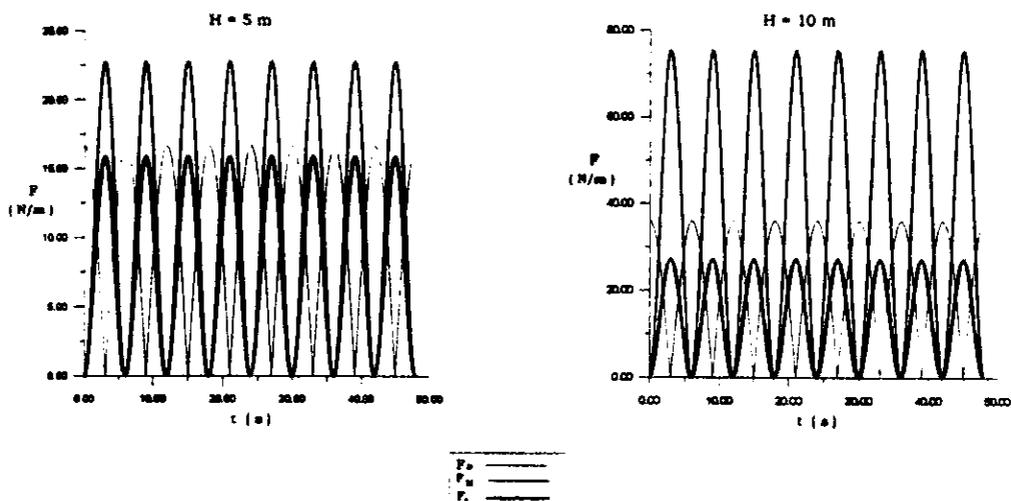


Figura 7.5. Serie de tiempo para las fuerzas hidrodinámicas

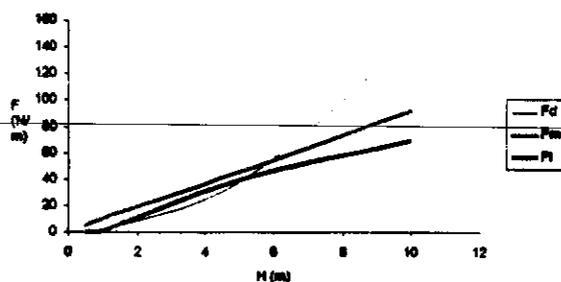
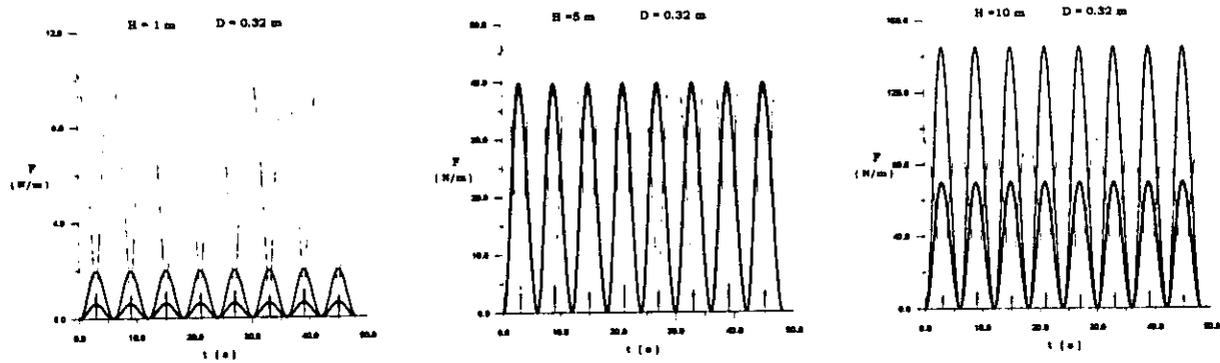


Figura 7.6. Altura de ola, H vs fuerza hidrodinámica, F

En las figuras 7.5 y 7.6 se observa la influencia de la altura de ola sobre la magnitud de la fuerza. Para alturas de ola relativamente pequeñas la fuerza de inercia domina y a medida que la altura se incrementa la fuerza de arrastre llega a ser más importante, esto se justifica por los bajos valores del parámetro  $KC$  para este caso, además la resistencia que opone la tubería al movimiento va cediendo a medida que el flujo se incrementa, además se puede observar que la magnitud de las fuerzas se incrementa con la altura de ola y muy en particular, la fuerza de arrastre se incrementa más rápidamente que la fuerza de inercia y la de sustentación, esto se debe esencialmente a que el arrastre es función de la velocidad al cuadrado. En las figuras subsecuentes se muestra la influencia del diámetro sobre las fuerzas

En general la variación del diámetro produce un incremento en las fuerzas hidrodinámicas, la fuerza de inercia es la más afectada, es decir, crece más rápidamente, esto se debe a que la masa hidrodinámica, que depende del diámetro, aumenta sustancialmente, además, debe considerarse que la fuerza de inercia depende del volumen de la tubería el cual es proporcional al tamaño de ésta.

Para un diámetro de 0.32 m



Para diámetro  $D = 0.4$  m

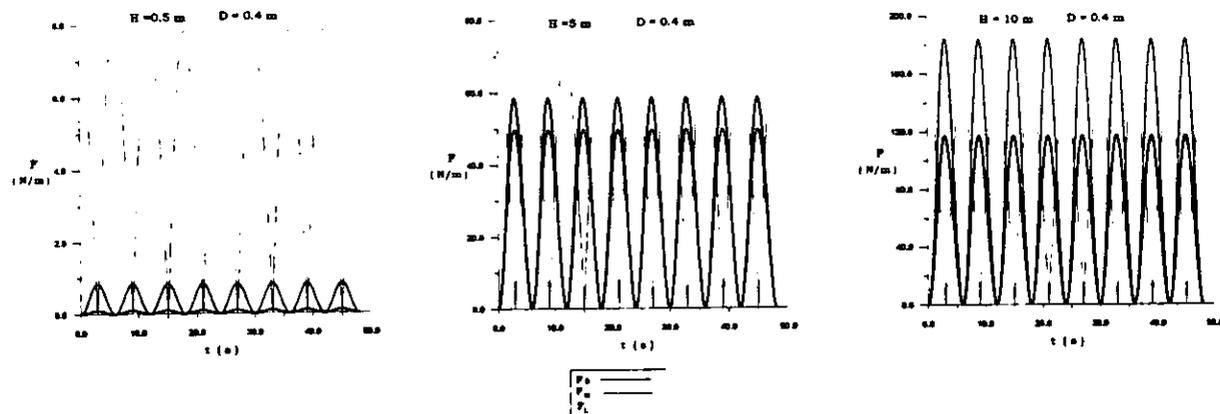


Figura 7.7. Variación de las fuerzas hidrodinámicas para  $D=0.32$  m y  $D= 0.4$  m

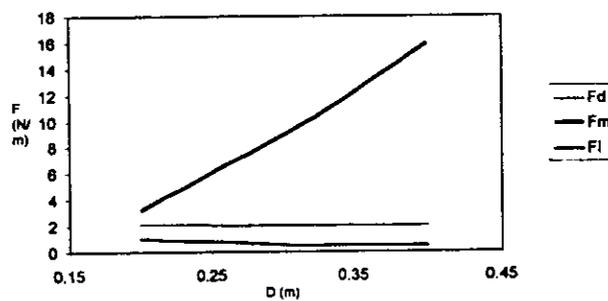


Figura 7.8. Diámetro de la tubería,  $D$  vs Fuerza hidrodinámica,  $F$ .

7.4.1.2  $h = cte., T = variable, H = cte.$

Las condiciones utilizadas para ejemplificar este caso son: diámetro de 0.32 m, una profundidad de 50 m, una profundidad de colocación de 40 m, altura de ola de 5 m y un periodo de ola variable de 6, 8, 10 y 12 s. Las series de tiempo para las fuerzas de arrastre, inercia y sustentación, se presentan en la figura 7.9.

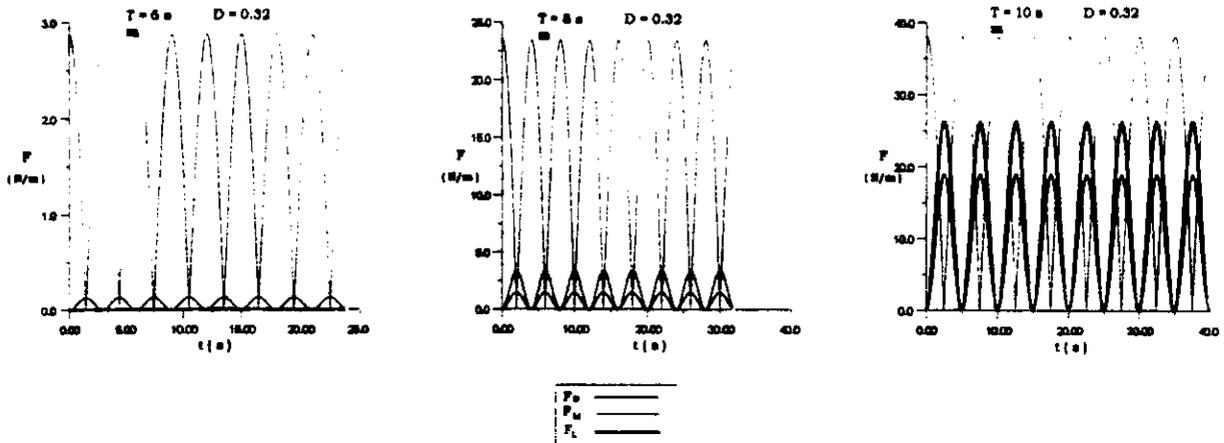


Figura 7.9. Efecto del Parámetro de período sobre las fuerzas hidrodinámicas

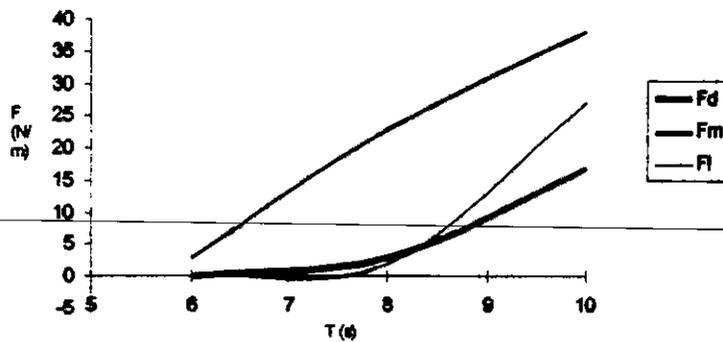


Figura 7.10. Período, T vs Fuerza hidrodinámica, F

En la figura 7.9 y 7.10 se observa que el período de ola afecta en mayor medida a la fuerza de inercia, es decir, a medida que el período de ola, T, se incrementa la fuerza de sustentación aumenta más rápidamente que la de arrastre, esto es algo razonable debido a que la fuerza de sustentación mantiene una importante dependencia del período y de la frecuencia del oleaje, lo cual afecta la difusión de vórtices en las inmediaciones de la tubería. En este caso por las condiciones dadas para este caso la fuerza de inercia domina, sin embargo, no siempre es así.

**7.4.1.3  $h = \text{variable.}, T = \text{cte.}, H = \text{cte.}$**

Las condiciones de este caso fueron: diámetro de 0.32 m, profundidades de 10, 20, 50 y 100 m, un período de ola 6 s y una altura de ola de 3 m. La tubería se encuentra colocada sobre el suelo marino. Las series de tiempo para las fuerzas de arrastre, inercia y sustentación, se presentan en la figura 7.11.

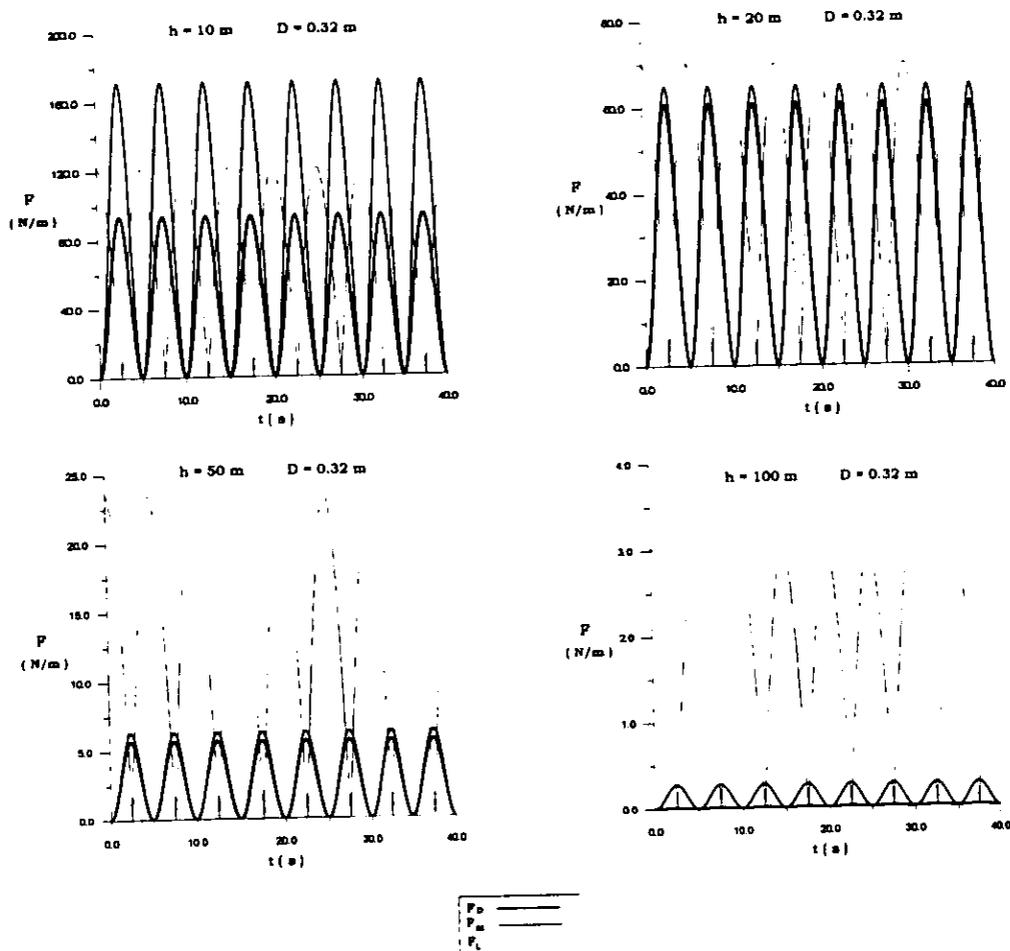


Figura 7.11. Variación de las fuerzas hidrodinámicas con el tirante de agua.

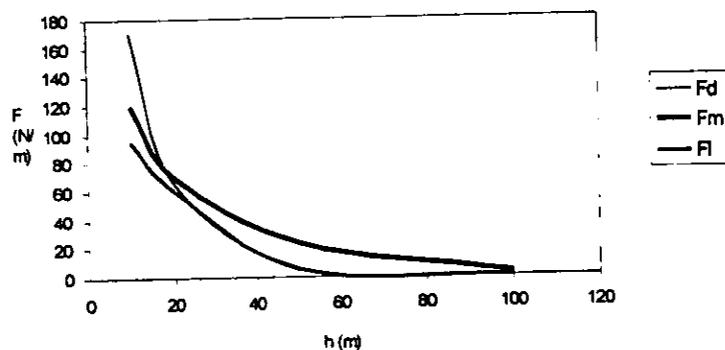
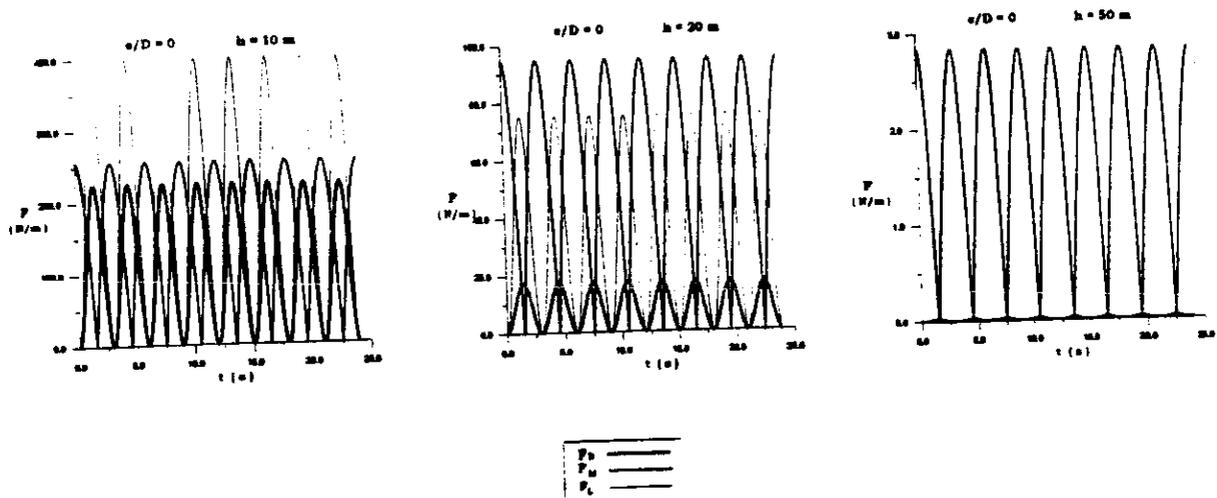


Figura 7.12. Profundida,  $h$  vs Fuerza hidrodinámica

La magnitud de las fuerzas es afectada también por el tirante de agua, las fuerzas disminuyen a medida que el tirante aumenta, esto es consecuencia del comportamiento de la velocidad de flujo. En las gráficas de la figura 7.11 y 7.12 se observa que la fuerza de arrastre disminuye más rápidamente que la de sustentación y la de inercia, a medida que la profundidad relativa es más grande.

**7.4.1.4  $h = \text{var.}, H = \text{cte.}, T = \text{cte}$  y  $e/D = 0$**

Las condiciones ambientales para este ejemplo son: diámetro 0.32 m, una profundidad de 10, 20, 50 y 100 m,  $e/D = 0$  y un periodo de ola 6 s y una altura de ola de 3 m.



**Figura 7.13.** Fuerzas hidrodinámicas inducidas por oleaje regular, cuando la tubería está colocada sobre el suelo marino.

Quando la tubería está colocada sobre el suelo marino el flujo muestra variaciones importantes que afectan la magnitud de las fuerzas hidrodinámicas. En las gráficas de la figura 7.13 se observa que las fuerzas hidrodinámicas disminuyen, sin embargo la fuerza de sustentación toma un papel muy importante, principalmente en aguas someras, debido a los cambios en las condiciones de flujo, es decir al comportamiento de la difusión de los vórtices, los cuales pierden la asimetría de difusión al estar afectados por la cercanía del suelo. Por otro lado, la fuerza de arrastre también sufre drásticas disminuciones a medida que la profundidad se incrementa esto se debe al comportamiento del perfil de velocidades de flujo, es decir a medida que la profundidad se incrementa la velocidad disminuye hasta que en el fondo la componente horizontal de dicha velocidad es cero.

**7.5 CASO III.**

**TUBERÍA EXPUESTA A LA ACCIÓN DEL OLEAJE IRREGULAR**

Para este caso el programa será ejecutado con los valores de la tabla 7.1 en la que se muestran los parámetros del oleaje irregular.

Localización	Profundidad h (m)	Altura de ola Significante (m)	Período pico (s)
1	5.5	2.75	8.0
2	6.7	3.3	9.0
3	11.6	3.8	9.5
4	4.6	2.3	7.5
5	7.6	3.5	9.5
6	10.7	3.75	9.5

Tabla 7.1. Parámetros ambientales (M.B. Bryndum, 1983)

Los resultados obtenidos son los siguientes:

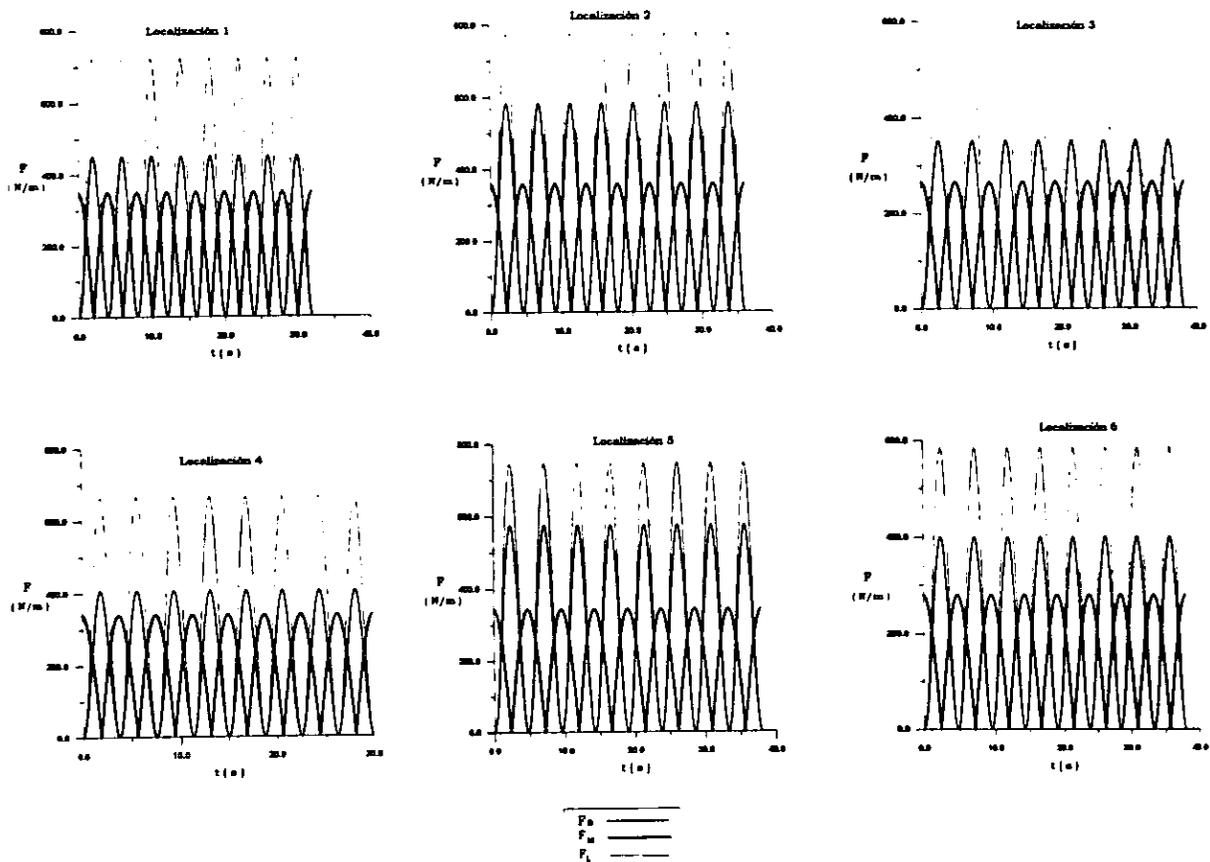


Figura 7.14. Fuerzas hidrodinámicas bajo la acción de oleaje irregular

Cuando una tubería está expuesta a oleaje irregular, experimenta variaciones importantes. Los ejemplos aquí mostrados intentan simular condiciones críticas muy próximas a casos reales, se puede observar que la magnitud de las fuerzas es muy significativa, esto da una idea de la importancia de éstas en el diseño de la estabilidad. En las gráficas de la figura 7.14 se observa que la fuerza de sustentación domina.

### 7.6 CASO IV TUBERÍA EXPUESTA A LA ACCIÓN DEL OLAJE - CORRIENTE

Las condiciones ambientales consideradas para este caso son las siguientes: período de ola, 8 s; altura de ola, 2.75 m; profundidad, 10 m y diámetro de la tubería de 0.32 m, la tubería se encuentra colocada sobre el lecho marino. Los resultados obtenidos fueron los siguientes (Figuras 7.15).

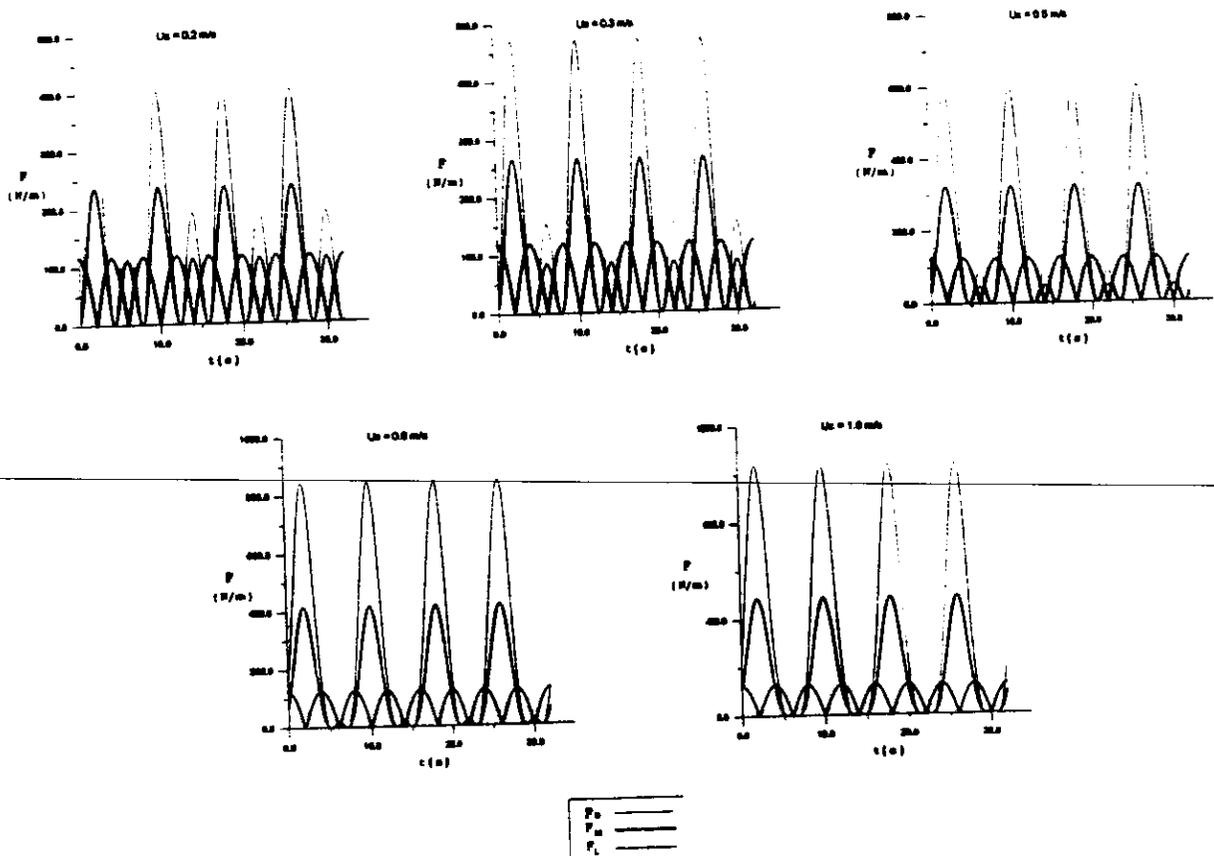


Figura 7.15. Fuerzas hidrodinámicas bajo la acción de oleaje corriente.

Para el caso de oleaje corriente las fuerzas hidrodinámicas se incrementan por el incremento en la velocidad de flujo.

Finalmente se puede decir que las ecuaciones para calcular las fuerzas, así como el uso de la teoría lineal, son una buena herramienta analítica para la predicción de las fuerzas, siempre y cuando sean usados los coeficientes hidrodinámicos apropiados.

El programa desarrollado para generar los resultados mostrados en las gráficas anteriores, permite la variación de las condiciones ambientales y por ende la de los coeficientes hidrodinámicos.

**VIII**

**CONCLUSIONES Y  
FUTURAS LÍNEAS DE TRABAJO**

## VIII. CONCLUSIONES

### CAPÍTULO I

La teoría lineal es una herramienta muy útil para obtener las condiciones de flujo a las que un ducto submarino estará expuesto.

El planteamiento y las suposiciones hechas en la teoría lineal o teoría de pequeña amplitud, son suficientes para resolver el problema de la interacción del oleaje con la tubería submarina, en aguas profundas e intermedias

El apropiado diseño de una tubería submarina incluye la determinación de las condiciones de flujo en las vecindades de ésta, dichas condiciones son generadas por la acción del oleaje, lo que implica la caracterización de éste, dado el rango de validez de la teoría lineal, ésta es aplicable al diseño de tuberías submarinas.

### CAPÍTULO II

Dado que la tubería submarina está expuesta a condiciones extremas de oleaje corriente, el análisis para el oleaje presentado en este capítulo es apropiada para analizar las condiciones de oleaje que serán útiles en el diseño.

El análisis de datos meteorológicos y oceanográficos determina los parámetros para un óptimo diseño.

El análisis extremal de máximos es el más recomendado para el diseño de tuberías submarinas, dadas las condiciones a las que una tubería está expuesta.

### CAPÍTULO III

En este capítulo se resumieron los aspectos más relevantes de los procesos generadores de corrientes en los océanos, las cuales tienen repercusión en la estabilidad de las tuberías submarinas. Llegándose a las siguientes conclusiones:

Por sus características y debido a que genera las mayores velocidades de corriente, las mareas de tormenta son las que podrían generar inestabilidad en la tubería.

La superposición lineal de corrientes con el oleaje es una opción viable para el diseño de tuberías submarinas.

El cálculo de las mareas por análisis armónico es una herramienta muy útil para determinar la acción de las corrientes sobre las tuberías submarinas.

### CAPÍTULO IV.

En este capítulo se presentan las bases teóricas para determinar las características del suelo marino, el cual interactúa con la tubería. Se llegó a las siguientes conclusiones:

---

El estudio de las características del suelo marino permite determinar, a partir de la capacidad de éste, la estabilidad lateral y vertical de la tubería, bajo cualquier condición de oleaje corriente.

Ayuda a determinar la interacción suelo-tubería, que tiene el propósito de evitar esfuerzos adicionales en la línea, a los impuestos por la acción del oleaje-corriente.

## CAPÍTULO V

Los parámetros más importantes que definen las condiciones de flujo y por ende la magnitud de las fuerzas hidrodinámicas son el número de Reynolds,  $Re$ , y el parámetro de periodo o número de Keulegan y Carpenter,  $KC$ .

En condiciones de oleaje la fuerza que predomina es la fuerza de sustentación.

## CAPÍTULO VI

Los coeficientes hidrodinámicos son la piedra angular en la determinación de las fuerzas hidrodinámicas.

De acuerdo con los resultados obtenidos en los casos de aplicación, podemos decir que los valores de los coeficientes hidrodinámicos oscilan entre los siguientes valores:

$$\begin{aligned}C_D &= 1.2 - 2.0 \\C_M &= 1.65 - 3.29 \\C_I &= 1.25 - 1.5\end{aligned}$$

dichos valores se aproximan a los presentados en la literatura.

## CAPÍTULO VII

La aplicación de teoría lineal y de la ecuación de Morison para la solución de los diferentes casos, presentó resultados adecuados.

La selección apropiada de los valores de los coeficientes determina el buen diseño de la estabilidad de una tubería submarina.

Para el apropiado diseño de la estabilidad de una tubería submarina, deben tomarse los valores máximos de las fuerzas de sustentación.

El parámetro que tiene mayor influencia en las fuerzas hidrodinámicas, cuando la tubería está expuesta a la acción sólo del oleaje, es la altura de ola.

En condiciones de oleaje irregular, la fuerza de sustentación domina el fenómeno.

En condiciones de oleaje - corriente la fuerza de arrastre domina sobre la de sustentación seguida de la de inercia.

Un diseño apropiado debe contemplar condiciones de oleaje - corriente.

### FUTURAS LÍNEAS DE TRABAJO

Aspectos de construcción e instalación de tuberías submarinas, atrincheradas, enterradas, ancladas y problemas asociados.

Estudio de la dinámica de las fuerzas desestabilizadoras para el diseño hidrodinámico de tuberías submarinas.

Desarrollo e implementación de un modelo de atenuación del oleaje-corriente debido a su interacción con un fondo disipativo y una estructura.

Desarrollo de un modelo matemático para el diseño de líneas sumergidas que incorpore las virtudes del programa desarrollado por la A.G.A. y se ajuste a las condiciones medioambientales de diseño.

Análisis dinámico de la estabilidad.

## **BIBLIOGRAFÍA**

---

**BIBLIOGRAFÍA**

- Abbott M. B. and Price W. A. "Coastal, Estuarial and Harbour Engineering". Oxford, 1994. ed. 1<sup>a</sup>, Editorial E & FN SPON.
- A. G. A. Projects Pr-178-516, PR-178-717, & PR-178-9333. "Submarine Pipeline on Bottom Stability". Vol 1, Analysis and Design Guidelines.
- Bryndum M. B., Jacobsen V., Madsen and Brand. "Hydrodynamic Forces Due to Oblique Wave and Current Action on Marine Pipeline". OMAE, Tokyo, 1986.
- Bryndum M. B. and Vanger Jaconsen. "Hydrodynamic Forces from wave current loads on marine pipelines". Offshore Technology conference 4454. Houston Tex. May 1983.
- Bryndum M.B., Jensen B. L. and Andersen S. V. "On - Bottom Stability of Pipelines Under 2d and 3d Waves". Offshore Mechanics and Artic Engineering. 9<sup>th</sup> Int. Conf. Houston 1990.
- Bryndum M.B., Staub C., Hansen E.A. "Hydrodynamic Design of Pipelines on Erodible sea Beds". Advances in subsea pipeline engineering & technology, International Conference, May 1990, Society for underwater Technology.
- Castillo Enrique. "Extreme value Theory in Engineering". Academic Press, Santander España, 1988.
- Chakrabarti S.K.. "Hydrodynamics of Offshore Structures" Computational mechanics publications & Springer - Verlag. 1987
- Chakrabarti Subrata Kumar. "Offshore Structure Modeling", Advanced Series on Ocean Engineering, Vol. 9. World Scientific, 1994.
- Deigaard R., Jacobsen V. and Brindum M. B. "A Critical Review of Near Bottom Boundary Layer Models With Special Attention to Stability of Marine Pipelines". Proceeding of the fourth international offshore mechanics and artic engineering symposium, Dallas, Tex. Feb.1985. American society of mechanical engineers.
- Dean R, Dalrymple R, "Water waves mechanics for engineering and statistical ". Advanced Series on Ocean Engineering, Vol. 2. World scientific, 1984.
- Eagleson P. S., Dean R.G., "Bretschneider C.L. Estuary and Coastline Hydrodynamics". Iowa, Institute of Hydraulic Research, 1966. Editor Ippen.
- Esin Cvik and yalcin Yüksel, "Scour under submarine Pipelines in waves in shoaling condition". Journal of Waterway, Port, coastal, and ocean engineering. January, February 1999.
- E. Musito, R. López, R. Silva, O. Valle. "On-Bottom Design of submarine pipelines". May 1999.
- Garbis H. Keulegan and Lloyd H. Carpenter. "Forces on cylinder and plates in an oscillating fluid". Journal of Research of the National Bureau of Standards. Vol. 60, No. 5, May 1958

- 
- Govaere Georges. "Acción del oleaje sobre estructuras marítimas no rebasables", Tesis de Maestría, DEPMI, UNAM. 1996.
- Guedes Soares C. "Risk and Reliability in Marine Technology". A.A. Balkema/ Rotterdam/ Brookfield, 1998. "Reliability aspects of marine riser and subsea pipeline design", B. Leira, pp. 273-313.
- Hudspeth R. T. "Morison equation coefficients and data condition". Coastal Engineering 1990.
- Instituto Mexicano del Petróleo, "Memorias, Taller de Aplicación de la 1ª edición del Criterio Transitorio para el Diseño y la Evaluación de Líneas Submarinas en la Sonda de Campeche ", 1998.
- John F. Wendt. "Computational Fluid Dynamics". Springer, 2a ed, 1996.
- Jothi Shankar, S. K. Ting & C. C. Lew. "Analysis of hydrodynamic forces on submarine pipelines" Computer Modelling in Ocean Engineering, 1988 Balkema, Rotterdam.
- Juárez Badillo y Rico Rodríguez. "Mecánica e Suelos", Tomo 1 "Fundamentos de la Mecánica de Suelos", Limusa, México 1997.
- Losada, Miguel A. y Luis A. Giménez Curto. " Oleaje: Análisis estadístico y espectral. Regímenes". Universidad de Santander, Tomo Cuarto-I, Santander, España 1978.
- Le Mehaute, B. "An Introduction to Hydrodynamics and Water Waves". Springer Verlag, New York Heidelberg Berlin, 1976.
- Matiur Rahman. "Water Waves", Relating Modern Theory to Advanced Engineering Practice. Oxford, 1995.
- Masatoshi Yuhi and Hajime Eshida. "Analytical solution for wave-induced seabed response in a soil-water two-phase mixture". Coastal Engineering Journal, Vol. 40, no. 4, December 1998.
- Musito, C. E. "Respuesta Estructural de Ductos Marinos Expuestos a Cargas Hidrodinámicas". Tesis de Maestría, Escuela Superior de Ingeniería y Arquitectura, IPN. 1998.
- Pedrozo, A. A. (1999). "Análisis Frecuencial y Temporal del Oleaje". Tesis de Licenciatura, Facultad de Ingeniería, UNAM.
- Sorensen Robert M. "Basic Wave Mechanics", Coastal Ocean Engineering. New York, NY, 1993.
- Streeter, Wylie and Bedford. "Fluids Mechanics". Ed 9ª, Mc Graw Hill, E.U., 1998.
- Sarpkaya, T. Isaacson, M. "Mechanics of Waves Forces on Offshore Structures". Published by Van Nostrand Reinhold Company Inc. 1981.
- Uribe, R. (1999). "Caracterización del Clima Marítimo Mexicano ". Tesis de Licenciatura, Facultad de Ingeniería, UNAM.

- 
- Wen , L. Cheng and Nath, H. Jhon. "Fluid Forces on Smooth and Rough Circular Cylinders". An Interim Report for The National Science Foundation and The Oregon State University Sea Grant Program. Ocean Engineering Wave Research Facility, December 1980.
- Yamamoto, T. and Nath, J. H. "Hydrodynamics Forces on groups of cylinders". OTC, paper no. 2499, Houston, Tx. 1976.
- Yamamoto, T. and Nath, J. H. "Reynolds number oscillating flow by cylinder ". Proceed, 15<sup>th</sup> Coastal Engineering. 1976.
- Silva Carasin R. 1995, "Transformación del oleaje debido a obras de defensa del litoral" pp 338, E.T.S.C. C.yP. Santander España, Tesis doctoral.

### DEDUCCIÓN DE LA ECUACIÓN DE LAPLACE

La deducción de la ecuación de Laplace se puede deducir a partir de dos principios básicos; el principio de continuidad y el de flujo irrotacional, los cuales se conjugan para formar dicha ecuación, dado que la ecuación de Laplace es la ecuación que gobierna el flujo, es la ecuación en derivadas parciales a estudiar.

El principio de continuidad implica la conservación del volumen. Si consideramos un elemento diferencial tal que la longitud de cada lado está dada por  $\Delta x$ ,  $\Delta y$  y  $\Delta z$ , como se muestra en la figura 1, el principio implica que el flujo neto que entra por la cara AECG en un intervalo de tiempo  $\Delta t$  es igual a la diferencia entre la relación del flujo que entra por AECG y el flujo que sale (por la cara BFDH) del volumen de control durante el mismo intervalo de tiempo (ec.3).

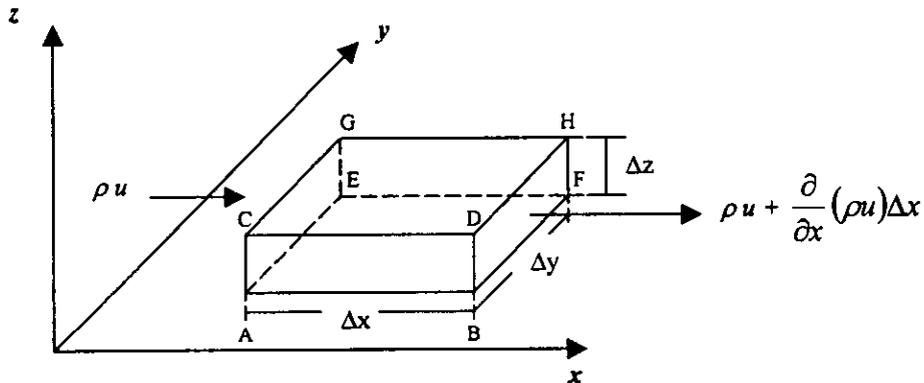


Figura 1.

Entonces el cambio de masa en  $dt$  es igual a:

$$\rho \, dx \, dy \, dz - \left( \rho + \frac{\partial \rho}{\partial t} \, dt \right) \, dx \, dy \, dz = - \left( \frac{\partial \rho}{\partial t} \right) \, dx \, dy \, dz \, dt \quad (1)$$

donde:

$$\rho \, u \, dy \, dz \, dt \quad (2)$$

es la cantidad de masa que entra al elemento diferencial, por la cara AECG. La cantidad de masa que sale por la cara opuesta (BFDH) en un intervalo de tiempo  $dt$  es:

$$\left( \rho \, u + \frac{\partial (\rho \, u)}{\partial x} \, dx \right) \, dy \, dz \, dt \quad (3)$$

La diferencia de masa en el eje  $x$ , es:

$$\frac{\partial (\rho \, u)}{\partial x} \, dx \, dy \, dz \, dt \quad (4)$$

De igual forma, el cambio de masa en las direcciones  $Y$  y  $Z$ , queda como:

$$\frac{\partial (\rho v)}{\partial y} dx dy dz dt \quad (5)$$

$$\frac{\partial (\rho w)}{\partial z} dx dy dz dt \quad (6)$$

Y el cambio total de masa en el intervalo de tiempo  $dt$  está dado por:

$$\left[ \frac{\partial (\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial (\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial (\rho w)}{\partial z} \right] dx dy dz dt \quad (7)$$

Igualando la ecuación (7) con la (1), se obtiene:

$$\left[ \frac{\partial (\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial (\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial (\rho w)}{\partial z} \right] dx dy dz dt = - \left( \frac{\partial \rho}{\partial t} \right) dx dy dz dt \quad (8)$$

Ordenando y operando la expresión (anterior) se obtiene:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial (\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial (\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial (\rho w)}{\partial z} = 0 \quad (9)$$

Dado que:

$$\frac{\partial (\rho u)}{\partial x} = \rho \frac{\partial u}{\partial x} + u \frac{\partial \rho}{\partial x} \quad (10)$$

Se tiene que

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) + u \frac{\partial \rho}{\partial x} + v \frac{\partial \rho}{\partial y} + w \frac{\partial \rho}{\partial z} = 0 \quad (11)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho \operatorname{div} V + V \operatorname{grad} \rho = 0 \quad (12)$$

Si el fluido es incompresible,  $\rho$  es constante, por lo tanto  $\partial \rho / \partial t = 0$  y el  $\operatorname{grad} \rho = 0$ :

$$\rho \operatorname{div} V = \operatorname{div} V = 0 \quad (13)$$

Para fluido incompresible, la ecuación de continuidad queda como:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (14)$$

Si se considera que el flujo es irrotacional, se asume la existencia de un potencial de velocidades  $\Phi$  tal que:

$$u = \left( \frac{\partial \Phi}{\partial x} \right) \quad (15)$$

$$v = \left( \frac{\partial \Phi}{\partial y} \right) \quad (16)$$

$$w = \left( \frac{\partial \Phi}{\partial z} \right) \quad (17)$$

combinando la ecuación (14) y las ecuaciones (15,16 y 17), se obtiene la expresión:

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} = 0 \quad \text{ó} \quad \nabla^2 \Phi = 0 \quad (18)$$

Conocida como ecuación de Laplace. Dicha ecuación es aplicable a la solución de numerosos problemas de física e ingeniería, su solución está basada en una buena selección de las condiciones de frontera que van de acuerdo con el problema.

### DEDUCCIÓN DE LA ECUACION DE BERNOULLI

Para determinar la condición dinámica de superficie libre se aplica la ecuación de Bernoulli, la cual se obtiene a partir de la segunda ley de Newton y asumiendo que el fluido es incompresible y el flujo irrotacional.

La segunda ley de Newton, para la dirección  $x$ , esta dada por:

$$\sum F_x = ma_x \quad (1)$$

Por definición 
$$a_x = \frac{Du}{Dt} \quad (2)$$

Si la velocidad es función del espacio y del tiempo, su derivada total esta dada por:

$$\frac{Du}{Dt} = \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial t} + \frac{\partial u}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial t} + \frac{\partial u}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial t} \quad (3)$$

Si  $\partial x/\partial t$  es igual a  $u$  y análogamente para  $v$  y  $w$ , la ecuación (3) se reduce a:

$$\frac{Du}{Dt} = \underbrace{\frac{\partial u}{\partial t}}_{\text{término local}} + \underbrace{u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z}}_{\text{términos convectivos}} \quad (4)$$

entonces la ecuación de movimiento en la dirección  $x$  queda como:

$$\sum F_x = m \frac{Du}{Dt} \quad (5)$$

Si consideramos un volumen diferencial de control, figura 1, se observa que hay tres tensiones posibles para cada una de las caras del cubo; dos tensiones tangenciales y una tensión normal. Sobre la cara  $x$  en  $x + \Delta x/2$  las tensiones serán  $\sigma_{xx}$ ,  $\tau_{xy}$  y  $\tau_{xz}$ . Por tanto, hay tres tensiones que son ejercidas sobre las caras del cubo y que incluyen la presión.

$$\sigma_{xx} = -p + \tau_{xx} \quad (6)$$

$$\sigma_{yy} = -p + \tau_{yy} \quad (7)$$

$$\sigma_{zz} = -p + \tau_{zz} \quad (8)$$

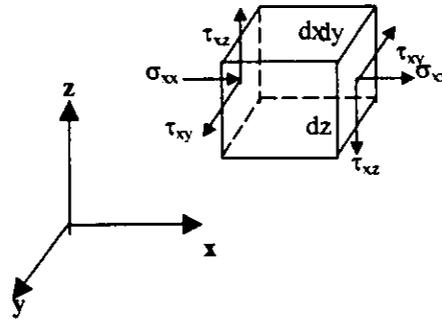


Figura 1.

De la figura 1, las fuerzas sobre la superficie para las seis caras se obtiene con:

$$\begin{aligned} & \left( \sigma_{xx} + \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} \frac{\Delta x}{2} \right) \Delta y \Delta z - \left( \sigma_{xx} - \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} \frac{\Delta x}{2} \right) \Delta y \Delta z + \left( \tau_{yx} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial x} \frac{\Delta y}{2} \right) \Delta x \Delta z \\ & - \left( \tau_{yx} - \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial x} \frac{\Delta y}{2} \right) \Delta x \Delta z + \left( \tau_{zx} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} \frac{\Delta z}{2} \right) \Delta x \Delta y - \left( \tau_{zx} - \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} \frac{\Delta z}{2} \right) \Delta x \Delta y \\ & + \rho \Delta x \Delta y \Delta z X = \rho \Delta x \Delta y \Delta z \frac{Du}{Dt} \end{aligned} \quad (9)$$

donde X denota la fuerza por unidad de masa actuando en la dirección x. Dividiendo la ecuación (9) por el volumen del cubo, se obtiene:

$$\rho \frac{Du}{Dt} = \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} + \rho X \quad (10)$$

o bien, sustituyendo las tensiones (6, 7 y 8) en la expresión (9)

$$\frac{Du}{Dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} \right) + X \quad (11)$$

De igual forma, las ecuaciones de movimiento para las direcciones "y" y "z", están dadas por:

$$\frac{Dv}{Dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} \right) + Y \quad (12)$$

$$\frac{Dw}{Dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z} \right) + Z \quad (13)$$

Suponiendo que las tensiones tangenciales son iguales a cero, resultando las ecuaciones de Euler.

$$\frac{Du}{Dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} \quad (14)$$

$$\frac{Dv}{Dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} \quad (15)$$

$$\frac{Dw}{Dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} - g \quad (16)$$

Integrando las ecuaciones de movimiento obtenemos la ecuación de Bernoulli, la cual proporciona una relación entre el campo de presiones y la cinemática. Considerando el fluido incompresible las ecuaciones de movimiento del fluido, (14, 15 y 16), en el plano x-z, se expresan como:

$$-\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + w \frac{\partial u}{\partial z} \quad (17)$$

$$-\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} - g = \frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + w \frac{\partial w}{\partial z} \quad (18)$$

Considerando la condición de flujo irrotacional en dos dimensiones:

$$\frac{\partial u}{\partial z} = \frac{\partial w}{\partial x} \quad (19)$$

las ecuaciones (17) y (18) pueden ser expresadas, como:

$$-\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial(u^2/2)}{\partial x} + \frac{\partial(w^2/2)}{\partial x} \quad (20)$$

$$-\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} - g = \frac{\partial w}{\partial t} + \frac{\partial(u^2/2)}{\partial z} + \frac{\partial(w^2/2)}{\partial z} \quad (21)$$

Lo que implica la existencia de un potencial de velocidades, tal que:

$$u = -\frac{\partial \phi}{\partial x} \quad (22)$$

$$w = -\frac{\partial \phi}{\partial z} \quad (23)$$

Sustituyendo la ecuación 22 y 23 en 20 y 21, se obtiene:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[ -\frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{1}{2}(u^2 + w^2) + \frac{p}{\rho} \right] = 0 \quad (24)$$

$$\frac{\partial}{\partial z} \left[ -\frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{1}{2}(u^2 + w^2) + \frac{p}{\rho} \right] = -g \quad (25)$$

La densidad se considera constante. Integrando la ecuación 24 en x, se obtiene:

$$-\frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{1}{2}(u^2 + w^2) + \frac{p}{\rho} = C'(z, t) \quad (26)$$

donde C(z,t) varia solo en z y t. Integrando la ecuación 25 en z,

$$-\frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{1}{2}(u^2 + w^2) + \frac{p}{\rho} = -gz + C(x, t) \quad (27)$$

Comparando las ecuaciones 26 y 27, se obtiene:

$$C'(z, t) = -gz + C(x, t) \quad (28)$$

C y C' no pueden ser función de x, por tanto se obtiene:

$$C'(z, t) = -gz + C(t) \quad (29)$$

Sustituyendo 29 en 26, se obtiene

$$-\frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{1}{2}(u^2 + w^2) + \frac{p}{\rho} + gz = C(t) \quad (30)$$

Conocida como ecuación de Bernoulli, la cual define la condición dinámica de superficie libre, misma que puede ser expresada como:

$$-\frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{1}{2} \left[ \left( \frac{\partial \phi}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial \phi}{\partial z} \right)^2 \right] + \frac{p}{\rho} + gz = C(t) \quad (31)$$