33
2gj

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

FACULTAD DE CIENCIAS

REESTRUCTURACION DE PASIVOS ANTE EXPECTATIVAS ECONOMICAS INCIERTAS

TESIS

QUE PARA OBTENER EL TITULO DE

ACTUARIO

PRESENTA

ADOLFO RANGEL DIAZ DE LA VEGA

DIRECTOR DE TESIS:
DR. ABDON SANCHEZ ARROYO

MEXICO, D. F. 1999

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

Universidad Nacional Autónoma de México
UNAM
Biblioteca Central
Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

VNIVERSIDAD NACIONAL
AVFNOMA DE
MEXICO

MAT. MARGARITA ELVIRA CHÁVEZ CANO
Jefa de la División de Estudios Profesionales de la
Facultad de Ciencias
Presente

Comunicamos a usted que hemos revisado el trabajo de Tesis:

"Reestructuración de pasivos ante expectativas económicas inciertas"

realizado por Adolfo Rangel Díaz de la Vega

con número de cuenta 8852593-4 , pasante de la carrera de actuaría.

Dicho trabajo cuenta con nuestro voto aprobatorio.

Atentamente

Dr. Abdón Sánchez Arroyo
Director de Tesis
Propietario

M. en C. Virginia Abrin Batule
Propietario

M. en C. Agustín Román Aguilar
Propietario

M. en E. Arturo Lorenzo Valdez
Suplente

Act. Mauricio Aguilar González
Suplente

M en A.P. María del Pilar Alonso Reyes
Consejo Departamental de Matemáticas.

A quien con su ejemplo y consejos se convirtió en mi primer amigo y maestro: a ti, Papá

A quien con su amor y paciencia me motiva a superar los retos que la vida plantea: a ti, Mamá

A la Fraternidad, a sus ideales y a su gente

A Carlos Alberto Pámanes Mendoza †

A mi Patria

AGRADECIMIENTOS

La conclusión de un ciclo implica una satisfacción digna de ser compartida, sobre todo con los que de alguna manera contribuyeron durante el mismo; cada uno con igual importancia y en el momento adecuado; cada uno a su manera, aportando tiempo, haciendo presencia, brindando compañía, orientando comentarios y apoyando decisiones. A través de estas líneas quiero expresar a ellos el más profundo sentimiento de gratitud.

Comienzo por mis padres, quienes todo el tiempo han estado a mi lado, proporcionándome las herramientas necesarias para construir el camino a seguir. Es imprescindible mencionar a los fraternarios, pues al ser, estar, perdurar y trascender, contradicen lo establecido y plasman de manera exacta el concepto de incondicionalidad; tres damas que no puedo pasar por alto son Laura Adriana, que apareció en el momento preciso, Laura, que me alegró con su dulce compañía y Beatríz Rodríguez, quien con su singular didáctica me dio una visión diferente sobre los alcances de un actuario. En el ámbito profesional no puedo olvidarme de Abdón Sánchez, por su enorme paciencia y por darme la gran oportunidad, de Patricia Waller y su confianza en mi, ni de Rebeca por su hermosa amistad. Por último, mil gracias a Virginia Abrin, Agustín Román, Arturo Lorenzo y Mauricio Aguilar, por el tiempo dedicado a evaluar esta tesis y sus atinadas recomendaciones.

	Página
Introducción	7
Antecedentes históricos	9
1. Simulación	19
1.1 Sistema	20
1.2 Modelo	22
1.3 Técnica de Montecarlo	23
1.3.1 Generación de números aleatorios	26
1.3.2 Números aleatorios con distribuciones diferentes a la uniforme	28
1.4 Técnicas de reducción de varianza	28
1.4.1 Muestreo antitético	29
2. Conceptos financieros básicos	30
2.1 Función de acumulación	31
2.2 Función de monto	32
2.3 Tasa efectiva de interés	32
2.4 Interés simple	33
2.5 Interés compuesto	35
2.6 Valor presente	39
2.7 Tasa nominal de interés	40
2.8 Fuerza de interés	41
2.9 Interés variable	44
2.10 Inflación	44
2.11 Términos reales	46
2.12 Tasa de interés real	49
3. Créditos tradicionales	52
3.1 El esquema tradicional	53
3.2 El esquema tradicional con período de gracia	54
4. Créditos alternativos	63
4.1 Esquemas alternativos de liquidación de créditos	64
4.1.1 El esquema de pagos constantes a valor presente tradicional	65
4.1.2 El esquema de pagos constantes a valor presente salarial	74
4.1.2.1 Análisis del factor de pago	77
4.1.3 El esquema de pagos con amortizaciones reales constantes	82
4.2 Variantes de los esquemas de pagos determinados ex - ante	90
4.2.1 Esquema de pagos constantes por tramos	90
4.2.2 Esquema de pagos con amortización real constante por tramos	94

5. Los esquemas de pagos en diferentes economías 96
5.1 Indización a tasa de interés 98
5.2 Indización a inflación 100
5.3 Hipotecas en UDIs 104
5.3.1 Hipoteca en UDIs bajo el esquema tradicional 105
5.3.2 Hipoteca en UDIs bajo el esquema de pagos constantes 106
5.4 Determinación de la hipoteca adecuada 109

6. El esquema de cobertura 113
6.1 ¿Es posible bursatilizar hipotecas en México? 115
6.2 Cobertura del diferencial inflación-salario: una alternativa 117
6.3 Esquema de cobertura 119
6.3.1 Cálculo de la prima por cobertura 120
6.4 Evaluación del esquema de cobertura 122
6.5 Alcance del esquema de cobertura 124

6. Conclusión 129

Anexo I. Distribución de las variables macroeconómicas 132
AI.1 Distribución normal 132
AI.2 Distribución lognormal 132
AI.3 Distribución de valor extremo 133
AI.4 Bondad de ajuste 133
AI.5 Inflación 134
AI.6 Tasa de interés 139
AI.7 Salario mínimo 141

Anexo II 144
AII.1 Teorema 1 144
AII.2 Teorema 2 147

Glosario 152

Bibliografía 159

En nuestro país, la evolución histórica de las variables macroeconómicas se ha caracterizado por presentar una volatilidad extremadamente alta, por lo que las condiciones de riesgo que se presentan para los tomadores de decisiones financieras conllevan de manera implícita a una evaluación profunda del entorno futuro. En el caso particular del mercado crediticio, es evidente que la ausencia de elementos eficaces para determinar estrategias de financiamiento ha dado lugar a una serie de circunstancias nada deseables, como la elevada cartera vencida que presenta la banca y el quebranto de instituciones.

En este trabajo, lejos de buscar el establecimiento de una solución a las causas que provocan los problemas antes descritos, se analizan diferentes esquemas de crédito desde una perspectiva estadística utilizando la técnica de simulación estocástica, que resulta una poderosa herramienta para determinar las condiciones más favorables en cada caso.

Así, con el objeto de fundamentar y describir la simulación de un crédito y las fórmulas necesarias, el Capítulo 1 trata acerca de la técnica de Montecarlo y su metodología, mientras que el Capítulo 2 comprende los conceptos básicos de la teoría del interés; el contenido de ambos se aplica en los capítulos posteriores, ilustrando en primer lugar el esquema tratado y posteriormente los resultados obtenidos con la simulación respectiva.

El Capítulo 3 se refiere al esquema tradicional y al problema de la amortización acelerada, mientras que el Capítulo 4 incluye las primeras alternativas propuestas a dicha situación. Posteriormente, en el Capítulo 5 se introduce el concepto de unidades de inversión, se aplica al caso particular de reestructuración de pasivos hipotecarios y se señala bajo que situaciones funciona. Por último, el Capítulo 6 es una propuesta para enfrentar la pérdida real de los ingresos de los acreditados y permitir al mismo tiempo la bursatilización de la cartera en cuestión.

ANTECEDENTES HISTÓRICOS

"La ventaja de tener mala memoria es que se goza muchas veces con las mismas cosas"

Friederich Nietzche

Desde la mitad de la década de los setenta y hasta principios de la de los ochenta, México fue etiquetado en el ámbito financiero internacional como un voraz solicitante de financiamiento externo, a raíz de los múltiples proyectos de desarrollo iniciados en ese entonces. Al mismo tiempo, varios investigadores de Banco de México desarrollaron un esquema de pago para créditos hipotecarios otorgados por el Fondo de Operación y Financiamiento Bancario a la Vivienda (FOVI), para enfrentar las altas tasas de inflación y la extrema volatilidad que se vivía y que en consecuencia, impedía que los bancos comerciales pudieran asignar crédito a la vivienda. Por otro lado, la necesidad del gobierno de financiar su gasto a través de tasas de encaje legal muy elevadas, contribuyó a reducir los fondos prestables destinados al sector privado en general y al inmobiliario en particular. El crédito bancario a la vivienda para segmentos de bajos ingresos se encontraba limitado a los recursos aplicados con FOVI, bajo el cual los bancos eran obligados a canalizar aproximadamente el 6% de su captación en préstamos de este tipo. Sin embargo, la primera aplicación de dicho esquema no fue en el mercado hipotecario, ya que en ese entonces, sostener una estructura distorsionada de precios de los bienes y servicios públicos con el fin de subsidiar al sector privado, financiar un gasto público que crecía a pasos agigantados y la expansión exagerada de la inversión pública, fueron los hechos causantes de un grave desequilibrio en las finanzas del país. El Gobierno Federal, en su afán de mantener el nivel de expansión económica, se vio orillado a negociar financiamiento externo, en forma tal que la deuda externa del sector público se incrementó de 4,262 millones de dólares en 1970, a 58,874 en 1982.

Al mismo tiempo, y a partir del crecimiento económico que se visualizaba en virtud de las exportaciones petroleras, un gran número de empresas reflejó un aumento de pasivos en moneda extranjera, no obstante que la sobrevaluación del peso mexicano se hacía cada vez más evidente, lo que implicó que la deuda externa del sector privado no bancario llegara a 18 mil millones de dólares en 1982, siendo que en 1976 apenas sumaba 4,400 millones.

Así, entre 1976 y 1981, la deuda externa mexicana creció, bajo el hecho de que un alto porcentaje de la misma se contrató a tasas de interés determinadas conforme a la tasa LIBOR (London Inter-Bank Offered Rate), o la PRIME RATE de los Estados Unidos; en consecuencia, el servicio de la deuda quedó estrechamente ligado al comportamiento de las tasas de interés mundiales y, de igual manera, la capacidad de México para realizar los pagos correspondientes dependía de los precios internacionales de sus exportaciones. Con base en esto, los acontecimientos de 1981 en lo referente al mercado internacional del petróleo, fueron factores que motivaron el deterioro en la posición de la balanza de pagos del país. La más importante fuente de ingresos de divisas, la exportación petrolera, se redujo, ya que la demanda por parte de Francia, Japón y Estados

Unidos se suspendió; aunado a esta situación, el precio del petróleo sufrió una caída al igual que el de la plata y el café entre otros.

Por otro lado, la sobrevaluación del peso derivada de una tasa muy alta de inflación (que llegó a acumular 98.9% durante 1982), impulsó sin mesura alguna las importaciones y desencadenó una nociva fuga de capitales desde el segundo semestre de 1981 y todo el año siguiente; esta situación y el alza en las tasas de interés aplicadas a la deuda externa provocaron un fuerte déficit en la balanza de pagos de 1981, que empujó al Gobierno a solicitar crédito al exterior para remediarlo. La comunidad bancaria internacional, conocedora de todos los hechos mencionados, negó su ayuda, que era indispensable para financiar los créditos anteriores.

Al no tener acceso a recursos del exterior, México vio deterioradas sus relaciones tanto financieras como comerciales, y sus reservas se agotaron. En consecuencia, el Banco de México decidió el 17 de febrero de 1982, retirarse en forma temporal del mercado cambiario, dando lugar al nada deseable aumento en el tipo de cambio del peso frente a otras monedas, y que, en particular, frente al dólar, representó un poco más del 40%; tres días después, el aumento ya acumulaba casi un 75%.

El miércoles 24 de marzo de 1982, el tipo de cambio de nuestra moneda frente al dólar inició una devaluación diaria de cuatro centavos, que para fines de julio se tornó insostenible por las presiones especulativas e inflacionarias ocasionadas por los aumentos salariales emergentes decretados el 22 de marzo del mismo año.

Bajo estas condiciones, la escasez de divisas era inminente, y para prevenirlo, el 5 de agosto de 1982 fue establecido el régimen de control de cambios dual, el cual contemplaba dos diferentes tipos de cambio entre el peso y el dólar, y que se denominaron "preferencial" y "general".

El tipo de cambio "preferencial" se destinó a la atención de las necesidades de divisas destinadas a pagar importaciones consideradas prioritarias y de intereses ordinarios derivados de obligaciones en moneda extranjera a favor de residentes del exterior, con el requisito de que dichas obligaciones hubiesen sido contraídas antes de la fecha mencionada.

El tipo de cambio "general" se aplicó a las transacciones no señaladas como prioritarias, y su valor se determinó con base en la oferta y demanda del dólar.

El establecimiento del régimen de control de cambios dual fue sorpresivo, y la demanda de divisas se incrementó, lo que trajo como resultado un aumento en la cotización de las monedas extranjeras, ocasionando, el 12 de agosto del mismo año, la resolución del cierre del mercado de cambios y metales. Una semana después, el día 19, se anunció la reapertura de dichos mercados y se fijó la cantidad de 69.50 pesos por dólar como tipo de cambio aplicable al cumplimiento de obligaciones denominadas en moneda extranjera pagaderas dentro del país, incluyendo los depósitos constituidos en las instituciones de crédito.

Los adeudos con el extranjero debían ser solventados y, a falta de recursos para ello, el 20 de agosto el Ejecutivo Federal solicitó 90 días de prórroga para los pagos de capital correspondientes a la deuda del sector público, acordando que durante ese lapso se pagarían solamente intereses y se buscaría una reestructuración de la misma. Para ese fin, se iniciaron pláticas con el Fondo Monetario Internacional, buscando utilizar los recursos disponibles a que México tenía acceso como miembro de dicho organismo.

A pesar de las medidas adoptadas, a finales del mes de agosto el mercado de divisas sufrió importantes movimientos especulativos, y las reservas del Banco de México disminuyeron; el primero de septiembre se anunció la nacionalización de la banca y el establecimiento del control generalizado de cambios. Ante la ausencia de divisas para importar y un tipo de cambio muy elevado, la disminución de la oferta de bienes y servicios se hizo patente, y al no afrontar plenamente la gran demanda que se originaba por el excesivo gasto público, la inflación no se hizo esperar, desatándose en una forma inusitada.

Para llevar a cabo la reestructuración mencionada, el sector público elaboró un esquema que comprendía los vencimientos de agosto de 1982 a diciembre de 1984, obligaciones que sumaban alrededor de 23 mil millones de dólares. A lo largo de 1983 se firmaron los contratos de reestructuración que cubrieron el 98% de la deuda, la cual fue renegociada a ocho años con un período de gracia de cuatro para pago de principal; cabe mencionar que esta operación ha sido una de las más complejas en el ámbito financiero e internacional en muchos años. Además se suscribió con 530 instituciones financieras extranjeras un crédito por 5 mil millones de dólares para completar una parte de los requerimientos de divisas y reconstituir las reservas internacionales del país.

Ahora bien, en cuanto a la deuda externa del sector privado, era primordial también reestructurarla para postergar la salida de divisas, y por eso, a partir del establecimiento del control generalizado de cambios, se prohibió llevar a cabo pagos de principal de adeudos en moneda extranjera, contratados antes del primero de septiembre de 1982, a favor de entidades financieras del exterior y a cargo de empresas establecidas en México, en la medida en que no existiendo disponibilidad de divisas por parte del Banco de México para que éste pudiera efectuar ventas de moneda extranjera a las empresas deudoras a efecto de que solventaran sus obligaciones, éstas tampoco podían realizar operaciones de compra, venta, importación, exportación o cualquier otra transacción con divisas, a no ser que se llevaran a cabo con el propio Banco de México. Sin embargo, aunque el decreto de control de cambios no otorgó derecho de adquirir moneda extranjera al tipo de cambio controlado para cubrir el capital de los adeudos, sino hasta que el Banco de México tuviera la disponibilidad necesaria para efectuar tales ventas, sí se permitió la adquisición para cualquier efecto, en el mercado libre.

No sólo diferir la salida de divisas del país era fundamental, sino también el hecho de que las empresas nacionales reanudaran sus relaciones comerciales y financieras con el exterior. Por otro lado, para el Gobierno Federal era imposible asumir las deudas del sector privado, así que en conjunto, todas estas situaciones motivaron a las autoridades financieras a obtener un perfil de vencimientos de la deuda privada, congruente con las posibilidades de pago previstas para la economía mexicana en lo general, y para las empresas en particular, en los plazos mediano y largo. A fin de lograrlo, se estimó que los plazos de vencimiento de las deudas debían extenderse a un mínimo de seis años, incluyendo un periodo de gracia de tres años por lo menos, lo que implicaba que aún los préstamos contratados en un principio a plazos iguales o mayores a seis años, también debían reestructurarse en la parte correspondiente a los pagos de principal que tuvieran vencimientos de 1983 a 1985.

A partir de lo anterior, se estableció la obligación a cargo del Banco de México de estructurar un sistema de cobertura de riesgos cambiarios que, además de impulsar las reestructuraciones, debía considerar la desesperada situación en que se encontraba un gran número de empresas como consecuencia de los ajustes económicos realizados después de la devaluación. De entrada, dicho sistema debía ser accesible, aún con empresas que tuvieran problemas de liquidez a corto plazo, y evitar el otorgamiento de subsidios a los interesados para no crear un mayor déficit fiscal.

Después de hacer las consideraciones mencionadas, el Gobierno Federal constituyó en el Banco de México, el 11 de marzo de 1983, el Fideicomiso para la Cobertura de Riesgos Cambiarios (FICORCA). Dentro de este programa se ofrecieron cuatro sistemas, mediante los cuales los deudores tendrían acceso a la adquisición de dólares para entrega futura a un tipo de cambio preestablecido, por la cantidad necesaria para cumplir sus obligaciones en el extranjero. Para participar en ellos era indispensable que la deuda se renegociara para vencer a largo plazo.

El sistema 1 cubría el riesgo cambiario del principal del adeudo reestructurado. Las empresas contratantes pagaron al contado el importe en moneda nacional del valor de las divisas para entrega futura.

El sistema 2 cubría sólo el principal, pero la operación incluía el otorgamiento de un crédito por el monto de la compra de dólares. El plazo mínimo del préstamo en moneda extranjera renegociado para participar en estos dos sistemas se fijó en tres años de gracia más tres de pago.

Los sistemas 3 y 4 cubrían el riesgo cambiario del capital y, hasta cierto límite, de los intereses. En el sistema 3 el pago de las divisas se hacía al contado, en tanto que el sistema 4 incluía el otorgamiento de un crédito en moneda nacional. El requisito básico para ingresar en los sistemas 3 y 4 fue el logro de un plazo mínimo de ocho años, incluyendo cuatro años de gracia en la renegociación.

El crédito otorgado por FICORCA a través de los sistemas 2 y 4, se caracteriza por amortizarse a través de una fórmula que aligera en forma muy significativa la carga que representan las erogaciones requeridas durante los años iniciales de vigencia del crédito. Esta fórmula hizo que el programa se transformara en un mecanismo accesible a un gran número de empresas cuyos pasivos eran en moneda extranjera.

FICORCA tomó muchas deudas en dólares que las empresas mexicanas tenían con la banca extranjera, y una vez que cada una de ellas se consolidaba y estaba en marcha, el monto de los pagos aumentaba. También solucionó al sector privado el problema de su deuda y, lejos de ser un subsidio gubernamental, fue simplemente un esquema financiero diferente.

En el exterior, el programa fue calificado como exitoso, ya que los bancos extranjeros tenían asegurado el pago de los adeudos que mantenían los empresarios mexicanos.

Al concluir el fideicomiso, los bancos acreedores ofrecían descuentos muy atractivos a las compañías endeudadas a cambio del pago inmediato, lo que propició una relación constante en términos de financiamiento. En 1992, FICORCA se liquidó con un remanente de siete billones de pesos.

Ahora bien, después de la renegociación de la deuda en 1989, oficialmente se declaró que el problema había sido solucionado; no obstante, después de 1990, la carga que implicaba el pago de los servicios de la deuda externa pública comenzó a agravarse y a crecer aceleradamente. La inflación disminuía en forma importante, no gracias a las políticas de restricción fiscal y monetaria, sino al programa heterodoxo de ajuste implementado en 1988, el cual contemplaba políticas de demanda agregada y también políticas de ingreso, lo que creó un entorno de estabilización macroeconómica y de liberalización financiera; un resultado del mismo fue, en particular, el agresivo crecimiento del mercado de créditos hipotecarios, el cual, a partir de 1995, vio deteriorado su desempeño por causa de la caída en el ingreso disponible de las personas y el repunte en las tasas de interés.

La crisis mexicana de 1982 implicó un enorme peligro para el sistema financiero internacional por el volumen de recursos en juego y por la gran proporción de deuda de origen bancario. Asimismo, la crisis de 1995 tuvo similares consecuencias, con la diferencia de que en esta ocasión un solo país latinoamericano amenazó al sistema financiero mundial. Es importante mencionar que un rasgo sobresaliente de dicha crisis es el hecho de que una significativa proporción de la deuda se contrató a corto plazo, situación que complica las posibilidades de reestructuración; en otras palabras, no solamente se trata de un problema de liquidez, sino de endeudamiento excesivo y solvencia, provocados por la emisión de títulos por parte de un gran número de empresas privadas nacionales y también algunas paraestatales, el aumento de pasivos foráneos a corto plazo de la banca mexicana (que se endeudaba a tasas de interés bajas en el extranjero para, posteriormente, otorgar créditos a empresarios mexicanos a tasas mayores), y al gran flujo de capital extranjero que se colocó en la Bolsa de Valores, en virtud de que desde 1990, las tasas de interés norteamericanas eran extremadamente bajas.

A lo largo de los años y para enfrentar crisis cambiarias y de deuda externa, la estrategia no cambia: dar por hecho que la solución se ha encontrado y diferir la misma a la siguiente administración, haciendo que el pago de intereses de viejos préstamos con nuevos créditos sea una situación común para el país. De igual manera, con el objetivo de enfrentar los problemas generados por la disminuida capacidad de pago de los mexicanos, se reestructuraron diversos créditos en unidades de inversión sin tomar en cuenta que el ingreso promedio de la población, lejos de incrementarse a la par de la inflación, ha perdido año con año su poder adquisitivo y en consecuencia, no soluciona el problema de incumplimiento en el pago sino que lo posterga; en particular, a menos que los incrementos reales a los salarios cambien la dirección de la tendencia que presentan, los créditos hipotecarios pueden constituir el origen de grandes quebrantos en las instituciones.

1. SIMULACIÓN

Deus ex machina

Simular es intentar duplicar las características y condiciones de un sistema real, a través de un proceso numérico y lógico que refleje con la mayor exactitud posible el comportamiento del mismo, para posteriormente estudiar sus propiedades y características de operación y, finalmente, obtener conclusiones que permitan tomar una decisión. Así, el sistema real permanece sin alteraciones hasta que las ventajas y desventajas que implicaría una decisión son evaluadas en el modelo.

Actualmente, es posible simular sistemas administrativos, económicos, físicos, químicos y sociales entre otros. El proceso para hacerlo puede ser realizado a mano, sin embargo el gran número de cálculos implicados requiere de una computadora.

Ahora bien, ¿es conveniente simular las condiciones que rodean a un crédito? La respuesta es afirmativa, en virtud de que las variables macroeconómicas contempladas en el modelo del mismo presentan un comportamiento difícilmente pronosticable bajo técnicas conocidas (por ejemplo los métodos de Box-Jenkins y de mínimos cuadrados), y por otro lado, experimentar cambios en un esquema determinado, sobre la marcha del mismo, es arriesgado. Los principales beneficios de simular un crédito radican en la posibilidad de estudiar y experimentar con las complejas interacciones entre las diversas variables, contemplar escenarios pesimistas, neutrales y optimistas, y también sacar a la luz situaciones que quizá no han sido vislumbradas.

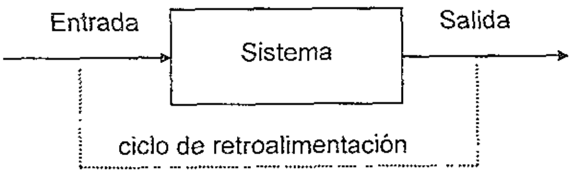
Es importante recordar que simular no es la situación ideal, sino una técnica imprecisa; sólo proporciona estimaciones estadísticas y no resultados exactos, comparando alternativas mas que generando un óptimo. Simular es lento y costoso, y usualmente requiere de mucho tiempo y gasto en análisis y programación. Finalmente, simular sólo brinda datos numéricos sobre el desarrollo y comportamiento del sistema y no un análisis de sensibilidad.

En particular, experimentar con un mismo modelo a través del tiempo es una simulación estocástica, e incluye generar escenarios basados en distribuciones probabilísticas; así, una simulación estocástica es en realidad un experimento de muestreo sobre el modelo. Dicho muestreo contempla todos los problemas del diseño estadístico de experimentos.

Dado que hacer un muestreo sobre una distribución en particular implica el uso de números aleatorios, la simulación estocástica es conocida como simulación de Montecarlo, por la analogía con la aleatoriedad de los resultados que generan las ruletas en los casinos de ese lugar.

1.1 SISTEMA

Se comprende por sistema un conjunto de elementos relacionados entre sí, los cuales tienen ciertas características o atributos que poseen valores lógicos o numéricos. Existen actividades entre los elementos que les permite interactuar y provocar cambios en el sistema. Ahora bien, las relaciones entre componentes pueden ser externas, cuando enlazan a los mismos con el mundo fuera del sistema, o bien, internas, cuando los conectan con el sistema en sí. A continuación se ilustra el diagrama de un sistema:



Un sistema es influenciado por el ambiente a través de la entrada que recibe del mismo. Cuando un sistema tiene la capacidad de reaccionar a los cambios en su propio estado, se dice que contiene retroalimentación. Un sistema sin retroalimentación carece de esta propiedad. Un ejemplo de retroalimentación es una línea de espera en un banco; cuando existe mucha gente esperando en la fila, el sistema puede habilitar más cajeros para enfrentar la carga de trabajo.

Los atributos de los elementos del sistema definen su estado. Si el comportamiento de los mismos no puede pronosticarse con exactitud, es muy útil tomar observaciones aleatorias de las distribuciones de probabilidad y promediar el desarrollo del objetivo.

Un sistema está en equilibrio si la probabilidad de estar en un determinado estado no cambia con el tiempo. El sistema puede moverse de un estado a otro, pero las probabilidades de eso están fijas y se obtienen después de un largo período de tiempo y son independientes del estado en que el sistema inicia. Un sistema es estable si regresa al estado de equilibrio después de un sobresalto externo en el sistema. Si el sistema no se encuentra en el estado de equilibrio entonces está en estado transitorio.

1.2 MODELO

El primer paso para estudiar un sistema consiste en construir un modelo, que normalmente debe ser abstracto. La abstracción consiste en reemplazar la parte del universo en consideración con una estructura similar pero más simple. Un modelo científico puede definirse como una abstracción de un sistema real, la cual puede utilizarse para predecir y controlar. El propósito de un modelo científico es permitir al analista determinar cómo uno o más cambios en varios aspectos del sistema modelado pueden afectar otros aspectos del sistema o bien, al sistema mismo. Un paso crucial al desarrollar el modelo es construir una función objetivo, la cual es una función matemática de las variables de decisión.

Los modelos matemáticos pueden clasificarse de distintas formas. Algunos son estáticos y otros dinámicos. Los estáticos son aquellos que, explícitamente, no toman en cuenta la variación del tiempo, al contrario de los dinámicos. Otra clasificación establece modelos determinísticos y estocásticos. En un modelo determinístico, todas las relaciones matemáticas y lógicas son fijas y, en consecuencia, determinan completamente las soluciones. En un modelo estocástico, al menos una variable es aleatoria.

Al construirse un modelo, debe ponerse especial cuidado en que sea una representación válida del problema, contemplando realismo y simpleza. Por un lado, el modelo debe servir como una cercana y razonable aproximación al sistema real e incorporar la mayoría de los aspectos importantes del mismo. Por el otro lado, el modelo no debe ser tan complejo como para imposibilitar su comprensión y manipulación. En adición a lo anterior, no es necesario que el modelo se aproxime al sistema para indicar la medida de efectividad para varias alternativas. Lo único que se requiere es que exista una correlación alta entre los pronósticos del modelo y lo que en realidad pasaria en el sistema. Para determinar si este requisito se cumple o no, es importante evaluar y establecer control sobre la solución.

Una vez que se ha construido el modelo, el paso a seguir es desarrollar una solución para el mismo. Existen métodos analíticos y numéricos. Una solución analítica es usualmente obtenida en forma directa a través de su representación matemática en fórmula. Una solución numérica es generalmente una aproximación obtenida como resultado de sustituir variables y parámetros del modelo por valores numéricos. Muchos métodos numéricos son iterativos, es decir, cada paso sucesivo en la solución utiliza los resultados del paso anterior.

1.3 TÉCNICA DE MONTECARLO

La técnica de Montecarlo es un método numérico que permite determinar las características de la distribución de la solución de un problema con base en las distribuciones de probabilidad de las variables aleatorias implícitas. El método de Montecarlo es una técnica que utiliza números aleatorios o pseudoaleatorios para solucionar un modelo. Los números aleatorios son en esencia, observaciones de variables aleatorias independientes distribuidas uniformemente sobre el intervalo unitario [0,1] que posteriormente se transforman de acuerdo a las condiciones del problema bajo estudio.

A continuación se describe la serie de pasos a seguir para aplicar la técnica:

1. Debe establecerse una medida de desempeño. Un ejemplo de esta medida puede ser el rendimiento total sobre algún horizonte de inversión o bien, los intereses netos devengados. En este estudio, se medirá el plazo de amortización de los créditos en algunos esquemas y el porcentaje de amortización en determinado periodo del crédito para otros.

2. El problema observado debe ser expresado matemáticamente, incluyendo todas las variables que afectan y la interacción entre ellas. Las variables en el modelo matemático pueden ser determinísticas o estocásticas.

3. Para cada variable aleatoria debe especificarse la distribución de probabilidad correspondiente, para posteriormente generar valores de acuerdo a esta última. Una forma de determinar la distribución de probabilidad de una variable consiste en examinar sus valores históricos. La probabilidad o frecuencia relativa para cada posible valor de la variable se encuentra dividiendo la frecuencia de observación entre el número total de observaciones. Otra opción es tomar las estimaciones hechas por expertos, las cuales se basan principalmente en experiencia y son totalmente subjetivas. La distribución puede ser empírica o conocida, como es el caso de las frecuentemente utilizadas normal, binomial, Poisson o exponencial.

4. Cada distribución de probabilidad debe convertirse a la función acumulada de probabilidad. La conversión es sencilla y se define enseguida:

   Sea X una variable aleatoria discreta con función de probabilidad f(x); entonces, la función de distribución acumulativa de X, F(x), es la probabilidad de que X sea menor o igual a un valor específico de x, y está dada por $F(x) = \sum_{x_i \leq x} f(x_i)$. Ahora bien, si X es una variable aleatoria continua, entonces su función acumulativa F(x) está dada por $F(x) = \int_{-\infty}^{x} f(t)dt$.

5. Para cada variable aleatoria discreta, debe asignarse un conjunto de números para representar cada posible valor. Estos conjuntos se llaman intervalos.

6. Debe obtenerse un número aleatorio para cada variable aleatoria.

7. Para cada número aleatorio, debe determinarse el valor correspondiente de la variable aleatoria.

8. El valor de cada variable aleatoria encontrado en el paso anterior debe usarse para determinar el valor de la medida de desempeño desarrollada en el paso 2.

9. El valor de la medida de desempeño encontrado en el paso anterior debe conservarse.

10. Los pasos 6 al 9 deben repetirse muchas veces (diez mil es una buena aproximación). Cada repetición se llama experimento, ensayo o iteración.

11. Los valores de la medida de desempeño para cada ensayo (previamente "guardados" en el paso 9), se convierten en la base para construir una distribución de probabilidad y una distribución acumulada.

12. La distribución acumulada creada en el paso anterior se analiza, calculando estadísticos como la media, la desviación estándar, el rango, etcétera.

1.3.1 GENERACIÓN DE NÚMEROS ALEATORIOS

Los números aleatorios se utilizan para introducir el comportamiento estocástico en el sistema bajo estudio. Cualquier procedimiento utilizado para generar números aleatorios distribuidos como una uniforme, debe cumplir con la siguiente propiedad: para cada número que pueda seleccionarse, la probabilidad de selección debe ser igual.

Existen bastantes procedimientos que pueden utilizarse para generar números aleatorios. A manera de ejemplo, supóngase que se desean números aleatorios de dos dígitos (desde 00 hasta 99). Cualquier persona podría escribir cada número en papeles del mismo tamaño, colocarlos en una bolsa, revolverlos y sacar uno. El número escrito en ese papel es el número aleatorio para la variable aleatoria correspondiente. Mientras cada pedazo de papel tenga la misma oportunidad de ser escogido, el procedimiento es aceptable. Sin embargo, para cada ensayo, el papel escogido en el ensayo anterior debe ser regresado a la bolsa. Si esto no se hace, cada pedazo de papel dejaría de tener la misma oportunidad de ser escogido en ensayos subsecuentes.

Dado que hay muchas situaciones en las que se necesita de números aleatorios, existen en la bibliografía tablas que los contienen y, en forma menos rudimentaria, paquetes de cómputo que los generan. Evaluar la técnica que utilizan estos últimos para calcularlos desviaría el objetivo de este estudio, pero a grandes rasgos se puede comentar que los números aleatorios generados en una computadora se obtienen de fórmulas preestablecidas que cumplen con una serie de pruebas estadísticas de aleatoriedad. Por este motivo, a estos números se les denomina pseudoaleatorios. La mayoría de los métodos para generar números aleatorios son iterativos, donde un número pseudoaleatorio se genera del anterior. El período del método es el número de generaciones que se debe esperar hasta repetir la secuencia; es obvio que hacer este período lo mayor posible es la situación más deseable. Un buen número de técnicas de generación de números aleatorios pertenece a la familia de los métodos multiplicativos congruentes, donde el i-ésimo número aleatorio se obtiene del remanente de dividir el producto de una constante ***a*** por el (**i-1**)-ésimo número, entre una constante ***m***.

Los números pseudoaleatorios se rigen por dos criterios:

a) Deben seleccionarse de una distribución uniforme en el intervalo cerrado [0,1].

b) El orden de la secuencia debe ser aleatorio.

1.3.2 NÚMEROS ALEATORIOS CON DISTRIBUCIONES DIFERENTES A LA UNIFORME

Es claro que en la vida real, pocas son las situaciones que siguen un comportamiento con una distribución uniforme. En el caso particular de inflación e incremento real al salario mínimo, hablamos de variables aleatorias con distribuciones de probabilidad de valor extremo y normal respectivamente (la demostración de esta aseveración se incluye en el Anexo I). Resulta útil entonces, generar números aleatorios que se distribuyan de distintas formas. A continuación se describe la metodología:

Para cada variable aleatoria x con una distribución cualquiera $F(x)$, existe una variable aleatoria r, única, distribuida uniformemente, tal que $F(x) = r$. De hecho, r es la probabilidad de que una variable aleatoria con una distribución cualquiera $F(\bullet)$, tenga un valor menor a x.

Cuando es posible encontrar la función inversa $F^{-1}(r) = x$, se pueden generar variables aleatorias con la distribución $F(\bullet)$, a partir de variables aleatorias r, distribuidas uniformemente en el intervalo cerrado [0,1]. Entonces el número aleatorio x_0, con distribución $F(x)$ se calcula de $x_0 = F^{-1}(r_0)$.

1.4 TÉCNICAS DE REDUCCIÓN DE VARIANZA

La varianza de la media muestral es una medida de la confiabilidad que puede esperarse si el experimento de simulación se repite muchas veces. Corridas más largas producen estimados menores de la varianza, por lo que, en cierto sentido, el valor de $Var\left(\overline{X_i}\right)$ depende de los procedimientos y cálculos experimentales. Las técnicas de reducción de varianza son métodos que pretenden reducir los valores estimados de $Var(\overline{X_i})$ estableciendo ciertas condiciones experimentales o usando información previamente obtenida. En particular, se describe el muestreo antitético, el cual se aplica posteriormente al simular el comportamiento de distintos esquemas de crédito.

1.4.1 MUESTREO ANTITÉTICO

La ecuación para $Var(\overline{X_i})$ contiene términos que involucran $Cov(X_i, X_j)$; si este término pudiera hacerse negativo, entonces la varianza se reduciría.

Puesto que X_i y X_j son funciones de números pseudoaleatorios, se sugiere que si $X_i = f(r_1, r_2, \cdots, r_q)$, entonces haciendo $X_j = f(1-r_1, 1-r_2, \cdots, 1-r_q)$ inducirá una covarianza negativa entre X_i y X_j. La obtención de una covarianza negativa depende de la función *f*, que refleja la transformación de números aleatorios en valores muestrales realizada por el modelo de simulación. No es recomendable la aplicación de muestras antitéticas dentro de un intervalo, o incluso dentro de la misma corrida. Un procedimiento que puede producir buenos resultados, consiste en realizar parejas de corridas, usando la secuencia antitética en la segunda corrida del par. De esta forma, si se genera un escenario aleatorio totalmente optimista, de inmediato se generará su opuesto, es decir, un escenario tétricamente pesimista.

2. CONCEPTOS FINANCIEROS BÁSICOS

"Lo último que uno sabe es por dónde empezar"

Blas Pascal

En nuestro país, como en la mayoría de los demás, si la población dejara de contratar préstamos, afectaría a una gran parte de la economía nacional, ya que hoy en día, prácticamente todos los bienes pueden ser adquiridos mediante crédito: muebles, automóviles, enseres, ropa y vivienda. Desafortunadamente, la falta de cultura financiera aunada a esquemas de pago diseñados sin tomar en cuenta los posibles efectos de diversas variables macroeconómicas, como son la inflación, las tasas de interés y el crecimiento salarial, degeneran totalmente la función del crédito, dando lugar, por un lado, a la amortización acelerada del mismo, y en el peor de los casos, al incremento de la cartera vencida del acreedor.

El hecho de tomar dinero en préstamo tiene un costo, el cual es conocido como interés, y su monto depende en forma total de cuatro factores:

- Principal o capital
- Tasa de interés
- Plazo
- Tipo de Interés

A continuación se define cada uno:

Principal o capital es la cantidad original de dinero involucrado en la operación.

Tasa de interés es el porcentaje que representa la cantidad que debe retribuirse por el uso de una unidad de capital durante un intervalo de tiempo.

Plazo es el tiempo durante el cual será liquidada la deuda.

Tipo de interés es la forma en que serán calculados los pagos, siendo que existen dos tipos: simple, que se utiliza en operaciones a corto plazo y se calcula solamente sobre el importe de la deuda, y compuesto, donde el capital aumenta en cada final de período, por adición a los intereses vencidos a la tasa convenida.

2.1 FUNCIÓN DE ACUMULACIÓN

La inversión de cualquier cantidad de dinero para obtener un premio a cambio es una transacción financiera bastante común. El capital inicial invertido, también llamado principal, da lugar al monto total obtenido al finalizar el plazo pactado, esto es, el monto acumulado. Si a este último se resta el principal, se obtiene el valor de los intereses generados durante el plazo. Ahora bien, dado el principal, es posible conocer el monto acumulado en cualquier momento como se indica a continuación:

Sea t la variable que mide el tiempo, esto es, el número de periodos involucrados en la operación t puede expresarse en cualquier fracción de tiempo, es decir, días, meses, años, etcétera.

Supóngase que se invierte \$1.00; la función de acumulación, $a(t)$, da el monto acumulado al período t, donde $t \geq 0$. Claramente, $a(0) = 1$, y además, en la mayoría de los casos, se trata de una función creciente (valores decrecientes de la función implican interés negativo, que, aunque matemáticamente es posible, es irrelevante en casi todos los casos de la vida real, al menos cuando se trata de interés nominal).

2.2 FUNCIÓN DE MONTO

Invertir $1.00 es ilustrativo, pero no práctico. Para generalizar, supóngase que se invierte una cantidad igual a $k, donde k > 0. Con la función de monto $A(t)$, es posible obtener el monto acumulado en el tiempo t de una inversión inicial de $k. Defínase:

$$A(t) = k \cdot a(t) \qquad (2.2.1)$$

y

$$A(0) = k$$

Sea I_n el interés obtenido durante el n-ésimo período. Entonces,

$$I_n = A(n) - A(n-1) \qquad (2.2.2)$$

2.3 TASA EFECTIVA DE INTERÉS

De acuerdo a la definición mencionada anteriormente, y en términos de la función de acumulación, es posible establecer la siguiente ecuación :

$$\begin{aligned} i &= a(1) - a(0) \\ &= a(1) - 1 \end{aligned}$$

o bien,

$$a(1) = 1 + i \qquad (2.3.1)$$

La tasa efectiva de interés también puede definirse en términos de la función de monto:

$$i = \frac{(1+i)-1}{1} = \frac{a(1)-a(0)}{a(0)} = \frac{A(1)-A(0)}{A(0)} = \frac{I_1}{A(0)}$$

y, generalizando,

$$i_n = \frac{A(n)-A(n-1)}{A(n-1)} = \frac{I_n}{A(n-1)}$$

donde,

$n \geq 1$, ***n*** entero.

2.4 INTERÉS SIMPLE

Considere que se invierte $1.00 en forma tal que el interés obtenido durante cada período es constante. El monto acumulado de 1 al final del primer período es $1+i$; al final del segundo período será igual a $1 + 2i$, y, en general, al finalizar el j-ésimo período será $1 + ij$. A partir de estas afirmaciones es posible ver que se trabaja con la función de acumulación descrita a continuación:

$$a(t) = 1 + it\text{, para } t \text{ entero.} \qquad (2.4.1)$$

La acumulación de intereses bajo este esquema se llama interés simple. Ahora bien, ***t*** fue definido como entero, sin embargo, es posible trabajar con valores no enteros. Como primer paso, es necesario establecer la siguiente propiedad:

$$a(t+s) = a(t) + a(s) - 1\text{, para } t \geq 0 \text{ y } s \geq 0. \qquad (2.4.2)$$

En palabras, la ecuación (2.4.2) indica que, bajo interés simple, el monto de intereses generados por una inversión inicial de $1.00 durante ***t+s*** períodos es igual al monto de intereses obtenidos durante ***t*** períodos más el monto de intereses obtenido durante ***s*** períodos. A esta suma se le resta 1 para evitar que la inversión inicial del término derecho de la ecuación sea equivalente a dos. Suponiendo que *a(t)* es diferenciable y utilizando la definición de derivada, se tiene que:

$$\begin{aligned} a'(t) &= \lim_{s\to 0}\frac{a(t+s)-a(t)}{s} \\ &= \lim_{s\to 0}\frac{[a(t)+a(s)-1]-a(t)}{s} \\ &= \lim_{s\to 0}\frac{a(s)-1}{s} \\ &= \lim_{s\to 0}\frac{a(s)-a(0)}{s} \\ &= a'(0) \end{aligned}$$

y $a'(0)$ es una constante.

Sustituyendo ***t*** por ***r*** e integrando ambos lados entre 0 y ***t***, se tiene:

$$\int_0^t a'(r)dr = \int_0^t a'(0)dr$$

$$a(t)-a(0) = t\cdot a'(0)$$

$$a(t) = 1+t\cdot a'(0). \qquad (2.4.3)$$

Sea $t=1$. Como $a(1) = 1 + i$, entonces,

$$\begin{aligned} a(1) &= 1+i = 1+a'(0) \\ &\Rightarrow a'(0) = i \end{aligned}$$

y, sustituyendo en (2.4.3) se obtiene:

$a(t) = 1 + it$, para $t \geq 0$. (2.4.4)

Una notación alternativa para expresar interés simple es la siguiente:

$I = Cit$ (2.4.5)

donde,

C = Capital o Principal

i = Tasa de interés

t = número de períodos de tiempo

I = Intereses

y ***t*** debe expresarse en términos de la tasa, esto es, si la tasa es anual, el tiempo debe manejarse en años, o en fracciones de año; si la tasa es semestral, el tiempo indicará semestres, etcétera.

Ahora bien, cuando llega el momento de liquidar el préstamo, el monto a cubrir se calcula mediante la suma del principal y los intereses:

$S = C + I$ (2.4.6)

donde,

S = Monto Acumulado

2.5 INTERÉS COMPUESTO

Una vez descrito el interés simple, es posible afirmar que, bajo dicho esquema, los intereses no son reinvertidos, con lo que se deja de generar utilidad adicional. Por ejemplo, si se invierte $1.00 a dos años a una tasa de interés simple igual al 10%, al término del plazo se contará con un monto acumulado de \$1.20. Sin embargo es claro que al finalizar el primer año, el inversionista contaría con \$1.10, esto es, 1 + (0.1)(1), cantidad que podría invertirse y generar un monto acumulado de \$1.21, o sea, \$0.11 de interés para el segundo año. El interés compuesto toma en cuenta esta situación, suponiendo que los intereses devengados son reinvertidos en forma automática hasta el término de la operación. En este punto, y para efecto de esta sección, es importante ilustrar la función de acumulación para el interés compuesto.

Considerando nuevamente la hipotética inversión de \$1.00, se obtiene un monto acumulado igual a $(1 + i)$ al término del primer período. Esta cantidad, $(1 + i)$, puede ser utilizada como principal al inicio del segundo período, con lo que se obtendrán, al finalizar el mismo, intereses por $i(1 + i)$. De esta forma, el monto acumulado al transcurrir dos períodos será $(1+i)+i(1+i)=(1+i)^2$. Si se procede en forma análoga, tomando $(1 + i)^2$ como principal al inicio del tercer período, los intereses correspondientes al mismo equivaldrán a $i(1+ i)^2$, dando como monto acumulado $(1+i)^2+i(1+i)^2=(1+i)^3$. Continuando, período por período, en forma recursiva, se obtiene la función de acumulación:

$$a(t)=(1+i)^t \text{ para } t\geq 0,\ t \text{ entero} \qquad (2.5.1)$$

Ahora bien, para valores no enteros de t, es posible desarrollar la función de acumulación, para lo cual es necesario que se cumpla la siguiente propiedad:

$$a(t+s)=a(t)\cdot a(s),\ \text{ para } t\geq 0 \text{ y } s\geq 0 \qquad (2.5.2)$$

esto es, el interés generado por \$1 00, bajo interés compuesto, durante (***t*** + ***s***) períodos equivale al monto de interés generado si la inversión concluye al transcurrir ***t*** períodos y el monto acumulado en ese momento es reinvertido por ***s*** períodos más.

Suponiendo que *a(**t**)* es diferenciable, por la definición de derivada se tiene que:

$$\begin{aligned} a'(t) &= \lim_{s\to 0}\frac{a(t+s)-a(t)}{s} \\ &= \lim_{s\to 0}\frac{a(t)\cdot a(s)-a(t)}{s} \\ &= a(t)\lim_{s\to 0}\frac{a(s)-1}{s} \\ &= a(t)\cdot a'(0). \end{aligned}$$

Así,

$$\frac{a'(t)}{a(t)} = \frac{d}{dt}\ln a(t) = a'(0). \qquad (2.5.3)$$

Sustituyendo ***t*** por ***r*** e integrando ambos lados de la ecuación entre 0 y ***t***, se obtiene:

$$\int_0^t \frac{d}{dr}\ln a(r)dr = \int_0^t a'(0)dr$$

$$\ln a(t) - \ln a(0) = t\cdot a'(0)$$

$$\ln a(t) = t\cdot a'(0). \qquad (2.5.4)$$

ya que $\ln a(0) = 0$.

Haciendo t = 1 se tiene que:

$$\ln a(1) = a'(0)$$

aplicando (2.3.1) se llega a:

$$\ln a(1) = \ln(1+i)$$

lo que permite afirmar lo siguiente:

$$\ln a(1) = \ln(1+i) = a'(0) \qquad (2.5.5)$$

sustituyendo (2.5.5) en (2.5.4) se obtiene:

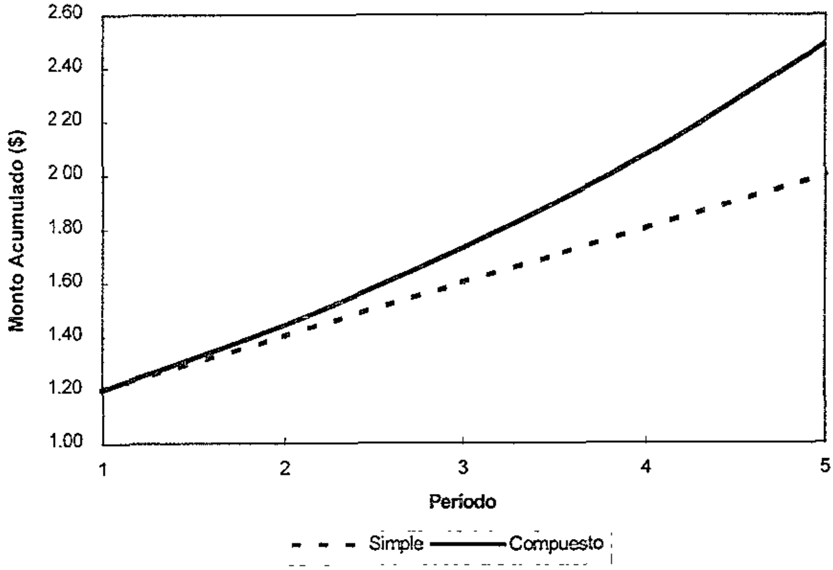
$$\begin{aligned} \ln a(t) &= t\ln(1+i) \\ &= \ln(1+i)^t \end{aligned}$$

o bien,

$$a(t) = (1+i)^t \text{, para } t \geq 0. \qquad (2.5.6)$$

El interés compuesto es utilizado generalmente para transacciones financieras con duración mayor o igual a un año, y en algunos casos para operaciones con plazos menores; el interés simple se utiliza para transacciones a corto plazo y como aproximación de interés compuesto sobre fracciones de período. Ambos tipos de interés pueden compararse en la Figura 1; supóngase que para cada caso los valores de la tasa de interés, el tiempo y el capital son 20%, 5 años y \$1.00 respectivamente:

Figura 1



El monto a interés simple tiene un crecimiento aritmético y su función de acumulación es una línea recta, en tanto que el monto a interés compuesto crece en razón geométrica y su función de acumulación es exponencial.

2.6 VALOR PRESENTE

Una vez establecido que el monto acumulado de $1.00 invertido a una tasa *i* equivale, al final de un período, a (1+ *i*), es posible afirmar que dicho término es un factor que acumula el valor de una inversión desde su inicio hasta que finaliza el plazo pactado. Sin embargo, existen situaciones en que es necesario determinar a cuánto debe ascender la inversión inicial para obtener un monto acumulado conocido. En particular, si dicho monto es \$1.00, entonces, la cantidad a invertir, a una tasa ***i***, equivale a $(1+i)^{-1}$, porque $(1+i)^{-1}(1+i)=1$.

Ahora bien, para más de un período, es posible generalizar lo anterior, utilizando el recíproco de la función de acumulación, esto es, $a^{-1}(t)$, que se conoce como la función de descuento; así, para interés simple :

$$a^{-1}(t)=\frac{1}{1+it} \tag{2.6.1}$$

y para interés compuesto,

$$a^{-1}(t)=\frac{1}{(1+i)^{t}} \tag{2.6.2}$$

es claro entonces que, con la función de descuento, se obtiene el valor presente.

2.7 TASA NOMINAL DE INTERÉS

La tasa efectiva descrita en la sección 2.3 supone que el interés es pagado una vez por cada período, en cambio, la nominal (que no debe confundirse con la tasa nominal económica mencionada posteriormente en la sección 2.12) considera situaciones en las que los intereses son pagados más de una vez dentro de un mismo período. Así, no es lo mismo una tasa anual efectiva de ***i*** que una tasa nominal convertible ***m*** veces al año también de ***i***, que de hecho, se denota $i^{(m)}$; a continuación se ilustra la equivalencia entre ambas :

$$1+i=\left(1+\frac{i^{(m)}}{m}\right)^{m} \tag{2.7.1}$$

2.8 FUERZA DE INTERÉS

En muchos casos, es importante poder medir la intensidad con que opera el interés en cada momento de tiempo, es decir, intervalos infinitesimales. Esta medida se conoce como fuerza de interés.

Supóngase una inversión tal que el monto de la misma, en el tiempo t, es conocido a través de la función de monto $A(t)$, y que además no es posible aumentar o disminuir el principal. La intensidad con que el interés opera en el tiempo t es medida por la pendiente de la curva generada por $A(t)$, la cual se obtiene calculando la derivada en ese punto. Sin embargo, como medida de interés, $A'(t)$ es insuficiente, porque depende del principal. Por ejemplo, si se invierten bajo las mismas condiciones \$x y \$2x, la variación de la segunda inversión será el doble que la de la primera. Para solucionar esto, se divide $A'(t)$ entre el monto acumulado de la inversión en el momento t, o sea, $A(t)$, dando lugar a una medida de la intensidad con que el interés opera en el momento t, expresada como una tasa independiente del monto, esto es, como una tasa por cada peso. Así, la fuerza de interés en el tiempo t, denotada por δ_t, se define como

$$\delta_t = \frac{A'(t)}{A(t)} = \frac{a'(t)}{a(t)}. \qquad (2.8.1)$$

Una alternativa a (2 8.1) es :

$$\delta_t = \frac{d}{dt}\ln A(t) = \frac{d}{dt}\ln a(t). \qquad (2.8.2)$$

Sustituyendo t por r e integrando ambos lados de la ecuación entre 0 y t,

$$\int_0^t \delta_r dr = \int_0^t \frac{d}{dr} \ln A(r) dr$$
$$= \ln A(r)\Big|_0^t = \ln \frac{A(t)}{A(0)}$$

de aquí,

$$e^{\int_0^t \delta_r dr} = \frac{A(t)}{A(0)} = \frac{a(t)}{a(0)} = a(t). \qquad (2.8.3)$$

También de (2.8.1) se obtiene $A(t)\delta_t = A'(t)$. Integrando entre 0 y n se obtiene ·

$$\int_0^n A(t)\delta_t dt = \int_0^n A'(t) dt = A(t)\Big|_0^n = A(n) - A(0). \qquad (2.8.4)$$

En esta última fórmula, el término $A(n)$ - $A(0)$ es el monto de intereses generados durante n periodos. La expresión $A(t)\delta_t dt$ puede interpretarse como el monto de intereses generados sobre el monto $A(t)$ exactamente en el tiempo t por la fuerza de interés δ_t. Al integrar esta expresión entre 0 y n, se obtiene el monto total de intereses generados durante los n periodos.

Ahora bien, si se analiza (2.8.1) en términos de la definición de derivada, $A'(t)$ puede expresarse como sigue:

$$A'(t) = \lim_{h \to 0} \frac{A(t+h) - A(t)}{h}$$

y δ_t puede escribirse como

$$\delta_t = \frac{A'(t)}{A(t)} = \lim_{h \to 0} \frac{A(t+h) - A(t)}{hA(t)} \qquad (2.8.5)$$

Esta última expresión debe considerarse como la tasa a la que se genera interés durante el intervalo $(t, t+h)$. Conforme h se va acercando a 0, la fuerza de interés puede ser descrita como la tasa nominal de interés basada en la intensidad del interés en el tiempo t.

Teóricamente, la fuerza de interés varía cada instante, pero en la práctica, frecuentemente es constante. Si la fuerza de interés es constante durante un intervalo de tiempo, entonces la tasa efectiva de interés también será constante durante el mismo intervalo. Esto puede verse utilizando (2.8.3) para n períodos (n entero):

$$
\begin{aligned}
e^{\int_0^n \delta_t dt} &= e^{n\delta} \text{ si } \delta_t = \delta \text{ para } 0 \le t \le n \\
&= a(n) \\
&= (1+i)^n
\end{aligned}
$$

entonces,

$$e^{\delta} = 1+i \tag{2.8.6}$$

o bien,

$$i = e^{\delta} - 1$$

que expresa i como función de δ. Aplicando logaritmos a (2.8.6), se obtiene $\delta = \ln(1+i)$, resultado que también puede obtenerse de la función de acumulación para interés compuesto :

$$\delta = \frac{\frac{d}{dt}(1+i)^t}{(1+i)^t} = \frac{(1+i)^t \ln(1+i)}{(1+i)^t} = \ln(1+i)$$

y donde es posible ver que es constante para cualquier t.

En este punto, es posible establecer la triple igualdad·

$$1+i=\left(1+\frac{i^{(m)}}{m}\right)^{m}=e^{\delta}. \qquad (2.8.7)$$

2.9 INTERÉS VARIABLE

En la vida real, una situación comúnmente encontrada es la descrita en esta sección: los créditos o las inversiones devengan intereses a tasas que se determinan para cada período (vgr. CETES más un determinado número de puntos, TIIE, etc.), por lo que es necesario calcular el monto acumulado o el valor presente con una pequeña variante.

Sea i_j la tasa efectiva de interés durante el j-ésimo período a evaluar; entonces, para $t \geq 1$, se tiene que el monto acumulado es:

$$a(t)=(1+i_1)(1+i_2)\cdots(1+i_t)=\prod_{k=1}^{t}(1+i_k) \qquad (2.9.1)$$

y, el valor presente, $a^{-1}(t)$,

$$a^{-1}(t)=(1+i_1)^{-1}(1+i_2)^{-1}\cdots(1+i_t)^{-1}=\prod_{k=1}^{t}(1+i_k)^{-1} \qquad (2.9.2)$$

2.10 INFLACIÓN

La inflación es el efecto del alza generalizada en los precios de los distintos bienes y servicios de una economía. Esta alza es consecuencia de la descompensación entre un crecimiento en exceso de la base monetaria en relación con el crecimiento del sector real de la economía y somete a grandes presiones al aparato productivo y a los sistemas financieros.

Aun los países que han tenido elevadas tasas de inflación por períodos prolongados y han modificado sus sistemas de asignación de recursos son víctimas de las distorsiones que ocasiona dicho fenómeno. En particular los esquemas de pago de créditos bancarios pueden sufrir distorsiones alarmantes para el bolsillo de los acreditados, ya que las tasas de interés, por lo general, se mueven con la inflación, y en la medida que esto sucede, la amortización de créditos se lleva a cabo en una forma más acelerada que cuando la inflación es baja, dando lugar a pagos desproporcionados al principio del plazo de liquidación. Esta situación restringe el acceso al mercado crediticio y pone de manifiesto que los acreditados se alejan de toda posibilidad de hacer frente a los compromisos contraidos, en virtud de que las primeras erogaciones a cargo de ellos son muy elevadas, y aunque las posteriores pueden ser relativamente bajas, prácticamente resulta imposible contratar un crédito por el obstáculo que representa enfrentar los pagos iniciales.

En pocas palabras, bajo una economía sometida a inflación galopante, un esquema cuyos pagos nominales son iguales, implica pagos reales decrecientes a lo largo del plazo, sin que por esa condición dejen de ser muy elevados al originarse la operación.

La amortización acelerada es producto del pago de intereses, porque el capital puede, durante largo tiempo, no ser amortizado, esto es, mantener un valor constante en términos nominales, aunque, a través de los meses, su valor real decrece por efecto de la inflación.

Una aparente solución es impedir que las tasas de interés sigan a la inflación, pero, si por ejemplo, la superan, independientemente de caer en la amortización acelerada, se estaría soportando un mayor costo real del crédito.

Por otro lado, es importante mencionar la baja recuperación de los créditos cuando se otorgan, bajo esquemas tradicionales, con tasas de interés bajas y con inflación alta. En el caso particular del financiamiento hipotecario, si se añade a la inflación el carácter de inestable, según sean observados diferentes ritmos de la misma se tendrán diferentes niveles de recuperación, y en consecuencia, los subsidios otorgados (crédito menos la recuperación) variarán y será imposible conocerlos anticipadamente, destruyendo el objetivo social de subsidiar un tipo dado de vivienda, porque la inflación originará un subsidio diferente al que se fijó como meta. Por último, es fundamental notar que la recuperación limitada en términos reales de los créditos acarrea a las instituciones financieras un desgaste patrimonial que resulta en una reducción de los programas de crédito.

2.11 TÉRMINOS REALES

Intuitivamente es posible darse cuenta que el dinero, a lo largo del tiempo, vale menos; sin embargo, esta pérdida de poder adquisitivo no es tomada en cuenta en un gran número de planes de crédito e inversión que, al no prevenir dicho fenómeno, su diseño contempla indirectamente una unidad monetaria con valor constante. En el caso de inversiones y ahorro, tanto individuos como instituciones se encuentran, al correr los meses, ante una cruda realidad: el valor del dinero invertido o ahorrado, lejos de incrementarse, disminuye en relación con su poder de compra original. En el caso de créditos, el interés cobrado degenera en una retribución negativa de principal, lo que provoca que el acreedor "pague" por permitir el uso de su dinero.

En todos los países, el valor del dinero se ve disminuido, por efecto de inflaciones y devaluaciones, en cuanto a poder adquisitivo, deteriorando la capacidad de compra de las personas asalariadas, pensionadas o cuyos ingresos provienen de contratos establecidos. En periodos inflacionarios este deterioro puede provocar que los ingresos de los individuos sean insuficientes para mantener los costos de vida.

A nivel institucional, esta desvalorización monetaria perjudica tanto a los acreedores como a los acreditados, pues trae consigo la amortización acelerada.

En épocas de inflación, los precios de los distintos bienes de consumo no varían proporcionalmente, y es por eso que los costos de vida son utilizados como una medida de la desvalorización de la moneda, expresándose por medio de índices de precios, que no son otra cosa que coeficientes numéricos obtenidos a través de un procedimiento que analiza la evolución de los precios de algún sistema en particular, tomando una muestra de la población correspondiente.

Los índices de precios parten de un índice básico igual a 100, que corresponde a un determinado período de tiempo y, conforme varíen los costos de vida, el índice evolucionará; por ejemplo, si para determinado período k el índice I_k tiene un valor igual a 150, esto significa que los precios han aumentado en un 50% con relación al período en el que el índice básico era igual a 100, esto es, los bienes que podían ser adquiridos con cien pesos en el período base, solamente podrán ser comprados con ciento cincuenta pesos en el período k.

El hecho de contar con una herramienta capaz de medir la inflación y la pérdida de poder adquisitivo, es una gran ventaja que permite vislumbrar la posibilidad de crear planes de crédito en los que, al contratarse, los pagos no se especifiquen en una cantidad determinada, sino en el equivalente a la suma de los precios de diferentes bienes de consumo. Análogamente se pueden establecer tanto los rendimientos como el monto final de una inversión.

Ambas situaciones son equivalentes a operaciones realizadas conforme al índice de precios correspondiente al inicio de las mismas, y pueden manejarse con diversas modalidades, fomentando así, de forma muy importante, el ahorro y las inversiones de capital.

En este punto, surge una pregunta interesante: ¿Qué tan complejo es diseñar e implementar operaciones financieras mediante las cuales el poder adquisitivo no se vea deteriorado? La respuesta es clara; crear nuevos planes es sencillo. La clave radica en operar unidades monetarias de valor constante, utilizando los esquemas tradicionales y posteriormente convertir los valores a las unidades monetarias correspondientes, utilizando para ello el índice de precios que rija en las fechas establecidas de pago o depósito. Bajo estas circunstancias, es preciso introducir un nuevo concepto: la tasa de interés real.

2.12 TASA DE INTERÉS REAL

Al inicio del capítulo se define la tasa de interés como "el porcentaje que representa la cantidad que debe retribuirse por el uso de una unidad de capital durante un intervalo de tiempo". Bajo ese mismo concepto y sin perder generalidad, la tasa de interés real se refiere al capital retribuido por el uso de dinero durante un período determinado, descontado a la tasa de inflación correspondiente a ese lapso. Si se establece un perfil de las variaciones de las tasas de interés a otorgar a través del tiempo y se conocen los pagos reales de cada período, es posible también conocer el perfil de saldos vigentes en distintos momentos del plazo de liquidación. Con base en esto, es posible establecer la siguiente ecuación:

$$r = \frac{1+i}{1+\Pi} - 1 \qquad (2.12.1)$$

donde,

r = tasa de interés real

i = tasa de interés nominal

Π = tasa de inflación

En el caso en que la tasa de inflación sea mayor que la tasa de interés nominal, la tasa real tendrá un valor negativo, lo que implica la generación de decrementos reales del capital, como se ha venido presentando en las economías sujetas a hiperinflaciones.

A manera de ejemplo, supóngase un crédito por mil pesos a cinco años y dos escenarios de inflación anual: 0% y 75%. Si en el escenario de inflación cero se utiliza una tasa de interés equivalente al 5% anual, entonces en el otro, la tasa de interés debe ser igual a 83.75% para garantizar que la retribución esperada por el uso del capital sea proporcional, de acuerdo a la fórmula (2.12.1).

En la Figura 2 se ilustra el valor de cada amortización realizada en la fecha convenida; es claro que ante una inflación alta, en particular 75%, al inicio de la operación los pagos de principal son muy desproporcionados en relación al monto del mismo, y disminuyen hasta ser insignificantes. En la Figura 3 se muestra el comportamiento del saldo a lo largo del crédito, y es notorio que antes de que transcurra la mitad del plazo, el capital ha sido amortizado en más de tres cuartas partes.

Figura 2

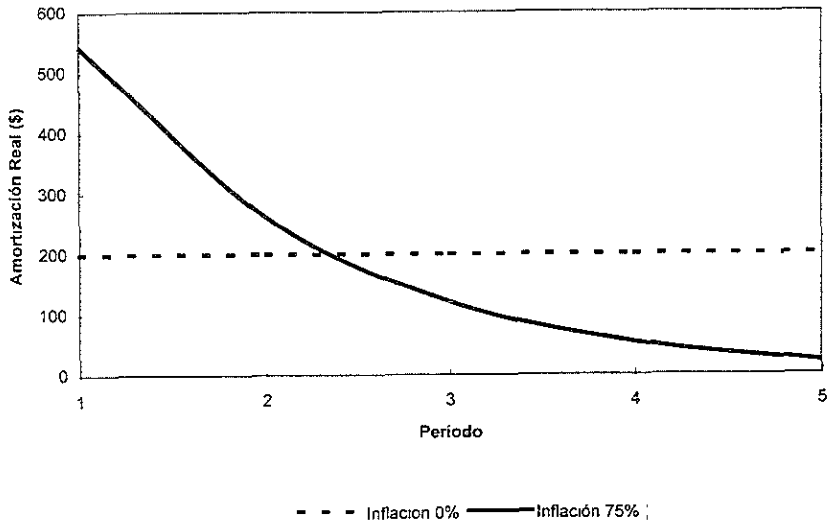
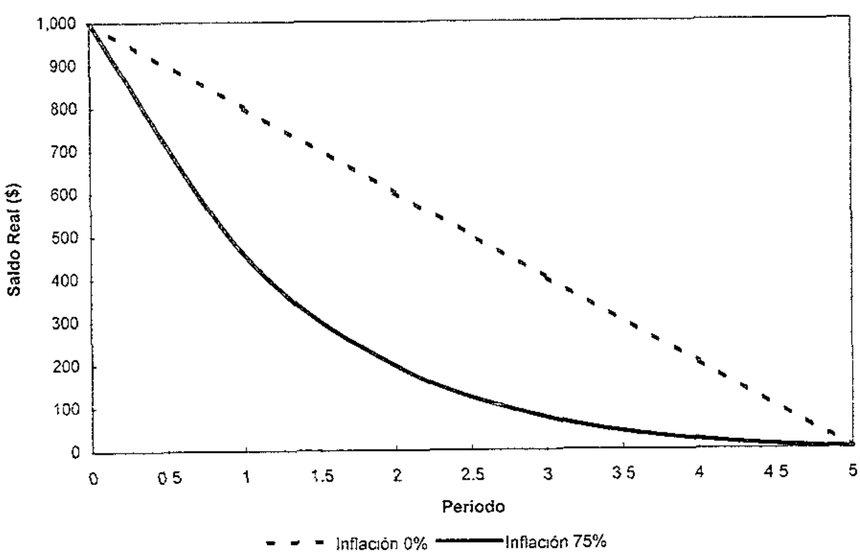


Figura 3



3. CRÉDITOS TRADICIONALES

"Prefiero molestar con la verdad que complacer con adulaciones"

Séneca

Cualquier solicitante de crédito está de acuerdo en pagar una tasa de interés efectiva por el uso del capital, y es por ese motivo que el pago destinado a abonar una cantidad periódica está compuesto por dos elementos: el interés correspondiente y el pago parcial del capital, en forma tal que, en el término previsto, la deuda sea cancelada. Este proceso se conoce como amortización, y a través de cada período, durante el plazo en el que se lleva a cabo, el principal que permanece sin pagarse se denomina saldo insoluto. Convencionalmente, el esquema para liquidar un crédito bancario considera una tasa de interés constante y períodos mensuales con pagos nivelados de cantidades iguales, en cada uno de los cuales se pagan los intereses que se devengan sobre saldos insolutos más una amortización de parte del capital. Estas amortizaciones pueden variar, dando lugar así a diversos esquemas, por ejemplo, amortizaciones iguales desde el primer pago o bien, un período de gracia en el que las amortizaciones son cero (sólo se pagan intereses) y al transcurrir el mismo, el principal comienza a ser pagado mediante amortizaciones iguales.

3.1 EL ESQUEMA TRADICIONAL

En general, el esquema más común para liquidar un crédito bancario considera periodos iguales de pago, en cada uno de los cuales se pagan los intereses devengados sobre saldos insolutos más una amortización determinada del capital. Los intereses sobre saldos insolutos en cada periodo se calculan con base en la tasa de interés nominal de mercado (i_t), aplicada al saldo insoluto del crédito en el periodo (S_{t-1}), es decir:

$$I_t = i_t S_{t-1}. \qquad (3.1.1)$$

Tradicionalmente, al concertar el crédito se determina el número de periodos o plazo, (***n***), con el que cuenta el acreditado para liquidar el préstamo obtenido. Una vez fijado el plazo del crédito, se calcula la amortización periódica de capital a través del cociente del monto del crédito y el plazo, es decir:

$$A_t = \frac{S_o}{n} \qquad (3.1.2)$$

donde,

A_t = Amortización correspondiente al t-ésimo periodo

S_0 = Saldo inicial

De esta forma, el desembolso periódico que realiza el acreditado queda determinado por la suma de los intereses devengados en el periodo y la amortización de capital, es decir,

$$P_t = I_t + A_t. \qquad (3.1.3)$$

donde,

P_t = Pago periódico a cargo del acreditado

Finalmente, el saldo insoluto al final del periodo en consideración es el resultado de la diferencia entre el saldo insoluto del crédito al inicio del periodo y el monto de la amortización:

$$S_t = S_{t-1} - A_t. \qquad (3.1.4)$$

Las expresiones (3.1.1) a la (3.1.4) conforman lo que se conoce como el esquema tradicional de pagos para la liquidación de un crédito. La ecuación (3.1.2) muestra que los pagos por concepto de capital se realizan a partir del primer periodo del crédito, es decir, existe amortización de capital en cada período. Sin embargo, existen situaciones en las cuales el acreedor otorga al acreditado un periodo de gracia para el pago del capital, en las cuales se aplica el esquema descrito a continuación.

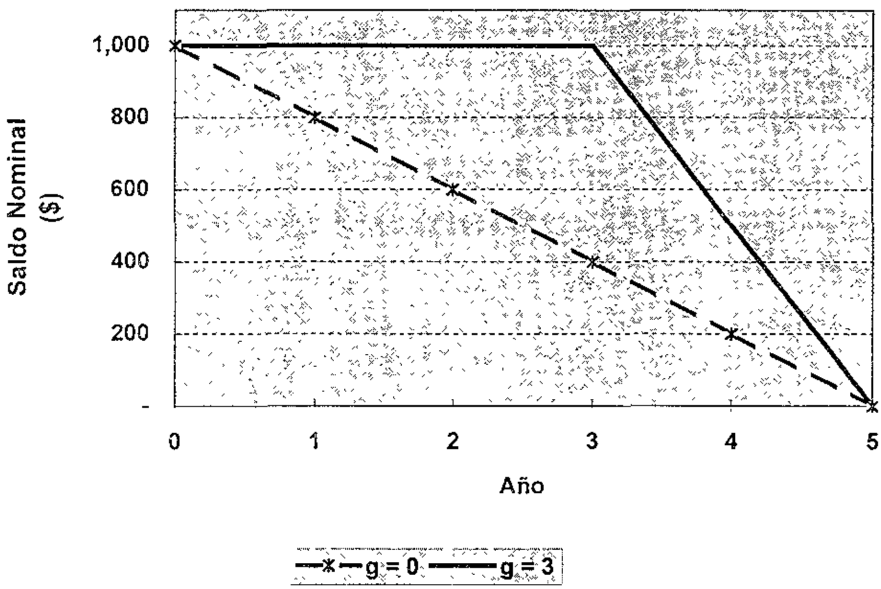
3.2 EL ESQUEMA TRADICIONAL CON PERÍODO DE GRACIA

Sea g el número de periodos de gracia para pagar el capital; entonces, desde el primer periodo hasta el g-ésimo, el acreditado sólo realiza pagos por concepto de intereses devengados y no se incluye pago alguno por concepto de capital; en otras palabras, se realizarán amortizaciones al mismo a partir del periodo (g + 1). Este esquema es descrito por las mismas expresiones que el anterior, salvo la (3.1.2), correspondiente al cálculo de amortización periódica que, para este caso, se transforma en la siguiente ecuación:

$$A_t = \begin{cases} 0 & \text{si } t \leq g \\ \dfrac{S_0}{(n-g)} & \text{si } t = g+1, \cdots, n. \end{cases} \tag{3.1.2'}$$

Para ilustrar estos dos casos supóngase dos créditos, ambos por mil pesos y con un plazo de cinco años; a continuación, en la Figura 4, se muestra el comportamiento del saldo nominal de los mismos; para el caso 1, g=0 y las amortizaciones anuales de capital son equivalentes a doscientos pesos cada una y, para el caso 2, el período de gracia es de tres años, es decir, g=3, lo que implica dos pagos anuales de capital de quinientos pesos cada uno.

Figura 4



En una economía con poca inflación, si un crédito se liquida bajo un esquema tradicional, el saldo real se comporta muy similar al saldo nominal y el esquema de pagos cumple con los objetivos para los que fue diseñado. Por el contrario, en una economía con una inflación alta, el saldo real se comporta de una manera muy diferente al saldo nominal, amortizándose en una forma muy acelerada. Para apreciar este hecho, supóngase un crédito por mil pesos a liquidar durante diez años, mediante el esquema tradicional, en el que el acreedor no otorga plazo de gracia, y compárese dicho comportamiento en la Figura 5, bajo cuatro escenarios de inflación: 0, 30, 60 y 100%, y una tasa de interés real equivalente a 5%.

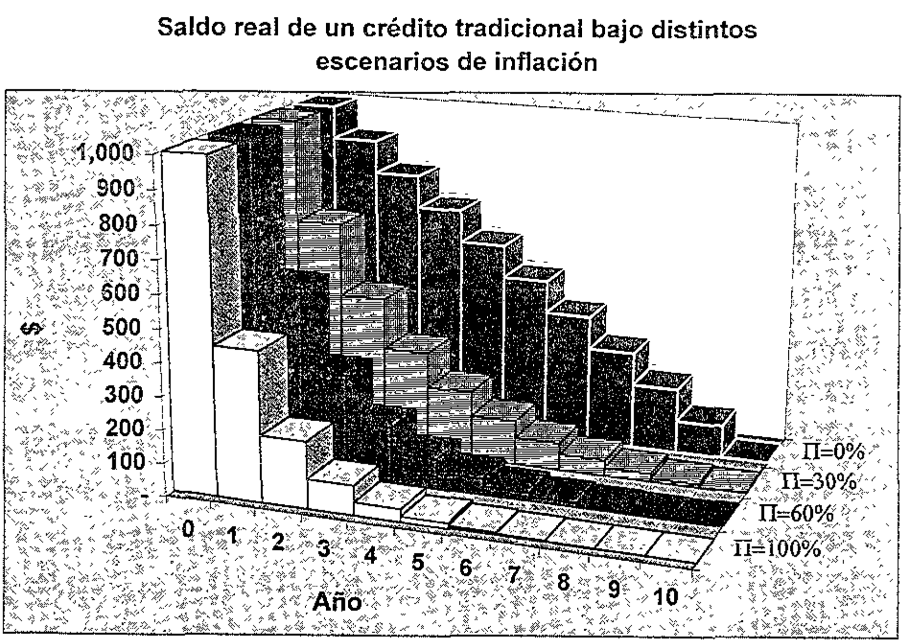


Figura 5

En este ejercicio, los desembolsos que realizaría el acreditado, cuando éstos son medidos en términos reales en la fecha inicial bajo los escenarios descritos en el párrafo anterior, se presentan en el Cuadro 1, donde es posible observar la distorsión que introduce el fenómeno inflacionario a la liquidación de un crédito con el esquema tradicional. El método para calcular los datos consiste en deflactar la erogación correspondiente mediante el uso de la fórmula (2.9.2); así en el caso del primer año cuando la inflación es de 30%, el pago correspondiente es igual a la suma de la amortización y los intereses, es decir 100 + (1,000)(0.365) = 465 y el valor de esa cantidad en términos reales equivale a $\frac{465}{1.3} = 357.69$

Cuadro 1. **Desembolso total medido en términos reales**

Tasas de:	(A)	(B)	(C)	(D)
Inflación	0%	30%	60%	100%
Interés*	5.0%	36.5%	68.0%	110.0%
Año				
1	150.00	357.69	487.50	600.00
2	145.00	253.55	278.13	272.50
3	140.00	178.43	157.23	122.50
4	135.00	124.47	87.89	54.38
5	130 00	85.92	48.45	23.75
6	125.00	58.53	26.23	10.16
7	120.00	39.20	13.86	4.22
8	115.00	25.68	7.08	1.68
9	110.00	16.31	3.43	0.63
10	105.00	9.90	1.53	0.21

* resultado de aplicar (2 12.1)

A manera de ejemplo observe en la columna (C) que, en una economía con inflación equivalente a 60.0 por ciento anual, al efectuar el segundo pago el acreditado ha cubierto en términos reales el 76.56% del monto inicial del crédito. Este fenómeno desvirtúa el crédito, pues un préstamo que se suponía se iba a pagar en 10 años, en realidad se está liquidando, en términos reales, casi completamente en sólo los primeros dos.

Al considerar escenarios con una inflación mayor la situación se agrava; por ejemplo si la inflación anual es del 100.0 por ciento, como es el caso de la columna (D), el porcentaje del crédito inicial liquidado durante los dos primeros años se incrementa al 87.25 por ciento. Como resultado, se obtiene una situación indeseable para el acreditado así como para el acreedor.

La experiencia de una alta inflación en México originó que se estudiaran nuevos esquemas de pago para la liquidación de créditos ya que, como se mencionó anteriormente, el esquema tradicional ante el fenómeno inflacionario resulta en un pago acelerado del capital en términos reales. Lo anterior sucede porque, al utilizar el multicitado esquema tradicional, el impacto inflacionario se incorpora totalmente a los intereses devengados durante el periodo. Esto puede observarse en el Cuadro 2, donde se presenta la liquidación de un crédito con este esquema en un entorno inflacionario.

Cuadro 2. **Liquidación de un crédito con el esquema tradicional**

Supuestos	
Principal	1,000.00
Plazo	10 años
Amortización	10 pagos anuales
Tasa de Inflación	60%
Tasa Real	5%
Tasa Nominal	68.0%
Fecha de Pago de Capital e intereses	al final de cada año

(A)	(B)	(C)	(D)	(E)	(F)
Año (t)	Saldo del Crédito al inicio del año (S_{t-1})	Amortización del Período (A_t)	Intereses devengados en el año (I_t)	Pago Total del acreditado (P_t)	Pago Total en términos reales (año cero)
1	1,000.00	100.00	680.00	780.00	487.50
2	900.00	100.00	612.00	712.00	278.13
3	800.00	100.00	544.00	644.00	157.23
4	700.00	100.00	476.00	576.00	87.89
5	600.00	100.00	408.00	508.00	48.45
6	500.00	100.00	340.00	440.00	26.23
7	400.00	100.00	272.00	372.00	13.86
8	300.00	100.00	204.00	304.00	7.08
9	200.00	100.00	136.00	236.00	3.43
10	100.00	100.00	68.00	168.00	1.53

Con el fin de formalizar la situación anteriormente descrita, a continuación se presentan los resultados obtenidos al simular bajo diez mil escenarios un crédito de $1,000 con una tasa de interés real de 5% bajo el esquema tradicional, utilizando los supuestos de inflación determinados en el Anexo 1. En este caso, se evaluó el porcentaje del saldo inicial, medido en términos reales, que ha sido liquidado a la mitad del plazo, es decir, al finalizar el quinto año de crédito.

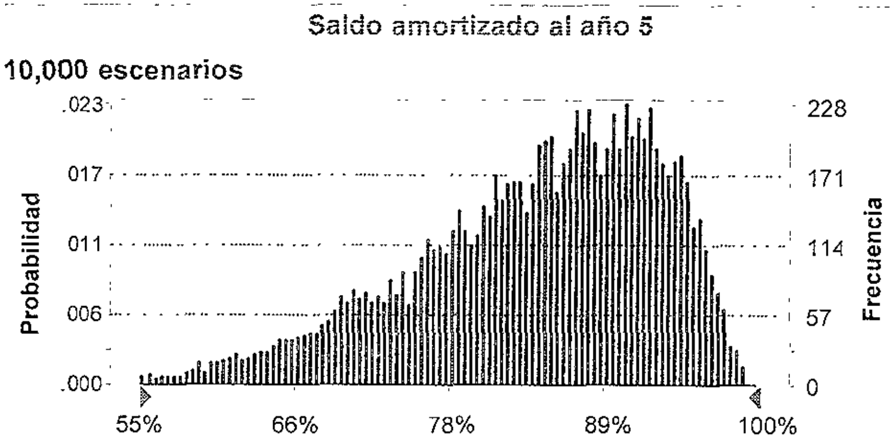


Figura 6

Estadística Descriptiva

Variable: Saldo amortizado al final del quinto año

Estadística	Valor
Escenarios	10,000
Media	83.57%
Mediana	85.29%
Moda	---
Desviación Estándar	9.16%
Varianza	0.84%
Sesgo	-0.7400
Curtosis	3.0200
Coef. de Variación	0.1100
Mínimo	50.92%
Máximo	99.14%
Ancho	48.22%
Error medio std.	0.09%

En la Figura 6 se observa la distribución de la variable observada, es decir, el porcentaje de crédito liquidado a mitad del plazo. Es claro que el crédito tradicional no funciona, porque se presenta en forma definitiva la amortización acelerada. Para respaldar esta aseveración, en la Figura 7 se ilustra la distribución resultante de la misma variable, pero ahora simulando también diferentes tasas reales de interés, de acuerdo al Anexo I.

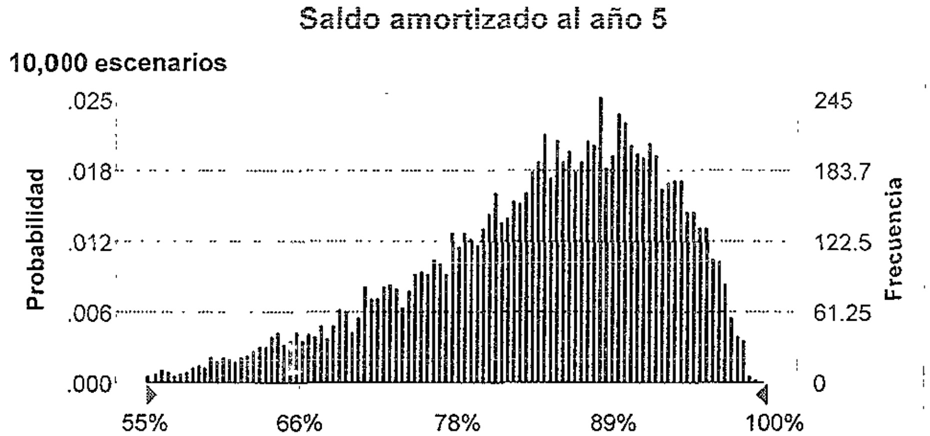


Figura 7

Estadística Descriptiva

Variable: Saldo amortizado al final del quinto año

Estadística	Valor
Escenarios	10,000
Media	83.50%
Mediana	85.08%
Moda	---
Desviación Estándar	9.20%
Varianza	0.85%
Sesgo	-0.7300
Curtosis	3.0400
Coef. de Variación	0.1100
Mínimo	50.56%
Máximo	99.38%
Ancho	48.82%
Error medio std.	0.09%

A mediados de 1982, se creía que la situación económica del país en términos inflacionarios evolucionaría a niveles cercanos al supuesto descrito en el Anexo 1, por ello, varios investigadores del Banco de México se abocaron a resolver el problema de la amortización acelerada para los créditos otorgados para la adquisición de vivienda de interés social. Los esquemas de pagos que surgieron de esos estudios se presentan en el siguiente capítulo.

4. CRÉDITOS ALTERNATIVOS

"Si caes siete veces, levántate ocho"

Proverbio Chino

La investigación emprendida por empleados del Banco de México se concentró en atacar la problemática de la cartera hipotecaria. Sin embargo, no fue en los créditos a la vivienda donde primero se aplicaron los resultados obtenidos, sino en el Fideicomiso para la Cobertura de Riesgos Cambiarios (FICORCA). El impacto de las operaciones del FICORCA fue tal que el esquema de pago de créditos utilizado por este fideicomiso se hizo famoso a nivel nacional y en algunos círculos internacionales se les conoce con el nombre genérico de *créditos aficorcados.*

La idea básica utilizada en los estudios realizados consistía en encontrar un esquema de liquidación de créditos en el cual el desembolso periódico que debería realizar el acreditado quedara determinado (en términos de valor presente) al momento de la concertación del crédito. La tasa de descuento utilizada en la valuación del pago en la fecha de contrato del crédito puede ser diferente para distintos usuarios del crédito. Al variar la tasa de descuento, se obtienen diversos esquemas de pagos; ejemplos de las tasas que pueden ser utilizadas son: la tasa de interés nominal del mercado, la tasa de incremento salarial (inflación más tasa salarial real), y la tasa de inflación. Para cada una de estas tasas, el término utilizado por la comunidad financiera para denotar el resultado obtenido es el valor presente tradicional, el valor presente salarial y el valor real, respectivamente.

4.1 ESQUEMAS ALTERNATIVOS DE LIQUIDACIÓN DE CRÉDITOS

Si se desea que los pagos del acreditado medidos a valor presente tradicional tengan un perfil determinado, el esquema funcionaría de la siguiente forma: si denotamos $p_1, p_2, \ldots, p_n$ a los pagos deseados en el esquema a valor presente al inicio del crédito, se obtiene que para liquidar totalmente el crédito será necesario que se cumpla la siguiente igualdad:

$$p_1 + p_2 + \ldots + p_n = S_0 . \qquad (4.1.1)$$

donde,

S_0 = Saldo inicial

Por otro lado, al evaluar en términos nominales el desembolso que realizará el acreditado en cada periodo (P_t) se llega a:

$$P_1 = p_1(1+i_1)$$
$$P_2 = p_2(1+i_1)(1+i_2)$$
$$\vdots$$
$$P_n = p_n\prod_{t=1}^{n}(1+i_t) \qquad (4.1.2)$$

Para tener una descripción completa del pago será necesario especificar la forma que tendrá cuando es medido en términos deflactados. En esta sección se describen los esquemas de liquidación de créditos en los cuales el pago deflactado es constante en las diversas formas del deflactor, es decir utilizando tasas de interés nominales, tasas nominales de incremento salarial y tasas de inflación.

4.1.1 EL ESQUEMA DE PAGOS CONSTANTES A VALOR PRESENTE TRADICIONAL

El caso particular adoptado por el FICORCA consistió en que el desembolso periódico del acreditado fuera constante cuando se medía a valor presente; esto quiere decir que $\boldsymbol{p}_1 = \boldsymbol{p}_2 = \cdots = \boldsymbol{p}_n = \boldsymbol{p}_0$, lo cual, al ser sustituido en la expresión (4.1.1), implica que el pago constante es el resultado de dividir el monto del crédito inicial entre el plazo total en periodos, es decir, $\boldsymbol{n}$.

Con este comentario es posible describir completamente el desembolso que realiza el acreditado. El desembolso periódico en términos nominales se obtiene de la expresión (4.1.2) al sustituir la forma del pago en ella:

$$P_t = \frac{S_0}{n}\prod_{t=1}^{t}(1+i_t), \qquad (4.1.1.1)$$

Una expresión alternativa a (4.1.1.1) para calcular el desembolso del acreditado fue descubierta en 1983, cuando se iniciaron las operaciones del FICORCA. Esta fórmula expresa el desembolso periódico en términos del saldo insoluto del crédito, la tasa de interés nominal y el plazo del crédito:

$$P_t = \frac{S_{t-1}(1+i_t)}{n-t+1}. \qquad (4.1.1.1')$$

La demostración formal de la equivalencia de las fórmulas (4.1.1.1) y (4.1.1.1') se ilustra en el Teorema 1 del Anexo II. Una de las implicaciones inmediatas de la expresión (4.1.1.1') es la garantía de que el crédito se liquida al efectuar el pago número n, puesto que en ese periodo se liquida el saldo insoluto más los intereses devengados, es decir, (4.1.1.1') se convierte en: $P_n = S_{n-1}(1+i_n)$.

Los intereses devengados en cada periodo se calculan de la forma tradicional, es decir con la tasa de interés nominal de mercado aplicada sobre saldos insolutos:

$$I_t = i_t S_{t-1}. \qquad (4.1.1.2)$$

Es importante recordar que, al momento de la concertación del crédito, se decidió fijar en pesos del inicio del primer período el monto del desembolso que realiza el acreditado en cada período. Esto ocasiona que el capital incluido en el pago o amortización de capital quede determinado por la diferencia entre el desembolso y el monto de los intereses, es decir:

$$A_t = P_t - I_t. \qquad (4.1.1.3)$$

Esta forma de determinar la amortización periódica de capital puede ocasionar que en algunos periodos el desembolso del acreditado no alcance a cubrir el monto de los intereses devengados. En caso de que esto último suceda en un periodo determinado, será necesario que el acreedor otorgue al acreditado en ese periodo un crédito adicional por esa diferencia. Así fue como el concepto de refinanciamiento fue considerado e instrumentado en las reglas de operación del FICORCA. Por último, el saldo insoluto del crédito al final del periodo se encuentra con la expresión tradicional, es decir, la diferencia entre el saldo inicial del periodo y la amortización:

$$S_t = S_{t-1} - A_t = S_{t-1}(1+i_t) - P_t . \qquad (4.1.1.4)$$

Las fórmulas (4.1.1.1), (4.1.1.2), (4.1.1.3), y (4.1.1.4) determinan completamente el esquema de pagos utilizado por el FICORCA, y será llamado el "esquema de pagos constantes a valor presente". Este esquema de pagos resuelve el problema de la amortización acelerada del crédito en términos reales, que se presenta en el esquema de pagos tradicional cuando la inflación es alta. Esto último se puede observar en el Cuadro 3, donde el valor presente de cada P_t equivale a 100:

Cuadro 3.
Liquidación de un crédito con el esquema de pagos constantes a valor presente

Supuestos	
Principal	1,000.00
Plazo	10 años
Amortización	10 pagos anuales
Tasa de Inflación	60%
Tasa Real	5%
Tasa Nominal	68.0%
Fecha de Pago de Capital e intereses	al final de cada año

(A)	(B)	(C)	(D)	(E)	(F)	(G)
Año (t)	Saldo del Crédito al inicio del año (S_{t-1})	Pago Total del acreditado (P_t)	Intereses devengados en el año (I_t)	Amortización del Período (A_t)	Pago Total en términos reales	Saldo real del crédito al inicio del año
1	1,000.00	168.00	680.00	-512.00	105.00	1,000.00
2	1,512.00	282.24	1,028.16	-745.92	110.25	945.00
3	2,257.92	474.16	1,535.39	-1,061.22	115.76	882.00
4	3,319.14	796.59	2,257.02	-1,460.42	121.55	810.34
5	4,779.57	1,338.28	3,250.10	-1,911.83	127.63	729.30
6	6,691.39	2,248.31	4,550.15	-2,301.84	134.01	638.14
7	8,993.23	3,777.16	6,115.40	-2,338.24	140.71	536.04
8	11,331.47	6,345.62	7,705.40	-1,359.78	147.75	422.13
9	12,691.25	10,660.65	8,630.05	2,030.60	155.13	295.49
10	10,660.65	17,909.89	7,249.24	10,660.65	162.89	155.13

Las columnas (F) y (G) presentan el desembolso periódico del acreditado y el saldo del crédito al inicio del período cuando estos se miden en términos reales; una situación importante de remarcar es el hecho de que, aun al modificar el supuesto de inflación igual a 60%, el desembolso y el saldo, ambos en términos reales, no sufren variación alguna, es decir, en términos reales este esquema es insensible a la tasa de inflación. Sin embargo, como se mencionó antes, el hecho de mantener constante el pago del acreditado, cuando se mide en términos de valor presente, puede generar que obtenga un crédito adicional en algunos períodos, lo que origina que el saldo insoluto en términos nominales sea creciente y la amortización negativa, como se observa en la columna (E).

Saldo nominal de un crédito bajo el esquema de pagos constantes a valor presente

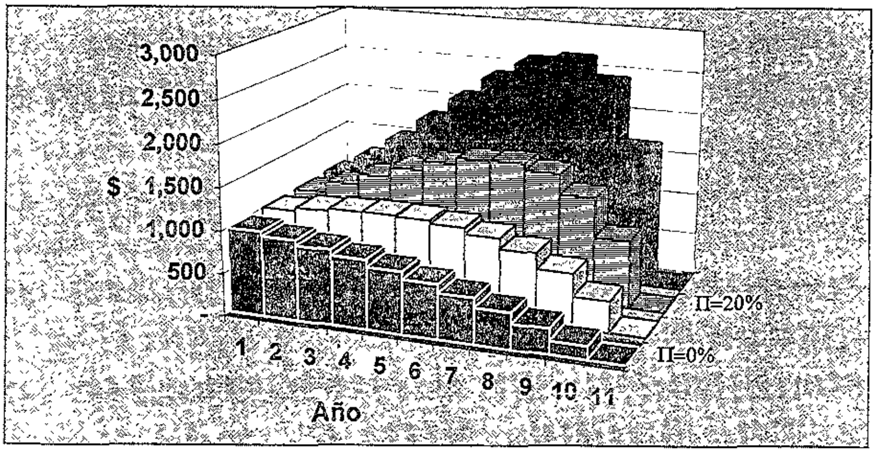


Figura 8

Esto último también se puede observar en los ejemplos que se muestran en la Figura 8, en donde se ilustra el saldo nominal de un crédito que se liquida con el esquema de acuerdo a los supuestos de los Cuadros 4 y 4.1 bajo diferentes escenarios de inflación; cabe recordar que el saldo nominal es equivalente al saldo real cuando la inflación es nula.

Cuadro 4. **Saldo nominal de un crédito bajo diferentes escenarios de inflación**

Supuestos	
Principal	1,000.00
Plazo	10 años
Amortización	10 pagos anuales
Tasa Real	5%
Fecha de Pago de Capital e intereses	al final de cada año

	Π= 0%		Π= 10%	
(A)	(B)	(C)	(D)	(E)
Año (t)	Saldo del Crédito al inicio del año (S_{t-1})	Amortización del Período (A_t)	Saldo del Crédito al inicio del año (S_{t-1})	Amortización del Período (A_t)
1	1,000.00	55.00	1,000.00	-39.50
2	945.00	63.00	1,039.50	-27.72
3	882.00	71.66	1,067.22	-11.34
4	810.34	81.03	1,078.56	10.79
5	729.30	91.16	1,067.77	40.04
6	638.14	102.10	1,027.73	78.11
7	536.04	113.91	949.62	127 01
8	422.13	126.64	822.61	189.20
9	295.49	140.36	633.41	267.62
10	155.13	155.13	365.80	365.80

Cuadro 4.1. **Saldo nominal de un crédito bajo diferentes escenarios de inflación**

Supuestos				
Principal		1,000.00		
Plazo		10 años		
Amortización		10 pagos anuales		
Tasa Real		5%		
Fecha de Pago de Capital e intereses		al final de cada año		
	Π= 20%		Π= 30%	
(A)	(F)	(G)	(H)	(I)
Año t	Saldo del Crédito al inicio del año (S_{t-1})	Amortización del Período (A_t)	Saldo del Crédito al inicio del año (S_{t-1})	Amortización del Período (A_t)
1	1,000.00	-134.00	1,000.00	-228.50
2	1,134.00	-136.08	1,228.50	-262.08
3	1,270.08	-130.18	1,490.58	-289.73
4	1,400.26	-112.02	1,780.31	-302.65
5	1,512.28	-75.61	2,082.96	-286.41
6	1,587.90	-12.70	2,369.37	-217.98
7	1,600.60	88.03	2,587.35	-61.45
8	1,512.57	242.01	2,648.80	238.39
9	1,270.56	470.11	2,410.41	765.31
10	800.45	800.45	1,645.11	1,645.11

En julio de 1986, el Banco de México recomendó a las instituciones de banca múltiple, en su télex-circular 47/86, la adopción de fórmulas de pago que evitaran la amortización acelerada de créditos, en términos reales, a favor de dichas instituciones, siendo una de ellas la fórmula (4.1.1.1'). Esta recomendación no tuvo eco en la banca debido a diversos problemas de tipo contable y financiero. La objeción financiera más importante apuntada por los bancos se presenta en situaciones cuando la tasa real es muy alta. Si este es el caso, el esquema de pagos constantes a valor presente no solo evita la amortización real acelerada del crédito, sino que produce pagos tan pequeños que el saldo real llega a crecer o bien a decrecer bastante menos rápido que en el esquema tradicional. Esta observación se ilustra en la Figura 9, en donde se muestra el saldo real de un crédito que se liquida con el esquema de pagos constantes a valor presente bajo los supuestos descritos en el Cuadro 3 en diferentes escenarios de la tasa real de interés de la economía. En la Figura 9 se puede observar que para tasas reales pequeñas, el saldo real disminuye de manera muy similar al saldo real del crédito tradicional en economías sin inflación. Sin embargo, cuando la tasa real se incrementa al 20.0 por ciento, el saldo real se incrementa durante seis años en lugar de disminuir.

Saldo real de un crédito bajo el esquema de pagos constantes a valor presente frente a distintas tasas reales

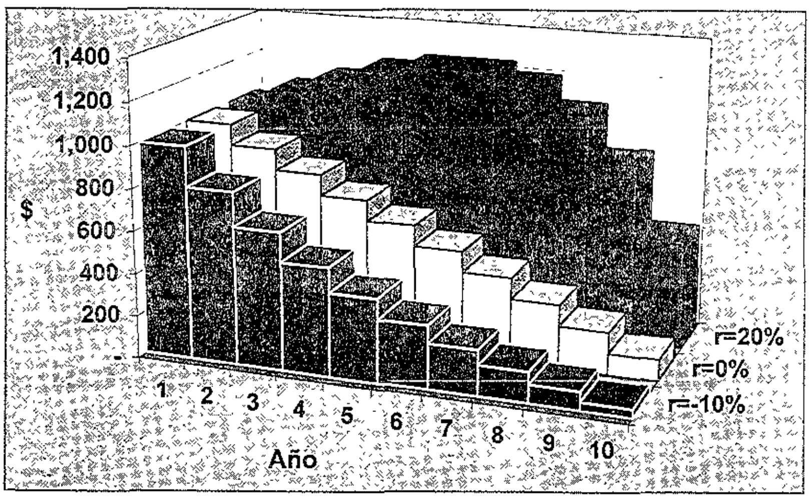


Figura 9

Una vez realizado el análisis respecto al esquema descrito, es posible afirmar que a pesar de que este esquema es insensible a la tasa de inflación, resulta ser muy sensible a cambios en la tasa real de la economía. Para confirmar esta aseveración, es factible utilizar la técnica de Montecarlo para simular la tasa real; en este caso, la variable observada es el saldo real del crédito. Ahora bien, en la vida real, el hecho de que las tasas reales que se presentan en nuestro país se mantengan constantes o cuando menos poco volátiles es prácticamente imposible, así que la simulación de un crédito de $1,000 y tasa de interés real como variable aleatoria de acuerdo a los supuestos del Anexo 1, contempla variaciones importantes en la variable observada. En la Figura 10 se ilustra la distribución del comportamiento del saldo real al quinto año de crédito:

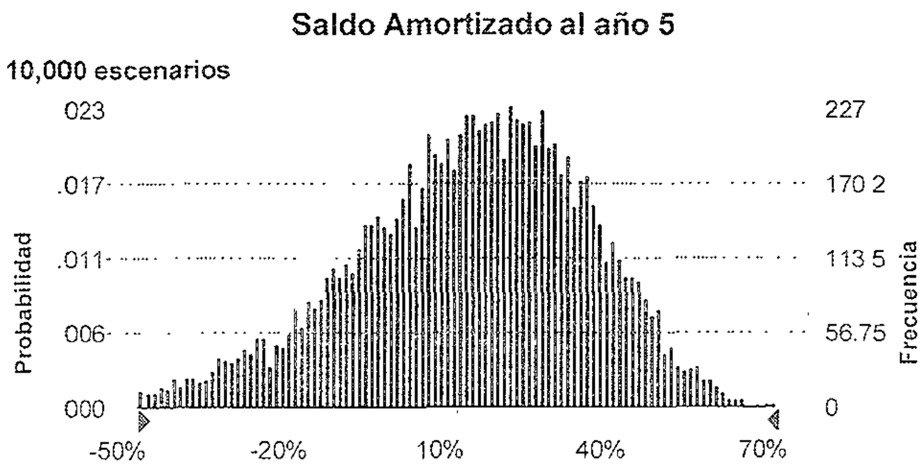


Figura 10

Estadística Descriptiva

Variable: Saldo amortizado al final del quinto año

Estadística	Valor
Escenarios	10,000
Media	11 73%
Mediana	13.96%
Moda	---
Desviación Estándar	22.89%
Varianza	5.24%
Sesgo	-0.6000
Curtosis	3.5000
Coef. de Variación	1.95
Mínimo	-100 07%
Máximo	69.15%
Ancho	169.22%
Error medio std.	0.23%

Bajo condiciones cercanas al comportamiento de inflación y tasa real de nuestra economía, el esquema de pagos constantes a valor presente tradicional resulta poco práctico porque, cuando el óptimo es que a mitad de un crédito se haya amortizado en términos reales la mitad del principal, en el caso mexicano sólo se llegaría a poco menos del doce por ciento Se resuelve la amortización acelerada, pero el costo es alto.

4.1.2 EL ESQUEMA DE PAGOS CONSTANTES A VALOR PRESENTE SALARIAL

Como ya se mencionó, los créditos aficorcados tuvieron su origen al buscar esquemas alternativos para los créditos a la vivienda de interés social. El esquema de pagos adoptado para los créditos a la vivienda que otorga el Banco de México, en su calidad de fiduciario del Gobierno Federal en el Fondo de Operación y Financiamiento Bancario a la Vivienda (FOVI), se basó en el deseo de las autoridades de determinar el desembolso periódico que realizaría el acreditado en términos de su capacidad de pago. Una vez determinada la misma, ésta debería mantenerse constante en términos del ingreso del contratante.

Así, el perfil de pagos de crédito se determinó por los siguientes factores:

1. El pago que realice el acreditado debe representar su nivel de ingreso. Estimaciones hechas por el FOVI consideraron que el porcentaje de ingreso familiar destinado a vivienda no debe exceder el 25 por ciento, con el fin de no restar liquidez al acreditado para afrontar otros gastos, como alimentación y pago de servicios, por mencionar los más comunes. El monto de esta erogación se expresará como un factor en función de cada millar de pesos de crédito

2. El factor de pago inicial considerado se actualiza con la tasa nominal de incremento salarial respectiva del período; la tasa nominal de incremento salarial en el período j (denotada por s_j), cumple la siguiente igualdad:

$$(1+s_j)=\left[(1+\Pi_j)(1+w_j)\right].$$

donde,

$\Pi_j =$ inflación correspondiente al *j*-ésimo periodo

$w_j =$ tasa real de incremento salarial para el *j*-ésimo periodo

Así, si se denota con ***f*** al factor de pago mensual determinado por FOVI y se utiliza la notación recién introducida, se llega a que el desembolso del acreditado en el periodo ***t*** será obtenido al actualizar la capacidad de pago por la tasa nominal de incremento salarial:

$$P_t = fS_0\prod_{j=1}^{t}(1+s_t) = P_{t-1}(1+s_t), \qquad t \geq 1 \qquad (4.1.2.1)$$

donde,

$P_0 = fS_0$

Normalmente, los incrementos salariales no se presentan con la misma frecuencia que los incrementos al INPC. Con base en esta aseveración, cabe mencionar que al momento de simular un crédito que se amortiza bajo el esquema de pagos constantes a valor presente salarial, deben tomarse datos mensuales para no perder precisión en los resultados por el efecto que provoca la inflación. Las variaciones porcentuales del INPC y del salario nominal están positivamente correlacionadas, pero la velocidad con que las experimentan es distinta; así, la inflación se incrementa mes con mes, mientras que el salario, a excepción de cuando se presentan condiciones económicas extremadamente adversas, variará anualmente.

Como los créditos hipotecarios se contratan a tasas de mercado, los intereses devengados, el capital contenido en el pago y el saldo insoluto del crédito al final del período que resultan en este esquema de pagos pueden ser calculados con las mismas expresiones que se utilizaron en el esquema de pagos constantes a valor presente descrito en la sección anterior y que se enuncian a continuación:

$$I_t = i_t S_{t-1}, \qquad (4.1.2.2)$$

$$A_t = P_t - I_t. \qquad (4.1.2.3)$$

$$S_t = S_{t-1}(1+i_t) - P_t = S_{t-1} + I_t - P_t \qquad (4.1.2.4)$$

Estas fórmulas representan, en conjunto, el esquema de pagos para la liquidación de créditos hipotecarios seguido por el FOVI. Como en el caso del esquema de pagos constantes a valor presente, se debe mencionar que la fórmula (4.1.2 3) describe una amortización sólo en caso de que el pago efectuado sea mayor que los intereses devengados en el período; en caso contrario se incurre en un crédito adicional, refinanciamiento o amortización negativa

A diferencia de los esquemas de pagos descritos con anterioridad, en los cuales se determinaba el plazo al concertar el crédito, esto no sucede con un crédito que se liquida con el esquema utilizado por FOVI Lo anterior se debe a que el desembolso periódico que efectúa el acreditado se determina en términos del monto del crédito inicial y de la tasa de incremento salarial del acreditado. Por esta razón es de esperarse que. en situaciones macroeconómicas distintas a las utilizadas como supuestos en el diseño del crédito, se obtenga un plazo total para la liquidación del crédito diferente al que originalmente se planeó. Esto quiere decir que en este esquema de pagos, el plazo para liquidar el crédito queda indeterminado. De la expresión (4.1.2.1) se concluye que la modificación del factor de pago inicial o del comportamiento de la tasa real de incremento salarial, se origina necesariamente la variación en el plazo de liquidación del crédito. Este problema fue considerado por las autoridades del Banco de México en la descripción de las reglas de operación del FOVI. Para evitar que un crédito perdure por tiempo ilimitado, este fondo otorga una garantía al acreditado que establece que si el factor inicial de amortización del crédito es de 7 al millar, entonces, después de treinta años de crédito, el fondo asume el saldo insoluto y el bien pasa a ser propiedad del acreditado.

4.1.2.1 ANÁLISIS DEL FACTOR DE PAGO

Dentro de las condiciones generales de financiamiento del FOVI, se establece que la tasa de interés cobrada al acreditado será equivalente al 5 por ciento real. En función de lo anterior y buscando minimizar las posibles pérdidas sin menoscabo de la accesibilidad de crédito para la mayor parte de la población (a mayor factor de pago, mayor ingreso requerido para obtener financiamiento) se determinó que el factor de pago adecuado equivale a $7 00 por millar de crédito A continuación se ilustran las distribuciones del plazo máximo y del valor presente del saldo insoluto que absorberá el FOVI, obtenidas al simular 10,000 escenarios, de acuerdo a los resultados del Anexo I, para un crédito por $100,000:

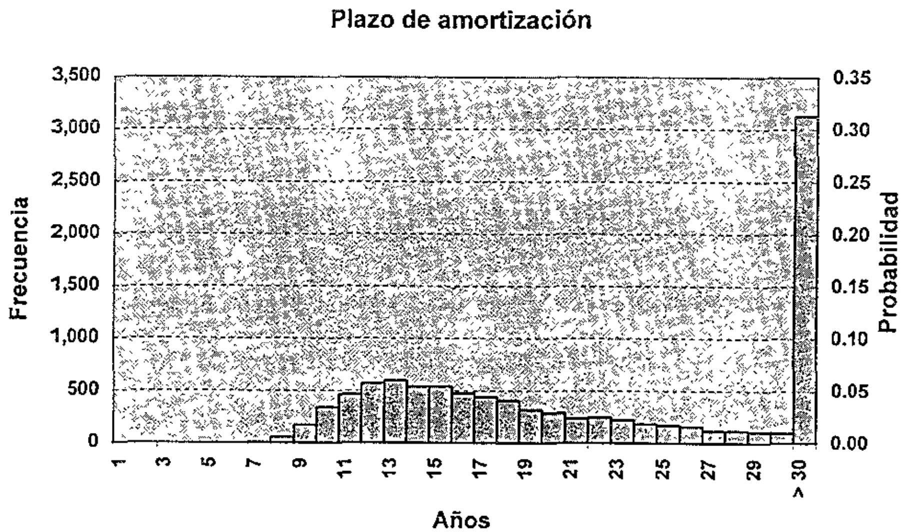


Figura 11

En la Figura 11 se observa una elevada frecuencia (aproximadamente 30% del total) en los casos en que el plazo excede de treinta años, es decir, cuando se debe absorber el saldo insoluto Sin embargo, para efectos prácticos, el plazo promedio de amortización para los casos en que no se excede el límite de tiempo, es de dieciséis años y cinco meses, como en seguida se indica:

Estadística Descriptiva

Variable: Plazo máximo de crédito con límite superior igual a treinta años

Estadística	Valor
Escenarios	10,000
Media	16.37
Error típico	0.06397
Mediana	15.25
Moda	11.50
Desviación estándar	5.30
Varianza de la muestra	28.12
Curtosis	-0.4011
Coeficiente de asimetría	0.6413
Rango	23.67
Mínimo	6.33
Máximo	30.00

Esta discriminación de plazos mayores a treinta años se basa en el hecho de que el momento de asumir el saldo insoluto es siempre al final del mes número trescientos sesenta, sin importar que el crédito se pudiese amortizar en treinta y cinco, cincuenta, cien años, o en el peor de los casos, nunca.

Por otro lado, se evaluó la pérdida potencial del mismo crédito con el fin de tener datos confiables para establecer una reserva que afronte ese gasto futuro. En la Figura 12 se ilustra la distribución de las posibles pérdidas, y posteriormente, la estadística descriptiva correspondiente; en virtud de que en poco más de las dos terceras partes de los escenarios analizados no se excede del plazo máximo, sólo se generan pérdidas en la tercera parte restante. La observación de esta situación se dificulta en la Figura 12 por cuestiones de escala, por lo que de manera meramente ilustrativa se incluye la distribución de pérdidas en la Figura 13.

ESTA TESIS NO DEBE SALIR DE LA BIBLIOTECA

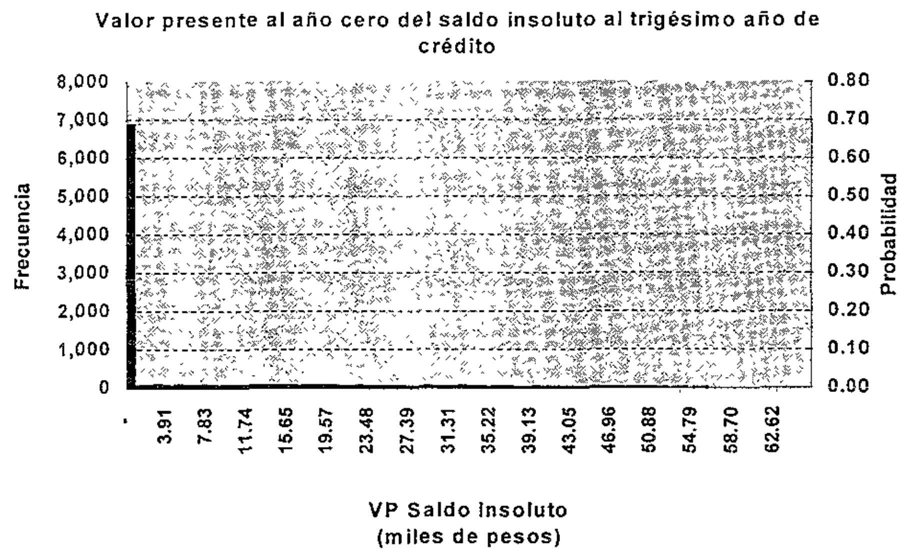


Figura 12

Estadística Descriptiva

Variable: Saldo insoluto al trigésimo año

Estadística	Valor
Escenarios	10,000
Media	5,902
Mediana	0
Moda	0
Desviación Estándar	11,395.29
Varianza	129,852,646.82
Sesgo	2.07
Curtosis	6.65
Coef. de Variación	1.93
Mínimo	0
Máximo	65,224.75
Ancho	65,224.75
Error medio std.	113.95

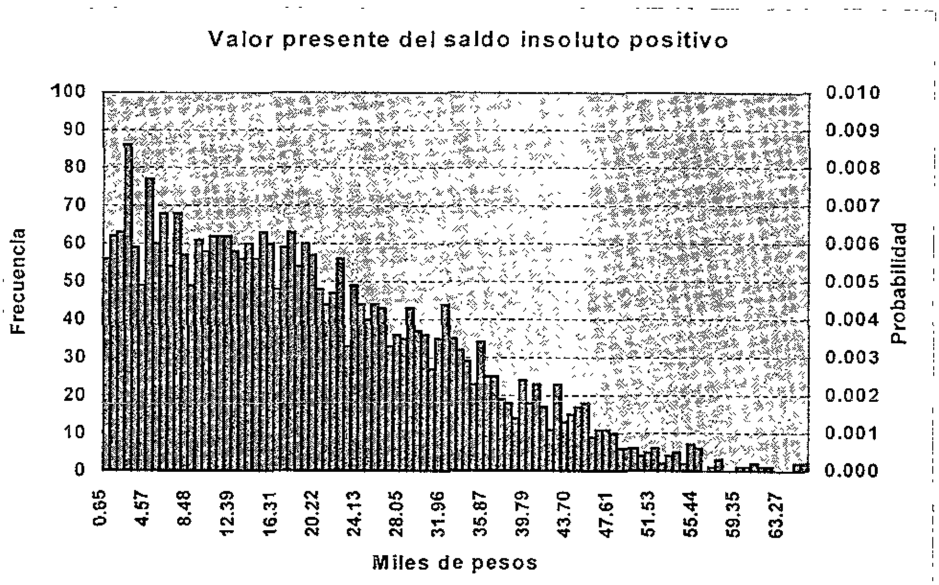


Figura 13

En conclusión, la pérdida esperada (es decir, el monto al que asciende el saldo insoluto transcurridos treinta años, medido a valor presente) por cada $100,000 de crédito equivale a $5,902, es decir casi un seis por ciento del monto financiado.

4.1.3 UN ESQUEMA DE PAGOS CON AMORTIZACIONES REALES CONSTANTES

En esta sección se presenta un esquema de pagos que resuelve los problemas descritos anteriormente, es decir, cuando al presentarse una tasa real significativamente alta el saldo real crece mucho, o bien cuando el salario se rezaga y la amortización resulta en un plazo muy amplio.

La diferencia de este esquema de pagos con los dos anteriores, consiste básicamente en que no se requiere que el pago periódico que realiza el acreditado sea constante en términos del valor presente o en términos salariales reales, sino que el desembolso del acreditado garantice que se efectúen amortizaciones en términos reales en cada periodo y que éstas sigan un patrón determinado.

La idea principal en el desarrollo de este esquema, es que el desembolso que efectúe el acreditado en cada periodo sea suficiente para garantizar que se amortice una porción constante del saldo real durante cada periodo.

Al garantizar que la amortización real sea constante, digamos en un monto ***a***, nos conduce a afirmar que ésta quedaría determinada por el cociente entre el monto del crédito y el plazo total en periodos, es decir, $a = \frac{S_0}{n}$. Así, al evaluar esta expresión en términos nominales se obtiene la siguiente fórmula:

$$A_t = \frac{S_0}{n}\prod_{j=1}^{t}(1+\Pi_j) \qquad (4.1.3.1)$$

Utilizando el Teorema 1, se puede concluir que esta expresión puede escribirse de la siguiente forma:

$$A_t = \frac{S_{t-1}(1+\Pi_t)}{n-t+1}. \qquad (4.1.3.1')$$

Los intereses devengados en el período deberán ser calculados a la tasa de mercado, lo cual implica que las fórmulas para determinar los intereses y el saldo insoluto del crédito al final del periodo son:

$$I_t = r_t\,(1+\Pi_t)\,S_{t-1} \qquad (4.1.3.2)$$

$$S_t = S_{t-1}(1+i_t) - P_t \qquad (4.1.3.3)$$

donde $\boldsymbol{P_t}$ denota el desembolso en términos nominales que realiza el acreditado en el período.

Sin embargo, para determinar el monto del pago que realizará el acreditado será necesario realizar manipulaciones algebraicas de las variables medidas en términos reales. Así, puesto que la amortización real en cada período es $a = \frac{S_0}{n}$, se sigue que el saldo del crédito en términos reales cumple con la siguiente expresión:

$$s_t = s_{t-1} - \frac{S_0}{n}, \qquad (4.1.3.4)$$

donde,

s_t = saldo real del crédito en el período $\boldsymbol{t}$.

Ahora bien, evaluando la expresión (4.1.3.3) en términos reales,

$$
\begin{aligned}
& S_t = S_{t-1}(1+i_t) - P_t \\
& \Rightarrow \frac{S_t}{\prod_{j=1}^{t}(1+\Pi_j)} = \frac{S_{t-1}(1+i_t) - P_t}{\prod_{j=1}^{t}(1+\Pi_j)} \\
& \Rightarrow s_t = \frac{S_{t-1}(1+i_t)}{(1+\Pi_t)\prod_{j=1}^{t-1}(1+\Pi_j)} - \frac{P_t}{\prod_{j=1}^{t}(1+\Pi_j)}
\end{aligned}
$$

se llega a la siguiente expresión:

$$
s_t = s_{t-1}\left[\frac{(1+i_t)}{(1+\Pi_t)}\right] - p_t, \qquad (4.1.3.5)
$$

donde p_t denota el pago que realiza el acreditado en el periodo t medido en términos reales.

Igualando las expresiones (4.1.3.4) y (4.1.3.5),

$$
s_{t-1} - \frac{S_0}{n} = s_{t-1}\left(\frac{1+i_t}{1+\Pi_t}\right) - p_t
$$

y despejando el desembolso real p_t,

$$
p_t = s_{t-1}\left(\frac{1+i_t}{1+\Pi_t}\right) - s_{t-1} + \frac{S_0}{n}
$$

se obtiene que dicho pago queda determinado por la fórmula:

$$
p_t = s_{t-1}\left[\frac{(1+i_t)}{(1+\Pi_t)} - 1\right] + \frac{S_0}{n}.
$$

La expresión que se encuentra entre corchetes es la fórmula que define la tasa real de interés de la economía, como se describió en el primer capítulo (fórmula (2.12.1)). Esto quiere decir, que el desembolso del acreditado medido en términos reales resulta ser:

$$p_t = r_t s_{t-1} + \frac{S_0}{n}.$$

Finalmente, al evaluar esta última expresión en el período ***t*** en términos nominales,

$$\begin{aligned}
P_t &= \left[r_t s_{t-1} + \frac{S_0}{n}\right]\prod_{j=1}^{t}(1+\Pi_j), \\
&= r_t s_{t-1}\prod_{j=1}^{t}(1+\Pi_j) + \frac{S_0}{n}\prod_{j=1}^{t}(1+\Pi_j) \\
&= r_t\left[s_{t-1}\prod_{j=1}^{t-1}(1+\Pi_j)\right](1+\Pi_t) + \frac{S_0}{n}\prod_{j=1}^{t}(1+\Pi_j)
\end{aligned}$$

y utilizando la expresión (4.1.3.1) para la amortización se obtiene:

$$P_t = r_t S_{t-1}(1+\Pi_t) + A_t \qquad (4.1.3.6)$$

Con esta formulación para el desembolso periódico es posible encontrar una versión alternativa de la expresión (4.1.3.3), la cual se obtiene al sustituir la expresión (4.1.3.6) en (4.1.3.3) como se ilustra a continuación:

$$\begin{aligned}
S_t &= S_{t-1}(1+i_t) - r_t S_{t-1}(1+\Pi_t) - A_t \\
&= S_{t-1}\left[(1+i_t) - r_t(1+\Pi_t)\right] - A_t \\
&= S_{t-1}\left[(1+i_t) - \left(\frac{1+i_t}{1+\Pi_t} - 1\right)(1+\Pi_t)\right] - A_t \\
&= S_{t-1}\left[(1+i_t) - \left(\frac{(1+i_t)-(1+\Pi_t)}{1+\Pi_t}\right)(1+\Pi_t)\right] - A_t \\
&= S_{t-1}\left[(1+i_t) - \left(1+i_t\right) + (1+\Pi_t)\right] - A_t
\end{aligned}$$

con lo que se llega a:

$$S_t = S_{t-1}(1+\Pi_t) - A_t \qquad (4.1.3.3')$$

Es importante hacer notar que la ecuación (4.1.3.1) garantiza que el saldo real del crédito se decremente linealmente como en una economía sin inflación al liquidar un crédito bajo el esquema tradicional, lo cual se puede apreciar en el Cuadro 5.

Cuadro 5. **Liquidación de un crédito con el esquema de pagos con amortización real constante**

Supuestos	
Principal	1,000.00
Plazo	10 años
Amortización	10 pagos anuales
Tasa de Inflación	60%
Tasa Real	5%
Tasa Nominal	68.0%
Fecha de Pago de Capital e intereses	al final de cada año

(A)	(B)	(C)	(D)	(E)	(F)	(G)
Año (t)	Saldo del Crédito al inicio del año (S_{t-1})	Amortización del Período (A_t)	Intereses devengados en el año (I_t)	Pago Total del acreditado (P_t)	Pago Total en términos reales	Saldo real del crédito al inicio del año
1	1,000.00	160.00	80.00	240.00	150.00	1,000 00
2	1,440.00	256.00	115.20	371.20	145.00	900.00
3	2,048.00	409.60	163.84	573.44	140.00	800.00
4	2,867.20	655.36	229.38	884.74	135.00	700.00
5	3,932.16	1,048.58	314.57	1,363.15	130.00	600.00
6	5,242.88	1,677.72	419.43	2,097.15	125.00	500.00
7	6,710.89	2,684.35	536.87	3,221.23	120.00	400.00
8	8,053.06	4,294.97	644.25	4,939.21	115.00	300.00
9	8,589.93	6,871.95	687.19	7,559.14	110.00	200.00
10	6,871.95	10,995.12	549.76	11,544.87	105.00	100.00

Por otro lado, el primer término de la fórmula (4.1.3.6) representa los intereses reales del crédito en ese periodo, mientras que el segundo corresponde a la amortización real; esto permite afirmar que la liquidación de un crédito con este esquema de pagos, cuando se mide en términos reales, puede ser interpretada como la liquidación de un crédito con el esquema tradicional en una economía en la que la moneda está indizada a la inflación (como posteriormente se describe en el Capítulo 5).

Se debe mencionar que cuando la tasa nominal de interés es igual a la tasa de inflación, el primer término de (4.1.3.6) desaparece (ya que $r_t = 0$) y la fórmula se reduce a la (4.1.1.1) de los créditos con pagos constantes a valor presente. De lo anterior se concluye que para tasas reales muy pequeñas las fórmulas para pago total del acreditado, (4.1.3.6) y (4.1.1.1), producen resultados muy similares, sin embargo cuando la tasa real es muy alta se obtienen discrepancias considerables. A continuación se ilustra, en la Figura 14, el comportamiento de los pagos de los acreditados, medidos en términos reales, en los diferentes esquemas de pago para el crédito de $1,000 cuando $r = 5\%$ y $\Pi = 60\%$:

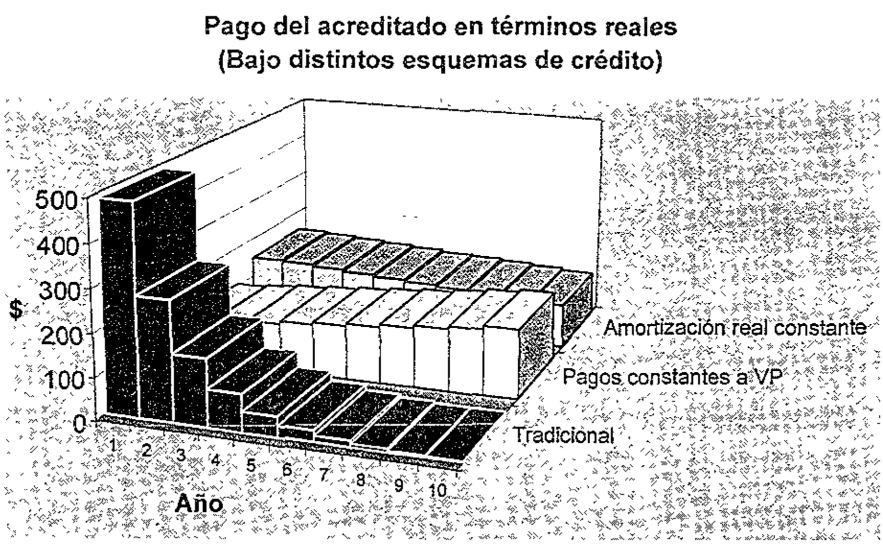


Figura 14

Otra ventaja de utilizar este esquema de pagos consiste en el hecho de que el saldo nominal del crédito no crece desmesuradamente como en el caso de los créditos que se liquidan con el esquema de pagos constantes a valor presente. Simulando un crédito por mil pesos bajo diez mil distintos escenarios de inflación (de acuerdo al Anexo I), a una tasa de interés real del 7.5 por ciento para el primer caso y de 10 por ciento para el segundo, puede observarse que el comportamiento del saldo nominal a lo largo del tiempo resulta aceptable; el Cuadro 6 ilustra los saldos nominales promedio para el final de cada año simulado, mientras que las Figuras 15 y 16 muestran los primeros doscientos cincuenta escenarios comparados con la media, indicada con círculos blancos:

Cuadro 6. Saldo nominal promedio

Año de crédito:

Tasa real	1	2	3	4	5	6	7	8	9
7.5%	1,162	1,378	1,632	1,965	2,289	2,571	2,671	2,525	1,766
10%	1,180	1,406	1,677	1,971	2,280	2,529	2,655	2,483	1,750

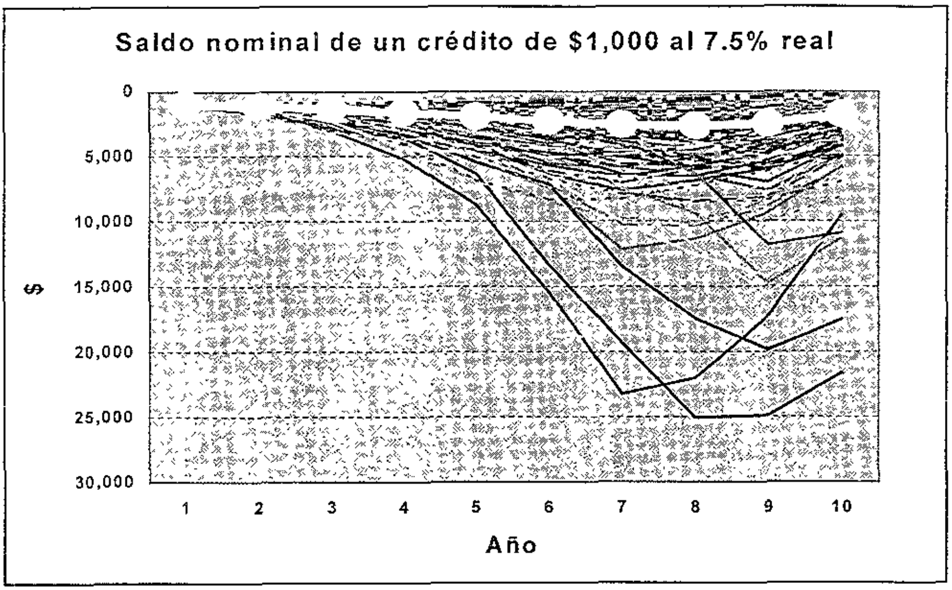


Figura 15

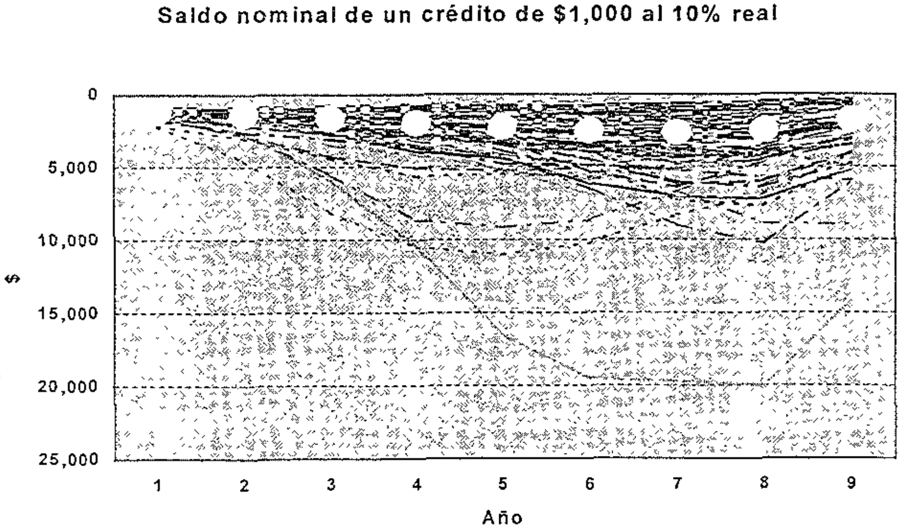


Figura 16

4.2 VARIANTES DE LOS ESQUEMAS DE PAGOS DETERMINADOS EX-ANTE

Cuando se solicita un crédito bancario o bien, cuando se lleva a cabo una reestructuración, es necesario realizar un análisis profundo de la situación macro económica por la que atraviesa el país. En algunas ocasiones, los esquemas de pago descritos en la sección anterior no son suficientemente atractivos para los potenciales usuarios del crédito, debido principalmente a la situación prevaleciente en la economía. En estas condiciones, es pertinente introducir algunas modificaciones a los esquemas de liquidación de créditos descritos anteriormente, y precisamente en este punto se presentan algunas variantes de los mismos, las cuales pueden ser utilizadas en las reestructuraciones de créditos o, en un momento dado, por cualquier usuario del crédito con problemas de liquidez para afrontar sus compromisos. No debe tomarse a la ligera que la falta de liquidez puede afectar a una economía, como sucedió en la mayoría de los países latinoamericanos durante la nombrada "década perdida", debido al fenómeno de la deuda externa.

4.2.1 ESQUEMA DE PAGOS CONSTANTES POR TRAMOS

Al iniciar las operaciones del FICORCA, funcionarios de esta dependencia descubrieron que la fórmula del pago del crédito correspondiente al esquema de pagos constantes a valor presente (4.1.1.1), podía expresarse en términos del saldo insoluto (4.1.1.1'); esta expresión para el desembolso fue muy útil para el desarrollo de los contratos especiales instrumentados por el fideicomiso. Dichos contratos tuvieron su origen ante una latente falta de liquidez de los potenciales acreditados. Algunas empresas que intentaban ingresar al FICORCA, argumentaban que a pesar de que el pago resultante bajo un esquema de pagos constantes a valor presente era reducido, la situación en que se encontraban en ese momento hacía del desembolso referido una cantidad muy elevada para ellos. Esta situación originó que se estudiaran algunas variantes de los esquemas de pagos constantes a valor presente. En particular, se desarrolló una modificación que consiste en reemplazar el plazo del crédito en la expresión (4.1.1.1') por una serie de parámetros, llamados parámetros de escalonamiento. El objetivo de estos era reducir la carga financiera que afrontaban las empresas por concepto del pago periódico, permitiendo que con pocos parámetros se obtuvieran pagos variables en valor presente, pero constantes por tramos. La fórmula que describe el desembolso del acreditado es:

$$P_t = \frac{S_{t-1}(1+i_t)}{k_j - t + 1} \qquad (4.2.1.1)$$

donde los parámetros k_j, $j = 1, \ldots, m$ son los parámetros de escalonamiento. Debe observarse que cuando $m = 1$, es decir, cuando sólo hay un parámetro de escalonamiento, éste debe ser igual al plazo del crédito ($k_1 = n$) y en este caso la fórmula (4.2.1.1) es idéntica a la expresión (4.1.1.1').

La sustitución de (4.1.1.1') por (4.2.1.1) en conjunto con las fórmulas para los intereses devengados (4.1.1.2), la amortización contenida en el pago (4.1.1.3) y el saldo insoluto del crédito en cada periodo (4.1.1.4), describen completamente la modificación al esquema de pagos constantes a valor presente que da lugar al esquema de pagos constantes por tramos; vale la pena recordarlas, por lo que se describen a continuación:

$$I_t = i_t\, S_{t-1}. \qquad (4.1.1.2)$$

$$A_t = P_t - I_t. \qquad (4.1.1\ 3)$$

$$S_t = S_{t-1} - A_t = S_{t-1}(1+i_t) - P_t\,. \qquad (4.1.1.4)$$

La idea utilizada para introducir los contratos especiales del FICORCA fue que algunos parámetros de escalonamiento fueran mayores que el plazo del crédito, a fin de reducir el monto del desembolso del acreditado durante los períodos respectivos, y con ello reducir la carga financiera para el mismo por concepto de pago. En otras palabras, se buscó reducir algunas erogaciones haciéndolas equivalentes a las correspondientes a créditos liquidables a mayor plazo que el pactado ($\boldsymbol{n}$), para posteriormente compensar con erogaciones equivalentes a créditos liquidables a menor plazo y en consecuencia, mayores.

En general, los parámetros de escalonamiento deben de cumplir con dos condiciones: que el último parámetro sea igual al plazo ($\boldsymbol{k_m = n}$) y que si $\boldsymbol{k_j}$ está vigente en el período $\boldsymbol{t}$, entonces $\boldsymbol{k_j > t}$. La primera condición garantiza que el crédito se liquida en el periodo convenido, mientras que las otras condiciones simplemente garantizan que el crédito no se liquide antes de lo pactado. En el Cuadro 7 se presenta la liquidación de un crédito con este esquema.

Cuadro 7. **Crédito liquidado con el esquema de pagos constantes por tramos**

Supuestos	
Principal	1,000
Plazo	10 años
Amortización	10 pagos anuales
Tasa de Inflación	60%
Tasa Real	5%
Tasa Nominal	68.0%
Fecha de Pago de Capital e intereses	al final de cada año
Parámetros de Escalonamiento	k_1=20, años 1 a 5. k_2=10, años 6 a 10.

(A)	(B)	(C)	(D)	(E)	(F)	(G)	(H)
Año (t)	Saldo del Crédito al inicio del año (S_{t-1})	Pago Total del acreditado (P_t)	Intereses devengados en el año (I_t)	Amortización del Período (A_t)	Pago Total en términos reales	Saldo real del crédito al inicio del año	Pago Total a Valor Presente
1	1,000.00	84.00	680.00	-596.00	52.50	1,000.00	50.00
2	1,596.00	141.12	1,085.28	-944.16	55.13	997.50	50.00
3	2,540.16	237.08	1,727.31	-1,490.23	57.88	992.25	50.00
4	4,030.39	398.30	2,740.66	-2,342.37	60.78	983.98	50.00
5	6,372.75	669.14	4,333.47	-3,664.33	63.81	972.41	50.00
6	10,037.09	3,372.46	6,825.22	-3,452.76	201.01	957.21	150.00
7	13,489.84	5,665.73	9,173.09	-3,507.36	211.07	804.06	150.00
8	16,997.20	9,518.43	11,558.10	-2,039.66	221.62	633.20	150.00
9	19,036.87	15,990.97	12,945.07	3,045.90	232.70	443.24	150.00
10	15,990.97	26,864.83	10,873.86	15,990.97	244.33	232.70	150.00

Los pagos periódicos del esquema, medidos a valor presente, se encuentran en la columna (H) del Cuadro 7, donde se puede observar que éstos son constantes por tramos; así, para los periodos entre primero y quinto, el pago medido en valor presente resulta ser de 50 pesos, mientras que para el tramo de períodos sexto al décimo, el desembolso asciende a 150. Esto quiere decir que el acreditado recibe un apoyo durante los primeros cinco años para afrontar su problema de liquidez, a cambio de que compense la reducción del pago en ese período con un incremento en sus pagos correspondientes a los últimos cinco años de vigencia del crédito.

4.2.2 ESQUEMA DE PAGOS CON AMORTIZACIÓN REAL CONSTANTE POR TRAMOS

De igual manera, como se adecuaron los parámetros de escalonamiento a la fórmula que describe al desembolso nominal del esquema de pagos constantes a valor presente, es posible introducir el mismo tipo de parámetros a la expresión que describe la amortización real constante en el esquema de pagos presentado en la sección (4.1.3). Si este es el caso, la fórmula que describiría la amortización con parámetros de escalonamiento sería:

$$A_t = \frac{S_{t-1}(1+\Pi_t)}{k_j - t + 1}, \qquad (4.2.2.1)$$

Este esquema cumple el mismo objetivo que el esquema de pagos constantes por tramos presentado en 4.2.1, es decir, los parámetros de escalonamiento son una herramienta que permite reducir, durante los primeros períodos, la amortización real que paga el acreditado.

En el Cuadro 8 se presenta una simulación de un crédito que se liquida bajo esta modalidad.

Cuadro 8. **Crédito liquidado con amortizaciones reales constantes por tramos.**

Supuestos	
Principal	1,000.00
Plazo	10 años
Amortización	10 pagos anuales
Tasa de Inflación	30%
Tasa Real	3%
Tasa Nominal	33.9%
Fecha de Pago de Capital e intereses	al final de cada año
Parámetros de Escalonamiento	k_1=20, años 1 a 5. k_2=10, años 6 a 10.

(A) Año (t)	(B) Saldo del Crédito al inicio del año (S_{t-1})	(C) Amortización del Período (A_t)	(D) Intereses devengados en el año (I_t)	(E) Pago Total del acreditado (P_t)	(F) Pago Total en términos reales	(G) Saldo real del crédito al inicio del año
1	1,000.00	65.00	39.00	104.00	80.00	1,000.00
2	1,235.00	84.50	48.17	132.67	78.50	950.00
3	1,521.00	109.85	59.32	169.17	77.00	900.00
4	1,867.45	142.81	72.83	215.64	75.50	850.00
5	2,284.88	185.65	89.11	274.76	74.00	800.00
6	2,784.70	724.02	108.60	832.62	172.50	750.00
7	2,896.09	941.23	112.95	1,054.18	168.00	600.00
8	2,823.68	1,223.60	110.12	1,333.72	163.50	450.00
9	2,447.19	1,590.67	95.44	1,686.12	159.00	300.00
10	1,590.67	2,067.88	62.04	2,129.91	154.50	150.00

5. LOS ESQUEMAS DE PAGO EN DIFERENTES ECONOMÍAS

"Muchos de los aspectos más problemáticos de la modernización, son consecuencia de un intento no crítico por aplicar el modelo y la historia de occidente a tradiciones ajenas, con diferentes historias..."

Howard Gardner

En las economías sujetas a aumentos indiscriminados en los precios, la volatilidad de sus respectivos índices macroeconómicos es alta, y por lo tanto, se debe poner atención especial sobre la misma. Los efectos resultantes de inflaciones galopantes afectan en gran manera a los principales participantes en cualquier sistema financiero: inversionistas y acreditados.

Para los inversionistas, la inflación no sólo implica que los precios ascienden, sino también que éstos lo hacen a una velocidad difícil de pronosticar. Lo anterior produce incertidumbre respecto al rendimiento real de las inversiones en instrumentos tales como depósitos bancarios o valores representativos de deuda. Bajo estas circunstancias, los inversionistas colocan sus recursos en los instrumentos referidos solamente si las tasas de interés les parecen suficientemente altas para cubrirlos contra el riesgo de rendimiento real negativo. Esta situación contribuye a incrementar las tasas de interés, al incorporar a las mismas un elemento que podría considerarse una prima de riesgo.

Obviamente el otro lado de la moneda, es decir, el de los usuarios de crédito, sufre repercusiones simultáneas: la prima de riesgo, referida anteriormente, incrementa el nivel de las tasas de interés pagaderas por ellos. En cuanto a la inflación, el problema es aún más grave en lo relativo al servicio de una deuda, básicamente por la amortización acelerada que dicho fenómeno implica. Otro efecto importante de dicha variable se da sobre las tasas de interés, ya que contienen dos componentes: el real y el inflacionario. Este último es el que se paga al acreedor para compensarlo de la pérdida de poder adquisitivo del principal del crédito.

Así, desde el punto de vista de los esquemas para la liquidación de créditos es posible afirmar que la introducción de las unidades de inversión (UDIs) en la economía mexicana significa solamente cambiar de esquemas de pago. Sin embargo. desde otros puntos de vista, por ejemplo del ahorro o la productividad de la economía, la introducción de esta unidad de cuenta tiene implicaciones muy importantes.

La UDI es una unidad de cuenta de valor real constante, en la que se pueden denominar créditos, depósitos y otras operaciones financieras. El día de establecimiento de este mecanismo, se fijó la equivalencia de una UDI por un peso, para, a partir del siguiente, incrementarlo en forma diaria y proporcionalmente a la evolución del INPC. De esta manera, cualquier transacción denominada en UDIs se realiza en pesos, de acuerdo a la equivalencia UDI-pesos de la fecha correspondiente.

En este capítulo se describen algunos resultados interesantes que relacionan a diferentes esquemas de pago en economías con diferentes condiciones macroeconómicas.

5.1 INDIZACIÓN A TASA DE INTERÉS

Supóngase dos economías distintas, denotadas E_1 y E_2 respectivamente. Es posible entonces establecer la equivalencia entre dos esquemas de pagos para la liquidación de un crédito en E_1 y E_2. Las dos economías en estudio cuentan inicialmente con la misma moneda y la misma tasa nominal de interés. Si las autoridades monetarias de la economía E_2 deciden cambiar su moneda, indizándola a la tasa de interés nominal de la economía E_1, al momento de introducir la nueva moneda se fija la paridad uno a uno y en el período número t la paridad de la moneda en la economía E_2 se determina por la siguiente expresión:

$$\$E_2 1 = \$E_1 \prod_{j=1}^{t} (1 + i_j). \qquad (5.1.1)$$

donde $\$E_2 1$ representa una unidad de la moneda de la economía E_2 e i_j son las tasas de interés de la economía E_1. Bajo estas condiciones se tiene que el esquema tradicional de pagos utilizado para liquidar un crédito (descrito por las expresiones 3.1.1 a 3.1.4) a una tasa de interés cero en la economía E_2, produce un flujo de pagos, valuados en pesos de la economía E_2, exactamente igual al flujo de pagos que genera un crédito que se liquida con el esquema de pagos constantes a valor presente (descrito por las fórmulas 4.1.1.1 a 4.1.1.4) en la economía E_1.

Esta afirmación se ilustra en el Cuadro 9, donde se muestra el comportamiento de un crédito en la economía E_2 usando el esquema tradicional. En dicho Cuadro también se presenta la evaluación en términos de la moneda de la economía E_1.

Cuadro 9. Indización a tasa de interés.

Supuestos	
Principal	1,000.0 $\$E_1$
Plazo	10 Años
Pago de Principal	10 cuotas anuales iguales
Tasa de Inflación	60.0% Anual en E_1
Tasa de Interés Real	5.0% Anual en E_1
Tasa de Interés Nominal	68.0% Anual en E_1
Tasa de Interés Nominal	0.0% Anual en E_2
Fecha de pago de capital e intereses	al final de cada año
Valor de $\$E_2$ al inicio del año 1	1.00 $\$E_1$

(A) Año	(B) Tipo de Cambio	(C) Saldo del crédito al inicio del año	(D)	(E) Pago de capital	(F)	(G) Pago de intereses	(H)
	en E_1	en $\$E_2$	en $\$E_1$	en $\$E_2$	en $\$E_1$	en $\$E_2$	en $\$E_1$
1	1.68	**1,000.00**	1,000.00	**100.00**	(512.00)	-	-
2	2.82	**900.00**	1,512.00	**100.00**	(745.92)	-	-
3	4.74	**800.00**	2,257.92	**100.00**	(1,061.22)	-	-
4	7.97	**700.00**	3,319.14	**100.00**	(1,460.42)	-	-
5	13.38	**600.00**	4,779.57	**100.00**	(1,911.83)	-	-
6	22.48	**500.00**	6,691.39	**100.00**	(2,301.84)	-	-
7	37.77	**400.00**	8,993.23	**100.00**	(2,338.24)	-	-
8	63.46	**300.00**	11,331.47	**100.00**	(1,359.78)	-	-
9	106.61	**200.00**	12,691.25	**100.00**	2,030.60	-	-
10	179.10	**100.00**	10,660.65	**100.00**	10,660.65	-	-

Las columnas **(C)** y **(E)** fueron generadas con las fórmulas del esquema tradicional de pagos tomando cero por ciento como tasa de interés nominal de la economía E_2. Al evaluar esas columnas en pesos de E_1, es interesante el hecho de que se transforman en las columnas (B) y (E) que se presentaron en el Cuadro 3 de la sección 4.1.1, el cual presentaba la liquidación de un crédito con el esquema de pagos constantes a valor presente. En otras palabras, para el caso en que las economías bajo estudio sean las mismas, es decir E_2=E_1, el Teorema 2 (enunciado en el Anexo II) presenta las implicaciones que conlleva, en términos de los esquemas de liquidación de los créditos, el cambio de moneda en un país, indizándola a la tasa de interés nominal; sin embargo, la presencia de una tasa de interés nominal igual a cero en una economía implica que el costo del dinero en ella sería nulo, lo cual desde un punto de vista económico conduce a una situación ilógica. Por esta razón, es necesario contar con otras alternativas de indización.

5.2 INDIZACIÓN A INFLACIÓN

Un mecanismo ya utilizado en el pasado por varios países consiste en considerar la misma situación de las economías bajo estudio, pero ahora bajo el supuesto de que las autoridades monetarias de la economía E_2 deciden indizar su nueva moneda a la tasa de inflación de la economía E_1.

Esto quiere decir que al momento de introducir la nueva moneda se fija la paridad uno a uno, y que al final del período número t la paridad de la moneda en la economía E_2 está determinada por la expresión:

$$\$E_2 1 = \$E_1 \prod_{j=1}^{t} (1+\Pi_j)\,. \tag{5.2.1}$$

Bajo estas condiciones, el Teorema 2 puede expresarse de la siguiente forma:

TEOREMA 2'. Considere dos economías E_1 y E_2 respectivamente. Suponga que las autoridades monetarias de la economía E_2 deciden cambiar su moneda, indizándola a la tasa de inflación de la economía E_1. En las condiciones anteriores se tienen los siguientes resultados:

a) La tasa de interés nominal de la economía E_2 corresponde a la tasa de interés real de la economía E_1.

b) El esquema tradicional de pagos utilizado para liquidar un crédito en la economía E_2 produce un flujo de pagos exactamente igual al que genera un esquema que liquida un crédito con amortizaciones reales constantes en la economía E_1, cuando estos flujos son valuados en pesos de la economía E_1.

Para ilustrar las afirmaciones anteriores, se presenta en el Cuadro 10 un ejemplo de un crédito que sigue el esquema tradicional en la economía E_2 (la cual indizó su moneda a la inflación de la otra economía).

Cuadro 10. Indización a inflación

Supuestos	
Principal	1,000 $\$E_1$
Plazo	10 Años
Pago de Principal	10 cuotas anuales iguales
Tasa de Inflación	60.0% Anual en E_1
Tasa de Interés Real	5.0% Anual en E_1
Tasa de Interés Nominal	68.0% Anual en E_1
Tasa de Interés Nominal	5.0% Anual en E_2
Fecha de pago de capital e intereses	al final de cada año
Valor de $\$E_2$ al inicio del año 1	1.00 $\$E_1$

(A) Año	(B) Tipo de Cambio	**(C)** Saldo del crédito al inicio del año	(D)	**(E)** Pago de capital	(F)	**(G)** Pago de intereses	(H)	**(I)** Pago Total	(J)
	en E_1	**en $\$E_2$**	en $\$E_1$	**en $\$E_2$**	en $\$E_1$	**en $\$E_2$**	en $\$E_1$	**en $\$E_2$**	en $\$E_1$
1	1.60	**1,000.00**	1,000.00	**100.00**	160.00	**50.00**	80.00	**150.00**	240.00
2	2.56	**900.00**	1,440 00	**100.00**	256.00	**45.00**	115.20	**145.00**	371 20
3	4.10	**800.00**	2,048.00	**100.00**	409.60	**40.00**	163.84	**140.00**	573.44
4	6.55	**700.00**	2,867.20	**100.00**	655.36	**35.00**	229.38	**135.00**	884.74
5	10 49	**600.00**	3,932.16	**100.00**	1,048 58	**30.00**	314.57	**130.00**	1,363.15
6	16.78	**500.00**	5,242.88	**100.00**	1,677.72	**25.00**	419.43	**125.00**	2,097.15
7	26.84	**400.00**	6,710.89	**100.00**	2,684.35	**20.00**	536.87	**120.00**	3,221.23
8	42 95	**300.00**	8,053.06	**100.00**	4,294.97	**15.00**	644 25	**115.00**	4,939.21
9	68.72	**200.00**	8,589.93	**100.00**	6,871.95	**10.00**	687.19	**110.00**	7,559.14
10	109 95	**100.00**	6,871.95	**100.00**	10,995.12	**5.00**	549.76	**105.00**	11,544.87

Observe que las columnas **(C)**, **(E)**, **(G)** e **(I)** surgen de la aplicación de las fórmulas del esquema tradicional de pagos, tomando como tasa de interés nominal de la economía E_2 la tasa de interés real de la economía E_1. Por otro lado, es posible observar que al evaluar el saldo insoluto, la amortización, los intereses devengados y el pago total en pesos de E_1, se obtienen las columnas (B), (C), (D) y (E) que se presentaron en el Cuadro 5 de la sección 4.1.3.

Para el caso en que las economías bajo estudio sean las mismas, es decir $E_1 = E_2$, el Teorema 2 presenta las implicaciones que conlleva, en términos de los esquemas de liquidación de los créditos, el cambio de moneda en un país, o bien la introducción de una unidad de cuenta indizada a la inflación (como lo hicieron las autoridades monetarias de la economía chilena en la década de los sesenta, la de la economía colombiana en los ochenta y las de la economía mexicana en abril de 1995).

Es claro que la introducción de la UDI en México presenta dos ventajas importantes:

- El capital de las inversiones (créditos) que se constituyan en instrumentos denominados en UDIs mantiene su valor real. En consecuencia, la inflación no es un factor externo que afecte al mismo.
- Toda vez que los intereses se calculan a la tasa real positiva que se estipula de antemano y se determinan en UDIs, dichos intereses tampoco se ven expuestos al riesgo de pérdida de valor real.

Ahora bien, en el caso particular de un crédito hipotecario, es sumamente importante establecer el rezago existente entre la variación porcentual periódica que experimenta el ingreso del acreditado y el incremento del INPC (y en consecuencia, del valor de 1 UDI). Si el ingreso crece a la par o sobre la inflación, el acreditado cumplirá sin problemas con el compromiso que representa una hipoteca, sin embargo, si su ingreso disminuye en términos reales, es probable que caiga en cartera vencida, y en el peor de los casos, que decida no pagar más. A continuación se describen dos tipos de hipoteca y posteriormente se presenta el análisis realizado sobre una hipoteca en UDIs, tomando en cuenta el comportamiento del ingreso del acreditado a través del tiempo.

5.3 HIPOTECAS EN UDIs

Cualquier crédito en UDIs, en particular una hipoteca. pueden modelarse bajo el esquema tradicional, en virtud de que las unidades de inversión conservan su poder adquisitivo, lo que impide que se presente amortización acelerada. De hecho, en el capítulo cuarto se presentó el esquema de pagos con amortizaciones reales constantes, en el cual la amortización conserva en todo momento su poder adquisitivo. Dicho de otra forma, es equivalente trabajar con UDIs o bien, actualizar el valor de las cantidades correspondientes con el incremento inflacionario. De cualquier manera, las condiciones y expectativas de cada individuo son diferentes, por lo que habrá quien prefiera enfrentar pagos iguales (en UDIs) durante toda la vida de un crédito, mientras que habrá quien opte por contratar algún crédito cuyos pagos (en UDIs) disminuyan mes con mes. Por ejemplo, si una persona considera que el incremento en su ingreso no está relacionado en forma directamente proporcional con la inflación, se inclinará por la segunda alternativa, con el fin de que sus pagos decrecientes en UDIs probablemente se mantengan estables (no constantes) en pesos nominales. En este caso se trata de un crédito en UDIs bajo el esquema tradicional.

5.3.1 HIPOTECA EN UDIs BAJO EL ESQUEMA TRADICIONAL

Este esquema fue descrito en la sección 3.1, pero vale la pena enunciarlo nuevamente:

$$I_t = i_t S_{t-1}. \tag{3.1.1}$$

$$A_t = \frac{S_0}{n} \tag{3.1.2}$$

$$P_t = I_t + A_t. \tag{3.1.3}$$

$$S_t = S_{t-1} - A_t. \tag{3.1.4}$$

La diferencia radica en que $\mathbf{I_t}$, $\mathbf{A_t}$, $\mathbf{P_t}$ y $\mathbf{S_t}$, para todo **t**, se calculan y expresan en UDIs. A continuación se ilustra en la Figura 17 el comportamiento de un crédito por 100,000 UDIs a una tasa de interés real de 5% con pagos durante treinta años y un escenario inflacionario de acuerdo al Anexo I. Se puede observar que la amortización es constante (3,333.33 UDIs al año), mientras que el pago del acreditado y el monto de intereses disminuye con el paso del tiempo, todo esto, medido en unidades de inversión. Al medir en pesos nominales, destaca el hecho de que tanto intereses como amortización y pago crecen en forma exponencial, aunque los intereses se decrementan casi al final del plazo en virtud de que el saldo insoluto disminuye. En términos generales se espera que, aunque el ingreso del acreditado no varíe proporcionalmente con la inflación, si lo haga lo suficiente para cubrir los pagos.

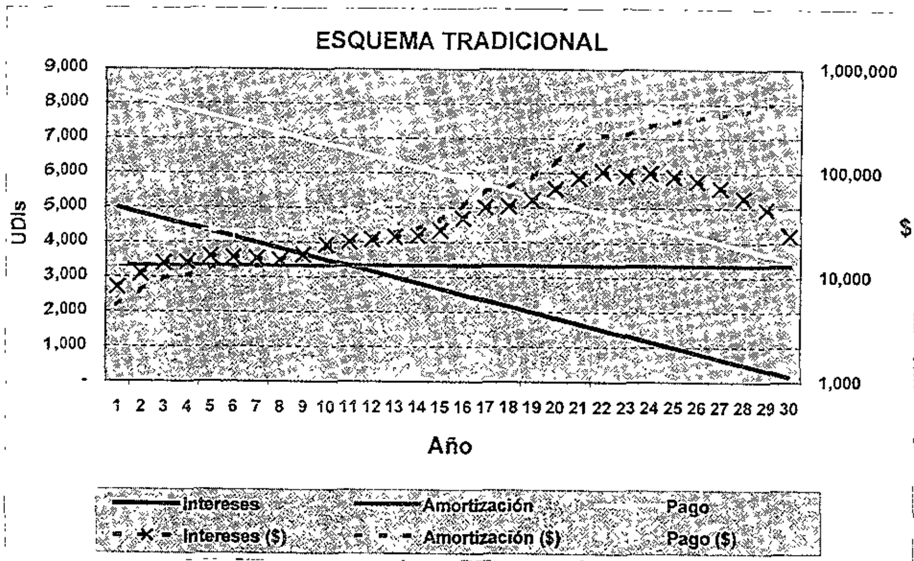


Figura 17

5.3.2 HIPOTECA EN UDIs BAJO EL ESQUEMA DE PAGOS CONSTANTES

Cuando en un crédito se establece que todos los pagos por parte del acreditado tienen el mismo valor **P**, que se efectuarán con la misma periodicidad y que la tasa de interés aplicable en cada intervalo de tiempo es la misma durante todo el plazo, entonces puede calcularse como una anualidad cierta de ***n*** pagos de valor ***P*** a una tasa de interés ***r***, donde ***r*** es la tasa real de interés. Es claro que el saldo inicial es el monto financiado, y también que éste debe ser equivalente a la suma del valor presente de todos los pagos. Analíticamente:

$$S_0 = \sum_{j=1}^{n} \frac{P}{(1+r)^j}$$

$$= P\sum_{j=1}^{n}(1+r)^{-j}$$

$$= P\frac{1-(1+r)^{-j}}{1-(1+r)}$$

$$= P\frac{1-(1+r)^{-j}}{r}$$

$$= Pa_{n\urcorner r}$$

Entonces, el esquema de pagos queda definido como se indica enseguida:

$$P = \frac{S_0}{a_{n\urcorner r}} \tag{5.3.2.1}$$

$$A_t = P(1+r)^{-(n-t+1)} \tag{5.3.2.2}$$

$$I_t = P - A_t \tag{5.3.2.3}$$

$$S_t = S_{t-1} - A_t \tag{5.3.2.4}$$

Utilizando los mismos datos de crédito del ejemplo anterior, se llega a lo siguiente:

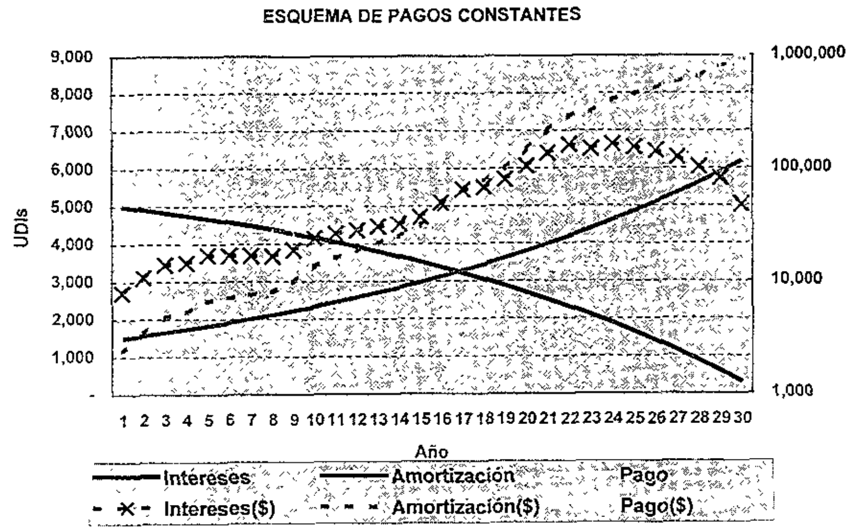


Figura 18

Nuevamente se observa el comportamiento exponencial en los conceptos medidos en pesos nominales, aunque es claro que, en este caso, el pago alcanza mayores proporciones al final, en virtud de que al inicio es menor que cuando se calcula con amortización constante. Visto en UDIs, el pago por parte del acreditado se mantiene constante todo el tiempo (6,505.14 UDIs al año), mientras que el monto destinado a amortizar el principal crece.

La Figura 19 muestra el comportamiento del saldo en ambos esquemas. Claramente se observa que en la hipoteca con amortizaciones constantes el saldo en UDIs decrece linealmente, mientras que en la de pagos constantes, el saldo en pesos implica mayor refinanciamiento de intereses.

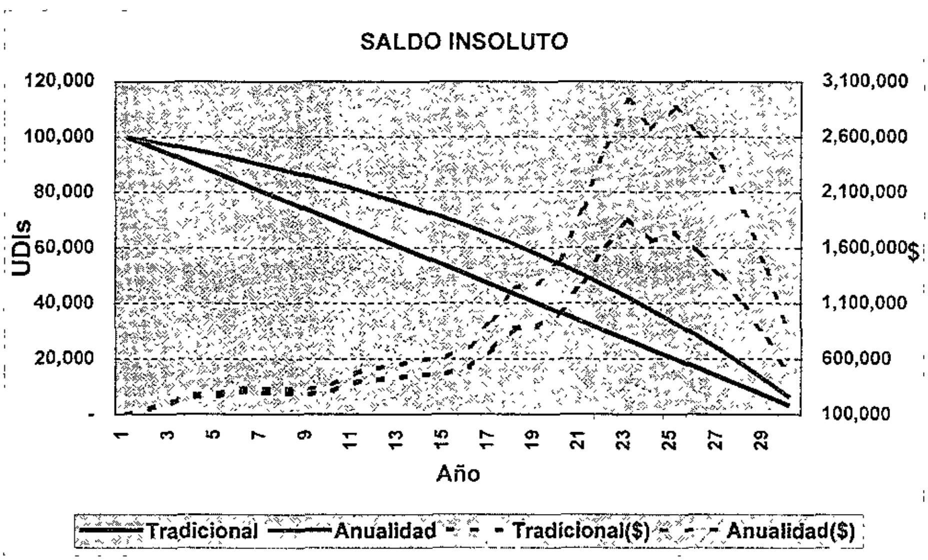


Figura 19

El principal punto a cuidar al momento de seleccionar alguno de estos dos esquemas reside en las expectativas de crecimiento salarial que tenga el sujeto de crédito.

5.4 DETERMINACIÓN DE LA HIPOTECA ADECUADA

Como se mencionó en las dos secciones anteriores, la determinación de un esquema de pagos para una hipoteca en UDIs depende en gran manera en el comportamiento futuro del ingreso del solicitante de crédito. Esto sucede porque, de alguna manera, el otorgante debe protegerse contra el riesgo de suspensión temporal o definitiva de erogaciones a cargo del acreditado. Con fines meramente ilustrativos se determinó que el ingreso de cualquier individuo tiene tres posibilidades durante su vida laboral: disminuir, mantenerse o aumentar en términos reales. El porcentaje de la población económicamente activa correspondiente a cada una de las clasificaciones mencionadas está fuera del objetivo de este estudio, por lo que tan sólo se presentan resultados individuales para cada caso. Así, en el escenario pesimista se supuso que el ingreso se decrementa linealmente a lo largo de treinta años hasta acumular –70%, el neutral se mantiene constante durante el mismo período y el optimista crece hasta acumular 150%. Obviamente en el caso de los dos últimos se presenta decremento mensual durante once períodos, y en el duodécimo se presenta incremento salarial que permite mantener las condiciones iniciales.

En la Figura 20 se describe la variación en el cociente pago/ingreso bajo el escenario pesimista para ambos tipos de hipoteca.

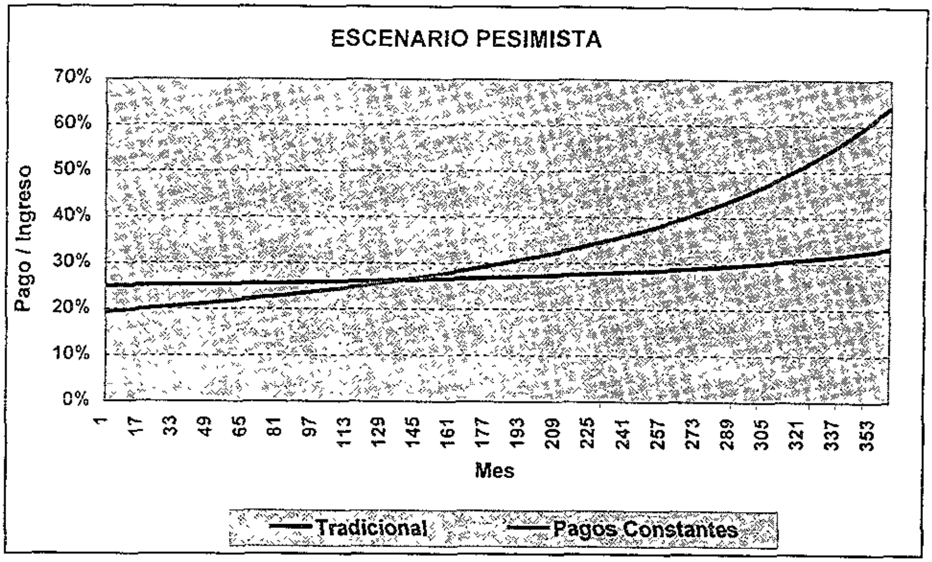


Figura 20

Claramente, bajo expectativas de variación en el ingreso similares a las contempladas en este escenario, el esquema de pagos constantes implica un riesgo elevado; los pagos, al paso del tiempo, pasan de representar un 20% del ingreso hasta poco más del 60%. Al inicio del crédito parecería más atractivo, dado que el pago inicial es menor. En contraste con lo anterior, bajo el esquema tradicional los pagos representarán durante todo el tiempo un porcentaje que, si bien se incrementa, puede manejarse; de hecho, cuando ha transcurrido la tercera parte del plazo, el riesgo de mora o de incumplimiento definitivo por parte del acreditado disminuye, en virtud de que los primeros años suelen ser los más difíciles.

Bajo el escenario neutral, como se observa en la Figura 21, el cociente pago/salario en el esquema tradicional disminuye paulatinamente, con la desventaja de que durante el primer tercio del plazo es mayor que en el esquema de pagos constantes.

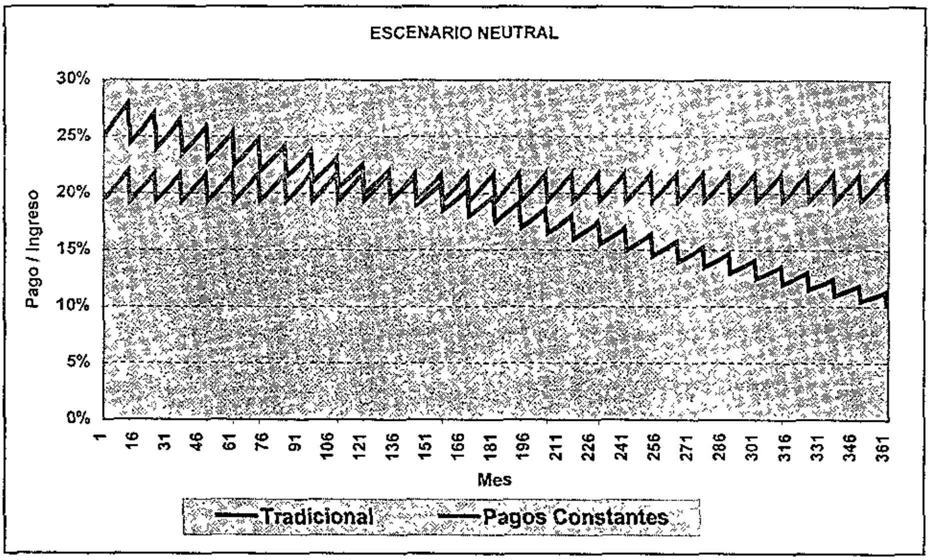


Figura 21

Si se espera que el acreditado mantenga constante el poder adquisitivo de su ingreso durante un largo periodo, el esquema de pagos constantes es la mejor alternativa, ya que desembolsará menos que bajo el esquema tradicional durante los años iniciales, durante los cuales se espera que se prepare para las obligaciones futuras.

Por último, la Figura 22 ilustra el resultado obtenido bajo el escenario optimista. Es claro que la diferencia es pequeña, por lo que se puede afirmar que la selección de esquema cuando se tienen expectativas favorables es irrelevante.

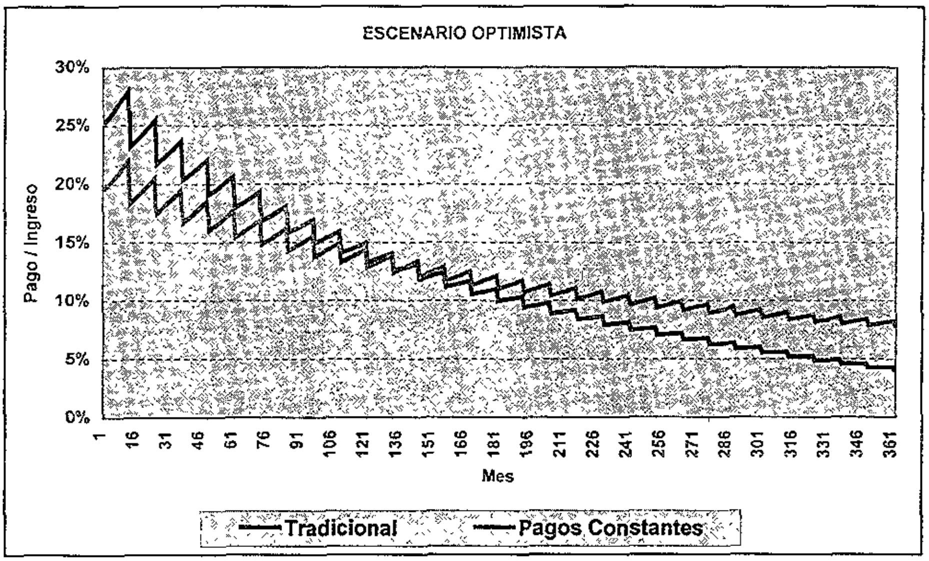


Figura 22

Hasta este punto se podría determinar que la operación de créditos en México está resuelta, sin embargo esta afirmación no se acerca nada a la realidad. Durante 1995 y 1996 se reestructuró en UDIs una cantidad importante de créditos, siendo los hipotecarios los que nuevamente se encuentran en problemas. Por otro lado, la demanda de vivienda es muy alta, y difícilmente será satisfecha a menos que se ofrezcan más alternativas. En el siguiente capítulo se presenta una propuesta para combatir ese déficit.

6. EL ESQUEMA DE COBERTURA

"Entre las dificultades se esconde la oportunidad"

Albert Einstein

Como se ha mencionado a lo largo de este trabajo, la procuración de mecanismos que faciliten el acceso a una casa-habitación constituye una tarea social que debe resolverse a corto plazo, ya que actualmente el mercado potencial de vivienda urbana es superior a seiscientas mil unidades nuevas por año, cifra a la que hay que agregar un monto similar de créditos para operaciones de compraventa de vivienda usada. Esta demanda se satisface tan sólo en una quinta parte, dado que los recursos destinados para ello por parte del sistema financiero son insuficientes. Los principales motivos de lo anterior surgen, entre otras cosas, del alto nivel de las tasas reales de interés y su implicación directa en el elevado factor pago/crédito que deprime la demanda efectiva; de la falta de suelo urbano a precios accesibles, con lo que se limita la oferta efectiva de vivienda; y por último, del desinterés y la falta de capacidad operativa de la banca para atender a la población de bajos ingresos.

A raíz de lo anterior, en 1993 la Secretaría de Hacienda y Crédito Público autorizó la constitución de sociedades financieras de objeto limitado (SOFOLES), algunas de las cuales se enfocan al ramo hipotecario; a partir de su inicio y al contrario de lo sucedido con la banca, estas entidades presentan una cartera vencida muy baja, debido principalmente a la eficiente administración de cobranza que realizan. Desgraciadamente, la dinámica de crecimiento que experimentan podría no mantener ese ritmo, porque estarían circunscritos a una mayor necesidad de capital, que de no incrementarse, acercaría vertiginosamente a dichas instituciones al límite máximo del monto financiable. Dicho límite está fijado en función de los recursos que las SOFOLES puedan obtener de fondeo distinto a la captación de depósitos por parte del público inversionista, por lo que ante la falta de recursos disponibles en México, una alternativa es bursatilizar la cartera de créditos, con lo que se desarrollaría un mercado secundario de instrumentos a largo plazo, que a su vez, cubriría las crecientes necesidades de las sociedades de inversión para fondos de retiro (SIEFORES) y las compañías de pensiones en cuanto a papel calificado se refiere, evitando que éstas últimas inviertan en títulos extranjeros, y en consecuencia, fomentando que el ahorro interno acumulado permanezca en el país. Asimismo, surgiría una oferta mayor de crédito en beneficio de un sector más amplio de población, reduciendo el costo de los financiamientos e incrementando el número de casas construidas y los empleos generados.

6.1 ¿ES POSIBLE BURSATILIZAR HIPOTECAS EN MÉXICO?

De acuerdo con lo establecido en la sección anterior, para bursatilizar créditos hipotecarios es necesario crear un mercado secundario en el que se negocie el derecho a ser acreedor de una canasta de los mismos; la operación y el funcionamiento de dicho mercado son, idealmente, procesos relativamente sencillos, pero no así su implementación. Por un lado los acreditados pagarían mes con mes la erogación correspondiente; por el otro, un intermediario (que recibiría cierta comisión) captaría estos pagos y los transferiría a los inversionistas, quienes al asumir tanto el riesgo por incumplimiento de los deudores como el que implican las fluctuaciones en las tasas de interés, buscarían rendimientos superiores a la tasa libre de riesgo disponible en el mercado y más aún, en términos reales. La implementación en cambio, requiere de la realización de ciertas adaptaciones a los esquemas existentes.

Las hipotecas que actualmente predominan en el mercado son de dos tipos:

- Hipotecas con pagos indizados a inflación, que se calculan en UDIs, y por lo tanto pueden respaldar un activo que ofrezca rendimientos reales, pero que a la vez implican un riesgo de incumplimiento elevado, en virtud de que los ingresos de las personas no crecen al ritmo de la variación del INPC. La descripción de esta hipoteca se hizo en (5.3.2).
- Hipotecas con pagos indizados al salario mínimo (descrita en (4.1.2)), que aunque devengan intereses a una tasa real, el índice de los pagos va disminuyendo en términos reales al paso del tiempo, lo que implicaría un activo con rendimiento bajo pues la tasa está necesariamente limitada en función del

plazo máximo de amortización. El riesgo de incumplimiento disminuye, porque el ingreso del acreditado casi siempre será suficiente para cubrir los pasivos respectivos.

Así, el inicio de un programa de emisión de activos respaldados por hipotecas bajo las condiciones actuales es prácticamente imposible pues, con base en la experiencia histórica sobre el rezago al que ha sido sometido el crecimiento del salario mínimo durante los últimos veinticinco años, el índice a inflación implica un riesgo muy alto al que no habrá tasa que compense, y por otro lado, el índice a salario contempla un rendimiento muy bajo aún cuando el riesgo es mínimo. En la Figura 23 se puede observar la variación porcentual real que ha experimentado el salario mínimo cada año, mientras que en la Figura 24 se ilustra la pérdida acumulada:

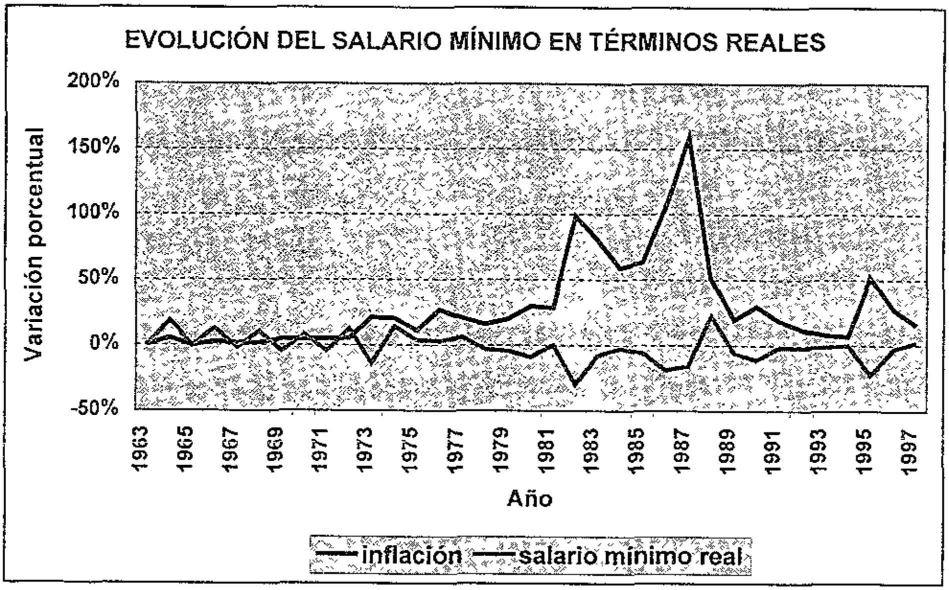


Figura 23
Fuente: Elaboración propia con datos del Banco de México

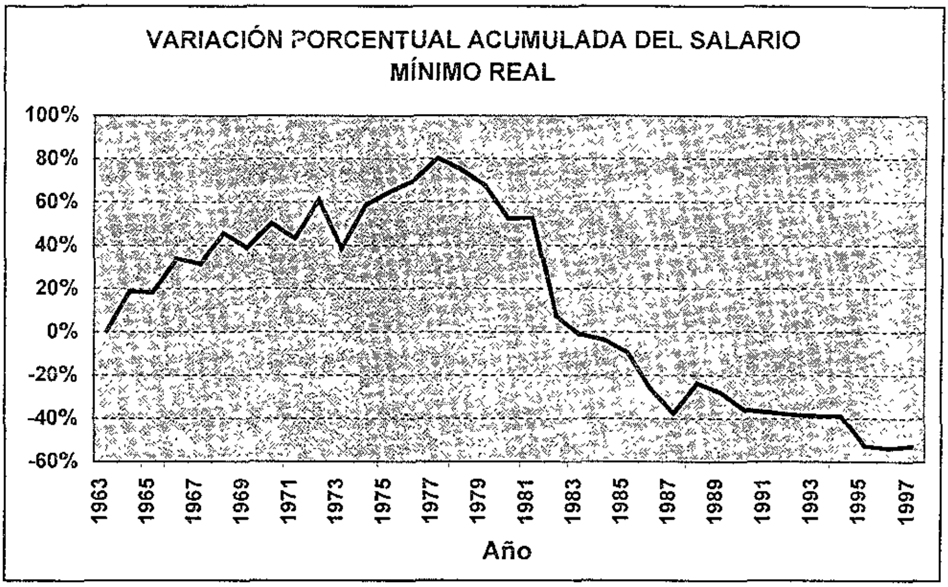
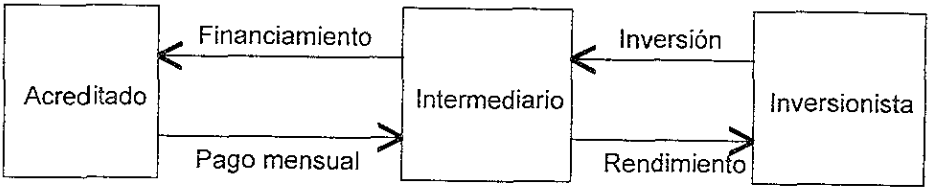


Figura 24

Fuente: Elaboración propia con datos del Banco de México

6.2 COBERTURA DEL DIFERENCIAL INFLACIÓN-SALARIO: UNA ALTERNATIVA

Lo más deseable para los contratantes de créditos hipotecarios es contar con esquemas que siempre les permitan hacer frente a las obligaciones correspondientes, mientras que para los inversionistas, el objetivo principal es encontrar instrumentos que garanticen que el rendimiento sea superior a la inflación. El acoplamiento de ambos requerimientos se puede realizar a través de un *swap*, con el fin de permitir que los acreditados paguen bajo un índice de salario y los inversionistas cobren acorde a un índice de inflación. El siguiente diagrama aborda este planteamiento, donde las flechas ilustran los flujos de efectivo:



De esta manera, el inversionista comprará bonos a través de un intermediario, el cual a su vez canalizará los recursos obtenidos hacia el financiamiento hipotecario; posteriormente el contratante de crédito realizará pagos (indizados a salario) al intermediario, ante quien el inversionista cobrará el rendimiento respectivo (indizado a inflación). Es evidente que existe un diferencial, ya que los pagos en salarios generalmente son menores a los pagos en UDIs; para enfrentar este problema, se propone destinar una porción del pago total a un fideicomiso encargado de administrar e invertir dicha cantidad de forma que sea suficiente para cubrir el diferencial entre los distintos índices. A manera de ejemplo se analiza el k-ésimo mes:

El acreditado realiza un pago indizado a salario equivalente a P_k, donde, de acuerdo a la fórmula (4.1.2.1), $P_k = P_{k-1}(1+s_k)$; ahora bien, la necesidad del intermediario es contar con un pago equivalente a **P'**, donde **P'** es el pago de la fórmula (5.3.2.1), por lo que si $P_k<P'$, entonces **P'** - P_k deberá ser cubierto ya sea por el monto obtenido por concepto de prima de swap o bien, por el acumulado existente en el fideicomiso. En la siguiente sección se describe un esquema que contempla la mecánica antes descrita.

6.3 ESQUEMA DE COBERTURA

Para simplificar la exposición del esquema de cobertura, las fórmulas expresadas implican montos en UDIs.

Sean:

$P_t^{(w)}$ = Pago indizado al salario mínimo

$P^{(\Pi)}$ = Pago total en UDIs

$P^{(S)}$ = Pago por prima de cobertura

$P^{(C)}$ = Pago por comisiones de intermediación

$P^{(H)}$ = Pago para servicio de hipoteca

I_t = Intereses devengados

A_t = Amortización

S_t = Saldo insoluto

d_t = Diferencial de pagos

r = Tasa real de la hipoteca

w_t = Variación porcentual real del salario mínimo

$S_t^{(FID)}$ = Saldo en el fideicomiso administrador del swap

$I_t^{(FID)}$ = Intereses sobre $S_t^{(FID)}$

Entonces,

$$P_t^{(w)} = P^{(\Pi)} \prod_{j=1}^{t} (1+w_j) = P_{t-1}^{(w)}(1+w_t) \quad (6.3.1)$$

$$P^{(\Pi)} = P^{(S)} + P^{(C)} + P^{(H)} \quad (6.3.2)$$

$$P^{(H)} = \frac{S_0}{a_{\overline{n}|r}} \quad (6.3.3)$$

$$I_t = rS_{t-1} \quad (6.3.4)$$

$$A_t = P^{(H)} - I_t \quad (6.3.5)$$

$$S_t = S_{t-1} - A_t \tag{6.3.6}$$

$$d_t = P^{(\Pi)} - P_t^{(w)} \tag{6.3.7}$$

$$S_t^{(FID)} = S_{t-1}^{(FID)} + P^{(S)} + I_t^{(FID)} - d_t \tag{6.3.8}$$

$$I_t^{(FID)} = rS_{t-1}^{(FID)} \tag{6.3.9}$$

Así, de acuerdo con la fórmula (6.3.1), el pago total realizado por el acreditado se actualiza en función de la variación porcentual real del salario mínimo.

El pago total indizado a inflación, descrito en (6.3.2), permanece constante al igual que los tres elementos que lo componen: la prima por cobertura, las comisiones por intermediación y el pago para servicio de la hipoteca. En particular, los dos últimos no representan problemas, pues a través de (6.3.3) se puede afirmar que la erogación referente a la deuda está en función de la tasa de interés (determinada al inicio del crédito), mientras que las comisiones ($P^{(C)}$) pueden ser establecidas de acuerdo a las expectativas económicas prevalecientes en el momento de hacerlo (el método consiste en fijar el valor actual esperado del flujo de comisiones y entonces calcular el pago mensual constante respectivo, es decir, $P^{(C)}$). De esta manera, el siguiente paso consiste en estimar el valor de $P^{(S)}$ de forma tal que sea suficiente para cubrir los diferenciales de pagos.

6.3.1 CÁLCULO DE LA PRIMA POR COBERTURA

Para obtener el valor de $P^{(S)}$ es necesario cumplir con las siguientes condiciones.

i) Los flujos que genere la prima por cobertura deben ser suficientes para acumular en el fideicomiso administrador un monto capaz de cubrir los diferenciales de pago en cada período.

ii) La tasa de interés a la que se invertirán los recursos que compongan el fideicomiso deberá ser igual a la tasa del crédito.

Sea $\mathbf{f_t}$ el flujo final destinado al fideicomiso correspondiente al **t**-ésimo mes; es claro que el valor actual neto (VAN) de la serie formada con cada $\mathbf{f_t}$, descontado a la tasa interna de retorno (TIR), es igual a cero, es decir, $\sum_{t=1}^{n} f_t(1+\mathrm{TIR})^{-t} = 0$.

De esta forma, si el saldo del fideicomiso se invierte a la tasa interna de retorno se garantiza la suficiencia del mismo, con lo que se cumple con la primera condición.

Por otro lado, para cumplir con (ii) se debe establecer la equivalencia entre la tasa del crédito y la **TIR**, es decir, **r** = **TIR**.

Así,

$$\sum_{t=1}^{n} f_t(1+\mathrm{TIR})^{-t} = \sum_{t=1}^{n} f_t(1+r)^{-t} = 0.$$

Por otro lado,

$$\begin{aligned} f_t &= P^{(S)} - d_t \\ &= P^{(S)} - \left(P^{(n)} - P_t^{(w)}\right) \\ &= P^{(S)} - P^{(n)} + P_t^{(w)} \end{aligned}$$

Entonces,

$$\sum_{t=1}^{n}\left[P^{(s)}-P^{(n)}+P_t^{(w)}\right](1+r)^{-t}=0$$

$$\Rightarrow \sum_{t=1}^{n}\left[\left(P^{(s)}-P^{(n)}\right)(1+r)^{-t}+P_t^{(w)}(1+r)^{-t}\right]=0$$

$$\Rightarrow \sum_{t=1}^{n}\left[\left(P^{(s)}-P^{(n)}\right)(1+r)^{-t}\right]+\sum_{t=1}^{n}\left[P_t^{(w)}(1+r)^{-t}\right]=0$$

$$\Rightarrow \left(P^{(s)}-P^{(n)}\right)\sum_{t=1}^{n}(1+r)^{-t}+\sum_{t=1}^{n}P_t^{(w)}(1+r)^{-t}=0$$

$$\Rightarrow \left(P^{(s)}-P^{(n)}\right)a_{\overline{n}|r}+\sum_{t=1}^{n}P_t^{(w)}(1+r)^{-t}=0$$

$$\Rightarrow P^{(s)}-P^{(n)}=-\frac{\sum_{t=1}^{n}P_t^{(w)}(1+r)^{-t}}{a_{\overline{n}|r}}$$

$$\Rightarrow P^{(s)}=P^{(n)}-\frac{\sum_{t=1}^{n}P_t^{(w)}(1+r)^{-t}}{a_{\overline{n}|r}} \qquad (6.3.1.1)$$

6.4 EVALUACIÓN DEL ESQUEMA DE COBERTURA

Con el fin de ilustrar el esquema de cobertura, a continuación se presenta un ejercicio que utiliza los supuestos determinados por el FOVI, es decir, tasa de interés real igual a 7% anual y pago de comisiones por intermediación (**$P^{(C)}$**) igual a 2.6885 UDIs por cada mil de crédito. De esta forma, **r** = 0.5833% (donde r es una tasa efectiva mensual), **n** = 360 (es decir, treinta años) y en consecuencia, **$P^{(H)}$** = 6.6530 UDIs por cada mil del saldo inicial. Establecido lo anterior y de acuerdo con (6.3.2) y (6.3.1.1), se llega a lo siguiente:

$$P^{(\Pi)} = P^{(S)} + 9.3415 \qquad (6.4.1)$$

$$P^{(S)} = P^{(\Pi)} - \frac{\sum_{t=1}^{360} P_t^{(w)}(1.005833)^{-t}}{150.3076} \qquad (6.4.2)$$

De esta forma, aplicando cada valor de w_t es posible establecer los valores de $P^{(\Pi)}$ y $P^{(S)}$ correspondientes a cada escenario de salario; el proceso para hacerlo parte de la ecuación (6.3.2):

Sea $k_1 = P^{(H)} + P^{(C)}$

Entonces,

$$P^{(\Pi)} = P^{(S)} + k_1 \qquad (6.4.3)$$

Por otro lado, sustituyendo (6.3.1) en (6.3.1.1), se tiene que:

$$P^{(S)} = P^{(\Pi)} - \frac{\sum_{t=1}^{n} P^{(\Pi)} \prod_{j=1}^{t} (1+w_j)(1+r)^{-t}}{a_{\overline{n}|r}}$$

$$= P^{(\Pi)} - \frac{P^{(\Pi)} \sum_{t=1}^{n} \prod_{j=1}^{t} (1+w_j)(1+r)^{-t}}{a_{\overline{n}|r}}$$

$$= P^{(\Pi)} \left[1 - \frac{\sum_{t=1}^{n} \prod_{j=1}^{t} (1+w_j)(1+r)^{-t}}{a_{\overline{n}|r}} \right]$$

Para facilitar la manipulación del término entre corchetes, se puede representar el valor del cociente como una constante:

Sea $k_2 = \dfrac{\sum_{t=1}^{n}\prod_{j=1}^{t}(1+w_j)(1+r)^{-t}}{a_{\overline{n}|r}}$

Entonces,

$$P^{(s)} = P^{(n)}(1-k_2) \qquad (6.4.4)$$

Así, las expresiones (6.4.3) y (6.4.4) representan un sistema de ecuaciones de fácil solución; despejando $P^{(n)}$ en (6.4.4) y sustituyendo el resultado en (6.3.3) se llega a la siguiente igualdad:

$$P^{(s)} + k_1 = \frac{P^{(s)}}{1-k_2}$$

Despejando, el valor resultante del pago por prima de cobertura expresado en términos de k_1 y k_2 es:

$$P^{(s)} = \frac{k_1(1-k_2)}{k_2} \qquad (6.4.5)$$

Al sustituir (6.4.5) en (6.4.3) se obtiene el valor del pago total, expresado en términos de k_1 y k_2:

$$P^{(n)} = \frac{k_1}{k_2}$$

Nuevamente, utilizando los supuestos del Anexo I para simular 10,000 escenarios diferentes con la técnica de Montecarlo (y en consecuencia 10,000 valores diferentes para k_2), se concluye que en promedio se requiere de un pago mensual $P^{(s)}$ de 3.50 UDIs por cada millar financiado, que es la media de la distribución ilustrada en la Figura 25, con lo que el pago mensual total $P^{(n)}$ es de 12.8415 por cada mil UDIs del saldo inicial y el fideicomiso es suficiente para cubrir los diferenciales entre inflación y variación real del salario mínimo.

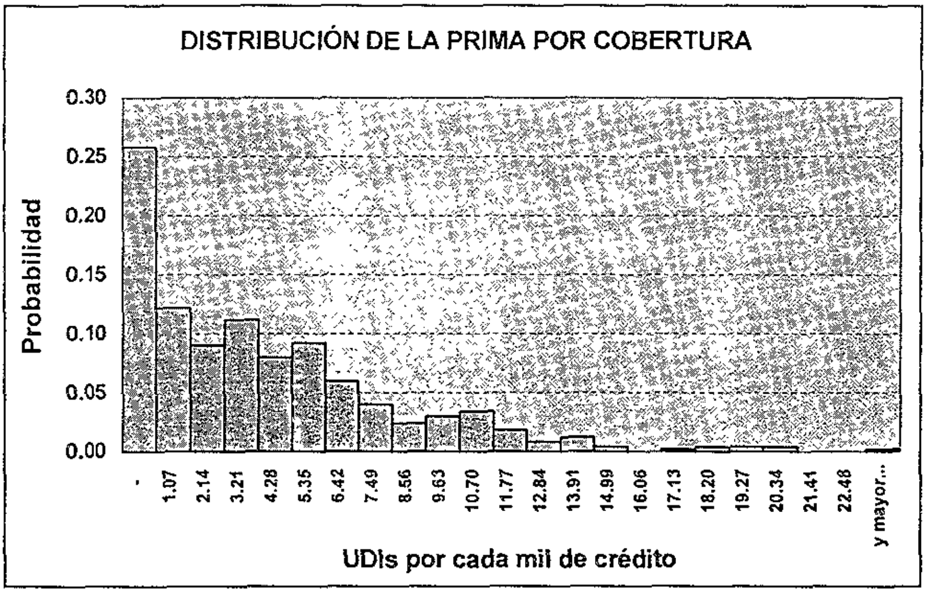


Figura 25

Estadística descriptiva.

Variable: Prima por cobertura

Estadística	Valor
Escenarios	10,000
Media	3.50
Mediana	2.39
Moda	-
Desviación estándar	4.00
Varianza	15.97
Sesgo	1.57
Curtosis	2.94
Mínimo	0.00
Máximo	23.55
Ancho	23.55
Error medio std.	0.18

6.5 ALCANCE DEL ESQUEMA DE COBERTURA

Al ajustar la prima por cobertura de manera que el fideicomiso sea suficiente para cualquier escenario posible, se corre el riesgo de elevar el pago total a niveles que desplacen el mercado objetivo original, alejando a las personas de más bajos ingresos de la posibilidad de obtener financiamiento. Dicho de otra manera, si el pago total equivale a 10.30 UDIs por cada mil de crédito (que es el nivel adecuado para atender a un amplio sector del mercado objetivo de FOVI e implica $P^{(s)}$=0.9585), entonces se atenderá a población que perciba ingresos mensuales de por lo menos 6.5 veces el salario mínimo mensual vigente; ahora bien, si se ajusta la prima por cobertura, entonces el pago total equivale a 12.8415 UDIs por cada mil financiadas, con lo que el ingreso mensual requerido asciende a 8.35 veces el salario mínimo mensual.

Existen entonces dos alternativas: ajustar la prima por cobertura para garantizar la suficiencia del fideicomiso o bien, asumir el subsidio que implica manejar una prima subvaluada. Para efecto de conocer el alcance de la pérdida probable en caso de optar por el segundo caso, se desarrolló una simulación con la técnica de Montecarlo, observando la variable obtenida de dividir el valor presente del saldo final del fideicomiso entre el monto financiado. A continuación se ilustran los resultados.

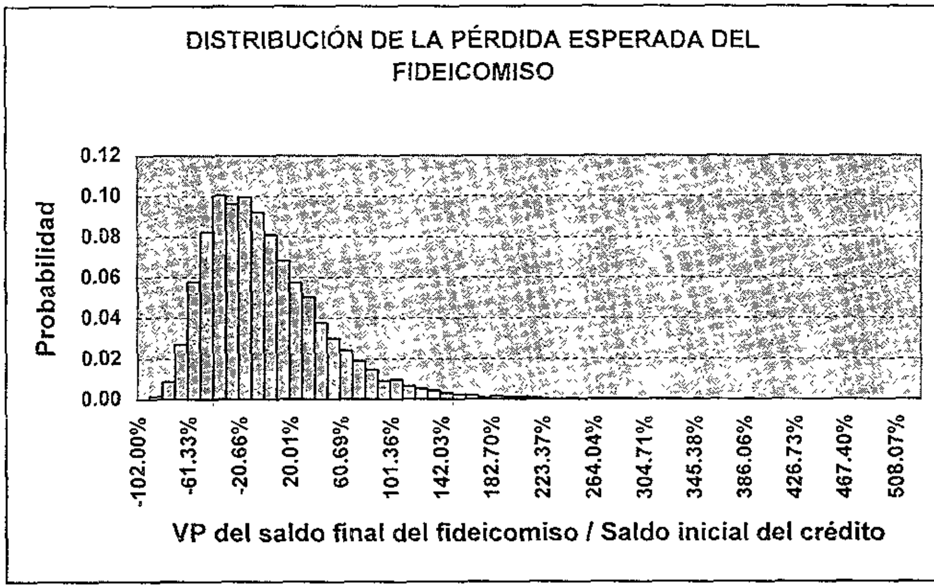


Figura 26

Estadística descriptiva.

Variable: Subsidio

Estadística	**Valor**
Escenarios	10,000
Media	-8.63%
Mediana	-17.92%
Moda	-
Desviación estándar	49.66%
Varianza	24.66%
Sesgo	1.59
Curtosis	8.44
Mínimo	-101.68%
Máximo	508.39%
Ancho	610 07%
Error medio std.	0.50%

De esta manera, el hecho de mantener las condiciones que permitan el acceso al crédito a un mayor número de personas implica un subsidio de 8.63% sobre el monto total financiado. Es evidente que esta situación no es la mejor, y en un momento dado, se puede ajustar la prima por cobertura en forma parcial sin desplazar por completo a los estratos de menores ingresos y reduciendo dicha pérdida, mas no eliminándola, ya que el hecho de subsidiar el financiamiento hipotecario bajo este esquema permite bursatilizar la cartera respectiva, con lo que se producen ciertos beneficios:

- La emisión de valores gubernamentales orientados a financiar vivienda permite la captación de recursos del público inversionista a través del mercado de dinero.
- La oferta general de crédito hipotecario se incrementa porque se constituye un puente a través del que fluyen los recursos desde el mercado de valores hacia el mercado hipotecario.
- Los intermediarios financieros obtienen liquidez mientras el mercado de valores se enriquece con emisiones seguras a largo plazo.
- Se reactiva la industria de la construcción, con lo que se generan empleos y se ataca el problema de vivienda en las mayores concentraciones urbanas.
- Se enriquece el mercado de valores con emisiones seguras a largo plazo.

CONCLUSIÓN.

"Preparar el futuro es construir el presente"

Antoine de Saint-Exupéry

Con base en las expectativas económicas predominantes hoy en día, es posible afirmar que el panorama que se nos presenta a futuro no es nada halagador, y por ello, paralelamente al diseño de esquemas de crédito para enfrentar potenciales contingencias financieras, la evaluación de opciones que permitan realmente impulsar a los distintos sectores de nuestra economía puede ser la clave para alcanzar el verdadero desarrollo; no se trata proponer soluciones de rescate en momentos de emergencia, sino de establecer mecanismos con carácter temporal que funcionen hasta el momento en que se establezcan las bases para una transición real y definitiva en México.

El caso particular de los créditos hipotecarios en unidades de inversión es muy importante; la demanda actual comprende un déficit de seis millones de viviendas, con una tasa anual de crecimiento del 10 por ciento. Si se toma en cuenta que la población mexicana es predominantemente joven y que la mitad de la población económicamente activa percibe entre uno y dos salarios mínimos mensuales, la demanda por vivienda de interés social toma una importancia sobresaliente. Construir el camino para cubrir esa demanda es vital. Sin embargo, la expansión irracional del financiamiento habitacional provocaría un incremento en los precios de terrenos y viviendas, que de no controlarse de manera efectiva generaría inflación. El mal funcionamiento de un esquema de crédito hipotecario tiene que ver también con el comportamiento del tipo de cambio y sus efectos, pues al ocurrir ajustes bruscos se disparan los precios y con ellos las tasas de interés. No hay influencia más inflacionaria que una devaluación, pues aunque al ocurrir la misma los precios internos de los bienes se mantengan momentáneamente en niveles inferiores que sus equivalentes del exterior, lo más lógico es que se ajusten muy pronto. Al mismo tiempo, dado que la mayoría de los bienes fabricados en México utilizan insumos importados, una devaluación induce un aumento de los costos de producción, que tienden a traducirse en incremento de precios. En cuanto a los salarios, en caso de devaluaciones normalmente se rezagan con respecto al tipo de cambio, de manera que el efecto inmediato es la disminución de los salarios reales. Así, los acreditados que al contratar sus préstamos fueron considerados solventes para enfrentar pasivos a largo plazo, descubren que sus ingresos no se incrementan en la misma proporción que el INPC ni al ritmo del saldo a su cargo, el cual por efecto de altos intereses, puede incrementarse de forma que se desajuste por completo su relación con el valor de la garantía, resultando en deudas que en algún momento superen en más del doble al valor comercial de la vivienda financiada.

Estas condiciones obstaculizan en gran manera los procesos de recuperación del crédito, y por lo tanto, es primordial perseverar en la disciplina fiscal y mantener políticas monetarias y cambiarias congruentes con el objetivo de evitar devaluaciones bruscas que den por resultado nuevos episodios de altas tasas de interés y pérdida sostenida en el poder adquisitivo de los ingresos de la población.

Si la inflación es moderada, las tasas que se capitalicen no acumulan intereses en forma gravosa para los acreditados y el principal de los créditos no se deprecia aceleradamente en términos reales, por lo que el obstáculo a vencer no es la cultura del "no pago" en su totalidad, sino el incremento desmedido de los precios, que genera créditos impagables.

La unidad de inversión fue concebida como un instrumento para atacar, entre otras cosas, el incremento en la cartera vencida de los bancos; permitió que con la renegociación de cada caso los acreditados regularizaran sus amortizaciones, y evitó hasta cierto punto la quiebra del sistema bancario ante la amenaza de una moratoria general, pero no es la solución definitiva. Las unidades de inversión no pueden solucionar la causa económica. Cualquier crédito, en pesos o UDIs, es riesgoso para el otorgante si el candidato a obtenerlo no cuenta con una buena expectativa de carrera salarial. Sin embargo, como instrumento de ahorro, la unidad de inversión ha cumplido con su objetivo de proteger el dinero del inversionista contra la inflación, pues evita el deterioro del valor del dinero a través del tiempo. Este tipo de instrumentos presenta ventajas que merecen continuarse, y aunque para fondearlos se requiere de créditos otorgados bajo condiciones similares, el esquema de cobertura permite que los pagos de quien los contrate estén indizados al salario mínimo, mientras que los intereses devengados al INPC.

Mientras sea imposible erradicar ese fenómeno que representa la volatilidad de las variables macroeconómicas, mecanismos como el descrito atenuarán los efectos nocivos del mismo.

ANEXO I. DISTRIBUCIÓN DE LAS VARIABLES MACROECONÓMICAS

En este anexo se ilustran las características de las distribuciones de probabilidad utilizadas a lo largo del documento y se demuestra la validez de los supuestos sobre las variables llamadas inflación, tasa de interés y salario mínimo, utilizando el contraste de hipótesis conocido como prueba de bondad de ajuste de Kolmogorov-Smirnov.

AI.1 DISTRIBUCIÓN NORMAL

La distribución normal es la más importante en la teoría de probabilidad, ya que se aplica para describir muchos fenómenos. Puede utilizarse para describir variables inciertas, como inflaciones de ciertas economías, precios futuros de petróleo, gasolina, etc.

Sus principales características son que la moda coincide con la media y todos los valores se distribuyen simétricamente alrededor de la misma. Aproximadamente un 68% de estos últimos se ubican dentro de la distancia entre $\mu-\sigma$ y $\mu+\sigma$, donde σ es la desviación estándar y μ es la media. Su función de densidad es la siguiente:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-(x-\mu)^2/2\sigma^2} \quad \text{para} \quad -\infty < x < \infty \qquad \text{(AI.1.1)}$$

AI.2 DISTRIBUCIÓN LOGNORMAL

La distribución lognormal es muy usada en situaciones en que los valores se encuentran sesgados positivamente, por ejemplo en análisis financiero para valuación de activos o en el sector inmobiliario para valuación de bienes raíces, ya que no pueden llegar nunca a valores negativos, y en cambio, sus precios pueden incrementarse ilimitadamente. La principal característica de la distribución lognormal es que el logaritmo natural de los valores de la variable se distribuyen como una normal. Su función de distribución se ilustra a continuación:

$$f(x) = \frac{1}{x\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-(\ln(x)-\mu)^2/2\sigma^2} \quad \text{para} \quad 0 < x < \infty \qquad \text{(AI.2.1)}$$

AI.3 DISTRIBUCIÓN DE VALOR EXTREMO

La distribución de valor extremo puede utilizarse para describir el mayor valor posible de algún fenómeno sobre el tiempo; los ejemplos más comunes son lluvias y terremotos, pero perfectamente puede modelar hiperinflaciones. La distribución de valor extremo se expresa de la siguiente forma:

$$f(x) = \frac{1}{v} z e^{-z} \quad \text{para} \quad -\infty < x < \infty \qquad \text{(AI.3.1)}$$

donde,

$$z = e^{-\left(\frac{x-m}{v}\right)}$$

m = moda

v = escala

AI.4 BONDAD DE AJUSTE

La prueba de Kolmogorov-Smirnov se basa en una comparación entre las funciones de la distribución acumulativa que se observan en la muestra ordenada y la distribución propuesta bajo la hipótesis nula. Si esta comparación revela una diferencia suficientemente grande entre las funciones de distribución muestral y propuesta, entonces la hipótesis nula, que supone que la distribución es $F_0(x)$, se rechaza. Sea H_0: $F(x) = F_0(x)$, donde $F_0(x)$ es un modelo de probabilidad especificado de manera completa con respecto a todos los parámetros; sean $X_{(1)}$, $X_{(2)}, \ldots, X_{(n)}$ las observaciones ordenadas de una muestra aleatoria de tamaño **n**, y

$$S_n(x) = \begin{cases} 0 \text{ si } x < x_{(1)} \\ \frac{k}{n} \text{ si } x_{(k)} \leq x < x_{(k+1)} \\ 1 \text{ si } x \geq x_{(n)} \end{cases} \qquad \text{(AI.4.1)}$$

La estadística Kolmogorov-Smirnov se define como:

$$D_n = \max_x |S_n(x) - F_0(x)| \qquad \text{(AI.4.2)}$$

Para un tamaño α del error Tipo I, la región crítica es de la forma $P(D_n > \frac{c}{\sqrt{n}}) = \alpha$.

De acuerdo a esto, H_0 se rechaza si para algún valor **x** observado, D_n se encuentra dentro de la región crítica de tamaño α.

La principal ventaja de este contraste de hipótesis consiste en que puede aplicarse a muestras pequeñas, lo que permite involucrar variables aleatorias continuas en virtud de que no es necesario agrupar los datos.

AI.5 INFLACIÓN

Para estimar la distribución de la inflación se realizaron observaciones sobre los datos históricos de la variación porcentual anual del INPC, partiendo del año de

1963 y concluyendo con 1997. El comportamiento de dicho cambio se ilustra a continuación:

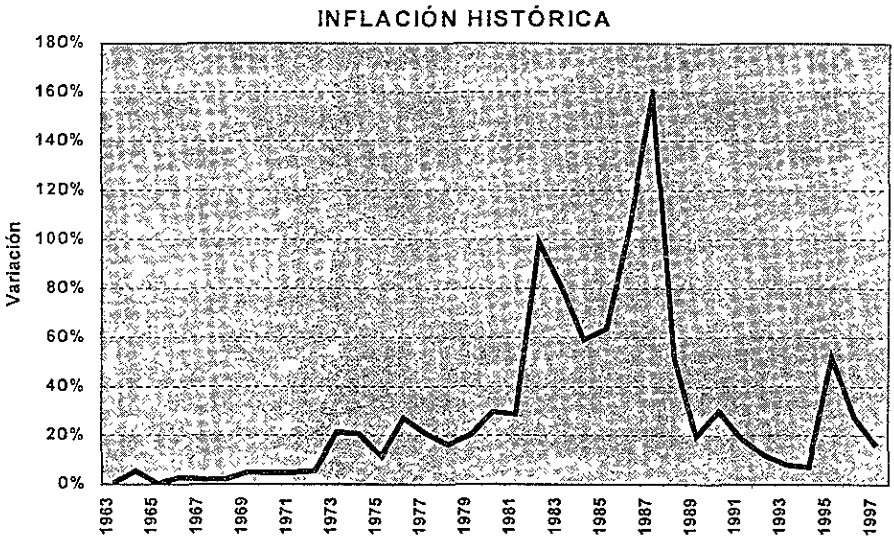


Figura 27

La tendencia sugiere algún nivel de correlación entre los datos, en particular, del valor correspondiente al año **t** con respecto al año **t-1**; el coeficiente histórico respectivo (ρ) equivale a 0.6819 y deberá tomarse en cuenta al simular.

El primer paso para intentar ajustar una serie de datos a una distribución consiste en clasificarlos mediante un histograma de frecuencias, para posteriormente observar los valores de los estadísticos más importantes; en la Figura 28 se visualiza que el histograma presenta un sesgo marcado, por lo que pensar en una distribución normal es erróneo; las posibles distribuciones son entonces la lognormal o la de valor extremo.

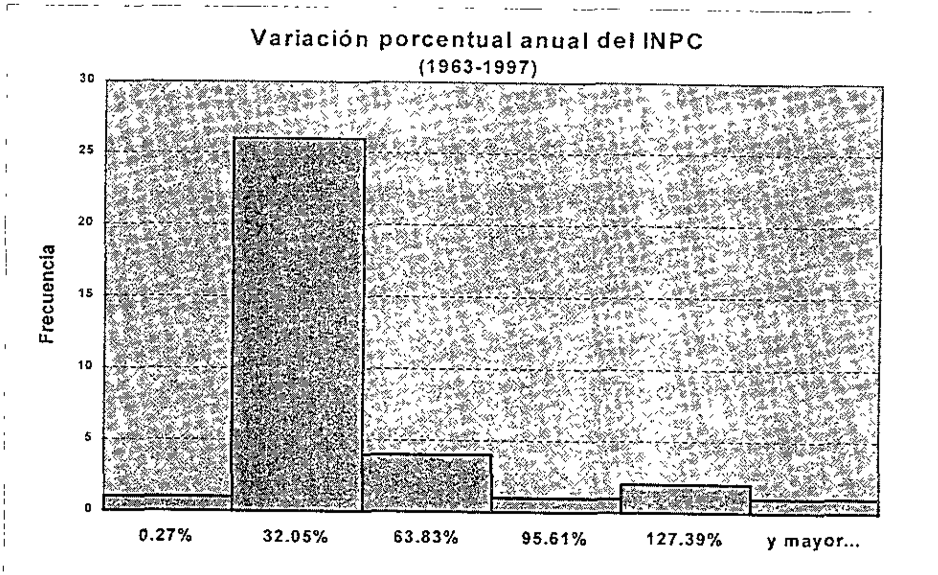


Figura 28

Estadística Descriptiva	
Media	29.68%
Error típico	0.0598
Mediana	19.70%
Moda	#N/A
Desviación estándar	35.37%
Varianza	12.51%
Curtosis	4.6289
Sesgo	2.0676
Rango	158.90%
Mínimo	0.27%
Máximo	159.17%
Observaciones	35

i) Ajuste a lognormal. Sea X la variable aleatoria que representa la variación porcentual anual del INPC; el contraste a realizar es sobre la siguiente hipótesis nula: H_0:$F(x)=F_0(x)$, donde $F_0(x)$ es la distribución lognormal con parámetros

$\log\mu$ =-1.9646500 y $\log\sigma$=1.4607075 (estos parámetros son la media y la desviación estándar de la muestra formada por el logaritmo natural de las observaciones originales). La función de distribución muestral se obtiene mediante el empleo de (AI.2.1) para los valores ordenados, involucrando un incremento de 0.02857 (1/35) al valor previo de la distribución muestral. Así, D_{35}=0.1026<0.23, siendo este último el valor crítico para n=35 y α=5%, por lo que se acepta la hipótesis nula y en consecuencia, puede simularse inflación bajo una distribución lognormal.

ii) Ajuste a valor extremo. Siguiendo los mismos supuestos del inciso anterior, salvo que en este caso $F_0(x)$ es la distribución de valor extremo con parámetros m=0.16079 y v=0.19614, se llega a que D_{35}=0.1626<0.23, lo que permite no rechazar la hipótesis nula y por lo tanto, simular inflación bajo una distribución de valor extremo.

Establecido lo anterior, lo importante ahora es seleccionar alguna de las dos alternativas; simulando inflación anual para un horizonte de treinta años, se puede concluir que la distribución lognormal (Figura 29) no es la más adecuada, ya que en muchos casos, dentro del mismo escenario se presentan en forma cíclica inflaciones extremadamente altas, alejándose en gran manera de la realidad mexicana. La Figura 30 comprende los primeros cincuenta caminos simulados bajo la distribución de valor extremo, y claramente se observa que su comportamiento presenta características más apegadas a situaciones económicas probables de suceder.

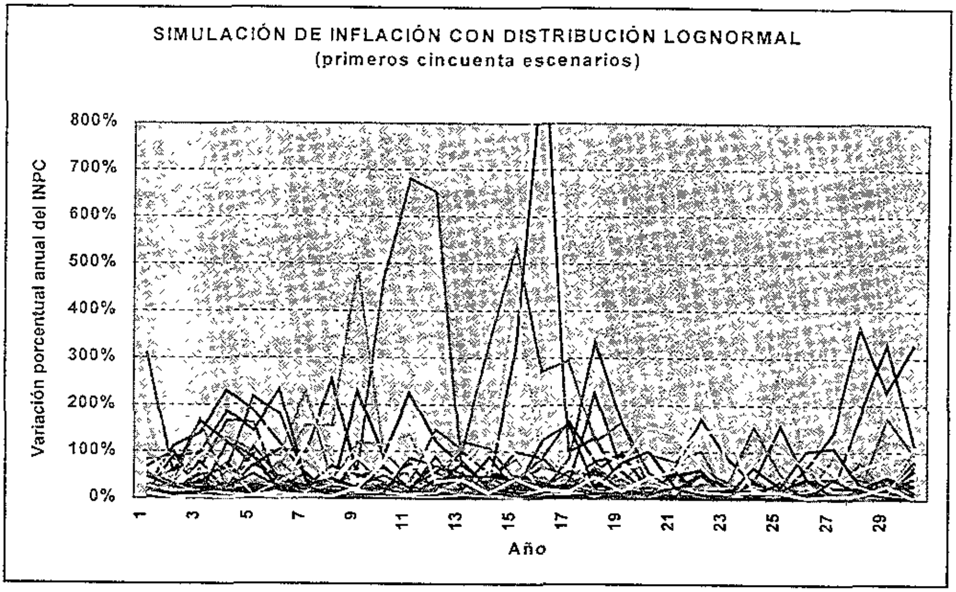


Figura 29

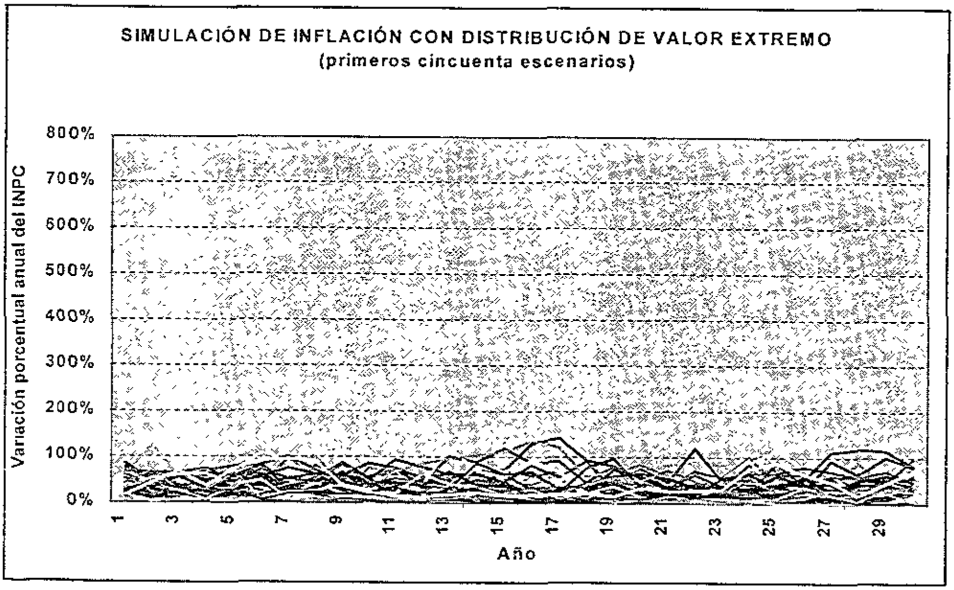


Figura 30

En conclusión, para efectos de este estudio, se simulará inflación bajo una distribución de valor extremo con los parámetros enunciados en el inciso (ii).

AI.6 TASA DE INTERÉS

La distribución de la variable tasa de interés se determinó en función del comportamiento histórico de los CETES a 28 días. Con el fin de comparar esta tasa con la inflación se utilizaron tanto el promedio mensual como el promedio anual, para así establecer la correlación correspondiente entre ambas variables. En la Figura 31 se observa claramente que la tasa efectiva de CETES sigue a la tendencia presentada por la variación porcentual del INPC:

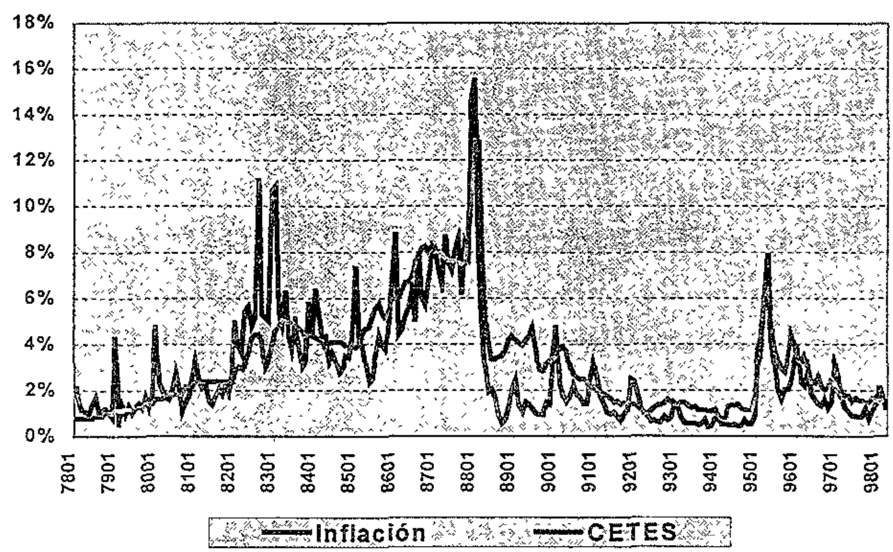


Figura 31

El coeficiente de correlación entre ambas muestras es de 0.7635, y debe ser tomado en cuenta al momento de simular.

Al clasificar los datos históricos se determina el siguiente histograma:

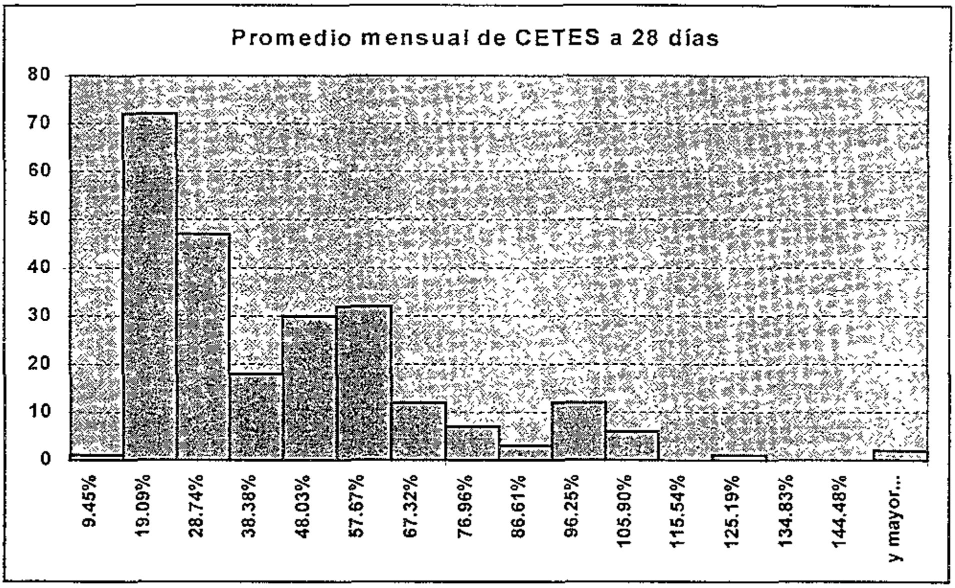


Figura 32

Estadística Descriptiva	
Media	38.80%
Error típico	1.70%
Mediana	29.72%
Moda	28.73%
D. estándar	26.50%
Varianza	7.02%
Curtosis	2.37580
Sesgo	1.41072
Rango	144.67%
Mínimo	9.45%
Máximo	154.12%
Observaciones	243

Nuevamente se presenta un marcado sesgo, por lo que puede pensarse en distribución lognormal o, como alternativa, de valor extremo.

Realizando las pruebas correspondientes se determinó que la distribución adecuada es lognormal con parámetros logμ=-1.161023 y logσ=0.6582, dado que para la serie de datos observados, D_{243}=0.0896<0.1046, que es el valor crítico para α=1%.

AI.7 SALARIO MÍNIMO

La variación porcentual anual del salario mínimo en términos reales es la tercera variable a simular; como es de esperarse, guarda una estrecha relación con el comportamiento de la inflación; así, a mayor inflación corresponde menor incremento al salario, pudiendo ser de hecho un decremento.

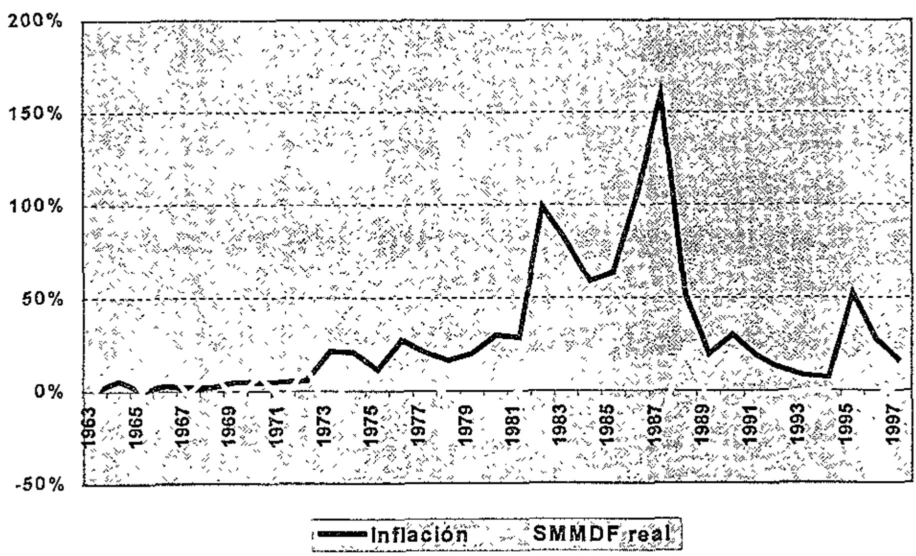


Figura 33

La Figura 33, que muestra el comportamiento histórico de inflación y salario mínimo real, es una clara prueba de la afirmación anterior.

A diferencia de las variables anteriormente observadas, la variación en términos reales del salario no presenta sobresaltos extremos en su tendencia; esta condición, aunada a la distribución descrita en el siguiente histograma, permite suponer que el salario se comporta como una normal.

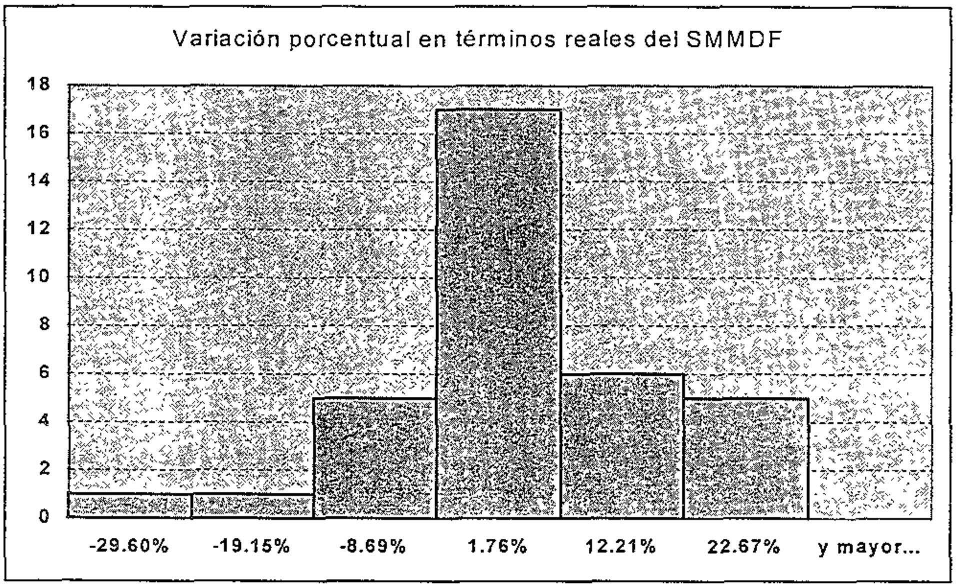


Figura 34

Estadística Descriptiva	
Media	-1.49%
Error típico	1.88%
Mediana	-1.78%
Moda	#N/A
D.Estándar	11.10%
Varianza	1.23%
Curtosis	0.630821474
Sesgo	-0.1589032
Rango	52.27%
Mínimo	-29.60%
Máximo	22.67%
Obs.	35

Llevando a cabo el contraste de hipótesis Kolmogorov-Smirnov se determina que $D_{35}=0.1281<0.23$, por lo que se acepta la hipótesis nula.

ANEXO II

En este anexo se enuncian y demuestran los teoremas a que se hace referencia en los capítulos 4 y 5.

AII.1 TEOREMA 1

Suponga que la serie B_t sigue un proceso gobernado por la expresión:

$$B_t = B_{t-1}(1+a_t) - D_t, \qquad \text{(I)}$$

en donde la variable $\mathbf{D}_t$ está definida como:

$$D_t = \left(\frac{B_0}{n}\right)\prod_{j=1}^{t}(1+a_j) \qquad \text{(II)}$$

donde, $\quad n, a > 0.$

Entonces, se cumple que:

1. $D_t = \dfrac{B_{t-1}(1+a_t)}{n-t+1}$,

2. $B_t = \left(\dfrac{n-t}{n}\right)B_0\prod_{j=1}^{t}(1+a_t)$.

DEMOSTRACIÓN

Sean

$$d_t = \frac{D_t}{\prod_{j=1}^{t}(1+a_j)} \qquad \text{y} \qquad b_t = \frac{B_t}{\prod_{j=1}^{t}(1+a_j)}$$

donde,

para $t = 0$, $b_0 = B_0$ y $d_0 = D_0$.

En términos de estas variables, al dividir (I) y (II) entre $\prod_{j=1}^{t}(1+a_j)$, se obtiene:

$$\begin{aligned}\frac{B_t}{\prod_{j=1}^{t}(1+a_j)} &= \frac{B_{t-1}(1+a_t)-D_t}{\prod_{j=1}^{t}(1+a_j)}\\ &= \frac{B_{t-1}(1+a_t)}{\prod_{j=1}^{t}(1+a_j)}-\frac{D_t}{\prod_{j=1}^{t}(1+a_j)}\\ &= \frac{B_{t-1}}{\prod_{j=1}^{t}(1+a_j)}-d_t\\ &= b_{t-1}-d_t \qquad \text{(III)}\end{aligned}$$

y, $$\frac{D_t}{\prod_{j=1}^{t}(1+a_j)}=\frac{\frac{B_0}{n}\prod_{j=1}^{t}(1+a_j)}{\prod_{j=1}^{t}(1+a_j)}=\frac{B_0}{n} \qquad \text{(IV)}$$

Sustituyendo (IV) en (III), se obtiene:

$$b_t = b_{t-1}-\left(\frac{B_0}{n}\right) \quad \forall t=1,\ldots,n$$

Ahora bien, sustituyendo esta última expresión recursivamente en si misma, se obtiene que:

$$\begin{aligned}b_t &= b_{t-1}-\left(\frac{B_0}{n}\right)\\ &= \left[b_{t-2}-\left(\frac{B_0}{n}\right)\right]-\left(\frac{B_0}{n}\right)=b_{t-2}-2\left(\frac{B_0}{n}\right)\end{aligned}$$

$$= \left[b_{t-3} - \left(\frac{B_0}{n} \right) \right] - 2\left(\frac{B_0}{n} \right) = b_{t-3} - 3\left(\frac{B_0}{n} \right)$$

$$\vdots$$

$$= b_0 - t\frac{B_0}{n}$$

$$= b_0 - t\frac{b_0}{n}$$

$$= b_o\left(\frac{n-t}{n} \right) \quad \forall t = 1,\ldots,n \qquad \text{(V)}$$

En particular, al combinar la expresión (V) para el período **t-1** con (IV), se obtiene:

$$b_{t-1} = b_0\left(\frac{n-t+1}{n} \right) \qquad \text{y} \qquad d_t = \frac{b_0}{n}$$

$$\Rightarrow b_0 = b_{t-1}\left(\frac{n}{n-t+1} \right)$$

$$\Rightarrow d_t = \frac{b_{t-1}\left(\frac{n}{n-t+1} \right)}{n} = \frac{b_{t-1}}{n-t+1}$$

Finalmente, al multiplicar esta última expresión por $\prod_{j=1}^{t}(1+a_j)$ en ambos lados de la igualdad, se obtiene:

$$d_t \prod_{j=1}^{t}(1+a_j) = \frac{b_{t+1}}{n-t+1}\prod_{j=1}^{t}(1+a_j)$$

y, por la definición inicial de d_t y b_t,

$$D_t = \frac{B_{t-1}(1+a_t)}{n-t+1}$$

con lo que se prueba la primera parte del Teorema.

Para demostrar la segunda parte, se debe multiplicar (V) por $\prod_{j=1}^{t}(1+a_j)$, como se indica a continuación:

$$b_t = b_0\left(\frac{n-t}{n}\right)$$

$$\Rightarrow b_t\prod_{j=1}^{t}(1+a_j) = b_0\left(\frac{n-t}{n}\right)\prod_{j=1}^{t}(1+a_j)$$

$$\Rightarrow B_t = \left(\frac{n-t}{n}\right)B_0\prod_{j=1}^{t}(1+a_j)$$

con lo que se demuestra la segunda parte del Teorema.

AII.2 TEOREMA 2

El modelo general para liquidar un crédito, descrito por

$$P_t = f_t S_0 \prod_{j=1}^{t}(1+\Pi_j), \qquad \text{(AII.2.1)}$$

$$I_t = i_t S_{t-1}. \qquad \text{(AII.2.2)}$$

$$S_t = S_{t-1}(1+i_t) - P_t. \qquad \text{(AII.2.3)}$$

reproduce :

1. El esquema de pagos utilizado por FOVI, si y sólo si se cumple que $f_t = f_0(1+w_R)^t \,\forall t$.

2. El esquema de pagos utilizado por FICORCA, si y sólo si se cumple que en (AII.2.1), $f_t = \dfrac{\prod_{j=1}^{t}(1+r_j)}{n}, \forall t$.

3. El esquema de pagos de amortizaciones reales constantes si y sólo si se cumple que en (AII.2.1), $f_t = \left[\frac{1}{n} + \left(\frac{n-t+1}{n}\right) r_t\right], \forall t$.

4. El esquema tradicional de pagos si y sólo si se cumple que en (AII.2.1),

$$f_t = \left[\frac{1}{\prod_{j=1}^{t}(1+\Pi_j)}\right]\left[\frac{1}{n} + i_t\left(\frac{n-t+1}{n}\right)\right], \forall t.$$

DEMOSTRACIÓN

i) La estructura del esquema de pagos constantes a valor presente salarial utilizado por FOVI es la misma que la del esquema construido al inicio del capítulo:

Sea $f_t = f_0(1+w_R)^t \forall t$. Entonces,

$$\begin{aligned} P_t &= f_t S_0 \prod_{j=1}^{t}(1+\Pi_j) \\ &= \left[f_0(1+w_R)^t\right] S_0 \prod_{j=1}^{t}(1+\Pi_j) \\ &= f_0 \prod_{j=1}^{t}(1+w_j) S_0 \prod_{j=1}^{t}(1+\Pi_j) \\ &= f_0 S_0 \prod_{j=1}^{t}(1+w_j)(1+\Pi_j) \end{aligned}$$

es decir, (AII.2.1) = (4.1.2.1), lo que implica la validez de la primera afirmación.

ii) Supóngase que el pago del acreditado obedece a la ecuación (AII.2.1) con $f_t = \frac{\prod_{j=1}^{t}(1+r_j)}{n}$. Utilizando la expresión (2.12.1) inherente a tasa de interés real, $(1+i_t)=(1+\Pi_t)(1+r_t)$, y sustituyendo en (AII.2.1), se obtiene:

$$
\begin{aligned}
P_t &= \frac{\prod_{j=1}^{t}(1+r_j)}{n} S_0 \prod_{j=1}^{t}(1+\Pi_j) \\
&= \frac{S_0}{n}\prod_{j=1}^{t}(1+\Pi_j)(1+r_j) \\
&= \frac{S_0}{n}\prod_{j=1}^{t}(1+i_j)
\end{aligned}
$$

La última expresión a que se llega es igual a (4.1.1.1), con lo que se demuestra la segunda afirmación.

iii) Supóngase que el pago del acreditado obedece a la ecuación (AII.2.1), con $f_t = \left[\frac{1}{n} + \left(\frac{n-t+1}{n}\right) r_t\right]$. Al sustituir en (AII.2.1) se obtiene:

$$
\begin{aligned}
P_t &= \left[\frac{1}{n} + \left(\frac{n-t+1}{n}\right) r_t\right] S_0 \prod_{j=1}^{t}(1+\Pi_j) \\
&= \left[\frac{S_0}{n}\prod_{j=1}^{t}(1+\Pi_j)\right] + \left[\left(\frac{n-t+1}{n}\right) r_t S_0 \prod_{j=1}^{t}(1+\Pi_j)\right]
\end{aligned}
$$

El segundo término de esta última expresión puede escribirse de manera distinta; con ese fin, y recordando que la expresión (iV) utilizada en la demostración del Teorema 1 establece que el saldo real del crédito, s_t, cumple con:

$$
s_{t-1} = s_0 \frac{n-t+1}{n},
$$

(la cual es el resultado de la evaluación de (IV) en el período t-1), se utiliza esta última en términos nominales para posteriormente aplicar la primera conclusión del Teorema 1, y finalmente concluir que el desembolso que realizaría el acreditado es:

$$P_t = \frac{S_{t-1}(1+\Pi_t)}{n-t+1} + r_t\left[S_{t-1}\left(1+\Pi_t\right)\right].$$

Sin embargo, salta a la vista que esta última expresión es la fórmula descrita en (4.1.3.6), ya que $A_t = \dfrac{S_{t-1}(1+\Pi_t)}{n-t+1}$, y por lo tanto concluye la demostración de la tercera afirmación.

iv) Por último, para demostrar la cuarta afirmación, suponga que el pago del acreditado obedece a la ecuación (AII.2.1), con $f_t = \left[\dfrac{1}{\prod_{j=1}^{t}(1+\Pi_j)}\right]\left[i_t\left(\dfrac{n-t+1}{n}\right)+\dfrac{1}{n}\right]$.

En primer lugar, se sustituirán estos factores en (AII.2.1):

$$P_t = \left[\frac{1}{\prod_{j=1}^{t}(1+\Pi_j)}\right]\left[\frac{1}{n}+\left(\frac{n-t+1}{n}\right)i_t\right]S_0\prod_{j=1}^{t}(1+\Pi_j).$$

En esta ecuación es posible cancelar los productos y distribuir la expresión entre corchetes, para obtener:

$$P_t = \frac{S_0}{n} + \left(\frac{n-t+1}{n}\right)i_t S_0.$$

Finalmente, dado que en el esquema tradicional el saldo decrece linealmente (dado que $S_t = \left(\frac{n-t}{n}\right) S_0$), al aplicarse en la última fórmula se llega a :

$$P_t = \frac{S_0}{n} + i_t S_{t-1} = A_t + I_t .$$

Esta expresión es la fórmula descrita en (3.1.3), para la erogación que realiza el acreditado cuando se utiliza el esquema de pagos tradicional. Así, la cuarta afirmación también es cierta, con lo que el Teorema queda demostrado.

AFORES: Administradoras de Fondos para el Retiro. Son entidades financieras que se dedican de manera exclusiva, habitual y profesional a administrar las cuentas individuales y canalizar los recursos de las subcuentas que las integran en términos de las leyes de seguridad social, así como administrar sociedades de inversión.

Amortización: Sinónimo de vencimiento y de redención. Significa la fecha en la cual las condiciones de un título valor expiran o se transforman. Normalmente una amortización equivale al pago de una deuda contraída previamente.

Amortización acelerada: Pérdida de poder adquisitivo experimentada por el saldo insoluto de un crédito, originada por la incorporación del impacto inflacionario a los intereses devengados en el periodo correspondiente.

Apalancamiento: Proporción que guardan las deudas en relación con el capital propio de una empresa.

Base monetaria: Es el dinero legal en manos del público más el encaje bancario. La base monetaria está constituida por los pasivos monetarios del banco central, es por tanto igual a los activos del banco central menos los pasivos no monetarios del mismo. Todo incremento en los activos adquiridos por el banco central (ampliación de reservas internacionales, adquisición de fondos públicos, créditos a los intermediarios financieros, etcétera) y toda reducción de los pasivos no monetarios, suponen un efecto expansivo de la base monetaria; por el contrario, toda reducción de los activos y toda expansión de los pasivos no monetarios tienen un efecto constrictivo sobre la base monetaria.

Cartera de crédito: El conjunto de créditos vigentes que un intermediario financiero posee en un determinado momento.

CETES: Certificados de la Tesorería de la Federación. Títulos de crédito al portador denominados en moneda nacional a cargo del Gobierno Federal. Estos títulos pueden o no devengar intereses, quedando facultada la Secretaría de Hacienda y Crédito Público para colocarlos a descuento o bajo par. Los montos, rendimientos, plazos y condiciones de colocación, así como las demás características específicas de las diversas emisiones, son determinados por la Secretaría de Hacienda y Crédito Público, oyendo previamente la opinión del Banco de México. Por lo general se emiten CETES a 28, 91, 182 y 364 días, aunque se han llegado a emitir CETES a 7 y a 14 días, y a 2 años.

Coeficiente de variación: Medida sobre la variación relativa que relaciona la desviación estándar con la media.

CPP (Costo porcentual promedio): Costo Porcentual Promedio de Captación. Tasa de referencia que el Banco de México ha venido estimando desde agosto de 1975. Hasta el mes de agosto de 1977, se reporta el costo promedio de captación de sociedades financieras. De septiembre de 1977 a noviembre del mismo año se consigna el costo promedio de sociedades financieras e hipotecarias. A partir de diciembre de 1979, el dato se refiere al costo promedio del conjunto de los bancos múltiples. Durante la mayor parte del período agosto de 1975-octubre de 1988 dicho concepto incluyó la tasa y, en su caso, la sobretasa de interés de los pasivos en moneda nacional de instituciones de crédito privadas y mixtas, correspondientes a los depósitos a plazo y otros depósitos (con excepción de las cuentas de ahorro). A partir de noviembre de 1988, el CPP se refiere al costo porcentual promedio de la captación por concepto de tasa y, en su caso, sobretasa de los pasivos en moneda nacional a cargo de la banca múltiple mediante depósitos bancarios a plazo, pagarés con rendimiento liquidable al vencimiento y depósitos en cuenta corriente, aceptaciones bancarias y papel comercial con aval bancario.

Curtosis: Magnitud del grado de dispersión de los datos de una distribución con respecto a la moda. Si su valor es mayor a 3, se trata de una curva leptocúrtica (es decir, con un pico relativamente alto), mientras que si es menor a 3 se trata de una curva platocúrtica (la distribución es relativamente plana). La kurtosis de una distribución normal es igual a 3.

Demanda agregada, Políticas de: La demanda agregada es la demanda total de bienes y servicios en la economía. Debido a que la demanda agregada determina el nivel de producción y por lo tanto del empleo, el análisis de los determinantes de esos componentes constituye la parte central de políticas basadas en ella.

Desviación estándar: Raiz cuadrada de la varianza de una muestra.

Devaluación: Pérdída de poder de compra de una moneda en relación de otra.

Encaje legal: Porcentaje que, respecto del total de los recursos ajenos de un banco, alcanza el saldo de sus depósitos en el banco central.

Ingreso, Políticas de: Es, por lo general, una política para limitar tanto los precios como los ingresos en busca de la estabilidad de precios, orientada a no amenazar el empleo y el crecimiento económico (a diferencia de la política fiscal que regula la demanda agregada). Interfiere con el funcionamiento del mecanismo de precios y puede resultar en alguna asignación errónea de recursos.

LIBOR (London inter-bank offered rate): Tasa interbancaria en Londres para fondos denominados en dólares.

Media: Medida de tendencia central, obtenida mediante el promedio aritmético de los elementos de una muestra. Puede afectarse de manera desproporcionada por la presencia de datos extremos.

Mediana: Valor medio, en términos de orden creciente, entre el valor mínimo y el valor máximo de una muestra.

Moda: Valor de la observación con mayor frecuencia en una muestra.

PRIME RATE: Tasa de interés preferencial que los bancos en Estados Unidos otorgan a sus mejores clientes.

Rango: Diferencia entre el mayor y el menor valor de una muestra.

Recesión: Fase depresiva en el crecimiento de la producción de bienes y servicios de un país.

SIEFORES: Sociedades de Inversión Especializadas de Fondos para el Retiro. Tienen por objeto principal invertir los recursos provenientes de las cuentas individuales que reciban en los términos de las leyes de seguridad social.

Sesgo: Medida del grado de asimetría de una distribución con respecto a su dispersión. Valores negativos implican sesgo a la derecha, y valores positivos a la izquierda.

Sobrevaluación: Situación que se presenta cuando una moneda supera, con relación a otra, el nivel indicado por el tipo de cambio teórico.

Swap: Contrato privado en que las partes se comprometen a intercambiar flujos financieros en fechas posteriores, las que deben quedar especificadas al momento de la celebración del contrato. El swap es un instrumento utilizado para reducir el costo y el riesgo de financiamiento, o para superar las barreras de los mercados financieros.

TIIE (Tasa de interés interbancaria de equilibrio): Tasa de interés a distintos plazos calculada por el Banco de México con base en cotizaciones presentadas por las instituciones de banca múltiple mediante un mecanismo diseñado para reflejar las condiciones del mercado de dinero en moneda nacional.

UDIs: Unidades de Inversión. La unidad de inversión es una unidad de cuenta de valor real constante, en la que pueden denominarse títulos de crédito, salvo cheques y en general contratos mercantiles u otros actos de comercio. El 1° de abril de 1995 se publicó en el Diario Oficial de la Federación el Decreto por el que se establecen las obligaciones que podrán denominarse en UDIS. Desde el 4 de abril de 1995 el Banco de México publica en el Diario Oficial de la Federación el valor en moneda nacional de la Unidad de Inversión, para cada día, conforme a lo siguiente: a) a más tardar el día 10 de cada mes publica el valor correspondiente a los días 11 a 25 de dicho mes; y b) a más tardar el día 25 de cada mes publica el valor correspondiente a los días 26 de ese mes a 10 del mes siguiente. La variación porcentual del valor de la UDI del 10 al 25 de cada mes será igual a la variación del Indice Nacional de Precios al Consumidor (INPC) en la segunda quincena del mes inmediato anterior. La variación del valor de la UDI del 25 de un mes al 10 del mes inmediato siguiente será igual a la variación del INPC en la primera quincena del mes referido en primer término. Para determinar las variaciones del valor de la UDI correspondientes a los demás días de los períodos de publicación, la variación quincenal del INPC inmediata anterior a cada uno de esos períodos se distribuirá entre el número de días comprendidos en el período de publicación de que se trate, de manera que la variación del valor de la UDI en cada uno de esos días sea uniforme.

Varianza: Promedio de los cuadrados de las desviaciones de los elementos de una muestra con respecto a la media.

Brealey, Richard A. y Myers, Stewart C.
Principios de finanzas corporativas.
Madrid: McGraw Hill, 1993.

Canavos, George C.
Probabilidad y Estadística, Aplicaciones y Métodos.
México: McGraw Hill, 1988.

Carpinteyro Calderón, Purificación.
Programas para la cobertura de riesgos cambiarios administrados por el FICORCA.
México, Tesiscentro 1986.
Tesis (L.D.) Escuela Libre de Derecho. 1986.

Centro de Investigación para el Desarrollo, A.C.
Vivienda y Estabilidad Política. Alternativas para el futuro.
México: Diana, 1991.

Crystal Ball. Forecasting & Risk Analysis for spreadsheet users. User Manual.
Denver: Decisioneering, 1996.

Hillier, Frederick S. y Lieberman, Gerald J.
Introducción a la investigación de operaciones.
México: McGraw Hill, 1996.

Kellison, Stephen G.
The Theory of interest.
2nd ed. Burr Ridge, Illinois: Irwin, 1991.

Maydón Garza, Marin.
El papel de la banca de fomento en el financiamiento del sector de la vivienda: el caso del sistema FOVI en México./ por Marin Maydón Garza, Luis Villa Issa y Reynaldo Reyes Medel.
Lima: ALIDE, 1988.

Maydón Garza, Marin.
La Banca de fomento en México: experiencias de ingeniería financiera.
México: NAFIN/FCE, 1994.

Prawda, Juan.
Métodos y Modelos de Investigación de Operaciones, Volumen 2: Modelos Estocásticos.
México: Limusa, 1991.

Render, Barry & Stair, Ralph M.
Quantitative analysis for management.
Upper Saddle River, New Jersey. Prentice Hall, 1997.

Rubinstein, Reuven Y.
Simulation and the Montecarlo Method.
New York, John Wiley & Sons, 1978.

Salas Torá, Jorge.
Teoría del Interés y Aplicaciones Financieras.
México, s.e , 1992.

Sánchez Arroyo, Abdón.
Esquemas de reestructuración de pasivos ante diversos escenarios de tasas de interés y de inflación.
México. Banco de México: Dirección General de Investigación Económica, 1995.

Shim, Jae K. and Siegel, Joel G.
Dictionary of Economics.
New York: John Wiley & Sons, 1995.

Sóbol, I.M.
Método de Montecarlo.
Moscú: MIR, 1976.