

2ej.



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

FACULTAD DE CIENCIAS

ESTUDIO DE FACTIBILIDAD PARA LA CONSTRUCCION DE UN SEPARADOR ISOTOPICO EN EL LABORATORIO PELETRON DEL IFUNAM

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TITULO DE:

F I S I C O

P R E S E N T A :

ROBERTO MIRANDA MORALES



DIRECTOR DE TESIS: DR. EFRAIN RAFAEL CHAVEZ LOMELI

1999

275/40



TESIS CON FALLA DE ORIGEN



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

MAT. MARGARITA ELVIRA CHÁVEZ CANO
Jefa de la División de Estudios Profesionales de la
Facultad de Ciencias
Presente

Comunicamos a usted que hemos revisado el trabajo de Tesis:

"Estudio de Factibilidad para la Construcción de un Separador Isotópico en el Laboratorio Pelletron del IFUNAM"

realizado por **MIRANDA MORALES ROBERTO**

con número de cuenta **8705944-5**, pasante de la carrera de **Física**.

Dicho trabajo cuenta con nuestro voto aprobatorio.

Atentamente

Director de tesis

Propietario **DR. EFRAIN RAFAEL CHAVEZ LOMELI**

Propietario **DRA. MARIA ESTHER ORTIZ SALAZAR**

Propietario **DR. OCTAVIO CASTAÑOS GARZA**

Suplente **DR. ENRIQUE MARTINEZ QUIROZ**

Suplente **DR. JORGE HIRSCH GANIEVICH**

Consejo Departamental de Física

DRA. PATRICIA GOLDSTEIN MENACHE
 Coordinadora de Licenciatura

Aprovecho este espacio para agradecer a todas las personas que hicieron posible esta tesis.

En primer lugar quiero agradecer a mis padres Roberto y Gelo por haberme dado la vida. A mi abuela Paula por todas las atenciones que ha tenido para conmigo desde el momento en que ingresé a la universidad. A mi tía Guadalupe por todo el apoyo económico que he recibido de su parte. A mi tía Luz. Esta tesis está especialmente dedicada a la memoria de mi tía Nelly quien, donde quiera que esté, se que está orgullosa de mi.

Agradesco también a mi amigo el Dr. Efraín Chávez por haber dirigido esta tesis y por todo el apoyo, paciencia y comprensión que me ha tenido. A la Dra María Esther O. al Dr. Jorge Hirsch G. al Dr. Enrique Martínez Q. y al Dr. Octavio Castaños G.

Agradesco, en general, a mi universidad la UNAM por que sólo en ella tuve la oportunidad de formarme como persona, como ente espiritual. A cada uno de mis profesores los Drs. J. Marquina, Manuel Peimbert, Miguel de Icaza, Matias Moreno, Manuel Torres, Concepción Ruiz, Ma. del Carmen Jorge y Jorge, Juan Manuel Lozano, Alberto Barajas, Julieta Fierro. A todos ellos gracias.

Sólo en la universidad, en particular en la Facultad de Ciencias, pude conocer a gentes tan maravillosas como las mencionadas en el párrafo anterior. Es en la Facultad de Ciencias donde he conocido a mis mejores amigos : Saul, Lázaro, Reynolds, Ismael, Gabriel, Adan y Alberto. También quiero mencionar a mis hermanas Claudia y la Nena, y a dos mujeres especiales Adriana Casas y Lucia Ramírez David.

¿Por que las gentes se dedican a la física? Por que el universo tiene diez mil millones de años. Según Hawking ése es el periodo que se necesita para que se desarrollen seres inteligentes. Primero se requiere una generación de estrellas que conviertan el hidrógeno y helio originales en carbono y oxígeno necesarios para hacer un físico. Las estrellas explotaron como supernovas y sus fragmentos formaron nuestro sistema solar junto a otros cuerpos celestes. Nuestro sistema tiene cinco mil millones de años. En los primeros dos mil millones de la infancia de la tierra no hubo estructuras complicadas, por el excesivo calor.

La evolución biológica se ha desarrollado en los últimos tres mil millones de años. Esta evolución conduce fatalmente a seres que se preguntan: ¿Qué cosa es el espacio? ¿Qué es el tiempo? ¿Y la electricidad, y la materia, y la gravitación, y la energía y la luz? Formamos parte de un proceso evolutivo muy lento, cuyo último producto es la razón humana. Somos la conciencia del cosmos.

Alberto Barajas

Los jóvenes no son computadoras a las que se va a programar. Son seres humanos, muy sensibles, desorientados, desesperados. La Universidad tiene la misión de ayudarlos a que se encuentren, a que obtengan la salud espiritual del que está en paz con sí mismo. Muchos mexicanos notables florecieron en la Universidad aunque ni siquiera obtuvieron un título. No sé si Salvador Novo, Villaurrutia o Pellicer llegaron a ser licenciados. No importa. Se descubrieron a sí mismos en la atmósfera mágica de la Universidad.

Alberto Barajas

El valor de la ciencia es, más que nada, un valor cultural. La ciencia es como la poesía. ¿Para qué sirve un poema? Para nada, pero sin poesía la vida sería muy triste y vacía.

¿Y para qué sirve un físico? Sirve para todo. La utilidad de un físico viene no sólo por lo que sabe, sino por las aptitudes, actitudes y habilidades que ha desarrollado.

Juan Manuel Lozano

CONTENIDO

1	Introducción	1
2	Ecuaciones de Trayectoria	6
2.1	Elemento Vacío	7
2.2	Campo Magnético Uniforme	8
2.3	Filtro de Velocidades	12
2.4	Cuadrupolo Magnético	15
2.5	Doblete Cuadrupolar	21
2.6	Tubo Acelerador	23
2.7	Optica de Iones	27
3	Laboratorio del IFUNAM	33
3.1	Programa Traza.pas	33
3.2	Subrutina de Optimización Amoeba	37
3.3	Transportación del Haz de Iones	40
3.4	Optimización de la Configuración de la Línea	45
4	Haces Contaminantes	47
4.1	Identificación de los Haces Contaminantes	47
4.2	Separación de los Haces Contaminantes	50
5	Conclusiones	56
6	Apéndice	58
A.	Sistema de Referencia para la Simulación en el Imán	58
B.	Programa Traza.pas	60
C.	Subrutina Amoeba	67
D.	Función gaussian(μ, σ)	71
7	Bibliografía	73

Capítulo 1

INTRODUCCION

Uno de los descubrimientos científicos más importantes para la humanidad fue el ocurrido en el año de 1896 cuando el físico francés Henri Becquerel descubrió el fenómeno conocido como radiactividad; ésta es la propiedad que poseen algunos átomos (tales como radio, polonio y torio) de emitir energía espontáneamente. En estudios posteriores se determinó la naturaleza de esta energía, la cual consiste en la emisión de partículas y se usaron las primeras letras del alfabeto griego para designarlas como radiación alfa, beta y gamma.

La radiación alfa consiste de partículas monoenergéticas, con carga eléctrica positiva y se identificaron como núcleos de helio. La energía de estas partículas se refiere a energía cinética y estas partículas son emitidas con gran velocidad.

La radiación beta está constituida por electrones y positrones. A diferencia de las alfa, las partículas beta no eran monoenergéticas, éstas son emitidas con energía desde casi cero hasta un valor máximo.

La radiación gamma no tiene carga eléctrica pues se trata de fotones.

Ernest Rutherford y sus colaboradores Marsden y Geiger en el año de 1911 utilizaron una fuente de partículas alfa como proyectiles para comprobar la teoría sobre la estructura de la materia propuesta por Thompson, también conocida como el modelo atómico del pastel. Debido a la trascendencia de los resultados de estos experimentos y de los procedimientos experimentales utilizados, es conveniente recordar algunos detalles. En la figura 1.1 se muestra el arreglo experimental usado en ese experimento.

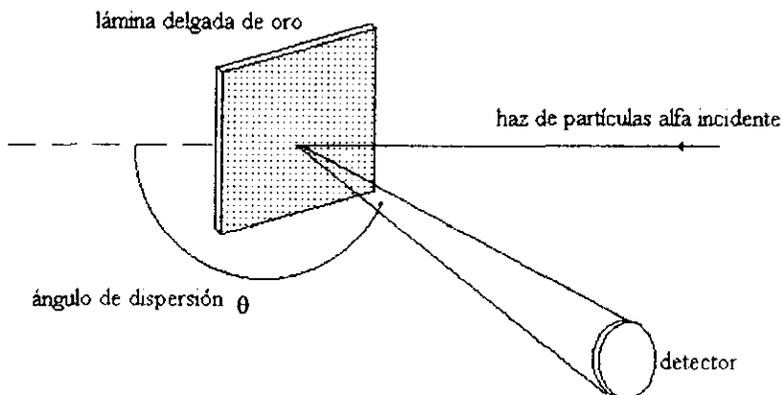


Figura 1.1 Muestra, esquemáticamente, el experimento de Rutherford y sus colaboradores.

En ese experimento se utilizó una pequeña fuente radiactiva de radio de 7 mg, la cual emitía partículas alfa a una razón de 6 millones de partículas por segundo. Se colimó un haz de partículas alfa para bombardear una película delgada transparente de oro. El experimento consistió en determinar como eran desviadas estas partículas en función del ángulo θ . Si la teoría de Thompson era correcta, se esperaba observar que la mayoría de las partículas alfa fueran ligeramente desviadas con respecto a la dirección de incidencia, pues la masa de los proyectiles es mayor que la de las partículas constituyentes de los átomos, que en esa época se consideraba que éstos estaban constituidos únicamente por protones y electrones. El resultado sorprendente que se encontró fue que una partícula alfa de cada diez mil era rebotada a ángulos grandes. La única forma de explicar los resultados de los experimentos de Rutherford fue la de suponer que la mayor parte de la masa de los átomos de oro estaba concentrada en un pequeño volumen, al cual se le llamó núcleo atómico. Este fue el origen del modelo nuclear de los átomos.

Es importante recalcar que el principio del procedimiento utilizado por Rutherford y colaboradores en este experimento es el mismo que se utiliza rutinariamente en muchos de los laboratorios equipados con modernos y complejos aceleradores de partículas.

El estudio del núcleo atómico tanto a nivel teórico como experimental dio origen a una nueva rama de la ciencia llamada física nuclear que comenzó estudiando las colisiones de los núcleos con proyectiles producidos por fuentes radiactivas. Las limitaciones que tuvieron los primeros físicos nucleares, eran que disponían de pocas fuentes radiactivas y también éstas eran poco intensas, por lo que los experimentos eran muy largos y tediosos, otra limitación es que los experimentadores no podían seleccionar el tipo de proyectil ni podían manipular su energía de manera adecuada.

A pesar de todas estas limitaciones se obtuvieron los siguientes importantes resultados: el descubrimiento del núcleo atómico, el descubrimiento del neutrón, se lograron observar las primeras reacciones nucleares, se determinaron algunos radios nucleares, etc.

La necesidad de disponer de instrumentos para generar proyectiles con los cuales el experimentador pudiera controlar el tipo de partícula así como su energía y flujo fue lo que originó la construcción de los aceleradores de partículas. La necesidad de construir estos aparatos para bombardear núcleos y producir reacciones nucleares controladas por el hombre provocó una carrera entre algunos científicos de la época. Dicha carrera duró veinte años y los ganadores fueron los ingleses Cockroft y Walton, quienes en el año de 1932 construyeron el primer acelerador de iones positivos con el que generaron un haz de protones de bajas energías y lo usaron para bombardear isótopos de ${}^7\text{Li}$. El resultado de este bombardeo fue el haber producido la primer transmutación controlada totalmente por el hombre. El sueño de los alquimistas de la edad media de convertir un elemento en otro, se había logrado usando aceleradores de partículas.

Por el experimento anterior, Cockroft y Walton recibieron el premio Nobel de Física en 1933. Su acelerador, llamado cañón de protones, daba al haz de protones generados una energía de 150 KeV.

Años después, en Cambridge, la compañía Philips construyó un acelerador que podía generar un potencial de 1.2 MV con el que lograron obtener un haz de protones con una corriente de 100 μ A. El siguiente acelerador lo construyó el científico norteamericano Van de Graaff. Este es un acelerador electrostático y actualmente se le conoce como acelerador de Van de Graaf.

Otros tipos de aceleradores son el dinamitron, aceleradores lineales de radiofrecuencia, peletron y muchos mas. El IFUNAM cuenta con algunos aceleradores entre los que sobresalen un Van de Graaff [Bygrave] y un peletron; es en este último acelerador en el que, como muchos otros trabajos y aplicaciones, está basada esta tesis.

Aparte de los aceleradores electrostáticos, están los aceleradores circulares que por lo general utilizan campos magnéticos, ejemplos de estos aceleradores son el ciclotron, betatron, sincrotron, sincrociclotron, isocrono, etc. Otra manera de clasificar los aceleradores es de acuerdo con la máxima energía que dan al haz generado; de esta manera podemos hablar de aceleradores de baja energía (cuya máxima energía es de 100 MeV), aceleradores de energías intermedias (cuya energía generada oscila entre 100 - 1000 MeV) y aceleradores de muy alta energía (que pueden generar energías mayores a 1 GeV).

El tipo de uso para los aceleradores también puede servir para clasificarlos, de tal manera que podemos hablar de aceleradores para investigación científica y aceleradores para aplicaciones prácticas [Waldemar]. Dentro del primer grupo podemos hablar de aceleradores para investigación en física nuclear, física de partículas, física de iones pesados, producción de nuevas partículas y elementos; dentro de la investigación no nuclear se puede hablar del uso de aceleradores en espectrometría de masas, interacciones atómicas, interacción con medios condensados, métodos de microanálisis de superficies, etc. Dentro del grupo de aplicaciones prácticas se pueden construir aceleradores para aplicaciones en medicina, radiobiología, ingeniería e industria. Dentro de la industria se construyen aceleradores para que funcionen como implantadores de iones [Flerov], los cuales se emplean para introducir átomos de cualquier elemento en cualquier tipo de material [Flerov][Larson] con lo que se pueden modificar las propiedades eléctricas de elementos y materiales para construir distintos tipos de superconductores, fibras ópticas o diversos elementos de circuitos electrónicos [Anthony]. Por ejemplo, mediante implantación de iones se pueden construir resistencias cuyas variaciones de sus parámetros no excedan el 2% por cada 100 horas de operación; también se puede emplear para insertar ciertos tipos de iones en las superficies de metales para hacerlos mas resistentes a fenómenos de corrosión y oxidación [Guarner].

El IFUNAM cuenta, desde 1994, con un acelerador de tipo peletron; después de la instalación de ese acelerador, el grupo de Física Nuclear se planteó la posibilidad de iniciar un programa de investigación en ese laboratorio. Dadas las características del acelerador, se propuso trabajar en el tema de medida de secciones eficaces para reacciones nucleares relevantes en astrofísica. La unión de estas dos disciplinas dio origen a la astrofísica nuclear. Esta disciplina tiene como principales objetos de estudio la producción de energía mediante reacciones nucleares generadas en el sol y otras estrellas [Fowler]. Otro objeto de estudio

son los procesos nucleares estelares que dan origen a los distintos elementos químicos e isótopos que hay en el universo [Fowler][Haight].

Una clase importante de esos estudios requiere de acoplar al acelerador un separador isotópico[Keiser][Kubik]. De ahí surge la motivación para éste trabajo, en donde se pretende analizar las características y propiedades de los diversos generadores de campos eléctricos y magnéticos ante el transporte de iones para diseñar dicho separador isotópico.

Por otro lado, un separador isotópico, puede ser utilizado simplemente como un espectrómetro de masas mediante la técnica AMS (del inglés "Accelerator Mass Spectrometry") la cual se ha popularizado enormemente en épocas recientes y sus áreas de aplicación son muy numerosas [Rowland][Matteson], basta con mencionar la más conocida e importante: datación por ^{14}C . Esta aplicación es tan importante que se tomó como caso ejemplo en esta tesis. AMS es una técnica que hace uso de los aceleradores de iones y de sus sistemas de transporte de haces para emplearlos como un espectrómetro de masas y proveer distintos tipos de análisis de masas e identificación de elementos en el detector final [Raisbeck][Matteson]. AMS ha sido empleado exitosamente en el análisis de radioisótopos cósmicos de larga vida presentes en muestras naturales [Elmore]. Los factores que determinan la selectividad, precisión y eficiencia de la técnica están detallados en la referencia [Elmore]. En su conjunto, la eficiencia de los sistemas basados en AMS varía desde 1 % para detección de ^{14}C a 0.02 % para ^{129}I [Beer].

Dado que en estos momentos no se cuenta con el presupuesto suficiente para importar los aparatos idóneos para construir el separador isotópico, nos vemos en la necesidad de emplear los distintos tipos de imanes que actualmente hay en el instituto para construir, en la línea de 45° del peletrón, nuestro separador; pero, antes de construirlo, necesitamos conocer la eficiencia con la que éste ha de funcionar. He aquí el principal objetivo de ésta tesis. Esta tesis pretende establecer la factibilidad de construir un separador isotópico en el laboratorio peletrón del IFUNAM, para lo cual hemos elaborado un programa por computadora que simula el transporte de cualquier tipo de haz en la nueva línea de experimentación del peletrón. Dicho programa nos fue útil para diseñar la línea, además de que nos permitió establecer el valor de los campos magnéticos de los imanes que la conforman para que la transmisión de un haz de $^{14}\text{C}^{2+}$ fuera óptima. Para llevar a cabo esta finalidad, hemos elaborado ésta tesis que está constituida por siete capítulos:

En el capítulo 2 de esta tesis establecemos las bases teóricas con las que funcionan los distintos imanes que formarán el separador, todo esto para conocer las ecuaciones de trayectoria del haz de iones que se propagará en la nueva línea y emplearlas en el programa *traza.pas*.

En el capítulo 3 se describe el transporte de dicho haz de iones. Se comienza describiendo el funcionamiento del programa *traza.pas* que se encarga de trazar las trayectorias de los iones que se transportarán por la línea; explicamos, también, como los

campos magnéticos de los distintos imanes son ajustados, mediante la subrutina *amoeba*, para que la transmisión de $^{14}\text{C}^{2+}$ a 7.5 MeV sea óptima

En el capítulo 4 hemos realizado una búsqueda de los haces contaminantes que han de propagarse junto con el haz principal y describimos como, mediante el empleo de un filtro de velocidades, logramos separar la mayoría de los haces contaminantes del haz principal.

En el capítulo 5 damos las conclusiones obtenidas respecto a la factibilidad de construir el separador de iones en el IFUNAM.

El capítulo 6 contiene los apéndices a los que hacemos referencia a lo largo de la tesis mientras que el capítulo 7 contiene la bibliografía.

Capítulo 2

ECUACIONES DE TRAYECTORIA

En este capítulo deduciremos las ecuaciones de las trayectorias para un ion de carga q y masa m que, al viajar por la nueva línea de experimentación del peletrón, atraviesa por diversas regiones donde existen campos eléctricos E y magnéticos B estáticos. Las ecuaciones obtenidas son empleadas en el programa *traza.pas* (véase el apéndice B en donde hemos colocado el código en lenguaje pascal te *traza.pas*) el cual, entre otros objetivos, traza las trayectorias de los distintos haces que se propagarán en la línea de experimentación.

El haz principal que tratamos en esta tesis es de $^{14}\text{C}^{2+}$ a 7.5 MeV, la rapidez de este ion es aproximadamente 3.4% de la velocidad de la luz, por lo que hemos evitado cálculos relativistas. Los cálculos realizados en este trabajo son a primer orden, tampoco trataremos el caso de haces muy intensos en donde hay que tomar en cuenta la interacción entre las propias partículas que forman el haz.

La figura 2.1 muestra el sistema de referencia inercial que hemos utilizado para la deducción de las ecuaciones de la trayectoria; en ella se observa que el eje Z del sistema de referencia coincide con el eje de simetría de la línea del peletrón (a éste eje de simetría lo llamaremos eje óptico) la cual tiene forma de cilindro, de tal manera que un corte transversal de la línea queda contenido en un plano paralelo al plano XY de este sistema de referencia, por otra parte, el suelo del laboratorio que aloja al peletrón queda contenido en un plano paralelo al plano XZ de éste mismo sistema de referencia.

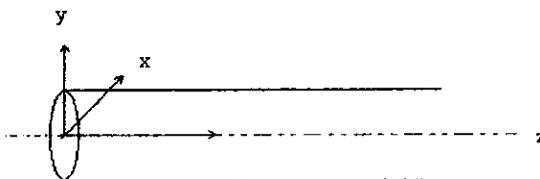


Figura 2.1 Muestra el sistema de referencia utilizado

2.1 Elemento vacío

La línea de experimentación está conformada por diversos elementos que generan campos eléctricos y magnéticos, sin embargo, cada uno de estos elementos está separado del otro por un tramo de línea en la que no existe campo eléctrico o magnético alguno, a este tramo de línea lo llamamos elemento vacío. Cuando un ion se mueve en la región comprendida por un elemento vacío, este ion no está sujeto a fuerza alguna, por lo que su movimiento será rectilíneo y uniforme; en este caso, las ecuaciones de movimiento del ion serán [Marion][Do Carmo]

$$\begin{aligned}x(t) &= v_x t + x_0 \\y(t) &= v_y t + y_0 \\z(t) &= v_z t + z_0\end{aligned}\tag{2.1}$$

de donde el parámetro t representa el tiempo mientras que las constantes v_x , v_y , v_z , x_0 , y_0 , z_0 representan las componentes X , Y y Z de la velocidad y posición inicial del ion. Ahora, lo que nos interesa no son las ecuaciones de movimiento del ion sino, mas bien, las ecuaciones de la trayectoria del mismo, por lo que de las ecuaciones 2.1 despejamos t de la ecuación de $z(t)$ y lo sustituimos en las ecuaciones para $x(t)$ y $y(t)$ obteniendo así las ecuaciones deseadas

$$\begin{aligned}x(z) &= \frac{v_x}{v_z}(z - z_0) + x_0 \\y(z) &= \frac{v_y}{v_z}(z - z_0) + y_0\end{aligned}\tag{2.2}$$

De donde v_x , v_y pueden tomar cualquier valor razonable, mientras que v_z no puede anularse, pues en ése caso no habría movimiento del ion dentro de la línea.

2.2 Campo magnético uniforme

La figura 2.2 muestra un corte transversal de un imán, en ella se observa que, dado el sistema de referencia inercial adecuado, el campo magnético generado tiene una sola componente. [Hauser] [Marion]

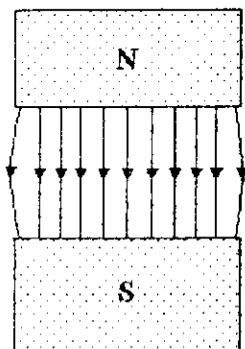


Figura 2.2 Muestra las líneas de campo magnético generadas por un imán

La fuerza que siente un ion al moverse en el espacio donde existen campos electromagnéticos está dada por la fuerza de Lorentz [Milford]

$$\mathbf{F} = q(\mathbf{E} + \mathbf{v} \wedge \mathbf{B}) \quad (2.3)$$

para el caso que nos ocupa, el caso del imán, el campo eléctrico es nulo, por lo que $\mathbf{E} = 0$; y la ecuación 2.3 se reduce a

$$\mathbf{F} = q\mathbf{v} \wedge \mathbf{B} \quad (2.4)$$

Ahora, dado el sistema de referencia inercial que hemos escogido (véase figura 2.1), nos conviene tomar al vector campo magnético como $\mathbf{B} = (0, B, 0)$, de donde $B = |\mathbf{B}|$, éste campo hará que el ion gire sobre el plano XZ, el mismo plano que es paralelo al plano que contiene el suelo del laboratorio que aloja al peletrón.

Desarrollando el producto cruz, de la ecuación 2.4 obtengo

$$\begin{aligned} F_x &= q(v_y B_z - v_z B_y) \\ F_y &= q(v_z B_x - v_x B_z) \\ F_z &= q(v_x B_y - v_y B_x) \end{aligned} \quad (2.5)$$

pero las componentes B_x y B_z son nulas, por lo que el sistema de ecuaciones 2.5 se reduce al siguiente sistema de ecuaciones

$$\begin{aligned} F_x &= -q v_z B_y \\ F_y &= 0 \\ F_z &= q v_x B_y \end{aligned} \quad (2.6)$$

utilicemos ahora la segunda ley de Newton para obtener del sistema de ecuaciones 2.6 el siguiente sistema de ecuaciones diferenciales

$$\begin{aligned} m \frac{d^2 x}{dt^2} &= -qB \frac{dz}{dt} \\ m \frac{d^2 y}{dt^2} &= 0 \\ m \frac{d^2 z}{dt^2} &= qB \frac{dx}{dt} \end{aligned} \quad (2.7)$$

la solución al sistema de ecuaciones diferenciales 2.7 son las siguientes ecuaciones de movimiento [Zill]

$$\begin{aligned} x(t) &= \rho \cos(\omega t + \varphi) + a \\ y(t) &= v_y t + b \\ z(t) &= \rho \sin(\omega t + \varphi) + c \end{aligned} \quad (2.8)$$

aplicando las siguientes condiciones iniciales

$$\begin{aligned} x(0) &= x_0 \\ y(0) &= y_0 \\ z(0) &= z_0 \end{aligned} \quad (2.9)$$

$$\begin{aligned} \left. \frac{dx}{dt} \right|_{t=0} &= -\rho\omega \sin(\varphi) = v_x \\ \left. \frac{dy}{dt} \right|_{t=0} &= v_y \\ \left. \frac{dz}{dt} \right|_{t=0} &= \rho\omega \cos(\varphi) = v_z \end{aligned}$$

obtengo el valor de las constantes que aparecen en las ecuaciones de movimiento 2.8

$$\begin{aligned}
 a &= x_0 - \rho \cos(\phi) \\
 b &= y_0 \\
 c &= z_0 - \rho \sin(\phi) \\
 \phi &= \text{ang tan} \left(-\frac{v_x}{v_z} \right) \\
 \rho &= \frac{\sqrt{v_x^2 + v_z^2}}{\omega} \\
 \omega &= \frac{qB}{m}
 \end{aligned}
 \tag{2.10}$$

analizando las ecuaciones 2.8 podemos observar que las componentes X y Z del movimiento nos describen una *circunferencia de radio ρ [Do Carmo]* como se muestra en la figura 2.3, al agregar la componente Y del movimiento tendremos que la trayectoria del ion será una hélice.

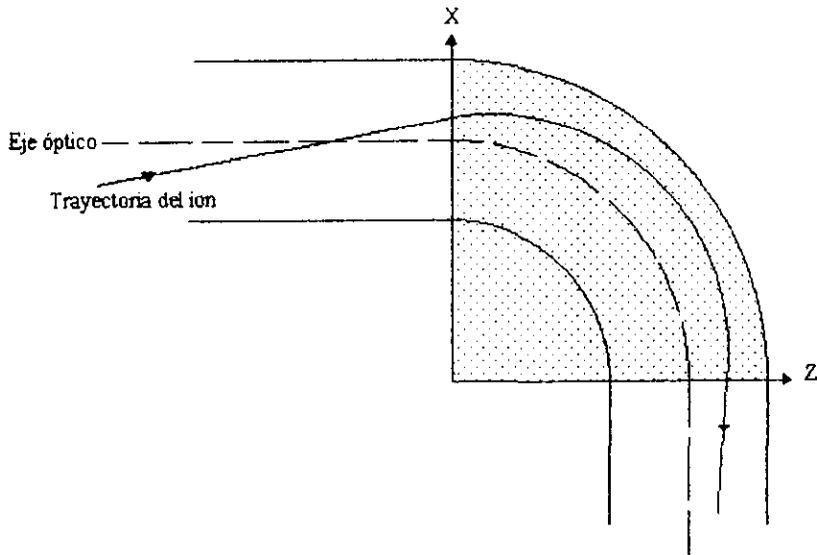


Figura 2.3 Muestra un corte longitudinal de un imán de 90° el cual está representado por la zona sombreada, se muestra también la proyección sobre el plano XZ de la trayectoria del ion

Las últimas dos ecuaciones del conjunto 2.10 pueden emplearse para encontrar una expresión matemática de la intensidad del campo magnético B en función de la energía cinética T del ion [Marion]

$$B = \frac{\sqrt{2mT - m^2 v_y^2}}{\rho q} \quad (2.11)$$

como $v_y \gg v_x$ (de lo contrario, el ion pronto colisionaría con las paredes del sistema y no sería transmitido por la línea) entonces podemos reducir la ecuación 2.11 a la siguiente

$$B = \frac{\sqrt{2mT}}{\rho q} \quad (2.12)$$

La ecuación 2.12 será empleada para ajustar el campo magnético de los imanes en el acelerador con lo que lograremos que de todos los distintos tipos de iones que ingresan al imán únicamente emerjan de él los iones con la masa y energía deseada. Además esa misma ecuación nos sirve para introducir de manera natural el concepto de rigidez magnética el cual será denotado por el símbolo griego σ . La rigidez magnética la definimos como

$$\sigma = \frac{\sqrt{2mT}}{q} \quad (2.13)$$

Combinando las ecuaciones 2.12 y 2.13 obtengo

$$\sigma = \rho B \quad (2.14)$$

De la ecuación 2.12 obtenemos la relación entre la rigidez magnética y la rapidez (v) de un ion. Esta relación será empleada en la sección 4.2

$$\sigma = \frac{m}{q} v \quad (2.15)$$

De la ecuación 2.13, notamos que, para un ion dado con una energía definida, su rigidez magnética es constante. De la ecuación 2.14 podemos inferir que el radio de curvatura ρ de la trayectoria de la partícula disminuye si la intensidad del campo magnético B del imán aumenta, lo que significa que sólo los iones que posean la rigidez magnética adecuada podrán emerger del imán.

2.3 Filtro de velocidades

Un filtro de velocidades es un aparato que genera un campo magnético \mathbf{B} y un campo eléctrico \mathbf{E} perpendiculares entre sí, el propósito de este filtro es desviar a los iones que no posean la velocidad requerida, la cual está dada por la siguiente relación [Semat] [Hauser]

$$v_z = \frac{E}{B} \quad (2.16)$$

de donde " v_z " es la rapidez del ion, $B = |\mathbf{B}|$ y $E = |\mathbf{E}|$. Sin pérdida de generalidad podemos elegir los campos como $\mathbf{B} = (0, B, 0)$ y $\mathbf{E} = (E, 0, 0)$, con lo cual logramos que los siguientes cálculos sean sencillos, los campos perpendiculares entre sí y la componente Z de la fuerza que sentirán los iones seleccionados será nula por lo que su energía no será alterada. Un ion, dentro del filtro, siente la fuerza de Lorentz (ec. 2.3), resolviendo el producto cruz obtengo

$$\begin{aligned} F_x &= q(E - v_z B) \\ F_y &= 0 \\ F_z &= qv_x B \end{aligned} \quad (2.17)$$

utilizando la segunda ley de Newton llegamos al siguiente conjunto de ecuaciones diferenciales

$$\begin{aligned} m \frac{d^2 x}{dt^2} &= qE - qB \frac{dz}{dt} \\ m \frac{d^2 y}{dt^2} &= 0 \\ m \frac{d^2 z}{dt^2} &= qB \frac{dx}{dt} \end{aligned} \quad (2.18)$$

cuya solución es [Hauser][Zill]

$$\begin{aligned} x(t) &= \rho \cos(\omega t + \phi) + a \\ y(t) &= v_y t + y_0 \\ z(t) &= \rho \sin(\omega t + \phi) + c + \frac{E}{B} t \end{aligned} \quad (2.19)$$

aplicando las condiciones a la frontera dadas por el conjunto de ecuaciones 2.9 encuentre el valor de las constantes que aparecen en las ecuaciones 2.19

$$\begin{aligned}
 a &= x_0 - \rho \cos(\varphi) \\
 c &= z_0 - \rho \sin(\varphi) \\
 \varphi &= \text{ang tan} \left(-\frac{v_x - \frac{E}{B}}{v_z - \frac{E}{B}} \right) \\
 \rho &= \frac{\sqrt{v_x^2 + \left(v_z - \frac{E}{B}\right)^2}}{\omega} \\
 \omega &= \frac{qB}{m}
 \end{aligned}
 \tag{2.20}$$

si requerimos que un ion dado no sienta fuerza alguna al entrar al filtro, entonces es necesario pedir que las tres ecuaciones diferenciales 2.18 sean igualadas a cero

$$\begin{aligned}
 qE - qB \frac{dz}{dt} &= 0 \\
 m \frac{d^2y}{dt^2} &= 0 \\
 qB \frac{dx}{dt} &= 0
 \end{aligned}
 \tag{2.21}$$

las ecuaciones anteriores nos conducen al siguiente resultado

$$\begin{aligned}
 E &= v_x B \\
 v_x &= 0
 \end{aligned}
 \tag{2.22}$$

del cual se deriva la ecuación 2.16. Por esta razón, el aparato mostrado en la figura 2.4 (véase la siguiente página) se llama filtro de velocidades, por que solo los iones cuya velocidad sea la indicada por la ecuación 2.16 lograrán salir del filtro de velocidades sin desviación alguna.

En la práctica, el valor de E debe ser lo más intenso posible [Semat], para que la desviación de las partículas no deseadas sea máxima; en el caso de partículas muy energéticas la desviación será menor y la separación de las partículas no deseadas será poco eficiente, sin embargo esta situación puede mejorar si hacemos que la trayectoria de los iones al salir del filtro sea lo más larga posible, de esta manera la separación entre el haz deseado y el no deseado será mayor, por lo que puede emplearse una rendija como se muestra en la figura 2.4 para lograr detener al haz no deseado.

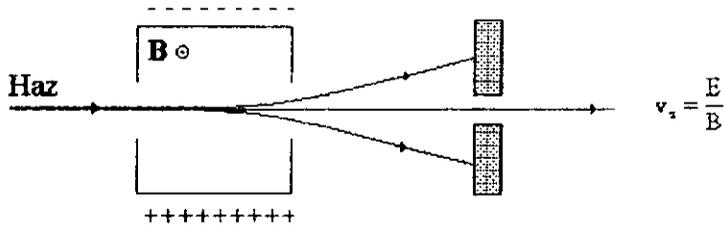


Figura 2.4 Muestra un corte longitudinal de un filtro de velocidades. En la figura se muestran tres tipos de trayectorias, siendo la de en medio la trayectoria del haz que no sufre desviación alguna por poseer la velocidad indicada por la relación 2.12

2.4 Cuadrupolo magnético

La figura 2.5 Muestra la configuración geométrica para un cuadrupolo magnético, mientras que la figura 2.6 muestra la dirección de las componentes X y Y del campo magnético [Septier]

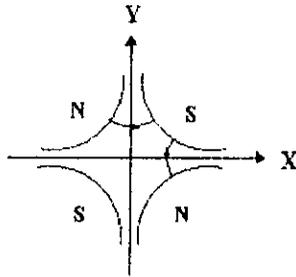


Figura 2.5 Muestra la geometría para un cuadrupolo magnético.

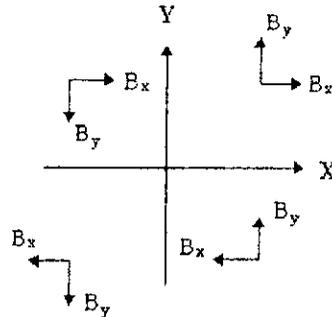


Figura 2.6 Muestra la dirección del campo magnético.

Dentro del cuadrupolo, el haz de iones viaja en la dirección Z la cual emerge perpendicular al plano que contiene ésta hoja de papel. De la figura 2.6 se puede observar que B_x cambia de signo cuando atraviesa el plano XZ, mientras que B_y cambia de signo cuando atraviesa el plano YZ.

De las ecuaciones de Maxwell sabemos que el campo magnético \mathbf{B} está dado por

$$\nabla \wedge \mathbf{B} = \mu_0 \epsilon_0 \partial \mathbf{E} / \partial t + \mu_0 \mathbf{J} \quad (2.23)$$

pero en el interior de la línea que corresponde al cuadrupolo tenemos que los campos \mathbf{E} y \mathbf{J} son nulos por lo que la ecuación 2.23 se reduce a

$$\nabla \wedge \mathbf{B} = 0 \quad (2.24)$$

de tal manera que el campo magnético lo puedo escribir como el gradiente de un potencial V

$$\mathbf{B} = -\nabla V \quad (2.25)$$

El potencial V es fácil de encontrar si los cuatro polos que forman el cuadrupolo son hipérbolas equiláteras (véase figura 2.5), en ése caso el potencial está dado por [Septier]

$$V = -Gxy \quad (2.26)$$

de donde G es una constante [Septier]

$$G = \frac{2nI\mu_0}{R^2} \quad (2.27)$$

R representa la apertura del cuadrupolo (véase figura 2.7), I es la corriente que se inyecta a la bobina de cada polo, n es el número de vueltas que componen cada bobina y μ_0 es la permeabilidad magnética del vacío.

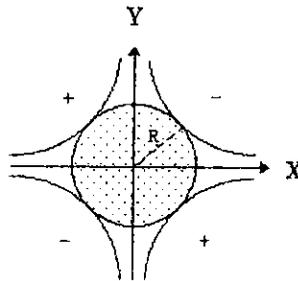


Figura 2.7 Muestra un corte transversal de la línea y el cuadrupolo.

Las componentes del campo magnético son [Milford]

$$B_x = \frac{-\partial V}{\partial x} = Gy$$

$$B_y = \frac{-\partial V}{\partial y} = Gx \quad (2.28)$$

La fuerza magnética, generada por el cuadrupolo, que actúa sobre una partícula de carga q está dada por la ecuación 2.4; desarrollando el producto cruz obtenemos el conjunto de ecuaciones 2.5, teniendo en cuenta que $B_z = 0$ tenemos que las componentes de la fuerza que siente el ion son

$$\begin{aligned} F_x &= -q v_z B_y \\ F_y &= q v_z B_x \\ F_z &= q(v_x B_y - v_y B_x) \end{aligned} \quad (2.29)$$

dado que la trayectoria del ion está a lo largo del eje óptico (es decir a lo largo del eje Z), entonces $v_z \gg v_x$ y $v_z \gg v_y$ por lo que del conjunto de ecuaciones 2.29 podemos considerar que $F_z = 0$ [Septier][Semat] y si sustituimos el valor de B_x y B_y dados por las ecuaciones 2.28 tenemos que las componentes X y Y de la fuerza sobre el ion quedan como

$$\begin{aligned} F_x &= -qvGx \\ F_y &= qvGy \end{aligned} \quad (2.30)$$

de donde v denota la componente Z de la velocidad (v_z).

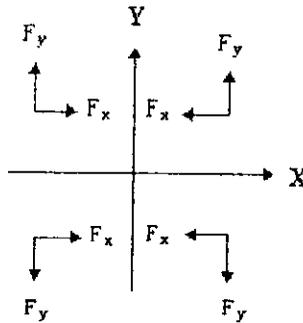


Figura 2.8 Muestra las fuerzas que actúan sobre un ion dentro de un cuadrupolo.

La figura 2.8 (mostrada en la página anterior) muestra las componentes de la fuerza en cada uno de los cuatro cuadrantes, de ella se puede observar que, no importa donde se encuentre la partícula, la componente X de la fuerza jalará a la partícula hacia el eje Y, mientras que la componente Y de la fuerza tenderá a alejar a la partícula del eje X [Septier][Purser]; de esta manera, el cuadrupolo magnético tiende a enfocar al haz en el plano ZX mientras que en el plano ZY el haz diverge justo como se muestra en la figura 2.9 donde se presentan las proyecciones en los planos ZX y ZY de la trayectoria de un ion dentro del cuadrupolo. Si uno intercambia las polaridades en el cuadrupolo, entonces la situación se invierte, es decir, el cuadrupolo enfocará al haz en el plano ZY mientras que lo divergirá en el plano ZX. De esta manera se compone un doblete cuadrupolar, con un cuadrupolo que converge en el plano ZX seguido de otro cuadrupolo que converge en el plano ZY.

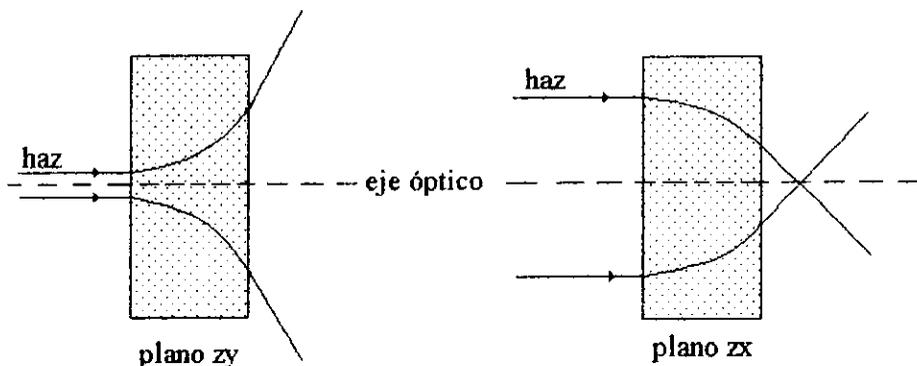


Figura 2.9 Muestra las componentes de la trayectoria de un ion dentro del cuadrupolo, en ellas se observa que en un plano la trayectoria diverge, mientras que en el otro plano la trayectoria converge.

Si empleo la segunda ley de Newton para reescribir las ecuaciones 2.30 obtengo el siguiente conjunto de ecuaciones diferenciales

$$m \frac{d^2x}{dt^2} = -qvGx \quad (2.31)$$

$$m \frac{d^2y}{dt^2} = qvGy$$

$$m \frac{d^2z}{dt^2} = 0$$

como lo que busco son las ecuaciones de la trayectoria, entonces empleo la regla de la cadena para ver que

$$\frac{dx}{dt} = \frac{dx}{dz} \frac{dz}{dt} = v \frac{dx}{dz} \quad (2.32)$$

de modo que

$$\frac{d^2x}{dt^2} = v \frac{d}{dt} \frac{dx}{dz} = v \frac{d}{dz} \frac{dx}{dt} \quad (2.33)$$

por lo tanto

$$\frac{d^2x}{dt^2} = v^2 \frac{d^2x}{dz^2} \quad (2.34)$$

de esta manera, el conjunto de ecuaciones diferenciales 2.31 pasa a ser el siguiente conjunto de ecuaciones

$$\frac{d^2x}{dz^2} + \frac{qG}{mv} x = 0 \quad (2.35)$$

$$\frac{d^2y}{dz^2} - \frac{qG}{mv} y = 0$$

realizando la siguiente notación

$$k^2 = \frac{qG}{mv} = \frac{G}{\sigma} \quad (2.36)$$

donde σ es la rigidez magnética (véase la ecuación 2.15). Encontramos finalmente las siguientes ecuaciones

$$\frac{d^2x}{dz^2} + k^2 x = 0 \quad (2.37)$$

$$\frac{d^2y}{dz^2} - k^2 y = 0$$

cuya solución es

$$x(z) = a \cos(kz) + b \sin(kz) \quad (2.38)$$

$$y(z) = c \cosh(kz) + d \sinh(kz)$$

de donde las constantes a , b , c y d las encuentro con las siguientes condiciones a la frontera

$$x(0) = x_0$$

$$y(0) = y_0$$

(2.39)

$$\left. \frac{dx}{dz} \right|_{z=0} = \frac{v_x}{v}$$

$$\left. \frac{dy}{dz} \right|_{z=0} = \frac{v_y}{v}$$

y así obtengo las ecuaciones de la trayectoria del ion que viaja dentro de un cuadrupolo magnético.

$$x(z) = x_0 \cos(kz) + \frac{v_x}{kv} \operatorname{sen}(kz)$$

$$y(z) = y_0 \cosh(kz) + \frac{v_y}{kv} \operatorname{senh}(kz) \quad (2.40)$$

de donde las constantes x_0 y y_0 representan la posición del ion en el momento en el que éste entra al cuadrupolo magnético, mientras que las constantes v_x y v_y representan la velocidad del ion en el momento en el que entra al cuadrupolo magnético. Las trayectorias que surgen de las ecuaciones 2.40 se muestran en la figura 2.9 de la página 18

2.5 Doblete cuadrupolar.

Un doblete cuadrupolar está formado por dos cuadrupolos magnéticos, uno de estos cuadrupolos está invertido respecto del otro (véase figura 2.10); para conocer el movimiento del ion a través del doblete cuadrupolar hacen falta las siguientes ecuaciones [Septier] [Purser]

$$\begin{aligned}x(z) &= x_0 \cosh(kz) + \frac{v_x}{kv} \sinh(kz) \\y(z) &= y_0 \cos(kz) + \frac{v_y}{kv} \sin(kz)\end{aligned}\quad (2.41)$$

estas son las ecuaciones de la trayectoria del ion dentro del cuadrupolo invertido. Estas ecuaciones junto con las 2.40 me permiten conocer la trayectoria del ion dentro del doblete cuadrupolar la cual se puede ver en la figura 2.11.

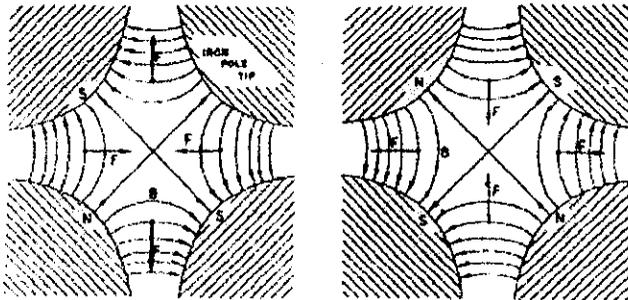


Figura 2.10 Muestra las líneas de campo para un doblete cuadrupolar, indica también la dirección de la fuerza que actúa sobre el ion.

En la figura 2.11 se muestran las proyecciones de la trayectoria en los planos ZX y ZY, obsérvese que, para la proyección ZX, el primer cuadrupolo hace converger al haz que entra en él, mientras que el segundo cuadrupolo lo hace divergir; algo similar sucede en la proyección ZY, mientras que el primer cuadrupolo hace divergir el haz que entra, el segundo cuadrupolo lo hace converger, teniendo a la salida del doblete cuadrupolar un haz que ha de converger en algún punto del eje óptico.

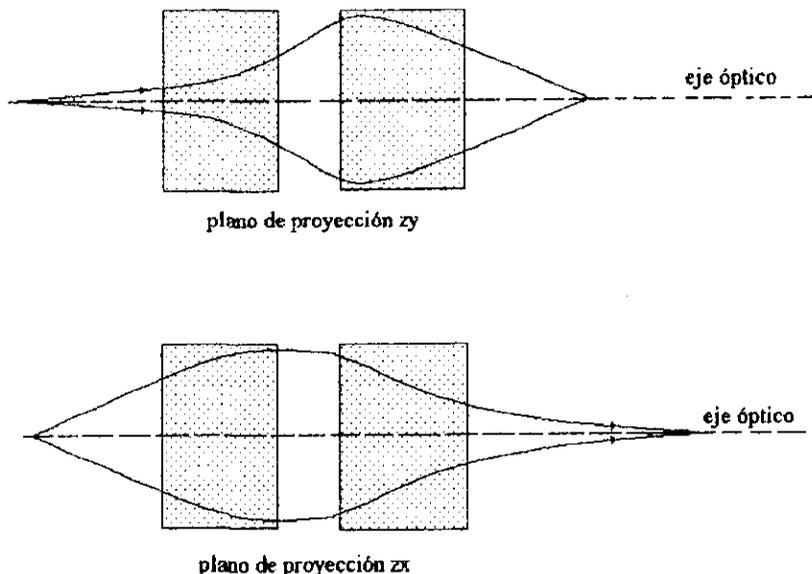


Figura 2.11 Muestra las proyecciones en los planos ZX y ZY de la envolvente de un haz cuando está bajo la influencia de un doblete cuadrupolar.

2.6 Tubo acelerador

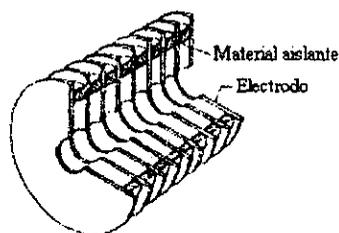


Figura 2.12 Muestra los electrodos que están en el interior de un tubo acelerador.

La figura 2.12 muestra, de manera esquemática, el interior de un tubo acelerador, éste se compone de una serie de platos metálicos (electrodos) que están separados por un material aislante; entre cada par de electrodos se aplica una diferencia de potencial eléctrico constante, es esta diferencia de potencial la que acelera a los iones dentro del acelerador. La figura 2.13 muestra un corte longitudinal en el que se representan las superficies equipotenciales generadas por los electrodos del tubo acelerador. En dicha figura se puede observar que en la entrada del tubo el campo eléctrico generado tiene una componente radial que apunta hacia el eje óptico, esta componente es nula sobre el eje óptico y se incrementa conforme nos alejamos del mismo [Stanley] [Stephen].

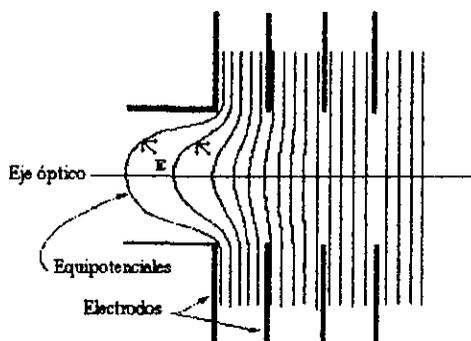


Figura 2.13 Muestra la dirección del campo eléctrico dentro del tubo acelerador.

Es en la entrada del tubo acelerador donde se produce el enfoque del haz (véase la figura 2.14 en la página 26), este efecto puede ser muy intenso sobre todo si la energía del haz que entra es baja. Hacia la parte media del tubo acelerador las superficies equipotenciales son

planos paralelos a los electrodos, en ésta región el campo eléctrico no tiene componente radial y su efecto sobre cada ion es incrementar su componente Z de la velocidad [Stephen].

Para encontrar el potencial dentro del tubo acelerador es necesario resolver la ecuación de Laplace $\nabla^2 \phi = 0$, como el tubo acelerador tiene forma cilíndrica entonces es conveniente usar coordenadas cilíndricas para expresar la ecuación de Laplace [Milford]

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \phi}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = 0 \quad (2.42)$$

pero nuestro problema tiene simetría azimutal de modo que el potencial no depende del ángulo θ por lo que la ecuación a resolver es

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \phi}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = 0 \quad (2.43)$$

La existencia de un alto grado de simetría impone ciertas propiedades especiales a la distribución de potencial [Hall]. Como estamos interesados en las regiones cercanas al eje óptico, entonces una solución para ϕ en serie de potencias de r es lo más conveniente [Hall]

$$\phi(r, z) = \Phi(z) - \frac{\Phi''(z)}{4} r^2 + \frac{\Phi^{IV}(z)}{64} r^4 \dots \quad (2.44)$$

de donde $\Phi(z) = \phi(0, z)$ es el potencial sobre el eje óptico. El superíndice sobre Φ indica el número de veces que Φ se ha de derivar respecto de z .

La ecuación de la trayectoria de un ion en el interior del tubo acelerador debe proporcionarme el radio r (r es la distancia que hay entre el ion y el eje óptico) como función de z , es decir busco la relación $r(z)$. Para hallar la ecuación diferencial de cuya solución obtengo a $r(z)$ hago las siguientes suposiciones (haces paraxiales):

- 1) r es lo suficiente pequeño como para poder suprimir las potencias mayores que 2 en r .
- 2) el ángulo $\alpha = \arctan(r')$ que el haz hace con el eje óptico es lo suficientemente pequeño como para suponer que $\tan(\alpha) = \alpha$, de esta manera, si ds representa un elemento de trayectoria, entonces $ds \approx dz$.

Bajo las suposiciones anteriores estudiemos el caso de un ion negativo de carga $-q$ que se propaga en la región donde hay un potencial eléctrico dado por la ecuación 2.44. Usando la segunda ley de Newton llegamos a la siguiente ecuación diferencial.

$$\frac{d}{dt} \left(m \frac{dr}{dt} \right) = q \frac{\partial \phi}{\partial r} \quad (2.45)$$

substituyendo $\frac{dr}{dt} = r' \frac{dz}{dt} = r' \sqrt{\frac{2q\phi}{m}}$ y $\frac{d}{dt} = \frac{dz}{dt} \frac{d}{dz}$ en 2.45 obtenemos

$$\sqrt{\frac{2q\phi}{m}} \frac{d}{dz} \left(r' \sqrt{\frac{2q\phi}{m}} \right) = \frac{q}{m} \frac{\partial \phi}{\partial r} \quad (2.46)$$

de donde r' representa la derivada de r respecto de z . Completando la diferenciación respecto de z , y ordenando los términos obtenemos

$$r'' + \frac{\phi' r'}{2\phi} - \frac{1}{2\phi} \frac{\partial \phi}{\partial r} = 0 \quad (2.47)$$

Expresiones para ϕ y sus derivadas las obtenemos de la ecuación 2.44 suprimiendo los términos de orden mayor que 2

$$\begin{aligned} \phi &= \Phi \\ \phi' &= \Phi' \\ \frac{\partial \phi}{\partial r} &= -\frac{\Phi''}{2} r \end{aligned} \quad (2.48)$$

Substituyendo las ecuaciones anteriores en la ecuación 2.47 obtenemos

$$r'' = -\frac{\Phi'}{2\Phi} r' - \frac{\Phi''}{4\Phi} r \quad (2.49)$$

de donde $\Phi(z)$ que es el potencial sobre el eje óptico esta dado por [Septier]

$$\Phi(z) = \Phi_0 - \frac{E_1 + E_2}{2} z + \frac{R}{\pi} (E_1 - E_2) \left(\frac{z}{R} \text{ang tan} \left(\frac{z}{R} \right) + 1 \right) \quad (2.50)$$

siendo R el radio del tubo por donde viaja el haz dentro del acelerador, Φ_0 el voltaje inicial por el cual ha atravesado el haz antes de entrar al acelerador y E_1 y E_2 son los campos eléctricos antes y después de la entrada del acelerador, obsérvese que $E_1 = 0$ pues este valor corresponde al campo eléctrico fuera del acelerador, mientras que E_2 es el campo eléctrico dentro del acelerador

No presentaremos una solución analítica a la ecuación 2.49, en cambio hemos empleado el método numérico Runge Kutta de cuarto orden [Hamming] [James] con un paso de 0.01 para realizar el trazado de trayectorias dentro del tubo acelerador.

En la figura 2.14 se muestra un corte longitudinal del tubo acelerador (zona sombreada), la línea punteada representa el eje óptico, mientras que las dos curvas que terminan como una flecha representan las trayectorias de dos iones que ingresan en el acelerador. En la figura se observa que es en la entrada del tubo donde se produce el fenómeno de enfoque del haz, conforme el haz avanza dentro del acelerador su rapidez se incrementa y sus trayectorias tienden a ser líneas rectas.

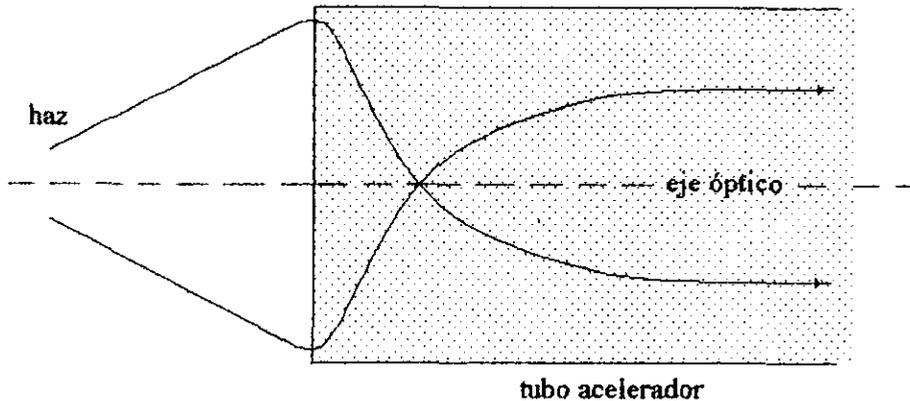


Figura 2.14. Muestra un corte longitudinal del haz que entra al tubo acelerador. Dicho tubo acelerador está representado por la zona sombreada.

2.7 Óptica de iones

En las secciones anteriores hemos encontrado las ecuaciones de las trayectorias para un ion de masa m y carga q que se propaga por los distintos elementos que conformarán la nueva línea de experimentación del peletón. En ésta sección explicaremos cómo todos estos tipos de imanes tienen propiedades ópticas sobre los haces que han de propagarse.

Cuando el haz de iones es generado por la fuente, éste es en un principio divergente [Whealton], pero es imposible trabajar con un haz divergente en toda región. Es esencial que el haz quede constreñido dentro del sistema y sin que golpee las paredes del mismo de tal manera que al final del recorrido enfoque en el blanco donde ha de producirse la reacción.

En la óptica clásica, el problema de un haz de luz divergente queda resuelto mediante el empleo de lentes de vidrio. Se puede ver de la figura 2.15 que un grupo de rayos paralelos al eje óptico es enfocado en un punto al otro lado de la lente cuando ésta es convergente, el ángulo a a través del cual cada rayo es refractado por la lente resulta ser proporcional a la distancia entre el rayo y el eje del sistema. Más precisamente, lo que se necesita para obtener un haz convergente es que la tangente del ángulo "a" de deflexión sea linealmente proporcional a la distancia "d" entre el rayo entrante y el eje del sistema. En el caso de la luz, los materiales transparentes de forma esférica producen la condición de proporcionalidad necesaria para producir haces convergentes. En la óptica de iones, fuerzas radiales producidas principalmente por campos magnéticos, eléctricos y por los efectos de borde de los electrodos o materiales magnéticos nos dan la condición de proporcionalidad entre el ángulo de deflexión y su distancia al eje óptico necesarias para obtener un haz convergente.

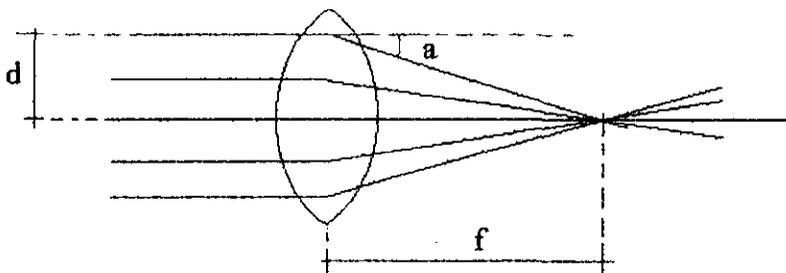


Figura 2.15 Muestra una lente convergente.

La manera en como un haz de iones se vuelve divergente o convergente por los sistemas electromagnéticos es análoga a como los lentes de vidrio hacen divergir o converger a un haz de luz [Septier]. Dada esta similitud, es común que en la óptica de iones se empleen términos como distancia focal, magnificación lineal, magnificación angular, dispersión, aberración etc; términos que son empleados en óptica clásica [Septier][Lawson].

Las propiedades ópticas de los distintos elementos electromagnéticos que conforman la línea se deducen a continuación. Consideremos una región libre de campos electromagnéticos, en este espacio vacío un ion avanzará en línea recta de modo que su ecuación de movimiento en el plano xz será $x = Az + B$. Tomando condiciones a la frontera obtenemos las siguientes ecuaciones

$$\begin{aligned}x &= x_0 + Lx_0' \\ x' &= x_0'\end{aligned}\tag{2.49}$$

de donde x' denota la derivada de x respecto de z , mientras que $L = z - z_0$ representa la longitud del espacio vacío. Las ecuaciones anteriores se pueden escribir en forma matricial

$$\begin{pmatrix} x \\ x' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & L \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_0 \\ x_0' \end{pmatrix}\tag{2.50}$$

de modo que la matriz que representa el espacio vacío es

$$\begin{pmatrix} 1 & L \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\tag{2.51}$$

análogamente, el movimiento en el plano zy está asociado a la siguiente ecuación matricial

$$\begin{pmatrix} y \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & L \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_0 \\ y_0' \end{pmatrix}\tag{2.52}$$

de la misma manera se pueden establecer las matrices que representan los distintos elementos electromagnéticos que conforman la línea, supongamos que uno de estos elementos está representado por la matriz

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}\tag{2.53}$$

donde los parámetros a , b , c y d dependen de la geometría y de los parámetros físicos del elemento en cuestión y no de la entrada o salida del haz de iones. Si este elemento electromagnético está precedido por un espacio vacío de longitud p y sucedido por otro espacio vacío de longitud q entonces la matriz de transferencia desde el punto objeto hasta el punto imagen es

$$\begin{pmatrix} x \\ x' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & q \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & p \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_0 \\ x_0' \end{pmatrix}\tag{2.53}$$

de la matriz anterior se deducen las siguientes ecuaciones

$$\begin{aligned}x &= (a + cq)x_0 + [ap + b + q(cp + d)]x_0' \\x' &= cx_0 + (cp + d)x_0'\end{aligned}\quad (2.54)$$

estas ecuaciones revelan distintos tipos de características de primer orden del sistema óptico en cuestión [Septier]

Distancia imagen	$q = -(ap + b)/(cp + a)$	
Magnificación	$g = 1/(cp + a)$	
Planos focales	$F_i = F_o = -a/c$	(2.55)
Planos principales	$H_i = H_o = (1 - a)/c$	
Distancia focal	$f_i = f_o = -1/c$	

Con todos estos datos podemos encontrar las propiedades ópticas de un cuadrupolo magnético. De la ecuación 2.40 obtenemos x, x', y, y' con las que podemos establecer las matrices de transferencia para los planos xz y yz las cuales son

$$\begin{aligned}T_c &= \begin{pmatrix} \cos(kL) & \frac{1}{k} \sin(kL) \\ -k \sin(kL) & \cos(kL) \end{pmatrix} \\T_d &= \begin{pmatrix} \cosh(kL) & \frac{1}{k} \sinh(kL) \\ k \sinh(kL) & \cosh(kL) \end{pmatrix}\end{aligned}\quad (2.56)$$

donde T_c y T_d representan las matrices en los planos convergentes (xz) y divergentes (yz) respectivamente. k está dada por la ecuación 2.36, mientras que L representa la longitud del cuadrupolo. Refiriéndonos a la lista de propiedades ópticas 2.55 podemos encontrar las propiedades ópticas del cuadrupolo magnético, las cuales son.

Planos focales

$$\begin{aligned}F_x = F_{oc} &= \frac{1}{k} \cot(kL) \\F_y = F_{od} &= \frac{-1}{k} \coth(kL)\end{aligned}\quad (2.57)$$

Distancias focales

$$\begin{aligned}f_c &= \frac{1}{k \sin(kL)} \\f_d &= \frac{-1}{k \sinh(kL)}\end{aligned}\quad (2.58)$$

Planos principales

$$\begin{aligned} H_u &= H_{in} \frac{1 - \cos(kL)}{k \sin(kL)} \\ H_{ud} &= H_{ind} \frac{1 - \cosh(kL)}{k \sinh(kL)} \end{aligned} \quad (2.59)$$

Distancia imagen

$$\begin{aligned} q_c &= \frac{p \cos(kL) + \frac{1}{k} \sin(kL)}{pk \sin(kL) - \cos(kL)} \\ q_d &= \frac{p \cosh(kL) + \frac{1}{k} \sinh(kL)}{pk \sinh(kL) + \cosh(kL)} \end{aligned} \quad (2.60)$$

Magnificación

$$\begin{aligned} g_c &= \frac{1}{\cos(kL) - pkL \sin(kL)} \\ g_d &= \frac{1}{pkL \sinh(kL) + \cosh(kL)} \end{aligned} \quad (2.61)$$

de donde L representa la longitud del cuadrupolo magnético, p la longitud del espacio vacío que antecede al cuadrupolo y q representa la longitud del espacio vacío que sucede al cuadrupolo. Un cuadrupolo magnético produce una imagen real en su plano convergente, mientras que en el plano divergente produce una imagen virtual, si queremos obtener una imagen real en ambos planos entonces es necesario emplear un doblete cuadrupolar, un doblete puede producir una imagen real en ambos planos como se muestra en la figura 2.11

Si d representa la distancia que separa los cuadrupolos que forman el doblete cuadrupolar, entonces las matrices de transportación que representan al doblete cuadrupolar son

$$\begin{aligned} T_{cd} &= \begin{pmatrix} \cosh(w_2) & \frac{1}{k_2} \sinh(w_2) \\ k_2 \sinh(w_2) & \cosh(w_2) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & d \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos(w_1) & \frac{1}{k_1} \sin(w_1) \\ -k_1 \sin(w_1) & \cos(w_1) \end{pmatrix} \\ T_{dc} &= \begin{pmatrix} \cos(w_2) & \frac{1}{k_2} \sin(w_2) \\ -k_2 \sin(w_2) & \cos(w_2) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & d \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cosh(w_1) & \frac{1}{k_1} \sinh(w_1) \\ k_1 \sinh(w_1) & \cosh(w_1) \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (2.62)$$

de donde $w_1 = k_1 L_1$, y $w_2 = k_2 L_2$ donde el coeficiente 1 representa el primer cuadrupolo, mientras que el 2 representa al segundo cuadrupolo. Desarrollando el producto de matrices se pueden obtener las propiedades ópticas del doblete cuadrupolar.

Así como hemos asociado una matriz de transferencia al cuadrupolo magnético y al doblete cuadrupolar, también podemos asociar una matriz de transferencia al imán descrito en la sección 2.2 la cual, para trayectorias paraxiales está dada por [Chavez]

$$\begin{pmatrix} c & s & d \\ -s & c & s \\ \frac{\rho_0^2}{\rho_0} & c & \rho_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (2.63)$$

$$\begin{pmatrix} 1 & \rho_0 \phi_0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

de donde

$$\begin{aligned} c &= \cos(\phi_0) \\ s &= \rho_0 \sin(\phi_0) \\ d &= \rho_0 [1 - \cos(\phi_0)] \end{aligned} \quad (2.64)$$

de donde ρ_0 representa el radio de curvatura del círculo definido por el eje óptico, mientras que ϕ_0 representa el ángulo que se muestra en la figura 2.16

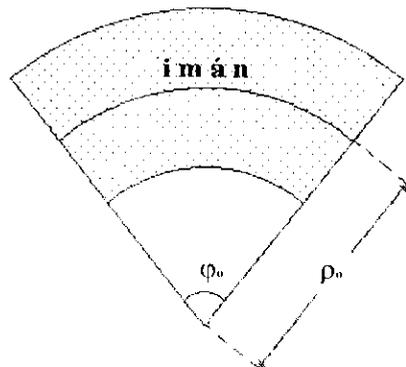


Figura 2.16 Muestra un corte longitudinal de un imán

La matriz de 2×2 del conjunto 2.63 representa el movimiento vertical del ion, es decir, el movimiento en la dirección y , esta matriz es la misma que la 2.51 la cual representa el movimiento a lo largo de un espacio libre de campos electromagnéticos, esto se debe a que como lo indican las ecuaciones 2.6, la componente y de la fuerza que el imán ejerce sobre el ion es nula y por lo tanto el movimiento en esta dirección será rectilíneo y uniforme. La otra matriz, la de 3×3 , representa la proyección del movimiento sobre el plano xz .

Para investigar las propiedades de 2.63 tenemos que considerar un paquete de partículas originado a una distancia L_1 de la entrada del imán, que luego de atravesarlo, es colectado a una distancia L_2 de la salida del mismo. Como se indica en la matriz 2.53, tenemos que multiplicar la matriz 2.63 por las matrices de transporte correspondientes a los trayectos libres de campo. En este caso se trata de matrices de 3×3 .

$$\begin{pmatrix} x \\ x' \\ \Delta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & L_2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c & s & d \\ -s & c & \frac{s}{\rho_0} \\ \rho_0^2 & \rho_0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & L_1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_0 \\ x_0' \\ \Delta_0 \end{pmatrix} \quad (2.65)$$

mientras que para la dirección vertical tenemos

$$\begin{pmatrix} y \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & L_2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & \rho_0 \varphi_0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & L_1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_0 \\ y_0' \end{pmatrix} \quad (2.66)$$

de donde x representa la posición de la partícula referida al eje óptico en el plano xz , x' el ángulo de inclinación del vector velocidad del ion con respecto al eje mientras que Δ representa la diferencia de rigidez magnética entre una partícula dada y la correspondiente a la trayectoria central que define al eje óptico.

En la dirección y no existe ninguna propiedad de enfoque, sin embargo, en la dirección horizontal sí hay enfoque. Si llamamos M_{ij} a los elementos de la matriz 2.65, entonces la distancia focal (f) se encuentra imponiendo $M_{11} = M_{22} = 0$, lo que da

$$f = \rho_0^2 \cot(\varphi_0) \quad (2.67)$$

Resulta evidente que un imán es de gran utilidad para cualquier sistema óptico; además de las propiedades de enfoque del imán, también posee propiedades de dispersión; es decir, partículas de diferente rigidez magnética van a percibir al imán como una lente diferente pues tendrá distancias focales y ampliaciones diferentes. En general, un paquete de rigidez magnética diferente de la de referencia, en un plano arbitrario perpendicular a la dirección de movimiento va a pasar por un lugar diferente, por el hecho de tener otro radio de curvatura.

Capítulo 3

EL LABORATORIO DEL IFUNAM

En este capítulo pretendemos describir la transportación de iones en el peletón del IFUNAM, en particular, describiremos la transportación en la nueva línea de experimentación (línea de 45°). Comenzaremos describiendo el funcionamiento del programa *traza.pas* (véase el apéndice B) que se encarga de trazar las trayectorias de los iones que se transportan por la línea; explicaremos, también, como los campos magnéticos de los distintos imanes que componen esta línea se ajustan, mediante la subrutina *amoeba* (véase el apéndice C), para que la transmisión de $^{14}\text{C}^{2+}$ a 7.5 MeV sea óptima.

3.1 Programa *traza.pas*

En el capítulo anterior hemos escrito las ecuaciones de trayectoria para un ion de masa m y carga eléctrica q que atraviesa diversas regiones donde existen campos electromagnéticos. Estas ecuaciones son empleadas para escribir el programa *traza.pas* el cual fue escrito en lenguaje pascal y cuyo código se encuentra en el apéndice B. Este programa tiene dos objetivos, uno de ellos es trazar las trayectorias de los iones que viajarán por la nueva línea de experimentación del peletón (véase, a manera de ejemplo, la figura 3.5 en la página 43 en donde se ha empleado *traza.pas* para trazar las trayectorias de un haz de iones de $^{14}\text{C}^{2+}$ con una energía de 7.5 MeV); el otro objetivo es contar el número de eventos que atraviesan toda la línea y llegan al detector teniendo en cuenta que el número de eventos generados por *traza.pas* es conocido. A continuación mostramos un fragmento del código de *traza.pas* para explicar la manera en como éste programa lleva a cabo el trazado de trayectorias.

```

procedure cuadru(current2 : real);
begin
  if pasa then
  begin
    g:= gi*current2;
    h:= sqrt(abs(c)*g/(m*vz));
    z:= zi;
    repeat
      x:= xi*cos(h*(z-zi)) + vx*sin(h*(z-zi))/(h*vz);
      y:= yi*cosh(h*(z-zi)) + vy*senh(h*(z-zi))/(h*vz); { ecuaciones de trayectoria }
      checka;
      if pasa then pinta(1) { si pasa es verdadero entonces pinta la trayectoria }
      else exit; { si pasa es falso entonces sal de la subrutina y comienza un nuevo evento }
      z:= z + incremento;
    until z-zi >= 0.3;

    vx:= vx*cos(h*(z-zi)) - xi*vz*h*sin(h*(z-zi)); { asignación de las componentes de la velocidad
    vy:= vy*cosh(h*(z-zi)) + yi*vz*h*senh(h*(z-zi)); cuando el ion emerge del acelerador }
  end;
end;

```

```

xi = x;
yi = y; { la coordenadas del ion al salir del cuadrupolo serán las condiciones iniciales para las
zi = z;  ecuaciones de trayectoria del siguiente elemento al que ingresara el ion ;
end;
end;

```

El código anterior corresponde al procedimiento *cuadru* del programa *traza.pas*. Este procedimiento se encarga de pintar las trayectorias de los iones que entran al elemento cuadrupolo. Este procedimiento puede verse como una función que depende del parámetro *current2* el cual representa la corriente que ha de inyectarse a las bobinas del cuadrupolo; el procedimiento comienza con la instrucción “if pasa then”, de donde *pasa* es una variable de tipo lógico, si *pasa* es verdad entonces continúa la ejecución del procedimiento, si *pasa* es falso entonces el control del programa no ejecuta el procedimiento y genera un nuevo evento; la variable *pasa* es controlada por el procedimiento *checa* el cual da el valor de verdad a *pasa* cuando el ion se encuentra dentro de la línea, y da el valor de falso cuando el ion interactúa con las paredes de la línea. Después de la palabra reservada *repeat* se dan las ecuaciones de la trayectoria del ion cuando éste está bajo las fuerzas magnéticas del cuadrupolo (véase las ecuaciones de trayectoria 2.40 y obsérvese que son las mismas ecuaciones que hemos empleado en el procedimiento *cuadru*), después se llama al procedimiento *checa* para verificar que el ion esté dentro de la línea, si es así, entonces *pasa* será verdadero y el procedimiento *pinta* pintará un pixel en las coordenadas (x,y), si *pasa* es falso, entonces no se pintará el pixel y el control del programa saldrá de *cuadru* para generar un nuevo evento. El ciclo *repeat-until* termina cuando el ion emerge del cuadrupolo que mide 0.3 metros; una vez terminado dicho ciclo, se realizan las asignaciones de posición y velocidad con las que el ion emerge del cuadrupolo, estos parámetros de salida serán parámetros de entrada para el siguiente procedimiento que representará al siguiente elemento de la línea que ha de atravesar el ion.

El procedimiento que hemos explicado traza las trayectorias de los iones que ingresan al cuadrupolo magnético, de manera análoga, el programa *traza.pas* contiene procedimientos que se encargan de trazar las trayectorias correspondientes a los diversos imanes que componen la línea, también se cuenta con el procedimiento *acelera* el cual hace uso del método numérico Runge-Kutta para trazar las trayectorias de los iones que entran al acelerador.

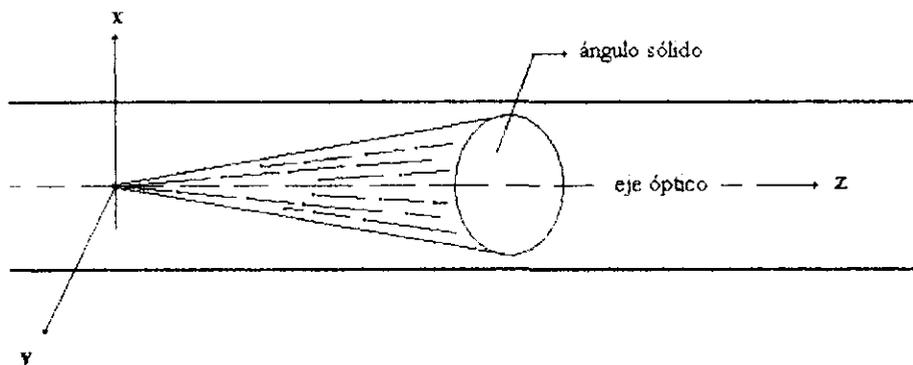


Figura 3.1 Muestra, de manera esquemática, que todos los eventos son generados en el origen del sistema de referencia elegido, también se puede observar que todos los eventos se encuentran confinados en el ángulo sólido de 0.000021 esteradianes. Las líneas gruesas en la figura representan las paredes de la línea.

Otra característica importante de *traza.pas* es la manera en que se generan los eventos que han de atravesar la línea. El procedimiento *asigna* se encarga de generar los eventos; como se puede observar en el código de *asigna*, la posición inicial de un evento cualquiera es el origen del sistema de coordenadas pues el conjunto de variables (x_i, y_i, z_i) representan el vector de posición inicial del ion al cual se le ha asignado el valor de cero, garantizando así que la posición inicial de un evento sea el vector $(0,0,0)$. Por otra parte, la velocidad inicial (v_x, v_y, v_z) de un evento dado tiene las asignaciones mostradas en el código, obsérvese que estas asignaciones corresponden a coordenadas esféricas. La función *random* garantiza que el ángulo polar *dos* sea tal que $0 \leq dos \leq 2\pi$, mientras que ángulo azimutal *uno* es tal que $0 \leq uno \leq 0.00261$ lo que implica que el ángulo sólido dentro del cual se generan todos los eventos es $0.000021 < 4\pi$ esteradianes (véase la figura 3.1).

```

procedure asigna(vo: real);
var dos: real;
begin
  xi:= 0;
  yi:= 0;
  zi:= 0;
  uno:= 0.00261*random;
  dos:= 6.283185307*random;
  vx:= vo*sin(uno)*cos(dos);
  vy:= vo*sin(uno)*sin(dos);
  vz:= vo*cos(uno);
end;

```

El procedimiento *asigna* garantiza que todos los eventos sean generados en el origen, dentro de un ángulo sólido menor que 4π steradianes y que la rapidez de cada evento sea “*vo*”; esta rapidez es la correspondiente a una energía cinética de 0.05 MeV lo que significaría que cada evento es generado con una energía constante de 0.05 MeV lo cual es un hecho irreal, pues sabemos que la energía con la que los eventos son generados tiene una distribución gaussiana. El programa *traza.pas* está construido de tal manera que la simulación de la transmisión de un haz de iones a lo largo de la nueva línea sea lo más real posible; con este propósito, hemos implementado en *traza.pas* la función *gaussian*(μ, σ) cuya explicación y código se encuentran en el apéndice D. A continuación mostramos parte del código que corresponde al programa principal de *traza.pas*

```
for j:= 1 to nupa do
  begin
    eci:= gaussian(0.05,0.002);
    cci:= eci*factenerg;
    v:= sqrt(2*eci/m);
    asigna(v);
    e:= electron;
```

La primera asignación que encontramos en este código es *eci := gaussian(0.05,0.002)*, *eci* es la variable que representa a la energía cinética inicial de un evento dado, mientras que la función *gaussian(0.05,0.002)* genera números con distribución gaussiana centrados en 0.05 MeV y con anchura de 0.002 MeV, por lo que la energía inicial con la que es generado un evento dado tendrá una distribución gaussiana. La siguiente asignación es *eci := eci*factenerg* la cual tiene el propósito de hacer la conversión de MeV a Joules, la siguiente instrucción da la rapidez que tendrá el ion en función de su energía cinética y de su masa, esta rapidez pasa como parámetro al procedimiento *asigna* el cual hace la asignación *vo := v*.

3.2 Subrutina de optimización amoeba

En la sección anterior hemos descrito las principales características de *traza.pas*. En esta sección indicaremos las principales características de la subrutina *amoeba* (véase el apéndice C para consultar el código de *amoeba*) la cual se encarga de buscar los parámetros para los cuales una función dada es máxima.

Sabemos que un ion que se propaga en el interior de un cuadrupolo colisionará, como se muestra en la figura 3.2, con las paredes de la línea dentro del cuadrupolo si el campo magnético generado por el mismo es lo suficiente intenso como para que la deflexión de la trayectoria del ion sea muy grande.

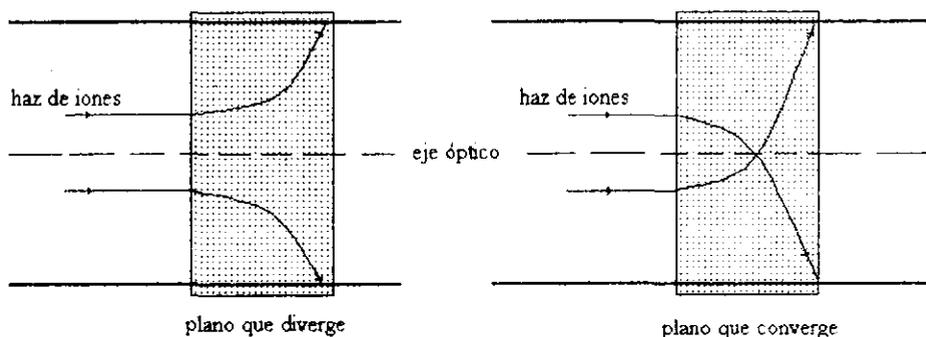


Figura 3.2. Esta figura muestra el efecto que ocasiona un cuadrupolo magnético sobre un haz de iones que entra al cuadrupolo cuando el campo magnético generado por el mismo es muy intenso. El haz que ingresa en el cuadrupolo no emerge del mismo debido a lo intenso que es el campo, el haz colisiona con las paredes de la línea provocando que este haz no llegue al detector.

Dado este fenómeno, nos preguntamos ¿Cual es la intensidad del campo magnético generado por el cuadrupolo para el cual, un ion dado que se propaga en su interior no choque con las paredes de la línea dentro del cuadrupolo, y mas aún, cual debe ser la intensidad de este campo para que el ion no sólo no choque con las paredes de la línea dentro del cuadrupolo sino que no choque con las paredes de la línea en cualquier otro lugar fuera del cuadrupolo? Si encontramos la intensidad adecuada estaremos garantizando que la propagación del ion a lo largo de toda la línea será óptima. Necesitamos, entonces, un programa de búsqueda, un programa que busque las intensidades adecuadas de los campos magnéticos generados por los cuadrupolos para los cuales la transmisión de un haz de iones de $^{14}\text{C}^{2+}$ sea óptima a 7.5 MeV. El programa que realiza dicha búsqueda es la subrutina *amoeba* [William] dicha subrutina varía los valores de las corrientes inyectadas en las

bobinas que forman los cuadrupolos de la línea (al variar el valor de la corriente inyectada al cuadrupolo se está variando, consecuentemente, la intensidad del campo magnético generado por el mismo), recuérdese que la corriente inyectada a un cuadrupolo está relacionada con el campo magnético generado por las ecuaciones 2.27 y 2.28

La subrutina *amoeba* busca los n parámetros para los cuales una función $f: \mathbf{R}^n \rightarrow \mathbf{R}$ es máxima. Necesitamos, entonces, tomar el programa *traza.pas* y hacerle una pequeña modificación para que trabaje como función de las corrientes que son inyectadas a los cuadrupolos. Esta función, a su salida, debe proporcionar el número de eventos, del total que se generaron, que se propagaron por toda la línea y llegaron al detector. De esta manera, la función a optimizar es el mismo programa *traza.pas* (con una ligera modificación que evita dibujar las trayectorias de los haces generados).

La subrutina *amoeba* esta basada en el método "downhill simplex" el cual fue creado por Nelder y Mead en 1965 [William]. Este método es de naturaleza geométrica y requiere únicamente evaluaciones de la función a optimizar [William].

Un "simplex" es una figura geométrica en un espacio n -dimensional. La figura consiste en $n + 1$ puntos o vértices los cuales están unidos por líneas para formar caras poligonales. En dos dimensiones, un simplex es un triángulo, en tres dimensiones se trata de un tetraedro. En general estamos interesados en simplex no degenerados, es decir, en simplex que mantienen en su interior un volumen n -dimensional finito. Si cualquier punto de un simplex no degenerado es tomado como el origen, entonces los n restantes puntos definen vectores los cuales generan el espacio n -dimensional.

La mayoría de los métodos de optimización en una dimensión que no utilizan derivadas de la función logran encerrar el punto que corresponde a un máximo en el interior de una δ -vecindad con δ tan pequeña como se pueda o requiera, lo anterior no se puede realizar cuando se trata de un espacio multidimensional. Para maximizar una función multidimensional lo que se hace es dar al algoritmo un primer punto a tratar o, en el mejor de los casos, indicar al algoritmo que comience donde nosotros sospechamos que puede estar el punto máximo. Después de dar al algoritmo el primer punto a tratar, éste comienza a mover y a deformar el simplex hasta que éste encierra, en un volumen n -dimensional mucho menor que con el que comenzó, el punto que corresponde al máximo de la función.

Como ya hemos mencionado, este método, requiere de $n + 1$ puntos cuando la función a optimizar tiene n variables. Sea P_0 uno de los puntos que formaran al simplex, entonces los n restantes puntos pueden ser elegidos como $P_i = P_0 + \lambda e_i$ (con $i = 1, 2, 3, \dots, n$) de donde e_i representa vectores unitarios linealmente independientes, λ es una constante que me permite establecer el volumen que encerrará el simplex. Cuando inicia el método downhill simplex, este comienza a expandir o contraer el simplex hasta encontrar un máximo local, la manera en cómo estas expansiones se ejecutan es moviendo el vértice del simplex, el cual corresponde al valor mínimo de la función, a través de la cara que esta frente al vértice en cuestión hasta encontrar un máximo local, después continúa con el siguiente vértice que corresponde al mínimo de la función, lo expande o contrae a través de la cara opuesta del

simplex hasta encontrar un máximo local, así, sucesivamente el algoritmo continúa con los restantes vértices hasta que el simplex encierra el punto que maximiza la función. La subrutina *amoeba* mostrada en el apéndice C describe este tipo de comportamiento.

El criterio de terminación del algoritmo es un punto delicado cuando se trata de optimizar funciones multidimensionales, es posible terminar el programa cuando los movimientos de expansión o contracción de *amoeba* sean comparables, en magnitud, con una tolerancia establecida por nosotros.

Una vez que hemos ejecutado con éxito la subrutina *amoeba*, hemos obtenido los resultados mostrados en la tabla 3.1 (véase I a página 45)

3.3 Transportación del haz de iones.

En el IFUNAM se desea construir un separador isotópico en la línea de 45°. La figura 3.3 muestra la manera en cómo deberá estar conformado este separador, tenemos en un principio una fuente de tipo snics (del inglés "Sputer Negative Ions Current Source"), seguida por un imán de 30°, el acelerador, un triplete cuadrupolar, un imán de 45° (imán selector), un doblete cuadrupolar, un imán de 90° (separador isotópico), finalizando con la cámara donde ha de estar el detector (blanco).

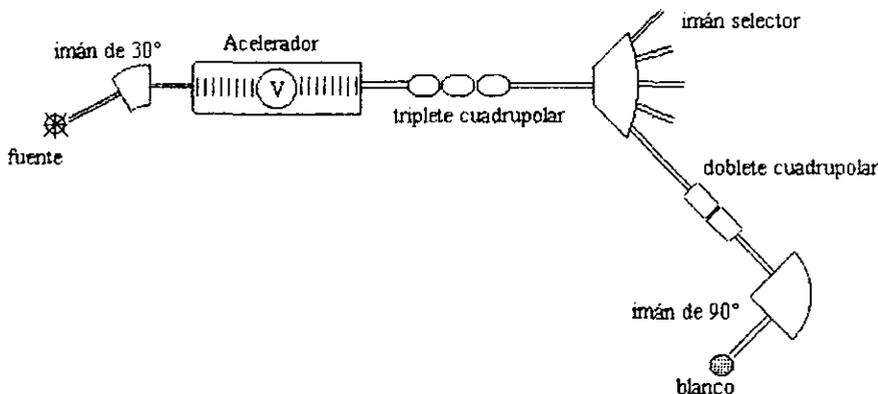


Figura 3.3 Muestra la disposición de los elementos magnéticos para la nueva línea del peletrón

La fuente snics genera iones negativos que son acelerados por una terminal de 50 KV, después los iones atraviesan el imán de 30° el cual tiene el propósito de seleccionar las masas adecuadas, esto se logra ajustando el campo magnético B del imán conforme a la ecuación 2.12, en dicha relación tenemos que sustituir la masa m , energía T ($T = 50$ KeV) y carga q ($q = e$, carga del electrón) del ion deseado así como el radio de curvatura (que para el caso del imán de 30° es $A = 0.3$ metros) del imán. El haz seleccionado ha de ingresar al acelerador.

Como hemos explicado en la sección 2.6, el tubo acelerador está formado por una serie de electrodos (véase figura 3.4) que al ser cargados generan el potencial que ha de acelerar al haz que entra en él. Este tubo acelerador está dividido en dos secciones [Purser][Smith] justo como se muestra en la figura 3.4. La primer sección del acelerador está compuesta por electrodos con carga positiva, estos generarán un campo eléctrico positivo que servirá para acelerar al haz que entra al acelerador y que en un principio su estado de carga es negativo; cuando el haz emerge de la primer sección del acelerador atraviesa una cortina de gas, la cual tiene el propósito de cambiar el estado de carga del haz, al emerger de esa cortina de gas ingresa a la segunda parte del acelerador, la cual tiene el mismo funcionamiento que la

primera, con la única diferencia de que los electrodos de esta segunda parte tienen carga negativa para seguir acelerando al haz cuyo estado de carga ha cambiado a positivo.

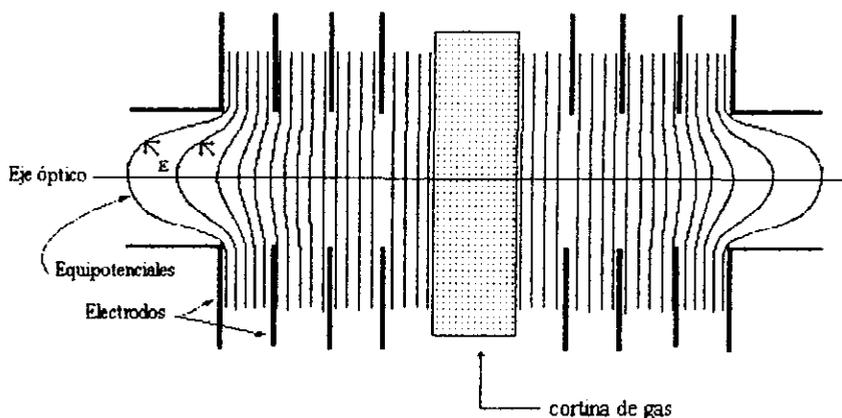


Figura 3.4 Muestra un corte transversal del peletón. El peletón está dividido en dos secciones las cuales están separadas por una cortina de gas. La primera sección del acelerador está conformada por electrodos positivos, mientras que la segunda parte está compuesta por electrodos negativos

La figura 3.4 muestra un corte transversal del peletón, en ella se muestran las dos secciones que lo componen separadas por una cortina de gas; las líneas de corte grueso representan el corte de los electrodos mientras que las líneas de corte delgado representan el corte de las superficies equipotenciales generadas por los electrodos. Cuando el haz emerge de la primera parte del acelerador, emerge con una energía de eV , siendo V el voltaje de operación de la terminal del peletón. Tomaremos $V = 2.5$ MV como voltaje de operación de la terminal del peletón, ya que éste es un valor para el cual el acelerador funciona de manera muy estable. El ion, al atravesar la cortina de gas el haz tiene otro estado de carga (qe), de tal manera que la segunda sección del acelerador contribuye con una energía de qeV . De esta manera, el acelerador induce al haz una energía cinética de

$$T = 2.5(q+1) \text{ MeV} \quad (3.1)$$

Como estamos interesados en el caso de $^{14}\text{C}^{2+}$ entonces $q = 2$, por lo que la energía cinética del haz al emerger del acelerador es de 7.5 MeV

Cuando el haz emerge del acelerador atraviesa un espacio libre de campos electromagnéticos para después ingresar al triplete cuadrupolar el cual tiene el propósito de enderezarlo. Al salir del triplete cuadrupolar, el haz, entra al imán selector el cual, ajustando el campo magnético generado según la ecuación 2.12, hace girar el haz un ángulo de 45° para dirigirlo hacia el doblete cuadrupolar que está a continuación, éste doblete tiene el propósito de mantener la envolvente del haz lejos de las paredes de la línea y de dirigirlo

hacia la entrada del imán analizador, éste imán se encarga de separar los haces contaminantes del haz de $^{14}\text{C}^{2+}$.

La transmisión del haz de $^{14}\text{C}^{2+}$ es simulada por computadora. El código del programa *traza.pas* que realiza dicha simulación se encuentra en el apéndice B. El resultado de este programa se muestra en la figura 3.5 (véase la siguiente página). En ella podemos observar la proyección en los planos zx y zy de las posibles trayectorias para un haz de iones de $^{14}\text{C}^{2+}$ con una energía de 7.5 MeV. Las trayectorias en tono oscuro representan el paso del haz por los distintos elementos electromagnéticos, mientras que el tono claro representa el paso del haz por espacios vacíos. Las líneas rectas de corte grueso representan las paredes de la línea de experimentación, mientras que la línea punteada representa el eje óptico. Esta figura es una representación a escala del interior de la línea de experimentación, la distancia real que hay entre el eje óptico y las paredes de la línea es de 2.75 cm, esta distancia representa el radio R de la línea que se muestra en la figura 2.7 y que está presente en la ecuación 2.27. Por otra parte, la distancia que hay, a lo largo de la línea, desde la fuente snics hasta el detector que estará después del separador es, aproximadamente, 17.7 metros. La figura 3.5 fue creada con parámetros óptimos (encontrados mediante la subrutina *amoeba*), es decir, los valores de las corrientes usados en los cuadrupolos son los óptimos para la transmisión de $^{14}\text{C}^{2+}$ a 7.5 MeV. La manera en como estos parámetros fueron obtenidos será aclarada en la próxima sección.

El tono oscuro señalado con el número 1 representa el primer elemento magnético por el que atraviesa el haz, este es el caso del imán de 30° . De la figura (plano zx) se puede ver que el haz emerge dispersado de ese imán, esto se debe a que el haz no es monoenergético, es decir, los iones que componen el haz no tienen todos la misma energía, sino que por el contrario, la energía de los iones generados tiene una distribución gaussiana la cual hemos centrado en 50 KeV con una desviación de 2 KeV (esta distribución gaussiana es generada por la función *gaussian*(μ, σ) que hemos descrito al final de la sección 3.1); como no todos los iones tienen la misma energía al entrar al imán, entonces cada ion seguirá una trayectoria distinta, pues de la ecuación 2.12 el radio de curvatura para cada trayectoria depende de la energía del ion. En el plano zy se puede observar que al salir el haz del imán éste sale sin alteración alguna, esto es debido a que la componente y del movimiento del ion dentro del imán está libre de fuerzas (véase las ecuaciones 2.6 y 2.8).

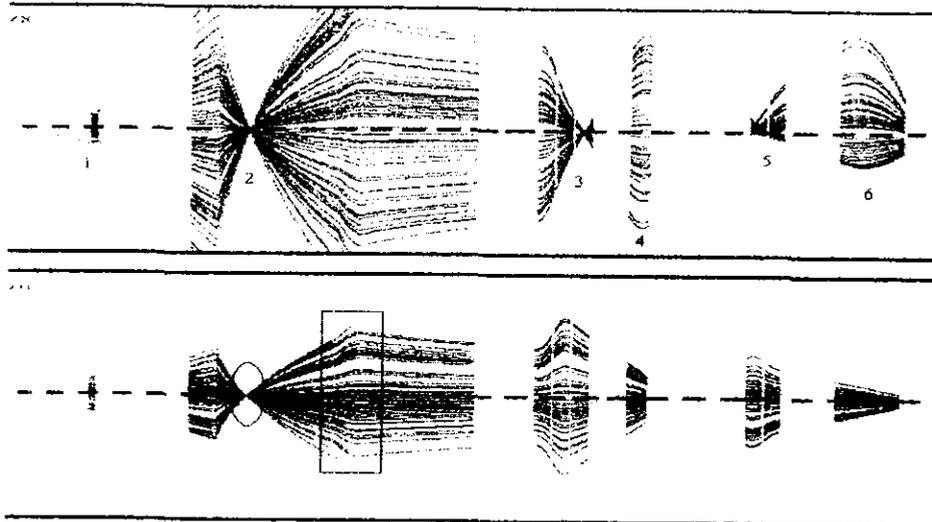


Figura 3.5 Muestra la propagación de un haz de $^{14}\text{C}^{2+}$ con energía de 7.5 MeV

La zona oscura señalada con el número 2 representa el tubo acelerador, en la figura se observa como a la entrada del acelerador el haz es enfocado en un punto dentro del mismo (este punto donde el haz es enfocado está señalado con una elipse en la parte de la figura que representa la proyección zy), justo como se deduce del análisis derivado de la figura 2.13; este fenómeno de enfoque es debido a los efectos de borde en la entrada del acelerador lo que origina una componente radial al campo eléctrico del tubo acelerador, en la figura 3.5 se observa que cuando el haz sale del acelerador éste no diverge a causa de los efectos de borde, esto es debido a que cuando el haz sale del acelerador, su rapidez es muy grande de tal manera que el tiempo por el que el haz está en esa zona de bordes es tan pequeño que no hay tiempo para hacer divergir al haz. En la parte de la figura que representa la proyección zy hay un rectángulo que encierra parte de la figura, esta parte encerrada es la región donde el haz interacciona con la cortina de gas para cambiar su estado de carga, allí se puede observar que cuando el haz emerge de la primer mitad del acelerador este diverge, pero el haz tiende a converger cuando ingresa a la segunda parte del acelerador.

El número 3 representa el triplete cuadrupolar el cual hace converger al haz. El número 4 representa el imán selector, del cual hemos elegido la línea de 45° para que trabaje como un separador de iones. Con el número 5 estamos representando el doblete cuadrupolar, en la figura 3.5 se puede observar como este doblete enfoca, en el plano zy , al haz al final de la línea, mientras que en el plano zx el haz diverge para que el imán de 90° (éste imán 90° está marcado con el número 6) lo haga converger. Este último imán es el separador isotópico cuyo objetivo es separar los haces contaminantes del haz de $^{14}\text{C}^{2+}$.

Aquí cabe hacer una aclaración respecto a como se ha representado, en la figura 3.5, la propagación del haz a lo largo de los imanes de 30° , 45° y 90° (imanes marcados con los números 1, 4, 6). Un imán, como los que conforman la línea del acelerador, tiene el efecto, sobre el haz, de curvar su trayectoria (véase la figura 2.3), ya que el haz dentro del imán tiende a describir una circunferencia, sin embargo, en la figura 3.5 parece como si la línea de experimentación fuera un línea recta (de la figura 3.3 nos damos cuenta que la línea no es recta sino que tiene partes curvas); Lo que sucede en la figura 3.5 es fácil de explicar, pudimos haber construido la figura 3.5 de tal manera que respetara los tramos curvos ocasionados por los imanes pero, esa manera, no nos habría permitido realizar la comparación entre los planos de proyección zx y zy , además de que el tamaño de la figura 3.5 habría sido mucho mayor debido a los dobleces de la línea. Lo que hemos hecho para representar los imanes como si fueran rectos es simplemente haber dibujado la parte del eje óptico que corresponde al imán como una línea recta y respetando, en todo punto, la distancia que hay entre la proyección zx de la trayectoria real del ion y el eje óptico. Para mayores detalles respecto al sistema de referencia elegido para la propagación del haz dentro del imán véase el apéndice A.

3.4 Optimización de la línea.

En la tabla 3.1 se da el valor de la corriente inyectada a cada cuadrupolo para que la transmisión de $^{14}\text{C}^{2+}$ con energía de 7.5 MeV sea óptima. Estos valores fueron obtenidos mediante el empleo de la subrutina *amoeba*.

Elemento	Corriente (amp)
Cuadrupolo 1	14.7678
Cuadrupolo 2	14.4178
Cuadrupolo 3	1.84068
Cuadrupolo 4	10.9578
Cuadrupolo 5	15.6561

Tabla 3.1 Muestra el valor óptimo de las corrientes inyectadas a cada cuadrupolo magnético para la transmisión de $^{14}\text{C}^{2+}$ a 7.5 MeV.

Los cuadrupolos 1, 2 y 3 listados en la tabla 3.1 son los que forman el triplete cuadrupolar, mientras que los cuadrupolos 4 y 5 forman el doblete cuadrupolar de la línea de 45° (véase figura 3.3 en la página 40). En la tabla se indica la corriente para cada cuadrupolo en amperes, estos son los valores de las corrientes que circulan por las bobinas de los polos de los cuadrupolos (véase la ecuación 2.27 y 2.28)

Para encontrar el valor óptimo, para la propagación de $^{14}\text{C}^{2+}$ a 7.5 MeV, del campo magnético generado por los imanes hemos empleado la ecuación 2.12 de donde m es la masa de $^{14}\text{C}^{2+}$ (14 uma), $T = 7.5$ MeV es la energía del haz a la salida del peletón, $q = 2$ es el estado de carga y $\rho = 0.51$ metros es el radio de curvatura del imán. Estos datos harán que los imanes no desvíen de la trayectoria central a los iones que se transmiten sobre ella (la trayectoria central es la que sigue al eje óptico). De esta manera, mostramos en la tabla 3.2 los valores óptimos de los campos magnéticos generados por los imanes selector y separador.

Elemento	Campo (Tes)
selector (45°)	0.98354
separador (90°)	1.47531

Tabla 3.2 Muestra el valor del campo magnético generado por cada imán que compone la línea.

Como explicamos en la sección 3.2 la subrutina *amoeba* busca los n parámetros para los cuales una función $f: \mathbf{R}^n \rightarrow \mathbf{R}$ es máxima. Para el caso de la tabla 3.1 $n = 5$, pues la línea tiene cinco cuadrupolos.

Antes de arribar a los valores de la tabla 3.1 hicimos que *amoeba* no sólo variara el valor de las corrientes inyectadas en los cuadrupolos sino que también le indicamos que variara los parámetros que representan las longitudes de los tramos vacíos, es decir de los tramos en donde no hay aparato alguno que genere campos eléctricos o magnéticos. Estos tramos vacíos cuya longitud se podía variar son los que suceden al imán selector, de la figura 3.3 se observa que éstos son tres tramos; por lo tanto, en éste caso, $n = 8$. Los resultados obtenidos por *amoeba* al mover ocho parámetros y permitir que la transmisión del haz de $^{14}\text{C}^{2+}$ a 7.5 MeV fuera óptima se listan en la siguiente tabla 3.3

C1	C2	C3	C4	C5	L1	L2	L3
1.490	2.510	1.033	0.701	3.034	9.40	5.20	7.31
2.767	4.197	1.326	2.393	4.363	6.92	21.78	4.87
3.659	9.167	5.751	1.952	3.102	17.44	4.15	17.93
5.426	9.978	3.878	3.355	11.848	4.64	4.77	18.32
5.6875	12.515	10.951	9.231	10.250	2.13	7.39	11.92

Tabla 3.3 Muestra, en cada fila, un conjunto distinto de parámetros para los cuales la transmisión del haz de $^{14}\text{C}^{2+}$ a 7.5 MeV es óptima. Las columnas encabezadas con la letra C representan las corrientes, en amperes, en las bobinas para cada uno de los cinco cuadrupolos, mientras que las columnas encabezadas con la letra L representan las longitudes, en metros, de cada uno de los tres tramos vacíos que hay después del imán selector.

Como se puede observar de la tabla 3.3 el conjunto de parámetros para los cuales la transmisión del haz es óptima no es único, en la tabla sólo se muestran cinco conjuntos que permiten la transmisión óptima del haz pero en realidad la subrutina *amoeba* había listado más de diez conjuntos cuando decidimos suspenderla.

De los resultados expuestos en las tablas 3.1 y 3.3 inferimos que la elección de los parámetros que representan las longitudes de los elementos vacíos no es crítica, pues el doblete cuadrupolar que está después del imán selector nos permite enfocar el haz justo en la entrada del imán selector independientemente de la longitud del tramo vacío que hay de por medio. Por lo tanto hemos decidido tomar los resultados expuestos en la tabla 3.1 y dejar los elementos vacíos como están en la figura 3.3 y cuyas medidas son: el elemento vacío que está entre el imán selector y el doblete cuadrupolar mide 1.8 mts. El elemento vacío que está entre el doblete cuadrupolar y el imán selector mide 1.1 mts. y el elemento vacío que está entre el imán selector y el Blanco mide 1.0 mts.

Capítulo 4

HACES CONTAMINANTES

4.1 identificación de los haces contaminantes

Sabemos, por experiencia, que a la salida del tubo acelerador no sólo emerge el haz principal que en este caso es $^{14}\text{C}^{2+}$ si no que, por el contrario, a la salida del acelerador están presentes un amplia gama de haces que de aquí en adelante llamaremos haces *residuales o contaminantes*, estos haces contaminantes son producto de las interacciones del haz con la cortina de gas que está en la parte media del acelerador, de las colisiones del haz con las paredes del tubo acelerador, las interacciones entre los mismos componentes del haz o por que la misma fuente nos proporciona parte de estos haces contaminantes. Lo que nos proponemos en éste capítulo es identificar a los haces que pueden presentarse en la salida del tubo acelerador, no sólo nos interesa identificar a estos haces si no que también deseamos conocer la energía con la que estos haces se propagarán por la línea. Si nosotros identificamos a estos haces junto con su energía entonces podremos separarlos del haz de $^{14}\text{C}^{2+}$.

Sabemos que los haces residuales están compuestos por los isótopos estables de mayor abundancia en la naturaleza, sabiendo lo anterior, hemos elegido de entre todos los isótopos antes mencionados a aquellos cuya masa m oscila entre una y cincuenta y seis unidades de masa atómica (uma), cuyo estado de carga q oscila entre uno y cinco y cuya energía T oscila entre cero y $(q+1)2.5$ MeV (véase la ecuación 3.1). Hemos tomado cada uno de estos isótopos y los hemos propagado por la línea mediante el programa *traza.pas* con los parámetros que permiten la óptima transmisión de $^{14}\text{C}^{2+}$ a 7.5 MeV.

Las figuras 4.1 y 4.2 muestran las trayectorias de haces de $^{19}\text{F}^{1+}$ a 1.4 MeV y $^{39}\text{K}^{1+}$ a 10.7 MeV; estos son sólo dos de los haces que se han propagado por la línea después del acelerador. En esas figuras, a diferencia de la figura 3.5, hemos omitido las líneas de corte grueso que representan las paredes de la línea junto con la línea punteada que representa al eje óptico, también hemos omitido la propagación de los haces a través del tubo acelerador pues suponemos que la mayor parte de los haces contaminantes se originan en el interior de éste donde se encuentra la cortina de gas que cambia el estado de carga del haz principal; de esta manera, los tonos oscuros representan al triplete cuadrupolar seguido del imán selector, el doblete cuadrupolar, y el imán separador respectivamente. En las figuras podemos observar que estos haces se han transmitido por toda la línea después del acelerador y que el imán separador (el imán separador está representado por el último tono oscuro en las figuras) no los ha podido desviar lo suficiente como para que no lleguen al final de la línea. Esto, como explicaremos mas adelante, está relacionado con la rigidez magnética σ .

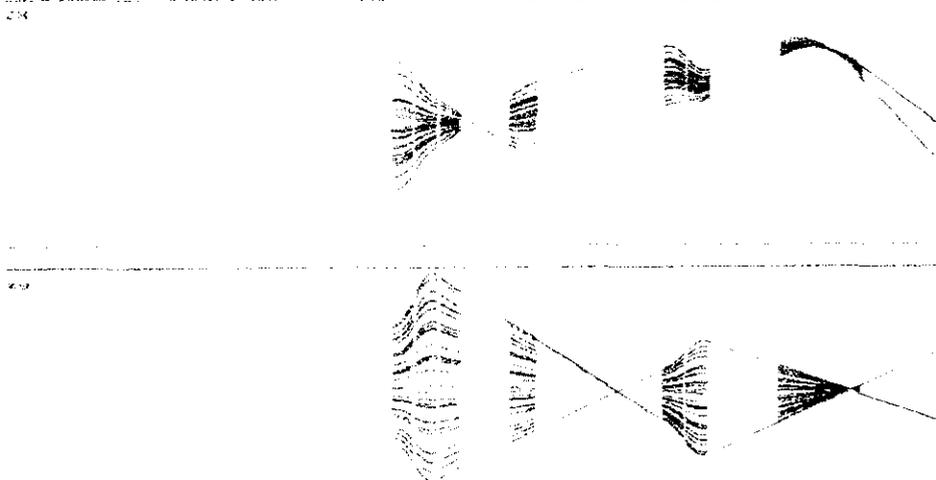


Figura 4.1 Muestra la propagación de $^{19}\text{F}^{1+}$ a 1.4 MeV

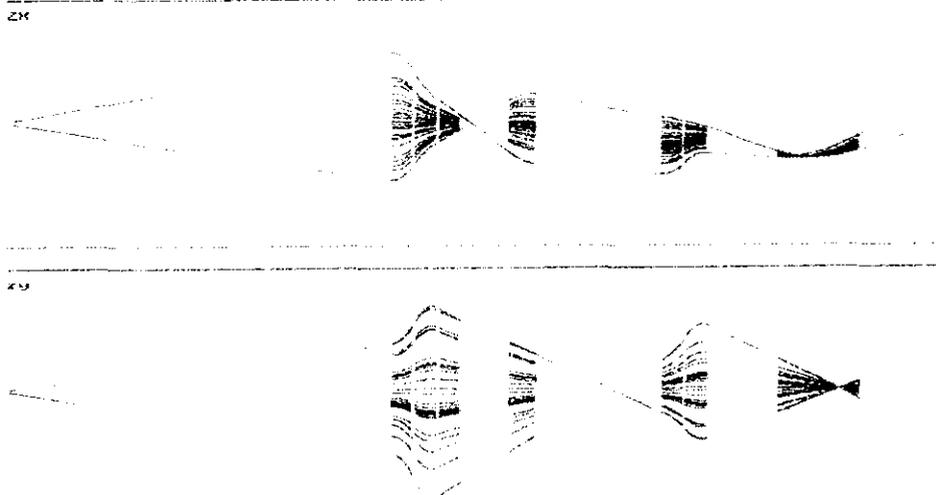


Figura 4.2 Muestra la propagación de $^{39}\text{K}^{4+}$ a 10.7 MeV

En la tabla 4.1 están tabulados todos los isótopos presentes en la salida del tubo acelerador y que han atravesado el resto de la línea. Las columnas encabezadas con la palabra *Ion* listan los isótopos contaminantes de los que hemos hablado, mientras que las columnas encabezadas con la palabra *Energía* listan el valor de la energía con la que cada isótopo se ha transmitido por el resto de la línea.

Ion	Energía (MeV)	Ion	Energía (MeV)	Ion	Energía (MeV)
${}^7\text{Li}^{1+}$	3.7 - 3.8	${}^{24}\text{Mg}^{1+}$	1.1	${}^{35}\text{Cl}^{3+}$	6.7 - 6.8
${}^9\text{Be}^{1+}$	2.9	${}^{24}\text{Mg}^{2+}$	4.3 - 4.4	${}^{35}\text{Cl}^{4+}$	11.8 - 12.2
${}^{11}\text{B}^{1+}$	2.4	${}^{24}\text{Mg}^{3+}$	9.7 - 10.0	${}^{39}\text{K}^{2+}$	2.7
${}^{12}\text{C}^{1+}$	2.2	${}^{27}\text{Al}^{2+}$	3.9	${}^{39}\text{K}^{3+}$	6.0 - 6.1
${}^{14}\text{N}^{1+}$	1.9	${}^{27}\text{Al}^{3+}$	8.6 - 8.9	${}^{39}\text{K}^{4+}$	10.6 - 11.0
${}^{14}\text{N}^{2+}$	7.4 - 7.6	${}^{28}\text{Si}^{2+}$	3.7 - 3.8	${}^{40}\text{Ca}^{2+}$	2.6
${}^{16}\text{O}^{2+}$	6.5 - 6.7	${}^{28}\text{Si}^{3+}$	8.3 - 8.6	${}^{40}\text{Ca}^{3+}$	5.8 - 6.0
${}^{19}\text{F}^{1+}$	1.4	${}^{31}\text{P}^{2+}$	3.4	${}^{40}\text{Ca}^{4+}$	10.3 - 10.7
${}^{19}\text{F}^{2+}$	5.5 - 5.6	${}^{31}\text{P}^{3+}$	7.5 - 7.7	${}^{56}\text{Fe}^{2+}$	1.9
${}^{20}\text{Ne}^{1+}$	1.3	${}^{32}\text{S}^{2+}$	3.3	${}^{56}\text{Fe}^{3+}$	4.2 - 4.3
${}^{20}\text{Ne}^{2+}$	5.2 - 5.3	${}^{32}\text{S}^{3+}$	7.3 - 7.5	${}^{56}\text{Fe}^{4+}$	7.4 - 7.6
${}^{23}\text{Na}^{2+}$	4.5 - 4.6	${}^{35}\text{Cl}^{2+}$	3.0	${}^{56}\text{Fe}^{5+}$	11.5 - 11.9

Tabla 4.1 Muestra los iones contaminantes que se transmiten por la línea.

Como estamos haciendo un estudio clásico, entonces la energía de propagación de los haces es un espectro continuo y como no podíamos ejecutar el programa *traza.pas* con la infinidad de valores de energía situados entre cero y $2.5(q+1)$ MeV (véase la ecuación 3.1) entonces tuve que tomar pasos de 0.05 MeV en dicho intervalo, es así como se obtuvieron los datos de la tabla 4.1

De la ecuación 2.13 y de la tabla 4.1 podemos deducir que si un haz de iones tiene una rigidez magnética $\sigma = 0.739 \pm 0.006$ mts.·Teslas entonces se propagará por toda la línea después del acelerador hasta llegar al detector. Es ésta la razón por la que el imán separador no ha logrado separar los haces contaminantes del haz de ${}^{14}\text{C}^{2+}$; por que todos estos haces tienen la misma rigidez magnética que la del haz principal.

4.2 Separación de los haces contaminantes.

Nuestro problema consiste ahora en buscar la manera de separar estos haces contaminantes del haz principal.

La ecuación 2.15 establece que la rigidez magnética es proporcional a la relación m/q y como la rigidez magnética es constante para los iones listados en la tabla 4.1 entonces la rapidez de propagación para cada ion, en general, es distinta pues la relación m/q es distinta para la mayoría de los iones listados. De la observación anterior, pensamos que la solución al problema de separar los haces contaminantes del haz principal es emplear un filtro de velocidades como el que se ha explicado en la sección 2.3

Si empleamos un filtro de velocidades para separar los haces contaminantes del haz principal surge un nuevo problema: ¿Donde debemos colocar el filtro de velocidades? ¿Debemos colocarlo antes o después del imán separador de 90° ? Para resolver éste problema hemos utilizado el programa *traza.pas* para realizar la simulación de la propagación de los haces cuando la línea contiene el filtro de velocidades después del imán de 90° . En las figuras 4.3 y 4.4 hemos realizado el trazado de trayectorias para los haces mostrados en las figuras 4.1 y 4.2 ($^{19}\text{F}^{14}$ a 1.4 MeV y $^{39}\text{K}^{41}$ a 10.7 MeV) sólo que esta vez, el último tono oscuro en las figuras representa el filtro de velocidades por lo que el tono oscuro anterior a este representa el imán separador. Observando éstas figuras podemos notar que los haces, para estos casos particulares, no logran ser desviados por el filtro. Esto no sólo sucede para los haces mostrados en las figuras sino que le sucede a la mayoría de los haces listados en la tabla 4.1.

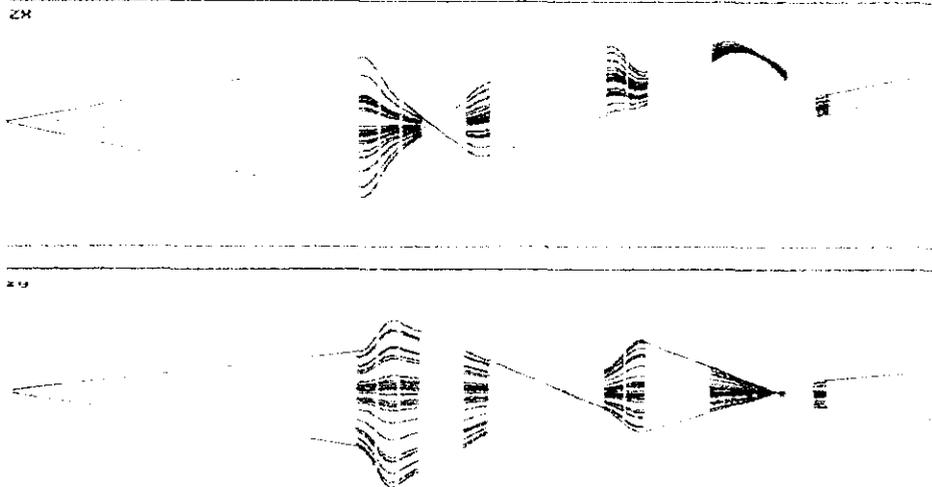


Figura 4.3 un filtro de velocidades colocado después del imán de 90° no logra desviar un haz de $^{19}\text{F}^{14}$ a 1.4 MeV

234



235

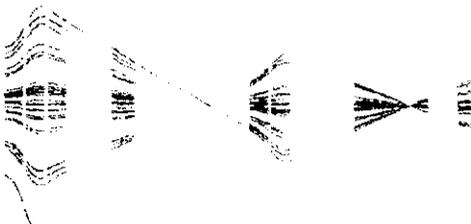
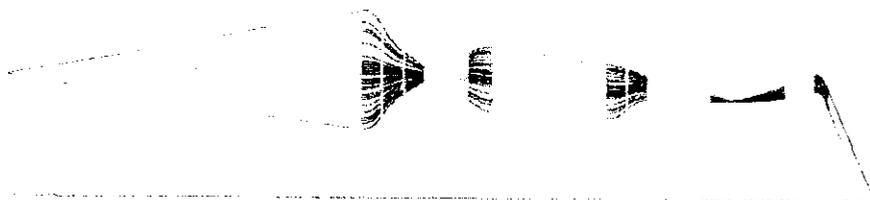


Figura 4.4 un filtro de velocidades colocado después del imán de 90° no logra desviar un haz de $^{39}\text{K}^{41}$ a 10.7 MeV

236



237



Figura 4.5 un filtro de velocidades colocado después del imán de 90° si logra desviar un haz de $^{28}\text{Si}^{31}$ a 8.4 MeV

Como se ha explicado en la sección 2.3, el filtro de velocidades genera dos campos perpendiculares entre sí, uno es un campo magnético mientras que el otro es un campo eléctrico; los valores numéricos que hemos usado para estos campos son de 0.01 Teslas y 101.673 KV/m respectivamente. En las figuras 4.3 y 4.4 nos damos cuenta que el filtro no logra desviar los haces mostrados, aquí puede argumentarse que los valores numéricos de los campos no son los adecuados para lograr filtrar estos haces, y es muy cierto, pero sucede que si ajustamos los campos para lograr filtrar uno de estos haces, de todas maneras la mayoría de los haces siguen sin ser filtrados. así, se muestra en la figura 4.5 el caso de un haz de $^{28}\text{Si}^{31}$ a 8.4 MeV este haz logró ser desviado por el filtro utilizando los campos mencionados con anterioridad mientras que la mayoría de los haces, junto con los casos expuestos en las figuras 4.3 y 4.4, no logran ser filtrados.

Las figuras obtenidas mediante el programa *traza.pas* nos muestran que un filtro de velocidades colocado después del imán separador no es suficiente para separar los haces residuales del haz de $^{14}\text{C}^{27}$. Dada esta situación, decidimos colocar el filtro de velocidades antes del imán de 90° , después volvimos a ejecutar el programa *traza.pas* obteniendo los resultados mostrados en las siguientes figuras.

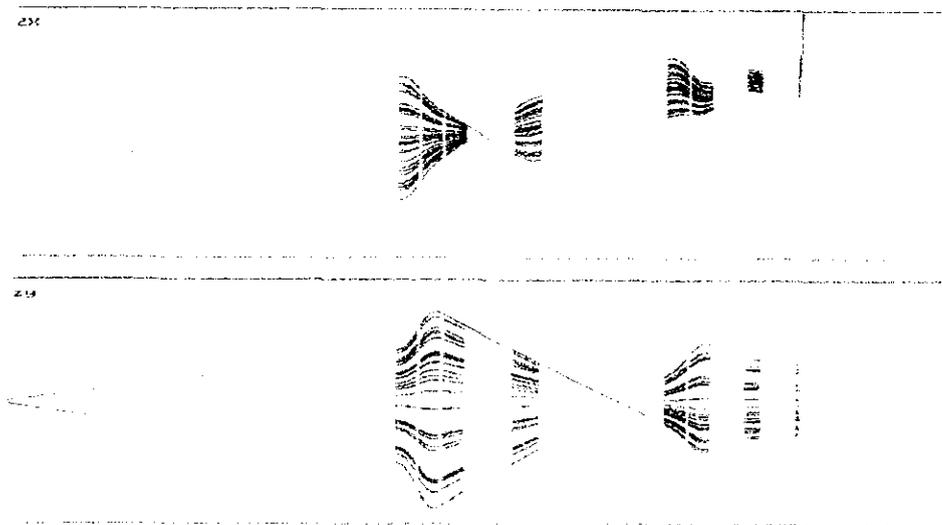


Figura 4.6 un filtro de velocidades colocado antes del imán de 90° causa que un haz de $^{19}\text{F}^{11}$ a 1.4 MeV no llegue al final de la línea.

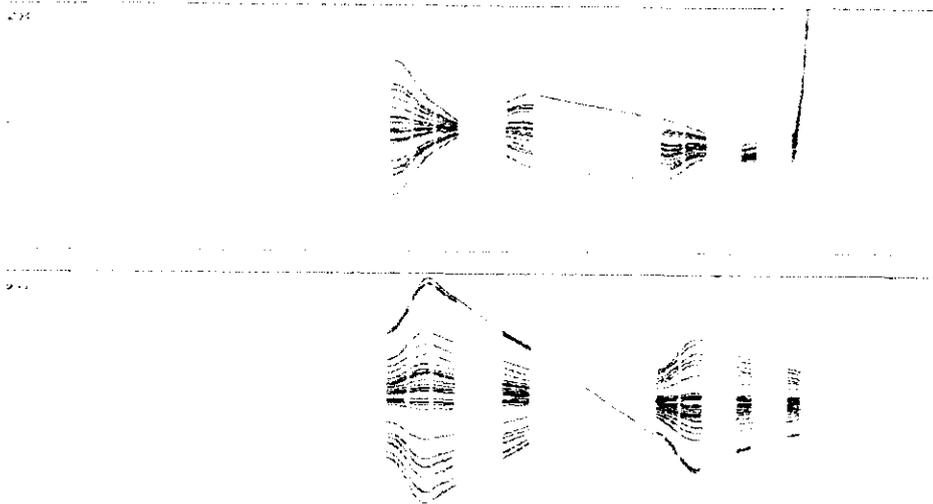


Figura 4.7 un filtro de velocidades colocado antes del imán de 90° causa que un haz de $^{39}\text{K}^{41}$ a 10.7 MeV no llegue al final de la línea.

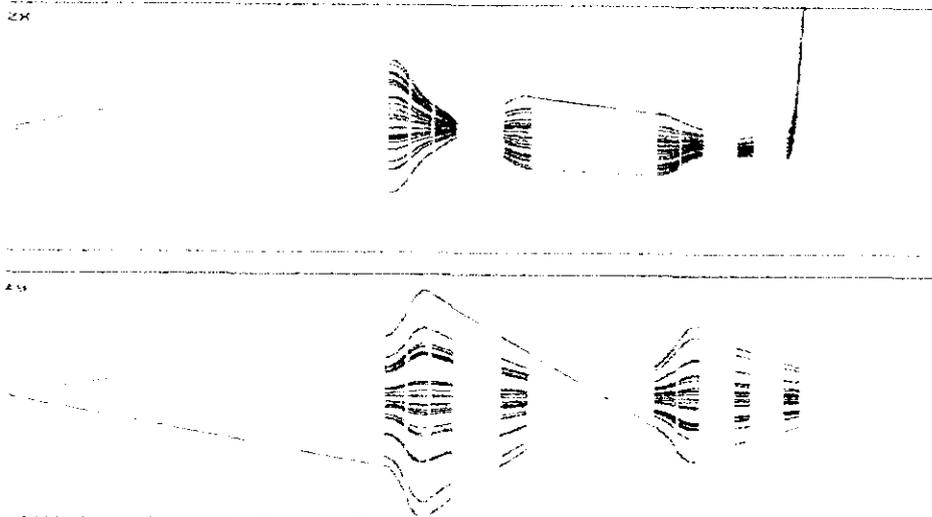


Figura 4.8 un filtro de velocidades colocado antes del imán de 90° causa que un haz de $^{28}\text{Si}^{31}$ a 8.4 MeV no llegue al final de la línea.

La explicación de los resultados obtenidos es la siguiente. De la ecuación 2.15 podemos conocer la rapidez de un ion dado $v = \alpha q/m$, pues conocemos su rigidez magnética así como su masa y su carga. De la tabla 4.1 deducimos que para cualquier ion de dicha tabla, la relación $m/q \in [7, 28]$, por lo que la relación $q/m \in (0.036, 0.143)$. Teniendo en cuenta que el estado de carga del ion es $q = e, 2e, \dots, 5e$ de donde $e = 1.6021 \cdot 10^{-19}$ C., que m es la masa del ion y que está dada en u mas, y que $\sigma = 0.739 \pm 0.006$ mts. Teslas, podemos obtener la rapidez de cualquier ion de la tabla 4.1. Esta rapidez es tal que

$$v \in (0.0256, 0.1018) 10^8 \text{ mts/seg.}$$

Por otro lado, la ecuación 2.16 establece las condiciones necesarias para que el filtro de velocidades desvíe, o no, a los haces que ingresan a él. Para que un haz dado emerja del filtro sin desviación alguna es necesario que su velocidad sea $v_z = E/B$, siendo E y B las intensidades de los campos eléctrico y magnético generados por el filtro; como $B = 0.01$ Teslas y $E = 101.673$ Kv/m. entonces $v_z = 0.1016 \cdot 10^8$ m/s. Los haces que entren al filtro con ese valor de la velocidad no sufrirán desviación alguna, obsérvese que ese valor pertenece al intervalo de velocidades expuesto al final del párrafo anterior. Por lo tanto, los haces cuya componente z de su velocidad varíen alrededor de $0.1016 \cdot 10^8$ m/s. emergerán del filtro con una ligera desviación, pero, después de todo, no serán desviados y llegarán hasta el final de la línea. Por ésta razón, no es conveniente colocar el filtro de velocidades después del imán selector.

Dadas las razones expuestas en el párrafo anterior, hemos decidido colocar el filtro de velocidades antes del imán selector. Si el filtro se coloca antes del imán selector, los haces que logren emerger del filtro, emergerán con una desviación medible, esta desviación es suficiente para que el imán selector los desvíe en su totalidad, pues éste imán cubre una mayor región del trayecto de los haces por lo que se tiene mas tiempo para lograr desviarlos totalmente.

De las figuras 4.6 a la 4.8 nos damos cuenta que colocando el filtro de velocidades antes del imán selector logramos la separación de los haces residuales del haz de $^{14}\text{C}^{2+}$; sin embargo, como se muestra en las figuras 4.9 y 4.10, esta configuración de la línea es ineficaz para lograr la separación de los haces de $^7\text{Li}^{1+}$ a 3.75 MeV y de $^{14}\text{N}^{2+}$ a 7.5 MeV. Estos haces que no logramos separar tiene en común con el haz de $^{14}\text{C}^{2+}$ la relación masa carga la cual, para los tres haces, es 7 uma/e. De la tabla 4.1 nos damos cuenta que esta relación es distinta para el resto de los iones.

2.14



2.14



Figura 4.9 con un filtro de velocidades colocado antes del imán de 90° no es posible desviar un haz de ${}^7\text{Li}^+$ a 3.75 MeV

2.14



2.14



Figura 4.10 con un filtro de velocidades colocado antes del imán de 90° no es posible desviar un haz de ${}^{14}\text{N}^{2+}$ a 7.5 MeV

Capítulo 5

CONCLUSIONES

Con las figuras obtenidas mediante el programa *traza.pas* hemos logrado demostrar que en principio es posible construir un separador de masas con los elementos electromagnéticos con los que cuenta el IFUNAM.

Para el diseño de la línea utilizamos la subrutina de optimización *amoeba*, ésta subrutina realiza una búsqueda de parámetros los cuales representan los campos magnéticos de los cuadrupolos junto con los espacios vacíos que continúan después del imán selector, al terminar la ejecución de *amoeba*, ésta nos proporcionó un conjunto de parámetros para los cuales el transporte de $^{14}\text{C}^{2+}$ a 7.5 MeV es óptimo (véase la tabla 3.3 en la página 46), el problema aquí es que *amoeba* nos proporcionó algunos valores que representan las longitudes de los espacios vacíos, para entonces, la nueva línea de experimentación ya estaba, en parte, construida y por lo tanto no podíamos tomar estos valores proporcionados por *amoeba* y desarmar la línea. Este problema quedó solucionado cuando consideramos que los únicos parámetros a mover por *amoeba* serían los valores de los campos magnéticos de los cuadrupolos dejando el valor de los espacios vacíos como constantes, el resultado, fueron nuevos parámetros proporcionados por *amoeba* (véase la tabla 3.1 en la página 45) con los cuales la propagación de $^{14}\text{C}^{2+}$ fue óptima como lo demuestra la figura 3.5 en la página 43, con esto evitamos desarmar la línea para ajustarla a los parámetros proporcionados por *amoeba* (tabla 3.3). Cabe mencionar que los resultados cuantitativos de ambos conjuntos de parámetros son similares de donde concluimos que la elección de las longitudes no es crítica.

El uso de un imán de 90° como separador de masas no es suficiente para obtener un haz de $^{14}\text{C}^{2+}$ a 7.5 MeV sin haces residuales o contaminantes (véase las figuras 4.1 y 4.2). Hemos probado que los haces que tienen la misma rigidez magnética que la del $^{14}\text{C}^{2+}$ no se pueden separar con el imán de 90° .

Como la rigidez magnética es una cantidad que depende de la energía cinética del haz y en consecuencia de su velocidad entonces es natural utilizar un filtro de velocidades para lograr separar los haces residuales del haz de $^{14}\text{C}^{2+}$.

Si colocamos el filtro de velocidades después del imán de 90° entonces no es posible separar todos los haces residuales del haz de $^{14}\text{C}^{2+}$. (véase las figuras 4.3 y 4.4)

Si colocamos el filtro de velocidades antes del imán de 90° entonces logramos filtrar todos los haces, excepto dos de ellos, que se transportan junto con $^{14}\text{C}^{2+}$. Los dos haces que no se logran filtrar tienen en común con $^{14}\text{C}^{2+}$ la relación masa - carga. (véase las figuras 4.6 a la 4.10)

Queda el problema de la separación de los haces de ${}^7\text{Li}^{1+}$ a 3.75 MeV y de ${}^{14}\text{N}^{2+}$ a 7.5 MeV. Para el caso de ${}^7\text{Li}^{1+}$, en principio se puede separar del haz de ${}^{14}\text{C}^{2+}$ a 7.5 MeV pues ambos haces son de distinta energía, para lo cual podemos usar un filtro de energías; mientras que para el caso de ${}^{14}\text{N}^{2+}$ será necesario adicionar un sistema de detección capaz de medir la carga nuclear "z" de la partícula detectada.

De esta manera hemos concluido el estudio de factibilidad para la realización de experimentos que requieren de separación isotópica en el peletón del IFUNAM. Utilizando como caso ejemplo la separación de ${}^{14}\text{C}^{2+}$ cuya principal aplicación se encuentra en problemas de datación.

Apéndice A

SISTEMA DE REFERENCIA PARA LA SIMULACION EN EL IMAN

En este apéndice pretendemos mostrar las coordenadas empleadas para simular el transporte de un ion cuando éste atraviesa la región comprendida por un imán. La trayectoria de este ion dentro del imán se muestra en la figura A.1, la parte sombreada de la figura representa la región del campo magnético uniforme generado por dicho imán, dentro de esta región la trayectoria del ion es circular, sin embargo, las figuras generadas por el programa *traza.pas* no nos muestran este tipo de trayectorias; en dichas figuras la línea de experimentación esta representada como si toda ella fuera una línea recta. Esta representación tiene el beneficio de poder comparar las proyecciones x y y del movimiento del ion dentro de la línea. No obstante es sabido que la línea de experimentación no es una línea recta (véase la figura 3.3), pues la presencia de imanes como el imán selector o el de 90° necesariamente hacen de la línea una línea no recta, con segmentos curvos.

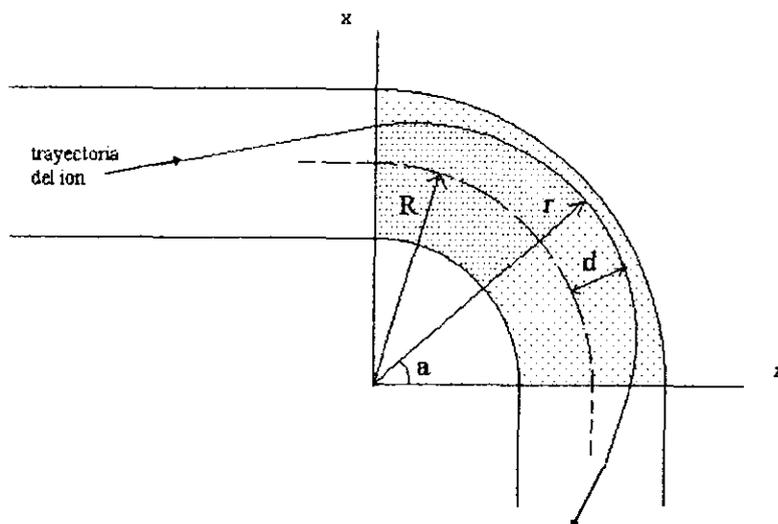


Figura A 1 muestra la trayectoria de un ion dentro del imán

Refiriéndonos a la figura 2.1, la que nos muestra el sistema de referencia inercial utilizado para la generación de las ecuaciones de movimiento, notamos que la variable x representa la distancia que hay entre el ion y el eje óptico, de igual manera, en la figura A.1, la variable d representa la distancia que hay entre el ion y el eje óptico el cual está representado por una línea punteada. El segmento d claramente es función de x y de z , la relación es

$$d = r - R$$

de donde

$$r = \sqrt{x^2 + z^2}$$

de donde R representa el radio de curvatura del imán. Habiendo hecho estas aclaraciones, lo que *traza.pas* representa como x es el segmento d mientras que la variable z representa la longitud de arco que el ion ha recorrido dentro del imán, es decir

$$z = z_0 + R \left(\frac{\pi}{2} - a \right)$$

como se puede ver en las ecuaciones 2.7 la componente y del movimiento no está bajo fuerza alguna por lo que la proyección, sobre el plano zy , de la trayectoria será una línea recta.

Apéndice B

PROGRAMA traza.pas Y DIAGRAMA DE FLUJO

```

function senh(arg: real): real;
begin
    senh:= (exp(arg) - exp(-arg))/2;
end;
function cosh(arg: real): real;
begin
    cosh:= (exp(arg) + exp(-arg))/2;
end;
procedure pinta(colorin: word);
var e1, e2, e3: integer;
begin
    e1:= round(x*factor);
    e2:= round(y*factor);
    e3:= round(z*configura.fx);
    putpixel(e3,-e1 + 120,colorin);
    putpixel(e3,-e2 + 360,colorin);
end;
procedure checa;
var rper: double;
begin
    rper:= x*x + y*y;
    if rper <= 0.00075625 then pasa:= true (* r*r = 0.00075625 *)
    else pasa:= false;
end;
function gaussian(media,anchura: real): real;
var v1,v2,ru,fac,gset,número: real;
    iset: integer;
begin
    {genera un número aleatorio con distribucion gaussiana de media= 0.05 y anchura= 0.002}
    iset:= 0;
    randomize;
    if iset=0 then
        begin
            repeat
                v1:= 2*random-1;
                v2:= 2*random-1;
                ru:= v1*v1+v2*v2;
            until ru<=1;
            fac:= anchura*sqrt(-2*ln(ru)/ru);
            gset:= v1*fac+media;
            número:= v2*fac+media;
            iset:= 1;
        end
    else
        begin
            número:= gset;
        end
    end;
end;

```

```

        iset:= 0;
    end;
    gaussian:= numero;
end;
procedure asigna(vo: real);
var dos: real;
begin
    xi:= 0;
    yi:= 0;
    zi:= 0;
    uno:= 0.00261*random;
    dos:= 6.283185307*random;
    vx:= vo*sin(uno)*cos(dos);
    vy:= vo*sin(uno)*sin(dos);
    vz:= vo*cos(uno);
end;
procedure colmador(a: real);
begin
    if pasa then
        begin
            if  $x*x + y*y < a*a$  then pasa:= true
            else pasa:= false;
        end;
end;
procedure vacio(l: real);
begin
    if pasa then
        begin
            z:= zi;
            repeat
                x:= (vx/vz)*(z-zi) + xi;
                y:= (vy/vz)*(z-zi) + yi;
                checa;
                if pasa then pinta(11)
                else exit;
                z:= z + incremento;
            until z-zi >= l;
            xi:= x;
            yi:= y;
            zi:= z;
        end;
end;
procedure dipolo(angulo,larc: real);
var fi, alfa, beta, am, w, teta, vxd, vzd, xd, zd: real;
{ por intensidad entiendase intensidad del campo magnetico. b= (0,intensidad,0) }
begin
    if pasa then
        begin
            xi:= larc/angulo+xi;
            w:= intensidad*c/m;
            am:= sqrt(vx*vx+vz*vz)/w;
            fi:= arctan(-vx/vz);
            alfa:= -am*sin(fi);
            beta:= xi-am*cos(fi);
        end;
end;

```

```

teta:= 0;
z:= zi;
repeat
  xd:= am*cos(teta+fi)+beta;
  zd:= am*sin(teta+fi)+alfa;
  x = sqrt(xd*xd+zd*zd) - larc/angulo;
  y:= (vy/vz)*(z-zi) + yi;
  z:= larc*teta/angulo + zi;
  checa;
  if pasa then pinta(1)
  else exit;
  teta:= teta + incremento;
until teta >= angulo;
xd:= am*cos(angulo+fi)+beta;
zd:= am*sin(angulo+fi)+alfa;
teta:= pi/2 - arctan(xd/zd);
xi:= sqrt(xd*xd+zd*zd) - larc/angulo;
yi:= y;
zi:= larc + zi;
vxd:= -am*w*sin(angulo+fi);
vzd:= am*w*cos(angulo+fi);
vx:= vzd*sin(teta) + vxd*cos(teta);
vz:= vzd*cos(teta) - vxd*sin(teta);
intensidad:= inten90;
end;
end;
procedure cuadru(current1 : real);
begin
  if pasa then
  begin
    g:= gi*current1;
    h:= sqrt(abs(c)*g/(m*vz));
    z:= zi;
    repeat
      x:= xi*cos(h*(z-zi)) + vx*sin(h*(z-zi))/(vz*h);
      y:= yi*cosh(h*(z-zi)) + vy*senh(h*(z-zi))/(vz*h);
      checa;
      if pasa then pinta(1)
      else exit;
      z:= z + incremento;
    until z-zi >= 0.3;
    vx:= vx*cos(h*(z-zi)) - xi*vz*h*sin(h*(z-zi));
    vy:= vy*cosh(h*(z-zi)) + yi*vz*h*senh(h*(z-zi));
    xi:= x;
    yi:= y;
    zi:= z;
  end;
end;
end;
procedure cuadruinv(current2 : real);
begin
  if pasa then
  begin
    g:= gi*current2;
    h:= sqrt(abs(c)*g/(m*vz));

```

```

z:= zi;
repeat
  y:= yi*cos(h*(z-zi)) + vy*sin(h*(z-zi))/(h*vz);
  x:= xi*cosh(h*(z-zi)) + vx*senh(h*(z-zi))/(h*vz);
  checa;
  if pasa then pinta(1)
  else exit;
  z:= z + incremento;
until z-zi >= 0.3;
vy = vy*cos(h*(z-zi)) - yi*vz*h*sin(h*(z-zi));
vx:= vx*cosh(h*(z-zi)) + xi*vz*h*senh(h*(z-zi));
xi:= x;
yi:= y;
zi:= z;
end;
end;
procedure filtro;
var a,b,t,w,fa,tam: real;
begin
  if pasa then
  begin
    fa:= arctan(vy/(vz+campoc/campob));
    w:= c*campob/m;
    tam:= sqrt(vy*vy+sqr(vz+campoc/campob))/w;
    a:= yi+tam*cos(fa);
    b:= zi-tam*sin(fa);
    t:= 0;
    repeat
      z:= tam*sin(w*t+fa) + b - t*campoc/campob;
      y:= -tam*cos(w*t+fa) + a;
      x:= xi+vx*t;
      checa;
      if pasa then pinta(1)
      else exit;
      t:= t+0.0000000001;
    until z-zi>=0.3;
    vy:= tam*w*sin(w*t+fa);
    vz:= (tam*w*cos(w*t+fa) - campoc/campob);
    xi:= x;
    yi:= y;
    zi:= z;
  end;
end;
{ a continuacion se declaran los procedimientos del acelerador }
procedure runge;
function ecuacion(a,b,c:double): double;
var vol,vp, vpp: double;
begin
  vol:= vi -(e1+c2)*a/2 + r*(c1-c2)*(a*arctan(a/r)/r+1)/pi;
  vp:= -(e1+c2)/2 + r*(e1-c2)*(a/(r*r+a*a) + arctan(a/r)/r)/pi;
  vpp:= r*(c1-c2)*((r*r-a*a)/sqr(r*r+a*a) + 1/(r*r+a*a))/pi;
  ecuacion:= -vp*c/(2*vol) - vpp*b/(4*vol);
end;
begin

```

```

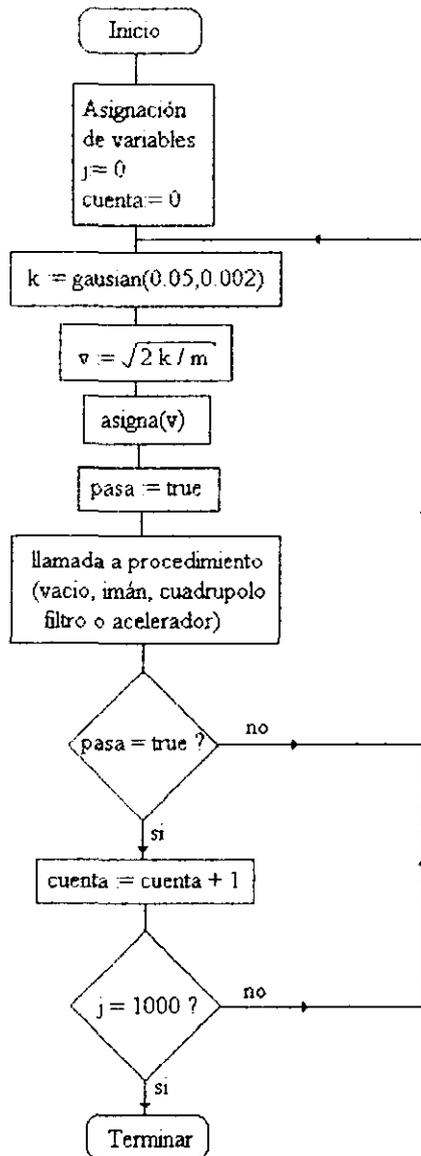
I1:= ha*ecuacion(zacc,ra,dr);
I2:= ha*ecuacion(zacc+ha/2,ra+ha*dr/2,dr+I1/2);
I3:= ha*ecuacion(zacc+ha/2,ra+ha*dr/2+ha*I1/4,dr+I2/2);
I4:= ha*ecuacion(zacc+ha,ra+ha*dr+ha*I2/2,dr+I3);
ra:= ra+ha*dr+ha*(I1+I2+I3)/6;
dr:= dr+(I1+2*I2+2*I3+I4)/6;
x:= ra*cos(angulox);
y:= ra*sin(anguloy);
z:= z+ha;
end;
procedure acceleraux;
begin
  repeat
    runge;
    checa;
    if pasa then pinta(1)
    else exit;
    zacc:= zacc+ha;
  until zacc > zmax;
end;
procedure accelera;
var kin,evita1: real;
begin
  if pasa then
  begin
    e:= electron;
    e1:= 0;
    e2:= campoe2;
    zmax:= 2.0;
    zmin:= -0.5;
    zacc:= zmin;
    v1:= 50000;
    ha:= 0.01;
    ra:= sqrt(xi*xi+yi*yi);
    dr:= (xi*vx+yi*vy)/(vz*ra);
    z:= zi;
    angulox:= pi/2 - arctan(xi/(ra*sqrt(1-sqr(xi/ra))));
    anguloy:= arctan(yi/(ra*sqrt(1-sqr(yi/ra))));
    acceleraux;
    if not pasa then exit;
    kin:= 2.5*factenerg;
    evita1:= 2*kin/masaccc;
    vx:= dr*sqrt(evita1)*cos(angulox);
    vy:= dr*sqrt(evita1)*sin(anguloy);
    vz:= sqrt(evita1-vx*vx-vy*vy);
    xi:= x;
    yi:= y;
    zi:= z;
    v1:= 500000;
  end;
  e:= carga;
  intensidad:= inten45;
end;
begin (*comienza programa principal*)

```

```

randomize;
cuenta:= 0;
nupa:= 0;
dg := vga;
mg := vgafr;
cccar14:= 7.5*exp(ln(1.602) - 13*ln(10));
cci:= 0.05*exp(ln(1.602) - 13*ln(10));
electron:= exp(ln(1.602) - 19*ln(10));
masaelec:= exp(ln(9.109) - 31*ln(10));
masa14:= 14*exp(ln(1.6604) - 27*ln(10));
inten30:= sqrt(2*cci*masa14)/(electron*0.28);
inten90:= sqrt(2*cccar14*masa14)/(2*electron*0.75);
inten45:= sqrt(2*cccar14*masa14)/(2*electron*0.5);
campoc2:= -2*voltaje*1000000/4.8; { la etc 8 se debe a que el acelerador mide 8 mts }
factenerg:= exp(ln(1.602) - 13*ln(10));
campob:= inten90;
campoc:= -sqrt(2*cc/masa14)*campob;
anmax:= 0;
initgraph(dg,mg,'d:\p\bgi');
for j:= 1 to nupa do
begin
  cci:= gaussian(0.05,0.002);
  cci:= cci*factenerg;
  v:= sqrt(2*cci/m);
  asigna(v);
  c:= electron;
  intensidad:= inten30;
  pasa:= true;
  for n:= 1 to configura.nelemento do
  case configura.elementos[n] of
    1: vacio(configura.long[n]);
    2: colimador(configura.long[n]);
    3: dipolo(configura.k2[n],configura.long[n]);
    4: cuadru(configura.k2[n]);
    5: cuadruinv(configura.k2[n]);
    6: accelera;
    7: filtro;
  end;
  if pasa then
  begin
    cuenta:= cuenta + 1;
  end;
end;
restorecrtmode;
readln;
end.

```



Este diagrama de flujo muestra el funcionamiento del programa

Apéndice C

SUBROUTINA amoeba

```

write(6,*)'ha terminado el programa'
end

c *****
c *****
c ***** en esta parte del programa defino la funcion *****
c ***** que quiero minimizar junto con sus subrutinas *****
c *****
c *****

function funk(cu1,cu2)
integer elsp(20), m, c, nelsp, j, nupa, cuenta
real k2p(20), longp(20), cc, v, cu1, cu2
double precision x,y
logical pasa
common/prop/m,v,cc,c/bool/x,y,pasa
c comienza programa principal
m=12
c=1
cc=2.5
nupa=1000
nelsp= 8
elsp(1)= 1
elsp(2)= 4
elsp(3)= 1
elsp(4)= 5
elsp(5)= 1
elsp(6)= 3
elsp(7)= 1
elsp(8)= 2
longp(1)= 1
longp(2)= 0.35
longp(3)= 0.07
longp(4)= 0.35
longp(5)= 1
longp(7)= 1
longp(8)= 0.003
k2p(2)= cu1
k2p(4)= cu2
k2p(6)= 0.10180166*sqrt(2*cc*m)/c
c aqui comienza el bloque mas importante del programa
cuenta=0
do j=1,nupa
call asigna
pasa=.true.

```

```

do n=1,nclsp
  if(elsp(n).eq.1)call vacio(longp(n))
  if(elsp(n).eq.2)call colimador(longp(n))
  if(elsp(n).eq.3)call dipolo(k2p(n))
  if(elsp(n).eq.4)call cuadru(k2p(n))
  if(elsp(n).eq.5)call cuadruinv(k2p(n))
cnddo
  if(pasa)cuenta= cuenta + 1
cnddo
funk= -cuenta
return
end

```

```

C *****
C *****
C ***** comienza amocba la subrutina que busca el *****
C ***** minimo de la funcion funk definida arriba *****
C *****
C *****

```

```

subroutine amocba
integer iter,sim
double precision flol, rtol
real p, ye, pr, prr
parameter (ndim=2, mp=3, np=2)
parameter (nmax=20,alfa=0.001,beta=0.5,gama=0.5,itmax=20)
dimension p(mp,np),ye(mp),pr(nmax),prr(nmax),pbar(nmax)
dimension resultado(8,3)
write(6,*)'ha comenzado el simplex 1 de 8'
do sim=1,2

```

```

  ye(1)= funk(p(1,1),p(1,2))
  ye(2)= funk(p(2,1),p(2,2))
  ye(3)= funk(p(3,1),p(3,2))
  write(6,*)'simplex numero:',sim
  mpts= ndim + 1
  iter=0

```

```

1  ilo=1
  if (ye(1).gt.ye(2)) then
    ihi=1
    inhi=2
  else
    ihi=2
    inhi=1
  endif
  do i= 1,mpts
    if (ye(i).lt.ye(ilo)) ilo=i
    if (ye(i).gt.ye(ihi)) then
      tngi=ihl
      ihi=i
    else if(ye(i).gt.ye(inhi)) then
      if (i.ne.ihl) inhi=i
    endif
  enddo

```

```

c compute the fractional range from highest to
c lowest and return if satisfactory
ftol= 0.0002
rtol= 2*abs(yc(ihi)-yc(ilo))/(abs(yc(ihi)) + abs(yc(ilo)))
if (rtol.lt.ftol) goto 2
if (iter.eq.itmax) goto 2
iter= iter+1
do j= 1,ndim
  pbar(j)=0
cnddo
do i= 1,npts
  if(i.ne.ihi) then
    do j= 1,ndim
      pbar(j)= pbar(j) + p(i,j)
    cnddo
  endif
cnddo
do j= 1,ndim
  pbar(j)= pbar(j)/ndim
  pr(j)= (1+alfa)*pbar(j)-alfa*p(ihi,j)
cnddo
ypr= funk(pr(1),pr(2))
if (ypr.lt.yc(ilo)) then
  do j= 1,ndim
    prr(j)= gama*pr(j)+(1-gama)*pbar(j)
  cnddo
  ypr= funk(pr(1),pr(2))
  if (ypr.lt.yc(ilo)) then
    do j= 1,ndim
      p(ihi,j)=prr(j)
    cnddo
    yc(ihi)= ypr
  else
    do j= 1,ndim
      p(ihi,j)= pr(j)
    cnddo
    yc(ihi)= ypr
  endif
else if (ypr.ge.yc(ihi)) then
  if(ypr.lt.yc(ihi)) then
    do j= 1,ndim
      p(ihi,j)= pr(j)
    cnddo
    yc(ihi)= ypr
  endif
do j= 1,ndim
  prr(j)= beta*p(ihi,j)+(1-beta)*pbar(j)
cnddo
ypr= funk(pr(1),pr(2))
if(ypr.lt.yc(ihi)) then
  do j= 1,ndim
    p(ihi,j)= prr(j)
  cnddo
  yc(ihi)= ypr

```

**ESTA TESIS NO DEBE
SALIR DE LA BIBLIOTECA**

```

else
  do i= 1,mpts
    if(i.ne.ilo) then
      do j= 1,ndim
        pr(j)= 0.5*(p(i,j)+p(ilo,j))
        p(i,j)= pr(j)
      enddo
      yc(i)= funk(pr(1),pr(2))
    endif
  enddo
endif
else
  do j= 1,ndim
    p(ihi,j)= pr(j)
  enddo
  yc(ihi)= ypr
endif
goto 1
2  resultado(sim,1)=pr(1)
   resultado(sim,2)=pr(2)
   resultado(sim,3)=ypr
enddo
do j=1,2
  write(6,*)resultado(j,1),resultado(j,2),resultado(j,3)
enddo
return
end

```

Apéndice D

FUNCION gaussian(μ, σ)

Supóngase que tenemos una distribución uniforme x y deseamos tomar una función de esa distribución $y(x)$. La distribución de probabilidad de y , denotada por $p(y)dy$, está determinada por la ley de transformación de probabilidades

$$p(y) = p(x) \frac{dx}{dy} \quad (D.1)$$

que en dos dimensiones se convierte en

$$p(x, y) dx dy = p(u, v) \left| \frac{\partial(u, v)}{\partial(x, y)} \right| du dv \quad (D.2)$$

ésta última expresión es usada para generar números aleatorios con distribución gaussiana: (método Box-Muller)

$$p(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{x - \mu}{\sigma} \right)^2 \right] \quad (D.3)$$

Consideremos la siguiente transformación entre dos desviaciones uniformes sobre $(0, 1)$, u , v y dos variables x , y

$$\begin{aligned} x &= \sqrt{-2 \ln(u)} \cos(2\pi v) \sigma + \mu \\ y &= \sqrt{-2 \ln(u)} \sin(2\pi v) \sigma + \mu \end{aligned} \quad (D.4)$$

que de manera equivalente podemos escribir

$$\begin{aligned} u &= \exp \left(-\frac{(x - \mu)^2 + (y - \mu)^2}{2\sigma^2} \right) \\ v &= \frac{1}{2\pi} \arctan \left(\frac{y - \mu}{x - \mu} \right) \end{aligned} \quad (D.5)$$

de manera que el determinante jacobiano puede determinarse

$$\frac{\partial(u, v)}{\partial(x, y)} = \left[\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{(x-\mu)}{\sigma}\right)^2\right) \right] \left[\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{(y-\mu)}{\sigma}\right)^2\right) \right] \quad (D.6)$$

Obsérvese que el jacobiano resulta ser el producto de dos funciones, una es función únicamente de x mientras que la otra es función únicamente de y , además cada una de estas funciones son distribuciones normales.

De esta manera, podemos utilizar las ecuaciones D.3 para generar números aleatorios con distribución gaussiana. En vez de generar desviaciones uniformes u y v en el cuadro unitario, podemos generar desviaciones h , k como la ordenada y la abscisa de un punto aleatorio en el círculo unitario centrado en el origen. La suma de sus cuadrados $R = h^2 + k^2$ es una desviación uniforme que puede usarse en vez de u en la ecuación D.3 mientras que el ángulo definido por el punto (h, k) respecto al eje h sustituye al ángulo aleatorio $2\pi v$.

Con todo lo anterior podemos construir la función gaussian(μ, σ) [William]

```
function gaussian( $\mu, \sigma$ : real): real;
var h, k, R, fac, gset, numero: real;
    iset: integer;
begin
  iset:= 0;
  randomize;
  if iset=0 then
    begin
      repeat
        h:= 2*random-1;           { generamos dos números uniformes en el cuadro que va de
        k:= 2*random-1;           -1 a 1 en cada dirección}
        R:= h*h+k*k;             { verifiquemos que estén en el círculo unitario}
      until R<=1;                { si no están, repitamos de nuevo}
      fac:=  $\sigma$ *sqrt(-2*ln(R)/R); { realicemos la transformación Box-Muller}
      gset:= h*fac+ $\mu$ ;           { para generar dos desviaciones normales}
      numero:= k*fac+ $\mu$ ;         { guardemos una de ellas para la próxima ejecución}
      iset:= 1;
    end
  else
    begin
      numero:= gset;
      iset:= 0;
    end;
  gaussian:= numero;
end;
```

BIBLIOGRAFIA

- [Anthony] J. M. Anthony, R. L. Beavers, et. al., Nucl. Instr. and Meth. in Physics Research B56/57 (1991) 873-876
- [Beer] J. Beer, G. Bonani, H. Hofman, A. Synal, M. Suter, W. Woelfli and K. O. Muennich, Nucl. Instr. and Meth. B29 (1987) 87.
- [Bygrave] W. Bygrave, P. Treado and J. Lambert. *Accelerator Nuclear Physics fundamental experiments with a Van de Graaff Accelerator*. Ed. Mc Graw Hill, Burlington Massachusetts 1970.
- [Cosslett] V. E. Cosslet, *Introduction to Electron Optics The Production, Propagation and Focusing of Electron Beams*, Oxford University Press. 1946
- [Chavez] *I Curso Regional Sobre Aplicaciones de los Aceleradores de Particulas*, capitulo 3, publicado por el departamento de fisica experimental del IFUNAM, Septiembre de 1993.
- [Do Carmo] Manfredo P. Do Carmo, *Geometria Diferencial de Curvas y Superficies*, Publicaciones del Departamento de Matemáticas de la Facultad de Ciencias de la UNAM., 1991
- [Elmore] D. Elmore and F. Philips, Science 236 (1987) 543
- [Flerov] G. N. Flerov and V. S. Barashenkov, *Practical Applicationsof Heavy Ion Beams*. Ed. Elsevier Publishing Company, New York 1972.
- [Fowler] William A. Fowler, Nucl. Instr. and Meth. in Physics Research B10/11 (1985) 329-331
- [Guernet] G. Guernet. *Principle, Advantages and Applications of Ion Implantation*, Ed. Prentice Hall, New York 1972.
- [Haight] R.C. Haight, G.J. Mathews and R. W. Bauer, Nucl. Instr. and Meth. in Physics Research, B10/11 (1985) 361-365
- [Hall] Cecil E. Hall *Introduction to Electron Microscopy*, Ed. Mc Graw Hill New York, 1965
- [Hamming] R. W. Hamming, *Numerical Methods for Scientists and Engineers* Ed. Dover, New York 973

- [Hauser] Walter Hauser, *Introducción a los Principios de Mecánica*, Ed. UTHEA, México, D.F., 1969.
- [James] M. L. James, G. M. Smith, *Métodos Numéricos Aplicados a la Computación Digital*, a Wiley Publication in Applied Statistics, New Jersey, USA, 1977
- [Kieser] W. E. Kieser, R. P. Beukens, et. al., Nucl. Instr. and Meth. in Physics Research B25/25 (1987) 667-671
- [Kubik] P. W. Kubik and D. Elmore, Nucl. Instr. and Meth. in Physics Research B24/25 (1987) 676-681
- [Larson] J. D. Larson, *Electrostatic ion optics and beam transport for ion implantation*, Nucl. Instr. Meth. 189 (1981) 71-91
- [Lawson] J.D. Lawson, *The Physics of Charged Particle Beams*, first edition Clarendon Press, Oxford 1977
- [Marion] Jerry B. Marion, *Dinámica Clásica de las partículas y Sistemas*, Ed. Reverté, S.A. España 1992.
- [Matteson] S. Matteson, D. K. Marble, et. al. Nucl. Instr. and Meth. in Physics Research B56/57 (1991) 873-876
- [Milford] John R. Reitz, Frederick J. Milford, *Fundamentos de la Teoría Electromagnética*, Ed. UTEHA, S.A. de C.V. México 1969
- [Purser] Kenneth H. Purser, J. Paul Farrell, *Some Principles Underlying Ion Optics Design*, General ionex Corporation Newburyport, Massachusetts 1984
- [Raisbeck] Proc. 5th. Int. Symp. on Accelerator Mass Spectrometry, Paris, France, 1990, eds. G. Raisbeck and F. Yiou, *Nucl. Instr. and Meth.* B52 (3,4) (1990)
- [Rowland] Rowland Ivor Reed, *Recent Topics in Mass Spectrometry*, Ed. Gordon and Breach Science Publishers, New York 1971
- [Semat] H. Semat, J.R. Albright, *Introduction to Atomic & Nuclear Physics*, fifth edition, Ed. Chapman and Hall Ltd, Great Britain 1973
- [Septier] Albert Septier, *Focusing fo Charged Particles*, Volumen I y II Ed. Academic Press, New York 1967.

- [Smith] C.M.H. Smith, a *Textbook of Nuclear Physics*, Ed. Pergamon
New York 1966.
- [Stanley] M. Stanley Livingston, John P. Blewett, *Particle Accelerators*
Mc Graw Hill Book Company, San Francisco, USA, 1962
- [Stephen] Stephen M. Shafroth, James C. Austin,
Accelerator-Based Atomic Physics Techniques and Applications
Edit. American Institute of Physics, North Carolina, 1997.
- [Waldemar] Waldemar Scharf. *Particle Accelerator and Their Uses*
Warsaw Technical University, Warsaw 1986, Edit. Harwood
- [Wheaton] J. H. Wheaton, Nucl. Instr. and Meth. 189 (1981) 55-70
- [William] William H. Press, Brian P. Flannery, Saul A. Teukolsky, William T.
Vetterling, *Numerical Recipes, the Art of Scientific Computing*
Cambridge University Press, New york, 1986.
- [Zill] Dennis G. Zill, *Ecuaciones Diferenciales con Aplicaciones*, Ed. Grupo
editorial Iberoamericana, Belmont, California, 1988.
- [Zworykin] Zworykin Vladimir K. *Electron Optics and Electron Microscope*,
Ed. John Wiley and Sons. Inc. Princeton, New Jersey, 1945