

27  
2ej



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA  
DE MEXICO**

**FACULTAD DE ESTUDIOS SUPERIORES  
CUAUTITLAN**

**UNIVERSIDAD NACIONAL  
AVENIDA DE  
MEXICO**

**DISEÑO Y MANUFACTURA ASISTIDO POR  
COMPUTADORA FUNDAMENTOS PARA EL DISEÑO  
DE UNA FLECHA**

**TRABAJO DE SEMINARIO  
QUE PARA OBTENER EL TITULO DE:  
INGENIERO MECANICO ELECTRICISTA  
P R E S E N T A :  
ERNESTO GOMEZ TINOCO**

**ASESOR: M.I. FELIPE DIAZ DEL CASTILLO RODRIGUEZ**

274793

**CUAUTITLAN IZCALLI, EDO. DE MEX.**

**1999**

**TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN**



Universidad Nacional  
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

**Biblioteca Central**



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.



UNIVERSIDAD NACIONAL  
AVENIDA DE  
MEXICO

FACULTAD DE ESTUDIOS SUPERIORES CUAUTITLAN  
UNIDAD DE LA ADMINISTRACION ESCOLAR  
DEPARTAMENTO DE EXAMENES PROFESIONALES

FACULTAD DE ESTUDIOS  
SUPERIORES CUAUTITLAN



DEPARTAMENTO DE  
EXAMENES PROFESIONALES

DR. JUAN ANTONIO MONTARAZ CRESPO  
DIRECTOR DE LA FES-CUAUTITLAN  
PRESENTE.

AT'N: Q. MA. DEL CARMEN GARCIA MIJARES  
Jefe del Departamento de Exámenes  
Profesionales de la FES-C.

Con base en el art. 51 del Reglamento de Exámenes Profesionales de la FES-Cuautilán, nos permitimos comunicar a usted que revisamos el Trabajo de Seminario:

Diseño Y Manufactura Asistido Por Computadora  
Fundamentos Para El Diseño De Una Flecha

que presenta el pasante: Ernesto Gómez Tinoco

con número de cuenta: 8761239-8 para obtener el Título de:  
Ingeniero Mecánico Electricista

Considerando que dicho trabajo reúne los requisitos necesarios para ser discutido en el EXAMEN PROFESIONAL correspondiente, otorgamos nuestro VISTO BUENO.

ATENTAMENTE.

"POR MI RAZA HABLARA EL ESPIRITU"

Cuautilán Izcalli, Edo. de México, a 22 de Marzo de 1999

MODULO:

PROFESOR:

FIRMA:

I M.I. Felipe Díaz Del Castillo Rodríguez

II Ing. Enrique Cortés González

III Ing. Eusebio Reyes Carranza

**DEDICATORIA:**

**A MI MADRE:**

Que con el ejemplo me enseñó el amor a la constancia y al trabajo

**A MI PADRE:**

Donde quiera que se encuentre.

**A MI HERMANO:**

Que con sus sueños y alegría me contagió de optimismo y de deseos de terminar lo inconcluso.

**A MI FAMILIA:**

Que es mi principio y será mi eternidad.

**A MIS AMIGOS:**

Los presentes y pasados, que son parte de lo que soy.

**A TI:**

Que has intervenido en lo que soy.

Todas las mañanas al despertar alguien repetía en mi cabeza las siguientes palabras: *Vive, Vive, Vive, Era la muerte.*

# INDICE

Introducción.....	1
-------------------	---

## CAPITULO 1 FACTORES Y CONSIDERACIONES DEL DISEÑO

1.1.1 Consideraciones para el diseño .....	3
1.1.2 Normas y códigos .....	4

## CAPITULO 2 FUNDAMENTOS PARA EL DISEÑO DE UNA FLECHA

2.1.1 Definición de flecha.....	6
2.1.2 Análisis de esfuerzos.....	7
2.1.3 Diagrama del círculo de Mohr.....	9
2.1.4 Teorías de falla .....	11
2.1.5 Teoría del esfuerzo cortante máximo .....	11
2.1.6 Teoría de la energía máxima de distorsión .....	13
2.1.7 Fórmula de la norma "ANSI-ASME" .....	15

## CAPITULO 3 ANÁLISIS DE UN CASO PRACTICO

3.1.1 Información necesaria para poder diseñar una flecha .....	17
3.1.2 Materiales.....	19
3.1.3 Aceros inoxidables.....	19
3.1.4 Consideraciones de trabajo.....	20
3.1.5 Denominación de cada sección y sus longitudes.....	21
3.1.6 Cálculos para obtener las fuerzas cortantes .....	22

3.1.7	Análisis de sumatoria de momentos.....	23
3.1.8	Diagrama de esfuerzos cortantes.....	24
3.1.9	Análisis de momentos.....	24
3.2.1	Análisis de momentos complementarios.....	25
3.2.2	Aplicación de la fórmula del esfuerzo cortante máximo.....	27
3.2.3	Aplicación de la fórmula de la energía máxima de distorsión.....	28
3.2.4	Aplicación de la fórmula del código "ANSI-ASME".....	29

## **CAPITULO 4**

### **DIMENSIONAMIENTO FINAL**

4.1.1	Dimensionamiento de las secciones "A", "B" y "C".....	39
4.1.2	Dimensionamiento de la sección "D".....	40
4.1.3	Dimensionamiento de la sección "E" y "F".....	42
4.1.4	Dimensionamiento de la sección "G", "H" e "I".....	42
4.1.5	Dibujo final.....	45
	Conclusiones.....	46
	Bibliografía.....	47

## INTRODUCCION

El diseño dentro de las actividades de un ingeniero debe responder siempre a una pregunta,

¿porqué diseñar? Con esta pregunta partimos y sabremos hacia donde dirigiremos todos nuestros esfuerzos. El diseño de una pieza para una máquina, una instalación o un sistema mecánico, denota la presencia de una necesidad no satisfecha por el equipo existente o un proceso que contiene algunas zonas donde se puede mejorar, por lo cual el proceso de diseño comprende las siguientes fases:

1. Reconocer que existe una necesidad. Una necesidad puede manifestarse de diferentes maneras; como una insatisfacción, una dificultad intuitiva, o por la sensación de que algo anda mal.
2. Definir el problema para hacerlo mas específico. Al hacer esto muchas veces por si solo resuelve dicho problema o la necesidad.
3. Considerar varias alternativas. Una vez que se tengan varias alternativas, debe seleccionarse una o varias de ellas, para investigarlas a fondo por medio de un análisis matemático y de factibilidad, respaldado por una investigación especial.
4. Evaluar la alternativa que resulte la mas optima, en este punto ocupamos hacernos las siguientes preguntas.
  - ¿ Es su fabricación fácil y económica?
  - ¿ Su competitividad es aceptable?
  - ¿ Es fácil de mantenerse y repararse?
  - ¿ Sus accesorios y componentes comerciales se pueden conseguir en el mercado local o se ocupa importarlos del extranjero.
  - ¿ Estará él publico dispuesto a comprarlo y cual será el costo de venta?
5. Realizar el diseño de todos los componentes, preparar dibujos y especificaciones detalladas.
6. Presentar el diseño.

En el ámbito económico que se vive en nuestro país los recursos en este sentido dentro de la industria no abundan y en muchas ocasiones son sacrificados ciertos departamentos en beneficio de algunos supuestamente más importantes, un ejemplo de esto es el departamento de mantenimiento, la respuesta que se encuentra para suplir este inconveniente y continuar operando de la manera más normal posible, es sustituir las piezas que ameriten reponerse por otras nuevas, que no sean originales, pudiendo ser fabricadas por un maquilador o bien por el mismo departamento que lo requiere, lo común es fabricar un sustituto idéntico en cuanto a dimensiones pero sin ningún tipo de análisis, este es el objetivo del presente trabajo, proporcionar las bases necesarias para desarrollar este sustituto que además de contar con las dimensiones necesarias cuente con un análisis que lo respalde.

# **CAPITULO 1**

## **FACTORES Y CONSIDERACIONES DEL DISEÑO**

### **1.1.1 Consideraciones para el diseño.**

Los factores o consideraciones técnicas del diseño de componentes mecánicos, se concentran principalmente alrededor de dos áreas de interés:

- a) **Relaciones de esfuerzo, alargamiento, resistencia, concernientes al elemento sólido.**
- b) **Fenómenos superficiales incluyendo el rozamiento, lubricación, desgaste y deterioro ambiental.**

Algunas veces habrá que considerar varios factores, de los cuales uno o varios serán críticos, que de satisfacerse sus condiciones ya no será necesario considerar los demás. Estos factores o consideraciones de diseño pueden ser catalogados en tres grandes grupos, con subdivisiones que a continuación se detallan.

#### **a) Consideraciones " tradicionales "**

Para el cuerpo del elemento o pieza componente:

- **Resistencia.**
- **Rigidez.**
- **Peso.**
- **Tamaño**
- **Forma.**
- **Temperatura.**

Para superficie de los componentes:

- **Rozamiento.**
- **Lubricación.**
- **corrosión.**

- *Fuerzas de rozamiento.*
- *Calor generado por el rozamiento.*
- *Desgaste.*
- *Acabado superficial.*
- *Costo.*

**b) Consideraciones "Modernas".**

- *Seguridad.*
- *Ecología.*
- *Calidad de vida.*
- *Utilidad.*

**c) Consideraciones "Misceláneas".**

- *Confiabilidad y mantenimiento.*
- *Apariencia estética.*
- *Procesamiento.*
- *Volumen de la pieza, máquina o sistema mecánico.*

**1.1.2 Normas y códigos.**

En el inicio del desarrollo industrial, cada cual hacía las cosas según su buen criterio y mejor entender; no era raro, por lo tanto, encontrar tornillos del mismo diámetro con una gran variedad en el número de hilos por unidad de longitud, unos a la derecha, otros a la izquierda unos con cuerdas grandes, otros con cuerdas pequeñas, con tuercas y cabezas hexagonales de diferentes tamaños, y lo mismo sucedía con las bandas en "v", los baleros, las cuerdas de los focos, el tamaño de las celdas eléctricas, los interruptores, etc., Esta falta en la uniformidad en el tamaño y formas con los consecuentes problemas de sustitución, encarecimiento y multiplicidad en el suministro de refacciones. Para corregir toda esta anarquía, fue necesario establecer, códigos y normas internacionales que todos se comprometían a respetar ¿ Pero que es una norma y que un código?

**Norma:** Es un conjunto de especificaciones para piezas, materiales o procesos establecidos con el fin de lograr uniformidad, eficiencia y una calidad especificada. Uno de los objetivos de una norma es fijar un límite al número de términos en las especificaciones, así como permitir que se tenga un inventario razonable de herramientas, tamaños, formas y variedades.

**Código:** Es un conjunto de especificaciones para efectuar un análisis, al diseño, la fabricación y la construcción de un objeto o sistema. El propósito de un código es alcanzar un grado especificado de seguridad, eficacia y un buen funcionamiento o buena calidad.

Los responsables o encargados del establecimiento de códigos y normas son diferentes sociedades y organizaciones de ingenieros, fabricantes y comisiones o agencias gubernamentales tales como:

- La Sociedad Americana de Ingenieros Mecánicos ( ASME ).
- El Instituto del Hierro y Acero ( AISC ).
- La Sociedad Americana de Metales ( ASM ).
- La Sociedad Americana del Aluminio ( AA ).
- La Asociación Americana de Ensayos de Materiales ( ASTM ).
- La Asociación Americana de Fabricantes de Engranajes ( AGMA ).
- El Instituto Americano del Acero y la Construcción ( AISC ).
- El Instituto Americano de Estándares Nacionales ( ANSI ).
- La Sociedad Americana de Soldadura ( AWS ).
- El Instituto Industrial de Elementos de Sujeción ( IIFE ).
- La Sociedad de Ingenieros Automotrices ( SAE ).
- La Asociación de Fabricantes de Intercambiadores de Calor ( TEMA ).
- La Asociación de Fabricantes de Rodamientos y Metales Antirrozamiento ( AFBMA ).
- Instituto Americano del Petróleo ( API ).
- Instituto Americano del Hierro y el Acero ( AISI ).
- Norma Oficial Mexicana ( NOM ).

## CAPITULO 2

### FUNDAMENTOS PARA EL DISEÑO DE UNA FLECHA

#### 2.1.1 Definición de flecha.

Los árboles de transmisión o flechas son elementos de máquinas extensamente usados. Aplicaciones típicas son los árboles de levas, las flechas cardan, ejes de camiones, etc.

Se emplean, como se aprecia, distintos nombres para designarlos de acuerdo a sus características más notables, dichos nombres son.

**Flecha:** Designa a cualquier barra giratoria para transmitir potencia entre sus extremos. En México es el común denominador de los elementos para transmitir potencia girando. Este nombre no se usa tanto en otros países de habla hispana.

**Eje:** Barra fija que sirve de soporte a diversos elementos giratorios, como poleas y engranes. Generalmente está sujeto sólo a cargas de flexión.

**Arbol:** Barra fija o giratoria, que sirve para transmitir potencia mediante dispositivos fijos a él, como levas, engranes, poleas, etc.

**Mango o husillo:** Flecha o árbol de pequeña longitud, usado generalmente en máquinas herramientas.

**Flecha flexible:** Aquella que permite la transmisión de potencia entre dos puntos en los que los ejes de giro se encuentran a cierto ángulo uno del otro. La potencia transmisible por este medio es relativamente baja.

### 2.1.2 Análisis de esfuerzos.

Una flecha generalmente es un eje macizo de sección circular que al llevar a cabo sus funciones sufre en su superficie esfuerzos en combinación, los cuales se definen uno como torsión y el otro de flexión.

La expresión que nos permite calcular el esfuerzo cortante por torsión en un eje macizo de sección circular se establece a continuación.

$$\tau = (M_t \times D) / 2J \dots\dots\dots (1)$$

Donde se tiene:

$\tau$  = Esfuerzo cortante por torsión.

$M_t$  = Momento torsionante.

$D$  = Diámetro de la barra.

$J$  = Momento polar de inercia para una sección circular.

Donde se tiene:

$$J = (\pi \times D^4) / 32 \dots\dots\dots (2)$$

Sustituyendo (2) en (1)

$$\tau = (M_t \times D \times 32) / 2 \pi D^4$$

$$\tau = (16 M_t) / \pi D^3 \dots\dots\dots (3)$$

Por lo que se refiere al esfuerzo flexionante su ecuación se presenta a continuación

$$\sigma = (M \times C) / I \dots\dots\dots (4)$$

Donde se tiene:

$\sigma$  = Esfuerzo de flexión.

M = Momento flector.

C = Distancia del eje neutro a la fibra más alejada.

I = Momento de inercia para una sección circular.

Donde se tiene:

$$I = (\pi D^4) / 64 \dots\dots\dots (5)$$

$$C = D / 2 \dots\dots\dots (6)$$

Sustituyendo (5) y (6) en (4)

$$\sigma = (M \times D \times 64) / 2 \pi D^4$$

Simplificando.

$$\sigma = (32 \times M) / \pi D^3 \dots\dots\dots (7)$$

### 2.1.3 Diagrama del círculo de Mohr.

Este es un método gráfico denominado diagrama del círculo de Mohr, el cual es un medio muy eficaz para visualizar el estado de esfuerzos en un punto y tener en cuenta los diversos componentes asociados al esfuerzo plano.

Primero se establece un sistema de coordenadas en el que los esfuerzos normales se presentan como abscisas y los cortantes como ordenadas, en el eje de las abscisas, los esfuerzos normales de tensión (positivos) se marcan a la derecha del origen "o" y los esfuerzos normales de compresión (negativos), a la izquierda. El eje de las ordenadas los esfuerzos cortantes en el sentido horario (s.r.) se trazan hacia arriba y los esfuerzos cortantes en sentido antihorario (s.c.r.) se trazan hacia abajo en la figura 1 se muestra gráficamente la representación del círculo de Mohr.

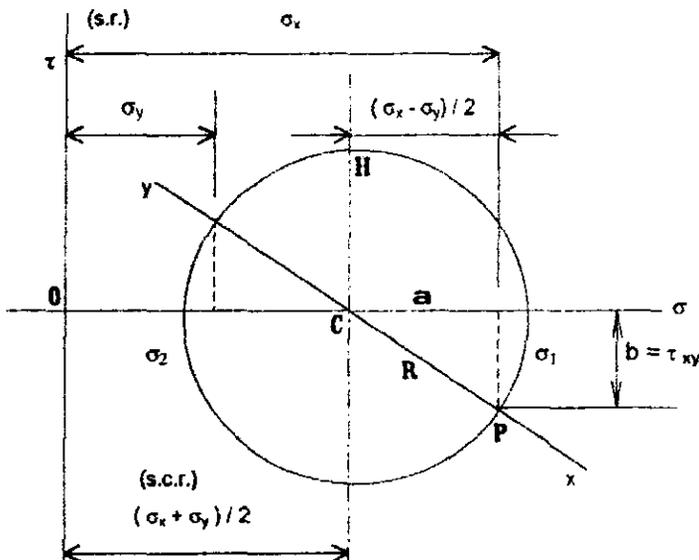


Figura 1. Diagrama del círculo de Mohr.

Donde se tiene que el centro del círculo de Mohr es:

$$OC = (\sigma_x + \sigma_y) / 2 \dots$$

$$\begin{aligned}\tau_{\max} &= R \\ \sigma_1 &= OC + R \\ \sigma_2 &= OC - R \\ a &= \sigma_x - OC\end{aligned}$$

Sustituyendo el valor de (8) en "a"

$$\begin{aligned}a &= \sigma_x - [(\sigma_x + \sigma_y)/2] \\ a &= \sigma_x - (\sigma_x/2 + \sigma_y/2) \\ a &= 2\sigma_x/2 - \sigma_x/2 - \sigma_y/2 \\ a &= \sigma_x/2 - \sigma_y/2 \\ a &= (\sigma_x - \sigma_y) / 2 \\ b &= \tau_{xy}\end{aligned}$$

Aplicando el teorema de pitagoras para poder obtener " R ".

$$R = ( a^2 + b^2 )^{1/2} \dots\dots\dots(9)$$

Sustituyendo valores de "a" y "b" en la fórmula (9), se puede calcular el esfuerzo cortante máximo así.

$$R = \tau_{\max} = \{ [ (\sigma_x - \sigma_y) / 2 ]^2 + \tau_{xy}^2 \}^{1/2} \dots\dots\dots(10)$$

Donde del diagrama de Mohr se obtiene:

$$\begin{aligned}\sigma_1 &= OC + R \\ \sigma_2 &= OC - R\end{aligned}$$

Sustituyendo valores de (8) y (10) en  $\sigma_1$  y  $\sigma_2$ .

$$\sigma_1 = [ (\sigma_x + \sigma_y) / 2 ] + \{ [ (\sigma_x - \sigma_y) / 2 ]^2 + \tau_{xy}^2 \}^{1/2} \dots\dots\dots(11)$$

$$\sigma_2 = [ (\sigma_x + \sigma_y) / 2 ] - \{ [ (\sigma_x - \sigma_y) / 2 ]^2 + \tau_{xy}^2 \}^{1/2} \dots\dots\dots(12)$$

Donde  $\sigma_1$  ,  $\sigma_2$  son los esfuerzos principales.

### 2.1.4 Teorías de falla.

Existen cuatro teorías sobre la falla de un elemento (deformación plástica o fractura) comparando los esfuerzos principales con las propiedades básicas del material ( $\sigma_x$ ,  $\sigma_{máx.}$ ), Únicamente bajo cargas estáticas.

- 1.- Teoría del esfuerzo normal máximo ( mat. frágiles).
- 2.- Teoría del esfuerzo cortante máximo ( mat. dúctiles).
- 3.- Teoría de la energía máxima de deformación ( criterio de Mises Hencky).
- 4.- Teoría de Mohr modificada. ( mat. Frágiles )

Aplicando únicamente la segunda y tercer teoría de falla ( materiales dúctiles ) se tiene:

### 2.1.5 Teoría del esfuerzo cortante máximo.

La misma establece lo siguiente:

$$(\sigma_1 - \sigma_2) / 2 = \sigma_f / 2 \text{ f.s.} \dots\dots\dots (13)$$

Sustituyendo las formulas (11) y (12) en (13)

$$\{[(\sigma_x + \sigma_y)/2] + \{[(\sigma_x - \sigma_y)/2]^2 + \tau_{xy}^2\}^{1/2}\} - \{[(\sigma_x + \sigma_y)/2] - \{[(\sigma_x - \sigma_y)/2]^2 + \tau_{xy}^2\}^{1/2}\} / 2 = \sigma_f / 2 \text{ f.s.}$$

$$\text{Si } \sigma_y = 0$$

$$\{[(\sigma_x / 2) + \{(\sigma_x/2)^2 + \tau_{xy}^2\}^{1/2}]\} - \{[(\sigma_x / 2) - \{(\sigma_x/2)^2 + \tau_{xy}^2\}^{1/2}]\} / 2 = \sigma_f / 2 \text{ f.s.}$$

Haciendo los cambios de signo correspondiente y su simplificación.

$$\{(\sigma_x/2)^2 + \tau_{xy}^2\}^{1/2} = \sigma_f / 2 \text{ f.s.} \dots\dots\dots (14)$$

Donde se tiene que de las formulas (3) y (7)

$$\tau = (16 M_t) / \pi D^3 \dots\dots\dots (3)$$

$$\sigma = (32M) / \pi D^3 \dots\dots\dots (7)$$

Sustituyendo las formulas (3) y (7) en (14)

$$\sigma_r / 2 f.s. = \{ ((32M/\pi D^3)/2)^2 + (16 M_t/\pi D^3)^2 \}^{1/2}$$

$$\sigma_r / 2 f.s. = \{ (16M/\pi D^3)^2 + (16M_t/\pi D^3)^2 \}^{1/2}$$

$$\sigma_r / 2 f.s. = 16 / \pi D^3 \{M^2 + M_t^2\}^{1/2}$$

Despejando el diámetro se tiene:

$$D = \{ 32 f.s. / \pi \sigma_r (M^2 + M_t^2)^{1/2} \}^{1/3}$$

Donde se tiene:

f.s. = factor de seguridad.

M = Momento flector.

M<sub>t</sub> = Momento torsionante.

σ<sub>r</sub> = Resistencia a la fluencia

**Esta es la fórmula para calcular el diámetro de una flecha sólida sometida a esfuerzos de flexión y torsión con cargas estables.**

### 2.1.6 Teoría de la energía máxima de distorsión.

Aplicando en este punto la teoría de la energía máxima de distorsión para el cálculo del diámetro de una flecha, la fórmula establece:

$$\sigma_1^2 - \sigma_1\sigma_2 + \sigma_2^2 = (\sigma_f / 2)^2 \dots\dots\dots (15)$$

Donde las fórmulas (11) y (12) dicen:

$$\sigma_1 = [(\sigma_x + \sigma_y) / 2] + \{[(\sigma_x - \sigma_y) / 2]^2 + \tau_{xy}^2\}^{1/2} \dots\dots\dots (11)$$

$$\sigma_2 = [(\sigma_x + \sigma_y) / 2] - \{[(\sigma_x - \sigma_y) / 2]^2 + \tau_{xy}^2\}^{1/2} \dots\dots\dots (12)$$

Si  $\sigma_y = 0$

$$\sigma_1 = \sigma_x / 2 + \{(\sigma_x / 2)^2 + \tau_{xy}^2\}^{1/2} \dots\dots\dots (16)$$

$$\sigma_2 = \sigma_x / 2 - \{(\sigma_x / 2)^2 + \tau_{xy}^2\}^{1/2} \dots\dots\dots (17)$$

Sustituyendo (16) y (17) en (15).

$$\{ \sigma_x / 2 + [(\sigma_x / 2)^2 + \tau_{xy}^2]^{1/2} \}^2 - \{ \sigma_x / 2 + [(\sigma_x / 2)^2 + \tau_{xy}^2]^{1/2} \} \{ \sigma_x / 2 - [(\sigma_x / 2)^2 + \tau_{xy}^2]^{1/2} \} + \{ \{ \sigma_x / 2 - [(\sigma_x / 2)^2 + \tau_{xy}^2]^{1/2} \} \}^2 = (\sigma_f / f.s.)^2 \dots\dots\dots (18)$$

Haciendo una analogía con monomios se tiene:

$$a = \sigma_x / 2$$

$$b = \{(\sigma_x / 2)^2 + \tau_{xy}^2\}^{1/2}$$

Por lo tanto la fórmula (18) se puede plantear de la siguiente forma:

$$(a+b)^2 - [(a+b)(a-b)] + (a-b)^2 = (\sigma_f / f.s.)^2$$

$$a^2 + 2ab + b^2 - a^2 + ab - ab + b^2 + a^2 - 2ab + b^2 = (\sigma_f / f.s.)^2$$

Simplificando la ecuación se tiene:

$$3b^2 + a^2 = (\sigma_f / f.s.)^2$$

Sustituyendo valores de a y b

$$(\sigma_x/2)^2 + \{3[(\sigma_x/2)^2 + \tau_v^2]\}^2 = (\sigma_f / f.s.)^2$$

Simplificando.

$$\sigma_f / f.s. = \{(\sigma_x)^2 + 3\tau_v^2\}^{1/2} \dots\dots\dots (19)$$

Donde se tiene de las fórmulas (3) y (7)

$$\tau = 16 M_t / \pi D^3 \dots\dots\dots (3)$$

$$\sigma = 32M / \pi D^3 \dots\dots\dots (7)$$

Sustituyendo valores de las fórmulas (3) y (7) en (19)

$$\sigma_f / f.s. = \{(32M/\pi D^3)^2 + 3(16 M_t/\pi D^3)^2\}^{1/2}$$

$$\sigma_f / f.s. = \{(32/\pi D^3)^2 [M^2 + (3/4M_t)^2]\}^{1/2}$$

$$\sigma_f / f.s. = 32/\pi D^3 \{M^2 + 3/4M_t^2\}^{1/2}$$

Por lo tanto la fórmula para calcular el diámetro de una flecha por medio de la teoría de la energía máxima de distorsión es:

$$D = \{ [32 f.s. / \pi \sigma_f] [M^2 + 3/4 M_t^2]^{1/2} \}^{1/3} \dots \dots \dots (20)$$

Donde se tiene:

**M** = Momento flector.

**M<sub>t</sub>** = Momento torsionante.

**σ<sub>f</sub>** = Resistencia a la fluencia.

**f.s.** = Factor de seguridad.

### 2.1.7 Fórmula de la norma "ANSI-ASME".

La norma "ANSI - ASME", publicada en el año de 1985 proporciona la fórmula siguiente como un auxilio para el diseñador que tiene que resolver un problema sobre flechas hechas a partir de una barra de sección circular sólida.

$$D = \{ 32 f.s. / \pi [ (K_T M / \sigma_e)^2 + 3/4 (M_t / \sigma_t)^2 ] \}^{1/3} \dots \dots \dots (21)$$

Donde se tiene:

**K<sub>T</sub>** = Factor teórico de concentración de esfuerzos.

**f.s.** = Factor de seguridad.

**M** = Momento flector.

**M<sub>t</sub>** = Momento torsionante.

**σ<sub>e</sub>** = Resistencia a la fatiga.

**σ<sub>t</sub>** = Esfuerzo de fluencia.

Donde:

$$\sigma_e = \sigma_e' K_a K_b K_c K_d K_e K_f \dots \dots \dots (22)$$

Donde se tiene:

$\sigma_e'$  = Limite a la fatiga.

Donde:

$\sigma_e' = 0.5 \sigma_{max}$ . Para aceros..... (23)

$\sigma_e' = 0.4 \sigma_{max}$ . Para hierro.

$\sigma_e' = 0.3 \sigma_{max}$ . Para aleaciones no ferrosas.

Donde:

$K_a$  = Factor de superficie.

$K_b$  = Factor de tamaño.

$K_c$  = Factor de confiabilidad.

$K_d$  = Factor de temperatura.

$K_e$  = Factor de modificación por concentración del esfuerzo.

$K_f$  = Factor de efectos diversos.

## **CAPITULO 3**

### **ANALISIS DE UN CASO PRACTICO**

#### **3.1.1 Información necesaria para poder diseñar la flecha.**

Cualquier elemento que se piense en diseñar requiere que se especifique cual será el medio donde se a de desenvolver para de esta manera tomar las precauciones necesarias en cuanto a materiales, dimensiones, etc.

En el caso de una flecha se tiene que definir la máquina o elemento, en el que trabajara la misma para este caso será una bomba.

Donde una bomba se puede considerar como un transformador de energía, ya que puede recibir energía mecánica, que puede proceder de un motor eléctrico, térmico, etc. Y la convierte en energía que un fluido adquiere en forma de presión, de posición o de velocidad, las bombas antes de ser seleccionadas deben pasar a través de las siguientes consideraciones .

- a) Presión.
- b) Gasto.
- c) Índice de acidez-alcalinidad.
- d) Condiciones de viscosidad.
- e) Temperatura.
- f) Presión de vaporización del líquido a la temperatura de bombeo.
- g) Densidad.
- h) Materiales en suspensión.
- i) Condiciones de abrasión.
- j) Contenido de impurezas.

En la figura 3.1 se muestra la clasificación existente de bombas.

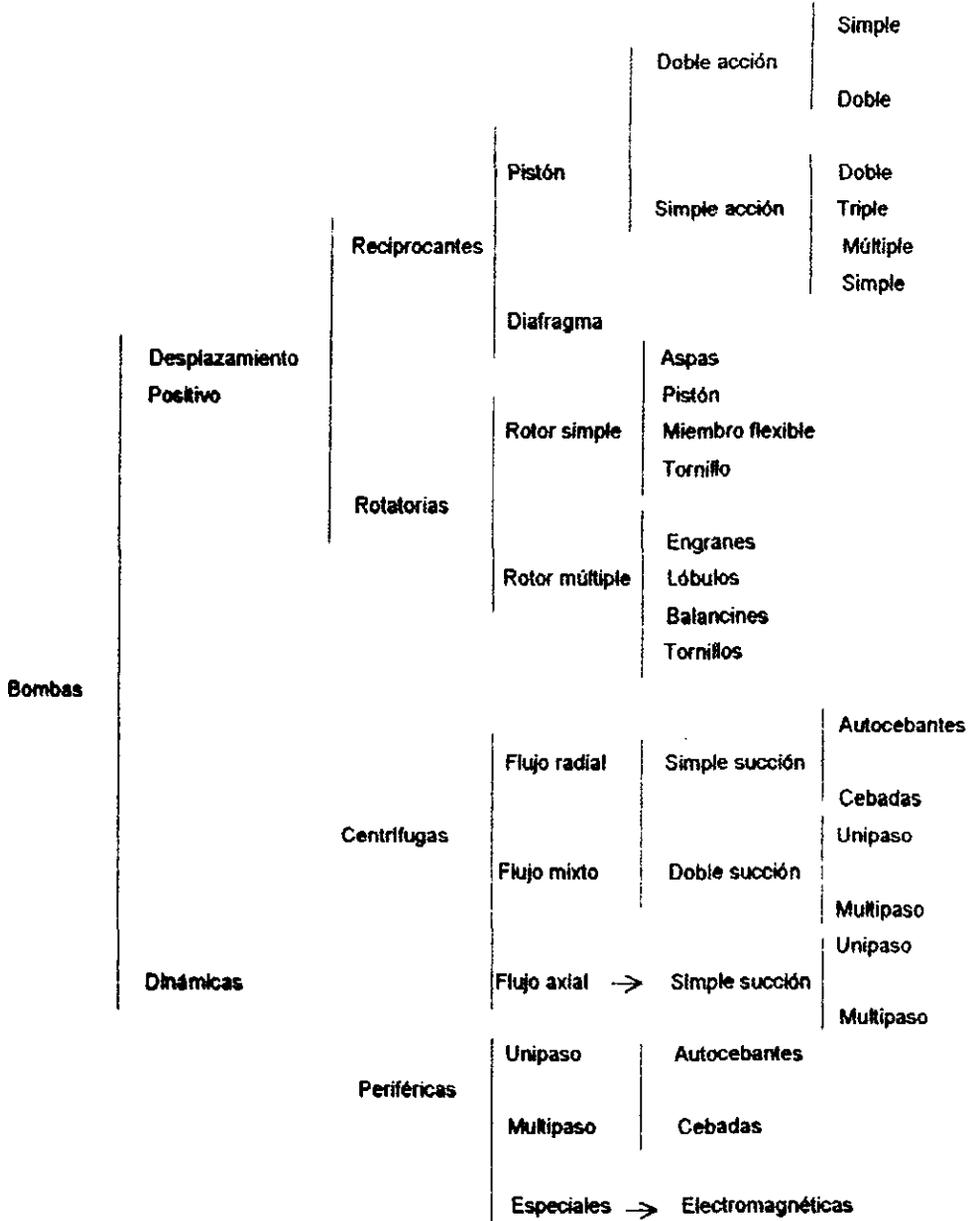


Figura 3.1 Clasificación de bombas

El tipo de bomba que se utilizara es de las llamadas de desplazamiento positivo rotatoria, se utilizara dentro de una empresa del giro alimenticio, su fluido será viscoso y se requiere las máximas condiciones de sanidad. .

### 3.1.2 Materiales.

Este tipo de bombas se fabrican en diferentes materiales y aleaciones según el servicio que van a prestar en el caso de las plantas alimenticias el material en general es el acero inoxidable .

### 3.1.3 Aceros Inoxidables

Las partes de acero inoxidable tienen una gran tendencia a pegarse y más aún cuando en las bombas de desplazamiento positivo rotatorias se trabaja con tolerancias muy pequeñas, razón por la cual una bomba de este tipo nunca debe trabajar en seco o con agua su uso es principalmente para fluidos viscosos y se llegan a seleccionar aceros inoxidables de diferentes estructuras para sus partes en movimiento. En la tabla 3.1 se muestra la clasificación existente en los aceros inoxidables.

Tabla 3.1 Propiedades mecánicas de los aceros inoxidables.

No. AISI	Condición	Resistencia a la tracción Mpa.	Resistencia a la fluencia Mpa.
304L	Recocido	545	228
305	Recocido	586	262
308	Recocido	586	241
309	Recocido	621	310
310	Recocido	655	310
314	Recocido	689	345
316	Recocido	552	207

### 3.1.4 Consideraciones de trabajo.

La información técnica que proporcionan ciertos fabricantes de bombas de desplazamiento positivo se presentan en la tabla 3.2

**Tabla 3.2** Especificaciones técnicas de una bomba de desplazamiento positivo rotatoria.

	Modelo						
	0	1	2	3	4	6	700
Máxima capacidad (m <sup>3</sup> /hr)	0.57	1.37	2.0	8.2	20.4	34.1	45.4
Máxima velocidad (r.p.m.)	600	600	600	600	600	600	400
Máxima potencia (Kw)	0.37	0.67	1.12	3	6.3	10.5	15

Las especificaciones técnicas que se tomaran como referencia para los cálculos es el modelo "4".

Se procede a calcular el momento torsionante que transmitirá la flecha.

$$P = (M_t \times n) / 9.95 \dots\dots\dots(21)$$

Donde se tiene:

$P =$  Potencia mecánica ( Watts).  $\Rightarrow$  6 300 w

$n =$  r.p.m.  $\Rightarrow$  600

$M_t =$  Momento torsionante ( N-m )

9.55 = Constante obtenido del factor  $60/2\pi$

Sustituyendo datos de la tabla 3.2 bomba modelo "4":

$$M_t = (9.55) ( 6300) / 600$$

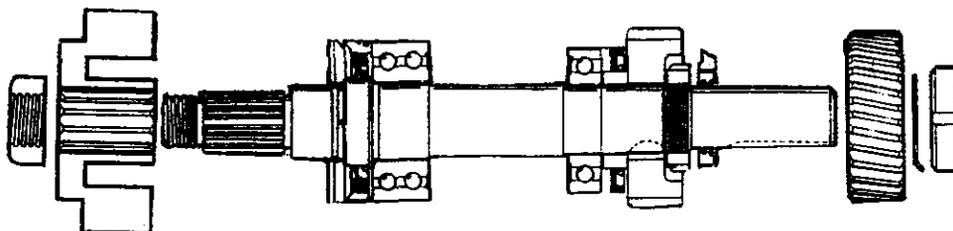
$$M_t = 100.275 \text{ N-m}$$

Se calcularan las fuerzas que actuaran en la flecha de acuerdo a los datos de presiones que manejan en la tabla 3.3.

**Tabla 3.3** Especificaciones de trabajo para la bomba modelo "4"

Presión de entrada	9 psi ( 62052.84 N/m <sup>2</sup> )
Presión de salida	80 psi ( 551 580. 56 N/m <sup>2</sup> )
El área de desplazamiento en la bomba	2.39016 x 10 <sup>-3</sup> m <sup>2</sup>

En la figura 3.2 se presenta la flecha a diseñar con sus diferentes accesorios.



**Figura 3.2** Dibujo de la flecha con sus diferentes accesorios.

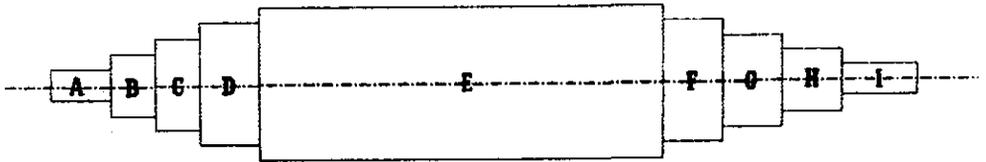
### 3.1.5 Denominación de cada sección y sus longitudes.

La tabla 3.4 especifica las diferentes secciones y longitudes que tendrá la flecha.

**Tabla 3.4** secciones y longitudes de la flecha

A = Sección del cople .....	0.0800 m
B = Sección de la tuerca .....	0.0250 m
C = Sección del engrane de transmisión .....	0.0400 m
D = Sección del balero trasero .....	0.0250 m
E = Sección central .....	0.1325 m
F = Sección del balero delantero .....	0.0250 m
G = Sección del sello mecánico .....	0.0700 m
H = Sección del impulsor .....	0.0600 m
I = Sección de la tuerca de fijación del lóbulo .....	0.0250 m

En la figura 3.3 se presenta el dibujo de la flecha con sus secciones.



**Figura 3.3** Dibujo de la flecha seccionada

### 3.1.6 Cálculos para obtener las fuerzas cortantes.

Con la información proporcionada en la tabla 3.3 se iniciara por calcular las fuerzas cortantes que actúan sobre la flecha que se diseñara.

$$F = PA$$

Donde:

F= Fuerza (N).

P = Presión (N/m<sup>2</sup>).

A = Área de desplazamiento (m<sup>2</sup>).

La sección frontal de la flecha es afectada por la presión de entrada, la presión de salida y el peso mismo del rotor ( lóbulo).

$$F_1 = P_1 A$$

Donde se establece:

F = Fuerza 1

P<sub>1</sub> = Presión de entrada

$$F_1 = (62052.84 \text{ N/m}^2) ( 2.39016 \times 10^{-3} \text{ m}^2 )$$

$$F_1 = 148.31622 \text{ N}$$

$$F_2 = P_2 A$$

Donde se establece:

F<sub>2</sub> = Fuerza 2

P<sub>2</sub> = Presión de salida

$$F_2 = ( 551 580.56 \text{ N/m}^2 ) ( 2.39016 \times 10^{-3} )$$

$$F_2 = 1318.3658 \text{ N}$$

El peso del lóbullo  $W = 33.317703 \text{ N}$

La fuerza total que actúa en el extremo frontal de la flecha es:

$$F_T = F_1 + F_2 + W$$

Donde se establece:

$F_T$  = Fuerza total.

$F_1$  = Fuerza 1

$F_2$  = Fuerza 2

$W$  = Peso del lóbullo

$$F_T = 148.31622 + 1318.3658 + 33.317703$$

$$F_T = 1499.999 \text{ N} \Rightarrow F_T = 1500 \text{ N}$$

La sección trasera de la flecha es afectada por el peso del cope el cual es de:

$$W = 44.5 \text{ N}$$

En la figura 3.4 se muestra el diagrama de fuerzas cortantes que actúan sobre la flecha, las reacciones que se tienen en los rodamientos y que son desconocidas.

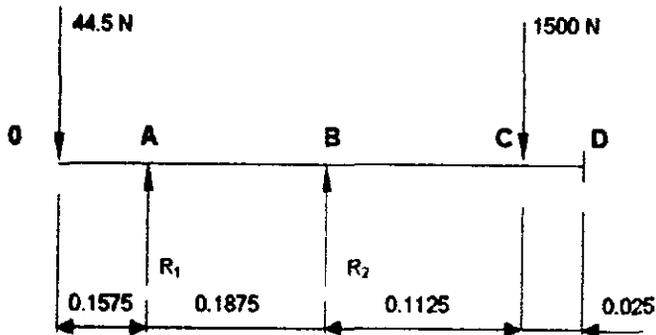


Figura 3.4 Diagrama de fuerzas cortantes.

### 3.1.7 Análisis de sumatoria de momentos.

Cálculos de las reacciones por medio de sumatorias de momentos.

$$\Sigma M_A = 0$$

$$44.5 (0.1575) + R_2 (0.1875) - 1500 (0.3) = 0$$

$$7.00875 + 0.1875(R_2) - 450 = 0$$

$$R_2 = (450 - 7.00875) / 0.1875$$

$$R_2 = 2362.62 \text{ N}$$

$$\begin{aligned} \Sigma M_B &= 0 \\ 44.5(0.345) - R_1(0.1875) - 1500(0.1125) \\ 15.3525 - 0.1875 R_1 - 168.75 &= 0 \\ R_1 &= (15.3525 - 168.75) / 0.1875 \\ R_1 &= -818.12 \text{ N} \end{aligned}$$

### 3.1.8 Diagramas de fuerzas cortantes.

En la figura 3.5 se muestra el diagrama de fuerzas cortantes que actúa sobre la flecha con sus reacciones en los apoyos (rodamientos).

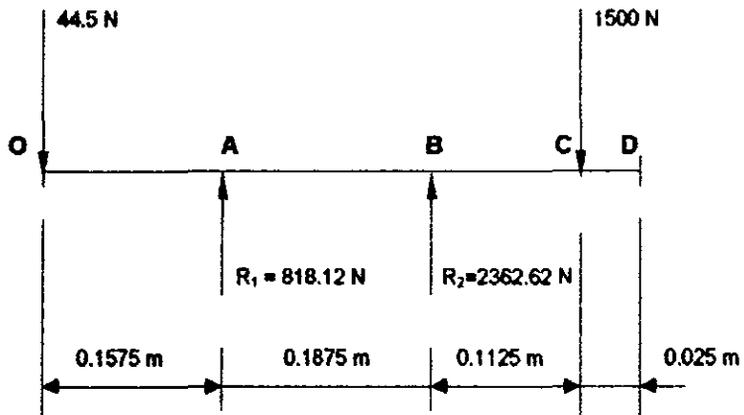


Figura 3.5 Diagrama de fuerzas cortantes.

### 3.1.9 Análisis de los momentos.

Momento de la sección O-A

$$M_{O-A} = 44.5 (x)$$

Donde  $x = 0.1575 \text{ m}$

$$M_{O-A} = 44.5 (0.1575)$$

$$M_{O-A} = 7.00875 \text{ N-m}$$

Momento de la sección A-B

$$M_{A-B} = 44.5 (x) + 818.12 (x - 0.1575)$$

$$\text{Donde } x = 0.345 \text{ m}$$

$$M_{A-B} = 44.5 (0.345) + 818.12 (0.345 - 0.1575)$$

$$M_{A-B} = 168.75 \text{ N-m}$$

Momento de la sección B-C

$$M_{B-C} = 44.5(x) + 818.12 (x - 0.1575) - 2362.62 (x - 0.345)$$

$$\text{Donde } x = 0.4575 \text{ m}$$

$$M_{B-C} = 44.5(0.4575) + 818.12 (0.4575 - 0.1575) - 2362.62 (0.4575 - 0.345)$$

$$M_{B-C} = 20.35875 + 245.436 - 265.79475$$

$$M_{B-C} = 265.79475 - 265.79475$$

$$M_{B-C} = 0$$

### 3.2.1 Análisis de momentos complementarios.

Por cuestiones del diseño se ocupa analizar los momentos en las secciones "G" y "H".

Sección "G"

$$M_G = 44.5 (x) + 818.12 (x - 0.1575) - 2362.62 (x - 0.345)$$

$$\text{Donde } x = 0.38 \text{ m}$$

$$M_G = 44.5 (0.38) + 818.12 (0.38 - 0.1575) - 2362.62 (0.38 - 0.345)$$

$$M_G = 16.91 + 182.0317 - 82.6917$$

$$M_G = 116.25 \text{ N-m}$$

Sección "H"

$$M_H = 44.5 (x) + 818.12 (x - 0.1575) - 2362.62 (x - 0.345)$$

$$\text{Donde } x = 0.445 \text{ m}$$

$$M_H = 44.5 (0.445) + 818.12 (0.445 - 0.1575) - 2362.62 (0.445 - 0.345)$$

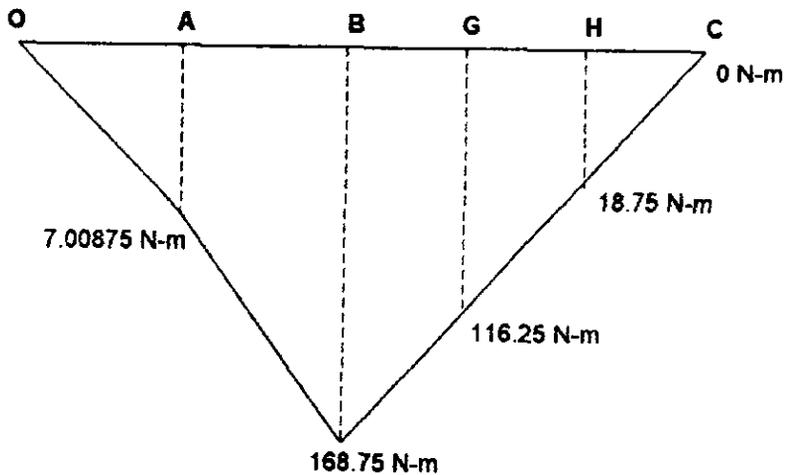
$$M_H = 18.75 \text{ N-m}$$

Se procede a reunir la información obtenida sobre el análisis de los momentos. Los cuales se presentan en la Tabla 3.5

**Tabla 3.5 Momentos que actúan sobre la flecha**

Sección	Datos de momentos
O - A	7.00875 N-m
A - B	168.75 N-m
B - C	0
G	116.25 N-m
H	18.75 N-m
Momento torsionante	100.275 N-m

En la Figura 3.6 se presenta la representación gráfica de la tabla 3.5



**Figura 3.6 Diagrama de momentos.**

A continuación se aplicaran los datos obtenidos, a las fórmulas que se establecieron para el cálculo de diámetros.

### 3.2.2 Aplicación de la fórmula del esfuerzo cortante máximo.

Se procede a calcular el diámetro de la flecha sustituyendo los valores obtenidos

Sección "O-A"

$$D = \left\{ \left( \frac{32f.s.}{\pi\sigma_f} \right) \left( M^2 + M_t^2 \right)^{1/2} \right\}^{1/3}$$
$$D = \left\{ \frac{32(2.5)}{\pi(207\text{Mpa})} \left[ (7.00875)^2 + (100.275)^2 \right]^{1/2} \right\}^{1/3}$$
$$D = 0.0231245 \text{ m}$$
$$D = 23.124 \text{ mm}$$

Sección "A-B"

$$D = \left\{ \left( \frac{32f.s.}{\pi\sigma_f} \right) \left( M^2 + M_t^2 \right)^{1/2} \right\}^{1/3}$$
$$D = \left\{ \frac{32(2.5)}{\pi(207\text{Mpa})} \left[ (168.75)^2 + (100.275)^2 \right]^{1/2} \right\}^{1/3}$$
$$D = 0.02890 \text{ m}$$
$$D = 28.90 \text{ mm}$$

Sección "G"

$$D = \left\{ \left( \frac{32f.s.}{\pi\sigma_f} \right) \left( M^2 + M_t^2 \right)^{1/2} \right\}^{1/3}$$
$$D = \left\{ \frac{32(2.5)}{\pi(207\text{Mpa})} \left[ (116.25)^2 + (100.275)^2 \right]^{1/2} \right\}^{1/3}$$
$$D = 0.0266301 \text{ m}$$
$$D = 26.630 \text{ mm}$$

Sección "H"

$$D = \left\{ \left( \frac{32f.s.}{\pi\sigma_f} \right) \left( M^2 + M_t^2 \right)^{1/2} \right\}^{1/3}$$
$$D = \left\{ \frac{32(2.5)}{\pi(207\text{Mpa})} \left[ (18.75)^2 + (100.275)^2 \right]^{1/2} \right\}^{1/3}$$
$$D = 0.0232381 \text{ m}$$
$$D = 23.23 \text{ mm}$$

### 3.2.3 Aplicación de la fórmula de la energía máxima de distorsión.

#### Sección "O-A"

$$D = \left\{ \frac{32f.s.}{\pi\sigma_f} \left[ M^2 + \frac{3}{4}M_t^2 \right]^{1/2} \right\}^{1/3}$$
$$D = \left\{ \frac{(32)(2.5)}{\pi(207\text{Mpa})} \left[ (7.00875)^2 + \frac{3}{4}(100.275)^2 \right]^{1/2} \right\}^{1/3}$$
$$D = 0.0220479 \text{ m}$$
$$D = 22.047 \text{ mm}$$

#### Sección "A-B"

$$D = \left\{ \frac{32f.s.}{\pi\sigma_f} \left[ M^2 + \frac{3}{4}M_t^2 \right]^{1/2} \right\}^{1/3}$$
$$D = \left\{ \frac{(32)(2.5)}{\pi(207\text{Mpa})} \left[ (168.75)^2 + \frac{3}{4}(100.275)^2 \right]^{1/2} \right\}^{1/3}$$
$$D = 0.02858 \text{ m}$$
$$D = 28.58 \text{ mm}$$

#### Sección "G"

$$D = \left\{ \frac{32f.s.}{\pi\sigma_f} \left[ M^2 + \frac{3}{4}M_t^2 \right]^{1/2} \right\}^{1/3}$$
$$D = \left\{ \frac{(32)(2.5)}{\pi(207\text{Mpa})} \left[ (116.25)^2 + \frac{3}{4}(100.275)^2 \right]^{1/2} \right\}^{1/3}$$
$$D = 0.0261346 \text{ m}$$
$$D = 26.13 \text{ mm}$$

#### Sección "H"

$$D = \left\{ \frac{32f.s.}{\pi\sigma_f} \left[ M^2 + \frac{3}{4}M_t^2 \right]^{1/2} \right\}^{1/3}$$
$$D = \left\{ \frac{(32)(2.5)}{\pi(207\text{Mpa})} \left[ (18.75)^2 + \frac{3}{4}(100.275)^2 \right]^{1/2} \right\}^{1/3}$$
$$D = 0.0221919 \text{ m}$$
$$D = 22.19 \text{ mm}$$

### 3.2.4 Aplicación de la fórmula del código "ANSI-ASME".

La fórmula (21) se presenta a continuación:

$$D = \left\{ 32 f_s / \pi \left[ (K_t M / \sigma_a)^2 + \frac{3}{4} (M_t / \sigma_t)^2 \right] \right\}^{1/3}$$

Para utilizar la fórmula anterior ocupamos determinar el valor de la resistencia a la fatiga (22), el factor teórico de concentración de esfuerzos y el valor de los diferentes factores de corrección.

$$\sigma_a = \sigma_a' K_a K_b K_c K_d K_e K_f$$

Donde  $\sigma_a$  = resistencia a la fatiga.

Se procederá a calcular los valores de las incógnitas para conocer esta resistencia, iniciando por el calculo del limite a la fatiga (23).

$$\sigma_a' = 0.5 \sigma_{max} \Rightarrow \text{por tratarse de aceros.}$$

El valor de  $\sigma_{max}$ . Para el acero inoxidable 316 lo obtenemos de la tabla 3.6

**Tabla 3.6 Propiedades mecánicas de los aceros inoxidables**

No. AISI	Condición	Resistencia a la tracción Mpa.	Resistencia a la fluencia Mpa.
304L	Recocido	545	228
305	Recocido	586	262
308	Recocido	586	241
309	Recocido	621	310
310	Recocido	655	310
314	Recocido	689	345
316	Recocido	552	207

valor del acero inoxidable 316 se sustituye en la fórmula del limite a la fatiga.

$$\sigma_a' = 0.5 \sigma_{max}$$

$$\sigma_a' = 0.5 ( 552 \text{ Mpa} )$$

$$\sigma_a' = 276 \text{ Mpa.}$$

Aplicando la fórmula del código "ANSI - ASME" a la sección "O-A"

Se consideraran los valores de diámetros obtenidos por medio de la formula del esfuerzo cortante máximo para obtener el factor teórico de concentración de esfuerzos a continuación se presentan dichos cálculos.

$$D/d = 28.90/23.124 \Rightarrow D/d = 1.29$$

$$r/d = 3 / 23.124 \Rightarrow r/d = 0.129$$

Aplicando estos resultados en la figura 3.7

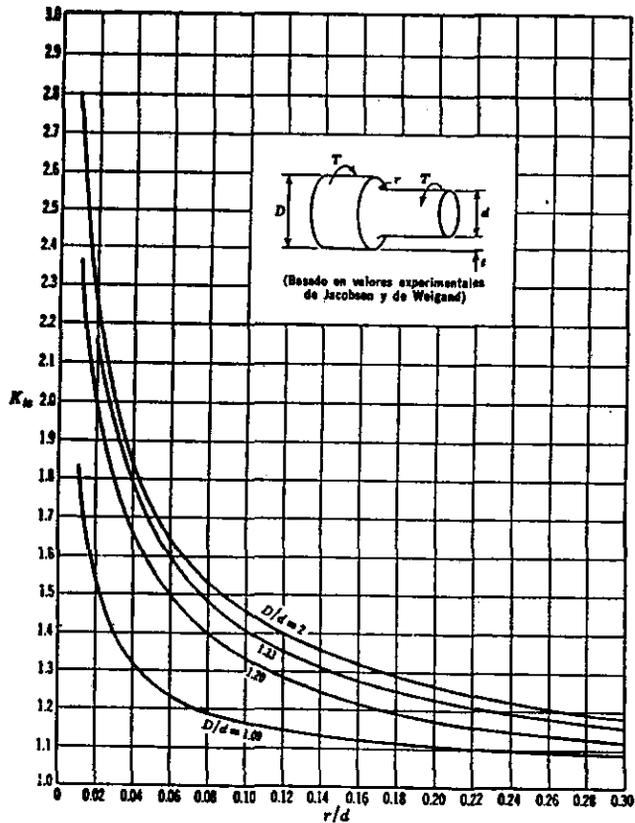


Figura 3.7 factor teórico de concentración de esfuerzos

Por lo tanto el valor de  $K_t = 1.29$

El factor de superficie  $k_a$  se obtiene de la figura 3.8

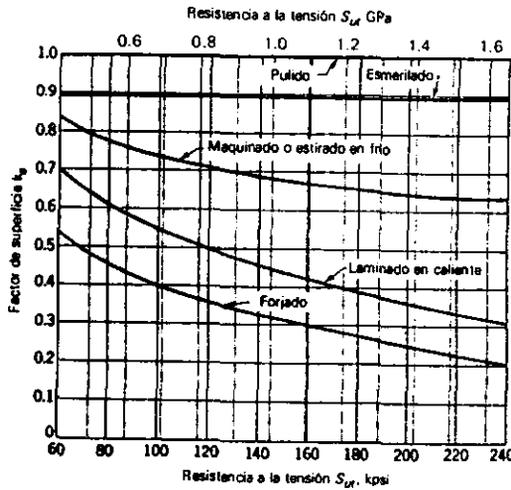


Figura 3.8 factor de modificación de acabado superficial para el acero

Por lo tanto el valor de  $K_a = 1$

Para obtener el factor de tamaño ( $k_b$ ) lo obtenemos de la tabla 3.7

Tabla 3.7 Factores de corrección por tamaño.

$K_b = 1$	$d \leq 7.6 \text{ mm}$
$K_b = 0.85$	$d \leq 50 \text{ mm}$
$K_b = 0.75$	$d > 50 \text{ mm}$

Por lo tanto el valor de  $K_b = 0.85$

El valor de  $K_c$  lo obtenemos de la tabla 3.8 y tomando en cuenta que se quiere una confiabilidad del 99% que también se conoce como estándar.

**Tabla 3.8 Factores de confiabilidad.**

Confiabilidad	Factor de confiabilidad ( $K_c$ )
0.50	1.000
0.90	0.897
0.95	0.868
0.99	0.814
0.999	0.753
0.9999	0.702

Por lo cual el valor de  $K_c = 0.814$

El valor del factor de corrección por temperatura la obtenemos de la tabla 3.9

**Tabla 3.9 Factor de corrección por temperatura**

$K_d = 1$	$T \leq 450 \text{ }^\circ\text{C}$
$K_d = 1 - 5.8 \times 10^{-3} (T - 450)$	$450 \text{ }^\circ\text{C} < T \leq 550 \text{ }^\circ\text{C}$
$K_d = 1 - 3.2 \times 10^{-3} (T - 840)$	$840 \text{ }^\circ\text{F} < T \leq 1020 \text{ }^\circ\text{F}$

Por lo tanto  $K_d = 1$

El factor de modificación por concentración de esfuerzos  $K_e$  se calcula por medio de la fórmula que se establece a continuación:

$$K_e = 1 / k_f$$

Donde se tiene que el factor de efectos diversos  $K_f$ :

$$K_f = 1 + q (K_t - 1)$$

Donde "q" es el factor de sensibilidad a las entalladuras o muescas de la figura 3.10 se obtiene su valor.

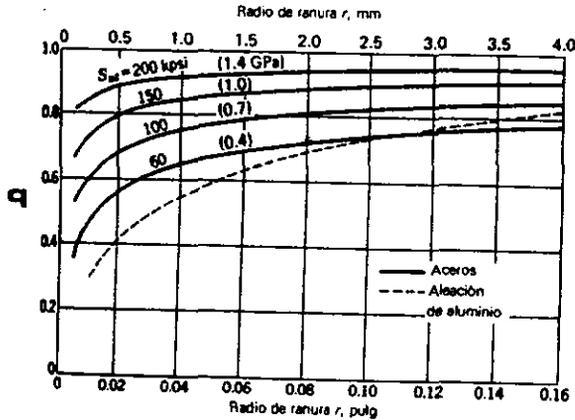


Figura 3.9 Diagrama de sensibilidad a las ranuras.

Donde  $q = 0.7$

$$K_r = 1 + q (K_t - 1)$$

$$K_r = 1 + 0.7 (1.29 - 1)$$

$$K_r = 1.203$$

$$K_e = 1 / K_r$$

$$K_e = 1 / 1.203$$

$$K_e = 0.813$$

Sustituyendo valores en la fórmula (22)

$$\sigma_e = \sigma_a K_a K_b K_c K_d K_e K_f$$

$$\sigma_e = (276 \text{ Mpa}) (1) (0.85)(0.814)(1)(0.831)(1.203)$$

$$\sigma_e = 190.90577 \text{ Mpa}$$

Sustituyendo estos valores en la fórmula del código "ANSI - ASME"

Sección "O-A"

$$D = \{ 32 f.s / \pi [ (K_t M / \sigma_o)^2 + \frac{3}{4} (M_t / \sigma_t)^2 ] \}^{1/3}$$

$$K_t = 1.29$$

$$D = \{ 32(2.5)/\pi [ \{ 1.29(7.00875)/190.90577 \times 10^6 \}^2 + \frac{3}{4} (100.275/207 \times 10^6)^2 ]^{1/2} \}^{1/3}$$

$$D = \{ 25.46779 [ 2.2429648 \times 10^{-15} + 1.7599726 \times 10^{-13} ]^{1/2} \}^{1/3}$$

$$D = 0.0220706 \text{ m}$$

$$D = 22.07 \text{ mm}$$

Sección "A-B"

Para esta sección se manejarán los diámetros siguientes para calcular el factor teórico de concentración de esfuerzos.

$$D = 28.90$$

d = 28 Valor supuesto.

$$r = 2$$

$$D/d = 28.90/28 \Rightarrow D/d = 1.032$$

$$r/d = 2/28 \Rightarrow r/d = 0.0714$$

De la figura 3.7 calculamos el valor  $K_t$

$$K_t = 1.22$$

Para el valor del factor de corrección por superficie ( $K_a$ ) como suponemos una superficie pulida de la figura 3.8 tenemos:

$$K_a = 1$$

Para obtener el factor de tamaño ( $k_b$ ) lo obtenemos de la tabla 3.7

Se tiene el valor  $K_b = 0.85$

El valor del factor de confiabilidad ( $K_c$ ) se requiere una confiabilidad del 99% se obtiene de la tabla 3.8

Por lo cual el valor de  $K_c = 0.814$

El valor del factor de corrección por temperatura ( $K_d$ ) lo obtenemos de la tabla 3.9

Por lo tanto  $K_d = 1$

El factor de modificación por concentración de esfuerzos ( $K_e$ ) se calcula por medio de la fórmula siguiente:

$$K_e = 1 / K_f$$

Donde se tiene que el factor de efectos diversos  $K_f$ :

$$K_f = 1 + q (K_t - 1)$$

Donde "q" es el factor de sensibilidad a las entalladuras o muescas de la figura 3.9 se obtiene su valor por medio del valor del radio el cual es de 2 mm.

$$\text{Donde } q = 0.7$$

$$K_f = 1 + q (K_t - 1)$$

$$K_f = 1 + 0.68 (1.22 - 1)$$

$$K_f = 1.1496$$

$$K_e = 1 / K_f$$

$$K_e = 1 / 1.1496$$

$$K_e = 0.869$$

Sustituyendo valores en la fórmula (22)

$$\sigma_e = \sigma_e K_a K_b K_c K_d K_e K_f$$

$$\sigma_e = (276 \text{ Mpa}) (1) (0.85)(0.814)(1)(0.869)(1.1496)$$

$$\sigma_e = 190.77389 \text{ Mpa}$$

Sustituyendo estos valores en la fórmula del código "ANSI - ASME"

$$D = \{ 32(2.5)/\pi [ \{ 1.22(168.75)/190.77389 \times 10^6 \}^2 + 3/4(100.275/207 \times 10^6)^2 ]^{1/2} \}^{1/3}$$

$$D = \{ 25.46779 [ 1.1645801 \times 10^{-12} + 1.7599726 \times 10^{-13} ]^{1/2} \}^{1/3}$$

$$D = 0.03089 \text{ m}$$

$$D = 30.89 \text{ mm}$$

### Sección "G"

$$D/d = 27 / 26.630 = 1.013$$

$$r/d = 2 / 26.630 = 0.075$$

De la figura 3.7 obtenemos el valor del factor teórico de concentración de esfuerzos

$$\text{El valor } K_t = 1.23$$

Para el valor del factor de corrección por superficie ( $K_a$ ) como suponemos una superficie pulida de la figura 3.8 se tiene:

$$K_a = 1$$

Para obtener el factor de tamaño ( $k_b$ ) lo obtenemos de la tabla 3.7

$$\text{Por lo tanto } K_b = 0.85$$

El valor del factor de confiabilidad ( $K_c$ ) se requiere una confiabilidad del 99% se obtiene de la tabla 3.8

$$\text{Por lo cual el valor de } K_c = 0.814$$

El valor del factor de corrección por temperatura ( $K_d$ ) la obtenemos de la tabla 3.9

$$\text{Por lo tanto } K_d = 1$$

El factor de modificación por concentración de esfuerzos ( $K_e$ ) se calcula por medio de la fórmula siguiente:

$$K_e = 1 / k_f$$

Donde se tiene que el factor de efectos diversos  $K_f$ :

$$K_f = 1 + q ( K_t - 1 )$$

Donde "q" es el factor de sensibilidad a las entalladuras o muescas de la figura 3.9 se obtiene su valor para un radio de 2 mm.

$$\text{Donde } q = 0.7$$

$$K_f = 1 + q ( K_t - 1 )$$

$$K_f = 1 + 0.7 (1.23 - 1)$$

$$K_f = 1.161$$

$$K_a = 1 / K_f$$

$$K_a = 1 / 1.161$$

$$K_a = 0.861$$

Sustituyendo valores en la fórmula (22)

$$\sigma_o = \sigma_o \cdot K_a \cdot K_b \cdot K_c \cdot K_d \cdot K_e \cdot K_f$$

$$\sigma_o = (276 \text{ Mpa}) (1) (0.85)(0.814)(1)(0.861)(1.161)$$

$$\sigma_o = 190.89202 \text{ Mpa}$$

Sustituyendo estos valores en la fórmula del código "ANSI - ASME"

$$D = \{ 32(2.5)/\pi [ (1.23(116.25)/190.89202 \times 10^6)^2 + 3/4(100.275/207 \times 10^6)^2 ]^{1/2} \}^{1/3}$$

$$D = \{ 25.46779 [ 5.6107459 \times 10^{-13} + 1.7599726 \times 10^{-13} ]^{1/2} \}^{1/3}$$

$$D = 0.02796 \text{ m}$$

$$D = 27.962 \text{ mm}$$

Sección "H"

$$D/d = 26.630 / 23.23 = 1.146$$

$$r/d = 3 / 23.23 = 0.1291$$

De la figura 3.7 obtenemos el valor del factor teórico de concentración de esfuerzos

$$K_t = 1.27$$

Para el valor del factor de corrección por superficie ( $K_a$ ) como suponemos una superficie pulida de la figura 3.8 se tiene:

$$K_a = 1$$

Para obtener el factor de tamaño ( $k_b$ ) lo obtenemos de la tabla 3.7

$$\text{Se obtiene } K_b = 0.85$$

El valor del factor de confiabilidad ( $K_c$ ) se requiere una confiabilidad del 99% se obtiene de la tabla 3.8

Por lo cual el valor de  $K_c = 0.814$

El valor del factor de corrección por temperatura ( $K_d$ ) se obtiene de la tabla 3.9

Por lo tanto  $K_d = 1$

El factor de modificación por concentración de esfuerzos  $K_e$  se calcula por medio de la fórmula siguiente:

$$K_e = 1 / k_f$$

Donde se tiene que el factor de efectos diversos  $K_f$ :

$$K_f = 1 + q ( K_t - 1 )$$

Donde "q" es el factor de sensibilidad a las entalladuras o muescas de la figura 3.9 se obtiene su valor para un radio de 3 mm.

$$\text{Donde } q = 0.73$$

$$K_f = 1 + q ( K_t - 1 )$$

$$K_f = 1 + 0.73 ( 1.27 - 1 )$$

$$K_f = 1.1971$$

$$K_e = 1 / K_f$$

$$K_e = 1 / 1.1971$$

$$K_e = 0.835$$

Sustituyendo valores en la fórmula (22)

$$\sigma_a = \sigma_e K_a K_b K_c K_d K_e K_f$$

$$\sigma_a = (276 \text{ Mpa}) (1) (0.85)(0.814)(1)(0.835)(1.1971)$$

$$\sigma_a = 190.8839 \text{ Mpa}$$

Sustituyendo estos valores en la fórmula del código "ANSI - ASME"

$$D = \{ 32(2.5)/\pi [ \{ 1.27(116.25)/190.8839 \times 10^6 \}^2 + \frac{3}{4} (100.275/207 \times 10^6)^2 ]^{1/2} \}^{1/3}$$

$$D = \{ 25.46779 [ 5.982115 \times 10^{-13} + 1.7599726 \times 10^{-13} ]^{1/2} \}^{1/3}$$

$$D = 0.02819 \text{ m}$$

$$D = 28.192 \text{ mm}$$

**CAPITULO 4**  
**DIMENSIONAMIENTO FINAL**

**4.1.1 Dimensionamiento de las secciones "A", "B" y "C".**

Con todos los cálculos anteriores se pueden calcular los diámetros reales y que por necesidad de los aditamentos comerciales que encontraremos en nuestro medio.

La sección "A" tendrá un diámetro de 23.8125 mm (15/16"), el cuñero se seleccionara de acuerdo con la información de la tabla 4.1

**Tabla 4.1 Dimensiones de cuñeros y opresores normalizados.**

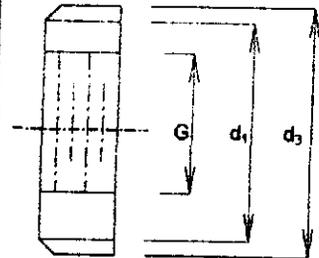
Medidas de cuñeros y opresores normales			
Diámetro De la flecha  mm	Cuñero		Opresor  Diámetro mm
	Ancho mm	Altura mm	
7.9 a 11	2.38	1.19	4.82
12.7 a 14.3	3.17	1.59	6.35
15.9 a 22.2	4.76	2.38	7.94
23.8 a 31.8	6.35	3.17	9.52
33.3 a 34.9	7.94	3.97	11.11

De acuerdo con la información de esta tabla las dimensiones del cuñero serán de 6.35 mm de ancho por 3.17 mm de altura y el largo será de 12.9 mm.

En la sección "B" se utilizara una tuerca de fijación para un engrane según designación de "SKF" Tabla 4.2

**Tabla 4.2 Dimensiones normalizadas de tuercas de fijación según SKF**

Dimensiones G mm	$d_1$	$d_3$	B	b	h	Designaciones De tuercas de Fijación
M17 x 1	24	28	5	4	2	KM - 3
M 20 x 1	26	32	6	4	2	KM - 4
M 25 x 1.5	32	38	7	5	2	KM - 5



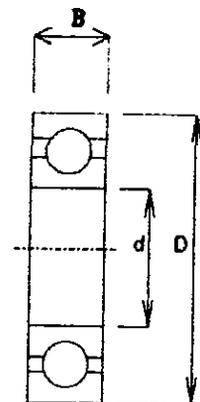
La tuerca designada será la KM - 5

En la sección "C" según la información que ofrece la tabla 4.1 tendrá un diámetro externo de 25.4 mm (1") con un cuñero de 6.35mm x 3.17 mm.

**4.1.2 Dimensionamiento de la sección "D" (sección de apoyo del balero trasero).**  
Para la sección "D" ocupará un balero rígido de una hilera de bolas en la tabla 4.3 se muestra las características de estos baleros.

**Tabla 4.3 Dimensiones y designaciones de baleros rígidos de una hilera de bolas.**

Dimensiones Principales			Capacidad de carga		Velocidad nominal Lubricación con		desig.
			Dinám.	Estát.	Grasa r.p.m.	Aceite r.p.m.	
d mm	D mm	B mm	C N	Co N			
15	24	5	1560	800	28000	34000	61802
	32	9	5590	2850	22000	26000	6002
	35	11	7800	3750	19000	24000	6202
20	42	12	9360	5000	17000	20000	6004
	47	14	12700	6500	15000	18000	6204
	52	15	15900	7800	13000	16000	6304
30	55	13	13300	8300	12000	15000	6006
	62	16	19500	11200	10000	13000	6206



Para la selección del rodamiento utilizaremos la fórmula de la vida, este es el método más simple para calcular la duración de un rodamiento y consiste en la aplicación de la fórmula "ISO" de la vida nominal la cual se describe a continuación:

$$L_{10} = (C/P)^k$$

Donde se tiene:

$L_{10}$  = Vida nominal en millones de revoluciones.

$C$  = Capacidad de carga dinámica.

$P$  = Carga dinámica equivalente.

$K$  = Exponente de la fórmula de la vida.

$K = 3$  Para rodamientos de bolas.

$K = 10/3$  Para rodamientos de rodillos.

Como el balero únicamente sufre de esfuerzos radiales.

$$P = F_r$$

$$P = 818.12 \text{ N}$$

Aplicando la fórmula de la vida nominal.

$$L_{10} = (C/P)^k$$

$$C = P (L_{10})^{1/k}$$

Suponiendo  $L_{10} = 320$

$$C = 818.12(320)^{1/3} \Rightarrow 5595.8621 \text{ N}$$

Como complemento se calculara la vida nominal en horas de servicio la cual dice:

$$L_{10h} = [1000000/60n] (C/P)^k$$

$L_{10h}$  = Vida nominal en horas de servicio.

$n$  = Velocidad de giro r.p.m..

Sustituyendo datos

$$L_{10h} = [1000000/60(600)] (5595.8621/818.12)^3$$

$$L_{10h} = 27.777778 (320) \Rightarrow 8888.88 \text{ horas}$$

Es decir el promedio de vida de este rodamiento será de un año tomando una vida de 24 horas continuas de servicio. Tomando como medio de selección la carga dinámica y en base a la tabla 4.3 el rodamiento será un 6006 que es muy comercial y soporta perfectamente la carga tanto dinámicamente y tiene una tolerancia en el aspecto estático.

#### 4.1.3 Dimensionamiento de la sección "E" y "F" (sección del rodamiento delantero).

La sección "E" será de un diámetro de 34.9 mm.

La sección "F" tendrá un rodamiento las características que se calcularan con la fórmula de la vida, como únicamente sufre fuerzas radiales se tiene:

$$P = Fr$$

$$P = 2362.62 \text{ N}$$

Utilizando la fórmula de la vida nominal se tiene:

$$C = 2362.62 (320)^{1/3} \Rightarrow 16160.093 \text{ N}$$

La vida nominal en horas de servicio se calculara a continuación:

$$L_{10} = [1000000/60(600)] (320) \Rightarrow 8888.88 \text{ horas de servicio continuo.}$$

Por lo tanto el rodamiento seleccionado en base a la tabla 4.3 será un 6206

#### 4.1.4 Dimensionamiento de la sección "G", "H" e "I".

La sección "G" tendrá un sello mecánico para una flecha de 28.6 mm de diámetro, este será el que tendrá al flecha en esta sección.

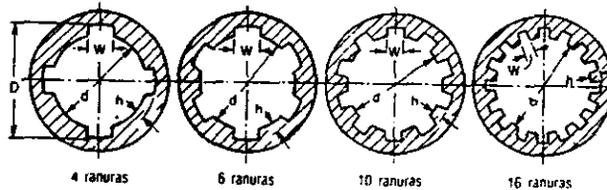
La sección "H" es la sección donde estará ubicado el lóbulo esta sección tendrá un diámetro de 25.4 mm y el medio de unión entre la flecha y el lóbulo para hacerla más firme y resistente será por medio de una serie de ranuras o estrías de evolvente que se tendrán tanto en la flecha como en el lóbulo.

Las ranuras tienen la misma forma que un diente de engrane excepto que el perfil del diente es de la mitad en cuanto a la profundidad que tiene un diente normal de un engrane, el ángulo de presión es de  $30^\circ$ , existen 15 series normalizadas de ranuras y 3 tipos de ajustes, el del diámetro menor, el del diámetro mayor y el de los dientes.

Cada tipo de ajuste se divide a su vez en tres clases, el deslizante, cerrado y a presión las ventajas de las ranuras de evolvente respecto a otros tipos de uniones son: la máxima resistencia en el diámetro menor, el centrado propio iguala el asiento, los esfuerzos entre dientes se dividen y su facilidad de fabricación ya que se usa la herramienta con que se fabrican los engranes. Las estrías de lados paralelos están normalizadas por la "SAE" para accesorios de 4,6,10 y 16 ranuras como se muestra en la tabla 4.4

Tabla 4.4 Normalización de ejes ranurados según SAE

Diámetro Nominal	De 4 ranuras para todos los ajustes		De 6 ranuras para todos los ajustes		De 10 ranuras para todos los ajustes	
	D máx.	W máx.	D máx.	W máx.	D máx.	W máx.
3/4	0.750	0.181	0.181	0.750	0.188	0.750
7/8	0.875	0.211	0.875	0.219	0.875	0.137
1	1.000	0.241	1.000	0.250	1.000	0.156
1 1/8	1.125	0.271	1.125	0.281	1.125	0.176
No. de Ranuras	W para todos los ajustes	Ajuste permanente		Para deslizar cuando no esta cargando la flecha		
		h	d	h	d	
4	0.241 D	0.075 D	0.850 D	0.125 D	0.750 D	
6	0.250 D	0.050 D	0.900 D	0.075 D	0.850 D	
10	0.156 D	0.045 D	0.910 D	0.070 D	0.860 D	
16	0.098 D	0.045 D	0.910 D	0.070 D	0.860 D	



Utilizando la tabla 4.4 se tendrán los siguientes resultados:

Nuestro diámetro nominal es de 25.4 mm ( 1" ), utilizaremos 10 ranuras es decir que :

$$D_{\max.} = 1" = 25.4 \text{ mm}$$

$$W = 0.156" = 3.9624 \text{ mm}$$

Utilizando un ajuste para deslizar cuando el árbol esta descargado.

$$h = 0.070 D$$

Sustituyendo datos:

$$h = 0.070 (1)$$

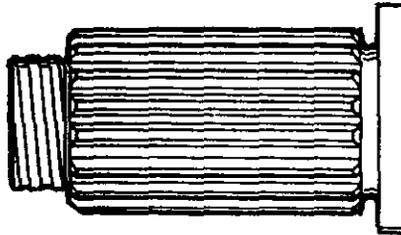
$$h = 0.070 = 1.778 \text{ mm}$$

$$d = 0.860 D$$

$$d = 0.860 (1)$$

$$d = 0.860 = 21.84 \text{ mm}$$

Para esto se representa la figura 4.1 en que se terminara esta sección.



**Figura 4.1** Sección de la flecha con ranuras

**Sección "1"**

Ahora bien el lóbulo ocupa que dar fijo, para esto ocupamos seleccionar una tuerca que no permita una libertad de movimiento del mismo esta será Por lo cual designada de acuerdo con las especificaciones dadas por "SKF" que se muestran en la tabla 4.2

La tuerca será una KM - 4 con lo cual nuestra flecha estará ya terminada.



### Conclusiones:

El desarrollo del presente trabajo permite adentrarse en el manejo tanto de los conceptos teóricos como de los prácticos para el diseño de una flecha, aunque el caso particular de este trabajo se trato de la aplicación de este elemento en una bomba, las fórmulas y códigos pueden aplicarse a cualquier tipo de flecha dependiendo en cada caso de las características particulares que pueden intervenir o afectar a la misma .

Un punto que se tomo en cuenta fue el de considerar la selección de diferentes accesorios que son suministrados por fabricantes y que complementan un diseño satisfactorio, no resta más que aplicar los conocimientos en el campo profesional y recordar que el ingeniero más capas no solo necesita el saber más, además ocupa saber manejar de la manera más eficiente las herramientas y recursos que da el conocimiento.

## Bibliografía

**Manual Del Ingeniero Mecánico.**

**Autor: Theoddore Baumeister.**

**Tomo 2 y Tomo 3.**

**Editorial McGraw - Hill / Interamericana de México**

**1990**

**La Ciencia e Ingeniería de los Materiales.**

**Autor: Donald R. Askeland.**

**Grupo Editorial Iberoamérica**

**1987**

**Diseño en Ingeniería Mecánica.**

**Autor: Joseph E. Shigley.**

**Cuarta Edición.**

**Editorial: McGraw - Hill**

**1990**

**Fundamentos de Diseño para Ingeniería Mecánica.**

**Autor: Robert C. Juvinall.**

**Editorial: Limusa**

**1991**

**Catalogo General de SKF.**

**Manual de Mantenimiento Industrial.**

**Autor: Robert C. Rosales.**

**Tomo 3.**

**Editorial: McGraw - Hill**

**1990**

**Diseño y Análisis de Elementos de Máquinas**

**Autor: R. R. Slaymaker**

**Editorial: Limusa**

**1969**

**Diseño de Máquinas**

**Teoría y Práctica**

**Autor: Aaron D. Deutschman**

**Editorial: Continental**

**Tercera Edición**

**1989**

**Diseño de elementos de Máquinas**

**Autor: Guillermo Aguirre Esponda**

**Editorial: Trillas**

**1990**

**Diseño de elementos de máquinas**

**Autor: Virgil Moring Faes**

**Editorial: Unión Tipográfica Hispano Americana**

**1989**