



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA  
DE MÉXICO

01170  
3  
2º

---

---

FACULTAD DE INGENIERÍA  
DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO

LOCALIZACIÓN DE FUGAS EN TUBERÍAS USANDO  
REDUNDANCIA ANALÍTICA

T E S I S  
P R E S E N T A D A P O R :  
FAUSTO MANUEL IBINARRIAGA CELIS

P A R A O B T E N E R E L G R A D O D E :  
MAESTRO EN INGENIERIA  
(ELÉCTRICA)

Directora de tesis: Dra. Ma. Cristina Verde Rodarte

CIUDAD UNIVERSITARIA

1999

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

2

274448



Universidad Nacional  
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

**Biblioteca Central**



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

# Contenido

<b>1</b>	<b>Introducción</b>	<b>9</b>
1.1	Motivación . . . . .	9
1.2	Redundancia Analítica . . . . .	13
1.3	Cronología . . . . .	15
1.4	Aportación . . . . .	17
1.5	Distribución de la Tesis . . . . .	18
<b>2</b>	<b>Espacio de Paridad</b>	<b>19</b>
2.1	Redundancia Analítica . . . . .	19
2.2	Idea Fundamental . . . . .	21
2.2.1	Espacio de Paridad . . . . .	22
2.3	Esquema FDI en Malla Cerrada . . . . .	26
<b>3</b>	<b>Modelo Genérico de un Fluido en una Tubería</b>	<b>32</b>
3.1	Modelado . . . . .	32
3.1.1	Ecuación de Movimiento . . . . .	34
3.1.2	Ecuación de Continuidad . . . . .	35
3.1.3	Ecuación Constitutiva . . . . .	36
3.1.4	Modelo del Fluido en la Tubería . . . . .	37
3.1.5	Simplificaciones al Modelo . . . . .	39
3.1.6	Condiciones de Frontera . . . . .	39
3.2	Acondicionamiento del Modelo para Detección de Fallas . . . . .	40
3.2.1	Modelo de la Tubería en Condiciones de Falla . . . . .	41

3.2.2	Validación del Modelo del Fluido en la Tubería . . . . .	43
3.3	Linealización del Modelo de la Tubería . . . . .	45
3.4	Observabilidad . . . . .	47
<b>4</b>	<b>Aplicación del Espacio de Paridad al PDLFT</b>	<b>50</b>
4.1	Introducción . . . . .	50
4.2	Detectabilidad de Fallas . . . . .	50
4.3	Formulación del Problema de Detección de Fugas Múltiples . . . . .	52
4.3.1	Planteamiento . . . . .	53
4.3.2	Banco de Observadores . . . . .	54
4.3.3	Solución al Problema de Fugas Múltiples . . . . .	54
4.3.4	Construcción del Observador o Filtro . . . . .	58
4.4	Proceso de Aislamiento . . . . .	59
<b>5</b>	<b>Resultados</b>	<b>60</b>
5.1	Resultados en Simulación . . . . .	60
5.2	Resultados Experimentales . . . . .	64
<b>6</b>	<b>Conclusiones</b>	<b>68</b>
	Apéndice. . . . .	70
	Bibliografía. . . . .	77

## Nomenclatura

$A$	matriz que representa la dinámica del sistema
$A_a$	matriz que representa la dinámica del sistema con desviación de su valor nominal
$A_o$	matriz que representa la dinámica del sistema linealizado
$A_T$	área de la sección transversal de la tubería
$A_{i11}$	submatriz del sistema transformado para construir observador
$A_{i12}$	submatriz del sistema transformado
$a_1$	coeficiente de la ecuación de gasto
$a_2$	coeficiente de la ecuación de presión
$a^*$	$a/2$
$B$	matriz de distribución de entradas al sistema dinámico
$B_a$	matriz de distribución de entradas al sistema dinámico con desviación de su valor nominal
$B(x(t))$	matriz de entradas no lineal
$B_o$	matriz de entrada linealizada
$b$	velocidad de la onda de choque
$C$	matriz de mediciones
$C_f$	matriz de ponderación del criterio óptimo fallas
$C_d$	matriz de ponderación del criterio óptimo entradas desconocidas
$D$	diámetro de la sección transversal de la tubería
$E_i$	matriz iésima de distribución de entradas desconocidas en la dinámica del sistema
$E_{mi}$	matriz iésima de distribución de entradas desconocidas en los sensores
$e(t)$	error de estimación
$F$	matriz de la dinámica del observador
$F_r$	fuerza de fricción que se ejerce sobre la pared del ducto
$F_1$	fuerzas debidas a la presión en el ducto

$f$	factor de fricción
$G$	matriz de distribución de salidas del sistema al observador
$H(x, t)$	ganancia del observador
$H_r$	altura de la columna de la presión
$H_x$	matriz de subespacios observables asociados a las condiciones iniciales
$H_u$	matriz de subespacios observables asociados a las entradas conocidas
$\bar{H}_i$	matriz de subespacios observables asociados a las entradas desconocidas
$H_i$	matriz de subespacios observables asociados a las fallas
$H_{ri}$	presión en la sección $i$ ésima de la tubería
$h$	cota de altura de la tubería sobre el nivel de referencia
$i$	subíndice de variación $i$ ésimo
$J$	función de detección
$J_B$	matriz de distribución de entradas conocidas del observador
$K$	matriz de distribución de fallas en la dinámica del sistema
$K_m$	matriz de distribución de fallas en los sensores
$L_1$	matriz de distribución de salida del observador
$L_2$	matriz de distribución de salidas del sistema al observador
$l$	número total de posibles fugas
$l_T$	longitud total de la tubería
$M_i$	vector transformado de fallas
$mg$	peso del elemento de fluido
$n$	número de secciones
$nl$	término no lineal del modelo del fluido en la tubería
$nlf$	término no lineal de fuga

$p$	operador derivada
$P$	presión
$p_1$	número total de columnas que representan las fallas
$p_2$	número total de columnas que representan las entradas desconocidas
$Q(x, t)$	gasto en la tubería
$Q_i$	gasto i ésimo
$Q^f$	gasto de fuga
$Q^b$	gasto en el punto b de la condición de frontera
$Q^a$	gasto en el punto a de la condición de frontera
$Q_r$	flujo en el punto r
$Q^a$	gasto en el punto a de la condición de frontera
$R$	inversa de la matriz de transformación
$r(t)$	residuo
$s$	orden de la ventana de tiempo o espacio de paridad
$t$	coordenada de tiempo
$u(t)$	vector de entradas conocidas al sistema
$u_1(t)$	entrada lineal al sistema
$u_2(t)$	entrada no lineal al sistema
$V^T$	generador de paridad
$v_i$	componente del vector generador de paridad
$v_r$	volumen
$v_f(x, t)$	velocidad del flujo
$V_o$	generador de paridad no óptimo
$w$	vector de selección

$x(t)$	vector de estados
$x$	coordenada espacial
$x_f$	punto de fuga
$(x_o, u_o)$	punto de operación
$\bar{x}_{i1}$	subespacio robusto a una falla y sensible a otras
$\bar{x}_{i2}$	subespacio sensible a todas las fallas
$\bar{x}$	vector de estados transformados
$y(t)$	vector de salida del sistema
$y_{ai}(t)$	vector de salida auxiliar del sistema transformado
$\bar{y}(t)$	salida estimada
$\alpha$	ángulo de inclinación del ducto
$\beta$	factor de olvido
$\gamma$	peso específico
$\delta$	máximo entero que cumple $CAK_i^\delta = 0$
$\Delta A$	desviación de la matriz nominal A
$\Delta x$	tamaño de la celda en que se discretiza la tubería
$\varepsilon$	máximo entero que cumple $CAE_i^\varepsilon = 0$
$\Lambda f(t)$	vector iésimo de fallas en la dinámica del sistema
$\Lambda p(t)$	vector iésimo de entradas desconocidas la dinámica del sistema
$\Lambda m f(t)$	vector iésimo de fallas en los sensores
$\Lambda m p(t)$	vector iésimo de entradas desconocidas en los sensores
$\lambda$	fuga
$\mu$	$\frac{f}{2DA}$
$\bar{\mu}$	$-2\mu A$



$\theta$	valor propio
$\rho(x, t)$	densidad
$\tau$	apertura de la válvula
$\bar{\tau}$	$\frac{\tau Q_{n+1}^2(0)}{H_{n+1}^2(0)}$
$\zeta$	factor de ajuste
${}_{l-1}P_l$	número de permutaciones (posibles fallas)
$\varphi$	flujo másico

## Abreviaturas

FDI	Detección y aislamiento de fallas. (fault detection and isolation)
PDLFT	Problema de detección y localización de fugas en tuberías

# Capítulo 1

## Introducción

En este capítulo se presenta el contexto del problema de Detección y Aislamiento de Fallas denotado por sus siglas en inglés como *FDI*. Adicionalmente se introduce la motivación para resolver el problema de detección de fugas en tuberías y las aportaciones que genera esta tesis.

### 1.1 Motivación

Una gran preocupación en todas las ramas de la ingeniería es incrementar la rentabilidad, disponibilidad y seguridad en los procesos técnicos, por lo que escenarios de fallas y contingencias dominan el diseño de sistemas. Tradicionalmente, los criterios de diseño manejan la filosofía del “peor caso”, sobredimensionando los sistemas para incrementar su seguridad, o creando esquemas tolerantes a fallas que pueden seguir funcionando después de una contingencia. Sin embargo en procesos a gran escala un monitoreo automático continuo es necesario para poder detectar y ubicar una falla.

Un caso concreto de lo anterior son las redes de distribución de fluidos donde aumenta la demanda de sistemas de supervisión y monitoreo automático para la detección de fallas, entendiendo el término falla dentro de este contexto como la anomalía que provoca un mal funcionamiento de la red.

Específicamente las fallas más frecuentes en las redes de distribución de fluidos son fugas, obstrucciones y rupturas de tubos. Estas deben ser localizadas y detectadas lo más rápido posible para activar señales de alarma que permitan a los operadores o a los sistemas automáticos

de control tomar medidas correctivas, evitando con ello el mayor daño posible a los usuarios del servicio al no producirse la caída completa de la red, o accidentes de grandes dimensiones con catástrofes ecológicas y pérdidas económicas. La Figura 1-1 presenta un diagrama de bloques del esquema de supervisión y control de un ducto. El propósito de este trabajo consiste únicamente en el desarrollo del bloque que detecta y localiza la fuga en la tubería.

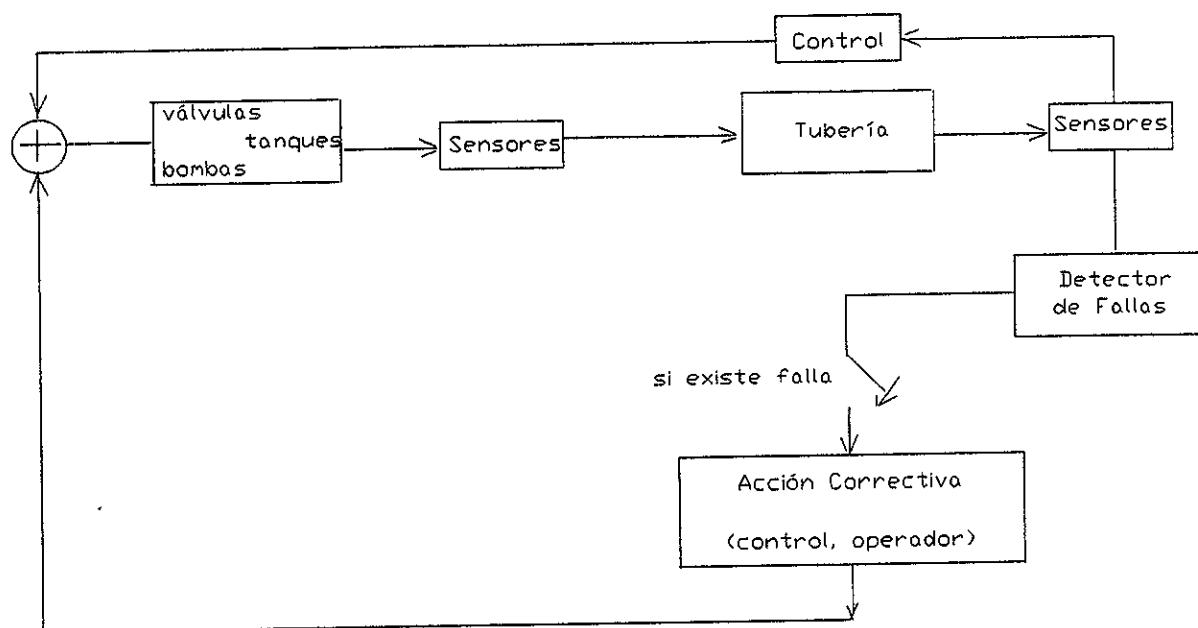


Figura 1-1: Esquema de monitoreo continuo

El Problema de Detección y Localización de Fugas en Tuberías ,PDLFT, puede ser resuelto utilizando una gran variedad de técnicas que están disponibles industrialmente o bajo desarrollo. Estas abarcan métodos apoyados en el balance de masas, dispositivos conocidos como “diablos” o “cerdos” instrumentados, aparatos de medición con instrumentación altamente sofisticada y otros mas avanzados fundamentados en algoritmos altamente especializados cuya descripción se detalla en los siguientes párrafos. La Figura 1-2 muestra un árbol de las técnicas mas usadas para el PDLFT.

**Balance de Masas.** Es el esquema tradicional de detección de fugas. Consiste en verificar que la diferencia entre el gasto que entra y sale de la tubería sea diferente de cero en el caso

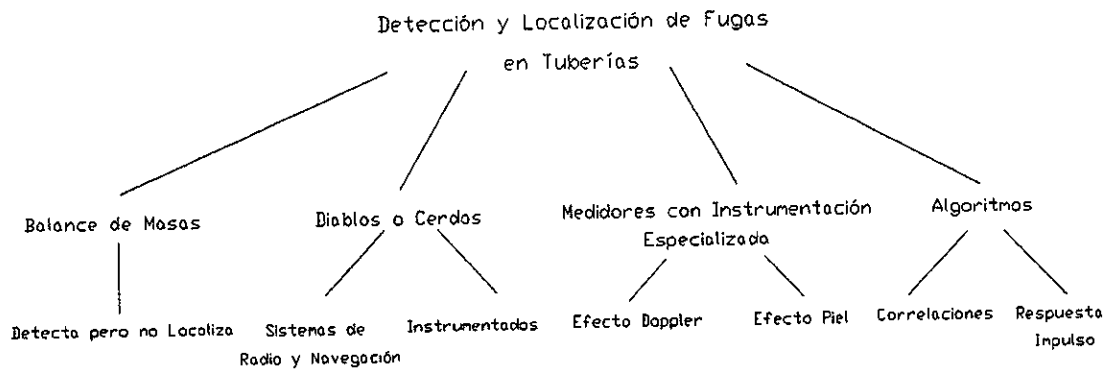


Figura 1-2: Métodos de detección de fugas en tuberías

de la pérdida de fluido. Si existen fenómenos de compresibilidad, el balance de gastos no es tan sencillo y requiere agregar términos empíricos de compensación tal como lo reportan en el poliducto Bonito en el Golfo de México [R. Mactaggart 1996] con su aproximación práctica de balance de masas. Este método no detecta fugas simultáneas además de no localizarlas.

**Diablos o Cerdos Instrumentados.** Este método de detección de fugas surge de la idea de aprovechar los dispositivos de limpieza de ductos y separación de fluidos conocidos popularmente como diablos o cerdos.

Estos son elementos esféricos o en forma de bala que en toda su superficie poseen picos o protuberancias que limpian en la medida de lo posible las paredes de la tubería y separan los fluidos *A* y *B* en su recorrido dentro del conducto como se aprecia en la Figura 1-3.

Equipando estas esferas con sensores es posible detectar y localizar fugas. Regularmente la información de la existencia y la ubicación de la falla no está disponible al operador hasta que el diablo terminó con todo su recorrido. Algunas versiones sofisticadas, de menor tamaño, poseen sistemas de navegación y radio que transmiten información en tiempo real. Por su instrumentación altamente especializada son excesivamente costosos. Además la mayoría de

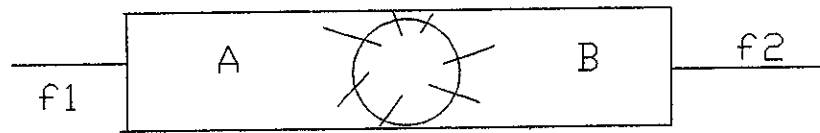


Figura 1-3: Diablo o cerdo recorriendo una tubería

ellos, producen transitorios considerables en el comportamiento del fluido debido a su tamaño, por lo que muchas veces su uso continuo no es posible. La detección de fugas simultáneas solo se produce si las fallas están alrededor de la ubicación del diablo, pudiendo existir pequeños errores en la localización.

**Instrumentación Especializada.** Esta vertiente de los métodos de detección de fugas se basa en la medición de la velocidad de la onda de choque del fluido y el efecto Doppler. Al encontrar la magnitud de la diferencia entre la onda de choque y su reflejo, un software inteligente es capaz de detectar y localizar fugas, inclusive de magnitud muy pequeña. Se reporta su aplicación exitosa específicamente con instrumentos de la compañía Controlotron [J. Bauomel 1994]. Sin embargo su costo tan elevado es una fuerte restricción en su implantación en grandes redes que transportan fluidos, además, ante la aparición de fugas simultáneas infiere ubicaciones equivocadas de la misma.

**Algoritmos.** El desarrollo de algoritmos es la concepción más reciente de métodos de detección de fugas. Dos de los esquemas más conocidos son los de *Billman* e *Isermann* que proponen un esquema basado en identificación de parámetros del fluido de manera continua y en tiempo real, junto con un observador estático [L. Billman & R. Isermann 1984]. Otro esquema es el recientemente propuesto por Liou en la Conferencia Internacional de Tuberías ASME 1996 [J. Liou 1996] donde el fluido es perturbado por una secuencia binaria pseudoaleatoria que

permite identificar de manera periódica la respuesta dinámica del fluido y detectar una fuga cuando ésta se modifica. Adicionalmente esta misma información permite inferir la posición de la fuga dentro de la red. Sin embargo, ambos métodos no pueden localizar correctamente fugas simultaneas dando un promedio de su ubicación como resultado. Su costo es menor que el de otros métodos al emplear instrumentación convencional.

Fundamentados en los comentarios anteriores, surge la motivación de crear un método que pueda resolver los defectos o carencias de los esquemas antes mencionados, es decir, crear un procedimiento para detección de fugas en tuberías que emplee instrumentación ordinaria y que sea capaz de llevar a cabo la detección de fugas simultaneas para permitir su ubicación correcta a costos accesibles. Como se verá en las secciones siguientes esto se puede lograr bajo el entorno de la redundancia analítica.

## 1.2 Redundancia Analítica

La explotación de la redundancia de un proceso para la detección de fallas se considera actualmente un arte dentro de la ingeniería de sistemas automatizados de control. Su aplicación en el campo de sistemas complejos la convierten en una gran herramienta en la toma de decisiones, ya que ayudan al mejoramiento del desempeño y la seguridad de éstos.

Dentro de este campo no existe una técnica universal de supervisión que resuelva todos los problemas de detección y localización de fallas. Para cada sistema integrado por sensores, actuadores, controladores y proceso, debe estudiarse que tipo de fallas y anomalías se desean detectar, y cuales son consideradas como perturbaciones o simplemente entradas al sistema que no se desean identificar para saber que vertiente o metodología de diseño es la adecuada.

Estas vertientes o métodos de detección de fallas y aislamiento *FDI* se ilustran en la Figura 1-4.

En ella se distinguen dos opciones dentro de los métodos de detección de fallas: aquellos que trabajan con modelo matemático, y los que no lo hacen explícitamente.

Los métodos sin modelo matemático pueden en ocasiones detectar y aislar fallas en forma no redundante. Una manera muy sencilla es la comparación del espectro en frecuencia de un proceso en condiciones normales con el que se produce en condiciones de falla, pudiendo existir

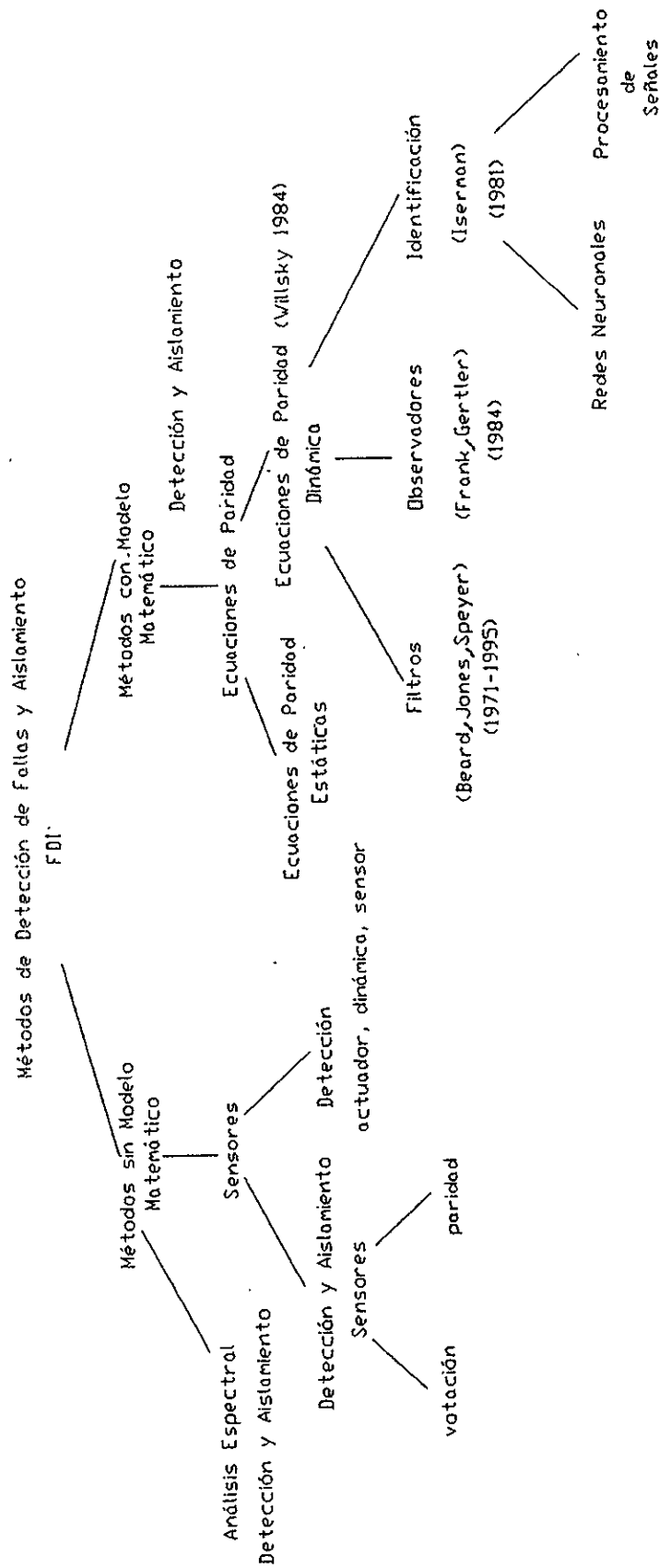


Figura 1-4: Vertientes en el campo de Detección de Fallas

un espectro típico para cada uno de ellos. Otra forma que permite únicamente la detección es la comparación de mediciones con umbrales, infiriendo un comportamiento inadecuado cuando se traspasan estos. Un ejemplo muy claro es el indicador de temperatura del motor de un coche. La carátula del indicador además de tener una escala de temperatura, está dividida en tres zonas o niveles de referencia que señalan la operación en frío, normal o caliente del motor. Cuando se compara la medición con los niveles de referencia se infiere la existencia de una falla del motor, si esta es en las zonas de caliente o frío.

Existen métodos más elaborados en el proceso de *FDI* sin modelo, que se apoyan en la redundancia de sensores. Si se tiene un par de sensores trabajando en paralelo, una discrepancia entre sus mediciones indica la presencia de una falla en un sensor; cuando existe un tercero se puede aislar mediante votación.

El esquema más sofisticado sin modelo matemático dinámico se aplica a fallas en sensores. Se fundamenta en espacios de paridad que generan relaciones de redundancia entre entradas y salidas del sistema, así como del modelo transformado de éste, construido físicamente por la manera especial de ubicar los sensores (no ortogonalmente) y la variable que deberá medir cada uno de ellos. Un caso evidente es de los giróscopos en arreglo piramidal empleado en la navegación de aviones satélites y barcos [R. Shevell 1989]. Esta idea que implanta las relaciones de paridad mediante hardware dio origen al concepto de redundancia analítica.

Específicamente los métodos de redundancia analítica explotan el conocimiento del funcionamiento del proceso vía un modelo matemático, infiriendo, cuando hay discrepancia entre variables del modelo y del proceso. Esta técnica es más económica que las apoyadas en redundancia física, debido a la sustitución de instrumentación por algoritmos, facilitando además el procesamiento de información [J. Gertler 1998]. Los conceptos en los que se basan los algoritmos de *FDI* son la redundancia analítica de las salidas de los procesos y el conocimiento de los modelos dinámicos internos de estos.

### 1.3 Cronología

Dentro del desarrollo del campo de Detección de Fallas y Aislamiento en el campo del Control Automático han existido innumerables esfuerzos. Sin embargo, las contribuciones de ciertos



autores han logrado marcar, y en algunos casos cambiar el rumbo del desarrollo de los esquemas *FDI*. De manera sucinta se presentan, los autores y las contribuciones que han influido en la elaboración de este trabajo.

La generación de residuos mediante el espacio de paridad fue planteada por *Willsky* [A. Willsky 1976]. En su trabajo proporciona una explicación clara para el aislamiento de fallas. Sin embargo, él nunca plantea alguna condición bajo la cual pueda existir la detección, y el aislamiento de fallas.

En 1986 *Maussomia* [M. A. Maussoumia & A. Willsky 1989] son los primeros en ofrecer condiciones reales para la detección por medio de la definición de entrada observable y el aislamiento tratándolo por medio de la inversa izquierda de la matriz que representa la dinámica del sistema. Todo dentro del entorno geométrico de sistemas dinámicos.

*Ge y Fang* [C. Fang & W. Ge 1988] plantean el problema de detección y aislamiento de fallas como un problema de robustez y generan la construcción de una matriz de transformación mediante un algoritmo que le permite construir un conjunto de observadores para el aislamiento de fallas.

En su tesis doctoral de *Wünnenberg* [J. Wünnenberg 1990] propone, apoyándose en los trabajos de *Maussomia*, *Ge y Fang*, condiciones de detectabilidad en términos de las ecuaciones de paridad, encontrando relaciones de equivalencia entre las ecuaciones de paridad, un filtro y un observador. También se proponen métodos para la ubicación de los polos del observador, haciendo posible tener diferentes respuestas dinámicas para el residuo. *Wünnenberg* es el primero en proponer una solución subóptima al problema por medio de la asignación de la estructura principal.

*Gertler* en el año de 1991 [J. Gertler 1991] resuelve el problema de detección de fallas enfocándolo como un problema de desacoplamiento de perturbaciones. Trabaja un camino polinomial, y verifica el rango por columna de las matrices de transferencia de cada una de las fallas y perturbaciones que afectan al sistema, para después proceder al problema de aislamiento. En este mismo trabajo, *Gertler* propone un postfiltrado para los residuos cuando existen problemas de ruido, haciendo independientes los diseños de aislamiento y el comportamiento que se desea tener en el generador de residuos o errores.

El problema del aislamiento del subespacio de fallas y perturbaciones vía un observador es

resuelto por Müller [P. Müller & M. Hou 1994] dando las condiciones bajo las cuales existe una matriz de transformación que separe el subespacio de fallas y perturbaciones.

Existe otra vertiente originada en 1971 dentro del campo de Detección de Fallas y Aislamiento por Beard y Jones. Estos autores construyeron filtros sensibles a fallas. Posteriormente, Chung y Speyer, [W. Chung & J. Speyer 1998] continúan con estos trabajos, proporcionando una condición compacta para la existencia de un observador o filtro sensible a fallas. Chung y Speyer resuelven el problema del filtro como un problema de optimización, dando también una solución para los sistemas variantes en el tiempo. El problema subóptimo no es tratado. Lo valioso del trabajo es el eslabón entre las condiciones de observabilidad a la entrada y separabilidad a la salida. Otra contribución importante de Chung y Speyer es el empleo de la transformación de Gelbs, para poder reflejar fallas de sensor y contemplarlas como fallas aditivas, tanto en el caso invariante como variante en el tiempo.

Gertler, encuentra las ligas o eslabones entre los diferentes métodos, sobresaliendo como relaciona los procesos de identificación (que en apariencia hacían ver los trabajos de Iserman [L. Billman & R. Isermann 1984] como un camino solitario) con el espacio de paridad. Adicionalmente pone en evidencia las limitaciones de los métodos que se apoyan en redes neuronales al relacionarlos con identificación y por consiguiente con el espacio de paridad, demostrando que son aplicables únicamente en fallas de sensores y actuadores.

Cabe hacer notar que todos los trabajos nacen de la preocupación de detectar fallas en sensores y actuadores, teniendo como opción extra aquellas fallas que se manifiestan dentro de la dinámica del sistema de índole aditivas, aparentando ser las más sencillas. Sin embargo, las condiciones para aislar fallas en sensores, actuadores o dinámicas del proceso no son iguales y cada uno de los tipos de fallas requieren condiciones específicas.

## 1.4 Aportación

La principal contribución de esta tesis es el desarrollo del esquema de detección y localización de fugas múltiples.

El esquema se basa en las ideas propuestas por Wünnenberg [J. Wünnenberg 1990]. A diferencia de esta proposición, teniendo en cuenta el caso particular del problema de detección

y localización de fugas en tuberías, se demuestran las condiciones necesarias de existencia de la matriz de transformación la cual permite resolver en forma independiente y transparente el problema de detección de fallas y el diseño del observador.

Se obtiene también el modelo genérico del fluido dentro de la tubería. En este modelo se incluye la caracterización de fugas propuesta por [M. Zhidkova 1973], así como una válvula al final del ducto. El modelo generado, permite construir un simulador más cercano a la realidad del fenómeno ya que en otros trabajos reportados [L. Billman & R. Isermann 1984] solo consideran las fugas como porcentaje de pérdida del valor nominal o instantáneo del gasto que no reflejan por completo el comportamiento transitorio.

Se documentan los resultados obtenidos por simulación y experimentalmente con el esquema propuesto *FDI*, dejando de manifiesto que puede detectar y aislar más de una falla aunque estas ocurran al mismo tiempo, gracias a un conjunto o banco de filtros que sean robustos a una sola fuga y sensible al resto.

## 1.5 Distribución de la Tesis

El resto de la tesis tiene el siguiente orden: En el Capítulo 2 se introduce el espacio de paridad, mientras que en el Capítulo 3 se modela el comportamiento dinámico del fluido en una tubería, estableciendo las condiciones de frontera debidas a la válvula y al tanque, además de la caracterización de la fuga y el modelo linealizado. El Capítulo 4 establece el criterio para detección de fugas múltiples que permite seleccionar las ecuaciones con las características de sensibilidad y robustez requeridas. Dentro del Capítulo 5 se analiza el desempeño del esquema *FDI* inclusive cuando se presenta el caso de dos fugas simultáneas. Para finalizar, en el Capítulo 6 se establecen conclusiones y trabajos futuros.

## Capítulo 2

# Espacio de Paridad

Este capítulo presenta una semblanza del espacio de paridad, su relación con la redundancia analítica, así como su aplicación en un esquema de estimador en malla cerrada con el fin de poder detectar fallas.

### 2.1 Redundancia Analítica

Estimulado por la necesidad de tener sistemas confiables y por los avances en la teoría de control, surge una nueva filosofía para resolver el problema de detección y aislamiento de fallas *FDI*. Esta se puede describir a partir del esquema de la Figura 2-1 que cuenta con cuatro bloques que desempeñan diversas funciones (los primeros tres bloques son los que se desarrollan en este trabajo para la solución del problema PDLFT). La tarea del primer bloque, “generador de residuos” involucra la producción de señales que contienen información de la textura o característica de la falla usando las entradas y salidas del sistema. El segundo “bloque funciones de detección”, está formado por relaciones dependientes de los residuos que ayudan a inferir la ocurrencia de una falla específica, mientras que el tercer bloque “generador de decisiones”, define los umbrales de existencia de una falla para que finalmente el bloque de recuperación tome todas las acciones que reestablecen el sistema dinámico a su forma de operación original.

La clave del esquema radica fundamentalmente en la manera de conformar el generador de residuos. Este podrá ser un observador, filtro o identificador el cual funcionará en malla cerrada o abierta según sea el caso. Sin embargo, todos los esquemas se basan en la redundancia

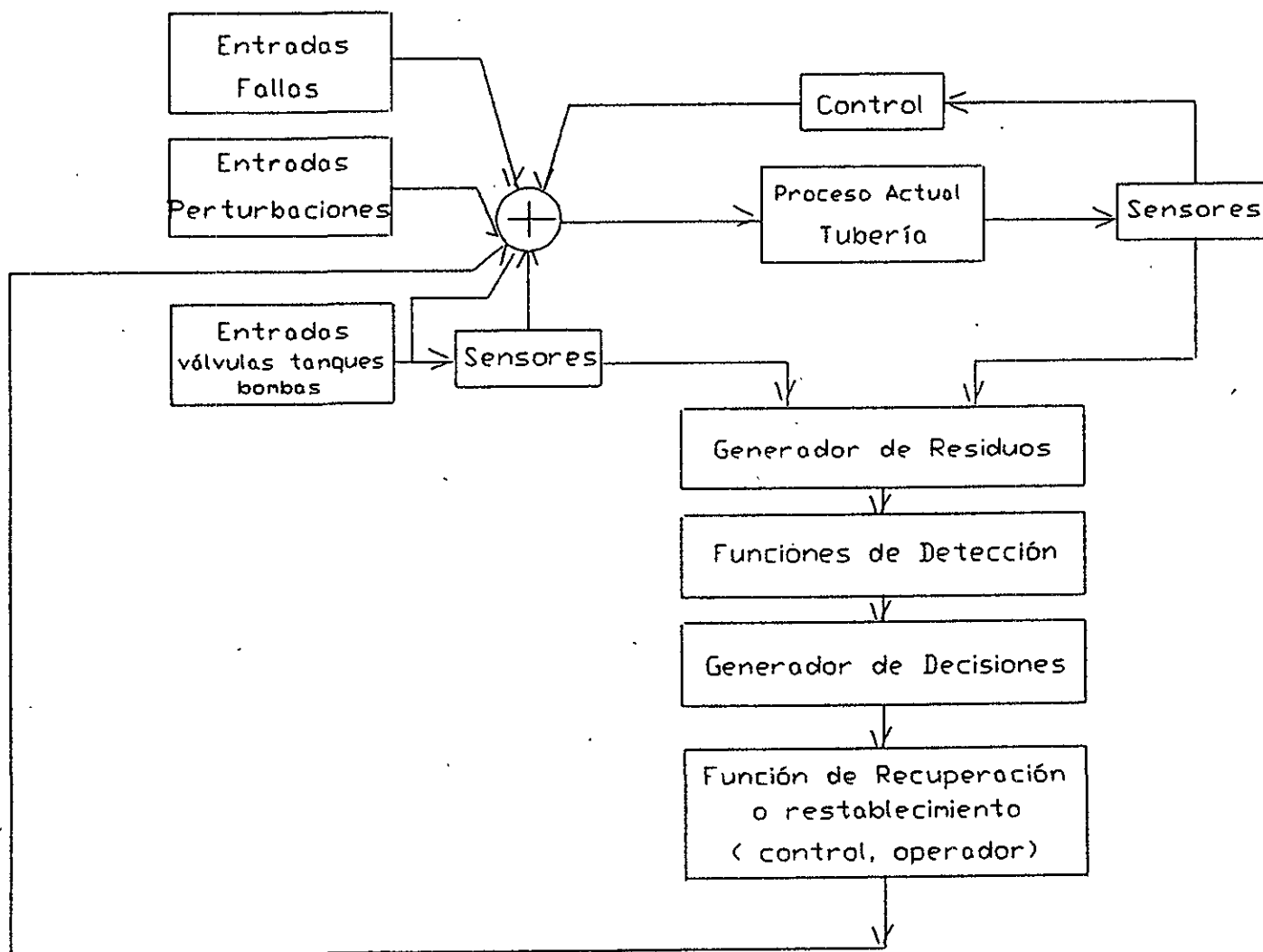


Figura 2-1: Proceso FDI con Reconfiguración

analítica o funcional alrededor de las variables medidas del sistema.

Esta concepción se fundamenta en el espacio de paridad ideado por *Willsky* [A. Willsky 1976]. Este espacio define las ecuaciones o relaciones de paridad estáticas y dinámicas que describen el modelo matemático del sistema.

Las funciones de paridad estáticas son relaciones algebraicas que crean redundancia entre los sensores cuando una medición puede expresarse como una combinación de otras. En este caso es posible generar un indicador de falla o residuo, que es la diferencia entre la cantidad real medida y la inferida por medio de otras mediciones. Así, si el residuo es diferente de cero es un indicador de mal funcionamiento.

Otra cuestión mas elaborada es la relación de paridad dinámica, que también generan un residuo  $r(t)$  igual a cero en condición normal y diferente de este en presencia de una falla.

## 2.2 Idea Fundamental

La idea fundamental para detección de fallas de procesos dinámicos parte de la generación de un espacio de paridad dinámico que infiere por medio de residuos, la existencia de fallas de actuador, fallas de sensor y fallas en la dinámica del sistema.

Pero ¿cómo obtener esa función de paridad dinámica? La respuesta a la pregunta anterior demanda tener un modelo que describa adecuadamente el comportamiento del proceso, guardando una cierta redundancia, la cual en términos matemáticos para sistemas lineales se describe a continuación.

El modelo en variables de estado del sistema con fallas aditivas se representa como

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + K\Lambda_f(t) + E\Lambda_p(t) \quad (2.1)$$

$$y(t) = Cx(t) + E_m\Lambda_{mp}(t) + K_m\Lambda_{mf}(t) \quad (2.2)$$

cuyo diagrama a bloques se presenta en la Figura 2.2, donde  $x(t)$  representa el vector de estados,  $A$  es la matriz que refleja la dinámica del sistema,  $C$  es la matriz de mediciones,  $B$  es la matriz de distribución de entradas al sistema o actuadores,  $E$  y  $E_{mp}$  son las matrices de

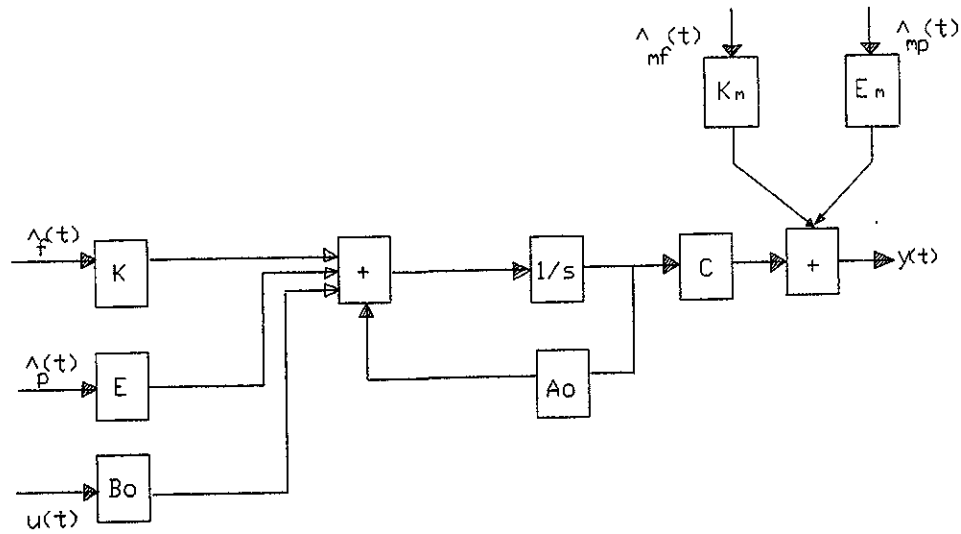


Figura 2-2: Diagrama a bloques del sistema (2.1) y (2.2)

distribución de perturbaciones en la dinámica del sistema y en las mediciones y  $K, K_m$  son las matrices de distribución de fallas en la dinámica y los sensores respectivamente, con  $u(t)$  como entradas conocidas o actuadas.  $\Lambda_f(t)$  y  $\Lambda_{mf}(t)$  son los vectores de fallas del sistema y sensores. Adicionalmente  $\Lambda_p(t)$  y  $\Lambda_{mp}(t)$  son los vectores de perturbaciones o entradas desconocidas en la dinámica del proceso y en las mediciones respectivamente, cuyo comportamiento también es desconocido.

A partir de la descripción del sistema dinámico con la estructura 2.1 y 2.2, el problema de generación de residuos a través del espacio de paridad, consiste en encontrar un algoritmo que genere una señal  $r(t)$  tal que refleje el efecto de los vectores de fallas desconocido  $\Lambda_f(t)$  o  $\Lambda_{mf}(t)$  suponiendo que los vectores  $\Lambda_p(t), \Lambda_{mp}(t)$  son desconocidos.

### 2.2.1 Espacio de Paridad

El sistema 2.1 y 2.2 se puede transformar derivando la ecuación de salida 2.2  $s$  veces y sustituyendo en el conjunto, así obtenido, a la derivada de estado por la expresión 2.1. Este procedimiento permite escribir la relación

$$\begin{bmatrix} y \\ py \\ \vdots \\ p^s y \end{bmatrix} = H_x x + H_u \begin{bmatrix} u \\ pu \\ \vdots \\ p^s u \end{bmatrix} + H \begin{bmatrix} \Lambda_{ft} \\ p\Lambda_{ft} \\ \vdots \\ p^s \Lambda_{ft} \end{bmatrix} + \bar{H} \begin{bmatrix} \Lambda_{pt} \\ p\Lambda_{pt} \\ \vdots \\ p^s \Lambda_{pt} \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

con  $p$  el operador derivada  $p = \frac{d}{dt}$ , las señales  $\Lambda_{ft} = \begin{bmatrix} \Lambda_f & \Lambda_{fm} \end{bmatrix}$  y  $\Lambda_{pt} = \begin{bmatrix} \Lambda_p & \Lambda_{pm} \end{bmatrix}$  así como las matrices

$$H_x = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ \vdots \\ CA^s \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

$$H_u = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ CB & 0 & 0 & 0 \\ CAB & CB & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ CA^{s-1}B & \dots & \dots & CB \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

$$H = \begin{bmatrix} K_m^* & 0 & 0 & 0 \\ CK^* & K_m^* & 0 & 0 \\ CAK^* & CK^* & K_m^* & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ CA^{s-1}K^* & \dots & \dots & K_m^* \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

$$\bar{H} = \begin{bmatrix} E_m^* & 0 & 0 & 0 \\ CE^* & E_m^* & 0 & 0 \\ CAE^* & CE^* & E_m^* & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ CA^{s-1}E^* & \dots & \dots & E_m^* \end{bmatrix} \quad (2.7)$$



$$K^* = \begin{bmatrix} K & 0 \end{bmatrix}; K_m^* = \begin{bmatrix} 0 & K_m \end{bmatrix}$$

$$E^* = \begin{bmatrix} E & 0 \end{bmatrix}; E_m^* = \begin{bmatrix} 0 & E_m \end{bmatrix}$$

donde  $s$  es igual al orden del sistema y representa el número de veces que debe derivarse la salida  $y(t)$  para garantizar que las entradas  $u(t)$ , las fallas  $\Lambda_f$  o perturbaciones  $\Lambda_p$  aparezcan explícitamente. A este parámetro se le conoce como el generador de memoria ("memory span") o dimensión del espacio de paridad.

La ecuación (2.3) proporciona información de como actúan la entrada al sistema, las condiciones iniciales y las perturbaciones o fallas en las salidas del sistema y sus derivadas.

Las matrices  $H_x$ ,  $H_u$ ,  $\bar{H}$ , y  $H$  conforman los subespacios observables cuando se consideran como entradas las condiciones iniciales, actuadores, fallas y perturbaciones respectivamente. El complemento ortogonal [Y. Chow & A. Willsky 1984] de estos subespacios es la parte no observable que se puede obtener con el vector  $V^T$  que confina en el subespacio nulo al tipo de señales que se desee, es decir:

$$V^T H_x = 0 \text{ para condiciones iniciales} \quad (2.8)$$

$$V^T \bar{H} = 0 \text{ para perturbaciones} \quad (2.9)$$

$$V^T H \neq 0 \text{ para fallas.} \quad (2.10)$$

Retomando la expresión 2.3, si existe un vector  $V^T$  que satisfaga las condiciones anteriores se obtiene el generador de residuos en malla abierta

$$r(t) = V^T \left( \begin{bmatrix} y \\ py \\ \vdots \\ p^s y \end{bmatrix} - H_u \begin{bmatrix} u \\ pu \\ \vdots \\ p^s u \end{bmatrix} \right) = V^T H \begin{bmatrix} \Lambda_{fi} \\ p\Lambda_{fi} \\ \vdots \\ p^s \Lambda_{fi} \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

en donde el término

$$V^T \left( \begin{bmatrix} y \\ py \\ \vdots \\ p^s y \end{bmatrix} - H_u \begin{bmatrix} u \\ pu \\ \vdots \\ p^s u \end{bmatrix} \right) \quad (2.12)$$

se conoce como función de paridad y caracteriza todas las relaciones posibles entre las fallas y salidas del sistema. Al vector  $V^T$  se le conoce como generador de paridad.

A la combinación lineal de los renglones de (2.11) se le denota como ecuaciones o relaciones de paridad.

La ecuación (2.11) y las condiciones (2.8), (2.9) y (2.10) impuestas al generador de paridad  $V^T$  son de gran importancia teórica, ya que proporcionan herramientas para obtener con los diversos tipos de esquemas, las condiciones necesarias para la generación de residuos tanto en malla abierta como cerrada.

También pone en claro, que el problema de detección de fallas es equivalente a un problema de robustez ante perturbaciones, condiciones iniciales y sensibilidad ante fallas. Si no existe una solución simultánea a estas ecuaciones, se recomienda buscar una solución subóptima a través de la definición de cierto índice de desempeño el cual debe minimizar el efecto de las perturbaciones con respecto a las fallas como el reportado por Wünnenberg [J. Wünnenberg 1990].

Asumiendo que el vector de paridad se puede expresar como

$$V^T = w^T V_o \quad (2.13)$$

y eligiendo  $V_o$  como la base del espacio que satisface (2.8). El índice de desempeño puede escribirse como

$$J = \frac{\|V_o^T \bar{H}\|}{\|V_o^T H\|} = \min \frac{w^T V_o \bar{H} C_p \bar{H}^T V_o^T w}{w^T V_o H C_f H^T V_o^T w} \quad (2.14)$$

donde las matrices de ponderación  $C_p$  y  $C_f$  ayudan a confinar las perturbaciones y las fallas en las direcciones donde se atenúe y amplifique respectivamente, su efecto.

Para encontrar el vector  $w^T$  que satisface el índice de desempeño  $J$ , es necesario solucionar el problema del valor propio generalizado

$$w^T (V_o \bar{H} C_p \bar{H}^T V_o^T w - \theta V_o H C_f H^T V_o^T w) = 0 \quad (2.15)$$

donde el valor propio más pequeño de  $\theta$  esta asociado a la solución buscada.

### 2.3 Esquema FDI en Malla Cerrada

La idea básica, en la generación de residuos en malla cerrada, se basa en la estimación de estados ya sea con observadores o filtros de Kalman.

Considerando el sistema (2.1) y (2.2), así como el modelo genérico de un observador (Figura 2-3)

$$\dot{z}(t) = Fz(t) + Gy(t) + J_B u(t) + Hr(t) \quad (2.16)$$

$$r(t) = L_1 z(t) + L_2 y(t) \quad (2.17)$$

$$z(t) = Tx(t) \quad (2.18)$$

es posible definir el error de estimación como

$$\dot{e}(t) = \dot{z}(t) - T \dot{x}(t). \quad (2.19)$$

Sustituyendo (2.1), (2.2), (2.16) y (2.17) en (2.19) el error puede expresarse como

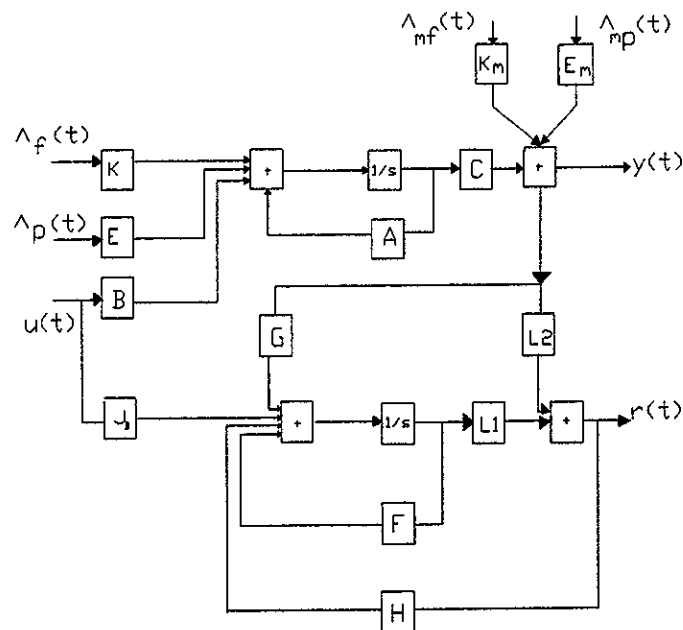


Figura 2-3: Sistema dinámico con observador

$$\dot{e}(t) = Fz(t) + Gy(t) + J_B u(t) - TAx(t) - TBu(t) - TK\Lambda_f(t) - TE\Lambda_p(t) + Hr(t) \quad (2.20)$$

$$r(t) = L_1 z(t) + L_2 Cx(t) + L_2 (E_m \Lambda_p(t) + K_m \Lambda_{mf}(t)) \quad (2.21)$$

suponiendo  $F = A$ ;  $L_1 = C$ ;  $L_2 = -I$ ;  $T = I$ ;  $J_B = B$ ; y  $G = H$  las ecuaciones (2.20) y (2.21) se convierten en

$$\dot{e}(t) = (A + HC)e + Hy(t) - H_2(E_m \Lambda_p(t) + K_m \Lambda_{mf}(t)) - K\Lambda_f(t) - E\Lambda_p(t) \quad (2.22)$$

$$r(t) = Ce - (E_m \Lambda_p(t) + K_m \Lambda_{mf}(t)). \quad (2.23)$$

Las dos igualdades anteriores representan la ecuación del error y el residuo en su forma más

simple, incluyendo términos de fallas y perturbaciones. Es decir se tiene un modelo paralelo del proceso, con retroalimentación del error y ganancia  $H$  que permite compensar diferencias provocadas por difentes condiciones iniciales y estabilizar el modelo si así se requiriera.

Las expresiones (2.22) y (2.23) son suficientes para detectar una falla si el error de estimación fuera cero, y además se conociera la proporción en que afectan las perturbaciones la magnitud del residuo. De esta forma al presentarse una falla el residuo modificaría su valor normal de operación. Desafortunadamente, un observador bajo esta filosofía es poco robusto debido a que no siempre se conoce el efecto de las incertidumbres y perturbaciones sobre el modelo. Además la ganancia  $H$ , como único parámetro de diseño es una limitante, debido a que únicamente tiene influencia sobre las perturbaciones y fallas en los sensores. Sin embargo, omitiendo las suposiciones anteriores (2.20) y (2.21) pueden escribirse como

$$\begin{aligned} \dot{e} = & ((F + HL_1)T - TA + GC + HL_2C)x(t) + GE_m\Lambda_p(t) + GK_m\Lambda_{mf}(t) \quad (2.24) \\ & + HL_2(E_m\Lambda_p(t) + K_m\Lambda_{mf}(t)) + (J_B - TB)u(t) - TK\Lambda_f(t) - TE\Lambda_p(t) \end{aligned}$$

$$r(t) = (L_1T + L_2C)x(t) + L_2(E_m\Lambda_p(t) + K_m\Lambda_{mf}(t)). \quad (2.25)$$

De las igualdades (2.24) y (2.25) se obtienen condiciones bajo las cuales es posible tener en el observador un error de estimación cero y estable (condiciones de Luenberger). Pero tambien es factible inferir los requisistos que se deben satisfacer para que el observador sea sensible a fallas e insensible a perturbaciones.

Condiciones de Luenberger

$$(F + HL_1)T - TA = -(G + HL_2)C \quad (2.26)$$

$$J_B = TB \quad (2.27)$$

$$\lambda(F + HL_1) \quad \text{estable.} \quad (2.28)$$

Condiciones de insensibilidad ante perturbaciones en los sensores

$$GE_m = 0 \quad (2.29)$$

$$L_2E_m = 0. \quad (2.30)$$

Condiciones de sensibilidad ante fallas en los sensores

$$GK_m \neq 0 \quad (2.31)$$

$$L_2K_{mi} \neq 0 \quad (2.32)$$

$$HL_2K_{mi} \neq 0. \quad (2.33)$$

Condición de insensibilidad ante perturbaciones en la planta

$$TE_i = 0. \quad (2.34)$$

Condición de sensibilidad ante fallas en la planta

$$TK_i \neq 0. \quad (2.35)$$

A diferencia de (2.20) y (2.21), las ecuaciones (2.24) y (2.25) permiten tener residuos sensibles a fallas e insensibles a perturbaciones, por lo que se le considera un esquema robusto. Para que esto suceda se deben de satisfacer las condiciones (2.26) a (2.35) con la libertad que permite la matriz de transformación  $T$ .

El desarrollo anterior puede mirarse desde el punto de vista de funciones de transferencia. Tomando en cuenta las ecuaciones (2.1), (2.2), (2.16) y (2.17) estas podrán expresarse en forma conjunta mediante el sistema aumentado

$$\begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{z}(t) \end{bmatrix} = \bar{A} \begin{bmatrix} x(t) \\ z(t) \end{bmatrix} + \bar{B} u(t) + K\bar{\Lambda}_f(t) + E\Lambda_p(t) + \bar{K}_m \Lambda_{mf}(t) + \bar{E}_m \Lambda_{mf}(t) \quad (2.36)$$

$$r(t) = \bar{C} \begin{bmatrix} x(t) \\ z(t) \end{bmatrix} + L_2 K_m \Lambda_{mf}(t) + L_2 E_m \Lambda_{mp}(t) \quad (2.37)$$

con

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ GC + HL_2C & F + HL_1 \end{bmatrix}; \bar{B} = \begin{bmatrix} B \\ J_B \end{bmatrix}; \bar{c} = \begin{bmatrix} L_2C & L_1 \end{bmatrix}$$

$$\bar{K} = \begin{bmatrix} K \\ 0 \end{bmatrix}; \bar{E} = \begin{bmatrix} E \\ 0 \end{bmatrix}; \bar{K}_m = \begin{bmatrix} 0 \\ GK_m + HL_2K_m \end{bmatrix}; \bar{E}_m = \begin{bmatrix} 0 \\ GE_m + HL_2E_m \end{bmatrix}.$$

Esta forma de representación permite visualizar en términos de la transformada de Laplace el residuo

$$r(s) = G_u u(s) + G_f \Lambda_f(s) + G_p \Lambda_p(s) + G_{mf} \Lambda_{mf}(s) + G_{mp} \Lambda_{mp}(s) \quad (2.38)$$

donde

$$G_u \triangleq \bar{c} (sI - \bar{A})^{-1} \bar{B} \quad (2.39)$$

$$G_f \triangleq \bar{c} (sI - \bar{A})^{-1} \bar{K} \quad (2.40)$$

$$G_p \triangleq \bar{c} (sI - \bar{A})^{-1} \bar{E} \quad (2.41)$$

$$G_{mf} \triangleq \bar{c} (sI - \bar{A})^{-1} \bar{K}_m \quad (2.42)$$

$$G_{mp} \triangleq \bar{c} (sI - \bar{A})^{-1} \bar{E}_m . \quad (2.43)$$

Si se desea que el residuo sea insensible a perturbaciones, las matrices de transferencia (2.39), (2.41) y (2.42) deben ser cero. Para ser sensible a fallas las ecuaciones (2.40) a (2.42) deben ser diferente de cero.

Para encontrar las matrices que cumplen los requerimientos (2.26) a (2.35) o en forma equivalente (2.39) a (2.43), existen diferentes procedimientos. Ejemplo de ello son los algoritmos desarrollados por Patton y Chen [R. Patton & J. Chen 1991] quienes emplean las formas canónicas de Kronecker. Wünnenberg [J. Wünnenberg 1990] aprovechan la libertad de elección de la matriz de realimentación  $H$  del observador, para asignar los polos de este. Gertler, [J. Gertler 1998] hace este mismo tratamiento pero en el dominio de la transformada de Laplace.

El párrafo anterior permite inferir que una de las tareas mas importantes para resolver el problema FDI, empleando observadores, es el ajuste de la matriz de transformación  $T$  en forma sistematizada. Además se busca que esta transformación conserve relación con el espacio de paridad. Esto hace posible establecer las condiciones necesarias de existencia del observador sensible a fallas y robusto ante perturbaciones. Si se satisfacen esas condiciones, los estimadores o filtros resuelven el problema de detección de fallas vía desacoplamiento de perturbaciones, por lo que el problema de selección de funciones de detección se vuelve sencillo.



## Capítulo 3

# Modelo Genérico de un Fluido en una Tubería

En este capítulo se desarrolla el modelo genérico de un fluido en una tubería con fugas, considerando como condiciones de frontera la conexión de un tanque en un extremo y una válvula en el otro. Adicionalmente, se presenta la versión lineal del modelo dinámico definido en condiciones de falla y las propiedades de la matriz dinámica del sistema.

### 3.1 Modelado

La obtención del modelo de la tubería se realiza empleando las ecuaciones de movimiento y balance de masas [M. H. Chaudry 1979] sobre un tramo de ducto como el mostrado en las Figuras 3.1 y 3.2 donde se suponen las siguientes condiciones de flujo.

- Flujo unidimensional
- Distribución uniforme de la velocidad en la sección
- Pérdida por fricción en flujo permanente igual que en el transitorio
- Temperatura constante del flujo a lo largo de la tubería
- Sección transversal constante
- La tubería esta colocada con una pendiente constante

Las variables involucradas en las Figura 3.1 y 3.2 son

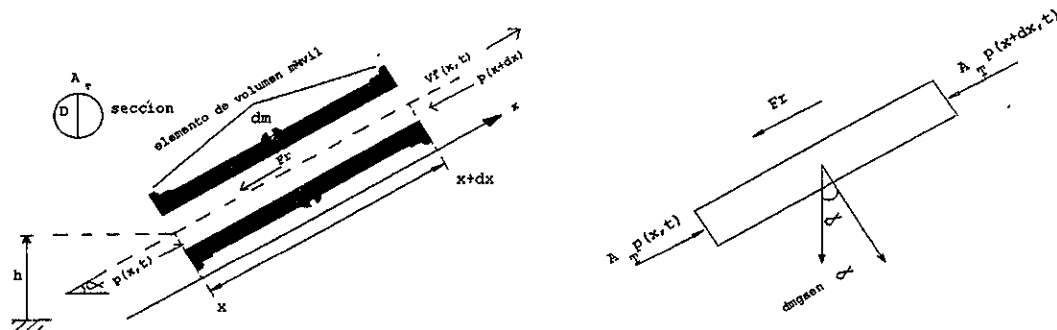


Figura 3-1: Esquema y diagrama de cuerpo libre de un segmento de tubería

$A_T$	área de la tubería	$[m^2]$
$b$	velocidad de la onda de choque	$[\frac{m}{s}]$
$D$	diámetro del ducto	$[m]$
$dm$	diferencial de masa	$[kg]$
$F_r$	fuerza de fricción en las paredes del ducto	$[N]$
$F$	fuerza debida a la presión	$[N]$
$f$	fuerza de fricción	[a dimensional]
$g$	aceleración de la gravedad	$[\frac{m}{s^2}]$
$H$	altura de la columna de presión	$[m]$
$h$	cota de la altura sobre el nivel de referencia	$[m]$
$mg$	peso del elemento del fluido	$[N]$
$Q$	gasto	$[\frac{m^3}{s}]$
$v_f(x, t)$	velocidad del fluido	$[\frac{m}{s}]$
$v_r$	volumen	$[m^3]$
$x$	dirección del flujo	$[m]$
$\alpha$	ángulo de inclinación del ducto	$^\circ$
$\varphi_1, \varphi_2$	flujo másico	$[\frac{kg}{s}]$
$\gamma$	peso específico	$[\frac{kg}{m^2 s^2}]$
$\rho(x, t)$	densidad del fluido	$[\frac{kg}{m^3}]$

### 3.1.1 Ecuación de Movimiento

Con base en la figura 3.1 el balance de fuerzas en dirección del movimiento es

$$F_1 - (A_T p(x, t) - A_T p(x + dx, t)) - F_r = dm g \operatorname{sen} \alpha \quad (3.1)$$

donde la fuerza de fricción  $F_r$  que ejercen las paredes del ducto sobre el fluido está definido por la expresión de D'Arcy-Weisbach [M. H. Chaudry 1979].

$$F_r = \frac{\gamma f v_f^2 D \pi dx}{8g} \quad (3.2)$$

Auxiliándose de la información anterior se obtiene la ecuación de movimiento en estado transitorio

$$dm \frac{dv_f(x, t)}{dt} = (A_T p(x, t) - A_T p(x + dx, t)) + dm g \operatorname{sen} \alpha - \rho(x, t) \frac{f D \pi}{8} v_f(x, t) |v_f(x, t)| dx. \quad (3.3)$$

Considerando que la derivada total se puede expresar como

$$\frac{dv_f(x, t)}{dt} = \frac{\partial v_f(x, t)}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial v_f(x, t)}{\partial t} \quad (3.4)$$

teniendo en cuenta que

$$p(x, t) - p(x + dx, t) = -\frac{\partial p(x, t)}{\partial x} dx \quad (3.5)$$

así como la definición de flujo volumétrico dada por  $Q = v_f(x, t) A_T$ ; definiendo el coeficiente  $\mu \triangleq \frac{f}{2DA}$ , y además  $dm = A_T \rho(x, t) dx$ ;  $v_f = \frac{dx}{dt}$  entonces la ecuación (3.3) puede escribirse como

$$\frac{\partial Q(x, t)}{\partial t} + \frac{Q(x, t)}{A_T} \frac{\partial Q(x, t)}{\partial x} + \frac{A_T}{\rho(x, t)} \frac{\partial p(x, t)}{\partial x} - A_T g \operatorname{sen} \alpha + \mu Q(x, t) |Q(x, t)| = 0. \quad (3.6)$$

Tomando en cuenta la carga piezométrica como el producto de funciones

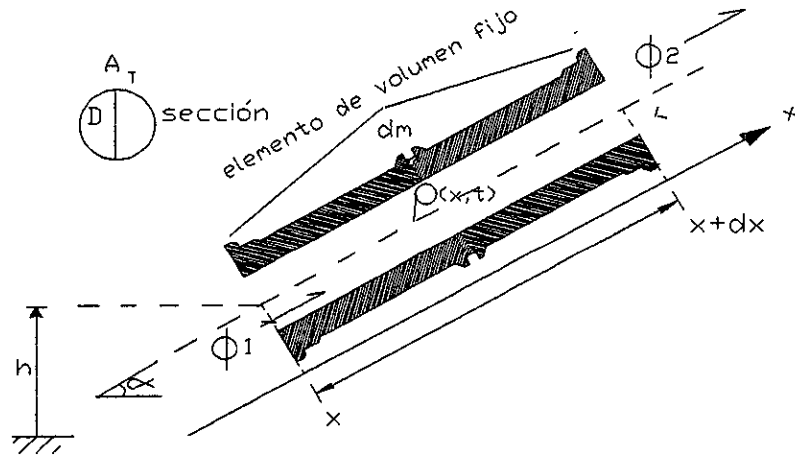


Figura 3-2: Ecuación de continuidad

$$p(x, t) = g\rho(x, t)H(x, t) \quad (3.7)$$

la igualdad (3.6) puede escribirse como

$$\frac{\partial Q(x, t)}{\partial t} + \frac{Q(x, t)}{A_T} \frac{\partial Q(x, t)}{\partial x} + \frac{gA_T}{\rho(x, t)} \left( H(x, t) \frac{\partial \rho(x, t)}{\partial x} + \rho(x, t) \frac{\partial H(x, t)}{\partial x} \right) - A_T g \sin \alpha + \mu Q(x, t) |Q(x, t)| = 0. \quad (3.8)$$

### 3.1.2 Ecuación de Continuidad

Aplicando la ley de la conservación de la masa [M. H. Chaudry 1979] al segmento de tubería ilustrado en la Figura 3.2 se tiene

$$\frac{d}{dt}(dm) = \varphi_1 - \varphi_2 \quad (3.9)$$

donde, el flujo másico puede expresarse como

$$\varphi_1 = Q(x, t)\rho(x, t) \quad (3.10)$$

$$\varphi_2 = Q(x + dx, t)\rho(x + dx, t). \quad (3.11)$$

Al aplicarse un volumen de control fijo la densidad no varía en el segmento  $dx$ . Entonces la diferencia de flujos es

$$\varphi_1 - \varphi_2 = (Q(x, t) - Q(x + dx, t))\rho(x, t) = -\rho(x, t)\frac{\partial Q(x, t)}{\partial x}dx. \quad (3.12)$$

Sustituyendo (3.12) en (3.9) con la diferencial de masa  $dm = A_T\rho(x, t)dx$  se obtiene la ecuación de continuidad

$$A_T\frac{d\rho(x, t)}{dt}dx = -\rho(x, t)\frac{\partial Q(x, t)}{\partial x}dx \quad (3.13)$$

donde

$$\frac{d\rho(x, t)}{dt} = \frac{\partial\rho(x, t)}{\partial x}\frac{dx}{dt} + \frac{\partial\rho(x, t)}{\partial t} \quad (3.14)$$

con el término  $\frac{dx}{dt} = 0$  por ser un elemento de volumen fijo.

Cosiderando (3.14) la ecuación de continuidad (3.13) puede escribirse

$$A_T\frac{\partial\rho(x, t)}{\partial t} + \rho(x, t)\frac{\partial Q(x, t)}{\partial x} = 0. \quad (3.15)$$

### 3.1.3 Ecuación Constitutiva

En la ecuación de balance (3.8) y la ecuación de continuidad (3.15) se observa la existencia de tres funciones desconocidas  $H(x, t)$ ,  $Q(x, t)$  y  $\rho(x, t)$ . Para determinar estas funciones es necesario contar con una relación extra. Esta relación es conocida como Ecuación Constitutiva del Fluido.

En general existe una relación entre la presión y densidad

$$p(x, t) = \bar{f}(\rho) \quad (3.16)$$

la cual puede aproximarse mediante series de Taylor como

$$\bar{f}(\rho) = \bar{f}(\rho_o) + \frac{\partial \bar{f}(\rho_o)}{\partial \rho} \rho_o \frac{(\rho - \rho_o)}{\rho_o} + \dots \quad (3.17)$$

o de manera equivalente

$$p = p_o + k \frac{(\rho - \rho_o)}{\rho_o} \quad (3.18)$$

$$k \triangleq \frac{\partial p(\rho_o)}{\partial \rho} \rho_o. \quad (3.19)$$

La ecuación (3.19) es la ecuación constitutiva del fluido y representa el módulo de compresibilidad volumétrica. El coeficiente  $\rho_o$  es una densidad de referencia a partir de las cuales se consideran las variaciones de  $\rho$ .

### 3.1.4 Modelo del Fluido en la Tubería

A partir de la ecuación de movimiento (3.8), la ecuación de continuidad (3.15) y la ecuación constitutiva (3.19) es posible obtener el sistema determinado que describe el comportamiento del fluido.

Considerando la función  $\bar{f}(\rho)$  como la carga piezométrica

$$p = \bar{f}(\rho) = g\rho(x, t)H(x, t) \quad (3.20)$$

definiendo

$$f(\rho) = \frac{\bar{f}(\rho)}{\rho} = gH(x, t) \quad (3.21)$$

derivando respecto a  $x$  (3.21)

$$\frac{\partial H(x, t)}{\partial x} = \frac{1}{g} \frac{\partial f(\rho)}{\partial \rho} \frac{\partial \rho(x, t)}{\partial x} \quad (3.22)$$

$$\frac{\partial \rho(x, t)}{\partial x} = \frac{g}{\frac{\partial f(\rho)}{\partial \rho}} \frac{\partial H(x, t)}{\partial x} \quad (3.23)$$

de manera semejante derivando con respecto al tiempo (3.21) y despejando la variación de la densidad se obtiene

$$\frac{\partial \rho(x, t)}{\partial t} = \frac{g}{\frac{\partial f(\rho)}{\partial \rho}} \frac{\partial H(x, t)}{\partial t} \quad (3.24)$$

de acuerdo a (3.21)

$$\frac{\partial f(\rho)}{\partial \rho} = \frac{\partial \bar{f}(\rho)}{\partial \rho} = \frac{\rho \frac{\partial \bar{f}(\rho)}{\partial \rho} - \bar{f}(\rho) \frac{\partial \rho}{\partial \rho}}{\rho^2} \quad (3.25)$$

Tomando en cuenta que en el punto de operación el término

$$\frac{\partial f(\rho_o)}{\partial \rho} = 0 \quad (3.26)$$

entonces por medio de la ecuación (3.25) podemos definir la velocidad de la onda de choque en un punto de operación como:

$$b^2 = \frac{\partial \bar{f}(\rho_o)}{\partial \rho} \quad (3.27)$$

Sustituyendo (3.27) en (3.23) y esta en (3.8) se obtiene la ecuación de balance de fuerzas

$$\frac{\partial Q(x, t)}{\partial t} + \frac{Q(x, t)}{A_T} \frac{\partial Q(x, t)}{\partial x} + \frac{g A_T}{\rho(x, t)} \frac{\partial H(x, t)}{\partial x} \left( \frac{g}{b^2} + \rho(x, t) \right) - A_T g \operatorname{sen} \alpha + \mu Q(x, t) |Q(x, t)| = 0 \quad (3.28)$$

de manera semejante al combinar (3.27) en (3.24) y su vez en (3.15) se llega a la ecuación de balance de masas

$$b^2 \frac{\partial Q}{\partial x} + g A_T \frac{\partial H}{\partial t} = 0 \quad (3.29)$$

Las ecuaciones (3.28) y (3.29) describen completamente el comportamiento del fluido en la tubería.

### 3.1.5 Simplificaciones al Modelo

Las ecuaciones (3.28) y (3.29) describen el comportamiento de la tubería en general, sin embargo es factible hacer ciertas simplificaciones.

En la ecuación (3.28) es posible despreciar el factor  $\frac{Q}{b^2}$ , ya que siempre este será mucho menor a la unidad (alrededor de un cienmilésimo) si se consideran velocidades de la onda de choque de 1000m/s.

La segunda simplificación se hará también en la ecuación de movimiento al suponer

$$\frac{Q(x,t)}{A_T} \frac{\partial Q(x,t)}{\partial x} \ll \frac{\partial Q(x,t)}{\partial t} \quad (3.30)$$

La justificación formal de esta hipótesis se encuentra desarrollada en [R. Guarga 1985]. Tiene como significado físico el predominio en un solo sentido de la onda del fluido.

Finalmente existe una última consideración al suponer la tubería horizontal, por lo que el ángulo  $\alpha$  es cero.

Las hipótesis anteriores permiten finalmente escribir el modelo como:

$$\frac{\partial Q(x,t)}{\partial t} + gA_T \frac{\partial H(x,t)}{\partial x} + \mu Q(x,t) |Q(x,t)| = 0 \quad (3.31)$$

$$gA_T \frac{\partial H(x,t)}{\partial t} + b^2 \frac{\partial Q(x,t)}{\partial x} = 0 \quad (3.32)$$

Hay que recordar que las ecuaciones (3.31) describen únicamente variaciones alrededor del punto de referencia  $H_o$  de acuerdo a lo desarrollado en la Sección 3.1.3.

### 3.1.6 Condiciones de Frontera

El conjunto de ecuaciones (3.31) y (3.32) describe parcialmente el comportamiento del fluido dentro de una tubería, faltando las condiciones de frontera del sistema. Es decir, el sistema quedará caracterizado cuando se considere el tipo de componente conectado en los extremos del ducto, tales como bombas, válvulas, tanques, compresores, etc.

En particular para el desarrollo de este modelo se consideran como condiciones de frontera un tanque de altura constante  $H_r$  aguas arriba de la tubería y aguas abajo una válvula que



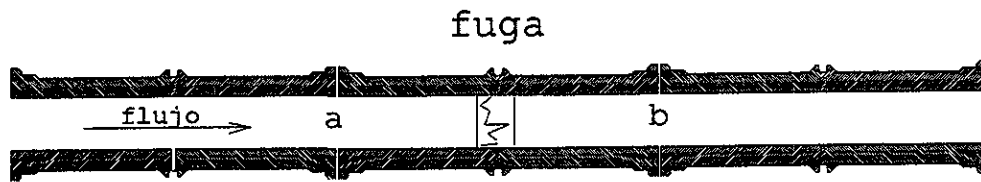


Figura 3-3: Condiciones de frontera en presencia de una falla

determina la salida del ducto mediante la siguiente relación:

$$Q = \bar{\tau} \sqrt{H}. \quad (3.33)$$

Adicionalmente, al presentarse una fuga en el punto  $x_f$  de la tubería se produce una discontinuidad. Así el flujo de fuga está dado por [M. Zhidkova 1973]:

$$Q^f|_{x_f} = \lambda \sqrt{H}|_{x_f} \quad (3.34)$$

donde el parámetro  $\lambda$  depende del tamaño del orificio. El modelo del ducto en esta situación debe ser considerado dos secciones de tubo que tienen como condición de frontera entre ellos

$$Q^b|_{x_f} = Q^a|_{x_f} + Q^f|_{x_f} \quad (3.35)$$

donde  $a$  y  $b$  son los puntos antes y después de la fuga respectivamente

### 3.2 Acondicionamiento del Modelo para Detección de Fallas

El grupo de ecuaciones (3.31) y (3.32) describe el comportamiento del fluido dentro de una tubería a través de coordenadas espaciales y temporales. El análisis y manejo de este tipo de sistemas no es simple además, esta fuera del interés del problema de detección de fugas el tener un modelo exacto del comportamiento del fluido en la tubería, lo que se busca es encontrar relaciones simples con redundancia que permitan localizar la presencia de fugas.

Por lo tanto, se propone discretizar espacialmente la tubería en  $n$  segmentos obteniendo así una representación en variables de estado la cual permite considerar una fuga entre cada

segmento.

Si la tubería de longitud  $l$  se discretiza en  $n$  secciones de tamaño  $\Delta x$  en donde se considera la presencia de una fuga entre cada sección, como se muestra en la Figura 3.4

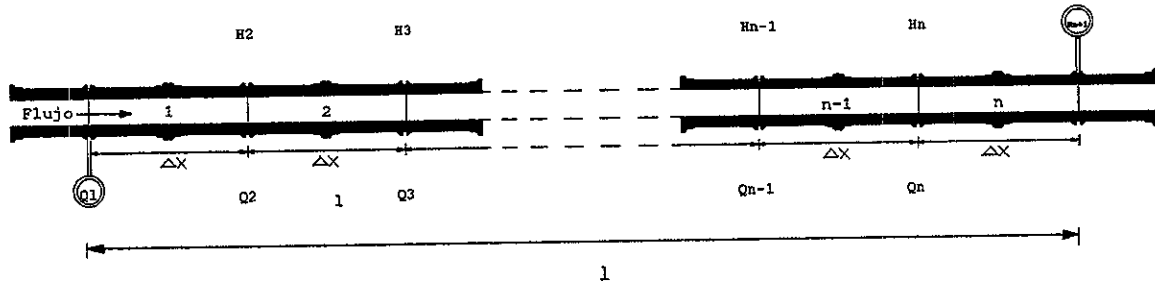


Figura 3-4: Discretización de una tubería en  $n$  segmentos

y se aproximan las derivadas parciales con respecto a  $x$  en las ecuaciones (3.31) y (3.32) por

$$\frac{\partial H}{\partial x} = \frac{H_{i+1} - H_i}{\Delta x} \quad (3.36)$$

y

$$\frac{\partial Q}{\partial x} = \frac{Q_i - Q_{i-1}}{\Delta x} \quad (3.37)$$

el modelo de la tubería (3.31) y (3.32) se transforma en el siguiente conjunto de  $n$  ecuaciones dinámicas acopladas.

$$\frac{dQ_i}{dt} = a_1(H_i - H_{i+1}) - \mu Q_i |Q_i| \quad \text{para } i = 1 \dots n \quad (3.38)$$

$$\frac{dH_i}{dt} = a_2(Q_i - Q_{i-1}) + a_2 \lambda \sqrt{H_i} \quad \text{para } i = 1 \dots n \quad (3.39)$$

con  $a_1 = \frac{gA_T}{\Delta x}$  y  $a_2 = \frac{b^2}{gA_T \Delta x}$ , así como las condiciones de frontera  $H_1 = H_r$  y  $Q_i = \bar{\tau} \sqrt{H_i}$

### 3.2.1 Modelo de la Tubería en Condiciones de Falla

Con objeto de darle una forma compacta al modelo del fluido y que éste pueda manejarse fácilmente en el contexto de los sistemas dinámicos, se propone escribirlo como

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu_1(t) + B(x(t))u_2(t) + \mu nl(x(t)) - a2nlf(x(t), \Lambda) \quad (3.40)$$

con la matriz

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -a1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ a2 & 0 & -a2 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & a1 & 0 & -a1 & \ddots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \ddots & & -a2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \ddots & 0 & -a1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & a2 & 0 \end{bmatrix} \in \mathfrak{R}^{2n \times 2n} \quad (3.41)$$

el vector de estados

$$x(t) = \left[ Q_1 \ H_2 \ Q_2 \ H_3 \ \cdots \ Q_n \ H_{n+1} \right]^T \in \mathfrak{R}^{2n+1} \quad (3.42)$$

la presión del tanque como entrada al modelo

$$u_1(t) = [H_r] \quad (3.43)$$

la apertura de la válvula como entrada al modelo

$$u_2(t) = [\bar{\tau}] \quad (3.44)$$

el vector de fugas

$$\Lambda = \left[ \lambda_1 \ \lambda_2 \ \cdots \ \lambda_{n-1} \right] \in \mathfrak{R}^{n-1} \quad (3.45)$$

el vector de distribución de entradas lineal

$$B = \begin{bmatrix} a_1 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \in \mathfrak{R}^{2n+1} \quad (3.46)$$

el vector de distribución de entradas no lineal

$$B(x(t)) = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ -a_2\sqrt{x_{2n}} \end{bmatrix} \in \mathfrak{R}^{2n+1} \quad (3.47)$$

el vector de términos no lineales

$$nl(x(t)) = \begin{bmatrix} x_1(t) |x_1(t)| & 0 & \cdots & x(t)_{2n-1} |x(t)_{2n-1}| & 0 \end{bmatrix}^T \in \mathfrak{R}^{2n+1} \quad (3.48)$$

y la matriz no lineal de distribución de fugas

$$nlf(x(t), \Lambda) = \begin{bmatrix} 0 & \lambda_1\sqrt{x_2(t)} & 0 & \lambda_2\sqrt{x_4(t)} & \cdots & 0 & 0 \end{bmatrix}^T \in \mathfrak{R}^{2n+1} \quad (3.49)$$

Si únicamente se mide el flujo a la entrada y la presión en el extremo final de la tubería, la ecuación de salida se puede escribir como

$$y = Cx(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 \end{bmatrix} x(t) \in \mathfrak{R}^{2+2n} \quad (3.50)$$

Esta reducción permite usar como las relaciones básicas del método de detección de fugas a las ecuaciones (3.40) y (3.50).

**Observación .1.** Nótese de (3.40) que las fugas formalmente deben verse como incertidumbres multiplicativas en el modelo dinámico no lineal.

### 3.2.2 Validación del Modelo del Fluido en la Tubería

Una vez que se ha desarrollado el modelo del fluido en la tubería, es necesario saber la validez de este. Para lograrlo se realizó una comparación entre datos reales obtenidos de la tubería piloto del laboratorio de Hidromecánica y simulados. Todo ello bajo condiciones de fuga.

Los parámetros empleados en el modelo son los provenientes de la tubería piloto, considerando la tubería recta equivalente y siete tramos (ver apéndice).

El simulador se alimentó con datos de presión a la entrada de la tubería y el gasto en el extremo final de ésta.

Se provocó una fuga del 2.5% del gasto nominal alrededor de 90 s después de iniciado el experimento. Las variables registradas fueron presión y gasto, tanto a la entrada como a la salida, con una frecuencia de 0.5 Hz.

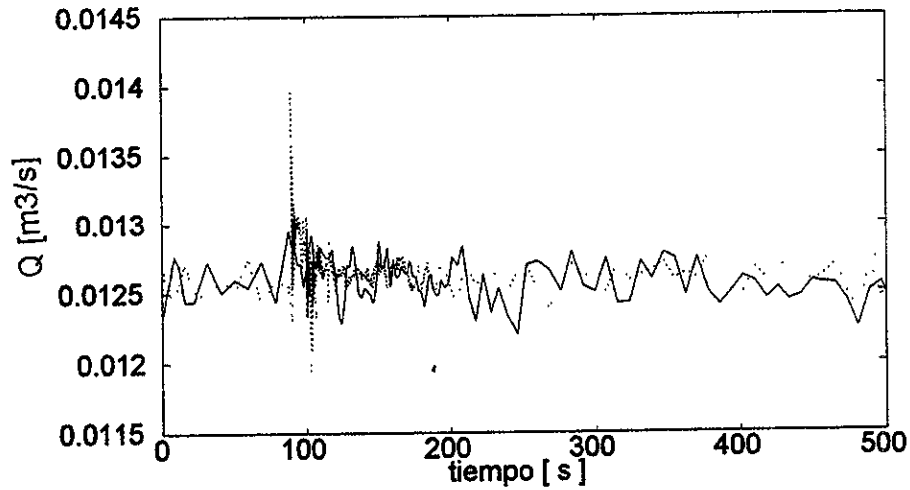


Figura 3-5: Gasto medido y simulado

Para validar el modelo se compararon datos de presión a la salida  $H_i$  y gasto a la entrada  $Q_o$  generados en el simulador con mediciones reales, se observó que el comportamiento dinámico entre los datos simulados (puntos) y reales (línea continua) son muy similares, aunque hay un pequeño defasamiento en el gasto, tal como lo muestran las Figuras 3.5 y 3.6.

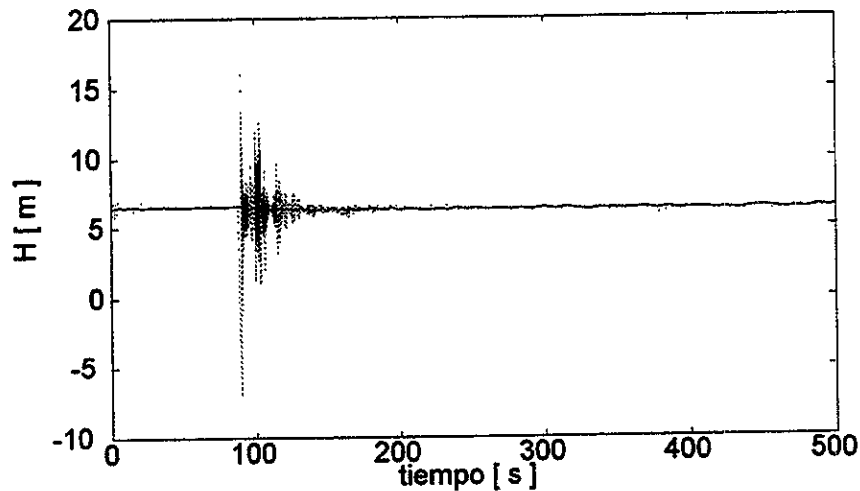


Figura 3-6: Presión medida y simulada

La Figura 3.7 ilustra el porcentaje de la diferencia entre los datos reales y simulados, observándose que conforme el transitorio provocado por la fuga pasa la diferencia tiende a cero.

Sin embargo, al inicio de la falla tanto el gasto tienen picos de porcentaje considerable con respecto al valor real. Esto se debe a las aproximaciones del modelo recto equivalente de la tubería. A pesar de esto pasado el primer instante, se considera satisfactorio el modelo del fluido en la tubería.

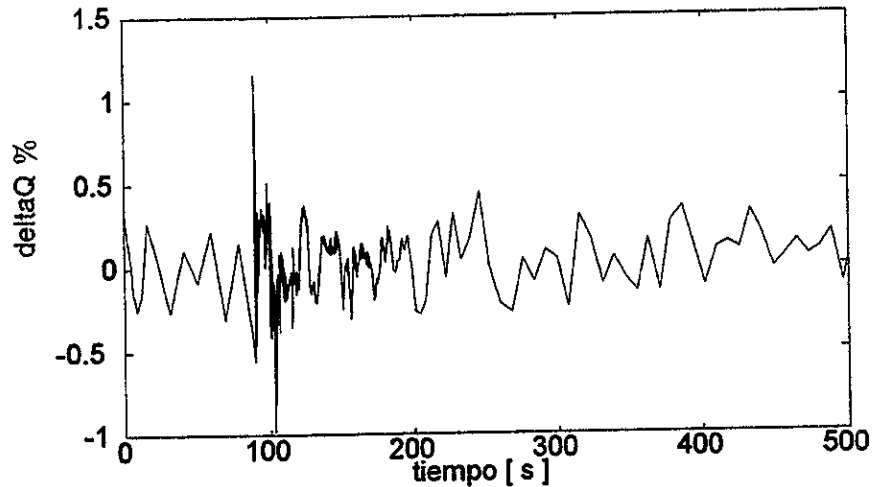


Figura 3-7: Porcentaje de la diferencia entre el gasto medido y simulado

### 3.3 Linealización del Modelo de la Tubería

La metodología de diseño que se desea analizar y validar para detección de fallas se apoya básicamente en herramientas de la teoría de sistemas lineales, por lo cual se propone realizar una linealización alrededor de un punto de operación del modelo que describe el comportamiento del fluido dentro de la tubería.

El punto de operación del modelo queda determinado a partir de los puntos de equilibrio de las ecuaciones (3.38) y (3.39) suponiendo que no existe falla.

El gasto en el punto de operación de acuerdo a la ecuación (3.38) con  $a_1 = \frac{gAr}{l_T}$  como

$$Q_o = \sqrt{\frac{a_1}{\mu} (H_{tanque} - H_i)} \quad (3.51)$$

y las presiones en cada uno de los segmentos de la tubería

$$H_{o(i+1)} = H_{o(i)} - \frac{\mu}{a_1} Q_o |Q_o| \quad (3.52)$$

Si se considera el vector de fugas  $\Lambda$  como las fallas que van a ser detectadas en el modelo (3.39) en un punto de operación  $(x_o, u_o)$ , las variaciones del sistema alrededor de este punto de operación pueden expresarse por

$$\begin{aligned} \dot{x} &= A_o x(t) + B u_1(t) + B_o u_2(t) + a^* K \Lambda(t) \\ y &= C x(t) \end{aligned} \quad (3.53)$$

con

$$B_o = B(x(t))_o$$

$$B = \begin{bmatrix} a_1 & \cdots & 0 \end{bmatrix}.$$

De manera compacta

$$A_o = \left[ A + \text{diag}(\bar{\mu} x_1(t), 0, \bar{\mu} x_3(t), \dots, 0, \bar{\mu} x(t)_{(2n-1)}, a_v) \right]_o, \text{ o en forma extendida}$$

$$A_o = \begin{bmatrix} \bar{\mu} & -a_1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ a_2 & 0 & -a_2 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & a_1 & \bar{\mu} & -a_1 & \ddots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \ddots & & -a_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \ddots & \bar{\mu} & -a_1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & a_2 & a_v \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{2n+2n} \quad (3.54)$$

con  $\bar{\mu} = -2\mu$ ,  $a^* = -a_2/2$ ,  $a_v = \frac{\alpha^* \bar{\tau}}{\sqrt{x_{2n}}}$  |<sub>o</sub>. El vector de fugas linealizado

$$K = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 \\ \frac{1}{\sqrt{x_2(t)}} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{x_4(t)}} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \frac{1}{\sqrt{x_{2n-2}(t)}} \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}_0 \in \mathfrak{R}^{2n \times l} \quad (3.55)$$

y matriz de mediciones

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 1 \end{bmatrix} \in \mathfrak{R}^{2 \times 2n} \quad (3.56)$$

De las ecuaciones (3.54),(3.55) y (3.56) se observa que:

- a) La matriz  $A_0$  es una matriz cuya diagonal principal, y diagonales contiguas no son nulas.
- b) Únicamente se tiene como medición gasto a la entrada y presión a la salida.
- c) Las fallas afectan directamente los estados que representan las presiones.
- d) El último estado del sistema no depende del vector  $\Lambda(t)$  debido a que en el extremo de la tubería la condición de frontera está dada por la válvula y por tanto no existen fugas en dicho tramo.

### 3.4 Observabilidad

Como se mencionó en el Capítulo 3, una propiedad esencial para poder aislar o separar fallas es la redundancia analítica de las variables medidas.

Adicionalmente es necesario que los estados afectados por las fallas sean observables. En particular para el caso de las fugas en la tubería la estructura de las matrices  $A_0$  y  $C$  permiten asegurar que independientemente del número de secciones  $n$  en que se encuentre dividida la tubería, el vector de estados linealizado es observable si se mide el gasto en la entrada, o la presión al final del ducto. Por lo tanto, dado que las columnas de la matriz  $K$  son diferentes



de cero se puede decir que las fallas se reflejan en las salidas.

La observabilidad de estado se puede garantizar ya que la matriz

$$\Theta = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ \vdots \\ CA^{(2n-1)} \end{bmatrix} \quad (3.57)$$

posee  $2n - 1$  filas linealmente independientes. Esta afirmación se obtuvo tomando en cuenta las propiedades siguientes de la matriz  $A_0$ .

P.1.  $a_1 \neq 0$ ,  $a_2 \neq 0$ , y  $\bar{\mu} \neq 0$  para cualquier punto de operación.

P.2. La primera fila de  $A_0$ ,  $r^1(A_0)$ , satisface

$$r_j^1 \begin{cases} = 0 & \text{para } j > 2 \\ \neq 0 & \text{para } j = 2 \\ * & \text{para } j < 2. \end{cases} \quad (3.58)$$

donde \* significa elemento desconocido

P.3. La tercer columna de  $A_0$ ,  $C^3$  satisface

$$r_j^3 \begin{cases} = 0 & \text{para } j < 2 \\ \neq 0 & \text{para } j = 2 \\ * & \text{para } j > 2. \end{cases} \quad (3.59)$$

Entonces, el primer vector renglón de  $A_0^2$ , satisface

$$r_j^1 \begin{cases} = 0 & \text{para } j > 3 \\ \neq 0 & \text{para } j = 3 \\ * & \text{para } j < 3. \end{cases} \quad (3.60)$$

Por lo tanto, dado que  $A_0^3 = A_0^2 A_0$  y  $A_0^2$  satisface la proposición 4 o equivalentemente P.2 con  $j = 3$ , el primer vector renglón de  $A_0^3$  cumple con la proposición 4 cuando  $j = 4$ . Este

procedimiento puede aplicarse recursivamente para obtener todas las primeras filas de la matriz  $A_0^k$  para  $k = 0 \dots 2n-1$  y así construir la matriz de observabilidad cuando se considera la primera salida obteniéndose

$$\Theta = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & \dots & 0 \\ r^1 & (A_0) & & & \\ r^1 & (A_0)^2 & & & \\ & \vdots & & & \\ r^1 & (A_0)^{2n-1} & & & \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} NC & 0 & \dots & 0 & 0 \\ * & NC & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ * & * & \dots & NC & 0 \\ * & * & \dots & * & NC \end{bmatrix} \quad (3.61)$$

con  $NC$  un elemento diferente de cero. Es claro que esta matriz es de rango completo y por tanto el sistema es observable con la primera salida.

Dada la estructura de la matriz  $A_0$  y  $C$ , se puede demostrar en forma análoga que la matriz de observabilidad para la segunda salida se reduce a

$$\Theta = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & \dots & 0 \\ r^{(2n-2)} & (A_0) & & & \\ r^{(2n-2)} & (A_0)^2 & & & \\ & \vdots & & & \\ r^{(2n-2)} & (A_0)^{2n-1} & & & \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 & NC \\ 0 & 0 & \dots & NC & * \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & NC & \dots & * & * \\ NC & * & \dots & * & * \end{bmatrix} \quad (3.62)$$

y por tanto ésta también es de rango completo. Obviamente la observabilidad se mantiene cuando se tienen ambas salidas, y resulta así una redundancia desde el punto de vista dinámico cuando se emplean los dos sensores.

## Capítulo 4

# Aplicación del Espacio de Paridad al PDLFT

### 4.1 Introducción

Como se mencionó en el Capítulo 2, el problema de *FDI* se puede reducir a un problema de robustez y sensibilidad del sistema ante fallas o entradas desconocidas. El método propuesto en este capítulo se apoya en las relaciones de paridad del modelo de la tubería para lograr la robustez y sensibilidad buscada. Se propone un procedimiento para satisfacer al menos las condiciones de distinguibilidad de dos conjuntos de fallas, lo cual es equivalente a encontrar la matriz de transformación que separa al sistema en un subespacio sensible a ciertas fugas y robusto a otras. Este subespacio permite diseñar un observador o estimador (*Kalman – Bucy*) sensible a dichas fugas, el cual tiene un error o residuo diferente de cero ante ellas.

Esta propuesta tiene la particularidad de separar el problema de desacoplamiento de perturbaciones y diseño del filtro en dos tareas independientes, a diferencia de la filosofía de otros autores en que integran ambas tareas en una sola [J. Wünnenberg 1990].

### 4.2 Detectabilidad de Fallas

Dado que no hay perturbaciones en las ecuaciones de paridad, que el sistema es observable, y que las fugas afectan directamente al menos un estado, se puede demostrar que existe un vector

$V^T$  que satisface (2.9) y (2.10) lo cual quiere decir que las fugas son detectables.

Sin embargo en este trabajo, se desea no solo detectar las fugas, sino también localizar la ubicación de éstas. Para conocer sí es posible aislarlas se propone tratar a cada una de ellas como una falla y el resto como perturbaciones en (2.3). Es decir se redefine el vector de fugas en (3.53) como  $\Lambda_f = \lambda_i$  y  $\Lambda_p = \begin{bmatrix} \lambda_1 & \cdots & \lambda_{i-1} & \lambda_{i+1} & \cdots & \lambda_{n-1} \end{bmatrix}$  para el sistema.

$$\begin{aligned} \dot{x} &= A_o x(t) + B u_1(t) + B_o u_2(t) + a^* K_i \lambda_i(t) + a^* E_i \Lambda_p(t) \\ y &= C x(t) \end{aligned} \quad (4.1)$$

con:

$$A_o = \left[ A + \text{diag}(\bar{\mu} x_1(t), 0, \bar{\mu} x_3(t), \dots, 0, \bar{\mu} x_{(2n-1)}(t), a_v) \right]_0$$

$$B_o = B(x(t))_0$$

$$B = \begin{bmatrix} a_1 & \cdots & 0 \end{bmatrix}^T$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 \end{bmatrix} \in \mathfrak{R}^{2 \times 2n}$$

$$K_i = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \frac{1}{\sqrt{x_2(t)}} & \cdots & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}_0^T \in \mathfrak{R}^{2n} \quad (4.2)$$

$$E_i = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \frac{1}{\sqrt{x_2(t)}} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{x_4(t)}} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \frac{1}{\sqrt{x_{2n-2}(t)}} \\ 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix}_0 \in \mathfrak{R}^{2n \times n-2} \quad (4.3)$$

para  $i = 1 \dots n - 1$ , con  $\bar{\mu} = -2\mu$ ,  $a^* = -a_2/2$ ,  $a_v = \frac{\alpha^* \tau}{\sqrt{x_{2n}}}$   $\Big|_0$ .

Al aplicar este nuevo planteamiento con los valores de los parámetros de la tubería se encontró que sólo se pueden separar dos fugas. Es decir no existe un vector  $V^T$  que cumpla (2.8), (2.9) y (2.10) para  $n$  mayor que tres.

Por otro lado, de manera independiente a las relaciones de paridad, *White* y *Speyer* [J. White & J. Speyer 1987] demostraron que la condición de separabilidad de fallas al considerar un filtro detector se podía reducir a verificar que la relación

$$\text{rango} \left[ CA^{\delta_i} K_i \quad CA^{\varepsilon_i} E_i \right] = n - 1 \quad (4.4)$$

se satisficiera para el sistema (4.1) donde  $\delta_i$  y  $\varepsilon_i$  son los enteros más pequeños, tales que  $CA^{\delta_i} K_i \neq 0$  y  $CA^{\varepsilon_i} E_i \neq 0$  respectivamente. Nuevamente al calcular con los parámetros de la tubería el lado izquierdo de (4.4) se confirmó que sólo ésta ecuación se satisface para  $n = 3$  y por tanto solo se pueden aislar dos fugas.

En el contexto de observadores esta limitación se obtiene fácilmente al aplicar el siguiente teorema demostrado en [C. Fang & W. Ge 1988].

#### *Teorema*

Sea un sistema lineal con  $m$  mediciones independientes, entonces existe un observador que es robusto a  $m - 1$  fallas y sensible al resto.

Como sólo se tienen dos mediciones independientes en el sistema (4.1), únicamente es posible diseñar un observador robusto a una fuga y sensible a la otra. Lo anterior quiere decir que sólo se pueden aislar una fuga con un observador.

### **4.3 Formulación del Problema de Detección de Fugas Múltiples**

De acuerdo al análisis presentado en la Sección 4.2 para el sistema (4.1) solamente pueden aislarse 2 fugas. Sin embargo, si se considera la posibilidad de diseñar un banco de observadores en donde cada uno de estos debe ser robusto a una fuga y sensible al resto, junto con una lógica apropiada que evalúe los residuos de los observadores para aislar de estos cada una de las fugas, se puede atacar el problema de fugas múltiples en el ducto sin necesidad de incrementar los sensores. Cabe hacer notar que este planteamiento es completamente contrario al uso tradicionalmente para resolver el problema *FDI*. En términos del modelo matemático del

sistema, lo anterior quiere decir que se deben permutar las perturbaciones y las fugas en (4.1) y resolver  $n - 1$  problemas de *FDI* de manera independiente.

### 4.3.1 Planteamiento

Sean los sistemas modificados para  $i = 1 \dots n - 1$

$$\begin{aligned} \dot{x} &= A_o x(t) + B u_1(t) + B_o u_2(t) + E_i \lambda_i(t) + K_i \Lambda_{f_i}(t) \\ y &= C x(t) \end{aligned} \quad (4.5)$$

con  $\lambda_i$  la perturbación, el vector de fugas  $\Lambda_{f_i} = \begin{bmatrix} \lambda_1 & \dots & \lambda_{i-1} & \lambda_{i+1} & \dots & \lambda_{n-1} \end{bmatrix}$  y las matrices

$$E_i = a^* \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{\sqrt{x_{i2}(t)}} & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}_0^T \in \mathfrak{R}^{2n} \quad (4.6)$$

$$K_i = a^* \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 \\ \frac{1}{\sqrt{x_{i2}(t)}} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{x_{i4}(t)}} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \frac{1}{\sqrt{x_{i2n-2}(t)}} \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}_0 \in \mathfrak{R}^{2n \times n-1}$$

entonces se requiere diseñar  $n - 1$  observadores para el modelo (4.5), los cuales deben ser robustos a  $\lambda_i$  y sensibles al vector  $\Lambda_{f_i}$  en cada caso.

En términos de los residuos  $r_i(t) \in \mathfrak{R}^{n-1}$  implica que los observadores deben cumplir las siguientes condiciones para el problema transformado:

- 1) Si el vector de fugas  $\Lambda_{f_i}$  es cero, independientemente de  $\lambda_i$ , las componentes de todos

los residuos  $r_i(t)$  deben tender asintóticamente a cero.

2) Si  $\lambda_i \neq 0$  y  $\Lambda_{f_i} = 0$ , el residuo del observador  $i$  debe tender asintóticamente a cero y el resto de los residuos tenderá a valores diferentes de cero.

### 4.3.2 Banco de Observadores

Dentro del problema DLFT no sólo es importante la detección de fallas, si no también su localización. Por lo tanto es necesario saber cuantos observadores se requieren para poder aislar una falla.

En el caso de la tubería se cuenta con 2 mediciones independientes y  $l$  puntos de fugas posibles. Estos dos parámetros permiten inferir cuantos observadores son necesarios para aislar una falla, apoyándose en el teorema de la Sección 4.2 y en el nuevo planteamiento 4.3.1 obteniendo las combinaciones posibles entre el número de fallas y el número de mediciones independientes disminuido en 1, esto es

$$\binom{l}{1} = \frac{l!}{(1)!(l-1)!} = l \quad (4.7)$$

es decir con cada generador de residuo es posible aislar una falla a la vez.

### 4.3.3 Solución al Problema de Fugas Múltiples

Considérese el sistema de la tubería (4.5) con el vector de fugas  $\Lambda_{f_i}$ , la ecuación de salida  $C$ , y la fuga  $\lambda_i$  como perturbación. Entonces el conjunto de fallas  $\Lambda_{f_i}$  puede ser detectado ya que existe un entero  $s$  y un vector  $V_i^T = [v_1^* \ v_1 \ \dots \ v_1]$  con  $v_1^*$  arbitrario tal que las siguientes condiciones de detectabilidad y aislamiento

$$V_i^T H_i(K_i) \neq 0 \quad V_i^T H_i(E_i) = 0 \quad (4.8)$$

con  $H_i(\cdot)$  definido como

$$H_i(M) = \begin{bmatrix} CM & 0 & \dots & 0 \\ CA_oM & CM & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ CA_o^{s-1}M & \dots & \dots & CM \end{bmatrix} \quad (4.9)$$

se cumplen para cualquier  $n$ .

Aún más la transformación

$$\bar{x}_i = T_i x = \begin{bmatrix} T_{is} \\ L_i C \end{bmatrix} x \quad (4.10)$$

con la submatriz  $T_{is}$  dada por

$$T_{is} = \begin{bmatrix} v_1^* & v_1 & \dots & v_1 \\ v_1 & v_1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ v_1 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C \\ CA \\ \vdots \\ CA^{s-1} \end{bmatrix} \quad (4.11)$$

y  $L_i$  una matriz tal que

$$T_i T_i^{-1} = \begin{bmatrix} T_{is} \\ L_i C \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_{i1} & Q_{i2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_s & 0 \\ 0 & I_{n-s} \end{bmatrix}$$

lo cual permite transformar (4.5) en

$$\begin{bmatrix} \dot{\bar{x}}_{i1} \\ \dot{\bar{x}}_{i2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{i11} & 0 \\ A_{i21} & A_{i22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{x}_{i1} \\ \bar{x}_{i2} \end{bmatrix} + A_{i2} y a_i + T_i B u_1 + T_i B_o u_2 + \begin{bmatrix} 0 \\ L_i C E_i \end{bmatrix} \lambda_i + \begin{bmatrix} M_{i1} \\ M_{i2} \end{bmatrix} \Lambda_{fi} \quad (4.12)$$

$$y = \begin{bmatrix} R_{i1} & R_{i2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{x}_{i1} \\ \bar{x}_{i2} \end{bmatrix} \quad (4.13)$$



donde la variable o salida auxiliar  $ya_i = L_i y$  es una combinación lineal del vector de salida y  $M_{i1} \neq 0$ . Este hecho es consecuencia del Teorema 4 establecido por Wünnenberg su tesis doctoral [J. Wünnenberg 1990], en donde se ha relajado la condición de que el residuo sea cero ante condiciones iniciales. Esta condición no limita el uso de (4.12) ya que si hay una falla en el instante  $t = 0$ , si es capaz de detectar, sólo que después de reconocer el transitorio.

La verificación del hecho se realiza en dos pasos. Primero se muestra que bajo la condición de observabilidad del sistema se puede encontrar una  $L$  tal que  $T_i$  tiene inversa y por lo tanto es una transformación viable. Posteriormente se demuestra que bajo  $T_i$ , el sistema (4.5) se transforma en (4.12).

Primer paso:

Expresando (4.11) como

$$T_{is} = \begin{bmatrix} v_1^* C + v_1 C A_o + v_1 C A_o^2 + \dots + v_1 C A_o^{s-2} + v_1 C A_o^{s-1} \\ v_1 C + v_1 C A_o + v_1 C A_o^2 + \dots + v_1 C A_o^{s-2} \\ \vdots \\ v_1 C + v_1 C A_o \\ v_1 C \end{bmatrix} \quad (4.14)$$

y realizando transformaciones equivalentes en (4.14) se tiene

$$\begin{bmatrix} v_1^* C + v_1 C A_o^{s-1} \\ v_1 C A_o^{s-2} \\ \vdots \\ v_1 C A_o \\ v_1 C \end{bmatrix} \quad (4.15)$$

donde los renglones de la ecuación (4.15) son linealmente independientes, dado que el sistema es observable. Por lo tanto la parte superior de  $T_{is}$  está formada por  $s$  vectores linealmente independientes y se puede encontrar una  $L_i$  tal que  $T_i$  sea de rango pleno.

Segundo paso:

Transformando (4.5) por medio de (4.10) se obtiene

$$\begin{bmatrix} \dot{\bar{x}}_{i1} \\ \dot{\bar{x}}_{i2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{is} \\ L_i C \end{bmatrix} A \begin{bmatrix} Q_{i1} & Q_{i2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{x}_{i1} \\ \bar{x}_{i2} \end{bmatrix} + T_i B u_1 + T_i B_o u_2 + \begin{bmatrix} T_{is} \\ L_i C \end{bmatrix} E_i \lambda_i + \begin{bmatrix} T_{is} \\ L_i C \end{bmatrix} K_i \Lambda_{fi} \quad (4.16)$$

$$y = C \begin{bmatrix} Q_{i1} & Q_{i2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{x}_{i1} \\ \bar{x}_{i2} \end{bmatrix} \quad (4.17)$$

Por otro lado, la condición (4.8) permite afirmar que

$$T_{is} E_{is} = 0 \quad y \quad T_{is} K_{is} \neq 0. \quad (4.18)$$

Por lo que (4.16) se reduce a

$$\begin{bmatrix} \dot{\bar{x}}_{i1} \\ \dot{\bar{x}}_{i2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_s A Q_1 & T_s A Q_2 \\ L_i C A Q_1 & L_i C A Q_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{x}_{i1} \\ \bar{x}_{i2} \end{bmatrix} + T_i B u_1 + T_i B_o u_2 + \begin{bmatrix} 0 \\ L_i C E_i \end{bmatrix} \lambda_i + \begin{bmatrix} M_{i1} \\ L_i C K_i \end{bmatrix} \Lambda_{fi} \quad (4.19)$$

$$y = C \begin{bmatrix} Q_{i1} & Q_{i2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{x}_{i1} \\ \bar{x}_{i2} \end{bmatrix} \quad (4.20)$$

Así los primeros  $s$  elementos del vector de estado se pueden escribir como

$$\dot{\bar{x}}_{i1} = T_s A Q_{i1} \bar{x}_{i1} + T_s A Q_{i2} \bar{x}_{i2} + T_s B_s u_1 + T_i B_o u_2 + M_{i1} \Lambda_{fi} \quad (4.21)$$

$$y = C Q_{i1} \bar{x}_{i1} + C Q_{i2} \bar{x}_{i2} \quad (4.22)$$

Multiplicando la ecuación de salida por la matriz  $L_i$  se tiene

$$L_i y = L_i C Q_{i1} \bar{x}_{i1} + L_i C Q_{i2} \bar{x}_{i2} \quad (4.23)$$

debido a que  $L_i C Q_{i2} = I_{n-s}$  y  $L_i C Q_{i1} = 0$  entonces

$$L_i y = \bar{x}_{i2} . \quad (4.24)$$

Por lo tanto  $\bar{x}_{i2}$ , puede expresarse como una combinación lineal del vector de salida, el cual se denota como vector de salida auxiliar  $y a_i$ , obteniéndose con ello el sistema transformado (4.11).

**Observación 3.** Hay que notar que la transformación propuesta resuelve el problema de detección de una manera transparente dado que el subespacio  $\bar{x}_{i1}$  es observable por “ $y$ ” y es afectado por  $\Lambda_i$  y no afectado por la fuga  $\lambda_i$ . Una ventaja de esta representación es que puede ser considerado como un procedimiento para cualquier esquema *FDI* en que  $\Lambda_i$  deba ser detectado. En el caso particular de la tubería, como se mostro anteriormente, la transformación (4.11) existe. Desafortunadamente, la situación opuesta no se alcanza, por ejemplo. Si  $\Lambda_i$  se asume como entrada desconocida, no existe un  $V_i^T$  para cualquier  $i$  y  $s$  tal que 4.8 se satisfaga.

#### 4.3.4 Construcción del Observador o Filtro

La solución propuesta en la Sección 4.3.2 permite vencer el problema de generación de residuos para el conjunto de fallas  $\Lambda_i$ , pudiendo diseñar entonces un banco de observadores de manera independiente para el subsistema  $\bar{x}_{i1}$  para  $i = 1, \dots, l$  dado por

$$\dot{\bar{x}}_{i1} = A_{i11} \bar{x}_{i1} + A_{i2} y a_i + T_i B_o u \quad (4.25)$$

$$y = R_{i1} \bar{x}_{i1} \quad (4.26)$$

con residuo  $r_i(t) = y(t) - \bar{y}(t)$  y  $\bar{y}(t)$  la estimación de salida, de tal manera que la función residuo  $r_i(t)$  tienda a cero en respuesta a una fuga  $\lambda_i$  y  $r_i(t) \neq 0$  en respuesta a las fugas  $\Lambda_{fi}(t) \neq 0$  una vez que las condiciones del transitorio han desaparecido.

La dimensión del generador de residuos está dada por la dimensión de la matriz  $A_{i11}$ , es

decir, este tendrá un orden de  $2n - 1$ , en el caso de que se construya un observador de orden completo, pudiendo disminuir su dimensión a  $2n - 2$  si se toma en cuenta que el estado  $\bar{x}_{i(2n-1)}$  es una medición del sistema transformado.

La ganancia del filtro u observador se puede plantear de manera independiente. El procedimiento empleado aquí para generador de residuos es un filtro de *Kalman* ya que su robustez ante el ruido e incertidumbres del modelo es bien conocida [A. Gelb 1979], además de ofrecer una generalización para el caso no lineal mediante filtros de *Kalman extendidos*.

#### 4.4 Proceso de Aislamiento

Una vez concluido el proceso de generar residuos, es necesario contar con funciones de detección que permitan inferir con certeza la ocurrencia de fugas en presencia de ruido.

Con este fin, para aislar la fuga  $\lambda_i$  se propone la siguiente función de detección cuando la fuga está presente en la sección  $i$  de la tubería:

$$J_i = \int_0^t e^{-\beta t} \left( \sum_{j=1, j \neq i}^{j=l} (r_j(t)^2 - \xi r_i(t)^2) \right) dt > 0 \quad (4.27)$$

La variable  $\beta$  actúa como factor de olvido y  $\xi$  como un factor de ajuste.

La función de detección (4.27) tiene ventajas sobre la determinación directa de una fuga a partir de los residuos generados por el sistema (4.25) ya que en cada toma de decisión se considera la influencia de todos los residuos  $\begin{bmatrix} r_1(t) & r_2(t) & \dots & r_l(t) \end{bmatrix}$ , siendo capaz de la detección de fugas múltiples.

En el caso de que exista una fuga en el tramo  $i$ ,  $J_i$  tomará un valor positivo ya que  $\xi r_i(t)^2$  es cero. Si no corresponde al tramo de fuga  $J_i$  tomará valores negativos en su evolución en el tiempo. Finalmente, en ausencia de fuga la función de detección será cero.

La acción integral y el factor de olvido filtran el ruido, lo que ayuda a que estas funciones de detección reduzcan las falsas alarmas.

# Capítulo 5

## Resultados

En este capítulo se presentan los resultados obtenidos cuando se aplica el banco de observadores y la función de aislamiento de fallas propuestas en el Capítulo 4 para localizar fugas. El estudio se realiza con un modelo simulado y con datos experimentales.

### 5.1 Resultados en Simulación

Con el objeto de evaluar el desempeño de la solución propuesta al problema de DLFT, se realizaron pruebas en simulación empleando los parámetros de la instalación física de la tubería reportados en [R. Carrera 1998] y el modelo desarrollado en el Capítulo 3 se consideró una discretización de siete tramos que permite ubicar seis fugas con la ayuda de un banco de seis estimadores como lo muestra la Figura 5-1.

En el simulador se consideró el modelo no lineal del fluido en la tubería, se introdujeron desviaciones del 10 % alrededor del valor nominal de 1[m] de altura del tanque alimentador del circuito, se varió el coeficiente de apertura de la válvula de su valor máximo 1 a 0.75, y se adicionó ruido en los sensores de presión y gasto. Todo ello con el objeto de tener variaciones del punto de operación del sistema.

Se provocaron de manera aislada fugas de  $0.000025 \frac{m^3}{s}$  ( $0.025 \frac{l}{s}$ ) que representan el 0.18% del gasto nominal de  $0.0125 \frac{m^3}{s}$  ( $12.5 \frac{l}{s}$ ) en los seis puntos posibles de la tubería.

La evolución en función del tiempo de los residuos ante las seis fallas obtenidas en simulación se muestran en la Figura 5-2.

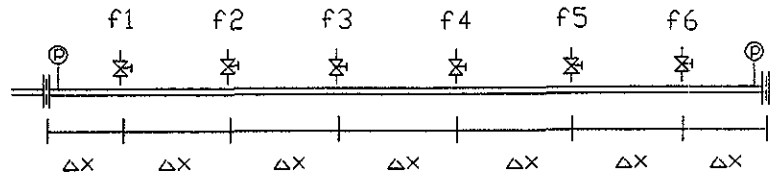


Figura 5-1: Tubería equivalente, seis fallas posibles.

En esta Figura las columnas representan el tramo en donde se provoca las fallas y la fila la evolución de los residuos ante fallas. Se puede observar en dicha figura que una falla a los 5 [s] de observación provoca que todos los residuos respondan, excepto el asociado a dicha fuga. Es decir solamente elementos en la diagonal se mantienen en valores muy cercanos a cero.

El detalle de los residuos ante una fuga en el punto f6 de la Figura 5-1 se ilustra en 5-3. Aquí se aprecia que el valor medio del residuo 6 es cero a pesar de las condiciones de ruido que reflejan las variaciones de alta frecuencia de los sensores y a baja frecuencia del tanque.

El comportamiento de la función de aislamiento ante la fuga en el f6 se muestra en la Figura 5-4, en donde se observa que la función J6 asociada a f6 (donde se provoca la fuga) es positiva, mientras que las funciones restantes Ji son negativas.

Para probar la capacidad del sistema ante la presencia de fugas simultáneas, se efectuó una simulación provocando fugas en los puntos f2 y f4 de la tubería a los 5 segundos de iniciada la simulación. Las fugas provocadas en este caso generaron una desviación de  $0.000045 \frac{m^3}{s}$  ( $0.045 \frac{1}{s}$ ) equivalente al 0.36% del gasto nominal de  $0.0125 \frac{m^3}{s}$  ( $12.5 \frac{1}{s}$ ) en la tubería.

El comportamiento de las funciones de detección se presentan en la Figura 5-5. Claramente, las funciones de aislamiento J2 y J4 son las únicas que toman valores positivos, indicando que son los puntos f2 y f4 de la Figura 5-1 en donde se presenta la falla; el resto de las funciones se desplazan en dirección negativa al eje de las abscisas.

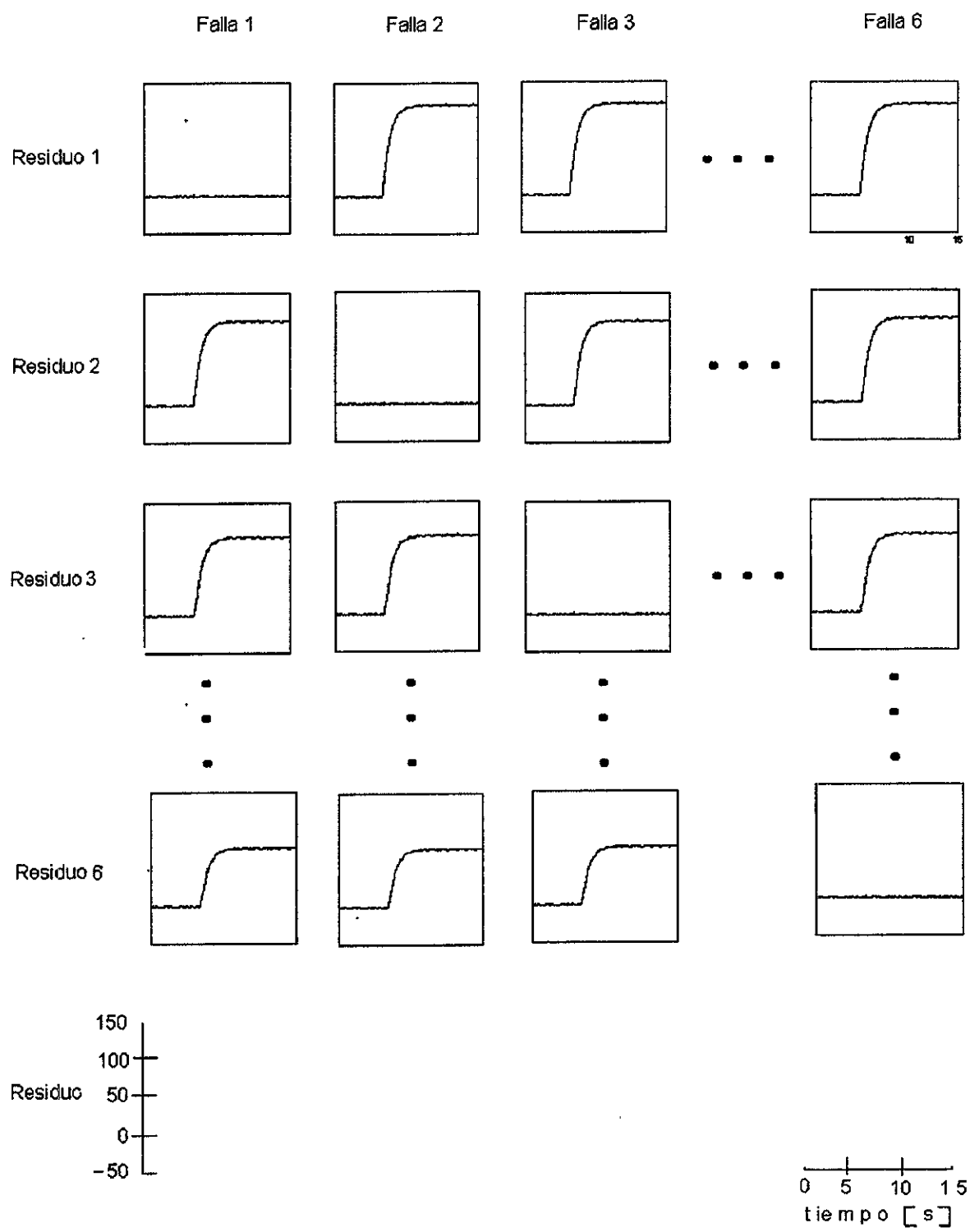


Figura 5-2: Matriz de Residuos

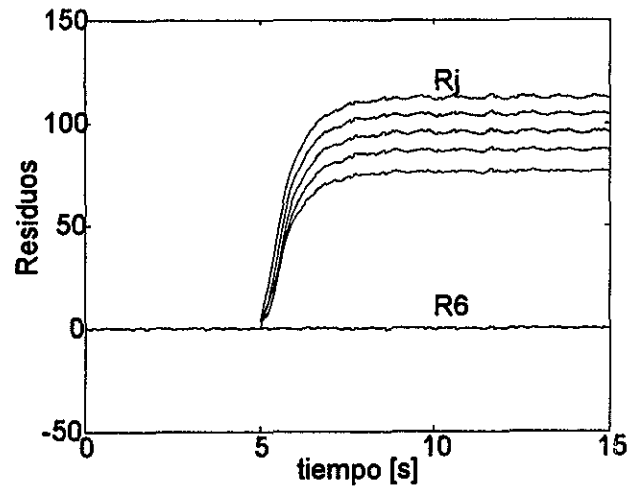


Figura 5-3: Evolución en el tiempo de los residuos ante una fuga en el punto f6.

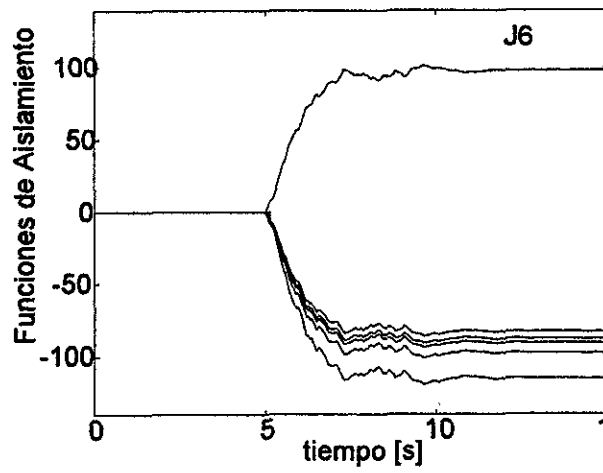


Figura 5-4: Funciones de aislamiento ante una fuga en el punto f6



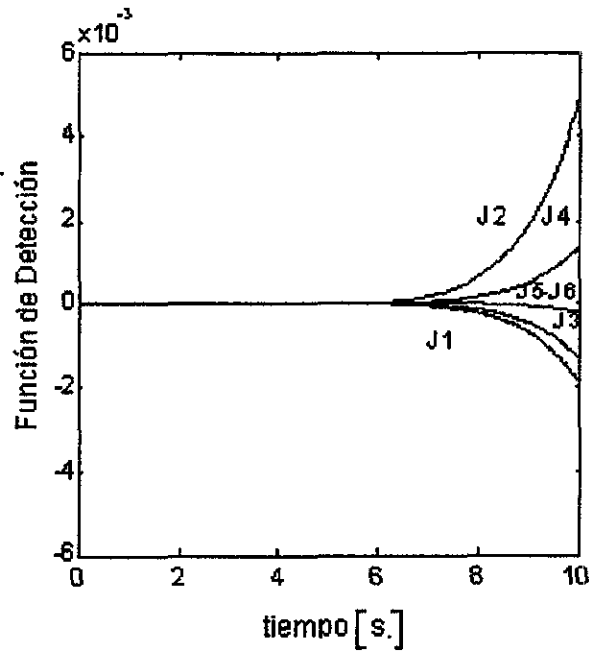


Figura 5-5: Funciones de aislamiento, con fugas en los puntos f2 y f4 con datos simulados

Los diferentes tiempos de respuesta de los detectores  $J_i$  de la Figura 5-5 pueden explicarse por el fenómeno de transporte que existe dentro de la tubería, ya que se requieren tiempos mayores para detectar y localizar fugas que se encuentran mas alejadas de los extremos del ducto.

## 5.2 Resultados Experimentales

Las pruebas presentadas en ésta sección se basan en la medición de flujos y presiones en los extremos de la tubería piloto del Laboratorio de Hidromecánica del Instituto de Ingeniería de la UNAM, cuyas características físicas son descritas en el apéndice.

Los datos fueron registrados en una computadora personal con una frecuencia de muestreo de 0.5 Hz usando tarjetas Lab-PC-1200 y el paquete de adquisición y manipulación de datos Lab View 4.7 de National Instruments.

Para la generación de residuos se toman siete secciones de tamaño uniforme de la tubería,

con lo cual es posible localizar seis puntos donde posiblemente se encuentre la fuga por medio de un banco de seis estimadores basados en el modelo linealizado del fluido en la tubería recta equivalente descrito en el Capítulo 4.

El sistema detector de fugas supone como entradas la carga de presión que lo alimenta y el flujo de salida de la tubería. Las señales de gasto a la entrada y presión a la salida se consideran como mediciones.

Como primer experimento se simuló una fuga abriendo la válvula localizada a 117.63 m del inicio en longitud real (equivalente al punto f6 de la ilustración 5-1), a los 150 s. Los registros en condiciones de falla para las presiones y gastos a la entrada y salida de la tubería se muestrearon con un tiempo de 2 muestras/s y se ilustran en la Figura 5-6. Se observa que los registros de gastos están fuertemente contaminados con ruido proveniente de los sensores tipo propela. La pérdida en el gasto debida a la fuga es de  $0.0001 \frac{m^3}{s}$  ( $0.1 \frac{l}{s}$ ) que representan el 0.8% del gasto nominal de  $0.01225 \frac{m^3}{s}$  ( $12.25 \frac{l}{s}$ )

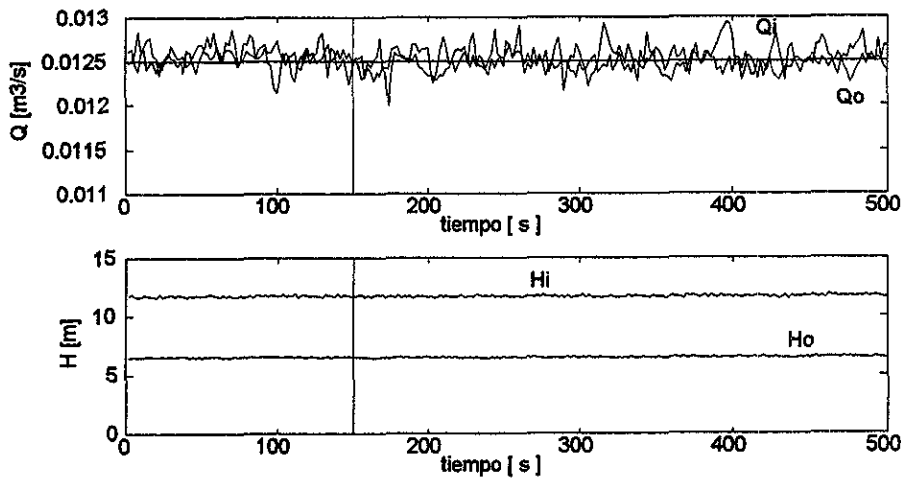


Figura 5-6: Gastos y presiones ante una fuga de 0.1 litro/s

La Figura 5-7 muestra la evolución del residuo  $R6$  correspondiente al punto ubicado a 113.80m de la tubería recta equivalente (punto f6 de la ilustración 5-1) y el residuo  $R3$ . Nótese que a pesar del ruido en los residuos, las aproximaciones en el modelo empleado para la generación de estos y las incertidumbres propias de la instalación física,  $R3$  tiene un sesgo mientras que la evolución del residuo  $R6$  no se ve afectado, manteniéndose alrededor de cero indicando

con ello la presencia de una fuga. Este hecho muestra la efectividad del método empleado para generar residuos sensibles a un conjunto de fallas e insensibles al resto a pesar de manejar un modelo lineal en el filtro.

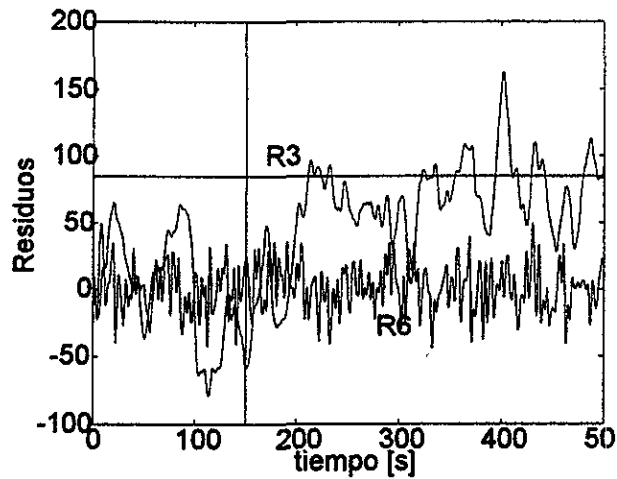


Figura 5-7: Residuos ante una fuga en el punto f6 de la tubería

La Figura 5-8 muestra la evolución de las funciones de aislamiento ante la fuga en el punto f6 del ducto. Se aprecia claramente que la función  $J6$  es la única que toma valores positivos, indicando así que la falla está presente en este punto de la tubería.

Se hace notar que gracias a la función de detección propuesta con acción integral y factor de olvido es posible reducir el efecto del ruido que se manifiesta en los residuos.

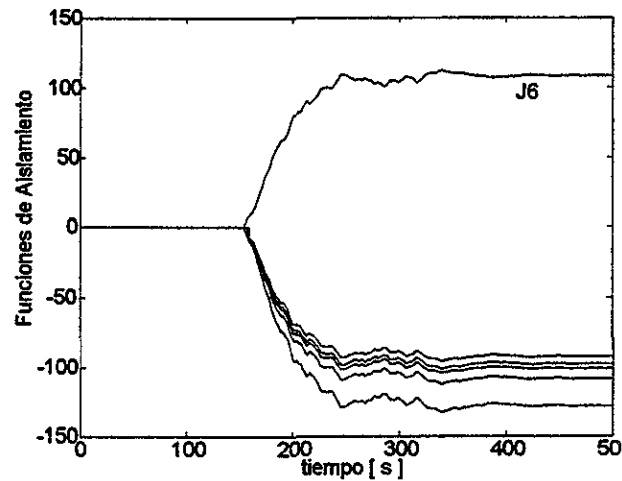


Figura 5-8: Función de aislamiento ante la presencia de una fuga en el punto f6.

Para probar la capacidad del esquema PDLFT ante fugas múltiples en una situación real, se realizó un segundo experimento en las instalación piloto, provocando fugas simultáneas mediante válvulas de esfera localizadas a los 117.3 m y a los 15.15 m, puntos f6 y f1 de la Figura 5-1 respectivamente. Esta situación causa una pérdida de flujo del 6% (alrededor de  $0.73 \frac{l}{s}$ ) sobre el gasto nominal de  $0.01225 \frac{m^3}{s}$  o  $12.25 \frac{m^3}{s}$ . Las gráficas de presión y gasto se muestran en la Figura 5-9.

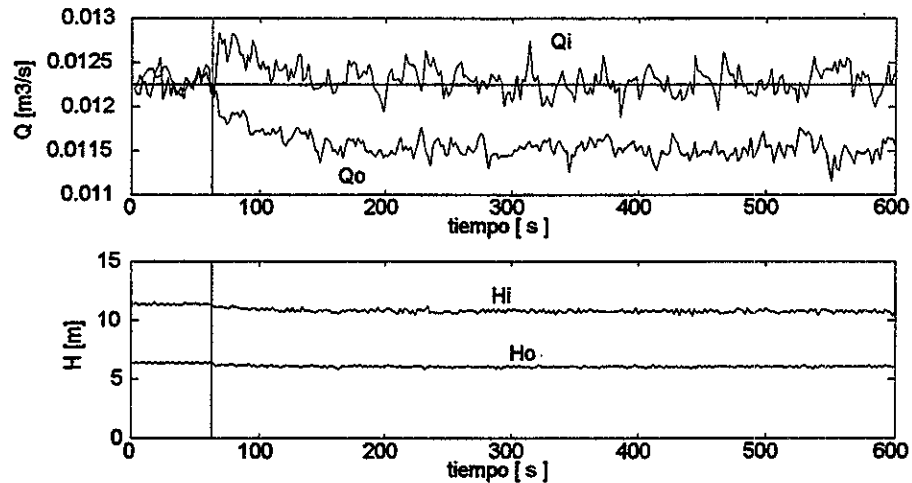


Figura 5-9: Gastos y presiones en la presencia de fuga simultanea del 6%.

Empleando las funciones de aislamiento es factible detectar y ubicar la fuga, ya que crecen en forma positiva los valores de las funciones  $J1$  y  $J6$  asociados a las fallas, mientras que las funciones restantes crecen en forma negativa como se aprecia en la Figura 5-10. El tiempo de respuesta del esquema PDLFT es menor a una decena de segundos tanto en los casos simulados como experimentales, lo que hace ver el potencial que tiene el método.

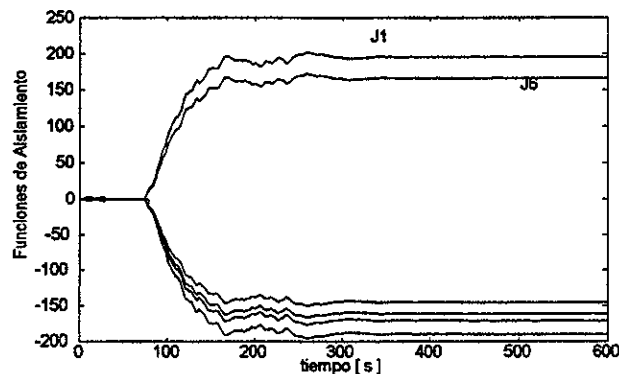


Figura 5-10: Funciones de detección para fugas en los puntos f1 y f6 de la tubería

## Capítulo 6

# Conclusiones

En esta tesis se presenta la aplicación de un filtro de *Kalman* que actúa como observador ante entradas desconocidas para la detección y localización de fugas múltiples en tuberías. En particular se muestran las ventajas de realizar sistemas inteligentes que operan en tiempo real con poca instrumentación, para supervisar y monitorear redes de tuberías de manera automática.

La contribución principal de este trabajo es la forma novedosa para definir el problema de detección de fugas múltiples, usando el marco de referencia de un conjunto o banco de sistemas o filtros que sean robustos a una fuga y sensibles al resto, lo que permite resolver el problema de manera independiente.

Se ha mostrado que el esquema de detección de fallas y aislamiento propuesto opera satisfactoriamente ante la presencia de incertidumbres. Esta ventaja se debe a la presencia de un banco de observadores o estimadores robustos que trabajan en forma retroalimentada para determinar el comportamiento interno del fluido.

La función de detección propuesta permite aislar las fallas de manera simple y eliminar el ruido en las mediciones. Los resultados de los estudios realizados en simulación y de manera experimental, muestran el uso potencial de la propuesta y son indicadores de la factibilidad de localizar pequeñas fugas en tuberías por medio de software y sin necesidad de instrumentación redundante.

Para trabajos futuros se puede pensar en mejorar los resultados y ampliar la metodología mediante filtros de detección no lineales creados bajo el esquema de espacio de paridad, tales

como filtros de Kalman extendidos, que operen de manera general para cualquier esquema *FDI*.

En cuanto al modelado del fluido dentro de la tubería se puede pensar en técnicas de reducción de modelo que permitirá trabajar redes más complejas que un ducto, aunque puede variar la dificultad dependiendo del fluido que transporte.

## Apéndice

### Instalación Física.

Las pruebas para el esquema de detección de fugas en ductos se realizaron en la tubería piloto ubicada en el Laboratorio de Hidromecánica del Instituto de Ingeniería de la UNAM la cual se aprecia en la Figura A-1.

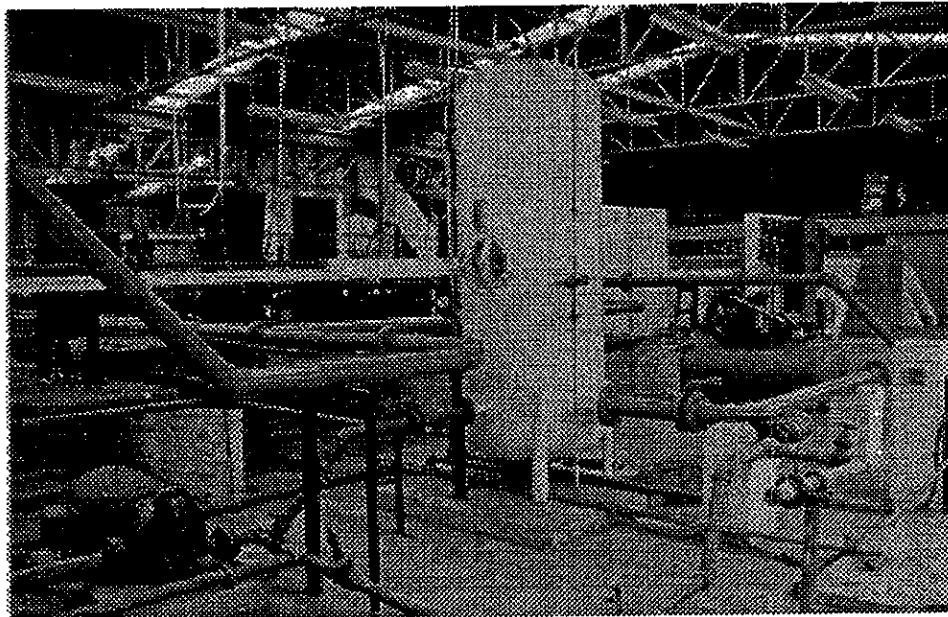


Figura A-1: Vista del laboratorio

La instalación, como se aprecia en la Figura A-2, está formada por un tanque presurizado (c), una válvula tipo globo al final de la tubería (f), una bomba centrífuga de 50 Hp (b) y un tanque abierto (a). Las señales de medición, presión y gasto, se recolectan en el punto (e)..

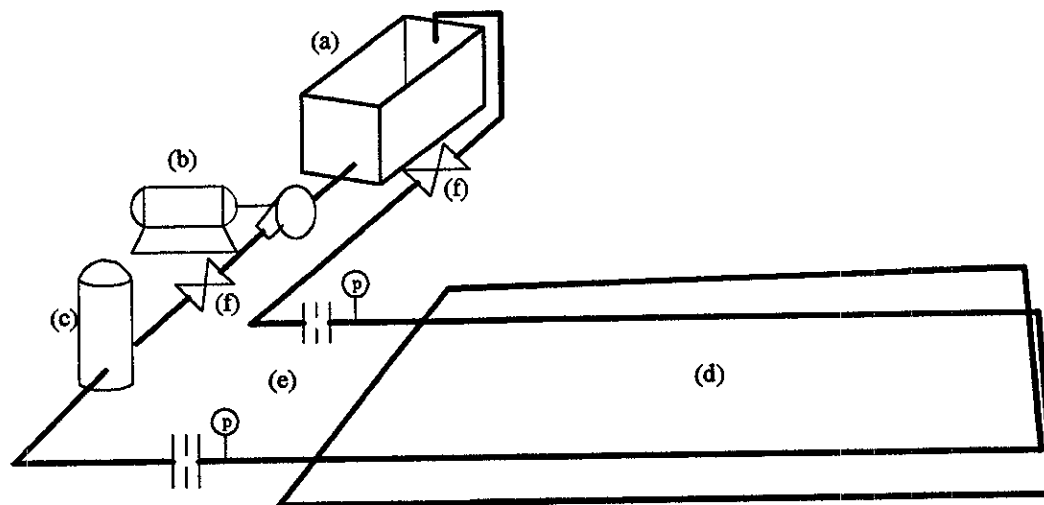


Figura A-2: Distribución de la instalación física

Las variables registradas en el punto (e) permiten considerar la medición de presión al inicio de la tubería y el gasto a la salida de ésta como entradas al sistema en el modelo (3.40) y (3.50). Las dos cantidades restantes, gasto al inicio y presión a la salida del ducto se consideran mediciones en la representación en variables de estado.

Para el desarrollo de (3.40) y (3.50) se considera una tubería recta que no refleja la situación real. Para compensar este hecho, se determinó experimentalmente la fricción con lo que se obtiene una tubería equivalente que considera también las pérdidas por codos y válvulas conservando el diámetro original de 10 cm de los tubos del circuito tal como lo reporta [R. Carrera 1998].

A lo largo de la tubería existen cuatro puntos donde se simulan fugas por medio de válvulas de esfera de una pulgada de diámetro, colocadas en los puntos que muestra la Figura A-3, cuyas separaciones reales y equivalentes se especifican en la siguiente tabla:



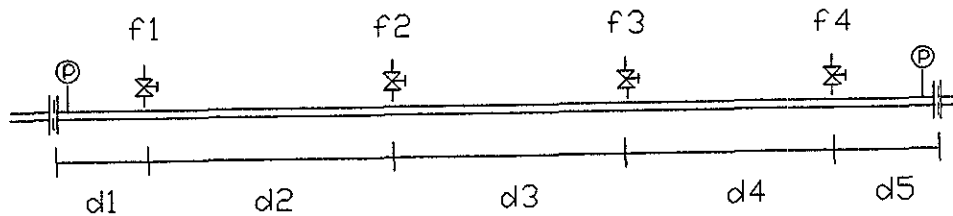


Figura A-3: Puntos de fuga

	d1	d2	d3	d4	d5	longitud total
Distancias Equivalentes m	15.15	34.31	33.79	34.14	15.14	132.53
Distancias Reales m	15.15	34.39	33.87	32.22	15.14	132.77

## Simulador

Con la caracterización de la tubería y las ecuaciones (3.40) a (3.50) se construyó el simulador del comportamiento dinámico no lineal de la tubería que permite probar los esquemas de detección de fugas sin necesidad de hacer pruebas sobre la instalación física.

Para buscar flexibilidad en la manipulación del simulador, su implantación se elaboró con ayuda del paquete SIMULINK de Matlab 5.2 Este permitió construir diferentes bloques que proveen diversas configuraciones de tuberías, el esquema PDLFT e instrumentos de medición contando además con la ventaja de diferentes algoritmos numéricos para la solución de las ecuaciones diferenciales no lineales.

El simulador completo consta de los bloques: tubería, banco de observadores, visualizador de residuos, generador de funciones de aislamiento, entradas al sistema, bloque de medición de gastos y presiones, bloque de inicio para cargar datos, bloque click-clok para cambiar los parámetros físicos de la tubería así como los bloques para referir los puntos de operación, como se aprecia en la Figura A-4.

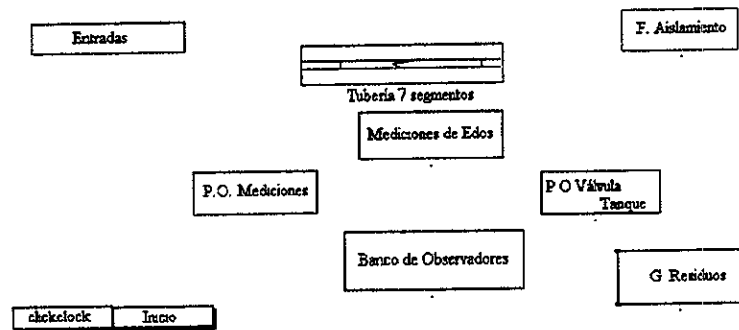


Figura A-4: Sistema detector de fugas múltiples

El diagrama a bloques es contenido en el programa “armado.mdl” y el cálculo de las matrices que conforman el modelo, banco de observadores y otros parámetros se encuentra en el programa “final.m”.

Los parámetros empleados por el simulador dentro de la mascarilla “parameters” de Simulink para el método numérico son: el algoritmo ode45 (domand-Prince), de paso variable con tolerancia relativa de  $1e - 3$ , tolerancia absoluta de  $1e - 6$  y un factor de refinamiento de 0.1. El algoritmo y sus parámetros se escogieron para que no existiera inestabilidad numérica y el tiempo que tarda en simular fuera razonablemente corto a pesar de la perturbación causada por la fuga.

El programa puede operar de dos maneras diferentes. La primera de ellas funciona completamente como un simulador pudiendo cambiar las características de la tubería recta tales como diámetro, fricción, gravedad, número de tramos por medio de la máscara click-clock.

La segunda forma de operación consiste en cargar datos de mediciones mediante el bloque de inicio, donde se puede dar la ruta y nombre del programa. Este bloque acciona el programa “arregla.m” que convierte los datos leídos de la instalación a unidades de metros para las variables de presión y  $\left[\frac{m^3}{s}\right]$  para los gastos, deshabilita el simulador de la tubería, conectando directamente las entradas al banco de observadores.

El bloque correspondiente al banco de observadores contiene los filtros de Kalman capaces de generar residuos contando únicamente con las mediciones de gasto a la entrada y presión a la salida de acuerdo a la ecuación (4.25) para después exhibirlos en el bloque generador de residuos.

Las funciones de aislamiento se obtienen en el bloque F\_Aislamiento de acuerdo a la ecuación (4.27), además de contener los osciloscopios que hacen posible su visualización.

En el caso de que se esté trabajando en el primer modo de simulación completa es posible monitorear cada uno de las presiones y gastos a lo largo de la tubería mediante el bloque mediciones de estados.

El bloque mas complicado es el de la tubería. Está constituido por los bloques básicos de tramos de tubería, bloque de fuga, válvula, y tanque que se muestran a continuación.

El tramo de tubería está constituido por dos bloques que implantan cada uno de ellos las ecuaciones diferenciales acopladas (3.38) y (3.39) que representan el comportamiento dinámico del gasto y presión en la tubería tal como lo ilustra la Figura A-5.

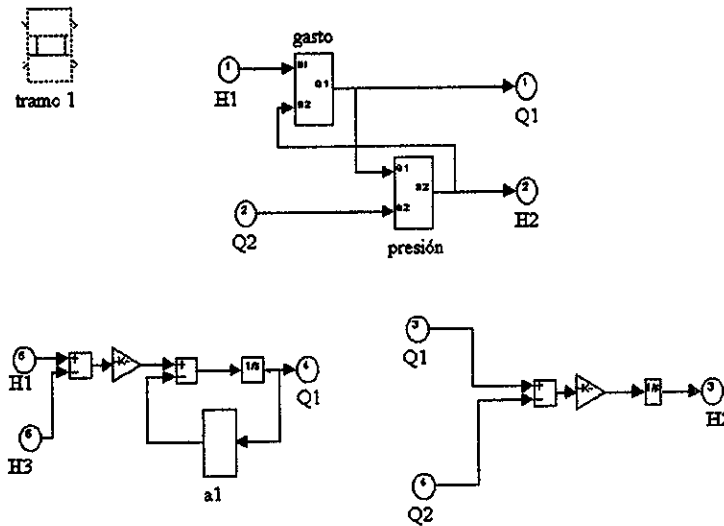


Figura A-5: Bloque tramo de tubería

El bloque de fuga se construye por medio de la condición de frontera algebraica (3.34) y su inclusión dentro del modelo es de acuerdo a la ecuación (3.35). La implantación es la que se aprecia en la Figura A-6.

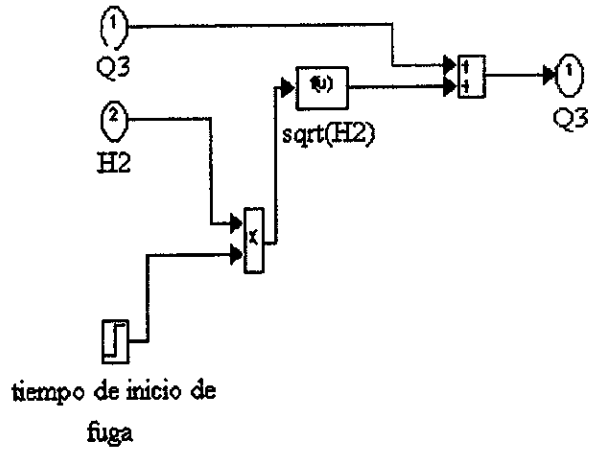


Figura A-6: Bloque de fuga

La válvula es la condición algebraica existente en el extremo final de la tubería de acuerdo a la ecuación (3.33). Permite variaciones entre un valor cero, cuando está completamente cerrada y un valor unitario cuando está completamente abierta. Se permite cambiar estos valores como función del tiempo, tal como se ilustra en la Figura A-7.

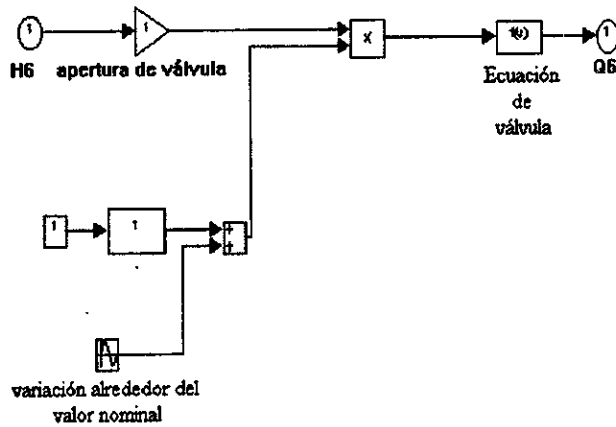


Figura A-7: Bloque de válvula

El tanque es la condición de frontera aguas arriba de la tubería, este puede estar representado por un valor constante o variante en el tiempo

La configuración básica de estos elementos queda representado en la Figura A-8 con 3 tramos de tubería , dos posibles fugas, así como el tanque y la válvula en sus extremos.

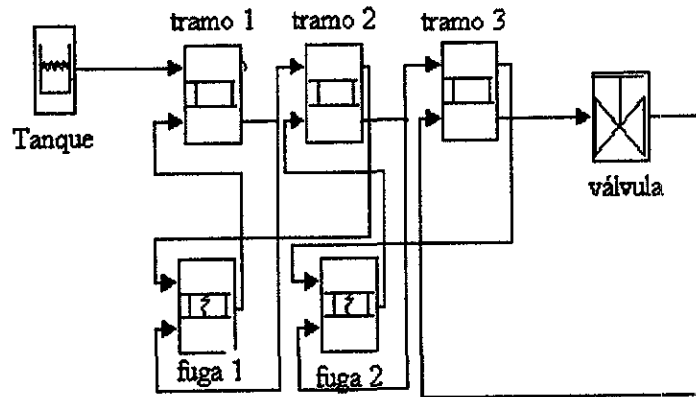


Figura A-8: Interconexión de bloques en el simulador de la tubería

## Bibliografía

- [J. Bauomel 1994] Bauomel, J. 1994. Performance of clamp-on ultrasonic flowmeter pipeline leak detection systems. API Pipeline Conference, April 1994.
- [L. Billman & R. Isermann 1984] Billman, L. & Isermann, R. 1984. Leak detection methods for pipelines. 9th IFAC World Congress, Budapest, Hungary, pp 1813-1818.
- [R. Carrera 1998] Carrera, R. Planta Piloto para Detección de Fugas en Tuberías. Reporte Interno. Instituto de Ingeniería, UNAM. México
- [M. H. Chaudry 1979] Chaudry, M. H. 1979. Applied Hydraulics Transients. Van Nostrand Reinhold Co. New York.
- [Y. Chow & A. Willsky 1984] Chow, Y. & Willsky, A. 1984. Analytical redundancy and design of robust failure detection systems. IEEE-TAC, Vol-AC-29, pp 603-613.
- [W. Chung & J. Speyer 1998] Chung, W. & Speyer, J. 1998. A game theoretic fault detection filter IEEE TAC, pp 143-161.
- [C. Fang & W. Ge 1988] Fang, C. & Ge, W. 1988. Detection of faulty components via robust observation. Int. Journal of Control, Vol 47, pp 581-599.
- [P. Frank 1991] Frank, P. 1991. Enhancement of robustness in observer based fault detection. IFAC Safe Process 1991, Baden Baden Germany.
- [R. Guarga et al 1985] Guraga, R. 1985. Diseño y operación hidráulicos de conducciones a presión. Fascículo 3. Instituto de Ingeniería UNAM.
- [A. Gelb 1979] Gelb, A. 1979. Applied Optimal Estimation. MIT Press, USA.
- [J. Gertler 1991] Gertler, J. 1991. Analytical redundancy methods in fault detection and isolation: Survey and Synthesis. IFAC Safe Process 91, Baden Baden Germany.
- [J. Gertler 1998] Gertler, J. 1998. Fault Detection and Diagnosis in Engineering Systems. Marcel Dekker Inc.
- [J. Liou 1996] Liou, J. 1996. Pipeline integrity using system impulse response. International Pipeline Conference ASME, Vol2, pp 1137-1142.
- [M.A. Maussoumia & A. Willsky 1989] Maussoumia, M.A. & Willsky, A. 1989. Failure detection and identification. IEEE TAC, pp 316-321.

[R. Mactaggart 1996] Mactaggart, R. & Myers, R. 1996. PC based leak detection. International Pipeline Conference ASME, Vol 2, pp 1101-1108.

[P. Müller & M. Hou 1994] Müller, P.C. & Hou, M. 1994 Fault detection and isolation observers. International Journal Control, 1994 Vol 60, No. 5 pp 827-846.

[R. Patton & J. Chen 1991] Patton R. & Chen, J. 1991. A review of parity space approaches to fault detection. IFAC Safeprocess Conference Baden Baden Germany.

[J. White & J. Speyer 1987] White, J. & Speyer J. 1987 Detection filter design: spectral theory and algorithms. IEEE TAC. Vol-AC-32, No. 7 pp 593-603

[R. Shevell 1989] Shevell, R. 1989. Fundamentals of Flight. 2nd Edition, Prentice Hall.

[A. Willsky 1976] Willsky, A. 1976. A survey of design methods for failure detection in dynamic systems. Automática, Vol 12, pp-601-611.

[J. Wünnenberg 1990] Wünnenberg J. 1990. Observer Based Fault Detection in Dynamics Systems. Forsch.-Ber. VDI/Verlag.

[M. Zhidkova 1973] Zhidkova, M. 1973. Gas Transportation in Pipelines Naukova, Dumka URSS