

01161 5  
2g



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO.

FACULTAD DE INGENIERÍA  
DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO

TESIS

"MODELO DE MUROS DE MAMPOSTERÍA PARA EL ANÁLISIS NO LINEAL  
DE MARCOS DE CONCRETO REFORZADO CON MUROS DIAFRAGMA"

PRESENTADA POR:

AGUSTÍN ORDUÑA BUSTAMANTE

PARA OBTENER EL GRADO DE:

MAESTRO EN INGENIERÍA  
(ESTRUCTURAS)

DIRIGIDA POR:

DR. GUSTAVO AYALA MILIAN

274342

Ciudad Universitaria

1999

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN



Universidad Nacional  
Autónoma de México



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

**ESTA TESIS NO DEBE  
SALIR DE LA BIBLIOTECA**

A Andresito

## **Agradecimientos**

Agradezco el patrocinio de este trabajo por el Instituto Mexicano del Petróleo por medio del proyecto FIES “Desarrollo de modelos numéricos y herramientas de software para evaluar el proceso de fractura en estructuras de acero y concreto sometidas a cargas estáticas y/o cíclicas aplicando a la mecánica de fractura”.

Agradezco al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología la beca que me otorgó para realizar mis estudios de maestría.

Al Dr. Gustavo Ayala, asesor de esta tesis, por compartir conmigo no sólo sus conocimientos y experiencia, sino también su amistad.

Al Dr. Sergio Alcocer, al Dr. Arturo Tena, al Dr. Oscar López y al M.I. Octavio García por el tiempo que dedicaron a leer este trabajo y por sus valiosos comentarios al mismo.

A la División de Estudios de Posgrado de la Facultad de Ingeniería de la UNAM y a su personal académico por permitirme hacer mis estudios de maestría, aún en los tiempos tan difíciles que vive nuestra Universidad.

A Tere, mi esposa, por su apoyo y comprensión para realizar mis estudios lejos de casa.

A mi madre, María de la Luz, y a mi padre, Miguel (q.e.p.d.), por sembrar y cultivar en mí una semilla de la que hoy cosecho sus frutos.

# **Contenido**

## **1. Introducción**

## **2. Comportamiento estructural de muros de mampostería**

*2.1. La mampostería como material*

*2.2. Muros de mampostería*

*2.3. Modelos simplificados de análisis para muros diafragma.*

## **3. Modelo no lineal de elementos finitos**

*3.1. El método del elemento finito*

*3.2. Análisis no lineal.*

*3.2.1. Métodos incrementales y métodos iterativos.*

*3.2.2. Criterios de convergencia.*

*3.2.3. Técnicas adicionales.*

*3.2.4. Plasticidad.*

*3.2.5. Fractura distribuida.*

*3.3. Modelos de elemento finito para mampostería*

*3.3.1. Nivel de refinamiento del modelo*

*3.3.2. Homogeneización.*

*3.3.3. Modelado de la interfaz entre muro y marco.*

*3.3.4. Modelado de las juntas de mortero.*

*3.3.5. Modelos constitutivos y criterios de falla.*

*3.4. Descripción del modelo utilizado*

## **4. Resultados del análisis**

*4.1. Descripción del modelo experimental.*

*4.2. Etapas en la elaboración del modelo analítico.*

*4.3. Distribución de esfuerzos y comportamiento del muro*

*4.4. Elementos mecánicos en el marco*

## **5. Modelo simplificado de análisis propuesto**

*5.1. Modelo propuesto*

*5.2. Calibración con el modelo de elementos finitos*

## **6. Conclusiones**

## **Referencias**

## Capítulo 1

### Introducción

Las tendencias actuales de diseño sísmico de estructuras basadas en desempeño, requieren conocer con detalle su comportamiento no lineal desde el inicio de éste, hasta niveles altos de deformación lateral. Los métodos de análisis elástico lineales, en general, no proporcionan la información necesaria para el diseño, por lo que deben ser sustituidos por técnicas y programas de análisis no lineal. Sin embargo, los ingenieros de la práctica requieren de modelos no lineales de elementos estructurales que sean suficientemente simples para su uso cotidiano, y que al mismo tiempo representen en forma realista su comportamiento.

El comportamiento de estructuras de marcos es mejor entendido que el de otros tipos de estructuras, ya que la mecánica de materiales ha proporcionado, en los elementos barra, una herramienta suficientemente precisa para su análisis tanto para comportamiento lineal como no lineal. El problema se complica, y mucho, cuando se incluyen muros en las crujías de los marcos, debido a que no existe un modelo simple, como en el caso de las barras, que represente el comportamiento de estos elementos y su relación con los que lo confinan. El problema se torna aún más complejo cuando el muro es de mampostería, ya que el comportamiento de este material es mucho menos conocido que el del acero o el del concreto. Esto es así a pesar de que la mampostería es uno de los materiales constructivos más antiguos, con más de diez mil años de historia, y a pesar de que desde hace más de 40 años se realizan investigaciones de calidad sobre su comportamiento. Entre las razones principales de lo anterior se pueden mencionar: la complejidad de su comportamiento mecánico; el gran número de variables que es necesario tomar en cuenta para su estudio; y que algunas de ellas, como las propiedades de los materiales, la calidad de la mano de obra,



las condiciones de contacto entre el muro y el marco o la adherencia entre mortero y piezas, son muy difíciles de controlar y/o cuantificar.

Las principales modalidades estructurales de la mampostería son: la mampostería reforzada, muy común en países desarrollados; la mampostería simple, actualmente prácticamente en desuso con fines ingenieriles, pero que es motivo de investigación debido al interés por conservar construcciones históricas; la mampostería confinada, usada principalmente en países latinoamericanos y algunos del sur de Europa, por ejemplo en España, Italia y Grecia entre otros; y los muros diafragma o de relleno construidos en las crujías de marcos de concreto reforzado o de acero.

Es costumbre común en el diseño sísmico de edificios despreciar la contribución de los muros de relleno. Se argumenta que si el edificio está diseñado para resistir las acciones laterales a las que estará sujeto durante su vida útil, la presencia de los muros es una reserva de resistencia. Además, es común que estos muros sean colocados y retirados de acuerdo con las diferentes necesidades de los ocupantes del inmueble durante su vida útil. Sin embargo, la presencia de muros de relleno debe considerarse en el diseño de la misma, ya que se ha comprobado que modifican drásticamente el comportamiento sísmico de marcos respecto al que se observaría en su ausencia. Los muros de relleno incrementan sustancialmente la rigidez lateral de los marcos, con lo que se reducen los períodos naturales de vibración, y se modifican las acciones sísmicas a las que estará sujeto. Estos muros también incrementan significativamente la resistencia a cargas laterales del marco, pueden contribuir a la disipación de energía durante un sismo, y aunque un muro de mampostería simple se comporta de manera frágil, con un buen detallado del marco se pueden obtener comportamientos dúctiles de la estructura. La interacción entre muro y marco a lo largo de las zonas de contacto modifica tanto la magnitud como la distribución de los elementos mecánicos en trabes y columnas, al ignorar la presencia de los muros algunas secciones pueden quedar sobradas en resistencia, y otras escasas. Sin embargo, este aspecto no ha sido estudiado con detalle, la mayoría de las investigaciones se han concentrado en estudiar el comportamiento global de este tipo de estructuras. Los muros de relleno usados con un buen criterio ingenieril, pueden mejorar sustancialmente el

comportamiento sísmico de edificios; sin embargo, cuando se usan en distribuciones irregulares en planta o elevación, pueden llegar a ser la causa del colapso de estructuras, por efectos de torsión o cambios bruscos de rigidez con la altura. También pueden producir problemas estructurales cuando son ignorados en el diseño, aún cuando estén distribuidos regularmente.

El problema de interacción marco-muro de relleno está aún lejos de ser resuelto. Existe la necesidad de contar con más resultados experimentales que difícilmente podrán obtenerse dado el alto costo involucrado en este tipo de estudios. Una salida alterna a este problema es desarrollar procedimientos analíticos que permitan simular estos experimentos, y a partir de ellos, proponer modelos de análisis menos elaborados para su uso en aplicaciones cotidianas de la ingeniería estructural. Estos modelos analíticos deben nutrirse de información experimental adecuada a sus necesidades, relativa a las propiedades mecánicas de los materiales, y deben validarse con resultados experimentales. Para lograr lo anterior es necesario incrementar la comunicación entre experimentalistas y analistas.

Un modelo simplificado para análisis de estas estructuras, ampliamente utilizado en la práctica, es el que consiste en sustituir a los muros por elementos armadura diagonales ligados a los nudos de unión viga-columna del marco. El comportamiento mecánico del elemento equivalente puede obtenerse de uno de los muchos modelos desarrollados hasta ahora para tal efecto, en los que se intenta que las características de estos elementos sean tales que la rigidez del conjunto sea aproximadamente la misma que la de la estructura real con muros. De esta manera se puede representar adecuadamente el comportamiento global de la estructura, y se pueden calcular con una precisión aceptable las rigideces, desplazamientos, modos de vibrar y, dependiendo de la complejidad del modelo, resistencias y respuesta dinámica inelástica paso a paso. Sin embargo, un gran inconveniente de este tipo de modelos es que no reproduce en forma realista las distribuciones de elementos mecánicos en el marco, ya que no toman en cuenta que existe una longitud de contacto entre columnas y travesaños con el muro, en las que se transmiten esfuerzos que modifican los elementos mecánicos calculados con base en análisis hechos con la diagonal equivalente.

El desarrollo que ha tenido la computación en las últimas décadas ha permitido la aplicación del *Método de los Elementos Finitos* (MEF) al análisis de estructuras de formas y comportamientos complejos. Por ello es que el MEF constituye actualmente una de las herramientas fundamentales para el estudio del comportamiento de elementos y estructuras de mampostería; principalmente en el ámbito de la investigación, ya que la gran cantidad de recursos que requiere un análisis no lineal con elementos finitos hace que su uso sea inadecuado para la práctica común de la ingeniería. Lo anterior ha sido reconocido por diversos investigadores quienes han realizado estudios con diferentes grados de refinamiento mediante el uso del MEF. Desgraciadamente, la mayoría de estos estudios se ha orientado a la solución de problemas elásticos, y en algunos casos los efectos no lineales se consideran de una manera gruesamente aproximada. Estos estudios han dado lugar a elementos estructurales equivalentes como los mencionados que, si bien permiten incluir su efecto en el comportamiento global de la estructura, no permiten conocer su comportamiento local aún en el intervalo lineal.

El objetivo de este trabajo es desarrollar un modelo simplificado para el análisis no lineal de marcos de concreto reforzado con muros diafragma de mampostería simple sin huecos. Se busca que este modelo sea capaz, por un lado, de reproducir el comportamiento general de la estructura ante cargas laterales, y por otro, pueda ser útil para estimar las distribuciones reales de los elementos mecánicos en el marco en las principales etapas del comportamiento de la estructura. Para lograr esto, se elaboró un modelo no lineal de elementos finitos de un marco de concreto reforzado con un muro diafragma de mampostería sin huecos; se calibró el modelo con resultados experimentales obtenidos previamente por otros autores; y con base en la información obtenida del análisis, se propusieron las bases para desarrollar un modelo simplificado de análisis.

En el segundo capítulo de este trabajo se describen las principales características del comportamiento de los muros de mampostería, con énfasis en los muros diafragma, y se comentan algunos de los modelos simplificados que se han desarrollado para el análisis de marcos con muros de relleno. En el tercer capítulo se aborda el tema del análisis no lineal de muros de mampostería por medio del MEF y se describen las características del modelo

---

de elementos finitos utilizado para este trabajo. En el cuarto capítulo se presentan los resultados obtenidos con este modelo, y se comentan las experiencias adquiridas durante el proceso de solución y de calibración del mismo. En el quinto capítulo se proponen las bases para el desarrollo de un modelo simplificado para análisis de marcos con muros diafragma, que cumple con los objetivos planteados, y que consiste en sustituir al muro de mampostería por tres elementos con comportamiento elasto-plástico perfecto en compresión únicamente. Se ilustra, mediante el ejemplo del muro estudiado en los capítulos anteriores, que es posible el desarrollo del modelo propuesto. Finalmente, se incluyen algunas conclusiones y recomendaciones en el sexto capítulo.

# Comportamiento estructural de muros de mampostería

La mampostería es un material de construcción elaborado con piezas, que pueden ser de distintos materiales y tipos, unidas entre sí por medio de juntas de mortero. Las piezas y el mortero tienen propiedades mecánicas distintas, además, las superficies de unión entre ellos presentan características que influyen de una manera muy importante en el comportamiento mecánico del conjunto. Esto hace a la mampostería un material compuesto, el cual a su vez, en los casos de mampostería confinada y muros diafragma, está ligada a otros elementos estructurales como castillos y dadas, o vigas y columnas, lo que hace aún más complejo el estudio de este tipo de estructuras. En este capítulo se describe el comportamiento observado de elementos de mampostería. Se empieza por describir el comportamiento, a escalas reducidas, de la mampostería. Después se aborda el comportamiento ante cargas laterales de muros de mampostería simple, de mampostería confinada y muros diafragma, con especial atención en estos últimos. Finalmente se comentan algunos de los modelos de diagonal equivalente propuestos para el análisis ante cargas laterales de muros diafragma de mampostería.

### 2.1. La mampostería como material

La mampostería no es un material estrictamente homogéneo, puesto que se compone de materiales distintos. Incluso Dhanasekar *et al* (1985a) encuentran, mediante pruebas experimentales, que las mismas piezas de barro recocido usadas en sus ensayos no son homogéneas, ya que son más rígidas, densas y resistentes en la parte central que en los extremos de la pieza. Atribuyen este fenómeno al proceso de fabricación en moldes. Sin embargo, desde un punto de vista macroscópico, y para estructuras o elementos formados

por un gran número de piezas, se puede considerar a la mampostería como homogénea. También es claro que no es un material isótropo desde el mismo punto de vista macroscópico. La forma rectangular prismática de las piezas, su colocación en patrones generalmente regulares, y la presencia de las juntas de mortero que actúan como planos de debilidad en direcciones bien definidas, sugieren que la mampostería es un material ortótropo con direcciones principales normal y paralela a las juntas horizontales.

El comportamiento no lineal de la mampostería como material proviene de dos fuentes principales. La primera es el comportamiento no lineal que presentan todos los materiales a partir de cierto nivel de deformaciones, esta característica se hereda a los elementos estructurales y a las estructuras. En este caso, los comportamientos no lineales de las piezas y del mortero, son cualitativamente similares a los del concreto: en tensión uniaxial se tiene una resistencia muy baja, comportamiento prácticamente lineal hasta el esfuerzo máximo y falla frágil o casi frágil (figura 2.1.1); en compresión uniaxial la resistencia es mucho mayor, el comportamiento es marcadamente no lineal con esfuerzos crecientes con la deformación hasta un máximo, y luego disminuyendo hasta un valor residual constante. Sin embargo, cuantitativamente las propiedades mecánicas tanto lineales como no lineales de las piezas, pueden ser muy distintas a las del mortero. La segunda fuente de no linealidad es el comportamiento de la superficie de unión entre piezas y mortero, donde ocurre agrietamiento por tensión (o separación) y deslizamiento debido a

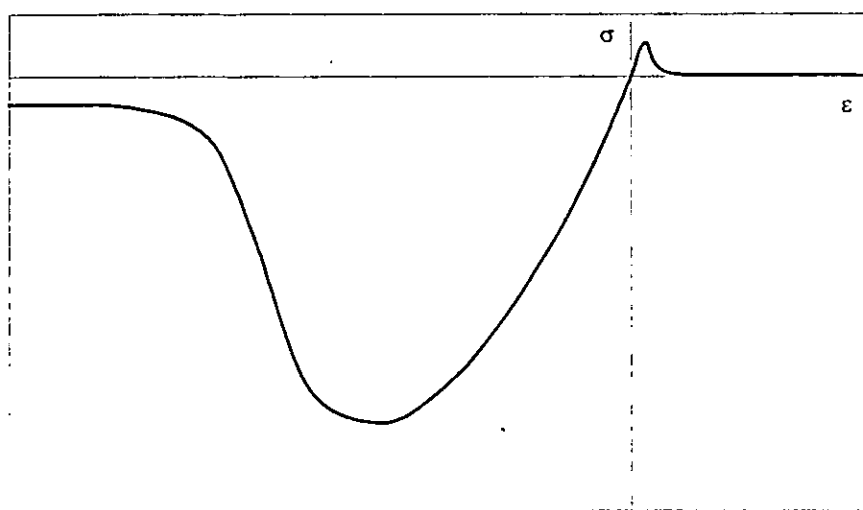


Figura 2.1.1. Gráfica esfuerzo deformación uniaxiales característica de los materiales constituyentes de la mampostería.

esfuerzos tangenciales. En muros que fallan por cortante este aspecto determina en forma muy significativa el comportamiento global del elemento estructural. Las resistencias de la interfaz al agrietamiento y al deslizamiento están determinadas por la adherencia entre pieza y mortero, la cual a su vez depende de las características de absorción de humedad de las piezas, y del grado de saturación con el que fueron colocadas, así como de la trabajabilidad del mortero al momento de la construcción de la mampostería.

La falla de la mampostería por compresión uniaxial vertical se puede presentar de dos distintas formas. La primera, y más común, se debe a la diferencia en deformabilidad entre las piezas (más rígidas) y el mortero (más flexible); la cual, por el efecto de Poisson y la compatibilidad de deformaciones transversales que existe en la interfaz, induce un estado de esfuerzos de compresión triaxial en el mortero, y un estado de esfuerzos de compresión en una dirección y tensión en las direcciones perpendiculares en las piezas. Esta tensión transversal produce agrietamiento en planos paralelos al del muro, que se propaga a través del mortero y conduce finalmente a la falla por inestabilidad local. El segundo tipo de falla se presenta como desprendimiento o desgajamiento de partes exteriores de las piezas, que se separan por efecto de las grietas verticales en las mismas, lo que reduce el área efectiva y conduce progresivamente al colapso. La resistencia a compresión del mortero no tiene un papel importante debido a que las juntas son generalmente de poco espesor y el aplastamiento del mortero no conduce a la inestabilidad del conjunto (Meli y Reyes, 1971).

## **2.2 Muros de mampostería**

El comportamiento de muros no confinados ni reforzados ante la acción de cargas laterales depende fundamentalmente del nivel de carga vertical. Cuando la carga vertical es baja o nula, ocurre agrietamiento en las juntas de la parte inferior debido a los esfuerzos de tensión producidos por el momento flexionante, y esto conduce a la falla frágil del muro. Cuando se tiene una carga axial mayor que la anterior, el agrietamiento se mueve hacia la diagonal en compresión, debido a la tensión diagonal que produce el cortante, y se presenta en forma de escalera a lo largo de las juntas horizontales y verticales. Al aumentar aún más la carga vertical, el agrietamiento diagonal empieza a abarcar tanto a las juntas como a las

piezas. Y a niveles todavía mayores de carga vertical, se presenta aplastamiento en las esquinas en compresión antes que el agrietamiento diagonal. Los niveles de carga vertical en los que ocurre la transición entre cada tipo de falla, dependen de las características mecánicas del mortero, las piezas y la interfaz entre ellos; por ejemplo, con un mortero o interfaz muy débil y piezas resistentes, la carga vertical necesaria para que fallen las piezas debe ser muy grande, en comparación de la que se requeriría en una mampostería con mortero e interfaces resistentes y piezas débiles.

En muros diafragma sujetos a carga horizontal, la carga vertical sobre el muro se va incrementando conforme aumenta la primera debido precisamente al efecto confinante del marco. La distribución de esfuerzos de contacto entre el muro y el marco depende de la rigidez relativa entre éstos, y de la relación de aspecto del muro. Por lo que, dependiendo de estos factores, la falla del muro puede estar entre el agrietamiento diagonal y el aplastamiento de las esquinas cargadas. Cuando la relación altura a ancho es grande y con ella la pendiente de la diagonal en compresión, se desarrolla una fuerza vertical alta sobre el muro, por lo que son comunes en estos casos las fallas por aplastamiento en las esquinas o por agrietamiento diagonal que incluye a las piezas. Con relaciones altura a ancho pequeñas, las fuerzas horizontales se transmiten principalmente por cortante con fuerzas verticales pequeñas sobre el muro, por lo que son comunes las fallas por deslizamiento a través de las juntas.

Los muros diafragma presentan un comportamiento no lineal ante cargas laterales debido a efectos geométricos que se producen fundamentalmente en la interacción del muro con el marco que lo confina. Existen dos casos, el primero cuando se tiene una separación inicial entre el muro y el marco, producto de la contracción de la mampostería, o de una holgura insuficiente cuando se intenta aislar al muro del marco. En este caso inicialmente trabaja solamente el marco, hasta que su desplazamiento es suficiente para cerrar la abertura inicial, entonces empieza a tener contacto con el muro y se inicia el trabajo en conjunto. Este proceso de cerramiento es gradual conforme aumenta la carga lateral, pero, en general, no llega a haber contacto en todo el perímetro del muro. El segundo caso se presenta cuando inicialmente hay contacto entre muro y marco, pero al aplicar una carga lateral, los



distintos patrones de desplazamiento de ambos elementos producen que se empiecen a separar en las esquinas en tensión, debido a la poca o nula resistencia de la interfaz ante estas acciones. Cuando existe una pequeña separación entre muro y marco la resistencia máxima es prácticamente la misma que cuando no existe tal separación, aunque la carga de agrietamiento puede reducirse ligeramente (Moghaddam y Dowling, 1987). En ambos casos se presenta deslizamiento entre las superficies de contacto, que se debe también a los diferentes patrones de desplazamiento del muro y el marco. Es importante evaluar la magnitud de los esfuerzos cortantes que aparecen por efecto de la fricción entre ambas superficies ya que modifica sustancialmente el comportamiento del conjunto (Combesure *et al*, 1995, Liauw y Kwan, 1982).

El comportamiento ante cargas laterales de marcos de concreto o de acero con muros diafragma de mampostería, se puede describir en forma muy general, por medio de las siguientes etapas o modos de falla (Moghaddam y Dowling, 1987), figura 2.2.1:

- i) Separación: A niveles bajos de carga ocurre separación entre el muro y el marco en las esquinas alejadas de la diagonal en compresión, esto sucede en todos los casos.
- ii) Aplastamiento de esquina: En el caso en que el marco sea muy flexible, los esfuerzos de compresión en la esquina cargada se concentran en una superficie pequeña y ocurre aplastamiento de la mampostería en esa zona. A medida que el marco sea más rígido, y pueda por lo tanto distribuir mejor los esfuerzos, la zona de aplastamiento se extiende hacia el centro del muro.
- iii) Agrietamiento inclinado: Si el marco es suficientemente rígido para evitar el aplastamiento del muro, entonces ocurre agrietamiento a lo largo de la diagonal en compresión, a causa de los esfuerzos principales de tensión en dirección perpendicular. Este comportamiento no implica el colapso y en muchos casos se pueden alcanzar niveles de carga significativamente mayores que el correspondiente con el agrietamiento.
- iv) Falla de la columna en tensión: La combinación de esfuerzos de tensión y de cortante en la columna izquierda de la figura, puede producir la falla de ésta, principalmente si es de

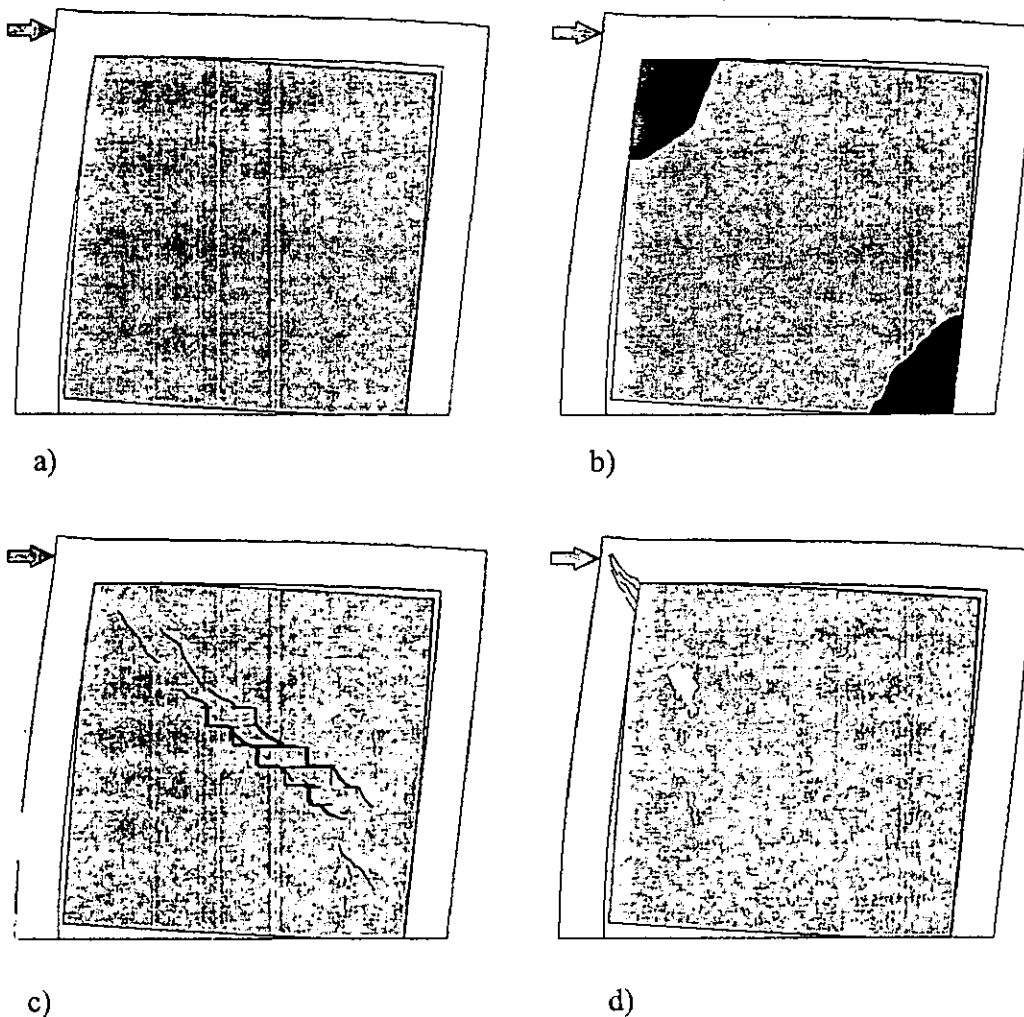


Figura 2.2.1. Modos de falla de marcos con muros de relleno de mampostería (Moghaddam y Dowling 1987); a) separación; b) aplastamiento de esquina; c) agrietamiento inclinado; d) falla de la columna en tensión.

concreto y no tiene suficiente refuerzo transversal y/o longitudinal. Es más raro que falle la columna derecha porque la compresión incrementa, hasta cierto punto, su resistencia al cortante.

Mehrabi *et al* (1994) presentan un desglose más detallado de los posibles mecanismos de falla de marcos con muros de relleno, ver figura 2.2.2. Ellos clasifican a los tipos de falla en cinco grupos: falla por flexión (A), agrietamiento a media altura (B), agrietamiento inclinado (C), deslizamiento en las juntas horizontales (D) y aplastamiento de esquina (E).

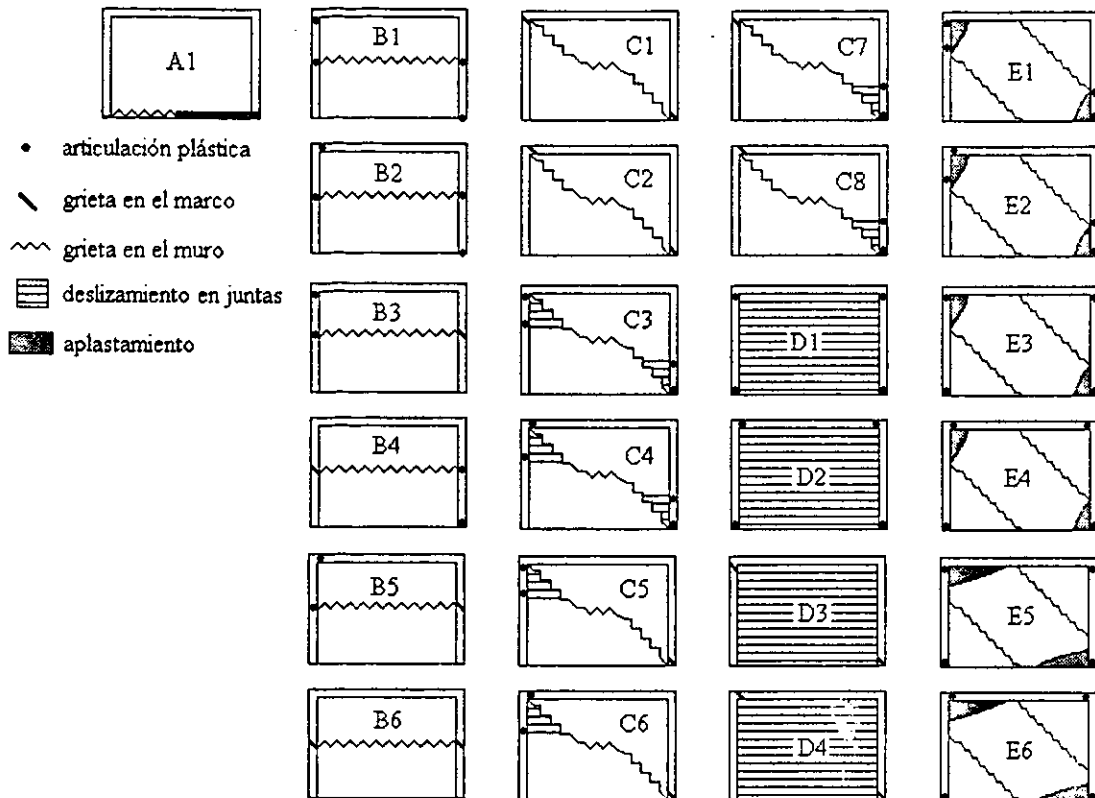


Figura 2.2.2 Mecanismos de falla de marcos con muros de relleno (Mehrabi *et al.* 1994). Tipos de falla posibles: falla por flexión (A), agrietamiento a media altura (B), agrietamiento inclinado (C), deslizamiento en las juntas horizontales (D) y aplastamiento de esquina (E)

Es común que los muros diafragma tengan huecos por razones arquitectónicas y funcionales, ventanas en los muros de fachada, o puertas en los muros interiores y en el acceso al edificio en su primer nivel. Estos huecos modifican sustancialmente el comportamiento de los muros. Cerón (1997) realiza un estudio amplio del comportamiento elástico lineal de muros diafragma con huecos sujetos a carga lateral mediante el método de los elementos finitos. Define un primer grupo de estudio que consiste en muros con ventanas relativamente pequeñas en el tercio superior del mismo. Cuando la ventana se ubica del lado de tensión, la rigidez empieza a disminuir a partir de porcentajes de vacíos del 1 por ciento, mientras que para las ubicaciones centrada y en el lado de compresión, la disminución es notoria a partir de 5 por ciento de vacíos, y para porcentajes de vacíos de 20 por ciento la rigidez llega a disminuir a menos del 40 por ciento de la rigidez del muro sin huecos. Un segundo grupo lo constituyen los muros con ventanas ubicadas en los dos

tercios superiores y que pueden ser de mayor tamaño que en el grupo anterior. Para este grupo se nota la disminución de rigidez desde el 1 por ciento de vacíos, para 20 por ciento de vacíos la rigidez disminuye al 40 por ciento, excepto para ventanas ubicadas en el lado de compresión, en donde la rigidez llega al 60 por ciento, mientras que para ventanas que ocupan el 50 por ciento del área, la rigidez del muro resulta despreciable. El tercer y último grupo lo constituyen los muros con puertas que tienen dos tercios de la altura del muro. Se observa que cuando las puertas ocupan el 20 por ciento del área del muro, la rigidez disminuye al 60 por ciento, y cuando ocupan el 50 por ciento del área, la rigidez puede llegar a ser despreciable.

Cerón también observa que, si bien, en un muro sin huecos los esfuerzos principales de compresión se presentan en la vecindad de la diagonal, y con su misma orientación, cuando existen huecos ubicados precisamente sobre la diagonal del muro, la distribución de esfuerzos cambia drásticamente. Y concluye que, si la distribución de esfuerzos es una de las principales justificaciones de los modelos de diagonal equivalente en muros sin huecos, en muros con ellos dichos modelos se toman totalmente inaplicables.

Cerón estudia también la distribución de elementos mecánicos en el marco, y concluye que la presencia de muros y de huecos en ellos modifican sustancialmente las distribuciones de elementos mecánicos. En el caso de los momentos flexionantes, aunque su magnitud generalmente disminuye, el cambio en su distribución hace que los máximos ya no se presenten en los extremos, sino en el interior de los claros de las columnas, lo cual puede invalidar la recomendación de traslapar las varillas de refuerzo en la parte central de las columnas. En cuanto a las fuerzas cortantes, además de modificar su distribución, la presencia de muros puede hacer que se presenten valores mayores que los calculados cuando se ignora su presencia.

Moghaddam y Dowling (1987) mencionan que la resistencia a cargas laterales de muros con huecos también se reduce drásticamente. Para un muro con un hueco centrado de dimensiones  $h/3 \times l/3$  (donde  $h$  y  $l$  son la altura y longitud del muro respectivamente),

probado experimentalmente, la resistencia máxima se reduce al 50 por ciento de la que alcanza el muro sin hueco.

Resultados obtenidos por varios investigadores en el Instituto de Ingeniería de la UNAM y resumidos por Meli (1979), indican que las características del marco confinante no tienen una influencia significativa en el comportamiento del muro antes de la aparición del agrietamiento diagonal. Sin embargo, la reserva de resistencia y la ductilidad dependen especialmente de la resistencia a fuerzas cortantes en las esquinas del marco; ya que si ésta es baja, la grieta diagonal se prolonga en el marco y la capacidad de carga ya no aumenta significativamente, mientras que si la esquina del marco es resistente, la carga puede aumentar apreciablemente hasta que se produce la falla por aplastamiento de la mampostería.

Mehrabi *et al* (1994) realizan una serie de 14 pruebas experimentales de marcos con muros diafragma de una y dos crujías, sujetos a cargas laterales. Concluyen que mientras mayores son la rigidez y la resistencia del muro, mayores son la rigidez y la resistencia del conjunto. Cuando el marco es resistente (diseñado para sismo), el incremento en resistencia es todavía mayor que cuando el marco es débil (diseñado únicamente para cargas verticales). Por ejemplo un mismo relleno puede incrementar en un factor de 2.3 la resistencia de un marco débil, mientras que la resistencia de un marco resistente se incrementa alrededor de 3.2 veces, esto se debe a que un relleno resistente en un marco débil produce la falla por cortante en las columnas antes de alcanzar la resistencia máxima del relleno. Ante cargas cíclicas, la resistencia de marcos con muros resistentes se degrada más rápidamente que la de marcos con rellenos débiles, debido a que un muro resistente produce mayor agrietamiento por cortante en el marco que un muro débil, sin embargo, los primeros son capaces de disipar más energía que los segundos. La aplicación de la carga en forma cíclica, reduce la resistencia e incrementa la degradación de la misma, respecto al comportamiento ante carga monótona. Cuando se compara el comportamiento de marcos de una y dos crujías con diseños iguales, resulta que el incremento en resistencia al agregar la segunda crujía puede ser únicamente del 68 por ciento. Esto puede deberse a que la

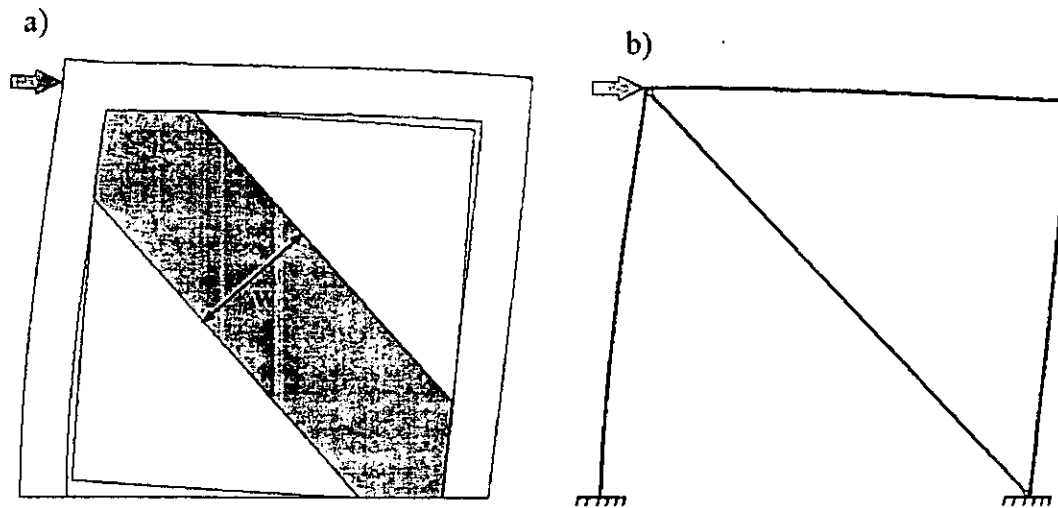


Figura 2.3.1. Modelo de diagonal equivalente; a) idealización del trabajo conjunto del marco y el muro; b) modelo analítico con elementos barra.

resistencia máxima de cada crujía no ocurre al mismo tiempo, e implica que la resistencia total no necesariamente es la suma de las parciales.

### 2.3. Modelos simplificados de análisis para muros diafragma

La separación en las esquinas en tensión que se produce al aplicar una carga lateral a un marco con un muro diafragma ha dado origen a la idea de sustituir al muro de mampostería por un elemento armadura diagonal en compresión con fines de análisis estructural (figura 2.3.1). Este elemento diagonal debe proporcionar al marco una rigidez similar a la que proporciona el muro, con el fin de poder estimar los desplazamientos laterales que produce un determinado conjunto de fuerzas laterales, que pueden ser de origen sísmico o eólico. Incluso se pueden calcular los períodos naturales y las formas modales del modelo matemático construido con base en esta hipótesis, así como en las utilizadas comúnmente en el modelado de marcos. Estos elementos equivalentes se emplean también para el cálculo aproximado de las capacidades de carga lateral de las estructuras.

Holmes (1961) propone emplear un elemento diagonal con las mismas propiedades mecánicas del material del muro, y con un ancho de un tercio de la longitud de la diagonal. Su propuesta se basa en suponer que la reacción entre el muro y el marco varía linealmente desde un máximo en las esquinas cargadas hasta cero en las esquinas en tensión. Los

resultados que se obtienen con este modelo, comparado con resultados experimentales de marcos en compresión diagonal con rellenos de concreto y de mampostería, predicen razonablemente bien la resistencia máxima, pero los desplazamientos calculados son siempre menores que los observados. Aunque el autor argumenta que la gran dispersión en los resultados experimentales no justifica emplear modelos más sofisticados, la tendencia en los criterios de diseño de prestar cada vez mayor atención a los desplazamientos de las estructuras, hace necesario encontrar mejores modelos para el cálculo de las rigideces.

Stafford-Smith y Carter (1969), parten de estudios experimentales y teóricos más completos, y proponen al parámetro adimensional  $\lambda h$  como una medida la rigidez relativa del muro contra la del marco, y como un indicador del comportamiento del conjunto. Al parámetro  $\lambda$  lo definen como:

$$\lambda = \sqrt[4]{\frac{E_I t \operatorname{sen}(2\theta)}{4EIh'}} \quad (2.1)$$

donde  $h$  es la altura del marco,  $E_I$ ,  $t$  y  $h'$  son el módulo de Young, el espesor y la altura del muro respectivamente,  $E$  e  $I$  son el módulo de Young y el momento de inercia de las columnas, y  $\theta$  es el ángulo entre la horizontal y la diagonal del muro. A partir de este parámetro proponen una expresión para estimar la longitud de contacto entre muro y marco; presentan gráficas para obtener la anchura de la diagonal equivalente en función de  $\lambda h$ , del nivel de carga en la diagonal (en relación a la carga de aplastamiento) y de la relación de aspecto. Sus estudios indican que la presencia del muro reduce significativamente los elementos mecánicos en el marco, y con base en esto sugieren que el conjunto se puede analizar como una armadura. Proponen un método para el cálculo de resistencias para marcos con rellenos de concreto o de mampostería, en el que se reconocen varios modos de falla, como tensión-cortante en una columna del marco, aplastamiento en las esquinas cargadas, o tensión diagonal en el relleno. Este método presenta varias mejoras respecto al anterior; sin embargo, en el caso de agrietamiento por tensión diagonal no permite calcular el incremento de resistencia que puede ocurrir más allá de este estado.

En 1980, Bazán propone otro parámetro adimensional que representa a la rigidez relativa del marco en relación con la del muro, define dicho parámetro como:

$$\lambda = \frac{E_c A_c}{G_m A_m} \quad (2.2)$$

donde  $E_c$  y  $A_c$  son el módulo de Young y el área de la sección transversal de las columnas del marco, y  $G_m$  y  $A_m$  son el módulo de cortante y el área de una sección horizontal del muro respectivamente. Con base en análisis de modelos de elemento finito, Bazán propone una expresión para estimar el ancho de la diagonal equivalente en función del parámetro anterior:

$$w = (0.35 + 0.022\lambda)h \quad (2.3)$$

Es importante destacar que en los modelos anteriores se supone un comportamiento elástico lineal, por lo que son útiles únicamente para el cálculo de rigideces iniciales y dejan de ser válidos una vez que comienza el comportamiento marcadamente no lineal.

Madan *et al* (1997), desarrollan un modelo de diagonal equivalente capaz de representar el comportamiento no lineal y las características histeréticas del sistema como las degradaciones de resistencia y rigidez, debido al agrietamiento y al deslizamiento sobre las juntas; y el estrechamiento del lazo histerético, debido al efecto de abrirse y cerrarse de las grietas y de interfaces entre marco y muro. El comportamiento del elemento diagonal lo definen mediante una ecuación diferencial que es necesario resolver numéricamente conforme se avanza en el análisis dinámico de la estructura.

Mosalam *et al* (1996) proponen un elemento diagonal con comportamiento no lineal, unido al marco mediante “*elementos de contacto discontinuo*”, que impiden que aquél trabaje en tensión y permiten, además, modelar una separación pequeña,  $g$ , entre el muro y el marco (figura 2.3.2). Cuando el desplazamiento del marco es suficiente para cerrar esta separación, se inicia una etapa de rigidez media, que representa el aplastamiento de las rugosidades de la mampostería con un desplazamiento  $s$ , la parte final tiene una rigidez muy grande, y es donde trabaja activamente el elemento diagonal. Este modelo



permite reproducir el estrechamiento del lazo histerético que se observa en ensayos ante cargas cíclicas de marcos con muros diafragma.

Los modelos anteriores permiten representar al comportamiento global de la estructura, pero no reproducen el comportamiento local, en cuanto a la distribución de los elementos mecánicos del marco. Chrysostomou *et al* (1992) proponen un modelo que utiliza tres diagonales paralelas en sustitución del muro (figura 2.3.3). Las diagonales excéntricas se localizan en puntos donde se supone que se forman articulaciones plásticas en las traveses y las columnas del marco. El comportamiento mecánico de las diagonales se modela por medio de dos funciones, una que define la envolvente de la curva carga contra desplazamiento, y la segunda que define la forma del lazo histerético. Con este modelo los autores realizan la simulación de la respuesta dinámica de marcos de acero de una y varias crujeas, y de uno y varios niveles, ante la acción de un sismo. En una serie de análisis se considera la contribución de los muros a la rigidez y resistencia, y en otra serie se ignora, en ambos casos se considera la masa de los muros. Entre las conclusiones más importantes que

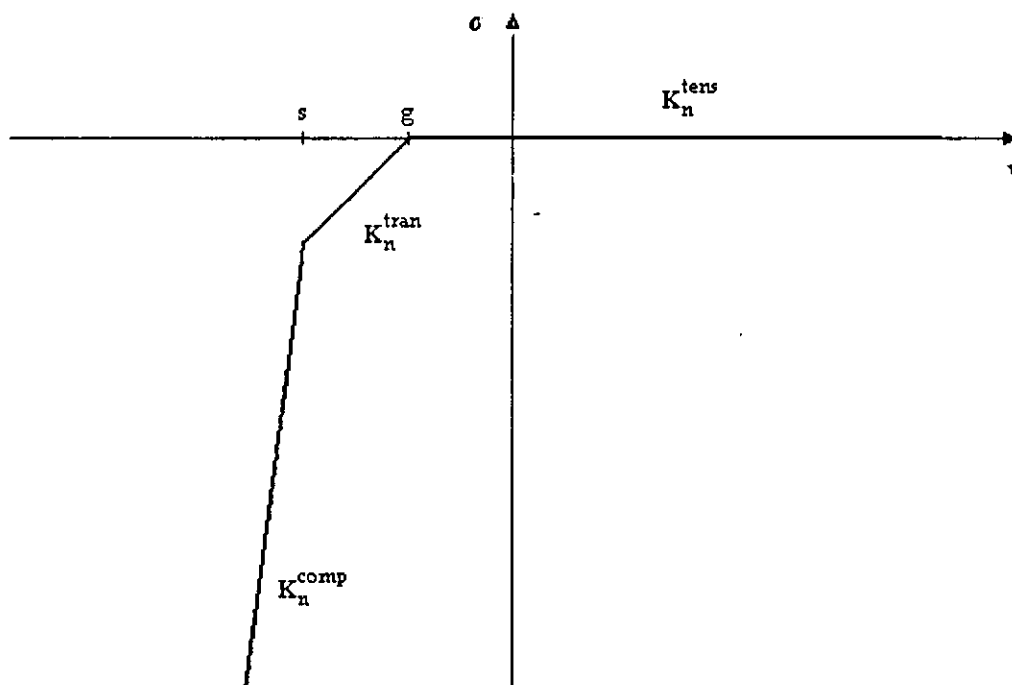


Figura 2.3.2. Comportamiento del elemento que modela la separación inicial propuesto por Mosalam *et al* (1996).

obtienen están:

- El desplazamiento máximo de la azotea y el cortante basal máximo son mayores en el marco sin muros que en el marco con muros, cuando el período de la estructura está alejado del período dominante del sismo en el sitio.
- Las fuerzas axiales en las columnas adyacentes a los muros se incrementan notablemente cuando éstos están ligados, respecto al caso de muros desligados del marco, lo contrario ocurre con columnas no adyacentes a los muros.
- La contribución de los muros reduce significativamente el daño en el marco, así como la demanda de disipación de energía del mismo.

Los marcos con muros diafragma de mampostería presentan un comportamiento muy complejo, además, se observa gran variabilidad en los resultados en los ensayos de laboratorio. Esto hace pensar que, desde un punto de vista ingenieril, es suficiente contar con modelos que tomen en cuenta, aunque sea de manera aproximada, la mayoría de los fenómenos descritos en las secciones anteriores, y que sean capaces de dar una

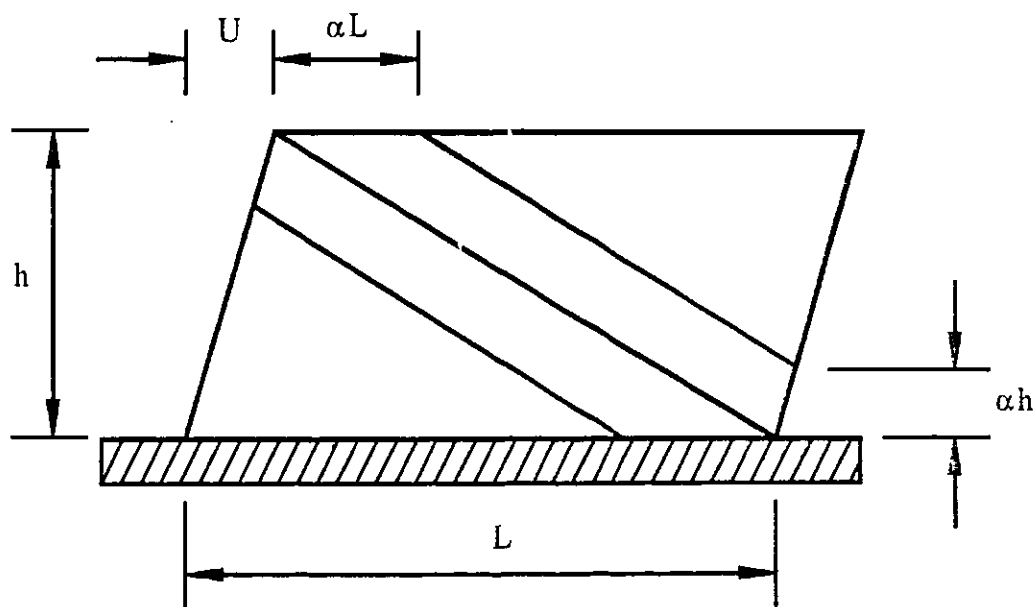


Figura 2.3.3. Modelo de tres diagonales de Crysostomou *et al* (1992).

---

aproximación de la resistencia, rigidez y deformabilidad del sistema, así como de los elementos mecánicos en el marco. La mayoría de los modelos simplificados presentados en esta sección se preocupan por representar el comportamiento global de la estructura, pero olvidan el efecto local del muro sobre el marco. Sólo el modelo de Crysostomou *et al* (1992) presta atención a este aspecto, a costa de emplear tres diagonales en lugar de una, aunque bien vale la pena el aumento en complejidad del modelo si se logra una mejor aproximación de la realidad.

# Modelo no lineal de elementos finitos

Actualmente el comportamiento estructural de marcos con muros diafragma es entendido sólo parcialmente, por tanto, se requieren más resultados experimentales para comprenderlo mejor. Sin embargo, los ensayos de laboratorio son muy costosos y resulta mucho más económico realizar simulaciones numéricas del comportamiento estructural de estas estructura. Por ello es más eficiente invertir en el desarrollo de modelos numéricos del comportamiento de la mampostería y su interacción con marcos, que en el ensaye de modelos físicos. Sin dejar de reconocer que los ensayos de laboratorio son necesarios para conocer el comportamiento de estas estructuras y lograr que los modelos numéricos representen cercanamente a la realidad.

En este capítulo se exponen brevemente las ideas fundamentales del método del elemento finito, del enfoque de la fractura distribuida, de la teoría de la plasticidad y del análisis no lineal de estructuras. A continuación se describen las técnicas y modelos de elementos finitos que se han desarrollado para simular el comportamiento de estructuras de mampostería. Y finalmente, se describen las características principales del modelo construido para este trabajo, y del programa de elementos finitos utilizado para el mismo.

### 3.1 El método del elemento finito

El método del elemento finito (MEF), en su concepto más general, es una técnica para obtener soluciones aproximadas, ya sea de una ecuación diferencial con condiciones de frontera dadas y definida sobre un cierto dominio, o de su formulación variacional equivalente, si ésta existe. En los problemas de mecánica estructural siempre existe una formulación variacional para cada problema, y está relacionada con alguno de los teoremas de trabajo y energía (Bathe 1982, Ayala 1998).

En lo que sigue se desarrolla a grandes rasgos el planteamiento del método de los desplazamientos, que resulta de la formulación variacional conocida como teorema de la energía potencial mínima, el cual afirma que de todas las configuraciones posibles, compatibles y que satisfacen las condiciones de frontera, la que minimiza la energía potencial  $\pi_p$ , es la que satisface el equilibrio y es, además, única. Para cuerpos elásticos la energía potencial se expresa como

$$\pi_p = U - W_E \quad (3.1.1)$$

donde  $U$  es la energía de deformación y  $W_E$  es el trabajo externo. En el marco del MEF el primer paso consiste en subdividir el dominio en subdominios pequeños con formas simples (triángulos o cuadriláteros para análisis planos, tetraedros, hexaedros, u otras, para análisis en el espacio) llamados elementos, y definidos por sus vértices llamados nudos. A continuación se suponen funciones (generalmente polinómicas), llamadas de interpolación, para aproximar los desplazamientos dentro de cada elemento, expresadas en función de los valores de los desplazamientos en cada uno de los nudos del elemento, los cuales constituyen las incógnitas del problema. En un modelo de  $n$  elementos y  $m$  nudos, la función de desplazamiento en la dirección  $x$  del elemento  $i$  (de  $k$  nudos), se aproxima como

$$u_i^e = \sum_{j=1}^k N_j u_j \quad (3.1.2)$$

donde  $N_j$  es la función de interpolación para el nudo  $j$  del elemento  $i$ ;  $u_j$  es el desplazamiento (incógnita) en la dirección global  $x$  del mismo nudo y elemento, el superíndice  $e$  indica que se refiere a nivel de elemento. Para las otras direcciones globales,

y y z, se escriben ecuaciones análogas correspondientes con los desplazamientos  $v_i^e$  y  $w_i^e$  del mismo elemento, y juntas se pueden expresar en forma matricial como

$$\mathbf{U}_i^e = \mathbf{N}_i \mathbf{u}_i \quad (3.1.3)$$

Se plantean las aproximaciones de las deformaciones y de los esfuerzos como

$$\mathbf{e}_i = \mathbf{B}_i \mathbf{u}_i \quad : \text{deformaciones en coordenadas globales} \quad (3.1.4)$$

$$\mathbf{s}_i = \mathbf{C} \mathbf{e}_i = \mathbf{C} \mathbf{B}_i \mathbf{u}_i \quad : \text{esfuerzos en coordenadas globales} \quad (3.1.5)$$

donde

$\mathbf{B}_i$  : matriz que transforma desplazamientos en deformaciones; contiene a las derivadas de las funciones de interpolación.

$\mathbf{C}$  : matriz constitutiva que transforma deformaciones en esfuerzos, en el caso elástico lineal, por medio de la Ley de Hooke.

Para cuerpos elástico-lineales, la energía de deformación es

$$U = \frac{1}{2} \int_V \boldsymbol{\sigma}^T \boldsymbol{\varepsilon} dV \quad (3.1.6)$$

y con la aproximación establecida en las ecuaciones 3.1.4 y 3.1.5 se tiene

$$U = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \int_V \mathbf{s}_i^T \mathbf{e}_i dV = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \mathbf{u}_i^T \left( \int_V \mathbf{B}_i^T \mathbf{C} \mathbf{B}_i dV \right) \mathbf{u}_i = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \mathbf{u}_i^T \mathbf{K}_i \mathbf{u}_i \quad (3.1.7)$$

donde

$$\mathbf{K}_i = \int_V \mathbf{B}_i^T \mathbf{C} \mathbf{B}_i dV \quad (3.1.8)$$

Al expresar a los desplazamientos nodales como un solo vector  $\mathbf{U}$  para todo el dominio, y sumar ordenadamente las matrices  $\mathbf{K}_i$  resulta

$$U = \frac{1}{2} \mathbf{U}^T \left( \sum_{i=1}^n \mathbf{K}_i \right) \mathbf{U} = \frac{1}{2} \mathbf{U}^T \mathbf{K} \mathbf{U} \quad (3.1.9)$$

Al proceso de sumar las matrices de rigideces de los elementos para formar la matriz de rigideces del sistema completo  $\mathbf{K}$ , se le conoce como ensamble. Este proceso no es una suma matricial propiamente dicha, sino que en él se suman las componentes correspondientes con los mismos grados de libertad globales. El trabajo externo se calcula

como la suma del trabajo hecho por las fuerzas de cuerpo  $\mathbf{f}_B$ , más el hecho por las fuerzas de superficie  $\mathbf{f}_S$

$$W_E = \int_V \mathbf{u}^T \mathbf{f}_B dV + \int_S \mathbf{u}^T \mathbf{f}_S dS \quad \dots\dots\dots(3.1.10)$$

al aproximar  $\mathbf{f}_B$  y  $\mathbf{f}_S$  de la misma forma que los desplazamientos se tiene

$$\mathbf{f}_{B_i}^e = \mathbf{N}_i \mathbf{f}_{B_i}$$

$$\mathbf{f}_{S_i}^e = \mathbf{N}_i \mathbf{f}_{S_i}$$

$$W_E = \sum_{i=1}^n \mathbf{u}_i^T \left( \int_V \mathbf{N}_i^T \mathbf{N}_i dV \right) \mathbf{f}_{B_i}^e + \sum_{i=1}^n \mathbf{u}_i^T \left( \int_S \mathbf{N}_i^T \mathbf{N}_i dV \right) \mathbf{f}_{S_i}^e = \mathbf{U}^T \mathbf{F}_B + \mathbf{U}^T \mathbf{F}_S \quad (3.1.11)$$

Las sumatorias que aparecen en la ecuación anterior representan un proceso análogo al ensamble de la matriz de rigideces, esto es, se suman las componentes de acuerdo con el grado de libertad al que corresponde cada una de ellas. Al sustituir las ecuaciones 3.1.9 y 3.1.11 en la 3.1.1 resulta

$$\pi_p = \frac{1}{2} \mathbf{U}^T \mathbf{K} \mathbf{U} - \mathbf{U}^T \mathbf{F}_B - \mathbf{U}^T \mathbf{F}_S \quad (3.1.12)$$

Para obtener el mínimo de la energía potencial, éste se deriva con respecto a cada componente de  $\mathbf{U}$  y se iguala con cero de manera condensada esto se expresa como

$$\begin{aligned} \frac{\partial \pi_p}{\partial \mathbf{U}^T} &= \mathbf{K} \mathbf{U} - \mathbf{F}_B - \mathbf{F}_S = \mathbf{0} \\ \Rightarrow \mathbf{K} \mathbf{U} &= \mathbf{F}_B + \mathbf{F}_S \\ \mathbf{K} \mathbf{U} &= \mathbf{P} \end{aligned} \quad (3.1.13)$$

Esta ecuación se resuelve para  $\mathbf{U}$  y por sustitución en las ecuaciones 3.1.4 y 3.1.5 se obtienen las aproximaciones de las deformaciones ( $\mathbf{e}_i$ ) y de los esfuerzos ( $\mathbf{s}_i$ ) para cada elemento. En la ecuación 3.1.13 se reconoce a la ecuación de equilibrio característica del método de los desplazamientos. Gracias al proceso de ensamble de la matriz de rigideces y de los vectores de fuerzas, esta ecuación representa al equilibrio global de la estructura.

### 3.2 Análisis no lineal

Los criterios de diseño estructural por resistencias últimas y por desempeño, que actualmente han sustituido a los basados en esfuerzos permisibles, requieren del estudio del comportamiento de los elementos y las estructuras más allá del intervalo elástico-lineal, y hasta niveles de deformación relativamente elevados. Esto implica que los métodos tradicionales de análisis lineal no son suficientemente precisos, y es necesario recurrir a técnicas no lineales, las cuales conllevan una serie de dificultades que han impedido que su uso se extienda a la práctica común del análisis y diseño estructural. Aunque es indispensable que esto último ocurra en un mediano plazo.

El comportamiento no lineal de las estructuras tiene su origen en dos fuentes fundamentales, la no linealidad geométrica y la no linealidad del material. La primera se produce cuando las relaciones entre deformaciones y desplazamientos, expresadas por las matrices  $\mathbf{B}_i$  en la ecuación 3.1.4, son no lineales. Esto ocurre, por ejemplo, en estructuras muy flexibles en las que es necesario tomar en cuenta el efecto del cambio de la geometría de la estructura en la transmisión de los esfuerzos a través de la misma. La no-linealidad del material se refleja en una matriz constitutiva  $\mathbf{C}$  no lineal (ecuación 3.1.5), que se presenta cuando se ha rebasado el límite elástico lineal del material. Ambos casos conducen a matrices de rigideces no lineales (ecuación 3.1.8). En este trabajo se trata únicamente con la no linealidad de material, ya que interesa conocer la forma en que se comportan las estructuras cuando se presenta daño en los materiales. Este interés por el comportamiento no lineal ha llevado a los ingenieros civiles a aplicar y desarrollar herramientas como las teorías de la plasticidad y de la mecánica de fractura. En lo que sigue se exponen algunos conceptos básicos de estas teorías, y de las técnicas disponibles de análisis no lineal de estructuras.

#### 3.2.1. Fractura distribuida

La mecánica de la fractura estudia la formación y la propagación de grietas en cuerpos sólidos, y la influencia de estas grietas en su comportamiento mecánico. Esta rama de la mecánica ha dado origen a dos tipos de aplicaciones en el contexto de los elementos



---

finitos: la fractura discreta, que modela a la grieta como una discontinuidad geométrica, y la fractura distribuida que considera al sólido agrietado como un continuo.

La fractura discreta es particularmente útil cuando el agrietamiento es muy localizado y se conoce antes del análisis la localización y trayectoria que seguirá(n) la(s) grieta(s). Por ejemplo, el deslizamiento entre el acero de refuerzo y el concreto o el deslizamiento y separación en la interfaz entre muro y marco. A lo largo de la ruta que seguirá la grieta se introducen elementos interfaz capaces de modelar el ablandamiento. Cuando no se conoce previamente la localización de la grieta, este enfoque requiere de la adaptación de la malla de elementos finitos a medida que se inicia y se propaga la grieta; sin embargo, esta estrategia consume una gran cantidad de recursos de cómputo. Por lo cual es prácticamente inaplicable cuando se intenta analizar un problema en el que se presentan un gran número de grietas.

El enfoque de la fractura distribuida se basa en considerar que el agrietamiento es un fenómeno que ocurre en el interior de un elemento, sin que éste pierda su continuidad. Se modela mediante el cambio de las relaciones constitutivas iniciales del mismo, por otras relaciones de carácter ortótropo al iniciarse el agrietamiento. Los ejes de ortotropía están alineados con el plano de la grieta. Este enfoque tiene la ventaja de conservar la malla de elementos finitos aunque se desconozca inicialmente la zona de agrietamiento, por lo que el consumo de recursos es mucho menor que en la fractura discreta con modificación de la malla. La fractura distribuida tiene su campo de aplicación en los problemas en los que el agrietamiento se presenta como un fenómeno efectivamente distribuido, como en el caso de muros de cortante densamente reforzados.

La hipótesis básica de la fractura distribuida proviene del hecho de que el inicio del agrietamiento ocurre con una serie de pequeñas fisuras en una región del cuerpo en estudio. La propagación de algunas de estas fisuras es la que conduce a la aparición de una grieta macroscópica libre de esfuerzos. Este hecho es también el origen de que el agrietamiento no ocurra de manera frágil (en general), sino que se presente una rama descendente con pendiente diferente de  $90^\circ$  en la curva esfuerzo deformación, o ablandamiento, después del esfuerzo máximo.

Un aspecto importante en el proceso de fractura de materiales cuasi-frágiles, como el concreto o la mampostería, es su capacidad de transmitir esfuerzos cortantes a través de las rugosidades de los planos de fractura. Estos esfuerzos implican la rotación de los ejes principales de esfuerzo después de la formación de la grieta. Una forma en que se han tomado en cuenta estos esfuerzos cortantes es afectar al módulo de cortante elástico  $G$  por un factor de reducción  $\beta$ , llamado factor de retención de cortante (TNO 1996). Sin embargo, esta solución puede sobrestimar tanto la rigidez como la resistencia cuando se considera constante la orientación de la grieta, como originalmente se hizo en los modelos de grieta fija. Para intentar resolver este problema han surgido otros enfoques dentro de la fractura distribuida, como la grieta giratoria, y la grieta multi-direccional. En el primero se considera que, una vez que se inicia una grieta, su orientación permanece perpendicular a la dirección de la deformación principal mayor (de tensión). Mientras que en la grieta multi-direccional, se permite la formación de varias grietas fijas con diferentes orientaciones, de acuerdo con el criterio de agrietamiento, y además, del ángulo mínimo entre dos grietas. El enfoque de la grieta multi-direccional puede considerarse el más general, ya que contiene como casos particulares al de la grieta fija, si el ángulo mínimo entre dos grietas se toma como  $90^\circ$ ; y al de la grieta giratoria, si el ángulo mínimo entre dos grietas se toma como nulo y se hacen algunas otras consideraciones. Por ello en lo que sigue se presentan algunos conceptos relativos a los modelos de grieta multi-direccional que maneja el código DIANA (TNO 1996).

Los modelos de agrietamiento se basan en tomar a la anchura de la grieta como variable en estudio, por lo que es necesario distinguir entre la deformación producida por el agrietamiento y aquella producida por la deformación elástica del material no agrietado dentro de un elemento. El vector de deformaciones totales se descompone en una componente elástica  $\varepsilon^e$  y una componente por agrietamiento  $\varepsilon^{cr}$ :

$$\varepsilon = \varepsilon^e + \varepsilon^{cr} \quad (3.2.1.1)$$

Esta descomposición permite, además, la combinación de modelos de agrietamiento con modelos de plasticidad de forma directa.

La deformación por agrietamiento se puede descomponer para permitir modelar varias grietas que ocurren simultáneamente. Así, para cada grieta  $i$  se define un sistema de coordenadas locales  $n-t$ , alineado con la grieta y que sirve como marco de referencia para los vectores de esfuerzos  $s_i$  y de deformaciones por agrietamiento  $e_i^{cr}$  asociados con la misma. Si se agrupa a todos los vectores  $e_i^{cr}$  en un solo vector  $e^{cr}$ , se puede definir una matriz  $N$  que transforma a éste en el vector de deformaciones totales por agrietamiento

$$\varepsilon^{cr} = N e^{cr} \quad (3.2.1.2)$$

De la misma manera se encuentra que la relación entre el vector de esfuerzos totales, y el que agrupa a los vectores de esfuerzos de todas las grietas  $s^{cr}$  es

$$s^{cr} = N^T \sigma \quad (3.2.1.3)$$

Una hipótesis básica es que los esfuerzos en cada grieta están dados en función de la deformaciones en la misma, y que son independientes de lo que ocurre en las demás grietas

$$s_i^{cr} = f(e_i^{cr}) \quad (3.2.1.4)$$

El modelo constitutivo queda definido una vez que se establecen un criterio de iniciación de una grieta, y la relación entre esfuerzos y deformaciones en la misma. Para el criterio de iniciación de una nueva grieta, se define a la función de falla, la cual toma valores negativos para estados de esfuerzo en el intervalo elástico, y una vez que alcance el valor cero, se puede iniciar la formación de una grieta. La otra condición que se debe de cumplir es que el ángulo entre dos grietas sea mayor que un cierto valor preestablecido. Para la relación entre esfuerzos y deformaciones en la grieta, se introduce una hipótesis adicional: se ignora el acoplamiento entre los esfuerzos normal y tangencial, lo que conduce, para la grieta  $i$ , a una relación constitutiva del tipo (TNO 1996)

$$\begin{bmatrix} \sigma_{nn}^{cr} \\ \tau_{nt}^{cr} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D_{secante}^I & 0 \\ 0 & D_{secante}^{II} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{nn}^{cr} \\ \gamma_{nt}^{cr} \end{bmatrix} \quad (3.2.1.5)$$

en esta ecuación se suprime el subíndice  $i$  por conveniencia. Para la falla en tensión, o agrietamiento en modo I, el módulo secante  $D'_{secante}$  se determina mediante la relación de ablandamiento  $\sigma_{nn}^{cr} = f_{nn}(\varepsilon_{nn}^{cr})$ , de acuerdo con la expresión

$$D'_{secante} = \min \left[ D'_{secante, previo}, \frac{f_{nn}(\varepsilon_{nn}^{cr})}{\varepsilon_{nn}^{cr}} \right] \quad (3.2.1.6)$$

En caso de descarga las rigideces secantes permanecen constantes, esto implica que si la grieta se cierra completamente, queda libre de esfuerzos normales. En cortante, o agrietamiento en modo II, se usa el factor de retención de cortante  $\beta$  que afecta al módulo de cortante  $G$ . Este factor puede considerarse como constante o como función de la deformación de agrietamiento tangencial  $\gamma_{nt}^{cr}$ .

Al considerar las hipótesis anteriores, y hacer una serie de sustituciones y manejos algebraicos, es posible encontrar la relación entre esfuerzos y deformaciones totales:

$$\sigma = \left[ C - CN \left[ D'_{secante} + N^T CN \right]^{-1} N^T C \right] \varepsilon \quad (3.2.1.7)$$

donde  $D'_{secante}$  es la matriz dada en la ecuación (3.2.1.5), y  $C$  es la matriz de rigideces elásticas del material.

Con base en este planteamiento se puede establecer la relación entre el factor de retención de cortante y la rigidez tangencial por agrietamiento como:

$$D''_{secante} = \frac{\beta}{1 - \beta} G \quad (3.2.1.8)$$

Para mayor información sobre ésta y otras teorías de la mecánica de la fractura, se puede consultar Shah *et al* (1995), TNO (1996), y Rots (1988).

### 3.2.2. Plasticidad

En la teoría elástica, cualquier deformación producida en un cuerpo sólido por algún sistema de cargas aplicadas, desaparece totalmente cuando se retiran dichas cargas. En la teoría plástica, por el contrario, se acepta la existencia de deformaciones permanentes, y que los esfuerzos dependen tanto del nivel de deformación al que se somete el material

como de las historias de esfuerzos y de deformaciones. Dentro del contexto de las deformaciones pequeñas, se acepta que las deformaciones se pueden descomponer en una parte elástica  $\varepsilon^e$  y otra plástica  $\varepsilon^p$

$$\varepsilon = \varepsilon^e + \varepsilon^p \quad (3.2.2.1)$$

Las historias de esfuerzo y deformación del material se toman en cuenta implícitamente al introducir un parámetro interno, llamado  $\kappa$ , que depende de alguna ley de evolución específica. Este parámetro generalmente se puede interpretar como una deformación plástica equivalente. El comportamiento elastoplástico del material se puede describir por medio de las siguientes hipótesis:

- Los esfuerzos dependen de las deformaciones elásticas de igual forma que en la teoría elástica

$$\sigma = C\varepsilon^e \quad (3.2.2.2)$$

donde  $C$  es la matriz de rigideces elásticas del material.

- El comportamiento plástico se inicia cuando el estado de esfuerzo es tal que una función, llamada función de falla, toma el valor cero, esta función puede depender también del parámetro  $\kappa$

$$f(\sigma, \kappa) = 0 \quad (3.2.2.3)$$

Se presenta comportamiento elástico cuando dicha función es menor que cero, y no se permite que tome valores mayores que cero.

- La ley de fluencia define al cambio en el vector de deformaciones plásticas en función del estado de esfuerzos y del parámetro interno. De acuerdo con la teoría del flujo plástico, el cambio en el vector de deformaciones plásticas es

$$\dot{\varepsilon}^p = \sum_{j=1}^n \dot{\lambda}_j \frac{\partial g_j}{\partial \sigma} \quad (3.2.2.4)$$

donde las  $n$  funciones potenciales  $g_j$  dependen del vector de esfuerzos y del parámetro interno. Los multiplicadores plásticos  $\dot{\lambda}_j$  están restringidos por las condiciones de Kuhn-Tucker (TNO, 1996)

$$\begin{aligned} f &\leq 0 \\ \dot{\lambda}_j &\geq 0 \\ \dot{\lambda}_j f &= 0 \end{aligned} \quad (3.2.2.5)$$

Estas condiciones implican que, mientras no ocurra flujo plástico ( $f < 0$ ), los multiplicadores plásticos deben tener valor cero ( $\dot{\lambda}_j = 0$ ).

- La evolución del parámetro interno esta dado por una cierta función que depende de los vectores de esfuerzos y de cambio en las deformaciones plásticas

$$\kappa = h(\boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\varepsilon}^p) \quad (3.2.2.6)$$

Se puede establecer la relación entre los vectores de cambio en los esfuerzos y en las deformaciones, mediante las hipótesis anteriores y algunos manejos algebraicos esta relación resulta ser

$$\boldsymbol{\sigma} = \left[ \begin{array}{c} \mathbf{C} \frac{\partial g}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \frac{\partial f^T}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \mathbf{C} \\ E_p + \frac{\partial f^T}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \mathbf{C} \frac{\partial g}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \end{array} \right] \boldsymbol{\varepsilon} \quad (3.2.2.7)$$

donde

$$E_p = - \frac{\partial f}{\partial \kappa} \frac{\partial \kappa}{\partial \lambda} \quad (3.2.2.8)$$

es el módulo de rigidez plástico. La matriz de rigidez tangente del material resulta asimétrica si la función de potencial plástico  $g$  no es igual a la función de falla  $f$ .

La solución numérica de problemas de plasticidad, requiere de la discretización de las expresiones anteriores, y del cálculo de una matriz de rigideces tangente consistente con dicha discretización. Estos temas y una exposición más detallada de los conceptos anteriores se pueden encontrar en la literatura sobre el tema, por ejemplo Mendelson (1978), Crisfield (1991) y TNO (1996).

### 3.2.3. Métodos incrementales y métodos iterativos

Al tratar de resolver sistemas de ecuaciones no lineales se encuentra que el principal inconveniente es que la solución de estos sistemas es, en general, imposible de encontrar directamente; además, puede no existir solución a un determinado problema, o pueden existir varias soluciones a un mismo sistema. La forma en que se han atacado este tipo de problemas es tratar de encontrar soluciones aproximadas. Al cabo de varios años de investigación y acumulación de múltiples experiencias, se ha llegado a la conclusión de que la mejor manera de buscar este tipo de soluciones, es la combinación de métodos incrementales con métodos iterativos (Bittnar y Sejnoha 1996, Crisfield 1996 y TNO 1996).

El método incremental o método de Euler consiste en dividir al vector de fuerzas  $\mathbf{P}$  en varias partes o incrementos sucesivos de carga  $\Delta\mathbf{P}$ , y suponer que la estructura se comporta linealmente, o casi, al aplicar cada uno de estos incrementos, de forma que se resuelven una serie de ecuaciones del tipo

$$\mathbf{K}_{t,i}\Delta\mathbf{u}_i = \Delta\mathbf{P}_i \quad (3.2.3.1)$$

donde  $i$  es un contador para los incrementos de carga y  $\mathbf{K}_i$  es la matriz de rigideces tangente, obtenida con base en el estado de la estructura al final del incremento  $i-1$ . La configuración desplazada en cada incremento se calcula con

$$u_i = u_{i-1} + \Delta u_i = \sum_{j=1}^i \Delta u_j \quad (3.2.3.2)$$

La principal desventaja de este método es que el error se va acumulando con cada paso de carga, especialmente si estos no son suficientemente pequeños, la figura 3.2.3.1 ilustra esto para el caso de un sistema de una variable. La forma de resolver este inconveniente, sin tener que hacer los incrementos de carga demasiado pequeños, es utilizar un método iterativo para obtener una mejor aproximación de la solución en cada incremento de carga. En la figura 3.2.3.1 se observa que al aplicar el primer incremento  $\Delta\mathbf{P}_1$ , se tiene un desequilibrio  $g_1$  entre la fuerza externa  $\Delta\mathbf{P}_1$  y la fuerza interna asociada al desplazamiento  $\Delta\mathbf{u}_1$ , representada por la curva inferior.

Si se supone que de alguna manera se ha encontrado una buena aproximación de la configuración de equilibrio después del incremento  $\Delta P_{i-1}$ , a continuación se aplica el incremento  $\Delta P_i$  y mediante la ecuación 3.2.3.1 se calcula una aproximación para el incremento en desplazamientos  $\Delta u_i$ . Se define al vector de fuerzas de desequilibrio como

$$\mathbf{g}_i = \Delta \mathbf{P}_i - \Delta \mathbf{P}_{\text{int}}(\Delta \mathbf{u}_i) \quad (3.2.3.3)$$

El objetivo del método iterativo es encontrar una corrección, o serie de correcciones, al vector  $\Delta u_i$  de forma tal que las fuerzas de desequilibrio se reduzcan a cero o casi cero. Una forma de hacerlo es calcular una nueva matriz de rigideces tangente y aplicar como fuerzas externas las fuerzas de desequilibrio

$$\mathbf{K}_t^j \delta \mathbf{u}^j = \mathbf{g}^{j-1} \quad (3.2.3.4)$$

Se ha suprimido el subíndice porque ahora se trabaja sobre un mismo incremento de carga, y para hacer más sencilla la escritura. En la ecuación 3.2.3.4 el superíndice  $j$  es el contador de las iteraciones,  $\delta \mathbf{u}^j$  es la corrección al vector  $\Delta \mathbf{u}$ , el cual se convierte en

$$\Delta \mathbf{u}^j = \Delta \mathbf{u}^{j-1} + \delta \mathbf{u}^j \quad (3.2.3.5)$$

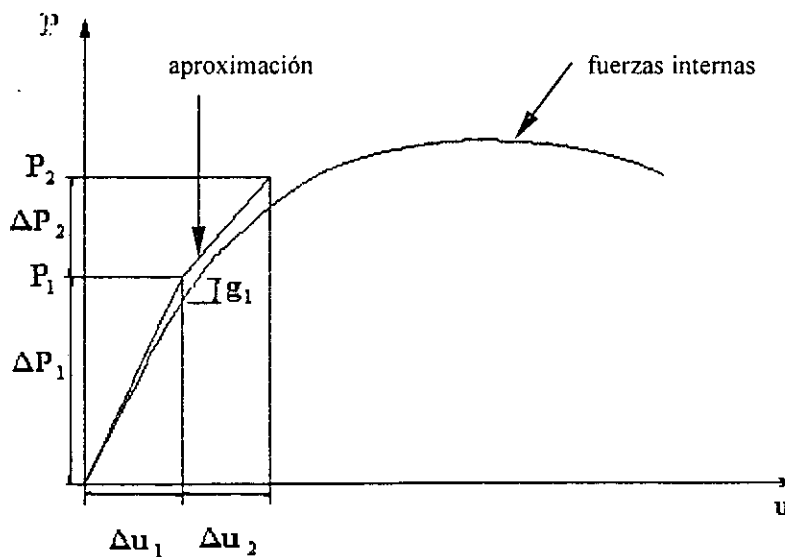


Figura 3.2.3.1 Método incremental.



Con este vector corregido se vuelven a aplicar las ecuaciones 3.2.3.3, 3.2.3.4 y 3.2.3.5, hasta que se cumpla con el criterio de convergencia, del cual se habla adelante. A este procedimiento se le conoce como el método de Newton-Raphson y se ilustra para el caso de una variable en la figura 3.2.3.2. Este método tiene la ventaja de que converge rápidamente, en general. Sin embargo, tiene el inconveniente de que la matriz de rigideces tangente tiene que ser construida y factorizada en cada iteración, lo cual consume tanto más tiempo cuanto más grados de libertad tiene la estructura, y se vuelve impráctico para

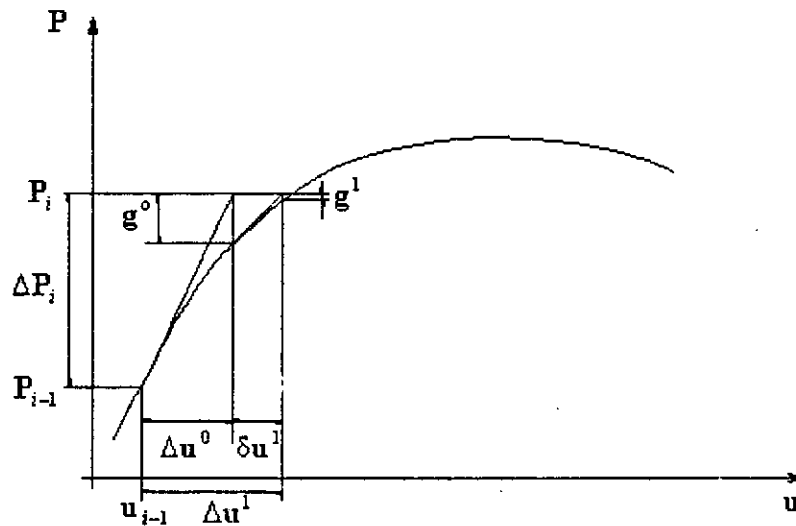


Figura 3.2.3.2 Método de Newton-Raphson.

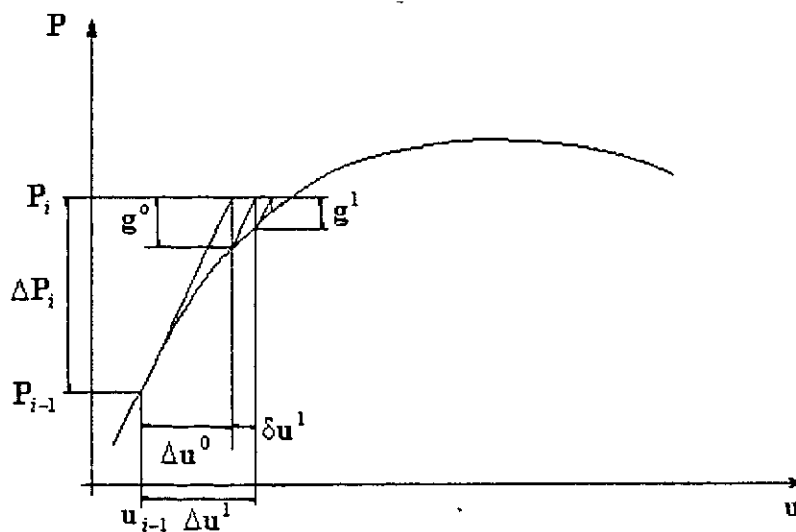


Figura 3.2.3.3 Método de Newton-Raphson modificado.

sistemas muy grandes.

Existen varias formas de evitar este inconveniente, una de ellas es construir e invertir una sola matriz de rigideces para cada incremento de carga, la que se obtiene al inicio del mismo, y utilizarla para todas las iteraciones necesarias para alcanzar la convergencia. A este procedimiento se le conoce como método de Newton-Raphson modificado (figura 3.2.3.3), la ventaja que se menciona se consigue a cambio de requerir más iteraciones en cada incremento de carga para lograr la convergencia. Otra modalidad de este método es emplear para todo el análisis la matriz de rigideces que se obtiene inicialmente con las propiedades mecánicas y geométricas originales de la estructura, o matriz de rigideces lineal. De esta forma la convergencia se hace todavía más lenta, pero la construcción e inversión de la matriz se hace una sola vez en todo el proceso; además, se asegura que la matriz que se está empleando es positiva definida y simétrica. En el análisis de estructuras de mampostería se tienen matrices asimétricas cuando se incluyen elementos interfaz con diferentes valores en el ángulo de fricción que en el de expansión, por lo que este método resulta muy útil; especialmente cuando no se dispone de rutinas para resolver sistemas de ecuaciones asimétricos, o no se quieren usar por su baja eficiencia en comparación con las rutinas para resolver sistemas simétricos.

#### **3.2.4. Criterios de convergencia**

Cualquiera que sea el método iterativo que se emplee, éste debe de suspenderse una vez que se ha alcanzado un cierto nivel de aproximación, ya que por razones de redondeo en los cálculos numéricos no es posible encontrar la solución exacta para algún incremento de carga. Existen tres tipos de criterios de convergencia, los basados en desplazamientos, los basados en fuerzas y los basados en energía. Los criterios descritos a continuación son los que utiliza el código DIANA (TNO 1996), cuando se habla de la norma de un vector se refiere a la norma euclidiana, y los criterios se ilustran en la figura 3.2.4.1.

En el criterio basado en desplazamientos se compara la norma del incremento en desplazamientos en la última iteración, con la norma del incremento en desplazamientos en el paso de carga mediante el cociente

$$\varepsilon_u = \frac{\|\delta \mathbf{u}^i\|}{\|\Delta \mathbf{u}^0\|} \quad (3.2.4.1)$$

El proceso iterativo termina cuando  $\varepsilon_u$  es menor que la tolerancia establecida para este criterio. De manera similar se define el criterio de convergencia para fuerzas mediante el cociente entre la norma del vector de disequilibrio en la última iteración y la del vector de disequilibrio inicial

$$\varepsilon_p = \frac{\|\mathbf{g}^i\|}{\|\mathbf{g}^0\|} \quad (3.2.4.2)$$

Finalmente para el criterio basado en energía se define el cociente entre la energía interna requerida en la última iteración y la requerida en la primera, en valor absoluto:

$$\varepsilon_E = \frac{|\Delta E^0|}{|\delta E^1|} = \frac{|\delta \mathbf{u}^i (\mathbf{P}_{int}^{i+1} + \mathbf{P}_{int}^i)|}{|\Delta \mathbf{u}^0 (\mathbf{P}_{int}^1 + \mathbf{P}_{int}^0)|} \quad (3.2.4.3)$$

En la literatura no se encuentran recomendaciones específicas acerca de qué criterio de convergencia utilizar, o de qué valores de los cocientes establecer, de acuerdo con el tipo

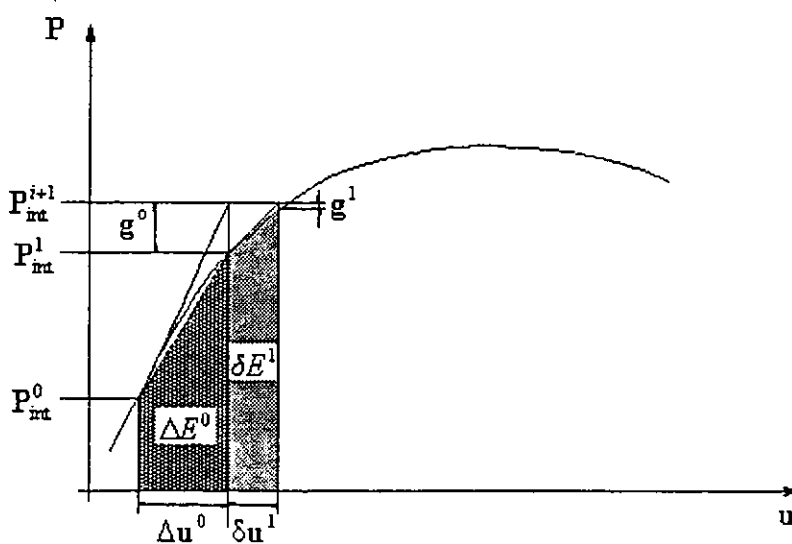


Figura 3.2.4.1 Criterios de convergencia.

de problema a resolver. Se encuentran únicamente recomendaciones de carácter muy general. Por ejemplo en TNO (1996), se recomienda asegurarse que los denominadores de los cocientes no sean demasiado pequeños (cerca de cero); que cuando se tiene un comportamiento de ablandamiento se debe usar un criterio más estricto que cuando se presenta endurecimiento; y que en caso de duda, realizar el análisis con dos criterios diferentes para comparar las diferencias en los resultados y poder decidir cuál es el más adecuado.

### 3.2.5. Técnicas adicionales

Existen diversas técnicas, tanto para hacer más eficientes a los procedimientos iterativos, como para asegurar, dentro de lo posible, la convergencia hacia configuraciones de equilibrio. La elección e implantación de dichas técnicas determinan en gran medida el éxito o fracaso de un análisis no lineal; por ejemplo, Zhuge *et al.* (1998) desarrollan un modelo muy interesante del comportamiento de la mampostería; sin embargo, sus técnicas de solución no son capaces de convergir con desplazamientos más allá de la carga máxima del muro. Por ello sus análisis dinámicos no lineales reproducen únicamente uno o dos ciclos de carga antes de que la solución sea divergente. En cambio, Mosalam (1996 a,b) y Lourenço (1996) utilizan técnicas más refinadas y logran obtener la respuesta de sus modelos en intervalos más amplios de desplazamiento, incluyendo la parte del ablandamiento por deformación.

Una de estas técnicas que resultó de utilidad en este trabajo, es la del control de la longitud de arco, conocida en la literatura en inglés como "arc-length control". Esta técnica

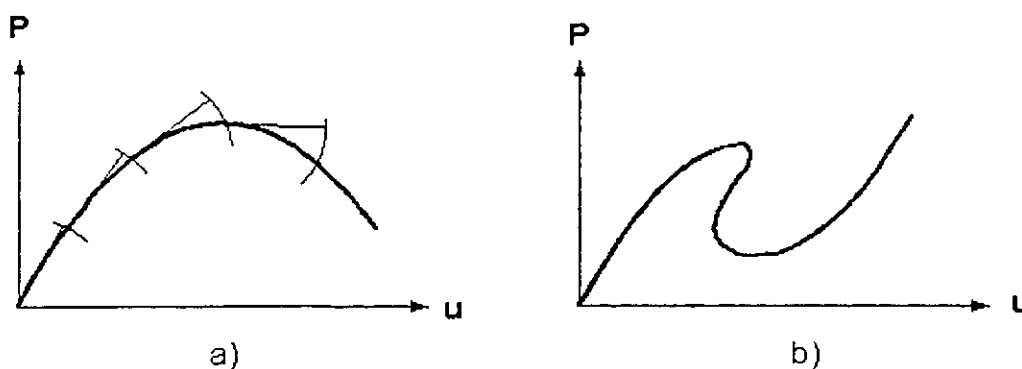


Figura 3.2.5.1. Técnica del control de la longitud de arco; a) ruta de carga ascendente-descendente (snap-through); b) ruta de carga con regreso (snap-back).

es útil en los casos en que la sucesión de configuraciones deformadas se presentan con niveles de carga que no son monótonamente crecientes, como el presentado en la figura 3.2.5.1.a), o cuando es necesario reducir tanto el nivel de carga como de desplazamiento para seguir la ruta de las configuraciones de equilibrio como en la figura 3.2.5.1.b). En cualquiera de los dos casos, las técnicas de solución comentadas anteriormente, basadas en el control de cargas, permiten únicamente acercarse a la carga máxima, en cuya vecindad un pequeño incremento de carga produce desplazamientos muy grandes. La técnica del control de la longitud de arco se basa en introducir una restricción al sistema para impedir que se produzcan estos grandes desplazamientos, para ello se permite que el incremento de carga sea variable y el vector de desequilibrio (ecuación 3.2.3.3) se expresa de la siguiente forma

$$\mathbf{g}_i = \Delta\lambda_i \mathbf{P} - \mathbf{P}_{int}(\Delta\mathbf{u}_i) \quad (3.2.5.1)$$

donde  $\lambda$  es una nueva variable que controla el nivel de carga, y  $\mathbf{P}$  es un vector que da la distribución de las cargas. La restricción consiste en establecer el tamaño de la norma cuadrada del incremento  $a$ , en el espacio definido por los desplazamientos de la estructura y la variable  $\lambda$

$$a^2 = \Delta\mathbf{u}^T \Delta\mathbf{u} + \Delta\lambda^2 \psi^2 \mathbf{P}^T \mathbf{P} \quad (3.2.5.2)$$

donde  $\psi$  es un factor de escala entre  $\lambda$  y  $\mathbf{u}$ . Esta restricción se agrega al sistema definido por la ecuación 3.2.3.4, y mediante algunos manejos algebraicos (Bittnar y Sejnoha 1996) se puede expresar como

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K}_i^j & -\mathbf{P} \\ -2\Delta\mathbf{u}^{T,j-1} & -2\Delta\lambda^{j-1} \psi^2 \mathbf{P}^T \mathbf{P} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta\mathbf{u}^j \\ \delta\lambda^j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{g}^{j-1} \\ a^{j-1} \end{bmatrix} \quad (3.2.5.3)$$

Con esta ecuación se calculan tanto el cambio en el vector de desplazamientos como en el parámetro  $\lambda$  en la iteración  $j$ . Se han propuesto varias simplificaciones para resolver el sistema 3.2.5.3; la primera es asignar el valor de  $\psi=0$  bajo el argumento de que su influencia es pequeña. Una segunda simplificación es la versión linealizada del método con la cual el cálculo de  $\delta\lambda$  es directo.

Otra técnica muy usada es la del tamaño de paso óptimo, conocido en la literatura en inglés como "line search". Este método consiste en calcular una primera aproximación del

incremento de desplazamientos  $\delta \mathbf{u}^1$  con el método de solución que se esté empleando, y escribir el vector de desplazamientos como:

$$\mathbf{u}_i = \mathbf{u}_{i-1} + \eta \delta \mathbf{u}^1 \quad (3.2.5.4)$$

El tamaño óptimo del incremento de carga expresado en el parámetro  $\eta$ , se determina a partir de minimizar la energía potencial; esto es, se encuentra al tamaño óptimo para la dirección definida por la matriz de rigideces que se esté empleando.

Para mayores detalles sobre éstas y otras técnicas de análisis no lineal se sugiere consultar a Bittnar y Sejnoha (1996), y Crisfield (1996).

### 3.3. Modelos de elemento finito para mampostería

Los muros de mampostería son elementos estructurales que tienen dos dimensiones mucho mayores que la tercera (en general), por lo que es adecuado modelarlos con elementos planos. Además, si las acciones se restringen a fuerzas en el plano del muro, los esfuerzos axiales y cortantes perpendiculares al plano y los cortantes contenidos en él serán despreciables, por lo que se produce lo que se conoce como estado plano de esfuerzos. En este caso se puede hacer un planteamiento en el que se incluyen únicamente tres componentes de esfuerzo, las tres correspondientes de deformación, y la deformación fuera del plano. Por lo anterior es común utilizar elementos planos en esfuerzo plano para los modelos de elementos finitos de muros de mampostería. En análisis tridimensionales también es razonable esta suposición, que implica despreciar la rigidez fuera del plano del muro, que es mucho menor que la rigidez en su plano. En ocasiones es necesario incluso verificar la estabilidad del muro fuera de su plano para considerar válido el análisis.

Se dice que en 1967 se realizaron las primeras aplicaciones del MEF al análisis de marcos con relleno de mampostería, por Karamanski, Mallick y Severn (Moghaddam y Dowling 1987 y Liauw y Kwan 1982). Mallick y Severn desarrollaron modelos en los que los materiales tenían comportamiento elástico y lineal; se permitía que hubiera separación donde se iniciaba el desarrollo de esfuerzos de tensión entre las caras del muro y del marco; se permitía el deslizamiento entre estas caras en las zonas de contacto; y se limitaba el esfuerzo cortante a una fracción del esfuerzo normal, mediante un coeficiente de fricción. Estas consideraciones hacen no lineal el análisis y los obligaron a obtener soluciones

---

mediante procedimientos iterativos. En 1977, Riddington y Stafford-Smith introdujeron en sus modelos pequeños elementos rígidos que unían el eje del marco, modelado con elementos viga-columna, con el muro en los lugares donde había contacto, para tomar en cuenta la excentricidad debida al peralte de los elementos del marco. Estudiaron dos opciones: no-deslizamiento, con esfuerzos cortantes ilimitados, y deslizamiento perfecto, sin esfuerzos cortantes. Estos son simplemente los casos extremos y no representan lo que ocurre realmente en las zonas de contacto. Liauw y Kwan (1982) desarrollaron modelos donde se tomaba en cuenta el comportamiento no lineal de los materiales; las características no lineales de la relación esfuerzo cortante con deslizamiento en las superficies de contacto entre muro y marco; agrietamiento y aplastamiento de la mampostería. Usaron elementos viga-columna para modelar el marco, usaron también los elementos rígidos propuestos por Riddington y Stafford-Smith para unir el marco con los elementos "interfaz", los cuales se encargaban de modelar las características de contacto-separación, deslizamiento y huecos iniciales entre muro y marco. Finalmente, el muro se modelaba con elementos triangulares en esfuerzo plano y deformación constante, isótropos antes del agrietamiento y ortótropos después de éste. El agrietamiento se producía al alcanzarse el esfuerzo resistente en tensión. Al producirse el agrietamiento, se hacían cero el módulo de Young perpendicular a la grieta, y el módulo de cortante en estado "abierto"; mientras que, en estado "cerrado", el módulo de Young perpendicular a la grieta se restablecía y se hacía depender del nivel de esfuerzos en compresión, y el cortante se tomaba por fricción de Coulomb. El estado de la grieta (abierto o cerrado) se verificaba en cada paso. La solución se obtuvo mediante un procedimiento iterativo con pequeños incrementos de desplazamiento lateral, utilizando matrices de rigideces secantes, calculadas de acuerdo con el estado de esfuerzos obtenido en el paso anterior. El modelo presentado por estos autores proporciona buenos resultados; sin embargo, desde un punto de vista teórico tiene una debilidad, ya que no existe compatibilidad de deformaciones en la zona de contacto entre muro y marco, porque el primero se deforma siguiendo tramos de líneas rectas, mientras que el marco se deforma en flexión siguiendo curvas cúbicas.

### 3.3.1. Nivel de refinamiento del modelo

Se identifican tres niveles de refinamiento en el modelado de elementos de mampostería por medio del MEF, ver figura 3.3.1.1:

- 1) Nivel macroscópico: los muros se modelan como elementos continuos y homogéneos (figura 3.3.1.1.b). Para el comportamiento no lineal se utilizan modelos de plasticidad, de fractura distribuida o una combinación de ambos. Cuando el muro de mampostería actúa como relleno de un marco, la interfaz entre ambos elementos se modela con las técnicas de la fractura discreta, con la ventaja de que en este caso se conoce perfectamente la superficie en la que ocurrirá la posible grieta. Este nivel de refinamiento es adecuado para el análisis de muros en los que ocurre agrietamiento distribuido, como pueden ser los muros reforzados, y en algunos casos de muros confinados y muros diafragma (Lourenço, 1996).
- 2) Nivel microscópico simplificado: se modela cada una de las piezas de mampostería del muro unidas por medio de elementos interfaz que representan al comportamiento de las juntas de mortero. En este caso se trabaja con “piezas ampliadas”, ya que éstas abarcan, además, la mitad de la junta (figura 3.3.1.1.c). Este tipo de modelos utilizan el enfoque de la fractura discreta para la falla a través de la juntas, y pueden emplear el enfoque de la fractura distribuida para la falla de las piezas o del concreto, en su caso.
- 3) Nivel microscópico detallado: las piezas y las juntas se modelan por medio de elementos continuos, mientras que la interfaz entre mortero y pieza se modela con elementos interfaz (figura 3.3.1.1.d). Aquí nuevamente se utilizan los enfoques de fractura discreta y distribuida en un mismo modelo.

### 3.3.2. Homogeneización

En el caso de modelos macroscópicos es necesario contar con la información necesaria para representar al comportamiento de la mampostería como un medio continuo y homogéneo. Existen dos opciones para obtener propiedades homogéneas equivalentes, la primera por medio de modelos experimentales, y la segunda por medio de planteamientos



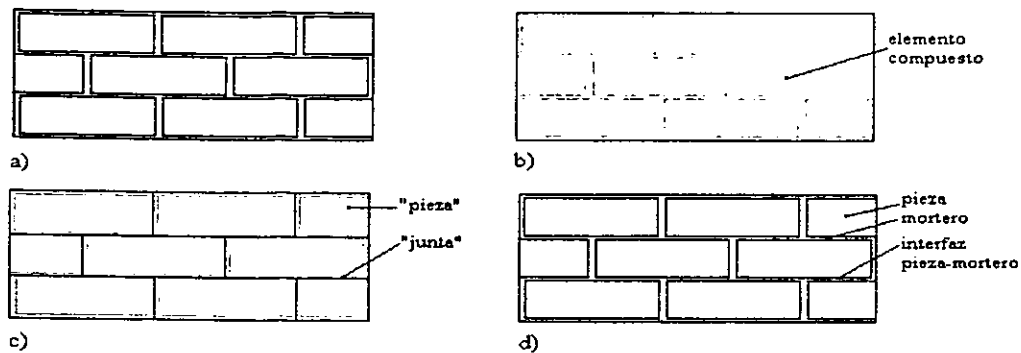


Figura 3.3.1.1. Nivel de refinamiento de los modelos de elementos finitos para mampostería; a) mampostería; b) modelo macroscópico; c) modelo microscópico simplificado; d) modelo microscópico detallado.

analíticos. La mampostería es un medio periódico, esto quiere decir que existe una porción del medio que se repite de forma idéntica varias veces para formar un cuerpo.

La homogeneización de medios periódicos se basa en escoger una celda básica, la cual debe tener la propiedad de repetirse periódicamente en el medio. La manera de escoger la celda básica no es única, y se puede ajustar a las necesidades de cada caso particular, aunque existe un tamaño mínimo que, en el caso de la mampostería puede tener, por ejemplo, una pieza más la mitad de las juntas que la rodean. Se aplica un estado de esfuerzo macroscópicamente constante a una porción del medio que contenga un número entero de celdas básicas. Se imponen restricciones de antisimetría a los desplazamientos de las fronteras para no violar continuidad, y se obtienen los campos de esfuerzos y deformaciones correspondientes. Finalmente se promedian los esfuerzos y las deformaciones que se presentan, ya sea en una sola celda básica o en toda la porción analizada (en el caso de que contenga a más de una celda); ambos resultados deben ser iguales debido a la periodicidad. Esto se repite para un número suficiente de estados de esfuerzo, de tal forma que se pueda establecer la relación constitutiva global.

En el caso elástico lineal, cuando es aplicable el principio de superposición, y para estados planos de esfuerzo o deformación, es suficiente con tres estados de esfuerzo

linealmente independientes. Mientras que en el caso no lineal, cuando ya no es aplicable el principio de superposición, en teoría se requieren tantos análisis como historias de esfuerzos sean posibles, esto da un número infinito, por lo que en este caso únicamente se puede conocer en forma aproximada dicha relación constitutiva.

Para que los resultados de un proceso de homogeneización sean aplicables a un caso particular, los esfuerzos en la estructura deben variar poco de una celda básica a otra. Esto se logra cuando el tamaño de la celda es mucho menor que el de la estructura, o cuando las cargas aplicadas y/o las condiciones de apoyo no producen concentraciones de esfuerzos en ciertas partes de la estructura.

Cuando se obtienen las propiedades homogéneas equivalentes mediante ensayos de laboratorio, los especímenes deben de ser de suficiente tamaño para eliminar el efecto de las condiciones de frontera impuestas por el dispositivo de prueba, y contener un número entero de celdas básicas, como se mencionó arriba. Estos ensayos se hacen para varias orientaciones de los esfuerzos principales respecto de las juntas, y para varias relaciones entre el esfuerzo principal mayor y el menor. Dhanasekar *et al* (1985a) obtienen expresiones empíricas para las relaciones esfuerzo-deformación ortótropas de mampostería de barro recocido, incluyendo deformaciones plásticas, a partir de una serie bastante extensa de ensayos de laboratorio. Aunque obtienen propiedades muy similares en ambas direcciones, comentan que las diferencias son importantes para reproducir con buena aproximación las curvas experimentales en el intervalo no lineal.

El procedimiento alternativo consiste en recurrir a planteamientos teóricos y herramientas numéricas, llamadas técnicas de homogeneización, que permitan, a partir de las propiedades de los materiales constituyentes, estimar las propiedades del conjunto en un enfoque macroscópico. Sánchez-Palencia (1974) sienta las bases teóricas para obtener las propiedades homogéneas equivalentes de medios no homogéneos en los que las propiedades varían en forma periódica. Anthoine (1995) se basa en esta teoría y desarrolla un planteamiento riguroso para la homogeneización de las propiedades mecánicas en el intervalo elástico-lineal de muros de mampostería. Sin embargo, el método que él propone requiere la utilización de modelos de elemento finito para obtener una solución de las ecuaciones de la mecánica en el interior de la celda básica. Compara, con un ejemplo, los

resultados que se obtienen a partir de sus planteamientos con los que se obtienen de métodos aproximados en los que se introducen hipótesis como estados de esfuerzo plano o de deformación plana, considerar a la mampostería como un medio estratificado y homogeneizar en dos pasos, y otros. Concluye que, en el intervalo de comportamiento elástico lineal, los métodos aproximados conducen a errores relativamente pequeños, y que el acomodo de las piezas (en pila o en cuatrapeado) tiene poca influencia en el resultado final. Pero infiere, a partir de sus resultados lineales, que en el intervalo de comportamiento no lineal lo anterior no necesariamente es cierto, debido a que la distribución de esfuerzos a lo largo del espesor del muro se vuelve importante, y los estados planos no son capaces de considerarla. Además, el comportamiento no lineal se inicia generalmente en las juntas, lo que hace que, por un lado las diferencias de propiedades entre los materiales se vuelvan mayores, en cuyas condiciones los métodos aproximados son menos precisos; y por otro lado, la disposición de las piezas sea más importante puesto que el arreglo en pila es más susceptible de la aparición de grietas verticales, mientras que en un arreglo en cuatrapeado, las grietas verticales tienen que atravesar a las piezas o rodearlas.

El modelo de homogeneización que propone Mosalam (1996a) se ilustra en la figura 3.3.2.1. En el inciso a) se muestran dos opciones válidas para elegir a la celda básica, en el inciso b) se indican las dimensiones de la pieza y las juntas que forman una celda básica, los incisos c) y d) muestran los modelos reológicos unidimensionales propuestos para las direcciones vertical y horizontal respectivamente. Este autor obtiene expresiones para los módulos de Young en ambas direcciones, en función de las dimensiones de las piezas (huecas) y de las juntas, así como de los módulos de ambos materiales. Compara los resultados obtenidos mediante sus expresiones con los de modelos de elemento finito de celdas básicas sujetas a estados uniaxiales de esfuerzo. Encuentra que las expresiones propuestas dan buenos resultados para relaciones entre los módulos de Young de las piezas al del mortero menores que diez, mientras que para valores mayores, sus expresiones sobrestiman a la rigidez horizontal y subestiman a la vertical. Este modelo aproximado de homogeneización da buenos resultados en el intervalo lineal, pero no es adecuado para comportamiento no lineal, debido, entre otras causas, a que la falla del mortero hace mayor la diferencia entre las rigideces del mortero y de las piezas. Además, una fuente muy importante del comportamiento no lineal de la mampostería es la separación y

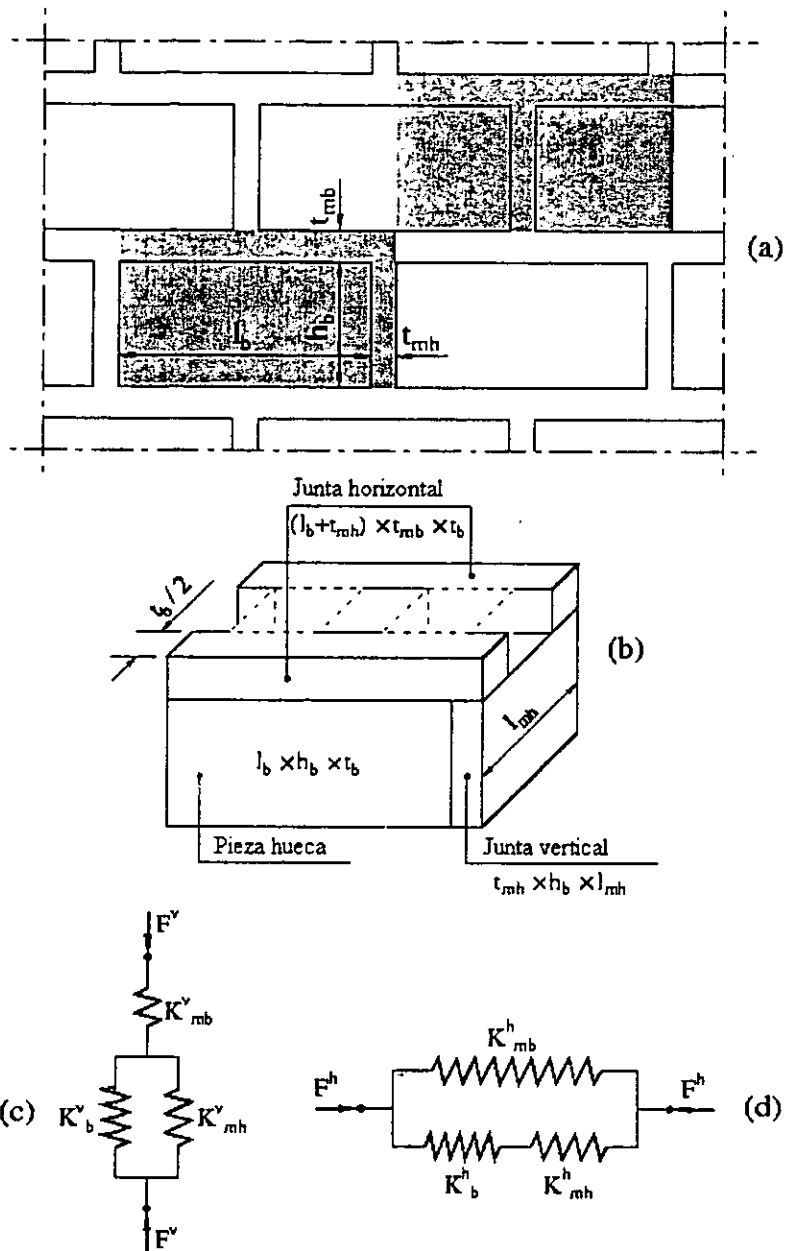


Figura 3.3.2.1. Método de homogeneización propuesto por Mosalam (1996a); a) celdas básicas en un muro de mampostería; b) dimensiones de la pieza y el mortero; c) modelo reológico en la dirección vertical; d) modelo reológico en la dirección horizontal.

deslizamiento en la interfaz entre mortero y pieza, fenómeno que no se toma en cuenta en este modelo.

Una hipótesis adoptada por varios autores es considerar a la mampostería como un medio estratificado en dos direcciones perpendiculares, lo que da origen a métodos de homogeneización en dos pasos. Uno es la homogeneización en dirección horizontal (dirección  $x$ ), y el otro la homogeneización en dirección vertical (dirección  $y$ ). El orden en que se realicen estos pasos influye en el resultado final, entonces existe homogeneización  $xy$  en la que los pasos se ejecutan en el orden mencionado, y la homogeneización  $yx$  cuando se ejecutan en orden inverso, ver figura 3.3.2.2.

Lourenço (1996) desarrolla un procedimiento matricial para obtener, en el caso lineal, la matriz constitutiva del material homogéneo equivalente de un medio estratificado y periódico, esta matriz relaciona los esfuerzos con las deformaciones promedio en la celda básica. Amplía el método para el caso elastoplástico, y desarrolla un algoritmo iterativo con el cual, a partir de un estado inicial y un incremento en las deformaciones promedio, es posible calcular los esfuerzos promedio correspondientes. Lourenço examina la hipótesis del medio doblemente estratificado para homogeneizar mampostería, para lo cual compara

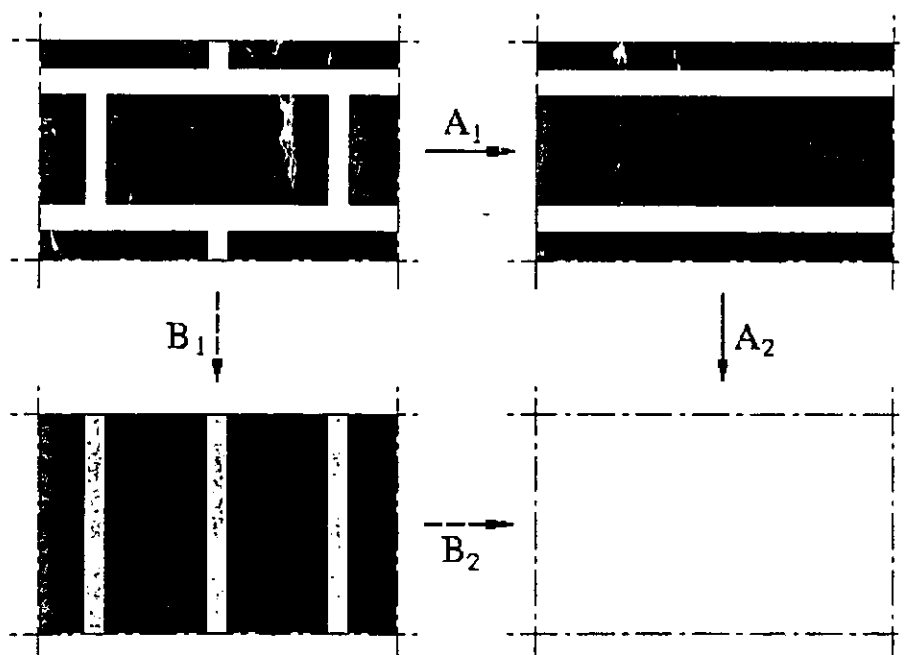


Figura 3.3.2.2. Homogeneización en dos pasos como medio estratificado en dos direcciones. A1-A2, homogeneización  $xy$ . B1-B2, homogeneización  $yx$ .

---

los resultados producidos a través de su método matricial con los obtenidos a partir de un modelo de elementos finitos de una celda básica. Encuentra que la homogeneización  $yx$  puede conducir a resultados francamente erróneos, mientras que la homogeneización  $xy$  produce mejores resultados cuando las propiedades de los materiales no son muy distintas entre sí. Estos errores se deben principalmente a que, en la dirección horizontal, la mampostería en cuatrapeado no es un material estratificado estrictamente, y la hipótesis de partida conduce únicamente a una aproximación. Nuevamente este método es inaplicable para comportamiento no lineal, debido a las mismas causas que se han mencionado para otros procedimientos aproximados.

Pande y Middleton (1995) aplican una técnica de homogeneización  $xy$  para llegar a las gráficas que se presentan en la figura 3.3.2.3, donde se puede apreciar la influencia de las relaciones de módulos de Young y de Poisson entre las piezas y el mortero, así como del espesor de las juntas en las propiedades globales de la mampostería. Las piezas son de 210x65 mm (el espesor del muro no se especifica), con módulo de Young de 10,000 MPa y módulo de Poisson de 0.20. Las propiedades de las juntas son variables, una a la vez, cuando son constantes el espesor es de 10 mm, el módulo de Young de 5,000 MPa y módulo de Poisson de 0.25. Se puede observar en los incisos a, b y c de la figura 3.3.2.3 que la relación de los módulos de Young entre piezas y mortero tiene una gran influencia en las propiedades mecánicas equivalentes de la mampostería; y que al disminuir el módulo de Young de las juntas, disminuyen los módulos de Young y de cortante, así como el módulo de Poisson globales. De los incisos d, e y f de la misma figura se puede apreciar que la relación entre los módulos de Poisson de las piezas y las juntas no tiene una influencia muy significativa en las propiedades mecánicas globales. Mientras que de los incisos g y h, se observa que el espesor de las juntas tiene una influencia apreciable en los módulos de Young y de cortante globales, los cuales disminuyen al aumentar el espesor de las juntas. Finalmente en el inciso i se observa que el espesor de las juntas no afecta significativamente a los módulos de Poisson globales.

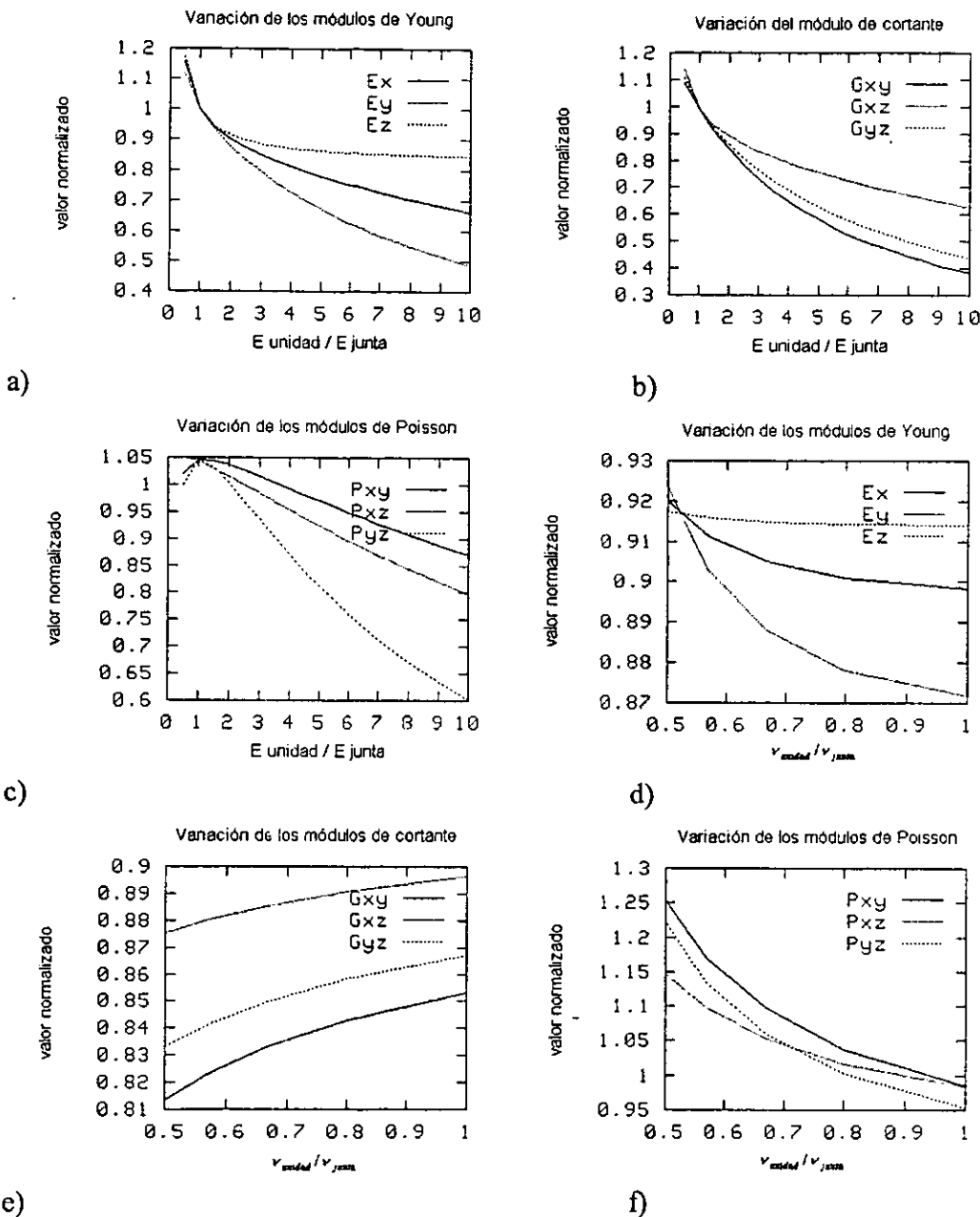
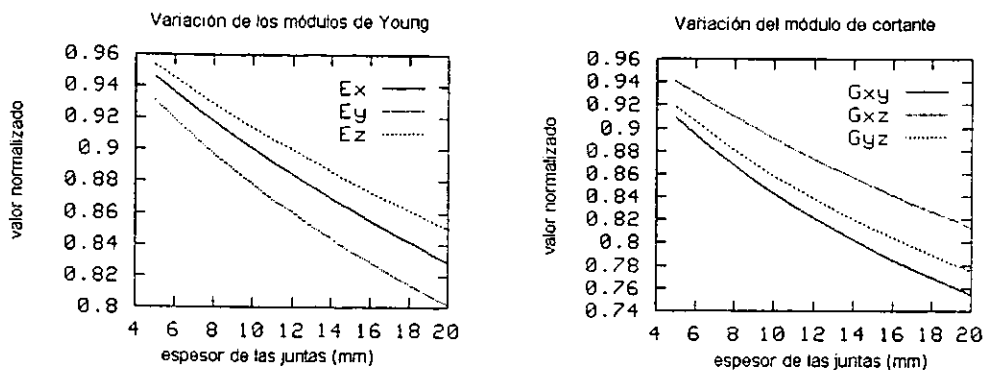


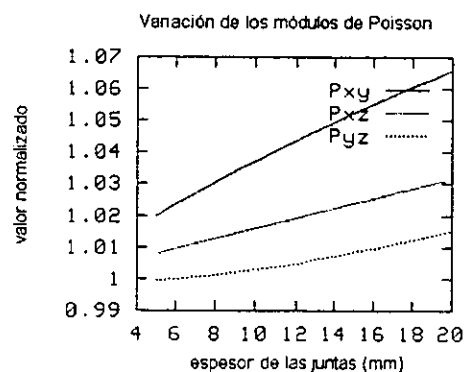
Figura 3.3.2.3. Influencia de la relación de módulos de Young de las piezas y las juntas en: a) los módulos de Young, b) los módulos de cortante y c) los módulos de Poisson, del material equivalente. Influencia de la relación entre los módulos de Poisson de las piezas y las juntas en: d) los módulos de Young, e) los módulos de cortante y f) los módulos de Poisson, del material equivalente.

Pietruszczac y Niu (1992) proponen un método de homogeneización en dos pasos. En el primero se ignora la existencia de las juntas horizontales y se considera a las juntas



g)

h)



i)

Figura 3.3.2.3 (continuación). Influencia del espesor de las juntas en: g) los módulos de Young, h) los módulos de cortante y i) los módulos de Poisson, del material equivalente.

verticales como un conjunto de inclusiones blandas alineadas y uniformemente dispersas, la homogeneización bajo estas hipótesis conduce al medio (1). A continuación se considera que el medio (1) es parte de un medio estratificado en combinación con las juntas horizontales, esto conduce al medio (2). Consideraciones de compatibilidad y de equilibrio conducen a la formulación de la relación constitutiva global del medio equivalente. Para investigar el comportamiento en el intervalo no lineal, consideran que las juntas verticales no representan un papel importante y únicamente se toma en cuenta el comportamiento no lineal de las piezas y de las juntas horizontales. Hacen la simulación numérica de una serie de pruebas biaxiales de mampostería con diferentes relaciones entre los esfuerzos principales y con diferentes orientaciones de estos con respecto a juntas horizontales, los resultados que obtienen son cualitativamente similares a los reportados a partir de ensayos experimentales por Dhanasekar *et al* (1985a). Este método parece dar buenos resultados



aún en el intervalo no lineal; sin embargo, hace falta mayor evidencia experimental del comportamiento de la mampostería ante estados de esfuerzo promedio constantes para poder calibrarlo y juzgar su aplicabilidad en modelos de elemento finito.

Como puede verse, los métodos de homogeneización, al menos en su estado actual de desarrollo, no constituyen un camino práctico para caracterizar el comportamiento global no lineal de la mampostería. Las pruebas de laboratorio son costosas y es necesario realizar un gran número de ellas para conocer aproximadamente el comportamiento de un tipo particular de mampostería. Mientras que los métodos analíticos aproximados conducen a errores grandes cuando se aplican en el intervalo no lineal. La alternativa que se ha empleado y que ha resultado ser de utilidad práctica, es recurrir a criterios de falla desarrollados para otros materiales de comportamiento similar como el concreto, o desarrollar criterios nuevos especialmente para mampostería, y combinarlos con leyes de fluencia adecuados por medio de la teoría de la plasticidad o de la mecánica de fractura. Estos modelos se deben calibrar con parámetros medidos experimentalmente en ensayos diseñados específicamente para tal fin, para lograr cierta coincidencia entre resultados analíticos y la realidad. Esta alternativa se comenta más ampliamente en la sección 3.3.5.

### **3.3.3. Modelado de la interfaz entre muro y marco**

Como se comentó en el capítulo 2, el comportamiento mecánico en la superficie de contacto entre el muro y el marco tiene una fuerte influencia en el comportamiento del conjunto. Cuando inicialmente existe contacto se puede considerar que hay una pequeña resistencia a esfuerzos de tensión (debida a adherencia química del mortero con el marco) pero una vez superado este nivel de esfuerzos, se produce la separación. Cuando no existe contacto inicial o no puede considerarse que existe adherencia química o simplemente se desprecia, la separación ocurre desde el momento en que aparecen desplazamientos relativos de “tensión” en la interfaz. Cuando se generan esfuerzos de compresión, existen varias posibilidades:

- a) En un modelo microscópico detallado, el elemento interfaz debe de ser muy rígido para evitar la penetración entre los materiales de la pieza y el mortero o el mortero y el marco.

- b) En un modelo microscópico simplificado, el elemento interfaz debe representar el comportamiento de la junta de mortero, al aparecer deformaciones en compresión aparentemente habrá penetración del elemento pieza en el elemento marco, pero es necesario recordar que en este caso el elemento pieza incluye el espesor de la junta y el desplazamiento relativo representa la deformación de ésta.
- c) En un modelo macroscópico se puede modelar la interfaz como en b) si se pretende incluir cierto refinamiento, o simplemente suponer que se trata de una superficie de contacto sin penetración, como en a).

Ante desplazamientos tangenciales, si hay separación, no se genera ningún tipo de esfuerzos y el deslizamiento ocurre libremente; pero si hay contacto, se generan esfuerzos tangenciales, los cuales se limitan generalmente con el modelo friccionante de Coulomb:

$$\sigma_t = c + \sigma_n \tan(\phi) \quad (3.3.3.1)$$

donde:  $\sigma_t$  es el esfuerzo tangencial,  $\sigma_n$  es el esfuerzo normal (positivo en compresión),  $c$  es la cohesión, y  $\phi$  es el ángulo de fricción entre las superficies.

Cuando el esfuerzo tangencial es mayor que el dado por la ecuación 3.3.3.1, se produce deslizamiento entre las superficies del muro y del marco. Este desplazamiento tangencial va acompañado de un desplazamiento normal a la superficie de la interfaz, llamado expansión, debido a las rugosidades de las superficies de contacto, ver figura

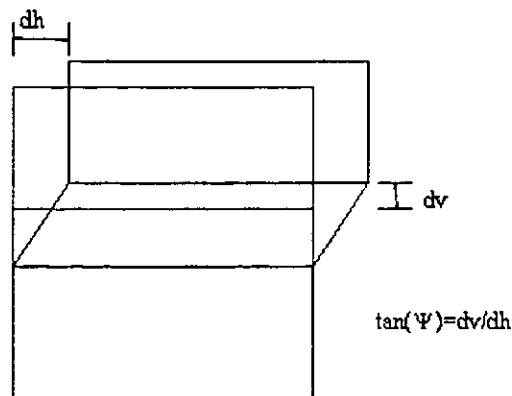


Figura 3.3.3.1. Ángulo de expansión.

3.3.3.1. La expansión se mide por el ángulo  $\psi$ , cuya tangente se define en la misma figura. La expansión depende del nivel de esfuerzos confinantes en razón inversa, del grado de rugosidad de las superficies en contacto, y de la cantidad de desplazamiento tangencial. Inicialmente tiene un valor alto ( $0.2 < \tan(\psi) < 0.75$ ) y a medida que se produce el deslizamiento, las rugosidades se liman y la expansión tiende a cero.

El comportamiento ante esfuerzos tangenciales de la interfaz muro-marco, depende también de la historia de carga, si es la primera vez que se le aplica carga al muro, la cohesión y la resistencia tendrán sus valores originales. Pero si ha sido sometido antes a ciclos de carga, entonces las porciones de la interfaz que se hayan separado en algún momento, habrán perdido cualquier resistencia en tensión, y las porciones que hayan experimentado deslizamiento habrán perdido parte o toda la cohesión, por efecto del limado de las rugosidades, según la magnitud del deslizamiento experimentado. Lo mismo ocurrirá con el ángulo de expansión, e incluso con el ángulo de fricción, aunque en este último caso no llega a tener un valor nulo. De tal forma que en muro con un nivel de daño alto en su interfaz con el marco, puede ser razonable suponer valores nulos para la cohesión y el ángulo de expansión, y un valor reducido del ángulo de fricción, con toda una gama de casos intermedios.

Las relaciones constitutivas de los elementos interfaz se plantean en función de esfuerzos y desplazamientos relativos, a diferencia de la mayoría de los elementos finitos,

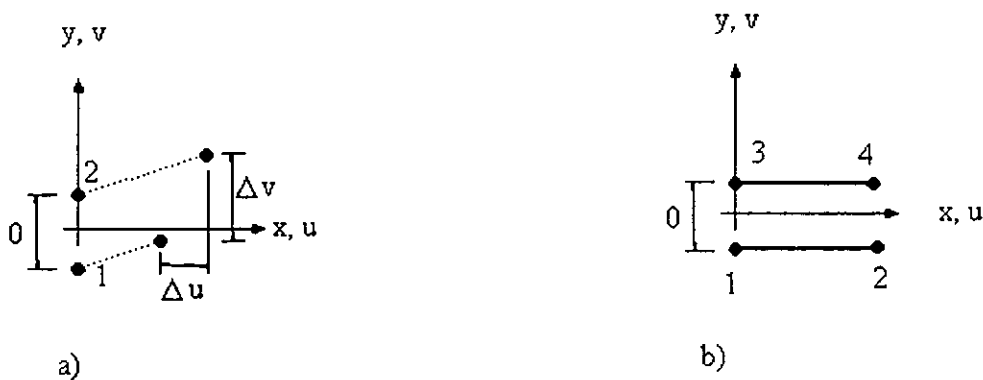


Figura 3.3.3.2. Elementos interfaz y sus grados de libertad; a) elemento de dos nudos; b) elemento de una dimensión de cuatro nudos, para análisis en dos dimensiones.

en los que se plantean relaciones entre esfuerzos y deformaciones unitarias. Esto es especialmente útil cuando se considera que la interfaz tiene un espesor cero, en cuyo caso no tiene sentido hablar de deformaciones unitarias. En la figura 3.3.3.2. se muestran un elemento de dos nudos y otro de cuatro nudos para análisis en dos dimensiones, en el primer caso se indican los desplazamientos relativos.

Cuando se consideran elementos interfaz de dos nudos, es necesario definir un área tributaria asociada a cada uno, para definir sus rigideces y esfuerzos. Esta área tributaria depende no sólo del tamaño de los elementos continuos vecinos, sino también de las funciones de interpolación que definen sus deformaciones. Para evitar que las características del elemento interfaz dependan de las de los elementos vecinos, se puede definir un elemento interfaz de una o dos dimensiones, y con base en sus funciones de interpolación, se pueden calcular las áreas tributarias para cada par de nudos en lados opuestos de la interfaz. De esta forma, aunque para el usuario de un programa de elementos finitos se presente como un elemento de una o dos dimensiones, en realidad se trata de una serie de elementos de dos nudos independientes entre sí. A este procedimiento se le conoce en la literatura en inglés como "*lumped integration*", y para elementos de cuatro y seis nudos es equivalente a usar la cuadratura de Lobato (Rots 1988). Se ha observado que este tipo de elementos tiene la ventaja de no presentar las oscilaciones en los esfuerzos que en ocasiones presentan los elementos integrados en forma continua, especialmente cuando se les asignan rigideces muy grandes.

Combescure *et al* (1995), en sus modelos macroscópicos, estudian dos casos extremos en el modelado de la interfaz: 1) no se permite la separación ni el deslizamiento, los grados de libertad de los elementos del marco son los mismos que los del muro, aún cuando haya tensión entre ellos, y 2) se permite la separación sin rigidez en tensión, y el deslizamiento sin fricción. La gran diferencia que se observa en los resultados obtenidos para ambos casos es indicativa de la importancia que tiene el modelo de la interfaz que se utilice en un análisis. Los modelos estudiados son marcos de concreto reforzado de una crujía y un nivel, con relleno de mampostería, sujetos a una carga lateral. Para el caso 2 (no adherencia) el agrietamiento se localiza en la diagonal del muro y la resistencia a la tensión de la mampostería no influye significativamente en el comportamiento, y se observa un

decremento en la rigidez cuando el muro se agrieta. Para el caso 1 (adherencia perfecta) la rigidez inicial es mayor que en el caso 2, el agrietamiento aparece a valores pequeños de carga y no ocurre en la diagonal, sino que se mueve a dos áreas que intentan seguir el borde del muro, la rigidez después del agrietamiento es muy similar a la inicial del caso 2, la resistencia en tensión de la mampostería influye significativamente en el comportamiento del sistema. En ambos casos la máxima resistencia se alcanza justo antes de que se produzca el aplastamiento de esquina.

Mosalam (1996a) analiza marcos de acero con rellenos de mampostería, por lo que supone que inicialmente hay una pequeña separación  $g$  debida a la contracción del mortero (ver figura 2.3.2). Cuando el desplazamiento del marco es suficiente para que haya contacto, se inicia una zona de transición con una rigidez moderada  $K^{tran}$ , hasta que las rugosidades de la mampostería y del marco se aplastan, con un desplazamiento  $s$ , y la rigidez en compresión de la interfaz se vuelve muy grande  $K^{comp}$ , para modelar el contacto total. En cortante se asigna una rigidez muy pequeña porque se considera que la superficie del marco es lisa. Sus resultados proporcionan una buena aproximación de los patrones de agrietamiento. Además, estudia el caso de muros con diferentes porcentajes de aberturas (ventanas) y llega a la conclusión de que al incrementarse el porcentaje de aberturas la rigidez lateral del sistema disminuye en proporción lineal, y la degradación de rigidez con el desplazamiento lateral aumenta. En la figura 3.3.3.3 se muestra el modelo que empleó para su estudio, y una gráfica en la que en el eje horizontal se representan los valores de la relación entre el área de huecos al área total en porcentaje ( $\alpha$ ), y en el eje vertical se representan los valores de la relación entre la rigidez del muro con huecos a la del muro sin ellos ( $\kappa$ ).

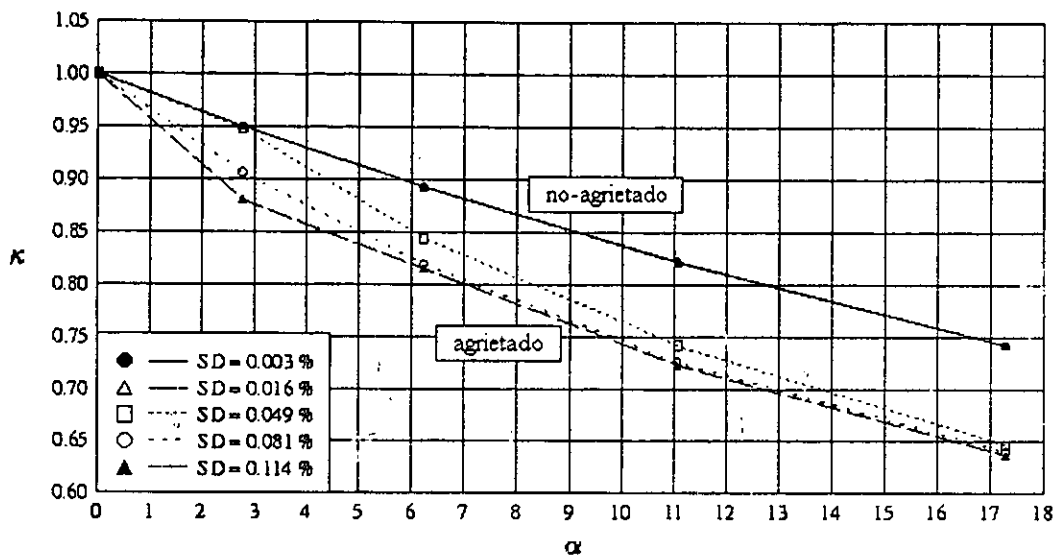
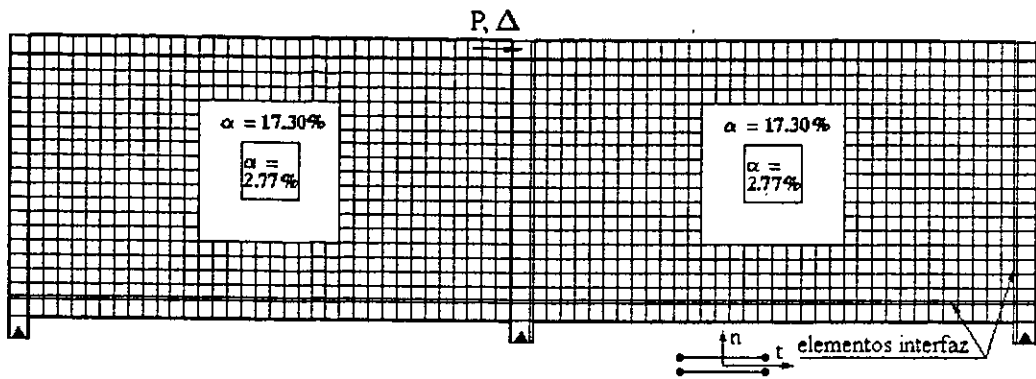


Figura 3.3.3.3. Efecto del porcentaje de aberturas (ventanas) en la rigidez lateral de muros confinados; a) modelo de elementos finitos; b) efecto del porcentaje de aberturas en función del desplazamiento relativo de entrepiso (SD).

Ishibashi y Katsumata (1994) emplean elementos interfaz de dos nudos, que en dirección normal se comportan inicialmente en forma lineal, con falla frágil en tensión, y sin límite en compresión. Mientras que en dirección tangencial tienen un comportamiento bilineal, con una rigidez post-fluencia de un centésimo de la inicial, y el cortante de fluencia está dado por el modelo de Coulomb (ecuación 3.3.3.1). Ellos elaboran modelos numéricos de muros de mampostería confinada probados experimentalmente a escala natural en el CENAPRED entre 1991 y 1992. Las curvas carga contra desplazamiento laterales y los patrones de agrietamiento concuerdan bien con los obtenidos experimentalmente para el primer ciclo de carga (figura 3.3.3.4). En algunos casos los

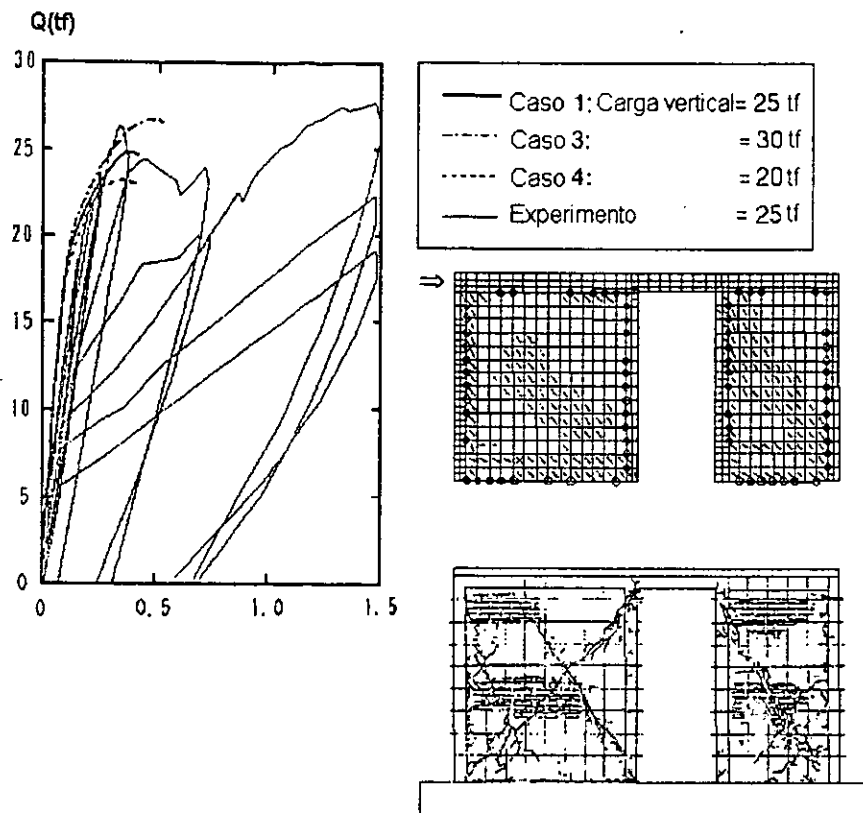


Figura 3.3.3.4. Curvas carga-desplazamiento, agrietamiento obtenido del modelo de elementos finitos y agrietamiento del modelo experimental para el caso 1 (tomado de Ishibashi y Katsumata, 1994).

resultados numéricos son sensiblemente distintos de los experimentales, los autores atribuyen esto a que el modelo utilizado para la interfaz no es suficientemente bueno para representar todas las características del comportamiento de esta parte del sistema.

### 3.3.4. Modelado de las juntas de mortero

Las juntas de mortero tienen un comportamiento, hasta cierto punto similar al de la interfaz muro-marco; sin embargo, en las juntas generalmente se tiene una mejor adherencia inicial con las piezas. Esto da como resultado mayores rigideces y resistencias en tensión y en cortante. Aquí también se presenta el fenómeno de la expansión.

En un modelo macroscópico no se modelan explícitamente las juntas, pero su efecto en el comportamiento del muro se toma en cuenta indirectamente a través de la ortotropía del material, tanto en el intervalo lineal como en el no lineal.

Zhuge *et al* (1998) utilizan, además de un modelo constitutivo ortótropo no lineal, un modelo de junta omnipresente (ubiquitous joint model), desarrollado originalmente por Zienkiewics y Pande en 1977. En este modelo se supone la existencia de una serie de planos de debilidad con orientación conocida, y la falla puede ocurrir tanto en el material (aplastamiento o agrietamiento) como en las juntas (deslizamiento y/o agrietamiento), y no se toma en cuenta la expansión. Utilizan su modelo para analizar muros de mampostería no reforzada, con un esfuerzo vertical de compresión constante y sujetos a una carga lateral creciente, probados previamente en forma experimental. Su modelo predice bien la rigidez inicial de los muros y los modos de falla: con esfuerzos confinantes pequeños, el agrietamiento inicial se debe a la tensión por flexión en la base del muro, mientras que con esfuerzos confinantes altos la falla se produce por aplastamiento en la esquina inferior de la diagonal en compresión.

Ishibashi y Katsumata (1994) emplean un modelo intermedio entre macroscópico y microscópico simplificado: sus elementos continuos no representan a piezas de mampostería individuales (tienen otras dimensiones); sin embargo, las juntas horizontales están modeladas globalmente por medio de elementos interfaz de dos nudos (ver figura 3.3.3.2). Los resultados que obtienen estos autores se comentaron en la sección anterior.

En los modelos microscópicos simplificados, los elementos que representan a las juntas deben ser capaces de reproducir las características importantes de su comportamiento. Mosalam (1996a) desarrolla un modelo de junta en el que se produce la iniciación del agrietamiento en tensión cuando se alcanza el esfuerzo resistente, se modela el desarrollo de la grieta y la separación total; en cortante utiliza el modelo de Coulomb para tomar en cuenta la influencia del esfuerzo normal, el comportamiento es no lineal tanto antes como después del esfuerzo cortante máximo, e incluye la expansión. Los resultados que obtiene este autor se comentaron en la sección anterior.

El modelo que desarrolla Lourenço (1996) también utiliza el criterio de Coulomb para la fricción en la junta. Este autor considera que el comportamiento es lineal hasta el esfuerzo máximo, y a partir de entonces existe un ablandamiento de tipo exponencial. Toma en cuenta la expansión; sin embargo, debido a que este fenómeno tiende a desaparecer con el desplazamiento tangencial, y ante desplazamientos pequeños su efecto



no es muy importante, recomienda usar un ángulo de expansión con valor cero. Muestra, mediante ejemplos, que así se obtienen mejores resultados que con valores no nulos de este parámetro. En tensión el agrietamiento se inicia cuando se alcanza la resistencia correspondiente y el ablandamiento ocurre de igual forma que en cortante. En compresión incorpora un criterio de falla elipsoidal y el comportamiento es no lineal tanto antes como después de alcanzar el esfuerzo máximo. En un plano  $\sigma-|\tau|$  el criterio de falla propuesto por este autor toma la forma que se ilustra en la figura 3.3.4.1. Con este modelo analiza una serie de muros de mampostería simple probados previamente en forma experimental. Estos muros, aproximadamente cuadrados, son sujetos, en una primera fase a un esfuerzo de compresión vertical, de diferente magnitud para cada espécimen. En la segunda fase se mantiene constante la deformación vertical alcanzada y se impide el giro de la parte superior del muro mediante una viga de acero, mientras se aplica una carga horizontal creciente hasta la falla. Los resultados numéricos concuerdan bien, en general, con los experimentales, tanto en el mecanismo de falla como en la curva carga contra desplazamiento horizontales. Se observa que al aumentar el esfuerzo confinante aumenta la carga máxima, pero al mismo tiempo disminuye la ductilidad de los muros (figura 3.3.4.2).

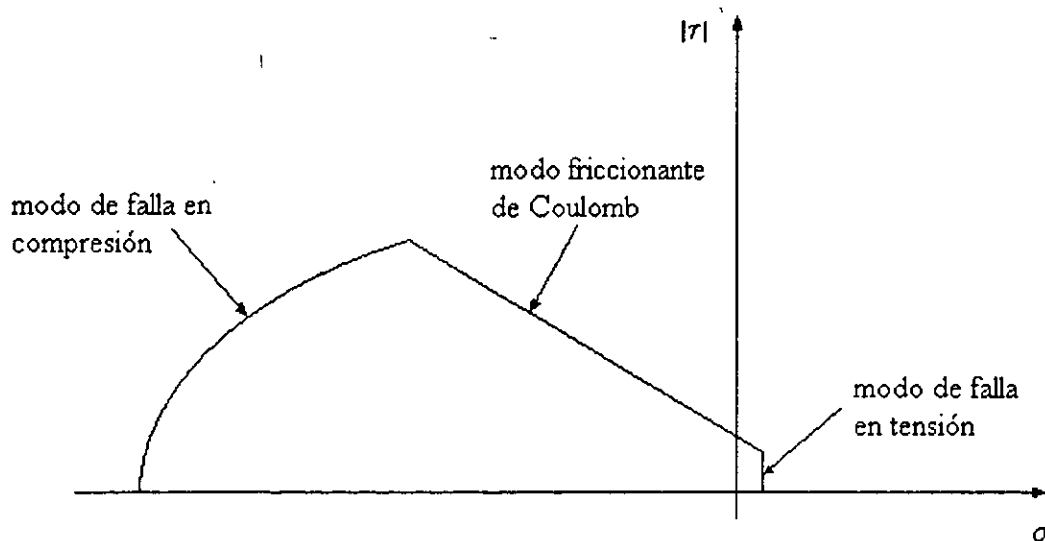


Figura 3.3.4.1. Criterio de falla para el modelo de junta de Lourenço (1996)

Lofti y Shing (1994) desarrollan un modelo basado en la teoría de la plasticidad para representar el comportamiento de las juntas en modelos microscópicos simplificados; en él se utiliza un criterio hiperbólico de falla (extensión del modelo de Coulomb) y se considera la expansión de la junta. Para verificar la validez de su modelo hacen simulaciones numéricas de pruebas experimentales hechas para estudiar directamente el comportamiento de las juntas de mortero entre piezas de mampostería. En estas pruebas se sujeta a la junta a

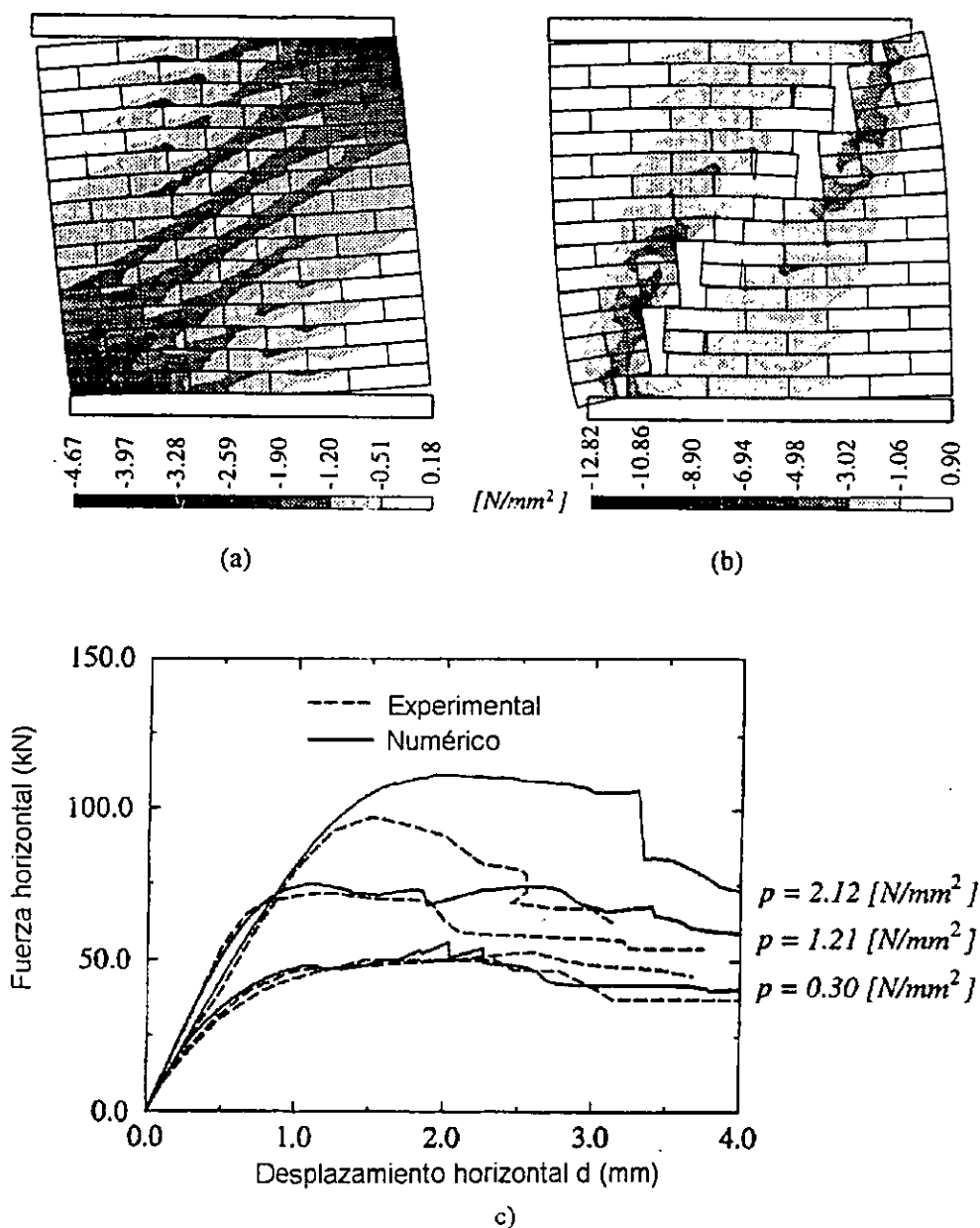


Figura 3.3.4.2. Muros modelados por Lourenço (1996): esfuerzos principales de compresión del muro con  $p=0.30 \text{ N/mm}^2$ , a desplazamientos de a) 1.0 mm y b) 4.0 mm; c) curvas carga contra desplazamiento

un esfuerzo normal constante ( $\sigma$ ) y se le aplican cuatro ciclos de carga tangencial por control de desplazamientos. Los resultados numéricos concuerdan bastante bien con los experimentales. Una comparación de ambos se presenta en la figura 3.3.4.3. Donde se puede observar que una vez que se liman las rugosidades en el primer ciclo de carga, los demás ciclos presentan un comportamiento elasto-plástico perfecto con un esfuerzo tangencial de fluencia determinado por el esfuerzo confinante y la superficie de falla final.

En un modelo microscópico detallado, existen elementos que modelan a las piezas y otros al mortero con sus propias relaciones constitutivas y criterios de falla isotropos, mientras que los elementos interfaz modelan la adherencia entre la pieza y el mortero, así como la expansión. Lourenço (1996) elabora un modelo microscópico detallado que considera comportamiento lineal de los materiales sin deslizamiento ni fractura. Únicamente lo utiliza para comparar las propiedades mecánicas elásticas equivalentes obtenidas mediante este modelo con las calculadas a partir de un método de homogeneización.

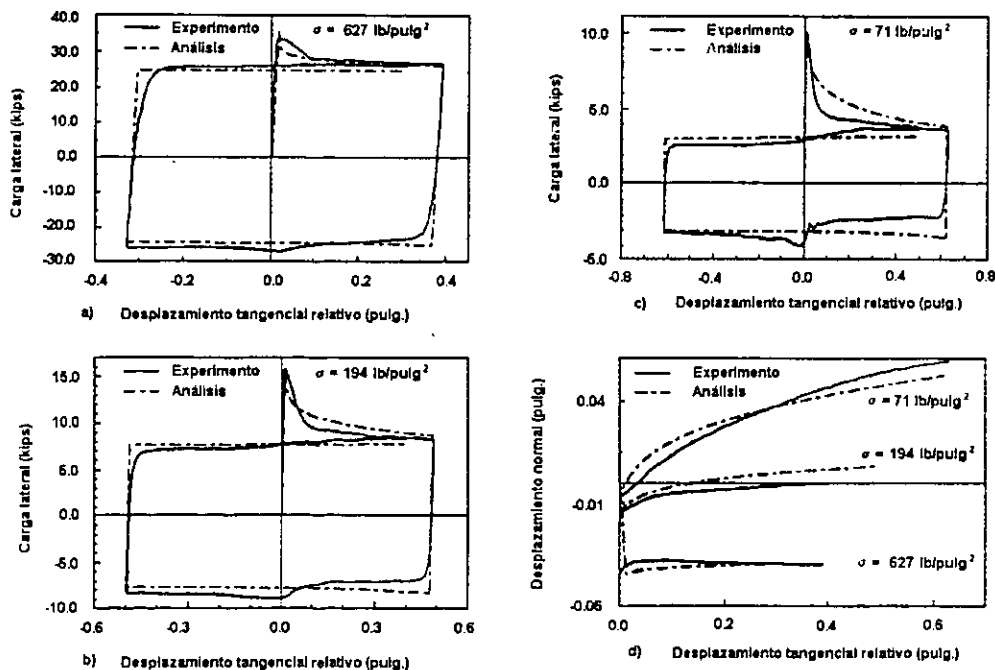


Figura 3.3.4.3. Pruebas de cortante directo en juntas de mampostería: (a)  $\sigma=627 \text{ lb/pulg}^2$ , (b)  $\sigma=194 \text{ lb/pulg}^2$ , (c)  $\sigma=71 \text{ lb/pulg}^2$ , (d) expansión de la junta.

### 3.3.5. Modelos constitutivos y criterios de falla

Dependiendo del nivel de refinamiento del modelo de elementos finitos, se utilizan diferentes modelos constitutivos y criterios de falla para la mampostería en conjunto o para sus materiales constituyentes. Sin embargo, en cualquier caso el comportamiento uniaxial general es similar y parecido al del concreto, ver figura 2.1.1. La teoría de la mecánica de fractura indica que el área bajo la curva esfuerzo contra desplazamiento (que representa a la energía de fractura  $G_f$ ), se puede considerar constante, esto hace a las curvas esfuerzo contra deformación dependientes del tamaño de los elementos empleados en el análisis (Combesure *et al* 1995, Lofti y Shing 1994, Lourenço 1996, Mosalam 1996a/b, Mosalam *et al* 1996).

Debido a que este comportamiento general es el mismo observado en el concreto, muchos de los modelos constitutivos desarrollados para este material se han adaptado para la mampostería. Por ejemplo, Ishibashi y Katsumata (1994) y Zhuge *et al* (1998) utilizan un modelo constitutivo biaxial propuesto por Darwin y Pecknold en 1977 para concreto, que se basa en el concepto de deformación uniaxial equivalente. Los primeros autores utilizan un criterio de falla propuesto por Kupfer y Gerstle en 1973 para concreto pero no se describe en su trabajo. Zhuge *et al* (1998) utilizan un criterio de falla que combina el modelo de junta omnipresente ya comentado, con el propuesto por Naraine y Sinha en 1991 para el aplastamiento en la mampostería. Los resultados de sus modelos se mencionaron en la sección anterior.

Por otro lado, Combesure *et al* (1995) utilizan un modelo constitutivo bilineal tanto en compresión como en tensión, en el que las ramas descendentes de las curvas esfuerzo contra deformación son dependientes de la energía de aplastamiento y fractura respectivamente, y del tamaño del elemento. Hasta antes del esfuerzo máximo, el material es isótropo. Una vez que se alcanza el nivel de aplastamiento o agrietamiento, se vuelve ortótropo con respecto a las direcciones de los esfuerzos principales, y la rigidez al cortante se multiplica por un factor de retención de esfuerzos menor que la unidad. Aunque el modelo del comportamiento de la mampostería es muy simple, obtienen resultados que concuerdan bien con resultados experimentales. Al comparar el comportamiento de marcos de una crujía y un nivel con marcos de varias crujías y niveles rellenos con mampostería,

concluyen que si bien un modelo de diagonal equivalente con rigidez únicamente axial puede parecer adecuado para representar el comportamiento de un muro en un marco sencillo, deja de ser adecuado para marcos de múltiples crujías y/o niveles, debido a que la resultante de fuerzas en el muro ya no se encuentra necesariamente en la diagonal del mismo. También encuentran que en un marco de múltiples crujías y niveles, un muro puede desarrollar resistencias mayores que el mismo muro con el mismo marco pero analizados en forma aislada del resto del marco. Por lo que los resultados, analíticos o experimentales, obtenidos en marcos simples, que son la gran mayoría de los estudiados, estrictamente no son directamente extrapolables a marcos múltiples.

Lourenço (1996) utiliza un criterio de falla ortótropo que combina dos criterios, uno tipo Hill para compresión biaxial, con un criterio tipo Rankine para tensión. En cuanto a los modelos constitutivos, este autor considera que en tensión el comportamiento es lineal hasta el esfuerzo de agrietamiento, siguiendo un ablandamiento de tipo exponencial que involucra a la energía de fractura y al tamaño del elemento; mientras que en compresión considera tres tramos no lineales que caracterizan al endurecimiento, al ablandamiento y a la parte final con esfuerzo residual constante. Este autor ajusta los parámetros de su modelo para representar el comportamiento de mampostería de piezas huecas no rellenas, la cual exhibe un alto nivel de ortotropía. Por ejemplo, la relación de los módulos de Young en dirección horizontal y vertical es de 0.45, y la relación de resistencias en compresión simple es de 0.24. Los datos del material corresponden de muros probados a escala natural, ante un esfuerzo vertical constante de compresión y una fuerza lateral creciente. Su modelo numérico se aproxima aceptablemente a los resultados experimentales, reproduce los patrones de agrietamiento y el comportamiento de la curva fuerza contra desplazamiento horizontales. Inclusive predice la falla explosiva que se presenta cuando el esfuerzo confinante es alto (ver figura 3.3.5.1.). Este tipo de falla es característico de la mampostería de piezas huecas no rellenas.

Aunque el mortero y las piezas tienen un comportamiento cualitativamente similar, cuantitativamente pueden ser muy diferentes en cuanto a resistencia, rigidez, capacidad de deformación, etc. En modelos microscópicos simplificados, estas diferencias se pueden y se deben tomar en cuenta, los elementos que modelan a las juntas deben de representar tanto al

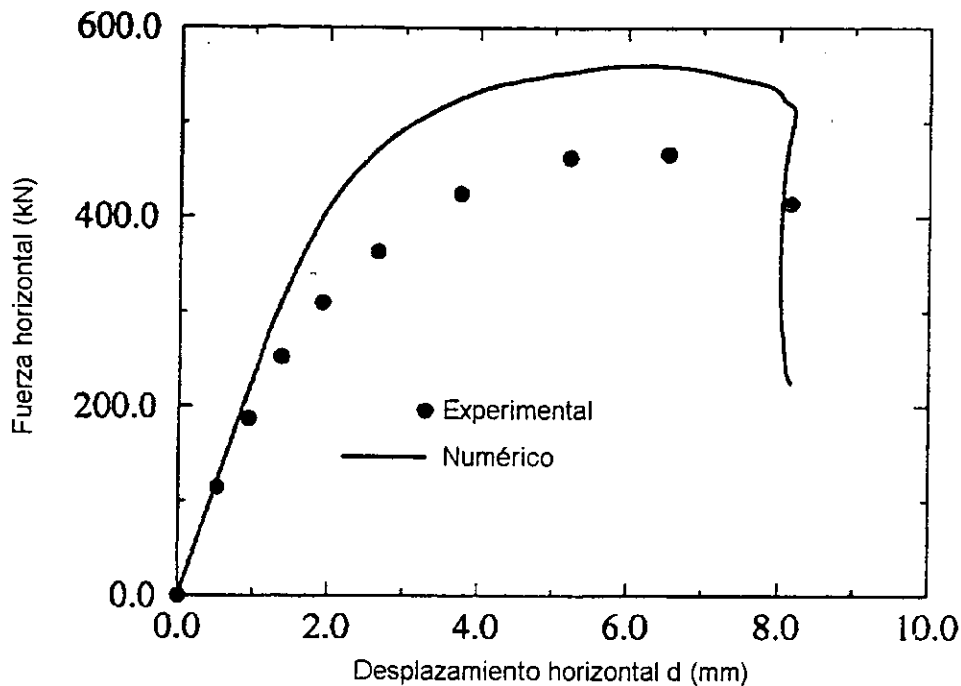


Figura 3.3.5.1. Curvas carga contra desplazamiento de un muro modelado por Lourenço (1996) con un enfoque macroscópico.

comportamiento del mortero como a los fenómenos que ocurren en la interfaz, como se mencionó en la sección 3.3.3. Para modelar el comportamiento de las piezas, Lourenço (1996) aprovecha que requiere utilizar dos elementos cuadriláteros en cada una, para considerar que, si existe agrietamiento en la pieza, éste ocurrirá verticalmente en el centro de la misma. Introduce elementos interfaz entre los elementos de una misma pieza para modelar este posible agrietamiento. El criterio de falla y la ley constitutiva de las piezas son los mismos utilizados en su modelo macroscópico, con la diferencia de que en este caso el comportamiento es isótropo y los parámetros corresponden únicamente con el material de las piezas. Lofti y Shing (1994) utilizan un criterio de falla para las piezas que combina el de Von Mises en compresión biaxial con el de Rankine en tensión. El modelo constitutivo presenta las características de comportamiento mostradas en la figura 2.3.2. Estos autores analizan muros de mampostería no reforzada sujetos a un esfuerzo vertical constante y a una carga lateral monótona creciente. En sus modelos microscópicos simplificados utilizan el modelo de junta que se comentó en la sección 3.3.3. Sus resultados numéricos

concuerdan bien con los experimentales; sobre todo predicen, con mucha aproximación, los modos de falla presentados. Mientras que las curvas carga contra desplazamiento son muy similares en las primeras etapas de carga, en la parte final hay diferencias grandes. Estas diferencias se atribuyen al modelo de comportamiento de las piezas y a que los parámetros usados en el modelo de las juntas fueron tomados de otros estudios, ya que en el estudio experimental del que tomaron los ejemplos no se hicieron pruebas para determinar estas características.

En Mehrabi *et al* (1994) se presenta una continuación del trabajo anterior, en el que las juntas, el concreto y la mampostería se modelan en forma muy similar a la comentada en el párrafo anterior, pero la información experimental de la que parten es más completa, ya que además de las pruebas sobre los materiales, cuentan con pruebas sobre el comportamiento de las interfaces. Presentan modelos microscópicos simplificados de marcos de concreto reforzado con muros diafragma de mampostería, cuyos resultados experimentales se incluyen en la misma referencia. En la figura 3.3.5.2 se muestra una gráfica carga contra desplazamiento laterales de uno de los especímenes estudiados, en ella se puede observar que los resultados numéricos concuerdan bien con los experimentales. Se observa asimismo, que el deslizamiento del acero de refuerzo en el marco no representa un papel importante en el comportamiento de este modelo; sin embargo, es necesario aclarar que, cuando se modela el marco sin muro, el deslizamiento sí influye significativamente en la respuesta.

En un modelo microscópico detallado se pueden utilizar los mismos criterios de falla y modelos constitutivos para el mortero y para las piezas, obviamente con los parámetros que le corresponden a cada material.

#### **3.4. Descripción del modelo utilizado.**

Con el fin de conocer en detalle el comportamiento de muros diafragma y su interacción con un marco confinante de concreto reforzado, se elaboró un modelo de elementos finitos de un muro probado experimentalmente en el Instituto de Ingeniería de la UNAM por Meli y Salgado (1969). A continuación se comentan las características generales del modelo numérico.

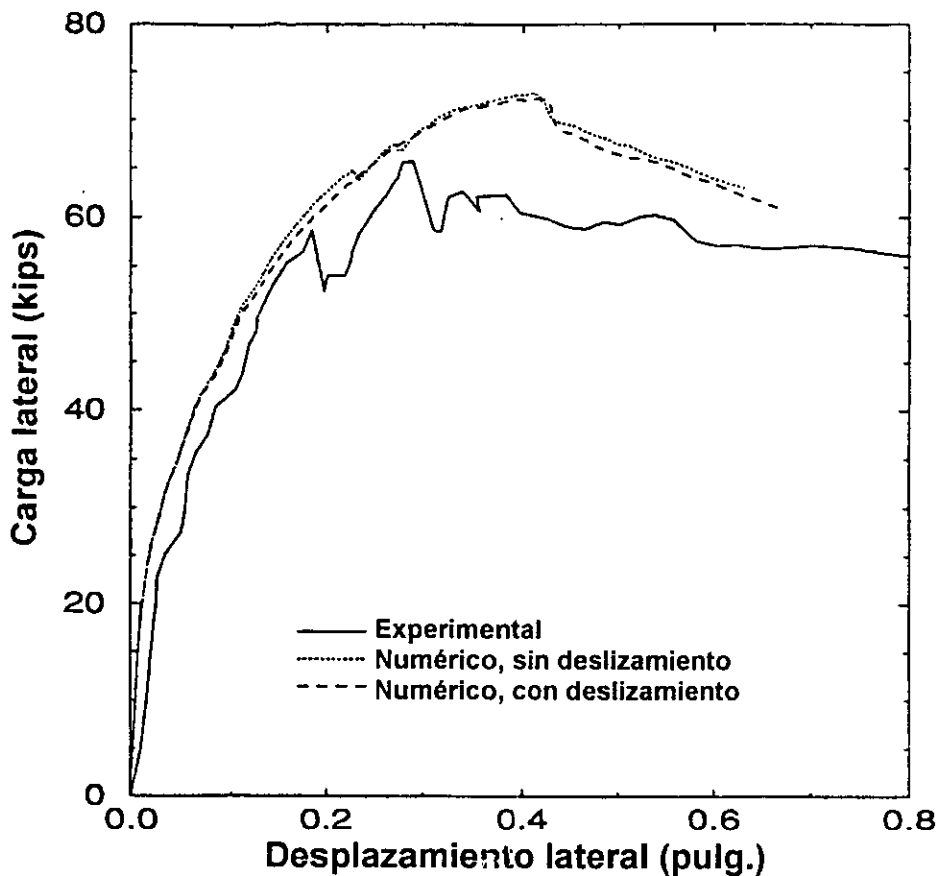


Figura 3.3.5.2. Gráfica carga contra desplazamiento laterales de un marco con muro diafragma, resultados experimentales y un méricos (Mehrabi et al. 1994)

Se elaboró un modelo de elementos finitos con el código DIANA (TNO 1996), en el cual, tanto el marco de concreto como el muro de mampostería, se modelaron con elementos cuadriláteros de cuatro nudos en esfuerzo plano. Se utilizó integración numérica con cuadratura gaussiana de  $2 \times 2$ . Alrededor del muro se introdujeron elementos interfaz de cuatro nudos para unirlo con el marco y con la superficie inferior que representa a la mesa de pruebas y que se supone infinitamente rígida. Estos elementos modelan la separación y el deslizamiento en el perímetro del muro, para su integración numérica se utilizó una cuadratura de concentración ("lumped integration"), ya que se ha comprobado que es la más adecuada en este tipo de elementos (TNO 1996). El acero de refuerzo del marco se modeló con un recurso disponible en DIANA que consiste en agregar a la rigidez del elemento que representa al concreto, la correspondiente al refuerzo que contiene. Las barras



longitudinales del marco se modelaron en forma discreta, mientras que el acero transversal se modeló como uniformemente distribuido.

Para el comportamiento mecánico del concreto se tomó un modelo de plasticidad incluido en el código DIANA, que combina los criterios de falla de Von Mises para falla en compresión, y de Rankine para falla en tensión, lo que resulta en la función de falla siguiente (TNO 1996)

$$\begin{aligned} f_R(\sigma, \kappa_R) &= \sigma_1 - f_t(\kappa_R) & ; \dot{\kappa}_R &= \dot{\epsilon}_1^P \\ f_{VM}(\sigma, \kappa_{VM}) &= \sqrt{\sigma_1^2 - \sigma_1\sigma_2 + \sigma_2^2} - f_c(\kappa_{VM}) & ; \dot{\kappa}_{VM} &= \sqrt{\frac{2}{3}[(\dot{\epsilon}_1^P)^2 + (\dot{\epsilon}_2^P)^2 + (\dot{\epsilon}_3^P)^2]} \end{aligned} \quad (3.4.1)$$

donde  $\sigma_1$  y  $\sigma_2$  son los esfuerzos principales, las  $\kappa_i$  son variables internas de estado o deformaciones plásticas equivalentes,  $f_t(\kappa_R)$  y  $f_c(\kappa_{VM})$  son las resistencias en tensión y en compresión uniaxiales respectivamente, las  $\epsilon_i^P$  son las deformaciones plásticas principales, y el punto sobre una variable indica derivación con respecto al tiempo. En la figura 3.4.1 se presenta gráficamente esta función. En compresión el comportamiento es lineal hasta un tercio de la resistencia, a partir de este punto la relación  $\sigma$ - $\kappa$  sigue una ley parabólica, con su máximo en  $f_c$  y con energía de fractura  $G_{fc}$  dada (TNO 1996). En tensión el comportamiento es lineal hasta  $f_t$ , y a partir de aquí el ablandamiento se modela por medio de una ley exponencial con energía de fractura  $G_{ft}$  dada. Esto se ilustra en la figura 3.4.2,

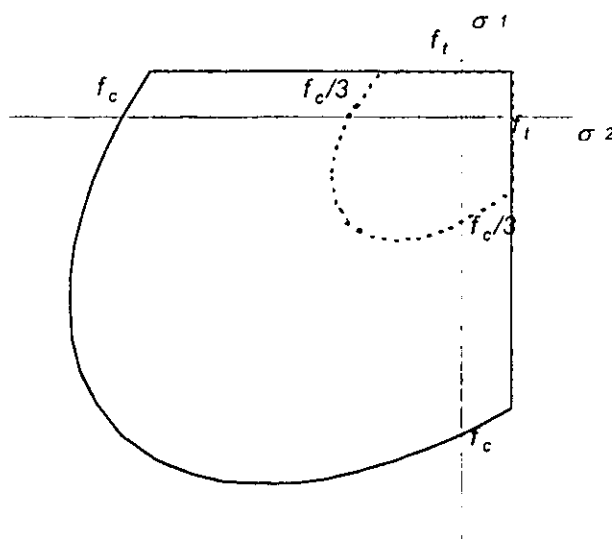


Figura 3.4.1. Criterio de falla combinado Von Mises-Rankine para concreto.

donde se indica que el área bajo la curva de comportamiento es la energía relativa de fractura  $g_f$ , de acuerdo con la teoría, la relación entre la energía de fractura  $G_f$  y la energía relativa de fractura  $g_f$  es

$$G_f = g_f h \quad (3.4.2)$$

donde  $h$  es el ancho de banda del material, en el caso de elementos finitos, se ha demostrado que este parámetro depende de la geometría del elemento. Para cuadriláteros es común tomar a  $h$  como la raíz cuadrada del área del elemento.

Ya se comentó en secciones anteriores que la mampostería tiene un comportamiento mecánico ortótropo, que se acentúa en la etapa de comportamiento no lineal; sin embargo, en el presente trabajo se consideró siempre comportamiento isótropo, por varias razones. La primera es que actualmente se cuenta con muy poca información experimental acerca del comportamiento ortótropo de la mampostería, y hasta donde llega el conocimiento del autor, no hay estudio alguno al respecto hecho con mamposterías mexicanas, por lo que sería muy aventurado intentar asignar propiedades ortótropas a un modelo. Además, un comportamiento isótropo debe ser suficiente para captar la respuesta general de la estructura porque las direcciones en las que ocurre la plastificación o agrietamiento son muy similares en todo el muro y en toda la historia de carga. Otra razón es que los modelos de plasticidad ortótropos incorporados en DIANA se limitan a comportamiento elasto-

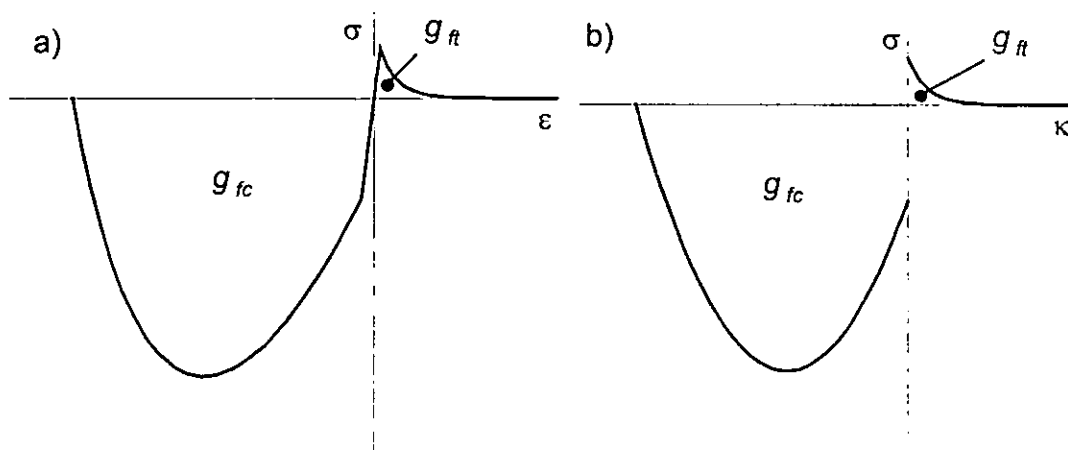


Figura 3.4.2. Modelos de endurecimiento y ablandamiento para el concreto; a) relación esfuerzo contra deformación unitaria para el caso uniaxial; b) relación esfuerzo contra deformación plástica equivalente.

plástico perfecto, el cual está muy alejado del de la mampostería, sobre todo si se quiere modelar adecuadamente su comportamiento no lineal. Otra limitante para considerar un modelo ortótropo es que con los métodos de análisis actuales no se puede combinar con los modelos de fractura, lo que los hace todavía menos aptos para representar el comportamiento de la mampostería.

Inicialmente se utilizó el mismo modelo de plasticidad descrito para el concreto, pero posteriormente se cambió el modelo de comportamiento en tensión por uno basado en la teoría de la fractura. El criterio de falla se cambió por uno lineal como se indica en la figura 3.4.3.a). En los modelos de fractura de DIANA no se incluye el ablandamiento exponencial<sup>1</sup>, por lo cual se optó por escoger el modelo de ablandamiento de Hordijk et al. (TNO 1996), que se ilustra en la figura 3.4.3.b). En la mecánica de fractura se supone que al iniciarse la formación de una grieta, la rigidez en cortante del material se reduce. Con este fin se introduce el factor de retención de cortante  $\beta$ , menor que la unidad y mayor que cero, que multiplica al módulo de cortante  $G$ , en este caso se tomó un valor constante para dicho factor.

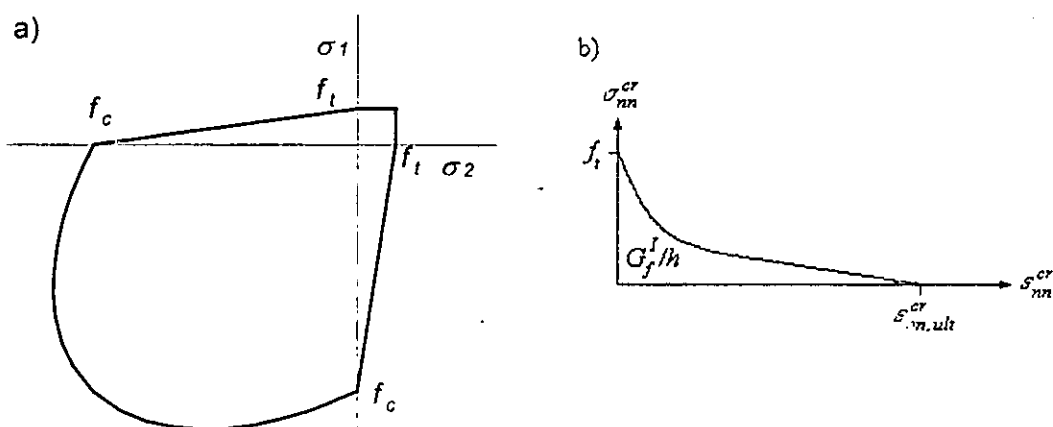


Figura 3.4.3 Modelo de fractura para mampostería; a) criterio de falla; b) modelo de ablandamiento de Hordijk et al. (TNO 1996).

<sup>1</sup> En mecánica de fractura es común aceptar que existe una deformación finita en la cual la grieta que se forma a través de un elemento está totalmente abierta, y por lo tanto el esfuerzo es nulo, lo cual no se logra con un ablandamiento de tipo exponencial.

Los elementos interfaz de cuatro nudos con integración concentrada (*lumped integration*) que se utilizaron para modelar el contacto entre el muro y el resto de la estructura, tienen rigideces elásticas, normal y tangencial, dadas por

$$D_n = \frac{E_m}{t} \qquad D_t = \frac{G_m}{t} \qquad (3.4.3)$$

donde  $E_m$  y  $G_m$  son los módulos de Young y de cortante respectivamente, y  $t$  es el espesor de la junta que se está representando. Estas rigideces se interpretan físicamente como el valor del esfuerzo que es necesario aplicar a la interfaz para producir un desplazamiento relativo unitario correspondiente con dicho esfuerzo. Para el comportamiento no lineal se utiliza el criterio de falla de Coulomb, con un límite en el esfuerzo de tensión, como se muestra en la figura 3.4.4. El comportamiento en dirección normal del elemento es elasto-plástico perfecto. Se utiliza retención de cortante constante; con un valor nulo de la rigidez reducida, lo que implica también comportamiento elasto-plástico perfecto. La matriz de rigideces tangente para este tipo de elementos queda expresada por (TNO 1996)

$$\mathbf{k}_t = \frac{1}{h + k_n \tan(\phi) \tan(\psi) + k_t} \begin{bmatrix} k_n (h + k_t) & -k_n k_t \tan(\psi) \frac{t_t}{|t_t|} \\ -k_n k_t \tan(\phi) \frac{t_t}{|t_t|} & k_t (h + k_n \tan(\phi) \tan(\psi)) \end{bmatrix} \qquad (3.4.4)$$

donde  $h = \partial f / \partial \kappa$ ,  $k_n$  y  $k_t$  son las rigideces elásticas normal y tangencial respectivamente,  $\phi$  y  $\psi$  son los ángulos de fricción y de expansión respectivamente, y  $t_t$  es el esfuerzo tangencial. Es evidente de la ecuación 3.4.4 que si el ángulo de fricción es diferente que el de expansión, la matriz resulta ser asimétrica. En los primeros modelos que se elaboraron para este trabajo se tomaron iguales valores para estos ángulos, con el fin de tener matrices tangentes simétricas y poder usar las técnicas de Newton-Raphson y Newton-Raphson modificado. Finalmente, se tomó el ángulo de expansión con un valor nulo, lo cual es más realista, pero impide el uso de tales técnicas de solución en DIANA cuando las diferencia entre  $\phi$  y  $\psi$  es mayor que  $20^\circ$ , ya que esta es una restricción de la rutina para resolver sistemas asimétricos en este programa.

Para el acero de refuerzo se supone un comportamiento elasto-plástico perfecto, y se considera que existe adherencia perfecta con el concreto. Esta hipótesis es bastante

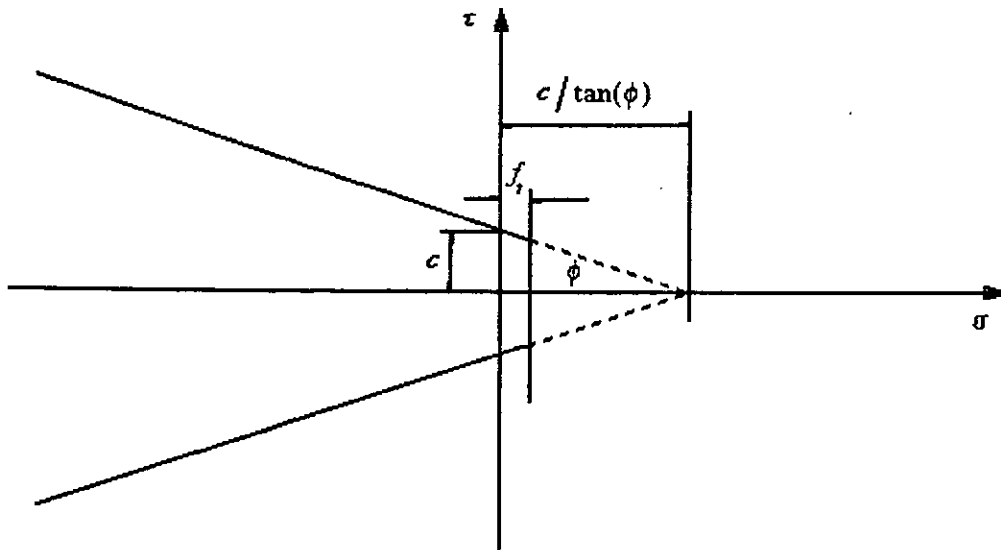


Figura 3.4.4 Criterio de falla de Coulomb.

razonable en marcos con muros de relleno, según los resultados que reportan Mehrabi et al. (1994), quienes analizan un marco de concreto reforzado con y sin relleno, y con y sin deslizamiento del acero de refuerzo. Encuentran que en el caso del marco sin relleno, el deslizamiento del refuerzo influye significativamente en la respuesta, mientras que en el marco con relleno este fenómeno no es significativo.

### Resultados del análisis

El comportamiento de marcos con muros diafragma de mampostería es muy complejo. El problema comienza en la escala microscópica en la que se hace patente la heterogeneidad de la mampostería y la marcada influencia del comportamiento de las juntas de mortero. Sigue en una escala intermedia donde la interacción entre muro y marco impone nuevos retos en el análisis y estudio del comportamiento de estas estructuras. Finalmente, en la escala estructural, los comportamientos anteriores conducen a que el estudio de un marco de una crujía y un nivel, no pueda ser directamente extrapolable al comportamiento de marcos múltiples. Sin embargo, para entender el comportamiento de sistemas muy complejos, siempre es necesario empezar por estudiar el comportamiento de partes pequeñas y simples de los mismos. Esta es la razón por la que en la gran mayoría de las investigaciones sobre marcos con rellenos se ha trabajado con marcos simples, lo mismo que en el presente trabajo.

Hasta donde llega el conocimiento de quien esto escribe, los únicos trabajos importantes hechos en México para modelar muros diafragma de mampostería con elementos finitos son los de Bazán (1980) y de Ishibashi y Katsumata (1994). El primero con herramientas de hace veinte años que actualmente han sido ampliamente superadas. El segundo trabajo es más reciente; sin embargo, estos autores terminan sus análisis cuando apenas inicia el comportamiento marcadamente no lineal, lo que hace dudar acerca de si sus modelos son lo suficientemente buenos como para reproducir el comportamiento de los marcos rellenos sujetos a deformaciones mayores que la de agrietamiento. Los métodos de diseño actuales requieren de conocer estimaciones de la capacidad de deformación de las estructuras, ductilidad, resistencia máxima y capacidad de disipación de energía. Por lo tanto, es necesario que se desarrollen mejores modelos que permitan simular la respuesta de

estructuras de este tipo hasta niveles altos de deformación lateral. Estos modelos son necesarios para desarrollar procedimientos de análisis y diseño, los cuales deberían estar basados en una mayor cantidad de información que los actualmente disponibles en normas y libros.

Una aplicación práctica de estos modelos de elementos finitos es el objetivo de este trabajo, esto es, proponer un modelo de muro diafragma de mampostería, simplificado pero realista, útil en el análisis no lineal de marcos de concreto reforzado con rellenos. Para esto se elaboró un modelo de elementos finitos de un muro de mampostería confinada de un nivel y una crujía ensayado experimentalmente por Meli y Salgado (1969). Se ajustaron los parámetros del modelo de elementos finitos para que reprodujera aproximadamente el comportamiento global observado. Aquí es importante aclarar que, aunque el modelo experimental es un muro de mampostería confinada, su comportamiento, ante cargas laterales y a deformaciones grandes, es similar al de un marco con relleno. Por otra parte, al inicio de este trabajo no se contaba con información completa de alguna prueba sobre un marco con relleno. Por lo anterior se consideró adecuado calibrar el modelo numérico con el modelo experimental mencionado.

En este capítulo se describe el proceso de elaboración del modelo de elementos finitos y su calibración con base en los resultados experimentales. Se comentan los resultados de cada etapa de la elaboración del modelo, así como del modelo final. Se hace énfasis en los aspectos que causaron más dificultad en este proceso, como la determinación de las propiedades mecánicas de los materiales a partir de pruebas que se realizan tradicionalmente, o la selección de las técnicas de solución de sistemas no lineales más adecuadas para este tipo de problemas.

#### **4.1. Descripción del modelo experimental**

Meli y Salgado (1969) presentan los resultados de pruebas experimentales sobre muros de mampostería confinados con marcos de concreto reforzado de una crujía y un nivel sujetos a cargas laterales. La mayoría de las pruebas se hicieron con mampostería reforzada; sin embargo, cuatro de ellas, la serie 800, se hicieron con mampostería simple de

tabiques macizos de barro recocido. A estas pruebas se da atención en lo que sigue. En la tabla 4.1.1 se presentan algunas características de los ensayos mencionados, en esta tabla:  $f'_m$  es la resistencia a compresión de la mampostería,  $f'_c$  es la resistencia a compresión del concreto, y  $f'_b$  es la resistencia a compresión del mortero. En la figura 4.1.1 se indican las dimensiones de los especímenes y los tipos de pruebas. Se menciona que las dimensiones nominales de los tabiques eran 6x12x24 cm, con un módulo de Young de  $E_p=11,000$  kg/cm<sup>2</sup>, y que debido a su fabricación mediante un proceso mecánico, sus dimensiones eran regulares y uniformes. El mortero empleado en las juntas tenía una proporción de 1:3 en cemento:arena; el acero de refuerzo era de grado estructural con esfuerzo de fluencia nominal de 4,000 kg/cm<sup>2</sup>. No se menciona la cantidad de acero transversal. Los castillos se

Tabla 4.1.1. Características de los muros probados experimentalmente.

Muro	Ref. long. en los castillos	$f'_m$ kg/cm <sup>2</sup>	$f'_c$ kg/cm <sup>2</sup>	$f'_b$ kg/cm <sup>2</sup>	Carga vertical ton	Tipo de prueba
801	4#4	102	104	258	0	Voladizo
802	4#4	102	159	219	7	Voladizo
803	4#5	102	237	285	0	Voladizo
804	4#5	102	331	309	0	Comp. Diag.

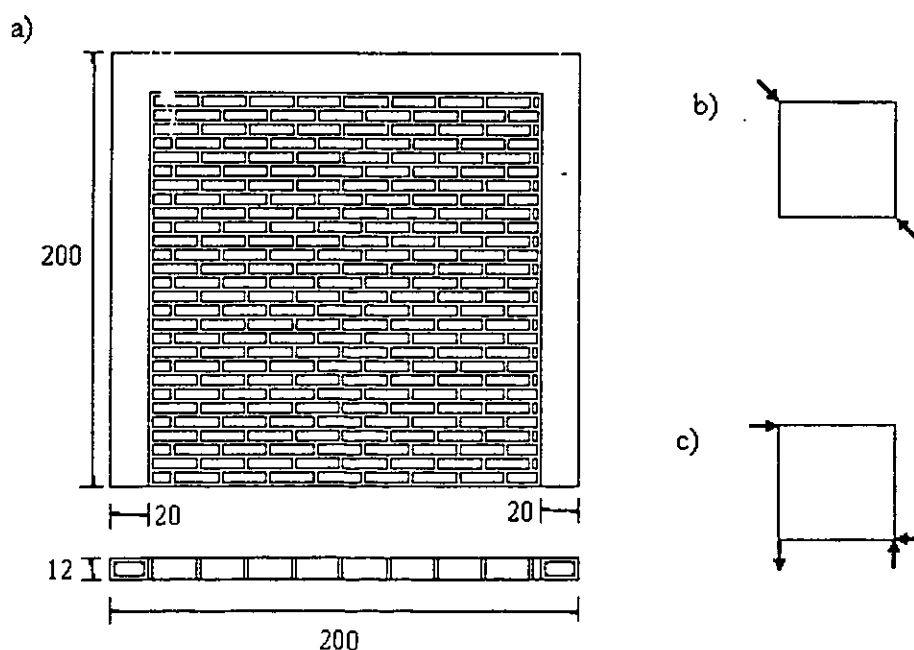


Figura 4.1.1. Ensayos de Meli y Salgado (1969); a) características geométricas; b) prueba en compresión diagonal; c) prueba en voladizo.



colaron una vez terminada la construcción del muro. La carga horizontal se aplicaba progresivamente para producir incrementos de deformación angular prefijados, controlados por medio de la deformación de una de las diagonales.

Los resultados de los experimentos se resumen en la tabla 4.1.2, mientras que en la figura 4.1.2 se muestran las curvas carga horizontal contra deformación angular. Meli y Salgado comentan que en el muro 801, la grieta diagonal se prolongó inmediatamente en el

Tabla 4.1.2 Resultados experimentales.

Muro	Carga horizontal (ton)		Deflexión angular ( $\times 10^{-3}$ )		Rigidez ( $\text{ton/rad} \times 10^{-3}$ )	
	Agrietamiento	Máxima	Agrietamiento	Máxima	Tangente inicial	Secante
801	4.40	5.83	2.95	2.95	-	-
802	11.60	13.45	2.34	8.56	42.41	10.0
803	6.43	11.00	1.11	13.40	11.7	3.4
804	8.38	19.51	2.46	14.60	17.6	3.3

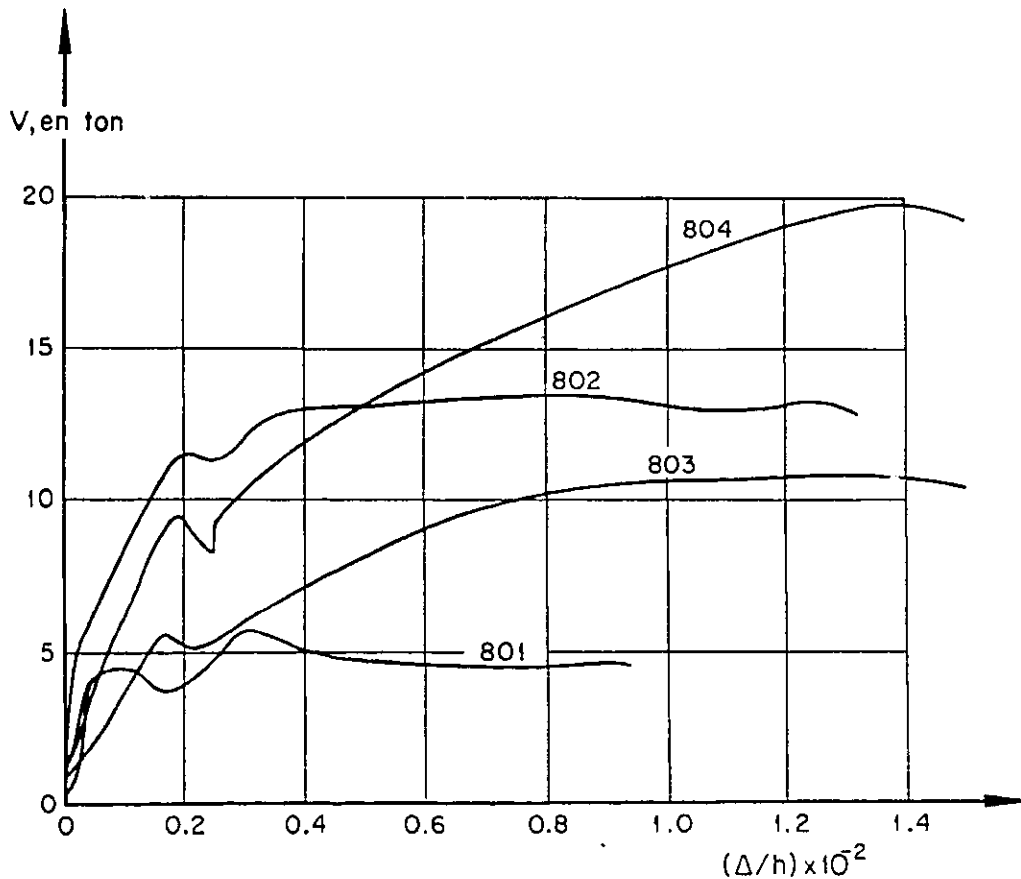


Figura 4.1.2 Curvas carga horizontal contra deflexión angular de los muros no reforzados ensayados por Meli y Salgado.

extremo superior del castillo en tensión, lo cual impidió que la carga aumentara más allá de la de agrietamiento. En el muro 803, se obtuvo un incremento importante en la carga lateral después del agrietamiento, debido a la mayor cantidad de acero longitudinal en los castillos. La carga vertical aplicada al muro 802 incrementó sensiblemente su resistencia y no redujo su ductilidad, comparado con el muro 801 de iguales características pero sin carga vertical. Finalmente, el muro 804 probado en compresión diagonal alcanzó una resistencia mayor que el muro 803, de iguales características, probado en voladizo.

#### **4.2. Etapas en la elaboración del modelo analítico**

Con el fin de tener control en las características del modelo se adoptó la estrategia de comenzar con uno simple, que permitiera conocer las fortalezas y debilidades del programa de análisis. A continuación, se añadieron sucesivamente las características que hacen complejo el análisis de estas estructuras, hasta obtener un modelo que representara aproximadamente su comportamiento con las herramientas que ofrece el programa DIANA. Se comenzó con un modelo elástico-lineal, enseguida se incluyeron las características no lineales de la interfaz, a continuación se incluyó el comportamiento no lineal de la mampostería, y finalmente el del concreto y del acero de refuerzo.

Los primeros modelos están basados en uno elaborado por Cerón (1997), quien a su vez tomó los datos necesarios para su modelo de ensayos comentados por Meli (1979). Sin embargo, no fue posible obtener la información original de estos ensayos, por lo que los modelos siguientes se basaron en el muro 803 reportado por Meli y Salgado (1969), muy similar al anterior y cuya información experimental se comentó en la sección anterior. Se escogió este muro porque en él se desarrolla la capacidad máxima de la mampostería, a diferencia del muro 801 en donde la falla de la columna en tensión no permite el desarrollo de esta capacidad; también porque en su ensayo no se incluyen factores que modifiquen su capacidad de carga, como sería el caso del muro 802 que tiene carga vertical o el muro 804 que fue ensayado en compresión diagonal.

El primer modelo que se elaboró, denominado *m01*, contenía prácticamente a todos los elementos contenidos en el resto de los modelos, esto es: 400 elementos para el muro de

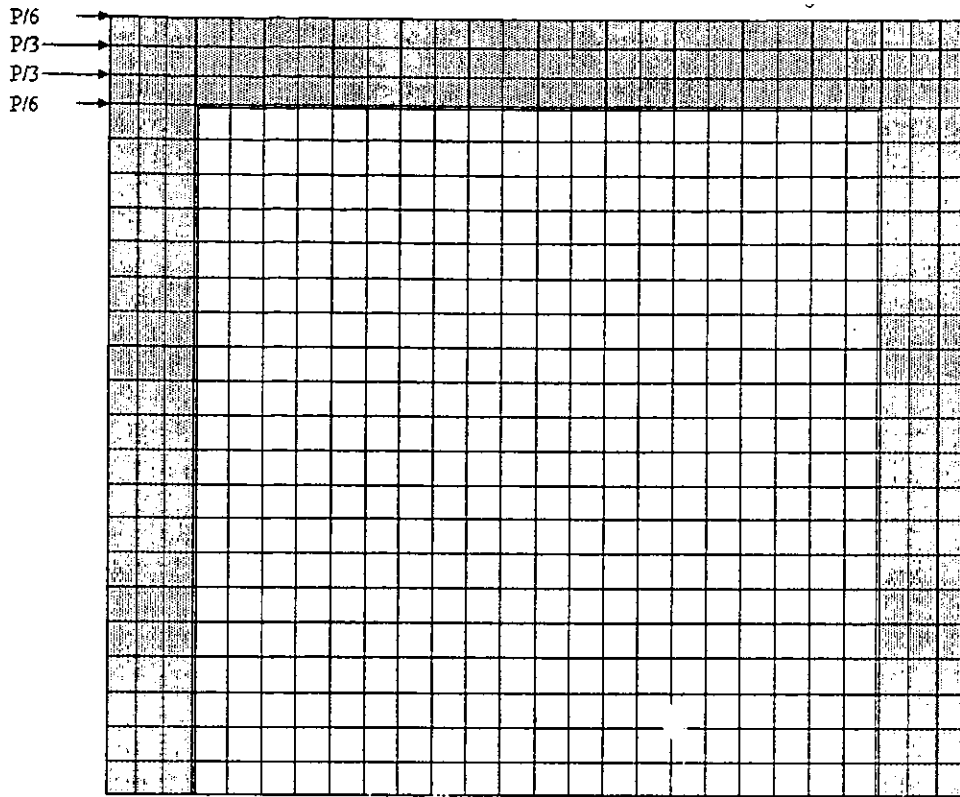


Figura 4.2.1 Modelo de elementos finitos.

mampostería, 198 para el marco de concreto reforzado, y 80 en la interfaz alrededor del muro, como se ilustra en la figura 4.2.1. Este modelo era completamente elástico lineal; así, la mampostería y el concreto reforzado estaban caracterizados únicamente por sus módulos de Young y de Poisson, y la interfaz por sus rigideces normal y tangencial.

El primer paso en la elaboración del modelo no lineal fue incorporar el comportamiento de la interfaz en cuanto a separación y deslizamiento, ya que estos fenómenos se manifiestan en las primeras etapas de carga. En los modelos *m02* y *m03* se impusieron condiciones de deslizamiento perfecto (sin fricción) y no-deslizamiento, respectivamente. La separación se hizo manualmente, con base en la condición de que no existiera tensión en la interfaz. Se definieron dos tipos de elementos interfaz, uno con la rigidez normal calculada, y el otro con una rigidez normal despreciable. Se realizaron una serie de análisis en los que los elementos que presentaban tensión en el paso previo se les asignaba rigidez normal despreciable, y a los que tenían esta propiedad y reportaban

desplazamientos relativos de compresión se les asignaba la rigidez normal calculada. Así, se lograron obtener las configuraciones desplazadas con separación que se muestran en la figura 4.2.2, donde se eliminaron los elementos interfaz para mayor claridad del dibujo. Se puede observar en el inciso a) de esta figura el deslizamiento entre muro y marco aún en las zonas donde existe contacto, mientras que en el inciso b) no ocurre este deslizamiento. Aunque puede decirse que estos modelos reflejan un comportamiento no lineal, en realidad una vez que se ha encontrado la configuración deformada para un nivel de carga, esta configuración es la misma, en términos relativos, para cualquier otro valor de la carga, ya que el comportamiento de los materiales es elástico lineal.

Al comparar las rigideces laterales, definidas como la carga aplicada dividida entre el desplazamiento horizontal del extremo superior derecho, se observa que la condición de separación sin fricción produce una rigidez del 5.7 por ciento respecto a la del modelo *m01*; mientras que con separación sin deslizamiento se tiene el 8.4 por ciento de dicha rigidez. Este resultado es indicativo de la gran importancia que tiene el comportamiento de la interfaz en el comportamiento global de la estructura, y de la magnitud del error que se cometería si se ignorara. Por otro lado, las condiciones de no-fricción y no-deslizamiento son los casos extremos de lo que sucede en realidad, la rigidez del primer caso representa el 68 por ciento de la del segundo. Esto indica que existe un intervalo amplio en el que puede variar la rigidez de un modelo de este tipo (materiales elástico lineales) dependiendo de las condiciones de fricción en la interfaz alrededor del muro.

El modelo *m04* está basado en el muro 803 ensayado por Meli y Salgado (1969). Con él se hicieron los primeros intentos de aprovechar las herramientas de análisis no lineal de DIANA. La mampostería y el concreto siguen siendo elástico-lineales, mientras que en los elementos interfaz se incluye el modelo friccionante de Coulomb. Para las propiedades mecánicas de los materiales se tomaron como base las propiedades índice de la tabla 4.1.1, y se hicieron las siguientes consideraciones:

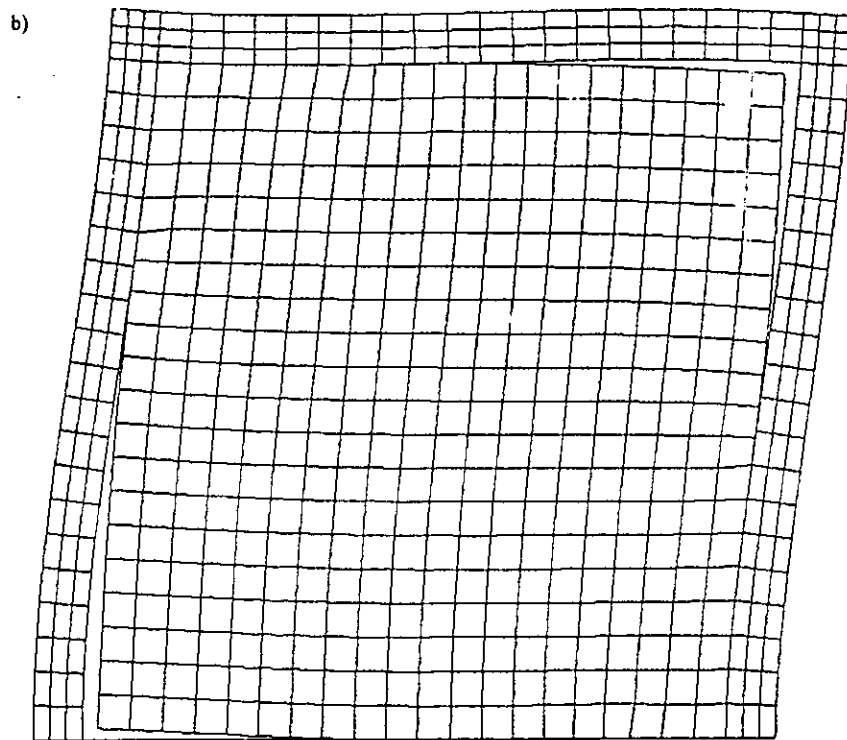
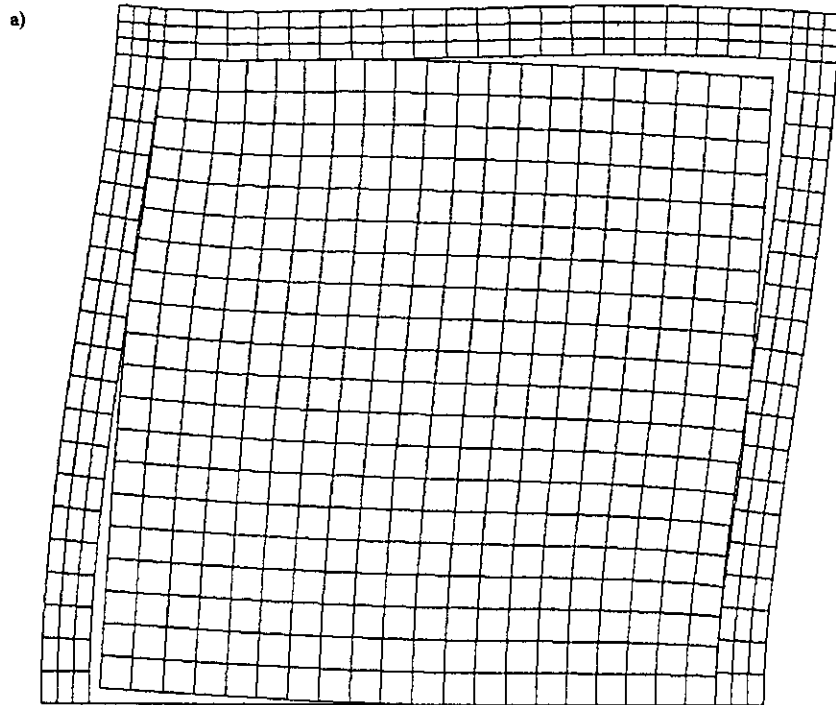


Figura 4.2.2 Configuración desplazada con separación; a) sin fricción (*m02*); b) sin deslizamiento (*m03*).

- El módulo de Young de la mampostería se tomó como  $E_m = 600f'_m = 61,200\text{kg/cm}^2$ , de acuerdo con DDF (1987a). Para el módulo de Poisson se tomó el valor  $\nu_m = 0.25$ , que parece ser un valor razonable (Pande y Middleton 1995).
- Para el concreto se tomó un módulo de Young de  $E_c = 8000\sqrt{f'_c} = 1.2 \times 10^5\text{kg/cm}^2$ , de acuerdo con DDF (1987b) para concreto clase 2. Se tomó un módulo de Poisson de  $\nu_c = 0.20$ , que es un valor comúnmente aceptado para este material.
- Se consideró que la interfaz era de mortero con un centímetro de espesor, con un módulo de Young de  $E_i = 250f'_b = 71,200\text{kg/cm}^2$ , de acuerdo con Meli (1979); rigideces normal y tangencial de  $k_n = E_i/h = 71,200\text{kg/cm}^2/\text{cm}$  y  $k_t = E_i/(2(1+\nu)h) = 30,000\text{kg/cm}^2/\text{cm}$  (con  $\nu = 0.20$ ) respectivamente; una cohesión de  $c = 2.5\text{kg/cm}^2$ , y una tangente del ángulo de fricción de 0.75, ambos valores son tomados de Meli (1979), obtenidos a partir de evidencia experimental en juntas de mortero; la tangente del ángulo de expansión se tomó igual a 0.75.

Para la tangente del ángulo de fricción el anterior es un valor razonable según varios autores (Lourenço 1996, Mehrabi *et al* 1994, Meli 1979); se tomó el mismo valor para la tangente del ángulo de expansión con la finalidad de poder utilizar los métodos de solución basados en la matriz de rigidez tangente, aunque físicamente sea razonable sólo al inicio del deslizamiento.

Desde el primer incremento de carga ocurría la separación en la esquina inferior izquierda, con la esquina opuesta en contacto por varios incrementos de carga. Este comportamiento se debe que la carga lateral se concentra en la esquina superior izquierda. Moraes (1997) en un modelo similar concentra la carga en la esquina superior derecha, con la misma dirección, y observa que la separación ocurre primero en la esquina superior derecha, y posteriormente en la opuesta.

ESTA TESIS NO DEBE  
SALIR DE LA BIBLIOTECA

Uno de los mayores retos que presentó este modelo y los siguientes fue encontrar un método de solución, no ya que fuera el más adecuado, sino que permitiera por lo menos obtener alguna solución. Los métodos de Newton-Raphson, Newton-Raphson modificado, el de la rigidez secante, el de la rigidez constante, o la técnica del tamaño de paso óptimo (TNO 1996), no permitieron ir más allá en el análisis que la separación en la esquina inferior izquierda. Antes de que ocurriera la separación en la esquina superior derecha, el análisis dejaba de convergir (por más iteraciones que se hicieran no se reducía el error a una tolerancia razonable), o divergía (el error se hacía mayor con cada iteración). Incluso se elaboró un modelo con una malla más gruesa para hacer pruebas que consumieran menos tiempo de procesamiento, el modelo *m05*; sin embargo, finalmente no se realizaron dichas pruebas sino que se siguió adelante en la elaboración del modelo.

El siguiente paso fue incorporar el agrietamiento de la mampostería en el modelo *m06*. La resistencia en tensión uniaxial se consideró igual al 10% de la resistencia en compresión, esto es,  $f_t=10.2 \text{ kg/cm}^2$ . Se utilizó un modelo de grieta fija con un criterio de falla para esfuerzo constante o de Rankine, ablandamiento lineal con energía de fractura de  $G_{ff}=0.05 \text{ kg.cm/cm}^2$ , y con un factor de retención de cortante  $\beta=0.5$ . Actualmente no se cuenta con información experimental suficiente para determinar los parámetros de un modelo de agrietamiento para mampostería, el valor de la energía de fractura se tomó de los análisis presentados por Lourenço (1996). Para el factor de retención de cortante se tomó un valor supuesto en ese momento.

Nuevamente fue imposible, con los métodos y técnicas de análisis no lineal mencionados arriba, lograr que el análisis llegara a la separación de la esquina superior derecha, y mucho menos a la carga de agrietamiento. Sin embargo, en una variante de este modelo, en el que se consideró nula la fricción en la interfaz, se logró llegar a la carga de agrietamiento y se obtuvieron gráficas como las de la figura 4.2.3, donde se puede apreciar que el agrietamiento ocurre en la diagonal del muro como se ha observado experimentalmente. Las gráficas de esta figura corresponden a uno de los últimos pasos que convergieron. Unos cuantos incrementos de carga después de iniciado el agrietamiento, el proceso de solución deja de convergir.

Por otro lado, se observaron esfuerzos de compresión del orden de  $300 \text{ kg/cm}^2$  en la esquina inferior derecha, este valor es muy superior a la resistencia de la mampostería, Lo que motivó que se incorporara el comportamiento no lineal en compresión de la mampostería en el modelo *m07*. Se utilizó el modelo de plasticidad que se describió en el capítulo anterior, que combina los criterios de falla de Rankine y de Von Mises. Para la resistencia en compresión se tomó el valor nominal reportado, esto es,  $102 \text{ kg/cm}^2$ , con energía de fractura  $G_{fc}=5.0 \text{ kg.cm/cm}^2$  (tomado de Lourenço, 1996), y ablandamiento parabólico. La cohesión en la interfaz se tomó como nula, que en realidad es un valor heredado del modelo *m06*, que se adoptó al intentar lograr la convergencia.

En el tiempo en que se estaba trabajando con este modelo, Mosalam, mediante un comunicado personal, recomendó usar el método de la matriz de rigideces lineal para obtener la solución no lineal de este tipo de modelos. Efectivamente, con este método fue posible obtener soluciones después de la separación de la esquina superior derecha, y del agrietamiento del muro. Se observó que la técnica del tamaño de paso óptimo no es adecuada en combinación con el método de la matriz de rigideces lineal; lo anterior se debe a que cuando la matriz de rigideces tangente es muy distinta de la inicial (lo que, en estos modelos, ocurre desde el primer paso por la separación en una esquina), esta técnica conduce a incrementos de carga demasiado pequeños. Se consideró que era mejor fijar un

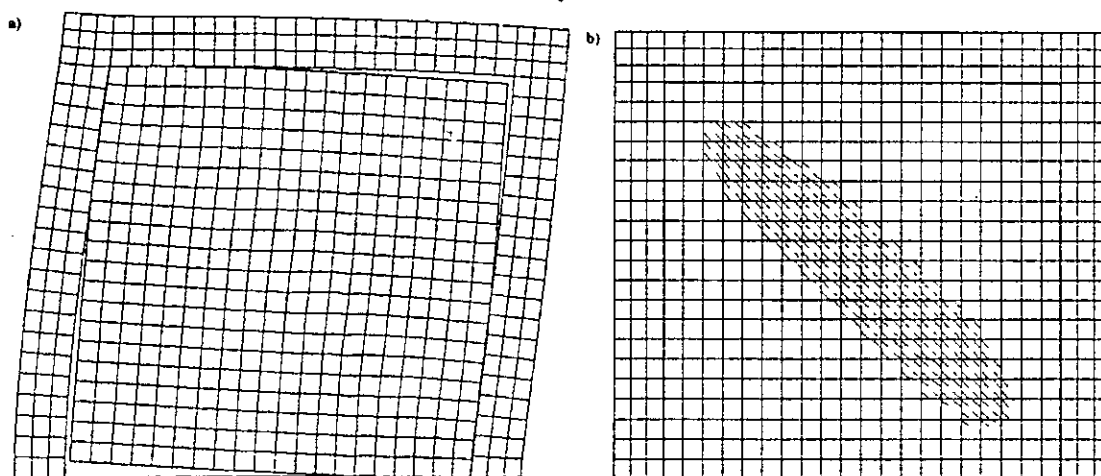


Figura 4.2.3. Resultados del modelo *m06* sin fricción en la interfaz; a) configuración deformada; b) patrón de agrietamiento.



incremento de carga pequeño, que requiriera de alrededor de cinco iteraciones para alcanzar la tolerancia, y utilizar la técnica de la longitud de arco, ya que se esperaba que hubiera decrementos de carga cuando se agrietara o se aplastara la mampostería. También se observó que es necesario reducir los incrementos de carga conforme avanza el análisis. Sin embargo, los denominadores de los cocientes que se comparan con las tolerancias (ecuaciones 3.2.6 a 3.2.8), dependen directamente del tamaño del paso de carga, y al reducirse éste, se hace más difícil llegar a la convergencia; por ello se pensó que, al reducir el incremento de carga era necesario aumentar la tolerancia. El criterio que se siguió temporalmente fue, que en la misma proporción que se reduzca el incremento de carga se aumenten las tolerancias, sin que éstas sean mayores que 0.05 para fuerzas y desplazamientos y que 0.005 para energía. Se utilizaron los tres criterios de convergencia (fuerza, desplazamiento y energía), con cualquiera que se cumpliera se consideraba convergido el paso de carga.

El grado de complejidad que tenía este modelo hizo pensar que se podía iniciar el proceso de ajuste con el modelo experimental, mediante la comparación de las rigideces iniciales de ambos. Con los valores de los parámetros del modelo *m07* que se comentaron arriba, se obtuvo una rigidez de 76 ton/cm, que resultó ser muy grande, comparada con la experimental de 17 ton/cm. Entonces, se cambió el criterio para definir el módulo de Young de la mampostería, se consideró que éste era igual al valor reportado para las piezas, esto es  $E_m=11,000 \text{ kg/cm}^2$ . De esta forma se desprecia el efecto de la rigidez de las juntas en este parámetro; sin embargo, resulta ser un criterio conservador, ya que el mortero de las juntas era más rígido que las piezas, según el informe experimental. También se cambiaron las rigideces de los elementos interfaz, se consideró que eran del mismo material homogeneizado que la mampostería, con lo que resultó:  $k_n=11,000 \text{ kg/cm}^2/\text{cm}$  y  $k_t=4,400 \text{ kg/cm}^2/\text{cm}$ . Además, el modelo alcanzaba resistencias de más de 24 ton sin presentar degradación de rigidez por el agrietamiento del muro, por ello se cambiaron también los criterios para establecer las resistencias en tensión y en compresión de la mampostería. Se tomó  $f_t=2.8 \text{ kg/cm}^2$ , que es valor que establece la norma UBC (1995) como resistencia de diseño en tensión para mamposterías hechas con morteros tipo M o S (de buena calidad). Al

ser este valor una resistencia de diseño, tiene implícito un factor de seguridad; sin embargo, a falta de mejor información, se consideró un valor aceptable. Para la resistencia en compresión se procedió en orden inverso al comúnmente utilizado y se determinó este parámetro en función del módulo de Young, esto es  $f_c = E_m / 350 = 31.4 \text{ kg/cm}^2$ . El factor de proporcionalidad entre la resistencia en compresión y el módulo de Young se cambió a 350 porque, aunque es el valor que recomienda DDF (1987a) para efectos a largo plazo, es similar al que se observa en las pruebas hechas con mamposterías mexicanas de ladrillos de barro recocido (Meli y Reyes 1971).

Con estos parámetros se hizo un nuevo análisis del modelo. En la figura 4.2.4 se muestran gráficas con algunos resultados; en la curva carga contra desplazamiento laterales, figura 4.2.4.a, se observa un comportamiento casi lineal. El agrietamiento ocurre para 9 t de carga aproximadamente, y apenas es perceptible un pequeño decremento en la rigidez. En la figura 4.2.4.b se muestra la configuración deformada con 17.4 t de carga. Se puede apreciar la distorsión de los elementos situados cerca de la diagonal del muro por efecto del agrietamiento. En la figura 4.2.4.c aparece el patrón de agrietamiento para la misma carga; es evidente el agrietamiento sobre la diagonal del muro. Desafortunadamente no se cuenta con la distribución del agrietamiento en el modelo experimental.

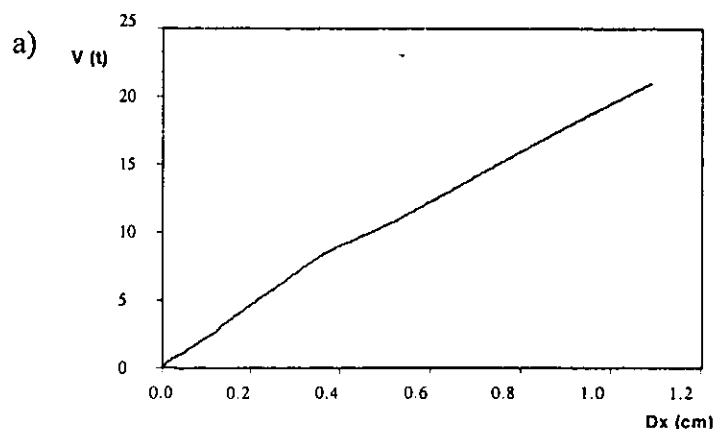


Figura 4.2.4. Resultados del modelo *m07*; a) curva carga contra desplazamiento laterales.

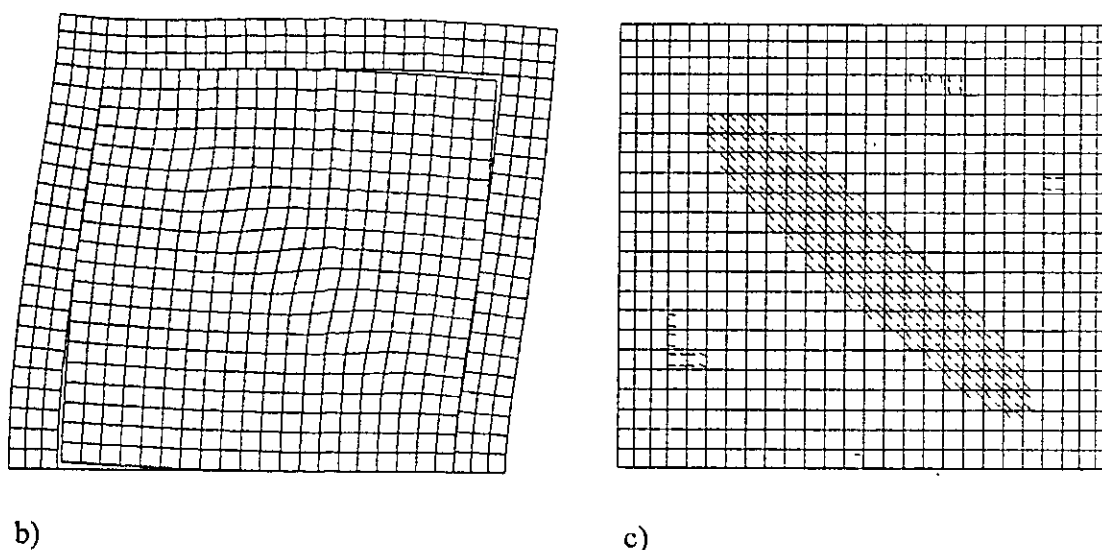


Figura 4.2.4. Resultados del modelo *m07*; b) configuración desplazada con 17.4 ton de carga; c) patrón de agrietamiento con la misma carga.

Como puede verse, la rigidez inicial, que puede considerarse de 20 t/cm al desprejar el tramo antes de la separación, todavía es mayor que la experimental. Pero sobre todo, la carga de agrietamiento es muy superior a la experimental (6.43 t), y no se observa degradación de rigidez después de la misma. Se pensó que esto último se debía al comportamiento elástico lineal supuesto para el marco, por lo que se procedió a incluir en el siguiente modelo, el *m08*, el comportamiento no lineal del concreto, con el acero de refuerzo respectivo. El comportamiento del concreto se modeló con el criterio combinado de Rankine-Von Mises que se comentó en el capítulo anterior, con los siguientes parámetros: en compresión  $f_c=237\text{kg/cm}^2$ ,  $G_{f_c}=5\text{kg.cm/cm}^2$ , y ablandamiento parabólico; en tensión  $f_t=18.5\text{kg/cm}^2$ ,  $G_{f_t}=0.05\text{kg.cm/cm}^2$ , y ablandamiento exponencial. El comportamiento del acero se supuso elastoplástico perfecto con esfuerzo de fluencia de  $4000\text{kg/cm}^2$ , y módulo de Young de  $2 \times 10^6\text{kg/cm}^2$ .

Del modelo *m08* se hicieron diez versiones (del *m08a* al *m08j*) para intentar ajustar los parámetros del mismo, de tal forma que las curvas carga lateral contra deformación angular, experimental y numérica, fueran parecidas. Básicamente se cambiaban los parámetros del comportamiento de la mampostería, y se consideraban constantes los del concreto, la interfaz y el acero, esto con base en suponer que la mampostería es la que más

influye en el comportamiento del conjunto. En las primeras cuatro versiones se utilizó el modelo combinado Rankine-Von Mises en la mampostería; los valores de los parámetros se indican en la tabla 4.2.1. En compresión el ablandamiento fue siempre parabólico, mientras que en tensión fue lineal, los módulos de Young y de Poisson fueron  $E=11,000\text{kg/cm}^2$  y  $\nu=0.25$ , respectivamente.

En el modelo *m08a* a la energía de fractura en tensión se le dio un valor tal que presentara falla frágil del material, ya que como el agrietamiento es el primer síntoma de falla de la estructura, se pensó que de esta manera se presentaría ablandamiento en el comportamiento global. En el análisis resultó que al presentarse el agrietamiento, disminuyó ligeramente la carga, pero inmediatamente volvió a incrementarse con una rigidez prácticamente igual que antes del agrietamiento, y no se presentó el ablandamiento que se esperaba (figura 4.2.5).

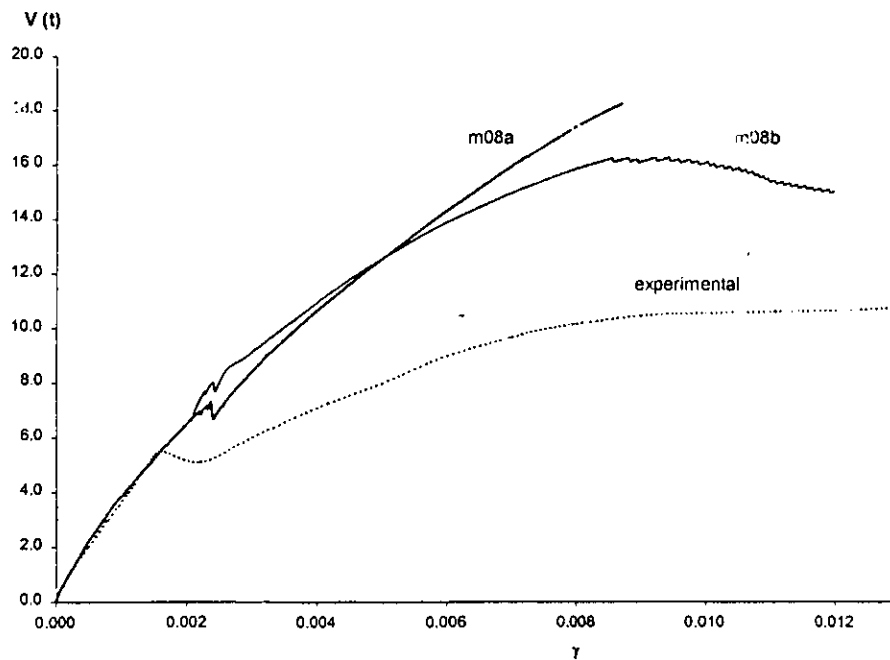


Figura 4.2.5. Curvas carga lateral contra deformación angular de los modelo *m08a* y *m08b*, comparadas con la curva experimental.

Tabla 4.2.1. Propiedades de la mampostería en los modelos *m08a* a *m08d*.

Modelo	$f_c$ kg/cm <sup>2</sup>	$G_{fc}$ kg.cm/cm <sup>2</sup>	$f_t$ kg/cm <sup>2</sup>	$G_n$ kg.cm/cm <sup>2</sup>
<i>m08a</i>	31.4	5.0	2.8	0.00285
<i>m08b</i>	31.4, 15.7	5.0, 2.5	2.8	0.05
<i>m08c</i>	31.4	2.0	2.8	0.02
<i>m08d</i>	15.7	2.0	1.4	0.02

Después se pensó que, debido a que la transmisión de la fuerza lateral ocurre por medio de esfuerzos de compresión en la diagonal del muro, al producirse el agrietamiento en un elemento debería disminuir la resistencia en compresión del mismo. Este comportamiento se ha observado experimentalmente en el concreto por Vecchio y Collins (1986). Sin embargo, ni el modelo de plasticidad considerado, ni los demás modelos incluidos en la versión 6.1 de DIANA consideran un efecto como el descrito. Por lo tanto, la solución que se adoptó fue la de disminuir la resistencia en compresión de los elementos que se agrietaron en el modelo *m08a*, a un valor de esfuerzo que no se rebasara en el instante del agrietamiento, que resultó ser de aproximadamente la mitad del valor considerado. Por ello es que en el modelo *m08b* existen dos valores de la resistencia y de la energía de fractura en compresión, a la energía de fractura en tensión se le volvió a dar el valor considerado originalmente. En este modelo sí se observa un ablandamiento, aunque inicia a una carga muy superior que la resistida por el modelo experimental (figura 4.2.5). En esta misma figura se observa que al aumentar la energía de fractura en tensión (*m08b* contra *m08a*), aumenta la carga a la que ocurre el agrietamiento, y disminuye la reducción de carga antes de que se presente nuevamente una rigidez positiva.

Al ver este resultado se creyó inicialmente que la resistencia en compresión no era el factor importante en la degradación de resistencia del muro. En Lourenço (1997) se presenta un estudio de sensibilidad de la respuesta ante cargas laterales de muros de mampostería por la variación de los parámetros que definen el comportamiento no lineal de la mampostería. Uno de los resultados de este estudio indica que al disminuir la energía de fractura en compresión, aumenta más rápidamente la degradación de resistencia del muro. Por ello en el modelo *m08c* se disminuyó la energía de fractura en compresión, además, se

disminuyó también la energía de fractura en tensión porque en el modelo *m08b* la carga de agrietamiento es superior a la experimental.

El comportamiento del modelo *m08c* es casi idéntico al del modelo *m08a* excepto que la carga de agrietamiento es menor, no se completó el análisis hasta observar el ablandamiento, porque se observaron cargas mucho mayores que la máxima experimental, figura 4.2.6. En el siguiente modelo, el *m08d*, se disminuyeron las resistencias de la mampostería, tanto en compresión como en tensión, a la mitad de los valores considerados anteriormente. Se disminuyó la resistencia en compresión de la mampostería porque en el modelo *m08b* con este valor se obtuvo una degradación apreciable de la resistencia del modelo, además, no es necesario diferenciar a los elementos cerca de la diagonal de los demás, ya que estos últimos no alcanzan el esfuerzo máximo en todo el análisis. La disminución en la resistencia a tensión de la mampostería se debió a que se buscaba reducir la carga de agrietamiento. En la figura 4.2.6 se muestran las curvas carga lateral contra deformación angular de los modelos *m08c* y *m08d*. En esta figura se observa que,

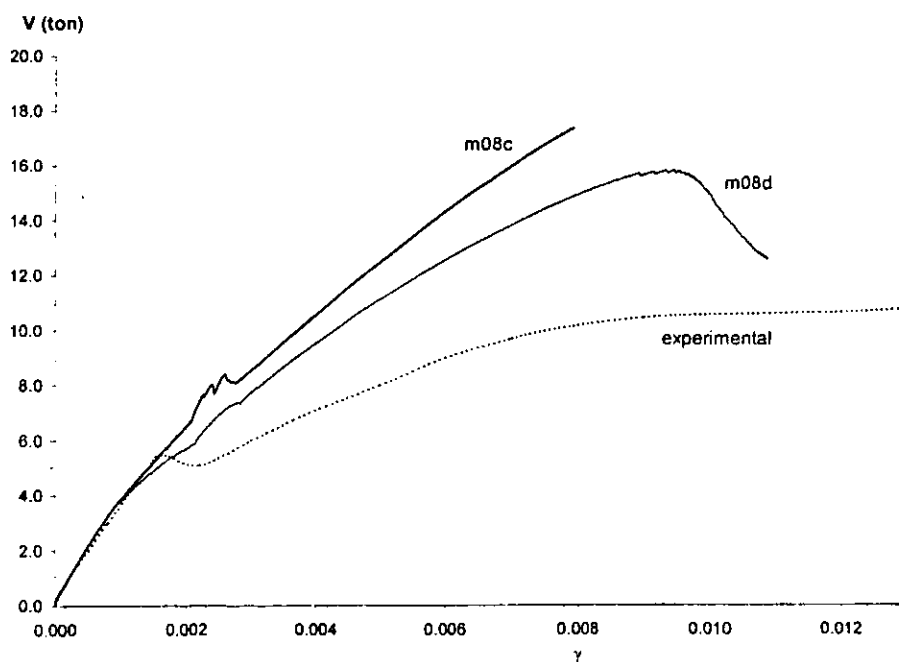


Figura 4.2.6. Curvas carga lateral contra deformación angular de los modelo *m08c* y *m08d*, comparadas con la curva experimental.

efectivamente, se tiene una mayor degradación de resistencia en el modelo *m08d*, sin embargo, todavía la resistencia es muy superior a la experimental, y después del máximo el comportamiento se puede calificar de frágil, a diferencia del comportamiento dúctil del modelo experimental.

En la figura 4.2.7 se muestran las historias de los esfuerzos principales en tres elementos ubicados en la diagonal en compresión del modelo *m08d*, y se indica la función de falla considerada. Se observa que los elementos de las esquinas están sujetos a un estado de compresión biaxial por efecto del confinamiento, aunque el esfuerzo principal en la dirección de la diagonal es mucho mayor que el otro, al menos en la etapa inicial del comportamiento, antes de que fallen por aplastamiento. En cambio el elemento ubicado en el centro, está sujeto a un estado de esfuerzos de tensión-compresión. Luego de tocar a la función de falla en la zona de tensión (agrietamiento), ocurre el ablandamiento y continúa un estado de compresión uniaxial, hasta tocar nuevamente a la función de falla, esta vez por aplastamiento. Este comportamiento no es congruente con la realidad, como se comentó arriba, en un elemento agrietado se debería reducir la resistencia en compresión. Por otro lado, aunque en la gráfica aparecen sólo tres elementos, puede pensarse que otros elementos tienen una historia de esfuerzos intermedia, en la que tocan a la función de falla cerca de la esquina donde cambia el criterio de falla de Rankine a Von Mises. Esto implica que tales elementos están experimentando un estado de esfuerzo tal que, a pesar de que están a punto de alcanzar el esfuerzo máximo en compresión, su resistencia en tensión sigue siendo la misma que si estuvieran en tensión uniaxial. Tampoco esto es congruente con los resultados experimentales (Dhanasekar *et al* 1985b).

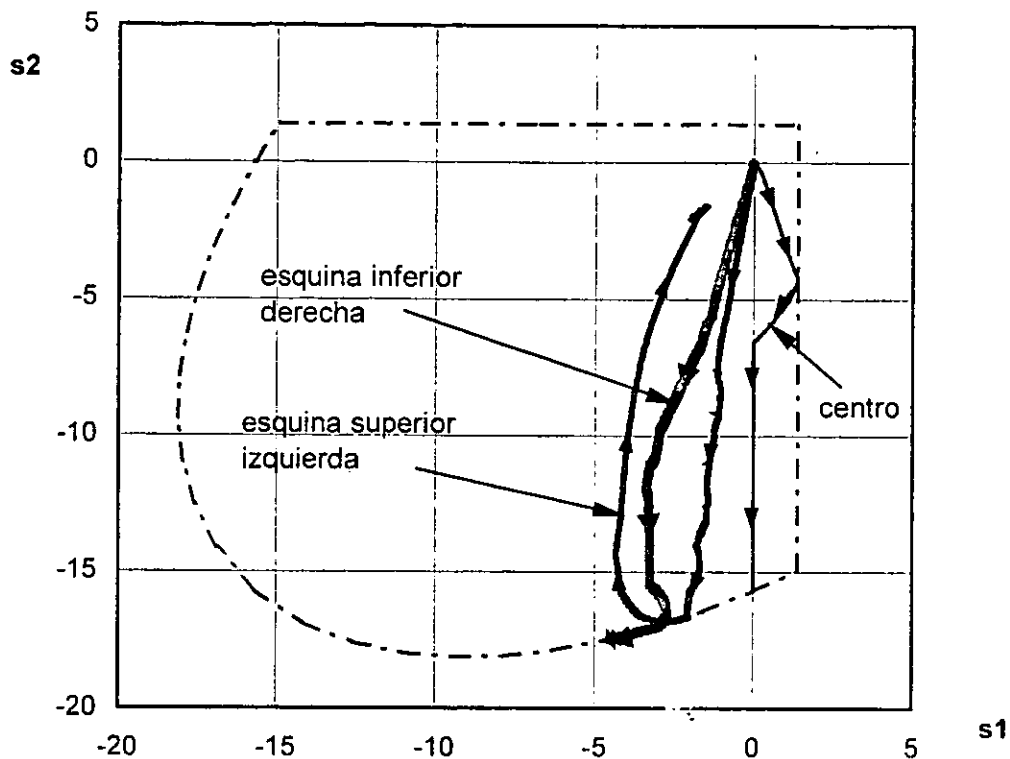


Figura 4.2.7. Historias de los esfuerzos principales en tres elementos de la diagonal en compresión del modelo *m08d*;  $s_1$  y  $s_2$  son los esfuerzos principales mayor y menor respectivamente, en  $\text{kg/cm}^2$ .

Por lo anterior en los siguientes modelos, del *m08e* al *m08j*, se cambió el criterio de falla en tensión a uno lineal (figura 3.4.3.a). Debido a que los modelos combinados de plasticidad incorporados en DIANA no incluyen este criterio de falla, se cambió a un modelo de fractura que sí lo hace. Se utilizó ablandamiento de Hordijk et al. (TNO 1996), mostrado en la figura 3.4.3.b. En compresión se mantuvo el criterio de falla de Von Mises con endurecimiento parabólico. Se consideró un factor de retención de cortante constante  $\beta=0.001$ . Este valor es demasiado pequeño y no tiene una justificación física o experimental; sin embargo, numéricamente, ofrece la ventaja de evitar el giro de los esfuerzos principales y la posible formación de varias grietas en el mismo punto con distintas orientaciones. Además, con este valor se reduce la rigidez en cortante de los elementos agrietados prácticamente a cero, y con ello se espera obtener un mayor ablandamiento de la estructura. En la tabla 4.2.2 se presentan los valores de los parámetros que definen el comportamiento de la mampostería en cada uno de estos modelos. Mientras



Tabla 4.2.2. Propiedades de la mampostería en los modelos *m08e* a *m08j*.

Modelo	$f_c$ kg/cm <sup>2</sup>	$G_{fc}$ kg.cm/cm <sup>2</sup>	$f_t$ kg/cm <sup>2</sup>	$G_{ft}$ kg.cm/cm <sup>2</sup>	$E_m$ kg/cm <sup>2</sup>
<i>m08e</i>	15.7	2.0	1.4	0.02	11,000
<i>m08f</i>	15.7	2.0	1.4	0.02	5,500
<i>m08g</i>	15.7	2.0	2.8	0.02	5,500
<i>m08h</i>	14.0	2.0	2.8	0.02	8,000
<i>m08i</i>	14.0	2.0	2.2	0.02	8,000
<i>m08j</i>	14.0	2.0	2.2	0.01	8,000

que en la figura 4.2.8 pueden observarse las gráficas carga contra deformación angular de los mismos modelos, comparadas con la curva experimental.

Para algunos de estos modelos no se completó el análisis porque no se observó la tendencia que se deseaba obtener. El último modelo, el *m08j*, presenta un comportamiento muy similar al modelo experimental hasta antes de producirse el agrietamiento diagonal del muro, donde el modelo experimental reduce ligeramente su carga antes de retomar una rigidez positiva. En el modelo numérico el agrietamiento ocurre a una carga ligeramente menor que en el experimental; sin embargo, después del agrietamiento, el comportamiento vuelve a ser muy similar en ambos. Es importante destacar que esta similitud de comportamientos se conserva al menos hasta la deformación angular permitida, para estructuras con elementos incapaces de soportar deformaciones apreciables, por el Reglamento del Distrito Federal (DDF, 1993), esto es hasta  $\gamma=0.006$ . En la última etapa, el modelo experimental pierde rigidez y resistencia más rápidamente que el numérico. Para explicar este comportamiento se han considerado dos hipótesis aún no verificadas. La primera es que el comportamiento de estructuras en las que el agrietamiento ocurre como una sola grieta, no puede ser modelado adecuadamente por medio del enfoque de la fractura distribuida, en cuyo caso la fractura discreta debería de dar mejores resultados, aunque a un costo mucho mayor. La otra posible explicación es que en los modelos de comportamiento considerado no se reconoce ninguna reducción en la resistencia en compresión de los materiales cuando se ha iniciado el agrietamiento.

Mediante comunicado personal, Lourenço recomendó utilizar tolerancias más pequeñas, por ello, en este último modelo, *m08j*, se utilizaron valores de 0.015 para las

tolerancias en fuerzas y desplazamientos, y 0.0015 para el criterio de energía. Aunque estos valores no son lo suficientemente pequeños para obtener una buena solución, según Lourenço, puede pensarse que la aproximación es mejor que con las tolerancias usadas en los modelos anteriores. Se observó que, en general, se requiere un mayor número de iteraciones para alcanzar la tolerancia en cada incremento de carga, y que se requieren más incrementos de carga para alcanzar un cierto nivel de carga o de deformación. Para ilustrar esto último, baste mencionar que, para el modelo *m08i*, con tolerancias de 0.05 en fuerzas y desplazamientos, se requirieron 1500 incrementos de carga para alcanzar el último punto mostrado en la figura 4.2.8.b; mientras que para el modelo *m08j*, con tolerancias de 0.015, se requirieron 3055 incrementos para alcanzar el último punto de la misma figura, con una deformación mucho menor que el modelo anterior.

En esta sección se describió el proceso de elaboración y ajuste de los parámetros del modelo de elementos finitos del muro en cuestión. Puede observarse que, mientras que el valor inicial de la resistencia en compresión fue de  $102 \text{ kg/cm}^2$  y el del módulo de Young de  $61,200 \text{ kg/cm}^2$ ; finalmente se llegó a que los valores de dichos parámetros que reproducen satisfactoriamente el comportamiento observado en el experimento fueron de  $14 \text{ kg/cm}^2$  y  $8,000 \text{ kg/cm}^2$  respectivamente. Esto es, que la resistencia en compresión en el modelo representa el 13.7 por ciento de la medida experimentalmente, y el módulo de Young es el 13.1 por ciento del que se estimó originalmente. Una diferencia tan grande entre los valores medidos y los requeridos por el modelo difícilmente pueden explicarse con el argumento de la ortotropía del material, especialmente en este caso que las piezas son sólidas. Seguramente en este problema influyen muchos otros factores. Lo que sí puede decirse es que el modelo numérico debe mejorarse en muchos aspectos, como pueden ser los modelos constitutivos de la mampostería, y las técnicas de solución del problema no lineal, por mencionar algunas; y que es necesario contar con información experimental adecuada a los modelos actuales para análisis.

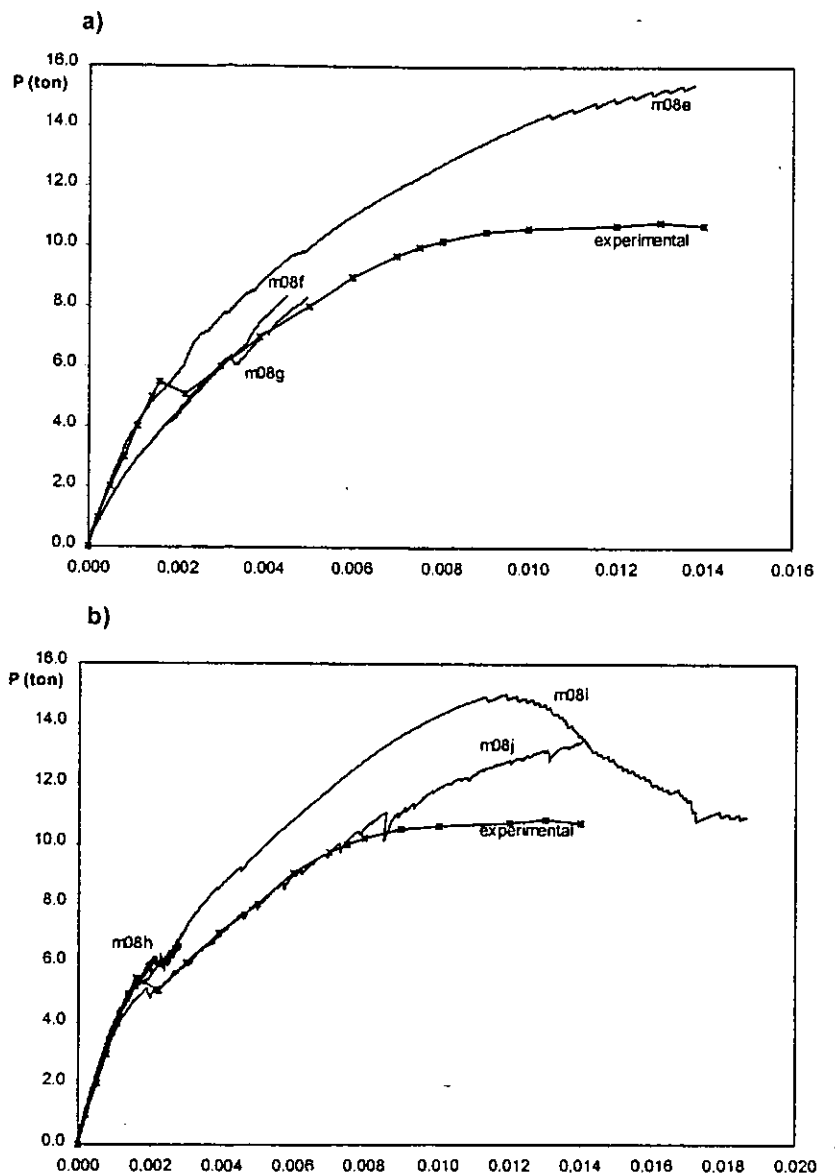


Figura 4.2.8. Gráficas carga contra deformación angular; a) modelos *m08e*, *m08f* y *m08g*; b) modelos *m08h*, *m08i* y *m08j*.

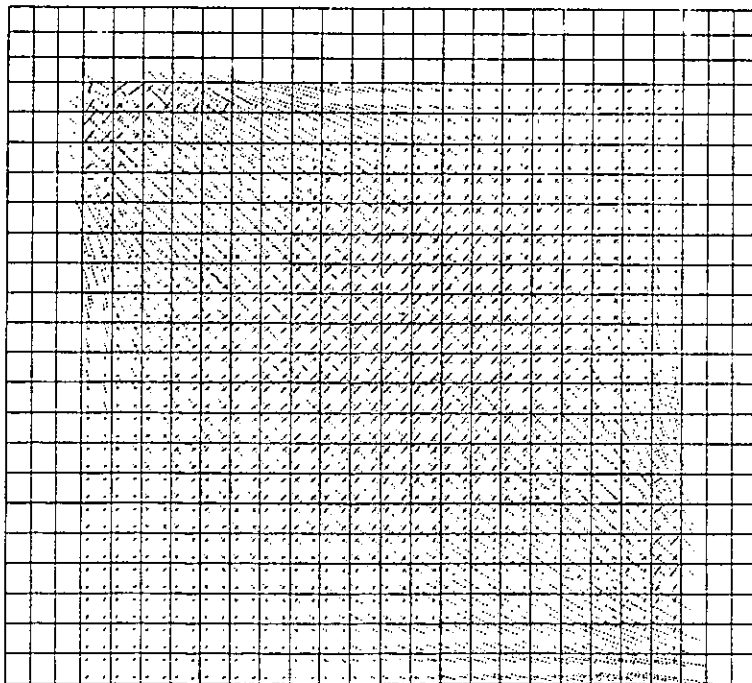
### 4.3. Distribución de esfuerzos y comportamiento del muro

A continuación se estudia el comportamiento del modelo *m08j* por medio de una serie de gráficas para hacerlo más fácilmente entendible y claro. En la figura 4.3.1 se presentan gráficas donde se muestran las direcciones y magnitudes relativas de los esfuerzos principales en diferentes instantes del análisis. Puede observarse que los esfuerzos máximos se agrupan alrededor de la diagonal en compresión, y que a medida que ocurre la

plastificación de estos elementos, se redistribuyen los esfuerzos, de forma tal, que se transmiten en una banda cada vez más amplia. Además, la dirección de los esfuerzos principales de compresión es similar a la de la diagonal del muro.

En la figura 4.3.2 se muestran las configuraciones deformadas del modelo para los mismos pasos de carga que la figura anterior. Puede observarse que el muro se separa del marco al inicio de la carga, conforme se incrementa ésta y se plastifica el muro, las zonas de contacto se van haciendo mayores. Esto es congruente con el ensanchamiento de la banda de esfuerzos principales en la diagonal del muro.

Finalmente, en la figura 4.3.3 se muestran los patrones de agrietamiento tanto del muro como del marco. No se incluye el patrón para  $P=1.8 t$  ya que a este nivel de carga aún no aparecían grietas. Se observa el patrón de agrietamiento en la diagonal del muro y su evolución conforme se incrementa la carga.



a)  $P=1.8 t$ ;  $\gamma=0.0004$

Figura 4.3.1. Esfuerzos principales en el muro.

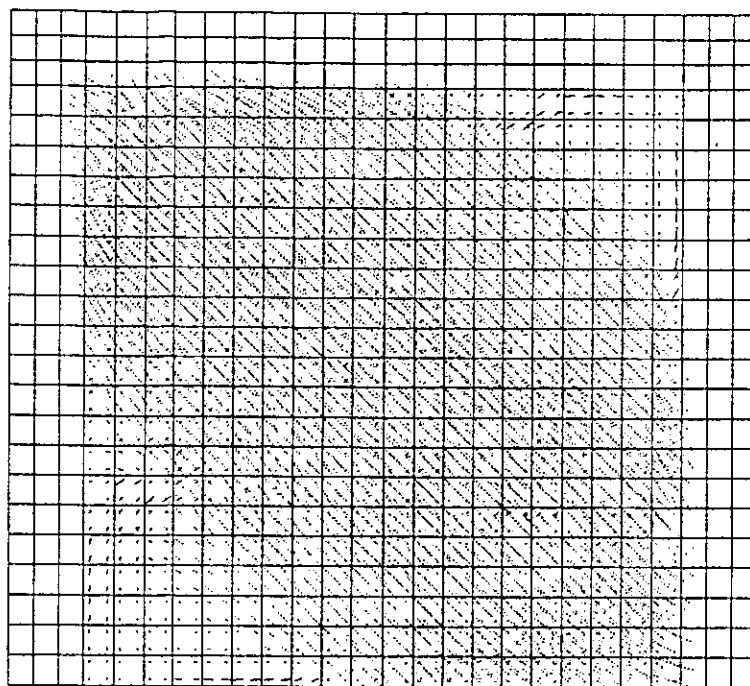
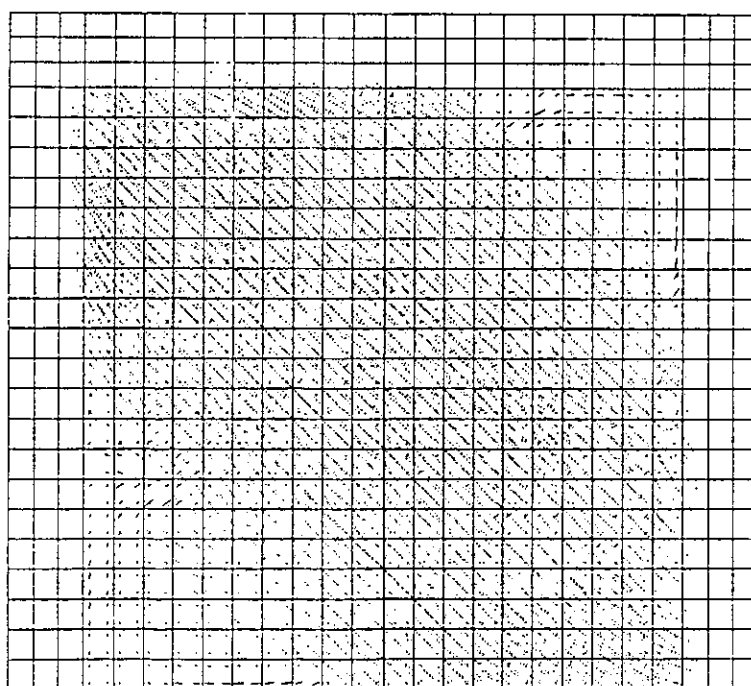
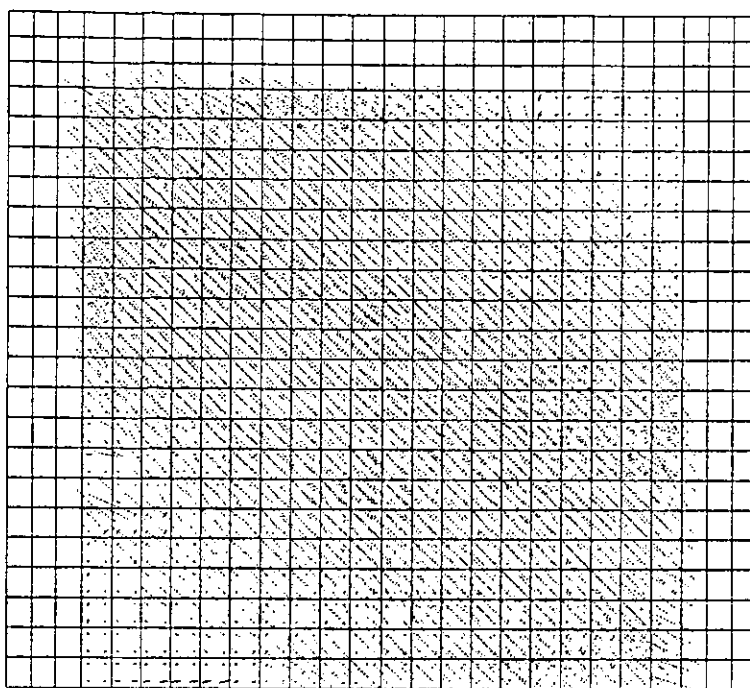
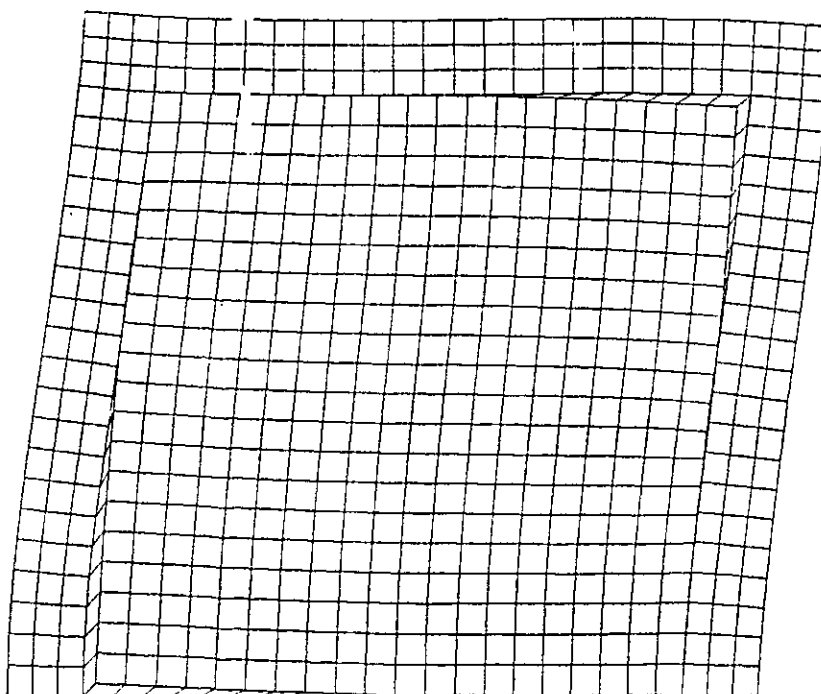
b)  $P=5.2 t$ ;  $\gamma=0.0019$ c)  $P=9.2 t$ ;  $\gamma=0.0064$ 

Figura 4.3.1. Esfuerzos principales en el muro.



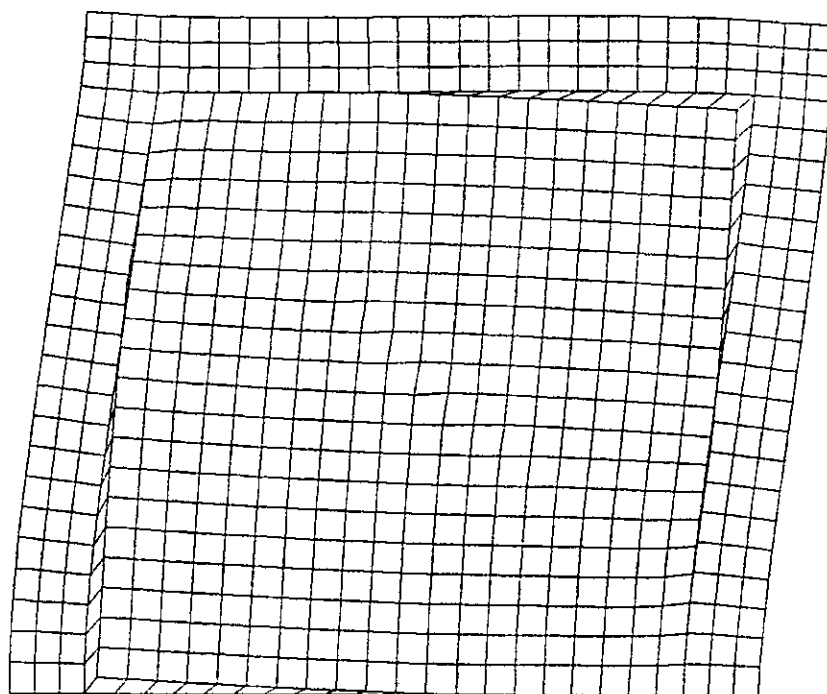
d)  $P=13.8 t$ ;  $\gamma=0.0158$

Figura 4.3.1. Esfuerzos principales en el muro.

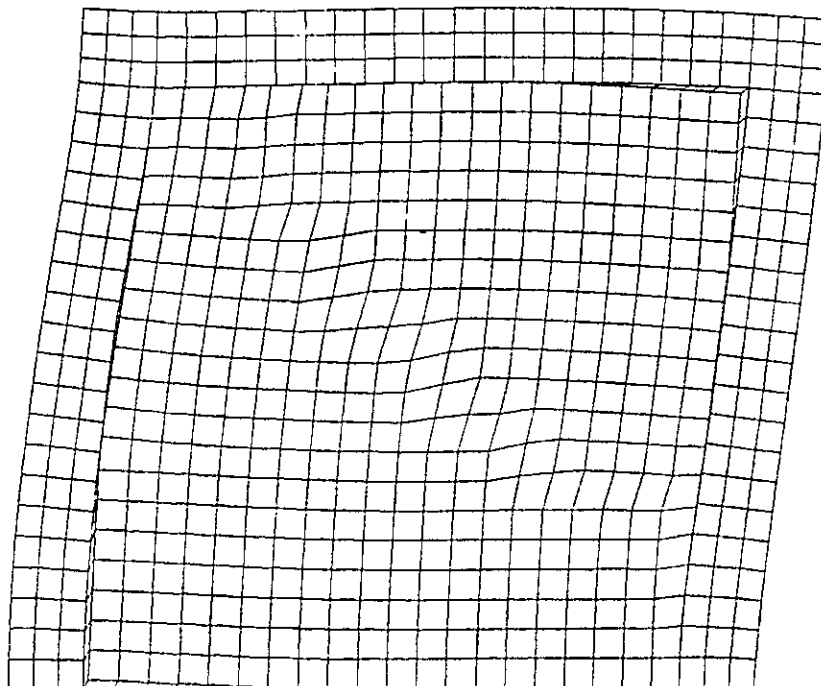


a)  $P=1.8 t$ ;  $\gamma=0.0004$

Figura 4.3.2. Configuraciones deformadas.

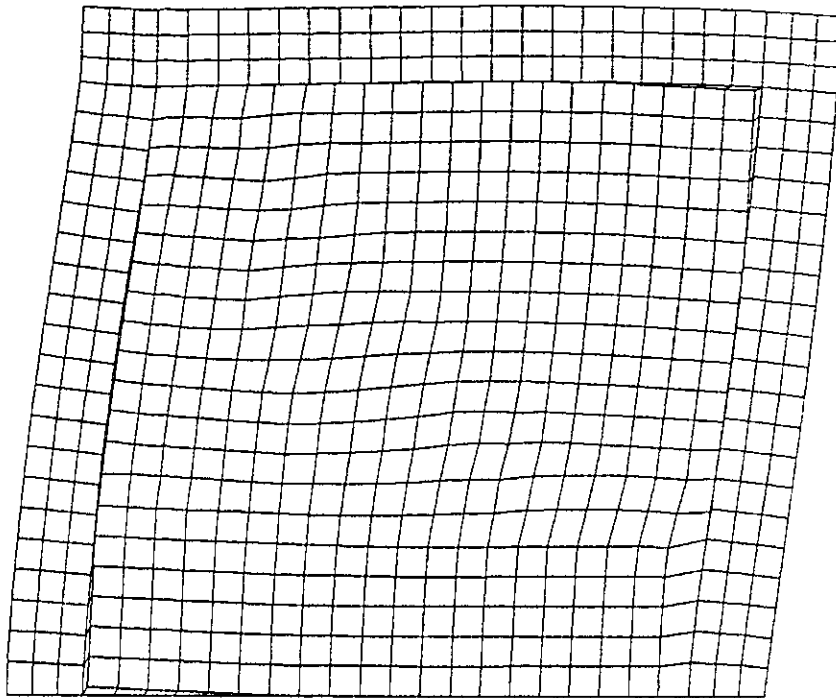


b)  $P=5.2 t$ ;  $\gamma=0.0019$



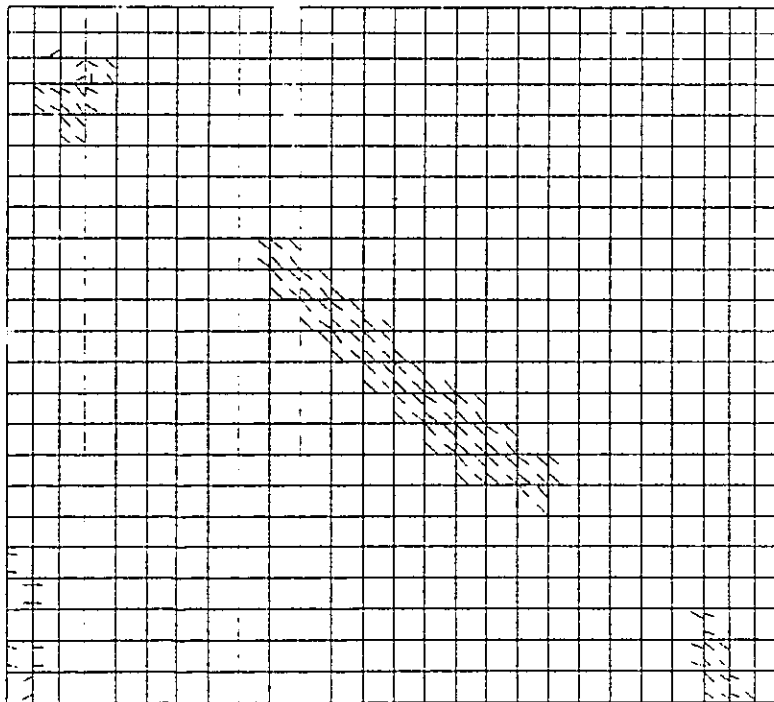
c)  $P=9.2 t$ ;  $\gamma=0.0064$

Figura 4.3.2. Configuraciones deformadas.



d)  $P=13.8 t$ ;  $\gamma=0.0158$

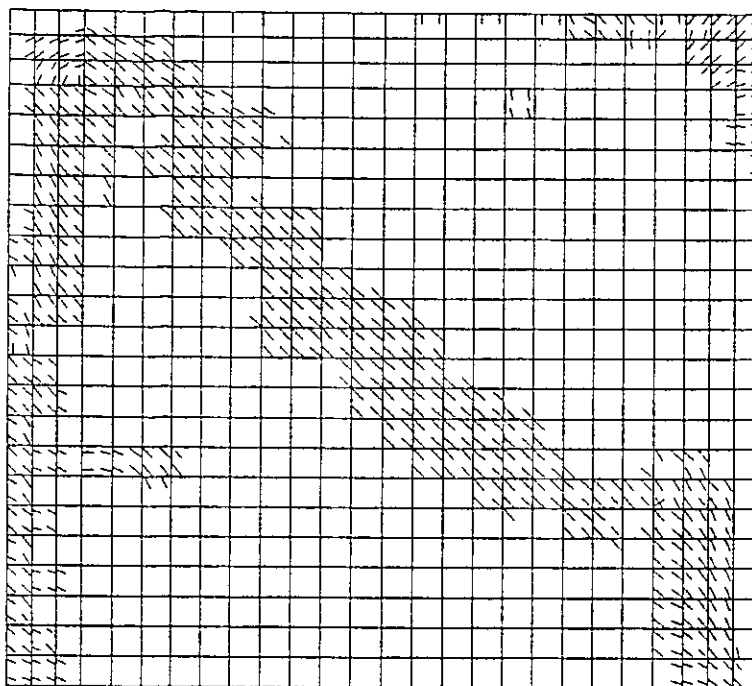
Figura 4.3.2. Configuraciones deformadas.



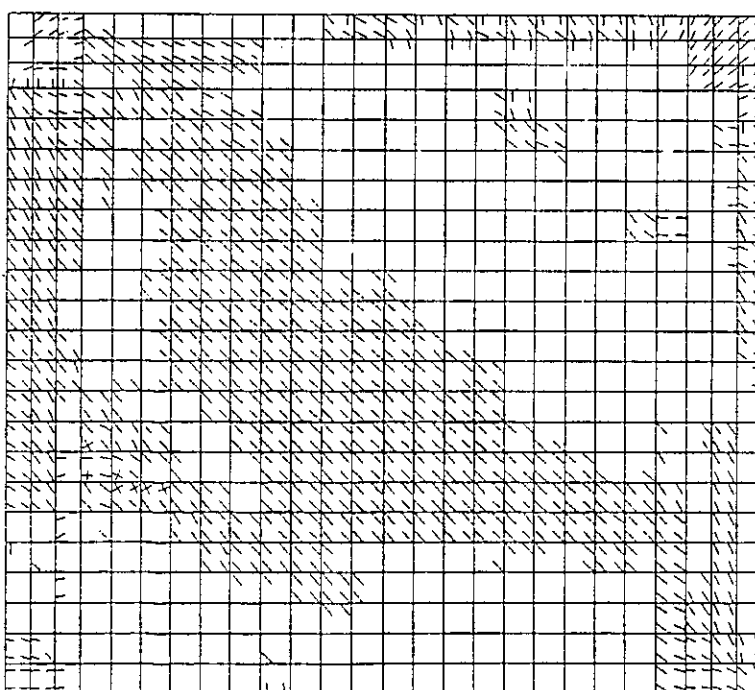
a)  $P=5.2 t$ ;  $\gamma=0.0019$

Figura 4.3.3. Patrones de agrietamiento.





b)  $P=9.2 t; \gamma=0.0064$



c)  $P=13.8 t; \gamma=0.0158$

Figura 4.3.3. Patrones de agrietamiento.

#### 4.4. Elementos mecánicos en el marco

La redistribución de esfuerzos y plastificación del muro originan que la zona de contacto en la interfaz, sea cada vez mayor. Esto produce que la distribución de esfuerzos de contacto y, obviamente, de los elementos mecánicos del marco cambien conforme se daña el muro. Las distribuciones de los esfuerzos de contacto en la interfaz se muestran en la figura 4.4.1. Para cada estado mostrado, la gráfica superior corresponde con los esfuerzos sobre la trabe del marco, las gráficas intermedias con los esfuerzos en las columnas, y la gráfica inferior con los esfuerzos sobre la viga de cimentación. No se puede distinguir algún patrón definido en las distribuciones de esfuerzos, sin embargo, se observa que las zonas con esfuerzos no nulos (o zonas de contacto) se van haciendo mayores conforme se incrementa la plastificación del muro.

Los elementos mecánicos en el marco se muestran en la figura 4.4.2. Para cada elemento mecánico la gráfica de la izquierda corresponde con la columna izquierda, la gráfica central con la dala, y la gráfica derecha con la columna derecha. Cada punto de las gráficas corresponde con una fila de elementos finitos. Los valores de las fuerzas cortantes y normales se calcularon con base en la media de los esfuerzos calculados en los nudos de cada elemento finito de la fila. El momento flexionante se obtuvo con base en la media de los productos de dichos esfuerzos por su área correspondiente y por su brazo de palanca respecto al eje del elemento estructural. En los casos del momento flexionante y fuerza normal se agregaron las contribuciones del refuerzo longitudinal. Puede observarse que en las zonas en las que el muro se separa del marco, las fuerzas cortantes y normales permanecen constantes y el momento flexionante varía linealmente, como era de esperarse. Mientras que en las zonas de contacto los elementos mecánicos varían de forma acorde con los esfuerzos transmitidos al marco. Por ejemplo, en la columna izquierda, el cortante se incrementa en la parte superior, debido a la transmisión de esfuerzos normales a la interfaz; la fuerza normal de tensión es menor en la parte superior, y se incrementa conforme se transmiten los esfuerzos tangenciales a través de la interfaz. La distribución de momentos en esta columna también modifica su distribución lineal en la parte superior debido a la transmisión de esfuerzos por la interfaz. No se debe olvidar que los esfuerzos tangenciales

se transmiten en el paño de la columna, lo que produce momentos respecto a su eje centroidal, esto explica que en la figura 4.4.2.a el momento disminuya ligeramente antes de incrementarse nuevamente por el efecto de los esfuerzos normales a la interfaz. Interpretaciones similares se pueden hacer para los elementos mecánicos en la trabe y la columna derecha. Desafortunadamente, no se cuenta con valores de elementos mecánicos en el modelo experimental, por lo que no se puede hacer una comparación en este sentido con el modelo numérico.

Es importante mencionar que inicialmente se intentó calcular los elementos mecánicos con base en los esfuerzos reportados en los puntos de integración de los elementos finitos, ya que la teoría dice que estos son los valores más precisos. Sin embargo, se observó que, cuando se inicia el agrietamiento del concreto, los elementos mecánicos así calculados no cumplen con el equilibrio. Por ejemplo, en la columna izquierda, cuando se inicia el agrietamiento en su parte inferior, las fuerzas cortante y normal, presentan variaciones precisamente en la parte agrietada, cuando se sabe que, por equilibrio, dichas fuerzas no deben variar en esta zona. Esto no implica un error en el programa, puesto que se demostró que con los esfuerzos en los nudos se satisface el equilibrio de elementos mecánicos. La razón de esta aparente contradicción puede estar en el desconocimiento, por parte del autor, de las consideraciones hechas en el programa para el cálculo de esfuerzos en los puntos de integración.

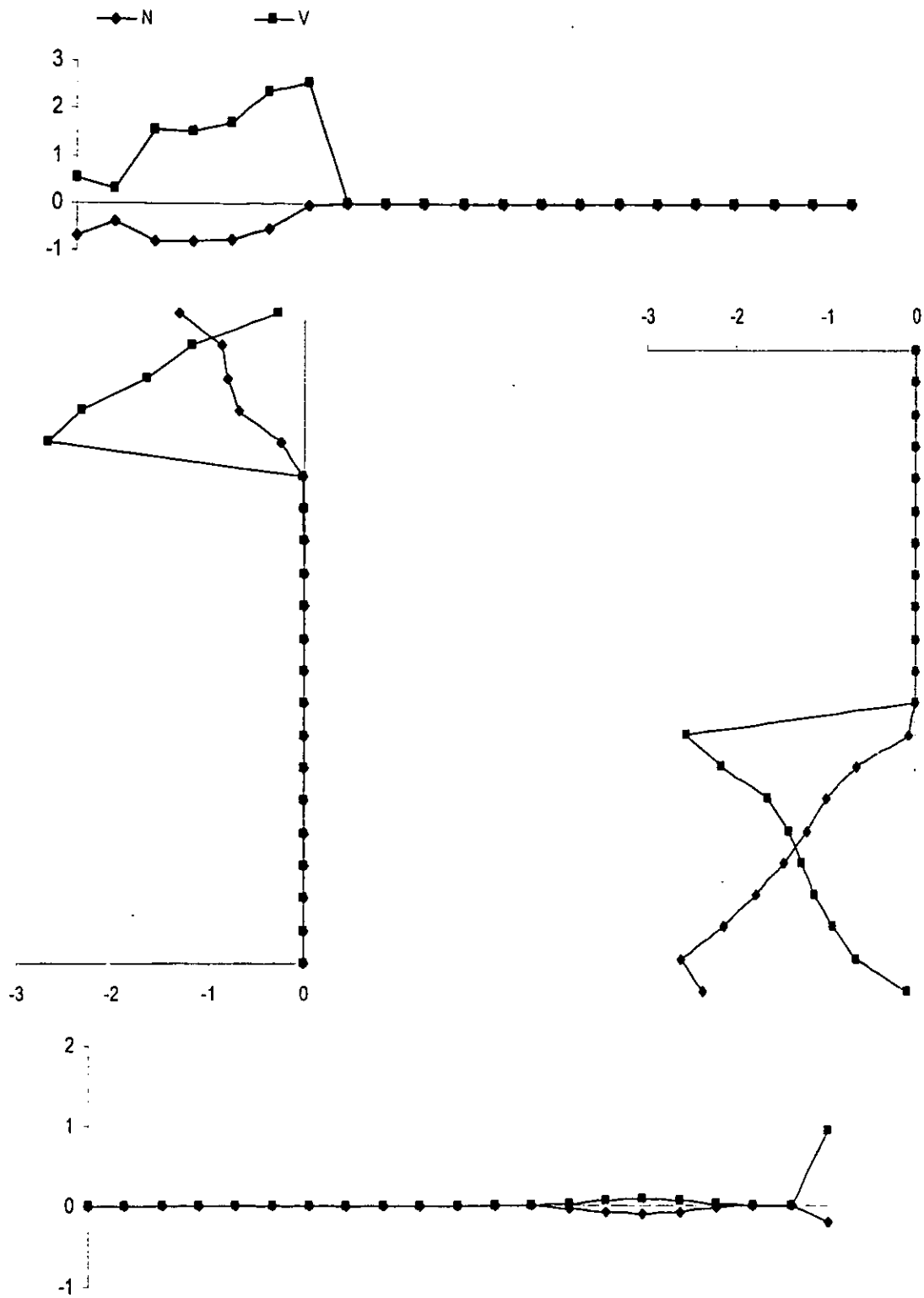


Figura 4.4.1.a) Esfuerzos en las interfaces ( $kg/cm^2$ ); para  $P=1.8 t$ ;  $\gamma=0.0004$ . N es esfuerzo normal y V esfuerzo tangencial.

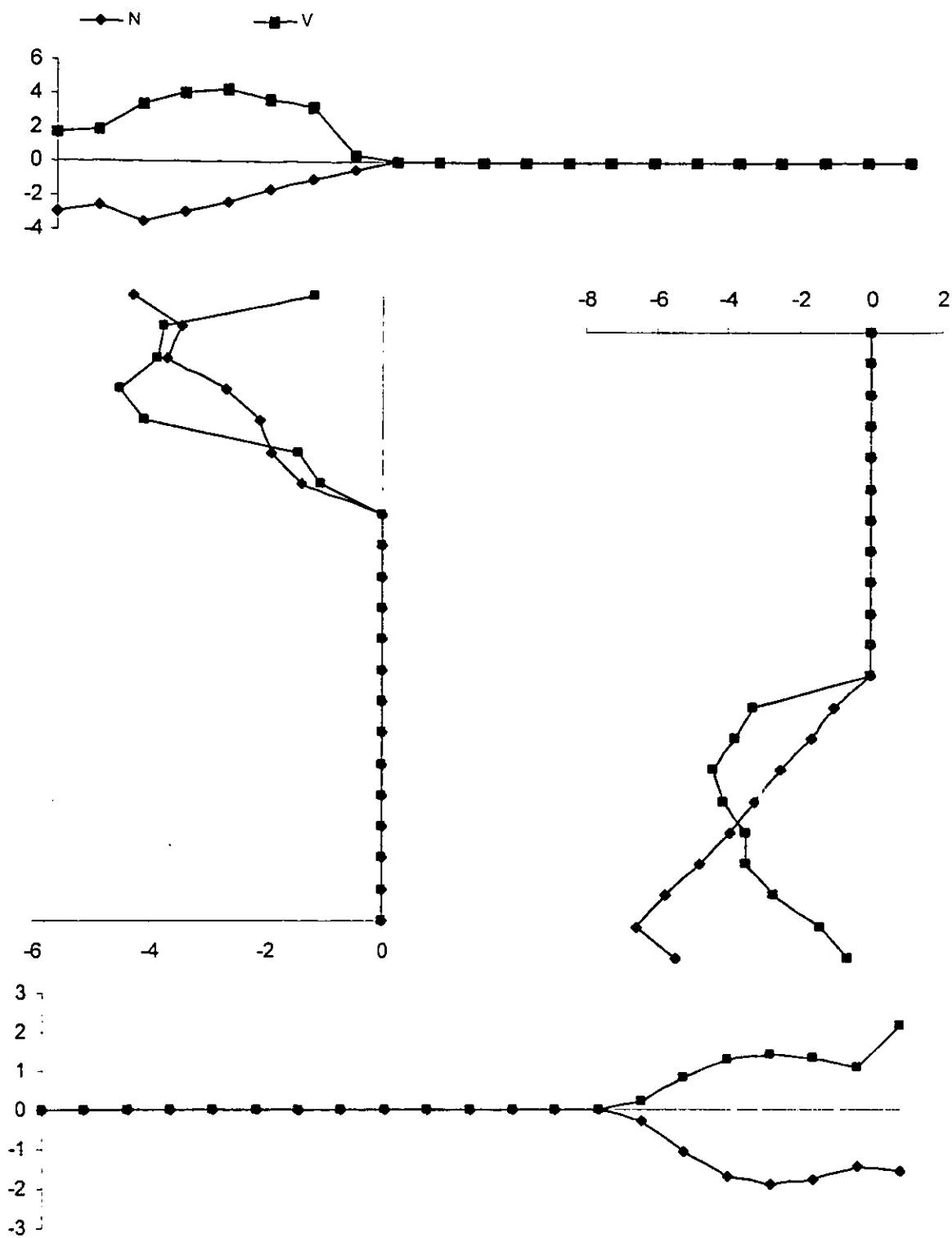


Figura 4.4.1.b) Esfuerzos en las interfaces ( $kg/cm^2$ ); para  $P=5.2 t$ ;  $\gamma=0.0019$  (agrietamiento del muro). N es esfuerzo normal y V esfuerzo tangencial.

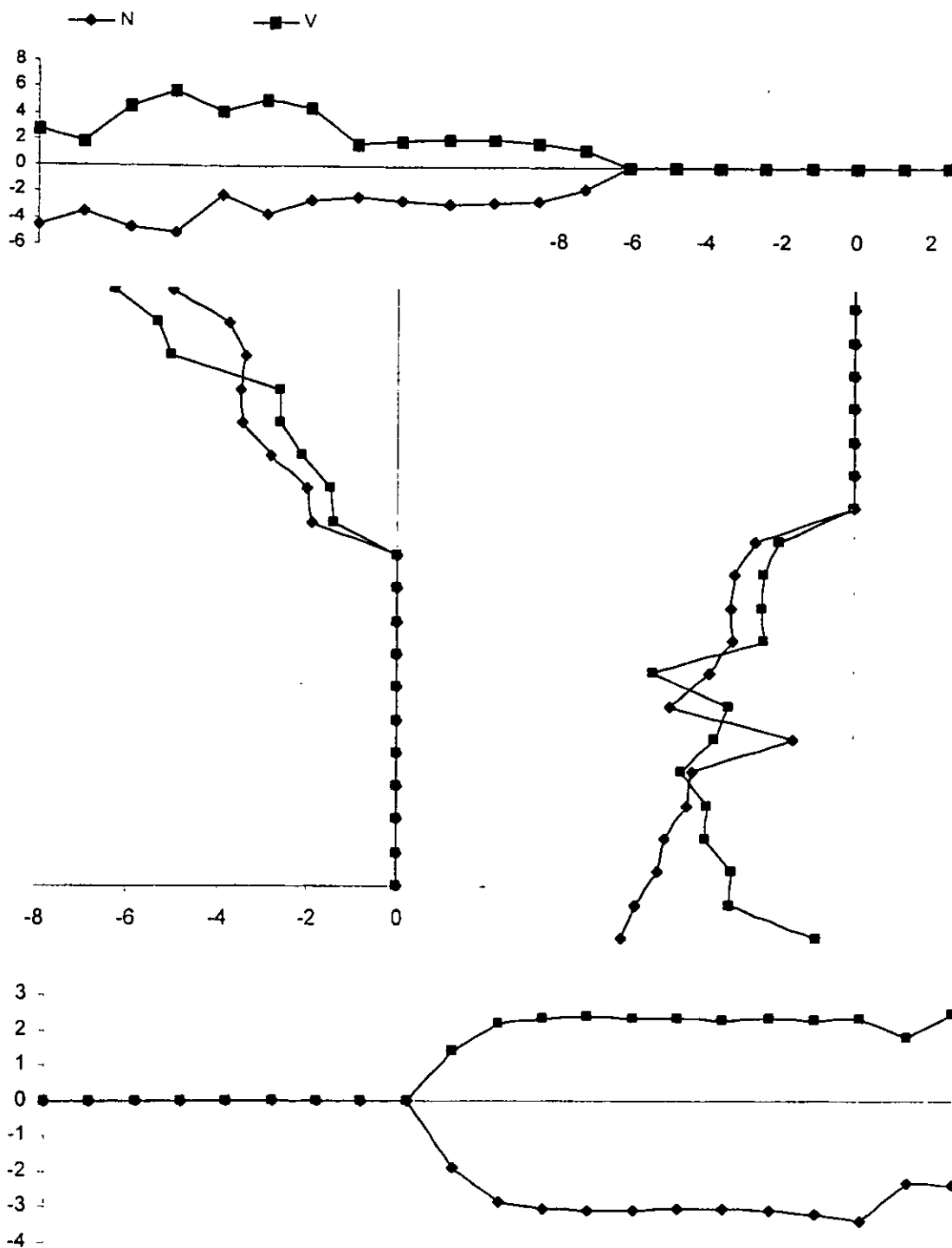


Figura 4.4.1.c) Esfuerzos en las interfaces ( $kg/cm^2$ ); para  $P=9.2 t$ ;  $\gamma=0.0064$ . N es esfuerzo normal y V esfuerzo tangencial.

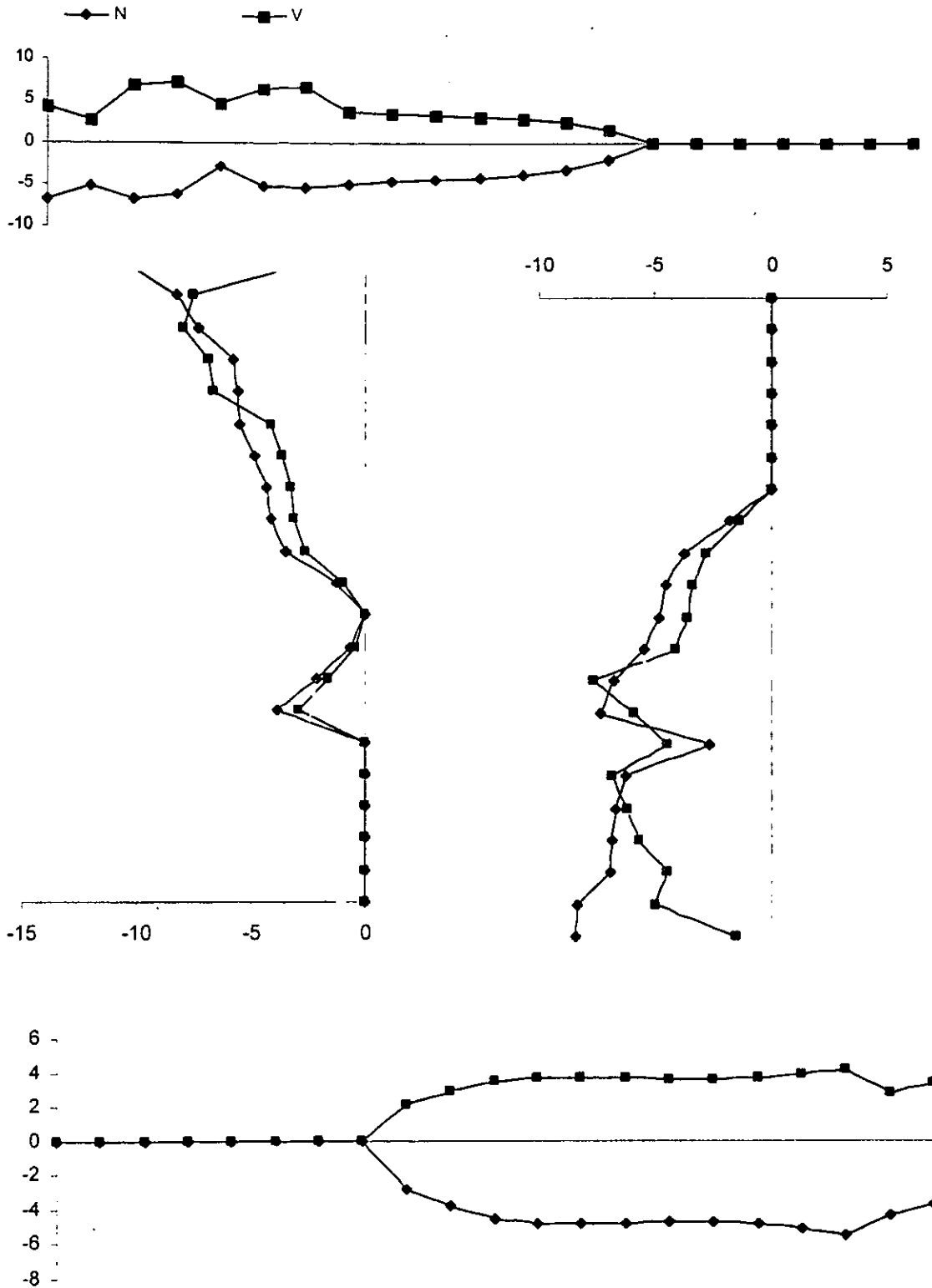


Figura 4.4.1.d) Esfuerzos en las interfaces ( $kg/cm^2$ ); para  $P=13.8 t$ ;  $\gamma=0.0158$ . N es esfuerzo normal y V esfuerzo tangencial.

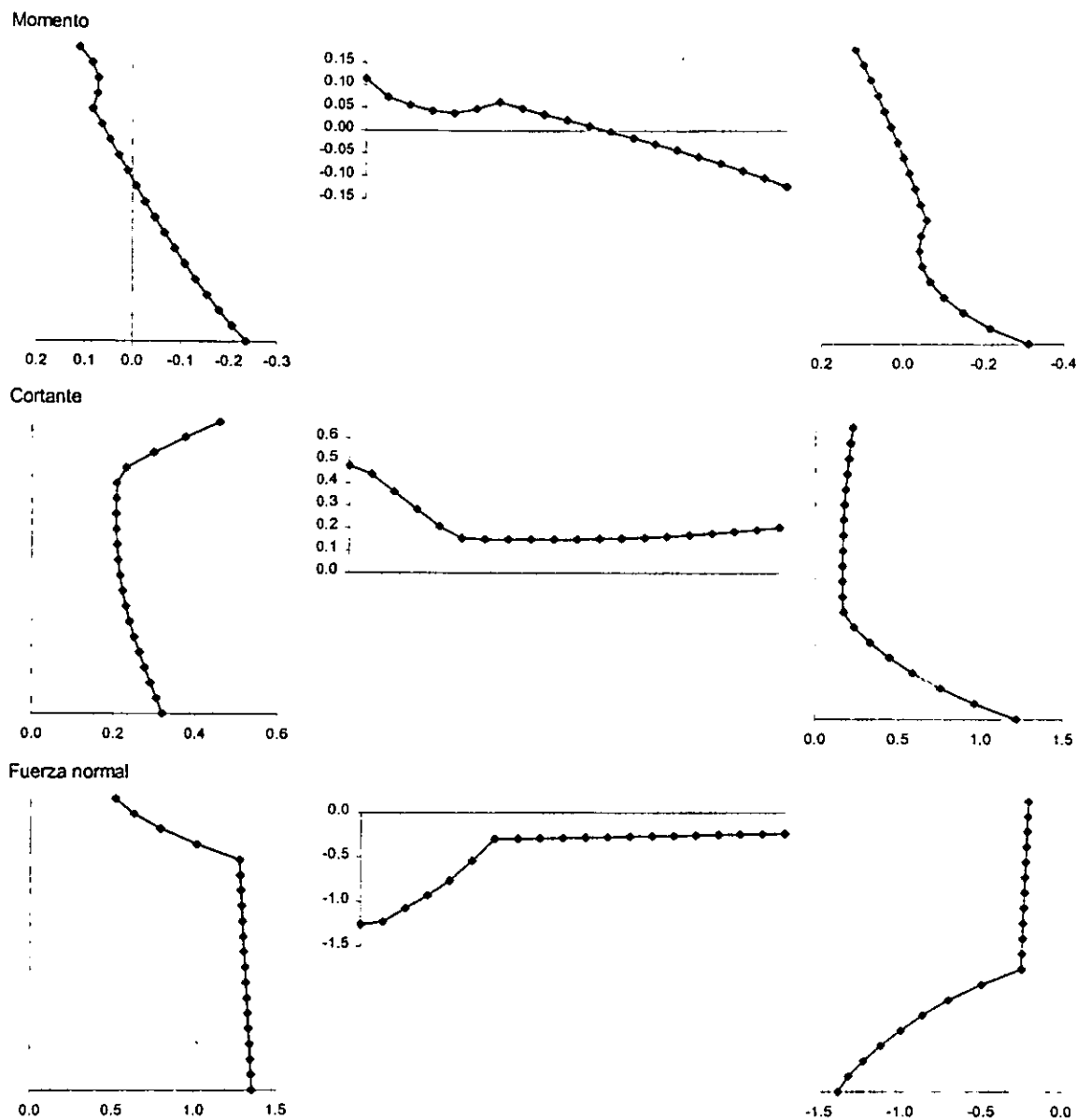


Figura 4.4.2.a) Elementos mecánicos en el marco; para  $P=1.8\text{ t}$ ;  $\gamma=0.0004$ .



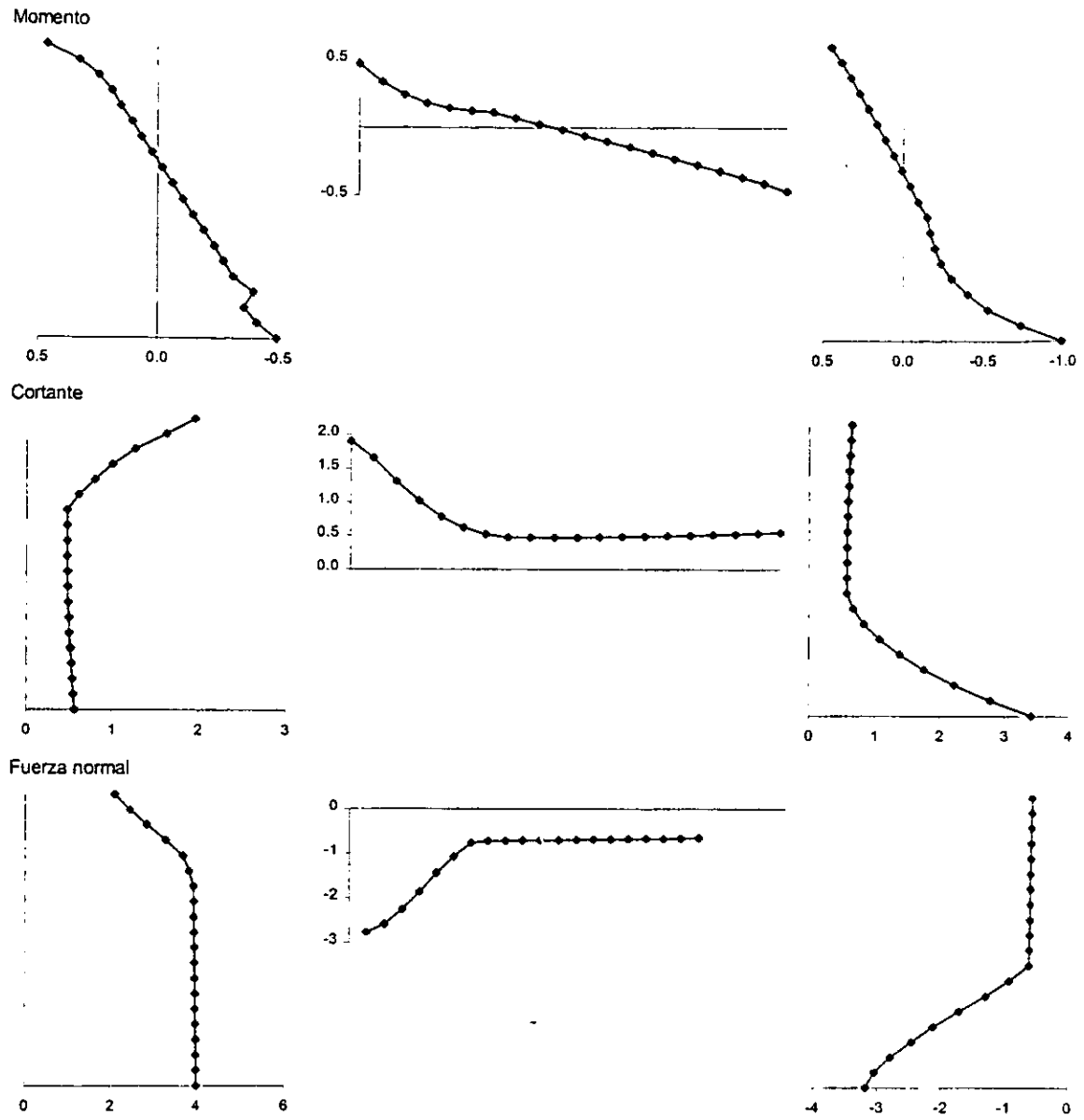


Figura 4.4.2.b) Elementos mecánicos en el marco); para  $P=5.2\text{ t}$ ;  $\gamma=0.0019$ .

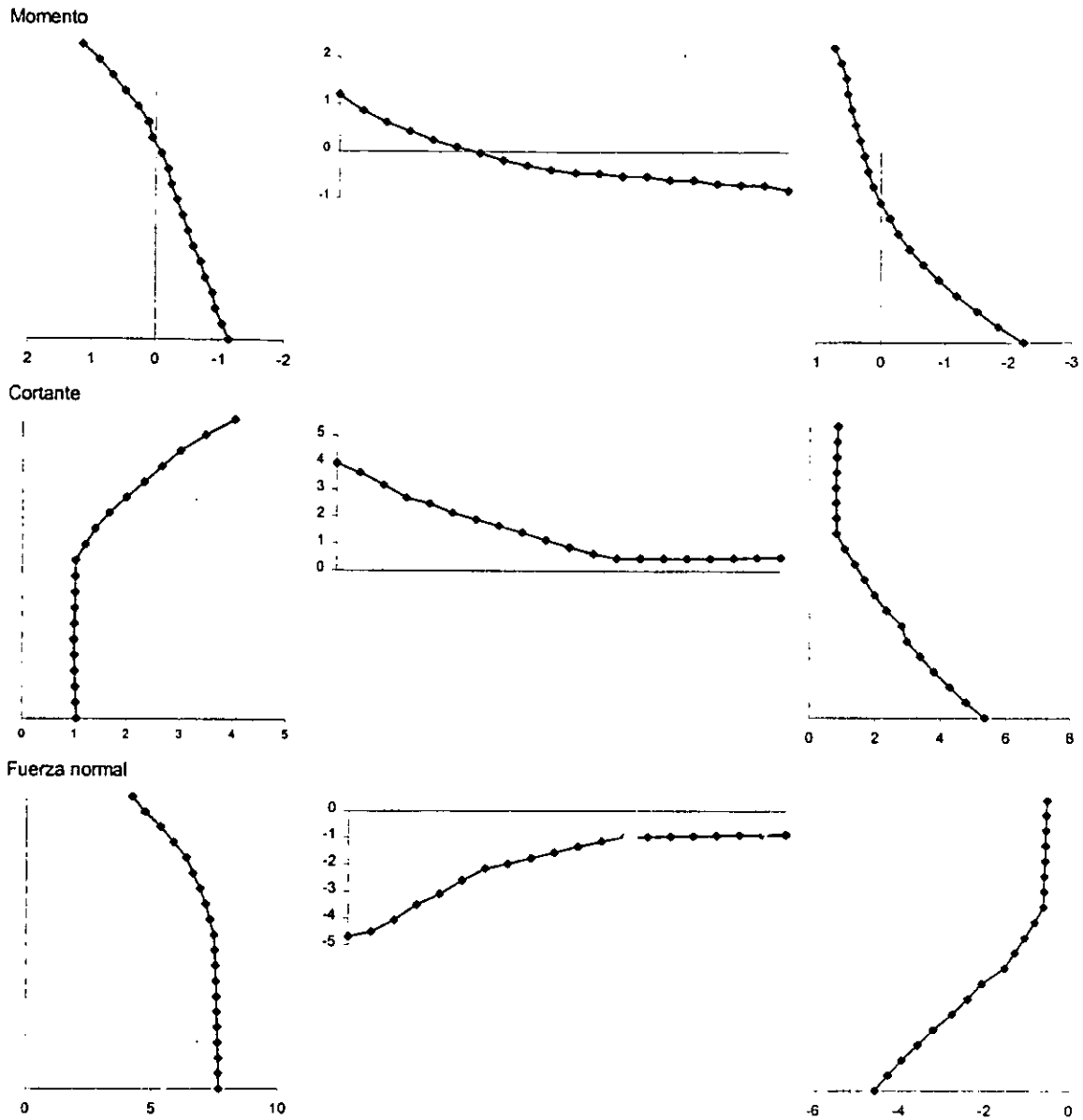


Figura 4.4.2.c) Elementos mecánicos en el marco; para  $P=9.2\text{ t}$ ;  $\gamma=0.0064$ .

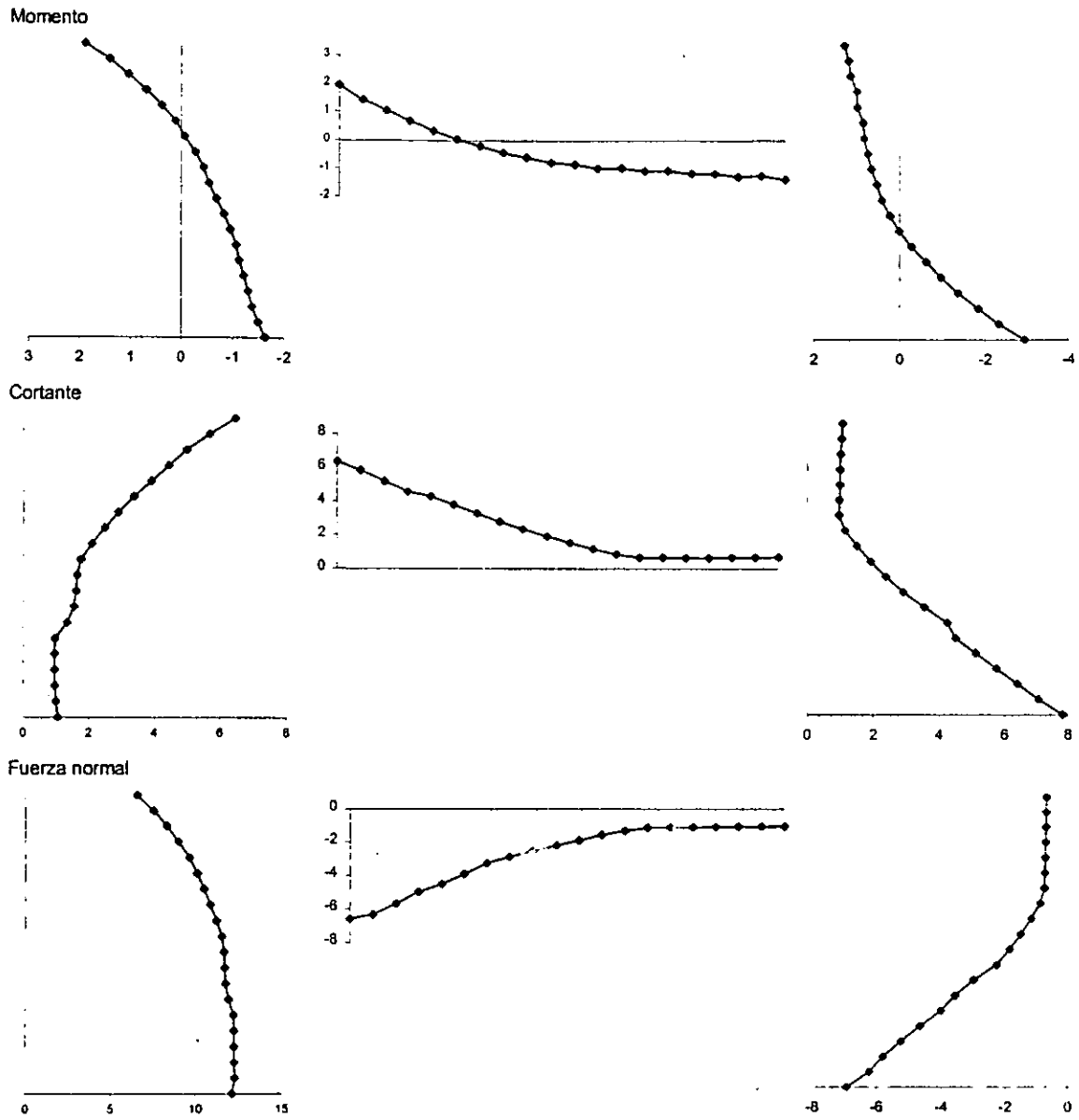


Figura 4.4.2.d) Elementos mecánicos en el marco; para  $P=13.8 t$ ;  $\gamma=0.0158$ .

# Modelo simplificado de análisis propuesto

En este capítulo se proponen las bases para desarrollar un modelo simplificado de muro diafragma de mampostería para el análisis de marcos de concreto reforzado con rellenos de este tipo, el modelo puede aplicarse también a muros de mampostería confinada. La propuesta está basada en el comportamiento observado en muros diafragma, descrito en los capítulos 2 y 3, así como en los resultados del modelo de elementos finitos descritos en el capítulo 4. El objetivo principal de proponer un nuevo modelo para el análisis de muros diafragma es intentar reproducir lo mejor posible la distribución de elementos mecánicos en el marco obtenidos mediante un análisis no lineal, con el fin de que el diseño del mismo sea congruente con las solicitaciones a las que estará expuesto durante un sismo intenso; al mismo tiempo que se pueda reproducir adecuadamente el comportamiento global. Debido a que el proceso de elaboración y calibración del modelo de elementos finitos llevó más tiempo que el previsto, no fue posible realizar un estudio paramétrico que permitiera contar con resultados de una gama amplia de casos con los cuales calibrar el modelo simplificado. Por ello, la propuesta se limita a sentar las bases para el desarrollo de dicho modelo. Se ilustra, mediante el ejemplo del muro estudiado en el capítulo anterior, que es posible definir los parámetros del modelo simplificado de tal manera que se cumpla el objetivo señalado arriba.

### 5.1. Modelo propuesto

Uno de los principales retos que se presentan al intentar reproducir los elementos mecánicos del marco es que cambian no sólo en magnitud, sino también en distribución, debido principalmente al cambio en la longitud de contacto con el muro, a medida que

ocurre el daño en la estructura. Tratar de modelar los cambios en la longitud de contacto implicaría que no sólo las propiedades mecánicas del modelo fueran cambiantes, sino también su geometría, y esto lo haría demasiado complejo para su uso en la práctica común de la ingeniería. Por lo anterior se consideró que el modelo tuviera una longitud de contacto constante para todo su comportamiento. La longitud de contacto que se consideró más representativa es la que se presenta inmediatamente después de que ocurre el agrietamiento del muro. Por una parte, porque la carga que transmite el muro no aumenta mucho después del agrietamiento; y por otra parte, porque se espera que en una estructura bien diseñada, para niveles de desempeño relacionados con el daño, la mayoría de los muros deben alcanzar al menos la carga de agrietamiento durante el sismo más intenso que probablemente se presente en su vida útil.

Los esfuerzos de contacto sobre el marco, producen una resultante que no necesariamente actúa sobre una línea que contenga a la intersección de los ejes de la trabe y la columna, punto que se considera como nudo en el modelo del marco. La excentricidad que se presenta entre la resultante de los esfuerzos de contacto y el nudo hace que se genere un momento sobre éste, que es despreciado por todos los modelos de diagonal equivalente propuestos hasta ahora (figura 5.1.1).

El modelo que se propone consiste en sustituir al muro por tres elementos que únicamente pueden tomar fuerzas axiales de compresión (figura 5.1.2), de manera similar al

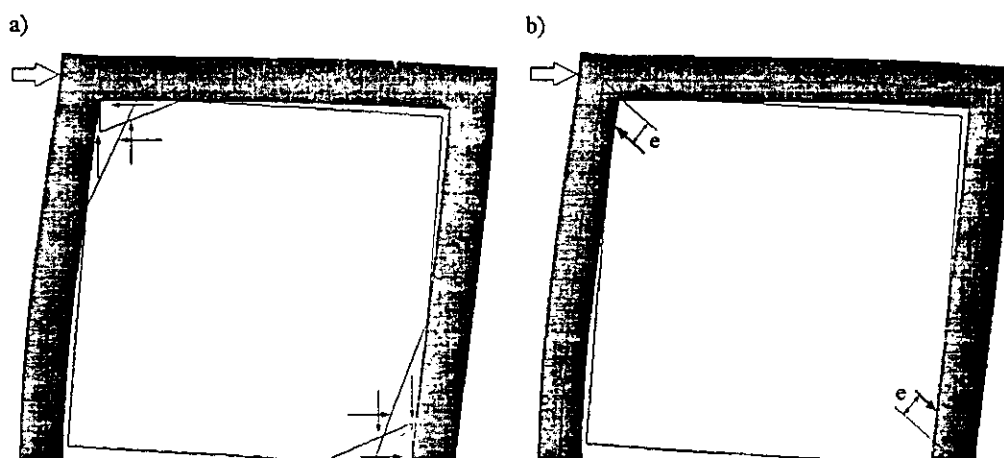


Figura 5.1.1 a) Esfuerzos de contacto sobre el marco; b) las resultantes de los esfuerzos de contacto actúan excéntricamente sobre los nudos del marco.

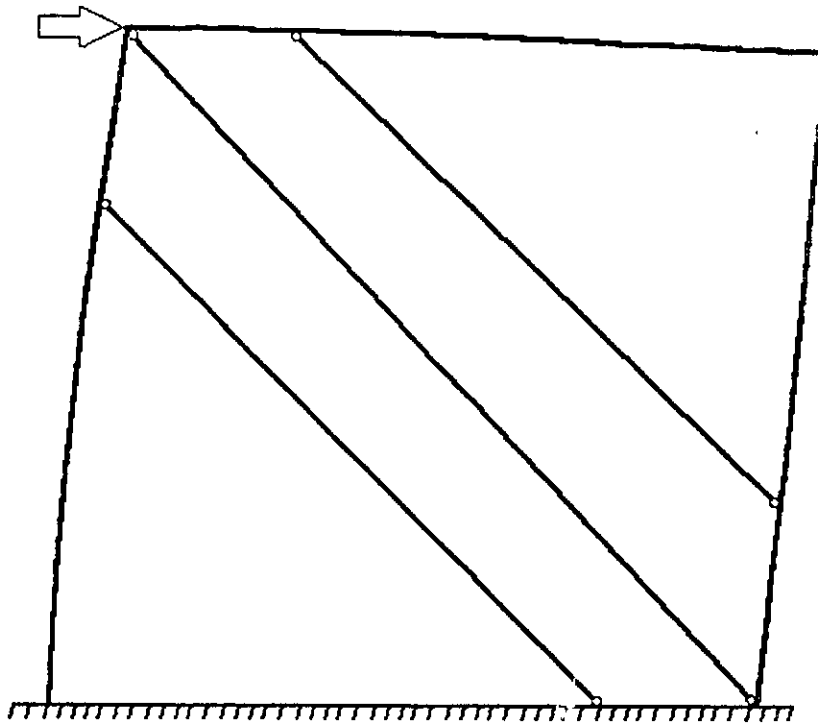


Figura 5.1.2. Modelo propuesto.

propuesto por Chrysostomou *et al* (1992). El elemento central modela el comportamiento de una franja de muro que inicialmente toma una buena parte de la carga, pero cuya contribución en la transmisión de cargas disminuye notablemente cuando ocurre el agrietamiento del muro. Los elementos excéntricos inicialmente transmiten una parte pequeña de la carga, pero modifican las distribuciones de elementos mecánicos del marco, y permiten, además, tomar en cuenta la excentricidad con la que se transmite la carga del muro al marco. Cuando ocurre el agrietamiento del muro y el elemento central pierde rigidez, los elementos excéntricos toman un porcentaje mayor de la carga.

A los elementos se les asigna comportamiento elasto-plástico perfecto, porque es el más sencillo para representar comportamiento no lineal. La rigidez inicial del elemento central se define a partir del estado de la estructura antes de producirse el agrietamiento del muro. Cuando se alcanza este estado, la diagonal central fluye. El segundo estado que se considera importante es el correspondiente a la deformación angular máxima de  $\gamma=0.006$ . Este valor es en cierto modo arbitrario, deben hacerse estudios encaminados a determinar

este parámetro, e incluso este segundo estado o estado último puede considerarse dependiente del nivel y tipo de desempeño que se quiera lograr. Las rigideces de las diagonales excéntricas están definidas por el comportamiento entre el agrietamiento del muro y la deformación máxima; estos elementos fluyen cuando se alcanza este estado.

## **5.2. Calibración con el modelo de elementos finitos**

Con el fin de verificar que es posible definir los parámetros de un modelo como el propuesto, de manera tal que se cumplan los objetivos señalados, se procedió a calibrar un modelo con la estructura estudiada en el capítulo anterior. Debido a que lo que se pretende validar es el modelo que sustituye al muro, el modelo del marco se conservó exactamente igual al descrito en el capítulo anterior; se eliminaron los elementos que representan al muro y a la interfaz, y se agregaron los tres elementos barra del modelo propuesto. Existen tres conjuntos de variables que definen el comportamiento del modelo propuesto, el primero es la ubicación de las diagonales excéntricas, el segundo está integrado por las rigideces de los elementos, y el tercero por sus resistencias.

La ubicación de las diagonales debe estar relacionado con la longitud de contacto entre el muro y cada uno de los elementos que lo confinan (en este caso se incluye la viga de cimentación). Se observó que una buena elección es colocar los extremos de los elementos diagonales en los puntos donde se inicia el contacto al momento de producirse el agrietamiento del muro; sin embargo, es necesario considerar un mayor número de casos para dar una recomendación general en este sentido.

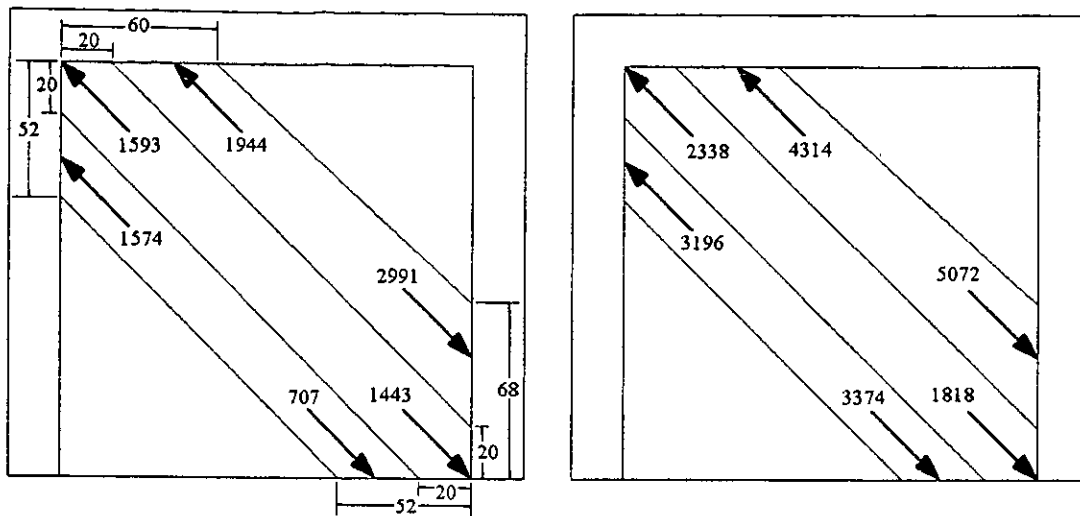
Para definir las rigideces y resistencias de cada uno de los elementos diagonales, se estudió la distribución de los esfuerzos de contacto entre muro y marco en los estados de agrietamiento y deformación máxima. Se supuso que la diagonal central debería tomar la fuerza resultante de los esfuerzos de contacto en zonas definidas, tanto de la viga como de la columna, con base en la recomendación que se hace en DDF (1996), respecto a que el cortante con el que debe diseñarse un elemento de concreto reforzado es aquel que se presenta a un peralte del paño del apoyo. De esta forma las dos zonas de contacto entre muro y marco quedan divididas en tres subzonas, y la resultante de los esfuerzos de

contacto en ellas se pueden asociar con cada una de las tres diagonales del modelo. Estas subzonas de contacto definen, asimismo, las áreas transversales de los elementos diagonales. Nuevamente es importante aclarar que el criterio adoptado para dividir la zona de contacto en tres subzonas es arbitrario, cuando se cuente con un mayor número de casos estudiados, se podrá determinar un criterio más adecuado.

En la figura 5.2.1 se muestran las resultantes en las tres subzonas mencionadas en el párrafo anterior, para los estados de agrietamiento del muro y de deformación máxima. Estas resultantes se obtuvieron a partir de los esfuerzos en los elementos interfaz multiplicados por la mitad del área de contacto que representa cada elemento. Se observa que las fuerzas en los extremos de una misma diagonal, especialmente las exteriores, son muy distintas entre sí. Sin embargo, como el extremo inferior del marco es un caso especial por estar empotrado en su base, se prestó mayor atención a lo que ocurría en el extremo superior izquierdo. Al comparar las fuerzas en una misma diagonal para los dos estados mostrados de la estructura, se observa un mayor incremento en las fuerzas que transmiten las diagonales externas que en la diagonal central. Esto era de esperarse puesto que la diagonal central tiene un área fija, mientras que las externas tienen áreas que se incrementan con la plastificación del muro. En la figura 5.2.1.a se muestran también las longitudes de contacto entre marco y muro en el momento del agrietamiento del muro. Estas longitudes de contacto dan, para el extremo superior izquierdo, un ancho de diagonal de 79 cm aproximadamente, valor cercano a los 86 cm que resultan de aplicar el procedimiento propuesto por Stafford Smith y Carter (1969), y muy diferente de los 112 cm que propone Bazán (1980).

La figura 5.2.2 muestra la proporción de la carga lateral que toman el marco y el muro para algunos pasos de carga, desafortunadamente no se cuenta con un desglose de cargas similar para el modelo experimental, por lo que no se puede establecer una comparación. Para separar la carga que toma el marco se sumaron los cortantes en los extremos inferior de la columna izquierda y superior de la columna derecha. Se hizo de este modo porque el cortante en el extremo inferior de la columna derecha incluye parte de la carga que toma el muro y que transmite nuevamente al marco a través de esta columna. El





a)

b)

Figura 5.2.1. Fuerzas resultantes de los esfuerzos de contacto en las subzonas de contacto; a) para  $P=5.2 \text{ ton}$ ;  $\gamma=0.0019$  (agrietamiento), se muestran también las longitudes de contacto; b) para  $P=9.2 \text{ ton}$ ;  $\gamma=0.0064$ .

cortante que toma el muro se calculó como la diferencia entre el total y el que toma el marco. Se puede observar que el cortante en el muro se incrementa con una tendencia bilineal, esto refuerza la propuesta de hacer que la diagonal central fluya al producirse el agrietamiento del muro. De esta forma la suma de las rigideces iniciales de las tres diagonales debe ser la rigidez de la primera rama de esta curva, mientras que la segunda rama, define la suma de las rigideces de las diagonales excéntricas.

En la figura 5.2.3 se muestra el modelo con las tres diagonales; al lado de cada una de ellas aparece un número para identificarlas. Las diagonales externas se conectan en los puntos en los que terminan las zonas de contacto, indicadas en la figura 5.2.3. Puede observarse que los extremos de estas diagonales no coinciden con nudos del modelo del marco; esto se hizo así porque en el último elemento interfaz donde hay contacto, existe esfuerzo en un extremo, mientras que en el otro extremo el esfuerzo es nulo, por lo que se considera que deja de haber contacto a la mitad del elemento. Para hacer la conexión se restringieron linealmente los desplazamientos de los nudos extremos de la diagonales, en función de los desplazamientos de los nudos adyacentes del modelo del marco.

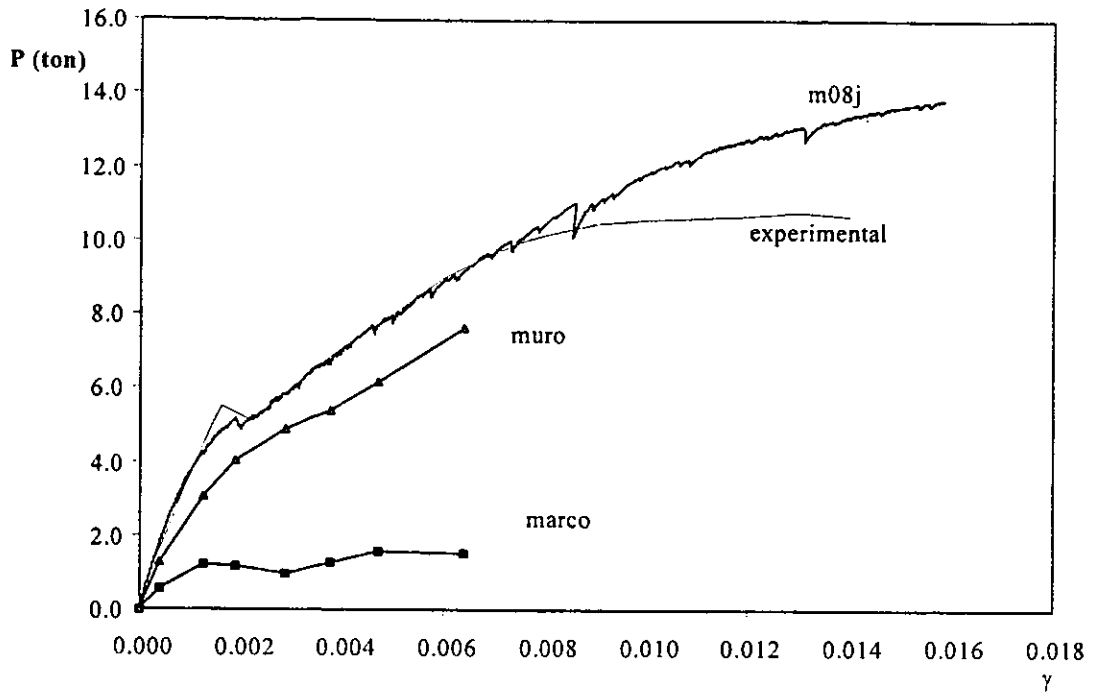


Figura 5.2.2. Cortantes que toman el muro y el marco.

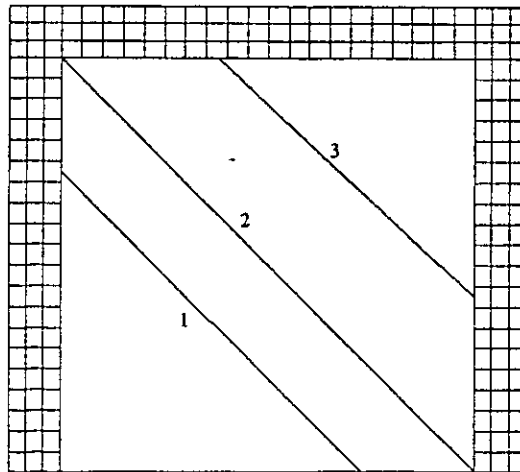


Figura 5.2.3. Modelo de tres diagonales y numeración de las mismas.

Se hicieron una serie de análisis de este modelo, en los que se fueron modificando los módulos de Young de las diagonales hasta obtener un comportamiento global similar al presentado por los modelos de elementos finitos y experimental. Las resistencias se

definieron de manera que la diagonal central fluye cuando alcanza la carga de agrietamiento, mientras que las diagonales externas fluyen cuando alcanzan la carga correspondiente con el estado último. Las propiedades de los elementos equivalentes se determinaron por prueba y error; sin embargo, la intención es que, una vez que se cuente con una cantidad suficiente de modelos así obtenidos para diferentes casos, se puedan obtener reglas de aplicación general.

De la forma descrita se llegaron a definir los valores de los parámetros de los elementos diagonales que se indican en la tabla 5.2.1. con los cuales se obtiene la curva carga contra deformación angular que se muestra en la figura 5.2.4. En esta figura se incluyen, con fines comparativos, las curvas obtenidas con el modelo de elementos finitos y con el modelo experimental, además, se muestran los cortantes que toman el muro en el modelo de elementos finitos, y las diagonales en el modelo simplificado. Se observa que el modelo de tres diagonales se comporta en forma muy similar a los otros dos. La fluencia de las diagonales excéntricas ocurre antes de la deformación angular de 0.006; sin embargo, esto hace que las curvas sean más parecidas entre sí. Asimismo, se observa que el cortante que toman las diagonales en el modelo simplificado concuerda aproximadamente con el que toma el muro en el modelo de elementos finitos hasta la deformación de 0.006. Poco antes de este punto, las diagonales han fluido y no tienen más rigidez, mientras que el muro sigue tomando más carga aparentemente. Ya se comentó en el capítulo anterior que esta falta de ablandamiento del muro es la posible causa de las discrepancias para deformaciones grandes entre los modelos experimental y numérico.

Tabla 5.2.1. Propiedades de los elementos diagonales equivalentes.

Elemento	$A$ $cm^2$	$E$ $kg/cm^2$	$f_m$ $kg/cm^2$
1	270	6,000	12.0
2	340	11,000	8.0
3	340	6,000	12.0

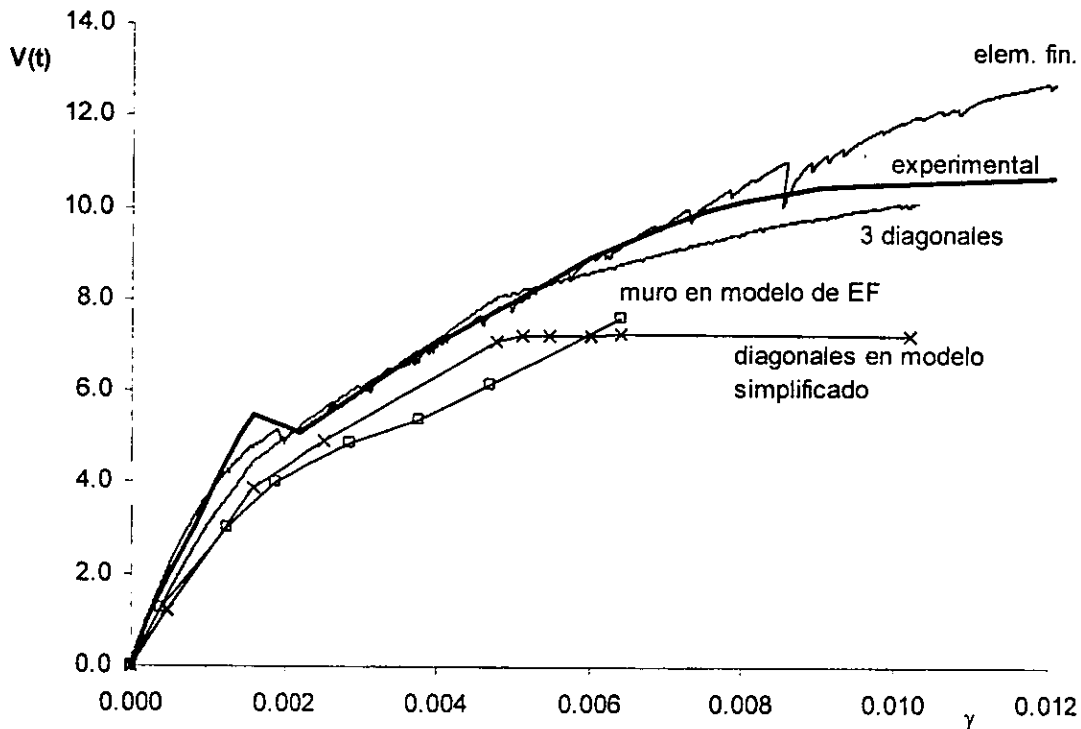


Figura 5.2.4. Gráficas carga contra deformación angular de los tres modelos, del muro en el modelo de elemento finitos y de las diagonales en el modelo simplificado.

En la figura 5.2.5 se muestran los elementos mecánicos en el marco para los estados de agrietamiento diagonal del muro (figura 5.2.5.a) y deformación angular máxima (figura 5.2.5.b). Al compararlos con los mostrados en las figuras 4.4.2.b y 4.4.2.c respectivamente, se observa que los valores en los extremos de los elementos, especialmente de la columna izquierda y de la trabe, son aceptablemente similares entre ambos pares de figuras. Esta semejanza se aprecia más en la figura 5.5.6, en la que se muestran los elementos mecánicos obtenidos con ambos modelos en el estado último. Las diferencias en las formas de los diagramas eran de esperarse por la distinta forma en que se transmiten las cargas al marco. Sin embargo, el modelo de tres diagonales, a diferencia de los basados en una sola diagonal, permite aproximar la variación de los elementos mecánicos en los extremos de los elementos del marco. Aquí es importante mencionar que, para un mayor refinamiento del modelo propuesto, se debería estudiar la posible modificación de las rigideces de las porciones de los elementos del marco que se encuentran entre la diagonal y el nudo. Esto con el fin de igualar las deformaciones en estos tramos, que en el caso real ocurren por

fuerzas distribuidas, mientras que en el modelo simplificado ocurren por fuerzas concentradas con cambios bruscos en las fuerzas cortante y normal, y en la pendiente del diagrama de momentos. Además, en el caso real, se transmiten esfuerzos tangenciales en el paño de los elementos del marco, lo cual va en contra de una de las hipótesis básicas de la teoría de vigas. Esto justifica realizar un estudio detallado del comportamiento de los elementos del marco en la zona de contacto con el muro, con fines no únicamente de análisis, sino para estudiar las implicaciones que este fenómeno pudiera tener en el diseño.

Es evidente, aunque no se cuenta con información cuantitativa, que existe una gran diferencia entre los tiempos de cómputo, preparación de datos, e interpretación de resultados entre un modelo de elementos finitos, como el presentado en el capítulo anterior, y el modelo simplificado propuesto en este capítulo. También es evidente que los recursos de cómputo que requiere un modelo de elementos finitos es muy superior al que requiere un modelo simplificado, o visto de otra forma, que con un modelo simplificado se pueden analizar estructuras mucho más grandes que con el de elementos finitos, para la misma disponibilidad de recursos, aunque a costa de menor precisión.

En resumen, en este capítulo se presentó una propuesta para el desarrollo de un modelo simplificado, útil en el análisis no lineal de marcos con muros diafragma, y de estructuras de mampostería confinada. Se mostró que la propuesta es viable en el sentido de que es capaz de reproducir, aproximadamente, tanto el comportamiento global de la estructura, como la variación local de los elementos mecánicos en el marco. Esta propuesta debe ser desarrollada para convertirse en una herramienta que se pueda utilizar cotidianamente en la práctica de la ingeniería estructural. El desarrollo de esta herramienta implica la elaboración de los modelos simplificados para muros con diferentes combinaciones de parámetros y características geométricas, para proponer recomendaciones generales en cuanto a las rigideces y resistencias de los elementos equivalentes, la posición de los elementos excéntricos, entre otras características. Es importante mencionar que los estudios que se hagan con este fin deben incluir estructuras con múltiples niveles y con múltiples crujeías, para que el modelo resultante sea aplicable a estructuras reales y no únicamente a las estructuras pequeñas comúnmente estudiadas.

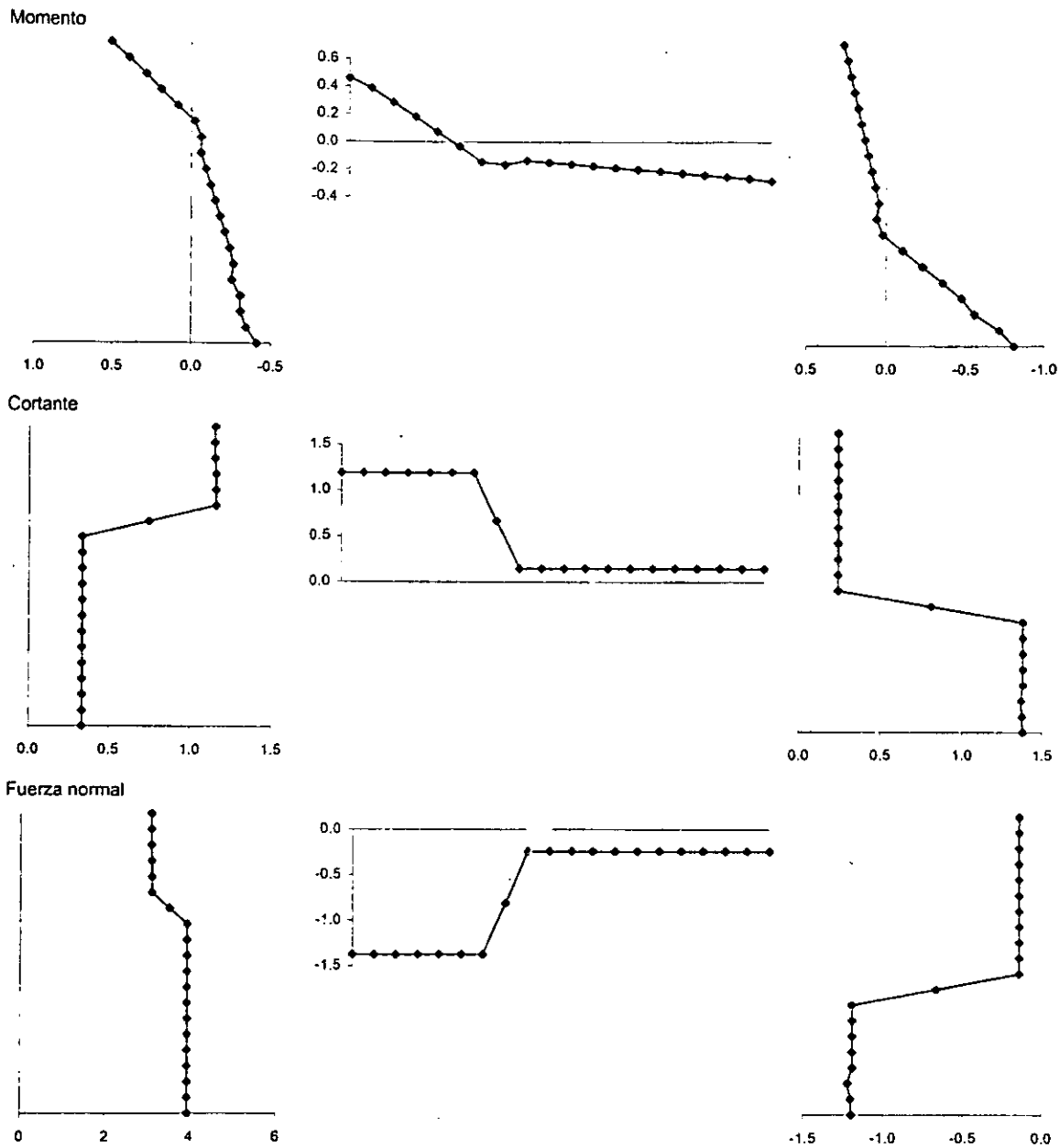


Figura 5.2.5.a) Elementos mecánicos en el marco del modelo con tres diagonales; para  $P=4.4 \text{ ton}$ ;  $\gamma=0.0016$ ; fluencia de la diagonal central (agrietamiento del muro).

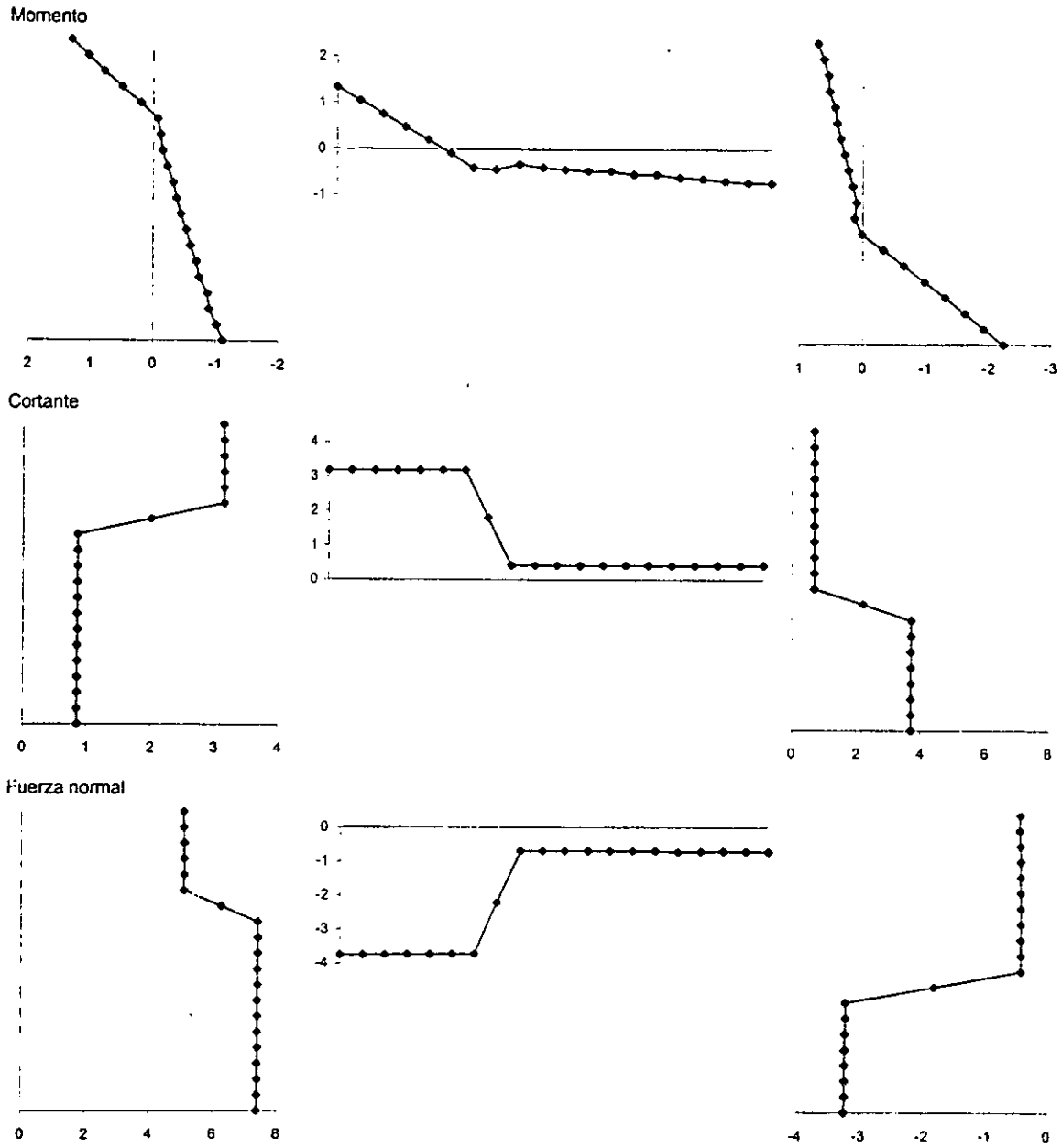


Figura 5.2.5.b) Elementos mecánicos en el marco del modelo con tres diagonales; para  $P=8.8 \text{ ton}$ ;  $\gamma=0.0064$ ; deformación máxima.

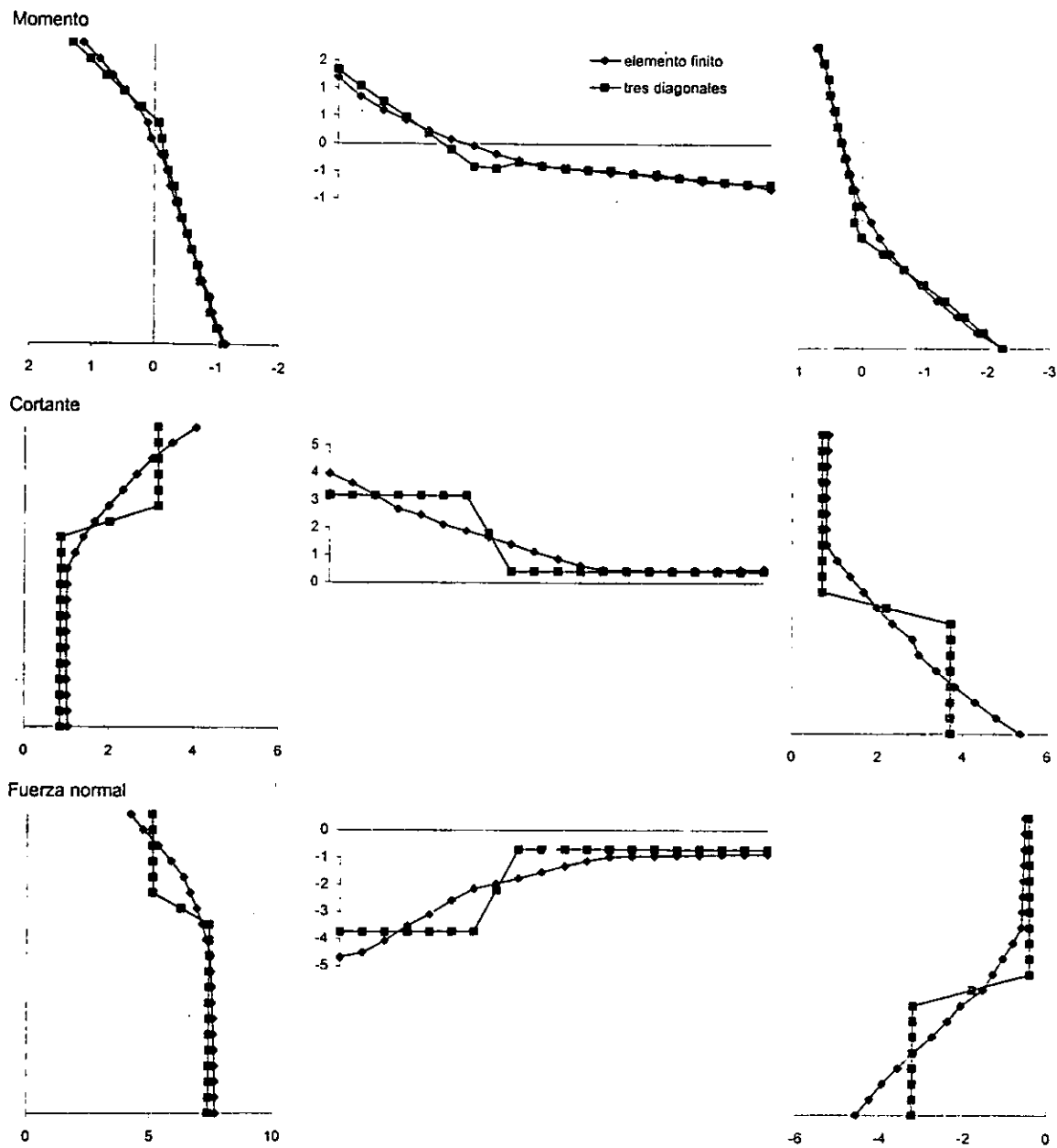


Figura 5.2.6. Comparación de elementos mecánicos en el marco entre el modelo simplificado y el modelo de elementos finitos para la deformación máxima.



### Conclusiones

En el presente trabajo se hizo una revisión bibliográfica del comportamiento mecánico de la mampostería desde el punto de vista del material, así como del comportamiento mecánico y estructural de muros diafragma de mampostería, principalmente en marcos de concreto reforzado. Se revisaron diversos trabajos sobre el análisis estructural de muros de mampostería basados en el método del elemento finito, así como de modelos simplificados para el análisis de marcos con muros de relleno. Se elaboró y calibró un modelo de elementos finitos de un marco con muro de relleno, con la finalidad de conocer con mayor detalle el comportamiento de estas estructuras. Con base en los resultados obtenidos se propuso un modelo simplificado, útil en análisis de marcos con muros diafragma en la práctica común de la ingeniería. De este trabajo se pueden extraer las siguientes conclusiones generales:

- El comportamiento de marcos con muros de relleno de mampostería sujetos a cargas laterales es muy complejo, con efectos no lineales prácticamente desde el inicio de la carga, modos de falla muy diversos, entre otros factores.
- El modelado de este tipo de estructuras, aún con el método de los elementos finitos, no es sencillo, ya que requiere tomar en cuenta muchos fenómenos que no son comúnmente incluidos en programas de análisis no lineal. Tal es el caso de los elementos interfaz o modelos ortótropos de comportamiento en combinación con fractura.
- En la literatura, aún la especializada, se habla muy poco y muy vagamente acerca de qué métodos de solución de sistemas no lineales son más adecuados a cada caso, y sobre las tolerancias recomendables para lograr ciertos niveles de precisión.

- Se cuenta con muy poca información experimental de los parámetros necesarios para estos modelos, especialmente los que se refieren a la parte del ablandamiento por deformación, como son: las energías de fractura en tensión y en compresión, el comportamiento ortótropo, adherencia entre mortero y piezas, así como entre mortero y concreto.
- A pesar de estas dificultades, en este trabajo se demostró que, con base en la limitada información existente, es posible definir modelos numéricos basados en el método de los elementos finitos, como el presentado, capaces de reproducir satisfactoriamente el comportamiento de estas estructuras, al menos hasta los niveles de distorsión comúnmente aceptados por los reglamentos de construcción.
- Un modelo simplificado que intente modelar en forma realista el comportamiento estructural, tanto global como local de marcos con muros de relleno de mampostería, debe ser capaz por lo menos de tomar en cuenta: la separación entre muro y marco, el comportamiento no lineal del muro, y la modificación de los elementos mecánicos del marco conforme se plastifica el muro.
- El modelo de tres diagonales cuyas bases se propusieron en este trabajo tiene el potencial de representar las principales características del comportamiento, tanto global como local, de muros diafragma de mampostería.

Asimismo, cabe hacer las siguientes recomendaciones:

- Para explotar el potencial de modelos de elementos finitos como el presentado, es necesario contar con información experimental adecuada que los respalde. Para ello es necesario diseñar y ejecutar ensayos que permitan conocer el comportamiento de las mamposterías comunes en México, principalmente en la parte del ablandamiento por deformación, ortotropía y comportamiento de juntas de mortero.
- Es posible y necesario mejorar el modelo de elementos finitos presentado. Por ejemplo, se puede probar el desempeño de los modelos de agrietamiento basados en las deformaciones totales incorporados en la versión 7 de DIANA (TNO, 1998); estos

modelos permiten tomar en cuenta la reducción de la resistencia en compresión de los materiales cuando se ha iniciado el agrietamiento de los mismos. Otro aspecto en el que se puede trabajar es el método de solución. Es posible, según Lourenço, utilizar el método de Newton-Raphson con un control de desplazamientos adecuado.

- Una vez mejorado el modelo de elementos finitos y validado con información experimental adecuada con sus necesidades, es recomendable hacer un estudio paramétrico con el fin de establecer relaciones entre las características del modelo y las de su respuesta estructural. Se puede estudiar el efecto de la presencia de múltiples niveles y/o crujías, así como de huecos en el muro (puertas y ventanas), entre otros aspectos. Estos estudios resultarían mucho más económicos que si se realizaran experimentalmente, y permitirían recomendar reglas de diseño acordes con los resultados que se obtengan.
- Es necesario que en la literatura técnica se hable más acerca de detalles como métodos de solución de sistemas no lineales y tolerancias empleados para obtener algún resultado en particular.
- Es conveniente desarrollar el modelo simplificado que se propone en este trabajo, ya que se demostró que tiene el potencial de producir resultados aceptables con un consumo de recursos, de computación y humanos, adecuado con las necesidades de la práctica de la ingeniería.

## Referencias

Anthoine, A. (1995), "Derivation of the in-plane elastic characteristics of masonry through homogenization theory." *Int. J. Solids Structures*, vol. 32, No. 2, pp. 137-163.

Ayala, A.G. (1998), "Apuntes del curso Teoría General de las Estructuras", DEPFI, UNAM, febrero a junio, no publicado.

Bathe, K.J. (1982), **Finite element procedures in engineering analysis**. 1ª edición, Prentice-Hall, Inc. Englewood Cliffs, E.U..

Bazán, E. (1980), "Muros de mampostería ante cargas laterales, estudios analíticos", Tesis doctoral, Facultad de Ingeniería, UNAM.

Bittner, Z. y Sejnoha, J. (1996), "Numerical methods in structural mechanics." *ASCE*, Nueva York, E.U.

Cerón Ch., J.E. (1997), "Desarrollo de un modelo estructural para muros de mampostería con y sin huecos." Tesis de maestría, DEPFI, UNAM.

Chrysostomou, C.Z., Gergely, P. y Abel, J.F. (1992), "Nonlinear seismic response of infilled frames." *10ª Conferencia Mundial de Ingeniería Sísmica*, Madrid, España, pp. 4435-4437.

Combescure, D., Pegon, P. y Anthoine, A. (1995), "Modeling of the in-plane behaviour of masonry infilled frames", *Práctica de diseño sísmico europeo*, Elnashai (ed.), Balkema. Rotterdam, pp. 621-629.

Crisfield, M.A. (1991), **Non-linear finite element analysis of solids and structures. Vol. 1:Essentials**. *John Wiley & sons*. Londres, Gran Bretaña.

DDF (1995), "Normas técnicas complementarias para el diseño y construcción de estructuras de mampostería." *Gaceta Oficial del Departamento del Distrito Federal*, México, D.F., 19 de noviembre.

DDF (1996), "Normas técnicas complementarias para el diseño y construcción de estructuras de concreto." *Gaceta Oficial del Departamento del Distrito Federal*, México, D.F., marzo.

DDF (1993), "Reglamento de construcciones para el Distrito Federal." *Diario Oficial de la Federación*, México, D.F., 2 de agosto.

Dhanasekar, M., Kleeman, P.W., y Page, A.W. (1985a), "Biaxial stress-strain relations for brick masonry", *Journal of Structural Engng.* ASCE, vol. 111, No 5, mayo, pp. 1085-1100.

Dhanasekar, M., Page, A.W., y Kleeman, P.W. (1985b), "The failure of brick masonry under biaxial stresses." *Proc. Instn. Civ. Engrs.*, parte 2, 79, pp. 295-313.

Holmes, M. (1961), "Steel frames with brickwork and concrete infills." *Proc. Instn. Civ. Engrs.*, 19, 473. pp. 473-478.

Ishibashi, K. y Katsumata, H. (1994), "A study on nonlinear finite element analysis of confined masonry walls", *Cuadernos de Investigación No 15*, CENAPRED, julio.

Liauw, T.C. y Kwan, K.H. (1982), "Non-linear analysis of multistory infilled frames", *Proc. Instn. Civ. Engrs.*, Part 2, 73, junio, pp. 441-454.

Lofti, H.R. y Shing, P.B. (1994), "Interface model applied to fracture of masonry structures", *Journal of Structural Engineering*, ASCE, vol. 120, No 1, enero, pp. 63-80.

Lourenço, P.B. (1996), "Computational strategies for masonry structures", *Tesis doctoral*, Universidad Tecnológica de Delft, Holanda.

- Lourenço, P.B. (1997), "Two aspects related to the analysis of masonry structures: size effect and parameter sensibility." Reporte No. 03.21.1.31.25, Universidad Tecnológica de Delft, Holanda.
- Madan, A., Reinhorn, A.M., Mander, J.B. y Valles, R.E. (1997) "Modeling of masonry infill panels for structural analysis." *Journal of Structural Engng. ASCE*, vol. 123, No 10, octubre, pp. 1295-1302.
- Mehrabi, A.B., Shing, P.B., Schuller, M.P. y Noland, J.L. (1994), "Performance of masonry-infilled R/C frames under in-plane lateral loads," Reporte CU/SR-94/6, Departamento de Ingeniería Civil, Ambiental y Arquitectónica, Universidad de Colorado en Boulder, E.U.
- Meli P., R. (1979), "Comportamiento sísmico de muros de mampostería." Segunda edición. Instituto de Ingeniería, UNAM.
- Meli P., R. y Reyes G., A. (1971), "Propiedades mecánicas de la mampostería," Instituto de Ingeniería, 41, 3, UNAM.
- Meli P., R. y Salgado G. (1969), "Comportamiento de muros de mampostería sujetos a carga lateral". Informe No 237, Instituto de Ingeniería, UNAM, septiembre.
- Mendelson, A. (1968), **Plasticity: theory and application**. Robert E. Krieger Publishing Co. Malabar, Flo. E.U.
- Moghaddam, H.A. y Dowling, P.J.(1987), "The state of the art in infilled frames", *Research Report No 87-2*, Imperial College of Science and Technology, Londres Gran Bretaña.
- Moraes, G. (1997), "Modelação numérica de painéis de alvenaria em estruturas reticuladas", informe, Escuela de Ingeniería, Universidad de Minho, Portugal.
- Mosalam, K.M. (1996a), "Experimental and computational strategies for the seismic behavior evaluation of frames with infill walls", Tesis doctoral, Universidad de Cornell. EU.

- Mosalam, K.M. (1996b), "Modeling of the nonlinear seismic behavior of gravity load designed frames." *Earthquake Spectra*, vol. 12, No 3, agosto, pp. 479-492.
- Mosalam, K.M., Gergely, P., White, R.N. y Ayala, G. (1996), "Effect of geometrical configuration on the seismic response of infilled frames", *11ª Conferencia Mundial de Ingeniería Sísmica*, Acapulco, México, 23-28 de junio, artículo No 1675.
- Pande, G.N. y Middleton, J. (1995), "Homogenization of masonry." Dirección de internet: [www.swan.ac.uk/civeng/Research/masonry/homogen.htm](http://www.swan.ac.uk/civeng/Research/masonry/homogen.htm), Universidad de Swansea. Gran Bretaña.
- Pietruszczac, S. y Niu, X. (1992), "A mathematical description of macroscopic behaviour of brick masonry." *Int. J. Solids Structures*, vol. 29, No. 5, pp. 531-546.
- Rots, J.G. (1988), "Computational modeling of concrete fracture." Tesis doctoral, Universidad Tecnológica de Delft, Holanda.
- Sanchez-Palencia, E. (1974), "Comportments local et macroscopique d'un type de milieux physiques heterogenes." *Int. J. Engngn Sci.* Vol. 12, pp.331-351.
- Shah, S.P., Stuart, E.S. y Ouyang, C. (1995). **Fracture mechanics of concrete.** *John Wiley & Sons, Inc.* Nueva York, E.U.
- Stafford-Smith, B. y Carter, C. (1969) "A method of analysis for infilled frames." *Proc. Instn. Civ. Engrs.* vol.44, sep., pp. 31-48.
- TNO Building and Construction Research (1996), "DIANA user's manual, release 6.1." *TNO Building and Construction Research.* Delft, Holanda.
- TNO Building and Construction Research (1998), "DIANA user's manual, release 7." *TNO Building and Construction Research.* Delft, Holanda.
- UBC (1992), "Commentary to chapter 24 of the Uniform Building Code, 1991." *The Masonry Society.*

---

Vecchio, F.J. y Collins, M.P. (1986), "The modified compression-field theory for reinforced concrete elements subjected to shear." *ACI Journal*, marzo-abril, pp. 219-231.

Zhuge, Y., Thambiratnam, D. y Corderoy, J. (1998), "Nonlinear dynamic analysis of unreinforced masonry", *Journal of Structural Engineering*, ASCE, vol. 124, No 3, marzo, pp. 270-277.

Zienkiewicz, O. C. y Pande, G. N. (1977). "Time-dependent multilaminate model of rocks – a numerical study of deformation and failure of rock masses." *Int. J. Numer. and Analytical Methods in Geomech.*, 1, pp. 219-247.