

70



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

FACULTAD DE CIENCIAS

Modelo de transporte de banda para efecto fotorrefractivo de dos fotones

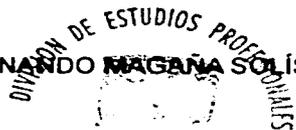
T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE FÍSICO

P R E S E N T A :

ENRIQUE CASTRO CAMUS

DIRECTOR DE TESIS: DR. LUIS FERNANDO MAGANA SOLÍS



FACULTAD DE CIENCIAS UNAM

TESIS CON FALLA DE ORIGEN

2002

FACULTAD DE CIENCIAS SECCIÓN DE REGISTRO Y CONTROL



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.



UNIVERSIDAD NACIONAL
AUTÓNOMA DE
MÉXICO

Autonzo a la Dirección General de Bibliotecas de la UNAM a difundir en formato electrónico e impreso el contenido de mi trabajo recepcional.

NOMBRE: CASTRO CAMUS, ENRIQUE

FECHA: 21-NOV-2002

FIRMA: [Firma]

DRA. MARÍA DE LOURDES ESTEVA PERALTA
Jefa de la División de Estudios Profesionales de la
Facultad de Ciencias
Presente

Comunicamos a usted que hemos revisado el trabajo escrito:

"Modelo de transporte de bandas para efecto fotorrefractivo de dos fotones"

realizado por Castro Camus Enrique

con número de cuenta 9850312-0 , quien cubrió los créditos de la carrera de: Física.

Dicho trabajo cuenta con nuestro voto aprobatorio.

Atentamente

Director de Tesis
Propietario

DR. LUIS FERNANDO MAGAÑA SOLIS

Propietario

DR. ENRIQUE LOPEZ MORENO

Propietario

DR. TATSUO AKACHI MIYAZAKI

Suplente

DR. MAYO VILLAGRAN MUNIZ

Suplente

DR. GERARDO JORGE VAZQUEZ FONSECA

Consejo Departamental de Física

[Firma]

DRA. PATRICIA GOLDSTEIN MENACHE
Coordinadora de Licenciatura de CIENCIAS

DEPARTAMENTO DE FÍSICA

A mis padres Enrique y Ma. Elena

A mi hermano Rodrigo

**There's two possible outcomes
if the result confirms the hypothesis,
then you've made a discovery.
If the result is contrary to the hypothesis,
then you've made a discovery.**

Enrico Fermi

Agradezco muy especialmente a mis padres por el apoyo recibido no sólo durante la escritura de esta tesis, sino durante toda mi carrera y toda mi vida.

Así mismo quiero agradecer a Fernando por todo el apoyo y los muchos ratitos en los que se "escapó" de todas sus responsabilidades para ayudarme con este trabajo.

A "Páez" por todos sus consejos, sus enseñanzas tanto en el ámbito científico como humano, sus regaños, y todo el tiempo que me dedicó, así como a los "hijos de Paez" por todas las aventuras, las horas de estudio, el apoyo, la confianza, todos los ratos que pasamos y porque juntos aprendimos el verdadero valor del estudio

A "Roli", Luis, Salvador, Rolando, y los demás por ofrecernos un refugio cuando nadie más lo hizo

A mi tocayo y todos "los cuates" del Instituto por apoyarme durante la carrera.

Índice General

Resumen	2
Introducción	3
1 Efecto fotorrefractivo clásico	6
1.1 El efecto fotorrefractivo de un fotón	6
1.2 El modelo de Kukhtarev	6
1.3 El problema de lectura	12
2 El efecto fotorrefractivo de dos fotones	15
2.1 Fenomenología	15
3 El modelo propuesto	19
4 La solución lineal estacionaria	25
4.1 La solución de las ecuaciones	25
4.2 Análisis de las soluciones	28
5 Conclusiones	39
Bibliografía	40
Apéndice A	43

Resumen

Se hace una revisión del efecto fotorrefractivo para un fotón y se presentan algunas de sus aplicaciones tecnológicas en almacenamiento de información con sus ventajas y desventajas respecto a los materiales tradicionales. Una de las principales desventajas que presenta es la incapacidad de retener la información grabada durante la lectura de ésta. Es aquí en donde se presenta al efecto fotorrefractivo para dos fotones, que ya ha sido ampliamente estudiado, como una excelente solución a este problema. La aportación de este trabajo consiste en proponer un modelo para explicar este efecto de dos fotones. Se analiza la solución lineal estacionaria de las ecuaciones diferenciales parciales no lineales que resultan de este modelo. Los resultados obtenidos concuerdan muy bien con la información experimental disponible.

Introducción

El efecto fotorrefractivo de un fotón ha sido estudiado ampliamente tanto desde el punto de vista experimental [1 - 4] como desde el punto de vista teórico [5 - 7]. El modelo que a la fecha es el más exitoso para describir dicho efecto es el llamado modelo de transporte de banda o modelo de Kukhtarév [6], que está basado en la teoría de semiconductores, con el cual se han predicho exitosamente resultados en la aproximación lineal y que recientemente ha empezado a ser resuelto de manera completa de forma numérica [8, 9] prediciendo de igual forma situaciones observadas en el experimento.

En este trabajo se presenta un nuevo modelo para el efecto fotorrefractivo de dos fotones, el cual consta de un sistema de ecuaciones diferenciales parciales no lineales acopladas. La construcción de dichas ecuaciones se expone con todo cuidado en el Capítulo 3. Así mismo, se hace un análisis detallado de la solución linealizada y estacionaria a estas ecuaciones el cual se presenta en el Capítulo 4; se analizan tanto las densidades electrónicas en la banda de conducción, en el nivel intermedio (véase Capítulo 2), el campo de carga espacial como funciones de la posición y el cambio en el índice de refracción como función de la intensidad luminosa de grabado.

El efecto fotorrefractivo de dos fotones presenta grandes ventajas desde el punto de vista tecnológico, las cuales se discuten en el Capítulo 2, así mismo, se detalla la fenomenología del mismo.

El modelo planteado parte de la existencia de un nivel energético permitido entre la banda de conducción y la de valencia; por medio de una primera fuente de luz se mantiene una población electrónica en este nivel. Al hacer incidir dos haces de luz coherente sobre el material se forma un patrón de interferencia el cual genera fotoexcitación del nivel intermedio a la banda de conducción; en este momento los electrones, ya libres, viajan por difusión, por deriva o por efecto fotovoltaico a las zonas más oscuras del patrón de interferencia, en donde posteriormente al retirar las fuentes luminosas, caen

a la banda de valencia quedando fijos en sus nuevas posiciones. Esto genera regiones del material en las que hay mayor densidad de carga, lo que origina un campo de carga espacial que, a su vez, modifica de manera local las propiedades ópticas del material.

La historia del efecto fotorrefractivo se remonta al año 1966 [10]. El artículo, publicado en *Applied Physics Letters*, reporta cambios en el índice de refracción de cristales de LiNbO_3 y LiTaO_3 , los cuales habían sido inducidos ópticamente por accidente. Tan sólo un año después se observó el mismo comportamiento en otros materiales. [11]

Las aplicaciones de dicho fenómeno no se hicieron esperar y en 1968 se propuso la idea de usar el cambio en el índice de refracción como un medio para almacenar información. En este mismo año, se descubrió que los patrones grabados en estos materiales tenían propiedades holográficas, por lo que eran capaces de reproducir las variaciones de intensidad con las que fueron grabados.

En los siguientes dos años fueron apareciendo más materiales que presentaban esta característica y para principios de la década de los 70 se empezaron a proponer modelos teóricos que describieran al fenómeno.

En 1973 d'Auria y otros investigadores de los laboratorios Thomson-CSF [12] comenzaron a trabajar en una memoria de acceso aleatorio (RAM) basada en hologramas grabados en materiales fotorrefractivos.

En 1977 un grupo del Instituto de Física de la Academia de Ciencias de Ucrania liderado por Nikolai Kukhtarev planteó las que llamaron ecuaciones del material y ecuaciones de campo, las cuales describían de forma correcta el fenómeno; sin embargo, este artículo era un tanto escueto y hacía referencia para detalles a otro artículo publicado por el mismo grupo en el Boletín de la Academia Soviética de Ciencias de la U.R.S.S. el cual, en aquel tiempo, e incluso ahora, es poco accesible. Dos años más tarde el grupo de Kukhtarev publicó de nuevo sus resultados dando mucho más detalles sobre la construcción de las ecuaciones que hoy en día son conocidas como el modelo de Kukhtarev y que hoy por hoy es el modelo más aceptado para la descripción del fenómeno.

En el resto de la década de los 70 y en las décadas de los 80 y 90 se han seguido haciendo progresos, tanto desde el punto de vista tecnológico como científico, referentes al efecto fotorrefractivo, entre ellos, destaca el hallazgo de que materiales semiconductores como el GaAs y el InP presentan esta propiedad al igual que algunos polímeros como el Bisfenol-A-Diglicidiléter 4-nitro-1,2-peniletilamina [13] o el dietil amonio nitroestireno [14] entre muchos

otros.

Capítulo 1

Efecto fotorrefractivo clásico

1.1 El efecto fotorrefractivo de un fotón

El efecto fotorrefractivo es aquél en el que un haz de luz incidente sobre un material modifica el índice de refracción de éste. Este fenómeno se ha observado en cristales que son, simultáneamente, fotoconductores y electroópticos como el LiNbO_3 , LiTaO_3 , KNbO_3 , BaTiO_3 , $\text{Sr}_2\text{BaNb}_2\text{O}_6$, GaAs, InP, y actualmente también en algunos polímeros como el dietil amonio nitroestireno.

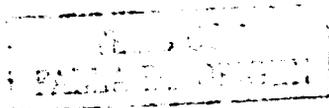
Este fenómeno, al menos en los cristales inorgánicos, se entiende de la siguiente manera; los electrones en la banda de valencia son fotoexcitados y quedan libres en la banda de conducción, éstos ya sea por difusión, por deriva o por efecto fotovoltaico viajan a las zonas no iluminadas en donde se recombinan, la migración de los electrones produce regiones de carga positiva y negativa (con densidad de carga ρ), las cuales generan un campo de carga espacial E_e .

$$\nabla \cdot E_e \propto \rho$$

que a su vez modifica las propiedades ópticas de la red cristalina; es decir, produce una variación del índice de refracción del material que depende de la posición en la que éste se mida.

1.2 El modelo de Kukhtarev

El modelo de transporte de banda planteado por N. Kukhtarev fue el más importante avance para el entendimiento de los materiales fotorrefractivos



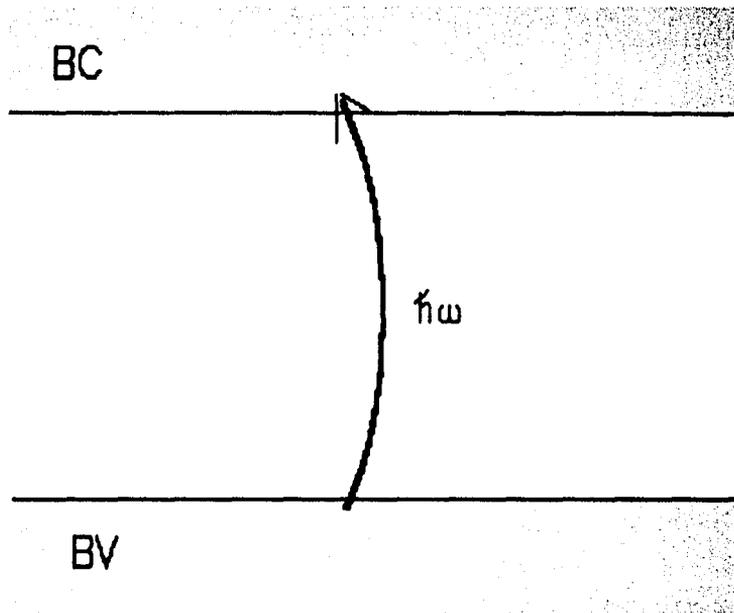


Figura 1.1: Esquema de bandas para efecto fotorrefractivo de un fotón

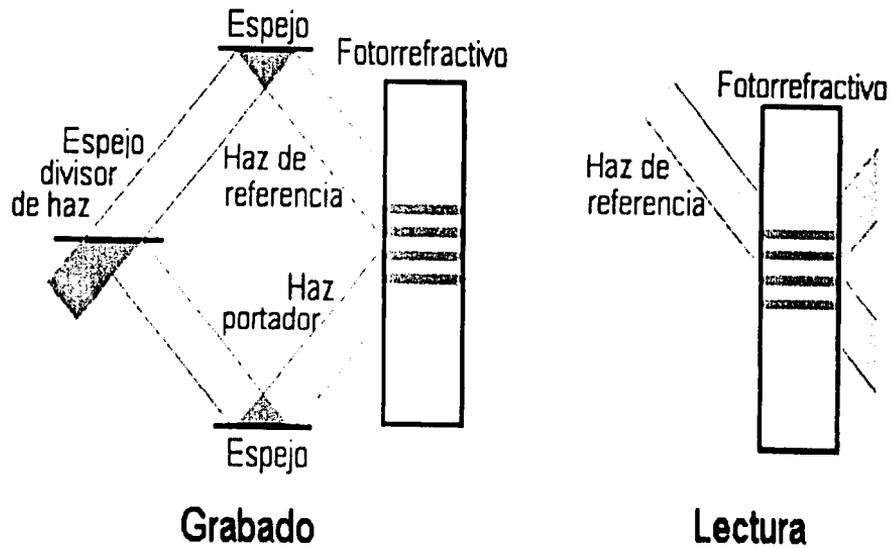


Figura 1 2: Esquema del proceso de escritura de un holograma por interferencia de haces coherentes y de lectura del holograma

desde el descubrimiento del efecto fotorrefractivo en sí mismo.

Este modelo consta de un conjunto de 3 ecuaciones diferenciales parciales no lineales acopladas; las dos primeras modelan la evolución temporal de la densidad de electrones en la banda de valencia y la densidad de huecos, que se suponen fijos espacialmente, mientras que la tercera es la ley de Gauss con el balance adecuado de carga.

La primera ecuación se construye considerando que el crecimiento temporal de la densidad de huecos N^+ es debido a fotoionización, la cual es proporcional a la intensidad luminosa I , y por ionización térmica, que es proporcional a una constante de termoionización β . Ambos procesos son proporcionales a la densidad de electrones disponibles para ser excitados; es decir, a la diferencia de la densidad de centros en la red N y a la densidad de átomos excitados N^* . De igual forma se considera el decremento de la densidad de electrones en la banda de valencia debido a la recombinación de éstos. Dicho decremento es proporcional a la densidad de electrones excitados n que se pueden recombinar y a la cantidad de huecos que pueden recibirlos

$$\frac{\partial N^+}{\partial t} = (sI + \beta)(N - N^+) - \gamma n N^+, \quad (1.1)$$

en donde s es la sección eficaz de fotoionización y γ la constante de recombinación.

La segunda ecuación describe la evolución temporal de la densidad de electrones en la banda de conducción. Esta densidad crece por fotoionización, termoionización y decrece por recombinación al igual que la densidad de huecos; pero además, hay que añadir un término que considere la migración de electrones, la cual se da por difusión $-eD\nabla n$, por deriva $-e\mu n\mathbf{E}$, y por efecto fotovoltaico $\hat{e}_c p(N^+ - N)I$, así la ecuación queda dada por

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \frac{\partial N^+}{\partial t} + \nabla \cdot (D\nabla n + \mu n\mathbf{E} + \hat{e}_c p(N - N^+)I), \quad (1.2)$$

aquí μ es la movilidad electrónica, p es la constante fotovoltaica, \hat{e}_c es un vector unitario en la dirección del eje electroóptico, $\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 + \mathbf{E}_\kappa$ es el campo eléctrico total y D es el coeficiente de difusión

$$D = \frac{k_b T \mu}{e},$$

en donde k_b es la constante de Boltzman y T la temperatura.

Finalmente, se añade la ley de Gauss que complementa a las ecuaciones anteriores en la cual hacemos el balance de carga total

$$\nabla \cdot (\epsilon_0 \mathbf{E}) = e (N^+ - N_A - n), \quad (1.3)$$

aquí N_A es la densidad de aceptores y ϵ la constante dieléctrica realtiva del material.

Las ecuaciones anteriores han sido estudiadas de manera muy amplia en la aproximación lineal [15, 16], y recientemente se han aplicado métodos numéricos para resolverlas [17, 18] sin usar aproximaciones más allá de las inherentes a los métodos numéricos.

Si partimos de que el patrón de interferencia está dado por

$$I = I_0 [1 - m \cos(ky)],$$

en donde I_0 es la intensidad promedio del patrón de interferencia, m se conoce como la modulación y $k = 2\pi/\Lambda$, en donde Λ es la el período del patrón de interferencia; tomando las aproximaciones $N^+ \approx N_A$ y

$$E_g \gg k_b T \Rightarrow \beta \approx 0$$

en donde E_g es el "tamaño" de la banda de energía prohibida y usando la solución estacionaria dada por la condición

$$\begin{aligned} \frac{\partial N^+}{\partial t} &= 0, \\ \frac{\partial n}{\partial t} &= 0. \end{aligned}$$

la función n se puede obtener de manera algebraica de la ecuación (1.1)

$$n = \frac{s(N - N_A) I_0 [1 + m \cos(ky)]}{\gamma N_A}, \quad (1.4)$$

la gráfica de esta función se muestra en la figura (1.3), observamos en la gráfica que la población electrónica de la banda de valencia sigue el patrón de una función armónica.

Para el estado estacionario, despreciando el efecto fotovoltaico y considerando que las soluciones a las ecuaciones sólo son función de y tenemos, a partir de la ecuación (1.2), que

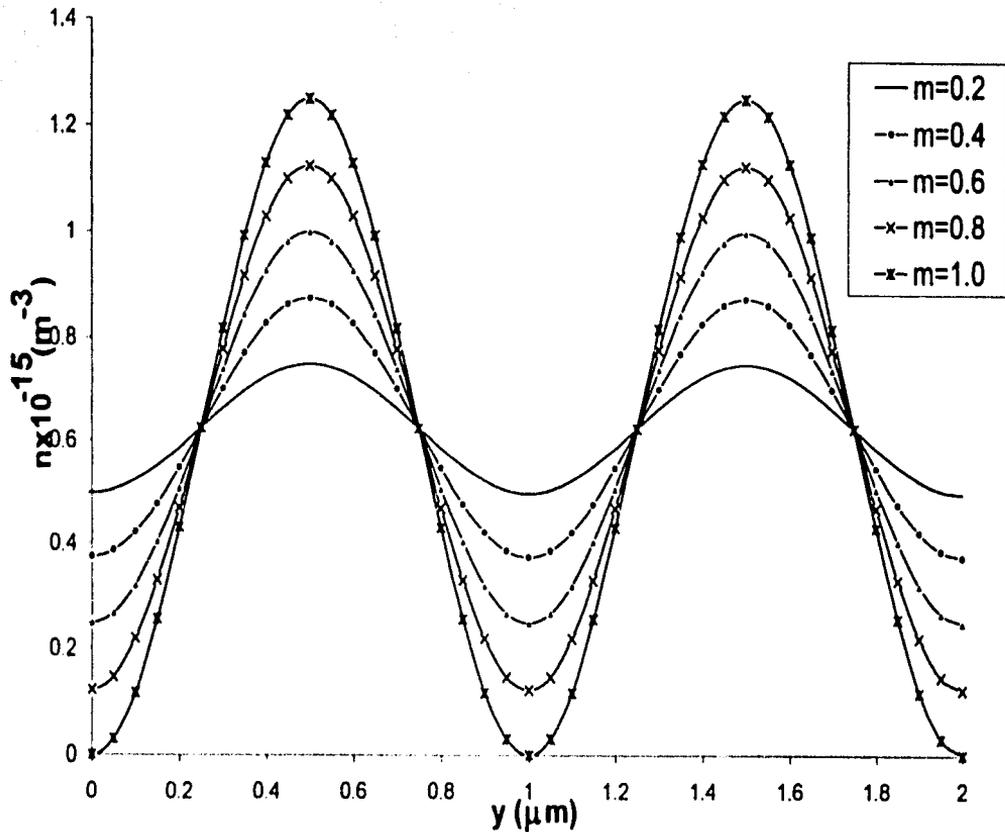


Figura 1.3 Gráfica de n como función de y

TESIS CON
 FALLA DE ORIGEN

$$\frac{d}{dy} \left(D \frac{dn}{dy} + \mu n E \right) = 0, \quad (1.5)$$

integrando tenemos que

$$E = \frac{J_0 - D \frac{dn}{dy}}{\mu n}, \quad (1.6)$$

en donde usamos la conocida expresión

$$J_0 = \sigma E_0 \sqrt{1 - m^2},$$

aquí σ es la conductividad del material y E_0 es el campo aplicado. Como conocemos n a partir de la ecuación (1.4) y de ahí podemos conocer también su derivada, tenemos que el campo eléctrico en el material está dado por

$$E = \frac{J_0 s I_0 (N - N_A)}{\mu \gamma N_A [1 + m \cos(ky)]} - \frac{D k m \sin(ky)}{\mu [1 + m \cos(ky)]}. \quad (1.7)$$

Tomando $E_0 = 0$ lo que quiere decir que $J_0 = 0$, obtenemos la gráfica del campo de carga espacial E_{sc} , que se presenta en la figura (1.4), como función de la coordenada espacial y ; esta muestra su carácter no lineal especialmente para modulaciones "grandes", al ser una función periódica en la cual aparecen varios armónicos desde el punto de vista de Fourier.

1.3 El problema de lectura

Durante la descripción que hemos hecho hasta el momento el efecto fotorrefractivo presenta una cantidad muy grande de ventajas desde el punto de vista tecnológico; sin embargo, presenta también grandes dificultades técnicas.

Uno de los más grandes problemas es el hecho de que para leer un holograma previamente grabado en un material fotorrefractivo es necesario iluminar la muestra. Esto implica que los electrones serán fotoexcitados de nuevo, pero al leer, la iluminación ya no sigue el patrón de interferencia por lo que los electrones liberados viajan a las áreas de carga positiva lo que implica que el holograma tiende a borrarse.

En respuesta a este problema se han desarrollado métodos de fijado, uno de ellos, conocido como fijado térmico.

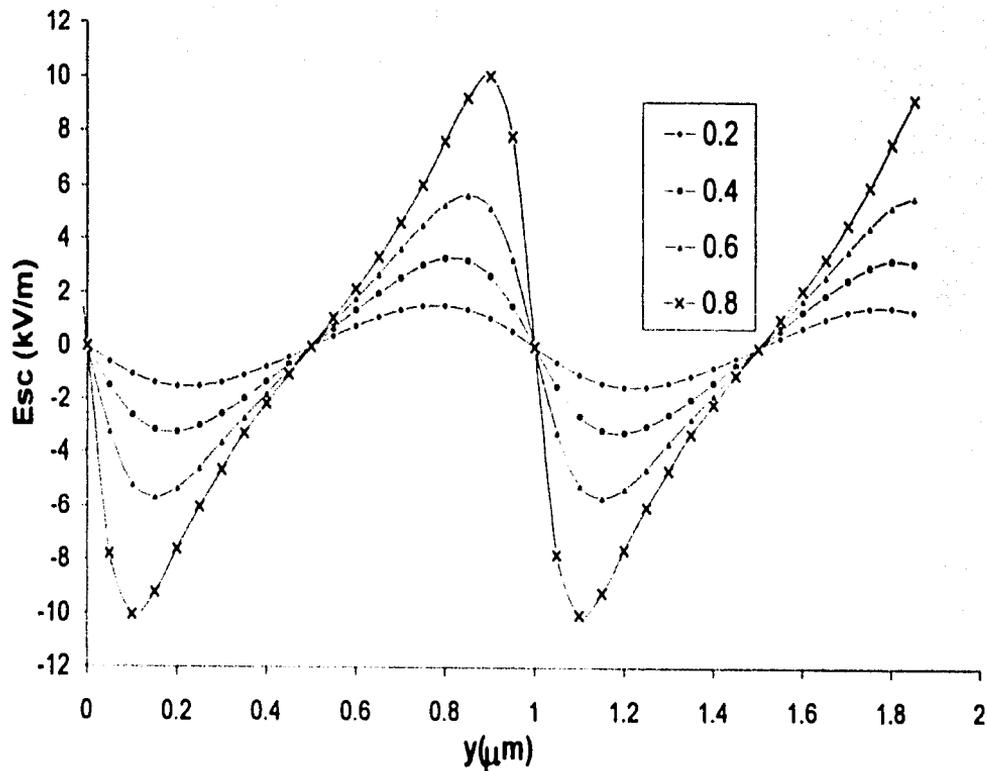


Figura 1.4 Gráfica de E_{sc} como función de y

El método de fijado térmico requiere de la presencia de iones H^+ y OH^- , los cuales pueden ser implantados por humedad durante el crecimiento de los cristales fotorrefractivos. El material, ya grabado, es calentado a una temperatura de entre 100 y 200°C, en este intervalo de temperaturas la conducción en el material es principalmente iónica; los iones viajan a las zonas de carga opuesta neutralizando la densidad de carga y el campo eléctrico; el material se deja enfriar hasta la temperatura ambiente y se ilumina uniformemente, en este momento los electrones son fotoexcitados nuevamente y viajan por difusión hasta quedar distribuidos nuevamente de manera uniforme, en este momento el campo de carga espacial reaparece pero ahora éste es generado por una distribución iónica de carga, la cual se encuentra fija a temperatura ambiente sin importar las condiciones de iluminación.

El método tiene la gran desventaja de que si se desea usar el material nuevamente, éste no puede ser borrado por métodos ópticos. Un método que no presenta esta desventaja y que permite una forma de lectura no destructiva y que sí permita el borrado de la muestra por métodos ópticos es el que se conoce como efecto fotorrefractivo de dos fotones en el que se usa un haz extra durante el grabado y el cual se describe ampliamente en el siguiente capítulo.

Capítulo 2

El efecto fotorrefractivo de dos fotones

2.1 Fenomenología

El efecto fotorrefractivo de dos fotones puede resolver la necesidad tecnológica de crear memorias que pudieran ser leídas sin afectar el contenido de éstas, pero que a su vez tuvieran la capacidad de ser borradas ópticamente.

Para que este efecto se presente en un material hace falta la existencia de un nivel de energía permitido que se encuentre entre la banda de valencia y la de conducción. Es importante notar que dicho estado intermedio sigue siendo un estado ligado, este nivel en ocasiones existe por defectos propios de la red pero se puede inducir la existencia de este tipo de niveles añadiendo ciertas impurezas a los materiales fotorrefractivos tradicionales durante el crecimiento de los cristales.

Las proporciones en las que se añaden las impurezas son, típicamente, de unas cuantas partes por millón. Las proporciones exactas dependen tanto de la red principal que se esté contaminando como del contaminante. Si se añaden demasiadas impurezas es posible que el material pierda algunas de sus propiedades y que el nivel energético que se quiere lograr degenera en una banda intermedia entre la de valencia y la de conducción, y si la cantidad es muy pequeña la densidad de estados permitidos en ese nivel intermedio puede ser insuficiente, para lograr el efecto que a continuación describiremos.

En el esquema que se muestra en la figura (2.2) se pretende dar una idea gráfica del proceso de grabado por medio de dos fotones. Se hace incidir

TESIS CON
FALTA DE ORIGEN

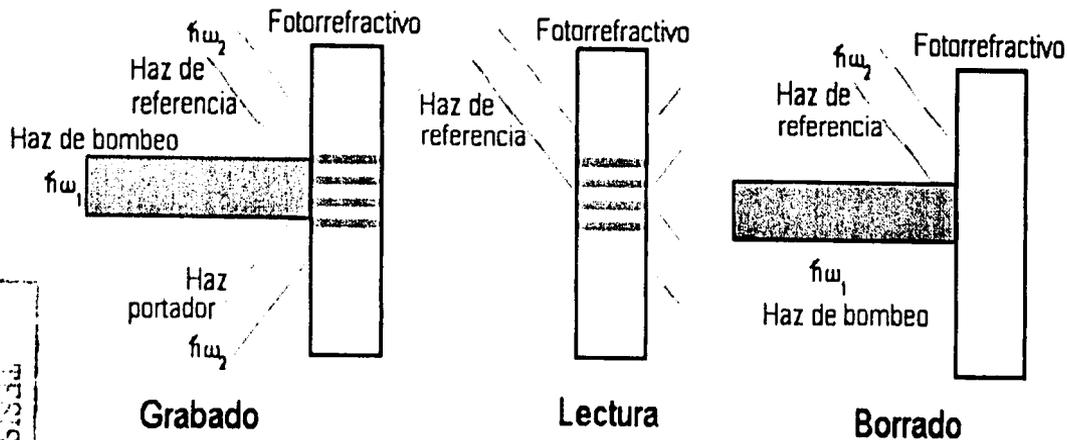


Figura 2.1 Esquema del proceso de grabado, lectura y borrado de 2 fotones

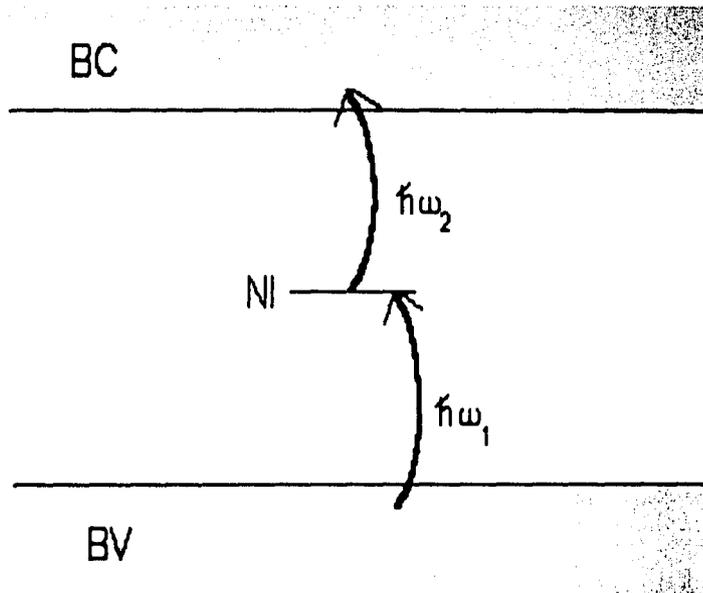


Figura 2.2. Esquema de bandas para el efecto fotorrefractivo de dos fotones.
(BV=Banda de valencia, NI=Nivel intermedio, BC=Banda de conducción)

CAPÍTULO 2. EL EFECTO FOTORREFRACTIVO DE DOS FOTONES¹⁸

uniformemente luz de frecuencia ω_1 sobre el cristal. Esta luz tiene energía suficiente para excitar electrones desde la banda de valencia hasta el nivel intermedio

$$E_{N1} - E_{BV} = \hbar\omega_1,$$

pero insuficiente para llevar a cabo la transición completa hasta la banda de conducción,

$$E_{BC} - E_{BV} > \hbar\omega_1$$

este haz mantiene una cierta población de electrones en el nivel intermedio, también se hacen incidir un par de haces de luz coherente y de frecuencia ω_2 con la propiedad de que

$$E_{BV} - E_{N1} = \hbar\omega_2$$

los haces de luz de frecuencia ω_2 son los que generan un patrón de interferencia que excita los electrones hasta la banda de valencia. En este punto los electrones finalmente quedan desligados y viajan ya sea por difusión, por deriva o por efecto fotovoltaico desde las regiones más iluminadas (por luz de frecuencia ω_2) a las zonas más oscuras. Finalmente, si las fuentes luminosas se apagan, los electrones "caen" a la banda de valencia generando una densidad de carga que varía de punto a punto tal como la densidad de carga que se genera en el proceso fotorrefractivo de un fotón.

Ahora tenemos la ventaja de que podemos leer, sin borrar, el patrón iluminando con luz de frecuencia ω_2 debido a que la energía de estos fotones es insuficiente para fotoexcitar electrones nuevamente desde la banda de valencia hasta la de conducción.

El efecto fotorrefractivo de dos fotones ha resultado tan atractivo desde el punto de vista tecnológico que se ha estudiado de manera muy amplia experimentalmente; sin embargo, el trabajo teórico se ha dejado un tanto de lado. Hoy en día sólo un trabajo teórico se encuentra en la literatura para tratar de describir el fenómeno [19].

El uso del efecto fotorrefractivo de dos fotones para grabar muestras, leerlas sin destruir la información grabada y borrar las muestras por simple exposición a la luz ha sido estudiado ampliamente desde el punto de vista experimental [20 - 28] y ha mostrado funcionar de manera muy adecuada en varios materiales fotorrefractivos, usando diferentes contaminantes.

Capítulo 3

El modelo propuesto

El modelo que proponemos resulta en un sistema de cuatro ecuaciones diferenciales parciales acopladas que incluye la aparición de una nueva variable n_1 la cual no aparece en el modelo propuesto por Kukhtarev [6] que ha sido útil en la descripción del fenómeno fotorrefractivo de un fotón

Consideraremos el proceso de generación de "huecos". La población de "huecos" crece en el tiempo conforme se da la transición de la banda de valencia al nivel intermedio, es decir, de manera proporcional a la iluminación I_1 multiplicada por una sección eficaz de fotoionización s_1 más una constante de termoionización β_1 y a la cantidad de átomos disponibles, es decir, los que aún no han sido ionizados, de donde tenemos

$$\frac{\partial N^+}{\partial t} = \underbrace{(s_1 I_1 + \beta_1)}_{\text{Iluminación más termoionización}} \underbrace{(N - N^*)}_{N_0 \text{ vacantes}} + \dots$$

así mismo, dicha población de huecos, decrece con la recombinación del nivel intermedio la cual es proporcional al número por unidad de volumen de electrones presentes en este nivel n_1 y al número de "huecos" por unidad de volumen que pueden recibir a estos electrones

$$\frac{\partial N^+}{\partial t} = (s_1 I_1 + \beta_1) (N - N^*) - \underbrace{\gamma_1 n_1 N^+}_{\text{Recombinación NI-BV}} + \dots$$

y, finalmente, también decrece con la recombinación de electrones en la banda de conducción de manera proporcional a la población electrónica en esta banda y al número de huecos libres

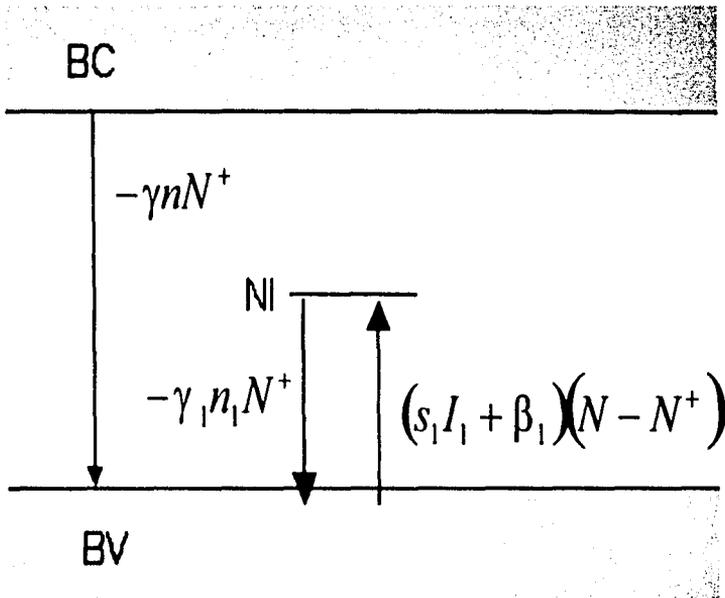


Figura 3 1 Esquema de los procesos que dan lugar a generación y desaparición de huecos.

$$\frac{\partial N^+}{\partial t} = (s_1 I_1 + \beta_1) (N - N^+) - \gamma_1 n_1 N^+ - \underbrace{\gamma n N^+}_{\text{Recombinación BC-BV}} \quad (3.1)$$

El segundo proceso en el que pondremos atención será el cambio de la población electrónica en el nivel intermedio. Esta crece con la ionización de la banda de valencia

$$\frac{\partial n_1}{\partial t} = \underbrace{(s_1 I_1 + \beta_1) (N - N^+)}_{\text{Ionización}} + \dots$$

y con la recombinación desde la banda de conducción, la cual es proporcional a la densidad de electrones presentes en esta banda por la densidad de estados disponibles en el nivel intermedio, de tal forma que

$$\frac{\partial n_1}{\partial t} = (s_1 I_1 + \beta_1) (N - N^+) + \underbrace{\gamma_2 n (n_0 - n_1)}_{\text{Recombinación BC-NI}} + \dots$$

la cantidad de electrones en el nivel intermedio decrece por recombinación a la banda de valencia la cual es proporcional al producto de la densidad de portadores presentes en el nivel que pueden recombinarse por la densidad de vacancias que pueden recibir estos electrones

$$\frac{\partial n_1}{\partial t} = (s_1 I_1 + \beta_1) (N - N^+) + \gamma_2 n (n_0 - n_1) - \underbrace{\gamma_1 n_1 N^+}_{\text{Recombinación NI-BV}} + \dots$$

así mismo decrece por excitación a la banda de conducción, la cual está dada por el producto de la sección eficaz de fotoionización multiplicado por la intensidad luminosa más una constante de termoionización β_2 , todo esto multiplicado por la densidad de portadores en este nivel

$$\frac{\partial n_1}{\partial t} = (s_1 I_1 + \beta_1) (N - N^+) + \gamma_2 n (n_0 - n_1) - \gamma_1 n_1 N^+ - \underbrace{(s_2 I_2 + \beta_2) n_1}_{\text{Ionización NI-BV}} \quad (3.2)$$

El tercer proceso que consideraremos es la evolución de los portadores en la banda de conducción. La densidad de electrones en la banda de conducción crece por fotoionización del nivel intermedio

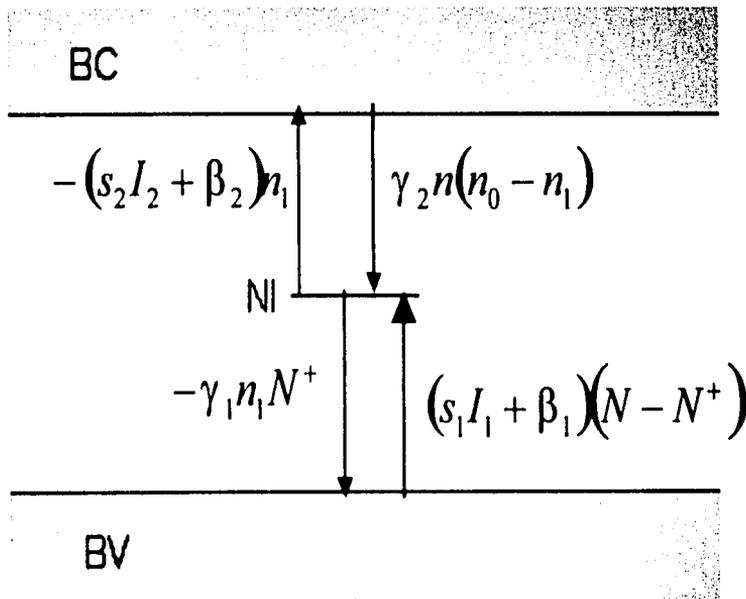


Figura 3 2: Esquema de los procesos que cambian la densidad de electrones en el nivel intermedio.

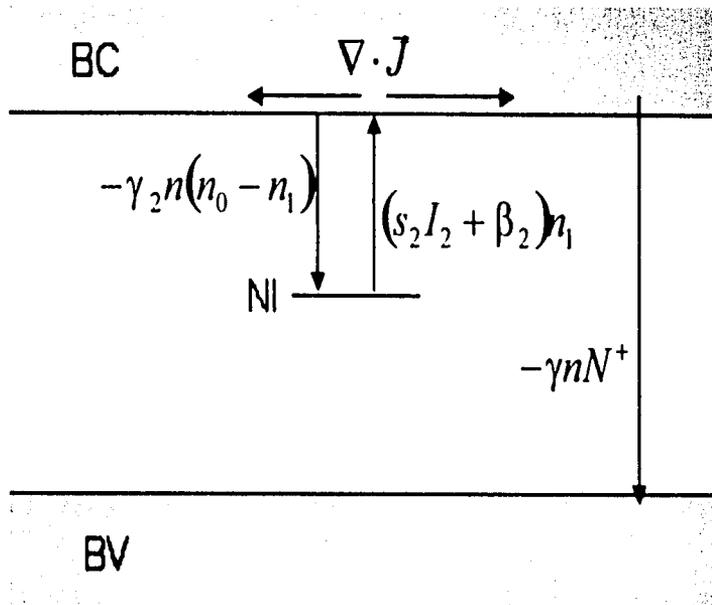


Figura 3.3 Esquema de los procesos que modifican la densidad de electrones en la banda de conducción.

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \underbrace{(s_2 I_2 + \beta_2) n_1}_{\text{ionización NI-BV}} + \dots$$

y por migración de portadores de otras regiones espaciales; como los electrones tienen carga negativa, la cantidad de electrones que entran por unidad de volumen por unidad de tiempo está dado por el inverso de la carga del electrón multiplicado por la divergencia del vector de densidad de corriente

$$\frac{\partial n}{\partial t} = (s_2 I_2 + \beta_2) n_1 + \underbrace{\frac{1}{e} \nabla \cdot \mathbf{J}}_{\text{Migración}} + \dots$$

en donde, el vector de densidad de corriente tiene diversas aportaciones: difusión $k_B T \mu \nabla (en)$, deriva $e n \mu \mathbf{E}$ y efecto fotovoltaico $\hat{e}_p (N^+ - N) I_2$. La población en la banda de conducción decrece por recombinación a la banda de valencia, la cual es proporcional al número de portadores que se pueden recombinar y al número de vacancias que los pueden "recibir"

$$\frac{\partial n}{\partial t} = (s_2 I_2 + \beta_2) n_1 + \frac{1}{e} \nabla \cdot \mathbf{J} - \underbrace{\gamma n N^+}_{\text{Recombinación BC-BV}} + \dots$$

y también decrece por recombinación al nivel intermedio, la cual es proporcional al número de electrones disponibles para recombinarse y al número de estados permitidos disponibles en el nivel intermedio para recibir electrones.

$$\frac{\partial n}{\partial t} = (s_2 I_2 + \beta_2) n_1 + \frac{1}{e} \nabla \cdot \mathbf{J} - \gamma n N^+ - \gamma_2 n (n_{01} - n_1). \quad (3.3)$$

Además de estas ecuaciones simplemente agreguemos la ley de Gauss.

$$\nabla \cdot (\epsilon \epsilon_0 \mathbf{E}) = e (N^+ - n - n_1 - N_A). \quad (3.4)$$

Capítulo 4

La solución lineal estacionaria

4.1 La solución de las ecuaciones

En el capítulo anterior se construyeron con todo detalle las ecuaciones que conforman el modelo que proponemos. Las ecuaciones son:

$$\frac{\partial N^+}{\partial t} = (s_1 I_1 + \beta_1) (N - N^+) - \gamma_1 n_1 N^+ - \gamma n N^+, \quad (4.1)$$

$$\frac{\partial n_1}{\partial t} = (s_1 I_1 + \beta_1) (N - N^+) + \gamma_2 n (n_{01} - n_1) - \gamma_1 n_1 N^+ - (s_2 I_2 + \beta_2) n_1, \quad (4.2)$$

$$\frac{\partial n}{\partial t} = (s_2 I_2 + \beta_2) n_1 + \frac{1}{e} \nabla \cdot \mathbf{J} - \gamma n N^+ - \gamma_2 n (n_{01} - n_1), \quad (4.3)$$

$$\nabla \cdot (\varepsilon \varepsilon_0 \mathbf{E}) = e (N^+ - n - n_1 - N_A), \quad (4.4)$$

en donde

$$\mathbf{J} = (eD \nabla n + e \mu n \mathbf{E} + \hat{e}_c p (N^+ - N) I_2). \quad (4.5)$$

Para hallar una solución en la aproximación lineal y estacionaria a este sistema de ecuaciones diferenciales se parte de que

$$kT \ll E_g \Rightarrow \beta_1, \beta_2 \approx 0$$

se usa la aproximación $N^+ \approx N_A$ y despreciando el término

$$n_{01} - n_1 \ll N_A,$$

imponiendo las condiciones

$$\begin{aligned} \frac{\partial N^+}{\partial t} &= 0, \\ \frac{\partial n_1}{\partial t} &= 0, \\ \frac{\partial n}{\partial t} &= 0, \end{aligned}$$

llegamos a

$$s_1 I_1 (N - N_A) - \gamma_1 n_1 N_A - \gamma n N_A = 0, \quad (4.6)$$

$$s_1 I_1 (N - N_A) + \gamma_2 n (n_{01} - n_1) - \gamma_1 n_1 N_A - s_2 I_2 n_1 = 0, \quad (4.7)$$

$$s_2 I_2 n_1 + \frac{1}{e} \nabla \cdot \mathbf{J} - \gamma n N_A - \gamma_2 n (n_{01} - n_1) = 0. \quad (4.8)$$

Si resolvemos el sistema formado por las ecuaciones (4.6) y (4.7) tenemos que

$$n = \frac{s_1 I_1 s_2 I_2 (N - N_A)}{\gamma N_A (s_2 I_2 + \gamma_1 N_A)} \quad (4.9)$$

y

$$n_1 = \frac{s_1 I_1 (N - N_A)}{s_2 I_2 + \gamma_1 N_A}. \quad (4.10)$$

De aquí es fácil demostrar que si despreciamos el efecto fotovoltaico y partimos de que las funciones sólo dependen de y , la ecuación (4.8) se reduce a

$$\frac{d}{dy} \left[D \frac{dn}{dy} + \mu n E \right] = 0, \quad (4.11)$$

notemos la semejanza con la ecuación (1.5), si integramos una vez obtenemos

$$E = \frac{J_0 - D \frac{dn}{dy}}{\mu n} \quad (4.12)$$

en donde J_0 nuevamente es la densidad de corriente debido al campo externo dado por

$$J_0 = \sigma E_0 \sqrt{1 - m^2},$$

en donde σ es la conductividad del material. Como n está dado por la ecuación (4.9) tenemos que el campo de carga espacial E_{sc} está dado por

$$E_{sc} = -\frac{D \frac{dn}{dy}}{\mu n}. \quad (4.13)$$

Usando la expresión anterior, combinada con la expresión para el efecto Pokels, podemos hallar la variación en el índice de refracción Δn_{tr} dada por

$$\Delta n_{tr} = \frac{1}{2} n_0 r_{ij} E_{sc}. \quad (4.14)$$

en donde n_0 es el índice de refracción del material antes de ser perturbado y r_{ij} es un elemento del tensor electroóptico r y lo llamaremos coeficiente electroóptico o simplemente r .

Una vez que ya tenemos una ecuación para el cambio en el índice de refracción podemos ocupar la expresión para la eficiencia de difracción

$$\eta = \sin^2 \left(\frac{\pi \Delta n_{tr}}{\lambda \cos \theta_B} L \right). \quad (4.15)$$

aquí λ es la longitud de onda de la luz que genera el patrón de interferencia, θ_B es el ángulo de Bragg y L es la anchura del material.

Tomemos pues un patrón de iluminación que varía de la siguiente manera

$$I_2 = I_0 [1 + m \cos(ky)]$$

recordemos que las funciones n , n_1 , E_{sc} y Δn_{tr} dependen de varios parámetros como son y , m , k , I_1 e I_0 , a continuación se presenta el análisis de las soluciones al modelo.

4.2 Análisis de las soluciones

En la sección anterior resolvimos las ecuaciones del modelo de transporte de banda para efecto fotorrefractivo de 2 fotones propuesto en el Capítulo 4; así mismo, hicimos el trabajo necesario para expresar, en términos de las soluciones, algunas variables físicas relacionadas con estas soluciones. En esta sección analizaremos las predicciones del modelo respecto a estas variables físicas y haremos una comparación con lo predicho por el modelo de Kukhtarev para el efecto fotorrefractivo de un fotón y con algunos resultados experimentales reportados, para los cálculos utilizaremos las constantes del material fotorrefractivo LiTaO_3 , debido a que es el material en que hay más experimentos reportados de efecto fotorrefractivo de dos fotones. En algunos casos las constantes fueron estimadas por las medidas para el modelo de Kukhtarev debido a que el nuevo modelo requiere constantes que aún no se han medido.

La densidad de electrones en la banda de conducción, n , es una de las variables que salen directamente del modelo, la gráfica de n se observa en la figura (4.1). Podemos ver una familia de curvas que siguen un patrón armónico, lo cual es de esperarse para el patrón de iluminación usado. Esta densidad electrónica es la que se alcanza, como ya sabemos, en el estado estacionario y toma en cuenta la excitación luminosa y la migración por difusión.

La densidad de electrones en el nivel intermedio, n_1 , es una nueva variable, la cual no se había considerado en el modelo de un fotón; la gráfica de esta variable se muestra en la figura (4.2). En esta figura se puede ver que esta variable también sigue un patrón de apariencia armónica, que sin embargo presenta oscilaciones relativas muy pequeñas, del orden de 10^{-5} , ya que el valor de n_1 tiene variaciones de 10^{15} , pero su valor promedio se encuentra cerca de 10^{20} . Cabe resaltar que éste es el comportamiento esperado para n_1 ya que la cantidad de electrones se debe mantener casi constante pues cada vez que se libera un estado en el nivel intermedio llega un electrón fotoexcitado de la banda de valencia o bien uno que se recombina de la banda de conducción. Las pequeñas variaciones son debidas a que se extraen electrones por fotoexcitación a la banda de valencia siguiendo la forma del patrón de iluminación.

La siguiente variable a analizar es el campo de carga espacial E_{sc} que está dado por la ecuación (4.13); éste se encuentra graficado en la figura (4.3). Observamos que para modulaciones pequeñas el campo oscila alrededor de

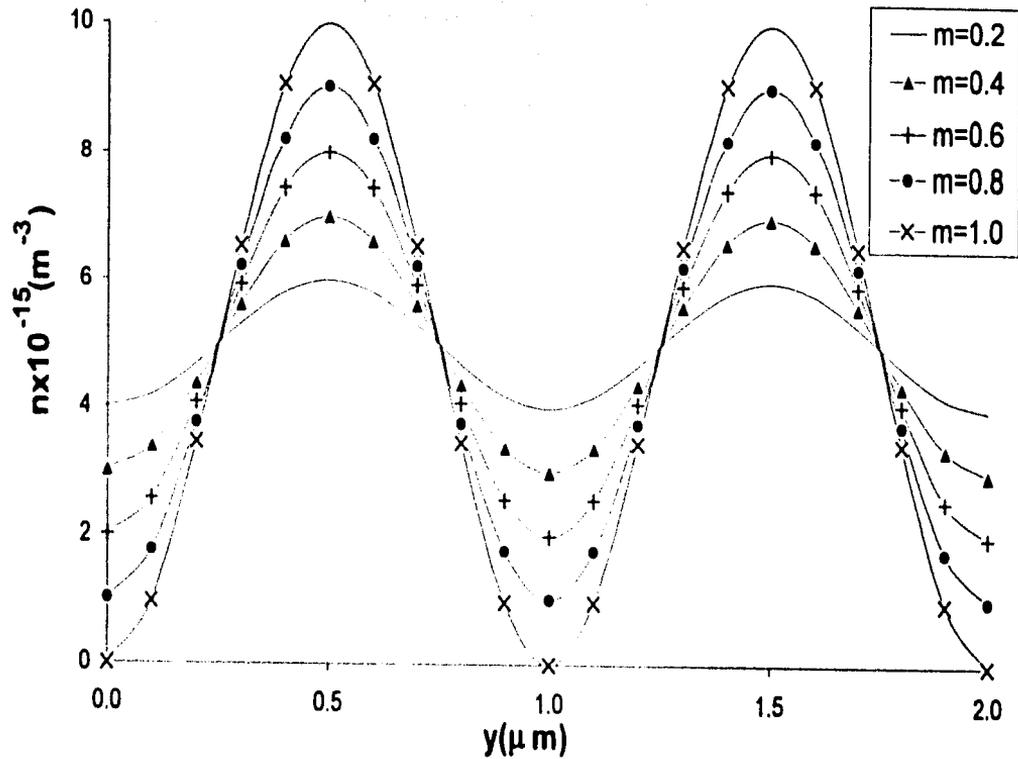


Figura 4.1: Gráfica de n como función de la variable espacial y . Se muestran las curvas para diferentes modulaciones.

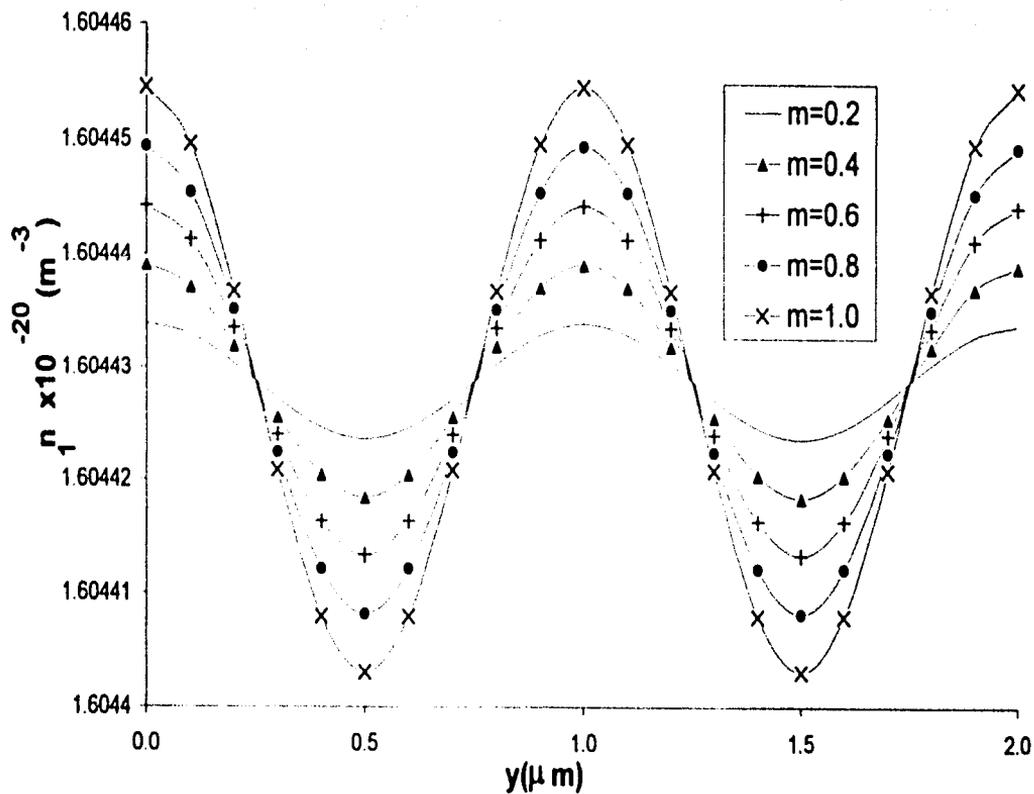


Figura 4.2: Gráfica de n_1 como función de la variable espacial y .
Se muestran las curvas para diferentes modulaciones

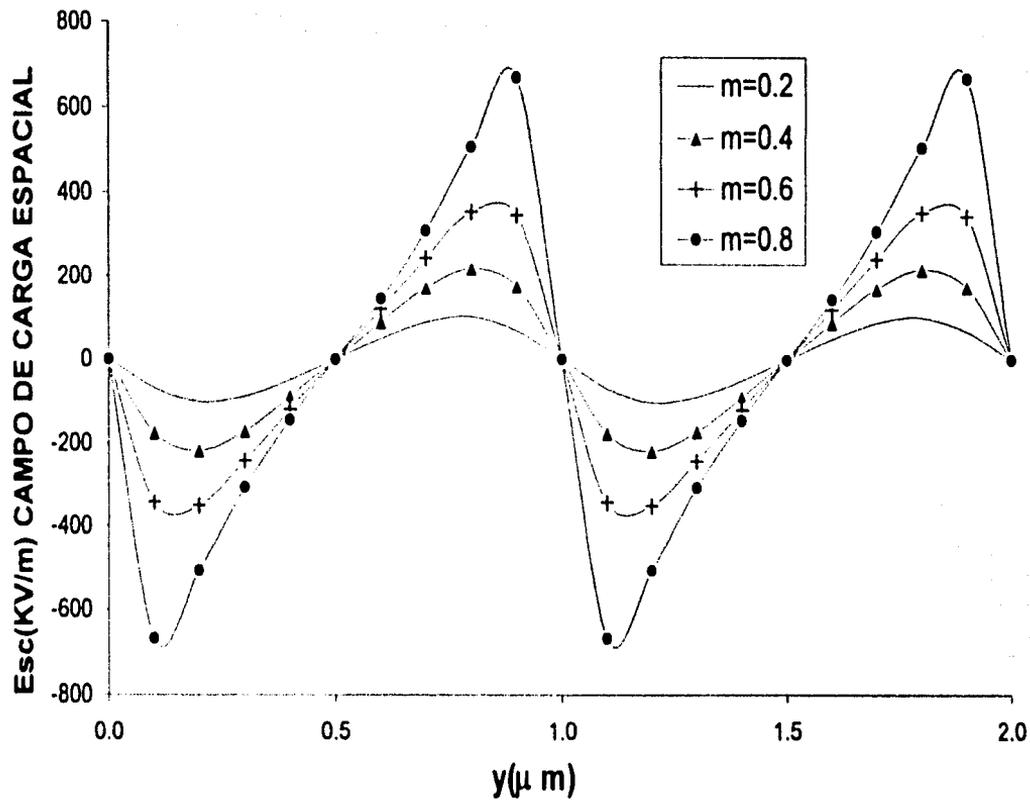


Figura 4.3 Campo de carga espacial E_{sc} como función de y .
Se muestran las curvas para diferentes modulaciones.

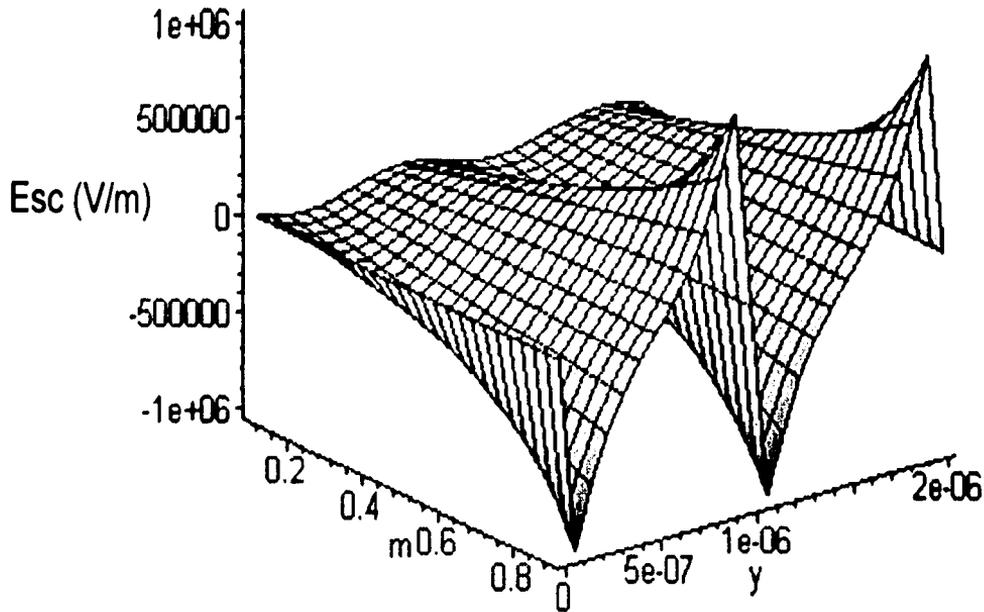


Figura 4.4. Campo de carga espacial como función de y y m .
El dominio comprende $[0, 2 \times 10^{-6}] \times [0, 0.8]$

cero de manera casi armónica, mientras que, entre mayor sea el valor de m , la curva se aleja más del comportamiento armónico. Para tener una mejor noción de cómo depende el campo de carga de la modulación, se incluye en la figura (4.4) la gráfica de E_{sc} como función de y y m . Observamos que el crecimiento de la amplitud de m no es lineal. Si la gráfica se continuara hasta $m = 1$ encontraríamos que la superficie se rompe.

Podemos ver que, a pesar de estar utilizando la solución a la aproximación lineal de las ecuaciones, se muestra el carácter no lineal del fenómeno para modulaciones grandes.

En la figura (4.5) vemos la dependencia de la amplitud del campo de carga espacial con la longitud del período del patrón de iluminación, podemos ver que el campo decrece con Λ . Esto es de esperarse debido a que habrá una mayor separación entre las regiones de carga positiva y negativa que se alternan debido a la densidad de carga generada por la migración de los electrones.

Otra variable que analizaremos es el cambio en el índice de refracción que está dado por la ecuación (4.14) en términos del campo de carga espacial. El cambio en el índice de refracción debido al efecto fotorrefractivo tiene una fuerte dependencia de la irradiancia del patrón de interferencia en cada punto. En la figura (4.6) se muestra la amplitud del cambio en el índice de refracción como función de la intensidad luminosa promedio del patrón de interferencia. Podemos observar que se presentan curvas crecientes con un comportamiento asintótico en infinito. Estas gráficas reproducen cualitativamente las observaciones experimentales reportadas en [26] y no varían por más de un factor 2 con respecto a los números reportados en estas mismas referencias; la solución que presentamos es buena ya que algunas de las constantes tienen valores solamente aproximadas debido a que no han sido medidas dado lo novedoso del modelo propuesto.

También presentamos en la figura (4.7) la gráfica del cambio en el índice de refracción como función de m . En esta gráfica se observa una curva creciente, que para modulaciones pequeñas ($m < 0.4$) muestra un comportamiento casi lineal pero que a modulaciones grandes presenta un comportamiento muy lejano a la linealidad. Como se esperaba, a mayor valor de la modulación corresponde una mayor perturbación del índice de refracción.

Para concluir, el análisis de las soluciones se presenta en la figura (4.8), la eficiencia de difracción en función de la intensidad máxima del patrón de interferencia. La eficiencia de difracción depende del cambio en el índice de refracción que a su vez es función del campo eléctrico que depende de la in-

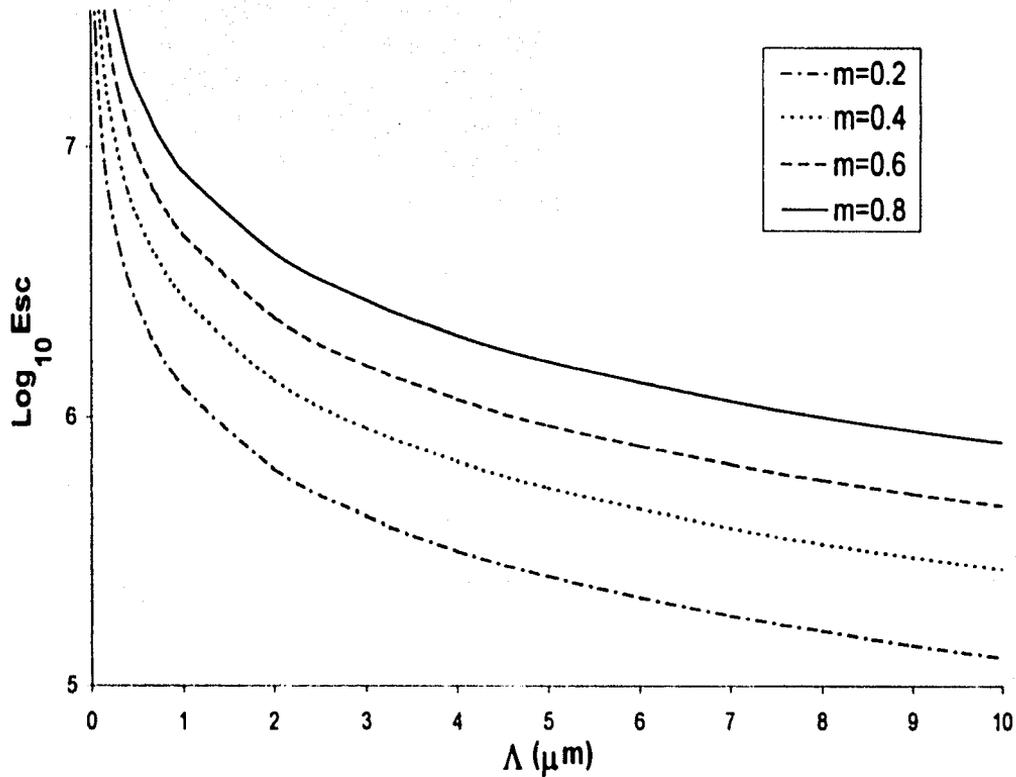


Figura 4 5: Se grafica el logaritmo base 10 de la amplitud del campo de carga espacial como función de la longitud Λ del periodo del patrón de iluminación.

REPOS CON
FOLIA DE ORO

hC

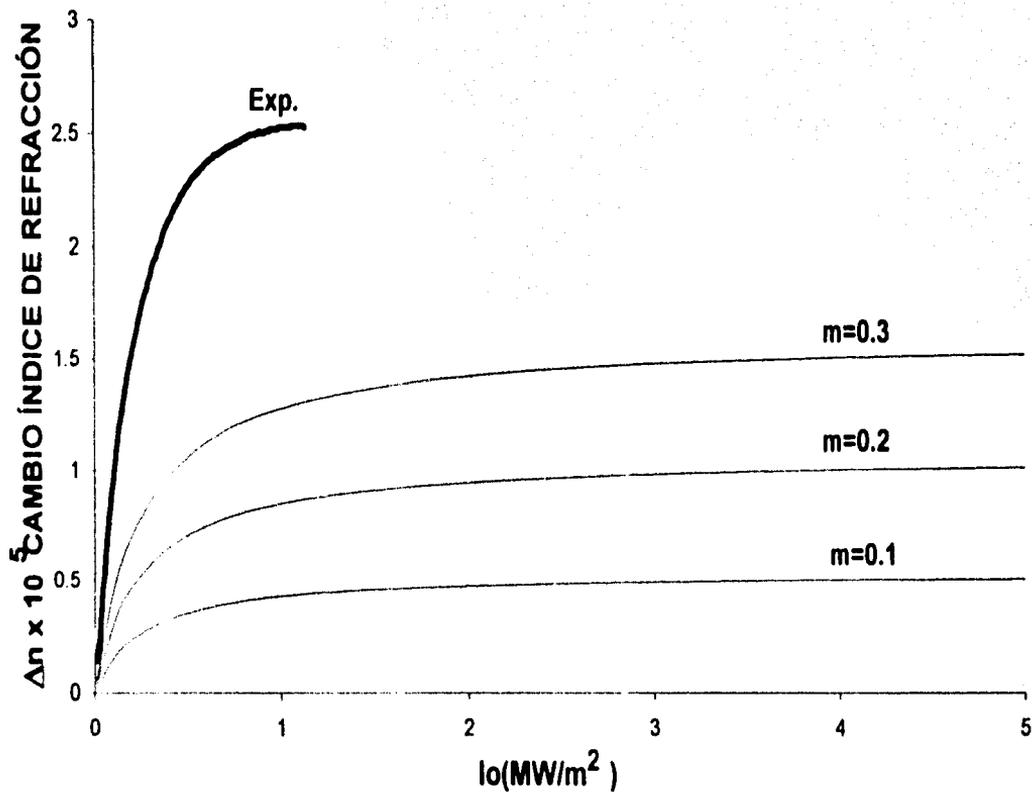


Figura 4.6: Gráfica del cambio en el índice de refracción como función de la intensidad luminosa.

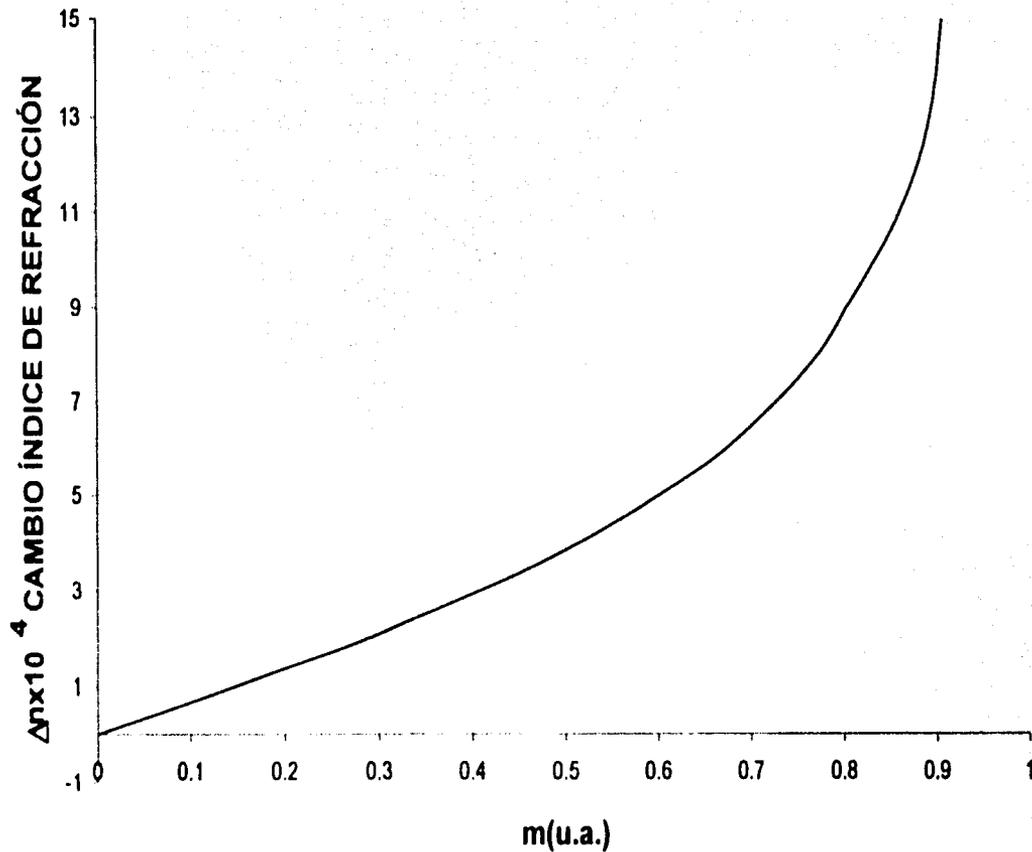


Figura 47 Gráfica del cambio en el índice de refracción como función de la modulación.

tensidad del patrón de interferencia. Es importante notar que experimentos sobre la eficiencia de difracción están reportados [23] y que la predicción de nuestro modelo es cualitativamente igual y los valores que adopta se encuentran muy cerca de los medidos.

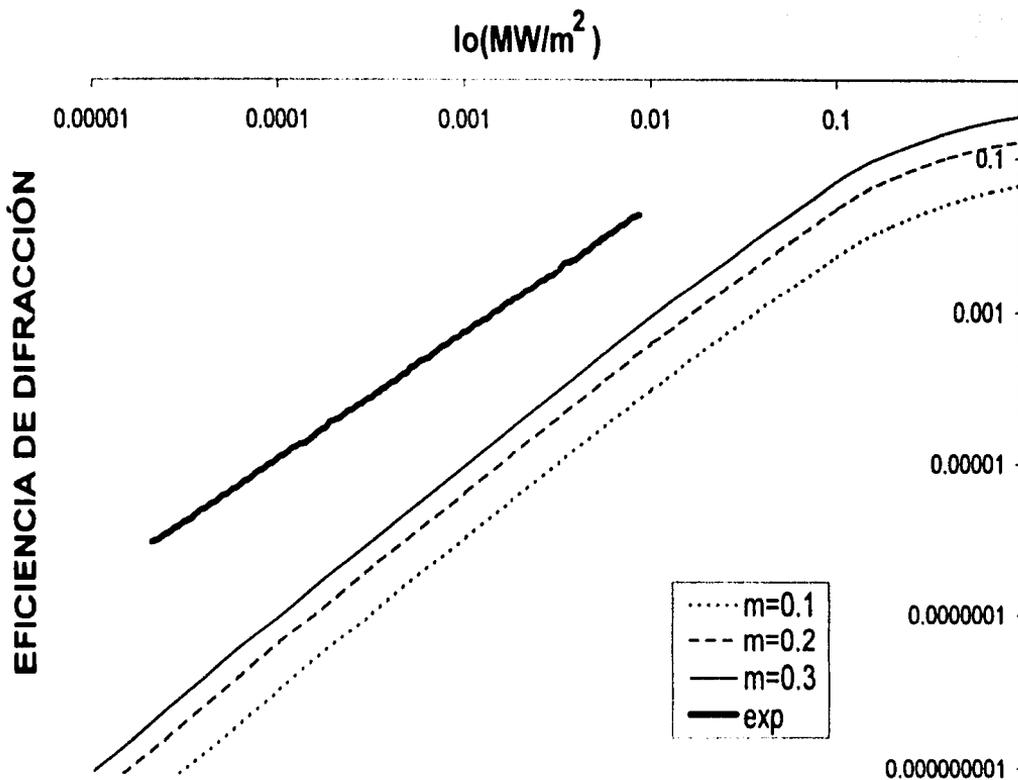


Figura 4.8 Gráfica de la eficiencia da difracción como función de la intensidad luminosa (escala Log-Log).

Capítulo 5

Conclusiones

El modelo de transporte de banda para el efecto fotorrefractivo de dos fotones planteado en este trabajo sigue el mismo esquema planteado por el grupo de Kukhtarev en 1977 [6] para la descripción del efecto fotorrefractivo típico de un fotón.

Se obtuvo y analizó la solución lineal estacionaria del modelo. En todas las variables que hemos analizado se encontró que el comportamiento es el esperado. Más aún, todas las variables predichas por nuestros cálculos que pudieron compararse con datos experimentales publicados presentaron una muy buena concordancia en su comportamiento.

Es importante señalar que aunque el análisis aquí presentado comprende algunas variables que son muy importantes como el cambio en el índice de refracción Δn_r , o la eficiencia de difracción η , el modelo todavía se encuentra lejos de estar agotado debido a que quedan una buena cantidad de variables relevantes por analizar con la solución completa al modelo por medio del uso de métodos numéricos el cual aportará información más precisa incluso en el estado estacionario, particularmente para los casos no lineales, además de aportar información sobre la evolución dinámica del sistema.

Finalmente, el modelo aquí propuesto predice correctamente el comportamiento observado en los experimentos reportados en la literatura; es claro que el modelo sigue presentando retos, ya que una gran parte de su poder predictivo está aún por ser explorado, es aquí donde yace la importancia del modelo.

Bibliografía

- [1] F. Chen. Optically induced change of refractive indices in LiNbO₃ and LiTaO₃. *J. Appl. Phys.* **40**, 3389 (1969)
- [2] A.M. Glass. The Photorefractive Effect. *Opt. Eng.* **17** 470 (1978).
- [3] F. Chen, J. LaMaccita and D. Fraser. Holographic storage in lithium niobate. *Appl. Phys. Lett.* **13**, 223 (1968)
- [4] Y. Yang, K. Buse, D. Psaltis. Photorefractive recording in LiNbO₃:Mn. *Opt. Lett.* **27**, 158 (2002)
- [5] J. Feinberg, D. Heiman, A. Tanguay and W. Hellwarth. Photorefractive effects and light-induced charge migration in barium titanate. *J. Appl. Phys.* **51**,1297 (1966)
- [6] N. Kukhtarev, V. Markov, S. Odulov, M. Soskin and V. Vinetskii. *Ferroelectrics.* **22**, 949 (1979)
- [7] Ping Xie. Origin of temporal fluctuation in the photorefractive effect. *J. Opt. Soc. Am. B* **18**, 479-484 (2001)
- [8] J. G. Murillo, L. F. Magaña, M. Carrascosa, F. Agulló-López. Temporal evolution of the physical response during photorefractive grating formation and erasure for BSO. *J. Appl. Phys.* **78**, 5686 (1995)
- [9] María Aguilar, M. Carrascosa, F. Agulló-López, L. F. Magaña, L. Solymar. Short time photorefractive recording in multiple quantum wells: longitudinal geometry. *J. Optical. Soc. Am. B.* **13**, 2630 (1996).
- [10] A. Ashkin, G. Boyd, J. Dziedzic, R. Smith, A. Ballman, J. Levinstein K. Nassau. Optically-induced refractive index inhomogeneities in LiNbO₃ and LiTaO₃ *Appl. Phys. Lett.* **9**, 72 (1966)

- [11] F.S. Chen. A Laser-induced inhomogeneity of refractive indices in KNT. *J Appl. Phys.* **38**, 3418 (1967)
- [12] L. d'Auria, J. Huignard and E. Spitz. Holographic read-write memory enhancement by 3-D storage. *Appl. Opt.* **13**, 803 (1974)
- [13] S. Ducharme, J. Scott, R. Tweig and W. Moerner. Observation of the photorefractive effect in a polymer. *Phys. Rev. Lett.* **66**, 1846 (1991)
- [14] Y. Zang, Y. Cui and P. Prasad. Observation of photorefractivity in fullerene-doped polymer composite. *Phys Rev. B.* **46**, 9900 (1992)
- [15] Jarem J. Banerjee P., Exact, dynamical analysis of the Kuktarev equations in photorefractive barium titanate. *J.Opt. Soc. Am. A* **13**, 819 (1996)
- [16] G.C. Valley, M.B. Klein, Optical properties of photorefractive materials for optical data processing. *Opt. Eng.* **22**, 704 (1983)
- [17] J. Murillo, L. Magaña, M. Carrascosa and F. Agulló-López. Effects of light modulation on grating phase shifts in photorefractive recording. *Opt. Commun.* **139**, 81 (1997)
- [18] I. Casar, L. F. Magaña, M. Carrascosa and F. Agulló-López. Calculation of beam gain and fringe bending under electric fields and strong modulations. *Phys. Rev. B.* **58**, 9591 (1998).
- [19] L. Paraschis, M. Bashaw, A. Liu and L. Hesselink. Resonant two-photon process for nonvolatile holography in photorefractive crystals under continuous-wave illumination. *J. Opt. Soc. Am. B.* **14**, 2670 (1997)
- [20] Y. Bai, R. Neurgaonkar and R. Kachru. High-efficiency nonvolatile holographic storage with two-step recording in praseodymium-doped lithium niobate by use of continuous wave lasers. *Opt. Lett.* **22**, 334 (1997)
- [21] S. Kostrinskii, D. Maring, R. Tavlykaev and R. Ramaswamy. Self-gated two-photon photorefractive effect induced by light upconversion in Er-doped LiTaO₃. *Appl. Opt.* **39**, 4292 (2000)
- [22] D. Lande, S. Orlov and L. Hesselink. Two-photon apodization in lithium niobate. *Opt. Lett.* **23**, 1399 (1998)

- [23] H. Gunther, G. Wittmann, R. Macfarlane and R. Neurgaonkar. Intensity dependence and white light gating of two-color photorefractive gratings in LiNbO₃. *Opt. Lett.* **22**, 1305 (1997)
- [24] Y. Bai and R. Kachru. Nonvolatile Holographic storage with two step recording in lithium niobate using cw lasers. *Phys. Rev. Lett.* **78**, 2944 (1997)
- [25] K. Buse, L. Holtmann and E. Krätzig. Activation of BaTiO₃ for infrared holographic recording. *Opt. Commun.* **85**, 183 (1991)
- [26] H. Vormann and E. Krätzig. Two step excitation in LiTaO₃:Fe for optical data storage. *Sol. Stat. Commun.* **49**, 843 (1984)
- [27] D. von der Linde, A. Glass and K. Rodgers. Multiphoton photorefractive process for optical storage in LiNbO₃. *Appl. Phys. Lett.* **25**, 155 (1974)
- [28] D. von der Linde, A. Glass and K. Rodgers. High-sensitivity optical recording in KTN by two-photon absorption. *Appl. Phys. Lett.* **26**, 22 (1975)
- [29] P. Refregier, L. Solymar, H. Rajbenbach and J. Hugiard. Two beam coupling in photorefractive Bi₁₂SiO₂₀ crystals with moving grating: Theory and experiments. *J. Appl. Phys.* **58**(1), 45 (1985)

Apéndice A

Tabla de constantes

Constant	Value	
s_1	$1.06 \times 10^{-6} \text{m}^2$	estimada
s_2	$1.06 \times 10^{-6} \text{m}^2$	estimada
I_0	$5 \times 10^6 \text{W} \cdot \text{m}^{-2}$	típica [24]
I_1	$5 \times 10^6 \text{W} \cdot \text{m}^{-2}$	típica [24]
N	10^{25}m^{-3}	típica [17]
N_A	10^{22}m^{-3}	típica [17]
γ_1	$3.3 \times 10^{-17} \text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$	estimada
γ_2	$3.3 \times 10^{-17} \text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$	estimada
γ	$1.65 \times 10^{-17} \text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$	[29]
k	$2\pi/\Lambda$	típica
μ	$3 \times 10^{-6} \text{m}^2 \cdot \text{V}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$	[29, 17]
D	$2.4 \times 10^{-2} \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$	$= k_B T \mu / e$
β_1	0	típica
β_2	0	típica
Λ	10^{-6}m	típica