



# UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

FACULTAD DE INGENIERIA

"TEORIA DE LA CONFIABILIDAD APLICADA AL DISEÑO DE OBRAS DE DESVIO EN PRESAS"

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TITULO DE:

INGENIERO CIVIL

P R E S E N T A:

FRANCISCO JAVIER LOPEZ FERRER

DIRECTOR DE TESIS:

DR. HUMBERTO MARENGO MOGOLLON



MEXICO. D. F.

1999

TESIS CON FALLA DE ORIGEN



Universidad Nacional  
Autónoma de México



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.



UNIVERSIDAD NACIONAL  
AUTÓNOMA DE  
MÉXICO

FACULTAD DE INGENIERIA  
DIRECCION  
60-1-120/95

Señor  
**FRANCISCO JAVIER LOPEZ FERRER**  
Presente.

En atención a su solicitud me es grato hacer de su conocimiento el tema que propuso el profesor **DR. HUMBERTO MARENGO MOGOLLON**, que aprobó esta Dirección, para que lo desarrolle usted como tesis de su examen profesional de **INGENIERO CIVIL**.

**"TEORIA DE LA CONFIABILIDAD APLICADA AL DISEÑO DE OBRAS DE DESVIO EN PRESAS"**

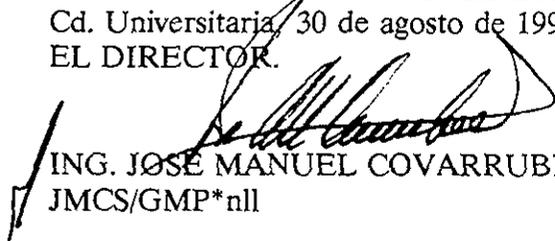
**INTRODUCCION**

- I. ASPECTOS HIDROLOGICOS**
- II. ASPECTOS HIDRAULICOS**
- III. APLICACION DE UN CASO PRACTICO: PROYECTO HIDROELECTRICO AGUAMILPA**
- IV. CONCLUSIONES**

Ruego a usted cumplir con la disposición de la Dirección General de la Administración Escolar en el sentido de que se imprima en lugar visible de cada ejemplar de la tesis el título de ésta.

Asimismo le recuerdo que la Ley de Profesiones estipula que deberá prestar servicio social durante un tiempo mínimo de seis meses como requisito para sustentar Examen Profesional.

Atentamente  
"POR MI RAZA HABLARA EL ESPIRITU"  
Cd. Universitaria, 30 de agosto de 1995  
EL DIRECTOR.

  
ING. JOSÉ MANUEL COVARRUBIAS SOLIS  
JMCS/GMP\*nl1

A mi padre; hombre que ha entregado su vida a su familia sin recibir a cambio todas las satisfacciones que se merece y para quien lo único que tengo es una gran admiración por su devoción al trabajo y una profunda gratitud por haberme mostrado el camino para amar y conocer a Dios así como por toda la ayuda recibida en los momentos más difíciles de mi vida. Eres un ejemplo a seguir.

A mi madre; quien en su sencillez tiene su grandeza y de la que solo he recibido amor, atenciones y cuidados; gracias por tener esa capacidad inagotable de dar cariño que no se conforma con haberme hecho tan feliz solamente a mí, sino a toda tu familia. Te llevo siempre muy dentro de mi corazón.

A Claudia; por el apoyo recibido no solo para la realización de éste trabajo sino a lo largo de todo el tiempo que hemos compartido, gracias por tu paciencia, por tu amor y por hacer que valga la pena recorrer el nada fácil camino de la vida diaria. Siempre tendrás mi respeto y admiración.

A mis hijos; Pablo y el que está por llegar, que son la felicidad más grande que un hombre puede experimentar y que con su manera diaria de conocer el mundo ponen en mi corazón una luz de alegría que solo se puede pagar con el inmenso amor que siento por ellos.

A mi hermano; con quien he compartido toda una vida de alegrías, gracias por estar a mi lado y mi respeto por tus logros académicos. Siempre puedes contar conmigo.

Al Dr. Humberto Marengo Mogollón; mi agradecimiento por su ayuda e interés en la realización de éste trabajo y mi admiración por sus aportaciones a la Ingeniería que han contribuido de manera sobresaliente al desarrollo de México.

Al Ingeniero Jorge Rosette Muñoz; por la oportunidad recibida y por haberme enseñado a disfrutar y valorar el trabajo.

Al Ingeniero Gustavo Melo Fernández; quien con sus consejos, me hizo ver la vida de otra manera y ser un mejor hombre.

# TEORIA DE LA CONFIABILIDAD APLICADA AL DISEÑO DE OBRAS DE DESVIO EN PRESAS

## INDICE

I INTRODUCCION	1
I.1 Generalidades	1
I.2 Descripción de las obras de desvío	4
I.2.1 Régimen de escurrimiento	5
I.2.2 Magnitud y frecuencia de las avenidas	7
I.2.3 Métodos de desvío	8
I.2.3.1 Desvío por medio de túneles	9
I.2.3.2 Desvío por medio de conductos	11
I.2.3.3 Canal provisional de desvío en las presas de tierra	12
I.2.3.4 Desvío por etapas en las presas de concreto	13
I.2.3.5 Ataguías	13
I.2.4 Tipo de cortina por construir	14
I.2.5 Tiempo que dura la construcción	14
I.2.6 Condiciones del sitio	15
I.2.7 Características y localización del resto de las estructuras hidráulicas que forman la presa	15
I.3 Consecuencias de falla	15
II ASPECTOS HIDROLOGICOS	18
II.1 Relación lluvia-escurrimiento	18
II.2 Criterios para el cálculo de avenidas de diseño	19
II.2.1 Criterios empíricos	20
II.2.2 Criterios hidrometeorológicos	20
II.2.3 Criterios estadísticos	21
II.3 Período de retorno	24
III ASPECTOS HIDRAULICOS	27
III.1 Introducción	27
III.1.1 Información general	30
III.1.2 Determinación de la avenida de diseño para la obra de desvío	30

III.1.3 Dimensionamiento de los conductos y ataguías	30
III.2 Criterio usual para el diseño de obras de desvío	31
III.2.1 Funcionamiento hidráulico de los túneles como tubo lleno	32
III.2.2 Funcionamiento hidráulico de los túneles como canal	41
III.3 Criterio propuesto ( Teoría de la confiabilidad )	43
III.3.1 Aplicación del método del segundo momento a túneles de desvío	46
III.3.2 Aplicación del método de Monte Carlo	49
 IV APLICACION DE UN CASO PRACTICO: PROYECTO HIDROELECTRICO AGUAMILPA	 52
IV.1 Introducción	52
IV.2 Información general del Proyecto Hidroeléctrico Aguamilpa	52
IV.3 Determinación de la avenida de diseño para la obra de desvío del Proyecto Hidroeléctrico Aguamilpa	53
IV.4 Dimensionamiento de los conductos y ataguías del Proyecto Hidroeléctrico Aguamilpa por el método determinístico	55
IV.4.1 Desvío del río por medio de 2 túneles	56
IV.4.1.1 Funcionamiento de 2 túneles como tubo lleno	56
IV.4.1.2 Funcionamiento de 2 túneles como canal	66
IV.4.1.3 Curvas elevaciones-gastos de la obra de desvío para 2 túneles	76
IV.4.2 Desvío del río por medio de 3 túneles	79
IV.4.2.1 Funcionamiento de 3 túneles como tubo lleno	79
IV.4.2.2 Funcionamiento de 3 túneles como canal	86
IV.4.2.3 Curvas elevaciones-gastos de la obra de desvío para 3 túneles	93
IV.4.3 Resultados del tránsito de la avenida de diseño	
IV.4.4 Evaluación económica de las alternativas analizadas	96
IV.5 Ecuación de comportamiento para la la obra de desvío del Proyecto Hidroeléctrico Aguamilpa	100
IV.5.1 Solución por el método del segundo momento al caso del Proyecto Hidroeléctrico Aguamilpa	104
IV.5.2 Aplicación del método de Monte Carlo al caso del Proyecto Hidroeléctrico Aguamilpa	121
IV.5.2.1 Resultados del método de Monte Carlo	121
IV.6 Comparación de resultados	134
 V CONCLUSIONES	 135

APENDICE A VALORES DE LOS COEFICIENTES PARA EVALUAR LAS PERDIDAS EN UNA CONDUCCION	141
A.1 Pérdidas por contracción	141
A.2 Pérdidas por cambio de dirección	142
A.3 Pérdidas por ranuras	142
A.4 Pérdidas por entrada	142
APENDICE B TEORIA DE LA CONFIABILIDAD	143
B.1 Formulación general del problema de confiabilidad	143
B.2 Formulación general del método del segundo momento	148
APENDICE C DISTRIBUCION NORMAL EQUIVALENTE	158
C.1 Método general	158
APENDICE D TRANSITO DE LA AVENIDA DE DISEÑO POR LOS TUNELES DE DESVIO	160
D.1 Opción: 2 túneles, sección 13 x 13	160
D.2 Opción: 2 túneles, sección 14 x 14	162
D.3 Opción: 2 túneles, sección 15 x 15	164
D.4 Opción: 2 túneles, sección 16 x 16	166
D.5 Opción: 2 túneles, sección 17 x 17	168
D.6 Opción: 3 túneles, sección 13 x 13	170
D.7 Opción: 3 túneles, sección 15 x 15	172
D.8 Opción: 3 túneles, sección 17 x 17	174
Bibliografía	176

## FIGURAS

Figura I.1.	Método frontal	10
Figura I.2.	Método lateral	10
Figura I.3.	Ubicación del tapón y de la sección de cierre definitivo	10
Figura III.1.	Esquema de ataguías y túnel de desvío	29
Figura III.2.	Esquema común de la obra de desvío para presas de materiales sueltos	31
Figura III.3.	Corte esquemático de una obra de desvío	33
Figura III.4.	Corte esquemático de una sección herradura	34
Figura III.5.	Rango de utilización para $y_p/d$	38
Figura III.6.	Túnel trabajando como canal	41
Figura III.7.	Generación de números aleatorios con distribución de probabilidades no uniforme	50
Figura IV.1.	Curva elevaciones-capacidades del vaso	95
Figura IV.2.	Gráfica costo túneles, costo ataguías y costo total vs. sección	99
Figura IV.3.	Probabilidad de no falla para cada una de las simulaciones vs. elevación de ataguía. Sección 14 x 14 (B=7.35)	129
Figura IV.4.	Probabilidad de no falla para cada una de las simulaciones vs. elevación de ataguía. Sección 15 x 15 (B=7.875)	129
Figura IV.5.	Probabilidad de no falla para cada una de las simulaciones vs. elevación de ataguía. Sección 16 x 16 (B=8.40)	130
Figura IV.6.	Probabilidad de no falla para cada una de las simulaciones vs. elevación de ataguía. Sección 17 x 17 (B=9.25)	130
Figura IV.7.	Probabilidad de no falla para cada una de las simulaciones vs. elevación de ataguía. Sección 18 x 18 (B=9.45)	131
Figura A.1.	Valores del coeficiente de pérdidas por contracción	141
Figura B.1.	Funciones de densidad de probabilidad de $f_x(x)$ y $f_y(y)$	144
Figura B.2.	Efecto de la posición relativa entre las funciones de probabilidad	145
Figura B.3.	Efecto de la dispersión en $f_x(x)$ y $f_y(y)$	145
Figura B.4.	Función de densidad de probabilidad de G	147
Figura B.5.	Espacio de las variables reducidas $X'$ y $Y'$	149

## TABLAS

Tabla II.1	Límites teóricos de confianza para el 68 por ciento de los períodos de retorno de 50, 100 y 500 años	23
Tabla III.1	Tabla guía para la evaluación económica de las alternativas de desvío	32
Tabla IV.1.	Gastos máximos anuales registrados en el río Santiago para el proyecto Aguamilpa	54
Tabla IV.2.	Errores cuadráticos para diferentes distribuciones de probabilidad al realizar el ajuste de los gastos máximos históricos	54
Tabla IV.3.	Gastos máximos asociados a distintos períodos de retorno evaluados con la distribución Doble Gumbel	55
Tabla IV.4.	Geometría propuesta para la opción de desvío con 2 túneles	56
Tabla IV.5.	Area hidráulica, diámetro equivalente, perímetro mojado y radio hidráulico para las secciones analizadas	57
Tabla IV.6.	Valores del coeficiente de pérdida por cambio de dirección $K_c$ en curvas 1	59
Tabla IV.7.	Valores del coeficiente de pérdida por cambio de dirección $K_c$ en curvas 2	59
Tabla IV.8.	Resumen de pérdidas a considerar en los túneles. (Desvío con 2 túneles)	60
Tabla IV.9.	Valores de los coeficientes $\alpha$ , $\beta_1$ , $\beta_2$ . (Desvío con 2 túneles)	63
Tabla IV.10.	Distribución de gastos y elevación del embalse con túneles trabajando como tubo lleno. Sección 13 x 13 (Desvío con 2 túneles)	64
Tabla IV.11.	Distribución de gastos y elevación del embalse con túneles trabajando como tubo lleno. Sección 14 x 14 (Desvío con 2 túneles)	64
Tabla IV.12.	Distribución de gastos y elevación del embalse con túneles trabajando como tubo lleno. Sección 15 x 15 (Desvío con 2 túneles)	65
Tabla IV.13.	Distribución de gastos y elevación del embalse con túneles trabajando como tubo lleno. Sección 16 x 16 (Desvío con 2 túneles)	65
Tabla IV.14.	Distribución de gastos y elevación del embalse con túneles trabajando como tubo lleno. Sección 17 x 17(Desvío con 2 túneles)	66
Tabla IV.15.	Tirante crítico y normal, velocidad, carga de velocidad y elevación en el embalse para diferentes gastos en túnel 1 trabajando como canal. Sección 13 x 13 (Desvío con 2 túneles)	67
Tabla IV.16.	Tirante crítico y normal, velocidad, carga de velocidad y elevación en el embalse para diferentes gastos en túnel 1 trabajando como canal. Sección 14 x 14 (Desvío con 2 túneles)	67
Tabla IV.17.	Tirante crítico y normal, velocidad, carga de velocidad y elevación en el embalse para diferentes gastos en túnel 1 trabajando como canal. Sección 15 x 15 (Desvío con 2 túneles)	68
Tabla IV.18.	Tirante crítico y normal, velocidad, carga de velocidad y elevación en el embalse para diferentes gastos en túnel 1 trabajando como canal. Sección 16 x 16 (Desvío con 2 túneles)	68
Tabla IV.19.	Tirante crítico y normal, velocidad, carga de velocidad y elevación en el embalse para diferentes gastos en túnel 1 trabajando como canal. Sección 17 x 17 (Desvío con 2 túneles)	68
Tabla IV.20.	Tirante crítico y normal, velocidad, carga de velocidad y elevación en el embalse para diferentes gastos en túnel 2 trabajando como canal. Sección 13 x 13 (Desvío con 2 túneles)	69

Tabla IV.21.	Tirante crítico y normal, velocidad, carga de velocidad y elevación en el embalse para diferentes gastos en túnel 2 trabajando como canal. Sección 14 x 14 (Desvío con 2 túneles)	69
Tabla IV.22.	Tirante crítico y normal, velocidad, carga de velocidad y elevación en el embalse para diferentes gastos en túnel 2 trabajando como canal. Sección 15 x 15 (Desvío con 2 túneles)	70
Tabla IV.23.	Tirante crítico y normal, velocidad, carga de velocidad y elevación en el embalse para diferentes gastos en túnel 2 trabajando como canal. Sección 16 x 16 (Desvío con 2 túneles)	70
Tabla IV.24.	Tirante crítico y normal, velocidad, carga de velocidad y elevación en el embalse para diferentes gastos en túnel 2 trabajando como canal. Sección 17 x 17 (Desvío con 2 túneles)	71
Tabla IV.25.	Distribución de gastos y elevación en el embalse para túneles trabajando en forma conjunta como canal. Sección 13 x 13 (Desvío con 2 túneles)	73
Tabla IV.26.	Distribución de gastos y elevación en el embalse para túneles trabajando en forma conjunta como canal. Sección 14 x 14 (Desvío con 2 túneles)	73
Tabla IV.27.	Distribución de gastos y elevación en el embalse para túneles trabajando en forma conjunta como canal. Sección 15 x 15 (Desvío con 2 túneles)	74
Tabla IV.28.	Distribución de gastos y elevación en el embalse para túneles trabajando en forma conjunta como canal. Sección 16 x 16 (Desvío con 2 túneles)	74
Tabla IV.29.	Distribución de gastos y elevación en el embalse para túneles trabajando en forma conjunta como canal. Sección 17 x 17 (Desvío con 2 túneles)	75
Tabla IV.30.	Curva elevaciones del embalse-gastos de salida por los túneles de la obra de desvío. Sección 13 x 13 (Desvío con 2 túneles)	76
Tabla IV.31.	Curva elevaciones del embalse-gastos de salida por los túneles de la obra de desvío. Sección 14 x 14 (Desvío con 2 túneles)	77
Tabla IV.32.	Curva elevaciones del embalse-gastos de salida por los túneles de la obra de desvío. Sección 15 x 15 (Desvío con 2 túneles)	77
Tabla IV.33.	Curva elevaciones del embalse-gastos de salida por los túneles de la obra de desvío. Sección 16 x 16 (Desvío con 2 túneles)	78
Tabla IV.34.	Curva elevaciones del embalse-gastos de salida por los túneles de la obra de desvío. Sección 17 x 17 (Desvío con 2 túneles)	78
Tabla IV.35.	Geometría propuesta para la opción de desvío con 3 túneles. Túnel 1 por margen izquierda y túneles 2 y 3 por margen derecha	79
Tabla IV.36.	Área hidráulica, diámetro equivalente, perímetro mojado y radio hidráulico para las secciones analizadas	80
Tabla IV.37.	Valores del coeficiente de pérdida por cambio de dirección $K_c$ en curvas 1 (Desvío con 3 túneles)	82
Tabla IV.38.	Valores del coeficiente de pérdida por cambio de dirección $K_c$ en curvas 2 (Desvío con 3 túneles)	82
Tabla IV.39.	Resumen de pérdidas a considerar en los túneles. (Desvío con 3 túneles)	83
Tabla IV.40.	Valores de los coeficientes $\alpha$ , $\beta_1$ , $\beta_2$ , $\beta_3$ (Desvío con 3 túneles)	85
Tabla IV.41.	Distribución de gastos y elevación del embalse para túneles trabajando como tubo lleno. Sección 13 x 13 (Desvío con 3 túneles)	86
Tabla IV.42.	Distribución de gastos y elevación del embalse con túneles trabajando como tubo lleno. Sección 15 x 15 (Desvío con 3 túneles)	86

Tabla IV.43.	Distribución de gastos y elevación del embalse con túneles trabajando como tubo lleno. Sección 17 x 17 (Desvío con 3 túneles)	86
Tabla IV.44.	Tirante crítico y normal, velocidad, carga de velocidad y elevación en el embalse para diferentes gastos en túnel 1 trabajando como canal. Sección 13 x 13 (Desvío con 3 túneles)	87
Tabla IV.45.	Tirante crítico y normal, velocidad, carga de velocidad y elevación en el embalse para diferentes gastos en túnel 1 trabajando como canal. Sección 15 x 15 (Desvío con 3 túneles)	87
Tabla IV.46.	Tirante crítico y normal, velocidad, carga de velocidad y elevación en el embalse para diferentes gastos en túnel 1 trabajando como canal. Sección 17 x 17 (Desvío con 3 túneles)	87
Tabla IV.47.	Tirante crítico y normal, velocidad, carga de velocidad y elevación en el embalse para diferentes gastos en túnel 2 trabajando como canal. Sección 13 x 13 (Desvío con 3 túneles)	88
Tabla IV.48.	Tirante crítico y normal, velocidad, carga de velocidad y elevación en el embalse para diferentes gastos en túnel 2 trabajando como canal. Sección 15 x 15 (Desvío con 3 túneles)	88
Tabla IV.49.	Tirante crítico y normal, velocidad, carga de velocidad y elevación en el embalse para diferentes gastos en túnel 2 trabajando como canal. Sección 17 x 17 (Desvío con 3 túneles)	88
Tabla IV.50.	Tirante crítico y normal, velocidad, carga de velocidad y elevación en el embalse para diferentes gastos en túnel 3 trabajando como canal. Sección 13 x 13 (Desvío con 3 túneles)	89
Tabla IV.51.	Tirante crítico y normal, velocidad, carga de velocidad y elevación en el embalse para diferentes gastos en túnel 3 trabajando como canal. Sección 15 x 15 (Desvío con 3 túneles)	89
Tabla IV.52.	Tirante crítico y normal, velocidad, carga de velocidad y elevación en el embalse para diferentes gastos en túnel 3 trabajando como canal. Sección 17 x 17 (Desvío con 3 túneles)	89
Tabla IV.53.	Distribución de gastos y elevación en el embalse para túneles trabajando en forma conjunta como canal. Sección 13 x 13 (Desvío con 3 túneles)	91
Tabla IV.54.	Distribución de gastos y elevación en el embalse para túneles trabajando en forma conjunta como canal. Sección 15 x 15 (Desvío con 3 túneles)	91
Tabla IV.55.	Distribución de gastos y elevación en el embalse para túneles trabajando en forma conjunta como canal. Sección 17 x 17 (Desvío con 3 túneles)	92
Tabla IV.56.	Curva elevaciones del embalse-gastos de salida por los túneles de la obra de desvío. Sección 13 x 13 (Desvío con 3 túneles)	93
Tabla IV.57.	Curva elevaciones del embalse-gastos de salida por los túneles de la obra de desvío. Sección 15 x 15 (Desvío con 3 túneles)	93
Tabla IV.58.	Curva elevaciones del embalse-gastos de salida por los túneles de la obra de desvío. Sección 17 x 17 (Desvío con 3 túneles)	94
Tabla IV.59.	Elevaciones-capacidades del vaso	95
Tabla IV.60.	Elevación máxima del embalse y elevación de la ataguía para diferentes opciones de desvío	96
Tabla IV.61.	Tabla de evaluación económica para las diferentes opciones de desvío analizadas	98

Tabla IV.62.	Valor medio real y desviación estándar del ancho y la rugosidad del túnel para las secciones nominales analizadas	104
Tabla IV.63.	Parámetros de las variables $Q^*$ , $B^*$ , y $n^*$	107
Tabla IV.64.	Resumen de iteraciones para encontrar el valor de $\beta$	114
Tabla IV.65.	Resultados del método del segundo momento. Sección real 14.70 x 14.70	115
Tabla IV.66.	Resultados del método del segundo momento. Sección real 15.75 x 15.75	116
Tabla IV.67.	Resultados del método del segundo momento. Sección real 16.80 x 16.80	117
Tabla IV.68.	Resultados del método del segundo momento. Sección real 17.85 x 17.85	117
Tabla IV.69.	Resultados del método del segundo momento. Sección real 18.90 x 18.90	118
Tabla IV.70.	Resultados del método del segundo momento y costo de construcción para probabilidades de no falla 0.96, 0.97, 0.98 y 0.99	119
Tabla IV.71.	Costos de construcción mínimos para probabilidades de falla 0.04, 0.03, 0.02 y 0.01	119
Tabla IV.72.	Costos totales óptimos para los resultados por el método del segundo momento	120
Tabla IV.73.	Probabilidad de no falla por el método de simulación de Monte Carlo. Sección real 14.70 x 14.70	122
Tabla IV.74.	Probabilidad de no falla por el método de simulación de Monte Carlo. Sección real 15.75 x 15.75	124
Tabla IV.75.	Probabilidad de no falla por el método de simulación de Monte Carlo. Sección real 16.80 x 16.80	126
Tabla IV.76.	Probabilidad de no falla por el método de simulación de Monte Carlo. Sección real 17.85 x 17.85	127
Tabla IV.77.	Probabilidad de no falla por el método de simulación de Monte Carlo. Sección real 18.90 x 18.90	128
Tabla IV.78.	Costos de construcción para probabilidades de falla 0.04, 0.03, 0.02 y 0.01 por el método de Monte Carlo (sección 14.70 x 14.70)	131
Tabla IV.79.	Costos de construcción para probabilidades de falla 0.04, 0.03, 0.02 y 0.01 por el método de Monte Carlo (sección 15.75 x 15.75)	132
Tabla IV.80.	Costos de construcción para probabilidades de falla 0.04, 0.03, 0.02 y 0.01 por el método de Monte Carlo (sección 16.80 x 16.80)	132
Tabla IV.81.	Costos de construcción para probabilidades de falla 0.04, 0.03, 0.02 y 0.01 por el método de Monte Carlo (sección 17.85 x 17.85)	132
Tabla IV.82.	Costos de construcción para probabilidades de falla 0.04, 0.03, 0.02 y 0.01 por el método de Monte Carlo (sección 18.90 x 18.90)	132
Tabla IV.83.	Costo de construcción mínimo para probabilidades de falla 0.04, 0.03, 0.02 y 0.01 por el método de Monte Carlo.	133
Tabla IV.84.	Costos totales óptimos por el método de Monte Carlo	133
Tabla IV.85.	Comparación de resultados entre el método de Monte Carlo y el método del segundo momento	134
Tabla V.1.	Cosenos directores para la obra de desvío	136
Tabla V.2.	Resultados obtenidos de probabilidad de falla, índice de confiabilidad y superficie de falla más probable para la distribución Doble Gumbel considerando una altura de ataguía de 54 m y sección nominal del túnel de 17 x 17 m.	137
Tabla V.3.	Resultados obtenidos de probabilidad de falla, índice de confiabilidad y	

	superficie de falla más probable para mejor opción por el método determinístico ( Elevación de ataguía a 117.50 m.s.n.m., sección 16 x 16m) y mejor opción por el método del segundo momento ( Elevación de ataguía a 114.00 m.s.n.m., sección nominal 17 x 17 m ).	138
Tabla V.4.	Resultados obtenidos de probabilidad de falla, índice de confiabilidad y superficie de falla más probable para la Distribución Doble Gumbel considerando distintos valores de rugosidad para la solución obtenida por segundo momento ( Altura de ataguía = 54 m, sección nominal 17 x 17 m).	139
Tabla V.5.	Resultados obtenidos de probabilidad de falla, índice de confiabilidad y superficie de falla más probable para una elevación del agua a 116.00 m.s.n.m. con túnel de sección nominal 17 x 17 m).	140
Tabla D.1	Tránsito de la avenida de diseño con 2 túneles de sección 13 x 13	161
Tabla D.2	Tránsito de la avenida de diseño con 2 túneles de sección 14 x 14	163
Tabla D.3	Tránsito de la avenida de diseño con 2 túneles de sección 15 x 15	165
Tabla D.4	Tránsito de la avenida de diseño con 2 túneles de sección 16 x 16	167
Tabla D.5	Tránsito de la avenida de diseño con 2 túneles de sección 17 x 17	169
Tabla D.6	Tránsito de la avenida de diseño con 3 túneles de sección 13 x 13	171
Tabla D.7	Tránsito de la avenida de diseño con 3 túneles de sección 15 x 15	173
Tabla D.8	Tránsito de la avenida de diseño con 3 túneles de sección 17 x 17	175

# TEORÍA DE LA CONFIABILIDAD APLICADA AL DISEÑO DE OBRAS DE DESVÍO EN PRESAS

## CAPÍTULO I

### INTRODUCCIÓN

# **I INTRODUCCION.**

El presente trabajo tiene como objetivo presentar diversos aspectos relacionados con las obras de desvío poniendo énfasis en la determinación de la avenida de diseño y en la metodología comúnmente empleada para dimensionar el esquema de desvío de un río así como la exposición de una metodología empleando técnicas probabilísticas recientes, comparando resultados en un caso práctico y buscando que pueda ser aplicable a cualquier proyecto donde intervenga el desvío de una corriente.

## **I.1 Generalidades.**

El correcto aprovechamiento del agua para satisfacer las demandas del ser humano ha sido una preocupación constante desde que las primeras civilizaciones poblaron al planeta, por lo que fundaron sus ciudades en las cercanías de importantes ríos, y gracias a esto florecieron como grandes culturas de la antigüedad.

Es así como los egipcios aprovecharon el Nilo, la gran Mesopotamia surge gracias al Tigris y al Eufrates; y posteriormente al desarrollarse tecnologías adecuadas, se logra el transporte del vital líquido a grandes distancias a por medio de acueductos o canales, algunos de los cuales todavía se pueden admirar en nuestros días.

Muy lejos están los días en que los asentamientos humanos se daban en las proximidades de un río, donde la necesidad de agua era para el propio consumo humano y la necesaria para desarrollar la agricultura. En la actualidad, aparte de estos, el agua tiene otros usos ; entre ellos, la generación de energía eléctrica, imprescindible para el desarrollo integral de cualquier país.

El crecimiento de la población mundial lleva consigo la necesidad de proporcionar servicios a los nuevos habitantes ; así el total de agua utilizada a nivel mundial según datos publicados por Marengo ( 1995 ) se ha duplicado entre 1940 y 1980 y se espera vuelva a duplicarse en un lapso de sólo 20 años, es decir, para el año 2000. Lo anterior es debido a que para elevar la calidad de vida que garantice suficiente producción de alimentos y permita crear industrias, se requiere la cantidad de 1,400 litros/hab/día.

La necesidad de optimizar el suministro de agua sobre una base firme no es sólo un reto para los ingenieros, sino para todo el mundo. Es de todos sabido que no

hay sustituto para el agua, la cual de hecho, existe en una cantidad finita que debe aprovecharse de una manera realista.

La necesidad de aprovechar los recursos hidráulicos en el mundo se ha incrementado considerablemente en las últimas décadas como resultado principalmente de ( Marengo, 1995 ):

- Un crecimiento sin precedente de la población mundial y por consiguiente un enorme incremento en la urbanización.
- Un crecimiento de las expectativas económicas de la población.
- Una basta extensión de áreas irrigadas se han perdido por ineficiencia y salinización de la tierra.
- En el mundo ha aumentado el uso de recursos naturales y de productos de desecho.
- La constante reducción de bosques y zonas lacustres que ocasionan la disminución de lluvias y fuentes de captación.

Aunque hay aproximadamente 1,385 millones de km<sup>3</sup> de agua en el planeta; el 97% es agua de mar y solamente el 2.67% es agua fresca, es decir, 37 millones de Km<sup>3</sup>. De este total de agua fresca, el 76.5% está almacenada en los polos y glaciares; el 22.9% está presente como aguas subterráneas y solamente 1,500 km<sup>3</sup> aparece en los ríos ( Marengo, 1995 ).

Aún cuando la cantidad de agua dulce aprovechable, pudiera juzgarse más que suficiente para cubrir las necesidades del ser humano, existen graves problemas en cuanto a su disponibilidad.

En relación con los escurrimientos, en el mundo existen grandes diferencias tomando en cuenta la distribución geográfica, por ejemplo, 1/6 del escurrimiento total ocurre en el Amazonas y más de 100,000 m<sup>3</sup> por habitante escurren en Canadá contra 1,000 m<sup>3</sup> en Egipto ( Marengo, 1995 ).

Ocurren también variaciones significativas en el tiempo y en el espacio, puesto que después de cortos periodos de intensas precipitaciones pluviales suceden grandes periodos de estiaje.

Para satisfacer la demanda de agua se requiere por una parte, de más embalses superficiales para modificar la desigual distribución de la precipitación en el tiempo y, de acueductos y conducciones para obtener una mejor distribución en el espacio.

De esta manera, las presas juegan un papel preponderante, ya que deben concebirse como proyectos de propósitos múltiples que permitan satisfacer las

necesidades de consumo humano, las requeridas por la agricultura y con el desnivel creado, la generación de energía eléctrica, vital hoy en día.

Adicionalmente las presas producen grandes beneficios, como son el control de avenidas con la consecuente protección a vidas y propiedades en las llanuras de inundación, y la creación de programas de acuicultura y pesca, así como para fines recreativos.

Por lo anterior, en los últimos 100 años, la Ingeniería ha desarrollado metodologías que permiten incrementar la capacidad de almacenar, conducir, purificar y aprovechar el agua.

Esta tecnología incluye la producción de energía con cargas altas, su transmisión a grandes distancias, el desarrollo de la tecnología del concreto, de la geotecnia con el importante avance en la mecánica de suelos y de rocas, así como la evolución y conocimiento de la mecánica de fluidos con el consecuente manejo de flujos de alta velocidad. Sin duda, se deben mencionar los avances en la hidráulica de canales, de tuberías, de la hidráulica marítima y de ríos y costas, así como en la geohidrología y extracción de agua a grandes profundidades.

En el diseño, construcción y operación de presas se han registrado avances significativos. En los últimos 20 años se ha prestado una gran atención a las condiciones de durabilidad y falla de las mismas y se puede decir que se ha establecido la base técnica y científica para definir la seguridad que deben tener las presas y las obras temporales, como las de desvío.

A la fecha, los factores de seguridad se están replanteando, tratando de reducir significativamente el error humano al someter y actualizar los criterios de diseño al consenso internacional.

Todo lo anterior nos conduce a la conclusión de que el agua es esencial para el desarrollo del hombre, y el control de avenidas es primordial para la protección de su vida y sus propiedades, por lo que las presas son un campo de acción para el ingeniero donde puede desarrollar una nueva cultura para el mejor aprovechamiento hidráulico.

La presa debe entenderse no solamente como la cortina; sino como todo el conjunto de obras ; de contención, generación, excedencias y desvío.

La presa se define según Stamm (1973) como una estructura de control primaria ubicada en un canal o río, de tal manera que permita el almacenamiento del agua para su aprovechamiento y de acuerdo con Vega y Arreguín (1981) las funciones

que una presa debe cumplir son: almacenar el agua (presas de almacenamiento), elevar el nivel de la misma para su aprovechamiento (presas derivadoras), o ambas simultáneamente.

Para cumplir éstas funciones son necesarias una serie de obras, además de la cortina como son: obra de toma, excedencias y la obra de desvío. De todas las obras mencionadas es muy común que, por no apreciarse en la obra integral terminada, las obras de desvío sean minimizadas.

El espacio dedicado en los libros relacionados con las obras hidráulicas al desvío de una corriente es mínimo, limitándose a mencionar los tipos de desvío que existen y algunos de los aspectos que influyen en la elección del mismo, pero no se presenta una secuencia para diseñarlo.

### **1.2 Descripción de las obras de desvío.**

Las obras de desvío son obras temporales que tienen por objeto dejar seco el sitio donde se construirá la cortina y las obras auxiliares durante el período de construcción. El proyecto de una presa que se va a construir sobre el cauce de una corriente, debe tomar en cuenta el desvío del gasto de la corriente a un lado o a través del sitio de la presa durante el período de construcción.

La magnitud del problema de desvío variará con el tamaño y potencial de las avenidas de la corriente; en algunos sitios, el desvío puede ser costoso y tardado y puede afectar el programa de actividades de la construcción, mientras que en otros casos puede no ofrecer mayores dificultades.

En general los esquemas que se estudian para el desvío del escurrimiento de un río serán diferentes cuando se trate de una cortina de concreto, de enrocamiento o de materiales graduados. Para la primera, poco o ningún daño ocasionaría que ciertos volúmenes de agua pasaran por encima de la estructura; no así en los otros casos, en que el agua podría ocasionar pérdidas económicas a las instalaciones, y con ello atrasos importantes al programa de construcción e incluso erosionar la estructura y provocar fallas de graves consecuencias.

Por lo anterior, es un hecho que el problema existe en mayor o menor grado en todos los casos y la selección del método más adecuado para manejar el gasto de la corriente durante la construcción es importante para que el costo de la presa resulte económico.

El método elegido representará una disyuntiva entre el costo de construcción del desvío y la magnitud del riesgo que se corre. La elección adecuada reducirá al mínimo los daños producidos por las avenidas potenciales al trabajo en progreso con el mínimo costo.

Por otra parte, debe influir en la selección del desvío la magnitud de la estructura, pues para una estructura relativamente pequeña, en la que el tiempo de construcción sea menor que el período de secas, el desvío será distinto que para una estructura grande en la que el tiempo de ejecución de los trabajos abarque uno o varios períodos hidrológicos anuales consecutivos, comprendiendo secas y lluvias. En éste último caso habrá necesidad de desviar el escurrimiento total, tanto de estiaje como de lluvias de varios periodos hidrológicos anuales o escoger un período abundante que se considere típico, valuando los gastos máximos probables.

Para obtener la mejor solución para el desvío, se deben tomar en cuenta los siguientes factores:

- a) Régimen de escurrimiento.
- b) Magnitud y frecuencia de las avenidas.
- c) Métodos para hacer el desvío.
- d) Tipo de cortina a construirse.
- e) Tiempo que dura la construcción.
- f) Condiciones del sitio.
- g) Características y localización del resto de las estructuras hidráulicas que forman la presa.

En general deberán ser tales que seleccionando un conjunto con características óptimas, cumplan con factibilidad, economía y riesgos calculados, el programa de construcción de la presa.

A continuación se hace una descripción de los factores que se mencionaron.

### **I.2.1 Régimen de escurrimiento.**

Uno de los mayores problemas en la construcción de una presa, es el paso de los escurrimientos del río, principalmente avenidas, durante la construcción de la cortina.

El escurrimiento del río debe ser eliminado del sitio durante la construcción de la cimentación y hasta que la cortina haya alcanzado un nivel de seguridad. Esto se consigue por medio de una ataguía aguas arriba y otra aguas abajo.

El flujo desviado puede pasar a través de una porción o a través de túneles localizados en las laderas. La magnitud del escurrimiento por desviar determina la capacidad de los conductos o la altura de las ataguías y la capacidad de los túneles cuando operen bajo la carga creada por las ataguías. La ataguía de aguas arriba puede crear algún almacenamiento temporal, el cual puede utilizarse para reducir la capacidad de descarga de los túneles y posiblemente, la altura de la ataguía.

El criterio hidrológico para la selección del gasto de desvío no puede ser considerado independiente del tipo de cortina, el programa de construcción, y aspectos económicos del esquema de desvío; dependiendo de la magnitud del proyecto y las pérdidas económicas que se tengan por el desbordamiento de las ataguías y daños en las obras permanentes, el gasto de desvío puede corresponder a variaciones muy amplias en el período de retorno, variando entre 10 y 100 años, siendo un intervalo de 25 años el comúnmente usado. El período de retorno modificado es aproximadamente igual al intervalo seleccionado dividido entre el número de años del período constructivo. O sea, el periodo de retorno de, digamos, 25 años de la avenida de diseño puede reducirse a valores del orden de 8 años.

Los registros de los aforos de la corriente proporcionan la información más segura con respecto a las características, y deben consultarse siempre que se pueda disponer de ellos.

Según el tamaño de la cuenca y su situación geográfica, las avenidas en una corriente pueden ser el resultado de los deshielos, de lluvias periódicas, ciclones o de aguaceros aislados. Debido a que los escurrimientos de cada uno de estos factores tienen sus gastos máximos y sus períodos de aguas mínimas en diferentes épocas del año, la naturaleza del escurrimiento influirá en la selección del sistema de desvío. Los sitios que están solamente sujetos a las avenidas producidas por deshielos no necesitan contar con instalaciones complicadas para usarse más tarde durante la época de la construcción. En los sitios en los que solamente pueden ocurrir las lluvias periódicas es solamente necesario tomar el mínimo de medidas para el desvío en el resto del año. En las corrientes sujetas a lluvias que pueden ocurrir en cualquier época es más difícil prever las avenidas y probablemente, las que requieren los sistemas de desvío más elaborados, porque el esquema debe estar preparado para dar paso a las aguas mínimas y a la de avenidas durante todo el tiempo que dure el periodo de construcción (Lewandowski).

### **I.2.2 Magnitud y frecuencia de las avenidas.**

Por lo general, no es económicamente posible hacer un proyecto para desviar la mayor avenida que haya ocurrido o que se pueda suponer que ocurra en el sitio y, por lo tanto, la decisión será usar una menor. Lo que trae el problema de estudiar cuál es el riesgo que se produce con el sistema de desvío que se pretende utilizar. En el caso de una presa de tierra, en la que quedan expuestas las grandes áreas de cimentación y la excavación de la estructura, o cuando el rebasamiento del terraplén en construcción puede producir serios daños o la pérdida de la obra parcialmente terminada, la importancia de eliminar el riesgo de inundación es relativamente grande. Este aspecto no es tan importante en el caso de una presa de concreto porque el agua de las avenidas puede, si la situación de las obras auxiliares lo permite, rebasar la cortina con pocos o ningunos daños (Lewandowski).

Al elegir la avenida que debe usarse en los proyectos de desvío, se debe tomar en cuenta lo siguiente (Lewandowski):

1. Cuánto tiempo durará la construcción de la obra, para determinar el número de estaciones en las que se producen avenidas.
2. El costo de los posibles daños a la obra completa o todavía en construcción si se inunda.
3. El costo de los retrasos para completar la obra, incluyendo el de obligar al equipo del contratista a permanecer ocioso mientras se reparan los daños producidos por la avenida.
4. La seguridad de los trabajadores y posiblemente la seguridad de los habitantes aguas abajo, en el caso de que la falla de la obra de desvío produzca inundaciones anormales.

Después de que se hayan analizado estos factores, se puede comparar el costo de aumentar las obras de protección para manejar avenidas progresivamente mayores, con el costo de los daños resultantes si estas avenidas ocurrieran sin aumentar las obras de protección. luego se hará un estudio para determinar la magnitud del riesgo que se justifica.

En las presas pequeñas que puedan construirse en una sola estación, solamente es necesario considerar las avenidas que pueden ocurrir durante la estación. En la mayoría de las presas pequeñas, cuya construcción puede durar dos estaciones, se procederá con criterio suficientemente conservador, dándole a la obra de desvío la capacidad suficiente para dar paso a la mayor avenida que pueda ocurrir en 5 años. Sin embargo, para disminuir el riesgo, la capacidad de desvío se puede

aumentar para dar paso a la mayor avenida que pueda ocurrir en un período de 10 años o mayor, si el aumento de capacidad se puede obtener con poco costo.

Debe tomarse en cuenta que las avenidas pueden repetirse; por lo tanto, si en la obra de desvío se incluyen almacenamientos temporales para los escurrimientos del tipo que producen los aguaceros aislados, se deben disponer medios para evacuar esos almacenamientos dentro de un período razonable de tiempo, generalmente de unos cuantos días.

### **I.2.3 Métodos de desvío.**

El método o sistema para desviar las avenidas durante la construcción depende de la magnitud de la avenida que se va a desviar; de las características físicas del sitio; del tipo de presa que se va a construir; de la naturaleza de las obras auxiliares, como el vertedor de demasías, conductos forzados, u obras de toma; y de la probable secuencia de las operaciones de construcción. El objetivo consiste en elegir el método óptimo considerando su viabilidad, costo y los riesgos respectivos. Las obras de desvío deben ser tales, que se puedan incorporar dentro del programa total de construcción, con el mínimo de pérdidas, daños o retrasos.

En los métodos comunes para desviar las corrientes durante la construcción se utiliza uno o una combinación de los siguientes medios:

- Túneles perforados en las laderas.
- Conductos a través o debajo de la cortina.
- Canales provisionales a través de la cortina.
- Derivaciones a diferentes niveles sobre los lechos superiores de los bloques de construcción de una presa de concreto.

Con frecuencia, los conductos de las obras de toma se hacen de capacidad suficiente para desviar el gasto de las avenidas. En las corrientes pequeñas el gasto se puede desviar instalando un canalón provisional de madera o metal, o con una tubería, o la avenida se puede almacenar detrás de la presa durante su construcción, usando bombas si es necesario para controlar el nivel de agua. En estos casos, se construyen barreras a través o a lo largo del cauce, con objeto de que el sitio, o porciones del mismo, se puedan desaguar y la construcción pueda proseguir sin interrupción.

Un problema común es la necesidad de satisfacer los consumos de aguas abajo cuando se interrumpe todo el gasto de la corriente al cerrar las obras de desvío,

que pueden exigir que se mantenga un pequeño gasto todo el tiempo, en cuyo caso se debe satisfacer mediante bombeo o por otros medios ( derivaciones o sifones ) hasta que se almacene suficiente agua en el vaso para que se pueda extraer por gravedad por la obra de toma o el desagüe de fondo.

### **I.2.3.1 Desvío por medio de túneles.**

Generalmente no es posible hacer trabajos importantes en las cimentaciones en los cañones angostos hasta que se desvíe la corriente. En esta situación, un túnel puede resultar el método más factible de desvío, ya sea para una presa de concreto o de tierra. La corriente se desvíe a un lado del área de construcción por túneles en una o ambas laderas. Si en el proyecto figuran vertedores u obras de toma de túnel, generalmente resulta económico utilizarlos en el plan del desvío. Si la porción de aguas arriba del túnel permanente queda arriba de la elevación del cauce, se puede hacer una entrada temporal para hacer una derivación al nivel de la corriente.

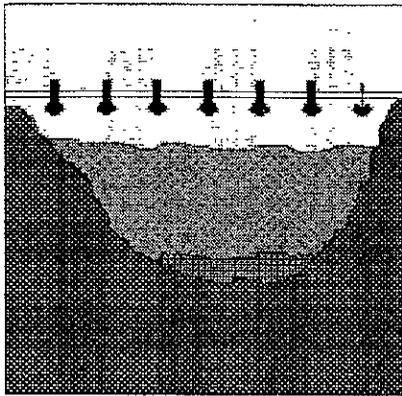
La conveniencia de revestir el túnel de desvío puede depender: del costo de un túnel revestido con relación a un túnel mayor sin ésta característica y de la misma capacidad hidráulica; de la naturaleza de la roca del túnel, y de que pueda quedar sin ademe y sin protección durante el paso de la corriente desviada; y de la permeabilidad del material a través del que se tiene que perforar el túnel, porque afectará la magnitud de las filtraciones a través o a un lado de la ladera.

Debe disponerse de medios para cortar la corriente desviada; además, algunos medios para regular el gasto a través del túnel de desvío pueden ser necesarios. Los elementos de cierre pueden consistir en tabiques de madera, concreto o de acero; de una compuerta deslizante; o de tablonés. La regulación del gasto para satisfacer las necesidades de aguas abajo, después de que se ha comenzado a almacenar agua en el vaso, puede efectuarse por medio de una compuerta deslizante; una compuerta reguladora del tipo de volante, o mediante derivaciones provisionales hasta que la superficie del agua en el vaso alcance el nivel de la entrada de la obra de toma.

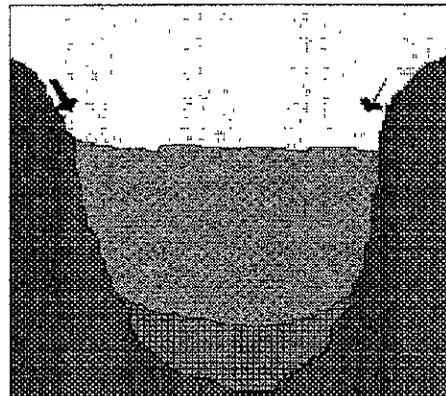
El proceso de construcción se inicia con la excavación del o de los túneles de desvío ; se realiza mediante el uso de equipo pesado y técnicas de construcción muy complejas, especialmente cuando se trata de túneles con secciones grandes.

La primera ataguía que se comienza a levantar es la de aguas arriba y requiere del cierre del cauce de la corriente. El cierre debe ser cuidadosamente planeado para evitar que la corriente arrastre el material que se está colocando ; esto se consigue determinando las dimensiones y la cantidad de material para efectuar el cierre,

teniendo en cuenta la energía del agua durante las diferentes etapas del proceso (figura I.1 y I.2).

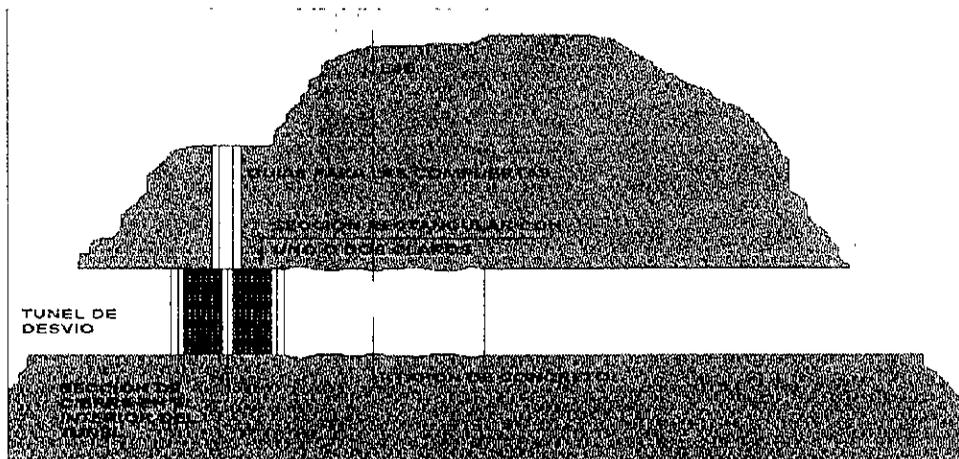


**Figura I.1 Método frontal**



**Figura I.2 Método lateral**

Una vez que se termina la construcción de la cortina, se procede a cerrar el túnel de desvío con un tapón de concreto, a fin de iniciar el llenado del vaso de la presa ; previamente se coloca una compuerta que permita continuar con los trabajos de construcción del tapón. Para ello se elige una sección en la que se construirán y colocarán guías, apoyos, malacates, etcétera, que permitirán colocar posteriormente la compuerta. La resistencia de esa estructura debe ser tal que soporte la máxima carga de agua que puede haber antes de colar el tapón de concreto dentro de él. Cuando la obra de desvío está formada por varios túneles se puede iniciar el cierre obturando algunos de ellos, y por lo tanto, la carga sobre sus compuertas podrá ser reducida ; en cambio, el túnel o túneles que se cierran al final deben tener compuertas que resistan la carga que se alcanza al pasar el agua por la obra de excedencias ( figura I.4 ).



**Figura I.3 Ubicación del tapón y de la sección de cierre definitivo**

El tapón que se mencionó arriba sirve para evitar el paso del agua por el túnel de desvío y reducir las filtraciones. Consiste en un colado masivo de concreto que abarca toda la sección del túnel y cuya longitud es de dos a tres veces el diámetro del conducto. Para lograr un sello adecuado entre el tapón y la roca se dejan conductos en la periferia, por los que posteriormente se hacen inyecciones.

Lo anterior es tan solo un bosquejo de los problemas que se presentan durante la construcción de la obra de desvío. Como puede observarse, una obra de desvío tiene una vida útil corta si la comparamos con la vida útil de la presa ; sin embargo, una falla en la obra de desvío retrasaría la obra y destruiría equipo y parte de la obra ya comenzada.

### **I.2.3.2 Desvío por medio de conductos.**

La obra de toma para las presas de tierra exigen con frecuencia la construcción de un conducto que puede utilizarse para el desvío durante la construcción de la presa. Este método para manejar la corriente desviada es económico, especialmente si el tamaño del conducto requerido para la obra de toma es el adecuado para dar paso a los gastos derivados. Cuando éstos exceden de la capacidad de la obra de toma completa, se puede obtener un aumento de capacidad retrasando la instalación de las compuertas, válvulas, tubos, y rejillas hasta que haya pasado la necesidad de desvío. También se puede aumentar la capacidad aumentando la altura de la ataguía, aumentando con ella la carga. En algunos casos, la capacidad de almacenamiento del vaso a elevaciones menores puede ser tal, que gran parte de la avenida de proyecto puede retenerse temporalmente y luego evacuarse por un conducto de desvío de menor capacidad que el que hubiera sido necesario para descargar el máximo de la avenida.

En los casos donde la entrada al conducto de la obra de toma queda arriba del nivel del cauce, se puede construir un conducto auxiliar al nivel de la corriente para unir la porción inferior del conducto definitivo.

Algunas veces se construyen conductos de desvío al nivel del cauce a través de las presas de concreto. Estas aberturas están provistas de ensambles y caja y espiga, cierres metálicos y sistemas de inyección, y deben estar permanentemente cerrados en toda su longitud de la manera que se describió en la colocación de tapones en los túneles (Lewandowski).

### **I.2.3.3 Canal provisional de desvío en las presas de tierra.**

En los sitios en los que no resulta económico construir un túnel o un conducto lo suficientemente grande para dar paso a la avenida de proyecto, se puede utilizar un canal provisional pasándolo por un tramo sin construir de la presa de tierra para pasar la corriente mientras que se construye el resto del terraplén. Este método conviene en los sitios anchos; y evidentemente no se puede emplear en los cañones angostos. Sin embargo, es en los valles más anchos donde las corrientes desviadas quizá son demasiado grandes para poderse conducir económicamente en túneles o conductos.

Antes de desviar la corriente, la preparación requerida por la cimentación de la presa debe completarse en el área donde se va a dejar la abertura provisional en el terraplén. En ésta preparación se debe incluir la excavación y relleno del dentellón de tierra si es que se va a construir uno. Se encauza luego la corriente hacia esa área después de lo cual se completa el trabajo de la cimentación en el resto del cauce. Luego se puede completar la porción de terraplén a cada lado de la abertura para el desvío. Los taludes laterales de la abertura no deben ser más empinados que los de 4 a 1, para facilitar el relleno de la abertura final de la época de la construcción y para disminuir el peligro de agrietamiento en el terraplén debido a los asentamientos diferenciales. Con los taludes tendidos se obtiene también una buena unión entre el terraplén construido con anterioridad y el material que se va a colocar.

La pendiente del fondo del canal provisional que atraviesa el terraplén debe ser la misma que la del cauce original, para que la erosión en el canal se reduzca al mínimo. La anchura de la abertura dependerá de la magnitud de la avenida de proyecto que se va a desviar y de consideraciones sobre las posibilidades del equipo para llenar la abertura en el tiempo que se dispondrá.

El desvío se hace a través de la abertura en la presa hasta que se ha avanzado lo suficiente en la terminación del terraplén y de las obras auxiliares, para que las avenidas puedan pasar con seguridad a través del vertedor de demasías parcial o completamente terminado. Entonces se puede cerrar la abertura del terraplén. Para reducir el riesgo cuando se eleva el nivel de la superficie del agua de que rebasa el relleno que se está haciendo en la abertura del terraplén, debe elegirse un periodo durante la temporada de construcción en la que sea menos probable la ocurrencia de avenidas. El equipo de construcción debe movilizarse de manera que la abertura se pueda llenar tan rápidamente como sea posible a una elevación que permita la descarga de una avenida, en el caso que ocurra una, por el vertedor

de demasías. La altura media de construcción del terraplén debe ser tal, que la ranura pueda llenarse más aprisa que lo que el agua sube en el vaso.

Debe tenerse cuidado en el relleno de la abertura, de manera que la calidad del trabajo no se sacrifique debido a las exigencias de la situación. Lo que es todavía más importante debido a que frecuentemente la abertura para el desvío está situada donde la presa tiene mayor altura. Debe tenerse un cuidado extremo con objeto de obtener las densidades requeridas y evitar así los asentamientos excesivos del terraplén completo. También se debe dar atención especial a la unión del material recién colocado con el terraplén construido con anterioridad.

#### **I.2.3.4 Desvío por etapas en las presas de concreto.**

El método de desvío por etapas sobre los lechos superiores de los bloques alternados de la construcción o por conductos de desvío en una presa de concreto, requiere la ataguía de un lado a otro del río durante la construcción. Durante la primera etapa, el gasto se limita a una porción del cauce, mientras que la presa se construye hasta una elevación segura en el resto del canal. En la segunda etapa, se desvía la ataguía y la corriente se lleva sobre bloques bajos a través de conductos de desvío en la sección construida de la presa sin construir. Luego se termina hasta su altura final, haciendo finalmente el desvío por el vertedor de demasías, por la tubería de presión, o por los desfogues permanentes.

#### **I.2.3.5 Ataguías.**

Una ataguía es una presa o barrera provisional que se usa para derivar la corriente o para encerrar un área durante la construcción. Cuando el programa de construcción es tal que los trabajos en la cimentación se pueden ejecutar durante el estiaje, el uso de ataguías puede ser mínimo. Cuando las características de la corriente son tales que no resulta práctico lo anterior, la ataguía debe proyectarse de manera que no solamente sea segura, sino además de la altura óptima. Para determinar la altura a la que debe construirse una ataguía es necesario hacer un estudio económico de la altura de la ataguía en comparación con la capacidad de los conductos de desvío, incluyendo el estudio de tirantes de la avenida de proyecto en el desvío, especialmente cuando la obra de toma que es necesario construir es pequeña. Si la obra de toma exige un conducto de salida relativamente grande o un túnel, se puede dar paso a los gastos que se van a desviar sin hacer una ataguía alta. Debe recordarse que el agua acumulada atrás de la ataguía debe evacuarse a tiempo para dar paso al agua de otra tormenta en

el caso de que repita. La altura máxima a la que es posible construir la ataguía sin invadir el área que va a ocupar la presa se debe tomar en cuenta también. Además, en el proyecto de la ataguía se debe tomar en consideración el efecto que la excavación de la presa y su desagüe puede tener en su estabilidad, incluyendo su remoción, gastos recuperables y otros factores.

Generalmente, las ataguías se construyen de materiales que puedan conseguir en el lugar. Los dos tipos que normalmente se usan en la construcción de presas son las ataguías llenas de tierra y las llenas de roca, la manera de proyectarlas es muy parecida a la que se usa para las presas pequeñas del mismo tipo. Entre las ataguías que no son muy comunes se incluyen los emparrillados de madera o concreto llenos de tierra o roca. Las ataguías de acero, celulares y de tablestacas se adaptan para usarse en áreas reducidas donde las corrientes son rápidas.

Si puede proyectarse la ataguía de manera que sea permanente y en forma que aumente la estabilidad estructural de la presa, tendrá una decisiva ventaja económica. En algunas presas de tierra las ataguías pueden incorporarse al terraplén principal ( materiales graduados u homogéneas ). En estos casos la economía es doble, la cantidad que se economiza al reducir el volumen del material requerido por el terraplén, y la que se economiza para quitar la ataguía cuando ya no se necesita.

#### **I.2.4 Tipo de cortina por construir.**

Los requerimientos para un desvío en el caso de una cortina de concreto, pueden diferir en forma apreciable de aquel para una cortina de enrocamiento y materiales graduados. La protección contra inundaciones es necesaria durante las excavaciones y construcción de la cimentación; pero el desbordamiento de las ataguías en este período puede no causar daños de consideración, excepto las limpiezas necesarias y el retraso en el programa de construcción. En el caso de cortina de concreto, cuando los colados arriba de la cimentación tengan cierto avance, puede permitirse que los grandes gastos pasen a través de huecos en monolitos alternados o huecos en el concreto con dispositivos para control con compuertas bajo ciertas condiciones especiales de anclaje y estabilidad.

#### **I.2.5 Tiempo que dura la construcción.**

En el esquema para obras de desvío, se trata de seleccionar un conjunto de estructuras con características óptimas considerando practicabilidad, economía y

riesgos calculados. Dichas obras deberán ser tales que se puedan incorporar al programa de construcción con un mínimo de pérdidas, riesgo y retraso.

### **I.2.6 Condiciones del sitio.**

De acuerdo con las condiciones del sitio de construcción, el desvío puede efectuarse en una o dos etapas de construcción.

En boquillas muy angostas es obligado que el conducto o conductos para el desvío sean túneles localizados en las laderas, con elementos de control para cierre. En este caso todo el escurrimiento del río deberá de pasar por los túneles, en una sola etapa continua de construcción. Como ejemplos de este pueden citarse las presas de La Angostura, Chicoasén y Nezahualcóyotl sobre el río Grijalva; El Infiernillo, sobre el río Balsas; Aguamilpa, sobre el río Santiago; Zimapán sobre el río Moctezuma y Chilatán sobre el río Tepalcatepec, Jalisco.

En boquillas amplias, es práctica común efectuar un desvío en dos etapas constructivas: una primera etapa desviando el escurrimiento en conducto abierto en una de las laderas, y una segunda etapa desviando el escurrimiento en conducto cerrado en la misma u otra ladera, o a través de la cortina para el cierre de la boquilla. Como ejemplos ilustrativos pueden citarse las presas de El Salto, sobre el río Elota en Sinaloa; Bacurato, sobre el río Sinaloa; Peñitas sobre el río en Chiapas y Huites sobre el río en Sinaloa.

De acuerdo con las condiciones locales y el tipo de cortina, las ataguías se construyen de concreto o enrocamiento.

### **I.2.7 Características y localización del resto de las estructuras hidráulicas que forman la presa.**

En la planificación de las obras de la presa, es conveniente considerar la posibilidad de que el túnel o túneles de desvío se puedan utilizar en alguna obra permanente posterior, como puede ser una obra de fondo o descarga de obra de excedencias.

## **I.3 Consecuencias de falla.**

Surge finalmente la pregunta que rige muchos de los proyectos en la Ingeniería Civil: ¿Qué tan segura debe ser la obra proyectada? Es claro que no existe en este

sentido una respuesta universal, pues el criterio de seguridad a seguir depende de cada país, estado, región y aún de cada individuo.

El conocimiento mundial de los fenómenos hidrometeorológicos está avanzando significativamente, y se puede tener optimismo en cuanto a que los principios básicos de seguridad en presas están establecidos y disminuyen sensiblemente el riesgo de falla. De cualquier forma, a pesar del esfuerzo humano para controlar las grandes avenidas, pueden ocurrir eventos extraordinarios que sobrepasen las expectativas, en cuyo caso puede tenerse un margen de seguridad al instalar un sistema de emergencia aguas arriba y aguas abajo del sitio de la presa, como ya se ha hecho en otros países (Marengo, 1994).

Un análisis de seguridad permitirá, sin duda, construir presas más seguras y económicas y tomar en cuenta la confiabilidad que deben tener las estructuras temporales como las de desvío.

Aunque no se han presentado fallas en grandes presas en México por desbordamientos, nuestro país está sujeto a trayectorias ciclónicas que han ocasionado que se presenten eventos que han rebasado las previsiones iniciales en grandes proyectos; como ejemplo del caso que nos ocupa, obras de desvío, puede mencionarse los siguientes casos (Marengo, 1994):

- El 22 de agosto de 1990 se presentó en el sitio del Proyecto Hidroeléctrico Aguamilpa un gasto de 5,300 m<sup>3</sup>/s que fue regulado a 3,800 m<sup>3</sup>/s; debido a la mala calidad de la roca del túnel de desvío 2, se tuvo un caído de 20,000 m<sup>3</sup> que bloqueó momentáneamente el flujo produciéndose un fenómeno transitorio cuya columna de agua alcanzó los 250 m de altura en la lumbrera de compuertas de cierre final. Afortunadamente la misma sobrepresión y el flujo erosionaron el derrumbe dejando libre la entrada en pocos minutos.
- Intensas precipitaciones en la parte central del país ocasionaron que el día 10 de Julio de 1991 se presentara en el sitio de Proyecto Hidroeléctrico Zimapán un gasto pico de 576 m<sup>3</sup>/s, que corresponde prácticamente al del diseño de la obra de desvío de 600 m<sup>3</sup>/s; la sobreelevación inmediata de 4.50 m de la ataguía aguas arriba permitió incrementar la capacidad de regulación de dicha obra y no perder la fuerte inversión inicial hecha hasta ese momento.
- Nuevamente en el Proyecto Aguamilpa a principios de 1992, se produjeron lluvias inusuales en la cuenca del río Santiago que ocasionaron una avenida extraordinaria de 9,000 m<sup>3</sup>/s, la cual se presentó el 20 de Enero de ese año, aunque tres días después el caudal había disminuído a 1,000 ,y el 28 de Enero se volvieron a presentar 7,770 m<sup>3</sup>/s. La decisión de haber construído un

canal fusible permitió manejar la avenida, reduciendo el gasto pico a la mitad y evitando graves daños tanto a la cortina como en la planicie costera aguas abajo.

Estos sucesos de ninguna manera deben considerarse como tope de lo sucedido, sino más bien como indicadores de lo que puede suceder

TEORÍA DE LA CONFIABILIDAD APLICADA AL  
DISEÑO DE OBRAS DE DESVÍO EN PRESAS

CAPÍTULO II

ASPECTOS HIDROLÓGICOS

## **II ASPECTOS HIDROLOGICOS.**

En este capítulo se comentan los factores hidrológicos que intervienen en el diseño de la obra de desvío, comenzando con la fuente primaria de agua que es la precipitación pluvial, continuando con la relación lluvia escurrimiento y finalmente los principales criterios de diseño ante avenidas, que a la fecha se siguen en la ingeniería de presas.

Es conveniente mencionar que el tema de la precipitación, el manejo de su información, así como la relación lluvia escurrimiento, solo se comentan superficialmente por no ser el objetivo de este trabajo un análisis detallado de estos factores; no así el caso de los criterios de diseño de avenidas donde sí se profundiza en los métodos de manejo de información.

### **II.1 Relacion lluvia escurrimiento.**

Es sumamente común que no se cuente con registros adecuados de escurrimiento en el sitio de interés para determinar los parámetros necesarios para el diseño y la operación de obras hidráulicas. En general, los registros de precipitación son más abundantes que los de escurrimiento, y además no se afectan por cambios en la cuenca, como construcción de obras de almacenamiento y derivación, talas, urbanización, etc.. Por ello, es conveniente contar con métodos que permitan determinar el escurrimiento en una cuenca mediante las características de la misma y la precipitación. Las características de la cuenca se pueden conocer a partir de planos topográficos y de uso de suelo y, la precipitación, mediante mediciones directas en el caso de predicción de avenidas a corto plazo, o bien, usando los métodos mencionados anteriormente en el caso de avenidas de diseño.

Los principales parámetros que intervienen en el proceso lluvia escurrimiento son los siguientes:

- Area de la cuenca.
- Altura total de precipitación.
- Características generales o promedio de la cuenca.
- Distribución de la lluvia en el tiempo.
- Distribución en el espacio de la lluvia y de las características de la cuenca.

Debido a que por un lado, la cantidad y calidad de la información disponible varían de manera significativa de un problema a otro y que por otro no siempre se

requiere la misma precisión en los resultados, se han desarrollado una gran cantidad de métodos para analizar la relación lluvia escurrimiento. La complejidad de los métodos aumenta a medida que se toman en cuenta más de los parámetros citados anteriormente. También aumenta en este sentido su precisión pero los datos que se requieren son más y de mejor calidad.

Los métodos más usados en México son:

- Método de envolventes.
- Fórmula racional.
- Hidrograma unitario.
- Método de Chow.

## **II.2 Criterios para el calculo de avenidas de diseño.**

Según el ICOLD ( Comité Internacional De Grandes Presas, por sus siglas en inglés ), la avenida de diseño se define generalmente como la avenida más grande que puede pasar en un sitio sin causar destrucción. Las obras que deben resistir los efectos de las avenidas son la cortina, el vertedor y en nuestro caso, la obra de desvío. Si la presa es de tierra y enrocamiento, no es permisible que ésta pase sobre la cortina por su inmediato efecto erosivo; no sucede lo mismo en las presas de concreto que pueden tener mayor tolerancia para resistir un desbordamiento, aunque esto no se permita en forma generalizada.

La avenida de diseño está en función directa con el grado de riesgo que se pueda admitir en cada obra, ya que puede diferir para cada tipo o tamaño de presa, e incluso para cada país.

La importancia de la estimación de la avenida de diseño, aunada a los avances y a los progresos en el campo de las matemáticas en los últimos años, permiten contar a la fecha con una gran variedad de métodos disponibles para el cálculo de las mismas; los más simples son de aplicación rápida, pero pueden ser imprecisos, poco confiables y generalmente están asociados a una sobrevaloración del gasto pico de entrada.

Los métodos complicados toman en consideración en forma más minuciosa todos los fenómenos que se originan sobre la cuenca en estudio y permiten hacer una evaluación más realista de las avenidas importantes, pero pueden aplicarse únicamente en la medida que exista una base confiable y detallada de datos. Requieren además de mucho cuidado; por tanto, solo pueden ser elaborados por personal altamente especializado (Marengo, 1994).

Describir con detalle los criterios de diseño en presas ante avenidas puede ser materia de extensas discusiones y detallados desarrollos que escapan del objetivo de ésta tesis, sin embargo, se puede decir que existen básicamente tres tipos de criterios: los empíricos, los estadísticos y los hidrometeorológicos. A continuación se mencionan algunos de los aspectos más importantes que se relacionan con el diseño de avenidas.

### **II.2.1 Criterios empíricos.**

Agrupan a los métodos que evalúan la avenida de diseño en función de uno o más parámetros físicos de la cuenca, como superficie y pendiente media. Han tenido gran uso para proyectos ya construidos, y a la fecha se utilizan para verificar el orden de los gastos obtenidos con otros programas.

En general, estos criterios se han establecido con base en calibraciones reales e históricas de cuencas que tienen ciertas características fisiográficas similares, y su aplicación se ha hecho al considerar que se debe tener similitud entre las cuencas analizadas, las cuales se pueden subdividir en las siguientes variantes (Marengo,1994):

- Definición directa del gasto pico de la avenida, solo en función de las características de la cuenca en cuestión.
- Especificación del hidrograma de la avenida, en relación con la lluvia máxima y las características de la cuenca. Entre estos métodos está el racional y el del servicio de conservación de suelos del USBR, etcétera.
- Determinación de la envolvente de gastos máximos observados en una región dada, para los que se han establecido envolventes, generadas en diversas regiones del mundo. Permiten hacer una evaluación rápida de la avenida de diseño al nivel de estudios e inventarios de sitios, o bien para verificar los resultados obtenidos por medio de otros métodos como los estadísticos o hidrometeorológicos.

### **II.2.2 Criterios hidrometeorológicos.**

Estos criterios se basan en la llamada Precipitación Máxima Probable ( PMP ), que se define como la máxima tormenta meteorológicamente posible para una cuenca y una duración dadas, la cual se produciría si en dicha cuenca ocurrieran simultáneamente los valores máximos de un número razonable de factores que causan la precipitación. Se pueden seguir varios métodos para estimar la PMP; los

meteorológicos propiamente dichos, que se pueden aplicar a zonas orográficas y no orográficas, y el método de Hershfield, que puede emplearse cuando sean escasos los datos meteorológicos, pero existan en cambio datos de precipitación.

Los métodos estadísticos pueden también utilizarse en registros de lluvias y su empleo permite estudiar la Precipitación Máxima Probable.

Una vez obtenida la tormenta de diseño, con una relación lluvia-escorrentía se genera un hidrograma unitario, el cual permite conseguir con la tormenta, y una vez descontando las pérdidas, la avenida de diseño.

Las incertidumbres que forman parte de las variables de éste método son muy grandes, debido fundamentalmente a que requieren de una gran cantidad de información, que la mayor parte de las veces es muy difícil reunir.

A pesar de que este criterio permite suponer que se conoce la cota máxima en cuanto a lluvia, en la práctica es un concepto dinámico debido a que la actualización de la información meteorológica y climatológica, así como la adquisición de nuevos conocimientos acerca de los factores que influyen en la estimación de la PMP, hacen que los valores de la misma se modifiquen con cierta frecuencia, por lo que puede emplearse para comparar la cota superior obtenida de las distribuciones de probabilidad acotadas.

### **II.2.3 Criterios estadísticos.**

Puesto que en el Proyecto Hidroeléctrico Aguamilpa se utilizaron los criterios estadísticos para la determinación de los gastos de diseño, se profundizará solo en éste tipo de métodos.

El principio de aplicación de estos criterios consiste en ajustar una distribución estadística conocida a un registro de datos; donde lo que generalmente se hace es recabar la información de gastos y volúmenes máximos en una estación dada para N años de registro y se procede a hacer el ajuste mencionado. Estas distribuciones fundamentalmente son la Gumbel, la Gumbel mixta o doble Gumbel, la Log-normal, la de Pearson tipo III, etcétera.

El ajuste de estas distribuciones se puede hacer por medio del método estadístico de los segundos momentos y el de máxima verosimilitud. Existen pruebas estadísticas que permiten verificar si un tipo de distribución se ajusta o no a un grupo de datos, sin embargo, se acostumbra utilizar el mínimo error cuadrático obtenido entre la serie experimental y la teórica como el criterio de mejor ajuste.

Algunas agencias gubernamentales de ciertos países resuelven el problema de ajustar varias distribuciones disponibles y recomiendan una específica con un solo método de ajuste. Por ejemplo, el gobierno de EUA ( USBR, 1983 ) aconseja la adopción de la Pearson tipo III, ajustada por medio del método de momentos (Marengo,1994).

En nuestro país es práctica usual la de Gumbel con la misma clase de ajuste.

La utilidad de los métodos estadísticos puede confirmarse al efectuar un estudio regional de frecuencias. Esto permite que los datos de estaciones hidrométricas situadas en cuencas con características fisiográficas homogéneas se ajusten a una misma distribución. La media global de los gastos de estas cuencas se adoptan entonces como la media representativa de la región. De esta manera se puede evaluar una avenida media anual con las ecuaciones de regresión, y con la relación de la avenida media, conocer o estimar la avenida de diseño.

El proceso que usualmente se emplea en nuestro país para la obtención de la avenida de diseño consiste en seleccionar los gastos máximos anuales que se presentan en el sitio en cuestión y ordenarlos de mayor a menor, obteniéndose una distribución empírica a la cual se ajustan las distribuciones de probabilidad teóricas. Mediante extrapolación se evalúa el gasto asociado a distintos periodos de retorno.

El gran inconveniente de éste método es que el periodo de registros es generalmente pequeño ( de 25 a 50 años como máximo ) y se hace una extrapolación a gastos que se fijan con periodos de retorno 200 o 400 veces mayores, por lo que los errores por extrapolación pueden ser considerables (Marengo,1994).

De esta manera, se puede comentar que con muestras de 25 y 100 años, y adoptando la distribución Gumbel, los límites teóricos de confianza para el 68 por ciento de los periodos de retorno de 50, 100 y 500 años, en términos de años, según Raudkivi ( 1979 ), son los indicados en la tabla II.1.

Número de años de registro	Período de retorno		
	50	100	500
25	$12 < T_m < 200$	$15 < T_m < 400$	$16 < T_m < 2200$
100	$25 < T_m < 100$	$40 < T_m < 250$	$60 < T_m < 1500$

**Tabla II.1. Límites teóricos de confianza para el 68 por ciento de los períodos de retorno de 50, 100 y 500 años**

La aplicación de éstos métodos utiliza solamente el gasto máximo para definir completamente la avenida de diseño, lo cual se efectúa por medio de un proceso de amplificación de la avenida máxima registrada. Dicho proceso consiste en obtener una relación entre el gasto de diseño y el gasto máximo de la avenida registrada. Al multiplicar cada uno de los gastos de la avenida por la relación de gastos, se obtiene una avenida con un gasto pico asociado al periodo de retorno elegido como el de diseño, y un volumen igual al de la avenida máxima. Este procedimiento permite obtener una avenida de diseño relacionada con un gasto que a su vez está asociado a un periodo de retorno determinado (Marengo, 1994).

Por otra parte, es conocido que hay vasos que son más sensibles al volumen de una avenida o a un tren de avenidas con gastos menores que el máximo de diseño, por lo que el desconocimiento del periodo de retorno verdadero de la avenida de diseño elegida involucrando el gasto pico y el volumen, no permite evaluar en forma objetiva el riesgo de falla en presas.

A la fecha, existen métodos que consideran las deficiencias antes señaladas, como el de Pegram o el de Domínguez, mismos que escapan del alcance de este trabajo y solo se mencionan como mera información.

A continuación se mencionarán las funciones de probabilidad de uso común en hidrología.

El diseño y planeación de obras hidráulicas están siempre relacionadas con eventos hidrológicos futuros; por ejemplo, la avenida de diseño de una obra de desvío de una presa es un evento que tal vez no se ha presentado jamás, o al menos no en el periodo de datos disponibles, pero que es necesario conocer para determinar las dimensiones de la obra. La complejidad de los procesos físicos que tienen lugar en la generación de esta avenida hace, en la mayoría de los casos, imposible una estimación confiable de la misma por métodos basados en las leyes de la Mecánica o la Física, sea porque éstos métodos son insuficientes, sea porque el modelo matemático resultante sería exageradamente grande, complicado y difícil de manejar.

Por ello y como sucede en la mayoría de las ciencias, con mucha frecuencia, el camino estadístico es el obligado en la solución de los problemas.

### **II.3 Período de retorno.**

El grado óptimo de seguridad de una estructura depende, por un lado de su costo y por otro del costo de las pérdidas asociadas con una falla. Por ejemplo, puede ser aceptable que un aeropuerto pequeño se inunde en promedio una vez cada 2 o 3 años si el costo de su sistema de drenaje se compara con el de uno que solo permita inundaciones cada 50 años en promedio, o más aún, podría resultar totalmente incosteable un sistema de drenaje con el que se pudiera extraer cualquier cantidad de precipitación por grande que fuera, aún cuando tal drenaje fuera posible de construir.

Por otra parte, sería poco económico y poco ético aceptar un riesgo alto de falla del vertedor de una presa grande situada aguas arriba de una ciudad importante, pues esta falla tendría consecuencias desastrosas, mientras que en el ejemplo del aeropuerto una insuficiencia del drenaje no ocasionaría más que algunas molestias a los usuarios.

Sin embargo, en la estadística no es posible tener una seguridad del 100 % de que no exista ninguna avenida cuyas dimensiones hagan insuficiente el vertedor de la presa, sino que solo se puede hablar de aceptar un riesgo pequeño. La magnitud de este riesgo aceptable depende entonces del balance entre el costo de la obra y el de los daños que se producirían al verificarse una falla, y para poder determinar cuál es el riesgo que se corre al proponer los parámetros de diseño de la obra, es necesario analizar estadísticamente los datos hidrológicos recabados en la zona de estudio.

Estos datos son fundamentalmente de dos tipos: escurrimiento y precipitaciones. Un análisis del primer tipo de datos tendría como resultado directo un parámetro de diseño, que es el gasto máximo, mientras que el segundo daría datos con los cuales sería necesario alimentar un modelo de la relación lluvia escurrimiento para obtener una avenida de diseño.

$$P(X \leq x) = 1 - \frac{m}{n + 1}$$

Esta última fórmula es la más usada en hidrología. El período de retorno del m-ésimo evento de los n registrados es entonces,

aplicando la ecuación  $T = 1/P$

$$T = \frac{n+1}{m}$$

Así, el máximo evento registrado en un conjunto de 10 eventos o años tiene un periodo de retorno de 11 años y el mínimo lo tiene de 1.1 años.

En hidrología se prefiere normalmente trabajar con periodos de retorno en lugar de probabilidades, pues es un concepto que resulta más claro en cuanto a que tiene las mismas unidades (tiempo) que la vida útil de las obras y puede compararse con ésta.

Después de haber asignado un periodo de retorno al gasto de diseño de la obra en cuestión, generalmente es necesario, para encontrar dicho gasto de diseño, hacer extrapolaciones a partir de los gastos máximos anuales registrados, pues como ya se mencionó anteriormente, es común que el periodo de retorno del gasto de diseño sea mayor que el número de años para los que se tienen registros ( datos ).

El párrafo anterior se refiere al hecho de que generalmente es necesario determinar un gasto de diseño con periodo de retorno de 500 años a partir de 20 o 30 años de registro.

Si una serie de gastos máximos anuales registrados se grafican contra sus respectivos periodos de retorno, generalmente se puede apreciar una tendencia más o menos definida. El problema que se presenta entonces es cómo extender esta tendencia hasta el periodo de retorno deseado. Surgen entonces varias posibilidades, una de ellas es hacerlo gráficamente de preferencia por un Ingeniero con amplia experiencia en este campo, sin embargo tiene el grave inconveniente de la subjetividad pues habrá tantas gráficas o resultados diferentes como personas interpreten los datos.

Para eliminar este problema, lo más conveniente es buscar entre las distintas funciones de distribución de probabilidad teóricas, la que mejor se ajuste a los datos medidos ( registros ), y usar esta función para realizar la extrapolación.

En estadística existen numerosas funciones de distribución de probabilidad teóricas y es imposible probarlas todas en un problema en particular, por lo que se hace necesario escoger de todas esas funciones las que se adaptan mejor al problema en análisis.

Las funciones de distribución de probabilidad que más se utilizan en Hidrología son:

- Normal
- Lognormal
- Pearson III
- Gumbel
- Doble Gumbel

Las funciones normal y lognormal son generalmente adecuadas para variables aleatorias que cubren todo el rango de valores de los resultados posibles del experimento bajo análisis, como sucede en el caso de los volúmenes de escurrimiento mensual en un río. Por otro lado, las funciones Gumbel se desarrollaron para el análisis de los valores extremos de dichos resultados, como pueden ser los gastos máximos o mínimos anuales. Finalmente se puede decir que la función Pearson III ocupa un lugar intermedio.

De todo lo anterior, podemos concluir que las características más significativas de la precipitación, desde el punto de vista de la Ingeniería, pueden resumirse en cuatro: su altura o intensidad, su distribución en el espacio, su distribución en el tiempo y su frecuencia o probabilidad de ocurrencia.

Cabe mencionar que al extrapolar los gastos máximos anuales o cualquier otra variable hidrológica, aún cuando se haga mediante una cuidadosa selección de una función de distribución de probabilidad, debe siempre tenerse en cuenta la credibilidad y homogeneidad de los datos y la longitud del registro. Obviamente, si se sabe que en una estación dada existen las condiciones necesarias para que se presenten errores de consideración en los registros, los resultados de cualquier análisis estadístico deben tomarse con suma reserva. Aún cuando los datos sean confiables, los análisis estadísticos mencionados anteriormente deben usarse en general, sólo cuando no estén afectados por cambios en las características hidrológicas de la cuenca provocados por presas, urbanización, desvíos, etc.. Por otra parte, es natural pensar en que las predicciones son más confiables a medida que aumenta la longitud de los registros.

En todo caso, los resultados de los análisis estadísticos, como en casi toda la hidrología, no deben aceptarse dogmáticamente. El criterio y el juicio ingenieril deben siempre estar presentes. Aún cuando a veces se recomienda no usar registros de menos de 20 años para análisis estadísticos, con frecuencia no hay otra alternativa, y es ahí donde el papel del ingeniero adquiere clara importancia sobre los métodos de análisis.

TEORÍA DE LA CONFIABILIDAD APLICADA AL  
DISEÑO DE OBRAS DE DESVÍO EN PRESAS

CAPÍTULO III

ASPECTOS HIDRÁULICOS

### **III ASPECTOS HIDRAULICOS**

El objetivo de éste capítulo es exponer el criterio comúnmente empleado para el diseño de la obra de desvío, así como la metodología que permite estimar el riesgo de falla del diseño, o dicho de otra manera su grado de confiabilidad. Al mismo tiempo se pretende destacar la importancia que tiene la evaluación del riesgo, que toma en cuenta la incertidumbre en las variables, y estima su importancia dentro del problema. Además se muestra la organización y tratamiento de la información disponible, de modo que la confiabilidad pueda ser calculada de la mejor manera posible.

#### **III.1 Introducción.**

Como se mencionó en capítulos anteriores, es cada vez más frecuente en la ingeniería hidráulica resolver problemas en donde se requiera conocer la probabilidad de ocurrencia de algún evento y en el que se analizan un sinnúmero de factores como pueden ser las características físicas de lluvias, ciclones, el clima, etcétera.

Las obras de desvío no son la excepción, ya que deben ser capaces de desviar el escurrimiento del río de manera eficiente y confiable durante un periodo largo de tiempo en el que se presentan épocas de estiaje y de lluvias en donde pueden ocurrir gastos extremadamente grandes.

A pesar de las condiciones adversas existentes para el diseño y ejecución de una obra hidráulica, finalmente se producirán beneficios directos a la sociedad, todo ello bajo la consideración de que los beneficios puedan convertirse en perjuicios, ya que en los problemas de ingeniería, no solo los hidráulicos, sino también de cualquier índole, existe incertidumbre en su solución.

Esta incertidumbre se debe a diversas causas : en primer lugar, se tienen un sinnúmero de variables que no pueden conocerse con exactitud ; en segundo lugar, no es posible saber con exactitud la importancia de cada una de ellas, ni su grado de variación ; en tercer lugar, existe una incertidumbre en los métodos de solución y en las teorías de ingeniería, porque precisamente la ingeniería nace de adoptar y simplificar teorías o leyes de física por medio de suposiciones o hipótesis, que en algunos casos son efectivas, pero en otros no ; y por último, en ocasiones no se sabe si la obtención de datos, o la construcción de obras, se hacen correctamente o se han cometido errores.

Estos errores se manifiestan posteriormente de muy diversas maneras, la falla de una presa o de su obra de desvío o de excedencias, la incapacidad de desalojo de

aguas negras de un sistema de drenaje, el desabasto de agua potable por un sistema, etcétera.

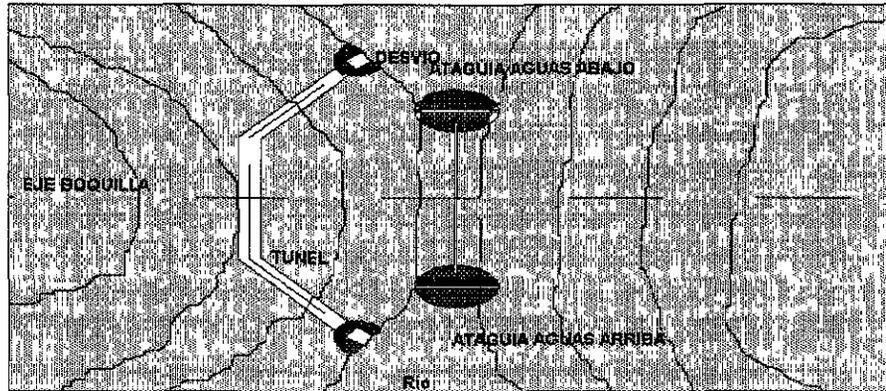
Anteriormente se hablaba de un riesgo en la solución de problemas de ingeniería. Este debe definirse de acuerdo con cuánto se está dispuesto a gastar por invertir en la obtención de beneficios directos e indirectos, que de acuerdo con un análisis económico se deriven de una solución propuesta.

En la mayoría de los casos se pretende que a lo largo de todo un proyecto, el análisis económico sea la parte más delicada por realizar. Esto quiere decir que la ingeniería de diseño es solo un paso que debe cumplirse dentro de todo el proyecto, al igual que la elaboración de estudios previos y la obtención de financiamientos.

Es por ello que la ingeniería de diseño debe de tomar en cuenta la variabilidad de los elementos más importantes de un problema, así como medir su importancia, y de acuerdo con ello proponer diseños que puedan evaluarse en términos de riesgo económico, y no solo de riesgos cualitativos. Lo anterior es posible si se habla en términos probabilísticos, asociados a las variables y al riesgo mismo.

Para satisfacer la demanda de energía eléctrica o de agua potable de una población, se requiere solucionar problemas de ingeniería nuevos, ya que debe hacerse con mayor eficacia y sin desperdiciar recursos. Los aprovechamientos hidroeléctricos son una solución a este problema. Sin embargo, durante su construcción existen varias restricciones; entre las más importantes está el manejo del río para evitar inundaciones en el área de trabajo y mantener las condiciones de flujo del río hacia aguas abajo.

El encauzamiento del río puede llevarse a cabo mediante obras de desvío, en las que sobresale por su grado de dificultad, la construcción de un túnel que conduzca el agua mientras se levanta la cortina.



**Figura III.1 Esquema de ataguías y túnel de desvío.**

La obra de desvío está formada por una ataguía ( cortina de menor tamaño ) aguas arriba y otra aguas abajo de la cortina, y de uno o varios túneles, o bien un tajo, por donde se conducen las aguas del río ( figura III.1). Entre más grandes sean las ataguías, menor será la sección hidráulica del túnel; básicamente el dimensionamiento dependerá de las condiciones hidrológicas y de los factores económicos en juego.

El dimensionamiento y la construcción de una presa, como cualquier otra obra de Ingeniería involucra una serie de actividades como son la planeación, diseño, ejecución de la obra y posteriormente el mantenimiento de la misma. Para llevar a cabo estas actividades es necesario contar, para cada caso, con la mejor información posible.

La ubicación de una cortina, la capacidad del vertedor o el dimensionamiento del desvío de un río son decisiones que se deberán tomar en base a una serie de estudios de campo y gabinete.

Para llevar a cabo el dimensionamiento de una obra de desvío es conveniente dividir el trabajo en los siguientes aspectos:

- Información General.
- Determinación de la avenida máxima para la obra de desvío.
- Dimensionamiento de los conductos y ataguías.
- Construcción de la obra de desvío.

### **III.1.1 Información general.**

Como información general se debe especificar el lugar donde se ubica la obra, así como los datos generales del río donde se llevará a cabo el desvío, así como alguna peculiaridad que presente. Se puede describir brevemente la cortina (tipo, altura, material), el vertedor (gasto pico, duración, volumen y frecuencia de la avenida) y obra de desvío (tiempo y gasto de desvío).

### **III.1.2 Determinación de la avenida de diseño para la obra de desvío.**

Para llevar a cabo la determinación del gasto de diseño se necesita contar con los gastos máximos anuales que se han presentado en el sitio del desvío y ajustarlos a la función de distribución de probabilidad ( Capítulo II ) que proporcione el mejor ajuste y en base al período de retorno seleccionado obtener el gasto de diseño.

### **III.1.3 Dimensionamiento de los conductos y ataguías.**

Como punto de partida se deben proponer:

- ◆ Tipo y número de túneles.
- ◆ Localización de túneles y ataguías.
- ◆ Elevaciones de plantillas de entrada y salida.
- ◆ Sección, longitud y pendiente de túneles.

Posteriormente se lleva a cabo el análisis hidráulico que tiene como finalidad obtener la elevación de las ataguías para la opción de túneles propuesta.

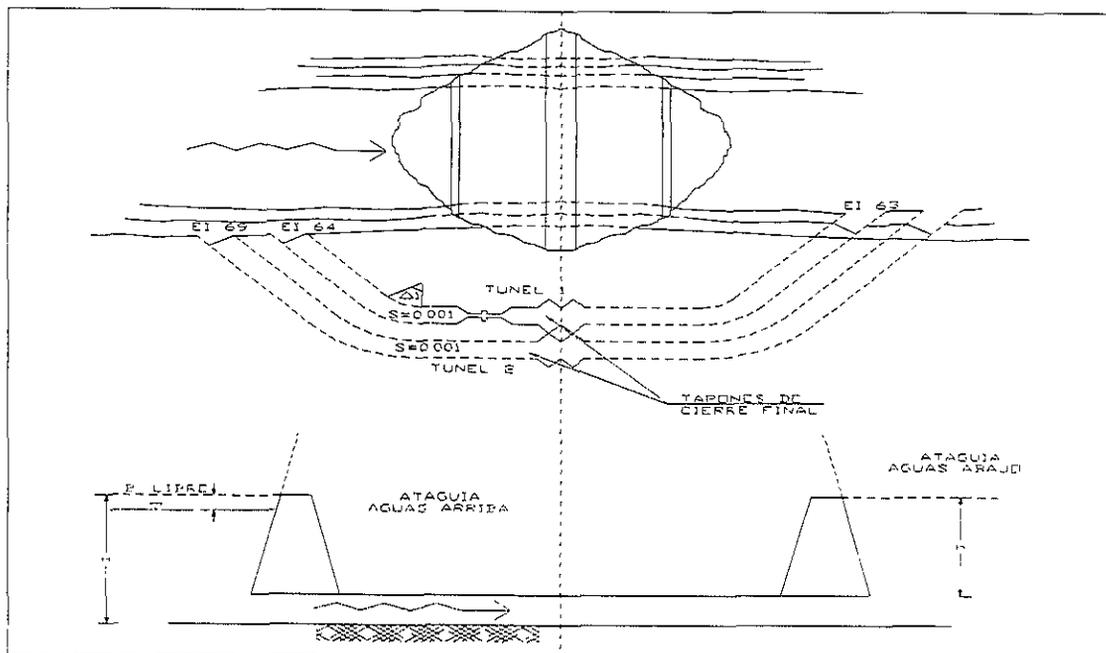
Después de obtener, para las cada una de las secciones de túneles propuestas la elevación de ataguía correspondiente se obtiene el costo de túneles, el costo de las ataguías y el costo de túneles más ataguías para cada combinación sección-túnel, que al ser graficadas en una gráfica costo vs. sección del túnel, proporciona la opción más económica para llevar a cabo el desvío.

### **III.2 Criterio usual para el diseño de obras de desvío.**

Independientemente del criterio que se vaya a ocupar para el diseño, las obras de desvío son obras temporales que deben tomar en cuenta los factores descritos en el inciso I.2 de este trabajo.

El procedimiento usual que se sigue es:

1. Determinar con los gastos máximos históricos los gastos que mejor se ajusten a una distribución de probabilidad teórica ( Gumbel, Log-normal, etc. ) y estimar por extrapolación los caudales asociados al periodo de retorno seleccionado.
2. Proponer de entre las opciones de desvío que se han mencionado, la más adecuada al caso que se analiza. Para el caso de Aguamilpa se escoge el esquema común para presas de materiales sueltos ( Figura III.2 ).



**Figura III.2 Esquema común de la obra de desvío para presas de materiales sueltos.**

3. Se calcula el funcionamiento hidráulico para obtener las curvas Elevaciones - Gastos de los túneles funcionando como tubo lleno y como canal para cada alternativa.

4. Se transitan las avenidas asociadas al  $T_r$  seleccionado con una forma dada de hidrograma y se obtienen :

$Q_{max}$  descarga.

Elevación máxima aguas arriba.

5. Se hace la evaluación económica de cada alternativa con una tabla como la mostrada a continuación ( Tabla III.1):

Opción	Tamaño túneles	Costo túneles	NAME desvío	Elev. Ataguía Aguas Arriba	Elev. Ataguía Aguas Abajo	Vol. Ataguía	Costo Ataguía	Costo Túneles	Costo total

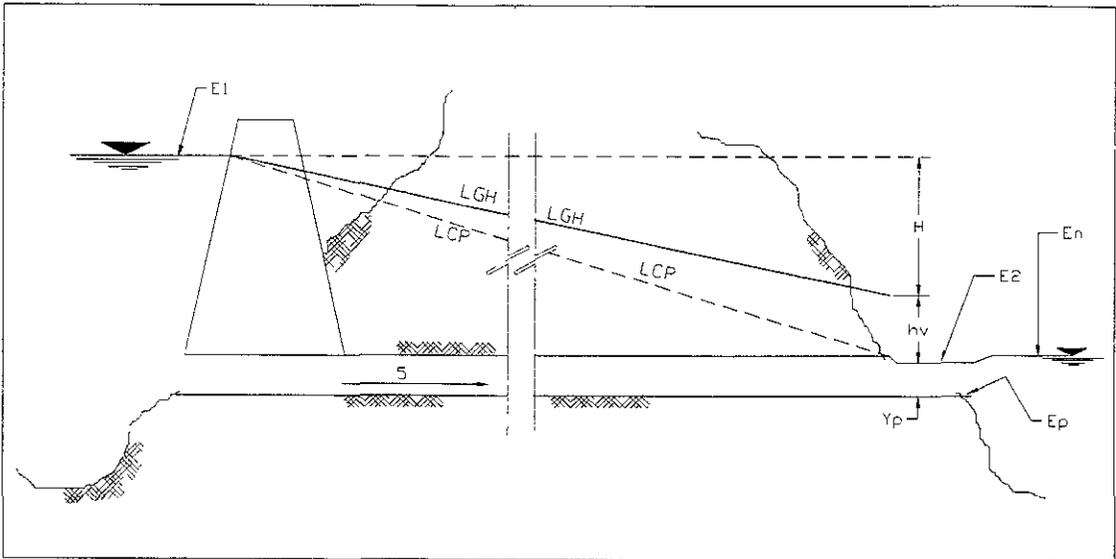
**Tabla III.1** Tabla guía para la evaluación económica de las alternativas de desvío

6. Se selecciona la opción que proporcione el costo total más bajo.

El análisis del funcionamiento hidráulico de los túneles de desvío se divide en dos zonas ; una para el funcionamiento como tubo lleno y otra para la zona que trabaja como canal.

### **III.2.1 Funcionamiento hidráulico de los túneles como tubo lleno.**

Para el funcionamiento como tubo lleno ( Figura III.3 )se plantea el Teorema de Bernoulli entre la entrada y la salida de los túneles estableciéndose para cada uno de ellos una ecuación del tipo :



**Figura III.3 Corte esquemático de una obra de desvío.**

$$E = Y_p + \frac{V_s^2}{2g} + \sum \Delta h + E_p \quad (3.1)$$

donde :

$E$  = Elevación en el embalse. ( debe ser igual para cualquier número de túneles analizados )

$Y_p$  = Tirante a la salida de los túneles

$\frac{V_s^2}{2g}$  = Carga de velocidad a la salida de los túneles.

$\sum \Delta h$  = Suma de pérdidas de carga entre la entrada y la salida de los túneles.

$E_p$  = Elevación de la plantilla a la salida de cada túnel.

El proceso consiste en establecer tantas ecuaciones de la energía como túneles de desvío hay, y además plantear la ecuación de continuidad para la solución del problema :

$$Q_r = Q_1 + Q_2 + \dots + Q_n \quad (3.2)$$

donde :

$Q_r$  = Gasto total a desviar por el río.

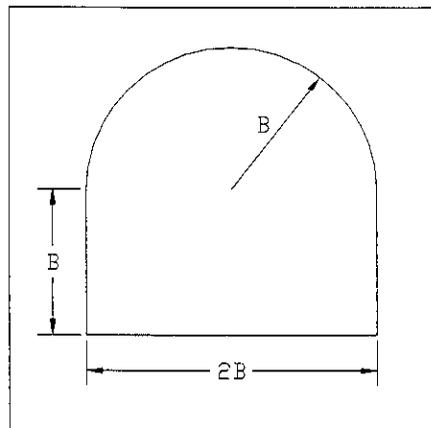
$Q_1$  = Gasto que conduce el túnel 1.

$Q_2$  = Gasto que conduce el túnel 2

$Q_n$  = Gasto que conduce el túnel n.

Teniéndose tantas incógnitas ( gastos en los túneles ) como ecuaciones haya. En cuanto al tipo de secciones, últimamente se ha trabajado con secciones del tipo portal, ya que desde el punto de vista constructivo permiten un proceso más sencillo y menos costoso que las circulares.

Para el cálculo hidráulico se recomienda utilizar el criterio del diámetro equivalente.



**Figura III.4 Corte esquemático de una sección herradura**

El área de la sección es ( figura III.4 ):

$$A_h = 2B * B + \frac{\pi B^2}{2} = 2B^2 + \frac{\pi B^2}{2}$$

$$A_h = B^2 \frac{4 + \pi}{2} \quad (3.3)$$

Para el diámetro equivalente :  $A_h = \frac{\pi D_e^2}{4}$  ( 3.3 a )

Igualando ( 3.3 ) con ( 3.3 a )

$$B^2 \frac{4 + \pi}{2} = \frac{\pi D_e^2}{4}$$

$$D_e = \left[ \frac{4}{\pi} B^2 \frac{4 + \pi}{2} \right]^{1/2} = \left[ B^2 \left( \frac{8}{\pi} + 2 \right) \right]^{1/2} = [4.5465 B^2]^{1/2}$$

$$D_e = 2.132 B \quad ( 3.4 )$$

El perímetro mojado será :

$$P_m = B + 2 B + B + \frac{2 \pi B}{2} = 4 B + \pi B = (4 + \pi) B$$

$$P_m = 7.1416 B \quad ( 3.5 )$$

y el radio hidráulico queda :

$$R_h = \frac{A_h}{P_m} = \frac{B^2 \frac{4 + \pi}{2}}{7.1416 B} = \frac{B^2 \frac{7.1416}{2}}{7.1416 B} = \frac{B}{2}$$

$$R_h = \frac{B}{2} \quad ( 3.6 )$$

Con las expresiones ( 3.3 ), ( 3.4 ), ( 3.5 ), y ( 3.6 ) se determinan los elementos geométricos para poder valorar las pérdidas de carga.

Es usual en las obras de desvío que se construyan estructuras que permitan colocar obturadores para el manejo final del río. Estas estructuras consisten en una contracción ( confusor ), ranuras para obturadores y una ampliación ( difusor ) de tal manera que ocasionan pérdidas de energía locales en el escurrimiento de los túneles.

Las pérdidas a considerar son :

✓ Entrada.

$$\Delta h_e = K_e \frac{V^2}{2g}$$

el valor usual de  $K_e$  es 0.5

✓ Contracción o confusor.

$$\Delta h_{con} = K_{con} \frac{V^2}{2g}$$

el valor de  $K_{con}$  se obtiene de acuerdo al anexo A.

✓ Ampliación o difusor.

Según la fórmula de Bor a Carnot

$$\Delta h_{af} = \frac{1.1}{2g} (v_1 - v_2)^2 = \frac{1.1}{2g} \left( \frac{A_2}{A_1} - 1 \right)^2 V^2$$

✓ Ranuras.

Según la fórmula de Weisbach - Masonyi

$$\Delta h_{ran} = 1.2 \left[ (1 - \beta)^2 + \left( \frac{1 - \alpha}{\alpha} \right)^2 \right] \frac{V^2}{2g}$$

donde

$$\alpha = 0.63 + 0.37\beta^3 \quad \beta = \frac{Bh}{Bh + 2yh + xB}$$

en este caso

$$\beta = 0.608, \quad \alpha = 0.713$$

✓ Cambios de dirección.

Se calcula según la fórmula de Hoffmann

$$\Delta h_c = k_c \eta \frac{V^2}{2g} = K_c \frac{V^2}{2g}$$

donde  $k_c$  depende de  $\frac{R}{D}$  y  $\eta$  del ángulo de deflexión de la curva (Apéndice A).

✓ Fricción.

Se puede utilizar la fórmula de Darcy, de Kozeny u otras, pero la usual es la de Manning.

$$\Delta h_f = \frac{V^2 n^2 L}{R^{4/3}}$$

$n$  = coeficiente de rugosidad.

$n = 0.036$  para roca excavada con explosivos.

$n = 0.026$  para roca recubierta con concreto lanzado.

$n = 0.014$  para concreto hidráulico.

Al sustituir en la ecuación de la energía ( 3.1 ) entre la entrada y la salida de los túneles, se llega a una ecuación del tipo :

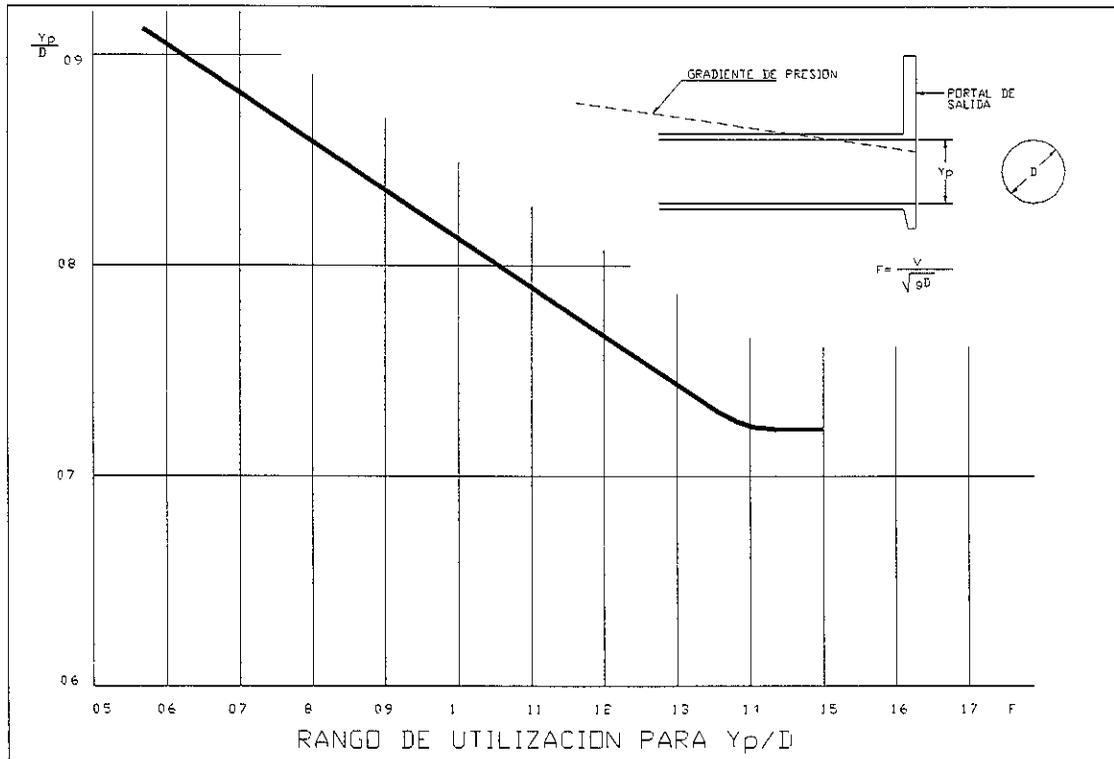
$$E = Y_p + \frac{V_s^2}{2g} + \frac{V_s^2 n^2 L}{R^{4/3}} + \frac{V_s^2}{2g} K_{c1} + \frac{V_s^2}{2g} K_{c2} + \frac{V_s^2}{2g} K_e + \frac{V_s^2}{2g} K_{dif} + \frac{V_s^2}{2g} K_{con} + \frac{V_s^2}{2g} K_{ran} + E_p \quad (3.7)$$

Que puede resumirse en :

$$E = Y_p + \frac{V_s^2}{2g} \left( 1 + \frac{2gn^2L}{R^{4/3}} + K_{c1} + K_{c2} + K_e + K_{dif} + K_{con} + K_{ran} \right) + E_p \quad (3.8)$$

Donde  $K_{c_1}$  y  $K_{c_2}$  son los coeficientes de pérdidas por curvas.

El término  $Y_p$  ( carga piezométrica ), según el Cuerpo de Ingenieros de los Estados Unidos ( USACOE ) se obtiene de la siguiente figura.



**Figura III.5 Rango de utilización para  $y_p/d$ .**

Para números de Froude entre 0.5 y 1.5 se aproxima a la siguiente ecuación :

$$Y_p = 1.015D - \frac{0.20}{A} \sqrt{\frac{D}{g}} Q, \quad (3.9)$$

donde :

$D$  = Diámetro equivalente

$A$  = Area del conducto

$Q_i$  = Gasto analizado

Sustituyendo ( 3.9 ) en ( 3.8 ), usando  $v = \frac{Q}{A}$ , y considerando la ecuación de continuidad para un conducto se llega a :

$$E = 1.015 D_i - \frac{0.20}{A_i} \sqrt{\frac{D_i}{g}} Q_i + \frac{Q_i^2}{A_i^2 2g} \left( 1 + \frac{2gn^2 L}{R^{4/3}} + K_{c1} + K_{c2} + K_e + K_{df} + K_{con} + K_{ran} \right) + E_p \quad (3.10)$$

haciendo

$$\alpha_i = \frac{0.20}{A_i} \sqrt{\frac{D_i}{g}}$$

$$\beta_i = \frac{1}{A_i^2 2g} \left( 1 + \frac{2gn^2 L}{R^{4/3}} + K_{c1} + K_{c2} + K_e + K_{df} + K_{con} + K_{ran} \right)$$

Finalmente se puede escribir :

$$E = 1.015 D_i - \alpha_i Q_i + \beta_i Q_i^2 + E_p \quad (3.11)$$

La ecuación ( 3.11 ) debe cumplirse para cada túnel analizado, considerando que se tienen  $(t + 1)$  ecuaciones. ( $t$  es el número de túneles ).

Si se tienen 2 túneles, el sistema de ecuaciones con el que se resuelve el problema es :

$$E = 1.015 D_1 - \alpha_1 Q_1 + \beta_1 Q_1^2 + E_{p1} \quad (3.12)$$

$$E = 1.015 D_2 - \alpha_2 Q_2 + \beta_2 Q_2^2 + E_{p2} \quad (3.13)$$

$$Q_i = Q_1 + Q_2 \quad (3.14)$$

Como se puede observar las incógnitas son los gastos  $Q_1$  y  $Q_2$  y la elevación en el embalse  $E$ , por lo que se procede de la siguiente manera :

- a) Se escoge un gasto a analizar  $Q$ .
- b) Se evalúan para cada túnel las constantes  $\alpha_i$  y  $\beta_i$ .
- c) Se igualan las ecuaciones ( 3.12 ) y ( 3.13 ) en función del diámetro equivalente de cada túnel.
- d) Con ayuda de la ecuación ( 3.14 ) se resuelve el sistema y se determinan los gastos  $Q_1$ ,  $Q_2$  y la elevación  $E$ .
- e) Se comprueba que la elevación  $E$  en el embalse sea mayor que la elevación de la plantilla de entrada sumada a  $1.5D$ , ya que para elevaciones menores y hasta  $1.2D$ , sobre la plantilla, se considera que trabaja en zona de transición, y hacia abajo de ésta elevación como canal.

Cabe observar que en el caso de tener secciones a lo largo del túnel con distintos acabados (unas revestidas y otras no por ejemplo) que contemplen cambios de sección (áreas) como es el caso en el que ya se cuela la contracción para el tapón definitivo, la ecuación general ( 3.11 ), puede adquirir la forma :

$$E = 1.015 D, -\alpha, Q, + E_p + \beta, Q,^2 + \beta_j, Q_j,^2 + \beta_k, Q_k,^2 + \dots \quad (3.15)$$

donde

$\beta_s$  = suma de los coeficientes de pérdidas por fricción y locales en el túnel multiplicados por la relación  $\frac{1}{A_s^2 2g}$ .

$\beta_j, \beta_k$  = sumas de los coeficientes de pérdidas por fricción y locales en las secciones particulares que se están analizando, multiplicados por la relación  $\frac{1}{A_j^2 2g}, \frac{1}{A_k^2 2g}$

### III.2.2 Funcionamiento hidráulico de los túneles como canal.

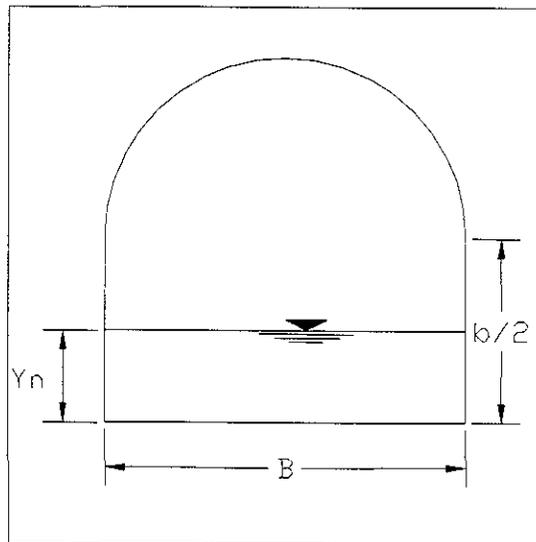
Para calcular el trabajo como canal de los túneles, se considera que se presenta un flujo normal.

Para llevar a cabo el cálculo anterior se cuenta con :

L = Longitud del túnel a analizar.

2B = ancho de la sección herradura.

s = pendiente del túnel.



**Figura III.6. Túnel trabajando como canal.**

Utilizando la fórmula de Manning

$$V = \frac{1}{n} R_h^{2/3} S^{1/2}$$

v = velocidad del agua en el túnel

n = coeficiente de rugosidad

R = Radio hidráulico

s = pendiente del túnel

y de la figura III.6:

$$R_n = \frac{by_n}{b + 2y_n} \quad ; \quad A_n = by_n$$

La ecuación  $Q = V A$  se puede escribir como:

$$Q = \frac{1}{n} \left( \frac{by_n}{b + 2y_n} \right)^{2/3} S^{1/2} (by_n) \quad (3.15)$$

además se puede calcular el tirante crítico para trabajo como canal con:

$$y_c = \sqrt[3]{\frac{(Q/b)^2}{g}} \quad (3.15 a)$$

Con la ecuación de Manning y con  $Q = v A$ , se obtienen para los distintos gastos propuestos, el tirante normal  $y_n$ , la velocidad en el túnel y la carga de velocidad  $h_v = \frac{v^2}{2g}$ . Para concluir con el cálculo la elevación del agua a la entrada es igual a la elevación de la plantilla a la entrada más el tirante obtenido  $y_n$ , más la carga de velocidad.

Con el cálculo anterior se conoce cómo trabajan los túneles como canal en forma independiente, pero para conocer como se comportan en forma conjunta, se pueden ajustar ecuaciones del tipo  $E = a_i Q_i^{b_i}$  para cada túnel y considerar que la elevación de agua en el embalse es la misma para cualquier túnel y la suma de gastos de los túneles debe cumplir con la ecuación (3.16)

$$Q_{no} = Q_1 + Q_2 + \dots + Q_n \quad (3.16)$$

$$E = a_1 Q_1^{b_1} \quad (3.17a)$$

$$E = a_2 Q_2^{b_2} \quad (3.17b)$$

$$E = a_n Q_n^{b_n} \quad (3.17c)$$

Se igualan las elevaciones para obtener los gastos correspondientes a cada túnel y con la suma de gastos de todos los túneles se obtiene el gasto del río

Con ésto podemos establecer para cada gasto del río el gasto que pasa por cada túnel y la elevación que se presenta en el embalse.

### **III.3 Criterio propuesto ( Teoría de la confiabilidad ).**

La teoría de confiabilidad o el Análisis de confiabilidad se utiliza en la Ingeniería como una herramienta de diseño y evaluación, y considera a la solución propuesta, o al diseño estudiado, como un sistema con una cierta probabilidad de que no funcione correctamente o de que falle.

La falla puede entenderse de diferentes formas, pero en términos generales se les puede agrupar en dos tipos :

1) Falla estructural: Es un daño o cambio en la estructura física del sistema, que lo inhabilita para funcionar como se desea. Por ejemplo, el rompimiento de una presa.

2) Falla de funcionamiento: No se altera la estructura del sistema, sino más bien se excede el límite del funcionamiento del sistema, como puede ser la inundación de una calle debido a falta de capacidad de las alcantarillas, pero que no están dañadas.

Las fallas o eventos de falla ocurren cuando las demandas o cargas son mayores que la capacidad de suministro del sistema.

Un evento de falla está asociado a una probabilidad llamada riesgo, la cual se ha definido de las siguientes maneras :

- ✓ Es la probabilidad de falla.
- ✓ Es el recíproco del tiempo esperado antes de la falla ( periodo de retorno ).
- ✓ Es el costo esperado de falla.
- ✓ Es el costo real asociado con la falla.

Para nuestros fines el riesgo se considera definido como en la primera acepción. Sin embargo el concepto de período de retorno es el comúnmente manejado en la práctica, por lo que se empleará eventualmente en las aplicaciones sólo con fines comparativos.

Por otro lado, la confiabilidad se define como el complemento del riesgo, es decir, la probabilidad de no falla. En torno a éste concepto se ha elaborado toda una

teoría que permite resolver problemas de Ingeniería tanto en el campo de la evaluación de la confiabilidad o seguridad de un sistema existente ; como en el campo del diseño de nuevos sistemas.

En los dominios de la Ingeniería Hidráulica, el funcionamiento correcto de un sistema hidráulico dependerá de muchos factores, cada uno de los cuales tiene su propia incertidumbre, que puede proceder de :

- Incertidumbres naturales asociadas con las fluctuaciones aleatorias, temporal y espacialmente, inherentes a procesos naturales.
- Incertidumbre en el modelo. Refleja la incapacidad de simular o de diseñar técnicas para representar el comportamiento físico verdadero del sistema o del proceso.
- Incertidumbres en los parámetros del modelo, los cuales consisten en la variabilidad en la determinación de los parámetros a ser usados en el modelo o diseño.
- Incertidumbres en la información, como son : errores e imprecisión de las mediciones ; red de mediciones insuficiente ; y errores en la transcripción y manejo de la información.
- Incertidumbres operacionales, como aquellas asociadas con la construcción, manufactura, deterioro, mantenimiento y otros factores humanos que no se tomaron en cuenta en la modelación o el procedimiento de diseño.

La evaluación de la confiabilidad no puede conocerse exactamente, ya que no pueden tomarse en cuenta todas las incertidumbres mencionadas de un sistema, porque su representación o simulación se vuelve sumamente complicada. Además, las variables del sistema pueden estar relacionadas entre sí, lo cual no es sencillo de determinar. Es por ello que la obtención de la confiabilidad se hace mediante aproximaciones, que pueden considerarse de dos tipos :

- 1) Una apreciación de la información de fallas históricas, que viene a ser una aproximación gruesa de la confiabilidad del sistema y que no requiere de información sobre la constitución y desempeño de los componentes del sistema. Es también una deducción basada en la experiencia, que no siempre puede llevarse a cabo, debido a la falta o a lo inadecuado de los datos.
- 2) Una simulación que considere el funcionamiento de cada uno de los factores, aproximación que combina probabilísticamente las contribuciones de los factores para calcular la confiabilidad del sistema.

Los métodos de análisis de confiabilidad que quedan agrupados dentro de la segunda categoría son : de integración directa, de simulación o de Monte Carlo y

del segundo momento. Cheng (1982) revisó estos métodos y apuntó lo siguiente : el método de integración directa requiere de saber las funciones de densidad de probabilidad de los parámetros, las cuales rara vez se conocen en realidad. Aún si éstas fueran conocidas o supuestas, su combinación para un sistema complicado y su subsiguiente integración numérica para el cálculo del riesgo total es con frecuencia muy difícil de tratar en forma matemática. El método de simulación de Monte Carlo es muy flexible y puede ser aplicado para resolver una gran variedad de problemas ; sin embargo tiene la desventaja de que su cálculo es difícil para lograr un nivel deseado de exactitud, especialmente cuando el número de variables es grande y el riesgo es pequeño.

Por otro lado, el método del segundo momento de primer orden ofrece las siguientes ventajas sobre los otros métodos (Yen,1986):

- a) La técnica es sencilla en su formulación y es flexible para aplicarla prácticamente a cualquier sistema.
- b) Permite considerar cuantos parámetros se quiera, ya que puede tomar en cuenta las incertidumbres de todos los parámetros del sistema o de algunos de ellos.
- c) Toma en cuenta las incertidumbres explícitamente.
- d) El requerimiento de información es flexible y no muy demandante, ya que solo necesita la media y la variancia de los parámetros, y no necesariamente su función de distribución, aunque ésta puede usarse.
- e) El riesgo de todo el sistema puede ser estimado con pocos cálculos computacionales.
- f) Proporciona información acerca de la importancia relativa de los parámetros analizados.

En el apéndice B se presenta toda la teoría de la confiabilidad y el método del segundo momento, conceptos que se aplican a los túneles de desvío como se muestra a continuación.

### III.3.1 Aplicación del método del segundo momento a túneles de desvío.

A partir de la figura III.3 se puede establecer la ecuación de la energía entre la entrada y la salida de cualquier túnel.

$$E = Y_p + \frac{V_s^2}{2g} + \sum_e^s \Delta h + E_p$$

sustituyendo los siguientes valores:

$$Y_p = 1.015D - \frac{0.20}{A} \sqrt{\frac{D}{g}} Q$$

$$V = \frac{Q}{A}$$

y considerando las siguientes pérdidas

$$\text{Pérdida por fricción} = \frac{V^2 n^2 L}{R_h^{4/3}}$$

$$\sum \text{pérdidas locales} = K_{Loc} \cdot \frac{V^2}{2g}$$

la ecuación anterior queda:

$$E = 1.015D - \frac{0.20}{A} \sqrt{\frac{D}{g}} Q + \frac{Q^2}{2g A^2} + \left[ K_{Loc} \cdot \frac{Q^2}{2g A^2} + \frac{Q^2 n^2 L}{A^2 R_h^{4/3}} \right] + E_p$$

Recordando que para sección herradura:

$$A = 3.5708 B^2$$

$$R_h = 0.5B$$

$$D = 2.1322B$$

Se tiene:

$$E = 1.015(2.1322B) - \frac{0.20}{(3.5708B^2)} \sqrt{\frac{2.1322B}{9.81}} Q +$$

$$(1 + K_{Loc}) \frac{Q^2}{2g(3.5708B^2)^2} + \frac{Q^2 n^2 L}{(3.5708B^2)^2 (0.5B)^{4/3}} + E_p$$

Realizando operaciones:

$$E = 2.164183B - 0.02611223B^{-3/2}Q + 0.00945928B^{-4}Q^2 + \\ + 0.19762518B^{-16/3}Q^2 n^2 L + E_p$$

Para cada túnel se tiene una ecuación como la anterior, y como el valor de  $E$  es el mismo para ambos túneles se pueden igualar dichas ecuaciones y sustituir el valor de  $Q_2$  como  $Q_2 = Q_T - Q_1$  por lo que la igualdad quedará en términos solamente de  $Q_1$  llegando a una ecuación del tipo

$$AQ_1^2 + BQ_1 + C = 0$$

Al resolver ésta ecuación se puede obtener una nueva que exprese el gasto que sale por el túnel 1 ( $Q_1$ ) en función del gasto total que sale por ambos túneles ( $Q_T = Q_1 + Q_2$ ).

Si se sustituye dicha relación en la ecuación se puede expresar  $E$  en función de  $Q_T$  con una ecuación que tenga la siguiente forma:

$$E = aQ_T^2 + bQ_T + c$$

donde los términos  $a, b$ , y  $c$  involucran  $B$  y  $n$

Finalmente para tomar en cuenta el efecto de regulación del vaso, a partir del tránsito de avenidas se puede relacionar el gasto de entrada al vaso (gasto de diseño determinado por procedimientos hidrológicos) con el gasto de salida por los túneles ( $Q_T = Q_1 + Q_2$ ) de donde la ecuación definitiva queda de la forma

$$E = a'Q_p^2 + b'Q_p + c' \quad (3.18)$$

donde los términos  $a', b'$  y  $c'$  involucran  $B$  y  $n$

Si se supone un valor  $E_E$  de la elevación de la ataguía, la función de confiabilidad es:  $G(x) = E_E - E$ .

Por otro lado, si se considera que en un túnel no revestido es difícil precisar un valor exacto para el coeficiente de rugosidad  $n$  y también para el valor del ancho  $B$ , lo mejor será tomar como base el comportamiento estadístico usual de este tipo de variables (C.F.E., 1995 y Noruega) con lo que se puede obtener el valor medio y desviación estándar para estas dos variables.

Todas las consideraciones anteriores permiten para un valor supuesto ( $E_E$ ) de la elevación de la ataguía, construir a partir de la ecuación (4.23) una función de confiabilidad o comportamiento dada por :

$$G(x) = E_E - (a'Q_p^2 + b'Q_p + c') \quad (3.19)$$

Para determinar las condiciones límite en que la obra de desvío falla, es decir si  $G(x) < 0$ , se emplea el método del segundo momento ( Apéndice B ), el cual requiere primero obtener las derivadas parciales de la función de comportamiento ( $G(x)$ ) con respecto a cada una de las variables  $Q$ ,  $B$  y  $n$   $\left( \left( \frac{\partial G}{\partial Q'} \right)_* \left( \frac{\partial G}{\partial B'} \right)_* \left( \frac{\partial G}{\partial n'} \right)_* \right)$  para posteriormente calcular los cosenos directores con las siguientes expresiones:

si se hace

$$SS = \sqrt{\left( \left( \frac{\partial G}{\partial Q'} \right)_* \right)^2 + \left( \left( \frac{\partial G}{\partial B'} \right)_* \right)^2 + \left( \left( \frac{\partial G}{\partial n'} \right)_* \right)^2}$$

se pueden calcular los cosenos directores por medio de :

$$\alpha_{Q'}^* = \frac{\left( \frac{\partial G}{\partial Q'} \right)_*}{SS}$$

$$\alpha_{B'}^* = \frac{\left( \frac{\partial G}{\partial B'} \right)_*}{SS}$$

$$\alpha_{n'}^* = \frac{\left( \frac{\partial G}{\partial n'} \right)_*}{SS}$$

Con éstos resultados se definen las variables aleatorias :

$$Q^* = \mu_Q^N - \beta \alpha_Q^* \sigma_Q^N$$

$$B^* = \mu_B - \beta \alpha_B^* \sigma_B$$

$$n^* = \mu_n - \beta \alpha_n^* \sigma_n$$

Para el caso límite en que  $G(x) = 0$ , a partir de la función de comportamiento puede establecerse que :

$$E_E = \alpha' Q_p^{*2} + b'' Q_p^* + c' \quad (3.20)$$

En ésta ecuación la única incógnita es  $\beta$  y el miembro derecho tiene distribución normal, lo que permite determinar el valor de la probabilidad  $P$  de que  $E$  no sobrepase el valor  $E_E$  seleccionado ( probabilidad de no falla ) tomando en cuenta la variabilidad de  $B, n$  y  $Q$ .

El cálculo de  $\beta$  se hace por aproximaciones hasta que  $\beta_{i+1} \approx \beta$  y en cada iteración se calculan de nuevo las derivadas de la función de comportamiento así como la media y la desviación estándar  $\mu_Q^N$  y  $\sigma_Q^N$  para la distribución normal equivalente de  $Q$ ; de ésta manera la función va aproximándose al valor de la altura  $E_E$ , además la determinación de  $\beta$  permite identificar no solo la probabilidad de falla, sino también el gasto  $Q^*$  con que ella se produciría.

### **III.3.3.2 Aplicación del método de montecarlo.**

La simulación de Monte Carlo o método de Monte Carlo es un tipo de simulación estocástica, porque hace uso de números aleatorios para la obtención de una muestra con una distribución de probabilidad particular.

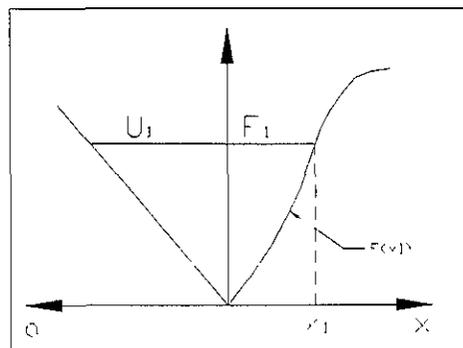
Históricamente el método de Monte Carlo fue considerado como una técnica, usando números aleatorios o pseudoaleatorios para la solución de un modelo. Los números aleatorios son esencialmente variables aleatorias independientes, distribuidas uniformemente sobre el intervalo de cero a uno.

Realmente, lo que está disponible en la computadora son códigos aritméticos para la generación de secuencias de dígitos pseudoaleatorios, donde cada dígito (de cero a nueve) ocurre con la misma probabilidad, aproximadamente. Consecuentemente, las secuencias pueden modelar series de dígitos o códigos. Tales códigos son llamados “generadores de números aleatorios”. Si se agrupan juntos estos, conformarían números pseudoaleatorios con cualquier número de dígitos.

Ahora bien, para generar números aleatorios con una distribución de probabilidades no uniforme, se procede de la siguiente forma ( fig III.7 ) :

- 1) Se genera un número aleatorio  $U_1$  con distribución uniforme.
- 2) El valor obtenido en (1) se considera igual a la ordenada de la función de distribución que se estudia, es decir, se hace  $F(x_1) = U_1$ .
- 3) Se calcula la abscisa de la función ( $x_1$ ) despejándola de la ecuación  $F(x_1) = U_1$ .
- 4) Los pasos (1) a (3) se repiten tantas veces como sea necesario.

En este estudio, el modelo que se debe simular es la ecuación ( 3.20 )  
 Donde las variables aleatorias se indican con un asterisco.



**Figura III.7 Generación de números aleatorios con distribución de probabilidades no uniforme.**

El proceso consiste en generar valores de cada variable aleatoria y estimar la probabilidad de falla como el cociente del número de casos en que el término de la

derecha en la ecuación ( 3.20 ) supera el valor  $E_E$  supuesto, entre el número total de casos simulados.

Para efectos de comparar con los resultados del método del 2º momento, en donde todas las variables siguen una distribución normal, también se usó esta distribución de probabilidad para generar, mediante números pseudoaleatorios, los valores que toma cada variable.

Sin embargo, lo anterior no significa que deba usarse únicamente la distribución de probabilidad en las variables con incertidumbre, con lo que se aprovecha al máximo toda la información que sobre las variables con incertidumbre exista, a diferencia del método del segundo momento, en donde sólo permiten distribuciones normales.

Es conveniente obtener la diferencia entre las probabilidades de falla obtenidas de ambos métodos, para algunos valores del diámetro del túnel de desvío y su correspondiente altura de ataguía.

**TEORÍA DE LA CONFIABILIDAD APLICADA AL  
DISEÑO DE OBRAS DE DESVÍO EN PRESAS**

**CAPÍTULO IV**

**APLICACION DE UN CASO PRACTICO:  
PROYECTO HIDROELÉCTRICO AGUAMILPA**

#### **IV Aplicación de un caso práctico: Proyecto Hidroeléctrico Aguamilpa**

En éste capítulo se presenta el diseño de la obra de desvío del Proyecto Hidroeléctrico Aguamilpa-Solidaridad en Tepic, Nayarit, utilizando tanto el procedimiento comúnmente empleado como el criterio propuesto en esta tesis. Como primera parte de este capítulo se expone el análisis para determinar el gasto de diseño para la obra de desvío y como segunda parte el dimensionamiento de los túneles de desvío y las ataguías.

##### **IV.1 Introducción**

Cabe recordar que cada corriente natural tiene sus propias características que definirán los criterios que deben emplearse para analizar las dimensiones y número de conductos que deben de emplearse para manejar las aguas de la corriente durante el tiempo que dure la construcción de las obras del aprovechamiento hidráulico que se pretende desarrollar. Dado que el objetivo del presente trabajo es comparar los resultados entre dos metodologías solo se analizan dos esquemas de desvío, uno con dos y otro con tres túneles de desvío sin que ésto signifique que sean las únicas que deben tomarse en cuenta.

##### **IV.2 Información General del Proyecto Hidroeléctrico Aguamilpa.**

Se analiza la obra de desvío del Proyecto Hidroeléctrico denominado "Aguamilpa-Solidaridad ", localizado sobre el río Santiago, al que se le unen los ríos Verde, Juchipila, Bolaños, Jesús María y Huaynamota, lo que lo convierte en una importante fuente de generación de energía eléctrica. La Central Hidroeléctrica se encuentra ubicada en la parte central del estado de Nayarit, en los municipios de Tepic y El Nayar. Las coordenadas geográficas del sitio son: 104° 46' 29'' de longitud oeste y 21° 50' 32'' de latitud norte. Se llega partiendo de la ciudad de Tepic rumbo a la carretera estatal pavimentada que va a la población de Francisco I. Madero y a la altura del kilómetro 12 se encuentra la desviación hacia la Central.

Adicionalmente a la generación de energía hidroeléctrica, la Central Hidroeléctrica Aguamilpa-Solidaridad beneficia a la planicie costera del estado de Nayarit, durante los meses de lluvia, regulando las avenidas del río Santiago, con lo que se logra incorporar al riego a 75,000 nuevas hectáreas y garantizar dos ciclos de cultivos al año a 30,000 hectáreas que anteriormente se aprovechaban solo por temporal.

El aprovechamiento Hidroeléctrico tiene los siguientes datos básicos:

- Cortina de 187 metros de altura total al desplante tipo aluvión-enrocamiento con cara de concreto con cota de corona al nivel 235 m.s.n.m., longitud de la corona de 642 metros, talud aguas arriba 1.5: 1, talud aguas abajo 1.4: 1.
- Vertedor tipo controlado por compuertas formado por un canal a cielo abierto con un muro separador, que tiene una capacidad máxima de descarga de 14,900 m<sup>3</sup> por segundo, que corresponde al transitar por el vaso una avenida con un gasto máximo de 17,500 m<sup>3</sup> por segundo, ésta fue determinada con base en criterios de transposición de ciclones y la precipitación máxima probable. Consta de 6 vanos de 12 m de ancho, dividido en dos canales, uno auxiliar y otro de servicio. La política de operación de compuertas es tal que permite regular avenidas con un periodo de retorno de 70 años, sin descargar más de 3,000 m<sup>3</sup> por segundo. La elevación de la cresta es la marcada como 210.00 y el labio de la cubeta de descarga la 140.00 alcanzándose una velocidad máxima de 38 m/s, por lo que fue necesario construir aireadores.
- Generación anual promedio de 2,131 GWh.
- Desvío del río durante la construcción para 6300 m<sup>3</sup>/s

### **IV.3 Determinación de la avenida de diseño para la obra de desvío del Proyecto Hidroeléctrico Aguamilpa.**

Tomando como base los datos hidrológicos de los gastos máximos históricos que se han presentado en el sitio ( Tabla IV.1 ) se hizo un ajuste de los datos a diferentes distribuciones de probabilidad y se calculó el error cuadrático para cada una de ellas ( Tabla IV.2 ).

GASTO (m <sup>3</sup> /s)	GASTO (m <sup>3</sup> /s)	GASTO (m <sup>3</sup> /s)
9334	2903	2140
6688	2640	2080
6113	2604	2066
5652	2600	2062
5277	2595	2043
5200	2547	1958
5061	2526	1875
4470	2510	1758
4382	2472	1706
4190	2413	1653
3542	2401	1639
3319	2384	1638
3310	2301	1500
3183	2270	1394
3133	2279	1296
3051	2184	1068
2956	2160	799

Tabla IV.1 Gastos máximos anuales registrados en el río Santiago para el proyecto Aguamilpa.

Como se aprecia en la tabla IV.2 la distribución Doble Gumbel con los siguientes parámetros es la que proporciona el mínimo error cuadrático

$$F(x) = e^{-e^{-\alpha_1(x-\beta_1)}} \cdot \left[ p + (1-p)e^{-e^{-\alpha_2(x-\beta_2)}} \right]$$

$$\alpha_1 = 0.0020436$$

$$\alpha_2 = 0.0008072$$

$$\beta_1 = 1984.869$$

$$\beta_2 = 4954.533$$

$$p = 0.8039216$$

Distribución de Probabilidad	Error cuadrático
Normal	4950.2
Log-normal	2568.8
Gumbel	3118.5
Exponencial	2258.5
Gamma	3150.2
Doble Gumbel	1960.9

Tabla IV.2 Errores cuadráticos para diferentes distribuciones de probabilidad al realizar el ajuste de los gastos máximos históricos.

Los resultados de gastos máximos asociados a distintos periodos de retorno se muestran en la tabla IV.3:

Gasto (m <sup>3</sup> /s)	Período de retorno (T <sub>r</sub> )
20	6472
25	6787
50	7717
100	8609

**Tabla IV.3 Gastos máximos asociados a distintos periodos de retorno evaluados con la distribución Doble Gumbel.**

El gasto de diseño que se considera más adecuado es el correspondiente al periodo de retorno de 25 años ( 6,787 m<sup>3</sup>/s ), con el cual se determina la avenida de diseño que se utiliza para relizar el tránsito de la avenida que se muestra en el apéndice D.

La probabilidad de que se presente este gasto es:

$$P = 1 - \frac{1}{T_r} = 1 - 0.04 = 0.96$$

y la probabilidad de falla es:

$$P_f = 1 - 0.96 = 0.04$$

Este valor es el que permite comparar los resultados con los obtenidos con el criterio probabilístico y referirlos como punto de comparación.

#### **IV.4 Dimensionamiento de los conductos y ataguías determinísticamente en el caso del Proyecto Hidroeléctrico Aguamilpa.**

Para ejemplificar el diseño de la obra de desvío, se utiliza el procedimiento expuesto en el capítulo anterior y se analizan dos alternativas; la primera con 2 túneles y la segunda con 3, para cada una de ellas se proponen diferentes tamaños de conductos.

#### **IV.4.1 Desvío del río por medio de 2 túneles.**

Para analizar la alternativa con dos túneles se propone la geometría mostrada en la tabla IV.4.

Túnel	Longitud	CURVA 1			CURVA 2			ELEVACION	
		R	$\Delta$	Lc	R	$\Delta$	Lc	Entrada	Salida
1	783.31	104.2	42°	76.39	196.61	23°	78.92	64	63
2	894.73	104.2	42°	76.39	196.61	23°	78.92	69	63

**Tabla IV.4. Geometría propuesta para la opción de desvío con 2 túneles por margen derecha.**

#### **IV.4.1.1 Funcionamiento de 2 túneles como tubo lleno**

Como se están proponiendo dos túneles, utilizando la ec. (3.1) se tiene:

$$E = Y_{p1} + \frac{V_{s1}^2}{2g} + \sum \Delta h_1 + E_{p1}$$

$$E = Y_{p2} + \frac{V_{s2}^2}{2g} + \sum \Delta h_2 + E_{p2}$$

y según la ec (3.2)

$$Q_r = Q_1 + Q_2$$

Utilizando las ecuaciones (3.3), (3.4), (3.5) y (3.6) para las diferentes secciones que se analizan los datos geométricos son los mostrados en la tabla IV.5:

Sección	A <sub>h</sub>	D <sub>e</sub>	P <sub>m</sub>	R <sub>h</sub>
13 x 13	150.866	13.858	46.420	3.250
14 x 14	174.969	14.924	49.991	3.500
15 x 15	200.857	15.990	53.562	3.750
16 x 16	228.531	17.056	57.133	4.000
17 x 17	257.990	18.122	60.704	4.250

Tabla IV.5. Area hidráulica, diámetro equivalente, perímetro mojado y radio hidráulico para las secciones analizadas

Las pérdidas a considerar son:

Entrada:

$$\Delta h_e = K_e \frac{V^2}{2g}$$

adoptando  $K_e = 0.5$

$$\Delta h_e = 0.5 \frac{V^2}{2g}$$

Contracción:

$$\Delta h_{con} = K_{con} \frac{V^2}{2g}$$

En la figura A.1 del apéndice A se muestran valores de  $K_{con}$  para relaciones  $\frac{D}{d} > 1.2$ . Para relaciones menores se debe extrapolar la gráfica, pero se observa que  $K_{con} = 0.25$  para tubo lleno.

$$\Delta h_{con} = 0.25 \frac{V^2}{2g}$$

Difusor :

$$\Delta h_{dif} = \frac{1.1}{2g} \left[ \frac{A_2}{A_1} - 1 \right] V^2$$

para este caso  $A_1 = A_2$  ( no hay cambio de sección )

$$\Delta h_{dif} = 0$$

Ranuras:

$$\Delta h_{ran} = 1.2 \left[ (1-\beta)^2 + \left( \frac{1-\alpha}{\alpha} \right)^2 \right] \frac{V^2}{2g}$$

Para este caso  $\alpha = 0.713445$        $\beta = 0.6086695$

$$\Delta h_{ran} = 0.3773 \frac{V^2}{2g}$$

Cambio de dirección:

$$\Delta h_c = k_c \cdot \eta \cdot \frac{V^2}{2g} = K_c \frac{V^2}{2g}$$

Los valores de  $k_c$  y de  $\eta$  se muestran en la tabla IV.6 y IV.7 para las curvas 1 y curvas 2 respectivamente.

Sección	13 x 13	14 x 14	15 x 15	16 x 16	17 x 17
Coef.					
k	0.22	0.22	0.22	0.22	0.222
$\eta$	0.65	0.65	0.65	0.65	0.65
$K=k \cdot \eta$	0.143	0.143	0.143	0.143	0.144

**Tabla IV.6. Valores del coeficiente de pérdida por cambio de dirección  $K_c$  en curvas 1 (Desvío con 2 túneles)**

Sección	13 x 13	14 x 14	15 x 15	16 x 16	17 x 17
Coef.					
k	0.22	0.22	0.22	0.22	0.22
$\eta$	0.437	0.437	0.437	0.437	0.437
$K=k \cdot \eta$	0.0961	0.0961	0.0961	0.0961	0.0961

**Tabla IV.7. Valores del coeficiente de pérdida por cambio de dirección  $K_c$  en curvas 2 (Desvío con 2 túneles)**

Fricción:

$$\Delta h_f = \frac{V^2 n^2 L}{R_h^{4/3}}$$

Para el caso de Aguamilpa se usa el valor común para roca:  $n = 0.0375$

El resumen de pérdidas queda (Tabla IV.8):

Tipo de pérdida	Túnel 1	Túnel 2
Entrada	$0.5 \frac{V^2}{2g}$	$0.5 \frac{V^2}{2g}$
Contracción	$0.25 \frac{V^2}{2g}$	$0.25 \frac{V^2}{2g}$
Ranuras	$0.3773 \frac{V^2}{2g}$	$0.3773 \frac{V^2}{2g}$
Cambio de dirección		
Curvas 1	$0.143 \frac{V^2}{2g} \text{ ó } 0.144 \frac{V^2}{2g} *$	$0.143 \frac{V^2}{2g} \text{ ó } 0.144 \frac{V^2}{2g} *$
Curvas 2	$0.0961 \frac{V^2}{2g}$	$0.0961 \frac{V^2}{2g}$
Fricción	$\Delta h_f = \frac{V^2 n^2 L}{R_h^{4/3}}$	$\Delta h_f = \frac{V^2 n^2 L}{R_h^{4/3}}$

\* Solo para sección 17 x 17

Tabla IV.8. Resumen de pérdidas a considerar en los túneles. ( Desvío con 2 túneles )

Escribiendo la ecuación ( 3.10 ) para el caso de 2 Túneles se tiene:

$$E = 1.015 D_1 - \frac{0.20}{A_1} \sqrt{\frac{D_1}{g}} Q_1 + \frac{Q_1^2}{A_1^2 2g} \left( 1 + \frac{2gn^2 L_1}{R_h^{4/3}} + K_e + K_{con} + K_{ran} + K_{c1} + K_{c2} \right) + E_p$$

$$E = 1.015 D_2 - \frac{0.20}{A_2} \sqrt{\frac{D_2}{g}} Q_2 + \frac{Q_2^2}{A_2^2 2g} \left( 1 + \frac{2gn^2 L_2}{R_h^{4/3}} + K_e + K_{con} + K_{ran} + K_{c1} + K_{c2} \right) + E_p$$

Haciendo que los coeficientes  $\alpha$  y  $\beta$  tomen los siguientes valores

$$\alpha_1 = \frac{0.20}{A_1} \sqrt{\frac{D_1}{g}} \quad \text{y como la sección es igual en ambos túneles}$$

$$\alpha_1 = \alpha_2$$

y

$$\beta_1 = \frac{1}{2g A_1^2} \left( 1 + \frac{2gn^2 L_1}{R^{4/3}} + K_e + K_{con} + K_{ran} + K_{c1} + K_{c2} \right)$$

$$\beta_2 = \frac{1}{2gA_2^2} \left( 1 + \frac{2gn^2L_2}{R^{4/3}} + K_e + K_{con} + K_{ran} + K_{e1} + K_{e2} \right)$$

en este caso  $\beta_1$  es diferente de  $\beta_2$  puesto que la longitud de los túneles es diferente.

Reescribiendo ecs. (3.12) (3.13) y (3.14)

$$E = E_{p1} + \beta_1 Q_1^2 - \alpha Q_1 + 1.015D_1 \quad (4.12)$$

$$E = E_{p2} + \beta_2 Q_2^2 - \alpha Q_2 + 1.015D_2 \quad (4.13)$$

$$Q_i = Q_1 + Q_2 \quad (4.14)$$

Calculando  $\alpha$ ,  $\beta_1$ , y  $\beta_2$  :

$$\alpha = \frac{0.20}{A} \sqrt{\frac{D}{9.81}}$$

Para secciones 13x13, 14x14, 15x15 y 16x16

$$\beta_1 = \frac{1}{19.62 A_1^2} \left( 1 + \frac{19.62 (0.0375)^2 (783.31)}{R_h^{4/3}} + 0.5 + 0.25 + 0.3773 + 0.143 + 0.0961 \right)$$

$$\beta_1 = \frac{1}{19.62 A_1^2} \left( 2.3664 + \frac{21.6120}{R^{4/3}} \right)$$

Para sección 17 x 17

$$\beta_1 = \frac{1}{19.62 A_1^2} \left( 1 + \frac{19.62 (0.0375)^2 (783.31)}{R_h^{4/3}} + 0.5 + 0.25 + 0.3773 + 0.144 + 0.0961 \right)$$

$$\beta_1 = \frac{1}{19.62 A_1^2} \left( 2.3674 + \frac{21.6120}{R_h^{4/3}} \right)$$

y

Para secciones 13 x 13, 14 x 14, 15 x 15 y 16 x 16

$$\beta_2 = \frac{1}{19.62 A_2^2} \left( 1 + \frac{19.62 (0.0375)^2 (894.73)}{R_h^{4/3}} + 0.5 + 0.25 + 0.3773 + 0.143 + 0.0961 \right)$$

$$\beta_2 = \frac{1}{19.62 A_2^2} \left( 2.3664 + \frac{24.6862}{R_h^{4/3}} \right)$$

Para sección 17x17

$$\beta_2 = \frac{1}{19.62 A_2^2} \left( 1 + \frac{19.62 (0.0375)^2 (894.73)}{R_h^{4/3}} + 0.5 + 0.25 + 0.3773 + 0.144 + 0.0961 \right)$$

$$\beta_2 = \frac{1}{19.62 A_2^2} \left( 2.3674 + \frac{24.6862}{R_h^{4/3}} \right)$$

Realizando operaciones se obtienen para cada sección los valores de  $\alpha$ ,  $\beta_1$ ,  $\beta_2$  (Tabla IV.9).

Sección	D <sub>e</sub>	A <sub>h</sub>	R <sub>h</sub>	α	β <sub>1</sub>	β <sub>2</sub>
13x13	13.858	150.8661	3.25	0.001576	1.53x10 <sup>-5</sup>	1.68x10 <sup>-5</sup>
14x14	14.924	174.9690	3.50	0.00141	1.07x10 <sup>-5</sup>	1.17x10 <sup>-5</sup>
15x15	15.99	200.8573	3.75	0.001271	7.68x10 <sup>-6</sup>	8.34x10 <sup>-6</sup>
16x16	17.056	228.531	4.00	0.001154	5.63x10 <sup>-6</sup>	6.10x10 <sup>-6</sup>
17x17	18.122	257.99	4.25	0.001054	4.22x10 <sup>-6</sup>	4.56x10 <sup>-6</sup>

Tabla IV.9. Valores de los coeficientes α, β<sub>1</sub>, β<sub>2</sub> (Desvío con 2 túneles).

Igualando (4.12) y (4.13)

$$E_{p1} + \beta_1 Q_1^2 - \alpha_1 Q_1 + 1.015 D_1 = E_{p2} + \beta_2 Q_2^2 - \alpha_2 Q_2 + 1.015 D_2$$

Como E<sub>p1</sub> = E<sub>p2</sub> y D<sub>1</sub> = D<sub>2</sub>

$$\beta_1 Q_1^2 - \alpha_1 Q_1 - \beta_2 Q_2^2 + \alpha_2 Q_2 = 0$$

usando Q<sub>2</sub> = Q<sub>t</sub> - Q<sub>1</sub>

$$\beta_1 Q_1^2 - \alpha_1 Q_1 - \beta_2 (Q_t - Q_1)^2 + \alpha_2 (Q_t - Q_1) = 0$$

$$\beta_1 Q_1^2 - \alpha_1 Q_1 - \beta_2 (Q_t^2 - 2Q_t Q_1 + Q_1^2) + \alpha_2 Q_t - \alpha_2 Q_1 = 0$$

$$Q_1^2 (\beta_1 - \beta_2) + Q_1 (-\alpha_1 + 2Q_t \beta_2 - \alpha_2) + (-\beta_2 Q_t^2 + \alpha_2 Q_t) = 0$$

haciendo

$$A = \beta_1 - \beta_2$$

$$B = 2Q_t \beta_2 - (\alpha_1 + \alpha_2) \quad ; \quad \text{pero } \alpha_1 = \alpha_2 \Rightarrow B = 2\beta_2 Q_t - 2\alpha_1$$

$$C = -\beta_2 Q_t^2 + \alpha_1 Q_t$$

La ecuación queda

$$AQ_1^2 + BQ_1 + C = 0 \quad \text{.....(4.15)}$$

Valuando los coeficientes A, B y C se resuelve (4.15) encontrando la distribución de gastos y utilizando (4.12) se encuentra la elevación E. En las tablas IV.10 a IV.14 se muestra para cada sección los valores de dichos coeficientes y las elevación para diferentes gastos.

Sección	Q <sub>D</sub>	A	B	C	Q <sub>1</sub>	Q <sub>2</sub>	E
13x13	6300	-1.5000x10 <sup>-6</sup>	0.2085	-656.86	3225.24	3074.76	231.14
	5900	"	0.1951	-575.50	3019.88	2880.12	211.54
	5500	"	0.1816	-499.53	2816.22	2683.78	193.97
	5100	"	0.1682	-428.93	2610.91	2489.09	177.25
	4700	"	0.1548	-363.70	2405.55	2294.45	161.81
	4300	"	0.1413	-303.85	2201.85	2098.15	147.77
	3900	"	0.1279	-249.38	1996.55	1903.45	134.91
	3500	"	0.1144	-200.28	1792.84	1707.16	123.42
	3100	"	0.1010	-156.56	1587.52	1512.48	113.12
	2500	"	0.0808	-101.06	1281.21	1218.79	100.16
	2000	"	0.0640	-64.05	1025.42	974.58	91.54

Tabla IV.10. Distribución de gastos y elevación del embalse con túneles trabajando como tubo lleno. Sección 13 x 13 (Desvío con 2 túneles).

Sección	Q <sub>D</sub>	A	B	C	Q <sub>1</sub>	Q <sub>2</sub>	E
14x14	6300	-1.0x10 <sup>-6</sup>	0.1446	-455.49	3221.78	3078.22	184.67
	5900	"	0.1352	-398.96	3018.26	2881.74	171.37
	5500	"	0.1259	-346.17	2812.38	2687.62	158.81
	5100	"	0.1165	-297.13	2608.89	2491.11	147.30
	4700	"	0.1072	-251.83	2403.02	2296.98	136.55
	4300	"	0.0978	-210.27	2199.46	2100.54	126.81
	3900	"	0.0884	-172.46	1995.97	1904.03	117.96
	3500	"	0.0791	-138.39	1790.06	1709.94	109.91
	3100	"	0.0697	-108.07	1586.61	1513.39	102.85
	2500	"	0.0557	-69.6	1278.91	1221.09	93.85

Tabla IV.11. Distribución de gastos y elevación del embalse con túneles trabajando como tubo lleno. Sección 14 x 14 (Desvío con 2 túneles).

Sección	Q <sub>D</sub>	A	B	C	Q <sub>1</sub>	Q <sub>2</sub>	E
<b>15x15</b>	6300	-6.6x10 <sup>-7</sup>	0.1025	-323.00	3217.89	3082.11	154.66
	5900	"	0.0959	-282.81	3011.42	2888.58	145.05
	5500	"	0.0892	-245.29	2808.23	2691.77	136.23
	5100	"	0.0825	-210.44	2605.07	2494.93	128.04
	4700	"	0.0759	-178.25	2398.50	2301.50	120.36
	4300	"	0.0692	-148.74	2195.39	2104.61	113.46
	3900	"	0.0625	-121.89	1992.14	1907.86	107.18
	3500	"	0.0558	-97.72	1789.11	1710.89	101.54
	3100	"	0.0492	-76.21	1582.58	1517.42	96.45

**Tabla IV.12. Distribución de gastos y elevación del embalse con túneles trabajando como tubo lleno. Sección 15 x 15 (Desvío con 2 túneles).**

Sección	Q <sub>D</sub>	A	B	C	Q <sub>1</sub>	Q <sub>2</sub>	E
<b>16x16</b>	6300	-4.7x10 <sup>-7</sup>	0.0746	-234.83	3212.89	3087.11	134.72
	5900	"	0.0697	-205.53	3009.86	2890.14	127.84
	5500	"	0.0648	-178.18	2806.83	2693.17	121.43
	5100	"	0.0599	-152.77	2603.60	2496.40	115.47
	4700	"	0.0550	-129.32	2400.51	2299.49	109.98
	4300	"	0.0502	-107.82	2192.82	2107.18	104.85
	3900	"	0.0453	-88.28	1989.86	1910.14	100.31
	3500	"	0.0404	-70.69	1786.89	1713.11	96.23

**Tabla IV.13. Distribución de gastos y elevación del embalse con túneles trabajando como tubo lleno. Sección 16 x 16 (Desvío con 2 túneles).**

Sección	Q <sub>D</sub>	A	B	C	Q <sub>1</sub>	Q <sub>2</sub>	E
17x17	6300	-3.4x10 <sup>-7</sup>	0.0553	-174.34	3216.22	3083.78	121.66
	5900	"	0.0517	-152.52	3009.66	2890.34	116.45
	5500	"	0.0480	-132.14	2808.79	2691.21	111.73
	5100	"	0.0444	-113.23	2602.07	2497.93	107.22
	4700	"	0.0408	-95.78	2395.36	2304.64	103.08
	4300	"	0.0371	-79.78	2194.54	2105.46	99.40
	3900	"	0.0335	-65.25	1987.86	1912.14	95.97

Tabla IV.14. Distribución de gastos y elevación del embalse con túneles trabajando como tubo lleno. Sección 17 x 17 (Desvío con 2 túneles).

#### IV.4.1.2 Funcionamiento de 2 Túneles como canal.

Ahora se procede a calcular el trabajo como canal, para lo cual se utilizan las ecuaciones ( 3.15 ) y ( 3.15 a ) y se obtienen las tablas IV.15 a IV.24.

L= Longitud del canal ( Longitud del túnel )

2B= ancho de la plantilla = ancho de la sección herradura

S= pendiente del canal = pendiente del túnel =  $\frac{\text{desnivel entre entrada y salida}}{\text{longitud del tunel}}$

Utilizando la fórmula de Manning

$$V = \frac{1}{n} R_h^{2/3} S^{1/2}$$

y

$$R_h = \frac{by_n}{b + 2y_n} \quad ; \quad A_h = by_n$$

La ecuación Q = V A se puede escribir como:

$$Q = \frac{1}{n} \left( \frac{by_n}{b+2y_n} \right)^{2/3} S^{1/2} (by_n)$$

además se puede calcular el tirante crítico para trabajo como canal con:

$$y_c = \sqrt[3]{\frac{(Q/b)^2}{g}}$$

se obtienen entonces las tablas IV.13 a IV.22.

Túnel 1

L = 783.31 m

s = (64 - 63) / 783.31 = 0.001277

n = 0.0375

Sección	Q	y <sub>c</sub>	y <sub>n</sub>	V	$\frac{V^2}{2g}$	Elev. Agua
13x13	200	2.890	7.137	2.156	0.237	71.374
	300	3.769	9.769	2.362	0.284	74.053
	400	4.587	12.301	2.501	0.319	76.620
	500	5.323	14.777	2.603	0.345	79.122

Tabla IV.15. Tirante crítico y normal, velocidad, carga de velocidad y elevación en el embalse para diferentes gastos en túnel 1 trabajando como canal. Sección 13 x 13 (Desvío con 2 túneles)

Sección	Q	y <sub>c</sub>	y <sub>n</sub>	V	$\frac{V^2}{2g}$	Elev. Agua
14x14	200	2.750	6.625	2.156	0.237	70.862
	300	3.604	9.014	2.377	0.288	73.302
	400	4.366	11.299	2.529	0.326	75.625
	500	5.066	13.525	2.641	0.355	77.880
	600	5.721	15.712	2.728	0.379	80.091
	700	6.340	17.873			

Tabla IV.16. Tirante crítico y normal, velocidad, carga de velocidad y elevación en el embalse para diferentes gastos en túnel 1 trabajando como canal. Sección 14 x 14 (Desvío con 2 túneles)

Sección	Q	$y_c$	$y_n$	V	$\frac{V^2}{2g}$	Elev. Agua
15x15	200	2.627	6.196	2.152	0.236	70.432
	300	3.442	8.386	2.385	0.290	72.676
	400	4.170	10.470	2.547	0.331	74.801
	500	4.838	12.491	2.669	0.363	76.854
	600	5.464	14.472	2.764	0.389	78.861
	700	6.055	16.424	2.841	0.411	80.835
	800	6.619	18.355			

Tabla IV.17. Tirante crítico y normal, velocidad, carga de velocidad y elevación en el embalse para diferentes gastos en túnel 1 trabajando como canal. Sección 15 x 15 (Desvío con 2 túneles).

Sección	Q	$y_c$	$y_n$	V	$\frac{V^2}{2g}$	Elev. Agua
16x16	200	2.516	5.832	2.143	0.234	70.066
	300	3.297	7.856	2.387	0.290	72.146
	400	3.994	9.772	2.558	0.334	74.106
	500	4.635	11.624	2.688	0.368	75.992
	600	5.234	13.433	2.792	0.397	77.830
	700	5.800	15.213	2.876	0.422	79.635
	800	6.340	16.970	2.946	0.442	81.412
	900	6.858	18.710	3.006	0.461	83.171

Tabla IV.18. Tirante crítico y normal, velocidad, carga de velocidad y elevación en el embalse para diferentes gastos en túnel 1 trabajando como canal. Sección 16 x 16 (Desvío con 2 túneles).

Sección	Q	$y_c$	$y_n$	V	$\frac{V^2}{2g}$	Elev. Agua
17x17	200	2.416	5.519	2.132	0.232	69.751
	300	3.166	7.403	2.384	0.290	71.693
	400	3.836	9.178	2.564	0.335	73.513
	500	4.451	10.887	2.702	0.372	75.259
	600	5.026	12.553	2.812	0.403	76.956
	700	5.570	14.187	2.902	0.429	78.616
	800	6.089	15.798	2.979	0.452	80.250
	900	6.586	17.391	3.044	0.472	81.863

Tabla IV.19. Tirante crítico y normal, velocidad, carga de velocidad y elevación en el embalse para diferentes gastos en túnel 1 trabajando como canal. Sección 17 x 17 (Desvío con 2 túneles).

Túnel 2

$$L = 894.73 \text{ m}$$

$$s = (69 - 63) / 894.73 = 0.006706$$

$$n = 0.0375$$

Sección	Q	Y <sub>c</sub>	y <sub>n</sub>	V	$\frac{V^2}{2g}$	Elev. Agua
13x13	200	2.890	3.893	3.952	0.796	73.689
	300	3.786	5.207	4.432	1.001	75.208
	400	4.587	6.441	4.777	1.163	76.604
	500	5.323	7.627	5.043	1.296	77.923
	600	6.011	8.780	5.257	1.409	79.189
	700	6.661	9.909	5.434	1.505	80.414
	800	7.281	11.021	5.584	1.589	81.610
	900	7.876	12.119	5.713	1.664	82.783

Tabla IV.20. Tirante crítico y normal, velocidad, carga de velocidad y elevación en el embalse para diferentes gastos en túnel 2 trabajando como canal. Sección 13 x 13 (Desvío con 2 túneles).

Sección	Q	y <sub>c</sub>	y <sub>n</sub>	V	$\frac{V^2}{2g}$	Elev. Agua
14x14	200	2.750	3.650	3.914	0.781	73.431
	300	3.604	4.860	4.109	0.991	74.851
	400	4.366	5.990	4.770	1.160	76.15
	500	5.066	7.071	5.051	1.300	77.371
	600	5.721	8.118	5.279	1.420	78.538
	700	6.340	9.141	5.470	1.525	79.666
	800	6.930	10.146	5.632	1.617	80.763
	900	7.496	11.136	5.773	1.699	81.835

Tabla IV.21. Tirante crítico y normal, velocidad, carga de velocidad y elevación en el embalse para diferentes gastos en túnel 2 trabajando como canal. Sección 14 x 14 (Desvío con 2 túneles).

Sección	Q	$y_c$	$y_n$	V	$\frac{V^2}{2g}$	Elev. Agua
15x15	200	2.627	3.444	3.871	0.764	73.208
	300	3.442	4.568	4.378	0.977	74.545
	400	4.170	5.612	4.752	1.151	75.763
	500	4.838	6.606	5.046	1.298	76.904
	600	5.464	7.567	5.286	1.424	77.991
	700	6.055	8.502	5.489	1.536	79.038
	800	6.619	9.419	5.662	1.634	80.053
	900	7.159	10.321	5.813	1.722	81.043

Tabla IV.22. Tirante crítico y normal, velocidad, carga de velocidad y elevación en el embalse para diferentes gastos en túnel 2 trabajando como canal. Sección 15 x 15 (Desvío con 2 túneles).

Sección	Q	$y_c$	$y_n$	V	$\frac{V^2}{2g}$	Elev. Agua
16x16	200	2.516	3.267	3.826	0.746	73.013
	300	3.297	4.318	4.342	0.961	74.279
	400	3.994	5.289	4.727	1.139	75.428
	500	4.635	6.212	5.031	1.290	76.502
	600	5.234	7.100	5.282	1.422	77.522
	700	5.800	7.963	5.494	1.538	78.501
	800	6.340	8.807	5.677	1.643	79.450
	900	6.858	9.635	5.738	1.737	80.372

Tabla IV.23. Tirante crítico y normal, velocidad, carga de velocidad y elevación en el embalse para diferentes gastos en túnel 2 trabajando como canal. Sección 16 x 16 (Desvío con 2 túneles).

Sección	Q	y <sub>c</sub>	y <sub>n</sub>	V	$\frac{V^2}{2g}$	Elev. Agua
17x17	200	4.416	3.112	3.780	0.728	72.840
	300	3.166	4.101	4.303	0.944	74.045
	400	3.836	5.011	4.696	1.124	75.135
	500	4.451	5.873	5.008	1.278	76.151
	600	5.026	6.700	5.268	1.414	77.114
	700	5.570	7.502	5.489	1.536	78.038
	800	6.089	8.284	5.681	1.645	78.929
	900	6.586	9.051	5.849	1.744	79.795

Tabla IV.24. Tirante crítico y normal, velocidad, carga de velocidad y elevación en el embalse para diferentes gastos en túnel 2 trabajando como canal. Sección 17 x 17 (Desvío con 2 túneles).

Para calcular el trabajo en forma conjunta de ambos túneles se pueden ajustar las elevaciones a ecuaciones del tipo:

$$Q_{no} = Q_1 + Q_2 \quad \dots\dots\dots (4.16)$$

$$E = a_1 Q_1^{b_1} \quad \dots\dots\dots (4.17)$$

$$E = a_2 Q_2^{b_2} \quad \dots\dots\dots (4.18)$$

Ajustando a ecuaciones de éste tipo se tiene:

Túnel 1

Sección 13 x 13	$E = 39.3938 Q_1^{0.1115}$	r = 0.9946
Sección 14 x 14	$E = 39.2125 Q_1^{0.1106}$	r = 0.9925
Sección 15 x 15	$E = 39.1295 Q_1^{0.1094}$	r = 0.9905
Sección 16 x 16	$E = 37.7536 Q_1^{0.1142}$	r = 0.9871
Sección 17 x 17	$E = 39.1415 Q_1^{0.1067}$	r = 0.9874

r = coeficiente de correlación.

## Túnel 2

Sección 13 x 13	$E = 48.4560 Q_2^{0.0775}$	$r = 0.9883$
Sección 14 x 14	$E = 49.6862 Q_2^{0.0722}$	$r = 0.9887$
Sección 15 x 15	$E = 50.7676 Q_2^{0.0677}$	$r = 0.9890$
Sección 16 x 16	$E = 51.6592 Q_2^{0.0640}$	$r = 0.9894$
Sección 17 x 17	$E = 52.4462 Q_2^{0.0608}$	$r = 0.9895$

Puesto que las elevaciones en ambos túneles son iguales:

Sección 13 x 13	$39.3938 Q_1^{0.1115} = 48.4560 Q_2^{0.0775}$
Sección 14 x 14	$39.2125 Q_1^{0.1106} = 49.6862 Q_2^{0.0722}$
Sección 15 x 15	$39.1295 Q_1^{0.1094} = 50.7676 Q_2^{0.0677}$
Sección 16 x 16	$37.7536 Q_1^{0.1142} = 51.6592 Q_2^{0.0640}$
Sección 17 x 17	$39.1415 Q_1^{0.1067} = 52.4462 Q_2^{0.0608}$

Despejando  $Q_1$

Sección 13 x 13	$Q_1 = 6.4040 Q_2^{0.6951}$
Sección 14 x 14	$Q_1 = 8.5031 Q_2^{0.6528}$
Sección 15 x 15	$Q_1 = 10.8059 Q_2^{0.6188}$
Sección 16 x 16	$Q_1 = 15.5794 Q_2^{0.5604}$
Sección 17 x 17	$Q_1 = 15.5228 Q_2^{0.5698}$

Sustituyendo éstos valores en (4.16) se obtiene para cada  $Q_{no}$  la distribución de gastos correspondiente y el trabajo como canal en forma conjunta se presenta en las tablas IV.25 a IV.29.

Sección	Q <sub>rio</sub>	Q <sub>1</sub>	Q <sub>2</sub>	ELEVACION
13 X 13	200	126.71	73.29	67.59
	300	179.27	120.73	70.26
	400	228.66	171.34	72.19
	500	275.72	224.28	73.71
	600	320.95	279.05	74.97
	700	364.67	335.33	76.05
	800	407.11	392.89	76.98
	900	448.46	451.54	77.82
	1000	488.84	511.16	78.57
	1100	528.35	571.65	79.25
	1300	605.13	694.87	80.46

**Tabla IV.25. Distribución de gastos y elevación en el embalse para túneles trabajando en forma conjunta como canal. Sección 13 x 13 (Desvío con 2 túneles).**

14 X 14	Q <sub>rio</sub>	Q <sub>1</sub>	Q <sub>2</sub>	ELEVACION
	200	132.70	67.30	67.33
	300	186.58	113.42	69.92
	400	236.70	163.30	71.78
	500	284.06	215.94	73.24
	600	329.26	270.74	74.45
	700	372.68	327.32	75.48
	800	414.61	385.39	76.37
	900	455.26	444.74	77.17
	1000	494.77	505.23	77.88
	1100	533.29	566.71	78.53
	1300	607.72	692.28	79.67

**Tabla IV.26. Distribución de gastos y elevación en el embalse para túneles trabajando en forma conjunta como canal. Sección 14 x 14 (Desvío con 2 túneles).**

<b>15 X 15</b>	<b>Q río</b>	<b>Q<sub>1</sub></b>	<b>Q<sub>2</sub></b>	<b>ELEVACION</b>
	200	138.38	61.62	67.10
	300	193.81	106.19	69.62
	400	244.96	155.04	71.43
	500	292.96	207.04	72.84
	600	338.51	261.49	74.00
	700	382.05	317.95	74.99
	800	423.89	376.11	75.85
	900	464.29	435.71	76.61
	1000	503.42	496.58	77.29
	1100	541.43	558.57	77.90
	1300	614.55	685.45	78.99

**Tabla IV.27. Distribución de gastos y elevación en el embalse para túneles trabajando en forma conjunta como canal. Sección 15 x 15 (Desvío con 2 túneles).**

<b>16 X 16</b>	<b>Q río</b>	<b>Q<sub>1</sub></b>	<b>Q<sub>2</sub></b>	<b>ELEVACION</b>
	200	145.87	54.13	66.69
	300	202.66	97.34	69.25
	400	254.18	145.82	71.06
	500	301.84	198.16	72.47
	600	346.51	253.49	73.62
	700	388.75	311.25	74.59
	800	428.98	371.02	75.44
	900	467.48	432.52	76.18
	1000	504.49	495.51	76.85
	1100	540.19	559.81	77.45
	1300	608.22	691.78	78.51

**Tabla IV.28. Distribución de gastos y elevación en el embalse para túneles trabajando en forma conjunta como canal. Sección 16 x 16 (Desvío con 2 túneles).**

<b>17 X 17</b>	<b>Q<sub>rió</sub></b>	<b>Q<sub>1</sub></b>	<b>Q<sub>2</sub></b>	<b>ELEVACION</b>
	200	147.80	52.20	66.70
	300	206.29	93.71	69.12
	400	259.66	140.34	70.84
	500	309.27	190.73	72.17
	600	355.93	244.07	73.26
	700	400.19	299.81	74.18
	800	442.44	357.56	74.98
	900	482.98	417.02	75.69
	1000	522.02	477.98	76.32
	1100	559.75	540.25	76.89
	1300	631.82	668.18	77.89

**Tabla IV.29. Distribución de gastos y elevación en el embalse para túneles trabajando en forma conjunta como canal. Sección 17 x 17 (Desvío con 2 túneles).**

### IV.4.1.3 Curvas elevaciones – gastos de la obra de desvío para 2 túneles

Finalmente la curva elevaciones-gastos de la obra de desvío para cada sección analizada se resume en las tablas IV.30 a IV.34.

Nota: La zona entre líneas punteadas es una zona de transición entre el trabajo como canal y trabajo como túnel, es decir, de trabajo incierto.

SECCION	Q <sub>rio</sub>	Q <sub>T1</sub>	Q <sub>T2</sub>	ELEVACION EMBALSE
13 X 13	300	179.27	120.73	70.26
	500	275.72	224.28	73.71
	700	364.67	335.33	76.05
	900	448.46	451.54	77.82
	1100	528.35	571.65	79.25
	1300	666.84	633.16	82.82
	1700	870.49	829.51	87.29
	2000	1025.42	974.58	91.54
	2500	1281.21	1218.79	100.16
	3100	1587.52	1512.48	113.12
3500	1792.84	1707.16	123.42	
3900	1996.55	1903.45	134.91	
4700	2405.55	2294.45	161.81	
5500	2816.22	2683.78	193.97	
5900	3019.88	2880.12	211.84	
6300	3225.24	3074.76	231.14	

Tabla IV.30. Curva elevaciones del embalse-gastos de salida por los túneles de la obra de desvío. Sección 13 x 13( 2 túneles ).

14 X 14	Q río	Q T1	Q T2	ELEVACION EMBALSE
	300	186.58	113.42	69.92
	500	284.06	215.94	73.24
	700	372.68	327.32	75.48
	900	455.26	444.74	77.17
	1100	533.29	566.71	78.53
	1500	767.79	732.21	83.37
	2000	1023.34	976.66	87.91
	2500	1278.91	1221.09	93.85
	3100	1586.61	1513.39	102.85
	3500	1790.06	1709.94	109.91
	3900	1995.97	1904.03	117.96
	4700	2403.02	2296.98	136.55
	5500	2812.38	2687.62	158.81
	5900	3018.26	2881.74	171.37
	6300	3221.78	3078.22	184.67

Tabla IV.31. Curva elevaciones del embalse-gastos de salida por los túneles de la obra de desvío.  
Sección 14 x 14 ( 2 túneles ).

15 X 15	Q río	Q T1	Q T2	ELEVACION EMBALSE
	300	193.81	106.19	69.62
	500	292.96	207.04	72.84
	700	382.05	317.95	74.99
	900	464.29	435.71	76.61
	1100	541.43	558.57	77.90
	1300	614.55	685.45	78.99
	2000	1023.07	976.93	85.97
	2500	1276.14	1223.86	90.12
	3100	1582.58	1517.42	96.45
	3500	1789.11	1710.89	101.54
	3900	1992.14	1907.86	107.18
	4700	2398.50	2301.50	120.36
	5500	2808.23	2691.77	136.23
	5900	3011.42	2888.58	145.05
	6300	3217.89	3082.11	154.66

Tabla IV.32. Curva elevaciones del embalse-gastos de salida por los túneles de la obra de desvío.  
Sección 15 x 15( 2 túneles ).

<b>16 X 16</b>	<b>Q río</b>	<b>Q T1</b>	<b>Q T2</b>	<b>ELEVACION EMBALSE</b>
	300	202.66	97.34	69.25
	500	301.84	198.16	72.47
	700	388.75	311.25	74.59
	900	467.48	432.52	76.18
	1100	540.19	559.81	77.45
	1300	608.22	691.78	78.51
	2000	1021.74	978.26	85.01
	3100	1583.62	1516.38	92.60
	3500	1786.89	1713.11	96.23
	3900	1989.86	1910.14	100.31
	4700	2400.51	2299.49	109.98
	5500	2806.83	2693.17	121.43
	5900	3009.86	2890.14	127.84
	6300	3212.89	3087.11	134.72

**Tabla IV.33. Curva elevaciones del embalse-gastos de salida por los túneles de la obra de desvío. Sección 16 x 16( 2 túneles ).**

<b>17 X 17</b>	<b>Q río</b>	<b>Q T1</b>	<b>Q T2</b>	<b>ELEVACION EMBALSE</b>
	300	206.29	93.71	69.12
	500	309.27	190.73	72.17
	700	400.19	299.81	74.18
	900	482.98	417.02	75.69
	1100	559.75	540.25	76.89
	1300	631.82	668.18	77.89
	2000	1024.00	976.00	84.74
	3100	1580.11	1519.89	90.26
	3900	1987.86	1912.14	95.97
	4700	2395.36	2304.64	103.08
	5500	2808.79	2691.21	111.73
	5900	3009.66	2890.34	116.45
	6300	3216.22	3083.78	121.66

**Tabla IV.34. Curva elevaciones del embalse-gastos de salida por los túneles de la obra de desvío. Sección 17 x 17( 2 túneles ).**

#### IV.4.2 Desvío del río por medio de 3 túneles.

Para el análisis de la alternativa con tres túneles se propone la geometría mostrada en la tabla IV.35:

Túnel	Long	Curva 1			Curva 2			Elevación	
		R	$\Delta$	Lc	R	$\Delta$	Lc	Entrada	Salida
1	751.72	103	42.45	76.31	116.00	46.64	94.43	66	64
2	1008.13	75	49.50	64.80	215.58	66.00	248.33	69	64
3	1246.13	75	49.50	64.80	215.58	66.00	248.33	70	64

Tabla IV.35. Geometría propuesta para la opción de desvío con 3 túneles. Túnel 1 por margen izquierda y túneles 2 y 3 por margen derecha.

##### IV.4.2.1 Funcionamiento de 3 túneles como tubo lleno.

Como se proponen 3 túneles, utilizando la ec. (3.1) se tiene:

$$E = Y_{p1} + \frac{V_{s1}^2}{2g} + \sum \Delta h_1 + E_{p1}$$

$$E = Y_{p2} + \frac{V_{s2}^2}{2g} + \sum \Delta h_2 + E_{p2}$$

$$E = Y_{p3} + \frac{V_{s3}^2}{2g} + \sum \Delta h_3 + E_{p3}$$

y según la ec. (3.2)

$$Q_r = Q_1 + Q_2 + Q_3$$

Utilizando (3.3), (3.4), (3.5) y (3.6) para las diferentes secciones que se analizarán los datos geométricos son:

**ESTA TESIS NO DEBE  
SALIR DE LA BIBLIOTECA**

Sección	A <sub>h</sub>	D <sub>e</sub>	P <sub>m</sub>	R <sub>h</sub>
13x13	150.866	13.858	46.420	3.250
15x15	200.857	15.990	53.562	3.750
17x17	257.990	18.122	60.704	4.250

**Tabla IV.36. Area hidráulica, diámetro equivalente, perímetro mojado y radio hidráulico para las secciones analizadas.**

Las pérdidas a considerar son:

Entrada:

$$\Delta h_e = K_e \frac{V^2}{2g}$$

adoptando  $K_e = 0.5$

$$\Delta h_e = 0.5 \frac{V^2}{2g}$$

Contracción:

$$\Delta h_{con} = K_{con} \frac{V^2}{2g}$$

En la figura A1 del apéndice A se muestran valores de  $K_{con}$  para relaciones  $D/d > 1.2$ . Para relaciones menores se debe extrapolar la gráfica, pero se observa que  $K_{con} = 0.25$  para tubo lleno.

$$\Delta h_{con} = 0.25 \frac{V^2}{2g}$$

Difusor :

$$\Delta h_{df} = \frac{1.1}{2g} \left[ \frac{A_2}{A_1} - 1 \right] V^2$$

para nuestro caso como  $A_2 = A_1$  ( no hay cambio de sección )  $\Delta h_{df} = 0$

Ranuras:

$$\Delta h_{ran} = 1.2 \left[ (1 - \beta)^2 + \left( \frac{1 - \alpha}{\alpha} \right)^2 \right] \frac{V^2}{2g}$$

Para este caso  $\beta = 0.6086695$ ,  $\alpha = 0.713445$

$$\Delta h_{ran} = 0.3773 \frac{V^2}{2g}$$

Cambio de dirección:

$$\Delta h_{ran} = k_c \eta \frac{V^2}{2g} = K_c \frac{V^2}{2g}$$

Los valores de  $K_c$  se muestran en las tablas IV.37 y IV.38.

	Sección	13 x 13	15 x 15	17 x 17
Túnel 1	k	0.22	0.22	0.22
	η	0.64	0.64	0.64
	K=k·η	0.141	0.141	0.141
Túnel 2 y 3	k	0.23	0.24	0.25
	η	0.71	0.71	0.71
	K=k η	0.163	0.170	0.178

**Tabla IV.37. Valores del coeficiente de pérdida por cambio de dirección ( Kc ) en curvas 1 (Desvío con 3 túneles).**

	Sección	13 x 13	15 x 15	17 x 17
Túnel 1	k	0.22	0.22	0.22
	η	0.68	0.68	0.68
	K=k η	0.150	0.150	0.150
Túnel 2 y 3	k	0.22	0.22	0.22
	η	0.85	0.85	0.85
	K=k η	0.187	0.187	0.187

**Tabla IV.38. Valores del coeficiente de pérdida por cambio de dirección ( Kc ) en curvas 2 (Desvío con 3 túneles).**

Fricción:

$$\Delta h_f = \frac{V^2 n^2 L}{R_h^{4/3}}$$

Para el caso de Aguamilpa se utiliza el valor comúnmente para roca n = 0.0375

El resumen de pérdidas queda (Tabla IV.39).

Tipo de pérdida	Túnel 1	Túnel 2			Túnel 3		
<b>Entrada</b>	$0.5 \frac{V^2}{2g}$	$0.5 \frac{V^2}{2g}$			$0.5 \frac{V^2}{2g}$		
<b>Contracción</b>	$0.25 \frac{V^2}{2g}$	$0.25 \frac{V^2}{2g}$			$0.25 \frac{V^2}{2g}$		
<b>Ranuras</b>	$0.3773 \frac{V^2}{2g}$	$0.3773 \frac{V^2}{2g}$			$0.3773 \frac{V^2}{2g}$		
<b>Cambios de dirección</b>		13 x 13	15 x 15	17 x 17	13 x 13	15 x 15	17 x 17
<b>Curvas 1</b>	$0.141 \frac{V^2}{2g}$	$0.163 \frac{V^2}{2g}$	$0.170 \frac{V^2}{2g}$	$0.178 \frac{V^2}{2g}$	$0.163 \frac{V^2}{2g}$	$0.170 \frac{V^2}{2g}$	$0.178 \frac{V^2}{2g}$
<b>Curvas 2</b>		$0.187 \frac{V^2}{2g}$	$0.187 \frac{V^2}{2g}$	$0.187 \frac{V^2}{2g}$	$0.187 \frac{V^2}{2g}$	$0.187 \frac{V^2}{2g}$	$0.187 \frac{V^2}{2g}$
<b>Fricción</b>	$\Delta h_f = \frac{V^2 n^2 L}{R_h^{4/3}}$	$\Delta h_f = \frac{V^2 n^2 L}{R_h^{4/3}}$			$\Delta h_f = \frac{V^2 n^2 L}{R_h^{4/3}}$		

Tabla IV.39. Resumen de pérdidas a considerar en los túneles (Desvío con 3 túneles)

Escribiendo la ecuación (3.10) para el caso de 3 túneles:

$$E = 1.015 D_1 - \frac{0.20}{A_1} \sqrt{\frac{D_1}{g}} Q_1 + \frac{Q_1^2}{A_1^2 2g} \left( 1 + \frac{2gn^2 L_1}{R_h^{4/3}} + K_e + K_{con} + K_{ran} + K_{c1} + K_{c2} \right) + E_p$$

$$E = 1.015 D_2 - \frac{0.20}{A_2} \sqrt{\frac{D_2}{g}} Q_2 + \frac{Q_2^2}{A_2^2 2g} \left( 1 + \frac{2gn^2 L_2}{R_h^{4/3}} + K_e + K_{con} + K_{ran} + K_{c1} + K_{c2} \right) + E_p$$

$$E = 1.015 D_3 - \frac{0.20}{A_3} \sqrt{\frac{D_3}{g}} Q_3 + \frac{Q_3^2}{A_3^2 2g} \left( 1 + \frac{2gn^2 L_3}{R_h^{4/3}} + K_e + K_{con} + K_{ran} + K_{c1} + K_{c2} \right) + E_p$$

Haciendo que los coeficientes  $\alpha$  y  $\beta$  tomen los siguientes valores

$$\alpha_1 = \frac{0.20}{A_1} \sqrt{\frac{D_1}{g}}$$

y como la sección es igual en los 3 túneles

$$\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3$$

y

$$\beta_1 = \frac{1}{2gA_1^2} \left( 1 + \frac{2gn^2 L_1}{R_h^{4/3}} + K_e + K_{con} + K_{ran} + K_{c1} + K_{c2} \right)$$

$$\beta_2 = \frac{1}{2gA_2^2} \left( 1 + \frac{2gn^2 L_2}{R_h^{4/3}} + K_e + K_{con} + K_{ran} + K_{c1} + K_{c2} \right)$$

$$\beta_3 = \frac{1}{2gA_3^2} \left( 1 + \frac{2gn^2 L_3}{R_h^{4/3}} + K_e + K_{con} + K_{ran} + K_{c1} + K_{c2} \right)$$

en este caso  $\beta_1$  es diferente de  $\beta_2$  y  $\beta_2$  de  $\beta_3$  porque que la longitud de los túneles es diferente.

Reescribiendo las ecuaciones quedan:

$$E = E_{p1} + \beta_1 Q_1^2 - \alpha Q_1 + 1.015 D_1$$

$$E = E_{p2} + \beta_2 Q_2^2 - \alpha Q_2 + 1.015 D_2$$

$$E = E_{p3} + \beta_3 Q_3^2 - \alpha Q_3 + 1.015 D_3$$

Calculando  $\alpha$ ,  $\beta_1$ ,  $\beta_2$  y  $\beta_3$

$$\alpha_1 = \frac{0.20}{A} \sqrt{\frac{D_1}{9.81}}$$

$$\beta_1 = \frac{1}{19.62 A_1^2} \left[ 1 + \frac{19.62 (0.0375)^2 (751.72)}{R_h^{4/3}} + 0.5 + 0.25 + 0.3773 + k_{c1} + k_{c2} \right]$$

$$\beta_1 = \frac{1}{19.62 A_1^2} \left[ 2.1273 + \frac{20.7404}{R_h^{4/3}} + k_{c1} + k_{c2} \right]$$

$$\beta_2 = \frac{1}{19.62 A_2^2} \left[ 1 + \frac{19.62 (0.0375)^2 (1008.13)}{R_h^{4/3}} + 0.5 + 0.25 + 0.3773 + k_{c1} + k_{c2} \right]$$

$$\beta_2 = \frac{1}{19.62 A_2^2} \left[ 2.1273 + \frac{27.8149}{R_h^{4/3}} + k_{c1} + k_{c2} \right]$$

$$\beta_3 = \frac{1}{19.62 A_3^2} \left[ 1 + \frac{19.62 (0.0375)^2 (1246.13)}{R_h^{4/3}} + 0.5 + 0.25 + 0.3773 + k_{c1} + k_{c2} \right]$$

$$\beta_3 = \frac{1}{19.62 A_3^2} \left[ 2.1273 + \frac{34.3815}{R_h^{4/3}} + k_{c1} + k_{c2} \right]$$

Realizando operaciones se obtienen los valores de  $\alpha$ ,  $\beta_1$ ,  $\beta_2$ ,  $\beta_3$  (Tabla IV.40):

Sección	$\alpha$	$\beta_1$	$\beta_2$	$\beta_3$
13 x 13	0.001576	$1.5062 \times 10^{-5}$	$1.8485 \times 10^{-5}$	$2.1539 \times 10^{-5}$
15 x 15	0.001271	$7.5524 \times 10^{-6}$	$9.1699 \times 10^{-6}$	$1.0594 \times 10^{-5}$
17 x 17	0.001054	$4.1589 \times 10^{-6}$	$5.0025 \times 10^{-6}$	$5.7330 \times 10^{-6}$

Tabla IV.40. Valores de los coeficientes  $\alpha$ ,  $\beta_1$ ,  $\beta_2$ ,  $\beta_3$  (Desvío con 3 túneles)

Con lo anterior se puede escribir:

$$E = E_{p1} + \beta_1 Q_1^2 - \alpha Q_1 + 1.015 D_1 \quad \dots\dots (4.19)$$

$$E = E_{p2} + \beta_2 Q_2^2 - \alpha Q_2 + 1.015 D_2 \quad \dots\dots (4.20)$$

$$E = E_{p3} + \beta_3 Q_3^2 - \alpha Q_3 + 1.015 D_3 \quad \dots\dots (4.21)$$

$$Q_i = Q_1 + Q_2 + Q_3 \quad \dots\dots (4.22)$$

El proceso de solución será el siguiente:

- Se supone un gasto  $Q_1$

- De la ecuación (4.19) se obtiene E
- Como para todos los túneles la elevación E es la misma, se obtiene  $Q_2$  de la ecuación (4.20)
- Se obtiene  $Q_3$  de la ecuación (4.21)
- Se obtiene el gasto total sumando los gastos de cada túnel.
- Se supone un nuevo gasto  $Q_1$  y se repite el procedimiento obteniendo los resultados de las tablas IV.41 a IV.43.

Sección	$Q_1$	E	$Q_2$	$Q_3$	$Q_t$
13x13	2305	154.46	2075.97	1920.21	6301.18
	2200	147.50	1981.17	1832.38	6013.55
	1900	129.44	1710.24	1581.38	5191.62
	1600	114.10	1439.43	1330.49	4369.92
	1300	101.47	1168.60	1079.57	3548.17
	1000	91.55	897.71	828.59	2726.30

**Tabla IV.41. Distribución de gastos y elevación en el embalse para túneles trabajando como tubo lleno. Sección 13 x 13 (Desvío con 3 túneles)**

15 x 15	$Q_1$	E	$Q_2$	$Q_3$	$Q_t$
	2296	117.12	2076.23	1927.01	6299.24
	2200	113.98	1989.02	1845.86	6034.88
	1900	105.07	1716.62	1592.41	5209.03
	1600	97.53	1444.59	1339.28	4383.87

**Tabla IV.42. Distribución de gastos y elevación en el embalse para túneles trabajando como tubo lleno. Sección 15 x 15 (Desvío con 3 túneles)**

17 x 17	$Q_1$	E	$Q_2$	$Q_3$	$Q_t$
	2290	101.79	2077.35	1933.68	6301.03
	2200	100.20	1995.04	1856.77	6051.81
	1900	95.40	1721.34	1601.04	5222.38

**Tabla IV.43. Distribución de gastos y elevación en el embalse para túneles trabajando como tubo lleno. Sección 17 x 17 (Desvío con 3 túneles)**

#### **IV.4.2.2 Funcionamiento de 3 túneles como canal.**

Utilizando las ecuaciones ( 3.15 ) y ( 3.15 a ) se calcula el trabajo como canal para los tres túneles cuyos resultados se muestran en la s tablas IV.44 a IV.52

Túnel 1

Longitud = 751.72 m

$$s = 2 / 751.72 = 0.002661$$

Sección	Q	$y_c$	$y_n$	$\frac{V^2}{2g}$	Elev. Agua
13 x 13	200	2.890	5.428	0.409	71.84
	300	3.786	7.349	0.503	73.85
	400	4.587	9.177	0.573	75.75
	500	5.323	10.952	0.629	77.58
	700	6.661	14.406	0.712	81.12
	900	7.876	17.785		

Tabla IV.44. Tirante crítico y normal, velocidad, carga de velocidad y elevación en el embalse para túnel 1 trabajando como canal. Sección 13 x 13 (Desvío con 3 túneles)

15 x 15	Q	$y_c$	$y_n$	$\frac{V^2}{2g}$	Elev. Agua
	200	2.627	4.755	0.401	71.16
	300	3.442	6.373	0.502	72.88
	400	4.170	7.896	0.581	74.48
	500	4.838	9.362	0.646	76.01
	700	6.055	12.189	0.747	78.94
	900	7.159	14.932	0.823	81.76
	1100	8.184	17.624	0.882	84.51

Tabla IV.45. Tirante crítico y normal, velocidad, carga de velocidad y elevación en el embalse para túnel 1 trabajando como canal. Sección 15 x 15 (Desvío con 3 túneles)

17 x 17	Q	$y_c$	$y_n$	$\frac{V^2}{2g}$	Elev. Agua
	200	2.416	4.265	0.388	70.65
	300	3.166	5.672	0.493	72.17
	400	3.836	6.983	0.579	73.56
	500	4.451	8.236	0.650	74.89
	700	5.570	10.633	0.764	77.40
	900	6.586	12.939	0.853	79.79
	1100	7.529	15.189	0.925	82.11

Tabla IV.46. Tirante crítico y normal, velocidad, carga de velocidad y elevación en el embalse para túnel 1 trabajando como canal. Sección 17 x 17 (Desvío con 3 túneles)

Túnel 2

Longitud = 1008.13 m

$s = 5 / 1008.13 = 0.004960$

13 x 13	Q	$y_c$	$y_n$	$\frac{V^2}{2g}$	Elev. Agua
	200	2.890	4.333	0.643	73.98
	300	3.786	5.817	0.802	75.62
	400	4.587	7.218	0.926	77.14
	500	5.323	8.567	1.027	78.59
	700	6.661	11.175	1.183	81.36
	900	7.876	13.709	1.300	84.01
	1100	9.003	16.199		

Tabla IV.47. Tirante crítico y normal, velocidad, carga de velocidad y elevación en el embalse para túnel 2 trabajando como canal. Sección 13 x 13 (Desvío con 3 túneles)

15 x 15	Q	$y_c$	$y_n$	$\frac{V^2}{2g}$	Elev. Agua
	200	2.627	3.822	0.620	73.44
	300	3.442	5.085	0.788	74.87
	400	4.170	6.264	0.924	76.19
	500	4.838	7.390	1.037	77.43
	700	6.055	9.545	1.218	79.76
	900	7.159	11.621	1.359	81.98
	1100	8.184	13.647	1.472	84.12

Tabla IV.48. Tirante crítico y normal, velocidad, carga de velocidad y elevación en el embalse para túnel 2 trabajando como canal. Sección 15 x 15 (Desvío con 3 túneles)

17 x 17	Q	$y_c$	$y_n$	$\frac{V^2}{2g}$	Elev. Agua
	200	2.416	3.445	0.594	73.04
	300	3.166	4.553	0.766	74.32
	400	3.836	5.577	0.907	75.48
	500	4.451	6.548	1.028	76.58
	700	5.570	8.392	1.227	78.62
	900	6.586	10.153	1.386	80.54
	1100	7.529	11.860	1.517	82.38

Tabla IV.49. Tirante crítico y normal, velocidad, carga de velocidad y elevación en el embalse para túnel 2 trabajando como canal. Sección 17 x 17 (Desvío con 3 túneles)

Túnel 3

Longitud = 1246.13 m

$s = 6 / 1246.13 = 0.004815$

13 x 13	Q	$y_c$	$y_n$	$\frac{V^2}{2g}$	Elev. Agua
	200	2.890	4.379	0.629	75.01
	300	3.786	5.882	0.785	76.67
	400	4.587	7.299	0.906	78.21
	500	5.323	8.667	1.004	79.67
	700	6.661	11.309	1.155	82.46
	900	7.876	13.878	1.268	85.15
	1100	9.003	16.402		

**Tabla IV.50. Tirante crítico y normal, velocidad, carga de velocidad y elevación en el embalse para túnel 3 trabajando como canal. Sección 13 x 13 (Desvío con 3 túneles)**

15 x 15	Q	$y_c$	$y_n$	$\frac{V^2}{2g}$	Elev. Agua
	200	2.627	3.861	0.608	74.47
	300	3.442	5.140	0.772	75.91
	400	4.170	6.332	0.904	77.24
	500	4.838	7.472	1.014	78.49
	700	6.055	9.656	1.190	80.85
	900	7.159	11.759	1.327	83.09
	1100	8.184	13.812	1.437	85.25

**Tabla IV.51. Tirante crítico y normal, velocidad, carga de velocidad y elevación en el embalse para túnel 3 trabajando como canal. Sección 15 x 15 (Desvío con 3 túneles)**

17 x 17	Q	$y_c$	$y_n$	$\frac{V^2}{2g}$	Elev. Agua
	200	2.416	3.480	0.583	74.06
	300	3.166	4.600	0.750	75.35
	400	3.836	5.636	0.888	76.52
	500	4.451	6.619	1.006	77.63
	700	5.570	8.486	1.200	79.69
	900	6.586	10.269	1.355	81.62
	1100	7.529	11.999	1.482	83.48

**Tabla IV.52. Tirante crítico y normal, velocidad, carga de velocidad y elevación en el embalse para túnel 3 trabajando como canal. Sección 17 x 17 (Desvío con 3 túneles)**

Para obtener el trabajo en forma conjunta se ajustan ecuaciones del tipo:

$$E = a_1 Q_1^{b_1}$$

$$E = a_2 Q_2^{b_2}$$

$$E = a_3 Q_3^{b_3}$$

y se debe tener en cuenta que:

$$Q_{\text{rio}} = Q_1 + Q_2 + Q_3$$

Haciendo el ajuste se obtiene lo siguiente:

### Túnel 1

$$\text{Sección } 13 \times 13 : E = 42.8738 Q_1^{0.0961}$$

$$r = 0.9887$$

$$\text{Sección } 15 \times 15 : E = 41.1047 Q_1^{0.1008}$$

$$r = 0.9842$$

$$\text{Sección } 17 \times 17 : E = 43.7406 Q_1^{0.0881}$$

$$r = 0.9850$$

$r$  = coeficiente de

correlación

### Túnel 2

$$\text{Sección } 13 \times 13 : E = 46.9152 Q_2^{0.0842}$$

$$r = 0.9864$$

$$\text{Sección } 15 \times 15 : E = 47.6318 Q_2^{0.0796}$$

$$r = 0.9853$$

$$\text{Sección } 17 \times 17 : E = 49.7645 Q_2^{0.0706}$$

$$r = 0.9860$$

### Túnel 3

$$\text{Sección } 13 \times 13 : E = 47.6424 Q_3^{0.0839}$$

$$r = 0.9864$$

$$\text{Sección } 15 \times 15 : E = 48.3824 Q_3^{0.0793}$$

$$r = 0.9852$$

$$\text{Sección } 17 \times 17 : E = 50.5580 Q_3^{0.0702}$$

$$r = 0.9860$$

Para evaluar el trabajo en forma conjunta se procede de la siguiente manera:

- Se propone un gasto en el túnel 1.
- De la ecuación correspondiente se obtiene la elevación en el embalse.
- Con ésta elevación se calculan los gastos en los otros dos túneles.

- Finalmente se obtiene el gasto total del río como la suma de los gastos en los tres túneles.

Para el trabajo en forma conjunta se tiene ( Tablas IV.53 a IV.55 ):

Sección	Q <sub>1</sub>	Elevación	Q <sub>2</sub>	Q <sub>3</sub>	Q <sub>río</sub>
<b>13 x 13</b>					
	200	71.34	145.13	122.99	468.12
	250	72.88	187.03	158.64	595.67
	300	74.17	230.36	195.54	725.90
	350	75.28	274.81	233.41	858.22
	400	76.25	319.94	271.89	991.83
	450	77.12	366.08	311.26	1127.34
	500	77.90	412.56	350.93	1263.49
	600	79.28	508.23	432.63	1540.86
	700	80.46	605.71	515.93	1821.64
	800	81.50	705.51	601.27	2106.78
	900	82.43	807.29	688.34	2935.63

**Tabla IV.53. Distribución de gastos y elevación en el embalse para túneles trabajando en forma conjunta como canal. Sección 13 x 13 ( Desvío con 3 túneles )**

15 x 15	Q <sub>1</sub>	Elevación	Q <sub>2</sub>	Q <sub>3</sub>	Q <sub>río</sub>
	200	70.12	128.78	107.70	436.48
	300	73.04	215.01	180.16	695.17
	450	76.09	359.47	301.79	1111.26
	600	78.33	517.56	435.11	1552.67
	750	80.12	687.44	578.55	2015.99
	900	81.60	865.17	728.76	2493.93
	1050	82.88	1052.00	886.79	2988.79
	1200	84.00	1245.24	1050.35	3495.59

**Tabla IV.54. Distribución de gastos y elevación en el embalse para túneles trabajando en forma conjunta como canal. Sección 15 x 15 ( Desvío con 3 túneles )**

<b>17 x 17</b>	<b>Q<sub>1</sub></b>	<b>Elevación</b>	<b>Q<sub>2</sub></b>	<b>Q<sub>3</sub></b>	<b>Q<sub>rio</sub></b>
	300	72.30	198.48	163.28	661.76
	450	74.93	329.24	271.64	1050.88
	750	78.38	622.89	515.79	1888.68
	900	79.64	780.76	647.34	2328.10
	1200	81.69	1119.06	929.74	3248.80
	1350	82.54	1295.78	1077.46	3723.24
	1650	84.01	1663.88	1385.51	4699.39
	2000	85.45	2116.76	1765.04	5881.80

**Tabla IV.55. Distribución de gastos y elevación en el embalse para túneles trabajando en forma conjunta como canal. Sección 17 x 17 ( Desvío con 3 túneles )**

#### IV.4.2.3 Curvas elevaciones – gastos de la obra de desvío para 3 túneles.

Finalmente la curva elevaciones gastos de la obra de desvío para 3 túneles queda como lo muestran las tablas IV.56 a IV.58:

Nota: La zona entre líneas punteadas es una zona de transición ( trabajo incierto ), donde cambia el trabajo de canal a túnel.

Sección	Q <sub>rio</sub>	Q <sub>1</sub>	Q <sub>2</sub>	Q <sub>3</sub>	Elevación Embalse
13 x 13	468.12	200	145.13	122.99	71.34
	725.90	300	230.36	195.54	74.17
	1127.34	450	366.08	311.26	77.12
	1540.86	600	508.23	432.63	79.28
	2106.78	800	705.51	601.27	81.50
	2308.38	870	776.44	661.94	82.16
	2534.81	930	834.65	770.16	89.63
	2726.30	1000	897.71	828.59	91.55
	3548.17	1300	1168.60	1079.57	101.47
	4369.92	1600	1439.43	1330.49	114.10
5191.62	1900	1710.24	1581.38	129.44	
6013.55	2200	1981.17	1832.38	147.50	
6301.18	2305	2075.97	1920.21	154.46	

Tabla IV.56. Curva elevaciones del embalse – gasto de salida por los túneles. Sección 13 x 13. ( Desvío con 3 tuneles )

15 x 15	Q <sub>rio</sub>	Q <sub>1</sub>	Q <sub>2</sub>	Q <sub>3</sub>	Elevación Embalse
	436.48	200	128.78	107.70	70.12
	1111.26	450	359.47	301.79	76.09
	2015.99	750	687.44	578.55	80.12
	2988.79	1050	1052.00	886.79	82.88
	3495.59	1200	1245.24	1050.35	84.00
	3558.01	1300	1172.20	1085.81	91.34
	3833.11	1400	1262.90	1170.21	93.25
	4383.87	1600	1444.59	1339.28	97.53
	5209.03	1900	1716.62	1592.41	105.07
	6034.88	2200	1989.02	1845.86	113.98
	6299.24	2296	2076.23	1927.01	117.12

Tabla IV.57. Curva elevaciones del embalse – gasto de salida por los túneles. Sección 15 x 15. ( Desvío con 3 tuneles )

17 x 17	Q <sub>rio</sub>	Q <sub>1</sub>	Q <sub>2</sub>	Q <sub>3</sub>	Elevación Embalse
	661.76	300	198.48	163.28	72.30
	1888.68	750	622.89	515.79	78.38
	2328.10	900	780.76	647.34	79.64
	3248.80	1200	1119.06	929.74	81.69
	3723.24	1350	1295.78	1077.46	82.54
	4699.39	1650	1663.88	1385.51	84.01
	4808.83	1750	1585.09	1473.74	93.29
	4946.34	1800	1630.33	1516.01	93.97
	5222.38	1900	1721.34	1601.04	95.40
	6051.81	2200	1995.04	1856.77	100.20
	6301.03	2290	2077.35	1933.68	101.79

**Tabla IV.58. Curva elevaciones del embalse – gasto de salida por los túneles. Sección 17 x 17.  
( Desvío con 3 tuneles )**

Con todos los cálculos anteriores se han establecido , para cada opción, las curvas elevaciones – gastos de la obra de desvío, estando en posibilidad de realizar el tránsito de la avenida de diseño y así obtener la elevación máxima del agua al pasar dicha avenida por la obra de desvío.

### IV.4.3 Resultados de tránsito de la avenida de diseño.

Para realizar el tránsito de la avenida se cuenta con la siguiente información :

- Curva elevaciones – capacidades del vaso ( Tabla IV.59 y Figura IV.1).
- Curva elevaciones – gastos de los túneles (Tablas IV.30 a IV.34 y IV.56 a IV.58 )
- Hidrograma de entrada de la avenida de diseño. ( Apéndice D ).

Curva elevaciones – capacidades del vaso :

Elevación m.s.n.m.	Capacidades m3
64	0
66	1,510,000
68	3,020,000
70	4,520,000
72	6,030,000
74	7,540,000
76	9,050,000
78	12,470,000
80	17,820,000
82	23,160,000
84	28,510,000
86	33,850,000
88	39,200,000
90	44,540,000
92	49,890,000
94	60,400,000
96	70,920,000
98	81,430,000
100	91,950,000
102	102,460,000
104	125,050,000
106	147,640,000
108	170,230,000
110	192,820,000
112	215,410,000
114	238,000,000
116	260,590,000

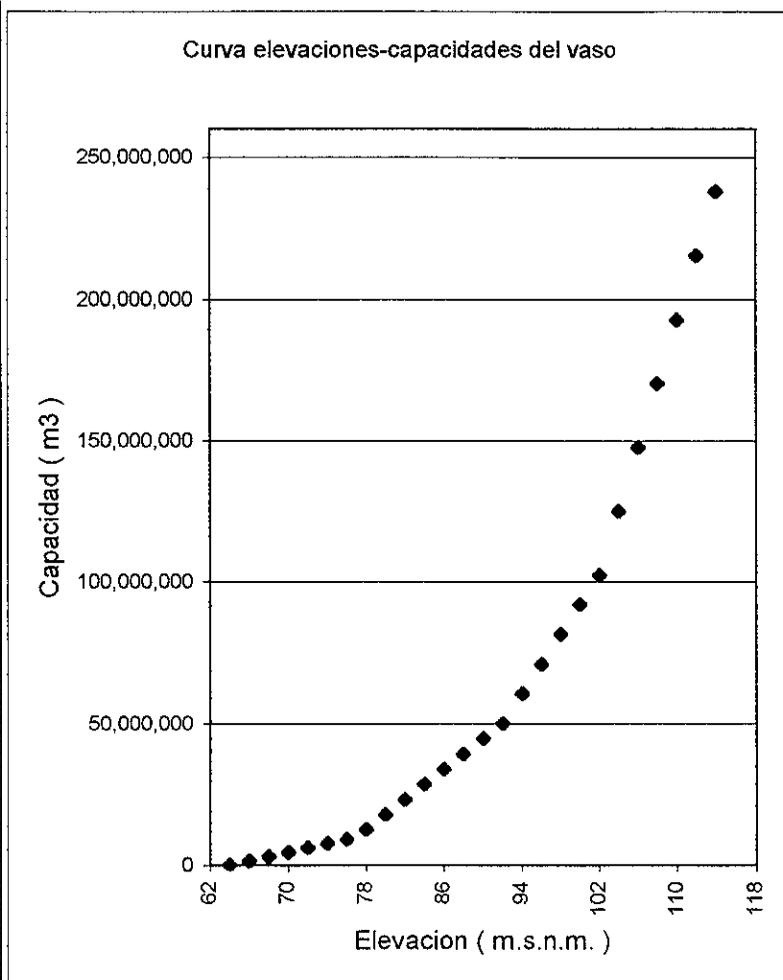


Tabla IV.59 Elevaciones-capacidades del vaso

Figura IV.1 Curva elevaciones-capacidades del vaso.

En la tabla IV.60 se presentan los resultados del tránsito de la avenida de diseño (Tablas D.1 a D.8 del apéndice D ) que proporcionan para cada opción de desvío la elevación máxima en el embalse. La elevación de la ataguía aguas arriba se obtiene considerando un bordo libre de 2 metros con respecto a esa elevación.

#### **IV.4.4 Evaluación Económica de las alternativas analizadas.**

Con los resultados de la tabla IV.60 y considerando que para obtener la elevación de la ataguía aguas abajo solamente se considera que ésta debe tener unos dos metros por encima de la bóveda del túnel de salida se pueden calcular los costos de construcción de los túneles y las ataguías en base a las siguientes consideraciones:

Alternativa		Elevación embalse ( m.s.n.m.)	Elevación ataguía ( m.s.n.m.)
2  Túneles	13 x 13	152.190	154.00
	14 x 14	136.021	138.00
	15 x 15	123.513	125.50
	16 x 16	115.382	117.50
	17 x 17	109.478	111.50
3  Túneles	13 x 13	124.680	126.50
	15 x 15	107.003	109.00
	17 x 17	99.865	102.00

**Tabla IV.60. Elevación máxima del embalse y elevación de la ataguía para las diferentes opciones de desvío.**

El volumen de excavación en los túneles ( $V_T$ ) es:

$$V_T = A_T \cdot L_T$$

$$L_T = \text{longitud total de túnel}$$

$$A_T = \text{area transversal de túnel} = 2B \times 2B$$

El volumen de excavación a cielo abierto ( $V_{ca}$ ) para una sección 2B x 2B y talud promedio del río  $\zeta$  queda :

$$V_{CA} = 4 \cdot \left[ \left( \frac{2B * 2Bt_r}{2} \right) (2B) \right] = 16B^3 t_r$$

Para las ataguías se hacen las siguientes simplificaciones: si **C** es el ancho del río en la zona de la ataguía, **t<sub>r</sub>** el talud promedio de las márgenes del río, **t<sub>a</sub>** y **t<sub>b</sub>** los taludes aguas arriba y abajo respectivamente en la ataguía y **b** el ancho de la corona.

Entonces el volumen de la ataguía ( $V_{ATA}$ ) está dado por:

$$V_{ATA} = (C + t_r h) \left( \left( \frac{t_a + t_b}{2} \right) h^2 + 4h \right)$$

Si se considera que el precio unitario de ataguía y de la excavación en túneles son respectivamente  $P_{ATA}$  (\$/m<sup>3</sup>),  $P_{CA}$  y  $P_{TUN}$  (\$/m<sup>3</sup>), el costo total de la obra de desvío es:

$$C_{TOT} = V_{ATA} * P_{ATA} + V_{TUN} * P_{TUN} + V_{CA} * P_{CA}$$

Considerando que:

$$t_a = 1.75$$

$$t_b = 1.5$$

$$C = 60 \text{ m}$$

Las longitudes de los túneles son las descritas en la tabla IV.4.

Para la sección 13 x 13

$$V_T = 150.866 (783.31 + 894.73) = 253,159 \text{ m}^3$$

$$V_{CA} = 16(6.5)^3 (1.84) = 8,085 \text{ m}^3$$

$$V_{ATA} = (60 + (1.84) \cdot (94)) \left( \left( \frac{1.75 + 1.5}{2} \right) (94)^2 + 4(94) \right) = 3,432,549 \text{ m}^3$$

$$C_{TOT} = 3,432,549 * 45.^{00} + 55,732 * 45.^{00} + 253,159 * 218.^{00} + 8,085 * 51.^{00}$$

$$C_{TOT} = 154,464,705.^{00} + 2,507,940.^{00} + 55,188,662.^{00} + 412,335.^{00}$$

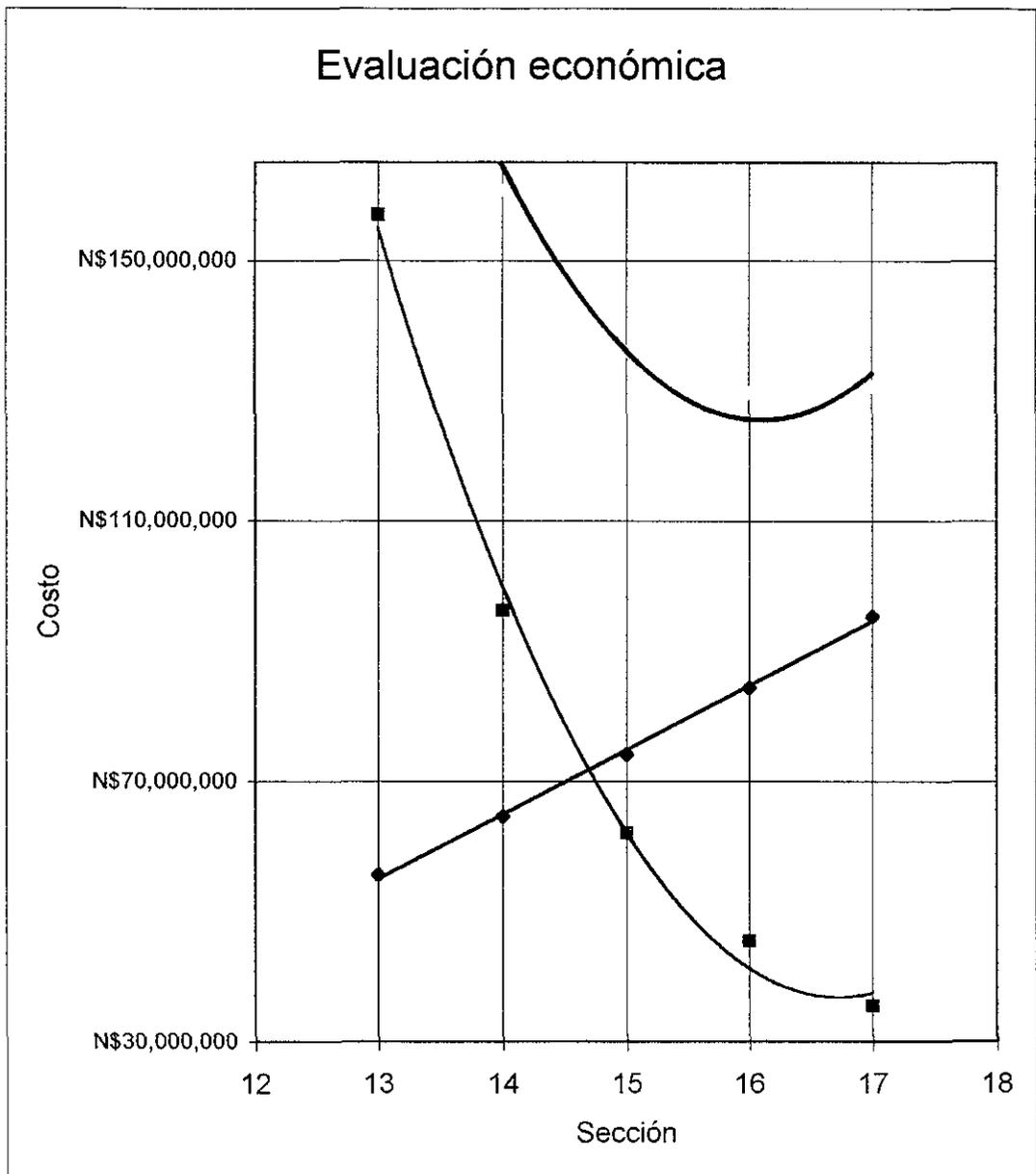
$$C_{TOT} = 156,972,645.00 + 55,600,997.00$$

$$C_{TOT} = 212,573,642.00$$

Los resultados para todas las secciones analizadas se muestran en la tabla IV.61 y se encuentran graficados en la figura IV.2.

Tamaño Túneles	Costo Túneles	NAME Desvío	Elev. Atag Agua Arriba	Elev. Atag Agua Abajo	Volumen Ataguías	Costo Ataguías	Costo Total
2 Túneles							
13x13	55,600,997	152.19	154.00	78.00	3,488,281	156,972,645	212,573,642
14x14	64,520,888	136.02	138.00	79.00	2,138,522	96,233,490	160,754,378
15x15	74,109,666	123.51	125.50	80.00	1,376,484	61,941,780	136,051,446
16x16	84,368,235	115.38	117.50	81.00	1,007,894	45,355,230	129,723,465
17x17	95,298,204	109.48	111.50	82.00	786,752	35,403,840	130,702,044
3 Túneles							
13x13	99,484,093	124.68	126.50	79.00	1,421,898	63,985,410	163,469,503
15x15	132,574,388	107.00	109.00	81.00	694,273	31,242,285	163,816,673
17x17	170,444,954	99.87	102.00	83.00	513,946	23,127,570	193,572,524

Tabla IV.61 Tabla de evaluación económica para las diferentes opciones de desvío analizadas



**Figura IV.2** Gráfica costo túneles, costo ataguías y costo total vs. Sección

De todos los cálculos anteriores puede observarse que la opción más económica para llevar a cabo el desvío es la de 2 túneles con sección de 16 x 16 m, que por cierto, fue la que se utilizó en la obra de Aguamilpa.

**IV.5 Ecuación de comportamiento para los túneles de desvío del Proyecto Hidroeléctrico Aguamilpa.**

Para el estudio del caso Aguamilpa con el método del segundo momento se utilizó la misma geometría propuesta con anterioridad, con lo que de acuerdo a los procedimientos planteados en el capítulo III :

Planteando la ecuación:

$$E = Y_p + \frac{V^2}{2g} + \sum_e^s \Delta h + E_{p_i}$$

usando  $Y_p = 1.015 D - \frac{0.20}{A} \sqrt{\frac{D}{g}} Q$

$$E = 1.015 D_1 - \frac{0.20}{A_1} \sqrt{\frac{D_1}{g}} Q_1 + \frac{V^2}{2g} + \sum_e^s \Delta h + E_{p_i}$$

usando  $V = \frac{Q}{A}$

y considerando:

pérdidas por fricción  $h_f = \frac{V^2 n^2 L}{R_h^{4/3}}$

pérdidas menores  $\approx 1.3664 \frac{V^2}{2g}$

$$E = 1.015 D_1 - \frac{0.20}{A_1} \sqrt{\frac{D_1}{g}} Q_1 + \frac{Q_1^2}{A_1^2} + \left( 1.3664 \frac{Q_1^2}{A_1^2} + \frac{Q_1^2 n^2 L_1}{A_1^2 R_h^{4/3}} \right) + 63$$

sustituyendo valores:  $A = 3.5708 B^2$   
 $R_h = 0.5 B$   
 $D = 2.1322 B$   
 $L_1 = 783.31$

$$E = 1.015(2.1322 B) - \frac{0.20}{3.5708 B^2} \sqrt{\frac{2.1322 B}{9.81}} Q_1 + \frac{Q_1^2}{2(9.81)(3.5708 B^2)^2} +$$

$$+ \left( 1.3664 \frac{Q_1^2}{2(9.81)(3.5708 B^2)^2} + \frac{Q_1^2 n^2 (783.31)}{(3.5708 B^2)^2 (0.5 B)^{1/2}} \right) + 63$$

Finalmente queda:

$$E = 2.164183 B - 0.02611223 B^{-3/2} Q_1 + 0.00945928 B^{-4} Q_1^2 + 154.80177862 B^{-1/2} Q_1^2 n^2 + 63$$

Para el túnel 2 queda una ecuación similar

$$E = 2.164183 B - 0.02611223 B^{-3/2} Q_2 + 0.00945928 B^{-4} Q_2^2 + 176.82117602 B^{-1/2} Q_2^2 n^2 + 63$$

Igualando  $E$  y considerando que la suma de los gastos en los dos túneles es igual al gasto total

$$Q_T = Q_1 + Q_2 \Rightarrow Q_2 = Q_T - Q_1$$

$$2.164183 B - 0.02611223 B^{-3/2} Q_1 + 0.00945928 B^{-4} Q_1^2 + 154.80177862 B^{-1/2} Q_1^2 n^2 + 63 =$$

$$2.164183 B - 0.02611223 B^{-3/2} Q_T + 0.02611223 B^{-3/2} Q_1 + 0.00945928 B^{-4} Q_T^2 -$$

$$0.01891856 B^{-4} Q_T Q_1 + 0.00945928 B^{-4} Q_1^2 + 176.82117602 B^{-1/2} Q_T^2 n^2 -$$

$$353.64235204 B^{-1/2} n^2 Q_T Q_1 + 176.82117602 B^{-1/2} n^2 Q_1^2 + 63$$

Agrupando:

$$Q_1^2 (0.00945928 B^{-4} + 154.80177862 B^{-1/2} n^2 - 0.00945928 B^{-4} - 176.82117602 B^{-1/2} n^2) +$$

$$Q_1 (-0.02611223 B^{-3/2} - 0.02611223 B^{-3/2} + 0.01891856 B^{-4} Q_T + 353.64235204 B^{-1/2} n^2 Q_T$$

$$\left( 2.164183 B + 63 - 2.164183 B + 0.02611223 B^{-3/2} Q_T - 0.00945928 B^{-4} Q_T^2 - \right. \\ \left. 176.82117602 B^{-1/2} n^2 Q_T^2 - 63 \right) = 0$$

simplificando:

$$Q_i^2(-22.01939740B^{-1/3}n^2)+$$

$$Q_i(-0.05222446B^{-3/2}+0.01891856B^{-4}Q_T+353.64235204B^{-1/3}n^2Q_T)+$$

$$(0.02611223B^{-3/2}Q_T-0.00945928B^{-4}Q_T^2-176.82117602B^{-1/3}n^2Q_T^2)=0$$

haciendo:

$$A = -22.01939740B^{-1/3}n^2$$

$$B = -0.05222446B^{-3/2} + 0.01891856B^{-4}Q_T + 353.64235204B^{-1/3}n^2Q_T$$

$$C = 0.02611223B^{-3/2}Q_T - 0.00945928B^{-4}Q_T^2 - 176.82117602B^{-1/3}n^2Q_T^2$$

la ecuación anterior queda:

$$AQ_i^2 + BQ_i + C = 0$$

con la cual para diferentes  $Q_T$  se puede obtener el valor del gasto en el túnel 1  $Q_i$ , con lo que se obtiene una ecuación que expresa al gasto  $Q_i$  en función de  $B$  y  $Q_T$ ; esta ecuación resulta ser:

$$Q_i = 0.52127259Q_TB^{-0.01048173} + 0.00403693B^{3.02236166}$$

sustituyendo en la ecuación para el túnel 1, y después de simplificar y agrupar:

$$E = Q_T^2[0.00257032B^{-4.02096346} + 42.06353032n^2B^{-5.35429679}] +$$

$$Q_T[-0.01362104B^{-1.51501002} + 0.65151115n^2B^{-2.3214534}] +$$

$$[2.164183B^{0.99992585} + 0.00252327n^2B^{0.71138999} + 63]$$

Finalmente para el gasto máximo de entrada al vaso se tiene que:

$$Q_T = Q_{salida} = (0.13588518B^{0.81027968})Q_p$$

donde:  $Q_p$  es el gasto que proporciona la distribución Doble Gumbel.

La ecuación definitiva queda:

$$E = Q_p^2 \left[ 0.00004746 B^{-2.40040410} + 0.77669383 n^2 B^{-3.73373743} \right] +$$

$$Q_p \left[ -0.00185090 B^{-0.70473034} + 0.08853071 n^2 B^{-1.51117372} \right] + \dots \quad (4.23)$$

$$\left[ 2.16420499 B^{0.99992585} + 0.00252327 n^2 B^{0.71138999} + 63 \right]$$

donde  $Q_p$  es el gasto que entra al vaso y su determinación se hace por procedimientos hidrológicos, siendo la distribución doble Gumbel la que mejor se ajusta a los datos de gastos máximos anuales en el sitio con los siguientes parámetros:

$$F(x) = e^{-e^{-\alpha_1(x-\beta_1)}} \left[ p + (1-p)e^{-e^{-\alpha_2(x-\beta_2)}} \right]$$

donde

$$\alpha_1 = 0.0020436498 \qquad \beta_1 = 1,984.86912595$$

$$\alpha_2 = 0.0008460177 \qquad \beta_2 = 4,954.53340946$$

$$p = 0.8039215686$$

Esta expresión se puede representar de un modo aproximado mediante una función de distribución normal estándar. Para ello se hace uso de la transformación de Rosenblatt, la cual establece que para una variable individual la distribución normal equivalente de una variable no normal puede obtenerse de tal manera que la probabilidad acumulada, así como la ordenada de la densidad de probabilidad de la distribución normal equivalente en el punto analizado  $x_i^*$  sea igual a la correspondiente no normal, para el punto en cuestión de la superficie de falla.

Para el caso de las variables  $n$  y  $B$ , según datos de la residencia de construcción (C.F.E., 1994) la sobreexcavación promedio en los túneles fue de 40 cm. Para una sección herradura de 16 x 16 m y el valor de  $n$  se obtiene considerando el comportamiento usual de este tipo de variables (C.F.E., 1995 y Noruega), con lo que las condiciones reales del funcionamiento de la obra de desvío son las mostradas en la tabla IV.62.

Sección Nominal 2B x 2B	Ancho nominal B <sub>n</sub> (m)	Ancho		Rugosidad	
		Valor medio real	Desviación estándar	Valor medio	Desviación estándar
14 x 14	7	7.350	0.350	0.0375	0.00395
15 x 15	7.5	7.875	0.375	0.0375	0.00395
16 x 16	8	8.400	0.400	0.0375	0.00395
17 x 17	8.5	8.925	0.425	0.0375	0.00395
18 x 18	9	9.450	0.450	0.0375	0.00395

Tabla IV .62. Valor medio real y desviación estándar del ancho y la rugosidad del túnel para las secciones nominales analizadas.

#### IV.5.1 Solución por el método del segundo momento al caso del Proyecto Hidroeléctrico Aguamilpa.

Todas las consideraciones anteriores permiten para un valor supuesto ( $E_E$ ) de la elevación de la ataguía, construir a partir de la ecuación (4.23) una función de confiabilidad o comportamiento dada por :

$$G(x) = E_E - \left[ Q_e^2 \left[ 0.00004746 B^{-2.40040410} + 0.77669383 n^2 B^{-3.73373743} \right] + \right. \\ \left. Q_e \left[ -0.00185090 B^{-0.70473034} + 0.08853071 n^2 B^{-1.51117372} \right] + \right. \\ \left. \left[ 2.16420499 B^{0.99992585} + 0.00252327 n^2 B^{0.71138999} + 63 \right] \right]$$

Para determinar las condiciones límite en que la obra de desvío falla, es decir si  $G(x) < 0$  , se emplea el método del segundo momento, el cual requiere primero obtener las derivadas parciales de la función de comportamiento ( $G(x)$ ) con respecto a cada una de las variables  $Q$ ,  $B$  y  $n$  y evaluada en el punto de falla

$$\left( \frac{\partial G}{\partial Q} \right)_* = \left[ -Q \left( 0.00009492 B^{*-2.40040410} + 1.55338766 n^{*2} B^{*-3.73373743} \right) \right. \\ \left. - \left( -0.00185090 B^{*-0.70473034} + 0.08853071 n^{*2} B^{*-1.51117372} \right) \right] \cdot \sigma_Q$$

$$\left(\frac{\partial G}{\partial B'}\right)_* = \left[ -Q^{*2} \left( -0.00011392B^{*-3.40040410} - 2.89997082n^{*2}B^{*-4.73373743} \right) \right. \\ \left. - Q^* \left( 0.00130439B^{*-1.70473034} - 0.13378528n^{*2}B^{*-2.51117372} \right) \right. \\ \left. - \left( 2.16404451B^{*-0.00007415} + 0.00179503n^{*2}B^{*-0.28861001} \right) \right] \cdot \sigma_B$$

$$\left(\frac{\partial G}{\partial n'}\right)_* = \left[ -Q^{*2} \left( 1.55338766n^*B^{*-3.73373743} \right) - Q^* \left( 0.17706142n^*B^{*-1.51117372} \right) \right. \\ \left. - \left( 0.00504654n^*B^{*0.71138999} \right) \right] \cdot \sigma_n$$

si se hace

$$SS = \sqrt{\left(\left(\frac{\partial G}{\partial Q'}\right)_*\right)^2 + \left(\left(\frac{\partial G}{\partial B'}\right)_*\right)^2 + \left(\left(\frac{\partial G}{\partial n'}\right)_*\right)^2}$$

se pueden calcular los cosenos directores por medio de :

$$\alpha_{Q'}^* = \frac{\left(\frac{\partial G}{\partial Q'}\right)_*}{SS}$$

$$\alpha_{B'}^* = \frac{\left(\frac{\partial G}{\partial B'}\right)_*}{SS}$$

$$\alpha_{n'}^* = \frac{\left(\frac{\partial G}{\partial n'}\right)_*}{SS}$$

Con éstos resultados se definen las variables aleatorias :

$$Q^* = \mu_{Q'}^N - \beta \alpha_{Q'}^* \sigma_{Q'}^N$$

$$B^* = \mu_{B'} - \beta \alpha_{B'}^* \sigma_{B'}$$

$$n^* = \mu_{n'} - \beta \alpha_{n'}^* \sigma_{n'}$$

Para el caso límite en que  $G(x) = 0$ , a partir de la función de comportamiento puede establecerse que :

$$E_E = \left[ Q_e^2 \left[ 0.00004746 B^{-2.40040410} + 0.77669383 n^2 B^{-3.73373743} \right] + \right. \\ \left. Q_e \left[ -0.00185090 B^{-0.70473034} + 0.08853071 n^2 B^{-1.51117372} \right] + \right. \\ \left. \left[ 2.16420499 B^{0.99992585} + 0.00252327 n^2 B^{0.71138999} + 63 \right] \right]$$

En ésta ecuación la única incógnita es  $\beta$  y el miembro derecho tiene distribución normal, lo que permite determinar el valor de la probabilidad  $P$  de que  $E$  no sobrepase el valor  $E_E$  seleccionado ( probabilidad de no falla ) tomando en cuenta la variabilidad de  $B, n$  y  $Q$ .

El cálculo de  $\beta$  se hace por aproximaciones hasta que  $\beta_{i+1} \approx \beta$  y en cada iteración se calculan de nuevo las derivadas de la función de comportamiento así como la media y la desviación estándar  $\mu_Q^N$  y  $\sigma_Q^N$  para la distribución normal equivalente de  $Q$ ; de ésta manera la función va aproximándose al valor de la altura  $E_E$ , además la determinación de  $\beta$  permite identificar no solo la probabilidad de falla, sino también el gasto  $Q^*$  con que ella se produciría.

De esta forma, para cada sección de túnel es posible calcular una altura de ataguía con una cierta probabilidad de falla, lo que hará posible la comparación de distintas combinaciones sección del túnel-altura de ataguía.

Para resolver el problema de la obra de desvío del Proyecto Aguamilpa, el gasto que puede presentarse en el río se ajusta a una distribución Doble Gumbel con los parámetros ya mencionados y la geometría ( longitud, cotas de entrada y salida de los túneles, etc. ) es la descrita anteriormente.

Para ejemplificar el proceso de solución se ilustra el cálculo de las primeras iteraciones para una sección real de 8.40 m y un valor supuesto de la elevación del embalse a 110 m.s.n.m.:

Las variables tienen los parámetros mostrados en la tabla IV.63

	Media	Desviación estándar	Distribución
$Q^* = \bar{Q}$	2927.941 m <sup>3</sup> /s		Doble Gumbel
$B^* = \bar{B}$	8.40 m	0.400	Normal
$n^* = \bar{n}$	0.0375	0.00395	Normal

IV.63 Parámetros de las variables  $Q^*$ ,  $B^*$  y  $n^*$

La media del gasto señalada en la tabla IV.63 solo es válida para el primer cálculo, por lo que en cada iteración se deben calcular las nuevas media y desviación estándar.

Aplicando los conceptos del apéndice C se obtienen los valores de la media y desviación estándar para la distribución normal equivalente como sigue.

Primera iteración:

Para la distribución Doble Gumbel con los parámetros mencionados anteriormente se tiene que para el valor de la media de los gastos la función de distribución acumulada vale:

$$F_Q(Q^*) = F(2927.941) = 0.696029470729$$

y la función de densidad:

$$f_Q(Q^*) = f(2927.941) = 0.000211165951457$$

Para el valor  $F(x) = 0.69602947$  en distribución normal se obtiene el valor de  $u$ :

$$u = 0.513043957626$$

éste valor se hace igual a  $\Phi^{-1}[F(x_i^*)]$

$$\Phi^{-1}[F(x_i^*)] = 0.513043957626$$

evaluando  $f(x)$  en distribución normal con éste valor de  $u$  que se acaba de obtener

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{(-\frac{1}{2}u^2)}$$

y tomando en cuenta que  $u = \Phi^{-1}[F_x(x_i^*)] = 0.513043957626$

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{(-\frac{1}{2}(0.513043957626)^2)} = 0.349746881$$

$$f(x) = 0.349746881$$

que es igual a  $\phi[\Phi^{-1}F(x_i^*)]$

sustituyendo lo anterior en :

$$\sigma_Q^N = \frac{\phi\{\Phi^{-1}[F_x(x_i^*)]\}}{f_x(x_i^*)}$$

queda

$$\sigma_Q^N = \frac{0.349746881}{0.000211165951457} = 1,656.265502$$

y

$$\mu_x = x_i^* - \sigma_x(\Phi^{-1}[F_x(x_i^*)])$$

$$\mu_Q^N = 2,927.941 - 1,656.265502 \cdot (0.513043957626)$$

$$\mu_Q^N = 2,078.20399198$$

Los valores de las derivadas parciales son:

$$\begin{aligned} \left( \frac{\partial G}{\partial Q'} \right) &= [-(2927.941)(0.00009492(8.40)^{-2.40040410} + 1.55338766(0.0375)^2(8.40)^{-3.73373743}) \\ &\quad - (-0.00185090(8.40)^{-0.70473034} + 0.08853071(0.0375)^2(8.40)^{-1.51117372})](1656.2655) = \\ &= -5.85633445819 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial G}{\partial B'}\right)_* &= \left[ -(2927.941)^2 (-0.00011392(8.40)^{-3.40040410} - 2.89997082(0.0375)^2(8.40)^{-4.73373743}) \right. \\ &\quad - (2927.941)(0.00130439(8.40)^{-1.70473034} - 0.13378528(0.0375)^2(8.40)^{-2.51117372}) \\ &\quad \left. - (2.16404451(8.40)^{-0.00007415} + 0.00179503(0.0375)^2(8.40)^{-0.28861001}) \right] (0.400) = \\ &= -0.034603720712 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial G}{\partial n'}\right)_* &= \left[ -(2927.941)^2 (1.55338766(0.0375)(8.40)^{-3.73373743}) - \right. \\ &\quad (2927.941)(0.17706142(0.0375)(8.40)^{-1.51117372}) \\ &\quad \left. - (0.00504654(0.0375)(8.40)^{0.71138999}) \right] (0.00395) = \\ &= -0.701342758689 \end{aligned}$$

Calculando

$$\begin{aligned} SS &= \sqrt{\left(\frac{\partial G}{\partial Q}\right)^2 + \left(\frac{\partial G}{\partial B}\right)^2 + \left(\frac{\partial G}{\partial n}\right)^2} = \\ &= \sqrt{(-5.85633445819)^2 + (-0.034603720712)^2 + (-0.701342758689)^2} = \\ &= 5.898282154 \end{aligned}$$

se obtienen los cosenos directores como:

$$\alpha_Q^* = \frac{\frac{\partial G}{\partial Q}}{SS} = \frac{-5.85633445819}{5.898282154} = -0.992888150$$

$$\alpha_B^* = \frac{\frac{\partial G}{\partial B}}{SS} = \frac{-0.034603720712}{5.898282154} = -0.005866746$$

$$\alpha_n^* = \frac{\frac{\partial G}{\partial n}}{SS} = \frac{-0.701342758689}{5.898282154} = -0.118906275$$

Por lo que

$$Q^* = \mu_Q^N - \beta \alpha_Q^* \sigma_Q^N = 2078.20399198 - \beta(-0.99288815)(1656.265502) = \\ = 2078.20399198 + 1644.48639077 \beta$$

$$B^* = \mu_B - \beta \alpha_B^* \sigma_B = 8.40 - \beta(-0.005866746)(0.400) = \\ = 8.40 + 0.002346698 \beta$$

$$n^* = \mu_n - \beta \alpha_n^* \sigma_n = 0.0375 - \beta(-0.118906275)(0.00395) = \\ = 0.0375 + 0.000469680 \beta$$

Sustituyendo éstos valores en la función de comportamiento

$$G(x) = 110 - [ (2078.204 + 1644.486 \beta)^2 [ 0.00004746 (8.40 + 0.002346698 \beta)^{-2.40040410} + \\ + 0.77669383(0.0375 + 0.000469680 \beta)^2 (8.40 + 0.002346698 \beta)^{-3.73373743} ] + \\ + (2078.204 + 1644.486 \beta) [ -0.00185090(8.40 + 0.002346698 \beta)^{-0.70473034} + \\ + 0.08853071(0.0375 + 0.000469680 \beta)^2 (8.40 + 0.002346698 \beta)^{-1.51117372} ] + \\ + [ 2.16420499 (8.40 + 0.002346698 \beta)^{0.99992585} + \\ + 0.00252327 (0.0375 + 0.000469680 \beta)^2 (8.40 + 0.002346698 \beta)^{0.71138999} ] + \\ + 63 ]$$

que se resuelve con  $\beta=2.81978$ .

Por lo que el nuevo punto de falla queda:

$$Q^* = 2078.20399 + 1644.48639 \cdot (2.81978) = 6715.298 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$B^* = 8.40 + 0.002346698 \cdot (2.81978) = 8.406617 \text{ m}$$

$$n^* = 0.0375 + 0.000469680 \cdot (2.81978) = 0.038824396$$

Segunda iteración:

Para la distribución Doble Gumbel con los parámetros mencionados anteriormente se tiene que para el valor de la media de los gastos la función de distribución acumulada vale:

$$F(x) = F(6715.298) = 0.957885489804$$

y la función de densidad:

$$f(x) = f(6715.298) = 0.0000301353192438$$

Para el valor  $F(x) = 0.957885489804$  en distribución normal se obtiene el valor de  $u$ :

$$u = 1.72667712461$$

éste valor se hace igual a  $\Phi^{-1}[F(x_i^*)]$

$$\Phi^{-1}[F(x_i^*)] = 1.72667712461$$

evaluando  $f(x)$  en distribución normal con éste valor de  $u$  que se acaba de obtener

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{(-\frac{1}{2}u^2)}$$

y tomando en cuenta que  $u = \Phi^{-1}[F_{x_i}(x_i^*)] = 1.72667712461$

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{(-\frac{1}{2}(1.72667712461)^2)} = 0.089847142$$

$$f(x) = 0.089847142$$

que es igual a  $\phi[\Phi^{-1}F(x_i^*)]$

sustituyendo lo anterior en :

$$\sigma_x = \frac{\phi\{\Phi^{-1}[F_{x_i}(x_i^*)]\}}{f_{x_i}(x_i^*)}$$

queda

$$\sigma_x = \frac{0.089847142}{0.0000301353192438} = 2981.45643825$$

y

$$\mu_x = x_i^* - \sigma_x (\Phi^{-1}[F_n(x_i^*)])$$

$$\mu_x = 6715.298 - 2981.45643825 \cdot (1.72667712461)$$

$$\mu_x = 1567.28537005$$

Los valores de las derivadas parciales son:

$$\begin{aligned} \left( \frac{\partial G}{\partial Q'} \right)_* &= [-(6715.298)(0.00009492(8.406617)^{-2.40040410} + 1.55338766n^2(8.406617)^{-3.73373743}) \\ &\quad - (-0.00185090(8.406617)^{-0.70473034} + 0.08853071(0.038824396)^2(8.406617)^{-1.51117372})](2981.45644) \\ &= -26.796316367 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \left( \frac{\partial G}{\partial B'} \right)_* &= [-(6715.298)^2(-0.00011392(8.406617)^{-3.40040410} - 2.89997082(0.038824396)^2(8.406617)^{-4.73373743}) \\ &\quad - (6715.298)(0.00130439(8.406617)^{-1.70473034} - 0.13378528(0.038824396)^2(8.406617)^{-2.51117372}) \\ &\quad - (2.16404451(8.406617)^{-0.00007415} + 0.00179503(0.038824396)^2(8.406617)^{-0.28861001})](0.400) = \\ &= 3.82923234486 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \left( \frac{\partial G}{\partial n'} \right)_* &= [-(6715.298)^2(1.55338766(0.038824396)(8.406617)^{-3.73373743}) - \\ &\quad (6715.298)(0.17706142(0.038824396)(8.406617)^{-1.51117372}) \\ &\quad - (0.00504654(0.038824396)(8.406617)^{0.71138999})](0.00395) = \\ &= -3.79887958815 \end{aligned}$$

Calculando

$$\begin{aligned} SS &= \sqrt{\left( \frac{\partial G}{\partial Q'} \right)^2 + \left( \frac{\partial G}{\partial B'} \right)^2 + \left( \frac{\partial G}{\partial n'} \right)^2} = \\ &= \sqrt{(-26.796316367)^2 + (3.82923234486)^2 + (-3.79887958815)^2} = 27.333808321 \end{aligned}$$

se obtienen los cosenos directores como:

$$\begin{aligned} \alpha_{Q'}^* &= \frac{\frac{\partial G}{\partial Q'}}{SS} = \frac{-26.796316367}{27.333808321} = -0.98033002 \\ \alpha_B^* &= \frac{\frac{\partial G}{\partial B'}}{SS} = \frac{3.82923234486}{27.333808321} = 0.140091432 \end{aligned}$$

$$\alpha_n^* = \frac{\frac{\partial G}{\partial n}}{SS} = \frac{-3.79887958815}{27.333808321} = -0.138980984$$

Por lo que

$$Q^* = \mu_Q^N - \beta \alpha_Q^N \sigma_Q^N = 1567.28537 - \beta(-0.980336002)(2981.456438) = \\ = 1567.28537 + 2922.82908463 \beta$$

$$B^* = \mu_B - \beta \alpha_B \sigma_B = 8.40 - \beta(0.140091432)(0.400) = \\ = 8.40 - 0.056036573 \beta$$

$$n^* = \mu_n - \beta \alpha_n \sigma_n = 0.0375 - \beta(-0.138980984)(0.00395) = \\ = 0.0375 + 0.000548975 \beta$$

Sustituyendo estos valores en:

$$G(x) = 110 - [ (1567.285 + 2922.829 \beta)^2 [ 0.00004746 (8.40 - 0.056036573 \beta)^{-2.40040410} + \\ + 0.77669383(0.0375 + 0.000548975 \beta)^2 (8.40 - 0.056036573 \beta)^{-3.73373743} ] + \\ + (1567.285 + 2922.829 \beta) [ -0.00185090(8.40 - 0.056036573 \beta)^{-0.70473034} + \\ + 0.08853071(0.0375 + 0.000548975 \beta)^2 (8.40 - 0.056036573 \beta)^{-1.51117372} ] + \\ + [ 2.16420499 (8.40 - 0.056036573 \beta)^{0.99992585} + \\ + 0.00252327 (0.0375 + 0.000548975 \beta)^2 (8.40 - 0.056036573 \beta)^{0.71138999} ] + \\ + 63 ]$$

que se resuelve con  $\beta=1.73689$ .

Por lo que el nuevo punto de falla queda:

$$Q^* = 6643.907 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$B^* = 8.302671 \text{ m}$$

$$n^* = 0.038453507$$

El procedimiento se repite hasta que se alcance el grado deseado de tolerancia entre los valores de  $\beta$ .

Los resultados de las iteraciones se presentan en la tabla IV.64 .

1ª Iteración						
Variable	Punto Asumido De falla					Nuevo Punto de falla
$X_i$	$x_i^*$	$\sigma_{x_i}$	$u_{x_i}$	$\left(\frac{\partial g}{\partial X_i}\right)_*$	$\alpha_{x_i}^*$	$x_i^*$
$Q$	2927 941	1656.2655	2078.204	-5.85633446	-0.992888150	2078.204+ 1644.486 $\beta$
$B$	8.40	0.40	8.40	-0.03460372	-0.005866746	8.40+ 0.002346698 $\beta$
$n$	0.0375	0.00395	0.0375	-0.70134276	-0.118906275	0.0375+ 0.000469680 $\beta$
Sustituyendo los valores del nuevo punto de falla en la ecuación de confiabilidad se encuentra el valor de $\beta$ , que resulta ser $\beta=2.819783$						
Segunda iteración.						
Variable	Punto Asumido De falla					Nuevo Punto de falla
$X_i$	$x_i^*$	$\sigma_{x_i}$	$u_{x_i}$	$\left(\frac{\partial g}{\partial X_i}\right)_*$	$\alpha_{x_i}^*$	$x_i^*$
$Q$	6715 298	2981.456	1567.285	-26.7963164	-0.98033002	1567.285+ 2922.829 $\beta$
$B$	8.4066	0.40	8.40	3.82923235	0.140091432	8.40- 0.056036573 $\beta$
$n$	0.038824	0.00395	0.0375	-3.79887959	-0.136980984	0.0375+ 0.000548975 $\beta$
Sustituyendo los valores del nuevo punto de falla en la ecuación de confiabilidad se encuentra el valor de $\beta$ , que resulta ser $\beta=1.736886$						
Tercera iteración						
Variable	Punto Asumido De falla					Nuevo Punto de falla
$X_i$	$x_i^*$	$\sigma_{x_i}$	$u_{x_i}$	$\left(\frac{\partial g}{\partial X_i}\right)_*$	$\alpha_{x_i}^*$	$x_i^*$
$Q$	6643.907	2973.703	1580.607	-27.2129496	-0.980177259	1580.607+ 2914.756 $\beta$
$B$	8.3027	0.40	8.40	3.92065969	0.141217381	8.40- 0.056486952 $\beta$
$n$	0.038454	0.00395	0.0375	-3.85801831	-0.13898115	0.0375+ 0.000548896 $\beta$
Sustituyendo los valores del nuevo punto de falla en la ecuación de confiabilidad se encuentra el valor de $\beta$ , que resulta ser $\beta=1.736846$						
Cuarta iteración.						
Variable	Punto Asumido De falla					Nuevo Punto de falla
$X_i$	$x_i^*$	$\sigma_{x_i}$	$u_{x_i}$	$\left(\frac{\partial g}{\partial X_i}\right)_*$	$\alpha_{x_i}^*$	$x_i^*$
$Q$	6643.089	2973.620	1580.749	-27.2169801	-0.98017734	1580.749+ 2914.675 $\beta$
$B$	8.3019	0.40	8.40	3.92140743	0.141223408	8.40-0.056489363 $\beta$
$n$	0.038453	0.00395	0.0375	-3.85840450	-0.138954455	0.0375+ 0.00054887 $\beta$
Sustituyendo los valores del nuevo punto de falla en la ecuación de confiabilidad se encuentra el valor de $\beta$ , que resulta ser $\beta=1.736846$						

Tabla IV.64 Resumen de iteraciones para encontrar el valor de  $\beta$ .

Para este último valor de  $\beta$  las variables quedan:

$$Q = 6,643.090 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$B = 8.3019$$

$$n = 0.038453$$

Basándose en el valor de  $\beta$  de la cuarta iteración la probabilidad de comportamiento satisfactorio es:

$$p = \Phi(1.73685) = 0.95882$$

Para calcular los valores de  $\beta$ ,  $Q^*$ ,  $B^*$  y  $n^*$  se utilizó un programa para computadora en el cual se analizan 5 diámetros diferentes y en cada caso se calcularon las elevaciones en el embalse para diferentes probabilidades de no falla.

En las tablas IV.65 a IV.69 se muestran los resultados obtenidos.

Sección	Elevación del embalse	$\beta$	Probabilidad de no falla	Q
7 350	122.00	1.67735	0.95329	6459.097
	123.00	1.70099	0.95555	6525.518
	124.00	1.72445	0.95770	6591.044
	125.00	1.74744	0.95973	6655.833
	125.14	1.75062	0.96000	6664.852
	126.00	1.77022	0.96166	6719.785
	127.00	1.79257	0.96348	6783.046
	128.00	1.81453	0.96519	6845.642
	129.00	1.83630	0.96683	6907.441
	130.00	1.85786	0.96839	6968.529
	131.00	1.87891	0.96985	7029.064
	131.101	1.88104	0.97000	7035.141
	132.00	1.89980	0.97125	7088.905
	133.00	1.92036	0.97257	7148.131
	134.00	1.94062	0.97382	7206.792
	135.00	1.96072	0.97502	7264.761
	136.00	1.98058	0.97615	7322.153
	137.00	1.99991	0.97721	7379.203
	138.00	2.01933	0.97824	7435.440
	139.00	2.03827	0.97921	7491.327
	139.87	2.05446	0.98000	7539.612
	140.00	2.05672	0.98011	7546.934
	141.00	2.07521	0.98098	7601.802
	142.00	2.09360	0.98182	7656.050
	143.00	2.11177	0.98261	7709.824
	144.00	2.12934	0.98335	7763.489
	145.00	2.14731	0.98408	7816.096
	146.00	2.16436	0.98474	7868.963
	147.00	2.18145	0.98539	7921.151
	148.00	2.19859	0.98601	7972.654
	149.00	2.21523	0.98659	8024.066
150.00	2.23192	0.98715	8074.812	
152.00	2.25293	0.98783	8102.414	
153.00	2.28060	0.98868	8224.971	
154.00	2.29636	0.98914	8274.390	
155.00	2.31216	0.98958	8323.174	
156.00	2.32746	0.99000	8372.028	

Tabla IV.65. Resultados del método del segundo momento. Sección real 14.70 x 14.70.

Sección	Elevación del agua	$\beta$	Probabilidad de no falla	Q
7 875	116.00	1.73553	0.95869	6630.622
	116.52	1.75061	0.96000	6673.015
	117.00	1.76430	0.96116	6711.899
	118.00	1.79248	0.96347	6792.013
	119.00	1.82031	0.96564	6870.874
	120.00	1.84762	0.96766	6948.641
	121.00	1.87450	0.96955	7025.297
	121.25	1.88104	0.97000	7044.370
	122.00	1.90076	0.97131	7101.035
	123.00	1.92666	0.97296	7175.704
	124.00	1.94836	0.97429	7228.313
	125.00	1.97704	0.97595	7322.311
	126.00	2.00159	0.97730	7394.267
	127.00	2.02569	0.97857	7465.403
	128.00	2.04951	0.97976	7535.614
	128.21	2.05449	0.98000	7550.234
	129.00	2.07295	0.98088	7605.019
	130.00	2.09589	0.98192	7673.750
	131.00	2.11840	0.98289	7741.794
	132.00	2.14092	0.98382	7808.773
	133.00	2.16301	0.98469	7875.116
	134.00	2.18462	0.98550	7940.908
	135.00	2.20577	0.98626	8006.168
	136.00	2.22197	0.98682	8040.699
137.00	2.24276	0.98751	8103.574	
138.00	2.26786	0.98830	8197.603	
139.00	2.28769	0.98889	8260.482	
140.00	2.30782	0.98946	8322.142	
141.00	2.32715	0.98999	8383.835	
141.02	2.32761	0.99000	8384.970	
142.00	2.35140	0.99061	8476.913	

Tabla IV.66. Resultados del método del segundo momento. Sección real 15.75 x 15.75.

Sección	Elevación del agua	$\beta$	Probabilidad de no falla	Q
8.400	110.00	1.73685	0.95882	6643.090
	110.38	1.75048	0.95999	6681.675
	111.00	1.77247	0.96184	6744.018
	112.00	1.80729	0.96463	6843.085
	113.00	1.84135	0.96720	6940.382
	114.00	1.87466	0.96956	7036.001
	114.19	1.88091	0.96999	7053.987
	115.00	1.90725	0.97173	7130.020
	116.00	1.93914	0.97373	7222.518
	117.00	1.97036	0.97557	7313.557
	118.00	2.00092	0.97727	7403.208
	119.00	2.03086	0.97883	7491.530
	119.80	2.05437	0.98000	7561.260
	120.00	2.06018	0.98028	7578.567
	121.00	2.08892	0.98161	7664.373
	122.00	2.11709	0.98284	7749.001
	123.00	2.14472	0.98398	7832.495
	124.00	2.17182	0.98503	7914.888
	125.00	2.19841	0.98600	7996.231
	126.00	2.22451	0.98691	8076.562
127.00	2.25013	0.98774	8155.892	
128.00	2.27529	0.98852	8234.270	
129.00	2.30002	0.98924	8311.743	
130.00	2.32431	0.98991	8388.304	
130.14	2.32768	0.99000	8398.969	
131.00	2.34819	0.99053	8464.015	

Tabla IV.67. Resultados del método del segundo momento. Sección real 16.80 x 16.80.

Sección	Elevación del agua	$\beta$	Probabilidad de no falla	Q
8.925	104.00	1.66106	0.95168	6438.162
	105.00	1.70673	0.95608	6567.036
	105.99	1.75061	0.96000	6691.574
	106.00	1.75106	0.96004	6692.814
	107.00	1.79430	0.96361	6815.592
	108.00	1.83623	0.96683	6935.709
	109.00	1.87697	0.96972	7053.274
	109.10	1.88100	0.97000	7064.885
	110.00	1.91665	0.97234	7168.421
	111.00	1.95543	0.97471	7281.209
	112.00	1.99332	0.97686	7391.766
	113.00	2.03009	0.97879	7500.378
	113.68	2.05455	0.98000	7573.159
	114.00	2.06574	0.98054	7607.193
	115.00	2.10071	0.98213	7712.033
	116.00	2.13501	0.98358	7814.978
	117.00	2.16827	0.98489	7916.428
	118.00	2.20059	0.98608	8016.431
	119.00	2.23246	0.98717	8114.648
	120.00	2.26340	0.98816	8211.612
121.00	2.29391	0.98907	8306.927	
122.00	2.32357	0.98989	8401.092	
122.13	2.32761	0.99000	8412.990	
123.00	2.35332	0.99066	8493.182	
124.00	2.38119	0.99134	8585.425	

Tabla IV.68. Resultados del método del segundo momento. Sección real 17.85 x 17.85.

Sección	Elevación del agua	$\beta$	Probabilidad de no falla	Q
9.450	102.00	1.70490	0.95591	6571.587
	102.85	1.75060	0.96000	6701.562
	103.00	1.75854	0.96068	6724.169
	104.00	1.81039	0.96487	6872.461
	105.00	1.86053	0.96858	7016.777
	105.42	1.88111	0.97000	7076.287
	106.00	1.90905	0.97185	7157.432
	107.00	1.95601	0.97474	7294.617
	108.00	2.00150	0.97730	7428.646
	109.00	2.04560	0.97957	7559.648
	109.20	2.05426	0.97999	7585.526
	110.00	2.08838	0.98158	7687.870
	111.00	2.12990	0.98337	7813.425
	112.00	2.17023	0.98497	7936.476
	113.00	2.20943	0.98639	8057.171
	114.00	2.24757	0.98766	8175.605
	115.00	2.28469	0.98880	8291.927
	116.00	2.32085	0.98982	8406.223
116.19	2.32761	0.99000	8427.707	
117.00	2.35609	0.99073	8518.568	
118.00	2.39046	0.99155	8629.078	

**Tabla IV.69. Resultados del método del segundo momento. Sección real 18.90 x 18.90.**

De todos los datos anteriores se puede obtener un resumen en donde se muestra para las probabilidades de no falla de 0.96, 0.97, 0.98 y 0.99 el valor de la elevación y altura de la ataguía aguas arriba (La altura de la ataguía es la elevación menos la cota de desplante ( 60 m.s.n.m. ))

Sección	Elevación Ataguía $E_s$	Altura ataguía $H_s$	Prob de falla	Prob de no Falta	n	B	$Q_p$	Costo de construcción
7.350	127.14	67.14	0.96	0.04	0.038515	7.2538	6.665	130,070,273
	133.10	73.10	0.97	0.03	0.038627	7.2414	7.035	145,914,413
	141.87	81.87	0.98	0.02	0.038773	7.2252	7.540	173,698,898
	158.00	98.00	0.99	0.01	0.038996	7.1999	8.372	240,366,623
7.875	118.52	58.52	0.96	0.04	0.038598	7.7763	6.673	121,045,926
	123.25	63.25	0.97	0.03	0.038598	7.7631	7.044	130,896,021
	130.21	70.21	0.98	0.02	0.038739	7.7457	7.550	147,875,646
	143.02	83.02	0.99	0.01	0.038970	7.7267	8.385	187,698,531
8.400	112.38	52.38	0.96	0.04	0.038465	8.3004	6.682	120,674,235
	116.19	56.19	0.97	0.03	0.038571	8.2864	7.054	127,152,750
	121.80	61.80	0.98	0.02	0.038708	8.2678	7.561	138,390,420
	132.14	72.14	0.99	0.01	0.038918	8.2387	8.399	163,716,330
8.925	107.99	47.99	0.96	0.04	0.038442	8.8264	6.692	125,508,864
	111.10	51.10	0.97	0.03	0.038545	8.8115	7.065	130,079,154
	115.68	55.68	0.98	0.02	0.038673	8.7917	7.573	137,709,264
	124.13	64.13	0.99	0.01	0.038882	8.7605	8.413	154,838,199
9.450	104.80	44.80	0.96	0.04	0.038421	9.3548	6.702	133,334,423
	107.35	47.35	0.97	0.03	0.038522	9.3389	7.076	136,656,458
	111.21	51.21	0.98	0.02	0.038650	9.3178	7.585	142,279,118
	118.19	58.19	0.99	0.01	0.038850	9.2842	8.428	154,399,328

**Tabla IV.70 Resultados del método del segundo momento y costo de construcción para probabilidades de no falla 0.96, 0.97, 0.98 y 0.99**

Ahora para cada probabilidad de falla se presenta la combinación de sección y elevación de ataguía para la que el costo de construcción resulta mínimo.

Probabilidad de falla	0.04	0.03	0.02	0.01
Sección	8.400	8.400	8.925	9.450
Elevación Ataguía	112.38	116.19	115.68	118.19
Costo de construcción	120,674,235	127,152,750	137,709,264	154,399,328

**Tabla IV.71. Costos de construcción mínimo para probabilidades de falla 0.04,0.03,0.02 y 0.01 por el método del segundo momento**

Como puede observarse el costo de construcción aumenta conforme disminuye la probabilidad de falla y para seleccionar el diseño económicamente óptimo se calcula el costo total considerando que si la obra de desvío falla, esto implicaría retrasar un año la entrada en operación del proyecto, lo cual significa dejar de generar los 2131 Gwh de ese año que equivale a un monto de 1,320 millones de pesos ( precios 1996 ), además de los daños que causaría y las pérdidas de los trabajos ejecutados hasta el momento.

Probabilidad de falla	0.04	0.03	0.02	0.01
Sección	8.400	8.400	8.925	9.450
Elevación ataguía	112.38	116.19	115.68	118.19
Costo de construcción	120,674,235	127,152,750	137,709,154	154,399,328
Costo por falla	52,800,000	39,600,000	26,400,000	13,200,000
Costo total	173,474,235	166,752,750	164,109,154	167,599,328

**Tabla IV.72. Costos totales óptimos para los resultados por el método del segundo momento.**

Finalmente se selecciona la probabilidad de falla que corresponde al menor costo total que en este caso resulta ser 0.02 por lo que la sección y elevación óptima por el método del segundo momento son:

Sección nominal: 17.00 m      Sección real: 17.85 m  
Elevación de la ataguía aguas arriba (redondeando): 116.00 m.s.n.m..

#### **IV.5.2 Aplicación del Método de Montecarlo al Proyecto Hidroeléctrico Aguamilpa.**

Para el caso de Aguamilpa, el modelo que se simuló fué la ecuación:

$$E = Q^2 \left[ 0.00004746 B^{-2.4004041} + 0.77669383 n^2 B^{-3.73373743} \right] + \\ + Q \left[ -0.00185090 B^{-0.70473034} + 0.08853071 n^2 B^{-1.51117372} \right] + \\ + \left[ 2.16420499 B^{0.99992585} + 0.00252327 n^2 B^{0.71138999} + 63 \right]$$

El proceso consiste en generar valores de cada variable aleatoria y estimar la probabilidad de falla, como el cociente del número de casos en que el término de la derecha de la ecuación anterior supera el valor  $E_E$  supuesto, entre el número total de casos simulados.

Para efectos de comparación con los resultados del método del 2º momento, en donde todas las variables siguen una distribución normal, también se usó esta distribución de probabilidad para generar los valores que toma cada variable, sin embargo, lo anterior no significa que deba usarse únicamente la distribución normal en la generación de variables, sino que puede cualquier otra distribución de probabilidad.

##### **IV.5.2.1 Resultados del Método de Montecarlo.**

Para calcular las probabilidades de falla se utilizó un programa de computadora en el cual se consideran diversos valores de ancho de sección nominal  $B$  y de la altura  $E_E$  y en cada caso se generaron 4000 números aleatorios con distribución normal para cada una de las variables  $B$ ,  $n$ , y  $Q$  con los parámetros dados anteriormente. Para el caso del gasto se aplica el mismo procedimiento de la distribución normal equivalente visto anteriormente.

Debido a la variación de los resultados se repitió todo lo anterior siete veces obteniendo las tablas y las figuras que se muestran a continuación, en las que cada punto corresponde; como ya se mencionó, al resultado de una simulación de 4000 números aleatorios y que para comodidad han sido ordenados de manera ascendente. Se puede observar que los puntos se pueden ajustar a una curva, como la mostrada en las figuras, en las que se relaciona la altura  $E_E$  y la probabilidad de no falla para una sección dada, de ésta curva se obtienen los valores de  $E_E$  para las probabilidades de no falla en el momento de hacer la evaluación económica.

SECCION REAL	Elevación del embalse E <sub>s</sub>	Elevación de la atagüía	Probabilidad de no falla
7 350	124 00	126 00	0 95533 0 95667 0 95733 0 95733 0 95967
	128 00	130 00	0 96310 0 96367 0 96667 0 96667 0 96800
	132 00	134 00	0 96967 0 97127 0 97167 0 97167 0 97200
	136 00	138 00	0 97400 0 97567 0 97700 0 97833 0 97867
	140 00	142 00	0 97933 0 98033 0 98033 0 98167 0 98200
	144 00	146 00	0 98267 0 98367 0 98433 0 98433 0 98500
	148 00	150 00	0 98025 0 98425 0 98767 0 98825 0 98900
	152 00	154 00	0 98733 0 98767 0 98767 0 98800 0 98933
	156 00	158 00	0 98867 0 98900 0 99167 0 99233 0 99467

**Tabla IV.73. Probabilidad de no falla por el método de simulación de Montecarlo. Sección real 14.70 x 14.70.**

SECCION	E <sub>s</sub>	Elevación de la atagüía	Probabilidad de no falla
7 875	116 00	118 00	0 95400 0 95733 0 95767 0 96067 0 96233
	118 00	120 00	0 96067 0 96133 0 96300 0 96467 0 96567
	120 00	122 00	0 96700 0 96733 0 96800 0 96867 0 97033
	122 00	124 00	0 97033 0 97067 0 97100 0 97200 0 97267
	124 00	126 00	0 97333 0 97333 0 97567 0 97633 0 97667
	126 00	128 00	0 97733 0 97767 0 97833 0 97967 0 97967
	128 00	130 00	0 97900 0 97933 0 97967 0 98033 0 98133
	130 00	132 00	0 98033 0 98133 0 98200 0 98233 0 98267
	132 00	134 00	0 98300 0 98367 0 98400 0 98467 0 98467
	134 00	136 00	0 98400 0 98467 0 98467 0 98600 0 98633
	136 00	138 00	0 98600 0 98600 0 98633 0 98700 0 98700

continúa

7 875	138 00	140 00	0 98800 0 98867 0 98900 0 98900 0 98933
	140 00	142 00	0 98933 0 98933 0 98967 0 98967 0 99267
	142 00	144 00	0 99033 0 99100 0 99133 0 99133 0 99233

**Tabla IV.74. Probabilidad de no falla por el método de simulación de Montecarlo. Sección real  
15.75 x 15.75.**

SECCION	E.	Elevación de la atagüa	Probabilidad de no falla
8 400	110 00	112 00	0 95600 0 95700 0 95733 0 95867 0 96167
	112 00	114 00	0 96133 0 96300 0 96300 0 96433 0 96900
	114 00	116 00	0 96600 0 96633 0 96867 0 97267 0 97333
	116 00	118 00	0 97067 0 97250 0 97375 0 97567 0 97600
	118 00	120 00	0 97800 0 97833 0 97867 0 97933 0 98000
	120 00	122 00	0 97967 0 98000 0 98033 0 98033 0 98167
	122 00	124 00	0 98133 0 98200 0 98233 0 98433 0 98500
	124 00	126 00	0 98367 0 98400 0 98467 0 98467 0 98700
	126 00	128 00	0 98567 0 98667 0 98700 0 98733 0 98767
	128 00	130 00	0 98767 0 98800 0 98833 0 98867 0 98933
	130 00	132 00	0 98867 0 99033 0 99100 0 99100 0 99100

continúa

8 400	132 00	134 00	0 99133 0 99167 0 99233 0 99233 0 99400
-------	--------	--------	-----------------------------------------------------

**Tabla IV.75. Probabilidad de no falla por el método de simulación de Montecarlo. Sección real 16.80 x 16.80.**

SECCION	E <sub>s</sub>	Elevación de la atagüa	Probabilidad de no falla
8 925	106 00	108 00	0 96650 0 95850 0 96200 0 96450 0 96480
	108 00	110 00	0 96480 0 96550 0 96560 0 96600 0 96600
	110 00	112 00	0 96960 0 97040 0 97250 0 97320 0 97350
	112 00	114 00	0 97500 0 97520 0 97760 0 97840 0 98050
	114 00	116 00	0 97880 0 98000 0 98040 0 98200 0 98200
	116 00	118 00	0 98300 0 98360 0 98450 0 98500 0 98500
	118 00	120 00	0 98520 0 98550 0 98600 0 98600 0 98800
	120 00	122 00	0 98850 0 98850 0 98880 0 98900 0 98950
	122 00	124 00	0 98800 0 98900 0 98950 0 98960 0 99000
	124 00	126 00	0 98950 0 99150 0 99160 0 99160 0 99200

**Tabla IV.76. Probabilidad de no falla por el método de simulación de Montecarlo. Sección real 17.85 x 17.85.**

SECCION	E.	Elevación de la atagüa	Probabilidad de no falla
9 450	102 00	104 00	0 95000
			0 95450
			0 95800
			0 95800
			0 95850
	104 00	106 00	0 96150
			0 96200
			0 96800
			0 96950
106 00	108 00	0 97156	
		0 96650	
		0 96900	
108 00	110 00	0 96950	
		0 97250	
		0 97650	
		0 97400	
110 00	112 00	0 97850	
		0 97850	
		0 97950	
		0 98100	
		0 98150	
112 00	114 00	0 97850	
		0 98200	
		0 98250	
		0 98250	
114 00	116 00	0 98400	
		0 98250	
		0 98600	
		0 98650	
		0 98700	
116 00	118 00	0 98750	
		0 98600	
		0 98650	
		0 98750	
118 00	120 00	0 98850	
		0 98850	
		0 98850	
		0 98850	
		0 98900	
118 00	120 00	0 98950	
		0 99000	
		0 99100	
		0 99300	
		0 99050	
118 00	120 00	0 99250	
		0 99400	
		0 99450	
		0 99500	

**Tabla IV.77. Probabilidad de no falla por el método de simulación de Montecarlo. Sección real 18.90 x 18.90.**

Figura IV.3 Probabilidad de no falla para cada una de las simulaciones vs. elev. atagüa sección 14 x 14 (B=7.350)

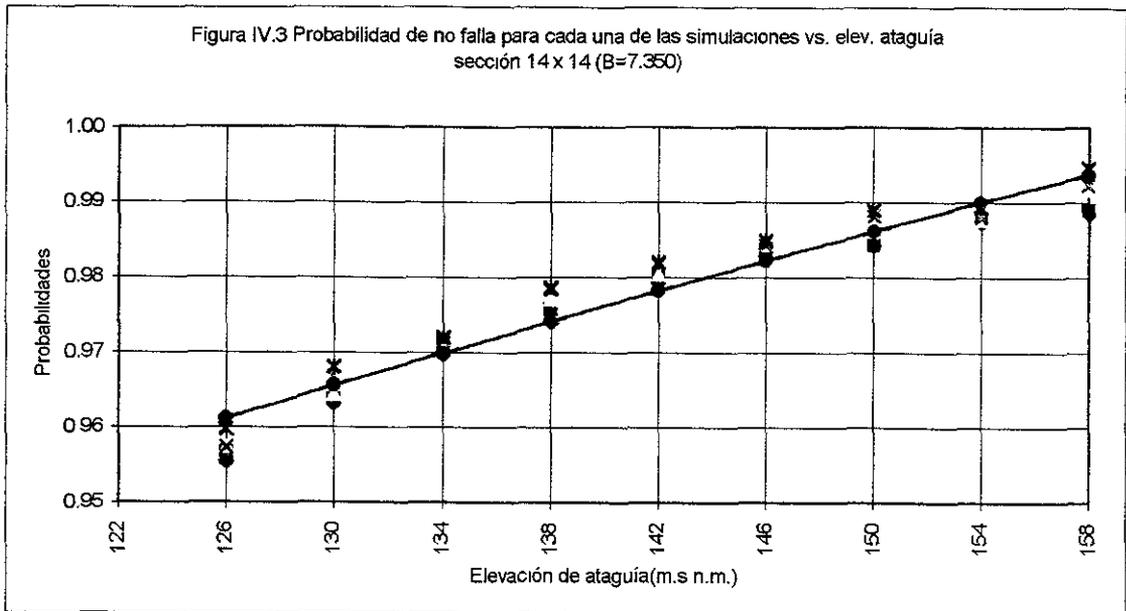


Figura IV.4 Probabilidad de no falla para cada una de las simulaciones vs elev. atagüa sección 15 x 15 (B=7 875)

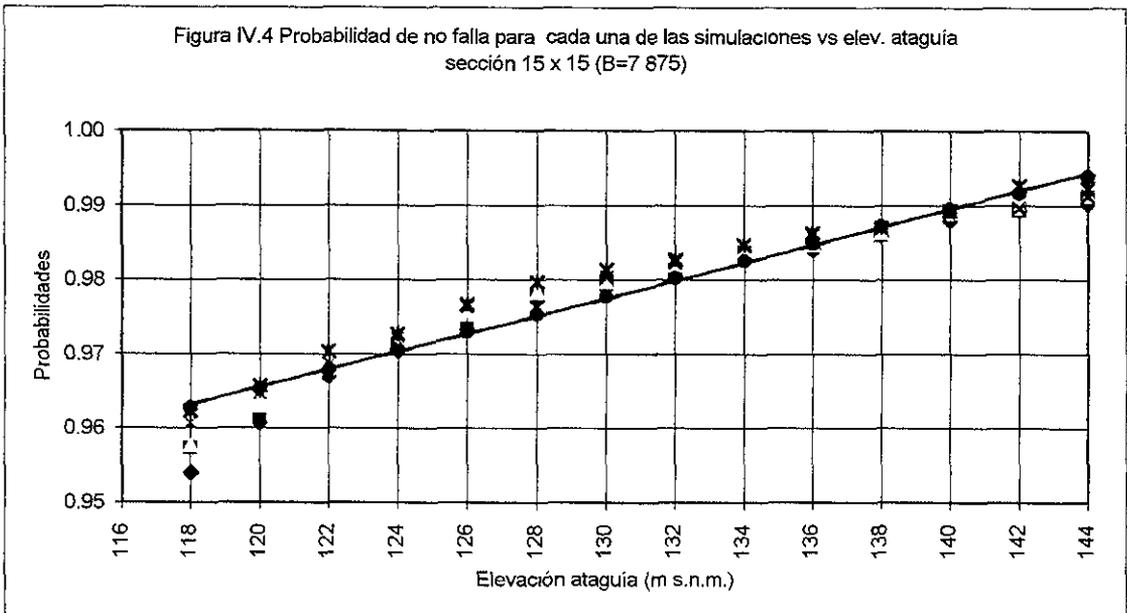


Figura IV.5 Probabilidad de no falla para cada una de las simulaciones vs. elev. de ataguía sección 16 x 16 (B=8,40)

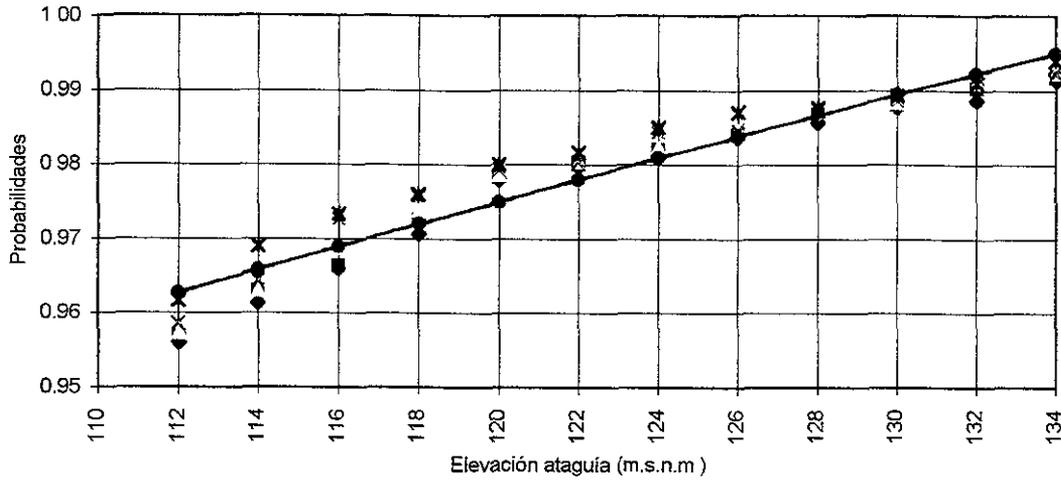
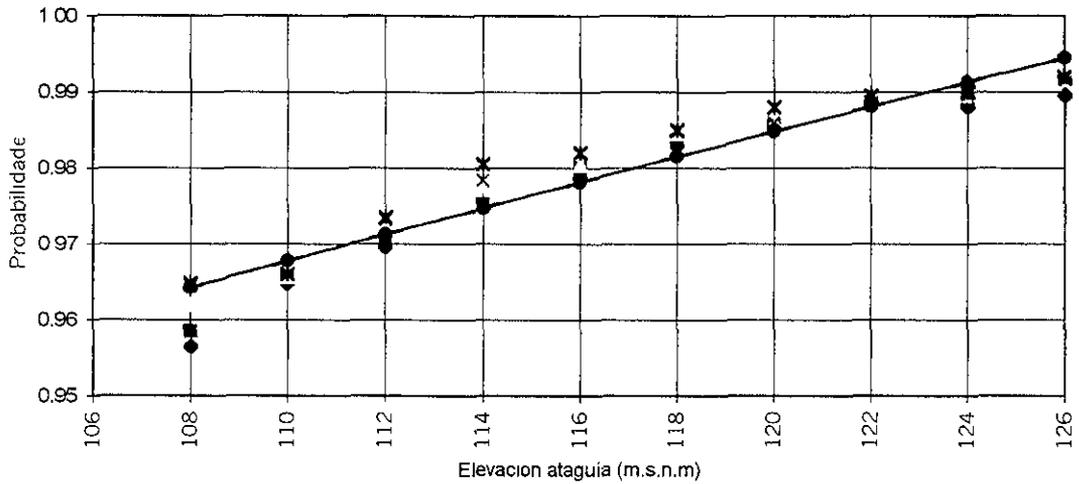
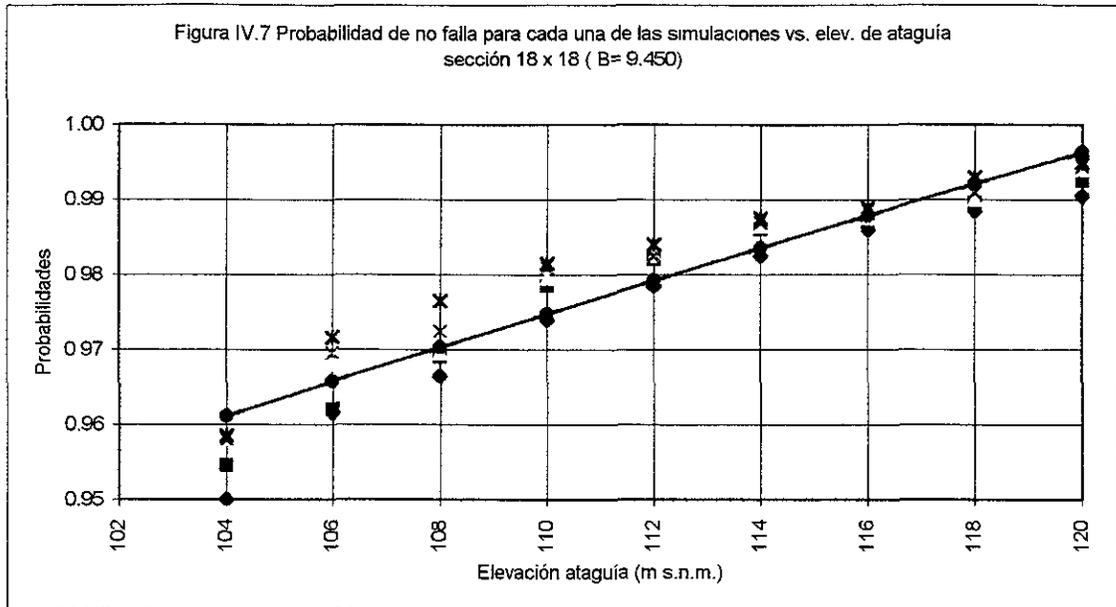


Figura IV 6 Probabilidad de no falla para cada una de las simulaciones vs elev. de ataguía sección 17 x 17 (B=9,25)





Usando las gráficas anteriores, se puede hacer un ajuste con cada una de las series de datos para una sección dada y obtener la curva que mejor represente el comportamiento de dicha sección y posteriormente para una probabilidad de no falla y una sección en especial, se puede encontrar la elevación en el embalse  $E_E$  y la elevación final de la atagüía. ( Como en el caso del segundo momento se consideraron los valores de altura de atagüía mínimos con los que se obtiene cada probabilidad de no falla ).

Aplicando lo anterior se obtienen las tablas IV.78 a IV.82 y que son semejantes a las producidas por el método del segundo momento.

Sección	Elevación atagüía	Altura de atagüía	Probabilidad de no falla	Probabilidad de falla	Costo de construcción Total
7 350					
	125.02	65.02	0.96	0.04	124,988,333
	134.11	74.11	0.97	0.03	148,835,678
	143.76	83.76	0.98	0.02	180,426,918
	153.99	93.99	0.99	0.01	221,772,488

**Tabla IV. 78 Costo de construcción para probabilidades de falla 0.04, 0.03, 0.02 y 0.01 por el método de Monte Carlo (sección 14.70 x 14.70)**

Sección	Elevación atagüa	Altura de atagüa	Probabilidad de no falla	Probabilidad de falla	Costo de construcción Total
7 875					
	115.95	55.95	0.96	0.04	116,231,151
	123.69	63.69	0.97	0.03	131,834,811
	131.86	71.86	0.98	0.02	152,360,481
	140.48	80.48	0.99	0.01	178,858,956

**Tabla IV. 79. Costo de construcción para probabilidades de falla 0.04, 0.03, 0.02 y 0.01 por el método de Monte Carlo (sección 15.75 x 15.75)**

Seccion	Elevacion atagüa	Altura de atagüa	Probabilidad de no falla	Probabilidad de falla	Costo de construcción Total
8.400					
	110.29	50.29	0.96	0.04	117,512,265
	116.69	56.69	0.97	0.03	128,212,455
	123.39	63.39	0.98	0.02	141,840,300
	130.40	70.40	0.99	0.01	159,015,360

**Tabla IV. 80. Costo de construcción para probabilidades de falla 0.04, 0.03, 0.02 y 0.01 por el método de Monte Carlo (sección 16.80 x 16.80)**

Seccion	Elevación atagüa	Altura de atagüa	Probabilidad de no falla	Probabilidad de falla	Costo de construcción Total
8 925					
	105.65	45.65	0.96	0.04	122,378,664
	111.26	51.26	0.97	0.03	130,327,329
	117.11	57.11	0.98	0.02	140,321,694
	123.19	63.19	0.99	0.01	154,091,782

**Tabla IV. 81. Costo de construcción para probabilidades de falla 0.04, 0.03, 0.02 y 0.01 por el método de Monte Carlo (sección 17.85 x 17.85)**

Seccion	Elevación atagüa	Altura de atagüa	Probabilidad de no falla	Probabilidad de falla	Costo de construcción Total
9 450					
	103.52	43.52	0.96	0.04	131,779,538
	107.88	47.88	0.97	0.03	137,385,368
	112.37	52.37	0.98	0.02	144,114,578
	117.00	57.00	0.99	0.01	153,873,519

**Tabla IV. 82. Costo de construcción para probabilidades de falla 0.04, 0.03, 0.02 y 0.01 por el método de Monte Carlo (sección 18.90 x 18.90)**

En la tabla IV.83 se presenta un resumen en el que se indica, para cada probabilidad de falla, la combinación de diámetro y elevación de ataguía para la que el costo de construcción resulta mínimo.

Probabilidad de falla	0.04	0.03	0.02	0.01
Sección	7.875	8.400	8.925	9.450
Elevación ataguía	115.95	116.69	117.11	117.00
Costo construcción	116,231,151	128,212,455	140,321,694	153,873,519

**Tabla IV. 83. Costo de construcción mínimo para probabilidades de falla de 0.04, 0.03, 0.02 y 0.01 por el método de Monte Carlo**

Como puede observarse el costo por construcción se incrementa conforme disminuye la probabilidad de falla. Finalmente para seleccionar el diseño económicamente óptimo se calculó el costo esperado total con los resultados que se muestran en la tabla IV.84

Probabilidad de falla	0.04	0.03	0.02	0.01
Sección	7.875	8.400	8.925	9.450
Elevación de ataguía	115.95	116.69	117.11	117.00
Costo construcción	116,231,151	128,212,455	140,321,694	153,873,519
Costo por falla	52,800,000	39,600,000	26,400,000	13,200,000
Costo total	169,031,151	167,812,455	166,721,694	167,073,519

**Tabla IV. 84. Costos totales óptimos por el método de Monte Carlo**

Por último se selecciona la probabilidad de falla que corresponde al menor costo total, en este caso 0.02, para determinar los valores correspondientes de la sección del túnel y la elevación de la ataguía, de donde se obtiene que la sección real óptima es de 17.85, y la elevación de la ataguía es 117.00.

#### **IV.6 Comparación de resultados.**

En la tabla IV.85 se muestran los resultados de ancho de sección y altura de ataguía para los cuales el costo es óptimo para cada probabilidad de falla.

	Probabilidad de falla		
	0.03	0.02	0.01
Ancho por Monte Carlo ( m )	16.80	17.85	18.90
Altura de ataguía por Monte Carlo ( m )	56.69	57.11	57.00
Ancho por segundo momento ( m.s.n.m. )	16.80	17.850	18.90
Altura de ataguía por segundo momento ( m.s.n.m.)	56.19	55.68	58.19

**Tabla IV.85 Comparación de resultados entre el método de Monte Carlo y el método del segundo momento**

Como puede apreciarse los resultados por ambos métodos no difieren mucho; siendo estrictos, esta diferencia se explica por dos motivos principalmente:

Para en este caso en particular la función de probabilidad a la que se aplica el método del segundo momento, no es lineal, siendo ésta una de las consideraciones necesarias para la obtención de resultados más exactos.

La dispersión en los resultados por el método de Monte Carlo es relativamente grande, por lo que los resultados no son del todo exactos, y se recomienda que se hagan más simulaciones para tener mejor definidas las curvas, pues en teoría se reduciría la dispersión provocada por la generación de números aleatorios.

**TEORÍA DE LA CONFIABILIDAD APLICADA AL  
DISEÑO DE OBRAS DE DESVÍO EN PRESAS**

**CAPÍTULO V**

**CONCLUSIONES**

## V CONCLUSIONES.

Lo primero que se debe tomar en cuenta es que los dos criterios expuestos en los capítulos anteriores no son diferentes entre sí, pues como se puede apreciar ambos métodos necesitan la obtención de la distribución de gastos en los túneles con respecto al gasto total que circula por ellos así como la capacidad de regulación del vaso ( Tránsito de la avenida de diseño ).

La diferencia principal entre ambos métodos y la razón por la cual se debe considerar que el análisis de confiabilidad es mucho más completo y realista es que éste último toma en cuenta varias variables aleatorias involucradas en el problema (  $Q$ ,  $n$  y  $B$  ), a diferencia del método tradicional que solo considera aleatorio al gasto. En términos reales el método de la confiabilidad refleja que tanto la sección como la rugosidad no se mantienen constantes a lo largo de los túneles, sino que se mueven dentro de un rango que otras experiencias y mediciones permiten aproximar.

El problema general de encontrar la probabilidad de falla de un sistema cuyo comportamiento depende de un conjunto de variables aleatorias es muy difícil de resolver en su forma exacta, ésto debido a que aunque se tengan numerosas mediciones de gastos máximos anuales, fenómenos meteorológicos como "El Niño" causan serias perturbaciones climáticas que no pueden incluirse en forma estadística. En Aguamiipa se registraron dos avenidas extraordinarias mucho mayores que la máxima de diseño del desvío que pusieron en duda la estabilidad de la ataguía al quedar sujeta a condiciones de carga hidráulica no previstas en su diseño. Ambas avenidas produjeron inundaciones del recinto comprendido entre la ataguía y la cortina, alterando la cara de la presa en la zona no cubierta aún en esas fechas con losas de concreto.

No obstante lo anterior, el método del segundo momento que se aplica en este trabajo conduce a resultados adecuados sí las variables aleatorias se caracterizan por su media y su desviación estándar. De ésta manera, la probabilidad de falla calculada mediante el método del segundo momento corresponde a todo el sistema.

El análisis de confiabilidad, permite encontrar la probabilidad de que el conjunto de variables aleatorias tomen valores que conduzcan a la falla del sistema, de tal forma que el uso que se da en los métodos tradicionales al concepto de período de retorno ya no es aplicable directamente. Por este motivo, a continuación se presentan algunas ideas que ayuden a definir la probabilidad de que el sistema falle en un determinado intervalo de tiempo, por ejemplo su vida útil.

Puede ocurrir que sólo una de las variables aleatorias dependa del tiempo y entonces pueda asociarse a la probabilidad de falla obtenida, un lapso igual al de muestreo de ésta variable. Esto se observa en el caso de una obra de desvío, ya que únicamente los gastos dependen del tiempo, pues se usaron los gastos máximos anuales, mientras que las demás variables ( sección de los túneles, coeficiente de rugosidad, etc. ) se manifiestan cada vez que ocurre un evento, independientemente del tiempo.

Otra ventaja que ofrece el método del segundo momento es que junto con el cálculo de la probabilidad de falla se proporciona información sobre la importancia relativa de las variables aleatorias analizadas por medio de los cosenos directores, mismos que se calculan a partir de las derivadas parciales de la función de comportamiento; éstos actúan como un factor de peso, ya que la suma de los cuadrados de los cosenos directores de las variables suman la unidad. Con ésta información adicional se puede opinar sobre si vale la pena estudiar más a fondo alguna variable en especial o, por el contrario, descartarla del análisis por la poca importancia que pudiera mostrar.

En el caso de la obra de desvío del Proyecto Aguamilpa los cosenos directores de las variables aleatorias usadas en el cálculo se muestran en la tabla V.1.

Variable	Probabilidad de falla			
	0.04	0.03	0.02	0.01
n de Manning	-0.139509	-0.144122	-0.145223	-0.146770
Gasto	-0.979954	-0.977963	-0.977537	-0.976444
Sección	0.142225	0.151054	0.152745	0.158161

**Tabla V.1 Cosenos directores para la obra de desvío.**

Puede observarse que los valores de los cosenos directores no varían bruscamente de una probabilidad de falla a otra, lo cual favorece la convergencia del método iterativo. Además, los resultados indican que la variable con más influencia es el gasto que pasa por los túneles, ya que debido a su gran dispersión puede afectar de manera más significativa que las otras la selección del túnel óptimo. Es por ello que se debe tener mucho cuidado al seleccionar la función de probabilidad que se ajuste a los datos de gastos máximos de modo que represente correctamente la distribución de gastos, y aún así, es mejor inclinarse por un exceso de seguridad debido a que; por citar el caso que nos ocupa y aunque el ajuste a distribución doble Gumbel puede considerarse bastante aceptable, el gasto de diseño que se obtuvo por el método determinístico de  $Q_p = 6,787 \text{ m}^3/\text{s}$

para el período de retorno usual en éste tipo de obras (  $T_r = 25$  años ) fue claramente superado durante una avenida extraordinaria en Enero de 1992 cuando se presentó un gasto de  $9,334 \text{ m}^3/\text{s}$ , que incluso hubiera superado al que proporciona la solución óptima por medio del segundo momento de  $7,607 \text{ m}^3/\text{s}$  para la elevación de ataguía a  $114.00 \text{ m.s.n.m.}$  con sección real del túnel de  $17.85 \text{ m}$  y cuyos valores de probabilidad de falla, índice de confiabilidad y superficie de falla más probable se encuentran en la tabla V.2.

$p_F$	$\beta$	Superficie de falla más probable		
		n	b	$Q_p$
0.01946	2.06571	0.0387	8.790	7,607

**Tabla V.2 Resultados obtenidos de probabilidad de falla, índice de confiabilidad y superficie de falla más probable para la distribución doble Gumbel considerando una altura de ataguía de  $54 \text{ m}$ . y sección nominal del túnel de  $17 \times 17 \text{ m}$ .**

Cabe mencionar en éste momento que cuando la función de confiabilidad es no lineal, o bien las variables con incertidumbre no siguen una distribución normal, puede ocurrir que los resultados del método del segundo momento no sean tan precisos. No obstante es posible hacer una comparación de los resultados entre el método del segundo momento y el de Monte Carlo, pues en ambos se parte de la misma función de comportamiento. Sin embargo, el método de Monte Carlo tiene el defecto de representar mal las probabilidades de falla pequeñas, ya que utiliza números pseudo aleatorios que introducen un error que se manifiesta en tales probabilidades.

Por lo anterior se recomienda utilizar normalmente el método del segundo momento y si la función de confiabilidad es no lineal, se pueden hacer comparaciones con el método de Monte Carlo y solamente cuando los resultados difieran significativamente, utilizar éste último método, teniendo cuidado de generar un número suficiente de números aleatorios (  $5,000$  a  $10,000$  números por cada variable aleatoria ), con el objeto de disminuir la dispersión en los resultados.

Pasando a lo que es en sí la aplicación del método del segundo momento se presenta la tabla V.3 con los resultados del análisis del riesgo de falla para el resultado que se obtuvo con el método determinístico ( Elevación de ataguía a  $117.50 \text{ m.s.n.m.}$  y sección  $16 \times 16 \text{ m}$  ) y también el resultado para la opción que se obtuvo por el método del segundo momento como solución óptima al problema del desvío en Aguamilpa.

	$P_f$	$\beta$	Superficie de falla más probable		
			n	b (m)	$Q_p$ (m <sup>3</sup> /s)
Determinístico	0.02749	1.91945	0.0386	8.28	7,165
2º Momento	0.01946	2.06571	0.0387	8.79	7,607

**Tabla V.3. Resultados obtenidos de probabilidad de falla, índice de confiabilidad y superficie de falla más probable para mejor opción por el método determinístico ( Elevación de ataguía a 117.50 m.s.n.m., sección 16 x 16 m ) y mejor opción por el método del segundo momento ( Elevación de ataguía a 114.00 m.s.n.m., sección nominal 17 x 17 m. ).**

Es conveniente señalar que para la opción obtenida con el método determinístico, la probabilidad de falla real del sistema es 0.02749 ( Tabla V.3 ), que es 1.5 veces inferior al valor de 0.04 ( 1/25 años ) obtenido como punto de comparación en el análisis determinístico, mientras que para la solución por segundo momento es 2.1 veces inferior, es decir que al realizar un análisis probabilístico, las condiciones reales del comportamiento conjunto de la estructura incrementa su seguridad un 150 por ciento y 210 por ciento respectivamente al pasar de un período de retorno supuesto de 25 años que corresponde a un gasto pico  $Q_p = 6,700 \text{ m}^3/\text{s}$  a una condición de funcionamiento conjunto que tiene una rugosidad final, ancho medio y gasto pico mostrados en la tabla V.3 que corresponden a un período de recurrencia conjunto (  $1/0.02749$  y  $1/0.01946$  ) de 36 y 51 años.

Al contar con una herramienta como lo es éste tipo de análisis, se pueden variar las condiciones de las variables suponiendo una serie de factores que constructivamente hablando resultan en una aplicación muy simple.

Considerando que las obras de desvío marcan el inicio de una presa, es muy difícil contar en un principio con la infraestructura de caminos, plantas de concreto, maquinaria y equipo para colocar grandes volúmenes de obra ( materiales y concretos ), por lo que revestir completamente los túneles con concreto hidráulico es costoso y sumamente complicado pues se tienen que fabricar cimbras y equipos especiales para túneles de gran dimensión, y tomar una decisión en este sentido, puede llevar a perder el estiaje inicial y por tanto el inicio y terminación del proyecto.

Lo que sin duda puede hacerse es colocar además de los tratamientos necesarios de concreto lanzado, medidas simples como colar una plantilla de concreto hidráulico de regularización en el piso que no requiere todas las estrictas medidas de control de calidad que se pide en los concretos de este tipo de obras.

Esta plantilla permite además transitar por los túneles de una mejor manera, además de hacer limpia la obra y reducir significativamente el coeficiente de rugosidad conjunto del desvío.

Si se considera esta condición, la rugosidad equivalente del proyecto toma el valor de  $n_{eq}=0.0292$  y si además del concreto hidráulico en la plantilla, se coloca concreto lanzado en toda la sección del túnel, la rugosidad equivalente se reduce a  $n_{eq}=0.0252$ . Debe señalarse que el ancho medio del túnel en ambos casos se reduce 7.5 cm. de cada lado del revestimiento.

Con estas condiciones y para una elevación de ataguía de 117.50 m.s.n.m. se obtienen los resultados mostrados en la tabla V.4:

$P_F$	$\beta$	Superficie de falla más probable		
		$n$	$b$ ( m )	$Q_p$ ( $m^3/s$ )
0.00896	2.36863	0.029998	8.695	8,601
0.00571	2.53120	0.025835	8.687	9,172

**Tabla V.4. Resultados obtenidos de probabilidad de falla, índice de confiabilidad y superficie de falla más probable para la distribución Doble Gumbel considerando distintos valores de rugosidad para la solución obtenida por segundo momento (Altura de ataguía =54 m, sección nominal 17 x 17 m)**

Para el primer caso, es decir si el túnel tiene una rugosidad  $n_{eq}=0.0292$  (colocación de la plantilla de regularización en el piso), el gasto pico de falla se incrementa de 7,607  $m^3/s$ , a 8,601  $m^3/s$ , esto es un aumento de 13.1 por ciento y el período de recurrencia conjunto pasa de ser 51 años (  $1/0.1946$  ) a 112 años (  $1/0.00896$  ).

Para el segundo caso el gasto pico de falla se incrementa de 7,607  $m^3/s$ , a 9,172  $m^3/s$ , es decir aumenta un 20.57 por ciento y el período de recurrencia conjunto pasa de ser 51 años (  $1/0.1946$  ) a 175 años (  $1/0.00571$  ).

Finalmente se debe mencionar que con todas éstas precauciones y si se llevara al límite de su capacidad a ésta opción, es decir, si trabajaran los 2 metros de bordo libre en la ataguía se obtendrían los resultados de la tabla V.5.

$P_F$	$\beta$	Superficie de falla más probable		
		n	b (m)	$Q_p$ ( $m^3/s$ )
0.00463	2.60401	0.0258577	8.679	9,423

**Tabla V.5. Resultados obtenidos de probabilidad de falla, índice de confiabilidad y superficie de falla más probable para una elevación del agua a 116.00 m.s.n.m. con túnel de sección nominal 17x17 m.**

Esta opción de desvío con todas las aplicaciones de concreto antes mencionadas hubiera soportado eficientemente el gasto de la avenida extraordinaria de Enero de 1992 que tuvo un gasto pico de 9,334  $m^3/s$  ya que la superficie de falla más probable presenta un gasto de 9,423  $m^3/s$  .

Se puede decir que éste método del segundo momento lleva a resultados que se inclinan hacia la seguridad y que si además se toman precauciones como el simple hecho de revestir los túneles se gana mucho al incrementar significativamente las condiciones de seguridad de la obra de desvío y así poder evitar pérdidas humanas y económicas de magnitud considerable.

TEORÍA DE LA CONFIABILIDAD APLICADA AL  
DISEÑO DE OBRAS DE DESVÍO EN PRESAS

APÉNDICE A

COEFICIENTES PARA EVALUAR LAS  
PÉRDIDAS EN UNA CONDUCCIÓN

## A Coeficientes para evaluar las pérdidas en una conducción.

### A.1 Pérdida por contracción.

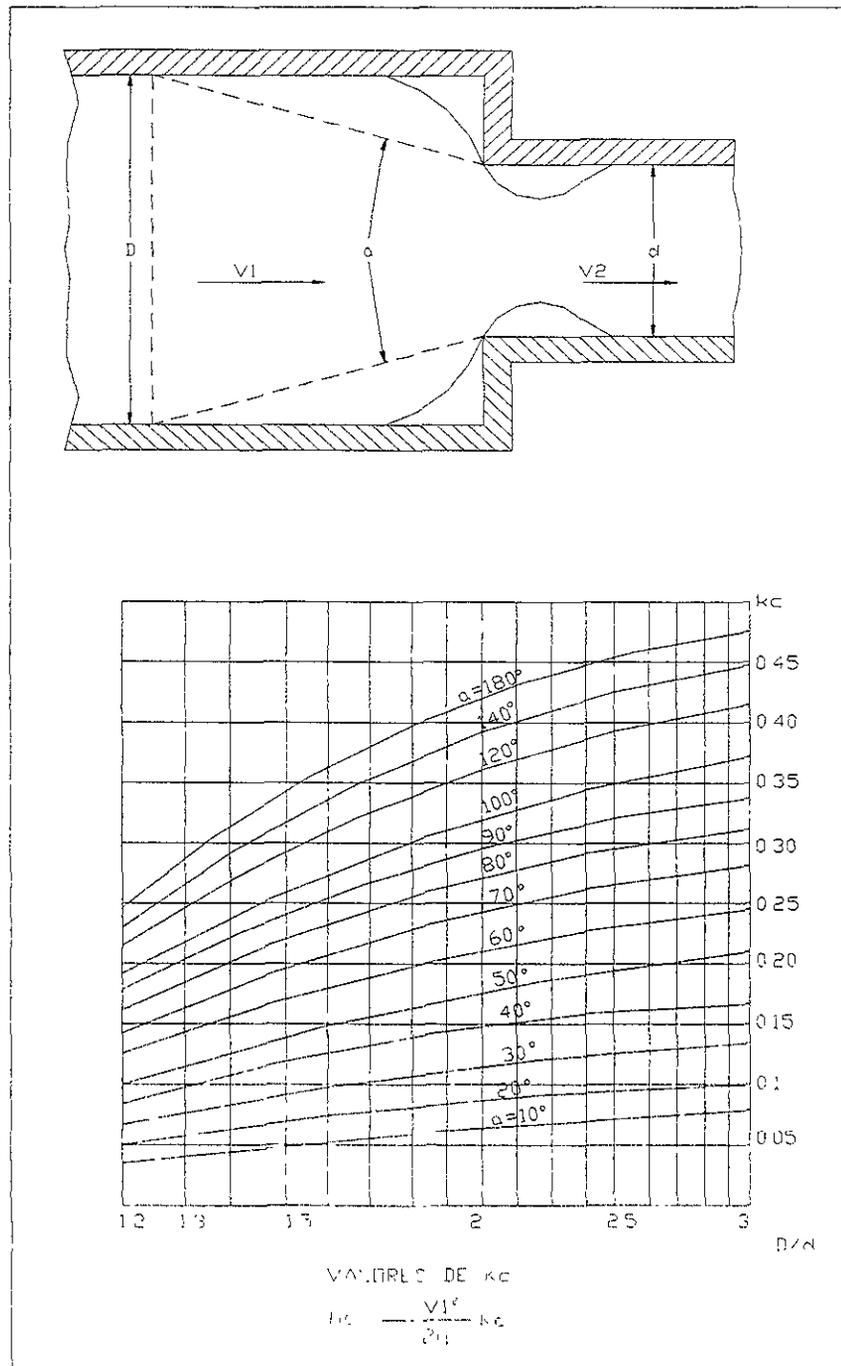


Figura A.1 Valores del coeficiente de pérdidas por contracción.

### **A.2 Pérdida por cambio de dirección.**

Valores de  $k_c$  y de  $\eta$  para la fórmula de Hoffmann:

R= Radio de curvatura del conducto.

D= Diámetro medio del conducto.

R/D	1	2	4	>6
$k_c$	0.52	0.31	0.25	0.22

$\theta^\circ$	10	20	30	40	60	90
$\eta$	0.20	0.38	0.50	0.62	0.81	1.00

### **A.3 Pérdida por ranuras.**

Para la fórmula de Weisbach se calculan  $\alpha$  y  $\beta$  con las siguientes consideraciones:

V = Velocidad

B = ancho de la sección

H = altura de la sección

Y = d si  $d < 0.2e$ ,  $y = 0.2e$  si  $d > 0.2e$

e = ancho de la ranura

d = profundidad de la ranura

x = 0.2e

### **A.4 Pérdida por entrada.**

Los valores del coeficiente  $K_e$  toma los siguientes valores:

Entrada con aristas agudas	0.50
Entrada con aristas redondeadas	0.25
Entrada de diseño hidrodinámico	0.06
Entrada hidrodinámica con pilas	0.1

TEORÍA DE LA CONFIABILIDAD APLICADA AL  
DISEÑO DE OBRAS DE DESVÍO EN PRESAS

APÉNDICE B

TEORÍA DE LA CONFIABILIDAD

## **B Teoría de la confiabilidad**

### **B.1 Formulación general del problema de confiabilidad.**

El problema de confiabilidad, planteado en términos de probabilidades y para un caso general, requiere de definir las siguientes variables aleatorias :

X = Capacidad de abastecimiento o suministro.

Y = Demanda.

El objetivo del análisis de confiabilidad es determinar la probabilidad del evento  $X > Y$  a lo largo de la vida útil, u otra vida específica del sistema de ingeniería. Este evento tiene asociada una probabilidad  $P ( X > Y )$ , la cual representa una medición de la confiabilidad del sistema, y es llamada confiabilidad. El riesgo es entonces, la probabilidad de que  $X < Y$ , y la relación entre confiabilidad y riesgo ( $P_f$ ) es :

$$P_f = P ( X < Y ) = \sum_{\text{today}} P ( X < Y | Y = y ) P ( Y = y ) \quad ( B.1 )$$

donde

$P_f$  es la probabilidad de falla o riesgo.

$P ( X < Y | Y = y )$  es la probabilidad condicional de que  $X < Y$ , dado que Y toma el valor de y.

Si el abastecimiento y la demanda son estadísticamente independientes.

$$P ( X < Y | Y = y ) = P ( X < Y )$$

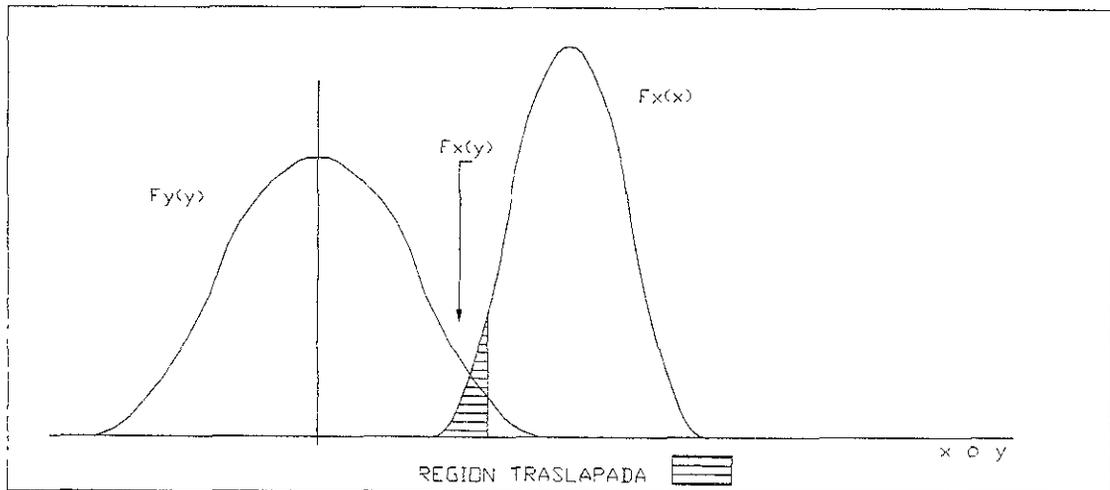
entonces el riesgo se escribe como

$$P_f = \sum_{\text{today}} P ( X < Y ) P ( Y = y )$$

que para X y Y, continuas y positivas, se convierte en

$$P_f = \int_0^{\infty} F_x ( Y ) f_y ( y ) dy \quad ( B.2 )$$

la ecuación ( B.2 ) es la convolución con respecto a "Y", y se explicaría como sigue : si  $Y=y$ , la probabilidad condicional de falla sería  $F_x(y)$ , y como  $Y=y$  ( o para ser más precisos,  $y < Y \leq y+dy$  ) está asociada con la probabilidad  $f_y(y) dy$ , la integración sobre todos los valores de Y produce la ecuación ( B.2 ), que puede representarse en forma gráfica en la figura 9. En ella el traslape de las curvas  $f_x(x)$  y  $f_y(y)$  ( funciones de densidad ) representa una medida cualitativa de la probabilidad de falla  $P_f$ .



**Figura B.1 Funciones de densidad de probabilidad de  $f_x(x)$  y  $f_y(y)$ .**

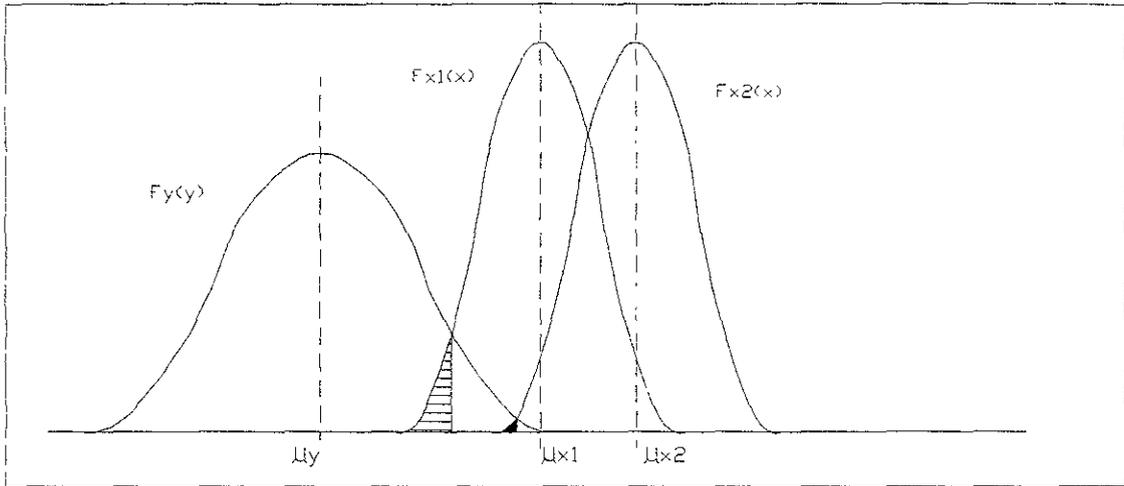
La confiabilidad también puede ser formulada por la convolución con respecto a X :

$$P_f = \int_0^{\infty} [1 - F_y(X)] f_x(x) dx \quad ( B.3 )$$

La probabilidad de que no se presente la falla es por definición, la confiabilidad:

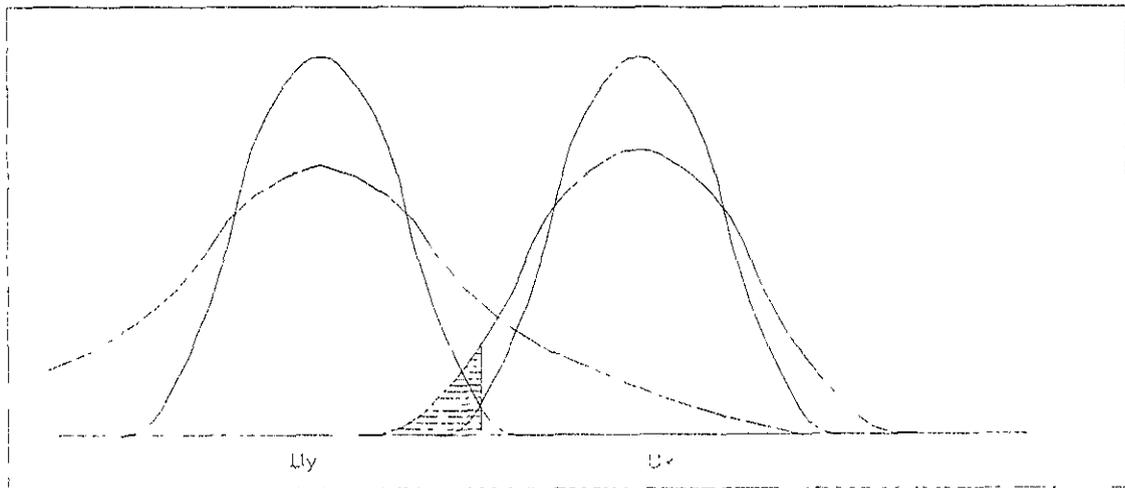
$$P_s = 1 - P_f$$

Como se muestra gráficamente en la figura B.2, la intersección de las curvas  $f_x(X)$  y  $f_y(Y)$  representa una medida cualitativa de la probabilidad de falla.



**Figura B.2 Efecto de la posición relativa entre las funciones de probabilidad  $f_x(x)$  y  $f_y(y)$ .**

✓ La región traslapada depende de las posiciones relativas de  $f_x(X)$  y  $f_y(Y)$ , como puede verse en la figura B2; esto es, si las curvas llegan a apartarse,  $P_F$  decrece, mientras que  $P_F$  se incrementa si  $f_x(X)$  y  $f_y(Y)$  se acercan. En otras palabras, la posición relativa de  $f_x(X)$  y  $f_y(Y)$  puede medirse en función de la relación  $\frac{\mu_x}{\mu_y}$ , que se define como el factor de seguridad central o puede ser también con la diferencia  $(\mu_x - \mu_y)$ , llamada margen de seguridad



**Figura B3 Efecto de la dispersión en  $f_x(x)$  y  $f_y(y)$  en la probabilidad de falla.**

✓ La región traslapada depende también del grado de dispersión en  $f_x(X)$  y  $f_y(Y)$ , como se muestra en la figura B3, donde las curvas menos puntiagudas tienen un área mayor en la zona de intersección. Esta dispersión puede expresarse en términos de las covariancias  $\delta_x$  y  $\delta_y$ .

Cabe decir que cualquier medición de la seguridad o confiabilidad, debe ser una función de las posiciones relativas de  $f_x(X)$  y  $f_y(Y)$ , así como de su grado de dispersión.

$$P_f \sim g\left(\frac{\mu_x}{\mu_y}; \delta_x, \delta_y\right)$$

Teóricamente la probabilidad de falla  $P_F$  también dependerá de las formas de  $f_x(X)$  y  $f_y(Y)$ . Sin embargo, esta información generalmente no es fácil de obtener, ya que la que está disponible únicamente es útil para evaluar los estadísticos principales ( el primer y segundo momentos ) de  $X$  y  $Y$ , tales como las medias  $\mu_x$  y  $\mu_y$ , y las correspondientes desviaciones estándar  $\sigma_x$  y  $\sigma_y$  o las covariancias  $\delta_x$  y  $\delta_y$ . Por lo tanto, la evaluación cuantitativa de la probabilidad de falla  $P_F$  verdadera requiere de determinar las formas correctas de  $f_x(x)$  y  $f_y(y)$ , lo que no es una tarea simple.

En las ecuaciones ( B.2 ) y ( B.3 ) se supone que  $X$  y  $Y$  son variables aleatorias estadísticamente independientes. Sin embargo, estas variables podrían estar correlacionadas, esto es :

$$P(Y < X | X = x) \neq P(Y < x)$$

y

$$P(X < Y | Y = y) \neq P(X < y)$$

En tales casos, la probabilidad de falla se podría expresar en términos de la función de densidad de probabilidad conjunta como sigue :

$$P_F = \int_0^{\infty} \left[ \int_0^y f_{x,y}(x,y) dx \right] dy \quad (B.4)$$

mientras que la confiabilidad correspondiente es :

$$P_s = \int_0^{\infty} \left[ \int_0^x f_{x,y}(x,y) dy \right] dx \quad (\text{B.5})$$

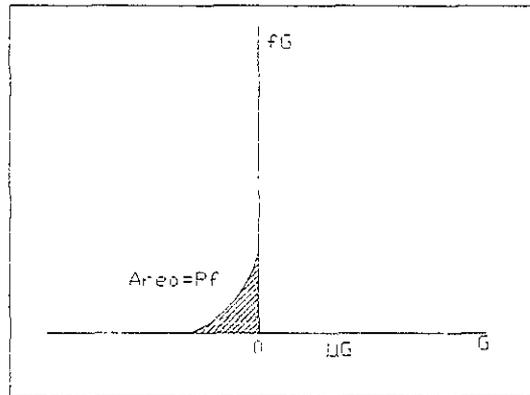
Anteriormente se apuntó que la confiabilidad mide la probabilidad de que en un sistema las capacidades sean mayores que las demandas, es decir,  $X < Y$ . Este sistema se puede definir de tres maneras :

$$G = X - Y \quad (\text{B.6})$$

$$G = \frac{X}{Y} - 1$$

$$G = \ln\left(\frac{X}{Y}\right)$$

En todos los casos la falla ocurrirá si  $G < 0$ . En este trabajo se adoptó a la ecuación ( B.6 ) como la ecuación de confiabilidad que se usa en las aplicaciones. Como puede verse es la más sencilla de las tres y representa una combinación lineal de las variables que intervienen en el sistema.



**Figura B.4 Función de densidad de probabilidad de G**

De tal manera que la probabilidad de falla será

$$P_f = P(G < 0) = \int_{-\infty}^0 f_G(g) dg = F_G(0)$$

Por consiguiente, si G está distribuida normalmente y si se estandariza como  $\frac{G - \mu_G}{\sigma_G}$ , que tiene como media 0 y una desviación estándar de 1, el riesgo estaría dado por

$$P_F = F_G(0) = \varphi\left(\frac{\mu_G}{\sigma_G}\right) \quad (\text{B.7})$$

O bien,

$$P_S = 1 - \varphi\left(\frac{\mu_G}{\sigma_G}\right)$$

donde

$\mu_G$  valor medio de G

$\sigma_G$  desviación estándar de G

$\varphi(\quad)$  función de distribución normal estándar acumulada

Entonces, la confiabilidad está en función del cociente  $\frac{\mu_G}{\sigma_G}$ , que puede ser llamado índice de seguridad o índice de confiabilidad y se denota como  $\beta$ , de tal manera que

$$\beta = \frac{\mu_G}{\sigma_G} \quad (\text{B.8})$$

Entre las diferentes distribuciones de G, la más popular es precisamente la distribución normal, porque la combinación lineal de las variables analizadas, distribuidas normalmente, está también distribuida normalmente.

### **B.2 Formulación del método del segundo momento.**

En la obtención de la probabilidad de falla es necesario conocer las distribuciones  $f_X(x)$  y  $f_Y(y)$ , o de la distribución conjunta  $F_{X,Y}(x,y)$ , como se apuntó anteriormente.

Lo más común es que esta información no esté disponible o sea insuficiente. Además, aún si se conocieran estas funciones, puede ser impráctico el cálculo exacto de las probabilidades mediante las ecuaciones (B.2), (B.3), (B.4), (B.5).

Una alternativa es el uso de distribuciones normales equivalentes como una aproximación, ya que es frecuente que con la información disponible sólo se puedan evaluar el primero y segundo momentos, es decir, los valores medios y las variancias de las variables aleatorias (y quizá las covariancias entre pares de variables). Sin embargo, la aproximación del segundo momento es consistente también con la representación de distribuciones no normales, como se verá más adelante.

De esta manera, la confiabilidad debe evaluarse con una función del primero y segundo momentos de las variables de diseño. Si no hay información de las distribuciones de probabilidad se considera que éstas son distribuciones normales, por lo que puede usarse la ecuación ( B.7 ) para el cálculo del riesgo. Si las funciones de distribución son conocidas la confiabilidad debe evaluarse basándose en distribuciones normales equivalentes.

Por ejemplo, si se considera que la ecuación ( B.6 ) está formada por variables que siguen una distribución normal, éstas pueden sustituirse por las siguientes variables reducidas :

$$X' = \frac{X - \mu_x}{\sigma_x} \quad \dots\dots\dots ( B.9 )$$

$$Y' = \frac{Y - \mu_y}{\sigma_y} \quad \dots\dots\dots ( B.10 )$$

En el espacio de estas variables reducidas, el "estado de seguridad" (  $G > 0$  ) y el "estado de falla" (  $G < 0$  ), pueden representarse como se muestra en la figura B.5

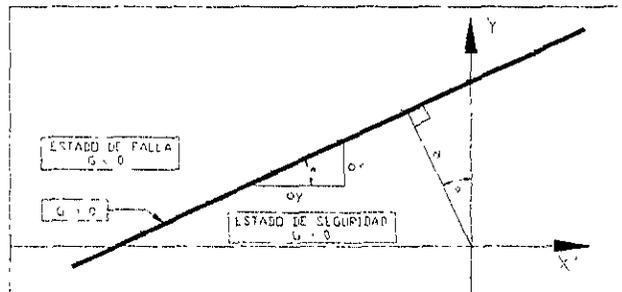


Figura B.5 Espacio de las variables reducidas X' y Y'.

En términos de las variables reducidas, la ecuación del estado límite  $G = 0$  se convierte en

$$\sigma_x X' - \sigma_y Y' + \mu_x \mu_y \dots\dots\dots ( B.11 )$$

la cual es la recta mostrada en la figura B.5. La distancia desde la línea de falla al origen 0, es, por sí misma, una medida de la confiabilidad ; esta distancia d se obtiene de la misma figura como sigue, la ordenada al origen de la recta, proyectada un ángulo  $\alpha$ , da exactamente la distancia d. Si la ecuación ( B.10 ) se reescribe como

$$Y' = \frac{\sigma_x}{\sigma_y} X' + \frac{\mu_x - \mu_y}{\sigma_y} \dots\dots\dots (B.11 a)$$

entonces,

$$d = \frac{\mu_x - \mu_y}{\sigma_y} \cos \alpha$$

De la ecuación B.11a  $\tan \alpha = \frac{\sigma_x}{\sigma_y}$ , y de acuerdo con fórmulas de la geometría

analítica  $\cos \alpha = \frac{\sigma_y}{\sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2}}$ , entonces la distancia d es

$$d = \frac{\sigma_y (\mu_x - \mu_y)}{\sigma_y \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2}} = \frac{\mu_x - \mu_y}{\sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2}}$$

Como  $\mu_x - \mu_y = \mu_G$ , y para variables estadísticamente independientes  $\sigma_x^2 + \sigma_y^2 = \sigma_G^2$ , entonces

$$d = \frac{(\mu_x - \mu_y)}{\sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2}} = \frac{\mu_G}{\sigma_G}$$

y si se observa la ecuación ( B.8 ) se concluye que la distancia d es también un "índice de seguridad", evaluado por  $\beta$ ; esto es  $d = \beta$ , por lo tanto, la confiabilidad es  $P_s = \phi ( d )$ .

Las variables  $X$  y  $Y$  pueden ser a su vez funciones de otras variables básicas. En este contexto, y con el propósito de una formulación generalizada se define la función de comportamiento

$$G(\bar{X}) = G(X_1, X_2, \dots, X_n) \quad \dots\dots\dots (B.11 b)$$

donde  $\bar{X} = X_1, X_2, \dots, X_n$  es un vector de variables básicas de diseño del sistema, y la función  $G(\bar{X})$  determina el comportamiento del sistema. Y como se había anotado anteriormente se pueden definir los siguientes estados:

$$G(\bar{X}) = 0 \text{ estado límite} \quad \dots\dots\dots (B.12)$$

$$G(\bar{X}) > 0 \text{ estado de seguridad}$$

$$G(\bar{X}) < 0 \text{ estado de falla}$$

Geoméricamente, la ecuación del estado límite en ( B.12 ) es una superficie de  $n$  dimensiones llamada superficie de falla. Si la función de probabilidad conjunta de las variables básicas de diseño  $X_1, X_2, \dots, X_n$  es  $f_{x_1, \dots, x_n}(X_1, X_2, \dots, X_n)$ , o bien,  $f_x(X)$ , la probabilidad del estado de seguridad y del estado de falla será, respectivamente

$$P_s = \int_{G(X) > 0} f_x(X) dx$$

y

$$P_F = \int_{G(X) < 0} f_x(X) dx$$

Las variables  $(X_1, X_2, \dots, X_n)$  pueden estar correlacionadas. Sin embargo, el siguiente análisis se hará considerando que no lo están, y así se tratarán al hacer las aplicaciones.

Se puede presentar una generalización de las ecuaciones ( B.9 ) y ( B.10 ) para el conjunto de variables reducidas no correlacionadas de la manera siguiente, tal como lo propuso Freudenthal:

Los estados de seguridad y de falla también estarían representados en el espacio de las variables reducidas anteriores, separadas por la ecuación de estado límite

$$X'_i = \frac{X_i - \mu_{x_i}}{\sigma_{x_i}}, \quad i = 1, 2, \dots, n$$

$$G(\sigma_{x_1} X'_1 + \mu_{x_1}, \dots, \sigma_{x_n} X'_n + \mu_{x_n}) = 0$$

Al igual que para las ecuaciones ( B.9 ) y ( B.10 ), la posición de la superficie de falla, relativa al origen de las variables reducidas, determinaría la seguridad o confiabilidad del sistema. Varios investigadores han mostrado que dicha posición puede representarse por la distancia mínima de la superficie  $G(\bar{X}) = 0$  al origen y, además, el punto sobre la superficie de falla con dicha distancia mínima sería el punto de falla más probable. Esta distancia puede aproximarse al valor  $\beta$  obtenido anteriormente.

La distancia de un punto  $\bar{X}' = (X'_1, X'_2, \dots, X'_n)$  sobre la superficie de falla al origen de  $\bar{X}'$  esta dado por

$$D = \sqrt{X_1'^2 + \dots + X_n'^2} \quad \dots\dots\dots ( B.12a )$$

El punto sobre la superficie de falla  $(X_1', X_2', \dots, X_n')$  que tiene la distancia mínima al origen puede determinarse minimizando la función  $D$ , sujeta a la restricción  $G(\bar{X}) = 0$

Para este propósito puede usarse el método de multiplicadores de Lagrange. Si

$$L = D + \lambda G(\bar{X})$$

o bien,

$$L = \sqrt{X_1'^2 + X_2'^2 + \dots + X_n'^2} + \lambda G(X_1, X_2, \dots, X_n) \quad \dots\dots\dots ( B.13 )$$

donde

$$X_i = \sigma_{x_i} X'_i + \mu_{x_i}$$

Minimizando L se obtiene el siguiente conjunto de n + 1 ecuaciones con n + 1 incógnitas

$$\frac{\partial L}{\partial X'_i} = \frac{X'_i}{\sqrt{X'^2_1 + X'^2_2 + \dots + X'^2_n}} + \lambda \frac{\partial G}{\partial X'_i} = 0$$

$$i = 1, 2, \dots, n \quad \dots\dots\dots ( B.14 )$$

y

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = G(X_1, X_2, \dots, X_n) = 0 \quad \dots\dots\dots ( B.15 )$$

La solución al anterior conjunto de ecuaciones permite conocer el punto más probable de falla  $(X'^*_1, X'^*_2, \dots, X'^*_n)$

Si se introduce el vector gradiente

$$\Xi = \left( \frac{\partial G}{\partial X'_1}, \frac{\partial G}{\partial X'_2}, \dots, \frac{\partial G}{\partial X'_n} \right)$$

donde

$$\frac{\partial G}{\partial X'_i} = \frac{\partial G}{\partial X_i} \frac{\partial X_i}{\partial X'_i} = \sigma_{X_i} \frac{\partial G}{\partial X_{ii}}$$

También de la ecuación ( B.12 a ) se observa que

$$D = (\bar{X}' \cdot \bar{X}')^{1/2}$$

por lo que el conjunto anterior de ecuaciones en ( B.14 ) puede escribirse en notación matricial como

$$\frac{\bar{X}'}{(\bar{X}' \cdot \bar{X}')^{1/2}} + \lambda \Xi = 0$$

de donde

$$\bar{X}' = -\lambda D \Xi = 0 \quad \dots\dots\dots ( B.16 )$$

por lo tanto

$$D = [(\lambda D \Xi)(\lambda D \Xi)]^{1/2} = \lambda D (\Xi \Xi)^{1/2}$$

por lo que

$$\lambda = (\Xi \Xi)^{-1/2}$$

Usando esta última ecuación en la ecuación ( B.16 ) se tiene que

$$\bar{X}' = \frac{-D \Xi}{(\Xi \Xi)^{1/2}} \dots\dots\dots ( B.17 )$$

premultiplicando a la ecuación ( B.17 ) por  $\Xi$  resulta

$$\Xi \cdot \bar{X}' = \frac{-D (\Xi \cdot \Xi)}{(\Xi \cdot \Xi)^{1/2}} = -D (\Xi \cdot \Xi)^{1/2}$$

por lo tanto

$$D = \frac{-\Xi \bar{X}'}{(\Xi \cdot \Xi)^{1/2}} \dots\dots\dots ( B.18 )$$

Sustituyendo la ecuación ( B.17 ) en la ecuación ( B.15 ) resulta una ecuación con  $D$  como única incógnita ; la solución de  $D$  es entonces la distancia mínima  $d_{min}$  y como se había anotado representa una medida de la confiabilidad, por lo que se puede decir que es también el índice de confiabilidad  $\beta$ .

Esta solución puede encontrarse en forma iterativa, es decir, se da un punto en la superficie de falla  $\bar{X}'$ , se calcula  $D$  usando la ecuación ( B.18 ) con el gradiente evaluado en ese punto, con lo que se obtiene un nuevo punto con la ecuación (B.17) y se vuelve a iniciar el proceso, hasta que se obtenga la  $d_{min}$  (o la  $\beta$ ) deseada. De acuerdo con lo anterior, la ecuación ( B.18 ) se puede reescribir, para el punto más probable de falla, como

$$\beta = \frac{-\Xi^* \bar{X}'^*}{(\Xi^* \cdot \Xi^*)^{1/2}} \dots\dots\dots (B.19)$$

donde

$\Xi^*$  es el vector gradiente en el punto más probable de falla  $(X_1^*, X_2^*, \dots, X_n^*)$ .

En la forma escalar, la ecuación ( B.19a ) es

$$\beta = \frac{-\sum_i X_i^* \left( \frac{\partial G}{\partial X_i^*} \right)}{\sqrt{\sum_i \left( \frac{\partial G}{\partial X_i^*} \right)^2}} \quad \dots\dots\dots ( B.20 )$$

donde las derivadas  $\left( \frac{\partial G}{\partial X_i^*} \right)$  se valúan en  $(X_1^*, X_2^*, \dots, X_n^*)$ . Usando el valor de  $\beta$  anterior en la ecuación ( B.17 ), el punto más probable de falla sobre la superficie de falla se convierte en

$$\bar{X}_i^* = \frac{-\Xi^* \beta}{(\Xi^* \cdot \Xi^*)^{1/2}} \quad \dots\dots\dots ( B.21 )$$

En forma escalar, los componentes de  $\bar{X}_i^*$ , ecuación ( B.21 ), son

$$X_i^* = -\alpha_i^* \beta \quad i = 1, 2, \dots, n \quad \dots\dots\dots ( B.22 )$$

donde

$$\alpha_i^* = \frac{\left( \frac{\partial G}{\partial X_i^*} \right)}{\sqrt{\sum_i \left( \frac{\partial G}{\partial X_i^*} \right)^2}} \quad \dots\dots\dots ( B.23 )$$

son los cosenos directores a lo largo de los ejes  $X_i^*$ .

Los resultados anteriores, ecuaciones ( B.21 ) y ( B.19 ), pueden interpretarse, con base en las aproximaciones mediante series de Taylor de primer orden para la función  $G ( X )$ , como equivalentes a la relación  $\mu_G / \sigma_G$ , ya que ésta también es

la distancia del plano tangente de la superficie de falla en  $X^*$  al origen de las variables reducidas. Por lo tanto, el índice de confiabilidad es como el que se muestra en la ecuación B.8.

Debe enfatizarse que la aproximación de primer orden, de  $\mu_G$  y  $\sigma_G$ , debe evaluarse en un punto sobre la superficie de falla  $G(\bar{X}) = 0$ .

Con base en los resultados anteriores se puede obtener la probabilidad de falla de un sistema reescribiendo las ecuaciones ( B.20 ) y ( B.23 ) de esta manera :

$$\alpha_i^* = \frac{\left( \sigma_{x_i} \frac{\partial G}{\partial X_i} \right)_*}{\sqrt{\sum \left( \sigma_{x_i} \frac{\partial G}{\partial X_i} \right)_*^2}}$$

$$\beta = - \frac{\sum X_i^* \left( \sigma_{x_i} \frac{\partial G}{\partial X_i} \right)_*}{\sqrt{\sum \left( \sigma_{x_i} \frac{\partial G}{\partial X_i} \right)_*^2}}$$

Además de la consideración hecha en la ecuación ( B.13 ) y de la ecuación ( B.22 )

$$X_i = \sigma_{x_i} X_i' + \mu_{x_i} = \mu_{x_i} - \sigma_{x_i} \alpha_i \beta$$

por lo que la ecuación ( 3.43 ) se reescribe ahora como

$$G(\mu_{x_i} - \sigma_{x_i} \alpha_i \beta) = 0$$

La ecuación anterior tiene como única incógnita a  $\beta$ , y como los valores de  $\alpha_i$  dependen de los valores de las derivadas  $\frac{\partial G}{\partial X_i}$ , y éstos a su vez de los de  $X_i$ , será necesario resolver la ecuación por iteraciones ; se comienza igualando los valores de  $X_i$  con sus valores medios para calcular las derivadas, y con ellos los cosenos directores  $\alpha_i$ , con lo que se obtiene una primera aproximación de  $\beta$ .

Este valor permitirá definir nuevos valores  $X_i = \mu_{x_i} - \sigma_{x_i} \alpha_i \beta$ , y entonces se vuelve a repetir el proceso hasta que  $\beta_{n+1} \approx \beta_n$ .

Para el caso en que sea necesario sustituir una función de probabilidad cualquiera, por una normal equivalente, se propone elegir un rango por el que se ajusta una normal). Este rango puede ir cambiando y puede volver a ajustarse a una nueva normal, de modo que no se cometa un error grande en la aproximación.

TEORÍA DE LA CONFIABILIDAD APLICADA AL  
DISEÑO DE OBRAS DE DESVÍO EN PRESAS

APÉNDICE C

DISTRIBUCIÓN NORMAL EQUIVALENTE

## **C. Distribución normal equivalente.**

### **C.1 Método general.**

Independientemente del tipo de distribución de Probabilidad al que se ajusten los valores de los gastos máximos anuales, ésta distribución se puede representar de un modo aproximado mediante una función de distribución normal estándar. Para ello se hace uso de la transformación de Rosenblatt, la cual establece que para una variable individual la distribución normal equivalente de una variable no normal puede obtenerse de tal manera que la probabilidad acumulada, así como la ordenada de la densidad de probabilidad de la distribución normal equivalente en el punto analizado  $x_i^*$ , sea igual a la correspondiente no normal, para el punto en cuestión de la superficie de falla.

Aplicando lo anterior al caso en estudio se tiene que igualando las probabilidades acumulativas:

$$\Phi\left(\frac{x_i^* - \mu_{xi}^N}{\sigma_{xi}^N}\right) = F_{xi}(x_i^*)$$

donde

$\mu_{xi}^N, \sigma_{xi}^N$  : son la media y la desviación estándar, respectivamente, de la distribución normal equivalente para  $x_i$ .

$F_{xi}(x_i^*)$  : es la función de distribución de probabilidad acumulada de  $x_i$ , valuada en  $x_i^*$ .

$\Phi(-)$  : es la función de distribución de probabilidad de la distribución normal estándar.

La relación anterior conduce a que:

$$\mu_{xi}^N = x_i^* - \sigma_{xi}^N \Phi^{-1}[F_{xi}(x_i^*)]$$

e igualando las correspondientes funciones de densidad en  $x_i^*$  se tiene:

$$\frac{1}{\sigma_{xi}^N} \phi\left(\frac{x_i^* - \mu_{xi}^N}{\sigma_{xi}^N}\right) = f_{xi}(x_i^*)$$

donde  $\phi(-)$  es la función de densidad de probabilidad de la distribución normal estándar, con lo que se obtiene:

$$\sigma_{xi}^N = \frac{\phi\{\Phi^{-1}[F_{xi}(x_i^*)]\}}{f_{xi}(x_i^*)}$$

Considerando lo anterior, el proceso para estimar la distribución normal equivalente en un punto de falla es el siguiente:

1. Estimar las funciones de densidad y de distribución de probabilidad acumulada en ese punto con los valores de la distribución no normal.
2. Estimar el valor de  $\Phi^{-1}[F(x_i^*)]$ , que es el valor de la distribución normal obtenido de tablas.
3. Calcular  $\phi\{\Phi^{-1}[F_{xi}(x_i^*)]\}$ , que es el valor de la densidad de probabilidad en ese punto :

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{(-\frac{1}{2}u^2)} \quad u = \Phi^{-1}[F_{xi}(x_i^*)]$$

4. Aplicar las ecuaciones para estimar  $\mu_{xi}^N$  y  $\sigma_{xi}^N$

**TEORÍA DE LA CONFIABILIDAD APLICADA AL  
DISEÑO DE OBRAS DE DESVÍO EN PRESAS**

**APÉNDICE D**

**TRÁNSITO DE LA AVENIDA DE DISEÑO POR  
LOS TÚNELES DE DESVÍO**

**D Tránsito de la avenida de diseño por los túneles de desvío.**

Se presenta en este apéndice el tránsito de la avenida de diseño para las distintas opciones de túneles que se propusieron en el capítulo IV.

**D.1 Opción: 2 Túneles, sección: 13 x 13**

Hora	$I_i$	$I_{i+1}$	$(I_i + I_{i+1}) / 2$	$E_i$	Voi. Almac	$O_i$	$E_{i+1}$
0-4	1,082	1,114	1,098.00	64.000	0	0.000	76.706
4-8	1,114	1,148	1,131.00	76.706	10,257,260	771.443	78.516
8-12	1,148	1,180	1,164.00	78.516	13,850,300	991.249	79.189
12-16	1,180	1,213	1,196.50	79.189	15,650,575	1,086.495	79.610
16-20	1,213	1,246	1,229.50	79.610	16,776,750	1,150.221	79.909
20-24	1,246	1,279	1,262.50	79.909	17,576,575	1,197.518	80.152
0-4	1,279	1,377	1,328.00	80.152	18,225,840	1,237.248	80.488
4-8	1,377	1,475	1,426.00	80.488	19,122,960	1,294.155	80.968
8-12	1,475	1,574	1,524.50	80.968	20,404,560	1,379.571	81.486
12-16	1,574	1,851	1,712.50	81.486	21,787,620	1,477.460	82.302
16-20	1,851	2,129	1,990.00	82.302	23,967,850	1,644.495	83.451
20-24	2,129	2,405	2,267.00	83.451	27,041,425	1,908.783	84.833
0-4	2,405	2,682	2,543.50	84.833	30,734,110	2,111.886	86.989
4-8	2,682	2,960	2,821.00	86.989	36,495,575	2,174.884	90.216
8-12	2,960	3,067	3,013.50	90.216	45,117,800	2,269.676	93.017
12-16	3,067	3,004	3,035.50	93.017	55,234,335	2,352.427	94.815
16-20	3,004	2,940	2,972.00	94.815	64,686,900	2,405.771	96.305
20-24	2,940	2,877	2,908.50	96.305	72,522,775	2,450.110	97.512
0-4	2,877	2,814	2,845.50	97.512	78,865,560	2,486.113	98.458
4-8	2,814	2,750	2,782.00	98.458	83,839,080	2,514.385	99.162
8-12	2,750	2,687	2,718.50	99.162	87,542,120	2,535.454	99.643
12-16	2,687	2,736	2,711.50	99.643	90,072,180	2,549.864	100.068
16-20	2,736	2,897	2,816.50	100.068	92,307,340	2,562.607	100.736
20-24	2,897	3,058	2,977.50	100.736	95,817,680	2,562.654	101.775
0-4	3,058	3,219	3,138.50	101.775	101,277,825	2,613.880	102.549
4-8	3,219	3,380	3,299.50	102.549	108,660,955	2,637.177	103.377
8-12	3,380	3,541	3,460.50	103.377	118,013,215	2,662.133	104.376
12-16	3,541	3,702	3,621.50	104.376	129,296,920	2,692.288	105.538
16-20	3,702	3,863	3,782.50	105.538	142,421,710	2,727.426	106.858
20-24	3,863	4,024	3,943.50	106.858	157,331,110	2,767.422	108.329
0-4	4,024	4,185	4,104.50	108.329	173,946,055	2,812.093	109.945
4-8	4,185	4,346	4,265.50	109.945	192,198,775	2,861.287	111.701
8-12	4,346	4,507	4,426.50	111.701	212,032,795	2,914.883	113.591
12-16	4,507	4,667	4,587.00	113.591	233,380,345	2,972.731	115.610
16-20	4,667	4,829	4,748.00	115.610	256,184,950	3,034.709	117.752
20-24	4,829	4,990	4,909.50	117.752	280,378,840	3,100.667	120.014
0-4	4,990	5,150	5,070.00	120.014	305,928,130	3,170.542	122.389
4-8	5,150	5,312	5,231.00	122.389	332,753,755	3,244.151	124.873
8-12	5,312	6,049	5,680.50	124.873	360,810,535	3,321.400	127.822
12-16	6,049	6,787	6,418.00	127.822	394,119,490	3,413.453	131.577
16-20	6,787	6,148	6,467.50	131.577	436,532,215	3,531.190	135.247
20-24	6,148	5,508	5,828.00	135.247	477,984,865	3,646.820	137.973

continúa ..

	$l_i$	$l_{i+1}$	$(l_i + l_{i+1})/2$	$E_i$	Vol. Almac	$O_i$	$E_{i+1}$
0-4	5.508	5.390	5.449,00	137,973	508.775.035		140,117
4-8	5.390	5.272	5.331,00	140,117	532.991.515	3.801,088	142,029
8-12	5.272	5.154	5.213,00	142,029	554.587.555	3.861,907	143,717
12-16	5.154	5.036	5.095,00	143,717	573.653.515	3.915,719	145,190
16-20	5.036	4.918	4.977,00	145,190	590.291.050	3.962,764	146,457
20-24	4.918	4.800	4.859,00	146,457	604.601.815	4.003,296	147,526
0-4	4.800	4.682	4.741,00	147,526	616.676.170	4.037,541	148,405
4-8	4.682	4.653	4.667,50	148,405	626.604.475	4.065,731	149,157
8-12	4.653	4.712	4.682,50	149,157	635.098.315	4.089,870	149,897
12-16	4.712	4.771	4.741,50	149,897	643.456.615	4.113,645	150,681
16-20	4.771	4.721	4.746,00	150,681	652.311.895	4.138,856	151,439
20-24	4.721	4.475	4.598,00	151,439	660.873.505	4.163,251	151,982
0-4	4.475	4.220	4.347,50	151,982	667.006.690	4.180,740	152,190
4-8	4.220	3.964	4.092,00	152,190	669.356.050	4.187,442	152,071
8-12	3.964	3.708	3.836,00	152,071	668.011.945	4.183,608	151,637
12-16	3.708	3.453	3.580,50	151,637	663.109.915	4.169,627	150,901
16-20	3.453	3.197	3.325,00	150,901	654.796.795	4.145,934	149,875
20-24	3.197	3.000	3.098,50	149,875	643.208.125	4.112,938	148,608
0-4	3.000	2.803	2.901,50	148,608	628.897.360	4.072,245	147,145
4-8	2.803	2.607	2.705,00	147,145	612.372.775	4.025,331	145,495
8-12	2.607	2.410	2.508,50	145,495	593.736.025	3.972,516	143,666
12-16	2.410	2.213	2.311,50	143,666	573.077.470	3.914,091	141,664
16-20	2.213	2.016	2.114,50	141,664	550.464.880	3.850,286	139,495
20-24	2.016	1.820	1.918,00	139,495	525.966.025	3.781,333	137,166
0-4	1.820	1.623	1.721,50	137,166	499.659.970	3.707,497	134,684
4-8	1.623	1.504	1.563,50	134,684	471.625.780	3.629,047	132,102
8-12	1.504	1.463	1.483,50	132,102	442.462.090	3.547,698	129,522
12-16	1.463	1.421	1.442,00	129,522	413.320.990	3.466,684	126,991
16-20	1.421	1.380	1.400,50	126,991	384.733.345	3.387,476	124,507
20-24	1.380	1.338	1.359,00	124,507	356.676.565	3.310,002	122,068
0-4	1.338	1.277	1.307,50	122,068	329.128.060	3.234,188	119,659
4-8	1.277	1.216	1.246,50	119,659	301.918.405	3.159,561	117,267
8-12	1.216	1.155	1.185,50	117,267	274.900.765	3.085,714	114,891
12-16	1.155	1.094	1.124,50	114,891	248.063.845	3.012,617	112,530
16-20	1.094	1.033	1.063,50	112,530	221.396.350	2.940,236	110,183
20-24	1.033	972	1.002,50	110,183	194.886.985	2.868,542	107,849

Tabla D.1. Tránsito de la avenida de diseño con 2 Túneles de sección 13 x 13

**D.2 Opción: 2 Túneles, sección: 14 x 14**

Hora	$I_i$	$I_{i+1}$	$(I_i + I_{i+1})/2$	$E_i$	Vol. Almac	$O_i$	$E_{i+1}$
0-4	1,082	1,114	1,098.00	64.000	0	0.000	76.507
4-8	1,114	1,148	1,131.00	76.507	9,916,970	818.589	78.143
8-12	1,148	1,180	1,164.00	78.143	12,852,525	1,036.044	78.631
12-16	1,180	1,213	1,196.50	78.631	14,157,925	1,110.407	78.955
16-20	1,213	1,246	1,229.50	78.955	15,024,625	1,162.429	79.204
20-24	1,246	1,279	1,262.50	79.204	15,690,700	1,203.905	79.420
0-4	1,279	1,377	1,328.00	79.420	16,266,500	1,240.971	79.737
4-8	1,377	1,475	1,426.00	79.737	17,116,475	1,297.252	80.199
8-12	1,475	1,574	1,524.50	80.199	18,351,330	1,383.442	80.695
12-16	1,574	1,851	1,712.50	80.695	19,675,650	1,481.750	81.483
16-20	1,851	2,129	1,990.00	81.483	21,779,610	1,651.073	82.589
20-24	2,129	2,405	2,267.00	82.589	24,735,575	1,918.492	83.665
0-4	2,405	2,682	2,543.50	83.665	27,613,875	2,215.914	84.870
4-8	2,682	2,960	2,821.00	84.870	30,832,900	2,423.978	86.814
8-12	2,960	3,067	3,013.50	86.814	36,027,450	2,496.693	89.342
12-16	3,067	3,004	3,035.50	89.342	42,783,140	2,591.997	91.509
16-20	3,004	2,940	2,972.00	91.509	48,576,575	2,674.351	92.513
20-24	2,940	2,877	2,908.50	92.513	52,585,815	2,712.709	93.023
0-4	2,877	2,814	2,845.50	93.023	55,265,865	2,732.243	93.319
4-8	2,814	2,750	2,782.00	93.319	56,821,345	2,743.595	93.419
8-12	2,750	2,687	2,718.50	93.419	57,346,845	2,747.433	93.344
12-16	2,687	2,736	2,711.50	93.344	56,952,720	2,744.554	93.258
16-20	2,736	2,897	2,816.50	93.258	56,500,790	2,741.254	93.454
20-24	2,897	3,058	2,977.50	93.454	57,530,770	2,748.776	94.049
0-4	3,058	3,219	3,138.50	94.049	60,657,740	2,771.639	95.003
4-8	3,219	3,380	3,299.50	95.003	65,675,780	2,808.388	96.280
8-12	3,380	3,541	3,460.50	96.280	72,391,400	2,857.756	97.848
12-16	3,541	3,702	3,621.50	97.848	80,631,240	2,918.648	99.675
16-20	3,702	3,863	3,782.50	99.675	90,240,500	2,989.973	101.736
20-24	3,863	4,024	3,943.50	101.736	101,072,680	3,070.914	102.959
0-4	4,024	4,185	4,104.50	102.959	113,291,905	3,119.183	104.184
4-8	4,185	4,346	4,265.50	104.184	127,128,280	3,167.705	105.549
8-12	4,346	4,507	4,426.50	105.549	142,545,955	3,221.979	107.047
12-16	4,507	4,667	4,587.00	107.047	159,465,865	3,281.788	108.670
16-20	4,667	4,829	4,748.00	108.670	177,797,650	3,346.876	110.412
20-24	4,829	4,990	4,909.50	110.412	197,473,540	3,417.067	112.267
0-4	4,990	5,150	5,070.00	112.267	218,425,765	3,492.184	114.228
4-8	5,150	5,312	5,231.00	114.228	240,575,260	3,572.006	116.289
8-12	5,312	6,049	5,680.50	116.289	263,854,255	3,656.350	118.804
12-16	6,049	6,787	6,418.00	118.804	292,261,180	3,759.892	122.106
16-20	6,787	6,148	6,467.50	122.106	329,557,270	3,896.853	125.298
20-24	6,148	5,508	5,828.00	125.298	365,610,910	4,030.330	127.530

continúa . .

	$I_i$	$I_{i+1}$	$(I_i + I_{i+1}) / 2$	$E_i$	Vol. Almac	$O_i$	$E_{i+1}$
0-4	5,508	5,390	5,449.00	127.530	413,411,350	4,124.283	129.175
4-8	5,390	5,272	5,331.00	129.175	431,991,625	4,193.850	130.587
8-12	5,272	5,154	5,213.00	130.587	447,940,165	4,253.779	131.778
12-16	5,154	5,036	5,095.00	131.778	461,392,510	4,304.483	132.759
16-20	5,036	4,918	4,977.00	132.759	472,472,905	4,346.351	133.542
20-24	4,918	4,800	4,859.00	133.542	481,316,890	4,379.837	134.137
0-4	4,800	4,682	4,741.00	134.137	488,037,415	4,405.323	134.554
4-8	4,682	4,653	4,667.50	134.554	492,747,430	4,423.205	134.857
8-12	4,653	4,712	4,682.50	134.857	496,169,815	4,436.209	135.163
12-16	4,712	4,771	4,741.50	135.163	499,626,085	4,449.351	135.526
16-20	4,771	4,721	4,746.00	135.526	503,726,170	4,464.953	135.875
20-24	4,721	4,475	4,598.00	135.875	507,668,125	4,479.965	136.021
0-4	4,475	4,220	4,347.50	136.021	509,317,195	4,486.248	135.849
4-8	4,220	3,964	4,092.00	135.849	507,374,455	4,478.846	135.369
8-12	3,964	3,708	3,836.00	135.369	501,952,855	4,458.203	134.597
12-16	3,708	3,453	3,580.50	134.597	493,233,115	4,425.050	133.549
16-20	3,453	3,197	3,325.00	133.549	481,395,955	4,380.137	132.239
20-24	3,197	3,000	3,098.50	132.239	466,599,505	4,324.146	130.718
0-4	3,000	2,803	2,901.50	130.718	449,419,810	4,259.349	129.032
4-8	2,803	2,607	2,705.00	129.032	430,376,440	4,187.792	127.191
8-12	2,607	2,410	2,508.50	127.191	409,582,345	4,109.981	125.203
12-16	2,410	2,213	2,311.50	125.203	387,127,885	4,026.342	123.074
16-20	2,213	2,016	2,114.50	123.074	363,080,830	3,937.220	120.810
20-24	2,016	1,820	1,918.00	120.810	337,508,950	3,842.961	118.419
0-4	1,820	1,623	1,721.50	118.419	310,502,605	3,743.998	115.906
4-8	1,623	1,504	1,563.50	115.906	282,118,270	3,640.641	113.325
8-12	1,504	1,463	1,483.50	113.325	252,965,875	3,535.197	110.775
12-16	1,463	1,421	1,442.00	110.775	224,163,625	3,431.737	108.302
16-20	1,421	1,380	1,400.50	108.302	196,231,090	3,332.092	105.901
20-24	1,380	1,338	1,359.00	105.901	169,111,795	3,236.010	103.567
0-4	1,338	1,277	1,307.50	103.567	142,749,265	3,143.244	100.503
4-8	1,277	1,216	1,246.50	100.503	94,593,265	3,022.430	95.885
8-12	1,216	1,155	1,185.50	95.885	70,315,100	2,842.464	91.200
12-16	1,155	1,094	1,124.50	91.200	47,750,000	2,662.571	93.914
16-20	1,094	1,033	1,063.50	93.914	28,279,950	2,290.461	79.899
20-24	1,033	972	1,002.50	79.899	17,549,825	1,326.901	78.704

Tabla D.2. Tránsito de la avenida de diseño con 2 Túneles de sección 14 x 14.

**D.3 Opción: 2 Túneles, sección: 15 x 15**

Hora	li	li+1	(li+li+1)/2	Ei	Vol. Almac	Oi	Ei+1
0-4	1.082	1.114	1.098,00	64,000	0	0.000	76,320
4-8	1.114	1.148	1.131,00	76,320	9.697.200	862,966	77,728
8-12	1.148	1.180	1.164,00	77,728	12.004.880	1.064,632	78,169
12-16	1.180	1.213	1.196,50	78,169	12.922.075	1.136,126	78,392
16-20	1.213	1.246	1.229,50	78,392	13.518.600	1.173,922	78,596
20-24	1.246	1.279	1.262,50	78,596	14.064.300	1.209,500	78,789
0-4	1.279	1.377	1.328,00	78,789	14.580.575	1.244,063	79,091
4-8	1.377	1.475	1.426,00	79,091	15.388.425	1.299,959	79,536
8-12	1.475	1.574	1.524,50	79,536	16.578.800	1.386,509	80,013
12-16	1.574	1.851	1.712,50	80,013	17.854.710	1.485,098	80,777
16-20	1.851	2.129	1.990,00	80,777	19.894.590	1.656,412	81,847
20-24	2.129	2.405	2.267,00	81,847	22.751.490	1.926,742	82,877
0-4	2.405	2.682	2.543,50	82,877	25.505.975	2.224,429	83,791
4-8	2.682	2.960	2.821,00	83,791	27.950.925	2.523,136	84,877
8-12	2.960	3.067	3.013,50	84,877	30.851.590	2.716,022	86,300
12-16	3.067	3.004	3.035,50	86,300	34.652.500	2.783,282	87,504
16-20	3.004	2.940	2.972,00	87,504	37.873.200	2.840,601	88,131
20-24	2.940	2.877	2.908,50	88,131	39.549.770	2.870,598	88,312
0-4	2.877	2.814	2.845,50	88,312	40.033.040	2.879,277	88,151
4-8	2.814	2.750	2.782,00	88,151	39.603.170	2.871,557	87,724
8-12	2.750	2.687	2.718,50	87,724	38.461.700	2.851,115	87,091
12-16	2.687	2.736	2.711,50	87,091	36.768.425	2.820,897	86,569
16-20	2.736	2.897	2.816,50	86,569	35.372.075	2.796,056	86,667
20-24	2.897	3.058	2.977,50	86,667	35.634.225	2.800,714	87,510
0-4	3.058	3.219	3.138,50	87,510	37.889.250	2.840,888	88,931
4-8	3.219	3.380	3.299,50	88,931	41.685.770	2.909,019	90,793
8-12	3.380	3.541	3.460,50	90,793	44.752.128	2.999,073	92,534
12-16	3.541	3.702	3.621,50	92,534	52.696.170	3.084,067	93,914
16-20	3.702	3.863	3.782,50	93,914	59.948.070	3.151,975	95,531
20-24	3.863	4.024	3.943,50	95,531	68.453.060	3.232,146	97,355
0-4	4.024	4.185	4.104,50	97,355	78.040.525	3.323,350	99,356
4-8	4.185	4.346	4.265,50	99,356	88.562.560	3.424,335	101,510
8-12	4.346	4.507	4.426,50	101,510	99.885.050	3.534,118	102,865
12-16	4.507	4.667	4.587,00	102,865	112.230.175	3.603,744	104,079
16-20	4.667	4.829	4.748,00	104,079	125.942.305	3.666,494	105,414
20-24	4.829	4.990	4.909,50	105,414	141.021.130	3.735,897	106,862
0-4	4.990	5.150	5.070,00	106,862	157.376.290	3.811,644	108,414
4-8	5.150	5.312	5.231,00	108,414	174.906.130	3.893,370	110,064
8-12	5.312	6.049	5.680,50	110,064	193.542.880	3.980,864	112,159
12-16	6.049	6.787	6.418,00	112,159	217.205.905	4.092,847	115,025
16-20	6.787	6.148	6.467,50	115,025	249.577.375	4.247,645	117,760
20-24	6.148	5.508	5.828,00	117,760	280.469.200	4.397,073	119,522

continúa ...

	$l_i$	$l_{i+1}$	$(l_i + l_{i+1})/2$	$E_i$	Vol. Almac	$O_i$	$E_{i+1}$
0-4	5,508	5,390	5,449.00	119.522	300,370,990	4,494.213	120.698
4-8	5,390	5,272	5,331.00	120.698	313,653,910	4,559.423	121.648
8-12	5,272	5,154	5,213.00	121.648	324,384,160	4,612.321	122.387
12-16	5,154	5,036	5,095.00	122.387	332,731,165	4,653.605	122.930
16-20	5,036	4,918	4,977.00	122.930	338,864,350	4,684.014	123.291
20-24	4,918	4,800	4,859.00	123.291	342,941,845	4,704.266	123.481
0-4	4,800	4,682	4,741.00	123.481	345,087,895	4,714.937	123.513
4-8	4,682	4,653	4,667.50	123.513	345,449,335	4,716.735	123.452
8-12	4,653	4,712	4,682.50	123.452	344,760,340	4,713.308	123.414
12-16	4,712	4,771	4,741.50	123.414	344,331,130	4,711.173	123.451
16-20	4,771	4,721	4,746.00	123.451	344,749,045	4,713.251	123.491
20-24	4,721	4,475	4,598.00	123.491	345,200,845	4,715.498	123.346
0-4	4,475	4,220	4,347.50	123.346	343,563,070	4,707.354	122.903
4-8	4,220	3,964	4,092.00	122.903	338,559,385	4,682.501	122.176
8-12	3,964	3,708	3,836.00	122.176	330,347,920	4,641.805	121.184
12-16	3,708	3,453	3,580.50	121.184	319,143,280	4,586.460	119.945
16-20	3,453	3,197	3,325.00	119.945	305,148,775	4,517.634	118.476
20-24	3,197	3,000	3,098.50	118.476	288,556,420	4,436.464	116.828
0-4	3,000	2,803	2,901.50	116.828	269,942,260	4,345.967	115.048
4-8	2,803	2,607	2,705.00	115.048	249,837,160	4,248.895	113.145
8-12	2,607	2,410	2,508.50	113.145	228,342,775	4,145.895	111.127
12-16	2,410	2,213	2,311.50	111.127	205,549,465	4,037.560	108.999
16-20	2,213	2,016	2,114.50	108.999	181,513,705	3,924.319	106.767
20-24	2,016	1,820	1,918.00	106.767	156,303,265	3,806.659	104.437
0-4	1,820	1,623	1,721.50	104.437	129,985,915	3,685.064	102.013
4-8	1,623	1,504	1,563.50	102.013	102,606,835	3,559.913	96.914
8-12	1,504	1,463	1,483.50	96.914	75,723,070	3,301.225	92.251
12-16	1,463	1,421	1,442.00	92.251	51,209,005	3,070.199	84.698
16-20	1,421	1,380	1,400.50	84.698	30,373,660	2,707.599	80.599
20-24	1,380	1,338	1,359.00	80.599	19,419,330	1,614.961	79.729
0-4	1,338	1,277	1,307.50	79.729	17,095,075	1,425.656	79.315
4-8	1,277	1,216	1,246.50	79.315	15,987,625	1,342.889	78.972
8-12	1,216	1,155	1,185.50	78.972	15,070,100	1,277.666	78.639
12-16	1,155	1,094	1,124.50	78.639	14,179,325	1,217.124	78.299
16-20	1,094	1,033	1,063.50	78.299	13,269,825	1,158.022	77.930
20-24	1,033	972	1,002.50	77.930	12,350,300	1,096.853	77.451

Tabla D.3. Tránsito de la avenida de diseño con 2 Túneles de sección 15 x 15.

**D.4 Opción: 2 Túneles, sección: 16 x 16**

Hora	$l_i$	$l_{i+1}$	$(l_i+l_{i+1})/2$	$E_i$	Vol. Almac	$O_i$	$E_{i+1}$
0-4	1,082	1,114	1,098.00	64.000	0	0.000	76.168
4-8	1,114	1,148	1,131.00	76.168	9,337,280	899.125	77.372
8-12	1,148	1,180	1,164.00	77.372	11,396,120	1,076.824	77.805
12-16	1,180	1,213	1,196.50	77.805	12,136,550	1,148.194	78.031
16-20	1,213	1,246	1,229.50	78.031	12,552,925	1,187.136	78.186
20-24	1,246	1,279	1,262.50	78.186	12,967,550	1,214.537	78.360
0-4	1,279	1,377	1,328.00	78.360	13,433,000	1,245.984	78.654
4-8	1,377	1,475	1,426.00	78.654	14,219,450	1,300.812	79.095
8-12	1,475	1,574	1,524.50	79.095	15,399,125	1,387.194	79.569
12-16	1,574	1,851	1,712.50	79.569	16,667,075	1,485.854	80.328
16-20	1,851	2,129	1,990.00	80.328	18,695,760	1,657.251	81.392
20-24	2,129	2,405	2,267.00	81.392	21,536,840	1,927.985	82.416
0-4	2,405	2,682	2,543.50	82.416	24,272,800	2,226.088	83.322
4-8	2,682	2,960	2,821.00	83.322	26,696,350	2,524.308	84.126
8-12	2,960	3,067	3,013.50	84.126	28,846,420	2,819.036	84.632
12-16	3,067	3,004	3,035.50	84.632	30,197,440	3,020.291	84.671
16-20	3,004	2,940	2,972.00	84.671	30,301,570	3,036.334	84.506
20-24	2,940	2,877	2,908.50	84.506	29,861,020	2,968.985	84.349
0-4	2,877	2,814	2,845.50	84.349	29,441,830	2,906.171	84.190
4-8	2,814	2,750	2,782.00	84.190	29,017,300	2,843.796	84.026
8-12	2,750	2,687	2,718.50	84.026	28,579,420	2,780.742	83.860
12-16	2,687	2,736	2,711.50	83.860	28,135,500	2,718.221	83.842
16-20	2,736	2,897	2,816.50	83.842	28,087,350	2,711.519	84.122
20-24	2,897	3,058	2,977.50	84.122	28,835,740	2,817.495	84.696
0-4	3,058	3,219	3,138.50	84.696	30,368,320	2,924.708	85.689
4-8	3,219	3,380	3,299.50	85.689	33,019,630	2,983.899	87.151
8-12	3,380	3,541	3,460.50	87.151	36,928,925	3,071.947	88.949
12-16	3,541	3,702	3,621.50	88.949	41,733,830	3,181.694	90.980
16-20	3,702	3,863	3,782.50	90.980	47,161,500	3,307.596	92.639
20-24	3,863	4,024	3,943.50	92.639	53,247,945	3,411.949	93.979
0-4	4,024	4,185	4,104.50	93.979	60,289,645	3,497.225	95.507
4-8	4,185	4,346	4,265.50	95.507	68,326,820	3,595.536	97.192
8-12	4,346	4,507	4,426.50	97.192	77,183,960	3,705.267	99.004
12-16	4,507	4,667	4,587.00	99.004	86,711,040	3,824.805	100.916
16-20	4,667	4,829	4,748.00	100.916	96,763,580	3,952.656	102.444
20-24	4,829	4,990	4,909.50	102.444	107,474,980	4,056.091	103.487
0-4	4,990	5,150	5,070.00	103.487	119,255,665	4,127.335	104.638
4-8	5,150	5,312	5,231.00	104.638	132,256,210	4,206.558	105.889
8-12	5,312	6,049	5,680.50	105.889	146,386,255	4,293.378	107.582
12-16	6,049	6,787	6,418.00	107.582	165,508,690	4,412.050	110.029
16-20	6,787	6,148	6,467.50	110.029	193,147,555	4,585.961	112.322
20-24	6,148	5,508	5,828.00	112.322	219,046,990	4,751.470	113.633

continúa ...

	$l_i$	$l_{i+1}$	$(l_i + l_{i+1}) / 2$	$E_i$	Vol. Almac	$O_i$	$E_{i+1}$
0-4	5,508	5,390	5,449.00	113.633	256,444,735	4,847.199	114.366
4-8	5,390	5,272	5,331.00	114.366	264,723,970	4,901.070	114.889
8-12	5,272	5,154	5,213.00	114.889	270,631,255	4,939.660	115.222
12-16	5,154	5,036	5,095.00	115.222	274,392,490	4,964.296	115.381
16-20	5,036	4,918	4,977.00	115.381	276,188,395	4,976.078	115.382
20-24	4,918	4,800	4,859.00	115.382	276,199,690	4,976.152	115.239
0-4	4,800	4,682	4,741.00	115.239	274,584,505	4,965.555	114.966
4-8	4,682	4,653	4,667.50	114.966	271,500,970	4,945.352	114.628
8-12	4,653	4,712	4,682.50	114.628	267,683,260	4,920.386	114.338
12-16	4,712	4,771	4,741.50	114.338	264,407,710	4,899.008	114.146
16-20	4,771	4,721	4,746.00	114.146	262,239,070	4,884.875	113.977
20-24	4,721	4,475	4,598.00	113.977	260,330,215	4,872.450	113.643
0-4	4,475	4,220	4,347.50	113.643	256,557,685	4,847.932	113.033
4-8	4,220	3,964	4,092.00	113.033	249,667,735	4,803.288	112.166
8-12	3,964	3,708	3,836.00	112.166	239,874,970	4,740.132	111.064
12-16	3,708	3,453	3,580.50	111.064	227,427,880	4,660.363	109.748
16-20	3,453	3,197	3,325.00	109.748	212,563,660	4,565.847	108.235
20-24	3,197	3,000	3,098.50	108.235	195,474,325	4,458.184	106.576
0-4	3,000	2,803	2,901.50	106.576	176,735,920	4,341.371	104.818
4-8	2,803	2,607	2,705.00	104.818	156,879,310	4,219.005	102.969
8-12	2,607	2,410	2,508.50	102.969	135,994,855	4,091.897	100.017
12-16	2,410	2,213	2,311.50	100.017	92,039,335	3,892.323	96.046
16-20	2,213	2,016	2,114.50	96.046	528,346,730	3,630.487	92.229
20-24	2,016	1,820	1,918.00	92.229	51,093,395	3,386.034	85.634
0-4	1,820	1,623	1,721.50	85.634	32,872,780	2,980.608	81.560
4-8	1,623	1,504	1,563.50	81.560	21,985,200	1,974.245	80.250
8-12	1,504	1,463	1,483.50	80.250	18,487,500	1,638.840	79.731
12-16	1,463	1,421	1,442.00	79.731	16,927,325	1,521.015	79.462
16-20	1,421	1,380	1,400.50	79.462	16,234,650	1,463.039	79.246
20-24	1,380	1,338	1,359.00	79.246	15,678,450	1,417.954	79.041
0-4	1,338	1,277	1,307.50	79.041	15,150,575	1,376.342	78.799
4-8	1,277	1,216	1,246.50	78.799	14,527,425	1,328.657	78.506
8-12	1,216	1,155	1,185.50	78.506	13,772,950	1,272.942	78.190
12-16	1,155	1,094	1,124.50	78.190	12,959,250	1,215.251	77.811
16-20	1,094	1,033	1,063.50	77.811	12,146,810	1,149.212	77.385
20-24	1,033	972	1,002.50	77.385	11,418,350	1,078.906	76.997

Tabla D.4. Tránsito de la avenida de diseño con 2 Túneles de sección 16 x 16.

**D.5 Opción: 2 Túneles, sección: 17 x 17**

Hora	$I_i$	$I_{i+1}$	$(I_i + I_{i+1}) / 2$	$E_i$	Vol. Almac	$O_i$	$E_{i+1}$
0-4	1,082	1,114	1,098.00	64.000	0	0.000	75.969
4-8	1,114	1,148	1,131.00	75.969	9,026,595	942.417	76.926
8-12	1,148	1,180	1,164.00	76.926	10,633,460	1,096.459	77.252
12-16	1,180	1,213	1,196.50	77.252	11,190,920	1,153.993	77.454
16-20	1,213	1,246	1,229.50	77.454	11,536,340	1,191.019	77.635
20-24	1,246	1,279	1,262.50	77.635	11,845,850	1,225.118	77.809
0-4	1,279	1,377	1,328.00	77.809	12,143,390	1,258.740	78.096
4-8	1,377	1,475	1,426.00	78.096	12,726,800	1,316.052	78.475
8-12	1,475	1,574	1,524.50	78.475	13,740,625	1,395.404	78.910
12-16	1,574	1,851	1,712.50	78.910	14,904,250	1,491.877	79.631
16-20	1,851	2,129	1,990.00	79.631	16,832,925	1,665.344	80.641
20-24	2,129	2,405	2,267.00	80.641	19,531,470	1,939.548	81.602
0-4	2,405	2,682	2,543.50	81.602	22,097,340	2,238.311	82.447
4-8	2,682	2,960	2,821.00	82.447	24,355,725	2,535.288	83.196
8-12	2,960	3,067	3,013.50	83.196	26,359,300	2,828.301	83.662
12-16	3,067	3,004	3,035.50	83.662	27,605,850	3,025.952	83.686
16-20	3,004	2,940	2,972.00	83.686	27,670,050	3,036.467	83.526
20-24	2,940	2,877	2,908.50	83.526	27,242,050	2,966.998	83.379
0-4	2,877	2,814	2,845.50	83.379	26,848,625	2,904.462	83.229
4-8	2,814	2,750	2,782.00	83.229	26,447,575	2,841.898	83.075
8-12	2,750	2,687	2,718.50	83.075	26,035,625	2,778.954	82.918
12-16	2,687	2,736	2,711.50	82.918	25,615,650	2,716.103	82.906
16-20	2,736	2,897	2,816.50	82.906	25,583,550	2,711.353	83.178
20-24	2,897	3,058	2,977.50	83.178	26,311,150	2,820.910	83.573
0-4	3,058	3,219	3,138.50	83.573	27,367,775	2,987.252	84.141
4-8	3,219	3,380	3,299.50	84.141	28,886,470	3,078.788	85.134
8-12	3,380	3,541	3,460.50	85.134	31,537,780	3,151.933	86.518
12-16	3,541	3,702	3,621.50	86.518	35,235,650	3,255.343	88.154
16-20	3,702	3,863	3,782.50	88.154	39,611,180	3,379.735	89.951
20-24	3,863	4,024	3,943.50	89.951	44,409,170	3,519.060	91.835
0-4	4,024	4,185	4,104.50	91.835	49,448,625	3,668.155	92.985
4-8	4,185	4,346	4,265.50	92.985	55,066,175	3,760.684	94.229
8-12	4,346	4,507	4,426.50	94.229	61,604,540	3,862.076	95.617
12-16	4,507	4,667	4,587.00	95.617	68,905,420	3,976.797	97.116
16-20	4,667	4,829	4,748.00	97.116	76,784,580	4,102.581	98.699
20-24	4,829	4,990	4,909.50	98.699	85,106,740	4,237.541	100.344
0-4	4,990	5,150	5,070.00	100.344	93,757,720	4,380.104	102.015
4-8	5,150	5,312	5,231.00	102.015	102,629,425	4,527.337	102.864
8-12	5,312	6,049	5,680.50	102.864	112,218,880	4,603.076	104.163
12-16	6,049	6,787	6,418.00	104.163	126,891,085	4,720.177	106.208
16-20	6,787	6,148	6,467.50	106.208	149,989,360	4,907.510	108.885
20-24	6,148	5,508	5,828.00	108.885	180,226,075	5,158.253	108.981

continúa ...

	$I_i$	$I_{i+1}$	$(I_i + I_{i+1})/2$	$E_i$	Vol. Almac	$O_i$	$E_{i+1}$
0-4	5,508	5,390	5,449.00	108.981	203,900,395	5,167.361	109.320
4-8	5,390	5,272	5,331.00	109.320	207,729,400	5,199.588	109.478
8-12	5,272	5,154	5,213.00	109.478	209,514,010	5,214.643	109.476
12-16	5,154	5,036	5,095.00	109.476	209,491,420	5,214.452	109.332
16-20	5,036	4,918	4,977.00	109.332	207,864,940	5,200.731	109.063
20-24	4,918	4,800	4,859.00	109.063	204,826,585	5,175.147	108.683
0-4	4,800	4,682	4,741.00	108.683	200,534,485	5,139.114	108.204
4-8	4,682	4,653	4,667.50	108.204	195,124,180	5,093.874	107.691
8-12	4,653	4,712	4,682.50	107.691	189,329,845	5,045.644	107.254
12-16	4,712	4,771	4,741.50	107.254	184,393,930	5,004.740	106.937
16-20	4,771	4,721	4,746.00	106.937	180,813,415	4,975.173	106.661
20-24	4,721	4,475	4,598.00	106.661	177,695,995	4,949.501	106.238
0-4	4,475	4,220	4,347.50	106.238	172,918,210	4,910.285	105.560
4-8	4,220	3,964	4,092.00	105.560	165,260,200	4,847.755	104.650
8-12	3,964	3,708	3,836.00	104.650	154,981,750	4,764.457	103.531
12-16	3,708	3,453	3,580.50	103.531	142,342,645	4,663.020	102.225
16-20	3,453	3,197	3,325.00	102.225	127,591,375	4,546.012	99.470
20-24	3,197	3,000	3,098.50	99.470	89,162,200	4,304.066	96.514
0-4	3,000	2,803	2,901.50	96.514	73,621,070	4,051.831	93.685
4-8	2,803	2,607	2,705.00	93.685	58,744,675	3,817.571	90.094
8-12	2,607	2,410	2,508.50	90.094	44,791,450	3,530.268	85.528
12-16	2,410	2,213	2,311.50	85.528	32,589,760	3,181.202	82.514
16-20	2,213	2,016	2,114.50	82.514	24,534,950	2,560.317	81.270
20-24	2,016	1,820	1,918.00	81.270	21,210,900	2,130.631	80.640
0-4	1,820	1,623	1,721.50	80.640	19,528,800	1,939.257	79.969
4-8	1,623	1,504	1,563.50	79.969	17,737,075	1,752.871	79.364
8-12	1,504	1,463	1,483.50	79.364	16,118,700	1,599.058	78.984
12-16	1,463	1,421	1,442.00	78.984	15,102,200	1,508.885	78.761
16-20	1,421	1,380	1,400.50	78.761	14,505,675	1,458.164	78.566
20-24	1,380	1,338	1,359.00	78.566	13,984,050	1,415.099	78.375
0-4	1,338	1,277	1,307.50	78.375	13,473,125	1,374.051	78.146
4-8	1,277	1,216	1,246.50	78.146	12,860,550	1,326.278	77.827
8-12	1,216	1,155	1,185.50	77.827	12,174,170	1,262.266	77.469
12-16	1,155	1,094	1,124.50	77.469	11,561,990	1,193.811	77.139
16-20	1,094	1,033	1,063.50	77.139	10,997,690	1,133.744	76.797
20-24	1,033	972	1,002.50	76.797	10,412,870	1,074.428	76.439

Tabla D.5. Tránsito de la avenida de diseño con 2 Túneles de sección 17 x 17.

**D.6 Opción: 3 Túneles, sección: 13 x 13**

Hora	$l_i$	$l_{i+1}$	$(l_i + l_{i+1})/2$	$E_i$	Vol. Almac	$O_i$	$E_{i+1}$
0-4	1,082	1,114	1,098.00	64.000	0	0.000	75.930
4-8	1,114	1,148	1,131.00	75.930	8,997,160	946.281	76.906
8-12	1,148	1,180	1,164.00	76.906	10,599,260	1,093.201	77.258
12-16	1,180	1,213	1,196.50	77.258	11,201,180	1,151.094	77.480
16-20	1,213	1,246	1,229.50	77.480	11,580,800	1,189.029	77.676
20-24	1,246	1,279	1,262.50	77.676	11,915,960	1,223.465	77.863
0-4	1,279	1,377	1,328.00	77.863	12,235,730	1,257.164	78.150
4-8	1,377	1,475	1,426.00	78.150	12,871,250	1,310.532	78.558
8-12	1,475	1,574	1,524.50	78.558	13,962,650	1,389.960	79.024
12-16	1,574	1,851	1,712.50	79.024	15,209,200	1,486.030	79.785
16-20	1,851	2,129	1,990.00	79.785	17,244,875	1,656.004	80.858
20-24	2,129	2,405	2,267.00	80.858	20,110,860	1,925.848	81.894
0-4	2,405	2,682	2,543.50	81.894	22,876,980	2,223.828	82.841
4-8	2,682	2,960	2,821.00	82.841	25,409,675	2,532.361	84.320
8-12	2,960	3,067	3,013.50	84.320	29,364,400	2,581.072	86.387
12-16	3,067	3,004	3,035.50	86.387	34,885,225	2,679.324	88.085
16-20	3,004	2,940	2,972.00	88.085	39,426,950	2,760.997	89.091
20-24	2,940	2,877	2,908.50	89.091	42,112,970	2,809.791	89.562
0-4	2,877	2,814	2,845.50	89.562	43,370,540	2,832.739	89.623
4-8	2,814	2,750	2,782.00	89.623	43,533,410	2,835.715	89.367
8-12	2,750	2,687	2,718.50	89.367	42,849,890	2,823.230	88.868
12-16	2,687	2,736	2,711.50	88.868	41,517,560	2,798.949	88.451
16-20	2,736	2,897	2,816.50	88.451	40,404,170	2,778.714	88.631
20-24	2,897	3,058	2,977.50	88.631	40,884,770	2,787.442	89.537
0-4	3,058	3,219	3,138.50	89.537	43,303,790	2,831.519	90.998
4-8	3,219	3,380	3,299.50	90.998	47,209,650	2,903.107	92.476
8-12	3,380	3,541	3,460.50	92.476	52,391,380	2,976.166	93.718
12-16	3,541	3,702	3,621.50	93.718	58,918,090	3,038.051	95.213
16-20	3,702	3,863	3,782.50	95.213	66,780,380	3,113.135	96.927
20-24	3,863	4,024	3,943.50	96.927	75,791,385	3,200.008	98.830
0-4	4,024	4,185	4,104.50	98.830	85,795,800	3,297.441	100.894
4-8	4,185	4,346	4,265.50	100.894	96,647,970	3,404.274	102.529
8-12	4,346	4,507	4,426.50	102.529	108,435,055	3,489.749	103.684
12-16	4,507	4,667	4,587.00	103.684	121,480,780	3,550.578	104.962
16-20	4,667	4,829	4,748.00	104.962	135,915,790	3,618.315	106.355
20-24	4,829	4,990	4,909.50	106.355	151,649,725	3,692.659	107.855
0-4	4,990	5,150	5,070.00	107.855	168,592,225	3,773.306	109.453
4-8	5,150	5,312	5,231.00	109.453	186,641,635	3,859.894	111.142
8-12	5,312	6,049	5,680.50	111.142	205,718,890	3,952.162	113.271
12-16	6,049	6,787	6,418.00	113.271	229,765,945	4,069.554	116.162
16-20	6,787	6,148	6,467.50	116.162	262,419,790	4,230.886	118.914
20-24	6,148	5,508	5,828.00	118.914	293,503,630	4,386.501	120.687

continúa ...

Hora	$I_i$	$I_{i+1}$	$(I_i + I_{i+1}) / 2$	$E_i$	Vol. Almac	$O_i$	$E_{i+1}$
0-4	5,508	5,390	5,449.00	120.687	336,119,665	4,487.800	121.869
4-8	5,390	5,272	5,331.00	121.869	349,470,355	4,555.783	122.822
8-12	5,272	5,154	5,213.00	122.822	360,234,490	4,610.856	123.562
12-16	5,154	5,036	5,095.00	123.562	368,592,790	4,653.781	124.104
16-20	5,036	4,918	4,977.00	124.104	374,714,680	4,685.309	124.463
20-24	4,918	4,800	4,859.00	124.463	378,769,585	4,706.233	124.651
0-4	4,800	4,682	4,741.00	124.651	380,893,045	4,717.204	124.680
4-8	4,682	4,653	4,667.50	124.680	381,220,600	4,718.697	124.617
8-12	4,653	4,712	4,682.50	124.617	380,509,015	4,715.219	124.577
12-16	4,712	4,771	4,741.50	124.577	380,057,215	4,712.885	124.612
16-20	4,771	4,721	4,746.00	124.612	380,452,540	4,714.927	124.650
20-24	4,721	4,475	4,598.00	124.650	380,881,750	4,717.146	124.504
0-4	4,475	4,220	4,347.50	124.504	379,232,680	4,708.625	124.060
4-8	4,220	3,964	4,092.00	124.060	374,217,700	4,682.747	123.334
8-12	3,964	3,708	3,836.00	123.334	366,017,530	4,640.541	122.345
12-16	3,708	3,453	3,580.50	122.345	354,846,775	4,583.262	121.112
16-20	3,453	3,197	3,325.00	121.112	340,920,040	4,512.202	119.652
20-24	3,197	3,000	3,098.50	119.652	324,429,340	4,428.567	118.016
0-4	3,000	2,803	2,901.50	118.016	305,950,720	4,335.505	116.251
4-8	2,803	2,607	2,705.00	116.251	286,015,045	4,235.888	114.366
8-12	2,607	2,410	2,508.50	114.366	264,723,970	4,130.401	112.369
12-16	2,410	2,213	2,311.50	112.369	242,167,855	4,019.670	110.265
16-20	2,213	2,016	2,114.50	110.265	218,403,175	3,904.157	108.060
20-24	2,016	1,820	1,918.00	108.060	193,497,700	3,784.375	105.759
0-4	1,820	1,623	1,721.50	105.759	167,507,905	3,660.786	103.368
4-8	1,623	1,504	1,563.50	103.368	140,501,560	3,533.899	99.797
8-12	1,504	1,463	1,483.50	99.797	90,882,220	3,347.344	95.026
12-16	1,463	1,421	1,442.00	95.026	65,796,760	3,103.708	89.710
16-20	1,421	1,380	1,400.50	89.710	43,765,700	2,839.963	82.838
20-24	1,380	1,338	1,359.00	82.838	25,401,650	2,511.426	79.256
0-4	1,338	1,277	1,307.50	79.256	15,829,800	1,536.082	78.467
4-8	1,277	1,216	1,246.50	78.467	13,719,225	1,371.874	78.022
8-12	1,216	1,155	1,185.50	78.022	12,528,850	1,286.480	77.546
12-16	1,155	1,094	1,124.50	77.546	11,693,660	1,200.525	77.173
16-20	1,094	1,033	1,063.50	77.173	11,055,830	1,136.864	76.806
20-24	1,033	972	1,002.50	76.806	10,428,260	1,077.245	76.425

Tabla D.6. Tránsito de la avenida de diseño con 3 Túneles de sección 13 x 13.

**D.7 Opción: 3 Túneles, sección: 15 x 15**

Hora	li	li+1	(li+li+1)/2	Ei	Vol. Almac	Oi	Ei+1
0-4	1,082	1,114	1,098.00	64.000	0	0.000	75.394
4-8	1,114	1,148	1,131.00	75.394	8,592,470	1,002.671	76.236
8-12	1,148	1,180	1,164.00	76.236	9,453,560	1,139.539	76.355
12-16	1,180	1,213	1,196.50	76.355	9,657,050	1,160.201	76.530
16-20	1,213	1,246	1,229.50	76.530	9,956,300	1,191.209	76.713
20-24	1,246	1,279	1,262.50	76.713	10,269,230	1,224.443	76.893
0-4	1,279	1,377	1,328.00	76.893	10,577,030	1,257.956	77.219
4-8	1,377	1,475	1,426.00	77.219	11,134,490	1,320.791	77.696
8-12	1,475	1,574	1,524.50	77.696	11,950,160	1,417.906	78.128
12-16	1,574	1,851	1,712.50	78.128	12,812,400	1,511.441	78.793
16-20	1,851	2,129	1,990.00	78.793	14,591,275	1,666.480	79.816
20-24	2,129	2,405	2,267.00	79.816	17,327,800	1,933.507	80.813
0-4	2,405	2,682	2,543.50	80.813	19,990,710	2,230.796	81.697
4-8	2,682	2,960	2,821.00	81.697	22,350,990	2,528.694	82.480
8-12	2,960	3,067	3,013.50	82.480	24,444,000	2,822.432	82.971
12-16	3,067	3,004	3,035.50	82.971	25,757,425	3,022.188	83.005
16-20	3,004	2,940	2,972.00	83.005	25,848,375	3,036.487	82.841
20-24	2,940	2,877	2,908.50	82.841	25,409,675	2,968.080	82.688
0-4	2,877	2,814	2,845.50	82.688	25,000,400	2,905.533	82.533
4-8	2,814	2,750	2,782.00	82.533	24,585,775	2,843.399	82.372
8-12	2,750	2,687	2,718.50	82.372	24,155,100	2,780.145	82.209
12-16	2,687	2,736	2,711.50	82.209	23,719,075	2,717.418	82.193
16-20	2,736	2,897	2,816.50	82.193	23,676,275	2,711.331	82.470
20-24	2,897	3,058	2,977.50	82.470	24,417,250	2,818.492	82.880
0-4	3,058	3,219	3,138.50	82.880	25,514,000	2,984.219	83.267
4-8	3,219	3,380	3,299.50	83.267	26,549,225	3,148.765	83.735
8-12	3,380	3,541	3,460.50	83.735	27,801,125	3,276.282	84.556
12-16	3,541	3,702	3,621.50	84.556	29,994,520	3,339.974	85.809
16-20	3,702	3,863	3,782.50	85.809	33,340,030	3,438.346	87.335
20-24	3,863	4,024	3,943.50	87.335	37,421,125	3,560.052	89.031
0-4	4,024	4,185	4,104.50	89.031	41,952,770	3,697.766	90.823
4-8	4,185	4,346	4,265.50	90.823	46,741,525	3,846.076	92.371
8-12	4,346	4,507	4,426.50	92.371	51,839,605	3,976.507	93.475
12-16	4,507	4,667	4,587.00	93.475	57,641,125	4,070.838	94.740
16-20	4,667	4,829	4,748.00	94.740	64,292,400	4,180.266	96.128
20-24	4,829	4,990	4,909.50	96.128	71,592,640	4,301.981	97.612
0-4	4,990	5,150	5,070.00	97.612	79,391,060	4,434.021	99.162
4-8	5,150	5,312	5,231.00	99.162	87,542,120	4,574.034	100.761
8-12	5,312	6,049	5,680.50	100.761	95,949,055	4,720.723	102.541
12-16	6,049	6,787	6,418.00	102.541	108,570,595	4,886.702	104.382
16-20	6,787	6,148	6,467.50	104.382	129,364,690	5,061.345	106.071
20-24	6,148	5,508	5,828.00	106.071	148,441,945	5,224.228	106.796

continúa

Hora	$l_i$	$l_{i+1}$	$(l_i + l_{i+1}) / 2$	$E_i$	Vol. Almac	$O_i$	$E_{i+1}$
0-4	5,508	5,390	5,449.00	106.796	179,220,820	5,294.926	106.981
4-8	5,390	5,272	5,331.00	106.981	181,310,395	5,313.041	107.003
8-12	5,272	5,154	5,213.00	107.003	181,558,885	5,315.197	106.880
12-16	5,154	5,036	5,095.00	106.880	180,169,600	5,303.147	106.630
16-20	5,036	4,918	4,977.00	106.630	177,345,850	5,278.697	106.268
20-24	4,918	4,800	4,859.00	106.268	173,257,060	5,243.392	105.807
0-4	4,800	4,682	4,741.00	105.807	168,050,065	5,198.600	105.257
4-8	4,682	4,653	4,667.50	105.257	161,837,815	5,145.410	104.683
8-12	4,653	4,712	4,682.50	104.683	155,354,485	5,090.186	104.193
12-16	4,712	4,771	4,741.50	104.193	149,819,935	5,043.276	103.830
16-20	4,771	4,721	4,746.00	103.830	145,719,850	5,008.663	103.514
20-24	4,721	4,475	4,598.00	103.514	142,150,630	4,978.627	103.056
0-4	4,475	4,220	4,347.50	103.056	136,977,520	4,935.252	102.349
4-8	4,220	3,964	4,092.00	102.349	128,991,955	4,868.662	100.817
8-12	3,964	3,708	3,836.00	100.817	96,243,335	4,725.901	98.651
12-16	3,708	3,453	3,580.50	98.651	84,854,260	4,527.637	96.340
16-20	3,453	3,197	3,325.00	96.340	72,706,700	4,320.723	93.905
20-24	3,197	3,000	3,098.50	93.905	59,900,775	4,107.874	90.978
0-4	3,000	2,803	2,901.50	90.978	47,156,150	3,859.039	86.750
4-8	2,803	2,607	2,705.00	86.750	35,856,250	3,513.148	83.317
8-12	2,607	2,410	2,508.50	83.317	26,682,975	3,170.617	81.586
12-16	2,410	2,213	2,311.50	81.586	22,054,620	2,489.393	81.086
16-20	2,213	2,016	2,114.50	81.086	20,719,620	2,319.180	80.491
20-24	2,016	1,820	1,918.00	80.491	19,130,970	2,130.508	79.850
0-4	1,820	1,623	1,721.50	79.850	17,418,750	1,943.018	79.157
4-8	1,623	1,504	1,563.50	79.157	15,564,975	1,757.365	78.528
8-12	1,504	1,463	1,483.50	78.528	13,882,400	1,603.036	78.130
12-16	1,463	1,421	1,442.00	78.130	12,817,750	1,511.887	77.862
16-20	1,421	1,380	1,400.50	77.862	12,234,020	1,453.204	77.627
20-24	1,380	1,338	1,359.00	77.627	11,832,170	1,403.466	77.426
0-4	1,338	1,277	1,307.50	77.426	11,488,460	1,362.164	77.176
4-8	1,277	1,216	1,246.50	77.176	11,060,960	1,312.342	76.869
8-12	1,216	1,155	1,185.50	76.869	10,535,990	1,253.439	76.546
12-16	1,155	1,094	1,124.50	76.546	9,983,660	1,194.082	76.209
16-20	1,094	1,033	1,063.50	76.209	9,407,390	1,134.898	75.785
20-24	1,033	972	1,002.50	75.785	8,887,675	1,064.243	75.313

Tabla D.7. Tránsito de la avenida de diseño con 3 Túneles de sección 15 x 15.

**D.8 Opción: 3 Túneles, sección: 17 x 17**

Hora	$i$	$i+1$	$(i+i+1)/2$	$E_i$	Vol. Almac	$O_i$	$E_{i+1}$
0-4	1,082	1,114	1,098.00	64.000	0	0.000	74.931
4-8	1,114	1,148	1,131.00	74.931	8,242,905	1,051.258	75.469
8-12	1,148	1,180	1,164.00	75.469	8,649,095	1,154.404	75.532
12-16	1,180	1,213	1,196.50	75.532	8,696,660	1,167.075	75.722
16-20	1,213	1,246	1,229.50	75.722	8,840,110	1,206.072	75.870
20-24	1,246	1,279	1,262.50	75.870	8,951,850	1,237.278	76.019
0-4	1,279	1,377	1,328.00	76.019	9,082,490	1,269.447	76.273
4-8	1,377	1,475	1,426.00	76.273	9,516,830	1,326.072	76.696
8-12	1,475	1,574	1,524.50	76.696	10,240,160	1,425.575	77.101
12-16	1,574	1,851	1,712.50	77.101	10,932,710	1,527.263	77.825
16-20	1,851	2,129	1,990.00	77.825	12,170,750	1,725.909	78.635
20-24	2,129	2,405	2,267.00	78.635	14,168,625	1,976.274	79.441
0-4	2,405	2,682	2,543.50	79.441	16,324,675	2,258.331	80.186
4-8	2,682	2,960	2,821.00	80.186	18,316,620	2,551.659	80.852
8-12	2,960	3,067	3,013.50	80.852	20,094,840	2,843.271	81.255
12-16	3,067	3,004	3,035.50	81.255	21,170,850	3,034.365	81.258
16-20	3,004	2,940	2,972.00	81.258	21,178,860	3,035.831	81.109
20-24	2,940	2,877	2,908.50	81.109	20,781,030	2,963.806	80.978
0-4	2,877	2,814	2,845.50	80.978	20,431,260	2,901.788	80.843
4-8	2,814	2,750	2,782.00	80.843	20,070,810	2,839.133	80.705
8-12	2,750	2,687	2,718.50	80.705	19,702,350	2,776.379	80.563
12-16	2,687	2,736	2,711.50	80.563	19,323,210	2,713.145	80.559
16-20	2,736	2,897	2,816.50	80.559	19,312,530	2,711.383	80.815
20-24	2,897	3,058	2,977.50	80.815	19,996,050	2,826.295	81.175
0-4	3,058	3,219	3,138.50	81.175	20,957,250	2,995.513	81.505
4-8	3,219	3,380	3,299.50	81.505	21,838,350	3,158.800	81.821
8-12	3,380	3,541	3,460.50	81.821	22,682,070	3,322.828	82.352
12-16	3,541	3,702	3,621.50	82.352	24,101,600	3,400.937	83.246
16-20	3,702	3,863	3,782.50	83.246	26,493,050	3,509.928	84.345
20-24	3,863	4,024	3,943.50	84.345	29,431,150	3,647.027	85.534
0-4	4,024	4,185	4,104.50	85.534	32,605,780	3,799.269	86.748
4-8	4,185	4,346	4,265.50	86.748	35,850,900	3,958.965	87.958
8-12	4,346	4,507	4,426.50	87.958	39,087,650	4,122.465	89.151
12-16	4,507	4,667	4,587.00	89.151	42,273,170	4,287.956	90.316
16-20	4,667	4,829	4,748.00	90.316	45,385,300	4,453.723	91.454
20-24	4,829	4,990	4,909.50	91.454	48,429,450	4,619.663	92.336
0-4	4,990	5,150	5,070.00	92.336	51,655,680	4,751.034	93.060
4-8	5,150	5,312	5,231.00	93.060	55,460,300	4,860.690	93.898
8-12	5,312	6,049	5,680.50	93.898	59,863,990	4,989.674	95.453
12-16	6,049	6,787	6,418.00	95.453	68,042,780	5,234.943	98.098
16-20	6,787	6,148	6,467.50	98.098	81,945,480	5,670.114	99.865
20-24	6,148	5,508	5,828.00	99.865	91,239,900	5,973.690	99.543

continúa

Hora	Ii	Ii+1	(Ii+Ii+1)/2	Ei	Vol. Almac	Oi	Ei+1
0-4	5,508	5,390	5,449.00	99.543	89,546,180	5,917.592	106.981
4-8	5,390	5,272	5,331.00	98.505	84,086,300	5,739.117	107.003
8-12	5,272	5,154	5,213.00	97.597	79,312,235	5,585.928	106.880
12-16	5,154	5,036	5,095.00	96.764	74,934,820	5,447.780	106.630
16-20	5,036	4,918	4,977.00	95.974	70,783,240	5,318.858	106.268
20-24	4,918	4,800	4,859.00	95.207	66,748,820	5,195.625	105.807
0-4	4,800	4,682	4,741.00	94.449	62,761,740	5,075.698	105.257
4-8	4,682	4,653	4,667.50	93.694	58,791,970	4,958.070	104.683
8-12	4,653	4,712	4,682.50	93.036	55,334,180	4,857.028	104.193
12-16	4,712	4,771	4,741.50	92.640	53,253,200	4,796.877	103.830
16-20	4,771	4,721	4,746.00	92.514	52,591,070	4,777.841	103.514
20-24	4,721	4,475	4,598.00	92.442	52,212,710	4,766.986	103.056
0-4	4,475	4,220	4,347.50	92.058	50,194,790	4,709.366	102.349
4-8	4,220	3,964	4,092.00	90.703	46,420,525	4,509.707	100.817
8-12	3,964	3,708	3,836.00	89.077	42,075,590	4,277.566	98.651
12-16	3,708	3,453	3,580.50	87.341	37,437,175	4,038.550	96.340
16-20	3,453	3,197	3,325.00	85.522	32,573,740	3,797.712	93.905
20-24	3,197	3,000	3,098.50	83.623	27,501,525	3,556.569	90.978
0-4	3,000	2,803	2,901.50	81.807	22,644,690	3,315.398	86.750
4-8	2,803	2,607	2,705.00	80.850	20,089,500	2,842.351	83.317
8-12	2,607	2,410	2,508.50	80.515	19,195,050	2,692.072	81.586
12-16	2,410	2,213	2,311.50	80.052	17,958,840	2,496.433	81.086
16-20	2,213	2,016	2,114.50	79.568	16,664,400	2,306.023	80.491
20-24	2,016	1,820	1,918.00	79.048	15,273,400	2,116.460	79.850
0-4	1,820	1,623	1,721.50	78.487	13,772,725	1,928.162	79.157
4-8	1,623	1,504	1,563.50	77.847	12,208,370	1,732.302	78.528
8-12	1,504	1,463	1,483.50	77.190	11,084,900	1,550.489	78.130
12-16	1,463	1,421	1,442.00	76.919	10,621,490	1,480.765	77.862
16-20	1,421	1,380	1,400.50	76.687	10,224,770	1,423.388	77.627
20-24	1,380	1,338	1,359.00	76.591	10,060,610	1,400.252	77.426
0-4	1,338	1,277	1,307.50	76.417	9,763,070	1,359.201	77.176
4-8	1,277	1,216	1,246.50	76.195	9,383,450	1,308.440	76.869
8-12	1,216	1,155	1,185.50	75.893	8,969,215	1,242.194	76.546
12-16	1,155	1,094	1,124.50	75.531	8,695,905	1,166.873	76.209
16-20	1,094	1,033	1,063.50	75.251	8,484,505	1,111.532	75.785
20-24	1,033	972	1,002.50	74.923	8,236,865	1,049.790	74.589

Tabla D.8. Tránsito de la avenida de diseño con 3 Túneles de sección 17 x 17.

TEORÍA DE LA CONFIABILIDAD APLICADA AL  
DISEÑO DE OBRAS DE DESVÍO EN PRESAS

BIBLIOGRAFÍA

## **Bibliografía**

1. Ang, A.H.S. y Tang, Probability concepts in engineering planning and design, vol 2, Wiley, N.Y., 1984
2. Lewandowski E. R., Diseño de presas pequeñas, United States Department of the Interior, Compañía Editorial Continental, México, 1978
3. Marsal Raúl J. y Reséndiz Nuñez Daniel, Presas de tierra y enrocamiento, LIMUSA, 1979
4. Torres Herrera Francisco, Obras hidráulicas, LIMUSA, 1987
5. Marengo M. Humberto, La Ingeniería de presas y la hidrogenación en las próximas décadas, Ingeniería Civil No. 312 y 313, Colegio de Ingenieros Civiles de México A.C., 1995.
6. Marengo M. Humberto, Análisis de riesgo de falla en presas de tierra y enrocamiento ante avenidas, Tesis Doctoral, 1994.
7. C.F.E., Central Hidroeléctrica Aguamilpa-Solidaridad, C.F.E., 1994.