



01174 2ej.  
UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA  
DE MÉXICO

FACULTAD DE INGENIERÍA  
DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO

MODELO DE FLUJO TRANSITORIO PARA  
POZO ACOPLADO A UN SIMULADOR  
DE YACIMIENTOS

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:

MAESTRO EN INGENIERÍA PETROLERA

P R E S E N T A:

GERARDO LOBATO BARRADAS

ASESOR: DR. RODOLFO G. CAMACHO V.



CIUDAD UNIVERSITARIA, MEXICO, D. F. 1999

0273579  
TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN



Universidad Nacional  
Autónoma de México



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

## RESUMEN

Se presenta un modelo de deriva de flujo multifásico vertical en régimen transitorio acoplado a un simulador de yacimientos de aceite negro<sup>10</sup>. El modelo de pozo se basa en el trabajo presentado por Xiao y cols.<sup>46</sup>, modificándolo para incluir efectos de fricción, mapa completo de patrones de flujo y temperatura variable. Se desarrolla además un modelo térmico para calcular la temperatura a lo largo del pozo en régimen transitorio. Se valida el acoplamiento con el simulador numérico y se analiza la influencia de las modificaciones hechas al modelo de Xiao y cols.<sup>46</sup>.

## AGRADECIMIENTOS

Quiero agradecer al M.I. José Antonio González Guevara y al Ing Agustín Galindo Nava por su valioso trabajo en la construcción del modelo de deriva. También agradezco al Dr. Faustino Fuentes Nucamendi su guía en la elaboración de este trabajo, así como la información proporcionada. Agradezco al Dr. Yuri V. Fairuzov la ayuda prestada para desarrollar el modelo térmico de pozo y su validación. A los miembros del jurado, doctores Fernando Samaniego Verduzco, Luis Macías Chapa y Francisco García Hernández agradezco el interés prestado al presente trabajo, así como sus observaciones para mejorarlo. Al Dr. Rodolfo G. Camacho Velázquez agradezco la guía y sus consejos en la dirección de esta tesis. A las autoridades de Pemex Exploración y Producción, quienes hacen posible que existan este tipo de becas, les agradezco la oportunidad que me brindaron para obtenerla. Agradezco a mi madre el haber podido estar de nuevo en su casa durante este tiempo. A mi padre y hermanos, agradezco el apoyo que siempre me han brindado. También agradezco a mi esposa y a mi hija el valioso tiempo que no pude dedicarles por realizar este estudio.

Este trabajo está dedicado a la memoria de mis hijas Diana (†), Kimberly (†) y Citlalli (†), a quienes Dios llamó antes que a nosotros.

## CONTENIDO

	pág
TÍTULO .....	i
RESUMEN .....	ii
AGRADECIMIENTOS .....	iii
CONTENIDO .....	iv
LISTA DE TABLAS.....	vi
LISTA DE FIGURAS .....	vii
INTRODUCCIÓN .....	1
REVISIÓN DE LITERATURA .....	3
Modelos Analíticos.....	3
Modelos Yacimiento-Pozo .....	4
Mapas de Patrones de Flujo .....	5
Cálculo de la Caída de Presión por Fricción .....	6
Cálculo de la Temperatura en Pozos Fluyentes .....	6
Cálculo de las Propiedades de los Hidrocarburos .....	7
MODELO DE DERIVA PARA FLUJO TRANSITORIO VERTICAL .....	8
Ecuaciones Básicas del Modelo de Deriva.....	8
Algoritmo de Solución .....	10
Resultados y Validación del Modelo Base de Deriva .....	14
Ampliación del Mapa de Patrones de Flujo .....	18
Caída de Presión por Fricción .....	20
Cálculo de la Temperatura.....	21
Cálculo de las Propiedades de los Fluidos.....	22
ACOPLAMIENTO CON EL SIMULADOR DE YACIMIENTOS .....	23
Descripción del Simulador de Yacimientos .....	23

Técnica de Acoplamiento .....	24
Validación del Acoplamiento.....	26
<b>RESULTADOS .....</b>	<b>29</b>
Influencia de la Ampliación del Mapa de Patrones de Flujo .....	29
Influencia de la Caída de Presión por Fricción .....	32
Influencia de la Variación de la Temperatura Dentro del Pozo .....	37
<b>CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES .....</b>	<b>45</b>
<b>NOMENCLATURA .....</b>	<b>46</b>
<b>REFERENCIAS .....</b>	<b>50</b>
<b>APÉNDICE : MODELO PARA EL CÁLCULO DE LA TEMPERATURA EN RÉGIMEN TRANSITORIO EN UN POZO.....</b>	<b>54</b>
Distribución de la Temperatura en Dirección Radial .....	54
Condiciones Inicial y de Frontera.....	55
Validación de la Solución Numérica de la Ecuación de Conducción de Calor .....	56
Distribución de la Temperatura a lo Largo del Pozo Respecto al Tiempo..	59
Sensibilidad del Modelo a la Variación en la Distancia de la Frontera Externa y al Número de Nodos .....	60
Comparación del Modelo con Datos de Campo.....	63

## LISTA DE TABLAS

		página
Tabla 1	VARIABLES DE ENTRADA DEL CASO B, XIAO Y COLS. <sup>46</sup>	15
Tabla 2	ANÁLISIS SEMILOGARÍTMICO DE HORNER	16
Tabla 3	DATOS PARA VALIDAR EL ACOPLAMIENTO DEL SIMULADOR CON EL MODELO DE POZO	26
Tabla 4	PATRONES DE FLUJO DENTRO DEL POZO (FIGURA 9).	32
Tabla A1	DATOS GENERALES DEL POZO EN ESTUDIO	64
Tabla A2	REGISTRO DEL GRADIENTE DE TEMPERATURA POZO FLUYENDO	64
Tabla A3	REGISTRO DEL GRADIENTE DE TEMPERATURA POZO CERRADO	65

## LISTA DE FIGURAS

	página
Figura 1	Distribución de la Fracción de Vacío, Modelo de Xiao y cols. <sup>46</sup> . 16
Figura 2	Distribución de la Fracción de Vacío, Modelo Actual. 17
Figura 3	Respuesta de la Presión de Fondo y su Derivada, Modelo Actual 17
Figura 4	Respuesta de la Presión de Fondo y su Derivada, Caso B, Xiao y cols. <sup>46</sup> . 18
Figura 5	Mapa de Patrones de Flujo Para Flujo Vertical 19
Figura 6	Diagrama de Flujo Para Acoplar el Modelo de Pozo al Simulador de Yacimientos 25
Figura 7	Comparación del Modelo Actual Con y Sin Mapa Ampliado de Patrones de Flujo. 30
Figura 8	Ampliación de la Zona en Donde Terminan los Efectos de Almacenamiento de la Figura 7. 30
Figura 9	Distribución de la Velocidad Relativa Caso B, Xiao y cols. <sup>46</sup> , Con Mapa y Sin Mapa Ampliado de Patrones de Flujo. 31
Figura 10	Comparación del Incremento de Presión en el Fondo de un Pozo Bajo la Influencia de la Caída de Presión por Fricción. 33
Figura 11	Comparación de la Derivada de la Respuesta de Fondo de un Pozo Bajo la Influencia de la Caída de Presión por Fricción 34
Figura 12	Caída de Presión Dentro del Pozo Bajo la Influencia de la Caída de Presión por Fricción. 35
Figura 13	Comparación de la Distribución de la Fracción de Vacío Para los Casos Mostrados en la Figura 10 36
Figura 14	Gradientes de Temperatura Calculados con el Método de Alves y cols. <sup>3</sup> , Para el Caso B Reportado por Xiao y cols. <sup>46</sup> . 38

Figura 15	Gradientes de Temperatura Calculados con el Método Propuesto, Para el Caso Descrito en el Apéndice.	39
Figura 16	Comparación de la Derivada de la Respuesta de Presión de Fondo Considerando Temperatura Constante a lo Largo del Pozo, Contra Temperatura Variable en Espacio y Fija en Tiempo de Cierre, $Q_o=3000$ bpd a C.Y., $t_p = 250$ horas.	40
Figura 17	Distribución de la Fracción de Vacío a los 2400 s de simulación, Considerando Temperatura Constante Igual a la del Yacimiento Contra Temperatura Constante Igual a la de Superficie, $Q_o=3000$ bpd a C.Y., $t_p = 250$ horas	41
Figura 18	Comparación de la Derivada de la Respuesta de Presión de Fondo Considerando Temperatura Variable en Espacio y Fija en Tiempo, Contra Temperatura Variable en Espacio y Tiempo, $Q_o=3000$ bpd a C.Y., $t_p = 250$ horas.	42
Figura 19	Comparación de la Velocidad en la Cara de la Formación Considerando Temperatura Variable en Espacio y Fija en Tiempo de Cierre, Contra Temperatura Variable en Espacio y Tiempo de Cierre, $Q_o=3000$ bpd a C.Y., $t_p = 250$ horas	44
Figura A1	Configuración del Sistema Analizado	55
Figura A2	Comparación de la Solución Analítica Contra la Solución Numérica de la Ecuación de Conducción de Calor Para un Cilindro Sólido.	58
Figura A3	Comparación de la Solución Analítica Contra la Solución Numérica de la Ecuación de Conducción de Calor Para un Cilindro Hueco, Caso 1.	58
Figura A4	Comparación de la Solución Analítica Contra la Solución Numérica de la Ecuación de Conducción de Calor Para un Cilindro Hueco, Caso 2.	59
Figura A5	Temperatura en la Celda Superior de un Pozo Después de 11 días de Cierre, en Función del Número de Nodos y la Distancia de la Frontera Externa.	61
Figura A6	Distribución de la Temperatura en un Cilindro Hueco de Roca Caliza con Fronteras a Temperatura Constante y Diferentes Tiempos.	62
Figura A7	Resultados del Modelo Propuesto	65

## INTRODUCCIÓN

En la actualidad, las pruebas de incremento de presión son interpretadas utilizando modelos que tratan de describir las condiciones de flujo en una sola fase en el yacimiento. Estos modelos se pueden ajustar a diferentes configuraciones de yacimientos (homogéneo, doble porosidad, etc.). Sin embargo, la presencia del pozo en este tipo de análisis siempre se ha simplificado mediante el uso del coeficiente de almacenamiento, introducido por van Everdingen y Hurst<sup>41</sup>. Este concepto no ha cambiado en esencia. La única modificación importante que ha sufrido es considerarlo como variable decreciente<sup>25</sup> o variable creciente<sup>13</sup>. Recientemente Fair<sup>14</sup> trató de ampliar el concepto de este coeficiente, para tomar en cuenta los efectos del pozo durante una prueba de incremento de presión. Sin embargo, su planteamiento sigue siendo muy simplificado. En una prueba de incremento de presión ocurren diversos fenómenos dentro del pozo que afectan la respuesta en la presión de fondo. Después de cerrar el pozo en la superficie, la formación continúa aportando fluidos hacia el interior de la tubería. En la parte superior, los fluidos comienzan a segregarse por gravedad y se forma una región ocupada únicamente por gas. Las burbujas subiendo por la tubería comienzan a expandirse, debido a que la columna hidrostática sobre ellas es menor. Esta expansión provoca que las burbujas ejerzan una presión adicional al sistema, lo que en un momento dado puede hacer que la presión en la parte superior de la tubería sea mayor que la presión ejercida por la formación, y se presente un contraflujo o inyección de fluidos hacia dentro del yacimiento. Después de esta inyección, el yacimiento puede seguir aportando fluidos nuevamente hacia el pozo. También ocurre que al irse incrementando la presión, el gas dentro del pozo entra en solución en el aceite. Resulta

obvio que todos estos fenómenos no pueden ser tomados en cuenta con un solo coeficiente de almacenamiento constante.

Con la introducción de modelos hidrodinámicos en la industria petrolera, para representar el flujo multifásico en tuberías verticales, se ha podido simular el comportamiento en régimen transitorio en pozos. Esto ha hecho que actualmente, algunos autores hayan realizado trabajos en la dirección de simular el comportamiento del flujo en el yacimiento y el flujo en el pozo en forma simultánea. En este sentido, el presente trabajo va encaminado a investigar las posibilidades que tiene la aplicación de un modelo de deriva transitorio para tuberías verticales y su acoplamiento con un simulador de yacimientos, el cual nos permita analizar flujo en dos fases tanto en el pozo como en el yacimiento.

## REVISIÓN DE LITERATURA

### Modelos Analíticos

En 1949 van Everdingen y Hurst<sup>41</sup> plantean la solución de la ecuación de difusividad en el yacimiento, afectándola por una constante  $C$ , la cual definen como coeficiente de almacenamiento. Este es el primer trabajo que trata de tomar en cuenta la influencia del pozo en la respuesta de presión del yacimiento.

Fair<sup>13</sup> define una función de “presión de redistribución de fases”. Esta función tiene forma exponencial y trata de reproducir los fenómenos de redistribución dentro del pozo. De acuerdo con sus resultados, Fair<sup>13</sup> concluye que el coeficiente de almacenamiento introducido por van Everdingen y Hurst<sup>41</sup>, es variable a lo largo de una prueba de incremento de presión.

Hegeman, y cols.<sup>25</sup> complementan el trabajo de Fair<sup>13</sup>, presentando una función dependiente de la función error, con la cual pueden representar una variación creciente o decreciente del coeficiente de almacenamiento, pero con una forma más pronunciada, menos suave que la función exponencial.

En 1992, Fair<sup>14</sup> presenta un nuevo trabajo sobre la influencia del pozo en la variación de la respuesta de presión en el fondo. Plantea las ecuaciones de balance de masa y de momento en el pozo, considerándolo como una sola celda. Después manipula las ecuaciones para llegar de nuevo al concepto clásico del coeficiente de almacenamiento.

## Modelos Yacimiento - Pozo

Winterfeld<sup>45</sup> presenta la simulación de un sistema yacimiento/pozo durante el periodo de cierre en una prueba de incremento de presión. Plantea las ecuaciones de conservación de masa y de momento para líquido y gas, para describir los fenómenos que se presentan dentro del pozo. En el yacimiento utiliza las ecuaciones de conservación de masa y de Darcy. El modelo supone un yacimiento cilíndrico, con un pozo centrado en el origen. Las condiciones de flujo del pozo antes del cierre se calculan mediante una aproximación pseudo-estacionaria, debido a que se supone que las condiciones del fluido cambian muy poco respecto al tiempo y son independientes de la historia de producción. En el instante del cierre se calculan las condiciones del pozo utilizando las ecuaciones de conservación de masa y momento para régimen estacionario. Posterior al cierre, las ecuaciones para régimen transitorio se resuelven en forma implícita por aproximaciones en diferencias finitas.

Hasan y Kabir<sup>24</sup> desarrollan un análisis sobre el cambio del coeficiente de almacenamiento durante una prueba de incremento de presión. Plantean una solución basada en la física de la configuración de un enjambre de burbujas para el pozo. El modelo de yacimiento se basa en el trabajo de Meunier y cols.<sup>30</sup>, el cual relaciona el gasto en la cara de la formación con las propiedades de ésta, el tiempo y la presión de cierre del pozo a través de una integral de convolución. Cuando el gasto calculado disminuye al 10% del gasto inicial, la solución de Meunier y cols.<sup>30</sup> se deja de utilizar por cuestiones de estabilidad numérica, por lo que se aplica el modelo exponencial de van Everdingen y Hurst<sup>41</sup>, lo cual resuelve el problema, pero provoca una discontinuidad en el cálculo de la presión. El pozo se divide en celdas y se realiza un balance de masa en cada una de ellas, basándose en la distribución espacial de los fluidos. Se utiliza la ley general de los gases reales. La presión a lo largo del pozo se calcula en términos de la fricción, gravedad y masa que entra al pozo en el tiempo de

cálculo. Consideran la temperatura como una variable y su cálculo se incluye como parte del proceso iterativo de solución.

Almehaideb y cols.<sup>2</sup> plantea un modelo transitorio de flujo separado dentro del pozo. Las ecuaciones de este modelo se resuelven en forma implícita junto con las ecuaciones de flujo en el yacimiento debido a que la malla de éste se extiende en forma vertical hacia el pozo.

Xiao, y cols.<sup>46</sup> presentan un modelo de deriva con el cual se analizan los fenómenos que ocurren dentro del pozo durante una prueba de incremento de presión. Este modelo se resuelve mediante un esquema semi-implícito. Se utilizan además las siguientes suposiciones : flujo en una sola fase en la cara de la formación, temperatura constante a lo largo del pozo, no existen efectos de fricción en la pared del tubo ni en la interfase líquido-gas. Para tiempos cortos se utiliza la solución en el espacio de Laplace de la ecuación de difusividad en una sola fase para describir el yacimiento, y la aproximación logarítmica, para tiempos largos. Estas ecuaciones se acoplan al modelo de pozo mediante el uso del teorema de Duhamel.

### Mapas de Patrones de Flujo

Existen numerosas publicaciones sobre mapas de patrones de flujo. Entre ellas se pueden mencionar los trabajos de Taitel y cols.<sup>40</sup>, Barnea<sup>7</sup>, Hasan y Kabir<sup>19</sup>, Ansari y cols.<sup>4</sup>, y Ozon y cols.<sup>32</sup>. Sin embargo, la implementación de un método de análisis transitorio numérico, requiere de una relación continua para la velocidad relativa en cada patrón de flujo<sup>16</sup>. Por ello los mapas de los trabajos mencionados no pueden ser aplicados, ya que la transición entre sus fronteras no es gradual.

Un mapa adecuado a las necesidades de la solución numérica, es el utilizado por los códigos de seguridad en reactores nucleares<sup>27</sup>, y que se describirá más adelante.

### Cálculo de la Caída de Presión por Fricción

El cálculo de la caída de presión por fricción, se tiene que realizar de acuerdo con el patrón de flujo existente. Hasan y Kabir<sup>20,21</sup> y Ansari y cols.<sup>4</sup> presentan métodos para realizar este cálculo. Sus trabajos tienen gran similitud para el cálculo cuando el patrón de flujo es burbuja. Sin embargo, para los demás patrones de flujo, Ansari y cols.<sup>4</sup> requiere de métodos iterativos de solución, mientras que Hasan y Kabir<sup>20,21</sup> emplea métodos explícitos. Esta diferencia se debe a que Ansari<sup>4</sup> hace un estudio más detallado de los mecanismos de flujo. Ozon y cols.<sup>32</sup> presenta también un estudio de cálculo de caídas de presión de acuerdo con el patrón de flujo, sin embargo, la notación en sus ecuaciones no permite su implementación, ya que estas dependen de funciones denominadas como  $F_i$  ( $i = 1, 2, \dots, 7$ ), las cuales no están definidas.

### Cálculo de la Temperatura en Pozos Fluyentes

Varios autores han trabajado sobre el cálculo de perfiles de temperatura en pozos fluyentes o inyectores. Ramey<sup>34</sup>, Sagar y cols.<sup>35</sup>, Alves y cols.<sup>3</sup> y Hasan y Kabir<sup>22,23</sup>, son algunos de ellos. Estos modelos suponen condiciones en régimen estacionario, por lo que no es conveniente su aplicación en este trabajo. Además, en todos estos modelos, los autores definen una variable  $A$ , introducida por Ramey<sup>34</sup>, y denominada “distancia de relajación”. Esta variable, en todos los casos, es función directa del gasto másico dentro del pozo. Pero para el caso de una prueba de incremento de presión,

el gasto másico tiende a ser cero rápidamente en algunas regiones del pozo. Esto conduce a que al calcular la temperatura, ésta sea igual a la temperatura del gradiente geotérmico, la cual no es posible de alcanzar sino hasta después de un largo periodo de cierre, según datos de campo. Debido a esto, se ha implementado un método para calcular la temperatura en régimen transitorio, el cual se describe en el Apéndice.

### Cálculo de las Propiedades de los Hidrocarburos

El uso de tablas con datos PVT se utiliza únicamente para condiciones de flujo isotérmico en el pozo. Para condiciones de flujo a temperatura fija o variable es posible calcular las propiedades de los hidrocarburos utilizando correlaciones. Se presenta la opción de calcular la relación gas disuelto/aceite con las correlaciones de Standing<sup>36</sup>, Lasater<sup>28</sup>, Vasquez-Beggs<sup>43</sup> y Glaso<sup>15</sup>. El factor de volumen de aceite abajo de la presión de burbuja se puede calcular con las correlaciones de Standing<sup>36</sup>, Vasquez-Beggs<sup>43</sup> y Glaso<sup>15</sup>. Arriba de la presión de burbuja se utiliza el coeficiente de compresibilidad isotérmica calculado por Vasquez-Beggs<sup>43</sup>. La tensión superficial se calcula con la correlación de Baker<sup>6</sup>. La viscosidad del aceite abajo de la presión de burbuja se calcula con la correlación de Beggs-Robinson<sup>8</sup>. Arriba de la presión de burbuja con la correlación de Vasquez-Beggs<sup>43</sup>. La correlación de Lee y cols.<sup>29</sup> se utiliza para calcular la viscosidad del gas. El factor Z se calcula con la correlación de Gopal<sup>17</sup>.

La ecuación de balance de momento es :

$$\frac{dp}{dz} = - \frac{\rho_m g}{144 g_c} \quad (3)$$

La relación para calcular la velocidad relativa en el patrón de flujo burbuja es la propuesta por Harmathy<sup>18</sup> :

$$v_r = 0.79 \left[ \frac{\sigma(\rho_l - \rho_g)}{\rho_l^2} \right]^{1/4} \quad (4)$$

Para el patrón de flujo bache se utiliza la relación de Nicklin y cols.<sup>31</sup> :

$$v_r = 0.61 \left[ \frac{D(\rho_l - \rho_g)}{\rho_l} \right]^{1/2} \quad (5)$$

El trabajo original de Xiao y cols.<sup>46</sup> considera que el patrón de flujo burbuja existe cuando  $E_g < 0.15$ .

El patrón de flujo bache se presenta cuando  $E_g > 0.25$ . Para valores intermedios, se considera como una zona de transición y el valor en esta región se obtiene por interpolación.

La condición inicial para resolver este sistema de ecuaciones es considerar que el pozo produce a un gasto constante en régimen estacionario durante un periodo de tiempo  $t_p$ , antes del cierre. El gasto está medido a las condiciones de la cara de la formación; se calcula la distribución de la velocidad de la mezcla, concentración de aceite y presión a lo largo del pozo, en régimen estacionario. Se supone que el cierre ocurre de manera instantánea. Las condiciones de frontera en la cabeza del pozo son, para  $\Delta t > 0$ :

$$v_m \Big|_{wh} = 0 \quad (6)$$

$$v_r \Big|_{wh} = 0 \quad (7)$$

La condición de frontera en el fondo del pozo, se obtiene utilizando el principio de Duhamel, el cual relaciona el gasto en la cara de la formación y la presión de fondo :

$$P_{wsD} = \int_0^{t_{pD} + \Delta t} q_D(\tau) P_{cD}(t_{pD} + \Delta t_D - \tau) d\tau + s q_D(t_{pD} + \Delta t_D) \quad (8)$$

y las variables adimensionales se definen como :

$$P_{wsD} = \frac{kh(p_i - p_{ws})}{141.2q\mu} \quad (9)$$

$$q_D(\tau) = \frac{q_{sf}(\tau)}{q} \quad (10)$$

$$t_D = \frac{2.637 \times 10^{-4} kt}{\phi \mu c_r r_w^2} \quad (11)$$

Debido a que se supone flujo radial de líquido en el yacimiento,  $P_{cD}$  se obtiene de la inversión numérica de la solución en el espacio de Laplace de la ecuación de difusividad para un yacimiento homogéneo:

$$\bar{P}_{cD} = \frac{K_0(\sqrt{u})}{u^{3/2} K_1(\sqrt{u})} \quad (12)$$

Para  $t_D > 25$ , se utiliza la expresión semilogarítmica :

$$P_{cD} = \frac{1}{2} \left\{ \ln(t_D) + 0.80907 \right\} \quad (13)$$

### Algoritmo de Solución

La solución numérica del sistema de ecuaciones 1,2 y 3, se resuelve utilizando el algoritmo propuesto por Xiao y cols.<sup>46</sup> Se basa en un método de diferencias finitas, en un esquema semi-

implícito. El pozo se divide en celdas. La concentración de aceite y todas las propiedades físicas se definen en el centro de la celda, mientras que la velocidad de la mezcla y la presión se calculan en las fronteras. La presión en el centro de la celda se calcula como un promedio aritmético. El sistema a resolver, después de manipular las ecuaciones 1 y 2 (Ver detalle en Xiao y cols.<sup>46</sup>) es :

$$- a (C_l)_{i-1}^{n+1} + b (C_l)_i^{n+1} - c (C_l)_{i+1}^{n+1} = d \quad (14)$$

donde :

$$a = \frac{(\rho_m)_{i-1}^{n+1}}{\Delta z} \max \left[ (v_m)_{i-\frac{1}{2}}^{n+1}, 0 \right] \quad (15)$$

$$b = \frac{(\rho_m)_i^n}{\Delta t} + \frac{(\rho_m)_{i-1}^{n+1}}{\Delta z} \max \left[ (v_m)_{i-\frac{1}{2}}^{n+1}, 0 \right] + \frac{(\rho_m)_{i+1}^{n+1}}{\Delta z} \max \left[ -(v_m)_{i+\frac{1}{2}}^{n+1}, 0 \right] \quad (16)$$

$$c = \frac{(\rho_m)_{i+1}^{n+1}}{\Delta z} \max \left[ -(v_m)_{i+\frac{1}{2}}^{n+1}, 0 \right] \quad (17)$$

$$d = \frac{(D_r)_{i+\frac{1}{2}}^{n+1} - (D_r)_{i-\frac{1}{2}}^{n+1}}{\Delta z} + \frac{(C_l \rho_m)_i^n}{\Delta t} \quad (18)$$

y la ecuación de momento es :

$$\frac{P_{i+\frac{1}{2}}^{n+1} - P_{i-\frac{1}{2}}^{n+1}}{\Delta z} = -(\rho_m)_i^{n+1} \frac{g}{144 g_c} \quad (19)$$

En estas ecuaciones se ha supuesto que  $\Delta z$  es constante. El algoritmo de solución se describe a continuación :

1. Lectura de datos: Análisis PVT, estado mecánico del pozo, condiciones de flujo antes del cierre, tiempo de producción, tiempo de cierre, propiedades del yacimiento. Se calculan las condiciones en régimen estacionario antes del cierre del pozo.

2. Se inicia el cierre y para un  $\Delta t$  se suponen concentraciones de líquido a lo largo del pozo  $(C_i^*)^{n+1}$  para  $i = 1, \dots, N$ . Si es la primera iteración, las concentraciones supuestas serán iguales a las del tiempo anterior. En caso contrario, a las de la iteración anterior.
3. Se calcula la distribución de RGA con la ecuación 20 y la distribución de la presión de burbuja a lo largo del pozo, interpolando de la tabla PVT.

$$R = \left( \frac{C_g}{C_l} \right) \left( \frac{5.615 \rho_{os}}{\rho_{gs}} \right) \quad (20)$$

4. Se calcula la velocidad en la cara de la formación  $(v_m)_{112}^{n+1}$ , que satisfaga las condiciones de frontera en fondo, ecuación 8, y las ecuaciones de conservación de masa, ecuaciones 1 y 2, con el siguiente procedimiento.

4.1 Suponer una velocidad en la cara de la formación.

4.2 Calcular la presión de fondo con la ecuación 8, condición de frontera en el fondo del pozo,

$$p_{112}^{n+1} = p_{ws}^{n+1}.$$

4.3 Suponer la presión en la cara superior de la celda,  $p_{1+112}^*$ .

4.4 Calcular  $p_l = 0.5(p_{112} + p_{1+112})$ .

4.5 Obtener  $R_s, B_o, B_g$  a la presión  $p_l$  y calcular  $\rho_l$  y  $\rho_g$  con las siguientes ecuaciones :

$$\rho_l = \frac{R_s \rho_{gs}}{5.615 B_o} + \frac{\rho_{os}}{B_o} \quad (21)$$

$$\rho_g = \frac{\rho_{gs}}{5.615 B_g} \quad (22)$$

4.6 Calcular  $E_l$  y  $\rho_m$ , con las siguientes ecuaciones :

$$E_i = \frac{B_o}{B_o + B_g(R - R_s)} \quad (23)$$

$$\rho_m = E_g \rho_g + E_l \rho_l \quad (24)$$

4.7 Calcular la presión en la cara superior de la celda con la siguiente ecuación :

$$p_{l+1/2} = p_{l/2} - \frac{(\rho_m)_l g}{144 g_c} \Delta z \quad (25)$$

4.8 Si  $|p_{l+1/2} - p_{l+1/2}^*| > \varepsilon$ , entonces  $p_{l+1/2}^* = p_{l+1/2}$  y se regresa al paso 4.4.

4.9 Repetir los pasos 4.3 al 4.8 para todos los volúmenes de control, con  $p_{l/2}$  substituído por  $p_{l-1/2}$ .

4.10 Calcular una nueva velocidad en la cara de la formación con la ecuación 26.

$$(v_m)_{l/2}^{n+1} = \left( \frac{\Delta z}{\Delta t} \right) \frac{\sum_{i=1}^N [(\rho_m)_i^{n+1} - (\rho_m)_i^n]}{(\rho_m)_{l/2}^{n+1}} \quad (26)$$

4.11 Para acelerar la convergencia en el cálculo de la velocidad en la cara de la formación, en los pasos 4.1 al 4.10, se aplica el método de la secante<sup>47</sup>. Sean  $x_0$  y  $x_1$  dos valores iniciales supuestos de la velocidad en la cara de la arena, y que  $\Delta x_0$  y  $\Delta x_1$  denoten las diferencias correspondientes entre los valores supuestos y los obtenidos de los pasos 4.2 a 4.10. Basándose en el método de la secante, se puede calcular una nueva velocidad :

$$x_2 = x_1 - \frac{\Delta x_1 (x_1 - x_0)}{\Delta x_1 - \Delta x_0} \quad (27)$$

4.12 Después de calcular  $x_2$ , se verifica la convergencia. Si ésta no es alcanzada, se utilizan las dos últimas velocidades en la cara de la arena y se repiten los pasos 4.2 a 4.11 hasta que converjan.

5. Actualizar la distribución de la velocidad de la mezcla utilizando la ecuación 28, desde el fondo hasta la superficie, utilizando el valor de  $(v_m)_{l/2}^{n+1}$  calculado en el paso 4,

$$\left[ \frac{(\rho_m)_{i+1/2}^{n+1}}{\Delta z} \right] (y_m)_{i+1/2}^{n+1} = \left[ \frac{(\rho_m)_{i-1/2}^{n+1}}{\Delta z} \right] (y_m)_{i-1/2}^{n+1} - \frac{(\rho_m)_i^{n+1} - (\rho_m)_i^n}{\Delta t} \quad (28)$$

6. Actualizar la concentración de masa del aceite con la ecuación 14, para cada volumen de control.
7. Verificar la convergencia en concentraciones. Si  $\left| (C_i)_i^{n+1} - (C_i^*)_i^{n+1} \right| < \varepsilon$  no se satisface para cualquier  $i$  ( $i = 1, 2, \dots, N$ ), reemplazar  $(C_i^*)_i^{n+1} = (C_i)_i^{n+1}$ , para  $i = 1, 2, \dots, N$  y regresar a 3.
8. Repetir los pasos 2 a 7 para todos los pasos de tiempo, hasta completar el tiempo total de cierre de la simulación.

### Resultados y Validación del Modelo Base de Deriva

Se presentan los resultados obtenidos para el caso B reportado por Xiao y cols.<sup>46</sup>. Se utiliza un paso de tiempo  $\Delta t = 10$  s, constante y el pozo se divide en 90 celdas. El tiempo total de simulación es de 72,000 s. Las variables utilizadas se muestran en la Tabla 1.

Se presentan las gráficas de la fracción de vacío contra la profundidad del pozo. La Figura 1 es la reportada por Xiao y cols.<sup>46</sup>. La Figura 2 es la obtenida con el modelo actual. El modelo actual reproduce el descenso y el ascenso del nivel de líquido dentro del pozo, aproximadamente igual que el modelo de Xiao. A tiempos cortos el nivel reportado por Xiao se encuentra a mayor profundidad, mientras que a tiempos largos, 72,000 segundos, el nivel se reporta a 300 pies, es decir, a una profundidad menor que la calculada por el modelo actual. La diferencia en los resultados puede ser debida a que existen tres niveles de iteración en los que el método debe converger (presión,

velocidad y concentración de líquido). Además no se conocen los valores de fracción de vacío para los cuales la velocidad relativa deja de existir. Otra fuente de diferencia es la ecuación 20, ya que no se sabe el límite en el cual deja de ser válida cuando la concentración de líquido (en el denominador) tiende a ser cero. En la Figura 3, se muestra la respuesta en la presión de fondo y su derivada para el modelo actual y en la Figura 4 los resultados correspondientes de Xiao y cols.<sup>46</sup>. Un análisis semilogarítmico de Horner hecho sobre los últimos seis datos de sus cálculos es reportado por Xiao y cols.<sup>46</sup>. El mismo análisis se hizo para los datos obtenidos por el modelo actual. En la Tabla 2 se reporta la comparación de los resultados. Se puede observar que el modelo actual reproduce con mayor precisión los valores originales de entrada. Esto puede ser debido a que en el modelo actual los efectos del pozo decaigan más rápidamente.

Tabla 1. Variables de Entrada del Caso B, Xiao y cols.<sup>46</sup>

Gasto	= 100	bpd
Tiempo de producción	= 120	horas
Profundidad	= 9000	pie
Permeabilidad	= 25	md
Espesor de la formación	= 10	pie
Daño	= 15	
Presión inicial	= 5215	psia
Porosidad	= 0.2	
Diámetro TP	= 0.15	pie
Diámetro agujero	= 0.364	pie
Densidad del aceite	= 48.26	lb <sub>m</sub> /pie <sup>3</sup>
Densidad del gas	= 5.348E-2	lb <sub>m</sub> /pie <sup>3</sup>
Viscosidad del aceite	= 2.0	cp
Compresibilidad del sistema	= 1.0E-5	1/psi
Relación Gas/Aceite	= 961	pie <sup>3</sup> /bl

Tabla 2. Análisis Semilogarítmico de Horner

	kh (md - pie)	Pi (psi)	s
Datos originales	250	5,215	15.0
Xiao y cols.	224	5,224	12.4
Modelo Actual	240	5,214	15.8

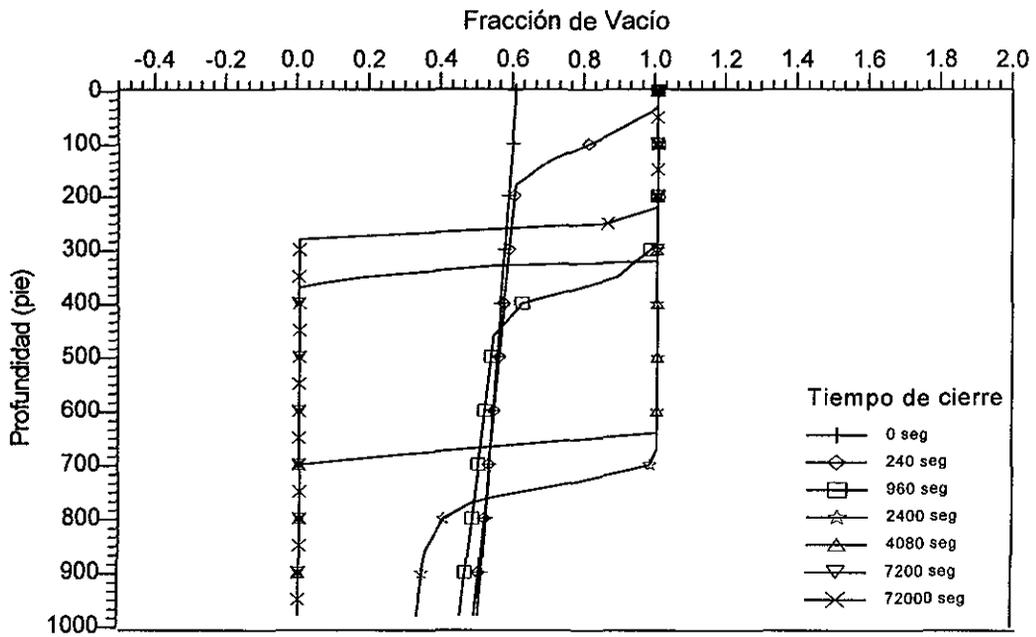


Figura 1. Distribución de la Fracción de Vacío, Caso B, Xiao y cols.<sup>46</sup>

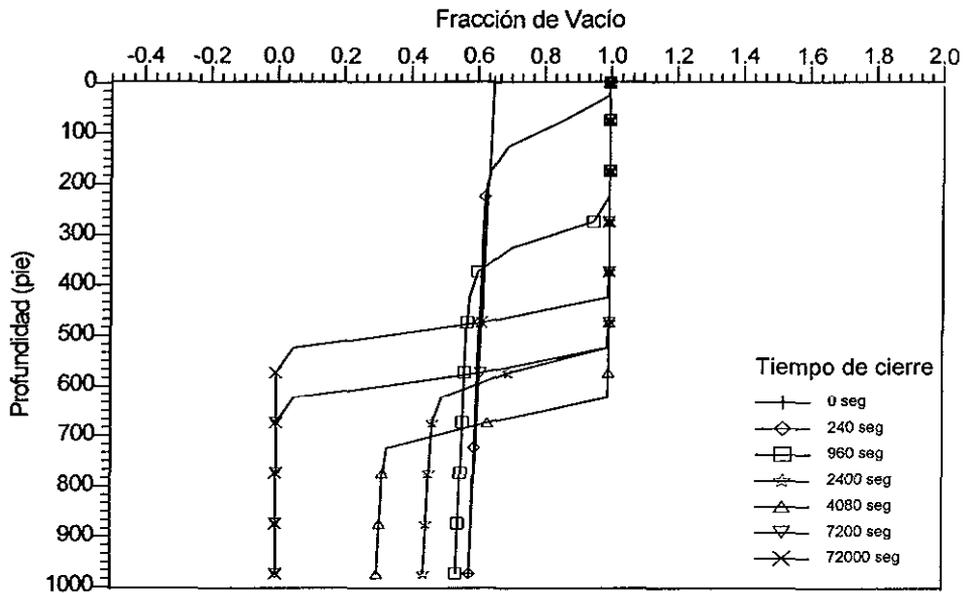


Figura 2. Distribución de la Fracción de Vacío, Modelo Actual.

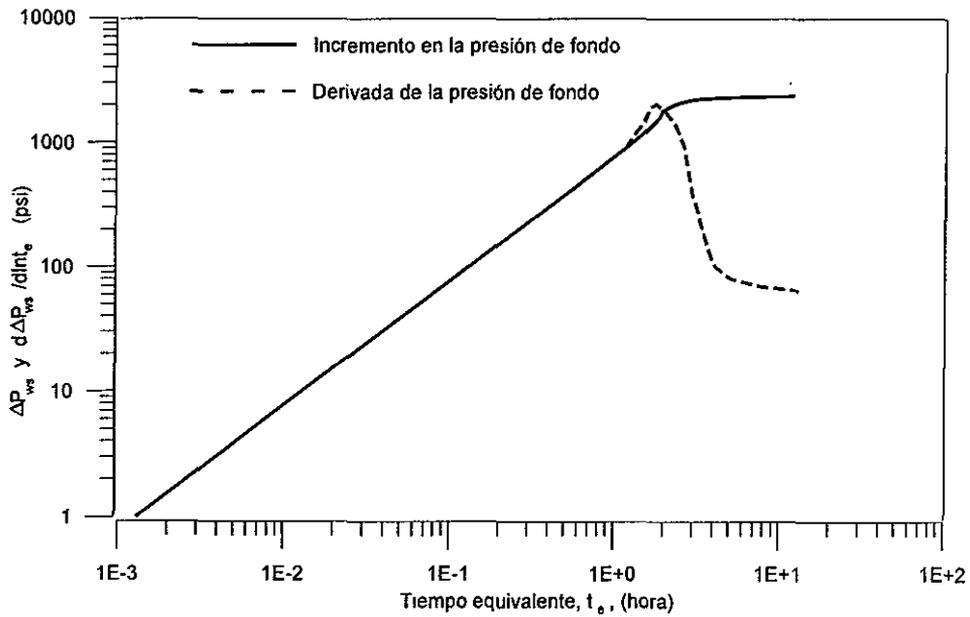


Figura 3. Respuesta en la Presión de Fondo y su Derivada, Modelo Actual.

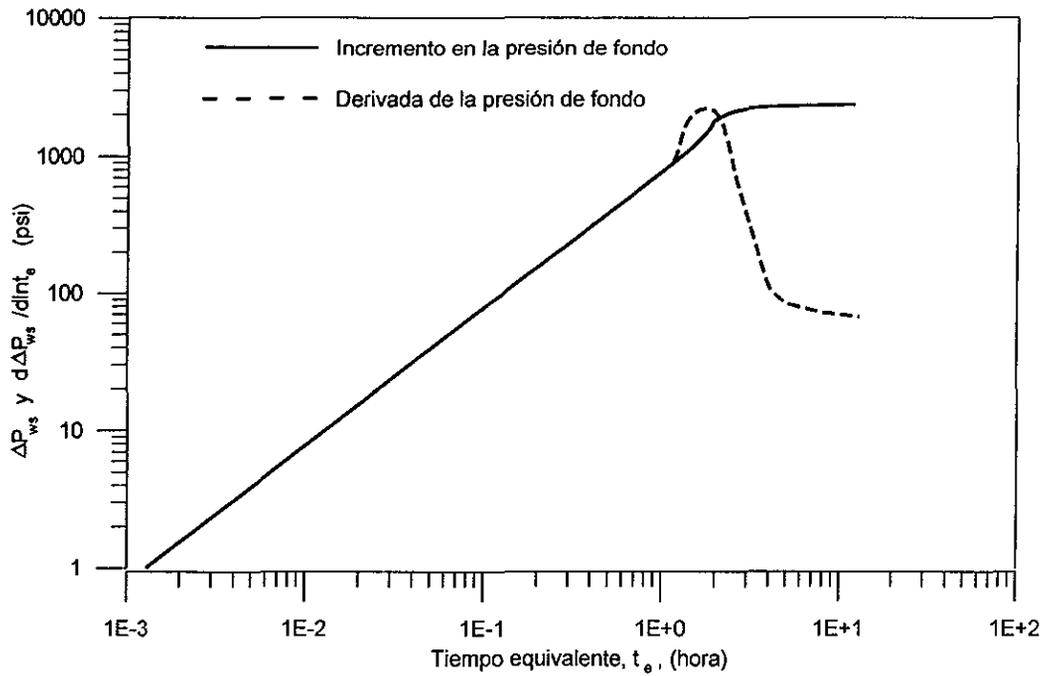


Figura 4. Respuesta en la Presión de Fondo y su Derivada, Caso B, Xiao y cols.<sup>46</sup>

### Ampliación del Mapa de Patrones de Flujo

Para tomar en cuenta otras configuraciones de flujo, se utiliza un mapa ampliado de patrones de flujo, Figura 5. Este mapa es el mismo que se utiliza en los códigos de seguridad en reactores nucleares<sup>27</sup>. La conveniencia de su uso se basa en que este mapa presenta transiciones suaves entre patrones de flujo, lo que proporciona estabilidad a la solución numérica propuesta anteriormente.

Para calcular la velocidad relativa en flujo burbuja, se utiliza la correlación de Ishii<sup>49</sup>:

$$v_r = \frac{0.79}{E_l} \left[ \frac{\sigma(\rho_l - \rho_g)}{\rho_l^2} \right]^{1/4} \quad (29)$$

en flujo bache se utiliza la fórmula propuesta por Nicklin y cols.<sup>31</sup>:

$$v_r = \frac{0.345}{E_l} \left[ \frac{gd(\rho_l - \rho_g)}{\rho_l} \right]^{1/2} \quad (30)$$

El trabajo de Ishii<sup>26</sup> se aplica para conocer la velocidad relativa en flujo agitado y anular, respectivamente :

$$v_r = \frac{v_m}{\left( \frac{1 - E_g C_o}{C_o - 1} \right) + \frac{E_g \rho_g}{\rho_m}} \quad (31)$$

$$v_r = \frac{v_m}{\left( \frac{(76 - 75 E_g) \rho_g}{\rho_l \sqrt{E_g}} \right)^{1/2} + \frac{E_g \rho_g}{\rho_m}} \quad (32)$$

donde  $C_o$  es el parámetro de distribución y toma un valor de 1.1.

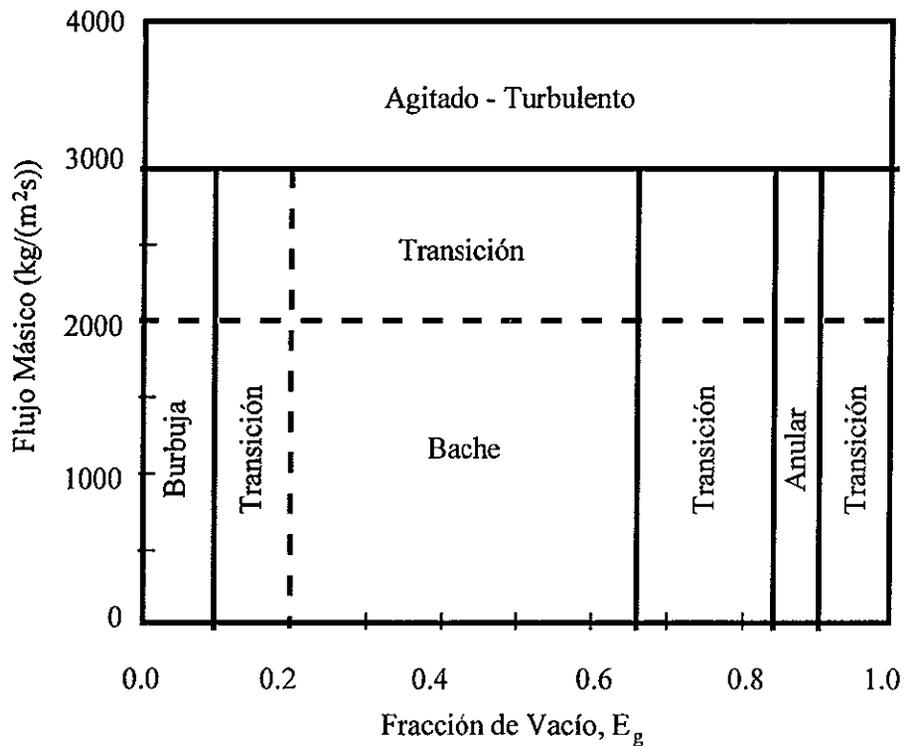


Figura 5. Mapa de Patrones de Flujo para Flujo Vertical<sup>27</sup>

## Caída de Presión por Fricción

Para calcular la caída de presión por fricción de acuerdo con el patrón de flujo existente se utiliza el trabajo de Hasan y Kabir<sup>20,21</sup>. La decisión de utilizarlo se basa en que las fórmulas propuestas son explícitas y requieren de menor esfuerzo computacional. Además, en flujo multifásico vertical, la caída de presión por fricción generalmente representa un 10% o menos de la caída de presión total, de acuerdo con el gasto en el pozo. A esto hay que agregar que durante una prueba de incremento de presión, la velocidad de los fluidos dentro de la tubería disminuye rápidamente, por lo que se espera que el porcentaje que la caída de presión por fricción representa de la caída total, disminuya considerablemente con el tiempo.

Para el patrón de flujo burbuja, la caída de presión por fricción se calcula como :

$$\Delta P_f = \frac{2 f_m V_m^2 \rho_m}{144 g_c D} \quad (33)$$

en el flujo bache y turbulento se tiene :

$$\Delta P_f = \frac{2 f_m V_m^2 \rho_l (1 - E_g)}{144 g_c D} \quad (34)$$

para flujo anular :

$$\Delta P_f = \frac{2 f_c \rho_c (V_{sg} E_g)^2}{144 g_c D} \quad (35)$$

donde :

$$f_c = 0.079 \left[ 1 + 75 (1 - E_g) \right] / R_e^{0.25} \quad (36)$$

$$\rho_c = \left[ V_{sg} \rho_g + E V_{sl} \rho_l \right] / (V_{sg} + E V_{sl}) \quad (37)$$

Si  $(V_{sg})_c \times 10^4 \leq 4$ , entonces

$$E = 0.0055 \left[ (V_{sg})_c \times 10^4 \right]^{2.86} \quad (38)$$

Si  $(V_{sg})_c \times 10^4 > 4$ , entonces

$$E = 0.857 \log \left[ (V_{sg})_c \times 10^4 \right] - 20 \quad (39)$$

donde  $E$  es la entrada de vapor y  $f_m$  es el factor de fricción de Fanning.

Al incluir la caída de presión por fricción en el modelo, la ecuación 3 queda como :

$$\frac{dp}{dz} = - \frac{\rho_m g}{144 g_c} - \Delta P_f \quad (40)$$

### Cálculo de la Temperatura

Se requiere conocer el perfil de temperatura en régimen permanente dentro del pozo, antes del cierre, y calcular las variables que representan la condición inicial del modelo. Para esto se seleccionó la correlación de Alves y cols.<sup>3</sup>, la cual presenta el mejor fundamento teórico de los trabajos analizados<sup>3, 22, 23, 34, 35</sup>. Una vez que se conoce la distribución, el modelo transitorio de temperatura se aplica para generar perfiles a diferentes tiempos, hasta el tiempo total de cierre. Estos arreglos se utilizan para interpolar en el tiempo de interés y conocer la temperatura a cualquier tiempo de cierre a la profundidad deseada. El desarrollo del modelo transitorio para calcular la temperatura en el pozo se describe en el Apéndice.

## Cálculo de las Propiedades de los Fluidos

El modelo implementado puede leer las propiedades de los fluidos de una tabla construida a partir de un análisis PVT (generalmente a la temperatura del yacimiento). Otra opción que se presenta es la construcción de la tabla PVT a una sola temperatura mediante el uso de las correlaciones listadas en el capítulo anterior. Para el caso de temperatura variable, en espacio o tiempo, se pueden construir tablas PVT a diferentes temperaturas, que comprendan el rango del caso analizado e interpolar entre ellas. Durante la programación del modelo se observó que la utilización de tablas, construidas al inicio del programa, reduce el tiempo de cómputo.

## ACOPLAMIENTO CON EL SIMULADOR DE YACIMIENTOS

La condición de frontera especificada por la ecuación 8, se sustituye por un simulador numérico de yacimientos, para que tanto en el yacimiento como en la cara de la formación, pueda existir flujo en dos fases. Además se pueden incluir heterogeneidades en el yacimiento. Esto es conveniente, ya que no se tiene la limitación de que el yacimiento deba ser bajosaturado y homogéneo para realizar el análisis.

### Descripción del Simulador de Yacimientos

El modelo<sup>10</sup> es un simulador de diferencias finitas, r - z, y de aceite negro, para un yacimiento naturalmente fracturado. El yacimiento comprende un sistema continuo y uniforme de fracturas y un sistema uniforme y continuo, o discontinuo, de matriz, paralelos a cada uno de los principales ejes de permeabilidad. Dentro del sistema de malla del modelo, la roca de la matriz y las fracturas coexisten en el mismo espacio. Cada celda contiene a la matriz y a las fracturas, juntas.

El modelo simula de manera isotérmica el flujo Darciano en coordenadas cilíndricas. El pozo penetra el espesor del yacimiento completa o parcialmente. El simulador supone que los fluidos del yacimiento pueden describirse mediante tres fases (aceite, gas y agua irreducible) de composición constante, con propiedades físicas que dependen solamente de la presión y de la saturación. Puede manejar los siguientes tipos de comportamiento en

yacimientos : a) Homogéneo, b) Doble porosidad (basado en la idealización de Warren y Root), c) Doble permeabilidad (yacimiento estratificado), y d) Doble porosidad - Doble Permeabilidad (se permite el flujo primario dentro de los sistemas matriz y fractura, con intercambio local de fluidos entre la fractura y los bloques de matriz). Se supone que el aceite no se vaporiza dentro de la fase gaseosa.

### Técnica de Acoplamiento

El modelo de pozo se integra al simulador numérico de yacimientos como una subrutina que calcula un nuevo gasto. Se utilizan las correlaciones de cálculo de propiedades PVT para generar la tabla que va a utilizar el simulador y el modelo de pozo. Se requiere de dos archivos de entrada, uno para determinar las características del pozo y otro para determinar las del yacimiento y su modo de producción. El archivo original de entrada para el simulador de yacimientos conserva su formato, con la excepción de que para flujo multifásico en el yacimiento la tabla PVT se omite. La Figura 6 muestra el diagrama de flujo utilizado para el acoplamiento. El simulador se corre a un gasto  $Q_1$  hasta un tiempo de producción  $t_p$ , en el cual se inicia el cierre. Con el gasto  $Q_1$  se calcula el régimen estacionario para el pozo. Después se calcula la distribución de la RGA en el pozo y se corre el simulador para un tiempo de cierre  $\Delta t$ . Las variables a los tiempos  $t_p$  y  $t_p + \Delta t$  se guardan para utilizarse después. Si la convergencia en gastos o en concentraciones no se alcanza, se asigna un nuevo gasto y se corre el simulador iniciando con las variables a  $t_p$ .

Cuando se alcanza la convergencia en concentraciones, las variables del simulador a  $t_p$  se sustituyen por las variables a  $t_p + \Delta t$ .

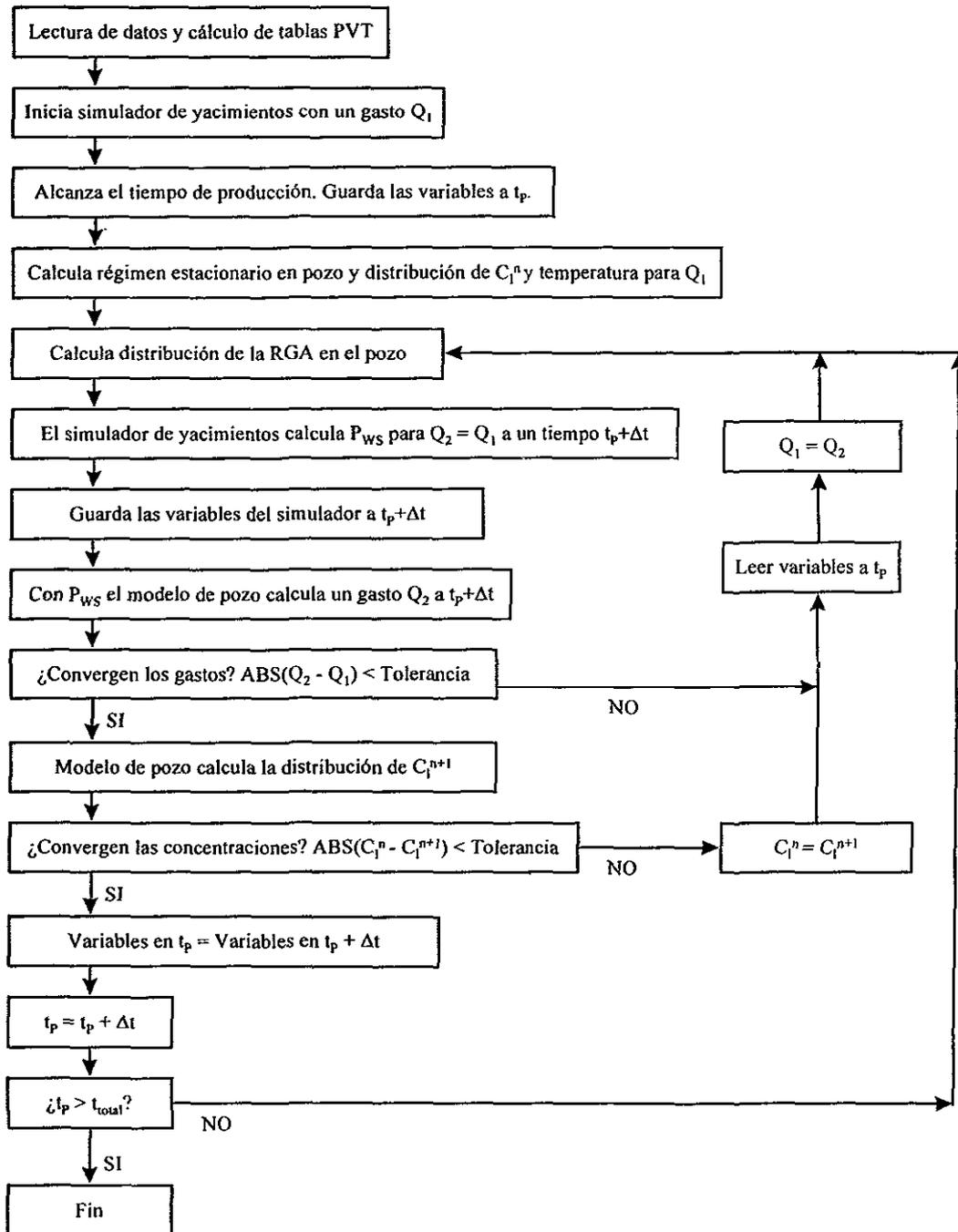


Figura 6. Diagrama de Flujo Para Acoplar el Modelo de Pozo al Simulador de Yacimientos

### Validación del Acoplamiento

Para comprobar que el acoplamiento es correcto se utilizan los datos de la Tabla 3. Los valores del factor de volumen del aceite y su viscosidad arriba de la presión de burbuja, se calculan de acuerdo con la correlación que se elija y se generan al inicio del programa.

Tabla 3. Datos Para Validar el Acoplamiento del Simulador con el Modelo de Pozo

Diámetro interior de la TP	0.25	pie
Radio del pozo	0.27	pie
Profundidad del pozo	18,500	pie
Número de celdas en el pozo	100	
Gasto de aceite a C.S.	1,633	bpd
Relación gas-aceite	1,500	pie <sup>3</sup> /bl
Densidad del aceite	51.7	lb <sub>m</sub> /pie <sup>3</sup>
Densidad del gas	0.01	lb <sub>m</sub> /pie <sup>3</sup>
Yacimiento homogéneo		
Número de celdas en el simulador	179	
Radio del yacimiento (simulador)	100,000	pie
Espesor del yacimiento	150	pie
Daño	0.0	
Permeabilidad	15	md
Porosidad	0.15	
Presión inicial	6,750	psi
Presión de burbuja	6,304	psi
Compresibilidad del sistema	1 x 10 <sup>-6</sup>	1/psi
Tiempo de producción	120	hora
Delta de tiempo	10	s
Tiempo total de simulación	7,200	s

Con los datos anteriores se corrió el modelo de pozo, utilizando la solución analítica, ecuación 8, y el simulador de yacimientos. Al tiempo de producción de 120 horas, la presión de fondo fluyendo calculada con la solución analítica es de 6354.8 psi, mientras que

para el simulador de yacimientos es de 6356.0 psi (1.2 psi de diferencia). La presión estática al final de la prueba calculada con la solución analítica es de 6670.0 psi, y para el simulador de yacimientos de 6669.1 psi (1.1 psi de diferencia).

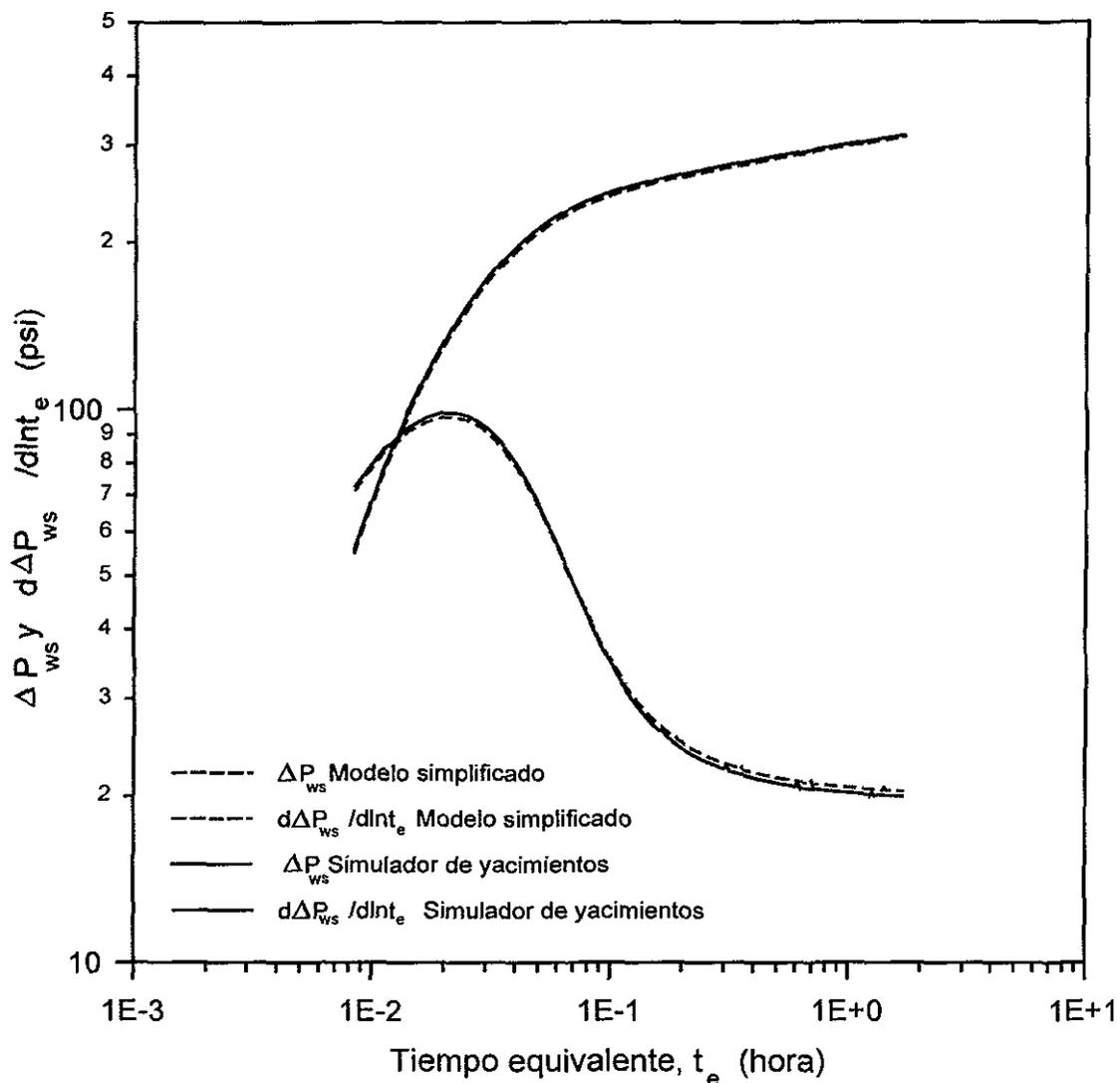


Figura 7. Comparación Entre la Respuesta Obtenida con la Solución Analítica, Ecuación 8, y el Simulador de Yacimientos.

Del análisis de las curvas obtenidas, Figura 7, se observa que el comportamiento para ambos casos es casi idéntico. Se observó durante la comparación, que a mayor radio del

yacimiento en el simulador, los resultados eran más parecidos a la solución analítica. Esto se debe a que la ecuación 8 supone un yacimiento infinito. La diferencia máxima observada entre los resultados es de 3 psi.

Para el caso de flujo en dos fases en el yacimiento, se observaron ciertos problemas de programación en el simulador numérico de yacimientos. Debido a esto el análisis no se pudo extender hasta ese nivel. Se debe revisar esta opción en el simulador, para investigar posteriormente la influencia del flujo en dos fases en la respuesta de una prueba de incremento de presión.

## RESULTADOS

Se hicieron varias pruebas con el modelo actual de pozo, acoplado a la integral de convolución y al simulador de yacimientos. Los resultados se muestran a continuación.

### Influencia de la Ampliación del Mapa de Patrones de Flujo

Se reporta una mayor estabilidad en la convergencia del modelo utilizando el mapa ampliado de patrones de flujo. En la Figura 7 se presenta una comparación de la derivada de la respuesta de presión, calculada con el modelo actual y los datos de la Tabla 1, con mapa y sin mapa ampliado de patrones de flujo. Durante el proceso de simulación, la zona crítica en la que el modelo presenta mayor dificultad para converger es en la zona de transición, cuando los efectos de almacenamiento terminan. Se puede observar una trayectoria más suave en la derivada generada con el mapa ampliado, aunque con la misma tendencia que la otra. Esta trayectoria más suave indica que el programa genera una respuesta de presión más uniforme, lo cual es resultado de que se alcance la convergencia en un número no muy grande de iteraciones (no mayor que 50). La Figura 8 muestra una ampliación de la Figura 7, de la zona de transición de los efectos de almacenamiento.

En la Figura 9 se presenta la comparación de la distribución de la velocidad relativa dentro del pozo para los casos mostrados en las Figuras 7 y 8, a los 2400 segundos de simulación. En la parte superior e inferior del pozo, las velocidades relativas tienden a ser cero, debido a que existe una sola fase.

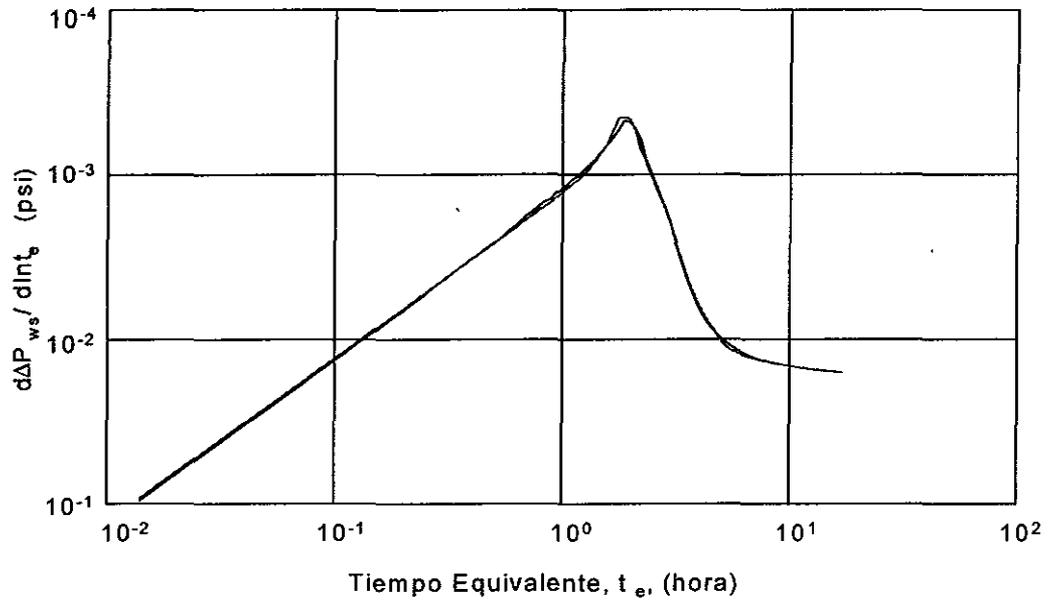


Figura 7. Comparación del Modelo Actual Con y Sin Mapa Ampliado de Patrones de Flujo. Ver Datos del Pozo en la Tabla 1.

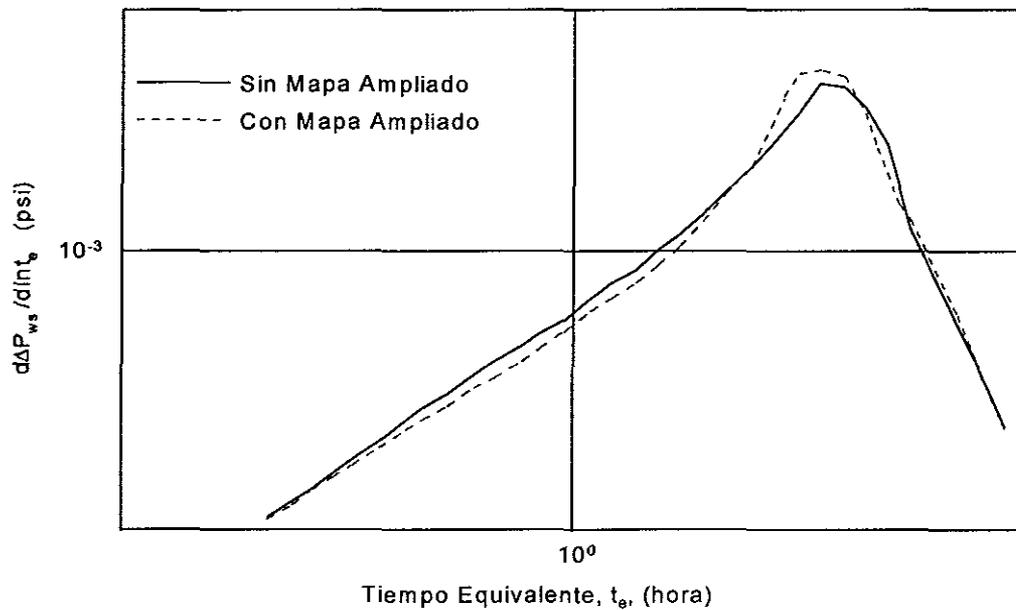


Figura 8. Ampliación de la Zona en Donde Terminan los Efectos de Almacenamiento de la Figura 7. Ver Datos del Pozo en la Tabla 1.

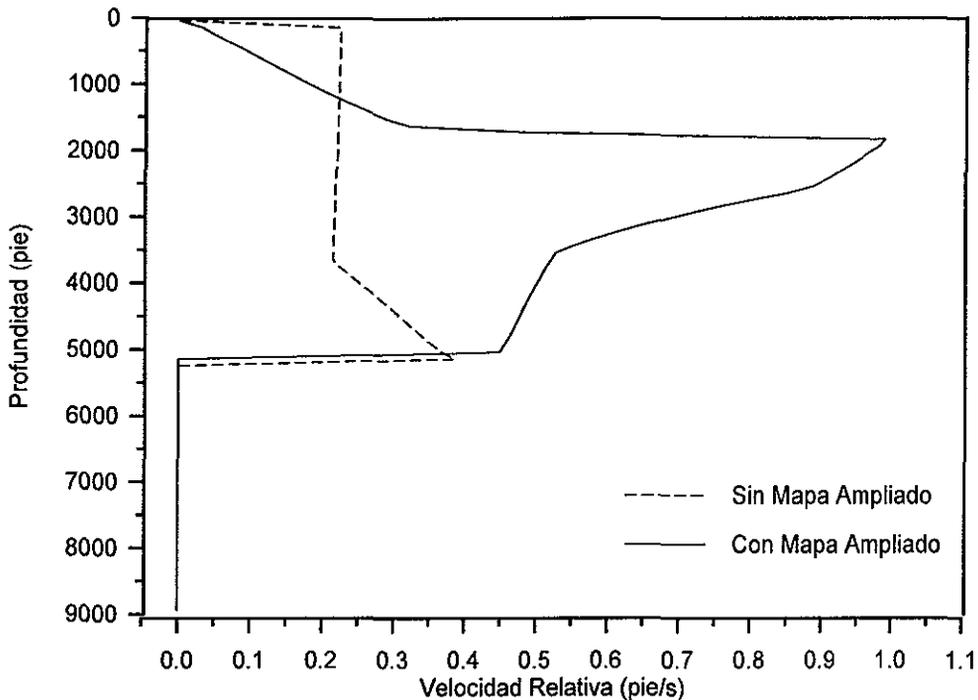


Figura 9. Distribución de la Velocidad Relativa Con Mapa y Sin Mapa Ampliado de Patrones de Flujo. Ver Datos del Pozo en la Tabla 1.

En donde termina la zona de líquido ( $E_g=0$ ), la tendencia de las curvas es opuesta. La curva generada sin mapa predice que la velocidad relativa disminuye conforme se asciende dentro del pozo. Después toma un valor casi constante. En esta zona se tiene flujo bache, y la velocidad relativa se calcula con la ecuación 5. La curva generada con mapa ampliado predice que al ir ascendiendo dentro del pozo se tendrá una mayor velocidad relativa. Los cambios de pendiente corresponden a las transiciones entre patrones a lo largo del mapa. La máxima velocidad relativa se alcanza cuando se tiene flujo bache. Esto hace sentido desde el punto de vista de que, en este tipo de patrón de flujo no hay un predominio marcado de una de las fases sobre la otra. Debido a esto las fases se segregan y ocurre la mayor velocidad. Cuando la curva se acerca a la superficie, reduce gradualmente su valor hasta llegar a cero. Esto puede explicarse a que al aumentar la cantidad de gas en la celda, el aceite que está en las paredes de la tubería se segrega con menor velocidad o es arrastrado por la corriente de

gas, aunque en este caso la velocidad del gas es pequeña. En la Tabla 4 se presenta el orden en que aparecen los patrones de flujo a lo largo del pozo para el caso descrito.

Tabla 4. Patrones de Flujo Dentro del Pozo (Figura 9).

Sin Mapa	Con Mapa Ampliado
Fase Gas	Fase Gas
Flujo Bache	Transición Anular-Fase Gas
Flujo Bache	Flujo Anular
Flujo Bache	Transición Anular-Bache
Flujo Bache	Flujo Bache
Transición Bache-Burbuja	Transición Bache-Burbuja
Flujo Burbuja	Flujo Burbuja
Fase Líquida	Fase Líquida

#### Influencia del Cálculo de la Caída de Presión por Fricción

Se hizo un análisis de la influencia de incluir el cálculo de la caída de presión por fricción en el modelo actual, en las Figuras 10, 11, 12 y 13. En estas figuras, la curva discontinua es la que incluye efectos de fricción. En todos los casos se considera un pozo con las características descritas en la Tabla 3, usando el mapa ampliado de patrones de flujo. En la Figura 10 se grafica el incremento de la presión en el fondo del pozo contra el tiempo equivalente. La curva discontinua, que incluye el fenómeno de fricción, comienza de un nivel de presión menor que la otra. Esta diferencia es de aproximadamente 25 psi. Sin embargo, al final de los efectos de almacenamiento las curvas convergen en una sola, lo cual es lógico, ya que en esa zona la respuesta de fondo es independiente de los efectos del pozo. Este efecto se amplifica en la Figura 11, donde se presenta la

derivada de las respuestas de presión graficadas en la Figura 10. Se observa que la curva discontinua comienza de un nivel inferior al de la otra curva y se extiende hasta un nivel superior.

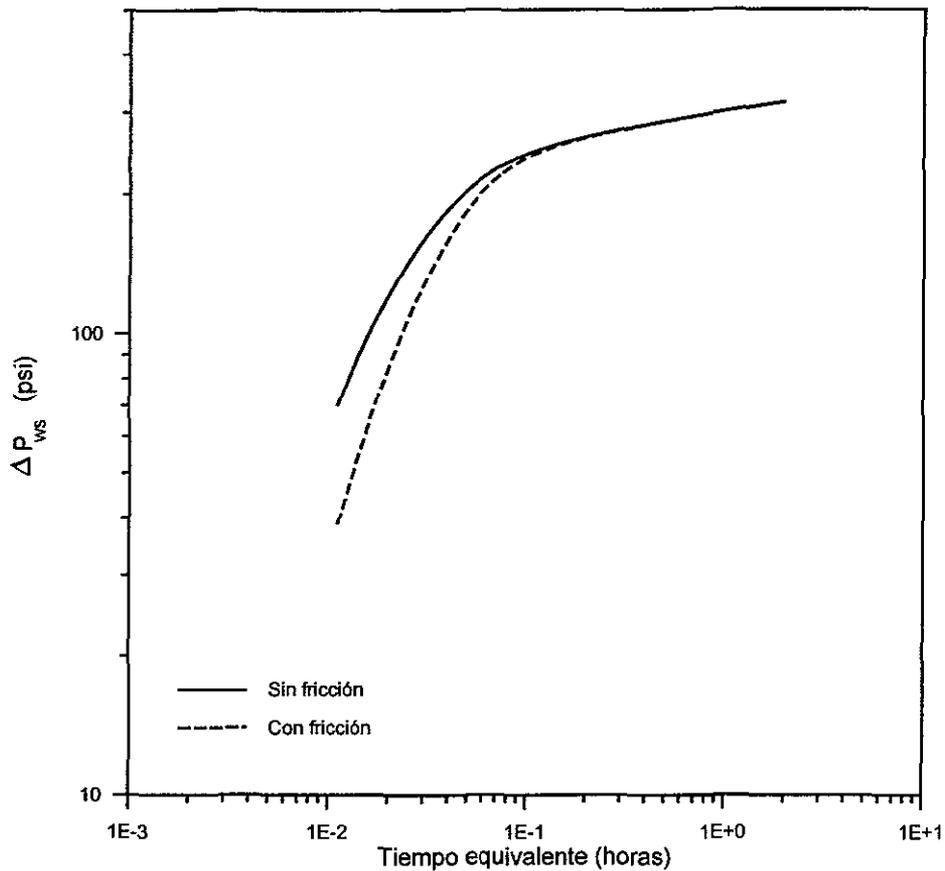


Figura 10. Comparación del Incremento de Presión en el Fondo de un Pozo Bajo la Influencia de la Caída de Presión por Fricción.

Después, en el periodo de flujo radial, las curvas se unen. Esta variación en el comportamiento es debida a que al considerar la caída de presión por fricción, se establece en general, una presión promedio menor dentro del pozo. Este menor nivel en la presión se debe a que el algoritmo de solución del modelo de deriva toma el valor de la presión en el fondo y resuelve iterativamente hacia arriba para encontrar la presión en las demás celdas del pozo, pero como se puede observar de la

ecuación 40, la caída de presión por fricción se resta, en general, del nivel de presión de la celda inferior, por lo que la presión calculada será menor.

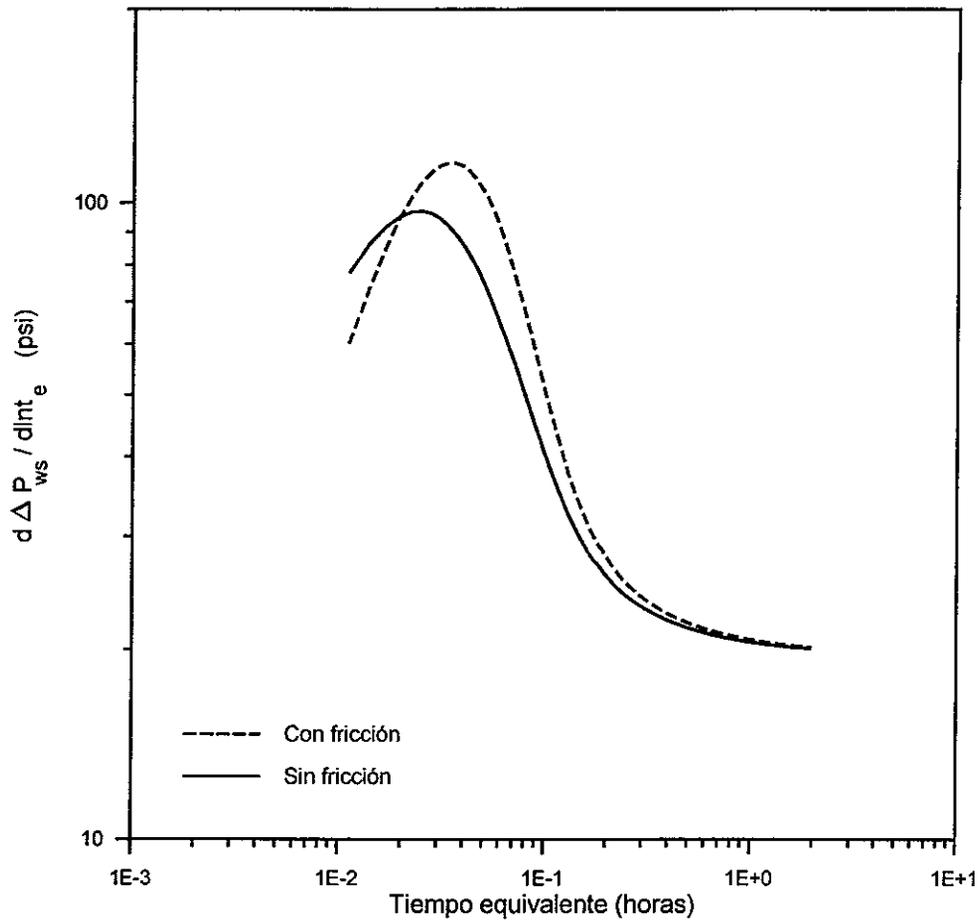


Figura 11. Comparación de la Derivada de la Respuesta de Fondo de un Pozo Bajo la Influencia de la Caída de Presión por Fricción (Figura 10).

Los casos en los que la caída de presión por fricción se suma, es cuando la velocidad media del flujo es negativa, es decir hacia abajo. Esto se presenta comúnmente en la parte superior del pozo, aunque en este caso la velocidad media es en general mucho menor que las velocidades positivas del fondo del pozo. Debido a esto, la adición de la caída de presión por fricción en presencia de velocidades negativas no alcanza a compensar la disminución en la presión generada por la fricción en las regiones de velocidades positivas.

La Figura 12 presenta la comparación de la caída de presión del pozo con fricción y sin fricción, para un tiempo de simulación de 10 segundos. La caída de presión adicional debida a la fricción es de aproximadamente 3% en el fondo. En la parte superior, debido a que la velocidad media es negativa, la caída de presión por fricción cambia de signo.

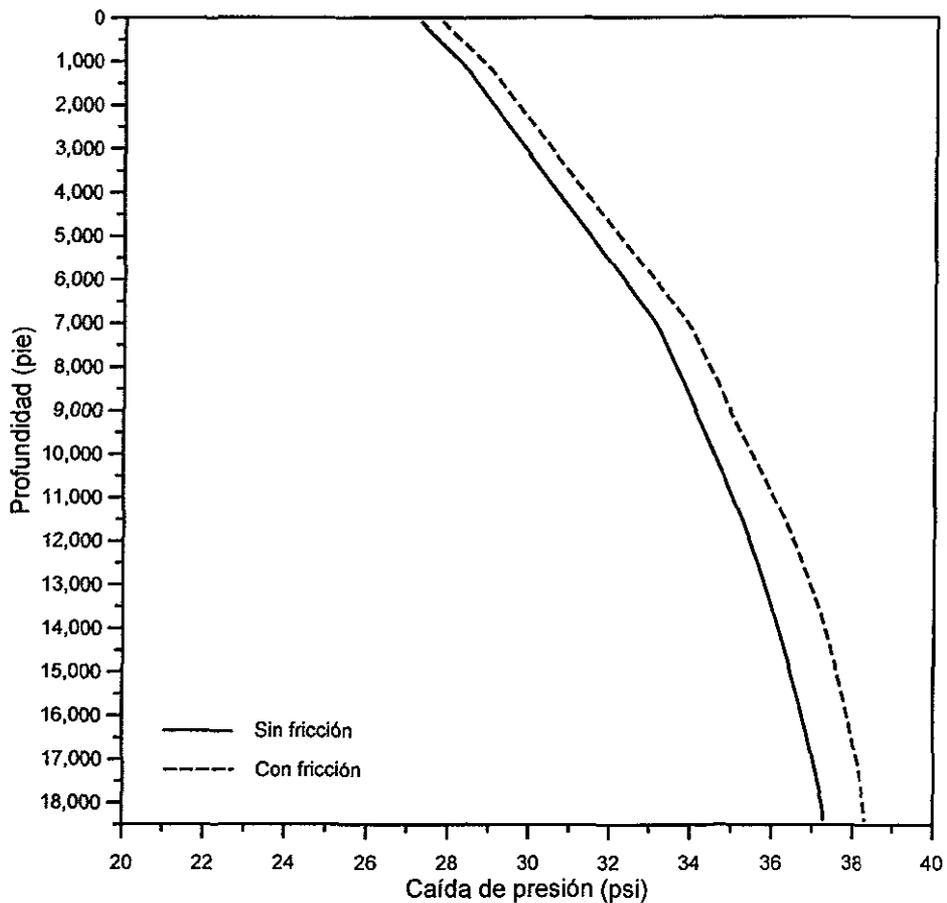


Figura 12. Caída de Presión Dentro del Pozo Bajo la Influencia de la Caída de Presión por Fricción.

El menor nivel en la presión, ocasionado al incluir la caída de presión por fricción, se refleja en una mayor liberación de gas y con ello, aumento en el valor de la fracción de vacío a lo largo del pozo, como se muestra en la Figura 13. Esta cantidad adicional de gas requiere de un volumen mayor de

fluido aportado por el yacimiento para ser comprimido. Por ello, en el tiempo en que la curva que no incluye fricción en la Figura 11 alcanza el máximo, la curva discontinua sigue subiendo y cae después a un tiempo mayor.

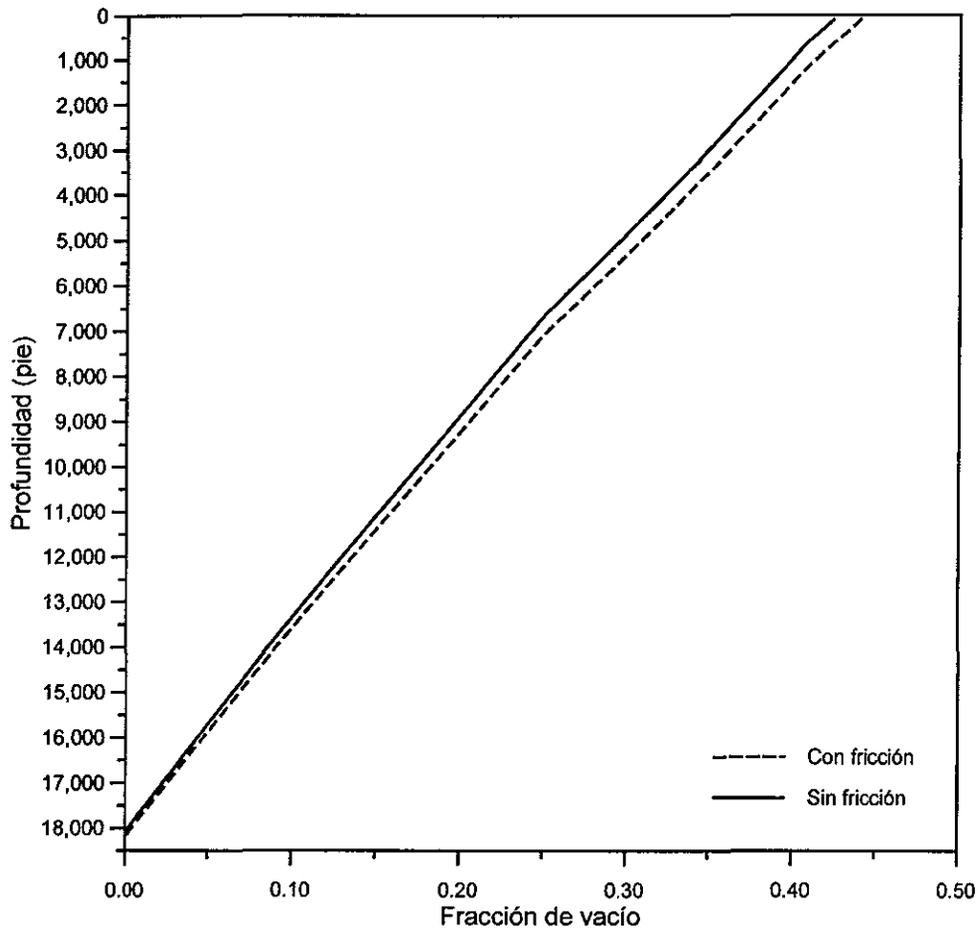


Figura 13. Comparación de la Distribución de la Fracción de Vacío Para los Casos Mostrados en la Figura 10.

Por lo anterior, podemos concluir que el efecto que produce considerar la caída de presión por fricción, es cambiar el punto de partida de la respuesta de presión generada en el fondo y retardar la aparición del periodo de flujo radial. Se hace la aclaración de que en estos ejemplos, la condición inicial antes del cierre es la misma para ambos casos, sin embargo, en la realidad se tendría que

incluir la caída de presión por fricción desde el decremento. Como una investigación posterior, sería necesario plantear un modelo de deriva adicional con condiciones iniciales y de frontera distintas, para simular el decremento transitorio hasta llegar al tiempo de cierre.

### Influencia de la Variación de la Temperatura Dentro del Pozo

La Figura 14 muestra los gradientes de temperatura para un pozo fluyendo y después de 1 segundo de cierre, calculados con el modelo de Alves y cols.<sup>3</sup>. Las condiciones del pozo y del yacimiento se muestran en la Tabla 1.

La línea discontinua muestra el perfil de temperatura calculado después de un segundo de tiempo de cierre. Se observa que en la parte inferior, la curva inicia sobre el gradiente de temperatura del pozo fluyendo, pero según asciende, se separa y tiende hacia el gradiente geotérmico hasta alcanzarlo. Después, la curva se separa un poco y de esa manera alcanza la superficie. Este comportamiento puede explicarse debido a que la temperatura calculada es función directa de la velocidad en cada celda del pozo. En el fondo, la distribución de velocidades es prácticamente la misma que en régimen estacionario. Por eso los perfiles de temperatura son iguales. Hacia arriba la velocidad disminuye hasta valores muy pequeños, por lo que la curva de temperatura se asemeja al gradiente geotérmico. Después de esta zona, la velocidad se incrementa, aunque en este caso es negativa. Sin embargo, debido a este incremento en la velocidad, la curva de temperatura se separa un poco del gradiente geotérmico. Por esta razón, los métodos analizados <sup>3, 22, 23, 34,35</sup> para calcular la temperatura dentro de un pozo, no son aplicables a un modelo de flujo transitorio con temperatura variable.

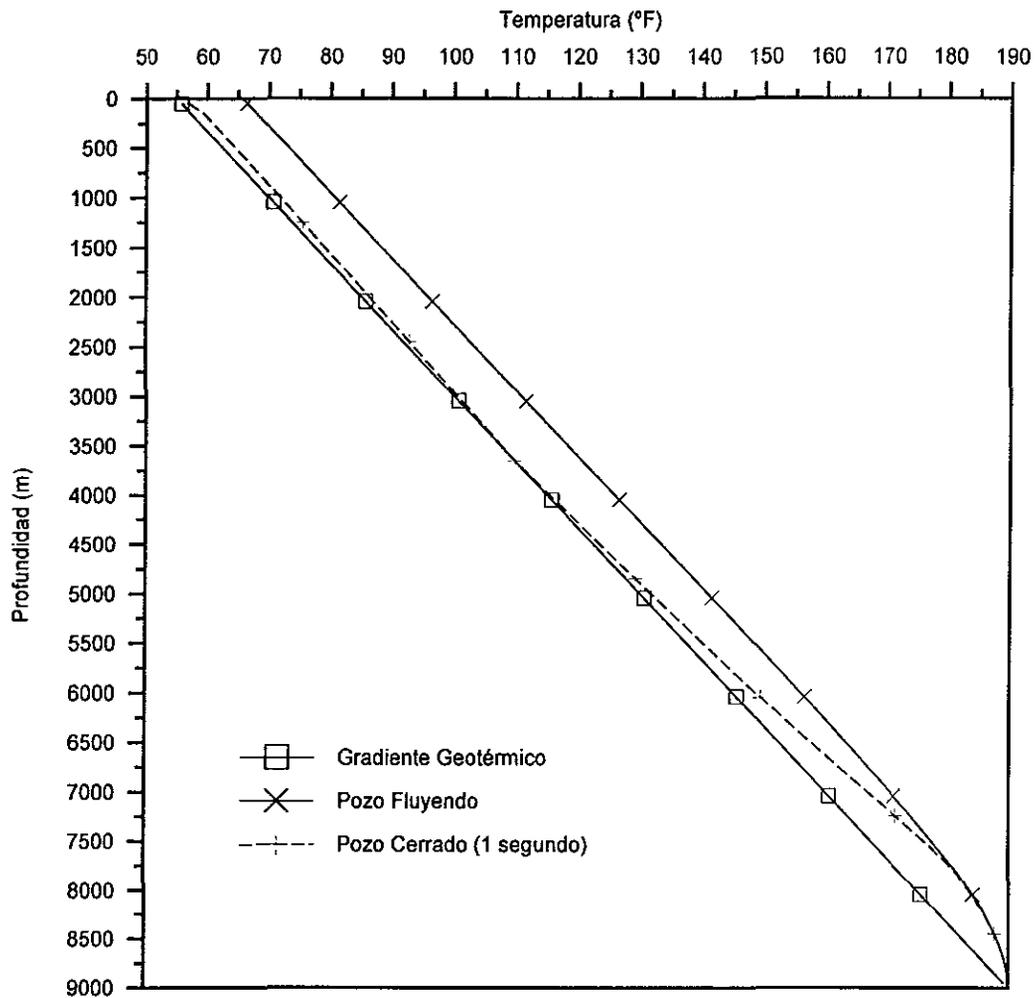


Figura 14. Gradientes de Temperatura Calculados con el Método de Alves y cols.<sup>3</sup>,  $Q_o=100$  bpd a C.Y.,  $t_p=120$  horas..

La Figura 15 muestra varios perfiles de temperatura a diferentes tiempos de cierre, calculados con el método propuesto en este trabajo. La Tabla A1 en el Apéndice muestra las características del pozo. Se observó que los pozos de aceite que fluyen a gastos altos presentan una mayor temperatura en superficie, comparada con aquellos que fluyen a gastos bajos. En la Figura 15 se puede ver que para un tiempo de 8 horas de cierre, la máxima diferencia en la temperatura es de aproximadamente 5°C, respecto al perfil al momento de cierre.

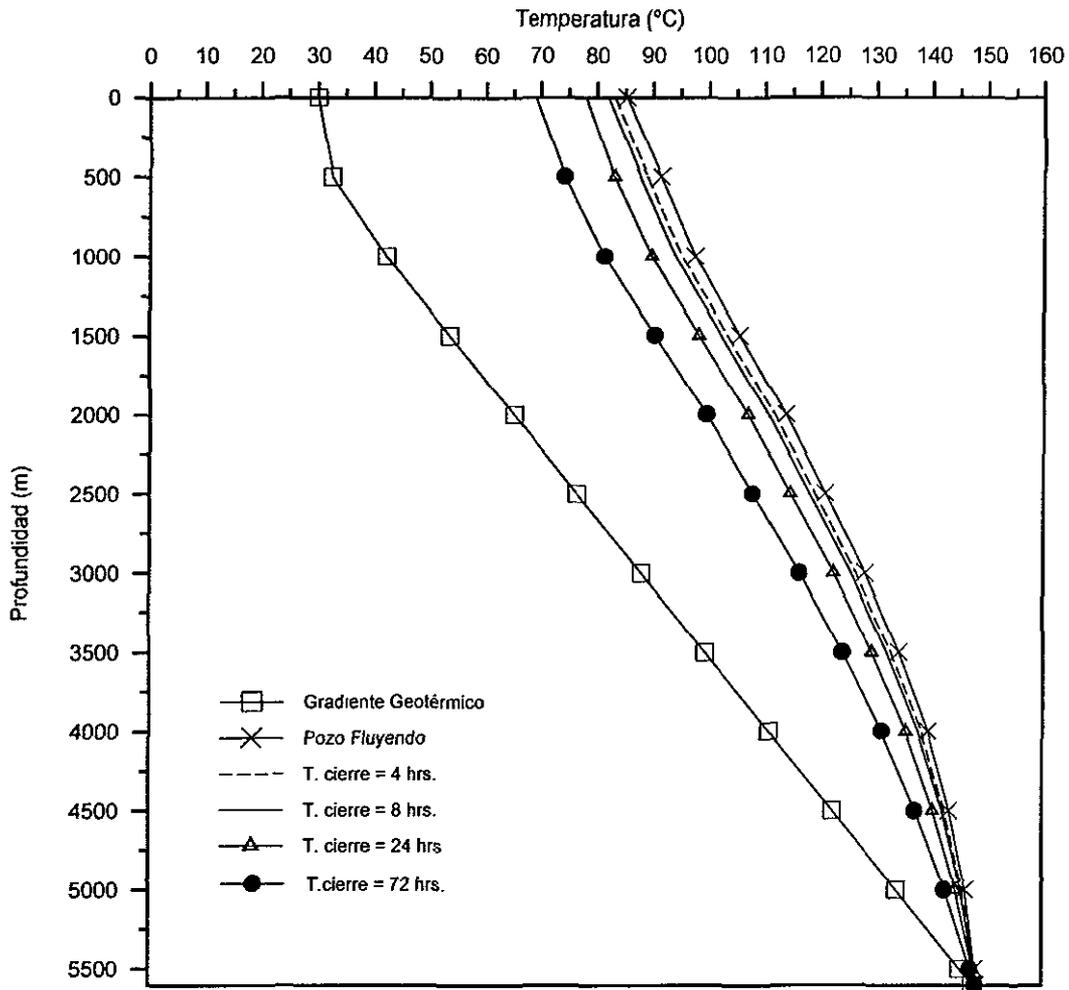


Figura 15. Gradientes de Temperatura Calculados con el Método Propuesto,  $Q_o=3000$  bpd a C.Y.,  $t_p = 8760$  horas.

Los datos del pozo analizado en las Figuras 16, 17, 18 y 19 se muestran en la Tabla 3. En las cuatro figuras se emplea el modelo de flujo con mapa ampliado y se toma en cuenta la fricción. La Figura 16 presenta la comparación de la derivada de la respuesta de presión para una prueba a temperatura constante (igual a la del yacimiento) a lo largo del pozo y una prueba con temperatura variable a lo largo del pozo, pero fija a través del tiempo de cierre. Se puede observar que la derivada de la prueba a condiciones de temperatura variable alcanza un valor ligeramente más alto y después cae con mayor rapidez que la curva a temperatura constante. Esto puede explicarse debido a que la

temperatura promedio para el caso isotérmico es mayor que la temperatura promedio del caso no isotérmico. Esto implica que el pozo del caso isotérmico contenga una mayor cantidad de gas libre, el cual necesita un mayor volumen de fluidos del yacimiento para ser comprimido. De esta manera se explica el hecho de que la derivada del caso isotérmico decaiga más lentamente, ya que la cantidad adicional de gas libre se comprime en una forma más gradual, retardando la aparición del periodo de flujo radial.

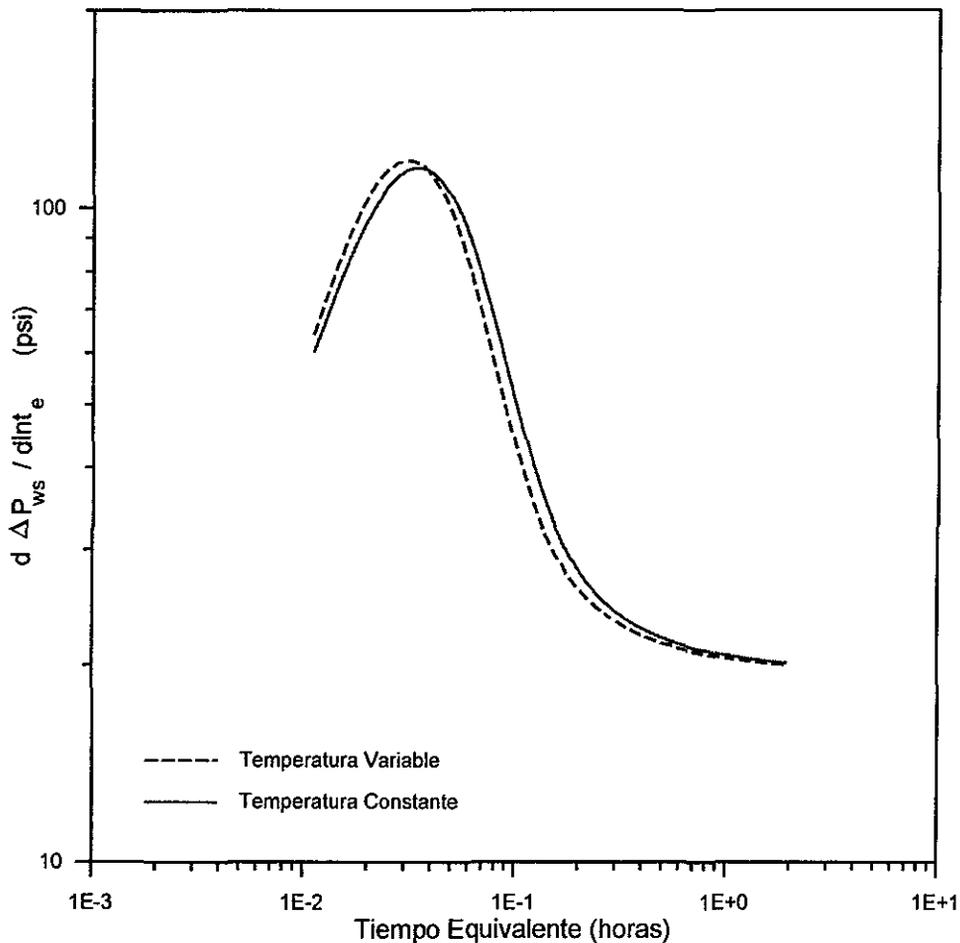


Figura 16. Comparación de la Derivada de la Respuesta de Presión de Fondo Considerando Temperatura Constante a lo Largo del Pozo, Contra Temperatura Variable en Espacio y Fija en Tiempo de Cierre,  $Q_o=3000$  bpd a C.Y.,  $t_p = 250$  horas.

En el caso de temperatura variable, la existencia de una mayor cantidad de líquido ocasiona que el cambio en la presión de fondo sea más rápido, ya que la compresibilidad del líquido es muy baja comparada con la del gas. Debido a esto, la derivada cae más rápidamente y el periodo de flujo radial se presenta más temprano. La distribución de la fracción de vacío para los casos presentados en la Figura 16 se presenta en la Figura 17.

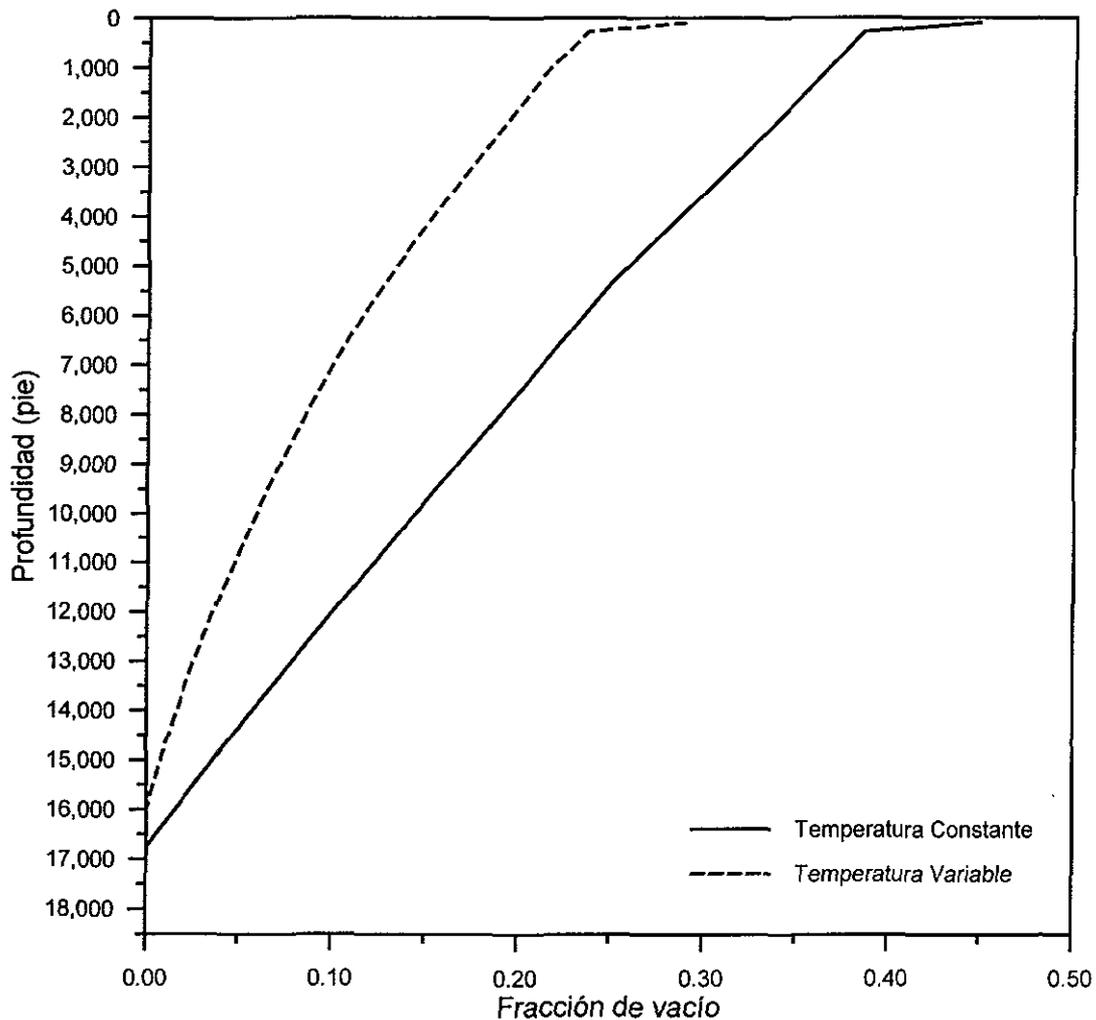


Figura 17. Distribución de la Fracción de Vacío a los 2400 s de simulación, Considerando Temperatura Constante Igual a la del Yacimiento Contra Temperatura Variable,  $Q_o=3000$  bpd a C.Y.,  $t_p=250$  horas

Aquí se observa que para el caso de temperatura constante igual a la temperatura del yacimiento, la fracción de vacío es mayor en promedio respecto al otro caso.

La Figura 18 muestra la comparación de la derivada de una prueba a condiciones de temperatura variable a lo largo del pozo y fija en tiempo de cierre, contra la derivada de la respuesta de presión en una prueba a temperatura variable en espacio y tiempo de cierre.

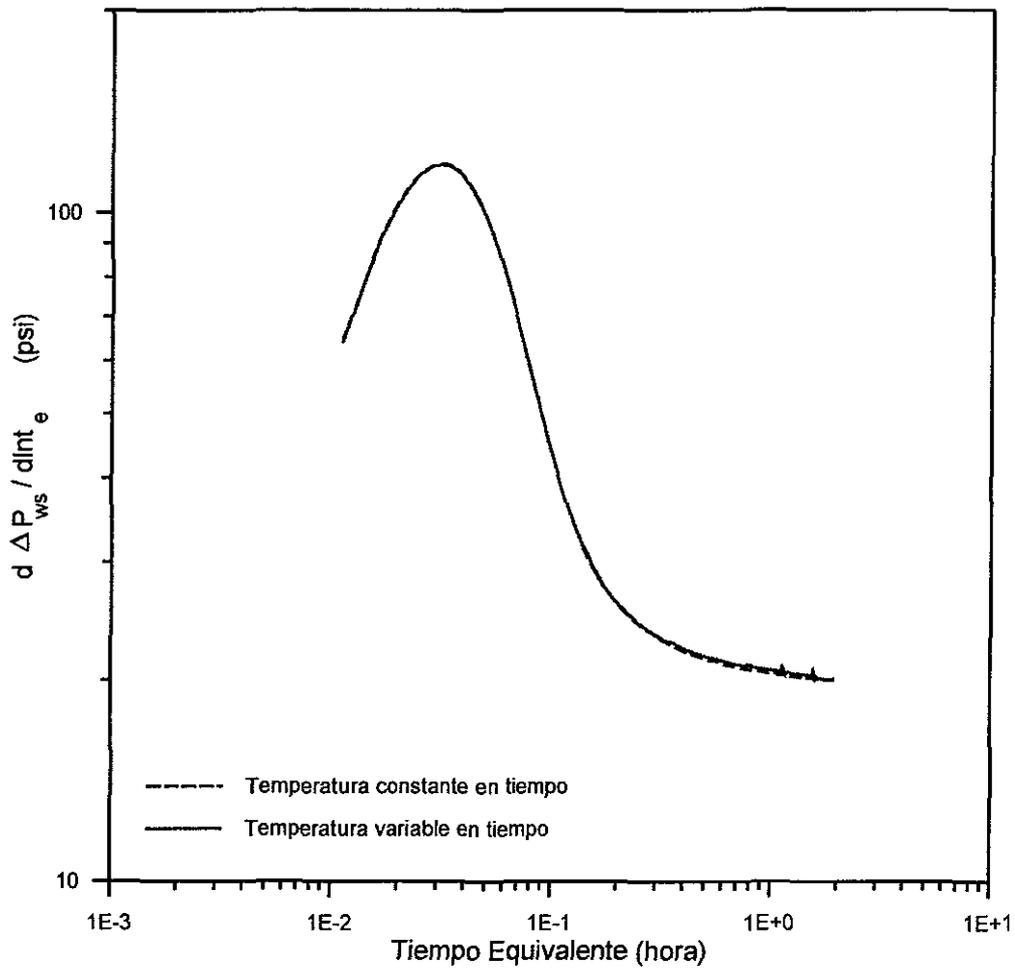


Figura 18. Comparación de la Derivada de la Respuesta de Presión de Fondo Considerando Temperatura Variable en Espacio y Fija en Tiempo, Contra Temperatura Variable en Espacio y Tiempo,  $Q_o=3000$  bpd a C.Y.,  $t_p = 250$  horas.

Ambas curvas resultan ser prácticamente idénticas, a excepción del área que se encuentra en el periodo radial. Se puede observar que en la prueba a temperatura variable en tiempo, la derivada cambia ligeramente de pendiente, haciéndose menos negativa, y presenta además ciertas perturbaciones. La influencia del enfriamiento de los fluidos dentro del pozo no se refleja en la respuesta de presión durante el periodo de almacenamiento. Esto puede deberse a que los fenómenos de redistribución son mayores que el efecto de encogimiento de los fluidos del pozo. Al entrar en el periodo de flujo radial, el enfriamiento de los fluidos reduce la presión dentro del pozo lo cual perturba su equilibrio con el yacimiento. Entonces la presión en el fondo disminuye su rapidez de cambio, ya que el volumen de fluido que entra desde el yacimiento debe ser mayor para compensar el espacio generado por el encogimiento de los fluidos dentro del pozo. Esto se aprecia en la Figura 19, en donde se compara la velocidad en la cara de la formación de los casos de la Figura 18. La curva que representa la velocidad para el caso de temperatura variable en espacio y tiempo indica que para un determinado tiempo de cierre, la velocidad (o el gasto) será mayor respecto al otro caso. Debido a esto se establece un menor nivel de presión el cual se refleja como una perturbación en la derivada. A tiempos posteriores el fenómeno se repite, debido a que la temperatura dentro del pozo sigue disminuyendo, aunque a un ritmo mucho menor, y el sistema pozo-yacimiento se equilibra nuevamente. Se observó que a tiempos de cierre más largos (36,000 s para el ejemplo) el fenómeno desaparece.

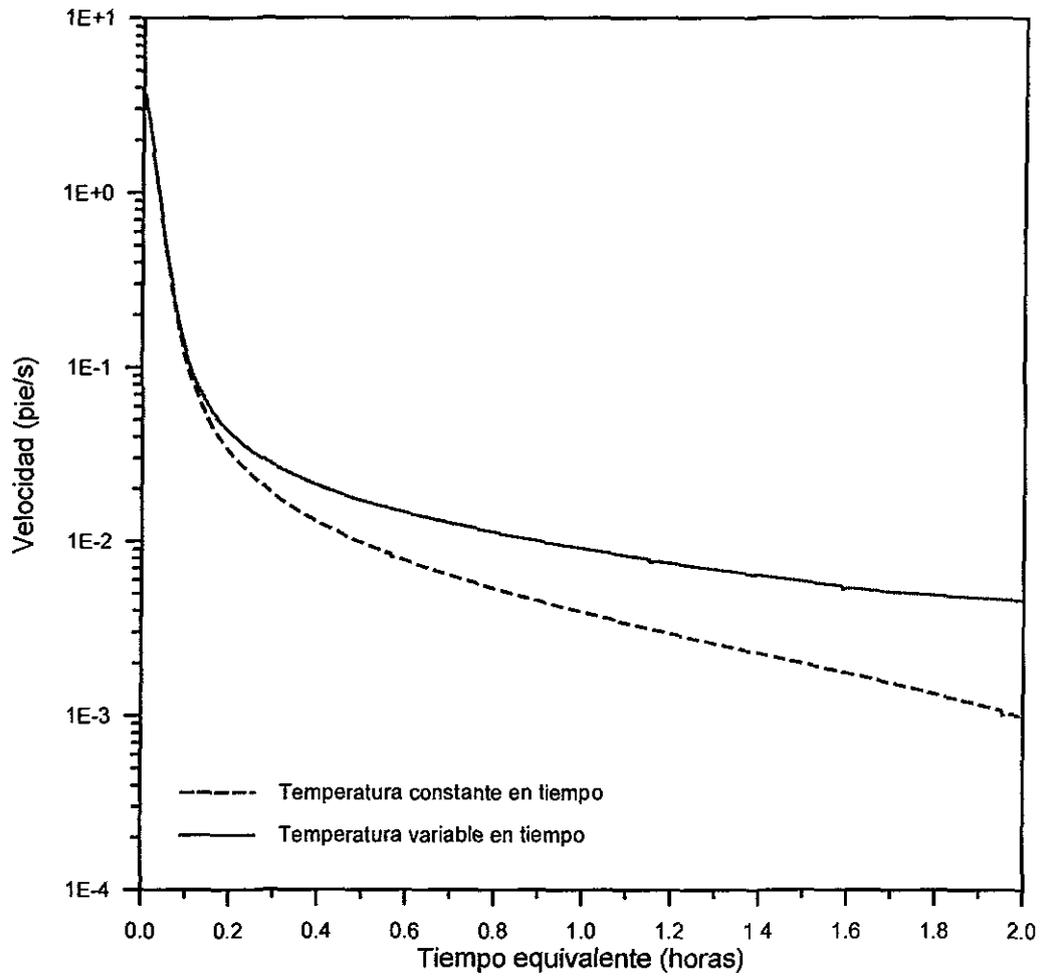


Figura 19. Comparación de la Velocidad en la Cara de la Formación Considerando Temperatura Variable en Espacio y Fija en Tiempo de Cierre, Contra Temperatura Variable en Espacio y Tiempo de Cierre,  $Q_o=3000$  bpd a C.Y.,  $t_p = 250$  horas.

## CONCLUSIONES

Se implementó un modelo transitorio de flujo de deriva para flujo multifásico vertical, que utiliza un mapa ampliado de patrones de flujo, toma en cuenta la caída de presión por gravedad y por fricción, permite realizar cálculos a temperatura constante dentro del pozo, a temperatura variable en espacio y fija en tiempo y a temperatura variable en espacio y tiempo. Se desarrolló y validó un método para calcular la temperatura a lo largo de un pozo durante una prueba de incremento de presión. El modelo anterior se acopló con un modelo de yacimiento y se simuló pruebas de incremento de presión, de las que se puede concluir lo siguiente :

1. La utilización de un mapa ampliado de patrones de flujo mejora la convergencia del modelo yacimiento-pozo.
2. El efecto de la caída de presión por fricción siempre debe considerarse, ya que establece un menor nivel de presión dentro del pozo.
3. La distribución de temperatura a lo largo del pozo afecta directamente al valor de la fracción de vacío, por lo que no es recomendable considerar un sistema isotérmico.
4. La variación con respecto al tiempo de la temperatura, puede generar perturbaciones en la derivada de la respuesta de presión, en el periodo de flujo radial.
5. Para el caso analizado, la variación de la temperatura a través del tiempo de cierre, no influyó de manera práctica en los cálculos. Sin embargo, una investigación posterior será necesaria para determinar la influencia de esta variable en diferentes tipos de pozos y fluidos.

## NOMENCLATURA

Símbolo	Descripción	Unidades
$a$	= coeficiente de la matriz	
$A$	= distancia de relajación	pie
$A$	= área de la tubería de producción	pie <sup>2</sup>
$b$	= coeficiente de la matriz	
$B_g$	= factor de volumen del gas	bl @ c.flujo/ pie <sup>3</sup> @ c.estándar
$B_o$	= factor de volumen del aceite	bl @ c.flujo/ bl @ c.estándar
$c$	= coeficiente de la matriz	
$C$	= coeficiente de almacenamiento	bl/ lb <sub>f</sub> /pg <sup>2</sup>
$C_l$	= concentración de masa de la fase líquido	
$C_o$	= término de distribución de la velocidad	
$c_t$	= compresibilidad del sistema	1/lb <sub>f</sub> /pg <sup>2</sup>
$D, d$	= diámetro de la tubería de producción	pie
$d$	= coeficiente de la matriz	
$D_r$	= término de difusión	
$E$	= entrada de vapor	
$E_g$	= fracción de vacío	
$E_l$	= fracción de líquido	
$f_c$	= factor de fricción del núcleo de gas	

$f_m$	=	factor de fricción de Fanning	
$g$	=	aceleración de la gravedad	32.2 pie/s <sup>2</sup>
$g_c$	=	factor de conversión de unidades	32.2 lb <sub>m</sub> pie/(lb <sub>f</sub> s <sup>2</sup> )
$h$	=	espesor de la formación	pie
$i$	=	íésima celda del pozo	
$k$	=	permeabilidad de la formación	md
$K_1$	=	función Bessel modificada del segundo tipo de orden uno	
$K_0$	=	función Bessel modificada del segundo tipo de orden cero	
$N$	=	número de celdas en el pozo	
$p$	=	presión	lb <sub>f</sub> /pg <sup>2</sup> abs.
$\bar{p}_{cD}$	=	transformada de Laplace de $p_{cD}$	
$p_{cD}$	=	presión adimensional del pozo para un gasto de producción constante en la cara de la formación con $s = 0$	
$p_i$	=	presión inicial del yacimiento	lb <sub>f</sub> /pg <sup>2</sup> abs.
$P_{ws}$	=	presión en el fondo del pozo durante la prueba de incremento	lb <sub>f</sub> /pg <sup>2</sup> abs.
$P_{wsD}$	=	presión adimensional en el fondo del pozo durante la prueba de incremento	
$q$	=	gasto en la cara de la formación	bl @ cond.flujo /día

$q^n$	=	gasto en la cara de la formación al tiempo n	bl @ cond.flujo /día
$q^{n+1}$	=	gasto en la cara de la formación al tiempo n+1	bl @ cond.flujo /día
$q_D$	=	gasto adimensional	
$q_{sf}$	=	gasto en la cara de la formación después del cierre	bl @ cond.flujo /día
$R$	=	relación gas-aceite	pie <sup>3</sup> /bl
$R_e$	=	número de Reynolds	
$r_w$	=	radio del pozo	pie
$s$	=	daño	
$t$	=	tiempo	hora
$t_D$	=	tiempo adimensional	
$t_{pD}$	=	tiempo adimensional de producción	
$T_p$	=	tiempo de producción antes del cierre	hora
$u$	=	variable de la transformada de Laplace	
$v_m$	=	velocidad media de la mezcla	pie/s
$v_r$	=	velocidad relativa	pie/s
$v_{sg}$	=	velocidad superficial del gas	pie/s
$v_{sl}$	=	velocidad superficial del líquido	pie/s
$x_0$	=	velocidad en el método de la secante	pie/s
$x_1$	=	velocidad en el método de la secante	pie/s
$x_2$	=	velocidad en el método de la secante	pie/s
$z$	=	profundidad del pozo	pie
$\Delta P_f$	=	caída de presión por fricción	lb <sub>f</sub> /pg <sup>2</sup> /pie

$\Delta t$	=	tiempo de cierre	hora
$\Delta t_D$	=	tiempo adimensional de cierre	
$\Delta x_o$	=	diferencia entre $x_1$ y $x_o$	pie/s
$\Delta x_l$	=	diferencia entre $x_2$ y $x_l$	pie/s
$\Delta z$	=	longitud del volumen de control	pie
$\phi$	=	porosidad	
$\mu$	=	viscosidad del aceite	cp
$\rho_c$	=	densidad del núcleo de gas	lb <sub>m</sub> /pie <sup>3</sup>
$\rho_g$	=	densidad del gas	lb <sub>m</sub> /pie <sup>3</sup>
$\rho_{gs}$	=	densidad del gas a cond. estándar	lb <sub>m</sub> /pie <sup>3</sup>
$\rho_l$	=	densidad del líquido	lb <sub>m</sub> /pie <sup>3</sup>
$\rho_m$	=	densidad de la mezcla	lb <sub>m</sub> /pie <sup>3</sup>
$\rho_{os}$	=	densidad del aceite a cond. estándar	lb <sub>m</sub> /pie <sup>3</sup>
$\sigma$	=	tensión superficial	dina/cm

#### Subíndices y superíndices

$_{wh}$	=	en la cabeza del pozo
$_{sf}$	=	en la cara de la formación
$_i$	=	iésima celda
$''$	=	nivel de iteración en tiempo

## REFERENCIAS

1. Abramowitz, M., Stegun, I. A. : "Handbook of Mathematical Functions", National Bureau of Standards, 1964.
2. Almehaideb, R. A., Aziz, K., Pedrosa Jr., O. A. : "A Reservoir/Wellbore Model for Multiphase Injection and Pressure Transient Analysis" artículo *SPE* 17941, presentado en Middle East Oil Technical Conference and Exhibition, Manama, Bahrein, marzo 11-14 de 1989.
3. Alves I.N., Alhanati, F.J.S., and Shoham,O., "A Unified Model for Predicting Flowing Temperature Distribution in Wellbores and Pipelines", artículo *SPE* 20632, presentado en 65<sup>th</sup> Annual Technical Conference and Exhibition SPE, New Orleans, L.A. septiembre 23-26 de 1990.
4. Ansari, A. M., Sylvester, N. D., Shoham, O., Brill, J. P.:"A Comprehensive Mechanistic Model for Upward Two-Phase Flow in Wellbores" artículo *SPE* 20630 presentado en 65<sup>th</sup> Annual Technical Conference and Exhibition of the SPE, New Orleans, LA. Septiembre 23-26 de 1990.
5. Ansari, A.M., Sylvester, N.D., Sarica, C., Shoham, O., Brill, J.P. "A Comprehensive Mechanistic Model for Upward Two-Phase Flow in Wellbores". *SPE Production & Facilities*, mayo de 1994.
6. Baker, O. : "Designing Pipelines for Simultaneous Flow of Oil&Gas" *Pipeline Engineer*, febrero 1960.
7. Barnea, D. : "A Unified Model for Predicting Flow - Pattern Transitions for the Whole Range of Pipe Inclinations", *Int. J. of Multiphase Flow* (1987), volumen 13, páginas 1 - 12.
8. Beggs, H. D., Robinson, J. R. : "Estimating the Viscosity of Crude Oil Systems", *J.P.T.* septiembre 1975.
9. Bird, R. B., Stewart, W. E., Lighthfoot, E. N. : "Transport Phenomena", John Wiley and Sons ,1960.
10. Camacho-V, R. G. : "Well Performance Under Solution Gas Drive", Tesis Doctoral, University of Tulsa, 1987.
11. Carslaw, H. S., Jaeger, J. C. : "Conduction of Heat in Solids" Oxford University Press,

segunda edición, 1959.

12. Erickson, D. D., and Mai, M. C., "A Transient Multiphase Temperature Prediction Program", artículo *SPE* 24790, presentado en 67<sup>th</sup> Annual Technical Conference and Exhibition SPE, Washington D. C., octubre 4 - 7 de 1992.
13. Fair Jr., W. B.: "Pressure Buildup Analysis with Wellbore Phase Redistribution", *J.P.T.*, abril 1981.
14. Fair Jr., W. B.: "Generalization of Wellbore Effects in Pressure-Transient Analysis", artículo *SPE* 24715, presentado en 67<sup>th</sup> Annual Technical Conference and Exhibition SPE, Washington D. C., octubre 4 - 7 de 1992
15. Glaso, O. : "Generalized Pressure-Volume-Temperature Correlations", *J.P.T.*, mayo 1980.
16. Gokdemir, O. M.: "Transient Drift Flux Model for Wellbores", Tesis de Maestría , University of Tulsa, 1992.
17. Gopal, V. N. : "Gas Z-Factor Equations Developed for Computer" , Oil and Gas Journal, , agosto 8 de 1977.
18. Harmathy, T. Z. "Velocity of Large Drops and Bubbles in Media of Infinite or Restricted Extent" *A.I.Ch.E. Journal* Vol 6, No. 2 , junio 1960.
19. Hasan, A. R. and Kabir, C. S.: "A Study of Multiphase Flow Behavior in Vertical Wells", *SPE Prod. Eng. J.* , mayo 1988.
20. Hasan, A.R., Kabir, C.S. "A Study of Multiphase Flow Behavior in Vertical Oil Wells : Part I -Theoretical Treatment" artículo *SPE* 15138 presentado en 56<sup>th</sup> California Regional Meeting SPE, Oakland, C.A., abril 2-4 de 1986.
21. Hasan, A.R., Kabir, C.S. "A Study of Multiphase Flow Behavior in Vertical Oil Wells : Part II -Field Application" artículo *SPE* 15139 presentado en 56<sup>th</sup> California Regional Meeting SPE, Oakland, C.A., abril 2-4 de 1986.
22. Hasan, A.R., Kabir, C.S., "Heat Transfer During Two-Phase Flow in Wellbores : Part I - Formation Temperature", artículo *SPE* 22866, presentado en 66<sup>th</sup> Annual Technical Conference SPE , Dallas TX, octubre 6-9 de 1991.
23. Hasan, A.R., Kabir, C.S., "Heat Transfer During Two-Phase Flow in Wellbores : Part II - Wellbore Fluid Temperature, artículo *SPE* 22948, presentado en 66<sup>th</sup> Annual Technical Conference SPE , Dallas TX, octubre 6-9 de 1991.
24. Hasan, A.R., Kabir, C.S.: "Modeling Changing Storage During a Shut-In Test", artículo *SPE*

24717, presentado en 67<sup>th</sup> Annual Technical Conference and Exhibition, Washington D. C., octubre 4 - 7 de 1992.

25. Hegeman, P. S., Hallford, D. L., and Joseph, J. A.: "Well Test Analysis With Changing Wellbore Storage", artículo SPE 21829, presentado en Rocky Mountain Regional Meeting and Low-Permeability Reservoir Symposium, Denver, Colorado, abril 15 - 17, 1991.
26. Ishii, M. : "Drift Flux Model and Derivation of Kinematic Constitutive Laws", *Two-Phase Flows and Heat Transfer, Volume I*, Proceedings of NATO Advanced Study Institute, agosto 16-27 de 1976, Istambul, Turkey. Hemisphere Publishing Company, 1977.
27. Jones Jr., O.C. : "Nuclear Reactor Safety Heat Transfer", Hemisphere Publishing Company, 1981.
28. Lasater, J. A. : "Bubble Point Pressure Correlation", *Transactions AIME*, Vol 213, 1958.
29. Lee, A. L., Gonzalez, M. H. and Eakin, B. E., "The Viscosity of Natural Gases", *J.P.T.*, August 1966.
30. Meunier, D., Wittman, M. J., and Stewart, G. : "Interpretation of Pressure Buildup Test Using In-Situ Measurement Afterflow", *J.P.T.*, enero 1985
31. Nicklin, D. J., Wilkes, J. O., Davidson, J. F. : "Two-Phase Flow in Vertical Tubes", *Trans. Inst. Chem. Eng.*, Volume 40, 1962.
32. Ozon, P. M.5, Fershneider, G., and Chwetzoff, A.: "A New Multiphase Flow Model Predicts Pressure and Temperature Profiles" artículo SPE 16535, presentado en Offshore Europe Conference, Aberdeen, septiembre 1987.
33. Patankar, V. S. : "Numerical Heat Transfer and Fluid Flow", Hemisphere Publishing Company, 1980.
34. Ramey, H.J., "Wellbore Heat Transmission", *J.P.T.*, abril 1962
35. Sagar, R., Doty, D.R., Schmidt, Z., "Predicting Temperatures Profiles in a Flowing Well", artículo SPE 19702, presentado en 64 Annual SPE Meeting, San Antonio, TX , octubre 8-11, 1989.
36. Standing, M. B. : "A Pressure-Volume-Temperature Correlation for Mixtures of California Oil and Gases" *Drilling and Production Practice API*, 1957.
37. Stehfest, H. : "Numerical Inversion of Laplace Transforms", *Communications ACM*, 13 No.1, 1970.

38. Stone, T.W. "A Comprehensive Wellbore/Reservoir Simulator" artículo *SPE* 18419, presentado en Symposium on Reservoir Simulation, Houston, Texas, febrero 6-8 de 1989.
39. Taitel, Y., Barnea, D., Dukler, A. E.,: "Modelling Flow Pattern Transitions for Steady Upward Gas - Liquid Flow in Vertical Tubes", *A.I.Ch.E. Journal* (1980), Vol. 26.
40. van Everdingen, A. F., Hurst, W. : "The Application of the Laplace Transformation to Flow Problems in Reservoirs", *Trans., AIME* , 1949, Vol. 186.
41. Vasquez, M., Beggs, M. D. : "Correlations for Fluid Physical Property Prediction", *J.P.T.* junio 1980.
42. Wallis, G. B. : "One-Dimensional Two-Phase Flow", McGraw-Hill, 1969.
43. Winterfeld, P. H., "Simulation of Pressure Buildup in a Multiphase Wellbore/Reservoir System" artículo *SPE* 15534, presentado en 61<sup>st</sup> Annual Technical Conference and Exhibition of SPE, New Orleans, LA., 1986.
44. Xiao, J., Alhanati, F. J., Reynolds, A. , Fuentes-Nucamendi, F. : "Modeling and Analizing Pressure Buildup Data Affected by Phase Redistribution in the Wellbore", artículo *SPE* 26965 presentado en III Latin American/Caribbean Petroleum Engineering Conference, Buenos Aires, Argentina, abril 27-29 de 1994.
45. Burden, R. L., Faires, J. D., and Reynolds, A. C. : "Numerical Analysis", Prindle, Weber and Schmidt, 1978.
46. Ozisik, M. N. : "Heat Conduction", John Wiley & Sons, Inc. Second Edition, 1993.
47. Ishii, M. : "One Dimensional Drift Flux Model and Constitutive Equations for Relative Motion Between Phases in Various Two-Phase Regimes", *Argonne National Laboratory Report ANL-77-47*, Argonne, Illinois, 1977.
48. Williams, P. J. : "The Surface of the Earth", Longman, Inc., 1982

## APÉNDICE : MODELO PARA EL CÁLCULO DE LA TEMPERATURA EN RÉGIMEN TRANSITORIO EN UN POZO

Para calcular la temperatura a lo largo del pozo con respecto al tiempo durante una prueba de incremento de presión, se hacen las siguientes suposiciones :

- I. La conducción de calor en dirección axial al pozo es despreciable.
- II. El espacio anular se modela como un sólido con un coeficiente de transferencia de calor y un coeficiente de difusividad térmica equivalentes.
- III. Después del cierre, no se toman en cuenta la aportación de energía del fluido que entra al pozo, ni la transferencia de energía de los fluidos del pozo hacia los alrededores.
- IV. El mecanismo de enfriamiento del sistema que rodea a los fluidos del pozo determina la temperatura de éstos.

### Distribución de la Temperatura en Dirección Radial

La ecuación de conducción de calor en coordenadas cilíndricas es :

$$\frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} \quad (A1)$$

El sistema que rodea a los fluidos del pozo, Figura A1, se divide en segmentos en la dirección axial.

Por conveniencia cada segmento corresponde a un volumen de control del modelo de deriva. La

ecuación A1 se resuelve para calcular la distribución radial de la temperatura en cada segmento del sistema, de acuerdo con las condiciones de frontera.

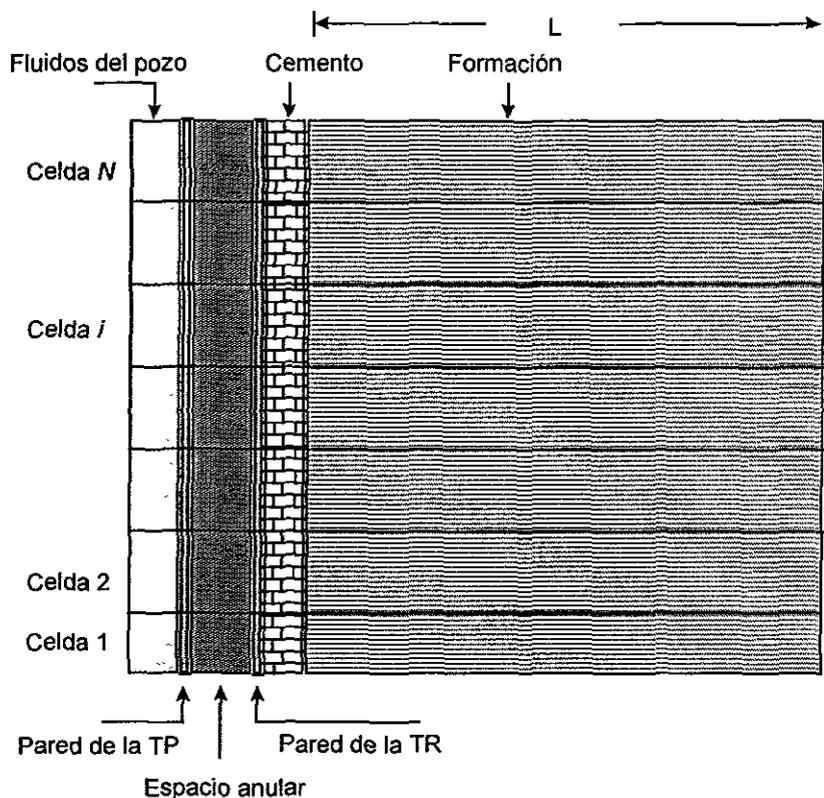


Figura A1. Configuración del Sistema Analizado (TP, Espacio Anular, TR, Cemento, Formación).

### Condiciones Inicial y de Frontera

Una prueba de incremento de presión puede dividirse en dos partes : el periodo de producción y el periodo de cierre. Con el objeto de especificar la condición inicial del periodo de producción, suponemos que el perfil de temperatura dentro de la formación corresponde a la distribución natural de temperatura dentro de la tierra :

$$T(r,0) = T_{iGrad Geot} \quad (A2)$$

Para determinar la temperatura en la frontera interna se utiliza el modelo desarrollado por Alves y cols<sup>3</sup> para calcular la temperatura a lo largo de un pozo, fluyendo en condiciones de régimen estacionario,

$$T(r_{TP}, t) = T_{Pozo} \quad (A3)$$

La condición de frontera externa se localiza a una distancia  $L$ , en donde la temperatura de la formación no se ve afectada por el pozo,

$$T(L, t) = T_{Grad Geot} \quad (A4)$$

La ecuación A4 se utiliza también para especificar la condición de frontera externa en el periodo de cierre. Al tiempo de cierre del pozo, la condición inicial del sistema será la distribución de temperatura calculada al final del periodo de producción. La condición de frontera interna se determina de acuerdo con la suposición III, con lo que el flujo de calor hacia el sistema que rodea a los fluidos del pozo es cero :

$$Q|_{r=r_{TP}} = 0 \quad (A5)$$

El procedimiento de solución numérica de las ecuaciones A1-A5, en un esquema implícito, se encuentra completamente documentada en la referencia 33.

### Validación de la Solución Numérica de la Ecuación de Conducción de Calor

La solución numérica de la ecuación A1-A4 se compara contra tres soluciones analíticas de la ecuación de conducción de calor, con diferentes condiciones de frontera.

La primera ecuación corresponde a un cilindro sólido cuya superficie exterior cambia de una temperatura  $T_0$  a  $T_1$ , Carslaw y Jaeger<sup>11</sup> :

$$\frac{T - T_0}{T_1 - T_0} = 1 - 2 \sum_{m=1}^{\infty} e^{-\alpha \beta_m^2 t} \frac{J_0(\beta_m r / R)}{\beta_m J_1(\beta_m)}, \quad (\text{A6})$$

donde  $R$  es el radio del cilindro,  $\alpha$  la difusividad térmica del medio,  $\beta_m$  las raíces positivas de la función  $J_0(\beta_m) = 0$ ,  $t$  el tiempo y  $T$  la temperatura al tiempo de interés. La comparación de las soluciones se muestra en la Figura A2. La segunda ecuación corresponde a un cilindro hueco con una distribución inicial uniforme de temperatura  $T_0 = 100$  °C, con radio interior de 0.2 m y radio exterior de 10.0 m. y cuyas superficies, a tiempo  $> 0$ , son llevadas a  $T = 0$ °C, Ozisik<sup>48</sup> :

$$T = T_0 \pi \sum_{m=1}^{\infty} e^{-\alpha \beta_m^2 t} \frac{J_0(\beta_m a)}{J_0(\beta_m a) + J_0(\beta_m b)} [J_0(\beta_m r) Y_0(\beta_m b) - J_0(\beta_m b) Y_0(\beta_m r)], \quad (\text{A7})$$

donde  $a$  es el radio interior del cilindro,  $b$  el radio exterior y  $\beta_m$  las raíces positivas de  $J_0(\beta_m a) Y_0(\beta_m b) - J_0(\beta_m b) Y_0(\beta_m a) = 0$ . La comparación de las soluciones se muestra en la Figura A3. La tercera solución corresponde a un cilindro, de dimensiones iguales al anterior, con temperatura inicial constante  $T_i = 150$  °C. A tiempo  $> 0$ , la superficie interna del cilindro cambia a una temperatura  $T_a = 180$  °C, Carslaw y Jaeger<sup>11</sup>. La comparación de las soluciones se muestra en la Figura A4.

$$T = \frac{T_a \log\left(\frac{b}{r}\right) + T_b \log\left(\frac{r}{a}\right)}{\log(b/a)} + T_i \pi \sum_{m=1}^{\infty} \left( e^{-\alpha \beta_m^2 t} \frac{J_0(\beta_m a)}{J_0(\beta_m a) + J_0(\beta_m b)} [J_0(\beta_m r) Y_0(\beta_m b) - J_0(\beta_m b) Y_0(\beta_m r)] \right) - \pi \sum_{m=1}^{\infty} \left( e^{-\alpha \beta_m^2 t} \frac{(T_b J_0(\beta_m a) - T_a J_0(\beta_m b)) J_0(\beta_m a) (J_0(\beta_m r) Y_0(\beta_m b) - J_0(\beta_m b) Y_0(\beta_m r))}{(J_0(\beta_m a))^2 + (J_0(\beta_m b))^2} \right) \quad (\text{A8})$$

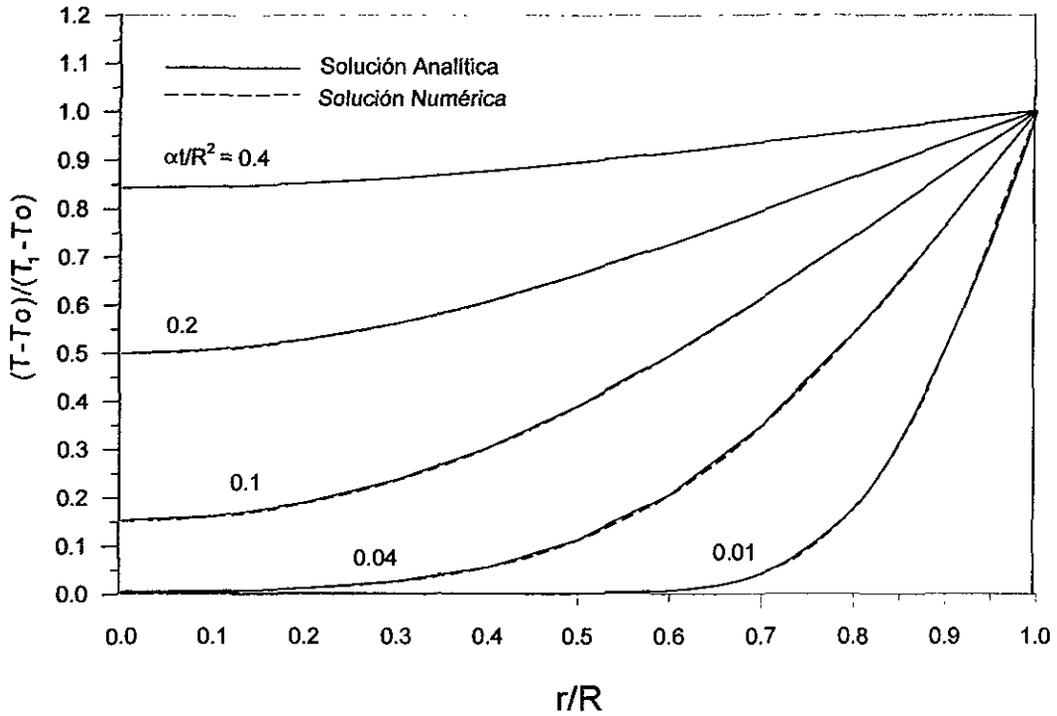


Figura A2. Comparación de la Solución Analítica Contra la Solución Numérica de la Ecuación de Conducción de Calor Para un Cilindro Sólido.

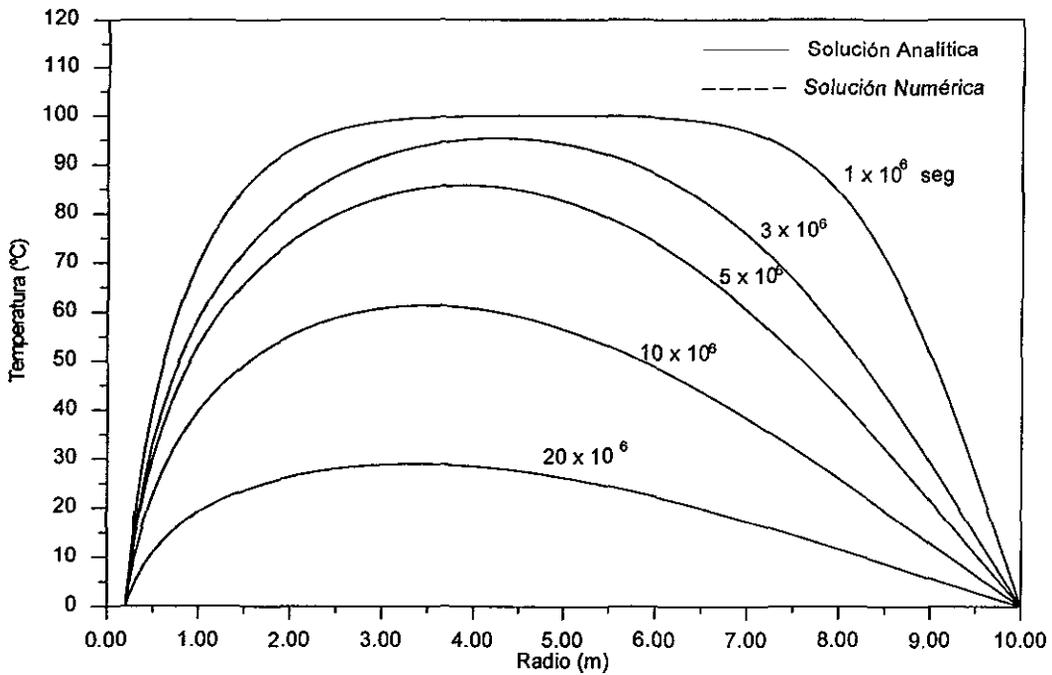


Figura A3. Comparación de la Solución Analítica Contra la Solución Numérica de la Ecuación de Conducción de Calor Para un Cilindro Hueco, Caso 1.

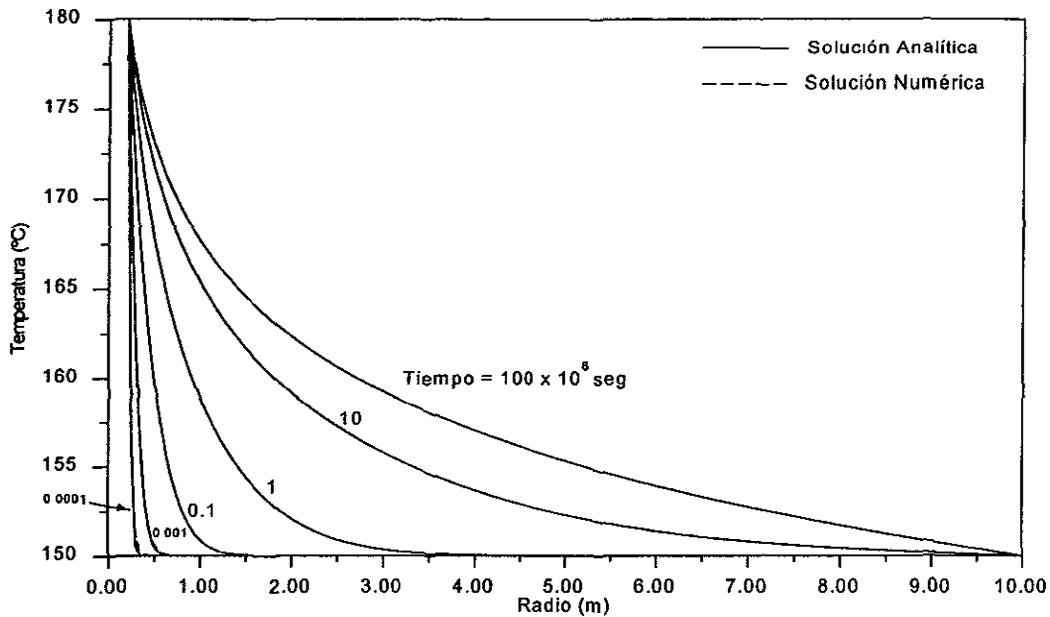


Figura A4. Comparación de la Solución Analítica Contra la Solución Numérica de la Ecuación de Conducción de Calor Para un Cilindro Hueco, Caso2.

#### Distribución de la Temperatura a lo Largo del Pozo Respecto al Tiempo

En cada celda del sistema que rodea a los fluidos del pozo se realizará el siguiente procedimiento :

1. Calcular la temperatura original de la formación a la profundidad media de la celda  $i$  ( $i= 1, 2, \dots, N$ ), utilizando el gradiente geotérmico.
2. Calcular la temperatura para cada celda del pozo, en condiciones de flujo en régimen permanente a un tiempo igual al tiempo de producción, utilizando el modelo de Alves y cols.<sup>3</sup>.
3. De acuerdo con el tiempo de producción del pozo y con la distribución de temperatura en el pozo, calculada en el paso anterior, se calcula la distribución de la temperatura en el sistema que rodea a los fluidos del pozo, aplicando un tiempo total de cálculo igual al tiempo de producción del

pozo. El establecimiento de este perfil es importante, ya que a mayor energía almacenada en los alrededores del pozo, menor será la rapidez con la que éste se enfriará durante la prueba de incremento de presión.

4. El perfil de temperatura calculado en el paso 3 se toma como nueva condición inicial. En el instante de cierre del pozo, se aplica la suposición III, con lo que el flujo de calor hacia los alrededores del fluido del pozo será cero.

5. Se calcula la temperatura en la pared interior de la tubería de producción al tiempo deseado. La suposición IV indica que ésta será la temperatura de los fluidos en el interior del pozo, a la profundidad media de la celda  $i$ , al tiempo de interés.

#### Sensibilidad del Modelo a la Variación en la Distancia de la Frontera Externa y al Número de Nodos

En la Figura A5 se presenta una gráfica de la variación de la temperatura calculada con el modelo propuesta para un rango de 10 m a 100 m en la distancia de la frontera externa  $L$ , para diferentes números de nodos, en un pozo con las características mostradas en la Tabla A1. El tiempo de producción considerado es de 1 año y el tiempo de cierre de 11 días. La gráfica corresponde a la profundidad media de la celda superior del pozo (30 m aproximadamente), que es la parte en donde se presenta la mayor variación de la temperatura respecto al tiempo. El análisis parte de 120 nodos y se extiende hasta 1000 nodos. Se puede apreciar que a mayor número de nodos, la solución se va estabilizando. La curva de 1000 nodos muestra que la temperatura calculada entre 10 m y 20 m no se ha estabilizado, es decir, a mayor distancia, la temperatura sigue creciendo. Sin embargo después de los 20m y hasta los 50 m, la solución toma un valor prácticamente constante igual a 55.9 °C. Hacia los 100m la temperatura vuelve a incrementarse. Este incremento en la temperatura se debe a que se

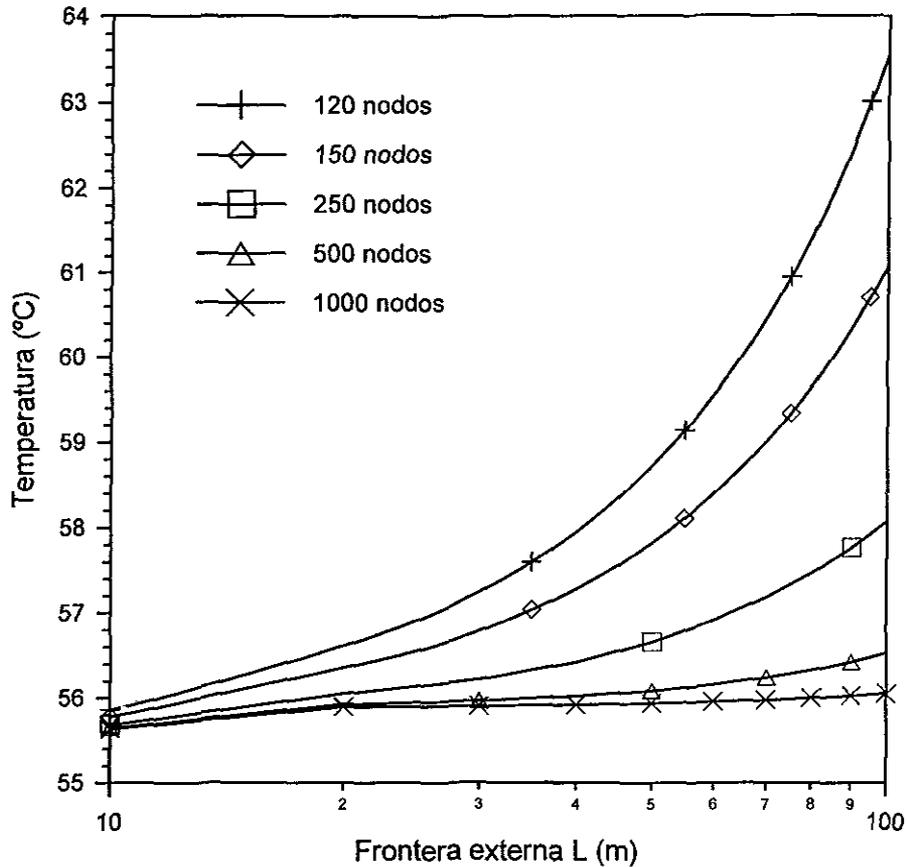


Figura A5. Temperatura en la Celda Superior de un Pozo Después de 11 días de Cierre, en Función del Número de Nodos y la Distancia de la Frontera Externa.

requiere un número mayor de nodos para describir el fenómeno. Una forma de determinar una distancia adecuada de la frontera externa es calcular la variación en la temperatura de la formación, debida a la presencia de un pozo, a diferentes tiempos de producción. La Figura A6 presenta los perfiles de temperatura en un cilindro hueco de roca de formación (caliza) con radio interior de 0.06 m y radio exterior de 100 m, con temperatura inicial de 35 °C, sujeto a una temperatura constante de 91°C en la frontera interna. El cálculo se realizó con 5000 nodos. Se observa que para un tiempo continuo de producción de 5 años, la influencia de la presencia del pozo alcanza apenas 40 m. En el ejemplo mostrado en la Figura A5 el tiempo de producción, para las mismas condiciones, fue de 1

año. De acuerdo con la Figura A6, la influencia del pozo se extiende hasta los 17 ó 18 m. Esto explica porqué la predicción de la temperatura mostrada en la Figura A5 se estabiliza alrededor de los 20 m. Con un número de 150 nodos y un valor de  $L = 20$  m, la predicción en la temperatura para el caso considerado en la Figura A5, tendrá un error del 0.8%. La consideración de una distancia  $L$  menor que 20 m con cualquier número de nodos, o una distancia mayor sin incrementar el número de nodos, resultará en un error más grande para este ejemplo.

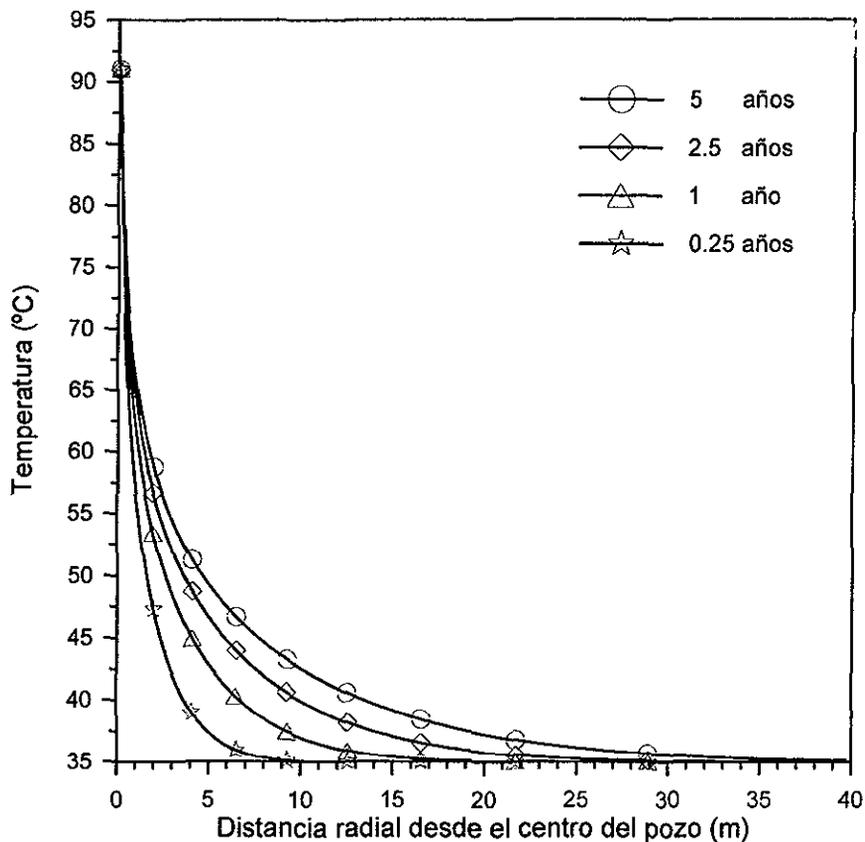


Figura A6. Distribución de la Temperatura en un Cilindro Hueco de Roca Caliza con Fronteras a Temperatura Constante y Diferentes Tiempos.

## Comparación del Modelo con Datos de Campo

El modelo se compara con los datos obtenidos de un pozo del Estado de Tabasco. La Tabla A1 muestra la información general del pozo. Los registros de temperatura para el pozo fluyendo y cerrado se muestran en las Tablas A2 y A3, respectivamente. El gradiente para el pozo cerrado se tomó 263 horas después del cierre. Se puede observar que el gradiente de temperatura para el pozo fluyendo está completo, desde la superficie hasta una profundidad de 5600 m, es decir, 37 m arriba de la parte superior del intervalo productor. Sin embargo, el gradiente de temperatura para el pozo cerrado únicamente se registra de 5600 m a 3000 m. En este caso, se puede esperar que el último gradiente de temperatura registrado no cambie, si se analiza la variación en los gradientes. En la estación 4, a una profundidad de 5000 m, el gradiente registrado es de 0.00823 °C/m. La estación 6, a 4000 m, registra un gradiente de 0.01754 °C/m, es decir, 113% mayor que el gradiente anterior. La estación 7, a 3000 m, registra un gradiente de 0.01894 °C/m, 8% mayor que el gradiente anterior. A este ritmo de variación del gradiente de temperatura, es de esperarse que la siguiente variación no sea realmente grande. Por esto, al considerar que el último gradiente se mantiene constante, se introducirá una incertidumbre de alrededor de  $\pm 2^\circ \text{C}$ .

La Figura A7 muestra los resultados obtenidos. Se puede observar que el modelo propuesto predice con bastante exactitud el perfil de temperatura para el pozo cerrado, aunque existe una desviación en la parte inferior del pozo (2 °C aproximadamente). Esta diferencia podría deberse principalmente a la suposición III, la cual indica que la aportación de energía de los fluidos que entran al pozo después del cierre, no debe tomarse en cuenta. Otro punto de la gráfica que merece un comentario es la parte del pozo cercana a la superficie. En este caso el cálculo sólo se ha hecho hasta 500 m de profundidad. Se pueden realizar cálculos a profundidades menores, sin alcanzar la capa superficial

afectada por la variación anual de la temperatura, debido a que la conducción de calor dentro de la formación cercana a la superficie se realiza en dos direcciones, no una como supone el modelo. Una estimación del espesor de esta capa se puede hacer con la fórmula propuesta por Williams<sup>50</sup> :

$$Z_i = 2\sqrt{\pi\alpha t} \quad (A9)$$

donde  $\alpha$  es la difusividad del terreno,  $t$  es el tiempo del ciclo de variación de la temperatura (un año en este caso) y  $Z_i$  es la profundidad máxima aproximada a la cual dejan de tener efecto las variaciones de la temperatura en superficie. Para un valor de difusividad de  $1 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$  y un tiempo de un año ( $3.1536 \times 10^7 \text{ s}$ ), la profundidad calculada con la ecuación A6 es de 20 metros.

Tabla A1. Datos Generales del Pozo en Estudio

Diámetro de Tubería de Revestimiento	5	pg
Diámetro de Tubería de Producción	3.5	pg
Profundidad del Intervalo Disparado (cima)	5637	m
Gasto Antes del Cierre	1968	bpd
Relación Gas - Aceite	1128	pie <sup>3</sup> /bl
Densidad del Aceite	36	°API
Tiempo de Producción	mayor que 1 año	

Tabla A2. Registro del Gradiente de Temperatura. Pozo Fluyendo.

Estación	Profundidad (m)	Temperatura (°C)	Gradiente (°C/m)
1	0	85.28	
2	1000	97.51	0.01223
3	2000	113.89	0.01638
4	3000	128.08	0.01419
5	3500	134.21	0.01226
6	4000	139.45	0.01048
7	4500	143.37	0.00784
8	5000	146.23	0.00572
9	5500	148.00	0.00354
10	5600	148.29	0.00290

Tabla A3. Registro del Gradiente de Temperatura. Pozo Cerrado.

Estación	Profundidad (m)	Temperatura (°C)	Gradiente (°C/m)
1	5600	147.84	
2	5500	147.17	0.00670
3	5300	145.42	0.00875
4	5000	142.95	0.00823
5	4500	135.77	0.01436
6	4000	127.00	0.01754
7	3000	108.06	0.01894

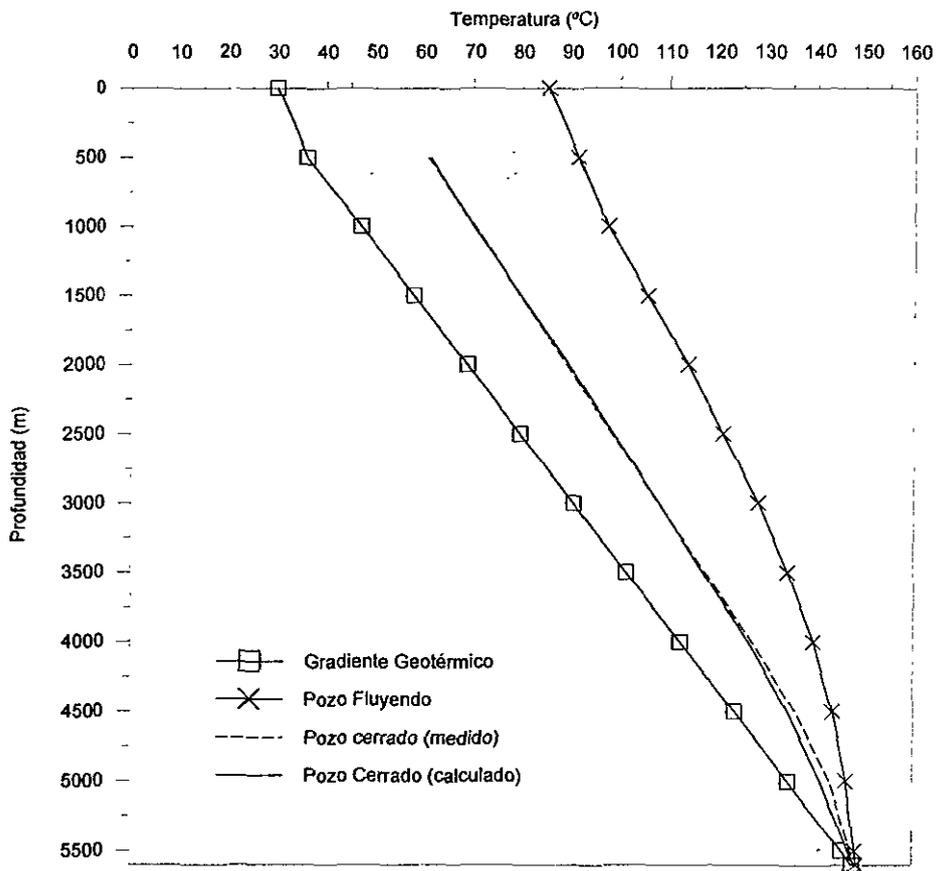


Figura A7. Comparación de los Resultados del Modelo Propuesto Contra Datos Medidos en un Pozo.