



UNIVERSIDAD NACIONAL  
AUTÓNOMA DE  
MÉXICO

01161

**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**  
División de Estudios de Posgrado de la Facultad de Ingeniería

*Simulación Condicional de Campos Aleatorios: Aplicaciones  
al Movimiento Sísmico del Terreno*

TESIS que para obtener el grado de MAESTRO EN INGENIERÍA con especialidad en  
ESTRUCTURAS presenta:

*Sandra Cecilia Santa Cruz Hidalgo*

L

Asesor: Dr. Ernesto Heredia Zavoni

México D.F., ~~1999~~

27 28 90

2000



Universidad Nacional  
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

**Biblioteca Central**



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

Título de la tesis:

Simulación Condicional de Campos Aleatorios: Aplicaciones al Movimiento Sísmico del terreno

Grado y nombre del tutor o director de tesis:

Doctor Ernesto Heredia Zavoni

Institución de adscripción del tutor o director de tesis:

Resumen de la tesis: (Favor de escribir el resumen de su tesis a máquina, como máximo en 25 renglones a un espacio, sin de la extensión de este cuadro.)

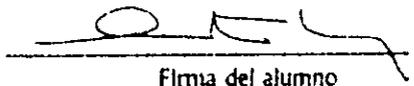
En este trabajo se presenta un método para la simulación condicional de campos aleatorios espacio-temporales y sus aplicaciones al movimiento sísmico del terreno. El método es una extensión del método de simulación condicional para campos con simetría de cuadrante (con espectro de coherencia real) al caso general de campos estacionarios. Se desarrolla un modelo y un método de simulación condicional para campos no estacionarios modulados en amplitud y frecuencia. Este método se aplica al caso del movimiento sísmico del terreno especialmente para la zona de suelo blando de la ciudad de México. Este trabajo se propone como meta contribuir a la solución de las discrepancias en torno al comportamiento del espectro de coherencia en frecuencias bajas. Con este fin se analizan los registros de la zona de suelo blando de la ciudad de México y de la Estación Experimental de Chiba.

Los resultados indican que para frecuencias bajas ( $f=0.2$  Hz), la función de coherencia puede ser considerablemente menor que uno para separaciones mayores que 1200 m. Los modelos de Hindy y Novak y de Harichandran son más flexibles para ajustarse a los intervalos de frecuencia y separaciones consideradas en este estudio. El modelo de Luco y Wong se ajusta a los datos en intervalos pequeños de separación. El modelo de Abrahamson sobrestimó la coherencia en todos los casos analizados.

Se presentan ejemplos que muestran la eficiencia del método de simulación condicional. Los espectros de coherencia y de fase estimados a partir de las historias generadas con base en registros del arreglo SMART-1 y del sismo de México de septiembre de 1995, coincidieron bien con los espectros reales o teóricos, lo que verificó la capacidad del método para reproducir correctamente los efectos de incoherencia y de cambio de fase. Los espectros de respuesta para simulaciones y registros mostraron que las simulaciones pueden aplicarse al análisis elástico de estructuras. El costo computacional de las simulaciones es relativamente bajo y por lo tanto su aplicación en el análisis de estructuras es factible.

LOS DATOS ASENTADOS EN ESTE DOCUMENTO CONCUERDAN FIELMENTE CON LOS REALES Y QUEDO ENTERADO QUE, EN CASO DE CUALQUIER DISCREPANCIA, QUEDARÁ SUSPENDIDO EL TRÁMITE DEL EXAMEN

Fecha de solicitud: \_\_\_\_\_

  
Firma del alumno

Acompaño los siguientes documentos:

- Nombramiento del jurado del examen de grado
- del trabajo escrito por cada miembro del jurado
- la última revisión de estudios
- comprobante de pago de derechos por registro del grado

Biblioteca del Plantel

Biblioteca Central

Entrega ejemplares de tesis

## Resumen

En este trabajo se presenta un método para la simulación condicional de campos aleatorios espacio-temporales y sus aplicaciones al movimiento sísmico del terreno. El método es una extensión del método de simulación condicional para campos con simetría de cuadrante (con espectro de coherencia real) al caso general de campos estacionarios. Se desarrolla un modelo y un método de simulación condicional para campos no estacionarios modulados en amplitud y frecuencia. Este método se aplica al caso del movimiento sísmico del terreno especialmente para la zona de suelo blando de la ciudad de México. Este trabajo se propone como meta contribuir a la solución de las discrepancias en torno al comportamiento del espectro de coherencia en frecuencias bajas. Con este fin se analizaron los registros de la zona de suelo blando de la ciudad de México y de la Estación Experimental de Chiba.

Los resultados indican que para frecuencias bajas ( $f=0.2$  Hz), la función de coherencia puede ser considerablemente menor que uno para separaciones mayores que 1200 m. Los modelos de Hindy y Novak y de Harichandran son más flexibles para ajustarse a los intervalos de frecuencia y separaciones consideradas en este estudio. El modelo de Luco y Wong se ajusta a los datos en intervalos pequeños de separación. El modelo de Abrahamson sobreestimó la coherencia en todos los casos analizados.

Se presentan ejemplos que muestran la eficiencia del método de simulación condicional. Los espectros de coherencia y de fase estimados a partir de las historias generadas con base en registros del arreglo SMART-1 y del sismo de México de septiembre de 1995, coincidieron bien con los espectros reales o teóricos, lo que verificó la capacidad del método para reproducir correctamente los efectos de incoherencia y de cambio de fase. Los espectros de respuesta para simulaciones y registros mostraron que las simulaciones pueden aplicarse al análisis elástico de estructuras. El costo computacional de las simulaciones es relativamente bajo y por lo tanto su aplicación en el análisis de estructuras es factible.

*A Antonio*

## **AGRADECIMIENTOS**

*Al doctor Ernesto Heredia por su dedicación y apoyo en mis estudios y en esta tesis*

*Al doctor Ronald S. Harichandran por su ayuda y asesoría en el desarrollo de este trabajo*

*A los doctores Luis Pérez-Rocha y Eduardo Reynoso, por los registros del Valle de México y al doctor Ahmed Elgamal, por los acelerogramas de la Estación Experimental de Chiba*

*A la Dirección General de Asuntos del Personal Académico de la UNAM por las becas de maestría auspiciadas con recursos de los proyectos PAPIIT IN114296 e IN123698.*

*A los doctores Luis Esteva, Francisco Sánchez Sesma, Sonia Ruiz y Mario Ordaz, por la revisión detallada de este trabajo y por sus acertados comentarios y sugerencias.*

# ÍNDICE

<b>1</b>	<b>INTRODUCCIÓN</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>SIMULACIÓN CONDICIONAL DE CAMPOS ALEATORIOS</b>	<b>7</b>
2.1	Simulación condicional de campos espacio-temporales estacionarios	7
2.2	Campos no-estacionarios modulados en amplitud y frecuencia	17
2.3	Simulación condicional de campos aleatorios espacio-temporales modulados en amplitud y frecuencia (MAF)	25
<b>3</b>	<b>CARACTERIZACIÓN DE ESPECTROS DE COHERENCIA DEL MOVIMIENTO SÍSMICO</b>	<b>26</b>
3.1	Estimación de espectros de coherencia	26
3.2	Estimación de espectros de coherencia del movimiento sísmico en el suelo blando de la Ciudad de México	35
3.3	Estimación de espectros de coherencia del movimiento sísmico del terreno en Chiba-Japón.	53
3.4	Ajuste de Modelos.	64
3.5	Resumen de los resultados	71
<b>4</b>	<b>EJEMPLOS DE APLICACIÓN</b>	<b>74</b>
4.1	Ejemplo de simulación condicional de campo espacio-temporal estacionario	75
4.2	Aplicación a la simulación condicional de movimientos sísmicos del terreno	81

<b>5</b>	<b>CONCLUSIONES</b>	<b>91</b>
<b>6</b>	<b>BIBLIOGRAFÍA</b>	<b>96</b>

# **1 INTRODUCCIÓN**

Una serie de problemas de ingeniería involucran sistemas cuyas propiedades y excitaciones exhiben patrones de variabilidad e incertidumbre tanto en los dominios del espacio como del tiempo. Dichas propiedades y excitaciones pueden modelarse como campos aleatorios espacio-temporales con fines de: (1) predicción de respuesta o desempeño en problemas de análisis, y (2) evaluación de estrategias alternativas en problemas de toma de decisión, por ejemplo sobre diseño, instrumentación o control. En el caso de problemas de análisis y toma de decisiones relacionados con sistemas muy complejos, la simulación es una herramienta práctica de solución.

Actualmente se cuenta con varias técnicas y métodos para la simulación de campos aleatorios espacio-temporales. Sin embargo, el número de estudios relacionados con la simulación condicional es menor puesto que sólo ha sido estudiada en años recientes. La simulación condicional de campos aleatorios espacio-temporales tiene por objeto generar historias del campo en un conjunto de puntos de tal manera que sean compatibles con historias registradas en la vecindad de dichos puntos.

Algunos autores han propuesto métodos de simulación condicional basados en distribuciones de probabilidad condicional y en "kriging" (Kameda y Morikawa, 1992, 1993; Vanmarcke y Fenton, 1991; Hoshiya, 1995; Shinozuka y Zhang, 1996). Vanmarcke et al. (1993) desarrollaron un método para la simulación condicional de campos espacio-temporales con simetría de cuadrante, es decir campos para los cuales el espectro de coherencia es real. El método se basa en la predicción lineal de variables múltiples y garantiza la estructura de covarianza correcta del campo simulado (Heredia-Zavoni, 1993). La simulación consiste en descomponer el campo espacio-temporal en una serie de campos espaciales de frecuencias específicas y generar condicionalmente los coeficientes de Fourier correspondientes a dichas frecuencias. Las historias en el tiempo, en cada punto del campo, se obtienen luego mediante transformadas rápidas de Fourier inversas lográndose así una alta eficiencia de cómputo. Métodos de simulación condicional para campos no estacionarios no han sido desarrollados aún. Para modelar aproximadamente la no-estacionariedad se ha recurrido a dividir las historias de tiempo en ventanas de frecuencia consecutivas y a simular condicionalmente suponiendo que en cada ventana los campos son estacionarios.

La simulación condicional tiene aplicaciones en diferentes disciplinas de la ingeniería. En ingeniería sísmica se puede utilizar la simulación condicional para el análisis de estructuras sobre múltiples apoyos como puentes, presas y líneas vitales. Si el desplazamiento y la aceleración sísmica del terreno se modelan como campos espacio-temporales no estacionarios, se pueden simular historias en la base de algunos apoyos de la estructura condicionadas a registros especificados en otros apoyos. Para modelar el movimiento sísmico del terreno como un campo aleatorio es necesario caracterizar el espectro de coherencia. Varios modelos de espectro de coherencia han sido propuestos (Hindy y Novak, 1980; Luco y Wong, 1986; Hao, 1989; Harichandran, 1991; Abrahamson, 1992; Der Kiureghian, 1996). Los parámetros de algunos modelos se han estimado mediante análisis estadísticos de registros de arreglos densos.

Existen algunas discrepancias con respecto a la variación de la coherencia del movimiento sísmico del terreno en frecuencias bajas. Tomando en cuenta el comportamiento de las ondas sísmicas de período largo, se ha postulado que el valor absoluto del espectro de coherencia debe ser cercano a uno cuando la frecuencia es muy baja y se han propuesto formas funcionales para la coherencia acordes con este comportamiento. Sin embargo, Harichandran (1991) ha mostrado que el valor absoluto del espectro de coherencia de acelerogramas registrados por el arreglo SMART-1 es menor que uno para frecuencias alrededor de 0.5 Hz y separaciones mayores que 100 m. Para efectos del análisis de la respuesta sísmica de estructuras sobre múltiples apoyos es importante resolver estas discrepancias. Estudios sobre la respuesta de presas y líneas vitales indican que las

diferencias en los valores de la coherencia para frecuencias bajas pueden dar lugar a respuestas estructurales muy diferentes (Chen y Harichandran, 1995).

Este trabajo está relacionado con la simulación condicional de campos aleatorios espacio-temporales y sus aplicaciones al movimiento sísmico del terreno. Los objetivos del trabajo son: (1) extender el método de simulación condicional para campos con simetría de cuadrante al caso general de campos estacionarios espacio-temporales; (2) desarrollar un modelo de campos no estacionarios modulados en amplitud y frecuencia y proponer un método de simulación condicional para este tipo de campos; y (3) caracterizar espectros de coherencia para la zona de suelo blando de la ciudad de México y aplicar el método de simulación condicional al caso del movimiento sísmico del terreno. Dada la larga duración de algunos registros de la ciudad de México se pueden estimar de manera confiable espectros de coherencia con buena resolución y observar su comportamiento en frecuencias bajas. Existen otros arreglos, como la estación experimental de Chiba, en Japón, que también han registrado eventos de larga duración. Este trabajo se propone como meta contribuir a la solución de las discrepancias en torno al comportamiento del espectro de coherencia en frecuencias bajas. Con este fin se analizarán los registros de la zona de suelo blando de la ciudad de México y de la estación de Chiba haciendo uso de técnicas espectrales.

El problema de la simulación condicional de campos aleatorios espacio-temporales se estudia en el capítulo 2. Se trata primero el caso de campos estacionarios y gaussianos. El método desarrollado por Vanmarcke et al. (1993) para campos estacionarios con simetría

de cuadrante se extiende para tomar en cuenta la parte imaginaria del espectro de coherencia de manera que se puedan generar condicionalmente historias con cambios de fase. Se propone luego un modelo de campos aleatorios espacio-temporales no estacionarios modulados en amplitud y frecuencia (MAF). Se deducen expresiones para la función de densidad espectral evolutiva o instantánea y para la estructura de correlación cruzada de los campos aleatorios MAF en términos de funciones envolventes y moduladoras de frecuencia. Finalmente se presenta un método para la simulación condicional de campos aleatorios MAF que consiste en transformar el dominio no estacionario de manera que la simulación condicional se lleva a cabo como si el campo fuera estacionario.

En el capítulo 3 se discuten algunos aspectos relacionados con la estimación de espectros de coherencia del movimiento sísmico del terreno. Se calculan espectros de coherencia de acelerogramas registrados en la zona de suelo blando de la ciudad de México y en la estación experimental de Chiba y se analiza el comportamiento de dichos espectros en frecuencias bajas. Se hacen algunas observaciones acerca de la coherencia y su dependencia de las características del evento y del sitio. Se estiman los parámetros de algunos modelos de coherencia y se analiza su posible aplicación al caso del suelo blando de la ciudad de México.

En el capítulo 4 se presentan ejemplos de simulación condicional de campos estacionarios y campos MAF. Se hace énfasis en la simulación de movimientos sísmicos del terreno y se utilizan algunos resultados del capítulo 3. Se estiman espectros de coherencia, espectros de

fase y funciones de densidad espectral a partir de las simulaciones y se comparan con las funciones teóricas o empíricas estimadas a partir de los registros. Finalmente, en el capítulo 5 se presentan algunos comentarios y las conclusiones y recomendaciones surgidas de este trabajo.

## 2 SIMULACIÓN CONDICIONAL DE CAMPOS ALEATORIOS

### 2.1 Simulación condicional de campos espacio-temporales estacionarios

Sea  $Z_i(t_m)$  un campo aleatorio espacio-temporal, periódico, discreto, estacionario, homogéneo, gaussiano, no ergódico y con media nula en el punto  $x_i$  en el instante  $t_m=(m-1)\Delta t$ ,  $m=1,\dots,K$ . Dicho proceso puede ser expresado como la suma de varios procesos independientes con frecuencias  $\omega_k$ ,  $k=1,\dots,K$ , en intervalos consecutivos  $\Delta\omega$  de la siguiente manera:

$$Z_i(t_m) = \sum_{k=1}^K [A_{ik} \cos(\omega_k t_m) + B_{ik} \text{sen}(\omega_k t_m)] \quad (2.1.1)$$

donde  $A_{ik}$  y  $B_{ik}$  son variables aleatorias gaussianas con media cero,

$\omega_k=(k-1)\Delta\omega$ ,  $\Delta\omega=2\pi/(t_f+\Delta t)$ ,  $\Delta t=t_f/(K-1)$  y  $t_f+\Delta t$  es el período. Los coeficientes  $A_{ik}$  y  $B_{ik}$  están relacionados con  $Z_i(t_m)$  por medio de la transformada de Fourier directa:

$$A_{ik} = \frac{1}{K} \sum_{m=1}^K Z_i(t_m) \cos\left[\frac{2\pi(k-1)(m-1)}{K}\right] \quad (2.1.2)$$

$$B_{ik} = \frac{1}{K} \sum_{m=1}^K Z_i(t_m) \text{sen}\left[\frac{2\pi(k-1)(m-1)}{K}\right] \quad (2.1.3)$$

y corresponden a la parte real e imaginaria de los coeficientes de Fourier complejos de  $Z_i(t_m)$ . En lo que sigue nos referiremos a  $A_{ik}$  y  $B_{ik}$  como coeficientes de Fourier. Los coeficientes de Fourier  $A_{ik}$  y  $B_{ik}$  son simétricos y asimétricos, respectivamente, con respecto a la frecuencia de Nyquist,  $\omega_{(1+K/2)}=\pi/\Delta t$ ,

$$A_{ik} = A_{i(K-k+2)} \quad , \quad B_{ik} = -B_{i(K-k+2)} \quad k=1, \dots, 1+K/2 \quad (2.1.4)$$

Si el campo tiene simetría de cuadrante (Vanmarcke, 1983) la covarianza entre los coeficientes de Fourier en los puntos  $x_i$  y  $x_j$ , para una frecuencia específica  $\omega_k$ , puede escribirse de la siguiente manera (Heredia-Zavoni, 1993):

$$E[A_{ik}A_{jk}] = \begin{cases} \frac{1}{2} \text{Re}[\gamma_{ij}(\omega_k)]G(\omega_k)\Delta\omega, & k=1 \\ \frac{1}{4} \{ \text{Re}[\gamma_{ij}(\omega_k)]G(\omega_k) + \text{Re}[\gamma_{ij}(\omega_{K-k+2})]G(\omega_{K-k+2}) \} \Delta\omega, & k=2, \dots, \frac{K}{2} \\ \text{Re}[\gamma_{ij}(\omega_k)]G(\omega_k)\Delta\omega, & k=1 + \frac{K}{2} \end{cases} \quad (2.1.5)$$

$$E[B_{ik}B_{jk}] = \begin{cases} \frac{1}{4} \{ \text{Re}[\gamma_{ij}(\omega_k)]G(\omega_k) + \text{Re}[\gamma_{ij}(\omega_{K-k+2})]G(\omega_{K-k+2}) \} \Delta\omega, & k=2, \dots, \frac{K}{2} \\ 0, & k=1, 1 + \frac{K}{2} \end{cases} \quad (2.1.6)$$

$$E[A_{ik}B_{jk}] = 0 \quad \text{para todo } k \quad (2.1.7)$$

donde  $\text{Re}[\gamma_{ij}(\omega)]$  es la parte real del espectro de coherencia y  $G(\omega)=2S_{ZZ}(\omega)$  es la función de densidad espectral del campo en frecuencias positivas. En el caso de campos con asimetría de cuadrante las expresiones (2.1.5) y (2.1.6) son válidas; sin embargo, la covarianza entre los coeficientes  $A_{ik}$  y  $B_{jk}$  deja de ser nula,  $E[A_{ik}B_{jk}] \neq 0$ . A continuación se presenta la deducción de la expresión para dicha covarianza. Para simplificar la deducción algebraica utilizaremos la siguiente notación:

$$c_{ab} \equiv \cos\left(\frac{2\pi(a-1)(b-1)}{K}\right) \quad (2.1.8)$$

$$s_{ab} \equiv \text{sen}\left(\frac{2\pi(a-1)(b-1)}{K}\right) \quad (2.1.9)$$

Usando las ecuaciones (2.1.2) y (2.1.3) podemos escribir:

$$E[A_{ik}B_{jk}] = \frac{1}{K^2} \sum_{m=1}^K \sum_{n=1}^K E[Z_i(t_m)Z_j(t_n)] c_{km} s_{kn} \quad (2.1.10)$$

La función de correlación cruzada en (2.1.10),  $E[Z_i(t_m)Z_j(t_n)] = R_{Z_i Z_j}(\tau)$ ,  $\tau = t_m - t_n$ , se relaciona con la función de densidad espectral cruzada  $S_{Z_i Z_j}(\omega)$  por medio de la transformada de Wiener-Khintchine:

$$R_{Z_i Z_j}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} S_{Z_i Z_j}(\omega) e^{i\omega\tau} d\omega \quad (2.1.11)$$

La densidad espectral cruzada se puede expresar en términos de sus partes real e imaginaria:

$$S_{Z_i Z_j}(\omega) = \text{Re}[S_{Z_i Z_j}(\omega)] + i \text{Im}[S_{Z_i Z_j}(\omega)] \quad (2.1.12)$$

La parte real  $\text{Re}[S_{Z_i Z_j}(\omega)]$  se conoce como el coespectro y es una función simétrica de la

frecuencia; la parte imaginaria de  $S_{Z_i Z_j}(\omega)$ ,  $\text{Im}[S_{Z_i Z_j}(\omega)]$ , se conoce como el espectro de cuadratura y es una función asimétrica de la frecuencia. Substituyendo (2.1.12) en (2.1.11) se obtiene:

$$R_{Z_i Z_j}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} \text{Re}[S_{Z_i Z_j}(\omega)] \cos(\omega\tau) + i \int_{-\infty}^{\infty} \text{Im}[S_{Z_i Z_j}(\omega)] \cos(\omega\tau) \\ + i \int_{-\infty}^{\infty} \text{Re}[S_{Z_i Z_j}(\omega)] \text{sen}(\omega\tau) d\omega - \int_{-\infty}^{\infty} \text{Im}[S_{Z_i Z_j}(\omega)] \text{sen}(\omega\tau) d\omega \quad (2.1.13)$$

Debido a la simetría y asimetría del coespectro y del espectro de cuadratura, los términos imaginarios en la ecuación (2.1.13) se anulan y la función de correlación cruzada es igual a:

$$R_{Z_i Z_j}(\tau) = 2 \int_0^{\infty} \text{Re}[S_{Z_i Z_j}(\omega)] \cos(\omega\tau) d\omega - 2 \int_0^{\infty} \text{Im}[S_{Z_i Z_j}(\omega)] \text{sen}(\omega\tau) d\omega \quad (2.1.14)$$

Como  $Z$  es un campo discreto, la ecuación (2.1.14) se discretiza de la siguiente manera:

$$R_{Z_i Z_j}(\tau) = \sum_{r=1}^K 2 \text{Re}[S_{Z_i Z_j}(\omega_r)] \cos(\omega_r \tau) \Delta\omega - \sum_{r=1}^K 2 \text{Im}[S_{Z_i Z_j}(\omega_r)] \text{sen}(\omega_r \tau) \Delta\omega \quad (2.1.15)$$

donde  $\omega_r = (r-1)\Delta\omega = 2\pi(r-1)/K\Delta t$ , y  $\tau = t_m - t_n = (m-n)\Delta t$ ; así:

$$\omega_r \tau = \frac{2\pi}{K} (r-1)(m-n) \quad (2.1.16)$$

Substituyendo (2.1.16) en (2.1.15) y haciendo uso de las identidades trigonométricas:

$$\cos(\omega_r \tau) = c_m c_n + s_m s_n \quad (2.1.17)$$

$$\text{sen}(\omega_r \tau) = s_m c_n - c_m s_n \quad (2.1.18)$$

se obtiene:

$$\begin{aligned}
R_{Z_i Z_j}(\tau) = & \Delta\omega \sum_{n=1}^K \sum_{m=1}^K \sum_{r=1}^K 2\operatorname{Re}\left[S_{Z_i Z_j}(\omega_r)\right] (c_m c_{rm} + s_m s_{rm}) \\
& - \Delta\omega \sum_{n=1}^K \sum_{m=1}^K \sum_{r=1}^K 2\operatorname{Im}\left[S_{Z_i Z_j}(\omega_r)\right] (s_m c_{rm} - c_m s_{rm}) \quad (2.1.19)
\end{aligned}$$

Substituyendo (2.1.19) en (2.1.10), tenemos que

$$\begin{aligned}
E[A_{ik} B_{jk}] = & \frac{\Delta\omega}{K^2} \sum_{n=1}^K \sum_{m=1}^K \sum_{r=1}^K 2\operatorname{Re}\left[S_{Z_i Z_j}(\omega_r)\right] (c_m c_{rm} + s_m s_{rm}) c_{km} s_{kn} \\
& - \frac{\Delta\omega}{K^2} \sum_{n=1}^K \sum_{m=1}^K \sum_{r=1}^K 2\operatorname{Im}\left[S_{Z_i Z_j}(\omega_r)\right] (s_m c_{rm} - c_m s_{rm}) c_{km} s_{kn} \\
= & \frac{\Delta\omega}{K^2} \sum_{r=1}^K 2\operatorname{Re}\left[S_{Z_i Z_j}(\omega_r)\right] \left\{ \sum_{m=1}^K c_m c_{km} \sum_{n=1}^K c_m s_{kn} + \sum_{m=1}^K s_m c_{km} \sum_{n=1}^K s_m s_{kn} \right\} \\
& - \frac{\Delta\omega}{K^2} \sum_{r=1}^K 2\operatorname{Im}\left[S_{Z_i Z_j}(\omega_r)\right] \left\{ \sum_{m=1}^K s_m c_{km} \sum_{n=1}^K c_m s_{kn} - \sum_{m=1}^K c_m c_{km} \sum_{n=1}^K s_m s_{kn} \right\} \quad (2.1.20)
\end{aligned}$$

Considerando las identidades trigonométricas

$$\sum_{n=1}^K s_m c_{kn} = 0 \quad r, k \in \mathbb{N} \quad (2.1.21)$$

$$\sum_{n=1}^K c_m c_{kn} = \begin{cases} K, & r = k = 1, 1 + \frac{K}{2} \\ \frac{K}{2}, & r = k \neq 1, 1 + \frac{K}{2}, r = K - k + 2 \\ 0, & \text{en los demás casos} \end{cases} \quad (2.1.22)$$

$$\sum_{n=1}^K s_m s_{kn} = \begin{cases} \frac{K}{2}, & r = k \neq 1, 1 + \frac{K}{2} \\ -\frac{K}{2}, & r = K - k + 2 \\ 0, & \text{en los demás casos} \end{cases} \quad (2.1.23)$$

en la ecuación (2.1.20) se obtiene que la covarianza  $E[A_{ik}B_{jk}]$  está dada por,

$$E[A_{ik}B_{jk}] = \begin{cases} \frac{1}{2} \{ \text{Im}[S_{Z_i Z_j}(\omega_k)] - \text{Im}[S_{Z_i Z_j}(\omega_{K-k+2})] \} \Delta\omega, & k = 2, \dots, \frac{K}{2} \\ 0, & k = 1, 1 + \frac{K}{2} \end{cases} \quad (2.1.24)$$

Expresando el espectro de cuadratura en términos del espectro de coherencia  $\gamma_{ij}(\omega)$ ,

$$\text{Im}[S_{Z_i Z_j}(\omega)] = \frac{1}{2} \text{Im}[\gamma_{ij}(\omega)] \sqrt{G_{Z_i Z_i}(\omega) G_{Z_j Z_j}(\omega)} \quad (2.1.25)$$

(2.1.24) se puede escribir como

$$E[A_{ik}B_{jk}] = \begin{cases} \frac{1}{4} \{ \text{Im}[\gamma_{ij}(\omega_k)] G'(\omega_k) - \text{Im}[\gamma_{ij}(\omega_{K-k+2})] G'(\omega_{K-k+2}) \} \Delta\omega, & k = 2, \dots, \frac{K}{2} \\ 0, & k = 1, 1 + \frac{K}{2} \end{cases} \quad (2.1.26)$$

donde  $G'(\omega) = \sqrt{G_{Z_i Z_i}(\omega) G_{Z_j Z_j}(\omega)}$ . Si el campo es homogéneo entonces

$G'(\omega) = G_{Z_i Z_i}(\omega) = G_{Z_j Z_j}(\omega)$ . A diferencia de la expresión para la covarianza  $E[A_{ik}A_{jk}]$

que depende de la parte real del espectro de coherencia, la expresión para la covarianza

cruzada  $E[A_{ik}B_{jk}]$  es función de la parte imaginaria. Si el campo  $Z$  tiene simetría de

cuadrante, el espectro de coherencia es real y por lo tanto la covarianza entre los

coeficientes de Fourier  $A_{ik}$  y  $B_{jk}$  es nula, resultado que coincide con la ecuación (2.1.7).

Sea  $\bar{x}_\alpha (R \times 1)$  el vector de puntos en donde se cuenta con registros (observaciones,

mediciones) del campo y  $\bar{x}_\beta (S \times 1)$  el de aquellos puntos en donde se quiere simular

condicionalmente; el vector de coeficientes de Fourier para la frecuencia  $\omega_k$  se puede

escribir como:

$$F = \begin{Bmatrix} \overline{F}_\alpha \\ \overline{F}_\beta \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \overline{A}_\alpha \\ \overline{B}_\alpha \\ \overline{A}_\beta \\ \overline{B}_\beta \end{Bmatrix} \quad (2.1.27)$$

donde  $\overline{F}_\alpha$  es el vector de coeficientes de Fourier en los puntos de registro  $x_\alpha$  de orden  $(2R \times 1)$  y  $\overline{F}_\beta$  es el vector de coeficientes de Fourier en los puntos objetivo  $x_\beta$  de orden  $(2S \times 1)$ . La matriz de covarianza de dichos coeficientes se puede ensamblar de la siguiente manera:

$$C_k = \begin{bmatrix} C_{\alpha\alpha} & C_{\alpha\beta} \\ C_{\alpha\beta}^T & C_{\beta\beta} \end{bmatrix}_{2N \times 2N} \quad (2.1.28)$$

donde  $N=R+S$  es el número total de puntos,  $C_{\alpha\alpha}$  y  $C_{\beta\beta}$  son las matrices de covarianza de los coeficientes de Fourier en los puntos de registro  $x_\alpha$  y en los puntos objetivo  $x_\beta$ , respectivamente, y  $C_{\alpha\beta}$  es la matriz de covarianza cruzada.  $C_{\alpha\alpha}$  está dada por:

$$C_{\alpha\alpha} = E[\overline{F}_\alpha \overline{F}_\alpha^T] = E \left[ \begin{Bmatrix} \overline{A}_\alpha \\ \overline{B}_\alpha \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \overline{A}_\alpha^T & \overline{B}_\alpha^T \end{Bmatrix} \right] = E \begin{bmatrix} \overline{A}_\alpha \overline{A}_\alpha^T & \overline{A}_\alpha \overline{B}_\alpha^T \\ \overline{B}_\alpha \overline{A}_\alpha^T & \overline{B}_\alpha \overline{B}_\alpha^T \end{bmatrix}_{2R \times 2R} \quad (2.1.29)$$

De manera similar,

$$C_{\beta\beta} = E[\overline{F}_\beta \overline{F}_\beta^T] = E \begin{bmatrix} \overline{A}_\beta \overline{A}_\beta^T & \overline{A}_\beta \overline{B}_\beta^T \\ \overline{B}_\beta \overline{A}_\beta^T & \overline{B}_\beta \overline{B}_\beta^T \end{bmatrix}_{2S \times 2S} \quad (2.1.30)$$

$$C_{\alpha\beta} = E[\overline{F}_\alpha \overline{F}_\beta^T] = E \begin{bmatrix} \overline{A}_\alpha \overline{A}_\beta^T & \overline{A}_\alpha \overline{B}_\beta^T \\ \overline{B}_\alpha \overline{A}_\beta^T & \overline{B}_\alpha \overline{B}_\beta^T \end{bmatrix}_{2R \times 2S} \quad (2.1.31)$$

La matriz de covarianza  $C_k$  es definida positiva y sus elementos se calculan con las ecuaciones (2.1.5), (2.1.6) y (2.1.26)

### Algoritmo de simulación

La simulación consiste en generar coeficientes de Fourier en los puntos objetivo  $\mathbf{x}_\beta$  condicionados a los valores de los coeficientes de Fourier de los registros en los puntos  $\mathbf{x}_\alpha$  para cada frecuencia  $\omega_k$ ,  $k=1,2,\dots,K$ . El algoritmo de simulación condicional se puede escribir en forma vectorial de la siguiente manera (Vanmarcke y Fenton 1991, Heredia-Zavoni 1993):

$$\bar{\mathbf{F}}_{sc\beta} = \bar{\mathbf{F}}_\beta^* + \bar{\mathbf{F}}_{s\beta} - \bar{\mathbf{F}}_{s\beta}^* \quad (2.1.32)$$

donde:

$\bar{\mathbf{F}}_{sc\beta}$  : vector de coeficientes de Fourier simulados condicionalmente en los puntos objetivo  $\mathbf{x}_\beta$ ,

$\bar{\mathbf{F}}_\beta^*$  : vector de coeficientes de Fourier en los puntos objetivo  $\mathbf{x}_\beta$  obtenidos mediante predicción lineal a partir del vector  $\bar{\mathbf{F}}_\alpha$  de coeficientes de Fourier de los registros en los puntos  $\mathbf{x}_\alpha$ ,

$$\bar{\mathbf{F}}_\beta^* = \mathbf{C}_{\alpha\beta}^T \mathbf{C}_{\alpha\alpha}^{-1} \bar{\mathbf{F}}_\alpha \quad (2.1.33)$$

$\bar{\mathbf{F}}_{s\beta}$  : vector de coeficientes de Fourier simulados incondicionalmente en los puntos objetivo  $\mathbf{x}_\beta$ ,

$\bar{\mathbf{F}}_{s\beta}^*$  : vector de coeficientes de Fourier en los puntos objetivo  $\mathbf{x}_\beta$  obtenidos mediante predicción lineal a partir del vector  $\bar{\mathbf{F}}_{s\alpha}$  de coeficientes de Fourier simulados incondicionalmente en los puntos de registro  $\mathbf{x}_\alpha$ ,

$$\bar{\mathbf{F}}_{s\beta}^* = \mathbf{C}_{\alpha\beta}^T \mathbf{C}_{\alpha\alpha}^{-1} \bar{\mathbf{F}}_{s\alpha} \quad (2.1.34)$$

Para la simulación incondicional de  $\bar{F}_{s\alpha}$  y  $\bar{F}_{s\beta}$  utilizamos el algoritmo:

$$\begin{Bmatrix} \bar{F}_{s\alpha} \\ \bar{F}_{s\beta} \end{Bmatrix} = L_k \bar{U}_k \quad (2.1.35)$$

En (2.1.35)  $L_k$  es la matriz triangular inferior, no singular, proveniente de la descomposición de Cholesky de la matriz de covarianza  $C_k$ , y  $\bar{U}_k$  es un vector simulado de variables normal estándar independientes de orden  $(2N \times 1)$ . Se puede demostrar que los coeficientes generados con el algoritmo de simulación condicional tienen la estructura de covarianza correcta (Heredia-Zavoni 1993). Los coeficientes de Fourier para las frecuencias  $\omega_k$ ,  $k = 1, \dots, 1+K/2$  se generan de acuerdo al algoritmo en (2.1.32). Usando las condiciones de simetría en (2.1.4) se obtienen los coeficientes para las frecuencias  $\omega_k$  mayores que la de Nyquist,  $k=2+K/2, \dots, K$ . Finalmente, por medio de una transformada de Fourier inversa se obtienen las historias simuladas condicionalmente en los puntos objetivo.

Si el campo tiene simetría de cuadrante,  $E[A_{ik}B_{jk}] = 0$  y la matriz de covarianza está dada por:

$$C_k = E \begin{bmatrix} \bar{A}_\alpha \bar{A}_\alpha^T & [0] & \bar{A}_\alpha \bar{A}_\beta^T & [0] \\ [0] & \bar{B}_\alpha \bar{B}_\alpha^T & [0] & \bar{B}_\alpha \bar{B}_\beta^T \\ \bar{A}_\beta \bar{A}_\alpha^T & [0] & \bar{A}_\beta \bar{A}_\beta^T & [0] \\ [0] & \bar{B}_\beta \bar{B}_\alpha^T & [0] & \bar{B}_\beta \bar{B}_\beta^T \end{bmatrix}_{2N \times 2N} \quad (2.1.36)$$

En este caso la covarianza entre los vectores  $\begin{Bmatrix} \bar{A}_\alpha \\ \bar{A}_\beta \end{Bmatrix}$  y  $\begin{Bmatrix} \bar{B}_\alpha \\ \bar{B}_\beta \end{Bmatrix}$  es nula y los coeficientes de Fourier se pueden simular independientemente, que es el resultado que se presenta en Heredia-Zavoni (1993).

El procedimiento para la simulación condicional de campos aleatorios estacionarios consiste entonces de los siguientes pasos:

- 1.- Para cada frecuencia  $\omega_k$ ,  $k=1, \dots, 1+K/2$ , obtener el vector de coeficientes de Fourier de los registros  $\bar{F}_\alpha$  por medio de la Transformada Rápida de Fourier (FFT) y generar la matriz de covarianza  $C_k$  de la ecuación (2.1.28).
- 2.- Simular incondicionalmente los coeficientes de Fourier  $\bar{F}_{s\alpha}$  y  $\bar{F}_{s\beta}$  mediante el algoritmo de la ecuación (2.1.35).
- 3.- Calcular los vectores  $\bar{F}_\beta^*$  y  $\bar{F}_{s\beta}^*$  con las expresiones (2.1.33) y (2.1.34), respectivamente.
- 4.- Generar los coeficientes de Fourier en los puntos objetivo con el algoritmo de la ecuación (2.1.32) para  $\omega_k$ ,  $k=1, \dots, 1+K/2$  y obtener los coeficientes de las frecuencias  $\omega_k$ ,  $k=2+K/2, \dots, K$  usando las condiciones de simetría de la ecuación (2.1.4).
- 5.- Por medio de la Transformada Rápida de Fourier (FFT) inversa, obtener las historias en el dominio del tiempo en los puntos objetivo.

## 2.2 Campos no-estacionarios modulados en amplitud y frecuencia

Yeh y Wen (1989) propusieron un modelo aleatorio no estacionario para el movimiento sísmico del terreno que permite considerar amplitudes y contenidos de frecuencia variables con el tiempo por medio de funciones envolventes y moduladoras de frecuencia. En este trabajo dicho modelo se toma como base para modelar campos aleatorios espacio-temporales no estacionarios modulados en amplitud y frecuencia. En esta sección se definirán los campos modulados en amplitud y los campos modulados en frecuencia y se analizarán sus momentos de segundo orden. Posteriormente se definirán los campos aleatorios modulados en amplitud y frecuencia.

Sea  $\chi_i(t)$  un campo aleatorio espacio-temporal en el punto  $x_i$ ; diremos que  $\chi_i(t)$  es un campo modulado uniformemente si:

$$\chi_i(t) = I_i(t)Z_i(t) \quad (2.2.1)$$

donde la envolvente  $I_i(t)$  es una función determinista, no negativa, cuya transformada de Fourier en módulo tiene un máximo absoluto en el origen, y  $Z_i(t)$  es el campo aleatorio estacionario definido en (2.1.1). De acuerdo con Priestley (1965), la densidad espectral evolutiva de  $\chi_i(t)$  es la función que describe la distribución de energía sobre un intervalo de frecuencias en la vecindad del instante  $t$  y se expresa como:

$$S_{\chi_i\chi_i}(\omega, t) = I_i^2(t)S_{Z_iZ_i}(\omega) \quad (2.2.2)$$

donde  $S_{Z_iZ_i}(\omega)$  es la función de densidad espectral de  $Z_i(t)$ . La ecuación (2.2.2) indica que las ordenadas de la densidad espectral del proceso  $\chi_i(t)$  varían con el tiempo de manera uniforme, es decir, para cualquier par de frecuencias  $\omega_1, \omega_2$  e instantes de tiempo  $t_1, t_2$ , se

cumple que:

$$\frac{S_{\chi_i \chi_i}(\omega_1, t_1)}{S_{\chi_i \chi_i}(\omega_1, t_2)} = \frac{S_{\chi_i \chi_i}(\omega_2, t_1)}{S_{\chi_i \chi_i}(\omega_2, t_2)} \quad (2.2.3)$$

La densidad espectral cruzada evolutiva del campo aleatorio modulado en amplitud, se puede expresar como

$$S_{\chi_i \chi_j}(\omega, t) = I_i(t) I_j(t) S_{Z_i Z_j}(\omega) \quad (2.2.4)$$

donde  $S_{Z_i Z_j}(\omega)$  es la función de densidad espectral cruzada del campo  $Z_i(t)$ . Si el campo  $Z$  es gaussiano, el campo modulado en amplitud será gaussiano por ser una combinación lineal de  $Z$ . Por definición, el espectro de coherencia entre  $Z_i(t)$  y  $Z_j(t)$  es igual a:

$$\gamma_{Z_i Z_j}(\omega) = \frac{S_{Z_i Z_j}(\omega)}{\sqrt{S_{Z_i Z_i}(\omega) S_{Z_j Z_j}(\omega)}} \quad (2.2.5)$$

Substituyendo (2.2.2) y (2.2.4) en (2.2.5) se obtiene:

$$\gamma_{Z_i Z_j}(\omega) = \frac{S_{\chi_i \chi_j}(\omega, t)}{\sqrt{S_{\chi_i \chi_i}(\omega, t) S_{\chi_j \chi_j}(\omega, t)}} = \gamma_{\chi_i \chi_j}(\omega, t) \quad (2.2.6)$$

La ecuación (2.2.6) indica que la coherencia de un campo modulado uniformemente no depende del tiempo. Para cualquier instante, la coherencia entre  $\chi_i(t)$  y  $\chi_j(t)$  es igual a la coherencia entre  $Z_i(t)$  y  $Z_j(t)$ .

Sea  $\Psi_i(t)$  un campo aleatorio en el punto  $\mathbf{x}_i$ ; diremos que el campo es modulado en frecuencia si se cumple que:

$$\Psi_i(t) = Z_i(\phi_i(t)) \quad (2.2.7)$$

donde  $\phi_i(t)$  es una función continua, estrictamente creciente en  $t$ , y  $Z_i(\phi_i)$  es un campo

aleatorio espacio-temporal, estacionario, no ergódico y con media nula. En (2.2.7)  $\phi_i(t)$  cambia la escala de tiempo introduciendo de esta manera cambios en el contenido de frecuencia. La función de correlación cruzada del campo  $Z_i(\phi_i)$  está dada por:

$$R_{Z_i Z_j}(\Delta) = E[Z_i(\phi_i(t_2))Z_j(\phi_j(t_1))] \quad (2.2.8)$$

$$\Delta = \phi_i(t_2) - \phi_j(t_1) \quad (2.2.9)$$

Usando la ecuación (2.2.7) en (2.2.8) se puede afirmar que:

$$R_{Z_i Z_j}(\Delta) = E[\Psi_i(t_2)\Psi_j(t_1)] = \Phi_{\Psi_i \Psi_j}(t_2, t_1) \quad (2.2.10)$$

donde  $\Phi_{\Psi_i \Psi_j}$  es la función de correlación cruzada de  $\Psi(t)$ . La función de densidad espectral cruzada del campo  $Z_i(\phi_i)$  es igual a:

$$S_{Z_i Z_j}(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} R_{Z_i Z_j}(\Delta) e^{-i\omega\Delta} d\Delta \quad (2.2.11)$$

Reemplazando (2.2.9) y (2.2.10) en (2.2.11) se tiene:

$$S_{Z_i Z_j}(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \Phi_{\Psi_i \Psi_j}(t_2, t_1) e^{-i\omega(\phi_i(t_2) - \phi_j(t_1))} d\Delta \quad (2.2.12)$$

Despreciando los términos de orden superior en el desarrollo de las series de Taylor de  $\phi_i$  y  $\phi_j$  alrededor de  $t_1$  y  $t_2$  obtenemos:

$$\phi_j(t) \approx \phi_j(t_1) + (t - t_1)\phi'_j(t) \quad (2.2.13)$$

$$\phi_i(t) \approx \phi_i(t_2) + (t - t_2)\phi'_i(t) \quad (2.2.14)$$

Por conveniencia definamos:

$$t_1 = t - \frac{\delta}{2}, \quad t_2 = t + \frac{\delta}{2} \quad (2.2.15)$$

Restando (2.2.13) de (2.2.14) y utilizando (2.2.15) se obtiene:

$$\phi_i(t_2) - \phi_j(t_1) \approx \phi_i(t) - \phi_j(t) + \delta \frac{\phi'_i(t) + \phi'_j(t)}{2} \quad (2.2.16)$$

Sustituyendo en (2.2.12)

$$S_{Z_i Z_j}(\omega) \approx \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \Phi_{\Psi_i \Psi_j}(t, \delta) e^{-i\omega(\phi_i(t) - \phi_j(t))} e^{-i\omega \phi'_{ij}(t)\delta} d\Delta \quad (2.2.17)$$

donde  $\phi'_{ij} = \frac{\phi'_i(t) + \phi'_j(t)}{2}$ . Para un instante  $t$ ,  $d\Delta = \phi'_{ij}(t)d\delta$ ; realizando el cambio de variable  $\varpi = \phi'(t)\omega$  en (2.2.17),

$$S_{Z_i Z_j} \left( \frac{\varpi}{\phi'_{ij}(t)} \right) = \phi'_{ij}(t) \exp \left\{ -i \frac{\varpi}{\phi'_{ij}(t)} (\phi_i(t) - \phi_j(t)) \right\} \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \Phi_{\Psi_i \Psi_j}(t, \delta) e^{-i\varpi\delta} d\delta \quad (2.2.18)$$

Para un  $t$  fijo, la transformada inversa de Wiener-Khintchine en el lado derecho de la ecuación (2.2.18) representa la función de densidad espectral cruzada evolutiva de  $\Psi_i$ ,

$S_{\Psi_i \Psi_j}(\omega, t)$ :

$$S_{\Psi_i \Psi_j}(\omega, t) = \frac{1}{\phi'_{ij}(t)} \exp \left[ i\omega \frac{\phi_i(t) - \phi_j(t)}{\phi'_{ij}(t)} \right] S_{Z_i Z_j} \left( \frac{\omega}{\phi'_{ij}(t)} \right) \quad (2.2.19)$$

La función de densidad espectral evolutiva de  $\Psi_i$  se obtiene de la ecuación (2.2.19) cuando  $i=j$ :

$$S_{\Psi_i \Psi_i}(\omega, t) = \frac{1}{\phi'_i(t)} S_{Z_i Z_i} \left( \frac{\omega}{\phi'_i(t)} \right) \quad (2.2.20)$$

y es equivalente a la función de densidad espectral de un proceso aleatorio unidimensional modulado en frecuencia (Yeh y Wen, 1989). Las ecuaciones (2.2.19) y (2.2.20) muestran que tanto el dominio como las amplitudes de las funciones  $S_{\Psi_i \Psi_j}$  y  $S_{\Psi_i \Psi_i}$  dependen del

tiempo por medio de  $\phi'(t)$ , a diferencia de la modulación de procesos en amplitud donde sólo las ordenadas de las densidades espectrales se ven afectadas por el tiempo  $t$  (ver ecuaciones 2.2.2 y 2.2.4).

La media de  $\Psi_i(t)$  se obtiene de (2.2.7)

$$E[\Psi_i(t)] = E[Z_i(\phi_i(t))] = 0 \quad (2.2.21)$$

La varianza de  $Z_i(\phi_i(t))$  se puede escribir como

$$\sigma_{Z_i}^2 = \int_{-\infty}^{\infty} S_{Z_i Z_i}(\omega) d\omega \quad (2.2.22)$$

Utilizando (2.2.20) en (2.2.22) :

$$\sigma_{Z_i}^2 = \int_{-\infty}^{\infty} \phi_i'(t) S_{\Psi_i \Psi_i}(\phi_i'(t)\omega, t) d\omega \quad (2.2.23)$$

Realizando el cambio de variable  $\omega = \phi_i'(t)\omega$

$$\sigma_{Z_i}^2 = \int_{-\infty}^{\infty} S_{\Psi_i \Psi_i}(\omega, t) d\omega = \sigma_{\Psi_i}^2(t) \quad (2.2.24)$$

La ecuación (2.2.24) indica que la varianza del campo  $\Psi_i$ , modulado en frecuencia, es constante e igual a la varianza  $\sigma_{Z_i}^2$  del campo estacionario  $Z_i$ . Si el campo  $Z$  es gaussiano entonces la distribución conjunta de  $Z$  en dos puntos  $i, j$  en dos instantes  $\phi_1$  y  $\phi_2$  es:

$$f_{Z_i(\phi_1)Z_j(\phi_2)} = \frac{1}{2\pi(1-\rho^2)^{0.5}\sigma_i\sigma_j} \exp \left\{ \frac{1}{2(1-\rho^2)} \left[ \left( \frac{z_i(\phi_1)}{\sigma_i} \right)^2 - 2\rho \left( \frac{z_i(\phi_1)}{\sigma_i} \right) \left( \frac{z_j(\phi_2)}{\sigma_j} \right) + \left( \frac{z_j(\phi_2)}{\sigma_j} \right)^2 \right] \right\} \quad (2.2.25)$$

Utilizando (2.2.7) en (2.2.25) se obtiene:

$$f_{\psi_i(t_1)\psi_j(t_2)} = \frac{1}{2\pi(1-\rho^2)^{0.5}\sigma_i\sigma_j} \exp\left\{\frac{1}{2(1-\rho^2)}\left[\left(\frac{\psi_i(t_1)}{\sigma_i}\right)^2 - 2\rho\left(\frac{\psi_i(t_1)}{\sigma_i}\right)\left(\frac{\psi_j(t_2)}{\sigma_j}\right) + \left(\frac{\psi_j(t_2)}{\sigma_j}\right)^2\right]\right\} \quad (2.2.26)$$

Tomando en cuenta las ecuaciones (2.2.10), (2.2.21) y (2.2.24) se demuestra que el campo modulado en frecuencia también es gaussiano.

Considérese como ejemplo un campo cuyas funciones de modulación de frecuencia son lineales  $\phi_i(t)=a_it$ , donde  $a_i$  son constantes conocidas y que:

$$S_{z_i z_j}(\omega) = S(\omega) \exp\{-(\lambda_{ij}\omega)^2\} \exp\{-i\omega\tau_{ij}\} \quad (2.2.27)$$

donde  $S(\omega)$  es la función de densidad espectral y  $\lambda_{ij}$  y  $\tau_{ij}$  son parámetros del modelo. La función de densidad espectral cruzada en (2.2.27) se basa en un modelo usado comúnmente para el movimiento sísmico del terreno, como se verá más adelante. La función de densidad espectral cruzada evolutiva puede escribirse en forma polar:

$$S_{\psi_i\psi_j}(\omega, t) = |S_{\psi_i\psi_j}(\omega, t)| \exp\{i\Phi(\omega, t)\} \quad (2.2.28)$$

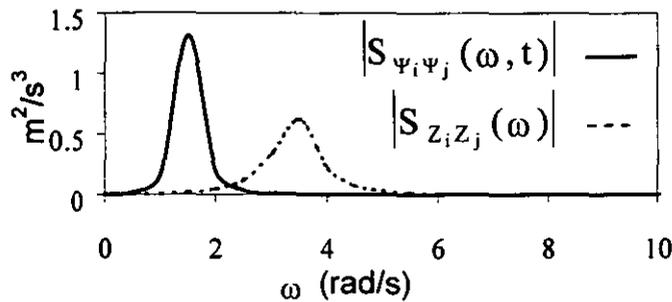
donde  $\Phi(\omega, t)$  es el espectro de fase evolutivo del campo. Substituyendo (2.2.27) en (2.2.19) y utilizando (2.2.28) se obtiene:

$$|S_{\psi_i\psi_j}(\omega, t)| = \alpha \exp\{-(\alpha\lambda_{ij}\omega)^2\} S(\alpha\omega) \quad (2.2.29)$$

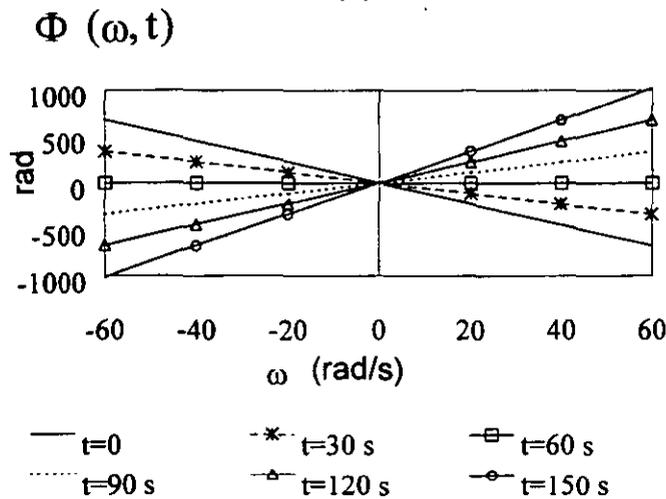
$$\Phi(\omega, t) = \alpha\omega[(a_i - a_j)t - \tau_{ij}] \quad (2.2.30)$$

donde  $\alpha=2/(a_i+a_j)$ . La Figura 2.2.1 muestra  $|S_{z_i z_j}(\omega, t)|$ ,  $|S_{\psi_i\psi_j}(\omega, t)|$  y  $\Phi(\omega, t)$  considerando

que  $S(\omega)$  es una función de densidad espectral de Kanai-Tajimi modificada (Clough y Penzien, 1975) con parámetros  $\omega_g=1.7$  rad/s,  $\omega_r=1.6$  rad/s,  $\xi_g=0.12$ ,  $\xi_r=0.13$ ,  $S_0 = 1.0$  y tomando  $\lambda_{ij}=0.54$  s,  $\tau_{ij}=25$  s y  $\alpha=0.45$ . El módulo de la función de densidad espectral cruzada del campo modulado en frecuencia es constante en el tiempo y se obtiene escalando las amplitudes y el dominio del espectro estacionario. Por otro lado, el espectro de fase continúa siendo una función lineal de la frecuencia (como en el caso de  $Z(t)$ ) pero con pendiente variable con el tiempo.



(a)



(b)

Figura 2.2.1: (a) Función de densidad espectral cruzada y (b) espectro de fase de campo modulado en frecuencia

Si la función moduladora de frecuencia es la misma para todos los puntos  $\phi_i(t)=\phi_j(t)=\phi(t)$  entonces de (2.2.19),

$$S_{\Psi_i\Psi_j}(\omega, t) = \frac{1}{\phi'(t)} S_{Z_i Z_j} \left( \frac{\omega}{\phi'(t)} \right) \quad (2.2.31)$$

Nótese que si además  $\phi(t)$  es función lineal de  $t$ , las funciones de densidad espectral y de densidad espectral cruzada evolutivas de  $\Psi_i$  son independientes del tiempo, por lo que en dicho caso el campo puede considerarse estacionario.

Sea ahora  $X_i(t)$  un campo aleatorio no estacionario modulado en amplitud y en frecuencia (MAF):

$$X_i(t) = I_i(t) Z_i(\phi_i(t)) \quad (2.2.32)$$

donde  $I_i(t)$  y  $\phi_i(t)$  son las funciones envolvente y moduladora de frecuencia, respectivamente, y  $Z_i(\phi_i)$  es un campo aleatorio, estacionario, homogéneo, no ergódico y con media nula. De las ecuaciones (2.2.4) y (2.2.19) la función de densidad espectral cruzada evolutiva del campo MAF se puede escribir como:

$$S_{X_i X_j}(\omega, t) = \frac{I_i(t) I_j(t)}{\phi'_{ij}(t)} \exp \left\{ i\omega \frac{\phi_i(t) - \phi_j(t)}{\phi'_{ij}(t)} \right\} S_{Z_i Z_j} \left( \frac{\omega}{\phi'_{ij}(t)} \right) \quad (2.2.33)$$

Se ha mostrado que si el campo gaussiano  $Z(\phi)$  se modula en frecuencia se obtiene un campo gaussiano  $\Psi(t)$ . Si éste se modula en amplitud, el campo resultante  $X(t)$  será también gaussiano por ser una combinación lineal de  $\Psi(t)$ .

### **2.3 Simulación condicional de campos aleatorios espacio-temporales modulados en amplitud y frecuencia (MAF)**

Supongamos que se cuenta con registros del campo  $X_i(t)$  en un conjunto de puntos  $\mathbf{x}_\alpha$  y se desea simular en los puntos  $\mathbf{x}_\beta$  condicionalmente a dichos registros. Los registros deben transformarse al dominio de  $\phi$  de manera que se pueda efectuar la simulación condicional de la misma manera que para campos estacionarios. El procedimiento para simular condicionalmente campos no estacionarios MAF consiste entonces en:

- 1.- Dividir los registros disponibles  $X_\alpha(t)$  entre la función envolvente  $I_\alpha(t)$  y obtener las historias  $Z_\alpha(\phi_\alpha(t))$ .
- 2.- Expresar  $Z_\alpha(\phi_\alpha(t))$  en el dominio de " $\phi$ " para obtener los registros  $Z_\alpha(\phi_\alpha)$ , estacionarios en amplitud y en frecuencia.
- 3.- Usando el algoritmo para la simulación condicional de campos estacionarios en (2.1.32), generar las simulaciones  $Z_\beta(\phi_\beta)$  en los puntos objetivos  $\mathbf{x}_\beta$ .
- 4.- En cada punto objetivo  $\mathbf{x}_\beta$  escalar  $Z_\beta(\phi_\beta)$  al dominio del tiempo  $t$  mediante la función moduladora de frecuencia y multiplicar luego por la función envolvente  $I_\beta(t)$  para generar  $X_\beta(t) = I_\beta(t) Z_\beta(\phi_\beta(t))$ .

### 3 CARACTERIZACIÓN DE ESPECTROS DE COHERENCIA DEL MOVIMIENTO SÍSMICO

#### 3.1 Estimación de espectros de coherencia

Sean  $z_i(t)$  y  $z_j(t)$ ,  $0 \leq t \leq T$ , realizaciones en los puntos  $i, j$ , del campo aleatorio estacionario periódico y con media nula,  $Z$ , registradas en intervalos consecutivos de tiempo. La función de correlación cruzada puede estimarse con la siguiente expresión:

$$\bar{R}_{z_i z_j}(\tau) = \frac{1}{T} \int_0^{T-|\tau|} z_i(t) z_j(t + \tau) dt, \quad |\tau| \leq T \quad (3.1.1)$$

Se puede demostrar que los estimadores de la función de correlación cruzada,  $\bar{R}_{z_i z_j}(\tau)$  y de la función de densidad espectral cruzada,  $\bar{S}_{z_i z_j}(f)$ , se relacionan mediante la transformada de Wiener-Khintchine:

$$\bar{S}_{z_i z_j}(f) = \int_{-T}^T \bar{R}_{z_i z_j}(\tau) e^{-i2\pi f\tau} d\tau \quad (3.1.2)$$

La función de densidad espectral cruzada suavizada se define como:

$$\hat{S}_{z_i z_j}(f) = \int_{-\infty}^{\infty} W(g) \bar{S}_{z_i z_j}(f-g) dg = \int_{-T/2}^{T/2} w(\tau) \bar{R}_{z_i z_j}(\tau) e^{-i2\pi f\tau} d\tau \quad (3.1.3)$$

donde  $W(f)$  es la ventana espectral y  $w(\tau)$  es la ventana de tiempo. La ventana  $w(\tau)$  es la transformada de Fourier inversa de  $W(f)$  y tiene las siguientes propiedades (Harichandran y Vanmarcke, 1986):

$$w(d) = 1$$

$$w(d+\tau) = w(d-\tau)$$

$$w(\tau) = 0 \quad , \quad \tau \geq d+M \quad , \quad \tau \leq d-M \quad , \quad |d+M| \leq T \quad (3.1.4)$$

donde  $d$  es el valor de  $\tau$  para el cual la función de correlación cruzada entre los registros  $z_i(t)$  y  $z_j(t)$  tiene su máximo.

La ecuación (3.1.3) permite calcular la función de densidad espectral suavizada haciendo  $i=j$ . Con las funciones de densidad espectral suavizadas se puede estimar el espectro de coherencia suavizado:

$$\hat{\gamma}_{z_i z_j}(f) = \frac{\hat{S}_{z_i z_j}(f)}{\sqrt{\hat{S}_{z_i z_i}(f)\hat{S}_{z_j z_j}(f)}} \quad (3.1.5)$$

En forma polar (3.1.5) se puede escribir como

$$\hat{\gamma}_{z_i z_j}(f) = |\hat{\gamma}_{z_i z_j}(f)| \exp[i\hat{\phi}_{z_i z_j}(f)] \quad (3.1.6)$$

donde  $|\hat{\gamma}_{z_i z_j}(f)|$  es la función de coherencia suavizada y  $\hat{\phi}_{z_i z_j}(f)$  es el espectro de fase suavizado:

$$\hat{\phi}_{z_i z_j}(f) = \tan^{-1} \left( \frac{\text{Im}[\hat{S}_{z_i z_j}(f)]}{\text{Re}[\hat{S}_{z_i z_j}(f)]} \right) = \tan^{-1} \left( \frac{\text{Im}[\hat{\gamma}_{z_i z_j}(f)]}{\text{Re}[\hat{\gamma}_{z_i z_j}(f)]} \right) \quad (3.1.7)$$

Un parámetro muy importante en la estimación de los espectros es el ancho de la ventana espectral,  $b$ , que determina la suavidad y resolución de las curvas estimadas. Para definir con precisión el ancho de la ventana espectral se utiliza el concepto de ancho equivalente (Jenkins y Watts, 1968):

$$b = \left[ \int_{-\infty}^{\infty} w^2(\tau) d\tau \right]^{-1} = \left[ \int_{-\infty}^{\infty} W^2(f) df \right]^{-1} \quad (3.1.8)$$

Existen varios tipos de ventanas de tiempo y espectrales. La ventana  $w(\tau)$  tipo Hamming se define de la siguiente manera :

$$w_H(\tau) = \begin{cases} 0.54 + 0.46 \cos\left(\frac{\pi(\tau-d)}{M}\right), & |\tau-d| \leq M \\ 0, & |\tau-d| > M \end{cases} \quad (3.1.9)$$

y su correspondiente ventana espectral tiene un ancho equivalente  $b=1.26/M$ . En la Figura 3.1.1 se muestran las ventanas  $w(t)$  y  $W(f)$  para valores de  $d=0$  y  $M=6.2$  segundos.

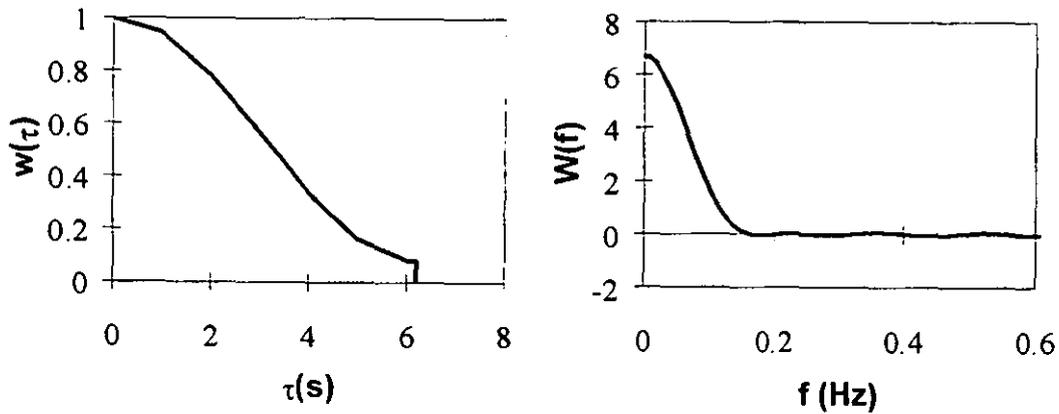


Figura 3.1.1: Ventanas Hamming

Los estimadores suavizados  $|\hat{\gamma}_{z_i z_j}(f)|$  y  $\hat{\Phi}_{z_i z_j}(f)$  son variables aleatorias con varianzas que dependen de: (1) el tipo y ancho de la ventana usada en la estimación; (2) la función de coherencia real,  $|\gamma_{z_i z_j}(f)|$ ; y (3) la duración de los registros,  $T$ . Las varianzas de estos estimadores son nulas cuando  $|\gamma_{z_i z_j}(f)|=1$  y se incrementan cuando  $|\gamma_{z_i z_j}(f)| \rightarrow 0$ . En Jenkins y Watts (1968) se demuestra que la  $\tanh^{-1}(|\hat{\gamma}_{z_i z_j}(f)|)$  es una variable aleatoria con una distribución aproximadamente normal y con una varianza constante igual a:

$$\sigma^2 = \frac{1}{2bT} \quad (3.1.10)$$

El intervalo de confianza de 95% para la  $\tanh^{-1}(|\hat{\gamma}(f)|)$  es entonces:

$$\tanh^{-1}(|\gamma|) - \frac{1.96}{\sqrt{2bT}} \leq \tanh^{-1}(|\hat{\gamma}|) \leq \tanh^{-1}(|\gamma|) + \frac{1.96}{\sqrt{2bT}} \quad (3.1.11)$$

Nótese que el intervalo de confianza para la variable  $|\hat{\gamma}|$  no es constante. Si el valor real de la función de coherencia,  $|\gamma|$ , es alto, el ancho del intervalo de confianza tiende a cero. Si  $|\gamma|=0$ , el intervalo en (3.1.11) se convierte en:

$$0 \leq |\hat{\gamma}| \leq \tanh\left(\frac{1.96}{\sqrt{2bT}}\right) \quad (3.1.12)$$

En consecuencia, la estimación de  $|\hat{\gamma}|$  no será buena si el valor real de la función de coherencia tiende a cero, puesto que las ordenadas de la curva estimada serán siempre mayores o iguales que el valor real.

### Curvas ensambladas

Sean  $z_j(t)$  y  $z_k(t)$ , un par de registros de un campo en los puntos  $j$  y  $k$ , respectivamente. Es posible estimar los espectros de coherencia suavizados,  $\hat{\gamma}(v_i, f) \equiv \hat{\gamma}_{z_j z_k}(f)$ ,  $i=1, \dots, n$ , donde  $n$  es el número de pares de registros y  $v_i$  es la separación entre los puntos del  $i$ -ésimo par. Con el propósito de visualizar la función de coherencia para una separación “ $d$ ” y de disminuir la varianza de la estimación, los valores de la  $\tanh^{-1}(|\hat{\gamma}(v_i, f)|)$  pueden ser ensamblados mediante la siguiente expresión:

$$\tanh^{-1}(|\tilde{\gamma}(d, f)|) = \frac{\sum_{i=1}^n \tanh^{-1}(|\hat{\gamma}(v_i, f)|) \kappa_i(d)}{\sum_{i=1}^n \kappa_i(d)} \quad (3.1.13)$$

donde  $|\tilde{\gamma}(d, f)|$  es la función de coherencia ensamblada para una separación “ $d$ ”,  $\kappa_i(d) = \exp[-((d-v_i)/\Delta v)^2/2]$  es la función de ensamblaje y  $\Delta v$  es un parámetro del ensamblaje. La ecuación (3.1.13) se puede interpretar como un promedio ponderado de los valores de  $\tanh^{-1}(|\hat{\gamma}(v_i, f)|)$  donde  $\kappa((d-v_i)/\Delta v)$  es el peso de la  $i$ -ésima coherencia, que será significativo si se cumple que  $|d-v_i| \leq 3\Delta v$ . Dado que los estimadores  $\tanh^{-1}(|\hat{\gamma}(v_i, f)|)$  son una muestra aleatoria de una variable normal con media desconocida,  $\mu_i$  y varianza

conocida,  $\sigma_i^2 = \sigma^2 = 1/(2bT)$  (ver ecuación (3.1.10)),  $\tanh^{-1}|\tilde{\gamma}(d, f)| = Y_d$  es entonces una variable aleatoria normal cuya media es igual a:

$$E[Y_d] = \frac{E\left[\sum_{i=1}^n \tanh^{-1}(|\hat{\gamma}(v_i, f)|)\kappa_i(d)\right]}{\sum_{i=1}^n \kappa_i(d)} = \frac{\sum_{i=1}^n \mu_i \kappa_i(d)}{\sum_{i=1}^n \kappa_i(d)} \quad (3.1.14)$$

Suponiendo que  $\mu_i \approx \mu_d$  para todo  $i$  tal que  $|d - v_i| \leq 3\Delta v$ :

$$E[Y_d] \approx \mu_d \quad (3.1.15)$$

La varianza de  $Y_d$  está dada por:

$$\begin{aligned} \text{Var}[Y_d] &= \frac{\text{Var}\left[\sum_{i=1}^n \tanh^{-1}(|\hat{\gamma}(v_i, f)|)\kappa_i(d)\right]}{\left(\sum_{i=1}^n \kappa_i(d)\right)^2} \\ &= \frac{\sum_{i=1}^n \text{Var}[\tanh^{-1}(|\hat{\gamma}(v_i, f)|)]\kappa_i^2(d) + \sum_{i=1}^n \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n \rho_{ij} \kappa_i(d)\kappa_j(d) \text{Var}[\tanh^{-1}(|\hat{\gamma}(v_i, f)|)]}{\left(\sum_{i=1}^n \kappa_i(d)\right)^2} \\ &= \lambda^2 \sigma^2 \end{aligned} \quad (3.1.16)$$

donde:

$$\lambda^2 = \frac{\sum_{i=1}^n \kappa_i^2(d) + \sum_{i=1}^n \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n \rho_{ij} \kappa_i(d)\kappa_j(d)}{\left(\sum_{i=1}^n \kappa_i(d)\right)^2} \quad (3.1.17)$$

y  $\rho_{ij}$  es el coeficiente de correlación entre las variables  $\tanh^{-1}(|\hat{\gamma}(v_i, f)|)$  y  $\tanh^{-1}(|\hat{\gamma}(v_j, f)|)$ . En la bibliografía no se encuentran expresiones analíticas que permitan calcular el coeficiente de correlación  $\rho_{ij}$ ; la deducción de una expresión para evaluar este coeficiente queda fuera de los alcances de este trabajo. En el caso de correlación perfecta,

$\rho_{ij}=1.0$ , la varianza de la coherencia ensamblada es la misma que la de las coherencias individuales  $\tanh^{-1}(|\hat{\gamma}(v_i, f)|)$  entre los pares de registro. Cuando  $\rho_{ij}<1$ , el valor de  $\lambda^2$  es menor que uno por lo que la varianza de la curva ensamblada es menor que la varianza de las estimaciones individuales. El intervalo de confianza de 95% de las curvas ensambladas es:

$$\mu_d - \frac{1.96\lambda}{\sqrt{2bT}} \leq Y_d \leq \mu_d + \frac{1.96\lambda}{\sqrt{2bT}} \quad (3.1.18)$$

cuyo ancho es menor o igual que el ancho del intervalo de confianza de las coherencias estimadas a partir de un sólo par de registros (ecuación (3.1.11)).

### Consideraciones prácticas en la estimación de espectros de coherencia del movimiento sísmico del terreno

A fin de que la estimación de la coherencia sea aceptable, la varianza de la estimación (ec. (3.1.10)) y el ancho del intervalo de confianza (ec. (3.1.11)) deben ser razonablemente pequeños. Ambas condiciones se cumplen cuando el producto  $bT$  es alto. Por otro lado, si se desea obtener estimaciones confiables del espectro de coherencia en frecuencias bajas, digamos  $f_0$ , es necesario utilizar una ventana espectral con un ancho equivalente  $b \approx f_0$ . Generalmente el valor de  $T$  es fijo pues depende de las características del evento y del lugar. Si se tiene registros muy cortos será necesario utilizar ventanas espectrales anchas para obtener varianzas bajas lo cual hace que se pierda resolución. Por el contrario si la duración es grande se puede reducir el valor de  $b$ , obteniendo mayor resolución y manteniendo la varianza en niveles aceptables.

Para estimar la función de densidad espectral cruzada suavizada es necesario definir el valor de “d” en el que se centra la ventana  $w(\tau)$ . En el caso de movimiento sísmico el valor de “d” está asociado al desfase entre registros producto de la velocidad de propagación finita de las ondas sísmicas. En Harichandran (1991) se proponen dos formas de estimar el desfase. El primero consiste en encontrar el valor de  $\tau$  para el cual la función  $\bar{R}_{z_i z_j}(\tau)$  tiene su máximo absoluto. El segundo consiste en utilizar el espectro de fase alineado

$$\hat{\Phi}'_{z_i z_j}(f) = \hat{\Phi}_{z_i z_j}(f) + 2\pi df \quad (3.1.19)$$

y encontrar el valor de “d” de manera tal que la pendiente del espectro de fase alineado sea nula.

Cuando la coherencia es muy baja,  $\bar{R}_{z_i z_j}(\tau)$  no presenta un máximo definido y se dificulta la estimación del desfase. En este caso es mejor utilizar el método propuesto por Hannan y Thomson (1973) que consiste en utilizar la función de correlación cruzada generalizada  $R^N_{z_i z_j}(\tau)$ :

$$R^N_{z_i z_j}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} \left( \frac{|\gamma_{z_i z_j}(f)|^2}{|S_{z_i z_j}(f)| [1 - |\gamma_{z_i z_j}(f)|^2]} \right) \hat{S}_{z_i z_j} e^{i2\pi f\tau} df \quad (3.1.20)$$

El valor del desfase se determina encontrando el valor de  $\tau$  para el cual la función  $R^N_{z_i z_j}(\tau)$  tiene su máximo. En la práctica, dado que no se conocen los valores de la coherencia ni de la densidad espectral cruzada requeridos en (3.1.20), se utilizan los valores suavizados. Cuando la coherencia es casi nula este método también deja de ser confiable.

En resumen el método para la estimación del espectro de coherencia consiste en:

- 1.- Estimar la función de densidad espectral suavizada de los registros usando una ventana Hamming con ancho equivalente  $b$  que permita la resolución o detalle deseados.
- 2.- Estimar el valor del desfase utilizando la función de correlación cruzada  $\bar{R}_{z_i z_j}(\tau)$ .
- 3.- Multiplicar la función de correlación  $\bar{R}_{z_i z_j}(\tau)$  por la función  $w(\tau)$  y obtener la función de densidad espectral cruzada suavizada por medio la transformada de Fourier.
- 4.- Calcular la función de coherencia suavizada y el espectro de fase alineado  $\hat{\Phi}'_{z_i z_j}(f)$ .
- 5.- Si el espectro de fase alineado muestra una pendiente igual a  $2\pi d_1 f$ , repetir los pasos 3 y 4 centrando la ventana  $w(\tau)$  en  $\tau = d - d_1$ ; estos pasos se repiten hasta que el valor de  $d_1$  sea aproximadamente cero.
- 6.- Si la coherencia es baja, repetir los pasos 2, 3 y 4 usando la función de correlación cruzada generalizada  $R^N_{z_i z_j}(\tau)$  en vez de la función de correlación cruzada.

### 3.2 Estimación de espectros de coherencia del movimiento sísmico en el suelo blando de la Ciudad de México

Se analizaron los registros de las estaciones que se muestran en la Figura 3.2.1 durante los eventos cuyas características se muestran en la Tabla 3.2.1 .

Evento	M-1	M-2
Fecha	25/04/1989	09/10/1995
Magnitud	6.9	8.0
Distancia epicentral a estación CU	250 Km	515 Km.
Profundidad	19 Km	20 Km
Aceleración máxima	12.2 cm/s <sup>2</sup>	2.2 cm/s <sup>2</sup>
Azimut	6°	84°

Tabla 3.2.1: Características de los eventos registrados en el valle de México

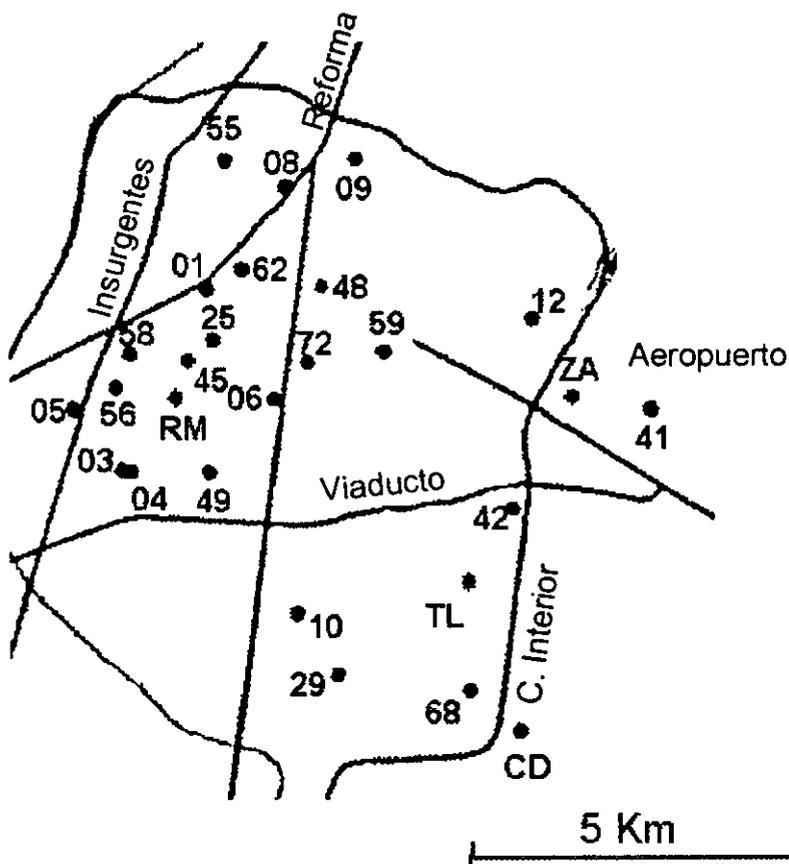


Figura 3.2.1: Ubicación de estaciones acelerométricas

La frecuencia de muestreo es de 50 Hz y la duración de los segmentos de análisis es de 140 segundos. En ambos eventos se estimaron las funciones de densidad espectral normalizadas con respecto al área, a partir de los registros rotados en las direcciones radial y transversal con respecto al foco, con una ventana espectral tipo Hamming (3.1.8) con un ancho equivalente  $b=0.03$  Hz. Con fines de ilustración se muestra el promedio de dichas funciones para cada evento (Figura 3.2.2). Las gráficas indican que el movimiento sísmico del terreno es un proceso de banda muy angosta definido aproximadamente en el intervalo  $[0.2, 1.0]$  Hz para el evento M-1 y en  $[0.2, 0.8]$  Hz para el evento M-2.

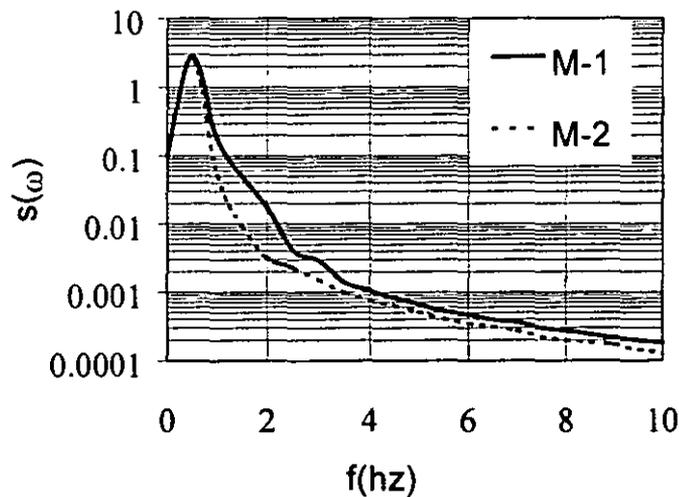


Figura 3.2.2: Función de densidad espectral promedio normalizada

Para la estimación de los desfases se usó el espectro de fase alineado (3.1.19); en algunos casos fue necesario hacer uso de la función de correlación cruzada generalizada (3.1.20). El proceso de estimación del desfase para pares de registros con separaciones mayores a 1000 m fue muy difícil debido a que las funciones de correlación cruzada generalizada no

tenían un máximo definido y los estimadores de los espectros de fase tenían mucha varianza. Con el fin de disminuir esta varianza se estimaron los espectros de fase utilizando ventanas espectrales anchas,  $b=0.5$  Hz; esto permitió una mejor visualización de los espectros y una mejor estimación de los desfases. En las Tablas 3.2.2 y 3.2.3 se muestran los desfases estimados. Es importante anotar que si bien estos desfases se usan en el proceso de estimación de los espectros de coherencia, carecen de significado físico porque los registros no tienen origen común de tiempo.

pares	desfase/ $\Delta t$	
	radial	transversal
25&45	60	50
01&62	-283	-275
05&56	100	87
01&25	-50	-100
08&55	400	350
01&45	-60	-183
48&72	-420	-100
25&62	-50	-54
45&56	37	120
03&05	17	20
59&72	12	30
08&09	40	-450
68&cd	60	-200
03&56	50	50
48&62	80	-100
03&49	270	270
08&62	150	150

Tabla 3.2.2: Desfases de los registros sísmicos en el evento M-1

pares	desfase/ $\Delta t$	
	radial	transversal
03&04	-16	-16
56&58	5	5
45&rm	-5	-5
05&56	-20	-20
06&72	-30	-30
45&58	0	0
56&rm	* 1200	* -1064
58&rm	* 1200	* 688
10&29	-10	-10
48&72	50	50
04&49	10	10
45&56	0	0
03&05	20	20
05&58	-15	-15
41&za	100	100
49&rm	15	15
68&cd	-10	-40
03&56	-40	-40
48&62	-45	-10
04&56	-15	-15
04&rm	4	4
04&05	40	40
03&49	34	4
12&za	40	60
03&rm	-3	-10
42&tl	-15	25
08&62	-37	1
68&tl	65	-4
06&45	10	-10

(\*) calculado con la función de correlación cruzada generalizada

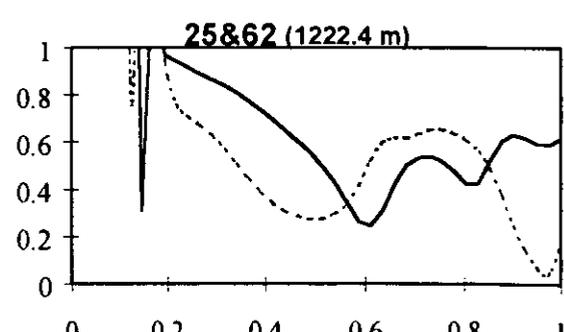
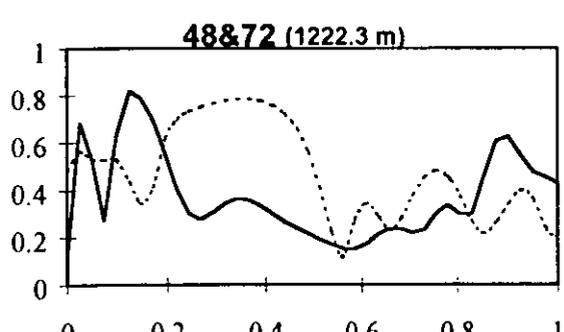
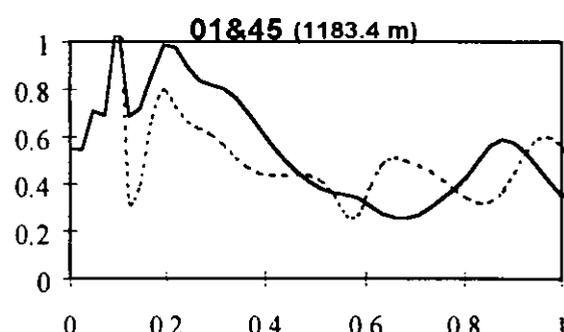
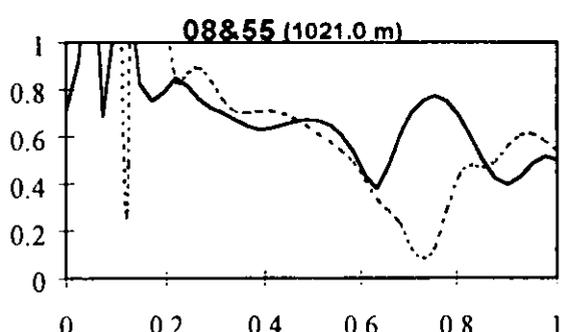
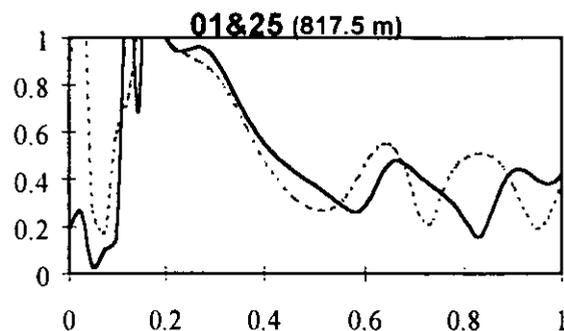
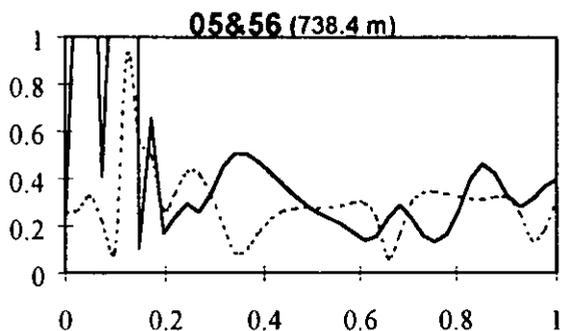
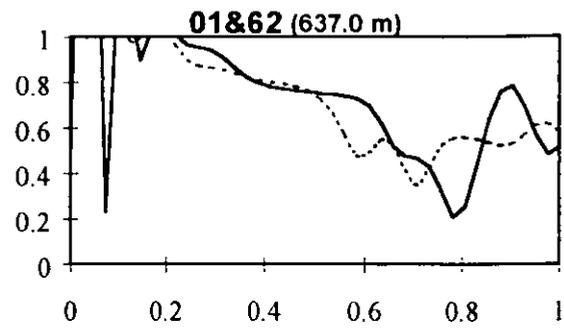
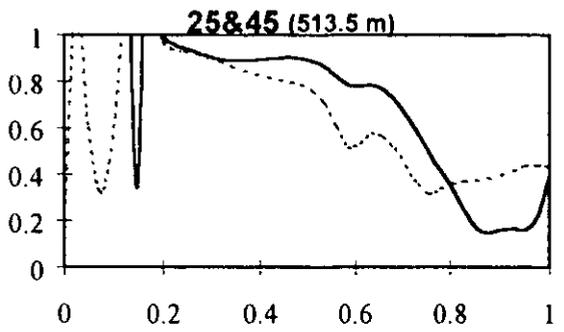
Tabla 3.2.3: Desfases de los registros sísmicos en el evento M-2

Con el programa ARRAY (Harichandran, 1985) y los desfases encontrados se calcularon los espectros de coherencia suavizados de los pares de acelerogramas con separaciones menores a 1500 m (17 pares en el evento M-1 y 29 en el evento M-2 en cada dirección). Se encontró que la estimación del espectro de coherencia en frecuencias menores que 0.2 Hz no era buena debido a la poca potencia de las ordenadas espectrales en dichas frecuencias para los dos eventos. Tomando en cuenta que 0.2 Hz era el límite inferior de nuestras estimaciones, los espectros de coherencia fueron estimados con una ventana Hamming con

$b=0.2$  Hz, lo que permitió estimar de manera confiable el espectro de coherencia para  $f>0.2$  Hz.

En la Figura 3.2.3 se muestran los valores absolutos de los espectros de coherencia estimados para los 17 pares de registros del evento M-1. Las curvas se muestran hasta 1 Hz debido a la poca potencia de los registros en frecuencias mayores. La tendencia general es que las ordenadas de las curvas disminuyan al aumentar la separación entre las estaciones y la frecuencia. El intervalo de confianza de 95% para la coherencia estimada, si la coherencia real es cero, es  $[0,0.26]$ . Esto significa que si la coherencia real fuera nula, habría un 95% de confianza que las estimaciones cayeran dentro de este intervalo. Tomando en cuenta esta característica de las estimaciones se puede suponer que la coherencia real es nula para el par 59&72 (1246.4 m) debido a que las estimaciones varían en el intervalo de confianza antes mencionado y no se aprecia una disminución de las ordenadas con la frecuencia. Cabe recordar que las curvas estimadas dependen del tipo y ancho de ventana espectral utilizadas en la estimación; de usarse otros se obtendrían otras curvas (aunque la tendencia general sería la misma). Es por ello que es muy importante la etapa de elección del tipo y ancho de ventana equivalente para lograr la resolución y estabilidad deseadas.

— radial      ..... transversal



|γ(f)|

f (hz)      f (hz)  
 Figura 3.2.3: Funciones de coherencia en evento M-1

— radial      ..... transversal

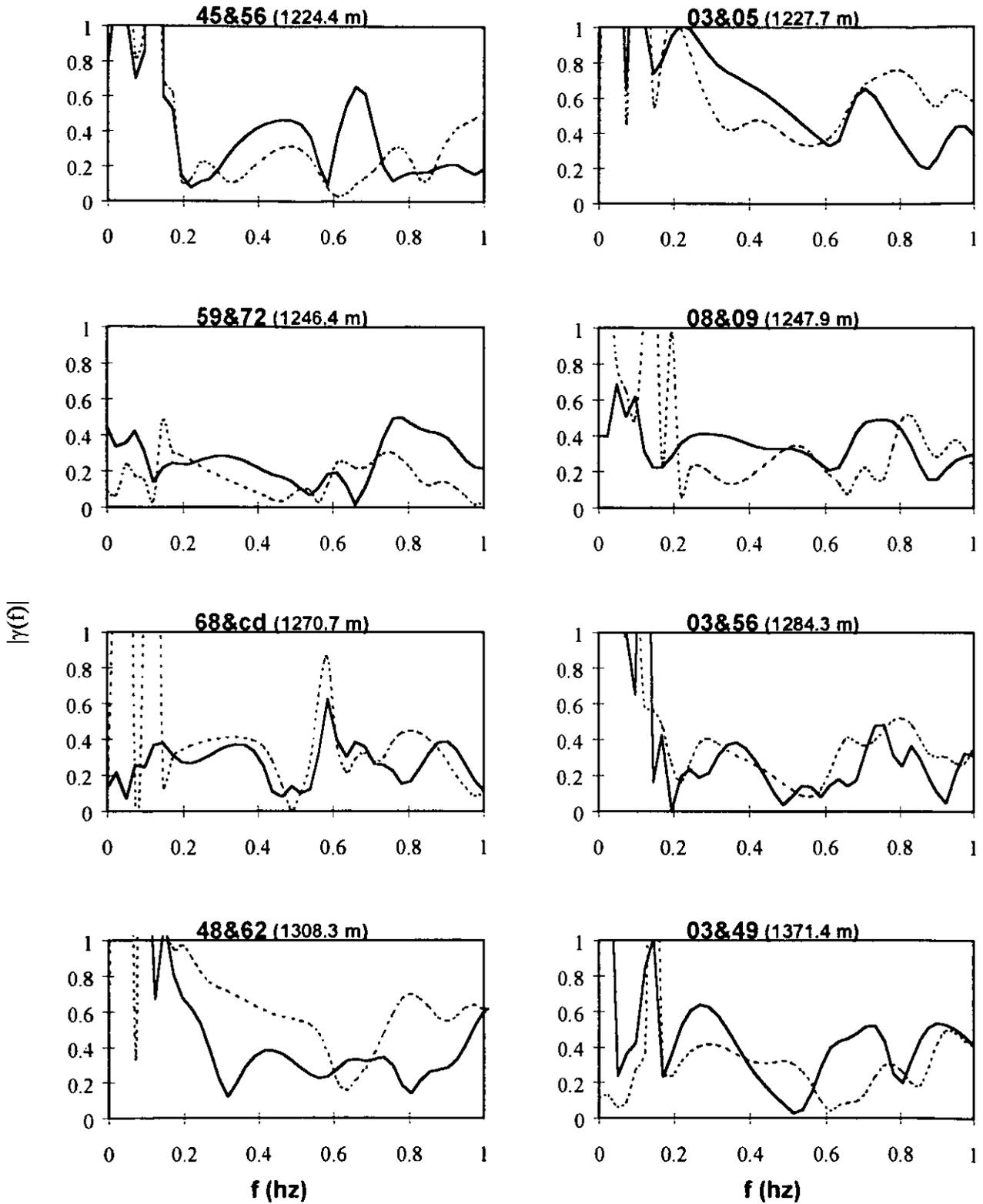


Figura 3.2.3: Funciones de coherencia en evento M-1 (continuación)

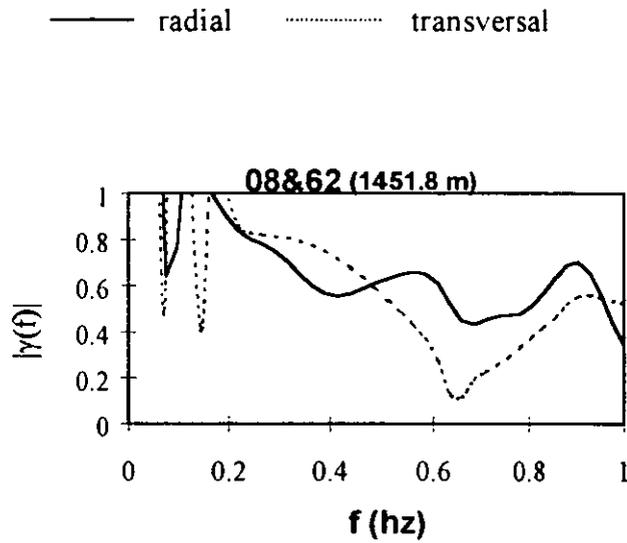


Figura 3.2.3: Funciones de coherencia en evento M-1 (continuación)

En la Figura 3.2.4 se muestran las coherencias estimadas para el evento M-2. La coherencia entre las estaciones 03&04 es alta debido a la separación pequeña entre ellas. Sin embargo, para frecuencias fuera del intervalo [0.2,0.8] las gráficas presentan fluctuaciones muy grandes. Esto se debe a la poca potencia de la función de densidad espectral en dichas frecuencias. El hecho de que las aceleraciones máximas de los registros sean muy pequeñas en comparación con las del evento M-1, puede afectar la estimación de la coherencia debido a que los niveles de ruido son comparables con los de la aceleración (Reinoso y Ordaz 1986).

— radial      ..... transversal

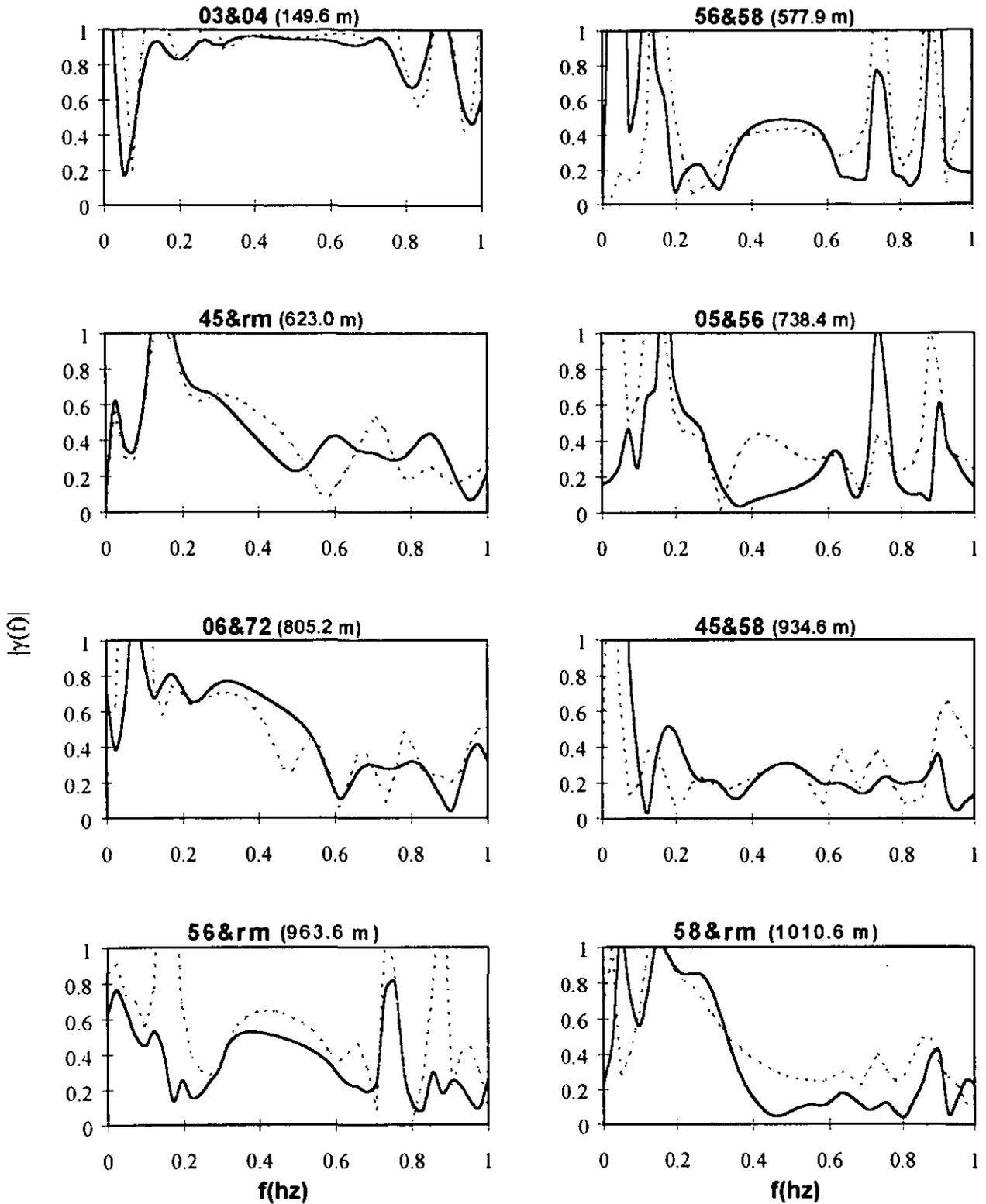


Figura 3.2.4: Funciones de coherencia en evento M-2

— radial      ..... transversal

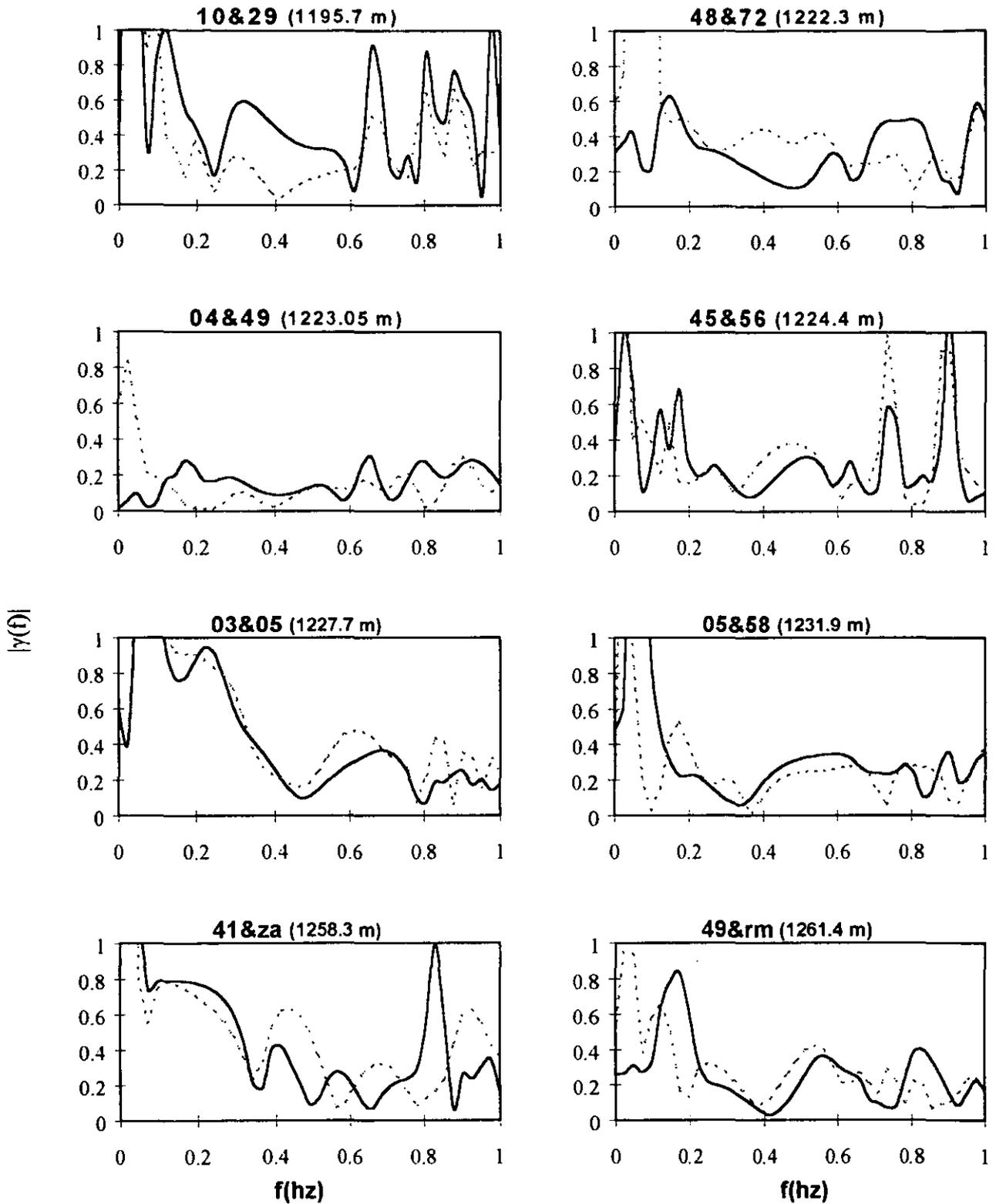


Figura 3.2.4: Funciones de coherencia en evento M-2 (continuación)

— radial      ..... transversal

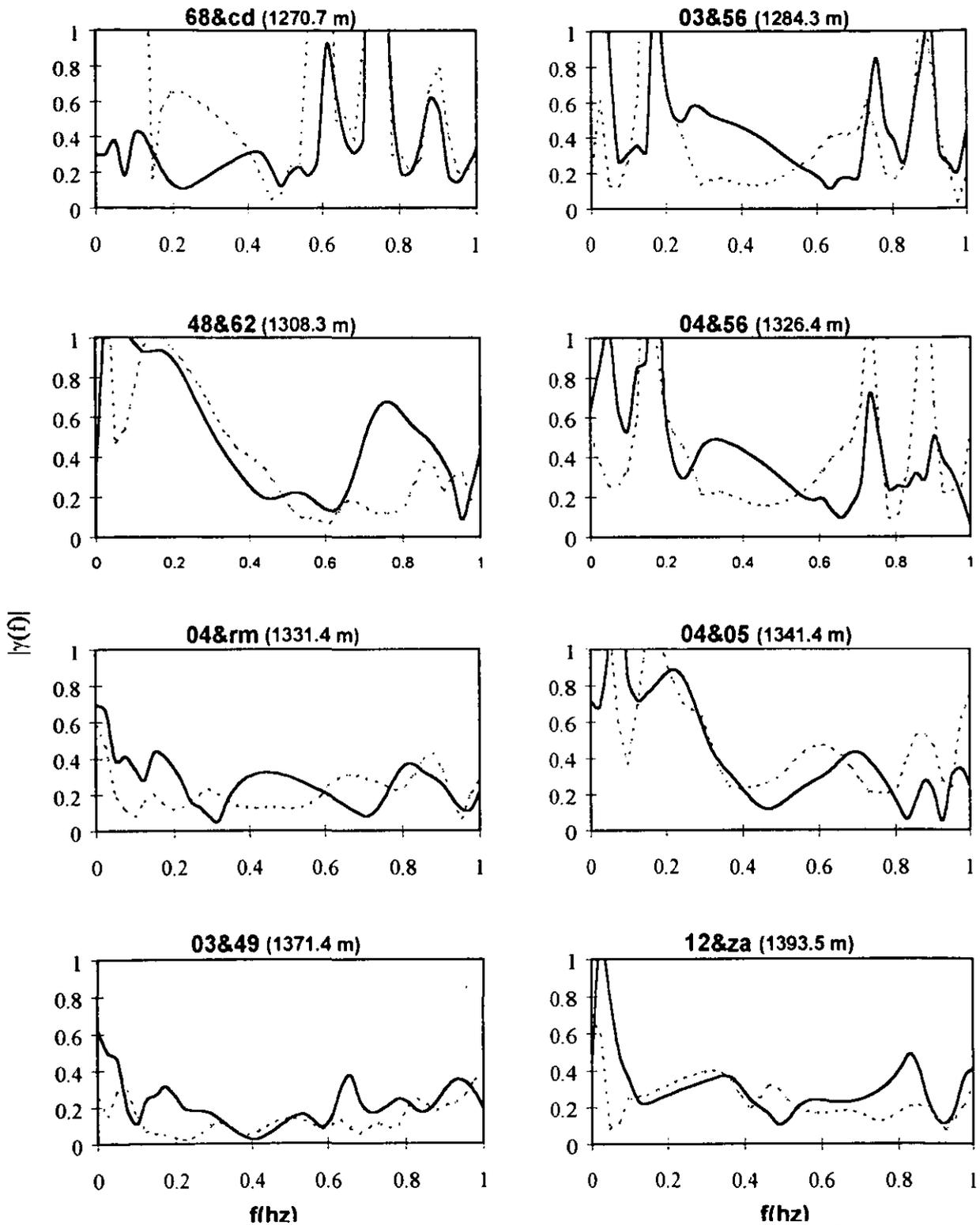


Figura 3.2.4: Funciones de coherencia en evento M-2 (continuación)

— radial      ..... transversal

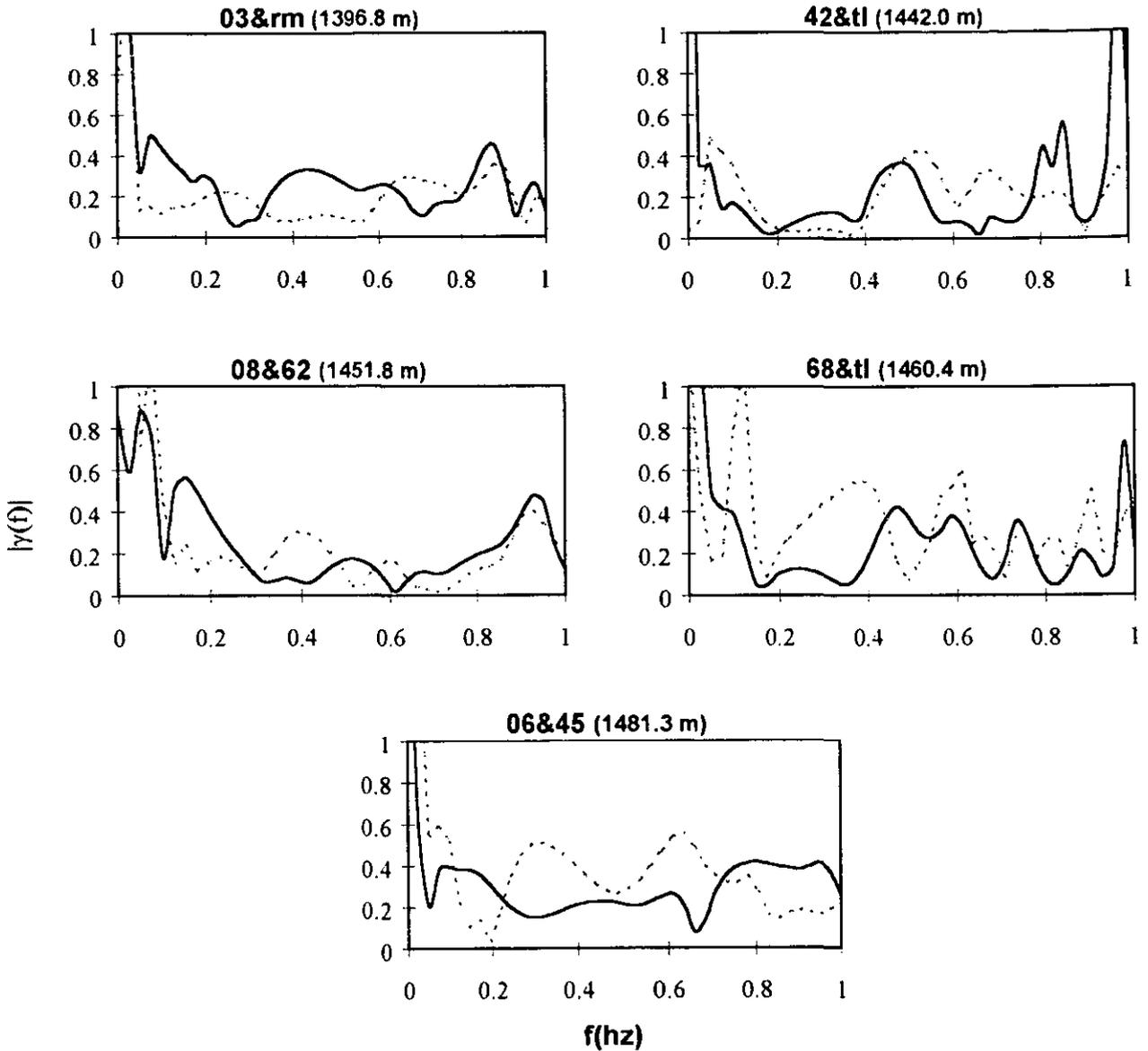


Figura 3.2.4: Funciones de coherencia en evento M-2(continuación)

Las curvas ensambladas para ambos eventos M-1 y M-2 se estimaron con (3.1.13) y  $\Delta v=33$  m. Debido a que en las Figuras 3.2.3 y 3.2.4 no se aprecian diferencias significativas entre la componente radial y transversal se calcularon las curvas ensambladas incluyendo ambas componentes. En la Figura 3.2.5 se muestran las curvas ensambladas del evento M-1 para

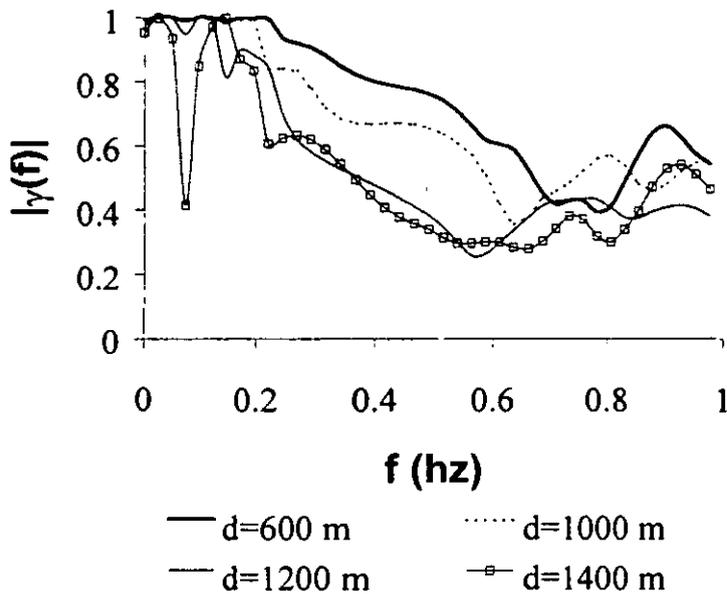


Figura 3.2.5: Curvas ensambladas para el evento M-1

$d=600, 1000, 1200$  y  $1400$  m. Las curvas se muestran para el intervalo  $[0-1]$  Hz, sin embargo hay que recordar que los resultados para frecuencias menores a  $0.2$  Hz no son confiables debido las razones que ya se detallaron anteriormente.

Con (3.1.18) se calcularon los intervalos de confianza de las coherencias ensambladas para dos casos extremos. En el primer caso se supuso correlación perfecta,  $\rho=1$ , y por lo tanto  $\lambda=1$  para todas las distancias sin importar el número de pares que intervienen en el ensamblaje. En el segundo caso se consideró que la correlación entre las estimaciones era nula, es decir  $\rho=0$ , con lo que se obtuvieron los siguientes valores de  $\lambda$  para las distancias consideradas:  $\lambda_{600}=0.67$ ,  $\lambda_{1000}=0.71$ ,  $\lambda_{1200}=0.27$  y  $\lambda_{1400}=0.52$ . El valor de  $\lambda$  correspondiente a  $d=1200$ m es menor que los otros debido a que las separaciones de los pares de estaciones

analizados se concentran alrededor de esta distancia. Dados los posibles valores de  $\rho$  los límites del intervalo de confianza estarán entre los límites calculados en los dos casos extremos. La Figura 3.2.6 muestra los intervalos de confianza de 95% cuando  $\rho=1$ . Se aprecia que el intervalo de confianza es más ancho a medida que  $|\hat{\gamma}|$  decae. En la Figura 3.2.7 se muestran los intervalos de confianza de las curvas ensambladas para el segundo caso, es decir cuando  $\rho=0$ . Se aprecia que para  $d=1200$  m el intervalo de confianza es más angosto que para las otras distancias a pesar que las ordenadas de la coherencia son menores, lo cual muestra la importancia del parámetro  $\lambda$  en la confianza de las estimaciones.

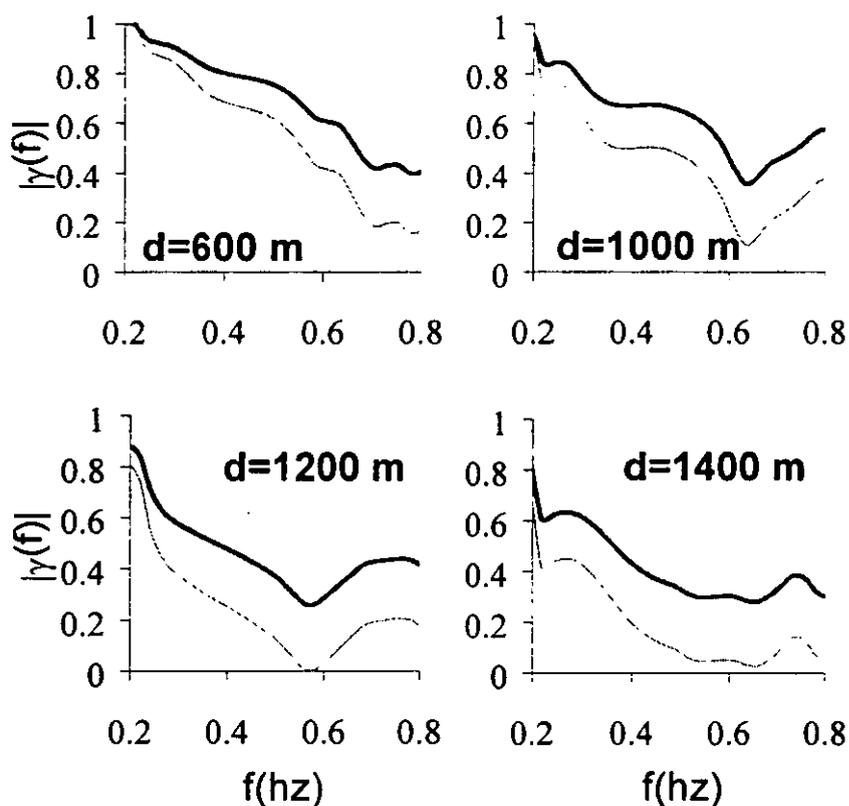


Figura 3.2.6: Intervalos de confianza de 95% para el evento M-1 y  $\rho=1$

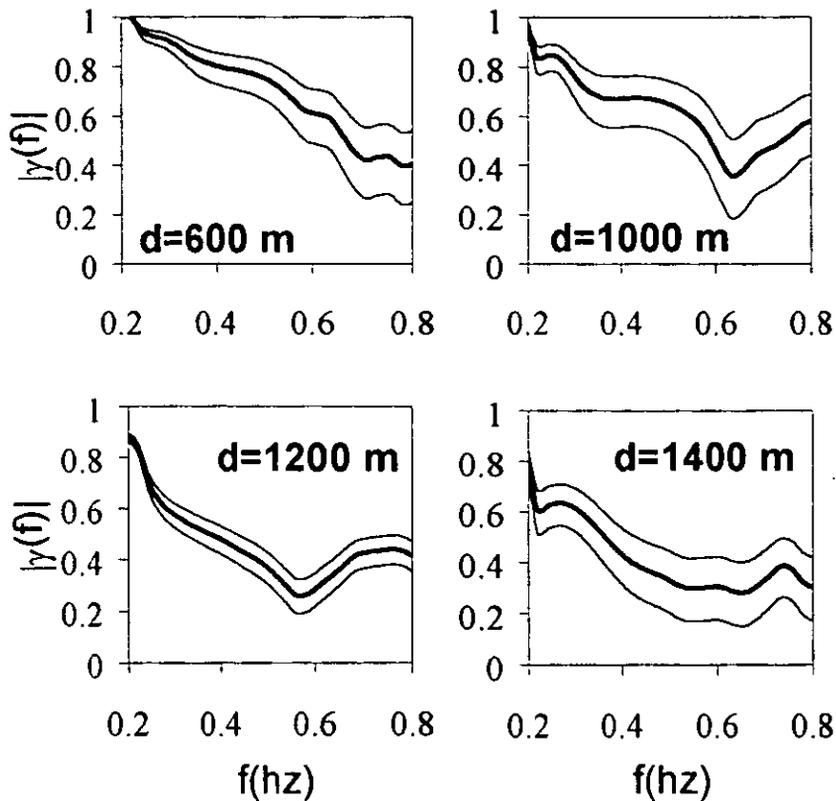


Figura 3.2.7: Intervalos de confianza de 95% para el evento M-1 y  $\rho=0$

En la Figura 3.2.8 se muestran las curvas ensambladas para el evento M-2 y  $d=150, 800, 1000, 1200$  y  $1400$  m. Se aprecia que las ordenadas en M-1 son mayores que en M-2, indicando que la función de coherencia del movimiento sísmico puede depender de las características del evento (magnitud, tipo de falla, distancia al epicentro, máxima aceleración del terreno, etc.). Las gráficas de las curvas ensambladas indican que para  $f=0.2$  Hz la coherencia es menor que uno para distancias mayores que  $1200$  y  $800$  m en M-1 y M-2, respectivamente. Dado el límite superior del intervalo de confianza de  $0.26$ , podemos suponer que en el evento M-2 la función de coherencia real,  $|\gamma(f)|$ , es casi nula para separaciones mayores o iguales que  $1400$  m y frecuencias mayores que  $0.3$  Hz.

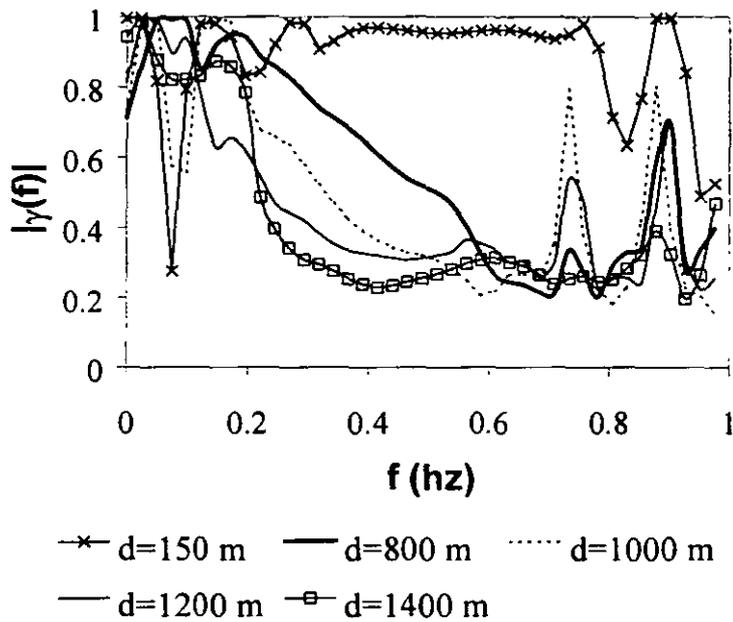


Figura 3.2.8: Curvas ensambladas para el evento M-2

En la Figura 3.2.9 se muestran los intervalos de confianza para las coherencias ensambladas y  $\rho=1$ . El intervalo de confianza para  $d=150$  m es muy pequeño debido a que la coherencia es muy alta. Los intervalos de confianza de 95% calculados con  $\rho=0$  para las curvas ensambladas se muestran en la Figura 3.2.10. En este caso los valores de  $\lambda$  son los siguientes:  $\lambda_{150}=0.71$ ,  $\lambda_{800}=0.61$ ,  $\lambda_{1000}=0.48$ ,  $\lambda_{1200}=0.26$  y  $\lambda_{1400}=0.29$ . Se observa que los intervalos de confianza para  $d=800$  y  $1000$  m son más anchos que para  $d=1200$  y  $1400$  m por el efecto del parámetro  $\lambda$ . A pesar que el valor de  $\lambda$  para  $d=150$  m es el más alto, el intervalo de confianza correspondiente es el más angosto, lo cual se debe a la alta coherencia que se presenta en esta distancia.

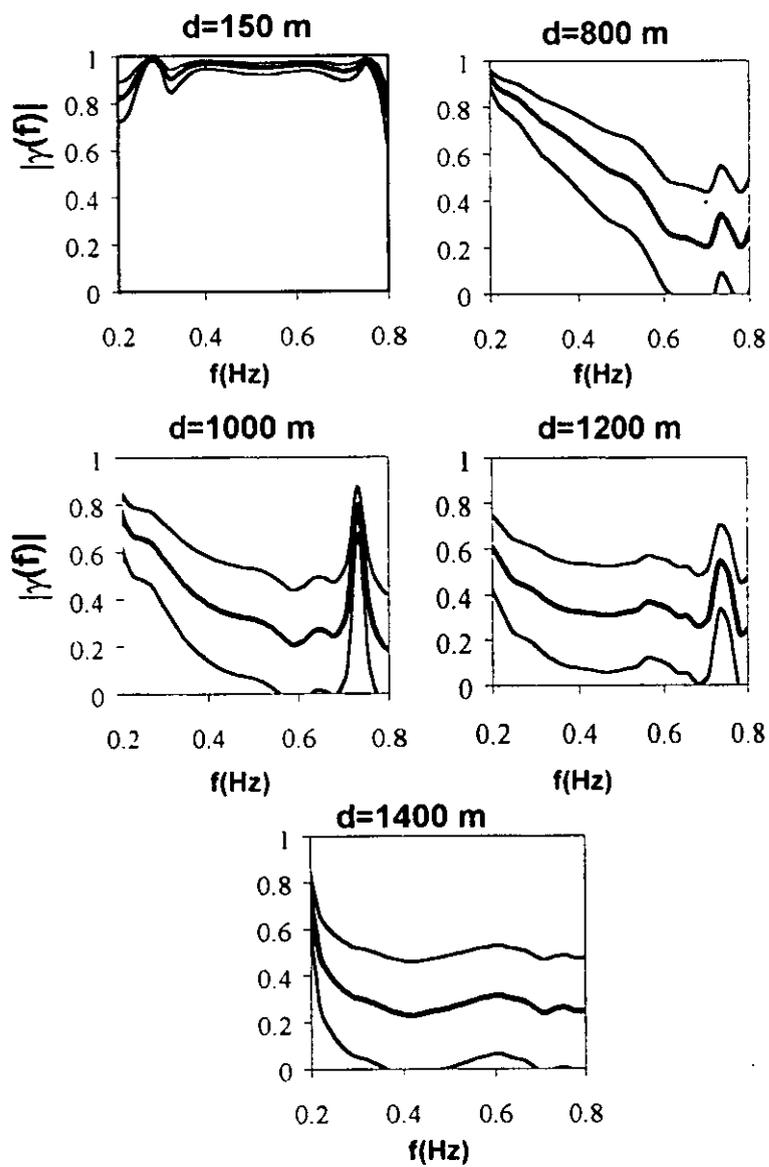


Figura 3.2.9: Intervalo de confianza de 95% para el evento M-2 y  $\rho=1$

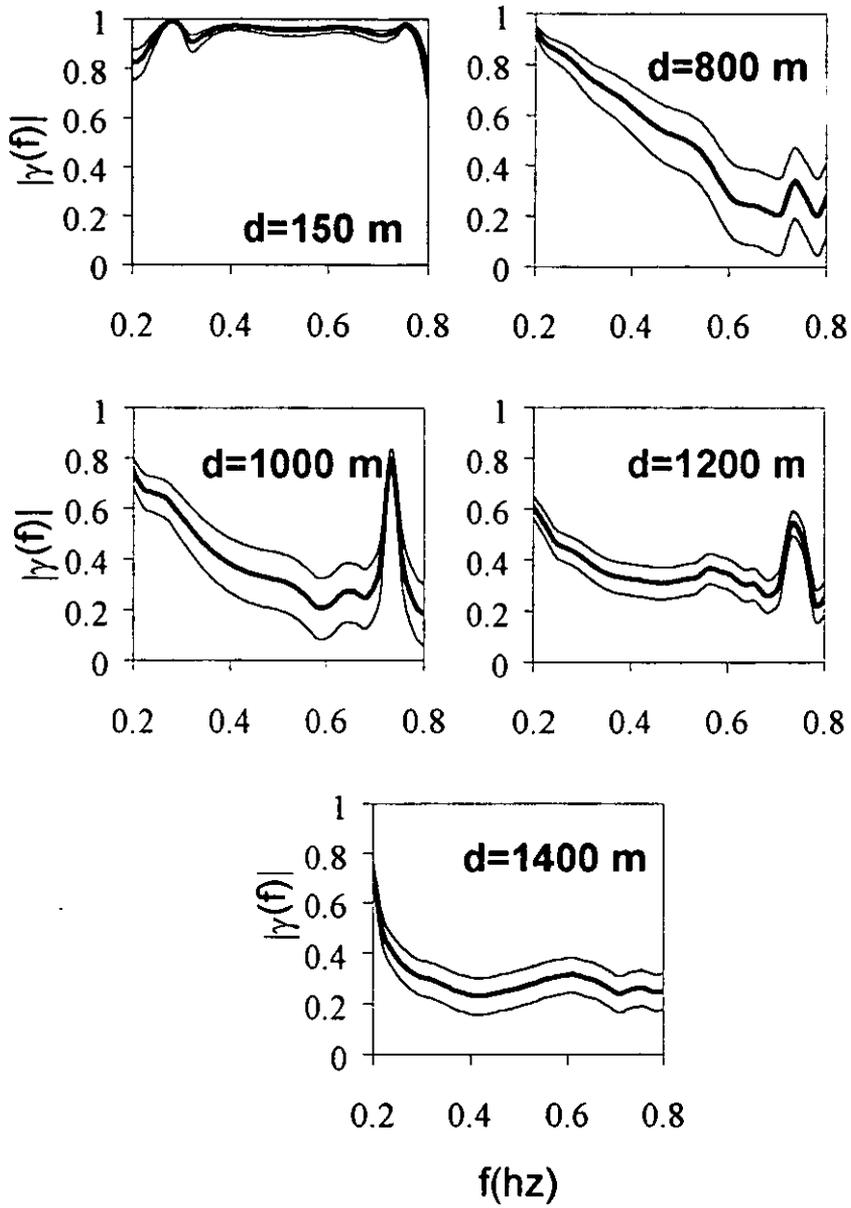


Figura 3.2.10: Intervalo de confianza de 95% para el evento M-2 y  $\rho=0$

### 3.3 Estimación de espectros de coherencia del movimiento sísmico del terreno en Chiba-Japón.

La Estación Experimental de Chiba se encuentra a 30 Km de Tokio y consiste de 15 estaciones acelerométricas muy cercanas entre sí. La ubicación de las estaciones se muestra en la Figura 3.3.1. El primer estrato del suelo (hasta 5 m de profundidad) esta formado por sedimentos eólicos uniformes con valores de N menores a 10 y velocidad de las ondas de corte de 140 m/s.

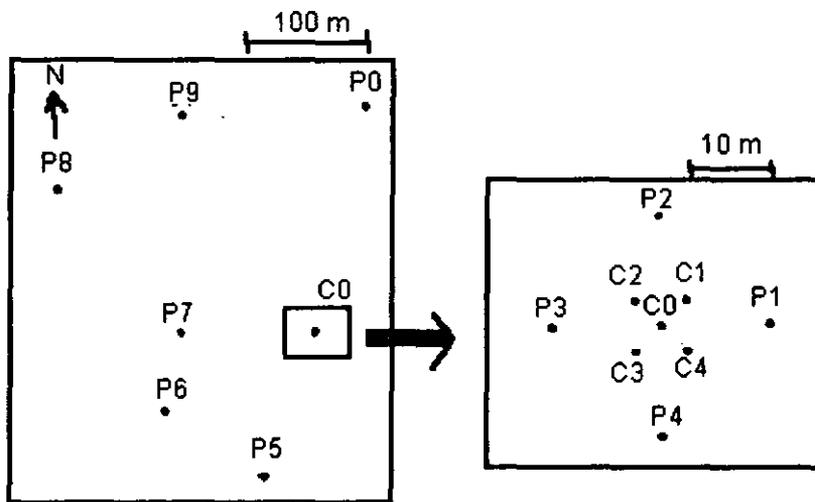


Figura 3.3.1: Ubicación de las estaciones acelerométricas

En el arreglo de Chiba se han registrado eventos sísmicos muy largos; sin embargo, sólo dos de ellos han sido registrados en todas las estaciones. Las características de dichos eventos se muestran a continuación.

Evento	C-1	C-2
Fecha	12/02/86	24/06/86
Magnitud	6.1	6.5
Distancia epicentral	125 Km	105 Km
Profundidad	44 km	73 Km
Aceleración máxima en estación C0	15.4 cm/s <sup>2</sup>	54.0 cm/s <sup>2</sup>
Azimuth	44.5°	147.7°

Tabla 3.3.1: Características de los eventos registrados en Chiba

Los registros tienen una frecuencia de muestreo de 200 Hz. La duración de los segmentos de análisis del evento C-1 es de 75 segundos y del evento C-2, de 190 segundos. Las funciones de densidad espectral normalizadas de los registros en ambas direcciones (radial y transversal) para los dos eventos se calcularon con una ventana espectral Hamming con ancho equivalente  $b=0.2$  Hz. El promedio de dichas funciones (Figura 3.3.2) indica que se trata de procesos de banda ancha. La similitud en el contenido de frecuencias y ordenadas de las densidades espectrales promedio se puede deber a que los eventos tienen características similares.

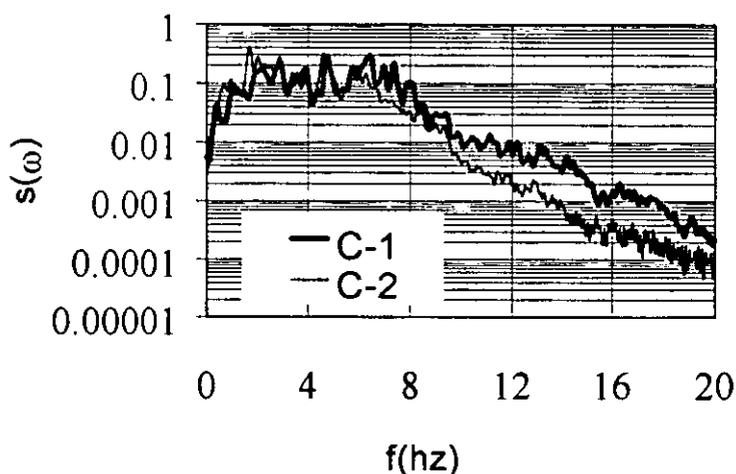


Figura 3.3.2: Función de densidad espectral promedio normalizada

Se analizaron 210 pares de acelerogramas en las componente radial y transversal. Las separaciones entre los pares se muestran en la Tabla 3.3.2. Con el procedimiento descrito en la sección 3.1 y usando una ventana tipo Hamming con ancho equivalente  $b=0.2$  Hz se obtuvieron los desfases entre los registros que se muestran en las Tablas 3.3.3 y 3.3.4. Con la misma ventana se estimaron los espectros de coherencia suavizados; algunas curvas se muestran en las Figuras 3.3.3 y 3.3.4. Debido a la poca potencia de las funciones de

densidad espectral para frecuencias mayores a 10 Hz, las curvas de coherencia se muestran sólo hasta esa frecuencia.

par	v(m)	par	v(m)	par	v(m)
C0&C1	5.00	P2&P4	30.00	P0&P2	181.45
C0&C2	5.00	P6&P7	66.63	P0&C1	191.78
C0&C3	5.00	P5&P6	99.66	P0&P1	193.13
C0&C4	5.00	P7&P3	105.53	P0&C2	193.43
C1&C2	7.08	P5&P4	110.06	C0&P0	196.02
C1&C4	7.08	P7&C2	116.90	P9&P2	196.71
C2&C3	7.08	P7&C3	117.18	P0&C4	198.70
C3&C4	7.08	P5&P3	119.25	P0&P3	199.99
C1&C3	10.00	P5&C3	119.32	P0&C3	200.30
C2&C4	10.00	C0&P7	120.52	P6&P8	201.95
C1&P1	11.99	P7&P2	120.87	P9&P3	201.96
C1&P2	11.99	P8&P9	121.82	P9&C2	204.50
C2&P2	11.99	P5&C4	121.97	P9&C1	208.24
C2&P3	11.99	P7&P4	122.03	C0&P9	209.36
C3&P3	11.99	C0&P5	123.89	P9&C3	210.59
C3&P4	11.99	P7&C1	123.98	P0&P4	210.65
C4&P1	11.99	P7&C4	124.24	P9&C4	214.23
C4&P4	11.99	P5&C2	125.98	P9&P1	217.55
C0&P1	15.00	P5&C1	128.49	P9&P4	222.30
C0&P2	15.00	P6&P3	129.42	P8&P3	234.58
C0&P3	15.00	P5&P1	130.11	P8&P2	240.61
C0&P4	15.00	P7&P1	135.51	P6&P9	240.98
C1&P3	18.87	P6&P4	137.02	P8&C2	242.75
C1&P4	18.87	P5&P2	137.97	P8&C3	246.25
C2&P1	18.87	P6&C3	138.10	C0&P8	247.56
C2&P4	18.87	P6&C2	141.21	P8&C1	248.97
C3&P1	18.87	P5&P7	141.71	P7&P0	248.98
C3&P2	18.87	C0&P6	142.80	P8&C4	252.38
C4&P2	18.87	P6&C4	144.55	P8&P4	255.22
C4&P3	18.87	P6&C1	147.53	P8&P1	260.76
P1&P2	21.21	P6&P2	149.87	P8&P0	270.31
P1&P4	21.21	P7&P8	150.43	P5&P8	291.53
P2&P3	21.21	P9&P0	154.42	P5&P9	300.98
P3&P4	21.21	P6&P1	156.48	P6&P0	306.34
P1&P3	30.00	P7&P9	174.44	P5&P0	319.15

Tabla 3.3.2: Separaciones entre estaciones del arreglo de Chiba

Par	Desfase/ $\Delta t$		par	Desfase/ $\Delta t$		par	Desfase/ $\Delta t$	
	r	t		r	t		r	t
C0&C1	0	0	P2&P4	2	3	P0&P2	9	16
C0&C2	0	0	P6&P7	-2	-2	P0&C1	10	13
C0&C3	0	0	P5&P6	1	1	P0&P1	10	10
C0&C4	0	0	P7&P3	-2	-3	P0&C2	13	13
C1&C2	0	1	P5&P4	-3	-3	C0&P0	-12	-10
C1&C4	0	0	P7&C2	-3	-3	P9&P2	6	5
C2&C3	0	0	P7&C3	-3	-3	P0&C4	12	15
C3&C4	0	0	P5&P3	-5	-5	P0&P3	10	11
C1&C3	1	0	P5&C3	-5	-3	P0&C3	13	14
C2&C4	0	2	C0&P7	4	4	P6&P8	-4	-3
C1&P1	0	0	P7&P2	-4	-4	P9&P3	7	7
C1&P2	1	0	P8&P9	-7	-7	P9&C2	7	5
C2&P2	1	-1	P5&C4	-6	-4	P9&C1	6	6
C2&P3	1	1	P7&P4	-3	-3	C0&P9	-6	-5
C3&P3	1	-1	C0&P5	4	6	P9&C3	7	9
C3&P4	1	1	P7&C1	-4	-3	P0&P4	10	16
C4&P1	0	0	P7&C4	-4	-3	P9&C4	7	7
C4&P4	1	0	P5&C2	-6	-6	P9&P1	6	4
C0&P1	0	0	P5&C1	-7	-6	P9&P4	8	8
C0&P2	1	0	P6&P3	-4	-7	P8&P3	0	-5
C0&P3	1	1	P5&P1	-6	-6	P8&P2	-3	-5
C0&P4	2	1	P7&P1	-4	-4	P6&P9	-11	-11
C1&P3	2	2	P6&P4	-5	-5	P8&C2	-2	-5
C1&P4	2	2	P5&P2	-3	-3	P8&C3	-1	-3
C2&P1	-1	2	P6&C3	-5	-6	C0&P8	2	4
C2&P4	2	2	P6&C2	-6	-6	P8&C1	-3	-3
C3&P1	1	0	P5&P7	-1	-2	P7&P0	-17	-18
C3&P2	0	-1	C0&P6	6	7	P8&C4	-2	-3
C4&P2	0	-2	P6&C4	-5	-5	P8&P4	-1	-2
C4&P3	1	0	P6&C1	-7	-7	P8&P1	-3	-4
P1&P2	0	-2	P6&P2	-3	-7	P8&P0	-15	-15
P1&P4	1	0	P7&P8	-3	-3	P5&P8	-3	-2
P2&P3	1	0	P9&P0	-5	-7	P5&P9	-11	-15
P3&P4	0	3	P6&P1	-6	-6	P6&P0	-18	-21
P1&P3	2	0	P7&P9	-8	-10	P5&P0	-16	-15

Tabla 3.3.3: Desfases de los registros en el evento C-1 (r: radial, t: transversal)

par	Desfase/ $\Delta t$		Par	Desfase/ $\Delta t$		par	Desfase/ $\Delta t$	
	r	t		r	t		r	t
C0&C1	0	0	P2&P4	0	-1	P0&P2	1	2
C0&C2	0	0	P6&P7	1	3	P0&C1	1	2
C0&C3	0	0	P5&P6	1	0	P0&P1	1	2
C0&C4	0	0	P7&P3	-1	-2	P0&C2	1	1
C1&C2	0	0	P5&P4	4	3	C0&P0	-1	-1
C1&C4	0	0	P7&C2	-1	-1	P9&P2	0	0
C2&C3	0	0	P7&C3	1	-2	P0&C4	2	1
C3&C4	0	0	P5&P3	2	2	P0&P3	2	0
C1&C3	0	0	P5&C3	3	1	P0&C3	2	0
C2&C4	0	-1	C0&P7	-1	1	P6&P8	4	2
C1&P1	0	-1	P7&P2	0	-1	P9&P3	0	0
C1&P2	0	1	P8&P9	-4	-2	P9&C2	0	0
C2&P2	1	1	P5&C4	4	2	P9&C1	0	0
C2&P3	1	0	P7&P4	1	-2	C0&P9	0	0
C3&P3	1	1	C0&P5	-2	-2	P9&C3	1	-1
C3&P4	0	0	P7&C1	0	-1	P0&P4	2	0
C4&P1	0	0	P7&C4	2	-1	P9&C4	1	1
C4&P4	-1	-2	P5&C2	1	2	P9&P1	1	2
C0&P1	0	-1	P5&C1	1	2	P9&P4	1	0
C0&P2	0	1	P6&P3	1	2	P8&P3	-5	-3
C0&P3	1	1	P5&P1	3	4	P8&P2	-4	-1
C0&P4	0	-1	P7&P1	1	1	P6&P9	0	0
C1&P3	0	1	P6&P4	1	1	P8&C2	-5	-2
C1&P4	0	-2	P5&P2	2	3	P8&C3	-3	-2
C2&P1	1	0	P6&C3	2	1	C0&P8	4	2
C2&P4	0	0	P6&C2	1	2	P8&C1	-4	0
C3&P1	0	0	P5&P7	3	4	P7&P0	-1	0
C3&P2	0	1	C0&P6	-2	-2	P8&C4	-3	0
C4&P2	-1	-1	P6&C4	2	1	P8&P4	-3	-3
C4&P3	0	0	P6&C1	1	2	P8&P1	-3	-3
P1&P2	1	0	P6&P2	0	2	P8&P0	-5	-3
P1&P4	0	-2	P7&P8	2	-1	P5&P8	7	4
P2&P3	0	0	P9&P0	-1	-1	P5&P9	2	2
P3&P4	0	0	P6&P1	2	2	P6&P0	2	2
P1&P3	-1	-2	P7&P9	-1	-2	P5&P0	4	3

Tabla 3.3.4: Desfases de los registros en el evento C-2 (r: radial, t: transversal)

— radial      ..... transversal

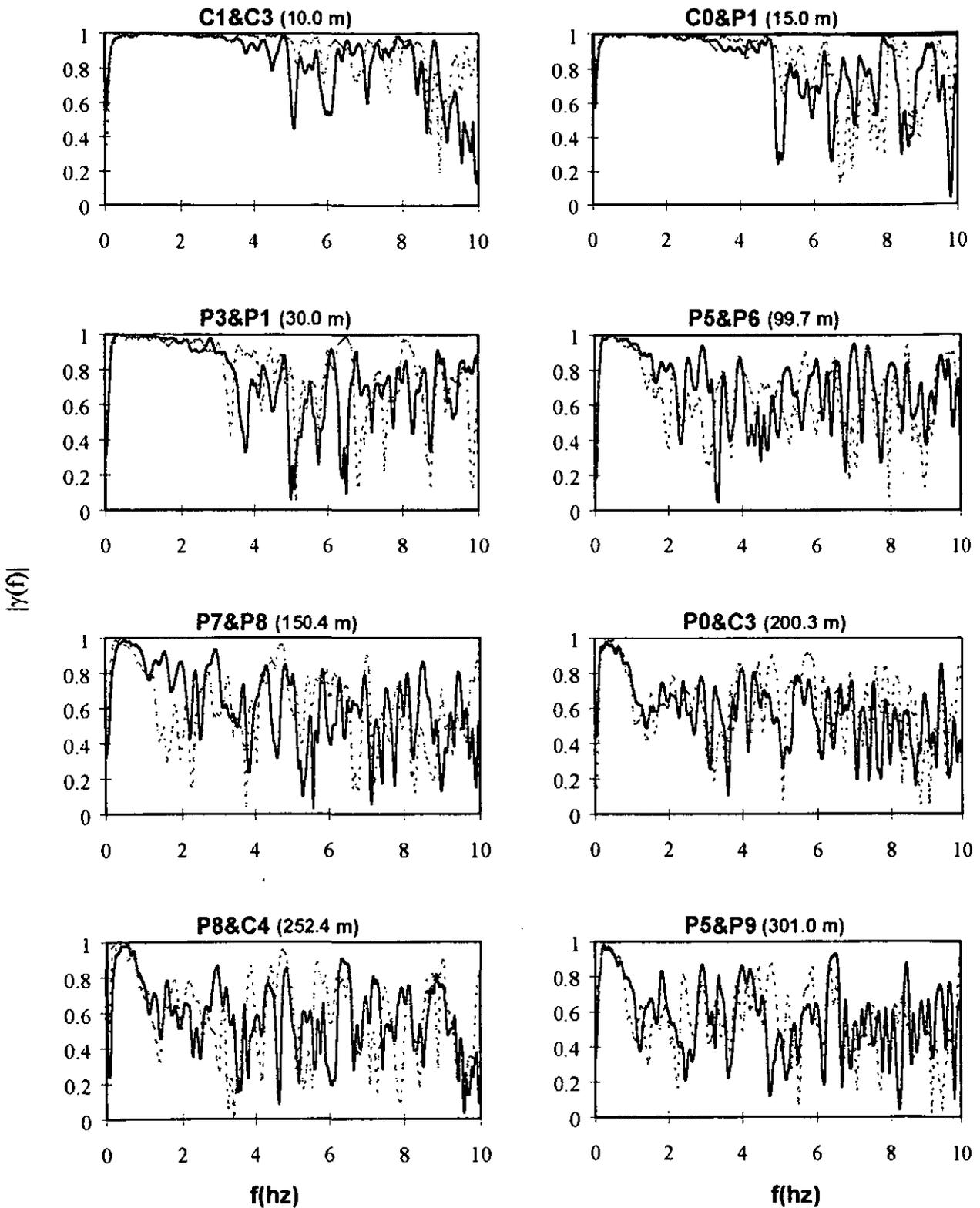


Figura 3.3.3: Funciones de coherencia en el evento C-1

— radial      ..... transversal

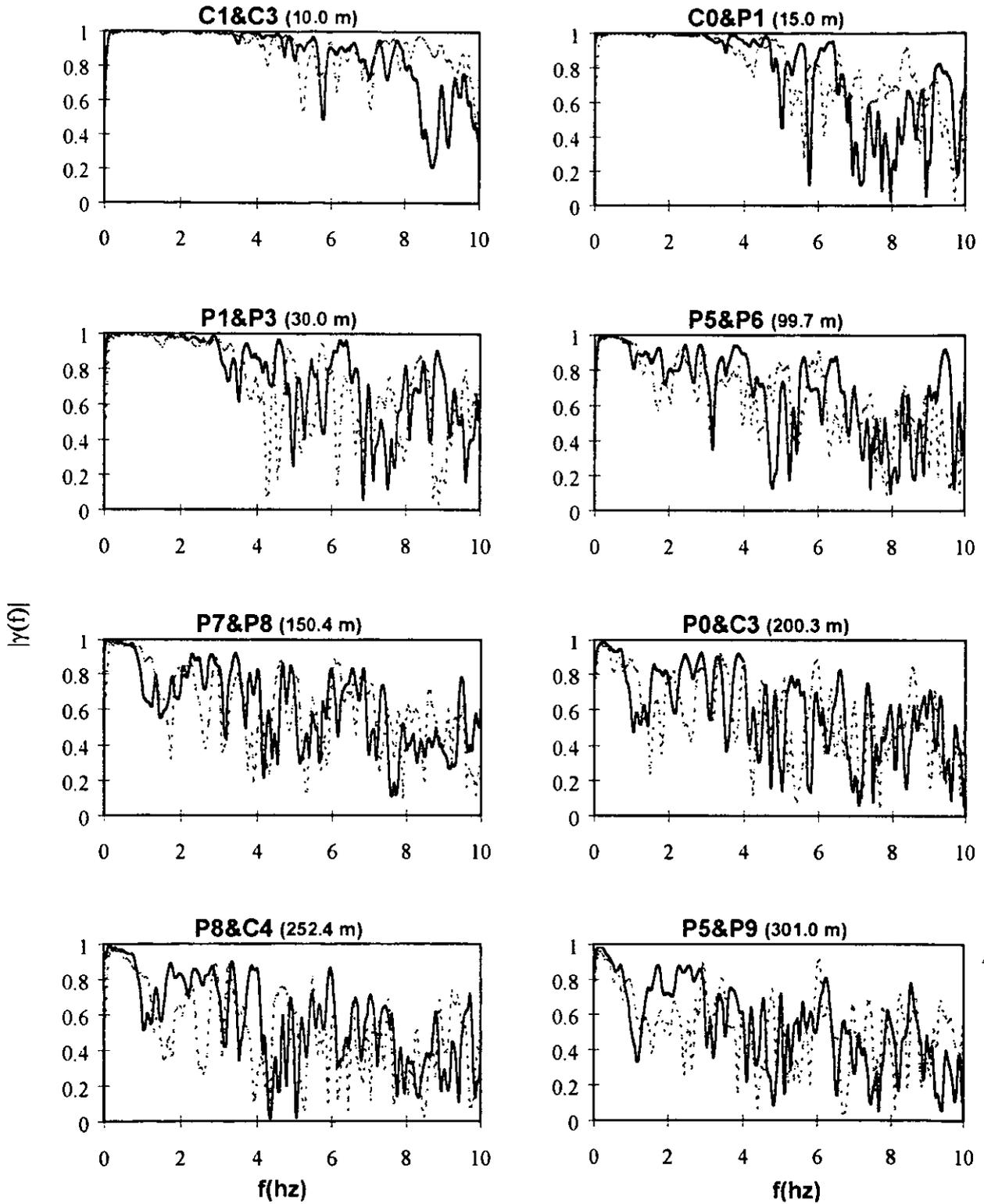


Figura 3.3.4: Funciones de coherencia en el evento C-2

Las Figuras 3.3.3 y 3.3.4 indican que la función de coherencia disminuye a medida que aumentan frecuencia y separación entre estaciones, independientemente de la componente. Se aprecia que no existen diferencias significativas entre la coherencia de los eventos C-1 y C-2, lo cual puede explicarse por la similitud de los mismos (véase Tabla 3.3.1). En ambos eventos la coherencia estimada en frecuencias bajas es cercana a uno aun para los pares de

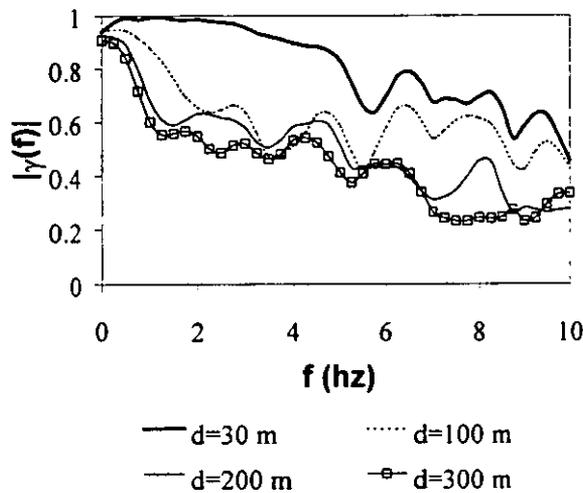


Figura 3.3.5: Curvas ensambladas para el evento C-1.

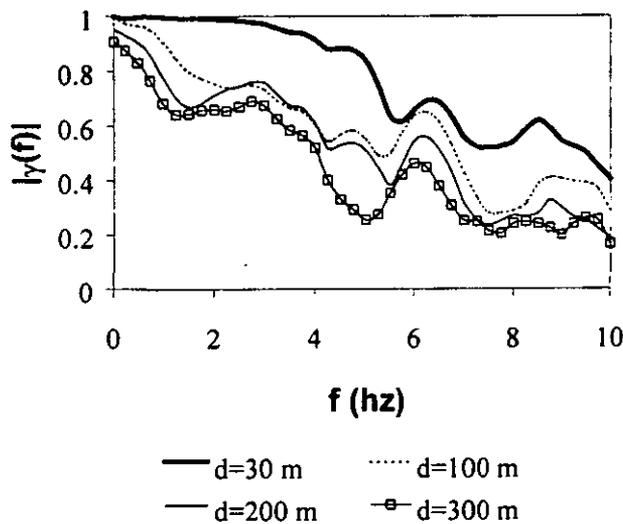


Figura 3.3.6: Curvas ensambladas para el evento C-2.

estaciones con separaciones de 300 m. Este resultado no puede extrapolarse para separaciones mayores y no permite hacer predicciones sobre el valor de la coherencia en frecuencias bajas para otras distancias. A pesar que la duración  $T$  de los registros de análisis es grande, la varianza de la estimación es alta, tal como se aprecia en las Figuras 3.3.3 y 3.3.4. Con el fin de visualizar mejor las curvas y dado que no se puede utilizar estos resultados para observar el comportamiento de la coherencia en frecuencias bajas, se estimaron nuevamente las curvas con una ventana espectral más ancha,  $b=1$  Hz, lo que disminuyó la resolución de las estimaciones. Con estas estimaciones se calcularon las curvas ensambladas para  $d=30, 100, 200$  y  $300$  m utilizando (3.1.13) y  $\Delta v = 16.6$  m. Las curvas ensambladas para los eventos C-1 y C-2 se muestran en las Figuras 3.3.5 y 3.3.6, respectivamente. Se aprecia la similitud entre las curvas de ambos eventos, tal como en el caso de las coherencias de las Figuras 3.3.3 y 3.3.4.

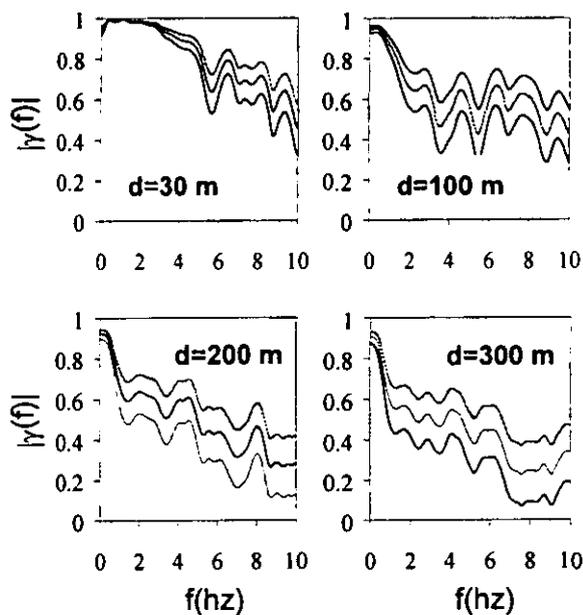


Figura 3.3.7: Intervalos de confianza de 95% para evento el C-1 y  $\rho=1$

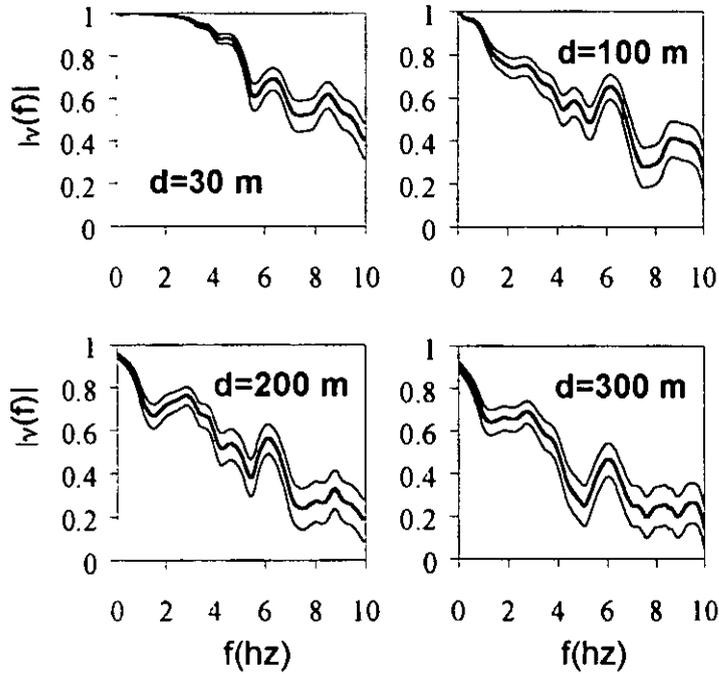


Figura 3.3.8: Intervalos de confianza de 95% para evento el C-2 y  $\rho=1$

En las figuras 3.3.7 y 3.3.8 se muestran los intervalos de confianza de 95% y  $\rho=1$ . Los intervalos de confianza del evento C-1 son más anchos que los de C-2 debido a la menor duración de los segmentos de análisis del primer evento. A pesar de esta diferencia se puede afirmar que los intervalos de confianza son razonablemente pequeños en ambos eventos.

En las Figuras 3.3.9 y 3.3.10 se muestran los intervalos de confianza de 95% de las coherencias ensambladas para ambos eventos cuando se supone que la correlación entre las estimaciones  $\rho=0$ . Los valores de  $\lambda$  en este caso para ambos eventos, C-1 y C-2 son:  $\lambda_{30}=0.12$ ,  $\lambda_{100}=0.17$ ,  $\lambda_{200}=0.16$ ,  $\lambda_{300}=0.34$ . Se aprecia que los intervalos de confianza son aún más angostos que en el caso de  $\rho=1$ .

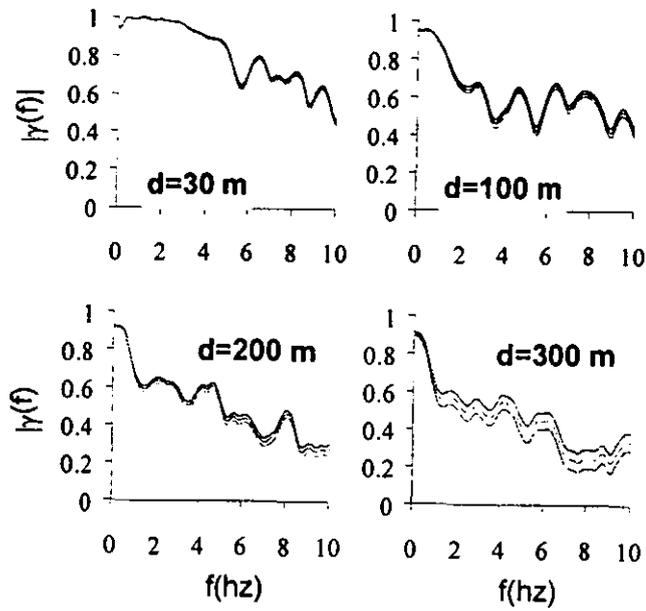


Figura 3.3.9: Intervalo de confianza de 95% para el evento C-1 y  $\rho=0$

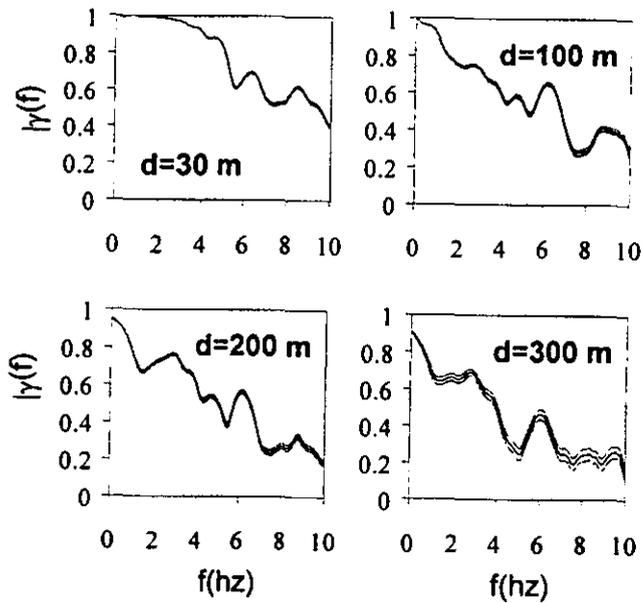


Figura 3.3.10: Intervalos de confianza de 95% para el evento C-2 y  $\rho=0$

### 3.4 Ajuste de Modelos.

Varios investigadores han propuesto modelos para la función de coherencia con base en estudios teóricos o empíricos. Abrahamson (1992) propuso un modelo empírico independiente de las características del evento y del sitio:

$$|\gamma_A(v, f)| = \tanh\left(\frac{c_3}{1 + c_4 f + c_7 f^2} + (4.8 - c_3) \exp(c_6 f) + 0.35\right) \frac{1}{1 + (f/c_8)^6} \quad (3.4.1)$$

donde  $f$  es la frecuencia en Hertz y  $c_3, c_4, c_6, c_7$  y  $c_8$  son funciones de la separación  $v$  en metros:

$$\begin{aligned} c_3 &= \left(\frac{3.95}{0.0077v + 0.000023v^2}\right) + 0.85 \exp(-0.00013v) \\ c_4 &= \frac{0.4\left(1 - \frac{1}{1 + (v/5)^3}\right)}{\left(1 + (v/190)^8\right)\left(1 + (v/180)^3\right)} \\ c_6 &= 3(\exp(-v/20) - 1) - 0.0018v \\ c_7 &= -0.598 + 0.106 \ln(v + 325) - 0.0151 \exp(-0.6v) \\ c_8 &= \exp(8.54 - 1.0 \ln(v + 200)) + 100 \exp(-v) \end{aligned} \quad (3.4.2)$$

Con base en un modelo teórico de propagación de ondas de corte en un medio aleatorio, Luco y Wong (1986) propusieron la siguiente forma para la función de coherencia:

$$|\gamma_L(v, \omega)| = \exp\left\{-\left(\frac{\eta v \omega}{V_s}\right)^2\right\} \quad (3.4.3)$$

donde  $\eta$  es el factor de incoherencia y  $V_s$  es la velocidad de las ondas de corte del medio. Los autores sugieren que  $\eta/V_s \approx 2-3 \times 10^{-4}$ . A partir de estudios teóricos Hindy y Novak (1980) propusieron el siguiente modelo para la función de coherencia,

$$|\gamma_N(v, \omega)| = \exp\left\{-\left(\alpha \frac{v\omega}{V_s}\right)^\beta\right\} \quad (3.4.4)$$

donde  $\alpha$  y  $\beta$  son parámetros que dependen de la distancia epicentral, intensidad del evento y el medio de propagación.

Con base en análisis estadísticos de registros del SMART-1, Harichandran (1985) considera que la función de coherencia puede expresarse como la suma ponderada de dos funciones exponenciales,:

$$|\gamma_H(v, f)| = A \exp\left(-\frac{2v}{\alpha\theta(f)}(1 - A + \alpha A)\right) + (1 - A) \exp\left(-\frac{2v}{\theta(f)}(1 - A + \alpha A)\right)$$

$$\theta(f) = k \left(1 + \left(\frac{f}{f_0}\right)^b\right)^{-1/2} \quad (3.4.5)$$

donde  $\theta(f)$  es la escala espacial de fluctuación, (Vanmarcke, 1983),  $\alpha$ ,  $A$ ,  $k$ ,  $f_0$  y  $b$  son parámetros del modelo.

Dado que la varianza de la tangente hiperbólica inversa de la estimación del espectro de coherencia es constante [ecuación (3.1.10)], es posible estimar parámetros mediante la técnica de los mínimos cuadrados con base en los valores de  $|\hat{\gamma}(v_i, f_j)|$  estimados en las secciones 3.2 y 3.3. El método consiste en encontrar el vector de parámetros  $\bar{x}$  que minimice la función:

$$F(\bar{x}) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \left( \tanh^{-1} |\gamma_{\text{Modelo}}| - \tanh^{-1} |\hat{\gamma}(v_i, f_j)| \right)^2 \quad (3.4.6)$$

donde  $n$  es el número de pares de registros y  $m$  es el número de frecuencias.

Para el ajuste de los modelos se utilizó la subrutina ZXSSQ del IMSL, que utiliza el algoritmo de Levenberg-Marquardt para minimizar la suma de cuadrados de una función cualquiera con N parámetros. En los eventos M-1 y M-2 se consideraron las coherencias suavizadas con la ventana Hamming de ancho equivalente  $b=0.2$  Hz en el intervalo de frecuencia  $0.2 < f < 0.8$  Hz. Los intervalos de distancias fueron de  $510 < v < 1400$  m para M-1 y  $510 < v < 1400$  m para M-2. Para los eventos C-1 y C-2, se utilizaron las coherencias estimadas con la ventana Hamming y  $b=0.2$  Hz en los intervalos  $0.2 < f < 8$  Hz,  $0 < v < 320$  m. Los parámetros estimados, aplicables a los intervalos antes mencionados, se presentan en las Tablas 3.4.1, 3.4.2 y 3.4.3.

	M-1	M-2	C-1	C-2
$\eta/V_s$	$3.17 \times 10^{-4}$	$5.55 \times 10^{-4}$	$5.38 \times 10^{-4}$	$5.51 \times 10^{-4}$

Tabla 3.4.1: Parámetros estimados del modelo de Luco y Wong

	M-1	M-2	C-1	C-2
$\alpha/V_s$	$2.50 \times 10^{-4}$	$4.75 \times 10^{-4}$	$8.61 \times 10^{-5}$	$8.43 \times 10^{-5}$
$\beta$	1.05	1.59	0.81	0.80

Tabla 3.4.2: Parámetros estimados del modelo de Hindy y Novak

	M-1	M-2	C-1	C-2
A	0.873	0.088	0.178	0.182
$\alpha$	0.357	$1.056 \times 10^{-3}$	$3.652 \times 10^{-2}$	$3.854 \times 10^{-2}$
k	33118.8	5609.4	21589.3	23970.0
$f_0$	0.047	0.205	0.494	0.444
b	2.034	2.056	2.534	2.518

Tabla 3.4.3: Parámetros estimados del modelo de Harichandran

En la Figura 3.4.1 se muestran las gráficas de los modelos con los parámetros encontrados y la coherencia ensamblada para el evento M-1. Los modelos de Hindy y Novak y Harichandran coinciden bien con los valores estimados para las distintas separaciones. El modelo de Luco y Wong se aproxima bien a los curvas estimadas para  $d=600$ m; para separaciones mayores que 600 m el modelo pierde ajuste, lo que indica falta de flexibilidad

del modelo para el intervalo de separaciones consideradas. El modelo de Abrahamson sobreestima de manera significativa la coherencia para todas las distancias consideradas.

En la Figura 3.4.2 se muestran las curvas para el evento M-2. Para separaciones de 150 m los modelos de Abrahamson, Luco y Wong, y Hindy y Novak se aproximan bien a los valores estimados. Al igual que en el evento M-1, el modelo de Luco y Wong no es capaz de ajustarse a los datos para las distintas separaciones. La falta de flexibilidad del modelo de Luco y Wong se hace más evidente en M-2. Esto se debe a que el intervalo de distancias

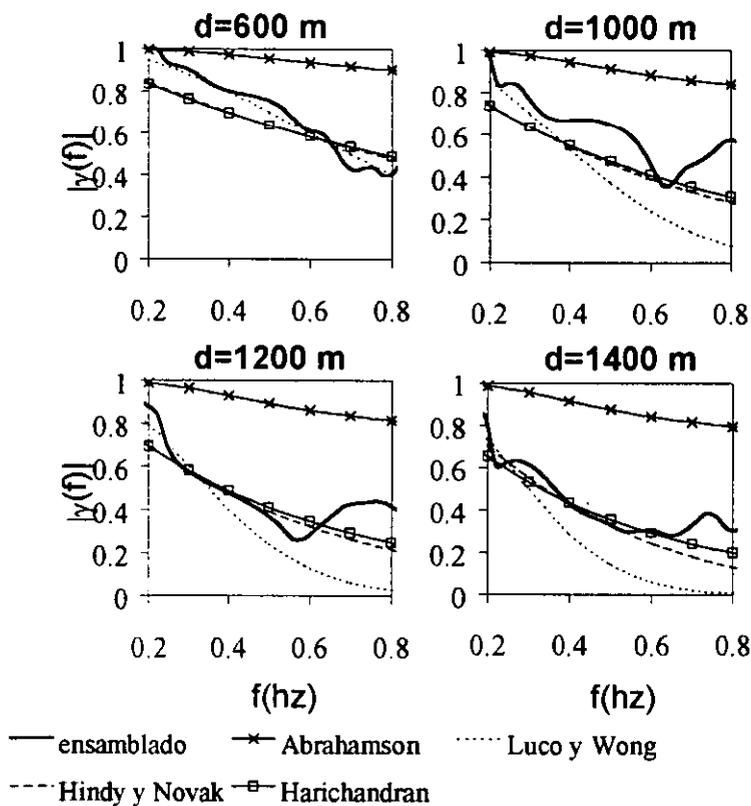


Figura 3.4.1: Ajuste de modelos para el evento M-1

considerado en el ajuste en M-2 es más grande que el considerado en M-1. El modelo de Hindy y Novak no se ajusta bien a todas las distancias consideradas; subestima la coherencia para  $d \geq 800$  m. El modelo de Harichandran se ajusta bien para todas las distancias consideradas excepto para  $d=150$  m.

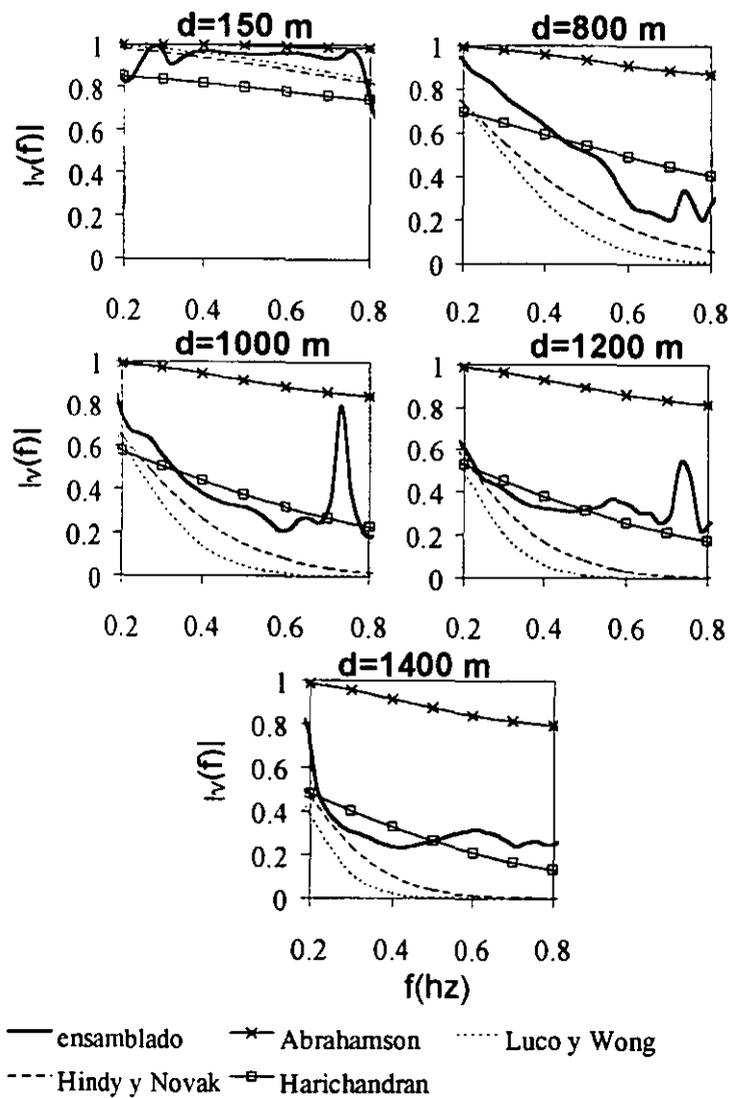


Figura 3.4.2: Ajuste de modelos para el evento M-2

La comparación entre los modelos ajustados para los eventos C-1 y C-2 se muestran en las Figuras 3.4.3 y 3.4.4. El modelo de Hindy y Novak y el de Harichandran se ajustan mejor a los datos de los eventos C-1 y C-2. El modelo de Luco y Wong coincide muy bien para  $d=30$  m; para  $d=100$  m el modelo se ajusta a los datos hasta 2 Hz y subestima la coherencia en frecuencias mayores. El modelo de Abrahamson se puede aplicar para  $d=30$  m; para separaciones mayores la variación de la coherencia con la frecuencia no se parece a la de los datos estimados.

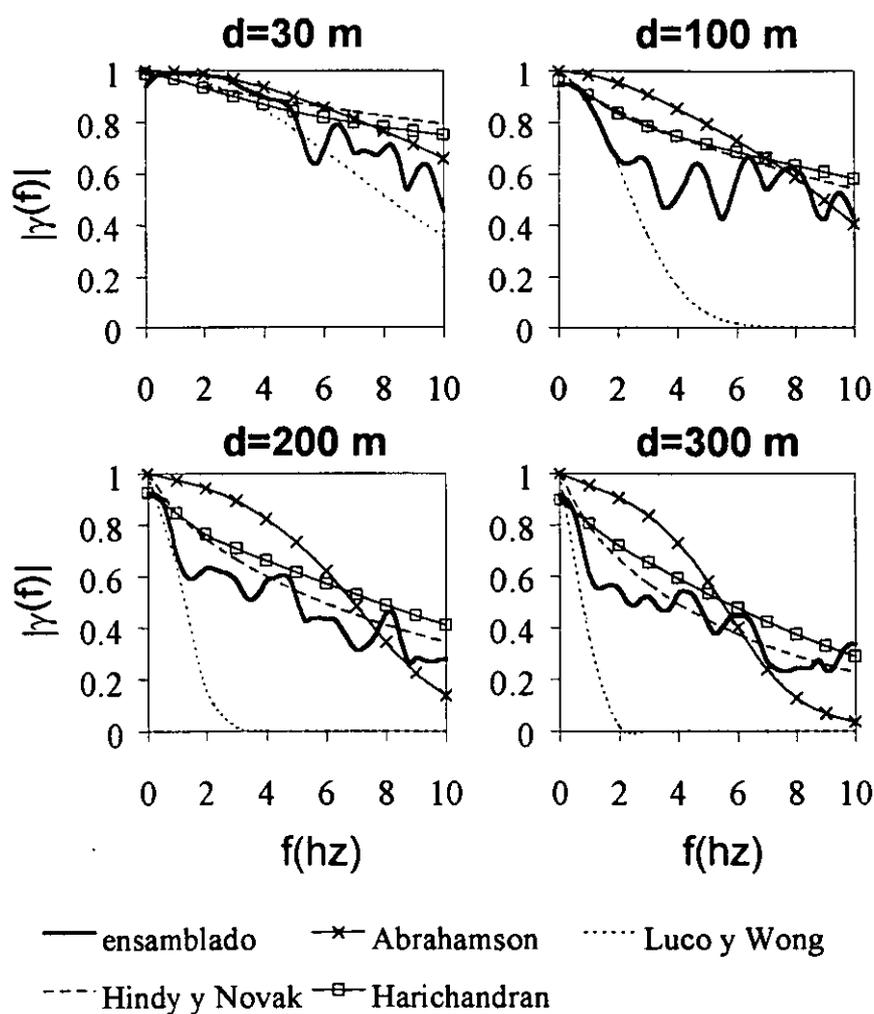
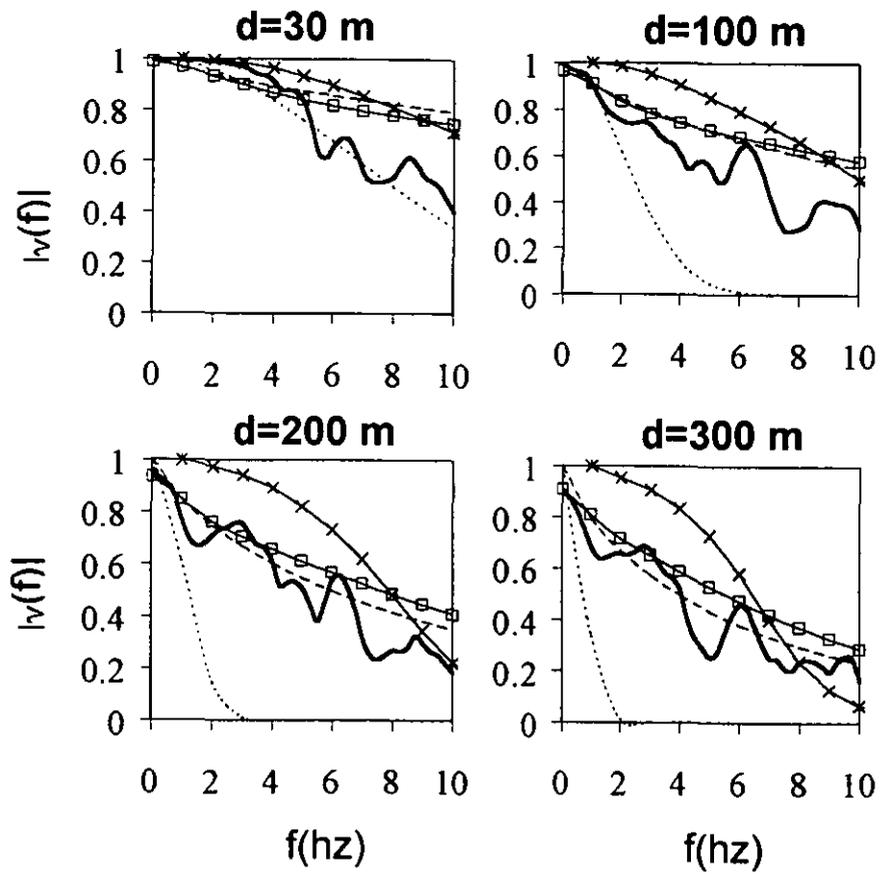


Figura 3.4.3: Ajuste de modelos para el evento C-1



— ensamblado    × Abrahamson    ..... Luco y Wong  
 - - - Hindy y Novak    □ Harichandran

Figura 3.4.4: Ajuste de modelos para el evento C-2

### **3.5 Resumen de los resultados**

Se han estimado las funciones de coherencia para cuatro eventos sísmicos registrados en el suelo blando del Valle de México y en la Estación Experimental de Chiba, en Japón. El movimiento en el suelo blando de la ciudad de México se puede considerar como un campo de banda angosta en el intervalo (0.2,0.8)Hz, aproximadamente, y la coherencia no puede estimarse de manera confiable para frecuencias fuera de este intervalo. Las diferencias entre las funciones de coherencia estimadas para las componentes radiales y transversales del movimiento sísmico en México y Chiba no son significativas. En el caso de México la función de coherencia puede ser considerablemente menor que uno para frecuencias bajas ( $f=0.2$  Hz) y separaciones mayores que 1200 m. Las estimaciones para  $d<1000$ m no son muy confiables debido a la poca información en esas separaciones. Debido a la cercanía entre las estaciones de Chiba ( $d<320$ m) las estimaciones de la coherencia son cercanas a uno para frecuencias bajas, sin embargo este resultado no puede extrapolarse a distancias mayores.

Los resultados muestran que la coherencia varía de un lugar a otro, indicando la dependencia en las condiciones locales. Las diferencias entre los resultados de los eventos M-1 y M-2 en México sugieren que la función de coherencia depende también de las características del evento. En el caso de los eventos C-1 y C-2, de características similares, las coherencias estimadas son muy parecidas. La variación de la función de coherencia con las características del evento debe estudiarse con un mayor número de registros y eventos.

Los modelos de Hindy y Novak, y el de Harichandran son los más flexibles para ajustarse a los intervalos de frecuencia y separaciones consideradas en este estudio. Sin embargo,

mientras que el modelo de Harichandran depende de 5 parámetros y tiene una forma compleja, el modelo de Hindy y Novak es más simple y sólo requiere 2 parámetros. El modelo más sencillo es el de Luco y Wong, pero no se ajusta bien para todas las distancias.

La elección de un modelo de coherencia dependerá de las distancias consideradas, de la exactitud requerida y de las características del evento. En el análisis sísmico de estructuras es de interés caracterizar movimientos de gran intensidad. Por lo tanto, para modelar la coherencia del movimiento sísmico en la zona blanda de la ciudad de México se podrían utilizar los parámetros obtenidos a partir de los registros del evento M-1 cuya intensidad es mayor que la del evento M-2. Para distancias alrededor de 600 m se podría utilizar el modelo de Luco y Wong. Para distancias entre 500 y 1400 m sería mejor utilizar el modelo de Hindy y Novak. El modelo de Abrahamson es muy complejo y sobreestima la función de coherencia para frecuencias menores a 6 Hz en todos los eventos analizados. Por otro lado, este modelo no depende de las características del lugar ni de las del evento, contradiciendo lo que sugieren los resultados. El modelo de Harichandran se puede aplicar en cualquier caso para todas las distancias consideradas. Con base en estos resultados se sugieren los siguientes modelos de función de coherencia para el suelo blando del valle de México:

Luco y Wong:

$$|\gamma_L(v, \omega)| = \exp\left\{-\left(3.17 \times 10^{-4} v \omega\right)^2\right\} \quad ; \quad 500 < v < 700\text{m} \quad (3.5.1)$$

Hindy y Novak:

$$|\gamma_N(v, \omega)| = \exp\left\{-\left(2.5 \times 10^{-4} v \omega\right)^{1.05}\right\} \quad ; \quad 500\text{m} < v < 1400\text{m} \quad (3.5.2)$$

Harichandran:

$$|\gamma_H(v, f)| = 0.873 \exp\left(-\frac{2.457v}{\theta(f)}\right) + (0.127) \exp\left(-\frac{0.877v}{\theta(f)}\right)$$

$$\theta(f) = 33118.8 \left(1 + \left(\frac{f}{0.047}\right)^{2.034}\right)^{-1/2} \quad ; \quad 500 < v < 1400\text{m} \quad (3.5.3)$$

Con el fin de obtener mejores estimaciones de la coherencia del movimiento sísmico del terreno en el Valle de México es necesario que la red acelerométrica cuente con un mayor número de estaciones con separaciones entre 150 y 1000 m. Para caracterizar el espectro de fase sería recomendable que los instrumentos de registro tuvieran un origen común de tiempo.

## 4 EJEMPLOS DE APLICACIÓN

En este capítulo se muestran tres ejemplos de simulación condicional de campos espacio-temporales. En el primer ejemplo se simulan historias de un campo espacio-temporal estacionario y correlacionado con el propósito de verificar si el algoritmo de simulación genera adecuadamente dicho campo. Con el fin de comprobar la capacidad del algoritmo para simular movimientos sísmicos del terreno, en el segundo ejemplo se utilizan segmentos estacionarios de registros del arreglo SMART-1 y en el tercer ejemplo se utiliza el registro de la estación SCT componente EW del sismo de México del 19 de septiembre de 1985. Se verifica que las historias simuladas tengan las características del campo comparando funciones de coherencia, espectros de fase y espectros de respuesta.

#### 4.1 Ejemplo de simulación condicional de campo espacio-temporal estacionario

Los puntos de registro y de simulación se localizan en los vértices de un cuadrado de 40 metros de lado en el plano X-Y: P1=(0,0)m y P2=(40,0)m son los puntos de registro, y P3=(0,40)m, P4=(40,40)m son los puntos objetivo. Se considera que un tren de ondas aleatorias estacionarias viaja en la dirección de la diagonal del cuadrado (ver Figura 4.1.1). Se supone el modelo de función de coherencia de Luco y Wong de la ecuación (3.4.3) y el modelo de espectro de fase para un tren de ondas planas, no dispersivas, propagándose con velocidad  $\vec{V}$  :

$$|\Phi(\omega)| = \exp\{-i(\omega\tau_p)\} \quad (4.1.1)$$

donde

$$\tau_p = \frac{\vec{v} \cdot \vec{V}}{|\vec{V}|^2} \quad , \quad (4.1.2)$$

y  $\vec{v}$  es el vector distancia entre los puntos. Para apreciar tanto efectos de incoherencia como de cambio de fase, se tomaron  $V_s=200$  m/s,  $\vec{V} = (5,5,0)$  m/s, y  $\eta=0.3$ . Para los fines de ilustración del ejemplo, se simularon incondicionalmente dos historias correlacionadas en los puntos P1 y P2; dichas simulaciones se tomaron como registros para proceder con la simulación condicional en los puntos P3 y P4. La función de densidad espectral usada para la simulación condicional se muestra en la Figura 4.1.2; ésta se obtuvo promediando las funciones de densidad espectral estimadas a partir de los registros en P1 y P2.

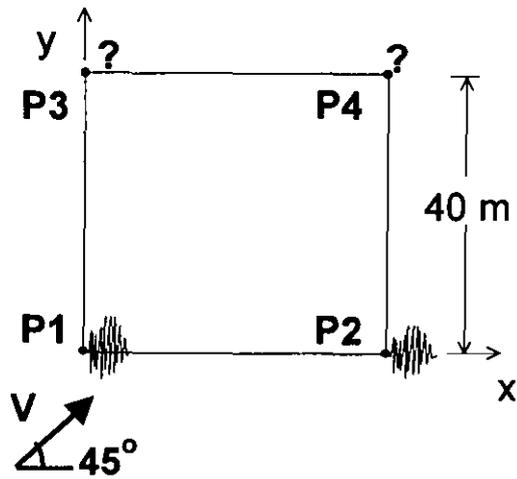


Figura 4.1.1: Ubicación de los puntos de registro y simulación.

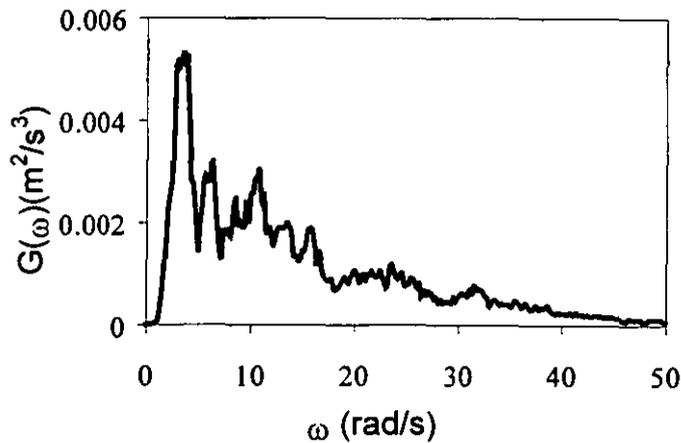


Figura 4.1.2: Función de densidad espectral promedio.

La Figura 4.1.3 muestra los registros y las simulaciones; las historias registradas y simuladas tienen incrementos de tiempo de 0.03 segundos y un total de 1024 puntos. El tiempo de procesamiento para generar las historias mostradas en la Figura 4.1.3 en una estación de trabajo UNIX fue de 3 segundos.

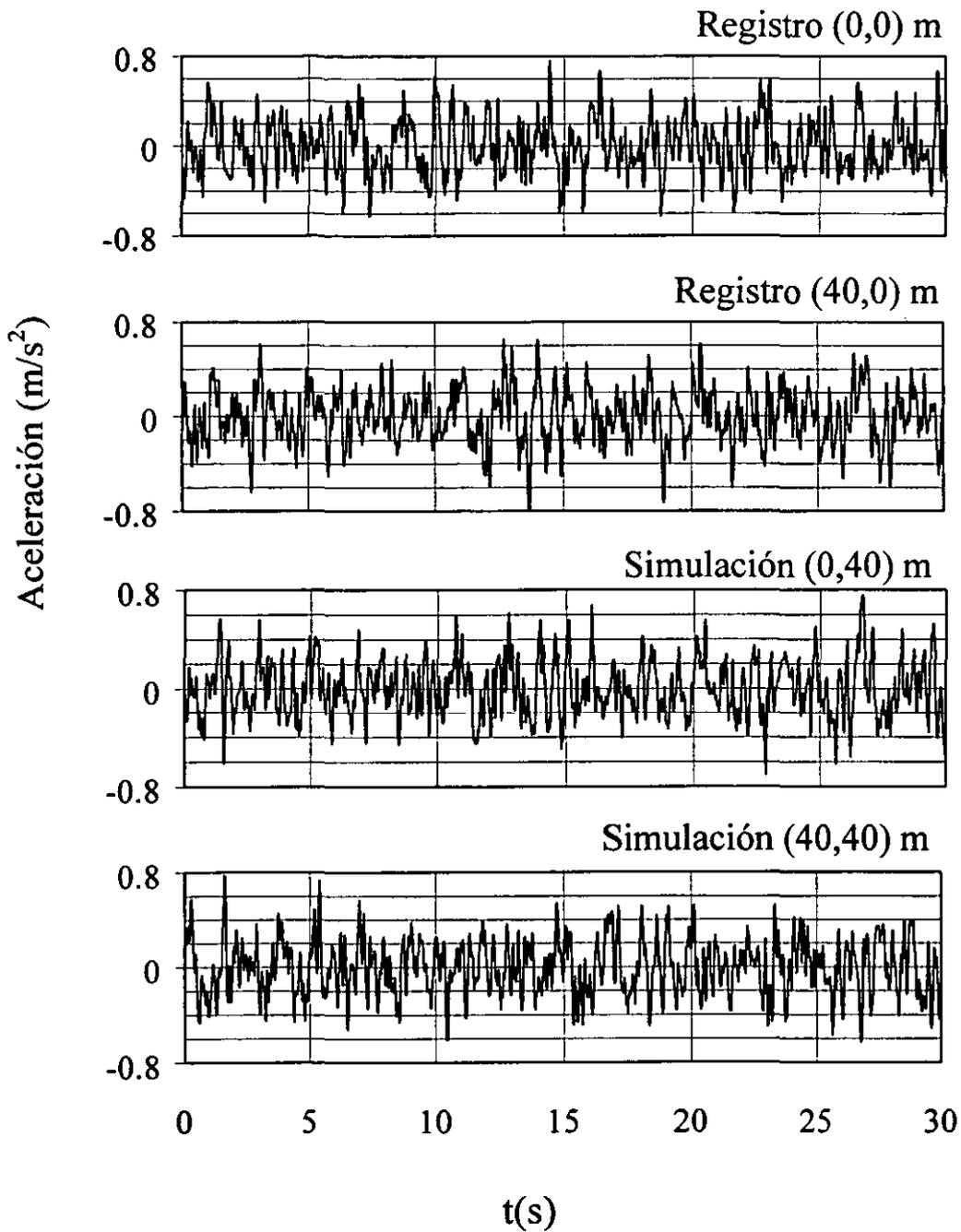


Figura 4.1.3 : Registros y simulación condicional.

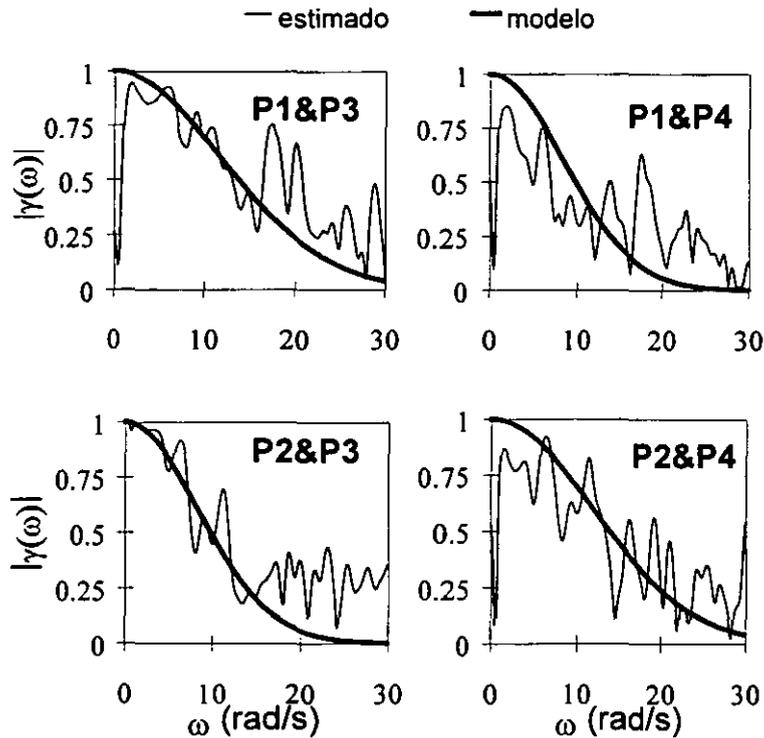


Figura 4.1.4: Funciones de coherencia modelo y estimada con base en registros y simulaciones.

Se evaluaron los espectros de coherencia con base en registros y simulaciones usando el programa ARRAY (Harichandran, 1985) y una ventana espectral Hamming con un ancho equivalente de 0.28 Hz (1.75 rad/s). En la Figura 4.1.4 se muestra una comparación entre las funciones de coherencia estimadas y el modelo usado en la simulación condicional. Se aprecia que las curvas estimadas coinciden con el modelo para frecuencia menores a 15 rad/s, aproximadamente. Para frecuencias mayores, el estimador de la función de coherencia tiene una varianza muy grande debido a los bajos valores de la coherencia teórica o real. Cuando la función de coherencia tiende a cero, el límite superior del intervalo de confianza de 95%, (ecuación (3.1.12)), es aproximadamente igual a 0.44. Este resultado es congruente con las gráficas de las estimaciones de la coherencia entre P2&P3 y

P1&P4 en las que se aprecia que las ordenadas de las curvas estimadas para  $\omega > 20$  rads fluctúan entre 0 y 0.4, mientras que la coherencia real para dichas frecuencias según el modelo es nula. En frecuencias intermedias, donde los valores de la coherencia son mayores, los valores estimados coinciden bastante bien con los teóricos. Debido a la poca potencia de las ondas en frecuencias menores que 2 rad/s (ver Figura 4.1.2) las estimaciones de la coherencia no son confiables en dicho intervalo.

La Figura 4.1.5 muestra la comparación del espectro de fase estimado a partir de los registros y las simulaciones, y el modelo usado; el espectro de fase teórico en (4.1.1) es una función lineal de la frecuencia,  $\Phi(\omega) = -\omega\tau_p$ . La estimación del espectro de fase se llevó a cabo siguiendo el método descrito en el capítulo 3. Los resultados muestran que los espectros de fase estimados coinciden con el modelo. Para los pares P1&P3, P1&P4 y P2 & P4 los espectros de fase muestran una pendiente acorde con los desfases  $\tau_p$  correspondientes. Para el par P2&P3 el modelo indica que el espectro de fase debe ser nulo, dado que  $\tau_p = 0$ . Sin embargo, el espectro de fase estimado para dicho par muestra discrepancias con el modelo para frecuencias mayores que 10 rad/s. Estas discrepancias se hacen mayores para frecuencias mayores que 20 rad/s. En este intervalo de frecuencias, la coherencia teórica tiende a cero, por lo que la varianza del estimador de la fase tiende a infinito independientemente del valor teórico de la fase (Jenkins y Watts, 1968). Para los otros pares de estaciones que se muestran en la Figura 4.1.5, este efecto no es tan evidente por la escala vertical de las gráficas.

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO  
INSTITUTO DE INVESTIGACIONES EN ENERGÍA ELÉCTRICA

ESTADÍSTICA DE LA ENERGÍA ELÉCTRICA

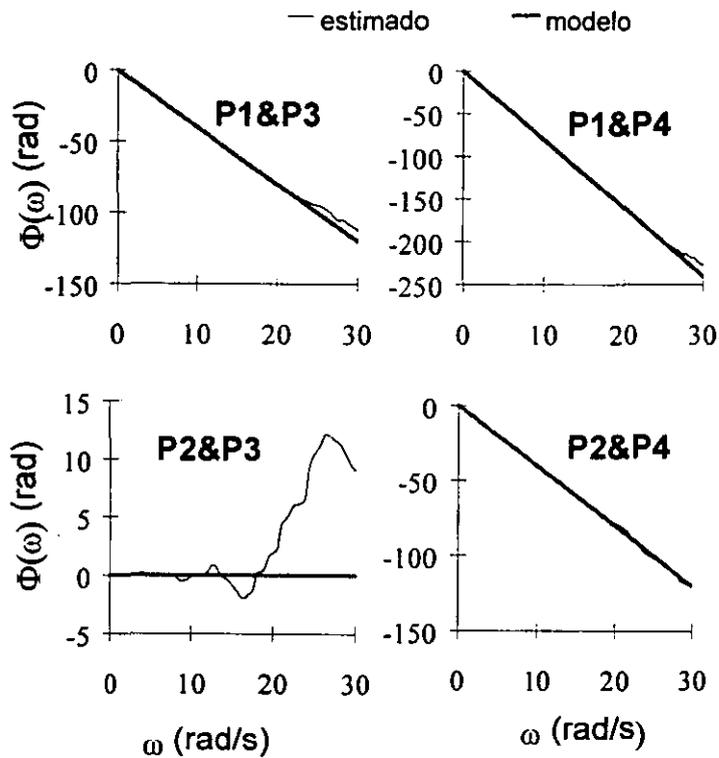


Figura 4.1.5: Espectros de fase modelo y estimado con base en registros y simulaciones.

Para verificar que la varianza de las simulaciones sea la correspondiente a la del proceso aleatorio, se efectuaron 100 simulaciones en cada uno de los puntos objetivo P3 y P4 y se estimaron las funciones de densidad espectral de las simulaciones. La varianza promedio de las estimaciones difirió de la varianza teórica en 3%, mostrando que el procedimiento de simulación genera historias con la varianza correcta.

## 4.2 Aplicación a la simulación condicional de movimientos sísmicos del terreno

Para el siguiente ejemplo se utilizaron 3 acelerogramas registrados en el arreglo SMART-1 durante el evento 24 ocurrido el 24 de junio de 1983 (magnitud  $M_L=7.2$ , distancia epicentral  $R= 92.3$  Km, y azimut  $\Delta=68.3^\circ$ ). Se supuso que el movimiento del terreno es un campo estacionario y homogéneo. Se tomó la estación I03 como punto objetivo y se simuló condicionalmente a los registros de las estaciones M03 y M04. La ubicación de las estaciones se muestra en la Figura 4.2.1.

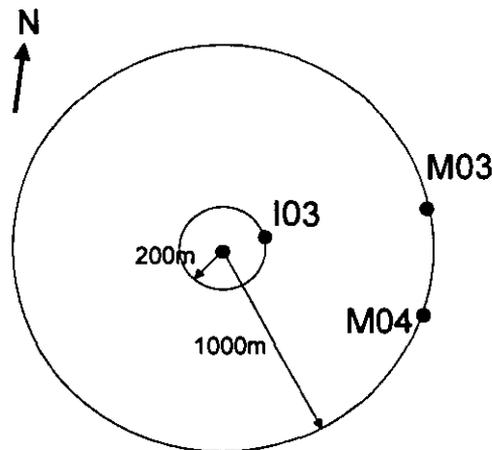


Figura 4.2.1: Estaciones de registro y de simulación en el arreglo SMART 1.

Se utilizó el modelo de coherencia propuesto por Harichandran (1991) para dicho evento:

$$\gamma(r, \omega) = \left[ 0.481 \exp \left\{ - \frac{r}{1919.07} \left( 1 + \frac{\omega^{3.41}}{327.76} \right)^{1/2} \right\} + 0.519 \right] \exp \{ -i\omega\tau_p \} \quad (4.2.1)$$

En (4.2.1)  $r$  es la distancia entre los puntos y  $\tau_p$  se define en la ecuación (4.1.2). La velocidad de propagación es de 3500 m/s con dirección N53°W. En las Figuras 4.2.2 (a) y 4.2.2(b) se muestran los segmentos del movimiento sísmico en los puntos de registro. Estas historias consisten de 1024 puntos con una frecuencia de muestreo de 100 Hz. La función de densidad espectral que se usó como dato se obtuvo promediando las funciones de densidad espectral estimadas a partir de los registros en M03 y M04. Las Figuras 4.2.2(c) y 4.2.2(d) muestran el registro en la estación I03 y la simulación condicional. El tiempo utilizado por una estación de trabajo UNIX para generar la simulación fue de 1.7 segundos. La semejanza entre las historias en las Figuras 4.2.2(c) y 4.2.2(d) demuestra la capacidad del algoritmo de simulación condicional.

Las gráficas de las funciones de coherencia estimadas con el registro y la simulación de la estación I03 se muestran en la Figura 4.2.3(a); se utilizó una ventana Hamming con ancho equivalente de 4 rad/s. El espectro estimado con la simulación coincide bastante bien con el espectro estimado con el registro. Para frecuencias mayores que 15 rad/s las diferencias en la coherencia se hacen más grandes en parte por la corta duración de los segmentos de análisis (10.24 segundos) que introduce varianzas muy grandes en el estimador de la coherencia (Jenkins y Watts, 1968). Además las funciones de densidad espectral tienen muy poca potencia en frecuencias mayores que 15 rad/s, por lo tanto es razonable que se presenten diferencias entre las coherencias estimadas con el registro y la simulación en dichas frecuencias.

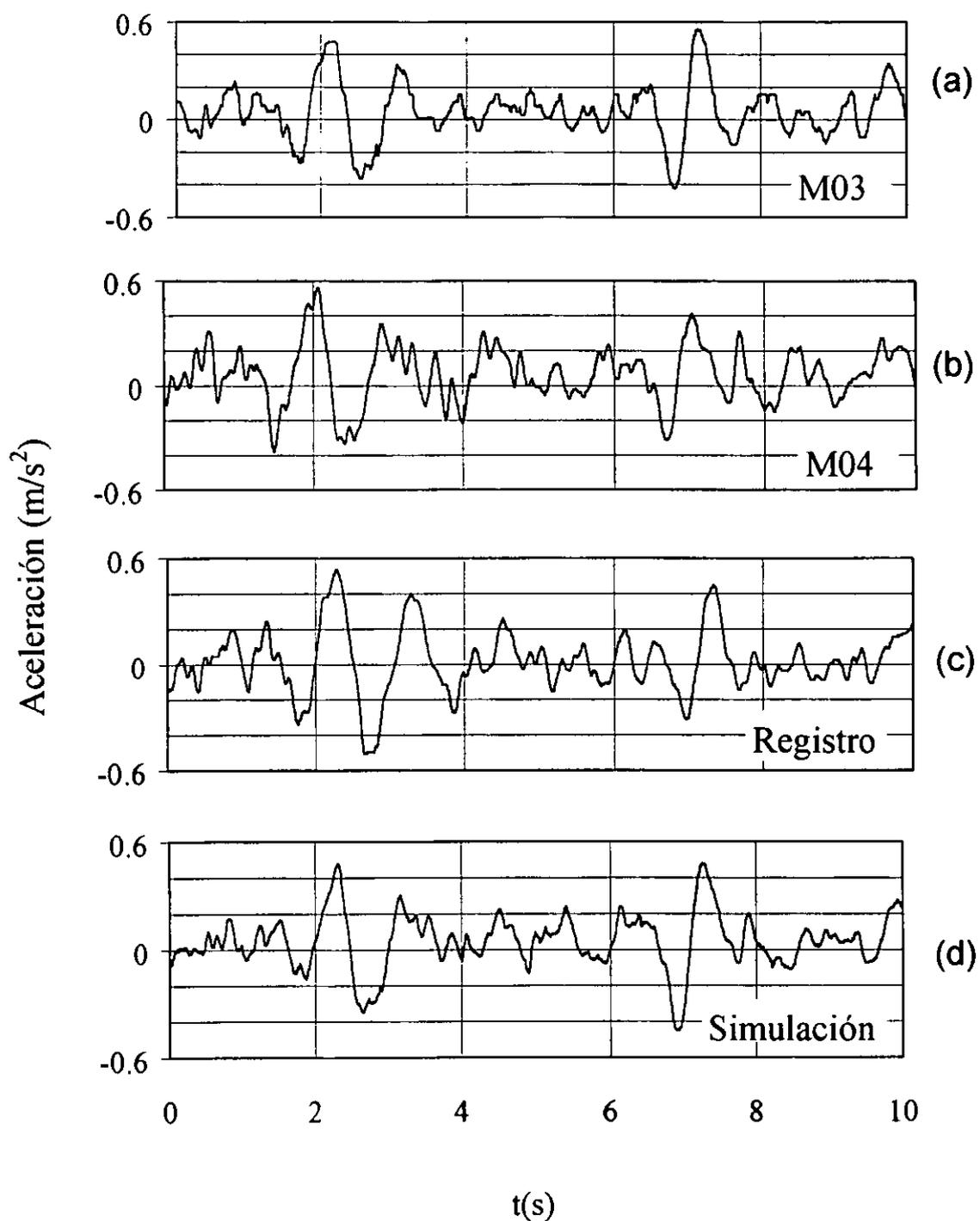


Figura 4.2.2: Registros y simulación condicional del SMART-1

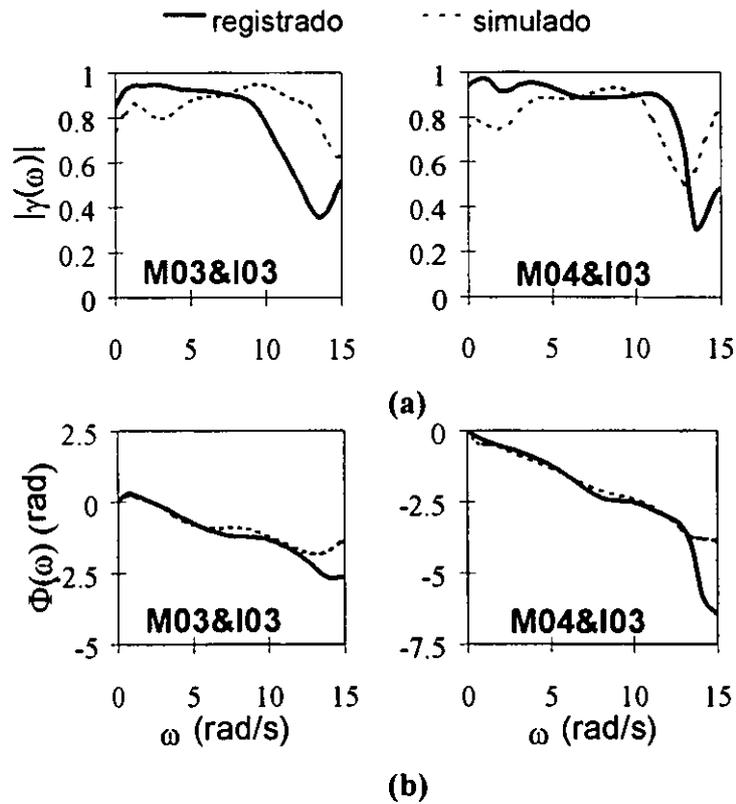


Figura 4.2.3: Comparación entre funciones estimadas con base en registros y simulaciones en la estación I03: (a) función de coherencia (b) espectro de fase

Los espectros de fase estimados usando las historias registradas y simuladas en I03 se muestran en la Figura 4.2.3(b). Para frecuencias menores que 15 rad/s ambos espectros coinciden bastante bien y muestran la pendiente correspondiente a los desfases  $\tau_p$ . Los resultados en la Figura 4.2.3(b) indican la capacidad del método para simular apropiadamente campos espacio-temporales correlacionados.

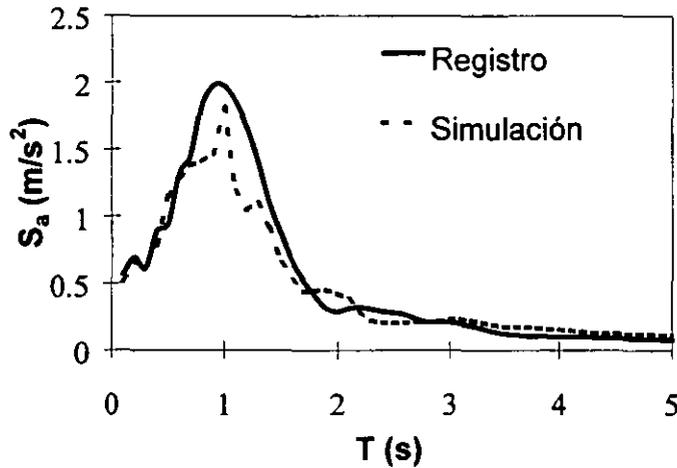


Figura 4.2.4 : Espectros de respuesta para registro y simulación en estación I03

Los espectros de respuesta del registro y de la simulación en la estación I03 se muestran en la Figura 4.2.4. En general las curvas coinciden bien. Las diferencias se deben en parte al uso de una única función de densidad espectral en todos los puntos y a la naturaleza no ergódica del campo que se simula.

El objetivo del siguiente ejemplo es verificar el método de simulación condicional para campos aleatorios modulados en amplitud y frecuencia. El movimiento sísmico del terreno se modela como un campo espacio-temporal modulado en amplitud y frecuencia y se supone que las funciones de modulación son las mismas en todos los puntos. Dichas funciones pueden estimarse con la función de energía de los registros y con la variación de la tasa de cruces por cero (Saragoni y Hart, 1974). Varios investigadores han propuesto modelos para las funciones envolventes y las moduladoras de frecuencia (Bogdanoff, 1961; Aming y Ang, 1968; Grigoriu, Ruiz y Rosenblueth, 1988; Yeh y Wen, 1989; Alamilla, 1997).

Para la simulación del movimiento sísmico modelado como un proceso unidimensional modulado en amplitud y frecuencia, Yeh y Wen (1989) mostraron que los registros expresados en el dominio de  $\phi$ ,  $Z_{\alpha}(\phi)$ , se aproximan mejor a realizaciones de un proceso estacionario si los registros sísmicos,  $X_{\alpha}(t)$ , se expresan como la superposición de historias provenientes de bandas de frecuencia consecutivas. Para descomponer los registros se calculan sus espectros de Fourier y se dividen en “n” ventanas de frecuencia contiguas. Aplicando la transformada de Fourier inversa en cada una de las ventanas se obtienen “n” historias en cada punto de registro. La suma de las “n” historias así generadas da como resultado el registro original. Se puede entonces proceder con la simulación condicional en cada ventana de frecuencia para generar historias no estacionarias en los puntos objetivo de acuerdo al método descrito en la página 26; para ello se usan como dato las historias correspondientes a la descomposición de los registros en las ventanas de frecuencia. Se obtienen así “n” historias no estacionarias en cada punto objetivo. La simulación condicional en los puntos objetivo resulta de sumar las historias generadas para cada intervalo de frecuencia. Este procedimiento es válido puesto que el algoritmo de simulación condicional genera coeficientes de Fourier de manera independiente en cada frecuencia.

Se utilizó el registro SCT, componente EW, del sismo de México del 19 de setiembre de 1985 (magnitud  $M_s=8.1$ , distancia epicentral  $R=373$  Km). El registro se descompuso en tres ventanas de frecuencia,  $[0-0.48]$ ,  $[0.48-1.32]$  y  $[1.32-12.50]$  Hz. Las funciones moduladoras de amplitud y frecuencia se tomaron de Alamilla (1997). En la Figura 4.2.5 se muestran las gráficas de las funciones moduladoras de frecuencia para las tres ventanas.

Nótese que las funciones moduladoras de frecuencia pueden modelarse como funciones lineales del tiempo  $t$ ; así el campo modulado en frecuencia  $\Psi(t)$  es estacionario en el dominio del tiempo (ver ecuación (2.2.31)). Un criterio para la descomposición de los registros puede ser escoger ventanas de frecuencia en donde las funciones  $\phi(t)$  puedan considerarse rectas; la simulación condicional del campo  $\Psi(t)$  se realiza entonces como si se tratara de un campo estacionario en cada ventana de frecuencia.

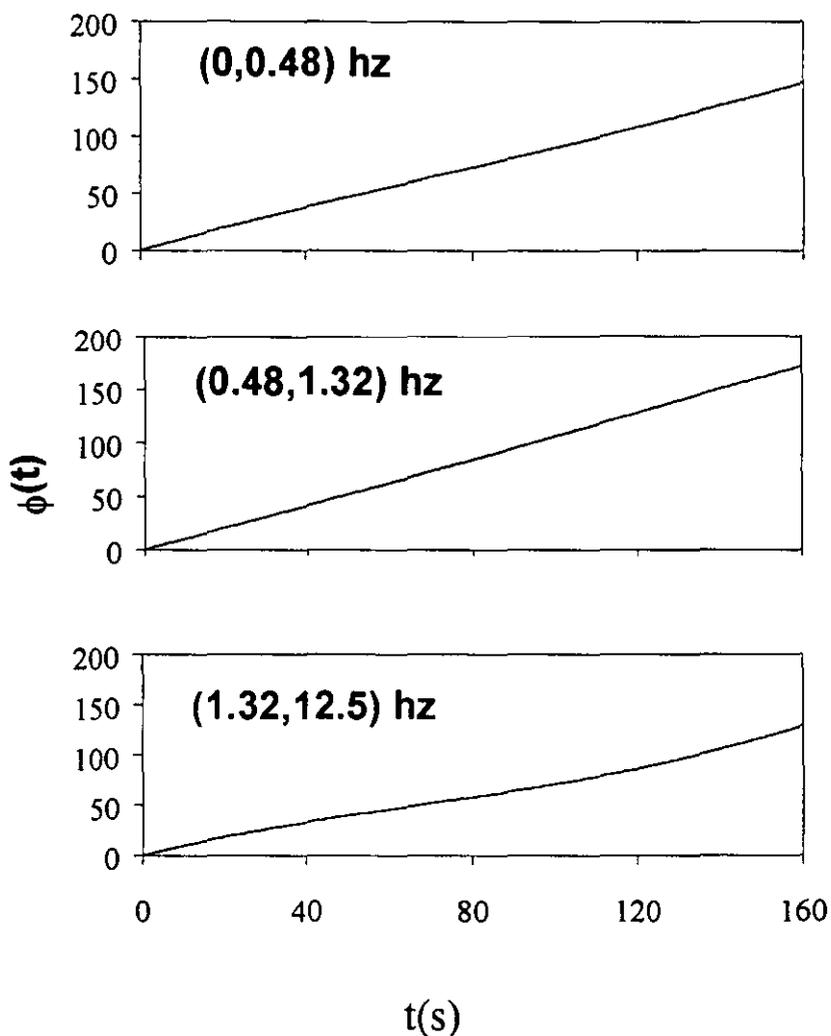


Figura 4.2.5 : Funciones moduladoras de frecuencia para las ventanas del registro SCT.

Para la simulación condicional y considerando las conclusiones del capítulo 3 se utilizó el modelo de Luco y Wong, ecuación (3.4.3). Denominando  $P1=(0,0)m$  a la estación SCT se simuló en el punto objetivo  $P2=(500,0)m$ . Se consideró que las ondas sísmicas se propagaban en la dirección positiva del eje X. Con base en los resultados del capítulo 3 se tomó  $\eta/V_s=3 \times 10^{-4}$ ; considerando que  $V_s$  varía entre 50m/s y 80 m/s (Zeevaert, 1980, Reinoso, 1997) el valor del factor de incoherencia  $\eta$  varía entre 0.015 y 0.024. Se han reportado valores de la velocidad de propagación entre 2000 m/s y 2600 m/s (Pérez Rocha, 1995; Chávez-García, 1996). En el ejemplo se toma  $V=2.0$  Km/s. Las historias tienen una frecuencia de muestreo de 25 Hz y 4000 puntos. Para la simulación condicional se tomó como dato las funciones de densidad espectral estimadas para cada ventana de frecuencia del registro SCT. En la Figura 4.2.6 se muestran el registro SCT y la historia generada en el punto objetivo. Estas simulaciones se realizaron en una estación de trabajo UNIX; la simulación en cada ventana de frecuencia tardó 6 segundos de procesamiento.

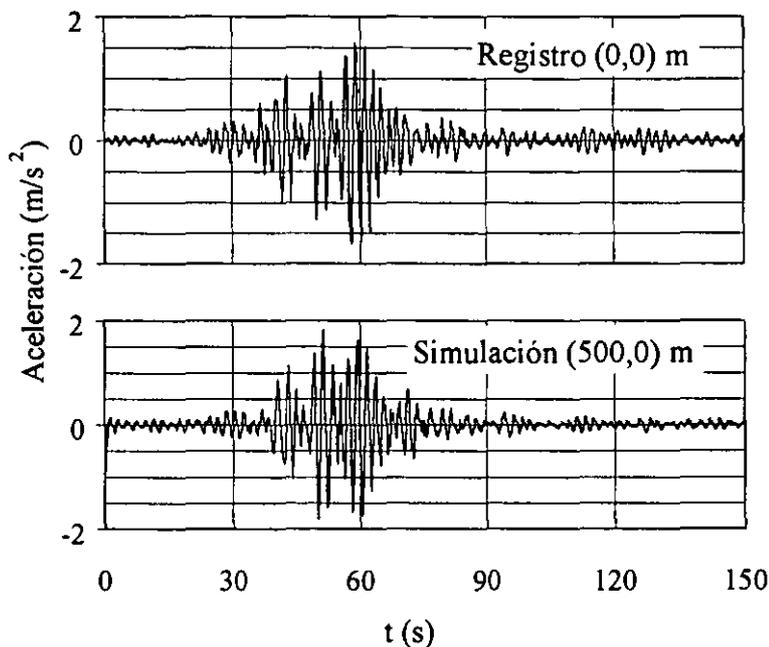


Figura 4.2.6 : Registros SCT y simulación condicional en punto objetivo.

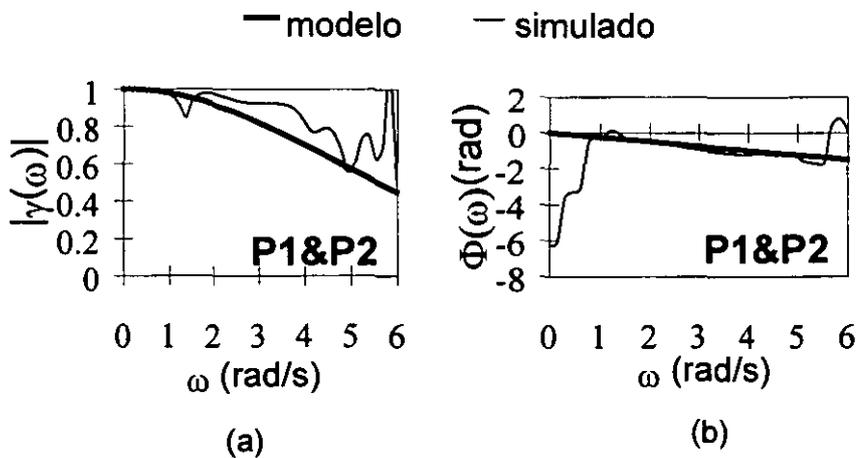


Figura 4.2.7: Comparación entre funciones modelo y las estimadas con base en registro y simulación: (a) función de coherencia y (b) espectro de fase.

Se calcularon los espectros de coherencia y de fase con base en el registro y la simulación usando una ventana Hamming con ancho equivalente de 1.26 rad/s (0.20 Hz). En la Figura 4.2.7(a) se muestran la función de coherencia estimada y el modelo utilizado en la simulación condicional. Se observa que la curva estimada coincide bien con el modelo. En la Figura 4.2.7(b) se muestran los espectros de fase estimado y teórico. Existe buena coincidencia en el intervalo [1.5,4] rad/s. La pendiente del espectro estimado corresponde al desfase  $\tau_p = 0.25$  s entre el registro SCT y la simulación en P2. Para frecuencias menores que el ancho equivalente  $b = 1.26$  rad/s las estimaciones no son confiables. Para frecuencias mayores que 4 rad/s la función de coherencia teórica decae e introduce una mayor varianza en el estimador del espectro de fase.

En la Figura 4.2.8 se muestran los espectros de respuesta del registro y de la simulación. La coincidencia de las gráficas confirma la capacidad del método para generar apropiadamente campos modulados en amplitud y frecuencia. Las diferencias observadas se deben a la no ergodicidad del algoritmo de simulación.

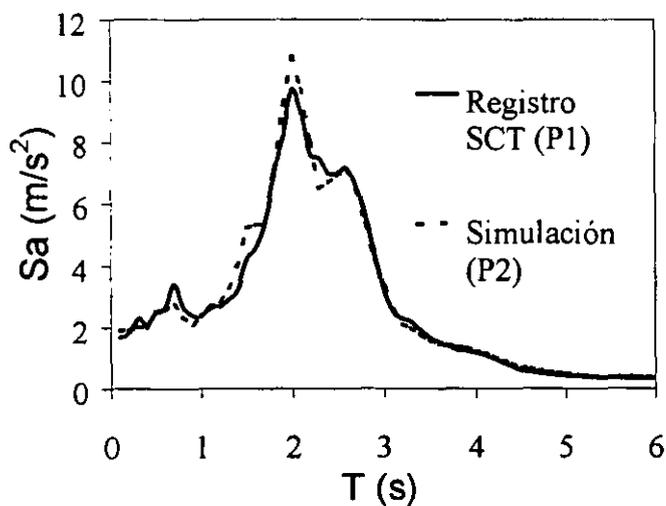


Figura 4.2.8: Espectros de respuesta para el registro SCT y la simulación condicional.

## 5 CONCLUSIONES

Se desarrolló un método para la simulación condicional de campos aleatorios espacio-temporales. El método es una extensión del desarrollado por Vanmarcke et al. (1993) para la simulación condicional de procesos aleatorios estacionarios con simetría de cuadrante, es decir, para procesos cuya función de densidad espectral cruzada es real. El método desarrollado en este trabajo es aplicable a campos aleatorios espacio-temporales con función de densidad espectral cruzada compleja de manera que, además de las condiciones locales y los efectos de pérdida de coherencia, se toman en cuenta los cambios de fase. La expresión deducida para la correlación cruzada entre los coeficientes aleatorios de Fourier A y B para una frecuencia específica es función de la parte imaginaria de la función de densidad espectral cruzada. La simulación condicional se

lleva a cabo mediante la generación de coeficientes de Fourier de manera independiente en cada frecuencia y las historias se obtienen mediante el algoritmo de la transformada rápida de Fourier (FFT). La independencia estadística entre los coeficientes de Fourier y el uso de las técnicas de FFT hacen que el cómputo sea muy eficiente, tal como se mostró en los ejemplos. La metodología desarrollada por Vanmarcke et al. (1993) es un caso particular del método desarrollado en este trabajo cuando la parte imaginaria de la función de densidad espectral cruzada es nula.

Se propuso un modelo de campos modulados en amplitud y frecuencia (MAF) basado en el modelo de Yeh y Wen (1989) para procesos aleatorios no estacionarios. Las funciones envolventes y moduladoras de amplitud son funciones deterministas que modifican un campo estacionario y lo convierten en un campo MAF. La función envolvente modula las amplitudes de las historias; la función moduladora de frecuencia cambia la escala de tiempo introduciendo cambios en el contenido de frecuencia. Las ordenadas de las funciones de densidad espectral y de densidad espectral cruzada de un campo modulado en amplitud varían con el tiempo, sin embargo, el espectro de coherencia no depende del tiempo y es igual al del campo estacionario. Las funciones de densidad espectral de un campo modulado en frecuencia cambian en amplitud y dominio con el tiempo. En el caso que las funciones moduladoras de frecuencia sean lineales e iguales para todos los puntos del campo, la función de densidad espectral cruzada del campo modulado en frecuencia es independiente del tiempo y por lo tanto se puede considerar como un campo estacionario. Se demostró que un campo MAF es gaussiano si el campo estacionario del que se origina es también gaussiano.

Se propuso un método de simulación condicional de campos no estacionarios MAF que consiste en transformar su dominio de manera que el campo se convierta en estacionario. En ese dominio estacionario se lleva a cabo la simulación condicional y las historias no estacionarias se obtienen al regresar al dominio original por medio de las funciones envolventes y moduladoras de frecuencia.

El método se aplicó a la simulación de movimientos sísmicos del terreno. Para ello se propone descomponer el campo en "n" ventanas de frecuencia contiguas y llevar a cabo la simulación condicional en cada una de ellas. Las historias se obtienen sumando las "n" simulaciones obtenidas en cada punto objetivo. En el caso que sea aplicable una única función moduladora de frecuencia para todos los puntos del campo, el criterio para la elección de las ventanas de frecuencia consiste en seleccionar aquellas para las cuales las funciones moduladoras de frecuencia puedan considerarse lineales; así, las historias en cada ventana pueden suponerse únicamente moduladas en amplitud.

Para caracterizar el espectro de coherencia del movimiento sísmico del terreno se estimaron espectros de coherencia con base en acelerogramas de 4 eventos sísmicos en la ciudad de México y en la Estación Experimental de Chiba y se ajustaron algunos modelos propuestos por algunos investigadores. Los resultados mostraron que no existen diferencias significativas entre la coherencia del movimiento en las direcciones radial y transversal. Los espectros de coherencia estimados a partir de los datos de México indican que para frecuencias bajas ( $f=0.2$  Hz), la función de coherencia puede ser considerablemente menor

que uno para separaciones mayores que 1200 m. Los resultados para  $d < 1000$  m no son muy confiables debido a la poca información en esas distancias. En el caso de Chiba la coherencia es cercana a uno para frecuencias bajas debido a la cercanía entre estaciones ( $d < 320$  m); sin embargo, este resultado no puede extrapolarse a separaciones mayores. La coherencia del movimiento sísmico varía de un lugar a otro, indicando dependencia de las condiciones locales. Los resultados para el caso de México sugieren que la coherencia depende de las características de los eventos sísmicos. La similitud de los eventos y las coherencias estimadas en el caso de Chiba parecen apoyar esta conclusión; es necesario llevar a cabo estudios con un número mayor de eventos de características diferentes para confirmar esta conclusión preliminar. Se propuso una expresión para calcular el intervalo de confianza de 95% de las curvas ensambladas  $|\tilde{\gamma}(f)|$ ; el ancho de dicho intervalo es menor o igual que el ancho del intervalo de confianza de la coherencia estimada para los pares de estaciones.

Los modelos de Hindy y Novak y de Harichandran son más flexibles para ajustarse a los intervalos de frecuencia y separaciones consideradas en este estudio. El modelo de Luco y Wong se ajusta a los datos en intervalos pequeños de separación. El modelo de Abrahamson sobreestimó la función de coherencia para frecuencias menores a 6 Hz en todos los eventos analizados.

El primer ejemplo de aplicación mostró la capacidad del método para generar historias estacionarias con estructura de correlación apropiada. Los espectros de coherencia y de fase estimados a partir de las historias generadas con base en registros del arreglo SMART-1 y

del sismo de México de setiembre de 1995, coincidieron bien con los espectros reales o teóricos, lo que verificó la capacidad del método para reproducir correctamente los efectos de incoherencia y de cambio de fase. Los espectros de respuesta para simulaciones y registros mostraron que las simulaciones pueden aplicarse al análisis elástico de estructuras. El costo computacional de las simulaciones es relativamente bajo y por lo tanto su aplicación en el análisis de estructuras es factible.

Si bien la duración de los eventos sísmicos en el Valle de México permite estimar coherencias en frecuencias bajas, la distribución de las estaciones de la red acelerométrica no es apropiada para llevar a cabo un ajuste de modelos puesto que las distancias entre estaciones se concentran alrededor de los 1200 m. Sería recomendable colocar estaciones de tal manera que se tengan más pares con distancias menores a 1000 m. Para poder caracterizar los espectros de fase las estaciones deben contar con un origen común de tiempo.

## 6 BIBLIOGRAFÍA

Abrahamson, N. A. (1992). "Generation of spatially incoherent strong motion time histories." Proceedings, 10<sup>th</sup> World Conference on Earthquake Engineering, Vol.10, Barcelona, España, 845-850.

Alamilla López, J. (1997). "Simulación de registros de temblores en el valle de México mediante procesos estocásticos modulados en amplitud y frecuencia." Tesis M. en I. con especialidad en Estructuras, UNAM.

Aming, M., and Ang, A. H.-S. (1968). "A nonstationary stochastic model for strong motion earthquakes." *J. Engrg. Mech.* 94(EM2), 559-583.

Bogdanoff, J. L., Goldberg, J. E., and Bernard, M. C. (1961). "Response of a simple structure to random earthquake type disturbance." *Bull. of The Seismological Society of America*, 51(2), 293-310.

Chávez-García, F. y Romero, E. (1996). "Análisis de los acelerogramas registrados en la ciudad de México durante el temblor del 25-04-89. Evidencias de una posible explicación para la gran duración del movimiento fuerte." *Revista de Ingeniería Sísmica, SMIS*, 54, 1-15.

Chen, M. -T. y Harichandran, R. S. (1995). "Response of earth dam to spatially ground motion." Report No. MSU-ENGR-007-95, Division of Engineering Research, Michigan State University, East Lansing, Michigan.

Clough, R.W. y Penzien, J. (1975). *Dynamics of Structures*, Mc Graw Hill.

Der Kiureghian, A. (1996). "A coherency model for spatially varying ground motion." *Earthquake Eng. and Struct. Dynamics*, 25, 99-111.

Grigoriu, M; Ruiz, S.E. y Rosenblueth, E. (1988) " The Mexico earthquake of September 19, 1985—non stationary models of seismic ground acceleration." *Earthquake Spectra*, 4(3), 551-568.

Hao, H. (1989). "Effects of spatial variation of ground motions on large multiply-supported structures." *Report No UCB/EERC 89/06*, University of California, Berkeley.

Hannan, E. J., y Thomsom, P. J.(1973). "Estimating group delay." *Biometrika*, 60, 241-253.

Harichandran, R. S. (1991). "Estimating the spatial variation of earthquake ground motion from dense array recordings." *Struct. Safety*, 10, 219-233.

Harichandran, R. S. y Vanmarcke, E. H. (1986). "Stochastic variation of earthquake ground motion in space and time." *J. Engrg. Mech.*, ASCE, 112(2), 154-174.

Harichandran, R. S. (1985). "Space-time variation of earthquake ground motion." Ph. D. Thesis, Massachusetts Institute of Technology, Boston.

Heredia-Zavoni, E. (1993). "Structural response to spatially varying earthquake ground motion." Ph.D. Thesis, Dept. of Civil Engineering and Operation Research, Princeton University, New Jersey.

Hindy, A. y Novak, M. (1980). "Pipeline response to random ground motion." *J. of Engrg. ASCE*, 106 (EM2), 339-360.

Hoshiya, M. (1995). "Kriging and conditional simulation of gaussian field." *J. Engrg. Mech.*, ASCE, 121(2), 181-186.

Jenkins, G. M. y Watts, D. G. (1968). *Spectral Analysis and its Aplications*, Holden-Day.

Jin, S., Lutes, L. y Sarkani, S. (1997). "Efficient simulation of multidimensional random fields." *J. Engrg. Mech.*, ASCE, 123(10), 1082-1089.

Kameda, H. y Morikawa, H. (1992). "An interpolating stochastic process for simulation of conditional random fields." *Probabilistic Engrg. Mech.*,7(4), 242-254.

Kameda, H. y Morikawa, H. (1993). "Conditioned stochastic process for conditional random fields." *J. Engrg. Mech.*, ASCE, 120(4), 855-875.

Luco, J. E. y Wong, H. L. (1986). "Response of a rigid foundation to a spatially random ground motion." *Earthquake Engrg. and Struct. Dynamics*, 14, 891-908.

Parzen, E. (1962). *Stochastic Processes*, Holden Day Lehmann, L. Editor.

Pérez-Rocha, E. Sanchez-Sesma, F. y Flores-Cruz, F. (1995). "Análisis de los datos de la red acelerométrica del valle de México con técnicas espectrales." *Revista de Ingeniería Sísmica*, SMIS, 49, 21-38.

Priestley, M. B. (1965). "Evolutionary spectra- and non-stationary processes." *R. Statistic Society Bulletin*, 204-237.

Reinoso, E. (1997). "Modelado numérico de valles aluviales y topografías, y comparación con datos acelerométricos de la ciudad de México." *Revista de Ingeniería Sísmica*, SMIS, 55, 1-16.

Saragoni G. R. y Hart, G. C. (1974). "Simulation of artificial earthquakes." *Earthquake Engrg. and Struct. Dynamics*, 2, 249-267.

Shinozuka, M. y Zhang, R. (1996). "Equivalence between kriging and CPDF methods for conditional simulation." *J. Engrg. Mech.*, ASCE, 122(6), 530-538.

Vanmarcke E. H. y Fenton, G. A. (1991). "Conditional simulation of local fields of earthquake ground motion." *Struct. Safety*, 10(1-3), 247-263.

Vanmarcke, E. H. (1983). *Random Fields: Analysis and Synthesis*, The MIT Press, Cambridge, Massachusetts.

Vanmarcke, E. H., Heredia-Zavoni, E., and Fenton, G. A. (1993). "Conditional simulation of spatially correlated earthquake ground motion." *J. Engrg. Mech.*, 119(11), 2333-2352.

Yeh, C.H. y Wen, Y.K. (1989). "Modeling of nonstationary earthquake ground motion and biaxial and torsional response of inelastic structures.", *Report SRS No. 546*, Dept. of Civil Engineering, University of Illinois, Urbana.

Zeevaert, L. (1980). *Interacción suelo-estructura de cimentaciones superficiales y profundas, sujetas a cargas estáticas y sísmicas*, Ed. Limusa.