

44  
20j



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO**

**FACULTAD DE CIENCIAS**

**LA MUJER PROFESIONISTA EN MEXICO. ANALISIS ESTADISTICO PARA 1990 EMPLEANDO EL METODO DE COMPONENTES PRINCIPALES**

**T E S I S**

QUE PARA OBTENER EL TITULO DE:

**A C T U A R I O**

P R E S E N T A

**ARTURO TREVILLA SERRANO**

DIRECTOR DE TESIS: ACT. ~~OSCAR~~ ROBERTO NAVA AGUIRRE



MEXICO, D. F.

DIVISION DE ESTUDIOS PROFESIONALES



FACULTAD DE CIENCIAS  
SECCION ESCOLAR

**TESIS CON FALLA DE ORIGEN**

27/593  
1999



Universidad Nacional  
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

**Biblioteca Central**



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

PASINACION

DISCONTINUA



UNIVERSIDAD NACIONAL  
AUTÓNOMA DE  
MÉXICO

**MAT. MARGARITA ELVIRA CHÁVEZ CANO**  
**Jefa de la División de Estudios Profesionales de la**  
**Facultad de Ciencias**  
**Presente**

Comunicamos a usted que hemos revisado el trabajo de Tesis:

LA MUJER PROFESIONISTA EN MEXICO. ANALISIS ESTADISTICO PARA 1990  
EMPLEANDO EL METODO DE COMPONENTES PRINCIPALES.

realizado por ARTURO PREVILLA SERRANO

con número de cuenta 9026191-6 , pasante de la carrera de ACTUARIA

Dicho trabajo cuenta con nuestro voto aprobatorio.

Atentamente

Director de Tesis  
Propietario

ACT. JOSE ALBERTO NAVA AGUIRRE

Propietario

M. en D. ALEJANDRO MINA VALDEZ

Propietario

MAT. MARGARITA ELVIRA CHAVEZ CANO

Suplente

ACT. RICARDO IBARRA LARA

Suplente

M. EN A.P. MARIA DEL PILAR ALONSO REYES

**Consejo Departamental de MATEMATICAS**

M. EN A.P. MARIA DEL PILAR ALONSO REYES  
FACULTAD DE CIENCIAS

**LA MUJER PROFESIONISTA EN MÉXICO. ANÁLISIS  
ESTADÍSTICO PARA 1990 EMPLEANDO EL MÉTODO DE  
COMPONENTES PRINCIPALES**

" Gracias a Dios por permitirme concluir mi carrera profesional y dedico este trabajo de tesis a mis Padres y mis Hermanos, ya que este triunfo es también su triunfo y un reconocimiento a todas las personas que he conocido a lo largo de mi vida porque de ellas aprendí algo".

**Mi Padre: Ricardo**

**Mi Madre: Ofelia**

**Mi Hermana: Adriana**

**Mi Hermano: Ignacio**

**GRACIAS**

## INDICE

<b>Capítulo 1. Introducción</b> .....	1
<b>Capítulo 2. Las mujeres en México. Aspectos generales</b> .....	4
<b>Capítulo 3. Metodología</b> .....	34
<b>Capítulo 4. Resultados</b> .....	60
<b>Capítulo 5. Conclusiones</b> .....	66
<b>Bibliografía</b> .....	68
<b>Anexo</b> .....	70

## INTRODUCCIÓN

Como consecuencia de la política económica que se ha presentado en las últimas décadas, conocida como neoliberalismo, la estructura social ha venido sufriendo un cambio radical en su composición. Así, tanto hombres como mujeres incursionan en campos sociales marcados por alguno de los dos sexos. Las mujeres, se ven forzadas a ganar un espacio laboral antes ocupado por el hombre, modificando así sus actividades anteriormente impuestas por la sociedad.

La mujer se considera aún un segundo género en cuanto a muchos derechos que de igual manera goza el hombre, entre algunos el de elegir la profesión que más le agrada. Es importante observar que en la actualidad, según parece, la mujer gana cada día más terreno en este aspecto, pero el desarrollo profesional de la misma afirma lo contrario.

Así pues, por la ausencia de estudios matemáticos de éste fenómeno, se pensó en realizar este estudio para cuantificar de forma científica y matemática las relaciones existentes de la mujer con la sociedad. Es de gran importancia esta acción, ya que al realizar tal objetivo, se sientan bases metodológicas y científicas para futuros estudios más profundos de éste tema.

Como su nombre lo sugiere, en esta tesis se analiza teórica y estadísticamente el papel de la escolaridad de la mujer en el ámbito superior, el desarrollo profesional y su vinculación con el medio laboral. Su propósito es el de examinar de una manera general los aspectos teóricos y metodológicos de recopilación y análisis de datos.

Dicho análisis explora el papel explicativo de los factores sociales respecto a la



asociación inversa entre la educación superior de las mujeres, por un lado, y, por el otro, el desarrollo profesional y laboral.

En otras palabras, trata de entender la forma en que los aspectos sociales contribuyen a explicar la siguiente relación: a mayor escolaridad de las mujeres mejor bienestar social.

Es importante hacer énfasis que tal relación se toma sólo como una premisa; ya que esta tesis pretende calcular los niveles de asociación entre esas variables, toda vez que es un estudio demográfico, y explorar cómo se explica dicha relación. Es por ello que en el concepto " educación superior de las mujeres" se considera exclusivamente el tiempo que asistieron a la escuela a nivel licenciatura. Por tanto, se inquirirá aquí una descripción del significado de " asistir a la escuela a nivel licenciatura".

La discusión de los fundamentos teóricos y metodológicos que se utilizarán para el estudio de este problema, permite trascender una perspectiva estadística acerca del impacto de la educación de la mujer sobre la superación personal y profesional.

Por otro lado, la metodología aquí aplicada es del todo entendible, ya que otro de los puntos por el cual se analiza este problema social, es el de mostrar precisamente, el método, sus alcances y de ser posible la forma en que se llevan acabo los cálculos aritméticos y estadísticos.

De ninguna manera, este trabajo pretende menospreciar otros tipos de estudios sobre el tema, sino de manera conjunta verificar las hipótesis planteadas anteriormente y los resultados arrojados en éste estudio.

En el capítulo 2, se presenta de manera muy general, algunos aspectos de la

situación actual en que se encuentran las mujeres tanto laboral, social e intelectual, así como el impacto que ha tenido la nueva política económica conocida como neoliberalismo.

La metodología, es decir, recopilación de la información, corrección y manejo de la misma, junto con la técnica de componentes principales, se incluye en el capítulo 3.

Los resultados y las conclusiones corresponden a los capítulos 4 y 5 respectivamente.

Finalmente la bibliografía y después el anexo, en donde se citan algunas gráficas correspondientes a la sección teórica de esta tesis, los resultados de la evaluación de la información así como otras técnicas para calificar la calidad de la información. También se incluye un breviario de álgebra matricial y un glosario.

# **LAS MUJERES EN MÉXICO. ASPECTOS GENERALES**

## *LA CRISIS Y LA POLÍTICA ECONÓMICA*

En México desde la década de los ochenta, existe una profunda crisis económica, que han tratado de controlar los organismos gubernamentales con políticas de ajuste propias de un modelo económico y con mira de un "libre mercado", obedeciendo a un marco económico internacional.

El estudio de la actual crisis económica demostró un aumento muy sustancial en los costos de la vida en comparación con la de los años ochenta teniendo como consecuencia un esquema más complejo y con mayores desequilibrios, que influyen directamente en el mundo del trabajo y la ocupación. Características más relevantes del llamado nuevo modelo de desarrollo son el abaratamiento de la mano de obra y el aumento de desempleo.

Desde hace doce años, en México se aplica la política económica inspirada en el neoliberalismo que como, se mencionó anteriormente, busca:

- Primero, controlar y combatir la mano de obra con la clase obrera;
- Segundo, aumentar el capital financiero a costa del productivo ocasionando la desindustrialización y la ampliación del sector terciario de la economía.

A su vez los dos factores anteriores ocasionan el aumento del trabajo no asalariado.

Esta corriente política tiene como postulados centrales la apertura comercial, la desregulación, liberalización y privatización de las empresas públicas, que impulsan ciertas actividades que antes no eran de mucha importancia, orientadas al mercado externo, incluyendo las maquiladoras y la llamada economía informal.

El neoliberalismo como economía responde a los cambios estructurales del capitalismo como modo de producción y sistema económico.

### *LA OCUPACIÓN FEMENINA EN EL MÉXICO NEOLIBERAL*

En los últimos años, las mujeres han ingresado a la población económicamente activa en busca de cubrir las necesidades que se ocasionaron por la crisis.

Según datos de la Encuesta Nacional de Empleo (ENE), la población económicamente activa de México, sumaba 33.6 millones de personas para 1993 de las cuales el 31% eran mujeres y más del 90% tenían empleo formal.

En los años setenta, la fuerza de trabajo femenina constituía poco más de 2.5 millones de mujeres para llegar a ser más de 10 millones en 1993.

Por otra parte, la flexibilización laboral y la pérdida de capacidad de negociación sindical, de contratación colectiva y el ajuste de las relaciones obrero-patronales a la necesidad del capital, afectaron a hombres y mujeres siendo en estas últimas el atentado a sus prestaciones sociales elementales propias de su sexo, como licencias de maternidad, extensión de las jornadas de trabajo y, en general, el ajuste a las necesidades que la competencia empresarial impone.

### *TRABAJO FEMENINO POR SECTORES*

Según estudios de 1970 a 1990<sup>1</sup>, el número de ocupados mayores de 12 años en la agricultura se mantuvo constante. Empero, se suscitaron cambios en los trabajadores asalariados y los no asalariados, reduciéndose los primeros y

---

<sup>1</sup> Momento Económico 91. *El sector informal, trabajo femenino a domicilio*. op. cit.

aumentando substancialmente los que no reciben un salario fijo, entre los que se encuentran muchas mujeres.<sup>2</sup>

De 1980 a 1988 la presencia de las mujeres ocupadas en la industria aumentó significativamente. En las ramas de la industria manufacturera, donde existe mayor participación femenina se encuentran la industria del vestido, alimentos, bebidas y tabaco, otras industrias de transformación (en las que se registran las electrónicas), la industria química, hule, plástico, vidrio y cemento, la industria de la madera y el papel, y la industria textil productora de hilos, telas y tejidos de punto. Resulta conveniente resaltar un crecimiento moderado, de presencia femenina en las actividades mineras y extractivas del petróleo, así como en la industria de la construcción.

El crecimiento de las actividades de comercio y servicios, también se han reflejado en la ocupación femenina reciente.

El trabajo femenino ha destacado en estas actividades, ya que según la Encuesta Nacional de Empleo, el número de mujeres empleadas se incrementó en más del 10% en tan sólo dos años, por lo que el personal femenino incorporado formalmente en ellas alcanzó la cifra de más de 7 millones en 1993.

Para ubicar la importancia y significado del sector servicios en la captación de mujeres de distintas características, es necesario analizar el complejo universo de actividades que son incluidas en este sector, y cotejar la presencia dinámica y creciente, pese a la crisis, de algunas de sus actividades.

---

<sup>2</sup> Rendón, Teresa y Carlos Salas. "Evaluación reciente y tendencias del empleo en México". Septiembre de 1995. La economía mexicana en el umbral del siglo XXI, Antología, México, Ed. Quinto Sol/Cámara de diputados/IIEc-UNAM.

Los datos del sector<sup>3</sup> revelan el desenvolvimiento del mismo con relación al PIB nacional durante los años 1980-1993. Los datos reportan que, aunque el comercio y las actividades ligadas a los restaurantes y hoteles aportan más del 25.65% del PIB total, su tendencia es decreciente. Por su parte, el subsector de servicios financieros, seguros y bienes inmuebles, crece sostenida y significativamente durante el período señalado.

### ***EL DESEMPLEO FEMENINO***

El sector más golpeado desde diciembre de 1994 ha sido el de la construcción, sector característico del hombre; mientras que en el manufacturero es creciente la participación de las mujeres. Según el Censo Industrial de 1981 y 1994 del INEGI, las mujeres en la industria manufacturera ocupaban un 22.4% y para 1993 se incrementó a 30.33%, aumento que indica la clara apertura laboral de las mujeres en este sector.

En México, a partir de 1970, se presenta un fenómeno de polarización en el trabajo femenino, es decir, se incrementaron las ocupaciones manuales de muy baja calificación y las actividades profesionales y técnicas con alta calificación.

Así pues, frente a la legislación laboral mexicana los hombres y las mujeres son iguales en el mercado de trabajo, pero aún existe discriminación por parte de los patrones hacia que las mujeres ocupen puestos de alta jerarquía.

Aunque la tasa de desocupación abierta (TDA)\* no es una medida exacta del desempleo, tanto para hombres como para mujeres se duplicó de Diciembre de 1994 a Julio de 1995.

---

<sup>3</sup> INEGI. Encuesta Nacional de Empleo. 1993

## TASAS DE DESEMPLEO

	DICIEMBRE 1994	JULIO 1995
Masculina	3.2%	7.0%
Femenina	3.2%	7.7%

FUENTE: INEGI, ENEU. Servicio de información oportuna por fax, julio de 1995.

TDA = Desocupados abiertos / (Desocupados abiertos + Ocupados)

### **FECUNDIDAD, TRABAJO FEMENINO Y EDUCACIÓN**

Cuando las mujeres se incorporan al mercado laboral, perciben un sueldo inferior al del hombre, se exponen a un asedio sexual y les exigen mayores requisitos por su condición biológica: examen de no-gravidez e incluso de no-matrimonio, siendo que no ocuparán puestos importantes.

En términos de reproducción, a las mujeres se les han conferido la responsabilidad del matrimonio, niños y quehaceres del hogar, siendo estas labores por las que, conjuntamente con otras, no perciben un sueldo.

Otra diferencia muy marcada entre hombres y mujeres se encuentra en el control de la natalidad, en donde las mujeres tienen mayor responsabilidad, y por lo tanto, los efectos de los métodos de anticoncepción recaen directamente en su salud, entre otros efectos el cáncer. Pero no todo resulta negativo, ya que esta responsabilidad permite que elijan el número de hijos que desean tener, controlando de esta forma su fecundidad.

Actualmente la fecundidad de las mujeres con alta escolaridad registra un índice menor que las de baja escolaridad, esto se debe, probablemente, por que se encuentran comprometidas con su profesión, lo cual les dificulta su vida maternal.

Tal vez piensan que la realización personal no se consigue exclusivamente a través de la maternidad.

Se ha comprobado que el trabajo de las mujeres después de la unión marital depende muchas veces de la decisión del marido, ya que éste último adopta una posición machista o no desea exponer a su cónyuge a una pesada jornada laboral.

Se dice que la educación contribuye en alto grado a destruir tanto la idea como el hecho de la inferioridad femenina. Así pues, algunos padres cometen el error de retirar primero a sus hijas que a sus hijos de la escuela, ocasionado con esto que una gran cantidad de mujeres no logren una superación intelectual. Recordemos que mantener una discriminación cultural de este tipo generará un descultivo de la mitad de los cerebros de la humanidad.

La educación materna influye de manera decisiva en la reducción de la mortalidad infantil, debido a que las mujeres educadas pueden controlar mejor la salud de sus hijos.

Según la Teoría de Descenso de Fecundidad, el comportamiento reproductivo de una familia está determinado por su inserción de las relaciones de producción de una sociedad; esto es, en la actualidad ha revolucionado tecnológicamente las relaciones de producción y exigiendo de sobre manera una capacitación aún mayor de los empleados y reduciendo en número tales; Por ello las parejas prefieren tener menos hijos con mayor capacitación; al contrario de los grandes talleres gremiales, donde un número mayor de hijos garantizaba mayor producción y bienestar de la familia.



Alfredo Juan Alvarez<sup>4</sup> opina que la educación en las mujeres no ayuda a superarlas de su status de "segundo sexo", ya que en sectores obreros femeninos (Industria de la Ropa) encuentra marginalidad y explotación. Y en actividades laborales administrativas (secretaria, archivera, etc.) el resultado ha sido el abaratamiento del trabajo. Por otro lado, las mujeres con preparación técnica superior o universitaria no encuentran empleo en donde puedan desarrollar las potencialidades adquiridas en los estudios.

Aunque a partir de 1925 la educación se extendió regular e indistintamente a hombres y mujeres, no significa que la oportunidad educativa esté a la par con las oportunidades laborales, ocasionadas por las marginaciones sociales y la idiosincrasia empresarial.

Dentro de las estructuras educacionales influyen de sobremanera las estructuras sociales; dicho de otra manera, "las carreras cortas", diseñadas para las clases medias bajas, carreras que en poco tiempo lanzan a los jóvenes al trabajo o mejor dicho, subtrabajo. Aunque estas "carreras cortas" apoyan –con su incorporación inmediata al mercado laboral- la economía familiar y posibilitan el estudio de *elementos más jóvenes de la misma familia.*

En las escuelas se sigue desalentando a las mujeres para que estudie asignaturas de rigor intelectual como las ciencias exactas y en cambio opte por estudios feminizados asociados al trabajo doméstico como costura, tejido y cocina.

Últimamente la mujer ha incursionado en el estudio de la Agronomía, Veterinaria, Medicina, Derecho o la Ingeniería aunque en un porcentaje menor que el hombre. Así pues estas carreras y especialidades feminizadas se han expandido

---

<sup>4</sup> Alvarez, Alfredo Juan. La mujer Joven en México. México. Edit. El Caballito. 3ra. edición

porque se consideran adecuadas para las mujeres, ya que pueden seguir desempeñando su tradicional rol femenino.

Ahora bien, en la matrícula de maestría y doctorado por lo general las mujeres forman una minoría, aunque en otras disciplinas sea la mayoría.

Una opción reciente que ha resultado útil para las mujeres y más para las que pueden obtener una "segunda oportunidad" en la enseñanza superior llamada "universidad abierta o educación a distancia". Aunque cabe señalar que estos servicios no cuentan con una variedad muy completa de carreras y especialidades resulta práctica, pues se puede atender en mejor medida todas sus responsabilidades.

En conclusión, las mujeres deben prepararse para enfrentar los deberes que les incumben como esposa, madre, ama de casa, mujer de negocios, profesionista, empleada o funcionaria pública y puedan vivir íntegramente en la sociedad. La escuela donde se instruya deberá adoptar programas y métodos propios para lograr su completa integración a la sociedad.

#### *PERFIL DEMOGRÁFICO DE LAS MUJERES EN MÉXICO, 1990<sup>5</sup>*

La población total en la República Mexicana en 1990 es de 86 millones 613 mil habitantes aproximadamente, cifra superior en más del doble que en 1960 (34,923,129 hab.). Actualmente las mujeres ocupan el 50.9% de la población total y los hombres el 49.1%. De la población en general, cabe señalar que el grupo quinquenal con mayor población de ambos sexos es el de 5 a 9 años y el de menor de 70 a 74 años. (Fig. 1)

---

<sup>5</sup> En el anexo se localiza las gráficas correspondientes a esta sección.

En áreas más urbanizadas la población total presenta mayor concentración de hombres en el grupo quinquenal 15 a 19 años y menor en el de 70 a 74 años, mientras que las mujeres la mayor parte se encuentra en 15 a 19 años y la menor de 70 a 74 años. (Fig. 2)

Para las áreas menos urbanizadas se presenta el mismo patrón, la mayor parte se concentra en las edades 5 a 9 años y la menor de 70 a 74 años, sólo con la diferencia que la población muestra un incremento en cada sexo y grupo quinquenal. (Fig. 3)

La población de 12 años y más en general ingresa a la vida económica en mayor medida entre las edades 15 a 19 años para los hombres y las mujeres de 20 a 24 años. (Fig. 4)

En áreas más urbanizadas los hombres y las mujeres se concentran en edades de 20 a 24 y en los menos urbanizados ambos sexos tienden acumularse en las edades de 15 a 19 años, aunque con una menor población que la población total. (Fig. 5 y 6)

Siguiendo con el análisis de la población económicamente activa, en áreas más urbanizadas el nivel de instrucción secundaria tiene mayor concentración por ambos sexos, a diferencia de las menos urbanizadas en las cuales, la primaria incompleta es el nivel de instrucción que tiene mayor presencia en la población. (Fig. 7 y 8)

La población ocupada se divide según su relación con los medios de producción en: empleadores, trabajadores por su cuenta propia, trabajadores asalariados, trabajadores a destajo, trabajadores no remunerados y otro tipo de trabajadores.

Se consideran importantes las diferencias existentes con respecto a la posición en el trabajo, ya que 54.3% de las mujeres ocupadas son asalariadas, 22.3% trabajan por su cuenta y 18.2% son trabajadoras no remuneradas.

Para los hombres, los trabajadores asalariados abarcan 49.3% de la población ocupada masculina, los trabajadores por su cuenta 26.8% y los sin pago 10.5%. (Fig. 9)

Comparando la participación femenina con la masculina en cada uno de los sectores, se aprecian diferencias considerables.

Las diferencias más importantes se observan en la construcción, comunicaciones, actividades agropecuarias en las cuales los varones tienen participación mayoritaria. Sin embargo, tanto en servicios y comercio es considerable la presencia femenina ya que está prácticamente equilibrada. (Fig. 10)

Uno de los lugares en donde las mujeres han ganado espacio es en el poder legislativo del país, lo que les ha permitido incidir en la toma de decisiones nacionales participando en la legislación de las grandes preocupaciones nacionales.

La LVI Legislatura de senadores aumentó su composición femenina representando el 13.3% del total de senadores.

En este caso, el PRI muestra mayor participación de las mujeres, seguido del PRD. Algo similar se observa para la Cámara de Diputados, en donde el PRD encabeza la participación de las mujeres con 24.3% y seguido de un 14.1% del PRI.

Considerando a los organismos políticos participantes en la Asamblea, se

observa que el PAN tiene mayor participación femenina, 28.6%, seguido por el PRI, 23.7%, y PRD, 20.0%. (Fig. 11)

Con relación a la participación de hombres y mujeres en el desempeño de puestos de mandos superiores dependientes del poder ejecutivo, se observa que a pesar de la creciente incorporación de las mujeres a los puestos de decisión y su mayor inserción en la toma de decisiones, sólo una de cada diez funcionarias es mujer. En 1995, tres mujeres encabezan Secretarías de Estado; tres más se desempeñan como subsecretarías y cuatro forman parte de los Magistrados del Tribunal Fiscal.

Vale la pena señalar que por cada 19 subsecretarios hay una subsecretaría; por cada 16 magistrados una magistrada y por cada 14 representantes en el exterior una titular del puesto. (Fig. 12)

Los estados con mayor proporción de mujeres que cumplen la función de presidentas municipales son: Baja California (25%), Colima (20%) y San Luis Potosí (14.3%). En siete de las 32 entidades federativas no están presentes las mujeres en el ejercicio de las funciones de presidente municipal (Aguascalientes, Baja California Sur, Guanajuato, Michoacán, Querétaro, Quintana Roo y Tabasco). (Fig. 13)

Es importante señalar que sólo una mujer de cada cinco es funcionaria gubernamental (21.4%), en comparación con aquellos puestos de mando superior en los que se lleva a cabo la dirección, administración o gerencia general de instituciones o empresas públicas o privadas (12.1%).

En el nivel de directores, gerentes y administradores de área; son hombres el 80.2%, en tanto las mujeres sólo representan el 19.8%. En el subgrupo de

ocupación de organizaciones políticas, sindicales y de asociaciones civiles, la proporción en que participan las mujeres también es baja, 13.6%. (Fig. 14)

De la población de 25 años o más, la porción de los que aprobaron al menos 4 años en el nivel de educación superior, pasó de 1% en 1970 a casi el 6% en 1990. Se destaca además que las mujeres incrementaron su participación en el grupo de profesionales, al pasar del 19.4% al 33.8% en el período considerado. (Fig. 15)

Las disciplinas académicas que registran una participación considerable de mujeres son las relacionadas con la salud, educación y las ciencias humanísticas, tales como la enfermería, educación especial y básica, Pedagogía, Psicología, Ciencias Sociales, Letras y Literatura y Ciencias de los alimentos con valores superiores al 70%. Asimismo las mujeres registran mayoría en otras 10 disciplinas académicas. (Fig. 16)

La estructura por edad y sexo de los profesionales, muestra la mayoría de hombres en todos los grupos de edad, incluso en las edades avanzadas donde la sobrevivencia femenina es considerablemente mayor en la población total. Sin embargo se destaca el hecho de que la diferencia relativa en el grupo de 25 a 29 años es menor que en los siguientes, lo que refleja el aumento en la participación de las mujeres en la educación superior. Dicho grupo de edad, que registra la mayor proporción de hombres, con 16.9%, tiene una diferencia mayor a cuatro puntos porcentuales respecto a la de mujeres. (Fig. 17)

La composición por sexo de los profesionistas en las entidades federativas, muestra la predominancia de hombres en todas ellas, en forma más acentuada en Baja California Sur, Chiapas, Colima y Sonora. En la mayoría de los casos, la cantidad de profesionistas hombres supera al doble de mujeres. Las entidades con mayor participación de mujeres son: Veracruz, San Luis Potosí, Puebla y Distrito

Federal. (Fig. 18)

El promedio de hijos nacidos vivos se refleja claramente en las poblaciones de no profesionales y profesionales, ésta última es superada en algunas veces en más del doble. (Fig. 19)

Las profesionistas participan en la actividad económica con una proporción considerablemente mayor a la del resto de la población. Así, en 1990 la tasa de participación de profesionistas es de 82.3%, misma que supera en 31 puntos porcentuales a la registrada en la población de 25 años y más. De esta manera, el grupo de inactivos representa entre los profesionistas el 17.3%, frente al 47.9% en la población total del mismo grupo de edad.

La gran diferencia en las tasas de participación económica de los profesionistas respecto al resto de población se debe principalmente a la observada entre las mujeres profesionistas y las mujeres en general, ya que la tasa de las primeras es de 64.6% mientras que en las segundas es de 20.8%, considerando el mismo grupo de 25 años y más. Así, la participación económica de las mujeres profesionistas equivale al triple de la tasa de participación de la población femenina. (Fig. 20 y 21)

La tasa de participación es la proporción que existe entre la población económicamente activa y la población de 25 años y más; los gráficos muestran que existe mayor participación de las mujeres profesionales que de las no profesionales, aunque esa participación se encuentre por debajo de la masculina con valores muy próximos al 100%. ( Fig. 22 y 23)

Comparando la distribución por situación en el trabajo según sexo de los profesionales, se observa que las mujeres participan más que los hombres en el

grupo de empleados u obreros, con una proporción de 83.7% del total de mujeres profesionistas.

Por el contrario, las mujeres tienen menor participación como patrones o empresarios, con 3.5% frente a 10.4% de los hombres. (Fig. 24)

En la distribución según los ingresos por trabajo de los profesionistas ocupados, se distingue la mayor proporción en el rango de ingresos equivalentes a 5 salarios mínimos o más, con 35.7% de profesionistas, considerablemente superior a la del total de ocupados de 25 años y más, de 9.8%. Asimismo son superiores las proporciones en el rango de 3 a 5 salarios mínimos, con 24.7% frente a 12%.

En los rangos de ingreso inferiores a 2 salarios mínimos, las proporciones de profesionistas son muy inferiores a las de la población ocupada en general del mismo grupo de edad; sin embargo en ese nivel se tiene casi el 20% de profesionales. (Fig. 25)

La tasa de desocupación permite cuantificar la proporción que existe entre los desocupados y la población económicamente activa de 25 años y más. La tasa de desocupación aplicada a la población total indica que los hombres superan a las mujeres en cuanto a población desocupada es casi el doble, para todas las edades quinquenales.

Para los profesionales, en el primer quinquenio (25 a 29 años) se concentra la mayor proporción de desocupados y decrece conforme aumentan los quinquenios. También en los profesionistas se observa que la tasa de desocupación varonil casi duplica su valor con respecto a la femenina.

Cabe señalar que la tasa de desocupación, masculina como femenina, se



interceptan entre el quinquenio 55 a 59 y el 60 a 64, superando en este momento la tasa de desocupación femenina a la masculina. (Fig. 26 y 27)

En la distribución de la población económicamente inactiva femenina, la mayoría se dedica a los quehaceres del hogar.

La población de profesionales tiene una tendencia semejante, aunque con menor proporción en cada una de las edades quinquenales. Puede señalarse que las profesionistas tienen otro tipo de inactividad, que es la de estudiante. (Fig. 28 y 29)

Las mujeres profesionales registran una menor proporción de matrimonios que las que no la son, aunque observan mayor proporción de solteras. (Fig. 30 y 31)

## M E T O D O L O G Í A

### LA INFORMACIÓN

Como primer paso, se obtuvo la información de Los Profesionistas en México, el XI Censo General de Población y Vivienda 1990 y del Atlas de los Profesionistas en México. De cada uno de ellos se extrajo:

#### Los Profesionistas en México:

- Total de hijos nacidos vivos del total de mujeres y mujeres profesionistas de 25 a 49 años por grupo de edad, 1990.
- Profesionistas por grupo de edad y sexo según estado civil, 1990.
- Participación económica de la población total y de los profesionistas por entidad federativa, 1990.
- Distribución de los profesionistas ocupados por entidad federativa según sector de actividad económica, 1990.
- Distribución de la población ocupada de 25 años y más y de los profesionistas por grupo de ingreso según sexo, 1990.
- Distribución de profesionistas ocupados de 25 años y más por entidad federativa según grupos de ingreso, 1990.
- Población económicamente activa del total y de los profesionistas por edad y sexo, 1990.
- Composición por sexo de los profesionistas por entidad federativa, 1990.

#### XI Censo General de Población y Vivienda, 1990:

- Población de 16 años y más por entidad federativa, sexo y edad según nivel de instrucción y grados aprobados en el nivel medio superior.

#### Atlas de los profesionistas en México:

- Distribución de la población profesionista en México en zonas urbanas y rurales por entidad federativa, 1990.

Así pues, para evaluar la calidad de la Información Censal<sup>6</sup> se utilizó el índice de Naciones Unidas ya que era el que más se adecuaba a la estructura de la información, en el anexo se explican otros índices para evaluar la calidad de la información. A continuación se resume el índice de Naciones Unidas.

### *INDICE DE NACIONES UNIDAS (I<sub>N</sub>)*

Para la aplicación de este método se necesita la población a evaluar por grupos quinquenales de edad, del 0 a 4 al 70 a 74 años cumplidos, por sexo.

La hipótesis para este índice es la linealidad en los efectivos en el grupo anterior y posterior del grupo de edad considerado. Por ejemplo, considerando los grupos 0 a 4, 5 a 9, 10 a 14, entonces la razón r:

$$r = \frac{P_{5a9}}{(P_{0a4} + P_{10a14})/2}$$

Debe aproximarse a la unidad, ya que calculando el promedio aritmético entre los grupos 0 a 4 y 10 a 14 debe ser cercano a la población del grupo 5 a 9 años cumplidos.

La notación para cada sexo se representa así:

$$I^H(G) = \frac{\sum_{i=1}^{13} \left| \frac{(2 * P^H_{(5i-5)a(5i+4)}) - (P^H_{(5i-5)a(5i)} + P^H_{(5i+5)a(5i+9)})}{P^H_{(5i-5)a(5i)} + P^H_{(5i+5)a(5i+9)}} \right|}{13} * 100$$

para los hombres y

$$I^F(G) = \frac{\sum_{i=1}^{13} \left| \frac{(2 * P^F_{(5i-5)a(5i+4)}) - (P^F_{(5i-5)a(5i)} + P^F_{(5i+5)a(5i+9)})}{P^F_{(5i-5)a(5i)} + P^F_{(5i+5)a(5i+9)}} \right|}{13} * 100$$

para las mujeres.

El índice para ambos sexos I(S) se define a partir de los índices de masculinidad y de la hipótesis de que no deben existir variaciones significativas entre los grupos. Por ejemplo, si el índice de masculinidad se define como:

$$\frac{P^H_{0a4}}{P^M_{0a4}}$$

Donde P<sup>H</sup> y P<sup>M</sup> representan las poblaciones de hombres y mujeres respectivamente y considerando los grupos quinquenales 0 a 4 y 5 a 9. La diferencia entre los índices de masculinidad de los grupos 0 a 4 y 5 a 9 debe tender a cero.

$$\left| \frac{P^H_{0a4}}{P^M_{0a4}} - \frac{P^H_{5a9}}{P^M_{5a9}} \right| \rightarrow 0$$

Así pues, I(S) se define como:

$$I(S) = \frac{\sum_{i=1}^{13} \left| \frac{P^H_{(5i-5)a(5i+4)}}{P^M_{(5i-5)a(5i+4)}} - \frac{P^H_{(5i+5)a(5i+9)}}{P^M_{(5i+5)a(5i+9)}} \right|}{13} * 100$$

<sup>6</sup> Basado en Mina, Alejandro. Elaboración y utilidad de la tabla abreviada de mortalidad, p. 7-16.

Según la experiencia mundial, los especialistas de Naciones Unidas ponderan con la unidad los índices de cada sexo y con tres el de ambos sexos, definiéndose el índice de Naciones Unidas como:

$$I_N = I^H(G) + I^F(G) + 3 \cdot I(S) \quad \text{donde } I_N \neq 0$$

Ya que si  $I_N = 0$ , implicaría que se tendría la misma población por grupo quinquenal.

En países donde las hipótesis se han cumplido y los censos son de alta calidad muestral, el índice de Naciones Unidas oscila en las nueve unidades, así, en medida que se aleje de este número, se acentúa la mala calidad del censo.

#### **PRORRATEO DE LOS NO ESPECIFICADOS**

Después de haber evaluado la información censal y encontrar deficiencias, se prorrateó la categoría de no especificados. Este grupo concentra a todos los individuos, por sexo que no declararon su edad. Para corregir el error causado en los grupos de edad, esta cantidad se reparte en todos los grupos, con base en dos hipótesis:

1. Existen individuos de todas las edades en los no especificados
2. El grupo quinquenal con mayor población aporta mayor cantidad de individuos a la categoría. Así, el nuevo grupo quinquenal por edad tiene la siguiente expresión:

$$G^* = G + NE_G$$

Donde G = grupo de edad

$NE_G$  = cantidad de no especificados correspondientes a G, y

$$NE_G = NE * \left\{ \frac{G}{PT - NE} \right\}$$

Con PT = Población total

NE = No Especificados totales

Así haciendo álgebra, resulta:

$$G^* = G * \left\{ \frac{PT}{PT - NE} \right\}$$

### **CORRECCIÓN DE LA POBLACIÓN<sup>7</sup>**

El paso a seguir es corregir la estructura por edad y sexo, en donde se utilizó la fórmula del dieciseisavo, recomendada por la Organización de las Naciones Unidas como paso previo a la realización de proyecciones de población. Este método se basa en la ponderación de promedios móviles, ajustando la estructura poblacional por grupos quinquenales convencionales, teniendo por hipótesis que cada cinco grupos de edad sucesivos se distribuyen de acuerdo a un polinomio de grado tres, considerando un error constante en los efectivos observados, el cuál incide alternativamente en los valores considerados. Con esto se busca suavizar la estructura poblacional, debida a la preferencia de dígitos al declarar su edad.

Para obtener la fórmula del dieciseisavo se calculan las primeras, segundas, terceras y cuartas diferencias de orden.<sup>8</sup> El desarrollo de la fórmula es la siguiente:

Sea  $S_i$  los efectivos por grupo quinquenal  $i$ -ésimo y  $\Delta_i S_i$  la diferencia de orden  $i$  del grupo  $S_i$  y el  $S_{i-1}$ , a continuación se presentan la tabla de diferencias:

<sup>7</sup> En el anexo se localiza la información corregida y evaluada por el índice de Naciones Unidas.

$i$	$S_i$	$\Delta_1 S_i$	$\Delta_2 S_i$	$\Delta_3 S_i$
$i-2$	$S_{i-2}$	$S_{i-2} - S_{i-1}$	$S_{i-2} - 2S_{i-1} + S_i$	$S_{i-2} - 3S_{i-1} + 3S_i - S_{i+1}$
$i-1$	$S_{i-1}$	$S_{i-1} - S_i$	$S_{i-1} - 2S_i + S_{i+1}$	$S_{i-1} - 3S_i + 3S_{i+1} - S_{i+2}$
$i$	$S_i$	$S_i - S_{i+1}$	$S_i - 2S_{i+1} + S_{i+2}$	
$i+1$	$S_{i+1}$	$S_{i+1} - S_{i+2}$		
$i+2$	$S_{i+2}$			

$\Delta_4 S_i$

$$S_{i+2} - 4S_{i+1} + 6S_i - 4S_{i-1} + S_{i-2} = 0$$

donde  $S'_j = S_j + (-1)^{j+i} e$

con  $j = i-2, i-1, i, i+1, i+2$ .

$e = \text{error}$

Así  $S'_{i+2} = S_{i+2} + e$   $S'_{i+1} = S_{i+1} + e$   $S'_i = S_i + e$   $S'_{i-1} = S_{i-1} + e$   $S'_{i-2} = S_{i-2} + e$

Sustituyendo las últimas igualdades en la ecuación de la cuarta diferencia, reduciendo términos y despejando el valor, resulta:

$$E = \frac{-S_{i-2} + 4S_{i-1} - 6S_i + 4S_{i+1} - S_{i+2}}{16}$$

Por hipótesis:  $S'_i = S_i + (-1)^{i+i} e = S_i + e \dots \dots \dots (1)$

Sustituyendo el valor de  $e$  en (1) y simplificando, resulta la fórmula del dieciseisavo:

$$S'_i = \frac{-S_{i-2} + 4S_{i-1} + 10S_i + 4S_{i+1} - S_{i+2}}{16}$$

<sup>8</sup> Esta última diferencia tiende a cero, pues la cuarta derivada de un polinomio de grado tres es igual a cero, condición que se usa como exigencia de suavidad en la información.

Este método corrige todos los grupos de edad, excepto los dos primeros y los dos últimos.

### *DELIMITACIÓN DE LAS ZONAS GEOGRÁFICAS*

En este estudio se analiza, primero en el ámbito nacional y después a nivel regional el problema social.

Para simplificar los cálculos y resumir el fenómeno en regiones, se optó por delimitar el territorio nacional en diez regiones; estas regiones fueron escogidas conforme a las Direcciones Regionales del INEGI, que organizaron el último censo de población y que a continuación se presentan:

Noroeste: Baja California Sur, Baja California, Sonora, Sinaloa.

Norte: Chihuahua, Durango, Zacatecas.

Noreste: Coahuila, Nuevo León, Tamaulipas.

Occidente: Nayarit, Jalisco, Colima, Michoacán.

Centro-Norte: Aguascalientes, San Luis Potosí, Guanajuato, Querétaro.

Centro-Sur: Estado de México, Guerrero, Morelos.

Oriente: Hidalgo, Tlaxcala, Puebla, Veracruz.

Sur: Oaxaca, Tabasco, Chiapas.

Sureste: Campeche, Yucatán, Quintana Roo.

Centro: Distrito Federal.

### *DEFINICIÓN DE VARIABLES*

Se establecieron de manera intuitiva, variables que inciden en el fenómeno en estudio, esto a nivel regional y nacional.



Las variables son las siguientes:

1. Edad
2. Entidad Federativa
3. Sexo
4. Nivel Salarial
5. Nivel de Instrucción
6. Ramo o sector de actividad económica
7. Fecundidad
8. Estado Civil
9. Localidad
10. Condición de actividad económica

Con base en el apartado del análisis descriptivo de la mujer en México y la estructura de la información se llegó a la conclusión que la variable Edad, Entidad Federativa y Sexo eran variables independientes y el resto dependientes aunque esto no implique que lo sean para el fenómeno en estudio. De tal forma que las variables quedan definidas según su dependencia e independencia así:

Variables independientes:

- Edad
- Sexo
- Entidad Federativa

Variables dependientes:

- Nivel salarial
- Nivel de instrucción
- Ramo o sector de actividad económica
- Fecundidad
- Estado civil

- Localidad
- Condición de actividad económica

### COMPONENTES PRINCIPALES

Dentro de la ciencia matemática, existe una rama conocida como estadística, en ésta se pueden clasificar las técnicas de análisis de datos o análisis multivariante.

El análisis multivariante comprende un conjunto de métodos estadísticos factoriales para realizar el tratamiento conjunto de datos relativos a diversas variables, literalmente a muchas variables de acuerdo con el prefijo multi. Estas técnicas utilizan unos cálculos de ajuste que recurren esencialmente al álgebra lineal, y producen unas representaciones gráficas donde los objetos a describir se transforman en puntos sobre un eje o en un plano.

El objetivo de estas técnicas es el de resumir y sintetizar la información contenida en una gran tabla, de manera que, permitiendo una pequeña pérdida de información, se produzca una ganancia de significancia.

Los principios en que se inspiran son antiguos, pero el desarrollo y la diversificación de estas técnicas son recientes, debido sin duda a la difusión de las posibilidades del cálculo electrónico.

En el análisis multivariante se suelen realizar ciertas transformaciones de los datos originales, utilizándose datos en desviaciones respecto a la media y datos tipificados. Cada fila del cuadro siguiente va referida a un individuo y cada columna a una variable.

	$X_{1i}$	$X_{2i}$	....	$X_{pi}$
<b>1</b>	$X_{11}$	$X_{21}$	....	$X_{p1}$
<b>2</b>	$X_{12}$	$X_{22}$	....	$X_{p2}$
....	....	....	....	....
<b>N</b>	$X_{1n}$	$X_{2n}$	....	$X_{pn}$

La convención seguida de ahora en adelante designa a una matriz (por ejemplo,  $X$ ) mediante una letra mayúscula en negrita. La transpuesta<sup>9</sup> de  $X$  se indica mediante una comilla:  $X'$

$$X = \begin{bmatrix} X_{11} & X_{21} & \dots & X_{p1} \\ X_{12} & X_{22} & \dots & X_{p2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ X_{1n} & X_{2n} & \dots & X_{pn} \end{bmatrix}$$

$$X' = \begin{bmatrix} X_{11} & X_{12} & \dots & X_{1n} \\ X_{21} & X_{22} & \dots & X_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ X_{p1} & X_{p2} & \dots & X_{pn} \end{bmatrix}$$

Si se multiplica la matriz  $X$  por su transpuesta  $X'$ , resulta una matriz de orden  $p \times p$ , denominada  $B$ . Observando que en la diagonal principal aparecen la suma de los cuadrados de cada una de las  $p$  - variables, y, fuera de la diagonal principal, aparecen productos mixtos correspondientes a cada par de variables. Al dividir la matriz  $B$  por  $N$  (el número total de observaciones) se obtiene una matriz que contiene todos los momentos de segundo orden respecto al origen de las  $p$  variables.

<sup>9</sup> En el anexo, se resumen algunos elementos del algebra matricial.

Considerar la primera de las dos transformaciones de datos que consiste en tomar, en cada variable, desviaciones respecto a su media.

En primer lugar, definir la media de la distribución de frecuencias multivariante, que recibe también la denominación de centroide muestral o centro de gravedad muestral de la distribución, asignada  $\bar{x}$  y que viene definida de la siguiente forma:

$$\bar{x} = \begin{bmatrix} \bar{x}_1 \\ \bar{x}_2 \\ \dots \\ \bar{x}_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum X_{1i}/n \\ \sum X_{2i}/n \\ \dots \\ \sum X_{pi}/n \end{bmatrix}$$

Donde  $\bar{x}_j = \sum X_{ij}$  con  $j = 1, \dots, p$

Una vez obtenido el vector de medias muestrales, si a cada observación se le sustrae la media correspondiente resulta la matriz de datos expresada en desviaciones respecto a la media, su expresión es la siguiente:

$$X_d = \begin{bmatrix} X_{11} - \bar{x}_1 & X_{21} - \bar{x}_2 & \dots & X_{p1} - \bar{x}_p \\ X_{12} - \bar{x}_1 & X_{22} - \bar{x}_2 & \dots & X_{p2} - \bar{x}_p \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ X_{1n} - \bar{x}_1 & X_{2n} - \bar{x}_2 & \dots & X_{pn} - \bar{x}_p \end{bmatrix}$$

Si se multiplica la matriz  $X_d$  por su transpuesta  $X_d'$  resulta lo siguiente:

$$L = X_d X_d' = \begin{bmatrix} \sum (X_{1i} - \bar{x}_1)^2 & \sum (X_{1i} - \bar{x}_1)(X_{2i} - \bar{x}_2) & \dots & \sum (X_{1i} - \bar{x}_1)(X_{pi} - \bar{x}_p) \\ \sum (X_{2i} - \bar{x}_2)(X_{1i} - \bar{x}_1) & \sum (X_{2i} - \bar{x}_2)^2 & \dots & \sum (X_{2i} - \bar{x}_2)(X_{pi} - \bar{x}_p) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \sum (X_{pi} - \bar{x}_p)(X_{1i} - \bar{x}_1) & \sum (X_{pi} - \bar{x}_p)(X_{2i} - \bar{x}_2) & \dots & \sum (X_{pi} - \bar{x}_p)^2 \end{bmatrix}$$

En la diagonal principal de la matriz  $L$  aparecen la suma de los cuadrados de cada una de las  $p$  variables en desviaciones respecto a la media, y, fuera de la

diagonal principal, aparecen los productos mixtos correspondientes a cada par de variables.

Al dividir la matriz  $L$  por  $N$  se obtiene una matriz que contiene, en la diagonal principal, las varianzas muestrales de cada una de las variables y, fuera de la diagonal principal, las covarianzas entre cada par de variables. A esta matriz se le denomina matriz de covarianzas muestral, o bien matriz de varianzas-covarianzas muestral. Por tanto,

$$V = \frac{1}{N} * L \quad (1)$$

A veces es conveniente referirse a los elementos de la diagonal principal, es decir a las varianzas. Si los elementos de la diagonal principal los colocamos en un vector, resulta el vector de varianzas muestrales que será designado por  $s^2$ . Así pues,

$$s^2 = \begin{bmatrix} S^2_1 \\ S^2_2 \\ \dots \\ S^2_p \end{bmatrix}$$

Hallando la raíz cuadrada a cada uno de los elementos de  $s^2$  se obtienen las desviaciones típicas muestrales.

Las varianzas y covarianzas vienen afectadas por la escala de medida. Para evitar problemas de escala es conveniente en muchas ocasiones utilizar observaciones tipificadas. Se dice que una observación está tipificada cuando se divide la observación, expresada en desviaciones respecto a la media, por la desviación típica. Así, la observación tipificada  $i$  - ésima correspondiente a la variable  $h$  - ésima se calcula de la siguiente forma:

$$\frac{X_{hi} - \bar{X}_h}{S_h}$$

A la matriz de datos tipificados la designaremos por  $X_s$ . Su configuración es la siguiente:

$$X_s = \begin{bmatrix} \frac{X_{11} - \bar{X}_1}{S_1} & \frac{X_{21} - \bar{X}_2}{S_2} & \dots & \frac{X_{p1} - \bar{X}_p}{S_p} \\ \frac{X_{12} - \bar{X}_1}{S_1} & \frac{X_{22} - \bar{X}_2}{S_2} & \dots & \frac{X_{p2} - \bar{X}_p}{S_p} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{X_{1n} - \bar{X}_1}{S_1} & \frac{X_{2n} - \bar{X}_2}{S_2} & \dots & \frac{X_{pn} - \bar{X}_p}{S_p} \end{bmatrix}$$

Si se multiplica la matriz  $X_s$  por su transpuesta  $X'_s$  y dividimos la matriz, queda:

$$R = (1/N) X_s X'_s =$$

$$(1/N) \begin{bmatrix} \frac{\sum (X_{1i} - \bar{X}_1)^2}{S_1^2} & \frac{\sum (X_{1i} - \bar{X}_1)(X_{2i} - \bar{X}_2)}{S_1 S_2} & \dots & \frac{\sum (X_{1i} - \bar{X}_1)(X_{pi} - \bar{X}_p)}{S_1 S_p} \\ \frac{\sum (X_{2i} - \bar{X}_2)(X_{1i} - \bar{X}_1)}{S_2 S_1} & \frac{\sum (X_{2i} - \bar{X}_2)^2}{S_2^2} & \dots & \frac{\sum (X_{2i} - \bar{X}_2)(X_{pi} - \bar{X}_p)}{S_2 S_p} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{\sum (X_{pi} - \bar{X}_p)(X_{1i} - \bar{X}_1)}{S_p S_1} & \frac{\sum (X_{pi} - \bar{X}_p)(X_{2i} - \bar{X}_2)}{S_p S_2} & \dots & \frac{\sum (X_{pi} - \bar{X}_p)^2}{S_p^2} \end{bmatrix}$$

Puede comprobarse que la matriz  $R$  es precisamente la matriz de correlación muestral entre las diferentes variables. Cada elemento de la diagonal principal es el coeficiente de correlación de cada variable consigo misma, es decir, cada elemento de la diagonal principal es igual a 1. En efecto, el primer elemento de la primera fila, teniendo en cuenta que hay que dividirlo por  $N$ , es

$$(1/N) \cdot \frac{\sum (X_{1i} - \bar{X}_1)^2}{S_1^2} = \frac{S_1^2}{S_1^2} = 1$$

Fuera de la diagonal principal, aparecen los coeficientes de correlación lineal simple entre cada par de variables. Así, el segundo elemento de la primera fila es el siguiente:

$$(1/N) \cdot \frac{\sum (X_{1i} - \bar{X}_1)(X_{2i} - \bar{X}_2)}{S_1 S_2} = \frac{S_{12}}{S_1 S_2} = r_{12}$$

En la expresión anterior,  $S_{12}$  indica la covarianza entre las variables  $X_1$  y  $X_2$ , y  $r_{12}$  designa el correspondiente coeficiente de correlación lineal simple.

En consecuencia la matriz **R** tiene la siguiente forma:

$$R = \begin{bmatrix} 1 & r_{12} & \dots & r_{12} \\ r_{12} & 1 & \dots & r_{12} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ r_{12} & r_{12} & \dots & 1 \end{bmatrix}$$

En el análisis multivariante es frecuente definir variables como combinación lineal de otras variables: se calcula ahora la media y la varianza muestral de una variable obtenida como combinación lineal de otras variables. Sea  $Y$  una variable que es una combinación lineal de  $p$  variables  $X$ . Por tanto, para cada observación se verificará que

$$Y_i = w_1 X_{1i} + w_2 X_{2i} + \dots + w_p X_{pi} \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (2)$$

Para el conjunto de las observaciones se expresara esta relación de forma matricial:

$$\begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \dots \\ Y_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_{11} & X_{21} & \dots & X_{p1} \\ X_{12} & X_{22} & \dots & X_{p2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ X_{1n} & X_{2n} & \dots & X_{pn} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \dots \\ w_p \end{bmatrix}$$

O, en forma matricial condensada

$$Y = X w$$

Calculando la media en ambos miembros de (2), se ve fácilmente que

$$\bar{Y} = w_1 \bar{X}_1 + w_2 \bar{X}_2 + \dots + w_p \bar{X}_p \quad (3)$$

La media de Y es igual a la misma combinación lineal (es decir, con el mismo vector de coeficientes  $w$ ) de las medias de las variables.

Restando miembro a miembro (2) de (3) se obtiene la variable Y en desviaciones como función lineal de las variables X en desviaciones respecto a la media.

$$(Y_i - \bar{Y}) = w_1 (X_{i1} - \bar{X}_1) + w_2 (X_{i2} - \bar{X}_2) + \dots + w_p (X_{ip} - \bar{X}_p)$$

Expresando la relación anterior para el conjunto de las observaciones se obtiene que

$$\begin{bmatrix} Y_1 - \bar{Y} \\ Y_2 - \bar{Y} \\ \dots \\ Y_n - \bar{Y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_{11} - \bar{X}_1 & X_{21} - \bar{X}_2 & \dots & X_{p1} - \bar{X}_p \\ X_{12} - \bar{X}_1 & X_{22} - \bar{X}_2 & \dots & X_{p2} - \bar{X}_p \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ X_{1n} - \bar{X}_1 & X_{2n} - \bar{X}_2 & \dots & X_{pn} - \bar{X}_p \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \dots \\ w_p \end{bmatrix}$$

O en forma matricial condensada



$$Y_d = X_d W \tag{4}$$

La varianza muestral de la variable Y se puede calcular de la siguiente forma:

$$\text{VAR}(Y) = (1/n) \begin{bmatrix} Y_1 - \bar{Y} & Y_2 - \bar{Y} & \dots & Y_n - \bar{Y} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_1 - \bar{Y} \\ Y_2 - \bar{Y} \\ \dots \\ Y_n - \bar{Y} \end{bmatrix} = (1/n) Y'_d Y_d$$

Ahora bien, teniendo en cuenta (4) y la definición de matriz de covarianzas muestral dada en (1) se obtiene que

$$\text{VAR}(Y) = (1/n) Y'_d Y_d = (1/n) (X_d w)' (X_d w) = w' \{ (1/n) X'_d X_d \} w = w' V w$$

Hay tres técnicas importantes dentro del análisis factorial multivariante, siendo el punto de partida en todas ellas la matriz de correlaciones o de covarianzas:

- Análisis de componentes principales.
- Análisis factorial de factores comunes y específicos.
- Análisis factorial de correspondencias.

De estas técnicas, la que se ocupará en este estudio es la de componentes principales.

En muchas ocasiones el investigador se enfrenta a situaciones en las que, para analizar un fenómeno, dispone de información de muchas variables que están correlacionadas entre sí en mayor o menor grado. Estas correlaciones son como un velo que impiden evaluar adecuadamente el papel que juega cada variable en el fenómeno estudiado. El análisis de componentes principales permite pasar a un nuevo conjunto de variables – las componentes principales – que gozan de la ventaja de estar incorrelacionadas entre sí y que, además, pueden ordenarse de acuerdo con la información que llevan incorporada.

Como medida de la cantidad de información incorporada en una componente se utiliza su varianza. Es decir, cuanto mayor sea su varianza mayor es la información que lleva incorporada dicha componente por esta razón se selecciona como primera componente aquella que tenga mayor varianza, mientras que, por el contrario, la última es la de menor varianza.

En general, la extracción de componentes principales se efectúa sobre variables tipificadas para evitar problemas derivados de escala, aunque también se puede aplicar sobre variables expresadas en desviaciones respecto a la media.

El nuevo conjunto de variables que se obtienen por el método de componentes principales, es igual en número al de variables originales. Es importante destacar que la suma de sus varianzas es igual a la suma de las varianzas de las variables originales.

Si las variables originales estuvieran completamente incorrelacionadas entre sí, entonces el análisis de componentes principales carecería por completo de interés, ya que en ese caso las componentes principales coincidirían con las variables originales.

Es importante destacar que las componentes principales se expresan como una combinación lineal de las variables originales.

Desde el punto de vista de su aplicación, el método de componentes principales es considerado como un método de reducción, es decir, un método que permite reducir la dimensión del número de variables que inicialmente se han considerado en el análisis.

Ahora se va examinar con detalle como se obtiene, o se extrae la primera componente principal. Posteriormente se indicarán las reglas que se aplican para extraer el resto de las componentes. En cualquier caso, conviene señalar que la obtención de componentes principales es un caso típico de cálculo de raíces y vectores característicos de una matriz simétrica.

Concretamente, se obtendrán las varianzas de las componentes, las correlaciones entre las componentes y las variables originales, y las puntuaciones de las componentes.

Antes de realizar la exposición analítica de los puntos enumerados, se resumen los resultados más importantes a obtener:

1. Las componentes principales son combinaciones lineales de las variables originales.
2. Los coeficientes de las combinaciones lineales son los elementos de los vectores característicos asociados a la matriz de covarianzas de las variables originales.
3. La primera componente principal esta asociada a la mayor raíz característica de la matriz de covarianzas de las variables originales.
4. La varianza de cada componente es igual a la raíz característica a que va asociada.
5. En el caso de que las variables estén tipificadas, la proporción de la variabilidad total de las variables originales captada por una componente es igual a la raíz característica correspondiente dividida por el número de variables originales.
6. La correlación entre una componente y una variable original se determina con la raíz característica de la componente y el correspondiente elemento del vector característico asociado, en el caso de que las variables originales estén tipificadas.

Consideremos que se dispone de una muestra de tamaño  $n$  acerca de las  $p$

siguientes variables  $X_1, X_2, \dots, X_p$  y que las observaciones están expresadas bien en desviaciones respecto a la media o bien como variables tipificadas.

La primera componente, de la misma forma que el resto, se expresa como combinación lineal de las variables originales:

$$Z_{1i} = u_{11}X_{1i} + u_{12}X_{2i} + \dots + u_{1p}X_{pi} \quad i = 1, 2, \dots, n$$

Puede comprobarse fácilmente que, tanto si las  $X_j$  variables están expresadas en desviaciones como si están tipificadas, se obtiene que la media muestral de  $Z_1$  es igual a 0.

Para el conjunto de las  $n$  observaciones muestrales esta ecuación se puede expresar matricialmente de la siguiente forma:

$$\begin{bmatrix} Z_{11} \\ Z_{12} \\ \dots \\ Z_{1n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_{11} & X_{21} & \dots & X_{p1} \\ X_{12} & X_{22} & \dots & X_{p2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ X_{1n} & X_{2n} & \dots & X_{pn} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u_{11} \\ u_{12} \\ \dots \\ u_{1p} \end{bmatrix}$$

O en notación abreviada

$$z_1 = X u_1 \tag{5}$$

La primera componente se obtiene de forma que su varianza sea máxima, sujeta a la restricción de que la suma de los pesos ( $u_{1j}$ ) al cuadrado sea igual a la unidad.

La varianza del primer componente, teniendo en cuenta que su media es 0, vendrá dada por

$$\text{VAR}(Z_1) = \frac{\sum z_{1i}^2}{n} = (1/n) z_1' z_1 = (1/n) u_1' X' X u_1 = u_1' (1/n X' X) u_1$$

Si las variables están expresadas en desviaciones respecto de la media,  $(1/n) X' X$  es la matriz de covarianzas muestral  $V$ ; para variables tipificadas  $(1/n) X' X$  es igual a la matriz de correlaciones  $R$ . A efectos expositivos y para darle mayor generalidad suponer que se utiliza la matriz de covarianzas. Por lo tanto, la varianza a maximizar es

$$\text{VAR}(Z_1) = \mathbf{u}_1' \mathbf{V} \mathbf{u}_1$$

La restricción señalada analíticamente viene dada por

$$\sum u_{1i}^2 = \mathbf{u}_1' \mathbf{u}_1 = 1 \quad (6)$$

En consecuencia, incorporando esta restricción se forma el siguiente lagrangiano:

$$L = \mathbf{u}_1' \mathbf{V} \mathbf{u}_1 - \lambda (\mathbf{u}_1' \mathbf{u}_1 - 1)$$

Para maximizar el valor del lagrangiano, derivar respecto a  $\mathbf{u}_1$  e igualar a 0:

$$\frac{\partial L}{\partial \mathbf{u}_1} = 2\mathbf{V}\mathbf{u}_1 - 2\lambda\mathbf{u}_1 = \mathbf{0}$$

es decir,

$$(\mathbf{V} - \lambda\mathbf{I}) \mathbf{u}_1 = \mathbf{0}$$

Al resolver la ecuación  $|\mathbf{V} - \lambda\mathbf{I}| = 0$ , según puede verse en el anexo se obtienen p-raíces características. Si se toma la raíz característica mayor ( $\lambda_1$ ), se halla el vector característico asociado a la misma  $\mathbf{u}_1$ , aplicando la regla de normalización dada en (6). Así pues, el vector de ponderaciones que se aplica a las variables iniciales para obtener la primera componente principal es el vector característico

asociado a la raíz característica mayor de la matriz  $V$ .

Una componente genérica expresada en forma matricial para todas las observaciones viene dada, de forma análoga a (5), por

$$z_h = X u_h \tag{7}$$

Para su obtención, además de la restricción de que

$$u_h' u_h = 1$$

Se imponen las restricciones adicionales de que

$$u_h' u_1 = u_h' u_2 = \dots = u_h' u_{h-1} = 0 \tag{8}$$

Por lo tanto, se imponen las restricciones adicionales de que el vector característico asociado a la componente  $h$ -ésima sea ortogonal a todos los vectores característicos calculados previamente. Su obtención, aparte de tener en cuenta las restricciones (8), no plantea problemas conceptuales nuevos. En todo caso el vector  $u_h$  está asociado a la raíz  $h$ -ésima, una vez ordenadas de mayor a menor.

En definitiva, las  $p$ -componentes principales que se pueden calcular son una combinación lineal de las variables originales, en la que los coeficientes de ponderación son los correspondientes vectores característicos asociados a la matriz  $V$ .

De acuerdo con las propiedades de las raíces que se examinan en el anexo, se deduce fácilmente que la varianza de la componente  $h$ -ésima

$$\text{VAR}(Z_h) = \mathbf{u}_h' \mathbf{V} \mathbf{u}_h = \lambda_h$$

Es decir, la varianza de cada componente es igual a la raíz característica a que va asociada.

Adoptando como medida de la variabilidad de las variables originales la suma de sus varianzas, dicha variabilidad será igual a

### Traza V

Ya que las varianzas de las variables son las que aparecen en la diagonal principal de V.

Ahora bien, la traza de la matriz V se puede expresar así:

$$\text{Traza V} = \sum \lambda_h$$

Así pues, queda comprobado que la suma de las varianzas de las variables es igual a la suma de varianzas de las componentes.

La proporción de la variabilidad total recogida por la componente h-ésima es:

$$\frac{\lambda_h}{\text{Traza V}} = \frac{\lambda_h}{\sum \lambda_h}$$

En el caso particular de que la matriz de covarianzas fuera R, entonces, dado que  $\text{traza}(R) = p$ , la proporción de variabilidad correspondiente a la componente h-ésima es:

$$\lambda_h / p$$

Antes de obtener el coeficiente de correlación de cada componente con cada variable, se calcula la covarianza entre la variable  $X_j$  y el componente  $Z_h$ .

Definiendo los vectores muestrales de la componente  $Z_h$  y variable  $X_j$  por

$$x_j = \begin{bmatrix} X_{j1} \\ X_{j2} \\ \dots \\ X_{jn} \end{bmatrix}$$

$$z_h = \begin{bmatrix} Z_{h1} \\ Z_{h2} \\ \dots \\ Z_{hn} \end{bmatrix}$$

La covarianza muestral entre  $X_j$  y  $Z_h$  viene dada por

$$\text{COV}(X_j, Z_h) = (1/n) x_j' z_h \quad (9)$$

El vector  $x_j$  se puede expresar en función de la matriz  $X$ , utilizando el vector de orden  $p$ , designada por  $\delta$ , que tiene un 1 en la posición  $j$ -ésima y 0 en las posiciones restantes. Así,

$$x_j' = \delta' X' = \begin{bmatrix} 0 & \dots & 1 & \dots & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_{11} & \dots & X_{1j} & \dots & X_{1n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ X_{j1} & \dots & X_{ji} & \dots & X_{jn} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ X_{p1} & \dots & X_{pj} & \dots & X_{pn} \end{bmatrix}$$

Teniendo en cuenta la expresión anterior y (7), la covarianza dada en (9) puede expresarse de la siguiente forma:

$$\text{COV}(X_j, Z_h) = (1/n) \delta' X' X u_h = \delta' V u_h = \delta' \lambda_h u_h = \lambda_h \delta' u_h = \lambda_h u_{hj}$$



En consecuencia, la correlación existente entre la variable  $X_j$  y la componente  $Z_h$  es la siguiente:

$$r_{jh} = \frac{\text{COV}(X_j, Z_h)}{\sqrt{\text{VAR}(X_j)} \sqrt{\text{VAR}(Z_h)}} = \frac{\lambda_h u_{hj}}{\sqrt{\text{VAR}(X_j)} \sqrt{\lambda_h}}$$

Si las variables originales están tipificadas, la correlación entre la variable  $X_j$  y la componente  $Z_h$  es la siguiente:

$$r_{jh} = \frac{\lambda_h u_{hj}}{\sqrt{\text{VAR}(X_j)} \sqrt{\lambda_h}} = u_{hj} \sqrt{\lambda_h}$$

Una vez calculados los coeficientes  $u_{hj}$ , se pueden obtener las puntuaciones  $Z_{hj}$ , es decir, los valores de las componentes correspondientes a cada observación, a partir de la siguiente relación:

$$Z_{hi} = u_{h1}X_{i1} + u_{h2}X_{i2} + \dots + u_{hp}X_{ip} \quad h = 1, 2, \dots, p \quad i = 1, 2, \dots, n$$

Si una componente se divide por su desviación típica se obtiene una componente *tipificada*. Así, designando por  $Y_h$  a la componente  $h$ -ésima tipificada, ésta viene definida por

$$Y_h = Z_h / (\lambda_h)^{1/2}$$

*Puntuaciones tipificadas:*

$$Z_{hi}(\lambda_h)^{1/2} = u_{h1}(\lambda_h)^{1/2} X_{i1} + u_{h2}(\lambda_h)^{1/2} X_{i2} + \dots + u_{hp}(\lambda_h)^{1/2} X_{ip} \\ h = 1, 2, \dots, p \quad i = 1, 2, \dots, n$$

En general, el objetivo de la aplicación de las componentes principales es reducir las dimensiones de las variables originales, pasando de  $p$  variables originales a  $m < p$  componentes principales.

El problema que se plantea es como fijar  $m$ , o, dicho de otra forma, ¿qué número de componentes se deben retener?

Aunque para la extracción de las componentes principales no hace falta plantear un modelo estadístico previo, algunos de los criterios para determinar cuál debe ser el número óptimo de componentes a retener requieren la formulación previa de hipótesis estadísticas.

El criterio analítico para determinar el número de componentes a retener es: criterio de la media aritmética.

#### El criterio de la media aritmética

Según este criterio se seleccionan aquellas componentes cuya raíz característica  $\lambda_j$  excede de la media de las raíces características. Recordando que la raíz característica asociada a una componente es precisamente su varianza. Analíticamente este criterio implica retener todas aquellas componentes en que se verifique que

$$\lambda_h > \bar{\lambda} = \sum \lambda_j / p \quad (10)$$

Si se utilizan variables tipificadas, entonces se verifica que

$$\sum \lambda_j = p$$

Por lo tanto, el criterio (14) cuando se aplica a variables tipificadas, se puede expresar así:

Criterio de la media aritmética con variables tipificadas. Se seleccionan aquellas componentes para las que

$$\lambda_h > 1$$

Representación de datos

A partir de la matriz de datos tipificados, designada por  $X_s$ , se procede a realizar la siguiente modificación en su configuración:

$$X'_s = \begin{bmatrix} \frac{X_{11} - \bar{X}_1}{S_1 \sqrt{n}} & \frac{X_{21} - \bar{X}_2}{S_2 \sqrt{n}} & \dots & \frac{X_{p1} - \bar{X}_p}{S_p \sqrt{n}} \\ \frac{X_{12} - \bar{X}_1}{S_1 \sqrt{n}} & \frac{X_{22} - \bar{X}_2}{S_2 \sqrt{n}} & \dots & \frac{X_{p2} - \bar{X}_p}{S_p \sqrt{n}} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{X_{1n} - \bar{X}_1}{S_1 \sqrt{n}} & \frac{X_{2n} - \bar{X}_2}{S_2 \sqrt{n}} & \dots & \frac{X_{pn} - \bar{X}_p}{S_p \sqrt{n}} \end{bmatrix}$$

Esto con el fin de reducir la dispersión de los puntos-individuos. Después esta matriz se multiplica por la matriz de eigenvectores y un coeficiente cuyo valor es  $c=(n/p)^{1/2}$ . Así se encuentran las coordenadas de los puntos-individuos. Por otro lado, para encontrar las coordenadas de los puntos-variables, se multiplica la matriz de los eigenvectores, columna por columna, por la raíz de cada eigenvalor, resultando así la configuración para ambos casos:

Coordenadas

Puntos-variables:  $u_{i\alpha} * (\lambda_{i\alpha})^{1/2}$  donde  $\alpha$  indica el eigenvalor

Coordenadas

Puntos-individuos:  $c * X'_s * u_{i\alpha}$  donde  $\alpha$  indica el eigenvalor

Conforme al criterio de la media aritmética se seleccionan el número de

eigenvalores y éste será el número de ejes factoriales para la representación simultánea de las dos nubes de puntos.

## RESULTADOS<sup>10</sup>

En la aplicación del método, se utilizó una computadora personal con ambiente Windows 98 y los siguientes paquetes instalados:

- Excel (versión 97), hoja electrónica de cálculo.
- Word (versión 97), procesador de texto.
- Matlab (versión s3.5), sistema interactivo de cálculo de matrices.

A continuación se presentan las variables seleccionadas anteriormente, en las cuáles se ha aplicado el método de componentes principales. Cabe destacar que para cada variable se presenta la siguiente información:

1. Matriz de datos originales
2. Matriz de correlación
3. Matriz de eigenvectores
4. Tabla de eigenvalores
5. Tabla de coordenadas de puntos-individuos y puntos-variables
6. Criterio de la media aritmética
7. Componentes principales:  $Y_1, \dots, Y_p$
8. Gráfica de dispersión
9. Observación

### NIVEL NACIONAL

#### Nivel de instrucción

---

<sup>10</sup> Para obtener la población femenina a nivel regional, se recurrió a una estimación porcentual por estado, utilizando la composición por sexo de los profesionistas por entidad federativa.

Criterio de la media aritmética:  $\lambda_h = 1.9238 > 1$

$$Y_1 = .7071 \cdot X_{11} + .7071 \cdot X_{21}$$

$$Y_2 = -.7071 \cdot X_{12} + .7071 \cdot X_{22}$$

En ésta gráfica se observa la polarización de las dos categorías o variables (con instrucción y sin instrucción), por otro lado, el grupo quinquenal 25 a 29 años influye de manera positiva a los grupos 20 a 24 y 30 a 34 y el grupo quinquenal 18 de manera negativa a los grupos 16, 17, 60 a 64, 55 a 59 y 50 a 54. Esto se traduce, en que en cuanto más joven es el individuo más instruido es. (Fig. 5.1)

### **Fecundidad**

Criterio de la media aritmética:  $\lambda_h = 1.9906 > 1$

$$Y_1 = .7071 \cdot X_{11} + .7071 \cdot X_{21}$$

$$Y_2 = -.7071 \cdot X_{12} + .7071 \cdot X_{22}$$

Las mujeres profesionales, parecen ser muy poco fecundas ya que la tendencia de los grupos centrales es de mantenerse correlacionados positivamente y cercanos a la variable total, mientras que el grupo quinquenal 25 a 29 tiende a la variable profesionista. (Fig. 5.2)

### **Estado civil**

Criterio de la media aritmética:  $\lambda_h = 4.5498 > 1$

$$Y_1 = -.1609 \cdot X_{11} + .0173 \cdot X_{21} - .6332 \cdot X_{31} - .5047 \cdot X_{41} - .4069 \cdot X_{51} - .3906 \cdot X_{61}$$

$$Y_2 = -.6595 \cdot X_{12} - .0170 \cdot X_{22} + .5665 \cdot X_{32} - .0029 \cdot X_{42} - .1746 \cdot X_{52} - .4619 \cdot X_{62}$$

En esta gráfica las variables divorciada, soltera, viuda y separada no sirven para explicar el modelo, ya que están muy cerca del origen al igual que los grupos quinquenales; por otro lado las variables casada y unión libre presentan un índice de correlación muy alto con el eje X, éste hace pensar que la elección de cualquiera de estos estados civiles es algo muy común. (Fig. 5.3)

### Condición de actividad económica

Criterio de la media aritmética:  $\lambda_h = 1.9264 > 1$

$$Y_1 = -.7071 \cdot X_{11} + .7071 \cdot X_{21}$$

$$Y_2 = -.7071 \cdot X_{12} - .7071 \cdot X_{22}$$

La gráfica muestra que el eje Y confronta la población activa y la inactiva laboralmente. En la población ocupada se encuentran las edades más jóvenes mientras que en la población desocupada las edades más avanzadas junto con el primer grupo quinquenal (25 a 29 años). (Fig. 5.4)

### Nivel salarial

Criterio de la media aritmética:  $\lambda_h = 1.5556 > 1$

$$Y_1 = .7071 \cdot X_{11} + .7071 \cdot X_{21}$$

$$Y_2 = -.7071 \cdot X_{12} + .7071 \cdot X_{22}$$

En el nivel salarial, el hombre sigue ganando más que la mujer, ya que la gráfica sugiere una tendencia de los salarios medios hacia la variable mujer mientras que los salarios superiores son propios de los hombres; por otro lado los salarios

inferiores se localizan alejados de las dos tendencias. (Fig. 5.5)

## **NIVEL REGIONAL**

### **Localidad**

Criterio de la media aritmética:  $\lambda_h = 1.488 > 1$

$$Y_1 = .7071 \cdot X_{11} + .7071 \cdot X_{21}$$

$$Y_2 = -.7071 \cdot X_{12} + .7071 \cdot X_{22}$$

Las profesionistas por el tipo de localidad en que residen, en esta gráfica se aprecia, que las regiones centro-sur, noreste y centro tienden a zonas más urbanas mientras que las regiones oriente, occidente, centro-norte, noroeste y norte se sitúan en regiones más rurales que urbanas. (Fig. 5.6)

### **Condición de actividad económica**

Criterio de la media aritmética:  $\lambda_h = 1.9976 > 1$

$$Y_1 = -.7071 \cdot X_{11} + .7071 \cdot X_{21}$$

$$Y_2 = -.7071 \cdot X_{12} - .7071 \cdot X_{22}$$

La región centro por la gran correlación que mantiene con el eje X ha distorsionado la gráfica, pero aún así se observa que regiones como el noroeste, centro-norte y occidente se mantienen cerca de la variable activos mientras que la región oriente tiende a la variable inactivos. (Fig. 5.7)



## Sector de actividad económica

Criterio de la media aritmética:  $\lambda_h = 2.0079 > 1$

$$Y_1 = .9766 * X_{11} + .2138 * X_{21} + .0224 * X_{31}$$

$$Y_2 = .1670 * X_{12} - .6891 * X_{22} - .7051 * X_{32}$$

La región centro mantiene una correlación negativa con el resto de las regiones. Cerca de las variables terciario y secundario se sitúan las regiones noreste y centro-sur y de la variable primario, la región noroeste. (Fig. 5.8)

## Nivel salarial

Criterio de la media aritmética:  $\lambda_h = 6.492 > 1$

$$Y_1 = -.3259 * X_{11} - .8556 * X_{21} - .3497 * X_{31} - .1618 * X_{41} - .1045 * X_{51} - .0478 * X_{61} + .0043 * X_{71}$$

$$Y_2 = -.3868 * X_{12} + .0295 * X_{22} + .5853 * X_{32} - .3434 * X_{42} - .5636 * X_{52} + .2064 * X_{62} - .1697 * X_{72}$$

La gráfica muestra la correlación negativa de la región centro con el resto de regiones y a la vez esta correlación distorsiona la tendencia de la gráfica, pero se puede observar que la región noreste se aproxima a salarios superiores a 10 salarios mínimos, mientras que la centro-sur es la más cercana a los salarios medios y la oriente a los salarios inferiores. (Fig. 5.9)

## Nivel de Instrucción

Criterio de la media aritmética:  $\lambda_h = 1.6607 > 1$

$$Y_1 = .7071 \cdot X_{11} + .7071 \cdot X_{21}$$

$$Y_2 = -.7071 \cdot X_{12} + .7071 \cdot X_{22}$$

El nivel de instrucción se refleja por el desarrollo en una ciudad, y éste es el caso de las regiones centro y noreste al aproximarse a la categoría "con instrucción superior" mientras que no podemos opinar lo mismo de las regiones oriente, centro-sur y occidente que se localizan cerca de la categoría "sin instrucción superior". (Fig. 5.10)

# NIVEL NACIONAL

## Nivel de instrucción

NIVEL DE INSTRUCCIÓN		
	CON INSTRUCCIÓN SUPERIOR	SIN INSTRUCCIÓN SUPERIOR
16	0	995478
17	0	1012522
18	0	801358
19	165158	1378835
20 - 24	452692	2924831
25 A 29	444766	3182009
30 A 34	264577	2559401
35 A 39	152821	2178081
40 A 44	83847	1759784
45 A 49	48472	1451231
50 A 54	30537	1200826
55 A 59	19332	902704
60 A 64	15169	827647
65 Y MÁS	26513	1779379

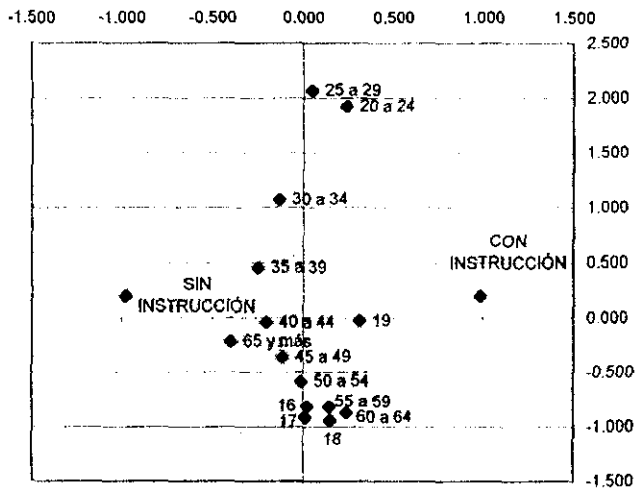
MATRIZ DE CORRELACIÓN	
1	0.9238
0.9238	1

EIGENVECTORES	
0.70710678	0.70710678
-0.70710678	0.70710678

	Factor 1	Factor 2
CON INSTRUCCIÓN SUPERIOR	0.981	0.195
SIN INSTRUCCIÓN SUPERIOR	-0.981	0.195
16	0.023	-0.818
17	0.012	-0.920
18	0.150	-0.945
19	0.312	-0.028
20 - 24	0.243	1.921
25 A 29	0.049	2.063
30 A 34	-0.134	1.068
35 A 39	-0.250	0.453
40 A 44	-0.202	-0.045
45 A 49	-0.116	-0.362
50 A 54	-0.012	-0.585
55 A 59	0.147	-0.816
60 A 64	0.240	-0.878
65 Y MÁS	-0.402	-0.220

FACTOR	EIGENVALORES	% DE VARIANZA	% ACUMULADO
1	1.9238	96.19	96.19
2	0.0762	3.81	100.00

NIVEL DE INSTRUCCIÓN (FIG.5.1)



# Fecundidad

FECUNDIDAD		
	TOTAL	PROFESIONISTAS
25 A 29	3353917	252660
30 A 34	2808883	169455
35 A 39	2326179	96193
40 A 44	1792757	48159
45 A 49	1519287	27416

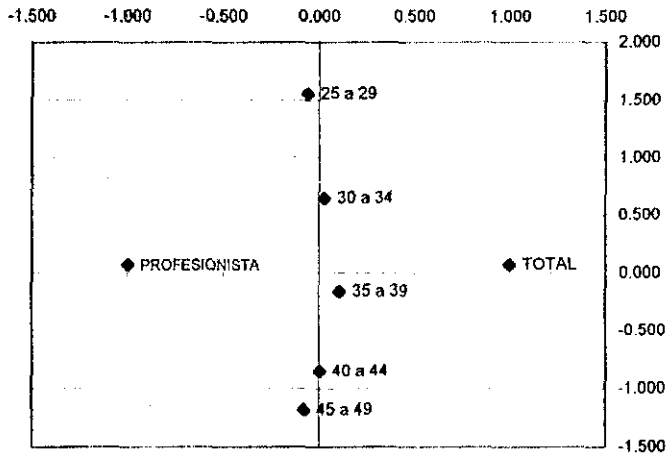
MATRIZ DE CORRELACIÓN	
1	0.9906
0.9906	1

EIGENVECTORES	
0.70710678	0.70710678
-0.70710678	0.70710678

	Factor 1	Factor 2
TOTAL	0.998	0.069
PROFESIONISTAS	-0.998	0.069
25 A 29	-0.062	1.554
30 A 34	0.031	0.643
35 A 39	0.111	-0.162
40 A 44	0.000	-0.852
45 A 49	-0.080	-1.182

FACTOR	EIGENVALORES	% DE VARIANZA	% ACUMULADO
1	1.9906	99.53	99.53
2	0.0094	0.47	100.00

FECUNDIDAD (FIG.5.2)



Estado Civil

ESTADO CIVIL						
	SOLTERA	CASADA (AMBOS)	UNIÓN LIBRE	SEPARADA	DIVORCIADA	VIUDA
25 A 29	116105	100389	6274	1846	2927	655
30 A 34	43643	91234	4850	2179	4976	1199
35 A 39	17281	55097	2796	1823	4752	1398
40 A 44	8454	27036	1261	1228	3437	1386
45 A 49	4816	14306	565	759	2102	1358
50 A 54	3214	8486	300	487	1213	1392
55 A 59	2058	5069	160	319	675	1282
60 A 64	1511	3448	123	225	439	1615
65 Y MÁS	2615	3877	157	301	518	4605

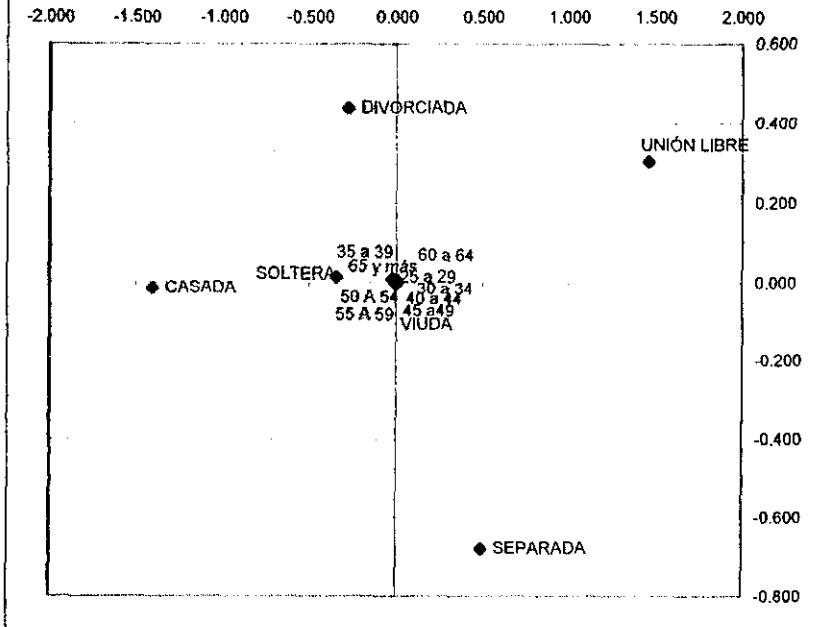
MATRIZ DE CORRELACIÓN						
1	0.8672	0.9169	0.6697	0.4075	-0.4023	
0.8672	1	0.9937	0.9368	0.7789	-0.457	
0.9169	0.9937	1	0.8976	0.7116	-0.4471	
0.6697	0.9368	0.8976	1	0.9482	-0.4624	
0.4075	0.7789	0.7116	0.9482	1	-0.4332	
-0.4023	-0.457	-0.4471	-0.4624	-0.4332	1	

EIGENVECTORES						
-0.1609	0.0173	-0.6332	-0.5047	-0.4069	-0.3906	
-0.6595	-0.017	0.5665	-0.0029	-0.1746	-0.4619	
0.6841	0.3517	0.3606	-0.1116	-0.2408	-0.4559	
0.2317	-0.7864	-0.103	0.3348	0.0519	-0.4499	
-0.1317	0.507	-0.3683	0.6014	0.2754	-0.3904	
-0.0102	0.0124	-0.0427	0.5089	-0.817	0.2674	

	Factor 1	Factor 2
SOLTERA	-0.343	0.015
CASADA (AMBOS)	-1.407	-0.015
UNIÓN LIBRE	1.459	0.304
SEPARADA	0.494	-0.679
DIVORCIADA	-0.281	0.438
VIUDA	-0.022	0.011
25 A 29	0.001	0.000
30 A 34	-0.005	0.001
35 A 39	0.008	-0.002
40 A 44	-0.001	0.002
45 A 49	-0.008	0.002
50 A 54	-0.003	-0.004
55 A 59	0.002	-0.005
60 A 64	0.005	0.007
65 Y MÁS	0.000	-0.001

FACTOR	EIGENVALORES	% DE VARIANZA	% ACUMULADO
1	4.5498	75.83	75.83
2	0.7456	12.43	88.26
3	0.6835	11.39	99.65
4	0.0208	0.35	100.00
5	0.0001	0.00	100.00
6	0.0001	0.00	100.00

ESTADO CIVIL (FIG.5.3)



**Condición de actividad económica**

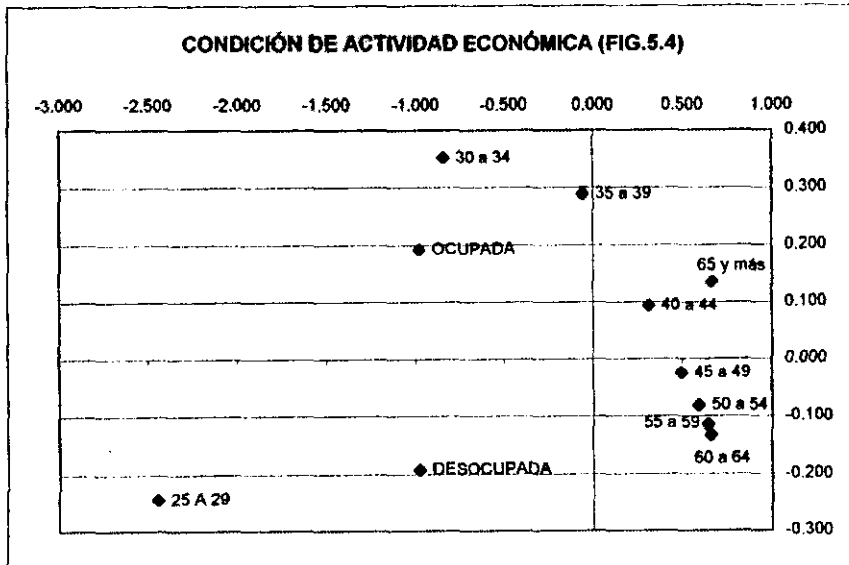
CONDICIÓN DE ACTIVIDAD ECONÓMICA		
	OCUPADA	DESOCUPADA
25 A 29	167201	3919
30 A 34	111804	1252
35 A 39	65340	376
40 A 44	34152	162
45 A 49	17575	85
50 A 54	9259	38
55 A 59	4672	17
60 A 64	2477	14
65 Y MÁS	2210	12

MATRIZ DE CORRELACIÓN	
	1
0.9264	0.9264
	1

EIGENVECTORES	
-0.70710678	0.70710678
-0.70710678	-0.70710678

	Factor 1	Factor 2
OCUPADA	-0.981	0.192
DESOCUPADA	-0.981	-0.192
25 A 29	-2.446	-0.244
30 A 34	-0.844	0.351
35 A 39	-0.061	0.289
40 A 44	0.311	0.094
45 A 49	0.493	-0.025
50 A 54	0.588	-0.082
55 A 59	0.638	-0.115
60 A 64	0.660	-0.133
65 Y MÁS	0.663	0.135

FACTOR	EIGENVALORES	% DE VARIANZA	% ACUMULADO
1	1.9264	96.32	96.32
2	0.0736	3.68	100.00





Nivel salarial

NIVEL SALARIAL		
	HOMBRES	MUJERES
NO RECIBE HONORARIOS	13105	5519
HASTA 1 S.M.	50892	23815
ENTRE 1 Y 2 S.M.	112647	81298
ENTRE 2 Y 3 S.M.	164640	104244
ENTRE 3 Y 5 S.M.	283554	104756
MÁS DE 5 S.M.	490210	74142

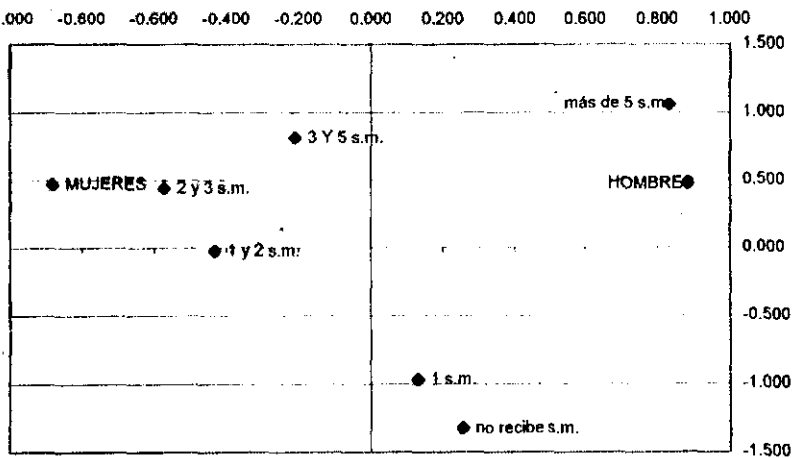
MATRIZ DE CORRELACIÓN	
1	0.5556
0.5556	1

EIGENVECTORES	
0.70710678	0.70710678
-0.70710678	0.70710678

	Factor 1	Factor 2
HOMBRES	0.882	0.471
MUJERES	-0.882	0.471
NO RECIBE HONORARIOS	0.254	-1.325
HASTA 1 S.M.	0.131	-0.967
ENTRE 1 Y 2 S.M.	-0.433	-0.021
ENTRE 2 Y 3 S.M.	-0.573	0.441
ENTRE 3 Y 5 S.M.	-0.211	0.817
MÁS DE 5 S.M.	0.832	1.055

FACTOR	EIGENVALORES	% DE VARIANZA	% ACUMULADO
1	1.5556	77.78	77.78
2	0.4444	22.22	100.00

NIVEL SALARIAL (FIG.5.5)



# NIVEL REGIONAL

## Localidad

LOCALIDAD	URBANA	RURAL
NOROESTE	1505476	446600
NORTE	1102624	603156
OCCIDENTE	2428818	898230
CENTRO-NORTE	1609745	996337
CENTRO-SUR	3478139	981951
ORIENTE	2731222	1954661
SUR	4379204	1383224
SURESTE	586574	187713
CENTRO	2907700	7793
NORESTE	2111737	319473

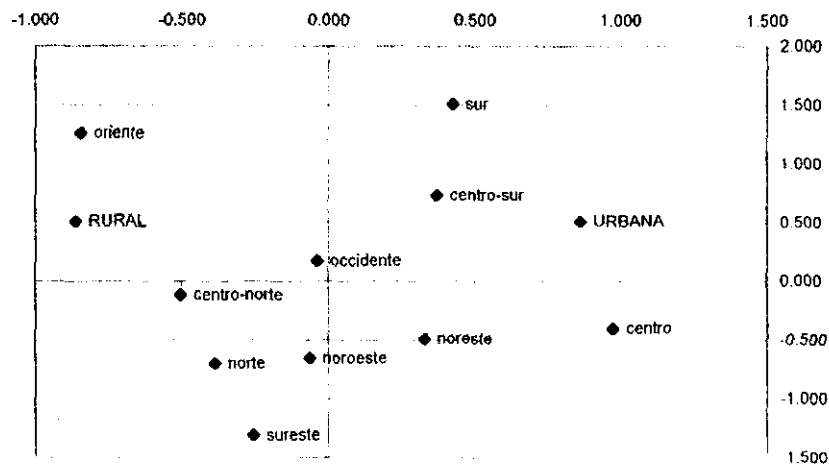
MATRIZ DE CORRELACIÓN	
1	0.488
0.488	1

EIGENVECTORES	
0.70710678	0.707106781
-0.70710678	0.707106781

FACTOR	EIGENVALORES	% DE VARIANZA	% ACUMULADO
1	1.488	74.40	74.40
2	0.512	25.60	100.00

	Factor 1	Factor 2
URBANA	0.863	0.506
RURAL	-0.863	0.506
NOROESTE	-0.063	-0.654
NORTE	-0.388	-0.700
OCCIDENTE	-0.041	0.174
CENTRO-NORTE	-0.505	-0.116
CENTRO-SUR	0.368	0.732
ORIENTE	-0.843	1.255
SUR	0.425	1.504
SURESTE	-0.256	-1.308
CENTRO	0.974	-0.399
NORESTE	0.329	-0.488

LOCALIDAD (FIG.5.6)



Condición de actividad económica

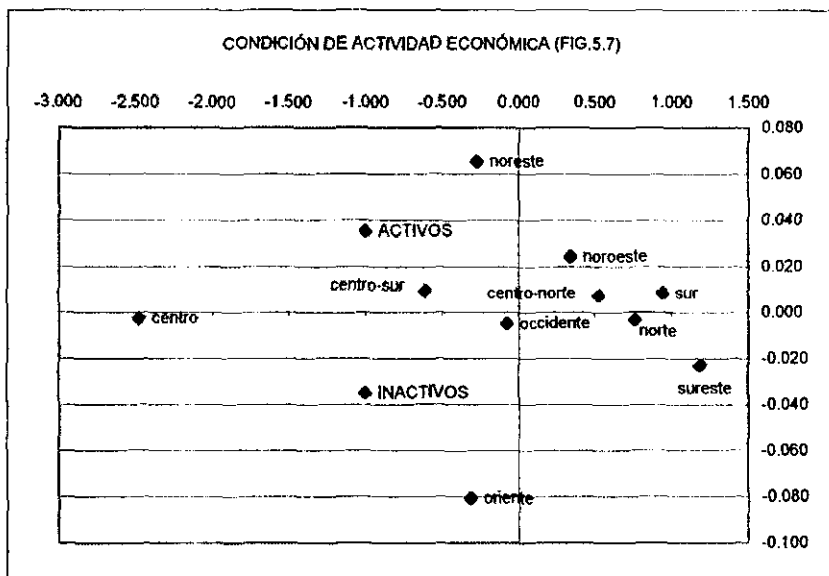
COND. DE ACTIV. ECONÓM.		
	ACTIVOS	INACTIVOS
NOROESTE	41957	8452
NORTE	26790	5310
OCCIDENTE	55310	12075
CENTRO-NORTE	34970	7067
CENTRO-SUR	73813	16214
ORIENTE	60928	14619
SUR	20874	3723
SURESTE	11657	2046
CENTRO	136964	31336
NORESTE	64271	13064

MATRIZ DE CORRELACIÓN	
1	0.9976
0.9976	1

EIGENVECTORES	
-0.70710678	0.707106781
-0.70710678	-0.707106781

FACTOR	EIGENVALORES	% DE VARIANZA	% ACUMULADO
1	1.9976	99.88	99.88
2	0.0024	0.12	100.00

	Factor 1	Factor 2
ACTIVOS	-0.999	0.035
INACTIVOS	-0.999	-0.035
NOROESTE	0.342	0.024
NORTE	0.760	-0.003
OCCIDENTE	-0.080	-0.005
CENTRO-NORTE	0.531	0.008
CENTRO-SUR	-0.610	0.010
ORIENTE	-0.321	-0.081
SUR	0.946	0.008
SURESTE	1.186	-0.023
CENTRO	-2.480	-0.003
NORESTE	-0.274	0.065



Sector de actividad económica

SECTOR DE ACTIVIDAD ECONÓMICA			
	PRIMARIO	SECUNDARIO	TERCIARIO
NOROESTE	2915	6722	30640
NORTE	1332	5823	18640
OCCIDENTE	2115	10701	40255
CENTRO-NORTE	1307	8192	24349
CENTRO-SUR	1223	17265	51517
ORIENTE	2170	13354	42736
SUR	1228	3199	15568
SURESTE	399	1824	9033
CENTRO	445	27610	102429
NORESTE	1890	17288	42460

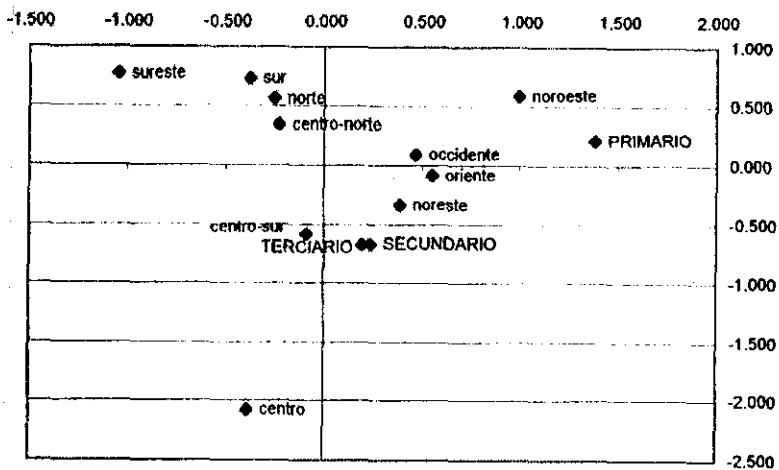
MATRIZ DE CORRELACIÓN		
1	-0.1411	-0.1707
-0.1411	1	0.9596
-0.1707	0.9596	1

EIGENVECTORES		
0.9766	0.2138	0.0224
0.167	-0.6891	-0.7051
0.1353	-0.6924	0.7087

	Factor 1	Factor 2
Primario	1.384	0.209
Secundario	0.237	-0.672
Terciario	0.192	-0.676
NOROESTE	0.992	0.586
NORTE	-0.258	0.562
OCCIDENTE	0.466	0.089
CENTRO-NORTE	-0.229	0.341
CENTRO-SUR	-0.091	-0.588
ORIENTE	0.550	-0.083
SUR	-0.380	0.733
SURESTE	-1.047	0.772
CENTRO	-0.390	-2.077
NORESTE	0.387	-0.335

FACTOR	EIGENVALORES	% DE VARIANZA	% ACUMULADO
1	2.0079	66.93	66.93
2	0.9522	31.74	98.67
3	0.0399	1.33	100.00

SECTOR DE ACTIVIDAD ECONÓMICA (FIG.5.8)



Nivel salarial

NIVEL SALARIAL							
	NO RECIBE INGRESOS	HASTA 1 S.M.	ENTRE 1 Y 2 S.M.	ENTRE 2 Y 3 S.M.	ENTRE 3 Y 6 S.M.	ENTRE 6 Y 10 S.M.	MAS DE 10 S.M.
NOROESTE	465	1610	4493	6710	10705	10192	5478
NORTE	384	1064	3266	4467	6722	6240	3219
OCCIDENTE	898	2491	7843	8951	13133	12149	7213
CENTRO-NORTE	491	1448	4612	5210	8576	8268	4705
CENTRO-SUR	720	3995	10547	11089	17509	16116	10334
ORIENTE	1013	3328	10330	10773	16054	11657	4932
SUR	442	1286	3385	4406	5463	3542	1512
SURESTE	108	532	1637	2048	3026	2516	1343
CENTRO	1110	6662	20416	19379	32920	32015	18599
NORESTE	531	2420	7237	10060	14558	15404	10586

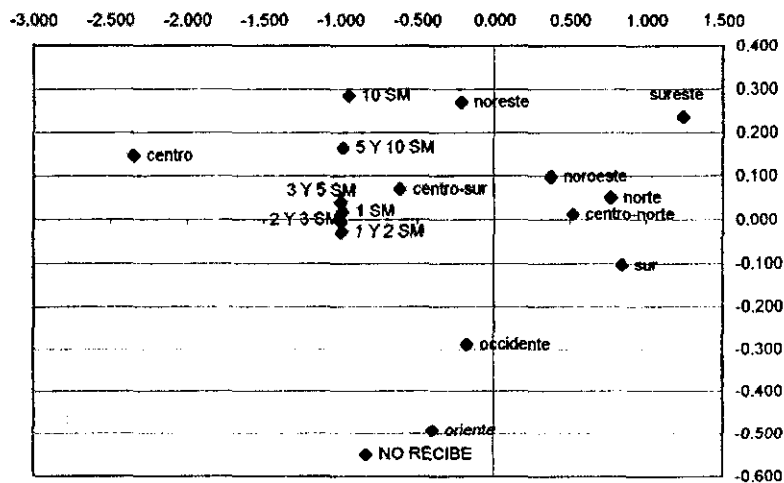
MATRIZ DE CORRELACIÓN							
1	0.7924	0.8276	0.8295	0.8032	0.733	0.6451	
0.7924	1	0.9947	0.9819	0.9855	0.9563	0.9166	
0.8276	0.9947	1	0.9847	0.9895	0.9604	0.9135	
0.8295	0.9819	0.9847	1	0.9942	0.9754	0.942	
0.8032	0.9855	0.9895	0.9942	1	0.9867	0.9507	
0.733	0.9563	0.9604	0.9754	0.9867	1	0.9855	
0.6451	0.9166	0.9135	0.942	0.9507	0.9855	1	

EIGENVECTORES							
-0.3259	-0.8556	-0.3497	-0.1618	-0.1045	-0.0478	0.0043	
-0.3868	0.0295	0.5853	-0.3434	-0.5636	0.2064	-0.1697	
-0.389	-0.0449	0.4247	-0.2181	0.6794	-0.3932	0.0499	
-0.3912	-0.0077	-0.0074	0.4042	0.3429	0.7208	-0.2153	
-0.3915	0.0642	0.0705	0.5331	-0.2517	-0.1889	0.6741	
-0.3854	0.2554	-0.2846	0.268	-0.1646	-0.4674	-0.6228	
-0.3716	0.4422	-0.5185	-0.5376	0.042	0.1637	0.283	

	Factor 1	Factor 2
No recibe ingreso	-0.830	-0.549
Hasta 1 sm	-0.986	0.019
Entre 1 y 2 sm	-0.991	-0.029
Entre 2 y 3 sm	-0.997	-0.005
Entre 3 y 5 sm	-0.998	0.041
Entre 6 y 10 sm	-0.982	0.164
Más de 10 sm	-0.947	0.284
NOROESTE	0.375	0.099
NORTE	0.769	0.052
OCCIDENTE	-0.174	-0.290
CENTRO-NORTE	0.518	0.013
CENTRO-SUR	-0.612	0.071
ORIENTE	-0.401	-0.492
SUR	0.846	-0.104
SURESTE	1.240	0.236
CENTRO	-2.347	0.146
NORESTE	-0.214	0.269

FACTOR	EIGENVALORES	% DE VARIANZA	% ACUMULADO
1	6.492	92.74	92.74
2	0.4111	5.87	98.62
3	0.0775	1.11	99.72
4	0.0099	0.14	99.86
5	0.0078	0.11	99.98
6	0.0017	0.02	100.00
7	0.0001	0.00	100.00

NIVEL SALARIAL (FIG.5.9)



Nivel de instrucción

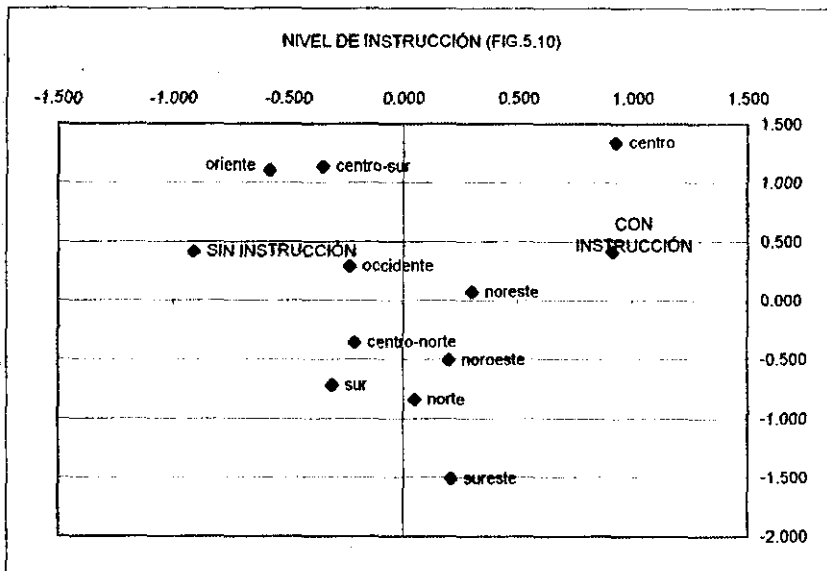
NIVEL DE INSTRUCCIÓN		
	CON INSTRUCCIÓN SUR	SIN INSTRUCCIÓN SUP
NOROESTE	46242	542527
NORTE	29295	483710
OCCIDENTE	58963	939885
CENTRO-NORTE	37151	722482
CENTRO-SUR	84277	1251639
ORIENTE	75105	1317123
SUR	21123	638463
SURESTE	11416	214866
CENTRO	136186	904976
NORESTE	70009	698047

MATRIZ DE CORRELACIÓN	
1	0.6607
0.6607	1

EIGENVECTORES	
0.70710678	0.707106781
-0.70710678	0.707106781

	Factor 1	Factor 2
Con instrucción	0.911	0.412
Sin instrucción	-0.911	0.412
NOROESTE	0.200	-0.508
NORTE	0.048	-0.842
OCCIDENTE	-0.232	0.289
CENTRO-NORTE	-0.209	-0.360
CENTRO-SUR	-0.351	1.134
ORIENTE	-0.584	1.104
SUR	-0.309	-0.720
SURESTE	0.207	-1.514
CENTRO	0.929	1.343
NORESTE	0.300	0.074

FACTOR	EIGENVALORES	% DE VARIANZA	% ACUMULADO
1	1.6607	83.04	83.04
2	0.3393	16.97	100.00



## CONCLUSIONES

Con el paso de los años, las generaciones han experimentado un cambio en cuanto a su desarrollo intelectual, mostrándose así un nivel de mujeres cada vez más preparadas para enfrentar una vida más dinámica y exigente, esto tiene como consecuencia que hagan a un lado esa parte que les corresponde en el papel de la concepción, en donde muchas de ellas prefieren atrasar su vida fecunda por lograr un mejor bienestar social. Otro aspecto, que merece ser observado, es el estado civil el cual prefieren escoger (casada o en unión libre) después de dejar atrás su soltería. De acuerdo y en conclusión con los aspectos generales al principio de éste tesis, las mujeres profesionistas se encuentran más activas en edades tempranas a su madurez, por el hecho de evitar la maternidad o el matrimonio, aunque en este tiempo de actividad laboral no perciban un sueldo cercano al del hombre siendo aún profesionista.

Por otro lado, el centralismo o concentración de los medios de desarrollo social (escuelas, trabajos, centros recreativos, etc.) ha ocasionado que muchas profesionistas emigren a centros más urbanos y, de ésta forma, se marquen aún más las desigualdades sociales que imperan en el país, tal es el caso en regiones como el Oriente en donde la oportunidad de crecer como profesionista es escasa. Así, varias regiones han optado por dedicarse más a sectores comerciales e industriales, para que, de ésta manera, impulsen la economía de su Estado y mejoren su bienestar social.

Aun más, el que un ciudadano resida o se localice cerca de una localidad muy urbanizada, implica grandes oportunidades de superación personal, como es el caso del Distrito Federal y los estados cercanos a la frontera norte, en cuyos lugares se otorgan mejores salarios y diversas universidades.



En conclusión, las variables restantes que más influyen en el modelo son:

A nivel nacional: Nivel de instrucción (96.19%), fecundidad (99.53%) y condición de actividad económica (96.32%).

A nivel regional: Condición de actividad económica (99.88%) y nivel salarial (92.74%).

Ya que aportan mayor cantidad de varianza explicada con respecto al eje factorial 1.

Como punto final, se ha encontrado un modelo (componentes principales) que explica la varianza de un conjunto de variables con otro conjunto de menor número de variables. Así pues, se propone como paso siguiente a este estudio, aplicar la técnica del análisis factorial, con el fin de identificar los factores básicos que determinan los valores de dichas variables, ya que este trabajo de tesis se puede considerar un primer análisis social del problema.

También se propone que, a nivel regional, se realice el estudio prescindiendo la región centro (D.F.) y los estados de Jalisco y Nuevo León ya que estas entidades federativas generan problemas de escala y correlación en el modelo.

De este manera se observa que, analizando por regiones, a las mujeres profesionistas les interesa mucho más estar activa laboralmente y percibir un sueldo considerable mientras que, a nivel nacional, la tendencia es de estar muy preparadas, mantener un empleo y tener hijos.

Así pues, después de realizar el estudio completo del fenómeno social, integrarlo a otros y lograr una perspectiva clara, objetiva y con fundamento científico, que a su vez, proponga soluciones a organismos gubernamentales y de asistencia social.

## BIBLIOGRAFÍA

- 1) ALVAREZ, ALFREDO JUAN. La Mujer Joven en México. México. D.F. Edit. El Caballito. Tercera Edición.
- 2) CHABAUD, JAQUELINE. Educación y Promoción de la Mujer. México. Ed. SEP/SETENTAS. 1975.
- 3) CUADRAS AVELLANA, CARLES M. Métodos de Análisis Multivariante. Barcelona, España. Edit. P.P.U. 1991.
- 4) ESTADOS UNIDOS MEXICANOS. INEGI. XI Censo General de Población 1990. Resumen General. 1992. Cuadros 17.
- 5) FLURY, BERNHARD. Multivariate Statistics. A practical approach. New York. Edit. Chapman and Hall. 1988. Pp. 181-233.
- 6) INEGI-STPS. Encuesta Nacional de Empleo. México. 1996. Págs. 43-45, 371-375.
- 7) INEGI. MEXICO. Atlas de los Profesionales en México. México. 1995.
- 8) INEGI. MEXICO. Los Profesional en México. México. 1993. 120 págs.
- 9) INEGI. MEXICO. Mujeres y Hombres en México. Programa Nacional de la Mujer 1995-2000. Alianza para la igualdad. México. 1997. Pp. 120-159.
- 10) INEGI-MÉXICO. ¡Todos contamos! Así levantamos el Censo General de Población y Vivienda, 1990. P-12.
- 11) LEBART, LUDOVIC. Multivariate Descriptive Statistical Analysis. Correspondence Analysis an related techniques for large matrices. New York. Edit. John Wiley and sons. 1984. Pp. 1-62.
- 12) LEBART, LUDOVIC. Tratamiento Estadístico de Datos. Métodos y programas. Barcelona-México. Edit. Marcombo Boixareu. 1985. Pp 275-376.
- 13) MIRGUET, VICTOR. La educación de la Mujer Contemporánea. México, D.F.

Edit. Nacional. 1947 pp. 30-35.

- 14) MARTOS PEINADO, JOSÉ. Statgraphics, conceptos y aplicaciones. Ed. Paraninfo, S.A. Madrid. 1996. Págs. 325-339.
- 15) NAVA AGUIRRE, JOSE ALBERTO. La estructura por edad y sexo de la migración en el estado de Sinaloa entre 1960 y 1990 a nivel municipal. México, D.F., Marzo, 1996. Pp 25-29.
- 16) RANGEL GUERRA, ALFONSO. Glosario de Educación Superior. México, Coordinación Nacional para la Planeación de la Educación Superior. 1988.
- 17) TAPIA URIBE, F. MEDARDO. La Educación de la mujer en la cultura familiar y en la salud de los hijos. (Reflexiones Teóricas y Metodológicas). México. UNAM. CRIM. 1990.
- 18) UNAM-IIEc. Momento Económico 91. Mercados Laborales. El sector informal, trabajo femenino a domicilio. México. Mayo- Junio 1997. Pp. 23-26.
- 19) UNAM-IIEc. Problemas del Desarrollo. Revista Latinoamericana de Economía. Tomo 106. Vol. 27. Julio/Septiembre 1996.  
Ensayos:
  - a) Cooper, Jennifer A. Empleo, desempleo y salarios. Una Comparación por sexo. México. 1982-1995. Pp. 57-77.
  - b) Girón González, Alicia y González Marín, María Luisa. Capital Financiero, Crisis Económica y trabajo femenino. Pp.35-55.
  - c) Pacheco, Edith y Parker, Susana. Participación Económicamente Activa Femenina en el México Urbano. Un breve recuento y algunos hallazgos recientes. Pp. 21-33.
  - d) Portos, Irma. La crisis y la política económica ¿Telón de fondo de la ocupación femenina en México? Pp. 7-20.
  - e) Velázquez Uribe, Ma. Teresa. La mujer en la Educación Superior. Pp. 247-262.
- 20) URIEL JIMÉNEZ, EZEQUIEL. Análisis de datos. Series temporales y análisis multivariante. Madrid. Ed. AC. 1995. Pp. 309-342, 381-395.

# ANEXO

**GRÁFICAS**  
**CAPÍTULO 2.**

FIG.1. POBLACIÓN TOTAL (MÉXICO, 1990)

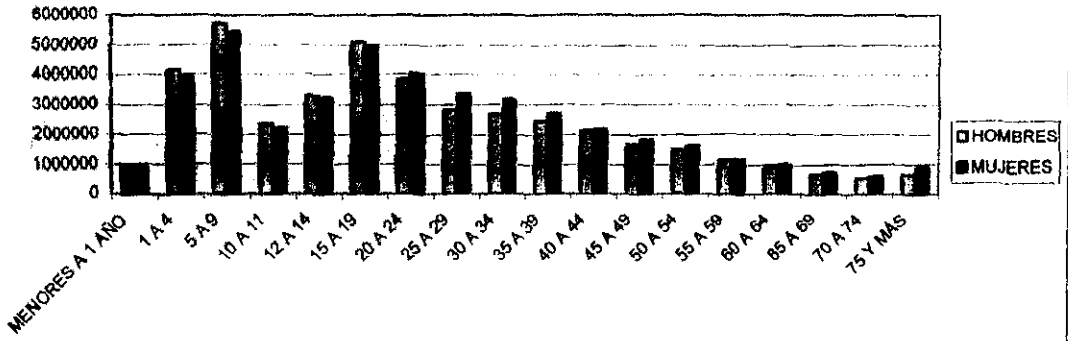


FIG.2. POBLACIÓN TOTAL (ÁREAS MÁS URBANIZADAS) (MÉXICO, 1990)

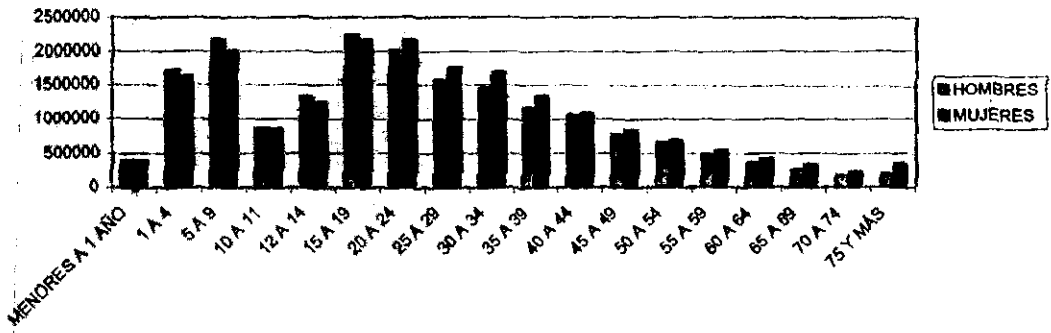


FIG. 3. POBLACIÓN TOTAL (ÁREAS MENOS URBANIZADAS) (MÉXICO, 1990)

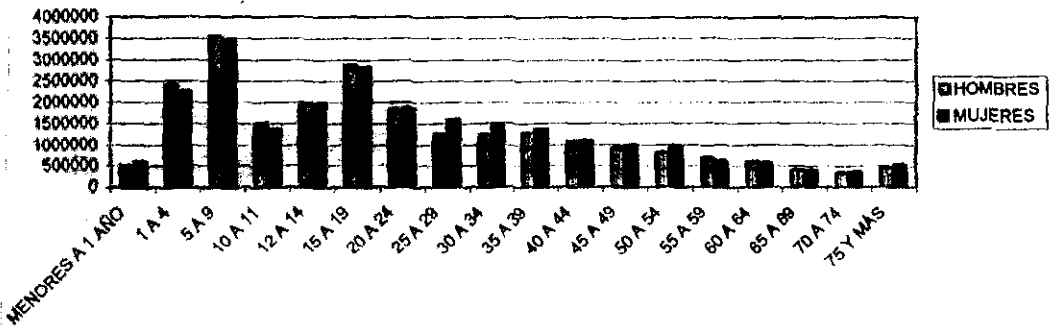


FIG.4. POBLACIÓN ECONÓMICAMENTE ACTIVA (12 AÑOS Y MÁS) (MÉXICO, 1990)

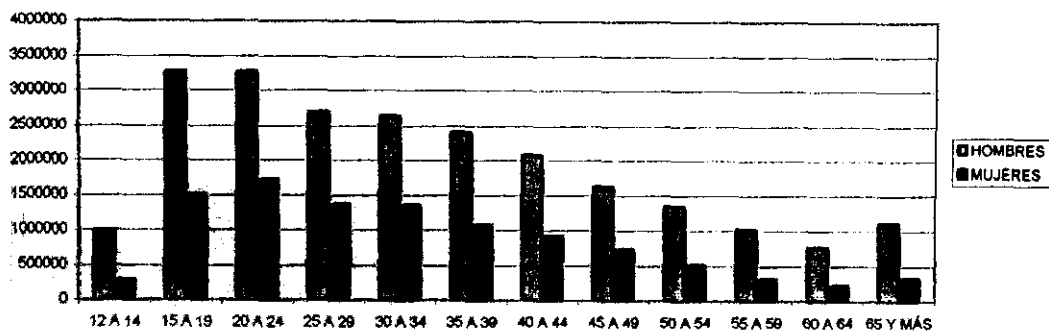


FIG.5. POBLACIÓN ECONÓMICAMENTE ACTIVA (ÁREAS MÁS URBANIZADAS) (MÉXICO, 1990)

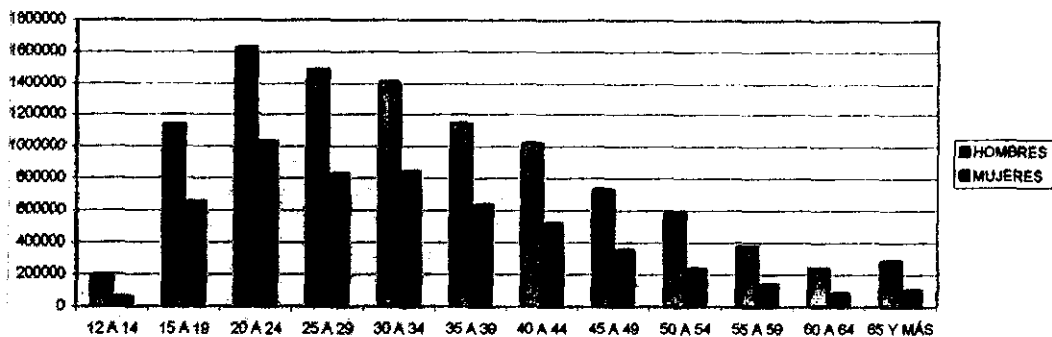


FIG.6. POBLACIÓN ECONÓMICAMENTE ACTIVA (ÁREAS MENOS URBANIZADAS) (MÉXICO, 1990)

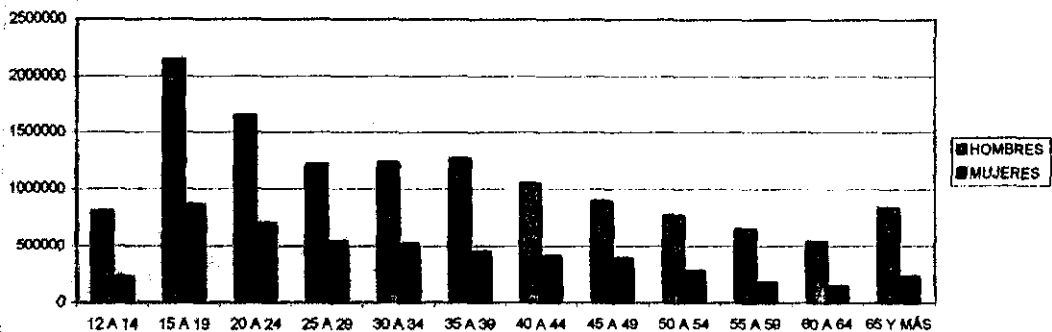


FIG.7. POBLACIÓN ECONÓMICAMENTE ACTIVA (ÁREAS MÁS URBANIZADAS)

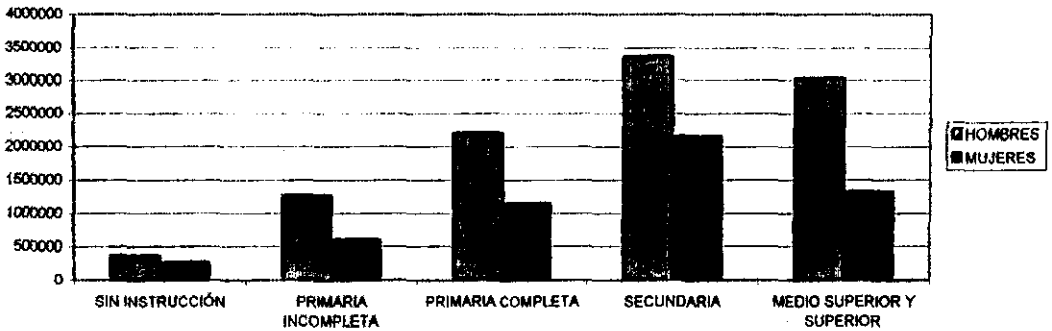


FIG.8. POBLACIÓN ECONÓMICAMENTE ACTIVA (ÁREAS MENOS URBANIZADAS) (MÉXICO, 1990)

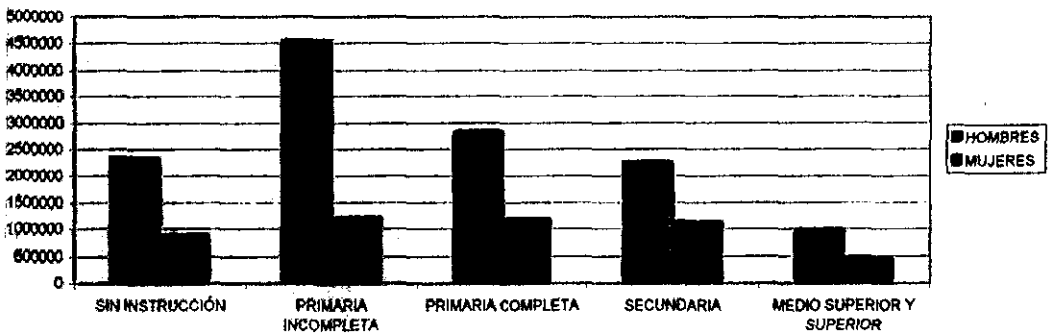


FIG.9. PORCENTAJE DE LA POBLACIÓN OCUPADA POR POSICIÓN EN EL TRABAJO Y SEXO (MÉXICO, 1995)

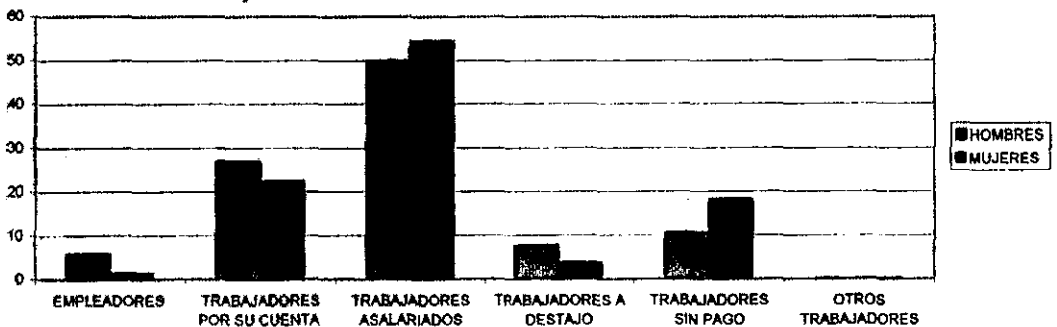




FIG.10. PORCENTAJE DE LA POBLACIÓN OCUPADA POR RAMA DE ACTIVIDAD ECONÓMICA Y SEXO (MÉXICO, 1995)

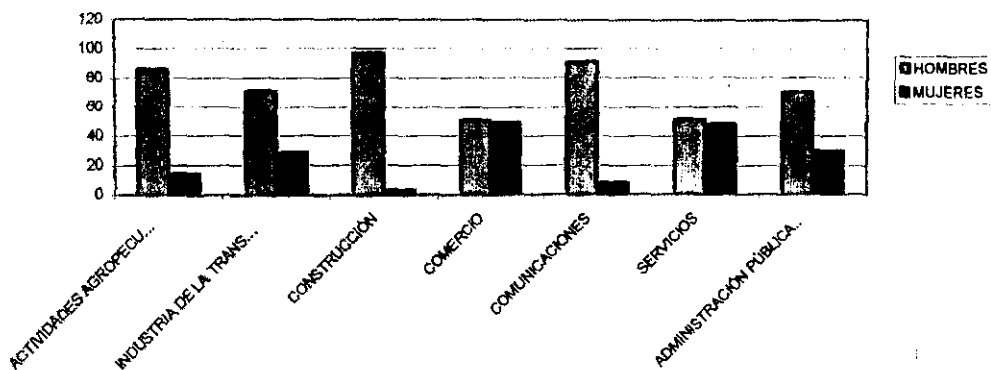


FIG.11. SENADORES DE LA VI LEGISLATURA 1994-2000 POR ORGANISMO POLÍTICO Y SEXO (MÉXICO, 1994-2000)

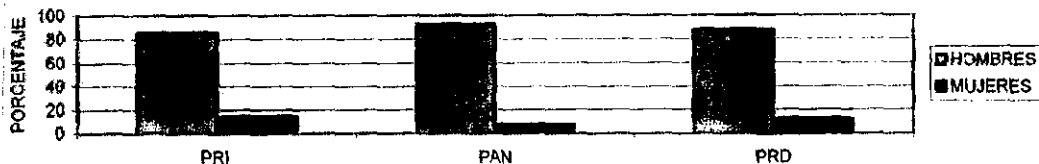


FIG.11. DIPUTADOS DE LA VI LEGISLATURA 1994-1997 POR ORGANISMO POLÍTICO Y SEXO (MÉXICO, 1994-2000)



FIG.11. PORCENTAJE DE POBLACIÓN EN LA ASAMBLEA DE REPRESENTANTES POR SEXO (MÉXICO 1995)

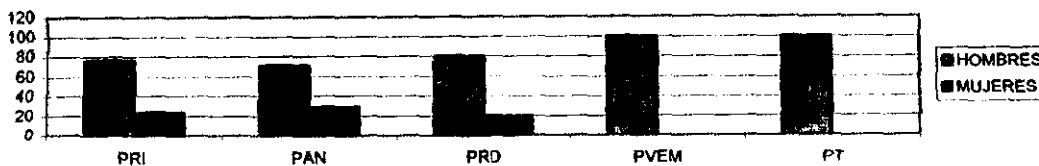


FIG.12. FUNCIONARIOS DEL SECTOR PÚBLICO EN CARGOS SUPERIORES POR SEXO (MÉXICO 1995)

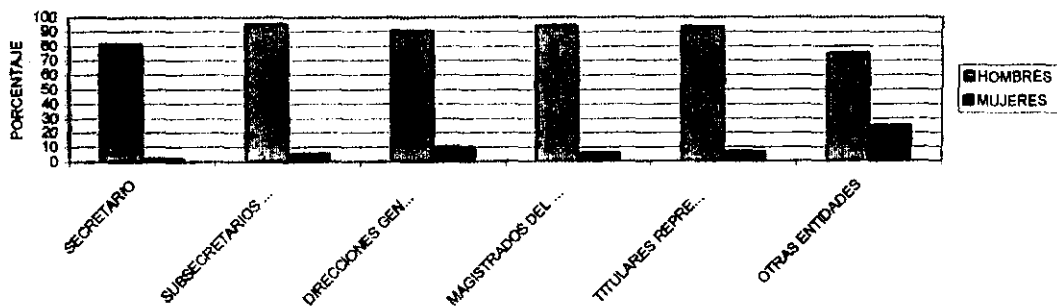


FIG.13. PORCENTAJE DE PRESIDENTAS MUNICIPALES POR ENTIDAD FEDERATIVA (MÉXICO 1995)

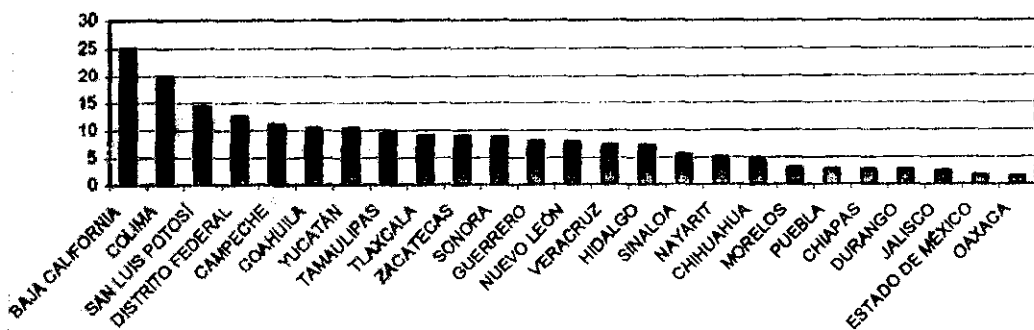


FIG.14. PORCENTAJE DE FUNCIONARIOS Y DIRECTIVOS DE LOS SECTORES PÚBLICO, PRIVADO Y SOCIAL (MÉXICO 1995)

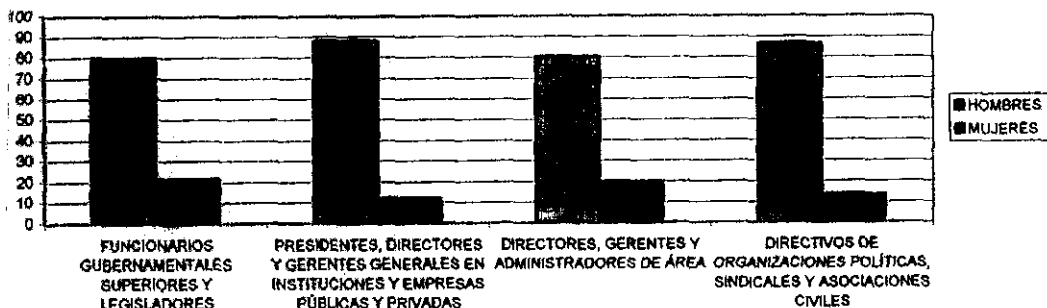


FIG.15. PROPORCIÓN DE PROFESIONISTAS EN LA POBLACIÓN DE 25 AÑOS Y MÁS (MÉXICO 1970 Y 1990)

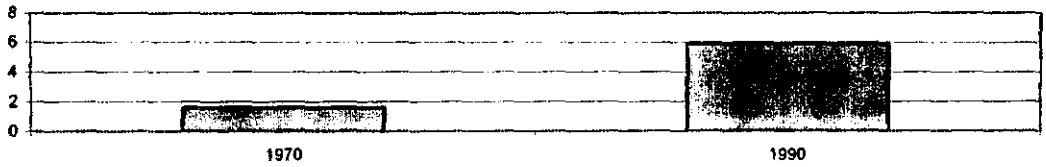


FIG.15. DISTRIBUCIÓN DE PROFESIONISTAS SEGÚN SEXO (MÉXICO 1990)

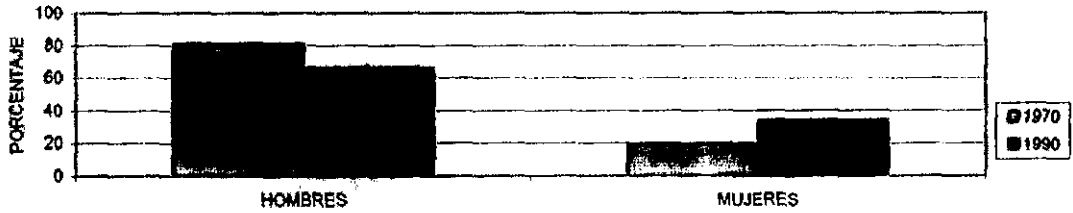


FIG.16. DISCIPLINAS ACADÉMICAS CON MAYOR PROPORCIÓN DE MUJERES PROFESIONISTAS (MÉXICO 1990)

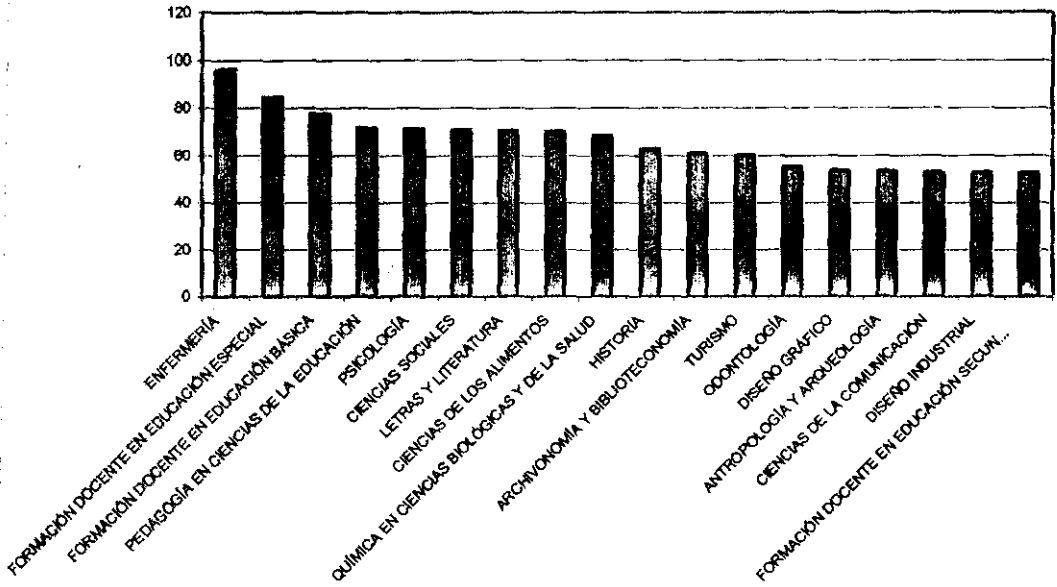


FIG. 17. DISTRIBUCIÓN DE LOS PROFESIONISTAS POR GRUPO DE EDAD Y SEXO (MÉXICO 1990)

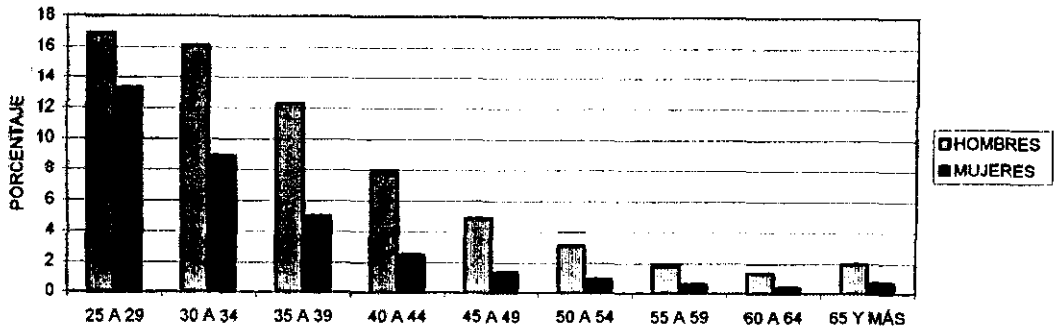


FIG. 18. COMPOSICIÓN POR SEXO DE LOS PROFESIONISTAS POR ENTIDAD FEDERATIVA (MÉXICO 1990)

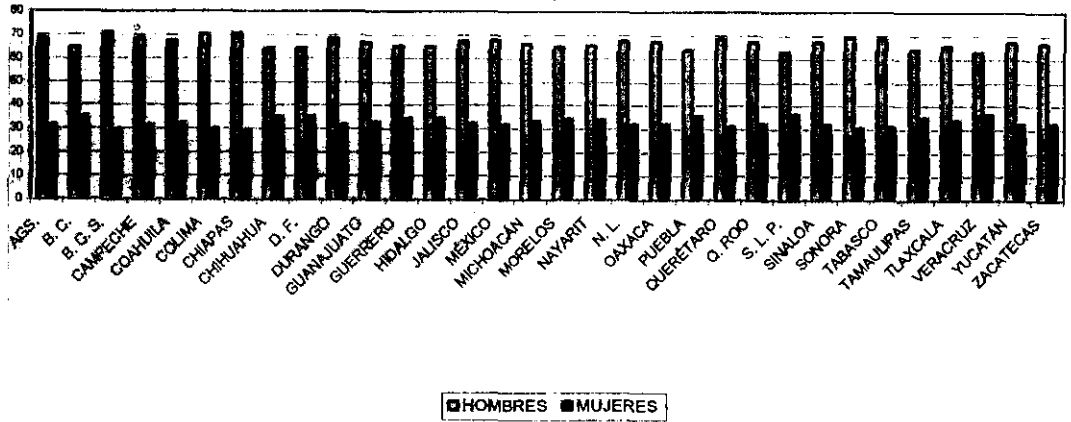


FIG. 19. PROMEDIO DE HIJOS NACIDOS VIVOS DE NO PROFESIONISTAS Y PROFESIONISTAS (MÉXICO 1990)

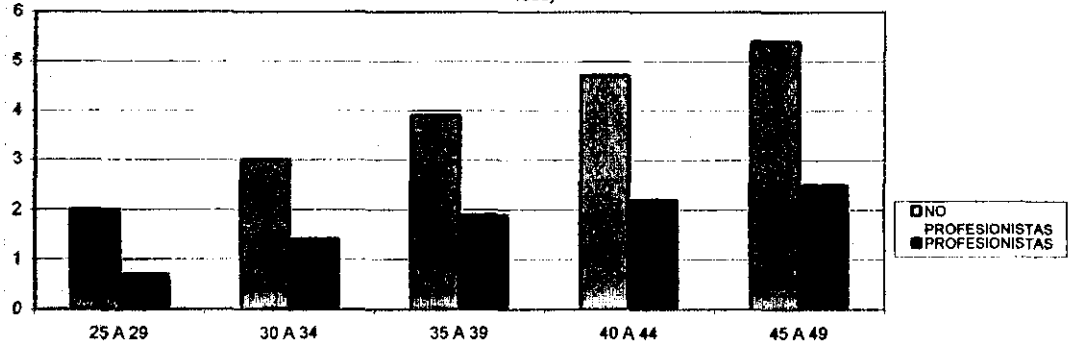


FIG.23. TASA DE PARTICIPACION ECONOMICA DE LOS PROFESIONISTAS POR EDAD Y SEXO (MEXICO 1990)

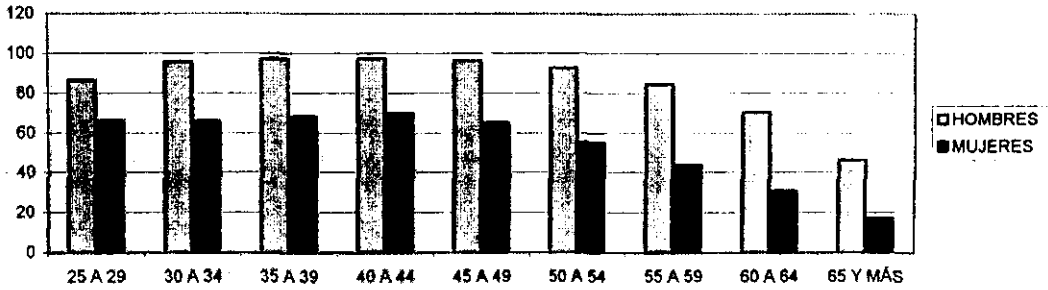


FIG.24. DISTRIBUCIÓN PORCENTUAL DE LOS PROFESIONISTAS POR SITUACIÓN EN EL TRABAJO SEGÚN SEXO (MÉXICO 1990)

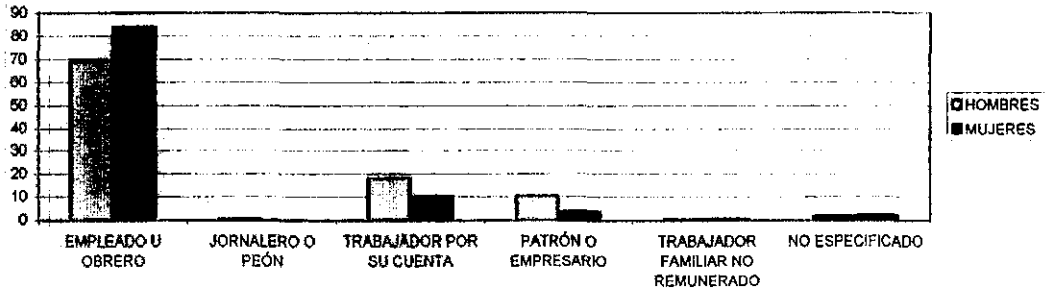


FIG.25. DISTRIBUCIÓN PORCENTUAL DE LA POBLACIÓN OCUPADA DE 25 AÑOS Y MÁS DE LOS PROFESIONISTAS SEGÚN RANGOS DE INGRESO (MÉXICO 1990)

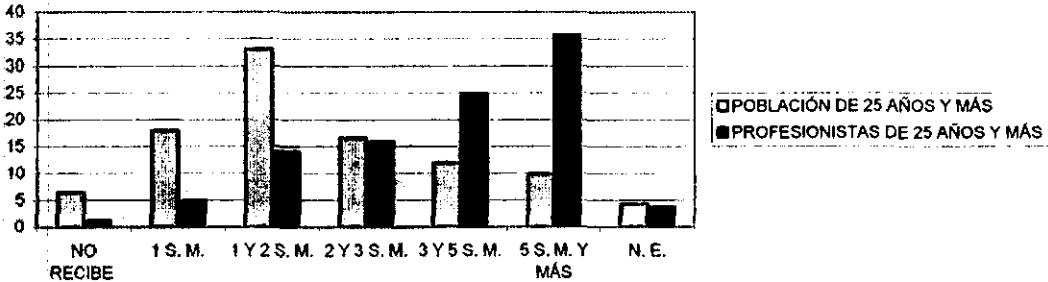


FIG.20. DISTRIBUCIÓN PORCENTUAL DE LA POBLACIÓN TOTAL Y DE LOS PROFESIONISTAS SEGÚN CONDICIÓN DE ACTIVIDAD (MÉXICO 1990)

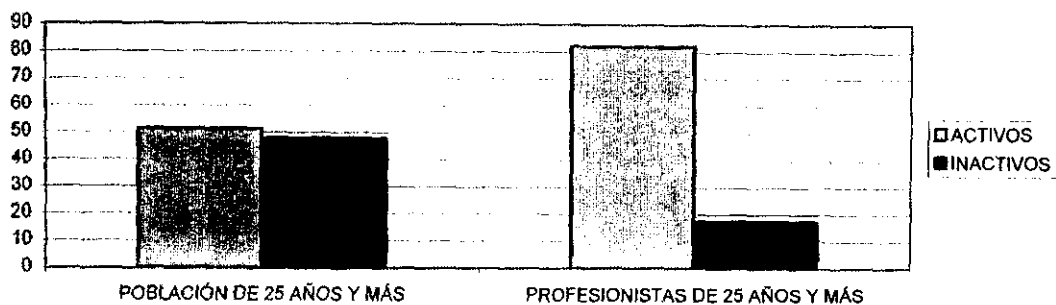


FIG.21. TASA DE PARTICIPACIÓN DE LA POBLACIÓN DE 25 AÑOS Y MÁS Y DE LOS PROFESIONISTAS SEGÚN SEXO (MÉXICO 1990)

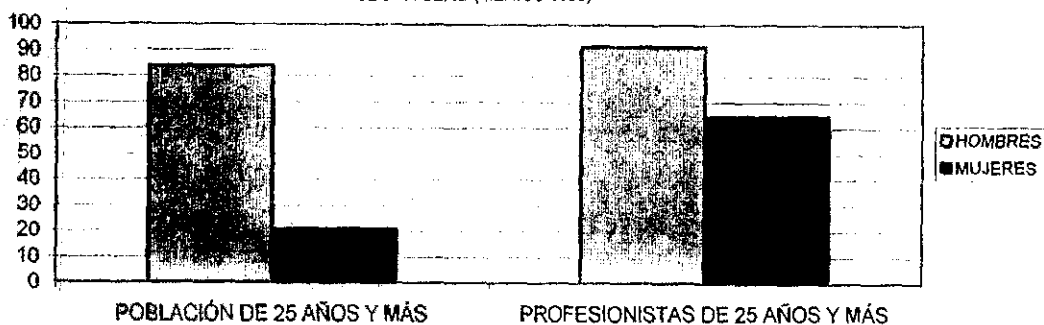


FIG.22. TASA DE PARTICIPACIÓN ECONÓMICA TOTAL POR EDAD Y SEXO (MÉXICO 1990)

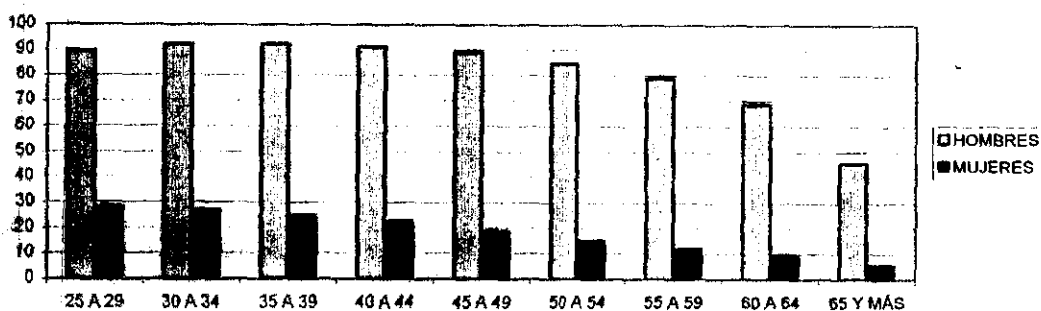


FIG.29. DISTRIBUCIÓN DE LA POBLACIÓN ECONÓMICAMENTE INACTIVA PROFESIONISTAS (MUJERES) POR GRUPOS DE EDAD Y SEXO SEGÚN TIPO DE INACTIVIDAD (MÉXICO 1990)

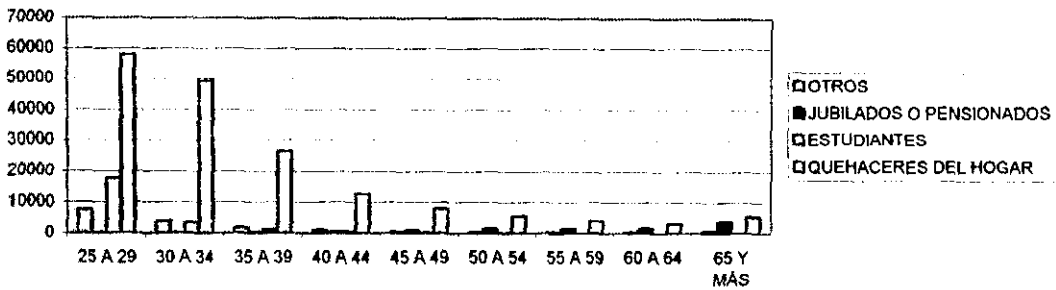


FIG.30. POBLACIÓN DE 25 AÑOS Y MÁS POR GRUPOS DE EDAD Y SEXO SEGÚN ESTADO CIVIL (MÉXICO 1990)

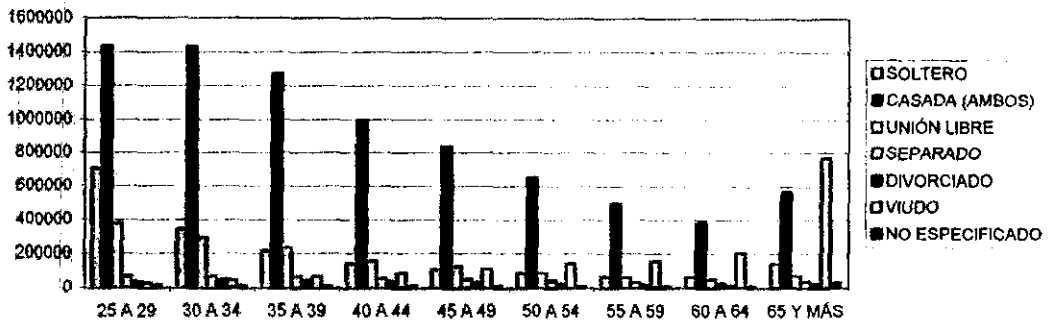


FIG.31. PROFESIONISTAS POR GRUPO DE EDAD Y SEXO SEGÚN ESTADO CIVIL (MÉXICO 1990)

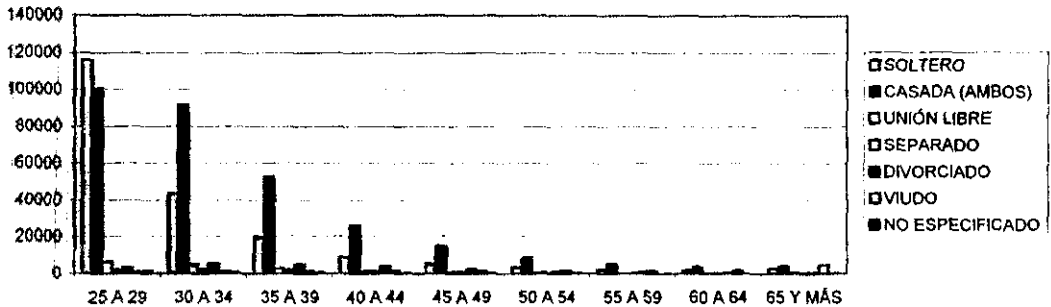


FIG.26. TASA DE DESOCUPADOS DE LA POBLACIÓN TOTAL POR EDAD Y SEXO (MÉXICO 1990)

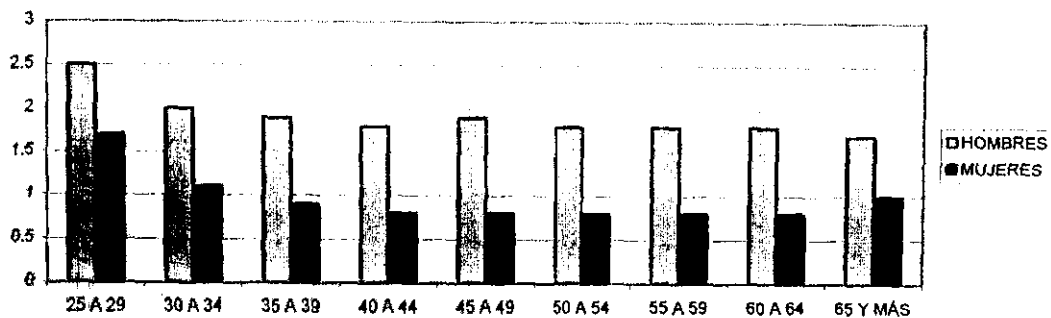


FIG.27. TASA DE DESOCUPADOS DE LOS PROFESIONISTAS POR EDAD Y SEXO (MÉXICO 1990)

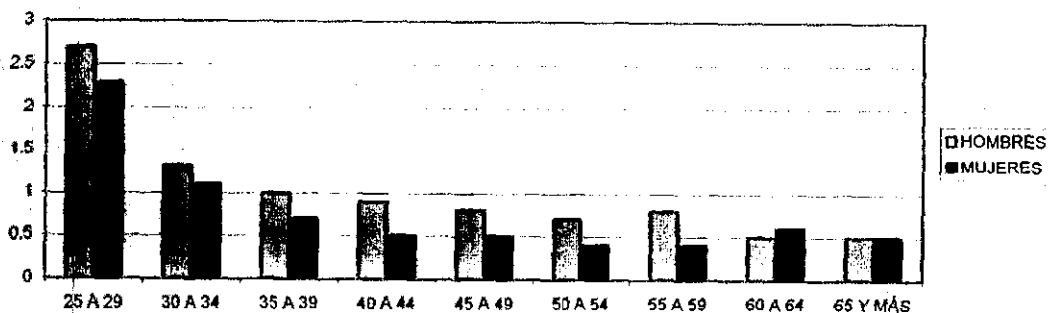
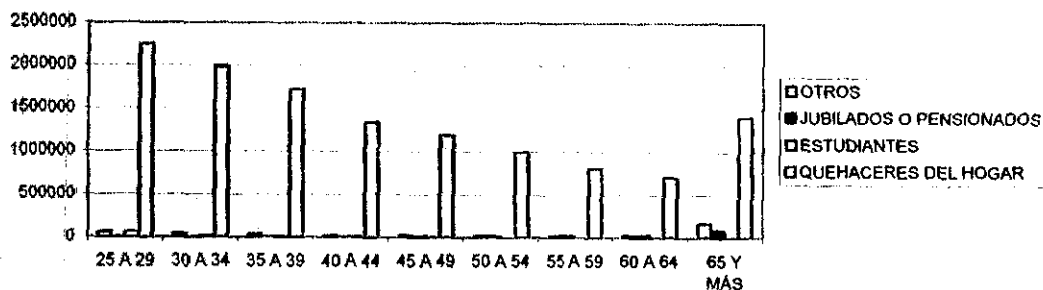


FIG.28. DISTRIBUCIÓN DE LA POBLACIÓN ECONÓMICAMENTE INACTIVA TOTAL (MUJERES) POR GRUPOS DE EDAD Y SEGÚN TIPO DE INACTIVIDAD (MÉXICO 1990)





## **EVALUACIÓN DE LA INFORMACIÓN**

## CONSIDERACIONES

### NIVEL NACIONAL

#### **"nivel de instrucción"**

**MÉTODO UTILIZADO:** Índice de Naciones Unidas

Este método se utilizó porque ocupa grupos quinquenales para su cálculo, considerando dos géneros. Se aplicó a la información con los no especificados prorrateados y a la información corregida con el método del 16vo. Cabe señalar que el Método de componentes principales fue aplicado a la información original, con los no especificados prorrateados y la información corregida.

#### **"fecundidad"**

**MÉTODO UTILIZADO:** Índice de Naciones Unidas

Este método se utilizó porque ocupa grupos quinquenales para su cálculo, considerando dos géneros. Se aplicó a la información original y a la información corregida con el método del 16vo, ya que la información original no cuenta con no especificados. Cabe señalar que el Método de componentes principales fue aplicado a la información original y la información corregida.

#### **"estado civil"**

No se pudo evaluar la información mediante cualquier índice, ya que la información original sobrepasa el número de géneros. Cabe señalar que el Método de componentes principales fue aplicado a la información original, con los no especificados prorrateados y la información corregida.

#### **"condición de actividad económica"**

**MÉTODO UTILIZADO:** Índice de Naciones Unidas

Este método se utilizó porque ocupa grupos quinquenales para su cálculo, considerando dos géneros. Se aplicó a la información original y a la información corregida con el método del 16vo, ya que la información original no cuenta con no especificados. Cabe señalar que el Método de componentes principales fue

aplicado a la información original y la información corregida.

### **"nivel salarial"**

**MÉTODO UTILIZADO:** Índice de Naciones Unidas

Este método se utilizó porque ocupa grupos quinquenales para su cálculo, considerando dos géneros. Se aplicó a la información con los no especificados prorratedos y a la información corregida con el método del 16vo. Cabe señalar que el Método de componentes principales fue aplicado a la información original, con los no especificados prorratedos y la información corregida.

### **NIVEL REGIONAL**

A nivel regional fue imposible evaluar y corregir la información dada la estructura de la misma, pero se prorrataron el grupo de no especificados como es el caso del "sector de actividad económica, nivel salarial y nivel de instrucción".

A continuación se muestra la evaluación de la información sobre algunas variables a nivel nacional, antes y después de su corrección mediante el método del 16vo.

Variable	Antes de la Corrección		Después de la Corrección	
	$I_t$	Clasificación	$I_t$	Clasificación
Nivel de Instrucción	64.74	Se aleja 55.7 unidades del óptimo	50.37	Se aleja 41.4 unidades del óptimo
Fecundidad	3176.98	Se aleja 3168 unidades del óptimo	3175.78	Se aleja 3166.8 unidades del óptimo
Cond. de Act. Econ.	13157.74	Se aleja 13148.7 unidades del óptimo	12740.93	Se aleja 12731.9 unidades del óptimo
Nivel Salarial	427.18	Se aleja 418.2 unidades del óptimo	411.78	Se aleja 402.8 unidades del óptimo

## **OTROS ÍNDICES PARA EVALUAR LA CALIDAD DE LA INFORMACIÓN**

## INDICE DE WHIPPLE ( $I_w$ )

Calcula el grado de preferencia de las poblaciones entre las edades 23 a 62 años hacia los dígitos cinco y cero.

Se supone que existe en cada una de las edades individuales y el grupo de edad asociado a éstas, *distribución uniforme*.

Así pues, el índice de Whipple se define:

$$I_w = \frac{\sum_{i=5}^{12} P_{5i}}{\sum_{i=23}^{62} P_i} * 5 * 100$$

De donde  $P_{5i}$  y  $P_i$  son las poblaciones censadas que declararon tener  $5i$  y  $i$  años de edad respectivamente.

El criterio para evaluar la información censal conforme a este criterio se representa ahora:

Rango de $I_w$	Calidad de la Información
100 a 104	Muy Precisa
105 a 109	Precisa
110 a 124	Aproximada
125 a 174	Deficiente
175 o más	Muy deficiente

## INDICE DE MYERS ( $I_M$ )

Este índice se define a partir de la suma de los valores absolutos de los índices individuales de cada dígito ( $M_j$  con  $j=0, \dots, 9$ ) los cuales calculan la atracción o rechazo de cada uno de los dígitos al momento de la declaración de la edad en el censo.

Para definir el índice de Myers y los índices individuales, es necesario definir lo siguiente:

$P_x$  Número de personas que declaran la edad  $x$  cumplida.

$V_x$  Número de personas que realmente tiene la edad  $x$  cumplida.

$P_j = \sum P_{10i+j}$  con  $i \geq 1$ . Número de personas que han declarado la edad cumplida terminada en el dígito  $j$  y dentro de la población de diez años y más cumplidos.

$P'_j = \sum P_{10i+j}$  con  $i \geq 2$ . Número de personas que han declarado edad cumplida terminada en el dígito  $j$  dentro de la población de veinte años y más cumplidos.

$V_j = \sum P_{10i+j}$  con  $i \geq 1$ . Número real de individuos con edad cumplida terminada en el dígito  $j$  dentro de la población de diez años y más cumplidos.

$V'_j = \sum P_{10i+j}$  con  $i \geq 2$ . Número real de individuos con edad cumplida terminada en el dígito  $j$  dentro de la población de veinte años y más cumplidos.

Si existiera forma de conocer los valores de  $V_j$  y  $V'_j$  —mediante entrevistas repetidas, hecho imposible en un censo nacional—, un índice de atracción o rechazo para el dígito  $j$  sería:

$$\frac{(P_i + P'_i) - (V_i + V'_i)}{P_j + P'_j} = 1 - \frac{V_i + V'_i}{P_j + P'_j}$$

En vista de éste problema, Myers supone linealidad en la tendencia de los valores  $V_j$  y  $V'_j$ , ponderándolos y pensando que en cada uno de los diez dígitos debe haber un diez por ciento de la población. Es decir:

$$\frac{a_i V_j + a'_j V'_i}{\sum (a_i V_j + a'_j V'_i)} = 0.10 \quad \text{con } j = 0, \dots, 9$$

donde  $a_i$  y  $a'_j$  toman los siguientes valores:

j	$a_j$	$a'_j$
0	1	9
1	2	8
2	3	7
3	4	6
4	5	5
5	6	4
6	7	3
7	8	2
8	9	1
9	10	0

Así plantea que:

$$\sum_{j=0}^9 (a_j V_j + a'_j V'_j) = \sum_{j=0}^9 (a_j P_j + a'_j P'_j)$$

y la diferencia

$$(a_j P_j + a'_j P'_j) - (a_j V_j + a'_j V'_j)$$

mide el sesgo en la declaración de edad en términos absolutos.

Por lo que Myers define el índice  $M_j$  como:

$$M_j = 100 \times \frac{(a_j P_j + a'_j P'_j) - (a_j V_j + a'_j V'_j)}{\sum_{j=0}^9 (a_j P_j + a'_j P'_j)} = 100 \times \left( \frac{a_j P_j + a'_j P'_j}{\sum_{j=0}^9 (a_j P_j + a'_j P'_j)} - 0.1 \right)$$

teniéndose que el dígito  $j$  es de atracción si  $M_j > 0$  y de rechazo si  $M_j < 0$ .

En conclusión, el índice de Myers se define como:

$$I_M = \sum_{j=0}^9 |M_j|$$

A continuación se presenta las categorías del índice de Myers para evaluar la información censal:

Rango de $I_M$	Concentración en algún dígito:
0 a 4.99	baja
5 a 14.99	mediana
15 a 29.99	alta
30 o más	muy alta



## **ELEMENTOS DE ALGEBRA MATRICIAL**

## DEFINICIONES

### Matriz

Una matriz de orden o dimensión  $n \times p$  – o una matriz  $(n \times p)$  – es una ordenación rectangular de elementos dispuestos en  $n$  filas y  $p$  columnas de la siguiente forma:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1p} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2p} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{np} \end{bmatrix}$$

En general, para designar a una matriz comúnmente se utiliza una letra mayúscula en negrita. Un elemento genérico de la matriz  $A$  es  $a_{ij}$  donde el primer subíndice  $i$  hace referencia a la fila en que está situado el elemento, mientras que el segundo subíndice  $j$  hace referencia a la columna. Una matriz de orden  $1 \times 1$  es un escalar.

### Matriz transpuesta

La transpuesta de una matriz  $A$   $(n \times p)$  es una matriz  $B$   $(p \times n)$ , obtenida mediante intercambio de filas y columnas, de forma que

$$b_{ij} = a_{ji} \quad i=1,2,\dots,p; \quad j=1,2,\dots,n$$

En general, a la matriz transpuesta de  $A$  se denota como  $A'$ .

### Vector columna y vector fila

Un vector columna de orden  $n$  es una ordenación de elementos dispuestos en  $n$  filas y 1 columna de la siguiente forma:

$$a = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{bmatrix} \quad (\text{AIII-1})$$

En general, para designar a un vector columna utilizaremos una letra minúscula en negrita.

Un vector fila de orden  $n$  es una ordenación de elementos dispuestos en 1 filas y  $n$  columnas. El transpuesto de un vector fila es un vector columna. En general, una letra minúscula seguida de apóstrofe denotará un vector fila. Así, el transpuesto de  $a$  dado en (AIII-1) es

$$a' = [a_1 \ a_2 \ \dots \ a_n]$$

### **Matriz cuadrada**

Se dice que una matriz es cuadrada si el número de filas es igual al número de columnas. Se dice que una matriz cuadrada es de orden  $n$  si tiene  $n$  filas.

### **Traza de una matriz**

En una matriz cuadrada de orden  $n$  la diagonal principal está formada por los elementos  $a_{ii}$  ( $i=1,2,\dots,n$ ). La traza de una matriz cuadrada  $A$ ,  $\text{tr}(A)$ , o  $\text{traza}(A)$ , es la suma de los elementos de la diagonal principal. Por lo tanto,

$$\text{Tr}(A) = \sum_{i=1}^n a_{ii}$$

### **Matriz simétrica**

Se dice que una matriz cuadrada es simétrica si se verifica que

$$A = A'$$

### Matriz diagonal

Se dice que una matriz cuadrada es diagonal cuando todos los elementos situados fuera de la diagonal principal son nulos. Es decir, en una matriz diagonal se verifica que  $a_{ij} = 0$  para  $i$  distinto de  $j$ . Así, la siguiente matriz es diagonal:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & a_{22} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & a_{nn} \end{bmatrix}$$

### Matriz escalar

Se dice que una matriz diagonal es escalar cuando todos los elementos de la diagonal principal son idénticos. Es decir, en una matriz escalar se verifica que  $a_{ii}=k$  para todo  $i$ .

### Matriz identidad

Una matriz identidad es una matriz escalar en la que  $a_{ii}=1$ . A la matriz identidad se le denomina **I**. Así, una matriz identidad genérica tiene la siguiente configuración.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{bmatrix}$$

## OPERACIONES CON MATRICES

### Igualdad de matrices

La igualdad de dos matrices  $A = B$  se cumple si, y solamente si,  $A$  y  $B$  son del mismo orden y  $a_{ij}=b_{ij}$  para todo  $i$  y todo  $j$ .

### Suma de matrices

La suma de matrices  $A$  y  $B$  de orden  $n \times p$  es igual a una matriz  $C$ , también de orden  $n \times p$ , definida de la siguiente forma:

$$C = A + B$$

Los elementos de la matriz  $C$  se obtienen así:

$$c_{ij} = a_{ij} + b_{ij} \quad i=1,2,\dots,n; \quad j=1,2,\dots,p$$

Para poder realizar la suma, las matrices  $A$  y  $B$  deben de ser del mismo orden.

### Multiplicación escalar

La multiplicación escalar de una matriz  $A$  por un escalar  $\lambda$  se efectúa multiplicando cada elemento de  $A$  por  $\lambda$ . El producto es designado por  $\lambda A$ .

### Multiplicación de matrices

Si  $A$  es una matriz de orden  $n \times m$  y  $B$  es una matriz de orden  $m \times p$ , entonces el producto de estas dos matrices se define de la siguiente forma:

$$AB = C$$

Siendo la matriz producto **C**, una matriz de orden  $n \times p$ , cuyo elemento genérico  $c_{ij}$  viene dado por

$$C_{ij} = \sum a_{ik}b_{ik}$$

### **Determinante de una matriz**

El determinante de una matriz cuadrada **A**, al que se designa por  $|A|$ , es un escalar que se obtiene mediante la fórmula de menores complementarios, que es el determinante de orden  $n-1$  obtenido al suprimir la fila y la columna a las que pertenece el elemento en cuestión.

Para calcular el determinante de una matriz se sigue este algoritmo:

1. Se elige una línea (fila o columna) cualquiera.
2. Se multiplica cada elemento de la línea por su menor complementario precedido del signo más o menos, según que la suma de los números de la fila y columna a que pertenezca el elemento sea par o impar, respectivamente. El menor complementario de un elemento afectado de este signo se llama adjunto de dicho elemento.
3. Se suman algebraicamente los productos obtenidos en 2).

Si  $|A| = 0$  se dice que la matriz **A** es singular.

### **Propiedades de los determinantes**

- a) El determinante de una matriz cuadrada es igual al determinante de su transpuesta, es decir,

$$|A| = |A'|$$

b) El determinante del producto de matrices cuadradas es igual al producto de los determinantes de cada una de las matrices. Así,

$$|ABC| = |A| |B| |C|$$

c) Si se multiplica una matriz  $A$  de orden  $n$  por una constante  $h$  se verifica que,

$$|hA| = h^n |A|$$

d) Si una matriz  $A$  tiene dos filas, o dos columnas, idénticas, entonces  $|A| = 0$ .

### **Matriz inversa**

La inversa de una matriz cuadrada  $A$  es una matriz  $B$  tal que cumple la siguiente propiedad:

$$AB = BA = I$$

En general, a la matriz  $B$  que cumple esa propiedad se le designa por  $A^{-1}$ . En consecuencia, se puede expresar que

$$AA^{-1} = A^{-1}A = I$$

### **Propiedades de las matrices**

La inversa de un producto de matrices  $ABC$  es igual a

$$(ABC)^{-1} = C^{-1}B^{-1}A^{-1}$$

La transpuesta de una inversa es igual a la inversa de la transpuesta, es decir,

$$(A^{-1})^T = (A^T)^{-1}$$

El determinante de la inversa de una matriz es igual al recíproco del determinante de la matriz original. Es decir,

$$|A^{-1}| = 1/|A|$$

## RAÍCES Y VECTORES PROPIOS

### Determinación de las raíces y vectores característicos

El problema que se plantea en esta sección es la determinación de unos escalares ( $\lambda_j$ ) y de unos vectores ( $u_j$ ) tales que satisfagan la siguiente ecuación:

$$Au_j = \lambda_j u_j \tag{AIII-2}$$

donde **A** es una matriz dada de orden  $n \times n$ . Es decir, **A** debe ser una matriz cuadrada.

A los escalares  $\lambda_j$  que satisfacen la ecuación (AIII-2) se les denomina raíces características y a los correspondientes vectores  $u_j$  se les denomina vectores característicos. Para las raíces se utilizan también las denominaciones de valores propios o autovalores. Para los vectores característicos se utiliza alternativamente la expresión de vectores propios.

La ecuación (AIII2), mediante una simple manipulación algebraica, tiene la



siguiente forma:

$$(A - \lambda_j I)u_j = 0 \quad (\text{AIII-3})$$

Prescindiendo de la solución trivial  $u_j=0$ , para que la ecuación (AIII-3) tenga solución debe cumplirse que

$$|A - \lambda_j I| = 0 \quad (\text{AIII-4})$$

A la ecuación anterior se le denomina ecuación característica de  $A$ . Resolviéndola se hallan  $n$  raíces características  $\lambda_j$ . A cada raíz característica va asociado un vector característico  $u_j$ . Cada vector característico puede multiplicarse arbitrariamente por una constante sin afectar al resultado, debido a que la matriz  $(A - \lambda_j I)$  de (AIII-3) es singular por la condición impuesta en (AIII-4). En muchas aplicaciones, para soslayar la arbitrariedad del resultado, se procede a normalizar cada vector característico imponiendo la condición

$$u_j^T u_j = 1 \quad (\text{AIII-5})$$

De todas formas, aún después de normalizar subsiste una arbitrariedad en el signo, de forma que si  $u_j$  es una solución,  $(-1)u_j$  también lo es.

Es conveniente en muchas aplicaciones definir una matriz  $U$  en la que cada columna es un vector característico  $u_j$ . Por lo tanto,

$$U = [u_1 \ u_2 \ \dots \ u_1 \ \dots \ u_n] \begin{bmatrix} u_{11} & u_{21} & \dots & u_{j1} & \dots & u_{n1} \\ u_{12} & u_{22} & \dots & u_{j2} & \dots & u_{n2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ u_{1n} & u_{2n} & \dots & u_{jn} & \dots & u_{nn} \end{bmatrix}$$

**Propiedades de las raíces y vectores característicos**

- a) Las raíces características de una matriz diagonal son los elementos de la diagonal.
- b) Las matrices  $A$  y  $A'$  tienen las mismas raíces características, pero no necesariamente los mismos vectores característicos.
- c) Si  $\lambda$  es una raíz característica de  $A$ , entonces  $1/\lambda$  es una raíz característica de  $A^{-1}$ .
- d) Designando a las raíces características de  $A$  por  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$ , entonces se verifica que

$$\text{tr}A = \sum \lambda_j$$

$$|A| = \prod \lambda_j$$

Si la matriz  $A$  es real y simétrica, entonces las raíces y vectores característicos cumplen también otras propiedades. Una propiedad relevante en el análisis multivariante de una matriz real y simétrica es la siguiente:

- e) Una matriz  $A$  real y simétrica de orden  $n$ , da lugar a  $n$  vectores que son ortogonales entre sí.

Se dice que los vectores  $u_j$  y  $u_h$  son ortogonales, si se verifica que

$$u_j' u_h = 0$$

Un conjunto de vectores se dice que son ortonormales, si además de la condición anterior están normalizados según el criterio (AIII-5).

La matriz  $U$  formada por vectores característicos normalizados de una matriz simétrica, es decir, por vectores ortonormales, se denomina ortonormal y cumplirá

la siguiente propiedad:

$$UU^T = I$$

## CÁLCULO DE DERIVADAS DE UN ESCALAR RESPECTO A UN VECTOR

### Derivada de una forma lineal respecto a un vector

Sean

$$\mathbf{a} = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{bmatrix} \quad \text{y} \quad \mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_n \end{bmatrix}$$

entonces

$$\frac{\partial \mathbf{a}^T \mathbf{x}}{\partial \mathbf{x}} = \mathbf{a}$$

*Demostración*

$$\mathbf{a}^T \mathbf{x} = [a_1 \ a_2 \ \dots \ a_n] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_n \end{bmatrix} = a_1 x_1 + a_2 x_2 + \dots + a_n x_n$$

Derivando la expresión anterior respecto cada uno de los elementos de  $\mathbf{x}$  se obtiene que

$$\frac{\partial \mathbf{a}^T \mathbf{x}}{\partial x_1} = a_1$$

$$\frac{\partial \mathbf{a}^T \mathbf{x}}{\partial x_2} = a_2$$

...

...

...

$$\partial a'x / \partial x_n = a_n$$

Reuniendo en un vector las derivadas del escalar  $a'x$  con respecto a cada elemento de  $x$ , tenemos la derivada de dicho escalar con respecto al vector  $x$ . Por lo tanto

$$\left[ \frac{\partial a'x}{\partial x} \right] = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{bmatrix} = a$$

### Derivada de una forma cuadrática respecto a un vector

Siendo

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1p} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2p} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{np} \end{bmatrix}$$

y  $x$  el vector definido anteriormente, entonces se verifica que

$$\partial a'Ax / \partial x = (A+A')x$$

*Demostración*

$$x'Ax = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & \dots & x_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1p} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2p} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{np} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_n \end{bmatrix} =$$

$$= a_{11} x_1^2 + a_{21} x_1 x_2 + \dots + a_{n1} x_1 x_n + a_{12} x_1 x_2 + a_{22} x_2^2 + \dots + a_{n2} x_2 x_n + \dots + a_{1n} x_1 x_n +$$

$$a_{2n} x_2 x_n + \dots + a_{nn} x_n^2$$

Derivando la expresión anterior respecto a cada uno de los elementos de  $x$  se tiene que

$$\partial x'Ax/\partial x_1 = 2 a_{11} x_1 + (a_{12} + a_{21}) x_2 + \dots + (a_{1n} + a_{n1}) x_n$$

$$\partial x'Ax/\partial x_2 = (a_{21} + a_{12}) x_1 + 2 a_{22} x_2 + \dots + (a_{2n} + a_{n2}) x_n$$

.....

$$\partial x'Ax/\partial x_n = (a_{n1} + a_{1n}) x_1 + (a_{n2} + a_{2n}) x_2 + \dots + 2 a_{nn} x_n$$

Reuniendo en un vector las derivadas del escalar  $x'Ax$  con respecto a cada elemento de  $x$ , tenemos la derivada de dicho escalar con respecto al vector  $x$ . Por lo tanto,

$$\partial x'Ax/\partial x = \left( \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a_{11} & a_{21} & \dots & a_{n1} \\ a_{12} & a_{22} & \dots & a_{n2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{1n} & a_{2n} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_n \end{bmatrix} = (A+A')x$$

Si la matriz  $A$  es simétrica se verifica que

$$\partial x'Ax/\partial x = 2 Ax$$

**ESTA TESIS NO DEBE  
SALIR DE LA BIBLIOTECA**

## **GLOSARIO**

## A

**ABANDONO ESCOLAR:** Situación en la que un alumno ha concluido un ciclo o nivel educativo y no continúa sus estudios dentro del sistema educativo nacional.

**ACTIVIDAD ECONÓMICA:** Actividad destinada a producir bienes y servicios para el mercado. Incluye la producción agrícola de autoconsumo.

**ALUMNO:** Persona admitida en cualquier nivel o modalidad por una institución educativa para recibir formación académica o profesional.

**AREA DE ESTUDIOS:** Agrupamiento de carreras y/o especialidades de una institución, en consideración a la afinidad de los respectivos objetos de conocimientos.

**AREAS GEOESTADÍSTICAS BÁSICAS (AGEB's):** Subdivisión de los municipios o delegaciones que conforman el país, utilizada por primera vez en el X Censo General de Población y Vivienda 1980. Su utilidad radica en permitir la formación de unidades primarias de muestreo y la organización de la información estadística. Tiene tres atributos fundamentales: a) es perfectamente reconocible en el terreno por estar delimitada por rasgos topográficos identificables y perdurables; b) por lo general es homogénea en cuanto a sus características geográficas, económicas y sociales; c) su extensión es tal que puede ser recorrida por una sola persona. Las AGEB's se clasifican en más y menos urbanizadas, una AGEB menos urbanizada puede comprender una o más localidades menores a 100000 habitantes, dependiendo en ambos casos de la densidad de vivienda.

**AREAS MÁS URBANIZADAS:** Son aquellas localidades y/o municipios siguientes:

- a) Las doce áreas metropolitanas (Ciudad de México, Guadalajara, Monterrey, Puebla, Toluca, Torreón, San Luis Potosí, Mérida, Cuernavaca, Tampico, Saltillo, Veracruz) y cuatro ciudades de la frontera norte en las que se levanta la Encuesta Nacional de Empleo Urbano.
- b) Aquellas localidades con 10000 habitantes o más, según cifras del XI Censo General de Población y Vivienda 1990, y/o capitales de Estado.

**AREAS MENOS URBANIZADAS:** Están conformadas por los municipios con una población inferior a 100000 habitantes, según cifras del Censo General de Población y Vivienda 1990, y son objeto de selección probabilística en la muestra.

## B

**BACHILLER:** Estudiante que ha concluido el bachillerato.

**BACHILLERATO:** Estudios de educación media superior, de carácter propedéutico, anteriores a los de nivel licenciatura.

**BECA:** Apoyo económico que se otorga, previa satisfacción de ciertos requisitos, para realizar estudios o investigaciones.

## C

**CARRERA:** Conjunto de estudios y actividades que debe cursar y realizar un estudiante para obtener un título profesional.

**CONDICIÓN DE ACTIVIDAD:** Clasificación de la población de 12 años y más en activa o inactiva, de acuerdo con el desempeño o no de una actividad económica o con la búsqueda activa de ésta, en la semana de referencia.

**CONDICIÓN DE BÚSQUEDA DE OTRO TRABAJO:** Característica que define a los ocupados (excepto a los iniciadores de un próximo trabajo) que buscan otro empleo además del que ya tienen.

**CONDICIÓN DE DISPONIBILIDAD:** Clasificación de la población económicamente inactiva en disponible (desempleada encubierta) o no disponible, según su intención de participar o no, en actividades económicas.

**CONDICIÓN DE OCUPACIÓN:** Distinción de la población económicamente activa en ocupada y desocupada o desempleada abierta, de acuerdo con el desempeño de un trabajo o de la búsqueda activa de uno, respectivamente.



## D

**DURACIÓN DE LA JORNADA DE TRABAJO:** Número de horas que los ocupados (excepto los iniciadores de un próximo trabajo) destinaron a su trabajo principal, en la semana de referencia. En el rubro "no trabajó la semana de referencia" se coloca a los ocupados que, no habiendo laborado en dicha semana, cuentan con un trabajo, por lo que deben considerarse como ocupadas.

## E

**EDAD:** Período transcurrido entre la fecha de nacimiento de la persona censada y el momento censal.

**EDUCACIÓN:** Medio fundamental y proceso permanente para la adquisición, transmisión y acrecentamiento de los conocimientos y la cultura, que contribuye al desarrollo del individuo y la sociedad.

**EDUCACIÓN SUPERIOR:** Nivel posterior al bachillerato o equivalente, que comprende la licenciatura y los estudios de posgrado.

**EMPLEADORES:** Personas que ocupan por lo menos una persona a cambio de un sueldo o salario, en la semana de referencia.

**ENTIDAD FEDERATIVA:** Unidad geográfica mayor de la división político-administrativas del país, que es parte integrante de la Federación. El territorio nacional se divide en 31 estados y un Distrito Federal. En el presente estudio se usa "estado" como su sinónimo, restringiendo su significado amplio. Bajo "entidad" se suele denominar también a los municipios, acepción que queda bien definida dado el contexto donde se emplea.

**ESCOLARIDAD:** Nivel o grado de estudios alcanzado por una persona o cuantificado en un grupo, colectividad ó nación.

**ESTADO CIVIL:** Es la situación que cada persona de 12 años y más tiene de acuerdo con las leyes o costumbres conyugales o matrimoniales del país, las cuales son:

- **Casado(a).** Es aquella persona que ha contraído matrimonio conforme con la ley y/o de acuerdo con cualquier religión.
- **Divorciado(a).** Es aquella persona que se encuentra separada por una sentencia de divorcio dictada por la autoridad competente y que no ha vuelto a casarse ni a vivir en unión libre.
- **Soltero(a).** Es la persona que nunca ha estado casado(a) ni en unión libre.
- **Unión Libre.** Es aquella persona que vive con su pareja como si estuviera casada, sin estarlo.
- **Viudo(a).** Es aquella persona que ha perdido a su esposo(a) o compañero(a) por fallecimiento y no se ha vuelto a casar ni a vivir en unión libre.

## G

**GRUPOS DE INGRESO:** Clasificación de los ingresos que la población ocupada declaró recibir, expresados en rangos de salarios mínimos mensuales, vigentes en la semana de referencia del censo.

## H

**HIJO NACIDO VIVO:** Producto de concepción que al nacer respiró, lloró o se movió, aunque haya muerto poco después.

## L

**LICENCIATURA:** Primer grado académico de la educación superior, cuyo antecedente obligatorio es el bachillerato o equivalente, y que capacita para el ejercicio de una profesión.

**LOCALIDAD:** Vivienda o conjunto de viviendas que están cercanas unas de otras y donde por lo menos una está habitada. El lugar es reconocido comúnmente por un nombre dado por la ley (nombre oficial) o la costumbre.

## M

**MERCADO DE TRABAJO PROFESIONAL:** Oferta y demanda de profesionales que se dan en un momento y lugar determinados.

**MOMENTO CENSAL:** Punto en el tiempo al cual se refiere la población censada. Para el XI Censo General de Población y Vivienda se estableció a las cero horas del lunes 12 de marzo de 1990.

## N

**NIVEL DE INGRESOS:** Mide la percepción monetaria mensual de los ocupados (excepto iniciadores de un próximo trabajo) en términos del salario mínimo vigente en el trimestre de levantamiento de la encuesta. Se incluye a los trabajadores sin pago en el rubro "no recibe ingresos" para mantener el mismo universo de los ocupados.

**NIVEL DE INSTRUCCIÓN O DE ESCOLARIDAD:** Registra el último curso educativo formal aprobado por las personas de 6 años y más.

## P

**POBLACIÓN DE 12 AÑOS Y MÁS:** Son las personas en edad de trabajar, a las

que en la Encuesta Nacional de Empleo les averigua su situación ocupacional, es decir, les aplica un cuestionario básico de empleo.

**POBLACIÓN DESOCUPADA ABIERTA, DESOCUPADOS ABIERTOS O DESEMPLEADOS ABIERTOS:** Total de personas de 12 años y más que en la semana de referencia no tenían trabajo, pero lo buscaban activamente. Incluye tanto a los buscadores de trabajo que ya habían trabajado como a los que buscaron trabajo por primera vez.

**POBLACIÓN DISPONIBLE:** Son todos los inactivos que declararon no buscar incorporarse a alguna actividad económica, porque consideran que no encontrarán trabajo.

**POBLACIÓN ECONÓMICAMENTE ACTIVA:** Total de personas de 12 años y más que en la semana de referencia se encontraban ocupadas o desocupadas.

**POBLACIÓN ECONÓMICAMENTE INACTIVA:** Son todas aquellas personas de 12 años y más que en la semana de referencia no participaron en actividades económicas, ni eran parte de la población desocupada abierta.

**POBLACIÓN NO DISPONIBLE:** Son todos los inactivos (estudiantes, amas de casa, jubilados, discapacitados, etc.) que no tienen la intención de participar en actividades económicas.

**POBLACIÓN OCUPADA U DESOCUPADOS:** Total de personas de 12 años y más que realizaron cualquier actividad económica en la semana de referencia a cambio de un sueldo, salario, jornal u otro tipo de pago en dinero o especie. Incluye además a las personas que tenían trabajo pero no trabajaron en la semana de referencia por alguna causa temporal (vacaciones, licencia, enfermedad, mal tiempo, huelga o estaban en espera de iniciar o continuar con las labores agrícolas, incluye también a las personas que ayudaron en el predio, fábrica, tienda o taller de algún familiar sin recibir sueldo o salario de ninguna especie, y a los aprendices o ayudantes que trabajaron sin remuneración).

**POBLACIÓN TOTAL:** Total de personas censadas que residen habitualmente en el país al momento, independientemente de su nacionalidad. Se incluyen a los

mexicanos que cumplen funciones diplomáticas fuera del país, así como a sus familiares, quienes son censados en sus respectivas adscripciones. No se incluye a los extranjeros que cumplan un cargo o misión diplomática en el país ni a sus familiares.

**POSICIÓN EN EL TRABAJO:** Se refiere a la relación que la población ocupada guarda con la propiedad de los medios de producción y del bien o servicio generado en el desempeño de su trabajo.

**PROFESIÓN:** Ejercicio de conocimientos especializados adquiridos mediante estudios formales, que generalmente requiere reconocimiento del Estado.

**PROFESIONAL:** Relativo a la profesión. Se utiliza como adjetivo.

**PROFESIONISTA:** Egresado de una carrera, que acredita haber cumplido con todos los requisitos académicos y está habilitado para ejercer su profesión.

## R

**RAMA DE ACTIVIDAD ECONÓMICA:** Clasifica a los ocupados de acuerdo con el tipo de producto o servicio que se genera en la empresa, negocio o institución donde trabajaron en la semana de referencia (o donde van a trabajar, si se trata de iniciadores de un próximo trabajo).

**RANGOS DE SALARIO MÍNIMO:** Agrupación del ingreso de los trabajadores con relación a los salarios mínimos urbanos vigentes, según la región del país de la que se trate.

**RURALIDAD:** Es el porcentaje de la población total de una entidad federativa que vive en localidades de menos de 2500 habitantes.

## S

**SALARIO:** Retribución que debe pagar el patrón al trabajador por su trabajo. Se integra con los pagos hechos en efectivo, por cuota diaria, gratificaciones,

percepciones, habitación, primas, comisiones, prestaciones en especie y cualquier otra cantidad recibida.

**SECTOR DE ACTIVIDAD:** Actividad económica a la que se dedica la empresa, institución, negocio, rancho, taller, predio o establecimiento donde la persona ocupada declare haber desempeñado su trabajo principal en la semana de referencia. Si la persona no desempeñó su actividad económica en ninguno de los lugares antes mencionados, se refiere a lo que la persona fabricó, cultivó, o al tipo de servicio que prestó.

**SECTOR PRIMARIO:** Incluye agricultura, ganadería, caza, silvicultura.

**SECTOR SECUNDARIO:** Incluye minería, extracción de petróleo y gas; industria manufacturera; electricidad y agua; y construcción.

**SECTOR TERCIARIO:** Incluye comercio; transporte y comunicaciones; y servicios.

**SEMANA DE LEVANTAMIENTO:** Espacio temporal de 7 días (Lunes a Domingo) durante los cuales el operativo de campo de la Encuesta realiza las entrevistas en las viviendas seleccionadas de acuerdo con la distribución de la muestra.

**SEMANA DE REFERENCIA:** Corresponde a una semana antes del momento censal. Para el XI Censo General de Población y Vivienda correspondió al intervalo entre el 5 y el 11 de marzo de 1990.

**SEXO:** Condición orgánica que distingue a las personas en hombres y mujeres.

## T

**TRABAJADORES ASALARIADOS:** Son aquellas personas que trabajan para un patrón, empresa, negocio, institución o dependencia, regidos por un contrato escrito o de palabra a cambio de un jornal, sueldo o salario.

**TRABAJO PRINCIPAL:** Desempeño de una actividad económica. Si la persona ocupada tenía más de un empleo o trabajo en la semana de referencia se considera como principal aquél que declare como el más importante.