



01162 5
2g

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

FACULTAD DE INGENIERIA

DIVISION DE ESTUDIOS DE POSGRADO

T E S I S

**MODELACION NUMERICA DEL FLUJO Y EVOLUCION DEL FONDO
EN CURVAS DE CAUCES ALUVIALES**

PRESENTADA POR:

Constantino Domínguez Sánchez

L

PARA OBTENER EL GRADO DE:

**MAESTRO DE INGENIERIA
HIDRAULICA**

DIRIGIDA POR:

Dr. Jesús Gracia Sánchez

Ciudad Universitaria, Enero de 1999.

**TESIS CON
FALLA DE ORIGEN**

270616



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

Dedicada a:

Raúl David y Sonia

Mis Padres, Abuelos y Hermanos

AGRADECIMIENTOS

La realización del presente trabajo fue bajo la dirección del
Dr. Jesús Gracia Sánchez a quien agradezco su
colaboración y amistad

Al **Instituto de Ingeniería UNAM** (hidráulica)
por el apoyo brindado durante mi
estancia

Al **Dr. Juan Fco. Fernández Bono** de la
Universidad Politécnica de Valencia
por su colaboración

A la **Facultad de Ingeniería Civil** de la
Universidad Michoacana de San
Nicolás de Hidalgo
por el apoyo que
brinda a sus
exalumnos

RESUMEN

En los últimos años el creciente estudio de la erosión de los ríos, ha motivado e incrementado la demanda de modelos teóricos para predecir las características del flujo y la evolución del fondo en cauces aluviales, tanto en el tiempo como en el espacio. El presente trabajo está encaminado a este fin y consiste de tres partes principales, la primera corresponde a los capítulos 1 y 2, en los que se presenta la introducción y los antecedentes existentes en este tipo de estudios. La segunda parte se presenta en los capítulos 3 y 4 en los que se trata lo relacionado con el establecimiento del dominio de cálculo y la aproximación a la traza del río, aquí también se muestran las ecuaciones que gobiernan los procesos de flujo y transporte de sedimentos, así como la solución numérica de dichas ecuaciones. La tercera parte y última está destinada a la aplicación del modelo desarrollado mediante la resolución de tres ejemplos, dos de los cuales corresponden a canales de experimentación y el otro aplicado a un tramo de río. Aquí también se incluyen las conclusiones del trabajo.

INDICE

1. INTRODUCCIÓN.....	1
2. ANTECEDENTES	5
2.1 FLUJO Y TOPOGRAFÍA DEL LECHO EN RÍOS.....	5
2.1.1 <i>Flujo Secundario</i>	5
2.1.2 <i>Transporte de Sedimento</i>	9
2.1.3 <i>Modelos Matemáticos Bidimensionales</i>	10
3. MODELO DE FLUJO Y EVOLUCIÓN DEL LECHO EN CAUCES.....	13
3.1 INTRODUCCIÓN	13
3.2 ESTABLECIMIENTO DEL DOMINIO DE CÁLCULO (MALLA).....	14
3.2.1 <i>Construcción de la Malla</i>	16
3.3 ECUACIONES GOBERNANTES	17
3.3.1 <i>Ecuaciones de Flujo Líquido</i>	17
3.3.2 <i>Dirección del Esfuerzo Tangencial del Lecho</i>	19
3.3.3 <i>Ecuaciones de Flujo</i>	23
3.3.4 <i>Capacidad de Transporte de Sedimento</i>	25
3.3.4.1 <i>Carga del Lecho</i>	27
3.3.4.2 <i>Carga en Suspensión</i>	27
3.3.4.3 <i>Carga Total</i>	28
3.3.5 <i>Dirección del Transporte de Sedimento</i>	28

4. ESQUEMA NUMÉRICO DE SOLUCIÓN.....	31
4.1 DESCRIPCIÓN DEL ESQUEMA.....	32
4.2 ESTABILIDAD	35
4.3 CONDICIONES DE CONTORNO.....	36
5. EJEMPLOS DE APLICACION	41
5.1 SIMULACIÓN DEL FLUJO EN LECHO FIJO.....	41
5.2 SIMULACIÓN DEL FLUJO Y EVOLUCIÓN DEL LECHO	45
5.3 RILLITO RIVER (TRAMO CIUDAD DE TUCSON)	57
6. CONCLUSIONES.....	69
7. REFERENCIAS	71
APENDICE	75

1. INTRODUCCIÓN

Los procesos de erosión del lecho de un río juegan un papel importante en la definición en planta de los cauces aluviales naturales, así como en la estabilidad de la sección transversal.

La erosión es una respuesta a los cambios medioambientales originados de forma natural o bien como resultado de la actividad humana. Estas modificaciones perturban el equilibrio natural del río afectando así la morfología del mismo, preferentemente la pendiente, la rugosidad, la sección transversal y la generación de meandros. Puede verse entonces, que el equilibrio dinámico es la condición hacia la cual todo río evoluciona. Aunque el verdadero equilibrio puede nunca ser alcanzado.

El ajuste del cauce a las nuevas condiciones no se da de forma aislada. Es decir, el ajuste del ancho de la sección transversal ocurrirá en concordancia con los relacionados a la pendiente, la rugosidad, etc. Así, por ejemplo, un canal que presenta un déficit en el suministro de sedimentos tenderá a reducir su pendiente mediante la generación de meandros, erosionando para ello aquellas márgenes mayormente susceptibles.

El comportamiento de los ríos debe ser estudiado desde su estado natural hasta sus respuestas derivadas de la actividad humana. La hidráulica de ríos, transporte de sedimentos y

morfología son estudiados mediante modelación física y/o matemática. Tradicionalmente para este tipo de estudios la modelación física ha sido la mayormente usada. Sin embargo, presenta las desventajas de requerir de grandes desembolsos, consumo de largos periodos de tiempo originados por la construcción y después por la experimentación. Además de las limitaciones de precisión propias de la distorsión de escalas. No obstante, el carácter de la hidráulica fluvial la hace una herramienta de gran utilidad.

Por otra parte el avance en las técnicas computacionales ofrece una alternativa de modelación de los procesos fluviales que evitan algunas limitaciones de la modelación física principalmente en lo referente a la distorsión de escalas. La modelación matemática en sí no garantiza la precisión de resultados sino que ésta viene dada en gran parte por la capacidad del modelador. Es decir, depende de su capacidad para incluir todos los aspectos físicos fundamentales y de su conocimiento en cuanto a la técnica numérica seleccionada.

Aunque los procesos fluviales están gobernados por el principio de continuidad, resistencia al flujo, transporte de sedimentos y estabilidad de márgenes; en muchas ocasiones estas relaciones son insuficientes para explicar las variaciones espacio-temporales de las características geométricas de los ríos. Por esta razón, la modelación requiere apropiadas y suficientes relaciones físicas que permitan estimar de una manera más precisa los procesos fluviales.

De lo anterior puede advertirse la necesidad de que el estudio, sea lo más amplio posible y también de una combinación de técnicas y trabajos de campo que permitan y garanticen la mayor precisión y certidumbre en las predicciones.

El arrastre fluvial provoca socavación del lecho justamente al pie del talud de la margen, ocasionando con ello en la mayoría de los casos inestabilidad y colapso.

La estabilidad de márgenes depende además de la pendiente del talud, de la vegetación y de su consistencia. Por otra parte, la protección de márgenes o revestimientos desarrollados

para prevenir la erosión y migración lateral de los ríos ha sido objeto de numerosos estudios todos ellos encaminados a la determinación de los factores que afectan los materiales que protegen la margen. Mientras que son pocos los estudios encaminados a determinar los efectos del revestimiento sobre la morfología del río y en general del sistema.

El trabajo que aquí se presenta pretende contribuir al mejor entendimiento y evaluación de los procesos y mecanismos de erosión del lecho, desarrollando para ello un modelo matemático que permite predecir la evolución del lecho en el espacio y en el tiempo, conjuntamente con las características de la superficie libre del agua.

Así, el objetivo principal es el desarrollo de un modelo matemático que permita predecir la evolución del lecho y las características del flujo en cauces aluviales, a partir de la solución numérica de las ecuaciones de Navier-Stokes para flujo bidimensional y de la ecuación de continuidad de transporte de sedimento.

2. ANTECEDENTES

Este capítulo presenta los conceptos relacionados con el flujo y topografía del lecho en cauces aluviales, integrando así las herramientas que permiten en los capítulos posteriores desarrollar el modelo matemático.

2.1 Flujo y Topografía del Lecho en Ríos

2.1.1 Flujo Secundario.

Un flujo secundario o flujo en espiral (helicoidal) es aquel que ocurre en canales sinuosos. Thomson en 1876 fue el primero en observarlo de manera sistemática y también el primero en describirlo. El fenómeno es debido principalmente:

1. La fricción sobre las paredes del canal
2. La fuerza centrífuga, que deflexiona las partículas de agua.
3. La distribución de velocidad vertical

La fricción en canales sinuosos es mucho mayor que la correspondiente a canales rectos y está asociada naturalmente al flujo en espiral que conduce a la socavación de lecho y

márgenes. La relación entre el flujo en espiral y la relación radio-ancho ha sido estudiada experimentalmente por Shukry (1950), quien usó la curva de un canal rectangular de acero. En ese y en muchos estudios subsecuentes el fenómeno es llamado flujo secundario. La intensidad del flujo secundario, S_{yz} , está definida como la relación entre la energía cinética media del movimiento lateral y la energía total del flujo en una sección transversal dada. Como la energía cinética del flujo depende del cuadrado de la velocidad, se puede obtener una relación de la forma.

$$S_{yz} = \frac{v^2}{U^2} \quad \dots(2.1)$$

Donde:

V magnitud del vector velocidad proyectado en el plano yz

U velocidad media en la sección transversal

S_{yz} intensidad del flujo secundario

La intensidad del flujo secundario disminuye considerablemente con el aumento del número de Reynold R_e . Ésta , además disminuye gradualmente con el incremento de la relación radio-ancho (R_c/W). De las investigaciones de Shukry se observa que un valor de aproximadamente $R_c/W = 3$ da un valor mínimo para S_{yz} ; se puede decir que el efecto de la curvatura se aproxima a un mínimo. Similares disminuciones ocurren cuando la relación ancho-profundidad disminuye, esto implica que la intensidad aumenta en flujos de tirantes bajos. Por otro lado, la intensidad aumenta cuando el ángulo de desviación de la curva llega a ser muy grande. Es decir, por ejemplo, de $\theta/180^\circ = 0$ a $\theta/180^\circ = 0.5$, el incremento en la intensidad es cercano al doble del que se tendría para un intervalo de 0.5 a 1.

Es evidente que las características del flujo y movimiento de sedimentos son mucho más complejo en canales sinuosos que en canales rectos. Investigaciones teóricas y

experimentales sobre las características del flujo con lecho plano han sido hechas por Rozovskii (1961) y Yen (1965).

La sección transversal de un canal típicamente meandrizante suele estar caracterizada por tres zonas. Una de gran profundidad correspondiente al *thalweg* y localizada a lo largo de la margen exterior; otra llamada punto de barra superior o de plataforma localizada en la margen interior y la última llamada punto de barra inclinada. Esta última sirve de conexión entre aquellas formando así la porción central del canal (Fig. 2.1). Una de las características primarias del flujo en meandros es la celda de flujo secundario o helicoidal (Leopold y Wolman, 1960; Rozovkii, 1961). La combinación de la fuerza centrífuga (sobrelevación) y la diferencial de presión provocan una corriente transversal pequeña. Cuando estas se unen con el flujo longitudinal primario, se crea una celda de flujo helicoidal en la curva (Fig. 2.2). El campo de velocidad difiere del que se tiene en un canal recto debido a que la posición de la velocidad máxima varía a través de la curva, cambiando desde las proximidades de la margen interior al nivel del lecho hasta la proximidad de la margen exterior en la cima de la curva, manteniéndose así hasta la salida de la curva (Leopold y Wolman, 1960; Dietrich y Smith, 1983, 1984; Johannesson y Parker, 1989).

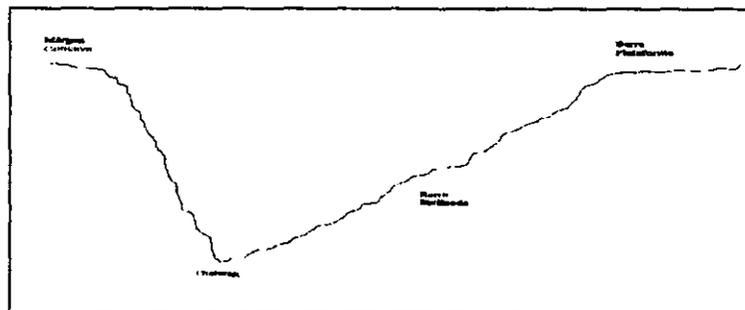


Fig. 2.1 Sección transversal de un río meandrizante

Dietrich y Smith (1983) y Thorne et al. (1985) notaron que la celda helicoidal solo se presenta en la zona de mayor profundidad de la sección transversal de la curva mientras que

todo el flujo transversal sobre la zona de barra superior estaba dirigido hacia la margen exterior (Fig. 2.2). En adición, aparece una pequeña celda transversal de rotación opuesta a la celda de flujo helicoidal, la cual ha sido localizada en varios ríos cerca de la superficie libre y adyacente a la margen exterior (Bridge y Jarvis, 1982; Thorne et al. 1985), y cerca de las márgenes y en cambios de profundidad repentinos en canales de experimentación (Tominaga y Nezu, 1991).

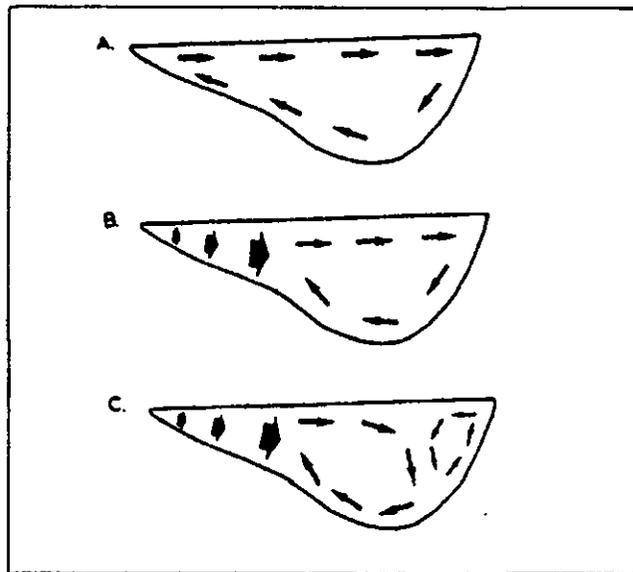


Fig. 2.2 Desarrollo de una celda con flujo secundario

La modelación matemática de tales flujos y su relación con las características del canal es probadamente difícil. La mayoría de los modelos están basados en simplificaciones de las ecuaciones de continuidad para agua y sedimento y de las ecuaciones de movimiento de Reynolds (St. Venant, Rozovskii, 1961; Yen, 1971; Engelund, 1974; Smith y Mclean, 1984; Odgaard, 1984). Como lo notan varios investigadores (Odgaard y Bergs, 1988; Yen y Ho, 1990), la mayoría de esos modelos simulan el flujo en la curva y la topografía del lecho en la

parte totalmente desarrollada de la curva. Es decir, donde la velocidad y la profundidad del thalweg no varían longitudinalmente. Otros modelos predicen tales características en toda la curva, aún cuando la velocidad y la profundidad cambian hacia aguas abajo (Dietrich y Smith, 1983; Engelund, 1974; De Vriend y Geldof, 1983; Odgaard, 1986; Yen y Ho 1990). En adición, existen considerables discordancias sobre las simplificaciones que se han usado para resolver esas ecuaciones (Dietrich y Smith, 1983).

La mayoría de los modelos matemáticos han sido probados o verificados en canales experimentales algunos de los cuales poseen lecho fijo (Yen y Yen, 1971) o segmentos de radio de curvatura constante conectados a segmentos rectos (Yen y Yen, 1971; Odgaard y Bergs, 1988).

2.1.2 Transporte de Sedimento

Los mecanismos de transporte de arena uniforme y graduada tienen similitudes y diferencias. El movimiento de arena y grava en las corrientes es usualmente clasificado como carga del lecho y carga en suspensión (la carga de lavado es generalmente despreciada). Los procesos de movimiento de la carga del lecho y los de la carga en suspensión son diferentes y el tamaño del material también lo es. La diferencia en los procesos del movimiento de granos uniformes o no uniformes está considerada solo para la carga del lecho, dado que las gravas no pueden ser puestas en suspensión en flujos lentos. Las fórmulas para estimar la carga del lecho son numerosas, desde la bien conocida función de Einstein (1950) hasta las de reciente aparición dadas por igual número de investigadores. Aunque la descarga de sedimento es usualmente expresada como función de la intensidad de flujo, los mecanismos de movimiento de las arenas no son completamente claros. Por lo tanto esas fórmulas son dinámicamente insuficientes. La situación actual es que la teoría universal del movimiento de arenas todavía no es establecida. Con la finalidad de brindar mayor claridad, el estudio de la mecánica del movimiento de las arenas en la corriente deberá considerar su comportamiento en forma individual así como en grupo. En este sentido Yano et al., 1969, investigó la mecánica de movimiento de las arenas como fenómeno de grupo, en sus trabajos reportó que el inicio de

movimiento de las arenas es provocado por el arrastre de las fuerzas hidrodinámicas generadas por la velocidad y la turbulencia del flujo y por la colisión con los granos del lecho durante el movimiento. No obstante estas partículas del lecho se depositan después de una cierta distancia.

Por otra parte, la velocidad promedio de viaje de un sedimento graduado de arena grande es mayor que la de un sedimento uniforme debido a los efectos de aceleración de los granos. Además, debido al efecto de acorazamiento del sedimento la velocidad de los granos pequeños es menor que la que tienen los de sedimento uniforme.

2.1.3 Modelos Matemáticos Bidimensionales

En los casos de curvas de ríos con lecho fijo, han sido desarrollados muchos modelos matemáticos para estudiar las características del flujo (Huang et al., 1967; De Vriend, 1976; Smith y McLean, 1984; Ali, 1985; Olesen, 1987).

Las interacciones entre flujo y lecho móvil han sido investigadas entre otros por:

Yen (1967,1970) investigó el equilibrio de la topografía del lecho y sus efectos sobre el flujo en la curva en canales con paredes fijas.

Engelund (1974) analizó el movimiento de sedimento en curvas y empleo las fórmulas de transporte y de continuidad de sedimento para predecir el equilibrio de la topografía del lecho.

Kikkawa et al. (1976) mostró que la evolución del lecho en zonas de curvas totalmente desarrolladas puede ser simulado por un esquema desacoplado.

Onishi et al. (1976) sugirió que la topografía del lecho aumenta la no uniformidad de la descarga de agua derivando en un mayor transporte de sedimento.

Zimmermann y Kennedy (1978), Falcon (1979) y Odgaard (1981) analizaron la pendiente transversal del lecho en la región de la curva totalmente desarrollada, y concluyeron que el peso de las partículas de sedimento y las fuerzas tangenciales son los factores dominantes que determinan el movimiento transversal del sedimento.

Struiksma et al. (1985) investigó la deformación de la longitud y amplitud de la curva derivando una forma para el perfil transversal del lecho en la región de la curva totalmente desarrollada.

Blondeaux y Seminara (1985) estudiaron los mecanismos de iniciación de un meandro y su crecimiento, encontrando que la formación de barras alternadas y la amplificación de la curva responden a diferentes mecanismos.

Ikeda y Nishimura (1986) muestran que la inclusión de la carga de sedimento en suspensión puede incrementar la máxima profundidad socavada hasta en un 8% y que el flujo secundario en una curva tiene una fase de relativo retardo en la traza de la curva.

Odgaard (1986a, 1986b) consideró que el cambio transversal de masa es debido al flujo secundario y a la topografía del lecho. Empleó un balance de masa para asociar la ecuación del perfil de equilibrio con las ecuaciones de cantidad de movimiento.

Ikeda et al. (1990) encontró que el tipo de material puede reducir la máxima profundidad de socavación de equilibrio entre un 30 y 40% en la región de curvas uniformes y totalmente desarrolladas.

No obstante las investigaciones realizadas hasta ahora, la evolución temporal de la topografía del lecho ha sido poco estudiada. Algunos de los trabajos realizados son los debidos a Olesen (1987) y Yen et al. (1990), García Gutiérrez y Fernández Bono (1994), Khin (1994).

El tema de la estabilidad de márgenes es uno de los de mayor importancia debido a su

influencia en el desplazamiento lateral del cauce. Este es el principal factor de cambio de la geometría en planta y de la sección transversal, sobre todo en aquellos ríos que presentan márgenes altas y escarpadas, (Thorne,1988) situación presente en la mayoría de los cauces naturales por efecto de la socavación al pie del talud de la margen.

Puede verse que si bien el conocimiento de los procesos y mecanismos que determinan los cambios de la sección transversal de los cauces es bien conocido, su incorporación dentro de un solo modelo está todavía inconclusa. Por otra parte, los modelos existentes han tratado de manera separada los procesos y mecanismos de interacción entre flujo y transporte de sedimentos, además de asumir flujo unidimensional y de no presentar utilidad general. El presente estudio tiene como fin último el establecimiento de un modelo que incorpore los aspectos más relevantes de esas interacciones.

3. MODELO DE FLUJO Y EVOLUCIÓN DEL LECHO EN CAUCES

3.1 Introducción

El creciente estudio de la erosión en cauces ha motivado e incrementado la demanda de modelos teóricos que puedan predecir el flujo y las características del lecho en canales naturales aluviales. Es evidente que el flujo en este tipo de canales es mucho más complejo que el que se tiene en canales rectos. En realidad los canales aluviales rectos mayores que 10 a 12 veces su ancho son raros, en general tienen un curso variable, consistente de una combinación de curvas y tramos rectos.

En las últimas décadas se han hecho varios estudios para la evaluación del flujo y variación del lecho en la zona de la curva de los canales (Engelund 1974, Odgaard 1986; Ikeda et al. 1987; Falcon y Kennedy 1984; Zimmerman 1977; Smith y Mclean 1984; García Gutiérrez y Fernández Bono 1994; Khin 1994). No obstante, los modelos son útiles siempre que puedan ser aplicados a problemas de interés práctico.

En los siguientes párrafos se presenta el desarrollo de un modelo matemático bidimensional (tridimensional promedio) para el flujo y lecho de cauces naturales aluviales. En dicho modelo se hace uso de un sistema de coordenadas curvilíneo ortogonal para definir la malla computacional que determina la traza del río. Así, las ecuaciones de Navier-Stokes

son propuestas y resueltas para dicho sistema. Conjuntamente también es calculado el transporte de sedimentos en la dirección principal y transversal del flujo.

3.2 Establecimiento del Dominio de Cálculo (Malla)

El primer paso en la elaboración de la malla de cálculo es definir el canal a través del cual el flujo es establecido. Tradicionalmente, la forma en planta de los ríos ha sido representada por diferentes tipos de curvas, entre ellas se tienen la curva senosoidal, la parabólica, circular, etc., No obstante la existencia de estas curvas, su adaptación a cauces naturales queda restringida a curvas de meandros regulares (Fig. 3.1).

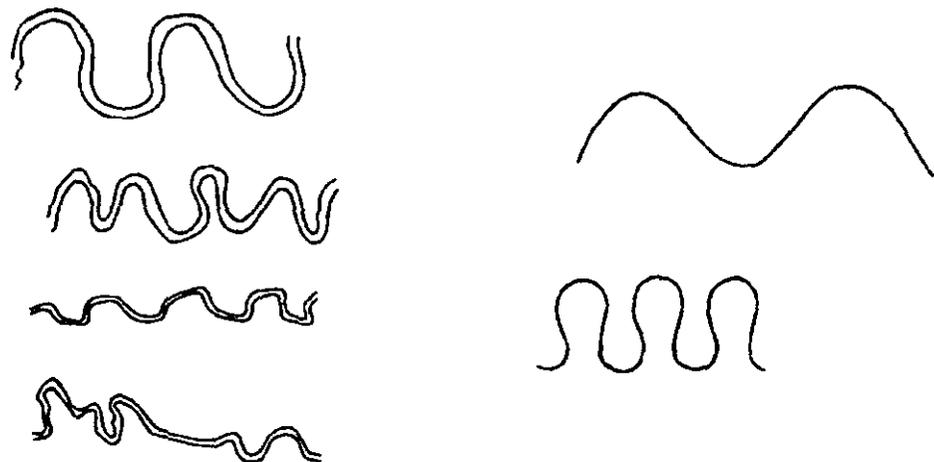


Fig. 3.1 Comparación entre alineamientos naturales y generados por curvas senosoidales.

Tomando en cuenta lo anterior, la manera más aproximada de representar la forma en planta de los cauces naturales es utilizando segmentos circulares con diferentes radios. Este tipo de metodología sí bien no representa exactamente la naturaleza del cauce, si es de fácil

formulación matemática y de mayor flexibilidad (Fig. 3.2).

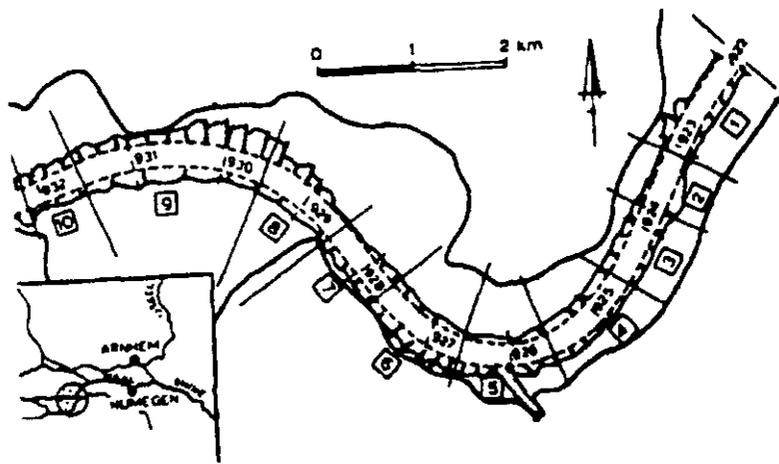


Fig. 3.2 Representación de un río mendrizante mediante segmentos circulares.

Las ventajas de este tipo de representación son: la flexibilidad de adaptación a la forma natural del río, la formulación matemática es simple y suficientemente precisa y la representación puede ser iniciada desde cualquier origen de coordenadas.

El principio fundamental del método se basa en la existencia de tangencia entre tramos consecutivos. Consideración que hace más sencilla la generación de la malla de cálculo, en tanto se asuma que el ancho del canal no cambia en la dirección principal del flujo.

Así por ejemplo, la malla de cálculo generada para un tramo de río con este criterio puede verse en la Fig. 3.3.

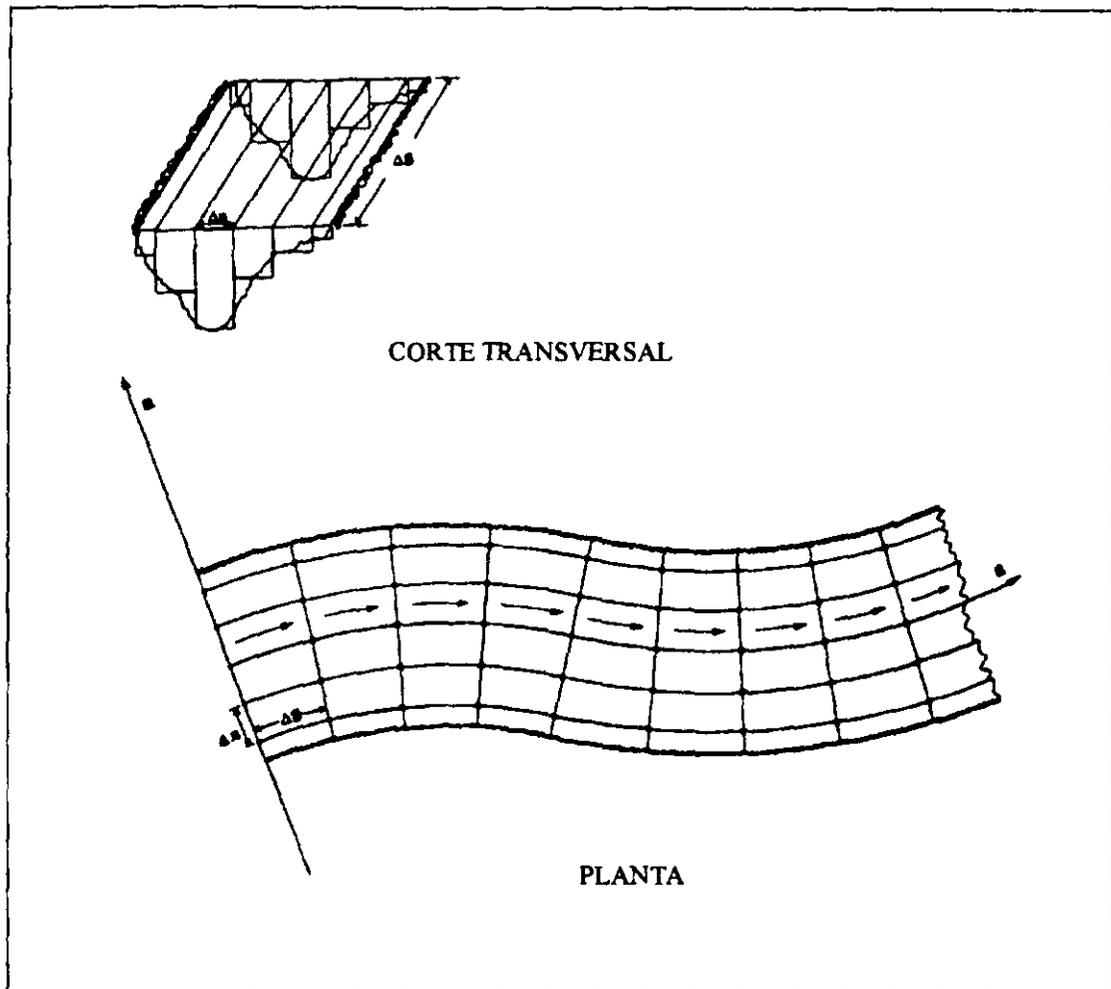


Fig. 3.3 Malla de cálculo

3.2.1 Construcción de la Malla

La generación de la malla de cálculo en canales de ancho constante, puede hacerse a partir de la definición del eje del cauce conocidos los radios de curvatura

La formulación analítica del método no es más que la aplicación de las relaciones trigonométricas y geométricas.

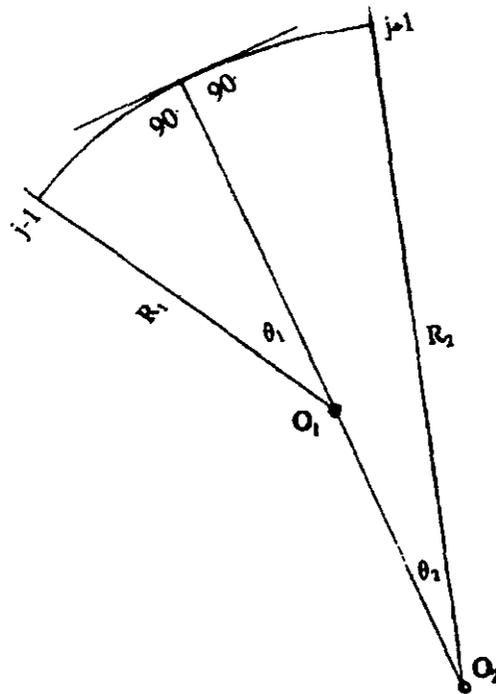


Fig. 3.4 Relación de tangencia entre tramos consecutivos

3.3 Ecuaciones Gobernantes

Llegados a este punto es necesario tratar dos aspectos de manera separada, el primero concerniente a las características del flujo líquido, y el segundo derivado de los conceptos de flujo sólido. Para el primer caso se tratarán las ecuaciones de continuidad y de cantidad de movimiento, en tanto que para el segundo se tratará lo referente a la ecuación de continuidad de transporte de sedimento.

3.3.1 Ecuaciones de Flujo Líquido

Dado que las aceleraciones verticales son usualmente graduales en ríos, es razonable

considerar que la distribución de presión es hidrostática. Con ello las ecuaciones de continuidad y de cantidad de movimiento expresadas en un sistema de coordenadas curvilíneo ortogonal y sobre un plano horizontal están dadas por Smith y Mclean (1984); García Gutiérrez y Fernández Bono (1994). Dichas ecuaciones son las siguientes:

◆ Ecuación de continuidad

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{1}{(1-N)} \left(U_s \frac{\partial h}{\partial s} + h \frac{\partial U_s}{\partial s} \right) + \frac{h U_n}{(1-N)R} + h \frac{\partial U_n}{\partial n} + U_n \frac{\partial h}{\partial n} = 0 \quad \dots(3.1)$$

◆ Ecuación de cantidad de movimiento en la dirección longitudinal (*s*)

$$\frac{\partial}{\partial t} (U_s h) + \frac{h}{(1-N)} U_s \frac{\partial U_s}{\partial s} + U_n h \left[\frac{\partial U_s}{\partial n} + \frac{U_s}{(1-N)R} \right] = - \frac{gh}{(1-N)} \frac{\partial H}{\partial s} - \frac{\tau_s}{\rho} \quad \dots(3.2)$$

◆ Ecuación de cantidad de movimiento en la dirección transversal (*n*)

$$\frac{\partial}{\partial t} (U_n h) + U_n h \frac{\partial U_n}{\partial n} + \frac{U_s h}{(1-N)} \frac{\partial U_n}{\partial s} - \frac{U_s^2 h}{(1-N)R} = -gh \frac{\partial H}{\partial n} - \frac{\tau_n}{\rho} \quad \dots \quad \dots(3.3)$$

Donde.

U_s Componente del vector velocidad en la dirección longitudinal *s*

U_n Componente del vector velocidad en la dirección transversal *n*

h Profundidad local o tirante

H Elevación de la superficie libre del agua

R Radio de curvatura al eje del cauce

N	Coordenada de la sección transversal dividida entre el radio de curvatura
τ_s	Esfuerzo tangencial en el lecho en la dirección longitudinal
τ_n	Esfuerzo tangencial en el lecho en la dirección transversal
ρ	Densidad del agua
g	Aceleración de la gravedad
s, n	Ejes del sistema de coordenadas curvilíneo

La solución numérica de las ecuaciones 3.1,3.2, y 3.3 definen el campo de flujo, (hidrodinámica) a utilizar en los modelos posteriores.

3.3.2 Dirección del Esfuerzo Tangencial del Lecho

Como resultado del movimiento secundario, el esfuerzo tangencial del lecho experimenta una desviación respecto a la dirección principal del flujo (Fig.3.5). En este sentido, la estimación de la dirección del esfuerzo tangencial es de vital importancia en los modelos de predicción de la topografía del lecho. Los esfuerzos tangenciales del lecho en la dirección *s* y *n*, designados como τ_s y τ_n respectivamente serán obtenidos de la forma indicada más adelante. Por el momento, el ángulo de desviación δ_s puede obtenerse como:

$$\tan(\delta_s) = \frac{\tau_n}{\tau_s} \quad \dots(3.4)$$

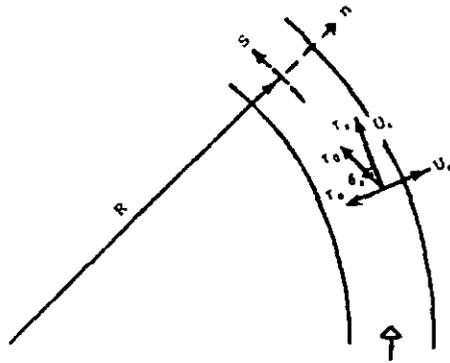


Fig. 3.5 Desviación del esfuerzo tangencial por efecto del flujo secundario

También, de acuerdo con Engelund (1974)

$$\tan(\delta_s) = \frac{\dot{U}_n + \ddot{U}_n}{U_s} \quad \dots(3.5)$$

Donde:

\dot{U}_n Componente de la velocidad a lo largo del lecho, en la dirección transversal

\ddot{U}_n Componente de la velocidad a lo largo del lecho debida al flujo secundario, expresada como:

$$\ddot{U}_n = -7 \frac{h}{R} U_s f_o \quad \dots(3.6)$$

h Profundidad del flujo

R Radio de curvatura

\dot{U}_s Velocidad media del flujo en la dirección longitudinal

f_0 Función que toma en cuenta el efecto de las márgenes, el cual se obtiene a partir de resultados experimentales.

U_s Componente de velocidad en la dirección longitudinal del flujo

Rozovskii (1957), determina que el ángulo de desviación del esfuerzo tangencial puede ser expresado como:

$$\tan(\delta_s) = -\beta \frac{h}{R} \quad \dots(3.7)$$

En la cual β es un coeficiente que toma en cuenta el flujo en espiral, Rozovskii obtuvo valores de 10 a 12, en tanto que Engelund adopta un valor de 7, la diferencia estriba en el modelo de distribución de velocidad empleado, el primero utiliza una distribución logarítmica en tanto que el segundo adopta una distribución parabólica. A este respecto, parece ser que la distribución de Engelund es más precisa en la zona de mayor flujo, no así para la zona cercana al lecho. En el presente estudio el efecto del flujo secundario se determina a partir de Rozovskii.

Las ecuaciones para el cálculo de los esfuerzos tangenciales en la dirección s y n se expresan como:

$$\tau_s = \rho C_f U_s \sqrt{U_s^2 + U_n^2} \quad \dots(3.8)$$

$$\tau_n = \rho C_f U_n \sqrt{U_s^2 + U_n^2} \quad \dots(3.9)$$

En donde C_f es un coeficiente de fricción cuyo valor se obtiene según Darcy, Manning o Chezy.

En cuanto a las ecuaciones 3.8 y 3.9, son apropiadas cuando la dirección del esfuerzo tangencial del lecho coincide con la dirección de la velocidad promediada en la vertical, lo cual es cierto solo en flujos rectos. No obstante, en la gran mayoría de modelos de flujo en curva, se considera que la influencia de esta desviación respecto al flujo principal es despreciable, y solo se tiene en cuenta su influencia en el movimiento del sedimento. Por tanto, el esfuerzo tangencial bajo estas condiciones puede aproximarse como:

$$\tau_s = \rho C_f U_s \sqrt{U_s^2 + U_n^2} \quad \dots(3.10)$$

$$\tau_n = \rho C_f U_s (U_n + U_s \tan \delta_s) \quad \dots(3.11)$$

En las cuales δ_s , se obtiene con las ecuaciones ya descritas.

Un factor importante en la solución de las ecuaciones de flujo es lo referente a las condiciones de contorno, y para ellas se consideran lo siguiente:

1. La componente de velocidad en dirección normal al lecho es cero. Es decir, el flujo no puede atravesar sus contornos
2. El flujo no puede atravesar la superficie libre. O sea, su componente en dirección z es cero.
3. Debido a la condición de presión supuesta, la presión es constante en la superficie.
4. Las componentes de la tensión de corte en la superficie libre son cero. Es decir, los efectos de viento, etc., son despreciables.

Ahora bien, el sentido práctico de solución de las ecuaciones, conduce a recurrir a valores promedio en la vertical que permitan determinar de manera fiable las características del flujo. Así, la integración de las ecuaciones sobre la profundidad de flujo, definirán lo que en sentido físico dinámico se conoce como modelo "tri-dimensional promedio" (García Gutiérrez y Fernández Bono 1994).

3.3.3 Ecuaciones de Flujo

Antes de definir las ecuaciones que gobiernan los procesos de transporte de sedimentos es preciso dedicar algunas líneas referentes al análisis de sedimentos.

La importancia de la interacción entre el flujo líquido y los contornos del cauce radica principalmente en su influencia en la definición de la topografía del lecho. Es de suma importancia conocer y entender los mecanismos asociados al movimiento de las partículas sólidas en la vecindad del lecho y su interacción con el flujo. El objetivo es el planteamiento de un modelo dinámico que permita predecir las variaciones del lecho en función de las condiciones impuestas por el flujo y de las características del material.

Por otra parte, el fenómeno de transporte de sedimentos, precisa definir dos mecanismos básicos de análisis. Uno, referente al movimiento de fondo o carga del lecho y otro definido como transporte en suspensión, a este respecto se puede decir que aunque dichos conceptos hoy día son claramente entendidos, su inclusión analítica dentro de los procesos de conservación de masa actuando de forma aislada o de manera conjunta es mínima por no decir inexistente (García Gutiérrez y Fernández Bono 1994).

La ecuación de continuidad de transporte de sedimento es expresada en las mismas coordenadas que para las ecuaciones de flujo líquido, con la diferencia que dicho sistema debe aplicarse a un lecho con características móviles. Así, la ecuación de continuidad de transporte de sedimento considerando los efectos ya mencionados se define como:

$$\frac{\partial z}{\partial t} = -\frac{1}{1-P} \left(\frac{1}{1-N} \frac{\partial q_{bs}}{\partial s} + \frac{\partial q_{bn}}{\partial n} - \frac{q_{bn}}{R(1-N)} + q_{sv} - \frac{W_s C_a}{\rho_s} + q_l \right) \quad \dots(3.12)$$

Donde:

q_{sv} Material que entra en suspensión en unidades de volumen por unidad de área y tiempo.

$$q_{sv} = \frac{q_s}{\rho_s} \quad \dots(3.13)$$

q_s Material que entra en suspensión por unidad de área y tiempo

q_l Entradas laterales en volumen por unidad de longitud y tiempo

W_s Velocidad de asentamiento de la partícula (velocidad de caída)

C_a Concentración en unidades de masa por volumen de solución al nivel de referencia.

P Porosidad

q_{bs} Transporte de fondo en la dirección principal del flujo en volumen por unidad de longitud y tiempo

q_{bn} Transporte de fondo en la dirección transversal del flujo en volumen por unidad de longitud y tiempo

z Nivel del lecho, en m

La evaluación de cada uno de los términos de la ecuación 3.12 requiere la inclusión de fórmulas empíricas, determinadas de la experiencia o bien del análisis de laboratorio y en

cuyo caso su utilización depende de las características del sistema fluvial analizado.

3.3.4 Capacidad de Transporte de Sedimento

La predicción de la cantidad de sedimento transportado por la corriente depende de la intensidad de la misma y de las aportaciones aguas arriba. Bajo esta consideración es razonable suponer la capacidad de transporte desde dos puntos de vista, el primero en términos de magnitud y el segundo en función de dirección. Para el primer caso, la capacidad de transporte es la carga total del río; mientras que para el segundo, se supone que la capacidad de transporte es la suma del transporte en la dirección longitudinal y el correspondiente a la dirección transversal. La determinación de ambos está dado por la dirección del flujo y la pendiente en el lecho. Así, la disponibilidad de relaciones que permitan estimar el transporte están dadas por la relación existente entre la tasa de transporte de sedimento y el esfuerzo tangencial adimensional en exceso. El esfuerzo tangencial en exceso se define como aquel capaz de mover una partícula de sedimento en contra de su propia resistencia. En este sentido es preciso decir que el esfuerzo tangencial que se ha venido empleando como umbral en el transporte de sedimentos es el llamado esfuerzo tangencial crítico, de ahí que el esfuerzo tangencial en exceso puede calcularse sustrayendo el esfuerzo tangencial crítico a partir del esfuerzo tangencial del lecho provocado por el flujo. Es obvio que dependiendo de las propiedades de cada partícula, su resistencia al arrastre será diferente, por tanto el esfuerzo tangencial crítico tampoco será el mismo. No obstante, un tamaño uniforme del grano ayuda a sortear esa dificultad. En cualquier caso, la tasa de transporte de sedimento y el esfuerzo tangencial crítico en la mayoría de las veces se han representado en forma adimensional; en términos del parámetro de Shields, se expresa como:

$$\theta = \frac{\tau_b}{\rho g \Delta D} \quad \dots(3.14)$$

Donde:

- τ_b Esfuerzo tangencial en el lecho
- ρ Densidad del fluido
- g Aceleración de la gravedad
- Δ Gravedad específica
- D Tamaño representativo de la partícula

El tamaño representativo de la partícula difiere de modelo a modelo, así pueden tenerse entre los más utilizados el D_{50} , D_{65} , y D_{85} . Hay también diferencias en cuanto al valor del esfuerzo tangencial crítico (θ_c) utilizado, pudiéndose tener valores entre 0.033 a 0.06. No obstante, el mayormente utilizado es de 0.047. Como se ha dicho, existen un gran número de fórmulas para estimar la tasa de transporte de sedimento, todas ellas en una o en otra forma pueden ser clasificadas dentro de dos principales categorías: la primera considera que dicha tasa es función de la potencia de la corriente. La segunda la define en función del esfuerzo tangencial en exceso. Así, para la primera se tienen expresiones del tipo:

$$S_e = mU^b \quad \dots(3.15)$$

Donde:

- S_e Tasa de transporte
- U Velocidad media del flujo
- b, m Constante

Las relaciones para la segunda de las categorías indicadas tienen la forma:

$$S_c = m(\mu\theta - \theta_c)^b \quad \dots(3.16)$$

Donde:

m, b Coeficiente

μ Es un factor de rozamiento, definido como la relación entre el esfuerzo tangencial debido a la fricción de las partículas y el esfuerzo tangencial del lecho, además del esfuerzo tangencial crítico.

De esta forma la expresión general para la tasa de transporte de sedimento queda definida como:

$$\theta = \sqrt{\frac{\tau_{bs}^2 + \tau_{bn}^2}{g\rho\Delta D}} \quad \dots(3.17)$$

En cualquier caso, el empleo de una única y apropiada relación de transporte es difícil de recomendar. No obstante, en el caso de arenas Williams y Julien, (1989) seleccionan las de Ackers y White, (1983), Shen y Hung, (1971), Toffaleti, (1968) y Yang, (1973) como las de mayor aplicabilidad.

3.3.4.1 Carga del Lecho

La carga del lecho es la parte de sedimento que es transportada a nivel del mismo, bien sea rodando, saltando o deslizando. En cualquier caso, los detalles de este tipo de mecanismos están disponibles en una gran cantidad de literatura, por lo que en el presente estudio no se ahondará en su análisis. Aquí, la ecuación de carga del lecho utilizada para el caso de lechos de arena será la de Meyer, Peter y Muller y la de Parker en el caso de lechos de grava.

3.3.4.2 Carga en Suspensión

La carga en suspensión es la parte del sedimento transportado en suspensión bajo

condiciones particulares de flujo además de las situaciones propias de interacción entre las partículas. La capacidad de transporte en suspensión está íntimamente relacionada con la energía del movimiento turbulento, disponible para mantener las partículas en suspensión. El cálculo del transporte de sedimento en suspensión requiere del conocimiento previo del perfil de concentración, el cual se puede obtener utilizando el criterio de Diegaard (1980). Una vez definida la concentración de sedimento, la carga en suspensión puede obtenerse empleando alguna de las numerosas ecuaciones existentes en la literatura, entre ellas pueden citarse Diegaard, (1980), Einstein, (1950), Van Rijn, (1981, 1984), entre otras. Es importante hacer notar que la carga de sedimento en suspensión es fundamental en el caso de la simulación de formación de dunas en el lecho. En el caso de la simulación de la topografía del lecho el sedimento en suspensión es frecuentemente incluido, aunque no siempre.

3.3.4.3 Carga Total

La carga total de sedimento, naturalmente es la suma de la carga del lecho, la carga en suspensión y la carga de lavado. Está última la mayoría de las veces es despreciada. No obstante lo anterior, muy frecuentemente se considera la carga del lecho como la carga total. Para el cálculo de esta carga, como en los casos anteriores, también existen numerosas fórmulas entre ellas pueden citarse Engelund y Fredsoe (1976), Bagnold (1954), entre otras.

3.3.5 Dirección del Transporte de Sedimento

Las fuerzas actuantes sobre una partícula del lecho son en general, la fuerza de arrastre, de sustentación, gravitacional, normal, y la de fricción. Así, los modelos en una, dos o tres dimensiones, toman en cuenta las componentes de las fuerzas de arrastre, gravedad y fricción en cada una de las correspondientes direcciones. En el presente estudio esas fuerzas son consideradas dentro de un modelo bidimensional. Para ello es necesario hablar de dos componentes, una referente a las corrientes secundarias o flujo secundario, provocadas por la curvatura del cauce y otra debida a la influencia de la pendiente del lecho. La dirección del transporte de sedimento está determinada a partir de la trayectoria de una partícula de

sedimento, moviéndose con el flujo sobre el lecho del río. Desde este punto de vista la fuerza de arrastre es calculada a partir de la velocidad relativa de flujo (por ejemplo la velocidad relativa del flujo con respecto a la velocidad de la partícula de sedimento), este tipo de aproximación es comúnmente llamada *aproximación dinámica*. Por otra parte, si las formulaciones se basan en la resistencia de la partícula, las fuerzas actuantes son iguales, en tal situación la velocidad de la partícula de sedimento es despreciable en comparación con la velocidad del flujo cerca del lecho. En este estudio se utiliza la aproximación dinámica.

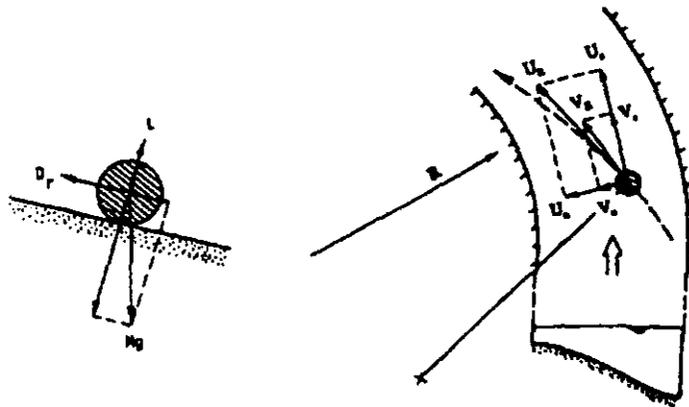


Fig. 3.6 Dirección del transporte de sedimento del lecho

Otros efectos que tienen que ver con la dirección del transporte de sedimento por su implicación en el esfuerzo tangencial, son la pendiente longitudinal y transversal del lecho, y la no uniformidad del sedimento. Efectos que han sido bien estudiados e incorporados dentro de las ecuaciones de transporte (García Gutiérrez y Fernández Bono 1994), (Khin, 1994) y que por lo mismo no se repetirán aquí, baste destacar su importancia en la evolución temporal del lecho.

Por lo que al sedimento proveniente de la margen se refiere, y dada su gran importancia en la definición del cauce en planta, bien sea como resultado de la erosión fluvial en el talud o por el colapso de la margen, su estudio queda fuera del presente trabajo.

Las ecuaciones anteriores son resueltas para h y z de manera simultánea y mediante el uso de la herramienta numérica que se indica en el siguiente capítulo.

4. ESQUEMA NUMÉRICO DE SOLUCIÓN

Los métodos numéricos para la solución de las ecuaciones de las secciones precedentes, frecuentemente suelen ser esquemas en diferencias finitas, bien del tipo implícito o del tipo explícito. Los esquemas implícitos para la solución de las ecuaciones de flujo líquido (quasi-estacionario) de Navier-Stokes han sido mayormente preferidos (García Gutiérrez y Fernández Bono 1994) la razón, es su convergencia a la solución. No obstante, en cauces naturales aluviales, con números de Froude próximos o en régimen supercrítico, esa convergencia ya no es garantizada.

En el presente estudio, no obstante lo anterior, se utiliza el esquema de MacCormack (MacCormack, 1969) el cual es un esquema explícito que ha sido utilizado en la modelación de las ecuaciones de flujo por García y Kahawita, 1986, Dammuller, Bhallamudi y Chaudry, 1990 entre otros , obteniendo resultados satisfactorios. Si bien este esquema ha sido el que mejor se ha adaptado a flujos supercríticos, tiene la desventaja de consumir tiempos de cálculo considerables, al efecto de cumplir con la relación de estabilidad. Aun así, tiene la ventaja de poder modelar de manera simultánea las ecuaciones de flujo y continuidad de sedimento. Situación ésta que los modelos existentes no incorporan.

En esta sección, se presenta un modelo tridimensional promedio de flujo y deformación del lecho. De tal manera que las ecuaciones Navier-Stokes y de continuidad de

sedimentos son resueltas simultáneamente.

4.1 Descripción del Esquema

El esquema de MacCormack es un esquema en diferencias finitas explícito de segundo orden, basado en la serie de Taylor. En los siguientes párrafos se hará una breve descripción.

El método comprende dos pasos (predictor, corrector). En cada uno de esos pasos, pueden utilizarse indistintamente diferencias finitas hacia adelante o hacia atrás. Es decir, la dirección de diferenciación puede alternarse de un paso de tiempo al siguiente, en cualquier caso los mejores resultados se obtienen si la dirección de la diferenciación coincide con el frente de onda (Dammuller, Bhallamudi y Chaudry, 1990).

Un ejemplo de la dirección apropiada en la secuencia de diferenciación se muestra en la Tabla 4.1.

Con referencia a la Fig. 4.1 el esquema puede ser expresado de la forma siguiente:

◆ Predictor

$$\frac{\partial F}{\partial t} = \frac{F_{i,j}^* - F_{i,j}^k}{\Delta t} \quad \dots(4.1)$$

$$\frac{\partial F}{\partial s} = \frac{F_{i+1,j}^k - F_{i,j}^k}{\Delta s} \quad \dots(4.2)$$

$$\frac{\partial F}{\partial n} = \frac{F_{i,j+1}^k - F_{i,j}^k}{\Delta n} \quad \dots(4.18)$$

Corrector

$$\frac{\partial F}{\partial t} = \frac{F_{i,j}^{**} - F_{i,j}^*}{\Delta t} \quad \dots(4.4)$$

$$\frac{\partial F}{\partial s} = \frac{F_{i,j}^* - F_{i-1,j}^*}{\Delta s} \quad \dots(4.5)$$

$$\frac{\partial F}{\partial n} = \frac{F_{i,j}^* - F_{i,j-1}^*}{\Delta n} \quad \dots(4.6)$$

◆ Valor final

$$F_{i,j}^{k+1} = \frac{1}{2} (F_{i,j}^k + F_{i,j}^{**}) \quad \dots(4.7)$$

Donde:

F Denota cualquier variable

i, j Subíndice que representa el punto de la malla de cálculo en la dirección s y n respectivamente

k Superíndice que representa el valor de la variable conocida con referencia al tiempo.

* Superíndice que se refiere al valor predicho

** Superíndice que representa el valor corregido

Tabla 4.1 Secuencia de diferenciación de un esquema de MacCormack

Paso	Predictor			Corrector		
	Derivad x	Derivad y	Derivad Z	Derivad x	Derivad y	Derivad Z
1	*	*	*	**	**	**
2	**	**	*	*	*	**
3	*	*	**	**	**	*
4	**	*	**	*	**	*
5	*	**	*	**	*	**
6	**	*	*	*	**	**
7	*	**	**	**	*	*
8	**	**	**	*	*	*
9	*	*	*	**	**	**
.
.

Donde:

* Diferencia finita hacia adelante

** Diferencia finita hacia atrás

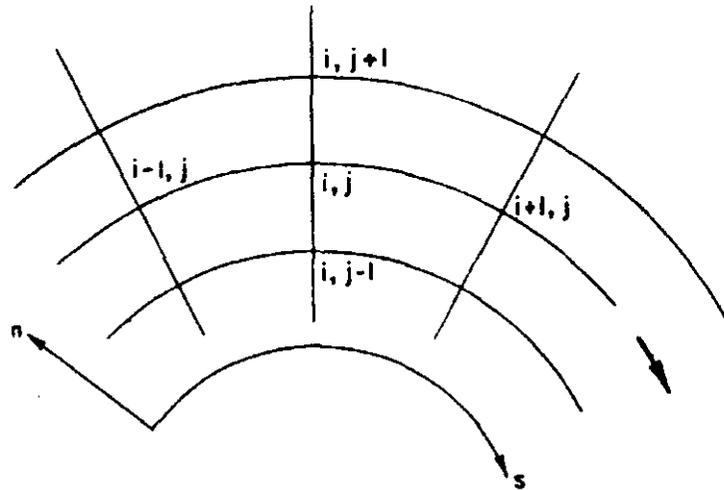


Fig. 4.1 Definición de la malla de cálculo

4.2 Estabilidad

La estabilidad de un esquema de este tipo queda definida por el cumplimiento de la condición de Courant-Friederichs-Lewis (CFL). Así para un modelo bidimensional esta relación puede expresarse como (Roache, 1972):

$$C_{2d} = \frac{(V + \sqrt{gh})\Delta t}{\Delta s \Delta n} \sqrt{\Delta s^2 + \Delta n^2} \leq 1 \quad \dots(4.8)$$

Donde:

V Velocidad resultante en un punto de la malla

h Profundidad del agua

Δs Intervalo de espacio en la dirección s

Δn Intervalo de espacio en la dirección n

Δt Intervalo de tiempo

g Aceleración de la gravedad

Hemos de decir que la ecuación anterior debe quedar satisfecha en la totalidad de los puntos de la malla.

4.3 Condiciones de Contorno

La aplicación de cualquier técnica numérica nos es del todo completa si la simulación de las condiciones de contorno no son consideradas (Moretti, 1969). Eso es importante dado que los errores producidos en los contornos pueden propagarse hacia el interior de la malla, provocando así la inestabilidad del modelo. El método de reflexión es el más simple de implementar así como el más apropiado para el análisis del flujo.

Las consideraciones básicas del método son mostradas en la Fig. 4.2. De ahí, la velocidad normal (V_{no}) en el renglón hipotético de la malla es igual a $-V_{n1}$ y por tanto la velocidad en la vecindad del contorno $V_n = 0$.

La velocidad (V_s) y la profundidad del agua (h) en esos puntos imaginarios quedan expresadas por:

$$V_{s_o} = V_{s_1} \quad \dots(4.9)$$

$$h_o = h_1 - \frac{V_1^2}{gR} \Delta n \quad \dots(4.10)$$

Donde:

R Radio de curvatura local

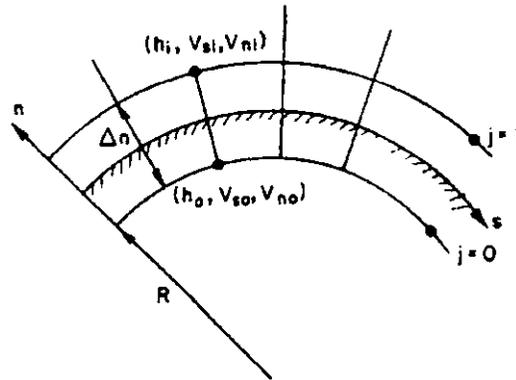


Fig. 4.2 Consideraciones de contorno

De esta forma, los valores de las variables en los puntos de contorno son obtenidos como el promedio en los puntos 0 y 1.

En cuanto a las condiciones de frontera aguas arriba o aguas abajo, éstas son establecidas según las particularidades del problema. Pudiendo emplear el método de las características.

Una característica importante a tener en cuenta en este tipo de esquemas es la debida a las oscilaciones presentadas en frentes de onda abruptos. Jameson et al. (1981), desarrollaron un procedimiento para atenuar dichas oscilaciones. La formulación del método es la siguiente (Fennema, 1985):

$$v_{s_{i,j}} = \frac{|h_{i+1,j} - 2h_{i,j} + h_{i-1,j}|}{|h_{i+1,j}| + |2h_{i,j}| + |h_{i-1,j}|} \quad \dots(4.11)$$

$$v_{n_{i,j}} = \frac{|h_{i,j+1} - 2h_{i,j} + h_{i,j-1}|}{|h_{i,j+1}| + |2h_{i,j}| + |h_{i,j-1}|} \quad \dots(4.12)$$

$$\varepsilon_{s_{i+1/2,j}} = \kappa \frac{\Delta s}{\Delta t} \max(v_{s_{i,j}}, v_{s_{i,j}}) \quad \dots(4.13)$$

$$\varepsilon_{n_{i,j+1/2}} = \kappa \frac{\Delta n}{\Delta t} \max(v_{n_{i,j+1}}, v_{n_{i,j}}) \quad \dots(4.14)$$

Donde:

κ Constante de disipación

El valor calculado de la variable F en el paso de tiempo siguiente es entonces corregido por la ecuación:

$$F_{i,j}^{k+1} = F_{i,j}^{k+1} + \left[\varepsilon_{s_{i+1/2,j}} (F_{i+1,j}^{k+1} - F_{i,j}^{k+1}) - \varepsilon_{n_{i,j+1/2}} (F_{i,j}^{k+1} - F_{i-1,j}^{k+1}) \right] + \left[\varepsilon_{n_{i,j+1/2}} (F_{i,j+1}^{k+1} - F_{i,j}^{k+1}) - \varepsilon_{s_{i,j-1/2}} (F_{i,j}^{k+1} - F_{i,j-1}^{k+1}) \right] \quad \dots(4.15)$$

Y en los puntos de contorno (reflexión) la ecuación 4.12 adopta la forma.

$$v_{n_{i,j}} = \frac{|h_{i,j+1} - h_{i,j}|}{|h_{i,j+1}| + |h_{i,j}|} \quad \dots(4.16)$$

$$v_{n_{i,j}} = \frac{|h_{i,j-1} - h_{i,j}|}{|h_{i,j-1}| + |h_{i,j}|} \quad \dots(4.17)$$

Definido lo anterior, lo siguiente es la verificación del modelo para lo cual se

presentan los ejemplos de aplicación que se muestran en el siguiente capítulo.

5. EJEMPLOS DE APLICACION

La verificación del modelo permite conocer la bondad del mismo, y su capacidad de predicción.

5.1 Simulación del Flujo en Lecho Fijo

En este inciso se presentan los resultados del modelo para los datos del canal de sección rectangular realizado en el laboratorio de experimentación por Rozovskii (1961), cuya geometría se muestra en la Fig. 5.1.

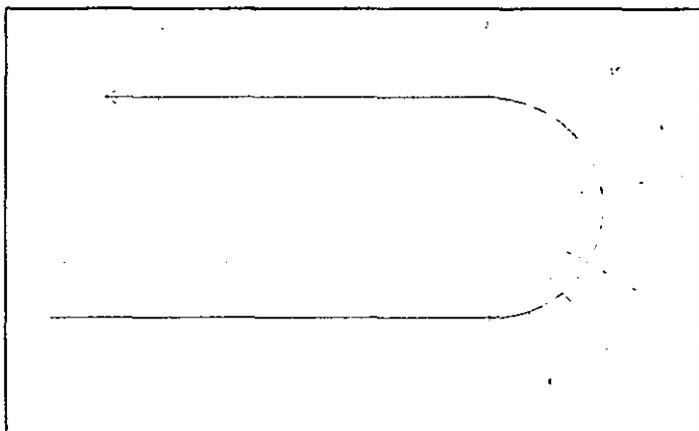


Fig. 5.1 Canal de experimentación de Rozovskii (1961)

El canal consiste de una curva de 180°, un tramo recto a la entrada de 6.00 m y otro de 3.00 m a la salida, los cálculos fueron realizado a partir de las siguientes características:

- ◆ Caudal = 12.3 l/s
- ◆ Profundidad del flujo a la entrada = 6.30 cm
- ◆ Velocidad media a la entrada = 25.00 cm/s
- ◆ Ancho del canal = 80.00 cm
- ◆ Radio de curvatura exterior = 120.00 cm
- ◆ Radio de curvatura interior = 40.00 cm
- ◆ Radio de curvatura medio = 80.00 cm
- ◆ Profundidad del flujo a la salida = 5.30 cm
- ◆ Coeficiente de fricción = 0.037

Las condiciones hidráulicas (U_s , U_n , h) aguas arriba y aguas abajo son establecidas. El tramo de canal se ha dividido en 21 secciones, 19 de ellas incluidas en la curva y las dos restantes en los tramos rectos a la entrada y a la salida; el ancho de cada sección está formado por 11 puntos, con lo que se tiene una malla de cálculo de N secciones x M puntos (231 puntos).

Las siguientes figuras muestran los perfiles de la superficie libre del agua y velocidades calculados, para algunas secciones.

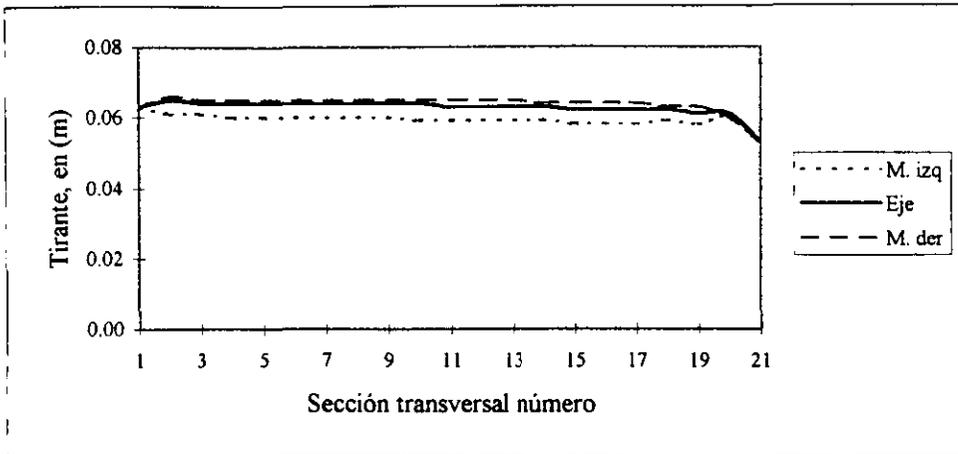


Fig. 5.2 Perfil longitudinal del tirante en márgenes y eje del canal

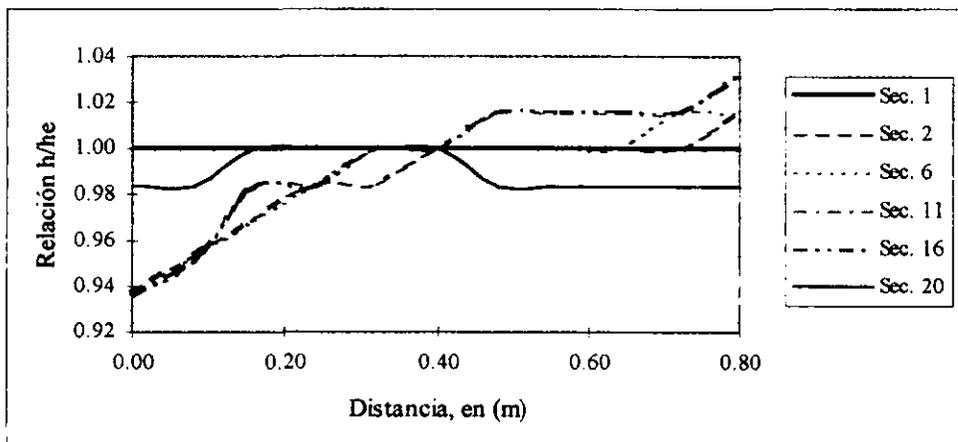


Fig. 5.3 Perfil transversal de la relación de tirantes

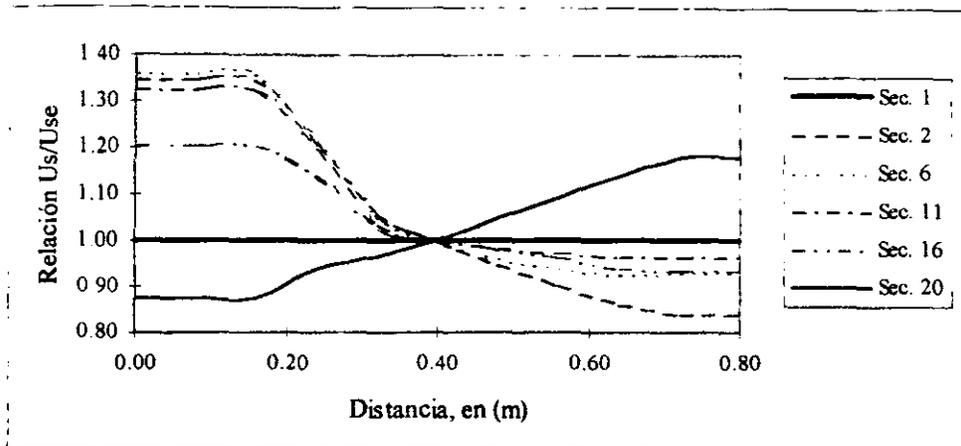


Fig. 5.4 Perfil transversal de la relación de velocidades

En la Fig. 5.3 y Fig. 5.4, h_c y U_{se} son el tirante y la velocidad longitudinal al eje del canal respectivamente.

Las figuras anteriores muestran claramente el comportamiento del flujo en una curva, comportamiento por demás esperado en este tipo de canales. Es decir, con elevaciones de la superficie libre del agua mayores en la margen derecha (exterior) y menores en la margen izquierda (interior). En cuanto a las velocidades, se puede observar también una tendencia a ser mayores en la margen izquierda y menores en la margen derecha, tendencia que no se mantiene a lo largo de toda la curva, lo que hace que a la salida de esta los perfiles de velocidades tiendan a invertirse, apareciendo mayores velocidades en la margen derecha y menores en la izquierda, lo cual hace que la profundidad en esos puntos sea afectada también.

En lo que a la magnitud de los resultados se refiere, se observó que si bien no son iguales a los medidos por Rozovskii, cosa por demás esperada, si hay concordancia. Así las mayores diferencias se tienen en las velocidades a la salida del canal, en donde se tienen diferencias máximas de hasta un 15 %. No así en los tirantes, donde se aprecian mayores concordancias.

5.2 Simulación del Flujo y Evolución del Lecho

Odgaard utilizó un canal rectangular de experimentación del Instituto de Investigaciones Hidráulicas de Iowa, para estudiar el efecto del flujo en una curva y su repercusión en la topografía del lecho. Dicho canal tenía la forma mostrada en la Fig. 5.5

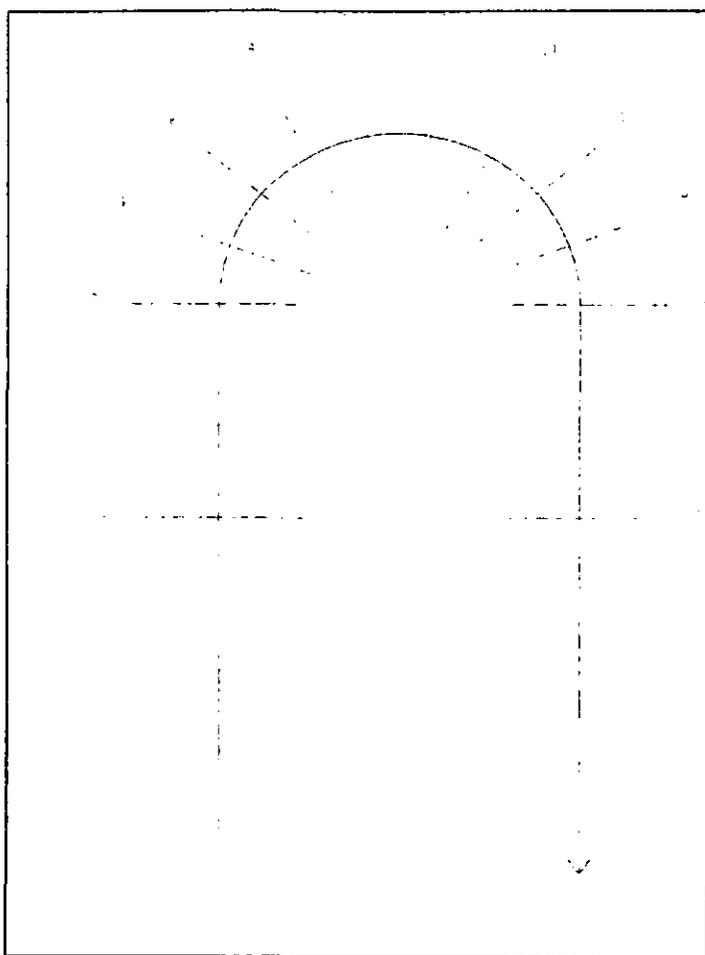


Fig.5.5 Canal de experimentación de Odgaard (1988)

Las características geométricas e hidráulicas son las siguientes:

- ◆ Caudal = 153 l/s
- ◆ Profundidad del flujo a la entrada = 0.15 m
- ◆ Velocidad media a la entrada = 0.45 m/s
- ◆ Ancho del canal = 2.14 m
- ◆ Radio de curvatura exterior = 14.18 m
- ◆ Radio de curvatura interior = 12.04 m
- ◆ Radio de curvatura medio = 13.11 m
- ◆ Profundidad del flujo a la salida = 0.15 m
- ◆ Coeficiente de fricción = 0.067
- ◆ Diámetro medio de las partículas del lecho = 0.30 mm

Con estas características y definiendo una malla de cálculo igual a la empleada en el caso anterior se obtuvieron los resultados mostrados en las siguientes gráficas.

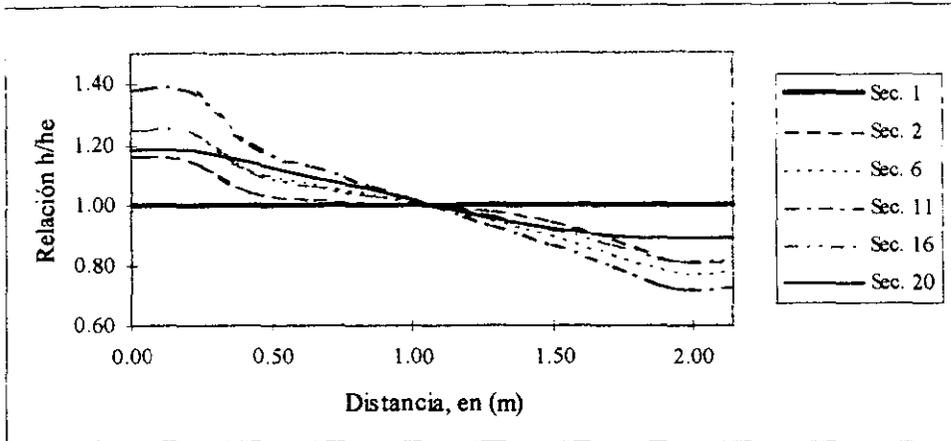


Fig. 5.6 Perfil transversal de la relación de tirantes

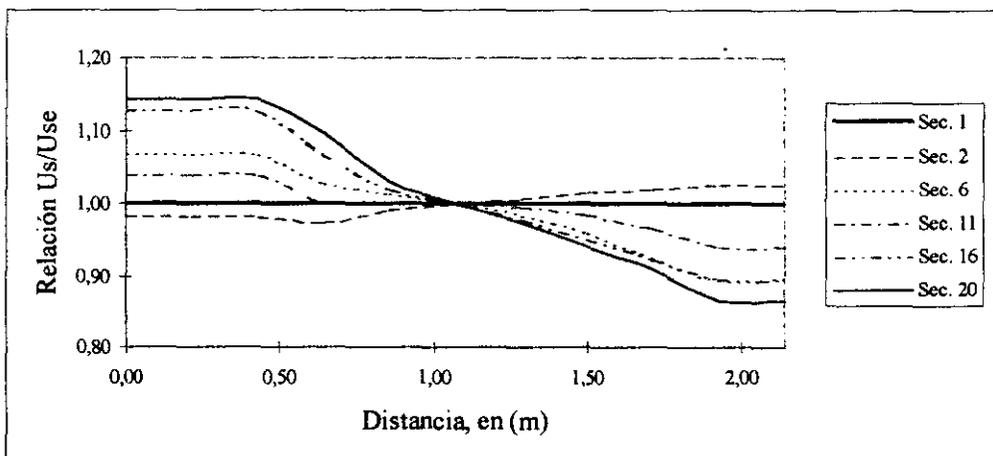


Fig. 5.7 Perfil transversal de la relación de velocidades

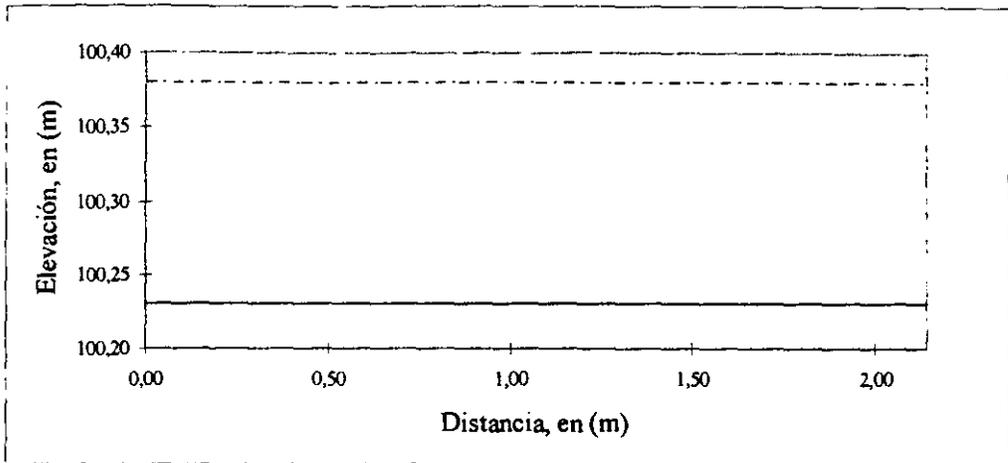


Fig. 5.8 Perfil transversal del lecho y superficie del agua, sección 1

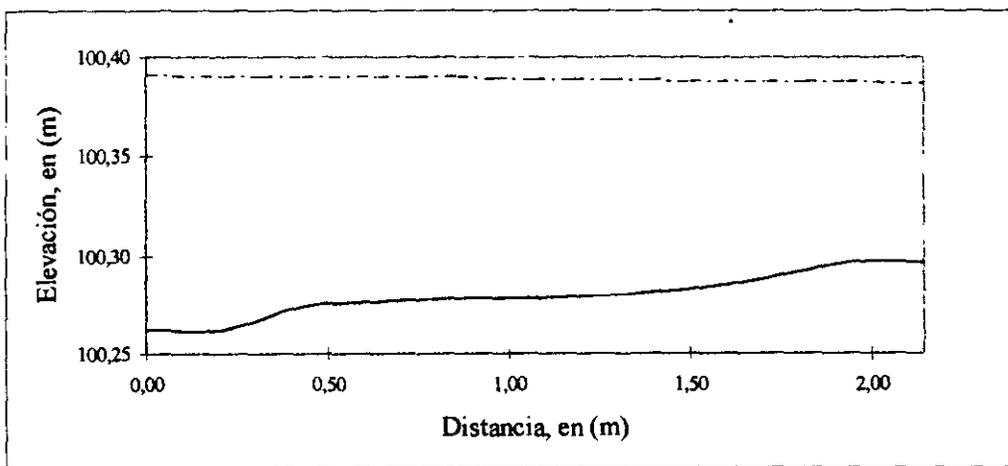


Fig. 5.9 Perfil transversal del lecho y superficie del agua, sección 2

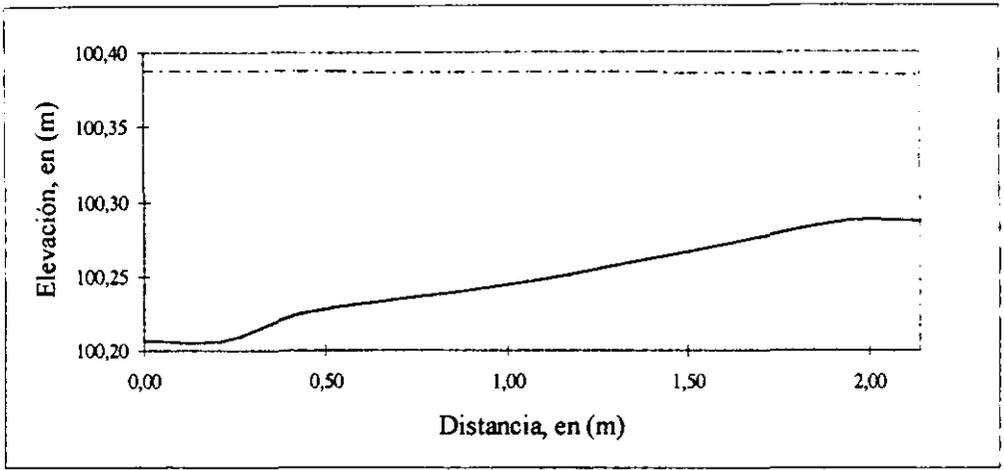


Fig. 5.10 Perfil transversal del lecho y superficie del agua, sección 4

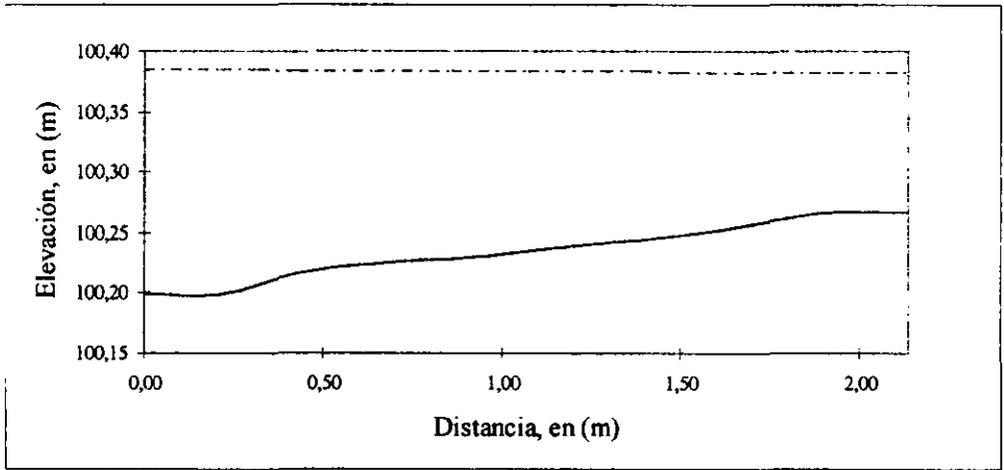


Fig. 5.11 Perfil transversal del lecho y superficie del agua, sección 6

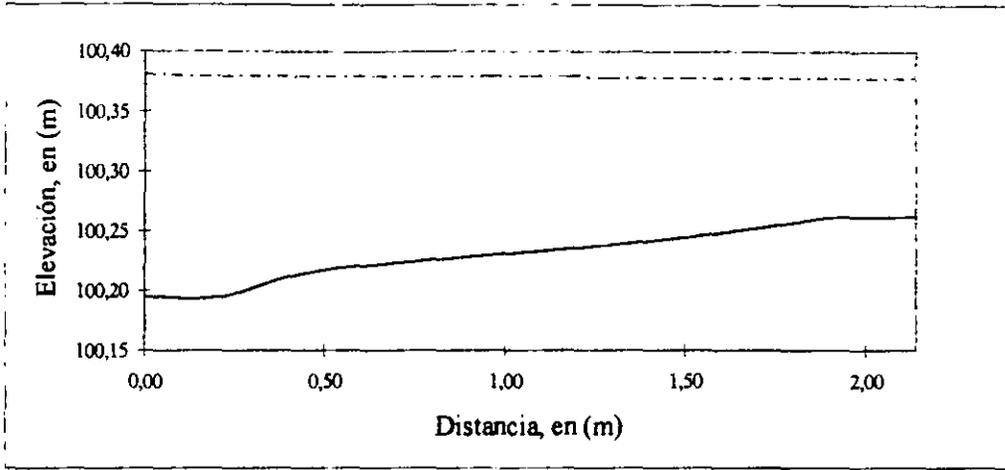


Fig. 5.12 Perfil transversal del lecho y superficie del agua, sección 8

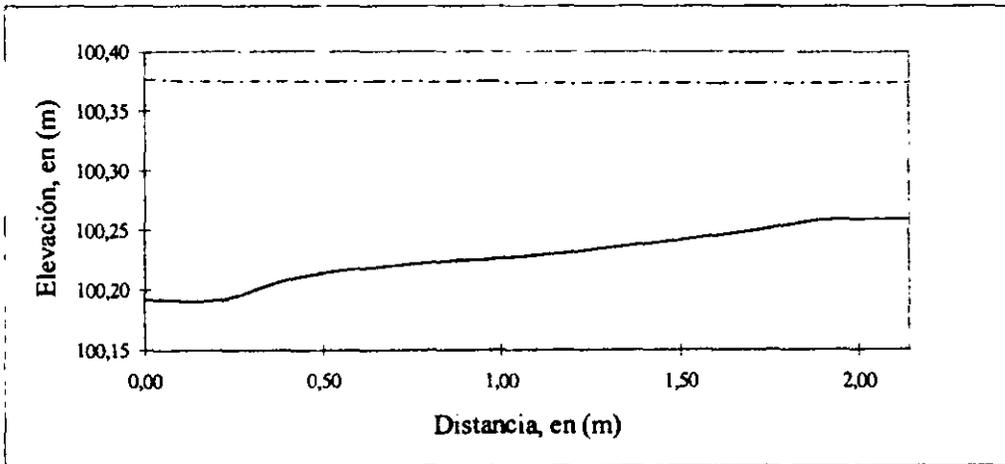


Fig. 5.13 Perfil transversal del lecho y superficie del agua, sección 10

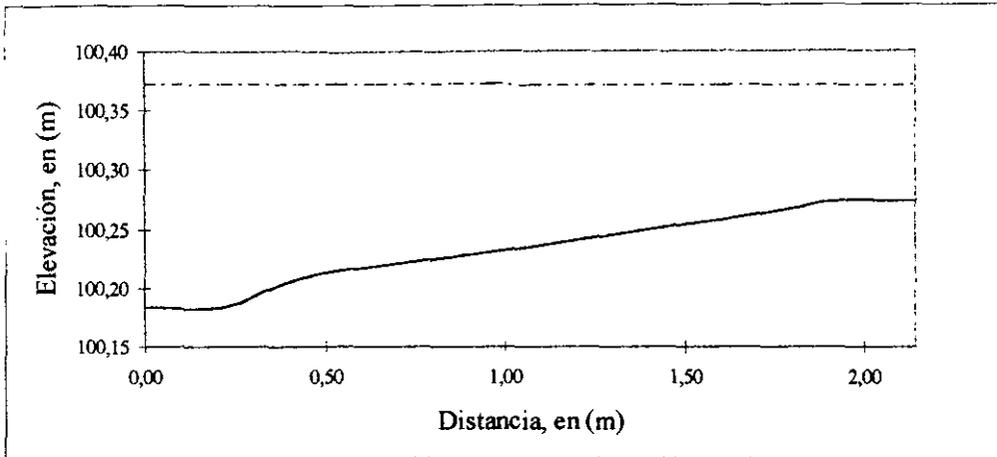


Fig. 5.14 Perfil transversal del lecho y superficie del agua, sección 11

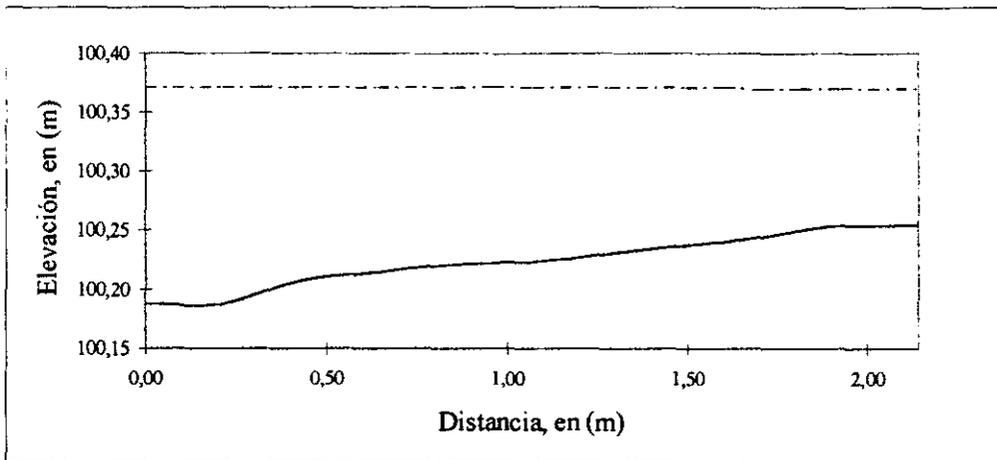


Fig. 5.15 Perfil transversal del lecho y superficie del agua, sección 12

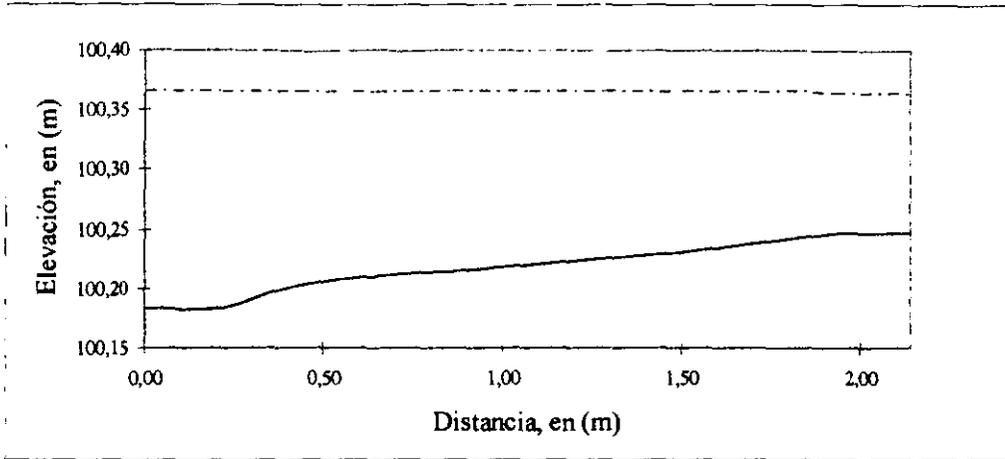


Fig. 5.16 Perfil transversal del lecho y superficie del agua, sección 14

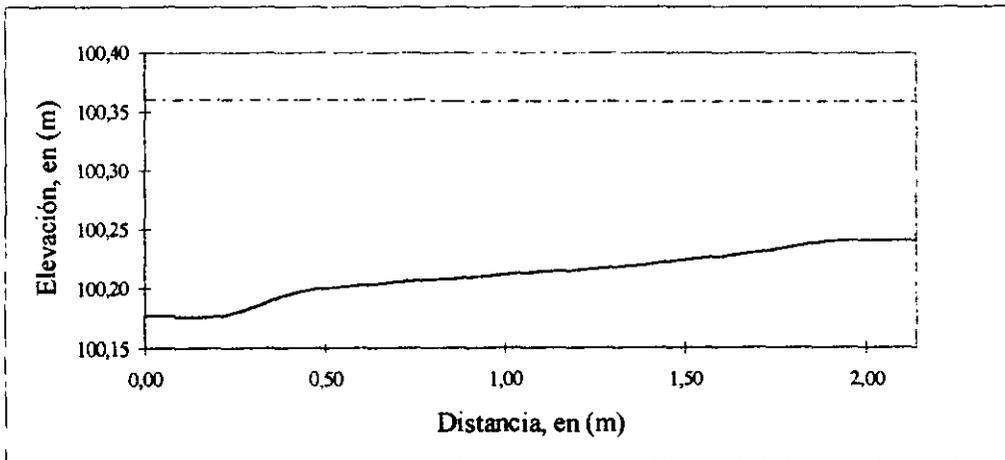


Fig. 5.17 Perfil transversal del lecho y superficie del agua, sección 16

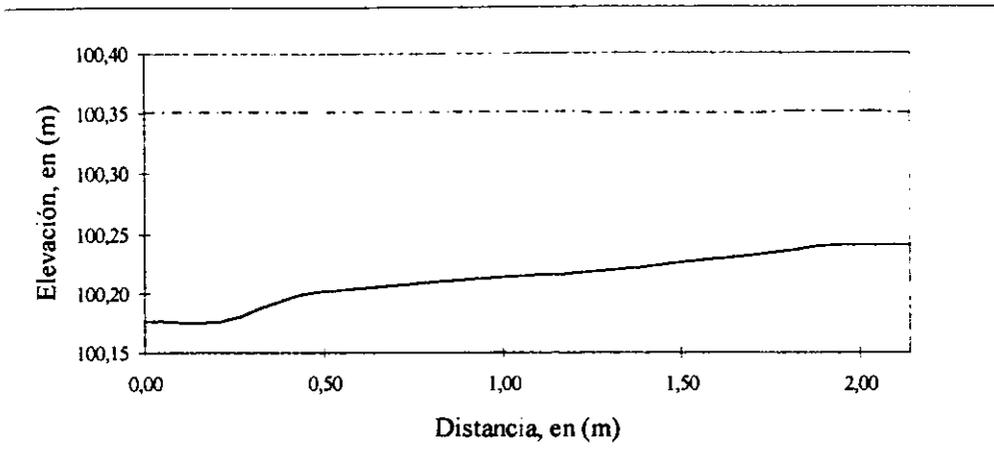


Fig. 5.18 Perfil transversal del lecho y superficie del agua, sección 18

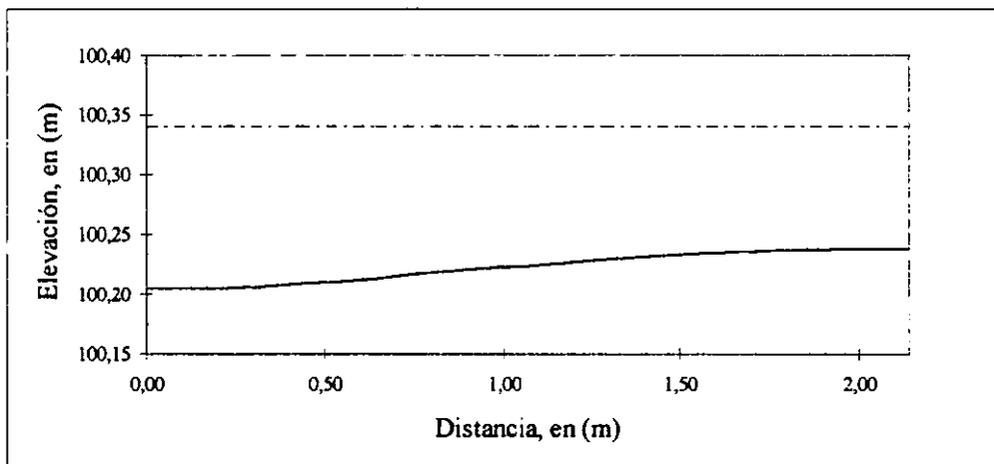


Fig. 5.19 Perfil transversal del lecho y superficie del agua, sección 20

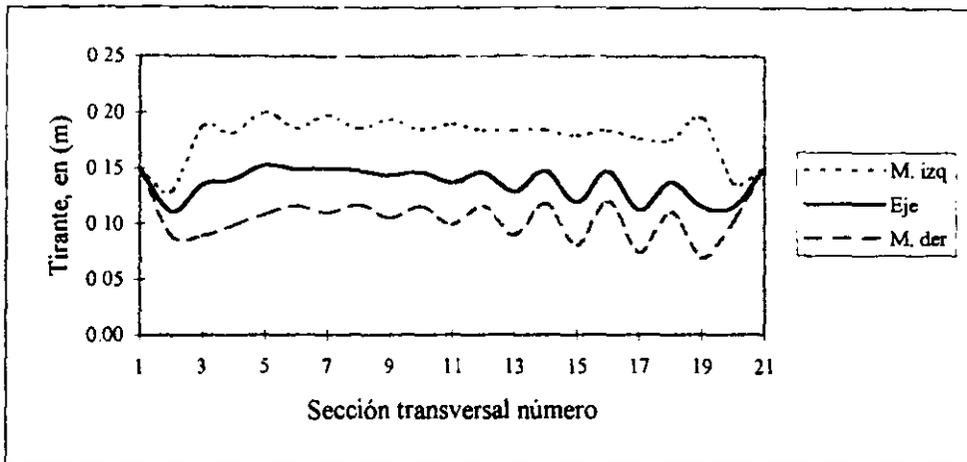


Fig. 5.20 Perfil longitudinal de tirantes en márgenes y eje del canal

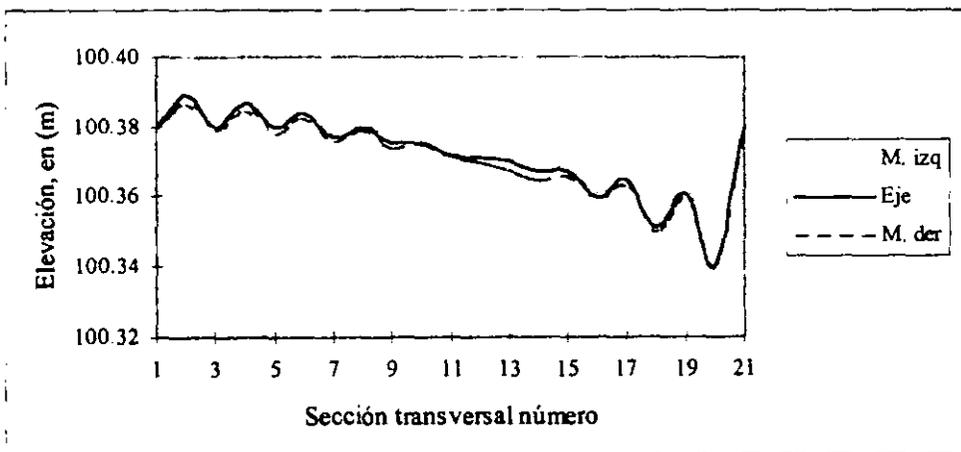


Fig. 5.21 Perfil longitudinal de la superficie del agua al eje y márgenes del canal

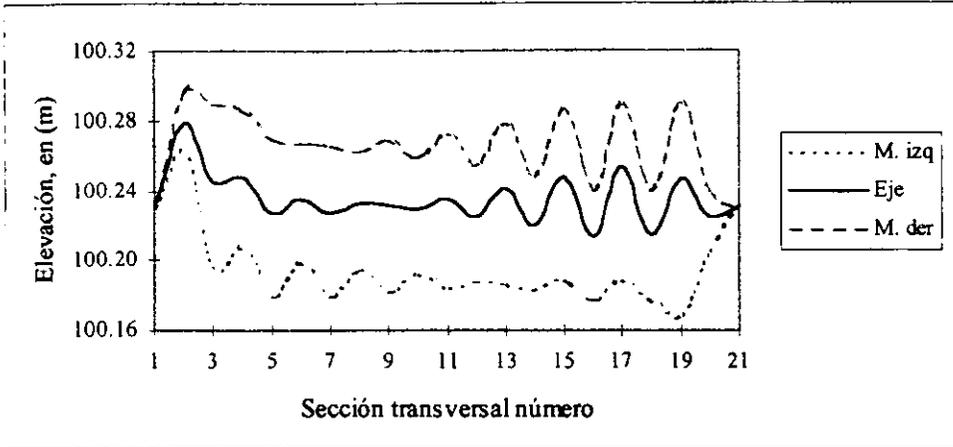


Fig. 5.22 Perfil longitudinal del lecho en márgenes y eje del canal

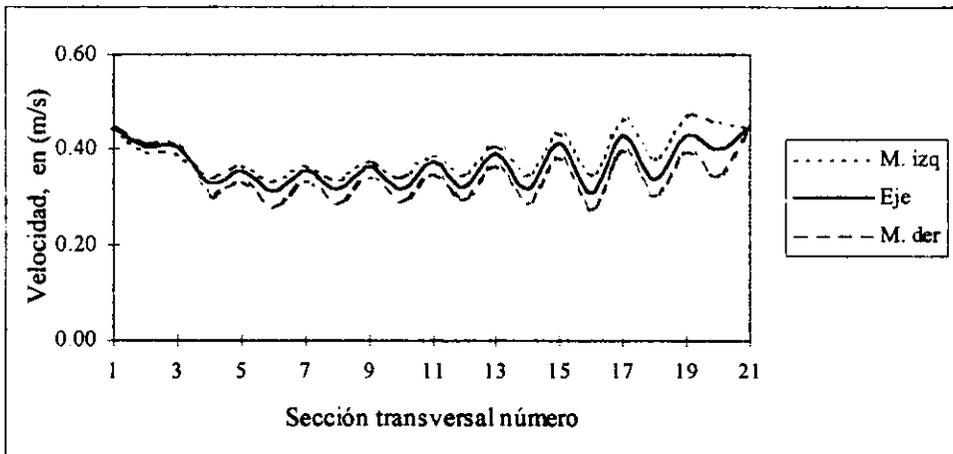


Fig. 5.23 Perfil longitudinal de velocidades en márgenes y eje del canal

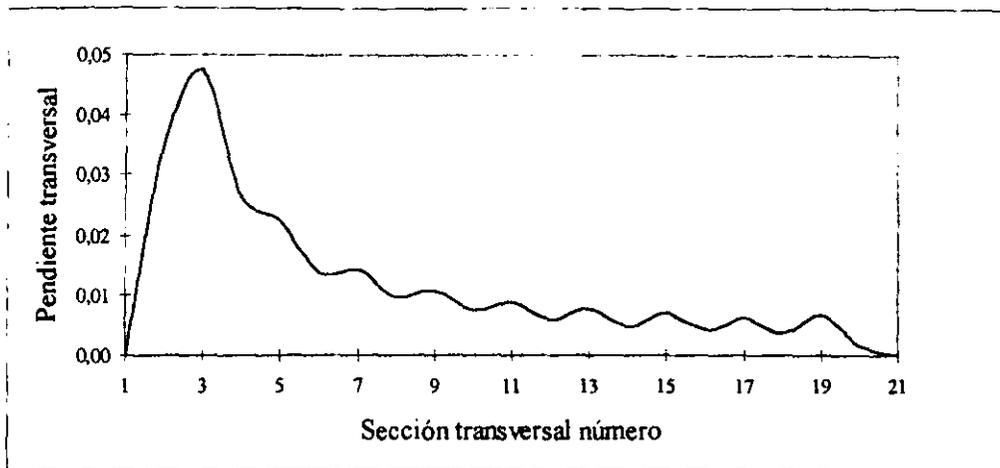


Fig. 5.24 Perfil longitudinal de la pendiente transversal

Como puede verse, el comportamiento del flujo en lo referente a los tirantes es similar al que se tiene en lecho fijo (mayores en la margen izquierda y menores en la derecha), no así en las velocidades donde ahora se presentan de forma contraria a los del caso de lecho fijo. En cuanto al lecho, puede apreciarse claramente la formación de la barra en la margen interior (derecha) y la correspondiente socavación en la margen exterior (izquierda), características propias de canales que presentan este tipo de geometría, que por otro lado son de gran importancia por su implicación en la estabilidad de las márgenes.

Si bien puede observarse una acentuación clara de las características antes señaladas sobre todo al inicio de la curva y antes de la segunda mitad de la curva, la realidad es que los perfiles longitudinales muestran un comportamiento oscilatorio en la segunda mitad de la curva.

En cuanto a las pendientes, tanto del lecho como de la superficie del agua, se observa que en la dirección longitudinal son más acentuadas en el agua que en el lecho. No así en la dirección transversal, donde las pendientes transversales son mayores en el lecho que en el

espejo de agua y sobretodo mas acentuadas a la entrada de la curva. Otro punto a destacar, y que se desprende de los perfiles longitudinales de velocidad y de la superficie de agua, es su menor respuesta al cambio de curvatura en comparación con el lecho.

Por lo que a las magnitudes, de los resultados se refiere, se ha obtenido una profundidad máxima de 20 cm y de 9 cm la mínima; velocidad máxima de 46 cm/s y mínima de 24 cm/s y pendiente transversal máxima de 0.048. Valores que si bien no coinciden con los medidos por Odgaard son del mismo orden de magnitud.

5.3 Rillito River (Tramo Ciudad de Tucson)

Con la finalidad de proteger las márgenes de un tramo de río (Rillito River) a su paso por la ciudad de Tucson (Arizona U.S.A), Chang 1988, modeló la evolución temporal del lecho para un hidrograma de avenida con periodo de retorno de 100 años. Las características geométricas del tramo en cuestión se muestran en la Fig. 5.25. En este estudio la finalidad es determinar el comportamiento del modelo (lecho móvil) aplicado a un cauce real considerando el caudal pico y las condiciones medias de tirante y velocidad, como iniciales. En cuanto a las propiedades del material del lecho y por no darse a conocer en las referencia correspondiente, se consideran semejantes a las del canal de Odgaard indicado en las secciones precedentes. Por esta última consideración es que no podrá hacerse una comparación estricta de los modelos, pero si nos dará idea de cual es el comportamiento del modelo y si los resultados obtenidos se asemejan cualitativamente a los obtenidos por Chang.

El caudal considerado es de 34000 cfs, un tirante promedio de 8.50 ft y la velocidad media de 12.9 ft/s. El coeficiente de rugosidad de Manning se supone ser de 0.03 y se considera que las márgenes son fijas.

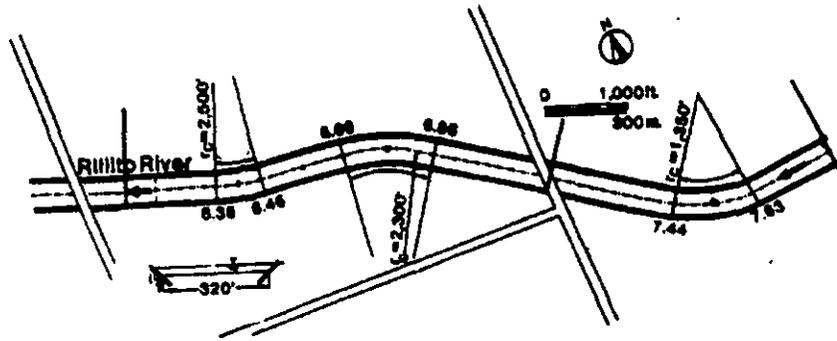


Fig. 5.25 Geometría del Rillito River (Chang, 1988)

Los resultados obtenidos por Chang en algunas de las secciones se muestran en la siguiente figura:

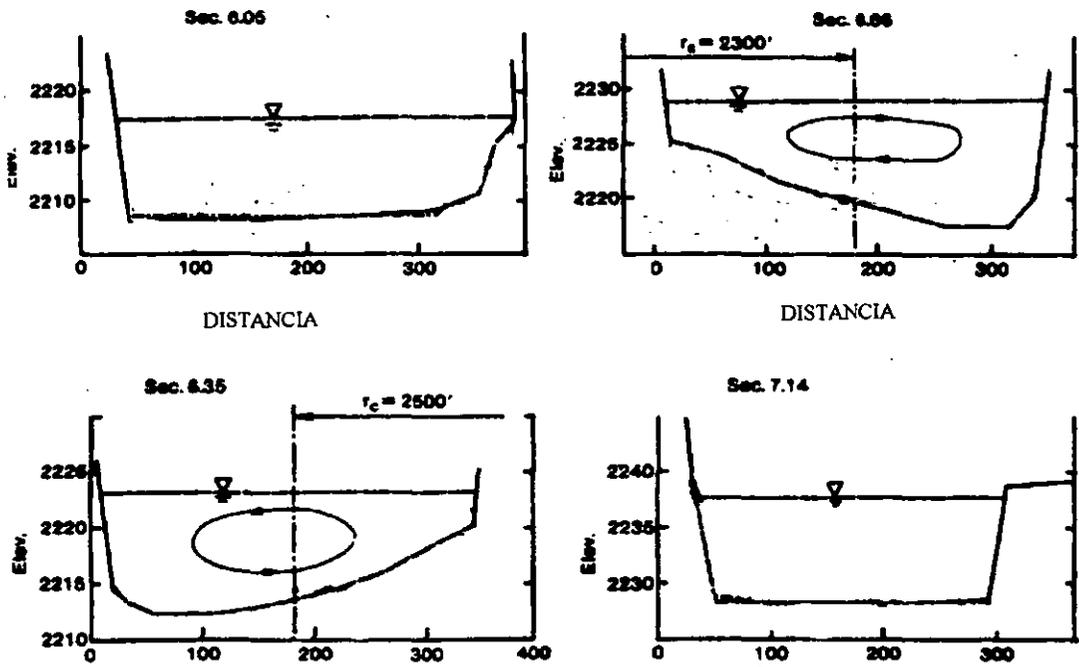


Fig. 5.26 Evolución del lecho transversal Chang, 1988

Los resultados obtenidos con el modelo del presente estudio se muestran en forma gráfica en las siguientes figuras.

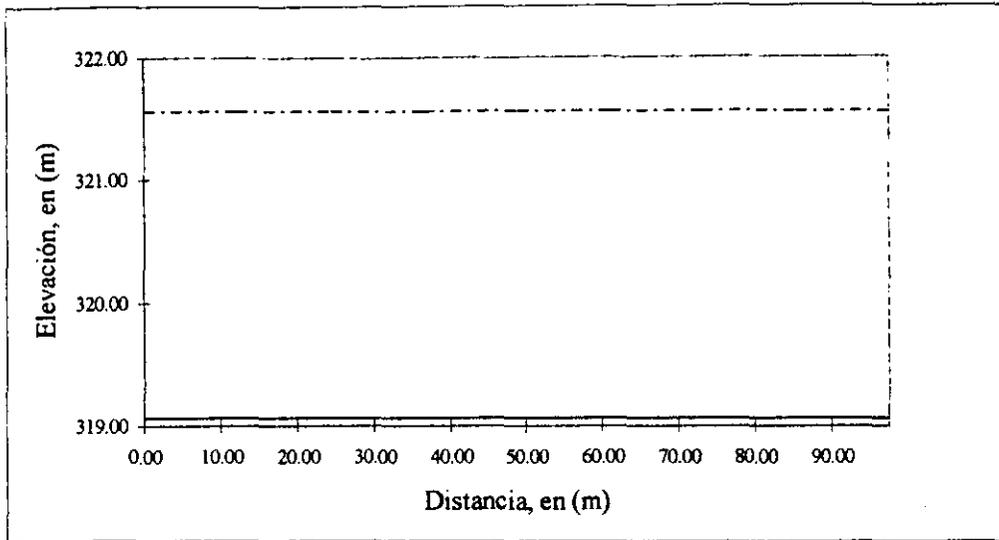


Fig. 5.27 Perfil transversal del lecho y superficie del agua, sección 1

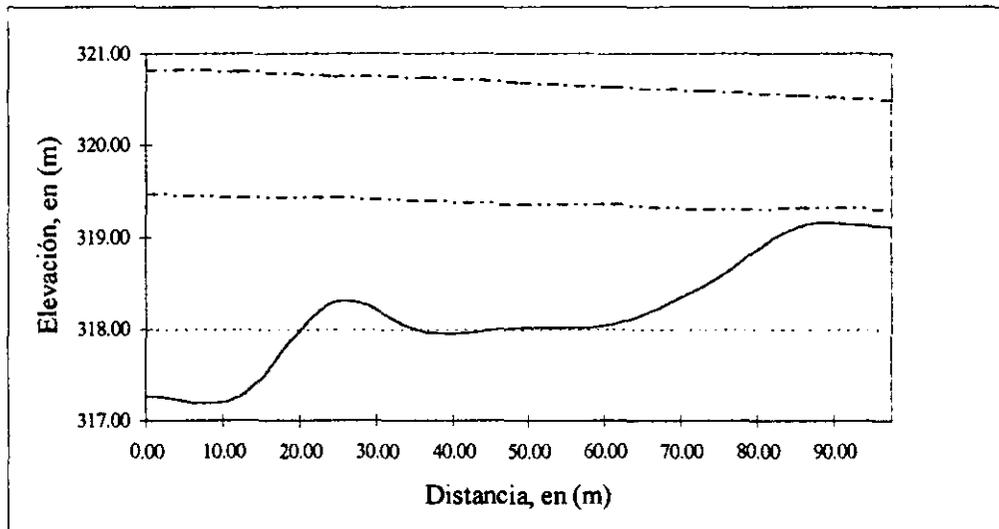


Fig. 5.28 Perfil transversal del lecho y superficie del agua, sección 2

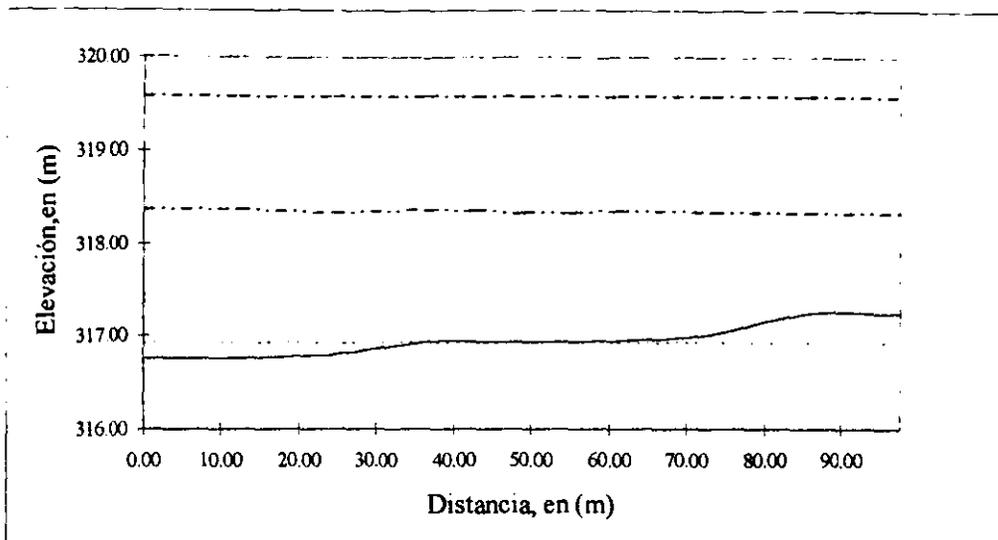


Fig. 5.29 Perfil transversal del lecho y superficie del agua, sección 3

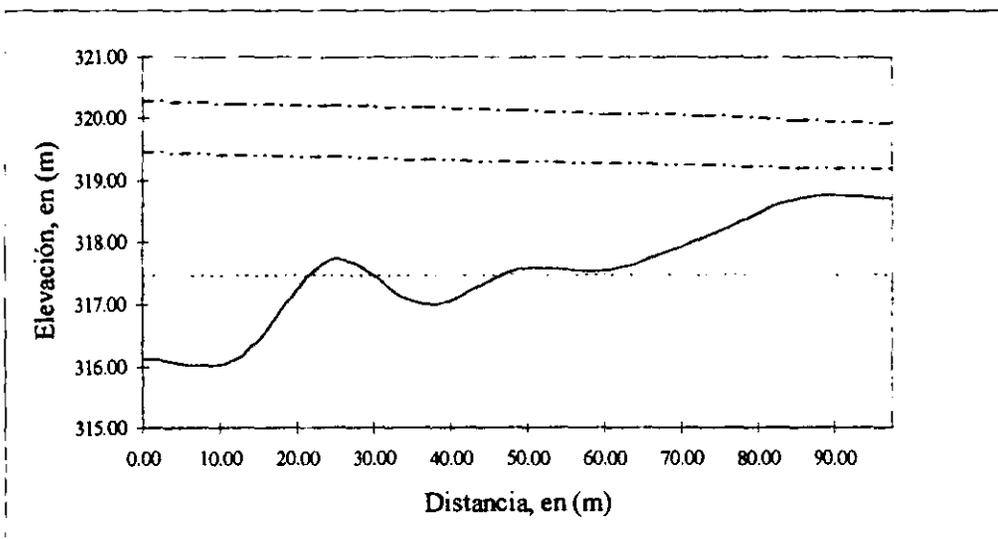


Fig. 5.30 Perfil transversal del lecho y superficie del agua, sección 4

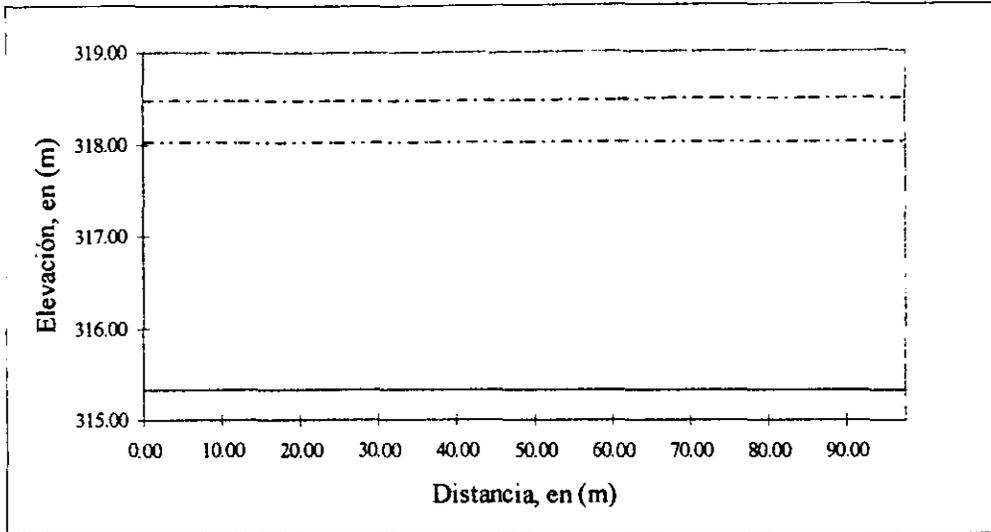


Fig. 5.31 Perfil transversal del lecho y superficie del agua, sección 5

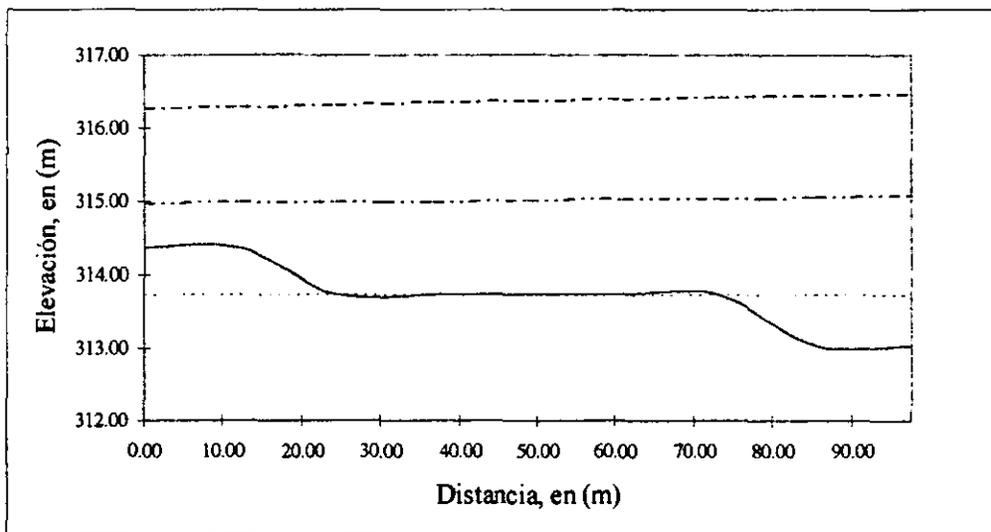


Fig. 5.32 Perfil transversal del lecho y superficie del agua, sección 6

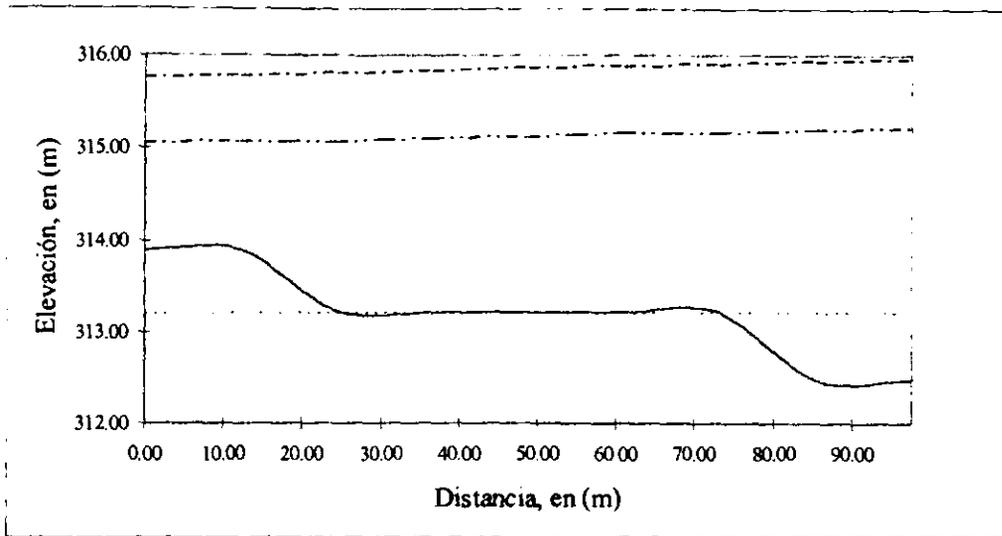


Fig. 5.33 Perfil transversal del lecho y superficie del agua, sección 7

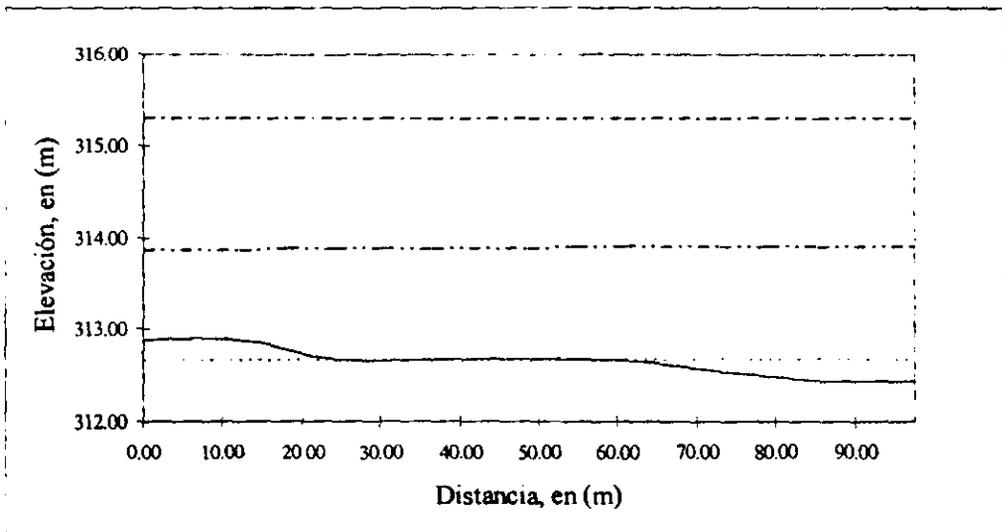


Fig. 5.34 Perfil transversal del lecho y superficie del agua, sección 8

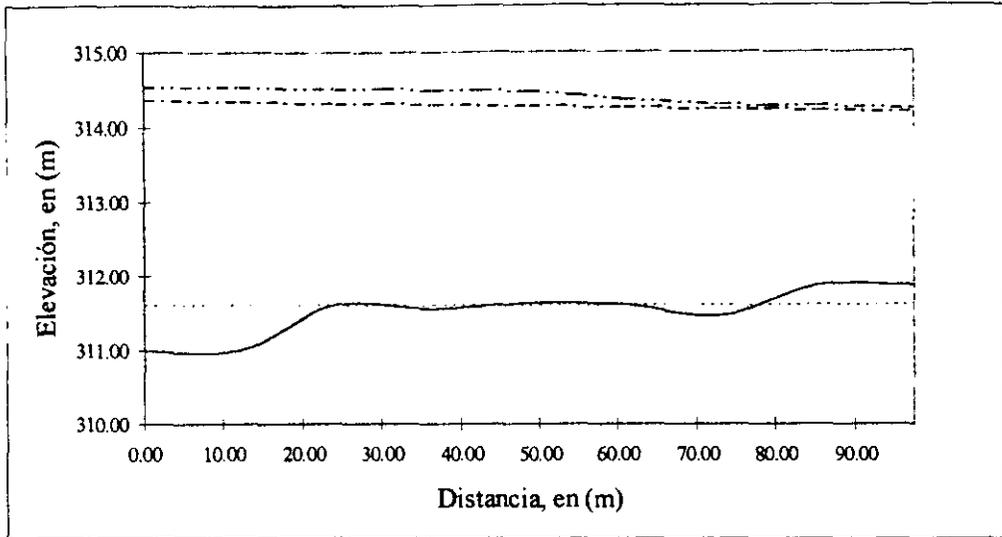


Fig. 5.35 Perfil transversal del lecho y superficie del agua, sección 9

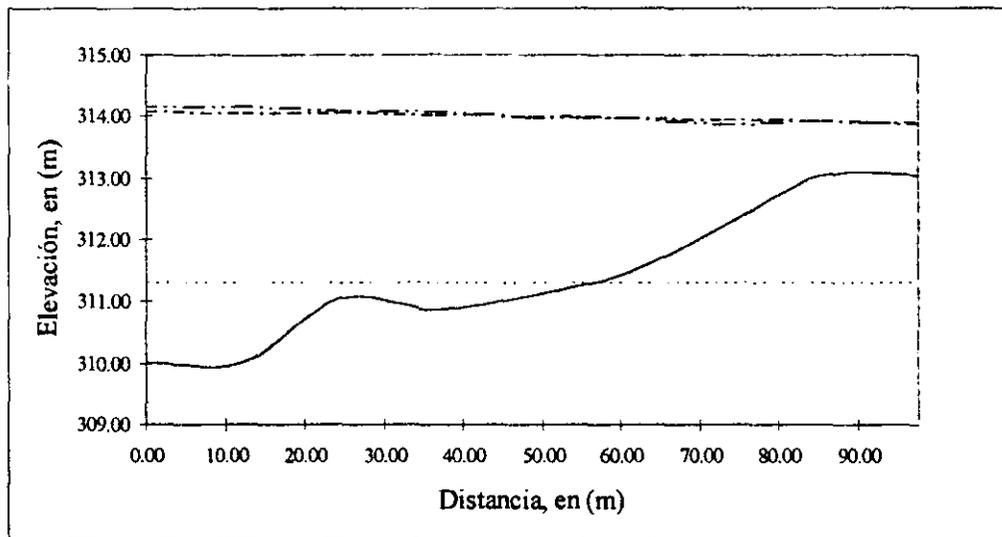


Fig. 5.36 Perfil transversal del lecho y superficie del agua, sección 10

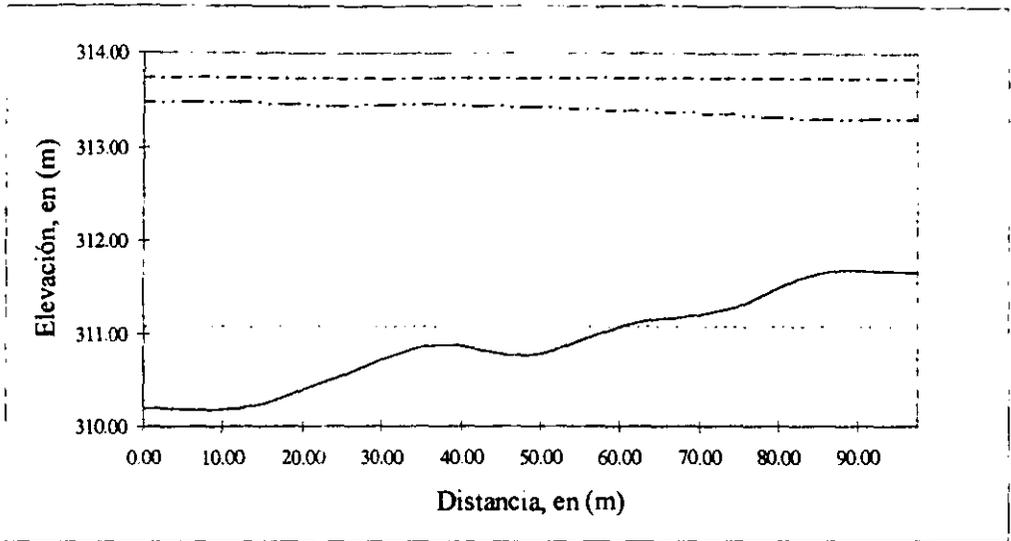


Fig. 5.37 Perfil transversal del lecho y superficie del agua, sección 11

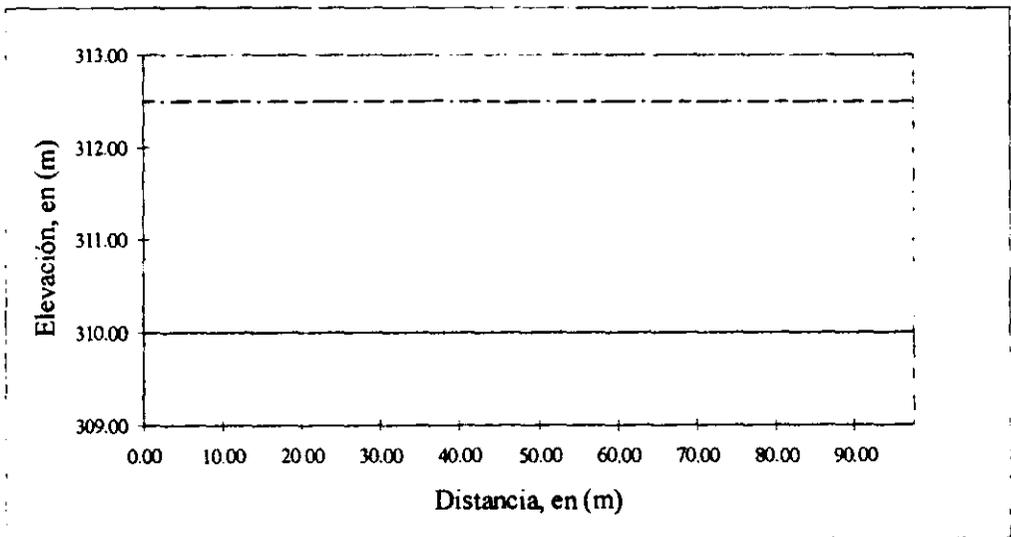


Fig. 5.38 Perfil transversal del lecho y superficie del agua, sección 12

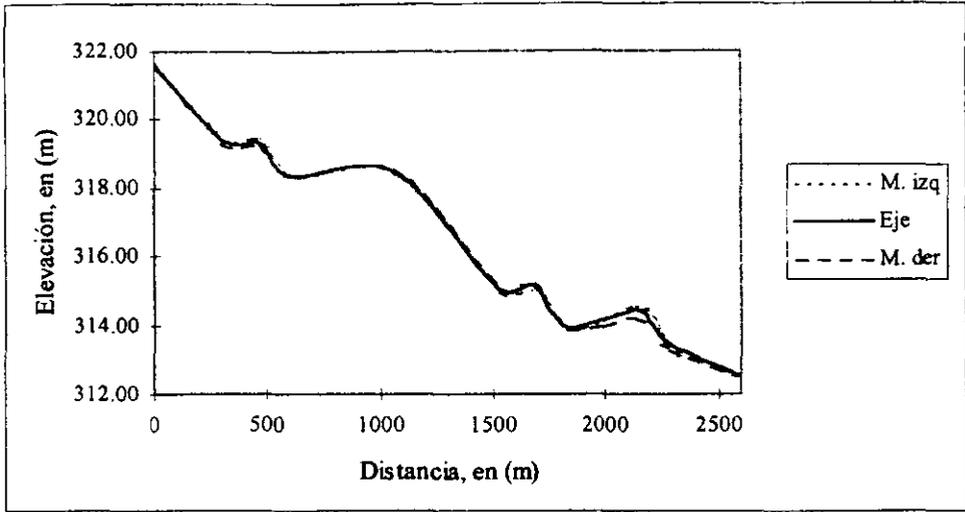


Fig. 5.39 Perfil longitudinal de la superficie del agua en márgenes y eje del canal

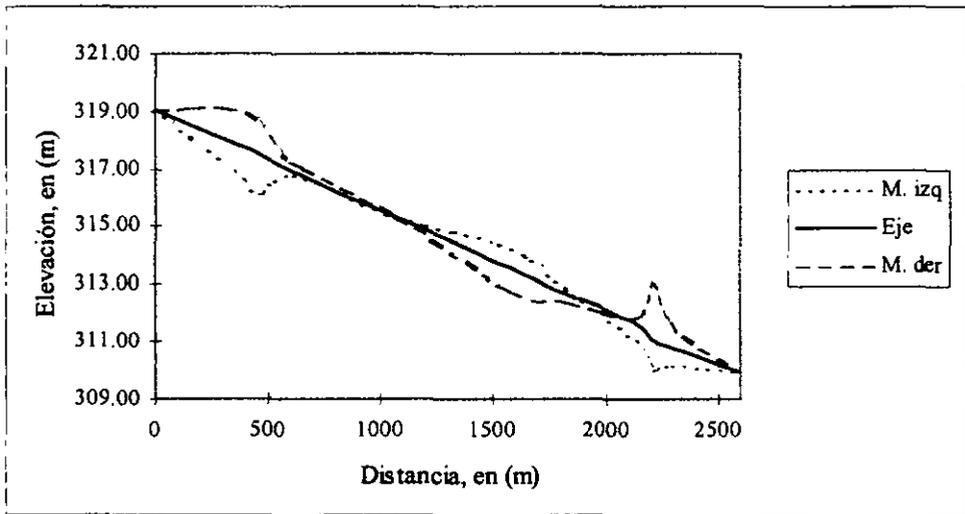


Fig. 5.40 Perfil longitudinal del lecho en márgenes y eje del canal

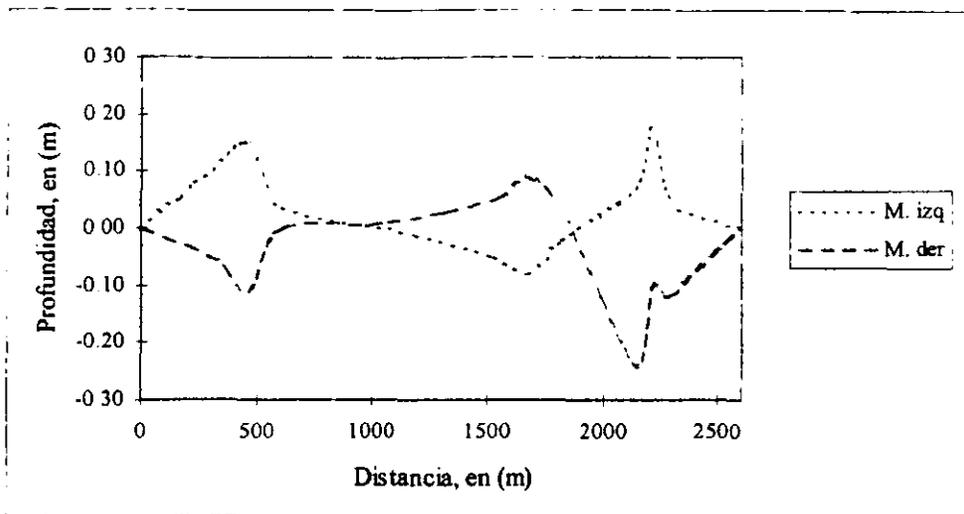


Fig. 5.41 Perfil longitudinal de la diferencia de tirantes en márgenes a partir del eje del canal

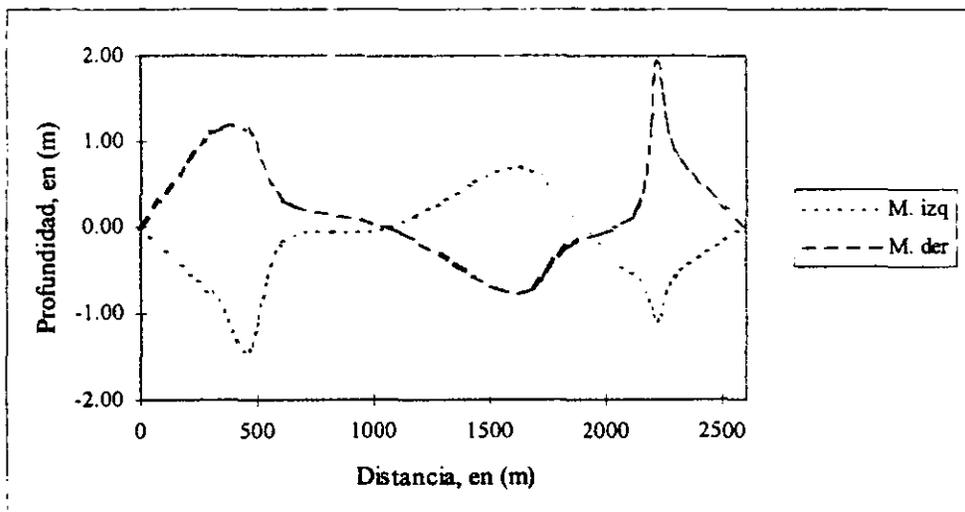


Fig. 5.42 Perfil longitudinal de la diferencia de elevaciones del lecho en márgenes a partir del eje del canal

De las figuras anteriores se puede concluir que el modelo reproduce cualitativamente bien el comportamiento tanto del flujo como del lecho. En la mayoría de las figuras puede apreciarse la erosión del lecho en la margen cóncava y la formación de la barra en la convexa, provocadas por el flujo secundario. Se observa también la sobrelevación de la superficie libre del agua y su variación con respecto al tiempo debido a la propia deformación del lecho.

En cuanto a la magnitud de los resultados y su comparación con los obtenidos por Chang, (1988) gráficamente puede observarse cierta concordancia. Sin embargo, no es posible realizar una comparación estricta debido al desconocimiento de las características del material utilizadas por Chang y de los parámetros utilizados en las ecuaciones de transporte. No obstante, y sin ser demasiado exigentes se notan similitudes en las profundidades socavadas y en la altura de las barras. Así, pueden apreciarse alturas de la barra de hasta 2.0 m y socavaciones de 1.4 m (Fig. 5.36), que comparadas con las obtenidas por Chang para la misma sección (sec. 6.35, Fig. 5.26) se puede decir que son concordantes.

Por lo que se refiere al comportamiento del flujo y del lecho en la dirección principal se observa que el perfil longitudinal del flujo en ambas márgenes y en el eje del canal, presentan pendientes prácticamente iguales. Además puede notarse, aunque no tan acentuado, el comportamiento oscilatorio de la superficie libre. En cuanto al perfil longitudinal del lecho, se observa una variación de la pendiente en las márgenes, en tanto que al eje se aprecia una pendiente prácticamente uniforme.

El código de programación, así como algunos de los resultados de los ejemplos vistos pueden verse en el apéndice al final del presente trabajo.

6. CONCLUSIONES

En los capítulos precedentes se ha presentado y verificado un modelo matemático bidimensional, para la simulación del flujo y deformación del lecho en cauces aluviales naturales con márgenes fijas. Las ecuaciones de continuidad y de cantidad de movimiento de Navier-Stokes, así como la ecuación de continuidad de sedimento, son expresadas en un sistema de coordenadas curvilíneo y resueltas numéricamente y de manera simultánea utilizando para ello el esquema de MacCormack.

Los resultados calculados con el modelo son comparados con los obtenidos por tres investigadores. Desde el punto de vista cualitativo puede verse que el modelo reproduce adecuadamente el comportamiento del flujo y del lecho. En tanto que la magnitud de los resultados si bien no son iguales, si están en concordancia con los medidos en algunos puntos. Esto debido a que no se contó con la totalidad de datos utilizados por esos investigadores.

El presente trabajo representa un avance significativo en lo concerniente al estudio y modelación de los procesos y mecanismos de erosión en el lecho de cauces aluviales naturales. Es también una herramienta numérica que permite evaluar de forma teórica las erosiones que se presentan en el lecho por efecto del flujo tanto en tramos rectos como en curvos y que son de importancia por su influencia en el colapso de las márgenes y en el

desplazamiento lateral del cauce.

7. REFERENCIAS

1. **Abbott, M.B.** 1979 Computational hydraulics: Elements of the theory of free surface flows, Pitman, London.
2. **Anderson, D.A.; Tannehill, J. C; y Pletcher, R. H.** 1984 Computational fluid mechanics and heat transfer, McGraw-Hill, New York, NY.
3. **Benque , J. P.; Hauguel, A. y Viollet, P. L.** 1982 Engineering applications of computational hydraulics, Pitman, London.
4. **Bhalla, S. M., y Chaudry, M. H.** 1991 Numerical modelling of aggradation and degradation in alluvial channels, Journal of hydraulic Engineering, Amer. Soc. Civil Engrs., 117, No. 9, pp. 1145-64.
5. **Cunge, J. A., Holly F. M., Jr., y Verwey, A.** 1980 Practical aspects of computational river hydraulics, Pitman, Publishing, London.
6. **Chang, H. H.** 1988 Fluvial processes in river engineering, Jhon Wiley & Sons Inc., New York.
7. **Chaudry, M. H.** 1994 Open-Channel Flow, Perentice Hall, Englewood Cliffs, New

Jersey.

8. **Dammuller, D. C., Bhallamudi, S.M. & Chaudry, M. H.** 1989 Modelling of unsteady flow in curved channel, *Journal of Hydraulic Engineering*, 115, No. 11, pp 1479-1495.
9. **Diegaard, R.** 1980 Longitudinal and transverse sorting of grain sizes in alluvial rivers, Series paper 26, Inst. Of Hydrodynamics and Hydraulic Eng. Tech. Univ. Denmark.
10. **Dungan, S. J. y McLean, S. R.** 1984 A model for flow in meandering streams *Water Resources Research*, 20, No. 9, pp. 1301-1315.
11. **Engelund, F., y Fredsøe, J.** 1982 Hydraulic Theory of alluvial rivers, *Advances of Hydroscience*, 13.
12. **Fennema, R. J., y Chaudry, M. H.** 1990 Explicit methods for two dimensional unsteady free-surface flows, *Journal of Hydraulic Engineering*, Amer. Soc. of Civil Engrs., 116, No. 8, pp. 1013-34.
13. **Fernández Bono J. F., Ortiz Andrés, E. y Domínguez Sánchez C.** 1996 Hidráulica Fluvial, Procesos de la mecánica del flujo bifase agua-sedimento en cauces naturales, Departamento de ingeniería hidráulica y medio ambiente SPUPV-96.477.
14. **García Gutierrez F. P.** 1994 Estudio del flujo líquido y másico y sus interacciones, para altos números de froude, en cauces abiertos naturales-aluviales con meandros, Tesis Doctoral DIHMA Universidad Politécnica de Valencia.
15. **García, R. & Kahawita, R. A.** 1986 Numerical solution of the St. Venant equations with the MacCormack finite-difference scheme, *International Jour. for Numerical Methods in Fluids*, 6, pp. 259-274.

16. **Hey, R.D.& Thorne, C. R.** 1975 Secondary flow in river channels, *Area*, 7(3), 191-195.
17. **Hussein, A. S. A. y Smith, K. V.H.** 1986 Flow and bed desviation angle in curved open channels *Jour. Hyd. Res., IAHR*, 24, No. 2, pp. 93-108.
18. **Jimenez, O. F. & Chaudry, M. H.** 1988 Computation of supercritical free-surface flow, *Jour. Hydraulic Engineering, Amer. Soc. Civil Engrs.*, 114, No. 4, pp.377-395.
19. **Odgaard, A. J.** 1981 Meander flow model I: Development. II: Applications. *Jour. Hyd. Div., Amer. Soc. Civil Engrs.*, 112, No. HY 12, pp. 1117-1150.
20. **Odgaard, A. J.** 1986 River meander model, I: Development. II: Applications *Journal of Hydraulic Engineering, Amer. Soc. Civil Engrs.*, 115, No. 11, pp. 1433-1464.
21. **Rozovskii, I. L.** 1961 Flow of water in bends of open channels, *Academy of Science of Ukrainian S. S. R.*, Tranlated from Russian, *Israel Program for Science Translation*, 1-233.
22. **Shimizu, Y., Yamaguchi, H. & Itakura, T.** 1989 Calculation of bed variation in alluvial channels, *Journal of Hydraulic Engineering, Amer. Soc. Civil Engrs.*, 115, No. 3, pp 367-.
23. **Shimizu, Y., Yamaguchi, H. & Itakura, T.** 1990 Three-dimensional computational of flow and bed deformation, *Journal of Hydraulic Engineering, Amer. Soc. Civil Engrs.*, 116, No. 9, pp 1090-1108.
24. **Simon, D. B. & Sentürk, F.** 1992 *Sediment transport technology*, Water Resources Publications
25. **Van Rijn, L. C.** 1984 *Sediment transport, Part I: Bed load transport*, *Journal of*

Hydraulic Engineering, Amer. Soc. Civil Engrs., 110, No. 10, pp 1431-1456.

26. **Van Rijn, L. C.** 1984 Sediment transport, Part II: Suspended load transport, Journal of Hydraulic Engineering, Amer. Soc. Civil Engrs., 110, No. 11, pp 1613-1641.
27. **Yen, C. L. & Ho, S. Y.** 1990 Bed evolution in channel bends, Journal of Hydraulic Engineering, Amer. Soc. Civil Engrs., 116, No. 4, pp 544-562.

APENDICE

CODIGO DE PROGRAMACIÓN

**'PROGRAMA PARA LA DETERMINACION DEL PERFIL LONGITUDINAL Y TRANSVERSAL
'DEL LECHO Y SLA EN CAUCES NATURALES ALUVIALES
'Esquema de MacCormack (Chaudry, 1991)**

```
'N = Número de secciones
'M = Número de puntos que definen la geometría de la sección
'GAMMA = Peso específico del agua
'F = Factor de fricción
'CHE = Coeficiente de Chezy
'NM = Coeficiente de rugosidad según Manning
'LAMDA = Porosidad del la capa del lecho
'TAUSHC = Parámetro de Shields critico
'GE = Gravedad específica
'SMU = Coeficiente de fricción estática de Coulomb
'DMU = Coeficiente de fricción dinámica de Coulomb
'COEFMPM = Coeficiente en la ecuación de MPM
'DT = Incremento de tiempo, en (seg)
'G = Aceleración de la gravedad, en (m/seg2)
'DIAMP = Diámetro de la partícula representativa del lecho
'BETA = Factor de Rozowski que toma en cuenta el flujo secundario
'NMAXIT = Número máximo de iteraciones de cálculo
'TOL = Tolerancia de calculo

DECLARE SUB DOMINIO (N, M)
DECLARE SUB PREDEC (N, M, CF, DT, G, RHO, BETA)
DECLARE SUB CORREC (N, M, CF, DT, G, RHO, BETA)
DECLARE SUB COFLUIN (N, M)
DECLARE SUB COFROSO (N, M, G, PRESDE)
DECLARE SUB ELECHOST (N, M)
DECLARE SUB CALICEC (N)
DECLARE SUB COFRARAB (N, M, CF, DT, G, RHO, NM, GE, DIAMP, BETA, SMU, DMU, COEFMPM, FPOR, TAUSHC, PRESDE)
DECLARE SUB RESULSIM (N, M, TT, RS, SS)
DECLARE SUB SOLUCION (N, M, G, TOL, PRES, PRESDE)
DECLARE SUB COCOFLE (N, M, G, DDTT)
DECLARE SUB LEMOPRE (N, M, CF, GE, G, DIAMP, BETA, SMU, DMU, COEFMPM, FPOR, TAUSHC, DT)
DECLARE SUB LEMOCOR (N, M, CF, GE, G, DIAMP, BETA, SMU, DMU, COEFMPM, FPOR, TAUSHC, DT)
DECLARE SUB COINTRAS (N, M, CF, GE, G, DIAMP, TAUSHC, COEFMPM, BETA, SMU, DMU)
DECLARE SUB RESIMLM (N, M, TT, RS, SS)
DECLARE SUB PROHIMAL (N, M, GAMMA, F, NM, DT, G, BETA, NMAXIT, TOL, LAMDA, TAUSHC, GE, SMU, DMU, COEFMPM, DIAMP)
DECLARE SUB REPAGRAF (N, M, RS, PRESDE)

CLS

CALL PROHIMAL(N, M, GAMMA, F, NM, DT, G, BETA, NMAXIT, TOL, LAMDA, TAUSHC, GE, SMU, DMU, COEFMPM, DIAMP)

DIM SHARED YS(N), Y(N, M + 1), YN(N, M + 1)
DIM SHARED DELS(N), DS(N, M + 1), DN(N, M + 1)
DIM SHARED R(N), HAN(N, M + 1), FR(N, M + 1), ZAN(N, M + 1)
DIM SHARED H(N, M + 1), HAS(N, M + 1), HDAS(N, M + 1)
DIM SHARED HH(N, M + 1), HHAS(N, M + 1), HHDAS(N, M + 1)
DIM SHARED Z(N, M + 1), ZAS(N, M + 1), ZDAS(N, M + 1)
DIM SHARED QS(N, M + 1), QASS(N, M + 1), QDASS(N, M + 1)
DIM SHARED QN(N, M + 1), QASN(N, M + 1), QDASN(N, M + 1)
DIM SHARED US(N, M + 1), USAS(N, M + 1), USDAS(N, M + 1)
DIM SHARED UN(N, M + 1), UNAS(N, M + 1), UNDAS(N, M + 1)
DIM SHARED QBS(N, M + 1), QBASS(N, M + 1), QBDASS(N, M + 1)
DIM SHARED QBN(N, M + 1), QBASN(N, M + 1), QBDASN(N, M + 1)
DIM SHARED TAUS(N, M + 1), TAUASS(N, M + 1), TAUDASS(N, M + 1)
DIM SHARED TAUN(N, M + 1), TAUASN(N, M + 1), TAUDASN(N, M + 1)
DIM SHARED TAUSH(N, M + 1), DT(N, M + 1)

RS = "###.###"
SS = "##.###"
TS = ".###"
'CF=G/CHE*2
CF = F / 8
RHO = GAMMA / G
FPOR = 1 / (1 - LAMDA)
NXM = N * M

CALL CALICEC(N)
CALL ELECHOST(N, M)
CALL DOMINIO(N, M)
CALL COFLUIN(N, M)
CALL COCOFLE(N, M, G, DDTT)

DT = DDTT

'CALL RESULSIM(N, M, TT, RS, SS)

DO
TT = DT + TT
SS = SS + 1
PP = PP + 1
LOCATE 1, 64
PRINT SS
LOCATE 1, 1
PRINT TT

CALL PREDEC(N, M, CF, DT, G, RHO, BETA)
```

```

IF PRES = 1 THEN
  CALL LEMCO(N, M, TF, TE, G, DIAMP, BETA, SMU, DMU, COEFMPM, FPCR, TAUSHC, T)
ELSE
  END IF

CALL COCOPLA(N, M, G, PRESDE)
CALL CORRAJ(N, M, TF, TE, G, RHO, BETA)
IF PRESDE = 1 THEN
  CALL LEMCO(N, M, TF, TE, G, DIAMP, BETA, SMU, DMU, COEFMPM, FPCR, TAUSHC, T)
ELSE
  END IF

CALL CORRAJ(N, M, TF, TE, G, RHO, DM, GE, DIAMP, BETA, SMU, DMU, COEFMPM, FPCR, TAUSHC, PRESDE)
'SOLUCION'
CALL SOLUCI(N, M, G, TOL, PRES, PRESDE)
IF PRES = 0 AND PRESLE = 1 THEN
  CALL RESOLIM(N, M, TT, RS, SS)
  CALL REPARAF(N, M, RS, PRESDE)
  EXIT DO
ELSEIF PRES = NXM THEN
  CALL RESOLIM(N, M, TT, RS, SS)
  CALL CORRAJ(N, M, TF, TE, G, DIAMP, TAUSHC, COEFMPM, BETA, SMU, DMU)
  CALL REPARAF(N, M, RS, PRESDE)

  PRES = 0
  PRESLE = 1
  END IF

IF SS = 0 THEN
  IF PRESDE = 1 THEN
    CALL RESOLIM(N, M, TT, RS, SS)
    CALL REPARAF(N, M, RS, PRESDE)
  ELSE
    CALL RESOLIM(N, M, TT, RS, SS)
    CALL REPARAF(N, M, RS, PRESDE)
  END IF
  PRINT "NUMERO MAXIMO DE ITERACIONES FUE ALCANZADO"
  EXIT DO
END IF

CALL COCOTE(N, M, G, DDTT)
DT = DDTT
LOOP

SUB CALICOC (M)
OPEN "ARCARD.DAT" FOR INPUT AS #1
FOR I = 1 TO M
  INPUT #1, YS(I), CELS(I), R(I)
NEXT I
CLOSE #1
END SUB

SUB COCOPLA (M, M, G, DDTT)
'CONDICIONES DE ESTABILIDAD CFL'
FOR I = 1 TO M - 1
  FOR J = 1 TO M - 1
    PICR = SCR(I, J) * EN(I, J)
    INCT = SCR(US(I, J) * 2 + EN(I, J) * 2)
    VELR = SCR(US(I, J) * 2 + UN(I, J) * 2)
    VELONDA = SCR(G * H(I, J))
    DT(I, J) = .95 * PICR / (INCT * VELR + VELONDA)
    IF I = 1 AND J = 2 THEN DDTT = DT(I, J)
    DIF = DT(I, J) - DDTT
    IF DIF <= 0 THEN
      DDTT = DT(I, J)
    ELSE
      DDTT = DDTT
    END IF
  END FOR
END FOR

```

```

    END IF
  NEXT J
NEXT I

END SUB

SUB COFLUIN (N, M)

OPEN "A:MOELU.DAT" FOR INPUT AS #1

FOR I = 1 TO N
  FOR J = 1 TO M
    INPUT #1, H(I, J), US(I, J), UN(I, J)
  NEXT J
NEXT I

FOR I = 1 TO N
  FOR J = 1 TO M
    HH(I, J) = Z(I, J) + H(I, J)
  NEXT J
NEXT I

CLOSE #1

END SUB

SUB COPRAB (N, M, CF, DT, G, RHO, NM, GE, DIAMP, BETA, SMU, DMU, COEFPM, FPOR, TAUSHC, PRESDE)

'CONDICION DE CONTORNO AGUAS ARRIBA PARA T <> 0

'CARACTERISTICA NEGATIVA PARA CALCULAR H

FOR J = 2 TO M - 1
  QS(1, J) = US(1, J) * H(1, J)
  CN1 = G * H(2, J) / (SQR(G * H(2, J)))
  CN2 = (Z(1, J) - Z(2, J)) / DS(1, J)
  CN3 = (US(2, J) * H(2, J) * NM) ^ 2 / H(2, J) ^ (10 / 3)
  CN = US(2, J) - CN1 + G * DT * (CN2 - CN3)
  HN = G / SQR(G * H(2, J))
  H(1, J) = (US(1, J) - CN) / HN
  'H(1, J) = (-CN + SQR(CN ^ 2 + 4 * HN * QS(1, J))) / (2 * HN)
  US(1, J) = QS(1, J) / H(1, J)
  FR(1, J) = SQR(US(1, J) ^ 2 + UN(1, J) ^ 2) / SQR(G * H(1, J))
  'IF FR(1, J) >= 1 THEN STOP
  TAUS(1, J) = RHO * CF * (US(1, J)) ^ 2
  IF PRESDE = 1 THEN
    TAUSH(1, J) = CF * US(1, J) ^ 2 / (GE * G * DIAMP)
    IF TAUSH(1, J) < TAUSHC THEN
      QBS(1, J) = 0
      QBN(1, J) = 0
    ELSE
      QBS(1, J) = COEFPM * SQR(GE * G * DIAMP ^ 3) * (TAUSH(1, J) - TAUSHC) ^ 1.5
      IF R(1) <> 0 THEN
        PSI = -(BETA * H(1, J) / R(1))
      ELSE
        PSI = 0
      END IF
      T = SQR(TAUSHC / (SMU * DMU * TAUSH(1, J)))
      TETA = (Z(1, J) - Z(1, J + 1)) / DN(1, J)
      QBN(1, J) = QBS(1, J) * (UN(1, J) / US(1, J) + PSI + T * TETA)
    'ELEVACION DEL LECHO

    COEFZ1 = K1 * (QBS(2, J) - QBS(1, J)) / DS(1, J)
    COEFZ2 = (QBN(1, J + 1) - QBN(1, J)) / DN(1, J)
    COEFZ3 = K3 * QBN(1, J)
    Z(1, J) = Z(1, J) - DT * FPOR * (COEFZ1 - COEFZ2 - COEFZ3)
  END IF
  ELSE
  END IF
  HH(1, J) = H(1, J) + Z(1, J)
NEXT J

'CONDICIONES DE CONTORNO AGUAS ABAJO PARA T <> 0

'CARACTERISTICA POSITIVA PARA CALCULAR H

FOR J = 2 TO M - 1
  'FR(N, J) = SQR(US(N, J) ^ 2 + UN(N, J) ^ 2) / SQR(G * H(N, J))
  'IF FR(N, J) < 1 THEN
  'QS(N, J) = US(N, J) * H(N, J)
  'CP1 = G * H(N - 1, J) / (SQR(G * H(N - 1, J)))
  'CP2 = (Z(N - 1, J) - Z(N, J)) / DS(N - 1, J)
  'CP3 = (US(N - 1, J) * H(N - 1, J) * NM) ^ 2 / H(N - 1, J) ^ (10 / 3)
  'CP = US(N - 1, J) + CP1 + G * DT * (CP2 - CP3)
  'HP = G / SQR(G * H(N - 1, J))
  'H(N, J) = (CP - US(N, J)) / HP
  'H(N, J) = (CP + SQR(CP ^ 2 - 4 * HP * QS(N, J))) / (2 * HP)
  'US(N, J) = QS(N, J) / H(N, J)
  'ELSE
  'END IF
  'TAUS(N, J) = RHO * CF * (US(N, J)) ^ 2
  'IF PRESDE = 1 THEN
  'TAUSH(N, J) = CF * US(N, J) ^ 2 / (GE * G * DIAMP)
  'IF TAUSH(N, J) < TAUSHC THEN
  'QBS(N, J) = 0

```

ESTA TESIS NO DEBE
VALER DE LA BIBLIOTECA

```

      US(N, J) = 0
      IF R(I) < 0 THEN
        US(N, J) = COEFMEM * SQRT(GE * G * DIAMP ^ 3 * (TAUSH(N, J) - TAUSHC) ^ 1.5
        IF R(I) < 0 THEN
          US(N, J) = BETA * H(N, J) / R(I)
      ELSE
        US(N, J) = 0
      END IF
      T = SQRT(TAUSHC / (SMU * DMU * TAUSH(N, J)))
      TETA = Z(I, J - 1) - Z(I, J) / DN(N, J - 1)
      CBS(N, J) = QBS(N, J) * (UN(N, J) / US(N, J) + PSI + T * TETA
ELEVAC(I, J) = L * LECHO
      COEF21 = K1 * (QBS(N, J) - QBS(N-1, J)) / DS(N-1, J)
      COEF22 = (QBS(N, J) - QBS(N, J - 1)) / DN(N, J - 1)
      COEF23 = K3 * QBS(N, J)
      Z(I, J) = Z(I, J) - DT * FPCR * (COEF21 + COEF22 - COEF23)
    END IF
  ELSE
    END IF
  H(N, J) = H(N, J) + Z(N, J)
NEXT J

```

END SUB

SUB COPROSO (M, M, G, PRESDE)

MARGEN IERDHA

```

FOR I = 1 TO M - 1
  UNAS(I, 1) = USAS(I, 2)
  UNAS(I, 1) = -UNAS(I, 2)
  IF R(I) < 0 THEN
    FCEN = DM(I, 1) * (USAS(I, 2) ^ 2 + UNAS(I, 2) ^ 2) / (G * R(I))
    HAS(I, 1) = HAS(I, 2) - FCEN
  ELSE
    HAS(I, 1) = HAS(I, 2)
  END IF
  IF PRESDE = 1 THEN
    ZAS(I, 1) = ZAS(I, 2)
    HHAJ(I, 1) = ZAS(I, 1) + HAS(I, 1)
    QBAS(I, 1) = QBAS(I, 2)
    CBASN(I, 1) = -CBASN(I, 2)
  ELSE
    Z(I, 1) = Z(I, 2)
    HHAJ(I, 1) = Z(I, 1) + HAS(I, 1)
  END IF

```

MARGEN IZ IERDA

```

  USAS(I, M) = USAS(I, M - 1)
  UNAS(I, M) = -UNAS(I, M - 1)
  IF R(I) < 0 THEN
    FCEN = DM(I, M - 1) * (USAS(I, M - 1) ^ 2 + UNAS(I, M - 1) ^ 2) / (G * R(I))
    HAS(I, M) = HAS(I, M - 1) + FCEN
  ELSE
    HAS(I, M) = HAS(I, M - 1)
  END IF
  IF PRESDE = 1 THEN
    ZAS(I, M) = ZAS(I, M - 1)
    HHAJ(I, M) = ZAS(I, M) + HAS(I, M)
    QBAS(I, M) = QBAS(I, M - 1)
    CBASN(I, M) = -CBASN(I, M - 1)
  ELSE
    Z(I, M) = Z(I, M - 1)
    HHAJ(I, M) = Z(I, M) + HAS(I, M)
  END IF

```

NEXT I

END SUB

SUB COINTRAS (M, M, CF, GE, G, DIAMP, TAUSHC, COEFMEM, BETA, SMU, DMU)

```

FOR J = 2 TO M - 1
  FOR I = 1 TO N
    TAUSH(I, J) = CF * US(I, J) ^ 2 / (GE * G * DIAMP)
    IF TAUSH(I, J) < TAUSHC THEN
      CBS(I, J) = 0
      CBN(I, J) = 0
    ELSE
      CBS(I, J) = COEFMEM * SQRT(GE * G * DIAMP ^ 3 * (TAUSH(I, J) - TAUSHC) ^ 1.5
      IF R(I) < 0 THEN
        PSI = -(BETA * H(I, J) / R(I))
      ELSE
        PSI = 0
      END IF
      T = SQRT(TAUSHC / (SMU * DMU * TAUSH(I, J)))
      TETA = Z(I, J) - Z(I, J + 1) / DN(I, J)
      CBN(I, J) = QBS(I, J) * (UN(I, J) / US(I, J) + PSI + T * TETA
    END IF
  NEXT I
NEXT J
FOR I = 1 TO N
  QBS(I, 1) = QBS(I, 2)
  QBN(I, 1) = -QBN(I, 2)

```

```

QBS(I, M) = QBS(I, M - 1)
QBN(I, M) = -QBN(I, M - 1)
NEXT I

END SUB

SUB CORREC (M, M, CF, DT, G, RHO, BETA)

'PASO CORRECTOR

FOR J = 2 TO M - 1
FOR I = 2 TO N - 1
IF R(I) <> 0 THEN
K1 = 1 / (1 + YN(I, J) / R(I))
K3 = K1 / R(I)
ELSE
K1 = 1: K3 = 0
END IF

'ECUACION DE CONTINUIDAD

COEFH1 = K1 * (USAS(I, J) * (HAS(I, J) - HAS(I - 1, J)) + HAS(I, J) * (USAS(I, J) - USAS(I - 1, J))) / DS(I - 1, J)
COEFH2 = (UNAS(I, J) * (HAS(I, J) - HAS(I, J - 1)) + HAS(I, J) * (UNAS(I, J) - UNAS(I, J - 1))) / DN(I, J - 1)
COEFH3 = K3 * UNAS(I, J) * HAS(I, J)
HDAS(I, J) = HAS(I, J) - DT * (COEFH1 + COEFH2 + COEFH3)
HHDAS(I, J) = 2(I, J) + HDAS(I, J)

'ECUACION DE CANTIDAD DE MOVIMIENTO EN LA DIRECCION S

COEFQ1S = K1 * HAS(I, J) * (USAS(I, J) * (USAS(I, J) - USAS(I - 1, J)) + G * (HRAS(I, J) - HRAS(I - 1, J))) / DS(I - 1, J)
COEFQ2S = UNAS(I, J) * HAS(I, J) * (USAS(I, J) - USAS(I, J - 1)) / DN(I, J - 1)
COEFQ3S = K3 * USAS(I, J) * UNAS(I, J) * HAS(I, J)
COEFQ4S = CF * USAS(I, J) * SQR(USAS(I, J) ^ 2 + UNAS(I, J) ^ 2)
QDASS(I, J) = USAS(I, J) * HAS(I, J) - DT * (COEFQ1S + COEFQ2S + COEFQ3S + COEFQ4S)
USDAS(I, J) = QDASS(I, J) / HDAS(I, J)

'ECUACION DE CANTIDAD DE MOVIMIENTO EN LA DIRECCION N

COEFQ1N = K1 * USAS(I, J) * HAS(I, J) * (UNAS(I, J) - UNAS(I - 1, J)) / DS(I - 1, J)
COEFQ2N = HAS(I, J) * (UNAS(I, J) * (UNAS(I, J) - UNAS(I, J - 1)) + G * (HRAS(I, J) - HRAS(I, J - 1))) / DN(I, J - 1)
COEFQ3N = K3 * USAS(I, J) ^ 2 * HAS(I, J)
COEFQ4N = CF * UNAS(I, J) * SQR(USAS(I, J) ^ 2 + UNAS(I, J) ^ 2)
QDASN(I, J) = UNAS(I, J) * HAS(I, J) - DT * (COEFQ1N + COEFQ2N - COEFQ3N + COEFQ4N)
UNDAS(I, J) = QDASN(I, J) / HDAS(I, J)

'ESFUERZO TANGENCIAL EN LA DIRECCION S

TAUDASS(I, J) = RHO * CF * USDAS(I, J) * SQR(USDAS(I, J) ^ 2 + UNDAS(I, J) ^ 2)

'ESFUERZO TANGENCIAL EN LA DIRECCION N

IF R(I) = 0 THEN
TAUDASN(I, J) = RHO * CF * UNDAS(I, J) * SQR(USDAS(I, J) ^ 2 + UNDAS(I, J) ^ 2)
ELSE
PSI = -BETA * HDAS(I, J) / R(I)
TAUDASN(I, J) = RHO * CF * USDAS(I, J) * (UNDAS(I, J) + USDAS(I, J) * PSI)
END IF
NEXT I
NEXT J

END SUB

SUB DOMINIO (M, M)

'COORDENADA EN DIRECCION N

FOR I = 1 TO N
FOR J = M TO 1 STEP -1
IF J <> M AND J <> 1 THEN
YN(I, J) = YS(I) - Y(I, M + 1 - J) - YS(I)
ELSEIF J = 1 THEN
YN(I, J) = Y(I, M - 1) - YS(I) - Y(I, M)
ELSE
YN(I, J) = Y(I, 2) + YS(I) - Y(I, 1)
END IF
NEXT J
NEXT I

'CALACULO DE LOS INCREMENTOS DE ESPACIO EN LA DIRECCION N

FOR I = 1 TO N
FOR J = 1 TO M - 1
DN(I, J) = ABS(YN(I, J + 1) - YN(I, J))
NEXT J
NEXT I

'CALCULO DE LOS INCREMENTOS DE ESPACIO EN LA DIRECCION S

FOR I = 1 TO N - 1
FOR J = 1 TO M
IF R(I) = 0 THEN
A = DELS(I) ^ 2
B = (ABS(YN(I + 1, J) - YN(I, J))) ^ 2
DS(I, J) = SQR(A + B)
ELSE
DS(I, J) = (1 + YN(I, J) / R(I)) * DELS(I)
END IF

```

```

NEXT J
NEXT I
OPEN "A:\MALL.DAT" FOR WRITE AS #1
PRINT #1, TAB(1); "SECCION"; TAB(2); "R.TC"; TAB(3); "COORD. n"; TAB(4); "INTESP. J"; TAB(5); "INTESP. n"
PRINT #1,
FOR I = 1 TO N
PRINT #1, TAB(1); I;
FOR J = 1 TO M
PRINT #1, TAB(2); J;
PRINT #1, TAB(3); AS(I); J;
PRINT #1, TAB(4); YN(I); J;
PRINT #1, TAB(5); DS(I); J;
PRINT #1, TAB(6); DN(I); J;
NEXT J
PRINT #1,
NEXT I
CLOSE #1

```

END SUB

SUB ELECHOST (N, M)

'SECCIONES TRANSVERSALES

OPEN "A:\MALL.DAT" FOR INPUT AS #1

```

FOR I = 1 TO N
FOR J = 1 TO M
INPUT #1, Y(I, J), Z(I, J)
NEXT J
NEXT I

```

CLOSE #1

END SUB

SUB LIMOCOR (N, M, CF, GE, G, DIAMP, BETA, SMU, DMU, COEFMEM, FFOR, TAUSHC, DT)

'TRANSPORTE DE SEDIMENTO DEL LECHO

```

FOR J = 2 TO M - 1
FOR I = 1 TO N - 1
IF R(I) > 0 THEN
K1 = 1 / (1 + YN(I, J) / R(I))
K3 = K1 / R(I)
ELSE
K1 = 1; K3 = 0
END IF
TAUSH(I, J) = CF * US(I, J) ^ 2 / (GE * G * DIAMP)
IF TAUSH(I, J) < TAUSHC THEN
QBASS(I, J) = 0
QBASN(I, J) = 0
ELSE
QBASS(I, J) = COEFMEM * SQRT(GE * G * DIAMP ^ 3) * (TAUSH(I, J) - TAUSHC) ^ 1.5
IF R(I) <> 0 THEN
PSI = - BETA * HAS(I, J) / R(I)
ELSE
PSI = 0
END IF
T = SQRT(TAUSHC / (SMU * DMU * TAUSH(I, J)))
TETA = ZAS(I, J) - ZAS(I, J + 1) / DN(I, J)
QBASS(I, J) = QBASS(I, J) * (YAS(I, J) / US(I, J) + PSI + T * TETA
END IF

```

'ELEVACION DEL LECHO

```

COEFZ1 = K1 * (QBASS(I, J) - QBASS(I - 1, J)) / DS(I - 1, J)
COEFZ2 = (QBASN(I, J) - QBASN(I, J - 1)) / DN(I, J - 1)
COEFZ3 = K3 * QBASN(I, J)
ZDAS(I, J) = ZAS(I, J) - DT * FFOR * (COEFZ1 + COEFZ2 - COEFZ3)
HDCAS(I, J) = ZDAS(I, J) + HDCAS(I, J)
NEXT I
NEXT J

```

END SUB

SUB LIMOFRE (N, M, CF, GE, G, DIAMP, BETA, SMU, DMU, COEFMEM, FFOR, TAUSHC, DT)

'TRANSPORTE DE SEDIMENTO DEL LECHO

```

FOR J = 1 TO M - 1
FOR I = 1 TO N - 1
IF R(I) <> 0 THEN
K1 = 1 / (1 + YN(I, J) / R(I))
K3 = -1 / R(I)
ELSE
K1 = 1; K3 = 0
END IF
TAUSH(I, J) = CF * US(I, J) ^ 2 / (GE * G * DIAMP)
IF TAUSH(I, J) < TAUSHC THEN
QBASS(I, J) = 0
QBASN(I, J) = 0
ELSE
QBASS(I, J) = COEFMEM * SQRT(GE * G * DIAMP ^ 3) * (TAUSH(I, J) - TAUSHC) ^ 1.5
IF R(I) <> 0 THEN

```

```

    PSI = -(BETA * H(I, J) / R(I))
  ELSE
    PSI = 0
  END IF
  T = SQR(TAUSHC / (SMU * DMU * TAUSH(I, J)))
  TETA = (Z(I, J) - Z(I, J + 1)) / DN(I, J)
  QBASN(I, J) = QBASS(I, J) * (UN(I, J) / US(I, J) + PSI + T * TETA)
END IF

'ELEVACION DEL LECHO
COEFZ1 = K1 * (QBS(I + 1, J) - QBS(I, J)) / DS(I, J)
COEFZ2 = (QBN(I, J + 1) - QBN(I, J)) / DN(I, J)
COEFZ3 = K3 * QBN(I, J)
ZAS(I, J) = Z(I, J) - DT * FPOR * (COEFZ1 + COEFZ2 - COEFZ3)
HHAS(I, J) = ZAS(I, J) + HAS(I, J)
NEXT I
NEXT J

END SUB

SUB PREDEC (N, M, CF, DT, G, RHO, BETA)

'PASO PREDECTOR
FOR J = 2 TO M - 1
  FOR I = 1 TO M - 1
    IF R(I) <> 0 THEN
      K1 = 1 / (1 + YN(I, J) / R(I))
      K3 = K1 / R(I)
    ELSE
      K1 = 1: K3 = 0
    END IF
  END IF
END FOR

'ECUACION DE CONTINUIDAD
COEFH1 = K1 * (US(I, J) * (H(I + 1, J) - H(I, J)) + H(I, J) * (US(I + 1, J) - US(I, J))) / DS(I, J)
COEFH2 = (UN(I, J) * (H(I, J + 1) - H(I, J)) + H(I, J) * (UN(I, J + 1) - UN(I, J))) / DN(I, J)
COEFH3 = K3 * UN(I, J) * H(I, J)
HAS(I, J) = H(I, J) - DT * (COEFH1 + COEFH2 + COEFH3)
HHAS(I, J) = Z(I, J) + HAS(I, J)

'ECUACION DE CANTIDAD DE MOVIMIENTO EN LA DIRECCION S
COEFQ1S = K1 * H(I, J) * (US(I, J) * (US(I + 1, J) - US(I, J)) + G * (HH(I + 1, J) - HH(I, J))) / DS(I, J)
COEFQ2S = UN(I, J) * H(I, J) * (US(I, J + 1) - US(I, J)) / DN(I, J)
COEFQ3S = K3 * US(I, J) * UN(I, J) * H(I, J)
COEFQ4S = CF * US(I, J) * SQR(US(I, J) ^ 2 + UN(I, J) ^ 2)
QASS(I, J) = US(I, J) * H(I, J) - DT * (COEFQ1S + COEFQ2S + COEFQ3S + COEFQ4S)
USAS(I, J) = QASS(I, J) / HAS(I, J)

'ECUACION DE CANTIDAD DE MOVIMIENTO EN LA DIRECCION N
COEFQ1N = K1 * US(I, J) * H(I, J) * (UN(I + 1, J) - UN(I, J)) / DS(I, J)
COEFQ2N = H(I, J) * (UN(I, J) * (UN(I, J + 1) - UN(I, J)) + G * (HH(I, J + 1) - HH(I, J))) / DN(I, J)
COEFQ3N = K3 * US(I, J) ^ 2 * H(I, J)
COEFQ4N = CF * UN(I, J) * SQR(US(I, J) ^ 2 + UN(I, J) ^ 2)
QASN(I, J) = UN(I, J) * H(I, J) - DT * (COEFQ1N + COEFQ2N - COEFQ3N + COEFQ4N)
UNAS(I, J) = QASN(I, J) / HAS(I, J)

'ESFUERZO TANGENCIAL EN LA DIRECCION S
TAUASS(I, J) = RHO * CF * USAS(I, J) * SQR(USAS(I, J) ^ 2 + UNAS(I, J) ^ 2)

'ESFUERZO TANGENCIAL EN LA DIRECCION N
IF R(I) = 0 THEN
  TAUASN(I, J) = RHO * CF * UNAS(I, J) * SQR(USAS(I, J) ^ 2 + UNAS(I, J) ^ 2)
ELSE
  PSI = -BETA * HAS(I, J) / R(I)
  TAUASN(I, J) = RHO * CF * USAS(I, J) * (UNAS(I, J) + USAS(I, J) * PSI)
END IF
NEXT I
NEXT J

END SUB

SUB PROXIMAL (N, M, GAMMA, F, NM, DT, G, BETA, NMAXIT, TOL, LAMDA, TAUSHC, GE, SMU, DMU, COEFMPM, DIAMP)

OPEN "A:DATOSS.DAT" FOR INPUT AS #1

INPUT #1, N, M
INPUT #1, GAMMA, F, NM, DT, G, BETA, NMAXIT, TOL
INPUT #1, LAMDA, TAUSHC, GE, SMU, DMU, COEFMPM, DIAMP

CLOSE #1

END SUB

SUB REPAGRAF (N, M, R0, PRESDE)

IF PRESDE = 1 THEN
  OPEN "A:ODGFLMOL.OUT" FOR OUTPUT AS #2
ELSE
  OPEN "A:ODGFLUJ1.OUT" FOR OUTPUT AS #2
END IF

```

```

FOR I = 1 TO N
  PRINT #2, USING RS; DS(I - 1, M + 1);
  PRINT #2, USING RS; TAB(11); HH(I, M + HH(I, M - 1)) / 2;
  PRINT #2, USING RS; TAB(21); Z(I, M + Z(I, M - 1)) / 2;
  ISO = DS(I - 1, M) + ISC
NEXT I
PM = INT(M / 2 + .5)
ISO = 0
PRINT #2,
FOR I = 1 TO M
  PRINT #2, USING RS; DS(I - 1, PM + 1);
  PRINT #2, USING RS; TAB(11); HH(I, PM);
  PRINT #2, USING RS; TAB(21); Z(I, PM);
  ISC = DS(I - 1, PM) + ISC
NEXT I
ISO = 0
PRINT #2,
FOR I = 1 TO N
  PRINT #2, USING RS; DS(I - 1, I + 1);
  PRINT #2, USING RS; TAB(11); HH(I, I + HH(I, 2)) / 2;
  PRINT #2, USING RS; TAB(21); Z(I, I + Z(I, 2)) / 2;
  ISO = DS(I - 1, I) + ISO
NEXT I
CLOSE #2
END SUB

SUB RESULTM (M, N, TT, R3, S3)
OPEN "A:CGFLMO.OUT" FOR OUTPUT AS #2
PRINT #2,
PRINT #2, TT / 60 * Min
FOR I = 1 TO N
  PRINT #2,
  PRINT #2, TAB(1); "SEC"; TAB(6); "COORDN";
  PRINT #2, TAB(14); "EL SLA"; TAB(21); "EL LEC";
  PRINT #2, TAB(30); "VEL s"; TAB(38); "VEL n";
  PRINT #2, TAB(46); "TAU s"; TAB(55); "TAU n";
  PRINT #2, TAB(6); "m";
  PRINT #2, TAB(15); "(m)"; TAB(23); "(m)";
  PRINT #2, TAB(30); "(m/s)"; TAB(38); "(m/s)";
  PRINT #2, TAB(46); "(kg/m2)"; TAB(55); "(kg/m2)";
  PRINT #2,
  PRINT #2, TAB(1); I;
  FOR J = 1 TO M
    PRINT #2, USING S3; TAB(6); Y(I, J);
    IF J = 1 THEN
      PRINT #2, USING RS; TAB(14); (HH(I, M) + HH(I, M - 1)) / 2;
      PRINT #2, USING RS; TAB(21); (Z(I, M) + Z(I, M - 1)) / 2;
      PRINT #2, USING RS; TAB(30); DS(I, M);
      PRINT #2, USING RS; TAB(38); UN(I, M) + UN(I, M - 1) / 2;
      PRINT #2, USING RS; TAB(46); TAU(I, M);
      PRINT #2, USING RS; TAB(55); TAUN(I, M) + TAUN(I, M - 1) / 2;
    ELSEIF J = M THEN
      PRINT #2, USING RS; TAB(14); HH(I, 1) + HH(I, 2) / 2;
      PRINT #2, USING RS; TAB(21); Z(I, 1) + Z(I, 2) / 2;
      PRINT #2, USING RS; TAB(30); DS(I, 1);
      PRINT #2, USING RS; TAB(38); UN(I, 1) + UN(I, 2) / 2;
      PRINT #2, USING RS; TAB(46); TAU(I, 1);
      PRINT #2, USING RS; TAB(55); TAUN(I, 1) + TAUN(I, 2) / 2;
    ELSE
      PRINT #2, USING RS; TAB(14); HH(I, M + 1 - J);
      PRINT #2, USING RS; TAB(21); Z(I, M + 1 - J);
      PRINT #2, USING RS; TAB(30); DS(I, M + 1 - J);
      PRINT #2, USING RS; TAB(38); UN(I, M + 1 - J) + UN(I, M + 2 - J);
      PRINT #2, USING RS; TAB(46); TAU(I, M + 1 - J);
      PRINT #2, USING RS; TAB(55); TAUN(I, M + 1 - J);
    END IF
  NEXT J
NEXT I
CLOSE #2
END SUB

SUB RESULTM (M, N, TT, R3, S3)
OPEN "A:CGFLUJ.OUT" FOR OUTPUT AS #2
PRINT #2,
PRINT #2, TT / 60
FOR I = 1 TO N
  PRINT #2,
  PRINT #2, TAB(1); "SEC"; TAB(6); "COORDN";
  PRINT #2, TAB(14); "EL SLA"; TAB(21); "EL LEC";
  PRINT #2, TAB(30); "VEL s"; TAB(38); "VEL n";
  PRINT #2, TAB(46); "TAU s"; TAB(55); "TAU n";
  PRINT #2, TAB(6); "m";
  PRINT #2, TAB(15); "(m)"; TAB(23); "(m)";
  PRINT #2, TAB(30); "(m/s)"; TAB(38); "(m/s)";
  PRINT #2, TAB(46); "(kg/m2)"; TAB(55); "(kg/m2)";
  PRINT #2,
  PRINT #2, TAB(1); I;
  FOR J = 1 TO M
    PRINT #2, USING S3; TAB(6); Y(I, J);
    IF J = 1 THEN
      PRINT #2, USING RS; TAB(14); (HH(I, M) + HH(I, M - 1)) / 2;

```

```

PRINT #2, USING R9; TAB(22); (Z(I, M) + Z(I, M - 1)) / 2;
PRINT #2, USING S9; TAB(30); US(I, M);
PRINT #2, USING S9; TAB(38); (UN(I, M) + UN(I, M - 1)) / 2;
PRINT #2, USING S9; TAB(46); TAUS(I, M);
PRINT #2, USING S9; TAB(55); (TAUN(I, M) + TAUN(I, M - 1)) / 2
ELSEIF J = M THEN
PRINT #2, USING R9; TAB(14); (HH(I, 1) + HH(I, 2)) / 2;
PRINT #2, USING R9; TAB(22); (Z(I, 1) + Z(I, 2)) / 2;
PRINT #2, USING S9; TAB(30); US(I, 1);
PRINT #2, USING S9; TAB(38); (UN(I, 1) + UN(I, 2)) / 2;
PRINT #2, USING S9; TAB(46); TAUS(I, 1);
PRINT #2, USING S9; TAB(55); (TAUN(I, 1) + TAUN(I, 2)) / 2
ELSE
PRINT #2, USING R9; TAB(14); HH(I, M + 1 - J);
PRINT #2, USING R9; TAB(22); Z(I, M + 1 - J);
PRINT #2, USING S9; TAB(30); US(I, M + 1 - J); TAB(38); UN(I, M + 1 - J);
PRINT #2, USING S9; TAB(46); TAUS(I, M + 1 - J); TAB(55); TAUN(I, M + 1 - J)
END IF
NEXT J
NEXT I
CLOSE #2
END SUB
SUB SOLUCION (M, M, G, TOL, PRES, PRESDE)
FOR I = 2 TO N - 1
FOR J = 2 TO M - 1
H(I, J) = .5 * (H(I, J) + HDAS(I, J))
US(I, J) = .5 * (US(I, J) + USDAS(I, J))
UN(I, J) = .5 * (UN(I, J) + UNDA(I, J))
FR(I, J) = SQR(US(I, J) ^ 2 + UN(I, J) ^ 2) / SQR(G * H(I, J))
HH(I, J) = .5 * (HH(I, J) + HHDAS(I, J))
TAUS(I, J) = .5 * (TAUS(I, J) + TAUDAS(I, J))
TAUN(I, J) = .5 * (TAUN(I, J) + TAUDASN(I, J))
IF PRESDE = 1 THEN
Z(I, J) = .5 * (Z(I, J) + ZDAS(I, J))
QBS(I, J) = .5 * (QBS(I, J) + QBDAS(I, J))
QBN(I, J) = .5 * (QBN(I, J) + QBDASN(I, J))
ELSE
END IF
NEXT J
NEXT I
'MARGEN DERECHA
FOR I = 1 TO N
US(I, 1) = US(I, 2)
UN(I, 1) = -UN(I, 2)
IF R(I) <> 0 THEN
FCEN = DN(I, 1) * (US(I, 2) ^ 2 + UN(I, 2) ^ 2) / (G * R(I))
H(I, 1) = H(I, 2) - FCEN
ELSE
H(I, 1) = H(I, 2)
END IF
IF PRESDE = 1 THEN
Z(I, 1) = Z(I, 2)
QBS(I, 1) = QBS(I, 2)
QBN(I, 1) = -QBN(I, 2)
ELSE
END IF
HH(I, 1) = Z(I, 1) + H(I, 1)
TAUS(I, 1) = TAUS(I, 2)
TAUN(I, 1) = -TAUN(I, 2)
FR(I, 1) = FR(I, 2)
'MARGEN IZQUIERDA
US(I, M) = US(I, M - 1)
UN(I, M) = -UN(I, M - 1)
IF R(I) <> 0 THEN
FCEN = DN(I, M - 1) * (US(I, M - 1) ^ 2 + UN(I, M - 1) ^ 2) / (G * R(I))
H(I, M) = H(I, M - 1) + FCEN
ELSE
H(I, M) = H(I, M - 1)
END IF
IF PRESDE = 1 THEN
Z(I, M) = Z(I, M - 1)
QBS(I, M) = QBS(I, M - 1)
QBN(I, M) = -QBN(I, M - 1)
ELSE
END IF
HH(I, M) = Z(I, M) + H(I, M)
TAUS(I, M) = TAUS(I, M - 1)
TAUN(I, M) = -TAUN(I, M - 1)
FR(I, M) = FR(I, M - 1)
NEXT I
FOR I = 1 TO N
FOR J = 1 TO M
DIF = ABS(H(I, J) - HAN(I, J))
DIF1 = ABS(Z(I, J) - ZAN(I, J))
IF PRESDE = 1 THEN DIF = DIF1: STOP
IF DIF <= TOL OR H(I, J) <= .03 THEN
IF H(I, J) <= .03 THEN
PRES = N + M

```

```

EXIT SUB
ELSE
PRES = PRES + 1
END IF
ELSE
FOR I = 1 TO N
FOR J = 1 TO M
IF H(I, J) > H(I, J) THEN
CAN(I, J) = H(I, J)
CAN(I, J) = C(I, J)
ELSE
PRE = H(I, J)
EXIT SUB
END IF
NEXT J
NEXT I
PRES = C
END IF
NEXT J
NEXT I
END SUB

```

MALLA GENERADA PARA LA SIMULACIÓN

SECCION	PUNTO	COORD. x	COORD. y	COORD. z
1	11	1.284	5.000	0.000
	10	0.856	5.000	0.428
	9	0.642	5.000	0.214
	8	0.428	5.000	0.214
	7	0.214	5.000	0.214
	6	0.000	5.000	0.214
	5	-0.214	5.000	0.214
	4	-0.428	5.000	0.214
	3	-0.642	5.000	0.214
	2	-0.856	5.000	0.214
	1	-1.284	5.000	0.428
2	11	1.284	2.512	0.000
	10	0.856	2.437	0.428
	9	0.642	2.400	0.214
	8	0.428	2.363	0.214
	7	0.214	2.325	0.214
	6	0.000	2.288	0.214
	5	-0.214	2.251	0.214
	4	-0.428	2.213	0.214
	3	-0.642	2.176	0.214
	2	-0.856	2.139	0.214
	1	-1.284	2.064	0.428
4	11	1.284	2.512	0.000
	10	0.856	2.437	0.428
	9	0.642	2.400	0.214
	8	0.428	2.363	0.214
	7	0.214	2.325	0.214
	6	0.000	2.288	0.214
	5	-0.214	2.251	0.214
	4	-0.428	2.213	0.214
	3	-0.642	2.176	0.214
	2	-0.856	2.139	0.214
	1	-1.284	2.064	0.428
6	11	1.284	2.512	0.000
	10	0.856	2.437	0.428
	9	0.642	2.400	0.214
	8	0.428	2.363	0.214
	7	0.214	2.325	0.214
	6	0.000	2.288	0.214
	5	-0.214	2.251	0.214
	4	-0.428	2.213	0.214
	3	-0.642	2.176	0.214
	2	-0.856	2.139	0.214
	1	-1.284	2.064	0.428
8	11	1.284	2.512	0.000
	10	0.856	2.437	0.428
	9	0.642	2.400	0.214
	8	0.428	2.363	0.214
	7	0.214	2.325	0.214
	6	0.000	2.288	0.214
	5	-0.214	2.251	0.214
	4	-0.428	2.213	0.214
	3	-0.642	2.176	0.214
	2	-0.856	2.139	0.214
	1	-1.284	2.064	0.428
10	11	1.284	2.512	0.000
	10	0.856	2.437	0.428
	9	0.642	2.400	0.214
	8	0.428	2.363	0.214
	7	0.214	2.325	0.214
	6	0.000	2.288	0.214
	5	-0.214	2.251	0.214
	4	-0.428	2.213	0.214
	3	-0.642	2.176	0.214
	2	-0.856	2.139	0.214
	1	-1.284	2.064	0.428
12	11	1.284	2.512	0.000
	10	0.856	2.437	0.428
	9	0.642	2.400	0.214
	8	0.428	2.363	0.214
	7	0.214	2.325	0.214
	6	0.000	2.288	0.214
	5	-0.214	2.251	0.214
	4	-0.428	2.213	0.214
	3	-0.642	2.176	0.214
	2	-0.856	2.139	0.214
	1	-1.284	2.064	0.428

SECTION	PLANT	DEPR. n	INCESP. n	INCESP. n
24	11	1.284	2.512	1.000
	12	0.856	2.437	0.428
	13	0.642	2.400	0.214
	14	0.428	2.363	0.214
	15	0.214	2.325	0.214
	16	0.000	2.288	0.214
	17	-0.214	2.251	0.214
	18	-0.428	2.213	0.214
	19	-0.642	2.176	0.214
	20	-0.856	2.139	0.214
21	-1.070	2.102	0.214	
16	11	1.284	2.512	1.000
	12	0.856	2.437	0.428
	13	0.642	2.400	0.214
	14	0.428	2.363	0.214
	15	0.214	2.325	0.214
	16	0.000	2.288	0.214
	17	-0.214	2.251	0.214
	18	-0.428	2.213	0.214
	19	-0.642	2.176	0.214
	20	-0.856	2.139	0.214
21	-1.070	2.102	0.214	
18	11	1.284	2.512	1.000
	12	0.856	2.437	0.428
	13	0.642	2.400	0.214
	14	0.428	2.363	0.214
	15	0.214	2.325	0.214
	16	0.000	2.288	0.214
	17	-0.214	2.251	0.214
	18	-0.428	2.213	0.214
	19	-0.642	2.176	0.214
	20	-0.856	2.139	0.214
21	-1.070	2.102	0.428	
20	11	1.284	5.000	1.000
	12	0.856	5.000	0.428
	13	0.642	5.000	0.214
	14	0.428	5.000	0.214
	15	0.214	5.000	0.214
	16	0.000	5.000	0.214
	17	-0.214	5.000	0.214
	18	-0.428	5.000	0.214
	19	-0.642	5.000	0.214
	20	-0.856	5.000	0.214
21	-1.070	5.000	0.428	
21	11	1.284	0.000	1.000
	12	0.856	0.000	0.428
	13	0.642	0.000	0.214
	14	0.428	0.000	0.214
	15	0.214	0.000	0.214
	16	0.000	0.000	0.214
	17	-0.214	0.000	0.214
	18	-0.428	0.000	0.214
	19	-0.642	0.000	0.214
	20	-0.856	0.000	0.214
21	-1.070	0.000	0.428	

**** SIMULACION DEL FLUJO Y EVOLUCION DEL LECHO ****

** COORDENADAS A PARTIR DE LA MARGEN IZQUIERDA **

SEC	COORDN (m)	TIRANTE (m)	EL LEC (m)	VEL s (m/s)	VEL n (m/s)	TAU s (kg/m2)	TAU n (kg/m2)
1	0.000	0.150	100.230	0.450	0.000	0.000	0.000
	0.214	0.150	100.230	0.450	0.000	0.173	0.000
	0.428	0.150	100.230	0.450	0.000	0.173	0.000
	0.642	0.150	100.230	0.450	0.000	0.173	0.000
	0.856	0.150	100.230	0.450	0.000	0.173	0.000
	1.070	0.150	100.230	0.450	0.000	0.173	0.000
	1.284	0.150	100.230	0.450	0.000	0.173	0.000
	1.498	0.150	100.230	0.450	0.000	0.173	0.000
	1.712	0.150	100.230	0.450	0.000	0.173	0.000
	1.926	0.150	100.230	0.450	0.000	0.173	0.000
2.140	0.150	100.230	0.450	0.000	0.000	0.000	
2	0.000	0.129	100.262	0.398	0.000	0.135	0.000
	0.214	0.128	100.262	0.398	0.006	0.135	-0.013
	0.428	0.116	100.274	0.394	0.011	0.132	-0.009
	0.642	0.113	100.277	0.396	0.014	0.134	-0.008
	0.856	0.112	100.278	0.401	0.017	0.137	-0.007
	1.070	0.111	100.278	0.405	0.018	0.140	-0.007
	1.284	0.109	100.280	0.408	0.018	0.142	-0.007
	1.498	0.105	100.283	0.411	0.017	0.145	-0.007
	1.712	0.099	100.289	0.413	0.014	0.145	-0.007
	1.926	0.091	100.297	0.416	0.009	0.147	-0.008
2.140	0.090	100.297	0.416	0.000	0.147	0.000	
4	0.000	0.181	100.207	0.344	0.000	0.101	0.000
	0.214	0.181	100.207	0.344	0.000	0.101	-0.015
	0.428	0.163	100.225	0.333	0.000	0.095	-0.013
	0.642	0.155	100.232	0.332	0.001	0.094	-0.012
	0.856	0.148	100.239	0.331	0.001	0.094	-0.011
	1.070	0.140	100.247	0.330	0.001	0.093	-0.011
	1.284	0.131	100.256	0.326	0.001	0.091	-0.010
	1.498	0.120	100.266	0.321	0.001	0.088	-0.009
	1.712	0.109	100.277	0.312	0.001	0.083	-0.007
	1.926	0.099	100.287	0.303	0.001	0.078	-0.006
2.140	0.098	100.287	0.303	0.000	0.078	0.000	
6	0.000	0.186	100.199	0.332	0.000	0.094	0.000
	0.214	0.186	100.199	0.332	0.000	0.094	-0.015
	0.428	0.167	100.217	0.320	-0.000	0.087	-0.012
	0.642	0.160	100.224	0.316	-0.000	0.085	-0.012
	0.856	0.155	100.229	0.315	-0.000	0.084	-0.011
	1.070	0.149	100.235	0.311	-0.001	0.083	-0.010
	1.284	0.142	100.242	0.306	-0.001	0.080	-0.010
	1.498	0.134	100.249	0.299	-0.001	0.076	-0.009
	1.712	0.125	100.258	0.288	-0.001	0.071	-0.008
	1.926	0.116	100.267	0.278	-0.001	0.066	-0.007
2.140	0.116	100.267	0.278	0.000	0.066	0.000	
8	0.000	0.186	100.195	0.337	0.000	0.097	0.000
	0.214	0.185	100.195	0.337	0.000	0.097	-0.015
	0.428	0.166	100.214	0.325	0.000	0.090	-0.012
	0.642	0.159	100.221	0.321	0.000	0.088	-0.012
	0.856	0.153	100.227	0.319	0.000	0.087	-0.011
	1.070	0.148	100.232	0.315	0.000	0.085	-0.010
	1.284	0.141	100.238	0.310	0.000	0.082	-0.010
	1.498	0.134	100.245	0.304	0.000	0.079	-0.009
	1.712	0.126	100.253	0.295	0.000	0.074	-0.008
	1.926	0.117	100.262	0.286	-0.000	0.070	-0.007
2.140	0.117	100.262	0.286	0.000	0.070	0.000	

SEC	COORDEN (m)	TIRANTE (m)	EL LEC (m)	VEL s (m/s)	VEL n (m/s)	TAU s (kg/m ²)	TAU n (kg/m ²)
10	0.00	0.185	100.192	0.343	0.000	0.100	0.000
	0.01	0.184	100.190	0.343	0.001	0.100	-0.015
	0.02	0.165	100.211	0.331	0.001	0.093	-0.013
	0.04	0.157	100.219	0.323	0.001	0.090	-0.012
	0.05	0.152	100.224	0.323	0.001	0.089	-0.011
	0.07	0.146	100.229	0.319	0.001	0.087	-0.010
	0.08	0.140	100.235	0.315	0.001	0.085	-0.010
	0.09	0.133	100.242	0.309	0.001	0.081	-0.009
	0.10	0.125	100.250	0.301	0.001	0.077	-0.008
	0.11	0.116	100.259	0.293	0.000	0.073	-0.007
	0.12	0.116	100.259	0.293	0.000	0.073	0.000
SEC	COORDEN (m)	TIRANTE (m)	EL LEC (m)	VEL s (m/s)	VEL n (m/s)	TAU s (kg/m ²)	TAU n (kg/m ²)
11	0.00	0.184	100.198	0.347	0.000	0.103	0.000
	0.01	0.184	100.198	0.347	0.001	0.103	-0.016
	0.02	0.164	100.208	0.333	0.001	0.095	-0.013
	0.04	0.156	100.215	0.327	0.001	0.091	-0.012
	0.05	0.151	100.221	0.324	0.002	0.090	-0.011
	0.07	0.146	100.225	0.320	0.002	0.087	-0.010
	0.08	0.140	100.231	0.315	0.001	0.085	-0.010
	0.09	0.133	100.238	0.309	0.001	0.081	-0.009
	0.10	0.125	100.245	0.302	0.001	0.078	-0.008
	0.11	0.116	100.254	0.296	0.000	0.075	-0.007
	0.12	0.116	100.254	0.296	0.000	0.075	0.000
SEC	COORDEN (m)	TIRANTE (m)	EL LEC (m)	VEL s (m/s)	VEL n (m/s)	TAU s (kg/m ²)	TAU n (kg/m ²)
14	0.00	0.184	100.183	0.346	0.000	0.101	0.000
	0.01	0.184	100.183	0.346	0.001	0.101	-0.015
	0.02	0.164	100.203	0.331	0.002	0.093	-0.012
	0.04	0.157	100.210	0.323	0.002	0.089	-0.011
	0.05	0.151	100.215	0.319	0.002	0.088	-0.010
	0.07	0.147	100.220	0.315	0.002	0.084	-0.010
	0.08	0.141	100.225	0.309	0.002	0.081	-0.009
	0.09	0.135	100.231	0.303	0.002	0.078	-0.008
	0.10	0.127	100.239	0.296	0.001	0.075	-0.008
	0.11	0.118	100.247	0.289	0.000	0.071	-0.007
	0.12	0.118	100.247	0.289	0.000	0.071	0.000
SEC	COORDEN (m)	TIRANTE (m)	EL LEC (m)	VEL s (m/s)	VEL n (m/s)	TAU s (kg/m ²)	TAU n (kg/m ²)
16	0.00	0.194	100.177	0.347	0.000	0.103	0.000
	0.01	0.194	100.177	0.347	0.002	0.103	-0.015
	0.02	0.164	100.197	0.329	0.002	0.092	-0.012
	0.04	0.157	100.204	0.319	0.002	0.087	-0.011
	0.05	0.152	100.208	0.314	0.002	0.084	-0.010
	0.07	0.147	100.213	0.308	0.002	0.081	-0.009
	0.08	0.142	100.218	0.301	0.002	0.077	-0.009
	0.09	0.136	100.224	0.293	0.001	0.073	-0.008
	0.10	0.128	100.231	0.284	0.001	0.069	-0.007
	0.11	0.120	100.240	0.276	0.000	0.065	-0.006
	0.12	0.120	100.240	0.276	0.000	0.065	0.000
SEC	COORDEN (m)	TIRANTE (m)	EL LEC (m)	VEL s (m/s)	VEL n (m/s)	TAU s (kg/m ²)	TAU n (kg/m ²)
18	0.00	0.175	100.177	0.330	0.000	0.103	0.000
	0.01	0.175	100.177	0.330	0.003	0.103	-0.017
	0.02	0.154	100.198	0.300	0.004	0.100	-0.013
	0.04	0.147	100.205	0.300	0.005	0.104	-0.011
	0.05	0.142	100.210	0.344	0.006	0.111	-0.010
	0.07	0.137	100.214	0.337	0.006	0.097	-0.009
	0.08	0.131	100.219	0.330	0.005	0.093	-0.009
	0.09	0.125	100.225	0.322	0.005	0.089	-0.008
	0.10	0.118	100.232	0.313	0.004	0.084	-0.007
	0.11	0.111	100.240	0.305	0.002	0.080	-0.007
	0.12	0.110	100.240	0.305	0.000	0.080	0.000
SEC	COORDEN (m)	TIRANTE (m)	EL LEC (m)	VEL s (m/s)	VEL n (m/s)	TAU s (kg/m ²)	TAU n (kg/m ²)
20	0.00	0.136	100.205	0.459	0.000	0.180	0.000
	0.01	0.136	100.205	0.459	-0.010	0.180	-0.004
	0.02	0.132	100.209	0.441	-0.017	0.166	-0.007
	0.04	0.126	100.214	0.425	-0.020	0.154	-0.007
	0.05	0.121	100.220	0.414	-0.022	0.146	-0.008
	0.07	0.115	100.225	0.402	-0.023	0.139	-0.008
	0.08	0.110	100.230	0.391	-0.022	0.131	-0.007
	0.09	0.106	100.234	0.378	-0.019	0.122	-0.006
	0.10	0.103	100.237	0.366	-0.014	0.114	-0.004
	0.11	0.102	100.238	0.348	-0.008	0.104	-0.002
	0.12	0.102	100.238	0.348	0.000	0.104	0.000

SEC	CORREN (m)	TIRANTE (m)	EL LSC (m)	VEL s (m/s)	VEL n (m/s)	TAU s (kg/m2)	TAU n (kg/m2)
21	0.000	0.150	100.230	0.450	0.000	0.000	0.000
	0.114	0.150	100.230	0.450	0.300	0.173	0.000
	0.228	0.150	100.230	0.450	0.200	0.173	0.000
	0.342	0.150	100.230	0.450	0.000	0.173	0.000
	0.456	0.150	100.230	0.450	0.300	0.173	0.300
	0.570	0.150	100.230	0.450	0.300	0.173	0.300
	0.684	0.150	100.230	0.450	0.300	0.173	0.600
	0.798	0.150	100.230	0.450	0.000	0.173	0.600
	0.912	0.150	100.230	0.450	0.000	0.173	0.600
	1.026	0.150	100.230	0.450	0.000	0.173	0.600
	1.140	0.150	100.230	0.450	0.000	0.600	0.000