



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO  
DIVISION DE ESTUDIOS DE POSGRADO  
Facultad de Ingeniería

**“ IDENTIFICACION DE PARAMETROS DEL MOTOR DE  
INDUCCION UTILIZANDO EL FILTRO KALMAN  
EXTENDIDO ”**

**MARCO ANTONIO TORRES BRIBIESCA**

**TESIS**

PRESENTADA A LA DIVISION DE ESTUDIOS  
DE POSGRADO DE LA

**FACULTAD DE INGENIERIA**

DE LA

**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO**

COMO REQUISITO PARA OBTENER  
EL GRADO DE

**MAESTRO EN INGENIERIA  
( ELECTRICA )**

**DIRECTOR DE TESIS:**

**DRA. CRISTINA VERDE RODARTE  
Instituto de Ingeniería, UNAM**

**CIUDAD UNIVERSITARIA, MEXICO 1998**

**TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN**

270482

© 1170 2g.



Universidad Nacional  
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

**Biblioteca Central**



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

## **AGRADECIMIENTOS:**

A la Dra. Cristina Verde Rodarte por su apoyo, paciencia y dirección en el desarrollo de este trabajo y por el valioso tiempo que ha dedicado a compartir conmigo su experiencia y valiosos conceptos de la responsabilidad y la calidad.

Al Instituto Nacional de Investigaciones Nucleares ININ por el apoyo que me brindó durante el tiempo que me dediqué a lograr esta preciada meta.

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología CONACYT porque cada beca que nos otorga es una semilla de esperanza en un país que necesita semillas que germinen y den frutos.

Al Instituto de Ingeniería, la División de Estudios de Posgrado y su personal por todas las horas que convivimos para lograr este trabajo, en especial al Dr. Gerardo Espinosa por sus valiosas aportaciones.

A todos aquellos que de alguna u otra forma participaron en la realización de este trabajo.

## **DEDICATORIA:**

A mi esposa Cristina, por su amor, por su compañía, por cada minuto que compartimos y por el bebé que esperamos, a quien aún no conozco y ya amo profundamente.

A mis papás: Antonio y Alma porque me dieron los cimientos donde he fincado mi vida y porque son la palabra de aliento en los momentos difíciles.

A mis hermanos: Carlos, Diego, Rocío y Angélica con quienes he crecido en un mundo lleno de hermandad y apoyo.

# IDENTIFICACIÓN DE PARÁMETROS DEL MOTOR DE INDUCCIÓN UTILIZANDO EL FILTRO KALMAN EXTENDIDO

## CONTENIDO

1.	Introducción . . . . .	1
2.	Motores de Inducción . . . . .	5
	2.1 Introducción . . . . .	5
	2.2 Modelo matemático de tres fases . . . . .	2
	2.3 Transformación d-q a un modelo equivalente de 2 fases . . . . .	14
	2.4 Modelo en estado estacionario . . . . .	20
	2.5 Modelo discreto . . . . .	20
3.	Estimación de parámetros del motor de inducción . . . . .	22
	3.1 Introducción . . . . .	22
	3.2 Método clásico . . . . .	24
	3.3 Filtro Kalman y la estimación de parámetros . . . . .	30
	3.4 Aplicación del EKF en el motor de inducción . . . . .	39

4.	Resultados de la estimación de parámetros	.	.	.	43
4.1	Introducción	.	.	.	43
4.2	Resultados simulados utilizando el método clásico	.	.	.	43
4.3	Resultados en simulación con el filtro Kalman	.	.	.	49
4.4	Resultados experimentales con el filtro Kalman	.	.	.	52
4.5	Resultados experimentales con el método clásico	.	.	.	58
5.	Conclusiones	.	.	.	63
	Referencias	.	.	.	66

# 1 INTRODUCCIÓN

Desde hace algunos años se han realizado diversos trabajos dentro de las comunidades de Electrónica de Potencia y de Control que abordan el tema de la identificación de parámetros en los motores de inducción [Bose'98], [Holz'91]. El conocimiento de los parámetros del motor es necesario para implementar algunos esquemas de control avanzado propuestos en años recientes [Lee'98], [Espinosa'91]. También es un método de identificación de fallas en los motores, ya que se ha demostrado que los estados inadecuados de funcionamiento del motor se pueden detectar como un cambio en sus parámetros cuando éstos se están monitoreando continuamente [Iserman'93], [Cho' 92].

El motor de inducción tienen aproximadamente 100 años en el mercado como el “Caballito de Batalla” de la industria, donde, gracias a su bajo costo y mínimo mantenimiento eléctrico por no tener escobillas, es el elemento de mayor uso en la conversión de energía electromecánica. Sin embargo, respecto de otro tipo de motores presenta el inconveniente de que controlar su velocidad es más complicado y costoso, ya que es preciso no solo variar la corriente sino la frecuencia con la que se alimenta. Este hecho ocasionó que durante mucho tiempo no se les utilizara en tareas donde se requería controlar la velocidad o la posición, tales como máquinas de control numérico, manipuladores, servomecanismos, etc., y tradicionalmente sólo se les había utilizado a velocidad constante como generadores de movimiento.

Con los avances en dispositivos electrónicos de potencia se abrió la posibilidad de tener, a bajo costo, el control de la velocidad, la posición y el par de los motores de inducción mediante el uso de inversores y por tanto se abrió también la posibilidad de utilizar los motores de inducción en aplicaciones que antes no tenían, tales como los servomecanismos. Además, se continúan desarrollando componentes cada vez más rápidos y de mayores potencias, con lo que se van incrementando los áreas de aplicación de los motores de inducción.

Sin embargo, la electrónica de potencia por si sola no resuelve el problema, especialmente cuando se trata de aplicar los motores en tareas de alto desempeño ya que se requieren también de esquemas de control más sofisticados que permitan llevar a cabo el control de la velocidad, la posición y/o el par, esto ha estimulado el avance tanto en el estudio de la teoría de funcionamiento de los motores de inducción como en la búsqueda de nuevos esquemas de control. Muchos de los algoritmos de control de alto desempeño propuestos hasta hoy (campo orientado, control no lineal, etc.) requieren del conocimiento de los parámetros eléctricos del motor para su implementación.

Una característica inconveniente de los parámetros eléctricos del motor: la resistencia del estator, resistencia de estator, inductancias de estator, de rotor y mutua, es que presentan variaciones principalmente debido a la temperatura y al punto de operación donde son afectados por la frecuencia y la amplitud de la corriente [Garces'80]. Esto afecta sobre todo en aplicaciones donde se requiere una alto desempeño del motor ya que resulta vital conocer en todo momento las variaciones de los parámetros para hacer los ajustes necesarios en el control. Este problema plantea la necesidad de encontrar métodos que permitan conocer en todo momento los cambios en los parámetros del motor de inducción.

Otro inconveniente de los parámetros del motor de inducción, es que no todos son medibles físicamente, las resistencias e inductancias del rotor así como la inductancia mutua no se pueden medir directamente, así que los parámetros no medibles sólo pueden ser estimados con base en la medición de la respuesta que el motor presenta a excitaciones externas. Esta respuesta se mide a través de los estados del motor, los cuales, dependiendo del modelo que se trate pueden ser las corrientes o los flujos magnéticos, sin embargo tampoco son medibles todos los estados ya que las corrientes y flujos en el rotor son variables que normalmente no se pueden medir. Algunos autores [Blaschke'72] han sugerido medir el campo magnético en el entrehierro del motor utilizando sensores de efecto Hall y determinar así los estados no medibles del modelo, el inconveniente de este método es que no es práctico en la actualidad debido al alto costo que significa introducir estos sensores a



los motores de inducción, ya sea en los laboratorios o en los procesos de manufactura [Holtz'91]. Una alternativa para resolver el problema de los estados no medibles consiste en utilizar un método indirecto para su identificación. Los métodos de identificación indirecta utilizan el modelo matemático del motor, el cual es excitado por variables físicas medibles.

Algunos autores han propuesto métodos de estimación de los parámetros eléctricos del motor de inducción, concentrándose sobre todo en la resistencia o la constante de tiempo del rotor pero suponen conocida la inductancia mutua [Atkinson'91] o la trabajan por medio de tablas [Lipo'92] lo cual resulta inapropiado ya que su valor cambia dependiendo del punto de operación y es afectado fuertemente por los fenómenos de saturación magnética [Holtz'91].

A pesar de los diversos intentos por encontrar mecanismos de identificación de los motores de inducción, hasta el momento no se cuenta con un método universalmente aceptado que resuelva este problema y satisfaga tanto a la comunidad científica como a la comunidad industrial, por lo que aún hoy día se siguen realizando trabajos acerca de este tema, este hecho motivo el presente trabajo de tesis en donde se ataca el problema de identificación de parámetros del motor de inducción.

La contribución fundamental de este trabajo consiste en un método de identificación simultánea de dos de los parámetros más importantes del motor de inducción, la resistencia del rotor y la inductancia mutua, mediante un filtro Kalman extendido (FKE). Este método opera con base en la medición de las diferencias de potencial y corrientes del estator así como la velocidad angular del motor, para lo cual se utiliza un modelo en el que los estados son las corrientes. Otra característica del método es que puede ser implementado en línea, ya que se trata de un algoritmo recursivo. Se utiliza el filtro Kalman extendido porque de una manera natural permite al mismo tiempo, identificar los parámetros y estimar los estados que no son medibles. Además este filtro permite considerar las componentes de alta frecuencia presentes en un inversor como ruido gaussiano de características conocidas.

Este trabajo está organizado como sigue: el capítulo 2 describe el modelo matemático completo del motor de inducción de tres fases y las simplificaciones que permiten llevarlo a un modelo más sencillo de dos fases, también se describe el modelo discreto que será utilizado durante todo el trabajo y el modelo en estado estacionario del motor que resulta suficientemente bueno para aplicaciones que no requieren altos desempeños; El capítulo 3 describe los mecanismos clásicos de identificación del motor de inducción basados en el modelo en estado estacionario y se describe el filtro Kalman, el filtro Kalman extendido y su diferentes variantes, también se muestra el filtro Kalman aplicado al modelo del motor de inducción como un método de identificación de parámetros; El capítulo 4 describe los resultados experimentales encontrados en la implantación del filtro Kalman y en el capítulo 5 se describen las conclusiones del trabajo.

## 2 MOTORES DE INDUCCIÓN

### 2.1 INTRODUCCIÓN

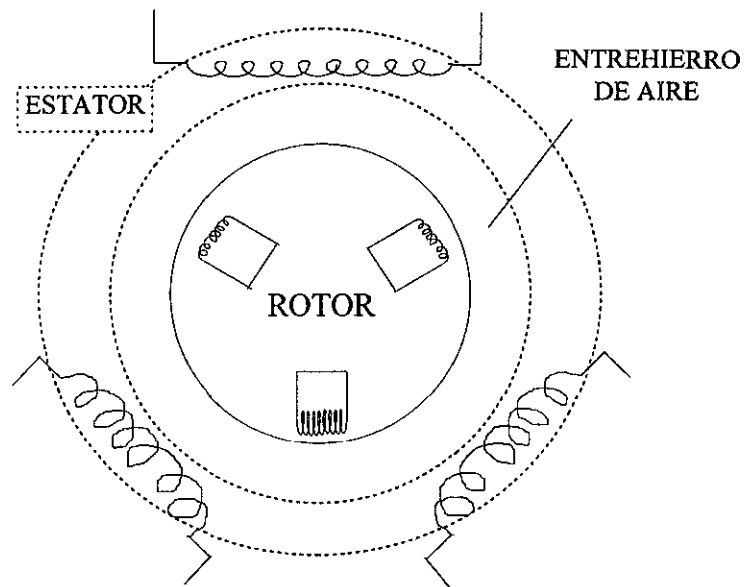
El motor de inducción es uno de los elementos de mayor uso en la conversión de energía electromecánica desde hace 100 años [Leonhard'85], sus principales características son su bajo costo y que su mantenimiento eléctrico es casi nulo. Dado que no tiene escobillas, no genera chispas, por lo que puede trabajar de manera continua aún en ambientes explosivos con bajo riesgo, además es robusto mecánica y eléctricamente.

Existen motores de inducción de una, dos y tres fases. Los motores de inducción de tres fases son utilizados comúnmente en aplicaciones de alta potencia tales como las bombas, máquinas de transmisión, vehículos eléctricos y grúas de carga. Los motores de inducción de una fase son utilizados en aplicaciones domésticas así como en máquinas herramientas pequeñas, mientras que los de dos fases se utilizan poco y sólo de manera muy limitada en servomecanismos [Krause'86].

Por su construcción, los motores de inducción se dividen en dos tipos: los de rotor devanado y los de rotor de jaula de ardilla, ambos funcionan de manera semejante, pero son los de rotor de jaula de ardilla los que más se usan en la industria, esencialmente por su costo menor y mayor robustez eléctrica y mecánica.

En este capítulo se presenta el modelo matemático no lineal del motor de tres fases tomado de [Krause'86] junto con una transformación de coordenadas que permite obtener un modelo equivalente al de un motor de dos fases. A partir del modelo de dos fases se obtienen tanto el modelo en estado estacionario como un modelo discreto; ambos modelos, el estacionario y el discreto se toman como base para proponer métodos que permitan determinar los parámetros eléctricos del motor en capítulos posteriores de este trabajo.

El motor de inducción está constituido por un estator y un rotor, ambos separados por un entrehierro de aire. En la figura 2.1 se muestra el esquema de un motor de inducción de tres fases. El estator está formado por devanados distribuidos sinusoidalmente alrededor del rotor, mientras que el rotor, puede estar formado por embobinados cortocircuitados también distribuidos sinusoidalmente o bien, por un arreglo de varillas paralelas unidas en sus extremos por anillos conductores, este arreglo es conocido comunmente como jaula de ardilla, en ambos casos el comportamiento es semejante. Los embobinados del estator normalmente se encuentran conectados en configuración delta o estrella.

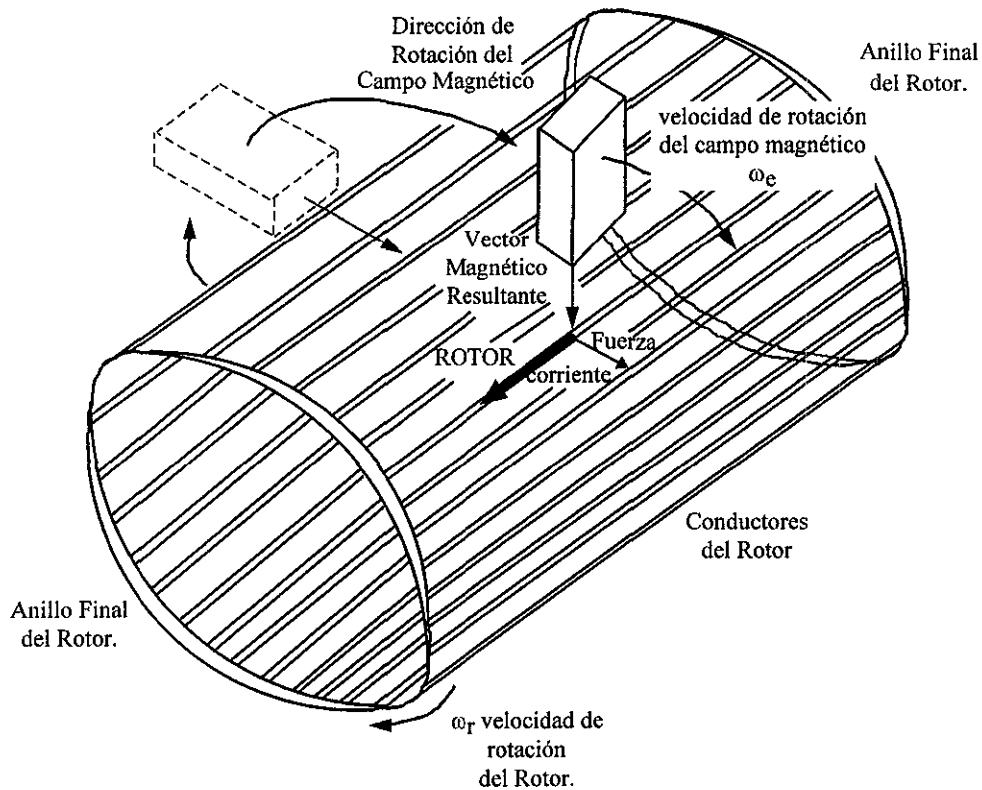


*Figura 2.1 Motor de inducción*

Para simplificar la descripción del modelo del motor, se emplean los subíndices  $s$  y  $r$  para designar a las todas las variables asociadas al estator y al rotor respectivamente.

El principio electromecánico en el que se basa el motor de inducción es que bajo condiciones normales de operación, al alimentar los embobinados del estator con corrientes sinusoidales defasadas se produce una fuerza magneto motriz,  $f_{mm}$ , en el entrehierro, es decir se genera un campo magnético que rota en el entrehierro, lo cual es equivalente a un imán permanente que se mueve alrededor del rotor tal y como se muestra en la figura 2.2.

Este campo magnético gira a una velocidad angular  $\omega_e$  llamada velocidad síncrona, la cual depende de la frecuencia a la que se alimenta el estator y del número de polos del motor.



*Figura 2.2 Efecto del campo magnético producido por el estator sobre el rotor*

Bajo estas condiciones, si la velocidad de giro del rotor denotada por  $\omega_r$  es diferente de la velocidad del campo magnético  $\omega_e$ , la fuerza magneto motriz del estator  $f_{mm_s}$  induce en el propio rotor una diferencia de potencial por efecto de la ley de Faraday. Esta diferencia de potencial inducida genera una corriente en el circuito del rotor, la que a su vez produce otra fuerza magnetomotriz debida al rotor en el entrehierro  $f_{mm_r}$ . Mas aun, si la velocidad angular del rotor es menor que la velocidad del campo, es decir se satisface la relación  $0 < \omega_r < \omega_e$ , la interacción de las dos fuerzas magneto motrices, del rotor y del estator, producen un par en el rotor, el cual, al encontrarse libre gira tendiendo a seguir la velocidad del campo magnético generado por el estator. Cuando el rotor gira a la misma velocidad que el campo magnético generado por el estator  $f_{mm_s}$ , es decir  $\omega_e = \omega_r$ , los embobinados del rotor

no experimentan un cambio en los flujos y por tanto no se induce una diferencia de potencial, no hay circulación de corriente en el rotor y no se genera ningún par mecánico.

La diferencia entre la velocidad síncrona  $\omega_e$  y la velocidad angular del rotor  $\omega_r$  se expresa normalmente a través del deslizamiento  $s$ , el cual está definido como la fracción de la velocidad síncrona de rotación, es decir

$$s = \frac{\omega_e - \omega_r}{\omega_e} \quad (2.1)$$

Dado que en un motor se cumple la relación  $\omega_r < \omega_e$  entonces el deslizamiento  $s$  varía entre los valores de 0 y 1.

## 2.2 MODELO MATEMÁTICO DE TRES FASES

Existen diferentes enfoques con los cuales se pueden deducir las ecuaciones que describen el comportamiento del motor de inducción, [Leonhard'86], [Ortega'91]. En este trabajo se toman las ecuaciones propuestas por [Krause'89] las cuales están basadas en un análisis de teoría de los circuitos eléctricos. Se hace notar que la derivación del modelo de los motores de inducción de dos y tres fases es esencialmente el mismo.

A diferencia de la gran mayoría de los libros de texto, en este trabajo se considera el modelo del motor de tres fases, ya que, aunque resulta más complejo, permite ver de manera más transparente los fenómenos físicos que ocurren en el sistema y el papel que juegan los parámetros en el comportamiento del motor. Otra de las ventajas del modelo de tres fases es su validez aun cuando el motor no se opere en régimen balanceado<sup>1</sup>. Además en la industria es más común el uso de los motores de tres fases que los de dos fases.

---

<sup>1</sup> En régimen balanceado el motor de tres fases es alimentado con tres señales sinusoidales de igual amplitud y defasadas 120° entre ellas.

En la derivación del modelo del motor de inducción de tres fases se supone que tanto el estator como el rotor constan de tres embobinados idénticos sinusoidalmente distribuidos, cuyos ejes magnéticos denotados por  $a_s, b_s, c_s$  y  $a_r, b_r, c_r$  respectivamente, están desplazados  $120^\circ$  uno con respecto al otro como se muestra en la figura 2.3, además se considera que el entrehierro es constante y que los inductores son elementos lineales, por lo que los efectos de saturación magnética y los efectos debidos a frecuencias armónicas en el rotor son despreciables.

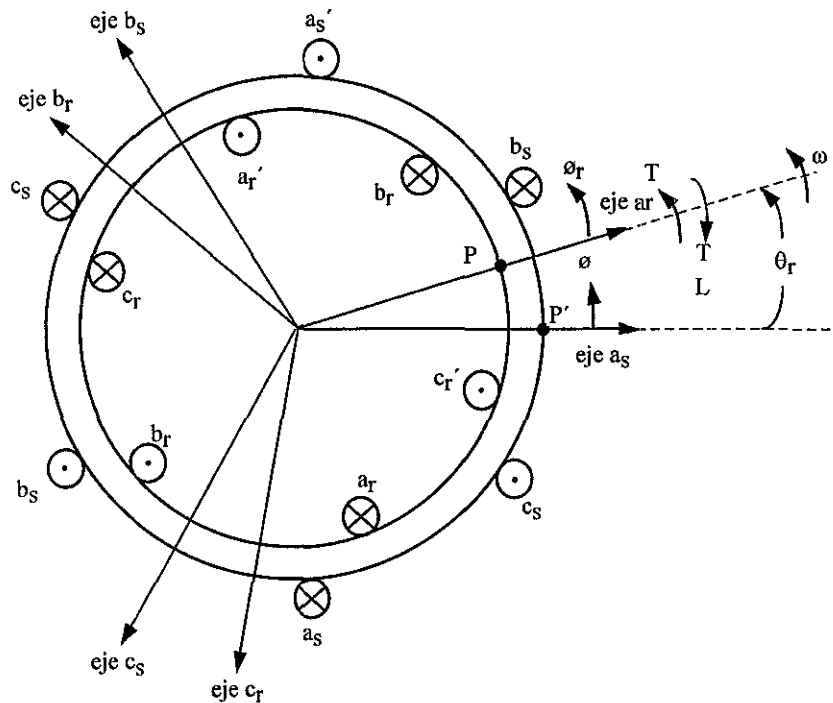


Figura 2.3 Motor de inducción de tres fases

Puede observarse de la figura 2.3 que el desplazamiento angular del estator, denotado por  $\phi_s$ , está referenciado al sistema de ejes del estator  $a_s$  y el desplazamiento angular del rotor denotado con  $\phi_r$  está referenciado al sistema de ejes del rotor  $a_r$ . Si se denota a la velocidad angular del rotor por  $\omega_r$  y al desplazamiento angular entre los ejes  $a_r$  y  $a_s$  por  $\theta_r$ , entonces un punto dado en la superficie del rotor  $P$  con la posición angular  $\phi_r$  puede relacionarse con un punto sobre la superficie del estator  $P'$  con posición angular  $\phi_s$  por medio de la ecuación

$$\phi_s = \phi_r + \theta_r \quad (2.2)$$

Tomando en cuenta que el embobinado del estator está constituido por tres bobinas distribuidas sinusoidalmente alrededor del motor, las cuales pueden formar un circuito delta o estrella, Krause propone visualizar al rotor también como un arreglo de tres bobinas en configuración estrella para expresar el acoplamiento magnético entre el rotor y el estator. Bajo estas condiciones la máquina puede verse como dos circuitos eléctricos estrella, uno para el estator y otro para el rotor, ambos con ramas idénticas tal y como se presenta en la figura 2.4.

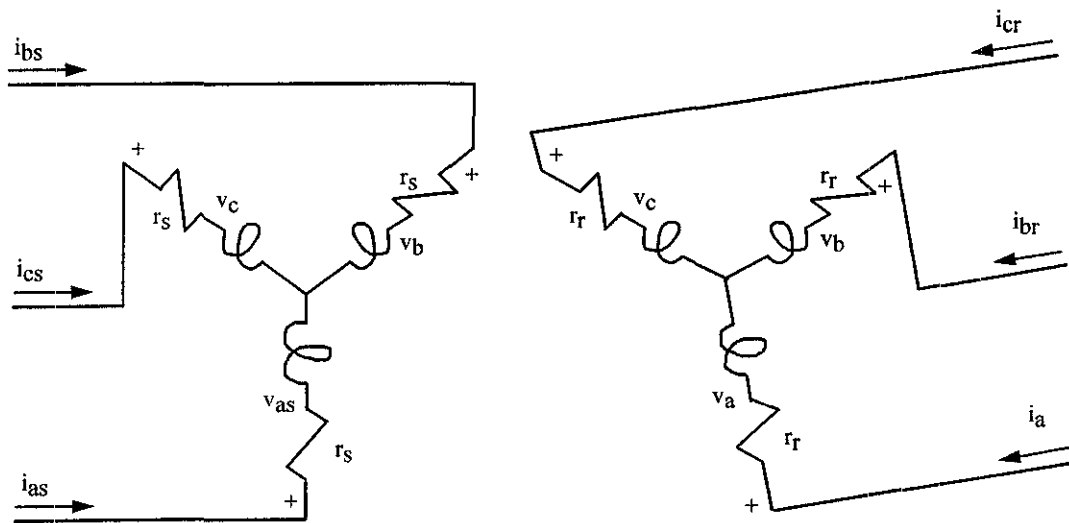


Figura 2.4 Modelo eléctrico del motor de inducción de 3 fases

Por lo tanto, las ecuaciones de voltaje para el circuito que depende sinusoidalmente del desplazamiento angular entre los ejes magnéticos del estator de la figura 2.4 se pueden escribir como

$$v_{as} = r_s i_{as} + \frac{d\lambda_{as}}{dt} \quad (2.3)$$

$$v_{bs} = r_s i_{bs} + \frac{d\lambda_{bs}}{dt} \quad (2.4)$$

$$v_{cs} = r_s i_{cs} + \frac{d\lambda_{cs}}{dt} \quad (2.5)$$



donde  $r_s$  representa la resistencia del estator,  $\lambda$  el flujo magnético en los inductores, y las variables  $v_{as}$ ,  $v_{bs}$ ,  $v_{cs}$ ,  $i_{as}$ ,  $i_{bs}$ ,  $i_{cs}$  corresponden al voltaje y corriente en cada uno de las fases del estator. Similarmente, las ecuaciones para el circuito del rotor son

$$v_{ar} = r_r i_{ar} + \frac{d\lambda_{ar}}{dt} \quad (2.6)$$

$$v_{br} = r_r i_{br} + \frac{d\lambda_{br}}{dt} \quad (2.7)$$

$$v_{cr} = r_r i_{cr} + \frac{d\lambda_{cr}}{dt} \quad (2.8)$$

donde  $r_r$  es la resistencia del rotor,  $\lambda$  es el flujo magnético en el inductor equivalente, las variables  $v$  e  $i$  representan el voltaje y la corriente en cada una de las fases del rotor. Por tanto, definiendo los vectores de voltaje y corriente como

$$\begin{aligned} \mathbf{V}_{abcs} &= [v_{as}, v_{bs}, v_{cs}]^T \\ \mathbf{V}_{abcr} &= [v_{ar}, v_{br}, v_{cr}]^T \\ \mathbf{I}_{abcs} &= [i_{as}, i_{bs}, i_{cs}]^T \\ \mathbf{I}_{abcr} &= [i_{ar}, i_{br}, i_{cr}]^T \end{aligned} \quad (2.9)$$

los vectores de flujo magnético como

$$\begin{aligned} \Lambda_{abcs} &= [\lambda_{as}, \lambda_{bs}, \lambda_{cs}]^T \\ \Lambda_{abcr} &= [\lambda_{ar}, \lambda_{br}, \lambda_{cr}]^T \end{aligned} \quad (2.10)$$

y el operador derivada como

$$p = \frac{d}{dt} \quad (2.11)$$

las ecuaciones (2.3) a (2.11) se pueden escribir en forma matricial como

$$\begin{aligned} \mathbf{V}_{abcs} &= \mathbf{r}_s \mathbf{I}_{abcs} + p \Lambda_{abcs} \\ \mathbf{V}_{abcr} &= \mathbf{r}_r \mathbf{I}_{abcr} + p \Lambda_{abcr} \end{aligned} \quad (2.12)$$

Debido a los efectos de acoplamiento mutuos entre las bobinas del estator y del rotor en el circuito eléctrico de la figura 2.4, el flujo magnético en el estator se puede escribir como la suma de dos componentes, uno debido a las inductancias del estator  $\mathbf{L}_s$  y otro debido a las inductancias mutuas  $\mathbf{L}_{sr}$ , de la misma forma para el rotor se tendrá un componente debido a las inductancias del rotor  $\mathbf{L}_r$  y otro debido a las inductancias mutuas  $\mathbf{L}_{sr}$  y dado que se consideró que se trataba de elementos lineales, los vectores de flujo magnético para la máquina de tres fases, los cuales dependen de las corrientes en el rotor y en el estator y de los parámetros propios de la máquina se expresan como

$$\begin{aligned} \Lambda_{abcs} &= \mathbf{L}_s \mathbf{I}_{abcs} + \mathbf{L}_{sr} \mathbf{I}_{abcr} \\ \Lambda_{abcr} &= \mathbf{L}_{sr}^T \mathbf{I}_{abcs} + \mathbf{L}_r \mathbf{I}_{abcr} \end{aligned} \quad (2.13)$$

donde las matrices de inductancia  $\mathbf{L}_s$ ,  $\mathbf{L}_r$  y  $\mathbf{L}_{sr}$ , tomadas de [Krause'89] para la máquina de tres fases se reducen a

$$\mathbf{L}_s = \begin{bmatrix} L_{ls} + L_{ms} & -\frac{1}{2}L_{ms} & -\frac{1}{2}L_{ms} \\ -\frac{1}{2}L_{ms} & L_{ls} + L_{ms} & -\frac{1}{2}L_{ms} \\ -\frac{1}{2}L_{ms} & -\frac{1}{2}L_{ms} & L_{ls} + L_{ms} \end{bmatrix} \quad (2.14)$$

$$\mathbf{L}_r = \begin{bmatrix} L_{lr} + L_{ms} & -\frac{1}{2}L_{ms} & -\frac{1}{2}L_{ms} \\ -\frac{1}{2}L_{ms} & L_{lr} + L_{ms} & -\frac{1}{2}L_{ms} \\ -\frac{1}{2}L_{ms} & -\frac{1}{2}L_{ms} & L_{lr} + L_{ms} \end{bmatrix} \quad (2.15)$$

$$\mathbf{L}_{sr} = L_{ms} \begin{bmatrix} \cos(\theta_r) & \cos(\theta_r + \frac{2}{3}\pi) & \cos(\theta_r - \frac{2}{3}\pi) \\ \cos(\theta_r - \frac{2}{3}\pi) & \cos(\theta_r) & \cos(\theta_r + \frac{2}{3}\pi) \\ \cos(\theta_r + \frac{2}{3}\pi) & \cos(\theta_r - \frac{2}{3}\pi) & \cos(\theta_r) \end{bmatrix} \quad (2.16)$$

donde  $\mathbf{L}_{sr}$  es la matriz de las inductancias mutuas entre los embobinados del estator y del rotor,  $\mathbf{L}_s$  es la matriz de inductancias del estator y  $\mathbf{L}_r$  es la matriz de inductancias del rotor;  $L_{ms}$  representa la inductancia de magnetización,  $L_{ls}$  la inductancia de fuga en el estator y  $L_{lr}$  la inductancia de fuga en el rotor.

Par encontrar el modelo de la sección mecánica del motor de inducción Krause propone una ecuación de balance de energía a partir de la cual se desprende que el par mecánico de origen eléctrico  $T_e$  producido por el motor y que define la interacción de las corrientes con la sección mecánica del motor está dada por

$$T_e = -\frac{P}{2} L_{ms} \left\{ \left[ i_{as} \left( i_{ar} - \frac{1}{2} i_{br} - \frac{1}{2} i_{cr} \right) + i_{bs} \left( i_{br} - \frac{1}{2} i_{ar} - \frac{1}{2} i_{cr} \right) + i_{cs} \left( i_{cr} - \frac{1}{2} i_{br} - \frac{1}{2} i_{ar} \right) \right] \sin \theta_r + \frac{\sqrt{3}}{2} \left[ i_{as} (i_{br} - i_{cr}) + i_{bs} (i_{cr} - i_{ar}) + i_{cs} (i_{ar} - i_{br}) \right] \cos \theta_r \right\} \quad (2.17)$$

donde  $P$  es el número de polos del motor.

Por otro lado, dado que el rotor tiene su propia inercia y normalmente existe fricción en el motor, el par mecánico  $T_e$  y la velocidad del rotor  $\omega_r$  satisfacen la ecuación

$$T_e = J \left( \frac{2}{P} \right) \frac{d\omega_r}{dt} + B_m \left( \frac{2}{P} \right) \omega_r + T_L \quad (2.18)$$

donde  $B_m$  es el coeficiente de amortiguamiento asociado con el sistema rotacional de la máquina,  $T_L$  es el par de carga, y  $J$  la inercia del rotor. En algunos casos  $J$  representa también la carga inercial conectada al motor.

Es importante observar de la presentación del modelo no lineal, ecuaciones (2.3-2.18), que seis de las variables de estados corresponden al subsistema eléctrico del motor,  $i_{as}$ ,  $i_{bs}$ ,  $i_{cs}$ ,  $i_{ar}$ ,  $i_{br}$ ,  $i_{cr}$ , y dos a la sección mecánica,  $\theta_r$  y  $\omega_r$ . Además de la forma en que se encuentran acoplados los dos subsistemas o conjunto de ecuaciones diferenciales, se puede concluir que el modelo desarrollado se trata de dos sistemas diferentes, en donde, en la parte mecánica las corrientes son entradas o perturbaciones y en la parte eléctrica la posición del rotor es la perturbación o entrada al sistema.

Específicamente, de la ecuación (2.16) se observa que las inductancias mutuas dependen de la posición del rotor, esto es debido al movimiento relativo entre los embobinados, por lo que, para calcular  $L_{sr}$  se requiere conocer la posición del rotor en todo instante, este fenómeno ocurre por el marco de referencia seleccionado para determinar el modelo. Sin embargo, es posible cambiar el marco de referencia de las variables para eliminar la dependencia que la matriz de inductancias mutuas guarda con la posición. Aunque existen infinitud de transformaciones que pueden ser usadas [Krause'86], en este trabajo en particular se emplea la transformación conocida como d-q, esta transformación tiene la ventaja de eliminar la dependencia antes mencionada, además el sistema de ecuaciones diferenciales que se obtiene es equivalente al modelo de la máquina de dos fases y permite llegar fácilmente al modelo en estado estacionario.

### 2.3 TRANSFORMACIÓN D-Q A UN MODELO EQUIVALENTE DE 2 FASES

La transformación del modelo de 3 fases de la máquina considera que los tres embobinados del estator son idénticos y que el motor opera en régimen balanceado, es decir, está siendo

alimentado por un conjunto de señales sinusoidales defasadas  $120^\circ$ , y se cumplen tanto en el rotor como en el estator las condiciones

$$\begin{aligned} V_{as} + V_{bs} + V_{cs} &= 0 \\ i_{as} + i_{bs} + i_{cs} &= 0 \end{aligned} \quad (2.19)$$

$$\begin{aligned} V_{ar} + V_{br} + V_{cr} &= 0 \\ i_{ar} + i_{br} + i_{cr} &= 0 \end{aligned} \quad (2.20)$$

Existe una transformación que convierte al modelo de tres fases en un modelo de dos fases equivalente y que elimina la dependencia que tienen las inductancias mutuas con la posición.

Considérese que se aplica tanto a las corrientes como a los voltajes del estator la transformación  $\mathbf{K}_s^s$  dada por

$$\mathbf{K}_s^s = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \quad (2.21)$$

cuya inversa es

$$(\mathbf{K}_s^s)^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} & 1 \\ -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} & 1 \end{bmatrix} \quad (2.22)$$

Donde las corrientes y los voltajes en el nuevo marco de referencia se pueden expresar como

$$\mathbf{f}_{qd0s} = \mathbf{K}_s^s \mathbf{f}_{abcs} \quad (2.23)$$

Donde el vector  $\mathbf{f}$  representa ya sea los voltajes o las corrientes de las tres fases

$$\mathbf{f}_{qd0s} = [f_{qs} \quad f_{ds} \quad f_{0s}]^T \quad (2.24)$$

$$\mathbf{f}_{abcs} = [f_{as} \quad f_{bs} \quad f_{cs}]^T \quad (2.25)$$

similarmente, si para transformar a las variables del rotor aplica la matriz de transformación

$$\mathbf{K}_r^s = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos(\theta_r) & \cos(\theta_r + \frac{2}{3}\pi) & \cos(\theta_r - \frac{2}{3}\pi) \\ -\text{sen}(\theta_r) & -\text{sen}(\theta_r + \frac{2}{3}\pi) & -\text{sen}(\theta_r - \frac{2}{3}\pi) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \quad (2.26)$$

cuya inversa es

$$(\mathbf{K}_r^s)^{-1} = \begin{bmatrix} \cos(\theta_r) & -\text{sen}(\theta_r) & 1 \\ \cos(\theta_r + \frac{2}{3}\pi) & -\text{sen}(\theta_r + \frac{2}{3}\pi) & 1 \\ \cos(\theta_r - \frac{2}{3}\pi) & -\text{sen}(\theta_r - \frac{2}{3}\pi) & 1 \end{bmatrix} \quad (2.27)$$

Entonces las corrientes y voltajes del rotor en el nuevo marco sistema de coordenadas se expresan como

$$\mathbf{f}_{qd0r} = \mathbf{K}_r^s \mathbf{f}_{abcr} \quad (2.28)$$

donde

$$\mathbf{f}_{qd0r} = [f_{qr} \quad f_{dr} \quad f_{0r}]^T \quad (2.29)$$

$$\mathbf{f}_{abcr} = [f_{ar} \quad f_{br} \quad f_{cr}]^T \quad (2.30)$$

Bajo las matrices de transformación propuestas (2.21), (2.22), (2.26) y (2.27), las ecuaciones del modelo de la máquina (2.12) a (2.16) se reducen a

$$\begin{bmatrix} v_{qs} \\ v_{ds} \\ v_{0s} \\ v_{qr} \\ v_{dr} \\ v_{0r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_s + pL_{ss} & 0 & 0 & pM & 0 & 0 \\ 0 & r_s + pL_{ss} & 0 & 0 & pM & 0 \\ 0 & 0 & r_s + pL_{ls} & 0 & 0 & 0 \\ pM & -\omega_r M & 0 & r_r + pL_{rr} & -\omega_r L_{rr} & 0 \\ \omega_r M & pM & 0 & \omega_r L_{rr} & r_r + pL_{rr} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & r_r + pL_{lr} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{qs} \\ i_{ds} \\ i_{0s} \\ i_{qr} \\ i_{dr} \\ i_{0r} \end{bmatrix} \quad (2.31)$$

donde

$$\begin{aligned} M &= \frac{3}{2} L_{ms} \\ L_{ss} &= L_{ls} + \frac{3}{2} L_{ms} \\ L_{rr} &= L_{lr} + \frac{3}{2} L_{ms} \end{aligned} \quad (2.32)$$

Tomando en cuenta la relación entre los voltajes y las corrientes en el nuevo marco de referencia y considerando que la máquina opera en régimen balanceado (2.19) y (2.20), al calcular los componentes  $v_{0s}$ ,  $v_{0r}$ ,  $i_{0s}$  e  $i_{0r}$  se obtiene que éstos son cero, por lo que el sistema (2.31) se reduce a

$$\begin{bmatrix} v_{qs} \\ v_{ds} \\ v_{qr} \\ v_{dr} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_s + pL_{ss} & 0 & pM & 0 \\ 0 & r_s + pL_{ss} & 0 & pM \\ pM & -\omega_r M & r_r + pL_{rr} & -\omega_r L_{rr} \\ \omega_r M & pM & \omega_r L_{rr} & r_r + pL_{rr} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{qs} \\ i_{ds} \\ i_{qr} \\ i_{dr} \end{bmatrix} \quad (2.33)$$

Además, debido a que los embobinados del rotor se encuentran siempre corto-circuitados, entonces las componentes de voltaje del rotor  $v_{qr}$  y  $v_{dr}$  son cero y el modelo (2.33) se reduce

$$\begin{bmatrix} v_{qs} \\ v_{ds} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_s + pL_{ss} & 0 & pM & 0 \\ 0 & r_s + pL_{ss} & 0 & pM \\ pM & -\omega_r M & r_r + pL_{rr} & -\omega_r L_{rr} \\ \omega_r M & pM & \omega_r L_{rr} & r_r + pL_{rr} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{qs} \\ i_{ds} \\ i_{qr} \\ i_{dr} \end{bmatrix} \quad (2.34)$$

Similarmente, al aplicar las dos transformaciones a la parte mecánica (2.17 y 2.18) y considerando que las corrientes  $i_{0s}=0$  y  $i_{0r}=0$ , la expresión del par en el nuevo eje de coordenadas se puede demostrar que se reduce a

$$T_e = \frac{3}{2} \frac{P}{2} M (i_{qs} i_{dr} - i_{ds} i_{qr}) \quad (2.35)$$

Al conjunto de ecuaciones (2.34) y (2.35) se le conoce como el modelo del motor de inducción en el marco de referencia d-q o simplemente modelo d-q de dos fases y tiene las siguientes ventajas respecto al modelo original:

- Las inductancias mutuas no dependen de la posición.
- Las corrientes y voltajes en el nuevo eje de coordenadas son una combinación de las corrientes y voltajes del modelo de tres fases.
- Es posible describir el comportamiento eléctrico del motor con cuatro ecuaciones diferenciales en vez de seis.

Considerando que el operador  $p$  denota derivada, se obtiene el siguiente sistema de ecuaciones en el espacio de estados

$$\begin{bmatrix} v_{qs} \\ v_{ds} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_s & 0 & 0 & 0 \\ 0 & r_s & 0 & 0 \\ 0 & -\omega_r M & r_r & -\omega_r L_{rr} \\ \omega_r M & 0 & \omega_r L_{rr} & r_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{qs} \\ i_{ds} \\ i_{qr} \\ i_{dr} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_{ss} & 0 & M & 0 \\ 0 & L_{ss} & 0 & M \\ M & 0 & L_{rr} & 0 \\ 0 & M & 0 & L_{rr} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} di_{qs} / dt \\ di_{ds} / dt \\ di_{qr} / dt \\ di_{dr} / dt \end{bmatrix} \quad (2.36)$$

o equivalentemente



$$\begin{bmatrix} di_{qs}/dt \\ di_{ds}/dt \\ di_{qr}/dt \\ di_{dr}/dt \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{ss} & 0 & M & 0 \\ 0 & L_{ss} & 0 & M \\ M & 0 & L_{rr} & 0 \\ 0 & M & 0 & L_{rr} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} v_{qs} - r_s i_{qs} \\ v_{ds} - r_s i_{ds} \\ \omega_r M i_{ds} - r_r i_{qr} + \omega_r L_{rr} i_{dr} \\ -\omega_r M i_{qs} - \omega_r L_{rr} i_{qr} - r_r i_{dr} \end{bmatrix} \quad (2.37)$$

Invirtiendo la matriz de inductancias, entonces el modelo continuo no lineal resultante en el espacio de estados de la máquina es

$$\begin{bmatrix} di_{qs}/dt \\ di_{ds}/dt \\ di_{qr}/dt \\ di_{dr}/dt \end{bmatrix} = \frac{1}{L_{rr}L_{ss} - M^2} \left\{ \begin{bmatrix} -L_{rr}r_s & -\omega_r M^2 & r_r M & -\omega_r M L_{rr} \\ \omega_r M^2 & -L_{rr}r_s & \omega_r M L_{rr} & r_r M \\ r_s M & \omega_r M L_{ss} & -L_{ss}r_r & \omega_r L_{ss}L_{rr} \\ -\omega_r M L_{ss} & r_s M & -\omega_r L_{ss}L_{rr} & -L_{ss}r_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{qs} \\ i_{ds} \\ i_{qr} \\ i_{dr} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_{rr} & 0 \\ 0 & L_{rr} \\ -M & 0 \\ 0 & -M \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{qs} \\ v_{ds} \end{bmatrix} \right\} \quad (2.38)$$

Es decir, las cuatro corrientes forman los estados y los dos voltajes representan las entradas del sistema.

## 2.4 MODELO EN ESTADO ESTACIONARIO

Considerese que el estator es excitado con una señal senoidal de frecuencia  $\omega_e$  y que el motor se opera en régimen balanceado, entonces se puede obtener el comportamiento de los voltajes y corrientes, tanto en estator como en rotor, vistos como fasores al sustituir al operador derivada  $p$  por  $j\omega_e$  en la ecuación (2.34) por lo tanto la matriz de transferencia,

$$\begin{bmatrix} V_{qs} \\ V_{ds} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_s + j\omega_e L_{ss} & 0 & j\omega_e M & 0 \\ 0 & r_s + j\omega_e L_{ss} & 0 & j\omega_e M \\ j\omega_e M & -\omega_r M & r_r + j\omega_e L_{rr} & -\omega_r L_{rr} \\ \omega_r M & j\omega_e M & \omega_r L_{rr} & r_r + j\omega_e L_{rr} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{qs} \\ I_{ds} \\ I_{qr} \\ I_{dr} \end{bmatrix} \quad (2.39)$$

donde  $V_{qs}$ ,  $V_{ds}$ ,  $I_{qs}$ ,  $I_{ds}$ ,  $I_{qr}$  e  $I_{dr}$  denotan fasores y la expresión (2.39) permite estudiar la respuesta frecuencial del motor alrededor de un punto de equilibrio.

Este modelo ha sido utilizado ampliamente en la comunidad de eléctrica para determinar los parámetros eléctricos del motor, y sirvió como base para el establecimiento de normas de la IEEE para la medición de tales parámetros.

## 2.5 MODELO DISCRETO

En general la discretización de los modelos continuos parte de una aproximación de la derivada y dependiendo de las no linealidades involucradas y el periodo de muestreo, la aproximación puede resultar en algunos casos adecuada o no [Singh'93]. En particular para este trabajo se utilizó la aproximación simple de Euler de primer orden donde la derivada es tratada como

$$\frac{df}{dt} = \frac{f_{(k+1)} - f_{(k)}}{t_s} \quad (2.40)$$

donde  $t_s$  es el periodo de muestreo y  $f_{(k)}$  y  $f_{(k+1)}$  denotan la función  $f$  evaluada en el instante  $(k)t_s$  y  $(k+1)t_s$  respectivamente. Por tanto, partiendo de la ecuación de estado (2.38), el modelo discreto del motor de inducción se reduce a

$$x(k+1) = \mathbf{F}(k)x(k) + \mathbf{G}(k)u(k) \quad (2.41)$$

donde

$$\mathbf{F}(k) = \begin{bmatrix} 1 - L_{rr}r_s\Delta & M^2\omega_r\Delta & Mr_r\Delta & ML_{rr}\omega_r\Delta \\ -M^2\omega_r\Delta & 1 - L_{rr}r_s\Delta & -ML_{rr}\omega_r\Delta & Mr_r\Delta \\ Mr_s\Delta & -ML_{ss}\omega_r\Delta & 1 - L_{ss}r_r\Delta & -L_{ss}L_{rr}\omega_r\Delta \\ ML_{ss}\omega_r\Delta & Mr_s\Delta & L_{ss}L_{rr}\omega_r\Delta & 1 - L_{ss}r_r\Delta \end{bmatrix} \quad (2.42)$$

$$\mathbf{G}(k) = \begin{bmatrix} L_{rr}\Delta & 0 \\ 0 & L_{rr}\Delta \\ -M\Delta & 0 \\ 0 & -M\Delta \end{bmatrix} \quad (2.43)$$

$$u(k) = \begin{bmatrix} v_{ds}(k) \\ v_{qs}(k) \end{bmatrix} \quad (2.44)$$

$$\Delta = \frac{t_s}{L_{ss}L_{rr} - M^2} \quad (2.45)$$

$$x(k) = \begin{bmatrix} i_{ds}(k) \\ i_{qs}(k) \\ i_{dr}(k) \\ i_{qr}(k) \end{bmatrix} \quad (2.46)$$

Cabe recalcar que este modelo discreto puede ser poco preciso si el periodo de muestreo  $t_s$  elegido es del orden de magnitud de la dinámica del motor. Específicamente si se desconocen los parámetros físicos del motor, el problema de la selección de  $t_s$  no es trivial y se requieren pruebas en simulación que justifiquen el periodo de muestreo seleccionado.

### 3 ESTIMACIÓN DE PARÁMETROS DEL MOTOR DE INDUCCIÓN

#### 3.1 INTRODUCCIÓN

Cuando se desea determinar el modelo matemático de un proceso en particular, se requiere conocer o proponer la estructura del modelo y calibrar dicho modelo. Dentro del área de ingeniería se le denota proceso de estimación o identificación al ajuste o calibración de los parámetros de un modelo.

Existen en la literatura diferentes métodos para la identificación de parámetros [Sorestrom'89], [Astrom'71]. El método apropiado depende del tipo de modelo y de la información disponible del sistema. Para el caso de modelos lineales existen incluso algunos paquetes matemáticos como el MATLAB [MATLAB V4.0] que permiten calibrar modelos de manera sencilla y automática.

En general se puede decir que todos los métodos de identificación se basan en el establecimiento de una función de error que depende de los parámetros desconocidos  $\beta$

$$V(y_p, y_m) = \sum_i^k \left( y_p(k) - y_m(k, \beta) \right)^T Q \left( y_p(k) - y_m(k, \beta) \right) \quad (3.1)$$

la cual debe ser minimizada tratando de llevar a cero la diferencia entre la salida del modelo  $y_m(k, \beta)$  y del proceso  $y_p(k)$  como se presenta en la figura 3.1.

Por tanto, determinar los valores de los parámetros  $\beta$  que minimizan el costo (3.1) equivale a resolver el problema de estimación de parámetros. Para ello, dependiendo de la estructura del sistema por identificar y las herramientas de cómputo disponibles, se pueden aplicar varias técnicas de optimización no lineal [Astrom'71].

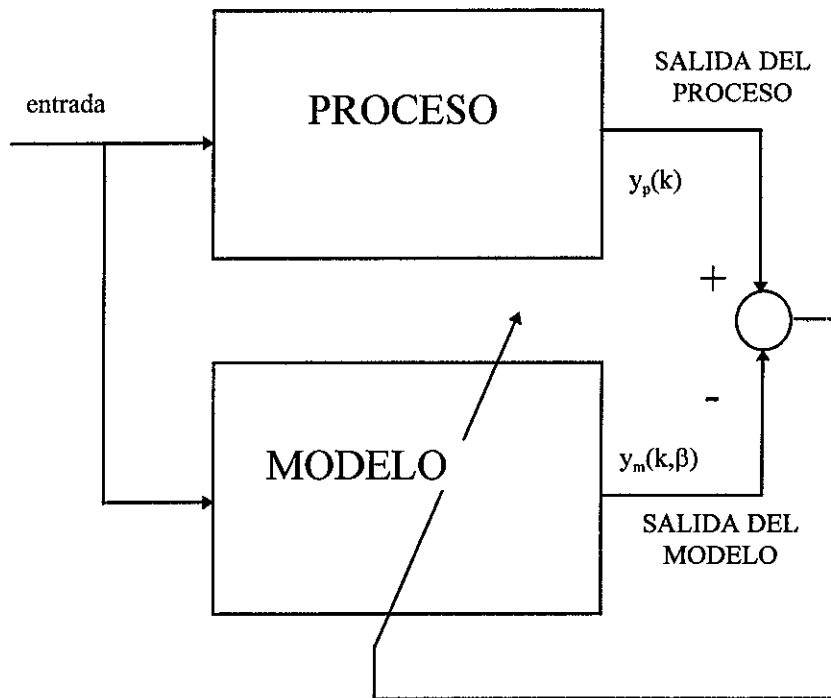


Figura 3.1 Estructura de identificador de parámetros

En particular los métodos tradicionales para estimar los valores de los parámetros eléctricos del modelo de la máquina de inducción se basan en el comportamiento en estado estacionario y han dado lugar al establecimiento de la norma IEEE-112. Este tipo de métodos tiene la desventaja de no poderse implantar en línea, o cuando el motor se encuentra operando en condiciones de velocidad variable. Este hecho junto con las variaciones de los parámetros y las no linealidades del modelo, han originado diferentes propuestas de identificación en línea para el caso de la máquina de inducción; sin embargo, la comunidad a nivel industrial aún no está satisfecha completamente con los resultados obtenidos, por lo que la identificación de parámetros aún es tema de estudio [Holtz'91], [Bose'98].

En este capítulo se presentan los dos métodos empleados para la identificación de los parámetros eléctricos de un motor de inducción. En la sección 3.2 se describe el método

clásico contenido en la norma IEEE-112; en la sección 3.3 se presenta al filtro Kalman junto con su extensión cuando se emplea como estimador de parámetros y en la sección 3.4 se particulariza la estructura del filtro extendido de Kalman para el caso de estimación de los parámetros eléctricos  $r$ , y  $M$  de la máquina de inducción.

### 3.2 MÉTODO CLÁSICO

Como se menciona en la introducción de este capítulo, el método clásico de estimación de parámetros del motor de inducción establecido en las normas IEEE considera que la máquina opera en régimen permanente y por tanto se emplea el modelo (2.39). Bajo estas condiciones se tiene que la corriente en la fase q del estator ( $I_{qs}$ ) es igual a la fase d ( $I_{ds}$ ) pero defasada  $\pi/2$ , de la misma forma ocurre en el rotor, por lo que se cumplen las relaciones

$$\begin{aligned} I_{ds} &= -jI_{qs} \\ I_{dr} &= -jI_{qr} \end{aligned} \quad (3.2)$$

y si además en (2.39) se remplazan las reactancias inductivas como

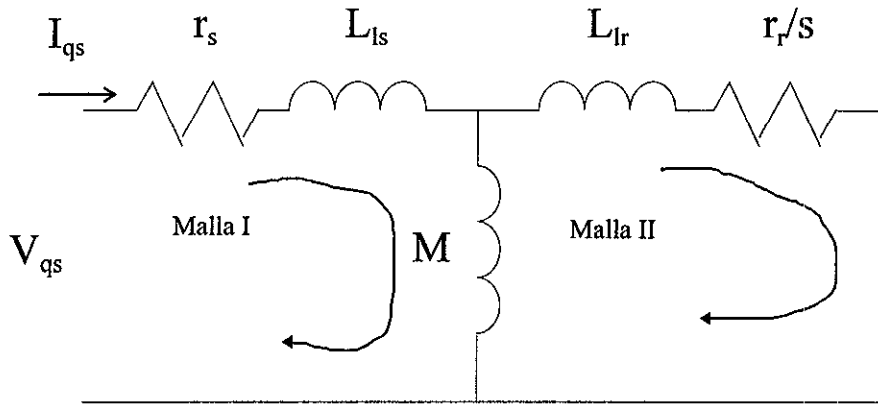
$$\begin{aligned} j\omega_e M &= X_M \\ j\omega_e L_{ss} &= X_{ss} = j\omega_e M + j\omega_e L_{ls} = X_M + X_{ls} \\ j\omega_e L_{rr} &= X_{rr} = j\omega_e M + j\omega_e L_{lr} = X_M + X_{lr} \end{aligned} \quad (3.3)$$

se puede demostrar que la primera línea de la expresión (2.39) se convierte en

$$V_{qs} = \left( r_s + jX_{ss} + \frac{X_M^2}{\frac{r_r}{s} + jX_{rr}} \right) I_{qs} \quad (3.4)$$

De modo que el motor en estado estacionario para cada una de las fases es equivalente al circuito eléctrico de la figura 3.2. Así el problema de identificación se reduce a estimar los parámetros de las componentes de dicho circuito. La Norma IEEE-112 describe de manera general un conjunto de procedimientos para estimar dichos parámetros. Considerando el

caso del motor polifásico, las pruebas de corriente directa (CD), rotor libre y rotor bloqueado son las más empleadas a nivel industrial y permiten estimar  $r_s$ ,  $X_M+X_{ls}$  y  $r_r$  y  $X_{ls}+X_{lr}$  respectivamente. Se recomienda utilizar estas pruebas para obtener un primer estimado de las características de un motor.



*Figura 3.2 Circuito eléctrico equivalente de una de las fases del motor de inducción en régimen permanente*

### 3.2.1 Prueba de corriente directa

Esta prueba permite determinar el valor de la resistencia del estator  $r_s$  y considera que el circuito de la figura 3.2, o sea a los bornes de cada fase del estator se excitan con un potencial de CD. Bajo estas condiciones en estado permanente, la ecuación (3.4) se reduce a

$$V_{qs} = r_s I_{qs} \quad (3.5)$$

ya que las inductancias  $M$  y  $L_{ls}$  se comportan como cortos circuitos y la corriente que circula por la malla I, está limitada sólo por el valor de  $r_s$ . Como resultado, si se conoce la corriente directa  $I_{DC}$  y el potencial aplicado  $V_{DC}$  se puede determinar el valor de la resistencia  $r_s$  simplemente calculando el cociente

$$r_s = \frac{V_{DC}}{I_{DC}} \quad (3.6)$$

### 3.2.2 Prueba de rotor libre

Esta prueba considera que el motor no tiene carga mecánica, se basa en la respuesta frecuencial del circuito de la figura 3.2 y permite determinar el valor de la suma de las reactancias  $X_M + X_{ls}$  para posteriormente obtener los valores de las inductancias  $M + L_{ls}$ , y el procedimiento consiste en excitar al motor sin carga con señales senoidales de frecuencia conocida para que el rotor alcance una velocidad cercana a la velocidad sincrónica de rotación. Bajo estas condiciones, el deslizamiento  $s$  es cercano a cero por lo que la impedancia  $r_r / s$  es muy alta y por tanto la corriente en la malla II puede despreciarse. Así, la ecuación (3.4) se transforma en

$$V_{qs} = (r_s + jX_{ls} + jX_M)I_{qs} \quad (3.7)$$

o equivalentemente

$$V_{qs} = Z_{rl} I_{qs} \quad (3.8)$$

con

$$Z_{rl} = r_s + j(X_M + X_{ls}) \quad (3.9)$$

Entonces, si se conocen los valores rms del potencial  $V_{qs}$  ( $V_{rl}$ ), y de la corriente  $I_{qs}$  ( $I_{rl}$ ), se puede calcular la magnitud de la impedancia resultando

$$|Z_{rl}| = \frac{V_{rl}}{I_{rl}} \quad (3.10)$$

Ahora, si adicionalmente se mide la potencia real a rotor libre  $P_{rl}$ , la cual está dada por la relación

$$P_{rl} = V_{rl} \cdot I_{rl} \cdot \cos(\psi) \quad (3.11)$$



y donde  $\psi$  representa al ángulo de defasamiento entre el potencial  $V_{rl}$  y la corriente  $I_{rl}$ , entonces se puede conocer el  $\sin(\psi)$  y despejando las reactancias de (3.9) se tiene

$$X_M + X_{ls} = |Z_{rl}| \sin(\psi) \quad (3.12)$$

Note que en este caso no se requiere conocer la resistencia del estator  $r_s$  explícitamente. Otra alternativa si no se tiene forma de medir la potencia real para encontrar  $X_M + X_{ls}$  es despejar de (3.9)

$$X_M + X_{ls} = \sqrt{Z_{rl}^2 - r_s^2} = \sqrt{\left(\frac{V_{rl}}{I_{rl}}\right)^2 - r_s^2} \quad (3.13)$$

Debido a que el valor de  $r_s$  en general resulta muy pequeño comparado con el de  $Z_{rl}$  algunos autores (IEEE-112) lo desprecian en el cálculo.

### 3.2.3 Prueba de rotor bloqueado

Esta prueba permite determinar el valor tanto de la resistencia del rotor  $r_r$ , como de la suma de las reactancias  $X_{lr} + X_{ls}$  y considera que es posible sujetar mecánicamente la flecha del motor cuando se le aplican señales sinusoidales de tensión menores que los nominales a las tres fases del estator. Bajo estas condiciones, el deslizamiento  $s=1$ .

La impedancia por la rama de  $r_r$  y  $L_{lr}$  del circuito de la figura 3.2 es mucho más pequeña en magnitud que la impedancia que presenta M - Esto se debe a las características de diseño del motor (Krause '89) -, por tanto la ecuación (3.7) se reduce a

$$V_{qs} = ((r_s + r_r) + j(X_{ls} + X_{lr}))I_{qs} \quad (3.14)$$

lo cual es equivalente a decir que el circuito presenta una impedancia de entrada dada por

$$Z_{rb} = (r_s + r_r) + j(X_{ls} + X_{lr}) \quad (3.15)$$

Así que si se conoce la potencia real  $P_{rb}$  a rotor bloqueado dada por

$$P_{rb} = V_{rb} \cdot I_{rb} \cdot \cos(\theta) \quad (3.16)$$

junto con los potenciales y corrientes, se puede calcular la magnitud de la impedancia a rotor bloqueado a través de

$$|Z_{rb}| = \frac{V_{rb}}{I_{rb}} \quad (3.17)$$

Por otro lado, la parte imaginaria de la impedancia está dada por

$$X_{lr} + X_{ls} = |Z_{rb}| \sin(\theta) \quad (3.18)$$

y la parte real

$$r_s + r_r = |Z_{rb}| \cos(\theta) \quad (3.19)$$

de donde se puede despejar la resistencia del rotor

$$r_r = |Z_{rb}| \cos(\theta) - r_s = \frac{P_{rb}}{I_{rb}^2} - r_s \quad (3.20)$$

Una forma alternativa de encontrar la suma de las impedancias  $X_{lr} + X_{ls}$  es despejarlas de (3.14) como

$$X_{ls} + X_{lr} = \sqrt{\left(\frac{V_{rb}}{I_{rb}}\right)^2 - (r_s + r_r)^2} \quad (3.21)$$

Esta prueba tiene la desventaja de requerir una alimentación trifásica con un potencial reducido, lo cual no es fácil de lograr si no se cuenta con autotransformador trifásico o un inversor de características especiales. Esta desventaja llevó a Gastli a proponer una variante a esta prueba [Gastli'92], en la cual el sistema se excita únicamente en una sola fase. Como resultado, el bloqueo del motor se realiza eléctricamente, sin generar ningún par y por tanto el comportamiento eléctrico es similar al de la excitación trifásica cuando se opera el motor en la zona de flujo magnético lineal.

Los métodos descritos anteriormente para determinar los parámetros eléctricos del motor de inducción, consideran que los valores de éstos son constantes, lo cual puede resultar conservador para diseñar sistemas de control con alto rendimiento o detección de fallas, ya que se sabe que la temperatura y el punto de operación del modelo no lineal afecta los parámetros del motor [Garces'80]. Bajo estas condiciones, se requiere emplear mecanismos de estimación que ajusten los parámetros en función de las condiciones de operación del motor.

En particular, uno de los métodos iterativos más empleados con éxito en la identificación de parámetros de un sistema no lineal es el filtro extendido de Kalman [Gelb'74] por lo que en este trabajo se propone estimar en línea los parámetros del motor de inducción usando este tipo de filtro.

### 3.3 FILTRO KALMAN Y LA ESTIMACIÓN DE PARÁMETROS

Una herramienta reconocida para la estimación de estados de sistemas dinámicos lineales es el filtro Kalman (KF). Su éxito para el caso lineal generó que algunos autores lo extendieran para el caso de estimación de estados de sistemas no lineales. A esta generalización se le conoce como el filtro Kalman extendido (EKF). En particular, si se conoce la ley de variación de los parámetros en el modelo, se ha demostrado que el EKF es un buen identificador de parámetros.

Por tanto, a continuación se presentan los principios y consideraciones bajo los cuales se puede emplear el filtro Kalman en su versión para sistemas lineales, no lineales y para la estimación de parámetros del motor de inducción.

#### 3.3.1 Filtro Kalman

De manera concreta se puede decir que el KF es un algoritmo recursivo para la estimación de los estados de un sistema dinámico a partir de mediciones ruidosas, el cual combina óptimamente el conocimiento del modelo con las mediciones y las características de su ruido [Atherton'92].

En este trabajo se presenta la versión discreta del filtro Kalman, sin embargo se hace notar que existen reportadas en la literatura las versiones continua e híbrida [Gelb'74], [Jazwinski'70].

Primero se presenta la versión del filtro Kalman cuando se estiman los estados de un sistema lineal del cual sólo se pueden obtener mediciones ruidosas.

Considérese un sistema observable descrito por el modelo lineal discreto de estados dado por

$$x(k+1) = F(k)x(k) + G(k)u(k) + w(k) \quad (3.27)$$

y su vector de observación o salida

$$y(k) = H(k)x(k) + v(k) \quad (3.28)$$

donde  $x(k)$  es el vector de estados,  $u(k)$  el vector de entradas,  $y(k)$  el vector de salidas,  $w(k)$  y  $v(k)$  representan el ruido del modelo y de las observaciones respectivamente, ambos ruidos son independientes y están caracterizados como Gaussianos de media cero y de covariancias conocidas  $Q$  y  $R$  respectivamente, las cuales pueden ser variantes en el tiempo dadas por

$$\begin{aligned} E\{w(k)\} &= 0 \\ E\{w(k)w(j)^T\} &= Q\delta_{kj}; \quad Q \geq 0 \end{aligned} \quad (3.29)$$

$$\begin{aligned} E\{v(k)\} &= 0 \\ E\{v(k)v(j)^T\} &= R\delta_{kj}; \quad R \geq 0 \end{aligned} \quad (3.30)$$

donde  $\delta$  representa la delta de Kronecker y  $E\{w(k)v(j)^T\} = 0$

El problema que se desea resolver consiste en encontrar el mejor estimado  $\hat{x}$  del vector de estados  $x$  a partir de las variables medibles del proceso. Esto es, dados los valores observados  $y(0), \dots, y(k)$  encontrar un estimado  $\hat{x}$  de  $x$  que minimice el criterio

$$P(k) = E\{(x(k) - \hat{x}(k))(x(k) - \hat{x}(k))^T\} \quad (3.31)$$

Se pueden derivar diferentes estimadores para los estados dependiendo de las mediciones disponibles, esto es, asumiendo que el conjunto de datos

$$Y_k = \{y(i), u(i) \mid i \leq k\}$$

son conocidos. Usando  $Y_k$  se quiere estimar  $x(k+m)$ , y específicamente dependiendo del valor de  $m$  se tienen los siguientes tres casos

- a) Para  $m < 0$  se denota alizamiento y se representa como  $x(k-1/k)$  cuando  $m = -1$ , lo cual quiere decir que se estima el valor de  $x(k-1)$  con información de lo que ha ocurrido hasta el instante  $k$ .
- b) Para  $m = 0$  el vector estimado se representa como  $x(k/k)$  y se conoce como el problema de filtrado.
- c) Para  $m > 0$  se habla del problema de predicción y el vector se representa como  $x(k+1/k)$  lo cual se lee como que se estima el valor de  $x(k+1)$  con base en  $Y_k$ .

El problema global se conoce como estimación y la estructura dinámica que resuelve se llama filtro, independientemente del caso que se trate. Bajo estas consideraciones, Kalman [Kalman'60] demostró que el mejor estimado que minimiza el criterio (3.31), puede implementarse a través del esquema de la figura 3.3

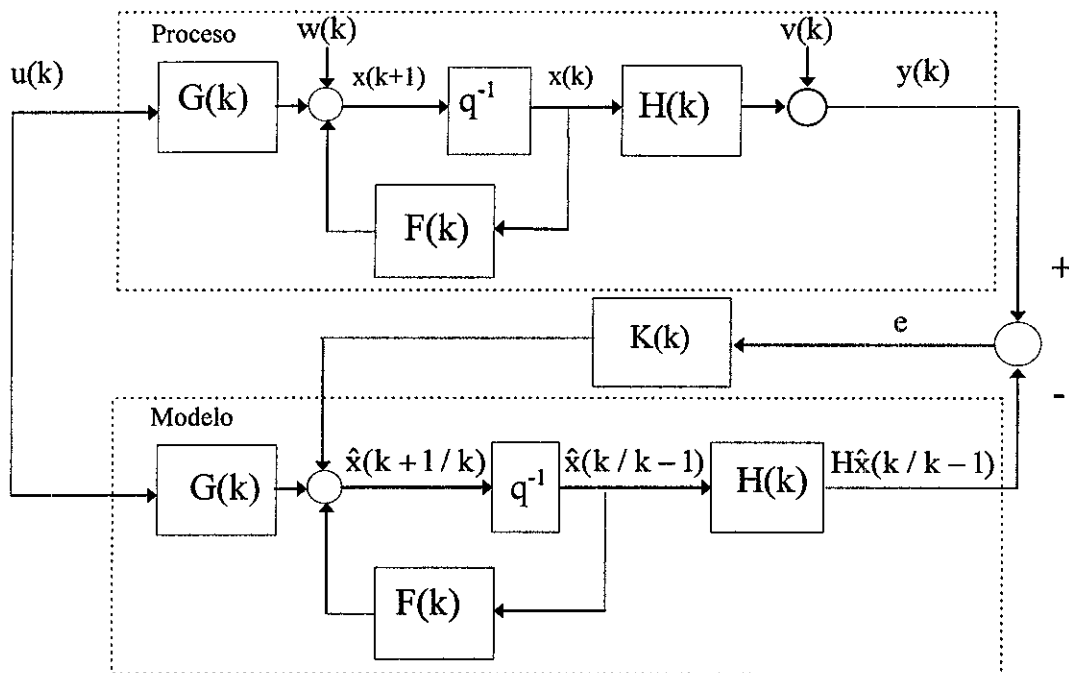


Figura 3.3 Estimación de estados para un sistema lineal

Como puede observarse de la figura, las entradas del proceso  $u(k)$  son aplicadas simultáneamente al modelo y al sistema, mientras que las salidas de ambos, proceso y modelo son comparadas para obtener el error. Este error de salida es un indicativo de qué tan bien sigue el modelo al proceso. La forma de corregir las diferencias entre modelo y proceso consiste en retroalimentar el error de salida en el estimador  $\hat{x}(k+1)$  del vector de estados a través de la matriz  $K(k)$ . También se observa que el vector de estados estimado está dado por

$$\hat{x}(k+1/k) = F(k)\hat{x}(k/k-1) + G(k)u(k) + K(k)[y(k) - H(k)\hat{x}(k/k-1)] \quad (3.32)$$

Si se define al error de estimación como

$$\tilde{x} = x - \hat{x} \quad (3.33)$$

substituyendo (3.27) y (3.32) en (3.33), eliminando términos semejantes y rescribiendo la expresión en términos de  $\tilde{x}$ , la expresión dinámica del error se reduce a

$$\tilde{x}(k+1) = [F(k) - K(k)H(k)]\tilde{x}(k) + w(k) - K(k)v(k) \quad (3.34)$$

la cual corresponde a la ecuación de error de estimación, Por tanto el criterio de diseño (3.31) se reduce a encontrar la ganancia  $K(k)$  que minimice la variancia del error de estimación dada por

$$P(k) = E\{ (\tilde{x}(k) - E\{\tilde{x}(k)\}) (\tilde{x}(k) - E\{\tilde{x}(k)\})^T \} \quad (3.35)$$

donde

$$E\{\tilde{x}(k+1)\} = (F(k) - K(k)H(k)) E\{\tilde{x}(k-1)\} \quad (3.36)$$

Dado que  $\tilde{x}(k)$  depende solamente de  $w(k-1)$  y  $v(k-1)$ , se puede considerar que  $v(k)$  y  $w(k)$  son eventos independientes, por tanto al substituir (3.34) en (3.35) se obtiene la expresión

$$P(k+1/k) = (F(k) - K(k)H(k))P(k)(F(k) - K(k)H(k))^T + Q + K(k)RK(k)^T \quad (3.37)$$

conocida como ecuación de Riccati discreta y que permite calcular los valores de la matriz de covariancia  $P(k+1)$  en función de las matrices del ruido  $Q$  y  $R$ , de las matrices del modelo  $F(k)$  y  $H(k)$  y de la matriz de ganancia del Filtro Kalman  $K(k)$ .

Resumiendo, el problema central del KF consiste en encontrar el valor de  $K(k)$  que minimiza la ecuación (3.35) teniendo como condición inicial  $P(0)=P_0$ . Kalman demostró que este problema se resuelve de manera recursiva con la ayuda del siguiente algoritmo [Anderson'90]:

1 - Calcular el valor de la ganancia de Kalman  $K$  iniciando con  $P(0)=P_0$ .

$$K(k) = F(k)P(k/k-1)H(k)^T [H(k)P(k/k-1)H(k)^T + R]^{-1} \quad (3.38)$$

2 - Calcular predictivamente el valor estimado del estado  $x$  en el instante  $k+1$  a partir de información en el instante  $k$  y el mejor estimado del instante  $k-1$ .

$$\hat{x}(k+1/k) = F(k)\hat{x}(k/k-1) + G(k)u(k) + H(k)\hat{x}(k/k-1) \quad (3.39)$$

3 - Calcular la covariancia del error para el estimado actualizado a través de

$$P(k+1/k) = F(k)P(k/k-1)F(k)^T + Q - F(k)P(k/k-1)H^T(k)[H(k)P(k/k-1)H^T(k) + R]^{-1}H(k)P(k/k-1)F(k)^T \quad (3.40)$$

4 - Regresar al primer paso para la siguiente iteración.



### 3.3.2 Filtro Kalman Extendido

El KF en su versión original asume que el modelo del sistema es lineal, sin embargo el filtro también se puede aplicar para estimar estados de modelos no lineales [Jaswinski'70].

Para poder aplicar el KF a sistemas no lineales es necesario llevar el modelo del sistema no lineal a un modelo de perturbación lineal, el cual es una linealización en un punto de funcionamiento. Con este nuevo modelo de perturbación lineal se aplica el KF para estimar los estados del sistema como se muestra a continuación.

Considérese el sistema no lineal descrito por

$$x(k+1) = f(x(k), u(k)) + w(k) \quad (3.41)$$

$$y(k) = Hx(k) + v(k) \quad (3.42)$$

donde  $x(k)$  es el vector de estados,  $u(k)$  el vector de entradas y  $y(k)$  el vector de salidas y suponga que éste es observable. Se observa que la función de salida se considera lineal respecto del vector de estados. Se desea obtener el mejor estimado de los estados  $x(k)$  a partir de la información de la salida y la entrada.

El algoritmo que permite resolver el problema de estimación es el siguiente y se conoce como filtro extendido de Kalman (EKF) [Atkinson'91].

1 - Calcular el modelo de perturbación lineal para la matriz de la dinámica del proceso  $F(k)$ , es decir, obtener

$$F(k) = \left. \frac{\partial \cdot f(\cdot)}{\partial \cdot x(k)} \right|_{x(k), u(k)} \quad (3.43)$$

2 - Calcular el valor de la ganancia de Kalman  $K(k)$  con base en las matrices de covariancia del error en el instante  $k$  y de la del ruido en las mediciones  $R$ .

$$K(k) = F(k)P(k/k-1)H^T[HP(k/k-1)H^T + R]^{-1} \quad (3.44)$$

3 - Calcular el vector de estados estimados en el instante  $(k+1)$ , utilizando el valor de  $K(k)$  y la información del instante  $k$

$$\hat{x}(k+1/k) = f(\hat{x}(k/k-1), u(k)) + K(k)[y(k) - H\hat{x}(k/k-1)] \quad (3.45)$$

4 - Calcular la matriz de covariancia  $P(k+1/k)$  y corregir la matriz de covariancia  $P(k+1)$  a partir de información en el instante  $k+1$ , de la matriz  $K(k)$ , y de las matrices de covariancia del ruido  $Q$  y  $R$

$$P(k+1/k) = F(k)P(k/k)F(k)^T + Q \quad (3.46)$$

$$P(k+1/k) = P(k/k-1) - K(k)[H P(k/k-1)H^T + R]K(k)^T \quad (3.46)$$

$$P(k+1/k) = F(k)P(k/k-1)F(k)^T + Q - F(k)P(k/k-1)H^T[HP(k/k-1)H^T + R]^{-1}HP(k/k-1)F(k)^T \quad (3.46)$$

5 - Incrementar  $k$  y regresar al primer paso a la siguiente iteración.

Este algoritmo ha sido aplicado exitosamente en la estimación de estados en los sistemas no lineales [Jaswinski'70], sin embargo, en ocasiones se obtienen resultados insatisfactorios debido a que los valores de la matriz de covariancia del error  $P(k)$  se vuelven demasiado pequeños comparados con el error de estimación actual  $\tilde{x}(k)$  [Sorenson'70], esto provoca que la matriz de ganancia  $K$  tome valores muy pequeños dando muy poco peso a las nuevas

mediciones. Algunos autores señalan que este fenómeno conocido como divergencia es una consecuencia directa del error introducido por la aproximación lineal [Sorenson'70]. Sin embargo es poco formal esta argumentación por lo que se recomienda en cada caso en particular analizar qué fenómeno o aproximación es la que provoca la divergencia. La pérdida de observabilidad en una región del espacio de estado es en algunos casos el causante del desempeño pobre del EKF.

Se ha observado sin embargo, que aún cuando una planta presente no linealidades muy fuertes, es posible obtener buenos resultados con el KF si la riqueza en componentes de frecuencia del ruido es buena [Jazwinski'70]. Parecería ser que un ruido "rico" logra que el sistema esté continuamente excitado y permite que el estimador produzca resultados satisfactorios.

### 3.3.3 Filtro Kalman Extendido como estimador de parámetros

Además de su uso como estimador de estados, el EKF puede ser utilizado en la estimación de parámetros cuando éstos son introducidos en el modelo como estados adicionales al sistema. De esta manera se realiza la estimación conjunta de parámetros y estados en un nuevo modelo con un vector de estados llamado “*vector de estados aumentado*”, el cual contiene tanto los estados originales del modelo como los parámetros a identificar. Como resultado de considerar los parámetros como estados, ocurre que, independientemente si el modelo de estados original es lineal o no, el modelo del sistema aumentado es no lineal debido a la multiplicación de los estados del sistema original por estados del vector aumentado [Atkinson’90]. Es decir, considérese una planta no lineal descrita por

$$x(k+1) = f(x(k), \beta, u(k)) + w(k) \quad (3.47)$$

donde  $x(k)$  es el vector de estados,  $\beta$  representa el vector de los parámetros desconocidos del modelo y  $u(k)$  el vector de entradas. Para identificar los parámetros  $\beta$ , El EKF requiere que se agregue el vector de parámetros  $\beta$  como un estado, por lo que el nuevo vector de estados resulta como

$$x_a = \begin{bmatrix} x^T & \beta^T \end{bmatrix}^T \quad (3.48)$$

Donde el vector de estado extra  $\beta(k+1) = \beta(k)$ , representa a los parámetros que se desean estimar. Este planteamiento da origen a un nuevo modelo de la planta el cual se puede expresar como

$$x_a(k+1) = f(x_a(k), u(k)) + w_a(k) \quad (3.49)$$

Con este nuevo modelo de estados se diseña un filtro Kalman extendido para estimar de manera conjunta tanto los estados como los parámetros.

### 3.4 APLICACIÓN DEL FILTRO KALMAN EXTENDIDO EN EL MOTOR DE INDUCCIÓN

Dado que no todos los estados del motor de inducción pueden ser medidos directamente, el KF resulta una herramienta ideal para atacar los problemas de estimación asociados al motor.

Cuando se alimenta al motor de inducción a través de un inversor basado en modulación por ancho de pulso (pulse width modulation) PWM, se presentan señales armónicas debidas a la conmutación de los semiconductores, las cuales se pueden considerar como un ruido aditivo tanto en la ecuación de estado como en la de salida. Esto permite atacar el problema de estimación de estado en el contexto de un modelo estocástico sobre el que opera el KF [Lipo'92]. Por otro lado las incertidumbres del modelo y las perturbaciones en la planta pueden ser consideradas como ruido que se suma al modelo [Atkinson'90].

En esta sección se utiliza el EKF para la estimación conjunta de los estados y dos de los parámetros eléctricos de un motor de inducción: la inductancia mutua  $M$  y la resistencia del rotor  $r_r$ . Como se mencionó en la sección anterior, al introducir los parámetros como estados adicionales al sistema, se obtiene un modelo no lineal el cual debe ser manejado como un modelo de perturbación en el algoritmo del filtro Kalman.

Considere el modelo de estados discreto y no lineal del motor de inducción en el marco de referencia d-q dado por las ecuaciones (2.41) a (2.46) en donde  $\omega_r$  aparece como una entrada del sistema y los estados medibles del modelo son las corrientes del estator, y los no medibles las corrientes de rotor.

Como se desea estimar los valores de la inductancia mutua  $M$  y la resistencia del rotor  $r_r$ , estos parámetros deben ser introducidos como estados en la ecuación dinámica del motor. En particular si se considera que  $r_r$  y  $M$  son constantes las ecuaciones que se adicionan a la de estado del motor son

$$r_r(k+1) = r_r(k) \quad \text{y} \quad M(k+1) = M(k).$$

Por tanto el nuevo vector de estados, queda definido por las cuatro corrientes y los dos parámetros, es decir

$$\begin{aligned} x_a(k) &= [i_{ds}(k) \quad i_{qs}(k) \quad i_{dr}(k) \quad i_{qr}(k) \quad M(k) \quad r_r(k)]^T \\ &= [x1(k) \quad x2(k) \quad x3(k) \quad x4(k) \quad x5(k) \quad x6(k)]^T \\ &= [x1 \quad x2 \quad x3 \quad x4 \quad x5 \quad x6]^T \end{aligned} \quad (3.50)$$

y el nuevo modelo no lineal de estados aumentado se puede escribir como

$$x_a(k+1) = f(x_a(k), u(k)) = \Delta a [Fa] + x_a(k) \quad (3.51)$$

donde

$$\Delta a = \frac{t_s}{x5(L_{ls} + L_{lr}) + L_{ls}L_{lr}} \quad (3.52)$$

y la matriz Fa está dada por

$$Fa = [fa1 \quad fa2 \quad fa3 \quad fa4 \quad fa5 \quad fa6]^T \quad (3.53)$$

con

$$fa1 = -(x5 + L_{lr})r_s x1 + x5^2 \omega_r x2 + x5 x6 x3 + (x5^2 + x5 L_{lr}) \omega_r x4 + (x5 + L_{lr}) v_{ds}(k) \quad (3.54)$$

$$fa2 = -x5^2 \omega_r x1 - (x5 + L_{lr})r_s x2 - (x5^2 + x5 L_{lr}) \omega_r x3 + x5 x6 x4 + (x5 + L_{lr}) v_{qs}(k) \quad (3.55)$$

$$fa3 = x5 r_s x1 - (x5^2 + x5 L_{ls}) \omega_r x2 - (x5 + L_{ls}) x6 x3 - (x5^2 + x5(L_{ls} + L_{lr}) + L_{ls} L_{lr}) \omega_r x4 - x5 v_{ds}(k) \quad (3.56)$$

$$fa4 = (x5^2 + x5 L_{ls}) \omega_r x1 + x5 r_s x2 + (x5^2 + x5(L_{ls} + L_{lr}) + L_{ls} L_{lr}) \omega_r x3 - (x5 + L_{ls}) x6 - x5 v_{qs}(k) \quad (3.57)$$

$$fa5 = 0 \quad (3.58)$$

$$fa6 = 0 \quad (3.59)$$

Como la ecuación de salida no depende de los parámetros  $r_r$  y  $M$ , ésta sigue siendo lineal y se reduce a

$$\begin{bmatrix} y_1(k) \\ y_2(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} x_a(k) = H_a x_a(k) \quad (3.60)$$

El modelo de perturbación lineal necesario para utilizar el EKF se obtiene derivando parcialmente las ecuaciones de estado no lineales en cada punto de funcionamiento, es decir

$$F_a(k) = \left. \frac{\partial f_a(x_a(k), u(k))}{\partial x_a(k)} \right|_{x_a(k), u(k)} \quad (3.61)$$

por tanto considerando la forma de la ecuación discreta de estado dada por (3.51), la ecuación (3.61) se reduce a

$$F_a(k) = \Delta a \frac{\partial F_a}{\partial x_a} + \frac{\partial \Delta a}{\partial x_a} F_a + I_{6 \times 6} \quad (3.62)$$

donde

$$\frac{\partial F_a}{\partial x_a} = \begin{bmatrix} -(x5 + L_{lr})r_s & x5^2 \omega_r & x5x6 & (x5^2 + x5L_{lr})\omega_r & faux1 & x5x3 \\ -x5^2 \omega_r & -(x5 + L_{lr})r_s & (x5^2 + x5L_{lr})\omega_r & x5x6 & faux2 & x5x4 \\ x5r_s & -(x5^2 + x5L_{ls})\omega_r & -(x5 + L_{ls})x6 & -(x5^2 + x5(L_{ls} + L_{lr}) + L_{ls}L_{lr})\omega_r & faux3 & -(x5 + L_{ls})x3 \\ (x5^2 + x5L_{ls})\omega_r & x5r_s & (x5^2 + x5(L_{ls} + L_{lr}) + L_{ls}L_{lr})\omega_r & -(x5 + L_{ls})x6 & faux4 & -(x5 + L_{ls})x4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.63)$$

y los coeficientes  $faux1$ ,  $faux2$ ,  $faux3$  y  $faux4$  están dados por

$$faux1 = -r_s x1 + 2x5\omega_r x2 + x6x3 + 2x5\omega_r x4 + L_{lr}\omega_r x4 + vds(k) \quad (3.64)$$

$$f_{aux2} = -2x5\omega_r x1 - r_s x2 - 2x5x3 - L_{lr}\omega_r x3 + x6x4 + v_{qs}(k) \quad (3.65)$$

$$f_{aux3} = r_s x1 - 2x5\omega_r x2 - L_{ls}\omega_r x2 - x6x3 - 2x5\omega_r x4 - (L_{ls} + L_{lr})\omega_r x4 - v_{ds}(k) \quad (3.65)$$

$$f_{aux4} = 2x5\omega_r x1 + L_{ls}\omega_r x1 + r_s x2 + 2x5\omega_r x3 + (L_{ls} + L_{lr})\omega_r x3 - x6x4 - v_{qs}(k) \quad (3.67)$$

Además se tiene

$$\frac{\partial \Delta a}{\partial X_a} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{-t_s(L_{ls} + L_{lr})}{(x5(L_{ls} + L_{lr}) + L_{ls}L_{lr})^2} & 0 \end{bmatrix} \quad (3.68)$$

Estas ecuaciones de estado aumentadas se utilizan en el siguiente capítulo para estimar los parámetros del motor de inducción a través de un filtro Kalman extendido como el presentado en la sección 3.3.1.



## 4 RESULTADOS DE LA ESTIMACIÓN DE PARÁMETROS

### 4.1 INTRODUCCIÓN

En este capítulo se presentan los resultados principales obtenidos en la identificación de los parámetros eléctricos del motor de inducción cuando se emplean datos generados tanto con un modelo simulado, como con un motor real. En ambos casos se utiliza tanto el Método Clásico como un Filtro Kalman Extendido (EKF).

Para la presentación de los resultados, el capítulo está dividido en cinco secciones, la sección 4.2 muestra la estimación de los parámetros de la máquina utilizando el Método Clásico en un modelo simulado; la sección 4.3 discute el alcance del Método Clásico de estimación cuando se toman datos reales; la sección 4.4 muestra la estimación de dos de los parámetros eléctricos del motor, resistencia de rotor e inductancia mutua, llevada a cabo en simulación cuando se utiliza el EKF; finalmente la sección 4.5 muestra los resultados experimentales obtenidos con base en datos reales al emplear el EKF.

### 4.2 RESULTADOS SIMULADOS UTILIZANDO EL MÉTODO CLÁSICO

Para las simulaciones se empleó el modelo d-q discreto de un motor de 2 fases y cuatro polos, descrito por las ecuaciones (2.41 a 2.46) con los valores de los parámetros que se presentan en la tabla 4.1. Todas las simulaciones se realizaron con el paquete MATLAB [MATLAB V 4.0], utilizando periodos de integración y tiempos de simulación adecuados a cada experimento, cuidando que las figuras obtenidas muestren con claridad el resultado de los experimentos.

Para determinar el valor del parámetro  $r_s$ , resistencia de estator, se utilizó la prueba de CD descrita en el capítulo anterior, se simuló el comportamiento del motor con un periodo de

integración de  $1 \times 10^{-4}$  segundos en 8,000 puntos (0.8 segundos), aplicando al modelo una tensión  $V_{CD} = 12$  V en una de sus fases y observando la corriente que circula a través del circuito de estator. La figura 4.1 muestra tanto la entrada como la salida de la fase excitada.

Tabla 4.1 Parámetros del motor de inducción

Parámetros Eléctricos	Parámetros Mecánicos
Resistencia de estator $r_s = 2.5$ Ohms	Inercia del rotor $J = 0.03$ Kg
Resistencia de rotor $r_r = 2.65$ Ohms	Par de carga $T_l = 0$ Kg m/s <sup>2</sup>
Inductancia mutua $M = 0.2124$ Hy	Coefficiente de fricción $B = 0.01$ Kg/s
Induc. de fuga en estator $L_{ls} = 0.0136$ Hy	Número de polos $p = 4$
Induc. de fuga en rotor $L_{lr} = 0.0091$ Hy	

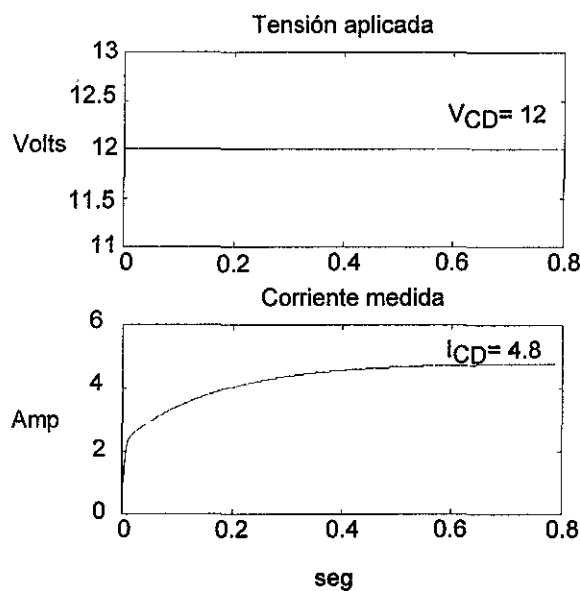


Figura 4.1 Simulación de la prueba de CD

Como puede observarse en la figura 4.1, la corriente alcanza en aproximadamente 0.6 segundos el valor en estado permanente  $I_{CD} = 4.8$  A. Por tanto el valor de  $r_s$  resultante es

$$r_s = \frac{V_{CD}}{I_{CD}} = 2.5 \Omega$$

que coincide con el valor empleado en el modelo. Para determinar los otros parámetros eléctricos del modelo, esto es  $M$ ,  $L_{ls}$ ,  $L_{lr}$  y  $r_r$ , se simuló la máquina considerando el rotor libre y bloqueado. En ambas pruebas el modelo se alimentó con señales sinusoidales de 176 y 10 V de amplitud pico respectivamente, a una frecuencia de 50 Hz y un periodo de integración cien veces mayor al empleado en la prueba de CD.

En la prueba de rotor libre se aplicó al modelo d-q de dos fases, ecuaciones (2.41 a 2.46), señales sinusoidales desfasadas  $90^\circ$  entre ellas, dejando evolucionar el motor libremente hasta que la velocidad de éste fuera constante. La figura 4.2 muestra la evolución del voltaje de entrada  $v_{qs}$ , la corriente  $i_{qs}$  y la velocidad  $w_r$ , hasta que ésta última alcanza su valor en estado permanente, lo cual ocurre en aproximadamente 0.5 segundos.

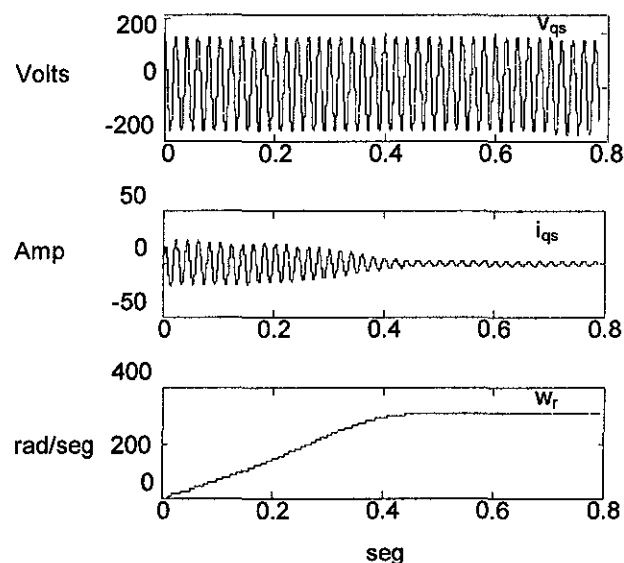


Figura 4.2 Evolución del modelo desde el arranque con rotor libre

Como para calcular los parámetros  $M + L_{ls}$ , cuando se considera el rotor libre, sólo se requieren la señales senoidales de corriente y voltaje con velocidad constante, la evolución de ambas en esta condición se muestra en la figura 4.3 y los valores rms respectivos son  $I_{rl} = 1.8698$  A y  $V_{rl} = 124.45$  V. A partir de los valores de la figura 4.3 se obtuvo analíticamente la potencia  $P_{rl}$  empleando la expresión

$$P_{rl} = \frac{1}{T} \int_0^T v_{qs}(t) i_{qs}(t) dt = 89.6211 \text{ W}$$

con  $T=1/50$ .

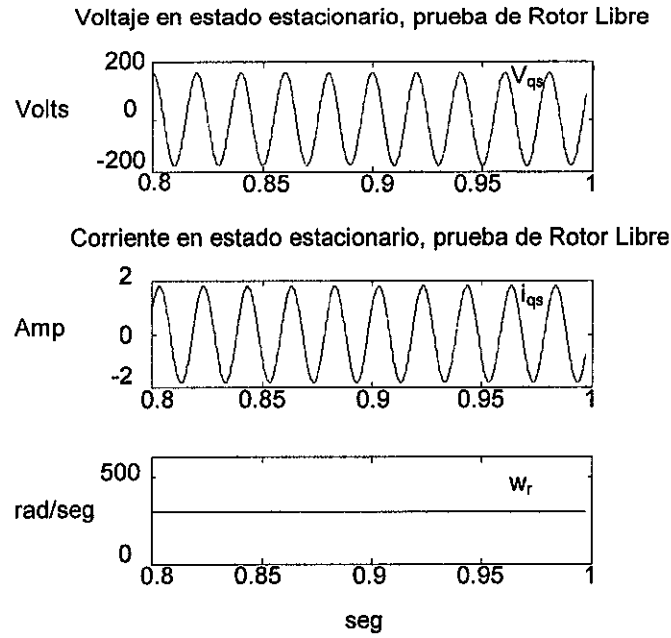


Figura 4.3 Respuesta en régimen permanente para la prueba de rotor libre

Retomando las expresiones desarrolladas para el cálculo de la inductancia de estator se tiene

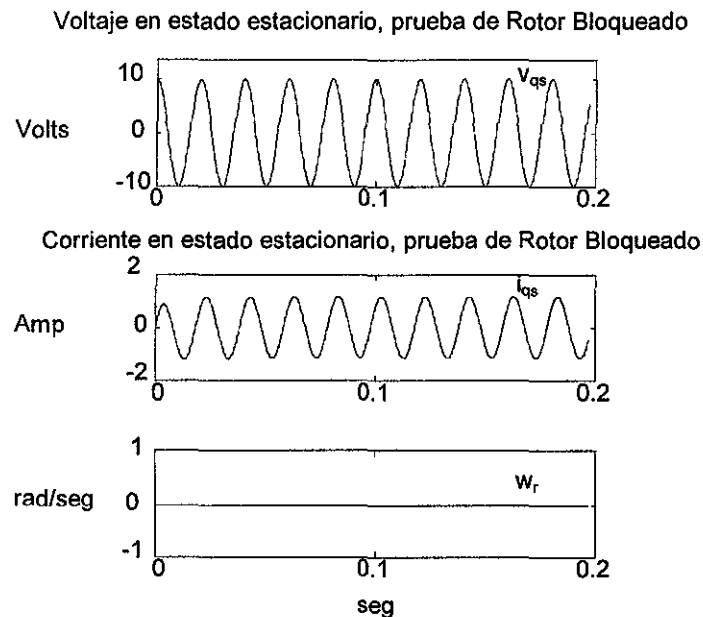
$$M + L_{ls} = \frac{1}{2\pi f} \frac{V_{rl}}{I_{rl}} \operatorname{sen} \left( \arccos \left( \frac{P_{rl}}{V_{rl} I_{rl}} \right) \right) = 0.1955 \text{ Hy}$$

Si se emplea la expresión alternativa derivada en la ecuación (3.13) para calcular la inductancia del estator en función del  $r_s$  en lugar de la potencia se obtiene el valor

$$M + L_{ls} = \frac{1}{2\pi f} \sqrt{\left( \frac{V_{rl}}{I_{rl}} \right)^2 - r_s^2} = 0.2117 \text{ Hy}$$

Se observa una pequeña diferencia entre ambos estimados de 15.6 y 6 % respecto del valor utilizado en el modelo por lo que se recomienda utilizar la expresión (3.13) ya que el error es menor. Los errores en los valores estimados por este método se deben a las aproximaciones hechas en el capítulo 2 respecto al comportamiento de la corriente.

Para realizar la prueba de rotor bloqueado se pueden emplear cualquiera de los dos métodos mencionados en el capítulo tres. Uno de ellos consiste en considerar que la inercia  $J$  es muy grande, lo cual es equivalente a sujetar mecánicamente la flecha del rotor mientras se aplican señales sinusoidales a la dos fases del motor; El segundo método supone que sólo una de las fases del motor es alimentada [Gastli '92], con lo que se logra que no se produzca un par mecánico. Al simular el motor en ambos casos se encontró que el comportamiento eléctrico de la máquina era prácticamente el mismo, por lo que aquí sólo se reporta el resultado obtenido al excitar únicamente una fase. El resultado de dicha simulación se muestra en la figura 4.4.



*Figura 4.4 Respuesta para la prueba de rotor bloqueado*

Los valores rms resultantes para ambas señales son  $I_{rb} = 0.8172$  A y  $V_{rb} = 7.071$  V, con lo que se puede calcular analíticamente la potencia  $P_{rb} = 3.2953$  W, con base en estos tres valores se puede obtener el valor de  $r_r$ , dado por

$$r_r = \frac{P_{rb}}{I_{rb}^2} - r_s = 2.43 \text{ Ohms}$$

Por tanto, aplicando la relación (3.18) se tiene que la suma de las inductancias de fuga es

$$L_{ls} + L_{lr} = \frac{1}{2\pi f} \frac{V_{rb}}{I_{rb}} \text{sen}(\theta) = 0.0226 \text{ Hy}$$

Lo cual coincide con los valores empleados en el modelo. Se puede observar que existe una diferencia del 9 % entre el valor de  $r_r$  determinado con la prueba de rotor bloqueado y la empleada en el modelo. Esta diferencia se debe de nuevo a las consideraciones hechas en el capítulo 2 para suponer el flujo de las corrientes en el motor.

### 4.3 RESULTADOS EXPERIMENTALES CON EL MÉTODO CLÁSICO

Para probar de manera experimental los métodos de identificación de parámetros presentados, se utilizó un motor de inducción trifásico tipo jaula de ardilla en configuración estrella, marca BALDOR, modelo ZDNM3581T de 1 HP con velocidad nominal de 1800 RPM a 60 Hz (4 polos). Se desconocen tanto los parámetros eléctricos como mecánicos del motor de prueba, sin embargo en este trabajo sólo se presenta la estimación de los parámetros eléctricos.

Específicamente para la prueba de CD se alimentó al motor por medio de una batería automotriz de 12.2 Volts encontrando un valor de corriente  $I_{CD}=2.44$  A. Dado que los embobinados del motor tienen una configuración estrella, al aplicar una tensión entre dos de sus bornes se están alimentando dos fases simultáneamente, por tanto, para encontrar el valor de  $r_s$  de sólo una de las fases se debe dividir la tensión de excitación entre dos [Perez'85]

$$r_s = \frac{1}{2} \frac{V_{CD}}{I_{CD}} = 2.5 \text{ Ohms}$$

Este experimento se repitió en cada una de las fases del motor, encontrándose resultados semejantes para el valor de  $r_s$ . Para la prueba de rotor libre se alimentó al motor mediante un autotransformador trifásico y se midieron los valores de la tensión, corriente y potencia a través de un equipo analizador de armónicos marca FLUKE, modelo 41B que permite determinar el valor de la frecuencia fundamental y algunas armónicas que se presentan en el motor. Se realizaron mediciones en varios puntos de operación y para cada una de las fases del motor, obteniéndose las lecturas que se indican en la tabla 2.

Tabla 2 Valores obtenidos en la prueba de rotor libre

Fase	V <sub>rl</sub>	I <sub>rl</sub>	P <sub>rl</sub>	f
A	65	0.8	19	60
	88.2	1	26	60
	104.7	1.2	32	60
	121.4	1.4	43	60
B	67	0.8	18	60
	84.1	1	21	60
	99.4	1.2	26	60
	115.5	1.4	31	60
C	72.5	0.8	19	60
	94.7	1	21	60
	109.3	1.2	26	60
	123.5	1.4	34	60

si se emplea la relación (3.13) se obtiene la inductancia de estator

$$M + L_{ls} = \frac{1}{2\pi f} \sqrt{\left(\frac{V_{rl}}{I_{rl}}\right)^2 - r_s^2} = 0.2301 \text{ Hy}$$

Cuando se emplea la relación (3.12) el valor de la inductancia de estator estimada es

$$M + L_{ls} = \frac{V_{rl}}{I_{rl}} \sin\left(\cos^{-1}\left(\frac{P_{rl}}{V_{rl}I_{rl}}\right)\right) = 0.2219 \text{ Hy}$$

Se aprecia una diferencia entre las inductancias estimadas del 3.7 %, lo que resulta semejante que para el caso del modelo simulado.



Para realizar la prueba de rotor bloqueado, se excitó nuevamente al motor a través del autotransformador trifásico y se obtuvieron las lecturas para diferentes puntos de operación como se muestra en la tabla 3.

*Tabla 3 Valores obtenidos en la prueba de rotor bloqueado*

Fase	$I_{rb}$	$V_{rb}$	$P_{rb}$	f
	1.79	16.3	16	60
	1.8	16.5	17	60
	1.82	16.5	16	60
	1.83	17.3	17	60
	1.02	11.2	6	60
	1.39	13.4	10	60
	1.05	11.5	5	60
	1.4	13.5	10	60
	1.0	11.4	5.6	60
	1.39	14.6	10	60

De donde se obtuvo la resistencia del rotor

$$r_r = \frac{P_{rb}}{I_{rb}^2} - r_s = 2.65 \text{ Ohms}$$

y la suma de las inductancias del rotor y estator toma el valor

$$L_{ls} + L_{lr} = \frac{1}{2\pi f} \sqrt{\left(\frac{V_{rb}}{I_{rb}}\right)^2 - (r_s + r_r)^2} = 0.0227 \text{ Hy}$$

Notar que se estiman  $M+L_{ls}$  y  $L_{ls}+L_{lr}$  por lo que existen muchos valores que satisfacen las dos ecuaciones. En particular, para este motor el fabricante recomienda una relación entre  $L_{ls}$  y  $L_{lr}$ , por tanto los valores que se obtienen luego de esta consideración son

$$L_{ls} = 0.01253 \text{ Hy} \quad \text{y} \quad L_{lr} = 0.01017 \text{ Hy}.$$

Sin embargo, cuando no se tienen datos del fabricante, la norma [IEEE-112] establece una relación entre  $X_{ls}$  y  $X_{lr}$  dependiendo del tipo de motor que se trate.

#### 4.4 RESULTADOS EN SIMULACIÓN CON EL FILTRO KALMAN

En esta sección se describen los resultados obtenidos mediante simulación para la estimación de los parámetros  $M$  y  $r_r$  de un motor ideal cuando éste se encuentra en régimen permanente y en el arranque. Para la simulación se considera el conjunto de parámetros de la tabla 4.1.

En la figura 4.1 se muestran el comportamiento simulado de la tensión y corriente en una de las fases del estator y la velocidad del rotor cuando el motor se lleva de velocidad cero a su velocidad nominal. Por tanto, este conjunto de señales medidas y las tensiones de excitación son las entradas del EKF. Inicialmente se considera la ausencia de ruido en el modelo y las mediciones, por tanto las matrices de covariancia se seleccionan tratando de evitar altas ganancias en el filtro y variaciones bruscas en los estados de los parámetros a estimar. La figura 4.7 muestra la evolución de los parámetros identificados cuando se inicia la estimación al arrancar el motor.

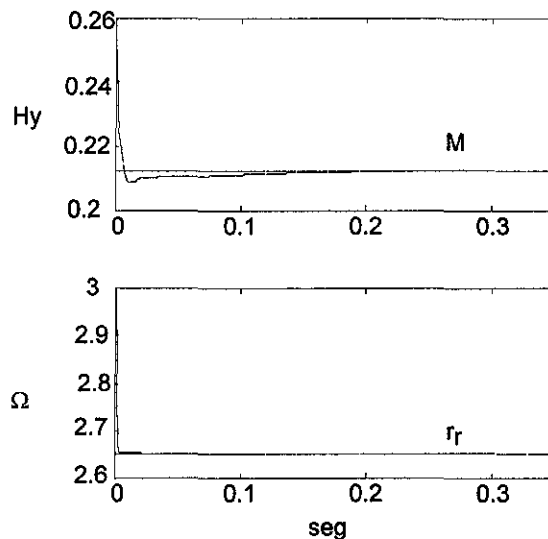


Figura 4.7 Parámetros estimados al arranque con  $Q1$ ,  $R1$  y  $P1$

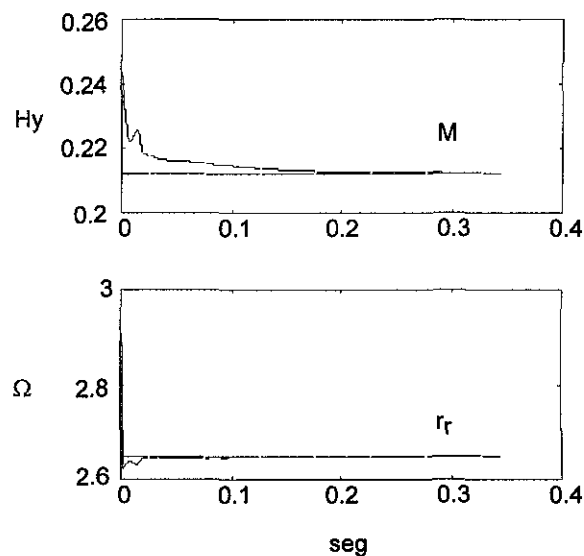
Las matrices de covariancia del ruido utilizadas para este estimador fueron

$R1 = \text{diag} ( 0.8 \ 0.8 )$  matriz que caracteriza el ruido en la ecuación de medición.

$Q1 = \text{diag} ( 0.1 \ 0.1 \ 1 \ 1 \ 0.01 \ 1.5 )$  matriz de ruido en la ecuación de estado.

$P1 = \text{diag} ( 0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0 )$  matriz de covariancia inicial.

Con el objeto de estudiar el efecto de los pesos del estimador, se estimaron los mismos parámetros con el siguiente conjunto de matrices  $R2 = \text{diag} ( 0.5 \ 0.5 )$ ,  $Q2 = \text{diag} ( 0.1 \ 0.1 \ 1 \ 1 \ 0.01 \ 2 )$  y  $P2 = \text{diag} ( 0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0 )$ . Note que se eligió una matriz R más pequeña, lo cual implica que se asume un menor ruido o error de modelado en la ecuación de medición. Se puede observar de la figura 4.8 en donde se presenta la estimación con R2, Q2 y P2 que se logró reducir el tiempo de estimación y el sobrepaso en la estimación de M. En ambos casos los parámetros estimados coinciden con el valor empleado en el modelo con lo que se muestra la potencialidad del EKF.



*Figura 4.9 Parámetros estimados al arranque con Q2, R2 y P2*

Con el fin de observar el comportamiento del estimador en el caso de régimen permanente, se inicializó el estimador una vez que el motor alcanza una velocidad constante. En la

figura 4.10 se muestra el comportamiento de los parámetros estimados cuando el motor está en régimen permanente, en este experimento se utilizaron las matrices R2, Q2 y P2.

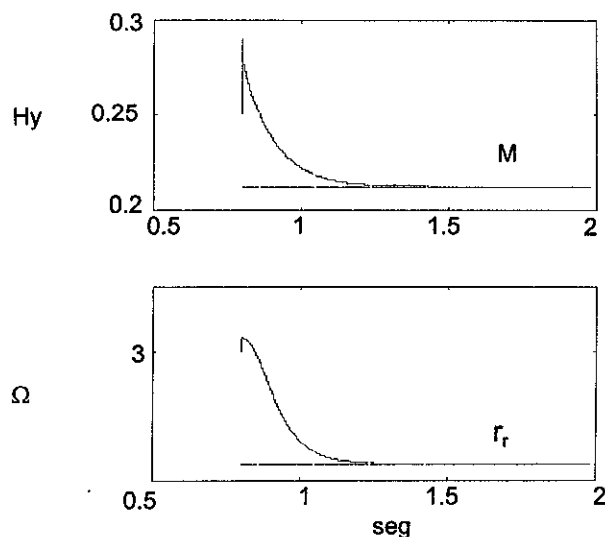


Figura 4.10 Parámetros estimados en estado estacionario con Q2, R2 y P2

Es importante notar que el tiempo de convergencia del estimador es mucho mayor en el caso de régimen permanente que cuando el estimador arranca al mismo tiempo que el motor. También cabe señalar que se observó que un conjunto de matrices de ponderación que permite un buen estimado en un régimen, no necesariamente dieron resultados satisfactorios en el otro, dado que el sistema es no lineal.

En el momento en que el motor arranca, las corrientes del rotor son cero, así que el estimador (que también estima las corrientes del rotor) tiene solo como elementos desconocidos a los parámetros. Sin embargo, cuando el estimador se arranca mientras el motor está en régimen permanente, las corrientes en el rotor no son cero y esto significa que el estimador tiene desconocimiento completo de cuatro estados: las dos corrientes del rotor y los dos parámetros.

Cuando un estimador no converge a los parámetros ocurre el fenómeno denominado divergencia, el cual está relacionado con la no linealidad del sistema. Algunos autores

[Jazwinski '70] señalan que el desconocimiento de las condiciones iniciales conjunto con una selección inapropiada de las matrices de ponderación del ruido ocasionan que el estimador se mueva en regiones del espacio de estados en las que el sistema no es observable.

Durante las simulaciones se observó que la velocidad de convergencia del estimador es mucho menor cuando el motor está en estado estacionario que cuando se presentan variaciones en la velocidad. Incluso, el mejor desempeño del filtro se logra cuando el estimador arranca al mismo tiempo que el motor o bien cuando se provocan cambios en el sentido de rotación del motor. También se observó que resulta sumamente importante una buena medición de la velocidad de rotación del motor ya que errores en la medición de esta variable pueden resultar en un error en los valores estimados o incluso provocar la divergencia del estimador.

Con la finalidad de probar la potencialidad del estimador diseñado bajo condiciones reales, se simuló el comportamiento del motor cuando existe ruido en los estados y se probó el estimador, los resultados se muestran en la figura 4.11.

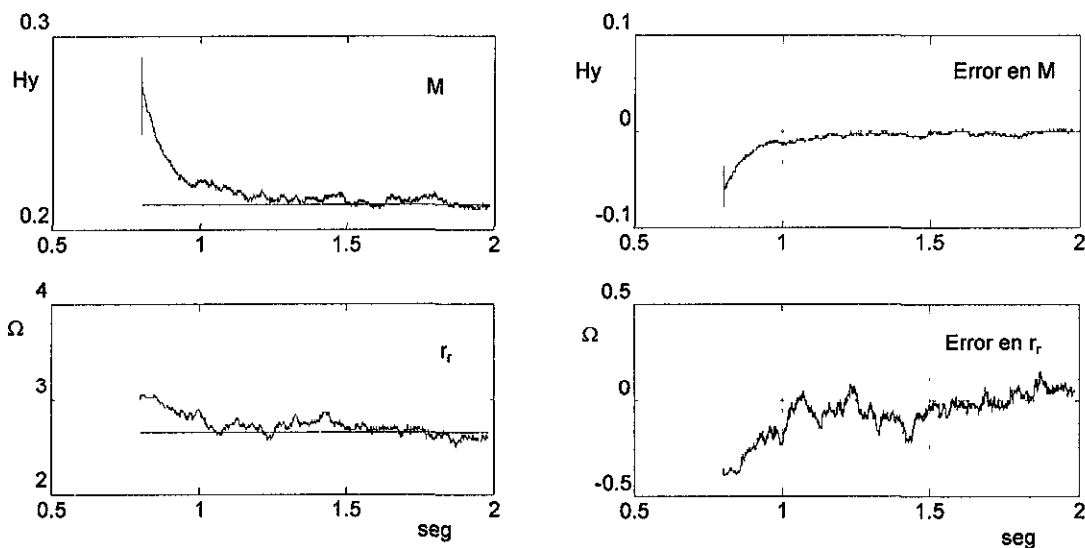


Figura 4.11 Parámetros estimados y error en estado estacionario con ruido, utilizando las matrices  $Q2$ ,  $R2$  y  $P2$

Se puede observar de la figura 4.11 que aún con ruido, el estimador permite encontrar los valores de  $M$  y  $r_r$ , en la misma figura se observa como el error de estimación oscila alrededor de cero luego de 0.5 segundos.

Otra prueba importante de la potencialidad del estimador es cuando se cambia el punto de operación del motor, para simular esta condición se cambia el valor del parámetro  $r_r$  de manera súbita, aun cuando este tipo de cambios no se presentan de manera normal, sirve para evaluar el comportamiento del estimador.

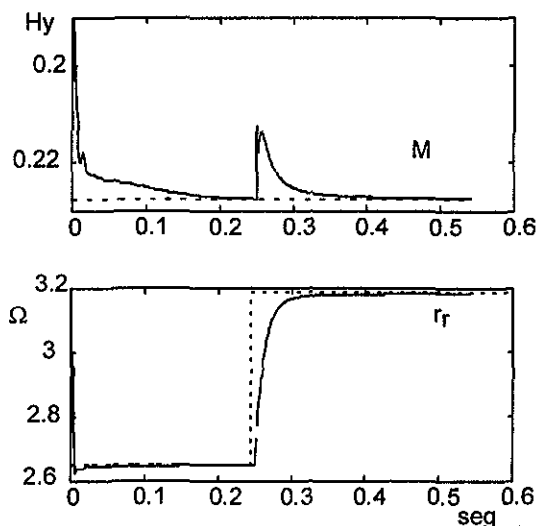


Figura 4.12 Estimación de  $r_r$  y  $M$  cuando  $r_r$  cambia súbitamente

En la figura 4.12 la línea punteada representa el valor real del parámetro  $r_r$  y se puede observar como el valor estimado alcanza al valor real luego de aproximadamente 1.5 segundos, lo que demuestra nuevamente la potencialidad del estimador ante cambios en el punto de operación del motor. Es importante notar también la perturbación que ocurre en la estimación de  $M$  aún cuando este parámetro no cambió.

En el siguiente ejemplo de la figura 4.13 se presenta una condición de cambio más cercana a la realidad ya que el cambio en  $r_r$  ocurre suavemente tal como se presenta en los motores reales ante cambios de la temperatura de operación del motor.

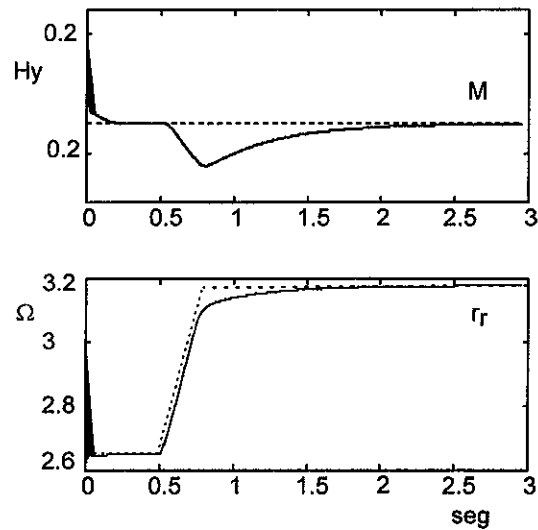


Figura 4.13 Estimación de  $r_r$  y  $M$  cuando  $r_r$  cambia suavemente

Nuevamente las líneas punteadas representan los valores reales de los parámetros y puede observarse que el valor estimado de  $r_r$  sigue al valor real durante el cambio suave y luego de algunos segundos se estabiliza en el nuevo valor del parámetro. También en este caso se observa como se afectó el valor estimado de  $M$  aún cuando el valor real de este parámetro no cambió.

En el proceso de implementación del filtro es muy importante la selección de las matrices de ponderación del ruido del sistema  $Q$  y el ruido en los sensores  $R$  ya que una mala selección en los mismos pueden llevar a que el estimador diverja. En el proceso de afinación de los valores de las matrices  $Q$  y  $R$  es posible observar que el tiempo de convergencia del filtro está fuertemente ligado con los valores que se eligen para estas matrices.

El valor inicial de la matriz  $P$  se le denomina  $P_0$  y forma parte de las condiciones iniciales que se utilizan en el estimador. El valor de esta matriz refleja el conocimiento que se tenga de los valores iniciales de los estados a estimar, de modo que si se tiene un desconocimiento total del valor de los estados al iniciar el proceso, esta matriz debe ser cero.

#### 4.5 RESULTADOS EXPERIMENTALES CON EL FILTRO KALMAN

Una vez que el estimador fue probado en simulación, se procedió a validarlo en un motor de prueba, para lo que se utilizó la infraestructura disponible en la Cordinación de Automatización del Instituto de Ingeniería de la UNAM, particularmente se utilizó la mesa de pruebas de motores de inducción. La mesa consiste de un motor de inducción comercial de 1 HP alimentado mediante un inversor PWM de 0.75 KW, el inversor utiliza una frecuencia de modulación de 20 KHz.

La figura 4.14 muestra el sistema implementado y cada una de las partes que integran. Las mediciones de las variables eléctricas de tensión y corriente, así como la velocidad de rotación del motor, se realizan mediante un sistema de adquisición de datos instalado en una computadora personal tipo PC con una frecuencia de muestreo de 10 KHz (esta frecuencia es la máxima que se pudo lograr con este hardware).

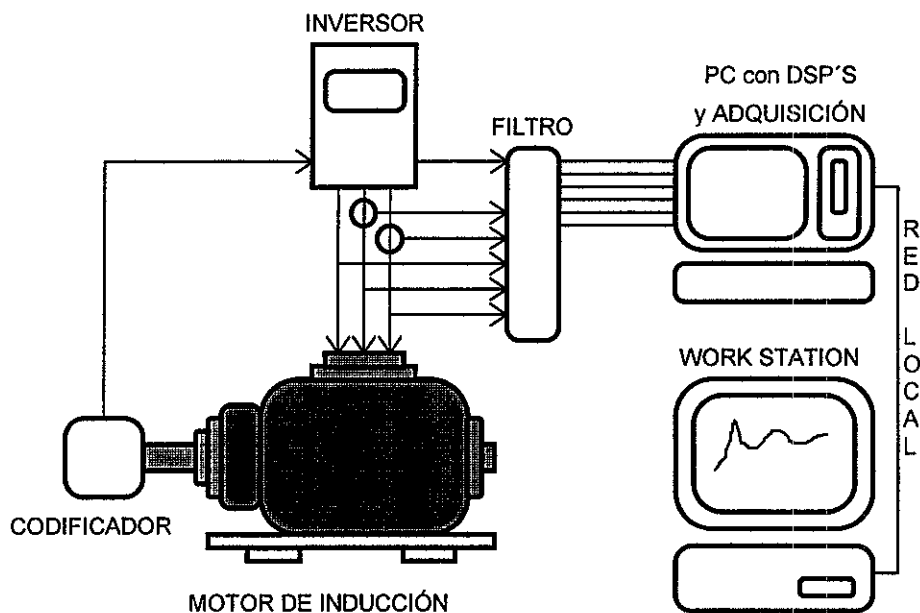


Figura 4.14 Estimador implementado



Las corrientes se miden a través de sensores de efecto hall comerciales<sup>1</sup> y la tensión a través de divisores de tensión idénticos para cada una de las fases. La medición de la velocidad de rotación instantánea del rotor se realiza mediante un codificador óptico que genera 1024 pulsos por revolución, los pulsos se inyectan al inversor que convierte esta información en un nivel de tensión proporcional a la velocidad de rotación del rotor.

Las variables eléctricas y la velocidad son filtradas y acondicionadas antes de introducirlas al sistema de adquisición de datos. El filtrado elimina los efectos no deseados de las componentes de alta frecuencia del inversor y evita los problemas de "alias". Se diseñaron filtros analógicos pasa bajas tipo Butterworth con una frecuencia de corte de 5 KHz que es la mitad de la del sistema, los filtros se implementaron con amplificadores operacionales.

El algoritmo de identificación corre en una tarjeta con cuatro procesadores digitales de señales (DSP's) de la familia TMS-320 que también está instalada dentro de la PC. La PC está conectada en red con una estación de trabajo (Work station) que controla las funciones de la PC y de la tarjeta de DSP's. El diseño de la aplicación y la implementación del estimador se realizó con el paquete MatrixX y algunas rutinas en lenguaje "C" en la Work station. El paquete MatrixX y sus herramientas de System Build, se encargan de convertir códigos en lenguaje "C" a códigos ejecutables para los DSP's.

Dado que el motor es de tres fases y el estimador solamente de dos, es necesario aplicar la expresión de transformación (2.21) propuesta en el capítulo 2 a las señales adquiridas de corriente y tensión del estator. Por tanto, las expresiones que definen las variables en el marco d-q son

$$\begin{aligned} v_{ds} &= v_{as} & v_{qs} &= \frac{[v_{as} - 2 v_{bs}]}{\sqrt{3}} \\ i_{ds} &= i_{as} & i_{qs} &= \frac{[i_{as} - 2 i_{bs}]}{\sqrt{3}} \end{aligned}$$

<sup>1</sup>Sensores de efecto hall marca F W Bell modelo IHA-25 de 200 kHz.

A continuación se muestran los resultados obtenidos fuera de línea cuando el inversor alimenta al motor. Las figuras 4.15 y 4.16 muestran las tensiones en estator con las que se alimenta al motor y las corrientes y velocidad medidas respectivamente, todas las variables están filtradas y transformadas.

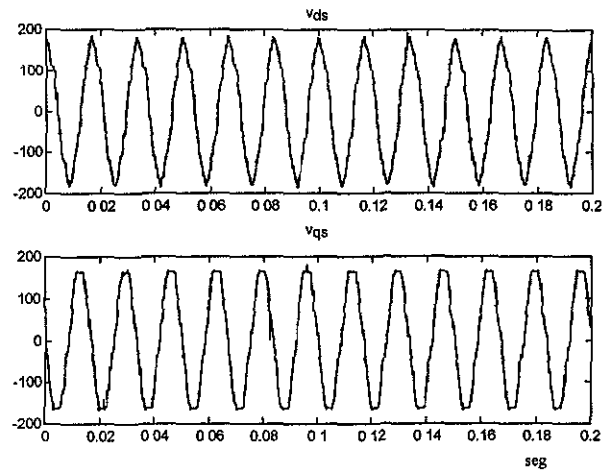


Figura 4.15 Tensiones medidas cuando el inversor alimenta al motor

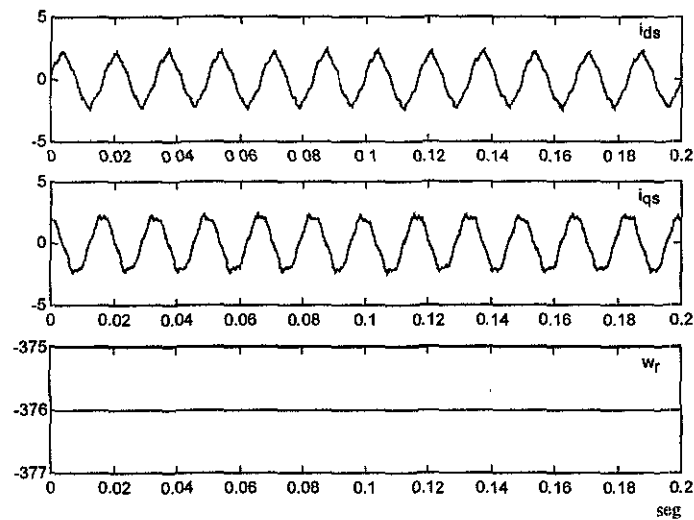
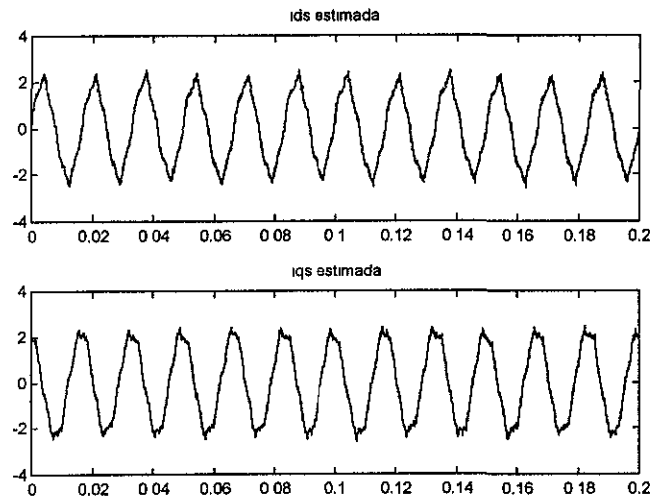


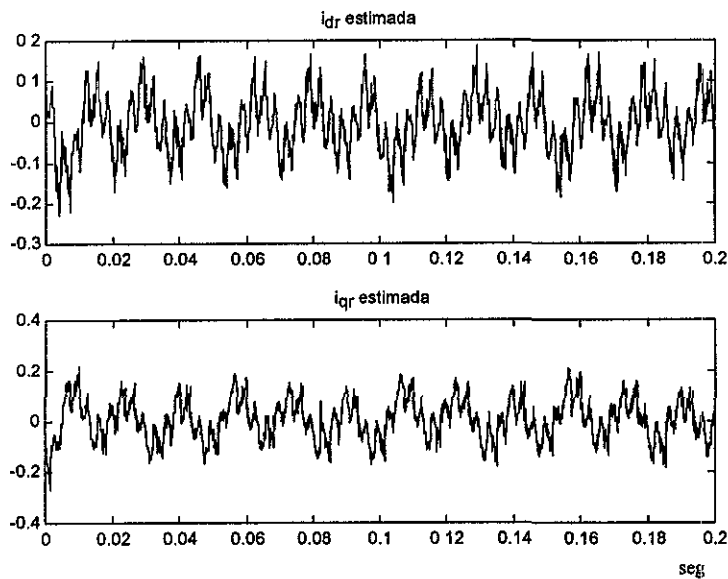
Figura 4.16 Corrientes medidas de estator y velocidad de rotación del rotor

La distorsión que se observa en las variables  $i_{qs}$  y  $v_{qs}$  se deben a la transformación del marco de referencia y al ruido del sistema.

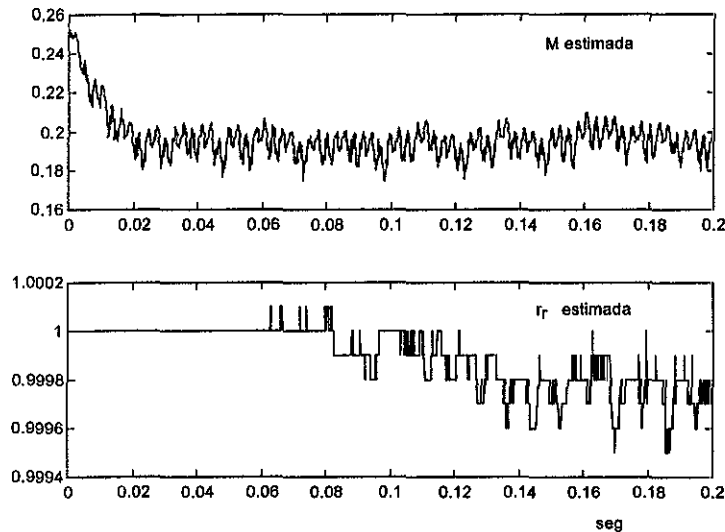
Utilizando los datos de las figuras 4.15 y 4.16 y las matrices de ponderación P2, R2 y Q2, se inyectan al estimador EKF con lo que se obtienen los estados y los parámetros estimados que se muestran en las figuras 4.17, 4.18 y 4.19



*Figura 4.17 Corrientes de estator estimadas*



*Figura 4.18 Corrientes de rotor estimadas*



*Figura 4.19 Parámetros estimados*

Puede observarse que la estimación de las corrientes de estator son idénticas a las medidas, en cambio, las corrientes de rotor presentan mucho ruido aunque se puede notar que su fundamental es una senoide de 60 Hz, lo cual corresponde con lo que se esperaba. Respecto a los parámetros estimados se observa que ambos convergen después de aproximadamente 0.1 seg., sin embargo el valor al que converge  $r_r$ , no es el esperado.

Luego de realizar varios experimentos para determinar la causa de este error se encontró que el periodo de muestreo utilizado no es el adecuado para los parámetros del motor ya que a 10 KHz el modelo presenta un comportamiento muy diferente respecto al motor real o al mismo modelo con un periodo de 1 MHz . Este defecto del modelo ya se había comentado en el capítulo 2 y es mucho más notorio en el estado estacionario que al arranque.

Para lograr un desempeño adecuado del estimador, según las simulaciones realizadas, se requeriría de sistema electrónico de adquisición de datos y un sistema de cómputo al menos 50 veces más rápido que la que se utilizó en este trabajo. Otro detalle del estimador propuesto es su sensibilidad a aspectos numéricos, ya que se requiere operar con la mayor precisión numérica posible.

## 5 CONCLUSIONES

En este trabajo se desarrolló un estimador basado en el filtro Kalman para la identificación de dos de los parámetros eléctricos del motor de inducción, este estimador se probó eficazmente en simulaciones al determinar parámetros tanto en condiciones ideales como para condiciones de ruido en el sistema.

En los experimentos en los que se simula el comportamiento del motor y se aplica el filtro Kalman, se observa que el estimador permite calcular muy bien los valores de los parámetros desconocidos aún cuando exista ruido en el sistema o en las mediciones, esto demuestra la potencialidad del estimador. El estimador funciona tanto al arranque del motor como cuando éste último ha alcanzado el régimen permanente, aunque se pudo observar que se obtienen resultados más rápidos cuando el estimador se arranca al mismo tiempo que el motor que cuando lo hace una vez que el motor ha alcanzado el régimen permanente.

En todos los casos presentados, se encontró que el filtro Kalman permite una buena estimación de los parámetros a pesar del periodo de muestreo utilizado y del ruido presente en el sistema, aunque es un requisito importante para que el estimador funcione adecuadamente que el periodo de integración usado en el modelo sea el mismo que se utilice en el estimador.

El modelo que se utilizó en este trabajo es muy sensible al periodo de muestreo. Este periodo de muestreo afecta principalmente al régimen permanente y afectará más o menos dependiendo de los valores de los parámetros del motor. Cabe señalar que para los valores de los parámetros del motor y del modelo seleccionado, se requeriría de un periodo de muestreo al menos de  $5 \times 10^{-6}$  segundos para seguir apropiadamente al motor y en ese mismo periodo debería de responder el estimador. Actualmente se llega sólo a  $10^{-4}$  segundos con los equipos con que se cuenta.

Para comprobar el funcionamiento del estimador se realizaron pruebas del modelo con un periodo de integración de  $10^{-6}$  y del estimador en  $10^{-4}$  segundos y se encontró que puede llevar a resultados equivocados debido al desempeño del modelo seleccionado, por lo que se puede concluir que este modelo puede no ser el más adecuado para esta aplicación. Existen otros modelos discretos del motor de inducción, sin embargo su complejidad matemática no permite que se diseñe un estimador sencillo. Esto ocurre especialmente porque los parámetros que se están tratando de estimar son de los más complicados ya que por ejemplo la inductancia mutua que se calcula está presente en todo el modelo, y aparece en el denominador del modelo matemático.

En este trabajo no se tomó en cuenta la saturación que se presenta en los embobinados del motor, y siempre se trabaja con un modelo lineal que al agregar los estados a estimar se convierte en un modelo no lineal.

En este trabajo se dio fundamental importancia al aspecto experimental, encontrándose que existen factores difíciles de evaluar como la falta de los instrumentos equipos adecuados para hacer las pruebas o las mediciones, las limitaciones propias de los equipos de medición, el ruido presente en todas las mediciones, las limitaciones de los equipos de cálculo en cuanto a velocidad de procesamiento, capacidad de memoria y las incertidumbres presente en todo tipo de mediciones.

Existen problemas prácticos que no son tan fáciles de resolver al momento de desarrollar los experimentos, como son la medición de corriente del sistema, los ruidos, desfases que se presentan, ancho de banda de los equipos, presencia de armónicos de alta frecuencia cuando se utiliza PWM.

Una ventaja del filtro Kalman es el hecho de que se pueden agruparse como ruido muchas de las incertidumbres presentes en un sistema y aún así el filtro proporcionará un buen estimado de los parámetros que se desean conocer. Para los inversores que utilizan la técnica PWM resulta una alternativa adecuada la estimación a través del filtro Kalman, ya

que la presencia de señales ricas en frecuencias ayuda a que el filtro pueda hacer su trabajo de estimación.

La calibración del filtro es la tarea más difícil de realizar ya que los valores de las matrices que caracterizan ruido en las mediciones y en el sistema varían dependiendo de las condiciones en que el motor esté funcionando. Esta calibración permite acelerar el proceso de estimación y reducir por ejemplo sobretiros , amortiguamientos, etc.

Una aplicación de este estimador podría ser como detector de fallas ya que es sabido que cuando un motor presenta problemas, cambian sus parámetros. La otra aplicación es para usarse en esquemas de control que requieran conocer los parámetros del motor.

Una desventaja del estimador diseñado es que se requieren realizar muchos cálculos, lo cual puede representar mucho tiempo comparado con la dinámica del motor, sin embargo se puede utilizar como una buena aproximación a la estimación de los parámetros del motor.

## REFERENCIAS

[Atkinson'91]: David J. Atkinson, Paul P. Acarnley, John W. Finch, *Observers for Induction Motor State and Parameter Estimation*, IEEE Trans. Ind. Appl., Vol. 27, No. 6, noviembre/diciembre 1991.

[Blaschke'72]: F. Blaschke, *The principle of field orientation as applied to the new transvector closed loop control system for rotating machines*, Siemens Review, Vol. 39, pp. 217 - 220, 1972.

[Bose'98]: Bimal K. Bose, Nitin R. Patel, *Quazi-Fuzzy Estimation of Stator Resistance of induction Motor*, IEEE Trans. Power Electronics, Vol. 13, No. 3, may 1998.

[Cho'92]: K. Rae Cho, Jeffrey H. Lang, Stephen D. Umans, *Detection of Broken Rotor Bars in Induction Motors Using State and Parameter Estimation*, IEEE Trans. on Ind. Appl., Vol. 28, No. 3, may/jun 1992.

[Ortega'91]: Romeo Ortega and Gerardo Espinosa, *Passivity Properties of inductance Motors.*, IEEE Ind. Appl. Soc., Annual Tech. Conf., Michigan, USA 1991.

[Garces'80]: Luis J. Garcés, *Parameter Adaption for the Speed-Controlled Static AC Drive with a Squirrel-Cage Induction Motor*, IEEE Trans. Ind. Appl., Vol. 1A-16, No. 2, marzo/abril 1980.

[Gastli'92]: Adel Gastli, Nobuyuki Matsui, *Stator Flux Controlled V/f PWM Inverter with Identification of IM Parameters.*, IEEE Trans. Ind. Electronics, Vol. 39, No. 4, August 1992.



- [Gelb'74]: Athur Gelb, *APPLIED OPTIMAL ESTIMATION*, The MIT Press, USA 1974.
- [Holtz'91]: Joachim Holtz, Thomas Thimm, *Identification of the Machine Parameters in a Vector-Controlled Induction Motor Drive*, IEEE Trans. Ind. Appl., Vol. 27, No. 6, noviembre/diciembre 1991.
- [IEEE-112]: IEEE, *Std 112-1978 IEEE Standard Test Procedures for Polyphase Induction Motors and generators*, IEEE Inc., USA 1978
- [Iserman'93]: Rolf Iserman, *Fault Diagnosis of Machines via Parameter Estimation and Knowledge Processing - Tutorial paper*, Automatica, Vol. 29, No. 4, pp 814-835, 1993.
- [Jazwinski'70]: Andrew H. Jazwinski, *STOCHASTIC PROCESSES AND FILTERING THEORY*, Academic Press Inc., New York 1970.
- [Kalman'60]: R. E. Kalman, *A New Approach to Lineal Filtering and Prediction Problems*, Journal of Basic Engineering, marzo 1960.
- [Kalman'61]: R. E. Kalman, R. S. Bucy, *New Results in Linear Filtering and Prediction Theory*, Journal of Basic Engineering, marzo 1961.
- [Krause'89]: Paul C. Krause & Oleg Wasynczuk, *ELECTROMECHANICAL MOTION DEVICES*, McGraw-Hill Book Company, USA, 1989.
- [Krause'86]: Paul C. Krause, *ANALISIS OF ELECTRIC MACHINERY*, McGraw-Hill Book Company, New York, 1986.
- [Lee'98]: Che-Ming Lee and Cher Lin Chen, *Speed Sensorless Vector Control of Induction Motor Using Kalman-Filter-Assisted Adaptive Observer*, IEEE Trans. on Ind. Electronics., Vol. 45, No. 2, april 1998.

[Leonhard'85]: Werner Leonhard, *CONTROL OF ELECTRICAL DRIVES*, Srpingerverlag, Germany 1985.

[Lipo'92]: Li-Cheng Zai, C. L. DeMarco, Thomas A. Lipo, *An Extended Kalman Filter Approach to Rotor Time Constant Measurement in PWM Induction Motor Drives*, IEEE Trans. Ind. Appl., Vol. 28, No. 1, enero/febrero 1992.

[Matlab V 4.0]: The Math Works Inc., South Natick, MA., USA.

[Singh'93]: Narpat Singh Gehlot, Pablo Javier Asina, *A Discrete Modelo of Induction Motors for Real-Time Control Applications*, IEEE Trans. Ind. Electronics, Vol. 40, No. 3, june 1993.

[Sorenson'70]: H. W. Sorenson, *Least-squares estimation: from Gauss to Kalman*, IEEE spectrum, julio 1970.