

20
24/11



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA
DE MEXICO

FACULTAD DE CIENCIAS

EL OJO MATEMATICO:
DESARROLLO DE LA PERSPECTIVA ARTIFICIAL
DESDE LA ANTIGUEDAD HASTA PIERO DELLA
FRANCESCA.

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TITULO DE:

M A T E M A T I C O

P R E S E N T A :

DANIEL LOPEZ RODRIGUEZ



DIRECTOR DE TESIS M. en C. JOSE RAFAEL MARTINEZ ENRIQUEZ

MEXICO, D. F.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN



FACULTAD DE CIENCIAS
SECCION ESCOLAR

269613
1998



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.



UNIVERSIDAD NACIONAL
AUTÓNOMA DE
MÉXICO

M. en C. Virginia Abrín Batule
Jefe de la División de Estudios Profesionales de la
Facultad de Ciencias
Presente

Comunicamos a usted que hemos revisado el trabajo de Tesis: El ojo matemático:
Desarrollo de la perspectiva artificial desde la antigüedad hasta Piero
della Francesca.

realizado por Daniel López Rodríguez

con número de cuenta 8926542-6 **, pasante de la carrera de** Matemáticas

Dicho trabajo cuenta con nuestro voto aprobatorio.

Atentamente

Director de Tesis M. en C. José Rafael Martínez Enríquez
Propietario
Propietario Mat. Renato Galicia Brito
Propietario Mat. César Guevara Bravo
Suplente Doc. Felix Recillas Juárez
Suplente M. en I. O. Ma. Carmen Hernández Ayuso

Consejo Departamental de Matemáticas
Mat. César Guevara Bravo

INDICE

	PÁGINA
Introducción	2
Capítulo I (Generalidades)	9
Capítulo II Fresco <i>La Trinidad</i> de Masaccio.	37
Capítulo III Tratado de Perspectiva de Piero della Francesca.	54
Capítulo IV La Teoría de las proporciones Humanas como reflejo de la Historia de los estilos.	72
Conclusiones	94
Bibliografía	100
Ilustraciones	102

INTRODUCCIÓN

LA PERSPECTIVA, LINAJE Y MODERNIDAD

En un texto ya clásico de historia del arte, H. Arnason describe al arte renacentista como un afán por imitar a la naturaleza, y destaca el papel central que representó el desarrollo de las técnicas del trazo en perspectiva que permitieron generar la ilusión de profundidad sobre una superficie. El mismo Arnason añade que posiblemente la más grande revolución en lo que podría calificarse de las innovaciones del arte moderno consistió en abandonar la búsqueda del acto mimético y en particular de las leyes geométricas que lo sustentaron.

La corriente de opinión arriba expresada condujo a la opinión generalizada de que el interés por las prácticas perspectivistas y el estudio de su desarrollo histórico habría ido disminuyendo conforme avanzaba el siglo XX. Sin embargo, esto parece que no se sostiene si nos damos cuenta de que el número de libros sobre perspectiva publicados durante este siglo es de 2 900 aproximadamente. Esto incluye un rescate y una revaloración de autores de la talla de Leon Battista Alberti, Filarete, Francesco di Georgio y Piero della Francesca. Por otra parte, se han publicado innumerables artículos donde muchas de las más representativas obras del Renacimiento han sido sometidas a un análisis que revela la estructura geométrica que subyace a dichas pinturas. Ejemplos paradigmáticos son los múltiples estudios realizados sobre *La Flagelación de Cristo* de

Piero della Francesca [Wittkower, *Flagellation*, 292-302], *La Trinidad* de Masaccio [Field, *Masaccio's Trinity*, 31-118] y *La Última Cena* de Leonardo da Vinci.

En esta tesis el inicio de la perspectiva se remite a la antigüedad, y aunque no se cuenta con un texto o documentos de las épocas más remotas –los siglos de esplendor de las culturas mesopotámica y egipcia– es fácil percibir el uso de ciertas convenciones para exhibir la distribución de elementos en el espacio pictórico. En Grecia aparece el primer texto que nos ha llegado sobre el tema: *la Óptica* (o perspectiva) de Euclides. Esta obra se centra en la apariencia que presentan los objetos ante el ojo, lo cual en parte hoy sería motivo de estudio de algo así como la psicología de la visión. El tratado de Euclides incluye algunas proposiciones sobre agrimensura, lo cual introduce una dimensión cuantitativa a lo que sin ellos sería una obra puramente cualitativa.

En la última mitad de la Edad Media aparece una tradición de *perspectiva* y tiene en la figura de Roger Bacon, (*Perspectiva*), Ibn al - Haytham (conocido en el occidente como Alhazen), John Peckham (*Perspectiva communis*), Witello (*Perspectiva*) a sus exponente más notables. Alrededor de 1270, cuando Witello escribió su gran compendio sobre los conocimientos que comprendían la óptica, esta ciencia se ocupaba no sólo del ojo y de su funcionamiento, sino también de instrumentos que le permitieran certificar la visión. Estos instrumentos comprendían cuadrantes y astrolabios, los cuales también eran de uso común en astronomía y en astrología. La preocupación que mostraron otros

filósofos naturales posteriores por las mediciones y las comprobaciones de lo que resultaba del proceso de la visión llevó a la implementación de demostraciones prácticas entre los objetos y su representación. Los paneles diseñados por Brunelleschi se ajustan a esta tradición [Kubovy, *Perspectiva y arte*, 49-55]. Las técnicas matemáticas desarrolladas a lo largo de los siglos XV y XVI para lograr estos efectos vinieron a ser conocidos bajo varios nombres —siendo variantes unos de otros— tales como *perspectiva lineal*, *perspectiva artificial*, *prospettiva*, *costruzione legittima*, y todos ellos suponían a la óptica euclidiana como su sustento teórico.

GEOMETRÍA Y VISIÓN

En la raíz de la teoría de la visión de Euclides aparece un axioma sobre ángulos que básicamente lo que hacía era negar la existencia de una relación sencilla de inversos entre la distancia y el tamaño aparente de las figuras contempladas a dicha distancia. Por su parte la *perspectiva lineal* introducía un axioma que planteaba una relación inversa respecto del tamaño de las figuras observadas a diferentes distancias. Panofsky, en un tratado seminal sobre el tema, *La perspectiva como forma simbólica*, supone que la teoría de visión y de representación estaban necesariamente ligadas y por ende asumía que el surgimiento de la perspectiva lineal requería un cambio en la teoría de la visión.

Sin embargo esto no ocurrió así, y el vínculo propiamente dicho se dio en el ámbito de la geometría [Veltman, *Panofsky's perspective*, 565-584]. Los siglos XV y XVI fueron testigos de esta evolución, ocurrida especialmente en Italia y bajo la batuta de Leon

y de la perspectiva. El surgimiento de la geometría descriptiva y sus principios universales de representación dio pie a las primeras afirmaciones serias acerca de que la visión y la representación deberían ser coincidentes. El siglo XIX traería otras preocupaciones relacionadas con la perspectiva. Así, los fisiólogos se dieron cuenta de varios problemas en la analogía entre la *cámara obscura* y el ojo, misma que había sido planteada por Leonardo, Kepler y Scheiner. Más adelante Helmholtz descubrió que las líneas curvas al ser observadas de cerca se ven como si fueran rectas, lo que lo llevó a distinguir entre el espacio físico, que suponía euclidiano, y el espacio visual, que resultaba no euclidiano. Mach se ocupó de esta diferencia en su *Análisis de las sensaciones*.

Las escuelas de pensamiento psicológico que aparecieron a fines del siglo XIX enfocaron algunos aspectos de la distinción entre espacio geométrico, como lo haría la escuela Gestalt, en tanto que la llamada escuela de Leipzig se inclinaría por dar mayor relevancia al espacio visual. En nuestro siglo han sido historiadores del arte los que con mayor empeño han profundizado en estas discusiones, destacando entre ellos E. Panofsky y E. Gombrich. Se dice que la primera intención del arte era imitar a la naturaleza, y de ahí que las técnicas del trazo en perspectiva fueran importantes. Sin embargo, la modernidad nos trajo, entre otras cosas, el abandono de la perspectiva en aras de la abstracción como objetivo. En el ocaso del siglo XX se ha enfatizado la capacidad exploradora de los artistas, misma que se ha enfocado en el mundo de la mente, en el perceptual y en otro que podríamos calificar de ser producido por azar. Este último es el

Battista Alberti [*Della pittura*], Piero della Francesca [*De prospettiva pingendi*], Viator [*De artificiali perspectiva*], Vignola [*Le Due regole della prospettiva pratica*], Daniele Barbaro [*La pratica della prospettiva*], Alberto Durero [*Under weisung der Messung*] completamente inmersos en el ámbito de la geometría, la obra de Federico Commandino [*Ptolomaei planisphaerium*], Giovanni Battista Benedetti [*De rationibus operationum perspectivae*] y Guidobaldo del Monte [*Perspectivae Libri sex*], J. Cousin [*Livre de perspective*], J. Androvet dei Cerseau [*Leçons de perspective positive*], H. Vredeman De Vries [*Scenographiae sive perspectivae*] y muchos otros más (casi 800 textos entre 1 500 y 1 650) que dan testimonio del ímpetu alcanzado por los temas que giraban en torno de la perspectiva [Vagnetti, *Prospettica nel cinquecento*, 427-474].

En el siglo XVII el centro de gravedad de los estudios sobre perspectiva pasó a París, donde llegó a ser el tema de trabajo de matemáticos o como Girard Desargues [*Projet Brouillon*] y de pintores como François Nicéron [*La perspective curieuse*] y Abraham Bosse [*Le pespecteur*]. Este último, el primer profesor de la Academia Francesa, reclamaba (en *La maniere universelle de Monsieur Desargues*) a los pintores que pintaran lo que era la realidad (geometría euclidiana) y no lo que veían (teoría euclidiana de la visión). Esto resultaba inconcebible en su época y ello le valió ser expulsado de la Academia. De 1660 a la década de 1820 los artistas se vieron forzados a elegir entre dos opciones: escoger situaciones en la que los efectos de la visión y de la perspectiva coincidían o hablar en términos generales acerca de la visión (con el referente euclidiano)

que veremos se pone en práctica por artistas que libremente usan sus instrumentos para generar obras sin que en ellos medie una planeación previa. Por su parte, las búsquedas en los reinos de la mente y del aparato perceptivo han mezclado los elementos externos —la naturaleza— con los internos, es decir, los de la psique.

En las exploraciones así planteadas la perspectiva sigue jugando un papel significativo, y es utilizada para generar fantasías o para representar paisajes aún imposibles. De ahí ha surgido el surrealismo, el realismo mágico y el hiperrealismo. Sus exponentes destacados incluyen a Delvaux, quien frecuentemente usa perspectiva curvilínea para el trazo de sus calles. Dalí se mueve sorpresivamente en el mundo de la perspectiva lineal y el de la momorfosis, que es como se conoce al conjunto de técnicas que deforman las imágenes para que éstas sean vistas correctamente sólo si se les contempla desde un punto muy particular o mediante un espejo con una cierta forma. Magritte recurre a la perspectiva lineal sólo para filtrar imágenes obstruidas o elementos que debiendo obstruir la visión resultan transparentes. Así ocurre en *la Golconda*, obra en la que una ventana, que tradicionalmente permite ver a través de ella, y más cuando está abierta, en este caso su apertura conduce a la obscuridad.

Las posibilidades que abren las nuevas tecnologías, tales como las que se cobijan bajo el nombre de *realidad virtual*, o nuevos conceptos, tales como los *fractales*, hacen que la perspectiva, a casi 6 siglos de haber sido presentada ante los atónitos ojos que

contemplaban los paneles de Brunelleschi, ofrezcan nuevas posibilidades al ojo y a la mente humana, y siga siendo, al igual que en el Renacimiento, una de las más fascinantes expresiones de la comunión entre el arte y las matemáticas.

CAPÍTULO I (INTRODUCTORIO)

En este capítulo se analizará la historia de la perspectiva, es decir, de la representación de objetos o sistemas tridimensionales sobre una superficie (dos dimensiones). En los casos de algunas de las culturas antiguas más importantes veremos si había una noción de perspectiva o el por qué no la había; así mismo, cuando la había veremos cuáles fueron los problemas en que se vieron inmersos. Trataré de llegar en este primer capítulo hasta uno de los métodos analíticos para representar a la perspectiva, el método propuesto por León Battista Alberti, el cual vendría a revolucionar no sólo el arte de la pintura sino también pondría en tela de juicio la estricta separación entre las artes liberales y las artes mecánicas. Para darnos cuenta cabal de la importancia del uso de las técnicas matemáticas que se arropan bajo el término genérico de la perspectiva basta con comparar pinturas medievales con pinturas renacentistas. La diferencia entre ellas básicamente es la irrupción a principios del siglo XV de la llamada *perspectiva artificial*.

Las culturas antiguas en las que haremos énfasis serán la egipcia, la griega y la latina debido al enorme legado que ha sobrevivido hasta nuestros días. Comenzaremos con la cultura egipcia, cultura milenaria de grandes avances agrícolas, astronómicos, de ingeniería y científicos. La imponente arquitectura de sus pirámides contrasta con lo sencillo de su pintura y entonces surge una pregunta natural ¿Por qué no se encuentran representaciones en perspectiva (escorzo)? Para encontrar una respuesta satisfactoria a tan natural pregunta cabe recordar que el pueblo egipcio era muy conservador en sus

convenciones artísticas y que las llegaron a mantener prácticamente sin cambios durante tres mil años. El artista egipcio llegaba a pensar en términos simbólicos. La escritura egipcia es un magnífico ejemplo de ello y no en objetos concretos; es por esto que no se vio en la necesidad de representar a la realidad en términos de *copiar* de la misma.

El artista egipcio no dibujaba precisamente *un gato*. Dibujaba la idea de gato y es por esto que el dibujo egipcio era más parecido a escribir que a una representación pictórica, es decir, aquí el significado importaba más que la veracidad visual. No obstante lo anterior, el artista egipcio debió ser consciente de la posibilidad de representar objetos tridimensionales, ya que realizaba escultura en relieve, aunque esto se acerca más a utilizar la dimensión que llegar a representarla. La mayoría de las veces a los objetos típicos de la pintura egipcia aparecen representados en alzado, es decir, vistos directamente de frente o de lado, y pocas veces en planta, es decir, vistos desde arriba. No es ninguna novedad que entre los artistas egipcios se generaliza la representación frontal del cuerpo, mientras que brazos, piernas y cabeza aparecen de perfil. Los ojos, por su parte, se dibujan como si estuvieran de frente, aún cuando sólo sea uno; a su vez, los pies se ven de lado y paralelos y con uno más adelantado que otro figura 1 (para no taparlo). Y cosa curiosa, para evitar que el dedo gordo del pie más alejado oculte a los demás, las figuras tienen obligadamente dos pies izquierdos o derechos. Esto, a mi particular entender, no es más que una forma de evitar las figuras escorzadas, ya que al hacer una representación totalmente de perfil necesariamente se tendría que ocultar la mitad del

cuerpo y esto tal vez cambiaría el significado, ya que como antes habíamos dicho, el significado era más importante que la veracidad visual.

Otro ejemplo de lo anterior es que en la representación egipcia el personaje más alto no necesariamente era el más próximo o el de más estatura, sino el más importante. Cuando se representaban filas de hombres y de animales vistos de lado se representaban con un leve desplazamiento para que pudieran contarse, pero todos aparecían de igual tamaño (figura 2).

No obstante lo anterior, y a pesar de los muchos problemas a los que los artistas tuvieron que enfrentarse para evitar los escorzos (dos manos o dos pies izquierdos o derechos, vistas frontales con troncos de perfil, etc.) sí debieron enfrentarse con los *pseudo-escorzos*, que no son más que el producto de la alternancia de detalles frontales y de perfil, ninguno de los cuales se halla escorzado de por sí.

Para analizar la estructura del cuerpo humano hay que entender el significado del concepto *canon* de representación, que es una forma que una cultura dada considera normal y mediante la cual todas las partes se considera están en justa relación entre sí. Por ejemplo, en el arte egipcio se encuentran a menudo figuras que tienen los dedos extendidos, como invitando a una medición. También se entiende por canon a la unidad de medida que se utilizó para construir los objetos artísticos. Examinando algunas de esas

figuras se encuentra que poseen 19 longitudes de uno de sus dedos y generalmente miden siete alturas de su cabeza (como contraste encontraremos que Leonardo ubica su canon en ocho alturas de la cabeza y también hay otras de siete y media y de siete y tres cuartos) es decir, el canon egipcio representaría a una estatua o pintura con piernas cortas, alejándose de lo que hoy se considera una figura natural normal. Siendo éstas las reglas que seguían los egipcios, no veían la necesidad de la representación espacial. Forzando esto se podría decir que el arte egipcio trata de evitar caer en la problemática de la imitación del mundo real.

Demos paso ahora a la cultura griega. En esta cultura no nos debe de extrañar la aparición de los primeros escorzos, ya que pretendía encontrar las leyes que rigen a la naturaleza para así poder entenderla y eventualmente dominarla. Es en esta cultura donde aparecen los primeros tratados científicos bien estructurados (aunque no siempre libres de errores). Como ejemplo de ellos tenemos *la Óptica* y *los Elementos*, ambos de Euclides (siglo V a. C.), que para nuestro caso forman parte de la historia de la perspectiva, aunque no de una manera muy evidente.

Los pintores de la antigua Grecia ocuparon una posición única en la historia del realismo espacial; fue aquí donde por primera vez la superficie pictórica plana trató de representar el realismo espacial. Todas las pinturas sobre tabla y los frescos realizados en la antigüedad han desaparecido; las vasijas pintadas es lo único que queda como indicio

de lo que se ha perdido. El descubrimiento del espacio en la antigüedad fue un verdadero comienzo, ya que cuando el pintor griego sintió el interés por obtener una representación espacial no existían modelos elaborados por artistas anteriores, y es entonces que aparece el primer experimento en la antigüedad tardía. Cuando el dominio espacial estaba regido por el punto de vista normal, es decir, el ojo del observador se encontraba a la altura de una persona sin andamios de ningún tipo, éste dio paso posteriormente a las vistas frontales y aéreas.

Ahora bien, el primer problema del que se tiene noticia data más o menos del siglo V a. C. Dicho problema consistía en tratar de representar sobre la superficie de un jarrón a una puerta que se abre. La primera solución que se intentó dar fue la de mostrar la puerta totalmente abierta con el marco de frente, pero esta representación tenía un inconveniente, ya que así no podría reconocerse como tal a dicha puerta; ahora, si la puerta se representa totalmente cerrada, ocurre algo parecido a la puerta totalmente abierta ya que tampoco se podía reconocer como tal a dicha puerta, y más aún no se podría representar a una persona que entrara o saliera o que estuviera dentro de la vivienda. Una de las soluciones más o menos factibles era pintar una puerta de dos hojas, con una visible totalmente cerrada y la otra totalmente abierta pero invisible (figura 3).

Posteriormente apareció un método más próximo a la perspectiva, y consistía en dibujar a cualesquiera de las dos hojas abiertas con un mayor o menos ángulo, lográndolo a través de dibujar las supuestas líneas horizontales de manera que aparezcan inclinadas,

pero todavía sin convergencia; es claro aquí que ya se percibe que las líneas inclinadas dan la sensación de corresponder a líneas que *entran* en el espacio, es decir, dan la sensación de profundidad. Esto es el comienzo de una perspectiva como tal, aunque el método era todavía muy rudimentario. También es aquí donde se aprecia claramente el inicio de la perspectiva y su separación definitiva de la *pseudo-perspectiva*, la cual también está presente en los primeros dibujos de jarrones en la Antigüedad. A fines del siglo V a. C., se nos muestra una puerta abierta correctamente representada (figura 4). Posiblemente animados por esta innovación algunos comienzan a aplicar dicha fórmula o técnica para representar numerosos objetos. Otro problema que también fue resuelto satisfactoriamente con un escorzo fue el de un carro de cuatro caballos y sus guerreros. En este caso habían dos composiciones, la del caballo y la del carro. La primera y más común era la vista de perfil, la otra correspondía a la vista frontal. En la primera los caballos estaban quietos o al paso o al galope, y en la segunda invariablemente de pie y quietos. Aquí también se usaba con frecuencia una combinación de ambas composiciones, lo cual daba lugar a seguir el movimiento de las figuras, pero sin llegar a ser un escorzo (figuras 5 y 6).

Desde los tiempos de Exekias los pintores de vasijas se centraron en el estudio del escorzo en 3 motivos: velas de barcos, escudos y carros. Además, las razones de esta elección se hallan en los artistas mismos y no en factores externos por nosotros desconocidos. Cabe también señalar que los templos nunca aparecen como si se vieran

desde arriba, y aparentemente la vista panorámica era totalmente desconocida en las decoraciones de vasos de la antigüedad. Además, en el dibujo del detalle no se elude nada y todas las piezas de las ruedas y del cuerpo del carro se dibujan con la misma claridad.

Aproximadamente en el siglo IV a. C., la perspectiva que se maneja ya es bastante clara. Como ejemplos de esto tenemos que la rueda más alejada de un carro se representa más pequeña que la más cercana; también ocurre que la parte inferior del asiento de un taburete se dibuja como si el punto de vista se hallase a unos centímetros del suelo; el cajón abierto de un mueble se representa dibujando sus lados inclinados, aunque la vista del mueble sea frontal. Las paredes convergen pero todavía no lo hacen en un punto de fuga común. Vitrubio atribuye a Demócrito y a Anaxágoras el principio del dibujo en perspectiva, según el cual:

Dado un determinado punto central las líneas deben coincidir como lo hacen en la naturaleza en el punto de vista y de proyección de los rayos visuales, de manera que a partir de un objeto borroso pueda darse una representación clara de la apariencia de los edificios en una escena pintada, y de manera que aunque todo esté dibujado en superficies verticales y planas, algunas partes se vean retroceder hacia el fondo y otras resaltar hacia adelante.

[Vitrubio, *De Arquitectura*].

Es importante el párrafo anterior pues sin duda alguna nos refiere a la perspectiva arquitectónica y al empleo de un punto de fuga. Lamentablemente a partir de esto no se puede rescatar una construcción geométrica metódica que de haber sucedido sin duda alguna sería la primera. Cabe mencionar que Platón rechazaba la perspectiva, como si éste fuera un truco que perturbaba a la mente:

Quando miramos una cama de lado o de frente o desde cualquier posición ¿Se altera en algo su identidad o sigue siendo la misma, aunque parezca modificada?...el estudio de la pintura ¿Imita la naturaleza real de las cosas o la naturaleza aparente de su aspecto?...es precisamente esta enfermedad natural nuestra la que sufre toda asechanza de toda clase de brujerías con el arte del dibujo y los procesos de medir, contar y pesar ¿No contribuyen a ayudarnos a conjurar de dicho aspecto esos trucos fantásticos?... por lo tanto la pintura se ocupa de una actividad muy ajena a la verdad.

[Citado en Wright, *Perspectiva*, 49]

La invención de nuevas técnicas en la decoración de figuras permitió a los artistas responder a las necesidades emocionales y aplicar el escorzo a la figura humana. Existen tantas diferencias entre las proporciones de obras clásicas que no hay modo de establecer un canon de validez general; a partir de las mediciones realizadas sobre algunas estatuas se tiene que la altura total oscila entre 7 y 9 alturas de cabeza, aunque esto puede deberse a la deformación de los cuerpos vestidos y ceñidos con cinturones. Existen también

figuras y esculturas, como el Apolo de Tenea, que miden $7\frac{1}{2}$ alturas de cabeza, lo cual no es la generalidad. Puede pues afirmarse que las medidas de las estatuas griegas no pueden deducirse de un canon de validez general.

En los albores del imperio romano casi todos los artistas eran griegos. Pompeya ciudad romana que floreció desde finales del siglo II a. C. y hasta el año 79 a. C. año en que la ciudad quedó sepultada por el Vesubio, nos ofrece sin duda un amplio legado donde se muestran claramente algunas de las leyes de la perspectiva caracterizadas por el uso de un solo punto de fuga. Esto queda respaldado por el descubrimiento en 1961 de un mural romano en el salón de las máscaras y donde aparece representado un edificio que da a un jardín en donde la ilusión de espacio y la perspectiva son realmente exactos (figura 7). Esto nos hace pensar que se trata de un ejemplo único y anticipado para su época, aunque resulta extraño que si ya existiera un método conocido para la representación en perspectiva Vitrubio no lo hubiera mencionado. Las primeras referencias a la perspectiva en el arte pictórico no aparecen sino hasta que Vitrubio escribió su *De Architectura* (25-23 a. C.).

En esta obra dos son los párrafos que se refieren a la perspectiva, y la gloria de reclamar para sí el descubrimiento de un método para representar al espacio tridimensional sobre una superficie se escurrió de entre sus manos y fue a parar en la persona de León Battista Alberti. El primer párrafo de Vitrubio dice a la letra:

Item scaenographia est frontis et laterum abscedentium adumbratio ad cirine centrum omnium linearum responsus.

Es decir:

“De igual manera la escenografía es la esquematización de los lados frontales y en retroceso y la correspondencia de todas las líneas en el punto del compás”.

[White, *Espacio pictórico*, 259]

El segundo párrafo se traduce literalmente de la siguiente forma:

Pues al principio en Atenas, cuando Esquilo iba a representar una tragedia, Agatárco montaba el escenario y dejó un comentario escrito sobre el particular: instruidos por él, Demócrito y Anaxágoras escribieron sobre la necesidad de establecer un centro fijo y de que las líneas correspondieran por ley natural a la visión de los ojos y la extensión de los rayos, de tal forma que partiendo de un objeto confuso ciertas imágenes pudieran dar la impresión de edificios en la pintura del escenario, y que las cosas que se dibujan sobre superficies planas y verticales puedan parecer que retroceden en algunos casos y que se adelantan o proyectan hacia adelante en otros.

[Citado en White, *Espacio pictórico*, 259]

Del primer párrafo llama la atención la frase *Cirini centrum*, literalmente punto del compás aunque si se analiza como lo usaba Vitrubio resulta claro que se refiere al centro del círculo. Este primer párrafo es una descripción del antiguo método de perspectiva, mientras que el segundo complementa esa descripción con una referencia a que dicho método se basa en los principios fundamentales del cono visual que Euclides describe en

su *Óptica*. Con esto he tratado de aportar pruebas para que se reconozca que Vitrubio está hablando de la convergencia exacta de líneas hacia un punto central.

Existe una cierta coincidencia entre el *circini centrum* de Vitrubio y el *punto céntrico* de Alberti y es que ambos se refieren a una perspectiva que utiliza un único punto de fuga. La diferencia que podemos encontrar es que Alberti presenta –a su modo– un procedimiento preciso para trazar las paralelas al cuadro pictórico y da una receta de cómo hacerlo, es decir, presenta una construcción geométrica válida, aunque no demuestra su validez.

Cuatro son los estilos que podemos encontrar en Pompeya en lo que a arte se refiere: el primero corresponde a una simple decoración y no contiene temas pictóricos, en el segundo hay paisajes e invenciones decorativas, y pocas de ellas son escenas reales si bien su manejo de la perspectiva es muy interesante. Podemos mencionar como ejemplo la pintura del muro oeste del *Triclinio de Verano* en donde casi 20 líneas ortogonales concurren en un solo punto (figura 8). Veinte o más líneas de una pintura no convergen en un solo punto por casualidad, y por ello el segundo estilo decorativo pompeyano manifiesta claramente el uso de una perspectiva de un punto de fuga. En el tercer estilo las vistas tienen menor profundidad pero los elementos arquitectónicos son más elegantes; el cuarto estilo presenta una geometría menos sistemática y la arquitectura es menos refinada

y muchas veces grotesca. Aquí hemos analizado un poco el segundo estilo ya que es el que más nos conviene para ver cómo ha evolucionado la historia de la perspectiva.

Una vez alcanzado este nivel del manejo de la perspectiva sus logros se pierden durante casi mil años. El centro artístico de la cristiandad sería Constantinopla (Bizancio) y en el arte bizantino, con su marcada influencia oriental, no había cabida para la ilusión óptica; es por esto que la tercera dimensión desaparece. Una vez más el tamaño de las figuras depende de su importancia, es decir, personas y objetos son símbolos abstractos y el mundo real no se construye refiriéndolo a la profundidad ya que no hay horizonte.

Cabe recordar que no se está muy lejos de la verdad si se afirma que durante la Edad Media la curiosidad científica en Europa se vio frenada por la iglesia que castigaba a quien no estuviera de acuerdo con sus principios. En este período la mayoría de las obras pictóricas eran encargos de la Iglesia, por lo que los temas religiosos predominaron. Ya en siglo X u XI, en los dibujos de un banquete anglosajón, se puede ver un manejo pobre de la perspectiva (Figuras 9 y 10). Sin embargo, la técnica no superaría el nivel alcanzado por los griegos sino hasta el siglo XIII, en Italia, y es en Florencia en particular donde al comparar las figuras de Giotto (1266-1337) con las del arte cristiano primitivo se observan claras muestras de una búsqueda para manipular el espacio como elemento pictórico. En la pinturas de Giotto aparecen seres humanos distribuidos adecuadamente, aunque carezcan del claroscuro que Taddeo Gaddi, alumno de Giotto, sería el primero en incorporar a la pintura.

Aunque las pinturas de Giotto (figura 11) son totalmente realistas para su época, para una persona de nuestro tiempo, acostumbrada al uso de fotografías, lo realista de las pinturas de Giotto no le parecería tanto. Sin embargo, hablando de Giotto, Bocaccio dice en el *Decameron* que:

No había nada en la naturaleza... que no pintara... de un modo tan idéntico al objeto, que pareciera el propio objeto más que una representación; a tal punto que muchas veces el sentido de la vista sufría engaño por lo que él pintaba, creyendo verdad lo que sólo era pintado.

[Bocaccio, *El Decameron*]

Giotto rompió con las normas de la antigua pintura medieval para enriquecer su arte. Fue uno de los primeros en observar con atención cuanto le rodeaba y procuró que sus obras produjeran la sensación de espacio para que los paisajes y edificios situados detrás de los grupos de figuras resultaran reales; gracias a él los artistas empezaron a destacarse por méritos propios y dejaron de ser artesanos que trabajaban para la gloria de Dios. Así, los pintores buscaron tratar los objetos y hechos diarios con la mayor exactitud posible y no dedicarse exclusivamente a la interpretación de temas religiosos.

En las obras de Ambrogio Lorenzetti (1280-1348) se ve claramente cómo el uso de la perspectiva ha evolucionado. En *La Leyenda de San Nicolás* (figura 12) la perspectiva es tan empírica como la de Giotto. En *la Escena a la orilla del mar* se mezclan dos puntos

de vista muy distintos (figura 13); en el paisaje urbano de *La ciudad del buen gobierno* (figura 14) la vista urbana del fondo parece una ciudad distinta incluida en la escena. Esto era algo insólito para la época y daba la impresión de un realismo asombroso.

En este momento cabe hacer una reflexión sobre el contexto artístico en el que se abre paso la técnica del trazo en perspectiva. El clima religioso del arte gótico era contrario al desarrollo de una actitud científica en la pintura. Había cánones establecidos y la representación de cosas cotidianas no eran consideradas dignas de contemplación. Tendría que llegar el siglo XV para que los artistas se dedicaran a pintar temas de la vida real, iniciándose así el paisajismo y la representación de escenas en lugares cerrados. Si bien ya había métodos basados en procedimientos empíricos para generar las *perspectivas* anteriores al Renacimiento, estos métodos estaban basados en la experiencia visual directa y no se sujetaban a reglas de aceptación universal, principalmente porque la difusión de las ideas en la Edad Media era algo que llegaba a tomar años y hasta décadas para pasar, por ejemplo, de Italia a Inglaterra.

Van Eyck (1390-1441), inventor del óleo, es el primero que realiza un cuadro totalmente realista: *Giovanni Arnolfini y su prometida* (figura 15). Las discrepancias de perspectiva no son inmediatas, pero existen cuatro puntos de fuga, es decir, hay uno para la serie de paralelas del piso, otro más para la serie de paralelas del techo y hay dos para las series de paralelas de la pared que tiene la ventana. El efecto casi fotográfico no

depende tanto de la geometría sino más bien del claroscuro. [Jardine, *Worldly Goods*, 123].

Cabe mencionar también otro ejemplo del uso de la perspectiva en esta época y se refiere a la pintura miniaturista francesa. De esta escuela los hermanos Limbourg fueron los representantes más apreciados. Alrededor de 1400 sus obras se ocupaban de reproducir paisajes y temas arquitectónicos al natural, como lo muestra su cuadro *La isla de la cité* (figura 16).

Sería hasta Lorenzo Ghiberti, con su *Tercer comentario*, donde encontramos un texto escrito que recopila las ideas de Vitrubio, Alhazén, Peckham y Bacon, sobre la relación existente entre la óptica medieval y la nueva ciencia de la perspectiva. [Lindberg, *Theories of vision*]. La primera parte del *comentario* se ocupa principalmente de la estructura del ojo y de la teoría de la visión. Sin embargo, nuestro interés radica en aquello que estudia los medios por los cuales el tamaño y la distancia se revelan al espectador. Ghiberti establece cinco proposiciones principales:

- 1) Las cosas visibles no pueden ser comprendidas utilizando únicamente la vista.
- 2) Sólo es posible calcular la distancia de un objeto mediante una serie continua de cuerpos regulares.
- 3) El ángulo visual no es suficiente para calcular el tamaño.

- 4) El tamaño de un objeto depende de la comparación de la base de la pirámide visual con el ángulo de su vértice y con la distancia intermedia.
- 5) La distancia normalmente se mide con relación a la superficie de la base y el tamaño del cuerpo humano.

Estas proposiciones ponen de manifiesto la idea medieval de la percepción visual tanto del tamaño como de la distancia, pero no explican el nacimiento de la perspectiva artificial. Cabe aclarar que este *Tercer comentario* de Ghiberti se escribió después del tratado de Alberti *De la pintura*. Parece que Ghiberti deseaba compendiar para sus contemporáneos la idea de la realidad visual que era la base y justificación del nuevo sistema (que Alberti explica en *De la pintura*); esto era algo que no había hecho Alberti, cuyo tratado, como él mismo repite, tiene un enfoque práctico. Por su parte Ghiberti consideró que la nueva ciencia pictórica no contradecía los escritos medievales.

Tal vez el primer intento de dar un método de perspectiva se encuentre en Cennino Cennini, en el *Libro del arte* (hacia 1400), donde dice:

Se sitúan los edificios según este método uniforme, de modo que las molduras que se dibujan en su parte superior disminuyan hacia abajo... las molduras a media altura serán bastante niveladas y uniformes, las molduras de la base disminuirán hacia arriba.

[Cennini, *Libro dell' Arte*]

Pero no dice nada más, los pintores obtendrían un método de perspectiva lineal sólo hasta que los científicos y los artistas tuvieran propósitos comunes.

El descubrimiento del método de la perspectiva lineal se atribuye al pintor-arquitecto Brunelleschi (1377-1446). Dicho método está basado en las matemáticas y no llevó a la publicación de un tratado, sino que lo dio a conocer a través de pintar un par de paneles. Manetti, biógrafo de Brunelleschi, afirma que la nueva perspectiva fue obra de Brunelleschi:

Así pues, en aquellos días él mismo propuso y practicó lo que los pintores actuales denominan perspectiva, pues es parte de esa ciencia que en efecto consiste en calcular bien y con razón las disminuciones que aparecen ante los ojos de los hombres cuando las cosas se hallan lejos y muy cerca... en la medida que corresponda a la distancia en que parecen estar. Y a partir de él nace la regla que es la base de todo lo que se ha hecho en ese sentido desde entonces hasta el presente.

[White, *Espacio pictórico*, 117-118]

La primera de las dos pinturas demostrativas del método de Brunelleschi: es *San Giovanni y la Piazza del Duomo*. Este panel era de media braccia cuadrada (la braccia brazo fue fijada por estatuto y es equivalente a 58.36 cm) y en ella pintó una representación del exterior del Baptisterio de San Giovanni. Parece ser que se situó a tres

braccia de la entrada principal de la catedral de Santa María del Fiore y lo representó con base en su nuevo método para poder ver el cuadro. Se perforó un orificio en forma de cono, y con un espejo plano se extendía la mano, y el reflejo era visto por el orificio. Este cuadro causó una gran impresión ya que al mirarlo sólo con un ojo se podía hacer que la imagen fuera aún más real, además de que para observarlo ya se contaba con un punto determinado de observación con lo que el realismo logrado era avasallador. (Figura 17).

El segundo panel de Brunelleschi es *La Piazza de la Signoria*. Para este panel la observación era directa, por lo que también se dice que mostraba la fortaleza de su método perspectivo. Desafortunadamente no ha llegado hasta nuestros días ninguna copia del mismo. De cualquier manera es evidente que Brunelleschi desarrolló un sistema de perspectiva completo y con una disminución matemáticamente regular en función de un punto de fuga fijo.

En las composiciones que Brunelleschi eligió para demostrar su invención, se preocupa por respetar en la medida de lo posible las verdades visuales sencillas y concretas. Un pintor, considerado notable desde sus tiempos, que realizó escorzos con gran aceptación, fue Masaccio. En su obra *La Trinidad con la Virgen y San Juan* la geometría coincide con el punto de vista del espectador y el marco parece encuadrar un profundo nicho del que parecieran surgir dos de las figuras, situándose más cercanas al espectador que la propia pared, pero esto se verá con más detalle en otro capítulo, por lo

que aquí nada más se hace mención del hecho. En el mismo año en que *La Trinidad* de Masaccio causaba asombro (1426), Ghiberti comenzaba a trabajar en los bajorrelieves pictóricos de las puertas de bronce del Baptisterio (figura 18), y él mismo describe así su propósito:

Me esforcé en todo extremo en imitar la naturaleza tanto como fuera posible... Los entrepaños están encuadrados de manera que el ojo los mida y con tal propiedad que vistos a distancia parecieran curvos. Son de un relieve muy bajo, y en el plano de las figuras más cercanas parecen más grandes y las más distantes más pequeñas, como en la auténtica naturaleza. He realizado todo el trabajo con arreglo a esas proporciones.

[Wright, *Perspectiva*, 76]

Ghiberti, como muchos otros, no pudo resolver el problema matemático de dibujar sistemáticamente un círculo en escorzo, cosa que resolvería Alberti mediante un procedimiento de interpolación encerrando el círculo entre dos cuadrados uno interno y otro externo y marcando sobre el círculo las posiciones perspectivas de ocho puntos.

En Uccello, otro de los pintores revolucionarios del Renacimiento, se dio una obsesión exagerada por la perspectiva, y en sus obras introduce objetos que conformarán líneas que obligan al ojo a seguir las líneas de fuga o líneas de profundidad, tal y como ocurre en *La Batalla de San Romano* (figura 19).

Posterior a Alberti es Piero della Francesca, quien también proporcionó un método matematizado para realizar pinturas en perspectiva. Su método no se basa tanto en líneas, lo realiza conforme a puntos ya que a partir de una determinación suficiente de ellos se pueden trazar las líneas básicas. En *La Flagelación* (figura 20) la perspectiva es tan veraz que se puede inferir el proceso geométrico y reconstruir la planta y la sección del edificio imaginario (figura 21). Pero de esto nos ocuparemos en un capítulo posterior ya que nos da luz sobre el uso de la perspectiva.

Bramante, alumno de Piero della Francesca, también realizó perspectivas bastante reales en el ábside ficticio en Santa María presso (figura 22). En este caso se tiene la impresión de estar en una iglesia de tipo cruciforme con ábside abovedado tras el crucero, pero en realidad es una iglesia en forma de *T* y lo que hay atrás del altar es perspectiva ficticia, realizada en un espacio de 1.2 metros.

Los temas de los que se ocupa Andrea Mantegna reproducen muchos aspectos de la Roma imperial. En sus obras es evidente que no es partidario del nivel visual albertiano ya que tuvo la idea de situar el plano sobre el que se colocan las figuras más alto que el punto de vista. Mantegna perfeccionó el escorzo de las figuras vistas desde abajo y esto fue muy apreciado en su tiempo por el efecto tan importante que provocaba.

He tratado de dejar al último el trabajo de León Battista Alberti y todas las circunstancias que lo rodean ya que merecen un análisis más profundo. Como hemos visto, Alberti en sí no fue el descubridor de la perspectiva lineal, en tanto que esta técnica había aparentemente sido olvidada en la antigüedad y que los trabajos de fines del Medioevo que apuntaban hacia la perspectiva artificial simplemente se presentaban ante la vista del observador sin que fuera evidente la técnica geométrica utilizada para generar parte de la ilusión de tridimensionalidad.

La gran virtud de Alberti fue la de aportar los elementos teóricos, históricos y filosóficos para elevar a la pintura al rango de un arte liberal. Esto lo hace en *De la pintura* (1435) obra por la que se considera que Alberti fue el primero en recopilar un método práctico razonable para realizarlo. No se sabe en qué época recibió un entrenamiento formal en matemáticas; sin embargo, pudo haberlo adquirido en sus años de universitario; además mostró especial interés por las matemáticas prácticas asociadas con el oficio de la agrimensura. Este tipo de matemática se enseñaba en las *escuelas de ábaco*. Alberti escribió varios libros, entre ellos el *Ludi matematici* donde mostraba sus conocimientos sobre la materia. Además escribió un tratado de Arquitectura *De la construcción* y la obra que para el caso nos interesa que es *De la pintura*. De ella escribió dos textos, uno en Latín y el otro en Italiano. El texto en latín lo dedicó al marqués de Mantua (en 1435), y el toscano a italiano (un año después) al arquitecto Brunelleschi. *De la pintura* —obra dividida en tres libros— presenta en el segundo libro lo concerniente a la construcción que sería la base del nuevo estilo artístico (la perspectiva).

Sin embargo no es un manual técnico para el entrenamiento de artistas; sus propósitos son elevar la pintura a la altura de las artes liberales y que sea practicada por quien cultiva las ciencias. Es muy clara la admiración de Alberti por el arte antiguo, ya que en los tres libros de que se compone *De la pintura* hace constantes referencias a elementos clásicos. Esto explica el por qué Alberti decide iniciar el libro primero con una discusión de la ciencia de la visión.

En la dedicatoria de la versión en italiano, Alberti presenta su primer libro como completamente matemático. Esto no es así, ya que no presenta demostraciones formales de lo que está haciendo y se dedica a guiar al lector hacia lo que sería su método, aun cuando no aporta diagramas ni expresiones matemáticas. En este tiempo las artes matemáticas eran: aritmética, geometría, astronomía y música, que eran conocidas como el *cuadrivium* y que junto con las artes de la gramática, la retórica y la dialéctica (el *trivium*) eran conocidas como las *artes liberales* mismas que constituían el fundamento de la educación superior. El libro I no trata propiamente de matemáticas sino de lo que en la Edad Media se conocía como perspectiva o ciencia de la visión, ya que a una parte de ésta se le puede dar un tratamiento matemático.

Esto en cierta medida provocaba un rechazo de parte de quienes practicaban las artes liberales, ya que siendo considerada la pintura un arte mecánica, no parecía legítimo que fuera elevada a un arte liberal; en el mismo libro I también se trata el problema de que si la visión ocurría por la recepción de rayos luminosos por el ojo (teoría intromisionista)

o a través del envío de rayos que surgían del ojo (teoría extromisionista), se consideraba a la segunda como la correcta.

La pirámide de visión es un término fundamental en el método de Alberti, y está constituida por el contorno de un objeto y el haz de rayos que lo unen al ojo; en su centro se localiza el *rayo céntrico*, el cual incide sobre la superficie limitada por el contorno, y forma ángulos rectos con éste. Cabe hacer mención aquí que aunque Alberti es el primero en escribir un método para construir la perspectiva este método dista mucho de ser explícito y mucho menos detallado, y la persona que lo lee tiene que ir llenando huecos a su criterio. Después de hablar de la pirámide de visión escoge un punto que se localiza en dirección opuesta al ojo (pero no dice en qué se basa para escogerlo); posteriormente divide la base de la pintura en braccias, unidades que corresponden a la longitud de un brazo (fijada en 58.36 cm) y une estas divisiones con el punto céntrico y así traza las líneas perpendiculares al plano del cuadro. A continuación levanta sobre uno de los extremos una perpendicular cuya longitud corresponde a la altura a la que se colocó el punto céntrico y une el extremo de la perpendicular con las divisiones en braccia. Después traza otra vertical que representará la intersección; el patrón que generan en ella se transfiere a la otra orilla vertical de la pintura para dar las posiciones de las líneas horizontales (figura 23). Resulta curioso que la primera demostración matemática de que la construcción de Alberti es correcta se realizara hasta 1585 por Giovanni Battista Benedetti. Una lectura equivocada en el sentido de que sólo la construcción hecha por

Alberti era correcta la llevó a que fuera bautizada como la *Construcción legítima* (Construzione legittima).

El segundo libro inicia con una discusión sobre la importancia de estudiar pintura e incluye algunas indicaciones de cómo la *malla* que se trazó en el primer libro se utiliza para dibujar pinturas tridimensionales. El tercer libro instruye al artista acerca de los medios para alcanzar la destreza y el conocimiento del arte de la pintura.

A principios del siglo XV los pintores eran considerados como artesanos y Alberti pide que la pintura sea considerada seriamente por los nobles y por quienes han realizado estudios. En la dedicatoria de la versión latina señala que la pintura debe ser considerada al mismo nivel de las artes liberales. Con ello Alberti consideraba una difusión más generalizada de la cultura matemática, en particular de la matemática práctica, la cual era estudiada por quienes se dedicarían a la orfebrería o al comercio. Además, el libro de *De la pintura*, tal y como fue publicado, provocó que fuera considerado más como un texto literario, aunque lo que Alberti presentó fue un texto con un cierto espíritu matemático sobre un tema en el que nadie había incursionado hasta entonces. Al referirse a una nueva forma de visualizar la escena, el propósito de la perspectiva según Alberti es reproducir lo que está frente al ojo, es decir, el objeto de estudio para Alberti es la experiencia visual y el cómo puede ser plasmada. Cabe señalar que también Vitrubio (al igual que Alberti) intentó siglos antes que los pintores conocieran algunos elementos de matemáticas, filosofía, medicina y leyes. Con ello creía poder elevar la condición social de los llamados *artistas*. Ciertamente, Alberti provocaría una controversia pues al desarrollar una teoría de

la pintura la estaba igualando a cualquiera otra de las artes liberales. Además, con la dedicatoria que en *De la pintura* ofrece a Brunelleschi, Donatello, Luca de Robia y Ghiberti, Alberti logró que se redujeran las distancias entre las artes liberales y las mecánicas.

Es coherente en esta etapa que al avanzar en la representación espacial se recurriera a la vía matemática. Desde Brunelleschi y ahora con Alberti y su *Contruzione legittima* o perspectiva lineal, esta forma de representación con el tiempo daría a la matemática en pago algo que también enriquecería a las matemáticas, a saber, la geometría descriptiva de Gaspar Monge.

Con el tratado de perspectiva de Alberti el Renacimiento tuvo las condiciones iniciales para una búsqueda efectiva de los métodos que permitirían representar imágenes espacialmente unificadas y sin contradicciones con respecto a las proporciones entre objetos; es así como las matemáticas sustituyeron a la religión y a la palabra escrita en la transmisión del conocimiento de la naturaleza.

Aunque *De la pintura* presentaba un método más o menos explícito no tuvo entre la generación del autor el éxito que tal vez nosotros imaginamos debiera haber alcanzado. Sólo con Uccello es notable su impacto. Es por eso que durante la primera mitad del siglo XV no hay trabajos que representen el ideal de Alberti y sólo con el cambio de siglo sus

doctrinas serían retomadas por Leonardo da Vinci y Rafael. Resulta claro que para entonces la matemática relacionada con la perspectiva lineal había llegado para cambiar la manera de contemplar el mundo.

Ya que mencionamos a Leonardo cabe señalar un reclamo que hacía a los pintores de su época:

Se observa en muchos pintores un vicio grave: el de pintar las casas y los exteriores de tal forma que las puertas de la ciudad no llegan a la altura de la rodilla de sus habitantes aunque se hallen más próximas al ojo del observador que las personas que pretenden cruzarlas.

[Wright, Tratado de perspectiva, 101]

Leonardo comprende bien el método de Alberti y en su aplicación reconoce varios errores. Uno de ellos está relacionado con la perspectiva curvilínea, misma que supone a un observador en el centro de una circunferencia y coloca tres objetos iguales sobre ella. Es claro que los objetos son equidistantes pero cuando los representa en perspectiva y al círculo lo encierra entre cuadros resulta que el objeto del centro se ve más pequeño que los otros. Para Leonardo la perspectiva no es más que la visión de un lugar o de objetos situados detrás de una hoja de vidrio en cuya superficie se dibujan los objetos situados

detrás de ella. Esto es lo que se conoce como la *Ventana de Leonardo* y claro está que dicha ventana corresponde al velo de Alberti.

También la construcción de un pavimento es casi idéntico a la de Alberti pero Leonardo no se quedó ahí, pues investigó otras cuestiones relacionadas con la visión y con aspectos del uso de luces y sombras, colores y la llamada perspectiva aérea. Caporali, amigo de Leonardo, afirmaba que él (Leonardo) la construía más que cualquier otro con dos centros o puntos de fuga, lo cual podemos ver en un boceto de *La adoración de los Reyes Magos* (figura 24). *La Santa Cena* o *Última Cena*, (figura 25) aún presente en el convento de Santa María delle Grazie en Milán, es sin duda otra de las obras de Leonardo que pone de manifiesto su excelente forma de escorzar; en la imagen de frente y a primera vista no se observan discrepancias. Refiriéndose a ello Goethe mencionaría que Cristo iba a celebrar la última cena entre los dominicos de Milán, pero esta ilusión de realidad desaparece al movernos hacia la pared y colocarnos a una distancia menor a la que se supone debería ser visto el cuadro.

Pues bien, lo dicho hasta aquí cubre aspectos globales del entorno histórico de la perspectiva, que es el tema que nos interesa. Sólo he querido mencionar algunos hechos que circundan al desarrollo de esta técnica desde las primeras culturas: egipcia, griega y romana y culminando en Leonardo, en quien toda la ciencia de la perspectiva aparece correctamente interpretada. He querido también hacer énfasis en Alberti, ya que si bien no fue el descubridor de la técnica, sí fue la persona que por primera ocasión plasmó por

escrito un método más o menos claro de cómo presentarla; también vimos las ventajas de presentar una teoría de la pintura, ya que esto la elevaba al nivel de las artes liberales, y cómo este pequeño grano de arena ayudó a que se redujeran las distancias entre las artes mecánicas y las liberales. Así, una vez más la matemática habría contribuido a cambiar la forma de contemplar el mundo... y no tan sólo a éste...

CAPÍTULO II

LA TRINIDAD DE MASACCIO

Al contemplar *La Trinidad* (c. 1426) de Masaccio nos parece estar mirando una imagen *A través de la pared*: sin lugar a dudas es un buen calificativo para este cuadro de tanta veracidad visual. Pero dejemos a Giorgio Vasari, biógrafo de Masaccio, que lo describa:

Pero lo más bello en esto, aparte de las figuras, es una bóveda cilíndrica trazada en perspectiva, y dividida en cuadros que contienen rosetones que disminuyen en tamaño y son escorzados por lo que parece como si la pared estuviera agujerada.

[Field, *Invention of infinity*, 43]

¡Qué razón tenía Vasari! Esta es una de las pinturas más bellas en la historia de la perspectiva. Sin embargo, no es una pintura perfecta, aunque para darnos cuenta de eso hay que hacer un análisis riguroso. De cualquier manera es una de las primeras pinturas (si es que no la primera) que se ha conservado y en donde el método (de que las ortogonales convergen en el punto céntrico) es evidente.

Descripciones más recientes no hacen más que añadir a la de Vasari que los rosetones fueron pintados sobre la superficie del fresco (se le nombra *fresco* a toda pintura

que se plasma estando el yeso aún húmedo para que al secar se mate su color) después de que se había secado usando la técnica llamada a *Secco*. Algunos de estos rosetones han desaparecido; desde muy cerca se puede ver una telaraña de líneas en la superficie de uno de los cofres, supuestamente para indicar la colocación del rosetón que falta.

La Trinidad (figura 26) es un cuadro grande. Sus figuras humanas son de tamaño real de modo que sólo se pueden hacer investigaciones muy aproximadas del esquema en perspectiva desde fotografías de tamaño también real (donde una persona se representa de su tamaño). En una vista cercana del fresco se pueden advertir trazos que había usado Masaccio para marcar partes de su diseño; de este análisis resulta que el conjunto de líneas que delimitan el cuadro no se puede ver como un todo pero se pueden hacer mediciones.

Viéndolo así es absurda la sugerencia hecha por algunos historiadores del arte de que el desplazamiento de Dios Padre desde el eje central era accidental. Una línea marca el eje en la costilla central de la bóveda y otra línea pasaba por abajo de la nariz del padre; su separación horizontal es visible instantáneamente y llega a ser de 2.6 cm.

En este capítulo analizaremos las propiedades matemáticas del cuadro, aunque para ello no es necesario recurrir a matemáticas muy complicadas.

Para introducimos en esto vamos a tratar de conocer el punto de vista ideal para observar *La Trinidad*, que es la posición que se usó para diseñar el esquema en

perspectiva. En este momento hay que aclarar una cosa y es que se colocó un andamio frente al cuadro, por lo que si nos movemos sobre el andamio hacia adelante y hacia atrás este punto de vista ideal se debe encontrar sobre el eje central, esto, es sobre la perpendicular a la línea que pasa por la costilla central de la bóveda y por la nariz de Dios padre; además, este punto se debe encontrar a una distancia del cuadro casi igual a la amplitud de la nave lateral de la iglesia que es de 686.25 cm. No se puede estar muy seguro de la altura ideal para el ojo, en particular se cree que debe ser de la altura de una persona ya que se está observando la capilla en el cuadro y no se puede ver su piso o el pie de las figuras de la Virgen y San Juan.

Una vez contra la pared se puede usar una cuerda fina para trazar las ortogonales hacia abajo hasta el punto céntrico; estando tan cercano al cuadro se puede ver que todas las ortogonales habían sido marcadas en el yeso de una u otra manera antes de que Masaccio comenzara a pintar. También se puede ver que muchas ortogonales convergían exactamente en un punto sobre el eje central del cuadro marcado así por la línea en la bóveda y un poco por abajo de la superficie superior del escalón en el cual se muestran los adoradores arrodillados. Este es el punto céntrico (figura 27). Se puede medir que la altura de este punto respecto del piso es de 172 cm.; cabe aclarar que el piso actual data del siglo XIX y no se sabe cuál era el nivel del piso en el siglo XV. La altura del punto céntrico en *La Trinidad* es muy natural en el sentido que es más o menos correcta visualmente para la mayoría de las personas que pudieron verla en el siglo XV.

En este punto vamos a recordar lo que conocemos hasta ahora; tenemos el plano del cuadro que es en sí el lienzo que se usa para pintar; dentro de él tenemos el punto céntrico (c) que es a donde convergen todas las ortogonales (O_1, O_2, \dots, O_n); que son las ortogonales al plano del cuadro.

También tenemos las transversales que son las líneas paralelas al plano del cuadro (T_1, T_2, \dots, T_m). Ahora podemos encontrar un punto importante en la construcción de toda pintura, es decir, el *punto de distancia* que es el que nos da la distancia de visión correcta para cada pintura. Supongamos que tenemos sólo el plano del cuadro, el punto céntrico y las ortogonales; ahora vamos a prolongar el plano del cuadro hacia uno de los lados y se elige un punto (PD) que se encuentra a la misma altura que (c). Se toma el extremo libre de las ortogonales hacia PD. Estas líneas $O_1PD, O_2 PD, O_n PD$ (O_n es la última ortogonal hacia el lado de PD); se fija uno en todas las intersecciones de $O_i PD$ con O_nC ($i=1, \dots, n$). En esos puntos se trazan paralelas al plano del cuadro y se obtiene así las transversales de un nuevo piso en perspectiva; este piso es correcto ya que como Alberti lo demostró, las diagonales cortan perfectamente a las baldosas y todas concurren en PD. Así, PD es el punto de distancia, y la distancia de PD a C es la distancia de visión correcta para dicha pintura. La línea que pasa por C es el horizonte o línea céntrica. Nótese que esta construcción no es la de Alberti aunque ambas son correctas. Esta construcción que acabamos de realizar es la construcción del punto de distancia PD; cosa análoga sucede al

otro lado de la pintura. Compárense las construcciones de punto de distancia y la albertiana en la (figura 28).

Sabemos que el elemento pictórico más conveniente para encontrar la distancia de vista ideal de una pintura es un cuadrado orientado adecuadamente. Esto es, un cuadro con dos bordes paralelos al plano del cuadro y dos ortogonales hacia éste. Podemos entonces desarrollar una especie de versión inversa de la construcción del punto de distancia (figura 29); así, el trapecio sombreado representa la imagen en perspectiva de un cuadrado orientado adecuadamente. Sus bordes ortogonales se encontrarán en el punto céntrico K; el punto en el cual una diagonal del cuadro intersecta con la línea horizontal a través de K es el punto de distancia D.

La longitud KD es la distancia de vista ideal del cuadro. *La Trinidad* nos proporciona cuatro cuadrados orientados con bordes paralelos y ortogonales al plano del cuadro. Estos son los *abaci* de los capiteles; recordemos que un capitel se compone de las figuras o adornos en su parte baja, las volutas que son las espirales enrolladas en su parte alta y los *abaci* que constituyen la parte plana hasta arriba del capitel. Los *abaci* de Masaccio son mostrados parcialmente hundidos en la pared; a los del lado izquierdo les faltan sus bordes izquierdos y a los de la derecha les faltan los bordes derechos. Sin embargo, se supone que en principio están colocados simétricamente en las columnas, por lo que se puede hacer una estimación razonable de las longitudes de sus bordes superiores.

Las dimensiones encontradas para el ábaco superior izquierdo se muestran en la (figura 30), la cual no está en escala y las longitudes están expresadas en centímetros. El ángulo α se encontró a partir del triángulo rectángulo PMK, dando el valor del ángulo QPS; usando la fórmula del coseno en el triángulo PQS se obtiene el lado QS; usando la fórmula del seno se encuentra el ángulo θ ; así, con el triángulo rectángulo QLD se encuentra QL y como $KD = ML$, se obtuvo que

$$KD = 553.11 \text{ cm.}$$

Recordemos que la amplitud de la nave lateral es de 686.25 cm., de modo que la respuesta es absurda. Pero tomando $PQ = 43.85 \text{ cm.}$ (Lo cual se puede debido a lo flexible de las mediciones) KD dio 594.41 cm., que es en realidad una distancia corta para observar el cuadro.

Los abaci en la parte de atrás que no habían sido usados para hacer mediciones, fueron utilizadas por la Dra. J. V. Field [Field, *Invention of infinity*, 43], pero al igual que las anteriores, éstas también resultaron cortas dando

$$\begin{array}{ll} \text{KDR} = 345.66 \text{ cm} & \text{para el ábaco derecho} \\ \text{y } \text{KDL} = 360.61 \text{ cm} & \text{para el ábaco izquierdo} \end{array}$$

como ya dijimos, estas distancias de observación son bastante cortas. Para resumir la investigación podría decirse que los cuadrados no habían sido considerados por Masaccio como elementos primarios en la producción de una ilusión perspectiva. Como los cuadrados se volvieron tan inexactos para obtener la distancia de observación se piensa que haya sido cual haya sido el método que Masaccio utilizó, éste no privilegió la conversión de los cuadrados en la manera en que la encontramos en las construcciones de punto de distancia y en la albertiana, ya que no hay un pavimento en el fresco de *La Trinidad*.

Ahora bien, el valor encontrado para KD simplemente nos da la distancia del ojo medida desde la superficie del cuadro.

Pasemos ahora a un método más básico para investigar la perspectiva de Masaccio. Vamos a considerar la proyección simple que se muestra en la figura 31. Lo primero que hay que decir es que el plano del cuadro fue imaginado para que estuviera integrado con la arquitectura mostrada en la composición. El plano del cuadro es el del frente del molde rosa que rodea al arco y a las superficies frontales de los abaci en el par de columnas del frente. Esto significa que los adoradores arrodillados están en el lado del espectador del cuadro, lo cual no es un motivo común en el arte de este período.

Decidida ya la posición del plano del cuadro se puede investigar la perspectiva presentada en la bóveda considerando la proyección simple (figura 31). Aquí A representa

el punto más alto del borde exterior semicircular. Es fácil ver (desde muy cerca según la Dra. Field) las marcas hechas por Masaccio en el yeso fresco como guía para pintar. La bóveda de la figura 32 muestra la parte de la mitad izquierda de la bóveda que fue la primera en ser pintada; en la mitad derecha hay menos líneas marcadas y algunas longitudes han sido dirigidas desde la izquierda usando un compás cuyas puntas dejaron marcas en el yeso fresco.

Todas las medidas se hicieron directamente desde A. Dando valores para AX^1 , esto es, sobre la línea de plomada que Masaccio había utilizado para marcar el eje del cuadro, como se ve en la figura 32. Esta línea no se encuentra exactamente en la mitad de la costilla central sino que constituye el eje, ya que el punto céntrico se encuentra sobre ésta; se tienen que medir las posiciones de los arcos que marcan los centros de las costillas y cofres, así como también aquéllas que marcan sus perfiles en la pintura; se ve que los arcos no son céntricos y todos los centros de esos arcos caen dentro de la figura de Dios Padre.

Midiendo todos los valores de AX^1 se tiene $AK = 416.8$ cm. Usando los triángulos semejantes XAX^1 , OKX^1 obtenemos valores de AX en términos de la distancia de vista ideal KO , la cual llamaremos d . La distribución de costillas y cofres que se obtienen se muestra en la figura 33; donde la escala es en unidades de $.01d$ y A corresponde al punto A en la figura 31. Desde el punto E hacia atrás la separación de los centros de costillas y

cofres es muy regular (error máximo de 4%), así que para nuestro análisis inicial podemos pensar en términos de una célula unidad que consiste de una costilla más un cofre, y su dimensión u está dada por

$$u = 5.76 \times .01d$$

Sin embargo E está bastante atrás en su costilla y al agregar una célula unidad nos lleva casi exactamente hasta C, de modo que C debe haber sido el centro de una costilla; lo que sucedió es que la costilla ha sido movida un poco. Habiendo movido esta primera costilla, movió también la siguiente. Los cálculos de los radios de los arcos a través de los puntos c, c^*, D, F deben haber sido hechos después de que Masaccio tomó la decisión acerca de mover las costillas. Esto se ilustra en la figura 33 que muestra cofres y costillas con profundidades en la proporción de 3:1.

Resulta fácil ver cómo pudo Masaccio haber dividido el arco de su bóveda en ocho partes iguales para obtener las posiciones de las costillas ortogonales; sin embargo, la división no fue ésta. Se ve que la hilera más baja de cofres en cada lado es más grande que las superiores. Desde un andamio se puede notar que los cofres en la hilera más baja son casi una y media vez más amplios que los otros. La diferencia no se impone por sí misma sobre el observador normal, situado en el piso de la iglesia, debido a que la hilera más baja de cofres está en las sombras, pero sin embargo es real en términos matemáticos. Con la separación de las costillas transversales, las ortogonales tienen una explicación obvia en términos pictóricos. Tal y como están pintadas las costillas más bajas transversales, las

que corren entre los capiteles de las columnas y las manos de Cristo parecen recordarnos que después de todo la arquitectura ha sido diseñada no como algo de por sí importante, sino como un lugar para ser ocupado por las figuras.

Los seis cofres restantes, tres en cada lado de la costilla central, son iguales (lo que se constata por medición).

Como sabemos, no hay una manera exacta para dividir un arco arbitrario en seis partes iguales. Sin embargo, por el método de ensayo y error un relojero bien podía hacer esta división bastante rápido y con un valor muy aproximado al correcto, tanto que en una escala en milímetros no sea notorio (se cree que Brunelleschi ayudó a Masaccio en su arquitectura y en el diseño de la perspectiva; de la pintura además, Brunelleschi hacía relojes, por lo que este problema podría quedar así aclarado).

El diámetro de la bóveda cilíndrica se puede medir directamente si asumimos que la superficie frontal del moldeado rosa semicircular se encuentra en el plano del cuadro. El diámetro de este borde semicircular es de 211.55 cm. La unidad de medición en Florencia en el siglo XV era el *braccio*; la longitud del braccio fue fijada por estatuto y es equivalente a 58.36 cm; así, el diámetro de la bóveda es muy cercano a $3 \frac{3}{8}$ braccia.

Para obtener el tamaño de los cofres tenemos que decidir cómo se relacionan con la bóveda. Al parecer la circunferencia se hizo con la intención de que tuviera ocho cofres

iguales, pero si hay ocho cofres, necesitamos establecer todavía el número de costillas; y escudriñando de cerca el fresco se sugiere que la mitad de una costilla era visible en la parte posterior de la bóveda.

Pero si asumimos que hay media costilla en la base de la bóveda en cada lado entonces la circunferencia total contiene ocho costillas más ocho cofres, esto es, ocho de lo que habíamos llamado la célula unidad.

Así, la dimensión de la célula unidad está dada por

$$u = .7118 \text{ braccia}$$

como tenemos que $u = 5.78 \times .01 d$

entonces $d = 12.38 \text{ braccia}$

$$d = 721.3 \text{ cm}$$

Pero la amplitud de la nave lateral (nuestra medida de distancia del punto de distancia observada) es de 686.25 cm. Esto es, casi $11 \frac{1}{4}$ braccia, de forma tal que esta distancia de visión es muy grande. Pero si suponemos que no hay medias costillas sino costillas completas en la base de la bóveda en cada lado, entonces la circunferencia comprende $8 \frac{1}{3}$ células unidad y tenemos que

$$u = .6833 \text{ braccia esto implica que}$$

$$d = 11.87 \text{ braccia}$$

$$= 692.5 \text{ cm}$$

Esto es tan sólo 6.25 cm más grande que la amplitud de la nave lateral. Cabe hacer notar que en ambos cálculos se supone que los cofres son cuadrados, en el sentido de que aparecerían como cuadrados si el cilindro de la bóveda fuera desenrollado hasta quedar como una superficie plana. Las mediciones de los cofres y las costillas confirman la proporción 3:1; así, los valores de u , el valor de u que corresponde al mejor ajuste de d es $u = .6833$ braccia. Ahora, si establecemos que d es igual a la amplitud de la nave lateral, 686.25 cm, esto nos da un cofre de .5072 braccia muy cercano del medio braccio.

Ahora bien, la longitud completa q de la bóveda también se puede encontrar pasándola como una proyección simple, tal como se ve en la figura 34; esta figura muestra el método de proyección aplicado a la altura de la bóveda, también se puede aplicar a la amplitud de la bóveda y a las alturas de las superficies superiores de los *abaci* en las columnas atrás y al frente. Los tres valores de q/d que se obtienen son .480, .4650 y .4693 [Field, *Invention of Infinity*, 53]; que nos da un área de bóveda de relación profundidad: amplitud de 4:3; lo que va de acuerdo a las amplitudes de los cofres y de las costillas que es de 3:1. Parece entonces razonable suponer que éstas eran las proporciones de la forma de la estructura arquitectónica que fueron las bases del diseño.

Todo esto está muy bien, pero hay que ver si podemos ajustar las figuras mostradas en la pintura. Si tomamos a la Virgen o a San Juan resulta que no podemos verles los pies, de modo que estas figuras no nos ayudarán.

Esto deja a las tres *personas de La Trinidad*, es decir, dos hombres y una paloma. Nuestra mejor guía será Cristo, puesto que se conoce lo que se supone es su altura verdadera, en el sentido de que corresponde a la altura de un hombre perfecto, que es de tres braccia (175.08 cm según Alberti, entre otros). De acuerdo con la doctrina prevaleciente en el siglo XV Cristo era perfecto no sólo en altura sino en todo lo demás. Si suponemos que son iguales el Padre y el Hijo (suposición *Teológica*) tenemos que el Padre mide también tres braccia. Como su altura en el cuadro es de 155 cm basta con usar la figura 35 para conocer su posición relativa en la capilla. Se obtiene que $X = .1295 d$, y puesto que la profundidad de la capilla es de $.47 d$ esto significa que el Padre está parado entre un cuarto y un tercio de su longitud. Tomando la distancia de visión d como la amplitud de la nave lateral, que es de 686.25 cm, entonces la distancia entre el frente del arco de entrada y la figura de Dios Padre es de 88.9 cm espacio adecuado para que se ajusten las figuras restantes, puesto que la sombra de San Juan está sobre la estructura que apoya a Dios Padre, indicando así que está parado muy cercano a él. La distancia entre Dios Padre y el respaldo de la capilla es de casi 233 cm, lo que permite apoyar lo dicho por Schlegel, [*Observations*, 19-33] en el sentido de que la estructura sobre la que está parado el Padre es una tumba, la tumba de Adán. Esto va de acuerdo con la interpretación

aceptada del cuadro, relativa a *El Trono de Gracia* que le fue ordenado realizar a Masaccio.

Ahora bien, siendo estrictos, los abaci no están correctamente representados. Esto se puede explicar diciendo que están sujetos a ajustes por razones que tienen que ver con la composición del cuadro como un todo. Los cálculos muestran que para los abaci en las columnas del frente, vistos desde la amplitud de la nave lateral (686.25 cm), la longitud del borde que se aleja (ortogonal) debió haber sido de 19.2 cm en lugar de los 22.1 cm.

El ajuste es pequeño, pero esto nos daría un punto de distancia no de 686.25 cm sino 95 cm menor. Entonces podríamos preguntarnos ¿Por qué Masaccio alargó los bordes ortogonales de los abaci del frente? Esto se podría explicar diciendo que estos bordes juegan un papel importante en las dos costillas ortogonales más bajas (figura 36); tal y como están pintados los bordes ortogonales de los abaci se ve que terminan contra una costilla transversal produciendo así una mínima alteración al observador. Si estos bordes hubieran sido más cortos los propios abaci hubieran sido más llamativos, distrayendo de ese modo la atención.

En lo que se refiere a la forma de los abaci de atrás el ajuste es mucho mayor, y al parecer se hizo para lograr una relación más satisfactoria entre los bordes de los abaci y las volutas de los capiteles. Esto parece un error, pero al parecer Masaccio pudo haber notado el efecto de *Constancia en el tamaño* por el cual (según los psicólogos) tendemos

a ver las cosas como *del mismo tamaño* si por alguna razón sabemos que son en realidad del mismo tamaño.

Los cálculos que Masaccio debió haber hecho no dependen de ninguna matemática nueva, sino de la antigua óptica euclidiana que era bien conocida para los filósofos naturales de esos días. Las reglas de la óptica a las que parece haber puesto mayor atención son a las que se relacionan con la convergencia de las ortogonales; como ejemplo tenemos que las longitudes de todos los bordes ortogonales de los abaci son incorrectas, pero su alineación hacia el punto céntrico es muy exacta.

Otra notable demostración de su habilidad matemática se encuentra en los dos nichos circulares rosas (*Paterae*); al lado de los capiteles de las pilastras, cerca de la parte superior del cuadro. La del lado derecho se muestra en la figura 37, los arcos que marcan los anillos exteriores de los bordes de las estrías fueron hechos con un compás, el círculo a través de las puntas de las estrías ha tenido por lo tanto sus posiciones marcadas; uniendo esos puntos hacia el centro dan lugar a la forma de las estrías actuales. La *Paterae* tiene 18 estrías y sabemos que 16 hubieran sido mucho más fáciles de construir; pero la división en 18 partes es fácil si se tiene acceso a un instrumento de observación astronómica, tal como un astrolabio o un cuadrante; los brazos de estos instrumentos estaban divididos en grados, por lo que la división en 18 partes iguales simplemente significa que se trabajaba con ángulos de 20° entre una marca y la siguiente. Al menos el

uso de 18 divisiones sugiere algún contacto con el mundo de los instrumentos astronómicos o de relojes; parece que el mediador más probable vuelve a ser Filippo Brunelleschi. Al parecer lo que Brunelleschi había descubierto (y transmitido a Masaccio) era que como un medio para producir la ilusión de profundidad habría que recurrir a la convergencia de las ortogonales hasta un punto definido como el pie de la perpendicular desde el ojo hasta el plano del cuadro.

Pero aún con las imperfecciones matemáticas no hay duda de que Masaccio salió bien librado; como ilusionismo visual *La Trinidad* sin duda funcionó. Con relación nuevamente a las figuras se tiene que el ojo construye un espacio alrededor de ellas y Masaccio pudo haber observado esta clase de efecto contemplando los frescos de Giotto en las capillas de Bardi y Peruzzi, en Santa Croce (caminando se encuentra a media hora de Santa María Novella). Así tal vez la razón por la que Masaccio sabía que podía cometer las inexactitudes matemáticas en *La Trinidad* era debido a que había estado discutiendo tales cosas en compañía de Donatello, quien seguramente lo asesoró sobre cómo cambiar algunos tamaños para que al verse desde abajo lucieran más reales. No hay que olvidar que con sus bajorrelieves y esculturas en bronce Donatello se reveló como un mago del ilusionismo tridimensional.

Al igual que otros artistas del siglo XV, Masaccio y Donatello estaban interesados en una forma de verdad que era esencialmente visual más que matemática. El que un cuadro tan impresionantemente correcto visualmente como *La Trinidad* sea defectuoso

matemáticamente es el resultado de una suerte de confusión del artista con respecto al uso de las matemáticas, aunque en el caso de Masaccio estamos seguros de que tenía un buen asesoramiento sobre las matemáticas de la perspectiva (lo más aceptado es que Brunelleschi lo asesoró durante la ejecución de *La Trinidad*; en realidad es muy factible la idea de que detrás de la arquitectura de *La Trinidad* se encuentre Brunelleschi sobre todo en los diseños de sus capiteles, sus columnas y sus tipos de capillas (y de las proporciones de éstas); nótese el enorme parecido de *La Trinidad* con el interior de la vieja sacristía de San Lorenzo, en Florencia, (figura 38) la cual fue diseñada por Filippo Brunelleschi. Para otros artistas es muy difícil saber qué tanto comprendían las reglas que estaban usando, aunque existe una gran excepción a esto: Piero della Francesca. Su trabajo es de interés en la exploración de las relaciones entre las matemáticas y el arte, en tanto que él mismo fue destacado pintor y en su tiempo era reconocido como un gran matemático.

CAPÍTULO III

TRATADO DE PERSPECTIVA DE PIERO DELLA FRANCESCA

El tratado de perspectiva de Piero della Francesca es, hasta donde se sabe, el primero de su tipo y parece ser que Piero pensaba igual. El texto en cuestión se titula *De prospectiva pingendi*: es decir, *sobre la perspectiva para pintar*, para aclarar así que se ocupa no de la óptica natural o *perspectiva común* sino del tipo especial de conocimientos usado por los pintores. Con respecto al texto mismo, *De prospectiva pingendi* sobrevive en versiones manuscritas del siglo XV, tanto en el toscano de la época como en el latín. La versión en latín es claramente una traducción y es evidente, por el estilo de escribir de Piero, que éste coincide con el de las escuelas de ábaco; en particular el lector es llamado *tu* y es tratado de forma imperativa. La instrucción procede casi exclusivamente a través de series de ejemplos trabajados. A primera vista parece que el tratado consiste sólo de órdenes del tipo *trazar la línea AB*. El estilo resulta desagradable por la repetición continua de frases y contrasta con la delicada belleza de las ilustraciones, las cuales son proporcionadas al final de cada proposición. Casi todas las proposiciones consisten en señalamientos que instruyen al aprendiz sobre cómo hacer una copia del diagrama que se muestra al final; esta forma de instruir refleja el estilo establecido en los talleres de los artistas. Las detalladas instrucciones de dibujo dadas en el tratado de Piero, y el incluir un dibujo terminado al final de cada proposición, sugiere que Piero se vio a sí mismo como alguien que proporcionaba un manual de taller para enseñar al aprendiz a dibujar en

perspectiva. Puesto que la *solución* para cada problema es un dibujo, el tratado de perspectiva tiene una apariencia puramente geométrica que hace que partes de éste se parezcan más a los Elementos de Euclides que otros trabajos de Piero.

A pesar de la apariencia euclidiana del trabajo, della Francesca aclara en su introducción para el primer libro que su interés no es con la geometría como tal. Menciona algunas de las definiciones iniciales de *los Elementos*, tales como: *El punto A es aquel que no tiene partes, y la línea tiene longitud sin amplitud*; después menciona que como esos conceptos sólo son vistos por el intelecto él no va a tratarlos así, sino que va a hacer *Demostraciones* para ser captadas por el ojo y por lo tanto va a dar una definición diferente. Así, dice que el punto es una cosa tan pequeña como para que sea posible que el ojo la capte, la línea es una extensión desde un punto hasta otro, siendo su amplitud de la misma naturaleza que la del punto. También menciona que una superficie es amplitud y longitud encerrada por líneas, y que las superficies son de muchas clases, tal como un triángulo, un rectángulo, un pentágono, un hexágono, un octágono y con más bordes, como se puede ver en las figuras. Hay que tener en cuenta también que para Piero una línea es recta y finita y que se traza desde un punto hasta otro; análogamente, las superficies las piensa como que tienen bordes y los bordes los concibe como que son superficies definidas. Así, un *plano* es una forma plana con un límite definido y cuya naturaleza (es decir, triangular, cuadrada, etc.) tiene que ser especificada; por ello se tiene que un *triángulo* es un área triangular y no una configuración de tres líneas.

Piero divide su trabajo en tres libros y cada uno tiene una breve introducción discursiva. El primer libro comienza con preliminares ópticos y matemáticos que preceden a la presentación de una serie de problemas relacionados con el dibujo de figuras planas. Su segundo libro usa algunas de esas figuras como planos base, y esencialmente se ocupa de la representación de prismas. El tercer libro trata de *formas más complicadas* y usa un método diferente al de los primeros.

La introducción al primer libro de Piero aclara que su tratado es sólo acerca de la perspectiva, y no acerca de la pintura como un todo o incluso acerca de todo lo que el pintor necesita conocer. En este sentido es más limitado que el tratado de pintura de Leon Battista Alberti. La pintura tiene tres partes principales (según Piero), las cuales son el dibujo o diseño, la proporción y el color. El dibujar lo entiende como dar significado a los perfiles y contornos contenidos en las cosas; a la proporción la entiende como que estos perfiles y contornos estén colocados con los tamaños adecuados en función de los lugares que ocupan; por el problema del color se refiere a cómo lograr los colores como se muestran en las cosas de acuerdo con la luz y oscuridad que los afecta y a cómo la luz las hace variar en su aspecto. De las tres partes Piero nos señala que sólo va a tratar con la proporción, la cual va a llamar *perspectiva*, es decir, va a tratar la parte que se puede mostrar por medio de líneas, ángulos y proporciones, hablando de puntos, líneas, superficies y cuerpos.

Hay que hacer notar que Piero, además de buen matemático, era un gran pintor, y que el color lo manejaba tan bien como su perspectiva; en el cuadro *Sueño de Constantino* (figura 39), el color es más importante que su perspectiva, y así podemos afirmar que Piero había notado el efecto Purkinje, ¡Cuatro siglos antes de que este se definiera!, que consiste en cómo la iluminación tenue afecta nuestra aprehensión de los colores. Que este logro no fue casual se puede sostener con base en que tanto la perspectiva como el color en Piero son excelentes. En *La Anunciación* (figura 40), en la cual es más evidente la perspectiva matemática, las figuras fueron colocadas contra una arquitectura de un estilo clásico, y es probable que los patrones de Piero hayan ejercido cierta presión sobre él en cuanto a lo que debía resaltar en la pintura y por ello la Virgen aparece tan grande. Su figura es muy grande con respecto a la estructura arquitectónica; además, si bien no hay bastantes líneas adecuadas para intentar reconstruir la perspectiva de *La Anunciación*, resulta claro que la Virgen está bajo la galería o pórtico, puesto que parte de su manto está oculto por la columna y es visible parte del pavimento entre ella y quienes la observamos. Retomando el sentido del libro, resulta que después de la introducción al primer libro, no escuchamos más sobre el color y hay muy pocas referencias explícitas al diseño.

El texto principal del primer libro comienza con la perspectiva euclidiana. Esta es la óptica natural, siendo la primera proposición que *cada cantidad se presenta a sí misma*.

para el ojo como subtendiendo un ángulo. Como dice inmediatamente Piero, obviamente esto es verdadero. Las siguientes seis proposiciones pertenecen a la óptica euclidiana estándar y Piero da referencias a *los Elementos* y a *la Óptica*. El primer teorema original de Piero aparece como la proposición 8 y se vuelve importante a lo largo de todo su tratado. Dice: *si por arriba de una determinada línea recta dividida en varias partes se traza una línea paralela a ésta, y desde los puntos que dividen la primera línea se trazan líneas que concurren en un punto, éstas dividirán la línea paralela en la misma proporción como en la línea dada*". En la figura 41 se muestra una copia del diagrama de Piero. De ella se puede ver que la demostración es trivial a partir de la semejanza de los triángulos. Veamos la demostración al estilo de Piero: la línea paralela HI es dividida en la misma proporción como BC. Debido a que BD es respecto de DE como HK lo es de KL, y EF respecto de FG es como LM respecto de MN, y FG respecto de GC es como MN respecto de NI,..., y el triángulo ABD es semejante al triángulo AHK, como lo es ADE respecto del triángulo AKL y AEF es semejante al triángulo ALM, de modo que son proporcionales y la proporción que se obtiene entre AB y BC es la de AH respecto de HI, siendo proporcionales los lados más grandes. Los lados más pequeños también son proporcionales y los ángulos del triángulo ABD son semejantes a los ángulos del triángulo AHK, de modo que son proporcionales en el sentido que se establece en el libro 6 de *los Elementos* de Euclides, proposición 21, e igual ocurre para los otros, lo cual es lo que se propuso. Notemos que la demostración no es muy elegante; lo que sí hay que resaltar es que la demostración funciona hacia atrás, esto es, lo converso del teorema es verdadero.

Esto es lo que usa para demostrar la convergencia de las ortogonales , si bien no se menciona explícitamente.

Hay tres teoremas más acerca del establecimiento de las proporcionalidades. Las pruebas son análogas a la anterior y luego pasa a discutir ejemplos sujetos a una *degradación* por las leyes de la óptica natural. Para Piero el significado de *degradar* se refiere a los cambios producidos para mostrar una forma en perspectiva; la forma original es referida como *forma apropiada* o *perfecta* y la versión en perspectiva es llamada *degradada*. La siguiente sección después de esto es la primera que trata la perspectiva artificial. El siguiente teorema de Piero se ocupa de un área, para lo cual posteriormente desarrolla proposiciones acerca de un pavimento albertiano y dice: *Desde la determinada posición de visión y sobre el plano determinado degradar la superficie asignada*. El diagrama de este teorema se muestra en la figura 42 y las letras están dadas por las instrucciones del dibujo de Piero. El punto A es la posición del ojo, BC el plano del cuadro, B el *Termine Posto*, esto es, el punto en el cual el plano del cuadro interseca con la línea DC. Piero afirma, y luego prueba, que BE es la superficie degradada requerida, puesto que subtiende en A un ángulo igual al subtendido por la superficie asignada BC. No explica que su diagrama muestra una sección vertical.

En la siguiente proposición aparece una superficie con forma definida. Esta proposición dice: *Hacer la superficie degradada de un cuadrado*. Aquí las instrucciones

de dibujo dominan completamente y resultan en un diagrama parecido al de la figura 43; se adoptó la notación de Piero, por lo que se tienen dos letras A, dos D y dos E. Las instrucciones del primer dibujo de la proposición establecieron que, como en el diagrama previo, AD y BF son perpendiculares a la línea DBC. Las instrucciones posteriores hacen que BCGF sea un cuadrado, AI es la bisectriz perpendicular de BC y las líneas AA y EDEK son paralelas a DC.

La construcción de Piero sólo nos da una transversal, es decir la línea DE, la cual representa el borde posterior del cuadrado y se muestra que EH es la representación apropiada del borde más posterior del cuadrado. Lo que Piero necesitaría mostrar es que el segmento DE que forma el borde superior del trapecio en el triángulo isósceles ABC es igual a EH. Esto se hace por medio de triángulos semejantes. Los tres pares de triángulos semejantes que se deben observar son AAC con EEC, AGC con AHE y ABC con ADE. Una vez que sabemos que el borde superior del trapecio es la longitud correcta para representar el borde posterior del cuadrado, la simetría asegura que los otros dos bordes son como los mostrados por los segmentos apropiados de las líneas que unen A y B y A y C. Es claro que este punto A corresponde al punto céntrico X en el diagrama albertiano. En esta proposición el punto A dentro del cuadro fue construido simplemente como el punto que resulta de la intersección de la bisectriz perpendicular de BC con una recta paralela a CD a una altura igual a la altura del punto A externo por arriba de la línea CB

extendida. Es decir, el punto no fue construido por referencia a las ortogonales (como Alberti aparentemente había construido el punto correspondiente en su sistema).

La siguiente proposición de Piero, Libro I, proposición 14, introduce ortogonales como líneas que dividen el cuadrado en partes iguales (figura 44). Comienza con el cuadrado degradado y con el ojo descrito como estando en A: *como se dijo, dejemos que BCDE sea el cuadrado y el ojo esté en A; divida BC en tantas partes guste que sea dividida, en FGHI. Y una FGHI hasta el punto A; cuyas líneas dividirán DE en los puntos KLMN. Entonces DE queda dividido en la misma proporción como en la que está dividida BC.*

[Field, *Invention of Infinity*, 90]

Piero repite la explicación de la división proporcional que encontramos en sus preliminares.

Ahora estamos trabajando completamente en el plano del cuadro. El hecho de que la división a lo largo de DE está en la misma proporción como la que está a lo largo de BC se estableció mediante el teorema preliminar, la repetición de la demostración trivial sugiere que Piero reconoció la importancia de que todas las ortogonales converjan en A. La siguiente proposición, la número 15, completa el pavimento poniendo las transversales. Piero comienza, como es usual, dando una larga serie de instrucciones de dibujo, que se pueden resumir en trazar la diagonal BE y a través de los puntos en los

cuales intersectan las líneas de dibujo se trazan transversales paralelas a BC. Como prueba de que este procedimiento es correcto, Piero nos anima para que dibujemos el cuadrado *en su forma apropiada*, por abajo de la degradada, y realicemos el proceso análogo en este nuevo cuadrado (figura 45).

Aquí el letrado doble parece muy razonable. Muestra claramente el hecho de que con el fin de unir las dos partes del diagrama a lo largo de BC Piero ha producido una especie de imagen especular. Hay que hacer notar que el método de Piero para construir el pavimento no es exactamente igual al de Alberti ni al de punto de distancia. Así, Piero usa la diagonal (que propuso Alberti como un chequeo sobre los transversales) para construir las transversales restantes en su diagrama. Un buen ejemplo de tal pavimento, dibujado con gran exactitud, es el que aparece en *La Flagelación de Cristo*, la cual se analizará más adelante.

Después del pavimento básico de azulejo-cuadrado, Piero pasa a tratar las figuras producidas al recurrir a varias formas de división desigual a lo largo de BC, y luego a considerar los polígonos dentro del cuadro. En cada caso la forma apropiada de las figuras se muestra por abajo de la degradada. Esto resultó útil ya que este mismo sistema fue adoptado en tratados posteriores sobre perspectiva. La proposición 29 se muestra en la figura 46; en esta situación Piero trata el caso más general de dibujar un octágono regular en el cual ninguno de los lados del polígono es paralelo a un lado del cuadrado BCED.

Casos similares generalmente son tratados para otros polígonos. Piero ya se había ocupado de un caso especial, que es el octágono. En la proposición 16 consideró el octágono regular formado por el corte de las esquinas del cuadrado BCED. Es tentador ver a esta proposición como la demostración de Piero de cómo Brunelleschi pudo haber trazado el plano de la base en el panel que muestra el Baptisterio de Florencia.

La última proposición del libro I no es un problema de dibujo sino un teorema y fue introducido de la siguiente forma:

Para eliminar el error cometido por quienes no cuentan con mucha experiencia en esta ciencia, quienes dicen que con frecuencia cuando dividen la superficie degradada en unidades (braccia) la parte escorzada comienza a ser más larga que la que no ha sido escorzada.

Algunas veces sucede lo que puede verse en la figura 47, en la cual se usó el método de construcción de Piero para obtener la primera transversal, ST. Es claro que la BS *degradada* en la parte superior de la figura es más larga que la BS en la *forma apropiada* en la parte inferior, y agrega:

Y esto sucede por no comprender la distancia que debe haber desde el ojo hasta el límite donde se ponen las cosas, ni con qué anchura puede abrir el ojo el ángulo de sus

rayos; por lo que ellos (los inexpertos) sospechan que la perspectiva no es una ciencia verdadera, juzgando falsamente debido a la ignorancia.

Esto se refiere a que el efecto de algo que se ve más largo se debe al ángulo bajo el cual el cuadro es contemplado por el ojo, cuyos *rayos* (esto es los rayos que emite el ojo con el fin de ver), no abarcan más que un cierto ángulo y así el ángulo subtendido por el cuadro comienza a ser más grande cuando la distancia de visión comienza a ser pequeña, como sucedió en la figura 47.

El diagrama se obtuvo así porque la distancia de visión y la distancia en el punto A a la izquierda del diagrama y la línea vertical a través de B se hizo muy corta. Esto es un recordatorio de que para Piero su perspectiva de la pintura es una extensión de la perspectiva ordinaria, la cual comprende la ciencia completa de la visión. Así, Piero se prepara para probar que la perspectiva es una ciencia verdadera, esto es, decide probar que sólo la distancia de visión se selecciona de tal modo que el cuadro subtende un ángulo recto, o menos, en el ojo, entonces un segmento de línea ortogonal escorzado no se puede volver más largo en el cuadro. Este es el sistema en el cual Piero está ajustando su *Perspectiva para la Pintura* y la propia perspectiva, la ciencia de la visión completa. Al dibujar unos cuantos diagramas se muestra que el *Teorema* de Piero es casi verdadero para alturas del ojo parecidas a aquellas usadas en la primera parte del libro I, y que la

regla que recomienda, de que el cuadro nunca subtienda más de 60° en el ojo, funciona para todas las alturas del ojo que usa en sus problemas.

El segundo libro del tratado de perspectiva trata esencialmente con prismas y combinaciones de prismas. La introducción para el segundo libro sólo tiene unas pocas líneas. Comienza con que *un cuerpo tiene tres dimensiones: longitud, amplitud y altura, sus límites son superficies.*

El primer cuerpo que se va a considerar es un cubo con un borde paralelo a la línea de base del cuadro (BC en los diagramas de Piero). También hay un cubo con una orientación más general que no tiene ninguno de sus bordes paralelos a la línea de base. Los polígonos con mayor número de lados se usan entonces como planos de base, incluyendo a uno con 16 lados que constituye una forma apropiada para una columna (figura 48). A esto le siguen tres prismas hexagonales sobrepuestos para formar una fuente rodeada por escalones (figura 49). Las instrucciones de dibujo de éstas y las siguientes proposiciones no omiten un sólo detalle. Pareciera que Piero no conocía las palabras *Y así sucesivamente*, sino que simplemente da una y otra vez instrucciones para trazar cada línea.

La fuente constituye un ejemplo bastante real, que es seguida por un cubo que ha tenido molduras agregadas arriba y abajo. Luego presenta un prisma octogonal colocado con su eje principal muy largo horizontalmente, con cierto ángulo respecto del plano del

cuadro. A todo esto sigue un cubo que se convierte en una casa, pero que todavía conserva las líneas de construcción que pertenecen a su forma geométrica básica (figura 50). Después la casa comienza a ser un templo con ocho caras (ninguna de ellas paralela al plano del cuadro), ya que la base es el octágono del libro I, proposición 29. El libro termina con una proposición acerca de una hilera de columnas.

Matemáticamente, el segundo libro de Piero es mucho menos interesante que el primero, pero sus ejemplos fueron seleccionados con mucho acierto, ya que casi todos se encuentran repetidos algunas veces, si bien bajo formas simplificadas, en algunos tratados de perspectiva que fueron impresos en el siglo XVI. Un gran número de cosas que Piero ha descrito en sus dos primeros libros se pueden encontrar en el cuadro conocido como *La Flagelación de Cristo* (figura 51). El esquema de perspectiva de este cuadro no sólo se ve exacto, sino que se ha demostrado que esto es casi cierto (B. A. R. Carter ha hecho una reconstrucción de la plancha y sección del edificio (figura 52). Detalladas mediciones han permitido una reconstrucción del plano base de la escena y de las secciones; por supuesto unos pocos elementos no acomodan a la reconstrucción. Por ejemplo, los bordes inferiores de los edificios en la derecha no se pueden ver, por lo que no se puede conocer su posición exacta. Sin embargo, el efecto total es de extrema precisión y provoca la ilusión de un espacio pictórico real. La única desviación de lo matemáticamente correcto es en *La Flagelación* la tira de mármol blanco que pasa en el cuadro bajo la base de la hilera de columnas (y que con la columna más cercana sirve para dividir la parte del plano del

cuadro que contiene la escena basal de la que contiene al antesuelo) que se hizo ligeramente más estrecha de lo que dictan las normas matemáticas de la perspectiva. Esta desviación de lo correcto al parecer es deliberada, ya que Piero prefería que la banda en blanco fuera un poco más estrecha, y supuso que el cambio no sería notado por un observador ordinario. En *La Flagelación* se tienen dos pavimentos modelados, uno simple y el otro extremadamente elaborado, además de un cuasi-pavimento que es proporcionado por los rayos y la cuadrícula a la manera de cofres del techo de la *Sala del Juicio*, así como también los prismas modificados de las casas a la derecha y de los ejes acanalados de las columnas así como de los escalones del trono de Pilatos (en la base del cual Piero firmó su obra). Por otra parte, el cuadro presenta una curiosa contradicción que consiste en que a pesar de que muestra una distancia de visión de alrededor de dos y media veces la amplitud del cuadro, el detalle de los trazos es tal que nadie desea mantenerse a esa distancia. Además, se da un detallado tratamiento ilusionista en cosas tales como la reflexión de la luz, desde el manto de seda gris del hombre con su espalda hacia nosotros. El acercamiento hacia el cuadro no parece que tenga el destructivo efecto habitual en el espacio pictórico. En cierta forma se puede pensar que *La Flagelación de Cristo* es un ejemplo del uso de las matemáticas en el arte, pero en otra forma nos dice que, al igual que Masaccio, conocía bien la diferencia entre un teorema y un cuadro.

Piero della Francesca describe el tercer libro de su tratado como un texto que trata con cuerpos cuyas formas más complicadas los hacen *más difíciles*. Entre los cuerpos que

estudia están las bases moldeadas de columnas y sus capiteles decorativos y, sobre todo, las cabezas humanas. Debido a que estas formas son más difíciles, dice Piero, en estos casos usará un método diferente. Dicho método consiste en realidad en el trazo de un gran número de rayos y su aplicación es tan laboriosa que contrasta con la monotonía de las instrucciones de dibujo en el segundo libro.

La primera proposición del tercer libro del tratado de perspectiva es extremadamente simple: se refiere a trazar un cuadrado en perspectiva. La razón de esta elección es que Piero considera que es una buena manera para introducir su método. Como él mismo lo establece:

Ahora, para demostrar el método que intento seguir, daré dos o tres demostraciones para superficies planas, así que a través de ellas podemos llegar más fácilmente a encontrar la degradación de las superficies.

El primer paso es trazar un diagrama del cuadrado en su *forma apropiada*, BCDE, luego elegir el punto A donde estará el ojo, poniéndolo en la distancia de visión requerida. La siguiente instrucción es: *En el punto A se fija un clavo, o si se quiere una aguja con hilo de seda muy fino; sería bueno tener un cabello de la cola de un caballo, particularmente donde tiene que apoyarse la regla ...*

Esto es lo primero que escuchamos acerca de los clavos y de las tiras de madera y papel para marcar las posiciones de los puntos que son indispensables en este tercer libro (figura 53).

En el ejemplo del libro III el cuadrado está colocado un poco atrás del plano del cuadro, aunque con un lado paralelo a la línea base, mientras que en el libro I resulta que un lado del cuadro, el lado BC, se encuentra a lo largo de la línea de base. Además, en el libro III, el punto en el cuadro del plano opuesto directamente al punto en el suelo verticalmente por abajo del ojo está incluido en los diagramas y se le dio el nombre de M.

Después de trazar el cuadrado, Piero considera ahora el octágono regular con un lado paralelo a la línea de base pero al igual que en el cuadrado se queda un poco atrás. Aquí asume que el lector ya sabe cómo cambiar un cuadrado en un octágono regular cortando sus esquinas (esto es, tomar la mitad de la longitud de la diagonal del cuadrado, y tomando cada uno de los vértices del cuadrado como centros, se marca esta longitud en cada uno de los lados. Los ocho puntos así obtenidos son los vértices del octágono regular requerido). Después del octágono va a considerar cuatro círculos concéntricos. Cada círculo está dividido en doce partes iguales, y la construcción en perspectiva se realizó para los cuatro dodecágonos regulares concéntricos. Esto no implica que él no supiera que los círculos degradados eran elipses; para trazar una elipse necesitaba conocer sus dos ejes y luego poner un instrumento de trazo apropiado. Los instrumentos para trazar elipses

eran bien conocidos entre los matemáticos de la época. Después de los círculos se habla de cuerpos sólidos, que incluyen a un cubo bajo una orientación general (proposición 5), una base de columnas con molduras (proposición 6), luego un capitel de columna parecido a aquellos mostrados en la escena de *La Anunciación* (figura 40) y *La Flagelación de Cristo* (figura 51). La figura 54 muestra el capitel terminado, con dos series de ocho *reglas* de papel para la altura hacia la izquierda y derecha y con diez *reglas* de madera para la amplitud por abajo de esto. Las *reglas* tienen letras para mostrar cuáles van con cuáles y los puntos, además del central *m* han sido numerados.

Luego viene la cabeza humana. El dibujo en perspectiva completo de la cabeza humana (figura 55) es acompañado por las reglas parecidas a aquéllas del capitel, pero con sus puntos más juntos. Se puede hacer una comparación con la cabeza de tamaño real en el fresco de *La Resurrección de Cristo* (figura 56). Después de esto los tres ejemplos restantes del tratado tratan con un domo cuya mitad está cubierta de lozas del tipo de cofres y dos pinturas engañosas: la primera es un globo que parece que se levanta de la tabla en la cual está pintado, y la segunda es un anillo (del tipo usado para suspender lámparas) que parece que cuelga hacia abajo desde una bóveda.

Tanto para Piero como para Masaccio las muestras de virtuosidad en el uso de la perspectiva no deben ser confundidas con la creencia de que la perspectiva matemáticamente correcta es de abrumadora importancia al estructurar los cuadros. Resulta claro que tanto para Piero como para Masaccio la perspectiva tiene la intención de

que se observe como si estuviera correcta, y esto no implica que esté realizada correctamente desde el punto de vista matemático.

El tratado de Piero no fue impreso en el Renacimiento, pero circuló en manuscrito, y al igual que su trabajo sobre álgebra, fue utilizado, plagiado, diríase ahora parcialmente en los trabajos de otros. En el siglo XVI fue recordado como un matemático competente y no fue tan admirado como pintor. Los gustos y los estilos para pintar han cambiado, haciendo que nuestro siglo admire enormemente a Piero, en gran medida por su manejo de perspectivas correctas.

CAPÍTULO IV

LA TEORÍA DE LAS PROPORCIONES HUMANAS COMO REFLEJO DE LA HISTORIA DE LOS ESTILOS

En este capítulo analizaremos la historia de los cánones de las proporciones del cuerpo humano, ya que no sólo tiene importancia saber si determinados artistas o períodos artísticos tendieron a adherirse o no a un sistema de proporciones, sino que también resulta relevante la forma de tratar esta cuestión, pues sería un error suponer que las teorías de las proporciones permanecen inalteradas en el tiempo. Existe una diferencia fundamental entre el sistema de proporciones de los egipcios y el método de Políclito, entre el procedimiento de Leonardo y el seguido durante la Edad Media; se trata de una diferencia grande y de tal índole que refleja las diferencias básicas entre todos ellos. Por dicha razón resulta importante examinar los diversos sistemas de proporciones que se nos presentan y comprender su significado, y no sólo apreciar la apariencia identificando las expresiones de una misma intención artística, también llamada *Kunstwollen* por la escuela de pensamiento a la que se adhieren autores como Panofsky, y que se cumple tanto en edificios, esculturas y pinturas de un período determinado.

Por teoría de las proporciones, si habremos de comenzar con una definición, nos referimos a un sistema para establecer las relaciones matemáticas, en términos de magnitudes lineales, entre los diversos miembros de un ser vivo, en particular de los seres

humanos y en la medida de que estos seres son concebidos como objetos de una representación artística. Así, las relaciones matemáticas podrían expresarse mediante la división de un todo, o también en términos de la multiplicación de una unidad. Existe gran diferencia entre la pregunta ¿cuál es la relación normal entre el largo del antebrazo y el largo del cuerpo entero en una persona que se mantiene erguida e inmóvil ante mí? y la pregunta ¿con qué escala representaré en mi lienzo o bloque de mármol el largo que corresponde al antebrazo en relación con el largo de lo que corresponde al cuerpo entero? La primera cuestión se refiere a las proporciones *objetivas*, es decir se trata de una pregunta que debe responderse antes de iniciar la actividad artística; la segunda pregunta se refiere a proporciones *técnicas* y se responde a lo largo del propio proceso artístico, en particular en el caso de la técnica perspectivista.

Se contemplan entonces tres posibilidades diferentes de buscar una *Teoría de las dimensiones humanas*. Dicha teoría puede optar por el establecimiento de las proporciones *objetivas* sin preocuparse de su relación con las *técnicas*, o bien por el establecimiento de las proporciones *técnicas* sin preocuparse de su relación con las *objetivas*; por último, se puede considerar lo uno y lo otro, a saber, cuándo las proporciones *técnicas* y *objetivas* coinciden entre sí. Existen tres condiciones que se oponen a la coincidencia de las dimensiones *técnicas* y *objetivas*. Como se verá el arte egipcio ignoró totalmente a las tres. Éstas son: en primer término el hecho de que en un cuerpo orgánico cada movimiento cambia las dimensiones del miembro en acción, así

como las de las otras partes; en segundo lugar el hecho de que el artista, de conformidad con las condiciones normales de visión, ve al modelo con cierto escorzo; por último, cuando un espectador potencial ve igualmente la obra acabada con escorzo, que en caso de ser considerable (como en el caso de esculturas situadas por arriba del nivel del ojo) debe ser compensado con una violación deliberada de las proporciones que objetivamente son correctas.

Así, la teoría egipcia de las proporciones podía hacer caso omiso de la necesidad de decidir si tenía por objeto establecer las dimensiones *objetivas* o las *técnicas*, si aspiraba a ser antropometría o teoría de la construcción; y sin embargo era necesariamente ambas a la vez. Esto en función de que determinar las proporciones objetivas de un sujeto es reducir su alto, ancho y espesor a magnitudes mesurables, es decir, sólo significa establecer sus dimensiones en cuanto a elevación o medida frontal, elevación lateral y del plano de base. Como una representación egipcia se limitaba a estos tres planos, las proporciones *técnicas* eran necesariamente idénticas a las *objetivas*; si el artista egipcio suponía que la extensión total de una figura humana se dividía en 18 o 22 unidades y sabía, además, que el largo del pie equivalía a 3 o $3\frac{1}{2}$ de dichas unidades, y el largo de la pantorrilla a 5, sabía entonces las magnitudes que tenía que marcar en la base de su pintura o en la superficie de su bloque. Mediante muchos ejemplos que nos han llegado sabemos que los egipcios efectuaban esta subdivisión de la piedra o la superficie del muro mediante el trazo de una *red* de cuadros iguales; y que empleaban esa red no sólo para la

representación de seres humanos sino también para la de los animales que desempeñaban un papel tan importante en su arte.

El propósito de la red se advertirá mejor si la comparamos con el sistema engañosamente semejante de cuadrados que utiliza el artista moderno para trasladar su composición de una superficie pequeña a otra mayor. En tanto que este procedimiento presupone un dibujo preliminar al que luego se superponen líneas horizontales y verticales en sitios escogidos arbitrariamente, la red utilizada por el artista egipcio precede al dibujo y predetermina el producto final. Con sus líneas más significativas, fijadas permanentemente en puntos específicos del cuerpo humano, la red egipcia señala inmediatamente al pintor cómo ha de organizar su figura; el artista sabe desde un principio que debe poner el tobillo en la primera línea horizontal, la rodilla en la sexta, los hombros en la décimo sexta etc. (figura 57). En resumen, la red egipcia no tiene un significado de traslación de una superficie a otra sino más bien constructivo, y su utilidad se extendía desde el establecimiento de dimensiones hasta la definición del movimiento. El método egipcio de utilización de una teoría de las proporciones refleja claramente su *Kunstwollen*, orientado no hacia lo variable sino hacia lo constante, no a la simbolización del presente vital, sino a la realización de una intemporalidad. De hecho sabemos que la escultura sepulcral egipcia no estaba destinada a simular una vida propia sino a servir como sustrato material de otra vida, la vida del espíritu *ka*. Por otra parte, en tanto que para los griegos la efigie plástica conmemora un ser humano que vivió, para los egipcios es un cuerpo que espera la resurrección, y si para los griegos la obra de arte existe en una

esfera de idealidad estética, para los egipcios se localiza en una esfera de realidad mágica. Esto permite sugerir que para los griegos la meta del artista es la imitación y que para los egipcios es la reconstrucción.

Observando un dibujo preliminar para la escultura de una esfinge (figura 58), vemos que en él se utilizan tres redes diferentes, necesarias las tres, pues esta esfinge que sostiene entre sus garras la figurilla de una diosa está integrada por tres partes heterogéneas, cada una de las cuales exige su propio sistema de construcción: el cuerpo de un león, cuyas proporciones son fieles al canon apropiado para esta especie de animal, la cabeza humana y la pequeña diosa que se basa en el canon común de veintidós cuadrados para la figura humana completa. Así, la criatura por representar es una *reconstrucción* montada con tres integrantes, cada uno de los cuales está concebido y proporcionado exactamente como si estuviera aislado del resto de los elementos que aparecen representados. Es evidente que la preocupación geométrica no apunta hacia la producción de una sensación visual de profundidad, sino sólo a la obtención de las proporciones correctas entre los elementos que integran el cuadro.

Los principios del arte griego antiguo eran similares a los de los egipcios; el desarrollo del arte clásico consistió en la aceptación como valores artísticos positivos justamente aquéllos que los egipcios habían pasado por alto o negado. El arte griego clásico tomó en consideración el cambio de las dimensiones como resultado del

movimiento de los cuerpos, el escorzo que resultaba del proceso de la visión y la necesidad de corregir, en ciertos casos, la impresión óptica del espectador mediante ajustes eurítmicos.

Leemos por ejemplo lo que Galeno decía:

Crisipo sostiene que la belleza no consiste en los elementos sino en la proporción armoniosa de las partes, la proporción entre un dedo y otro, la de todos los dedos y el resto de la mano, la del resto de la mano y de la muñeca, la de ésta con el antebrazo, las del antebrazo con el brazo entero; en resumen, las de todas las partes con todas las demás, según está escrito en el canon de Políclito.

[Panofsky, *Artes Visuales*, 66-67]

En primer lugar este pasaje confirma lo que se sospechaba de antemano; es decir, que el canon de Políclito poseía un carácter puramente antropométrico, esto es, que su finalidad no era facilitar el tratamiento de la composición en bloques de piedra o en superficies murales, sino exclusivamente averiguar las proporciones *objetivas* del ser humano sin predeterminedar en absoluto las medidas *técnicas*. Al artista que se atenía a este canon no se le exigía abstenerse de introducir variaciones anatómicas, o de emplear el escorzo o incluso, si fuera necesario, ajustar las dimensiones de su figura a la experiencia visual del espectador. En segundo lugar el testimonio de Galeno caracteriza la teoría de

las proporciones de Políclito como *orgánica*, es decir, que tiene vida y está sujeta a cambios.

Como ya se dijo, el artista egipcio construía primeramente una red de cuadrados iguales, e insertaba en dicha red los contornos de su figura, preocupándose poco porque cada línea de la red coincidiera con una de las articulaciones orgánicamente significativas del cuerpo. Podemos observar, por ejemplo, que dentro del *canon tardío* (figura 57) las horizontales 2, 3, 7, 8, 9 y 15 pasan por puntos completamente insignificantes. Por su parte, el artista griego procedía del modo opuesto. No partía de una red construida mecánicamente a la que adaptara luego la figura; comenzaba, en cambio, con la figura humana, diferenciada orgánicamente en torso, miembros y partes de miembros, y posteriormente trataba de determinar de qué modo se relacionaban dichas partes entre sí y en conjunto. Cuando, según Galeno, Políclito describía la proporción adecuada entre dedo y dedo... esto significaba que la teoría griega clásica de las proporciones había desechado la noción de construir el cuerpo sobre la base de un módulo absoluto, como si se tratara de bloques pequeños e iguales de construcción, procurando establecer relaciones entre los miembros y el cuerpo entero. Visto así, no es un principio de identidad mecánica, sino un principio de diferenciación orgánica lo que constituye la base del canon de Políclito. Todas las dimensiones de estas figuras están expresadas en fracciones del largo total y la fracción es, en realidad, el único símbolo matemático legítimo.

El pasaje transmitido por Galeno muestra que también Políclito expresaba la medida de una parte más pequeña como fracción de una cantidad mayor, y que no pensaba en expresar las dimensiones como múltiplos de un *módulo* constante. No es accidental que Vitrubio, el único escritor antiguo de quien nos hallan llegado algunos datos numéricos referentes a las proporciones humanas, los formule exclusivamente como fracciones del largo del cuerpo, y se ha establecido que también en Políclito las dimensiones de las partes más importantes del cuerpo son expresables como tales fracciones.

Las medidas de las que Vitrubio habla son las siguientes:

- a) Cara (desde el nacimiento del pelo hasta la barbilla): $1/10$ (del largo total).
- b) Mano (desde la muñeca hasta la yema del dedo del corazón): $1/10$
- c) Cabeza (desde la coronilla hasta la barbilla): $1/8$
- d) Nacimiento de la garganta hasta nacimiento del pelo: $1/6$
- e) Nacimiento de la garganta hasta la coronilla: $1/4$
- f) Largo del pie: $1/6$
- g) Cúbito: $1/4$
- h) Ancho del tórax: $1/4$

No hay que confundir la traducción griega de *dedo*, *Saktylos*, como si ésta indicara un sistema de módulo o unidad de medida; ésta sólo se refiere a la parte más pequeña del cuerpo que hay que medir.

**ESTA TESIS NO DEBE
SALIR DE LA BIBLIOTECA**

Además, se especificaba que la cara está dividida en tres partes iguales (frente, nariz, parte inferior que incluye boca y barbilla) y que el cuerpo entero, erguido y con los brazos extendidos, cabe en un cuadrado; y que cuando está con todas las extremidades extendidas cabe en un círculo, descrito alrededor del ombligo. Hay que notar que las indicaciones (a) y (c) están en contradicción con las indicaciones (d) y (e), según las cuales quedaría para la parte superior del cráneo $1/12$ en vez de $1/40$. Como sólo la última cifra puede ser correcta, el texto debe estar mal en la indicación (d) o (e), de aquí que los teóricos del Renacimiento (como por ejemplo, Leonardo) introdujeran diversas correcciones sobre este particular.

El carácter antropométrico y orgánico de la teoría clásica de las proporciones está ligado intrínsecamente con una tercera característica, a saber, la estética. En tanto que el sistema egipcio sólo aspira a reducir-lo convencional a una fórmula fija, el canon de Policlito pretende captar la belleza. Así, el canon de Policlito estaba destinado a establecer una *ley* de la estética, y es perfectamente característico del pensamiento clásico que sólo pudiera imaginar tal *ley* en forma de relaciones expresables en términos de fracciones. La estética clásica identificó el principio de la belleza con la consonancia de las partes entre sí y con la totalidad.

Diodoro de Sicilia nos refiere la siguiente historia: en tiempos antiguos dos escultores, Telekles y Theodoros, hicieron una estatua votiva separada en dos partes. En

tanto que el primero trabajó su porción en Samos, el segundo hizo la suya en Éfeso, y al unir las dos partes coincidían perfectamente. Este método de trabajo era común entre los egipcios, pues entre ellos las proporciones de la estatua no estaban determinadas como entre los griegos, con arreglo a la experiencia visual, sino que tan pronto se extraían, dividían y preparaban las piedras, se establecían inmediatamente las proporciones desde las partes más grandes hasta las más pequeñas.

En Egipto, según cuenta Diodoro, la estructura entera del cuerpo estaba subdividida en $2\frac{1}{4}$ partes iguales; por esto, cuando quedaba decidido el tamaño de la figura que se produciría, los artistas podían dividirse la labor aunque trabajaran en diferentes lugares, logrando una unión exacta de las partes. Ciertamente o no el contenido de esta historia, el hecho es que demuestra una comprensión de la diferencia no sólo entre el arte egipcio y el arte griego clásico, sino también entre las teorías de las proporciones mantenidas en Egipto y las que prevalecían en la Grecia clásica.

Lo que Diodoro quiere hacer ver es que para los egipcios el canon de proporciones era, en sí mismo, suficiente para predeterminar el resultado final; en tanto que desde el punto de vista de los griegos hacía falta algo completamente diferente además del canon, a saber, la observación visual. Quiere destacar que el escultor egipcio, como un albañil, no necesitaba nada más que las dimensiones para fabricar su obra y que, dependiendo completamente de ellas, podía reproducir (o mejor dicho producir) las figuras en cualquier sitio y en cualquier número de partes, en tanto que el artista griego no podía aplicar inmediatamente el canon a su bloque, sino que debía consultar con un *precepto visual* que

tomara en cuenta la flexibilidad orgánica del cuerpo por representar, la diversidad de los escorzos que se presentan a la vista del artista y, posiblemente, hasta las circunstancias particulares en que puede verse la obra acabada. Todo esto somete al sistema canónico de medidas a incontables alteraciones cuando se pone en práctica. El contraste que la historia de Diodoro se propone destacar es un contraste entre *reconstrucción e imitación*, entre un arte totalmente regido por un código mecánico y matemático, y un arte en el cual, pese a la adhesión a la norma, queda todavía la oportunidad de la libertad artística.

El estilo del arte medieval, para diferenciarlo del estilo de la antigüedad clásica, es comúnmente denominado como *plano*. Sin embargo, en comparación con el arte egipcio, sólo puede caracterizarse de *aplanado*, pues la diferencia entre lo *plano* egipcio y lo medieval consiste en que en el primero los motivos de profundidad quedan totalmente suprimidos, en el segundo se hallan simplemente despreciados. Los egipcios excluyen categóricamente las direcciones de tres cuartos de perfil y oblicuas del torso y los miembros; por su parte el estilo medieval admite uno y otro (de hecho los tres cuartos de perfil es la norma, en tanto que el perfil entero y la vista puramente de frente son la excepción). Así, en el arte medieval hay toda clase de formas que, desde un punto de vista puramente técnico, pueden describirse como *escorzadas*, pero como su efecto no está apoyado por medios ópticos, no nos dan la impresión de *escorzos* en el sentido en que se emplea correctamente esta expresión. Dicho de otra manera, los tamaños y las formas de los diferentes elementos que aparecen en la pintura no están ligados entre sí mediante

ninguna técnica que permite establecer tamaños relativos correctos. En estas condiciones era necesario orientar la teoría de las proporciones hacia nuevas metas.

La teoría egipcia de las proporciones, que identifica las dimensiones *técnicas* con las *objetivas*, había sido capaz de conjugar las características de la antropometría con las de un sistema de construcción; la teoría griega, suprimiendo esta identidad de las proporciones, se había visto obligada a renunciar a la ambición de determinar las dimensiones *técnicas*. A su vez, el sistema medieval renunció a la ambición de determinar las *objetivas*, y se limitó a organizar el aspecto plano de las pinturas. En resumen, el método egipcio era constructivo; el método de la antigüedad clásica era antropométrico; el método de la Edad Media se puede clasificar de esquemático.

Dentro de esta teoría medieval de las proporciones dos tendencias pueden observarse: la bizantina y la gótica. La teoría bizantina de las proporciones fue también de extraordinaria importancia para occidente, pues revela los efectos secundarios de la tradición clásica, ya que elaboró su esquema tomando la articulación orgánica del cuerpo humano como punto de partida y aceptó el hecho fundamental de que las partes del cuerpo están separadas por naturaleza. Pero no fue nada apegada a lo clásico al aceptar que las medidas de dichas partes no se expresan mediante fracciones, sino mediante una aplicación algo rudimentaria del sistema de la unidad o el módulo. Se sabe que se expresan en largos de la cabeza, o para mayor exactitud, de la cara, y por lo común el largo total del cuerpo era de nueve de estas unidades. Así, de acuerdo con el *Manual del*

pintor de Monte Athos, se asigna 1 unidad al rostro, 3 al torso, 2 a las partes superior e inferior de la pierna respectivamente, $1/3$ al largo del pie y $1/3$ a la garganta; se establece que el ancho de la mitad del tórax (incluyendo la curva de los hombros) es de $11/3$ unidades, en tanto que los largos interiores del antebrazo y el brazo, así como el largo de la mano, son equivalentes a 1. Estas especificaciones son totalmente análogas a las transmitidas por Cennino Cennini. Sus datos concuerdan con los del canon de Monte Athos en todo sentido, excepto que la longitud del torso (3 veces el largo de la cara) se subdivide en dos puntos específicos, la boca del estómago y el ombligo, y que el alto de la punta de la cabeza no se fija expresamente en $1/3$ de unidad, de modo que sin esto resulta un largo total de sólo $8 \frac{2}{3}$ de cara. A partir de entonces el canon bizantino de los nueve largos de cara penetró en la teoría del arte de los períodos siguientes, a veces sin ninguna modificación, como es el caso de Pomponio Gaurico (*Sobre la escultura*), y a veces con leves modificaciones como en el caso de Ghiberti.

Puede demostrarse la existencia en Arabia de los antecedentes de la tradición representada por el *Manual del pintor de Monte Athos* y el tratado de Cennini conocido como *El Libro dell'arte*. En los escritos de la *Cofradía de la pureza*, hermandad de eruditos árabes que floreció en los siglos noveno y décimo, encontramos un sistema de proporciones que se anticipa a los que examinamos al expresar las dimensiones del cuerpo mediante una unidad o módulo bastante grande. En sí el canon de la *Cofradía de la pureza* nada tiene que ver con prácticas artísticas; forma parte de una cosmología

armonista y no se suponía que debiera proporcionar un método para la representación pictórica de la figura humana, sino que estaba destinado a permitir ver una vasta armonía que unifica todas las partes del cosmos mediante correspondencias numéricas.

La teoría bizantina de las proporciones se hizo cargo de determinar las medidas de los detalles de la cabeza en términos del sistema modular, tomando como unidad el largo de la nariz ($1/3$ del largo de la cara). El largo de la nariz es igual (según el *Manual de Monte Athos*) no sólo al alto de la frente y la parte inferior de la cara (lo que concuerda con el canon de Vitrubio, expresado en *Los diez libros de arquitectura*, y con la mayor parte de los cánones del Renacimiento), sino también al alto de la parte superior de la cabeza, la distancia entre la punta de la nariz y el ángulo del ojo, y el largo hasta el nacimiento del tórax. Así, cuando las medidas de la cabeza, tanto horizontales como verticales, eran expresadas como múltiplos de una unidad constante, *el largo de la nariz*, fue posible determinar la configuración entera mediante tres círculos concéntricos que tenían su centro común en el nacimiento de la nariz. El de más adentro (con el largo de una nariz como radio) delinea la frente y las mejillas; el segundo (con el largo de dos narices como radio) da las medidas exteriores de la cabeza, incluido el cabello, y define el límite inferior del rostro; el más externo (con el largo de tres narices como radio) pasa por el nacimiento del cuello y por lo general también forma el halo (figura 59).

Este método determina automáticamente la altura y anchura exageradas del cráneo, que en las figuras de este estilo crean la impresión desde una vista desde arriba, pero que

de hecho puede atribuirse al uso de lo que cabe llamar el *plan bizantino de los tres círculos*.

El sistema gótico sirve casi exclusivamente para determinar los contornos y las direcciones del movimiento. Uno de los personajes más importantes de la época, en lo que se refiere a arquitectura, es Villard de Honnecourt, autor de textos sobre el estilo gótico que aún se conservan. Lo que Villard de Honnecourt quiere transmitir está poco vinculado con la medición de las proporciones y desde un comienzo hace caso omiso de la estructura natural del organismo [Du Colombier, *Cathédrales*]. Aquí la figura ya no se *mide* en términos absolutos, ni siquiera de acuerdo con largos de cabeza o de cara; el esquema renuncia casi completamente al objeto. El sistema de líneas está superpuesto a la forma humana como un marco de alambre independiente. Las líneas rectas son líneas orientadoras más que líneas de medición; no siempre van con las dimensiones naturales del cuerpo, sólo determinan la apariencia de la figura en la medida en que su posición indica la dirección en que se supone se mueven los miembros y en la medida en que sus puntos de intersección coinciden con puntos particulares y característicos de la figura. Así, la figura masculina erecta (figura 60), resulta de una construcción que no tiene absolutamente ninguna relación con la estructura orgánica del cuerpo. La figura está inscrita en un pentagrama alargado verticalmente cuyo vértice superior está sin desarrollar y cuyo flanco horizontal AB es aproximadamente igual a un tercio de los flancos AH y BG; dichos puntos A y B coinciden con las articulaciones de los hombros, G y H con los

talones; J, el punto medio de la línea AB, determina la ubicación del nacimiento del cuello, y los puntos que dividen los flancos largos (C, D, E, F) determinan respectivamente la ubicación de la cadera y las articulaciones de la rodilla. Hasta las cabezas de seres humanos y de animales están construidas con base en círculos, triángulos o incluso con el citado pentagrama, el cual en sí mismo es completamente ajeno a la naturaleza de la cabeza. Las figuras de animales están montadas en forma totalmente inorgánica a partir de triángulos, cuadrados y arcos circulares (figura 61).

Sólo en el Renacimiento italiano volvieron a unirse las dos corrientes (la *objetiva* y la *técnica*), en una etapa en que la escultura y la pintura comenzaron a lograr la posición de *artes liberales* gracias a los tratados de Alberti, de Cennini y de Piero della Francesca, y a que los artistas trataron de asimilar la cultura científica de su época. La teoría de las proporciones humanas se concibió como un requisito previo de la producción artística y como expresión de la armonía preestablecida entre el microcosmos y el macrocosmos, viéndola además como la base racional de la belleza. Podríamos decir que el Renacimiento fusionó la interpretación cosmológica de la teoría de las proporciones con la noción de simetría en un principio fundamental de perfección estética [Eco, *Art and Beauty*, 28-42].

Quizás la teoría de las proporciones resultó tan valiosa para el pensamiento del Renacimiento precisamente porque sólo esta teoría (matemática y especulativa al mismo

tiempo) podía satisfacer las necesidades espirituales tan dispares de la época. Santificada así la teoría de las proporciones alcanzó un prestigio inaudito. Las proporciones del cuerpo humano eran alabadas como realización visual de la armonía musical; se les redujo a principios aritméticos o geométricos, se les vinculó con diversos dioses clásicos y se llevaron a cabo nuevos intentos por identificar las proporciones humanas con las de edificios y partes de edificios (según una observación de Vitrubio), a fin de demostrar la simetría arquitectónica del cuerpo humano y la vitalidad antropomórfica de la arquitectura [Sennet, *Flesh and stone*, 101-120].

Este gran aprecio por la teoría de las proporciones no siempre iba acompañado por el deseo de perfeccionar sus métodos, a menudo eran sólo una reproducción del sistema de nueve unidades ya conocido de Cennini. Por lo que se refiere a conocimiento sólido y procedimiento metódico, sólo dos teóricos dieron pasos decisivos hacia el desarrollo de la teoría de las proporciones más allá de las normas medievales: Leon Battista Alberti y Leonardo da Vinci [Gadol, *Universal Man*, 75-91; Richter, *The Notebooks*, 145-149]. Ambos, insatisfechos los datos inadecuados de Vitrubio y de sus propios precursores, dejaron de lado la tradición y optaron por una experiencia apoyada en la observación cuidadosa de la naturaleza y enfocaron el cuerpo humano vivo con compás y regla; y entre una multitud de modelos escogieron a aquéllos que a su juicio y en opinión de personas competentes se estimaban más bellos.

El propósito de Alberti y de Leonardo era descubrir lo ideal para definir lo normal, y en vez de determinar las dimensiones sólo aproximadamente, procuraron llegar al ideal

de una antropometría puramente científica ajustándola con gran exactitud a la estructura natural del cuerpo, no sólo en altura, sino también en anchura y profundidad. Así, Alberti y Leonardo complementaron una práctica artística que se había liberado de restricciones medievales, con una teoría de las proporciones que no se limitó en proporcionar al artista un esquema plano. A partir de ello se desarrolló una teoría que estaba basada en la observación empírica y que era capaz de definir la figura humana normal en su forma orgánica y con base en la tridimensionalidad. Alberti, liberado de la tradición, se apoyó en el enunciado de Vitrubio según el cual el pie es igual a un sexto del largo total del cuerpo; a partir de ello propuso un nuevo sistema de medición que llamó *Exempeda*. Éste dividía el largo total en seis *pedes* (pies), sesenta *unceolae* (pulgadas) y seiscientas *minutae*; así se pueden obtener fácil y al mismo tiempo con exactitud las medidas tomadas del modelo vivo (figura 62) y las cantidades podían ser sumadas o restadas como fracciones. Las ventajas de este nuevo sistema son obvias ya que las unidades tradicionales de cabezas y caras eran demasiado grandes para la medición detallada. Expresar las medidas en fracciones del largo total resultaba incómodo porque es imposible (sin una gran experiencia) determinar cuántas veces una longitud desconocida está contenida en una conocida. Los resultados alcanzados por Alberti son algo cortos, pues constan de una sola tabla de medidas que Alberti afirma haber verificado sobre un número considerable de personas diferentes [Alberti, *De Statua*].

En lugar de perfeccionar el método de medición , Leonardo consagró su atención a la ampliación del campo de observación.

Al ocuparse de proporciones humanas siguió un poco el modelo de Vitrubio y no rechazó el método de fraccionar el cuerpo en nueve o diez medidas de la cara. No obstante lo anterior extendió, los objetivos mismos de la antropometría en una dirección nueva: se dedicó a la investigación sistemática de aquellos procesos mecánicos y anatómicos mediante los cuales las dimensiones objetivas del cuerpo humano erecto y en reposo se modifican de una u otra forma, fusionando con esto la teoría de las proporciones humanas con una teoría del movimiento humano [Richter, *The Notebooks*, 149-158]. Determinó el engrosamiento de las coyunturas en flexión o la dilatación y contracción de los músculos que corresponden a las acciones de encoger o estirar las rodillas o los codos.

Se ha visto repetidamente que había tres circunstancias que podían obligar al artista a hacer una distinción entre las proporciones *técnicas* y las *objetivas*, a saber: la influencia del movimiento orgánico, la influencia del escorzo y la preocupación por la impresión visual del espectador. Estos tres factores de variación tienen una cosa en común, todos ellos presuponen el reconocimiento artístico de la subjetividad. El movimiento introduce en el cálculo de la composición artística la voluntad subjetiva y las emociones subjetivas de la cosa representada; el escorzo toma en cuenta la experiencia visual subjetiva del artista; a su vez, los ajustes *eurítmicos* que alteran lo que es exacto en favor de lo que parece exacto, que es la experiencia visual subjetiva de un espectador potencial. Y es aquí

en el Renacimiento que por primera vez no sólo se afirman sino que se legitiman estas tres formas de subjetividad. Fue pues una innovación fundamental la del Renacimiento el complementar la antropometría con una teoría fisiológica y psicológica del movimiento a la par que con una teoría matemáticamente exacta de la perspectiva.

Los planteamientos fueron continuados por otros autores, siendo Durero uno de los más importantes pues llevó al norte de Europa las ideas que florecían en la cuna de la cultura renacentista. Alberto Durero aspiraba a determinar al mismo tiempo la postura, el movimiento, el contorno y las proporciones. Sin embargo, la influencia de Leonardo y de Alberti llevó a Durero hacia una ciencia puramente antropométrica que a su juicio poseía un valor educativo más que práctico; el resultado de ello fue que Durero empleara el método clásico y el de Leonardo de las fracciones (figura 63) en los libros que publicó bajo el título de *Vier Bücher von menschlicher proportion*. Conforme continuó su dominio de las artes visuales, Durero se alejó cada vez más de la ambición de descubrir un canon ideal de belleza y emprendió una tarea más laboriosa que fue la de establecer diversos *tipos* característicos. Con este afán recopiló no menos de veintiséis series de proporciones, además de todas las instrucciones para el dibujo de personas adultas masculinas y femeninas de varias alturas y en diferentes posturas; aplicó esto mismo a un infante, dio medidas detalladas de las cabezas, las manos y los pies. Insatisfecho todavía con esto, indicó procesos para hacer variar más estos modelos a fin de captar hasta lo anormal y lo grotesco mediante métodos estrictamente geométricos (figura 64).

Así mismo, Durero procuró completar su teoría de la medición con una teoría del movimiento, la cual resultó bastante artificial y mecánica debido a su carencia de conocimientos anatómicos y fisiológicos. Los *Vier Bücher von menschlicher proportion* de Durero marcan una cima que la teoría de las proporciones nunca había alcanzado hasta entonces, y que nunca volvería a alcanzar, y marca también el comienzo de su decadencia. Por su misma exactitud y complejidad sus investigaciones se alejaron más y más de los límites de la utilidad artística y finalmente perdieron casi toda vinculación con la práctica de los artistas (tomemos en cuenta que la unidad mínima en su sistema métrico, la llamada *partícula*, era menor que un milímetro; se hace entonces evidente el abismo entre la teoría y la práctica). La exactitud de su trabajo se puede constatar en el dibujo de una esfera en la que sitúa las tierras hasta entonces conocidas y en la que muestra su maestría en el manejo de la perspectiva y de las proporciones [Whitfield, *Images of the World*, 52-53].

Este desarrollo final de la teoría de las proporciones corresponde a la evolución general del arte. El valor y la significación artística de una teoría relativa exclusivamente a las dimensiones objetivas de los cuerpos tenía necesariamente que depender de que se reconociera o no como objetivo esencial de la actividad artística a la representación de dichos objetos. Su importancia estaba predestinada a disminuir en la misma proporción en que el talento artístico empezara a hacer hincapié en la concepción subjetiva del objeto antes que en el objeto mismo. Por la misma razón, la sujeción total de una pintura a las leyes de la perspectiva comenzaría a perder fuerza, pasando a ser uno más de los

elementos que integraban a la obra artística y que con el tiempo llegaría a ser prescindible.
El arte ya no tendría como fin imitar a la naturaleza, sino interpretarla.

CONCLUSIONES

Hemos visto hasta aquí un rápido desarrollo de la perspectiva artificial desde la antigüedad y hasta el Renacimiento. En la cultura egipcia vimos cómo el escorzo era relegado y en la mayoría de los casos era evitado. Concluimos en su momento que para esta cultura el significado era más importante que la veracidad visual y que por eso no se vieron en la necesidad de tratar de representar la naturaleza tal y como ésta es percibida físicamente por el ojo. También vimos que la cultura griega fue la primera que sintió la necesidad de una representación en el sentido de *copiar* de la naturaleza así, sus objetos; esta cultura fue la primera que se enfrentó a la difícil tarea de proporcionar reglas precisas para representar objetos y sistemas tridimensionales sobre una superficie (dos dimensiones). Analizamos cómo fue que esta tarea inició con *Pseudo-escorzos*, que no son otra cosa que el producto de la alternancia de detalles frontales y de perfil, ninguno de los cuales se halla escorzado de por sí, y luego presentamos la manera como se llegó a aplicar el escorzo para representar a puertas que se abren y llegar así a Vitrubio, quien atribuyó el principio del dibujo en perspectiva a Demócrito y a Anaxágoras.

Durante el imperio romano nos llamó la atención un mural en el salón de las máscaras donde aparece representado un edificio que da a un jardín (figura 7), y que sin duda se trata de un ejemplo único y anticipado para su época. En este caso el espacio y la

perspectiva de un punto de fuga muestran una correcta concordancia con la que se observa en la naturaleza.

Hemos visto también que esta técnica no evolucionaría del nivel alcanzado por los griegos sino hasta el siglo XIII, en Italia. Con Giotto se observan claras muestras de una búsqueda para manipular el espacio como elemento pictórico y se presentó el primer intento de dar un método de trazo en perspectiva, mismo que se debió a Cennino Cennini. Esta mención no ocupa más que un sólo párrafo. Por ello los pintores tendrían a su disposición un método de perspectiva lineal sólo hasta que los científicos y los artistas coincidieran en sus propósitos. Es así que cuando Brunelleschi muestra su método por medio de dos paneles pintados, da a conocer que el espacio es ya completamente un elemento pictórico en el que el artista puede basarse y modificar a su modo. Lamentablemente no han sobrevivido ninguno de los dos paneles. El análisis de la obra de Alberti muestra que es coherente –si hubiera una lógica de la historia del arte– que en esta etapa al avanzar en la representación espacial se recurriera a la vía matemática. Con el tratado de perspectiva de Alberti el Renacimiento tuvo las condiciones iniciales para una búsqueda efectiva de los métodos que permitirían representar imágenes espacialmente unificadas y sin contradicciones con respecto a las proporciones entre objetos; así fue como las matemáticas sustituyeron a la religión en la transmisión del conocimiento de la naturaleza. Además, con su libro *De la pintura* Alberti ayudó a que se redujeran las distancias entre las artes mecánicas y las liberales. Con ello, una vez más, la matemática habría contribuido a cambiar la forma de contemplar el mundo.

En el capítulo II estudiamos el análisis matemático que la Dra. Field y sus colaboradores realizaron sobre el fresco de *La Trinidad*, y vimos que era un cuadro de impresionante realismo pictórico pero deficiente desde el punto de vista matemático. Pero aun con estas imperfecciones matemáticas no hay duda de que Masaccio salió bien librado: como ilusionismo visual *La Trinidad* sin duda funcionó. Al igual que otros artistas del siglo XV, Masaccio y Piero della Francesca estaban interesados en una forma de verdad que era esencialmente visual, más que matemática. El que cuadros tan impresionantes y visualmente correctos como *La Trinidad* y *La Flagelación* sean defectuosos matemáticamente es el resultado de varias correcciones eurítmicas de lo correcto en favor de lo que parece correcto.

Tanto para Piero como para Masaccio, las muestras de virtuosidad en el uso de la perspectiva no deben ser confundidas con la creencia de que la perspectiva matemáticamente correcta es de abrumadora importancia al estructurar los cuadros.

Resulta claro que tanto para Piero como para Masaccio, la perspectiva tiene la intención de que se observe como si estuviera correcta, lo cual no implica que haya sido realizada correctamente desde el punto de vista matemático. Los gustos y los estilos para pintar han cambiado notablemente haciendo que nuestro siglo admire más a Piero, debido en gran medida a su manejo de perspectivas correctas.

Veamos ahora la opinión de tres estudiosos de la perspectiva. Panofsky, en su *Die Perspektive Symbolische Form*, argumenta que la perspectiva lineal de ningún modo definió la realidad visual de manera concluyente, sino que más bien consistió tan sólo en un enfoque estructural correcto para representar el espacio pictórico que ha llegado a ser considerado propio de la cultura del Renacimiento italiano.

En el siglo XV apareció lo que Panofsky llamó el *espacio sistemático*, que ha sido matemáticamente ordenado, y es infinito y homogéneo. Globalmente, esto es lo que hizo posible el surgimiento de la perspectiva lineal. Así, la perspectiva lineal, fuera o no la *verdad*, se convirtió en la forma simbólica del Renacimiento italiano. La posición de Panofsky no es marcadamente relativista, ya que es más importante entender por qué los artistas del Renacimiento estaban interesados en la perspectiva que determinar si es el método *correcto* de representación de la *verdad*.

En Goodman, la noción de representación es también una defensa del argumento de que la perspectiva no es una norma absoluta de fidelidad, sino uno de los muchos métodos de representación. Según Goodman las representaciones son análogas a las descripciones, y éstas no tienen por qué parecerse a los objetos que describen, ya que puede no existir tal objeto (por ejemplo un unicornio); creo que en los capítulos II y III he aportado los elementos para refutar el relativismo radical de Goodman y he puesto a consideración argumentos que apuntan a que la perspectiva no es una aplicación

minuciosa del sistema geométrico de la proyección central, sino que más bien es un sistema geométrico moderado capaz de ser modificado por el artista en una circunstancia dada. Recordemos que tanto Masaccio como Piero hicieron correcciones eurítmicas de lo correcto por lo que parecía correcto, y ambos conocían bien la diferencia entre un teorema y una pintura.

Por su parte, Gablik ha propuesto una *ley* para la evolución del arte, a saber, que la evolución de la sabiduría cultural es paralela al desarrollo del individuo. Gablik destaca únicamente una de las metas de la perspectiva del Renacimiento, y que es la representación de objetos en el espacio. Supone además que el arte no puede alcanzar esta meta sin ser rígido e inflexible, pero sólo puede mantener su argumento si consigue demostrar que los artistas del Renacimiento hicieron un uso rígido y concreto de la perspectiva. Por lo que hasta ahora he expuesto resulta claro que esto no es cierto; notemos además que durante el Renacimiento la geometría estuvo siempre subordinada a la percepción. Con tal fin he señalado cómo la geometría de la proyección central se violaba de modo rutinario para contrarrestar los efectos perceptualmente inaceptables.

Sin lugar a dudas, la perspectiva se utilizó con un propósito de representación, y bajo este aspecto permaneció vinculada con los objetos concretos a los que servía de representación. Aunque la perspectiva tiene un pronunciado fundamento geométrico y perceptual que en cierto sentido la hace ser el mejor método para representar el espacio sobre una superficie plana, la cuestión de si la perspectiva muestra la *verdad* es mucho

menos importante que la cuestión de cómo los artistas del Renacimiento la pusieron en práctica en un contexto artístico.