



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA
DE MEXICO

FACULTAD DE INGENIERIA

APLICACION DEL CONCEPTO DE
POROELASTICIDAD AL ANALISIS DE ESTABILIDAD
MECANICA DE POZOS

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TITULO DE
INGENIERO PETROLERO

P R E S E N T A :

ENRIQUE AYALA VIVANCO

DIRECTOR DE TESIS: DR. DANIEL GARCIA GAVITO

MEXICO, D. F.

DICIEMBRE 1998

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

CONTENIDO

CONTENIDO	xi
CAPÍTULO I INTRODUCCIÓN	1
CAPÍTULO II ESTABILIDAD MECÁNICA	5
2.1 CAUSAS DE LA INESTABILIDAD	8
2.2 MECANISMOS DE FALLA EN EL AGUJERO Y PROBLEMAS ASOCIADOS	12
2.2.1 Falla por tensión	12
2.2.2 Falla de corte (compresiva)	13
2.2.3 Problemas de estabilidad	14
2.2.3.1 Consecuencias de los problemas de estabilidad	17
2.3 ANÁLISIS DE ESTABILIDAD	19
2.4 FACTORES QUE AFECTAN LA ESTABILIDAD	21
2.4.1 Orientación y magnitud del campo de esfuerzos in situ	21
2.4.2 Mecánica de rocas y propiedades de resistencia	22
2.4.3 Presiones de poro	22
2.4.4 Densidad del fluido de perforación	23
2.5 MODELOS CONSTITUTIVOS	25
2.5.1 Modelo lineal elástico	26
2.5.2 Modelo Elástico-plástico	26
2.5.3 Modelo Rígido-plástico	27
2.5.4 Modelo de elasticidad dependiente del esfuerzo	28
CAPÍTULO III PROPIEDADES MECÁNICAS DE LA FORMACIÓN Y CRITERIOS DE FALLA	31
3.1 ESFUERZOS EN LA FORMACIÓN	32
3.2 PRESIÓN DE PORO	39

3.3 PROPIEDADES MECÁNICAS DE LAS ROCAS	42
3.4 CRITERIOS DE FALLA	48
3.4.1 Aspectos mecánicos de la falla	49
3.4.2 Criterio de falla por tensión	51
3.4.3 Criterios de falla por compresión	52
3.4.4 Criterio de Mohr-Coulomb	54
3.4.5 Resistencia uniaxial a la compresión	60
CAPÍTULO IV MODELOS LINEAL ELÁSTICO Y POROELÁSTICO	61
4.1 ELASTICIDAD LINEAL	61
4.1.1 El tensor de esfuerzos	63
4.1.2 Ecuaciones de equilibrio	64
4.2 POROELASTICIDAD	67
4.2.1 Suspensión de partículas sólidas en un fluido	67
4.2.2 Teoría poroelástica de Biot para propiedades estáticas	69
4.2.3 El concepto de esfuerzo efectivo	76
4.3 ESFUERZOS EN LA PARED DEL AGUJERO	80
4.3.1 Esfuerzos en la pared del agujero en una formación poroelástica	84
CAPÍTULO V DETERMINACIÓN DEL RANGO DE ESTABILIDAD	91
5.1 PARA EL CASO LINEAL ELÁSTICO	91
5.2 PARA EL CASO POROELÁSTICO	94
5.2.1 Pared impermeable	94
5.2.2 Pared permeable	96
5.3 EJEMPLO DE APLICACIÓN	99
CAPÍTULO VI EFECTOS ADICIONALES Y ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD	109
6.1 EFECTOS ADICIONALES	109
6.1.1 Litología de la formación	110
6.1.2 Propiedades del lodo	111

6.1.3 Efectos dependientes del tiempo	115
6.1.4 Efectos de temperatura	117
6.1.5 Aspectos de operación	118
6.1.5.1 Surgencia y suaveo	118
6.1.5.2 Limpieza del agujero	119
6.2 ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD	121
6.2.1 Resultados	122
CAPÍTULO VII CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES	129
NOMENCLATURA	133
BIBLIOGRAFÍA	137
APÉNDICE LISTADO DEL PROGRAMA DE ESTABILIDAD	141

CAPÍTULO I

INTRODUCCIÓN

Durante la perforación de un pozo se genera un cambio en el estado de esfuerzos que existía en la formación. Este estado de esfuerzos original, llamado campo de esfuerzos in situ, sufre alteraciones debido a que una parte de la roca es removida, es decir, se altera el equilibrio mecánico que existía en la roca antes de perforar un pozo. El mayor o menor grado en que este cambio en los esfuerzos afecte la estabilidad mecánica del pozo depende de varios factores, de los cuales tal vez el más importante sea la densidad del fluido de perforación, ya que tenemos un control directo sobre esta.

Cuando se presentan problemas de estabilidad durante la perforación es necesario realizar diversas operaciones y/o utilizar aditivos o equipos especiales para contrarrestarlos o al menos, minimizarlos. Obviamente esto se refleja en pérdida de tiempo y algunas veces, cuando estos problemas llegan a tener consecuencias más serias (reventones, atrapamientos de tubería), hasta en la pérdida del pozo. Esto genera elevados costos anuales adicionales durante las etapas de perforación y producción en todo el mundo.

La inestabilidad se reporta con mayor frecuencia cuando se incrementa la inclinación del agujero, pudiendo provocar el colapso del agujero, así como el fracturamiento de la formación. Es por esto que cada vez toma mayor importancia el determinar con anticipación cualquier cambio significativo en los esfuerzos alrededor del agujero debido a la perforación de un pozo. El conocimiento anticipado de los cambios en los esfuerzos y de las posibles condiciones de falla alrededor del agujero

puede ayudar a los ingenieros de perforación a minimizar los problemas en el agujero, tomando decisiones oportunas sobre cuando modificar la densidad del lodo.

La creciente "popularidad" y demanda de los análisis de estabilidad, los cuales son una herramienta para determinar las densidades mínima y máxima para perforar un pozo sin que se presenten problemas de estabilidad, se origina a partir de las consideraciones económicas y de la perforación cada vez más frecuente, de pozos desviados, horizontales y de alcance extendido.

Un análisis de estabilidad se basa en un modelo constitutivo, el cual trata de representar, a través de ecuaciones, el comportamiento de la roca sometida a esfuerzos, lo que en nuestro caso es la respuesta de la formación a la perforación del pozo. Los modelos más utilizados para determinar la estabilidad mecánica consideran que la respuesta de la roca sometida a esfuerzos puede ser representada a través de un comportamiento lineal elástico. Esta es una buena aproximación del problema, aunque frecuentemente la región de validez para la elasticidad lineal es excedida en situaciones prácticas. La mayoría de las formaciones encontradas en las operaciones petroleras contienen fluido en los poros. La presencia de fluido en los poros o en las grietas de las masas rocosas puede alterar sustancialmente la respuesta a cargas aplicadas o inducidas y por lo tanto, las condiciones de falla. Es claro entonces que la teoría elástica para materiales sólidos no es capaz de describir completamente el comportamiento de tales materiales. Es por esto que consideramos necesario acoplar un modelo práctico que tome en cuenta el concepto de poroelasticidad a un análisis de estabilidad con el fin de determinar su efecto, lo cual es el principal objetivo de este trabajo.

También se pretende dar una idea clara de que es un análisis de estabilidad, así como las causas y efectos de las condiciones de inestabilidad durante la perforación, lo cual se presenta en el Capítulo II.

En el tercer capítulo se abordan las propiedades mecánicas de las rocas, las cuales ayudan a determinar la capacidad de las mismas a resistir esfuerzos, los esfuerzos a los que se encuentra sometida una formación antes de ser perforada, así como el papel que juega la presión de poro en cualquier estudio de sistemas porosos. Por otra parte se mencionarán diferentes criterios utilizados para determinar la ocurrencia de falla.

En el Capítulo IV se presentan las ecuaciones constitutivas tanto del modelo lineal elástico, como del poroelástico, involucrando en este último el efecto del espacio poroso de la roca. En el Capítulo V, llamado "*Determinación del rango de estabilidad*", se aplican las ecuaciones mencionadas a un criterio de falla (Criterio de Mohr-Coulomb) para determinar el rango de estabilidad, es decir, las densidades mínima y máxima para mantener un agujero estable durante la perforación.

En el Capítulo VI se mencionan algunos efectos que también pueden modificar la respuesta normal de una formación durante la perforación. Se presenta un análisis para determinar que variables son las que tienen mayor impacto en la estabilidad de un agujero. En el último capítulo se presentan las conclusiones y recomendaciones generadas por este estudio. Cabe mencionar que el resultado práctico esperado de este estudio es un programa de cómputo que determine la ventana de estabilidad utilizando el modelo propuesto (poroelástico).

FALTA PAGINA

No. 7

CAPÍTULO I

ESTABILIDAD MECÁNICA

Los problemas de estabilidad durante la perforación provocan problemas sustanciales en todas las áreas del mundo, aún en pozos verticales.

En la actualidad, debido a la exploración de yacimientos cada vez más profundos, con trampas estructuralmente complejas y a un incremento en la explotación mundial de yacimientos costa fuera, los costos de producción son mayores; un porcentaje significativo de éstos proviene de la perforación de pozos de desarrollo. Considerando esto, la relación costo - beneficio que se obtiene de perforar un pozo en un ambiente de este tipo puede reducir la posibilidad de lograr un éxito comercial.

Sin embargo, se puede obtener un margen de ganancias aceptable perforando pozos direccionales desde una plataforma central. Esto puede reducir significativamente el número de plataformas de perforación a utilizar. Esta posibilidad de reducir los costos de inversión ha motivado la aplicación y el continuo desarrollo de la tecnología de perforación direccional, horizontal y de alcance extendido. Sin embargo, debido a los ángulos de inclinación y a los desplazamientos laterales inherentes a esta tecnología, la inestabilidad del agujero es uno de los principales problemas potenciales asociados con su aplicación; los problemas de inestabilidad generalmente son mayores y más frecuentes en un pozo desviado, ya que la distribución de esfuerzos es menos favorable.

La inestabilidad se traduce no solo en costos adicionales (10 a 15%¹), sino también en retrasos considerables durante la perforación y, en algunos casos, en el abandono de pozos. Anualmente se pierden muchos millones de dólares en el mundo, directa o indirectamente, a causa de los problemas de estabilidad. Por lo tanto, los análisis de estabilidad de pozos han tomado cada vez mayor importancia en la etapa de planeación.

La evaluación de la estabilidad de un pozo se puede representar como un problema clásico de mecánica de rocas: la predicción de la respuesta de la roca a un esfuerzo mecánico. Desafortunadamente, la mecánica de rocas es una ciencia joven, principalmente en la industria petrolera y su aplicación a las condiciones del agujero enfrenta algunas circunstancias que hacen particularmente problemática la evaluación de la estabilidad²:

- La dificultad de saber exactamente que sucede a una profundidad de varios miles de metros. De hecho, existen muy pocos métodos que permitan realizar una observación directa de qué está sucediendo en la pared del agujero³.
- Pueden existir grandes variaciones en los esfuerzos de la formación y los esfuerzos in situ no son medidos sistemáticamente.
- Existen grandes variaciones en las propiedades mecánicas de las formaciones. La obtención de núcleos es demasiado cara y solo se dispone de cantidades limitadas de material para realizar pruebas de mecánica de rocas. La toma de núcleos en estratos encima del

¹ F.J. Santarelli, et al. IADC/SPE 35105

² V.M. Maury and J.M. Sauzay, SPE/IADC 16051

³ Conviene mencionar que con el continuo desarrollo de los métodos de registros geofísicos y con el rápido progreso y perfeccionamiento de las tecnologías MWD (measurements while drilling) y LWD (logging while drilling), las condiciones del agujero pueden ser conocidas cada vez con mayor precisión. N.H. Fleming, et al. IADC/SPE 19943

yacimiento normalmente es accidental.

- Muchas fuerzas actúan en la formación alrededor del agujero: la redistribución de los esfuerzos debida a la perforación, la composición del lodo (fuerzas inducidas por alteraciones mineralógicas y fisico-químicas de la roca), las variaciones de presión, los cambios de temperatura, etc.

Esto ilustra que la realidad no puede ser descrita exactamente por ningún modelo, no importa que tan complicado sea este. Sin embargo, basado en algunas suposiciones ideales, el análisis de estabilidad puede proporcionar algunos límites indicativos, los cuales deben ser relacionados con condiciones reales.

2.1 CAUSAS DE LA INESTABILIDAD

Antes de perforar un pozo, las formaciones se encuentran sometidas a un determinado estado de esfuerzos compresivos (llamados esfuerzos in situ), así como a la presión de poro, por lo que cualquier punto que consideremos dentro de la formación soporta un conjunto de fuerzas que mantiene en equilibrio al sistema roca - fluido. En otras palabras: la roca se encuentra en equilibrio y por lo tanto, existe estabilidad mecánica en cualquier punto considerado.

Con la excepción de áreas estructuralmente complejas, los esfuerzos in situ pueden ser representados por:

- un esfuerzo vertical o de sobrecarga, σ_v , y
- dos esfuerzos horizontales, σ_H y σ_h (esfuerzo horizontal máximo y esfuerzo horizontal mínimo, respectivamente).

Como se puede observar en la Fig. 2.1, los esfuerzos horizontales son perpendiculares entre sí y además son normales al esfuerzo vertical.

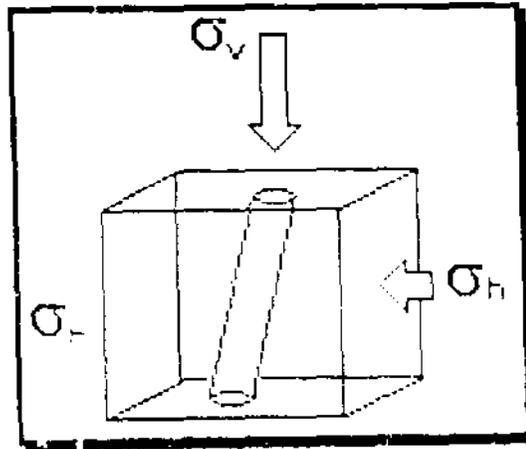


Fig. 2.1 Campo de esfuerzos in situ

Cuando se perfora un pozo, los esfuerzos en la formación alrededor del agujero sufren una redistribución debido a que el soporte originalmente proporcionado por la roca removida es reemplazado por la presión hidrostática ejercida por el fluido de perforación. Esto significa que la roca alrededor del agujero debe soportar la carga que estaba soportando la roca removida.

En una roca que tiene un comportamiento lineal elástico, ocurre una concentración de esfuerzos cerca del agujero (Fig. 2.2). Los esfuerzos resultantes de esta redistribución son:

- el esfuerzo tangencial, σ_{θ} , el cual actúa circunferencialmente en el agujero,
- el esfuerzo radial, σ_r , y
- el esfuerzo axial, σ_z , el cual actúa paralelo al eje del agujero.

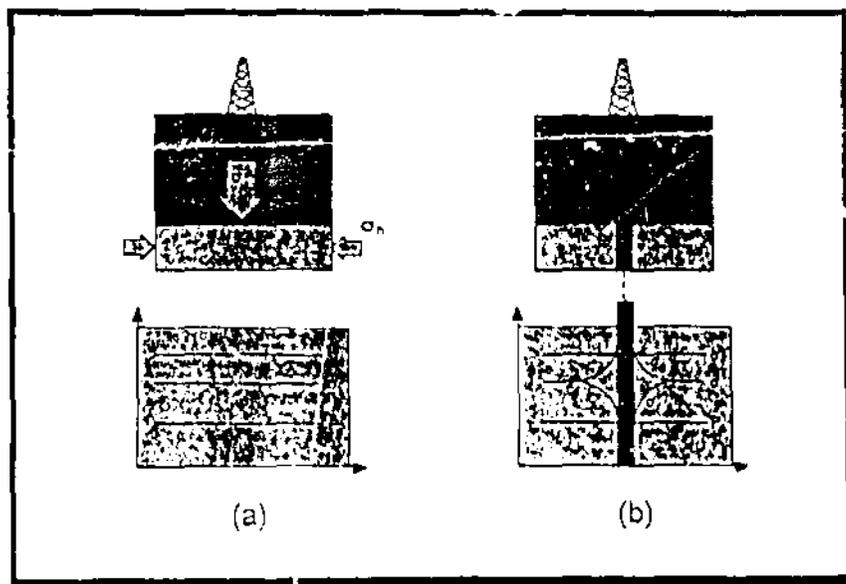


Fig. 2.2. (a) Tensor de esfuerzos original, (b) redistribución del tensor de esfuerzos una vez perforado el pozo

En pozos desviados se genera una componente de corte adicional, $\tau_{\theta z}$ (Fig. 2.3). Si la roca alrededor del agujero no tiene la resistencia suficiente, o está muy "debilitada" por la interacción con el fluido de perforación, esta concentración de esfuerzos puede provocar la falla del agujero y por consiguiente, la inestabilidad mecánica del mismo.

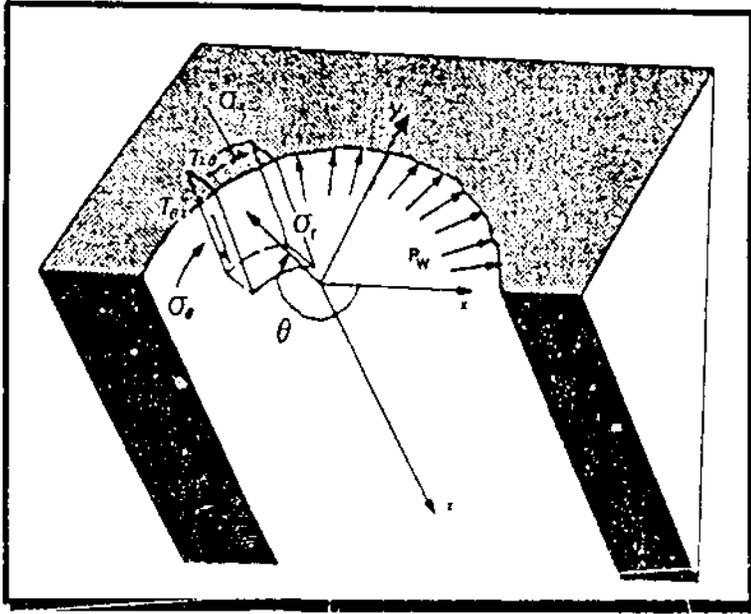


Fig. 2.3. Estado de esfuerzos en la pared de un agujero desviado.

Para evitar que el fluido de la formación entre al agujero o que la roca falle (entre otras cosas), el pozo es llenado con fluido. La densidad del lodo es ajustada, en primer lugar, para prevenir la entrada del fluido de la formación hacia el agujero, mientras que el aspecto de la estabilidad mecánica de la formación ha tenido, "tradicionalmente", una prioridad menor. Esto no representa problema en rocas competentes, pero en formaciones débiles, puede ser la estabilidad mecánica la que establezca el límite inferior aceptable para la densidad del fluido de perforación y no la presión de poro.

Por otro lado, el fluido de perforación soportará parte de la concentración de esfuerzos generada por la perforación. Sin embargo, la densidad del fluido no debe ser incrementada demasiado, debido a que esto podría provocar el fracturamiento de la formación por tensión, arriesgándose a tener pérdidas de circulación y la posibilidad de que se presente un reventón.

Aunque en la práctica, los casos de inestabilidad son resultado de una combinación de efectos mecánicos y químicos, los primeros juegan un papel predominante en la inestabilidad del pozo durante la fase de perforación. Por ejemplo, la inestabilidad es observada aún utilizando los fluidos de perforación con mayor capacidad de inhibición (fluidos base aceite). Además, la inestabilidad mecánicamente inducida, provocada por esfuerzos in situ grandes en pozos verticales, puede crear un ambiente más o menos severo en pozos inclinados, dependiendo de la dirección y la inclinación de los mismos con respecto al campo de esfuerzos.

2.2 MECANISMOS DE FALLA EN EL AGUJERO Y PROBLEMAS ASOCIADOS

Generalmente, la formación alrededor del agujero falla por que se excede ya sea la resistencia a la tensión o la resistencia al corte de la misma. A continuación se explican ambos tipos de afallamiento⁴.

2.2.1 Falla por tensión

Las fallas por tensión se presentan de dos diferentes maneras, dependiendo de la relación entre los esfuerzos principales en un sistema de coordenadas cilíndricas, como se ilustra en la Figura 2.4.

- *Fracturamiento hidráulico*: Ocurre cuando la densidad del lodo es excesivamente alta y es detectado por la ocurrencia de pérdidas de circulación, las cuales pueden reducir la presión hidrostática en el pozo y provocar la entrada de fluidos de la formación. En el peor de los casos se puede presentar un reventón.
- *Exfoliación*: Ocurre generalmente cuando la presión de poro se vuelve mayor que la presión del lodo como resultado de deformaciones en la matriz rocosa, las cuales ocurren predominantemente bajo condiciones sin drenes⁵.

⁴ X. Chen, et al., SPE 36972

⁵ Se dice que ocurre una deformación volumétrica bajo condiciones de drenes cuando los fluidos contenidos en los poros del cuerpo deformado pueden escapar, liberando el incremento de presión que experimentan por la misma deformación. Por otro lado, una deformación bajo condiciones sin drenes es aquella en la cual estos fluidos no pueden escapar provocando un incremento en la presión de poro

De aquí que existan una presión máxima y otra mínima las cuales definen la ventana de seguridad de densidades del lodo dentro de la cual no se presentará la falla por tensión.

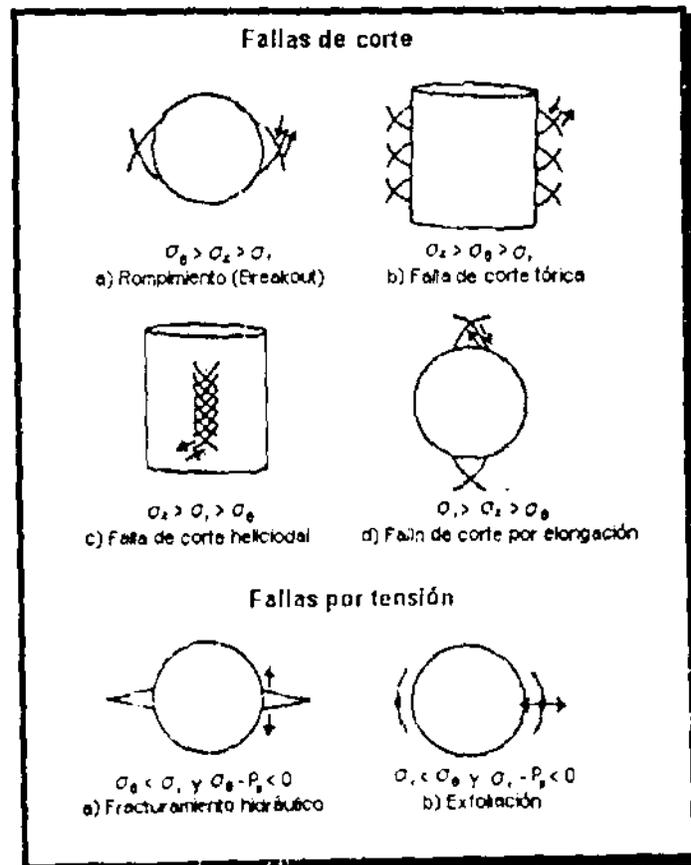


Fig. 2.4. Tipos de fallas.

2.2.2 Falla de corte (compresiva)

Las fallas de corte que se presentan en un agujero se clasifican en cuatro modos o tipos, en términos de los esfuerzos principales definidos en un sistema de coordenadas cilíndricas (Figura 2.4).

- *Fallas de corte tórica y por rompimiento (breakout)*: Ocurren cuando la densidad del lodo no es lo suficientemente alta para soportar las paredes del agujero.
- *Fallas de corte helicoidal y de elongación*: Ocurren cuando la densidad del lodo es excesivamente alta.

Similar a lo que ocurre con las fallas por tensión, existen dos límites, uno inferior y otro superior de densidades del lodo, los cuales definen la ventana de seguridad dentro de la cual no ocurrirá una falla de corte o compresiva.

Cuando se consideran ambos tipos de falla, el límite inferior más alto y el límite superior "menor" definirán la ventana de seguridad de densidades para perforar sin que se presente algún problema de inestabilidad.

2.2.3 Problemas de estabilidad

Como podemos ver, el comportamiento inesperado o desconocido de la formación es frecuentemente la causa de dificultades durante la perforación, las cuales se reflejan, como ya se mencionó, en pérdidas de tiempo y algunas veces en la pérdida parcial o total de los pozos.

Con respecto a las fallas por tensión, el principal problema que se puede presentar cuando se fractura accidentalmente a la formación, es que se presenten pérdidas de circulación, las cuales pueden, al reducir la presión hidrostática pueden ocasionar un brote, el cual puede convertirse en un reventón, tal como se mencionó en 2.2.1.

Las fallas de corte o compresivas se manifiestan principalmente de dos maneras:

- Incremento en el diámetro del agujero debido al deleznamiento y al derrumbe de la pared del agujero. Esto puede causar problemas de cementación y dificultades con la respuesta de los registros, así como con su interpretación.
- Reducción en el diámetro del agujero, el cual ocurre normalmente en lutitas plásticas, areniscas y sal. Algunas calizas también pueden mostrar este comportamiento. Este fenómeno requiere que el pozo sea escariado repetidas veces y algunas veces puede resultar en pegaduras de tubería.

En general, la remoción de recortes puede verse afectada, así como también puede resultar difícil realizar viajes de tubería. Además, la calidad de las cementaciones posteriores puede verse afectada. Algunas veces, también las pegaduras de tuberías y el colapso de T.R.s se deben al flujo plástico de la roca en el caso de domos salinos y evaporitas o algunas arcillas. Además, es muy común observar: anomalías relacionadas con el ritmo de penetración; torque y arrastre; dificultad al meter y sacar tubería; necesidad de realizar operaciones de escariamiento, todo esto asociado al comportamiento de la roca en condiciones de inestabilidad.

Con respecto a estos problemas, los procedimientos de remedio normales, disponibles en el estado del arte de la perforación, pueden ser algunas veces insuficientes. La mayoría de los perforadores experimentados encomiendan a los especialistas en fluidos que realicen los ajustes apropiados a la densidad del lodo, a la reología, al tipo de fluido o a los aditivos. Incrementar la densidad del lodo resulta algunas veces

decepcionante con un mejoramiento efímero de las condiciones. Otras soluciones, por ejemplo, la inyección de productos específicos para minimizar el arrastre o el utilizar herramientas especiales (percusores, motores de fondo, estabilizadores no-rotatorios, etc.), puede resultar también algunas veces infructuoso.

Los problemas de estabilidad pueden aparecer tanto en pozos verticales como en pozos desviados. Sin embargo, estos son mayores en los últimos debido a que la distribución de esfuerzos es menos favorable. El esfuerzo vertical, el cual normalmente es el mayor, tendrá una componente normal al agujero que aumenta conforme el ángulo de inclinación se incrementa, disminuyendo el rango de densidad del lodo para mantener al agujero estable. Esto puede requerir tuberías de revestimiento adicionales. En algunas zonas puede ser imposible perforar a determinado ángulo. Por lo tanto, siempre deben considerarse estas limitaciones durante la etapa de planeación de un campo.

Este efecto de desviación aplica a zonas con gradientes normales de esfuerzos. Si existen componentes tectónicas, la situación puede ser la inversa, es decir, un incremento en la desviación puede ser favorable, por lo menos en una dirección determinada.

Los problemas de estabilidad pueden no ocurrir inmediatamente y las fallas dependientes del tiempo pueden deformar algunas formaciones, de manera tal que los problemas de estabilidad se presentan días después en las secciones de agujero descubierto⁹.

⁹ N H Fleming, et al. IADC/SPE 19943

2.2.3.1 Consecuencias de los problemas de estabilidad

Cuando se perfora en rocas competentes, sometidas a un campo de esfuerzos normal, generalmente no se experimentan los problemas mencionados. Sin embargo, estos pueden aparecer en zonas con esfuerzos anormales comparados con la resistencia de la roca. Un ejemplo típico son las lutitas deleznales, con las cuales el fluido de perforación puede no estar en equilibrio químico, de manera tal que un problema inicialmente químico se convierte en mecánico.

El incremento en los costos debido a estos problemas es obvio. La inestabilidad puede también provocar problemas considerables durante operaciones posteriores en el agujero tales como la toma de registros, la evaluación de los mismos y la cementación. Una deficiente cementación de las tuberías de revestimiento puede conducir a problemas con los disparos, con el control de arena y con las operaciones de producción y estimulación.

Cuando uno de los diferentes mecanismos causantes de la inestabilidad parece ser el responsable de un problema durante la perforación, se pueden tomar algunas medidas inmediatamente⁷: acondicionar la densidad del fluido, lo cual no siempre significa incrementarla; incrementar la capacidad sellante del fluido; evitar las presiones de suaveo y de surgencia; realizar operaciones de escariamiento; seleccionar cuidadosamente las herramientas (barrenas, escariadores, etc.) para evitar la fisuración de la pared del agujero y el daño a la formación; evaluar y, si es posible, controlar el efecto por temperatura por medio de

⁷ V. Moury, Rock failure mechanism identification: A key for wellbore stability and reservoir behaviour problem EUROCK 94 Bakken II Rotterdam 1994

2.2.3.1 Consecuencias de los problemas de estabilidad

Cuando se perfora en rocas competentes, sometidas a un campo de esfuerzos normal, generalmente no se experimentan los problemas mencionados. Sin embargo, estos pueden aparecer en zonas con esfuerzos anormales comparados con la resistencia de la roca. Un ejemplo típico son las lutitas deleznables, con las cuales el fluido de perforación puede no estar en equilibrio químico, de manera tal que un problema inicialmente químico se convierte en mecánico.

El incremento en los costos debido a estos problemas es obvio. La inestabilidad puede también provocar problemas considerables durante operaciones posteriores en el agujero tales como la toma de registros, la evaluación de los mismos y la cementación. Una deficiente cementación de las tuberías de revestimiento puede conducir a problemas con los disparos, con el control de arena y con las operaciones de producción y estimulación.

Cuando uno de los diferentes mecanismos causantes de la inestabilidad parece ser el responsable de un problema durante la perforación, se pueden tomar algunas medidas inmediatamente⁷: acondicionar la densidad del fluido, lo cual no siempre significa incrementarla; incrementar la capacidad sellante del fluido; evitar las presiones de suaveo y de surgencia; realizar operaciones de escariamiento; seleccionar cuidadosamente las herramientas (barrenas, escariadores, etc.) para evitar la fisuración de la pared del agujero y el daño a la formación; evaluar y, si es posible, controlar el efecto por temperatura por medio de

⁷ V. Mann. Rock failure mechanisms identification. A key for wellbore stability and reservoir behaviour problem. EUROCK 94. Balkema, Rotterdam, 1994.

un sistema de enfriamiento; ajustar la salinidad del lodo, o una combinación de estas.

De cualquier manera, siempre será mejor evitar que remediar los problemas que afecten la estabilidad del agujero. Debido a esto, en los últimos años, el análisis de estabilidad mecánica del agujero se ha convertido en una herramienta muy útil durante la etapa de planeación para determinar las condiciones óptimas que minimicen estos problemas, reflejándose esto en una reducción en los costos de operación. A continuación se mencionarán las principales características de un estudio de este tipo.

2.3 ANÁLISIS DE ESTABILIDAD

El objetivo del análisis de estabilidad es investigar la inestabilidad potencial de los agujeros durante la perforación, para lo cual debe utilizarse un modelo constitutivo que represente lo más realísticamente posible el comportamiento de la formación antes y después de perforar el pozo para determinar los esfuerzos y/o deformaciones alrededor del agujero. Después, los esfuerzos y deformaciones calculados deben ser comparados con un criterio de falla determinado. De lo anterior se puede deducir que los dos principales elementos requeridos en un análisis de estabilidad son: el criterio de falla y el modelo constitutivo.

Idealmente un modelo teórico debe cubrir todos los aspectos que pueden afectar la estabilidad, como la presión del pozo (p_w), la temperatura, el tiempo, la composición del lodo, etc. Sin embargo, tal modelo no se encuentra disponible hoy en día, y parece que no lo estará en un futuro cercano debido a que no todos los mecanismos están bien determinados.

Por lo tanto, un método de análisis sencillo se compone de los dos siguientes pasos:

1. Cálculo de la presión en el pozo (densidad del fluido de perforación) requerida para evitar las fallas por compresión y por tensión utilizando la teoría lineal elástica y considerando los efectos del fluido contenido en los espacios porosos (poroelasticidad).
2. Consideración de posibles efectos adicionales tales como variaciones de temperatura, salinidad, etc.

En un caso real, esto representa una primera aproximación del problema, la cual debe ser acoplada con la experiencia práctica y cualquier otra información relevante del campo en estudio, con el fin de generar las mejores recomendaciones y soluciones.

Como ya se dijo, el propósito del cálculo es encontrar las densidades mínima y máxima permisibles que eviten los problemas de estabilidad descritos en la sección anterior. Los cálculos de los esfuerzos están basados en un modelo lineal elástico y además se asume que la falla ocurre cuando se alcanza el límite elástico de la roca. En el caso elástico, la concentración de esfuerzos será mayor en la pared del agujero (ver Fig. 2.2). Entonces la falla ocurrirá primero en la pared del agujero, y son, por lo tanto, las soluciones de los esfuerzos en la pared del agujero las que son de interés. En el Capítulo 4 se presenta una discusión completa de los esfuerzos alrededor del agujero.

Los cálculos requieren primordialmente la siguiente información:

- esfuerzos in situ
- presión de poro
- criterio de falla de la roca

Usualmente, esta información no tiene la precisión adecuada, y por lo tanto, es necesario realizar una evaluación crítica de la información.

2.4 FACTORES QUE AFECTAN LA ESTABILIDAD

Con el fin de entender los problemas de falla en el pozo se deben conocer los factores que afectan la estabilidad del agujero, los cuales se mencionan a continuación.

2.4.1 Orientación y magnitud del campo de esfuerzos in situ

El estado de esfuerzos in situ en un lugar determinado generalmente refleja la densidad de las formaciones, la historia de los movimientos tectónicos y los esfuerzos residuales y térmicos en la región. Rara vez este campo es hidrostático o litostático. Mediciones de estos esfuerzos, realizadas en varias partes del mundo han mostrado que la relación entre el esfuerzo horizontal mayor y el vertical varía de 1 a 2.25 a una profundidad de 3000 m mientras que cerca de la superficie la relación varía significativamente (de 0.3 a 7). Generalmente, σ_H/σ_h varía de 1 a 2 y σ_h/σ_v de 0.3 a 1.5, para profundidades de yacimiento promedio.

De acuerdo a la magnitud relativa entre σ_v , σ_H y σ_h , se ha clasificado a los campos de esfuerzos in situ en:

- Tensionales o de afallamiento normal ($\sigma_v > \sigma_H > \sigma_h$)
- Compresivos o de afallamiento inverso ($\sigma_H > \sigma_h > \sigma_v$), y
- De falla de rumbo ($\sigma_H > \sigma_v > \sigma_h$).

En un pozo determinado, el perfil de esfuerzos in situ puede variar a cualquier dirección y a cualquier ángulo de desviación que sean requeridos por el diseño de la trayectoria. Por esto la estabilidad del agujero dependerá en gran medida de estos parámetros (dirección y ángulo de desviación del agujero), así como del régimen de esfuerzos in situ.

2.4.2 Mecánica de rocas y propiedades de resistencia

La lutita es encontrada comúnmente como una capa sello de los yacimientos de aceite y gas. La presencia de planos de estratificación en las lutitas se traduce en el comportamiento anisotrópico del material. Pruebas de compresión uniaxiales y triaxiales han demostrado que las resistencias máximas de este tipo de rocas varían con la orientación del plano de isotropía con respecto a la dirección del esfuerzo principal. Esta diferencia se debe a que los planos de estratificación tienen una resistencia mucho menor que la roca intacta (por ejemplo, la relación entre la cohesión de los planos y la de la roca, c_b/c_i , varía de 0.53 a 1.0 y la relación entre los ángulos de fricción, $\tan\phi_b/\tan\phi_i$, varía de 0.67 a 1.0). Adicionalmente, se ha encontrado que la resistencia a la tensión promedio resulta de un 20 a un 30% menor de pruebas realizadas paralelamente a los planos de estratificación que de pruebas realizadas perpendicularmente a estos⁸. De ahí que sea necesario considerar en el análisis de estabilidad la diferencia de resistencias entre la roca intacta y los planos de estratificación.

2.4.3 Presiones de poro

La existencia de la presión de poro en las formaciones cambia el tensor de esfuerzos efectivo. Normalmente, la presión de la formación es igual a una columna hidrostática que se extiende desde el nivel freático hasta la formación subsuperficial. Sin embargo, frecuentemente se encuentran presiones de formación anormalmente altas en formaciones impermeables, especialmente lutitas.

⁸ Aadnoy, B. S. Modeling of the stability of highly inclined boreholes in anisotropic rock formations

Además, como las lutitas son relativamente impermeables, se inducen presiones de poro excesivas en respuesta al cambio en el volumen de la formación. Como ya se mencionó, la presión de poro inducida reduce aún más la presión de confinamiento efectiva, lo cual resulta en el afallamiento del agujero. De aquí que pueda ser necesario determinar la presión de poro excesiva generada bajo condiciones sin drene para realizar una predicción exacta de la condición de falla. En particular, cuando se presentan planos de estratificación con baja resistencia, frecuentemente pueden ocurrir afallamientos del tipo de deslizamientos inducidos por altas presiones de poro. Por lo tanto, un conocimiento de la presión de formación in situ es extremadamente importante para el análisis de estabilidad del agujero.

2.4.4 Densidad del fluido de perforación

La tecnología de fluidos de perforación es un aspecto muy importante para poder ejecutar exitosamente las operaciones de perforación. Desde el punto de vista mecánico, la principal función del fluido de perforación es proporcionar la suficiente carga hidrostática para equilibrar la presión de formación y soportar algo de la carga impuesta en la pared del agujero por los esfuerzos in situ. Cuando la presión generada por el fluido de perforación excede la presión de formación, lo que se conoce como perforación sobrebalance, este penetrará a la formación, lo que reducirá gradualmente el soporte efectivo del lodo sobre la pared del agujero. Si la presión hidrostática en el pozo (p_w) es excesivamente alta, puede ocurrir el fracturamiento hidráulico de la formación, provocando pérdidas de fluido inesperadas, disminuyendo por consiguiente el soporte ejercido por el fluido de perforación. Esto no solo incrementará el costo del fluido sino que también puede inducir la inestabilidad del agujero. Tales

problemas pueden ser prevenidos determinando las densidades críticas de los fluidos de perforación para mantener la estabilidad del agujero.

Esto significa que la densidad del fluido debe ser optimizada de tal manera que se prevenga el colapso del agujero sin fracturar la formación. La densidad crítica o densidad optimizada del fluido de perforación depende del ángulo de desviación y de la dirección del agujero, así como de las propiedades mecánicas de las formaciones.

2.5 MODELOS CONSTITUTIVOS

La facilidad con que los esfuerzos en el agujero puedan ser determinados depende en gran medida del tipo de comportamiento esfuerzo-deformación que se utilice para modelar la respuesta de la formación cuando se somete a cargas, es decir, de la selección del modelo constitutivo o modelo de comportamiento. Como ya se había mencionado, este constituye uno de los dos principales elementos (el otro es el criterio de falla, que será analizado más adelante) requeridos en un análisis de estabilidad de pozos.

Antes de seleccionar un modelo se debe considerar que la estabilidad del agujero es resultado de aspectos geomecánicos: los factores hidráulicos y químicos son de vital importancia, por lo que la inestabilidad es una función de los esfuerzos (σ), de las deformaciones (ϵ) y del punto de cedencia de la roca, cualesquiera que sean los agentes causantes. De aquí que los parámetros de primer orden sean la resistencia, la deformación y los esfuerzos ejercidos. Estos factores son afectados por la temperatura (T), química (concentración iónica, C), las presiones de poro (p_f) y las propiedades evolutivas, de aquí que la dependencia del tiempo sea fundamental. Para poder determinar la respuesta mecánica de la formación a los variables factores extrínsecos⁹ (ΔT_w , Δp_w , ΔC_w , $\Delta \sigma_{ij}$...) se necesita acoplar adecuadamente los esfuerzos, las deformaciones y el comportamiento de ruptura o cedencia de la roca con los factores mencionados, esto a través de leyes constitutivas. A continuación mencionaremos algunos de los modelos más utilizados en los análisis de estabilidad de pozos.

⁹ Maurice B. Dunsseault, Analysis of borehole stability. Sirwardana & Zarman 1984. Balkema, Rotterdam.

2.5.1 Modelo lineal elástico

El modelo constitutivo más utilizado ha sido el modelo lineal-elástico, homogéneo e isotrópico (HILE). Esto debido principalmente a que las ecuaciones gobernantes utilizadas con este modelo para determinar el campo de esfuerzos alrededor del agujero son muy simples y por consiguiente, se pueden obtener en muchos casos soluciones analíticas, con las cuales es fácil determinar los efectos de varios factores sobre la distribución de los esfuerzos.

Otra ventaja del modelo lineal-elástico es que se utilizan mucho menos parámetros de la formación. La desventaja de utilizar este modelo es que usualmente subestima la estabilidad del agujero (por lo cual puede considerarse como un modelo conservador), especialmente cuándo se utiliza con un criterio de falla que no considere el esfuerzo intermedio. Por otro lado, para obtener una descripción más real de las propiedades de la formación, algunos investigadores utilizan el modelo lineal - elástico anisotrópico¹⁰.

2.5.2 Modelo Elástico-plástico

Considerando que el modelo lineal-elástico subestima la estabilidad del agujero y que el inicio del flujo plástico de la formación no indica el afallamiento total de un agujero, los investigadores comienzan a aplicar este modelo.

De investigaciones realizadas se encontró que en las curvas esfuerzo-deformación de la roca existían tres etapas en el comportamiento

¹⁰Wan Xiaojun, et al. Borehole Stability Analysis. Research Report. July 30, 1993

de la muestra antes de llegar al afallamiento: una sección inicial no-lineal, seguida de una sección lineal, una sección no-lineal final y por último la falla, además de un cambio en el volumen de la matriz de roca debida a la presión del fluido en el poro. Este modelo representa estas cuatro secciones de comportamiento.

La mayoría de los trabajos donde se ha aplicado este modelo¹¹ utilizan un modelo de plasticidad perfecta con el criterio de falla de Mohr - Coulomb o con el de Drucker -Prager. La ventaja de utilizar el primero es la simetría de la matriz de rigidez plástica, sin embargo, ésta puede derivar el cálculo de una dilatación muy alta. El segundo puede evitar esto, pero aumenta la dificultad de los cálculos. Algunos trabajos incorporaron comportamientos de "endurecimiento" y "ablandamiento" en el modelo Elástico-plástico¹².

El principal problema con el modelo Elástico-plástico es la dificultad de resolución debido a que las ecuaciones constitutivas son relativamente complejas además de que usualmente no se conoce previamente la interface elástica - plástica. El segundo problema es la falta de un criterio de falla adecuado.

2.5.3 Modelo Rígido-plástico¹³

Este modelo no toma en cuenta la deformación elástica y asume una forma de la teoría de deformación con dilatación:

¹¹ C. A. M. Veeken, et al, E. Detournay and C. Fairhurst

¹² C. A. M. Veeken, et al, N. Morita et al

¹³ J. Vardoulakis, et al, J. Sulem, et al

$$e_{i,j} = \frac{1}{2} \frac{g}{\tau(g)} s_{i,j} \quad , \quad \varepsilon_r = D(g) \quad (2.1)$$

donde e_{ij} y s_{ij} son el desviador de deformación y el desviador de esfuerzos respectivamente, ε_r la deformación volumétrica, $\tau = \sqrt{\frac{1}{2} s_{ij} s_{ij}}$ y $g = \sqrt{2 e_{ij} e_{ij}}$ son la intensidad del esfuerzo de corte y la intensidad de la deformación de corte, respectivamente.

La principal ventaja del modelo Rígido-plástico es que las dos funciones $\tau(g)$ y $D(g)$ en la Ec. (2.1) pueden determinarse mediante pruebas uniaxiales para cualquier tipo de formación. La segunda ventaja es que debido a la combinación del modelo Rígido-plástico y al requerimiento de que los tensores de esfuerzos interno y externo a lo largo de una banda límite de corte deben estar en equilibrio se puede obtener un criterio de bifurcación (inestabilidad), y la solución de las ecuaciones constitutivas da una predicción exacta de la falla de un cilindro hueco. Sin embargo, se debe estudiar si el modelo mostrado en la Ec. (2.1) puede representar el comportamiento de la formación en un estado general de esfuerzos y si este puede proporcionar una buena predicción de la falla del agujero bajo varias condiciones.

2.5.4 Modelo de elasticidad dependiente del esfuerzo

Un nuevo tipo de modelo constitutivo es el modelo de elasticidad dependiente del esfuerzo¹⁴. Este modelo toma la forma de las ecuaciones constitutivas del modelo lineal-elástico, sin embargo, el módulo de

¹⁴ F. J. Santarelli, IADC/SPE 35105 New Orleans, Louisiana, 12-15 march, 1992

elasticidad no se considera constante, sino función del estado de esfuerzos. Un modelo comúnmente utilizado es asumir el módulo de Young, E , como una función del esfuerzo principal mínimo, σ_3 :

$$\begin{aligned} E &= E_0 & (\sigma_3 < 0, \text{ tensión}) & & (2.2) \\ E &= E_0 (1 + A\sigma_3)^b, & (\sigma_3 > 0, \text{ compresión}) & & \end{aligned}$$

donde A y b son constantes de la formación, E_0 es el módulo de Young a $\sigma_3=0$, el cual puede ser determinado mediante pruebas triaxiales estándar con diferentes presiones de confinamiento σ_3 . Cuando la presión de poro, p_f , es diferente de cero, σ_3 en la Ec. (2.2) debe ser reemplazado por el esfuerzo principal mínimo efectivo, $\sigma_3' = \sigma_3 - p_f$. El problema de un cilindro hueco con presiones interna y externa muestra que el uso de este modelo disminuye significativamente la concentración y el gradiente de esfuerzos en la pared interna del cilindro hueco, proporcionando de esta manera una mejor predicción de la falla del cilindro comparada con la de los análisis lineal-elástico y elástico-plástico. Otra ventaja es la relativa simplicidad de las ecuaciones gobernantes. Sin embargo, existen efectos de escala con el problema de cilindro hueco, por lo que las ventajas del modelo deben ser verificadas en algunos problemas reales del agujero.

FALTA PAGINA

No. 30

CAPÍTULO II
PROPIEDADES MECÁNICAS DE LA FORMACIÓN Y
CRITERIOS DE FALLA

Desde el punto de vista de mecánica de rocas, lo que nos interesa conocer es el estado actual de una roca y por lo consiguiente sus propiedades mecánicas actuales. Sin embargo, la roca tiene millones de años de existencia y en muchos casos ha estado sometida a complejos procesos geológicos desde su estado inicial, es decir, de cuando eran sedimentos sueltos hasta su estado actual de roca.

Una cuenca sedimentaria pudo estar expuesta a fuerzas tectónicas que crearon ciclos iterativos de elevación y depresión, además de erosión, cambios en los ambientes y en los ritmos de sedimentación, solución y precipitación del material cementante, etc. Todos estos efectos complican la descripción geológica de una cuenca sedimentaria. Sin embargo, estas actividades y eventos geológicos también afectarán las propiedades que son de interés en mecánica de rocas, incluyendo las propiedades mecánicas de la roca, los esfuerzos in situ y la presión de poro.

Por lo tanto, es de gran valor el tener conocimiento de los procesos geológicos y aunque, en escalas de tiempo y tamaño totalmente diferentes, frecuentemente los procesos geológicos son comparables con pruebas de laboratorio de mecánica de rocas.

3.1 ESFUERZOS EN LA FORMACIÓN

Normalmente, una formación tiene que soportar el peso de las formaciones sobreyacentes. El esfuerzo vertical a una profundidad z , provocado por una columna homogénea de material sobreyacente, es $\sigma_z = \rho g z$, donde ρ es la densidad del material y g es la aceleración de la gravedad. Si la densidad varía con la profundidad, el esfuerzo vertical a una profundidad z se convierte en :

$$\sigma_z = \int_0^z \rho(z) g dz \quad (3.1)$$

Nótese que la dirección del eje z va de la superficie hacia abajo, con el valor $z=0$ correspondiente a la superficie de la tierra. Cuando los esfuerzos son hidrostáticos e iguales al esfuerzo vertical total (peso de los sólidos más el fluido contenido en los poros) éstos son llamados *litostáticos*.

Asumiendo que los esfuerzos horizontales σ_x y σ_y son iguales se puede escribir:

$$\sigma'_x = \sigma'_y = K_0 \sigma'_z \quad (3.2)$$

donde se han utilizado los esfuerzos efectivos en lugar de los esfuerzos totales debido a que se está tratando con rocas porosas saturadas con fluidos.

Haciendo suposiciones acerca de las restricciones en la dirección horizontal que experimentan las formaciones, las expresiones para K_0

pueden ser deducidas de las ecuaciones de elasticidad (3.3). Si no existen restricciones el esfuerzo horizontal desaparece y $K_0 = 0$.

$$\begin{aligned}
 \sigma_x &= (\lambda + 2G)\varepsilon_x + \lambda\varepsilon_y + \lambda\varepsilon_z \\
 \sigma_y &= \lambda\varepsilon_x + (\lambda + 2G)\varepsilon_y + \lambda\varepsilon_z \\
 \sigma_z &= \lambda\varepsilon_x + \lambda\varepsilon_y + (\lambda + 2G)\varepsilon_z \\
 \tau_{xy} &= 2G\Gamma_{xy} \\
 \tau_{yz} &= 2G\Gamma_{yz} \\
 \tau_{zx} &= 2G\Gamma_{zx}
 \end{aligned}
 \tag{3.3}^{15}$$

Sin embargo, conforme el proceso de sedimentación continúa, las formaciones quedarán confinadas a determinada profundidad, restringiéndose los desplazamientos en la dirección horizontal. Por lo tanto, una situación más probable es aquella donde no exista desplazamiento horizontal, esto es, que las deformaciones en las direcciones X y Y sean nulas ($\varepsilon_x = \varepsilon_y = 0$). De las relaciones generales entre esfuerzos y deformaciones para materiales isotrópicos con comportamiento lineal elástico (Ec.3.3) se obtiene:

$$\sigma'_x = \sigma'_y = \frac{\lambda}{\lambda + 2G} \sigma'_z
 \tag{3.4}$$

donde se ha supuesto que la constante de Biot (α , la cual será definida en el Capítulo 4) es igual a uno, de tal manera que el esfuerzo efectivo es igual al esfuerzo total menos la presión de poro.

¹⁵ Donde los coeficientes λ y G representan el módulo de elasticidad y son conocidos como los *parámetros de Lamé*. G también es conocido como el módulo de rigidez, o el módulo de corte. G es una medida de la resistencia de una muestra contra la deformación de corte.

Aplicando las relaciones apropiadas entre los parámetros de elasticidad¹⁶, la Ec. (3.4) puede ser expresada como:

$$\sigma_x' = \sigma_y' = \frac{\nu}{1-\nu} \sigma_z' \quad (3.5)$$

De donde $K_0 = \nu / (1-\nu)$. En un fluido $\nu = 0.5$ y por lo tanto $K_0=1$. Para una roca que tiene $\nu=0.2$, $K_0=0.25$.

Obviamente no existe sólo una condición que fije el valor de K_0 . Comúnmente se observa la situación de que $K_0 \approx 1$, lo cual implica que el esfuerzo es hidrostático (es decir, $\sigma_x = \sigma_y = \sigma_z$). Se ha sugerido que los esfuerzos en las rocas tienden a ser litostáticos debido al flujo plástico de la formación. Durante el proceso de formación de las rocas sedimentarias los esfuerzos son litostáticos y por lo tanto se ha concluido que el estado final de esfuerzos debe también ser litostático.

En general, la relación entre el esfuerzo horizontal efectivo promedio y el esfuerzo vertical efectivo puede variar significativamente: de 0.2 a 1.5 a grandes profundidades (mayores de 1500 m), mientras que puede variar de 1 hasta 10-12 a profundidades someras (0-150m).

Por lo tanto, se debe tener precaución al utilizar la ecuación (3.4) para determinar los esfuerzos horizontales en una formación dada. Ningún sedimento estará expuesto a condiciones perfectamente elásticas manteniendo las propiedades de la roca constantes a lo largo de millones de años, por lo que se puede decir que no se debería utilizar una relación

¹⁶ Ver Tabla 1, pag 43)

de Poisson determinada en laboratorio para estimar la relación entre los esfuerzos vertical y horizontal.

Normalmente, los valores del esfuerzo vertical total se determinan a partir del registro de densidad. El gradiente de sobrecarga calculado de esta manera se encuentra por lo regular dentro del rango de 18.1 a 22.6 KPa/m (0.8 - 1.0 psi/pie) a las profundidades promedio alcanzadas actualmente en la exploración petrolera (más de 4,000 m).

Los valores del esfuerzo horizontal son más difíciles de determinar. El método más directo para la obtención de los esfuerzos horizontales es la prueba de fractura de la formación. Esta, sin embargo, no se realiza rutinariamente, por lo que el número de datos será insuficiente en la mayoría de los casos para la evaluación de los gradientes del esfuerzo horizontal.

Breckels y van Eekelen (1982) utilizaron información recolectada de pruebas de fractura realizadas en diferentes regiones y obtuvieron relaciones entre el esfuerzo horizontal total y la profundidad. En estas relaciones también incluyeron expresiones que consideran presiones de poro anormales. Breckels y van Eekelen presentaron las siguientes relaciones para la región de la Costa del Golfo de México (US):

$$\begin{aligned}\sigma_h &= 0.0053D^{1.45} + 0.46(p_i - p_{fn}) \quad (D < 3,500m) \\ \sigma_h &= 0.0264D - 31.7 + 0.46(p_i - p_{fn}) \quad (D > 3,500m)\end{aligned}\quad (3.6)$$

donde D es la profundidad en metros, p_i es la presión el poro en MPa, p_{fn} es la presión de poro normal correspondiente a un gradiente de 0.0105 MPa/m y σ_h es el esfuerzo horizontal total dado en MPa

Estos autores argumentan que su curva correspondiente al Golfo de México es bastante confiable a profundidades mayores a los 3500 m. También sostienen que esta curva puede ser utilizada con un alto grado de confiabilidad en otras áreas tectónicamente relajadas, tales como la región del Mar del Norte.

En los párrafos anteriores está implícita la suposición de que los esfuerzos horizontales y el vertical son *esfuerzos principales*, lo cual significa que las direcciones de estos esfuerzos están sobre los planos horizontal y vertical. Esta es una suposición razonable que se puede hacer en áreas que no han estado sometidas a actividad tectónica, o que están relajadas, es decir, que no existen esfuerzos remanentes de actividad tectónica previa.

Los términos actividad tectónica y *esfuerzos tectónicos* están relacionados con la teoría de tectónica de placas¹⁷. La actividad tectónica se refiere a todas las formas de rompimiento y deformación que ocurren en la corteza terrestre.

La presencia de esfuerzos horizontales muy grandes a profundidades someras no puede ser explicada únicamente por fuerzas gravitacionales. En algunos casos, estos esfuerzos adicionales pueden ser *esfuerzos estructurales* (provocados por heterogeneidades a gran escala) o esfuerzos residuales originados en la historia previa de la roca. Muy a menudo los esfuerzos horizontales anormales son atribuidos a esfuerzos tectónicos.

¹⁷ Esta teoría sostiene que la corteza terrestre está constituida por varias placas tectónicas las cuales se mueven como cuerpos rígidos sobre la superficie de la Tierra. A lo largo de los límites entre estas placas ocurren grandes deformaciones tales como aflamientos, terremotos, etc.

Un ejemplo de como se pueden originar los esfuerzos residuales se ilustra en la Fig. 3.1. En ésta se muestra como el movimiento relativo de bloques expone uno a la erosión. El bloque levantado tendrá ahora diferente historia de esfuerzos que el bloque vecino a la misma profundidad. Si la erosión ocurre relativamente rápido, los elevados esfuerzos que existían previamente no se disiparán tan rápido como ocurra la erosión. Si la roca se comporta como un material viscoelástico, los esfuerzos "morirán" tarde o temprano. Sin embargo, si la roca posee punto de cedencia o ruptura, puede suceder que a esa profundidad no ocurra relajación de esfuerzos y por lo tanto no lleguen a convertirse en esfuerzos normales, por lo que el bloque levantado contendrá *esfuerzos residuales*.

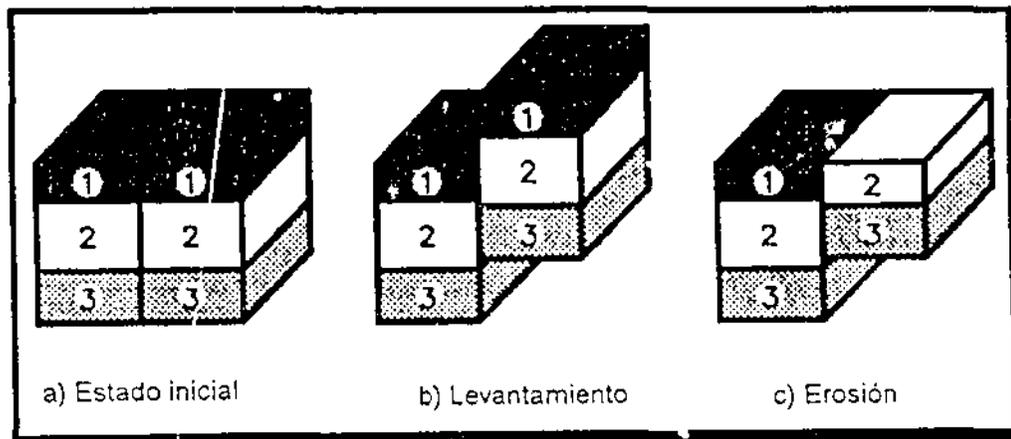


Fig. 3.1. Esfuerzos residuales debidos a levantamientos y erosión.

Los esfuerzos totales en una región determinada están dados por la superposición de estos esfuerzos a los esfuerzos dados en las Ecs. (3.1) y (3.5). Es por esto que la actividad tectónica previa y los efectos asociados son de gran importancia cuando se manejan esfuerzos subterráneos debido a que afectan tanto las magnitudes como las direcciones principales de éstos. Existe una estrecha relación entre la geología

estructural y la mecánica de rocas: muchos de los problemas estudiados en un laboratorio de mecánica de rocas son similares a aquellos de interés para el geólogo estructural, excepto en que se manejan a diferentes escalas.

Algunos de los métodos disponibles para medir y estimar las direcciones y magnitudes de los esfuerzos *in situ* son el *fracturamiento hidráulico*, que ya se había mencionado y la *recuperación de la deformación anelástica* (anelastic strain recovery). Otros métodos basados en mediciones a núcleos son el *análisis de la curva de deformación diferencial (DSCA)* y el *análisis de la velocidad de onda diferencial (DWVA)*. Los métodos basados en mediciones en el agujero (*registro de calibre del agujero de 4 brazos, teletransmisor subsuperficial*) estudian las fracturas en el agujero y sus subsecuentes elongaciones y el patrón natural de *fracturamiento* alrededor del agujero.

3.2 PRESIÓN DE PORO

La presión de poro es un parámetro importante en cualquier estudio de mecánica de rocas que se realice a sistemas porosos, saturados de fluidos. El fluido alojado en los poros soportará parte de los esfuerzos totales aplicados al sistema, liberando a la matriz rocosa de parte de la carga. Como ya se mencionó en el inciso anterior, el esfuerzo efectivo es igual al esfuerzo total menos la presión de poro. Este concepto fue introducido por primera vez en 1923 por Terzaghi en mecánica de suelos, sobre una base empírica. Después fue redefinido por Biot (Autor de la teoría que fundamenta este trabajo y que se verá con más detalle).

Existe evidencia experimental abrumadora de que las rocas porosas, saturadas y permeables obedecen una ley de esfuerzo efectivo. Tanto la deformación, dada por la relación esfuerzo-deformación (ecuación constitutiva), como el punto de cedencia o falla de la roca son controladas por los esfuerzos efectivos más que por los esfuerzos totales.

Por lo tanto, es extremadamente importante conocer la presión de poro de las diferentes formaciones antes de estudiar la estabilidad del agujero durante la perforación.

En una formación saturada, la presión de poro se irá desarrollando conforme los sedimentos se vayan depositando sobre ésta. Si el fluido alojado en los poros¹⁸ puede ser expelido y migrar hacia la superficie a un ritmo aproximadamente igual que el de compactación, se mantendrá un

¹⁸ Llamado también fluido intersticial

gradiente de presión de poro¹⁹ normal, el cual está dado por el peso de la columna de fluido sobreyacente.

Por lo tanto, un gradiente de presión normal está dado por la densidad del agua salada (agua de mar) y se encuentra comúnmente en el rango de 1.03 a 1.07 g/cm³ (0.447 a 0.465 psi/pie).

Sin embargo, se pueden desarrollar zonas con presiones de poro mayores que las dadas por el gradiente normal. Estas zonas son llamadas zonas de presión anormal o sobrepresionadas. Altas presiones de poro en el yacimiento lo harán más prolífico. Pero, por otro lado, las formaciones sobrepresionadas representan un problema potencial durante la perforación. Si se perfora en una formación de este tipo no prevista con anterioridad, existe el peligro de que ocurra un reventón, especialmente en formaciones someras de gas a alta presión. Frecuentemente, los problemas de estabilidad durante la perforación son atribuidos a lutitas sobrepresionadas.

Debido a la baja permeabilidad de las arcillas, la cual se desarrolla durante su compactación, las zonas arcillosas se pueden sobrepresionar fácilmente. Se pueden desarrollar permeabilidades del orden de nano-Darcys o aún menores. Por lo tanto, una formación de arcillas con espesor considerable no será capaz de expulsar los fluidos al mismo ritmo que es compactada. Los cuerpos de arena intercalados o adyacentes a arcillas también se sobrepresionarán. Las presiones anormales tienden a declinar en el transcurso del tiempo geológico, sin embargo, si el cuerpo de arena se encuentra aislado o la sección de arcilla es muy gruesa, esto puede

¹⁹ O presión de formación

tomar un periodo de tiempo muy largo. La sedimentación rápida es otra posible razón de la formación de sobrepresiones.

Además de las causas litostáticas de las sobrepresiones, la actividad tectónica puede resultar en una presión de poro anormal si el sistema permanece cerrado y no sufre fracturamiento. Otro ejemplo es el proceso levantamiento - erosión mostrado en la Fig. 3.1. Si la roca mantiene su presión de poro después del levantamiento, estará anormalmente presurizada comparada con las formaciones contiguas a la misma profundidad. Otra posible causa de las sobrepresiones, especialmente en secciones de lutita, es la diagénesis de la montmorilonita a illita. Esta última contiene mucho menos agua absorbida que la primera, de tal manera que la diagénesis estará acompañada por la liberación de agua a los poros libres de la misma. Esta transición depende en gran manera de la temperatura, requiriendo temperaturas de 70 a 95°C, o profundidades de 2 a 3 kilómetros en áreas con gradientes geotérmicos promedio.

3.3 PROPIEDADES MECÁNICAS DE LAS ROCAS

El estado actual de una roca sedimentaria es resultado de un largo proceso que va desde la erosión de fragmentos de roca, hasta su transportación, deposición, compactación y litificación. Por consiguiente, el tener algún conocimiento de estos procesos y de como influyen en las propiedades de la roca es de gran valor cuando se trata de determinar las propiedades mecánicas de una roca, ya que las mediciones directas son muy escasas, al menos en la industria petrolera.

Cuando se habla de propiedades mecánicas de las rocas, normalmente se está refiriendo a las constantes de la ecuación constitutiva que se supone representa el comportamiento de la roca. Una roca con comportamiento lineal elástico puede ser descrita por cuatro parámetros mecánicos:

- Dos parámetros de elasticidad, el *módulo de Young* (E) y la *relación de Poisson* (ν).
- Dos parámetros de falla, el *ángulo de falla* (β) y la *resistencia uniaxial a la compresión* (C_0).

Para poder definir algunos de estos parámetros debemos saber que la teoría lineal elástica trata con situaciones donde existen relaciones lineales entre los esfuerzos aplicados y las deformaciones resultantes. Mientras que la mayoría de las rocas se comportan no-linealmente cuando se someten a grandes esfuerzos, normalmente su comportamiento puede ser descrito por medio de relaciones lineales para cambios suficientemente pequeños en los esfuerzos.

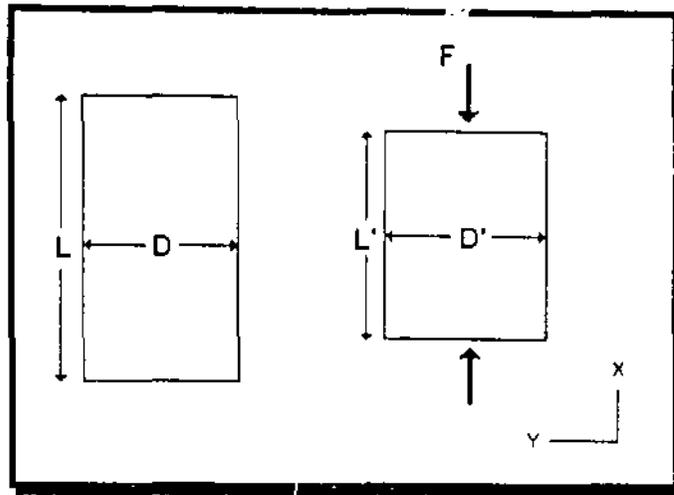


Fig. 3.2.

Consideremos una muestra de longitud L y de área transversal $A=D^2$ (Fig. 3.2). Cuando se aplica una fuerza F sobre su superficie, la longitud de la muestra se reduce a L' . Por lo tanto, el esfuerzo aplicado es $\sigma_x=F/A$ y la elongación correspondiente es $\epsilon_x=(L-L')/L$. Si la muestra se comporta linealmente, existe una relación lineal entre σ_x y ϵ_x , la cual puede escribirse

$$\epsilon_x = \frac{1}{E} \cdot \sigma_x \quad (3.7)$$

La Ec. (3.7) es conocida como la ley de Hooke, mientras que el coeficiente E es llamado módulo de Young o simplemente módulo E . Como se mencionó, el módulo de Young forma parte de los parámetros elásticos que definen el comportamiento de una roca. Este es una medida de la rigidez de la muestra, es decir, de la resistencia de la muestra a ser comprimida por un esfuerzo uniaxial.

Otra consecuencia del esfuerzo aplicado σ_x (Fig. 3.2), es un incremento en el ancho D de la muestra. La elongación lateral es $\epsilon_y=\epsilon_z=(D'-D)/D$.

$D')/D$. En general $D' > D$, por lo que ε_y y ε_z se vuelven negativos. La relación definida como

$$\nu = -\frac{\varepsilon_y}{\varepsilon_x} \quad (3.8)$$

es otro parámetro elástico conocido como la relación de Poisson. Ésta es una medida de la expansión lateral con respecto a la contracción longitudinal.

En las relaciones generales entre esfuerzos y deformaciones para materiales isotrópicos²⁰ (Ec. 3.3) se observan dos coeficientes: λ y G . El primero es conocido como el parámetro de Lamé y G es el módulo de rigidez o módulo de corte, el cual es una medida de la resistencia de la muestra a la deformación de corte.

Otro parámetro importante es el módulo de volumen K , el cual se define como la relación entre el esfuerzo hidrostático σ_p y la deformación volumétrica ε_v (La deformación volumétrica se define como $\varepsilon_v = \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z$). Para un estado de esfuerzos hidrostático se tiene $\sigma_p = \sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$ mientras que $\tau_{xy} = \tau_{xz} = \tau_{yz} = 0$. De la Ec. (3.3) se encuentra:

$$K = \frac{\sigma_p}{\varepsilon_v} = \lambda + \frac{2}{3}G \quad (3.9)$$

²⁰ Los materiales isotrópicos son aquellos cuya respuesta es independiente de la orientación de los esfuerzos aplicados. En estos materiales los ejes principales de esfuerzos y los ejes principales de deformación siempre coinciden.

D^1/D . En general $D^1 > D$, por lo que ϵ_y y ϵ_z se vuelven negativos. La relación definida como

$$\nu = -\frac{\epsilon_y}{\epsilon_x} \quad (3.8)$$

es otro parámetro elástico conocido como la relación de Poisson. Ésta es una medida de la expansión lateral con respecto a la contracción longitudinal.

En las relaciones generales entre esfuerzos y deformaciones para materiales isotrópicos²⁰ (Ec. 3.3) se observan dos coeficientes: λ y G . El primero es conocido como el parámetro de Lamé y G es el módulo de rigidez o módulo de corte, el cual es una medida de la resistencia de la muestra a la deformación de corte.

Otro parámetro importante es el módulo de volumen K , el cual se define como la relación entre el esfuerzo hidrostático σ_p y la deformación volumétrica ϵ_v (La deformación volumétrica se define como $\epsilon_v = \epsilon_x + \epsilon_y + \epsilon_z$). Para un estado de esfuerzos hidrostático se tiene $\sigma_p = \sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$ mientras que $\tau_{xy} = \tau_{xz} = \tau_{yz} = 0$. De la Ec.(3.3) se encuentra:

$$K = \frac{\sigma_p}{\epsilon_v} = \lambda + \frac{2}{3}G \quad (3.9)$$

²⁰ Los materiales isotrópicos son aquellos cuya respuesta es independiente de la orientación de los esfuerzos aplicados. En estos materiales los ejes principales de esfuerzos y los ejes principales de deformación siempre coinciden.

K es una medida de la resistencia de la muestra a la compresión hidrostática. El inverso de K (1/K) es conocido como la *compresibilidad*.

En el experimento mostrado en la Fig. 3.2, con el cual se definió el módulo de Young y la relación de Poisson, el esfuerzo es uniaxial, es decir, $\sigma_x = \sigma_y = \tau_{xy} = \tau_{xz} = \tau_{yz} = 0$. De la Ec. (3.3) se encuentra que :

$$E = \frac{\sigma_x}{\epsilon_x} = G \frac{3\lambda + 2G}{\lambda + G} \quad (3.10)$$

$$\nu = -\frac{\epsilon_y}{\epsilon_x} = \frac{\lambda}{2(\lambda + G)} \quad (3.11)$$

De las relaciones (3.9) a (3.11) se puede observar que cuando se tienen definidos dos parámetros cualesquiera (de entre E, ν , λ , G y K), los restantes son determinados por estas relaciones. Dependiendo de cuales parámetros son los que se conocen, se pueden necesitar combinaciones especiales entre estas relaciones. En la Tabla 1 se muestran algunas de las combinaciones más utilizadas.

Tabla 1. Relaciones entre los parámetros de elasticidad.

$E = 3K(1 - 2\nu)$	$K = \lambda \frac{1 + \nu}{3\nu}$	$\frac{\lambda}{\lambda + G} = 2\nu$
$E = 2G(1 + \nu)$	$K = \frac{2}{3}G \frac{1 + \nu}{1 - 2\nu}$	$\frac{G}{\lambda + G} = 1 - 2\nu$
$E = \frac{9KG}{3K + G}$	$K = \lambda + \frac{2}{3}G$	$\frac{\lambda + 2G}{\lambda + G} = 2(1 - \nu)$
$E = G \frac{3\lambda + 2G}{\lambda + G}$	$\nu = \frac{3K - 2G}{2(3K + G)}$	$\frac{3\lambda + 2G}{\lambda + G} = 2(1 + \nu)$
$E = \frac{\lambda}{\nu}(1 + \nu)(1 - 2\nu)$	$\frac{\lambda}{G} = \frac{2\nu}{1 - 2\nu}$	$\frac{3\lambda + 4G}{\lambda + G} = 2(2 - \nu)$

Para rocas, la relación de Poisson normalmente varía en el rango de 0.15 a 0.25. Para rocas porosas y débiles, el valor de ν puede aproximarse a cero o tal vez volverse negativo. Para fluidos, G desaparece, lo que de acuerdo a la Ec. (3.11) implica que $\nu \rightarrow 1/2$. También para arenas no consolidadas el valor de ν se encuentra cercano a 0.5.

Los parámetros o constantes elásticas E , λ , G y K son medidas en las mismas unidades que los esfuerzos, es decir, en unidades de presión (Pa, psi o bares, etc.), lo cual se puede ver en las Ecs. (3.3), (3.7) y (3.9). La deformación es adimensional.

Por lo tanto, se puede decir que las constantes elásticas determinan la capacidad de las rocas para resistir esfuerzos y estas pueden ser relacionadas con parámetros medidos con registros geofísicos (registro de densidad y sónico, principalmente).

Las propiedades obtenidas en laboratorio de la deformación de una muestra sometida a determinados esfuerzos son las constantes elásticas estáticas. Las constantes elásticas dinámicas se determinan por la medición de las velocidades de propagación de una onda acústica en el material. El registro sónico proporciona la información necesaria para determinar estas constantes. En la Tabla 2 se presentan las propiedades dinámicas elásticas determinadas a partir de las velocidades acústicas compresionales (V_c) y las de corte o cizallantes (V_s), las cuales son inversas a los tiempos de tránsito. Esta Tabla representa una sinopsis de las propiedades elásticas de la formación, así como de las principales relaciones entre ellas vistas anteriormente.

Tabla 2. Propiedades mecánicas dinámicas.

		E, ν	K, μ	λ, μ	ρ, V_c, V_s
Módulo de Young	E	-	$\frac{9K\mu}{\mu+3K}$	$\frac{\mu(3\lambda+2\mu)}{\lambda+\mu}$	$\frac{\rho V_c^3 (3V_c^3 - 4V_s^3)}{(V_c^3 - V_s^3)}$
Relación de Poisson	ν	-	$\frac{3K-2\mu}{2(3K+\mu)}$	$\frac{\lambda}{2(\lambda+\mu)}$	$\frac{V_c^2 - 2V_s^2}{2(V_c^2 - V_s^2)}$
Módulo de Volumen	K	$\frac{E}{3(1-2\nu)}$	-	$\lambda + \frac{2}{3}\mu$	$\rho(V_c^2 - \frac{4}{3}V_s^2)$
Módulo de Corte	μ	$\frac{E}{2(1+\nu)}$	-	-	ρV_s^2
Constante de Lamé	λ	$\frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)}$	$\frac{3K-2\mu}{3}$	-	$\rho(V_c^2 - 2V_s^2)$
Velocidad de Compresión	V_c^2	$\frac{E(1-\nu)}{\rho(1+\nu)(1-2\nu)}$	$\frac{K + \frac{4}{3}\mu}{\rho}$	$\frac{\lambda + 2\mu}{\rho}$	-
Velocidad de Corte	V_s^2	$\frac{E}{2\rho(1+\nu)}$	$\frac{\mu}{\rho}$	$\frac{\mu}{\rho}$	-

La resistencia es un término menos preciso frecuentemente utilizado para describir una roca. Al referirse a la resistencia de una roca se dice que una roca es "fuerte" o "débil". La resistencia puede relacionarse con la deformación de la siguiente manera: una roca "fuerte" es una roca que posee un módulo de Young alto. Sin embargo, la resistencia es frecuentemente utilizada para describir que tan bien está cementada una roca, lo cual está más o menos relacionado con la resistencia uniaxial a la compresión de la roca. Esta mezcla de términos se debe al hecho de que frecuentemente existe alguna relación entre algunas propiedades, por ejemplo, entre el módulo de Young y la resistencia a la compresión.

3.4 CRITERIOS DE FALLA

Como se mencionó en el capítulo anterior, el criterio de falla es uno de los elementos necesarios para poder realizar un análisis de estabilidad.

Una vez que se han determinado los esfuerzos alrededor del agujero es necesario compararlos con la resistencia de la formación. En los puntos donde el estado de esfuerzos exceda la resistencia de la formación (ya sea por tensión o por compresión) es donde se considera se iniciará la falla. Es aquí donde se necesita un criterio de falla adecuado que permita determinar con un alto grado de confiabilidad cuando se presentará una falla en el agujero independientemente del tipo que sea.

La mayoría de los criterios están expresados en términos de los esfuerzos principales, es por esto que los esfuerzos en la pared del agujero (σ_r , σ_θ y σ_z) se deben convertir a esfuerzos principales (σ_1 , σ_2 y σ_3). Uno de estos actúa perpendicularmente al agujero y está dado simplemente por la presión del pozo, P_w . Los dos restantes se determinan por la transformación del esfuerzo tangencial, σ_θ , del esfuerzo axial, σ_z y del esfuerzo de corte, $\tau_{\theta z}$ (ver Fig. 2.3), a esfuerzos principales. De esta manera, los esfuerzos principales pueden ser expresados como :

$$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3 = \begin{cases} \frac{\sigma_\theta + \sigma_z}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma_\theta - \sigma_z}{2}\right)^2 + \tau_{\theta z}^2} \\ \frac{\sigma_\theta + \sigma_z}{2} - \sqrt{\left(\frac{\sigma_\theta - \sigma_z}{2}\right)^2 + \tau_{\theta z}^2} \\ P_w \end{cases} \quad (3.12)$$

Cabe mencionar que el orden en la expresión anterior implica que $P_w = \sigma_3$. Esta es la situación más común, sin embargo, P_w también puede ser el esfuerzo principal intermedio o el mayor, dependiendo de las condiciones.

A continuación se tratarán algunos aspectos básicos de mecánica de fallas con el fin de comprender mejor este proceso. Después se abordarán los dos tipos de criterios de falla (por tensión y por compresión o corte).

3.4.1 Aspectos mecánicos de la falla

Cuando un espécimen de cualquier material sólido es sometido a esfuerzos suficientemente grandes, ocurrirá una falla de algún tipo determinado. Esto significa que cuando el esfuerzo sea liberado, el material no recobrará su estado original. El tipo de falla dependerá del estado de esfuerzos, del tipo de material y de la geometría del espécimen. También es importante considerar la historia de esfuerzos a la que ha estado sometida el espécimen, ya que puede presentarse una falla debida a fatiga a un nivel de esfuerzos menor al cual un espécimen no alterado falla.

Para poder definir con claridad algunos aspectos de la mecánica de una falla se presenta una gráfica de esfuerzo aplicado contra deformación axial de una muestra sometida a una prueba uniaxial (Fig. 3.3), la cual representa un resultado típico obtenido en una prueba de este tipo.

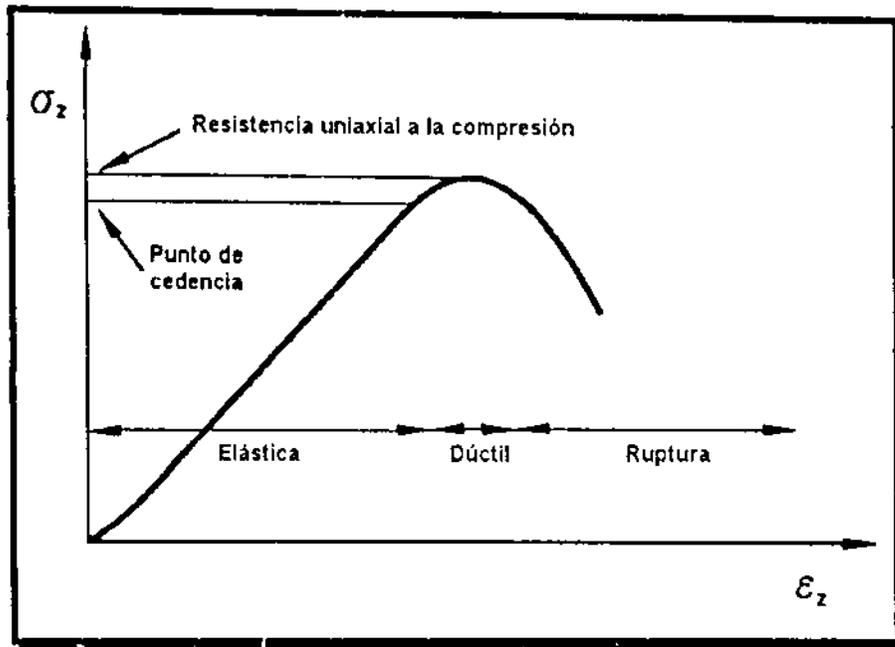


Fig. 3.3. Diagrama de comportamiento esfuerzo contra deformación de una muestra en una prueba uniaxial. En la práctica la región dúctil puede ser muy pequeña.

- Región elástica: Si el esfuerzo es liberado en esta fase, la muestra recuperará su estado original.
- Punto de cedencia: Es el punto después del cuál ocurrirán cambios permanentes, es decir, la muestra no volverá a su estado original una vez liberado el esfuerzo.
- Resistencia uniaxial a la compresión: El esfuerzo máximo.
- Región dúctil: Es la región en la cual la muestra experimenta una deformación permanente sin perder la capacidad de resistir cargas.
- Región de ruptura: Es la región en la cual la capacidad de la muestra a resistir el esfuerzo disminuye rápidamente conforme se incrementa la deformación.

3.4.2 Criterio de falla por tensión

Se considera que el inicio de una falla por tensión ocurre cuando el esfuerzo mínimo efectivo en la pared del agujero se hace menor a la resistencia de la formación a la tensión. Por lo tanto el criterio de falla por tensión tiene la forma:

$$\sigma_1' \leq -|\sigma_t| \quad (3.13)$$

donde σ_t es resistencia a la tensión de la roca y el esfuerzo principal mínimo efectivo está dado por el esfuerzo principal mínimo menos la presión de poro, esto es:

$$\sigma_1' = \sigma_1 - p_p \quad (3.14)$$

En algunos casos, la P_w requerida para iniciar el fracturamiento en la pared del agujero es menor que el esfuerzo principal menor. En estos casos el fracturamiento por tensión solo se propagará a una pequeña distancia de la pared del agujero resultando en una pérdida de fluidos mínima, la cual no constituirá realmente un problema²¹. Por esto, cuando se inicia una fractura por tensión también se debe verificar si esta se propaga. Asumiendo que el esfuerzo horizontal mínimo es menor que el esfuerzo de sobrecarga, entonces el criterio de propagación puede ser expresado como:

$$P_w \geq \sigma_h \quad (3.15)$$

²¹ M. R. McLean and M. A. Addis SPE 10405

3.4.3 Criterios de falla por compresión

Existen varios criterios propuestos para definir la falla de la roca en compresión, los cuales pueden clasificarse en 4 categorías²²:

- Categoría A: Lineal y con efecto del esfuerzo principal intermedio;
- Categoría B: Lineal y sin efecto del esfuerzo principal intermedio;
- Categoría C: No lineal y con efecto del esfuerzo principal intermedio;
- Categoría D: No lineal y sin efecto del esfuerzo principal intermedio.

A continuación mencionaremos algunos de los criterios usados comúnmente:

- Criterio de Drucker-Prager (categoría A),

$$\tau_{oc1} = \tau_0 + k_m(\sigma_{oc1} - P_p) \quad (3.16)$$

- Criterio de Mohr-Coulomb (categoría B),

$$\sigma_1 - P_1 = \frac{1 + \text{sen}\Phi}{1 - \text{sen}\Phi}(\sigma_1 - P_1) + \frac{2S_c \cos\Phi}{1 - \text{sen}\Phi} \quad (3.17)$$

- Criterio de Wu-Hudson (categoría C),

$$q' = A + Bp' + cp'^2 \quad (3.18)$$

- Criterio de Hoek-Brown (categoría D),

²² Wang Wiaojun, et al Borehole stability analysis

En las ecuaciones (3.16) a (3.19), $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$ son los esfuerzos principales, p_f es la presión de poro, τ_o , m , S_o , Φ , A , B , C , n , σ_c los parámetros materiales y

$$\sigma_1 - \sigma_3 = -\sigma_1 - \sigma_3 = \frac{n\sigma_c}{6} + \frac{1}{2} \sqrt{\frac{1}{9} n^2 \sigma_c^2 + 4n\sigma_c(\sigma_1 + 2\sigma_3 - 3p_f) / 3 + 4\sigma_c^2} \quad (3.19)$$

$$q' = \sigma_1 - \sigma_3 \quad (3.20)$$

$$p' = \frac{1}{3}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) - p_f \quad (3.21)$$

Después de realizar pruebas triaxiales con diferentes presiones de confinamiento, uno puede ajustar los puntos experimentales con cualquiera de las ecuaciones (3.16) a (3.19) y de esta manera obtener los parámetros materiales utilizados en ellas.

De los criterios mencionados podemos decir:

- (1) Generalmente, los criterios de falla que no consideran la influencia del esfuerzo principal intermedio (categorías B o D) son conservadores en la predicción de la estabilidad del agujero, particularmente cuando se utilizan con modelos lineales elásticos. Aunque las verdaderas pruebas triaxiales muestran los efectos del esfuerzo principal intermedio, los criterios de falla que incorporan el efecto de éste (categorías A o C) tienden a sobrepredicir la resistencia de la formación y la estabilidad del agujero.

(2) En la mayoría de los casos es adecuada la aplicación de criterios de falla lineales. Sin embargo, para formaciones muy débiles o con presiones de confinamiento mayores a 14 MPa, son necesarios los criterios de falla no lineales.

Debido a que en este trabajo se utiliza el Criterio de Mohr-Coulomb a continuación se expondrá brevemente una explicación del mismo.

3.4.4 Criterio de Mohr-Coulomb

La falla de corte ocurre cuando el esfuerzo de corte a lo largo de un plano en una muestra llega a ser muy grande. Mohr asumió que la falla podía ser descrita por:

$$|\tau| = f(\sigma) \quad (3.22)$$

donde σ es el esfuerzo normal actuando sobre un plano y τ es el esfuerzo de corte a lo largo del mismo. El criterio de Mohr-Coulomb asume una función $f()$ lineal.

$$|\tau| = S_0 + \mu\sigma \quad (3.23)$$

donde S_0 es la cohesión del material y μ es el coeficiente de fricción interna.

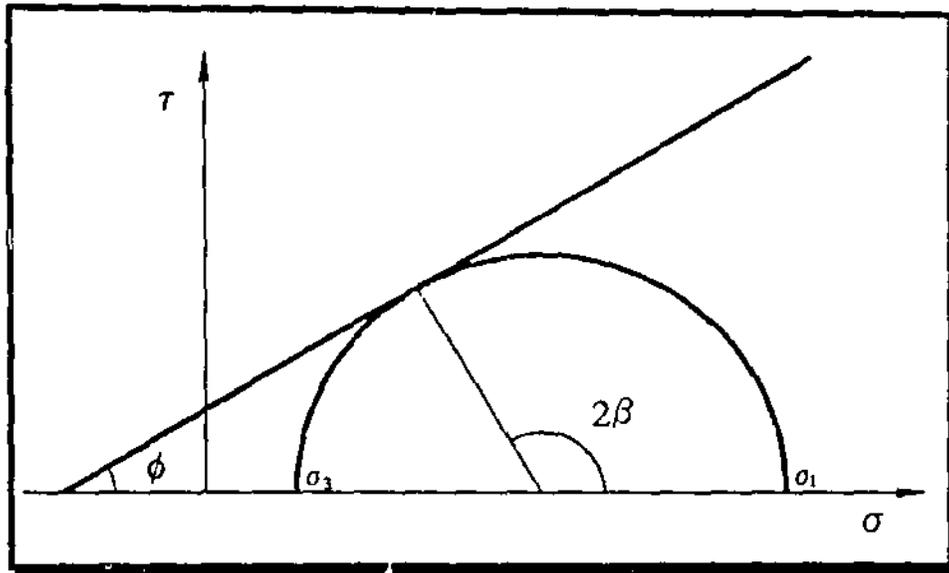


Fig. 3.4. Criterio de Mohr-Coulomb en el espacio τ - σ . También se muestra el círculo de Mohr correspondiente a un estado de esfuerzos crítico.

De la Fig. 3.4 podemos definir el ángulo de fricción interna Φ relacionándolo con el coeficiente de fricción interna μ de la siguiente manera:

$$\tan \Phi = \mu \quad (3.24)$$

También se muestra en la Fig. (3.4) el ángulo 2β , el cual proporciona la posición del punto de coincidencia entre el círculo de Mohr y la línea de falla. Se puede observar que los esfuerzos de corte y normal en el punto de contacto son:

$$|\tau| = \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3) \sin 2\beta \quad (3.25)$$

$$\sigma = \frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_3) + \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3) \cos 2\beta \quad (3.26)$$

y que β y Φ están relacionados por:

$$\Phi + \frac{\pi}{2} = 2\beta \quad (3.27)$$

Los esfuerzos σ y τ dados por las Ecs. (3.25) y (3.26) son los esfuerzos normal y de corte de un plano cuya normal está inclinada a un ángulo β con respecto a la dirección σ_1 . De la Ec. (3.27) se obtiene :

$$\beta = \frac{\pi}{4} + \frac{\Phi}{2} \quad (3.28)$$

y debido a que la máxima variación permisible de Φ es de 0 a 90° (en la práctica el rango será menor, estando aproximadamente cerca de los 30°), es claro que β variará entre los 45° y los 90°. Debido a que β es el ángulo al cual se satisface el criterio de falla, β indica la orientación del plano de falla de lo que podemos concluir que el plano de falla está inclinado a un ángulo menor a 45° con respecto a la dirección de σ_1 . La Fig. 3.5 muestra esquemáticamente la posible variación de los planos de falla de una roca descrita por el criterio de Mohr-Coulomb.

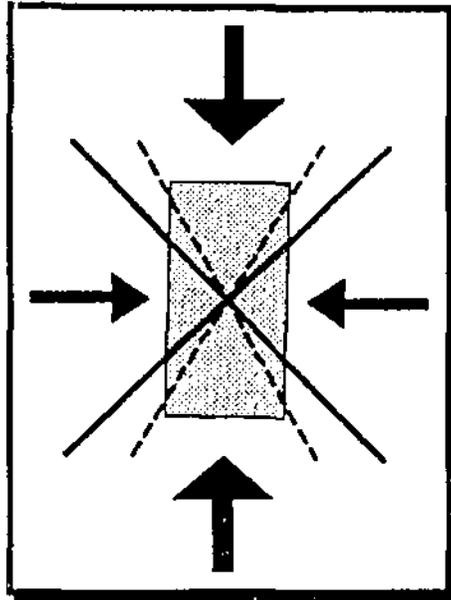


Fig. 3.5. Máxima inclinación del plano de falla de acuerdo al criterio de Mohr-Coulomb (líneas continuas). También se muestra la inclinación correspondiente a un ángulo de fricción de 30° (líneas discontinuas). Se supone que el esfuerzo axial es mayor que el radial.

Otro punto importante es que β es proporcionado solamente por ϕ , de tal manera que la orientación del plano de falla es independiente del esfuerzo confinante. Sustituyendo las Ecs. (3.25) y (3.26) en el criterio de falla (Ec.(3.23)) se obtiene:

$$\frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3) \sin 2\beta = S_0 + \mu \left[\frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_3) + \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3) \cos 2\beta \right] \quad (3.29)$$

Reemplazando β y μ por Φ :

$$\frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3) \cos \Phi = S_0 + \frac{1}{2} \tan \Phi (\sigma_1 + \sigma_3) - \frac{1}{2} \tan \Phi \sin \Phi (\sigma_1 - \sigma_3) \quad (3.30)$$

Multiplicando por $2\cos\Phi$ y reorganizando términos:

$$(\sigma_1 - \sigma_3)(\cos^2\Phi + \sin^2\Phi) = 2S_0 \cos\Phi + (\sigma_1 + \sigma_3)\sin\Phi \quad (3.31)$$

$$\sigma_1(1 - \sin\Phi) = 2S_0 \cos\Phi + \sigma_3(1 + \sin\Phi) \quad (3.32)$$

$$\sigma_1 = 2S_0 \frac{\cos\Phi}{1 - \sin\Phi} + \sigma_3 \frac{1 + \sin\Phi}{1 - \sin\Phi} \quad (3.33)$$

La Fig. 3.6 muestra esta relación en el plano (σ_1, σ_3) . Nuevamente tenemos una relación lineal, con una intersección positiva en el eje σ_1 , lo cual es muy similar a la gráfica mostrada en la Fig. 3.4. Sin embargo, el ángulo α en el plano (σ_1, σ_3) no es igual a ϕ , pero está relacionado con éste de la siguiente manera:

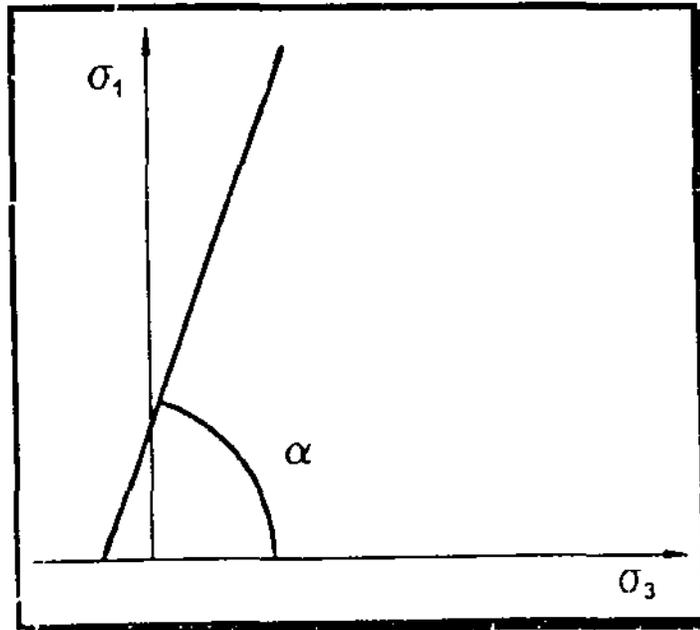


Fig. 3.6. Criterio de Mohr-Coulomb en el plano (σ_1, σ_3) .

$$\tan \alpha = \frac{1 + \operatorname{sen}\Phi}{1 - \operatorname{sen}\Phi} \quad (3.34)$$

o

$$\operatorname{sen}\Phi = \frac{\tan \alpha - 1}{\tan \alpha + 1} \quad (3.35)$$

La Fig. 3.7 muestra una gráfica de α y β contra Φ .

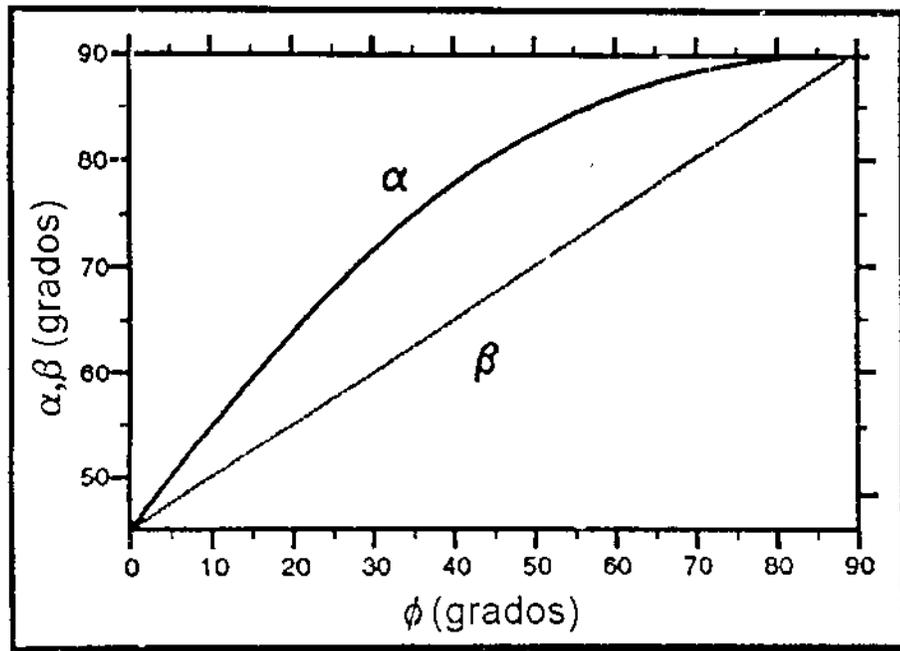


Fig. 3.7 Inclinación (α) de la línea de falla en el plano (σ_1, σ_3) y la inclinación de la normal al plano de falla (β) como función del ángulo de fricción.

Por último, se puede ver que la Ec. (3.33) puede ser escrita en términos del ángulo de falla β de la siguiente manera:

$$\sigma_1 = 2S_0 \tan \beta + \sigma_3 \tan^2 \beta \quad (3.36)$$

3.4.5 Resistencia uniaxial a la compresión

Haciendo $\sigma_3=0$ en la Ec. (3.33), se obtiene la resistencia uniaxial a la compresión C_0

$$C_0 = 2S_1 \frac{\cos \Phi}{1 - \sin \Phi} = 2S_1 \tan \beta \quad (3.37)$$

Se debe hacer hincapié en que la expresión anterior es válida solamente si el mecanismo de falla bajo un esfuerzo uniaxial es una falla de corte. Esto puede no suceder aún cuando la falla de corte ocurra a bajas presiones de confinamiento.

CAPÍTULO IV MODELOS LINEAL ELÁSTICO Y POROELÁSTICO

Debido a que en este trabajo no se pretende hacer una revisión exhaustiva de la teoría de elasticidad lineal, la cual está ampliamente documentada en muchas fuentes²³, sino implementar el concepto de poroelasticidad desarrollado por M. A. Biot a las ecuaciones constitutivas que representan a los esfuerzos en la pared del agujero generados por la perforación del mismo para su aplicación en un análisis de estabilidad, solo se mencionarán algunos conceptos básicos relacionados con esta teoría y se procederá a la presentación de dichas fórmulas, las cuales serán utilizadas en el capítulo siguiente junto con el criterio de falla para determinar la ventana de estabilidad.

4.1 ELASTICIDAD LINEAL

La mayoría de los materiales tienen la capacidad de resistir y recuperarse de deformaciones producidas por fuerzas. A esta habilidad se le llama *elasticidad*, la cual es un aspecto fundamental en mecánica de rocas. El tipo más simple de respuesta es aquel donde existe una relación lineal entre las fuerzas externas y las deformaciones correspondientes. Cuando las variaciones en estas fuerzas son suficientemente pequeñas, la respuesta es casi siempre lineal. Es por esto que la teoría de elasticidad lineal es fundamental para cualquier discusión sobre elasticidad. Esta teoría tiene sus bases en dos conceptos: esfuerzo y deformación.

²³ Ver bibliografía al final del trabajo

Se puede definir sencillamente al esfuerzo como la fuerza F que actúa a través de una sección transversal A , esto es:

$$\sigma = \frac{F}{A} \quad (4.1)$$

Las unidades más utilizadas para medir esfuerzos son: Pascales (N/m^2), bares, atmósferas, psi (lb/pg^2) o Kg/cm^2 . En cálculos teóricos es más cómodo utilizar las unidades del SI (Pa), mientras que las otras son más utilizadas para cálculos ingenieriles. En mecánica de rocas, con respecto al signo del esfuerzo σ , por convención se consideran a los esfuerzos compresivos como positivos.

Debido a que la sección transversal es un área, el esfuerzo depende de la orientación de ésta con respecto a la dirección de la fuerza. Por lo que si consideramos una fuerza que actúa sobre una superficie inclinada (Fig. 4.1), la fuerza no es normal a la misma. Se puede descomponer a la fuerza en dos componentes: una componente F_n , la cual es normal a la sección transversal y en F_p la cual es paralela a la sección. La cantidad

$$\sigma = \frac{F_n}{A''} \quad (4.2)$$

es llamada el esfuerzo normal, mientras que:

$$\tau = \frac{F_p}{A''} \quad (4.3)$$

es el esfuerzo de corte. Por lo tanto, existen dos tipos de esfuerzos que pueden actuar sobre una superficie, de los cuales su magnitud depende de la orientación de la superficie.

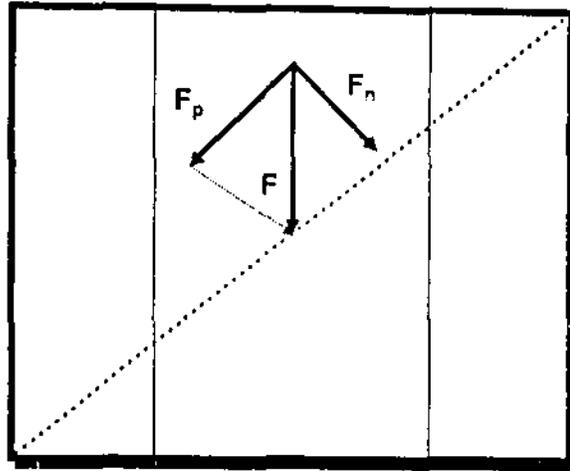


Fig. 4.1.

Las relaciones generales entre esfuerzos y deformaciones para materiales isotrópicos fueron ya presentadas en la Ec. 3.3, por lo que no se considera necesario repetir las.

4.1.1 El tensor de esfuerzos

Para dar una descripción completa del estado de esfuerzos en un punto P dentro de una muestra, es necesario identificar los esfuerzos relacionados a superficies orientadas en tres direcciones ortogonales. Los esfuerzos relacionados a una superficie normal al eje X pueden ser denotados por σ_x , τ_{xy} y τ_{xz} , representando el esfuerzo normal, el esfuerzo de corte relacionado a la fuerza en la dirección Y y el esfuerzo de corte relacionado a la fuerza en la dirección Z, respectivamente. Físicamente, existirá un solo esfuerzo de corte asociado con esta superficie. Sin

embargo, la orientación del esfuerzo de corte tiene que ser identificada, lo cual se realiza de manera conveniente identificando sus componentes en Y y Z: τ_{xy} y τ_{xz} . De manera similar, los esfuerzos relacionados a la superficie normal al eje Y se denotan: σ_y , τ_{yx} y τ_{yz} , mientras que los esfuerzos relacionados a la superficie normal al eje Z son: σ_z , τ_{zx} y τ_{zy} . Por lo tanto, los nueve esfuerzos en conjunto son las *componentes del esfuerzo* relacionadas al punto P:

$$\begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

Esta expresión es llamada el *tensor de esfuerzos*. El cual da una descripción completa del estado de esfuerzos en el punto P.

4.1.2 Ecuaciones de equilibrio

Además de las fuerzas que actúan sobre la superficie de un cuerpo, también pueden existir fuerzas actuando sobre cada parte del mismo cuerpo. Tales fuerzas son llamadas *fuerzas de cuerpo*. Un ejemplo de éstas son las fuerzas gravitacionales. Denotamos a X , Y y Z como las componentes de las fuerzas de cuerpo por unidad de masa actuando en el punto x , y , z de un cuerpo. De acuerdo a la convención de signos adoptada, X es positivo si actúa en la dirección negativa de X , lo cual es similar para Y y Z . Como ejemplo, considérese un volumen diferencial ΔV de un material con densidad ρ . Si Z es el eje vertical, la fuerza de cuerpo debida a la gravedad que actúa en este pequeño volumen es $\rho Z \Delta V = \rho g \Delta V$, donde g es la aceleración de la gravedad.

Las fuerzas de cuerpo generalmente incrementan los gradientes de esfuerzos. Por ejemplo, un elemento en una formación no solo está sujeto a la fuerza de gravedad, sino que también tiene que soportar el peso de la formación sobreyacente, de tal manera que el esfuerzo total se incrementa con la profundidad.

Para que un cuerpo sometido a esfuerzos permanezca en reposo se requiere que todas las fuerzas que actúan sobre el mismo se anulen. Para que esto ocurra se requiere que se cumplan varias condiciones de simetría para el tensor de esfuerzos:

$$\begin{aligned} \tau_{xy} &= \tau_{yx} \\ \tau_{xz} &= \tau_{zx} \\ \tau_{yz} &= \tau_{zy} \end{aligned} \quad (4.5)^{24}$$

Adicionalmente, se genera un grupo de ecuaciones para los gradientes de los esfuerzos. Estas son llamadas *ecuaciones de equilibrio*.

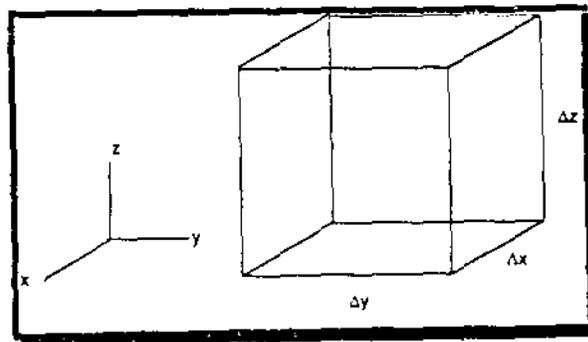


Fig. 4.2.

²⁴ Estas relaciones son generales y reducen el número de componentes independientes del tensor de esfuerzos a seis.

Considerando el paralelepipedo mostrado en la Fig. 4.2 las fuerzas que actúan sobre este cuerpo en la dirección del eje X son:

$$\begin{aligned}
 \text{Fuerzas normales:} & \quad -\sigma_x \Delta y \Delta z + \left(\sigma_x + \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} \Delta x \right) \Delta y \Delta z \\
 \text{Fuerzas de corte:} & \quad -\tau_{yx} \Delta x \Delta z + \left(\tau_{yx} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} \Delta y \right) \Delta x \Delta z \quad (4.6) \\
 & \quad -\tau_{zx} \Delta y \Delta x + \left(\tau_{zx} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} \Delta z \right) \Delta y \Delta x \\
 \text{Fuerzas de cuerpo:} & \quad \rho X \Delta x \Delta y \Delta z
 \end{aligned}$$

Sumando estos términos y dividiendo entre $\Delta x \Delta y \Delta z$, se encuentra que la condición para que las fuerzas en la dirección X se cancelen es:

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} + \rho X = 0 \quad (4.7)$$

De manera similar, para las fuerzas en las direcciones Y y Z se tiene:

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} + \rho Y &= 0 \\
 \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \rho Z &= 0
 \end{aligned} \quad (4.8)$$

Las Ecs. (4.7) y (4.8) son las ecuaciones de equilibrio en términos de los esfuerzos.

4.2 POROELASTICIDAD

Frecuentemente, la región de validez para la elasticidad lineal es excedida en situaciones prácticas. En la mecánica de rocas relacionada con el petróleo, mucho del interés se enfoca en rocas con porosidades y permeabilidades significativas. La teoría elástica para materiales sólidos no es capaz de describir completamente el comportamiento de tales materiales. Es por esto que se debe considerar el concepto de poroelasticidad.

Generalmente, las rocas son materiales compuestos y por lo tanto, no homogéneos en escala microscópica. La manera en que la roca se comporta, su respuesta elástica, sus esfuerzos de falla, etc., dependen en gran medida de la parte no sólida de los materiales. A continuación se considerará el espacio poroso, el cual no solo es esencial para producir aceite de un yacimiento, sino que también juega un papel importante en el comportamiento mecánico de las rocas. Consideraremos primero una descripción macroscópica de los poros y el medio permeable, lo que permitirá el estudio de las propiedades estáticas y dinámicas. Esta aproximación está basada en la teoría de Maurice A. Biot²⁵.

4.2.1 Suspensión de partículas sólidas en un fluido

Considérese un medio poroso muy simple; uno en que la parte sólida y el fluido se deforman independientemente. En la práctica, se puede pensar en este medio como una suspensión de partículas sólidas en un fluido, o por ejemplo, en una arena no consolidada saturada de agua. Si se

²⁵ Biot, M. A., Generalized theory of three-dimensional consolidation. *J. Appl. Phys.* 1941.
Mechanics of deformation and acoustic propagation in porous media *J. Appl. Phys.* 1962.

coloca esta mezcla en un contenedor, la deformación volumétrica debido a una presión externa σ_p es:

$$\varepsilon_v = \frac{\sigma_p}{K_{eff}} \quad (4.9)$$

donde K_{eff} es el módulo de volumen de la mezcla. Sin embargo, la deformación total debe ser igual a la suma de las deformaciones de cada componente, ponderadas por la relación de volumen de cada componente con respecto al volumen total (V_{tot}).

$$\varepsilon_v = \frac{V_s \varepsilon_{v,s}}{V_{tot}} + \frac{V_f \varepsilon_{v,f}}{V_{tot}} \quad (4.10)$$

donde los subíndices s y f significan sólido y fluido, respectivamente. Ahora, se define a la porosidad ϕ como el volumen ocupado por el fluido con relación al volumen total, esto es:

$$\phi = \frac{V_f}{V_{tot}} \quad (4.11)$$

Debido a que $V_{tot} = V_f + V_s$, el volumen relativo ocupado por el sólido es:

$$\frac{V_s}{V_{tot}} = 1 - \phi \quad (4.12)$$

Las deformaciones $\varepsilon_{v,s}$ y $\varepsilon_{v,f}$ se obtienen a partir del módulo de volumen del sólido (K_s) y del fluido (K_f), respectivamente, esto de acuerdo a la Ec. (3.9).

Entonces la Ec. (4.10) puede escribirse como:

$$\varepsilon_v = \frac{(1-\phi)\sigma_p}{K_s} + \frac{\phi\sigma_p}{K_f} \quad (4.13)$$

Combinando las Ecs. (4.9) y (4.13) se encuentra que el modulo efectivo de la suspensión es:

$$\frac{1}{K_{eff}} = \frac{1-\phi}{K_s} + \frac{\phi}{K_f} \quad (4.14)$$

Esto es un ejemplo de un material poroso particularmente simple. Pero se puede ahora generalizar tomando en cuenta el hecho de que las rocas están constituidas por un armazón sólido y por fluido alojado en los poros, los cuales no pueden ser tratados independientemente.

4.2.2 Teoría poroelástica de Biot para propiedades estáticas

Consideraremos ahora un medio isotrópico, poroso y permeable, constituido por dos componentes: una parte sólida y un fluido. El desplazamiento del sólido se denota por el vector \bar{u}_s , mientras que el del fluido por \bar{u}_f . Para un elemento de volumen de sólido, las deformaciones están dadas como las derivadas de las componentes de \bar{u}_s . Por lo tanto, para la deformación volumétrica se tiene:

$$\varepsilon_v = \bar{\nabla} \cdot \bar{u}_s \quad (4.15)$$

Para la parte fluida, se definirá el parámetro de deformación ζ , el cual describe la deformación volumétrica del fluido relativa a la del sólido:

$$\zeta = \phi \vec{\nabla} \cdot (\vec{u}_f - \vec{u}_s) \quad (4.16)$$

El tensor de esfuerzo σ representa el esfuerzo total externo sobre un elemento de volumen del armazón sólido. El elemento de volumen balancea este esfuerzo, en parte por los esfuerzos en el armazón sólido y en parte por una presión hidrostática en el fluido, la presión de poro p_f . De acuerdo con la convención de signos, todos los esfuerzos, incluyendo la presión de poro, son positivos en compresión.

La presencia de fluido en los poros agrega términos a la energía de deformación del material. Por lo tanto, las relaciones esfuerzo-deformación (Ec. (3.3)) también serán modificadas. Biot (1962) demostró como las relaciones lineales esfuerzo-deformación para este sistema de dos fases pueden ser expresadas en términos de los parámetros de deformación ϵ_v y ζ , de los elementos del tensor de esfuerzos y de la presión de poro p_f :

$$\sigma_x = \lambda \epsilon_x + 2G \epsilon_x - C \zeta \quad (4.17)$$

$$\sigma_y = \lambda \epsilon_y + 2G \epsilon_y - C \zeta \quad (4.18)$$

$$\sigma_z = \lambda \epsilon_z + 2G \epsilon_z - C \zeta \quad (4.19)$$

$$\tau_{xy} = 2G \Gamma_{xy} \quad (4.20)$$

$$\tau_{xz} = 2G\Gamma_{xz} \quad (4.21)$$

$$\tau_{xy} = 2G\Gamma_{xy} \quad (4.22)$$

$$p_f = C\varepsilon_v - M\zeta \quad (4.23)$$

λ y G son los parámetros de Lamé del material poroso, mientras que C y M son los parámetros elásticos requeridos para describir el medio de dos fases. Como podemos ver de las Ecs. (4.17)-(4.19) y (4.23), C acopla las deformaciones del sólido y del fluido, mientras que M , burdamente hablando, caracteriza las propiedades elásticas del fluido. Expresiones explícitas para C y M en términos del módulo del sólido y del fluido se mostrarán adelante. La suma de las Ecs. (4.17) a (4.19) proporciona:

$$\bar{\sigma} = K\varepsilon_v - C\zeta \quad (4.24)$$

donde $\bar{\sigma} = (\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z)/3$. $K = \lambda + 2G/3$ es el módulo de volumen de la roca porosa bajo condiciones sin drene, esto es, en una condición donde no se permite que el fluido escape de los poros.

Ahora investigaremos como los parámetros de elasticidad K , C y M se relacionan a los módulos de los constituyentes de la roca. Primero, suponga que realizamos la siguiente prueba: un medio poroso se encuentra confinado dentro de una "camisa" impermeable y se encuentra sometido a una presión hidrostática externa σ_p . Se permite que el fluido escape mientras se aplica la carga, de tal manera que la presión de poro se mantiene constante y por lo tanto, el esfuerzo es soportado completamente por el armazón sólido. De las Ecs. (4.23) y (4.24) se obtiene:

$$\frac{\sigma_p}{\varepsilon_v} = K - \frac{C^2}{M} = K_f \quad (4.25)$$

Debido a que esta prueba caracteriza la rigidez de la parte sólida de la roca, K_f es llamado el módulo de volumen del armazón. Debido a que no existen fuerzas cortantes asociadas con el fluido, es posible identificar directamente al módulo de corte del sistema poroso como el módulo de corte del armazón, esto es:

$$G = G_f \quad (4.26)$$

Después, se realiza una prueba "sin camisa". Aquí, la muestra de roca se encuentra sumergida en un fluido de tal manera que la presión hidrostática en la muestra se encuentra balanceada con la presión de poro, esto es, $p = \sigma_p$. Combinando las Ecs. (4.23) y (4.24) se encuentra que:

$$\frac{\sigma_p}{\varepsilon_v} = \frac{K_s}{1 - \frac{C}{M}} \quad (4.27)$$

En este caso, la respuesta esfuerzo-deformación del sólido está dada completamente por las propiedades elásticas intrínsecas del material sólido, esto es, $\sigma_p = K_s \varepsilon_v$, donde K_s es el módulo de volumen del sólido (frecuentemente, $1/K_s$ es referido como la compresibilidad del grano). Comparando con la Ec. (4.27) se obtiene:

$$K_t = \frac{K_f}{1 - \frac{C}{M}} \quad (4.28)$$

El parámetro de deformación ζ , de acuerdo con su definición (4.16) y con las Ecs. (4.15) y (3.9) (definición del módulo de volumen) está dado por:

$$\zeta = \phi \left(\frac{1}{K_t} - \frac{1}{K_f} \right) p_f \quad (4.29)$$

donde K_f es el módulo de volumen del fluido. Por otro lado, la combinación de las Ecs. (4.23) y (4.24) proporciona:

$$\zeta = \frac{C - K}{K_f M} p_f \quad (4.30)$$

Combinando las Ecs. (4.29) y (4.30) se obtiene la relación:

$$\phi \left(\frac{1}{K_t} - \frac{1}{K_f} \right) = \frac{C - K}{K_f M} \quad (4.31)$$

La combinación de las Ecs. (4.28) y (4.31) con la definición de K_t (Ec. (4.25)), permite escribir las constantes elásticas K , C y M en términos del módulo de elasticidad de los constituyentes de la roca (K_s y K_l), de la porosidad ϕ y del módulo del armazón K_{fr} . Los resultados son:

$$K = K_f + \frac{K_f}{\phi} \frac{\left(1 - \frac{K_f}{K_s}\right)^2}{1 + \frac{K_f}{\phi K_s} \left(1 - \phi - \frac{K_f}{K_s}\right)} \quad (4.32)$$

$$C = \frac{K_f}{\phi} \frac{1 - \frac{K_f}{K_s}}{1 + \frac{K_f}{\phi K_s} \left(1 - \phi - \frac{K_f}{K_s}\right)} \quad (4.33)$$

$$M = \frac{CK_s}{K_s - K_f} \quad (4.34)$$

Las relaciones (4.32)-(4.34) no proporcionan un significado físico claro de cada parámetro. Se puede obtener una idea más clara analizando un par de casos límite, donde las relaciones se vuelven más simples.

Un caso es una roca "dura", donde el armazón es incompresible comparado con el fluido. Como $K_s \gg K_f$ en general, para este caso de "armazón rígido" se tiene:

$$K_{fr}, G_{fr}, K_s \gg K_f \quad (4.35)$$

Para porosidades finitas (específicamente $\phi \gg (K_f/K_s^2)(K_s - K_{fr})$), las Ecs. (4.32)-(4.34) se reducen a:

$$\text{"Armazón rígido"} \quad \begin{cases} K \approx K_f \\ C \approx \frac{K_f}{\phi} \left(1 - \frac{K_f}{K_s} \right) \\ M \approx \frac{K_f}{\phi} \end{cases} \quad (4.36)$$

Se observa que el módulo de volumen K se identifica aquí como el módulo de volumen del armazón de la roca, mientras que la constante M está dada completamente por las propiedades del fluido y del sistema poroso.

El caso opuesto es el de un "armazón débil". Para este caso se supone

$$K_f, G_f, K_f \ll K_s \quad (4.37)$$

Para porosidades $\phi \gg K_f/K_s$, las Ecs. (4.32)-(4.34) se reducen a:

$$\text{"Armazón débil"} \quad \begin{cases} K \approx K_f + \frac{K_f}{\phi} \\ C \approx M \approx \frac{K_f}{\phi} \end{cases} \quad (4.38)$$

En este caso, el módulo de volumen K está influenciado no solo por la rigidez de la roca, sino también por el módulo de volumen del fluido K_f . En el caso límite cuando $K_f \rightarrow 0$ (suspensión), $K=C=M \approx K_f/\phi$ están dadas principalmente por las propiedades del fluido. El no considerar la condición $K \gg K_f$ reproduciría en este caso la Ec. (4.14), la cual fue obtenida por simples argumentos físicos.

Debe notarse que los casos de los armazones "rígido" y "débil" son casos extremos que se utilizan principalmente con propósitos ilustrativos. Para cálculos prácticos se deben utilizar las Ecs. (4.32)-(4.34) completas.

La teoría mencionada contiene dos parámetros "desconocidos", los cuales no son identificados en términos de las propiedades de los constituyentes de las rocas. Estos son los dos parámetros elásticos del armazón, K_{fr} y G_{fr} . Empíricamente se ha encontrado que el módulo de volumen del armazón K_{fr} es significativamente más pequeño que K_s y que decrece drásticamente con la porosidad.

En la literatura de mecánica de rocas relacionada con el petróleo, el término "compresibilidad del poro" se introduce algunas veces para describir la rigidez efectiva del espacio poroso. La compresibilidad del poro ($1/K_p$) normalmente se define como $1/K_p = (1/K_{fr} - (1-\phi)/K_s)$. Sin embargo, esta expresión no es correcta (Zimmerman, 1991). Volviendo a las relaciones esfuerzo-deformación (4.17)-(4.23), definiendo $1/K_p \equiv \epsilon_{v,p}/\sigma_p$, donde $\epsilon_{v,p}$ es la deformación volumétrica del espacio poroso y suponiendo que se permite que el fluido escape (prueba con camisa), se obtiene:

$$\frac{1}{K_p} = \frac{1}{\phi} \left(\frac{1}{K_{fr}} - \frac{1}{K_s} \right) \quad (4.39)$$

4.2.3 El concepto de esfuerzo efectivo

Anteriormente se discutió un experimento donde una muestra de roca fue "encamisada" permitiendo que el fluido pudiera escapar, de tal manera que se mantuvo la presión de poro constante mientras se aplicaba

una carga. La respuesta esfuerzo-deformación para esta prueba fue dada por la Ec. (4.25), esto es:

$$\frac{\sigma_p}{\varepsilon_s} = K_p \quad (4.40)$$

Considerando ahora una prueba similar pero con el fluido encerrado en los poros, de tal manera que no exista flujo hacia fuera o dentro de la muestra. A esta situación se le llama condición sin drene, tal como se había mencionado en el Capítulo 2. La compresión de la muestra (incluyendo el espacio poroso) debida a una carga hidrostática externa, provocará en este caso un incremento en la presión de poro. La compresión de la muestra y la presión de poro pueden ser calculadas haciendo $\zeta=0$ en las Ecs. (4.23) y (4.24), esto es, que no existe desplazamiento relativo entre el fluido y el sólido durante la prueba. La presión de poro está dada por la Ec. (4.23):

$$p_f = C\varepsilon_s \quad (4.41)$$

mientras que las características esfuerzo-deformación dadas por la Ec. (4.24) quedan:

$$\sigma_p = K\varepsilon_s \quad (4.42)$$

Utilizando las Ecs. (4.25) y (4.41), se puede escribir $K=K_0+C^2/M_0+K_0+(C/M_0)\varepsilon_s$. Introduciendo esta expresión para K en la Ec. (4.42) y reorganizando la ecuación obtenemos

$$\frac{\left(\sigma_p - \frac{C}{M} p_f\right)}{\varepsilon_s} = K_{fr} \quad (4.43)$$

la Ec. (4.43) expresa que si se utiliza el esfuerzo efectivo σ_p' , definido como:

$$\sigma_p' = \sigma_p - \alpha p_f \quad (4.44)$$

en lugar del esfuerzo total σ_p cuando se gráfica la curva esfuerzo-deformación, el modulo resultante será K_{fr} , es decir, el mismo que para la prueba drenada (Ec. (4.40)). Físicamente esto significa que el armazón sólido soporta la parte σ_p' del esfuerzo total externo σ_p , mientras que la parte remanente, αp_f , es soportada por el fluido. La presión de poro remanente, $(1 - \alpha)p_f$, es contrarrestada por los esfuerzos internos en el sólido. El parámetro α es llamado la *constante de Biot*:

$$\alpha = \frac{C}{M} = 1 - \frac{K_{fr}}{K_s} \quad (4.45)$$

Como ya se mencionó, K_{fr} siempre es más pequeño que K_s . Teóricamente, el límite superior para K_{fr} es $(1 - \phi)K_s$. El límite inferior es cero. De esta manera, α se encuentra restringido a la región $\phi < \alpha \leq 1$. En rocas no consolidadas o débiles, el valor de α es cercano a uno.

El concepto de esfuerzo efectivo fue originalmente introducido en mecánica de suelos por Terzaghi en 1923 sobre una base empírica. El argumentaba que:

1. incrementar la presión hidrostática externa produce el mismo cambio en el volumen del material debido a que se reduce la presión de poro en la misma magnitud,
2. la resistencia al corte depende únicamente de la diferencia entre el esfuerzo normal σ y la presión de poro p_r , lo cual implica que es el esfuerzo efectivo en lugar del esfuerzo total el que determina si la roca falla o no debido a una carga externa.

Estos argumentos conducen a una ley de esfuerzo efectivo con $\alpha=1$. Para suelos esta suposición es razonable. Sin embargo, para rocas, la desviación de α de 1 debe ser tomada en cuenta.

4.3 ESFUERZOS EN LA PARED DEL AGUJERO

Se ha venido mencionando que para poder realizar un análisis de estabilidad es necesario conocer la alteración en el estado de esfuerzos en la pared del agujero, esto debido a que grandes desviaciones pueden tener como consecuencia el afallamiento de la formación, provocando los consecuentes problemas en el agujero (Ver Capítulo II).

Como el principal objetivo de este trabajo es determinar la influencia que tiene el espacio poroso en la respuesta de la roca sometida a cargas y por lo consiguiente, en las condiciones de falla, consideraremos el caso más simple (pozo vertical), el cual puede ser más claro para lograr el objetivo mencionado.

Para materiales isotrópicos, las relaciones esfuerzo-deformación (3.3) en coordenadas cilíndricas son:

$$\begin{aligned}
 \sigma_r &= (\lambda + 2G)\varepsilon_r + \lambda\varepsilon_\theta + \lambda\varepsilon_z \\
 \sigma_\theta &= \lambda\varepsilon_r + (\lambda + 2G)\varepsilon_\theta + \lambda\varepsilon_z \\
 \sigma_z &= \lambda\varepsilon_r + \lambda\varepsilon_\theta + (\lambda + 2G)\varepsilon_z \\
 \tau_{r\theta} &= 2G\Gamma_{r\theta} \\
 \tau_{rz} &= 2G\Gamma_{rz} \\
 \tau_{\theta z} &= 2G\Gamma_{\theta z}
 \end{aligned}
 \tag{4.46}$$

Las ecuaciones de equilibrio (4.7) y (4.8) pueden ser también expresadas en coordenadas cilíndricas:

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \tau_{r\theta}}{\partial \theta} + \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial z} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} = 0$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial \tau_{r\theta}}{\partial r} + \frac{\partial \tau_{z\theta}}{\partial z} + \frac{2\tau_{r\theta}}{r} + \rho\theta &= 0 \\ \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial \theta} + \frac{\tau_{rz}}{r} + \rho Z &= 0 \end{aligned} \quad (4.47)$$

Consideremos ahora un cilindro hueco con un radio interior R_i y un radio exterior R_o (Fig. 4.3). La presión de poro en la cara interior es σ_{ri} y σ_{ro} en la superficie externa.

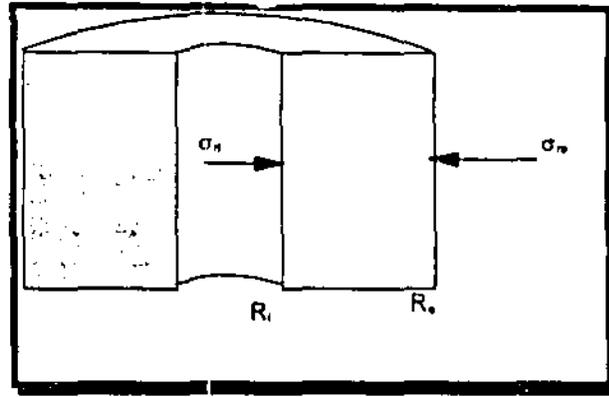


Fig. 4.3. Sección transversal de un cilindro hueco.

No existen fuerzas de corte actuando sobre las superficies. Despreciando las fuerzas de cuerpo y suponiendo que todas las cantidades son independientes de θ y z , la primera de las Ecs. (4.47) se vuelve:

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} = 0 \quad (4.48)$$

Las dos restantes de (4.47) se satisfacen por $\tau_{r\theta} = \tau_{rz} = 0$, lo cual también es válido en los límites $r=R_i$ y $r=R_o$. Sustituyendo las ecuaciones para las deformaciones en las Ecs. (4.46) se obtiene:

$$\begin{aligned} \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial \tau_{r\theta}}{\partial r} + \frac{\partial \tau_{z\theta}}{\partial z} + \frac{2\tau_{r\theta}}{r} + \rho\theta &= 0 \\ \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial \theta} + \frac{\tau_{rz}}{r} + \rho Z &= 0 \end{aligned} \quad (4.47)$$

Consideremos ahora un cilindro hueco con un radio interior R_i y un radio exterior R_o (Fig. 4.3). La presión de poro en la cara interior es σ_{r_i} y σ_{r_o} en la superficie externa.

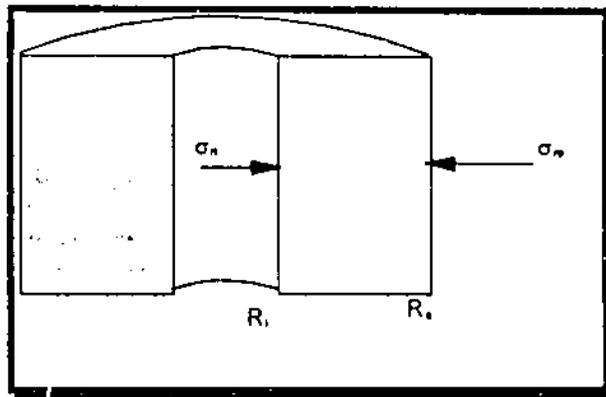


Fig. 4.3. Sección transversal de un cilindro hueco.

No existen fuerzas de corte actuando sobre las superficies. Despreciando las fuerzas de cuerpo y suponiendo que todas las cantidades son independientes de θ y z , la primera de las Ecs. (4.47) se vuelve:

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} = 0 \quad (4.48)$$

Las dos restantes de (4.47) se satisfacen por $\tau_{r\theta} = \tau_{rz} = 0$, lo cual también es válido en los límites $r = R_i$ y $r = R_o$. Sustituyendo las ecuaciones para las deformaciones en las Ecs. (4.46) se obtiene:

$$\begin{aligned}\sigma_r &= (\lambda + 2G)\varepsilon_r + \lambda\varepsilon_\theta + \lambda\varepsilon_z = (\lambda + 2G)\frac{\partial u}{\partial r} + \lambda\frac{u}{r} \\ \sigma_\theta &= \lambda\varepsilon_r + (\lambda + 2G)\varepsilon_\theta + \lambda\varepsilon_z = \lambda\frac{\partial u}{\partial r} + (\lambda + 2G)\frac{u}{r}\end{aligned}\quad (4.49)$$

donde u es el desplazamiento en la dirección r (radial). Introduciendo estos esfuerzos en la Ec. (4.48) se obtiene la siguiente ecuación para el desplazamiento radial u :

$$\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial u}{\partial r} - \frac{u}{r^2} = \frac{\partial}{\partial r}\left[\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(ru)\right] = 0 \quad (4.50)$$

De la cual su solución general es:

$$u = Ar + \frac{B}{r} \quad (4.51)$$

Al introducir el desplazamiento (4.51) en las ecuaciones para las deformaciones en coordenadas cilíndricas y el resultado de esto en las Ecs. (4.46) se obtiene para los esfuerzos radial y tangencial:

$$\begin{aligned}\sigma_r &= (\lambda + 2G)\left(A - \frac{B}{r^2}\right) + \lambda\left(A + \frac{B}{r^2}\right) \\ \sigma_\theta &= \lambda\left(A - \frac{B}{r^2}\right) + (\lambda + 2G)\left(A + \frac{B}{r^2}\right)\end{aligned}\quad (4.52)$$

Las condiciones de frontera para los esfuerzos radiales son:

$$\begin{aligned}\sigma_r &= \sigma_r = -p_0 \quad r = R \\ \sigma_r &= \sigma_r = -p_0 \quad r = R\end{aligned}\quad (4.53)$$

Aplicando (4.53) en la Ec. (4.52) se pueden determinar los coeficientes A y B. Sustituyendo los resultados en la Ec. (4.52) se obtiene:

$$\begin{aligned}\sigma_r &= \frac{\sigma_o R_o^2 - \sigma_i R_i^2}{R_o^2 - R_i^2} - (\sigma_o - \sigma_i) \frac{R_i^2}{r^2} \frac{R_o^2}{R_o^2 - R_i^2} \\ \sigma_\theta &= \frac{\sigma_o R_o^2 - \sigma_i R_i^2}{R_o^2 - R_i^2} + (\sigma_o - \sigma_i) \frac{R_i^2}{r^2} \frac{R_o^2}{R_o^2 - R_i^2}\end{aligned}\quad (4.54)$$

Estas ecuaciones expresan como varían los esfuerzos radial y tangencial en un cilindro hueco con respecto a la distancia al eje del cilindro. Se puede observar que entre menor sea la presión radial interna σ_{ri} , comparada con la presión con la externa σ_{ro} , mayor será la diferencia entre σ_r y σ_θ en la pared interior del cilindro.

En una situación real de pozo, $\sigma_{ri} \rightarrow P_w$ = presión del pozo, $R_i \rightarrow R$ = radio del agujero, $R_o \rightarrow \infty$ y $\sigma_{ro} \rightarrow \sigma_h$ = esfuerzo horizontal. Las soluciones para los esfuerzos radial y tangencial se vuelven:

$$\begin{aligned}\sigma_r &= \sigma_h - (\sigma_h - p_w) \frac{R_i^2}{r^2} \\ \sigma_\theta &= \sigma_h + (\sigma_h - p_w) \frac{R_i^2}{r^2}\end{aligned}\quad (4.55)$$

Para el esfuerzo axial, al derivar (de la Ec. (4.46)) σ_z con respecto a r , utilizando las expresiones adecuadas para ϵ_r y ϵ_θ y la Ec. (4.50), encontramos que $\partial\sigma_z/\partial r=0$, por lo que σ_z es una constante independiente de r . La magnitud de esta constante está dada por la condición de frontera para σ_z , la cual dice que $\sigma_z = \sigma_v$ cuando $r \rightarrow \infty$. De aquí tenemos que $\sigma_z = \sigma_v$ para toda r . Se puede observar de la Ecu. (4.55) que tanto σ_r como σ_θ

presión del pozo P_w genera una reducción en el esfuerzo radial σ_r y un incremento de igual magnitud en el esfuerzo tangencial σ_θ .

El desplazamiento radial u se encuentra introduciendo en la Ec.(4.51) las expresiones para A y B obtenidas de las condiciones de frontera:

$$u = \frac{\sigma_h}{2(\lambda + G)} r + \frac{\sigma_h - p_w}{2G} \frac{R^2}{r} \quad (4.56)$$

La ecuación anterior nos da el desplazamiento relativo a un estado donde $\sigma_h = P_w = 0$. Antes de perforar, $P_w = \sigma_h$ y el desplazamiento $u = \sigma_h r / (2\lambda + 2G)$, esto de acuerdo a la Ec (4.56). Restando este valor del desplazamiento total (4.56) se encuentra que el desplazamiento radial provocado por la perforación es:

$$u_r = \frac{\sigma_h - p_w}{2G} \frac{R^2}{r} \quad (4.57)$$

Esta ecuación nos indica que una reducción en la presión del pozo se traduce en un desplazamiento radial positivo, el cual corresponde a una reducción en el radio del agujero, como era de esperarse.

4.3.1 Esfuerzos en la pared del agujero en una formación poroelástica

Acabamos de determinar la distribución de esfuerzos en un pozo vertical asumiendo elasticidad lineal y considerando a la roca como un material sólido. A continuación se considerará el hecho de que la roca es permeable y porosa, lo cual modifica las soluciones de los esfuerzos.

Suponiendo que el esfuerzo horizontal es isotrópico, es necesario establecer las relaciones esfuerzo-deformación correspondientes a las Ecs. (4.46) esta vez para un material poroelástico. Esto se lleva a cabo comparando las relaciones esfuerzo-deformación dadas en la Ec. (3.3) con las Ecs. (4.17) a (4.23) de donde se encuentra que las relaciones buscadas son:

$$\begin{aligned}
 \sigma_r &= (\lambda + 2G)\varepsilon_r + \lambda\varepsilon_\theta + \lambda\varepsilon_z - C\zeta \\
 \sigma_\theta &= \lambda\varepsilon_r + (\lambda + 2G)\varepsilon_\theta + \lambda\varepsilon_z - C\zeta \\
 \sigma_z &= \lambda\varepsilon_r + \lambda\varepsilon_\theta + (\lambda + 2G)\varepsilon_z - C\zeta \\
 \tau_{r\theta} &= 2G\Gamma_{r\theta} \\
 \tau_{rz} &= 2G\Gamma_{rz} \\
 \tau_{\theta z} &= 2G\Gamma_{\theta z} \\
 p_f &= C\varepsilon_r - M\zeta
 \end{aligned} \tag{4.58}$$

Siguiendo el procedimiento anterior, se sustituyen estas ecuaciones en la Ec. (4.48), junto con las expresiones para las deformaciones, y aprovechando la simetría del problema (todos los valores son independientes de θ y z), obteniendo una ecuación diferencial para el desplazamiento radial u :

$$\left(\lambda + 2G - \frac{C^2}{M} \right) \left(\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} - \frac{u}{r^2} \right) + \frac{C}{M} \frac{\partial p_f}{\partial r} = 0 \tag{4.59}$$

El último término del miembro izquierdo de la Ec. (4.59) representa una fuerza volumétrica inducida por el flujo del fluido. El gradiente de presión $\partial p_f / \partial r$ está dado por la ley de Darcy:

$$\dot{Q} = -A \frac{k}{\eta} \bar{\nabla} p, \quad (4.60)$$

donde \dot{Q} es el volumen de fluido por unidad de tiempo fluyendo a través de un área A , el cual es proporcional a un gradiente de presión de poro $\bar{\nabla} p$, η es la viscosidad dinámica del fluido y k la permeabilidad de la roca.

Considerando una sección de agujero de altura h , podemos introducir $A=2\pi hr$ para la superficie de flujo y $\dot{Q} = -h\dot{v}$, donde \dot{v} es el volumen de fluido por unidad de tiempo y por unidad de altura que entra al agujero. De aquí la Ec. (4.60) se transforma en:

$$\frac{\partial p}{\partial r} = \frac{\eta}{2\pi kr} \dot{v}, \quad (4.61)$$

Si $\dot{v} \neq 0$, tomará un tiempo infinito el alcanzar una situación de régimen estacionario si insistimos en que las condiciones de frontera están dadas a $r \rightarrow \infty$, como se hizo en el caso anterior. En lugar de esto se puede considerar que existe una frontera a una distancia finita $r=R_0 \gg R_1$ =radio del agujero, donde las condiciones son:

$$\begin{aligned} \sigma_r(R_0) &= \sigma_r \\ \sigma_\theta(R_0) &= \sigma_\theta(R_0) = \sigma_\theta \\ p_f(R_0) &= p_f \end{aligned} \quad (4.62)$$

En la pared del agujero, la condición de frontera es que el esfuerzo radial es continuo, esto es:

$$\sigma_r(R_i) = P. \quad (4.63)$$

Si la pared del agujero es permeable, para la presión de poro se tiene:

$$p_f(R_i) = P. \quad (4.64)$$

Resolviendo la ecuación diferencial (4.61) para la presión de poro, con las condiciones de frontera (4.62)-(4.64), se obtiene:

$$p_f = p_{fo} + (p_w - p_{fo}) \frac{\ln\left(\frac{r}{R_o}\right)}{\ln\left(\frac{R_i}{R_o}\right)} \quad (4.65)$$

Un segundo resultado de este cálculo es que el ritmo de flujo \dot{v}_r está dado por:

$$\dot{v}_r = \frac{2\pi k}{\eta} \frac{p_w - p_{fo}}{\ln\left(\frac{R_i}{R_o}\right)} \quad (4.66)$$

La ecuación diferencial no homogénea (4.59) para el desplazamiento radial u tiene una solución del tipo de la Ec. (4.51) más el término:

$$-\frac{C(p_w - p_{fo})}{2M(\lambda + 2\mu)} \left(\frac{r}{R} \right)^2 \frac{r \ln r}{\ln(R_i/R_o)} \quad (4.67)$$

La solución para u se introduce en las relaciones para obtener las deformaciones, sustituyendo los resultados obtenidos en las Ecs. (4.58) para obtener los esfuerzos. El implementar las condiciones de frontera (4.62) y (4.63) da como resultado tener a los esfuerzos como funciones de la distancia radial r medida a partir del centro del agujero, similar a lo obtenido en las Ecs. (4.54). El resultado de este procedimiento son las siguientes ecuaciones:

$$\begin{aligned} \sigma_r &= \sigma_h + (\sigma_h - p_w) \frac{R_i^2}{R_o^2 - R_i^2} \left[1 - \left(\frac{R_o}{r} \right)^2 \right] \\ &\quad - (p_{fo} - p_w) \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)} \alpha \left\{ \frac{R_i^2}{R_o^2 - R_i^2} \left[1 - \left(\frac{R_o}{r} \right)^2 \right] + \frac{\ln(r_o/r)}{\ln(R_o/R_i)} \right\} \\ \sigma_\theta &= \sigma_h + (\sigma_h - p_w) \frac{R_i^2}{R_o^2 - R_i^2} \left[1 + \left(\frac{R_o}{r} \right)^2 \right] \\ &\quad - (p_{fo} - p_w) \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)} \alpha \left\{ \frac{R_i^2}{R_o^2 - R_i^2} \left[1 + \left(\frac{R_o}{r} \right)^2 \right] + \frac{1}{\ln(R_o/R_i)} [\ln(R_o/r) - 1] \right\} \\ \sigma_z &= \sigma_c + 2\nu(\sigma_h - p_w) \frac{R_i^2}{R_o^2 - R_i^2} \\ &\quad - (p_{fo} - p_w) \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)} \alpha \left\{ \nu \frac{2R_i^2}{R_o^2 - R_i^2} + \frac{2}{\ln(R_o/R_i)} \left[\ln(R_o/r) - \frac{\nu}{2} \right] \right\} \end{aligned} \quad (4.68)$$

Debe notarse que en la forma que han sido presentadas estas ecuaciones, las condiciones de frontera $\sigma_r(R_o) = \sigma_h$ y $\sigma_z(R_o) = \sigma_c$ solo se satisfacen asintóticamente en el límite $R_o/R_i \rightarrow \infty$. Suponiendo $R_o \gg R_i$, las soluciones se reducen a:

La solución para u se introduce en las relaciones para obtener las deformaciones, sustituyendo los resultados obtenidos en las Ecs. (4.58) para obtener los esfuerzos. El implementar las condiciones de frontera (4.62) y (4.63) da como resultado tener a los esfuerzos como funciones de la distancia radial r medida a partir del centro del agujero, similar a lo obtenido en las Ecs. (4.54). El resultado de este procedimiento son las siguientes ecuaciones:

$$\begin{aligned} \sigma_r &= \sigma_h + (\sigma_h - p_w) \frac{R_i^2}{R_o^2 - R_i^2} \left[1 - \left(\frac{R_o}{r} \right)^2 \right] \\ &\quad - (p_{fo} - p_w) \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)} \alpha \left\{ \frac{R_i^2}{R_o^2 - R_i^2} \left[1 - \left(\frac{R_o}{r} \right)^2 \right] + \frac{\ln(r_o/r)}{\ln(R_o/R_i)} \right\} \\ \sigma_\theta &= \sigma_h + (\sigma_h - p_w) \frac{R_i^2}{R_o^2 - R_i^2} \left[1 + \left(\frac{R_o}{r} \right)^2 \right] \\ &\quad - (p_{fo} - p_w) \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)} \alpha \left\{ \frac{R_i^2}{R_o^2 - R_i^2} \left[1 + \left(\frac{R_o}{r} \right)^2 \right] + \frac{1}{\ln(R_o/R_i)} [\ln(R_o/r) - 1] \right\} \\ \sigma_z &= \sigma_r + 2\nu(\sigma_h - p_w) \frac{R_i^2}{R_o^2 - R_i^2} \\ &\quad - (p_{fo} - p_w) \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)} \alpha \left\{ \nu \frac{2R_i^2}{R_o^2 - R_i^2} + \frac{2}{\ln(R_o/R_i)} \left[\ln(R_o/r) - \frac{\nu}{2} \right] \right\} \end{aligned} \quad (4.68)$$

Debe notarse que en la forma que han sido presentadas estas ecuaciones, las condiciones de frontera $\sigma_\theta(R_o) = \sigma_h$ y $\sigma_z(R_o) = \sigma_v$ solo se satisfacen asintóticamente en el límite $R_o/R_i \rightarrow \infty$. Suponiendo $R_o \gg R_i$, las soluciones se reducen a:

$$\sigma_r = \sigma_r - (\sigma_r - p_r) \left(\frac{R_i}{r}\right)' + (p_r - p_w) \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)} \alpha \left[\left(\frac{R_i}{r}\right)' - \frac{\ln\left(\frac{R_o}{r}\right)}{\ln\left(\frac{R_o}{R_i}\right)} \right]$$

$$\sigma_t = \sigma_t + (\sigma_r - p_r) \left(\frac{R_i}{r}\right)' - (p_r - p_w) \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)} \alpha \left[\left(\frac{R_i}{r}\right)' + \frac{\ln\left(\frac{R_o}{r}\right)}{\ln\left(\frac{R_o}{R_i}\right)} \right] \quad (4.69)$$

$$\sigma_z = \sigma_z - (p_r - p_w) \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)} \alpha \frac{2 \ln\left(\frac{R_o}{r}\right) - \nu}{\ln\left(\frac{R_o}{R_i}\right)}$$

Se puede observar que el efecto del flujo de fluido, que de acuerdo a la Ec. (4.66) es proporcional a $p_{r0} - p_w$, es el de incrementar el esfuerzo radial y reducir los esfuerzos tangencial y axial, provocando que $p_w < p_{r0}$ (esto cuando el fluido está fluyendo hacia el agujero).

Si la pared del agujero fuera impermeable, las expresiones se vuelven más simples, debido a que se tiene $p_r = p_{r0}$ para toda r . De esta manera, la Ec. (4.59) se reduce a la Ec. (4.50) y por lo tanto, las soluciones para los esfuerzos se vuelven idénticas a las Ecs. (4.13).

FALTA PAGINA

No. 98

CAPÍTULO V DETERMINACIÓN DEL RANGO DE ESTABILIDAD

Cómo se ha visto, cuando la presión del pozo difiere de la presión de formación pueden presentarse grandes variaciones en los esfuerzos en la región cercana al pozo, siendo generalmente la pared del mismo donde se presente la desviación máxima. Si esta desviación excede el criterio de falla de la roca, ésta fallará.

El objetivo de este capítulo es, como su nombre lo indica, encontrar expresiones explícitas que nos permitan calcular las densidades mínima y máxima del fluido de perforación para evitar problemas de estabilidad. Esto se hará tanto para el modelo lineal elástico como para el poroelástico, con el fin de poder comparar resultados y poder analizar el efecto del espacio poroso de la roca.

5.1 PARA EL CASO LINEAL ELÁSTICO

Para encontrar los esfuerzos en la pared del agujero, que es donde se ocurrirá la mayor variación en los esfuerzos, hacemos r igual al radio del agujero en las Ecs. (4.55). De esta manera se encuentra que los esfuerzos principales en la pared del agujero son:

$$\begin{aligned}\sigma_r &= p_w \\ \sigma_\theta &= 2\sigma_n - p_w \\ \sigma_z &= \sigma_v\end{aligned}\tag{5.1}$$

Existen varias condiciones que hacen que el agujero falle, dependiendo de la magnitud relativa entre los esfuerzos principales. A continuación se mostrarán las expresiones para P_w crítica (lo que es equivalente a tener

expresiones para la densidad), las cuales se encontraron sustituyendo los esfuerzos principales en el criterio de Mohr-Coulomb dado por la Ec. (3.36) para los seis diferentes casos que se pueden presentar debido a la relación entre las magnitudes de los mismos. Utilizando la siguiente nomenclatura para los esfuerzos principales $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$ y con el criterio de Mohr expresado de la siguiente manera:

$$\sigma_1 = C_0 + \sigma_3 \tan^2 \beta \quad (5.2)$$

se tiene:

- Caso a $\sigma_3 \geq \sigma_2 \geq \sigma_1$

$$p_* \leq \frac{2\sigma_3 - C_0}{1 + \tan^2 \beta} \quad (5.3)$$

- Caso b $\sigma_2 \geq \sigma_3 \geq \sigma_1$

$$p_* \leq \frac{\sigma_2 - C_0}{\tan^2 \beta} \quad (5.4)$$

- Caso c $\sigma_2 \geq \sigma_1 \geq \sigma_3$

$$p_* \geq \frac{C_0 - 2\sigma_1 \tan^2 \beta - \sigma_3}{\tan^2 \beta} \quad (5.5)$$

- Caso d $\sigma_r \geq \sigma_z \geq \sigma_0$

$$p_w \geq \frac{C_o + 2\sigma_h \tan^2 \beta}{1 + \tan^2 \beta} \quad (5.6)$$

- Caso e $\sigma_r \geq \sigma_0 \geq \sigma_z$

$$p_w \geq C_o + \sigma_h \tan^2 \beta \quad (5.7)$$

- Caso f $\sigma_0 \geq \sigma_r \geq \sigma_z$

$$p_w \leq 2\sigma_h - C_o - \sigma_h \tan^2 \beta \quad (5.8)$$

De las relaciones anteriores se puede ver que los casos a, b y f nos proporcionan presiones críticas mínimas, lo cual significa que si la P_w cae por debajo del valor obtenido por dichas expresiones, se presentará el afallamiento de la roca. Por otro lado, los casos c, d y e proporcionan presiones críticas máximas. Por lo tanto, de aquí es posible obtener un límite superior y uno inferior para la densidad del lodo, los cuales determinarán la región donde el agujero se mantendrá estable.

5.2 PARA EL CASO POROELÁSTICO

En una situación práctica, normalmente la roca que rodea al agujero es porosa y permeable. Por lo tanto, la presión de poro debe ser incluida en el criterio de falla del agujero. Es por esto que no se puede aplicar el criterio de Mohr en la misma forma que fue utilizado para el caso anterior.

El criterio de falla para una roca con presión de poro se obtiene introduciendo el esfuerzo efectivo en el criterio para materiales "secos" (Ec. (5.2)) de donde se obtiene:

$$\sigma_1 - \alpha p_f = 2S_c \frac{\cos \Phi}{1 - \sin \Phi} + (\sigma_3 - \alpha p_f) \frac{1 + \sin \Phi}{1 - \sin \Phi} \quad (5.9)$$

o bien

$$\sigma_1 - \alpha p_f = C_o + (\sigma_3 - \alpha p_f) \tan^2 \beta \quad (5.10)$$

Como se vió en el capítulo anterior, para el caso poroelástico debemos considerar si la pared del agujero es permeable o no, debido a que las ecuaciones que representan los esfuerzos en la pared del agujero son distintas para cada caso.

5.2.1 Pared impermeable

Si la pared del agujero es impermeable, los esfuerzos están dados por las Ecs. (5.1). Siguiendo el procedimiento anterior, sustituyendo estos esfuerzos en el criterio de falla correspondiente a la formación poroelástica (Ec. (5.10)) de las seis maneras diferentes que vimos en el caso anterior,

las cuales dependen de la magnitud relativa entre los esfuerzos, se encuentra:

- *Caso a* $\sigma_0 \geq \sigma_z \geq \sigma_r$

$$p_r \leq \frac{1}{\tan' \beta + 1} [2\sigma_r + \alpha p_r (\tan' \beta - 1) - C_r] \quad (5.11)$$

- *Caso b* $\sigma_z \geq \sigma_0 \geq \sigma_r$

$$p_r \leq \frac{1}{\tan' \beta} [\sigma_r - \alpha p_r - C_r] + \alpha p_r \quad (5.12)$$

- *Caso c* $\sigma_z \geq \sigma_r \geq \sigma_0$

$$p_r \geq 2\sigma_r - \frac{1}{\tan' \beta} [\sigma_r - \alpha p_r - C_r] - \alpha p_r \quad (5.13)$$

- *Caso d* $\sigma_r \geq \sigma_z \geq \sigma_0$

$$p_r \geq \frac{1}{\tan' \beta + 1} [2\sigma_r \tan' \beta - \alpha p_r (\tan' \beta - 1) + C_r] \quad (5.14)$$

- *Caso e* $\sigma_r \geq \sigma_0 \geq \sigma_z$

$$p_r \geq \sigma_r \tan' \beta - \alpha p_r (\tan' \beta - 1) + C_r \quad (5.15)$$

- *Caso f* $\sigma_0 \geq \sigma_r \geq \sigma_z$

$$p_s \leq 2\sigma_s - \sigma_s \tan^2 \beta + \alpha \rho_s (\tan^2 \beta - 1) - C \quad (5.16)$$

con las cuales se puede obtener las presiones mínima y máxima y de aquí las densidades críticas, tal como se mencionó en el caso anterior.

5.2.2 Pared permeable

Si la pared del agujero es permeable, la presión de poro en la pared del agujero es igual a la presión del pozo. En una situación de régimen permanente, los esfuerzos en la pared del agujero están dados por las Ecs. (4.69). Al hacer $r = R_1$ (radio del pozo) en dichas ecuaciones para encontrar los esfuerzos en la pared del agujero se obtiene:

$$\begin{aligned} \sigma_r &= p_s \\ \sigma_z &= 2\sigma_s - P_s - (P_s - P_s) \frac{1-2\nu}{1-\nu} \alpha \quad (5.17) \\ \sigma_r &= \sigma_s - (P_s - P_s) \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)} \alpha \left[2 - \frac{\nu}{\ln\left(\frac{R_1}{R_2}\right)} \right] \end{aligned}$$

Estas ecuaciones representan los esfuerzos en la pared del agujero en una formación poroelástica con pared permeable. Sustituyendo las mismas en el criterio de falla del agujero encontramos las condiciones de falla para una formación con estas características. Nuevamente la sustitución de los esfuerzos principales σ_z , σ_0 , y σ_r en el criterio de falla puede realizarse de seis maneras diferentes, dependiendo de la magnitud relativa entre estos. A continuación se presentan las relaciones obtenidas:

- Caso a $\sigma_0 \geq \sigma_z \geq \sigma_r$

$$p_s \leq \frac{2\sigma_r - C_s - \alpha p_s \frac{1-2\nu}{1-\nu}}{\alpha + 1 + (1-\alpha)\tan' \beta - \alpha \frac{1-2\nu}{1-\nu}} \quad (5.18)$$

- Caso b $\sigma_z \geq \sigma_0 \geq \sigma_r$

$$p_s \leq \frac{\sigma_r - C_s + \alpha p_s \frac{1-2\nu}{1-\nu} \left[\frac{\nu}{2 \ln \left(\frac{R_s}{R_r} \right)} - 1 \right]}{\alpha + (1-\alpha)\tan' \beta - \alpha \frac{1-2\nu}{1-\nu} \left[1 - \frac{\nu}{2 \ln \left(\frac{R_s}{R_r} \right)} \right]} \quad (5.19)$$

- Caso c $\sigma_z \geq \sigma_r \geq \sigma_0$

$$p_s \geq \frac{\sigma_r - C_s - 2\sigma_r \tan' \beta + \alpha p_s \frac{1-2\nu}{1-\nu} \left[\frac{\nu}{2 \ln \left(\frac{R_s}{R_r} \right)} + \tan' \beta - 1 \right]}{\alpha + \left(\frac{1-2\nu}{1-\nu} \alpha - \alpha - 1 \right) \tan' \beta + \alpha \frac{1-2\nu}{1-\nu} \left[\frac{\nu}{2 \ln \left(\frac{R_s}{R_r} \right)} - 1 \right]} \quad (5.20)$$

- Caso d $\sigma_r \geq \sigma_z \geq \sigma_\theta$

$$p. \geq \frac{C. + \left(2\sigma_r - \alpha p. \frac{1-2\nu}{1-\nu}\right) \tan' \beta}{1-\alpha + \left(1+\alpha - \alpha \frac{1-2\nu}{1-\nu}\right) \tan' \beta} \quad (5.21)$$

- Caso e $\sigma_r \geq \sigma_\theta \geq \sigma_z$

$$p. \geq \frac{C. + \sigma_r \tan' \beta + p. \alpha \frac{1-2\nu}{1-\nu} \tan' \beta \left(\frac{\nu}{2 \ln \left(\frac{R_o}{R_i} \right)} - 1 \right)}{1-\alpha + \left(1 - \frac{1-2\nu}{1-\nu} + \frac{1-2\nu}{1-\nu} \frac{\nu}{2 \ln \left(\frac{R_o}{R_i} \right)} \right) \alpha \tan' \beta} \quad (5.22)$$

- Caso f $\sigma_\theta \geq \sigma_r \geq \sigma_z$

$$p. \leq \frac{C. - 2\sigma_r + \sigma_r \tan' \beta + \alpha p. \frac{1-2\nu}{1-\nu} \left(1 - \tan' \beta + \frac{\nu}{2 \ln \left(\frac{R_o}{R_i} \right)} \tan' \beta \right)}{\alpha \frac{1-2\nu}{1-\nu} \left(1 - \tan' \beta + \frac{\nu}{2 \ln \left(\frac{R_o}{R_i} \right)} \tan' \beta \right) + (\tan' \beta - 1) \alpha - 1} \quad (5.23)$$

Nuevamente, los casos a, b y f representan una presión mínima, debajo de la cual se presentará la falla del agujero. Por otro lado, los casos c, d y e proporcionan una presión máxima arriba de la cual ocurrirá el afallamiento. Al calcular las densidades a partir de estas presiones se

obtiene la ventana de estabilidad para el caso del modelo poroelástico con pared del agujero permeable.

5.3 EJEMPLO DE APLICACIÓN

En este apartado se muestran resultados obtenidos con los modelos anteriores. Para esto se desarrolló un programa de cómputo con el objetivo principal de determinar y analizar la respuesta del modelo poroelástico en un análisis de estabilidad.

El programa utilizado²⁶ calcula las densidades mínima y máxima para perforar sin problemas de estabilidad a una profundidad determinada con los tres modelos (modelo lineal elástico MLE, modelo poroelástico pared impermeable MPI, modelo poroelástico pared permeable MPP). Además proporciona la información necesaria para graficar la ventana de estabilidad a dicha profundidad, la cual es una gráfica que muestra las condiciones de falla que se pueden presentar en el agujero correspondientes a los seis casos considerados en el desarrollo de los modelos.

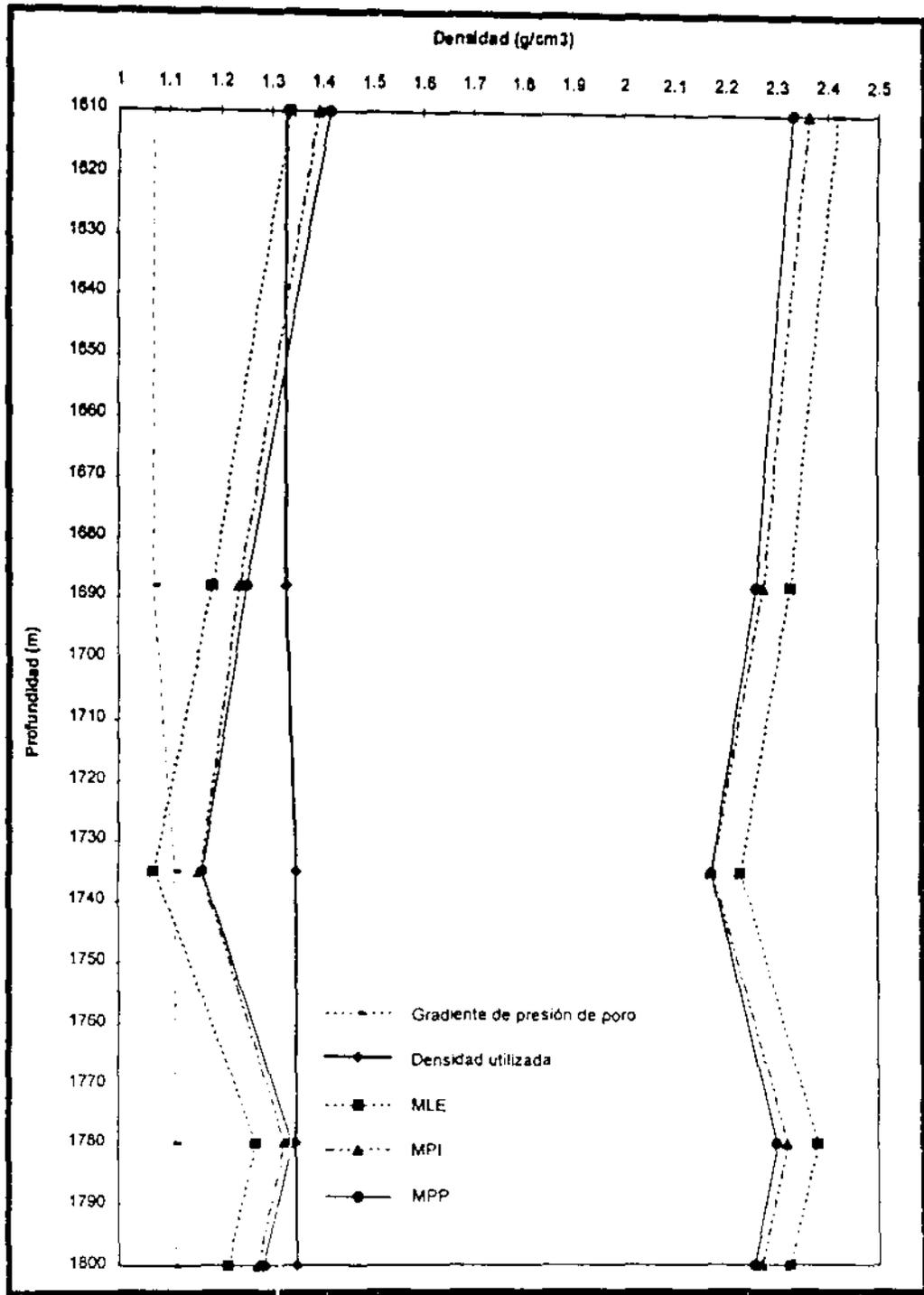
Para el desarrollo de este ejemplo se utilizaron datos de un pozo real obtenidos a cinco diferentes profundidades, por lo que el análisis de estabilidad se aplicó a cada profundidad. En la Tabla 3 se muestra la información utilizada.

²⁶ Ver Apendice

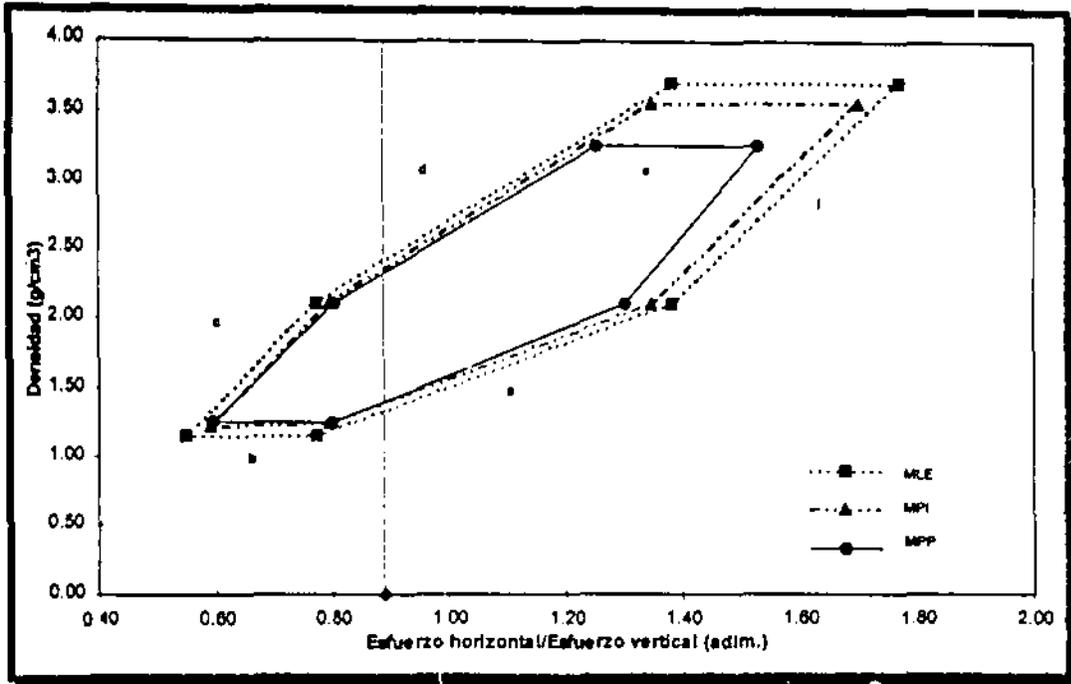
Tabla 3. Información utilizada en el ejemplo de aplicación.

Profundidad (m)	1610	1688	1735	1780	1800
Diám. T. R. (pg)	17.5	17.5	17.5	17.5	17.5
Diám. T.P. (pg)	5	5	5	5	5
Densidad del fluido (g/cm ³)	1.33	1.33	1.35	1.35	1.35
Gradiente de sobrecarga (Kg/cm ² /m)	0.21	0.21	0.21	0.21	0.21
Presión de poro (Kg/cm ²)	172	180	192	197	200
Lectura sónica compresional dte (mmseg/pie)	115	105	107	102	105
Lectura sónica de corte dts (mmseg/pie)	351	257	235	274	257
Ángulo de fricción interna (°)	15	15	15	15	15
Cohesión (Kg/cm ²)	9.23	20.88	18.93	15.48	18.22
Constante de Biot (adim.)	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2
Radio del pozo (pies)	0.8	0.8	0.8	0.8	0.8
Radio sin influencia (de invasión) (pies)	1	1	1	1	1

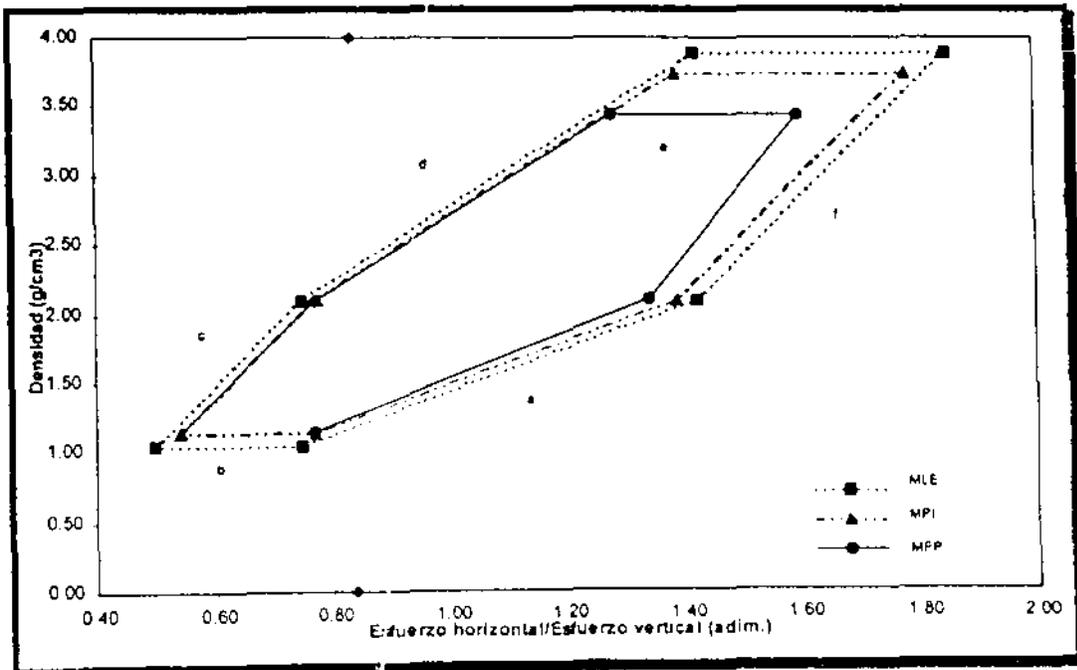
El primer resultado que se muestra es la variación con respecto a la profundidad de las densidades mínima y máxima obtenidas con los tres modelos, lo cual se presenta en la Gráfica 5.1. Después se presentan las ventanas de estabilidad obtenidas para cada profundidad (Gráficas 5.2 a 5.6), en las cuales se indica el valor de la relación entre los esfuerzos in situ para cada caso (σ_h/σ_v), la cual nos permite obtener gráficamente el valor de las densidades mínima y máxima para las condiciones específicas.



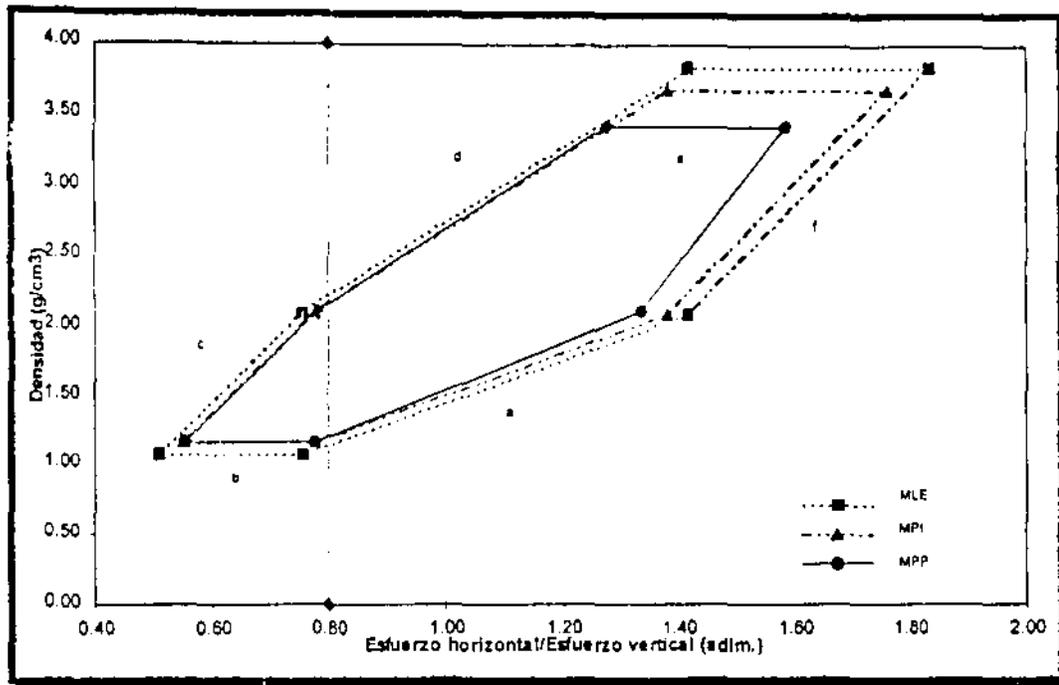
Gráfica 5.1. Densidades mínimas y máximas contra profundidad.



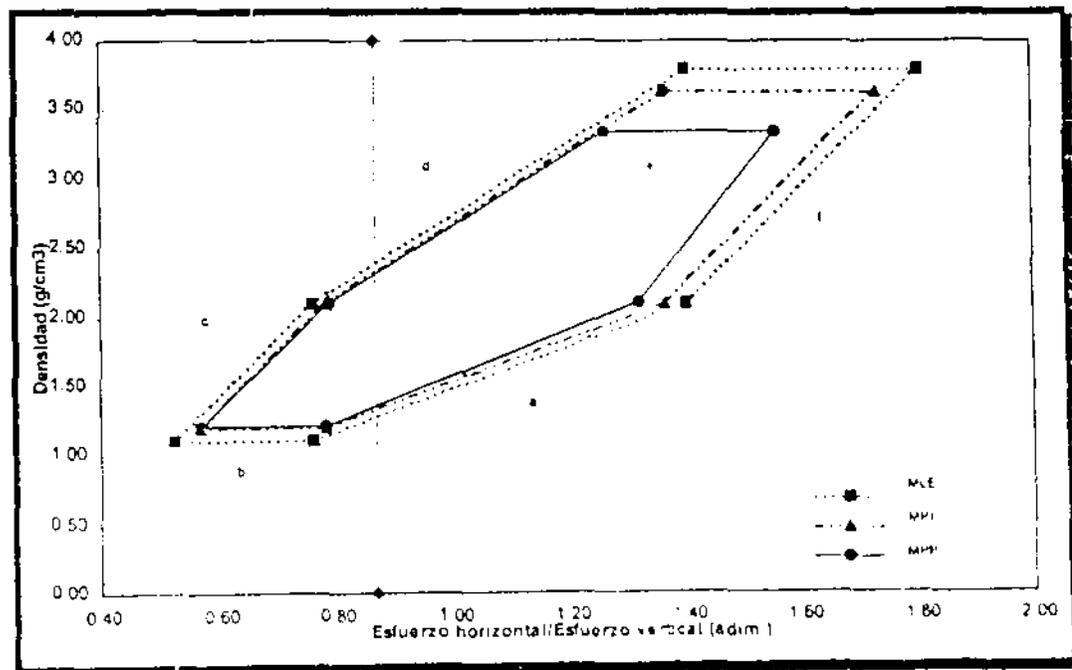
Gráfica 5.2. Ventanas de estabilidad a la profundidad de 1610 m.



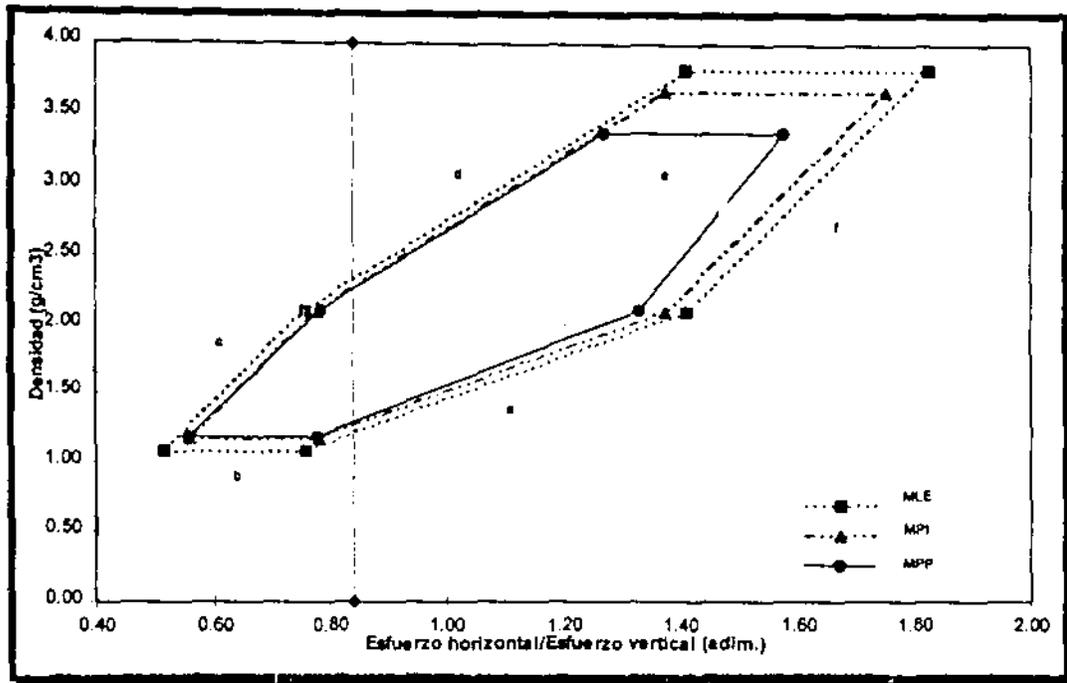
Gráfica 5.3. Ventanas de estabilidad a la profundidad de 1688 m.



Gráfica 5.4. Ventanas de estabilidad a la profundidad de 1735 m



Gráfica 5.5. Ventanas de estabilidad a la profundidad de 1780 m



Gráfica 5.6. Ventanas de estabilidad a la profundidad de 1800 m.

En las gráficas anteriores, las cuales son muy similares debido a que las condiciones son parecidas, se puede observar que el modelo lineal elástico (MLE) genera una ventana de estabilidad más "grande" que las generadas por los otros dos, siendo la del modelo poroelástico con pared permeable (MPP) la menor. Al hablar del "tamaño" de la ventana nos referimos al rango de densidades entre la mínima y la máxima para perforar sin que se presenten las condiciones de inestabilidad relativas a cada caso (en las cinco profundidades analizadas se presentan los mismos casos de falla: *a* para la mínima y *d* para la máxima).

La diferencia entre las densidades mínimas y máximas arrojadas por cada modelo se debe principalmente a la consideración de la presión de poro en el criterio de falla para el modelo poroelástico (Ec.(5.10)), el cual considera que el esfuerzo que se debe utilizar para determinar la condición

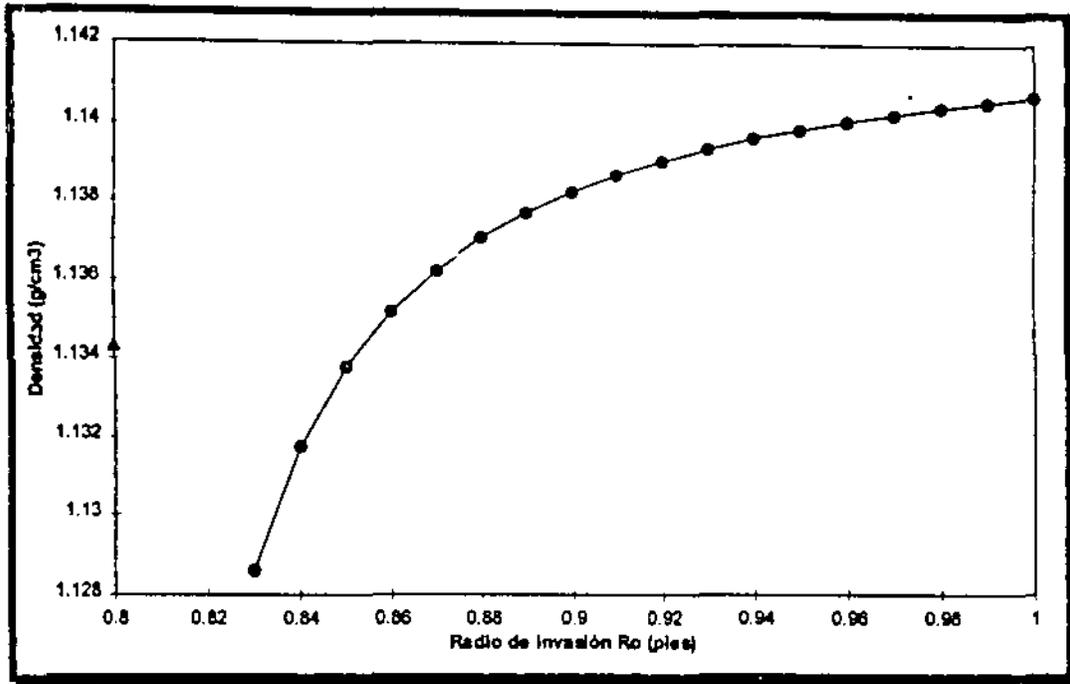
de falla para una formación saturada de fluido es el esfuerzo efectivo, el cual es igual al esfuerzo total menos la presión de poro multiplicada por la constante de Biot.²⁷ Es claro que el valor de esta constante también influye en la diferencia de la respuesta generada por el modelo poroelástico.

Otro efecto que también modifica la respuesta del modelo poroelástico (específicamente del caso de pared permeable MPP) es la invasión de fluidos a la formación que puede ocurrir después de algún tiempo. Obviamente, la penetración y la rapidez con que ésta ocurra depende principalmente de la permeabilidad de la formación.

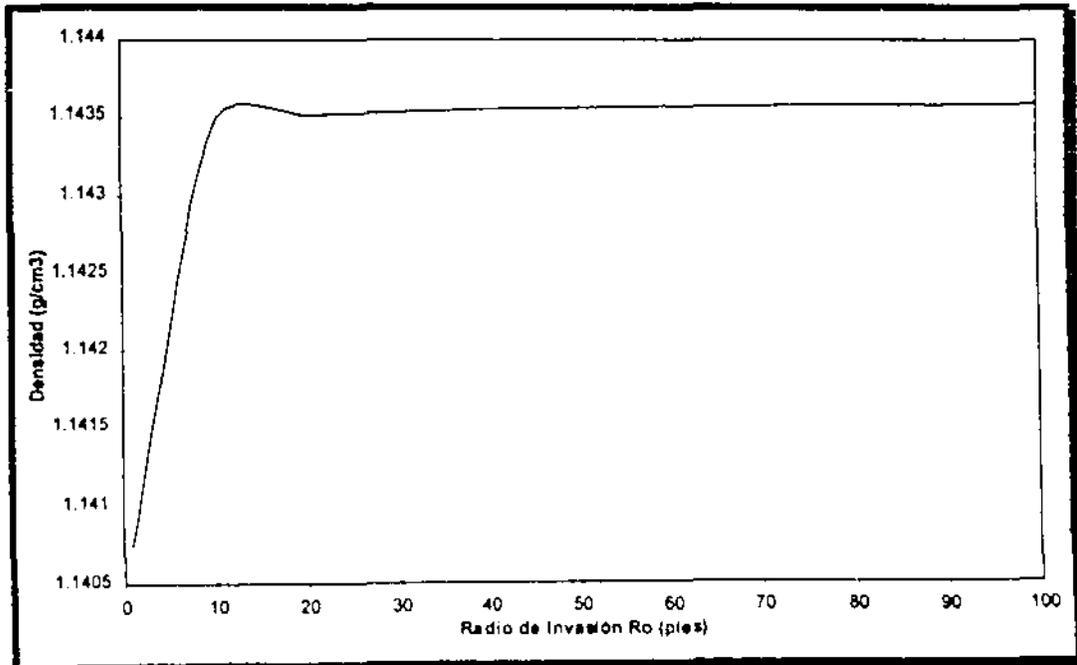
En las Gráficas (5.7 a 5.10) se muestran los resultados de calcular las densidades mínima y máxima en función del radio de invasión R_0 (distancia radial a la cual todavía existe la presión de poro original P_p).

Como se puede intuir, este efecto involucra implícitamente el efecto del tiempo. Decimos implícitamente porque el modelo no da como resultado directo el estado de esfuerzos en función del tiempo, sino en función del radio R_0 , el cual sí depende del tiempo, aunque no sepamos exactamente en que forma. Por lo tanto, en las gráficas siguientes podemos observar "cualitativamente" el efecto del tiempo sobre el estado de esfuerzos alrededor del pozo.

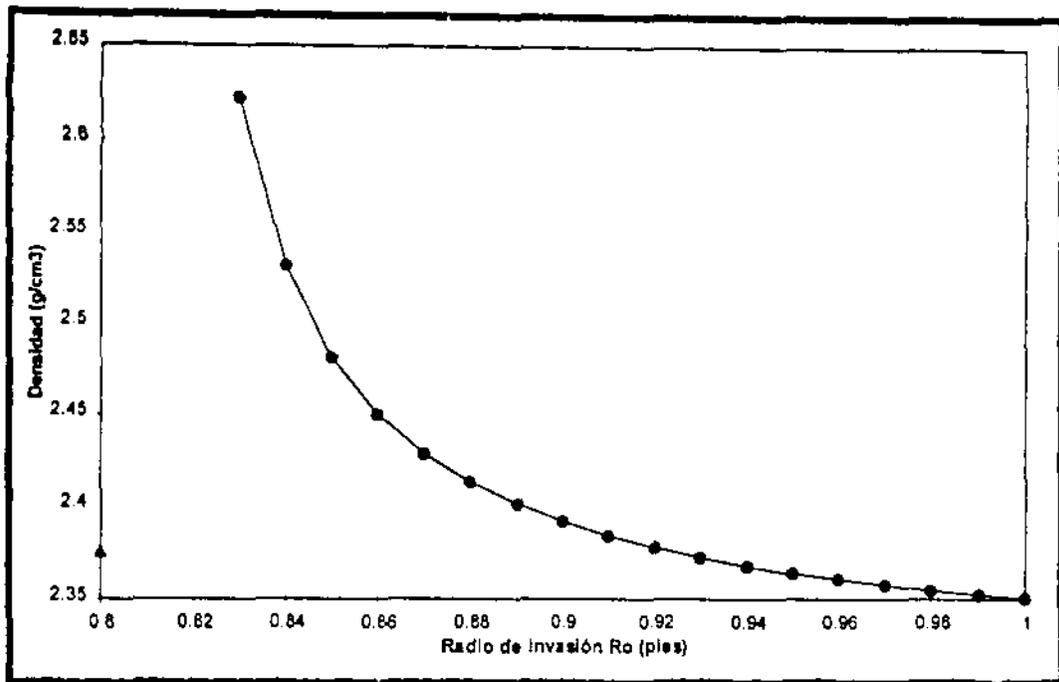
²⁷ En el último Capítulo se profundizará un poco más en el análisis de los resultados



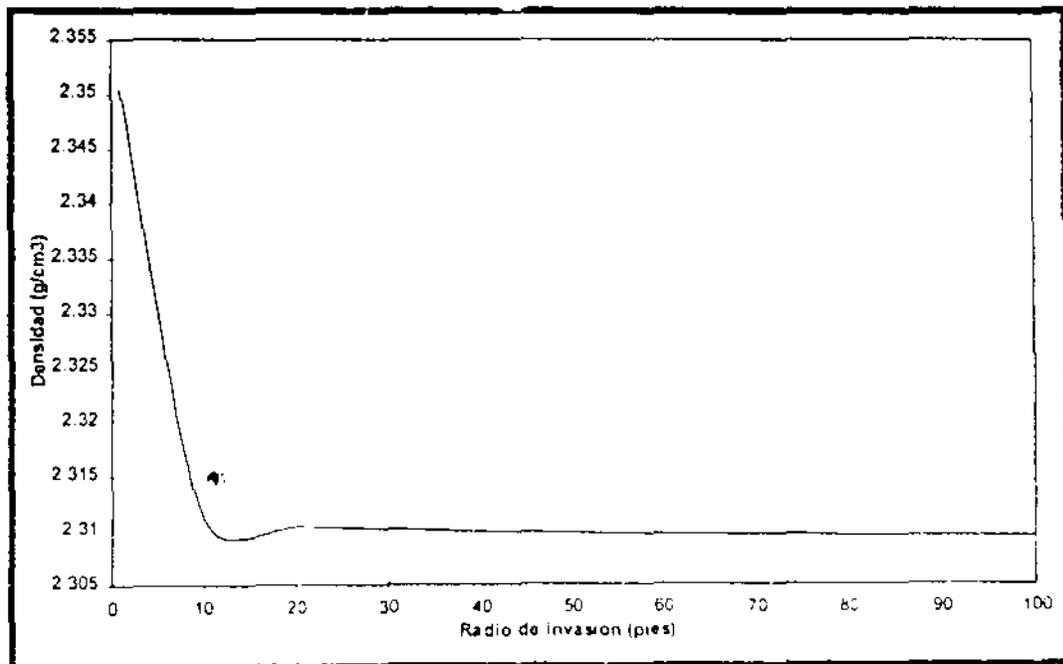
Gráfica 5.7(a). Efecto del radio de invasión en la densidad mínima en la región inmediata al pozo.



Gráfica 5.7(b). Efecto del radio de invasión en la densidad mínima conforme se aleja del pozo.



Gráfica 5.8(a). Efecto del radio de invasión en la densidad máxima en la región inmediata al pozo.



Gráfica 5.8(b). Efecto del radio de invasión en la densidad máxima conforme se aleja del pozo.

Como se puede ver en las gráficas anteriores (5.7-5.8) el efecto de la invasión a la formación es que reduce la ventana de estabilidad (aumenta la presión mínima y disminuye la máxima), aunque de una manera poco significativa para estas condiciones. También se puede observar que la mayor variación ocurre cuando inicia la invasión, tendiendo a un valor determinado conforme aumenta su penetración. Lo anterior da una idea de como afecta el tiempo²⁸ y por lo tanto, la permeabilidad, a las condiciones de estabilidad durante la perforación.

²⁸ Ver 6.1 Efectos adicionales

CAPÍTULO VI

EFFECTOS ADICIONALES Y ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD

6.1 EFECTOS ADICIONALES

La estabilidad del agujero puede verse afectada por diversos efectos y parámetros tales como:

- Litología de la formación
- Esfuerzos in situ y presión de poro
- Propiedades de la roca
- Propiedades del lodo
- Efectos dependientes del tiempo (consolidación, flujo plástico de la formación)
- Efectos de temperatura
- Aspectos de operación (surgencia/suaveo, limpieza del agujero, etc.)

Estos diferentes efectos y parámetros no son del todo independientes entre sí. Por ejemplo, un lodo que no es compatible con la roca puede causar un severo "debilitamiento" de la misma. Algunos de estos aspectos (esfuerzos in situ, presión de poro, etc.) fueron ya tratados en la sección 2.4 de esta tesis por lo que su discusión no se repetirá aquí. Las propiedades del fluido de perforación y los procedimientos operativos son los únicos parámetros que pueden ser controlados directamente por el perforador. Sin embargo, estos deben relacionarse siempre con los demás factores involucrados. Esto se vuelve más complicado por el hecho de que largas secciones del agujero pueden quedar descubiertas durante la perforación del mismo, intercomunicando secciones con diferentes resistencias, esfuerzos, presiones de poro, litologías, etc.

6.1.1 Litología de la formación

La experiencia muestra claramente que los problemas de perforación no se presentan con la misma frecuencia en las diferentes litologías.

Las formaciones arcillosas son más propensas a causar problemas durante la perforación. Lo cual es de esperarse, ya que la mayoría de las formaciones sobreyacentes consisten de formaciones arcillosas por lo que gran parte de las perforaciones ocurren en este tipo de litologías. Sin embargo, esto no es una explicación satisfactoria de ésta situación (problemas de estabilidad).

Muchos de los yacimientos en formaciones de areniscas están constituidos por arenas extremadamente débiles, de los cuales se esperaría provocaran problemas de estabilidad. Sin embargo, este no es el caso, ya que se pueden perforar hasta pozos con altos ángulos sin que se presenten problemas de estabilidad en este tipo de formaciones. Se ha señalado²⁹ que la resistencia de la roca por si sola, no es suficiente para caracterizar los problemas potenciales de cierta formación.

Existen varias explicaciones posibles a esta aparente anomalía. Una son los enjarres más eficientes que se forman en una arenisca con alta porosidad. Con un enjarre más eficiente, la presión de poro está menos influenciada por la presión del pozo, por lo que el sobrebalance (presión del pozo menos la presión de poro) real será mayor y contribuirá más a la estabilidad. Sin embargo, también ocurren derrumbes en areniscas, tal como lo muestran los registros de calibre, aunque sin provocar los mismos problemas durante la perforación. Una posible razón de esto

²⁹ Guenot, A. , Contraintes et ruptures autour des forages pétroliers 1990

puede ser que los derrumbes que ocurren en areniscas débiles son fácilmente desbaratados y por lo tanto, transportados por el lodo a la superficie con mayor facilidad.

Sin embargo, las secciones de lutitas pueden presentar grandes variaciones en su comportamiento mecánico, desde ser una arcilla suave y dúctil normalmente consolidada, a ser una lutita dura, sobreconsolidada y deleznable. Pueden presentarse diferentes problemas en ambos casos, como rompimientos en la roca deleznable y como grandes deformaciones en la roca dúctil.

Otras formaciones con problemas potenciales durante la perforación son las secciones de carbón y las de sal. Las secciones de sal son reconocidas como zonas potenciales de problemas, debido a la naturaleza viscoplástica de la sal, la cual tiende a cerrar el agujero. Este es también un tipo dúctil de falla donde la roca no se desintegra, sino que fluye como un medio continuo.

6.1.2 Propiedades del lodo

Cuando consideramos la estabilidad de la formación, el parámetro de control obvio es la densidad del lodo. Cuando perforamos un agujero, la roca es destruida por la barrena y removida por el fluido de perforación. En ese momento, el soporte a las paredes del agujero es ahora proporcionado por el lodo. Tradicionalmente, la densidad del lodo ha sido seleccionada únicamente con el propósito de contrarrestar la presión de poro. Actualmente, la gente de perforación está aceptando que puede ser necesario incrementar la densidad del lodo arriba de este nivel, con el fin de mantener la estabilidad del agujero. Aun en situaciones donde no se

experimentan severos problemas durante la perforación, puede resultar beneficioso minimizar los derrumbes y evitar el subsecuente incremento en el diámetro del agujero debido a que esto no es favorable a operaciones posteriores en el agujero. La calidad de las operaciones de toma de registros y de cementaciones puede verse afectada seriamente debido a este incremento en el diámetro del agujero. Sin embargo, en la mayoría de los casos, el perforador no está a favor de incrementar la densidad si los problemas aún no se originan, ésto por varias posibles razones:

- el peligro de que ocurran pérdidas de fluido,
- la posibilidad de reducir el ritmo de penetración,
- la posibilidad de que se presenten pegaduras por presión diferencial.

Tradicionalmente, los problemas de estabilidad y de perforación en lutitas han sido atribuidos a "efectos químicos". Sin embargo, la parte mecánica de la inestabilidad en este tipo de formaciones es también muy importante, por lo que la interacción entre ambos efectos tendrá un impacto considerable en la estabilidad del agujero.

Se piensa que dos mecanismos son los responsables del hinchamiento de lutitas: hinchamiento cristalino (hidratación de la superficie) e hinchamiento osmótico. El primero se presenta en todas las arcillas. El agua es fuertemente mantenida por el entramado de los cristales, aunque el incremento volumétrico es relativamente pequeño. El hinchamiento osmótico ocurre solamente en ciertas arcillas del grupo de la esmectita (incluyendo a la montmorillonita sódica). Este provoca un gran incremento en el volumen, pero el agua es mantenida no tan fuertemente. El hinchamiento sustancial de los minerales de arcilla puede eventualmente producir la dispersión de finos de la formación en el lodo. Finos altamente

reactivos reducen su tamaño rápidamente hasta ser de tamaño coloidal (menos de 2μ). Además del problema de incrementar el diámetro del agujero, se hace difícil mantener en buenas condiciones las propiedades del lodo. Los finos contaminan el lodo cambiando sus propiedades y su reología. Consecuentemente, el lodo debe ser adelgazado (con agua) o se le deben adicionar aditivos, para facilitar la remoción de las partículas agregadas. Frecuentemente, esto significa la adición de aditivos, lo que eventualmente puede traducirse en un incremento significativo en los costos del fluido.

Frecuentemente se utilizan fluidos base aceite para perforar lutitas que tienen minerales arcillosos altamente reactivos (esmeclita), debido a que son más inhibidores que los lodos base aceite. Se han realizados adelantos para balancear la concentración de sal en la fase acuosa. Manteniendo una concentración de sal en la fase acuosa del lodo mayor que en la lutita provocará que el agua sea extraída de la lutita. Esto alterará las propiedades mecánicas de la misma, haciendo más estables a las lutitas suaves y plásticas. Sin embargo, el mantener la concentración de sal muy alta puede ocasionar también problemas, ya que se deseca y fractura la roca. Los fluidos base aceite ocasionan un serio problema debido a la posible contaminación ocasionada por su desecho.

Por lo tanto, se utilizan lodos base agua con altas salinidades para suprimir la hidratación y el hinchamiento de los minerales arcillosos activos. Frecuentemente se prefiere el lodo base cloruro de potasio (KCl) debido a que se cree que el ion K^+ es más efectivo, esto debido a su tamaño más pequeño que le permite penetrar el arreglo de silicato que tiene la estructura del mineral arcilloso. La presencia de K^+ reduce la habilidad de las arcillas activas a hidratarse.

La hidratación es un proceso que depende de la presión, la temperatura y la composición de la lutita y del lodo. Durante la perforación, tanto la temperatura como la presión sufren alteraciones, modificando el equilibrio en el contenido de agua de la lutita. Aunque los esfuerzos totales en el agujero son grandes, el esfuerzo mínimo efectivo en la pared del agujero puede ser muy bajo, o aún ser nulo si la densidad del lodo es igual a la presión de poro. De esta manera, el pequeño esfuerzo efectivo en y cerca de la pared del agujero puede provocar un hinchamiento significativo.

Adicionalmente a la salinidad del agua, el valor del pH en la solución es también importante. Los minerales de arcilla tienen una carga que es dependiente del pH, de tal manera que la carga negativa se incrementa conforme se incrementa el pH. Por lo tanto, las fuerzas de repulsión entre las plaquetas de arcilla se incrementarán con el nivel de pH en la solución. Si un filtrado con alto pH penetra la formación pueden generarse grandes fuerzas de repulsión en la región cercana al agujero en la sección de lutitas. Además el agua del filtrado de este lodo no estará en equilibrio químico con el agua de la formación. Esto puede atacar a los materiales cementantes y por lo tanto, debilitar a la roca, especialmente en calizas y areniscas.

Los polímeros tienen un efecto de inhibición en las lutitas y aunque se ha encontrado que estos no afectan el equilibrio en el contenido de agua, reducen el ritmo de hidratación.

Además de los efectos químicos y de la reología relacionada a la limpieza del agujero, las propiedades de filtrado del lodo y la eficiencia del enjarre también son importantes. Un agujero estable puede requerir una

presión de pozo mayor que la presión de poro. Sin embargo, si la calidad del enjarre no es buena, el sobrebalance se reducirá conforme la presión de poro se aproxime a la del pozo, perdiéndose de esta manera el efecto estabilizante, a menos que el agujero pueda ser revestido antes de que se alcance el equilibrio entre estas presiones.

6.1.3 Efectos dependientes del tiempo

Cuando se perfora secciones de lutita, los problemas de estabilidad a menudo pueden ser retrasados por el tiempo. Severos problemas pueden comenzar en una etapa posterior a la del proceso de perforación. También es típico que una vez que han aparecido los problemas en un pozo, no son fáciles de resolver. Aún cuando se incremente la densidad del lodo, frecuentemente esto podría ser tarde, una vez que se iniciaron las inestabilidades. Otro problema resultado del transcurso del tiempo es la localización de la zona problemática real. La profundidad donde la tubería quede pegada no es necesariamente la misma de la zona inestable.

Hay dos mecanismos intrínsecos que controlan el comportamiento esfuerzo-deformación-tiempo de una roca saturada. El primero es la consolidación, la cual se describe mediante las relaciones entre los cambios en los esfuerzos efectivos y las deformaciones resultantes. Por eso este proceso se relaciona con la migración del fluido de poro, convirtiendo a la permeabilidad en un parámetro esencial. También la rigidez de la matriz será importante.

La migración del fluido de poro se traducirá en diferencias entre la presión del pozo y la presión de poro en la formación. En una lutita de baja permeabilidad, la migración del fluido en la región cercana al pozo

será un proceso lento. Conforme la presión de poro se incrementa, el esfuerzo efectivo disminuye, haciendo la roca menos estable y más propensa a fallar. Por lo que el resultado puede ser una ruptura retardada.

El segundo mecanismo, el flujo plástico de la formación, se caracteriza como una deformación a niveles constantes del esfuerzo efectivo. El flujo plástico puede tener un efecto significativo en rocas suaves tales como formaciones salinas y algunas lutitas normalmente consolidadas. El resultado obvio será una reducción en el diámetro del agujero, con posibles consecuencias tales como pegaduras de tuberías o ruptura de la formación si las deformaciones llegaran a ser muy grandes.

En muchos casos será imposible separar el flujo plástico y la consolidación en rocas de baja permeabilidad, como las lutitas. Normalmente, la consolidación dominará poco después de la carga, mientras que el flujo plástico dominará después de la deformación.

La predicción de tales efectos se vuelve más complicada por el hecho de que las condiciones de frontera están lejos de ser constantes alrededor del agujero. La presión del lodo cambia durante los viajes de tuberías (surgencia/suaveo) y cuando la circulación comienza o se detiene. La reología y la composición química del lodo también pueden variar y por lo tanto modificar la respuesta mecánica de la roca. La temperatura en la roca se alterará como resultado de la circulación del lodo. Todas estas operaciones pueden cambiar las propiedades mecánicas de las rocas y los esfuerzos alrededor del agujero lo suficiente para provocar condiciones de inestabilidad en el agujero. Esto hace más difícil separar la influencia de los efectos dependientes del tiempo de los efectos ocasionados por las operaciones en un periodo de tiempo determinado. Por lo tanto, un punto

muy importante es que tan rápido se pueda aislar una formación con una tubería de revestimiento. Entre más tiempo pase una sección de agujero abierta, mayor es el riesgo de que se presenten problemas de estabilidad.

6.1.4 Efectos de temperatura

Los cambios de temperatura en la pared del agujero se incrementarán durante la circulación del lodo (enfriamiento), debido a que la formación entra en contacto con un lodo que tiene una temperatura menor que la misma formación. Las fluctuaciones de temperatura ocurrirán también cuando la circulación se detenga. Después de un paro en la circulación, la formación cercana al pozo se calentará gradualmente. Se ha encontrado³⁰ que esto podría explicar la falla retardada. Poco después de la perforación el agujero es estable. Sin embargo, conforme la temperatura se incrementa, el esfuerzo tangencial y el vertical en la pared del agujero se incrementarán de la siguiente manera:

$$\Delta\sigma = \frac{E}{1-\nu} \alpha_T (T - T_f) \quad (6.1)$$

donde:

α_T = Coeficiente de expansión térmica

E = Modulo de Young

ν = Relación de Poisson

T = Temperatura original de la formación

Si el incremento en los esfuerzos es suficientemente grande eventualmente puede ocurrir la ruptura de la roca ya que este efecto

³⁰ Mann y Salzer, SPE/AJCE 1605 (1967).

también es proporcional al módulo de Young, probablemente tiene mayor influencia en rocas rígidas. Por lo tanto, el enfriamiento deliberado del lodo puede ser un procedimiento conveniente en casos donde los esfuerzos inducidos térmicamente pueden ocasionar falla.³¹

Los coeficientes de expansión térmica no han sido reportados ampliamente en la literatura, pero se encuentran típicamente alrededor de $10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$. Si la temperatura cambia significativamente, este efecto puede llegar a ser importante.

Sin embargo, los cambios en la temperatura no influenciarán la distribución de esfuerzos por sí solos. Las propiedades de la roca (rigidez, resistencia) pueden ser alteradas como resultado de cambios en la temperatura. Esto puede aumentar o disminuir el peligro de una falla térmicamente inducida, dependiendo del efecto real que tenga en las propiedades de la roca.

6.1.5 Aspectos de operación

6.1.5.1 Surgencia y suaveo

Cuando se realizan viajes de tubería (meter y sacar), la roca está sometida a cargas cíclicas en la región cercana al agujero. La sarta actúa más o menos como un pistón en el agujero debido a que el lodo no puede fluir sin restricción, por lo que la presión de pozo cambia. Que tan grande puede ser este efecto depende de la configuración de la sarta de

³¹ Guenot y Santarelli, Influence of mud temperature on deep borehole behaviour (1989).

perforación, de la velocidad con que se realicen los viajes y de la viscosidad del lodo. Existen ecuaciones con las que se puede calcular este efecto³².

Estas cargas pueden tener dos efectos: la roca sometida a cargas cíclicas puede sufrir alteraciones en sus características y las fluctuaciones pueden exceder los límites (superior e inferior) de estabilidad.

6.1.5.2 Limpieza del agujero

En muchos casos, la limpieza y la estabilidad del agujero son dos aspectos difíciles de separar. En muchos casos, el incremento en los problemas de estabilidad y de perforación con la inclinación del agujero pueden ser atribuidos a una deficiente capacidad de limpieza del lodo.

Los problemas de limpieza del agujero se incrementarán si la formación no es estable, resultando en la producción de mayor cantidad de material resultante de derrumbes. Los fragmentos de formación tienden a acumularse en las secciones del agujero ensanchadas. Estos fragmentos tienden a caer o a regresarse en el agujero, especialmente cuando son detenidas las bombas. Ésto provocará restricciones al flujo del lodo, pudiendo además traducirse en atrapamientos de la tubería si la cantidad de fragmentos es muy grande. Una solución obvia a esto es incrementar la densidad del lodo lo suficiente para evitar derrumbes y mantener el calibre del agujero, aunque frecuentemente en la práctica esto es imposible.

Mantener los parámetros reológicos altos (alta viscosidad, alto punto de cedencia) junto con velocidades anulares altas ha sido generalmente aceptada como el procedimiento correcto para mantener la limpieza de

³² Bourgoyne, A. T. Jr. et al. Applied drilling engineering. SPE Textbook series, Vol. 2, 1985.

pozos verticales o casi verticales. Sin embargo, este procedimiento no es suficiente para mantener la limpieza de agujeros con altos ángulos. Se ha propuesto el uso de baches de baja viscosidad (utilizando agua de mar) junto con frecuentes viajes lavadores de longitud variable como un procedimiento apropiado para pozos desviados. El agua de mar entra en flujo turbulento a una velocidad menor que el lodo, levantando los recortes a velocidades anulares bajas. Esto minimiza el deslave en formaciones débiles. En agujeros con diámetros grandes, se están utilizando T.P. mayores para permitir mayores gastos con la misma presión de inyección.

Estudios experimentales y la experiencia en campo han mostrado que los problemas de limpieza del agujero son más severos entre los 40 y 60°. Es de vital importancia minimizar la generación de derrumbes ocasionados por la inestabilidad del agujero. Si este problema puede ser remediado, se puede obtener una limpieza satisfactoria del agujero utilizando los procedimientos operativos apropiados.

6.2 ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD

Como ya se ha visto, la estabilidad del agujero depende de varios parámetros, los cuales generalmente no pueden ser medidos con precisión y sistemáticamente. Esto se traduce en el mayor o menor grado de confiabilidad que tenga un análisis de estabilidad. Por lo tanto se puede decir que la calidad de la información con que se realice un análisis de estabilidad repercute en su efectividad.

Un análisis de sensibilidad nos permite verificar la respuesta del modelo utilizado (en este caso el MPI) a cambios en los datos de entrada y de aquí, identificar aquellos que provocan las variaciones más significativas en la predicción de las densidades mínima y máxima, esto con el fin de tener mayor precaución en la obtención y uso de estos parámetros.

El análisis de sensibilidad de los datos de entrada se realiza variando cada parámetro a la vez, manteniendo constantes los otros. Los datos fijos utilizados en dicho análisis son los correspondientes a la profundidad de 1688 m utilizados en el ejemplo de aplicación. Los rangos de cada uno fueron seleccionados arbitrariamente pero tratando de mantener coherencia en los mismos.

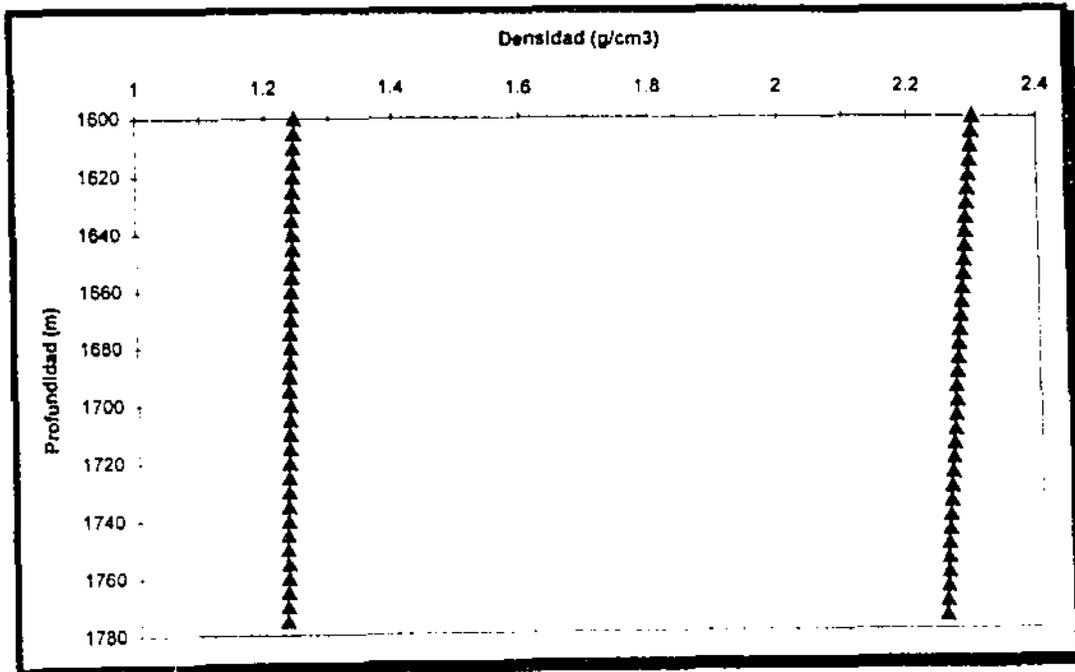
En la Tabla 4 se muestran los valores fijos y los rangos de cada variable involucrada en el análisis de sensibilidad. Los datos necesarios restantes que se utilizaron fueron los correspondientes a la profundidad mencionada presentados en la Tabla 3.

Tabla 4. Información de entrada para el análisis de sensibilidad.

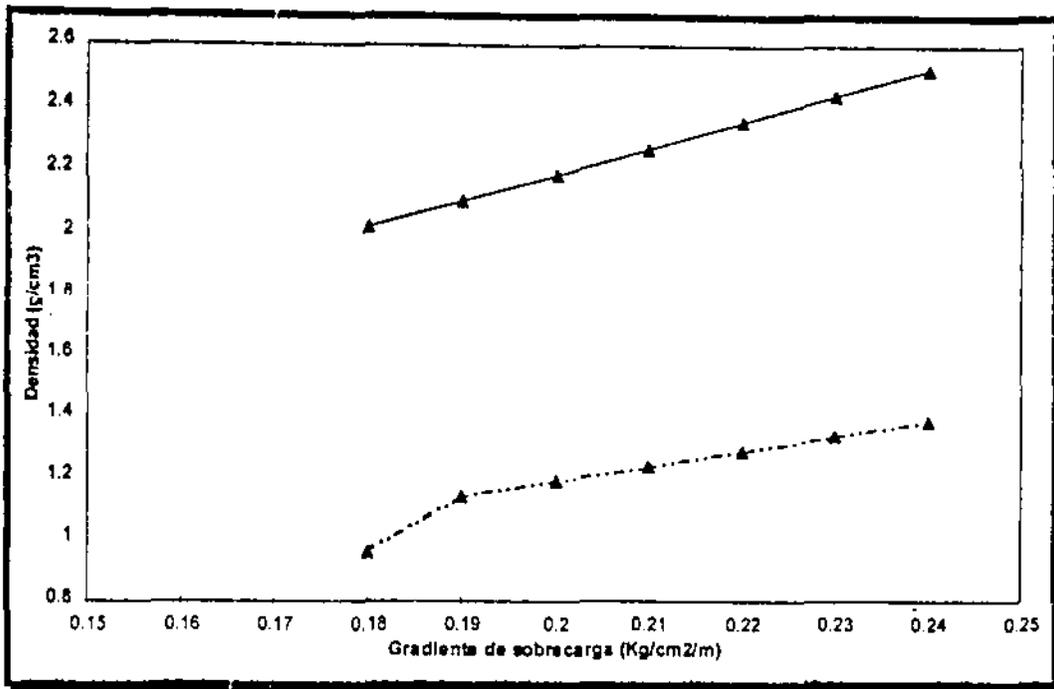
DATOS DE ENTRADA	VALORES FIJOS	RANGO DE VARIACIÓN
Profundidad (m)	1688	1600-1775
Gradiente de sobrecarga (Kg/cm ² /m)	0.21	0.18-0.24
Presión de poro (Kg/cm ²)	180	160-200
Cohesión (Kg/cm ²)	20.88	15-30
Constante de Biot (adim.)	0.2	0-1
Relación de Poisson (adim.)	0.4	0.1-0.5
Esfuerzo horizontal (Kg/cm ²)	296	290-354
Ángulo de fricción interna (°)	15	0-90

6.2.1 Resultados

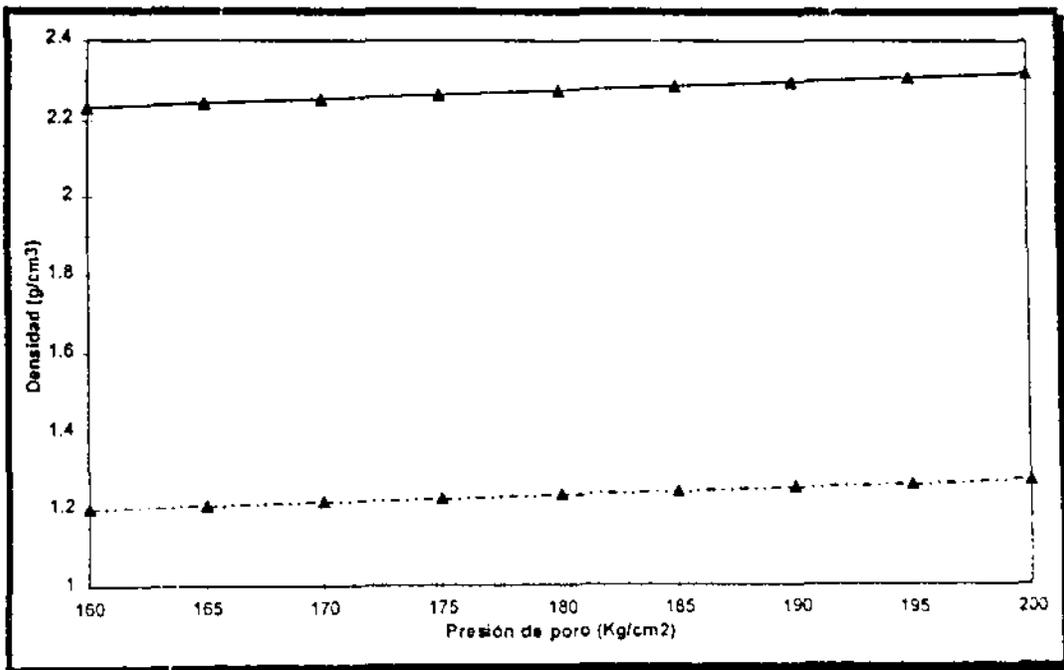
A continuación se muestran gráficamente los resultados obtenidos del análisis de sensibilidad.



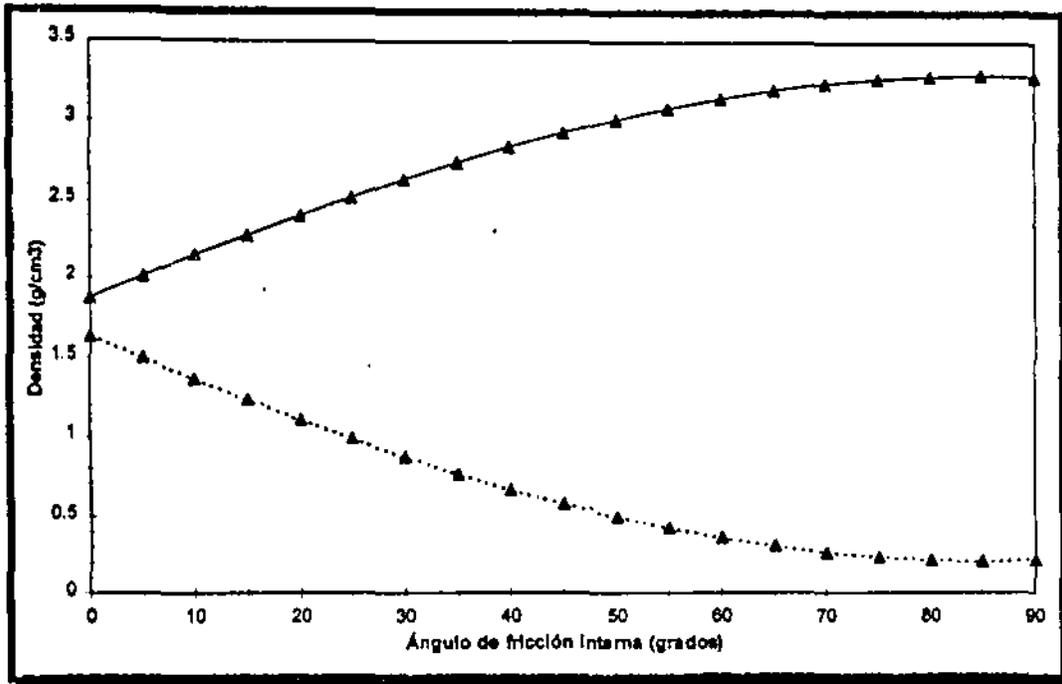
Gráfica 6.1. Densidades mínima y máxima contra profundidad.



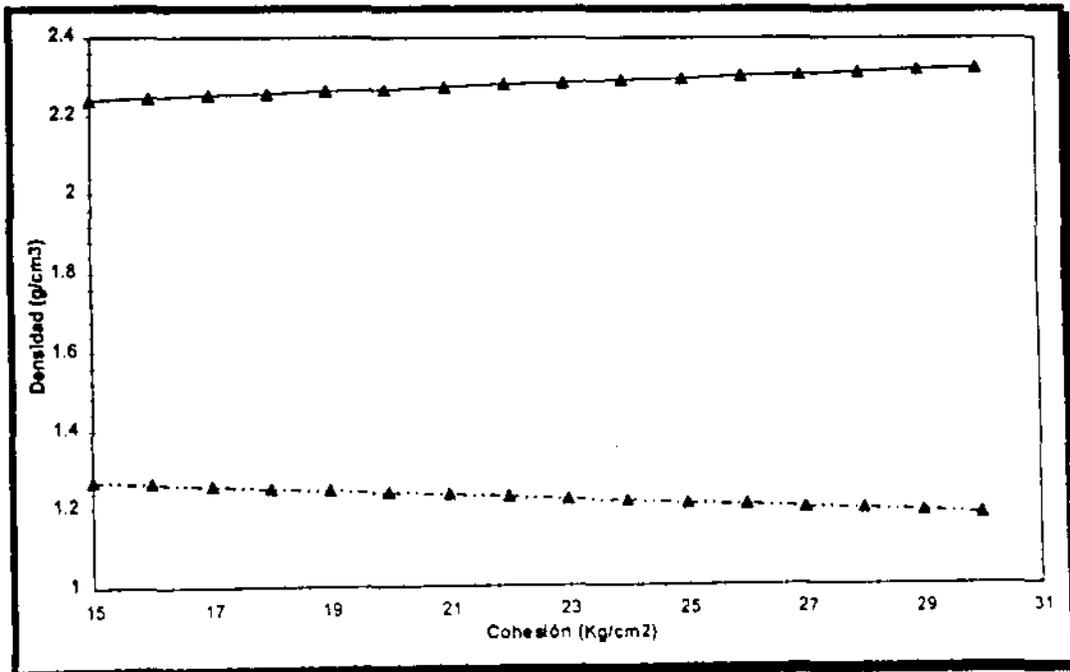
Gráfica 6.2. Densidades mínima y máxima contra gradiente de sobrecarga.



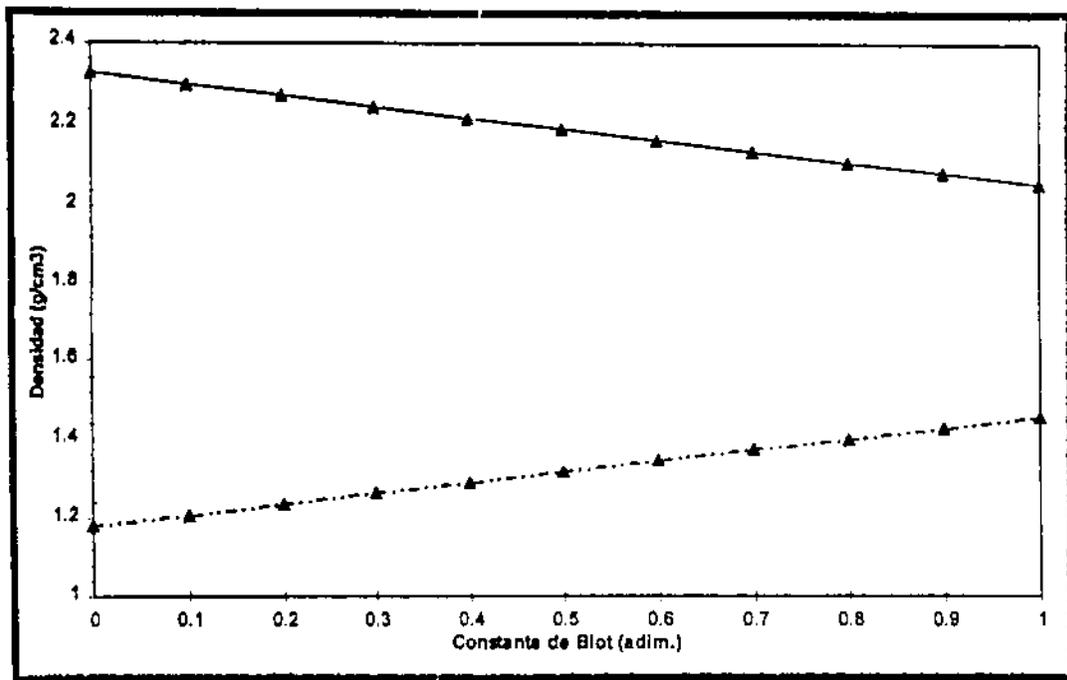
Gráfica 6.3. Densidades mínima y máxima contra presión de poro.



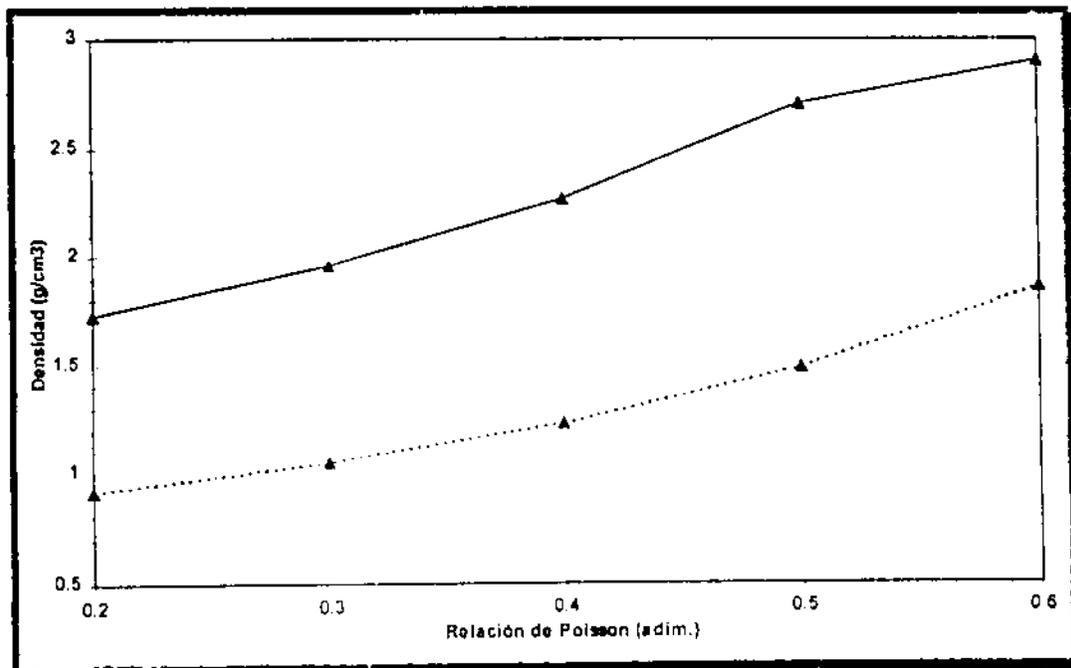
Gráfica 6.4. Densidades mínima y máxima contra Ángulo de fricción interna.



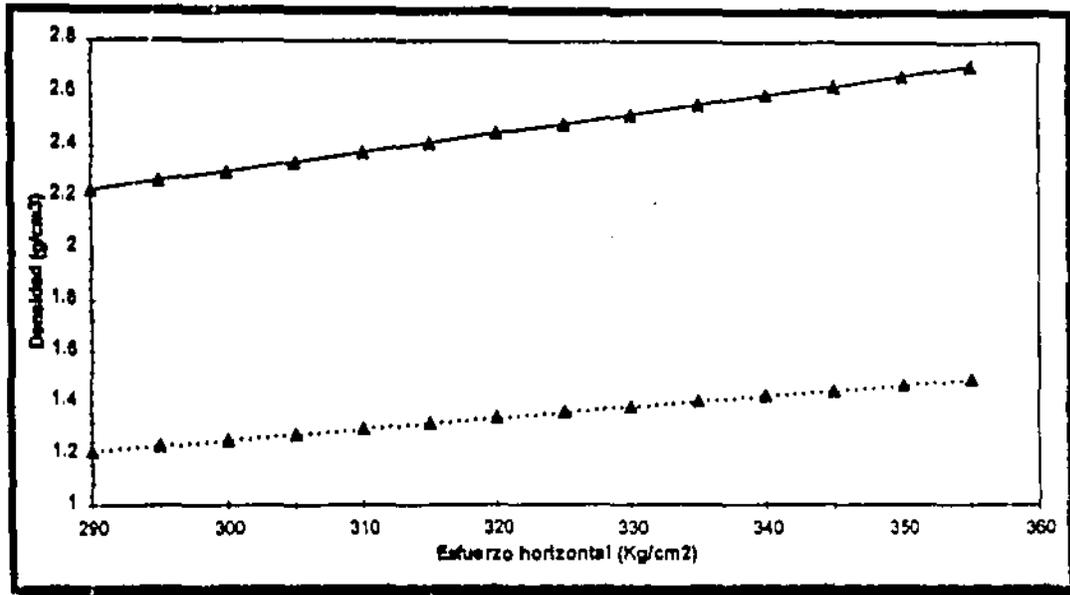
Gráfica 6.5. Densidades mínima y máxima contra cohesión.



Gráfica 6.6. Densidades mínima y máxima contra constante de Biot.



Gráfica 6.7. Densidades mínima y máxima contra relación de Poisson.



Gráfica 6.8. Densidades mínima y máxima contra esfuerzo horizontal.

- En la Gráfica 6.1 se puede observar que conforme se incrementa la profundidad vertical se reduce la ventana de estabilidad, aunque de manera poco perceptible, siendo un poco más marcada esta reducción en la densidad máxima.
- Con respecto al gradiente de sobrecarga (Gráfica 6.2) se observa que conforme éste se incrementa, ambas densidades se incrementan. La presión máxima presenta un incremento más pronunciado, al parecer lineal.
- El efecto de la presión de poro parece afectar de igual manera ambas densidades: conforme ésta se incrementa, las densidades se incrementan casi en la misma proporción, manteniendo prácticamente constante la diferencia entre éstas (Gráfica 6.3).
- En la Gráfica 6.4 se puede observar con claridad que conforme se incrementa el ángulo de fricción interna, aumenta considerablemente la

ventana de estabilidad, es decir, la densidad mínima disminuye y la presión máxima aumenta.

- En la Gráfica 6.5 se puede observar que también un incremento en la cohesión aumenta la ventana de estabilidad, afectando por lo tanto ambas densidades, aunque no tan marcadamente como en el caso anterior.
- En la Gráfica 6.6 se presenta la variación de las densidades con respecto a la constante de Biot (α), en donde podemos observar que la ventana de estabilidad se reduce considerablemente conforme α se incrementa. Por lo tanto, la ventana máxima se presenta cuando ésta es igual a cero (formación lineal elástica).
- La relación de Poisson tiene el efecto de incrementar sensiblemente ambas densidades conforme ésta se incrementa, presentando un comportamiento muy parecido en ambos casos, afectando un poco más a la densidad máxima, provocando con esto un ligero crecimiento de la región estable.
- Un incremento en el valor del esfuerzo horizontal, aumenta ambas densidades, aunque la densidad máxima es más sensible que la mínima a este cambio.

Los resultados indican que los parámetros que más afectan la estabilidad del agujero son³³: los esfuerzos in situ (esfuerzo horizontal y esfuerzo vertical, el cual está representado en el análisis por el gradiente de sobrecarga), el ángulo de fricción interna, la relación de Poisson y la constante de Biot. Los que afectan moderadamente son la cohesión, la presión de poro y la profundidad, aunque el rango utilizado en esta última no es muy grande.

³³ No necesariamente en ese orden.

De lo anterior se puede concluir que los parámetros de la formación tienen una repercusión muy importante en las condiciones de estabilidad durante la perforación, por lo que es de suma importancia tratar de conseguir esta información lo más precisa posible y si es necesario utilizar métodos estadísticos para determinar el error involucrado con su uso, con el fin de aumentar el grado de confiabilidad de un análisis de estabilidad.

También es conveniente agregar que el análisis de sensibilidad parece ser útil para verificar el efecto de variar un solo parámetro. Pero cuando existe incertidumbre en más de un dato, es necesario considerar el efecto de la variación combinada de estos parámetros y no la variación individual de los mismos. Para estos casos, el procedimiento utilizado aquí no es de gran ayuda, debiéndose utilizar métodos probabilísticos, tales como el método de Monte Carlo.

CAPÍTULO VI

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

El modelo considerado en este trabajo para calcular los esfuerzos está basado en un modelo lineal elástico, por lo que se considera que la curva esfuerzo deformación es lineal y las deformaciones son completamente reversibles. Sin embargo, puede ser que esta aproximación tienda a sobrestimar la presión de falla debido a algunos factores que a la fecha no han sido completamente estudiados y comprendidos (transición del comportamiento elástico al plástico de la formación alrededor del agujero, variación de los parámetros de elasticidad de la roca con respecto a la presión de confinamiento, entre otros), además del hecho de que las condiciones de falla en algunos tipos de rocas son más críticas (generalmente en rocas no dúctiles o deleznales).

Esta respuesta se podría mejorar utilizando modelos más complejos. Pero, además de que los cálculos se vuelven mucho más complicados, se requiere una mejor caracterización de la roca. Ésta es una cuestión difícil de resolver debido a que generalmente no se realiza una recolección sistemática de núcleos, sin considerar que las propiedades de la roca pueden variar significativamente a pequeñas distancias. Es aquí que se debe considerar en cada caso específico, si realmente es conveniente utilizar un modelo más sofisticado. En esta consideración se basó para pensar que el modelo considerado aquí es una buena aproximación, aunado al hecho de que puede ser aplicado a cualquier tipo de roca debido a que la base teórica es general. Lo anterior sin el afán de evitar el uso de modelos más complejos para el estudio de problemas fenomenológicos y la realización de análisis de sensibilidad.

De la investigación efectuada y de los resultados obtenidos de este trabajo se puede decir que la presión de poro es esencial debido a que ésta determina los esfuerzos efectivos, los cuales son los que realmente establecen las densidades mínima y máxima para evitar el afallamiento de la formación. Para comprender un poco más este efecto se presenta la Fig. 7.1.

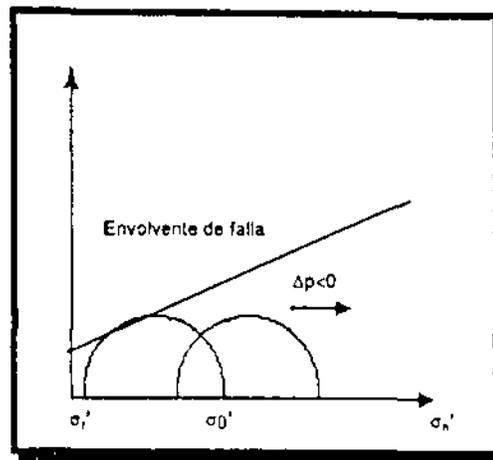


Fig. 7.1. Efecto de la reducción en la presión de poro. Diagrama de Mohr con los esfuerzos efectivos en el agujero.

En este diagrama de Mohr se muestran los esfuerzos efectivos radial y tangencial en el agujero. Una reducción en la presión de poro mueve el círculo hacia la derecha. El radio del mismo no se altera debido a que la presión de poro actúa igual en todas direcciones. Por lo tanto, se puede ver que una mayor presión de poro tendrá un efecto negativo sobre la estabilidad del agujero.

El esfuerzo radial en un agujero descubierto siempre es igual a la presión del pozo. Si la presión del pozo se incrementa sin afectar a la presión de poro (pared o enjarre impermeable), el esfuerzo tangencial se

reducirá correspondientemente. La diferencia entre los dos esfuerzos principales disminuye, mejorando la estabilidad del agujero.

Cuando la pared es permeable y la presión de poro se incrementa en la misma magnitud que la presión del pozo, el esfuerzo radial efectivo siempre es cero. Sin embargo, el esfuerzo tangencial efectivo se reduce, lo cual contribuye a incrementar el margen al colapso. Con un enjarre permeable el efecto de incrementar la presión de poro será entonces menor que con uno impermeable.

Con respecto a la constante de Biot, se puede decir que es un parámetro de elasticidad esencial en el modelo propuesto ya que describe qué tan compresible es el armazón de la roca (sin fluidos) con respecto al material sólido del cual está compuesto, lo que es útil conocer en otros problemas de ingeniería, además de la estabilidad mecánica, tales como producción de arena, fracturamiento hidráulico, estimación de las velocidades de las ondas P y S y en la determinación de los esfuerzos in-situ. Existen algunas correlaciones para determinar esta constante, aunque generalmente no son buenas aproximaciones ya que están solo en función de la porosidad y este parámetro depende además de la permeabilidad, del contenido de arcilla, del arreglo de los granos, de la sobrecarga y de la presión de confinamiento. Lo ideal es determinarla experimentalmente para evitar mayores desviaciones.

De las ventanas de estabilidad obtenidas con este modelo se puede decir que además de proporcionar gráficamente las densidades mínima y máxima para unas condiciones dadas de esfuerzos in situ (σ_h/σ_v), pueden ayudar a visualizar cualitativamente lo que sucedería si se tuviera otro valor de la relación σ_h/σ_v , lo que sucedería por ejemplo, a diferente

profundidad. Esta podría ser una herramienta de gran ayuda durante la etapa de diseño de pozos vecinos o pozos con condiciones similares a las del que se analizó.

Otra ventaja de las ventanas de estabilidad es la posibilidad de identificar los mecanismos de falla que se pueden presentar para las condiciones específicas, los cuales están representados por los seis casos manejados en el desarrollo del modelo, lo cual permite tomar las medidas de solución adecuadas para cada caso, evitando realizar operaciones innecesarias.

Cabe mencionar que el programa de cómputo considera el cálculo de las densidades mínima y máxima (ventana de estabilidad) con los tres modelos: el lineal elástico, el poroelástico con pared impermeable y el poroelástico con pared permeable. Esto con el fin de determinar cual de los tres casos es el que se ajusta mejor a las condiciones de la región en la que se vaya a aplicar.

Los problemas de estabilidad y los costos asociados a ellos continúan teniendo un impacto importante durante la perforación. Es por esto que es necesario continuar investigando y desarrollando modelos que reproduzcan mejor el comportamiento de las formaciones y así mejorar las predicciones de los análisis de estabilidad. El futuro parece claro, el ingeniero seguirá tomando las decisiones, pero cada vez mejor apoyadas por métodos de análisis integrales, bases de datos, software e información a tiempo real de la perforación.

NOMENCLATURA

C_0	Resistencia a la compresión uniaxial
D	Profundidad
E	Módulo de Young
F	Fuerza
g	Aceleración de la gravedad
G	Módulo de corte
G_{fr}	Módulo de corte del armazón
H, C, M	Parámetros de elasticidad en la teoría de Biot
h	Altura de la sección del agujero
k	Permeabilidad
K	Módulo de volumen
K_{eff}	Módulo de volumen de la mezcla
K_f	Módulo de volumen del fluido
K_{fr}	Módulo de volumen del armazón
K_p	Módulo de volumen de los poros
K_s	Módulo de volumen del sólido
p_f	Presión de poro
p_{fn}	Presión de poro correspondiente al radio R_0
P_w	Presión del pozo
\dot{Q}	Gasto
r	Radio, distancia radial
R, R_i	Radio del pozo
R_0	Radio sin influencia
S_0	Cohesión
u, v, w	Desplazamientos en las direcciones x, y, y z, respectivamente
\vec{u}	Vector de desplazamiento

\bar{u}_f	Vector de desplazamiento del fluido
\bar{u}_s	Vector de desplazamiento del sólido
\dot{v}	Volumen de fluido por unidad de tiempo y por unidad de altura del agujero
V_f	Volumen de fluido
V_s	Volumen de sólido
V_{tot}	Volumen total
α	Constante de Biot
β	Ángulo de falla
$\Gamma_{xy}, \Gamma_{xz}, \Gamma_{yx}$	Componentes de la deformación de corte
ϵ	Deformación, elongación
ϵ_v	Deformación volumétrica
$\epsilon_{v, f}$	Deformación volumétrica del fluido
$\epsilon_{v, s}$	Deformación volumétrica del sólido
$\epsilon_x, \epsilon_y, \epsilon_z$	Componentes de la elongación
$\epsilon_r, \epsilon_z, \epsilon_\theta$	Deformaciones radial, axial y tangencial
ζ	Parámetro de deformación de Biot
λ	Parámetro de Lamé
μ	Coefficiente de fricción interna
ν	Relación de Poisson
ρ	densidad
σ	Esfuerzo normal
σ'	Esfuerzo efectivo
σ_H, σ_h	Esfuerzos horizontales mayor y menor, respectivamente
σ_p	Esfuerzo hidrostático
σ_r	Esfuerzo radial

σ_θ	Esfuerzo tangencial
σ_v	Esfuerzo vertical
$\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$	Componentes del esfuerzo normal
σ_x	Esfuerzo axial
$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$	Esfuerzos principales
τ	Esfuerzo de corte
$\tau_{xy}, \tau_{xz}, \tau_{yz}$	Componentes del esfuerzo cortante
ϕ	Porosidad
Φ	Ángulo de fricción interna

FALTA PAGINA

No. 136

BIBLIOGRAFÍA

1. B. S. Aadnoy, M. E. Chevernet: "Stability Of Highly Inclined Boreholes": SPE Drilling Engineering. December 1987.
2. Y. Abousleiman: "Poroelectricity": RMRC/RMC Fall Meeting, The University of Oklahoma. November 8-10, 1995.
3. P. Berger, L. Williams: "Improved Formation Evaluation And Borehole Stability Of Ovalized Wellbores": SPE 25322. Singapore, 8-10 February, 1993.
4. M. A. Biot: "General Solutions Of The Equations Of Elasticity And Consolidation For A Porous Material": Journal of Applied Mechanics, March, 1956.
5. M. A. Biot: "General Theory Of Three-Dimensional Consolidation": Journal of Applied Physics, Vol. 12, February, 1941.
6. M. A. Biot: "Mechanics Of Deformation And Acoustic Propagation In Porous Media": Journal of Applied Physics, Vol. 33, April, 1962.
7. W. B. Bradley: "Failure Of Inclined Boreholes": Transactions of the ASME Vol. 101, December 1979.
8. R. K. Bratli, P. Horsrud, R. Risnes: "Rock Mechanics Applied To The Region Near A Wellbore": Proc. 5th International Congress on Rock Mechanics. 1983.
9. R. K. Bratli, P. Horsrud, R. Risnes: "Sand Stresses Around A Wellbore": SPE 9650. Manama, Bahrain, March 9-12, 1981.
10. R. K. Bratli, R. Risnes: "Stability And Failure Of Sand Arches": SPEJ, April, 1981.
11. S. Bruce: "A Mechanical Stability Log": IADC/SPE 19942. Houston, Texas, February 27 - March 2, 1990.
12. N. M. Carroll: "Mechanical Response Of Fluid-Saturated Porous Materials": IUTAM, 1980.
13. J. B. Cheatham Jr.: "Wellbore Stability": JPT. June 1984
14. X. Chen, C. P. Tan, C. M. Haberfield: "Wellbore Stability Analysis Guidelines For Practical Well Design": SPE 36972. Adelaide, South Australia, Australia, 28-31 October 1996.
15. F. H. Deily, T. C. Owens: "Stress Around A Wellbore": SPE 2557. Denver, Colorado, September 28 - October 1, 1969.
16. E. Detournay, A. H. Cheng: "Poroelectric Response Of A Borehole In A Non-Hydrostatic Stress Field": Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Vol. 25, 1988.
17. E. Detournay, J. C. Roegiers, A. H. Cheng: "Some New Examples Of Poroelectric Effects In Rock Mechanics": 28th US Symposium on Rock Mechanics. Tucson, 29 June - 1 July, 1987.

18. M. B. Dusseault: "Analysis Of Borehole Stability": Computer Methods and Advances in Geomechanics. Siriwardane & Zaman (eds). 1994 Balkema, Rotterdam.
19. N. H. Fleming, R. Ronaldi, S. Bruce, and J. Haryanto: "The Application Of "Mechanical" Borehole Stability Theory To Development Well Planning": IADC/SPE 19943. Houston, Texas, February 27 - March 2, 1990.
20. Fontenelle Dumans, Carlos Fernando: "Quantification Of The Effect Of Uncertainties On The Reliability Of Wellbore Stability Model Predictions": Ph. D. Dissertation. Drilling Research Projects. Department of Petroleum Engineering. The University of Tulsa. 1995.
21. G. F. Fuh, D. L. Whitfill, and P. R. Schuh: "Use Of Borehole Stability Analysis For Successful Drilling Of High-Angle Hole": IADC/SPE 17235. Dallas, Texas, February 28 - March 2, 1988.
22. D. García, J. Mendiola, H. Gachuz, E. Ayala: "Informe Final del Proyecto CDC-0401: Estabilidad Mecánica de Pozos": IMP. México, D.F. Enero, 1998
23. García Valenzuela, Carlos E.: "Estabilidad Mecánica De Pozos Direccionales Y Horizontales": Tesis de Maestría en Ingeniería Petrolera. DEPEI. UNAM. Noviembre de 1992.
24. A. Guenot: "Borehole Breakouts And Stress Fields": J. Rock Mech. Sci. & Geomech. Vol. 26, 1989.
25. J. F. Jones, R. D. Barree: "Mechanical Stability Analysis From Drilling Data Alone": SPE 36443. Denver, Colorado, 6-9 October, 1996.
26. N. Katsube: "The Constitutive Theory For Fluid-Filled Porous Materials": Journal of Applied Mechanics. March, 1985.
27. T. Klimentos: "Experimental Determination Of The Biot Elastic Constant: Applications In Formation Evaluation (Sonic Porosity, Rock Strength, Earth Stresses And Sanding Predictions)": SPE 30593. Dallas, 22-25 October, 1995.
28. J. Laurent, M. Bouteica, J. P. Sarda: "Pore Pressure Influence In The Poroelastic Behaviour Of Rocks: Experimental Studies And Results": SPE 20922. The Hague, Netherlands, 22-24 October, 1990.
29. V. M. Maury: "Rock Failure Mechanisms Identification: A Key For Stability And Reservoir Behavior Problem": EUROCK '94. Balkema, Rotterdam. 1994.
30. V. M. Maury, J. M. Sauzay: "Borehole Instability: Case Histories, Rock Mechanics Approach, And Results": SPE/IADC 16051. New Orleans, Louisiana, March 15-18, 1987.
31. M. R. McLean and M. A. Addis: "Wellbore Stability Analysis: A Review Of Current Methods Of Analysis And Their Field Application": IADC/SPE 19941. Houston, Texas, February 27 - March 2, 1990

- 32.M. R. McLean and M. A. Addis: "Wellbore Stability: The Effect Of Strength Criteria On Mud Weight Recommendations": SPE 20405. New Orleans, Louisiana, September 23-26, 1990.
- 33.F. K. Mody, A. H. Hale: "A Borehole Stability Model To Couple The Mechanics And Chemistry Of Drilling Fluid Shale Interaction": SPE/IADC 25728. Amsterdam, February 23-25, 1993.
- 34.N. Morita: "Uncertainty Analysis Of Borehole Stability Problems": SPE 30502. Dallas, October 22-25, 1995.
- 35.P. R. Paslay, J. B. Cheatham: "Rock Stresses Induced By Flow Of Fluids Into Boreholes": SPEJ. March, 1963.
- 36.F. J. Santarelli, E. T. Brown, V. Maury: "Analysis Of Borehole Stresses Using Pressure-Dependent, Linear Elasticity": Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Vol. 23, 1986.
- 37.F. J. Santarelli, S. Zaho, G. Burrafato, F. Zausa, D. Giacca: "Wellbore Stability Analysis Made Easy And Practical": IADC/SPE 35105. New Orleans, Louisiana, 12-15 March 1996.
- 38.H. Yew and Gefei Liu: "Pore Fluid And Wellbore Stabilities": SPE 22381. Beijing, China, 24-27 March, 1992.
- 39.W. Xiaojun, L. Youngchi, Y. Jilin, G. Young: "Borehole Stability Analysis": Research Report. Department of Modern Mechanics. University of Science and Technology of China. July 30, 1993.

FALTA PAGINA

No. 140

APÉNDICE

LISTADO DEL PROGRAMA DE ESTABILIDAD

DECLARE SUB PANTALLA ()

'Programa que determina la densidad mínima y máxima a partir
'del estado de esfuerzos generado al perforar un pozo
'el modelo considera el concepto de poroelasticidad (matriz porosa en lugar
'de considerarla como un cuerpo sólido continuo) para la determinación de
'los esfuerzos.
'Se generan archivos de texto con los resultados, los cuales se
'grafican posteriormente en un paquete adecuado para su análisis.

'CALL PANTALLA

```
10 : CLS : COLOR 15, 1: PRINT STRING$(2000, 32)
LOCATE 3, 7: PRINT "      P R O G R A M A "
LOCATE 4, 7: PRINT "      A N A L I S I S D E E S T A B I L I D A D "
```

```
LOCATE 9, 1: PRINT " CALCULO DE LA VENTANA DE ESTABILIDAD: "
LOCATE 11, 5: PRINT "MODELO LINEAL ELASTICO                [ 1]"
LOCATE 12, 5: PRINT "MODELO POROELASTICO PARED IMPERMEABLE [ 2]"
LOCATE 13, 5: PRINT "MODELO POROELASTICO PARED PERMEABLE  [ 3]"
LOCATE 14, 5: PRINT "SALIR DEL PROGRAMA                [ 4]"
LOCATE 20, 10: INPUT " TECLEA EL NUMERO"; AAA
```

```
IF AAA = 1 THEN GOTO LINEL
IF AAA = 2 THEN GOTO POROIMP
IF AAA = 3 THEN GOTO POROPER
IF AAA = 4 THEN END
```

LINEL:

CLS

```
OPEN "A:\LINEAL.TXT" FOR OUTPUT AS #2
OPEN "A:\VENTLIN.TXT" FOR OUTPUT AS #22
```

*****DATOS DE ENTRADA*****

```
INPUT "GRADIENTE DE SOBRECARGA [Kg/cm2/m]"; G
INPUT "PROFUNDIDAD [mts]"; H
INPUT "dtc [mms/pie]"; dtc
INPUT "dts [mms/pie]"; dts
INPUT "DENSIDAD [gr/cc]"; D
INPUT "PRESION DE PORO [Kg/cm2]"; Pp
INPUT "ANGULO DE FRICCION INTERNA [grados]"; afr
INPUT "COHESION [Kg/cm2]"; So
INPUT "ANGULO DE FALLA"; BETA1
```

```
FOR D = 0 TO 3.2 STEP .2
```

*****PROPIEDADES DE LA FORMACION*****

```
SIGMV = G * H
```

```

V = (.5 * (dts / dtc) ^ 2 - 1) / ((dts / dtc) ^ 2 - 1)
SIGMH1 = (V / (1 - V)) * (SIGMV - Pp) + Pp
SIGMH2 = SIGMH1: PRINT "SIGMH1=SIGMH2="; SIGMH1

PW1 = (D * H / 10)
BETA1 = 45 + m/r / 2
BETA = (BETA1 * 3.1416) / 180
Co = 2 * (TAN(BETA)) * So . . . RESISTENCIA UNIAxIAL A LA COMPRESION
*****

*****CALCULO DE SIGMTETA SIGMZ SIGMR*****

SIGMR = PW1: PRINT "SIGMR = "; SIGMR
SIGMTETA = 2 * SIGMH1 - PW1: PRINT "SIGMTETA="; SIGMTETA
SIGMZ = SIGMV: PRINT "SIGMZ="; SIGMZ
C = ((TAN(BETA)) ^ 2)

*****

*****OBTENCION DE PW*****
***** CALCULO DE DENSIDAD MINIMA *****

*****SIGMTETA>SIGMZ>SIGMR, PRESION MINIMA *****

IF SIGMTETA >= SIGMZ THEN
  IF SIGMZ >= SIGMR THEN
    PRINT "SIGMTETA>SIGMZ>SIGMR, PRESION DE COLAPSO"
    A$ = "PWMIN"
    B$ = "T>Z>R"

  PW = (2 * SIGMH1 - Co) / (1 + C)
  PWMIN = PW

  GOTO 100
  END IF
END IF

*****SIGMZ>SIGMTETA>SIGMR, PRESION MINIMA*****

IF SIGMZ >= SIGMTETA THEN
  IF SIGMTETA >= SIGMR THEN
    PRINT "SIGMZ>SIGMTETA>SIGMR, PRESION DE COLAPSO"
    A$ = "PWMIN"
    B$ = "Z>T>R"

  PW = (SIGMV - Co) / C
  PWMIN = PW

  GOTO 100
  END IF
END IF

*****SIGMTETA>SIGMR>SIGMZ, PRESION DE COLAPSO*****

IF SIGMTETA >= SIGMR THEN
  IF SIGMR >= SIGMZ THEN
    PRINT "SIGMTETA>SIGMR>SIGMZ, PRESION DE COLAPSO"
    A$ = "PWMIN"
    B$ = "T>R>Z"

  PW = 2 * SIGMH1 - Co - SIGMV * C
  PWMIN = PW

  GOTO 100

```

END IF
END IF

*****SIGMZ>SIGMR>SIGMTETA, PRESION MAXIMA*****

IF SIGMZ >= SIGMR THEN
IF SIGMR >= SIGMTETA THEN
PRINT "SIGMZ>SIGMR>SIGMTETA, PRESION MAXIMA"
A\$ = "PWMAX"
B\$ = "Z>R>T"

$PW = (Co + 2 * SIGMH1 * C - SIGMV) / C$
PWMAX = PW

GOTO 200
END IF
END IF

*****SIGMR>SIGMZ>SIGMTETA, PRESION MAXIMA*****

IF SIGMR >= SIGMZ THEN
IF SIGMZ >= SIGMTETA THEN
PRINT "SIGMR>SIGMZ>SIGMTETA, PRESION MAXIMA"
A\$ = "PWMAX"
B\$ = "R>Z>T"

$PW = (Co + 2 * SIGMH1 * C) / (1 + C)$
PWMAX = PW

GOTO 200
END IF
END IF

*****SIGMR>SIGMTETA>SIGMZ, PRESION MAXIMA*****

IF SIGMR >= SIGMTETA THEN
IF SIGMTETA >= SIGMZ THEN
PRINT "SIGMR>SIGMTETA>SIGMZ, PRESION MAXIMA"
A\$ = "PWMAX"
B\$ = "R>T Z"

$PW = Co + SIGMV * C$
PWMAX = PW

GOTO 200
END IF
END IF

100 :
PWMIN1 = (PWMIN * 10) / H
PRINT "PWMIN="; PWMIN1
WRITE #2, D, PWMIN1, A\$, B\$
GOTO 300

200 :
PWMAX1 = (PWMAX * 10) / H
PRINT "PWMAX="; PWMAX1
WRITE #2, D, PWMAX1, A\$, B\$
GOTO 300

300 :

'NEXT D

*****OBTENCION DE LA VENTANA*****

*****PUNTO A-B*****

XAB = (((SIGMV - Co) / C) + (Co / (1 + C))) / ((2 * SIGMV / (1 + C)))

YAB1 = (SIGMV - Co) / C 'Caso B

YAB = (YAB1 * 10) / H

PS = "A-B"

WRITE #22, XAB, YAB, PS

*****PUNTO B-C*****

XBC = (((SIGMV - Co) / C) - (Co / C) + (SIGMV / C)) / (2 * SIGMV)

YBC1 = (SIGMV - Co) / C 'Caso B

YBC = (YBC1 * 10) / H

PS = "B-C"

WRITE #22, XBC, YBC, PS

*****PUNTO C-D*****

XCD = ((Co / C) - (SIGMV / C) - (Co / (1 + C))) / (((2 * SIGMV * C) / (1 + C)) - 2 * SIGMV)

YCD1 = ((2 * SIGMV * C) / (1 + C)) * XCD + (Co / (1 + C)) 'Caso D

YCD = (YCD1 * 10) / H

PS = "C-D"

WRITE #22, XCD, YCD, PS

*****PUNTO D-E*****

XDE = (Co + (SIGMV * C) - (Co / (1 + C))) / ((2 * SIGMV * C) / (1 + C))

YDE1 = Co + SIGMV * C 'Caso E

YDE = (YDE1 * 10) / H

PS = "D-E"

WRITE #22, XDE, YDE, PS

*****PUNTO E-F*****

XEF = (Co + SIGMV * C) / SIGMV

YEF1 = Co + SIGMV * C 'Caso E

YEF = (YEF1 * 10) / H

PS = "E-F"

WRITE #22, XEF, YEF, PS

*****PUNTO F-A*****

XFA = (Co / (1 + C) - Co - SIGMV * C) / ((2 * SIGMV / (1 + C)) - 2 * SIGMV)

YFA1 = 2 * SIGMV * XFA - Co - SIGMV * C 'Caso F

YFA = (YFA1 * 10) / H

PS = "F-A"

WRITE #22, XFA, YFA, PS

CLOSE

END

POROIMP:

CLS

OPEN "A:\POROIMP.TXT" FOR OUTPUT AS #3
OPEN "A:\VENTPIMP.TXT" FOR OUTPUT AS #33

*****DATOS DE ENTRADA *****

```
INPUT "GRADIENTE DE SOBRECARGA [Kg/cm2/m]"; G
INPUT "PROFUNDIDAD [mts]"; H
INPUT "dte [mms/plc]"; dte
INPUT "dts [mms/plc]"; dts
INPUT "DENSIDAD [gr/cc]"; D
INPUT "PRESION DE PORO [Kg/cm2]"; Pp
INPUT "ANGULO DE FRICCION INTERNA [grados]"; afr
INPUT "COHESION [Kg/cm2]"; So
INPUT "ANGULO DE FALLA"; BETA1
INPUT "CONSTANTE DE BIOT"; ALFA
INPUT "RADIO DEL POZO"; R1
INPUT "RADIO SIN INFLUENCIA"; Ro
```

FOR D = 0 TO 3.2 STEP .2

*****PROPIEDADES DE LA FORMACION*****

```
SIGMV = G * H
V = (.5 * (dte / dte) ^ 2 - 1) / ((dte / dte) ^ 2 - 1)
SIGMH1 = ((V / (1 - V)) * (SIGMV - Pp)) + (Pp)
SIGMH2 = SIGMH1: PRINT "SIGMH1=SIGMH2="; SIGMH1

PW1 = (D * H / 10)
BETA1 = 45 + afr / 2
BETA = (BETA1 * 3.1416) / 180
Co = 2 * (TAN(BETA)) * So    'RESISTENCIA UNIAxIAL A LA COMPRESION
```

*****CALCULO DE SIGMTETA SIGMZZ SIGMR*****

```
SIGMR = PW1: PRINT "SIGMR = "; SIGMR
SIGMTETA = 2 * SIGMH1 - PW1: PRINT "SIGMTETA="; SIGMTETA
SIGMZ = SIGMV: PRINT "SIGMZ="; SIGMZ
C = ((TAN(BETA)) ^ 2)
```

*****OBTENCION DE PW*****
***** CALCULO DE DENSIDAD MINIMA *****

*****SIGMTETA>SIGMZ>SIGMR, PRESION MINIMA *****

```
IF SIGMTETA >= SIGMZ THEN
  IF SIGMZ >= SIGMR THEN
    PRINT "SIGMTETA>SIGMZ>SIGMR, PRESION DE COLAPSO"
    AS = "PWMIN"
    BS = "T>Z>R"
```

```
PW = (1 / (C + 1)) * (2 * SIGMH1 + ALFA * Pp * (C - 1) - Co)
PWMIN = PW
```

```
GOTO 400
END IF
END IF
```

*****SIGMZ>SIGMTETA>SIGMR, PRESION MINIMA*****

```
IF SIGMZ >= SIGMTETA THEN
  IF SIGMTETA >= SIGMR THEN
    PRINT "SIGMZ>SIGMTETA>SIGMR, PRESION DE COLAPSO"
    AS = "PWMIN"
```

```

      BS = "Z>T>R"

      PW = (1 / C) * (SIGMV - ALFA * Pp - Co) + ALFA * Pp
      PWMIN = PW

      GOTO 400
    END IF
  END IF

  *****SIGMTETA>SIGMR>SIGMZ, PRESION DE COLAPSO*****

  IF SIGMTETA >= SIGMR THEN
    IF SIGMR >= SIGMZ THEN
      PRINT "SIGMTETA>SIGMR>SIGMZ, PRESION DE COLAPSO"
      AS = "PWMIN"
      BS = "T>R>Z"

      PW = 2 * SIGMH1 - SIGMV * C - Co + ALFA * Pp * (C - 1)
      PWMIN = PW

      GOTO 400
    END IF
  END IF

  *****SIGMZ>SIGMR>SIGMTETA, PRESION MAXIMA*****

  IF SIGMZ >= SIGMR THEN
    IF SIGMR >= SIGMTETA THEN
      PRINT "SIGMZ>SIGMR>SIGMTETA, PRESION MAXIMA"
      AS = "PWMAX"
      BS = "Z>R>T"

      PW = 2 * SIGMH1 - (1 / C) * (SIGMV - ALFA * Pp - Co) - ALFA * Pp
      PWMAX = PW

      GOTO 500
    END IF
  END IF

  *****SIGMR>SIGMZ>SIGMTETA, PRESION MAXIMA*****

  IF SIGMR >= SIGMZ THEN
    IF SIGMZ >= SIGMTETA THEN
      PRINT "SIGMR>SIGMZ>SIGMTETA, PRESION MAXIMA"
      AS = "PWMAX"
      BS = "R>Z>T"

      PW = (1 / (C + 1)) * (2 * SIGMH1 * C - ALFA * Pp * (C - 1) + Co)
      PWMAX = PW

      GOTO 500
    END IF
  END IF

  *****SIGMR>SIGMTETA>SIGMZ, PRESION MAXIMA*****

  IF SIGMR >= SIGMTETA THEN
    IF SIGMTETA >= SIGMZ THEN
      PRINT "SIGMR>SIGMTETA>SIGMZ, PRESION MAXIMA"
      AS = "PWMAX"
      BS = "R>Z"

```

PW = SIGMV * C - ALFA * Pp * (C - 1) + Co
 PWMAX = PW

GOTO 500
 END IF
 END IF

400 :
 PWMIN1 = (PWMIN * 10) / H
 PRINT "PWMIN="; PWMIN1
 WRITE #3, D, PWMIN1, A\$, B\$
 GOTO 600

500 :
 PWMAX1 = (PWMAX * 10) / H
 PRINT "PWMAX="; PWMAX1
 WRITE #3, D, PWMAX1, A\$, B\$
 GOTO 600

600 :
 'NEXT D

*****OBTENCION DE LA VENTANA*****

*****PUNTO A-B*****

XAB = ((1 / C) * (SIGMV - ALFA * Pp - Co) + ALFA * Pp - (ALFA * Pp * (C - 1) - Co) / (C + 1)) / ((2 * SIGMV) / (C + 1))
 YAB1 = (1 / C) * (SIGMV - ALFA * Pp - Co) + ALFA * Pp 'Caso B
 YAB = (YAB1 * 10) / H
 P\$ = "A-B"
 WRITE #33, XAB, YAB, P\$

*****PUNTO B-C*****

XBC = ((SIGMV - ALFA * Pp - Co) / C + ALFA * Pp) / SIGMV
 YBC1 = (1 / C) * (SIGMV - ALFA * Pp - Co) + ALFA * Pp 'Caso B
 YBC = (YBC1 * 10) / H
 P\$ = "B-C"
 WRITE #33, XBC, YBC, P\$

*****PUNTO C-D*****

XCD = ((1 / C) * (SIGMV - ALFA * Pp - Co) + ALFA * Pp + (1 / (C + 1)) * (Co - ALFA * Pp * (C - 1))) / (2 * SIGMV * (1 - (C / (C + 1))))
 YCD1 = 2 * SIGMV * XCD - (1 / C) * (SIGMV - ALFA * Pp - Co) - ALFA * Pp 'Caso C
 YCD = (YCD1 * 10) / H
 P\$ = "C-D"
 WRITE #33, XCD, YCD, P\$

*****PUNTO D-E*****

XDE = ((SIGMV * C) - (ALFA * Pp) * (C - 1)) + Co - ((1 / (1 + C)) * (Co - ALFA * Pp * (C - 1))) / ((2 * SIGMV * C) / (1 + C))
 YDE1 = SIGMV * C - ALFA * Pp * (C - 1) + Co 'Caso E
 YDE = (YDE1 * 10) / H
 P\$ = "D-E"
 WRITE #33, XDE, YDE, P\$

*****PUNTO E-F*****

XEF = (SIGMV * 2 - ALFA * Pp * (C - 1) + Co) / SIGMV
 YEF = (SIGMV * C - ALFA * Pp * (C - 1) + Co) 'Caso E
 YEF = (YEF * 10) / H
 P\$ = "E-F"

```
WRITE #33, XEF, YEF, P$
```

```
*****PUNTO F-A*****
```

```
XFA = ((ALFA * Pp * (C - 1) - Co) / (C + 1) + SIGMV * C - ALFA * Pp * (C - 1) + Co) / (2 * SIGMV * (1 - (1 / (C + 1))))
YFA1 = 2 * SIGMV * XFA - SIGMV * C + ALFA * Pp * (C - 1) - Co 'Caso F
YFA = (YFA1 * 10) / H
P$ = "F-A"
WRITE #33, XFA, YFA, P$
```

```
CLOSE
END
```

```
*****
*****
*****
```

```
POROPER:
CLS
```

```
OPEN "A:\POROPER.TXT" FOR OUTPUT AS #4
OPEN "A:\VENPOPER.TXT" FOR OUTPUT AS #44
```

```
*****DATOS DE ENTRADA *****
```

```
INPUT "GRADIENTE DE SOBRECARGA [Kg/cm2/m]"; G
INPUT "PROFUNDIDAD [mts]"; H
INPUT "dte [mms/pic]"; dte
INPUT "dts [mms/pic]"; dts
INPUT "DENSIDAD [gr/cc]"; D
INPUT "PRESION DE PORO [Kg/cm2]"; Pp
INPUT "ANGULO DE FRICCION INTERNA [grados]"; afr
INPUT "COHESION [Kg/cm2]"; So
INPUT "ANGULO DE FALLA"; BETA1
INPUT "CONSTANTE DE BIOT"; ALFA
INPUT "RADIO DEL POZO"; R1
INPUT "RADIO SIN INFLUENCIA"; Ro
```

```
FOR D = 0 TO 3.2 STEP .2
```

```
*****PROPIEDADES DE LA FORMACION*****
```

```
SIGMV = G * H
V = (.5 * (dts / dte) ^ 2 - 1) / ((dts / dte) ^ 2 - 1)
SIGMH1 = [(V / (1 - V)) * (SIGMV - Pp)] + (Pp)
SIGMH2 = SIGMH1: PRINT "SIGMH1=SIGMH2="; SIGMH1

PW1 = (D * H / 10)
BETA1 = 45 + afr / 2
BETA = (BETA1 * 3.1416) / 180
Co = 2 * (TAN(BETA)) * So 'RESISTENCIA UNIAXIAL A LA COMPRESION
```

```
*****CALCULO DE SIGMTETA SIGMZ SIGMR*****
```

```
A = ALFA * ((1 - 2 * V) / (1 - V))
B = V / (2 * (LOG(Ro / R1)))
C = ((TAN(BETA)) ^ 2)
SIGMR = PW1: PRINT "SIGMR = "; SIGMR
SIGMTETA = 2 * SIGMH1 - PW1 - (Pp - PW1) * A: PRINT "SIGMTETA=", SIGMTETA
SIGMZ = SIGMV - (Pp - PW1) * (A / 2) * (2 - V / (LOG(Ro / R1))) PRINT "SIGMZ=", SIGMZ
```

```

*****
*****OBTENCION DE PW*****
***** CALCULO DE DENSIDAD MINIMA *****
*****SIGMTETA>SIGMZ>SIGMR, PRESION MINIMA *****

IF SIGMTETA >= SIGMZ THEN
  IF SIGMZ >= SIGMR THEN
    PRINT "SIGMTETA>SIGMZ>SIGMR, PRESION DE COLAPSO"
    A$ = "PWMIN"
    B$ = "T>Z>R"

    PW = (2 * SIGMH1 - Co - Pp * A) / (ALFA + 1 + (1 + ALFA) * C * A)
    PWMIN = PW

    GOTO 700
  END IF
END IF

*****SIGMZ>SIGMTETA>SIGMR, PRESION MINIMA*****

IF SIGMZ >= SIGMTETA THEN
  IF SIGMTETA >= SIGMR THEN
    PRINT "SIGMZ>SIGMTETA>SIGMR, PRESION DE COLAPSO"
    A$ = "PWMIN"
    B$ = "Z>T>R"

    PW = (SIGMV - Co + Pp * A * (B - 1)) / (ALFA + (1 - ALFA) * C * A * (1 - B))
    PWMIN = PW

    GOTO 700
  END IF
END IF

*****SIGMTETA>SIGMR>SIGMZ, PRESION DE COLAPSO*****

IF SIGMTETA >= SIGMR THEN
  IF SIGMR >= SIGMZ THEN
    PRINT "SIGMTETA>SIGMR>SIGMZ, PRESION DE COLAPSO"
    A$ = "PWMIN"
    B$ = "T>R>Z"

    PW = (Co - 2 * SIGMH1 + SIGMV * C + Pp * A * (1 - C + B * C)) / (A * (1 - C - B * C) + (C - 1) * ALFA + 1)
    PWMIN = PW

    GOTO 700
  END IF
END IF

*****SIGMZ>SIGMR>SIGMTETA, PRESION MAXIMA*****

IF SIGMZ >= SIGMR THEN
  IF SIGMR >= SIGMTETA THEN
    PRINT "SIGMZ>SIGMR>SIGMTETA, PRESION MAXIMA"
    A$ = "PWMAX"
    B$ = "Z>R>T"

    PW = (SIGMV - Co - 2 * SIGMH1 * C + Pp * A * (B + C - 1)) / (ALFA + (1 - ALFA + 1) * C * A * (B - 1))
    PWMAX = PW

    GOTO 800
  END IF
END IF

```

```

END IF
END IF

```

```

*****SIGMR>SIGMZ>SIGMTETA, PRESION MAXIMA*****

```

```

IF SIGMR >= SIGMZ THEN
  IF SIGMZ >= SIGMTETA THEN
    PRINT "SIGMR>SIGMZ>SIGMTETA, PRESION MAXIMA"
    AS = "PWMAX"
    BS = "R>Z>T"

```

```

PW = (Co + (2 * SIGMH1 - Pp * A) * C) / (1 - ALFA + (1 - ALFA - A) * C)
PWMAX = PW

```

```

GOTO 800
END IF
END IF

```

```

*****SIGMR>SIGMTETA>SIGMZ, PRESION MAXIMA*****

```

```

IF SIGMR >= SIGMTETA THEN
  IF SIGMTETA >= SIGMZ THEN
    PRINT "SIGMR>SIGMTETA>SIGMZ, PRESION MAXIMA"
    AS = "PWMAX"
    BS = "R>T>Z"

```

```

PW = (Co + SIGMV * C + Pp * A * C * (B - 1)) / (1 - ALFA + (ALFA - A + A * B) * C)
PWMAX = PW

```

```

GOTO 800
END IF
END IF

```

```

700 :
PWMIN1 = (PWMIN * 10) / H
PRINT "PWMIN="; PWMIN1
WRITE #4, D, PWMIN1, AS, BS
GOTO 900

```

```

800 :
PWMAX1 = (PWMAX * 10) / H
PRINT "PWMAX="; PWMAX1
WRITE #4, D, PWMAX1, AS, BS
GOTO 900

```

```

900 :
NEXT D

```

```

*****OBTENCION DE LA VENTANA*****

```

```

*****PUNTO A-B*****

```

```

XAB = ((SIGMV - Co + Pp * A * (B - 1)) / (ALFA + (1 - ALFA) * C - A * (1 - B))) + (Co + Pp * A) / (ALFA + 1 + (1 - ALFA) * C - A) / ((2 * SIGMV) / (ALFA + 1 + (1 - ALFA) * C - A))
YAB1 = (SIGMV - Co + Pp * A * (B - 1)) / (ALFA + (1 + ALFA) * C - A * (1 - B))
YAB = (YAB1 * 10) / H
PS = "A-B"
WRITE #44, XAB, YAB, PS

```

```

*****PUNTO B-C*****

```

```

D1 = ALFA + (A - ALFA - 1) * C + A * (B - 1)
XBC = ((SIGMV - Co + Pp * A * (B - 1)) / D1 - (SIGMV - Co + Pp * A * (B - 1)) / (ALFA + (1 - ALFA) * C - A * (1 - B))) / ((2 * SIGMV * C) / D1)

```

```

YBC1 = (SIGMV - Co + Pp * A * (B - 1)) / (ALFA + (1 - ALFA) * C - A * (1 - B)) 'Caso B
YBC = (YBC1 * 10) / H
P$ = "B-C"
WRITE #44, XBC, YBC, P$

```

*****PUNTO C-D*****

```

XCD = ((SIGMV - Co + Pp * A * (B + C - 1)) / D1 - (Co - Pp * A * C) / (1 - ALFA + (1 + ALFA - A) * C)) / ((2 *
SIGMV * C) * ((1 / (1 - ALFA + (1 + ALFA - A) * C)) + (1 / D1)))
YCD1 = ((SIGMV - Co + Pp * A * (B + C + 1)) / D1) - (((2 * SIGMV * C) / D1) * XCD) 'Caso C
YCD = (YCD1 * 10) / H
P$ = "C-D"
WRITE #44, XCD, YCD, P$

```

*****PUNTO D-E*****

```

XDE = (((Co + SIGMV * C + Pp * A * C * (B - 1)) / (1 - ALFA + (ALFA - A + A * B) * C)) - ((Co - Pp * A * C) / (1 -
ALFA + (1 + ALFA - A) * C))) / ((2 * SIGMV * C) / (1 - ALFA + (1 + ALFA - A) * C))
YDE1 = (Co + SIGMV * C + Pp * A * C * (B - 1)) / (1 - ALFA + (ALFA - A + A * B) * C) 'Caso E
YDE = (YDE1 * 10) / H
P$ = "D-E"
WRITE #44, XDE, YDE, P$

```

*****PUNTO E-F*****

```

E = A * (1 - C + B * C) + (C - 1) * ALFA - 1
F = SIGMV * C + Pp * A * (1 - C + B * C)
XEF = ((Co + F) / E - (Co + SIGMV * C + Pp * A * C * (B - 1)) / (1 - ALFA + (ALFA - A + A * B) * C)) / (2 * SIGMV /
E)
YEF1 = (Co + SIGMV * C + Pp * A * C * (B - 1)) / (1 - ALFA + (ALFA - A + A * B) * C) 'Caso E
YEF = (YEF1 * 10) / H
P$ = "E-F"
WRITE #44, XEF, YEF, P$

```

*****PUNTO F-A*****

```

XFA = ((Co + F) / E - Co / (ALFA + 1 + (1 - ALFA) * C - A) + (Pp * A) / (ALFA + 1 + (1 - ALFA) * C - A)) / (2 *
SIGMV * (1 / (ALFA + 1 + (1 - ALFA) * C - A) + 1 / E))
YFA1 = (Co + F) / E - ((2 * SIGMV) / E) * XFA 'Caso F
YFA = (YFA1 * 10) / H
P$ = "F-A"
WRITE #44, XFA, YFA, P$

```

```

CLOSE
END

```

SUB PANTALLA

'Subrutina que despliega una cortina para presentación de títulos

'Creación de la cortina

```

CLS
VIEW PRINT
COLOR 3, 1
FOR AR = 8 TO 10
FOR RA = 1 TO 21
COLOR 7
LOCATE RA + 1, AR + 1: PRINT ""
COLOR 7
LOCATE RA, AR: PRINT "O"
NEXT RA, AR

```

'Letreros

```

COLOR 0, 3
LOCATE 6, 1: PRINT "PROGRAMA DE ESTABILIDAD"

```

```
LOCATE 7, 10: PRINT " * * * * *      MECANICA      * * * * *"  
LOCATE 8, 10: PRINT " * * * * *      * * * * *      * * * * *"  
LOCATE 9, 10: PRINT " * * * * *      * * * * *      * * * * *"  
LOCATE 10, 10: PRINT " * * * * *      * * * * *      * * * * *"  
LOCATE 15, 12: PRINT " * * * * *      * * * * *      * * * * *"  
LOCATE 16, 12: PRINT " * * * * *      APLICACION DEL CONCEPTO DE POROELASTICIDAD AL * * * * *"  
LOCATE 17, 12: PRINT " * * * * *      ANALISIS DE ESTABILIDAD MECANICA DE POZOS * * * * *"  
LOCATE 18, 12: PRINT " * * * * *      ENRIQUE AYALA VIVANCO * * * * *"  
COLOR 31, 0  
LOCATE 24, 60: PRINT "ESPERE POR FAVOR ..."
```

```
'Pausa de 3 segundos  
SLEEP 3
```

```
END SUB
```