UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

FACULTAD DE ECONOMIA

COMPORTAMIENTO DE LOS INSTRUMENTOS DEL MERCADO DE VALORES MEXICANO EN LA CREACION DE PORTAFOLIOS DE INVERSION

T E S I S

PARA OBTENER EL GRADO DE

LICENCIADO EN ECONOMIA

P R E S E N T A :

ALVARADO FRANCO AGUSTIN

DIRECTOR DE TESIS: M.I. GENOVEVA BARRERA GODINEZ

C. U. DICIEMBRE 1998

TESIS CON FALLA DE ORIGEN

AGRADECIMIENTOS

A Dios

A la Universidad Nacional Autónoma de México.

A la Facultad de Economía.

A los profesores que intervinieron en mi formación.

A la Maestra Genoveva Barrera, porque el trabajo fue un esfuerzo mutuo.

A mi madre, a mi padre y a mis hermanos, por soportarme y apoyarme.

A mis familiares, amigos, compañeros y demás, por estar ahí.

Y muy especialmente a mí.

DEDICATORIA

A MI MADRE,
A MI PADRE,
A MI TIO MIGUEL,
Y A TODOS MIS MUERTOS

Por enseñarme

que vivir

es amar la vida

y luchar por ella.

COMPORTAMIENTO DE LOS INSTRUMENTOS DEL MERCADO DE VALORES MEXICANO EN LA CREACION DE PORTAFOLIOS DE INVERSION

ALVARADO FRANCO AGUSTIN

INDICE

CAPITULO 2
TEORIA DE LA CARTERA

CAPITULO 3
APLICACION DE LA TEORIA DE LA CARTERA A INSTRUMENTOS DEL MERCADO DE VALORES MEXICANO

INTRODUCCION GENERAL

En los últimos años los mercados financieros en México han evolucionado como una respuesta a los cambios que ha tenido la economía, su transformación se requiere para colaborar con el crecimiento del país; elaborar una investigación que aborde los temas relacionados con el Sistema Financiero Mexicano es una necesidad para continuar desarrollándolo.

Esta investigación busca la mejor comprensión de las inversiones dentro del Mercado de Valores Mexicano, ya que debido a las características de riesgo propias de un país como México el comportamiento de sus instrumentos de inversión es más impredecible; el conocer los instrumentos y alguna técnica para poder invertir nos permitirá colocarnos en el papel del inversionista, el cual necesita elementos para maximizar su inversión con un mínimo riesgo dado un cierto presupuesto.

La forma que nos permitirá introducirnos en las inversiones en el mercado de valores es a través de los portafolios de inversión; es por eso que en base al interés por entender el método que se utiliza para la formación de los portafolios de inversión estudiaremos la teoría de la cartera.

Partiendo de la teoría de la cartera como herramienta y basándonos en el conocimiento de los mercados financieros, podemos llegar a determinar que características deben de tener nuestros instrumentos para que nuestra inversión sea la correcta; tomando en cuenta tanto al instrumento, al mercado y por supuesto al inversionista.

El objetivo de esta investigación es el conocer los temas en que se fundamenta la formación y administración de los portafolios de inversión, para después aplicarse a algún instrumento del Mercado de Valores Mexicano.

Determinaremos las características de los instrumentos financieros del Mercado de Valores Mexicano, las cuales los clasifican en diferentes mercados; debido a que un inversionista puede formar su portafolio entre una gran variedad de instrumentos, desde los que prácticamente no tienen riesgo hasta aquellos con un alto nivel de riesgo, así se pueden formar portafolios de bonos, acciones, o una combinación de ambos; pero el interés de este trabajo será por las carteras de inversión de activos de riesgo, como lo son las acciones, que por sus características tienen un riesgo mayor al no tener un rendimiento garantizado.

Se plantea que el rendimiento esperado y el riesgo de cada acción seleccionada, obtenidos de los rendimientos diarios de las acciones para un período de un año, no coinciden en tener el mejor comportamiento (rendimiento y riesgo) que permita al inversionista tomar la decisión más adecuada, debido a que este busca para un determinado nivel de riesgo, asegurar el rendimiento esperado más alto posible; o para un determinado nivel de rendimiento, asegurar el rendimiento con el menor riesgo posible.

Por lo que estudiaremos la Teoría de la Cartera como una herramienta que nos permita observar el comportamiento de los instrumentos dentro de un portafolio, así sabremos cuál es el propósito de diversificar los instrumentos; por lo que se establecerá el método matemático para la formación de los portafolios, para obtener la Línea del Mercado de Capitales y la Línea del Mercado de Títulos;

permitiéndole al inversionista la mejor combinación entre riesgo y rendimiento que le proporcione la mayor satisfacción posible.

Concluiremos cuál es el comportamiento de los instrumentos seleccionados del Mercado de Valores Mexicano una vez aplicada la teoría de la cartera en éstos, proponiendo varios portafolios para observar la utilidad de la teoría dentro de la economía mexicana y determinar su eficiencia.

Esta investigación pretende demostrar como funciona la teoría de la cartera dentro del Mercado de Valores Mexicano, determinando de que manera las características de cada instrumento influyen en el rendimiento y el riesgo del portafolio, dado que los instrumentos tienen comportamientos influenciados por variables ajenas al mismo mercado, las cuales se ven reflejadas en su riesgo y rendimiento; además de analizar su utilidad práctica con el fin de poder utilizar esta teoría como una herramienta para obtener la máxima utilidad y la pérdida mínima de una inversión en dicho mercado, con un presupuesto restringido y el menor riesgo posible.

Por lo que aunque la teoría de la cartera no fue hecha pensando en su aplicación dentro de mercados en desarrollo, tomando en cuenta la diferencia que existe entre el Mercado de Valores Mexicano y los mercados desarrollados, haciendo que el primero dependa de éstos últimos, podremos determinar que tan eficiente es la aplicación de la teoría de la cartera a los instrumentos del Mercado de Valores Mexicano.

CAPITULO 1

INSTRUMENTOS QUE SE UTILIZARAN EN LOS PORTAFOLIOS

1.1 INTRODUCCION

En el momento de querer hacer cualquier inversión nos encontramos con la primer duda ¿en que voy a invertir?, lo mismo sucede cuando vamos a formar un portafolios de inversión, ¿qué conjunto de instrumentos voy a incluir en mi portafolio?; por esa razón el primer capitulo trata de la elección de los instrumentos que formarán los portafolios.

El conocimiento de los diferentes mercados e instrumentos es básico para cualquier inversionista, debido a esto lo primero será familiarizarnos con el Mercado de Valores Mexicano presentando algunos conceptos básicos, donde se conocerá que son los mercados financieros y como influyen en el resto de la economía; así como las instituciones que intervienen en ellos, permitiendo que en conjunto se alcancen los fines para los que fueron creados.

De esta forma sabremos de cuantos mercados esta formado el mercado de valores, de los cuales nos interesan en particular dos: el mercado de dinero y el mercado de capitales, ya que estos son los que han tenido un mayor desarrollo en nuestro pais; estudiaremos las principales características de los instrumentos que integran a cada mercado.

Así, tendremos un panorama general de la gran gama de instrumentos en los que un inversionista tiene la posibilidad de colocar su capital, por lo que podría formar su portafolio incluyendo cualquiera de éstos instrumentos, pero en este caso solamente nos ubicaremos en el campo de las acciones, dejando fuera de este estudio a los demás instrumentos por las características relativas a su riesgo y rendimiento (rendimiento cierto y mínimo riesgo de incumplimiento).

FALTA PAGINA

No. 3

con el precio (valor en libros, volumen, bursatilidad, y otros); mientras que en el segundo se incluyen los factores externos al medio bursátil, es decir, factores económicos, políticos, sociales, así como las características de la empresa. Todo esto implica desviarnos del objetivo antes planteado, por lo que nos concretaremos a trabajar con las acciones seleccionadas aleatoriamente.

Después se clasificarán las acciones con la finalidad de seleccionar a diez y que éstas pertenezcan a diferentes sectores para poder contar con un grupo representativo de las acciones cotizadas en la Bolsa Mexicana de Valores.

Finalmente se presentan las tasas históricas de rentabilidad de las diez acciones, para un periodo que abarca del 29/oct/1996 al 30/oct/1997; además de ser un antecedente con el cual comprobaremos la teoría con aplicaciones en casos prácticos, estudiaremos cual es el comportamiento individual de estas a través de medir su riesgo y su rentabilidad.

. De esta forma plantearemos algunas cuestiones que nos servirán de objetivo central para este trabajo, ya que los rendimientos más altos no coinciden con los riesgos más bajos, quedando propuesto el problema que se resolverá en los capítulos siguientes.

1.2 MERCADO DE VALORES MEXICANO

1.2.1 Introducción al Mercado de Valores Mexicano

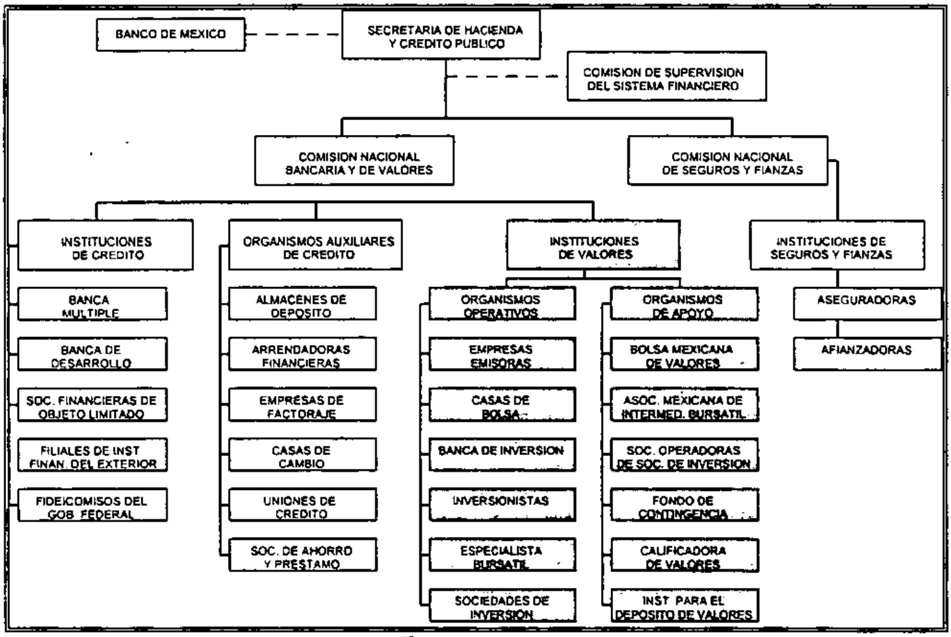
El propósito de los mercados financieros es la asignación eficiente del ahorro de una economía en las actividades productivas, los mercados deben apoyar las actividades productivas de una sociedad procurando su desarrollo y crecimiento, captando el ahorro escaso y fragmentado de los agentes económicos, canalizándolo hacia aquellos proyectos de inversión real atractivos que requieran de recursos financieros. Los mercados financieros son el lugar en donde se reúnen para intercambiar recursos, unidades económicas deficitarias con unidades económicas superavitarias, cumpliendo dicha función al menor costo, con la mayor agilidad y mediante el menor inconveniente.

Los mercados financieros se componen de instituciones e instrumentos financieros. Las instituciones financieras son los agentes que promueven y permiten la intermediación al poner en contacto a unidades con excedentes de ahorro con unidades que demandan recursos financieros. Los instrumentos financieros son títulos de crédito que representan derechos sobre el agente económico emisor, en ellos se establecen las condiciones en que se efectuó la operación financiera.

Los instrumentos financieros compiten procurando atraer el ahorro escaso de los agentes con excedentes. Si no existieran, el ahorro no se canalizaría hacia los mejores proyectos y su asignación sería ineficiente; por otra parte, las oportunidades del inversionista se limitarían, impidiendo que pudiera diversificar su portafolio, estimulando con ello el consumo esto traería como consecuencia una disminución en las posibilidades de ahorro. Para el emisor, la ausencia de instrumentos financieros provocaría que la realización de inversiones productivas fuera parcial o con rezagos por falta de financiamiento oportuno, ya que las unidades económicas deberían esperar a acumular recursos para apoyar sus proyectos.

Los mercados financieros son necesarios para asegurar la formación de capital y el crecimiento económico. Si no existieran se perdería o pospondrían inversiones y se limitaría el crecimiento, disminuyendo el nivel de ingresos y el bienestar de los individuos.

En el esquema 1.1 se presenta una visión del sistema financiero mexicano y de su operación, con el fin de ubicar al mercado de valores en un contexto:



Esquema 1.1
SISTEMA FINANCIERO MEXICANO

Debemos ubicar al mercado de valores como una parte del sistema financiero, por lo que en primera instancia definamos a éste como un conjunto orgánico de instituciones que generan, captan, orientan y dirigen, tanto el ahorro como la inversión, en el contexto político económico que brinda nuestro país; asimismo, constituye el gran mercado donde se conectan oferentes y demandantes de recursos monetarios[1] .

Como puede apreciarse los organismos supremos son la Secretaría de Hacienda y Crédito Público y el Banco de México. A la Secretaría de Hacienda y Crédito Público además de establecer y ejecutar la política financiera, le corresponde la función reguladora de todo el sistema financiero, para lo cual se vale de dos organismos desconcentrados que son la Comisión Nacional Bancaria y de Valores (CNByV) y la Comisión Nacional de Seguros y Fianzas.

Al Banco de México le compete realizar la función de banca central, tales como regular las políticas monetaria y cambiaria; así como otras funciones de importancia: prestatario de servicios de tesorería para el Gobierno Federal, fijar la tasa de interés, realiza operaciones de mercado abierto, determina los requerimientos de encaje, interviene en los mercados cambiarios y realiza el manejo de la reserva internacional.

Las instituciones de crédito (Sociedades Nacionales de Crédito) tienen como finalidad captar el ahorro nacional y otorgar crédito a la actividad económica pública y privada; se dividen en Banca Múltiple que proporciona crédito de tipo

[1] Inducción al Mercado de Valores: material de apoyo,/ elaborado por la Asociación Mexicana de Intermediarios Bursátiles, A.C./ 1ª Edición. Año 1994.

comercial y Banca de Desarrollo que realiza actividades de fomento. Las instituciones de Banca Múltiple captan la mayor parte de recursos del sistema y se constituyen así en la principal fuente de financiamiento. Dentro de la Banca Múltiple cada vez existe una tendencia mayor a especializarse.

Los organismos auxiliares de crédito y las instituciones de seguros y fianzas, son entidades que proveen a los sectores público y privado de los recursos necesarios para apoyar sus programas de inversión, integrándose a los esfuerzos de la banca.

En la parte central del esquema encontramos al mercado de valores en las instituciones de valores, las cuales son reguladas y vigiladas por la Comisión Nacional Bancaria y de Valores.

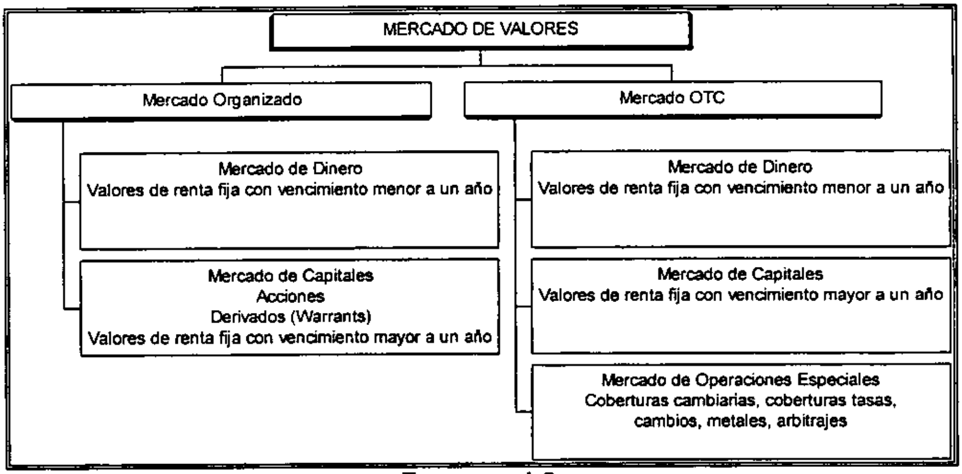
En el cuadro 1.1 se pueden apreciar las entidades que intervienen en el funcionamiento del mercado de valores, donde podemos observar a las entidades reguladoras mencionadas anteriormente, además de las operativas y de apoyo.

Cuadro 1.1
ENTIDADES DEL MERCADO DE VALORES MEXICANO

ENTIDADES REGULADORAS	ENTIDADES OPERATIVAS	ENTIDADES DE APOYO
• SHCP • Banco de México • CNBV	• Empresas emisoras • Casas de Bolsa • Bancos • Inversionistas • Especialista Bursátil • Sociedades de Inversión	• Bolsa Mexicana de Valores • Asociación Mexicana de Intermediarios Bursátiles • Academia Mexicana de Derecho Bursátil • Fondo de Contingencia • Calificadora de Valores • Sociedad para el Depósito de valores

El mercado de valores es el conjunto de mecanismos que permiten realizar la emisión, colocación y distribución de los valores inscritos en el Registro

Nacional de Valores y aprobados por la Bolsa Mexicana de Valores (BMV); la oferta esta representada por los títulos emitidos tanto por el sector público como por el privado, mientras que la demanda la constituyen los fondos disponibles para inversión procedentes de personas físicas o morales[2] .



Esquema 1.2
CLASIFICACION DEL MERCADO DE VALORES

En el esquema 1.2 se puede observar que en el mercado de valores se incluyen tanto operaciones realizadas dentro de la BMV, el cual se le denomina mercado organizado; como operaciones realizadas fuera de la BMV, que es el mercado "Over The Counter" (OTC), es decir operaciones de mostrador.

El mecanismo general de los mercados financieros, comienza cuando las empresas que solicitan financiamiento emiten valores en el mercado, los cuales son vendidos para allegarse de fondos, colocándose entre los inversionistas en el mercado primario y se finaliza con la obtención de utilidades por parte de los

[2] Inducción al Mercado de Valores: material de apoyo,/ elaborado por la Asociación Mexicana de Intermediarios Bursátiles, A.C./ 1ª Edición. Año 1994.

tenedores de títulos y/o las negociaciones ulteriores conocidas como mercado secundario, esto es que los inversionistas tienen la posibilidad de tener liquidez al vender sus valores antes del vencimiento de estos a través de operaciones en este mercado.

Habría que mencionar que el mercado de valores mexicano se puede clasificar de acuerdo a sus características y de acuerdo a su fase de negociación; de acuerdo a sus características se divide en mercado de dinero, mercado de capitales y mercado de operaciones especiales, estos mercados se detallarán más adelante en este capítulo, y de acuerdo a su fase de negociación se divide en mercado secundario y primario.

El mercado primario es aquél que se relaciona con la oferta pública o colocación inicial de títulos entre el público inversionista, su función radica en la importancia de aportar recursos frescos a las emisoras; el título es negociado directamente del emisor al inversionista, representando un movimiento de efectivo para el primero.

El mercado secundario se origina inmediatamente después de haberse hecho la oferta pública, mediante la libre compra-venta entre intermediarios e inversionistas, el título se negocia dos o más veces proporcionando liquidez entre los inversionistas.

Solo se puede hacer intermediación bursátil con aquellos valores inscritos en el Registro Nacional de Valores y colocados mediante Oferta Pública, esta es aquel ofrecimiento ya sea de venta, subscripción o enajenación de títulos valor, autorizados por Comisión Nacional Bancaria y de Valores, dirigido a una persona indeterminada y por medios masivos de comunicación.

1.2.2 Mercado de Dinero

Este mercado se caracteriza porque sus instrumentos son de corto plazo y representan una deuda o un crédito colectivo, que típicamente se colocan o venden a descuento, es decir, su precio es menor a su valor nominal.

El mercado de dinero, basado en el "Money Market" de los Estados Unidos, se puede definir como un mercado de instrumentos de deuda de **renta fija** y de realización inmediata, que por lo general son de bajo riesgo.

Como antecedente histórico podemos decir que el Cete (Certificado de Tesorería) se emitió por primera vez en enero de 1978, fue el primer instrumento diseñado conscientemente para el medio bursátil, como base del desarrollo de un mercado de dinero; durante los últimos años los Cetes han tenido un crecimiento dinámico tanto en términos de emisión como de operación.

Algunos de los instrumentos del mercado del dinero son:

- *Certificados de la Tesorería de la Federación (CETES).* Son títulos de crédito al portador en los que se consigna la obligación del Gobierno Federal a pagar su valor nominal al vencimiento, el cual puede ser hasta de dos años. El rendimiento que ofrece dicho instrumento está en función del mercado y son amortizaciones en una sola exhibición.
- *Aceptaciones Bancarias.* Son letras de cambio emitidas por empresas a su propia orden y aceptadas por Sociedades Nacionales de Crédito o emitidas y

aceptadas por la propia S.N.C., a un plazo no mayor a 360 días, las cuales se descuentan en al Mercado de Dinero a través de las Casas de Bolsa.

- *Papel Comercial.* Es un pagaré negociable sin garantía sobre los activos de la empresa emisora, en el cual se estipula una deuda a corto plazo pagadera en una fecha determinada. Las empresas utilizan los recursos obtenidos para financiar capital de trabajo por lo que el plazo de vencimiento es de 7 a 180 días.
- *Pagarés de la Tesorería de la Federación (PAGAFES).* Son títulos emitidos por el Gobierno Federal denominados en dólares y pagaderos en pesos a la paridad peso-dólar.
- *Bonos de Desarrollo (BONDES).* Título de crédito (2 años máximo) y cuyos recursos se utilizan para financiar proyectos del gobierno federal. Los intereses son pagaderos cada 28 días y calculados sobre su valor nominal.
- *Bonos de la Tesorería (Tesobonos).* Son títulos de crédito emitidos por el Gobierno Federal, denominados en dólares de los Estados Unidos de América, liquidables a la paridad libre peso-dólar.
- *Bonos Ajustables (Ajustabonos).* Títulos de crédito negociables a mediano y largo plazo denominados en moneda nacional, en los cuales se consigna la obligación del Gobierno Federal a liquidar una suma de dinero. Su característica principal es que se ajusta periódicamente al Indice Nacional de Precios al Consumidor, ofreciendo un rendimiento superior al de la inflación.
- *UDIBONOS.* Títulos emitidos por el Gobierno Federal denominados en Unidades de Inversión (UDIS), que pagan un interés fijo cada 182 días y

amortizan el principal en la fecha de vencimiento. Su objetivo es promover el ahorro interno a largo plazo manteniendo el valor real de la inversión. La conversión a moneda nacional se realizará al tipo de cambio peso-udi vigente en al día que se haga la liquidación correspondiente.

- *Pagarés con Rendimiento Liquidable al Vencimiento (PRLV).* Títulos bancarios expedidos por una institución de crédito con plazo de vencimiento no mayor a 360 días. Los intereses y el principal son pagados al vencimiento por la emisora.
- *Bonos Bancarios de Desarrollo (BBD's).* Instrumento por medio del cual las Instituciones Nacionales de Crédito realizan captación de recursos a largo plazo para cubrir programas crediticios. El vencimiento es de 3 años máximo con uno de gracia.

En el cuadro 1.2 se muestra como se clasifican los instrumentos en el mercado de dinero.

Cuadro 1.2

MERCADO DE DINERO

	COTIZAN A DESCUENTO	COTIZAN EN PRECIO	COBERTURA CAMBIARIA
CARACTERISTICAS	SON AQUELLOS CUYO PRECIO DE COMPRA ESTA DETERMINADO A PARTIR DE UNA TASA DESCUENTO QUE SE APLICA SOBRE SU VALOR NOMINAL, OBTENIÉNDOSE COMO RENDIMIENTO UNA GANANCIA DE CAPITAL DERIVADO DEL DIFERENCIAL ENTRE VALOR NOMINAL MENOS EL PRECIO DE COMPRA.	SON AQUELLOS CUYO PRECIO DE COMPRA PUEDE ESTAR POR ARRIBA DEL VALOR NOMINAL, COMO RESULTADO DE SUMAR EL VALOR PRESENTE DE LOS PAGOS PERIÓDICOS QUE OFREZCA DEVENGAR.	SON AQUELLOS QUE ESTAN NOMINADOS EN MONEDA EXTRANJERA POR LO QUE OTORGAN TASAS DE INTERES CON REFERENCIA A LA DIVISA QUE REPRESENTAN, SIENDO PAGADEROS EN MONEDA NACIONAL, BRINDANDO LA POSIBILIDAD DE ELIMINAR EL RIESGO CAMBIARIO.
INSTRUMENTOS	CETES, PAPEL COMERCIAL, ACEPTACIONES BANCARIAS, PAGARÉ BANCARIO.	BONDES, AJUSTABONOS, BONDIS, CEDES BURSATILES	TESOBONOS, PAPEL COMERCIAL INDIZADO.

Los cálculos básicos que se usan respecto a los Cetes , así como a los instrumentos del mercado de dinero es la tasa de descuento y el precio; la tasa de descuento es otra forma de hablar del precio de un instrumento del mercado de dinero, se calcula el precio en base a la tasa de descuento de la siguiente manera:

$$P = VN\left(1 - \frac{TD \bullet N}{360}\right)$$

Donde: P = Precio de compra

VN = Valor nominal

TD = Tasa de descuento

N = Número de días hasta el vencimiento (plazo)

Además de los instrumentos que cotizan a descuento, también llamados bonos cupón cero, están los bonos cuponados; estos bonos se cotizan a valor nominal y se entrega en varias exhibiciones a lo largo del plazo del bono o también en una sola al final de dicho plazo; el precio de compra puede ser menor, igual o mayor que su valor nominal; existiendo pagos periódicos por concepto de intereses que pueden ser fijos o variables al valor nominal, donde a los intereses se les llama cupones.

1.2.3 Mercado de Capitales

La característica de este mercado es que sus instrumentos pueden ser de renta fija o renta variable:

Renta variable: valores cuyo rendimiento depende de los resultados de las empresas que los emiten (**acciones**).

Renta fija: valores cuyo rendimiento es predeterminado en un plazo dado (obligaciones, bonos, etc.)

Es en el que se colocan y negocian valores cuyo objeto es satisfacer las necesidades de capital de las empresas para la realización de proyectos a largo plazo.

Acciones.

Las acciones son títulos nominativos que representan una de las partes iguales en que se divide el capital social de una empresa, e incorpora los derechos corporativos y patrimoniales de un socio[3] . Los recursos se destinan al financiamiento a largo plazo de las empresas, y su vencimiento es indefinido, es decir, el plazo de las acciones depende de la permanencia de la empresa. El rendimiento se obtiene de dos maneras: por ganancia de capital y por dividendos.

Las acciones son emitidas con diferentes características dependiendo de cada empresa; básicamente se pueden establecer dos categorías de acciones: las comunes u ordinarias y las preferentes.

Las primeras proporcionan a sus tenedores tanto los derechos corporativos como los patrimoniales, mientras que las preferentes son legalmente un título de capital propio, con derecho a recibir un dividendo fijo, el cual deberá ser pagado

[3] El Mercado de Valores en México. *Estructura y Funcionamiento* / Efraín Caro, Fco. J. Vega, J. Javier Robles, Gerardo J. Gamboa / Editorial Ariel Divulgación / México, abril de 1995.

con antelación a la distribución de utilidades entre los tenedores de acciones comunes, generalmente este tipo de acción tienen voto limitado.

Otro tipo de acciones negociadas en el mercado de capitales son las de las sociedades de inversión, las cuales son sociedades anónimas especializadas en la administración de inversiones, para lo cual reúnen los capitales de numerosos ahorradores y los invierten por cuenta y beneficio de estos, en un conjunto amplio y selecto de valores.

El mercado primario son colocaciones resultantes de aumentos de capital en las empresas, las colocaciones se realizan a través de ofertas públicas, bajo los lineamientos de inscripción de la Comisión Nacional Bancaria y de Valores (CNByV), la Bolsa Mexicana de Valores (BMV) e INDEVAL.

Los objetivos de una colocación accionaria son: disminución de los costos de capital, incrementar los recursos de una empresa, diversificar la estructura financiera de la empresa, obtener primas de la venta de capital y el equilibrio del flujo de efectivo; aunque es preciso mencionar las desventajas de una oferta accionaria, porque con la venta de acciones comunes se extienden los derechos de voto o control a nuevos participantes, además de dar a un número mayor de propietarios el derecho a participar de los ingresos de la empresa; otra desventaja es que la empresa puede elevar su costo promedio de capital y con ello la empresa tiene más capital a deuda.

Una empresa puede colocar acciones mediante oferta pública, que es cuando la emisión se ofrece al público inversionista a través de una bolsa de valores; o mediante oferta privada, cuando la emisión se ofrece a un público inversionista previamente seleccionado.

Los requisitos para una emisión pública de acciones son:

- Solicitud de la empresa emisora con aprobación de la CNByV y la BMV.
- Tener solvencia y liquidez adecuada; la empresa debe haber aprobado el estudio técnico respecto a su fortaleza económica y financiera.
- Inscripción en el Registro Nacional de Valores e Intermediarios.
- Realizar una colocación con un "Floating" (porcentaje mínimo de capital a ser ofertado, el cual debe ser suficiente para garantizar su bursatilidad en la BMV.
- Proporcionar la información que determine la CNByV y la BMV.
- Cumplir con las normas de participación en el mercado.

Los rendimientos de las acciones se determinan en base a dos factores: ganancias de capital y pago de dividendos.

En el caso de los dividendos el rendimiento proviene de los pagos decretados por los accionistas, por concepto de beneficio distribuido o no retenido; se pueden dividir en dividendos en acciones y dividendos en efectivo; los criterios para clasificarlos son: los dividendos atendiendo a su periodicidad, que pueden ser en una o varias exhibiciones; y los dividendos de acuerdo a la aplicación del gravamen impositivo, pudiendo ser bruto o neto.

El rendimiento por ganancia de capital proviene de las ganancias obtenidas por el diferencial de compra-venta, la formula para calcular el rendimiento es:

$$Ra = \frac{Pva}{Pca} - 1$$

Donde: Ra = rendimiento de la acción

Pva = precio de venta de la acción

Pca = precio de compra de la acción

Obligaciones

Títulos de crédito emitidos por una Sociedad Anónima Calificada. Representan la participación de sus tenedores en un crédito colectivo a cargo de la sociedad emisora. Los recursos se destinan para financiar proyectos a largo plazo, pues por lo general se emiten a plazos mayores a tres años.

A continuación se presenta el cuadro 1.3, el cual muestra como las obligaciones se clasifican en base a ciertos criterios.

Cuadro 1.3

CLASIFICACION DE OBLIGACIONES

CRITERIO	OBLIGACIONES
GARANTIAS	• QUIROGRAFARIAS • HIPOTECARIAS • CON GARANTE
DISEÑO	• CON RENDIMIENTO CAPITALIZADO • SUBORDINADAS • INDIZADAS • MULTIPLES
CONVERTIBILIDAD EN ACCIONES	• OPCIONAL • OBLIGATORIA
NO HOMOGENEO	• FIDUCIARIA • PRENDARIA • TOPADA • NO TOPADA

El mercado primario son colocaciones resultantes de aumentos en el pasivo a largo plazo de las empresas, las colocaciones se realizan a través de ofertas públicas, bajo los lineamientos de inscripción de la CNByV , la BMV e INDEVAL.

La emisión de obligaciones también se puede colocar mediante oferta pública y privada; la colocación mediante oferta pública a través del mercado de valores sigue un proceso similar al de las acciones.

Productos Financieros Derivados

- *Warrants*

Títulos opcionales de compra o venta emitidos por intermediarios bursátiles o empresas, referidos a acciones, canastas de acciones o índices. A cambio del pago de una prima, el tenedor tiene el derecho opcional de comprar o vender al emisor un determinado número de valores a los que se encuentran referidos, a un precio de ejercicio y dentro de un plazo estipulado en el documento.

- *Forwards*

Acuerdo formal entre dos partes de entregar y recibir una determinada cantidad de una mercancía, divisa o instrumento negociable, en un lugar preestablecido, en un período futuro y a un precio determinado.

Existen dos tipos: a) Largo.- es aquel que esta obligado a comprar el activo en una fecha determinada y a un precio pactado. b) Corto.- es la contraparte del contrato y será obligado a vender cierto activo en fecha determinada y al precio de entrega.

El precio es invariable, se fija de manera que el contrato valga cero para ambas partes al inicio de las operaciones, es decir, el contrato forward no tiene costo.

- *Futuros*

Acuerdo formal entre dos partes de entregar y recibir una cantidad específica de un bien relacionado, a una fecha y lugar predeterminado, bajo reglamentación de la Bolsa de Futuros. Se deposita una pequeña cantidad como garantía (cuenta margen); en promedio, en los mercados internacionales, oscila entre 1% y 15% del valor del contrato.

- *Opciones*

Contrato por medio del cual una persona obtiene un derecho, más no una obligación de comprar o vender acciones a un precio fijo en algún momento en el futuro.

Existen dos tipos: a) Opción de compra (Call Option) .- es aquella en donde se otorga el derecho, más no la obligación, de comprar una cantidad específica del activo relacionado, la cual se ejerce en un lapso previsto de tiempo. b) Opción de venta (Put Option) .- es aquella en donde se otorga el derecho, más no la obligación, de vender una cantidad específica del activo relacionado, la cual se ejerce en un lapso previsto de tiempo.

Las modalidades de las opciones son: a) Opción tipo Europea, donde el comprador de la opción sólo tiene el derecho de ejercerla en la fecha de vencimiento. b) Opción tipo Americana, donde el comprador de la opción tiene derecho de ejercerla en cualquier momento antes de la fecha de vencimiento.

- *Swaps*

Acuerdo entre dos partes para intercambiar flujos monetarios en fechas específicas en un futuro y de acuerdo a una fórmula convenida entre las partes.

Tiene como objetivo el mitigar las oscilaciones de las monedas y de los tipos de interés.

Algunos tipos de swaps son los siguientes: a) Tasas de interés.- cambio de tasa que está sujeto un préstamo fijo a variable o viceversa, y por un periodo de tiempo pactado entre las partes. b) Cambiarios (Divisas).- cambio temporal de una moneda de un país por una moneda de otro. c) Cartera.- intercambio de cartera a cargo de un cliente por la de otro. d) Deuda por capital.- no se considera un instrumento derivado.

1.3 INSTRUMENTOS A UTILIZAR EN LOS PORTAFOLIOS DE INVERSION

1.3.1 ¿Por qué solo utilizaremos acciones en los portafolios de inversión?

Un inversionista puede seleccionar entre una gran gama de instrumentos, desde los que prácticamente no tienen riesgo hasta aquellos con un alto nivel de riesgo; el problema a enfrentar es como asegurar el rendimiento deseado al mismo tiempo que se enfrenta un riesgo mínimo, lo lógico sería invertir en valores que ofrezcan altos rendimientos y bajo riesgo, pero el problema es que las oportunidades de inversión con altos rendimientos esperados en la mayoría de los casos son acompañadas con altos niveles de riesgo.

Es por eso que este estudio se basará en las inversiones que en teoría tienen más altos rendimientos con riesgos mayores, para de esta forma buscar la mejor combinación entre riesgo y rendimiento.

De esta forma, suponiendo que los inversionistas tienen aversión al riesgo, esto significa que exigirán una compensación bajo la forma de una mayor utilidad esperada de inversión por correr riesgos, lo que buscaremos será: para un determinado nivel de riesgo, asegurar el rendimiento esperado más alto posible; o para un determinado nivel de rendimiento, asegurar el rendimiento con el menor riesgo posible.

Por lo cual no se utilizaran instrumentos del mercado de dinero en la creación de portafolios porque tienen un rendimiento cierto, es decir, son instrumentos de deuda de renta fija, por otro lado están los instrumentos que prometen un pago periódico fijo, es decir, los bonos; en cambio las acciones no tienen derecho a pagos prometidos o fijos, en su lugar mantienen una posición residual ya que poseen lo que quede en una empresa después de que se pague a otros (bonos, acreedores, empleados, etc...), es por eso que las acciones son relativamente más riesgosas que los bonos y su potencial de un rendimiento mucho más alto es mayor.

Por esta razón se han elegido a las acciones como las indicadas para observar su comportamiento en la creación de portafolios, por tratarse de instrumentos de renta variable.

De esta forma se aceptará que sí lo que buscamos son altos rendimientos debemos estar dispuestos a aceptar un alto nivel de riesgo, es decir, que para poder obtener algo necesitamos forzosamente pagar por ello, pero esto significa que un mercado financiero que funcione correctamente pagará una cantidad de equilibrio a los que corran el riesgo, por lo que nuestras utilidades dependerán del riesgo que se decida correr.

1.3.2 Influencia de factores económicos

a) Tasas de interés e inflación

Normalmente las tasas de interés son altas durante los períodos de alta inflación esperada, marcando una estrecha relación entre inflación esperada y tasas de interés, por lo que una forma de observar como estas impactan en las acciones se centra en la relación entre la inflación y los rendimientos de las acciones.

La mayor parte de los estudios respaldan que las altas tasas de inflación, prevista o no, tienen una fuerte repercusión negativa en el rendimiento de las acciones, tanto nominal como real; en general, la inflación representa uno de los peores enemigos de los inversionistas en acciones; ya que el rendimiento real de una inversión es la medida de los cambios en el poder adquisitivo, señalando el cambio en las oportunidades de consumo.

Por lo que si sube la inflación impacta negativamente en el poder adquisitivo, lo que a su vez afecta en el mismo sentido a las inversiones en acciones; así, altas tasas de interés y de inflación repercuten en forma negativa en las acciones.

b) Deuda pública

Una alta deuda pública puede contribuir a tasas de interés más altas, ya que se teme que la creciente deuda tendrá consecuencias graves en el futuro, con una deuda permanentemente grande las necesidades de financiamiento del gobierno pueden llegar a traer como resultado una escasez de capital para inversiones privadas. Las altas tasas de interés pudieran ser consecuencia de la excesiva demanda de fondos por parte del gobierno, cuyo resultado sería que este pagará una tasa de interés muy alta con el fin de atraer el volumen de fondos requeridos.

Por otro lado, un nivel alto de deuda pública podría traer la decisión de pagarla mediante la creación adicional de dinero, el resultado seguro es el de estimular la inflación, con el efecto adverso sobre los rendimientos de las acciones mencionado anteriormente.

c) Política monetaria

La oferta de dinero esta relacionada con la actividad económica en general, la relación entre la política monetaria y los mercados financieros se da en el mecanismo de transmisión mediante el cual se pone en práctica la política monetaria, es decir, las operaciones en mercado abierto, esto que el Banco de México aumenta o disminuye las existencias de dinero comprando o vendiendo valores gubernamentales.

Un aumento en la cantidad de dinero se filtra en la economía y en los mercados financieros, el resultado es que aumentarán los precios de los valores y de otros bienes, mientras que las contracciones repentinas en las existencias de dinero van seguidas por disminuciones en el precio de las acciones; pero se de debe de distinguir entre cambios previstos y no previstos, por lo general cuando los cambios son previstos, el precio cambia antes que cambien las existencias de dinero. También debe de recordarse que si el mercado cree que el aumento en la cantidad de dinero provocará aumento en la tasa de inflación los precios pueden disminuir.

d) Política fiscal

El fijar los niveles de impuestos y gastos del gobierno se tiene un fuerte impacto sobre los mercados financieros en general; mediante los impuestos se retira dinero de la economía, los grandes aumentos en los impuestos tienen una influencia depresiva sobre el precio de las acciones; pero el gasto en bienes y servicios del gobierno federal aumenta la demanda global y esto estimula a la economía.

e) Relación de la Bolsa Mexicana de Valores con la tasa de interés real

El precio de una acción que se negocia en el mercado bursátil está determinado por el valor presente del flujo de efectivo que las empresas emisoras puedan generar para sus propietarios, entonces el valor de las acciones se verá afectado tanto por el comportamiento de las utilidades de la empresa como por la tasa de interés real, con ésta se descuenta el flujo de efectivo real generado por la empresa para encontrar el valor actual de las acciones; de aquí que técnicamente la tasa de interés real y el índice de la bolsa se mueven en sentido contrario.

En México hay una estrecha relación entre la tendencia del mercado y la inversión productiva, más que deberse a la estrecha correlación bolsa y la tasa de interés real, es debido a que las disminuciones en la tasa de interés real impulsan tanto a la bolsa como a la inversión en maquinaria y equipo y aumenta el nivel deseado de inventarios; anticipándose la bolsa a lo movimientos en la inversión real. El índice de la bolsa tiende a ajustarse con mucha mayor velocidad que el precio de otros bienes y que el salario, lo que significa que se pueden absorber choques externos vías precios, ya que como hay ciertos precios que por la existencia de contratos o por los costos de transacción no se ajustan de inmediato, el Indice de Precios y Cotizaciones (IPyC) se ajusta más rápido, debido a que el mercado de valores es más continuo, así al cambiar una variable exógena el IPyC recibe el primer impacto y sólo a través del tiempo este se siente en los demás mercados.

Estamos hablando del IPyC y no hemos explicado de que se trata; el IPyC de la BMV es un valor que mide los movimientos en los precios del mercado accionario en su forma general para todo el mercado o para las emisoras más representativas del mismo. Las emisoras que conforman la muestra para el IPyC, son las de mayor bursatilidad en el mercado, además de ser representativas de todos los sectores que cotizan en el mercado.

1.3.3 Selección de las acciones

Los movimientos en cualquiera de las variables económicas mencionadas anteriormente provocan que se evalúe muy detenidamente la capacidad de la empresa a la que se decidiera comprar sus acciones, debido a que estas variables económicas tienen gran influencia en el precio de las acciones y por lo tanto en su comportamiento reflejándose en su riesgo y rendimiento.

El fin de este trabajo no esta relacionado con el análisis para poder hacer una selección apropiada de acciones, además de que se ha visto que se tienen varias dificultades en poder predecir las variables macroeconómicas y que esto dificulta los intentos por predecir el movimiento de los precios de determinadas acciones.

Así es que la forma de seleccionar a las acciones que utilizaremos en la creación de portafolios de inversión, no tiene que ver con al análisis de factores económicos, de la industria o de la compañía en particular; sino que será una selección al azar, tratando de tener un representante de todos los sectores.

Cuadro 1.4
CLASIFICACIÓN DE LAS ACCIONES QUE COTIZAN EN LA BMV

SECTOR	RAMO
I Industria Extractiva	• Industria Minera
II Industria de la Transformación	• Químicas • Celulosa y papel • Imprenta editorial e industrias conexas • Siderúrgica • Producción de metal • Maquinaria y equipo de transporte • Textiles, vestidos y cuero • Alimentos, bebidas y tabaco • Minerales no metálicos • Otras industrias de la transformación
III Industria de la Construcción	• Construcción • Cemento • Materiales de construcción • Casa comerciales
IV Comunicaciones y Transportes	• Transporte • Comunicaciones • Otros servicios
V Varios	• Controladoras
VI Servicios Financieros	• Aseguradoras • Banca • Casas de bolsa • Grupos financieros

Las acciones que cotizan en la Bolsa Mexicana de Valores se encuentran agrupadas en diferentes sectores que operan en la economía, en el cuadro 1.4 se presenta la clasificación que se puede observar hoy en día en sectores y ramos.

En base al cuadro anterior, se han seleccionado 10 acciones de diferentes sectores, tratando de que se represente a cada uno estos; las emisiones seleccionadas corresponden a cinco de los seis sectores anteriormente clasificados, quedando solamente un sector fuera (Industria Extractiva), de esta forma en el cuadro 1.5 se presentan las acciones que se han seleccionado y su clasificación.

Cuadro 1.5
ACCIONES SELECCIONADAS AL AZAR

EMISION / SERIE	SECTOR	RAMO
KIMBER A	II INDUSTRIA DE LA TRANFORMACION	Celulosa y papel
DINA	II INDUSTRIA DE LA TRANFORMACION	Maquinaria y equipo de transporte
BIMBO A	II INDUSTRIA DE LA TRANFORMACION	Alimentos, bebidas y tabaco
GMODELO C	II INDUSTRIA DE LA TRANFORMACION	Alimentos, bebidas y tabaco
ICA	III INDUSTRIA DE LA CONSTRUCCION	Construcción
CEMEX A	III INDUSTRIA DE LA CONSTRUCCION	Cemento
TELEVISA CPO	IV COMUNICACIONES Y TRANSPORTES	Comunicaciones
GCARSO A1	V VARIOS	Controladoras
BANACCI B	VI SERVICIOS FINANCIEROS	Grupos financieros
GFINBUR A	VI SERVICIOS FINANCIEROS	Grupos financieros

1.4 COMPORTAMIENTO DE LAS TASAS HISTORICAS DE RENTABILIDAD DE LAS ACCIONES SELECCIONADAS PARA EL PERIODO DEL 29/OCT/96 AL 30/OCT/97

Ahora, teniendo las diez acciones con las que formaremos los portafolios, es importante conocer cual ha sido su comportamiento histórico durante un período de tiempo, ya que en base a esta serie de datos es como vamos a poder crear los portafolios.

Para esto se obtendrá la rentabilidad de cada acción por día durante el período del 29 de octubre de 1996 al 30 de octubre de 1997; tomando los precios diarios de las acciones y basándonos en la formula mencionada anteriormente para obtener el rendimiento por ganancia de capital:

$$Ra = \frac{Pva}{Pca} - 1$$

Se puede obtener el cuadro de rentabilidad, el cual presentamos a continuación:

Cuadro 1.6
RENTABILIDAD DIARIA DE LAS ACCIONES
29-OCT-1996 AL 30-OCT-1997

	BANACCI B	BIMBO A	CEMEX A	DINA	GCARSO A1	GFINBUR A	GMODELO C	ICA	KIMBER A	TLEVISA CPO
1-Nov-96	0.0132	0.0000	0.0094	0.0138	0.0074	0.2587	0.0438	-0.0129	0.0156	0.0208
4-Nov-96	-0.0025	0.0000	0.0023	-0.0012	-0.0037	-0.0316	0.0105	0.0000	0.0189	-0.0102
5-Nov-96	0.0118	0.0037	-0.0058	0.0012	0.0000	-0.1224	0.0208	0.0152	0.0186	0.0131
6-Nov-96	0.0013	0.0000	-0.0047	0.0049	0.0037	0.1163	0.0025	0.0021	-0.0046	-0.0083
7-Nov-96	0.0009	0.0000	-0.0082	0.0319	-0.0110	-0.0208	0.0228	0.0000	0.0000	-0.0102
8-Nov-96	0.0165	0.0000	-0.0047	0.0357	0.0130	-0.0213	0.0422	0.0085	0.0286	0.0066
11-Nov-96	0.0066	0.0000	-0.0012	0.0448	0.0165	0.0435	0.0143	0.0000	0.0189	0.0271
12-Nov-96	0.0014	0.0149	-0.0083	0.0000	-0.0072	-0.0083	-0.0117	-0.0042	0.0055	0.0336
13-Nov-96	0.0079	0.0000	-0.0036	0.0000	0.0199	0.0084	0.0048	0.0000	0.0076	0.0088
14-Nov-96	-0.0026	0.0000	-0.0109	-0.0066	0.0071	-0.0208	-0.0059	-0.0043	0.0022	-0.0139
15-Nov-96	-0.0021	0.0000	0.0244	-0.0033	-0.0053	0.0170	-0.0012	0.0000	-0.0118	-0.0035
18-Nov-96	-0.0056	-0.0013	-0.0119	0.0000	0.0000	0.0042	-0.0143	-0.0171	-0.0076	0.0195
19-Nov-96	-0.0024	0.0000	0.0000	0.0000	-0.0035	0.0000	0.0012	0.0000	-0.0252	-0.0035
21-Nov-96	-0.0114	0.0000	-0.0133	0.0000	-0.0142	-0.0208	-0.0157	0.0000	-0.0259	-0.0087
22-Nov-96	-0.0096	0.0000	-0.0293	-0.0156	-0.0090	-0.0021	-0.0049	0.0000	-0.0023	-0.0097

	BANACCI B	BIMBO A	CEMEX A	DINA	GCARSO A1	GFINBUR A	GMODELO C	ICA	KIMBER A	TLEVISA CPO
25-Nov-96	-0.0127	0.0000	-0.0063	0.0000	-0.0364	0.0000	-0.0271	-0.0043	0.0069	-0.0258
26-Nov-96	0.0076	-0.0258	-0.0241	0.0000	-0.0038	-0.0192	0.0177	-0.0262	0.0034	0.0027
27-Nov-96	-0.0008	0.0000	-0.0143	0.0011	-0.0076	0.0435	0.0012	0.0000	0.0034	0.0073
28-Nov-96	0.0013	0.0000	-0.0053	0.0147	0.0000	0.0000	-0.0025	0.0000	0.0091	0.0081
29-Nov-96	0.0057	0.0000	0.0291	-0.0011	0.0096	0.0167	0.0000	0.0202	-0.0023	0.0126
2-Dic-96	0.0059	0.0000	0.0129	-0.0011	0.0114	0.0000	0.0125	0.0110	0.0431	0.0221
3-Dic-96	0.0258	-0.0708	0.0089	0.0011	0.0412	0.0082	0.0234	0.0217	0.0435	0.0269
4-Dic-96	-0.0018	0.0000	-0.0239	-0.0011	0.0288	-0.0020	0.0060	0.0021	-0.0167	-0.0245
5-Dic-96	-0.0041	0.0000	-0.0322	0.0000	-0.0035	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0017
6-Dic-96	-0.0129	0.0000	0.0253	-0.0045	-0.0088	-0.0102	-0.0203	0.0000	-0.0095	-0.0112
9-Dic-96	0.0006	0.0100	0.0130	0.0011	-0.0053	0.0000	0.0024	0.0000	-0.0203	0.0044
10-Dic-96	-0.0084	0.0000	-0.0128	-0.0011	-0.0160	0.0000	-0.0061	0.0000	-0.0066	-0.0026
11-Dic-96	-0.0197	0.0000	-0.0455	0.0000	-0.0072	-0.0432	-0.0465	-0.0064	-0.0088	-0.0262
13-Dic-96	-0.0113	0.0000	-0.0503	-0.0380	-0.0164	-0.0753	0.0128	0.0000	-0.0100	-0.0224
16-Dic-96	-0.0094	0.0000	0.0172	-0.0465	-0.0111	0.0000	-0.0114	-0.0085	0.0224	-0.0110
17-Dic-96	0.0248	0.0029	0.0507	0.0366	0.0375	-0.0233	0.0346	-0.0086	-0.0044	0.0426
18-Dic-96	0.0059	0.0000	0.0724	0.0188	0.0144	0.0000	0.0062	0.0609	-0.0495	0.0062
19-Dic-96	0.0174	0.0000	0.0063	0.0035	0.0071	0.0310	0.0123	0.0000	0.0301	0.0300
20-Dic-96	-0.0056	0.0000	-0.0062	0.0012	0.0000	0.0162	-0.0097	0.0000	0.0247	-0.0146
23-Dic-96	-0.0037	-0.0044	0.0012	0.0000	-0.0053	0.0000	0.0000	-0.0287	0.0022	-0.0104
24-Dic-96	-0.0002	0.0000	0.0000	0.0000	0.0089	-0.0091	0.0074	-0.0084	0.0066	-0.0097
26-Dic-96	0.0038	0.0000	-0.0012	0.0046	0.0000	0.0000	0.0000	0.0085	0.0022	-0.0018
27-Dic-96	0.0049	0.0000	0.0300	0.0183	-0.0035	-0.0138	0.0061	0.0000	0.0043	0.0204
30-Dic-96	0.0059	-0.0565	0.0012	0.0112	-0.0018	-0.0698	0.0036	0.0000	-0.0259	0.0044
31-Dic-96	0.0042	0.0000	0.0073	0.0444	-0.0018	0.0000	0.0072	0.0000	0.0133	0.0052
2-Ene-97	-0.0005	0.0000	0.0108	0.0000	0.0106	0.0250	0.0144	0.0000	-0.0022	-0.0138
3-Ene-97	0.0112	0.0000	0.0024	0.0106	0.0246	0.0244	0.0366	0.0127	-0.0011	0.0061
6-Ene-97	0.0280	0.0000	0.0143	0.0084	0.0103	0.0000	0.0468	0.0417	0.0099	0.0296
7-Ene-97	0.0069	-0.0572	-0.0117	0.0021	0.0051	0.0357	-0.0022	0.0000	-0.0065	-0.0034
8-Ene-97	0.0119	0.0000	-0.0083	0.0000	0.0034	0.0230	0.0076	0.0240	-0.0131	0.0127
9-Ene-97	0.0057	0.0000	-0.0143	-0.0104	0.0403	-0.0562	0.0141	0.0000	-0.0333	0.0033
10-Ene-97	0.0050	0.0000	0.0182	0.0000	0.0113	0.0238	-0.0021	0.0059	0.0126	0.0050
13-Ene-97	-0.0096	0.0000	-0.0012	0.0105	-0.0112	-0.0047	-0.0064	0.0175	-0.0102	-0.0207
14-Ene-97	0.0196	-0.0520	0.0226	0.0000	0.0113	0.0514	0.0366	-0.0439	0.0000	0.0254
15-Ene-97	0.0266	0.0000	0.0082	-0.0021	-0.0112	0.0622	0.0094	0.0459	0.0240	0.0124
16-Ene-97	-0.0070	0.0000	0.0000	-0.0021	-0.0178	-0.0377	0.0010	0.0115	0.0268	-0.0073
17-Ene-97	0.0085	0.0000	-0.0231	0.0042	0.0016	0.1043	0.0165	-0.0189	0.0011	0.0115
20-Ene-97	0.0017	0.0000	0.0024	0.0000	-0.0148	0.0591	-0.0061	0.0000	0.0261	0.0163
21-Ene-97	-0.0059	-0.0022	0.0035	-0.0104	-0.0167	0.0223	0.0061	-0.0192	-0.0042	-0.0120
22-Ene-97	-0.0025	0.0000	-0.0094	-0.0074	0.0000	0.0545	-0.0040	0.0078	0.0128	-0.0073
23-Ene-97	-0.0035	0.0000	0.0107	0.0053	0.0000	-0.0345	-0.0020	0.0117	0.0273	-0.0131
24-Ene-97	-0.0040	0.0000	-0.0282	-0.0021	-0.0068	0.0357	0.0041	0.0000	-0.0174	-0.0041
27-Ene-97	0.0013	0.0000	-0.0326	0.0042	0.0085	0.0000	-0.0041	0.0000	-0.0031	-0.0058
28-Ene-97	-0.0023	-0.0445	-0.0188	0.0000	-0.0034	0.0000	0.0041	0.0000	-0.0021	0.0050
29-Ene-97	-0.0123	0.0000	-0.0127	-0.0211	0.0017	-0.0172	-0.0152	0.0038	-0.0105	-0.0133
30-Ene-97	0.0114	0.0000	0.0258	0.0097	0.0034	0.0526	-0.0051	0.0000	0.0085	0.0042
31-Ene-97	-0.0070	0.0000	0.0113	0.0043	-0.0169	-0.0400	-0.0135	-0.0038	-0.0168	-0.0025
3-Feb-97	-0.0029	0.0000	-0.0050	-0.0032	0.0000	-0.0278	0.0073	0.0000	-0.0096	-0.0050
4-Feb-97	0.0045	-0.0210	0.0125	-0.0021	-0.0017	0.0000	0.0104	0.0000	0.0032	-0.0034
6-Feb-97	0.0005	0.0000	0.0111	-0.0075	0.0052	0.0000	0.0000	0.0000	-0.0129	0.0085
7-Feb-97	-0.0001	0.0000	0.0000	0.0097	0.0034	0.0000	-0.0175	0.0000	-0.0163	0.0042
10-Feb-97	0.0068	0.0000	0.0379	-0.0064	0.0137	0.0000	-0.0136	0.0000	0.0000	0.0126
11-Feb-97	0.0193	-0.0821	0.0353	0.0021	0.0236	0.0714	0.0000	0.0000	0.0320	0.0165
12-Feb-97	0.0140	0.0000	0.0795	-0.0064	0.0099	0.0833	-0.0213	0.0096	0.0064	0.0008
13-Feb-97	-0.0064	0.0000	-0.0168	0.0065	-0.0163	0.0000	0.0315	-0.0095	-0.0043	-0.0106
14-Feb-97	0.0128	0.0000	0.0214	0.0000	0.0215	0.0154	0.0179	0.0000	0.0256	0.0181
17-Feb-97	0.0062	0.0000	-0.0063	-0.0021	0.0016	0.0242	0.0010	0.0000	-0.0062	-0.0016
18-Feb-97	-0.0020	-0.0117	0.0021	-0.0064	0.0065	0.0207	-0.0010	0.0000	-0.0063	0.0024
19-Feb-97	0.0084	0.0000	0.0000	0.0086	0.0161	-0.0058	-0.0114	0.0000	0.0105	0.0153
20-Feb-97	-0.0091	0.0000	0.0084	0.0214	-0.0127	-0.0525	-0.0314	-0.0192	-0.0084	0.0000
21-Feb-97	0.0105	0.0000	0.0073	0.0209	0.0256	0.0154	0.0151	0.0000	-0.0063	0.0349
24-Feb-97	0.0025	0.0000	0.0155	0.0102	-0.0062	0.0606	-0.0138	0.0000	0.0159	0.0483

	BANACCI B	BIMBO A	CEMEX A	DINA	GCARSO A1	GFINBUR A	GMODELO C	ICA	KIMBER A	TLEVISA CPO
25-Feb-97	0.0126	-0.0447	0.0061	0.0325	0.0519	0.0000	-0.0065	0.0000	0.0490	-0.0037
26-Feb-97	-0.0123	0.0000	-0.0122	-0.0039	-0.0194	-0.0143	-0.0011	0.0000	0.0000	-0.0117
27-Feb-97	-0.0098	0.0000	-0.0175	-0.0039	-0.0152	0.0000	0.0000	0.0000	-0.0258	-0.0267
28-Feb-97	-0.0028	0.0000	-0.0251	0.0000	-0.0124	-0.0580	-0.0185	0.0000	0.0102	0.0023
3-Mar-97	-0.0117	0.0000	-0.0064	-0.0109	-0.0251	0.0000	-0.0200	0.0000	0.0000	-0.0099
4-Mar-97	-0.0106	0.1382	-0.0043	-0.0110	-0.0209	0.0462	-0.0158	-0.0078	-0.0222	-0.0231
5-Mar-97	0.0018	0.0000	0.0184	-0.0010	-0.0049	-0.0353	-0.0184	-0.0119	-0.0062	0.0157
6-Mar-97	0.0118	0.0000	-0.0106	-0.0071	0.0017	0.0000	0.0539	0.0000	-0.0229	-0.0326
7-Mar-97	0.0007	0.0000	0.0215	-0.0388	-0.0132	-0.0396	-0.0078	0.0000	0.0213	0.0216
10-Mar-97	0.0092	0.0000	-0.0053	0.0042	-0.0250	0.0000	0.0056	0.0000	-0.0062	0.0275
11-Mar-97	-0.0106	0.0950	-0.0222	0.0106	-0.0103	0.0000	-0.0067	0.0000	-0.0084	-0.0137
12-Mar-97	-0.0121	0.0000	-0.0260	0.0042	0.0000	0.0000	-0.0146	0.0000	-0.0275	-0.0395
13-Mar-97	-0.0034	0.0000	-0.0189	-0.0104	0.0035	-0.0159	0.0125	0.0000	-0.0022	0.0073
14-Mar-97	0.0081	0.0000	0.0249	-0.0505	0.0052	-0.0323	0.0112	0.0000	0.0011	0.0016
17-Mar-97	-0.0040	0.0000	-0.0055	0.0355	-0.0051	-0.0333	-0.0178	-0.0040	-0.0076	0.0024
18-Mar-97	0.0097	-0.0634	0.0444	0.0171	0.0103	0.0276	0.0011	0.0040	0.0307	0.0239
19-Mar-97	0.0185	0.0000	0.0085	0.0063	0.0000	-0.0772	0.0373	0.0000	0.0213	0.0078
20-Mar-97	-0.0151	0.0000	-0.0295	0.0000	0.0000	0.0000	0.0033	0.0080	-0.0104	-0.0154
24-Mar-97	0.0050	-0.0512	-0.0054	-0.0063	0.0137	-0.1273	0.0250	0.0000	0.0316	0.0078
25-Mar-97	0.0025	0.0000	-0.0033	0.0105	0.0101	0.0708	-0.0042	0.0000	0.0061	0.0031
26-Mar-97	0.0014	0.0000	0.0197	0.0333	-0.0033	0.0000	0.0106	0.0000	0.0000	0.0085
31-Mar-97	-0.0247	0.0000	-0.0323	-0.0121	-0.0318	0.0000	-0.0316	0.0000	-0.0365	-0.0346
1-Abr-97	-0.0090	0.0617	-0.0056	0.0000	-0.0052	0.0350	-0.0261	-0.0079	-0.0189	-0.0040
2-Abr-97	0.0005	0.0000	-0.0168	0.0204	-0.0017	0.0000	0.0078	-0.0200	-0.0064	0.0000
3-Abr-97	0.0068	0.0000	0.0057	0.0000	-0.0035	-0.0414	-0.0022	0.0204	0.0151	0.0008
4-Abr-97	0.0030	0.0000	0.0056	-0.0030	0.0000	0.0118	0.0011	0.0000	0.0277	0.0224
7-Abr-97	0.0108	0.0000	0.0393	0.0000	0.0017	0.0465	0.0266	0.0500	0.0062	0.0000
8-Abr-97	-0.0022	0.0215	-0.0054	-0.0050	0.0087	-0.0185	0.0032	0.0095	-0.0051	-0.0055
9-Abr-97	0.0034	0.0000	-0.0163	-0.0121	-0.0121	0.0000	0.0194	0.0000	-0.0072	-0.0024
10-Abr-97	0.0064	0.0000	-0.0243	-0.0306	0.0000	-0.0038	0.0253	0.0000	-0.0104	-0.0079
11-Abr-97	-0.0150	0.0000	-0.0023	0.0000	-0.0070	0.0000	-0.0196	0.0000	-0.0168	-0.0294
14-Abr-97	0.0091	0.0000	0.0068	0.0337	0.0000	-0.0530	0.0294	0.0000	0.0032	0.0000
15-Abr-97	0.0017	0.0125	-0.0056	0.0143	-0.0352	0.0040	0.0122	0.0000	0.0160	-0.0466
16-Abr-97	0.0077	0.0000	0.0147	-0.0080	0.0073	0.0120	-0.0242	0.0075	0.0126	0.0026
17-Abr-97	-0.0094	0.0000	-0.0056	-0.0081	-0.0018	-0.0354	-0.0186	0.0000	-0.0498	-0.0068
18-Abr-97	-0.0026	0.0000	-0.0180	0.0000	0.0091	-0.0204	-0.0126	-0.0037	0.0000	0.0043
21-Abr-97	-0.0079	0.0000	-0.0286	-0.0224	-0.0072	-0.0083	-0.0107	0.0000	0.0033	-0.0043
22-Abr-97	0.0152	0.0000	-0.0106	0.0042	-0.0036	0.0084	0.0216	0.0000	0.0250	0.0086
23-Abr-97	0.0030	-0.1053	-0.0226	0.0031	-0.0255	0.0208	0.0200	0.0000	0.0085	-0.0043
24-Abr-97	-0.0139	0.0000	0.0000	-0.0010	0.0000	0.0122	-0.0279	0.0000	-0.0126	-0.0043
25-Abr-97	0.0024	0.0000	0.0341	0.0000	0.0112	0.0282	-0.0011	0.0000	-0.0085	0.0164
28-Abr-97	-0.0070	0.0000	-0.0024	0.0000	-0.0092	0.0392	0.0011	0.0000	0.0366	0.0008
29-Abr-97	0.0003	-0.0257	0.0012	0.0041	0.0019	0.0000	-0.0011	0.0000	-0.0041	0.0085
30-Abr-97	-0.0002	0.0000	0.0035	0.0331	-0.0223	0.0943	-0.0224	-0.0226	0.0042	-0.0084
2-May-97	0.0022	0.0000	-0.0176	0.0240	0.0000	0.0172	-0.0142	0.0000	0.0145	-0.0008
6-May-97	0.0089	0.0000	0.0072	0.0234	0.0209	-0.0475	-0.0055	0.0000	0.0143	0.0068
7-May-97	-0.0064	-0.0680	-0.0024	-0.0172	0.0056	0.0000	-0.0189	-0.0192	-0.0030	-0.0101
8-May-97	0.0127	0.0000	-0.0095	-0.0039	0.0296	0.0142	0.0238	-0.0196	0.0131	0.0128
9-May-97	0.0135	0.0000	0.0000	-0.0058	0.0414	-0.0175	0.0111	0.0120	-0.0020	-0.0050
12-May-97	0.0146	0.0000	0.0072	0.0235	0.0000	-0.0179	0.0241	-0.0079	-0.0080	-0.0076
13-May-97	0.0002	0.0294	0.0382	-0.0134	-0.0035	0.0582	0.0139	0.0040	-0.0202	0.0000
14-May-97	-0.0093	0.0000	0.0069	-0.0019	-0.0139	-0.0275	-0.0137	0.0000	-0.0123	-0.0553
15-May-97	-0.0018	0.0000	0.0160	0.0175	-0.0158	-0.0177	-0.0085	0.0000	0.0000	0.0135
16-May-97	0.0008	0.0000	0.0056	0.0153	0.0107	0.0036	0.0065	0.0000	0.0062	0.0000
19-May-97	0.0080	0.0000	-0.0045	0.0245	0.0424	-0.0502	0.0278	0.0119	0.0104	0.0062
20-May-97	0.0080	-0.0444	-0.0067	0.0000	0.0034	0.0000	-0.0052	0.0196	0.0184	0.0062
21-May-97	0.0055	0.0000	0.0158	-0.0092	-0.0220	-0.0189	0.0042	0.0192	0.0121	0.0088
22-May-97	0.0063	0.0000	-0.0044	0.0204	0.0052	0.0385	0.0000	0.0189	0.0219	0.0061
23-May-97	-0.0028	0.0000	-0.0056	0.0000	-0.0034	-0.0370	-0.0063	0.0000	-0.0195	0.0000
26-May-97	-0.0008	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0346	-0.0094	0.0000	0.0060	0.0000
27-May-97	-0.0061	0.0133	-0.0090	-0.0073	-0.0052	0.0000	-0.0212	0.0000	-0.0079	-0.0043
28-May-97	-0.0138	0.0000	-0.0374	-0.0018	-0.0017	-0.0483	-0.0162	0.0000	-0.0229	-0.0139

	BANACCI B	BIMBO A	CEMEX A	DINA	GCARSO A1	GFINBUR A	GMODELO C	ICA	KIMBER A	TLEVISA CPO
29-May-97	0.0076	0.0000	0.0130	-0.0275	0.0069	-0.0234	-0.0121	0.0000	-0.0092	0.0053
30-May-97	0.0083	0.0000	-0.0047	-0.0113	0.0155	0.0400	0.0000	0.0000	0.0154	0.0000
2-Jun-97	0.0086	0.0000	0.0280	0.0477	0.0068	0.0000	0.0323	0.0000	0.0010	0.0000
3-Jun-97	0.0143	0.0541	0.0261	0.0000	0.0320	0.0769	0.0183	0.0000	0.0101	0.0070
4-Jun-97	0.0151	0.0000	0.0299	-0.0036	0.0294	-0.0036	-0.0042	0.0000	0.0000	-0.0035
5-Jun-97	-0.0005	0.0000	0.0151	-0.0055	0.0000	-0.0323	0.0021	0.0000	0.0000	-0.0079
6-Jun-97	0.0100	0.0000	0.0254	0.0037	-0.0079	0.0333	0.0138	-0.0111	0.0280	0.0827
9-Jun-97	-0.0083	0.0000	-0.0289	0.0000	-0.0080	-0.0179	-0.0084	0.0000	-0.0078	-0.0081
10-Jun-97	0.0040	0.0585	-0.0096	-0.0037	0.0032	-0.0255	-0.0074	0.0000	0.0020	0.0205
11-Jun-97	0.0124	0.0000	0.0075	-0.0074	0.0161	0.0112	0.0170	0.0000	-0.0059	0.0273
12-Jun-97	0.0109	0.0000	0.0586	0.0463	0.0111	-0.0185	0.0209	0.0000	0.0039	-0.0070
13-Jun-97	0.0011	0.0000	0.0574	-0.0035	-0.0078	0.0642	-0.0266	0.0112	0.0118	-0.0031
16-Jun-97	0.0036	0.0000	0.0000	-0.0053	0.0032	-0.0177	0.0095	0.0000	0.0078	0.0118
17-Jun-97	0.0040	-0.0191	-0.0095	0.0018	-0.0031	0.0144	0.0094	0.0000	0.0038	-0.0164
18-Jun-97	0.0011	0.0000	-0.0048	0.0303	0.0205	-0.0071	0.0165	0.0037	-0.0096	0.0000
19-Jun-97	0.0169	0.0000	0.0266	0.0104	0.0232	0.0323	0.0366	0.0074	0.0019	0.0056
20-Jun-97	0.0196	0.0000	0.0776	0.0000	0.0166	0.0764	-0.0059	0.0000	0.0000	0.0126
23-Jun-97	-0.0005	0.0000	-0.0175	-0.0034	0.0297	-0.0161	0.0000	0.0037	0.0212	-0.0179
24-Jun-97	-0.0075	0.0429	-0.0511	-0.0086	-0.0101	0.0000	0.0059	-0.0146	0.0113	0.0040
25-Jun-97	-0.0013	0.0000	0.0258	-0.0191	-0.0087	0.0295	0.0314	0.0185	0.0093	-0.0119
26-Jun-97	0.0153	0.0000	-0.0046	0.0159	0.0191	0.0000	0.0570	0.0000	0.0259	0.0064
27-Jun-97	0.0036	0.0000	-0.0161	-0.0035	-0.0043	-0.0064	0.0198	0.0473	0.0036	-0.0008
30-Jun-97	-0.0052	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
1-Jul-97	0.0114	-0.0455	-0.0420	-0.0052	0.0087	-0.0353	-0.0071	0.0069	0.0072	0.0223
2-Jul-97	0.0112	0.0000	0.0024	0.0158	0.0057	0.0399	-0.0018	0.0690	0.0268	0.0506
3-Jul-97	0.0071	0.0000	0.0121	-0.0155	0.0143	0.0383	-0.0071	0.0161	0.0122	0.0096
4-Jul-97	0.0115	0.0000	0.0528	0.0140	0.0113	0.0462	0.0090	0.0000	0.0137	-0.0037
7-Jul-97	0.0208	0.0000	0.0478	0.0242	0.0195	-0.2059	0.0178	0.0032	0.0797	0.0420
8-Jul-97	0.0169	-0.0792	-0.0043	0.0541	0.0383	0.2778	0.0297	0.0158	-0.0235	0.0177
9-Jul-97	0.0032	0.0000	-0.0218	0.0000	0.0092	0.0087	0.0000	0.0125	-0.0289	-0.0132
10-Jul-97	0.0054	0.0000	-0.0491	-0.0048	0.0300	0.0029	-0.0136	0.0000	0.0033	0.0000
11-Jul-97	-0.0084	0.0000	-0.0493	0.0048	-0.0025	-0.0115	-0.0086	0.0154	-0.0182	-0.8381
14-Jul-97	-0.0092	0.0000	-0.0351	0.0000	0.0013	0.0000	-0.0191	-0.0061	-0.0336	-0.0217
15-Jul-97	-0.0173	0.0479	-0.0307	-0.0224	-0.0241	0.0000	-0.0106	0.0000	-0.0174	-0.0444
16-Jul-97	0.0198	0.0000	0.0444	0.0082	0.0052	0.0000	-0.0054	0.0000	0.0496	0.0465
17-Jul-97	0.0060	0.0000	0.0238	-0.0081	-0.0103	-0.0377	0.0305	0.0213	0.0287	-0.0022
18-Jul-97	-0.0199	0.0000	-0.0123	0.0000	-0.0196	0.0331	-0.0070	0.0000	0.0082	-0.0111
21-Jul-97	-0.0276	0.0000	-0.0160	-0.0180	-0.0013	-0.0233	-0.0526	0.0000	-0.0244	-0.0180
22-Jul-97	0.0135	-0.0275	0.0493	0.0083	0.0267	0.0000	0.0093	0.0000	0.0133	0.0138
23-Jul-97	0.0193	0.0000	0.0266	0.0182	0.0260	-0.0119	0.0275	0.0000	0.0493	0.0181
24-Jul-97	0.0043	0.0000	-0.0094	0.0098	-0.0076	0.0332	0.0179	0.0149	0.0219	-0.0067
25-Jul-97	-0.0084	0.0000	-0.0167	-0.0016	-0.0306	-0.0205	-0.0175	0.0000	0.0092	0.0157
28-Jul-97	-0.0022	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0746	0.0054	0.0000	-0.0182	-0.0551
29-Jul-97	0.0181	-0.0545	-0.0097	-0.0161	0.0000	0.0944	0.0462	0.0147	0.0108	0.0256
30-Jul-97	0.0368	0.0000	0.0660	0.0246	0.0158	0.0431	0.0526	0.0072	0.0398	0.0455
31-Jul-97	0.0188	0.0000	0.0550	0.0000	0.0233	-0.0146	0.0065	0.0072	0.0677	0.0435
1-Ago-97	-0.0002	0.0000	0.0348	-0.0064	0.0253	0.0173	0.0000	0.0000	-0.0069	0.0292
4-Ago-97	0.0135	0.0000	0.0252	0.0386	0.0358	0.1092	-0.0064	0.0000	-0.0069	0.0020
5-Ago-97	0.0093	0.0367	0.0307	0.0031	0.0036	0.0481	0.0048	0.0057	0.0070	0.0182
6-Ago-97	0.0058	0.0000	-0.0060	0.0139	0.0238	-0.0084	0.0000	-0.0014	0.0472	-0.0079
7-Ago-97	-0.0034	0.0000	0.0000	-0.0137	-0.0116	0.0000	0.0257	-0.0028	-0.0451	-0.0240
8-Ago-97	-0.0231	0.0000	-0.0400	-0.0093	-0.0164	-0.0126	-0.0235	0.0000	-0.0236	-0.0348
11-Ago-97	-0.0062	0.0000	-0.0125	0.0000	-0.0072	-0.0405	-0.0096	0.0000	-0.0014	-0.0085
12-Ago-97	-0.0081	0.0196	-0.0401	0.0000	-0.0060	0.0222	-0.0275	0.0000	-0.0171	-0.0150
13-Ago-97	0.0027	0.0000	0.0505	-0.0016	0.0097	0.0000	-0.0266	0.0000	0.0145	0.0130
14-Ago-97	-0.0004	0.0000	0.0000	0.0000	-0.0012	0.0174	-0.0103	0.0000	-0.0157	0.0086
15-Ago-97	-0.0116	0.0000	-0.0209	0.0000	0.0000	0.0000	-0.0276	0.0000	-0.0406	0.0255
18-Ago-97	-0.0008	0.0000	-0.0171	-0.0047	0.0048	-0.0385	0.0231	0.0000	-0.0091	-0.0083
19-Ago-97	0.0179	0.0192	0.0348	0.0047	0.0131	0.0000	0.0069	0.0000	0.0443	0.0397
20-Ago-97	0.0164	0.0000	0.0483	0.0313	0.0141	0.0778	0.0397	0.0000	0.0088	0.0241
21-Ago-97	-0.0105	0.0000	-0.0341	-0.0182	-0.0093	0.0000	-0.0149	0.0000	-0.0145	-0.0334
22-Ago-97	-0.0093	0.0000	-0.0021	0.0031	0.0000	-0.0021	-0.0168	0.0000	0.0074	-0.0102

	BANACCI B	BIMBO A	CEMEX A	DINA	GCARSO A1	GFINBUR A	GMODELO C	ICA	KIMBER A	TLEVISA CPO
25-Ago-97	-0.0054	0.0000	-0.0229	0.0031	-0.0293	0.0124	-0.0120	-0.0157	-0.0204	-0.0164
26-Ago-97	-0.0159	0.0267	-0.0213	-0.0046	-0.0097	-0.0020	-0.0173	0.0000	0.0104	-0.0772
27-Ago-97	-0.0007	0.0000	0.0043	-0.0077	0.0122	-0.0184	-0.0018	0.0000	-0.0044	0.0181
28-Ago-97	-0.0233	0.0000	-0.0498	-0.0140	-0.0361	0.0000	-0.0283	0.0000	-0.0015	-0.0444
29-Ago-97	-0.0313	0.0000	-0.0501	-0.0079	-0.0500	-0.0562	-0.0145	0.0000	-0.0208	-0.0465
2-Sep-97	0.0284	-0.1052	0.0695	-0.0016	0.0289	0.0265	0.0332	0.0000	0.0364	0.0415
3-Sep-97	0.0227	0.0000	0.0897	0.0175	0.0013	0.0043	0.0196	0.0000	0.0044	0.0211
4-Sep-97	0.0005	0.0000	-0.0247	-0.0078	0.0217	-0.0150	-0.0105	0.0000	0.0029	-0.0413
5-Sep-97	0.0074	0.0000	-0.0211	0.0000	-0.0075	0.0326	0.0354	0.0000	-0.0015	0.0144
8-Sep-97	0.0012	0.0000	-0.0216	0.0079	0.0076	0.0126	0.0239	-0.1304	0.0015	-0.0165
9-Sep-97	0.0009	0.0651	0.0044	0.0156	-0.0137	0.1642	0.0150	0.0000	-0.0015	0.0192
10-Sep-97	-0.0235	0.0000	-0.0351	-0.0154	-0.0215	-0.0089	-0.0148	0.0000	-0.0145	-0.0306
11-Sep-97	-0.0211	0.0000	0.0045	-0.0203	-0.0168	-0.0450	-0.0284	0.0000	-0.0236	-0.0073
12-Sep-97	0.0271	0.0000	0.0000	0.0207	0.0224	0.0472	0.0533	0.0000	0.0121	0.0293
0-Ene-00	-0.0032	0.0166	-0.0339	0.0000	0.0039	-0.0270	-0.0049	0.0000	0.0030	-0.0309
17-Sep-97	0.0365	0.0000	0.0773	0.0031	0.0090	0.0278	0.0262	0.0000	0.0268	0.0588
18-Sep-97	0.0130	0.0000	0.0391	-0.0047	0.0127	0.0234	0.0192	0.0167	-0.0159	0.0093
19-Sep-97	0.0085	0.0000	-0.0167	-0.0063	0.0025	0.0123	-0.0063	0.0000	-0.0015	0.0092
22-Sep-97	0.0314	0.0000	0.0511	0.0110	0.0401	0.0609	0.0252	0.0164	0.0251	0.0000
23-Sep-97	-0.0038	-0.1086	-0.0364	0.0436	-0.0145	-0.0246	0.0000	0.0161	0.0144	-0.0159
24-Sep-97	-0.0091	0.0000	-0.0189	0.0075	-0.0098	0.0168	-0.0246	0.0000	0.0071	-0.0162
25-Sep-97	0.0035	0.0000	0.0107	0.0148	0.0025	0.0116	-0.0079	0.0000	0.0169	0.0305
26-Sep-97	0.0041	0.0000	0.0127	0.0000	-0.0074	0.0000	-0.0223	0.0000	0.0042	0.0296
29-Sep-97	0.0038	0.0000	0.0042	0.0073	-0.0136	-0.0196	0.0163	0.0000	-0.0014	0.0044
30-Sep-97	0.0098	-0.0154	0.0208	0.0290	0.0164	0.0033	-0.0048	0.0000	0.0180	-0.0044
1-Oct-97	0.0062	0.0000	-0.0020	0.0282	0.0062	0.0548	0.0032	0.0000	-0.0041	0.0155
2-Oct-97	-0.0054	0.0000	-0.0307	0.0068	-0.0221	0.0157	-0.0064	0.0000	-0.0191	-0.0283
3-Oct-97	-0.0021	0.0000	-0.0401	0.0000	-0.0063	0.0155	0.0081	0.0000	-0.0139	-0.0063
6-Oct-97	0.0003	0.0000	0.0044	-0.0082	-0.0177	0.0000	0.0000	0.0000	-0.0085	0.0063
7-Oct-97	0.0084	0.0198	0.0306	0.0014	0.0271	-0.0137	-0.0064	0.0000	0.0185	0.0717
8-Oct-97	-0.0112	0.0000	-0.0340	-0.0027	-0.0163	-0.0015	-0.0177	-0.0476	-0.0335	0.0126
9-Oct-97	-0.0082	0.0000	0.0198	-0.0041	-0.0204	0.0310	0.0016	0.0000	0.0000	-0.0186
10-Oct-97	0.0019	0.0000	-0.0065	0.0138	0.0052	0.0150	0.0016	0.0000	0.0087	0.0189
13-Oct-97	-0.0029	0.0000	-0.0087	0.0000	-0.0155	-0.0074	0.0114	0.0000	0.0072	-0.0289
14-Oct-97	0.0137	0.0471	0.0460	0.0014	0.0263	-0.0343	0.0372	0.0333	0.0099	-0.0021
15-Oct-97	0.0040	0.0000	0.0000	0.0027	0.0128	0.0062	0.0093	0.0000	0.0276	0.1834
16-Oct-97	-0.0006	0.0000	-0.0188	0.0000	0.0127	0.0215	-0.0278	0.0000	-0.0145	-0.1532
17-Oct-97	-0.0124	0.0000	-0.0277	-0.0230	-0.0250	0.0075	-0.0127	0.0097	-0.0139	-0.0255
20-Oct-97	0.0070	0.0000	0.0219	-0.0083	0.0077	0.0075	0.0032	-0.0032	0.0000	-0.0066
21-Oct-97	0.0107	-0.0292	0.0215	0.0098	-0.0051	0.0030	0.0048	0.0000	0.0141	-0.0110
22-Oct-97	-0.0131	0.0000	-0.0168	0.0000	-0.0051	-0.0399	-0.0223	0.0000	-0.0181	-0.0156
23-Oct-97	-0.0454	0.0000	-0.0748	-0.0069	0.0026	-0.0846	-0.0457	-0.0705	-0.0552	-0.0971
24-Oct-97	-0.0274	0.0000	-0.0531	-0.0237	-0.0564	-0.0168	-0.0513	0.0000	-0.0120	0.0100
27-Oct-97	-0.1334	0.0000	-0.0985	-0.0500	0.0000	-0.1453	-0.1802	0.0000	-0.0939	-0.1584
28-Oct-97	0.1169	0.2132	-0.0260	-0.0301	-0.0625	0.1100	0.1363	-0.0862	0.0686	0.0824
29-Oct-97	0.0068	0.0000	0.0233	0.0388	-0.0145	-0.0450	0.0638	0.0189	0.0156	0.0163
30-Oct-97	-0.0345	0.0000	-0.0879	-0.0657	-0.0353	-0.0755	-0.0309	-0.0370	-0.0601	-0.0481

Esta es la información básica con la que trabajaremos en la creación de los portafolios; la forma en que nos pueden ayudar estas series de datos, es que a partir de ellas podemos obtener un promedio de cual ha sido el rendimiento por acción durante este período de tiempo; también nos puede arrojar cual es la desviación estándar de las series, así estaríamos en la posibilidad de medir el riesgo (desviación estándar) y la rentabilidad (rendimiento promedio) de las acciones.

¿Por qué tomar la desviación estándar como medida de riesgo? y ¿por qué el rendimiento promedio es la medida de la rentabilidad?, estas son algunas de las preguntas que serán respondidas en el capitulo 2, por ahora sólo nos interesa saber cual es el comportamiento de las acciones, para lo cual utilizaremos los estimadores antes mencionados, presentados en el cuadro 1.7.

Cuadro 1.7
RIESGO Y RENDIMIENTO DE LAS ACCIONES

	BANACCI B	BIMBO A	CEMEX A	DINA	GCARSO A1	GFINBUR A	GMODELO C	ICA	KIMBER A	TLEVISA CPO
Promedio (Rendimiento)	0.00034	0.00195	0.00091	0.00468	0.00183	0.00058	0.00176	-0.00281	-0.00238	0.00125
Desv. Estándar (Riesgo)	0.02789	0.01634	0.01696	0.04713	0.02432	0.01659	0.02099	0.06060	0.05749	0.02205

En estos resultados observamos que sólo dos acciones presentan rendimiento negativos *ICA y KIMBER A*, siendo estas mismas acciones las que tienen el riesgo más elevado; lo que buscamos en una inversión es el rendimiento más alto posible con el mínimo de riesgo, para observar mejor que acciones son las idóneas para invertir, observemos el cuadro 1.8, donde estas se encuentran acomodadas en orden de mayor a menor para el rendimiento, y de menor a mayor para el riesgo.

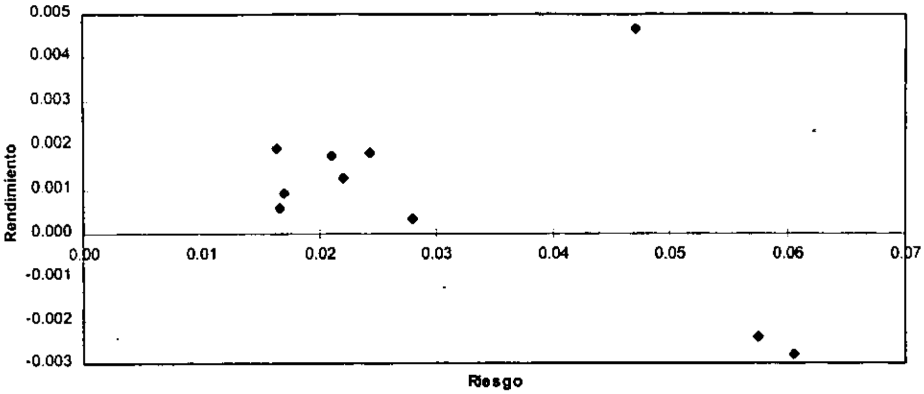
Un inversionista se preguntaría si le convendría invertir en acciones que tienen un rendimiento promedio histórico negativo y con un nivel de riesgo alto, ¿tendríamos que buscar otras acciones para invertir? o ¿esperaríamos un comportamiento diferente en el futuro?, estas dudas serán contestadas más adelante por el momento solamente serán planteadas.

Tomando como referencia solamente al rendimiento, elegiríamos a *DINA* como la mejor opción a invertir por tener el más alto rendimiento, no obstante que su riesgo es de los más altos; por otro lado, si nos basamos en el riesgo, la acción que resulta ser la más adecuada es *BIMBO A* por tener el menor riesgo, a pesar de que su rendimiento no es el más alto.

Cuadro 1.8
RELACION DE MAYOR RENDIMIENTO Y MENOR RIESGO

	Rendimiento		Riesgo	
1	DINA	0.00468	BIMBO A	0.01634
2	BIMBO A	0.00195	GFINBUR A	0.01659
3	GCARSO A1	0.00183	CEMEX A	0.01696
4	GMODELO C	0.00176	GMODELO C	0.02099
5	TLEVISA CPO	0.00125	TLEVISA CPO	0.02205
6	CEMEX A	0.00091	GCARSO A1	0.02432
7	GFINBUR A	0.00058	BANACCI B	0.02789
8	BANACCI B	0.00034	DINA	0.04713
9	ICA	-0.00281	KIMBER A	0.05749
10	KIMBER A	-0.00283	ICA	0.06060

En la gráfica 1.1, nos trasladamos a un espacio riesgo-rendimiento, cada punto representa la combinación de riesgo y rendimiento de cada acción, donde podemos observar que el rendimiento más alto no coincide con el riesgo más bajo; vemos que algunos puntos están completamente descartados, pero que varios de ellos pueden satisfacer las preferencias de los inversionistas.



Gráfica 1.1
COMBINACION DE RIESGO Y RENDIMIENTO DE CADA ACCION

Entonces nos quedan varias dudas por resolver, ¿cuál sería la mejor elección?, o si mediante alguna técnica podría mejorarse el comportamiento de las acciones, ¿qué pasaría si existiera alguna combinación que nos de la mayor satisfacción posible? y si la hay ¿cuál es?; estas cuestiones son el objetivo central de este trabajo y serán resueltas en los capítulos siguientes; por ahora dejémoslas aquí planteadas y comencemos a estudiar la técnica que nos permitirá crear portafolios de inversión.

CAPITULO 2

TEORIA DE LA CARTERA

2.1 INTRODUCCION

La teoría estadística nos proporcionará las herramientas para interpretar las listas de los rendimientos, lo que le da un carácter teórico a lo antes planteado que como ya se mencionó sólo necesitamos dos parámetros: el promedio de los rendimientos (rendimiento esperado) y la dispersión de los rendimientos alrededor del promedio (riesgo de la inversión).

En los primeros puntos se definen el rendimiento esperado y el riesgo de un activo, planteando posteriormente el de una cartera de activos, estableciendo que el riesgo de una cartera de activos depende de la varianza de cada activo y de la covarianza entre los mismos; existiendo otros estimadores además de la covarianza como lo es la correlación.

El criterio en el cual se basa la Teoría de la Cartera es el de la media-varianza (CMV), determinando a los portafolios que dominan para definir el conjunto eficiente. Analizando una cartera de dos títulos se observa que combinaciones son factibles y cuales son óptimas, teniendo como posibilidades al maximizador de rendimiento o el minimizador de riesgo, dejando claro que este último diversifica su inversión.

Con estos elementos se definirá a las cartera eficientes así como a la frontera eficiente y a los puntos que componen al conjunto de mínimo riesgo.

Más adelante ahondaremos en los efectos que tiene el grado de correlación de los rendimientos, con lo cual observaremos que dependiendo del valor de este, se podrán obtener portafolios con riesgos menores al riesgo de los títulos que lo componen.

Demostrando que cuando el número de títulos tiende a infinito el riesgo del portafolio es la covarianza promedio, definiendo así al riego diversificable y al riesgo sistemático o de mercado.

Se explicará el método matemático para la construcción de la frontera eficiente; lo que tomará gran relevancia ya que será retomado más adelante para la aplicación práctica en el Mercado de Valores Mexicano.

Además se obtendrá la Línea del Mercado de Capitales (CML) y se establecerá el Teorema de Separación, con lo que determinaremos el portafolio de riesgo óptimo M (cartera de mercado).

Finalmente presentaremos el Modelo de Valuación de los Activos de Capital (CAPM), el cual relaciona el riesgo, medido por el valor de la beta, con el rendimiento de un valor.

Por lo que en primer lugar describiremos al coeficiente beta y sus características, para más adelante relacionar la rentabilidad esperada de un título con su beta, obteniendo así la Línea del Mercado de Títulos (SML).

Se planteará al modelo CAPM, exponiéndose como una conclusión de lo antes descrito, obteniendo la ecuación de la SML:

$$E_i = R_L + \beta_i \left(E_M - R_L\right)$$

De acuerdo a este modelo el rendimiento esperado de un valor depende de la tasa libre de riesgo, el riesgo sistemático del valor (beta) y el precio de mercado de riesgo.

2.2 RIESGO Y RENDIMIENTO

Debido a que los rendimientos de los títulos y acciones no son ciertos en todo momento, los problemas al decidir en invertir en ellos son en condiciones de riesgo e incertidumbre.

En las condiciones de riesgo el inversor no conoce todos lo valores de los parámetros que pueden afectar su decisión, pero sí, todos los futuros estados posibles de la economía que pueden afectar esos parámetros, además que puede asignar una probabilidad a la ocurrencia de cada uno de esos estados. Bajo esas condiciones el inversor tomará sus decisiones, suponiendo que puede asignar probabilidades objetivas o subjetivas a los rendimientos posibles de cada inversión.

Los resultados de cada título se representarán mediante una distribución de probabilidad, la cual será una lista de todos los resultados posibles junto con su respectiva probabilidad de ocurrencia.

La teoría estadística nos proporcionará las herramientas para obtener parámetros que permitan representar las listas de los rendimientos de manera sintética, facilitando su análisis y utilización en la toma de decisiones.

En general sólo necesitamos dos parámetros, uno que sea el promedio de los rendimientos, obteniendo el rendimiento esperado, y el otro que mida la dispersión de los rendimientos alrededor del promedio, con lo cual estaremos midiendo el riesgo de la inversión.

2.2.1 Rendimiento esperado

Cuando tenemos todos los posibles rendimientos de una inversión que tienen la misma probabilidad de ocurrir, se aplica el concepto de promedio como la suma de todos los valores dividida por el número de estos; observemos el siguiente cuadro:

Evento	Probabilidad	Rendimiento porcentual del activo i		
		i = 1	i = 2	i = 3
t = 1	1/3	$R_{11} = 6$	$R_{21} = 9$	$R_{31} = 4$
t = 2	1/3	$R_{12} = 12$	$R_{22} = 14$	$R_{32} = 8$
t = 3	1/3	$R_{13} = 15$	$R_{23} = 10$	$R_{33} = 14$

Cuadro 2.1

El promedio esperado del activo 1 es:

$$\overline{R_1} = \frac{6 + 12 + 15}{3} = 11$$

Lo cual se puede expresar de la siguiente forma:

$$\overline{R_1} = \frac{R_{11} + R_{12} + R_{13}}{3} = \frac{1}{3} = \sum_{t=1}^{3} R_{it}$$

Expresando esta formula dado que pueden haber N eventos igualmente probables, queda así:

$$\overline{Ri} = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^{N} R_{it}$$

Resultando un caso particular de uno más general que calcula el parámetro que buscamos como medida de valor promedio de una variable aleatoria, cuando los N eventos no son igualmente probables. El parámetro es conocido como la "esperanza matemática", "valor esperado" o "media" y se define como:

$$E(R_i) = \overline{R_i} = \sum_{t=1}^{N} R_{it} P_{it}$$

Aplicando esta formula al activo 1 tenemos que:

$$\overline{R_1} = 6(1/3) + 12(1/3) + 15(1/3) = 11$$

Por lo tanto el rendimiento esperado de un activo de riesgo es un promedio ponderado de los posibles resultados, donde las ponderaciones que se asigna a cada posible resultado son las probabilidades de ocurrencia de los mismos. Obteniendo el parámetro del rendimiento más probable de una inversión en condiciones de riesgo.

Ahora observemos el siguiente cuadro:

Escenario	Probabilidad	Activo 1	Activo 2	(.60) R_1	(.40) R_2	$R = .60R_1 + .40R_2$
Bueno	.25	20	5	12	2	14
Malo	.50	30	50	18	20	38
Regular	.25	10	0	6	0	6

Cuadro 2.2

Lo que se plantea es que el inversor decide dividir sus fondos para no arriesgar todo en un activo, con el 60% para el activo 1 y el 40% para el activo 2.

Su rendimiento lo representamos de la siguiente manera:

$$R = .60R_1 + .40R_2$$

Donde:

$$E(R_1) = R_1 = 20(.25) + 30(.50) + 10(.25) = 22.5$$

$$E(R_2) = R_2 = 5(.25) + 50(.50) + 0(.25) = 26.25$$

Por lo que el rendimiento porcentual esperado será:

$$E(R) = E(.60R_1+.40R_2) =.60E(R_1)+.40E(R_2.)$$

$$=.60(22.5)+.40(26.25R_2.) = 24$$

Ahora basándonos en el cuadro 2.2 podemos comprobar el resultado:

$$E(R) = \sum_{t=1}^{3} R_t P_t = 14(.25) + 38(.50) + 6(.25) = 24$$

Si nombramos $x_1,\ldots\ldots,x_n$ a las proporciones que se invierten en cada activo, cuyos rendimientos aleatorios son $R_1,\ldots\ldots,R_n$, el rendimiento esperado de un portafolio o cartera P compuesto por esos activos será:

$$E(R_P) = x_1E(R_1)+\ldots.+x_nE(R_n) = \sum_{i=1}^{n} x_iE(R_i)$$

Sujeto a: $x_1,\ldots.,x_n = \sum_{i=1}^{n} = 1$

2.2.2 Riesgo

Retomemos el cuadro 2.1 y obtengamos el rendimiento esperado del activo 1 y 2:

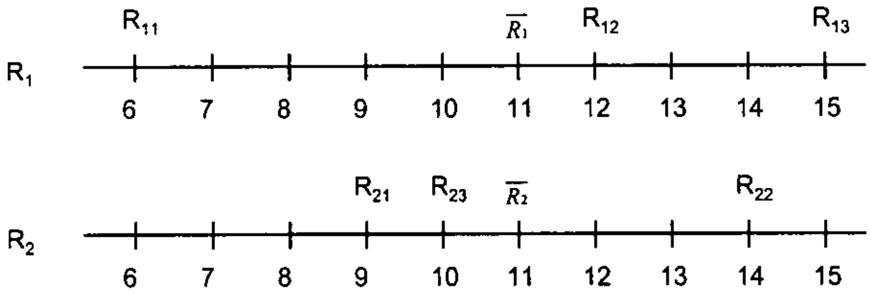
$$\overline{R_1} = 6(1/3) + 12(1/3) + 15(1/3) = 11$$

$$\overline{R_2} = 9(1/3) + 14(1/3) + 10(1/3) = 11$$

Tienen el mismo rendimiento esperado, no obstante que sus rendimientos posibles no son iguales ante los diferentes eventos.

A continuación le daremos al inversionista un elemento más para el momento de tomar una decisión:

Los rendimientos de los activos 1 y 2 los podemos plantear de la siguiente manera:



Observamos que los resultados posibles del activo 2 están más concentrados con respecto al promedio, por lo que el riesgo de obtener un resultado que no se acerque al valor medio es menor en 2.

Si definimos el menor o mayor "riesgo de una inversión" como la menor o mayor probabilidad de que el rendimiento de la misma difiera del rendimiento esperado[5] , el activo 1 tiene mayor riesgo que el activo 2.

Para obtener un parámetro de medida de riesgo, denotaremos una variable D que representan los desvíos de los rendimientos posibles con respecto al rendimiento esperado.

$$D_{it} = R_{it} - \overline{R_i}$$

[5] Selección de Inversiones. Introducción a la teoría de la cartera. Messuti. Alvarez. Graffi. Ediciones Macchi.

Por lo que para el activo 2 sería:

$$D_{21} = R_{21} - \overline{R_2} = 9 - 11 = -2$$

$$D_{22} = R_{22} - \overline{R_2} = 14 - 11 = 3$$

$$D_{23} = R_{23} - \overline{R_2} = 10 - 11 = -1$$

Como puede observarse el promedio de los desvíos, ya que es lo que buscamos para encontrar una medida de riesgo, es igual a cero:

$$\frac{1}{3}\sum_{t=1}^{3} D_{it} = \frac{1}{3}(D_{21} + D_{22} + D_{23}) = \frac{1}{3}[(-2) + (3) + (-1)] = 0$$

Para evitar esto se puede tomar el promedio de los valores absolutos de los desvíos, obteniendo el desvío medio absoluto, parámetro que mide la dispersión o variabilidad de una variable aleatoria.

$$DMA(R_i) = \frac{1}{N}\sum_{t=1}^{N} |D_{it}| = \frac{1}{N}\sum_{t=1}^{N} \left|R_{it} - \overline{R_i}\right|$$

Pero la medida preferible por ser más manejable algebraica y estadísticamente, ya que junto con la esperanza matemática interpretan varias distribuciones de probabilidad como la distribución normal, es el promedio de los cuadrados de los desvíos, este parámetro es conocido como la varianza:

$$\sigma^2(R_i) = \sigma_i^2 = \frac{1}{N}\sum_{t=1}^{N} D_{it}^2 = \frac{1}{N}\sum_{t=1}^{N} (R_{it} - \overline{R_i})^2$$

Las varianzas de los rendimientos de los activos 1 y 2 son:

$$\sigma_1^2 = \frac{1}{3}[(6-11)^2 + (12-11)^2 + (15-11)^2] = 14$$

$$\sigma_2^2 = \frac{1}{3}[(9-11)^2 + (14-11)^2 + (10-11)^2] = 4.66$$

Por lo que el activo 1 tiene mayor riesgo que el activo 2 ya que $\sigma_1^2 > \sigma_2^2$, el activo 1 tiene mayor varianza que el activo 2, la inversión en el activo 1 tiene rendimientos más variables que en el activo 2.

Normalmente se toma la raíz cuadrada de la varianza como el indicador del riesgo o variabilidad, ya que es un número proporcional y más pequeño que cuenta con las mismas unidades que la variable original, esta es la desviación estándar:

$$\sigma(R_i)=\sigma_i=\sqrt{\sigma_i^2}$$

En nuestro ejemplo:

$\sigma_1 = 3.74$ $\sigma_2 = 2.16$

Los parámetros anteriores son medidas de riesgo absoluto, ya que partimos de comparar el riesgo de inversiones que tienen el mismo rendimiento esperado; en caso contrario convendría aplicar una medida del riesgo relativo con respecto al rendimiento esperado; la teoría estadística proporciona un parámetro denominado el coeficiente de variación, el cual mide la dispersión de una variable aleatoria relativa a su esperanza relativa:

$$V(R_i) = V_i = \frac{\sigma_i}{\overline{R_i}}$$

Con lo cual tomaríamos en cuenta el riesgo y el rendimiento conjuntamente y no por separado; midiendo el riesgo por unidad de rendimiento esperado.

Las fórmulas para obtener el riesgo en caso de que los eventos que provocan los diferentes rendimientos no sean igualmente probables son:

$$DMA(R_i) = \sum_{t=1}^{N} |D_{it}| P_{it} = \sum_{t=1}^{N} |R_{it} - \overline{R_i}| P_{it}$$

$$\sigma^2(R_i) = \sigma_i^2 = \sum_{t=1}^{N} D_{it}^2 P_{it} = \sum_{t=1}^{N} (R_{it} - \overline{R_i})^2 P_{it}$$

Esta última la utilizaremos a continuación para obtener la varianza de una cartera de activos.

2.2.3 El riesgo de una cartera de activos

Tomemos el portafolio del cuadro 2.2 donde el 60% de una inversión se destinaba al activo 1 y el 40% al activo 2; el rendimiento de esta cartera, como ya se expuso, se expresa por la variable aleatoria $R = .60R_1 + .40R_2$, donde el valor esperado es:

$$\overline{R} = .60R_1 + .40R_2 = 24$$

Ahora aplicaremos la última fórmula planteada para el cálculo de la varianza de R:

$$\sigma^2_{(R)} = \sum_{t=1}^{3} (R_t - \overline{R})^2 P_t = (14-24)^2 .25 + (38-24)^2 .50 + (6-24)^2 .25 = 204$$

Pero con el fin de conocer la influencia de cada activo en el riesgo total del portafolio, expresaremos la varianza de una cartera en función de las varianzas de cada uno de los activos que la conforman; utilizando el siguiente método:

$$\sigma^2_{(R)} = \sum_{t=1}^{3} (R_t - \overline{R})^2 P_t = \sum_{t=1}^{3} [(.60R_{1t}+.40R_{2t}) - (.60\overline{R_1}+.40\overline{R_2})]^2 P_t$$

Reordenando:

$$\sigma^2_{(R)} = \sum_{t=1}^{3} [.60(R_{1t} - \overline{R_1})+.40(R_{2t} - \overline{R_2})]^2 P_t$$

Desarrollando el cuadrado:

$$\sigma^2_{(R)} = \sum_{t=1}^{3} [(.60)^2(R_{1t} - \overline{R_1})^2 + (.40)^2(R_{2t} - \overline{R_2})^2 + 2(.60)(.40)(R_{1t} - \overline{R_1})(R_{2t} - \overline{R_2})]P_t$$

Resultando:

$$\sigma^2_{(R)} = (.60)^2 \sum (R_{1t} - \overline{R_1})^2 P_t + (.40)^2 \sum (R_{2t} - \overline{R_2})^2 P_t + 2(.60)(.40) \sum (R_{1t} - \overline{R_1})(R_{2t} - \overline{R_2}) P_t$$

La fórmula ahora se compone de tres términos, los dos primeros son las varianzas σ_1^2 y σ_2^2 de los activos que componen la cartera, multiplicadas por el cuadrado de las proporciones de capital invertido en cada uno de ellos; el tercer término es el doble producto de dichas proporciones multiplicado por un factor que en la estadística se le conoce como la covarianza.

La fórmula de la covarianza para los rendimientos aleatorios de los activos i y j es:

$$\mathrm{cov}(R_i;R_j) = \sigma_{ij} = \sum_{t=1}^{N} (R_{it} - \overline{R_i})(R_{jt} - \overline{R_j})] \ P_t$$

Para nuestro ejemplo:

$$\sigma_{12} = (20-22.5)(5-26.25)(.25)+(30-22.5)(50-26.25)(.50)+(10-22.5)(0-26.25)(.25) = 184$$

Ahora expresaremos la varianza de la cartera en función de las varianzas de los activos que la componen y de la covarianza entre los mismos:

$$\sigma^2_{(R)} = (.60)^2\sigma_1^2 + (.40)^2\sigma_2^2 + 2(.60)(.40)\,\sigma_{12}$$

$$\sigma^2_{(R)} = (.60)^2 68.75 + (.40)^2 567.19 + 2(.60)(.40)184 = 204$$

Demostrando que aunque se obtiene el mismo resultado que el de la primera varianza de R que calculamos, el riesgo de una cartera no está determinado sólo por la varianza de cada activo, sino que debe tomarse en cuenta la covarianza de los rendimientos de las mismas.

Analizando los términos de la fórmula encontramos que estos serán positivos si los desvíos de los rendimientos de ambas inversiones con respecto a sus valores medios son ambos positivos o negativos; como en nuestro ejemplo, en este caso significa que los rendimientos de las dos inversiones se mueven en igual dirección, creciendo o decreciendo conjuntamente ante las distintas alternativas, mientras que si los desvíos toman signos distintos, entonces los rendimientos covarían en forma opuesta.

Por lo que se obtendrá una covarianza positiva cuando predominen los sumando positivos en la fórmula, esto es que los rendimientos de ambas inversiones covarían en el mismo sentido; por el contrario una covarianza negativa señala que la variación conjunta es en sentidos opuestos, por lo que un valor cercano a cero indica que no se produce en forma sistemática del tipo de las enunciadas; así es que lo que estamos midiendo es el grado de correlación que existe entre los rendimientos de las inversiones consideradas.

De esta forma podemos decir que la inclusión de activos de covarianza negativa contribuirá a la disminución del riesgo de la cartera, ya que estabilizará los rendimientos al disminuir la dispersión por la compensación entre las variaciones en la rentabilidad de uno de los activos por variaciones en sentido opuesto en la del otro.

Si nombramos x_1 y x_2 a las proporciones de inversión de dos activos cualesquiera 1 y 2, tenemos que la fórmula de la varianza es:

$$\sigma^2_{(R)} = \sigma^2(x_1R_1 + x_2R_2) = x_1^2\sigma_1^2 + x_2^2\sigma_2^2 + 2x_1x_2\sigma_{12}$$

donde $x_1 + x_2 = 1$

La fórmula general para el cálculo de la varianza de los rendimientos de una cartera de n activos es:

$$\sigma^2_{(R)} = \sum_{i=1}^{n} x_i^2\sigma_i^2 + 2\sum_{i=1}^{n}\sum_{j>i}^{n} x_ix_j\sigma_{ij} \qquad \text{donde } x_1 + x_2 + \ldots + x_n = 1$$

Su notación matricial es:

$$\sigma^2_{(R)} = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & \ldots & x_n \end{bmatrix} \underbrace{\begin{bmatrix} \sigma_1^2 & \sigma_{12} & \ldots & \sigma_{1n} \\ \sigma_{21} & \sigma_2^2 & \ldots & \sigma_{2n} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ \sigma_{n1} & \sigma_{n2} & \ldots & \sigma_n^2 \end{bmatrix}}_{\text{Matriz de varianzas y covarianzas}} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \ldots \\ x_n \end{bmatrix}$$

Por otro lado, existe un estimador del grado de correlación entre los rendimientos aleatorios de dos inversiones que supera a la covarianza, es el coeficiente de correlación lineal:

$$\rho_{(Ri;Rj)} = \frac{\operatorname{cov}(Ri;Rj)}{\sigma(Ri)\sigma(Rj)}$$

La cual denotaremos como:

$$\rho_{ij} = \frac{\sigma_{ij}}{\sigma_i \sigma_j}$$

Una de las razones por la cual se prefiere es por que toma valores entre 1 y -1; si ρ = -1 los rendimientos de las dos inversiones tienen una correlación perfectamente negativa, tal que si uno crece el otro decrece; en caso de que ρ = 1 es una correlación perfecta positiva y al crecer uno de ellos el otro también lo hace en una determinada proporción; y si ρ = 0 los rendimientos están incorrelacionados linealmente y no hay relación funcional alguna.

En función de esta última notación de ρ deducimos que la covarianza se puede expresar en función de este coeficiente, como:

$$\sigma_{ij} = \rho_{ij}\sigma_i\sigma_j$$

Reemplazando obtenemos otra fórmula para el cálculo de la varianza de los rendimientos de un portafolio:

$$\sigma^2_{(R)} = \sum_{i=1}^{n} x_i^2 \sigma_i^2 + 2\sum_{i=1}^{n}\sum_{j>i}^{n} x_i x_j \rho_{ij} \sigma_i \sigma_j \qquad \text{donde} \sum x_i = 1$$

Resumiendo, el riesgo de una cartera de inversiones se mide por la varianza de sus rendimientos, por lo que el riesgo queda determinado por la varianza de cada una de las inversiones, el grado de correlación que existe entre todos los posibles pares de ellas y la proporción del capital invertido en cada una de las mismas.

2.2.4 El criterio de la media -varianza (CMV)

Para facilitar las decisiones de inversión cuando la información es limitada se utilizan los criterios de predominio estocástico, los cuales permiten conocer las inversiones eficientes. Para lo cual se debe de conocer completamente a la variable aleatoria que representa a los rendimientos, es decir, conocer todos sus momentos; pero, para definir el criterio de la media-varianza supondremos que sólo es necesario conocer los dos primeros momentos, el rendimiento esperado y la varianza.

Por lo que la utilidad esperada del inversor depende de sólo dos variables:

$$E\left[U\left(E_{(R)}; \sigma^2_{(R)}\right)\right]$$

La definición del criterio de la media-varianza es que una alternativa A domina a otra B sí y sólo sí:

$$E(R_A) \geq E(R_B) \quad \text{y} \quad \sigma^2(R_A) < \sigma^2(R_B)$$

o bien,

$$E(R_A) > E(R_B) \quad \text{y} \quad \sigma^2(R_A) \leq \sigma^2(R_B)$$

Esto significa que una condición necesaria para que una alternativa sea preferida por otra es que su rendimiento esperado sea mayor o igual que el de ésta y que la varianza de la alternativa preferida sea menor o igual que el de la otra alternativa.

Ejemplificaremos su aplicación con el conjunto de alternativas de inversión del cuadro 2.3:

Estados de la naturaleza	1	2	3	4	5		
Probabilidad	0.1	0.2	0.4	0.2	0.1	E(R)	σ^2
Inv. A	20	20	20	20	20	20	0
Inv. B	0	10	20	30	40	20	120
Inv. C	-30	-10	30	40	50	20	640
Inv. D	30	30	30	30	30	30	0
Inv. E	10	20	30	40	50	30	120
Inv. F	30	30	40	50	50	40	60

Cuadro 2.3

Tenemos a las alternativas A, B y C con el mismo rendimiento esperado, pero como A es la de menor varianza, ésta es la que domina a las otras dos, así es que B y C forman parte de un conjunto ineficiente; con el mismo razonamiento colocamos a E en el conjunto ineficiente al ser dominado por D; ahora, comparando a la alternativa A y D resulta que A no es preferida ya que aunque tienen la varianza igual su rendimiento esperado es menor, por lo que A pasa al conjunto ineficiente; en cambio si comparamos D y F ninguna domina a la otra.

El conjunto eficiente es el constituido por las alternativas D y F , mientras que las otras cuatro alternativas son ineficientes al ser dominadas por al menos otra alternativa; en el conjunto eficiente siempre se encuentra la alternativa menos riesgosa (D) y la de mayor rendimiento esperado (F), además de algunas otras alternativas eficientes que puedan existir.

2.3 RIESGO Y DIVERSIFICACION

2.3.1 Portafolios constituidos por dos títulos

Comenzaremos analizando portafolios de dos títulos para aproximarnos al caso general de portafolios constituidos por n títulos.

Sean dos títulos 1 y 2 que tienen tasas de rendimiento aleatorias R_1 y R_2; donde la proporción invertida en cada uno de ellos es x_1 y x_2, por lo que el rendimiento aleatorio del portafolio es:

$$R_P = x_1 R_1 + x_2 R_2 \qquad \text{donde: } \; x_1 + x_2 = 1$$

Su esperanza matemática, la cual es el rendimiento esperado del portafolio, es:

$$E(R_P) = x_1 E(R_1) + x_2 E(R_2)$$

y la varianza:

$$\sigma^2_{(Rp)} = Var_{(Rp)} = x_1^2 \sigma_1^2 + x_2^2 \sigma_2^2 + 2x_1x_2\sigma_{12}$$

donde:

$$\sigma_1 = \sigma(R_1) \quad , \quad \sigma_2 = \sigma(R_2) \quad \text{y} \quad \sigma_{12} = Cov(R_1; R_2)$$

Supondremos que los títulos no están correlacionados, por lo que $\sigma_{12} = 0$, ya que los resultados son similares a los obtenidos en el caso general y de esta manera facilitamos el desarrollo matemático; por lo que:

$$\sigma^2_{(Rp)} = x_1^2 \sigma_1^2 + x_2^2 \sigma_2^2$$

También supondremos que a partir de aquí, los inversores toman sus decisiones en base al criterio de la media-varianza, prefiriendo el portafolio de menor riesgo cuando los rendimientos sean iguales $(E(R_1) = E(R_2))$, o el de mayor rendimiento cuando el riesgo sea igual $(\sigma_1 = \sigma_2))$.

Comenzaremos a estudiar la influencia que tiene el riesgo y rendimiento en las decisiones de inversión, considerando que el inversor sólo se deja influir por el rendimiento esperado sin tomar en cuenta el riesgo.

El inversor se enfrentaría a las siguientes alternativas:

Título	Rendimiento esperado	Riesgo
i	$E(R_i)$	σ_i
1	11	8
2	7	3

Cuadro 2.4

De esta manera nuestras fórmulas son:

$$E(R_P) = 11x_1 + 7x_2$$

$$\sigma^2_{(Rp)} = 64x_1^2 + 9x_2^2$$

Por lo que faltaría determinar las proporciones invertidas en cada título; sí se invirtiera todo en el título 1 tendríamos que $x_1 = 1$ y $x_2 = 0$, obteniendo el rendimiento esperado con un riesgo de:

$$E(R_P) = 11(1) + 7(0) = 11$$

$$\sigma^2_{(Rp)} = 64(1)^2 + 9(0)^2 = 64$$

donde $\sigma_{(Rp)} = 8$

Donde el rendimiento esperado y el riesgo del portafolio son los mismos del título 1, lo mismo pasaría si se invierte todo en el título 2 dando el rendimiento esperado y riesgo del portafolio iguales a los del título 2.

Si el inversor basa su decisión en el rendimiento esperado optará por invertir todo en el título 1, obteniendo un rendimiento esperado de 11, el cual es un rendimiento mayor al de cualquier otra combinación.

Comprobemos esta conclusión expresando x_1 en función de x_2 en la fórmula de rendimiento esperado:

$$x_1 = \frac{E(R_p)}{11} - \frac{7}{11}x_2$$

lo cual es igual a:

$$x_1 = \frac{E(R_p)}{E(R_1)} - \frac{E(R_2)}{E(R_1)} x_2$$

La cual es la ecuación de una recta donde la pendiente es

$m = -\dfrac{E(R_2)}{E(R_1)} x_2$ y la ordenada al origen es $b = \dfrac{E(R_p)}{E(R_1)}$

Los valores que tenemos dados son $E(R_1)$ y $E(R_2)$ por lo que asignaremos distintos valores a $E(R_p)$, obteniendo para cada uno de ellos la ecuación de una recta, estas rectas se van alejando del origen conforme aumenta $E(R_p)$, las cuales se pueden observar en la gráfica 2.1; donde sus puntos representan las combinaciones posibles $(x_1;x_2)$ que originan un portafolio cuyo rendimiento esperado es el valor asignado a $E(R_p)$.

Una recta entre más alejada del origen más rendimiento tendrá; la pendiente para todas las rectas son iguales y los rendimientos para ambos títulos están dados , por lo que la tasa de sustitución entre las proporciones invertidas en los títulos 1 y 2 es constante; además como la pendiente es negativa cuando se incrementa la proporción invertida en uno de los títulos, disminuye la proporción colocada en el otro.

Todo inversor preferirá un portafolio representado por un punto perteneciente a una recta lo más alejada del origen, siempre que esta se encuentre dentro de la restricción presupuestaria $x_1 + x_2 = 1$. Una combinación factible será la que se encuentre dentro de esta restricción, mientras que la óptima será la intersección de la restricción presupuestaria con la recta más alejada del origen (en este caso es 11, el punto B de la gráfica 2.1).

Podemos concluir que cuando los inversores decidan tomando en consideración solamente el rendimiento esperado invertirán en el activo que lo tenga mayor.

Ahora si en lugar de considerar el rendimiento esperado, las decisiones se tomaran sólo con el riesgo, el inversor tendría que minimizarlo.

Si a la ecuación del riesgo de nuestro ejemplo, donde $\sigma_{12} = 0$, le dividimos a ambos miembros $\sigma^2(Rp)$, obtenemos:

$$1 = x_1^2 \frac{\sigma_1^2}{\sigma^2(Rp)} + x_2^2 \frac{\sigma_2^2}{\sigma^2(Rp)}$$

Lo cual es una elipse cuyo centro es el origen de las coordenadas:

$$1 = \frac{x_1^2}{b^2} + \frac{x_2^2}{a^2}$$

Donde $b = \dfrac{\sigma(Rp)}{\sigma_1}$ es el radio sobre el eje $0x_2$, y $a = \dfrac{\sigma(Rp)}{\sigma_2}$ es el radio sobre el eje $0x_1$, de la figura 2.1.

Los valores que ya están especificados son σ_1 y σ_2, quedando por determinar x_1, x_2 y $\sigma(Rp)$, ya que se desea estudiar la influencia de $\sigma(Rp)$ se le asignarán valores en a y b, obteniendo elipses que se van alejando del origen conforme aumenta $\sigma(Rp)$, los puntos pertenecientes a cada elipse representan distintas combinaciones (x_1, x_2) todas con igual riesgo; en cuanto más alejada del origen sea una elipse mayor es el riesgo del portafolios.

Resulta evidente que los inversores preferirán portafolios con una elipse más cercana al origen, pero en un caso donde se quiera asumir un cierto riesgo se tendrá que tomar en cuenta la restricción presupuestaria $x_1 + x_2 = 1$. Una combinación factible será la que se encuentre dentro de esta restricción, mientras que el punto óptimo para el minimizador de riesgo será donde la recta de presupuesto es tangente a una de las elipses.

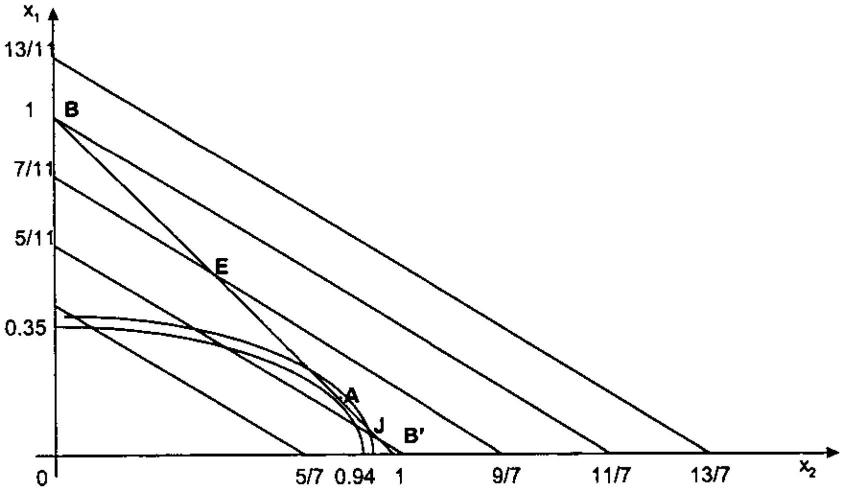
Así es que simplificando hemos estudiado dos actitudes extremas de un inversor: el maximizador de rendimientos, el cual independientemente del riesgo opta por el título de mayor rendimiento; y el minimizador de riesgo, el que generalmente diversificará su inversión en un portafolio en que intervengan ambos títulos; por lo que la diversificación de la inversión está asociada solamente al riesgo y es independiente al rendimiento.

2.3.2 Carteras eficientes

Los inversores toman sus decisiones tomando en cuenta tanto el riesgo como el rendimiento; basándose en el criterio de la media-varianza se consideran ambos factores, pero la solución no es tan sencilla como en los anteriores casos ya que se requiere de información adicional de las preferencias del inversor, como se demostrará a continuación:

Nos basaremos en la gráfica 2.1, donde de acuerdo con el criterio de la media-varianza el conjunto constituido por todos los portafolios eficientes están constituido por el segmento AB. Todo portafolio representado por la recta AB' , excepto el punto A, es ineficiente; la recta BB' es la restricción presupuestaria.

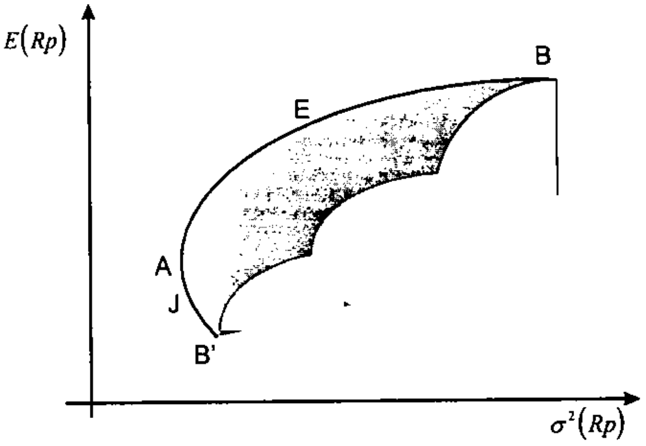
Por ejemplo el punto J, tiene menor rendimiento y mayor riesgo que A, por lo que A domina a J haciendo a este ineficiente; en cambio el punto E es eficiente porque no es dominado ni domina a otro punto de este segmento, si comparamos a E y A observamos que el primero tiene mayor rendimiento pero también mayor riesgo que el segundo, esto es que tiene una recta y una elipse más alejada del origen. Dentro de todos los portafolios eficientes, A tiene el mínimo riesgo y B el máximo rendimiento esperado.



Gráfica 2.1

Pero lo más común es que un portafolio esté constituido por numerosos títulos, entonces el número de variables (x_1, x_2,...,x_n) que habría que manejar sería grande, complicando su tratamiento matemático y gráfico, por lo que ahora nos referiremos a un sistema de coordenadas $\sigma^2(Rp)$; $E(Rp)$, un espacio riesgo rendimiento mostrado en la gráfica 2.2.

El segmento de curva B'A pertenece al conjunto ineficiente del conjunto factible, ya que cada uno de sus puntos es dominado por alguno del segmento de curva AB, el cual es el conjunto de portafolios eficientes; esta curva AB, limitada por el punto A (portafolio de mínima varianza) y el punto B (portafolio de mayor rendimiento esperado), recibe el nombre de **frontera eficiente**.



Gráfica 2.2

El conjunto de portafolios factibles pero ineficientes es infinito, representado por el área sombreada, ya que existen infinitas combinaciones posibles que satisfagan la condición de que las proporciones invertidas de n títulos sea igual a 1.

El conjunto de portafolios representados por puntos de la curva B'AB es el conjunto de mínima varianza o conjunto de mínimo riesgo; un subconjunto de él, la curva AB recibe el nombre de conjunto eficiente.

2.3.3 Diversificación

Para minimizar el riesgo debe invertirse alguna cantidad en todos los títulos disponibles, relacionando la minimización del riesgo con la diversificación de las inversiones; mientras que para obtener el máximo rendimiento deben invertirse todos los fondos en un sólo título (el que lo tenga mayor), para obtener el mínimo riesgo se debe diversificar la inversión.

Es ahora el momento de estudiar lo efectos de la eliminación del supuesto de incorrelación entre los rendimientos, para así determinar a la diversificación en el caso en que los rendimientos están correlacionados en algun grado.

a) Correlación perfecta positiva $(\rho = 1)$

La formula que expresa el riesgo de una cartera de dos activos es:

$$\sigma_P^2 = x_1^2\sigma_1^2 + x_2^2\sigma_2^2 + 2x_1x_2\rho\sigma_1\sigma_2$$

Si el coeficiente de correlación es igual a 1, la formula nos queda como:

$$\sigma_P^2 = x_1^2\sigma_1^2 + 2x_1x_2\sigma_1\sigma_2 + x_2^2\sigma_2^2$$

La cual es un cuadrado perfecto y en consecuencia puede escribirse:

$$\sigma_P^2 = \left(x_1\sigma_1 + x_2\sigma_2\right)^2$$

De donde se puede obtener fácilmente la raíz cuadrada

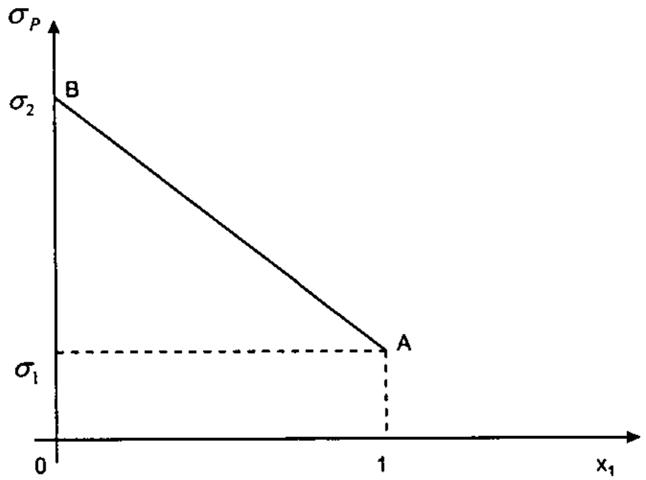
$$\sigma_P = x_1\sigma_1 + x_2\sigma_2$$

Por lo que el riesgo de la cartera depende sólo del riesgo de los activos individuales y del valor ponderado que representa en la cartera.

Teniendo en cuenta que $x_1+x_2 = 1$, puede eliminarse x_2 de la fórmula y acomodando los términos resulta:

$$\sigma_P = \left(\sigma_1 - \sigma_2\right)x_1 + \sigma_2$$

De donde podemos obtener varias conclusiones, si $\sigma_1 = \sigma_2$ y por lo tanto $\sigma_P = \sigma_1$, los efectos de la diversificación son nulos porque el riesgo del portafolio es igual al de los títulos que lo componen. Por otro lado si $\sigma_1 \neq \sigma_2$, y suponiendo que $\sigma_1 < \sigma_2$ y $E(R_1) < E(R_2)$; entonces tenemos la ecuación de una recta con pendiente negativa, como se muestra en la gráfica 2.3.



Gráfica 2.3

Se observa que a medida que se invierte más en el título 1 el riesgo disminuye, podemos concluir que cuando existe una correlación perfecta positiva, no es posible construir un portafolio que tenga riesgo menor al de los títulos que lo componen.

b) Correlación perfecta negativa $(\rho = -1)$

Partimos de la formula para la varianza:

$$\sigma_P^2 = x_1^2\sigma_1^2 + x_2^2\sigma_2^2 + 2x_1x_2\rho\sigma_1\sigma_2$$

Pero ahora el coeficiente de correlación es igual a -1, por lo que la formula que nos resulta es: $\sigma_P^2 = x_1^2\sigma_1^2 - 2x_1x_2\sigma_1\sigma_2 + x_2^2\sigma_2^2$

La cual es un cuadrado perfecto y en consecuencia puede escribirse:

$$\sigma_P^2 = (x_1\sigma_1 - x_2\sigma_2)^2$$

Para determinar su desviación estándar, se debe obtener la raíz cuadrada de ambos miembros; recordando que $\sqrt{a^2} = |a|$; por lo que tenemos que:

$$\sigma_P = |x_1\sigma_1 - x_2\sigma_2|$$

Tenemos dos posibilidades que $x_1\sigma_1 - x_2\sigma_2$ sea positivo o cero, o que sea negativo.

Si $x_1\sigma_1 - x_2\sigma_2 \geq 0$ entonces $\sigma_P = x_1\sigma_1 - x_2\sigma_2$

Si $x_1\sigma_1 - x_2\sigma_2 < 0$ entonces $\sigma_P = -(x_1\sigma_1 - x_2\sigma_2)$

Ya que $x_2 = 1 - x_1$, lo podemos sustituir en la formula anterior:

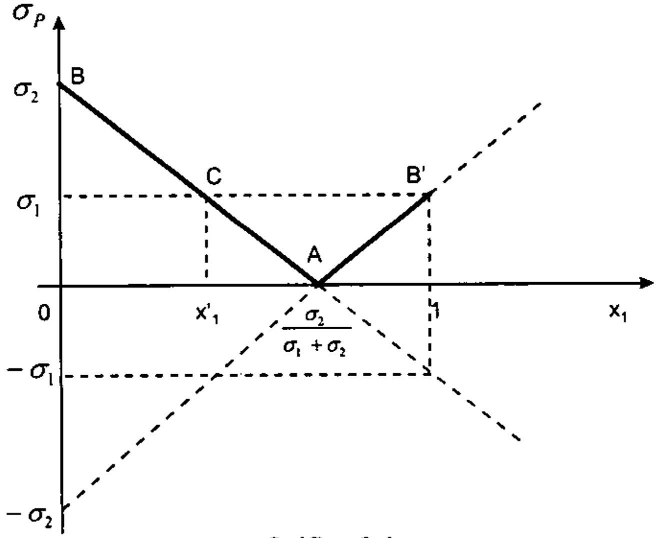
Si $x_1\sigma_1 - (1 - x_1)\sigma_2 \geq 0$ entonces $\sigma_P = x_1\sigma_1 - (1 - x_1)\sigma_2$

Si $x_1\sigma_1 - (1 - x_1)\sigma_2 < 0$ entonces $\sigma_P = -[x_1\sigma_1 - (1 - x_1)\sigma_2]$

Despejando x_1:

$$\text{Si} \quad x_1 \geq \frac{\sigma_2}{\sigma_1 + \sigma_2} \quad \text{entonces} \quad \sigma_P = (\sigma_1 + \sigma_2)x_1 - \sigma_2 \quad (1)$$

$$\text{Si} \quad 0 \leq x_1 < \frac{\sigma_2}{\sigma_1 + \sigma_2} \quad \text{entonces} \quad \sigma_P = -(\sigma_1 + \sigma_2)x_1 - \sigma_2 \quad (2)$$



Gráfica 2.4

Lo que nos representan las ecuaciones 1 y 2 son dos rectas que se han dibujado en la gráfica 2.4; donde si por ejemplo $X_1 = 0$ se utiliza la ecuación 2 y resulta que $\sigma_P = \sigma_2$, el punto B de la gráfica; cualquier otro valor positivo de X_1 que sea menor a $\frac{\sigma_2}{\sigma_1 + \sigma_2}$ tendrá que calcular su desviación estándar con la ecuación 2 y se representa por el segmento $\overline{BA}$.

Si la proporción invertida en el título 1 es $x_1 = \dfrac{\sigma_2}{\sigma_1 + \sigma_2}$ entonces

$\sigma_p = 0$ tanto en la ecuación 1 como en la 2, punto A de la gráfica 2.4.

Si la proporción invertida en el título 1 es $x_1 > \dfrac{\sigma_2}{\sigma_1 + \sigma_2}$ entonces se debe utilizar la ecuación 1, obteniéndose riesgos representados por el segmento $\overline{AB'}$. Finalmente si $x_1 = 1$, de la ecuación 1 se obtiene $\sigma_P = \sigma_1$, punto B' de la gráfica 2.4.

Las zonas punteadas no tienen significado económico; lo que podemos concluir es que se pueden construir portafolios con riesgo menor al del título que lo tenga menor; las ventajas de la diversificación en este caso permite una combinación que origina un portafolio sin riesgo.

Por lo que diversificando cuando los títulos estén correlacionados negativamente en forma perfecta, pueden obtenerse portafolios con riesgo menor al de los títulos que lo componen, representados por los puntos del segmento $\overline{CAB'}$, además existe un portafolio sin riesgo el cual es el punto A.

c) Caso general $(-1 < \rho < 1)$

Ahora analizaremos el caso cuando el coeficiente de correlación lineal toma cualquier valor dentro del rango completo de sus posibilidades, veremos si es posible obtener ganancia de riesgo por diversificación, siempre que el coeficiente de correlación lineal entre dos títulos sea menor que el cociente entre la desviación estándar del título de menor riesgo y el del otro título, esto es: si $-1 \leq \rho < \frac{\sigma_1}{\sigma_2}$ entonces $\sigma_P^* < \sigma_1$; suponiendo que $\sigma_1 < \sigma_2$, $x_1 > 0$ y $x_2 > 0$.

Partimos de la formula para medir el riesgo de un portafolio de dos títulos:

$$\sigma_P^2 = x_1{}^2\sigma_1^2 + x_2{}^2\sigma_2^2 + 2x_1x_2\rho\sigma_1\sigma_2$$

Si tomamos en cuenta que $x_2 = 1 - x_1$, tenemos que:

$$\sigma_P^2 = x_1{}^2\sigma_1^2 + (1 - x_1)^2\sigma_2^2 + 2x_1(1 - x_1)\rho\sigma_1\sigma_2$$

La cual se puede escribir como:

$$\sigma_P^2 = (\sigma_1^2 - 2\rho\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2^2)x_1{}^2 + 2(\rho\sigma_1\sigma_2 - \sigma_2^2)x_1 + \sigma_2^2$$

Ahora vamos a determinar la proporción x'_1 a la cual se consiguen portafolios que originen una ganancia por diversificación, la cual deberá cumplir la condición de que el portafolio construido tenga un riesgo $\sigma_P^2 = \sigma_1^2$.

De la última formula y lo expresado anteriormente tenemos:

$$\sigma_P^2 = (\sigma_1^2 - 2\rho\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2^2)x_1{}^2 + 2(\rho\sigma_1\sigma_2 - \sigma_2^2)x_1 + \sigma_2^2 = \sigma_1^2$$

De donde se obtiene la ecuación cuadrática:

$$(\sigma_1^2 - 2\rho\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2^2)x_1{}^2 + 2(\rho\sigma_1\sigma_2 - \sigma_2^2)x_1 + (\sigma_2^2 - \sigma_1^2) = 0$$

Usando la formula para resolver ecuaciones de segundo grado tenemos:

$$x = \frac{-\left(\rho\sigma_1\sigma_2 - \sigma_2^2\right) \pm \left(\rho\sigma_1\sigma_2 - \sigma_1^2\right)}{\sigma_1^2 - 2\rho\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2^2}$$

De donde surgen las dos soluciones:

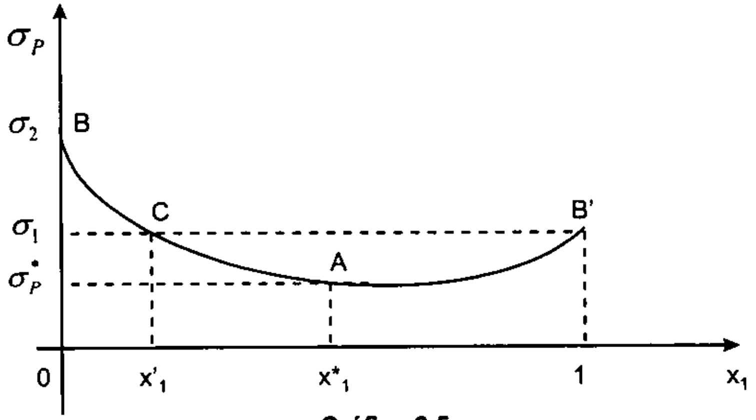
$$x_1' = \frac{\sigma_2^2 - \sigma_1^2}{\sigma_1^2 - 2\rho\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2^2} \qquad x_1 = 1$$

Con lo cual acotamos el conjunto de portafolios que originan ganancias de riesgo por diversificación, como se puede observar en la gráfica 2.5, donde la función que se presenta se obtiene retomando la fórmula:

$$\sigma_P^2 = \left(\sigma_1^2 - 2\rho\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2^2\right)x_1^2 + 2\left(\rho\sigma_1\sigma_2 - \sigma_2^2\right)x_1 + \sigma_2^2$$

De donde determinamos su desviación estándar para ubicarnos en un espacio riesgo-rendimiento:

$$\sigma_P = \left[\left(\sigma_1^2 - 2\rho\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2^2\right)x_1^2 + 2\left(\rho\sigma_1\sigma_2 - \sigma_2^2\right)x_1 + \sigma_2^2\right]^{1/2}$$



Gráfica 2.5

Observamos que todo portafolio que cumpla la condición de que la proporción invertida en el título 1 sea mayor que x'_1 y menor que 1, origina una ganancia de riesgo por diversificación.

La razón por la que siempre el coeficiente de correlación lineal entre los dos títulos sea menor que el cociente entre la desviación estándar del título de menor riesgo y el del otro título , es porque todo valor de ρ superior a $\frac{\sigma_1}{\sigma_2}$ mediante la fórmula de x'_1 origina un valor mayor a 1, esto no es posible bajo nuestros supuestos ya que x_2 sería negativa.

Para ubicamos en un espacio riesgo-rendimiento necesitamos caracterizar a los portafolios mediante la desviación estándar y la esperanza matemática, de acuerdo al CMV; para esto mostraremos la relación matemática que vincula estas variables, tomando una vez más la formula:

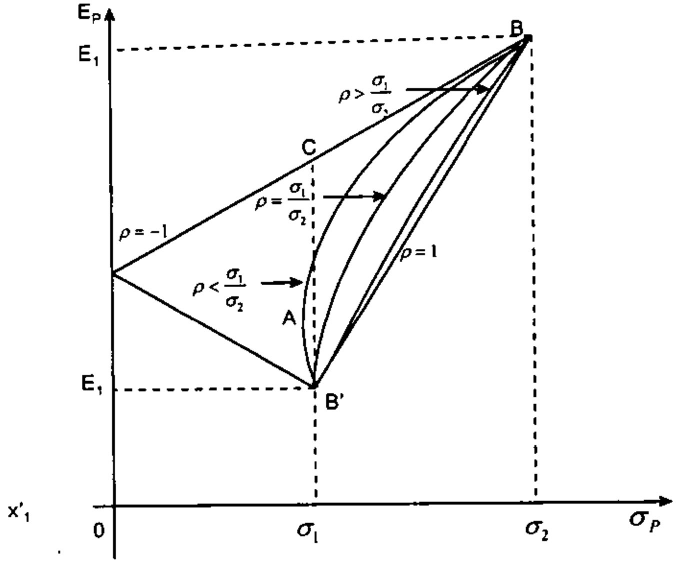
$$\sigma_P^2 = \left(\sigma_1^2 - 2\rho\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2^2\right)x_1^2 + 2\left(\rho\sigma_1\sigma_2 - \sigma_2^2\right)x_1 + \sigma_2^2$$

Sustituyendo x_1 por su valor en función de los rendimientos esperados:

$$\sigma_P^2 = \left(\sigma_1^2 - 2\rho\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2^2\right)\left[\frac{E_{(RP)} - E_{(R2)}}{E_{(R1)} - E_{(R2)}}\right]^2 + 2\left(\rho\sigma_1\sigma_2 - \sigma_2^2\right)\left[\frac{E_{(RP)} - E_{(R2)}}{E_{(R1)} - E_{(R2)}}\right] + \sigma_2^2$$

La forma de la curva de transformación entre riesgo y rendimiento esperado varía según el valor del coeficiente de correlación lineal ρ, tal como se muestra el la gráfica 2.6.

Como se puede observar, aunque estemos en un espacio riesgo-rendimiento prevalecen las conclusiones obtenidas del espacio riesgo- proporción invertida.



Gráfica 2.6

El conjunto de portafolios que se encuentren a la izquierda de la línea punteada CB', representan los portafolios que permiten obtener una ganancia de riesgo; adoptando el CMV, según sean sus preferencias subjetivas, el inversor optará por un portafolio representado por un punto del arco AB, porque los puntos del arco B'A son ineficientes; esto ubicándonos en la curva cuando $\rho < \dfrac{\sigma_1}{\sigma_2}$, porque en el caso de que $\rho > \frac{\sigma_1}{\sigma_2}$ observamos que no es posible que la diversificación mejore el riesgo.

Así observamos la influencia del valor del coeficiente de correlación en la posibilidad de obtener ganancias de riesgo al diversificar; en la medida que ρ decrece a partir de 1 a -1, la convexidad hacia la izquierda se hace más pronunciada, hasta llegar al punto de permitir que los arcos originen ganancias de riesgo.

2.3.4 Diversificación intuitiva

Se le llama intuitivo al hecho de "no poner todos los huevos en una misma canasta", teniendo la idea de que una cartera de 20 activos tiene la mitad del riesgo que otra de 10, ignorando el efecto de la correlación entre los pares de activos. Pero es imposible, por el sólo hecho de incrementar el número de activos, disminuir el riesgo debajo de un nivel que representa el promedio de las covarianzas entre los pares de activos, por lo que la eficacia marginal del incremento del número de activos para reducir el riesgo de un portafolio, es decreciente.

Demostraremos esto utilizando los tres siguientes supuestos: a) todos los títulos tienen la misma varianza, b) todas las covarianzas son las mismas, además las $\overline{\text{var}} > \overline{\text{cov}}$, y c) todos los títulos se ponderan igual, por lo que $x_i = 1/N$.

En la matriz de varianzas y covarianzas, todos los términos en la diagonal son idénticos existiendo N términos de varianza, además que todos los elementos fuera de la diagonal son idénticos habiendo N(N-1) términos de covarianza.

Ahora podemos expresar la varianza del portafolio como:

$$\sigma_P^2 = N\left(\frac{1}{N^2}\right)\overline{\sigma_P^2} + N(N-1)\left(\frac{1}{N^2}\right)\overline{\sigma_{ij}}$$

$$= \left(\frac{1}{N}\right)\overline{\sigma_P^2} + \left(\frac{N^2 - N}{N^2}\right)\overline{\sigma_{ij}}$$

$$= \left(\frac{1}{N}\right)\overline{\sigma_P^2} + \left(1 - \frac{1}{N}\right)\overline{\sigma_{ij}}$$

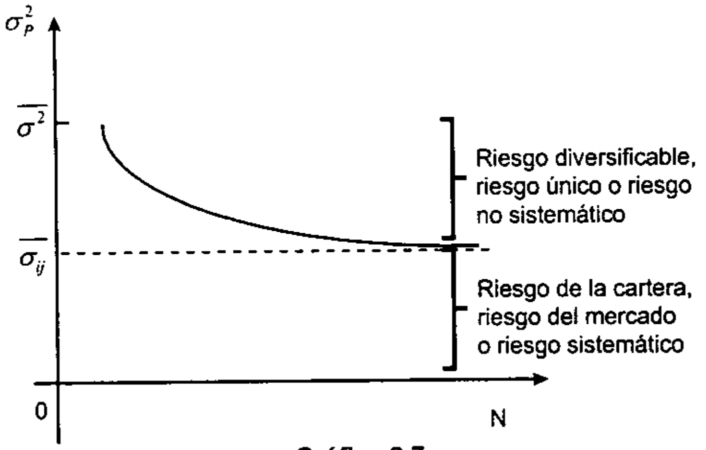
La cual expresa la varianza del portafolio como una suma ponderada de la varianza promedio y la covarianza promedio. Así cuando incrementamos infinitamente el número de títulos, el resultado es:

$$\sigma_P^2(N \to \infty) = \overline{\sigma_{ij}}$$

La varianza del portafolio es la covarianza promedio, lo que diversificamos fueron las varianzas no las covarianzas, el hecho es que podemos diversificar parte de nuestro riesgo, no todo; tal como lo observamos en la gráfica 2.7.

La varianza del portafolio decrece conforme se agregan más títulos pero nunca se puede reducir a cero, se aproxima asintoticamente a la covarianza promedio, el valor de $\overline{\sigma_{ij}}$ recibe el nombre de riesgo sistemático, de mercado o riesgo no diversificable.

Así cada vez es menor la reducción adicional de riesgo que proporciona cada nuevo título que se incorpora al portafolio.

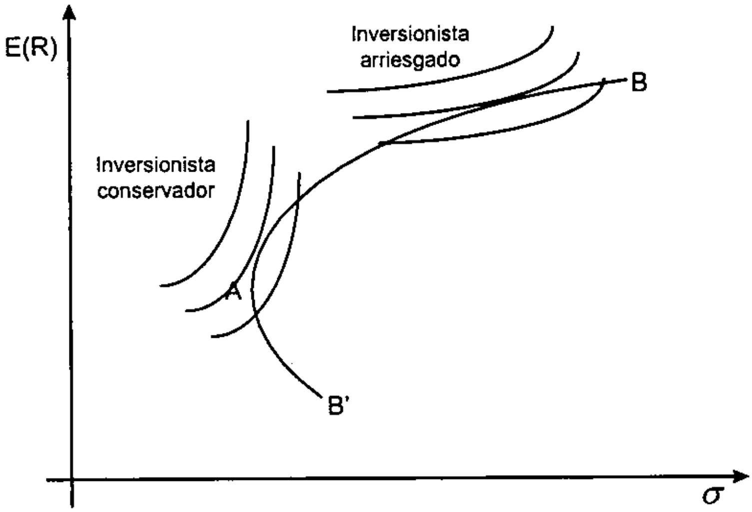


Gráfica 2.7

2.3.5 Preferencias de los inversionistas

Hasta el momento hemos supuesto que los inversionistas buscarán un mayor rendimiento con un menor riesgo, pero no sabemos que cartera preferirán, ya que cada uno tiene diferentes preferencias con respecto al riesgo y al rendimiento; esta diferencia se puede observar en la gráfica 2.8 para dos diferentes inversionistas, un inversionista conservador y otro arriesgado, cada curva representa diferentes combinaciones de riesgo y rendimiento que sean igualmente atractivas para un inversionista, por lo que esta curva se le conoce como curva de indiferencia ya que el inversionista es indiferente a todas las distintas oportunidades que se encuentran sobre la curva en particular.

Cada curva significa un nivel diferente de satisfacción o utilidad, prefiriendo la que se encuentra por arriba de otra, es decir, la más alta posible; pero esto también depende de las oportunidades de inversión, así es que si nos ubicamos en la frontera eficiente, que es la curva de A hasta B, marca las mejores oportunidades de inversión; por lo que un inversionista se ubicará mejor si tiene una cartera donde sea tangente la curva de indiferencia y la frontera eficiente.



Gráfica 2.8

Observemos el grado de inclinación de las curvas de indiferencia, las del inversionista conservador es mayor, lo que refleja una mayor tendencia conservadora, es decir, tiene una aversión al riesgo; mientras que las del arriesgado es menor porque tiene una mayor aceptación al riesgo, esto significa que es más tolerante al riesgo.

2.4 CONSTRUCCIÓN DE LA FRONTERA EFICIENTE

La eficiencia es en el sentido del CMV, es decir, una cartera es eficiente cuando de todas las que tienen su rendimiento esperado es la de mínimo riesgo, o entre las de su clase de riesgo es la de mayor rendimiento esperado.

En esta parte se determinará que proporción del capital se debe asignar a cada uno de los activos que componen el portafolio para lograr la eficiencia; planteando que: dado $E(R_P)$, calcular las proporciones x_i que hacen σ_P^2 mínimo.

Matemáticamente esto es:

Minimizar $$\sigma_P^2 = \sum_{i=1}^{n} x_i^2 \sigma_i^2 + 2\sum_{i=1}^{n}\sum_{j>i}^{n} x_i x_j \sigma_{ij} \qquad \text{(Riesgo)}$$

Sujeto a $$E_{(RP)} = \sum_{i=1}^{n} x_i E_{(Ri)} \qquad \text{(Rendimiento esperado)}$$

y $$\sum_{i=1}^{n} x_i = 1 \qquad \text{(Restricción presupuestaria)}$$

Los datos que se deben tener para realizar el cálculo son el rendimiento esperado $E(R_i)$, la varianza de los rendimientos de cada uno de los activos σ_i^2 y las covarianzas de los rendimientos entre todos los pares de activos σ_{ij}.

Resolviéndose por el método de los Multiplicadores de Lagrange.

La función de Lagrange es:

$$F = \sum_{i=1}^{n} x_i^2 \sigma_i^2 + 2\sum_{i=1}^{n}\sum_{j>i}^{n} x_i x_j \sigma_{ij} + \lambda_1\left(\sum_{i=1}^{n} x_i E_i - E_P\right) + \lambda_2\left(\sum_{i=1}^{n} x_i - 1\right)$$

Desarrollando las sumatorias:

$$F = x_1^2\sigma_1^2 + \ldots + x_n^2\sigma_n^2 + 2(x_1x_2\sigma_{12} + \ldots + x_1x_n\sigma_{1n} + x_2x_3\sigma_{23} + \ldots + x_2x_n\sigma_{2n} + \ldots + x_{n-1}x_n\sigma_{n-1;n}) + \lambda_1(x_1E_1 + \ldots + x_nE_n - E_P) + \lambda_2(x_1 + \ldots + x_n - 1)$$

Derivadas parciales:

$$\frac{\partial F}{\partial x_1} = 2x_1\sigma_1^2 + 2(x_2\sigma_{12} + \ldots + x_n\sigma_{1n}) + \lambda_1E_1 + \lambda_2 = 0$$
$$\frac{\partial F}{\partial x_2} = 2x_2\sigma_2^2 + 2(x_1\sigma_{12} + \ldots + x_n\sigma_{2n}) + \lambda_1E_2 + \lambda_2 = 0$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$
$$\frac{\partial F}{\partial x_n} = 2x_n\sigma_n^2 + 2(x_1\sigma_{1n} + \ldots + x_{n-1}\sigma_{n-1;n}) + \lambda_1E_n + \lambda_2 = 0$$
$$\frac{\partial F}{\partial \lambda_1} = x_1E_1 + x_2E_2 + \ldots + x_nE_n - E_P = 0$$
$$\frac{\partial F}{\partial \lambda_1} = x_1 + x_2 + \ldots + x_n - 1 = 0$$

Dividiendo todos los miembros entre dos, exceptuando a las dos últimas ecuaciones y ordenando sus términos, nos resulta un sistema de n+2 ecuaciones lineales con n+2 incógnitas:

$$\sigma_1^2x_1 + \sigma_{12}x_2 + \ldots + \sigma_{1n}x_n + E_1\frac{\lambda_1}{2} + \frac{\lambda_2}{2} = 0$$
$$\sigma_{12}x_1 + \sigma_2^2x_2 + \ldots + \sigma_{2n}x_n + E_2\frac{\lambda_1}{2} + \frac{\lambda_2}{2} = 0$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$
$$\sigma_{1n}x_1 + \sigma_{2n}x_2 + \ldots + \sigma_n^2x_n + E_n\frac{\lambda_1}{2} + \frac{\lambda_2}{2} = 0$$
$$E_1x_1 + E_2x_2 + \ldots + E_nx_n = E_P$$
$$x_1 + x_2 + \ldots + x_n = 1$$

Matricialmente el sistema es:

$$\begin{bmatrix} \sigma_1^2 & \sigma_{12} & \dots & \sigma_{1n} & E_1 & 1 \\ \sigma_{12} & \sigma_2^2 & \dots & \sigma_{2n} & E_2 & 1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \sigma_{1n} & \sigma_{2n} & \dots & \sigma_n^2 & E_n & 1 \\ E_1 & E_2 & \dots & E_n & 0 & 0 \\ 1 & 1 & \dots & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_n \\ \lambda_1/2 \\ \lambda_2/2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \\ E_P \\ 1 \end{bmatrix}$$

Y en forma reducida:

$$C \bullet X = B$$

Si el determinante de la matriz de coeficientes del sistema lineal es distinto de cero, entonces este sistema tiene una única solución, calculándose como:

$$X = C^{-1}\ B$$

El vector solución X, donde las primeras n componentes son las proporciones x_i que deben invertirse en cada activo para construir un portafolio cuyo rendimiento prefijado esperado es E_P y su riesgo es mínimo, es calculado realizando el producto de la inversa de la matriz de coeficientes por el vector columna de los términos independientes.

De esta forma al variar E_P se obtienen distintos pares $\left(E_P;\sigma_P\right)$ pertenecientes al conjunto de mínimo riesgo; de los cuales algunos son ineficientes, por lo que debemos calcular el portafolio de mínima varianza porque es el que separa al subconjunto ineficiente de la frontera eficiente.

Ahora el problema es calcular las proporciones x_i que hacen σ_P^2 mínimo, independientemente de $E(R_P)$.

La función de Lagrange es:

$$F = \sum_{i=1}^{n} x_i^{2} \sigma_i^2 + 2\sum_{i=1}^{n}\sum_{j>i}^{n} x_i x_j \sigma_{ij} + \lambda\left(\sum_{i=1}^{n} x_i - 1\right)$$

Derivadas parciales:

$$\frac{\partial F}{\partial x_1} = 2x_1\sigma_1^2 + 2(x_2\sigma_{12} + \ldots + x_n\sigma_{1n}) + \lambda = 0$$

$$\frac{\partial F}{\partial x_2} = 2x_2\sigma_2^2 + 2(x_1\sigma_{12} + \ldots + x_n\sigma_{2n}) + \lambda = 0$$

....

$$\frac{\partial F}{\partial x_n} = 2x_n\sigma_n^2 + 2(x_1\sigma_{1n} + \ldots + x_{n-1}\sigma_{n-1;n}) + \lambda = 0$$

$$\frac{\partial F}{\partial \lambda} = x_1 + x_2 + \ldots + x_n - 1 = 0$$

Dividiendo todos los miembros entre dos, exceptuando la última y ordenando sus términos, nos resulta un sistema de n+2 ecuaciones lineales con n+2 incógnitas:

$$\sigma_1^2 x_1 + \sigma_{12} x_2 + \ldots + \sigma_{1n} x_n + \frac{\lambda}{2} = 0$$

$$\sigma_{12} x_1 + \sigma_2^2 x_2 + \ldots + \sigma_{2n} x_n + \frac{\lambda}{2} = 0$$

....

$$\sigma_{1n} x_1 + \sigma_{2n} x_2 + \ldots + \sigma_n^2 x_n + \frac{\lambda}{2} = 0$$

$$x_1 + x_2 + \ldots + x_n = 1$$

Matricialmente es un sistema de n+1 ecuaciones lineales con n+1 incógnitas:

$$\begin{bmatrix} \sigma_1^2 & \sigma_{12} & \ldots & \sigma_{1n} & 1 \\ \sigma_{12} & \sigma_2^2 & \ldots & \sigma_{2n} & 1 \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ \sigma_{1n} & \sigma_{2n} & \ldots & \sigma_n^2 & 1 \\ 1 & 1 & \ldots & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \ldots \\ x_n \\ \lambda/2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \ldots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Y en forma reducida:

$$C^* \bullet X^* = B^*$$

Si el determinante de la matriz de coeficientes del sistema es distinto de cero, entonces tiene solución única, calculándose en función de la inversa de la matriz C* y el vector columna B*, como:

$$X^* = C^{-1}\ B^*$$

Por otro lado, algunas de las proporciones x_i que deben invertirse en cada activo para construir un portafolio pueden salir negativas, esto puede parecer extraño ya que hasta ahora sólo son factibles los portafolios en que las proporciones a invertir sean positivas o nulas.

Sin embrago estas proporciones negativas son posibles basadas en la explicación de "venta en corto"; esto es, que la cantidad negativa representa la parte del capital inicial que se ha vendido de un activo, pero los fondos obtenidos de esa venta en corto se han invertido en los otros activos del portafolio. De manera que el capital inicial queda igual.

En algunos casos se presentan regulaciones normativas de los mercados financieros que limitan o prohiben las ventas en corto, por ejemplo en el manejo de fondos comunes de inversión; por lo que debemos adaptar a este escenario, una técnica que permite calcular la frontera eficiente en este caso, nos dice que se debe eliminar de los portafolios los activos que tengan proporciones negativas, para esto se reduce en una unidad la dimensión de la matriz C del sistema, suprimiendo la fila y la columna correspondiente al activo cuya proporción es negativa; después se resuelve el sistema lineal resultante por el método descrito anteriormente.

2.4.1 Combinación de inversiones en activos de riesgo con activos de rendimiento cierto

Ahora se considera la posibilidad de invertir en algún activo sin riesgo (rendimiento cierto), como por ejemplo los Cetes; aunque la certeza de los rendimientos no incluye la inflación y su posesión es hasta el vencimiento.

Se utilizará el símbolo R_L para el rendimiento cierto del activo sin riesgo L; donde su desviación estándar es igual a cero $(\sigma_L = 0)$, ya que R_L no es una variable aleatoria sino constante. De ahí que $E(R_L) = E_L = R_L$.

El inversor colocará la proporción x_A de su capital en un portafolio de riesgo y eficiente A, y el resto $1\text{-}x_A$ en el activo sin riesgo L. Donde la relación riesgo-rendimiento esperado de las distintas combinaciones de estos activos es de tipo lineal, veamos:

Rendimiento esperado del portafolio: $E_P = (1 - x_A)R_L + x_A E_A$

La varianza es: $\sigma_P^2 = (1 - x_A)^2 \sigma_L^2 + x_A{}^2 \sigma_A^2 + 2x_A x_L \rho_{AL} \sigma_A \sigma_L$

Teniendo en cuanta que $\sigma_L = 0$: $\sigma_P^2 = x_A{}^2 \sigma_A^2$

Dado que $x_A \geq 0$: $\sigma_P = x_A \; \sigma_A$

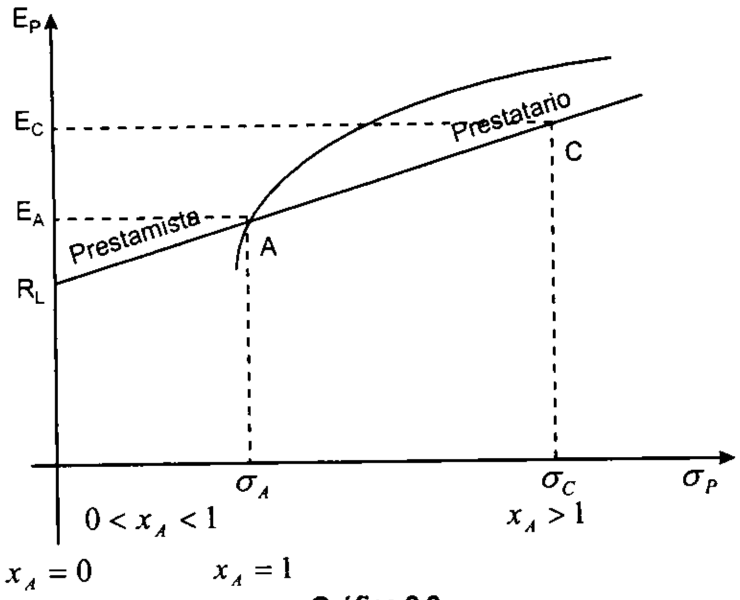
Despejando: $x_A = \dfrac{\sigma_P}{\sigma_A}$

Sustituyendo en E_P: $E_P = \left(1 - \dfrac{\sigma_P}{\sigma_A}\right) R_L + \dfrac{\sigma_P}{\sigma_A} E_A$

Lo que se puede expresar como: $E_P = \dfrac{E_A - R_L}{\sigma_A} \sigma_P + R_L$

Esta es la ecuación de una recta de pendiente $\left[E_A - R_L\right] / \sigma_A$ y su ordenada al origen es R_L. Dado que $E_A > R_L$, la pendiente es positiva por lo que el rendimiento esperado es creciente con el riesgo; a un riesgo $\sigma_P = 0$ le corresponde el rendimiento cierto R_L, como lo muestra la gráfica 2.9.

Variando la proporción a invertir x_A en el portafolio eficiente de riesgo A se obtienen puntos de esa recta, que representan distintas carteras que combinan la inversión a riesgo con la inversión de rendimiento cierto. Si es x_A=1 , utilizando las fórmulas obtenidas anteriormente $E_P = E_A$ y $\sigma_P = \sigma_A$.



Gráfica 2.9

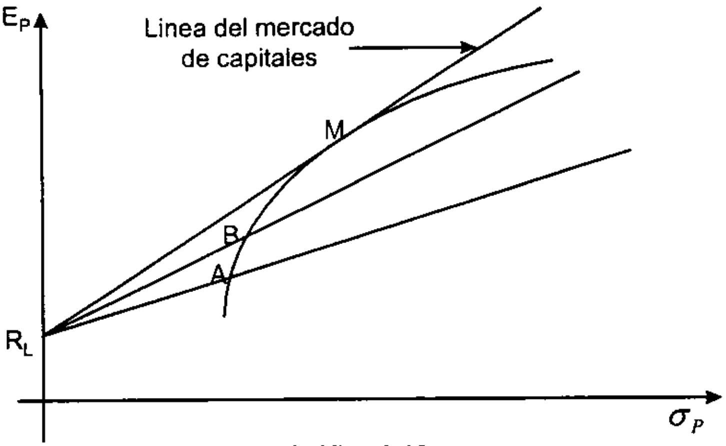
Si $0 < x_A < 1$, es decir, se realizan combinaciones en que una proporción x_A del capital se invierte a riesgo en el portafolio A y el saldo $1\text{-}x_A$ se coloca a la tasa cierta R_L, se obtienen carteras representadas por los puntos pertenecientes al segmento $\overline{R_L A}$. Donde se dice que el inversionista se encuentra en una posición de prestamista a la tasa R_L.

Si suponemos que además de invertir o prestar a la tasa R_L, también se pueden tomar prestamos a la misma tasa, entonces tenemos una explicación de los valores x_A mayores a 1. De esta forma la proporción a invertir a la tasa R_L es negativa, es decir, se tomó un préstamo a la tasa R_L, por un importe de la misma proporción negativa y con el mismo se ha palanqueado la inversión en el portafolio de riesgo A, aumentándola en esa misma proporción.

Esto esta representado en la gráfica 2.9 por el punto C, en general todos los puntos pertenecientes al segmento $\overline{AC}$ (excepto A) representan combinaciones formadas mediante una toma de fondos a la tasa R_L que se utiliza para palanquear una inversión en el portafolio eficiente de riesgo A, invirtiendo más capital del que se tenía originalmente. Lo que ubica al inversionista en una posición de prestatario a la tasa R_L.

Por lo que todas las posibles combinaciones de inversión en un portafolio eficiente de riesgo y un activo sin riesgo, están representados por una recta de origen R_L que pasa por el punto correspondiente al portafolio de riesgo A; si observamos la gráfica 2.10, resulta que las combinaciones representadas por los puntos del segmento $\overline{R_L B}$ son preferidos a los del segmento $\overline{R_L A}$, pues para el mismo riesgo ofrecen un mayor rendimiento; pero las combinaciones factibles eficientes serán aquellas que pertenecen al segmento $\overline{R_L M}$, dado que para cualquier nivel de riesgo ofrecen el mayor rendimiento posible, siendo esta la frontera eficiente.

Así, esta línea es tangente al conjunto eficiente de títulos arriesgados, ofreciendo las mejores oportunidades posibles al inversionista, de esta manera se puede considerar a esta línea, conocida como la **línea del mercado de capitales (CML)**, como el conjunto eficiente de todos los activos, tanto arriesgados como sin riesgos.



Gráfica 2.10

Un inversionista con aversión al riesgo repartirá sus fondos colocando una parte de ellos a la tasa cierta y el resto en el portafolio de riesgo M, seleccionando un punto entre R_L y M; el inversor más arriesgado tomará prestado a la tasa cierta para palanquear su inversión de riesgo en M, seleccionando un punto más allá de M; esto establece el ***Teorema de Separación***; donde en una combinación constituida por activos de riesgo y sin riesgo, el inversionista toma dos decisiones por separado:

a) Encontrar el portafolio óptimo formado exclusivamente por activos de riesgo.

b) Determinar la mezcla óptima entre el portafolio de riesgo óptimo y el activo sin riesgo.

La parte a) es objetiva, ya que todos los inversionistas coinciden en la elección del mismo portafolio óptimo (expectativas homogéneas), mientras que la

b) es subjetiva pues la elección de la combinación óptima depende de las preferencias individuales.

Para determinar el portafolio de riesgo óptimo M se necesita maximizar la pendiente de la recta, esta es: $m = \dfrac{E_A - R_L}{\sigma_A}$; sujeto a la restricción presupuestaria: $\sum_{i=1}^{n} x_i = 1$.

Después del proceso matemático correspondiente, los valores $x_1,\ldots,x_n$ de las proporciones a invertir en los n activos considerados para determinar el portafolio óptimo M que corresponde a la máxima pendiente m de la recta, requieren para su cálculo la resolución del siguiente sistema lineal, expresado matricialmente:

$$\begin{bmatrix} \sigma_1^2 & \sigma_{12} & \ldots & \sigma_{1n} \\ \sigma_{12} & \sigma_2^2 & \ldots & \sigma_{2n} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ \sigma_{1n} & \sigma_{2n} & \ldots & \sigma_n^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ \ldots \\ z_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_1 - R_L \\ E_2 - R_L \\ \ldots \\ E_n - R_L \end{bmatrix}$$

Su forma reducida es:

$$V \bullet Z = E - R$$

Donde V es la matriz de varianzas y covarianzas, Z es el vector columna de incógnitas auxiliares que permitirán el cálculo de las proporciones buscadas y E-R es el vector columna de excesos de rendimiento esperado; la solución sería:

$$Z = V^{-1}(E - R)$$

El vector de las proporciones óptimas X se determina mediante la fórmula:

$$X = \frac{1}{\sum_{i=1}^{n} z_i} \bullet Z$$

Una vez obtenidas las proporciones a invertir en cada activo, se puede calcular el rendimiento esperado y la desviación estándar de esta cartera M:

$$E_M = \sum_{i=1}^{n} x_i E_i \quad \text{y} \quad \sigma_M^2 = \sum_{i=1}^{n} x_i^2 \sigma_i^2 + 2\sum_{i=1}^{n}\sum_{j>i}^{n} x_i x_j \sigma_{ij}$$

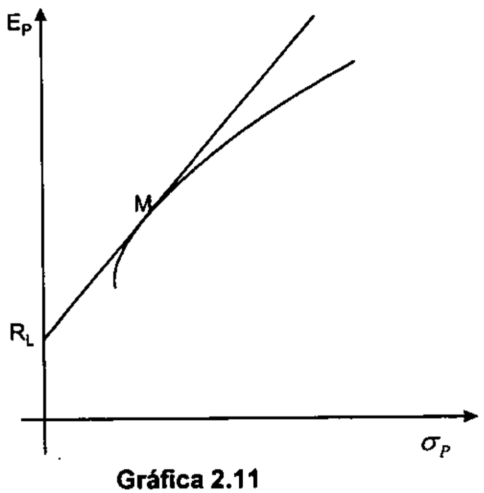
De tal forma que calculados estos, podemos obtener los pares (E_P, σ_P) de la frontera eficiente los cuales se calculan mediante la sustitución de E_M y σ_M^2 en la siguiente formula:

$$E_P = \frac{E_M - R_L}{\sigma_M} \sigma_P + R_L$$

El único portafolio eficiente constituido por activos de riesgo es M, ya que si se calculan los rendimientos esperados mediante la fórmula anterior combinando inversiones en el portafolio de riesgo M con otras a tasa cierta, se obtienen mayores rendimientos esperados que cuando solo se utilizan activos de riesgo, exceptuando a M, tal como se muestra la gráfica 2.11.

La frontera eficiente de títulos de riesgo es dominada por la frontera eficiente que hemos obtenido; así, la única cartera de riesgo que no está dominada es la cartera M, ***la cartera de mercado***.

Sólo M está constituida por activos de riesgo, de esta forma si el inversor coloca todos sus fondos o parte de ellos a la tasa cierta R_L y el resto en el portafolio M, estará creando una cartera representada por algún punto del segmento R_LM (menos M) de la gráfica 2.11, en este caso el inversor esta en una posición de prestamista, como se había descrito ya en la gráfica 2.9; por lo que si el inversor coloca en el portafolio M una cantidad mayor a la de su propio capital, financiando el exceso con una toma de fondos a la tasa cierta, la cartera construida estará en algún punto más allá de M, colocando al inversor en una posición de prestatario.



Gráfica 2.11

Sí suponemos que todos los inversionistas tienen el mismo horizonte de decisión y perciben el mismo conjunto factible de oportunidades de inversión, entonces todos concuerdan con la misma frontera eficiente; por lo que la CML será la frontera eficiente de equilibrio y todos los inversionistas desearán conservar a M como su cartera de riesgo.

Por lo que si verificamos el teorema de separación, nos dice que el portafolio de riesgo óptimo será el mismo para todos los inversores del mercado, después en una segunda etapa, cada inversor obtendrá su máxima satisfacción subjetiva combinando una inversión en el portafolio M con una colocación o toma de fondos a la tasa cierta.

El portafolio M recibe el nombre de cartera de mercado, porque en equilibrio debe incluir a cada uno de los valores en el mercado, ponderándose cada valor en la cartera de modo proporcional a su valor del mercado.

En la práctica se utiliza un índice de base amplia como el IPyC de la Bolsa Mexicana de Valores, como una representación de la cartera de mercado.

2.5 EL MODELO DE VALUACION DE LOS ACTIVOS DE CAPITAL (CAPM)

2.5.1 El coeficiente Beta

Como ya se había expuesto el riesgo de la cartera depende en gran parte del grado de correlación; ahora consideremos una cartera de dos activos compuesta por la cartera de mercado como uno de los activos y un valor individual como el segundo activo.

Si añadimos a la cartera el valor individual, su aportación al riesgo de la cartera de mercado dependerá casi exclusivamente del grado de correlación entre los rendimientos del valor individual y de la cartera de mercado.

Es así como Beta mide el riesgo de un valor o de una cartera al examinar la correlación entre el valor o la cartera, por una parte, y la del mercado, por la otra.

$$\beta_i = \frac{Cov(R_i , R_M)}{\sigma^2(R_M)}$$

Donde $\sigma^2(R_M)$ es la varianza del mercado. Beta mide la sensibilidad de un cambio de la rentabilidad de un título individual al cambio de la rentabilidad del mercado, es decir, mide el riesgo sistemático o no diversificable.

Consideremos un ejemplo con los datos del cuadro 2.5.

Estado	Tipo de economía	Rentabilidad del mercado (%)	Rentabilidad del título i (%)
1	alza	15	25
2	alza	15	15
3	baja	-5	-5
4	baja	-5	-15

Cuadro 2.5

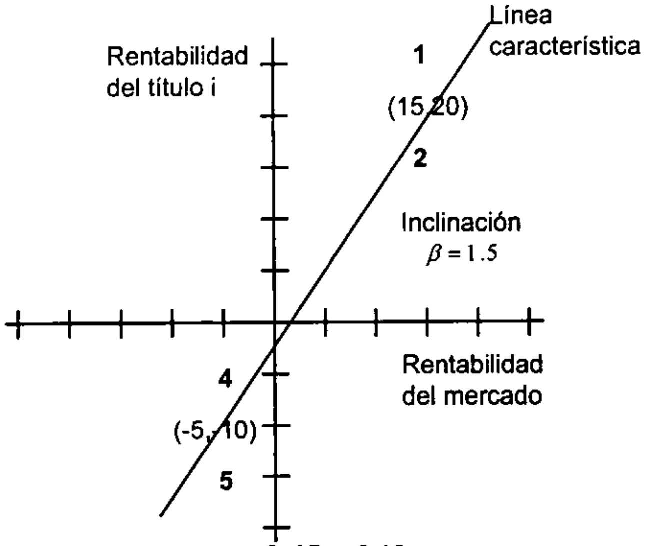
La rentabilidad del mercado sólo tiene dos resultados posibles mientras que la rentabilidad del título i tiene cuatro, obtengamos la rentabilidad esperada del título teniendo en cuenta una rentabilidad del mercado:

Tipo de economía	Rentabilidad del mercado (%)	Rentabilidad esperada del título i (%)
alza	15	20 = 25(1/2)+15(1/2)
baja	-5	-10 = -5(1/2)+(-15)(1/2)

Cuadro 2.6

El grado de sensibilidad de un título a los movimientos del mercado la podemos calcular de la siguiente forma: La rentabilidad del mercado en una economía al alza es del 20% más alta que en una economía a la baja $[15-(-5)]$, mientras que la rentabilidad esperada del título i en una economía al alza es del

30% más alta que en una economía a la baja $[20-(-10)]$. Así el título i tiene un coeficiente de sensibilidad de 1.5 $(30/20)$.



Gráfica 2.12

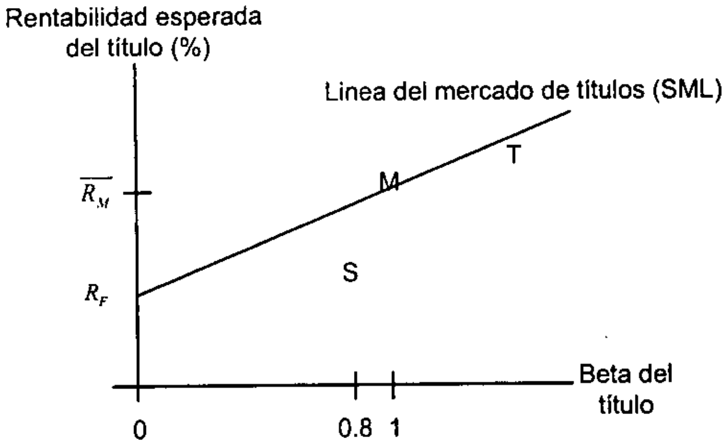
Como se aprecia en la gráfica 2.12 presentamos la **línea característica** del título, la cual es la unión de los puntos representados por la rentabilidad esperada de un título para cada una de las dos rentabilidades posibles del mercado; la inclinación es de 1.5, este coeficiente de sensibilidad es la Beta.

La explicación es que las rentabilidades del título i se incrementan 1.5 veces más que las del mercado; cuando el mercado tenga un buen comportamiento se espera que las acciones del título i se comporten aún mejor, pero cuando el comportamiento del mercado sea a la baja se espera que sea peor.

La inclusión de un título con beta positiva contribuye al riesgo de la cartera, como en este caso, mientras que la integración de un título de beta negativa reduce el riesgo de la cartera.

Ahora veamos la relación que tiene la rentabilidad esperada de un título con su beta, observemos la gráfica 2.13, la línea de pendiente positiva se llama **línea del mercado de títulos (SML)**, de donde podemos señalar los siguientes puntos:

- *Una beta de cero* tiene una rentabilidad esperada que es igual a la tasa sin riesgo R_L, ya que una beta de cero no presenta riesgo.
- *Una beta de uno*; la beta promedio de todos los títulos es 1 cuando se pondera de acuerdo con la proporción del valor de mercado de cada título comparado con el de la cartera de mercado. Así tenemos que la beta de la cartera de mercado es 1, se forma ponderando cada título de acuerdo con su valor de mercado, es por eso que la rentabilidad esperada de cualquier título con beta de 1 es $\overline{R_M}$, la rentabilidad esperada de la cartera de mercado.
- *Linealidad*, para demostrar que la línea del mercado de títulos es una recta considere los títulos S y T de la gráfica 2.13, son acciones que se hallan por debajo de la SML, ningún inversionista tendría estas acciones por estar dominadas por la SML, los precios de sus acciones se ajustarían hasta que sus rentabilidades esperadas alcancen la línea; si SML fuera curvilínea, muchas acciones estarían subvaluadas, para equilibrar todos los títulos es necesario que la SML sea recta.



Gráfica 2.13

2.5.2 El modelo CAPM

El modelo CAPM supone:

- Los inversionistas son adversos al riesgo y buscan maximizar el valor esperado de los rendimientos, tomando sus decisiones en base al valor medio y a la desviación estándar de la distribución de probabilidades de los rendimientos.
- Los inversionistas tienen el mismo horizonte de decisión.
- En el mercado hay competencia perfecta. No existen costos de transacción ni impuestos; la información es gratuita y al alcance de todos, además se pueden endeudar o tomar fondos a la misma tasa cierta sin limitaciones.
- Existe homogeneidad en las expectativas y en el conjunto de inversiones factibles.

Ahora veremos que el rendimiento esperado de cualquier activo está relacionado con el índice de mercado en forma lineal:

$$E_i = \alpha_i + \beta_i E_M$$

El inversor requerirá un premio sobre la tasa cierta R_L por invertir en un activo de riesgo; siendo igual a la diferencia entre el rendimiento esperado de su inversión en riesgo y el de una inversión sin riesgo:

$$E_i - R_L$$

Por lo que ahora debemos encontrar la relación de equilibrio entre el premio exigido en el mercado por invertir en un activo de riesgo y el que ofrece la cartera de mercado; esto es:

$$\underbrace{E_i - R_L}_{\substack{\text{Premio al riesgo} \\ \text{por invertir en i}}} = \beta_i \underbrace{\left(E_M - R_L\right)}_{\substack{\text{Premio al riesgo} \\ \text{por invertir en M}}}$$

Podemos observar que el premio al riesgo del activo i es directamente proporcional a la beta de ese activo, y que el factor de proporcionalidad es el premio al riesgo de la cartera de mercado.

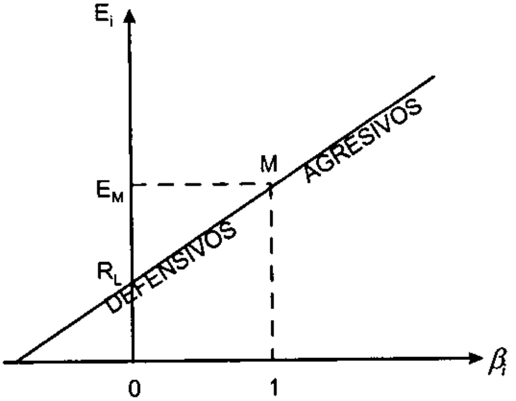
Estamos mostrando que β_i es una medida de sensibilidad con que el rendimiento esperado del activo i responde a cambios en el rendimiento esperado de la cartera de mercado.

En conclusión: en equilibrio el premio requerido para colocar fondos en el activo i es mayor en cuanto mayor sea su sensibilidad a los cambios de mercado, o lo que es igual, entre mayor sea su riesgo no diversificable.

Despejando E_i, tenemos la línea del mercado de títulos (SML):

$$E_i = R_L + \beta_i\left(E_M - R_L\right)$$

Que como se observa en la gráfica 2.14, la SML es el lugar geométrico de los puntos que representa en equilibrio todos los activos de riesgo de mercado, sean estos títulos individuales o carteras formadas de ellos. Los títulos o carteras con una beta mayor a 1 se les llama agresivos, por responder de forma mayor a las variaciones del mercado; mientras que los de beta menor a 1 se les denomina defensivos porque amortiguan las variaciones del mercado



Gráfica 2.14

De acuerdo a este modelo, el rendimiento esperado de un valor depende de la tasa libre de riesgo, el riesgo sistemático del valor (beta), y el precio de mercado del riesgo. Para que un inversionista decida tener un título con riesgo, este deberá tener una rentabilidad esperada lo suficientemente atractiva para compensar su riesgo; existiendo una relación positiva entre la rentabilidad esperada del título con su Beta.

Al comparar la línea del mercado de capitales (CML) y la del mercado de títulos (SML), podemos comentar los siguientes puntos:

- La medida de riesgo de la CML es la desviación estándar, una medida de riesgo total, mientras que la medida de riesgo de la SML es beta, una medida de riesgo sistemático.
- Estando en equilibrio, sólo las carteras completamente diversificadas descansarán sobre CML, mientras que los valores individuales estarán trazados por debajo de CML. Para la SML, todos los valores y todas las carteras se encontrarán exactamente sobre SML.

CAPITULO 3

APLICACIÓN DE LA TEORIA DE LA CARTERA A INSTRUMENTOS DEL MERCADO DE VALORES MEXICANO

3.1 INTRODUCCION

Es el momento de aplicar la teoría de la cartera expuesta en el capitulo 2 a los instrumentos del Mercado de Valores Mexicano seleccionados en el capitulo 1, por lo que tomariamos a este capitulo como la conexión entre los dos primeros, dándole a la teoría un aspecto más realista y comprobando su aplicación.

Los portafolios que se pueden crear con 10 acciones son demasiados por lo que basándonos en la teoria sólo buscaremos los portafolios eficientes, por lo que el primer paso será encontrar el portafolio de mínimo riesgo, así diferenciaremos los portafolios eficientes de los ineficientes.

La solución de los sistemas lineales planteados en el capitulo 2 para encontrar los conjuntos de mínimo riesgo se hicieron bajo el cálculo matricial, implicando una gran cantidad de cálculos numéricos, lo que hizo necesario utilizar un programa de computadora (hoja de cálculo Excel), pero con el fin de no llenar este capitulo de todas las operaciones realizadas, se presentan sólo al principio todos los pasos para obtener los primeros portafolios y después sólo los resultados.

Una vez calculado el conjunto de mínima varianza para el grupo de 10 acciones, se comprueba que se obtienen portafolios con riesgos menores a los de las acciones que los componen. Por lo que el siguiente paso es calcular portafolios con un número menor de acciones, donde todos estos portafolios pertenecerán a una frontera eficiente, dependiendo del número de acciones con que estén formados.

De esta forma clasificaremos 5 grupos (10, 9-A, 9-B, 8-A, 7-A) de portafolios, cada uno con su respectivo conjunto de mínima varianza, donde observaremos que entre más diversifiquemos nuestra inversión obtendremos un riesgo menor; aunque no sólo por el hecho de aumentar el número de activos se disminuirá el riesgo, ignorándose el efecto del signo de las covarianzas; por ejemplo, al tomar dos grupos de portafolios que tengan el mismo número de activos la diferencia será el signo de las covarianzas, veremos que el menor riesgo lo tendrán los portafolios con covarianzas negativas.

Después en lugar de solamente incluir activos de riesgo en las carteras se agregará un activo libre de riesgo, por lo que aumentará enormemente la oportunidad de los inversionistas ya que los colocará en una mejor situación a la que se encontraban en un mercado solamente con activos de riesgo. Encontrando así el portafolio de riesgo óptimo M (cartera de mercado) podemos comparar otras oportunidades de inversión, colocando al inversor en posición de prestamista o de prestatario.

Aplicaremos el modelo CAPM a los títulos comprobando que es un modelo general que expresa la tasa de equilibrio del rendimiento esperado para un activo como una función de sus características inherentes de riesgo. Donde el rendimiento esperado que se requiera para invertir el capital en una acción dependerá del coeficiente Beta de esa acción.

De esta forma comprobaremos si existe alguna posibilidad de mejorar el riesgo y el rendimiento que presentan las acciones individualmente; al final del capitulo presentaremos las conclusiones a las que se han llegado en este trabajo.

3.2 CREACION DE PORTAFOLIOS DE INVERSION

Los portafolios que podemos construir pueden ser bastantes, estos entrarían en el conjunto de portafolios factibles, pero es más importante conocer el conjunto de mínima varianza o conjunto de mínimo riesgo, porque un subconjunto de este es la frontera eficiente.

Según el criterio de la media-varianza (CMV) las carteras eficientes son aquellas que entre las de su clase de rendimiento es la de mínimo riesgo, o entre las de su clase de riesgo es la de mayor rendimiento.

No necesitamos construir una infinidad de portafolios, lo que necesitamos es el conjunto donde cada uno de sus puntos no sea dominado por algún otro, según el CMV, este conjunto es la frontera eficiente.

De esta forma lo que haremos será determinar las proporciones que se deberán invertir en cada activo para lograr que los portafolios sean eficientes, de acuerdo a los planteado en el capitulo 2.

Cuadro 3.1

Número	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Activo	BANACCI B	BIMBO A	CEMEX A	DINA	GCARSO A1	GFINBUR A	GMODELO C	ICA	KIMBER A	TLEVISA CPO
Rendimiento Esperado	0.00034	0.00195	0.00091	0.00468	0.00183	0.00058	0.00176	-0.00281	-0.00238	0.00125
Desviación Estándar	0.02789	0.01634	0.01696	0.04713	0.02432	0.01659	0.02099	0.06060	0.05749	0.02205
Varianza	0.00078	0.00027	0.00029	0.00222	0.00059	0.00028	0.00044	0.00367	0.00330	0.00049

Para lo que tomaremos los estimadores calculados en el capitulo 1, en donde basándonos en los rendimientos diarios de las acciones, obtuvimos su rendimiento esperado, la desviación estándar y las varianzas, como lo podemos observar en el cuadro 3.1; con estos datos además de las covarianzas entre los rendimientos de los títulos se podrán hacer los cálculos necesarios.

3.2.1 Portafolio de mínimo riesgo

Comenzaremos por calcular el portafolio de mínimo riesgo con la finalidad de saber que puntos del conjunto de mínimo riesgo pertenecen a la frontera eficiente y cuales pertenecen al conjunto ineficiente.

El cálculo del portafolio de mínimo riesgo será con las diez acciones ya que como se verá más adelante, de todas las combinaciones posibles con las diez acciones o menos, este es el portafolio con el menor riesgo posible.

Como se explico en el capitulo 2 el sistema de ecuaciones lineales que nos permitirá calcular las proporciones x_i que hacen el riesgo mínimo, independientemente del rendimiento esperado, expresado matricialmente en forma sintéticamente, es

$$C^* \bullet X^* = B^*$$

Otra forma de presentar la expresión matricial del sistema es:

$$\begin{array}{ccccc} & & \text{MATRIZ} & & \text{MATRIZ} \\ & & X^* & & B^* \\ \left[\text{MATRIZ } C^*\right] & & \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \\ x_7 \\ x_8 \\ x_9 \\ x_{10} \\ \lambda_2 \end{bmatrix} & = & \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \end{array}$$

donde la matriz C* equivale a:

MATRIZ C*

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
0.00078	0.000145	0.000189	0.000299	0.000236	0.000116	0.000253	0.000541	0.000260	0.000226	1
0.000145	**0.00027**	0.000089	0.000158	0.000121	0.000032	0.000091	0.000108	0.000051	0.000105	1
0.000189	0.000089	**0.00029**	0.000079	0.000085	0.000052	0.000084	0.000128	0.000047	0.000089	1
0.000299	0.000158	0.000079	**0.00222**	0.000307	0.000005	0.000108	0.000349	0.000138	0.000241	1
0.000236	0.000121	0.000085	0.000307	**0.00059**	0.000005	0.000238	0.000364	0.000365	0.000232	1
0.000116	0.000032	0.000052	0.000005	0.000005	**0.00028**	0.000035	-0.000012	-0.000042	0.000033	1
0.000253	0.000091	0.000084	0.000108	0.000238	0.000035	**0.00044**	0.000384	0.000216	0.000174	1
0.000541	0.000108	0.000128	0.000349	0.000364	-0.000012	0.000384	**0.00367**	0.000329	0.000283	1
0.000260	0.000051	0.000047	0.000138	0.000365	-0.000042	0.000216	0.000329	**0.00330**	0.000159	1
0.000226	0.000105	0.000089	0.000241	0.000232	0.000033	0.000174	0.000283	0.000159	**0.00049**	1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0

Las filas y las columnas de la 1 a la 10 son la matriz de varianzas y covarianzas.

La solución a este sistema matricial expresado sintéticamente es

$$X^* = C^{*-1} \bullet B^*$$

donde la matriz inversa C^{*-1} es igual a:

MATRIZ INVERSA C^{*-1}

2021.68	-73.81	-560.30	-115.46	-72.97	-298.05	-464.27	-160.68	-52.93	-223.21	-0.10
-73.81	4177.17	-1414.00	-193.99	-528.62	-940.50	-519.11	34.17	-2.70	-538.64	0.25
-560.30	-1414.00	3928.82	11.51	-149.91	-1092.01	-348.93	-0.75	-17.57	-356.87	0.23
-115.46	-193.99	11.51	509.78	-195.69	11.91	108.33	-12.81	8.32	-131.91	0.02
-72.97	-528.62	-149.91	-195.69	2656.02	96.14	-894.95	-62.31	-183.12	-664.59	0.04
-298.05	-940.50	-1092.01	11.91	96.14	2904.73	-459.29	84.78	10.50	-318.21	0.35
-464.27	-519.11	-348.93	108.33	-894.95	-459.29	3320.92	-159.87	-73.24	-509.58	0.11
-160.68	34.17	-0.75	-12.81	-62.31	84.78	-159.87	321.22	-0.53	-43.22	0.01
-52.93	-2.70	-17.57	8.32	-183.12	10.50	-73.24	-0.53	325.95	-14.70	0.02
-223.21	-538.64	-356.87	-131.91	-664.59	-318.21	-509.58	-43.22	-14.70	2800.93	0.08
-0.10	0.25	0.23	0.02	0.04	0.35	0.11	0.01	0.02	0.08	0.00

De esta forma las proporciones a invertir en cada acción, para obtener el portafolio de mínimo riesgo son las siguientes:

	$X^* = (C^{*-1})(B^*)$
x_1	-0.1013292
x_2	0.2461418
x_3	0.2321497
x_4	0.0152777
x_5	0.0392922
x_6	0.3500360
x_7	0.1140561
x_8	0.0055689
x_9	0.0219762
x_{10}	0.0768305
$\lambda/2$	-0.0001103

Una vez que obtuvimos estos, el rendimiento esperado y la varianza de este portafolio se calculan con las fórmulas planteadas en el capitulo 2.

$$E_P = \sum_{i=1}^{n} x_i E_i \quad \text{y} \quad \sigma_P^2 = \sum_{i=1}^{n} x_i^2 \sigma_i^2 + 2\sum_{i=1}^{n}\sum_{j>i}^{n} x_i x_j \sigma_{ij}$$

En el cuadro 3.2 se observa como en base a la fórmula anterior para el rendimiento esperado del portafolio se hacen los cálculos para obtener este.

Cuadro 3.2
RENDIMIENTO ESPERADO DEL PORTAFOLIO

ACTIVO	Xi	Ei	(Xi) (Ei)
1	-0.1013292	0.00034	-0.000034
2	0.2461418	0.00195	0.000479
3	0.2321497	0.00091	0.000212
4	0.0152777	0.00468	0.000071
5	0.0392922	0.00183	0.000072
6	0.3500360	0.00058	0.000204
7	0.1140561	0.00176	0.000201
8	0.0055689	-0.00281	-0.000016
9	0.0219762	-0.00238	-0.000052
10	0.0768305	0.00125	0.000096
	SUMA		**0.0012329**

Cuadro 3.3
VARIANZA DEL PORTAFOLIO

PRIMERA PARTE

x_i	x_i^2	VAR	x_i^2 (VAR)
-0.10133	0.01027	0.00078	7.99E-06
0.24614	0.06059	0.00027	1.62E-05
0.23215	0.05389	0.00029	1.55E-05
0.01528	0.00023	0.00222	5.18E-07
0.03929	0.00154	0.00059	9.13E-07
0.35004	0.12253	0.00028	3.37E-05
0.11406	0.01301	0.00044	5.73E-06
0.00557	0.00003	0.00367	1.14E-07
0.02198	0.00048	0.00330	1.60E-06
0.07683	0.00590	0.00049	2.87E-06
-0.00011	0.00000		
	SUMA		**0.00008511**

SEGUNDA PARTE

(xi)(xj)	COV	2(xixj COV)
-0.02494	0.00015	-7.2E-06
-0.02352	0.00019	-8.9E-06
-0.00155	0.00030	-9.3E-07
-0.00398	0.00024	-1.9E-06
-0.03547	0.00012	-8.3E-06
-0.01156	0.00025	-5.9E-06
-0.00056	0.00054	-6.1E-07
-0.00223	0.00026	-1.2E-06
-0.00779	0.00023	-3.5E-06
SUMA		**-3.8E-05**

(xi)(xj)	COV	2(xixj COV)
0.05714	0.00009	1.0E-05
0.00376	0.00016	1.2E-06
0.00967	0.00012	2.3E-06
0.08616	0.00003	5.5E-06
0.02807	0.00009	5.1E-06
0.00137	0.00011	3.0E-07
0.00541	0.00005	5.6E-07
0.01891	0.00011	4.0E-06
		2.9E-05

(xi)(xj)	COV	2(xixj COV)
0.00355	0.00008	5.6E-07
0.00912	0.00009	1.6E-06
0.08126	0.00005	8.4E-06
0.02648	0.00008	4.5E-06
0.00129	0.00013	3.3E-07
0.00510	0.00005	4.8E-07
0.01784	0.00009	3.2E-06
		1.9E-05

(xi)(xj)	COV	2(xixj COV)
0.00060	0.00031	3.7E-07
0.00535	0.00000	4.8E-08
0.00174	0.00011	3.8E-07
0.00009	0.00035	5.9E-08
0.00034	0.00014	9.3E-08
0.00117	0.00024	5.6E-07
SUMA		**1.5E-06**

(xi)(xj)	COV	2(xixj COV)
0.01375	0.00001	1.4E-07
0.00448	0.00024	2.1E-06
0.00022	0.00036	1.6E-07
0.00086	0.00037	6.3E-07
0.00302	0.00023	1.4E-06
		4.5E-06

(xi)(xj)	COV	2(xixj COV)
0.03992	0.00004	2.8E-06
0.00195	-0.00001	-4.6E-08
0.00769	-0.00004	-6.5E-07
0.02689	0.00003	1.8E-06
		3.9E-06

(xi)(xj)	COV	2(xixj COV)
0.00064	0.00038	4.9E-07
0.00251	0.00022	1.1E-06
0.00876	0.00017	3.0E-06
SUMA		**4.6E-06**

(xi)(xj)	COV	2(xixj COV)
0.00012	0.00033	8.1E-08
0.00043	0.00028	2.4E-07
		3.2E-07

(xi)(xj)	COV	2(xixj COV)
0.00169	0.00016	5.4E-07
		5.4E-07

SUMA TOTAL DE LA SEGUNDA PARTE 0.00002517

VARIANZA DEL PORTAFOLIO 0.00008511+ 0.00002517 = 0.00011028

DESVIACION ESTANDAR 0.01050153

Lo mismo para calcular la varianza, sólo que ahora se elaboró el cuadro 3.3 donde se presenta paso a paso todas las operaciones, dividiendo el calculo en la primera parte que es igual a $\sum_{i=1}^{n} x_i^2 \sigma_i^2$ y la segunda que equivale a $2\sum_{i=1}^{n}\sum_{j>i}^{n} x_i x_j \sigma_{ij}$.

EL PORTAFOLIO DE MINIMO RIESGO TIENE UN RENDIMIENTO ESPERADO DE *0.00123286* Y UN RIESGO DE *0.01050153* PUNTO (*0.01050153* ; *0.00123286*) DE LA GRAFICA 3.1

Tenemos así que el punto (0.0105015; 0.00123286), pertenece a la frontera eficiente y representa el portafolio de mínimo riesgo, punto A de la gráfica 3.1; por lo que para calcular otros puntos de la frontera eficiente deben tomarse valores del rendimiento esperado mayores a 0.00123286; con valores menores a este obtendremos puntos del conjunto de mínimo riesgo que son ineficientes.

3.2.2 . Portafolios de diez acciones

Una vez detectado el portafolio de mínimo riesgo para combinaciones de las diez acciones seleccionadas, ahora obtendremos portafolios constituidos también por diez acciones que pertenezcan al conjunto de mínimo riesgo, diferenciando cuales son de la frontera eficiente y cuales son ineficientes.

De esta manera estaremos comprobando la teoría que dice que diversificando pueden obtenerse portafolios con riesgo menor al de los títulos que lo componen, obteniendo así ganancias de riesgo por diversificación.

Lo que tenemos que hacer es obtener para cada nivel de rendimiento prefijado el portafolio que tenga el mínimo riesgo, de esta forma se plantea que dado el rendimiento esperado se calcularán las proporciones a invertir en cada activo que den como resultado el riesgo mínimo.

El sistema que debemos resolver fue planteado en el capitulo 2, su notación matricial expresada brevemente es:

$$C \bullet X = B$$

donde la matriz C equivale a:

MATRIZ C

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Ep	
0.00078	0.00015	0.00019	0.00030	0.00024	0.00012	0.00025	0.00054	0.00026	0.00023	0.00034	1
0.00015	**0.00027**	0.00009	0.00016	0.00012	0.00003	0.00009	0.00011	0.00005	0.00011	0.00195	1
0.00019	0.00009	**0.00029**	0.00008	0.00009	0.00005	0.00008	0.00013	0.00005	0.00009	0.00091	1
0.00030	0.00016	0.00008	**0.00222**	0.00031	0.00000	0.00011	0.00035	0.00014	0.00024	0.00468	1
0.00024	0.00012	0.00009	0.00031	**0.00059**	0.00001	0.00024	0.00036	0.00037	0.00023	0.00183	1
0.00012	0.00003	0.00005	0.00000	0.00001	**0.00028**	0.00004	-0.00001	-0.00004	0.00003	0.00058	1
0.00025	0.00009	0.00008	0.00011	0.00024	0.00004	**0.00044**	0.00038	0.00022	0.00017	0.00176	1
0.00054	0.00011	0.00013	0.00035	0.00036	-0.00001	0.00038	**0.00367**	0.00033	0.00028	-0.00281	1
0.00026	0.00005	0.00005	0.00014	0.00037	-0.00004	0.00022	0.00033	**0.00330**	0.00016	-0.00238	1
0.00023	0.00011	0.00009	0.00024	0.00023	0.00003	0.00017	0.00028	0.00016	**0.00049**	0.00125	1
0.00034	0.00195	0.00091	0.00468	0.00183	0.00058	0.00176	-0.00281	-0.00238	0.00125	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0

La solución al sistema es:

$$\underset{\text{MATRIZ X}}{\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \\ x_7 \\ x_8 \\ x_9 \\ x_{10} \\ \lambda/2 \\ \lambda/2 \end{bmatrix}} = \left[\text{MATRIZ } C^{-1}\right] \underset{\text{MATRIZ B}}{\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ Ep \\ 1 \end{bmatrix}}$$

La solución a este sistema matricial expresado sintéticamente es

$$X = C^{-1} \bullet B$$

donde la matriz inversa C^{-1} es igual a:

MATRIZ INVERSA C^{-1}

1943.79	84.11	-631.69	-18.30	-14.25	-442.03	-292.78	-239.22	-125.71	-263.92	-58.24	-0.030
84.11	3857.01	-1269.25	-390.97	-647.68	-648.58	-866.79	193.39	144.86	-456.10	118.07	0.101
-631.69	-1269.3	3863.39	100.56	-96.08	-1223.98	-191.75	-72.73	-84.28	-394.18	-53.38	0.298
-18.30	-390.97	100.56	388.59	-268.95	191.51	-105.58	85.15	99.10	-81.13	72.64	-0.074
-14.25	-647.68	-96.08	-268.95	2611.75	204.69	-1024.25	-3.10	-128.25	-633.90	43.91	-0.015
-442.03	-648.58	-1223.98	191.51	204.69	2638.57	-142.28	-60.40	-124.03	-393.47	-107.65	0.483
-292.78	-866.79	-191.75	-105.58	-1024.2	-142.28	2943.35	13.04	87.00	-419.95	128.22	-0.044
-239.22	193.39	-72.73	85.15	-3.10	-60.40	13.04	242.03	-73.91	-84.27	-58.72	0.078
-125.71	144.86	-84.28	99.10	-128.25	-124.03	87.00	-73.91	257.95	-52.74	-54.42	0.089
-263.92	-456.10	-394.18	-81.13	-633.90	-393.47	-419.95	-84.27	-52.74	2779.65	-30.44	0.114
-58.24	118.07	-53.38	72.64	43.91	-107.65	128.22	-58.72	-54.42	-30.44	-43.54	0.054
-0.03	0.10	0.30	-0.07	-0.01	0.48	-0.04	0.08	0.09	0.11	0.05	0.000

El producto de las matrices C^{-1} y B lo podemos observar en el cuadro 3.4, de donde se deducen las fórmulas que permiten calcular las proporciones a invertir en cada uno de los activos.

Cuadro 3.4
$X = (C^{-1})(B)$

X_1	=	-58.23706	Ep	-	0.029531
X_2	=	118.07218	Ep	+	0.100575
X_3	=	-53.37846	Ep	+	0.297958
X_4	=	72.64270	Ep	-	0.074280
X_5	=	43.90819	Ep	-	0.014840
X_6	=	-107.65464	Ep	+	0.482759
X_7	=	128.22212	Ep	-	0.044024
X_8	=	-58.71958	Ep	+	0.077962
X_9	=	-54.41604	Ep	+	0.089064
X_{10}	=	-30.43941	Ep	+	0.114358

Después, dándole distintos valores a Ep pueden determinarse las proporciones x_i de los diversos portafolios; en base a las fórmula para calcular la varianza del portafolio y tal como se hizo en el cuadro 3.3, obtendremos las coordenadas de la frontera eficiente para rendimientos esperados mayores a 0.00123286 (portafolio de mínimo riesgo) y de los puntos ineficientes.

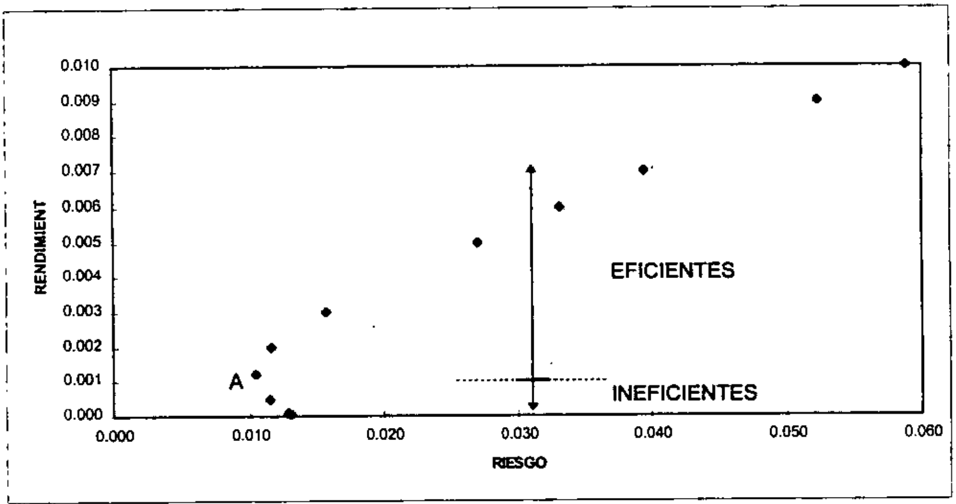
En el cuadro 3.5 se determinan las proporciones x_i, en la parte de arriba están los rendimientos esperados, dividiendo estos en valores superiores al rendimiento esperado del portafolio de mínimo riesgo (el punto A del cuadro 3.1) y valores inferiores, una vez obtenidos estos se presentan en la parte de abajo la varianza y su desviación estándar.

Cuadro 3.5
PROPORCIONES X_i A INVERTIR EN CADA ACTIVO

	INEFICIENTES			A	FRONTERA EFICIENTE						
REND. ESP.	0.00005	0.0001	0.0005	0.00123	0.002	0.003	0.005	0.006	0.007	0.009	0.01
x_1=	-0.03244	-0.03535	-0.05865	-0.10133	-0.14601	-0.20424	-0.32072	-0.37895	-0.43719	-0.55366	-0.61190
x_2=	0.10648	0.11238	0.15961	0.24614	0.33672	0.45479	0.69094	0.80901	0.92708	1.16323	1.28130
x_3=	0.29529	0.29262	0.27127	0.23215	0.19120	0.13782	0.03107	-0.02231	-0.07569	-0.18245	-0.23583
x_4=	-0.07065	-0.06702	-0.03796	0.01528	0.07100	0.14365	0.28893	0.36158	0.43422	0.57950	0.65215
x_5=	-0.01264	-0.01045	0.00711	0.03929	0.07298	0.11688	0.20470	0.24861	0.29252	0.38033	0.42424
x_6=	0.47738	0.47199	0.42893	0.35004	0.26745	0.15980	-0.05551	-0.16317	-0.27082	-0.48613	-0.59379
x_7=	-0.03761	-0.03120	0.02009	0.11406	0.21242	0.34064	0.59709	0.72531	0.85353	1.10998	1.23820
x_8=	0.07503	0.07209	0.04860	0.00557	-0.03948	-0.09820	-0.21564	-0.27436	-0.33308	-0.45051	-0.50923
x_9=	0.08634	0.08362	0.06186	0.02198	-0.01977	-0.07418	-0.18302	-0.23743	-0.29185	-0.40068	-0.45510
x_{10}=	0.11284	0.11131	0.09914	0.07683	0.05348	0.02304	-0.03784	-0.06828	-0.09872	-0.15960	-0.19004
SUMA	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
VAR	0.00017	0.00017	0.00013	0.00011	0.00014	0.00025	0.00073	0.00110	0.00156	0.00274	0.00346
DESV. EST.	0.01308	0.01289	0.01156	0.01050	0.01166	0.01569	0.02699	0.03316	0.03948	0.05232	0.05880

Así, hemos obtenido los pares (rendimiento esperado y desviación estandar de los portafolios) que pertenecen al conjunto de mínimo riesgo, en la gráfica 3.1 se pueden observar estos portafolios, de estos se marca el punto A (portafolio de mínimo riesgo) y los portafolios hacia arriba pertenecen a la frontera eficiente y los puntos hacia abajo son portafolios ineficientes.

Los riesgos (desviaciones estándar) de las acciones que conforman los portafolios son desde 0.01634 hasta 0.06060 (ver cuadro 3.1), sin embargo ahora se han obtenido portafolios con riesgos menores al de las acciones, obteniendo ganancia de riesgo, con riesgos desde 0.01050 que es el portafolio de mínimo riesgo, por lo que además de este se formaron otras dos carteras con ganancia de riesgo pertenecientes a la frontera eficiente.



GRAFICA 3.1
CONJUNTO DE MINIMO RIESGO

3.2.3 Portafolios de menos de diez acciones

Hasta el momento se ha comprobado lo que se había planteado en la teoría para portafolios compuestos por diez acciones, es de suponerse que si todo esta bien, al formar portafolios con menos de diez acciones, éstos no podrán tener riesgos mayores a los obtenidos por los portafolios de diez activos, para cada nivel de rendimiento prefijado.

Esto es por lo expuesto también en la teoría de que para obtener el mínimo riesgo se debe diversificar la inversión, es decir se debe de invertir alguna cantidad en todos los títulos disponibles; por lo que ahora al disminuir el número de títulos significa que el riesgo debe de ser mayor.

Así es que para los mismos rendimientos esperados que se utilizaron el los portafolios de diez acciones, se crearán grupos de portafolios combinando nueve acciones, ocho acciones y siete acciones, sólo se obtendrá el conjunto de mínimo riesgo para cada grupo siendo esto suficiente para comprobar la antes planteado.

Para no volver a repetir la mayoría de los pasos que se hicieron en la creación de portafolios con diez acciones, se excluirán la matriz C y su inversa C^{-1}, así como las expresiones matriciales del sistema ha resolver para obtener las proporciones x_i, sólo presentaremos los resultados ya que el método utilizado es el mismo para un número menor de activos.

Una vez obtenidas las proporciones a invertir en cada activo se puede calcular al rendimiento esperado, la varianza y su desviación estándar de los portafolios, como se hizo en el cuadro 3.2 y 3.3 respectivamente.

En primer lugar dejaremos fuera a *TLEVISA CPO* con lo que tendremos carteras de nueve activos, las cuales denominaremos 9-A, los resultados del sistema se observan en el cuadro 3.6, donde se presenta el rendimiento esperado, las proporciones a invertir en cada acción y la varianza con su respectiva desviación estándar de cada portafolio.

Cuadro 3.6
PROPORCIONES X_i A INVERTIR EN CADA ACTIVO
PORTAFOLIOS DE NUEVE ACCIONES 9-A

Ep	0.002	0.003	0.005	0.006	0.007	0.009	0.01	0.00005	0.0001	0.0005
X_1=	-0.140927	-0.202055	-0.32431	-0.385436	-0.446564	-0.568818	-0.62995	-0.02173	-0.02479	-0.04924
X_2=	0.345495	0.458573	0.684728	0.797805	0.910883	1.137038	1.250115	0.124994	0.130648	0.175879
X_3=	0.198785	0.141090	0.025700	-0.031996	-0.089691	-0.205081	-0.26278	0.311290	0.308405	0.285327
X_4=	0.072566	0.144320	0.287829	0.359583	0.431337	0.574846	0.646600	-0.06736	-0.06377	-0.03507
X_5=	0.085172	0.122138	0.196071	0.233038	0.270004	0.343937	0.380904	0.013087	0.014936	0.029722
X_6=	0.275020	0.163056	-0.06087	-0.172834	-0.284797	-0.508724	-0.62069	0.493349	0.487750	0.442965
X_7=	0.220500	0.344123	0.591370	0.714994	0.838617	1.085864	1.209487	-0.02057	-0.01438	0.035065
X_8=	-0.037856	-0.097498	-0.21678	-0.276425	-0.336068	-0.455353	-0.51499	0.078447	0.075464	0.051607
X_9=	-0.018754	-0.073747	-0.18373	-0.238728	-0.293722	-0.403709	-0.45870	0.088483	0.085734	0.063736
TOTAL	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
VAR	0.000137	0.000246	0.000729	0.001102	0.001562	0.002746	0.003470	0.000176	0.000171	0.000137
D. EST.	0.011702	0.015699	0.026995	0.033189	0.039523	0.052405	0.058908	0.013258	0.013062	0.011713

Ahora crearemos nuevamente portafolios de nueve acciones, pero dejando fuera en esta ocasión a *KIMBER A*, a estas las denominaremos 9-B, así es que nuevamente tendremos carteras de nueve activos, las resultados del sistema se observan en el cuadro 3.7.

A continuación combinaremos ocho acciones para crear portafolios, dejaremos fuera a *TLEVISA CPO* y a *KIMBER A*, las denominaremos 8-A, por lo que ahora tendremos carteras de ocho activos, las resultados de este sistema se presentan en el cuadro 3.8.

Cuadro 3.7
PROPORCIONES X_i A INVERTIR EN CADA ACTIVO
PORTAFOLIO DE NUEVE ACCIONES 9-B

Ep	0.002	0.003	0.005	0.006	0.007	0.009	0.01	0.00005	0.0001	0.0005
x_1=	-0.155639	-0.240395	-0.409906	-0.494661	-0.579417	-0.748928	-0.833684	0.009634	0.005397	-0.028506
x_2=	0.347821	0.496453	0.793715	0.942346	1.090977	1.388240	1.536871	0.057991	0.065422	0.124875
x_3=	0.184742	0.113584	-0.028731	-0.099889	-0.171047	-0.313362	-0.384520	0.323500	0.319942	0.291479
x_4=	0.078600	0.172149	0.359247	0.452796	0.546346	0.733444	0.826993	-0.103821	-0.099143	-0.061724
x_5=	0.063148	0.080001	0.113709	0.130563	0.147417	0.181125	0.197979	0.030282	0.031125	0.037867
x_6=	0.257944	0.124124	-0.143515	-0.277335	-0.411155	-0.678794	-0.812614	0.518893	0.512202	0.458674
x_7=	0.219088	0.365663	0.658813	0.805387	0.951962	1.245112	1.391687	-0.066733	-0.059405	-0.000775
x_8=	-0.045142	-0.119453	-0.268077	-0.342389	-0.416701	-0.565324	-0.639636	0.099766	0.096051	0.066326
x_{10}=	0.049438	0.007874	-0.075255	-0.116819	-0.158383	-0.241512	-0.283076	0.130488	0.128410	0.111784
TOTAL	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
VAR	0.000140	0.000267	0.000882	0.001369	0.001977	0.003553	0.004521	0.000238	0.000230	0.000175
D. EST.	0.011832	0.016341	0.029693	0.037003	0.044464	0.059608	0.067241	0.015425	0.015156	0.013220

Cuadro 3.8
PROPORCIONES X_i A INVERTIR EN CADA ACTIVO
PORTAFOLIO DE OCHO ACCIONES 8-A

Ep	0.002	0.003	0.005	0.006	0.007	0.009	0.01	0.00005	0.0001	0.0005
x_1=	-0.150468	-0.239571	-0.417777	-0.506880	-0.595984	-0.774190	-0.863293	0.023283	0.018828	-0.016813
x_2=	0.355436	0.497665	0.782124	0.924353	1.066582	1.351040	1.493270	0.078089	0.085201	0.142093
x_3=	0.192088	0.114754	-0.039913	-0.117247	-0.194580	-0.349248	-0.426581	0.342888	0.339022	0.308088
x_4=	0.079687	0.172322	0.357593	0.450228	0.542864	0.728135	0.820770	-0.100952	-0.096321	-0.059266
x_5=	0.074934	0.081879	0.095768	0.102713	0.109657	0.123547	0.130491	0.061392	0.061739	0.064517
x_6=	0.265422	0.125315	-0.154898	-0.295005	-0.435112	-0.715326	-0.855433	0.538631	0.531626	0.475583
x_7=	0.226268	0.366806	0.647882	0.788420	0.928958	1.210034	1.350572	-0.047781	-0.040754	0.015461
x_8=	-0.043367	-0.119171	-0.270778	-0.346582	-0.422385	-0.573992	-0.649796	0.104450	0.100659	0.070338
TOTAL	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
VAR	0.000138	0.000268	0.000860	0.001323	0.001898	0.003381	0.004289	0.000206	0.000199	0.000153
D. EST.	0.011760	0.016359	0.029328	0.036377	0.043564	0.058143	0.065490	0.014362	0.014115	0.012370

Por último formaremos portafolios combinando siete acciones, dejando fuera a *TLEVISA CPO, KIMBER A* e *ICA*, a estos portafolios los denominaremos 7-A, con lo que tendremos carteras de siete activos, las resultados de este sistema se presentan en el cuadro 3.9.

Cuadro 3.9
PROPORCIONES X_i A INVERTIR EN CADA ACTIVO
PORTAFOLIO DE SIETE ACCIONES 7-A

Ep	0.002	0.003	0.005	0.006	0.007	0.009	0.01	0.00005	0.0001	0.0005
x_1=	-0.207476	-0.396226	-0.773725	-0.962475	-1.151225	-1.528724	-1.717474	0.160586	0.151149	0.075649
x_2=	0.399264	0.618102	1.055777	1.274615	1.493453	1.931128	2.149966	-0.027469	-0.016527	0.071008
x_3=	0.169805	0.053523	-0.179042	-0.295324	-0.411607	-0.644171	-0.760454	0.396556	0.390741	0.344229
x_4=	0.101914	0.233401	0.496374	0.627861	0.759348	1.022322	1.153809	-0.154486	-0.147911	-0.095317
x_5=	0.062253	0.047033	0.016592	0.001372	-0.013848	-0.044289	-0.059509	0.091933	0.091172	0.085084
x_6=	0.243274	0.064453	-0.293188	-0.472009	-0.650830	-1.008472	-1.187292	0.591975	0.583034	0.511505
x_7=	0.230966	0.379714	0.677212	0.825960	0.974709	1.272206	1.420955	-0.059094	-0.051657	0.007843
TOTAL	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
VAR	0.000147	0.000333	0.001198	0.001876	0.002719	0.004897	0.006232	0.000256	0.000246	0.000176
D. EST.	0.012123	0.018248	0.034606	0.043314	0.052143	0.069978	0.078944	0.016015	0.015680	0.013258

Se podrían hacer una infinidad de portafolios combinando 10, 9, 8, 7, 6, 5, 4, 3 y 2 acciones y dándole a cada combinación diferentes rendimientos esperados, es por esto que sólo se han formado algunos grupos de portafolios para combinaciones de 9, 8 y 7 acciones y sólo se ha obtenido el conjunto de mínimo riesgo, pero con los que hemos creado nos basta para corroborar la teoría.

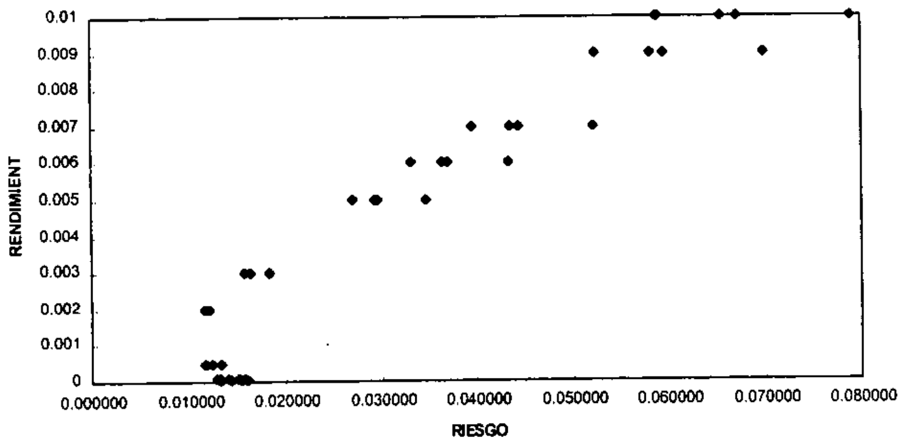
Se ha calculado el conjunto de mínimo riesgo ya que todos los portafolios que no estén dentro de la frontera eficiente de ese conjunto son ineficientes y por lo tanto dominados, por lo que la frontera eficiente de diez domina a todos los demás portafolios formados con una combinación menor, los cuales pertenecen al conjunto ineficiente; lo mismo sucede cuando los portafolios de ocho son dominados por los de nueve y los de siete por los de ocho y así sucesivamente.

En el cuadro 3.10 presentamos los riesgos (desviaciones estándar de los portafolios) con su respectivo rendimiento de todos los portafolios creados hasta el momento, como se puede observar para cada clase de rendimiento, el riesgo menor es que le corresponde al portafolio de diez activos y se va haciendo mayor conforme nos desplazamos una columna hacia la derecha, es decir, conforme disminuye el número de activos en los portafolios.

Cuadro 3.10
CONJUNTOS DE MINIMO RIESGO

RENDIMIENTO	RIESGO 10	RIESGO 9-A	RIESGO 9-B	RIESGO 8-A	RIESGO 7-A
0.00005	0.013085	0.013258	0.015425	0.014362	0.016015
0.0001	0.012890	0.013062	0.015156	0.014115	0.015680
0.0005	0.011562	0.011713	0.013220	0.012370	0.013258
0.002	0.011658	0.011702	0.011832	0.011760	0.012123
0.003	0.015693	0.015699	0.016341	0.016359	0.018248
0.005	0.026986	0.026995	0.029693	0.029328	0.034606
0.006	0.033164	0.033189	0.037003	0.036377	0.043314
0.007	0.039478	0.039523	0.044464	0.043564	0.052143
0.009	0.052318	0.052405	0.059608	0.058143	0.069978
0.01	0.058797	0.058908	0.067241	0.065490	0.078944

De esta manera comprobamos que entre más títulos se agreguen a una cartera su riesgo tiende a disminuir, y que no era necesario crear una infinidad de carteras para comprobarlo, ya que como lo muestra la gráfica 3.2 todas las carteras que fueron creadas con menos de diez acciones aparecen a la derecha de la frontera eficiente de diez acciones, en la gráfica los puntos más hacia la izquierda son cartera formadas con diez acciones, de estos puntos hacia la derecha son todos los portafolios creados con menos de diez acciones, lo que significa que entre más a la derecha estén su riesgo es mayor, las coordenadas de estos puntos están en el cuadro 3.10.



GRAFICA 3.2
CONJUNTOS DE MINIMO RIESGO

Algo que es muy importante señalar es que tenemos dos grupos de portafolios ambos formados con combinaciones de nueve activos, la única diferencia es en el 9-A dejamos fuera a *TLEVISA CPO* y en el 9-B dejamos fuera a *KIMBER A* sin embargo los riesgos de 9-A son menores a los de 9-B ¿por qué?.

Esto se debe a que lo que estamos diversificando al aumentar el número de activos fueron las varianzas y no las covarianzas, es decir, no podemos eliminar el riesgo sistemático; además como se planteó en otra parte de la teoría: la inclusión de activos de covarianza negativa contribuirá a la disminución del riesgo de la cartera, ya que disminuirá la dispersión por la compensación entre las variaciones en la rentabilidad en sentido opuesto.

Si observamos la matriz de varianzas y covarianzas que se encuentra dentro de cualquier matriz C de este capitulo, las columnas 9 y 10 pertenecen a *KIMBER A* y *TLEVISA CPO* respectivamente, las covarianzas de *TLEVISA CPO* son todas positivas mientras que en las de *KIMBER A* hay una covarianza negativa; de esta forma al quitar en 9-B a *KIMBER A* y agregar a *TLEVISA CPO* el riesgo aumenta, al quitarle la covarianza negativa que se tenían en 9-A y que en 9-B ya no está el riesgo es mayor a pesar que las dos tienen portafolios de nueve acciones.

3.3 LINEA DEL MERCADO DE CAPITALES

Ahora tenemos la posibilidad de invertir en algún activo sin riesgo, que como ya se trato en el capitulo, son los activos con rendimiento cierto (los otros tienen rendimientos aleatorios), por lo que tomaremos a los Cetes, como el activo sin riesgo.

Su rendimiento se simbolizará con R_L, el cual se obtendrá de la misma forma en que se obtuvieron los rendimientos de las acciones, que es el promedio de los rendimientos diarios de los Cetes para el periodo del 29-Oct-1996 al 30-Oct-1997.

$$\boxed{R_L = -0.0009897}$$

Para determinar el portafolio de riesgo óptimo M (cartera de mercado), necesitamos resolver el siguiente sistema lineal expresado matricialmente, en su forma reducida:

$$V \bullet Z = E - R$$

donde V es la matriz de varianzas y covarianzas:

MATRIZ V

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0.0007781	0.0001451	0.0001889	0.0002992	0.0002364	0.0001164	0.0002534	0.0005409	0.0002598	0.0002258
0.0001451	0.0002670	0.0000887	0.0001579	0.0001210	0.0000322	0.0000914	0.0001080	0.0000515	0.0001052
0.0001889	0.0000887	0.0002875	0.0000790	0.0000851	0.0000517	0.0000845	0.0001284	0.0000468	0.0000887
0.0002992	0.0001579	0.0000790	0.0022213	0.0003072	0.0000045	0.0001082	0.0003491	0.0001382	0.0002406
0.0002364	0.0001210	0.0000851	0.0003072	0.0005913	0.0000051	0.0002377	0.0003640	0.0003652	0.0002317
0.0001164	0.0000322	0.0000517	0.0000045	0.0000051	0.0002751	0.0000353	-0.0000119	-0.0000422	0.0000333
0.0002534	0.0000914	0.0000845	0.0001082	0.0002377	0.0000353	0.0004407	0.0003841	0.0002162	0.0001739
0.0005409	0.0001080	0.0001284	0.0003491	0.0003640	-0.0000119	0.0003841	0.0036726	0.0003292	0.0002825
0.0002598	0.0000515	0.0000468	0.0001382	0.0003652	-0.0000422	0.0002162	0.0003292	0.0033049	0.0001593
0.0002258	0.0001052	0.0000887	0.0002406	0.0002317	0.0000333	0.0001739	0.0002825	0.0001593	0.0004860

La solución al sistema sería

$$Z = V^{-1}\left(E - R\right)$$

donde la matriz inversa V^{-1} es:

MATRIZ V^{-1}

2114.7850	-299.9694	-773.6028	-129.4941	-109.0732	-619.6688	-569.0714	-165.7999	-73.1198	-293.8031
-299.9694	4726.5444	-895.8548	-159.8878	-440.9181	-159.2404	-264.5402	46.5982	46.3541	-367.1578
-773.6028	-895.8548	4417.5095	43.6704	-67.1959	-355.1637	-108.8377	10.9763	28.6885	-195.1373
-129.4941	-159.8878	43.6704	511.8991	-190.2512	60.4007	124.1321	-12.0365	11.3661	-121.2658
-109.0732	-440.9181	-67.1959	-190.2512	2670.0242	220.8507	-854.3155	-60.3233	-175.2891	-637.2206
-619.6688	-159.2404	-355.1637	60.4007	220.8507	4015.7490	-97.2792	102.4525	80.2573	-74.3538
-569.0714	-264.5402	-108.8377	124.1321	-854.3155	-97.2792	3438.8827	-154.1120	-50.5131	-430.1249
-165.7999	46.5982	10.9763	-12.0365	-60.3233	102.4525	-154.1120	321.4995	0.5795	-39.3374
-73.1198	46.3541	28.6885	11.3661	-175.2891	80.2573	-50.5131	0.5795	330.3340	0.6152
-293.8031	-367.1578	-195.1373	-121.2658	-637.2206	-74.3538	-430.1249	-39.3374	0.6152	2854.4578

Otra forma de representar la solución del sistema es:

$$
\underset{Z}{\text{MATRIZ}} \quad \begin{bmatrix} Z_1 \\ Z_2 \\ Z_3 \\ Z_4 \\ Z_5 \\ Z_6 \\ Z_7 \\ Z_8 \\ Z_9 \\ Z_{10} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{MATRIZ } V^{-1} \end{bmatrix} \underset{E_i - R_L}{\text{MATRIZ}} \begin{bmatrix} 0.0013281 \\ 0.0029351 \\ 0.0019030 \\ 0.0056649 \\ 0.0028170 \\ 0.0015727 \\ 0.0027489 \\ -0.0018169 \\ -0.0013884 \\ 0.0022418 \end{bmatrix} = \underset{Z = V^{-1}(E-R)}{\text{MATRIZ}} \begin{bmatrix} -3.37956543 \\ 7.672163607 \\ 3.452684078 \\ 1.97618944 \\ 1.800248577 \\ 4.581977151 \\ 5.243313271 \\ -1.23630792 \\ -0.80681407 \\ 0.849317442 \end{bmatrix}
$$

El vector de las proporciones óptimas X se determina con la formula:

$$
X = \frac{1}{\sum_{i=1}^{n} z_i} \bullet Z
$$

Las proporciones x_i a invertir en cada activo son:

$X = Z_i / 20.153206$	
x_1 =	-0.16769369
x_2 =	0.380691963
x_3 =	0.171321826
x_4 =	0.098058315
x_5 =	0.089328148
x_6 =	0.227357231
x_7 =	0.260172661
x_8 =	-0.06134547
x_9 =	-0.04003403
x_{10} =	0.042143043

Nuevamente, una vez obtenidas las proporciones a invertir en cada activo se puede calcular al rendimiento esperado, la varianza y su desviación estándar de esta cartera, como se hizo en el cuadro 3.2 y 3.3 respectivamente.

LA CARTERA DE MERCADO M TIENE UN RENDIMIENTO ESPERADO DE *0.0023724* Y UN RIESGO DE *0.0129161* PUNTO (*0.0129161* ; *0.0023724*) DE LA GRAFICA 3.3

Sustituyendo estos en la formula

$$\boxed{E_P = \frac{E_M - R_L}{\sigma_M}\sigma_P + R_L}$$

podemos obtener la Línea del Mercado de capitales (CML)

De esta manera la formula nos quedaría:

$$\boxed{E_P = 0.260301814\ \sigma_P - 0.00099}$$

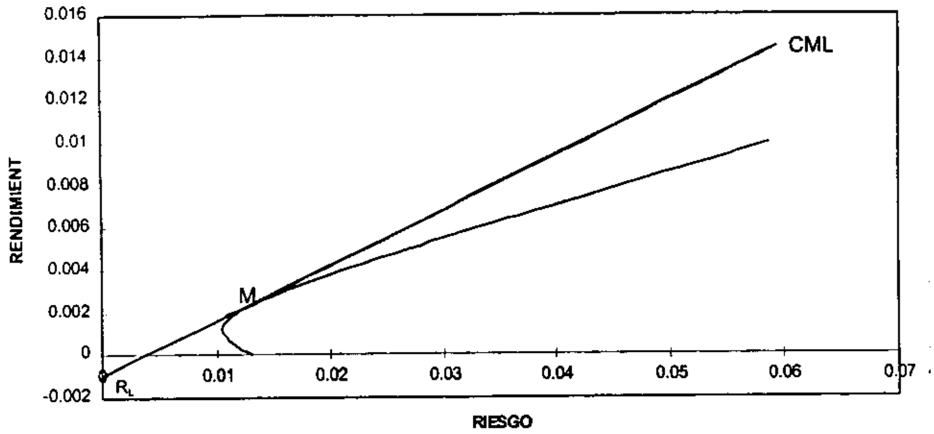
Ahora podemos obtener los pares de rendimiento esperado y de riesgo (desviación estándar del portafolio) que pertenecen a la CML.

En el cuadro 3.11 podemos comprobar que el único portafolio eficiente conformado por activos de riesgo es M; ya que observamos que ante distintos valores de riesgo, los rendimientos esperados de los activos de riesgo, excepto M, son dominados por los rendimientos de las inversiones donde se combinan inversiones en el portafolio de riesgo M con otras a tasa cierta.

Cuadro 3.11 LINEA DEL MERCADO DE CAPITALES (CML)		
RIESGO	RENDIMIENTO DE ACTIVOS DE RIESGO	RENDIMIENTO DE COMBINACIONES ENTRE M Y R_L (CML)
0.01308456	0.00005	0.0024163
0.01289046	0.0001	0.0023657
0.0115615	0.0005	0.0020198
0.01050153	0.00123286	0.0017439
0.01165794	0.002	0.0020449
0.0129161	**0.0023724**	**0.0023724**
0.01569261	0.003	0.0030951
0.02698551	0.005	0.0060347
0.03316363	0.006	0.0076429
0.03947812	0.007	0.0092865
0.05231798	0.009	0.0126288
0.05879732	0.01	0.0143154

Sólo M está constituida por activos de riesgo, en los demás el inversor ha colocado todos o parte de sus fondos a la tasa cierta y el resto en el portafolio M, creando algún portafolio de la gráfica 3.3 representado por un punto del segmento R_LM (menos M) donde el inversor se encuentra en la posición de prestamista a la tasa R_L. Si se colocará en el portafolio M un monto superior al de su capital propio, financiando el exceso por una toma de fondos a la tasa R_L, el portafolio creado se representa por algún punto más allá de M, donde el inversor está en una posición de prestatario.

Se observa que combinado inversiones entre M y R_L se pueden obtener mayores rendimientos esperados y en consecuencia mayor eficiencia, tal y como se observa en la gráfica 3.3, donde la línea (CML) es superior al conjunto de mínimo riesgo construido para diez acciones; excepto donde la línea es tangente al conjunto de mínimo riesgo, esto es en la cartera M .



Gráfica 3.3
LINEA DEL MERCADO DE CAPITALES (CML)

3.4 CAPM

El coeficiente Beta se obtiene mediante la formula:

$$\beta_i = \frac{Cov(R_i, R_M)}{\sigma^2(R_M)}$$

por lo que en el cuadro 3.12 se calculan en primer lugar a las covarianzas del rendimiento de cada activo con respecto al rendimiento del mercado, que en este caso utilizaremos al Indice de Precios y Cotizaciones (IPyC) de la Bolsa Mexicana de Valores como representación del mercado.

El rendimiento del mercado se obtiene de la misma forma en que se obtuvieron los rendimientos de las acciones y de los Cetes, como el promedio de los rendimientos diarios del IPyC para el periodo del 29-Oct-1996 al 30-Oct-1997.

Cuadro 3.12 COEFICIENTE BETA DE CADA ACCION			
	COV	BETA	RENDIMIENTO (SML)
IPyC - BANACCI B	0.000252618	0.937831438	0.00144769
IPyC - BIMBO A	0.000087961	0.326548578	-0.00014100
IPyC - CEMEX A	0.000095336	0.353929438	-0.00006984
IPyC - DINA	0.000273002	1.013502851	0.00164435
IPyC - GCARSO A1	0.000320715	1.190634488	0.00210470
IPyC - GINBUR A	0.000010895	0.040445454	-0.00088456
IPyC - GMODELO C	0.000216216	0.802690221	0.00109646
IPyC - ICA	0.000334310	1.241104781	0.00223587
IPyC - KIMBER A	0.000314238	1.166591835	0.00204222
IPyC - TLEVISA CPO	0.000209731	0.778615298	0.00103389
		1.000000000	**0.00160930**

Todos los activos tienen una Beta positiva por lo que las rentabilidades de los títulos tienen un comportamiento en el mismo sentido que el mercado; esto es, por ejemplo tomando la Beta de *ICA*, las rentabilidades se incrementan 1.24 veces más que las del mercado, cuando el mercado tenga un buen comportamiento se espera que las acciones de *ICA* se comporten aún mejor, pero cuando el mercado sea a la baja se espera que sea peor.

Por lo que al incluir acciones con Betas positivas a una cartera se esta contribuyendo al riesgo de la cartera, así es que todas las acciones contribuyen al riesgo de la cartera, aunque no en el mismo grado.

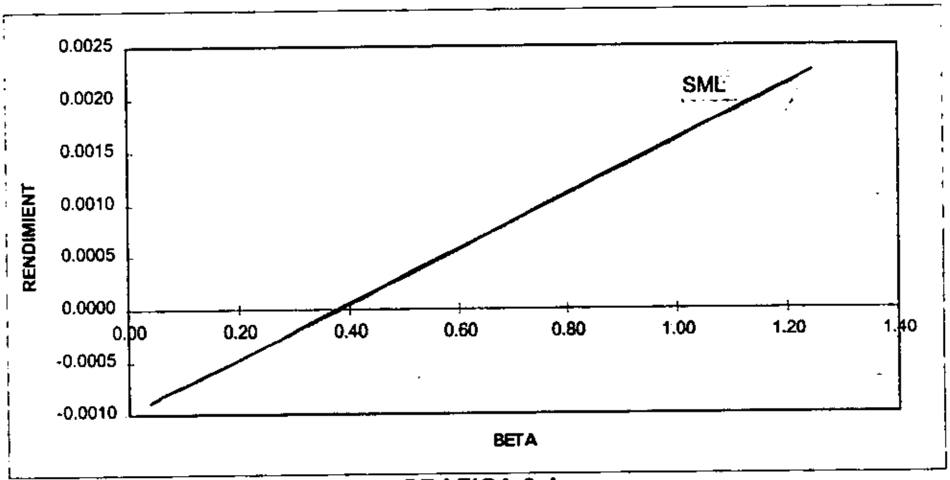
Sí nombramos a las acciones en orden de mayor a menor contribución al riesgo de la cartera tendríamos que acomodarlas de acuerdo al valor de su Beta: *ICA, GCARSO A1, KIMBER A, DINA, BANACCI B, GMODELO C, TLEVISA CPO, CEMEX A, BIMBO A, GFINBUR A.*

Por lo que si en una cartera agregamos títulos de *ICA* (Beta de 1.24) contribuirían más al riesgo de la cartera que si agregáramos títulos de *GFINBUR A* (Beta de 0.04).

De acuerdo al modelo CAPM la Línea del Mercado de Títulos (SML) se representa por la ecuación:

$$E_i = R_L + \beta_i \left(E_M - R_L\right)$$

donde el premio requerido para colocar fondos en el activo i es mayor en cuanto mayor sea su sensibilidad a los cambios en el mercado (su Beta), es decir, entre mayor sea su riesgo no diversificable.



GRAFICA 3.4
LINEA DEL MERCADO DE TITULOS

Por lo que, entre mayor sea la Beta de cada acción mayor será el rendimiento esperado requerido para invertir el capital en esa acción; esto se comprueba si sustituimos en la ecuación de la SML los valores que ya se han obtenido con anterioridad, encontrando los rendimientos esperados los cuales podemos observar en la cuarta columna del cuadro 3.12, que pertenecen a la SML y cuya gráfica es la 3.4.

3.5 CONCLUSIONES

Una vez aplicada la teoría en casos prácticos, creando portafolios de inversión con instrumentos del Mercado de Valores Mexicano, siendo este el propósito del trabajo, además de observar su comportamiento en cuanto a rendimiento y riesgo, podemos concluir lo siguiente:

- Teniendo como antecedente el dominio de una cartera sobre otra, según el criterio de la media-varianza, definiendo los conjuntos eficientes e ineficientes, así como al conjunto de mínima varianza y a un subconjunto de éste el cual recibe el nombre de frontera eficiente.
- Tomando a la teoría estadística como herramienta se interpretaron las listas de los rendimientos diarios de las acciones, obteniendo el promedio de los rendimientos y la dispersión de los rendimientos alrededor del promedio, como medidas de rendimiento esperado y riesgo de la inversión respectivamente.
- Se calcularon los portafolios correspondientes a los conjuntos de mínimo riesgo, el portafolio de mínimo riesgo y el portafolio de riesgo óptimo M, de acuerdo a el método matemático descrito en la teoría, bajo técnicas de cálculo matricial para la solución de sistemas lineales.
- Se calcularon los rendimientos esperados y las varianzas de los portafolios tal y como se plantearon en la teoría en las fórmulas:

$$E_P = \sum_{i=1}^{n} x_i E_i \quad \text{y} \quad \sigma_P^2 = \sum_{i=1}^{n} x_i^2 \sigma_i^2 + 2\sum_{i=1}^{n}\sum_{j>i}^{n} x_i x_j \sigma_{ij}$$

mostrando en los cuadros 3.2 y 3.3 los pasos completos de estos cálculos.

- Dados los cálculos hechos en el cuadro 3.2 se observa que el rendimiento esperado de una cartera depende del rendimiento esperado de cada acción y del porcentaje de inversión en ella; por su parte el cuadro 3.3 denota que el riesgo de una cartera está determinado por la varianza de cada acción y por la covarianza de los rendimientos de estas y la proporción de capital invertido en cada una de ellas.
- Teniendo disponibles 10 acciones se encontró el portafolio de mínimo riesgo, el cual tiene un rendimiento esperado de 0.00123286, por lo que la frontera eficiente tomará valores superiores a éste.
- Se crearon en primer lugar portafolios constituidos por 10 acciones, que pertenezcan al conjunto de mínimo riesgo, marcando la frontera eficiente por los puntos mayores al punto A (portafolio de mínimo riesgo), como se observa en la gráfica 3.1.
- Después creamos conjuntos de portafolios con un número menor de diez acciones, formando portafolios con nueve acciones, ocho acciones y siete acciones; que pertenecieran al conjunto de mínimo riesgo.
- Quedando claro el efecto de la diversificación, relacionando a esta con la minimización del riesgo planteado en la teoría, donde para obtener el mínimo riesgo debe invertirse alguna cantidad en todos los títulos disponibles; así comprobamos que los riesgos menores los muestran los portafolios de diez

acciones, aumentando el riesgo conforme disminuimos el número de títulos por portafolio, como se observa en el cuadro 3.10.

- Diversificando los títulos, dependiendo del grado de correlación entre estos, pueden obtenerse portafolios con riesgo menor al de los títulos que lo componen, obteniendo ganancias de riesgo por diversificación; de tal manera que se crearon portafolios con mejor comportamiento de riesgo que el de las acciones por separado; si tomamos en cuenta que la acción con menor riesgo es *BIMBO A* (0.01634) y observamos el cuadro 3.10 veremos que hay 22 carteras con un riesgo menor a éste, además del portafolio de mínimo riesgo.
- No sólo por hecho de aumentar el número de activos es posible disminuir el riesgo ignorando el efecto del signo de las covarianzas; por lo que creamos dos conjuntos de portafolios formados por nueve acciones, lo que se demostró es que si nos basamos en las covarianzas de las acciones, los portafolios que contengan covarianzas con signos negativos tendrán riesgos menores a los portafolios que no las contengan.
- De esta forma la inclusión de activos de covarianza negativa contribuirá a la disminución del riesgo de la cartera, debido a que se estabilizan los rendimientos al disminuir la dispersión por las variaciones en la rentabilidad en sentido opuesto, tal es caso del conjunto de portafolios 9-A el cual incluye a la acción *KIMBER A* la cual tiene una covarianza negativa, estos portafolios tienen riesgos menores a los portafolios del conjunto 9-B, observe el cuadro 3.10, ya que los portafolios de 9-B no cuentan con la covarianza negativa de

KIMBER A por dejarla fuera e incluir en su lugar a *TLEVISA CPO* la cual sólo tiene covarianzas positivas.

- Si recordamos una de las dudas planteadas en el capítulo 1, era que en un principio la acción *KIMBER A* mostraba un rendimiento promedio histórico negativo, lo que ponía al inversionista en serias dudas acerca de tomar esta acción; ahora vemos que esta acción ayuda a reducir el riesgo del portafolio sin afectar negativamente al rendimiento, posibilidad que no tendríamos si la hubiéramos descartado al principio.
- De esta forma comprobamos que un inversionista puede incluir en su portafolio acciones con rentabilidad negativa para contribuir en la disminución del riesgo de éste, ya que los desvíos de los rendimientos con respecto a sus valores medios se movieron en dirección opuesta, es decir, covariando en forma opuesta; esto sucederá siempre y cuando predominen los sumandos negativos en la fórmula de la covarianza.
- Un criterio para dejar alguna acción fuera del portafolio, es cuando esta no contribuya a aumentar la rentabilidad del portafolio y si incremente su riesgo, tal es el caso de *TLEVISA CPO*, cuando creamos portafolios de nueve acciones no era necesario incluirla porque estaba aumentando el riesgo sin mejorar el rendimiento.
- En comparación con el riesgo de una acción individual, los portafolios de dos acciones van a tener menor riesgo y así sucesivamente, hasta los portafolios de diez acciones con el riesgo más bajo de todos, mostrando que el proceso de

seleccionar acciones al azar para formar una cartera es un ejemplo de diversificación ingenua.

- Pero mediante el uso de las técnicas matemáticas, como las que usamos, podemos encontrar los portafolios que se encuentran sobre la frontera eficiente, conociéndose a esta técnica como la diversificación de Markowitz (creador Harry Markowitz).
- Se supuso que junto con las oportunidades de inversión en activos de riesgo, tenemos la oportunidad de colocar o tomar fondos en activos sin riesgo que proporcionan un rendimiento cierto R_L; obteniendo para nuestro ejemplo de diez acciones un portafolio de riesgo óptimo M (cartera de mercado) con un rendimiento esperado de 0.0023724 y riesgo de 0.0129161.
- Obteniendo la CML, donde comprobamos que si los inversores toman decisiones de acuerdo al CMV y pueden realizar operaciones a una tasa cierta R_L, entonces el portafolio eficiente óptimo constituido exclusivamente por activos de riesgo es M, tangente entre la recta que pasa por R_L y la frontera eficiente.
- El activo libre de riesgo le da al inversionista la oportunidad de aumentar su rendimiento esperado, tal y como se observa en el cuadro 3.11 colocándose en una mejor situación que si sólo estuviera en un mercado con activos riesgosos.
- Como se muestra en la gráfica 3.3, es posible alcanzar combinaciones con rendimientos esperados mayores, por lo que ahora la nueva frontera eficiente es la representada por los puntos de la recta R_LM.

- De los portafolios que constituyen la recta CML sólo uno, M, está constituida por activos de riesgo, en los demás el inversor ha colocado todos o parte de sus fondos a la tasa cierta y el resto en el portafolio M, creando algún portafolio representado por un punto del segmento $R_L M$ (menos M) donde el inversor se encuentra en la posición de prestamista a la tasa R_L. Si se colocará en el portafolio M un monto superior al de su capital propio, financiando el exceso por una toma de fondos a la tasa R_L, el portafolio creado se representa por algún punto más allá de M, donde el inversor está en una posición de prestatario.
- Si todos los inversores tienen el mismo horizonte de decisión y perciben el mismo conjunto factible de oportunidades de inversión, entonces todos ellos concuerdan en la apreciación del mismo conjunto eficiente; por lo que la Línea del Mercado de Capitales (CML) es entonces la frontera eficiente de equilibrio.
- Se comprueba entonces el Teorema de Separación, el cual indica que el portafolio de riesgo óptimo no depende de las preferencias subjetivas y en consecuencia, en equilibrio, será el mismo para todos los inversores del mercado; después, en la segunda etapa, cada inversor conseguirá su máxima satisfacción subjetiva combinando en proporciones adecuadas una inversión en dicho portafolio con una colocación o toma de fondos a la tasa cierta; separando su decisión de inversión con su decisión de financiamiento.
- Observamos en la Recta del Mercado de Títulos (SML) que cuando los inversores colocan su capital en títulos individuales o carteras no eficientes, la relación de equilibrio entre el rendimiento esperado y riesgo es lineal, siempre y

cuando se utilice una apropiada medida de riesgo, esa apropiada medida de riesgo es Beta.

- Las Betas que hemos obtenido de cada una de las acciones, observe el cuadro 3.12, nos indican que su tendencia a covariar con el mercado es positiva, esto es que al incluirlas en una cartera estas contribuirán a su riesgo.
- La contribución de un título al riesgo de la cartera no será el mismo para todas las acciones, las que tengan un coeficiente Beta mayor a 1, como *ICA*, *GCARSO A1*, *KIMBER A* y *DINA*, contribuirán más que las que tengan Betas menores a 1 ya que tienden a tener un menor movimiento que el mercado en términos porcentuales.
- Por lo que la Beta de una acción puede ser de gran utilidad como parámetro de comparación con otras acciones.
- Los inversionistas retendrán un título con riesgo si la rentabilidad esperada es suficiente para compensar su riesgo, asi es como en el cuadro 3.12 vemos que el rendimiento que se espera obtener de acuerdo a la SML del modelo CAPM será mayor entre más alta sea la Beta de la acción, por lo que la rentabilidad esperada de un título se relaciona de manera positiva con la Beta del título.
- El único riesgo que en equilibrio considera el mercado es el riesgo no diversificable (Beta es una medida de riesgo no diversificable del activo i, además que E_M-R_L es el premio de riesgo que ofrece la cartera de mercado).
- Entonces de acuerdo al CAPM el rendimiento esperado depende de la tasa libre de riesgo más una compensación adicional por correr el riesgo sistemático, que se mide mediante Beta.

- La CML sólo se aplica a carteras bien diversificadas porque están compuestas por la cartera de mercado como la única cartera de activos de riesgo, mientras que la SML se refiere a todas las carteras o valores individuales.

De esta forma se concluye que aplicada la teoría de la cartera a instrumentos del Mercado de Valores Mexicano es posible encontrar comportamientos diferentes, en cuanto a riesgo y rendimiento, que si analizáramos a las acciones por separado.

Los inversionistas si quieren maximizar sus rendimientos no tendrán más opción que invertir su capital en la acción que tenga el rendimiento más alto; pero si lo que buscan es minimizar el riesgo, tienen la opción de diversificar su inversión en un portafolio en el que intervengan todos los títulos posibles, diversificando se reduce el riesgo sin afectar negativamente al rendimiento.

Comprobamos que si combinamos los títulos se puede obtener el mejor rendimiento para determinado nivel de riesgo; aplicando una técnica que no obstante el desarrollo que tenga el Mercado de Valores Mexicano, puede permitir que los inversionistas que participan en éste puedan reducir los riesgos de sus instrumentos; es una opción para contrarrestar las fuertes pérdidas que en nuestro mercado se dan hoy en día.

Hemos conocido la técnica para crear portafolios de inversión, aplicándose al Mercado de Valores Mexicano; previo conocimiento del mercado formamos portafolios de acciones que cotizan en la Bolsa Mexicana de Valores; se analizó el comportamiento de las acciones seleccionadas antes y después de creados los portafolios, en cuanto a su riesgo y rendimiento, por lo que podemos decir que se han cumplido los objetivos de esta investigación.

El hecho de seleccionar las acciones al azar, nos muestra en primera instancia que antes de realizar este trabajo, sólo sabíamos que existían un cierto número de variables económicas influyendo en su comportamiento, por lo que realizar una adecuada selección de acciones sería complicado por la dificultad en poder predecir a éstas variables.

Una vez concluido el trabajo, la selección de acciones ya no tiene que ser al azar, porque hemos aprendido que mediante el uso de las técnicas matemáticas aplicadas anteriormente, podemos determinar en que instrumentos nuestra inversión obtendrá la máxima utilidad con el menor riesgo posible.

Por lo que, antes de observar la influencia de las variables económicas en nuestras acciones estudiaríamos las series históricas de rentabilidad, en las que nos basamos para realizar todos los cálculos matemáticos; teniendo especial cuidado en el signo de las covarianzas de las acciones que pretendamos incluir en nuestro portafolio; por otro lado, no debemos de pasar por alto el teorema de separación y el grado en que cada título contribuye al riesgo de la cartera.

No se pretende dejar a un lado el análisis técnico y fundamental de las acciones, sino añadir e éstos el análisis matemático presentado en esta investigación, como un complemento. Así, lo que se propone en esta investigación es el uso de la teoría de la cartera como una herramienta que nos permita tener más elementos de juicio al momento de tomar decisiones de inversión, en un mercado fuertemente influenciado como lo es el nuestro.

BIBLIOGRAFIA

- BASAGAÑA. BRUNO. GOZALEZ. Temas de administración financiera. Ediciones Macchi. Buenos Aires, Agentina.
- BENTON E. GUP. Principios básicos sobre inversiones . CECSA.
- BREALEY. MYERS. Principios de la finanzas corporativas. Mc Graw Hill.
- CARO RAZU EFRAIN. El mercado de valores en México. *Estructura y funcionamiento*. Ariel Divulgación.
- DIEZ DE CASTRO LUIS. MASCAREÑAS JUAN. Ingeniería financiera. *La gestión en lo mercados internacionales*. Mc Graw Hill.
- EJEA. GARRIDO. LERICHE. QUINTANA. Mercado de Valores. *Crisis y nuevos circuitos financieros en México, 1970-1990*. UAM.
- GELI. SENDEROVICH. Sistema estratégico de inversiones. Ediciones Macchi. Buenos Aires, Agentina.
- GITMAN LAWRENCE J. Fundamentos de administración financiera. Harla.
- Inducción al mercado de valores. *Material de apoyo*. Asociación Mexicana de Intermediarios Bursátiles.
- JENNINGS. WATTAM. Toma de decisiones. CECSA
- KOLB ROBERT W. Inversiones. Limusa.
- LABORDA BARTOLOME. La Bolsa y su entorno. *Ensayo y aproximación a la probabilidad bursatil*.
- MAO JAMES C.T. Análisis financiero. El Ateneo.

- MARQUEZ D. JAVIER. Carteras de inversión. *Fundamentos teóricos y modelos de selección óptima*. Limusa.
- MARTIN MARIN JOSE LUIS. RUIZ MARTINEZ RAMON JESUS. El inversor y los mercados financieros. Ariel Economía. Barcelona.
- MASSE PIERRE. La elección de las inversiones, criterios y métodos. Sagitario. Barcelona, España.
- Mercado de Valores Mexicano. *Análisis y perspectiva*. Asociación Mexicana de Casas de Bolsa A.C.
- Mercado de Valores. *1982 - 1987*. Comisión Nacional de Valores
- MESSUTI. ALVAREZ. GRAFFI. Selecciones de inversiones. *Introducción a la teoría de la cartera*. Ediciones Macchi. Buenos Aires, Agentina.
- PASCALE RICARDO. Decisiones financieras. Ediciones Macchi. Buenos Aires, Agentina.
- ROSS. WESTERFIELD. JAFFE. Finanzas corporativas. IRVIN.
- WESTON. COPELAND. Finanzas en administración. Mc Graw Hill.
- WESTON. BRIGHAM. Fundamentos de administración financiera. Mc Graw Hill.
- VAN HORNE. Administración financiera. PHH
- VILLEGAS. ORTEGA. El nuevo sistema financiero. Editorial Pac.