

20  
2 ejms

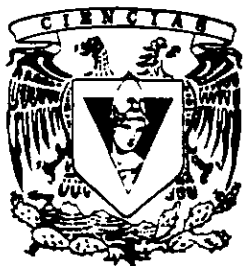


UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA  
DE MEXICO

FACULTAD DE CIENCIAS

VIDEOQUERATOMETRIA DE CAMPO  
PLANO

T E S I S  
QUE PARA OBTENER EL TITULO DE:  
F I S I C O  
P R E S E N T A :  
IGNACIO EDMUNDO FUNES MADEREY



DIRECTOR DE TESIS: DR. RUFINO DIAZ URIBE

1998



TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

268/99



Universidad Nacional  
Autónoma de México



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.



UNIVERSIDAD NACIONAL  
AUTÓNOMA DE  
MÉXICO

M. en C. Virginia Abrín Batule  
Jefe de la División de Estudios Profesionales de la  
Facultad de Ciencias  
Presente

Comunicamos a usted que hemos revisado el trabajo de Tesis: "Videoqueratometría de  
Campo Plano"

realizado por FUNES MADEREY IGNACIO EDMUNDO  
con número de cuenta 8955375-0 , pasante de la carrera de Física.  
Dicho trabajo cuenta con nuestro voto aprobatorio.

Atentamente

- Director de Tesis DR. JOSE RUFINO DIAZ URIBE *[Signature]*
- Propietario DR. ALEJANDRO CORNEJO RODRIGUEZ *[Signature]*
- Propietario DR. NEIL CHARLES BRUCE DAVIDSON *[Signature]*
- Suplente DR. JUAN CARLOS ALONSO HUITRON *[Signature]*
- Suplente DR. GERARDO RUIZ CHAVARRIA *[Signature]*

P.A. *[Signature]*  
 Consejo Departamental de Física  
 DR. ROBERTO ALEJANDRO RUELAS MAYORGA  
 DEPARTAMENTO DE FÍSICA



A la Universidad Nacional Autónoma de México.....

Por contribuir completamente a mi formación académica y profesional

Gracias

Al Dr. Rufino Díaz Uribe.....

Me siento profundamente agradecido por su apoyo, su enseñanza, su paciencia y sobre todo por su amistad.

Gracias

A mis padres.....

El orgullo tan grande de contar con los padres más maravillosos no lo puedo expresar con simples palabras

Gracias

A mi hermana.....

Antes y después de las discusiones te quiero

Gracias

A Maricarmen.....

Eres una persona inolvidable y te agradezco todo lo que me has dado; siempre fuiste un ángel para mí.

Gracias

**Introducción**

**CAPITULO 1**

**Videoqueratometría**

1.1 Estructura del Ojo.....	6
1.2 Acomodación.....	9
1.3 Errores Refractivos.....	12
1.4 Anatomía y Funciones de la Córnea.....	14
1.5 Técnicas Quirúrgicas.....	16
1.6 Métodos de Evaluación Corneal.....	16
1.6.1 Mediciones ópticas directas.....	17
1.6.2 Mediciones fotográficas.....	18
1.6.3 Sistemas Videoqueratográficos.....	21

**CAPITULO 2**

**Diseño del Videoqueratómetro**

2.1 Ecuación Gaussiana para los espejos esféricos.....	24
2.2 Formación de imágenes paraxiales para objetos lejanos al eje óptico.....	26
2.2.1 P0 muy cerca del eje óptico.....	28
2.2.2 P0 muy lejos del eje óptico.....	29
2.3 Forma de la superficie imagen.....	30
2.3.1 Ecuación general.....	30
2.3.2 Objeto de forma esférica.....	31
2.3.3 Objeto plano.....	31
2.4 Cálculo de la forma de la pantalla que produce una imagen plana.....	34
2.5 Longitud y ancho de la pantalla.....	38
2.6 Patrón de anillos para la evaluación corneal.....	39
2.7 Cálculo del patrón de anillos para una pantalla cilíndrica.....	42
2.7.1 Construcción geométrica (posición de anillos).....	42
2.7.2 Construcción geométrica (grosor de anillos).....	43
2.8 Aparato.....	46

**CAPITULO 3**

**Método de Evaluación de la Superficie Corneal**

3.1 Método de Evaluación.....	50
-------------------------------	----

## **CAPITULO 4**

### **Resultados Experimentales**

4.1 Método de Detección.....	56
4.2 Calibración de la cámara.....	57
4.3 Adquisición de datos.....	58
4.4 Resultados.....	64

## **CAPITULO 5**

Discusión y conclusiones.....	70
Apéndice A.....	75
Apéndice B.....	78
Apéndice C.....	80
Bibliografía.....	82

# INTRODUCCION

## VIDEOQUERATOMETRÍA DE CAMPO PLANO

---

La medición de la córnea ó queratometría es un área de la medicina y en particular de la oftalmología por la que desde hace 10 ó 15 años ha empezado a resurgir el interés. Seguramente el factor responsable de este hecho se debe a la introducción y desarrollo de la cirugía refractiva, aunque también ha afectado el diseño de lentes de contacto ya que una gran parte de los procedimientos refractivos involucran zonas corneales importantes para su modificación. Por ejemplo, existen instrumentos con los que se pueden observar los efectos que lleva consigo la práctica de ciertas técnicas quirúrgicas refractivas como lo es la queratotomía radial. Estos cambios, aunque ciertos instrumentos no los pueden cuantificar, son fáciles de observar e ilustran gráficamente las alteraciones en la topografía que se induce por estos procedimientos. Sin embargo, los médicos se han dado cuenta que la simple demostración de cambios en la topografía corneal y en los procedimientos quirúrgicos no proveen de información suficiente para dar un diagnóstico preciso pre y po operatorio; por ello, la cuantificación de la topografía de la córnea se hace necesaria. Así, debido al avance tecnológico de las computadoras, software y hardware se ha hecho posible recientemente la cuantificación precisa de parámetros que arrojan información clave sobre la topografía corneal con el radio de curvatura o bien las posiciones de miles de puntos que forman la superficie corneal. La videoqueratometría es un ejemplo de lo anterior y precisamente en este trabajo se propone un instrumento que hace uso de ella.

El ojo es un órgano ligeramente ovoide de 24 mm de longitud y de 23 mm de diámetro. Tiene una distancia focal de 16,7 mm o 60 dioptrías aproximadamente.

Desde un punto de vista óptico, los tres elementos claves del ojo son la córnea, el cristalino y la longitud axial. De estos tres elementos, la córnea es el elemento dióptrico primario, clínicamente accesible para cualquier método óptico de medición o modificación. Además, la córnea representa el ochenta por ciento<sup>1</sup> del poder refractivo del ojo (48 dioptrías) lo cual hace que la formación de las imágenes retinales que a su vez representan nuestra percepción del mundo exterior, dependa básicamente de la córnea; el resto es provisto por el cristalino. Ello implica que cualquier deformación o alteración de la córnea se manifiesta drásticamente en la



imagen observada. Ejemplos relacionados con lo anterior son la miopía, la hipermetropía y el astigmatismo. El primer caso se debe a que el poder refractivo del ojo es mayor de lo necesario para formar la imagen en la retina; el segundo se debe a que el poder refractivo es menor. En el caso del astigmatismo generalmente se debe a la deformación asimétrica de la córnea donde la curvatura de los diferentes meridianos es diferente haciendo que para cada uno de ellos exista una refracción distinta, por lo que rayos propagándose en diferentes meridianos se enfocan a diferentes distancias, haciendo imposible ver correctamente sin la ayuda de una lente correctiva.

La necesidad de investigar la córnea y en particular la topografía anterior de la superficie corneal por medio de diferentes métodos más precisos y reproducibles, ocupa hoy en día un lugar importante en lo que se refiere al tratamiento y diagnóstico de diversos errores refractivos. El rápido desarrollo de la cirugía refractiva (alteraciones físicas de la superficie corneal para corregir la visión) ha impulsado el avance de las investigaciones sobre diferentes métodos para medir la topografía corneal, lo cual a su vez, ha dado como resultado un mejor entendimiento de los cambios inducidos por diferentes manipulaciones quirúrgicas de la superficie corneal tales como la queratoplastia, queratotomía astigmática, queratotomía radial, y queratotomía láser entre otras o en su caso por causas traumáticas.

Los métodos que se utilizan para medir la topografía corneal se fundamentan en la óptica de la reflexión en superficies. Los métodos queratométricos<sup>3,11,14,19</sup> se basan prácticamente en el análisis de imágenes de un patrón de anillos reflejados en la superficie a medir. Además de los anteriores, están los métodos interferométricos, rasterestereográficos<sup>9</sup> y recientemente los de queratopografía láser, deflectometría Moire<sup>20</sup> y los videoqueratográficos<sup>2,11</sup>. En éstos últimos, un objeto de prueba luminoso se refleja en la córnea y su imagen se capta con una cámara CCD (Charge Coupled Device) (Cap. 4). Una vez que se analiza la imagen, los datos se procesan para crear un despliegue gráfico del perfil de la topografía corneal. Es importante recalcar que para cada uno de los métodos anteriores se han propuesto una buena cantidad de algoritmos diferentes para representar la

topografía corneal a partir de la información que se obtiene de cada método.

El campo de la topografía corneal tiene varias aplicaciones potenciales. Algunas de ellas desde el punto de vista clínico son las siguientes: representa una herramienta para detectar y diagnosticar de manera temprana patologías corneales, por ejemplo queratocono; es un método que define las propiedades ópticas de la superficie anterior de la córnea y la relación entre ellas y el rendimiento visual; es un fundamento firme y concreto para establecer la terapia de diferentes tratamientos, por ejemplo queratectomía refractiva fotoablasiva, queratotomía radial, etc. y por último es un medio sensitivo para la evaluación de la terapia.

Los métodos que se han creado para investigar la topografía corneal no cubren todavía las necesidades que el tratamiento de los errores refractivos anteriormente mencionados requiere. Es así como podemos encontrar factores que limitan la precisión de los algoritmos sobre la reconstrucción de la superficie anterior de la córnea.

Un primer problema es que no existe información homogénea de la naturaleza analítica de la superficie corneal. El número de conclusiones distintas sobre la forma geométrica de la córnea ha sido resultado de la diversidad de métodos y suposiciones hechas por cada investigador<sup>20</sup>. Otro problema es el que se refiere a la dependencia de ciertos métodos de alineación del sistema de evaluación con el eje geométrico de la córnea. Las fallas en la alineación dan como resultado interpretaciones ambiguas de las imágenes captadas por diferentes instrumentos<sup>20</sup>. Otros métodos suponen que la córnea es una superficie esférica<sup>8</sup>; esto es cierto sólo si la región que se investiga de la superficie corneal es muy pequeña comprendiendo en la mayoría de los casos sólo la parte central de la córnea, pero la evaluación de la periferia de la córnea no es muy clara. Aunque existen métodos que se han sugerido como alternativas teóricamente atractivas basadas en técnicas más sofisticadas como holografía, rasterestereografía, scanners láser, interferometría, etc. no han sido utilizadas ampliamente en los instrumentos que se encuentran disponibles a nivel comercial y poco se ha publicado acerca de su precisión, utilidad y accesibilidad de manejo actual. Por ello, en este trabajo se

propone un instrumento que utiliza el método videoqueratográfico y además se mejoran aspectos que limitan la versatilidad de la mayoría de los instrumentos de esta clase.

VIDEOQUERATOMETRÍA



En este capítulo se describe la importancia de la córnea como componente óptico del globo ocular para el proceso de formación de las imágenes. También se describen brevemente las técnicas quirúrgicas que se practican para modificar la estructura de la córnea y corregir los defectos ópticos del ojo, los instrumentos que se utilizan para medir los efectos que tales técnicas tienen sobre el ojo, los métodos más importantes que se han utilizado para construir dichos instrumentos, y por último, se recalca la importancia de este trabajo dentro de los métodos de evaluación de la superficie corneal.

## 1.1 Estructura del Ojo

La investigación sobre la medición de la córnea es parte de un conjunto de estudios correspondientes a las áreas de la óptica y la medicina principalmente que se encuentran desarrollando y evaluando instrumentos y técnicas quirúrgicas para medir y corregir los desórdenes visuales de los componentes que forman el sistema refractivo del ojo.

El conocimiento preciso de los parámetros oculares, en especial la forma, el espesor y el poder refractivo de la córnea, es importante en diversos campos de la oftalmología moderna. La determinación precisa y reproducible del radio de curvatura de la córnea o de la topografía anterior es esencial para el diagnóstico y tratamiento adecuados de diversas enfermedades de superficies corneales.

Para entender la naturaleza de estas enfermedades y la forma en cómo éstas se pueden tratar y corregir, es preciso situar a la córnea dentro de un marco de referencia anatómico.

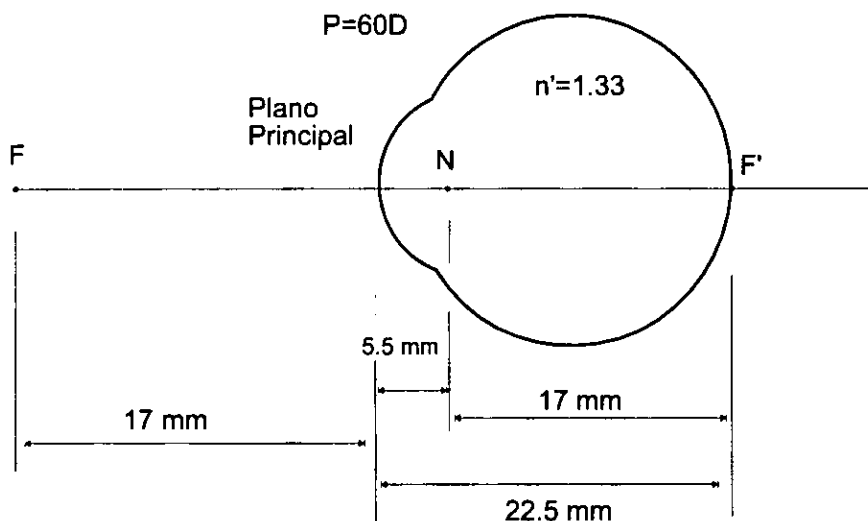
El ojo es un órgano ovoide que mide aproximadamente 24 mm de longitud y 23 mm de diámetro. Tiene una longitud focal de 16.7 mm en aire equivalente a 60 dioptrías. En general, cuando se trata de medir el error refractivo del ojo o la potencia de los elemento ópticos del ojo los oftalmólogos prefieren utilizar como unidad de potencia óptica la dioptría (1 dioptría = 1/metro).

La potencia dióptrica de una superficie curva está definida como

$$D = \frac{(n - n')}{r} \quad (1)$$

donde  $n$  es el índice de refracción relativo de la superficie de radio de curvatura  $r$  y  $n'$  es el índice de refracción relativo del medio (generalmente aire). Estas cantidades están determinadas de acuerdo al modelo del ojo esquemático de Gullstrand<sup>14</sup>. Este modelo se utiliza para simplificar el estudio de las superficies refractivas del ojo. Las

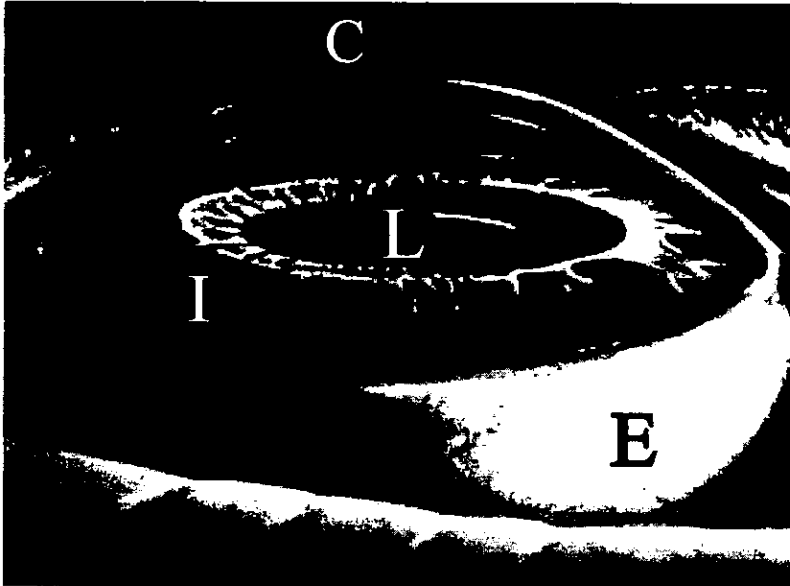
dimensiones y propiedades ópticas de este modelo se parecen mucho a las de un ojo vivo. Este modelo (Fig. 1) consta de una superficie refractora, un eje óptico y un medio intraocular con un cierto índice de refracción.



**Fig.1** Dimensiones del modelo de ojo esquemático de Gullstrand

Si se examina el ojo desde el exterior, se pueden identificar algunas estructuras importantes localizadas al frente de él (Fig. 2). La primera estructura que se observa directamente, es la *córnea* (C) la cual consiste en un domo transparente localizado en la parte más externa del ojo y es responsable de captar la mayor cantidad de luz que llega al ojo. La porción de color del ojo es el *iris* (I) la cual tiene una abertura de tamaño variable en el centro llamada pupila que permite controlar la cantidad de luz que alcanza el fondo del ojo. La *lente o cristalino* (L) es una estructura transparente

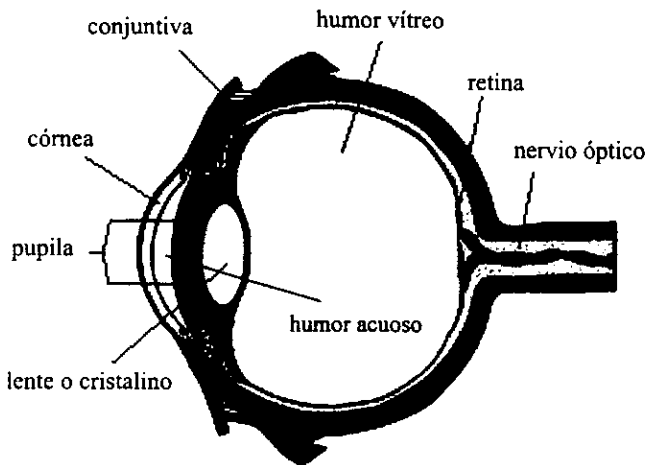
cubierta por el iris que es flexible y permite al ojo enfocar a diferentes distancias. Finalmente, la *esclerótica* (E) es la cubierta blanca de los lados y parte posterior del ojo que a su vez está cubierta por una delgada cubierta exterior llamada conjuntiva.



**Fig. 2** *Estructuras del ojo externo: (C) córnea, (I) iris, (E) esclerótica, (L) lente o cristalino*



Haciendo una comparación, el ojo es como una cámara fotográfica que contiene un sistema de lentes, una apertura variable (iris) y una película sensible llamada retina (Fig. 3)



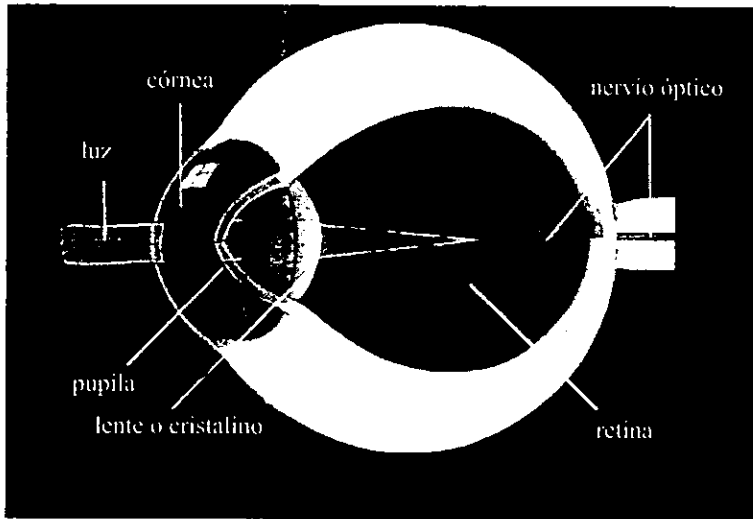
**Fig. 3** Estructuras del ojo interno:  
(L) lente o cristalino,  
(I) iris, (E) retina

## 1.2 Acomodación

El proceso de acomodación del ojo humano se realiza de acuerdo a las condiciones cambiantes de la luz enfocando los rayos que se originan a varias distancias del ojo.

En la figura 4 se muestra una sección transversal del ojo. Los rayos de luz llegan del exterior y entran al ojo pasando a través de la córnea, la cual los refracta hacia la pupila cuyo diámetro varía entre 2 y 8 mm dependiendo de la intensidad de la luz. Después los rayos pasan por el humor acuoso y llegan a la lente (cristalino). Esta a su vez realiza los ajustes necesarios en la trayectoria de los mismos para que

después de viajar por el humor vítreo se enfocan en la retina, que contiene células nerviosas fotorreceptoras. Estas células cambian los rayos de luz por impulsos eléctricos para mandarlos a través del nervio óptico al cerebro, donde se percibe la imagen.



**Fig. 4** Trayectoria de los rayos de luz modificada por el sistema de lentes del ojo.

Como se mencionó anteriormente, la mayor parte de la potencia óptica del ojo es provista por la córnea (alrededor de  $2/3$  de la potencia total del ojo ó 48 dioptrías) además de que solamente a través de la córnea es posible medir y modificar el poder óptico de los demás componentes oculares internos. La potencia óptica restante es proporcionada por la lente (cristalino). Esta lente se encuentra dentro de una cápsula y es muy flexible. El cristalino puede cambiar su forma gracias a los músculos ciliares y a los ligamentos suspensorios y como consecuencia de ello, puede modificar su poder de enfoque (acomodación). Este proceso de acomodación permite al ojo enfocar a diferentes distancias. Ordinariamente, estos músculos se encuentran relajados de tal manera que la luz de un objeto en infinito se enfoque en la retina. Al contrario, a medida que el objeto se encuentra más cerca del ojo, los músculos ciliares se contraen y la longitud focal disminuye, es decir, el ojo puede enfocar

objetos cercanos. Cuando un objeto se acerca más, los músculos ciliares se contraen haciendo que el cristalino tenga un radio muy pequeño. Al sitio más próximo para el cual el ojo puede enfocar se le conoce como punto cercano. En un ojo normal éste se encuentra en 17 mm para un adolescente y en 100 cm para una persona de 60 años. Como es de esperarse, cada ojo tiene características diferentes, sin embargo la siguiente tabla resume los datos más representativos para un ojo normal:

	Indice de Refracción	Grosor en mm	Radio de Curvatura en mm
Córnea, anterior	1.376	0.6	7.7
posterior	1.376	0.6	6.8
Humor acuoso	1.336	3.0	
Humor vítreo	1.336	16.9	
Cristalino			
exterior, anterior	1.386	4.0	10
posterior	1.386	4.0	-6.0
interior, anterior	1.386	4.0	7.9
posterior	1.386	4.0	-5.8

Tabla 1<sup>22</sup>

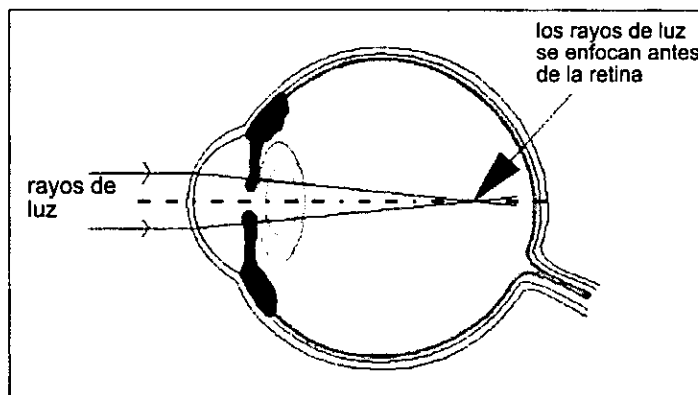
Con la información de la tabla anterior y la expresión de la potencia dióptrica ec. (1), se puede calcular la potencia total del ojo que es de 60D, de la cual 43D pertenecen a la córnea mientras que la longitud focal del ojo es aproximadamente 16.7 mm. Cabe mencionar que la información anterior varía de persona a persona y las superficies del ojo generalmente no son esféricas; peor aún, casi siempre están lejos de ser una esfera. Además los valores de los índices de refracción son valores promedio que, en base al modelo del ojo esquemático de Gullstrand, determinan de manera adecuada las características ópticas del ojo.

### 1.3 Errores Refractivos

Existen tres principales defectos refractivos que afectan el acoplamiento entre el poder óptico del ojo, sus dimensiones y la posición de la imagen. Estos defectos se presentan cuando el cristalino pierde su capacidad de ajuste o acomodación (presbiopia) o por defectos corneales y es necesario un par de lentes para ver con claridad los objetos.

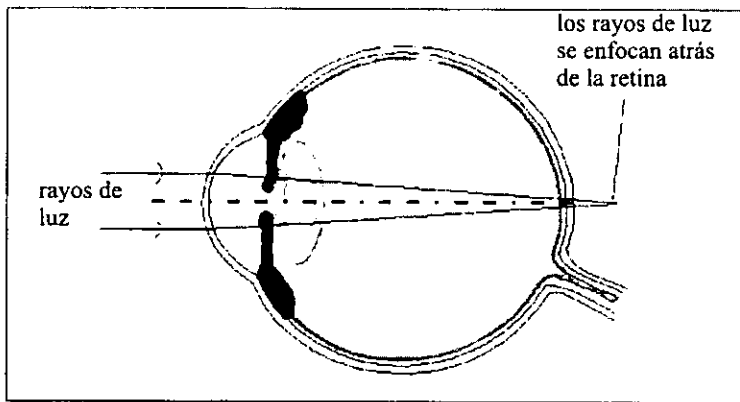
Cuando existe coincidencia de los rayos entrantes y la retina para objetos distantes, se dice que hay emetropía; si no existe, se produce un error refractivo o ametropía.

La miopía es un defecto que resulta de una alta potencia óptica del ojo lo que ocasiona que la imagen se forme antes de la retina. Ello se debe generalmente a un globo ocular alargado y a veces a una potencia óptica grande del cristalino. En este caso, la imagen de un objeto que se encuentre en infinito cae antes de la retina, no puede corregirse con un proceso de acomodación (Fig. 5). La miopía se corrige con una lente negativa a la óptica del ojo.



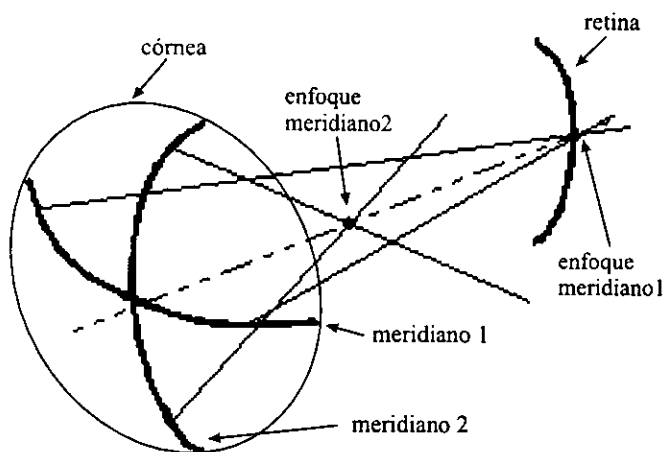
**Fig. 5** Efecto de la miopía. Al llegar los rayos de luz a la córnea y pasar por el cristalino, se enfocan antes de llegar a la retina

La hipermetropía es el defecto inverso; en este caso la imagen de un objeto lejano cae detrás de la retina (Fig. 6). Esto puede deberse a un globo ocular corto, a una potencia óptica insuficiente del cristalino o a una córnea con un radio de curvatura muy grande. Este defecto puede corregirse por acomodación para objetos lejanos, pero está limitado para objetos cercanos. Una lente positiva adecuada permite a un ojo relajado formar sobre la retina la imagen de un objeto cercano.

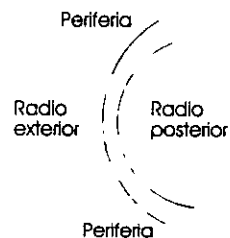


**Fig. 6** Efecto de la hipermetropía. Al llegar los rayos de luz a la córnea y pasar por el cristalino, se enfocan después de la retina

El Astigmatismo (Fig. 7a) consiste en una diferencia en potencia óptica de un meridiano con respecto a otro. En general, este error refractivo se debe a la falta de simetría en la córnea. La corrección se puede obtener utilizando lentes toroidales.



**Fig. 7a** Dos meridianos de la córnea para los cuales la potencia óptica es diferente, forman la imagen en diferentes puntos

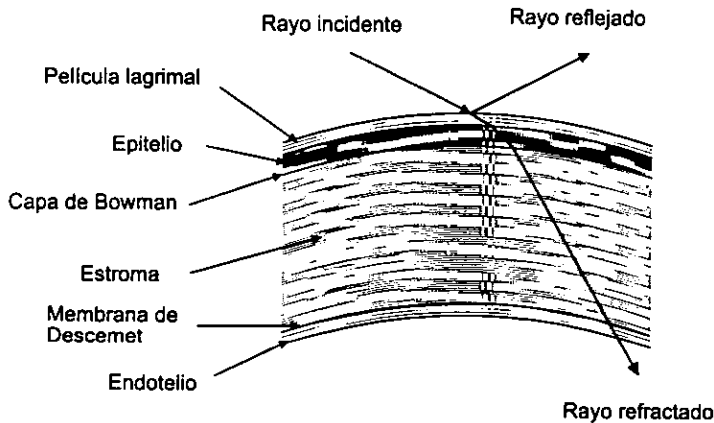


**Fig. 7b** Grosor de la córnea

#### 1.4 Anatomía y Funciones de la Córnea

La córnea protege el contenido intraocular y refracta la luz. Constituye la sexta parte anterior de la túnica fibrosa del ojo. Tiene la forma de un pequeño casquete esférico de radio un poco menor que el de la esclerótica. Las superficies exterior y posterior tienen radios de curvatura diferentes: para su cara exterior es, en promedio, de 7.7 mm y para su cara posterior es de 6.7 mm, en promedio también. Sus dimensiones son distintas por delante y por detrás; vista por delante, es alargada ligeramente en sentido horizontal, donde alcanza 12 mm, en tanto que su eje vertical es de 11 mm. El espesor en el centro es de 0.5 mm y aumenta hacia la periferia hasta 1 mm (Fig. 7b). La zona de contacto entre la esclerótica y la córnea recibe el nombre de limbo y el centro de la córnea es el ápice corneal.

La córnea consiste de cinco capas<sup>2,23</sup> (Fig. 8), desde afuera: el epitelio, capa de Bowman, estroma, membrana de Descemet y el endotelio.



**Fig. 8** Estructura detallada de la córnea

El epitelio está constituido de cuatro a seis capas celulares con un espesor de 50  $\mu\text{m}$ . Puede ser removida pero existe una restitución celular bastante rápida (1 a 2 semanas). Su función principal es la de proteger al ojo de material extraño y microorganismos. La capa de Bowman está compuesta de densas fibras de colágeno y es acelular, de tal manera que no puede regenerarse. Tiene un espesor de 8 a 12  $\mu\text{m}$  y juega un papel importante para mantener la forma de la córnea. Abajo de la capa de Bowman se encuentra el estroma que comprende cerca del 90% del grosor total de la córnea. Esta constituida de colágeno de tal manera que la modificación de la curvatura de la córnea se obtiene por remodelación de esta capa. Por último, abajo del estroma se encuentran la capa de Descemet y el endotelio que en realidad no juegan ningún papel mecánico importante en el modelado de la córnea pero que deben preservarse para combatir cualquier traumatismo o infección con el fin de mantener los procesos de intercambio del ojo.

## **1.5 Técnicas Quirúrgicas**

Como se mencionó anteriormente, la superficie anterior de la córnea junto con su película lagrimal representa el mayor porcentaje del poder refractivo total del ojo. Un pequeño cambio en su curvatura puede causar un importante efecto en todo el poder óptico del ojo provocando una disminución de la visión o en su caso un efecto correctivo.

Debido a que la forma de la córnea determina en gran medida el estado refractivo del ojo y la calidad de visión en pacientes con ojos enfermos, el objetivo de la mayoría de los procedimientos quirúrgicos refractivos es el de alterarla para corregir los defectos ópticos del ojo.

Por más de un siglo, los oftalmólogos han desarrollado más de quince técnicas diferentes para este propósito. Estas técnicas se pueden caracterizar en tres grupos: aquellas que modifican directamente la superficie corneal como la queratectomía fotorefractiva y la queratomileusis en donde se extirpa parte del tejido interno corneal provocando con esto que el tejido se vuelva a reestructurar modificando la forma; aquellas que inducen un cambio biomecánico en la región del ápice corneal como las técnicas de queratotomía radiada ó termoqueratoplastía en donde se realizan cortes superficiales muy finos provocando que la córnea modifique su forma por la presión intraocular; por último, aquellas que redireccionan los rayos de la luz para enfocar: lentes y lentes de contacto.

## **1.6 Métodos de Evaluación Corneal**

Un aspecto importante en la cirugía refractiva es la necesidad de determinar con precisión la forma de la córnea. El conocimiento de la naturaleza específica de la superficie corneal proporciona a los oftalmólogos información crítica pre ó post operatoria para tomar decisiones con respecto a las correcciones que involucran los procedimientos quirúrgicos.



En muchas ocasiones también es necesario contar con métodos que midan a corto y a largo plazo los efectos de alguna cirugía practicada, particularmente cuando se modifican córneas muy distorsionadas. Esto le proporciona a los médicos una valiosa retroalimentación para determinar y guiar cuidadosamente el procedimiento de corrección que se ha decidido realizar.

Existen diferentes métodos para determinar la topografía corneal, sin embargo, aunque hace tres siglos se realizó el primer intento de medir la superficie anterior de la córnea, la forma exacta de esta superficie permanece casi desconocida debido a que no existe claridad sobre cuál debería de ser la superficie "correcta". Cada persona tiene córneas con diferentes características.

Todas las mediciones realizadas sobre la córnea están basadas en la propiedad óptica que considera a la córnea como una superficie reflectora. Primordialmente, los métodos para medir la topografía corneal se basan en la medición del tamaño de la imagen de un objeto que se forma en la córnea, aunque existen otros métodos que se basan en diferentes premisas.

Debido a la gran diversidad de métodos, éstos se pueden clasificar en dos grupos: 1. los métodos que hacen mediciones ópticas directas, y 2. los métodos que hacen mediciones fotográficas o indirectas.

### **1.6.1 Mediciones ópticas directas**

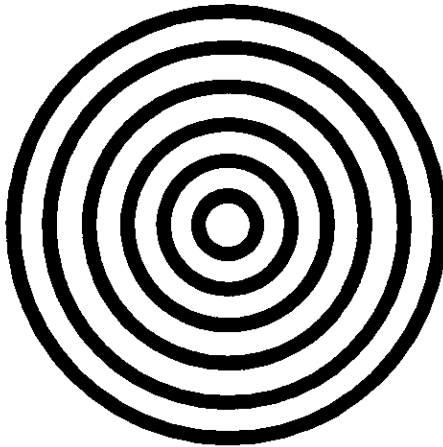
A comienzos del siglo diecisiete el padre jesuita Christopher Sheiner<sup>6</sup> trató de medir la córnea colocando varios espejos convexos más o menos de forma y tamaño similares a la córnea cerca del ojo de un paciente hasta que encontrara dos imágenes iguales. En 1839 Kohlraush<sup>6</sup> midió directamente la imagen reflejada de un objeto en la córnea utilizando el telescopio de Kepler. La distorsión de la imagen reflejada indicaba anomalías en la topografía corneal. En 1846 Senff<sup>6</sup> utilizó un método similar al de Kohlraush<sup>6</sup> y encontró que la córnea tenía forma de un elipsoide.

Helmholtz<sup>6</sup> (1854) fue el primero en introducir un dispositivo con un cierto patrón o miras en su oftalmómetro de tal manera que al reflejarse en la córnea del paciente, el observador podía ver la imagen de estas miras e interpretarlas cuantitativamente. En 1880 Antonio Plácido<sup>6</sup> construyó un queratoscopio que sigue utilizándose en la actualidad. El dispositivo era un disco con anillos alternados blancos y negros que se colocan frente al paciente. Este disco tenía un agujero en el centro a través del cual el observador podía visualizar la córnea del paciente. Sin embargo, una condición necesaria era la alineación del paciente con el disco de manera tal que si se trataba de una córnea esférica, las imágenes reflejadas aparecían circulares y concéntricas. En 1889 Javal<sup>6</sup> construyó un instrumento (oftalmómetro) utilizando el disco de Plácido y un sistema de magnificación de la imagen. Con este instrumento se logró medir el radio promedio de una zona central de 1 mm de diámetro de la córnea, lo que representaba resultados precisos para la época. Otros investigadores sugirieron diferentes dispositivos de medición y no fue hasta 1964 que Bonnet<sup>6</sup> llegó a explorar una zona central corneal de 0.5 mm de diámetro.

### **1.6.2 Mediciones fotográficas**

En 1896 Gullstrand<sup>6</sup>, reconociendo la importancia del trabajo de Javal fue el que abrió la era de la fotoqueratoscopía, la cual proporciona información casi instantánea acerca de una buena parte de la córnea en todos los meridianos con una sola exposición. Gullstrand utilizó el disco de Plácido. En la imagen que se forma de estos anillos, debido a la superficie reflectora de la córnea, se puede medir el radio y la separación de ellos, con lo cual se puede conocer la curvatura de esta superficie, pero si ésta está muy deformada, la imagen de los anillos también pierden su forma y no se pueden hacer mediciones muy precisas por lo que este método sólo funciona para deformaciones leves. El trabajo de Gullstrand fue continuado por muchos científicos como Lenoble (1952), Mandell<sup>6</sup> (1967), etc. Todos ellos utilizaron un objeto derivado del disco de Plácido habiendo modificando más o menos a su juicio, la forma

para lograr más precisión en el estudio de la periferia corneal. Algunos, por ejemplo, utilizaron el disco de Placido (fig. 9) y las imágenes resultantes las compararon con imágenes de esferas del mismo radio de curvatura. Otros utilizaron un método parecido al utilizado por los ingenieros civiles para determinar el perfil terrestre. A cada anillo del disco se le asoció un cierto valor de elevación y los demás anillos se van colocando unos sobre otros.



**Fig. 9.** *Disco de Placido*

El principio de medición de la topografía corneal que siguen casi todos los métodos tiene que ver con las normales entre el rayo incidente y el rayo reflejado en dos puntos sucesivos de la superficie corneal, lo cual determina el radio de curvatura promedio de una zona explorada. La precisión de estos instrumentos está determinada generalmente por la calibración con esferas de acero de radio conocido.

En fotoqueratoscopia, las coordenadas  $(x,y)$  de un punto de la imagen (Disco de Placido) permiten medir el elemento corneal fotografiado. La precisión de la medición de  $y$  es de gran importancia ya que todos los cálculos que siguen dependen de este dato experimental. Es necesario evitar el desenfoque y tomar en

consideración las aberraciones que están presentes en el sistema óptico y en la córnea. De  $y$ , se obtiene  $x$ . Teniendo un cierto número de parejas  $x,y$  en un meridiano, se puede evaluar entonces la curvatura de esta sección.

En los últimos años, se han utilizado nuevas técnicas de medición de la topografía corneal basadas en métodos interferométricos y rasterestereográficos entre otros. Estos métodos tienen la cualidad de ser muy precisos con pocas suposiciones ó ninguna. En el primer caso, estos métodos extraen la información topográfica corneal de un patrón de interferencia formado por la reflexión de un haz de luz coherente monocromático en la superficie corneal. Sin embargo, no proporcionan valores absolutos para la medición de la curvatura corneal sino sólo las variaciones de un valor promedio. Por otra parte, los métodos rasterestereográficos<sup>24</sup> extraen la información de la superficie corneal a través de la proyección de una malla calibrada en la capa lagrimal de la córnea con fluoresceína. La reflexión difusa del patrón de la malla se capta con una cámara de video, se digitaliza y los puntos de cruce de éste último se comparan con las coordenadas de los puntos de cruce de otra malla calibrada para calcular la topografía corneal.

Por otro lado, se encuentran los métodos como deflectometría láser<sup>18,22</sup> y deflectometría de Moiré<sup>16</sup>. El primero mide el ángulo de deflexión de un haz de láser que incide sobre una superficie, donde la medición de dicho ángulo permite conocer la superficie.

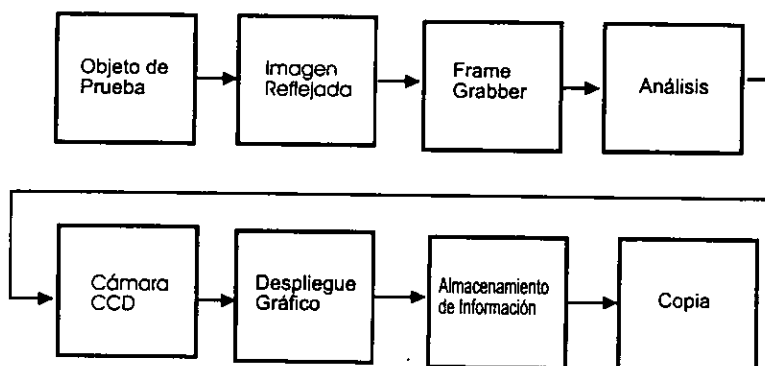
La deflectometría de Moiré, por otro lado, es un tipo de interferometría. En este método se proyectan franjas paralelas y equidistantes sobre una superficie no plana. A su vez, esta superficie se observa desde otro ángulo diferente con respecto al que se proyectan las franjas observando curvas que muestran las líneas de contorno de la superficie relativas a una superficie plana, ya que éstas se comparan con las franjas paralelas.

Aunque los métodos descritos resuelven problemas que los primeros no resuelven, y además son teóricamente atractivos, existe relativamente poca información publicada acerca de su precisión y utilidad. Por otro lado, los métodos

videoqueratográficos han tenido mucho auge al grado de estar comercialmente disponibles a lo largo de diez años aproximadamente, con la introducción de nuevos productos cada año. Como ejemplos están el EyeNap de Alcon Surgical Systems, EyeSys de EyeSys Technologies, Keratron, Technomed, Atlas, Orbitex, etc.

### 1.6.3 Sistemas Videoqueratográficos

Al estudio de la forma de la córnea se le conoce como queratografía y en particular, cuando se utilizan imágenes captadas por una cámara de video para mapear la superficie de la córnea se le llama videoqueratografía. Los elementos básicos de un videoqueratógrafo se muestran en la figura 9.



**Fig. 9** Componentes básicos de la secuencia de operación general de un videoqueratómetro típico

Los sistemas videoqueratográficos utilizan un objeto de prueba conocido como "miras" (de 8 a 36 anillos concéntricos) que son reflejados por la córnea y la imagen de video se capta con una cámara CCD. En todos los videoqueratógrafos que se reportan en la literatura se tiene que conseguir una alineación exhaustiva de tal manera que al capturar la imagen se obtenga una videoqueratografía. Se puede decir

entonces, que el videoqueratógrafo es un sistema que permite obtener la imagen de video digitalizada de un objeto adecuadamente alineado e iluminado después de reflejarse en la película lagrimal de la córnea. Una vez que se analiza esta imagen, la información puede manipularse para recrear la topografía de la superficie del objeto.

En la figura 10 se observa el esquema de un videoqueratómetro. Un rayo de luz que abandona el objeto de prueba se refleja en la córnea, paralelo al eje óptico del sistema videoqueratógráfico. Esto se debe a que en el foco de la lente de la cámara se coloca un diafragma de 1mm de diámetro que selecciona solo aquellos rayos que entran paralelos a la lente. El rayo es refractado por la lente objetivo de la cámara de video y pasa a través de una pequeña apertura que se coloca en la distancia focal de la lente y por último llega al CCD. El efecto de la apertura es el de limitar los rayos que llegan al CCD. Sólo aquellos que llegan al objetivo y que viajan paralelos al eje óptico del sistema videoqueratógráfico son captados por la cámara, debido a la presencia del diafragma (arreglo telecéntrico).

Así, a raíz de la instrumentación comercial, en este trabajo, se discute un algoritmo de evaluación de la topografía corneal que utiliza el método videoqueratógráfico y que resuelve ciertos aspectos que otros algoritmos no resuelven aunque utilicen métodos semejantes.

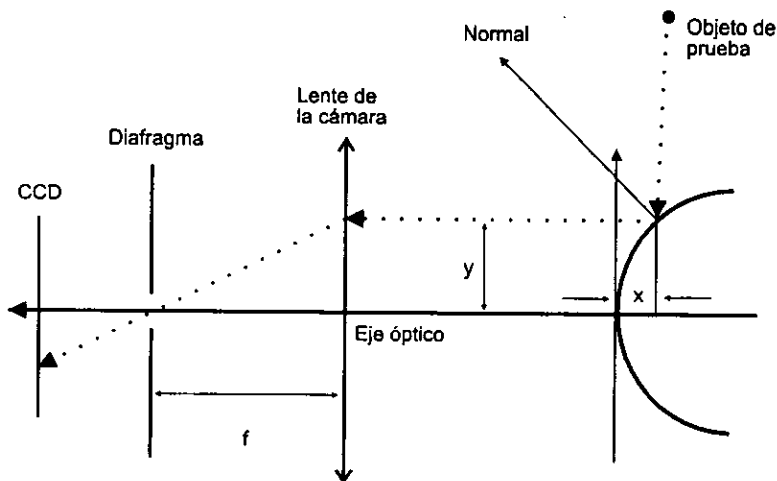
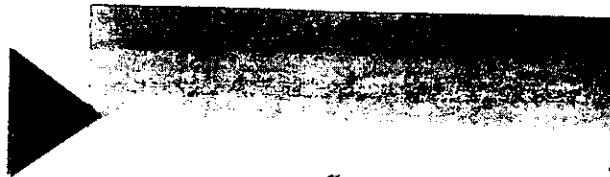


Fig. 10 Esquema de un sistema videoqueratógráfico

## DISEÑO DEL VIDEOQUERATÓMETRO



## DISEÑO DEL VIDEOQUERATÓMETRO

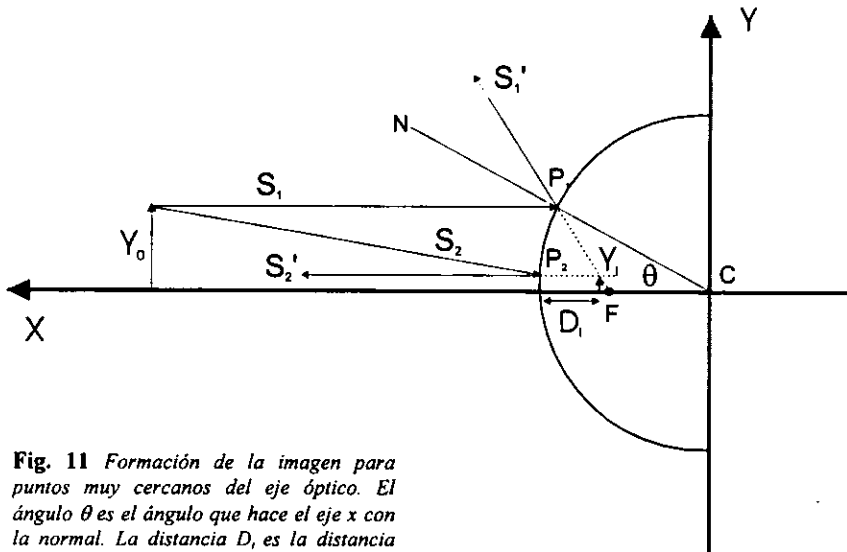
La necesidad de métodos más precisos para evaluar la topografía de la superficie corneal ha llevado al desarrollo de diferentes técnicas. Sin embargo, el sistema queratoscópico desarrollado por Antonio Plácido y refinado por Gullstrand sigue siendo un método comúnmente utilizado para estudiar la superficie corneal.

En este capítulo se describen los aspectos teóricos que conducen a la implementación física de un videoqueratómetro. También se describe el funcionamiento de este sistema experimental, sus componentes ópticas y la manera como se obtienen y se procesan los datos.



## 2.1 Ecuación Gaussiana para los espejos esféricos

Consideremos un objeto real derecho de altura  $Y_0$ , localizado a una distancia  $D_0$  del vértice de una superficie de revolución (Fig. 11).



**Fig. 11** Formación de la imagen para puntos muy cercanos del eje óptico. El ángulo  $\theta$  es el ángulo que hace el eje  $x$  con la normal. La distancia  $D_i$  es la distancia del vértice  $V$  a la imagen

Efectuando el trazo de rayos para la superficie convexa reflectora se muestra cómo se forma la imagen correspondiente.

Un rayo  $S_1$  que inicia desde  $Y_0$  y que viaja paralelo al eje óptico se refleja en  $P_1$  resultando el rayo  $S_1'$ . Otro rayo  $S_2$  que parte del mismo punto y que viaja en dirección del foco se refleja en  $P_2$ , cuyo rayo reflejado  $S_2'$  es paralelo al eje óptico. Los dos rayos reflejados  $S_1'$  y  $S_2'$  divergen después de reflejarse en la superficie esférica formando una imagen virtual  $Y_i$  en un punto desde el cual ellos parecen originarse.

Para rayos muy cercanos al eje óptico (rayos paraxiales), la localización de la imagen formada se puede expresar por la ecuación Gaussiana para espejos esféricos<sup>13</sup>:

$$\frac{1}{D_i} + \frac{1}{D_o} = -\frac{2}{R} \quad (2)$$

La distancia objeto  $D_o$  y la distancia imagen  $D_i$  están medidas con respecto al vértice  $V$  de la superficie.

Podemos ver que la ecuación anterior no depende de ningún ángulo; esto quiere decir que es válida para todos los rayos que intersectan a la superficie, siempre y cuando éstos sean rayos paraxiales, es decir, rayos que incidan muy cerca del vértice y con ángulos pequeños respecto al eje óptico. Cabe señalar que no existe un criterio específico que defina qué tan pequeños deben ser los ángulos o qué tan cercanos deben estar los rayos al vértice para ser paraxiales. Si el valor máximo permitido del ángulo  $\alpha$  se reduce, los rayos serán más paraxiales y la imagen será más nítida; sin embargo, la iluminación de la imagen se reduce porque la cantidad de luz que se refleja de la superficie es menor. De lo anterior resulta que existe un compromiso entre una imagen bien iluminada y una imagen de calidad.

Para identificar el tipo de imagen que se forma por reflexión se requiere ser cuidadoso en la convención de signos que se sigue para  $D_o$ ,  $D_i$  y  $R$  al utilizar la ec. (2):

1. Los rayos incidentes viajan de izquierda a derecha (en la dirección negativa del eje  $X$ )
2. El radio  $R$  es positivo si  $V$  está a la izquierda de  $C$ , esto es, si la superficie reflectora es convexa vista desde la izquierda; de otra manera  $R$  es negativo
3.  $D_o$  es positiva si  $P$  está a la izquierda de  $V$ ; de otra manera  $D_o$  es negativa
4.  $D_i$  es negativa si  $P$  está a la derecha de  $V$ ; de otra manera  $D_i$  es positiva
5. Las distancias  $Y_o$  y  $Y_i$  son positivas si están arriba del eje óptico; de otra manera son negativas

Así, al observar la imagen que se forma, se puede apreciar que los rayos reflejados parecen diverger de otro punto situado a una distancia  $D_i$  del vértice. Esto nos indica que la imagen formada es **virtual y derecha**.

## 2.2 Formación de imágenes paraxiales para objetos lejanos al eje óptico

Debido a que el cálculo anterior es válido solamente para rayos paraxiales, para puntos alejados del eje óptico esta aproximación ya no es válida de manera que se debe buscar la forma de encontrar la imagen para estos puntos. Esto nos conducirá al cálculo de la forma de la pantalla translúcida que habrá de utilizarse para el diseño del videoqueratómetro.

Consideremos un punto  $P_o'$  que representa cualquier punto en el espacio objeto. Debido a que, en general este punto se encuentra alejado del eje óptico general, los rayos que parten de este punto y que llegan a la superficie, no son paraxiales. Sin embargo, dada la simetría de la superficie esférica, cada radio puede considerarse como un eje óptico. Así para cada punto  $P_o'$  se define un eje óptico local definido por la línea que une a  $P_o'$  con el origen de coordenadas. A este eje óptico local le asociamos un sistema de coordenadas local  $X'Y'$ .

La intersección con la superficie define un vértice local  $V'$ . Para rayos que parten de  $P_o'$  y que son cercanos a  $V'$ , tenemos rayos paraxiales por lo que obedecen la ec. (2). Así podemos obtener la posición de la imagen en el sistema  $X'Y'$  y después por simple transformación de coordenadas obtener la posición de la imagen en el sistema original  $XY$ .

Por la geometría del problema e introduciendo la ec. (2) podemos obtener las coordenadas de  $P_i'$  con respecto al sistema **no primado**:

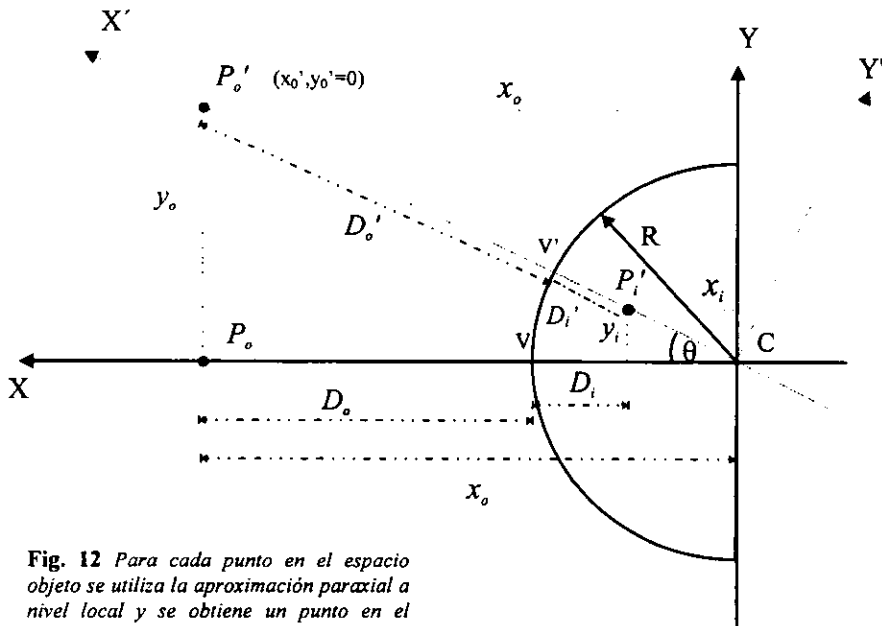
$$\text{El ángulo } \theta \text{ está dado por: } \quad \tan \theta = \frac{y_o}{x_o} = \frac{y_i}{x_i} \quad (3)$$

Para el triángulo  $\overline{P_0P'_0C}$  se tiene que  $x'_0 = \sqrt{x_0^2 + y_0^2}$  (4)

además  $D'_0 = x'_0 - R$  (5)

De la ec. (2) para el sistema primado tenemos

$$D'_i = \frac{RD'_0}{2D'_0 + R} \quad (6)$$



**Fig. 12** Para cada punto en el espacio objeto se utiliza la aproximación paraxial a nivel local y se obtiene un punto en el espacio imagen. El ángulo  $\theta$  es el ángulo que hace cada eje óptico local con el eje óptico del sistema no primado

Además

$$x'_i = R - D'_i \quad (8)$$

Por último se tiene que

$$\cos \theta = \frac{x_i}{x_i'} \quad \Rightarrow \quad x_i = x_i' \cos \theta \quad (9)$$

$$\text{sen } \theta = \frac{y_i}{x_i'} \quad \Rightarrow \quad y_i = x_i' \text{sen } \theta$$

Combinando las expresiones anteriores, se obtiene una expresión general para la imagen de cualquier punto en el espacio objeto en términos de las coordenadas del sistema primado, el ángulo  $\theta$  y el radio de curvatura de la superficie.

$$x_i = \left[ \frac{R \cdot x_o'}{2x_o' - R} \right] \cos \theta \quad (10)$$

$$y_i = \left[ \frac{R \cdot x_o'}{2x_o' - R} \right] \text{sen } \theta \quad (11)$$

$x_i$  y  $y_i$  representan las coordenadas de la imagen de cualquier punto objeto en el espacio.

En este momento vale la pena analizar el comportamiento de las dos expresiones anteriores en condiciones límites en las que un punto objeto en el espacio  $P_0$  está muy cerca del eje óptico y cuando está muy alejado de él de tal manera que se obtenga una idea cualitativa de la imagen que se forma.

### 2.2.1 $P_0$ muy cerca del eje óptico

Un punto  $P_0$  que está muy cerca del eje óptico cumple con las siguientes condiciones:

$$y_o \rightarrow 0 \quad \Rightarrow \quad \theta \rightarrow 0$$

$$\therefore x_i = \frac{R x_o}{2x_o - R} \quad (12)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{x_i} + \frac{1}{x_0} = \frac{2}{R},$$

por lo que se recupera la ec. Gaussiana usual

En tal caso

$$\text{si } x_0 \rightarrow \infty \quad \Rightarrow \quad x_i = \frac{R}{2} \quad (13)$$

$$\text{si } x_0 \rightarrow R \quad \Rightarrow \quad x_i = R \quad (14)$$

Se puede observar que la ec. (12) es idéntica a la ecuación de las lentes delgadas. Además la ec. (13) muestra que a medida que el objeto se aleja, la imagen se acerca a  $\frac{R}{2}$  en el eje  $X$  y la altura de la imagen  $y_i$  va disminuyendo; la ec. (14) muestra que a medida que el objeto se acerca a la superficie ( $x_0 \rightarrow R$ ) la imagen también se pega a la superficie.

### 2.2.2 $P_0$ muy lejos del eje óptico

Un punto  $P_0$  que está muy lejos del eje óptico cumple con las siguientes condiciones:

$$y_0 \rightarrow \infty \quad \Rightarrow \quad \theta \rightarrow \frac{\pi}{2}$$

$$\therefore \quad y_i = \frac{R}{2} \quad x_i = 0 \quad (15)$$

Así, de la ec. (15) se puede observar que la altura máxima de la imagen sólo puede llegar a tener un valor de  $\frac{R}{2}$ .

## 2.3 Forma de la superficie imagen

Ahora que se cuenta con las ecuaciones que nos permiten conocer la posición de la imagen que se forma por el reflejo de los rayos en la superficie, se requiere construir cuantitativamente una expresión general que caracterice la imagen que forman un conjunto de puntos en el espacio para una superficie esférica reflectora convexa.

### 2.3.1 Ecuación General

Combinando las ecuaciones (10) y (11) se puede encontrar una expresión general para calcular la imagen de un conjunto de puntos en el espacio objeto que pueden estar dispuestos en distintas configuraciones.

$$x_i^2 + y_i^2 = \left[ \frac{R\sqrt{x_0^2 + y_0^2}}{2\sqrt{x_0^2 + y_0^2} - R} \right]^2 \quad (16)$$

en coordenadas polares

$$r_i = \frac{Rr_0}{2r_0 - R} \quad (17)$$

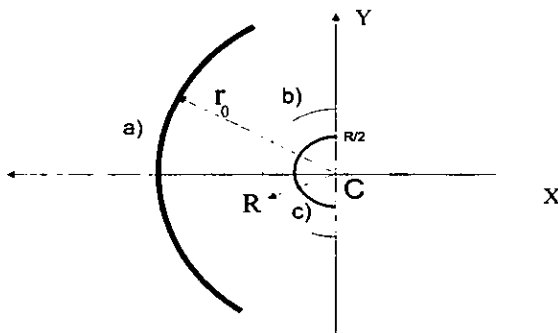
Se puede observar que la ec. (16) es una función  $f(y_i, x_i, g(y_0, x_0), R) = 0$ . Si suponemos que el conjunto de puntos objeto toma la forma  $g(y_0, x_0) = 0$  entonces la ec. (16) es la ec. para la forma de la superficie de la imagen.

### 2.3.2 Objeto de forma esférica

Por ejemplo, un caso sencillo es el que se refiere a un objeto esférico centrado en el centro de curvatura  $C$  de la superficie reflectora.

Si  $r_0 = \sqrt{x_0^2 + y_0^2}$  donde  $r_0$  es el radio de curvatura del objeto esférico en cuestión,

con  $r_0 > R$  donde  $R$  es el radio de curvatura de la esfera reflectora (Fig. 13).



**Fig. 13** a) Es el campo esférico centrado en  $C$ . b) Es la superficie reflectora. c) Es la imagen esférica centrada en  $C$

La ec. (17) representa la ecuación de la superficie imagen que es una esfera centrada en  $C$  con radio

$$r_i = \frac{R \cdot r_0}{2r_0 - R} \quad (19)$$

### 2.3.3 Objeto Plano

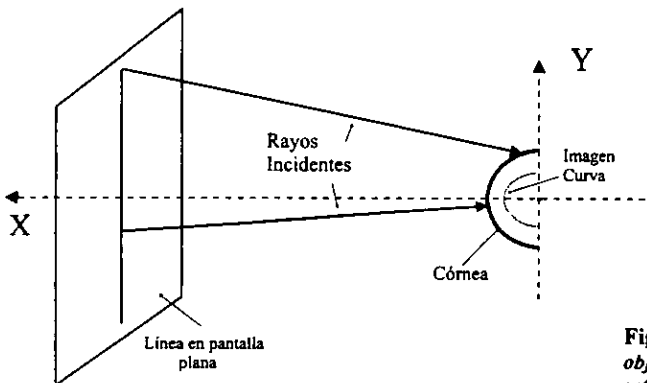
Otra configuración de puntos que tiene mucha importancia en el análisis de la formación de la imagen para el desarrollo del videoqueratómetro es el de un objeto plano. Al hablar de un videoqueratómetro, siempre va involucrada una cámara de



video al igual que la cámara fotográfica cuando se habla de un fotoqueratómetro. Aunque la cámara de video y la cámara fotográfica guardan diferencias entre sí, para nosotros tienen un aspecto en común que nos brinda el motivo para estudiar la formación de la imagen de un objeto plano: usualmente, las lentes para objetivos fotográficos, están diseñados con la premisa de formar la imagen plana de un objeto plano, ambos ortogonales al eje óptico. Esto quiere decir, que las cámaras de video enfocan en un solo plano dentro de la profundidad de campo y no en varios simultáneamente, es en este último en donde el objeto se ve más nítido; así un CCD forma mejores imágenes de objetos planos. Para un objeto plano (Fig. 14) tenemos que

$$x_o = k \quad (20)$$

donde  $k$  es una constante arbitraria



**Fig. 14** Imagen de un objeto plano por reflexión en una esfera

De la ec. (3) se tiene que

$$y_i = \frac{x_i}{x_o} y_o$$

Sustituyendo en la ec. (16) y resolviendo para  $x_i$ , se obtiene

$$x_i = \frac{R \cdot x_o}{2 \cdot x_o \sqrt{1 + \frac{y_o^2}{x_o^2} - R}} \quad (21)$$

Se cumple para un punto objeto que no está lejos del eje óptico que,  $\frac{y_o^2}{x_o^2} \ll 1$ , entonces se puede expandir el radical de la ec. (21) a primera aproximación

$$\left(1 + \frac{y_o^2}{x_o^2}\right)^{\frac{1}{2}} \approx 1 + \frac{1}{2} \frac{y_o^2}{x_o^2} \quad (21.bis)$$

reagrupando términos obtenemos la ecuación de la imagen que forma un objeto plano

$$\left[x_i - \frac{1}{2} \left(\frac{R \cdot x_o}{2x_o - R}\right)\right]^2 + \frac{x_o}{2x_o - R} y_i^2 = \frac{1}{4} \left(\frac{R \cdot x_o}{2x_o - R}\right)^2 \quad (22)$$

$$\text{Si} \quad a = \frac{1}{2} \left(\frac{R x_o}{2x_o - R}\right) \quad b = \sqrt{\frac{R}{2} \left(\frac{x_o}{2x_o - R}\right)}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{(x_i - a)^2}{a^2} + \frac{y_i^2}{b^2} = 1 \quad (23)$$

que es la ecuación de una elipse con su eje mayor sobre el eje óptico y centrada en  $x_i = a$  con semiejes  $a$  y  $b$ .

De esta manera, se puede observar que la imagen de un conjunto de puntos objeto (espacio objeto) dispuestos en una superficie plana resulta situarse en un elipsoide de revolución.

## 2.4 Cálculo de la forma de la pantalla que produce una imagen plana

Cómo se mencionó en la sección 2.3.3 se requiere calcular un lugar geométrico de puntos (pantalla) que formen una imagen plana en la córnea. De la ec. (23) y de la fig. (15) debe ser claro que un punto objeto  $P_0$  tiene su imagen en  $P_0'$ , al poner un punto objeto en  $P_0'$  su imagen estará en  $P_0$ . Es decir, si se busca una pantalla que logre proyectar una imagen plana, al reflejarse en una superficie esférica, al intercambiar los puntos del espacio objeto por puntos del espacio imagen dará una idea exacta (principio de reversibilidad) de cuál es la forma de la pantalla que se requiere.

Fig. 15 a) Intercambio de puntos objeto por puntos imagen

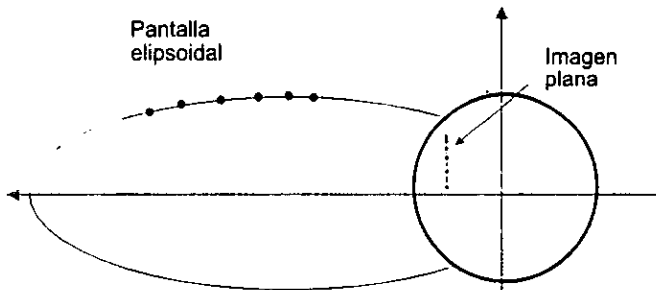
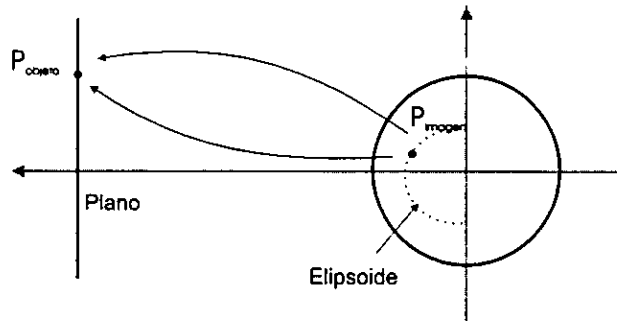
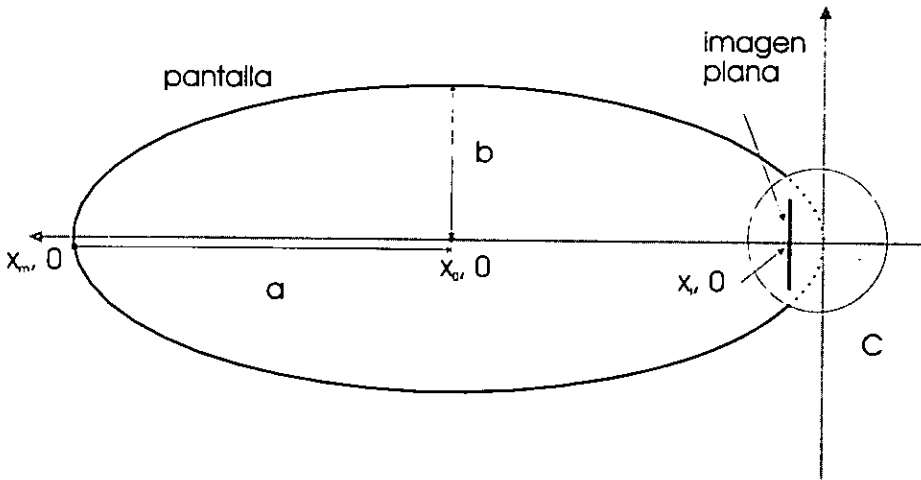


Fig. 15 b) Pantalla elipsoidal produce una imagen plana

Así, del resultado de la sección anterior ec. (23), se tiene que para un objeto plano, la imagen cae en un elipsoide; de manera que por la condición de planitud si la pantalla es un elipsoide, la imagen caerá en un plano localizado en  $x_1 = \text{cte}$  lo cual corresponde con los resultados obtenidos por Ludlam y Wittenberg<sup>19,20</sup>.



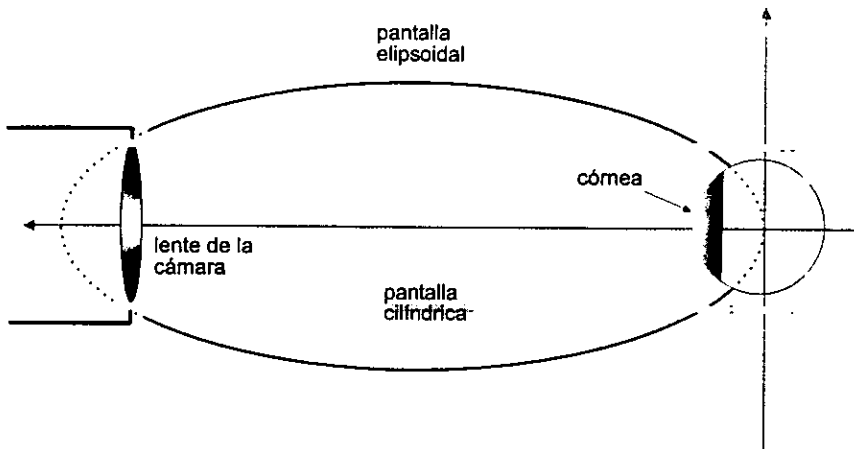
**Fig. 17** Pantalla que produce  
que produce planitud reflectiva

Se puede observar que el límite de la imagen plana se da en las intersecciones de este plano con la pantalla elipsoidal. También se observa que para un valor máximo de  $D_0$  el valor mínimo de  $x_i$  debe ser de  $r/2$  el cual ocurre cuando la distancia al objeto  $D_0$  es infinita. De aquí se desprende que la normal a la superficie en el punto donde la imagen y el objeto se tocan es de  $60^\circ$ .

Con el esquema "exacto", si se quiere producir una imagen completamente plana, el tamaño del eje mayor de la pantalla elipsoidal deberá ser infinito o muy grande. Sin embargo, para propósitos prácticos se debe escoger un tamaño de eje mayor lo suficientemente grande pero finito con el cual se obtenga una imagen aproximadamente plana.

Al hablar de la planitud de la imagen se debe considerar que la determinación precisa de dicha planitud requiere de la suposición de tener un eje óptico local por cada punto en la pantalla y a su vez considerar aproximación paraxial.

Aunque la pantalla elipsoidal permite formar una imagen plana en la córnea, su construcción física es complicada. De manera que para simplificar este problema se propone el uso de una pantalla cilíndrica que se aproxime lo suficiente a la elipsoidal fig. (18). Esto hace que las imágenes del instrumento se analicen fácilmente.



**Fig. 18** Pantalla elipsoidal y pantalla cilíndrica

De la figura 18 se puede ver que en la práctica, la pantalla elipsoidal debe tener dos aberturas en sus extremos. Una es para colocar la córnea y la otra para colocar la cámara que registrará los rayos reflejados que emergen de la primera. Estas aberturas tienen que ser por lo menos del tamaño de la córnea (6.8mm - 7.7 mm) en un extremo y del tamaño de la lente en el otro (10 mm) de tal manera que ésta última pueda captar todos los rayos reflejados que provienen de la superficie reflectora.

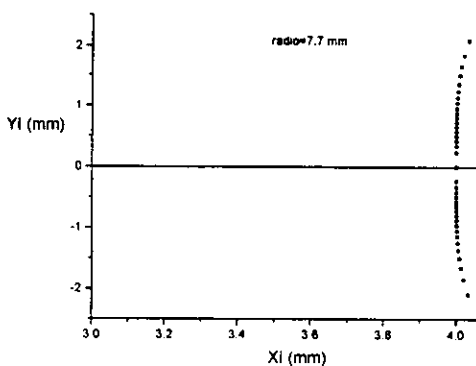
Como la pantalla cilíndrica es recta, se considera el tamaño de la abertura correspondiente a la medida mayor que en este caso es la de la lente.

Probablemente otras pantallas de forma diferente podrían cumplir con los requerimientos para estudiar la topografía corneal como lo es un cono, sin embargo, la pantalla cilíndrica se aproxima significativamente más a la pantalla elipsoidal

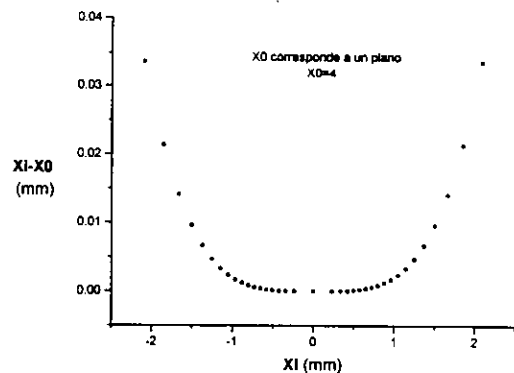
además de que ofrece una mayor facilidad de construcción que cualquier otra forma de pantalla.

En este punto surge la pregunta de qué tan plana es la imagen que se obtiene con una pantalla cilíndrica comparada con la que se obtiene con una elipsoidal. Utilizando la ec. (22) con un valor de  $x_0$  fijo, donde  $x_0$  es la distancia del centro de curvatura C de la córnea a la imagen, se puede encontrar la imagen y calcular la diferencia que ésta tiene con un plano. Con esto se observa que dentro de una longitud de 2 mm a cada lado del eje óptico, la imagen resulta ser plana (Graf. 1 y 2). De las gráficas se puede observar que si la córnea tiene un radio total de 7.7 mm aproximadamente, un 70% del área de la imagen total obtenida (6 mm) es plana con diferencias de décimas de mm en la región que no es plana. Para la pantalla elipsoidal se encuentra que la planitud de la imagen está en 2.7 mm a cada lado del eje óptico; lo cual quiere decir que la imagen de la pantalla cubre casi el 90% del área total de la córnea. Así con estos resultados se observa que efectivamente la pantalla cilíndrica es una muy buena opción para evaluar la topografía corneal.

El hecho de que la planitud de la imagen obtenida se encuentre alrededor del centro de la córnea es de mucha importancia ya que la mayoría de los problemas corneales se encuentran comúnmente en la parte central de ésta.



**Graf. 1** Imagen de una pantalla cilíndrica



**Graf. 2** Diferencias entre la imagen de la pantalla cilíndrica y un plano

## 2.5 Longitud y ancho de la pantalla

La determinación de las dimensiones físicas de la pantalla dependen básicamente de las características de la lente de la cámara que se utiliza y de las medidas de la córnea así como de la órbita ocular las cuales varían de persona a persona. Aunque lo último pareciera ser un problema, realmente no lo es tanto al considerar medidas promedio reportadas en la literatura y que son válidas para una población de tamaño considerable (Tabla1).

La longitud de la pantalla depende de la máxima distancia de enfoque de la lente de la cámara y del número de anillos que se dibujarán en ella para realizar la evaluación de la topografía corneal. En este caso, la lente tiene un anillo espaciador de 1 mm de diámetro para disminuir la distancia de enfoque entre 8 y 9 cm por lo que la longitud de la pantalla se debe ajustar entre estas dos cantidades. En este caso, la longitud de la pantalla se fijó en la distancia menor de enfoque de la lente: 8 cm, de manera que el centímetro sobrante permite un margen de posiciones en las que se puede colocar la cornea gracias a que las órbitas oculares son diferentes entre las personas (fig. 19).

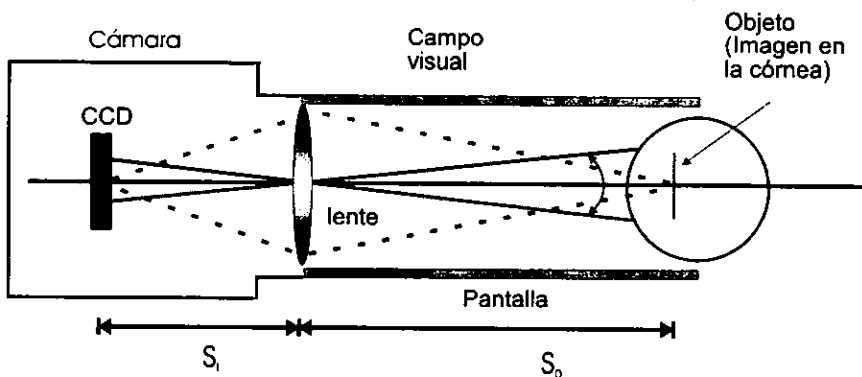
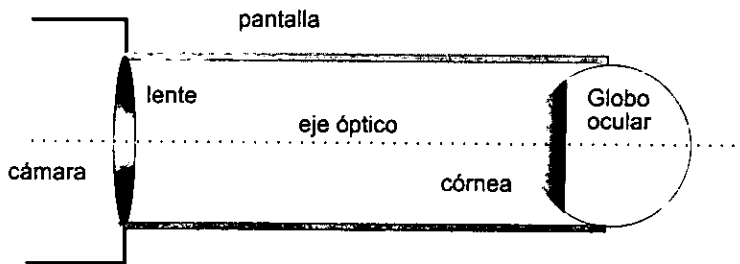


Fig. 19 Campo visual de la córnea

Como la longitud de la pantalla es de 8 cm, la imagen se forma a 4 mm aproximadamente atrás de la superficie anterior de la córnea.

De la figura 19, podemos ver que el diámetro interior de la pantalla cilíndrica queda definido por el tamaño del diámetro de la lente ya que se debe procurar que los rayos reflejados por la córnea lleguen a ella. En el caso de que el diámetro de la pantalla fuera menor la cámara perdería campo visual y si fuera mayor realmente estaría de más. Así, la pantalla cilíndrica queda como muestra la fig. 20.



**Fig. 20** Pantalla cilíndrica

## 2.6 Patrón de anillos para la evaluación corneal

Habiendo calculado la forma de la pantalla que produce imágenes planas, se requiere tener algo más que permite medir la forma de la córnea. Una primera idea es medir el tamaño de la imagen reflejada en la córnea correspondiente a un objeto localizado en la pantalla cilíndrica. Sin embargo, cabe la pregunta de qué clase de objetos se debe tener para llevar a cabo una evaluación topográfica corneal adecuada. Los objetos o miras que se han usado para estudiar la topografía corneal son diversos: círculos, arcos, líneas paralelas, franjas de interferencia y mallas. El tipo de miras que se utiliza comúnmente en instrumentos comerciales y aparatos de investigación consiste en anillos circulares. Estos anillos concéntricos se llaman

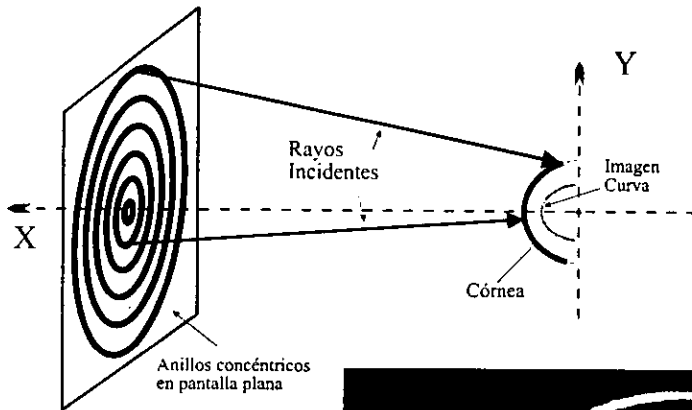


anillos de Placido aunque estrictamente hablando este nombre describe no sólo a los anillos sino también a la forma de la pantalla que es plana o ligeramente cónica y en donde se encuentran dibujados los anillos circulares concéntricos de color negro y blanco (Disco de Placido).

Por la razón anterior y además de que es muy fácil alinear anillos circulares con el eje óptico del sistema ya que éste tiene simetría de revolución, se decidió utilizar miras en forma de círculos concéntricos blancos y negros sobre la pantalla cilíndrica intersectados por líneas equidistantes que servirán para aplicar el método de evaluación corneal que se propone en el capítulo tres para investigar la forma de la córnea. Bajo este esquema de miras si la córnea no tiene ninguna deformación, las imágenes reflejadas de las miras (miras blancas) serán circulares y concéntricas si los anillos están centrados con el eje óptico de la córnea. En el caso de que existan distorsiones en la topografía corneal éstas se reflejan como deformaciones en la forma de los anillos o de la concetricidad de tal manera que con un método adecuado de evaluación de este patrón de anillos se pueden obtener los datos necesarios para dar una aproximación de la formada la superficie corneal.

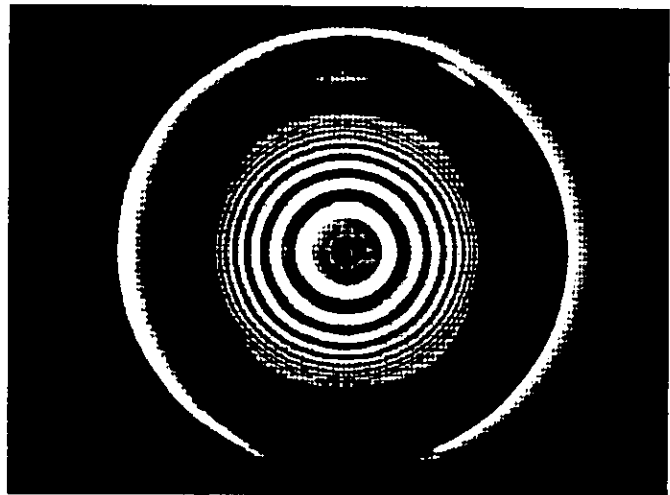
Cabe señalar que el conjunto de miras debe diseñarse de acuerdo a la forma de la pantalla que se utiliza. Así por ejemplo, si se utiliza una pantalla elipsoidal, el cálculo de la posición y tamaño de los anillos blancos y negros (Apéndice A) resulta ser diferente y más complicado que en el caso de una pantalla cilíndrica ó plana. Es por ello que para estudiar la topografía corneal no sólo es necesario contar con una pantalla cilíndrica sino también se requiere proyectar un patrón de puntos característicos que permita estudiar cuantitativamente y con detalle la forma de la córnea. Así, este patrón de puntos en forma de anillos concéntricos hace posible alinear fácilmente el sistema óptico con él. Además, si los anillos son igualmente espaciados y del mismo grosor en la imagen, se puede hacer comparaciones de las imágenes reflejadas por diferentes topografías corneales y hacer relativamente fácil su análisis para la obtención de información sobre la forma de la superficie anterior corneal.

En el caso de una pantalla plana, el patrón de anillos blancos y negros igualmente espaciados y del mismo grosor en la imagen es fácil de construir; sin embargo, la imagen reflejada que se obtiene con esta pantalla contiene una serie de detalles que impiden el análisis de la misma (fig. 22). Un detalle muy importante consiste en que no se obtiene una imagen plana como se puede observar en los bordes de la imagen los cuales se notan menos definidos (borrosos). Por otro lado, también es evidente que la imagen no cubre más allá del 35% de toda el área de la superficie evaluada, de forma que si se quisiera que cubriera una buena parte de la esfera las dimensiones de la pantalla aumentarían demasiado, haciendo este tipo de pantalla poco práctica para los fines que se requiere.



**Fig. 21** Pantalla plana con un patrón de anillos concéntricos, de igual grosor e igualmente espaciados

**Fig. 22** Imagen de una pantalla plana (36 cm x 50.5 cm) con anillos concéntricos, de igual grosor e igualmente espaciados reflejada en una esfera de calibración de 10 mm. La separación de la pantalla y la esfera es de 8.3 mm.

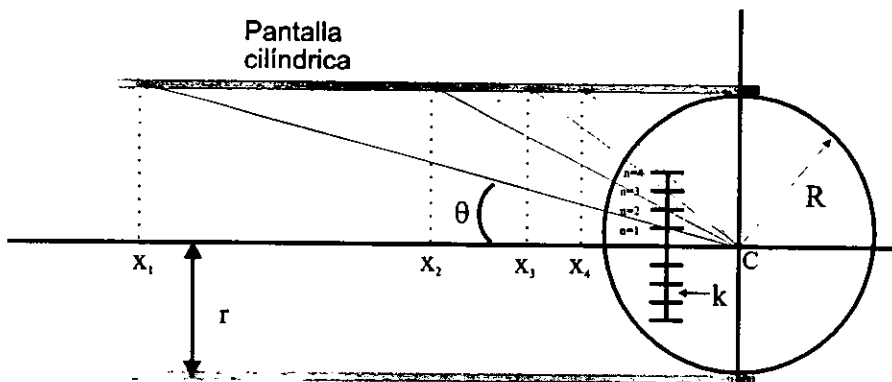


## 2.7 Cálculo del patrón de anillos para una pantalla cilíndrica

Supongamos que la imagen de la pantalla cilíndrica que se forma en la córnea es totalmente plana. Entonces el problema consiste en calcular el patrón de anillos que estarán localizados sobre la pantalla cilíndrica de tal manera que en la imagen reflejada por la córnea éstos se observen concéntricos, de igual grosor e igualmente espaciados.

### 2.7.1 Construcción geométrica (posición de anillos)

Como se desea que los anillos se vean igualmente espaciados en la imagen reflejada por la córnea, se trazan  $N$  puntos a diferentes alturas con espaciamiento constante  $k$  en la imagen. Por ejemplo, si se requieren 7 anillos (7 anillos blancos con 7 espacios negros) igualmente espaciados, el índice variará de 1 a 14 y entre cada altura habrá un espaciamiento constante igual a  $k$ . Posteriormente, se trazan rayos que salen desde el centro de curvatura  $C$  de la córnea pasando por cada altura hasta intersectar la pantalla cilíndrica. Esta intersección con la pantalla determinará la localización del borde de cada anillo en la pantalla (fig. 23).



**Fig. 23** Construcción geométrica del patrón de anillos para una pantalla cilíndrica.  $N$  es el número total de anillos y  $n$  es un índice variable

$k$  representa el espaciamento constante entre los anillos

$r$  es el radio de la pantalla

$R$  es el radio de la córnea

$x_0$  y  $y_0$  son las coordenadas de los anillos concéntricos

Para la figura 23 se cumplen las ecs. (3), (10) y (11) (no incluyen la aprox. 21.bis)

$$\text{pero} \quad y_{o_n} = r \quad (24)$$

$$\text{y} \quad y_m = nk \quad (25)$$

$$\text{de la ec. (3) para } n=1 \quad x_i = \frac{k \cdot x_0}{r} \quad (26)$$

donde  $x_i$  es la distancia de la imagen al centro de curvatura

Para encontrar  $x_0(n)$  se sustituye la ec. (26) en la ec. (10) y la ec. (25) en la ec. (11) obteniendo la ecuación para calcular las posiciones de  $n$  anillos sobre la pantalla (Apéndice B).

$$x_0(n) = \left[ \left( \frac{Rnk \pm \sqrt{2R^2 n^2 k^2 + R^2 r^2}}{2nk} \right)^2 - r^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (27)$$

### 2.7.2 Construcción geométrica (grosor de anillos)

Al calcular  $x_0(n)$  con la ec. (27) se obtienen  $n$  posiciones donde cada una corresponde a la localización de cada anillo. Nótese que la posición del anillo correspondiente al índice menor, está más alejado de la córnea que la del índice mayor. Por la forma esférica de la córnea, si se construyen anillos con un mismo grosor y en las posiciones que se calculan con la ec. (27) se obtendrán efectivamente anillos igualmente espaciados aunque los correspondientes a los primeros índices no

se podrán ver y algunos se observarán borrosos por lo delgados. Esto lleva a rehacer el cálculo del patrón añadiendo un cierto grosor para cada anillo de tal forma que todos sean visibles y con un mismo espesor (fig. 24).

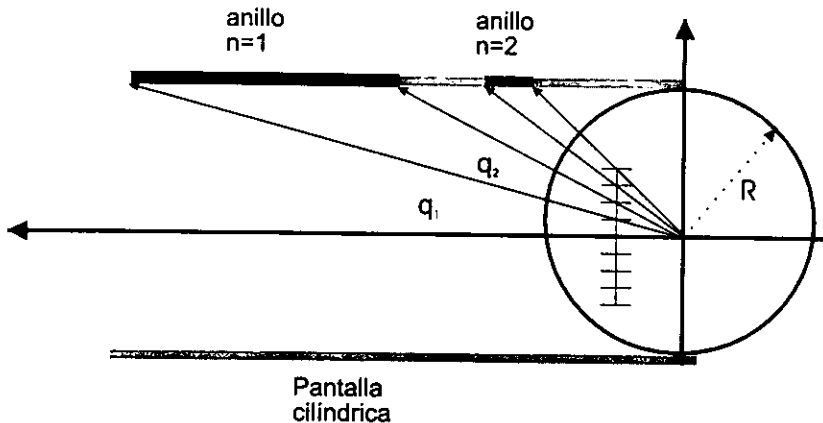


Fig. 24 Grosor de los anillos

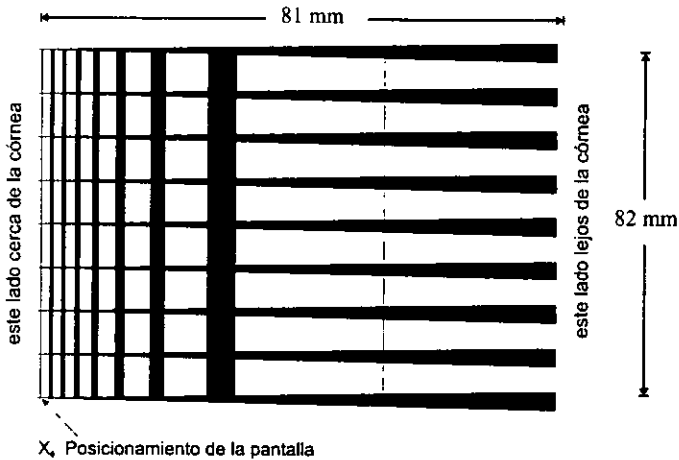
De la figura 24 se puede ver que a cada posición  $x_0(n)$  correspondería a un anillo; sin embargo, por la razón anterior no es adecuado trazarlos delgados como líneas solamente. Así, el grosor de cada anillo queda determinado por

$$\text{grosor} = x_i(n) - x_{i+1}(n) \quad (28)$$

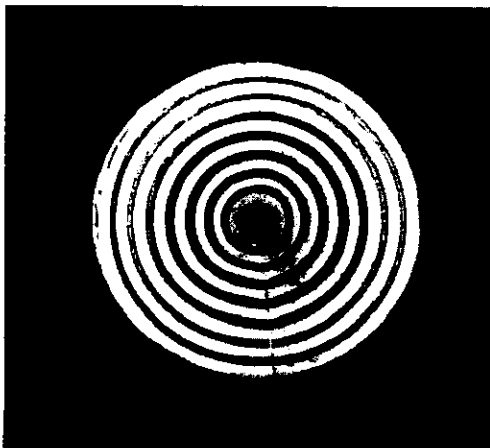
Tomando en cuenta que si el primer anillo es negro, el siguiente deberá ser blanco.

Así, de la figura 24 se observa la variación de la posición de cada anillo  $x_0(n)$  con respecto a  $n$  de tal manera que el grosor que debe tener un anillo que se encuentra en una posición alejada de la córnea ( $n$  pequeño) es mayor que el de uno que está cerca de ella ( $n$  grande) para que en la imagen aparezcan con el mismo espesor.

Aplicando el mismo razonamiento para calcular el espesor de los anillos y tomando en cuenta el porcentaje de grosor que tiene un anillo más que el otro, la pantalla de anillos concéntricos, de igual espesor e igualmente espaciados que se utilizó para realizar la evaluación corneal es la siguiente (fig. 25)



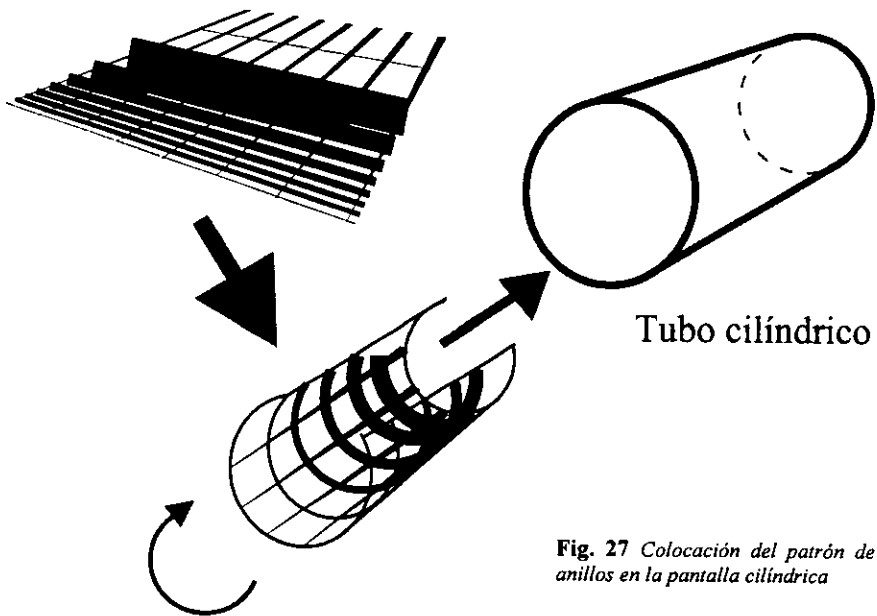
**Fig. 25** Patrón de miras circulares concéntricas igualmente espaciadas y con el mismo grosor.  $R=7.7\text{ mm}$ ,  $k=0.481$ . La línea  $x_0$  se utiliza para posicionar el patrón de anillos con el borde de la pantalla cilíndrica.



**Fig. 26** Imagen del patrón de miras que produce anillos concéntricos, de igual grosor e igual espaciamento

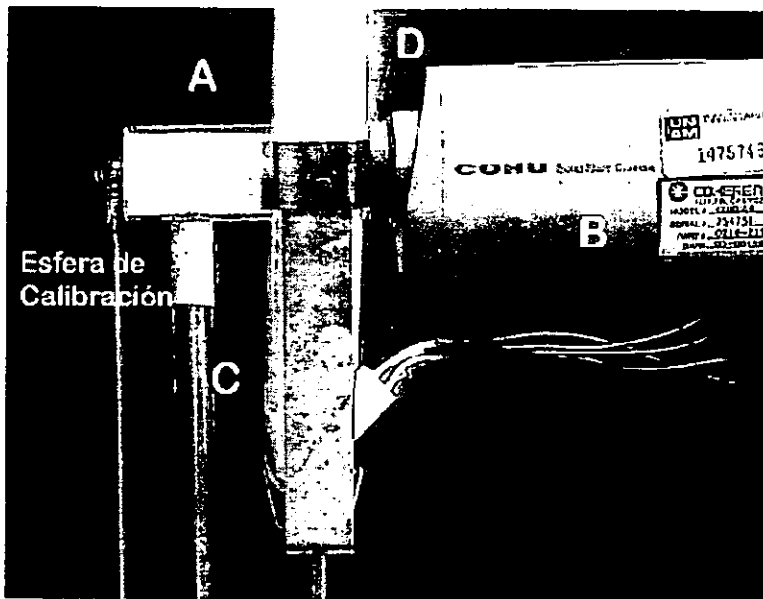
## 2.8 Aparato

El aparato consiste de un tubo cilíndrico transparente (81.2 mm de largo y 26 mm de diámetro interno) que se une directamente a la cámara CCD por medio de una montura localizada en el extremo del tubo que va unido a la cámara. Esta montura tiene un rosca con la cual el cilindro embona perfectamente en la rosca de la cámara. El tubo cilíndrico tiene una pantalla con un patrón de catorce anillos en total blancos y negros intersectados por líneas longitudinales dibujadas en el mismo patrón. Esta pantalla está impresa en papel albanene para difundir la luz. La hoja se enrolla formando un cilindro y se introduce dentro del tubo transparente (fig. 27).



**Fig. 27** Colocación del patrón de anillos en la pantalla cilíndrica

Para iluminar homogéneamente la pantalla de tal manera que los anillos y líneas del patrón puedan reflejarse nitidamente en la imagen de la córnea, se utilizó luz difusa por medio de una lámpara circular fluorescente de 22 watts. Para la adquisición de las imágenes se utilizó un *frame grabber* de Matrox modelo *Matrox IP-8/AT Windows 3.0*, un software también de Matrox con el que se pudiera manipular digitalmente las imágenes adquiridas y una computadora personal. Este sistema cuenta con un CCD con un área sensible de 6.2 mm H x 4.6 mm V (640 x 480 pxeles), un objetivo Cosmicar con una longitud focal de 25 mm (magnificación M ~ 7X) y f/1.3, un anillo espaciador (D) de 1 mm de diámetro y 8 mm de grosor y un orificio ajustado a 1 mm de diámetro el cual está localizado en el plano focal de la lente para hacer del aparato un sistema telecéntrico (fig. 28 y 29).



**Fig. 28** Tubo cilíndrico (A), cámara CCD (B), lámpara fluorescente (C), anillo espaciador (D)



La superficie que se va a evaluar se localiza de tal manera que su centro de curvatura y el extremo del tubo cilíndrico cercano a la superficie coincidan aproximadamente. El patrón de anillos blancos y negros dentro del cilindro se diseñaron para forzar a que la imagen que se genera por la reflexión en la superficie a medir produzca anillos concéntricos e igualmente espaciados así como líneas radiales derechas; siempre y cuando la superficie esté bien alineada, sea esférica y no tenga irregularidades en la zona que se está evaluando. Con lo anterior, un rayo que sale de la pantalla con el patrón de anillos se refleja en la superficie que se evalúa y a su vez éste se refleja a la lente de la cámara que captura la imagen. El *frame grabber* digitaliza la imagen de video para posteriormente analizarla y obtener la topografía de la superficie.

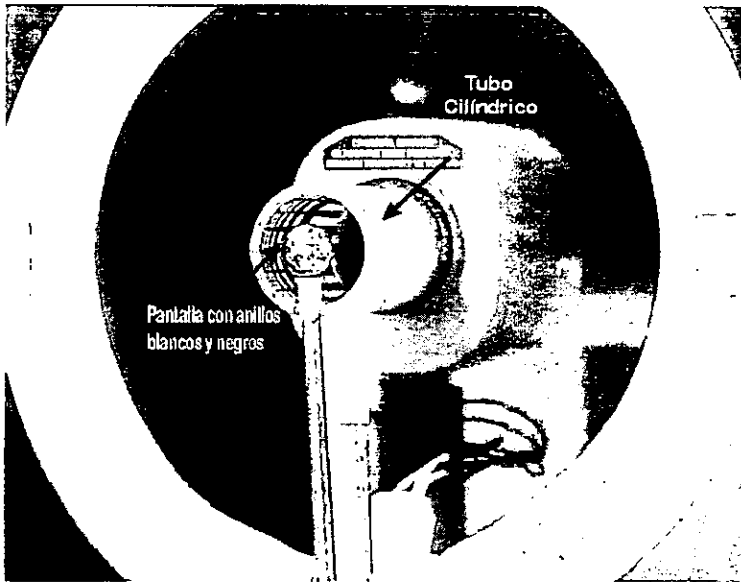


Fig. 29 El patrón de anillos dentro del tubo cilíndrico transparente

**MÉTODO DE EVALUACIÓN  
DE LA SUPERFICIE CORNEAL**

---



MÉTODO DE  
EVALUACIÓN DE LA  
SUPERFICIE CORNEAL

En este capítulo se describe el algoritmo para calcular la topografía de la superficie anterior corneal a partir de imágenes generadas por un videoqueratómetro. A diferencia de otros métodos, el análisis que se presenta aquí se hace en tres dimensiones sin hacer suposiciones sobre la simetría de revolución de la superficie que se evalúa y sin la necesidad de realizar una alineación exhaustiva con el eje óptico del videoqueratoscopio.

### 3.1 Método de Evaluación

Debido a que el sistema óptico de evaluación es un sistema telecéntrico con una abertura muy pequeña en el foco, podemos considerar que solamente los rayos reflejados por la superficie a evaluar que viajan paralelos al eje óptico del sistema (eje  $z$ ) llegan a la imagen que se forma en el CCD en un punto  $Q$  (fig.29 ). Por lo tanto

$$\hat{r}_r = \hat{k} \quad (29)$$

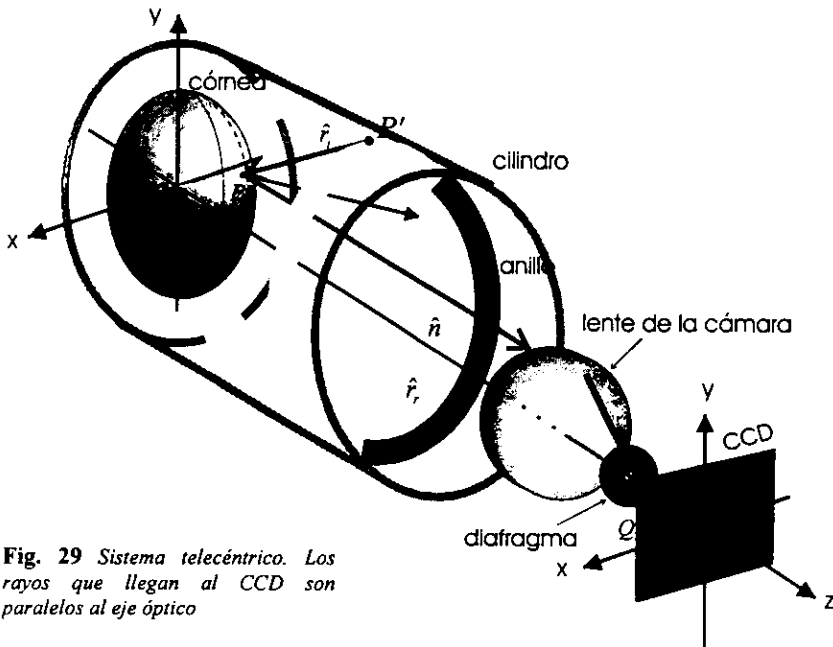


Fig. 29 Sistema telecéntrico. Los rayos que llegan al CCD son paralelos al eje óptico

donde  $\hat{r}_r$  es un vector unitario que define la dirección del rayo reflejado. Si  $(x,y)$  son las coordenadas de  $Q$  que son directamente proporcionales a las coordenadas  $(X,Y)$  pertenecientes al punto de incidencia  $P$  tenemos que,

$$X = Mx$$

y

$$Y = My \quad (30)$$

donde  $M$  se refiere al factor de amplificación transversal propio del sistema óptico. Sin embargo, la información anterior no es suficiente para conocer la forma de la superficie ya que no tenemos información sobre la coordenada  $Z$  del punto de incidencia  $P$ .

Es claro que si se tuviera la posibilidad de conocer el rayo incidente y el rayo reflejado, la normal de la superficie puede deducirse de la forma vectorial de la ley de la reflexión para cada punto evaluado de la siguiente manera:

$$\hat{n} = \frac{\hat{r}_r - \hat{r}_i}{\|\hat{r}_r - \hat{r}_i\|} \quad (31)$$

donde  $\hat{r}_i$  es un vector unitario que determina la dirección del rayo incidente. Conociendo las normales a la superficie, de la ec. (31), la coordenada  $Z$  del punto  $P$  puede obtenerse por un procedimiento de integración numérica.

El rayo reflejado es totalmente conocido, pero para el rayo incidente sólo se sabe que pasa por  $P$  y  $P'$ , es decir,

$$\hat{r}_i = \frac{\overline{P'P}}{\|\overline{P'P}\|} \quad (32)$$

Las coordenadas de  $P'$  sobre el cilindro están bien definidas y están dadas por  $(x_s, y_s, z_s)$  con  $x_s^2 + y_s^2 = R^2$ , donde  $R$  es el radio interior del tubo cilíndrico. Sin embargo, la coordenada  $Z$  de  $P$  es precisamente la cantidad que estamos buscando. No es difícil darse cuenta que se puede aproximar la coordenada  $Z$

por el correspondiente valor sobre una superficie muy parecida localmente, sólo para aproximar el rayo incidente. Para hacerlo, proponemos que se utilice la intersección del rayo reflejado con una esfera del mismo radio de curvatura de la superficie, con su centro de curvatura localizado en el origen de coordenadas, a lo que se llama la superficie de referencia (fig. 30 ), así

$$Z_{aprox} = \sqrt{r_{esf}^2 - X^2 - Y^2} \quad (33)$$

Con este valor, la ec. (32) se transforma en

$$\hat{r}_i \approx \frac{(X - x_s, Y - y_s, Z_{aprox} - z_s)}{\sqrt{(X - x_s)^2 + (Y - y_s)^2 + (Z_{aprox} - z_s)^2}} \quad (34)$$

Sustituyendo la ec. (29) y (34) en la ec. (31), se obtiene la normal a la superficie evaluada  $\hat{n}$ .

$$\hat{n} = \frac{(x_s - X, y_s - Y, 1 - (Z_{aprox} - z_s))}{\sqrt{(X - x_s)^2 + (Y - y_s)^2 + (1 + z_s - Z_{aprox})^2}} \quad (35)$$

con el vector del rayo reflejado  $\hat{r}_r = (0, 0, 1)$

Para cada normal calculada se debe cumplir que si  $\vec{s}$  es un vector tangente a la superficie,

$$\hat{n} \cdot \vec{s} = 0 \quad (36)$$

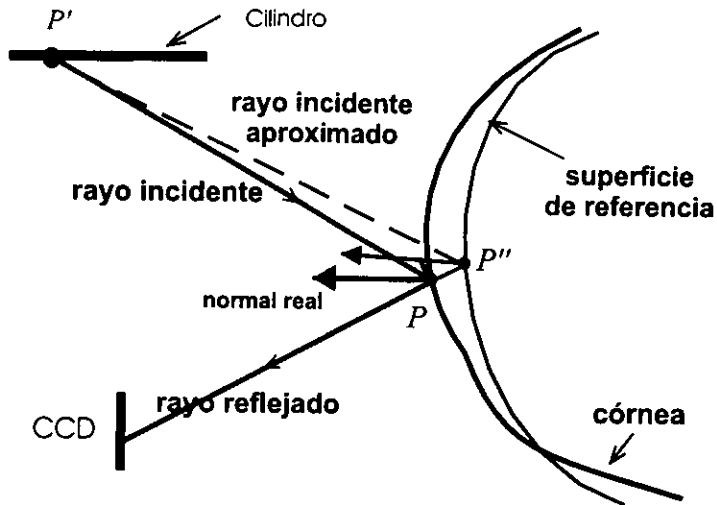


Fig. 30 Superficie de referencia y rayo incidente aproximado

así, escogiendo

$$\bar{s} = d\bar{r} = dx\hat{i} + dy\hat{j} + dz\hat{k} \quad (37)$$

la ec. (36) proporciona una relación adecuada entre las normales y los puntos en la superficie.

Sustituyendo la ec. (37) en la ec. (36), resolviendo para \$dz\$ e integrando, se obtiene la expresión para calcular la coordenada \$Z\$ del punto \$P\$ sobre la superficie.

$$Z = Z_o - \int_P^{P_i} \left[ \frac{n_x}{n_z} dx + \frac{n_y}{n_z} dy \right] \quad (37)$$

$Z_0$  coincide con el radio de la superficie a evaluar ya que se parte de la premisa que todas las superficies de referencia coinciden en el vértice o sea en  $Z_0 = \text{radio}$  de la superficie.

La integración se realiza a lo largo de una trayectoria de integración (capítulo 4) conveniente de tal manera que se pueda obtener la coordenada  $Z$  de cada punto muestreado. En este caso la trayectoria de integración se considera a lo largo de las líneas que intersectan el patrón de anillos (fig. 31)

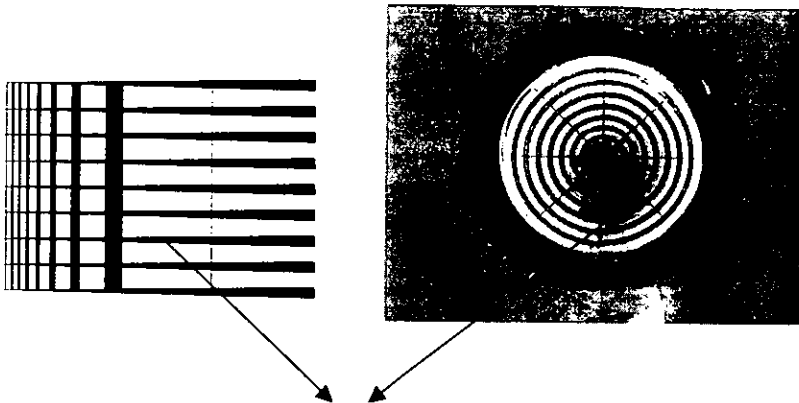
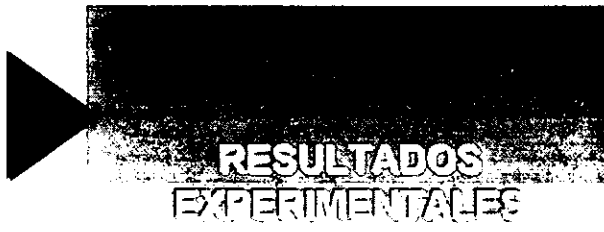


Fig. 31 Trayectorias de integración



RESULTADOS EXPERIMENTALES



**RESULTADOS  
EXPERIMENTALES**

En este capítulo se presenta el método de detección y adquisición de datos, además de los resultados obtenidos de la evaluación de superficies de calibración y superficies reales (córneas) con el método propuesto en el capítulo anterior.

#### **4.1 Método de Detección**

La detección de la imagen se realizó con una cámara CCD. La cámara CCD (Charge Coupled Device) está clasificada como fotodetector de estado sólido y se utiliza como detector de imagen para convertir una imagen de irradiancia en una correspondiente señal de video. Consta de un arreglo de unidades colectoras de carga donde cada unidad cuenta con una fuente de potencial almacenado, por lo que es capaz de coleccionar cargas fotogeneradas; es decir, el flujo de fotones en cada punto de la imagen se absorbe en un elemento de área correspondiente al material del sensor, el cual genera electrones libres y por consiguiente huecos también. Ya sean los electrones o los huecos (usualmente sólo se usan los portadores minoritarios) son coleccionados en sitios localizados dentro del sensor que corresponden a una red bidimensional, en este caso, de puntos discretos de la imagen y, después de que el proceso de conversión y colección ha procedido para un tiempo de integración designado, la red de sitios de colección es leída mediante un patrón de barrido tal que una correspondiente señal de carga en cada sitio de colección en turno es desarrollada y liberada a la terminal de salida del dispositivo. Usualmente el proceso de barrido también borra el patrón de carga almacenado de tal manera que el detector queda listo para detectar una nueva imagen de radiación.

Cada elemento sensor genera una señal que representa la irradiancia promedio de ese elemento sobre el tiempo de exposición. Los cambios en la irradiancia o en la posición de la imagen dentro de un intervalo de tiempo de exposición son promediados.

Las cargas se transportan hacia abajo del arreglo de fotodiodos y son convertidas a un voltaje o corriente equivalente en la terminal de salida. En la figura se puede apreciar un esquema del arreglo de fotodiodos que constituyen la cámara CCD. El material utilizado es semiconductor óxido-metálico (MOS), en donde la capa de óxido metálico está separada del semiconductor tipo p con una capa de SiO<sub>2</sub>

como capa semi-aislante. La capacitancia de cada unidad depende del voltaje entre la placa metálica y el semiconductor.

En este trabajo, se utilizó una cámara CCD Sony, blanco y negro formada por un arreglo de 640 x 480 pixeles, distribuidos en una superficie de 0.2852 cm<sup>2</sup>. Con respecto al frame grabber, las imágenes captadas tienen 256 niveles de gris lo que corresponde a 8 bits para cada pixel. La imagen que se obtiene está compuesta de tantos puntos como pixeles tiene el arreglo. La lente objetivo consiste de un doblete con f/1.4 y con una distancia focal de 25 mm.

Así, las imágenes tomadas al pasar por la cámara y posteriormente al frame grabber, son una colección de números que representan intensidad de luz para todos los pixeles del CCD. La computadora reconstruye la imagen variando la intensidad de luz para cada punto en el monitor de la computadora bajo un orden adecuado. Tales imágenes digitales se almacenan en disco para aplicarles posteriormente técnicas de procesamiento digital.

#### **4.2 Calibración de la cámara**

Si bien, se quiere detectar la imagen que se forma por reflexión en la superficie a evaluar, ésta sufre cambios en el tamaño al ser captada por el CCD. De manera que se hace necesario conocer el factor de amplificación que sufre la imagen para así poder encontrar las posiciones reales de los puntos en ella y poder tener datos representativos de la superficie evaluada además de contar con un método reproducible de medición de la topografía de la superficie.

Se sabe que el CCD es un arreglo de 640 x 480 pixeles. También se sabe que las dimensiones físicas del CCD son 6.2 mm x 4.6 mm de manera que cada pixel mide 9.7  $\mu\text{m}$  x 9.6  $\mu\text{m}$ . Para calibrar la cámara se hace lo siguiente: se dibuja el perímetro de un rectángulo (16.5 mm x 12 mm) sobre una pantalla. Esto se utilizó como objeto y se colocó a 8 cm de la lente objetivo, procurando que la

imagen del rectángulo se despliegue centrada en el monitor de la computadora (8 cm es la distancia de enfoque con el anillo espaciador del objetivo. Se imprime para hacer los cálculos con facilidad. Se toman las medidas del largo y ancho del rectángulo en el objeto y se cuentan el número de píxeles que ocupa a lo largo y ancho. Con ello se realiza el cálculo de la proporción con las medidas de la imagen total que cubre el CCD se obtiene que las medidas del rectángulo en el CCD son: 5.16 mm x 3.61 mm lo que en píxeles es equivalente a: 532 píxeles x 376 píxeles. De las medidas reales del rectángulo dibujado (16.5 mm x 12 mm) se encuentra que el factor de amplificación. Para cada eje, es entonces (Apéndice C):

Factor de amplificación en el eje x: 0.031 mm/píxel  
Factor de amplificación en el eje y: 0.032 mm/píxel

Así, por cada píxel en la imagen se tiene 0.031 mm en el objeto en la dirección (largo) y 0.032 mm en la dirección y (ancho).

#### 4.3 Adquisición de datos

El procedimiento de adquisición de datos que se utilizó fue enteramente el mismo para todas las imágenes que se tomaron con el videoqueratómetro propuesto. Se toma una imagen del patrón de anillos que produce la reflexión de éste sobre la superficie que se quiere evaluar; en este caso, se utilizaron dos tipos de superficies: una esfera de calibración con diámetro de  $12.003 \text{ mm} \pm 0.0025 \text{ mm}^*$  y algunas córneas. Como se mencionó anteriormente, para captar y digitalizar las imágenes se utilizó una tarjeta digitalizadora Matrox IP-8 para Windows 3.0 con un software de procesamiento de imágenes con diferentes funciones de procesamiento digital aunque restringidas para controlar el frame grabber,

---

\* Medida con la máquina de medición por coordenadas Zeiss del laboratorio de metrología del CI. Se efectuaron 10 mediciones con un promedio de 12.003 con un error del instrumento de 0.0025 mm

memoria, diversos filtros, etc. Usando el software que Matrox proporciona con su tarjeta digitalizadora IP-8, se puede mejorar el contraste de la imagen, control de tonos de gris, brillantez, ruido, etc. aunque para ello se puede utilizar cualquier software especializado para manipulación de imágenes como lo es Photo Shop o Photo-Paint siempre y cuando el software de captura no sea lo suficientemente robusto para llevar a cabo tareas de edición de imágenes.(fig. 32). En este caso se utilizó Photo Paint. Este último va incluido dentro de cualquier distribución

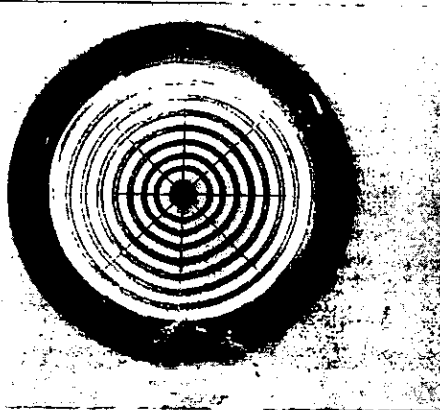


Fig. 32 Imagen captada y digitalizada con la tarjeta Matrox IP-8.

de Corel Draw que es precisamente un software especializado para la edición de imágenes. Este software contiene una variedad más amplia de herramientas para ajustar y modificar la imagen de acuerdo a las necesidades. Otro factor que se toma en cuenta es el formato del archivo de la imagen. En particular, el software de Matrox que es el que se utiliza para grabar las imágenes las guarda con formato TIFF (Tagged Image File Format). Este tipo de formato es universal y nativo de muchas de las aplicaciones de edición de imágenes y de distintas versiones de ellas. Además es un formato que no depende de la plataforma de hardware y del sistema operativo. Es decir, una imagen con formato TIFF puede leerse en una PC, en una Apple Macintosh o en una estación de trabajo. Con lo anterior, la imagen captada se guarda y se exporta al programa de edición (Photo-Paint) en donde se manipula mediante diversos filtros como contraste, brillantez,

contornos, ruido, binarización, etc. para conseguir una imagen con anillos blancos y negros intersectados por líneas radiales negras (fig. 33). Esto es muy importante ya que una imagen con tales características permite identificar fácilmente la posición de los puntos de interés y que sobre los cuales se aplica el método de evaluación propuesto.

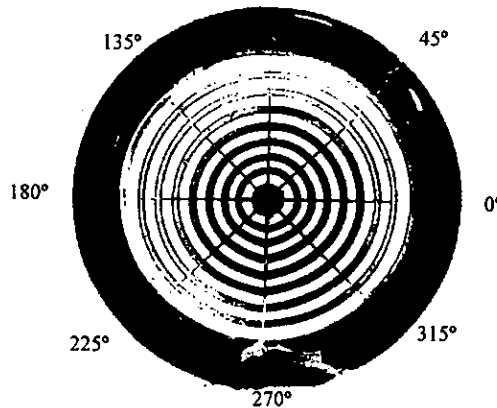


Fig. 33 Imagen editada en Photo-Paint, Corel Draw versión 4

Así, la imagen en blanco y negro se trabaja con resolución y escala de píxeles de tal manera que se puedan investigar fácilmente las coordenadas de cada píxel con sólo colocar el cursor del "mouse" sobre cada uno. Los puntos muestreados, es decir, los puntos de los cuales se registraron las coordenadas en píxeles (Tabla 2)

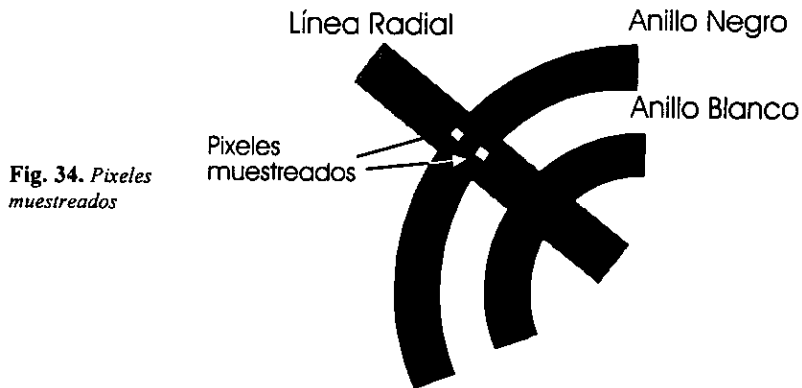
Coord x (píxeles)    Coord y (píxeles)

359	225
365	225
374	225
380	225
390	225

**Tabla 2** Coordenadas de los pts. de intersección de las líneas radiales con los anillos para el meridiano 0° y para una sup. centrada.

son los puntos que hacen intersección de las líneas radiales con los anillos negros. Sin embargo, se puede observar de la fig (34) que en escala de píxeles,

se debe tomar una decisión de cuáles deben ser los pixeles muestreados. El criterio que se sigue es el de tomar el pixel medio de la línea radial y sobre el anillo intersectado. Además, como el anillo tiene un grosor determinado, se tomaron los pixeles medios en el límite de cambio de anillo blanco a negro sobre el anillo negro y el pixel en el límite de cambio de anillo negro a anillo blanco también sobre el anillo negro.



**Fig. 34.** *Píxeles muestreados*

Posteriormente, se obtienen las coordenadas reales de estos puntos sobre el CCD refiriéndolas al centro de la imagen (restar las coordenadas al centro de la imagen a las coordenadas de los puntos) y aplicando el factor de magnificación encontrado para el eje x y el eje y y restando las coordenadas del centro de la imagen (Tabla 3):

$$x_{\text{ccd}} = (\text{Coord } x_{\text{pixel}} - x_{\text{centro}}) 0.031 \text{ mm/pixel}$$

$$y_{\text{ccd}} = (\text{Coord } y_{\text{pixel}} - y_{\text{centro}}) 0.032 \text{ mm/pixel}$$

Para transformar los datos muestreados a una representación tridimensional es necesario adoptar un sistema de referencia de tal forma que la posición de cada punto puede identificarse matemáticamente. Cabe hacer hincapié que en el método de evaluación propuesto, este sistema de referencia no tiene al eje óptico

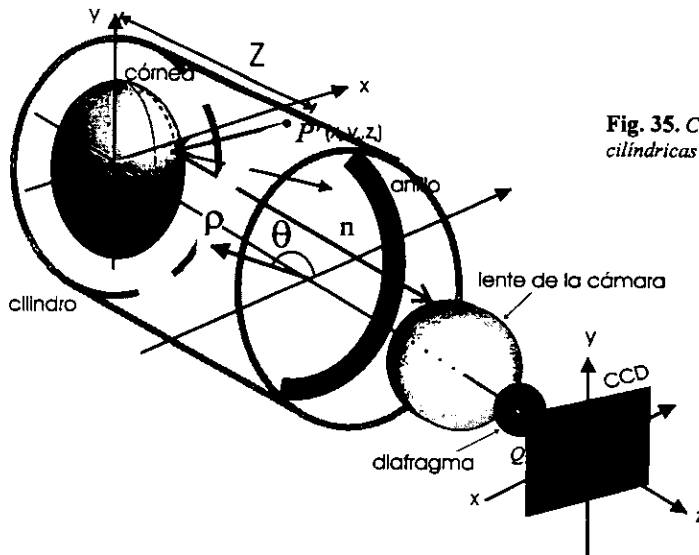


del ojo como uno de sus ejes coordenados ni el ápice corneal es el origen de coordenadas; en su lugar se ha elegido el eje óptico de la lente objetivo como el eje  $z$  (eje del cilindro), el eje  $x$  es horizontal, y el eje  $y$  es vertical. El origen de las coordenadas  $x$  y  $y$  corresponde al centro de la imagen.

$X_{\text{córnea}}$ (mm)	$Y_{\text{córnea}}$ (mm)	$Z_{\text{aprox}}$ (mm)
0,90	0,00	5,93
1,09	0,00	5,90
1,36	0,00	5,84
1,55	0,00	5,80
1,86	0,00	5,70

**Tabla 3** *Coordenadas de la superficie de referencia (esfera)*

La coordenada  $Z$  se calcula de acuerdo a la ec (33) siendo esta la  $Z_{\text{aprox}}$ . Se calcula el rayo incidente ec. (32) donde las coordenadas  $(x_s, y_s, z_s)$  de  $P'$  son bien conocidas pues se trata de la posición de los anillos; éstas se convierten a coordenadas cilíndricas de tal suerte que  $\rho$  es el radio del cilindro,  $\theta$  es la coordenada angular y  $Z$  es la distancia de cada borde del anillo de la superficie a evaluar al borde de la pantalla cilíndrica (fig. 35).



**Fig. 35.** *Coordenadas cilíndricas de los anillos*

$\rho$ (radio del cilin) (mm)	$\theta$ (grados)	Posición z (anillos) (mm)
13	0	47.926
13	0	37.561
13	0	29.701
13	0	24.345
13	0	19.991

**Tabla 4** Coordenadas cilíndricas de la superficie de referencia. Meridiano  $0^\circ$  y sup. centrada

Con  $Z_{\text{aprox}}$  que pertenece al punto de intersección entre el rayo incidente aproximado, con una esfera cuyo centro de curvatura se localiza en el origen de coordenada. Con este valor se puede calcular el rayo incidente aproximado ec(32).

$r_{ix}$	$r_{iy}$	$r_{iz}$	$r_{rx}$	$r_{ry}$	$r_{rz}$
-0,2612	0,0000	-0,9653	0	0	1
-0,3275	0,0000	-0,9449	0	0	1
-0,4011	0,0000	-0,9161	0	0	1
-0,4740	0,0000	-0,8805	0	0	1
-0,5480	0,0000	-0,8365	0	0	1

**Tabla 5** Coordenadas de los rayos incidente y reflejada. Meridiano  $0^\circ$  y sup. centrada

Se calcula la normal para cada punto evaluado sobre la superficie y ésta se integra a lo largo de las trayectorias radiales para calcular la coordenada Z del punto P sobre la superficie evaluada (Tabla 5). Por último, ya que se tienen las coordenadas Z de los puntos evaluados se comparan con las Z's de la superficie conocida en el caso de esferas de calibración ( $r=6$  mm ). Para estimar la concordancia entre los resultados experimentales con la superficie real, tomando en cuenta que la esfera de calibración es una esfera de alta calidad, se evalúa la diferencia de la coordenada  $z_{\text{calculada}}$  menos la coordenada  $z_{\text{teórica}}$ . Estas diferencias se grafican más adelante. Además se calcula el valor RMS de esas diferencias como una medida del parecido global entre los datos calculados y los teóricos.

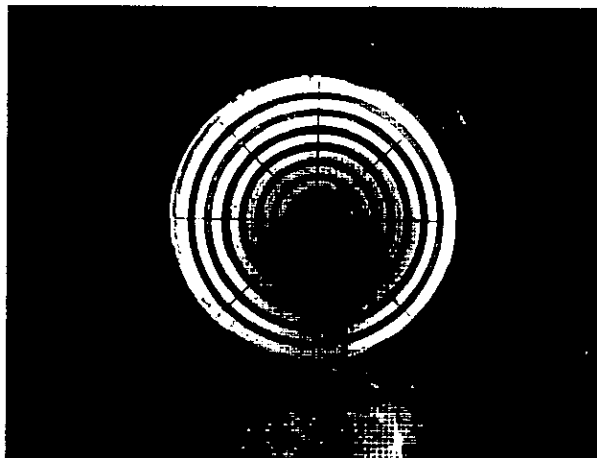
normal x	normal y	normal z	z calculada	z teórica	$\delta z$
0,2612	0,0000	1,9653	5,94	5,93	-0,01
0,3275	0,0000	1,9449	5,91	5,90	-0,01
0,4011	0,0000	1,9161	5,86	5,84	-0,02
0,4740	0,0000	1,8805	5,82	5,80	-0,02
0,5480	0,0000	1,8365	5,73	5,70	-0,03

**Tabla 6** *Coordenadas de la normal a la superficie, z calculada, z teórica y sus diferencias para el meridiano  $0^\circ$  y superficie centrada*

El valor de Z calculado se introduce ahora como  $Z_{\text{aprox}}$  y se vuelve a calcular el rayo incidente, la normal, etc. Para una nueva superficie de referencia obteniendo un nuevo Z calculado. Este valor corresponde a la segunda iteración numérica del método. Esto se puede seguir haciendo hasta obtener un valor RMS adecuado.

#### 4.4 Resultados

En la figura 35 se muestra una imagen con anillos concéntricos e igualmente espaciados reflejados por una esfera de calibración. En esta imagen se evaluaron 125 puntos y se realizaron dos iteraciones. Cabe resaltar que el método de evaluación (cap.3) es una aproximación a la superficie real y se observó que para una esfera centrada converge bastante rápido.



**Fig. 35** *Superficie de calibración centrada*

Como se puede ver, la esfera está bien alineada con el eje óptico. Después de calcular la coordenada Z para cada punto utilizando el procedimiento que se mencionó anteriormente, obtenemos la topografía de la superficie que conforman los puntos muestreados; la trayectoria de integración siempre comienza en el vértice de la superficie siguiendo las líneas radiales (Fig. 36).

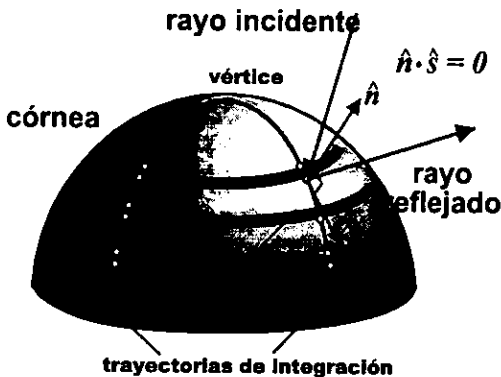
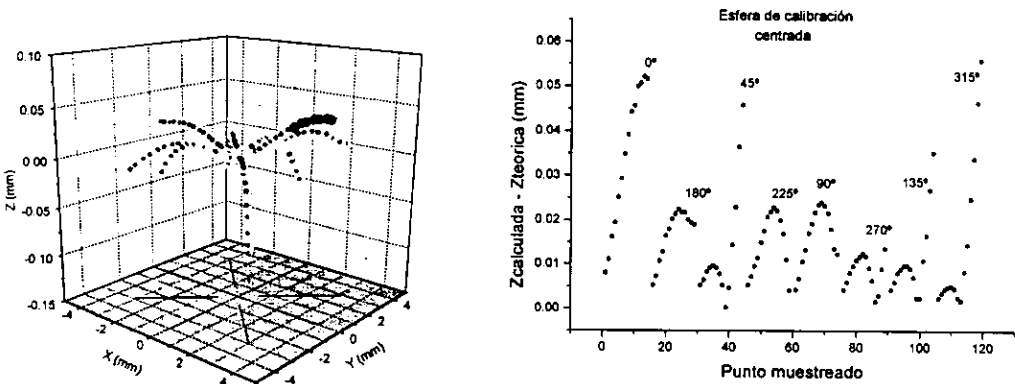


Fig. 36 Trayectorias de integración

Se encuentra una diferencia máxima entre la superficie real (esfera real) y los valores calculados de 75 micrómetros con un valor promedio RMS de 22 micrómetros, para una iteración. Para dos iteraciones se encuentra una diferencia máxima de 60 micrómetros y un valor RMS de 20 micrómetros. Las diferencias están graficadas en la gráfica 3.



Graf. 3. Diferencias esfera de calibración centrada

En la figura 37 se puede ver un ejemplo de una imagen de los anillos reflejados por una superficie esférica calibrada decentrada. En esta imagen también se muestrearon 125 puntos y la trayectoria de integración es similar a la del caso anterior pero como se puede observar de la figura, las líneas no son radiales sino curvas. Esto hace que los meridianos no coincidan con los originales. Para este caso, se aplicó iterativamente el método de evaluación propuesto tres veces ya que al realizar cada iteración se observó que la precisión del método mejoraba en centésimas de micra. La superficie de referencia para las dos últimas iteraciones se obtuvo de la información calculada en la iteración anterior correspondiente. Se puede ver claramente cómo la esfera no está alineada con el eje óptico de tal manera que la información sobre el desalineamiento puede obtenerse directamente de los datos calculados. La diferencia máxima entre la superficie real y los puntos calculados son de 150 micrómetros con un valor RMS igual a 50 micrómetros.

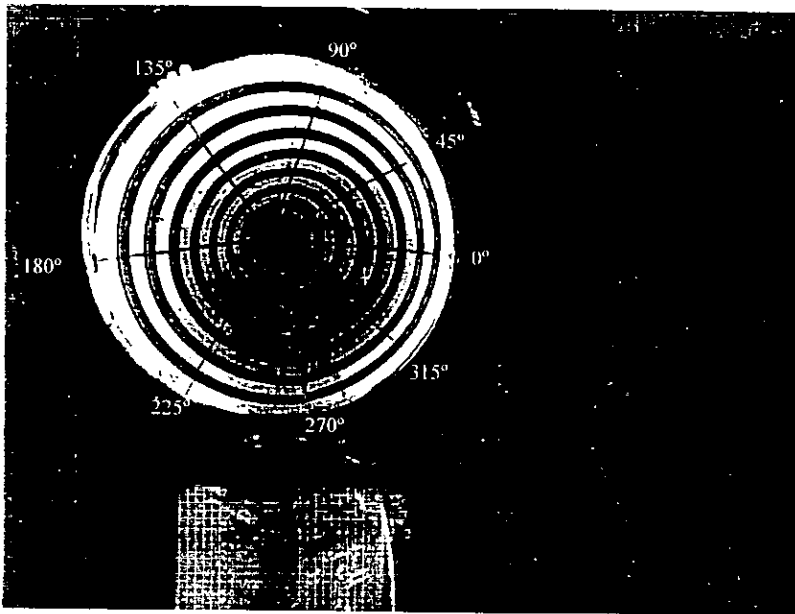
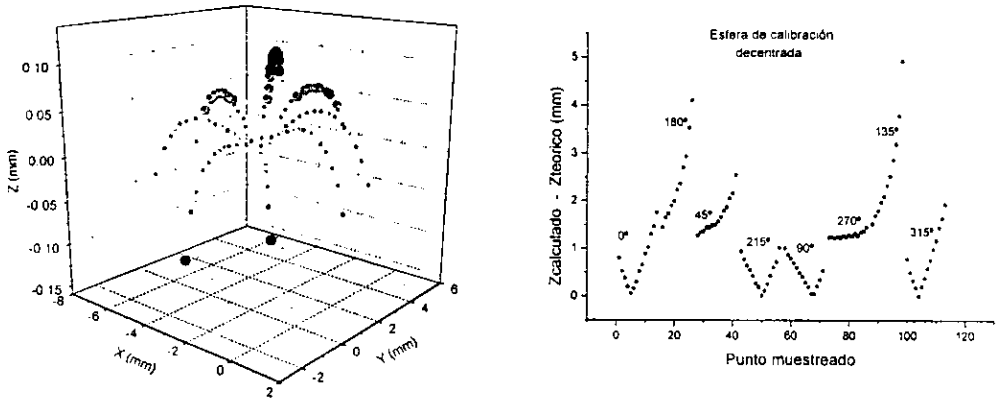


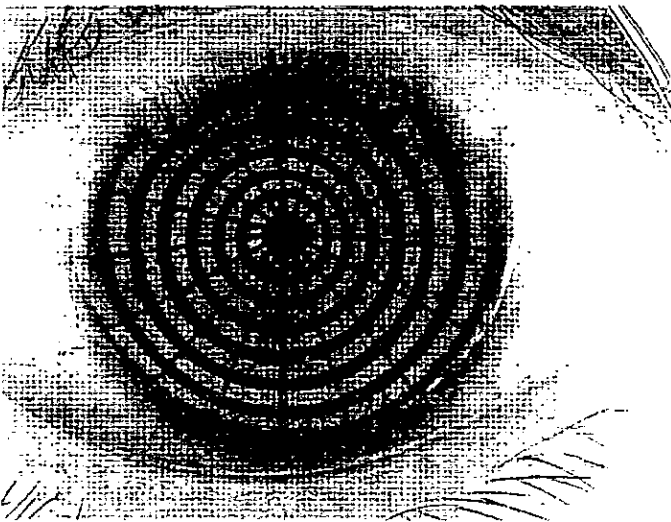
Fig. 37 Superficie de calibración decentrada

Las diferencias correspondientes están graficadas en la gráfica 4.



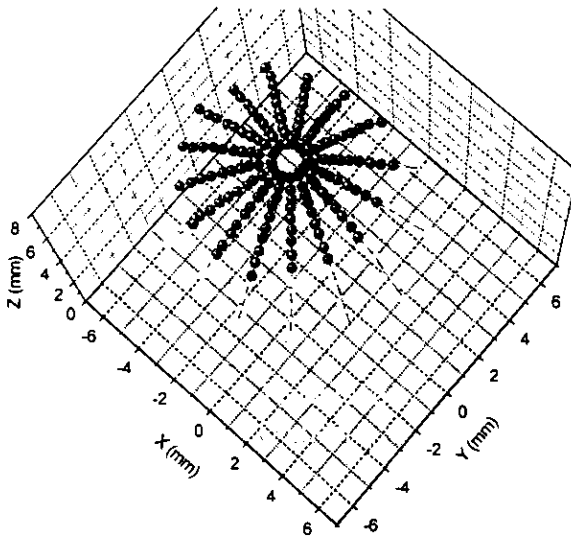
**Graf. 4.** Diferencias de superficie calibrada decentrada

En la fig. 38 se puede observar un ejemplo de la imagen de los anillos reflejados por una córnea humana. Para este caso se muestrearon 198 puntos con tres iteraciones y 16 meridianos. No se tiene un valor de la diferencia entre los puntos calculados y la superficie real ya que no existe una medida "real" de la superficie corneal por la extensa gama de córneas que existen.



**Fig. 38.** Anillos reflejados en la córnea

La topografía de la superficie obtenida está graficada en la Gráfica 5.



**Graf. 5.** Topografía de una córnea normal

De los resultados obtenidos se puede decir que realmente son consistentes y bastante confiables ya que los valores RMS son del mismo orden e incluso mejores que los reportados en la literatura. Es importante mencionar que estos resultados se pueden mejorar muestreando un mayor número de puntos y aumentando el número de anillos. Además, debido a que el método utilizado tiene naturaleza numérica y es relativamente sencillo de evaluar, los resultados también pueden mejorar al realizar más iteraciones hasta que la última evaluación y la anterior no difieran sensiblemente. En los cálculos efectuados se observó que el valor RMS obtenido mejoraba si se realizaba cada iteración. Sin embargo, el fin principal de este trabajo consiste en demostrar que el método propuesto es bastante confiable y sencillo de aplicar aunque el número de puntos y las iteraciones no hayan sido considerables.

**DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES  
GENERALES**

---





DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES  
GENERALES

El instrumento descrito en este trabajo no es un diseño totalmente nuevo sino más bien consta de mejoras y adecuaciones que le dan más versatilidad como tal. Una de las mejoras es que este aparato puede capturar el 90% del área de una superficie de radio igual a 6 mm y toda el área de la córnea, ya que cuenta con una pantalla de forma cilíndrica que descansa sobre la órbita ocular haciendo posible que casi todos los rayos que emergen de ella sean captados por la córnea además de que reduce la curvatura de la imagen. A esta pantalla cilíndrica también se le pueden integrar diferentes patrones de anillos intercambiables con diferente número de ellos. Es importante mencionar que **ningún** trabajo reportado en la literatura presenta los detalles del cálculo de esta pantalla y el patrón de anillos; en este trabajo se muestra la justificación del porqué se utiliza tal elemento partiendo del cálculo de una pantalla elipsoidal así como los detalles del cálculo del patrón de anillos para una pantalla cilíndrica.

Las características anteriores hacen posible que el aparato se pueda utilizar en pacientes sentados o acostados y para procedimientos quirúrgicos *in situ* de tal forma que cualquier efecto que tenga la cirugía, o por ejemplo, la sutura sobre la córnea se pueda analizar de inmediato que con otros no se puede por su diseño. Otra ventaja es que debido al método de evaluación propuesto no es necesario cuidar una alineación precisa entre el paciente y el sistema; además que gracias a la naturaleza de la pantalla empleada, la córnea y el sistema de captura quedan relativamente bien situados para llevar a cabo la evaluación de la superficie.

Otra mejora es que el sistema óptico es telecéntrico (no hay cambio de amplificación a lo largo del plano imagen) lo cual permite que el método de evaluación de la superficie sea conciso y sencillo. La desventaja de este instrumento consiste en que no cuenta con un sistema automático que controle el enfoque, la captura y la depuración de las imágenes tomadas de tal manera que haga eficiente todo el proceso. Todo lo anterior se realiza manualmente lo cual resulta tedioso para el operador y hace que el examen de una sola superficie sea tardado. También es una desventaja el hecho de que el software del sistema de captura no es lo suficientemente robusto para modificar la imagen al mismo tiempo

que se captura sino que se requiere guardar primero la imagen para después modificarla. Pero este es un problema que puede ser atacado en un trabajo posterior.

Además de los instrumentos para captar las imágenes corneales existen varios métodos de evaluación que se utilizan para reconstruir la superficie corneal y que están intrínsecamente relacionados con los aparatos que se utilizan para ello. Varios métodos se han sugerido para evaluar la superficie corneal. Algunos de ellos utilizan ciertas suposiciones que limitan su flexibilidad y el alcance de los resultados. Dos de las suposiciones que la mayoría (si no es que todos) de los métodos hacen, es el de una **alineación exhaustiva** del eje correspondiente al sistema óptico con el **geométrico de la córnea** y la otra es **simetría de revolución**. Estas suposiciones limitan la evaluación sólo en planos meridionales haciéndola poco precisa o arrojando resultados no convincentes. Otros utilizan una pantalla cónica e incluso parabólica de anillos lo cual afecta la medición de la posición en la imagen ocasionada por la aberración que produce la curvatura de campo de la superficie a evaluar.

El método de evaluación propuesto en este trabajo es un método que hace uso de las normales aproximadas entre el rayo incidente y el rayo reflejado así como de superficies de referencia para obtener la posición tridimensional del punto evaluado. Con el aparato y el método propuestos se pueden obtener las coordenadas de cada punto evaluado directamente de la imagen captada. La precisión de la medición de las coordenadas  $x$  y  $y$  es de gran importancia porque todos los cálculos que siguen dependen de estos datos experimentales. De manera que se requiere evitar el mal enfoque y tomar en cuenta las aberraciones en el sistema óptico y en la córnea. El hecho de que el método propuesto no cuente con las suposiciones de otros métodos le brinda bastante confiabilidad para captar imágenes totalmente decentradas (superficie no alineada) y reconstruir con precisión de milésimas de milímetro la forma real de la superficie.

Aunque este método no hace suposiciones que lo limitan tiene algunos detalles que faltan por estudiar. Uno de ellos es el hecho de tener que usar superficies de referencia y trabajar con un rayo incidente aproximado, lo que trae

como consecuencia el manejo de una normal aproximada. No debe sorprender que estas normales sean muy parecidas entre ellas aunque el método no habla de qué tan parecidas son y qué tanto deben de ser para que el método sea válido. Esto pertenece a una fase de continuación de este trabajo. Lo anterior debe plantear la demostración de la convergencia del método propuesto. Por otro lado, en el ramo de la oftalmología generalmente los resultados que arrojan los aparatos y métodos de evaluación reportados son mapas dióptricos. No obstante, aunque el método de este trabajo no arroje directamente esta información ella puede obtenerse de manera inmediata de los resultados que se presentan.

Un factor que influye de manera importante en la efectividad del método es la adquisición de los datos y el desplegado de los resultados. Por un lado, lo primero se realiza de manera manual y no se cuenta con un programa de forma que lo haga automáticamente y que utilice técnicas de programación avanzadas para analizar la imagen. El criterio que se sigue para decidir los puntos muestreados es una idea sencilla que aunque funciona adecuadamente y arroja resultados consistentes, debería hacerse un tratamiento estadístico de ello. Por el otro, el desplegado de los resultados son gráficas que si, bien ilustran el significado de éstos, no lo hacen de forma completamente amigable y versátil brindando toda la información disponible.

Por ahora no existe información definitiva de la naturaleza analítica de la superficie corneal debido a la vasta gama de conclusiones de un número considerable de investigadores. Aunque no confirman entre ellos las formas geométricas corneales encontradas, los resultados que se presentan en este trabajo son consistentes y dan una buena idea de lo que sucede.

Las mediciones para las tres superficies: esfera de calibración centrada, esfera de calibración decentrada y córnea fueron realizadas en cuatro u ocho meridianos solamente. Obviamente se pueden medir más meridianos si se requiere. Mínimamente más de 120 puntos se muestrearon sobre las superficies. Estos puntos se calcularon y se convirtieron a una configuración tridimensional. En el caso de la esfera de calibración, los resultados obtenidos se compararon con los reportados en la literatura pertenecientes a métodos queratométricos y

queratoscópicos. Estos últimos proporcionan del 70% al 90% de información de la superficie corneal pero alcanzan una precisión de  $\pm 0.1$  D en el inverso del radio de curvatura; los queratométricos solo proporcionan información de la parte central aunque alcanzan una precisión de  $\pm 0.25$  D en el radio de curvatura. Además, cabe mencionar que la precisión reportada por estos métodos se basa en los mejores valores que se obtienen con canicas de calibración de distintos diámetro suponiendo también que la córnea es esférica.

En este caso, los resultados obtenidos alcanzan una precisión de  $50 \mu\text{m}$  de valor RMS con respecto a la diferencia entre la coordenada radial teórica y la calculada, proporcionando información de toda la superficie corneal debido al diseño del instrumento con que se realizaron las mediciones y el método propuesto que no requiere prácticamente de ninguna suposición sobre la superficie a evaluar. Aunque los médicos utilizan información en términos de radio de curvatura (mapas dióptricos) se puede aproximar la coordenada radial como un radio de curvatura meramente local aplicando el valor anterior obtenido en la precisión, el cual es muy cercano al valor que reportan los médicos de  $\pm 0.1$  D o lo que es equivalente a  $20 \mu\text{m}$  en el radio de curvatura en el mejor de los casos.

Así de todo lo anterior se puede concluir que:

1. Los resultados teóricos y experimentales son consistentes y demuestran que se puede obtener una topografía precisa del orden de centésimas de milímetro en esferas calibradas sin hacer suposiciones adicionales acerca de la simetría de revolución y una alineación exhaustiva.
2. El sistema que se construyó puede cubrir casi toda la superficie corneal (alrededor del 93%) como se puede ver en las imágenes tomadas haciéndolo una alternativa viable para las necesidades de los oftalmólogos.
3. El número de puntos evaluados para las esferas de calibración centrada y decentrada puede ser mayor. Esto está directamente relacionado con el número

de anillos y líneas que se pueden dibujar en la pantalla. En este trabajo lo que se intenta mostrar es la confiabilidad del método. Como prueba de ello, se puede obtener 0.02 mm (20 micrómetros) de precisión en esferas de calibración centradas con respecto al eje óptico y 0.05 mm (50 micrómetros) para esferas de calibración decentradas.

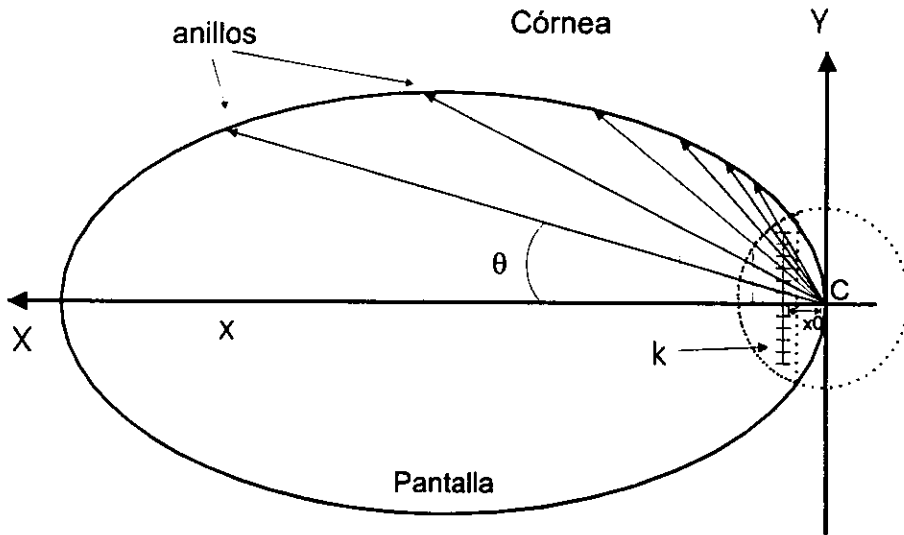
4. Este trabajo ha dado lugar a ideas adicionales sobre la prueba nula de superficies ópticas esféricas convexas elaborado por el Dr. Rufino Díaz Uribe y Manuel Campos y presentado en el congreso de la OSA que se llevó a cabo en octubre de 1997 en Los Angeles, California, obteniendo un reconocimiento especial como el mejor trabajo presentado en la División de Color y Visión. También fue presentado en el Congreso Nacional de Física que se llevó a cabo en la ciudad de Monterrey, NL en octubre de 1997.

CÁLCULO DE LA POSICIÓN  
DE ANILLOS PARA PANTALLA  
ELIPSOIDAL

---

En este apéndice se calculan las posiciones de los anillos para una pantalla elipsoidal.

Considérese la siguiente figura:



donde

$x_0$  representa la distancia del centro de curvatura de la córnea a la imagen

$k$  representa el espaciamiento entre los anillos

$x$  representa la posición sobre el eje  $x$  de cada anillo

$\theta$  representa el ángulo que forma cada rayo con respecto al eje  $x$

el tamaño de la imagen se considera de 7.7 mm

Es claro que

$$\tan \theta = \frac{k}{x_0} \quad (\text{A.1})$$



y que para cada rayo que sale en dirección radial pasando por C se cumple la siguiente expresión:

$$y = m_{\text{rayo}} \cdot x \quad (\text{A.2})$$

donde

$$m_{\text{rayo}} = \tan \theta = \frac{k}{x_0} \quad (\text{A.3})$$

Cada rayo se interseca con la pantalla elipsoidal para encontrar la  $x$  buscada, de manera que si la ecuación de la pantalla elipsoidal es (ec. 23 del cap. 2)

$$y^2 = b^2 - \frac{x^2 b^2}{a^2} \quad (\text{A.4})$$

y se elevan ambos miembros de ec. (A.2) al cuadrado se tiene que

$$m^2 x^2 = b^2 - \frac{x^2 b^2}{a^2} \quad (\text{A.5})$$

simplificando

$$a^2 m^2 x^2 = a^2 b^2 - x^2 b^2 \quad (\text{A.5.1})$$

$$x^2 (a^2 m^2 + b^2) - a^2 b^2 = 0 \quad (\text{A.5.2})$$

$$x = \pm \frac{ab}{\sqrt{(a^2 m^2 + b^2)}} \quad (\text{A.6})$$

pero  $x' = x - a$

$$\Rightarrow x' = \frac{ab}{\sqrt{a^2 m^2 + b^2}} + a \quad (\text{A.6.1})$$

Sustituyendo ec. (A.6.1) en ec. (A.2) se obtienen las coordenadas de la posición de cada anillo.

El cálculo anterior está realizado bajo la suposición de que la imagen es completamente plana, sin embargo, en el capítulo 2 se mencionó que en la periferia esta no es plana de manera que para realizar un cálculo exacto de la posición de los anillos se tendrá que tomar esto en cuenta.

# APÉNDICE

B

## CÁLCULO DE LA POSICIÓN DE ANILLOS PARA PANTALLA CILÍNDRICA

---

En este apéndice se calculan las posiciones de los anillos para una pantalla cilíndrica

De la sustitución de las ec. (26) en la ec. (10) y la ec. (25) en la ec. (11) se tiene que

$$\frac{k \cdot x_0}{r} = \left[ \frac{R(x_0^2 + y_0^2)^{\frac{1}{2}}}{2(x_0^2 + y_0^2)^{\frac{1}{2}} - R} \right] \cos \theta \quad (\text{B.1})$$

$$k = \left[ \frac{R(x_0^2 + y_0^2)^{\frac{1}{2}}}{2(x_0^2 + y_0^2)^{\frac{1}{2}} - R} \right] \text{sen } \theta \quad (\text{B.2})$$

Elevando al cuadrado y sumando (B.1) y (B.2), se obtiene

$$\left( \frac{k \cdot x_0}{r} \right)^2 + k^2 = \left[ \frac{R(x_0^2 + y_0^2)^{\frac{1}{2}}}{2(x_0^2 + y_0^2)^{\frac{1}{2}} - R} \right]^2$$

$$\Rightarrow k^2(x_0^2 + r^2) = r^2 \left[ \frac{R(x_0^2 + y_0^2)^{\frac{1}{2}}}{2(x_0^2 + y_0^2)^{\frac{1}{2}} - R} \right]^2 \quad (\text{B.3})$$

$$\text{Sea} \quad \Psi = x_0^2 + r^2 \quad (\text{B.4})$$

Y considerando que  $y_0 = r$  (ec. 24 del texto), la ec. (B.3) se convierte en

$$k^2 \Psi^2 = r^2 \left[ \frac{R\Psi}{2\Psi - R} \right]^2 \quad (\text{B.5})$$

simplificando  $4k^2\Psi^2 - 4Rk^2\Psi + (k^2 - r^2)R^2 = 0$  (B.6)

Resolviendo para  $\Psi$

$$\Psi = \frac{Rk \pm Rr}{2k} \quad (\text{B.7})$$

además  $\Psi = \frac{R}{2k}(k \pm r)$  (B.8)

entonces  $x_0 = \left[ \frac{R}{2k}(k \pm r) - r^2 \right]^{\frac{1}{2}}$  (B.9)

**ESTA TESIS NO DEBE  
SALIR DE LA BIBLIOTECA**

# APÉNDICE

c

## CALIBRACIÓN DE LA CÁMARA

A la distancia de enfoque (8 mm) se coloca una pantalla negra con un rectángulo que cubre casi toda la imagen, procurando que ésta se despliegue centrada en el monitor de la computadora.

La región de enfoque de la cámara es de 16.5 mm x 12 mm, esto se sabe de la medición directa de la región enfocada (rectángulo). Lo que se quiere es encontrar las posiciones reales en la imagen lo cual se realiza de la siguiente manera:

Se sabe que el CCD es un arreglo de 640 x 480 pixeles. También se sabe que las dimensiones físicas del CCD son 6.2 mm x 4.6 mm de manera que cada pixel mide

$$P_x = \frac{6.2 \text{ mm}}{640 \text{ pixeles}} = 0.00968 \frac{\text{mm}}{\text{pixeles}} \approx 9.7 \frac{\mu\text{m}}{\text{pixeles}} \quad (\text{C.1})$$

$$P_y = \frac{4.6 \text{ mm}}{480 \text{ pixeles}} = 0.00958 \frac{\text{mm}}{\text{pixeles}} \approx 9.6 \frac{\mu\text{m}}{\text{pixeles}} \quad (\text{C.2})$$

Se toma una imagen del rectángulo y se imprime al 100% (ver fig. )

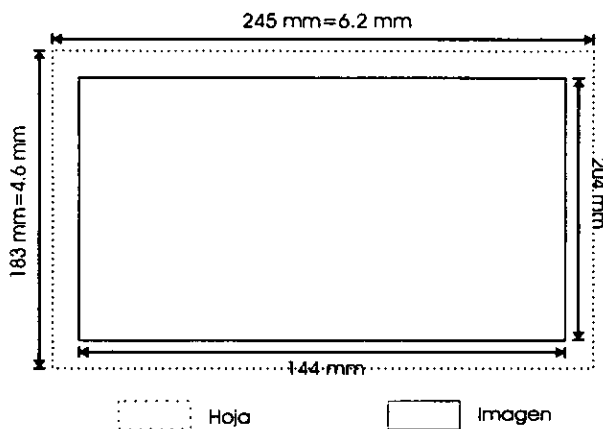


Fig. Tamaños de la imagen captada por el CCD de la hoja y el rectángulo dibujado sobre ella en milímetros

De la figura se puede ver que las dimensiones reales del rectángulo en el CCD son:

$$x: \quad \frac{245}{6.2} = \frac{204}{x} \Rightarrow x = \frac{(204)(6.2)}{245} = 5.16 \text{ m}_{\text{CCD}} \quad (\text{C.3})$$

$$y: \quad \frac{183}{4.6} = \frac{144}{y} \Rightarrow y = \frac{(144)(4.6)}{183} = 3.61 \text{ m}_{\text{CCD}} \quad (\text{C.4})$$

Sin embargo, se quieren las dimensiones en pixeles de manera que:

$$\frac{x}{A_x} = \frac{5.16 \text{ m}_{\text{CCD}}}{9.7 \frac{\mu\text{m}}{\text{pixeles}}} = 532 \text{ pixeles} \quad (\text{C.5})$$

$$\frac{y}{A_y} = \frac{3.61 \text{ m}_{\text{CCD}}}{9.6 \frac{\mu\text{m}}{\text{pixeles}}} = 376 \text{ pixeles} \quad (\text{C.6})$$

Se sabe que

$$x_{\text{rectangulo}} = 16.5 \text{ m} \Rightarrow A_x = \frac{16.5 \text{ m}}{532 \text{ pixeles}} = 0.031 \frac{\text{m}}{\text{pixeles}} \quad (\text{C.7})$$

y

$$y_{\text{rectangulo}} = 12 \text{ m} \Rightarrow A_y = \frac{12 \text{ m}}{376 \text{ pixeles}} = 0.032 \frac{\text{m}}{\text{pixeles}} \quad (\text{C.8})$$

De los resultados anteriores se puede ver que la amplificación es aproximadamente 0.031 mm/pixeles en x y en y.



# BIBLIOGRAFIA

- [1] Applegate A., Raymond; Howland C., Howard "Noninvasive Measurement of Corneal Topography"; IEEE Engineering in Medicine and Biology, 30-42 (1995).
- [2] C. Baroth, Ed., et. al.; *Computer Assisted Noninvasive Topography of the Cornea*; Jet Propulsion Laboratory, 12-16 (1989).
- [3] D. Klyce, Stephen; "Computer-Assisted Corneal Topography"; Invest. Ophthalmol. Vis. Sci., 25, 1426-1435 (1984).
- [4] E. Wilson, Steven, et. al.; "Quantification and Mathematical Analysis of Photokeratoscopic Images" en *Corneal Topography*; Springer-Verlag, NY; Capítulo 1, 1-9 (1991).
- [5] El Hage, Sami; "The Computerized Corneal Topographer (EH-270)" en *Corneal Topography*; Springer-Verlag, NY, Capítulo 2, 11-24 (1991).
- [6] El Hage, Sami; "Suggested New Methods for Photokeratotomy a Comparison for their Validities. Part 1"; Am. J. Opt. Arch. Am. Acad. Optom.; 897-912 (1971).
- [7] Fuji, Tohru; Maruyama Setsuro; Ikeda Mitsuo; "Determination of Corneal Configuration by the Measurement of its Derivatives"; Opt. Acta, 19, 425-430 (1972).
- [8] G. Azema; "Corneal Optical Zone Reshaping with Excimer Laser"; en Laude, L.D., *Excimer Lasers*. Kluwer Academic Publishers 447-464, (1994).
- [9] González, Rafael; E. Woods, Richard; *Digital Image Processing*; Addison Wesley, NY; 21-47, 307-339 (1993).
- [10] H. Keats, Richard, et. al.; "Laser Refractive Surgery: a Review and Current Status"; Opt. Eng. 34, 642,643 (1995).
- [11] Hecht, Eugene; Zajac, Alfred; *Optics*; Addison Wesley, NY; 106-147, 176-185 (1993).
- [12] J. Camp; L. J. Maguire; R. A. Robb; "An Efficient Ray Tracing for Modeling Visual Performance from Corneal Topography"; IEEE 279-284 (1990).
- [13] Klein Miles; E. Furtak, Thomas; *Optics*; John Wiley & Sons, NY, 129-193 (1986).
- [14] L. Rubin, Melvin; *Optics for Clinicians*; TRIAD Scientific Publishers, 119-125 (1969).
- [15] Lenoble, Jaqueline Melle; "Methode Optique pur etudier la forme d'une surface reflechissante"; Revue D'Optique 31, No. 8-9, 393-399 (1952).
- [16] Malacara, Daniel; *Optical Shop Testing*; John Wiley and Sons, Inc., NY. 402-407 (1937).
- [17] O. Waring III George, et. al.; "Classification of Corneal Topography with Videokeratography" en *Corneal Topography*; Springer-Verlag, Capítulo 6, 47-73 (1991).

- 
- [18] R. Díaz-Uribe, P. Anaszkievicz y R. Suárez-Suárez; "Laser Deflectometry Keratopography", en *Optics in Medicine, Biology and Environmental Research*, Gert Von Bally y Shyam Khanna, eds., *Optics Within Life Sciences* Vol 1 of the Series of the International Society, Elsevier Science Publishers, The Netherlands 236-239 (1993).
- [19] R. Henderson. Laser Radiation Hazards; "Optics and Laser Technology"; 75-79, April (1984).
- [20] R. Kraff, Colman, et. al.; "Normal Corneal Topography" en *Corneal Topography*; Springer-Verlag, NY, Capítulo 4, 33-45 (1991).
- [21] Rotten Kolber, Mathias and Podbielska, Halina; "Measuring Ophthalmologic Surfaces by means of Moiré Deflectometry"; *Opt. Eng.* **35**, No.2, 1124-1133, (1996).
- [22] Rufino Díaz-Uribe, Fermín Granados-Agustín; "Theory for Evaluation of the Corneal Shape in Laser Keratopography"; in *Vision Science and its Applications*, Vol. 1 1996 OSA Technical Digest Series (Optical Society of America, Washington, DC) 200-203, (1996).
- [23] Tortora Gerard; P. Anagnostakos, Nicholas; *Principios de Anatomía y Fisiología*; Harla México, 460-475 (1984).
- [24] W. Warnicki, Joseph, et. al.; "Corneal Topography Using a Projected Grid ", en *Corneal Topography*; Springer-Verlag, NY, Capítulo 3, 25-32 (1991).
- [25] Wittenberg, Sidney; M. Ludlam, William; "Measurements of the Ocular Doptric Elements Utilizaing Photographic Methods"; *Am. J. Opt. Arch. Am. Acad. Opt.* 260-266, October (1965).
- [26] Wittenberg, Sidney; M. Ludlam, William; "Planar Reflected Imagery in Photokeratoscopy"; *J. of the Opt Soc. of Am.* **60**, 981-986 July (1970).