

00372
1



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA ^{74j}
DE MEXICO

FACULTAD DE CIENCIAS
DIVISION DE ESTUDIOS DE POSGRADO

CHUBASCOS COMETARIOS RECURRENTES
HACIA EL SISTEMA PLANETARIO:
EVIDENCIA TEORICA Y OBSERVACIONAL

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL GRADO ACADEMICO DE
MAESTRO EN CIENCIAS
(A S T R O N O M I A)
P R E S E N T A :
JOSE LUIS GARCIA MARTINEZ



DIRECTOR DE TESIS:
DR. RENAN ARCADIO POVEDA RICALDE

MEXICO, D. F.

OCTUBRE, 1998

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

267445



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

A la grandeza de nuestros ancestros a quienes
debemos nuestra identidad y por
quienes aún somos
alguien

AGRADECIMIENTOS

Para dar por concluida esta fase de mi formación académica, deseo manifestar mi agradecimiento a las instituciones que lo han hecho posible: En primer lugar, al Instituto de Astronomía, UNAM, quien generosamente, aparte de facilitarme la infraestructura y el material didáctico necesarios, siempre tuvo un lugar para mi dentro de sus instalaciones. Al Programa Universitario de Investigación y Desarrollo Espacial(PUIDE), por soslayar mis ausencias y permitirme postergar mis obligaciones cuando tuve que tomar clase y hacer mis tareas en el IA. A la Facultad de Ciencias, UNAM, recinto nacional de la ciencias por excelencia, por orgullo de pertenencia. Desde luego, también deseo agradecer a la Dra. Paris Pishmish, al Dr. Enrique Vázquez, al Dr. Arcadio Poveda, al Dr. Miguel Angel Herrera, a la Dra. Margarita Rosado, al Maestro Rafael Costero, a la Dra. Rosario Peniche y al Dr. Edmundo Moreno, algunos por su influencia en mi formación académica, otros por su manifiesta preocupación en este sentido y algunos otros porque, desinteresadamente y sin obligación, acudieron a mi rescate cuando mi naufragio económico era evidente, sobre todo en los dos últimos años. A algunos de ellos por ambas razones.

CHUBASCOS COMETARIOS RECURRENTES HACIA EL SISTEMA PLANETARIO: EVIDENCIA TEORICA Y OBSERVACIONAL

José Luis García Martínez
Facultad de Ciencias, Instituto de Astronomía, UNAM

Director de Tesis: Doctor Renán Arcadio Poveda Ricalde
Instituto de Astronomía, UNAM

RESUMEN

Al analizar la porción más brillante de la distribución acumulada de magnitudes absolutas de los asteroides que cruzan la órbita terrestre (*Minor Planet Center* 1997), así como la de los asteroides débiles del Cinturón (Van Houten *et al.* 1970), hemos encontrado que el índice de población de estas distribuciones $\mu = 1.1513$, es el mismo que describe una población de objetos resultante de un proceso de fragmentación por colisiones (Dohnanyi 1969, Williams y Wetherill 1993). Adoptando valores medios para los albedos y densidades de estos objetos, según las estimaciones más recientes, así como valores medios para la velocidad y probabilidad anual de impacto en la Luna, la ley de escalamiento de Gault (1974) nos permite traducir la distribución de magnitudes de los asteroides que cruzan la órbita terrestre en una distribución probable de cráteres consistente con la observada (Neukum e Ivanov 1994) en el intervalo de diámetros de 1 a 7 km para un tiempo de exposición de 3.3×10^9 años. Este resultado indica que la primera parte de la distribución observada de cráteres en la Luna es responsabilidad de impactos asteroidales fundamentalmente. En cuanto a la extensión hacia cráteres grandes de esta distribución, recurriendo a la hipótesis de que son el resultado de impactos de núcleos cometarios, encontramos que la distribución de magnitudes de estos núcleos debe tener también un índice de población $\mu = 1.151$. Esto implica que, si la hipótesis es correcta, los núcleos cometarios y sobre todo de período intermedio y largo, son también el resultado de un proceso de fragmentación colisional. Bajo la suposición de que la razón de impactos cometarios y asteroidales (excluyendo cometas

de la Nube de Hills) en el sistema Luna-Tierra ha sido durante 3.3×10^9 años como la observamos actualmente, encontramos que la densidad así estimada de cráteres es ~50% menos que la observada en áreas de la Luna de esta edad. La hipótesis fundamental de este trabajo prevé precisamente un exceso de cráteres como evidencia de excesos de cometas desviados al sistema planetario, consecuencia de perturbaciones estelares repetitivas a la nube de Hills. De esta forma, encontramos que durante 3.3×10^9 años ~672 estrellas han perturbado a la nube de Hills y que los cometas desviados hacia el sistema planetario han contribuido a un exceso en la densidad de cráteres similar al exceso observado si el exponente n en la distribución de cometas como función de la distancia al Sol (Hills 1981) es ~ 4.

RECURRENT COMETARY SHOWERS TOWARD THE PLANETARY SYSTEM: THEORETICAL, AND OBSERVATIONAL EVIDENCE

José Luis García Martínez
Facultad de Ciencias, Instituto de Astronomía, UNAM

Thesis director: Doctor Renán Arcadio Poveda Ricalde
Instituto de Astronomía, UNAM

ABSTRACT

After analyzing the bright end of Earth-crossing asteroids cumulative distribution of magnitudes (Minor Planet Center 1997) as well as that of the Main Belt faint asteroids (Van Houten et al. 1970), we found that the population index $\mu = 1.1513$ is the same that describes a population resulting from a collisional fragmentation process (Dohnanyi 1969, Williams and Wetherill 1993). Adopting average values for the albedos and densities of these objects, according to the most recent estimates, as well as average values for speeds and annual probability of impact on the Moon, the scaling law (Gault 1974) allows us to translate the magnitude distribution of Earth-crossing asteroids into a probable crater distribution on the Moon consistent with the observed (Neukum and Ivanov 1994) in the size range of 1 to 7 km, for an integration time of 3.3×10^9 years. This result indicates that the first part of the lunar crater distribution is a consequence of asteroidal impacts mainly. As for the extension to larger craters of the distribution, resorting to the hypothesis that they are the result of cometary nuclei impacts, we found that the magnitude distribution of these nuclei must also have a population index $\mu = 1.1513$. This implies that, if the hypothesis is correct, the cometary nuclei are also the result of a collisional fragmentation process. Under the assumption that the asteroid and cometary nuclei impact rate (excluding those from the Hills Cloud) on the Earth-Moon system has been during the last 3.3×10^9 years as it is currently observed, we found that the thus estimated crater density is ~50% less than the observed in lunar areas of this age. The fundamental hypothesis of this work anticipates a crater excess as evidence of

CONTENIDO

DEDICACION.....	ii
AGRADECIMIENTOS.....	iii
RESUMEN.....	iv
CONTENIDO.....	viii
LISTA DE TABLAS.....	xi
LISTA DE FIGURAS.....	xii
INTRODUCCION.....	1
I. LA NUBE DE OORT-HILLS.....	4
I.1 Introducción.....	4
I.2 La Nube de Oort.....	4
I.3 Hipótesis acerca de la Nube Interna.....	6
I.4 Distribución Espacial de Cometas en la Nube Interna.....	12
I.5 Número de Cometas en la Nube de Oort-Hills.....	14
II. PERTURBADORES DE LA NUBE DE OORT-HILLS.....	18
II.1 Introducción.....	18
II.2 Perturbaciones de Nubes Moleculares.....	18
II.3 Perturbaciones Gravitacionales del Disco Galáctico.....	21
II.4 Encuentros Estelares.....	23
II.5 Número de cometas Desviados hacia el Sistema Planetario con q ≤ 1 UA debido a una Perturbación Estelar.....	23
III. ASTROFISICA DE LOS COMETAS Y ASTEROIDES COMO IMPACTORES POTENCIALES.....	26

III.1 Introducción.....	26
III.2 Tipos de Asteroides.....	26
III.3 Tipos de Cometas.....	27
III.4 Número de Asteroides que Cruzan la Órbita Terrestre.....	28
III.5 Número Anual de Cometas de Largo Período con $q \leq 1\text{UA}$	34
III.6 Número Total de Cometas de la Familia de Júpiter con $q \leq 1\text{UA}$	38
III.7 Número Total de Cometas de la Familia de Halley con $q \leq 1\text{UA}$.	40
IV. PROBABILIDADES DE IMPACTO EN EL SISTEMA LUNA-TIERRA.....	42
IV.1 Introducción.....	42
IV.2 Probabilidad de Colisión de un Asteroide con la Tierra.....	42
IV.3 Probabilidad de Colisión de un Asteroide con la Luna.....	43
IV.3.1 Velocidad Relativa.....	43
IV.3.2 Parámetro de Impacto b	45
IV.3.3 Probabilidad de Colisión según el Tipo Orbital.....	46
IV.4 Probabilidad de Colisión de un Cometa con la Tierra.....	48
IV.5 Probabilidad de Colisión de un Cometa con la Luna.....	49
V. DISTRIBUCION DE CRATERES EN LA LUNA.....	50
V.1 Introducción.....	50
V.2 Distribución de Diámetros de Los Asteroides.....	50
V.3 Distribución de Diámetros de Los Cometas.....	51
V.4 Número Anual de Impactos en la Luna.....	52
V.5 Distribución de Cráteres en la Luna.....	53
VI. RESULTADOS.....	57

VI.1 Comparación de las Densidades Teórica y Observada de Cráteres.....	57
VI.2 Exceso de Impactos Consecuencia de N_p Perturbaciones Estelares Aleatorias a la Nube de Hills: Resultados Numéricos.....	62
VII. CONCLUSIONES.....	66
VIII. COMENTARIOS Y PERSPECTIVAS.....	68
VIII.1 Comentarios.....	68
VIII.2 Perspectivas.....	69
BIBLIOGRAFIA.....	71

LISTA DE TABLAS

Tabla 1. Número total de cometas estimado para las nubes de Oort-Hills, de Oort y de Hills, respectivamente, según cuatro valores del exponente n17

Tabla 2. Número total de cometas que cruza la órbita terrestre después de 735 perturbaciones estelares, número de impactos recibidos en la Luna, su contribución a la densidad de cráteres así como su densidad relativa según cuatro valores de n64

LISTA DE FIGURAS

- Figura 1. Distribución original de semiejes mayores inversos, $1/a$, de los cometas de largo período observados. El pico cerca de cero son cometas dinámicamente nuevos de la Nube de Oort5
- Figura 2. El círculo pequeño en el extremo de algunos vectores de velocidad de los cometas de largo período es la base del cono de pérdidas. Los cometas con estos vectores ingresan al sistema planetario.....7
- Figura 3. Cono de perturbación. ΔV es el cambio sufrido por el vector velocidad, V , de algún cometa como consecuencia de una perturbación estelar.....8
- Figura 4. Tiempo medio, τ_v , entre perturbaciones al Sistema Solar con parámetro de impacto b10
- Figura 5. Duración media, τ_l , del influjo de cometas de semieje a resultado de una perturbación estelar.....11
- Figura 6. Evolución de la nube de cometas después de 4500 millones de años. La distribución de cometas en el espacio esta proyectada en un plano para diferentes tiempos. El círculo punteado denota un radio de 30000 UA indicando el límite interno de la Nube de Oort clásica.....13
- Figura 7. Distribuciones resultantes de semiejes y excentricidades después de un encuentro entre el Sistema Solar y una nube molecular gigante de $10^5 M_\odot$; $V_r = 11\text{km/s}$ y el parámetro de impacto $b = 30\text{ pc}$. Los valores iniciales de la excentricidad y el semieje mayor están indicados con marcas de graduación grandes.....19

Figura 8. Número de cometas de la Nube de Oort en franjas de igual área en la esfera celeste paralelas al ecuador galáctico. El histograma contiene una muestra de 142 cometas jóvenes.....	22
Figura 9. Número total de cometas que cruzan la esfera de radio $q = 1$ UA con semieje $a \geq a_b$ debido a una perturbación estelar con parámetro de impacto b para cuatro valores probables del exponente n	24
Figura 10. Relaciones orbitales entre la Tierra y los asteroides Atón, Apolo y Amor.....	27
Figura 11. Órbitas de las tres familias de cometas comparadas con las órbitas de Júpiter y Neptuno.....	28
Figura 12. Distribución acumulada de las magnitudes absolutas de asteroides débiles del Cinturón principal	29
Figura 13. Distribución acumulada de magnitudes absolutas de los asteroides Apolo, Amor y Atón.....	30
Figura 14. Comparación de las curvas de ajuste a las magnitudes acumuladas de 23 núcleos de cometas de largo período. La curva sólida tiene un índice $\mu = 0.91$ y la punteada, que pasa por los puntos más confiables desde el punto de vista estadístico y de completez, tiene $\mu = 1.1513$	35
Figura 15. Comparación de las pendientes de las partes "lineales" de la curva observada(sólida) con la pendiente de la densidad de cráteres teórica(línea a trazos) derivada de una distribución de magnitudes absolutas con índice $\mu = 0.91$	36
Figura 16. Comparación de las curvas de ajuste a las magnitudes observadas de 42 núcleos de cometas de corto período. La curva sólida tiene un índice $\mu = 0.91$ y la punteada, $\mu = 1.1513$. Esta última se ajusta mejor a los puntos más significativos, como en el caso de los cometas de largo período.....	39

Figura 17. Configuración esperada entre vectores de velocidad durante un encuentro asteroidal con el sistema Luna-Tierra.....	44
Figura 18. Colisión tangencial de un impactor con parámetro de impacto b y de masa m con un cuerpo de masa $M \gg m$ y radio R	45
Figura 19. Densidad de cráteres en diferentes áreas de la Luna como función de la edad T del área. La curva sólida es un ajuste a los puntos observados. La parte de la curva con $0 < T < 3.3$, indica una razón de impactos aproximadamente constante. El cero representa la época actual.....	56
Figura 20. Estimación de las contribuciones relativas a la densidad de cráteres en la Luna con diámetro $\geq D$ por parte de cometas y asteroides. CFH=cometas de la familia de Halley, CLP=cometas de largo período, CFJ=cometas de la familia de Júpiter, AsS=asteroides S y AsC=Asteroides C.....	60
Figura 21. Comparación de las densidades teóricas de cráteres(Ast, A+C) con la observada(Obs). Obs=observada, A+C=asteroides + cometas y Ast=asteroides	61

INTRODUCCION

En 1950, Oort notó que los cometas de largo período que ingresan al Sistema Planetario parecían originarse en un cascarón esférico (Nube de Oort) centrado en el Sol con un semieje mayor interno de 2×10^4 UA y uno externo de $\sim 2 \times 10^5$ UA. También estimó que el número de cometas en la Nube era de $\sim 1.8 \times 10^{11}$ con una masa total entre 0.01 y 0.1 masas terrestres. Trabajos posteriores más detallados han confirmado el resumen de evidencias observacionales presentadas en ese trabajo. Oort mostró, además, que los cometas en la Nube son perturbados fuertemente por estrellas que se aproximan al Sol y que estas perturbaciones inducen un flujo continuo de cometas de esta Nube hacia el Sistema Planetario. Este trabajo inició el estudio de la dinámica de los cometas de largo período en la época moderna. Posteriormente a 1950, se consideró a la Nube de Oort como la fuente de cometas y se analizaron diversos perturbadores posibles. A partir de los 80, los trabajos analíticos y las simulaciones numéricas de varios autores (Heisler y Tremaine, 1985; Torbett, 1986; Duncan *et al.*, 1987; Yabushita, 1988; Matese y Whitmire, 1996) han puesto su atención en la influencia gravitacional ejercida por el disco galáctico sobre la nube de Oort. El propósito fundamental es determinar la relevancia de éste, en términos de la capacidad de desviar cometas de la Nube al Sistema Planetario comparada con las perturbaciones estelares. Aún cuando las contribuciones relativas estimadas por los diferentes autores difieren numéricamente, todas parecen indicar que la influencia gravitacional del disco tiene una participación importante en la emisión de cometas de la nube de Oort al Sistema Planetario de tal manera que el flujo de cometas de largo período observado actualmente sería el resultado de las perturbaciones combinadas del disco galáctico y las estrellas de la vecindad solar.

Dada la imposibilidad de formar cometas en la Nube de Oort, el origen más probable de su población es la difusión gradual de

cometas de las regiones más internas del Sistema Solar hacia la periferia debido a perturbaciones combinadas de las estrellas de la vecindad solar y los planetas mayores del Sistema, principalmente de Júpiter. Por ello, en 1981 Hills propuso la existencia de un reservorio de cometas de largo período varias veces más masivo que la Nube de Oort clásica cuyos límites pueden establecerse, en términos de semiejes mayores, entre $3000 < a < 20000$ UA. Teóricamente este reservorio es el que daría sustento a la existencia de la Nube de Oort. Las perturbaciones estelares repetidas a este reservorio durante la edad del Sistema Solar han propiciado que los cuerpos mayores del Sistema hayan sido bombardeados un número igual de veces en exceso con respecto al ritmo actual estimado de impactos. Registros de estos impactos y otros permanecen con alto grado de conservación en la Luna y Mercurio, entre otros cuerpos. Si suponemos que en ausencia de una perturbación el ritmo normal de impactos es como lo observamos actualmente, podemos comparar el número total observado de cráteres de impactos en áreas de edad conocida en la Luna con el número esperado en ausencia de lluvias recurrentes de cometas de largo período. Hills estima que durante la edad del Sistema Solar cientos de estrellas han perturbado las regiones más pobladas de esta nube hipotética. Consecuentemente, la frecuencia de impactos de cometas de largo período se incrementaría más del 500% durante algunos millones de años (~4 períodos de los cometas perturbados). Esto implica que, si este fenómeno ha tenido lugar, debe observarse un exceso de cráteres en la Luna con diámetro mayor que 5 km y el número total de éstos debe exceder notablemente el número esperado en ausencia de lluvias de cometas recurrentes. Encontrar evidencia de ésto es precisamente uno de los propósitos fundamentales de este trabajo. En el primer capítulo se hará una revisión de los conceptos necesarios que nos permitan estimar las dimensiones de la Nube de Oort (observada) y la de Hills (teórica) así como el número y distribución de los cometas dentro de cada una de ellas. Posteriormente, en el capítulo dos, se hará una comparación de los tres diferentes tipos de perturbadores identificados de las nubes de cometas que son: estrellas de la vecindad solar, nubes moleculares y la influencia gravitacional del

disco de nuestra galaxia. La comparación se hará en términos de la capacidad perturbadora de cada uno de ellos. Aparte de los cometas de largo período, como impactores potenciales de los planetas terrestres y, sobre todo, del sistema Luna-Tierra, existen otras dos familias de cometas más los asteroides que cruzan la órbita terrestre. En el capítulo tres se hará una clasificación aproximada de las diferentes familias de cometas y asteroides según sus características orbitales. Los cometas y asteroides son señalados como los principales responsables de los cráteres de impacto registrados en la superficie de los planetas terrestres. Para favorecer en lo posible un análisis cuantitativo del número de impactores en cada familia, en este mismo capítulo haremos uso de la información existente acerca de las magnitudes absolutas de los asteroides y núcleos cometarios para encontrar relaciones analíticas que nos lo faciliten. Con ésto y con la probabilidad de impacto de los diferentes objetos contra la Tierra y la Luna (capítulo cuatro), estaremos el número anual de impactos que reciben éstos actualmente. Suponiendo que la razón de impactos en el sistema Luna-Tierra debida a cometas de la Nube de Oort, de la familia de Halley, de la familia de Júpiter y asteroides ha sido como se estima para la época actual durante los últimos 3300 millones de años, podremos estimar el número total de impactos recibidos por la Tierra y la Luna durante este tiempo. En particular nos interesa calcular el número total de impactos recibidos por la Luna. La distribución de diámetros de los cráteres resultantes se puede encontrar a partir de las distribuciones de magnitudes de los impactores responsables según se describe en los capítulos cinco y seis. Hipotéticamente, las perturbaciones periódicas sufridas por la Nube de Hills han inducido aludes de cometas hacia el sistema planetario. Consecuentemente se espera que la superficie lunar exhiba un exceso de cráteres de impacto debido a este fenómeno. Esto se espera que sea evidente al comparar la distribución teórica de cráteres con la observada.

I. LA NUBE DE OORT-HILLS

I.1 Introducción

La importancia de la nube de cometas amerita una descripción de su distribución espacial así como la cuantificación de su población cometaria, dentro de lo posible. En el presente capítulo encontraremos una expresión que nos permita estimar el número total de cometas como función del semieje mayor a . Partiendo de la concepción de Hills(1981) de que la nube de Oort es sólo la extensión o el halo de una mucho más masiva(la de Hills), estableceremos formalmente la formulación esbozada por Hills, misma que nos permitirá estimar el número de cometas como función del semieje mayor a dentro de esta nube ampliada, o de Oort-Hills. Estas relaciones, no solo nos permitirán cuantificar el número total de cometas albergado por este gran reservorio cometario, sino también el correspondiente a las regiones hipotética y observada. Posteriormente, estimaremos el número de cometas por unidad de tiempo desviados hacia el sistema planetario a consecuencia de las perturbaciones estelares.

I.2 La Nube de Oort

La gigantesca nube esférica de cometas que rodea al sistema planetario fue primeramente definida por Jan Oort en 1950. Oort intentaba explicar la distribución inusual de semiejes mayores a o, lo que es lo mismo, la distribución de energía de los cometas de largo período observados que se muestra en la Figura 1. Una órbita original es la órbita de un cometa integrada hacia atrás en el tiempo hasta antes de entrar al sistema planetario.

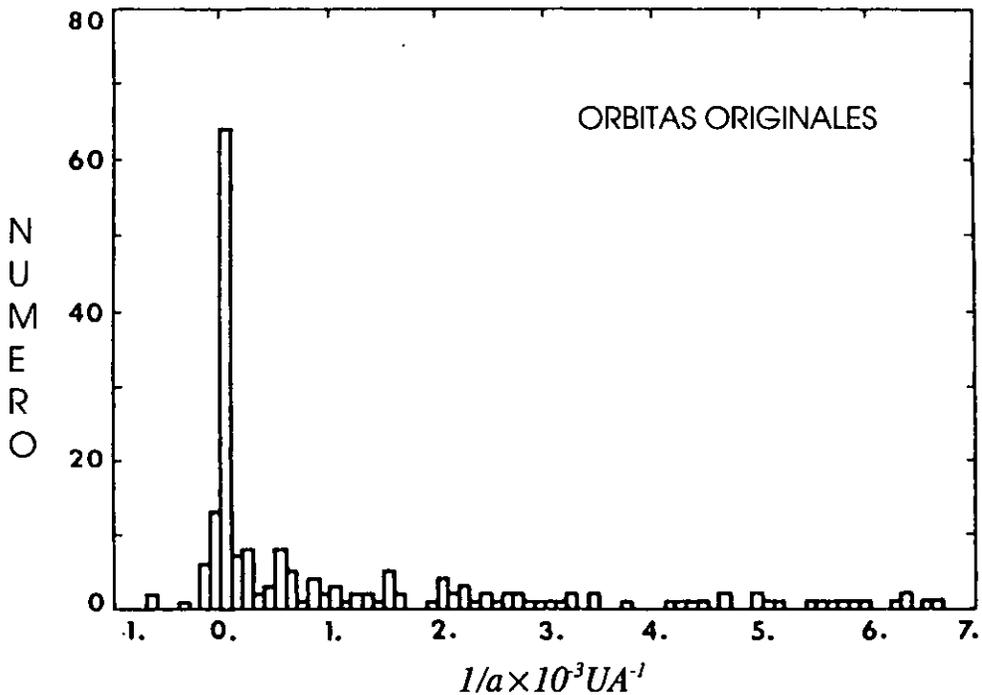


Figura 1. Distribución original de semiejes mayores inversos, $1/a$, de los cometas de largo período observados. El pico cercano a cero muestra los cometas dinámicamente nuevos de la Nube de Oort. Marsden(1978).

La Figura 1 representa un número de órbitas aparentemente hiperbólicas ($1/a < 0$). Existe un pico en $1/a = 5 \times 10^{-5}$ ($a = 2 \times 10^4 \text{UA}$), que comprende órbitas cometarias débilmente ligadas al Sol, y algunas otras con $1/a > 0$. En 1948, los cálculos dinámicos que llevó a cabo Van Woerkom mostraron que Júpiter perturbaba las órbitas de cometas que pasaban a través del sistema planetario causando una dispersión en energía que daba lugar a la distribución con $1/a > 0$ en la Figura 1. De las pocas órbitas con $1/a < 0$ es probable que algunas sean el resultado de errores en la determinación de los parámetros orbitales y otras pudieran ser realmente hiperbólicas. Otra explicación acerca de la existencia de estas órbitas es que estos cometas se desvían de su órbita parabólica original debido al efecto acción-reacción causado por emisiones violentas de gases del núcleo cuando éste se aproxima al Sol. El problema más

importante se redujo a cómo interpretar el pico de la distribución en $1/a = 5 \times 10^{-5}$. Oort propuso que el pico estaba relacionado con el reservorio-fuente de los cometas de largo período, una gran nube esférica de cometas a distancias mayores que 2×10^4 UA del Sol pero todavía ligados gravitacionalmente a éste. Oort también mostró que los cometas en la nube están tan lejos del Sol que sufren perturbaciones aleatorias por estrellas de la vecindad solar. Estas perturbaciones pueden cambiar sus elementos orbitales y, eventualmente, deflectar cometas hacia el sistema planetario. La forma en que Oort concretó la definición del reservorio-fuente de cometas de largo período es admirable si consideramos que se basó sólo en 19 órbitas "bien determinadas" comparadas con las más de 1500 actualmente registradas en el catálogo de Marsden(1997).

Öpik(1932) se anticipó al trabajo de Oort 18 años al estudiar el efecto de las perturbaciones estelares en las órbitas de cometas y meteoroides distantes. Aunque Öpik sugirió que las perturbaciones estelares acrecentarían las distancias perihélicas de los cometas, lo cual daría como resultado una nube de cometas rodeando al Sistema Solar, específicamente rechazó que los cometas en la nube pudieran ser observados alguna vez debido a que en la época no se sabía que las perturbaciones estelares causarían que algunos cometas fueran desviados hacia el sistema planetario. Öpik concluyó que los cometas de largo período observados venían de una distancia de entre 1500 y 2000 UA; además, subestimó la esfera de influencia del Sol por un factor de cinco. Aunque el trabajo de Öpik de 1932 fue pionero en perturbaciones estelares, en él no se identifica a la nube cometaria como la fuente de cometas de largo período.

1.3 Hipótesis Acerca de la Nube Interna

En 1981 Hills evaluó analíticamente el efecto de estrellas perturbadoras sobre cometas con una distribución arbitraria de semiejes mayores, a . Para entender este análisis dos conceptos son fundamentales:

El cono de pérdidas es el cono en el espacio de velocidades formado por el grupo de vectores de velocidad de los cometas que, a una distancia r del Sol, los pondrían en órbitas que penetran al sistema planetario con una distancia perihélica $q \leq 5.2$ UA, que es la distancia media Sol-Júpiter(Figura 2). Se le llama cono de pérdida porque los cometas que ingresan a él alcanzarán algún final físico o dinámico dentro de algunos períodos orbitales debido a que las perturbaciones sufridas al interactuar con los planetas mayores del sistema(principalmente con Júpiter) cambian sus parámetros orbitales de tal manera que algunos quedarán atrapados como cometas de corto período y otros saldrán del Sistema Solar en órbitas hiperbólicas. En resumen, cometa que ingresa al cono de pérdida prácticamente está perdido de la Nube.

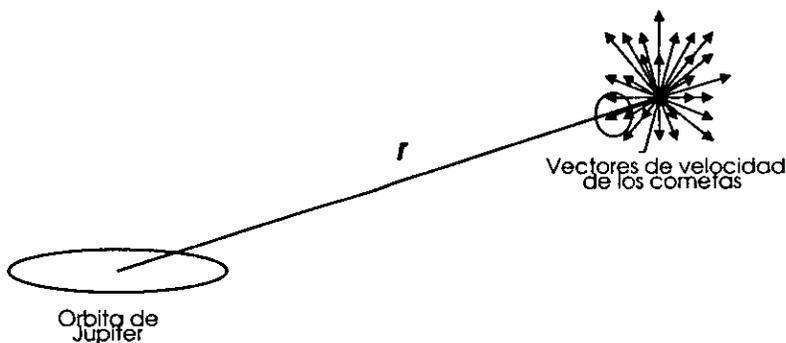


Figura 2. El círculo pequeño en el extremo de algunos vectores de velocidad de los cometas de largo período es la base del cono de pérdidas. Los cometas con estos vectores ingresan al sistema planetario.

El cono de Perturbación es el cono en el espacio de velocidades definido por todas las posibles orientaciones del vector resultante $V + \Delta V$, donde ΔV es la perturbación media sufrida por el vector velocidad V de los cometas a la distancia r del Sol debido al impulso gravitacional de alguna estrella que se aproxima a éste(Figura 3). Si el ángulo del vértice del cono de perturbación de los cometas de semieje a es mayor o igual al ángulo del vértice del cono de pérdidas, este último estará lleno y el número de cometas con semieje mayor $\geq a$ que ingresan al Sistema Planetario es máximo.

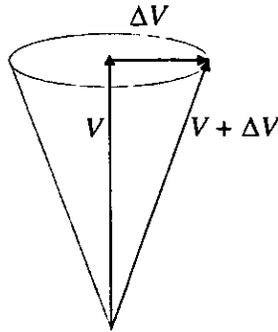


Figura 3. Cono de perturbación, ΔV es el cambio sufrido por el vector velocidad V de algún cometa, como consecuencia de una perturbación estelar.

Si la duración media, τ_l , de cometas de semieje a en el cono de pérdida es mayor que el tiempo medio, τ_s , entre perturbaciones a estos cometas, entonces el cono de pérdida está lleno. Es decir, antes de que el flujo de cometas hacia el sistema planetario resultante de una perturbación estelar empiece a reducirse, una nueva perturbación tiene lugar. Sin embargo, si $\tau_l < \tau_s$, lo cual ocurre cuando a es menor que algún valor crítico a_c , usualmente habrá una marcada deficiencia de cometas de semieje mayor $a < a_c$ que ingresan al sistema planetario. El valor crítico de a_c que separa estos dos regímenes está dado por la condición

$$\tau_l = \tau_s \tag{1.1}$$

donde $\tau_l = N_p P$, siendo P el período de cometas de semieje a y N_p , el número promedio de pasos por el sistema planetario antes de perderse de la Nube de Oort.

Cálculo de τ_l . En 1979, a través de simulaciones numéricas acerca de la interacción repetida de cometas de la Nube de Oort con Júpiter, Everhart encuentra que la probabilidad de que un cometa

sobreviva N_p pasos por el sistema planetario antes de perderse de la Nube está dada por

$$P_r \approx N_p^{-1/2}. \quad 1.2$$

De aquí, la estimación del número medio de pasos de un cometa de largo periodo a través el Sistema Planetario, antes de perderse de la Nube, es directo si nos preguntamos por el número de vueltas que debe dar para que la probabilidad de perderse de ésta sea del 50% o, lo que es lo mismo, de que $P_r = 0.5$. Con este valor de P_r en (1.2) nos queda que $N_p = 4$. Así,

$$\tau_i = 4P = 4 \left(\frac{2\pi a^{3/2}}{\sqrt{GM_0}} \right) \quad 1.3$$

donde G y M_0 , son la constante de gravitación universal y la masa del Sol, respectivamente.

Cálculo de τ_s . En analogía con la cinética de un gas de partículas en equilibrio térmico, el camino libre medio de una estrella de velocidad media v en un medio de densidad n_s está dado por: $v\tau_s = 1/\pi b^2 n_s$, donde n_s es el número de estrellas por unidad de volumen y b , el parámetro de impacto. Aplicando esta fórmula a las estrellas de la vecindad solar ($n_s = 0.1 \text{ pc}^{-3}$ y $v = 30 \text{ km/s}$, Hills 1981) tenemos que el tiempo medio entre colisiones estelares τ_s es

$$\tau_s = \frac{1}{\pi b^2 v n_s}. \quad 1.4$$

Las Figuras 4 y 5 muestran gráficamente a τ_s y τ_i como función de b y a , respectivamente.

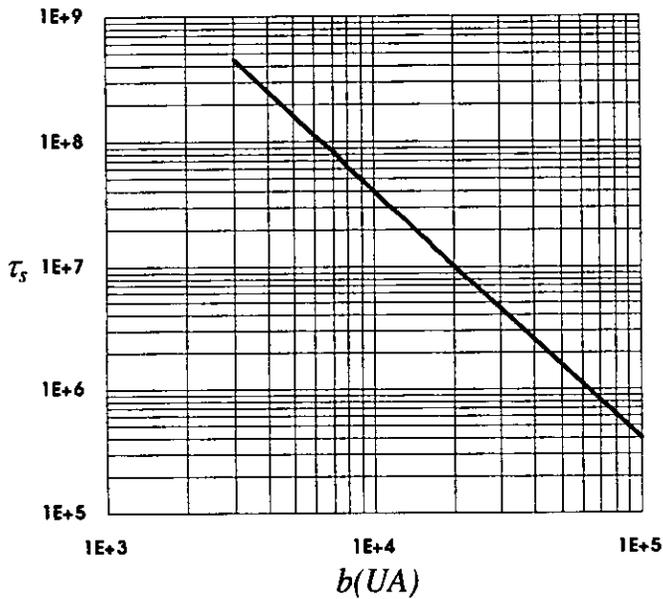


Figura 4. Tiempo medio en años, τ_s , entre perturbaciones al Sistema Solar con parámetro de impacto b .

Usando (1.1), (1.3) y (1.4) tenemos que el valor crítico para el semieje mayor es:

$$a_c = \left(\frac{\sqrt{GM_o}}{18\pi^2 v n_s} \right)^{27}. \quad 1.5$$

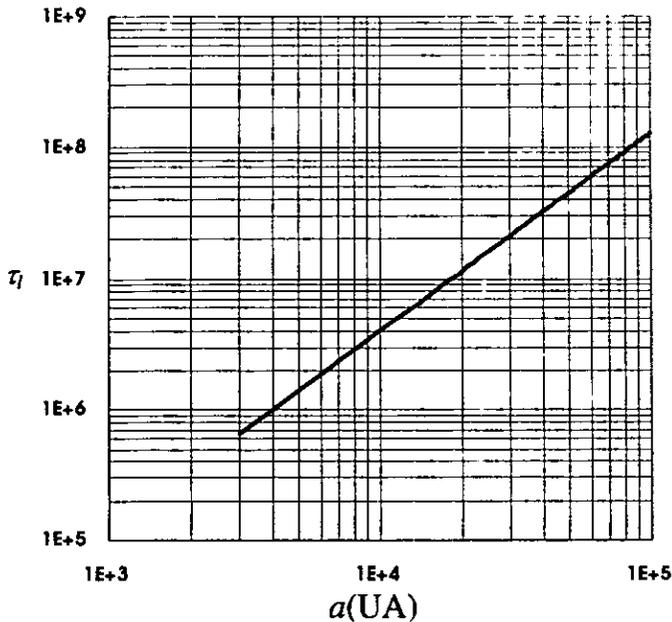


Figura 5. Duración media en años, τ_i , del influjo de cometas de semieje a como resultado de una perturbación estelar.

Usando los valores $n_s = 0.1 \text{pc}^{-3} = 1.143 \times 10^{-17} \text{UA}^{-3}$ y $v = 30 \text{km/s} = 6.3 \text{UA/año}$ para la vecindad solar y $(GM_\odot)^{1/2} = 6.24 \text{UA}^{3/2} \text{año}^{-1}$, obtenemos

$$a_c = 1.6 \times 10^4 \text{AU}. \quad 1.6$$

El valor teórico de a_c es prácticamente el valor observado del semieje mayor interno de la Nube de Oort. Esta coincidencia difícilmente es accidental, lo cual sugiere que el valor observado del semieje mayor interno de la Nube de Oort es un efecto de selección. De aquí se deduce que la nube de cometas observada debe ser sólo el halo de una distribución de cometas que se han ido difundiendo gradualmente de la periferia del sistema planetario hasta más allá de $2 \times 10^4 \text{UA}$. Si es así, la parte intermedia hipotética de esta distribución (o nube de Hills) necesariamente tiene que ser

más populosa que la de Oort. La hipótesis acerca de la Nube de Hills resulta, además, fortalecida por la teoría de la formación estelar.

De acuerdo con la teoría estándar acerca de la formación del Sistema Solar, el radio máximo de la nube protosolar (radio de Jeans) cuando se separó del resto de los fragmentos de la nube original era de $R_M = 0.41 GM_O / \mathcal{R} T$, donde $\mathcal{R} = 3.36 \times 10^7 \text{ erg g}^{-1} \text{ K}^{-1}$ es la constante universal de los gases y $GM_O = 39 \text{ UA}^3 \text{ año}^{-2}$. Suponiendo una temperatura $T = 20 \text{ K}$ (Larson y Starfield 1971) obtenemos que $R_M = 5392 \text{ UA} = 0.026 \text{ pc}$, lo que equivale a un semieje mayor de 3594 UA, según se verá en II.5. Esto indica que la existencia hipotética de la nube interna (o de Hills) es mucho más razonable que la nube de Oort observada. Lo anterior debido a que todos los cometas tuvieron que haberse formado dentro del límite definido por R_M y no en el lugar que actualmente ocupan en la Nube de Oort. Comúnmente el valor adoptado para el semieje mayor mínimo de la nube interna (Hills 1981, Duncan *et al.* 1987) es:

$$a_i \sim 3 \times 10^3 \text{ UA.}$$

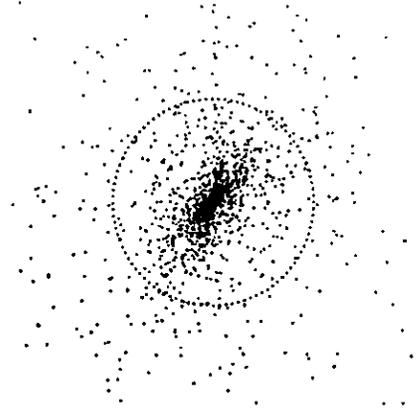
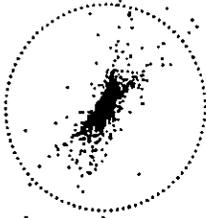
1.7

1.4 Distribución Espacial de Cometas en la Nube Interna

De acuerdo con lo discutido en I.3, el radio de la nube protosolar no excedía las $5.4 \times 10^3 \text{ UA}$. De aquí se deduce que los cometas tuvieron que formarse dentro de este límite. Sin embargo la observación indica que la distribución actual de semiejes mayores puede extenderse hasta $\sim 10^5 \text{ UA}$ del Sol. Esta distribución es el resultado final de las perturbaciones combinadas de Júpiter y estrellas que han pasado por la vecindad solar (Hills 1981), entre otras. Las simulaciones numéricas de Duncan *et al.* (1987) que incluyen, además, perturbaciones gravitacionales del disco galáctico, favorecen esta hipótesis y muestran que la Nube de Oort sería sólo una extensión de la Nube Interna o de Hills (Fig. 6). Los valores iniciales de los parámetros orbitales involucrados en esta simulación son: semieje mayor $a = 2000 \text{ UA}$, inclinación orbital $i = 18^\circ$ y distancia perihélica $q = 5, 10, 15, 20, 25, 30$ y 35 UA .

10 MILLONES DE AÑOS

100 MILLONES DE AÑOS



MIL MILLONES DE AÑOS

4500 MILLONES DE AÑOS

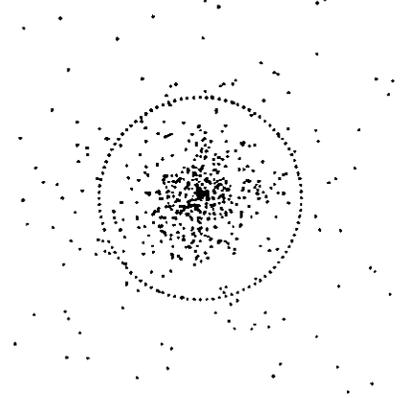
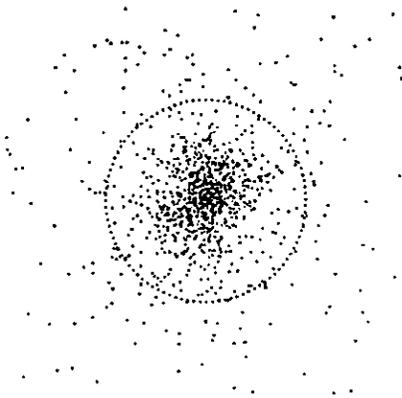


Figura 6. Evolución de la nube de cometas a lo largo de 4500 millones de años. La distribución de cometas en el espacio está proyectada en un plano para diferentes tiempos. El círculo punteado denota un radio de 30000 UA indicando el límite interno de la Nube de Oort clásica (Duncan et. al. 1987).

Hills(1981) propuso que la distribución de semiejes mayores de cometas en la Nube de Oort sigue una ley de potencia de tal manera que su densidad espacial puede ser representada por

$$dN = K_0 a^{-n} da,$$

1.8

donde K_0 y n son constantes. Como la Nube de Oort es la continuación de la Nube Interna(o de Hills), según la Figura 6, entonces la misma ley de distribución de semiejes es válida en la Nube de Oort-Hills completa. A partir de los argumentos de Hills(1981) es posible encontrar un valor mínimo para el exponente n . Si los cometas en la Nube de Oort han sido lanzados a sus órbitas actuales de órbitas con energías más negativas, entonces es de esperarse que el número de cometas por intervalo de energía(dN/dE_b) decrezca conforme la energía total es menos negativa. Es decir, como $dN/da \sim a^{-n}$ y $dE_b/da \sim a^{-2}$, entonces

$$\frac{dN}{dE_b} \propto \frac{a^{-n}}{a^{-2}} = a^{2-n} \quad 1.9$$

De aquí, dN/dE_b decrece cuando E_b decrece(a crece) sólo si $2 - n < 0$ o, lo que es lo mismo, sólo si

$$n > 2. \quad 1.10$$

Duncan *et al.*(1987) encuentran que una ley de potencia como la propuesta por Hills, y con $n = 3.5$, describe adecuadamente la distribución de semiejes mayores de los cometas en la Nube de Oort-Hills resultante de sus simulaciones(Fig. 6).

1.5 Número de Cometas en la Nube de Oort-Hills

Una expresión general que nos de el número de cometas con semiejes en el intervalo (a_m, a_M) se obtiene integrando (1.8) en dicho intervalo como sigue

$$N = K_0 \int_{a_m}^{a_M} a^{-n} da = \frac{K_0}{1-n} [a_M^{1-n} - a_m^{1-n}].$$

1.11

Si $a_M \rightarrow \infty$ en (1.11) nos queda que el número total de cometas con semieje $\geq a_m$ es

$$N = K_0 \int_{a_m}^{\infty} a^{-n} da = \frac{K_0}{n-1} a_m^{1-n}. \quad 1.12$$

La constante K_0 se puede determinar si encontramos una expresión que nos de el número de cometas de largo período por unidad de tiempo \dot{N} que ingresan al sistema planetario como función de la distancia perihélica q y el semieje mayor a . Para encontrar esta expresión es necesario recurrir a un teorema derivado por primera vez para estrellas binarias por Jeans en 1919.

Teorema : Si las órbitas individuales de un grupo de estrellas binarias (o cometas alrededor del Sol) han sido termalizadas por encuentros estelares cercanos, la distribución de excentricidades requerida por el equilibrio estadístico es tal que la fracción de binarias (o cometas) con excentricidades entre e y la unidad es:

$$F_e = 1 - e^2. \quad 1.13$$

Este resultado es independiente del semieje mayor. La relación entre la excentricidad, la distancia al perihelio y el semieje mayor es la siguiente:

$$q = a(1 - e). \quad 1.14$$

De (1.13) y (1.14) tenemos que $F_e = (1 - e)(1 + e)$ y $1 - e = q/a$ de donde

$$F_q = \frac{2q}{a} \left(1 - \frac{q}{2a}\right). \quad 1.15$$

Para $q \ll a$, que es el caso de interés en este trabajo, nos queda

$$F_q \approx \frac{2q}{a}. \quad 1.16$$

Esta relación nos da la fracción de cometas de semieje mayor a y distancia perihélica $\leq q$. De aquí, usando (1.8) y (1.16), podemos estimar el número total de cometas/año de semieje a y período P que cruzan la esfera de radio q como

$$d\dot{N} = \frac{F_q}{P} dN = K_0 \frac{q\sqrt{GM_0}}{\pi} a^{-n-5/2} da, \quad 1.17$$

donde $P = 2\pi\sqrt{\frac{a^3}{GM_0}}$. Integrando desde a_0 hasta a_M , donde a_0 es un valor de a a partir del cual el cono de pérdida actualmente está lleno, tenemos que \dot{N} está dado por:

$$\dot{N} = \frac{q\sqrt{GM_0}}{\pi} \frac{K_0}{-\frac{3}{2} - n} \left[\frac{1}{a_M^{n+\frac{3}{2}}} - \frac{1}{a_0^{n+\frac{3}{2}}} \right]. \quad 1.18$$

Si $a_M \rightarrow \infty$, nos queda

$$\dot{N} = \frac{q\sqrt{GM_0}}{\pi} \frac{K_0}{\frac{3}{2} + n} \frac{1}{a_0^{n+\frac{3}{2}}}. \quad 1.19$$

Adoptando algunos valores probables para n podemos conocer K_0 en términos de las cantidades observacionales \dot{N}_0 , q_0 y a_0 .

$$K_0 = \frac{\pi(n+3/2)}{q_0\sqrt{GM_0}} a_0^{n+3/2} \dot{N}_0. \quad 1.20$$

Tomando $q_0 = 2$ UA, $\dot{N}_0 = 5$ cometas/año, $a_0 = 2 \times 10^4$ (Hills 1981) y $\sqrt{GM_0} = 6.24 \text{ UA}^{3/2}/\text{año}$, nos queda que $K_0 = 4.98 \times 10^{15}$ UA, 8.05×10^{17} UA^{3/2}, 1.28×10^{20} UA², 2.01×10^{22} UA^{5/2} y 3.13×10^{24} UA³ si $n = 2, 2.5, 3, 3.5$ y

4 respectivamente. Con estos valores de K_0 en (1.12), el número total de cometas estimado para las nubes de Oort-Hills, la de Oort y la de Hills según los diferentes valores de n , se muestra en la Tabla 1, así como el porcentaje correspondiente.

Tabla 1. Número total de cometas estimado para las nubes de Oort-Hills, de Oort y de Hills, respectivamente, según cinco valores del exponente n .

n	N_{OH}	N_O	%	N_H	%
2	1.66×10^{12}	2.49×10^{11}	15	1.41×10^{12}	85
2.5	3.26×10^{12}	1.89×10^{11}	06	3.07×10^{12}	94
3	7.11×10^{12}	1.60×10^{11}	02	6.95×10^{12}	98
3.5	1.63×10^{13}	1.42×10^{11}	01	1.61×10^{13}	99
4	3.87×10^{13}	1.30×10^{11}	<01	3.86×10^{13}	>99

Los límites internos para las nubes de Oort y Hills son $a_{mo} = 2 \times 10^4$ y $a_{mh} \sim 3 \times 10^3$ AU según se estimaron anteriormente.

De los resultados resumidos en la Tabla 1 se puede apreciar que la nube de Oort observada contiene como máximo el 15% de la población total de cometas y el 85% o más de ellos está concentrado en la nube de Hills.

II. PERTURBADORES DE LA NUBE DE OORT-HILLS

II.1 Introducción

Teóricamente, el flujo normal de cometas de la Nube de Oort hacia el Sistema Planetario ha sido aproximadamente constante por lo menos en los últimos 3300 millones de años(Hartmann *et al.* 1981 cap. 8). Como se vió en el primer capítulo, la vida media de los cometas de largo período que se internan dentro del Sistema Planetario es de aproximadamente cuatro períodos orbitales. Esto implica la existencia de fuentes constantes de perturbación que se han encargado de mantener activo este flujo de cometas por más de tres mil millones de años. En este capítulo se presentan algunas de las evidencias que identifican tres fuentes principales de perturbación de la nube de Oort-Hills que son: nubes moleculares, la influencia gravitacional del disco de nuestra galaxia y estrellas de la vecindad solar. En lo que respecta a la frecuencia de la interacción con estas fuentes, estrictamente ésta es una función de la posición del Sistema Solar con respecto a los brazos espirales de nuestra Galaxia(Leicht y Vasisht 1997). Estos perturbadores son capaces de inducir cometas de la nube de Oort-Hills hacia el sistema planetario en mayor o menor grado dependiendo de la intensidad de la interacción con ésta. Los siguiente tópicos tratan de establecer su importancia relativa en términos de la capacidad para inducir cometas hacia el Sistema Planetario.

II.2 Perturbaciones de Nubes Moleculares

El efecto de las perturbaciones debidas a nubes moleculares próximas al sistema solar se puede constatar de las gráficas resultantes de las simulaciones de Torbett(1986). Estas ilustran los resultados del encuentro entre el sistema solar y una nube molecular(Figura 7).

$$V_r = 11 \text{ km/seg}$$

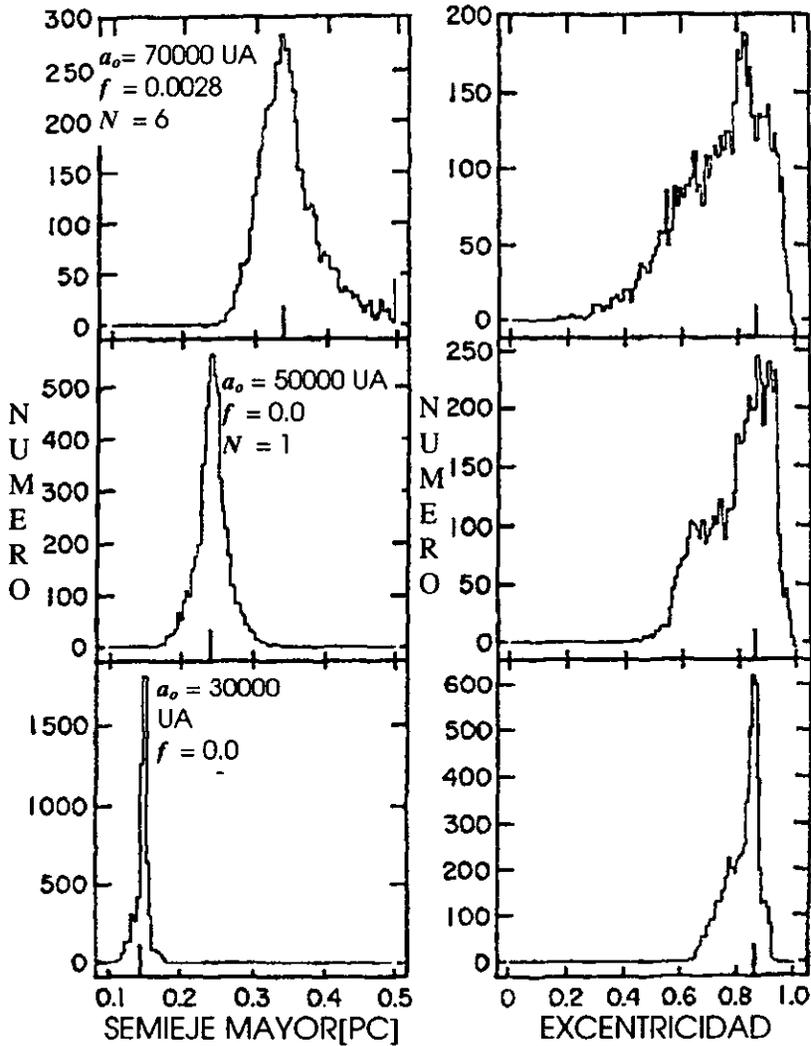


Figura 7. Distribuciones resultantes de semiejes y excentricidades después de un encuentro entre el Sistema Solar y una nube molecular gigante de $10^5 M_{\odot}$; $V_r = 11 \text{ km/s}$ y el parámetro de impacto $b = 30 \text{ pc}$. Los valores iniciales de la excentricidad y el semieje mayor están indicados con marcas de graduación grandes.

La respuesta de la Nube de Oort a una colisión se modeló construyendo una nube esférica de 5700 cometas para tres valores iniciales del semieje mayor y uno para la excentricidad (marcas de

graduación grandes en la figura) distribuidos uniformemente en el cielo. Las variables que intervienen en esta simulación y sus valores son los siguientes: $M_c = 10^5 M_\odot$, masa de la nube molecular; $b = 30$ pc, parámetro de impacto; $V_r = 11$ km/s, velocidad relativa o de encuentro; $a_o = 30000, 50000$ y 70000 UA, semieje mayor inicial; $e_o = 0.85$, excentricidad inicial. Y las cantidades resultantes son: $f = 0.0, 0.0$ y 0.0028 , fracción de la Nube de Oort que se pierde debido a las fuerzas de marea y $N = 0, 1$ y 6 es el número de cometas que resultan con $q < 5$ AU a consecuencia de la misma perturbación. Los tres valores de f y N son los correspondientes a los tres valores iniciales del semieje mayor a_o . De esta simulación se puede ver que el resultado dinámico de una colisión con una nube molecular es impartir cambios aleatorios en los semiejes de los cometas de la Nube de Oort con una tendencia hacia los valores límite dentro de la nube. El número de cometas removidos de la Nube de Oort e inducidos hacia el sistema planetario ($20000 \leq a \leq 50000$ UA en esta simulación) parece ser pequeño aún cuando se ha tomado un valor de la velocidad de encuentro cercano al límite inferior del intervalo de velocidades más probables que es $10 \leq V_r \leq 20$ km/s (Torbbet 1986a). Para el caso de velocidades más grandes debido a que el tiempo de interacción se reduce, los efectos de la perturbación también tienden a reducirse. De ésto se puede deducir que el encuentro con una nube molecular no causa mucho daño a la Nube de Oort y menos a la de Hills, por ser más interna.

La frecuencia de encuentros de nubes moleculares con el Sistema Solar se puede estimar usando (1.4) con n_m en lugar de n_s , donde n_m es el número de nubes moleculares por unidad de volumen en la vecindad solar. Es decir,

$$t_m = \frac{1}{\pi b^2 V n_m}, \quad 2.1$$

donde

$$n_m = \frac{\text{densidad local media debido a nubes moleculares}}{\text{masa promedio de una nube}} = \frac{\bar{\rho}}{\frac{4}{3}\pi R^3 \rho_{mc}}. \quad 2.2$$

R es el radio promedio de una nube molecular y ρ_{mc} es su densidad media intrínseca. Tomando $R = 20$ pc, $\bar{\rho} = 0.033 M_0 / \text{pc}^3$ y $\rho_{mc} = 11.6 M_0 / \text{pc}^3$ (P. Taddeus, 1986), tenemos que

$$n_m = 8.5 \times 10^{-8} / \text{pc}^3. \quad 2.3$$

Si consideramos como significativo un encuentro a una distancia $b = 30$ pc y adoptando $V = 11$ km/s = 11.22×10^{-6} pc/año como valor típico para la velocidad de encuentro, $t_m = 11.14 \times 10^8$ años lo cual equivale a una frecuencia de

$$f_m = 8.97 \times 10^{-10} / \text{año}, \quad 2.4$$

aproximadamente una colisión cada 1000 millones de años. De esta manera se espera que durante el tiempo de vida del Sistema Solar éste ha sufrido del orden de 5 perturbaciones de este tipo. Es fácil deducir que una perturbación más cercana es mucho menos frecuente.

II.3 Perturbaciones Gravitacionales del Disco Galáctico

Aparte de nubes moleculares y estrellas de la vecindad solar, las perturbaciones gravitacionales del disco galáctico sobre la Nube de Oort parecen ser una realidad a juzgar por la distribución observada de afelios de cometas de largo período en coordenadas galácticas que se muestra en la Figura 8.

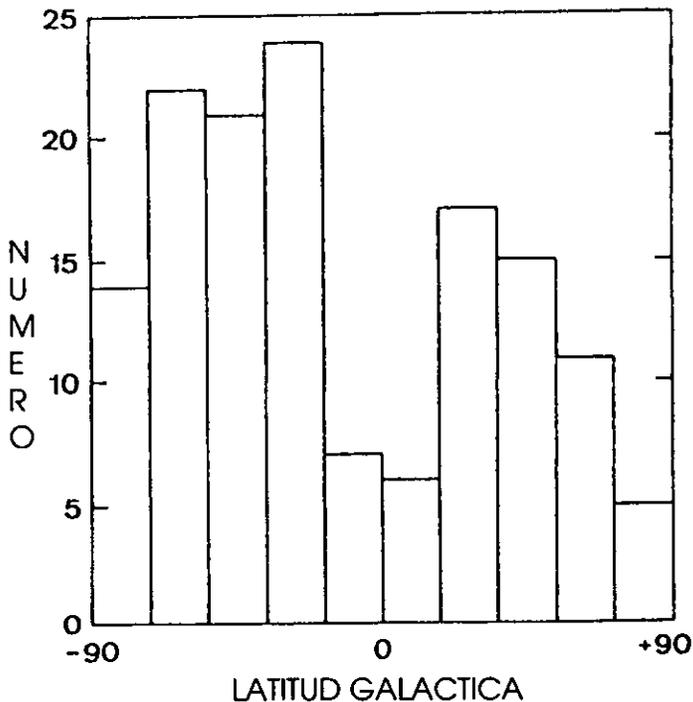


Figura 8. Número de cometas de la Nube de Oort en franjas de igual área en la esfera celeste paralelas al ecuador galáctico. El histograma contiene una muestra de 142 cometas jóvenes (Fernández e Ip 1991).

De esta gráfica se deduce que las fuerzas de marea del disco galáctico son relevantes en la emisión de nuevos cometas de la Nube de Oort al sistema planetario, dado que la dependencia del número de afelios con la latitud galáctica evidencia la perturbación inducida por éste sobre los parámetros orbitales de los cometas.

Entre los trabajos más destacados tendientes a establecer la importancia relativa entre las perturbaciones actuales del disco galáctico y estelares sobre la nube de cometas, están las simulaciones numéricas de Torbett (1986), Heisler y Tremaine (1986) y Duncan *et al.* (1987). Los resultados de estos autores indican que las contribuciones de ambas fuentes de perturbación al flujo normal de cometas de la Nube de Oort hacia el sistema planetario son del

mismo orden de magnitud con una diferencia en un factor que va de 2 a 5 en favor del disco galáctico.

II.4 Encuentros Estelares

Para el caso estelar, el tiempo medio entre perturbaciones a la nube está dado por (1.4) y gráficamente por la Figura 4 para $v = 30 \text{ km/s} = 3 \times 10^{-5} \text{ pc/año}$ y $n_s = 0.1/\text{pc}^3$ que son valores típicos para la vecindad solar (Hills 1981). Esta figura indica, por ejemplo, que aproximadamente cada 40 millones de años una estrella se aproxima tanto al Sol ($b = 10000 \text{ UA}$) que incluso logra pasar a través de la parte mas poblada de la nube de cometas. Geológicamente, 40 millones de años es un tiempo relativamente corto, de tal manera que el sistema planetario y, por ende, el sistema Luna-Tierra han estado y estarán expuesto a las catástrofes consecuentes de este tipo de encuentros las cuales, incluso, son mayores que en el caso de un encuentro penetrante con una nube molecular, según se deduce de II.1.

Dada la relevancia de los encuentros estelares comparados con los encuentros con nubes moleculares o perturbaciones gravitacionales del disco galáctico, es necesario analizar con detenimiento el efecto de las perturbaciones estelares como función del parámetro de impacto.

II.5 Número de Cometas desviados al Sistema Planetario con $q \leq 1 \text{ UA}$ debido a una Perturbación Estelar

El número de cometas de semieje a que cruzan la esfera de radio $q = 1 \text{ UA}$ debido a una perturbación estelar con parámetro de impacto b está dado por el producto de (1.3) y (1.17) donde (1.3) es el tiempo medio que dura el flujo de cometas hacia el sistema planetario.

$$dN_1 = \tau_1 d\dot{N} = 8K_{11} q \frac{da}{a^{n+1}} \quad 2.5$$

En 1970 Moulton demostró que la distancia media al Sol, r , de un cuerpo en una órbita kepleriana de semieje a y excentricidad e está dada por $r = a(1 + e^2/2)$. Para el caso de los cometas en la Nube de Oort-Hills $e \approx 1$ y, por lo tanto, $r \approx 1.5a$. Esto nos permite conocer el valor mínimo a_b del semieje mayor de los cometas perturbados en términos del parámetro de impacto b de la estrella perturbadora haciendo $b = r$. Con esto nos queda que $a_b = b/1.5$ y el número total de cometas con $a \geq a_b$ que cruza la esfera de radio q durante el tiempo τ_t es

$$N_t = \int \tau_t d\dot{N} = 8K_0 q \int_{a_b}^{\infty} \frac{da}{a^{n+1}} = \frac{8K_0 q}{n} a_b^{-n} \quad 2.6$$

donde hemos tomado $a_M \rightarrow \infty$. La Figura 9 muestra N_t como función de a_b con $q = 1\text{UA}$ para cinco valores probables del exponente n .

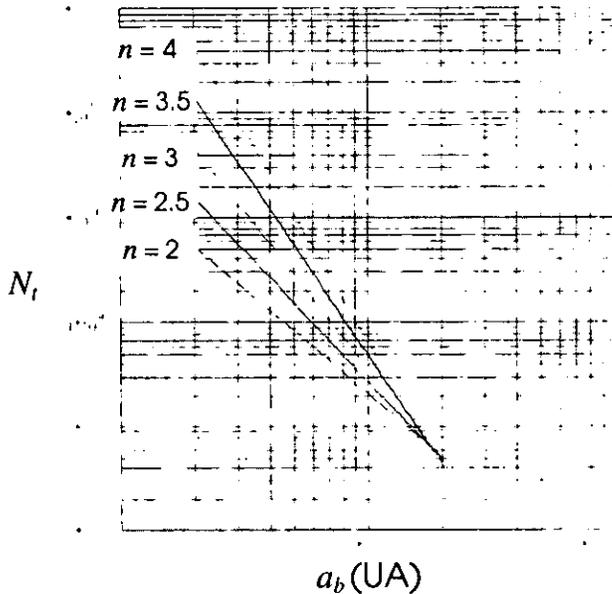


Figura 9. Número total de cometas que cruzan la esfera de radio $q = 1\text{UA}$ con semieje $a \geq a_b$ debido a una perturbación estelar con parámetro de impacto b para cuatro valores probables del exponente n .

La gráfica de N_t vs a_b indica que conforme la duración del influjo de cometas hacia el sistema planetario es más corta o, lo que es lo mismo, conforme el valor de a_b es menor, el número total de estos cometas que cruzan la esfera de radio $q = 1\text{UA}$ es mayor. Para $a_b < 2 \times 10^4 \text{ UA}$ el número anual esperado de cometas que cruzan la esfera de radio $q = 1\text{UA}$ siempre excederá el número observado actualmente desde algunas cuantas veces hasta varios órdenes de magnitud.

Estos excesos repetitivos de cometas hacia el sistema planetario a lo largo de más de cuatro mil millones de años deben manifestarse en un exceso de cráteres de impacto en los cuerpos sólidos del Sistema Solar con respecto al estimado en ausencia de dichas perturbaciones. La Luna es uno de los cuerpos en que tal efecto debe ser notable debido al alto grado de conservación de los cráteres de impacto en áreas con edades incluso mayores que 3.3×10^9 años.

III. ASTROFISICA DE LOS COMETAS Y ASTEROIDES COMO IMPACTORES POTENCIALES

III.1 Introducción

Los cometas de largo periodo no son los únicos probables responsables de los impactos registrados en los planetas terrestres. Los cometas de periodo corto e intermedio así como los asteroides tienen una contribución igualmente significativa. Todos ellos son capaces de producir cráteres como los que observamos en la Luna. El objetivo del presente capítulo es definir familias de asteroides y cometas de acuerdo con sus características orbitales. Posteriormente, procederemos a analizar sus magnitudes absolutas observadas. Aún con la incertidumbre inherente en la observación y la incompletez esperada para magnitudes absolutas $H > 15$ para el caso de los asteroides, intentaremos encontrar una expresión analítica para su distribución. Para encontrar una distribución equivalente para los núcleos cometarios retomaremos la filosofía que para tal caso desarrollaron Shoemaker y Wolf(1982), con algunas adiciones. A falta de mejores recursos para estimar los diámetros de estos impactores, estas distribuciones de magnitudes se podrán convertir posteriormente en distribuciones de diámetros.

III.2 Tipos de Asteroides

Los asteroides que cruzan la órbita terrestre están clasificados en tres categorías según su tipo orbital que son: los **Apolo**, los **Amor** y los **Atón**, o simplemente, los asteroides **AAA**. Los asteroides tipo **Atón** son aquéllos cuyo semieje mayor es menor que el de la órbita terrestre($a < 1 \text{ UA}$, $Q \leq 0.983 \text{ UA}$) e intersectan a ésta cerca de sus afelios(Q). Los asteroides **Apolo** tienen semiejes mayores más grandes que el de la órbita terrestre($a \geq 1 \text{ UA}$, $q \leq 1.017 \text{ UA}$) e intersectan a ésta cerca de sus perihelios. Los asteroides **Amor** son los que tienen semiejes mayores más grandes que el de la órbita terrestre($a > 1 \text{ UA}$, $1.017 \text{ UA} < q \leq 1.3 \text{ UA}$) y aunque sus distancias perihélicas son más grandes que la distancia al afelio de la órbita terrestre, pueden intersectar

temporalmente a ésta debido a variaciones seculares de sus excentricidades o semiejes mayores.

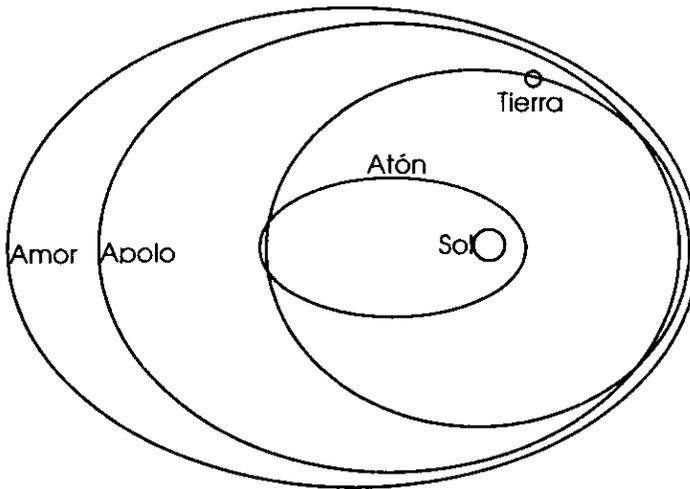


Figura 10. Relaciones orbitales entre la Tierra y los asteroides Atón, Apolo y Amor.

III.3 Tipos de cometas

Igual que en el caso de los asteroides, los cometas se pueden clasificar de acuerdo con su tipo orbital en cometas de corto período (familia de Júpiter), para los cuales su período orbital es menor o igual a 20 años; cometas de período intermedio (familia de Halley) cuyo período sea mayor de 20 pero menor o igual a 200 años y, cometas de largo período cuyo período sea mayor de 200 años. La Figura 11 ilustra las órbitas típicas de las tres familias de cometas.

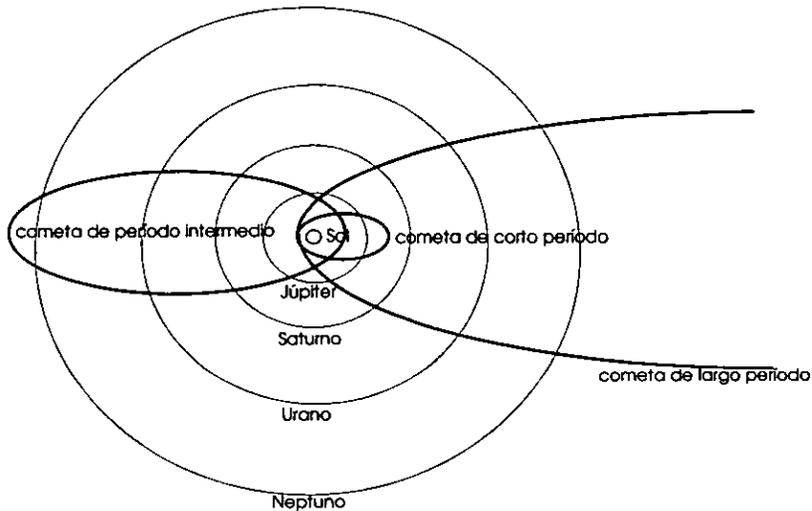


Figura 11. Órbitas de las tres familias de cometas comparadas con las órbitas de Júpiter y Neptuno.

III.4 Número de Asteroides que Cruzan la Órbita Terrestre

Para estimar el número de asteroides que cruzan la órbita terrestre es necesario conocer la distribución y el rango típico de las magnitudes de esta población. La magnitud absoluta de un asteroide está definida como la que se observaría si éste estuviera ubicado a una unidad astronómica del Sol y de la Tierra a la vez y con un ángulo de fase igual a cero. Del estudio realizado por Van Houten *et al.*(1970) acerca de las magnitudes de los asteroides débiles, para lo cual usaron una muestra de aproximadamente 3600 asteroides del cinturón principal, es posible inferir la distribución de magnitudes absolutas H , de estos objetos.

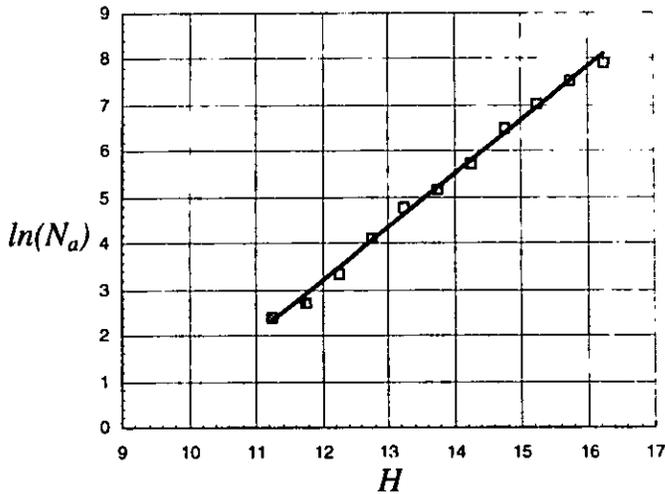


Figura 12. Distribución acumulada de las magnitudes absolutas, H , de asteroides débiles del Cinturón principal publicados por Van Houten et al. en 1970.

Dicha distribución se muestra en la Figura 12, en la que se ha graficado $\ln(N_a)$ vs H . N_a es el número acumulado de asteroides con magnitud $\leq H$. Suponiendo completéz en el intervalo $11.25 \leq H \leq 16.25$, un ajuste por el método de mínimos cuadrados nos permite encontrar una expresión analítica para los asteroides con magnitud absoluta $\leq H$

$$N_{a1}(H) = 2 \times 10^{-5} e^{1.159H} . \quad 3.1$$

Aunque esta relación se deriva de una muestra de asteroides del cinturón, se espera que la misma sea válida para los que cruzan la órbita terrestre, puesto que su origen más probable está en el Cinturón de Asteroides.

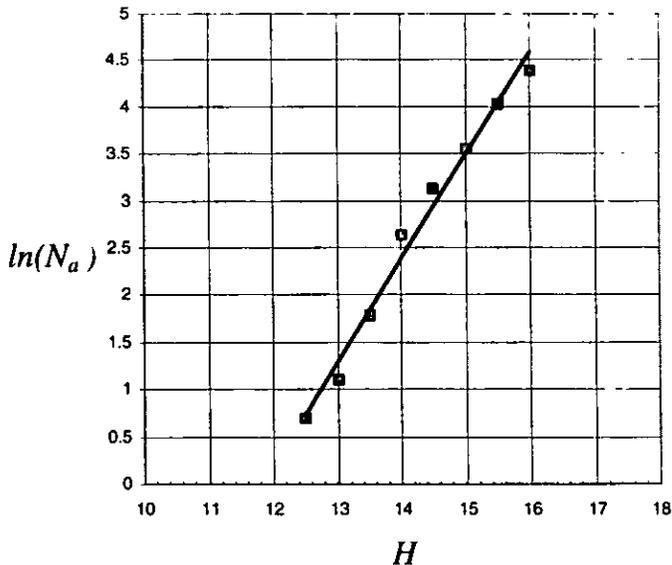


Figura 13. Distribución acumulada de magnitudes absolutas, H , de los asteroides Apolo, Amor y Afón según datos publicados por *Minor Planet Center*, 1997.

La Figura 13 muestra la distribución acumulada de magnitudes de los asteroides que cruzan la órbita terrestre (Minor Planet Center 1997). Bajo la suposición de completitud en el intervalo $12.5 \leq H \leq 16$, el método de mínimos cuadrados nos permite inferir una relación analítica de la forma

$$N_{a2}(H) = 2 \times 10^{-6} e^{1.101H} \quad 3.2$$

Supongamos momentáneamente que N_{a1} y N_{a2} son válidas hasta magnitud absoluta 29.5. De aquí, el número total de asteroides con $H \leq 29.5$ en el Cinturón es 1.12×10^{10} . Y, según (3.1), el número total de éstos que cruzan la órbita terrestre en el mismo intervalo de magnitud es 1.12×10^9 , aproximadamente el 10% de los anteriores.

En cuanto a las magnitudes de los asteroides que cruzan la órbita terrestre, las restringiremos en este trabajo a las que caen en el intervalo $9.45 \leq H \leq 29.5$, que es aproximadamente el intervalo de

magnitudes observado hasta el momento. La validez de esta distribución para magnitudes débiles está justificada por el trabajo de Dohnanyi(1969) y corroborado por Williams y Wetherill(1993). Dohnanyi partió de la frecuencia de magnitudes fotográficas absolutas de 1554 asteroides publicada por Kuiper *et al.*(1958). Usando la relación masa-magnitud absoluta $m \propto e^{-\beta H_B}$ donde m y H_B son la masa y la magnitud absoluta fotográfica del asteroide y β una constante, Dohnanyi encuentra que el número acumulado de asteroides con masa $\geq m$ es

$$F(m) \propto m^{1-\alpha} \quad 3.3$$

y la distribución diferencial,

$$f(m)dm \propto m^{-\alpha} dm \quad 3.4$$

donde $f(m)dm$ es el número de asteroides en el intervalo de masa ($m, m+dm$) y $\alpha = 1.8$. Una vez asegurada la forma general (3.4) de la distribución de masa de los asteroides, Dohnanyi se dio a la tarea de reencontrar el valor del exponente α a partir de un análisis de los procesos físicos que rigen la fragmentación de los asteroides. Para este propósito desarrolló un *Modelo de Colisiones para Partículas Interplanetarias* el cual aplicó a los asteroides y sus fragmentos. Este modelo lo sintetizó en una ecuación integro-diferencial que describe la evolución de un sistema de partículas que sufren colisiones inelásticas y fragmentación. La ecuación es la siguiente:

$$\frac{df(m, \alpha, t)}{dt} = I_1(m, \alpha, t) + I_2(m, \alpha, t) + I_3(m, \alpha, t) + I_4(m, \alpha, t), \quad 3.5$$

donde I_1 es el número de asteroides o fragmentos que salen del intervalo de masa ($m, m+dm$) por unidad de tiempo debido a que su masa se ha reducido parcialmente a consecuencia de los impactos recibidos por otros fragmentos. I_2 es el número de asteroides o fragmentos que salen del mismo intervalo de masa por unidad de

tiempo debido a que son destruidos por completo en colisiones catastróficas. I_3 es el número de asteroides o fragmentos que ingresan al intervalo de masa por unidad de tiempo y que provienen de fragmentos más grandes que han reducido su masa debido a impactos recibidos por otros fragmentos. Finalmente, I_4 es el número de fragmentos que ingresan al intervalo de masa por unidad de tiempo y que provienen de la fragmentación completa de objetos mas grandes en colisiones catastróficas. Dohnanyi resolvió la ecuación (3.5) para el caso especial en que

$$\frac{df(m, \alpha, t)}{dt} = 0, \quad 3.6$$

es decir, para el caso en que el número de fragmentos que salen del intervalo de masa ($m, m+dm$) por unidad de tiempo es igual al número de éstos que ingresan al mismo intervalo. De este análisis encontró que, para que esta condición se cumpla, el valor de α tiene que ser $11/6 = 1.8333$ (Dohnanyi 1969). Es decir, de primeros principios Dohnanyi reencuentra el valor de α que había estimado empíricamente pero también descubrió que este valor, además de ser el más estable, es prácticamente insensible a los valores de los parámetros físicos que intervienen en el proceso de fragmentación. Con este análisis Dohnanyi confirma tres cosas: 1. La validez de la distribución de masa (3.3); 2. el valor del exponente previamente estimado y 3. que el proceso de fragmentación en el Cinturón de Asteroides es tal que cumple con la condición (3.6). La distribución (3.4) es más práctica como función de la magnitud absoluta de los asteroides que como función de la masa. Para hacer el cambio de variable recurrimos a la relación diámetro-masa:

$$m(d) \propto d^3, \quad 3.7$$

y a la relación diámetro-magnitud absoluta (Shoemaker *et al.* 1979):

$$d(H) \propto 10^{-0.2H} = e^{-0.460517H}, \quad 3.8$$

De (3.7) y (3.8) tenemos que $m(H) \propto e^{-1.38155H}$ y $dm \propto e^{-1.38155H} dH$.
 Con este cambio de variable en (3.4) y con $\alpha = 11/6$, nos queda

$$f(H)dH = k e^{1.15129H} dH, \quad 3.9$$

donde k es una constante. Con esto, el número total de asteroides con magnitud absoluta $\leq H$ es

$$F(H) = \int_{-\infty}^H f(H)dH = k \int_{-\infty}^H e^{1.15129H} dH = K e^{1.15129H}, \quad 3.10$$

que es muy semejante a las relaciones empíricas (3.1) y (3.2) deducidas de las magnitudes absolutas de asteroides débiles del Cinturón principal y cruzadores de la órbita terrestre, respectivamente. Es decir,

$$F(H) \equiv N_{a1}(H) \equiv N_{a2}(H) = A_{HA} e^{1.1513H}. \quad 3.11$$

Adoptaremos 1.1513 como el coeficiente "real" de H en (3.1) y (3.2). Según (3.11), bastan un par de valores $(H_0, F(H_0))$ para que el valor de A_{HA} quede determinado como

$$A_{HA} = F(H_0) e^{-1.1513H_0}. \quad 3.12$$

Sin embargo, adoptaremos el promedio de cuatro determinaciones de A_{HA} según los puntos (14, 14), (14.5, 23), (15, 35) y (15.5, 56) de la Figura 13:

$$A_{HA} = \frac{14e^{-1.1513 \times 14} + 23e^{-1.1513 \times 14.5} + 35e^{-1.1513 \times 15} + 56e^{-1.1513 \times 15.5}}{4} = 1.2 \times 10^{-6}. \quad 3.13$$

De esta forma, el número total de asteroides con magnitud absoluta $\leq H$ que cruzan la órbita terrestre está dado por

$$F(H) \equiv N_a(H) = A_{HA} e^{mH} = 1.2 \times 10^{-6} e^{1.1513H} . \quad 3.14$$

III.5 Número Anual de Cometas de Largo Período con $q \leq 1\text{UA}$

Basados en una muestra de 23 cometas de largo período cuyas magnitudes fotográficas absolutas de los núcleos fueron reportadas por Roemer(1965), Roemer y Lloyd(1966) y Roemer *et al.*(1966), Shoemaker y Wolf(1982) encuentran que la distribución acumulada anual de estas magnitudes de los núcleos se puede representar por

$$\dot{N}_{aLP}(H_B) = A_{HLP} e^{\mu H_B} , \quad 3.15$$

donde H_B es la magnitud absoluta fotográfica y $\mu = 0.91$ según la Figura 14(línea sólida). La magnitud absoluta de un núcleo cometario está definida como la que se observaría si éste estuviera ubicado a una unidad astronómica del Sol y de la Tierra a la vez y con un ángulo de fase igual a cero. El método que se utiliza para estimar la magnitud es observar al cometa a grandes distancias del Sol de tal manera que la actividad nuclear sea mínima y despreciar la contribución de la coma al brillo observado.

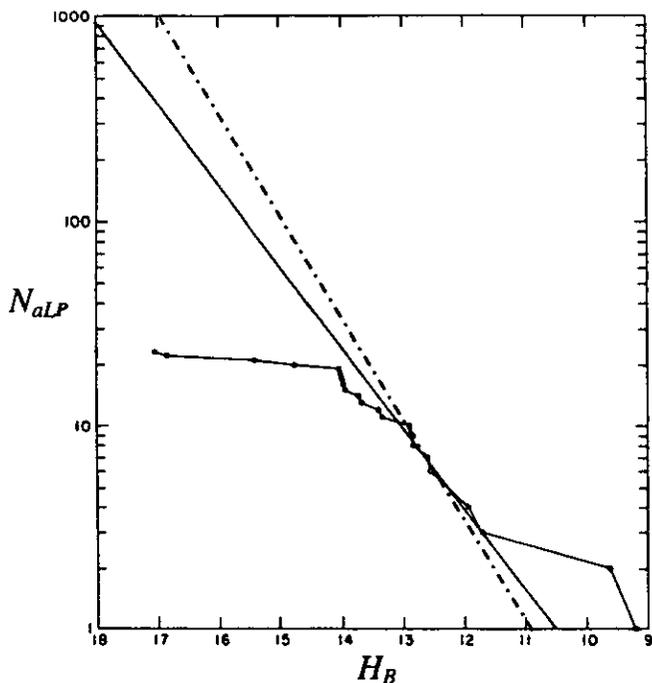


Figura 14. Comparación de las curvas de ajuste a las magnitudes acumuladas, N_{aLP} , de 23 núcleos de cometas de largo período. La curva sólida tiene un índice $\mu = 0.91$ (Shoemaker y Wolf 1982) y la punteada, que pasa por los puntos más confiables desde el punto de vista estadístico y de completitud, tiene $\mu = 1.1513$.

Como se verá más adelante, bajo cierta hipótesis la relación entre la μ de la distribución de magnitudes de impactores y la n de la distribución acumulada de diámetros de cráteres en la Luna causados por éstos es $2.58\mu = n$. Esta regla nos permite de una forma simple traducir una distribución acumulada de magnitudes de impactores en una distribución acumulada de cráteres en la Luna si conocemos μ . Haciendo $\mu = 0.91$ (Shoemaker y Wolf 1982), la distribución acumulada de cráteres en la Luna resultante es la línea a trazos de la Figura 15. La curva sólida de comparación es la observada (Neukum e Ivanov 1994). Esta figura muestra que la pendiente de la densidad de cráteres en la Luna derivada de esta

distribución de magnitudes con $\mu = 0.91$ no tiene coincidencia con alguna porción de la curva observada.

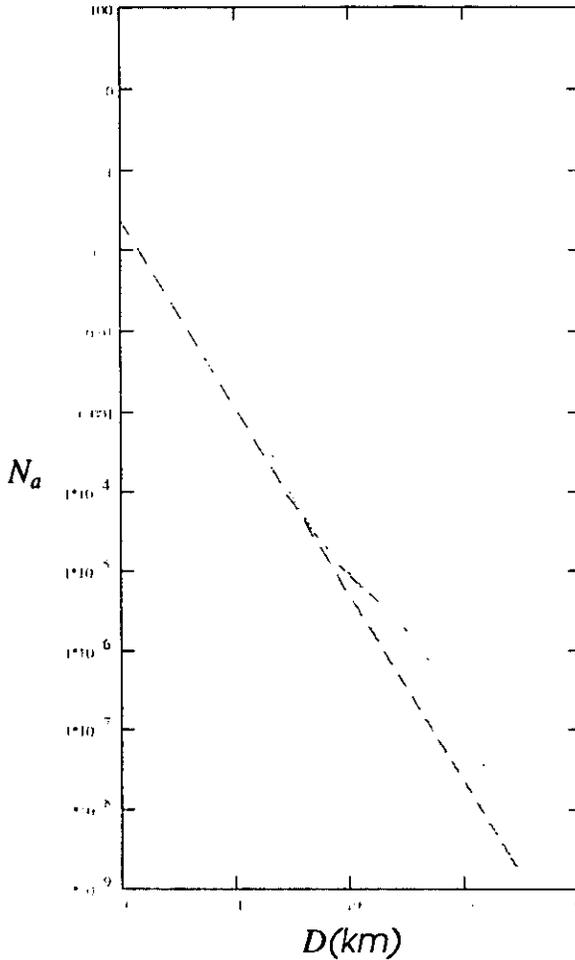


Figura 15. Comparación de las pendientes de las partes "lineales" de la curva observada o sólida (Neukum e Ivanov, 1994) con la pendiente de la densidad de cráteres teórica (línea a trazos) derivada de una distribución de magnitudes absolutas con índice $\mu = 0.91$.

Debido a lo anterior, proponemos un enfoque alternativo para derivar un valor de μ .

Una de las hipótesis fundamentales de este trabajo es que la distribución de cráteres observada en la Luna con diámetros $D > 20$ km es responsabilidad de los cometas y principalmente de los de largo período. La parte más lineal en escala logarítmica de este extremo de la distribución es una ley de potencia con una forma general

$$N_a(D) \propto D^{-n}. \quad 3.16$$

Como se explicó anteriormente, la relación entre la μ de la distribución de magnitudes de impactores y la n de la distribución de diámetros de cráteres en la Luna causados por estos es $2.58\mu = n$. Esto implica que basta con encontrar el exponente n de la distribución de cráteres que hipotéticamente son producto de impactos cometarios, para inferir el valor correspondiente de μ . Tomando dos puntos cualesquiera de la porción de la gráfica que representa la distribución de cráteres con $D > 20$ km (parte "lineal"), el valor de n está dado por

$$n = \frac{\log N_a(D_2) - \log N_a(D_1)}{\log D_2 - \log D_1}. \quad 3.17$$

De esta forma encontramos que el valor de $n = 2.97$ y, por lo tanto, el valor de μ que es consistente con nuestra hipótesis es

$$\mu = \frac{n}{2.58} = 1.151. \quad 3.18$$

Este resultado nos permite suponer que el valor exacto de $\mu = 1.1513$ como en el caso de los asteroides. Con este valor, podemos reescribir (3.15) como:

$$\dot{N}_{HL,P}(H_B) = A_{HL,P} e^{1.1513H_B}, \quad 3.19$$

en donde A_{HLP} es una constante de proporcionalidad cuyo valor se puede estimar como sigue. De la Figura 14 vemos que hay completez hasta $H_B = 12.84$. Con este valor de H_B encontramos que la frecuencia acumulada correspondiente es $N_{aLP}(H_B \leq 12.84) = 9$. Esto significa que, durante 8.58 años, que es el tiempo de observación, 9 cometas de largo período con $H_B \leq 12.84$ cruzaron la órbita terrestre a razón de $9/8.58 = 1.04895$ por año. Esto nos permite estimar A_{HLP} como

$$A_{HLP} = \frac{\dot{N}_{aLP}(H \leq 12.84)}{e^{1.1513 \times 12.84}} = \frac{1.04895}{e^{1.1513 \times 12.84}} = 3.98 \times 10^{-7} \text{ año}^{-1}. \quad 3.20$$

Finalmente, tenemos que el número acumulado de cometas de largo período con magnitud fotográfica absoluta $\leq H_B$ que cruzan la órbita terrestre anualmente está dado por

$$\dot{N}_{aLP}(H_B) = A_{HLP} e^{\mu H_B} = 3.98 \times 10^{-7} e^{1.1513 H_B} \text{ año}^{-1}. \quad 3.21$$

III.6 Número Total de Cometas de la familia de Júpiter con $q \leq 1\text{UA}$

En lo que corresponde a la distribución de magnitudes absolutas de los núcleos de cometas de corto período, Shoemaker y Wolf(1982) basados en las magnitudes fotográficas absolutas de 42 núcleos de cometas de corto período de la familia de Júpiter publicadas por Roemer(1965), Roemer y Loyd(1966) y Roemer *et al.*(1966), proponen que la distribución acumulada de las magnitudes absolutas es de la forma (3.15) con $\mu = 0.91$. Sin embargo, si adoptamos $\mu = 1.1513$ como para el caso de los cometas de largo período y los asteroides, el ajuste a los puntos observados es mucho mejor según se ve en la Figura 16(línea punteada). Esto indica que la distribución acumulada de magnitudes de los cometas de corto y largo período es la misma y evidencia un origen colisional como en el caso de los asteroides. Para encontrar un valor explícito de A_{HFJ} para la distribución acumulada de magnitudes absolutas fotográficas de los cometas de la familia de Júpiter, recurrimos ahora a la Figura 16.

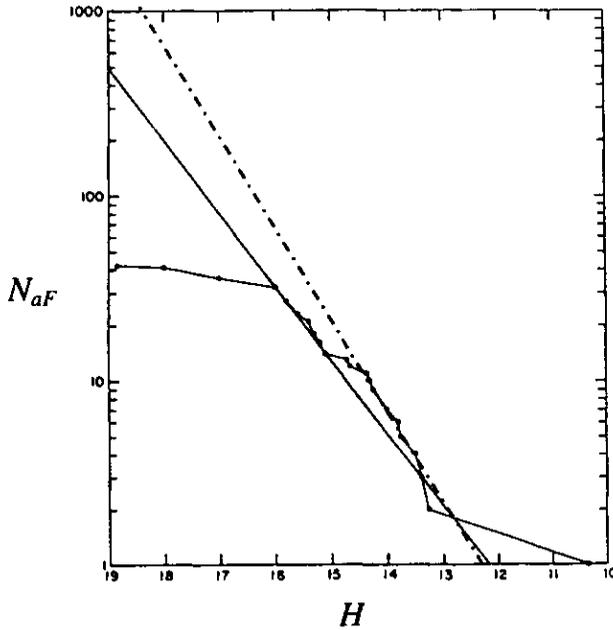


Figura 16. Comparación de las curvas de ajuste a las magnitudes observadas de 42 núcleos de cometas de corto período. La curva sólida tiene un índice $\mu = 0.91$ (Shoemaker y Wolf 1982) y la punteada, $\mu = 1.1513$. Esta última se ajusta mejor a los puntos más significativos como en el caso de los cometas de largo período.

Procediendo como en el caso anterior, supongamos completéz para $H_B \leq 14$. Esto nos dice que existen un total de 7 cometas de este tipo con magnitud $H_B \leq 14$ y $q \leq 1.7$ UA, y el número de éstos que cruzan la órbita terrestre es $7/1.7 = 4.1$, suponiendo que la distribución de distancias perihélicas es uniforme para $q \leq 1$ UA. Observacionalmente parece ser que existe una disminución en el número de distancias perihélicas para $q \leq 1$ UA; esto significaría una ligera sobreestimación del número de cometas que realmente cruzan la órbita terrestre. Sin embargo, esta disminución puede también ser un efecto de selección. Con estos números, el valor de A_{HFJ} está dado por

$$A_{HFJ} = \frac{N_{aFJ}(H_B \leq 14)}{e^{1.1513 \cdot 14}} = \frac{4.1}{e^{1.1513 \cdot 14}} = 4.1 \times 10^{-7}. \quad 3.22$$

Y el número acumulado de cometas de corto período de la familia de Júpiter que cruzan la órbita terrestre con magnitud $\leq H_B$ es

$$N_{aFJ}(H_B) = A_{HFJ} e^{\mu H_B} = 4.1 \times 10^{-7} e^{1.1513 H_B} . \quad 3.23$$

III.7 Número Total de Cometas de la Familia de Halley con $q \leq 1UA$

De un total de 26 cometas periódicos activos que cruzan la órbita terrestre, de los cuales 13 pertenecen a la familia de Júpiter y 13 a la familia de Halley, Shoemaker *et al.*(1994) encuentran que las magnitudes medias de las dos submuestras de cometas difieren en 2.7 magnitudes. Suponiendo que la submuestra de cometas de la familia de Júpiter es relativamente completa, entonces la diferencia en las magnitudes medias absolutas se debe fundamentalmente a la incompletez en la submuestra de los de la familia de Halley. Los factores principales que actúan contra el descubrimiento de cometas de la familia de Halley son sus períodos relativamente grandes(88.6 años) comparados con los períodos de los de la familia de Júpiter(6.16 años) y la gran dispersión de inclinaciones con respecto a la eclíptica, contrario a los de la familia de Júpiter. En promedio, un cometa de la familia de Júpiter que cruza la órbita terrestre pasa 14 veces por el perihelio mientras que uno de la familia de Halley lo hace sólo una vez. Esta observación es la que fundamenta la suposición de incompletez en la submuestra de cometas de la familia de Halley y de completéz para la de cometas de la familia de Júpiter ya que hay más oportunidades de descubrirlos. Otra razón podría ser que los cometas de la familia de Halley sean intrínsecamente más brillantes que los de la familia de Júpiter y que la magnitud absoluta media de la población sea realmente menor que en el caso de los de la familia de Júpiter. Sin embargo esto es sólo especulación ya que la información fotométrica acerca de los núcleos cometarios es escasa y no permite hacer juicios que vayan mas allá de este ámbito. La magnitud media absoluta observada para los 13 cometas de la familia de Halley es $H_h = 7.6$ y la magnitud media absoluta para los 13 cometas de la familia de Júpiter es $H_j = 10.3$ y, por lo tanto, el factor de completéz se puede estimar como $e^{1.1513(H_j - H_h)} = e^{1.1513 \times 2.7} =$

22.38. Las figuras (14) y (16) muestran que, por lo menos para el caso de los cometas de largo período y de la familia de Júpiter, $\mu = 1.1513$, es el mismo. Esto nos ha permitido suponer que el mismo valor es válido para los de la familia de Halley. De esto se deduce que entre cualesquiera dos muestras numéricamente iguales extraídas de ambas poblaciones en circunstancias normales, la muestra extraída de la población de la familia de Halley será aproximadamente 22 veces menos completa que la extraída de la familia de Júpiter. Shoemaker y Wolf(1982) muestran una forma alternativa de estimar la completez relativa entre ambas poblaciones. *La completez del descubrimiento de cometas es proporcional a la frecuencia de las oportunidades de descubrirlos o, lo que es lo mismo, es proporcional al número de pasos por el perihelio en un intervalo de tiempo dado.* Evidentemente, una muestra de cometas extraída de la población de la familia de Halley, por tener un período más grande, es más incompleta que una extraída de la familia de Júpiter, por tener un período más corto. Esto indica que para cuando una muestra de cometas de la familia de Júpiter es suficientemente completa, la de cometas de la familia de Halley estará incompleta en un factor que es aproximadamente igual al cociente de sus períodos respectivos, es decir, en $88.6/6.16 = 14.4$. El promedio de 22.38 y 14.4(18.4) quizá sea un mejor factor de completez. De aquí, una estimación de la población total de cometas de la familia de Halley que cruzan la órbita terrestre es $13 \times 18.4 = 239$. Evidentemente el coeficiente A_{HFH} para la distribución acumulada de magnitudes de cometas de la familia de Halley es 18.4 veces el de la familia de Júpiter, es decir:

$$A_{HFH} = 18.4 A_{HFJ} = 7.55 \times 10^{-6}, \quad 3.24$$

de donde el número total de cometas de esta familia con magnitud absoluta $\leq H_B$ que cruzan la órbita terrestre es

$$N_{oFH}(H_B) = A_{HFH} e^{\mu H_B} = 7.55 \times 10^{-6} e^{1.1513 H_B}. \quad 3.25$$

IV. PROBABILIDADES DE IMPACTO EN EL SISTEMA LUNA-TIERRA

IV.1 Introducción

Las distribuciones de magnitudes de los impactores estimadas en el capítulo anterior, son la materia prima necesaria para obtener la distribución teórica de diámetros de cráteres en la Luna. Sin embargo, para obtener una distribución realista que nos sirva para compararla con la observada, es necesario conocer la probabilidad media de impacto con la Luna para los objetos de las diferentes poblaciones orbitales. Dada la importancia de la probabilidad de impacto, este capítulo lo dedicaremos a este propósito. Para conseguirlo, partiremos de las probabilidades de impacto con la Tierra que para estas mismas poblaciones fueron estimadas por Shoemaker *et al.*(1990), Shoemaker *et al.*(1994) y Marsden y Steel(1994). Las correcciones que se llevarán a cabo no sólo tomarán en cuenta el menor diámetro de la Luna sino también el enfoque gravitacional, ya que para impactores que se aproximan a baja velocidad este efecto es importante.

IV.2 Probabilidad de Colisión de un Asteroide con la Tierra

La colisión de un asteroide con la Tierra es posible cuando el asteroide intersecta la sección transversa de captura de esta última al cruzar la órbita terrestre. La probabilidad de colisión depende del tiempo de interacción y de la frecuencia con que el asteroide se encuentra en esta posición orbital que favorece dicho evento. La formulación general para estimar la probabilidad de colisión de un objeto asteroidal con un planeta en una órbita circular fue derivada y publicada por Öpik(1951, 1976). En esta formulación, Öpik supuso que el avance del perihelio de la órbita del asteroide era uniforme y que su semieje mayor a , la excentricidad e , y la inclinación i , eran constantes durante la precesión. En 1979, Shoemaker *et al.* modificaron las ecuaciones de Öpik de tal manera que se tomara en cuenta el cambio en los parámetros orbitales

como función del tiempo debido a las perturbaciones seculares sufridas por la órbita del objeto. Usando la formulación original de Öpik y la corregida, Shoemaker *et al.*(1990) estiman la probabilidad de colisión con la Tierra de cada objeto de una muestra de 91 asteroides de los cuales 7 son Atones, 58 Apolos y 26 Amores. Comparativamente, los valores numéricos estimados con la formulación de Öpik muestran una ligera sobreestimación de la probabilidad con respecto a la de Shoemaker. Sin embargo, esta diferencia es mínima, lo cual muestra la bondad de las aproximaciones hechas por Öpik. En promedio, Shoemaker encuentra que la probabilidad de impacto con la Tierra para cada grupo orbital es de $P_{atT} = 1.07 \times 10^{-8}$ /año para Atones, $P_{apT} = 4.1 \times 10^{-9}$ /año para Apolos y $P_{amT} = 1.4 \times 10^{-9}$ /año para Amores. Y la probabilidad promedio para los tres grupos, ponderado sobre el número de asteroides en cada grupo, es $P_{AT} = 4.2 \times 10^{-9}$ /año.

IV.3 Probabilidad de Colisión de un Asteroide con la Luna

Puesto que la probabilidad de impacto de un cometa o asteroide con un planeta es proporcional a la sección efectiva presentada por este último, de las probabilidades de impacto con la Tierra por grupo orbital se pueden deducir las correspondientes para la Luna.

IV.3.1 Velocidad Relativa

El carácter progrado y la baja inclinación media ($i = 14.41^\circ$) de las órbitas de los asteroides Atón , Apolo y Amor(AAA) facilitan el procedimiento para estimar la velocidad relativa de encuentro asteroide-Tierra o asteroide-Luna. La Figura 17 muestra la configuración orbital que prevalece durante dicho encuentro.

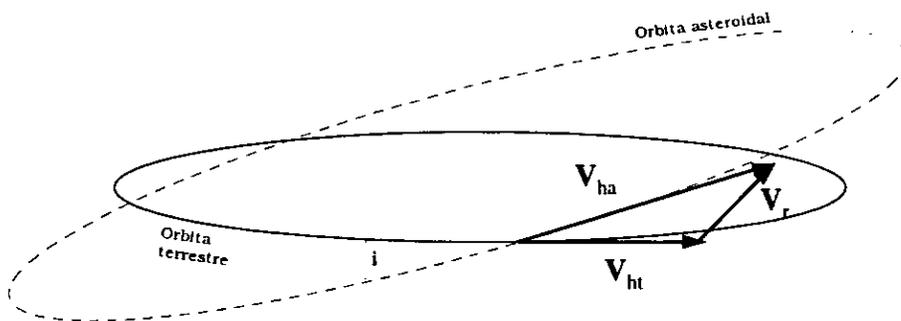


Figura 17. Configuración esperada entre vectores de velocidad durante un encuentro asteroidal con el sistema Luna-Tierra.

Para un objeto asteroidal que se mueve en una órbita elíptica de semieje mayor a en torno al Sol, la velocidad heliocéntrica V_{ha} a la distancia r del Sol está dada por

$$V_{ha}^2 = GM_0 \left[\frac{2}{r} - \frac{1}{a} \right] \quad 4.1$$

donde G , es la constante de gravitación universal y M_0 la masa del Sol. Como el sistema Luna-Tierra se mueve en una órbita aproximadamente circular en torno al Sol, su velocidad heliocéntrica en cualquier punto de su órbita está dada por la ecuación anterior haciendo $r = a$ como

$$V_{ht}^2 = GM_0 \left[\frac{1}{a} \right]. \quad 4.2$$

De acuerdo con la Figura 17, la velocidad relativa de encuentro entre el asteroide y el sistema es el módulo del vector resultante V_r ,

$$V_r = \sqrt{(V_{ha} \cos i - V_{ht})^2 + (V_{ha} \operatorname{sen} i)^2} \quad 4.3$$

donde el único ángulo que interviene es el ángulo de inclinación orbital i , debido a que los asteroides AAA se encuentran con el

sistema Luna-Tierra cerca del afelio de sus órbitas para el caso de los Atón o cerca del perihelio para el caso de los Apolo y Amor.

IV.3.2 Parámetro de impacto b

Supongamos que un objeto puntual de masa m se aproxima con parámetro de impacto b a un cuerpo masivo de masa M y radio R . Nos interesa encontrar el valor máximo de b de tal manera que cuando la interacción gravitacional desvíe al impactor este apenas logre colisionar tangencialmente con el cuerpo masivo. Esto nos asegura que cualquier otro objeto con parámetro de impacto $b' < b$ necesariamente hará impacto en el cuerpo de radio R .

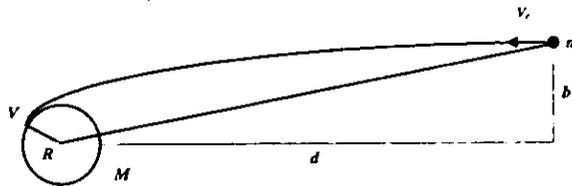


Figura 18. Colisión tangencial de un impactor con parámetro de impacto b y de masa m con un cuerpo de masa $M \gg m$ y radio R .

De la conservación del momento angular (Figura 18) tenemos que si V es la velocidad del impactor al momento de la colisión tangencial con el cuerpo mayor, V_r la velocidad relativa de encuentro (en infinito), R el radio del cuerpo masivo y b el parámetro de impacto, entonces se cumple que $mV_r \times r = mV \times R$ o $mV_r \times (d + b) = mV \times R$ de donde se deduce que $mV_r b = mVR$ o sea

$$VR = V_r b. \quad 4.4$$

Del principio de conservación de la energía tenemos que $\frac{1}{2}mV^2 = \frac{1}{2}mV_r^2 + \frac{GMm}{R}$, es decir: $V^2 = V_r^2 + \frac{2GM}{R}$, donde $2GM/R = V_e^2$ y V_e , la velocidad de escape del cuerpo de masa M y radio R . Con esto nos queda que

$$V^2 = V_r^2 + V_e^2. \quad 4.5$$

Usando (4.4) para eliminar V en (4.5) tenemos que

$$b^2 = R^2 + \frac{R^2 V_e^2}{V_r^2}. \quad 4.6$$

Sacando a R como factor común, la relación buscada es

$$b^2 = R^2 \left[1 + \frac{V_e^2}{V_r^2} \right]. \quad 4.7$$

En particular, si R_L y V_{eL} son el radio y la velocidad de escape de la Luna y R_T y V_{eT} el radio y velocidad de escape de la Tierra, entonces el cociente de sus secciones efectivas de captura está dado por

$$\frac{b_L^2}{b_T^2} = \frac{R_L^2}{R_T^2} \left[\frac{V_r^2 + V_{eL}^2}{V_r^2 + V_{eT}^2} \right] \quad 4.8$$

Este es el factor que nos permite traducir cada una de las probabilidades de impacto asteroidal en la Tierra a probabilidades de impacto en la Luna.

IV.3.3 Probabilidad de Colisión según el Tipo Orbital

Reemplazando los parámetros por su valor numérico en (4.8) podemos encontrar el valor explícito del factor de corrección. Así, se sigue que $R_L = 1738$ km, $R_T = 6378$ km, $V_{eL} = 2.46$ km/s y $V_{eT} = 11.2$ km/s. Para encontrar el valor de V_r , es necesario conocer primero V_{ht} , V_{ha} y el ángulo de inclinación orbital i según (4.3). El valor de V_{ht} es inmediato puesto que $GM_0 = 1.32 \times 10^{11}$ km³/seg² y el radio de la órbita terrestre $a = 1$ UA = 1.5×10^8 km. Poniendo estos números en (4.2) encontramos que $V_{ht} = 29.8$ km/seg. Por otro lado, de una muestra de 24 Atones, 191 Apolos y 187 Amores que incluye los parámetros orbitales de cada objeto, hemos obtenido la velocidad

heliocéntrica de cada uno de ellos usando (4.1) con $r = 1.5 \times 10^8$ km. De esta forma, tenemos que la velocidad media por grupo orbital a una unidad astronómica del sol es: para los Atón, $V_{hat} = 27.4$ km/seg con una inclinación orbital media $i_{at} = 13.85^\circ$; para los Apolo, $V_{hap} = 34.68$ km/seg con una inclinación orbital media $i_{ap} = 14.59^\circ$; y, finalmente, para los Amor, $V_{ham} = 36.18$ km/seg con una inclinación orbital media $i_{am} = 13.91^\circ$. Poniendo estos valores en (4.3) encontramos que la velocidad relativa media para los Atón es $V_{rat} = 7.28$ km/seg; para los Apolo, $V_{rap} = 9.5$ km/seg y para los Amor, $V_{ram} = 10.18$ km/seg. Y la velocidad relativa media para todos los asteroides AAA es $V_{rA} = 0.75 \times 9.5 + 0.15 \times 10.18 + 0.1 \times 7.28 = 9.38$ km/seg. Poniendo ahora $V_r = V_{rat} = 7.28$ km/s en (4.8), $b_L^2 / b_T^2 = 0.025$ y de aquí la probabilidad anual de que un Atón colisione con la Luna es

$$P_{atL} = 0.025P_{atT} = 2.67 \times 10^{-10} \text{ año}^{-1}. \quad 4.9$$

Si ahora hacemos $V_r = V_{rap} = 9.5$ km/s en (4.8), $b_L^2 / b_T^2 = 0.033$, y la probabilidad de que un Apolo colisione con la Luna es

$$P_{apL} = 0.033P_{apT} = 1.35 \times 10^{-10} \text{ año}^{-1}. \quad 4.10$$

Nuevamente, haciendo $V_r = V_{ram} = 10.18$ km/s en (4.8) tenemos que $b_L^2 / b_T^2 = 0.036$ y la probabilidad de que un Amor colisione con la Luna es

$$P_{amL} = 0.036P_{amT} = 5.04 \times 10^{-11} \text{ año}^{-1}. \quad 4.11$$

Para estimar la probabilidad de que un asteroide AAA cualquiera colisione con la Luna necesitamos la proporción de objetos por grupo orbital. Estas proporciones fueron estimadas por Shoemaker *et al.* en 1990. Dichos autores estiman que del total de asteroides AAA el 75% son Apolo, el 15% Amor y el restante 10% son Atón. Con estas cantidades tenemos que la probabilidad buscada es

$$P_{AL} = 0.1P_{atL} + 0.15P_{amL} + 0.75P_{apL} = 1.35 \times 10^{-10} \text{ año}^{-1}. \quad 4.12$$

V.4 Probabilidad de Colisión de un Cometa con la Tierra

Marsden y Steel(1994), después de un análisis de las diferentes probabilidades de impacto de un cometa de largo período con la Tierra, dependiendo de la inclinación y la distribución que siguen sus distancias perihélicas, muestran que para el caso de una distribución uniforme de estas distancias, la probabilidad media de impacto por paso por el perihelio es

$$P_{LPT} = 2.21 \times 10^{-9}, \quad 4.13$$

que es el mismo valor estimado por Weissman en 1982(1982b). Estos autores también analizan las diferentes velocidades de impacto con la Tierra dependiendo del ángulo de inclinación. De este análisis se deduce una velocidad media de impacto de 54.4km/s. Usando (4.5) con $V = 54.4$ y tomando en cuenta que $2GM_T / R_T = V_{eT}^2$, la velocidad de escape de la Tierra al cuadrado, cuyo valor numérico es $(11.2\text{km/s})^2$, tenemos que la velocidad relativa de encuentro(en infinito) entre el cometa y el sistema Luna-Tierra es

$$V_{rip} = 53.3 \text{ km/s}. \quad 4.14$$

En 1994 Shoemaker *et al.* estimaron las probabilidades de impacto con la Tierra de 13 cometas de la familia de Júpiter y 13 de la familia de Halley. Los valores promedio resultantes son

$$P_{FJT} = 1.30 \times 10^{-9} \text{ año}^{-1}, \quad 4.15$$

para la familia de Júpiter y

$$P_{FHT} = 1.56 \times 10^{-10} \text{ año}^{-1} \quad 4.16$$

para la familia de Halley. Estos valores son prácticamente los mismos reportados por Weissman(1982b) para estas dos familias, estimados a partir de una muestra de 20 cometas, de los cuales 10 eran de la familia de Júpiter y 10 de la familia de Halley. Shoemaker *et al.*(1994) también estiman las velocidades relativas de encuentro promedio

de estos cometas con el sistema Luna-Tierra. Estas velocidades son las siguientes:

$$V_{rfh} = 52.3 \text{ km/s} \quad 4.17$$

para cometas de la familia de Halley y

$$V_{rfj} = 19.9 \text{ km/s} \quad 4.18$$

para los de la familia de Júpiter.

IV.5 Probabilidad de Colisión de un Cometa con la Luna

Para estimar las diferentes probabilidades de impacto con la Luna, el procedimiento es el mismo que en el caso de los asteroides, es decir, se obtienen multiplicando las probabilidades de impacto en la Tierra por el factor de corrección (4.8) usando para cada caso el valor correspondiente de V_r . De esta forma, haciendo $V_r = 53.3 \text{ km/s}$ en (4.8), tenemos que $(b_L / b_T)^2 = 0.07126$ y la probabilidad media de que un cometa de largo período haga impacto en la Luna es

$$P_{LPL} = 0.07126 \times 2.21 \times 10^{-9} = 1.57 \times 10^{-10} \quad 4.19$$

por paso por el perihelio. De igual forma, haciendo ahora $V_r = 52.3 \text{ km/s}$ en (4.8), tenemos que la corrección $(b_L / b_T)^2 = 0.07115$ y la probabilidad media de que un cometa de la familia de Halley haga impacto en la Luna es

$$P_{FHL} = 0.07115 \times 1.56 \times 10^{-10} = 1.19 \times 10^{-11} \text{ año}^{-1}. \quad 4.20$$

Finalmente, haciendo $V_r = 19.9 \text{ km/s}$ en (4.8) tenemos que $(b_L / b_T)^2 = 0.05725$ y la probabilidad media de que un cometa de la familia de Júpiter colisione con la Luna está dada por

$$P_{FJL} = 0.05725 \times 1.30 \times 10^{-9} = 7.44 \times 10^{-11} \text{ año}^{-1}. \quad 4.21$$

V. DISTRIBUCION DE CRATERES EN LA LUNA

V.1 Introducción

Dada la importancia del proceso que nos permite traducir una distribución de magnitudes de impactores potenciales a una distribución acumulada de cráteres en la Luna, dedicaremos previamente este capítulo al desarrollo explícito de este proceso. La razón es que para llegar a una distribución acumulada de cráteres es necesario adoptar valores para algunos parámetros. Sin embargo, estos valores adoptados como son el albedo y densidad de los impactores, la proporción de impactores de las diferentes categorías, la velocidad media de impacto, entre otros, están sujetos a modificaciones de tal manera que eventualmente será necesario actualizarlos. Esto será una tarea fácil teniendo las relaciones que los involucran en forma explícita. En primer lugar trataremos la transformación de la distribución de las magnitudes absolutas de los diferentes tipos de impactores en distribución de diámetros. Posteriormente, estas distribuciones de diámetros serán traducidas a distribuciones de cráteres en la Luna.

V.2 Distribución de Diámetros de los Asteroides

La distribución de magnitudes absolutas de los asteroides que cruzan la órbita terrestre puede convertirse en una distribución de diámetros mediante la relación diámetro-magnitud absoluta (Shoemaker *et al.* 1979)

$$d = 10^{3.128} p_v^{-0.5} 10^{-0.2H} \quad 5.1$$

en donde p_v es el albedo en el visual. Tomando el logaritmo natural a ambos lados de (5.1) y despejando H tenemos,

$$H = 5 \left[3.128 - \frac{0.5 \ln p_v}{\ln 10} - \frac{\ln d}{\ln 10} \right]. \quad 5.2$$

Reemplazando esta expresión para H en (3.14), la distribución de diámetros es

$$N_a(d) = A_{HA} e^{5\mu \left(3.128 - \frac{0.5 \ln p_v}{\ln 10} \right)} d^{-\frac{5\mu}{\ln 10}} \quad 5.3$$

o, con $\mu = 1.1513$,

$$N_a(d) = A_{HA} e^{18} p_v^{-1.25} d^{-2.5}. \quad 5.4$$

Observacionalmente se han identificado 9 tipos fotométricos de asteroides. Sin embargo, la gran mayoría de los asteroides AAA se agrupan en dos tipos mayoritarios que son: los tipo S(pétreos) y los tipo C(carbonáceos) cuyas proporciones respectivas son 70% y 30% (Shoemaker *et al.* 1990) y los albedos promedio, $p_{vs} = 0.15$ para los S y $p_{vc} = 0.04$ para los C (Veeder *et al.* 1989). Con ésto, el número total de asteroides tipo S y tipo C está dado por (5.4) como

$$N_{aAS}(d) = 0.7 A_{HA} e^{18} p_{vs}^{-1.25} d^{-2.5}, \quad 5.5$$

$$N_{aAC}(d) = 0.3 A_{HA} e^{18} p_{vc}^{-1.25} d^{-2.5}, \quad 5.6$$

en donde los factores 0.7 y 0.3 nos da las proporciones de asteroides S y C respectivamente.

V.3 Distribución de Diámetros de los Cometas

La relación (5.1) corregida en un factor $10^{0.113}$, que es la diferencia entre las escalas visual y fotográfica de magnitudes, nos permite traducir las distribuciones de magnitudes absolutas fotográficas de los núcleos cometarios a distribuciones de diámetros. Repitiendo el procedimiento utilizado con los asteroides encontramos que

$$H_B = 5 \left[3.241 - \frac{0.5 \ln p_B}{\ln 10} - \frac{\ln d}{\ln 10} \right], \quad 5.7$$

donde el subíndice B indica que el albedo y las magnitudes fueron observadas en el azul. Sustituyendo ahora este resultado en (3.21) encontramos que el número de cometas de largo período de la familia de Júpiter y de la familia de Halley con diámetro $\geq d$ que cruzan anualmente la órbita terrestre están dados por

$$\dot{N}_{aLP}(d) = A_{HLP} e^{18.66} p_B^{-1.25} d^{-2.5}, \quad 5.8$$

$$N_{aFJ}(d) = A_{HFJ} e^{18.66} p_B^{-1.25} d^{-2.5}, \quad 5.9$$

$$N_{aFH}(d) = A_{HFH} e^{18.66} p_B^{-1.25} d^{-2.5}. \quad 5.10$$

El valor del albedo adoptado para los núcleos cometarios es el promedio de los valores reportados por diferentes autores, excluyendo los valores extremos. El valor numérico adoptado es 0.05 y es común para los tres tipos de cometas (ver, por ejemplo, Svoren 1987, Parker *et al.* 1996, Lamy *et al.* 1996, Veeder *et al.* 1987, Greenberg *et al.* 1986).

V.4 Número Anual de Impactos en la Luna

Puesto que las ecuaciones (5.5), (5.6), (5.9) y (5.10) nos dan el número total de impactores de cada tipo que cruza la órbita terrestre y la (5.8) el número anual esperado de cometas de largo período, esto nos facilita estimar el número anual de impactos recibidos por la Luna puesto que conocemos las probabilidades respectivas de impacto. Así, multiplicando (5.5) por (4.12) tenemos que el número anual de impactos en la Luna, F_{is} , por asteroides tipo S con diámetro $\geq d$ es

$$F_{is}(d) = P_{AL} N_{aAS}(d) = 9.45 \times 10^{-11} A_{HA} e^{18} p_{vs}^{-1.25} d^{-2.5} \text{ año}^{-1}, \quad 5.11$$

y el número anual correspondiente a los asteroides C es el producto de (5.6) y (4.12)

$$F_c(d) = P_{AL} N_{aAC}(d) = 4.05 \times 10^{-11} A_{HA} e^{18} p_v^{-1.25} d^{-2.5} \text{ año}^{-1}, \quad 5.12$$

De igual manera, el número anual de impactos de cometas de largo período en la Luna es el producto de (5.8) y (4.19) cuyo resultado es

$$F_{ip}(d) = P_{LPL} \dot{N}_{aLP}(d) = 1.57 \times 10^{-10} A_{HLP} e^{18.66} p_B^{-1.25} d^{-2.5} \text{ año}^{-1}, \quad 5.13$$

y el correspondiente a los cometas de la familia de Júpiter es el producto de (5.9) y (4.21), de donde

$$F_{ij}(d) = P_{FJL} N_{aFJ}(d) = 7.44 \times 10^{-11} A_{HFJ} e^{18.66} p_B^{-1.25} d^{-2.5} \text{ año}^{-1}. \quad 5.14$$

Finalmente, el número anual de impactos debido a cometas de la familia de Halley es el producto de (5.10) y (4.20) lo cual nos da

$$F_{ijh}(d) = P_{FHL} N_{aFH}(d) = 1.19 \times 10^{-11} A_{HFH} e^{18.66} p_B^{-1.25} d^{-2.5} \text{ año}^{-1}. \quad 5.15$$

V.5 Distribución de Cráteres en la Luna

Como en el caso de las distribuciones de magnitudes absolutas, es posible convertir las distribuciones de diámetros de los impactores en distribuciones de diámetros de cráteres resultantes en la Luna. La relación diámetro del impactor-diámetro del cráter fue desarrollada experimentalmente por Gault *et al.* (1974) a partir de datos de explosiones en la superficie terrestre. Bajo la suposición de que la estimación de los parámetros físicos y dinámicos que intervienen en la formación de un cráter en la Luna es razonablemente buena, usaremos esta *Ley de Escalamiento* para convertir las distribuciones de diámetros de los impactores en distribuciones de diámetros de cráteres en la superficie lunar. La relación de escalamiento es la siguiente:

$$D(d) = 1.855 \times 10^{-1} \rho_i^{0.446} \rho_i^{-0.5} v_i^{0.56} d^{0.84} \text{sen}\theta^{1/3} \quad 5.16$$

donde D , d , ρ_i , ρ_i , v_i y θ son el diámetro del cráter, diámetro del impactor, densidad del impactor, densidad del material en la superficie lunar, velocidad y ángulo medio de impacto, respectivamente, en el sistema mks. La velocidad de impacto v_i está dada por (4.5) tomando en cuenta que $2GM/R = v_e^2$ es la velocidad de escape del cuerpo de masa M y radio R elevada al cuadrado. Para el caso de la Luna $v_e = 2.46$ km/s(2460 m/s). Despejando d en la ecuación anterior y dividiendo entre 1000 nos queda

$$d = 7.424 \times 10^{-3} \rho_i^{0.5952} \rho_i^{-0.5356} v_i^{-0.6666} D^{1.19} \text{sen}\theta^{-0.7936} \quad 5.17$$

en donde d está en kilómetros si los parámetros a la derecha de la ecuación están en el sistema mks. Poniendo este resultado en (5.11), el número anual de cráteres en la Luna con diámetro $\geq D$ correspondiente a los asteroides tipo S está dado por

$$F_{Cs}(D) = 2 \times 10^{-5} A_{HA} e^{18} p_{vs}^{-1.25} \rho_i^{-1.488} \rho_{as}^{1.329} v_{ia}^{1.666} D^{-2.975} \text{sen}\theta \text{ año}^{-1}. \quad 5.18$$

Poniendo ahora (5.17) en (5.12), el número anual de cráteres en la Luna correspondiente a los asteroides tipo C es

$$F_{Cc}(D) = 8.52 \times 10^{-6} A_{HA} e^{18} p_{vc}^{-1.25} \rho_i^{-1.488} \rho_{ac}^{1.329} v_{ia}^{1.666} D^{-2.975} \text{sen}\theta \text{ año}^{-1}. \quad 5.19$$

Estrictamente el $\text{sen}\theta$ en estas relaciones y las que siguen, está elevado a la potencia 0.99 la cual hemos aproximado a 1. Poniendo (5.17) en (5.13), (5.14) y (5.15) tenemos que el número de cráteres por año en la Luna con diámetro $\geq D$ correspondiente a los cometas de largo período, de la familia de Júpiter y de la familia de Halley son respectivamente

$$F_{Clp}(D) = 3.29 \times 10^{-5} A_{HLP} e^{18.66} p_{Blp}^{-1.25} \rho_l^{-1.488} \rho_{co}^{1.329} v_{ilp}^{1.666} D^{-2.975} \text{sen} \theta \text{ año}^{-1}, 5.20$$

$$F_{Cfj}(D) = 1.56 \times 10^{-5} A_{HFJ} e^{18.66} p_{Bfj}^{-1.25} \rho_l^{-1.488} \rho_{co}^{1.329} v_{ifj}^{1.666} D^{-2.975} \text{sen} \theta \text{ año}^{-1}, 5.21$$

$$F_{Cfh}(D) = 2.49 \times 10^{-6} A_{HFH} e^{18.66} p_{Bfh}^{-1.25} \rho_l^{-1.488} \rho_{co}^{1.329} v_{ifh}^{1.666} D^{-2.975} \text{sen} \theta \text{ año}^{-1}, 5.22$$

en donde el valor absoluto del exponente de estas distribuciones, 2.975, es precisamente el producto 2.584μ usado en III.5. La integral de las ecuaciones (5.18) a (5.22) sobre un período T dividida por el área total de la Luna nos da la densidad teórica de cráteres que tendría un área arbitraria de edad T . Para el caso en que $T \leq 3.3 \times 10^9$ años, esta densidad se puede comparar con la observada de un área determinada de la misma edad para corroborar el modelo teórico. Para nuestro propósito es conveniente trabajar con áreas de edad $\leq 3.3 \times 10^9$ años porque, como se puede ver de la Figura 19, sus densidades de cráteres, según la curva sólida y algunos puntos observacionales, son el resultado de una frecuencia de impactos que no ha sufrido variaciones bruscas durante los últimos 3.3×10^9 años, al contrario de lo que se observa para $T > 3.3 \times 10^9$ años (extremo izquierdo de la gráfica).

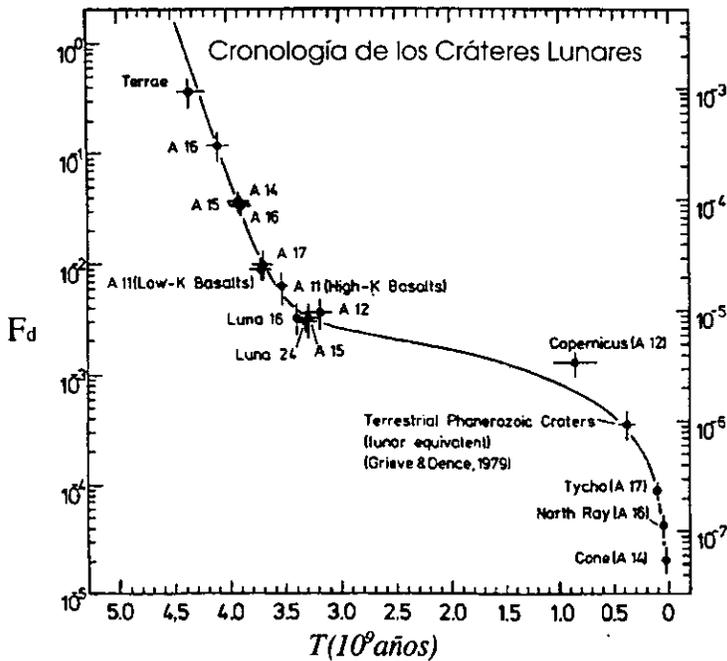


Figura 19. Densidad de cráteres en diferentes áreas de la Luna como función de la edad T del área. La escala de la izquierda es la densidad de cráteres con diámetro ≥ 1 km y la de la derecha es la densidad de cráteres con diámetro ≥ 10 km. La curva sólida es un ajuste a los puntos observados. La parte de la curva con $0 < T < 3.3$, indica una razón de impactos aproximadamente constante. El cero representa la época actual (Neukum e Ivanov 1994).

Sin embargo, teóricamente sí ha habido cambios periódicos en la frecuencia de impactos, es decir, excesos con respecto a la frecuencia actual estimada (Hills 1981) y es precisamente uno de los propósitos de este trabajo encontrar alguna evidencia que fortalezca esta hipótesis. Estas variaciones en la frecuencia de impactos deben manifestarse en un exceso de cráteres en la Luna con respecto al número teóricamente esperado si la frecuencia hubiera sido estrictamente constante.

VI. RESULTADOS

VI.1 Comparación de las Densidades Teórica y Observada de Cráteres

Supongamos que en ausencia de eventos extraordinarios el número de impactores potenciales que cruzan la órbita terrestre es como el que observamos actualmente. Entonces, si $F_C(D)$ es la formación anual de cráteres en la Luna con diámetro $\geq D$, el número total de cráteres acumulados durante el tiempo $T(3.3 \times 10^9$ años) es $F_d(D) = TF_C(D)$ y la densidad superficial correspondiente es $F_d(D) = TF_C(D)/A_L$ donde A_L (3.8×10^7 km²) es el área de la Luna. Con esto y las ecuaciones (5.18), (5.19), (5.20), (5.21) y (5.22), las densidades de cráteres en la Luna con diámetro $\geq D$ producidos por asteroides tipo S y C son respectivamente

$$F_{das}(D) = \frac{T}{A_L} F_{Cs} = 1.14 \times 10^5 A_{HA} p_{vs}^{-1.25} \rho_l^{-1.488} \rho_{us}^{1.329} v_{ia}^{1.666} D^{-2.975} \text{sen}\theta, \quad 6.1$$

$$F_{dac}(D) = \frac{T}{A_L} F_{Cc} = 4.86 \times 10^4 A_{HA} p_{vc}^{-1.25} \rho_l^{-1.488} \rho_{ac}^{1.329} v_{ia}^{1.666} D^{-2.975} \text{sen}\theta. \quad 6.2$$

Y las densidades correspondientes a cometas de largo período, de la familia de Halley y de Júpiter en este mismo orden son:

$$F_{dhp}(D) = \frac{T}{A_L} F_{Clp} = 3.63 \times 10^5 A_{HLP} p_{Blp}^{-1.25} \rho_l^{-1.488} \rho_{co}^{1.329} v_{ilp}^{1.666} D^{-2.975} \text{sen}\theta, \quad 6.3$$

$$F_{djh}(D) = \frac{T}{A_L} F_{Cjh} = 2.75 \times 10^4 A_{HFH} p_{Bjh}^{-1.25} \rho_l^{-1.488} \rho_{co}^{1.329} v_{ijh}^{1.666} D^{-2.975} \text{sen}\theta, \quad 6.4$$

$$F_{dfj}(D) = \frac{T}{A_L} \cdot F_{cfj} = 1.72 \times 10^5 A_{HFJ} P_{bfj}^{-1.25} \rho_i^{-1.488} \rho_{co}^{1.329} v_{fh}^{1.666} D^{-2.975} \text{sen} \theta. \quad 6.5$$

Adoptando respectivamente los valores medios $2.4 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ y $1.7 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ para ρ_{as} y ρ_{ac} (Shoemaker 1990), 0.76×10^3 para ρ_{co} (Rickman 1993, Sagdeev *et al.* 1987, Pale 1989, Shoemaker *et al.* 1990), 3×10^3 para ρ_i (Carr, M. H. 1984) así como 0.15, 0.04 y 0.05 para p_{vs} , p_{vc} y p_B , podemos simplificar las relaciones (6.1) a (6.5) de tal manera que dependan únicamente del diámetro D . Los valores medios para v_{ia} , v_{iip} , v_{ifh} y v_{iff} según IV.3.3, IV.4 y 4.5 son respectivamente 9.71×10^3 , 53.35×10^3 , 52.35×10^3 y 20.05×10^3 , todos en m/s. El ángulo medio de impacto es $45 \times \pi/180$ rad (Shoemaker 1990). Finalmente, tenemos que las formas simplificadas de las densidades teóricas de cráteres lunares son

$$F_{das}(D) = 9.375 \times 10^5 D^{-2.975}, \quad F_{dac}(D) = 1.326 \times 10^6 D^{-2.975},$$

$$F_{dap}(D) = 1.397 \times 10^7 D^{-2.975}, \quad F_{dfh}(D) = 2.038 \times 10^7 D^{-2.975} \quad \text{y}$$

$$F_{dff}(D) = 1.399 \times 10^6 D^{-2.975}$$

de donde la contribución asteroidal es,

$$F_{da}(D) = 2.263 \times 10^6 D^{-2.975}$$

y la de asteroides mas cometas

$$F_{daC}(D) = 3.801 \times 10^7 D^{-2.975}.$$

La Figura 20 muestra las contribuciones individuales a la densidad de cráteres en la Luna por parte de los cometas y asteroides. La Figura 21 muestra las densidades de cráteres producidos por asteroides ($F_{da}(D)$) y asteroides + cometas ($F_{daC}(D)$) comparadas con la curva observada (Neukum e Ivanov 1994). Esta curva de comparación

representa la distribución acumulada de cráteres en áreas de la Luna con edades $T \leq 3.3 \times 10^9$ años deducidas radiométricamente a partir de rocas lunares traídas por las diferentes misiones. Las densidades de cráteres en áreas con $T > 3.3 \times 10^9$ años, según la Figura 19, están afectadas por lo que algunos autores llaman **El Cataclismo Terminal** y que se refiere a la época inmediatamente posterior a la formación del sistema planetario caracterizada por una tasa de impactos extraordinaria (por lo menos en los planetas terrestres) tanto en tiempo (~900 millones de años) como en intensidad y que, por lo tanto, no sirven de referencia para el propósito de este trabajo.

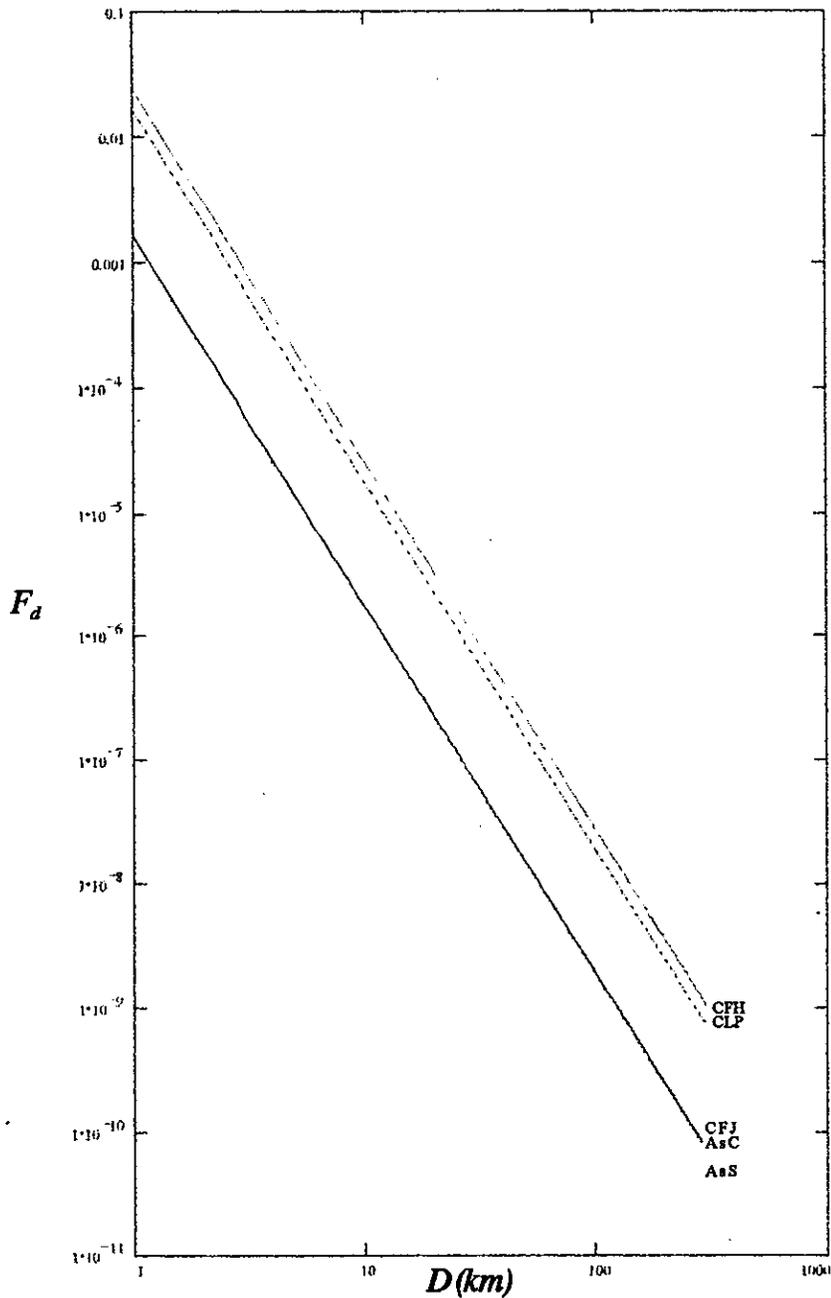


Figura 20. Estimación de las contribuciones relativas a la densidad de cráteres en la Luna con diámetro $\geq D$ por parte de cometas y asteroides. CFH=cometas de la familia de Halley, CLP=cometas de largo período, CFJ=cometas de la familia de Júpiter, AsS=asteroides S y AsC=asteroides C.

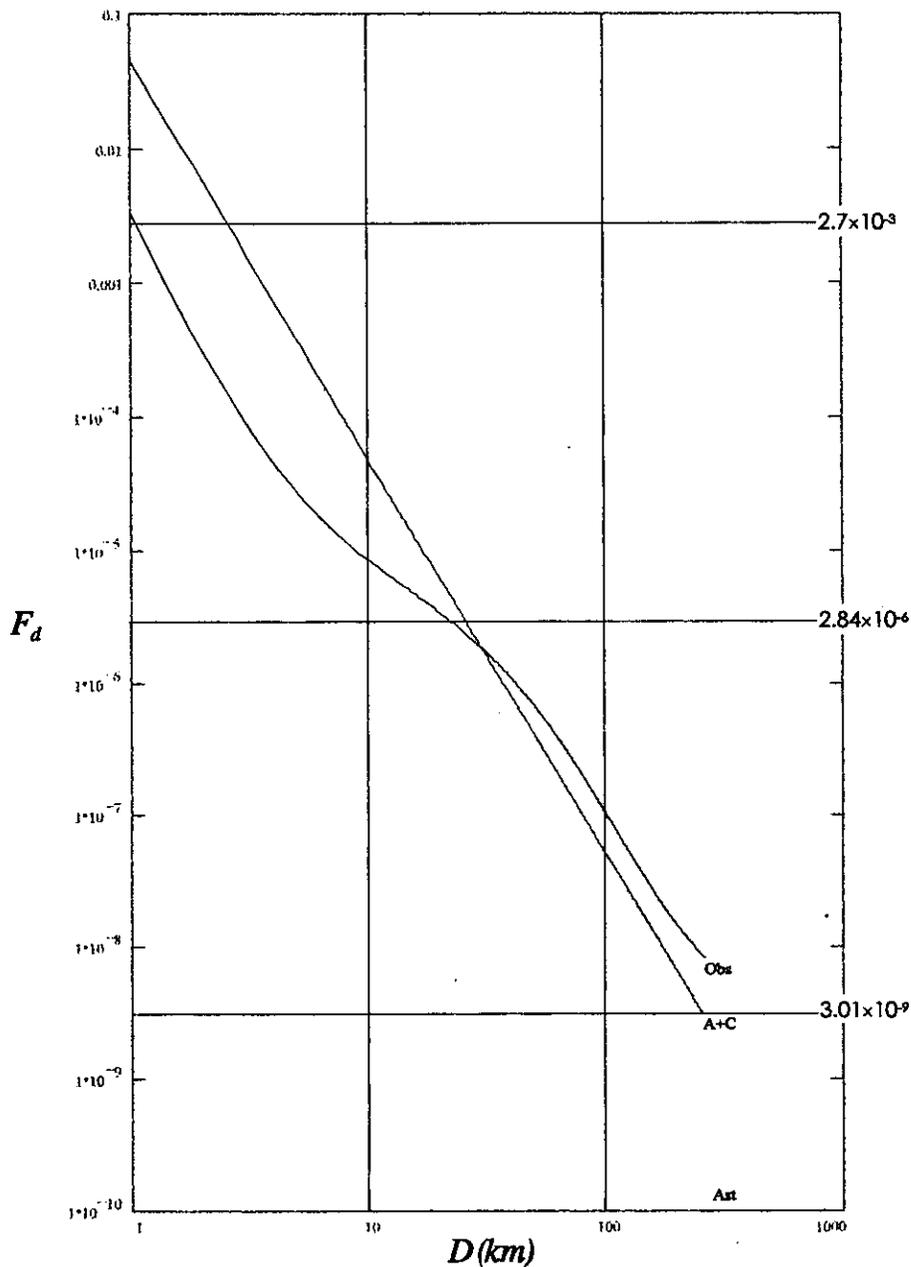


Figura 21. Comparación de las densidades teóricas de cráteres(Ast, A+C) con la observada(Obs). Obs=observada, A+C=asteroides + cometas y Ast=asteroides.

La curva de densidad teórica, que es la suma de asteroides + cometas(A+C), representa únicamente la parte lineal en escala logarítmica de la distribución con diámetro $D \geq 40$ km la cual es la región en la que los cometas tienen una contribución gradualmente significativa comparada con la de los asteroides.

Si F_{dAC} y F_{dob} representan las densidades de cráteres identificadas por A + C y Obs en la Figura 21, entonces el exceso porcentual observado en densidad con respecto a la esperada teóricamente está dado por $1 - F_{dAC} / F_{dob}$ evaluadas simultáneamente en el mismo valor D en la región donde son paralelas. De la Figura 21, este valor se puede estimar evaluando ambas distribuciones, por ejemplo, en $D = 70, 80, 90$ y 100 km y promediando. El resultado es $1 - F_{dAC} / F_{dob} = 0.5$. Proponemos que este exceso observado es evidencia consecuente del ingreso masivo repetitivo de cometas de largo período hacia el sistema planetario. Para ver si ésto pudiera ser consecuencia de las perturbaciones estelares hipotéticas a la Nube Interna, procederemos a estimar el número total de perturbaciones sufridas por ésta durante 3.3×10^9 años y, por lo tanto, el número total esperado de impactos y su contribución relativa a la densidad de cráteres en áreas lunares de esta edad.

VI.2 Exceso de impactos Consecuencia de N_p Perturbaciones Estelares Aleatorias a la nube de Hills: Resultados Numéricos

Anteriormente(1.2), establecimos que la densidad de estrellas en la vecindad solar es $n_s \approx 1.143 \times 10^{-17}$ UA⁻³(0.1pc⁻³) y la dispersión de velocidades $v \approx 6.3$ UA/año(30km/s). Con estos valores podemos estimar el número total de perturbaciones, N_p , sufridas por la nube de Hills($a < 2 \times 10^4$ UA) durante la edad de las superficies lunares de referencia como

$$N_p = \pi b^2 n_s v T. \quad 6.6$$

Como se explicó anteriormente en 11.4, para el caso de los cometas de largo período $r \approx 1.5a$. Esto nos permite conocer el valor máximo

del parámetro de impacto b de una estrella perturbadora de tal manera que la nube de Hills resulte afectada. Es decir, que los cometas con $a < 2 \times 10^4$ UA sean perturbados (aparte de los de la nube de Oort). De esta forma, haciendo $b = r \approx 1.5a$, el valor máximo buscado de $b = 3 \times 10^4$ UA. Con este valor y los de $n_s (1.143 \times 10^{-17} \text{ UA}^{-3})$ y $T (3.3 \times 10^9 \text{ años})$, el número total de perturbaciones esperadas es $N_p = 672$.

El número anual en exceso con respecto al flujo actual de cometas con semieje mayor a_m y distancia perihélica $\leq q$ que ingresan al sistema planetario a consecuencia de una perturbación con parámetro de impacto $b \leq 3 \times 10^4$ UA está dado por (1.17) y el tiempo de duración de este flujo por (1.3). De aquí se deduce que el número total de cometas con semieje en el intervalo $(a_m, a_m + da)$ que ingresan al sistema planetario por cada perturbación es,

$$dN_i = d\dot{N} \tau_i = 8K_0 q a^{-n-1} da \quad 6.7$$

y el número total con semieje mayor $a_m \leq a < a_c$ es la integral de esta última.

$$N_i = 8K_0 q \int_{a_m}^{a_c} a^{-n-1} da = \frac{8K_0 q}{n} (a_m^{-n} - a_c^{-n}), \quad 6.8$$

donde a_m es el semieje mayor mínimo de los cometas perturbados y a_c , el límite entre las nubes de Oort y Hills.

Puesto que el parámetro de impacto de las estrellas perturbadoras es un número aleatorio, el semieje mayor mínimo a_m de los cometas perturbados también es aleatorio y la cantidad de cometas que ingresan al sistema planetario dependerá de cuál sea este valor ya que el número de cometas N_i como función de a decrece rápidamente conforme a crece. Para estimar el número total de cometas que han cruzado la órbita terrestre durante 3.3×10^9 años o, lo que es lo mismo, después de 672 perturbaciones a la nube de Hills,

evaluamos (6.8) en 672 valores aleatorios de a_m en el intervalo $3000 \leq a_m < 2 \times 10^4$ UA con una distribución de probabilidad uniforme y con $q = 1$ UA. Los resultados de este experimento numérico se resumen en la Tabla 2 para cinco valores probables del exponente n . Las densidades tabuladas realmente son el resultado del promedio de cuatro simulaciones. Sin embargo, este resultado promedio no muestra una diferencia significativa con respecto al resultado de una sola simulación.

Tabla 2. Col.1 cinco valores probables del exponente n . Col. 2 Número total de cometas que cruza la órbita terrestre después de 672 perturbaciones estelares. Col. 3 número de impactos recibidos por la Luna. Col. 4 su contribución absoluta a la densidad de cráteres. Col. 5 su contribución relativa.

n	N_i	N_i	F_{dab}	F_{dab} / F_{dob}
2	1.91×10^{11}	30	7.89×10^{-7}	0.028
2.5	3.62×10^{11}	57	1.50×10^{-6}	0.054
3	7.13×10^{11}	112	2.94×10^{-6}	0.106
3.5	1.45×10^{12}	228	6.00×10^{-6}	0.217
4	3.06×10^{12}	473	1.24×10^{-5}	0.450

Para estimar la contribución relativa basta encontrar el cociente $F_{dab} / F_{dob}(D)$ evaluando $F_{dob}(D)$ en $D = 5$ km ya que hemos supuesto que los cometas empiezan a contribuir a la densidad de cráteres a partir de cinco kilómetros. Evaluando nos queda que $F_{dob}(5) = 2.76 \times 10^{-5}$. El cociente de $F_{dab} / F_{dob}(5)$ se muestra en la última columna de la tabla 2. Esta tabla también muestra el número total de impactos N_i recibidos por la Luna debido a choques con cometas de semeje $a \leq 2 \times 10^4$ UA y su contribución absoluta F_{dab} a la densidad de cráteres.

Partiendo de los valores medios observados para la densidad y la velocidad estelar en la vecindad solar, hemos encontrado que las perturbaciones estelares sufridas por la nube de Hills ($a < 2 \times 10^4$ UA) en 3.3×10^9 años han propiciado que la Luna haya recibido un número de impactos en exceso estimado entre $30 \leq N_i \leq 473$ lo cual equivale a una contribución relativa en densidad entre $0.028 < F_{dab} / F_{dAC} \leq 0.45$ dependiendo del valor de n adoptado para la distribución de

semiejes mayores. Posiblemente el mejor valor de n está en el intervalo (3.5, 4.5). Es notable que la contribución a la densidad estimada cuando $n = 4$ es la más cercana al 0.5 esperado y es muy parecido al valor encontrado por Duncan *et al.* en 1987. Esto parece indicar que si la distribución de semiejes mayores es una ley de potencia como la propuesta por Hills(1981) con $3.5 \leq n \leq 4.5$, el exceso en densidad de cráteres lunares con diámetros mayores que 5 km es realmente evidencia del ingreso masivo recurrente de cometas de largo período de la Nube de Hills, hipotéticamente estimulados por perturbaciones estelares. Independientemente de cual sea este valor, estos resultados indican una alta concentración de cometas de largo período con semieje mayor en el intervalo $3 \times 10^3 < a < 2 \times 10^4$ UA.

VII. CONCLUSIONES

1. Suponiendo que la distribución de cometas de largo período como función de la distancia al Sol sigue una ley de potencia como la propuesta por Hills en 1981, el valor del exponente n de esta distribución que permite explicar el exceso de impactos observado con respecto a la predicción teórica está en el intervalo $3.5 \leq n \leq 4.5$.
2. La similaridad entre el exceso de impactos observado en la Luna y el estimado con $n = 4$ partiendo de la hipótesis de que se debe al ingreso masivo repetitivo de cometas hacia el sistema planetario estimulado por perturbaciones estelares, fortalece dicha hipótesis.
3. Si el valor del exponente de la ley de distribución de los cometas en el halo cometario está en el intervalo $3.5 \leq n \leq 4.5$, como lo indica la evidencia, en el mejor de los casos la nube de Oort tendría el 15% de la población total de éstos (3.87×10^{13}). Sin embargo, suponiendo que $n = 4$, según los argumentos presentados en el punto 2, la nube de Oort albergaría menos del 1% de la población; el resto de ellos, más del 99%, tendrían semiejes mayores $a < 2 \times 10^4$ UA y, por lo tanto, estarían concentrados en la nube de Hills.
4. Una distribución de magnitudes absolutas con índice de población $\mu = 1.1513$, que es la que describe la distribución de magnitudes de objetos asteroidales resultantes de un proceso de fragmentación por colisiones, describe satisfactoriamente la distribución de magnitudes absolutas observadas de los asteroides que cruzan la órbita terrestre y la de los asteroides débiles del Cinturón principal (Van Houten *et al.* en 1970).
5. Suponiendo que los cráteres lunares más grandes (> 5 km) de la distribución observada son el resultado del impacto de núcleos cometarios, la pendiente de la parte "lineal" de esta distribución nos permite reencontrar el valor 1.15 para el índice μ . Además, indica que la población de los núcleos impactores con diámetros

menores que 5 km decrece rápidamente. Las pocas estimaciones de diámetros de núcleos cometarios parecen confirmar esta observación.

6. Adoptando $\mu = 1.1513$ para la distribución de magnitudes absolutas de los núcleos cometarios, según el punto anterior, encontramos que las distribuciones de magnitudes de dos muestras de cometas de corto y largo período publicadas por Shoemaker y Wolf en 1982, quedan mejor representadas con este valor que con $\mu = 0.91$ como sugirieron dichos autores. Se deduce de aquí que por lo menos los núcleos cometarios de diámetros mayores de 5 km son el resultado de un proceso de fragmentación como en el caso de los asteroides.

7. Como consecuencia de lo anterior, el número total esperado de asteroides que cruzan la órbita terrestre con magnitud absoluta $H \leq 18$ o diámetro $d \geq 0.7$ km es 1200. Igualmente, el número máximo anual esperado de cometas de largo período que cruzan la órbita terrestre es 380 y el número total estimado de cometas de las familias de Júpiter y de Halley son 410 y 7550 respectivamente.

VIII. COMENTARIOS Y PERSPECTIVAS

VIII.1 Comentarios

Para concluir este trabajo es necesario hacer notar que los parámetros físicos observacionales más relevantes y necesarios para estimar las distribuciones de cráteres en la Luna, los cuales a su vez conducen a las conclusiones, están afectados por la incertidumbre que es inherente a esta materia. Esos parámetros físicos son los albedos y las densidades principalmente. Desafortunadamente, estas dos cantidades dependen de estimaciones indirectas de tal manera que diferentes autores estiman valores distintos para ellos aún cuando se trata del mismo objeto. Eventualmente esto conduce a que la energía de impacto estimada tenga un error del orden de 30% o más y, por lo tanto, el diámetro estimado para el cráter correspondiente y la densidad estimada también cambiarán en un porcentaje similar. Estas son las razones para exhibir las distribuciones de cráteres y densidades explícitamente en términos de estos parámetros. Esto facilita la reestimación de las distribuciones de diámetros y densidades de cráteres cada vez que mejore la estimación de sus valores.

Estas no son las únicas fuentes de error. La ley de escalamiento que nos permite estimar las dimensiones de un cráter en términos de la energía de impacto ha sido derivada experimentalmente a partir de explosiones en la superficie terrestre y probada para cráteres menores de 100 metros. La suposición implícita aquí es que esta ley es válida para estimar cráteres con diámetros mayores de 100 metros, lo cual resulta incierto puesto que no hay referencia alguna para verificarlo. Además de lo anterior, las diferentes leyes de escalamiento existentes, entre ellas la de Gault, tienden a divergir gradualmente entre sí cuando la energía de impacto crece, y no existe alguna forma que nos permita decidir cuál predicción es mejor. Sin embargo, las densidades teóricas de cráteres en la Luna, estimadas usando la ley de escalamiento de Gault, para ser más próximas a la observación, requieren incluir como necesaria la

contribución cometaria a la distribución de impactos. Por otro lado, algunas de estas leyes permiten explicar satisfactoriamente una parte de la distribución observada pero dejan a la especulación el resto de ésta. En resumen, según nuestro punto de vista, la ley de escalamiento de Gault es la mejor opción, ya que los resultados obtenidos con ella son más congruentes con la observación. Esta es la única razón por la que hemos optado por la ley de Gault. Estrictamente no existe argumento sólido alguno que impida reconsiderar el uso de esta ley en favor de otra.

En cuanto a la divergencia entre las densidades teórica y observada de cráteres en la Luna para cráteres menores de un kilómetro, que en principio hemos supuesto que se debe a que los cráteres secundarios no están incluidos en la teórica, pudiera no ser así. Esto puede también interpretarse como que los asteroides más pequeños, que son los responsables de éstos cráteres, siguen una distribución de diámetros diferente de la seguida por los más grandes. Ambas posibilidades son debatibles mientras no tengamos completez en la distribución de magnitudes de los asteroides con diámetros menores de cien metros que nos permita desechar una de ellas.

VIII.2 Perspectivas

De la ubicación de los planetas terrestres con respecto al Cinturón de Asteroides se deduce que, desde el punto de vista colisional, su historia es muy similar. Es decir, han estado expuestos a la acción de las mismas poblaciones de impactores que el sistema Luna-Tierra. De ésto se deduce que el modelo utilizado para deducir una distribución teórica de cráteres en la Luna y calibrada con la distribución observada, es aplicable al resto de estos cuerpos tomando en cuenta sus condiciones particulares. Igual que para el caso de la Luna, usando esta formulación es posible encontrar la razón de impactos esperada para el resto de estos planetas así como el número total de impactos sufridos durante los últimos 3300 millones de años. A propósito de impactos, es necesario tomar en cuenta que los registros de cráteres de impacto en el territorio

nacional así como en el resto de Latinoamérica es un campo de trabajo poco desarrollado y, que por lo tanto, es necesario impulsar.

En lo que respecta a líneas de investigación complementarias al trabajo actual, es notable la necesidad de mejorar la estimación de diámetros asteroidales y de núcleos cometarios. Esto debido a que las estimaciones a partir de las magnitudes absolutas son útiles solo para propósitos estadísticos. En este sentido, la estimación de diámetros asteroidales y de núcleos cometarios a partir del método de ocultación de objetos estelares parece ser una de las mejores opciones, además de ser una de las más viables debido a su bajo costo. Sin embargo, uno de los grandes retos de la ciencia para el próximo siglo es, sin duda, la observación de objetos cometarios en la populosa Nube de Hills.

BIBLIOGRAFIA

- Bailey, M. E., Chambers, J. E. y Hahn, G. 1992, *Mon. Not. R. Astr. Soc.*, **254**, 581.
- Bowell, E. y Muinonen, K. 1994, en *Hazards due to Comets and Asteroids* ed., Gehrels, T.: University of Arizona Press, p. 149.
- Brosch, N. 1995, *Mon. Not. R. Astr. Soc.*, **276**, 1185.
- Campins, H. *et al.* 1994, *Astron. J.* **108**, 2318.
- Carr, M. H. *et al.* 1984 en *The Geology of the Terrestrial Planets* ed. Carr, M. H: NASA SP-469.
- Cruikshank, D. P. y Brown, R. H. 1983, *Icarus*, **56**, 377.
- Dohnanyi, J. S. 1969, *Journal of Geop. Res.* **74**(10), 2531.
- Duncan, M., Quinn, T. y Tremaine, S. 1987, *Astron. J.*, **94**, 1330.
- Everhart, E. 1967, *Astron. J.* **72**, 1002.
- Everhart, E. 1974, en *Asteroids, Comets, Meteoric Matter: Editura Academiei Republicii Socialiste Romania*, p. 223.
- Everhart, E. 1979, en *Dynamics of the Solar System*, ed., Duncombe, R. L.: Reidel Publishing Co., p. 273.
- Fernández, J. A. e Ip, W. H. 1991, en *Comets in the Post-Halley Era* eds., Newburn, R. L. *et al.*: Kluwer Academic Publishers Vol. 1, p. 487.
- Gault, D. E. 1974, en *A Primer in Lunar Geology*, p. 173.
- Hartmann *et al.* 1981, en *Basaltic Volcanism on the Terrestrial Planets: Pergamon Press*, p. 1049.
- Hartmann, W. K., Cruikshank y Degewij, J. 1982, *Icarus*, **52**, 377.
- Heisler, J. y Tremaine, S. 1986, *Icarus*, **65**, 13.
- Hills, J. G. 1981, *Astron. J.*, **86**, 1730.
- Jean, J. 1919, *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, **79**, 408.
- Kowal, Ch. T. 1996, en *Asteroids*, segunda edición: Wiley-Praxis Series, capítulo 4.
- Kuiper *et al.* 1958, *Astrophys. J. Suppl.*, **3**, 289.
- Larson, R. B. y Starrfield, S. 1971, *Astron. Astrophys.*, **13**, 190.
- Lazzarin, M., Barbieri, C. y Barucci, M. A. 1995, *Astron. J.* **110**(6), 3058.
- Leicht, E. M. y Vasisht, G. 1997, *New Astronomy*, **3**, 51.
- Luu, J. X., y Jewitt, D. C. 1990, *Astron. J.*, **100**(3), 913.
- Marsden, B. G. y Steel, D. I. 1994, en *Hazards due to Comets and Asteroids* ed., Gehrels, T.: University of Arizona Press, p. 221.
- Marsden, B. G. 1997, *IAU Circ.* 6750, (1997).
- Matese, J. y Whitmire, D. 1996, *Astron. J.*, **472**, L41.
- McFadden, L. A. 1989, en *Asteroids II: University of Arizona Press*, p. 442.

- Melosh, H. J. 1989, en *Impact Cratering: A Geologic Process*, Oxford University Press, cap. VII.
- Minor Planet Center, IAU 1997, <http://cfa-www.harvard.edu/iau/lists/Unusual.html>.
- Moulton, F. R. 1970, en *An Introduction to Celestial Mechanics*: Dover.
- Mukai, T. y Mukai, S. 1989, *Adv. Space Res.*, **9**(3), 77.
- Neukum, G. e Ivanov, B. A. 1994, en *Hazards due to Comets and Asteroids* ed., Gehrels, T.: University of arizona Press, p. 359.
- Oort, J. 1950, *Bull. Astron. Insts. of the Netherlands*, **10**(408), 91.
- Öpik, E. J. 1932, *Proc. Am. Acad. Sci.*, **67**, 169.
- Öpik, E. J. 1951, *Proc. R. Irish Acad.*, **54A**, 165.
- Öpik, E. J. 1976, en *Interplanetary Encounters*: Elsevier Scientific Publishing Co. p. 155.
- Parker, J. W. *et al.* 1997, *Astron. J.*, **113**, 1899.
- Rabinowitz, D. *et al.* 1994, en *Hazards due to Comets and Asteroids* ed., Gehrels, T.: University of Arizona Press, p. 285.
- Roemer, E. 1965, *Astron. J.* **70**, 397.
- Roemer, E. 1966, *Mém. Royal Sci. Soc. of Liege*, 5ª serie Vol. 12, p. 23.
- Roemer, E. y Lloyd, R. E. 1966, *Astron. J.* **71**, 443.
- Roemer, E., Thomas, M. y Lloyd, R. E. 1966, *Astron. J.* **71**, 591.
- Shoemaker, E. M., Williams, J. G., Helin, E. F. y Wolf, R. F. 1979, en *Asteroids* ed., Gehrels, T.: University of Arizona Press, p. 253.
- Shoemaker, E. M. y Wolf, R. F. 1982, en *The Satellites of Jupiter* ed., Morrison, D.: University of Arizona Press, p. 277.
- Shoemaker, E. M., Wolf, R. F. y Shoemaker, C. S. 1990, en *Global Catastrophes in Earth History*, eds. Sharpton, V. L y Ward, P. D. 1990: *Geol. Soc. of Am. Special Paper* 247, p. 155.
- Shoemaker, E. M., Weissman, P. R. y C. S. Shoemaker 1994, en *Hazards due to Comets and Asteroids* ed., Gehrels, T.: University of arizona Press, p. 313.
- Togunaka, A. T., Hanner, M. S. 1985, *Astrop. J. Lett.*, **296**, L13.
- Torbett, M. V. 1986a, *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, **223**, 885.
- Van Houten *et al.* 1970, *Astr. Astrophys. Suppl.*, **2**, 339.
- Van Woerkom, A. J. J. 1948, *Bull. Astron. Inst. Neth.*, **10**, 445.
- Veeder *et al.* 1989, en *Asteroids II*, eds. Binzel, R. P. y Gehrels, T.: University of Arizona Press, p. 282.
- Weissman, P. R. 1980, *Nature*, **288**, 242.

- Weissman, P. R. 1982a, en Comets, ed., Wilkening: University of Arizona Press, p. 637.
- Weissman, P. R. 1982b, en Geological Implication of Impacts of Large Asteroids and Comets on the Earth, eds., Silver, L. T. y Schultz, P. H.: Geological Society of America, Special Paper 190, p. 15.
- Weissman, P. R. 1983, Astron. Astr., **118**(1), 90.
- Weissman, P. R. 1986, en The Galaxy and the Solar System: University of Arizona Press, p. 204.
- Weissman, P. R. 1990a, en Comets in the Post-Halley Era, eds., Newburn *et al.*: Kluwer Academic Publishers, Vol. 1, p. 463.
- Weissman, P. R. 1990b, Nature, **344**, 825.
- Weissman, P. R. 1990c en Global Catastrophes in Earth history, eds. Sharpton, V. L. y Ward, P. D.: Geol. Soc. of Am. Special Paper **247**, p. 171.
- Williams, D. R. y Wetherill, G. W. 1993, Icarus, **107**, 117.
- Yabushita, S. 1989, Astron. J., **97**(1), 262.