

128
2 es.



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA
DE MEXICO**

FACULTAD DE INGENIERIA

FILTRADO DIFUSO Y SUS APLICACIONES

T E S I S
QUE PARA OBTENER EL TITULO DE
INGENIERO MECANICO ELECTRICISTA
P R E S E N T A N :
TANIA PEREZ MARTINEZ
CARLOS CISNEROS CASTRO

DIRECTOR DE TESIS: ING. ROBERTO MACIAS PEREZ



MEXICO, D. F.

1998.



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

Dedicatorias

**A Magdalena, Carlos y Magdalena Alejandra:
Por darme siempre todo su apoyo y desear lo
mejor para mí.**

**A Mónica:
Por su cariño, compañía y por estar siempre a
mi lado.**

**A Robin:
Ya no pudiste estar con nosotros.**

A mis amigos.

Carlos

CONTENIDO

INTRODUCCIÓN	4
CAPÍTULO 1: FILTROS DIGITALES	8
1.1 Filtros Digitales	10
1.2 Estructura de Filtros	12
1.2.1 Forma Directa:	13
1.2.2 Forma Directa Canónica:	13
1.2.3 Forma en Cascada:	15
1.2.4 Forma en Paralelo:	15
1.3 Filtros con Respuesta Infinita al Impulso (IIR)	16
1.4 Filtros con Respuesta Finita al Impulso (FIR)	20
CAPÍTULO 2: PROCESAMIENTO ADAPTABLE DE SEÑALES	24
2.1 Sistemas Adaptables	26
2.2 El Filtro Adaptable No Recursivo	27
2.3 Superficie de Control	29
Ejemplo de Superficie de Control	31
2.4 Gradiente y Mínimo Error Cuadrático Medio.	34
Ejemplo de Vector Gradiente, Vector de Wiener y ϵ_{\min}	36
2.5 Algoritmos Adaptables	37
2.6 El Algoritmo LMS	38
Ejemplo de Convergencia del LMS	42

CAPÍTULO 3: SISTEMAS ADAPTABLES PARA MINIMIZAR RUIDO	45
3.1 El Pronosticador Adaptable	47
3.2 Correlación de Secuencias Periódicas	48
Ejemplo de Autocorrelación de una señal periódica	49
3.3 Autocorrelación de Señales Aleatorias	50
Ejemplo de Autocorrelación de una señal senoidal y una aleatoria.	52
Ejemplo de pronosticador adaptable	53
CAPÍTULO 4: SISTEMAS DIFUSOS	56
4.1 Conjuntos Difusos	58
4.2 Función de Membresía	59
4.3 Notación de Zadeh para Conjuntos Difusos	62
4.4 Operaciones con Conjuntos Difusos	63
Ejemplo de operaciones con conjuntos	63
4.5 Sistemas Difusos	64
4.5.1 Difusión	65
4.5.2 Evaluación de Reglas	67
4.5.3 Desdifusión	70
CAPÍTULO 5: ALGORITMO LMS CON PROCESAMIENTO DIFUSO	76
5.1 Consideraciones	77
5.2 Modificación del Algoritmo LMS	78
5.3 Desarrollo del Algoritmo LMS procesado difusamente.	79
5.3.1 Conjuntos difusos de entrada	80
5.3.2 Reglas de control	81
5.3.3 Conjuntos difusos de salida	82
5.4 Resultados	83

CAPÍTULO 6: FILTRO DIFUSO ADAPTABLE	86
6.1 Fundamentos y desarrollo conceptual	87
6.1.1 Fundamentos	87
6.1.2 Desarrollo conceptual	93
6.2 Implementación del filtro difuso adaptable	98
6.2.1 Características de los conjuntos difusos	98
6.2.2 Reglas de control	100
6.2.3 Mapeo al orden del filtro o Conjuntos Difusos de Salida	101
6.3 Valoración del desempeño del filtro difuso adaptable	101
CONCLUSIONES	109
APÉNDICE	112
BIBLIOGRAFÍA	121

INTRODUCCIÓN

El término ruido se emplea en la Ciencia, la Tecnología y la vida cotidiana. De manera muy general, se dice que el ruido es una señal no deseada.

Dependiendo del área en que se trabaje, el término ruido puede adquirir varios significados. En el área de *Acústica* se refiere a ondas de sonido que son indeseables o que carecen de cualidades deseadas. Algunas de estas decisiones son hechas en base a una "textura" deseada. El término ruido blanco se refiere a una textura sintetizada y uniforme que comprende todas las frecuencias audibles. Este tipo de textura se utiliza en música electrónica, por ejemplo, como una fuente de la cual se pueden obtener mezclas deseadas de ondas de sonido. En el área de *Grabación y Reproducción de Sonidos* el término "ruido de fondo" se refiere a todas las ondas que están presentes en un sistema además de los sonidos deseados. En los centros urbanos la decisión de si un sonido ambiental es ruido o no es muy subjetiva, pero es un hecho que los sonidos indeseables pueden ocasionar severos efectos psicológicos (contaminación ambiental). Después de ciertos niveles de intensidad el ruido puede incluso causar daño físico.

En los campos de la Electricidad, la Electrónica y, en general, en todas las áreas que involucran alguna forma de rango en frecuencia el concepto del ruido se encuentra presente.

Por ejemplo, el ruido se genera a través del movimiento aleatorio de los electrones en los tubos y conductores eléctricos en general. Por lo tanto, todos los circuitos poseen un nivel inherente de ruido. Interferencias externas también contribuyen al ruido eléctrico y electrónico. En radio comunicaciones el ruido se escucha como estática y en la televisión se ve comúnmente como nieve en la pantalla. También se puede mencionar como interferencia a las condiciones atmosféricas.

Se puede apreciar que los efectos del ruido en un sistema dado no son deseables, al contrario, el funcionamiento sería óptimo si careciera de ruido. Pero, como se expresa en el párrafo anterior, siempre existirá alguna fuente de ruido, ya sea por condiciones atmosféricas, ambientales o de los propios circuitos integrados y componentes eléctricos-electrónicos. Por lo tanto, es necesario buscar alguna forma o sistema que permita minimizar sus efectos.

El sistema que se propone en esta tesis para minimizar los efectos del ruido es un filtro digital cuyo funcionamiento está basado en esquemas adaptables y técnicas de Lógica Difusa; por esta razón, se denomina a dicho sistema "Filtro Adaptable Difuso". Es importante mencionar que el calificativo difuso no indica un grado de imprecisión o que el filtro emplee un proceso *borroso-nebuloso* para limpiar la señal de interés, al contrario, como se analizará en capítulos posteriores la Lógica Difusa refleja un proceso más cercano a la realidad de cómo el

ser humano percibe las fronteras de su entorno y cómo procesa la información para interactuar con sus semejantes.

El objetivo de esta tesis es desarrollar un algoritmo adaptable difuso o, en otras palabras, un algoritmo que emplee los fundamentos de la Lógica Difusa basado en un esquema adaptable con el fin de minimizar los efectos del ruido en un sistema dado.

El esquema general de la tesis es el siguiente:

- Capítulo 1: Filtros Digitales
- Capítulo 2: Procesamiento Adaptable de Señales
- Capítulo 3: Sistemas Adaptables para Minimizar Ruido
- Capítulo 4: Sistemas Difusos
- Capítulo 5: Algoritmo LMS con procesamiento Difuso
- Capítulo 6: Filtro Difuso Adaptable

La tesis consta de 6 capítulos y un apéndice, en el cual se encuentran los listados de los programas empleados en los ejemplos y simulaciones. Gracias a sus singulares y potentes capacidades se empleó *Matlab 4.0* para la elaboración de los programas. Dichos programas llevan el prefijo "pas" (Procesamiento Adaptable de Señales) y un número, dependiendo del capítulo, que los identifica.

En el capítulo 1 se presenta la teoría básica, síntesis y estructuras de los filtros digitales con respuesta infinita al impulso (IIR) y con respuesta finita al impulso (FIR). En el capítulo 2 se desarrolla la teoría básica del procesamiento adaptable de señales. Se emplearán los conceptos de sistema adaptable, filtro transversal, superficie de control, algoritmo adaptable y parámetro de estabilidad y convergencia.

En el capítulo 3 se muestra la aplicación de la teoría expuesta en el capítulo 2 mediante la cancelación de interferencia en un sistema dado con la ayuda de una nueva topología conocida como Pronosticador Adaptable. En el capítulo 4 se presenta la teoría básica de la Lógica Difusa y los Sistemas Difusos. Se analizarán conceptos como conjuntos difusos y sus operaciones, función de pertenencia, el proceso de conversión de crisp a difuso, evaluación de reglas, proceso de conversión de difuso a crisp.

En el capítulo 5 se muestra el desarrollo de un algoritmo LMS difuso y su implementación en un filtro no recursivo para la minimización del ruido en un sistema dado. Finalmente, en el capítulo 6 se presenta el desarrollo de un filtro que emplea elementos difusos en su funcionamiento.

CAPÍTULO 1: FILTROS DIGITALES

Filtrado es el proceso por el cual el espectro en frecuencia de una señal puede ser modificado, manipulado o reconstruido de acuerdo a ciertas especificaciones. Las aplicaciones del filtrado son muy variadas, por ejemplo: eliminar la contaminación por ruido de una señal, remover la distorsión provocada por un canal de transmisión, separar dos o más señales distintas que fueron mezcladas con el fin de maximizar un canal, demodular señales, convertir señales discretas a señales continuas, limitar las señales en su banda, etc. El proceso puede contener amplificación o atenuación en un rango de frecuencias de la señal.

Un filtro digital es un sistema que puede utilizarse para filtrar señales discretas en el tiempo. Su diseño puede ser implementado mediante software o hardware y para cualquiera de los dos casos se pueden emplear señales en tiempo real o señales grabadas. Las principales ventajas al trabajar con filtros digitales son las siguientes:

- Las tolerancias de los componentes no son críticas para el funcionamiento del filtro.
- La exactitud de la respuesta es alta.
- El tamaño físico del filtro es pequeño (VLSI).
- La confiabilidad es alta.

Una ventaja importante de los filtros digitales es el hecho de que sus parámetros pueden ser modificados fácilmente en cualquier instante con el fin de cambiar sus características. Esta modalidad permite diseñar filtros digitales que realizan una gran variedad de tareas, entre las cuales se encuentra el diseño de filtros adaptables.

Un filtro digital, como en el caso de un filtro analógico, puede representarse mediante una red o un conjunto de elementos interconectados entre sí. El análisis de los filtros digitales es el proceso mediante el cual se determina la respuesta de la red a una excitación dada. El diseño de los filtros digitales se refiere a sintetizar e implementar una red con un conjunto de características preestablecidas para obtener una respuesta deseada.

El objetivo de este capítulo es mencionar los principales parámetros que caracterizan a los filtros digitales, tipos de estructuras y la síntesis de dos tipos de filtros: los filtros con Respuesta Infinita al Impulso y los filtros con Respuesta Finita al Impulso.

1.1 FILTROS DIGITALES

Un filtro es un sistema que permite seleccionar o suprimir ciertas componentes de una señal. Pero un filtro digital no nada más detiene o deja pasar frecuencias de las componentes sino que también puede atenuar o suprimir cada frecuencia en una cantidad deseada. Esto permite al filtro manejar "la forma" del espectro de la señal.

Un filtro digital es un sistema que puede utilizarse para filtrar señales discretas en el tiempo y se representa mediante el diagrama que aparece en la Figura 1.1, donde la entrada $x(n)$ es la excitación y la salida $y(n)$ es la respuesta del filtro. La respuesta está relacionada con la excitación por una regla de correspondencia:

$$y(n) = Rx(n)$$

donde R es un operador.

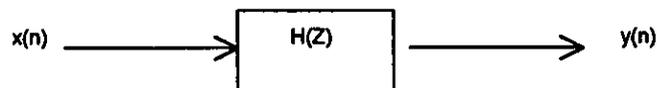


Figura 1.1: Función de Transferencia de un Filtro Digital

Existen dos maneras de caracterizar a los filtros digitales:

1. Por su ecuación en diferencias
2. Por su función de transferencia

Los filtros analógicos se caracterizan en términos de ecuaciones diferenciales, mientras que los filtros digitales se caracterizan en término de ecuaciones en diferencias. El sistema de la Fig. 1.1 es un Sistema Discreto Lineal e Invariante con el tiempo caracterizado por la siguiente ecuación en diferencias:

$$y(n) = -a_1y(n-1) - a_2y(n-2) - \dots - a_Ny(n-N) + b_0x(n) + b_1x(n-1) + b_2x(n-2) + \dots + b_Nx(n-N) \quad (1.1)$$

simplificando la expresión (1.1)

$$y(n) = -\sum_{k=1}^N a_k y(n-k) + \sum_{k=0}^N b_k x(n-k) \quad (1.2)$$

para obtener la función de transferencia del filtro se aplica la Transformada Z a (1.2) y se obtiene

$$Y(z) = -\sum_{k=1}^N a_k Y(z)z^{-k} + \sum_{k=0}^N b_k X(z)z^{-k} \quad (1.3)$$

reordenando los términos de la ecuación (1.3) se obtiene la expresión característica o Función de Transferencia de un filtro digital en el dominio de Z

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{N(z)}{1 + D'(z)} = \frac{\sum_{k=0}^N b_k z^{-k}}{1 + \sum_{k=1}^N a_k z^{-k}} \quad (1.4)$$

Esta expresión es un cociente de dos polinomios en z^{-1} . De la ecuación anterior se pueden obtener los polos y ceros del sistema, los cuales dependen de la elección de sus parámetros b_k y a_k y determinan las características de la respuesta en frecuencia de dicho sistema.

Como se verá más adelante, dependiendo del valor de $D'(z)$ la función de transferencia puede caracterizar a un filtro recursivo o a uno no recursivo, es decir, si:

- $D'(z)=0$, se tiene un filtro no recursivo
- $D'(z)\neq 0$, se tiene un filtro recursivo

Resumiendo, un filtro digital se caracteriza por su ecuación en diferencias o por su función de transferencia

$$y(n) = -\sum_{k=1}^N a_k y(n-k) + \sum_{k=0}^N b_k x(n-k)$$

$$H(z) = \frac{\sum_{k=0}^N b_k z^{-k}}{1 + \sum_{k=1}^N a_k z^{-k}}$$

Los elementos básicos de un filtro digital son:

- El multiplicador
- La unidad de suma
- La unidad de retraso

Las caracterizaciones y símbolos de dichos elementos se encuentran en la Tabla 2.1. Su implementación puede asumir varias formas, dependiendo de la representación de las señales que serán procesadas.

1.2 ESTRUCTURA DE FILTROS

Entre las estructuras o realizaciones más importantes se encuentran:

- Forma directa
- Forma directa canónica

- Forma en cascada
- Forma en paralelo

Nombre	Diagrama	Ecuación
Multiplicador		$y(n)=Kx(n)$
Unidad de Retraso		$y(n)=x(n-1)$
Unidad de Suma		$y(n)=x_1(n)+x_2(n)+x_3(n)$

Tabla 2.1: elementos básicos de un filtro digital

1.2.1 Forma Directa:

Se obtiene directamente de la ecuación en diferencias que caracteriza al filtro:

$$y(n) = -a_1y(n-1) - a_2y(n-2) - \dots - a_ky(n-k) + b_0x(n) + b_1x(n-1) + b_2x(n-2) + \dots + b_kx(n-k)$$

1.2.2 Forma Directa Canónica:

Se dice que esta forma es canónica porque el número de unidades de retraso empleadas es igual al orden de la función de transferencia. Se puede emplear la forma directa para encontrar la forma

canónica. Simplemente los nodos se cambian por unidades de suma y viceversa además de cambiar el sentido de los multiplicadores.

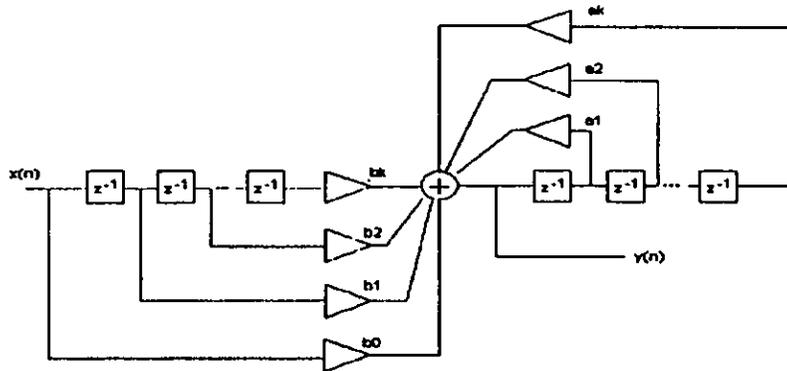


Figura 1.2: Estructura Directa de un filtro digital.

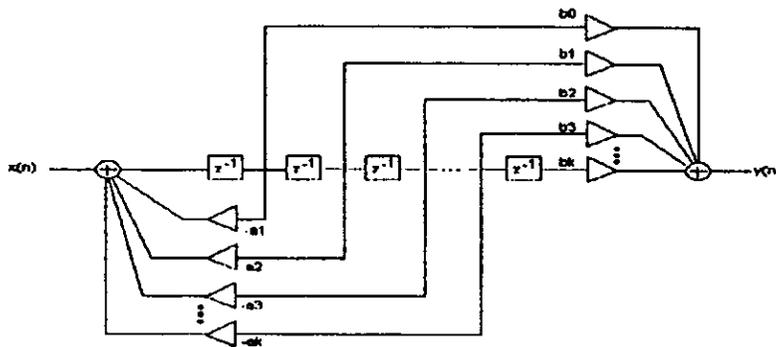


Figura 1.3: Estructura Directa Canónica de un filtro digital.

1.2.3 Forma en Cascada:

Para realizar el filtro digital en la forma de cascada es necesario arreglar la función de transferencia de la siguiente forma:

$$H(z) = H_1(z) \bullet H_2(z) \bullet H_3(z) \bullet \dots \bullet H_l(z)$$

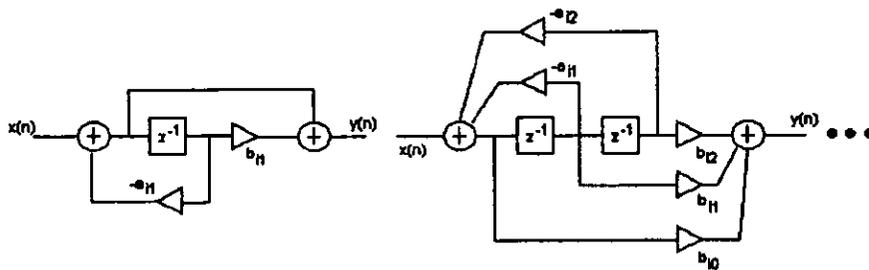


Figura 1.4: Estructura en Cascada de un filtro digital.

donde la funciones parciales $H_i(z)$ se puede expresar en la forma siguiente:

$$H_1^{(1)}(z) = \frac{1 + b_{11}z^{-1}}{1 + a_{11}z^{-1}} \quad H_i^{(2)}(z) = \frac{1 + b_{i1}z^{-1} + b_{i2}z^{-2}}{1 + a_{i1}z^{-1} + a_{i2}z^{-2}}$$

1.2.4 Forma en Paralelo:

Para realizar un filtro digital en forma paralela es necesario ajustar la función de transferencia donde las funciones de transferencia parciales $H_i(z)$ se pueden expresar así

$$H_i^{(1)}(z) = \frac{b_{i0}}{1 + a_{i1}z^{-1}} \quad H_i^{(1)}(z) = \frac{b_{i0} + b_{i1}z^{-1}}{1 + a_{i1}z^{-1} + a_{i2}z^{-2}}$$

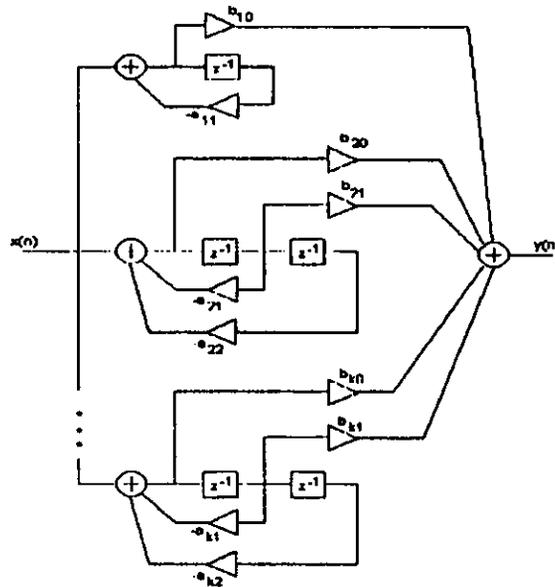


Figura 1.5: Estructura en paralelo de un filtro digital

1.3 FILTROS CON RESPUESTA INFINITA AL IMPULSO (IIR)

Los filtros con respuesta infinita al impulso (IIR) han sido referidos en la literatura como filtros recursivos. El término recursivo se debe a que la salida en un instante n depende de k muestras pasadas tanto en la salida como en la entrada. Para definir a un filtro de este tipo se necesita, como se mencionó anteriormente, su ecuación en diferencias o su función de transferencia. Dichas expresiones son:

$$H(z) = \frac{\sum_{k=0}^N b_k z^{-k}}{1 + \sum_{k=1}^N a_k z^{-k}} \quad (1.5)$$

$$y(n) = -\sum_{k=1}^N a_k y(n-k) + \sum_{k=0}^N b_k x(n-k) \quad (1.6)$$

La estructura más común para este tipo de filtros es la Canónica Directa que a continuación se muestra en la Figura 1.6.

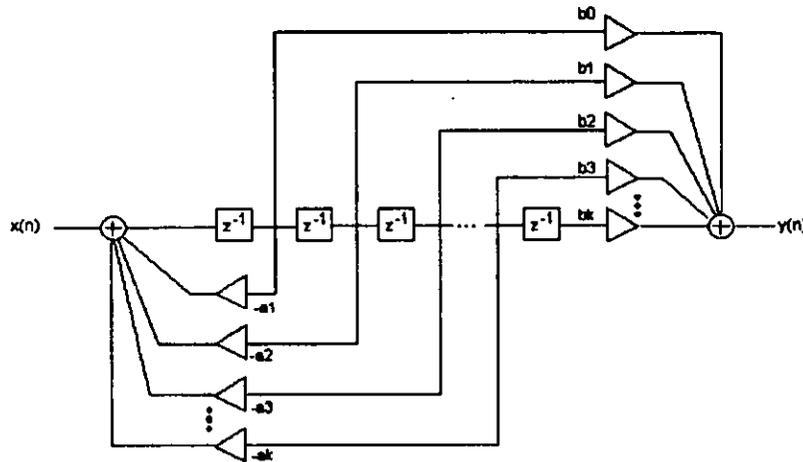


Figura 1.6: Estructura de un filtro IIR.

Un filtro tipo IIR puede ser inestable debido a que presenta polos en su función de transferencia, por lo tanto, se deben diseñar de una manera cuidadosa. Una ventaja que se puede atribuir a los filtros IIR es que no necesitan un orden muy alto para cumplir con las especificaciones de plantilla.

Existen varios métodos para diseñar Filtros IIR. El diseño de filtros analógicos en un campo bien desarrollado y maduro, por lo tanto, es conveniente que un filtro digital se diseñe en el dominio analógico y después se "transporte" el diseño al dominio digital. Entre los principales métodos de diseño se encuentran:

- Aproximación de Derivadas
- Invariancia al impulso
- Transformación bilineal
- Correspondencia de Transformada Z

A continuación solamente se analizará el método de la Transformación Bilineal debido a que presenta las mejores características para el diseño de un filtro. Las demás técnicas para el diseño de filtros IIR tienen una limitación importante en cuanto a que solamente son apropiadas para filtros paso-bajas y una clase limitada de filtros paso banda.

La transformación bilineal consiste en mapear del plano s al plano z . Este método permite calcular $H(z)$ directamente de $H(s)$. Sea $H(s)$ la función de transferencia que denota al sistema en el tiempo continuo y sea $H(z)$ la función de transferencia del sistema discreto, la transformación bilineal se obtiene al substituir la expresión (1.7) en $H(z)$, es decir,

$$s = \frac{2}{T} \left(\frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}} \right) \quad (1.7)$$

$$H(z) = H(s) \Big|_{s = \frac{2}{T} \left(\frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}} \right)} \quad (1.8)$$

La transformación bilineal mapea la mitad izquierda del plano analógico en un círculo unitario en el dominio discreto. Al realizarse la discretización los polos de $H(s)$ que se encontraban en la mitad izquierda del plano ahora se encuentran en el círculo unitario, por lo tanto, el proceso de discretización conserva la estabilidad del sistema. Esta es una propiedad bastante deseable en cualquier sistema.

Cuando se realiza el proceso de discretización, la expresión (1.9) no se satisface puesto que la transformación bilineal emplea la aproximación $z=e^{sT}$. Como resultado, si $H(s)$ es la función de transferencia de un filtro con frecuencia de corte ω_c en -3dB , en general, el correspondiente punto de corte en el dominio discreto no será igual a $\omega_c T$. Este fenómeno se conoce con el nombre de efecto *warping*.

$$H(\Omega_0) = H\left(\frac{\Omega_0}{T}\right) \quad \text{para} \quad 0 \leq |\Omega_0| \leq \pi \quad (1.9)$$

La cantidad de efecto warping puede corregirse de la siguiente manera. Sea $z=e^{j\Omega}$, substituyendo esta expresión en la ecuación (1.10) se obtiene (1.11)

$$H(z) = H\left(\frac{2z-1}{Tz+1}\right) \quad (1.10)$$

$$H(\Omega) = H(z)|_{z=e^{j\Omega}} = H\left(\frac{2e^{j\Omega}-1}{Te^{j\Omega}+1}\right) \quad (1.11)$$

Puesto que la transformación bilineal inversa mapea el círculo unitario dentro del eje $j\omega$, el punto $(2/T)[(e^{j\Omega}-1)/(e^{j\Omega}+1)]$ debe ser equivalente al mismo punto en el eje $j\omega$, es decir,

$$j\omega = \frac{2e^{j\Omega}-1}{Te^{j\Omega}+1} \quad (1.12)$$

para cualquier valor de ω . Por lo tanto,

$$\begin{aligned} \omega &= \frac{2 \left(\frac{1}{j}\right) (e^{j\Omega} - 1)}{T e^{j\Omega} + 1} \\ \omega &= \frac{2 \left(\frac{1}{2}\right) (e^{j(\Omega/2)} - e^{-j(\Omega/2)})}{T \left(\frac{1}{2}\right) (e^{j(\Omega/2)} + e^{-j(\Omega/2)})} \\ \omega &= \frac{2}{T} \tan \frac{\Omega}{2} \end{aligned} \quad (1.13)$$

La relación inversa es

$$\Omega = 2 \tan^{-1} \frac{\omega T}{2} \quad (1.14)$$

Combinando (1.11) y (1.12) se tiene que

$$H(\Omega) = H(\omega) \quad (1.15)$$

Donde Ω está dada por la expresión (1.14)

Resumiendo, si ω_c es el punto donde el filtro con función de transferencia $H(s)$ tiene -3dB , su correspondiente punto en el dominio discreto será

$$\boxed{\Omega_c = 2 \tan^{-1} \frac{\omega_c T}{2}} \quad (1.16)$$

donde T es el período de muestreo del sistema.

1.4 FILTROS CON RESPUESTA FINITA AL IMPULSO (FIR)

Los filtros con respuesta a impulso finita (FIR) han sido referidos en la literatura como filtros *transversales* o filtros *no recursivos*. El término no recursivo se debe a que la salida en un instante n depende de k muestras pasadas de la entrada.

Este tipo de filtro posee ciertas características deseables. Un filtro no recursivo es estable por no tener polos en su función de transferencia, además pueden ser diseñados para tener la fase lineal. Las posibles desventajas asociadas a un filtro FIR no recursivo es el alto orden que usualmente se requiere para obtener las especificaciones.

Como se mencionó anteriormente un sistema FIR lineal e invariante en el tiempo (LTI) puede caracterizarse completamente por su ecuación en diferencias o su función de transferencia.

$$y(n) = \sum_{k=0}^N b_k x(n-k) \quad (1.17)$$

$$H(z) = \sum_{k=0}^N b_k z^{-k} \quad (1.18)$$

La función de transferencia $H(z)$ de cualquier filtro no recursivo es una función polinomial en la variable de retraso z^{-1} y no tiene polos en el plano z , excepto posiblemente para $z=0$. Consecuentemente, un filtro no recursivo siempre será estable.

La estructura más común para este tipo de filtros es la transversal. Dicha estructura se deriva de la Directa Canónica, Figura 1.7.

También existen varios métodos para diseñar un filtro FIR. En esta sección se mencionará el más sencillo conocido como *Método de ventana*. A diferencia de los filtros IIR, este tipo de filtros no se diseñan en base a un modelo analógico sino que todo el proceso se realiza en el dominio discreto. Por lo tanto, las técnicas para diseñar un filtro FIR emplean una aproximación de la respuesta en frecuencia deseada de un sistema discreto.

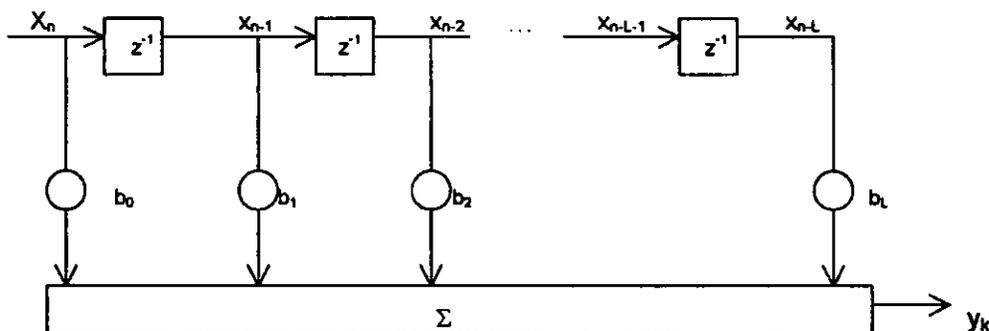


Figura 1.7: Estructura de un filtro FIR.

La respuesta en frecuencia de un filtro no causal FIR se muestra en la figura 1.8 para el cual su respuesta en frecuencia se define mediante la expresión (1.19)

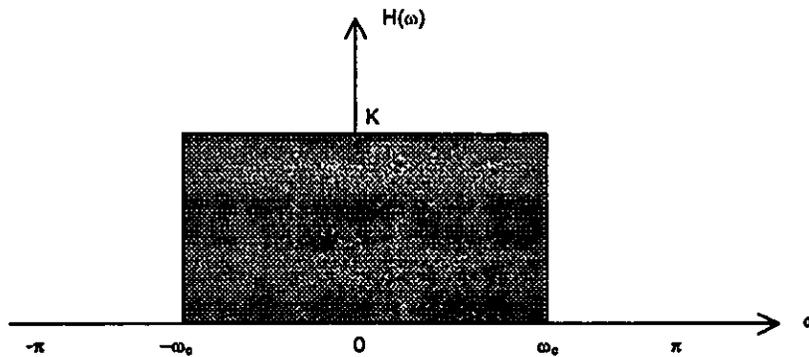


Figura 1.8: Filtro FIR no causal

$$H(\omega) = \begin{cases} ke^{-j\omega\alpha}, & -\omega_c < \omega < \omega_c \\ 0 & \text{otro caso} \end{cases} \quad (1.19)$$

empleando la identidad de Euler la ecuación (1.19) se puede escribir de la siguiente manera:

$$H(\omega) = k\cos(\alpha\omega) - jk\sin(\alpha\omega) \quad (1.20)$$

Por otro lado, la respuesta en frecuencia de un filtro FIR se puede aproximar mediante una Serie de Fourier

$$H(\omega) = h(0) + h(1)e^{-j\omega} + h(2)e^{-2j\omega} + h(3)e^{-3j\omega} + \dots + h(q)e^{-qj\omega}$$

$$H(\omega) = \sum_{n=0}^q h(n)e^{-j\omega n} \quad (1.21)$$

y de igual manera, al emplearse la identidad de Euler se obtiene la expresión (1.22)

$$H(\omega) = \sum_{n=0}^q h(n) \cos(\omega n) - j \sum_{n=0}^q h(n) \operatorname{sen}(\omega n) \quad (1.22)$$

Ahora se igualan los términos de las ecuaciones (1.20) y (1.22)

$$\frac{k \operatorname{sen}(\alpha \omega)}{k \cos(\alpha \omega)} = \frac{\sum_{n=0}^q h(n) \operatorname{sen}(\omega n)}{\sum_{n=0}^q h(n) \cos(\omega n)} \quad (1.23)$$

después de realizarse todas las simplificaciones pertinentes, la respuesta de un filtro FIR es

$$H(\omega) = \sum_{n=0}^N h(n) \operatorname{sen}(\alpha \omega - n \omega) \quad (1.24)$$

donde $\alpha = (N-1)/2$

N= orden del Filtro

Si se hace una comparación entre la ecuación (1.18) y (1.24) se observará que existe una semejanza. Los términos de la respuesta al impulso del sistema corresponden a los coeficientes del filtro y las componentes de la función seno corresponden a la variable de retraso z^{-k} . Por lo tanto, solamente resta calcular los coeficientes del filtro. La expresión (1.25) permite realizar esta tarea.

$$b_{.k} = h_k = \frac{\operatorname{sen}(f_{c_0} k \pi)}{k \pi} \quad (1.25)$$

donde f_{c_0} es la frecuencia de corte normalizada.

CAPÍTULO 2: PROCESAMIENTO ADAPTABLE DE SEÑALES

Históricamente, las bases para el procesamiento adaptable de señales evolucionaron de las técnicas desarrolladas para el diseño de controles de sistemas variantes con el tiempo. En la década de los sesentas, gracias al trabajo de Bernard Widrow y sus colegas, esta técnica se empezó a reconocer como otra categoría en el procesamiento digital de señales. Por un periodo de tiempo, la utilización del procesamiento adaptable de señales fue limitada, sin embargo, a mediados de la década de los setentas, el tema adquirió popularidad pudiéndose apreciar hasta nuestros días.

Los avances de la tecnología digital y el incremento de la capacidad de cómputo propiciaron la popularidad de este tópico, resultando en el auge del procesamiento adaptable de señales como un "todo". Nuevas aplicaciones para el procesamiento adaptable de señales han sido reconocidas debido a los crecientes esfuerzos de investigación. Este campo continúa expandiéndose a través de los continuos desarrollos en circuitos integrados a gran escala (VLSI) y hardware digital, el cual ha hecho posible técnicas adaptables para aplicaciones en tiempo real.

El objetivo de este capítulo es mostrar el funcionamiento de un sistema adaptable. En primer lugar se presentará el desarrollo básico y la descripción matemática del proceso adaptable. El funcionamiento de los sistemas adaptables puede ser analizado en el dominio del tiempo o en el dominio de la frecuencia; en general el análisis en el dominio de la frecuencia tiende a ser más elegante y complicado. Por lo tanto, la caracterización del sistema adaptable se realizará en el dominio del tiempo y se evitará el uso de transformadas, funciones de transferencia, etc., tanto como sea posible. Seguidamente, se analizará al procesador adaptable, el cual es un filtro digital no recursivo variante con el tiempo, siendo la parte más importante del procesamiento adaptable de señales. Al final del capítulo se desarrollará el Algoritmo de Mínimos Cuadrados, mejor conocido como algoritmo LMS (Least Mean Square), el cual es el algoritmo más simple, más importante y más empleado para ajustar los coeficientes de un sistema adaptable lineal.

2.1 SISTEMAS ADAPTABLES

Un sistema adaptable es aquel que contiene un conjunto de parámetros ajustables a los que se les asigna valores automáticamente, donde estos valores están basados en estimaciones de características estadísticas relevantes de las señales que maneja.

La principal diferencia entre los métodos de Procesamiento Adaptable de Señales y las técnicas descritas en el capítulo anterior es el manejo de sistemas digitales variantes con el tiempo, es decir, los sistemas que se diseñaron en el capítulo 1 son de parámetros fijos. El sistema general para un procesamiento adaptable se ilustra en la Figura 2.1, donde $H_k(z)$ indica una función de transferencia variante con el tiempo.

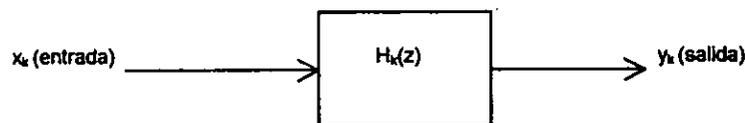


Figura 2.1: Sistema General de Procesamiento Adaptable

Las características de la función de transferencia $H_k(z)$ cambian, o se adaptan, de acuerdo a las condiciones que presentan las señales de entrada y salida. Para caracterizar completamente el sistema digital de la Figura 2.1, sería necesario analizar su respuesta cada vez que los coeficientes son modificados. Dado que más adelante se trabajará con un algoritmo que actualiza los coeficientes cada intervalo de muestreo, resulta poco práctico una caracterización completa en un sentido convencional. Por lo tanto, se empleará el análisis de la Superficie de Control para la descripción del sistema adaptable.

Para comenzar, en esta parte solamente se desea mostrar los elementos básicos de un Sistema Adaptable, Figura 2.2, el cual se puede aplicar en situaciones prácticas.

Si x es la señal de entrada al sistema y d es la respuesta deseada, entonces, la señal de error e es la diferencia entre la señal de respuesta deseada y la señal de salida del procesador y . Empleando la señal de error, un algoritmo adaptable ajusta la estructura del sistema, alterando las características de su respuesta mediante la minimización de un estimador basado en el error, cerrando así el lazo.

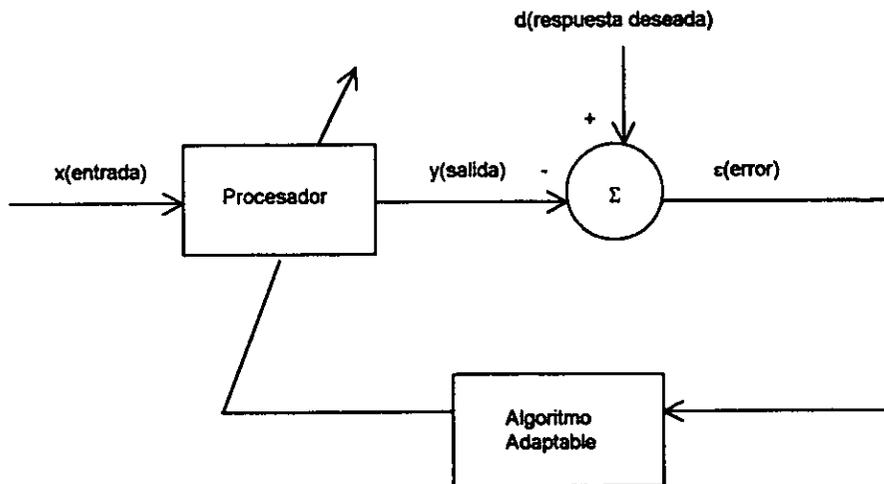


Figura 2.2: Esquema de un Sistema Adaptable Básico

El término *respuesta deseada* es ambiguo en cierta manera, pero se mantendrá por ser compatible con la literatura. Si se tuviera acceso a la verdadera respuesta deseada, no tendría razón de existir el Sistema Adaptable. De hecho, la definición de este concepto depende de la aplicación que se quiera realizar y frecuentemente es la parte más difícil de especificar.

2.2 EL FILTRO ADAPTABLE NO RECURSIVO

En la Figura 2.2 existe una "caja negra" etiquetada con el nombre de *procesador*, ésta contiene la parte fundamental en el Procesamiento Adaptable de Señales: *el Filtro Adaptable No Recursivo*, el

cual aparece en una forma u otra en la mayoría de los sistemas que poseen características o parámetros adaptables y se puede decir que es el elemento más sencillo e importante en los sistemas con capacidad de aprendizaje y procesos adaptables en general. En esencia, se trata de un Filtro Digital no Recursivo con Respuesta Finita al Impulso (FIR) variante con el tiempo.

En la Figura 2.3. se muestra la estructura general de este tipo de filtro. Existe un vector de la señal de entrada con elementos $x_k, x_{k-1}, \dots, x_{k-L}$, un conjunto de coeficientes ajustables $w_{0k}, w_{1k}, \dots, w_{Lk}$, una unidad de suma y una sola señal de salida y .

De acuerdo al diagrama que se muestra en Figura 2.3, se pueden definir sus parámetros de la siguiente manera:

$$X_k = [x_k, x_{k-1}, \dots, x_{k-L}] \quad (2.1)$$

$$W_k = [w_{0k}, w_{1k}, \dots, w_{Lk}] \quad (2.2)$$

$$y_k = \sum_{l=0}^L w_{lk} x_{k-l} \quad (2.3)$$

$$y_k = W_k X_k^T \quad (2.4)$$

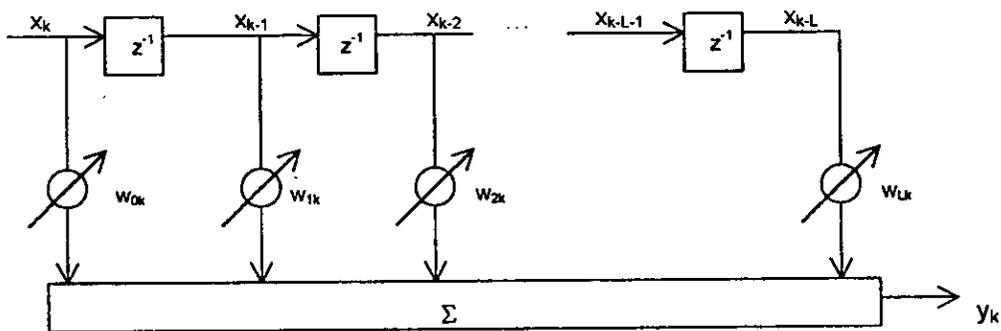


Figura 2.3: Filtro adaptable no recursivo FIR variante con el tiempo.

Se ha incluido el subíndice k en los coeficientes del filtro con el fin de hacerlos variar con respecto al tiempo. Lo anterior es muy importante, ya que la característica de la función de transferencia $H_k(z)$ necesita un constante cambio para adaptarse a las necesidades del problema. En los sistemas de lazo cerrado, como el de la Figura 2.2, el vector de coeficientes o pesos depende de la señal de salida así como también de otros datos. Generalmente, los otros datos representan una respuesta deseada o una señal de entrenamiento. El procedimiento mediante el cual se ajustan los coeficientes es nombrado "Adaptación", "Ajuste de Ganancia" o "Ajuste de Pesos". El Filtro es llamado lineal porque para un conjunto de coeficientes fijos la salida es una combinación lineal de las componentes de entrada. Sin embargo, cuando los coeficientes están en el proceso de adaptación, ellos también están en función de las componentes de entrada y, por lo tanto, la salida ya no es una función lineal de la entrada.

Durante el proceso de adaptación, el vector de coeficientes o pesos del Filtro es ajustado con el fin de que la salida y_k sea lo más parecida posible a la señal de respuesta deseada. Lo anterior se realiza comparando la salida contra la señal deseada, de esta comparación se obtiene una señal de error y por último se ajusta u optimiza el vector de coeficientes para minimizar dicho error. Sin embargo, el error por sí mismo no es una medida que nos indique qué tan bien se está realizando el proceso de adaptación. En un sentido práctico, el proceso adaptable está orientado a minimizar el estimador conocido como Valor Cuadrático Medio o Potencia Promedio de la señal de error. Es decir, la meta es lograr una adaptación para obtener el Mínimo Error Cuadrático Medio $E[\varepsilon^2]_{\min}$.

2.3 SUPERFICIE DE CONTROL

Como se muestra en la Figura 2.4, la señal de error con índice de tiempo k es

$$\varepsilon_k = d_k - y_k \quad (2.5)$$

Substituyendo (2.4) en esta expresión se obtiene

$$\varepsilon_k = d_k - WX_k^T \quad (2.6)$$

Aquí se ha omitido el subíndice k para los coeficientes del Filtro por conveniencia, ya que en esta sección no se desea ajustar los coeficientes. Ahora se eleva al cuadrado la expresión (2.6) para obtener el Error Cuadrático Instantáneo que, como se mencionó anteriormente, es nuestro estimador en el proceso adaptable.

$$\varepsilon_k^2 = d_k^2 - 2d_k W X_k^T + X_k W^T W X_k^T \quad (2.7)$$

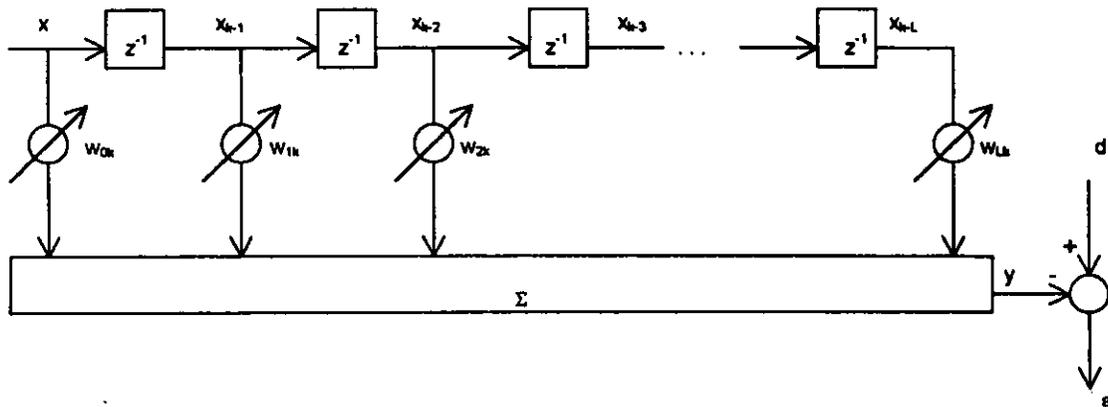


Figura 2.4: Filtro adaptable no recursivo con señales de error y respuesta deseada

A partir de este momento, se asume que d_k y x_k son estadísticamente estacionarios (por una variable estadísticamente estacionaria se entiende que sus propiedades estadísticas no varían en el tiempo) y se toma el valor esperado de (2.7) sobre k . El objeto de emplear valores esperados es con el fin de tener solamente como variable al vector de coeficientes W . Por lo tanto, $E[\varepsilon_k^2] = f(w_0, w_1, \dots, w_n)$

$$E[\varepsilon_k^2] = E[d_k^2] - 2WE[d_k X_k^T] + WE[X_k^T X_k]W^T \quad (2.8)$$

La función del error cuadrático medio puede ser expresada convenientemente en otra forma. Sea R definida como la matriz cuadrada:

$$R = E[X_k^T X_k] = E \begin{bmatrix} x_k^2 & x_k x_{k-1} & \dots & x_k x_{k-L} \\ x_{k-1} x_k & x_{k-1}^2 & \dots & x_{k-1} x_{k-L} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{k-L} x_k & x_{k-L} x_{k-1} & \dots & x_{k-L}^2 \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

Esta matriz se designa como "Matriz de Correlación de la Entrada". Los elementos de la diagonal principal son los valores cuadráticos medios de las componentes de entrada y los términos cruzados son las cross-correlaciones de dichas componentes. Sea P definida como:

$$P = E[d_k X_k^T] = E[d_k x_k \quad d_k x_{k-1} \quad \dots \quad d_k x_{k-L}]^T \quad (2.10)$$

Este vector es la cross-correlación entre la respuesta deseada y las componentes de entrada. Ahora se denomina al valor esperado del Error Cuadrático Medio como ξ y se simplifica la ec.(2.8)

$$MSF \cong \xi = E[\varepsilon_k^2] = E[d_k^2] - 2WP + WRW^T \quad (2.11)$$

Se puede observar al desarrollar la expresión anterior, ec.(2.11), que el Error Cuadrático Medio es una función cuadrática de los coeficientes del Filtro cuando las componentes de entrada y la respuesta deseada son variables estocásticas estacionarias.

Ejemplo de Superficie de Control

Un ejemplo sencillo de un Sistema Adaptable con una entrada se muestra en la Figura 2.5. La entrada y la respuesta deseada son señales senoidales muestreadas a la misma frecuencia, con N muestras por ciclo. Se asume que $N > 2$ para que las muestras de la entrada no sean cero. El origen de dichas señales no es de interés para el ejemplo, del que se desea obtener la superficie de control.

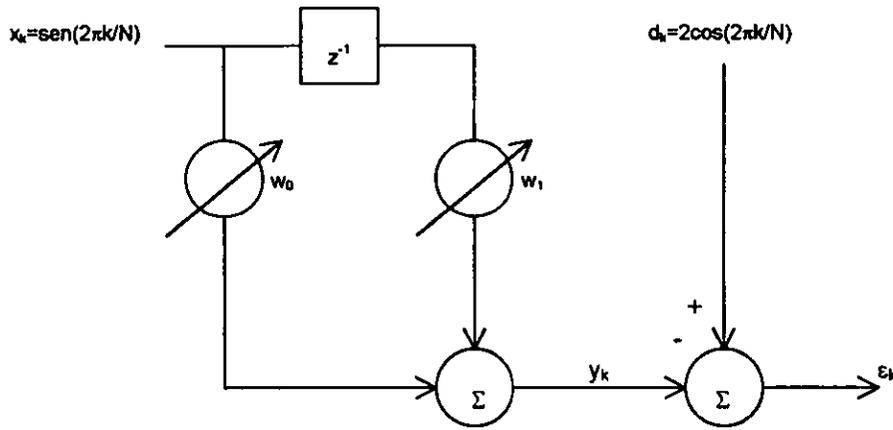


Figura 2.5: Ejemplo de un filtro adaptable no recursivo FIR con dos coeficientes o pesos

Para obtener la función que describe a la superficie de control (2.11) se necesitan los productos esperados de las señales en las expresiones (2.9) y (2.10). Los productos esperados pueden encontrarse mediante la suma de productos sobre uno o más periodos de las señales. Por lo tanto:

$$\begin{aligned}
 E[x_k x_{k-n}] &= \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \text{sen} \frac{2\pi k}{N} \text{sen} \frac{2\pi(k-n)}{N} & (2.12) \\
 &= 0.5 \cos \frac{2\pi n}{N}; \quad n = 0,1
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 E[d_k x_{k-n}] &= \frac{2}{N} \sum_{k=1}^N \cos \frac{2\pi k}{N} \text{sen} \frac{2\pi(k-n)}{N} & (2.13) \\
 &= -\text{sen} \frac{2\pi n}{N}; \quad n = 0,1
 \end{aligned}$$

Se tiene que $E[x_k^2] = E[x_{k-1}^2]$, porque el promedio es sobre k . Substituyendo estos resultados en (2.9) y (2.10), la Matriz de Correlación de la Entrada y el Vector de Correlación P son

$$R = E \begin{bmatrix} x_k^2 & x_k x_{k-1} \\ x_{k-1} x_k & x_{k-1}^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.5 \cos \frac{2\pi}{N} \\ 0.5 \cos \frac{2\pi}{N} & 0.5 \end{bmatrix} \quad (2.14)$$

$$P = E[d_k x_k \quad d_k x_{k-1}]^T = \begin{bmatrix} 0 & -\operatorname{sen} \frac{2\pi}{N} \end{bmatrix}^T \quad (2.15)$$

$$E[d_k^2] = 2 \quad (2.16)$$

Finalmente, utilizando los resultados en la expresión (2.11), la función que describe a la Superficie de Control de este ejemplo es:

$$\begin{aligned} \xi &= E[d_k^2] - 2WP + WRW^T \\ &= 2 - 2[w_0 \quad w_1] \begin{bmatrix} 0 \\ -\operatorname{sen} \frac{2\pi}{N} \end{bmatrix} + 0.5[w_0 \quad w_1] \begin{bmatrix} 1 & \cos \frac{2\pi}{N} \\ \cos \frac{2\pi}{N} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_0 \\ w_1 \end{bmatrix} \\ &= 0.5(w_0^2 + w_1^2) + w_0 w_1 \cos \frac{2\pi}{N} + 2w_1 \operatorname{sen} \frac{2\pi}{N} + 2 \end{aligned}$$

La Superficie de Control se encuentra dibujada en la Figura 2.6 para $N=5$ muestras por ciclo. En esta figura se observa que se trata de una función cuadrática para las variables w_0 y w_1 y que tiene un punto mínimo. El eje vertical representa el error cuadrático medio y los ejes horizontales los valores de los "pesos" o coeficientes del Filtro. La Superficie presenta una forma de "tazón" que en términos estrictos es un paraboloide (hiperparaboloide si existen mas de dos "pesos"). La función debe ser cóncava hacia arriba, en caso contrario, el resultado de la adaptación de los coeficientes daría un resultado negativo en el Error Cuadrático Medio, un resultado imposible con señales físicas reales. Si se graficaran las curvas de nivel de esta superficie, se podría ver que son elipses. Con una Superficie de Control cuadrática solamente existe un punto óptimo, no hay puntos locales.

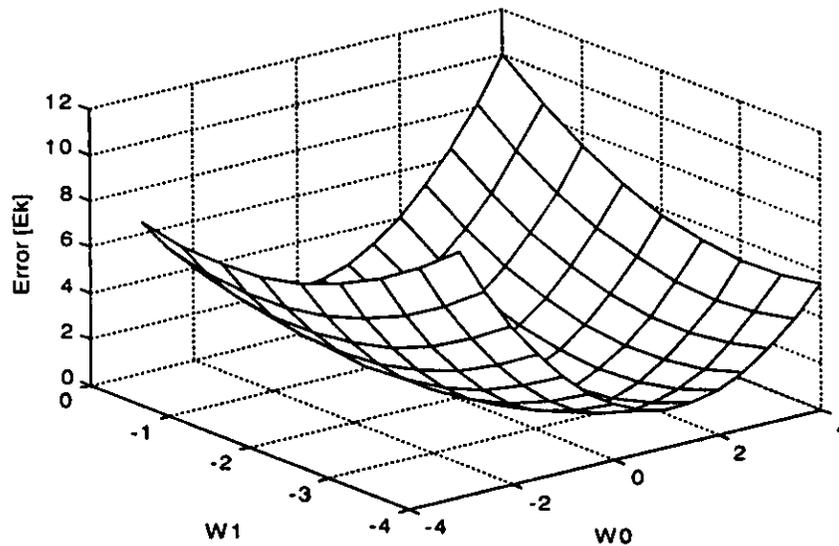


Figura 2.6: Porción de una Superficie de Control en dos dimensiones.

2.4 GRADIENTE Y MÍNIMO ERROR CUADRÁTICO MEDIO.

Una vez solucionado el problema de la Superficie de Control, el siguiente paso es plantear un método que permita alcanzar el punto mínimo de dicha Superficie. Muchos procesos adaptables útiles hacen que el vector de "pesos" busque el punto mínimo de la Superficie de Control mediante un gradiente. El gradiente de la Superficie del Error Cuadrático Medio, designado $\nabla(\xi)$, o simplemente ∇ , puede ser obtenido derivando la ec (3.11) con respecto a W .

$$\nabla \equiv \frac{\delta \xi}{\delta W} = \left[\frac{\delta \xi}{\delta w_0} \quad \frac{\delta \xi}{\delta w_1} \quad \dots \quad \frac{\delta \xi}{\delta w_L} \right]^T \quad (2.17)$$

$$= 2RW^T - 2P \quad (2.18)$$

donde R y P están dados por la expresiones (2.9) y (2.10) respectivamente.

Para obtener el Mínimo Error Cuadrático Medio, el vector de coeficientes del filtro deberá estar en su valor óptimo W^* , donde el gradiente es igual a cero:

$$\nabla = 0 = 2RW^{*T} - 2P \quad (2.19)$$

Asumiendo que R es una matriz no singular, el vector óptimo W^* (también conocido como el vector de Wiener) se puede encontrar en la ec. (2.19). Despejando se obtiene

$$W^* = [R^{-1}P]^T \quad (2.20)$$

Ahora, el Mínimo Error Cuadrático Medio se encuentra substituyendo (2.20) en (2.11):

$$\begin{aligned} \xi_{min} &= E[d_k^2] + W^{*T} RW^* - 2P^T W^* \\ &= E[d_k^2] + [R^{-1}P]^T R [R^{-1}P] - 2P^T [R^{-1}P] \end{aligned} \quad (2.21)$$

Utilizando tres identidades, se puede obtener una expresión de mayor utilidad:

1. Para cualquier matriz cuadrada: $AA^{-1} = I$
2. $[AB]^T = B^T A^T$
3. Simetría de la Matriz de Correlación de Entrada: $R^T = R; [R^{-1}]^T = R^{-1}$

Finalmente la ec. (2.21) se simplifica de la siguiente manera:

$$\xi_{min} = E[d_k^2] - P^T R^{-1} P = E[d_k^2] - P^T W^* \quad (2.22)$$

Ejemplo de Vector Gradiente, Vector de Wiener y ξ_{min}

Utilizando el ejemplo anterior, se encontrarán las expresiones que describan al Gradiente, el Vector de Wiener y ξ_{min} . El Vector Gradiente en cualquier punto w_0, w_1 puede ser encontrado al substituir las expresiones (2.14) y (2.15) en (2.19)

$$\begin{aligned} \nabla &= 2RW^{*T} - 2P \\ &= \begin{bmatrix} 1 & \cos \frac{2\pi}{N} \\ \cos \frac{2\pi}{N} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_0 \\ w_1 \end{bmatrix} - 2 \begin{bmatrix} 0 \\ -\operatorname{sen} \frac{2\pi}{N} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} w_0 + w_1 \cos \frac{2\pi}{N} \\ w_0 \cos \frac{2\pi}{N} + w_1 + 2 \operatorname{sen} \frac{2\pi}{N} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.23)$$

El vector de Wiener para este ejemplo, W^* , puede ser encontrado formalmente en la ec. (2.20) invirtiendo R, o también igualando ∇ a cero en (2.23). Estas son, por supuesto, operaciones equivalentes y en cualquier caso el resultado obtenido es

$$W^* = \begin{bmatrix} 2 \cot \frac{2\pi}{N} & -2 \operatorname{csc} \frac{2\pi}{N} \end{bmatrix}^T \quad (2.24)$$

Finalmente, el Mínimo Error Cuadrático Medio para este ejemplo se obtiene substituyendo (2.15) y (2.24) en (2.22):

$$\begin{aligned} \xi_{min} &= E[d_k^2] - P^T W^* \\ &= 2 - \begin{bmatrix} 0 & -\operatorname{sen} \frac{2\pi}{N} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \cot \frac{2\pi}{N} \\ -2 \operatorname{csc} \frac{2\pi}{N} \end{bmatrix} = 0 \end{aligned} \quad (2.25)$$

Este resultado dice que en efecto los coeficientes de la Figura 2.6 pueden ser ajustados para reducir c_k a cero para cualquier valor de N .

2.5 ALGORITMOS ADAPTABLES

Si las señales que maneja el sistema adaptable son estacionarias y tienen propiedades estadísticas no variantes con el tiempo, la Superficie de Control permanece fija en su sistema de coordenadas. Entonces, el proceso adaptable consiste en empezar en algún punto de la Superficie, proceder a la vecindad del punto mínimo y permanecer ahí. En cambio, si las señales son no estacionarias y sus propiedades estadísticas cambian lentamente, se puede ver a la Superficie de Control como si estuviera moviéndose en su sistema de coordenadas, como si estuviera sufriendo una deformación o como una superficie difusa. El proceso adaptable en este caso consiste no solamente en llegar a la vecindad del punto mínimo, sino también en seguir a éste donde quiera que vaya en su sistema coordinado.

Se ha visto que la Superficie del Error Cuadrático para un Filtro Adaptable no Recursivo FIR variante con el tiempo es una función cuadrática de los coeficientes cuando la señal de entrada y la respuesta deseada son estadísticamente estacionarias. Sin embargo, en muchas aplicaciones de interés, los parámetros de dicha Superficie son desconocidos y su descripción analítica no está disponible. Una solución a este problema puede obtenerse promediando el Error Cuadrático sobre un periodo de tiempo. Debido a que en situaciones reales no es muy práctico calcular el gradiente mediante los métodos descritos anteriormente, se debe pensar en un método numérico que permita estimar el cálculo del gradiente y obtener paulatinamente los valores óptimos de los coeficientes del filtro que minimizen el Error Cuadrático.

Habiéndose definido la Superficie de Control para los sistemas adaptables cuyas señales son estadísticamente estacionarias, a continuación se desarrollará un algoritmo para ajustar los coeficientes del Filtro, de tal manera que se pueda descender sobre la Superficie para obtener el Mínimo Error Cuadrático Medio. El algoritmo trabaja en ambientes no estacionarios así como en ambientes

estacionarios, por lo que se dice que éste tiene la capacidad de seguir o rastrear el punto mínimo en la Superficie de Control.

En esta parte se muestra un algoritmo que desciende sobre la Superficie de Control conocido como el Algoritmo de Mínimos Cuadrados, o en Inglés Least-Mean-Square (LMS). Este Algoritmo utiliza un estimador especial del gradiente que es válido para el Filtro Adaptable no Recursivo FIR. El algoritmo LMS es importante en razón de su simplicidad y fácil cómputo y además porque no requiere repetición de datos o estimaciones del gradiente fuera del proceso. Si el Sistema Adaptable es un filtro FIR adaptable, con el vector de entrada X_k y el vector de respuesta deseada d_k en cada iteración, el algoritmo LMS es generalmente la mejor opción para diferentes aplicaciones del procesamiento adaptable de señales.

2.6 EL ALGORITMO LMS

El algoritmo LMS es el más simple y probablemente el algoritmo adaptable más utilizado en nuestros días. Este algoritmo apareció por primera vez en la literatura a mediados de la década de los sesentas y desde entonces ha provisto las bases para gran cantidad de investigación así como evolución de otros algoritmos adaptables.

Para el algoritmo LMS, la función de transferencia de la Figura (2.1) es un filtro no recursivo FIR variante con el tiempo. Empleando una ecuación en diferencias la salida del filtro es:

$$y_k = w_{0k}x_k + w_{1k}x_{k-1} + w_{2k}x_{k-2} + \dots + w_{nk}x_{k-n}$$
$$y_k = \sum_{n=0}^L w_{nk}x_{k-n} \quad (2.26)$$

donde la característica de variación en el tiempo del filtro está descrita por la notación w_{nk} . Cuando el filtro adaptable se diseña empleando la estructura directa de un FIR, la Superficie de Control es una función cuadrática de los coeficientes del filtro y, por lo tanto, tiene un punto mínimo. En la Figura 2.7 se ilustra el caso de un solo coeficiente ($L=0$), donde $w_0(0)$ corresponde a la condición inicial y w^*_0 al caso óptimo, es decir, la solución del Mínimo Error Cuadrático Medio (MECM). Para un caso más general, la Superficie es una función parabólica en un espacio $(L+2)$ -dimensional.

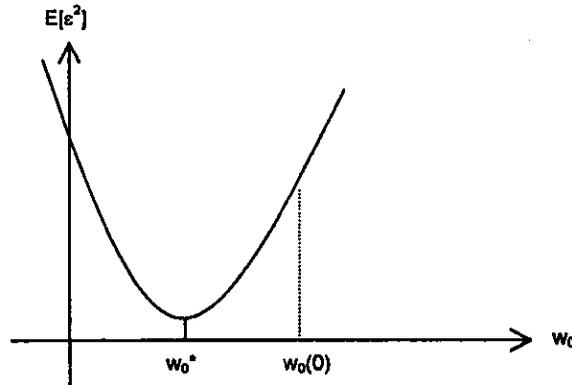


Figura 2.7: Superficie de Control para un filtro de un coeficiente

El objetivo del proceso adaptable es ajustar los coeficientes del filtro, de tal manera que comiencen en cualquier condición inicial $w_n(0)$ y tiendan a la solución del MECM w_n^* . En situaciones prácticas no se trata con la Superficie de Control como se describió anteriormente. Al trabajar en ambientes no estacionarios el proceso adaptable continuamente debe ajustar los coeficientes en orden de seguir a la solución del MECM, por lo tanto, en Análisis Adaptable de Señales comúnmente se asume que las características estadísticas de las señales cambian lentamente por lo que se pueden considerar como señales estacionarias.

El punto a destacar para desarrollar el Algoritmo LMS es que se toma al mismo ε_k^2 como estimador de ξ_k . Entonces, en cada iteración del proceso adaptable, se tiene un estimador del gradiente de la siguiente forma:

$$\nabla_k = \begin{bmatrix} \frac{\delta \varepsilon_k^2}{\delta w_0} \\ \vdots \\ \frac{\delta \varepsilon_k^2}{\delta w_l} \end{bmatrix} = 2\varepsilon_k \begin{bmatrix} \frac{\delta \varepsilon_k}{\delta w_0} \\ \vdots \\ \frac{\delta \varepsilon_k}{\delta w_l} \end{bmatrix} = -2\varepsilon_k X_k \quad (2.27)$$

La técnica empleada por el algoritmo LMS para actualizar los coeficientes del filtro está basada en el método del *escalonado descendente* (steepest descent). Empleando notación vectorial dicho método se describe así:

$$W_{k+1} = W_k - \mu \nabla_k \quad (2.28)$$

donde μ es el parámetro que controla la velocidad de convergencia y la estabilidad de la adaptación. Se observa de la expresión (2.28) que los coeficientes actualizados son proporcionales al negativo del gradiente de la Superficie de Control. Por lo tanto, cuando ∇_k es conocido a cada paso del proceso adaptable, el ajuste siempre da por resultado un "mejor filtro", es decir, el Error Cuadrático Medio disminuye en cada iteración. En adición, una vez que la solución del Mínimo Error Cuadrático Medio es hallada, el gradiente alcanza un valor de cero, así los coeficientes permanecen en sus valores óptimos. Substituyendo la ec. (2.27) en (2.28)

$$W_{k+1} = W_k + 2\mu \varepsilon_k X_k \quad (2.29)$$

donde ε es el error del sistema adaptable y X_k es el vector de entrada.

El parámetro μ desempeña un papel muy importante en el funcionamiento del sistema adaptable. La estimación del gradiente empleada por el algoritmo LMS para actualizar los coeficientes del filtro está basada en el valor instantáneo ε_k^2 . Como se trata de un estimador, se espera que el valor contenga "ruido" y, por consiguiente, una sencilla actualización del vector W podría contener una cantidad considerable de error. Por lo tanto una μ muy grande podría resultar en un proceso adaptable que nunca convergiera a la solución MECM. Contrariamente, si μ es demasiado pequeña, la adaptación sería demasiado lenta o, en el peor caso, el sistema no podrá reaccionar suficientemente rápido para trabajar con la estadística de las señales. Para evitar cualquiera de estas dos condiciones, μ nunca debe ser ni muy grande ni muy pequeña. En situaciones prácticas un valor apropiado para el parámetro que regula la velocidad de convergencia y la estabilidad de adaptación es $\mu < 0.01$. El algoritmo LMS se puede describir mediante el diagrama de flujo que se muestra en la Figura (2.8).

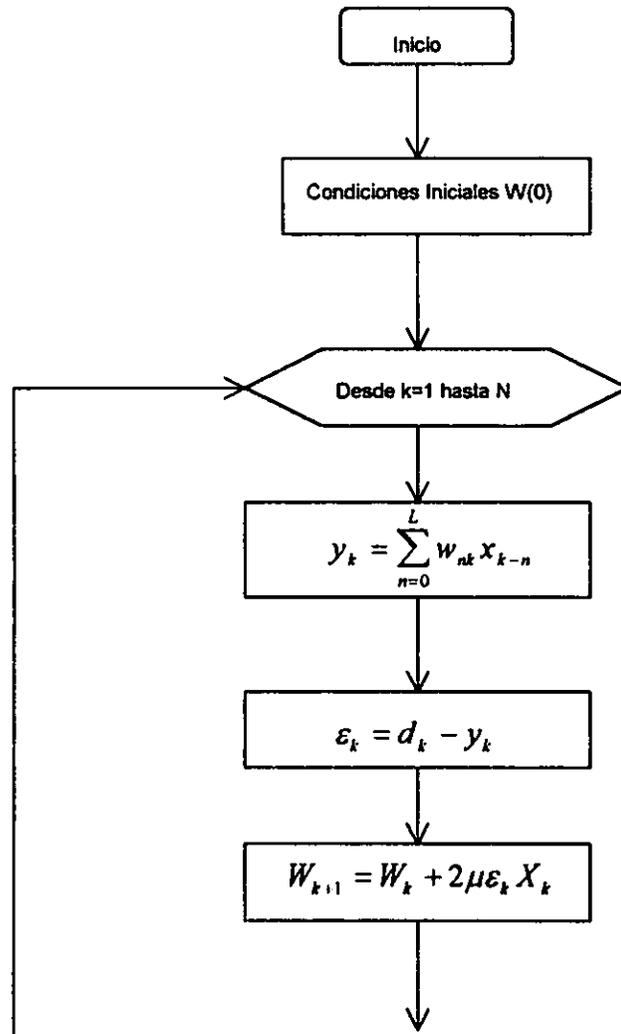


Figura 2.8: Diagrama de flujo para el algoritmo LMS

Ejemplo de Convergencia del LMS

En el siguiente ejemplo se muestra la convergencia del algoritmo LMS para un filtro transversal de orden 16. La entrada al filtro es una señal senoidal de 440 Hz, muestreada a 8 kHz y contaminada con ruido gaussiano. Como señal deseada tenemos una señal cosenoidal también a 440 Hz, cuya amplitud es el doble de la primera.

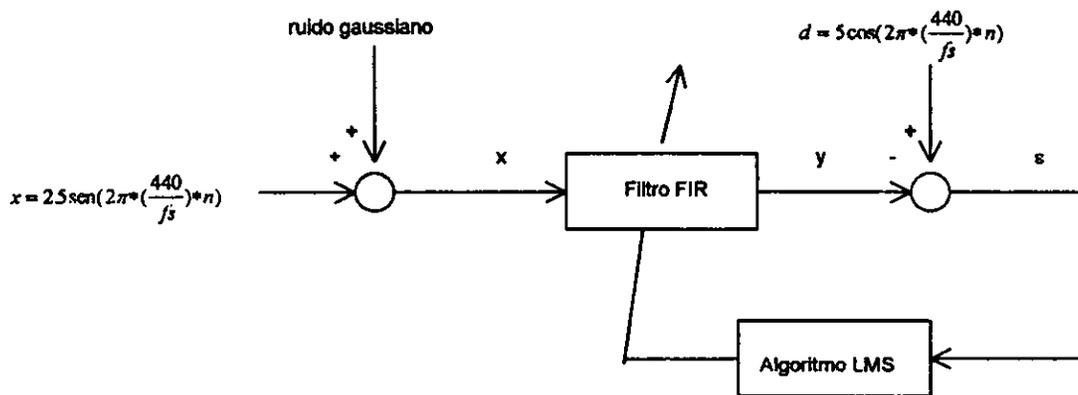
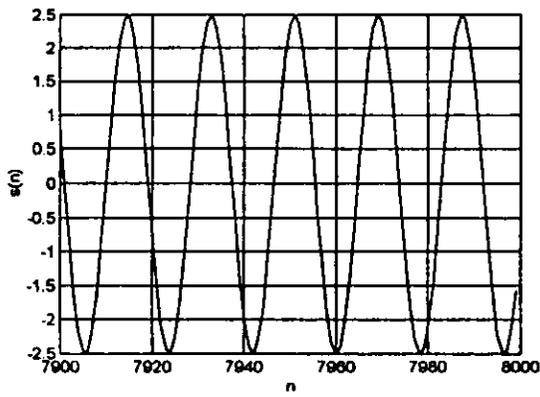
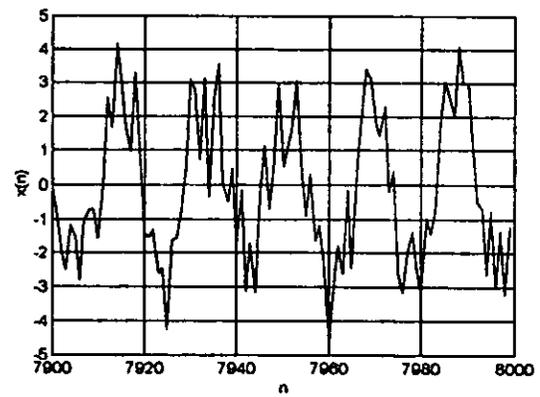


Figura 2.9: Ejemplo de sistema adaptable con señal de ruido gaussiano sumada a la entrada

El listado del programa para este ejemplo se encuentra en el apéndice con el nombre de *pas2_01.m*. Se observa en la Figura 2.10(a) a la señal original, en la Figura 2.10(b) la suma de las señales senoidal y ruido gaussiano, las cuales forman la señal x de entrada al filtro. Al seleccionarse $\mu=0.01$ se obtiene una señal más limpia, como se observa en la Figura 2.11(a), la cual también va creciendo en amplitud. Finalmente en la Figura 2.11(b) se muestra la señal deseada.

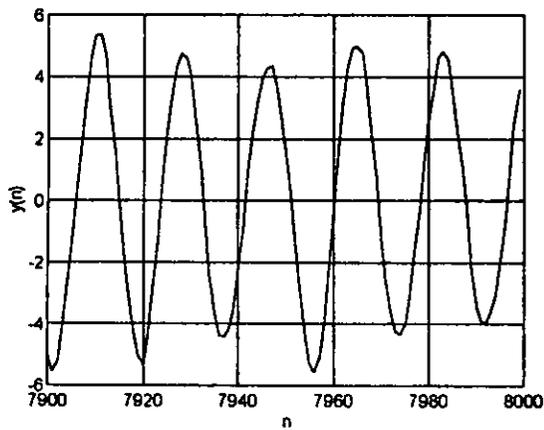


(a)

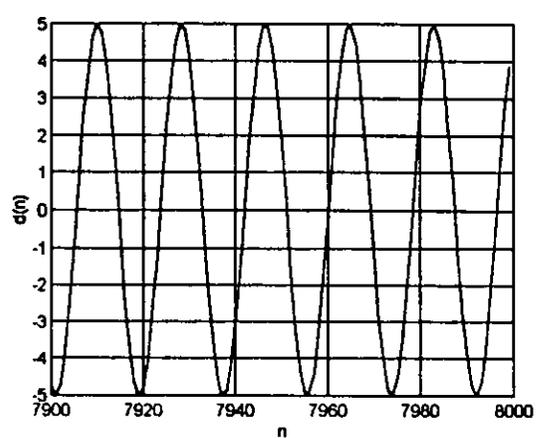


(b)

Figura 2.10: señal original (a) y de entrada (b) al filtro FIR, respectivamente, con $N=16$.



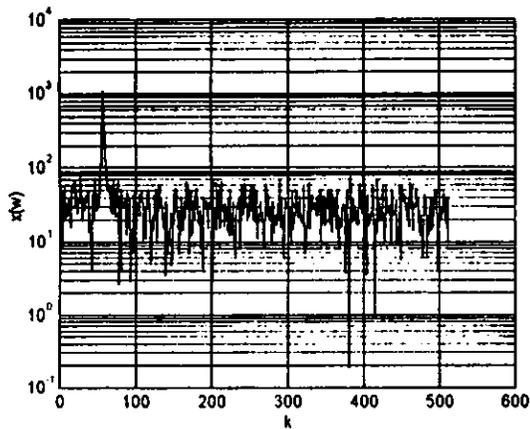
(a)



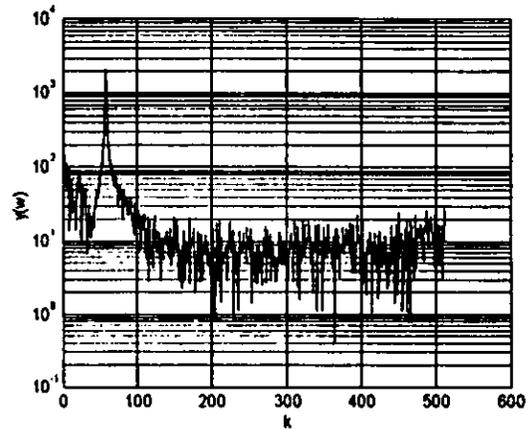
(b)

Figura 2.11: señal filtrada (a) y deseada (b), con $\mu=0.01$.

En la Figura 2.12 se observa la comparación entre el espectro de la señal de entrada y el espectro de la señal de salida. La gráfica tiene su eje de ordenadas con una escala semilogarítmica con el objeto de apreciar la acción de cancelación de ruido. En la Figura 2.12(a) se muestra el espectro de la señal senoidal más el ruido aditivo gaussiano. En la Figura 2.12(b) se nota cómo se deja intacta la componente cosenoidal y se reduce el efecto del ruido en las demás frecuencias.



(a)



(b)

Figura 2.12: comparación entre los espectros de entrada y salida del sistema.

CAPÍTULO 3: SISTEMAS ADAPTABLES PARA MINIMIZAR RUIDO

El método más usual para limpiar una señal contaminada con ruido aditivo es pasar la señal compuesta a través de un filtro que suprima al ruido y deje la señal relativamente sin cambios. El diseño de dichos filtros pertenece al campo del filtrado óptimo, el cual se originó con el trabajo de Wiener, fue extendido y mejorado por Kalman y Bucy entre otros.

Los filtros utilizados para la cancelación de ruido pueden ser de parámetros fijos o variables. El diseño de filtros con parámetros fijos se basa en un conocimiento a priori de las características de la señal y del ruido, en cambio, los filtros adaptables tienen la habilidad de ajustar sus parámetros automáticamente, por lo tanto, su diseño requiere poco o casi nada de conocimiento de dichas características.

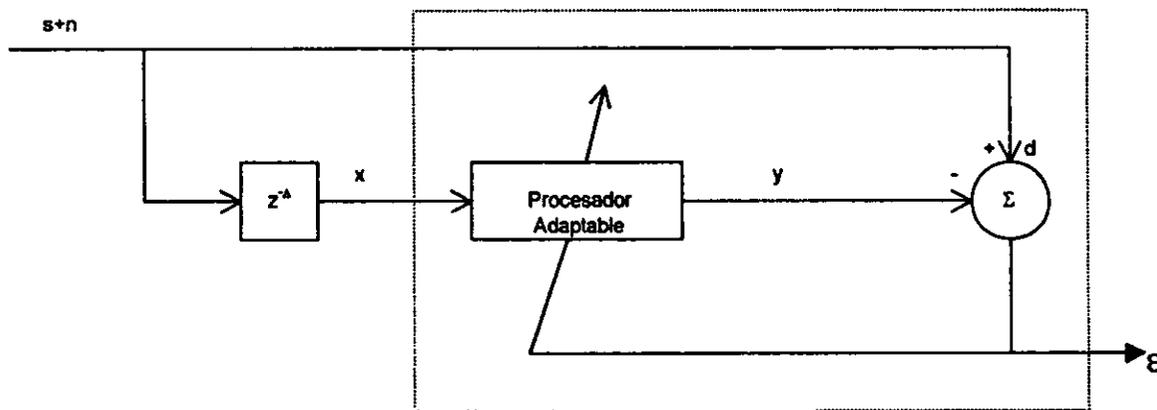
La cancelación de ruido es una variante del filtrado óptimo la cual es ventajosa en muchas aplicaciones. Esta técnica utiliza una entrada auxiliar o de referencia derivada desde uno o más sensores localizados en puntos del campo del ruido donde la señal es débil o indetectable. La entrada es filtrada y restada de una entrada primaria que contiene a la señal y el ruido. Como resultado, el ruido primario es atenuado o eliminado por cancelación. En

otros casos, la señal de respuesta deseada no está disponible y, por lo tanto, hay que realizar una decorrelación entre la señal primaria y la de referencia.

El objetivo en este capítulo es aplicar los elementos teóricos descritos en el capítulo 2 para la minimización de interferencia periódica. Puesto que en la tesis se trabaja con secuencias de señales grabadas se utilizará un esquema donde no está disponible una señal de referencia. Entonces, el primer paso será la descripción de una nueva topología para la cancelación de interferencia. Después se explicará el concepto de correlación de señales, el cual es muy importante para el desarrollo del tema. Finalmente, se propondrá una simulación donde se puedan apreciar los resultados de este tipo de filtros.

3.1 EL PRONOSTICADOR ADAPTABLE

Existen varios casos donde una señal está contaminada con interferencia y no existe una señal de referencia disponible, por ejemplo, una señal de voz inmersa en un ambiente ruidoso contenida en un audio cassette o música grabada donde se escucha el sonido de *hiss* (siseo), característico en las tomamesas. Como se analizó en el capítulo 2, la señal de respuesta deseada es indispensable para que el sistema adaptable pueda desempeñar su trabajo. Para minimizar este tipo de interferencias se muestra en la Figura 3.1 una topología de cancelación de ruido que se conoce como *Pronosticador Adaptable*. La finalidad de insertar un retraso Δ es que la interferencia no esté correlacionada con la señal de interés. Las características más importantes de este esquema son el retraso Δ que aparece antes de la entrada del procesador adaptable y la respuesta deseada del sistema, que ahora es la señal de interés contaminada con interferencia. Este modelo se utiliza en reducción de interferencia periódica y cancelación de ruido.



Pronosticador Adaptable

Figura 3.1: Cancelación de Interferencia Periódica con un Pronosticador Adaptable

En la aplicación de Cancelación de Interferencia Periódica con un Pronosticador Adaptable la entrada de referencia está formada por la señal s y la interferencia n . La entrada primaria es una versión retrasada de la entrada de referencia, $s+n$. Para este caso, la salida del sistema ya no es la respuesta del filtro y , sino el error del sistema e . Posteriormente se mencionará en qué casos la salida es la respuesta del procesador adaptable y .

En los siguientes incisos se analizará el concepto de correlación entre señales y su importancia en el funcionamiento del pronosticador adaptable, ya que es el elemento clave al no tenerse una señal de referencia disponible.

3.2 CORRELACIÓN DE SECUENCIAS PERIÓDICAS

La operación matemáticamente parecida a la convolución es la correlación. Como en el caso de la convolución, la correlación trabaja con dos secuencias de números $x(n)$ y $y(n)$. Sin embargo, el objetivo de calcular la correlación entre dos señales es medir su grado de similitud y extraer información útil que depende de la aplicación. La correlación comúnmente se encuentra en aplicaciones de Radar, Sonar, Comunicaciones Digitales, Geología y otras áreas de Ciencias e Ingeniería.

La correlación de dos señales periódicas se define mediante la siguiente expresión:

$$r_{xy}(l) = \lim_{M \rightarrow \infty} \frac{1}{2M+1} \sum_{n=-M}^M x(n)y(n-l) \quad (3.1)$$

si $x(n)=y(n)$ se tiene la definición de la autocorrelación de una señal periódica:

$$r_{xx}(l) = \lim_{M \rightarrow \infty} \frac{1}{2M+1} \sum_{n=-M}^M x(n)x(n-l) \quad (3.2)$$

en particular, si $x(n)$ y $y(n)$ son dos secuencias periódicas, cada una con periodo N , los promedios indicados por las expresiones (3.1) y (3.2) sobre un intervalo infinito son idénticos a los promedios sobre un simple periodo, reescribiendo (3.1) y (3.2)

$$r_{xy}(l) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x(n)y(n-l) \quad (3.3)$$

$$r_{xx}(l) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x(n)x(n-l) \quad (3.4)$$

Ejemplo de Autocorrelación de una señal periódica

Se desea calcular la autocorrelación de una señal senoidal dada por la siguiente expresión.

$$x = \text{sen}\left(2\pi \times \frac{f}{fs} \times n\right)$$

donde $f=440$ Hz
 $fs=8000$ Hz

El programa para calcular la autocorrelación se encuentra en el apéndice con la referencia pas3_01.m. A continuación se presentan los resultados obtenidos en las Figuras 3.2(a) y 3.2(b)

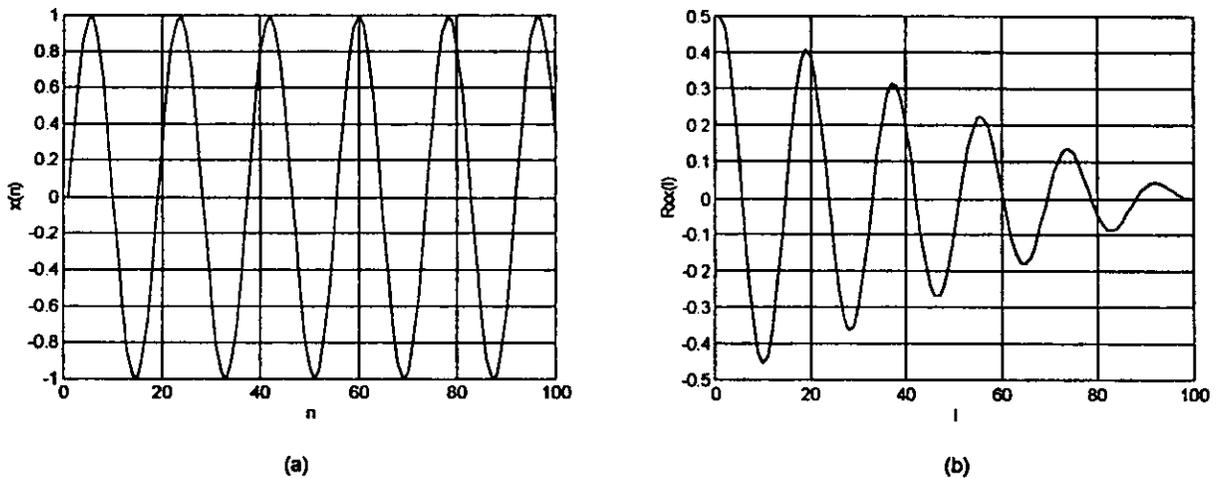


Figura 3.2: Señal original (a) yAutocorreación de la señal senoidal (b)

Como puede observarse en las Figuras 3.2(a) y (b), al calcularse la autocorrelación de una señal senoidal el resultado presenta cierta semejanza con la señal original. La correlación indica qué tanto se parece una señal senoidal con ella misma al desplazarse en el tiempo. Este efecto puede apreciarse mejor en la siguiente figura, donde la señal con línea punteada se mantiene fija mientras que la señal con línea continua se recorre hacia la derecha en el tiempo. Entonces, si se verifica punto a punto las dos señales en el instante en que aparecen en la gráfica se verá que no se parecen mucho, por lo tanto, la correlación tiene un valor pequeño o negativo. Continuando, cuando la señal de línea continua alcanza nuevamente a la otra se trata de la misma señal, por consiguiente, el valor de la correlación será el más alto, indicando así que su similitud es en un grado elevado.

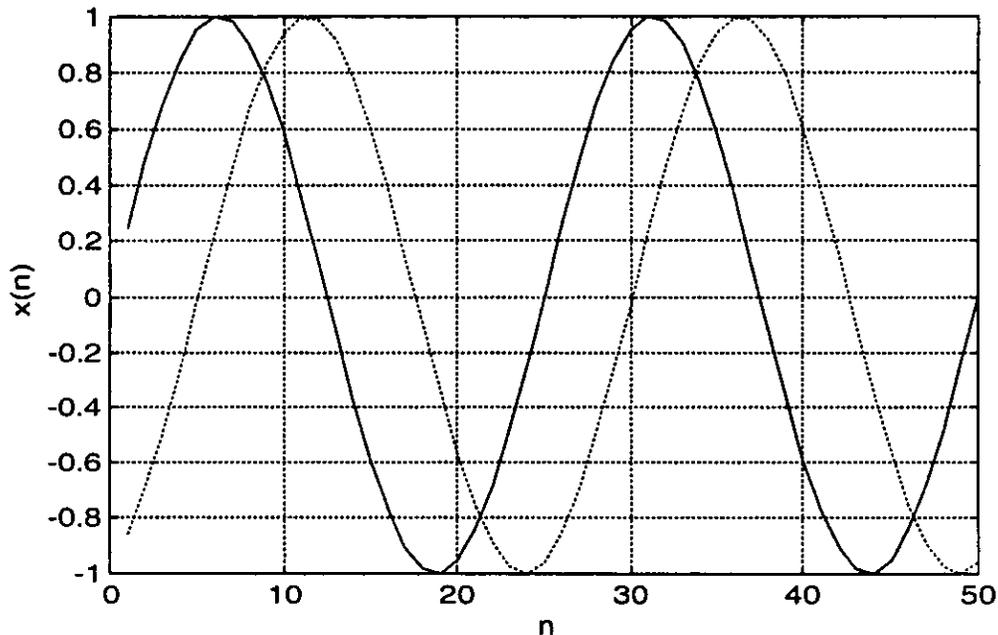


Figura 3.3: Señal senoidal desplazándose en el tiempo

3.3 AUTOCORRELACIÓN DE SEÑALES ALEATORIAS

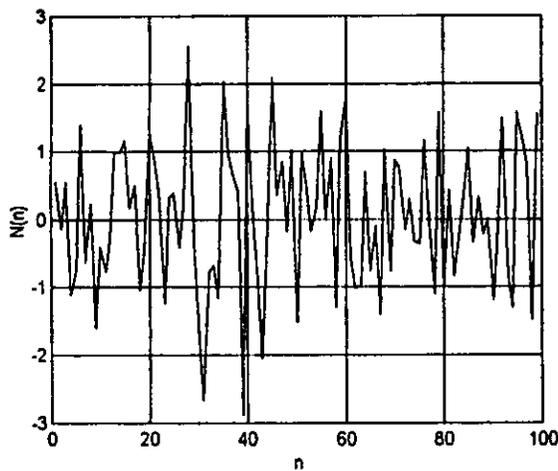
Nuevamente, la correlación de dos señales (en este caso no son necesariamente periódicas) se define mediante la siguiente expresión:

$$r_{xy}(l) = \sum_{n=-M}^M x(n)y(n-l) \quad (3.5)$$

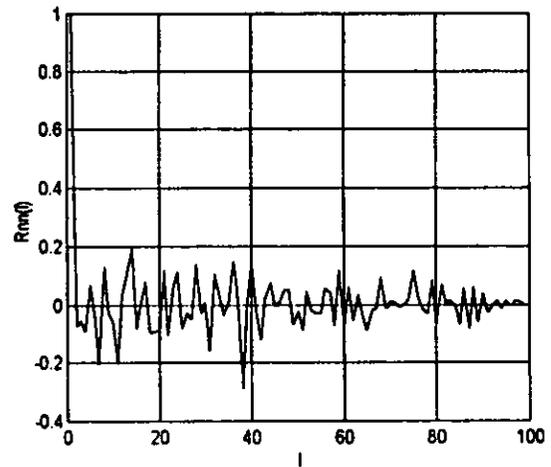
si $x(n)=y(n)$ se tiene la definición de la autocorrelación de una señal

$$r_{xx}(l) = \sum_{n=-M}^M x(n)x(n-l) \quad (3.6)$$

Ahora se desea obtener la autocorrelación de una señal aleatoria para comparar el resultado con las gráficas anteriores. Esta señal se generó en Matlab mediante la función *randn* con una longitud de 100 muestras. El programa para calcular la autocorrelación de una señal aleatoria es el *pas3_02.m*.



(a)



(b)

Figura 3.4: Señal original (a) y Autocorreación de la señal aleatoria (b)

Comparando este resultado con el anterior se puede apreciar que la correlación es una señal aleatoria que presenta su valor máximo en el instante $l=0$. De lo anterior se puede concluir que una señal aleatoria se parece a ella misma solamente en el instante $l=0$.

Ejemplo de Autocorrelación de una señal senoidal y una aleatoria.

Una vez analizados los casos por separado se procederá a calcular la correlación de las señales utilizadas en los ejemplos anteriores con el fin de comprender el funcionamiento del pronosticador adaptable. En el programa pas3_03.m se pretende calcular la correlación de las señales d y x , es decir, la suma del ruido más la señal senoidal y la versión retrasada de éstas 4 unidades en el tiempo.

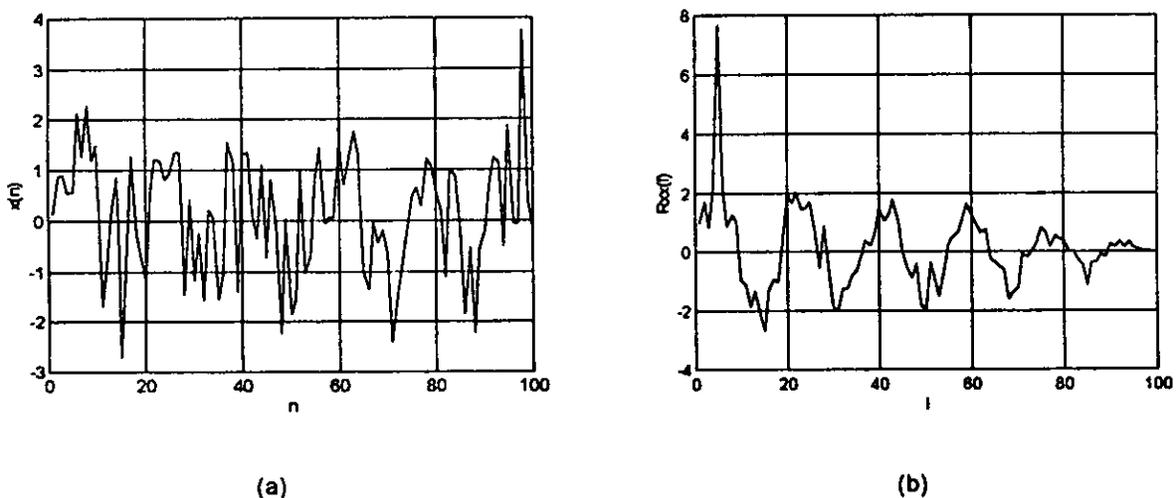


Figura 3.5: Señal original de ruido más señal senoidal (a) y correlación de las señales(b)

En el resultado se puede apreciar que al realizar la correlación de una señal senoidal contaminada con su versión retrasada existe una periodicidad que se asemeja bastante a la de la señal senoidal. Por lo tanto, si se realiza un retraso en el tiempo de la señal $s+n$ se logrará decorrelacionar al ruido de la señal senoidal.

Es importante mencionar que la señal de interés puede ser tanto error del sistema ε como la salida del filtro y ; es decir:

- Si la señal a recuperar es una senoidal contaminada con ruido, entonces la señal de interés será la salida del procesador adaptable.
- Si la señal a recuperar es voz o información (considérese que es una señal aleatoria) contaminada con interferencia periódica, entonces la salida será el error del sistema como se mencionó al principio del capítulo.

Ejemplo de pronosticador adaptable

Considérese el siguiente ejemplo donde d_k contiene una componente senoidal contaminada con ruido blanco. En el caso del ruido blanco un retraso de $\Delta=1$ es suficiente para decorrelacionar el ruido en d_k y x_k . Las señales empleadas son:

$$d_k = \sqrt{2} \operatorname{sen}\left(\frac{2\pi k}{20}\right) + \sqrt{12}(r_k - 0.5)$$

$$x_k = d_{k-1}$$

donde r_k es una secuencia aleatoria generada mediante la función *randn* de Matlab. La amplitud de dichas señales resulta en una relación señal a ruido (SNR) igual a 1. La frecuencia de la señal senoidal es de 1 Hz y la frecuencia de muestreo es de 10 Hz.

Con el objeto de demostrar el efecto de cambiar el parámetro de convergencia, el programa *pas3_04.m* se ejecutó nuevamente con la modificación de $\mu=0.001$. Los resultados se presentan en las Figuras siguientes. Obsérvese que el parámetro de convergencia fue reducido, pero la salida del procesador adaptable, porque en este caso la señal de interés es senoidal, está menos contaminada.

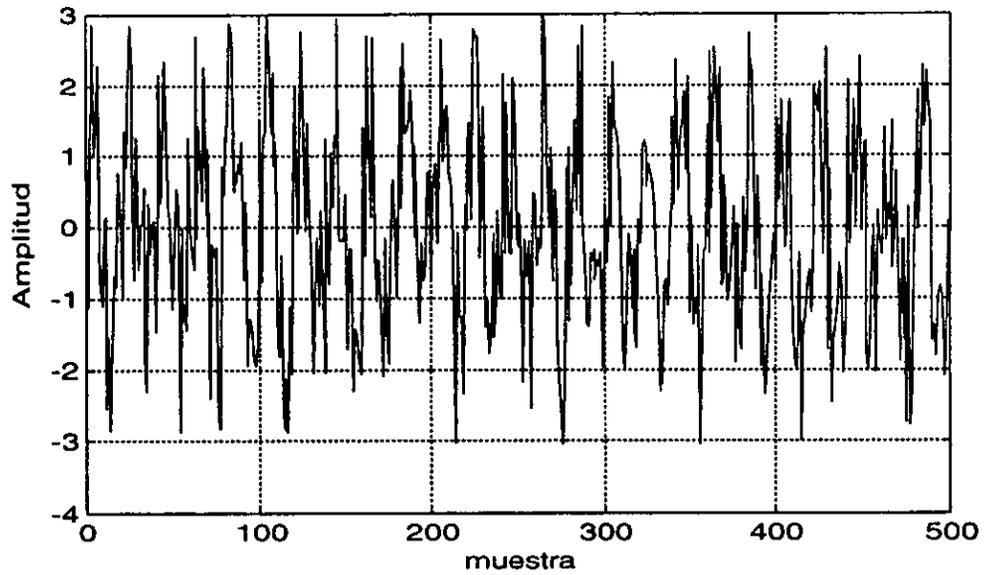


Figura 3.6: Secuencia de Entrada d_k

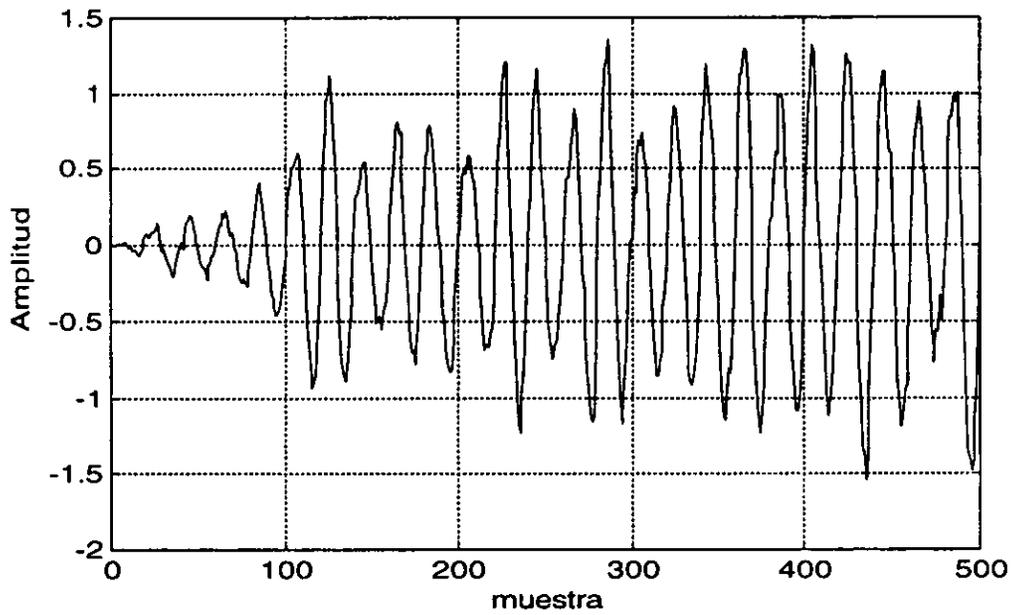


Figura 3.7: Secuencia de Salida del Pronosticador Adaptable y_k , $\mu=0.01$

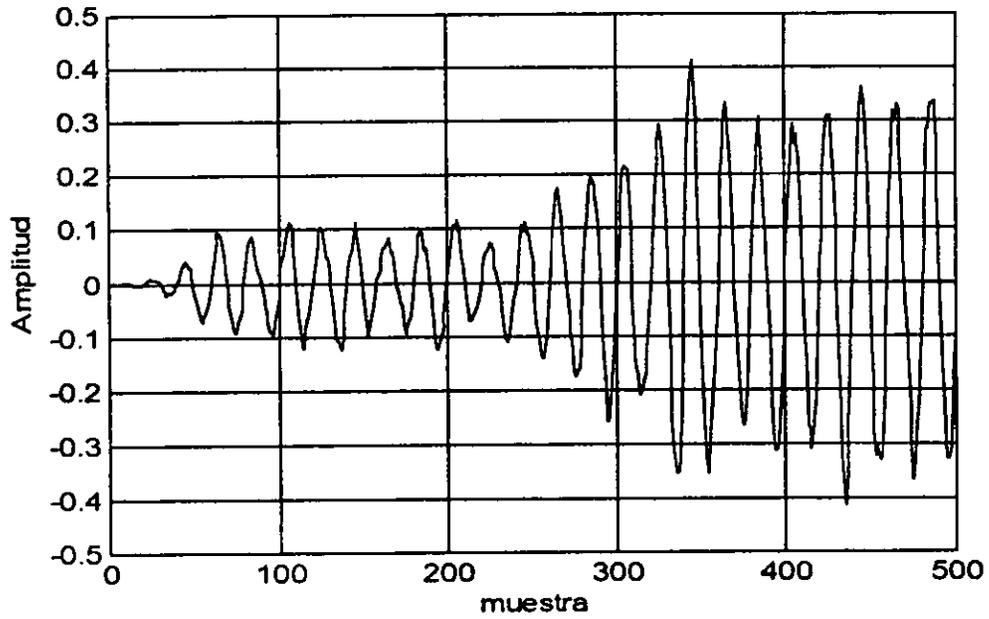


Figura 3.8: Secuencia de Salida del Pronosticador Adaptable y_k , $\mu=0.001$

CAPÍTULO 4: SISTEMAS DIFUSOS

Los *Conjuntos Difusos* fueron desarrollados por el profesor L. A. Zadeh en 1965. Además de algunos especialistas, el mundo no prestó mucha atención en los *Conjuntos Difusos* durante sus primeros 10 años. Recientemente ha existido un rápido crecimiento en el número de investigadores y artículos dedicados a este tema. El campo se ha desarrollado tan rápidamente que actualmente se cuenta con la Asociación Internacional de Sistemas Difusos, conocido por sus siglas en Inglés como IFSA.

La característica sobresaliente de los *Sistemas Difusos* es la habilidad de procesar instrucciones basadas en reglas que manejarán en términos lingüísticos vagos inherentes al pensamiento humano. Difuso es la ambigüedad que puede encontrarse en la definición de un concepto o en el significado de una palabra. Por ejemplo, expresiones como "persona vieja", "temperatura alta" o "número pequeño" pueden considerarse difusas.

El término difuso (fuzzy) se emplea para expresar la vaguedad, ambigüedad e imprecisión de algún concepto.

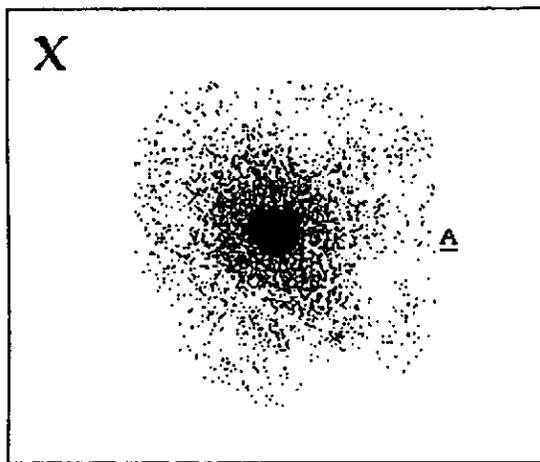
Los resultados producidos por sistemas cuyo funcionamiento está basado en Lógica Difusa son tan precisos y respetables como aquellos producidos por métodos tradicionales. En vez de indicar una falta de precisión, el término difuso se refiere más propiamente a la manera en que los conjuntos del mundo real presentan sus fronteras. Cuando se dice " la temperatura es tibia" no existe una temperatura específica en la cual esta expresión vaya de lo completamente falso a lo completamente cierto.

En este capítulo se desarrollará la teoría básica de los conjuntos difusos, que involucra el concepto de función de pertenencia y operaciones entre conjuntos difusos, la manera en que se cuantifica la ambigüedad. Finalmente, se desarrollarán las expresiones básicas para realizar un proceso difuso.

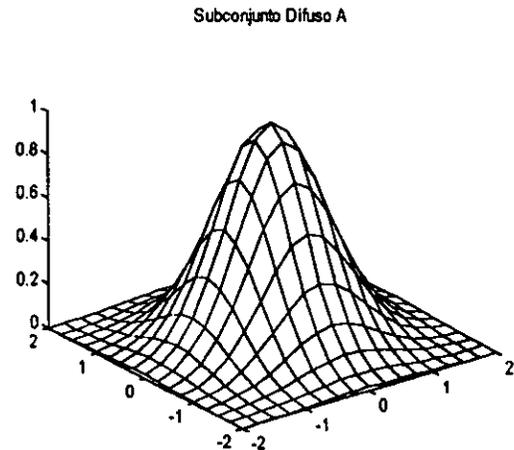
4.1 CONJUNTOS DIFUSOS

Un Conjunto Difuso es una colección de objetos, cuyos elementos tienen diferentes grados de pertenencia (a dicho conjunto) definidos por una Función de Membresía.

La representación de un subconjunto difuso se muestra en las Figuras 4.1(a) y 4.1(b). El rectángulo representa al conjunto X y las partes sombreadas representan al subconjunto difuso A . Obsérvese como el subconjunto A no tiene sus fronteras bien definidas, al contrario, gradualmente se van desvaneciendo, esto se puede apreciar mejor en la Figura 4.1(b) donde se tiene una representación en 3D. De lo anterior se puede decir que los elementos de dicho subconjunto que se encuentran en la región más oscura tienen un grado de pertenencia mayor que aquellos que se encuentran en las esquinas, donde casi no existe sombreado.



(a)



(b)

Figuras 4.1(a) y 4.1(b): Representación de un Conjunto Difuso

Por lo tanto, para el manejo de conjuntos difusos es necesario obtener una expresión que permita medir o cuantificar el grado de pertenencia de un elemento. Dicha expresión se conoce como Función de Membresía o de Pertenencia que a continuación se describe.

4.2 FUNCIÓN DE MEMBRESÍA

La mayoría de los lenguajes contienen ambigüedad y multiplicidad en sus significados. Los adjetivos, especialmente, no son claros o específicos y, por lo tanto, son ambiguos en términos de amplitud en su significado. Por ejemplo, si alguien dice "persona alta" no se puede determinar claramente quién es alto o quién no lo es. La ambigüedad de "persona vieja" proviene del adjetivo "viejo". Las palabras son usualmente cualitativas pero aquellas como "grande" y "viejo" son percibidas en conexión con cantidades de estatura y edad. Si se dejan afuera adjetivos ambiguos, vagos e inciertos, los adjetivos que involucran cantidad son comunes. En el área de Ingeniería, especialmente, los adjetivos que describen los estados y condiciones de varias cosas son casi siempre referidos a cantidades en este sentido.

La idea principal en la cual está basada la Lógica Difusa es que existen muchos casos donde VERDADERO y FALSO o ENCENDIDO y APAGADO no son suficientes para describir una situación dada. Por consiguiente, se requiere de una función o escala gradual donde las variables puedan medirse como PARCIALMENTE CIERTAS Y PARCIALMENTE FALSAS O CASI ENCENDIDAS Y CASI APAGADAS.

Una Función de Membresía es una expresión que se utiliza para representar el grado de pertenencia o asociación de un elemento en un conjunto. El grado de pertenencia en un conjunto está basado en una escala del 0 al 1, donde 1 indica la pertenencia total al conjunto y un 0 la no pertenencia. En la mayoría de la literatura la función de membresía se denota como $\mu(x)$.

Por ejemplo, en un rango de estatura de 140cm a 200cm, el grado con el cual la estatura x (cm) puede llamarse "alta" es μ ; es decir, se hace que la estatura x corresponda a un grado. Si el eje horizontal es x y el eje vertical es μ , la gráfica se muestra en la Figura 4.2. Esta gráfica expresa la ambigüedad de "alto" en un término cuantitativo.

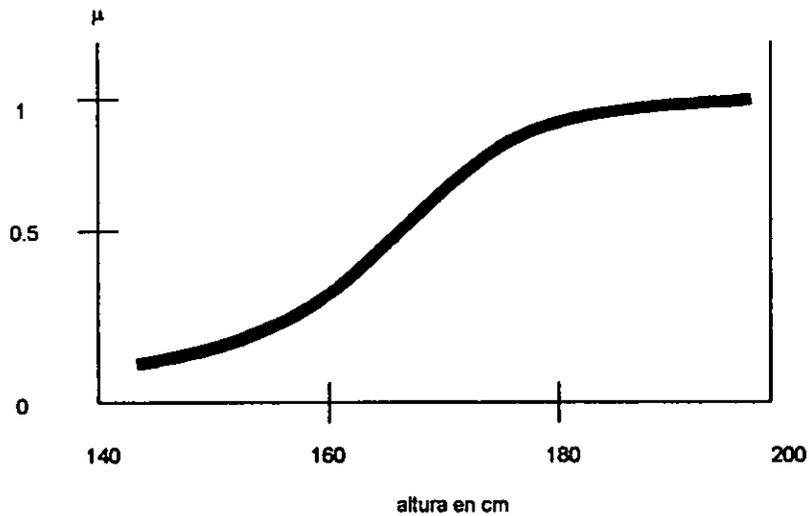


Figura 4.2: Grado de Altura

La teoría tradicional de conjuntos está basada en una lógica bivalente donde un número o un objeto es totalmente un miembro del conjunto o no. En la Lógica Difusa, un objeto puede ser miembro de múltiples conjuntos con un grado de pertenencia diferente en cada uno de ellos. En la Figura 4.3 se muestra la representación más común de un conjunto difuso empleando el concepto de función de membresía.

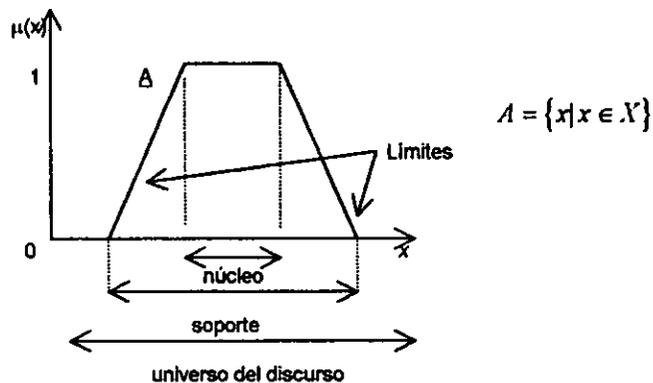


Figura 4.3: Representación de un conjunto difuso A .

donde: \underline{A} = conjunto difuso
 $\mu(x)$ = función de membresía
 X = Universo del Discurso
 x = elemento del conjunto Difuso \underline{A}

Existen diversas formas que pueden adoptar las Funciones de Membresía, Figura 4.4, entre ellas se mencionan las siguientes:

- Campana
- Trapezoidal o π
- Triangular o λ
- S
- Z
- Singleton

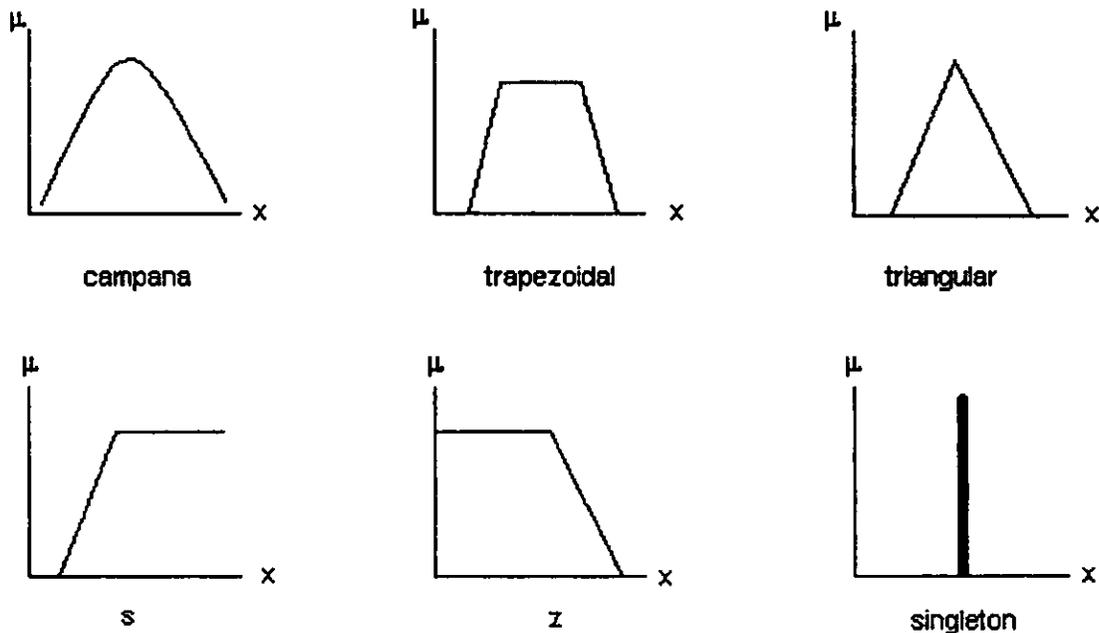


Figura 4.4: Formas de representación de la Función de Membresía

4.3 NOTACIÓN DE ZADEH PARA CONJUNTOS DIFUSOS

Otra forma de representar a un conjunto difuso es por medio de la notación del Profesor Zadeh. Como se aprecia en la expresión (4.1) y (4.2) el conjunto va a estar formado por elementos que son quebrados. El quebrado nos indica en el numerador el grado de pertenencia o membresía que tiene el elemento en el conjunto y en el denominador nos indica el elemento del conjunto difuso.

$$\text{Conjunto Continuo: } \int \frac{\mu(x)}{x} \quad (4.1)$$

$$\text{Conjunto Discreto: } \sum_{i=1}^N \frac{\mu(x_i)}{x_i} \quad (4.2)$$

Para un conjunto discreto, por ejemplo, el conjunto difuso está formado por las edades de las siguientes personas y su grado de pertenencia:

- Pedro = 30 años, 0.20
- Juan = 40 años, 0.45
- Víctor = 50 años, 0.75
- Ernesto = 60 años, 0.90

Empleándose la notación de Zadeh el conjunto queda representado de la siguiente manera:

$$A = \left\{ \frac{0.20}{30} + \frac{0.45}{40} + \frac{0.75}{50} + \frac{0.90}{60} \right\}$$

4.4 OPERACIONES CON CONJUNTOS DIFUSOS

Las operaciones con conjuntos difusos de interés para este trabajo son 3:

- Intersección difusa (AND)
- Unión difusa (OR)
- Complemento Difuso: (NOT)

Las operaciones se definen de la siguiente manera:

$$\text{Unión: } \underline{A} \cup \underline{B} = \mu_{\underline{A} \cup \underline{B}}(x) = \max(\mu_{\underline{A}}(x), \mu_{\underline{B}}(x)) \quad (4.3)$$

$$\text{Intersección: } \underline{A} \cap \underline{B} = \mu_{\underline{A} \cap \underline{B}}(x) = \min(\mu_{\underline{A}}(x), \mu_{\underline{B}}(x)) \quad (4.4)$$

$$\text{Complemento: } \overline{\underline{A}} = \mu_{\overline{\underline{A}}}(x) = 1 - \mu_{\underline{A}}(x) \quad (4.5)$$

Ejemplo de operaciones con conjuntos

A continuación se desea obtener las operaciones descritas en el párrafo anterior con el objeto de aclarar la operación entre conjuntos difusos. Los conjuntos \underline{A} y \underline{B} están formados por los elementos:

$$\underline{A} = \left\{ \frac{0.2}{1} + \frac{0.6}{2} + \frac{0.1}{3} \right\}$$

$$\underline{B} = \left\{ \frac{0.7}{1} + \frac{0.4}{2} + \frac{0.3}{4} + \frac{0.1}{5} \right\}$$

$$\begin{aligned} \underline{A} \cup \underline{B} &= \left\{ \frac{\max(0.2, 0.7)}{1} + \frac{\max(0.6, 0.4)}{2} + \frac{\max(0.1, 0)}{3} + \frac{\max(0, 0.3)}{4} + \frac{\max(0, 0.1)}{5} \right\} \\ &= \left\{ \frac{0.7}{1} + \frac{0.6}{2} + \frac{0.1}{3} + \frac{0.3}{4} + \frac{0.1}{5} \right\} \end{aligned}$$

$$\underline{A} \cap \underline{B} = \left\{ \frac{\min(0.2, 0.7)}{1} + \frac{\min(0.6, 0.4)}{2} + \frac{\min(0.1, 0)}{3} + \frac{\min(0, 0.3)}{4} + \frac{\min(0, 0.1)}{5} \right\}$$

$$= \left\{ \frac{0.2}{1} + \frac{0.4}{2} \right\}$$

$$\overline{\underline{A}} = \left\{ \frac{1-0.2}{1} + \frac{1-0.6}{2} + \frac{1-0.1}{3} \right\} = \left\{ \frac{0.8}{1} + \frac{0.4}{2} + \frac{0.9}{3} \right\}$$

$$\overline{\underline{B}} = \left\{ \frac{1-0.7}{1} + \frac{1-0.4}{2} + \frac{1-0.3}{3} + \frac{1-0.1}{4} \right\} = \left\{ \frac{0.3}{1} + \frac{0.6}{2} + \frac{0.7}{3} + \frac{0.9}{4} \right\}$$

Una vez que se describieron los elementos básicos para la manipulación de conjuntos difusos se procederá a la aplicación de estos conceptos en un sistema dado.

4.5 SISTEMAS DIFUSOS

En la Figura 4.5 se encuentra representado un sistema difuso. En base a este diagrama el proceso difuso consta de tres etapas generales: *difusión*, *evaluación de reglas* y *desdifusión*. De manera más detallada, el proceso difuso se puede describir como sigue:

1. Entradas crisp al sistema difuso
2. Difusión de las entradas mediante las funciones de pertenencia de entrada
3. Entradas difusas
4. Evaluación de reglas
5. Salidas difusas
6. Desdifusión de las salidas difusas mediante las funciones de pertenencia de salida
7. Salidas crisp del sistema difuso

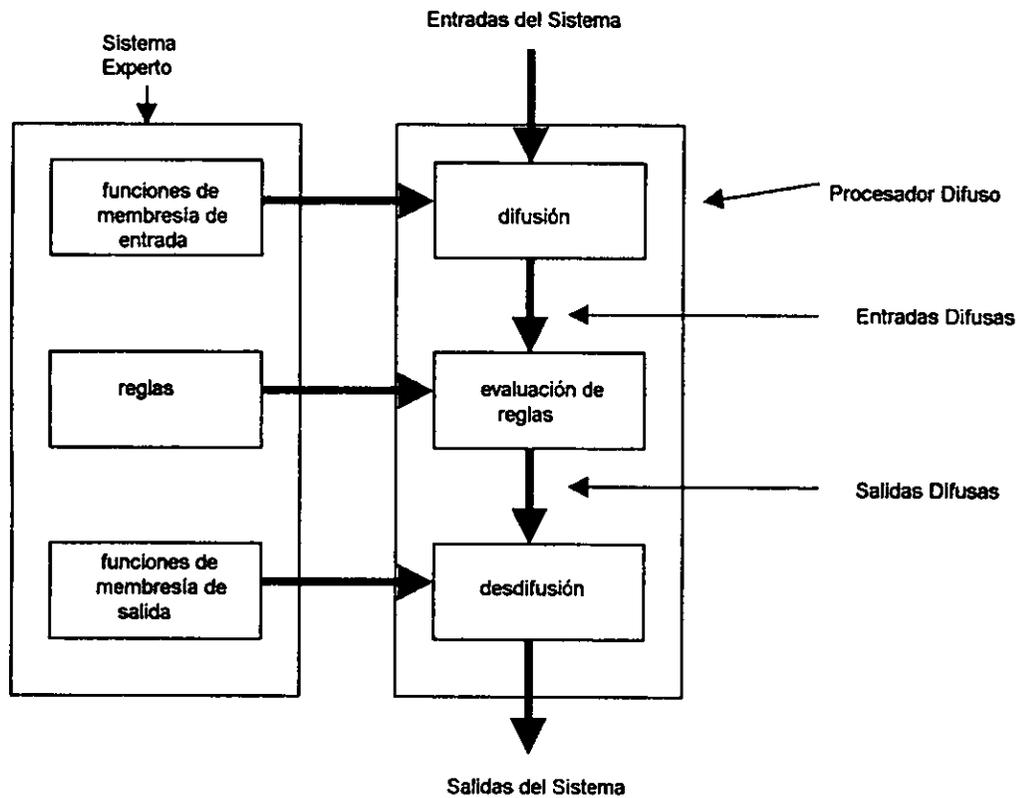


Figura 4.5: esquema general de un Sistema Difuso

4.5.1 Difusión

El proceso de conversión de entradas crisp a difusas o *difusión* consiste en tomar un valor de entrada, tal como la temperatura de un sistema, y combinarlo con funciones de membresía almacenadas en un sistema experto para producir valores de entrada difusos. En un sistema dado, a cada entrada se le asociarán de tres a ocho etiquetas o condiciones que se puede decir que tendrá ésta. Por ejemplo, la entrada llamada temperatura podrá tener las etiquetas frío, fresco, normal, tibio y caliente. Las funciones de membresía se emplean para asignar un valor numérico a cada etiqueta, donde cada

función de membresía identifica el rango de valores de la entrada que corresponde a cada etiqueta. En la Lógica Difusa, caso contrario de la Lógica Booleana, las fronteras de estos rangos no son puntos de corte donde la etiqueta se aplica totalmente en un lado del corte y en el otro no. En cambio, existe una región donde los valores de entrada gradualmente cambian de ser totalmente aplicables a totalmente inaplicables.

Para ilustrar cómo funcionan las funciones de membresía se explicará el proceso de conversión de entradas crisp a difusas para la función seno.

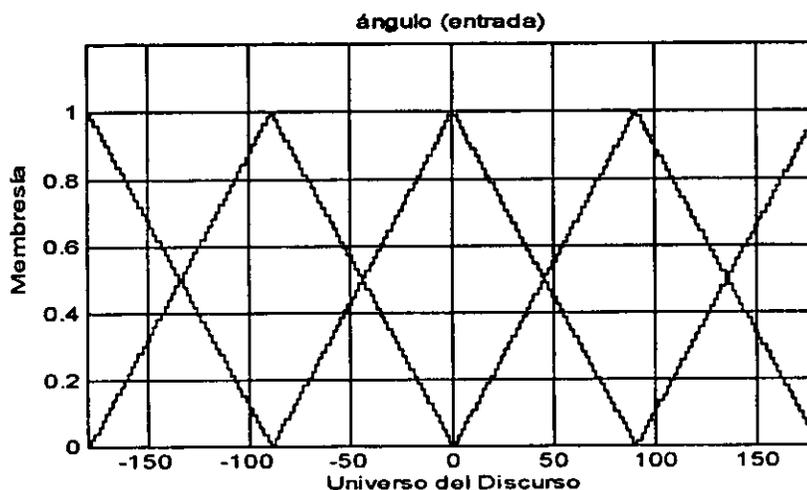


Figura 4.6: Funciones de Membresía de entrada para convertir un ángulo crisp a difuso.

En la Figura 4.6 se optó porque las etiquetas del sistema fueran (de izquierda a derecha) negativo grande (NG), negativo pequeño (NP), cero (C), positivo pequeño (PP) y positivo grande (PG), cinco conjuntos en total. El universo del discurso tiene un rango de valores desde -180° hasta 180° . Por ejemplo, si el sistema percibe una entrada crisp con un valor de 50° , dicha entrada tendrá una pertenencia para los conjuntos cuyas etiquetas son negativo grande, negativo pequeño y positivo grande igual a cero. Para los conjuntos cuyas etiquetas son cero y positivo pequeño tendrá una pertenencia diferente de cero; es decir, para el conjunto cero su valor de pertenencia es 0.45 y para el conjunto

positivo pequeño su valor será 0.55. Lo anterior quiere decir que un ángulo con valor de 50° es 45% *cero* y 55% *positivo pequeño*.

El proceso de conversión crisp a difuso obtiene valores numéricos concretos a partir de vagas expresiones lingüísticas como "ángulo positivo grande" o "ángulo cero". Obsérvese cómo estos valores de entrada difusos cambiarán si el ángulo varía dentro del universo del discurso correspondiente.

4.5.2 Evaluación de Reglas

El proceso de Evaluación de Reglas o Inferencia Difusa se utiliza para obtener resultados numéricos a partir de reglas lingüísticas basadas en los valores de entrada difusos. El lenguaje de reglas descrito en este trabajo es muy básico pero apropiado para el uso de microcontroladores empleados con Lógica Difusa. La sintaxis de las reglas son los conocidos condicionales *si <antecedente1> y/o <antecedente2> entonces <consecuente>* o también *si <antecedente> entonces <consecuente>*. En el ejemplo del seno difuso se tienen las siguientes reglas:

Si el ángulo es *negativo grande* entonces el valor de la función seno es *cero*

Si el ángulo es *negativo pequeño* entonces el valor de la función seno es *negativo grande*

Si el ángulo es *cero* entonces el valor de la función seno es *cero*

Si el ángulo es *positivo pequeño* entonces el valor de la función seno es *positivo grande*

Si el ángulo es *positivo grande* entonces el valor de la función seno es *cero*

Los resultados numéricos obtenidos a partir de este proceso se conocen como salidas difusas. Las diferentes reglas programadas en el sistema pueden ser ciertas en varios grados o intensidades produciendo, por lo tanto, resultados que se asemejan más a la realidad. Por ejemplo, con el ángulo de 50° las reglas 3ra. y 4ta. serán ciertas en un 45% y 55% respectivamente, mientras que las demás reglas serán ciertas en un 0% o totalmente falsas. Si se analiza minuciosamente este resultado se llegará a la conclusión de que sería ilógico pensar que 50° daría un valor para la función seno de 0 o que daría un valor positivo grande, es decir, que el elemento pertenezca tajantemente a uno u otro conjunto. Por lo

tanto, de esta manera es como el sistema difuso se asemeja más al pensamiento humano. No se puede decir que 50° sean exclusivamente cero o pequeños o grandes.

Para el ejemplo utilizado, dependiendo de la fuerza de la regla, se tomará su correspondiente área en el conjunto difuso, es decir, si la fuerza de la regla es 100% su área corresponderá al 100%. En el caso de que sea 50% verdadera sólo se encenderá la mitad. A cada regla corresponde a una salida difusa específica.

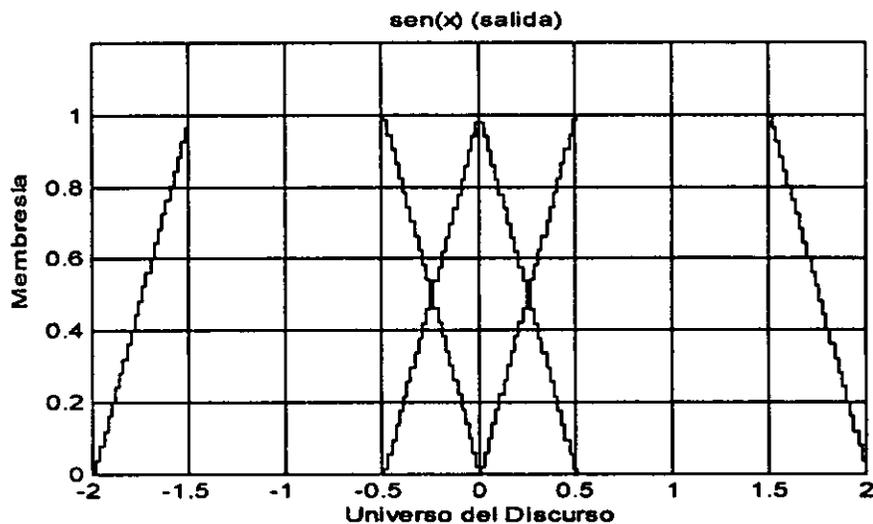


Figura 4.7: Funciones de Membresía de salida para convertir el $\text{sen}(x)$ difuso a crisp.

En las siguientes figuras se ejemplificará el proceso de evaluación de reglas. Para el primer caso se desea obtener la salida difusa para un ángulo de -180° . Como se observa en las funciones de membresía de entrada los -180° tienen una pertenencia del 100% para el conjunto negativo grande y para los restantes tiene un valor de 0%. Por lo tanto, la regla "si el ángulo es *negativo grande* entonces el valor de la función seno es *cero*" ocasionará que el conjunto *cero* tenga un área correspondiente al 100%, Figura 4.8.

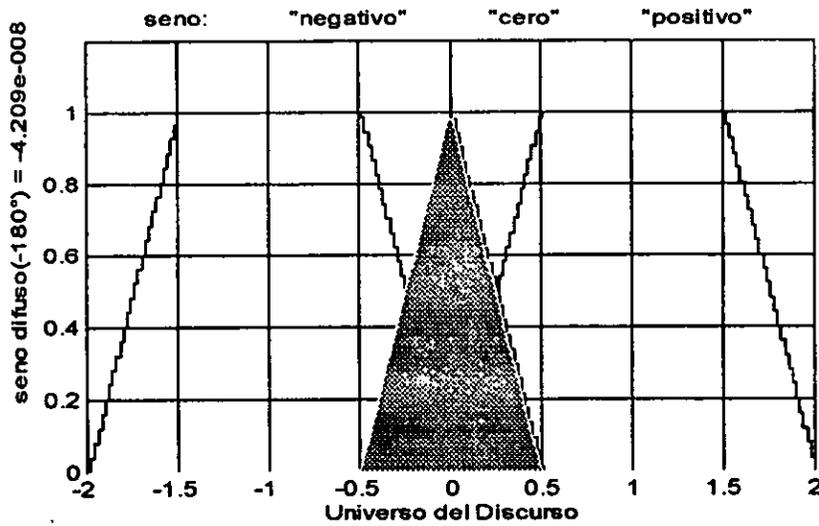


Figura 4.8: área correspondiente a una entrada de -180° .

Ahora se desea obtener el área correspondiente para un ángulo de -90° . La pertenencia también es del 100% pero para el conjunto negativo pequeño. Entonces, la regla "si el ángulo es *negativo pequeño* entonces el valor de la función seno es *negativo grande*" tendrá un área equivalente al 100%, Figura 4.9.

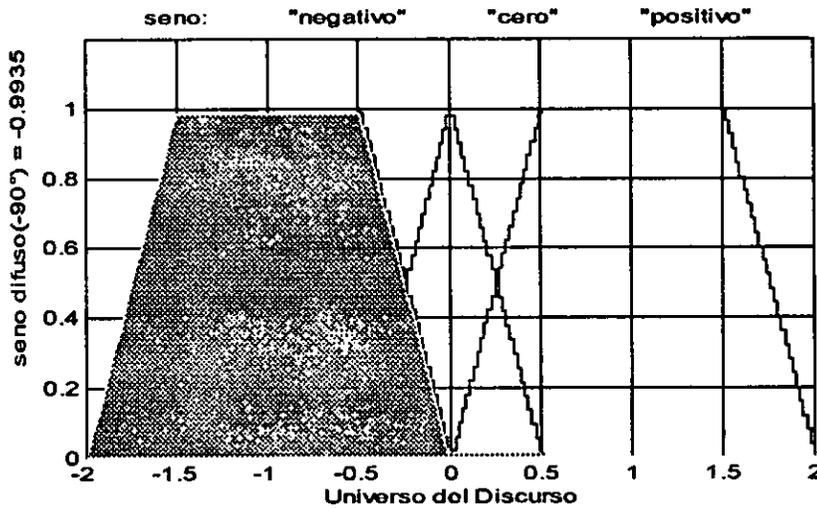


Figura 4.9: área correspondiente a una entrada de -90° .

4.5.3 Desdifusión

Desdifusión es el proceso de operar todas las salidas difusas para obtener un resultado específico o salida crisp que pueda ser aplicado para cada salida del sistema. Entre los principales métodos de desdifusión se encuentran los siguientes:

- Principio del Máximo
- Centroide
- Promedio Pesado
- Centro de sumas
- Singletons
- Promedio de máximos

4.5.3.1 Principio del Máximo: en los primeros sistemas difusos la salida más "fuerte" era tomada como el resultado para cada salida del sistema. Este método se considera poco eficaz porque ignora la contribución de todas las reglas excepto la "más grande".

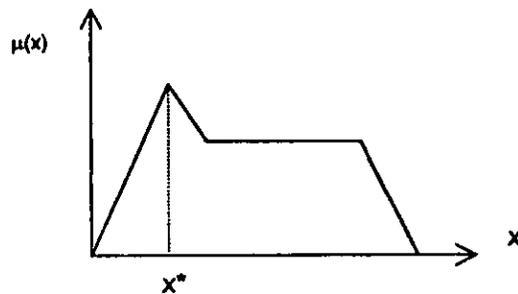


Figura 4.10: Principio del Máximo

4.5.3.2 Promedio Pesado: este método se emplea cuando se trabaja con funciones de membresía de forma trapezoidal. El punto x_i se considera a la mitad del soporte del conjunto correspondiente.

$$x^* = \frac{\sum \mu(x_i) \cdot x_i}{\sum \mu(x_i)} \quad (4.6)$$

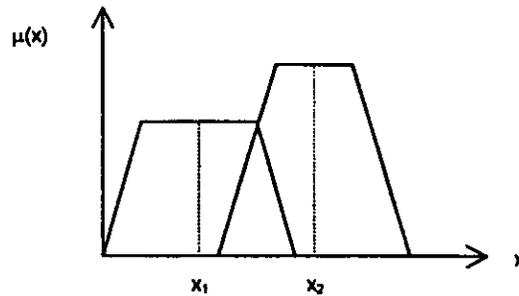


Figura 4.11: Promedio Pesado

4.5.3.3 Promedio de Máximos: este método se puede utilizar cuando se tienen funciones tipo plano o trapezoidal. La salida se obtiene al sacar el promedio de los máximos absolutos.

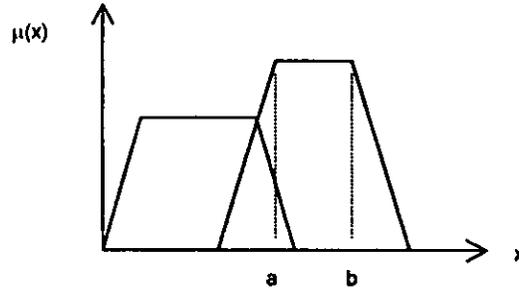


Figura 4.12: Promedio de Máximos.

$$x^* = \frac{a+b}{2} \quad (4.7)$$

4.3.5.4 Centro de Sumas: es un método más rápido que el del centroide pero utiliza el área de las intersecciones dos veces.

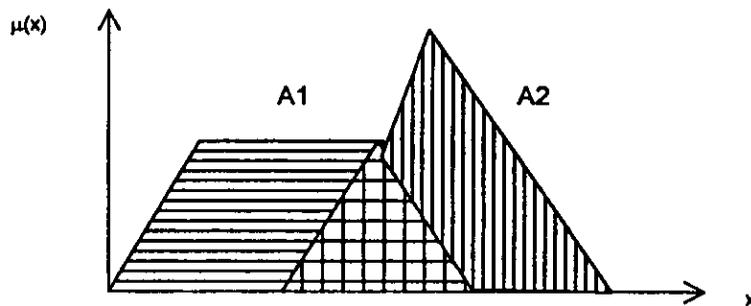


Figura 4.13: Centro de Sumas

$$x^* = \frac{\sum A_k x_k}{\sum A_k} \quad (4.8)$$

4.5.3.5 Centroide: el método del Centroide o Centro de Gravedad es el que más se acerca a la realidad porque éste considera la contribución de todas las salidas difusas sin importar en la medida que sean ciertas. Este método recibe su nombre en razón de que se utiliza la misma expresión para calcular el centro de gravedad de un área en Mecánica. Para calcular la salida crisp o centroide del sistema se utiliza la siguiente expresión.

$$c = \frac{\int \mu(x) \cdot x dx}{\int \mu(x) dx} \quad (4.9)$$

En este método se tiene el inconveniente que se deben calcular las integrales para obtener el centroide.

4.5.3.6 Singletons: De una manera más práctica existen sistemas que utilizan funciones de membresía tipo singleton para sus salidas. La razón por la cual utilizan este tipo de desfusión se debe a que es la más sencilla y la que requiere menos tiempo de cómputo. Obsérvese que el método es muy parecido al del centroide, pero ahora se trata de una sumatoria, la cual ya viene incluida en el set de instrucciones de varios microcontroladores y procesadores digitales de señales. La expresión para calcular la salida es:

$$c = \frac{\sum_{i=1}^n \mu(x_i) \cdot x_i}{\sum_{i=1}^n \mu(x_i)} \quad (4.10)$$

Empleando el método del centroide se calculó el valor de la función seno para un ángulo de 54°. El resultado se muestra en la Figura 4.13. El valor del seno difuso para este caso es 0.8073 y el valor verdadero es 0.8090, es decir, se tiene un error del 0.21%

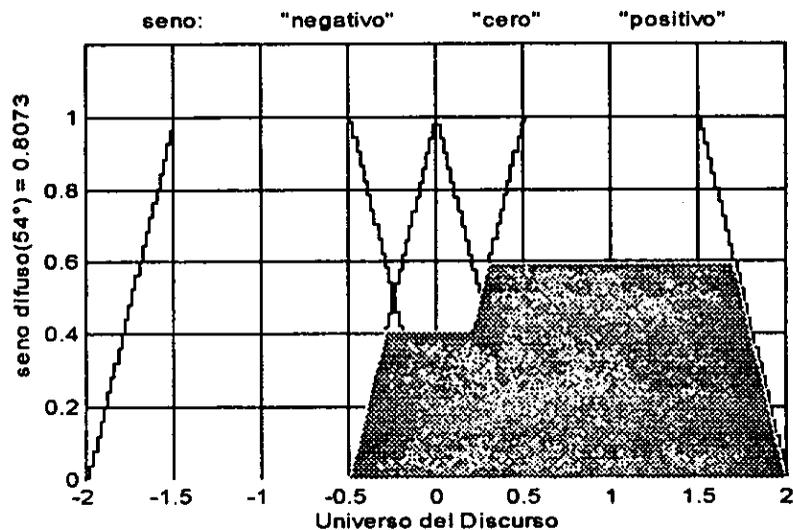


Figura 4.13: área correspondiente a una entrada de 54°.

Para el siguiente ejemplo se empleó el método singleton. El ángulo de entrada es 90°. Por lo tanto, la regla "si el ángulo es *positivo pequeño* entonces el valor de la función seno es *positivo grande*" será verdadera en un 100%. A diferencia del método del centroide, esta vez aparece una espiga en el centro del conjunto, Figura 4.14. La característica principal es que en vez de tener un área ahora se

tiene una altura. Si en vez de 100% se hubiera presentado un caso en el cual la regla fuera verdadera en un 25% la espiga tendría una altura correspondiente a 0.25.

La salida para el método singleton es:

$$c = \frac{\sum_{i=1}^n \mu(x_i) \cdot x_i}{\sum_{i=1}^n \mu(x_i)} = \frac{0(-1) + 0(0) + 1(1)}{0 + 0 + 1} = 1$$

Finalmente, en las Figuras 4.15 y 4.16 se muestran la gráficas de la función seno y de la función seno difuso. Obsérvese cómo se tiene una aproximación bastante aceptable mediante el empleo de un sistema difuso. Por lo tanto, en términos prácticos se puede considerar que se trata de la misma función.

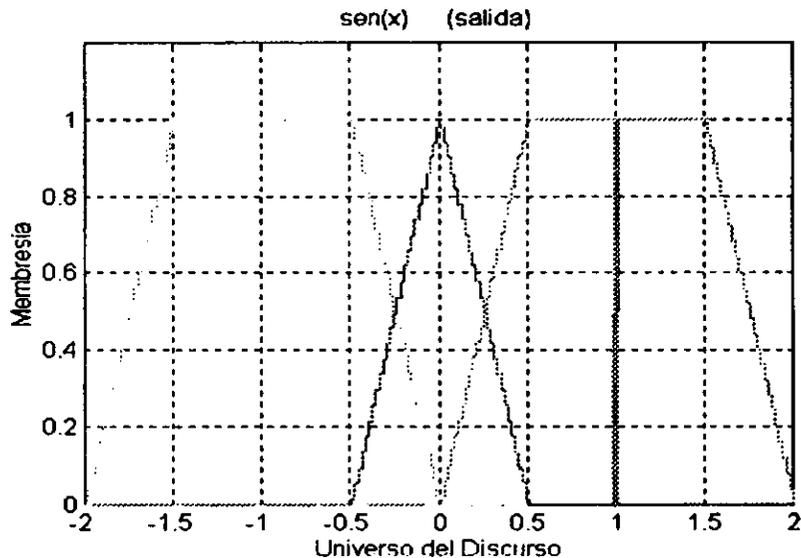


Figura 4.14: Método de desdifusión singleton para una entrada de 90°

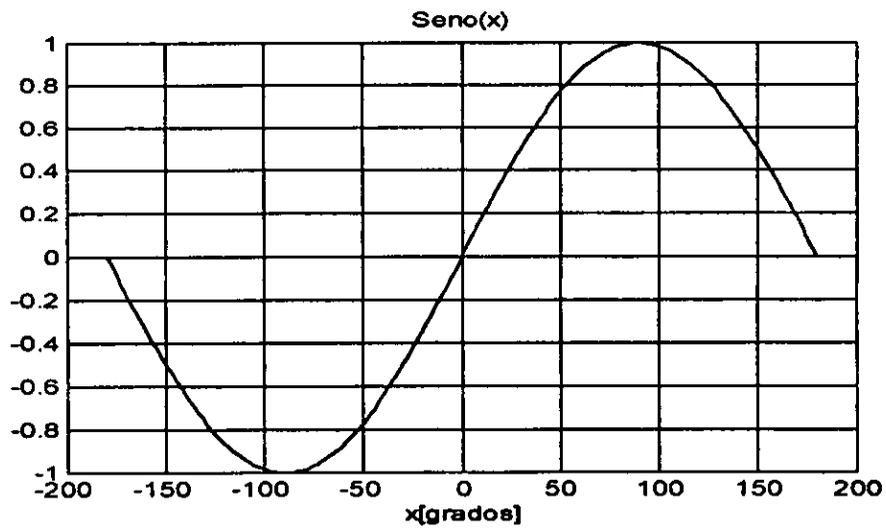


Figura 4.15: gráfica de la función seno

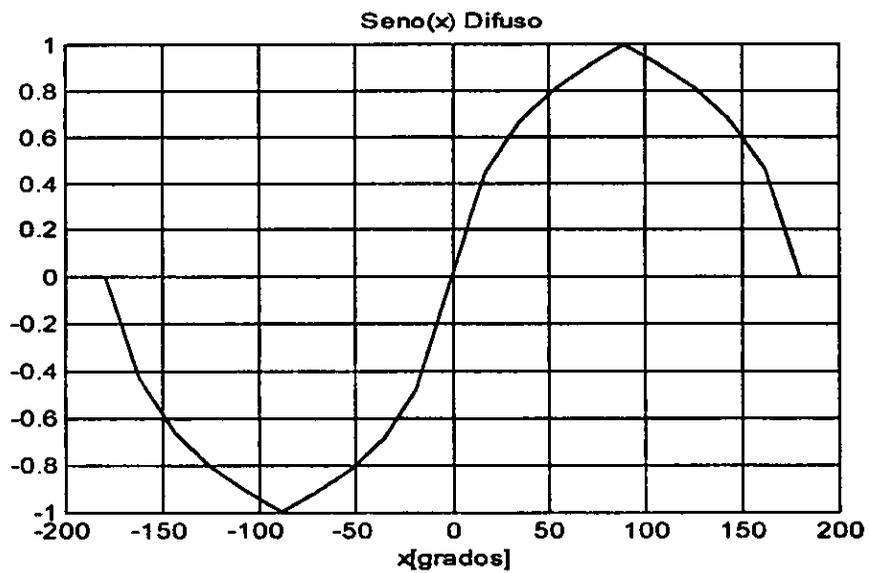


Figura 4.16: gráfica de la función seno procesado difusamente.

CAPÍTULO 5: ALGORITMO LMS CON PROCESAMIENTO DIFUSO

Como se puede apreciar en los capítulos anteriores existen diversos métodos para la cancelación de ruido en un sistema. En esta sección se desea proponer una variante del algoritmo LMS donde el parámetro de convergencia será procesado difusamente. En el algoritmo LMS tradicional el parámetro de convergencia es fijo, por lo tanto, las adaptaciones son realizadas con un intervalo fijo. El objetivo de este capítulo es desarrollar un algoritmo donde el parámetro de convergencia sea variable con el propósito de lograr una adaptación más rápida.

Para comenzar se propondrán las ideas con las cuales se justifica el desarrollo del algoritmo LMS. Después se mostrarán los elementos básicos del sistema difuso, tales como los conjuntos difusos de entrada, las reglas de control, los conjuntos difusos de salida y el método de desdifusión. Finalmente, se mostrarán los resultados obtenidos con la propuesta desarrollada.

5.1 CONSIDERACIONES

En el Capítulo 2 se mencionó que el algoritmo LMS es el método más utilizado para ajustar los coeficientes o parámetros de un sistema con el fin de minimizar el error cuadrático medio. Al irse desarrollando el algoritmo se observó que el proceso está regulado por un parámetro de convergencia, el cual presenta los siguientes inconvenientes:

- Una μ muy grande podría resultar en un proceso adaptable que nunca convergiera a la solución MECM.
- Una μ muy pequeña podría resultar en una adaptación demasiado lenta o, en el peor caso, el sistema no podría reaccionar suficientemente rápido para trabajar con la estadística de las señales.

Por lo tanto, es deseable tener un sistema que sea capaz de adecuarse a dichos cambios, es decir, si se presenta un error muy grande μ deberá ser muy grande, tan grande que logre una adaptación más rápida, pero si el error es pequeño μ deberá también ser pequeña, lo suficiente como para converger a la solución MECM. En la Figura 5.1 se muestra dicho proceso.

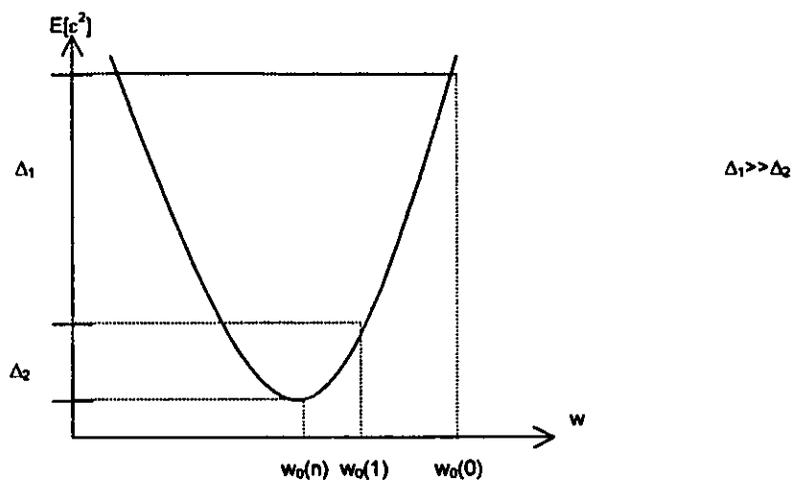


Figura 5.1: Superficie de Control para un filtro de un coeficiente con procesamiento difuso.

5.2 MODIFICACIÓN DEL ALGORITMO LMS

Para lograr el objetivo de adaptación descrito en el inciso 5.1 se propone una modificación del Algoritmo LMS, de tal manera que se trabajará con el parámetro de convergencia μ de una manera difusa (Figura 5.2). El algoritmo realiza los mismos pasos que el LMS convencional, pero al momento de modificar los coeficientes el algoritmo hace un cambio al sistema difuso para procesar el parámetro de convergencia μ en base a las señales de entrada al filtro y el error del sistema.

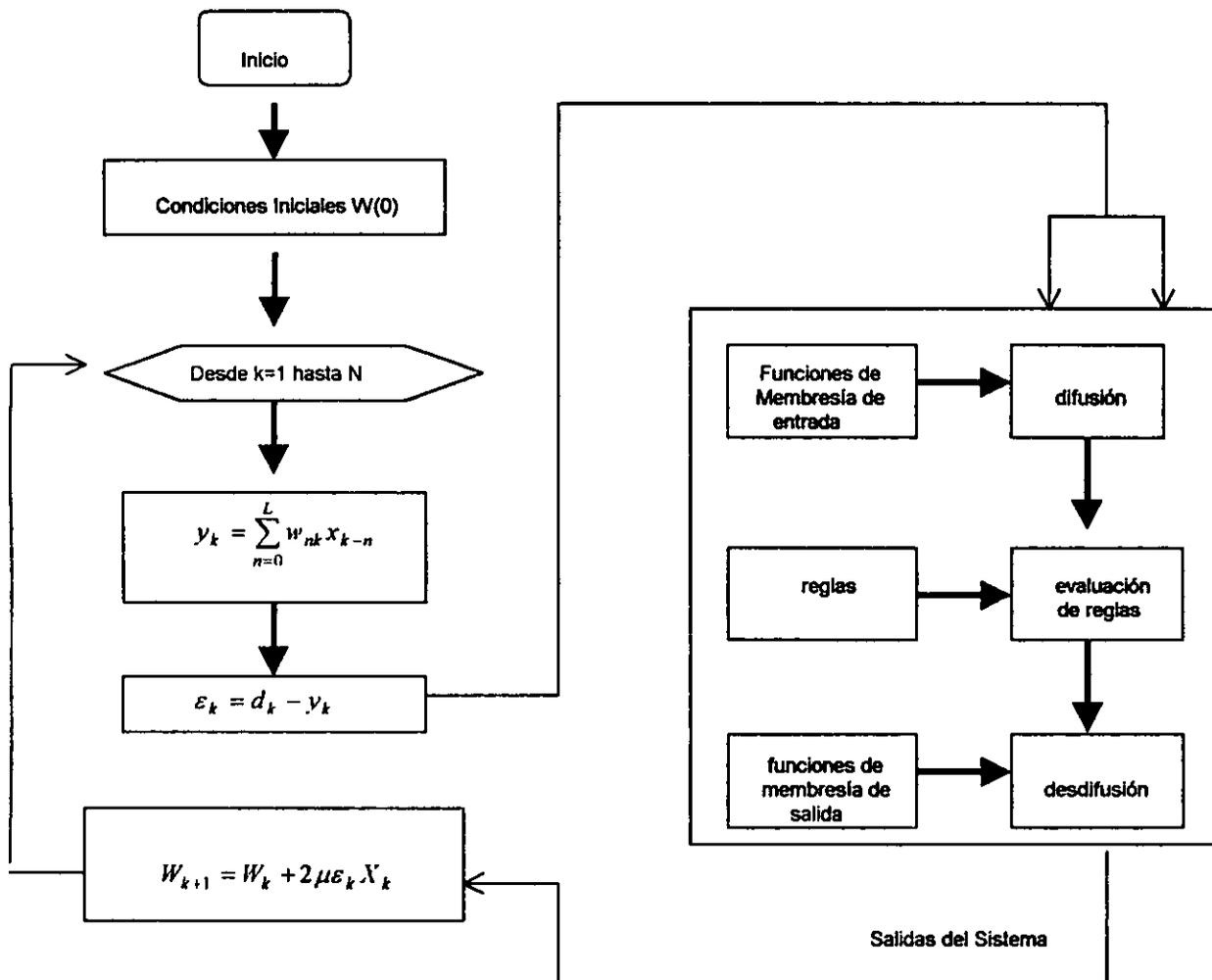


Figura 5.2: esquema general del Algoritmo LMS con procesamiento difuso.

En la Figura 5.3 se muestra de manera más detallada el sistema difuso.

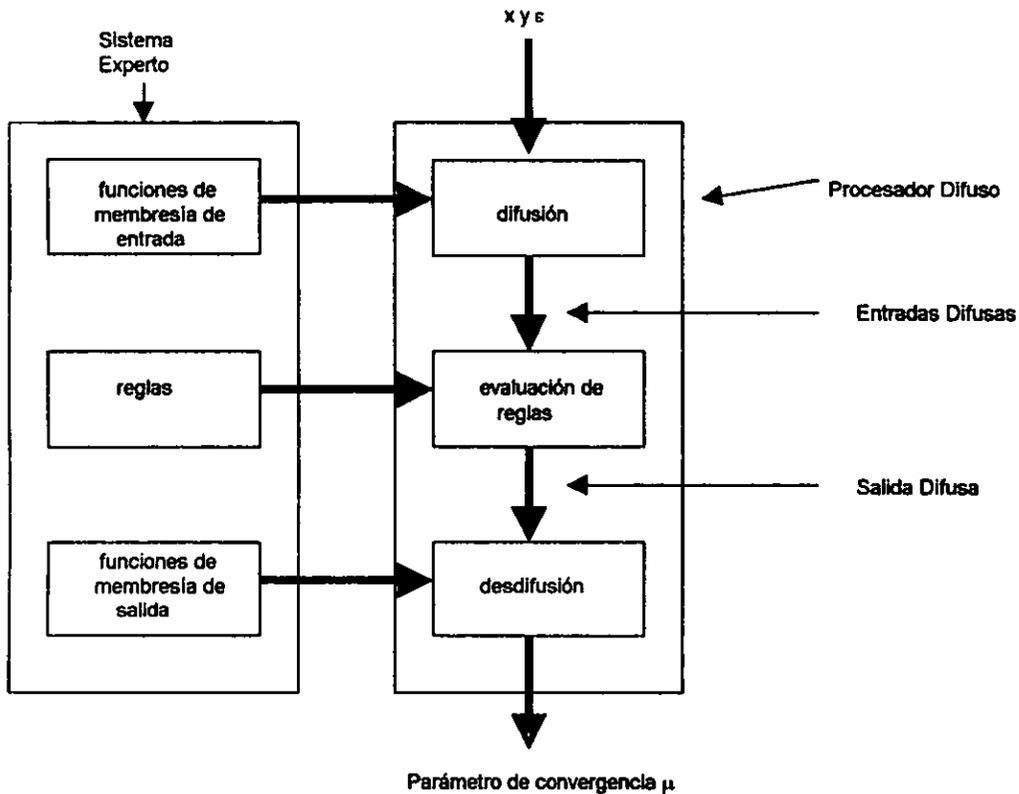


Figura 5.3: esquema del Sistema Difuso para procesar μ .

5.3 DESARROLLO DEL ALGORITMO LMS PROCESADO DIFUSAMENTE.

En esta sección se utilizan los conceptos del capítulo correspondiente a la teoría de los sistemas difusos; es decir, la definición de los conjuntos a partir de las características de las señales de excitación

ESTA TESIS NO DEBE
CALAR DE LA BIBLIOTECA

del filtro x y el error del sistema e ; las reglas de control y la definición de los conjuntos de salida para obtener el parámetro de convergencia μ .

5.3.1 Conjuntos difusos de entrada

Las variables de entrada son la señal de error del sistema e y la señal de excitación del filtro x . Sus funciones de membresía se muestran en las Figuras 5.3 (a) y (b). Es importante mencionar que la señal de excitación y el error del se debe normalizar, ya que de lo contrario, sería imposible que funcionara apropiadamente el sistema.

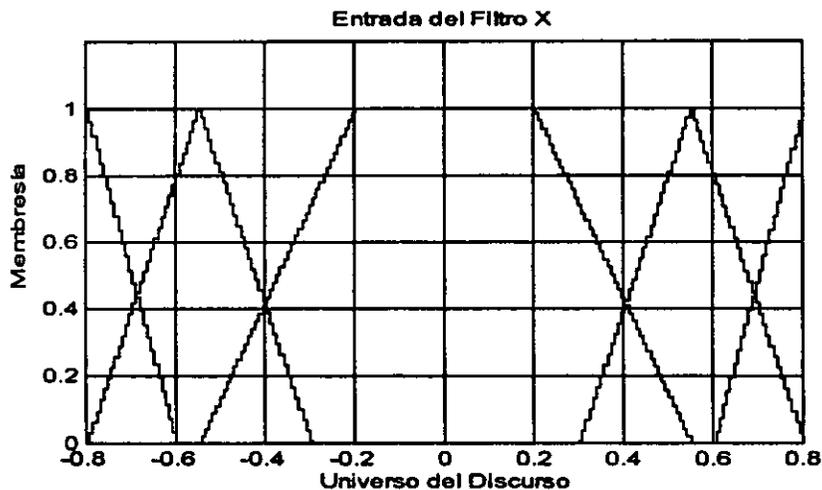


Figura 5.3 (a): Conjunto difuso de entrada para la variable X

Las etiquetas de los conjuntos son, de izquierda a derecha: negativo grande (ng), negativo mediado (nm), cero (c), positivo mediano (pm) y positivo grande (pg).

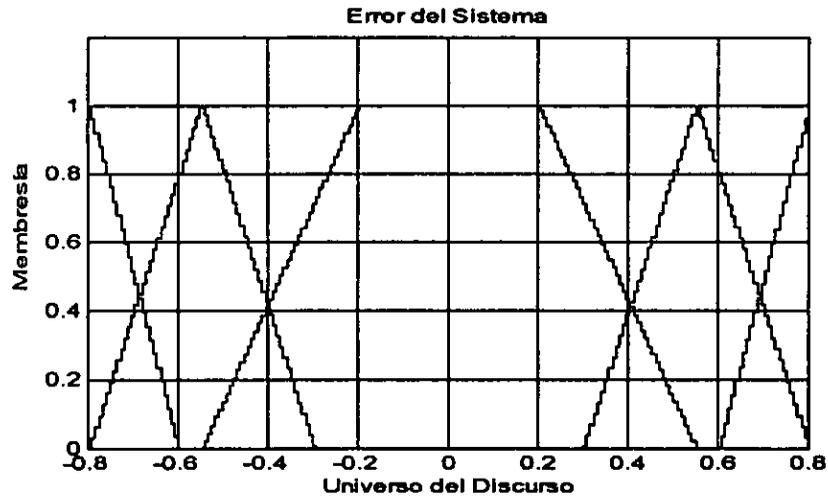


Figura 5.3 (b): Conjunto difuso de entrada para la variable e

5.3.2 Reglas de control

Una manera más apropiada de visualizar las reglas es a través de un arreglo. Para este caso se tienen dos entradas, x (señal de excitación del filtro) y e (señal de error del sistema), por lo tanto, se tendrá un arreglo matricial de 5X5 donde se observen todas las posibles combinaciones de dichas entradas. Por ejemplo, si se tiene una entrada al filtro *negativa grande* y un error del sistema *negativo mediano* entonces la regla *positivo mediano* se encenderá. Como se apreció anteriormente, existe el caso en que varias reglas pueden encontrarse encendidas con distintos fuerza.

error del sistema						
negativo grande	negativo mediano	cero	positivo mediano	positivo grande		
positivo grande	positivo mediano	cero	negativo mediano	negativo grande	negativa grande	entrada al filtro
positivo mediano	positivo pequeño	cero	negativo pequeño	negativo mediano	negativa mediana	
cero	cero	cero	cero	cero	cero	
negativo mediano	negativo pequeño	cero	positivo pequeño	positivo mediano	positivo mediana	
negativo grande	negativo mediano	cero	positivo mediano	positivo grande	positivo grande	

Figura 5.4: Banco de reglas para el Algoritmo LMS

5.3.3 Conjuntos difusos de salida

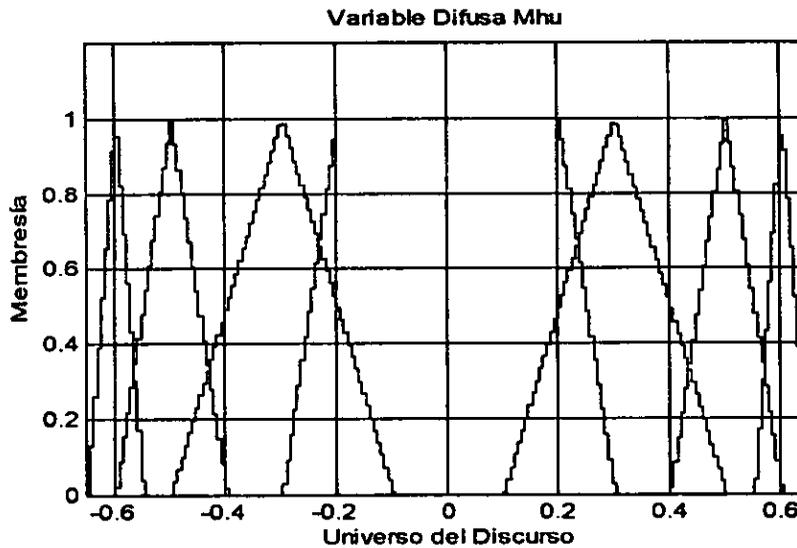


Figura 5.5: Conjuntos difusos de salida para la variable mhu

Después de realizarse el proceso de evaluación de reglas finalmente se tienen los conjuntos difusos de salida o la etapa de desfusión. Las etiquetas de los conjuntos son, de izquierda a derecha: negativo grande (ng), negativo mediano (nm), negativo pequeño (np), cero (c), positivo pequeño (pp), positivo mediano (pm) y positivo grande (pg).

5.4 RESULTADOS

A continuación se presentan los resultados obtenidos mediante esta propuesta. En la Figura 5.6 se observan las primeras 500 muestras de la señal original contaminada con ruido.

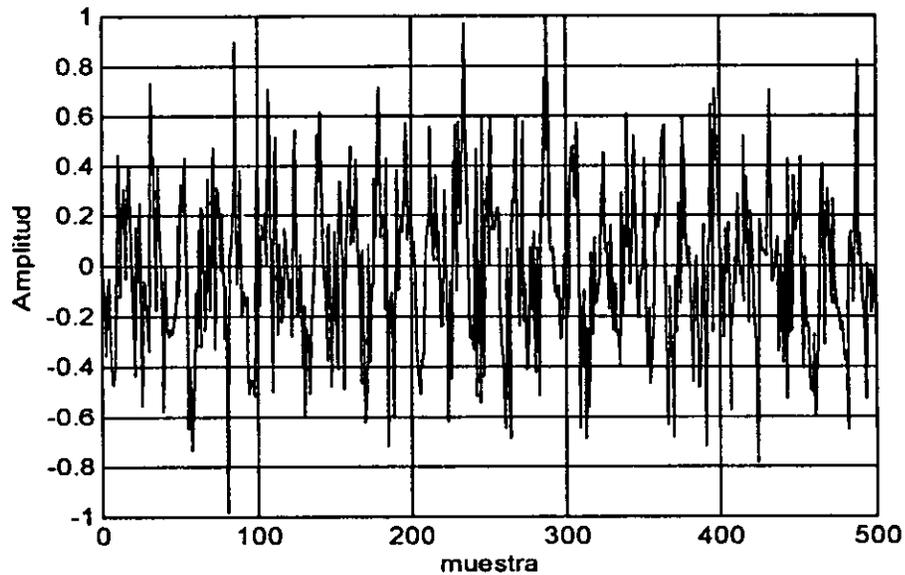


Figura 5.6: entrada del filtro x

En la Figura 5.7 se presentan las primeras 500 muestras de la señal procesada mediante el algoritmo LMS difuso.

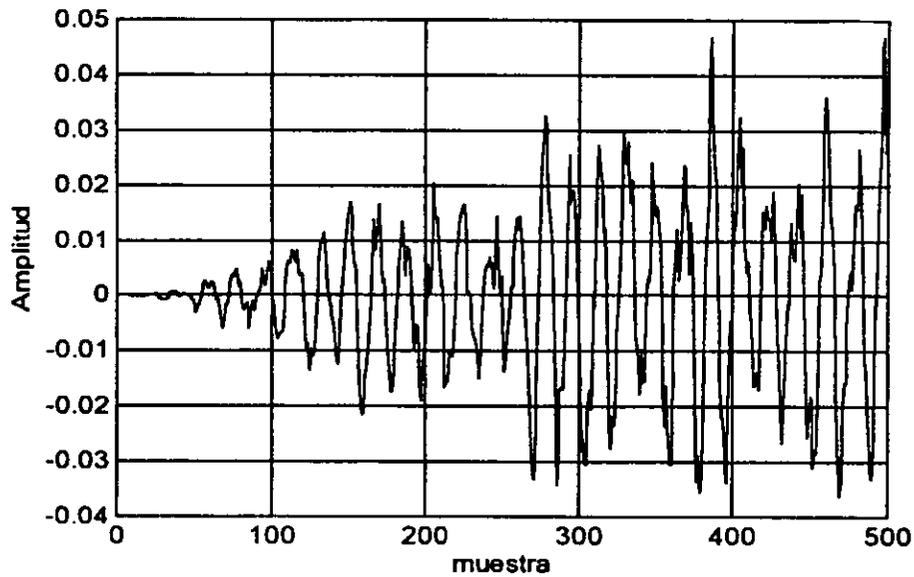


Figura 5.7: salida del filtro y (muestras 1 a 500)

Finalmente en la Figura 5.8 se puede observar las otras 500 muestras de la señal procesada.

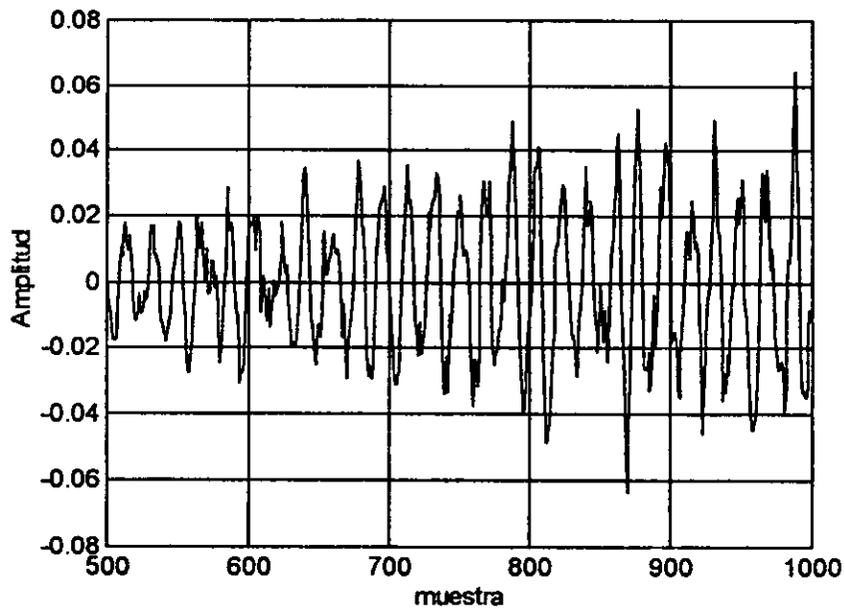


Figura 5.8: salida del filtro y (muestras 501-1000)

De las figuras anteriores se puede observar que el algoritmo LMS procesado difusamente no tiene una adaptación más rápida que el LMS clásico. En términos generales se puede decir que tienen la misma eficiencia, aunque el LMS difuso no limpia tan bien la señal. Por lo tanto, es necesario buscar otra propuesta para limpiar a la señal de interés. Es importante resaltar que este algoritmo empleó elementos difusos en su proceso, por lo que se puede decir que los sistemas difusos producen resultados tan aceptables como los no difusos.

CAPÍTULO 6: FILTRO DIFUSO ADAPTABLE

En este capítulo se presentan los fundamentos, la conceptualización, la realización y las pruebas de un filtro con características adaptables realizado mediante técnicas de Lógica Difusa.

El filtro desarrollado optimiza el tiempo de procesamiento de la señal empleando un algoritmo en el que se modifica la longitud del filtro de respuesta a impulso finita (FIR) asociado. Además de los resultados satisfactorios que se comentan en la sección de conclusiones es importante señalar lo novedoso del enfoque, en cuanto que modifica la arquitectura del sistema; ésto abre la perspectiva de estudio en lo que respecta a posibles líneas de investigación; complementarias a las actualmente existentes.

6.1 FUNDAMENTOS Y DESARROLLO CONCEPTUAL

En esta sección se presentan en primer término los fundamentos y supuestos asociados al diseño del filtro adaptable. En segundo término, el desarrollo conceptual para la realización del filtro adaptable, iniciando la discusión con el análisis del comportamiento de una señal senoidal contaminada con ruido blanco aditivo.

6.1.1 Fundamentos

Los postulados que se tomaron como base para el desarrollo del filtro son los siguientes:

1. La señal deseada puede ser descrita como una función senoidal con amplitud normalizada a la unidad.
2. El ruido es blanco, gaussiano y aditivo; es decir, su espectro en frecuencia se considera uniforme, su amplitud presenta una distribución gaussiana en el tiempo y además tiene la característica de sumarse a la señal deseada. A esta clase de ruido se le denomina Ruido Blanco Aditivo (AWGN).

En un primer análisis podría considerarse que estos postulados restringen la aplicación del filtro propuesto; sin embargo, esto no es así debido a las siguientes consideraciones:

1. Por medio de la serie de Fourier se puede representar cualquier señal periódica y con un número finito de discontinuidades mediante una suma de funciones senoidales.
2. Un número importante de señales pueden, debido a lo estrecho de la banda en la que se desplazan, considerarse como señales senoidales de frecuencia conocida.
3. El comportamiento de las señales portadoras de información en presencia de ruido blanco aditivo constituye un área específica de desarrollo, relevante en si misma

Por otra parte, para el caso de señales cuya composición espectral varía con el tiempo y que aparentemente no quedan cubiertas por esta propuesta, el presente desarrollo contempla como objetivo una cualidad de adaptabilidad, misma que se implementará a través de esquemas de procesamiento basados en Lógica Difusa y se evaluará aplicando el filtro a una señal de voz estándar.

Partiendo de lo anterior, se establece el fundamento conceptual del filtro para el caso estacionario, cuya realización se propone.

Si se considera una señal senoidal dada por la siguiente ecuación:

$$s(t) = A \sin(\omega t)$$

y se realiza la suma de N de estas funciones, cada una de ellas defasada de la anterior por una constante Δ , se obtiene lo siguiente:

$$\sum_0^N A \sin(\omega t + n\Delta) = B \sin(\omega t + \phi) \quad (6.1)$$

donde se cumple que:

$$N\Delta < \frac{\pi}{\omega}$$

Por otra parte, considerando la señal de ruido $r(t)$, dado que la distribución en el tiempo de su amplitud es gaussiana con media cero, el efectuar el proceso descrito mediante la ecuación (6.1) es equivalente a sumar N señales $r(t+n\Delta)$, donde la suma para valores grandes de N tenderá a cero. Este enfoque constituye la base teórica de un filtro al que denominaremos promediador y que ha sido ampliamente discutido en la literatura. Un problema de esta clase de filtros es su dependencia tanto del orden del filtro FIR empleado como de la frecuencia de muestreo de la señal.

Otro enfoque que permite analizar a nivel cualitativo esta estrategia de procesamiento es considerar, en el dominio de tiempo discreto, la operación de convolucionar señales senoidales iguales defasadas entre si un tiempo igual a un periodo de muestreo (Δ). En este caso, la señal senoidal con defasamiento ($n\Delta$) está correlacionada con aquella que tiene defasamiento $((n+k)\Delta)$, sin embargo, la

señal de ruido bajo las mismas condiciones disminuirá su correlación en la medida en que se incrementa k , por lo que al sumar las señales defasadas (considerando un número grande para k) que contienen información el ruido se cancelará preservándose la señal original.

Con el propósito de establecer un punto de partida se evaluó un filtro promediador bajo diferentes condiciones de contenido de ruido y frecuencias de la señal deseada. Se presentan los resultados para el caso del proceso de una señal senoidal dentro de un rango de frecuencias entre 10 y 10,000 Hz a una tasa de muestreo de 100 Khz; estas condiciones se definieron para asegurar el cumplimiento del teorema de muestreo de Shannon en el valor máximo de frecuencia de prueba.

En primer término se obtuvieron gráficos correspondientes a la relación entre las magnitudes de la señal senoidal a la entrada y a la salida del filtro para (L) en el rango de 10 a 50. Estos resultados se muestran en la Figura 6.1

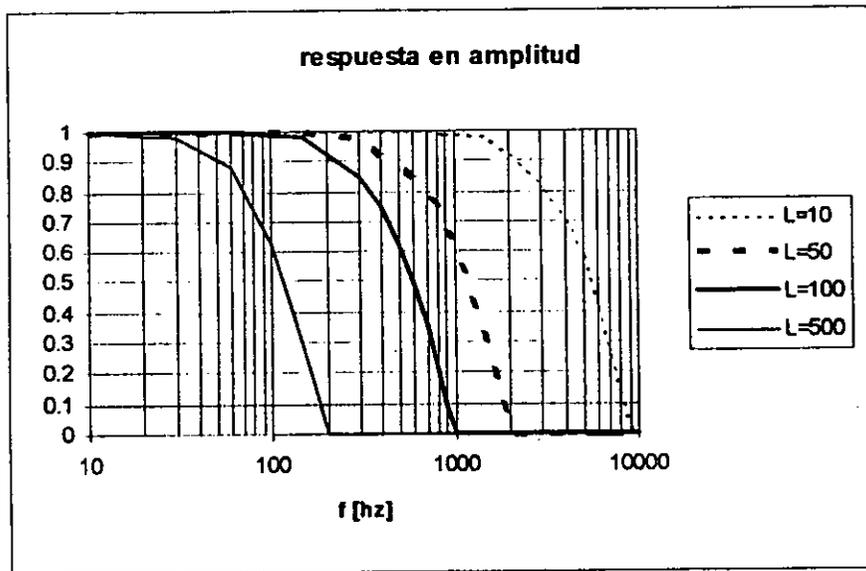


Figura 6.1: Gráfica de Relación entrada - salida en magnitud

Se puede apreciar que la gráfica de la respuesta del filtro es de tipo paso bajas, en lo que respecta al procesamiento de la señal deseada (sin ruido), con una frecuencia de corte dependiente del orden (L) del filtro FIR empleado.

El orden del filtro FIR implica un intervalo de procesamiento Φ dado por:

$$\Phi = (L + 1)\Delta \quad [s] \quad (6.2)$$

donde L es el orden del filtro y Δ el periodo de muestreo.

Cuando Φ es igual al periodo de la señal, la suma de las senoidales (ecuación 6.1) contempla la suma de señales en contrafase, lo que cancela los términos de la referida suma. Esta característica se puede apreciar en el gráfico de respuesta en amplitud donde, por ejemplo para L= 100 y una frecuencia de muestreo de 100 Khz, se tiene que:

$$\Phi = (L + 1)\Delta = (101)10^{-5} = 1.01ms$$

Esto implica que a una frecuencia de aproximadamente 1,000 Hz, la salida se hace cero, lo cual puede constatarse para los casos mostrados en la Figura 6.1.

Estos resultados implican un ancho de banda permisible para las señales de entrada que se desean recuperar. Cabe mencionar aquí que esta banda de paso no se refiere a la característica indeseada (ruido), ya que la eficacia del filtro propuesto para eliminarla se evaluará a través de la comparación entre las relaciones señal ruido a la entrada y a la salida del sistema en su conjunto.

Con el propósito de establecer un parámetro consistente con las definiciones convencionales de banda de paso para la señal deseada, se ubican de manera experimental los puntos de -3dB. A partir de estos puntos experimentales se proponen aproximaciones de las cuales se puede establecer una expresión para estimar el punto de corte del filtro.

L	f (-3dB)	f propuesta
10	4,000	4500
50	850	900
100	450	450
500	87.5	90

La frecuencia más alta permisible para que la señal deseada se mantenga dentro de una banda de 3 dB queda entonces como:

$$f_{\max-3dB} = 0.45 \frac{1}{\Phi} = 0.45 \frac{1}{(L+1)\Delta} \quad (6.3)$$

Por lo que respecta al defasamiento, el comportamiento observado del sistema en régimen permanente es que el defasamiento entre la entrada y la salida es constante y está dado por la expresión:

$$\Theta(L) = \frac{L+1}{2} \Delta . [s] \quad (6.4)$$

Como segundo paso dentro del proceso de caracterización y evaluación del filtro se definieron condiciones de prueba con base en los resultados de la fase de caracterización, anteriormente presentada, y se definió como figura de mérito la relación señal/ruido a la salida del filtro. La evaluación parte del análisis de los resultados obtenidos para órdenes del filtro de 5, 10, 15 y 20 y una señal deseada que está contaminada con ruido blanco aditivo, de tal modo que la relación señal a ruido (SNR) de la entrada varia de -5 a 5 dB. Se puede observar que la "ganancia" del filtro, esto es la diferencia en las relaciones señal ruido a la entrada y la salida del filtro es de hasta 13 dB (FIR de orden 20) y con un mínimo de 7 dB (orden 5). Dichos resultados son superiores a los reportados para arquitecturas similares que no emplean procesamiento difuso [9]. En consecuencia se puede afirmar que el desarrollo es competitivo en términos de su eficacia para cancelar el ruido.

De lo anterior se tiene que para el caso estacionario, si se considera que el ruido aditivo es un "error", el proceso tiene como propósito minimizar el error medio presente en la señal.

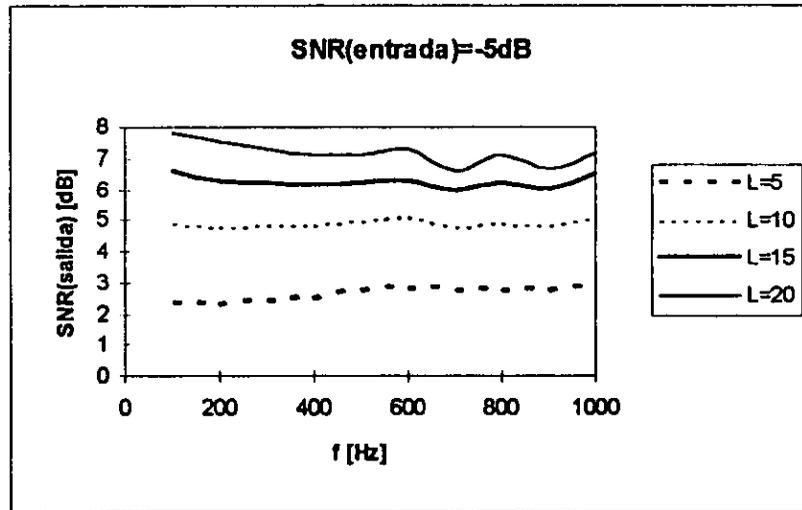


Figura 6.2: Desempeño del filtro promediador con SNR=-5 dB a la entrada

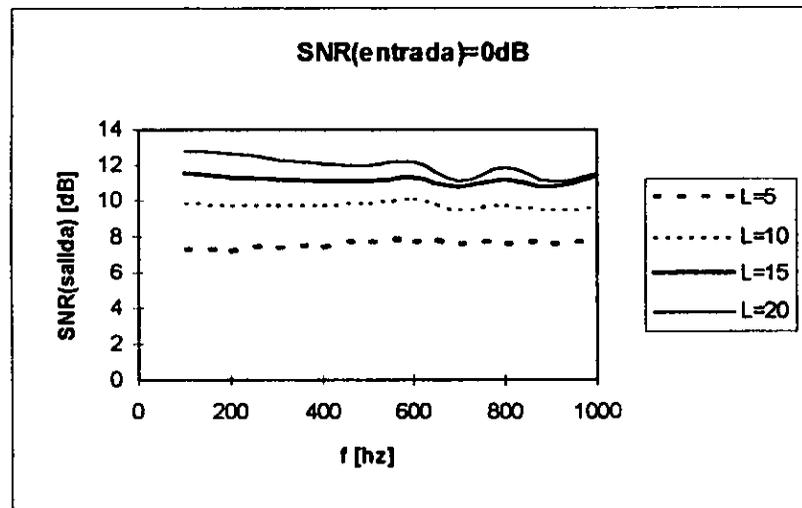


Figura 6.3 Desempeño del filtro promediador con SNR=0 dB a la entrada

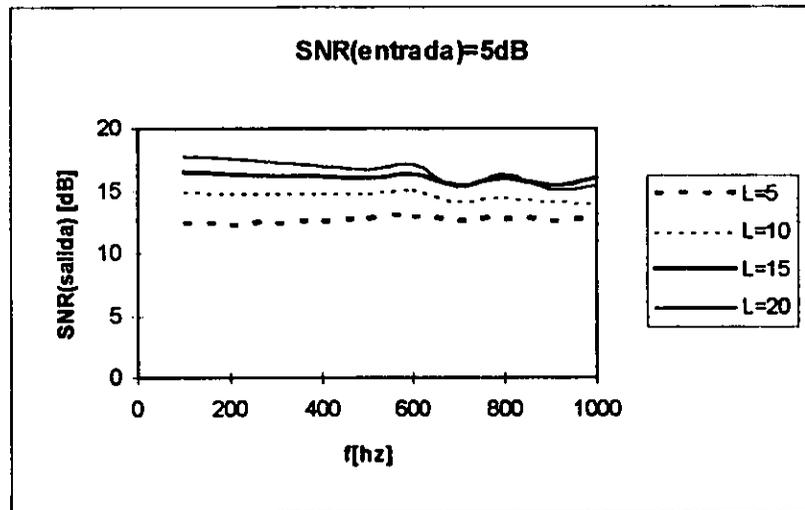


Figura 6.4 Desempeño del filtro promediador con SNR=5 dB a la entrada

Sin embargo, los procesos reales no son estacionarios. Por ejemplo: voz, variables de procesos industriales, etc. Adicionalmente, la relación señal a ruido tampoco es constante, sino que en el caso general varía con el tiempo; en consecuencia, el empleo de un filtro promediador de orden muy grande, de tal modo que cubra el posible universo de las señales y sus ruidos asociados, tendrá necesariamente una frecuencia de corte baja (ver Figura 6.1).

6.1.2 Desarrollo conceptual

Partiendo del concepto del filtro promediador en esta sección se analiza desde este mismo enfoque una propuesta para la realización de un esquema adaptable.

En lo general, un esquema adaptable consta de tres grandes elementos:

- Adecuación de señales,

- Procesamiento de las entradas
- Inteligencia para variar los parámetros que determinan el procesamiento en función de un criterio de adaptación dado.

Por lo que respecta al acondicionamiento de las señales de entrada y salida se optó por definir un esquema de normalización a la unidad, lo que desde el punto de vista de realización representa un control automático de ganancia convencional (AGC). El elemento a cargo del proceso de la señal es un esquema de filtrado a partir del promedio de la señal. Finalmente, por lo que respecta a la "inteligencia", el enfoque corresponde al propuesto por la Lógica Difusa lo que permite realizar la función de adaptación en ausencia de un modelo que represente las variaciones en el tiempo de la señal deseada.

Dicho concepto, los bloques que lo implementan y las relaciones entre los citados bloques se representan gráficamente en la Figura 6.5.

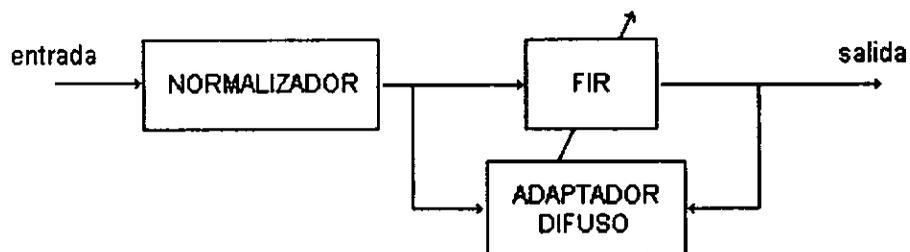


Figura 6.5 Estructura conceptual del filtro

Tomando en cuenta la idea anterior se propuso la siguiente estrategia para el desarrollo:

1. Mantener el equivalente discreto del proceso continuo hasta aquí descrito
2. Desarrollar una arquitectura con características adaptables en cuanto a la longitud del filtro FIR.
3. Definir como estimador del error el valor absoluto de la diferencia cuadrática media entre las magnitudes de la señal filtrada para los instantes k y $k-1$; es decir:

$$\text{error}_n = e(n) = \frac{1}{2} \sqrt{\left| (x(n))^2 - (x(n-1))^2 \right|} \quad (6.5.a)$$

4. Definir un estimador para la tasa de variación de la señal deseada a partir de la salida del filtro $y(k)$ con un retardo apropiado para compensar el generado en el proceso de promediación de $x(k)$.

$$\text{salida}_n = p(n) = \frac{1}{2} \sqrt{\left| \left(y\left(n - \frac{L(n-1)}{2} \right) \right)^2 - \left(y\left(\left[n - \frac{L(n-1)}{2} \right] - 1 \right) \right)^2 \right|} \quad (6.5.b)$$

5. Tomar como criterios de adaptación los estimadores, tanto del error dado en la ecuación (6.5.a), como de la señal deseada dado por (6.5.b).

Las funciones que definen el valor de los estimadores se estructuraron, en lo general, tomando como modelo las correspondientes al error cuadrático medio, pero fueron modificadas de manera heurística a partir de un procedimiento de búsqueda de la mejor respuesta del filtro. Cabe entonces señalar que la definición de un método formal para encontrar el mejor estimador para una aplicación dada constituye en si mismo un campo de investigación.

Un modelo a nivel diagrama de bloques del filtro que se propone se muestra en la Figura 6.6.

En el diagrama, la señal deseada muestreada con periodo de muestreo Δ se denomina $s(n)$, el ruido AWGN también muestreado a la misma tasa es $r(n)$ y $y(n)$ es la estimación de $s(n)$ o sea la salida del filtro.

El detalle de la operación de los elementos que realizan el procesamiento difuso se muestra en la figura 6.7

Por lo que se refiere a los restantes elementos presentados en el diagrama a bloques, se tiene que:

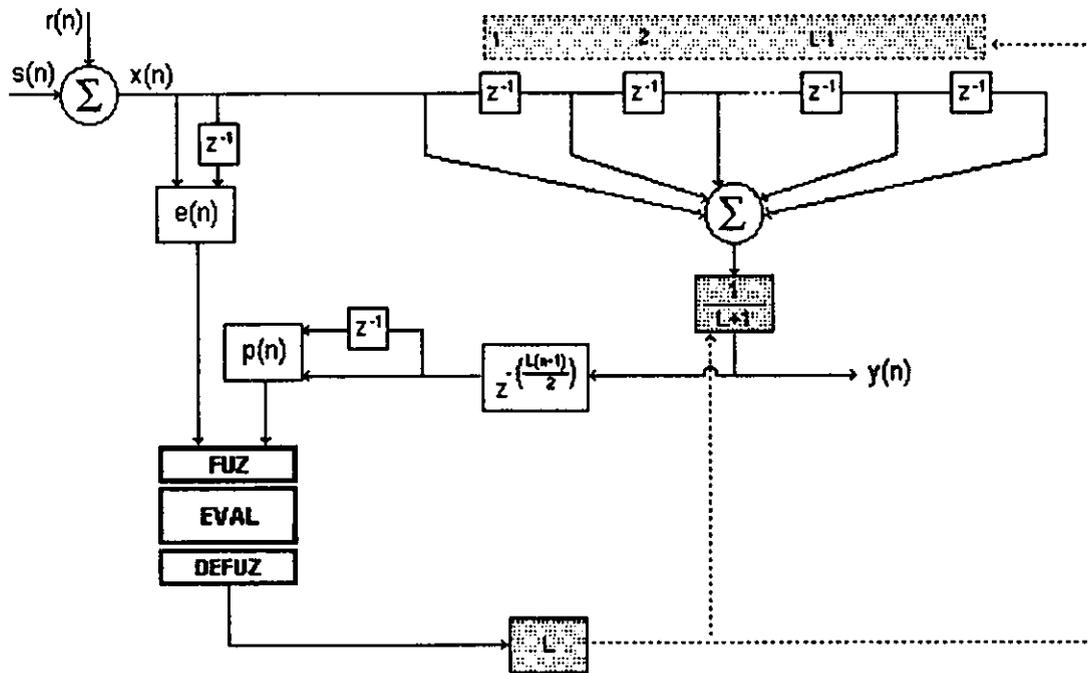


Figura 6.6 Arquitectura del filtro difuso adaptable

- L es la magnitud del filtro FIR
- z^{-1} es un bloque que retarda la señal un tiempo igual al periodo de muestreo
- $z^{-L(n-1)/2}$ es un bloque que retarda la señal $L(n-1)/2$ muestras
- n es el número de orden asociado a una muestra específica de las señales de entrada.
- e(n) es el estimador definido a través de la ecuación (6.5.a)
- p(n) es el estimador definido a través de la ecuación (6.5.b)
- FUZ es el bloque funcional que mapea puntos de las señales a los conjuntos difusos asociados a la entrada del sistema
- EVAL es el bloque que representa la evaluación de reglas.
- DEFUZ es el bloque que indica el mapeo del conjunto difuso de salida a un conjunto de valores discretos (L) asociados al orden del filtro FIR.

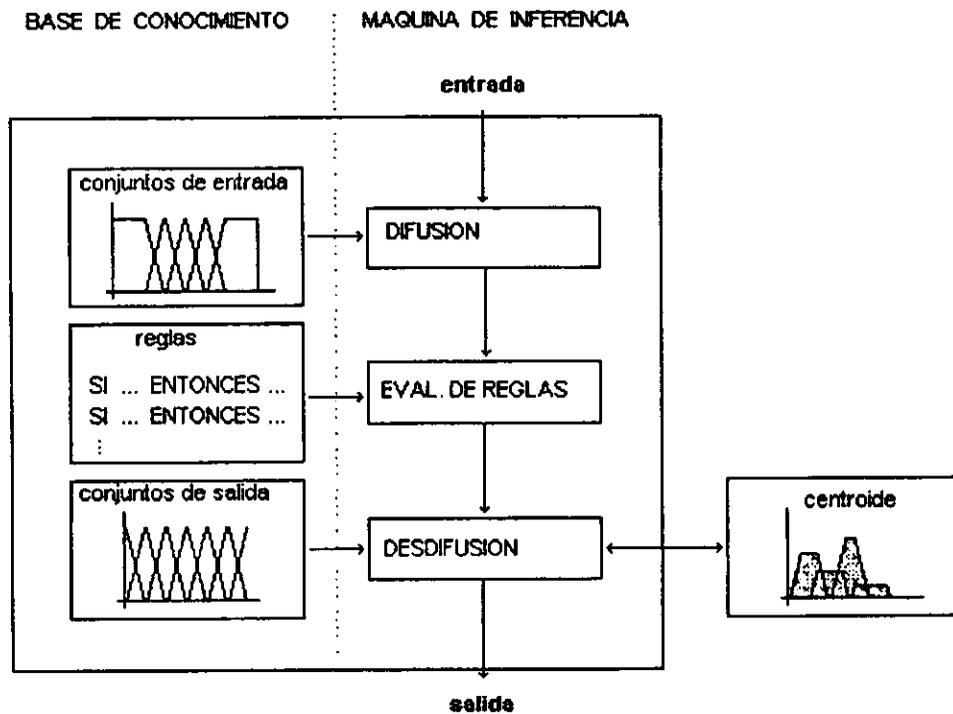


Figura 6.7 Procesamiento difuso

Denominando como $x(n) = s(n)+r(n)$ a la serie que resulta de muestrear la señal continua $x(t)$, se tiene que el estimador de la señal deseada $s(n)$ está dado por $y(n)$ de acuerdo a la ecuación (6.6):

$$y(n) = \left[\frac{1}{L(n) + 1} \right] \sum_0^{L(n)} x(n + i) \quad (6.6)$$

La operación del sistema se puede describir mediante la siguiente secuencia:

- 1 Para n tal que $1 \leq n \leq L_{prom}$
- 2 Se obtienen los valores correspondientes a $y(n)$ de acuerdo a la ecuación (6.6). Considerando que $L(n) = L_{prom}$ para $1 < n < L_{prom}$
- 3 Para cualquier valor de $n > L_{prom}$
- 4 Se calcula el valor del estimador $e(n)$

- 5 Se obtiene el valor del estimador $p(n)$
- 6 Se asocian los valores de $e(n)$ y $p(n)$ a los conjuntos difusos correspondientes
- 7 Se determinan las reglas que aplican para el caso
- 8 Se determina el valor de $L(n)$ apropiado
- 9 Se calcula el valor de los coeficientes del filtro FIR de orden $L(n)$
- 10 Se obtiene la estimación de $s(n)$; esto es, $y(n)$
- 11 Se incrementa n hasta agotar las muestras

6.2 IMPLEMENTACIÓN DEL FILTRO DIFUSO ADAPTABLE

En esta sección se aplican los conceptos del capítulo correspondiente a la teoría de los sistemas difusos; es decir, la definición de los conjuntos a partir de las características de las señales tanto deseadas como de ruido, las reglas de control y la metodología para realizar el mapeo al conjunto de valores discretos asociados al orden (L) del filtro FIR.

6.2.1 Características de los conjuntos difusos

Dado que la distribución de densidad de probabilidad de la amplitud de la señal $e(n)$ es de tipo e^{-t} , para $t > 0$, se plantean los conjuntos de la Figura 6.8.

Por otra parte, la distribución de densidad de probabilidad de la amplitud para la señal $p(n)$ es de tipo e^{-t} para $t > 0$, los conjuntos asociados a ella se muestran en la Figura 6.9.

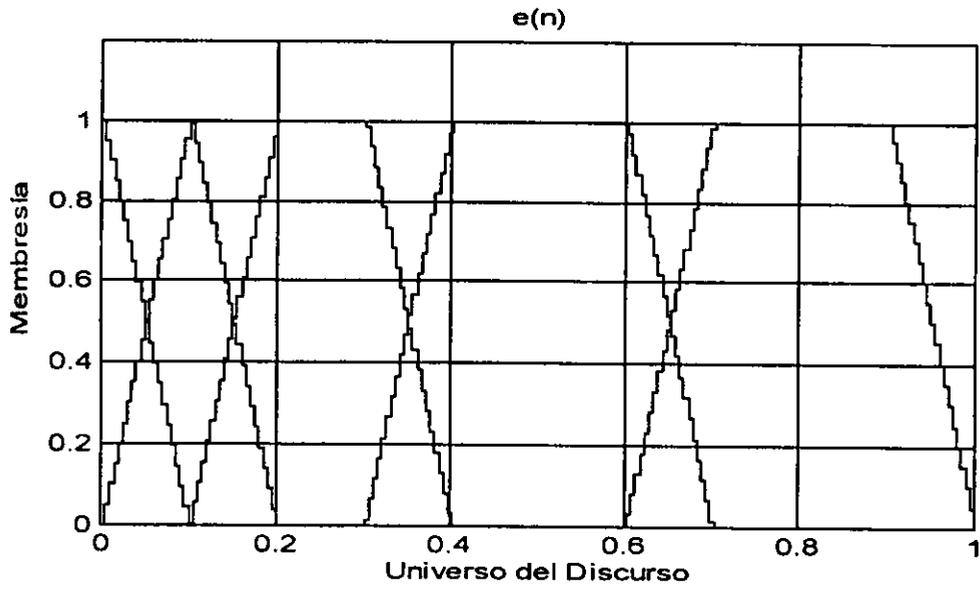


Figura 6.8 Conjuntos asociados al estimador $e(n)$

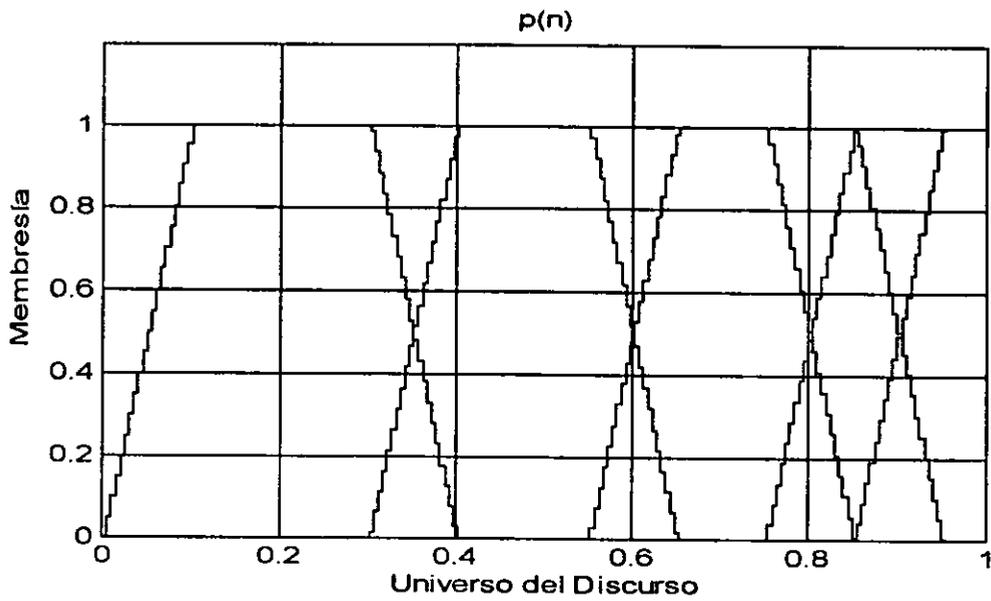


Figura 6.9 Conjuntos asociados al estimador $p(n)$

6.2.2 Reglas de control

Conceptualmente, las reglas de control que se proponen están basadas en el supuesto que la señal deseada es senoidal y por tanto su derivada disminuye conforme su magnitud absoluta aumenta; en consecuencia, las reglas del control que son del tipo **IF ... AND ... THEN** se resumen en la siguiente tabla la cual representa la FAM (Memoria Difusa Asociativa).

$p(n)/e(n)$	mp	p	m	g	mg
mp	mp	p	m	g	mg
p	p	mp	p	m	g
m	m	p	mp	p	m
g	g	m	p	mp	p
mg	mg	g	m	p	mp

donde las abreviaturas tienen el siguiente significado:

- mp muy pequeño
- p pequeño
- m mediano
- g grande
- mg muy grande

La interpretación de la tabla tomando como ejemplo el significado de la regla expresada en la posición 1-1 es:

Si $e(n)$ es muy pequeño (mp) y $p(n)$ es muy pequeño (mp), ENTONCES el orden del filtro es muy pequeño (mp).

6.2.3 Mapeo al orden del filtro o Conjuntos Difusos de Salida

Los conjuntos para el orden del filtro, que es la salida del sistema difuso, están definidos en la Figura 6.10

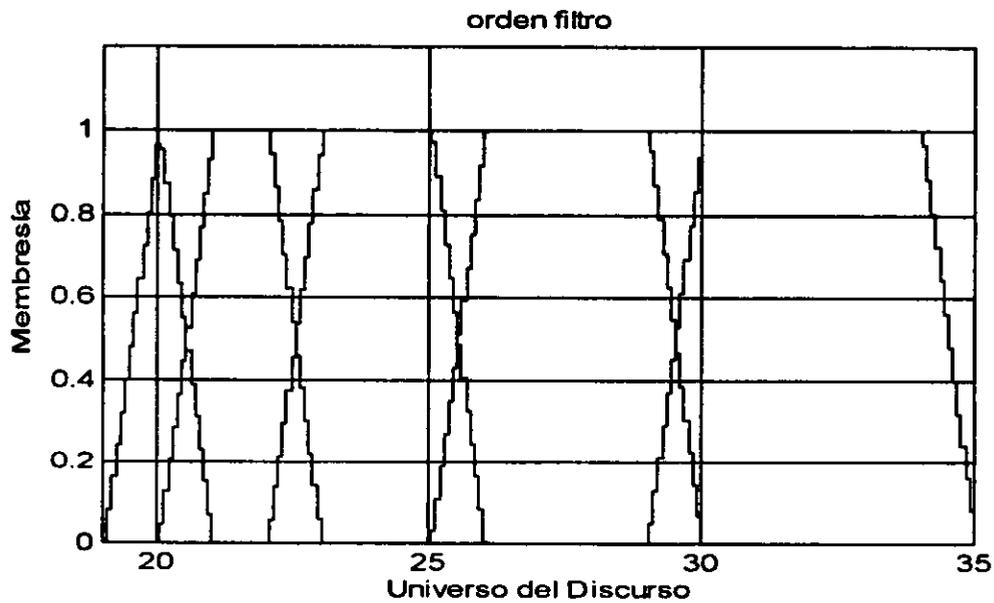


Figura 6.10 Conjuntos que definen el orden del filtro FIR

6.3 VALORACIÓN DEL DESEMPEÑO DEL FILTRO DIFUSO ADAPTABLE

En esta sección se reporta la definición de los criterios para la evaluación del filtro difuso adaptable y los resultados que se obtuvieron mediante la simulación del comportamiento del filtro en el ambiente MATLAB.

Dado que el interés primario de la aplicación es el recuperar una señal "deseada" que ha sido contaminada por el ruido, se utiliza como estimador del desempeño del filtro el comparar la magnitud de la relación Señal a Ruido (SNR) presente en la señal de entrada ($x(n)$) con la SNR presente en la señal de salida ($y(n)$).

Para efectos de esta evaluación, la relación señal a ruido se define como:

$$SNR = 10 \log \frac{\sum_{n=0}^N s(n)^2}{\sum_{n=0}^N |s(n) - \hat{s}(n)|^2} \quad (6.7)$$

donde $\hat{s}(n)$ es estimador de la señal deseada.

Para efectos de la evaluación vía simulación, la SNR a la entrada se establece sumando a una señal senoidal (de amplitud conocida y con la frecuencia a la que se desea evaluar el filtro) una señal de ruido AWGN con una desviación estándar tal que se obtiene la SNR deseada. Por lo que respecta a la salida, la SNR se calcula según la ecuación(6.7) tomando como estimador de la señal deseada a $y(n)$.

En las Figuras 6.11 a 6.13 se muestran los resultados para valores de SNR a la entrada de -5, 0 y +5 dB, comparando el desempeño del filtro adaptable con un filtro promediador con una L igual al valor de la media de $L(n)$.

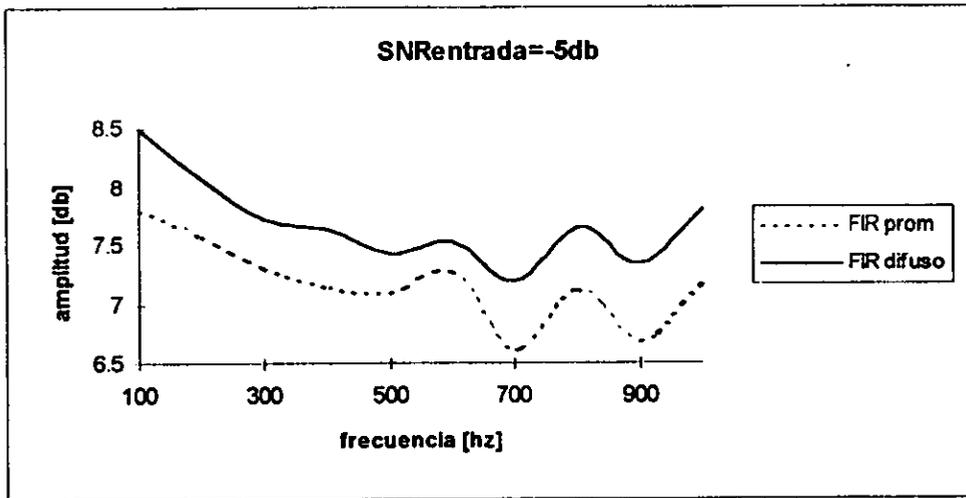


Figura 6.11 Comportamiento para SNR a la entrada de -5 dB

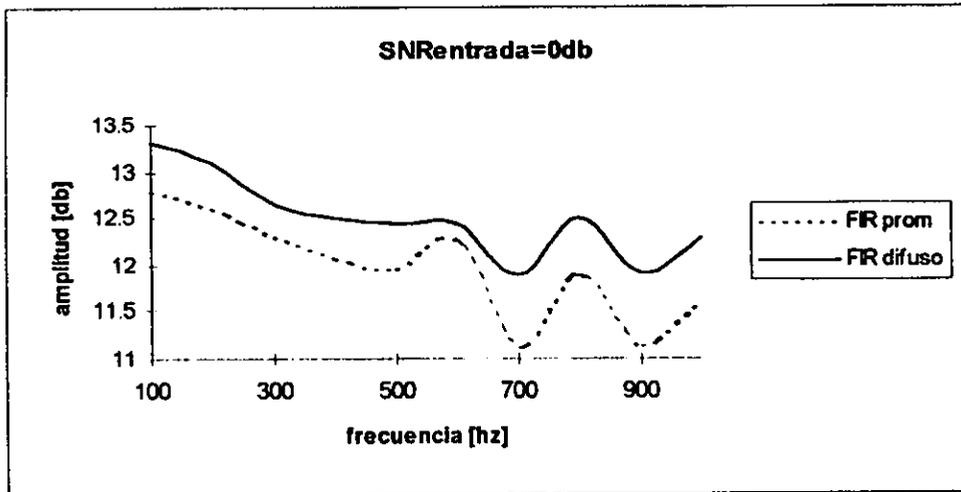


Figura 6.12 Comportamiento para SNR a la entrada de 0 dB

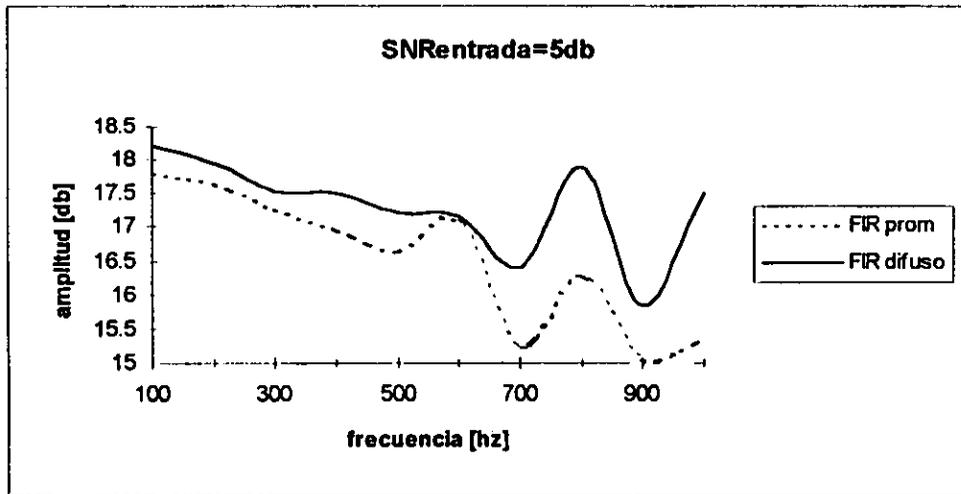


Figura 6. 13 Comportamiento para SNR a la entrada de 5 dB

La estructura propuesta para implementar la función de filtrado de una señal contaminada con ruido AWGN, de acuerdo al criterio de evaluación descrito al inicio de la sección, presenta las siguientes características:

No requiere de un ajuste inicial, del que dependen tanto las características de desempeño en términos de relación señal a ruido, intervalo de adaptación o estabilidad del sistema, como es el caso de la propuesta formulada por Widrow [6]. Sin embargo, está en desventaja en lo que se refiere a su sensibilidad a la magnitud del periodo de muestreo en relación al periodo de la señal. Comparte las bondades de rapidez de adaptación y sencillez del filtro promediador, al mantener constantes los coeficientes del filtro FIR para cada valor de n , mejorando las características de incremento de la SNR a la salida, con relación a la preestablecida para la entrada.

La capacidad de filtrado del esquema propuesto, para el caso de señales estacionarias, se muestra de manera gráfica en las figuras 6.14 a 6.16 la SNR a la entrada es de 0 dB.

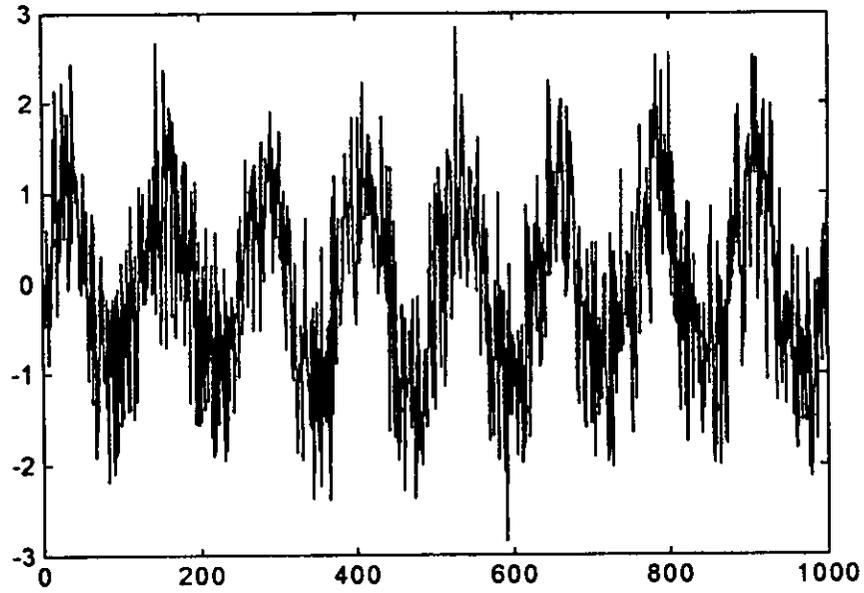


Figura 6.14 Gráfica en el tiempo de la señal con ruido

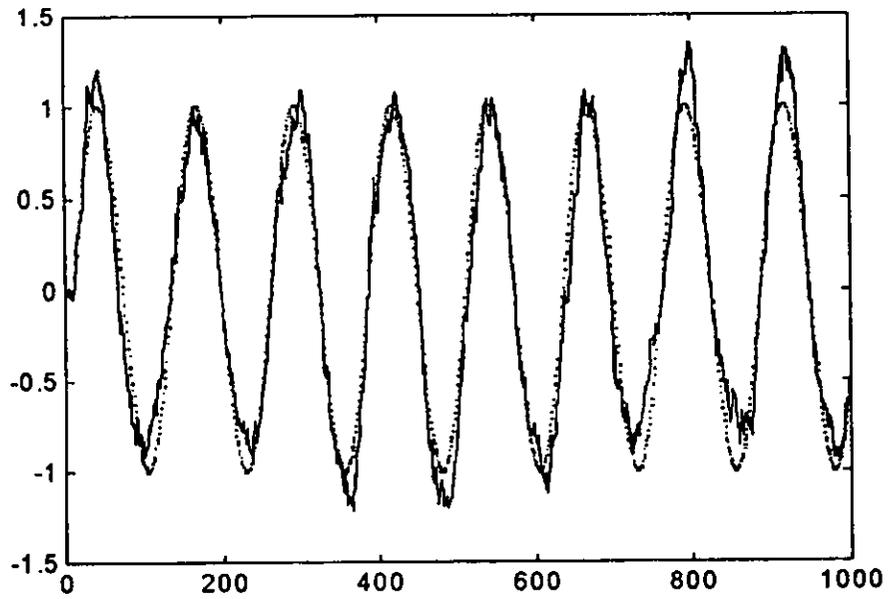


Figura: 6.15: Señal procesada con el filtro adaptable de orden variable

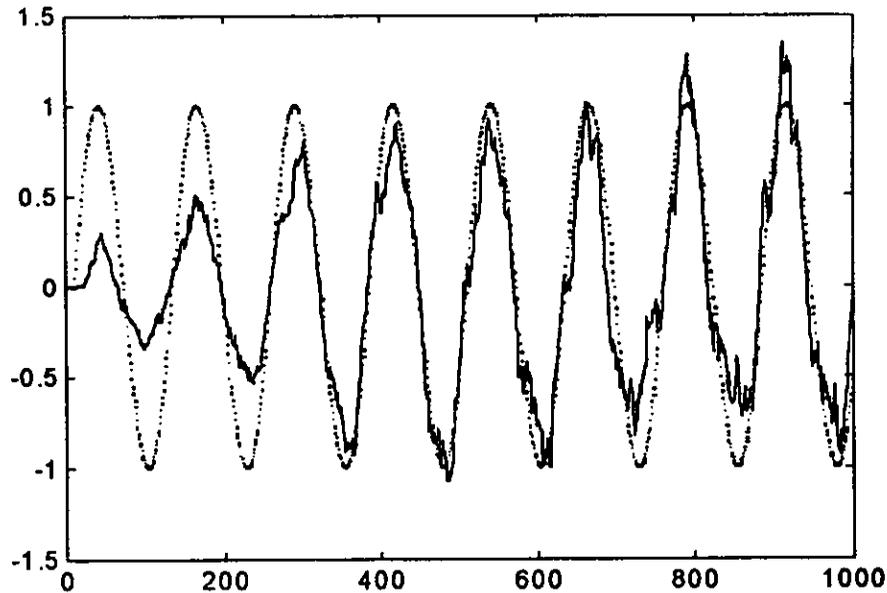
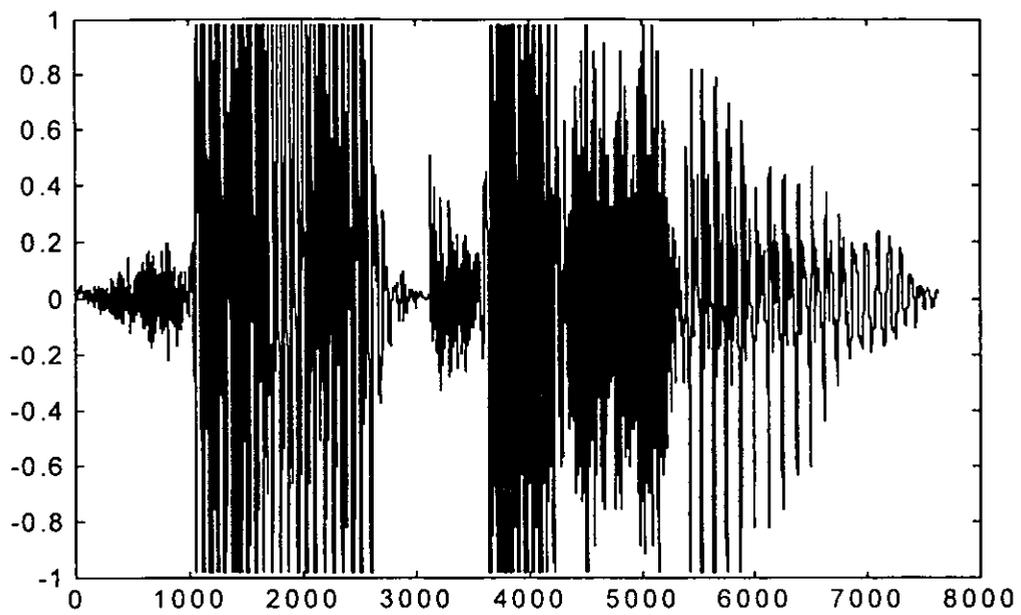


Figura 6.16: Señal procesada con el filtro propuesto por Widrow

La bondad del esquema de adaptación del filtro propuesto, bajo las condiciones dinámicas de una aplicación real, se evaluó procesando una señal "estándar" de voz contaminada con ruido AWGN de modo tal que la SNR a la entrada tuviese un valor de -7 dB. El resultado es una SNR de +5 dB. En una prueba cualitativa se puede apreciar que en la señal contaminada con el ruido es imposible el identificar los fonemas, mientras que en la señal procesada los fonemas resultan claramente discernibles.

A nivel gráfico, estos resultados se muestran en las figuras 6.17 a 6.20



6.17 Gráfica en el tiempo de la señal original

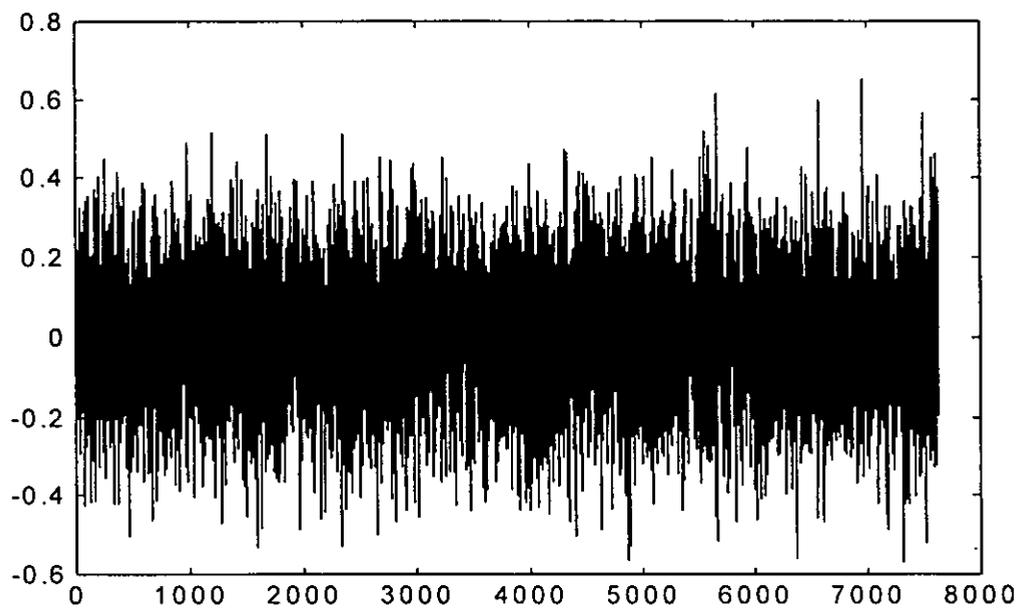


Figura 6.18 Señal contaminada por AWGN

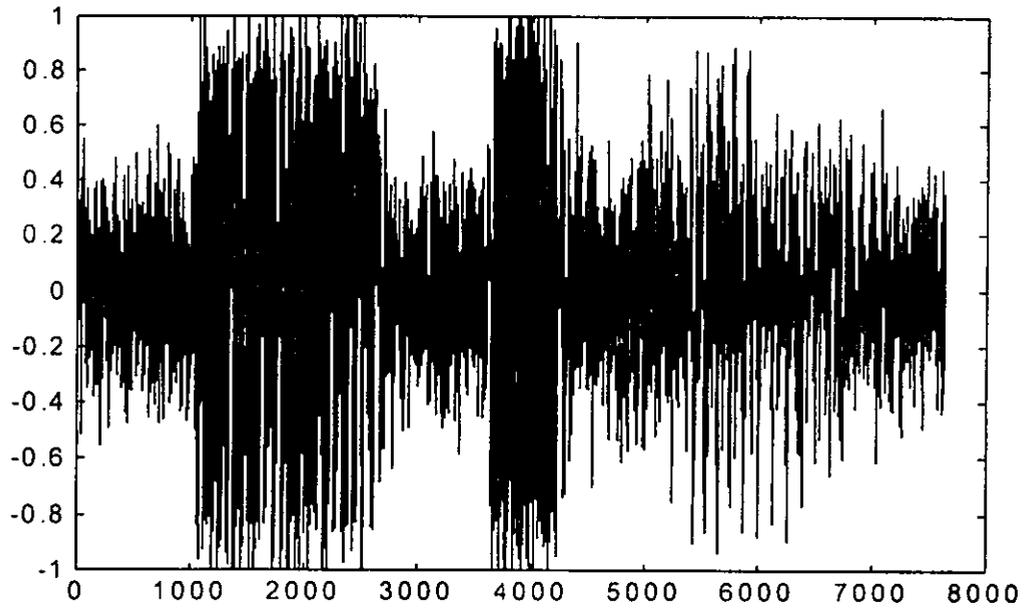


Figura 6.19 Señal recuperada mediante el filtro difuso adaptable

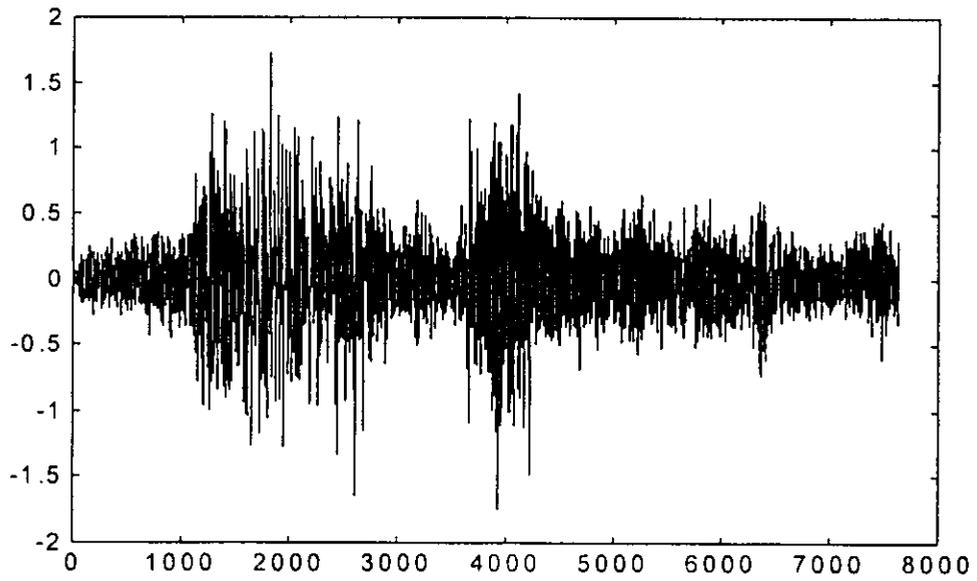


Figura 6.20 Señal recuperada mediante el filtro que minimiza el error LMS.

CONCLUSIONES

Después de las experiencias obtenidas a lo largo de este trabajo a continuación se presentan las conclusiones derivadas del estudio, desarrollo y realización en software del filtro adaptable difuso.

Se optó por emplear sistemas difusos como una herramienta que permitiera tener un sistema más especializado gracias a la forma en que procesan sus instrucciones basadas en reglas, es decir, el enfrentar un problema mediante un sistema difuso es muy sencillo. Lo anterior tiene la ventaja de que, además de ser fácil, se empieza a trabajar con sistemas que procesan la información de manera similar a como la procesa el ser humano.

Los filtros digitales de tipo recursivo y no recursivo tienen coeficientes fijos, por lo cual es necesario tener un conocimiento a priori de las características de la señal y, en la mayoría de los casos, trabajar con órdenes de filtro muy elevados si se quiere lograr el éxito en la cancelación de ruido. Lo anterior limita mucho el ambiente donde se va a desempeñar el filtro y, por lo tanto, no satisface el criterio de adaptación, flexibilidad y robustez que se quiere alcanzar. En base a estas cuestiones no se realizaron pruebas para este tipo de filtros, simplemente se mencionaron con objeto de establecer las bases para el capítulo 2.

Después, se analizó la siguiente etapa del desarrollo donde los filtros presentan coeficientes variables con el tiempo. En esta sección se pretendió mostrar un panorama básico, pero suficientemente claro, para analizar las características de los sistemas adaptables. La bondad de dichos sistemas radica en que no se necesita un conocimiento a priori de las señales, al contrario, se puede tener un conocimiento muy limitado o en el mejor de los casos ningún conocimiento para conseguir la cancelación de ruido. Sin embargo, esta propuesta ya ha sido probada, realizada y lanzada al mercado con éxito.

La siguiente estrategia fue realizar una modificación al algoritmo LMS empleando conceptos de Lógica Difusa con el objeto de obtener una adaptación más rápida. Sin embargo, en términos generales se puede decir que no presenta una ventaja sobresaliente sobre el algoritmo LMS clásico, ya que si bien, tiene una adaptación igual de rápida no sigue de la misma manera al Mínimo Error Cuadrático Medio como lo hace el LMS clásico.

Finalmente, el filtro difuso adaptable propuesto por los autores es un desarrollo novedoso, particularmente si se refiere al proceso de adaptación, el cual consiste en variar el orden del filtro FIR, así como la selección de los estimadores del ruido y la señal deseada. Dicho sistema presenta un desempeño superior al de un filtro promediador equivalente y es comparable en términos de procesamiento de señales de voz a la implementación propuesta por Widrow. Cabe hacer notar que la superioridad del desempeño del filtro propuesto con relación a los filtros promediadores no adaptables (ver Figuras 6.11 a 6.13) mejora conforme disminuye la relación señal ruido a la entrada, lo que ubica su aplicación en casos en los que

el ruido es grande comparado con la señal deseada. En consecuencia, se abre la posibilidad para la definición de líneas de investigación que combinen las bondades del procesamiento a través de la teoría de conjuntos difusos, empleando como estrategia de adaptación la modificación a la topología del filtro FIR.

Queda abierta la propuesta de realizar una arquitectura en hardware para este tipo de sistemas adaptables difusos. Un sistema que se sugiere es el tener una arquitectura basada en dos microprocesadores. Por ejemplo, se puede utilizar un Procesador Digital de Señales (DSP) específicamente para la parte del filtrado de las señales y un Microcontrolador especializado en la parte de procesamiento difuso. También es importante seguir desarrollando el campo del software.

APÉNDICE

En esta sección se muestra el código fuente de los programas elaborados para la simulación de los procesos que aparecen en la tesis. Dichos programas fueron escritos en la versión para estudiante de Matlab 4.0.

```
% Programa pas2_01
% Convergencia del LMS
% Frecuencia de las señales: 440 Hz
% Frecuencia de muestreo: 8000 Hz
% Tipo de ruido: gaussiano aditivo
% Orden del filtro: 16
% Parámetro de convergencia mhu: 0.01
clear, clc
n=0:7999;
fs=8000;
f=440;
s=2.5*sin(2*pi*(f/fs).*n);
noise=randn(size(s));
x=s+noise;
d=5*cos(2*pi*(f/fs).*n);
L=16;
mhu=0.001;
px=0;
b=zeros(1,L+1);
N=length(x);
y=zeros(1,N);
if(length(px)<L),
    px=[px,zeros(1,L-length(px))];
end
px=[0,px];
for k=1:N,
    px(1)=x(k);
    y(k)=b*px';
    if abs(y(k))>1e10,
        fprintf('\nLMS advertencia |y| salida > 1e10.\n');
        y(k+1:N)=zeros(1,N-k);
```

```

        return
    end
    e=d(k)-y(k);
    b=b+2*mhu*e*px;
    px(L+1:-1:2)=px(L:-1:1);
end
px=px(2:L+1);
spy=abs(fft(y,1024));
spx=abs(fft(x,1024));
figure(1), plot(n(7901:8000),s(7900:7999)), xlabel('n'), ylabel('s(n)'), grid
figure(2), plot(n(7901:8000),x(7900:7999)), xlabel('n'), ylabel('x(n)'), grid
figure(3), plot(n(7901:8000),y(7900:7999)), xlabel('n'), ylabel('y(n)'), grid
figure(4), plot(n(7901:8000),d(7900:7999)), xlabel('n'), ylabel('d(n)'), grid
figure(5), semilogy(spy(1:512)), xlabel('k'), ylabel('y(w)'), grid
figure(6), semilogy(spx(1:512)), xlabel('k'), ylabel('x(w)'), grid

```

```

% Programa pas3_01.m
% Autocorrelación de una señal senoidal
% Frecuencia de muestreo: 8000 Hz
% Frecuencia de la señal: 440 Hz
% No. de muestras: 100
clear, clc
n=0:99;
f=440;
fs=8000;
x=sin(2*pi*(f/fs).*n);
y=x';
N=length(x);
figure(1), plot(x), xlabel('n'), ylabel('x(n)'), grid
for l=1:N
    r(l)=(x*y)/N;
    x=[0,x];
    x=x(1:N);
end
figure(2), plot(r), xlabel('l'), ylabel('Rxx(l)'), grid

```

```

% Programa pas3_02.m
% Autocorrelación de ruido
% Distribución de probabilidad normal o gaussiana
clear, clc
n=randn(0,99);
y=n';
N=length(n);
figure(1), plot(n),xlabel('n'),ylabel('N(n)'), grid
for l=1:N
    r(l)=n*y;
    n=[0,n];
    n=n(1:N);
end
r=r/r(1);
figure(2), plot(r),xlabel('l'),ylabel('Rnn(l)'), grid

```

```

% Programa pas3_03.m
% Correlación de una señal senoidal más una aleatoria con su versión retrasada
% Las señales presentan los mismos parámetros que en los programas
% pas3_01.m y pas3_02.m
clear, clc
n=0:99;
f=440;
fs=8000;
s=sin(2*pi*(f/fs).*n);
noise=randn(1,100);
x=noise+s;
y=[0,0,0,0,x(1:96)];
y=y';
N=length(x);
figure(1), plot(x), xlabel('n'), ylabel('x(n)'), grid
for l=1:N
    r(l)=(x*y)/N;
    x=[0,x];
    x=x(1:N);
end
r=r/r(1);
figure(2), plot(r), xlabel('l'); ylabel('Rxx(l)'), grid

```

```

% Programa pas3_04.m:
% Ejemplo del Pronosticador Adaptable.
clc, clear
mu=0.001;
sigma=2;
alpha=0;
L=20;
N=501;
b=zeros(1,L+1);
px=0;
d=sqrt(2)*sin(2*pi*[0:N-1]/20) + sqrt(12)*(rand(1,N)-0.5);
x=[0,d(1:N-1)];
y=zeros(1,N);
if(length(px)<L),
    px=[px,zeros(1,L-length(px))];
end
px=[0,px];
for k=1:N,
    px(1)=x(k);
    y(k)=b*px';
    if abs(y(k))>1e10,
        fprintf('\npas3_04 advertencia: salida|y|> 1e10.\n');
        y(k+1:N)=zeros(1,N-k);
        return
    end
    e=d(k)-y(k);
    sigma=alpha*(px(1)^2)+(1-alpha)*sigma;
    tmp=2*mu/((L+1)*sigma);
    b=b+tmp*e*px;
    px(L+1:-1:2)=px(L:-1:1);
end
px=px(2:L+1);
figure(1), plot([0:500],d,'w'),xlabel('muestra');ylabel('Amplitud'),grid
figure(2), plot([0:500],y,'w'),xlabel('muestra');ylabel('Amplitud'),grid

```

```

% Programa pas4_01.m
% Aproximación de la función seno mediante conjuntos difusos
clear, clc
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%                               Declaración de los Conjuntos de Entrada y Salida
%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
grados=[-inf    -180   -90    0    90; ...
        -180   -90    0    90   180; ...
        -180   -90    0    90   180; ...
        -90    0    90   180   inf ];
seno = [-2.0    -0.5  0.0; ...
        -1.5   0.0  0.5; ...
        -0.5   0.0  1.5; ...
        -0.0   0.5  2.0 ];
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%                               Conversión a Discreto de los conjutos de entrada y salida
%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
[g,grados]=con2dis(grados,200);
[s,seno]=con2dis(seno,200);
figure(1),plot_set(g,grados),title('grados      (entrada)'),
figure(2),plot_set(s,seno),title('sen(x)      (salida)'),
ng=1;z=2;pg=3;
RuleBank=[z,ng,z,pg,z];
infop='t3mi';
accop='s3ma';
clc
for i=1:20
    if i<=10
        a=-180/10*(-i+11);
        aT=match(g,a,grados); %fuzzificacion
        A=aT;
        B=inferenc(A,seno,RuleBank,infop);
        B=accumulu(B,accop); %defusion usando operador OR
        if i==1
            ss=sum(B*s')/sum(B);
        else
            ss=[ss,sum(B*s')/sum(B)];
        end
    else
        a=180/10*(i-10);
        aT=match(g,a,grados); %fuzzificacion
        A=aT;
        B=inferenc(A,seno,RuleBank,infop);
        B=accumulu(B,accop);
        ss=[ss,sum(B*s')/sum(B)];
    end
    figure(3), clg
    plot_set(s,seno),title('seno:"negativo" "cero" "positivo"'),hold on
    if B(1)>0, B(1)=0;end;
    if B(length(B))>0, B(length(B))=0;end;

```

```

fill(s,B,'g');ylabel(['seno difuso(', num2str(a),'°) = ',
num2str(ss(i))]),pause
end
figure(4)
plot([g(1,1) g(1,11) g(1,21) g(1,31) g(1,41) g(1,51) g(1,61) g(1,71)...
g(1,81) g(1,90) g(1,110) g(1,120) g(1,130) g(1,140) g(1,150) g(1,160)...
g(1,170) g(1,180) g(1,190) g(1,200)],ss)
title('Seno(x) Difuso'), xlabel('x[grados]')
grid on
figure(5),plot(g,sin(g*pi/180),'r'),title('Seno(x)'), xlabel('x[grados]')
grid on

```

```

% Programa pas5_01
% Cancelación de ruido
% Topología: Pronosticador Adaptable
% Variable Difusa: mhu
% alpha inicial=0.01
clc, clear
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%
%                               Zona de adquisición de Datos
%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
fs=8000;
n=0:999;
f=input('Frecuencia=');
alpha=input('alpha=');
signal=sin(2*pi*(f/fs).*n);
noise=randn(size(signal));
x=signal+noise;
x=x/max(x);
d={0,x(1:999)};
L=16;
px=0;
b={zeros(1,L+1)};
N=length(x);
y=zeros(1,N);
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%
%                               Zona de candados
%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
if N~=length(d),
error('pas5_01: los vectores x y d no son conformables.');
```

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%
%                               Zona de procesamiento difuso
%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
error=[ -inf      -0.80 -0.55 0.30  0.6; ...
        -0.8    -0.55 -0.20 0.55  0.8; ...
        -0.8    -0.55  0.20 0.55  0.8; ...
        -0.6    -0.30  0.55 0.80  inf ];
derror=error;
mua=alpha*[-0.65  -0.6  -0.5  -0.3  0.1  0.4  0.55; ...
            -0.60  -0.5  -0.3  -0.2  0.3  0.5  0.60; ...
            -0.60  -0.5  -0.3   0.2  0.3  0.5  0.60; ...
            -0.55  -0.4  -0.1  0.3  0.5  0.6  0.65 ];
[er,error]=con2dis(error,200);
[de,derror]=con2dis(derror,200);
[m,mua,moments,areas]=con2dis(mua,200);
ng=1;nm=2;np=3;c=4;pp=5;pm=6;pg=7;
FAMbank=[pg pm   c   nm   ng;
         pm  pp   c   np   nm;
         c   c   c   c   c;
         nm  np   c   pp   pm;
         ng  nm   c   pm   pg];
aggop='t2ap'; %producto algebraico
px=[0,px];
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%
%                               Zona de Algoritmo LMS
%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
for k=1:N,
    px(1)=x(k);
    y(k)=b*px';
    if abs(y(k))>1e10,
        fprintf('\pas5_01 advertencia: salida |y|> 1e10.\n');
        y(k+1:N)=zeros(1,N-k);
        return
    end
    e(k)=d(k)-y(k);
    Ae=match(er,e(k),error);
    Ade=match(de,x(k),derror);
    A=aggregat(Ae,Ade,FAMbank,aggop);
    mu=apsumcog(FAMbank,A,moments,areas);
    b=b+mu*e(k)*px;
    px(L+1:-1:2)=px(L:-1:1);
end
px=px(2:L+1);

```

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%
%                               Zona de gráficas
%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
figure (1),plot(x(501:1000)), ylabel('Amplitud'), xlabel('muestra'), grid on
figure (2),plot(y(1:500)), ylabel('Amplitud'), xlabel('muestra'), grid on
figure (3),plot(y(501:1000)), ylabel('Amplitud'), xlabel('muestra'), grid on

% Programa pas6_01
% Filtro Adaptable Difuso
% No se incluyen las señales sphon y sphonr

clear
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%                               Zona de adquisición de datos
%
load c:\matlab\sphon.txt;
load c:\matlab\sphonr.txt;
s=sphon(1:length(sphonr))';
r=2.5*sphonr(1:length(s))';
    factorN=3;    %normalizando
OrdenMax=32;
x=(s+r)./factorN;
x=[zeros(1,OrdenMax) x];
N=length(x);
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%                               Zona de Conjuntos Difusos
%
error=[-inf    0    .1    .3    .6; ...
        0    .1    .2    .4    .7; ...
        0    .1    .3    .6    .9; ...
        .1    .2    .4    .7    1];
senal=[0    .3    .55    .75    .85; ...
        .1    .4    .65    .85    .95; ...
        .3    .55    .75    .85    1; ...
        .4    .65    .85    .95    inf];
orden=-10.*[19    20    22    25    29; ...
            20    21    23    26    30; ...
            20    22    25    29    34; ...
            21    23    26    30    35];
[er,error]=con2dis(error,200);
[se,senal]=con2dis(senal,200);
[or,orden,moments,areas]=con2dis(orden,200);
mp=1;p=2;m=3;g=4;mg=5;
FAMbank=[mp    p    m    g    mg
          p    mp    p    m    g
          m    p    mp    p    m
          g    m    p    mp    p
          mg    g    m    p    mp];
aggop='t2ap';

```

```

L(1)=20;
w=[1/(L+1)*ones(1,1+L)];
px=0;
px=[0,px,zeros(1,L-length(px))];
for k=1:N-OrdenMax,
    if k<27,
        L(k)=20;
        px(1)=x(OrdenMax+k);
        y(k)=w*px';
        px(L+1:-1:2)=px(L:-1:1);
    else
        y(k)=w*x(OrdenMax-length(w)+1+k:OrdenMax+k)';
        Ae=match(er,sqrt(abs(x(k)^2-x(k-1)^2))/2,error);
        Ade=match(se,sqrt(abs(y(k-(L(k-1)+1)/2)-y(k-(L(k-2)+1))^2))/2,senal);
        A=aggregat(Ade,Ae,FAMbank,aggop);
        L(k)=apsumcog(FAMbank,A,moments,areas);
        w=[1/(L(k)+1)*ones(1,1+L(k))];
    end
end
fprintf('c:\matlab\y8_5.txt','%1.8f\n',x(OrdenMax+1:length(x)).*factorN);
fprintf('c:\matlab\y8_5.txt','%1.8f\n',y.*factorN);

M=mean(L);W=ones(1,M);M=length(W);
    a=sum(([zeros(1,(M)/2) s(1:k-(M)/2)].^2);
b=sum((([zeros(1,(M)/2) s(1:k-(M)/2)])-(y.*factorN)).^2);
c=sum(s.^2);
d=sum(r.^2);
entrada=10*log10(c/d)
salida=10*log10(a/b)

```

BIBLIOGRAFÍA

[1] Introduction to Signal and Systems, 2nd. Edition

Kamen Edward W.

Macmillan Publishing Company, 1990

[2] Digital Filters Analysis and Design

Antoniou Andreas

Mc Graw Hill, 1979

[3] Discrete-Time Signal Processing

Oppenheim Alan V., Schafer Ronald W.

Prentice Hall, 1989

[4] Adaptive Filter Theory

Haykin Simon S.

Englewood Cliffs: Prentice Hall, 1991

[5] Adaptive Signal Processing

Widrow Bernard, Stearns Samuel D.

Prentice Hall, 1985

[6] **Adaptive Noise Cancellation: Principles and Applications**

Widrow Bernard

Proc. IEEE, vol. 63, Dec. 1975.

[7] **Noise Cancellation**

<http://www.mathworks.com/demos/toolbox/fuzzy/furznose1.html>

[8] **Principles of Active Noise Control**

Crawford David, 1996

http://www.spd.eee.strath.ac.uk/~david/anc_intro/anc_intro.html

[9] **Adaptive Noise Cancelling for Speech Signals**

Sambur M.

Trans. Acoust., Speech, Signal Processing, IEEE, vol. ASSP-26, no.5, Oct. 1978.

[10] **Fuzzy Systems Theory and its Applications**

Terano Toshiro, Asai Kiyoji, Sugero Michio

Academic Press, Inc. 1992

[11] **Implementing Fuzzy Expert Rules in Hardware**

Sibigtroth James M.

Miller Freeman Inc. 1992

[12] Fuzzy Logic for Embedded Microcontrollers

Sibigtroth James M.

Circuit Cellar INK, Issue # 56 Marzo 1995

[13] Fuzzy Adaptive Filters, with Application to Nonlinear Channel Equalization

Wang Li-Xin, Mendel Jerry M.

USC-SIPI report # 204. <http://sipi.usc.edu/reports/abstracts/usc-sipip.204.html>

[14] Fuzzy Set Theory

<http://eratos.erin.utoronto.ca/smitch/ggr321.lect8.html>

[15] The Theory of Fuzzy Logic

<http://texascontrols.com/html/theory.html>

[16] Análisis Numérico y Visualización Gráfica con Matlab

Nakamura Shoichiro

Prentice Hall, 1997

[17] Signal Processing Algorithms in Matlab

Stearns Samuel D., David Ruth A.

Prentice Hall, 1996.