



01190

DIVISION DE ESTUDIOS DE POSGRADO

Facultad de Ingeniería

3
Zef

**RESPUESTA SISMICA ESTRUCTURAL:
EFECTOS DE SITIO E INTERACCION
SUELO-ESTRUCTURA
(APLICACIONES AL VALLE DE MEXICO)**

Luis Eduardo Pérez Rocha

TESIS DOCTORAL

PRESENTADA A LA DIVISION DE ESTUDIOS DE
POSGRADO DE LA

FACULTAD DE INGENIERIA

DE LA

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

COMO REQUISITO PARA OBTENER

EL GRADO DE

DOCTOR EN INGENIERIA



[Handwritten signature]

CIUDAD UNIVERSITARIA

1998

**TESIS CON
ALLA DE ORIGEN**



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

PAGINACION

DISCONTINUA

RESPUESTA SÍSMICA ESTRUCTURAL: EFECTOS DE SITIO E INTERACCIÓN SUELO-ESTRUCTURA (APLICACIONES AL VALLE DE MÉXICO)

RESUMEN

		pág
1	INTRODUCCIÓN	1
2	OCURRENCIA DE LOS GRANDES TEMBLORES EN EL TERRITORIO MEXICANO	3
	2.1 Respuesta sísmica regional del valle de México	5
3	ESTIMACIÓN DE MOVIMIENTOS FUERTES DEL TERRENO	7
	3.1 Determinación de espectros de amplitudes de Fourier (EAF) para terreno firme	7
	3.2 Respuesta sísmica de los depósitos lacustres	9
4	RESPUESTA SÍSMICA ESTRUCTURAL	11
	4.1 Selección de temblores intensos	12
	4.2 Intensidad de las fuerzas sísmicas debidas a temblores de diferente origen	17
5	CRITERIOS DE DISEÑO SÍSMICO: EFECTOS DE SITIO Y DE INTERACCIÓN SUELO-ESTRUCTURA	22
	5.1 Reducción de las fuerzas sísmicas debida al comportamiento inelástico estructural	22
	5.2 Efectos de interacción suelo-estructura en suelos blandos: Periodos, amortiguamientos y ductilidades efectivos	23
	5.3 Contornos de respuesta espectral	24
6	COMENTARIOS FINALES Y CONCLUSIONES	26
7	REFERENCIAS	29
8	AGRADECIMIENTOS	33
	APÉNDICES	
I	Espectros cinemáticos de un campo ondulatorio	
II	Interpolación espacial de las amplificaciones dinámicas del terreno	
III	Estimación de espectros de respuesta para sitios lacustres del valle de México	
IV	The great mexican earthquake of 19 June 1858: expected ground motions and damage in Mexico City from a similar future event	
V	Estimation of strength-reduction factors for elastoplastic systems: a new approach	
VI	Evaluation of interaction effects on the system period and the system damping due to foundation embedment and layer depth	
VII	A simplified procedure for torsional impedance functions of embedded foundation in a soil layer	
VIII	Non-linear response of soil-structure systems	
IX	Effects of foundation embedment during building-soil interaction	
X	Site effects and soil-structure interaction in the valley of Mexico	

RESUMEN

Después de los sismos de 1985 se dieron circunstancias que favorecieron el desarrollo de procedimientos empíricos para estimar el movimiento sísmico del terreno en la Ciudad de México, tomando en cuenta los efectos de fuente, de trayecto y de sitio. Contribuir en estos desarrollos fue uno de los propósitos de la presente investigación. Por ejemplo, se hizo un estudio de las aceleraciones del movimiento sísmico registradas en la zona de terreno firme. En él se distinguieron rasgos característicos en el contenido energético de temblores de distinto origen. Se identificó que los temblores más intensos para las estructuras del valle de México son los que provienen de las costas del estado de Guerrero. También se desarrolló un método de interpolación, basado en la estadística bayesiana, para inferir las amplificaciones dinámicas del terreno en sitios no instrumentados. El propósito es hacer uso de los registros observados en el terreno firme, y de las funciones de amplificación dinámica del terreno que se han cuantificado con datos sísmicos registrados en decenas de sitios en las zonas de transición y de lago, para predecir las fuerzas sísmicas que se esperan ante la ocurrencia de posibles sismos futuros. Los errores totales en una amplia zona de la ciudad son modestos, cercanos a 50%, pero se pueden incrementar hasta en más de 100% en las zonas insuficientemente instrumentadas. Para ilustrar la utilidad de este enfoque predictivo, se calcularon las fuerzas sísmicas que se tendrían en gran parte de la ciudad, ante posibles temblores futuros. Ello permitió verificar que la distribución de estas fuerzas está controlada por las características de la fuente sísmica y del trayecto, además de las condiciones locales del terreno y de las propiedades dinámicas estructurales.

En esta investigación también se buscó contribuir en otros aspectos del diseño sísmico de estructuras. Se hizo un estudio formal de las reducciones de las fuerzas sísmicas debidas al comportamiento inelástico de los materiales, así como de los debidos a la interacción suelo-estructura. Como resultado de estas investigaciones se suministran expresiones sencillas con las que es posible tomar en cuenta las reducciones de las fuerzas sísmicas por comportamiento inelástico y los efectos en el periodo, el amortiguamiento y la ductilidad estructurales debidos a la interacción entre el suelo y la estructura. Con estas expresiones, que están diseñadas para incorporarlas en futuros reglamento, se cometen errores significativamente pequeños. Finalmente, se presentó un esquema de contornos de respuesta espectral que es función de los periodos del terreno y de la estructura. Además de haber sido de gran utilidad para realizar estudios paramétricos de interacción suelo-estructura, esta representación permitió explicar los criterios recomendados en las normas vigentes para ajustar el espectro de diseño a partir del periodo dominante del terreno.

ABSTRACT

After the earthquakes occurred in 1985, some circumstances that allowed the development of empirical procedures were done in order to estimate the seismic ground motion at Mexico City by taking into account source, path and site effects. One of the aims of this work is to contribute in these desarrollos fue uno de los propósitos de la presente investigación. Por ejemplo, se hizo un estudio de las aceleraciones del movimiento sísmico registradas en la zona de terreno firme. En él se distinguieron rasgos característicos en el contenido energético de temblores de distinto origen. Se identificó que los temblores más intensos para las estructuras del valle de México son los que provienen de las costas del estado de Guerrero. También se desarrolló un método de interpolación, basado en la estadística bayesiana, para inferir las amplificaciones dinámicas del terreno en sitios no instrumentados. El propósito es hacer uso de los registros observados en el terreno firme y de las amplificaciones dinámicas del terreno en las zonas de transición y de lago para predecir las fuerzas sísmicas que se esperan ante la ocurrencia de posibles sismos futuros. Los errores totales en una amplia zona de la ciudad son modestos, cercanos a 50%, pero se pueden incrementar hasta en más de 100% en las zonas insuficientemente instrumentadas. Para ilustrar la utilidad de este enfoque predictivo, se calcularon las fuerzas sísmicas que se tendrían en gran parte de la ciudad, ante posibles temblores futuros. Ello permitió verificar que la distribución de estas fuerzas está controlada por las características de la fuente sísmica y del trayecto, además de las condiciones locales del terreno y de las propiedades dinámicas estructurales.

En esta investigación también se buscó contribuir en otros aspectos del diseño sísmico de estructuras. Se hizo un estudio formal de las reducciones de las fuerzas sísmicas debidas al comportamiento inelástico de los materiales, así como de los debidos a la interacción suelo-estructura. Como resultado de estas investigaciones se suministran expresiones sencillas con las que es posible tomar en cuenta las reducciones de las fuerzas sísmicas por comportamiento inelástico y los efectos en el periodo, el amortiguamiento y la ductilidad estructurales debidos a la interacción entre el suelo y la estructura. Con estas expresiones, que están diseñadas para incorporarlas en futuros reglamento, se cometen errores significativamente pequeños. Finalmente, se presentó un esquema de contornos de respuesta espectral que es función de los periodos del terreno y de la estructura. Además de haber sido de gran utilidad para realizar estudios paramétricos de interacción suelo-estructura, esta representación permitió explicar los criterios recomendados en las normas vigentes para ajustar el espectro de diseño a partir del periodo dominante del terreno.

1 INTRODUCCIÓN

Los daños sin precedentes producidos en la Ciudad de México por el gran sismo de Michoacán ($M=8.1$) el 19 de septiembre de 1985 revelaron la necesidad de revisar las normas de construcción vigentes desde 1976. Del consenso de los expertos surgió un conjunto de normas técnicas de emergencia para la reconstrucción de las obras civiles de la ciudad. En particular, se fijaron mayores coeficientes de diseño sísmico y se especificó que los efectos de interacción suelo-estructura más importantes se tomaran en cuenta explícitamente en el diseño de estructuras desplantadas en sitios de suelo blando (Rosenblueth y Reséndiz, 1988; Rosenblueth *et al*, 1989; Rosenblueth y Gómez, 1991).

Además del análisis de los registros del sismo del 19 de septiembre de 1985 y de la observación de los daños, los nuevos coeficientes sísmicos se definieron después de revisar lo que entonces se conocía de la ocurrencia de temblores en el territorio mexicano, de sus efectos destructivos en la Ciudad de México y de la respuesta sísmica de los depósitos de suelo blando. Para ello, se postularon los sismos más desfavorables producidos por los mecanismos focales reconocidos. Además, se hizo uso del modelo unidimensional de propagación de ondas de corte para tomar en cuenta los efectos de amplificación dinámica producidos por las arcillas lacustres de la ciudad. Para cada zona geotécnica de la ciudad se estipuló un espectro de diseño sísmico, aunque se reconoció que los espectros de diseño podrían modificarse si se conoce el periodo dominante del terreno. En efecto, es la primera vez que en los reglamentos mexicanos se considera la reducción de las ordenadas espectrales de diseño en función del periodo dominante del sitio. La variación de las máximas ordenadas espectrales en cada sitio con su periodo de vibración más largo presenta reducciones significativas para periodos cortos y largos con respecto al periodo característico $T_s = 2$ s. Por su carácter innovador, las disposiciones reglamentarias correspondientes se basaron en modelos simplificados que condujeron a recomendaciones particularmente sencillas, las cuales son aplicables solamente a las zonas II y III.

En paralelo, se optó por tomar en cuenta los efectos de interacción suelo-estructura. Para ello, se empleó un enfoque simplificado que consiste en reemplazar el sistema acoplado por un oscilador equivalente con base rígida caracterizado por el periodo y el amortiguamiento efectivos del sistema acoplado. Este enfoque se adoptó parcialmente en las normas actuales, ya que sólo se suministran criterios para la modificación del periodo fundamental estructural y se desprecian las posibles modificaciones en el amortiguamiento. Este criterio puede dejar desprotegidas ciertas estructuras, ya que la interacción suelo-estructura reduce la efectividad del amortiguamiento estructural y, a menos que el amortiguamiento del suelo compense esta reducción, el amortiguamiento del sistema acoplado será menor que el de la estructura con base rígida (Jennings y Bielak, 1973; Veletsos y Meek, 1974). En estas disposiciones, tampoco se han tomado en cuenta los efectos de interacción en la ductilidad estructural. Solamente se ha sugerido que la ductilidad del sistema acoplado se reduce, según se infiere del comportamiento de una estructura de un grado de libertad con comportamiento elastoplástico, cuya demanda de ductilidad es función decreciente del alargamiento del periodo por interacción (Rosenblueth y Reséndiz, 1988).

Al igual que en otros reglamentos modernos, en el reglamento para construcciones del Distrito Federal está reconocido que además de las propiedades estructurales, las fuerzas sísmicas que actúan sobre las estructuras dependen de las características de la fuente sísmica, del trayecto que sigue el campo ondulatorio en su viaje hasta el sitio de desplante y de las propiedades dinámicas del terreno en este sitio. Se busca que en las futuras versiones se contemplen las condiciones de riesgo más realistas que es posible esperar para la ciudad. Por ello, se han concentrado esfuerzos por identificar la verdadera

naturaleza del campo incidente y por explicar las características de la respuesta sísmica del valle de México, en particular, los efectos de amplificación regional, las grandes variaciones espaciales del movimiento del terreno y la extraordinaria duración observada en sitios de la zona del lago. También se ha puesto énfasis en la predicción de las intensidades sísmicas que se tendrían en la ciudad ante sismos futuros. Gran parte de los avances se han logrado gracias al incremento en la capacidad de observación instrumental y a la interpretación de los registros de movimientos fuertes ocurridos en los últimos años. En 1985, operaban en la ciudad del orden de diez estaciones acelerométricas. Actualmente, existen del orden de cien sobre la superficie del terreno.

En esta investigación se desarrollan criterios y recomendaciones prácticas que permiten predecir el movimiento del terreno del valle de México durante sismos intensos. Se ha puesto énfasis en modelos empíricos que se apoyan en el tratamiento de registros acelerométricos bajo esquemas teóricos simplificados. Este enfoque predictivo permite tomar en cuenta los efectos de fuente, de trayecto y de sitio que se han identificado en los datos obtenidos de varios temblores. Asimismo, se plantea un procedimiento para estimar los *espectros de respuesta de sitio*, es decir, las fuerzas sísmicas que actuarían sobre un conjunto de estructuras, supuesto un escenario sísmico especificado por el sitio de desplante y por la ocurrencia de un temblor en alguna región sismogénica. Además, se suministran expresiones sencillas para tomar en cuenta los efectos en el periodo, el amortiguamiento y la ductilidad estructurales debidos a la interacción inercial suelo-estructura. Para introducir los efectos debidos a la interacción cinemática se proponen expresiones similares en las que interviene la relación entre los movimientos en la superficie libre y en la base de la cimentación. Se buscó que al hacer uso de los espectros de diseño convencionales con el resultado de estas expresiones, implícitamente, se tomen en cuenta los efectos más significativos de la interacción suelo-estructura en las fuerzas sísmicas de diseño.

2 OCURRENCIA DE LOS GRANDES TEMBLORES EN EL TERRITORIO MEXICANO

Los grandes temblores en México (magnitud $M \geq 7.0$) tienen origen a lo largo de la costa del Pacífico, desde Manzanillo hasta Tehuantepec, aproximadamente, debido a la subducción de las placas oceánicas de Cocos y Rivera bajo la placa de Norteamérica. Los catálogos de los grandes temblores han permitido estimar periodos de recurrencia para algunos segmentos de la zona de subducción. Estos varían entre 20 y 75 años. Se ha reconocido que el proceso de ocurrencia está constituido por periodos de acumulación de energía que culminan con la generación de un temblor cuando se sobrepasa la resistencia de las rocas. El concepto de *brecha sísmica* surge para designar a un segmento de la zona de subducción en la cual no se ha producido un temblor de importancia en un lapso relativamente grande. Es aceptable asignar altas probabilidades a la ocurrencia de un temblor en un lapso relativamente breve en las brechas sísmicas. Con base en estas consideraciones se han identificado diferentes brechas sísmicas en México (p ej, Kelleher, *et al*, 1973; Singh, *et al*, 1981). Los grandes temblores recientes (Colima, 1973, 1995; Oaxaca, 1978; Petatlán 1979, 1985; Playa Azul, 1981; Ometepec, 1982, 1995; Michoacán, 1985) han ocurrido en sitios considerados brechas sísmicas.

En la brecha de *Michoacán* se generaron los recientes sismos del 25 de octubre de 1981 ($M=7.3$), 19 de septiembre de 1985 ($M=8.1$) y 30 de abril de 1986 ($M=7.0$). En particular, esta región produce pocos sismos pequeños y puede dar lugar a sismos de gran tamaño, como el que se observó en 1985. Al igual que la brecha de *Jalisco*, la de Michoacán puede adquirir el potencial sísmico más elevado de la zona de subducción mexicana y los tiempos de recurrencia más largos (~ 70 años; Singh *et al*, 1985). Debido a los grandes daños que ocasionó el temblor del 19 de septiembre de 1985 en la Ciudad de México, se sugirió que la irradiación de este sismo pudo ser anómalamente energética, al menos para los periodos cercanos a los de resonancia de los sitios del valle con suelos de origen lacustre. Esto fue confirmado por Singh *et al* (1988) a partir del análisis de las aceleraciones registradas en el sismo del 19 de septiembre de 1985 en varios sitios de terreno firme en y cerca de la Ciudad de México. A partir de registros de datos telesísmicos de banda ancha, Singh *et al* (1990) mostraron que el origen de esta anomalía proviene de la fuente del terremoto y que tiene un periodo característico cercano a 2.5 s.

En la brecha de *Petatlán* se originó el sismo que produjo el colapso de la Universidad Iberoamericana de la Ciudad de México en 1979. Se trata de un sismo con $M=7.6$. También en esta región tuvo origen la réplica del gran terremoto de Michoacán de 1985 con $M=7.7$. Ambos temblores produjeron intensidades sísmicas similares en el valle de México. Por otra parte, el catálogo de sismos históricos indica que la brecha de *Ometepec* tiene los periodos de recurrencia más cortos de la costa mexicana del Pacífico (de 20 a 30 años; Singh y Suárez, 1988). En 1937 y 1950 ocurrieron grandes terremotos con $M > 7.8$. Desde entonces se han producido dos temblores intensos. Uno de ellos con $M=7.4$, ocurrido el 2 de agosto de 1968 y el otro ocurrido el 14 de septiembre de 1995, con $M=7.3$. En particular, el 7 de junio de 1982 se generaron dos temblores con $M=6.9$ y 7.0 en un lapso de 6 horas, conocidos como el "doblete de Ometepec".

Existe consenso general en la comunidad científica de que actualmente la región con mayor potencial sísmico en el país es, precisamente, el área cubierta por las brechas de *Guerrero* y *San Marcos* (Singh, *et al*, 1981, 1982; Nishenko y Singh, 1987a,b). En esta región ocurrieron grandes temblores en 1845 ($M \sim 8.2$), 1899 ($M=7.9$), 1907 ($M=7.7$), 1908 ($M=7.6, 7.0$), 1909 ($M=6.9$) y 1911 ($M=7.6$). El primero de estos (conocido como el temblor de Santa Teresa a causa de la iglesia derrumbada) fue uno de los sismos más intensos para la Ciudad de México durante el siglo pasado. La intensa actividad sísmica de principios de siglo cesó por 46 años. En la madrugada del 28 de julio de 1957 se generó otro gran

temblor. Se contaron numerosos daños materiales y, lamentablemente, la pérdida de decenas de vidas humanas. Hasta entonces, este evento conocido como "Temblor del Ángel", había sido el más intenso y destructivo para las estructuras y obras civiles de la Ciudad de México. Los sismos intensos más recientes generados en esta región tuvieron lugar el 11 de mayo de 1962 ($M=7.2$) y el 25 de abril de 1989 ($M=6.9$). Este último es un temblor moderado pero ha sido el más intenso para las estructuras de la Ciudad de México desde los sismos de 1985. En resumen, en la zona noroeste de esta región (desde cerca de Petatlán hasta Acapulco) no se han producido grandes temblores en los últimos 80 años, mientras que la porción sureste (desde Acapulco hasta cerca de Ometepepec) no ha dado lugar a grandes temblores después del terremoto de 1957. Por otro lado, se han obtenido relaciones empíricas entre el momento sísmico, que es una medida de la energía liberada durante el proceso de ruptura de un temblor, y el periodo de recurrencia. Para un periodo de 80 años se encontró que la energía acumulada en las brechas de Guerrero y San Marcos sería suficiente para generar 1 ó 2 temblores con $M=8.0$, o bien, de 2 a 4 con $M=7.8$. Asimismo, relaciones empíricas entre el área de ruptura y la magnitud indican que esta brecha (con dimensiones máximas de 230 por 80 Km, estimadas por Singh *et al*, 1982) podría generar un temblor con $M=8.3$.

Otros estudios indican que los grandes temblores de subducción en México se originan cerca de las costas, con profundidades entre 16 y 20 Km (Singh *et al*, 1984; Singh y Mortera, 1990) y que el ancho de la ruptura no excede 80 Km (Singh *et al*, 1995). Además, se ha observado que estos eventos pueden ser generados por varias o una sola ruptura (UNAM, Seismology Group, 1986; Singh, *et al*, 1984; Singh y Mortera, 1990). También se sabe que el número de réplicas que se generan después de un gran temblor es anómalamente pequeño (Singh y Suárez, 1988), pero que pueden ser de gran magnitud (p ej, el gran sismo de Jalisco de 1932 con $M=8.3$ dio lugar a una réplica con $M=7.9$; el doblete de Ometepepec en 1982 con $M=6.9$ y 7.0 ; y el sismo del 21 de septiembre de 1985, con $M=7.6$, que se originó en la región de Petatlán como réplica del gran sismo de Michoacán de 1985). No se sabe qué tan frecuente ocurre, pero se ha observado que una brecha sísmica puede dar lugar a más de un gran temblor en tiempos relativamente cortos. Por ello, después de un gran temblor no puede considerarse que la zona de ruptura esté necesariamente liberada de potencial sísmico para un futuro inmediato.

Con menor frecuencia ocurren grandes temblores bajo el continente, con profundidades mayores que 50 Km, conocidos como sismos de profundidad intermedia. También se conocen como sismos de fallamiento normal porque se producen por un mecanismo de fallamiento normal de la litósfera oceánica subducida (Singh *et al*, 1985). El 19 de junio de 1858, un terremoto ($M\sim 7.7$) se sintió fuertemente en la Ciudad de México, Michoacán, Puebla, Guerrero, Morelos, Jalisco, San Luis Potosí, Querétaro, Veracruz, Colima, Tlaxcala y Estado de México. Al parecer, se trata de un temblor de profundidad intermedia que causó graves daños, tanto en la Ciudad de México, como en otras poblaciones importantes de centro del país (apéndice IV). En este siglo, los eventos más destructivos que se han originado por este mecanismo de ruptura cortical son los sismos de Oaxaca con $M=7.8$ (15 de enero de 1931), de Orizaba con $M=7.1$ (28 de agosto de 1973) y de Huajuapán de León con $M=7.0$ (24 de octubre de 1980). Rosenblueth *et al* (1989) sugieren que la condición más desfavorable para la Ciudad de México se tiene ante un sismo con $M=6.5$ originado a 80 Km de profundidad.

También se generan temblores en el interior de la placa continental. Estos pueden ser pequeños (llamados de origen local) o moderados e intensos (llamados de intraplaca). Los temblores locales siguen un proceso de ruptura carente de memoria (proceso poissoniano). Ello significa que su ocurrencia es independiente de la historia sísmica de la localidad, aunque se ha identificado que las actividades humanas (llenado de vasos de presas, sobreexplotación de agua subterránea), pueden inducir

el inicio de una ruptura. De hecho, se ha asociado el llenado de presas con la ocurrencia de temblores destructivos con $M > 6$ (Gupta *et al*, 1972).

Los temblores intraplaca se relacionan con la ruptura a lo largo de fallas de varios kilómetros. Figueroa (1964) señala que existe un alineamiento descrito por tres terremotos, con magnitud entre $M=7.0$ y 7.8 , que dejaron huellas en la superficie del terreno, tanto de destrucción de poblaciones como de rupturas visibles de importantes tramos de terreno. El primero de estos temblores ocurrió el 11 de febrero de 1875. Fue un temblor devastador en Jalisco, especialmente en Zapopan. El segundo ocurrió el 19 de noviembre de 1912, que entre otras poblaciones, destruyó a las de Acambay y Tixmadejé. El tercero ocurrió el 3 de enero de 1920 a lo largo de un tramo de la Falla Oxochoacán. Este temblor destruyó varias poblaciones en Veracruz y Puebla. Las primeras letras de los epicentros de estos tres eventos sirvieron a Figueroa para dar el nombre Falla Zacamboxo a este alineamiento en el sistema de fallas que corre a lo largo del eje volcánico transmexicano. Se han estimado periodos de recurrencia mayores a los 1000 años para algunas porciones de este sistema de fallas corticales (Rosenblueth *et al*, 1989). Sin embargo, desde 1912, la Falla Zacamboxo ya ha producido cinco temblores intensos ($M \geq 7.5$). Para Rosenblueth *et al* (1989), el candidato de mayor peligro que es razonable esperar para la Ciudad de México es un sismo con $M=7.0$ originado en la terminación oriental del graben de Acambay. Para la región de Kobe, en Japón, se habían estimado periodos de recurrencia mayores a 1000 años después de una moderada actividad ocurrida hace 70 años. Sin embargo, el 17 de enero de 1995 ocurrió un temblor intraplaca con $M=6.7$ que resultó ser muy destructivo en las áreas urbanas cercanas a la región epicentral.

2.1 Respuesta sísmica regional del valle de México

La observación instrumental de los movimientos del terreno ocurridos en los últimos años en el valle de México, ha permitido identificar grandes variaciones espaciales en los registros del movimiento del terreno, cuya duración es excepcional, particularmente en sitios de la zona del lago (p ej Kawase y Aki, 1989). Son numerosos los estudios para explicar la naturaleza de la respuesta sísmica del valle de México. Los trabajos de Chávez-García y Bard (1994), Singh *et al* (1995) y Sánchez-Sesma y Luzón (1996) son avances recientes en esta búsqueda. Singh y Ordaz (1993) explican convincentemente la duración del movimiento a partir de los primeros registros de banda ancha obtenidos en la zona de terreno firme de la Ciudad de México. Estos autores proponen que la larga duración es una propiedad intrínseca del campo incidente y que probablemente se debe al multitrayecto que siguen las ondas sísmicas desde la fuente hasta el valle de México. Es factible que este fenómeno esté relacionado con las conspicuas amplificaciones regionales señaladas por ellos (Ordaz y Singh, 1992). En efecto, los autores afirman que aún en la zona firme del valle de México existen amplificaciones en el intervalo de frecuencias entre 0.3 y 0.4 Hz que no se explican con los modelos más simples de fuente y trayecto, o que no tienen correlación con la atenuación sísmica observada en otras regiones.

En el apéndice I se presenta una formulación para estimar las características del campo incidente. Se trata del uso de una representación espectral del movimiento ondulatorio que permite indicar las amplitudes, velocidades y direcciones de propagación que siguen los componentes más significativos del campo incidente. Esta representación es la densidad de potencia espectral del movimiento regional en los dominios del número de onda y la frecuencia. Además, se hace un análisis cinemático que permite descomponer el campo total en términos desacoplados que producen desplazamientos longitudinales y transversales a la dirección de propagación. El análisis de los registros producidos por el sismo del 25

de abril de 1989 sugiere que los componentes más importantes del campo incidente corresponden a los modos superiores de ondas superficiales del tipo Lg y Rg. Se observó que las máximas amplitudes se tienen alrededor de 0.3 Hz y que, para estas frecuencias, las direcciones de propagación no coinciden con la dirección epicentral. Estos resultados pueden interpretarse como enfocamientos de energía sísmica producidos por la difracción de ciertos componentes del campo incidente en una estructura geológica de varias decenas de kilómetros. De ser correcto, estos enfocamientos, originados en el flanco sur del eje volcánico transmexicano, podrían explicar parte de las amplificaciones regionales señaladas por Ordaz y Singh (1992).

3 ESTIMACIÓN DE MOVIMIENTOS FUERTES DEL TERRENO

Esteva y Villaverde (1973) obtuvieron relaciones empíricas, llamadas leyes de atenuación, para aceleración y velocidad máximas del terreno a partir de una base de datos mundial que incluía registros de temblores mexicanos. Bufaliza (1984) propuso expresiones similares obtenidas a partir de datos registrados exclusivamente en México. Posteriormente, Singh *et al* (1987) obtuvieron relaciones tomando sólo los datos registrados en la Ciudad Universitaria (CU) de la Ciudad de México. Por años, el espectro de respuesta, que es una descripción de las fuerzas sísmicas máximas que produciría un temblor en un conjunto de estructuras, se determinó a partir de los valores máximos de aceleración y velocidad del terreno (Esteva, 1970). Se han buscado esquemas más completos para suministrar estos estimadores del daño estructural, ya que la correlación entre el daño estructural y los valores máximos de aceleración y velocidad del terreno es relativamente baja. En efecto, la estimación del espectro de respuesta ha mejorado gracias al uso de la teoría de vibraciones aleatorias (TVA, Boore, 1983) y de una descripción más completa del movimiento sísmico del terreno, en particular, del contenido energético de frecuencias o espectro de amplitudes de Fourier (EAF) y de la duración del lapso más intenso del movimiento.

Castro *et al* (1988) construyeron un modelo empírico para predecir las ordenadas del EAF de las aceleraciones del terreno para el sitio CU. El modelo se basa en la regresión lineal de los datos a partir de una forma funcional que está de acuerdo con modelos teóricos de fuente sísmica (Brune, 1970; McGuire, 1978). Para superar la insuficiencia de datos, Ordaz *et al* (1994a) construyeron un modelo de regresión basado en el teorema de Bayes. Este teorema permite incorporar información previa a los datos; por ejemplo, la que proviene de modelos y estudios teóricos, o bien, de la experiencia en otras regiones. Bajo este tratamiento, las regresiones son más estables y contienen toda la información existente. En particular, la regresión de las amplitudes de Fourier de las aceleraciones registradas en CU preserva los rasgos prominentes debidos a la amplificación regional señalada por Ordaz y Singh (1992). Este fenómeno de amplificación se observó en el intervalo de frecuencias entre 0.2 y 0.7 Hz y se ha concluido que no existe ningún sitio exento de esta amplificación dentro del valle de México (Singh *et al*, 1995).

3.1 Determinación de espectros de Amplitudes de Fourier (EAF) para terreno firme

Existe un método complementario en el que se emplean los registros de sismos pequeños para simular el movimiento producido por sismos mayores. La idea original fue propuesta por Hartzell (1978), quien se apoyó en la hipótesis de que la complejidad observada en los registros estará presente en aquéllos producidos por sismos de mayor magnitud originados en la misma región epicentral. Haciendo uso de un modelo teórico para el escalamiento de la fuente sísmica, Ordaz *et al* (1993, 1994b) obtuvieron excelentes resultados al simular los registros del sismo del 25 de abril de 1989 ($M=6.9$), a partir de los registros producidos por un sismo pequeño ($M=5.0$) ocurrido en la misma región el 2 de mayo de 1990. La bondad de este modelo de escalamiento es preservar los rasgos más significativos del movimiento atribuidos a la fuente sísmica, al trayecto y al sitio de observación. En principio, bastaría observar, en un lapso relativamente corto, la sismicidad de una región para hacer una buena estimación de las características que tendría un gran temblor originado en ella.

En el presente trabajo se hace uso del modelo teórico ω^2 (Aki, 1967; Brune 1970) para el escalamiento de las amplitudes del movimiento del terreno observado en CU. Con este modelo se busca preservar las peculiaridades espectrales, atribuidas a la fuente sísmica y al trayecto, en la estimación de movimientos del terreno producidos por posibles sismos futuros de gran tamaño. Para la frecuencia angular de excitación ω , el espectro de amplitudes de Fourier $A(\omega)$ está definido por

$$A(\omega) = C M_0 \frac{\omega^2}{1 + \omega^2 \frac{\omega_c^2}{\omega_c^2}} \frac{e^{-\omega R} 2Q\beta}{R} \quad (3.1)$$

Donde R es la distancia desde el sitio de observación hasta el área de ruptura (en cm), β es la velocidad de propagación de ondas de corte (en cm/s), Q es el factor de calidad, $\omega_c = 2\pi f_c$ es la frecuencia de esquina angular y C una constante dada por

$$C = \frac{R_{\theta\phi} \cdot FS \cdot PRTITN}{4\pi\rho\beta^3} \quad (3.2)$$

en la que ρ es la densidad de masa (en gr/cm³), $R_{\theta\phi} = \sqrt{2/5}$ es el factor de irradiación para ondas de corte (Aki y Richards, 1981), $FS = 2$ es el factor de superficie libre y $PRTITN = 1/\sqrt{2}$ es el factor de reducción con que se toma en cuenta la partición de energía en dos componentes horizontales. El término M_0 es el momento sísmico (en ergs), que se puede estimar haciendo uso de la magnitud M y de la expresión propuesta por Hanks y Kanamori (1979)

$$M_0 = 10^{1.5(M+10.7)} \quad (3.3)$$

Para estimar la frecuencia de esquina f_c (en Hz) se tiene la relación de Brune

$$f_c = 4.96 \times 10^6 \beta (\Delta\sigma/M_0)^{1/3} \quad (3.3)$$

donde $\Delta\sigma$ es la caída de esfuerzos (en bares). En esta expresión, la velocidad de ondas de corte β se suministra en km/s.

Si con los subíndices o y p se designa a los temblores observado y postulado, y se acepta que el producto $Q\beta$ y la constante C (en especial el término $R_{\theta\phi}$) son los mismos para ambos temblores, el cociente teórico de amplitudes de espectros de Fourier $G(\omega) = A_p(\omega)/A_o(\omega)$ se escribe como

$$G(\omega) = \frac{M_{0p}}{M_{0o}} \frac{1 + \omega^2 \frac{\omega_{co}^2}{\omega_{cp}^2}}{1 + \omega^2 \frac{\omega_{co}^2}{\omega_{cp}^2}} \frac{R_o}{R_p} e^{-\omega(R_r - R_o), 2Q\beta} \quad (3.5)$$

Puede verificarse que el valor estático (para frecuencia cero) de la función de escalamiento $G(\omega)$ es el cociente de momentos sísmicos M_{0p}/M_{0o} , y que al aumentar la frecuencia, la amplitud predicha para el escalamiento se reduce con tendencia asintótica al valor $(M_{0p}/M_{0o})^{1/3}(\Delta\sigma_p/\Delta\sigma_o)^{2/3}$. En efecto, a medida que crece el tamaño de un temblor, las amplitudes del movimiento de periodo largo crecen más rápidamente que las del movimiento de periodo corto. En otras palabras, si se desea caracterizar el movimiento que produciría un temblor de mayor magnitud, sería incorrecto multiplicar las amplitudes del EAF por una cantidad constante. En las aplicaciones presentadas en este trabajo, los EAF de sismos postulados se especifican mediante el producto $A_p(\omega) = G(\omega)A_o(\omega)$, siendo $A_o(\omega)$ el EAF de algún temblor registrado en CU.

3.2 Respuesta sísmica de los depósitos lacustres

Se ha promovido el desarrollo de modelos teóricos y empíricos encaminados a predecir la naturaleza del movimiento del terreno producido por un temblor de magnitud y localización especificada. También se han redoblado esfuerzos por cuantificar la respuesta dinámica del terreno atribuida a las condiciones locales, en particular, a la presencia de estratos superficiales de suelo blando. El reglamento actual para la construcción de obras civiles en la Ciudad de México contiene espectros de diseño sísmico en los que se estipulan las fuerzas sísmicas que las estructuras deben resistir sin llegar al colapso. Además de considerar un gran sismo de diseño cuya selección se basó, principalmente, en la observación de los registros del temblor de Michoacán de 1985, en este reglamento se reconoce la presencia de diferentes tipos de suelo. En efecto, se fijaron coeficientes sísmicos para cada una de las tres zonas geotécnicas reconocidas (lago, transición y lomas o terreno firme). La zonificación actual, que es un refinamiento de la propuesta original de Marsal y Mazari (1959), es congruente con la distribución de los daños producidos por los grandes temblores recientes (1957, 1979 y 1985).

Se ha reconocido que en las zonas de transición y de lago de la Ciudad de México existen grandes amplificaciones del movimiento sísmico del terreno relativas al movimiento observado en la zona de lomas. De acuerdo con numerosos investigadores (p ej Rosenblueth, 1952; Bustamante, 1964; Zeevaert, 1964; Herrera *et al*, 1965; Rosenblueth y Elorduy, 1969) estos efectos de amplificación se deben a las condiciones geotécnicas, geológicas y topográficas del terreno. Singh *et al* (1988) describen en forma cuantitativa las amplificaciones relativas del movimiento del terreno mediante *funciones de transferencia empíricas* (FTE). Para ello, los autores hicieron uso de la colección de acelerogramas producidos por el sismo del 8 de febrero de 1988 ($M=5.8$), registrados en decenas de sitios por las estaciones de la Red Acelerométrica de la Ciudad de México (RACM). De acuerdo con los autores, las amplificaciones relativas de cada componente del movimiento (norte-sur y este-oeste) se pueden representar mediante el cociente

$$H_i(\omega) = \frac{|A_i(\omega)|}{|A_{CU}(\omega)|} \quad (3.6)$$

donde $H_i(\omega)$ y $|A_i(\omega)|$ son la FTE y el EAF del movimiento en el sitio i , respectivamente, mientras $|A_{CU}(\omega)|$ es el EAF del movimiento en el sitio CU. Con respecto a esta referencia, los autores reportan que existen sitios donde el movimiento de cierta frecuencia puede amplificarse hasta 50 veces. Además, señalan que de acuerdo con los registros sísmicos, el comportamiento dinámico de los depósitos lacustres es elástico y sensiblemente poco amortiguado, aun durante sismos tan intensos como los de 1985. Ordaz *et al* (1989) adoptaron esta hipótesis de linealidad para formalizar un enfoque empírico que permite predecir los EAF del movimiento que se tendría en los sitios instrumentados de la Ciudad de México ante posibles grandes temblores. Con los EAF que se obtienen de las aceleraciones registradas en CU, correspondientes al sismo del 19 de septiembre de 1985, los autores hicieron una posdición de los EAF esperados para este temblor en varios sitios de la RACM. Para ello, tomaron el producto que se deduce de la ec 3.6 entre el EAF de CU y las FTE de Singh *et al* (1988). Los pocos registros de este temblor que se obtuvieron en las zonas de lago y transición, permitieron a Ordaz *et al* (1989) ilustrar el gran poder predictivo de este enfoque empírico.

Una de las contribuciones del presente trabajo es una extensión del enfoque de Ordaz *et al* (1989), hecha con el propósito de predecir el movimiento del terreno que se tendría en sitios no instrumentados dentro del valle de México. Para resolver este problema, que se centra en la estimación de las FTE de sitios con coordenadas arbitrarias, se desarrolló un esquema de interpolación espacial basado en los trabajos de Lancaster y Salkauskas (1986), Pelto *et al* (1988) y en el teorema de Bayes (Broemling, 1985). En esta formulación, detallada en el apéndice II, se hacen intervenir soluciones teóricas y numéricas, así como las incertidumbres relacionadas con el tratamiento numérico, a fin de reducir y cuantificar los niveles de error que se tienen en las predicciones.

En resumen, para cada sitio de registro se obtuvieron medidas estadísticas para describir las ampliaciones dinámicas observadas en las FTE debidas a varios temblores. Se calcularon las FTE promedio (dos componentes horizontales) y los coeficientes de variación, que son relativamente pequeños (entre 0.1 y 0.3). El propósito fué con el propósito de construir una base de datos de FTE (llamadas FTE observadas) para el modelo de interpolación espacial propuesto en el apéndice II. Siguiendo las modalidades identificadas como *con dato* y *sin dato*, se interpolaron las FTE en las coordenadas de todos los sitios instrumentados de las zonas de lago y transición. La primera modalidad se refiere al hecho de interpolar las FTE considerando la totalidad de los datos. Para la mayoría de los sitios, las diferencias entre las FTE observadas y las FTE interpoladas con esta modalidad se traducen en coeficientes de variación comparables con los coeficientes obtenidos del tratamiento estadístico de los registros de varios temblores. La segunda modalidad corresponde al hecho de interpolar las FTE en las coordenadas de un sitio instrumentado cuyas FTE no se han incluido en la base de datos. Con esta modalidad, en la que se estudia propiamente el problema de interpolación, los coeficientes de variación entre las FTE observadas e interpoladas se incrementan en zonas con insuficiencia instrumental. Para la zona con mayor densidad instrumental, los coeficientes en ambas modalidades son prácticamente iguales.

4 RESPUESTA SÍSMICA ESTRUCTURAL

A diferencia de las amplitudes del movimiento del terreno (EAF), las fuerzas sísmicas son una medida cuantitativa de la acción de un temblor sobre las estructuras. Usualmente, se calculan los valores de las fuerzas sísmicas máximas que obrarían sobre un grupo de estructuras elásticas en un sitio determinado. Este conjunto de valores, conocido como *espectro de respuesta sísmica* (ERS), tiene implicaciones directas en el diseño sísmico de estructuras.

Rosenblueth *et al* (1989) describen el proceso que siguieron para construir los espectros de diseño contenidos en la norma vigente para la construcción de obras civiles en la Ciudad de México (NTCDS-RCDF, 1987,1995). En su trabajo, los autores indican los sismos más desfavorables que es razonable esperar durante la vida útil de las estructuras. Señalan que además de un gran sismo de subducción proveniente de las costas de Guerrero, es factible la ocurrencia de sismos intensos originados en el interior del continente (temblores intraplaca o de origen local) o bien, bajo el continente (temblores de fallamiento normal generados a profundidad intermedia). Los autores propusieron formas espectrales sencillas para cada uno de estos temblores. Para el de subducción se adaptó una forma trapezoidal a partir de la observación de los EAF del sismo de Michoacán de 1985 con $M=8.1$. Para los otros temblores, los autores calibraron los parámetros del modelo de fuente sísmica ω^2 a partir de la observación de los EAF de dos sismos intensos de fallamiento normal (ocurridos el 6 de junio de 1964 con $M=7.3$ y el 24 de octubre de 1980 con $M=7.0$) y de un temblor local (ocurrido el 12 de julio de 1974 con $M=3.7$). Para tomar en cuenta las amplificaciones dinámicas producidas por suelos blandos, los autores calibraron el modelo unidimensional de propagación de ondas de corte. Los espectros de respuesta se calcularon con la teoría de vibraciones aleatorias (TVA) (Trifunac y Brady, 1975; Boore, 1983; Reinoso *et al*, 1990).

El detalle de las formas espectrales propuestas por Rosenblueth *et al* (1989) para el terreno firme es congruente con el conocimiento que entonces se tenía sobre la respuesta sísmica de los depósitos lacustres de la Ciudad de México. Después de las experiencias de 1985, se han obtenido avances notables en el componente empírico de este conocimiento, debido principalmente a la productividad de un gran número de acelerómetros instalados en las zonas de lago y transición. Por ejemplo, se tienen medidas cuantitativas de las amplificaciones del movimiento del terreno del valle de México que difieren significativamente de las predichas por el modelo unidimensional de propagación de ondas de corte. Estas amplificaciones tienen grandes variaciones espaciales. Es razonable suponer que el origen de las variaciones espaciales del movimiento, en combinación con las peculiaridades que se pueden señalar para cada fuente sísmica, den lugar a un número importante de condiciones desfavorables para las estructuras de la ciudad.

En este trabajo se propone incorporar el conocimiento empírico en los lineamientos especificados por Rosenblueth *et al* (1989). El interés es identificar los escenarios de mayor riesgo sísmico en la Ciudad de México. Se adopta el uso de la TVA para estimar las ordenadas de los ERS, pues no se cuenta más que con algo más de la mitad de la información necesaria para el cálculo exacto. Sólo se conoce el EAF del movimiento del terreno y, en principio, su duración. En efecto, para un sitio arbitrario, el EAF se especifica mediante el producto entre la FTE del sitio y el EAF que se tendría en el terreno firme ante un sismo postulado. La duración se estima con expresiones sencillas, basadas en consideraciones físicas y calibradas a partir de la observación de cientos de acelerogramas registrados en las zonas de lago y transición.

En el apéndice III se presenta una sinopsis de los principales resultados de la TVA. Además, se discute un análisis estadístico de las incertidumbres que se tienen en la estimación de los ERS para sitios arbitrarios del valle de México. Se encontró que las principales fuentes provienen de cuatro conceptos no correlacionados o independientes: a) hacer uso de la TVA, b) estimar un valor de duración, c) cuantificar los efectos de sitio mediante FTE y d) especificar el EAF de sismos futuros. Se encontró que típicamente el error estándar (o coeficiente de variación) debido a la TVA es del 15%, mientras que el error debido a la estimación en la duración es del orden del 10% en los sitios de periodo largo y que puede llegar al 30% en los de periodo corto. Por otra parte, en el error asociado con la FTE se toma en cuenta que siempre existen variaciones aleatorias de origen desconocido, además del hecho de haber observado una muestra estadística de FTE relativamente pequeña y de hacer uso de un método de interpolación espacial. Para sitios arbitrarios en las zonas densa y moderadamente instrumentadas, el error en la estimación de ERS por el uso de FTE es del 30%. También se observó que con el método propuesto por Ordaz *et al* (1993) para especificar los EAF de sismos que no han ocurrido, el error es del 35%. En este método bayesiano para determinar los EAF de terreno firme se toma en cuenta ajustes en los parámetros de la fuente sísmica y del trayecto. Debe considerarse este error, al menos, si se hace uso del modelo de fuente ω^2 para el escalamiento de los EAF de sismos pequeños con el propósito de especificar sismos futuros más intensos. En el mismo apéndice se discute que si estos errores son pequeños, el error cuadrático total en la estimación de ERS sería la suma de los errores cuadráticos debidos a cada uno de estos conceptos. Se comprobó que, en promedio, esta relación se cumple razonablemente, aunque se encontró que cuando los errores crecen, los errores esperados están significativamente sobrestimados en comparación con los errores reales. Este hecho se observó en las zonas menos instrumentadas del valle, donde los errores esperados en la interpolación son típicamente elevados. Para una gran porción de la ciudad, los errores esperados en la estimación de ERS son cercanos a 50%.

En el apéndice IV se muestra que el uso de las FTE obtenidas de sismos de subducción suministra buenos resultados cuando se estiman los movimientos producidos por sismos de profundidad intermedia. Ello permitió predecir las ordenadas espectrales y los niveles de daño estructural que se podrían presentar en el valle de México ante la ocurrencia de uno de estos sismos con $M=7.7$, similar al que ocurrió el 19 de junio de 1858, a 220 km al suroeste de la ciudad.

4.1 Selección de temblores intensos

Se han revisado los acelerogramas registrados en CU con el propósito de identificar posibles rasgos debidos a los efectos de fuente y/o trayecto sísmicos y, por ello, qué puedan estar presentes durante los próximos grandes temblores. La mayoría de los registros han sido producidos por sismos de subducción. Los más intensos ($M \geq 6.9$) se presentan en la tabla 4.1. También se indica la fecha de ocurrencia, la magnitud y la distancia más corta entre el área de ruptura y el sitio CU, así como la región sismogénica a la que cada sismo pertenece, de acuerdo con la clasificación de brechas sismogénicas propuestas por Nishenko y Singh (1987a, b). Esta clasificación se ilustra en la fig 4.1 junto con las áreas de ruptura de los sismos estudiados. En la fig 4.2 se ilustran las aceleraciones registradas en CU producidas por estos sismos. Los EAF envolventes de los componentes NS y EW se ilustran en la fig 4.3. En cada recuadro se comparan los espectros de los sismos originados en la región especificada (indicados con líneas gruesas) con los espectros de los sismos originados en el resto de la zona de subducción en estudio (indicados con líneas delgadas). También se ilustra la comparación entre

los EAF de los registros de los sismos de Playa Azul del 25 de octubre de 1981 (M=7.3), de San Marcos del 25 de abril de 1989 (M=6.9) y de Ometepec del 14 de septiembre de 1995 (M=7.3). Se trata de sismos originados en diferentes regiones, con distancias epicentrales a CU que varían entre 290 y 330 Km.

Sismo	Fecha	M	R (Km)	Brecha sismogénica
1	23/VIII/65	7.8	466	Oaxaca Este
2	02/VIII/68	7.4	326	Oaxaca Oeste
3	29/XI/78	7.8	414	Oaxaca Central
4	14/III/79	7.6	287 </td <td>Petatlán</td>	Petatlán
5	25/X/81	7.3	330	Michoacán
6	07/VI/82	6.9	304	Ometepec
7	07/VI/82	7.0	303	Ometepec
8	19/IX/85	8.1	295	Michoacán
9	21/IX/85	7.7	318	Petatlán
10	30/IV/86	7.0	409	Michoacán
11	25/IV/89	6.9	290	San Marcos
12	14/IX/95	7.3	320	Ometepec

Tabla 1 Sismos de subducción con $M \geq 6.9$ registrados en CU desde 1965

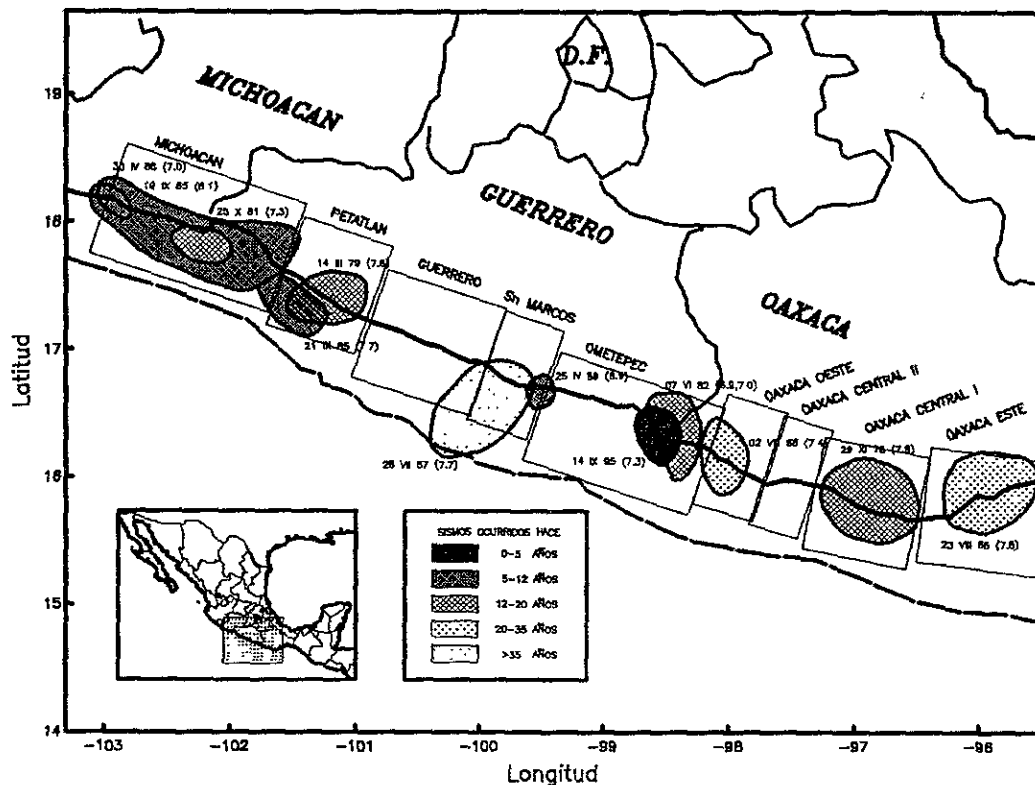


Fig 4.1 Zonas sismogénicas y áreas de ruptura de sismos de subducción ocurridos desde 1957

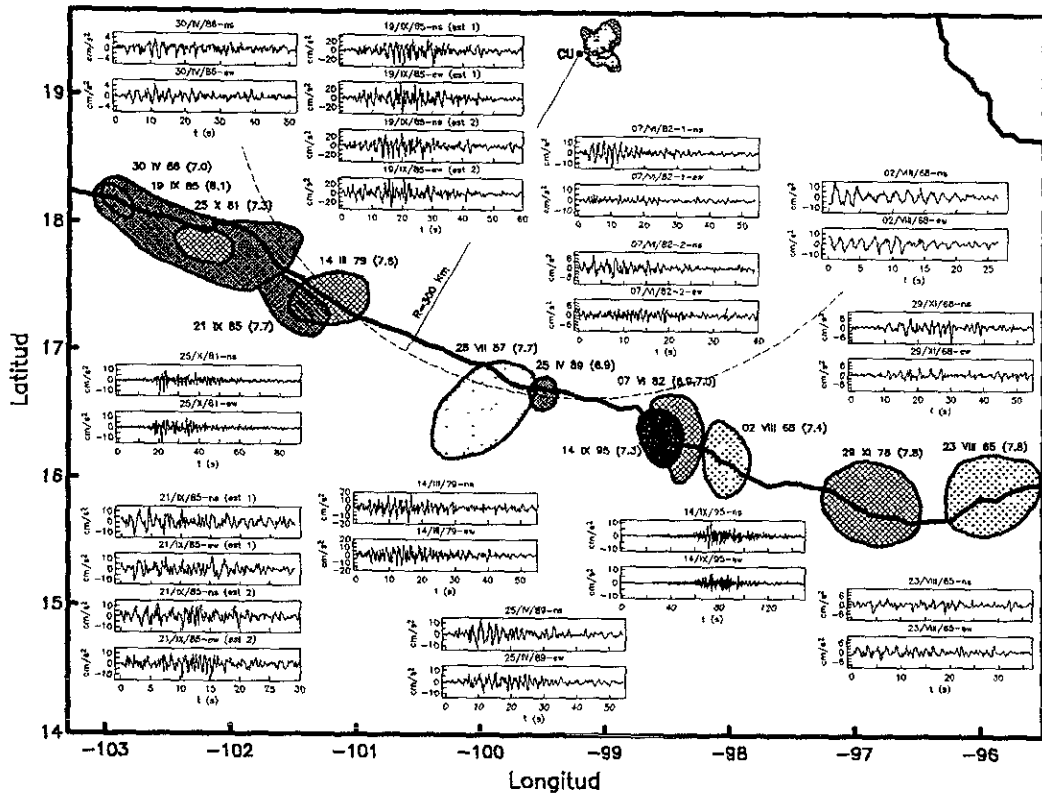


Fig 4.2 Aceleraciones producidas por sismos de subducción en la Ciudad Universitaria

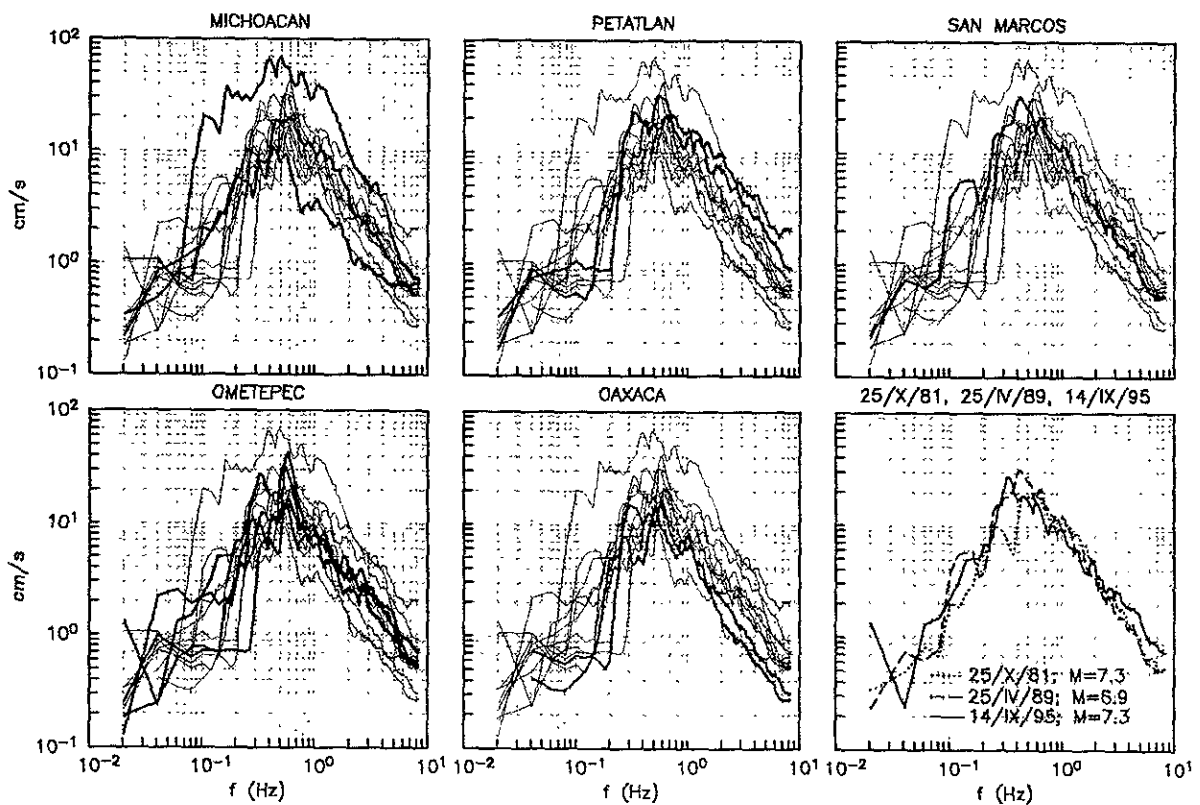


Fig 4.3 Espectros de amplitudes de Fourier (EAF) de los acelerogramas ilustrados en la fig 4.2

La fig 4.3 permite hacer las siguientes observaciones:

a) Los dos grandes sismos de la brecha de Petatlán que se han registrado son, prácticamente, del mismo tamaño ($M=7.7$ y 7.6) y originados a la misma distancia epicentral del sitio CU (318 - 287 Km). Las amplitudes de sus EAF son muy similares. En particular, son los sismos de subducción más energéticos para frecuencias mayores que 1 Hz, que se han registrado en CU. Al parecer, la corteza terrestre entre la brecha de Petatlán y la Ciudad de México es muy eficiente para la propagación de ondas de alta frecuencia, o bien, la irradiación de energía de alta frecuencia es mayor en esta brecha que en las brechas vecinas. Ello podría explicar el colapso de la Universidad Iberoamericana, la cual se encontraba en un sitio de la zona del lago con periodo dominante alrededor de 1 s, así como otros daños observados principalmente en la porción de la zona de lago cercana a la de transición. En cambio, se observa que para frecuencias menores, las amplitudes son comparables a las que se producen por sismos de menor magnitud originados en las otras brechas sismogénicas señaladas en este estudio. No se cuenta con los registros del "Temblor del Ángel" del 28 de julio de 1957 ($M=7.7$), originado en la brecha de Guerrero, pero puede inferirse que, para periodos entre 2 y 3 s, los grandes temblores de Petatlán fueron significativamente menos energéticos. En particular, los daños sin precedentes producidos por el "Temblor del Ángel" revelaron que la zona lacustre de la ciudad estaba expuesta a altos niveles de peligro sísmico debido, principalmente, a las condiciones geotécnicas del subsuelo.

b) El sismo del 25 de abril de 1989 es el único evento importante de la brecha de San Marcos que se ha observado instrumentalmente en CU. En gran parte de la Ciudad de México, este sismo con $M=6.9$, originado a 300 km, produjo mayores intensidades que otros sismos costeros de mayor magnitud, originados a distancias ligeramente mayores (320-330 km). Al parecer, la diferencia entre las distancias epicentrales no es suficiente para explicar porqué el sismo de San Marcos es más intenso que los sismos de Playa Azul del 25 de octubre de 1981 ($M=7.3$) y Ometepec del 14 de septiembre de 1995 ($M=7.3$), sobre todo para el intervalo de periodos entre 2 y 3s. Si son anomalías energéticas típicas de la fuente y/o el trayecto sísmicos, podría explicarse que el "Temblor del Ángel" causó daños tan cuantiosos porque, en realidad, los sismos que ocurren frente a las costas de Guerrero (brechas de Guerrero y San Marcos) suelen ser los más intensos para las estructuras ubicadas en la zona lacustre de la Ciudad de México.

c) Al parecer, la región de Ometepec es la de mayor actividad. Desde que se instaló el acelerógrafo de CU en 1964, se han registrado cuatro sismos importantes y numerosos sismos pequeños con $M \leq 5$. Aunque las magnitudes de los sismos importantes varían entre 6.9 y 7.3, la diferencia en estos tamaños no es apreciable en los EAF. En efecto, para frecuencias mayores a 0.4 Hz, los espectros tienen prácticamente el mismo nivel de amplitud. Ello significa que para las estructuras convencionales del valle de México, situadas en sitios con periodo dominante entre 2 s y 2.5 s, estos sismos produjeron fuerzas con intensidades similares, particularmente menores que las producidas por el sismo de San Marcos de 1989.

Otros autores ya han sugerido que los temblores originados en las brechas de Guerrero y San Marcos pueden ser significativamente más energéticos. En efecto, de los cocientes entre los momentos sísmicos obtenidos a partir de ondas superficiales y de ondas P telesísmicas, Singh y Mortera (1990) han inferido que los sismos que se generan al oeste de la longitud $99^{\circ}W$ son más complejos que aquéllos que se generan al este. En particular, observaron que en esta representación, el "Temblor del Ángel" de 1957 es el más energético (tres veces más de lo que típicamente se observa en sismos con igual magnitud, originados en otras regiones). Ellos sugieren que existe una segmentación de la placa oceánica

subducida cerca de los 99°W , y que al oeste, el desplazamiento sobre el plano de falla ocurre más lentamente que al este. Esta hipótesis es congruente con la distribución de hipocentros que delimita la zona de Benioff (Pardo y Suárez, 1995) y con la actividad del vulcanismo cuaternario. También podría estar relacionada con el origen de la anomalía energética identificada en los acelerogramas del sismo de San Marcos de 1989 registrados en la Ciudad de México y en los datos telesísmicos del temblor de Guerrero de 1957. Si así es, es factible que esté presente en terremotos futuros.

Se hizo uso del escalamiento teórico deducido del modelo de fuente sísmica ω^2 , descrito por la ec 3.5, y de los registros del sismo del 25 de abril de 1989 ($M=6.9$) para estimar los EAF del movimiento producido por sismos de mayor magnitud, originados en las brechas de Guerrero y/o San Marcos. Por ejemplo, sería de interés conocer las intensidades que produjo el "Temblor del Ángel" del 28 de julio de 1957 con $M=7.7$ y las que podría producir un gran temblor con $M=8.1$, igual que el de Michoacán de 1985. En la fig 4.4 se ilustran el EAF del movimiento producido en CU por el sismo de Michoacán y los EAF de los movimientos debidos a los sismos hipotéticos con $M=7.7$ y $M=8.1$, originados en las costas de Guerrero. Al parecer, un sismo de Guerrero con $M=7.7$ puede producir amplitudes comparables a las producidas por el gran temblor de Michoacán, mientras que uno con $M=8.1$ produciría amplitudes significativamente mayores. En esta figura también se ilustra el EAF de un posible sismo con $M=6.5$ originado a 80 km bajo el valle de México (por el fallamiento normal de la corteza sobre el manto terrestre). Para especificar este EAF se hizo uso de los registros del el sismo de Huajuapán de León del 24 de octubre de 1980 ($M=7$). Estos EAF empíricos son los envolventes de los dos componentes horizontales del movimiento. Asimismo, se indican los EAF de los sismos de Guerrero y de fallamiento normal propuestos por Rosenblueth *et al* (1989).

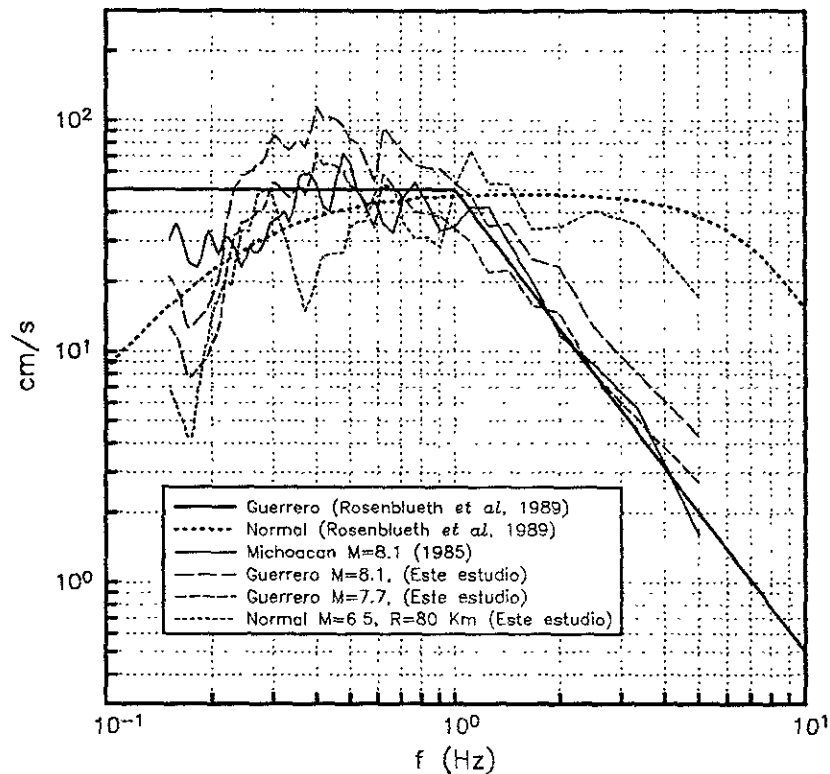


Fig 4.4 Espectros de Fourier para CU correspondientes a varios sismos

4.2 Intensidad de las fuerzas sísmicas debidas a temblores de diferente origen

Además de comparar los EAF de los movimientos del terreno en CU relacionados con la ocurrencia de varios temblores, es de interés examinar las fuerzas sísmicas producidas en las estructuras de la Ciudad de México por cada evento. En la fig 4.5 se ilustran los ERS (5% de amortiguamiento estructural) para los sitios CU y SCT (Secretaría de Comunicaciones y Transportes) correspondientes a cuatro temblores: a) el temblor de Michoacán de 1985 con $M=8.1$, b) un temblor de igual magnitud con origen en las costas de Guerrero, c) otro originado en la misma región con $M=7.7$ (comparable con el "Temblor del Ángel), y d) un temblor de fallamiento normal o profundidad intermedia con $M=6.5$, originado a 80 km de profundidad bajo la ciudad. Estos ERS se calcularon con la TVA, a partir de los EAF que se obtienen de acuerdo con el producto que se deduce de la ec 3.6. También se ilustran los espectros de diseño que se obtienen para estos sitios al tomar en cuenta el periodo dominante del terreno en el apéndice A4 de las NTC-RCDF (1987, 1995). Se puede verificar que las diferencias entre los ERS correspondientes a los sismos Michoacán ($M=8.1$) y Normal ($M=6.5$, $R=80$ km) contenidos en esta figura y los que se presentan en el trabajo de Rosenblueth *et al* (1989), son menores que 15%.

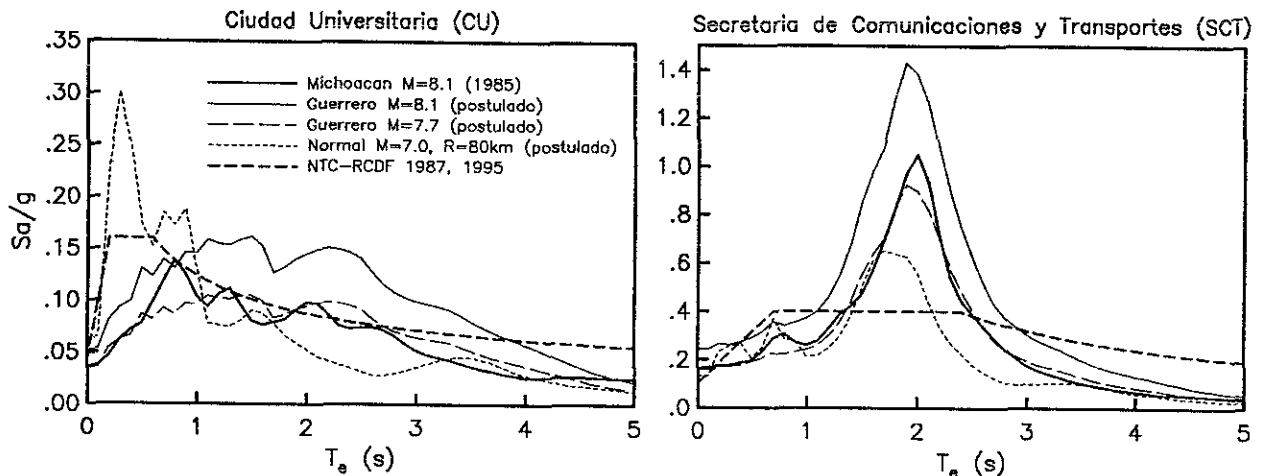


Fig 4.5 Espectros de respuesta esperados ante cuatro posibles temblores para los sitios CU y SCT

Los resultados de la fig 4.5 indican que el "Temblor del Ángel" con $M=7.7$, originado frente a las costas de Guerrero, pudo producir fuerzas sísmicas estructurales similares a las que se presentaron durante el sismo de Michoacán de 1985, con $M=8.1$. Un sismo de Guerrero con igual magnitud podría producir intensidades 50% mayores, particularmente para periodos estructurales cercanos a $T_e = 2.0$ s. En efecto, para este periodo estructural, el sismo de Michoacán produjo aceleraciones espectrales cercanas a 0.1g y 1.0g en los sitios CU y SCT, respectivamente ($g =$ aceleración de la gravedad = 981cm/s^2). Para el sismo de Guerrero con $M=8.1$, las aceleraciones esperadas correspondientes son cercanas a 0.15g y 1.5g, respectivamente, comparables con las que estimaron Ordaz *et al* (1993).

Para cada uno de los temblores seleccionados se calcularon los ERS en los nodos de una malla regular que cubre una extensa porción del valle de México (ver fig 1 del anexo II de este trabajo). En la fig 4.6

se ilustran las distribuciones de las ordenadas espectrales asociadas a los periodos estructurales $T_e = 1 \pm 0.25s$. A primera vista se puede señalar que el sismo de Guerrero con $M=7.7$ produce patrones muy similares con intensidades ligeramente menores que las que se tienen para el sismo de Michoacan ($M=8.1$). Se tiene la misma configuración para el sismo de Guerrero con $M=8.1$, con intensidades 50% mayores. La configuración correspondiente al sismo de fallamiento normal es ligeramente distinta y presenta intensidades mayores que el sismo de Michoacán para algunos sectores del valle donde los periodos dominantes del terrenos son cercanos a $T_s = 1s$. Al parecer, para los periodos estructurales $T_e = 1 \pm 0.25s$, sólo un sismo de Guerrero con $M=8.1$ superaría significativamente las intensidades máximas esperadas para un sismo de fallamiento normal con $M=6.5$ a $R=80$ km. En la fig 4.7 se ilustran las distribuciones de las ordenadas espectrales esperadas para periodos estructurales $T_e = 2 \pm 0.5s$. Ahora, las intensidades máximas se distribuyen a lo largo de la zona de periodos del terreno cercanos a $T_s = 2s$. Nuevamente, se puede reconocer que se tienen patrones muy similares para los sismos de Michoacan con $M=8.1$ y Guerrero con $M=7.7$, con intensidades ligeramente menores para éste último. En este caso, un sismo de Guerrero con $M=8.1$ podría producir intensidades 50% mayores que el sismo de Michoacán, en tanto que un sismo de fallamiento normal produciría intensidades 50% menores.

En la fig 4.8 se ilustra la distribución de las ordenadas máximas del espectro de respuesta a cualquier periodo estructural. Sin ser una regla, los valores máximos se presentan para periodos estructurales cercanos a los periodos dominantes del terreno. A diferencia de los casos anteriores, las intensidades máximas producidas por los sismos de Michoacán con $M=8.1$ y de Guerrero con $M=7.7$ siguen patrones ligeramente distintos. Por ejemplo, el sismo de Michoacán produce intensidades mayores que el sismo de Guerrero en sitios cercanos a la frontera entre las zonas de lago y transición, mientras que el de Guerrero se identifica por ser más intenso en los sitios de la zona de lago con periodos mayores que $T_s = 2s$. También es notable que mientras el sismo de Michoacán puede producir intensidades mayores que $S_a = 1g$ ($g=9.81m/s^2$) en un área importante al noreste del cruce entre el Circuito Interior y Calzada de los Misterios, el sismo de Guerrero puede superar estas intensidades en un área comprendida entre el lago de Xochimilco y el Anillo Periférico. Al noreste del lago de Texcoco también se pueden señalar diferencias entre las intensidades producidas por los temblores de Michoacán y de Guerrero con $M=7.7$, aunque éstas son de menor significancia. Por su parte, el temblor de Guerrero con $M=8.1$ produce la misma distribución de intensidades que el sismo con $M=7.7$, con valores 50% mayores. Finalmente, la distribución que se tiene para el sismo de fallamiento normal revela que este tendría amplitudes mayores que $S_a = 0.8g$ en dos amplias regiones: una porción de la zona del lago situada al poniente del Cerro de la Estrella y otra en la zona de transición situada al noreste de la ciudad, en Azcapotzalco.

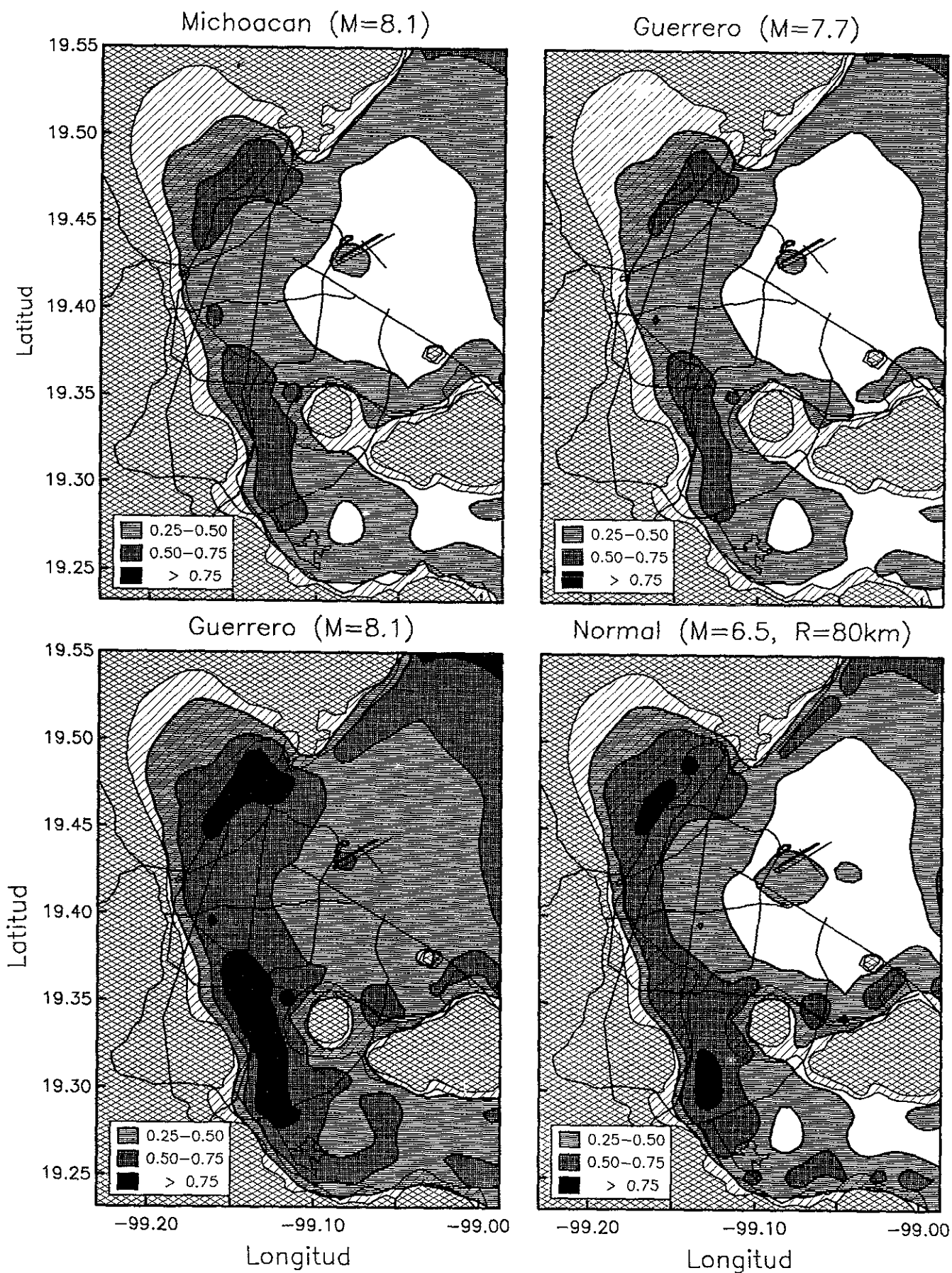


Fig 4.6 Distribución de ordenadas espectrales (S_a/g) para periodos estructurales $T_e=1\pm 0.25$ s

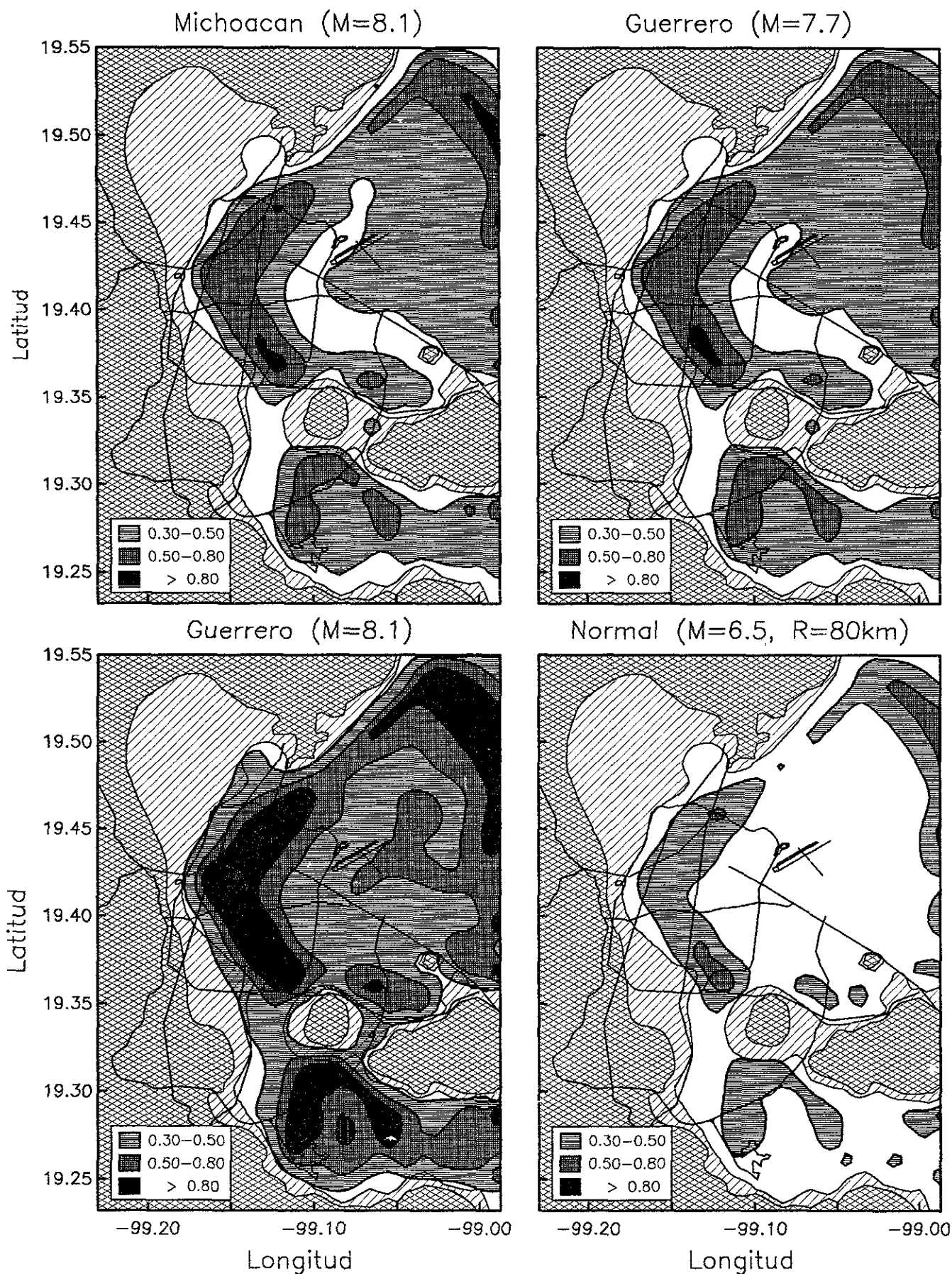


Fig 4.7 Distribución de ordenadas espectrales (S_a/g) para periodos estructurales $T_e=2\pm 0.5$ s

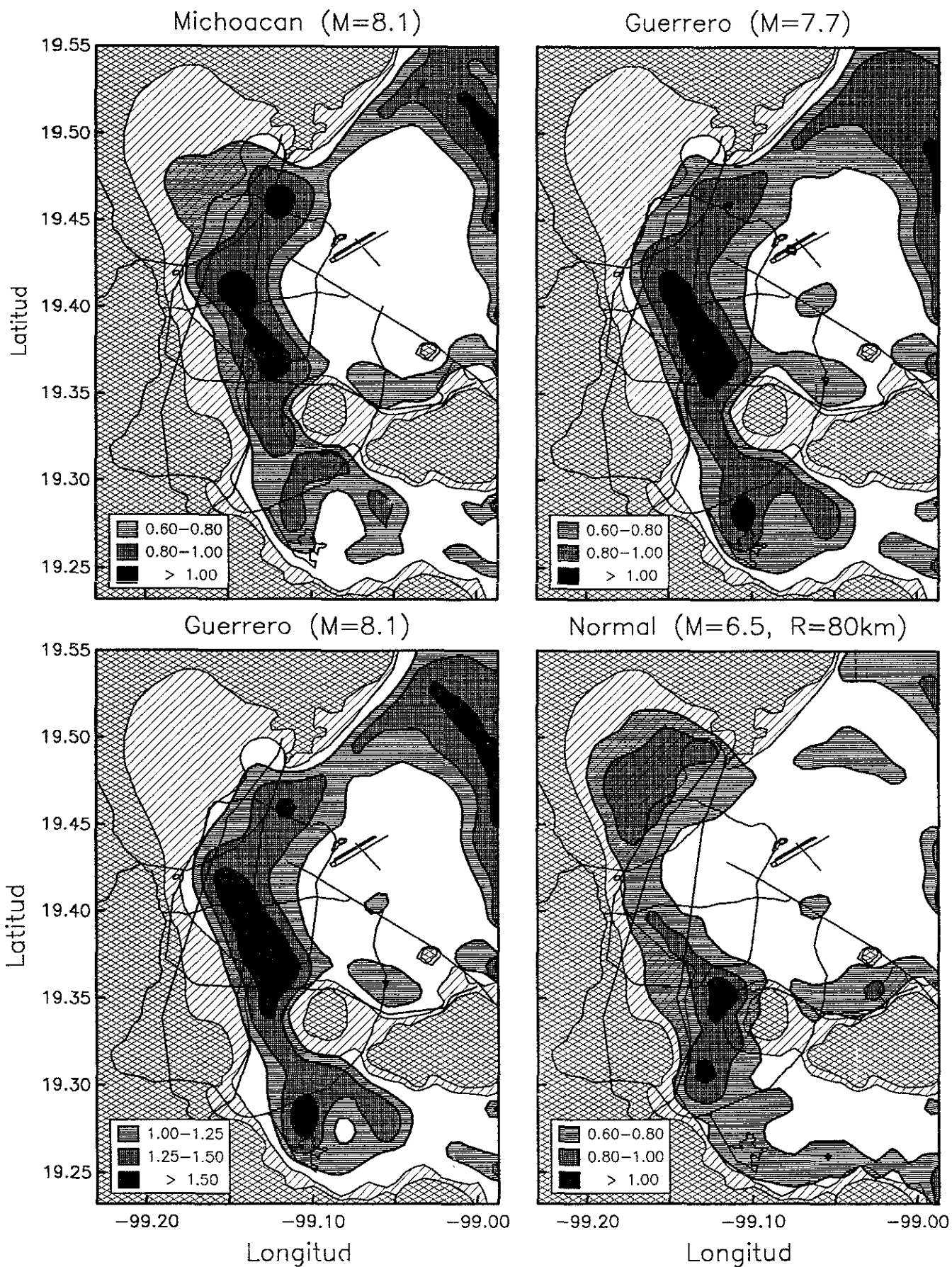


Fig 4.8 Distribución de ordenadas espectrales máximas (S_a/g) para periodos estructurales entre 0 y 5 s

5.1 Reducción de las fuerzas sísmicas debida al comportamiento inelástico estructural

El comportamiento inelástico de sistemas estructurales es uno de los aspectos más importantes en el diseño sísmico contemporáneo. Se acepta que al admitir cierto nivel de daño material, es decir, incursiones dentro del intervalo no lineal del comportamiento mecánico de los materiales, las estructuras pueden ser diseñadas para fuerzas sísmicas equivalentes significativamente menores que las obtenidas para el comportamiento elástico.

El modelo más simple de una estructura no lineal es un oscilador de un grado de libertad, definido por su masa, su coeficiente de amortiguamiento viscoso y su rigidez, en el cual la relación fuerza-deformación es elastoplástica. Para esta clase de comportamiento, la fuerza restitutiva en el resorte es proporcional al desplazamiento hasta que se alcanza el desplazamiento de fluencia, y constante para desplazamientos mayores. La máxima fuerza que puede desarrollarse en el resorte es la resistencia de la estructura, la cual se relaciona con el desplazamiento de fluencia mediante la rigidez inicial del sistema. La respuesta de este tipo de osciladores se estipula usualmente en términos de la demanda de ductilidad, definida como el cociente entre el máximo desplazamiento relativo de la masa y el desplazamiento de fluencia.

Veletsos y Newmark (1960) analizaron osciladores elastoplásticos sometidos a cierto tipo de movimientos del terreno y desarrollaron métodos aproximados para calcular espectros inelásticos. Uno de sus resultados, que ha sido usado extensivamente en el diseño moderno de edificios, establece que el máximo desplazamiento del sistema elastoplástico es aproximadamente igual al que se tiene en el correspondiente oscilador elástico; por tanto, para desarrollar una demanda de ductilidad igual a la ductilidad disponible, el sistema elastoplástico puede proveerse con una resistencia igual a la resistencia elástica dividida por el factor de ductilidad. Este resultado, válido para periodos del oscilador no muy cortos, se conoce como la *regla Veletsos-Newmark* y, particularmente, ha sido adoptado en muchos reglamentos modernos de diseño sísmico para reducir las fuerzas de diseño en estructuras sometidas a carga sísmica severa. Este es el más simple de los métodos para relacionar respuestas inelásticas con respuestas elásticas. Newmark y Rosenblueth (1971) propusieron reglas más sofisticadas y precisas, las cuales, con pequeñas modificaciones (Pérez-Rocha y Ordaz, 1991) funcionan muy bien para tipos muy diversos de acelerogramas.

Después del temblor del 19 de septiembre de 1985, Meli y Ávila (1988) examinaron los espectros elastoplásticos del registro obtenido en la estación SCT de la Ciudad de México, el cual es casi monocromático con periodo de 2 s, y más de 40 s de fase intensa. Estos autores señalaron reducciones extremadamente grandes en las ordenadas espectrales debidas al comportamiento elastoplástico comparadas con las predichas por la regla Veletsos-Newmark. En otras palabras, explicaron que para movimientos de banda espectral angosta, la ductilidad favorece la reducción de las respuestas en estructuras con periodo fundamental inicial cercano a aquél para el que se presenta el máximo en el espectro de respuesta elástico. Rosas *et al* (1989) examinaron los espectros de respuesta elastoplásticos de varios acelerogramas obtenidos en sitios blandos del valle de México y observaron el mismo tipo de comportamiento. Concluyeron que las reducciones señaladas por Meli y Ávila (1988) eran sistemáticamente mayores que las predichas por la regla Veletsos-Newmark. Después del examen de

numeroso registros, Miranda (1993) propuso reglas empíricas en las que se toma en cuenta el tipo de terreno (firme o blando). Además, es la primera vez que en reglas de este tipo, se considera que las reducciones dependen del cociente T/T_s , donde T es el periodo fundamental de la estructura y T_s es el periodo dominante del movimiento. Ordaz y Pérez-Rocha (1993), mostraron que el tamaño de la reducción por ductilidad para el periodo $T = T_s$ está controlada por el ancho de banda del movimiento.

Como parte de la presente investigación se preparó un código numérico para calcular las respuestas de osciladores elastoplásticos sometidos a una colección extensa de registros de aceleración, tanto de zonas epicentrales como de la Ciudad de México. Además de confirmar los resultados de Ordaz y Pérez-Rocha (1993), se llegó a la conclusión de que las reducciones por ductilidad se pueden estimar a partir de los espectros elásticos de aceleración, velocidad y desplazamiento relativos y de los valores máximos de aceleración, velocidad y desplazamiento del terreno. En general, se encontró que los errores que se cometen con esta estimación, son menores a los que se cometen haciendo uso de otras regresiones (p ej. Miranda 1993). En el apéndice V se discuten las aportaciones de esta investigación, así como las principales conclusiones e implicaciones en la práctica de ingeniería sísmica.

5.2 Efectos de interacción suelo-estructura en suelos blandos

La interacción dinámica suelo-estructura consiste en un conjunto de efectos cinemáticos e inerciales producidos en la estructura y el suelo como resultado de la flexibilidad de éste ante sollicitaciones dinámicas. En síntesis, modifica los parámetros dinámicos de la estructura así como las características del movimiento del terreno en la vecindad de la cimentación.

El problema de interacción suelo-estructura se puede descomponer en una parte inercial y otra cinemática (Kausel *et al*, 1978). El alargamiento del periodo fundamental de vibración, el incremento o la reducción del amortiguamiento y la reducción en la demanda de ductilidad, con respecto a los valores que tendría la estructura en su condición de base rígida, son producidos por la interacción inercial, debida fundamentalmente a la inercia y elasticidad del sistema acoplado. Usualmente, es conservador efectuar sólo el análisis de interacción inercial, siempre y cuando los efectos de sitio sean considerados en la determinación del movimiento sísmico en la superficie del terreno, en particular, tomado como excitación efectiva en la base de la cimentación. Aunque esta excitación no tiene componentes de rotación, generalmente es más desfavorable que el movimiento efectivo obtenido de un análisis de interacción cinemática.

Se sabe que el periodo fundamental de la estructura interactuando con el suelo siempre se incrementa, porque el sistema acoplado tiene una flexibilidad mayor que la de la estructura supuesta con base rígida. También se sabe que el amortiguamiento del sistema acoplado generalmente se incrementa, porque existe una disipación adicional de energía producto de los amortiguamientos material (comportamiento histerético) y geométrico (radiación de ondas) del suelo (Jennings y Bielak, 1973; Veletsos y Meek, 1974). Como la interacción suelo-estructura reduce la efectividad del amortiguamiento estructural, es posible que el amortiguamiento efectivo del sistema acoplado sea menor que el amortiguamiento de la estructura con base rígida, a menos que esta reducción se compense por el incremento debido al amortiguamiento del suelo. Para fines de reglamentación sísmica, se acostumbra tener en cuenta los efectos de interacción sólo en el modo fundamental, empleando para ello un enfoque simplificado que consiste en reemplazar el sistema acoplado por un oscilador equivalente con base rígida, caracterizado por el periodo y amortiguamiento efectivos del

sistema acoplado. Con estos parámetros se recurre a los espectros de diseño estándar para obtener las aceleraciones en la estructura en términos de su periodo y amortiguamiento (Veletsos y Meek, 1974). En el apéndice VI se examinan y se proponen algunos criterios simplificados para considerar los efectos de la interacción inercial en el periodo y amortiguamiento del modo fundamental.

Aún no se han desarrollado expresiones para evaluar el incremento o la reducción en las demandas de ductilidad de sistemas suelo-estructura con respecto a los valores correspondientes de la estructura supuesta con base rígida. En consecuencia, actualmente no es posible determinar sencillamente la resistencia de fluencia de un sistema acoplado que, ante una excitación dada, se requiere para limitar la demanda de ductilidad a una ductilidad disponible especificada. Solamente se ha sugerido que la ductilidad del sistema acoplado se reduce, según se infiere del comportamiento de una estructura de un grado de libertad con comportamiento elastoplástico, en que la ductilidad es función decreciente del alargamiento del periodo por interacción (Rosenblueth y Reséndiz, 1988). En el apéndice VII se estudia el problema de vibraciones torsionales de una cimentación con el uso de los amortiguamientos de tipo hysterético, de Voigt y de Kelvin. A partir de este estudio se propone una expresión calibrada con el propósito de obtener funciones causales de flexibilidad o complianza a partir de funciones de impedancia calculadas con amortiguamiento hysterético. Estas funciones de flexibilidad impulsivas se pueden introducir como integrales de convolución en problemas de integración de las ecuaciones de movimiento resueltos paso a paso en el dominio del tiempo. En el apéndice VIII se formula un sistema que permite estudiar estructuras con comportamiento no lineal acopladas a sistemas lineales suelo-cimentación. Los resultados de un examen paramétrico, orientado a la formulación de criterios prácticos para incluir los efectos de interacción en la ductilidad estructural, guardan una magnífica correlación con las predicciones hechas con la regla propuesta por Rosenblueth y Reséndiz (1988).

Por otra parte, la interacción cinemática reduce la traslación de la cimentación e induce torsión y cabeceo en ella, a la vez que filtra los componentes de alta frecuencia de la excitación, debido esencialmente a la rigidez y geometría de la cimentación. Para fines de reglamentación sísmica, los efectos de la interacción cinemática suelen despreciarse. Para estructuras esbeltas, esta medida puede ser desfavorable por no tomar en cuenta los efectos de cabeceo. En el apéndice IX se proponen expresiones simplificadas que permiten tomar en cuenta los efectos de la interacción cinemática en el periodo y amortiguamiento del modo fundamental.

5.3 Contornos de respuesta espectral

En el apéndice X se propone una representación de los efectos de sitio y de interacción suelo-estructura en valles aluviales extensos. En esta representación, las respuestas estructurales máximas se expresan en términos de contornos espectrales que son función del periodo dominante del sitio y del periodo fundamental de la estructura. Los efectos de sitio se tomaron en cuenta mediante funciones de transferencia calculadas con el modelo unidimensional de propagación de ondas de corte en medios estratificados. Los efectos de interacción se introdujeron mediante el uso del modelo simplificado descrito en el apéndice VI.

En los contornos de respuesta se puede verificar que las respuestas máximas se presentan en los periodos estructurales que coinciden con los periodos naturales de vibración del sitio. En estos contornos, los valores máximos siguen la traza del modo fundamental de vibración, siempre que el sitio sea relativamente firme. Para sitios más blandos, o de periodo más largo, las respuestas máximas

tienden a presentarse a lo largo de las trazas correspondientes a los modos de orden superior, a menos que el contenido energético del movimiento de excitación sea suficientemente rico en periodos largos, cercanos o mayores que los del sitio. Esto se presenta cuando los temblores son de gran tamaño. Cuando los temblores son pequeños, o el periodo dominante del sitio es muy grande comparado con el contenido energético de la excitación, las respuestas máximas se concentran en los modos superiores.

La utilidad de este esquema de contornos de respuesta aumenta cuando se introducen los efectos de interacción suelo-estructura, principalmente porque facilitan los estudios paramétricos. En contraste con las conclusiones propuestas por otros autores (Balendra y Heidebrecht, 1986; Veletsos y Prasad, 1989), los contornos de respuesta permiten señalar efectos de interacción importantes para periodos fundamentales de la estructura medios y largos en sitios con periodo dominante largo.

6 COMENTARIOS FINALES Y CONCLUSIONES

Por años, los espectros de diseño sísmico para las construcciones del Distrito Federal se estipularon a partir de los valores máximos de aceleración y velocidad del movimiento del terreno. Después de los temblores de 1985 se adoptó una descripción más completa del movimiento sísmico para determinar las ordenadas de los espectros de diseño. En efecto, para estimar las respuestas estructurales máximas, que sirvieron de referencia para fijar las nuevas ordenadas de diseño, se hizo uso del espectro de amplitudes de Fourier (EAF) y de algunos resultados de la teoría de vibraciones aleatorias (TVA). En este enfoque se introducen, en forma explícita, los efectos de la fuente sísmica, del trayecto que sigue el campo ondulatorio en su viaje hacia el valle de México y de las condiciones geotécnicas locales. El procedimiento consiste en establecer las características de los sismos de diseño y estimar el espectro de amplitudes de Fourier (EAF) del movimiento producido por cada uno de estos temblores en un sitio localizado en la zona de terreno firme. En estos EAF están contenidos los efectos de fuente y trayecto. El EAF del movimiento en suelo blando se estima mediante el producto del EAF del movimiento en el terreno firme con una función de transferencia que describe las amplificaciones del movimiento debidas a las condiciones geotécnicas locales. Particularmente, para elaborar las normas sísmicas de 1985 se hizo uso de un sencillo modelo teórico de fuente sísmica (para especificar el EAF del movimiento en el terreno firme) y del modelo unidimensional de propagación de ondas en medios estratificados (para determinar las funciones de transferencia de depósitos de suelo blando). Estos modelos se calibraron después de examinar los datos sísmicos registrados en unos cuantos sitios de la Ciudad de México desde 1965.

En 1985 se revisaron los criterios de seguridad para las construcciones de la Ciudad de México, y además, se concentraron esfuerzos por incrementar la capacidad de observación sísmica instrumental. Se instaló una extensa red de acelerómetros en las zonas de terreno firme, de transición y de lago. En pocos años ya se contaba con una numerosa colección de registros sísmicos obtenidos en decenas de sitios. Se observó que en las zonas de lago y transición, el movimiento sísmico del terreno varía significativamente entre sitios relativamente cercanos. También se cuantificaron las amplificaciones relativas del movimiento en sitios de suelo blando con respecto al movimiento del terreno firme. Estas amplificaciones se describieron mediante cocientes de EAF llamados funciones de transferencia empíricas (FTE). En la mayoría de estas FTE se identificaron peculiaridades que no se explican convincentemente con el modelo unidimensional de propagación de ondas en medios estratificados ni con modelos teóricos de mayor complejidad.

También se estudió la atenuación del campo sísmico ocurrida en el trayecto hacia el valle de México. Se encontró que aún en el terreno firme existen amplificaciones del movimiento que no se explican con los modelos más simples de fuente y trayecto, o que no tienen correlación con la atenuación sísmica observada en otras regiones. Se buscó incorporar estas peculiaridades en los esquemas empíricos para estimar el EAF del movimiento sísmico, conocidas la magnitud y la distancia. El esquema más refinado fue una regresión lineal de los datos de sismos de subducción (originados entre Michoacán y Oaxaca) que se habían registrado exclusivamente en la Ciudad Universitaria (un sitio de terreno firme). Para superar la insuficiencia de datos se hizo una incorporación formal de información previa mediante el teorema de Bayes.

En síntesis, después de los sismos de 1985 se dieron circunstancias que favorecieron el desarrollo de un procedimiento para estimar el movimiento sísmico en la Ciudad de México, tomando en cuenta los efectos de fuente, de trayecto y de sitio. Los avances más significativos se han obtenido mediante el uso

de los enfoques empíricos relacionados principalmente con el tratamiento de los EAF de terreno firme y las FTE de sitios instrumentados en suelos blandos y de transición. Mejorar el tratamiento de estos EAF y FTE fue uno de los propósitos de la investigación descrita en el presente documento.

En efecto, en esta investigación se hizo un estudio de las aceleraciones del movimiento sísmico registradas en la zona de terreno firme. En él se distinguieron rasgos característicos en el contenido energético de temblores de distinto origen. Por ello, se propuso que las amplitudes espectrales de los sismos de diseño, controladas por los efectos de fuente y trayecto, se determinan mediante el escalamiento de las amplitudes del movimiento que se ha observado en la zona firme de la ciudad y que ha sido producido por sismos de diferente origen. El escalamiento adoptado está de acuerdo con un modelo teórico de fuente sísmica de notable simplicidad. Entre otros resultados, se identificó que los temblores más intensos para las estructuras del valle de México son los que provienen de las costas del estado de Guerrero. Al parecer, si en esta región se origina un temblor con $M=8.1$, los espectros de diseño estipulados en el reglamento actual pueden dejar desprotegidas a las estructuras de periodo largo, especialmente las que se localizan en la zona de terreno firme. Con este resultado se justificaría un estudio detallado del movimiento del terreno firme producido por sismos originados en diferentes regiones de la zona de subducción del territorio mexicano. También se desarrolló un método de interpolación, basado en la estadística bayesiana, para inferir las amplificaciones dinámicas del terreno en sitios no instrumentados. El propósito es hacer uso de los registros observados en el terreno firme y de las amplificaciones dinámicas del terreno en las zonas de transición y de lago para predecir las fuerzas sísmicas que se esperan ante la ocurrencia de posibles sismos futuros. Como resultado parcial, se obtuvo un mapa de periodos dominantes del terreno en el que se ha incorporado toda la información proveniente de registros de movimiento fuerte y de microtemblores.

Con este modelo predictivo también se obtiene el valor de los errores esperados. Se verificó que del error total, el componente relacionado con el uso de la teoría de vibraciones aleatorias para estimar las fuerzas sísmicas es poco significativo en comparación con los componentes relacionados con la especificación del espectro de amplitudes de Fourier del movimiento en el terreno firme debido a un sismo postulado y con la determinación de las amplificaciones dinámicas del terreno. En particular, las incertidumbres en este último se deben a la interpolación espacial y a las variaciones exclusivas del proceso de amplificación dinámica (variaciones que se han identificado al comparar los registros producidos por varios temblores). Los errores totales en una amplia zona de la ciudad son modestos, cercanos a 50%, pero se pueden incrementar hasta en más de 100% en las zonas insuficientemente instrumentadas. Para ilustrar la utilidad de este enfoque predictivo, se calcularon las fuerzas sísmicas que se tendrían en gran parte de la ciudad, ante posibles temblores futuros. Ello permitió verificar que la distribución de estas fuerzas está controlada por las características de la fuente sísmica y del trayecto, además de las condiciones locales del terreno y de las propiedades dinámicas estructurales.

En esta investigación también se buscó contribuir en otros aspectos del diseño sísmico de estructuras. Se hizo un estudio formal de las reducciones de las fuerzas sísmicas debidas al comportamiento inelástico de los materiales, así como de los debidos a la interacción suelo-estructura. Como resultado de estas investigaciones se suministran expresiones sencillas con las que es posible tomar en cuenta las reducciones de las fuerzas sísmicas por comportamiento inelástico y los efectos en el periodo, el amortiguamiento y la ductilidad estructurales debidos a la interacción entre el suelo y la estructura. Con estas expresiones, que están diseñadas para incorporarlas en futuros reglamento, se cometen errores significativamente pequeños. Finalmente, se presentó un esquema de contornos de respuesta espectral que es función de los periodos del terreno y de la estructura. Además de haber sido de gran utilidad

para realizar estudios paramétricos de interacción suelo-estructura, esta representación permitió explicar los criterios recomendados en las normas vigentes para ajustar el espectro de diseño a partir del periodo dominante del terreno. En particular, estas innovadoras recomendaciones reglamentarias se resumen en un conjunto de expresiones muy sencillas para modificar los parámetros con los que se define el espectro de diseño. Los contornos de respuesta espectral pueden ser de gran utilidad para calibrar futuras ediciones de este atractivo apartado de la norma sísmica para las construcciones en el Distrito Federal.

- Aki K (1967). Scaling law of seismic spectrum, *J. Geophys. Res.* **72**, 1217-1231.
- Balendra T y A C Heidebrecht (1986). Influence of different sites on seismic base shear of buildings, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, **14**, 623-642.
- Boore D M (1983). Stochastic simulation of high-frequency ground motions based on seismological models of the radiated spectra, *Bull Seism Soc Am*, **73**, 1865-1894.
- Broemling L D (1985). *Bayesian Analysis of Linear Models*. Marcel Dekker, Inc., New York.
- Brune J N (1970). Tectonic stress and the spectra of seismic shear waves from earthquakes, *J Geophys Res*, **75**, 4997-5009.
- Bufaliza M (1984). *Atenuación de intensidades sísmicas con la distancia en sismos mexicanos*, Tesis de maestría, Facultad de Ingeniería UNAM.
- Bustamante J (1964). Response spectra of earthquakes on very soft clay, *Bull Seism Soc Am*, **54**, 855-866.
- Castro R, S K Singh y E Mena (1988). An empirical model to predict Fourier amplitude spectra of horizontal ground motion, *Earthquake Spectra*, **4**, 675-686.
- Chávez-García F J y P Y Bard (1994). Site effects in Mexico City eight years after the september 1985 Michoacan earthquakes, *Soil Dynamics and Earthquake Eng* **13**, 229-248.
- Esteva L (1970). Regionalización sísmica de México para fines de ingeniería. *Serie Azul del Instituto de Ingeniería*, 246.
- Esteva L y R Villaverde (1974). Seismic risk, design spectra and structural reliability, *Proceedings 5th World Conference on Earthquake Engineering*, Roma, Italia, 2586-2597.
- Figueroa A (1964). La falla de Zacamboxo, *Anales del Instituto de Geofísica*, Vol. **X**. UNAM.
- Hanks T C y H Kanamori (1979). A moment magnitude scale, *J Geophys Res*, **84**, 2348-2350.
- Hartzell S H (1978). Earthquake aftershocks as Green's functions, *Geophys Res Lett*, **5**, 1-4.
- Herrera I, E Rosenblueth y O Rascón (1965). Earthquake spectrum prediction for the valley of Mexico, *Proceedings 3rd World Conference on Earthquake Engineering*, Auckland-Wellington, **1**, 61-74.
- Jennings P C y J Bielak (1973). Dynamics of building-soil interaction. *Bull Seism Soc Am*, **63**, pp. 9-48.
- Kausel E, R V Whitman, J P Morray y F Elsabee (1978). The spring method for embedded foundations. *Nuclear Engineering and Design*, **48**, pp. 377-392.
- Kawase H y K Aki (1989). A study on the response of a soft basin for incident S, P and Rayleigh waves with special reference to the long duration observed in Mexico City. *Bull Seism Soc Am*, **79**, 1361-1382.
- Kelleher J L Sykes y J Oliver (1973). Possible criteria for predicting earthquakes locations and their applications to major plate boundaries of Pacific and the Caribbean, *J Geophys Res* **78**, 2547-2585.

- Lancaster P y K Salkauskas (1986). *Curve and surface fitting. An introduction*. Academy Press, Londres.
- Marsal R J y M Mazari (1959). *El subsuelo de la Ciudad de México*. UNAM, segunda edición.
- McGuire R K (1978). A simple model for estimating Fourier amplitude spectra of horizontal ground acceleration, *Bull Seism Soc Am*, **68**, 803-822.
- Meli R y J Ávila (1988). Analysis of building response, *Earthquake Spectra* **5**, pp. 1-18.
- Miranda E (1993). Evaluation of site-dependent inelastic seismic design spectra. *Journal of Structural Engineering*, **119**, 5, 1319-1338.
- Newmark N M y E Rosenblueth (1971). *Fundamentals of Earthquake Engineering*, Prentice-Hall, New Jersey, EUA.
- NTCDS-DF (1987). Normas técnicas complementarias para diseño por sismo. *Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal*. Gaceta Oficial del Departamento del Distrito Federal.
- NTCDS-DF (1995). Normas técnicas complementarias para diseño por sismo. *Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal*. Gaceta Oficial del Departamento del Distrito Federal.
- Nishenko S P y S K Singh (1987a). The Acapulco-Ometepec, Mexico earthquakes of 1907-1982: Evidence for a variable recurrence history. *Bull Seism Soc Am*, **77**, 1359-1367.
- Nishenko S P y S K Singh (1987b). Conditional probabilities for the recurrence of large and great interplate earthquakes along the Mexican subduction zone. *Bull Seism Soc Am*, **77**, 2095-2114.
- Ordaz M, E Reinoso, S K Singh, E Vera y J M Jara (1989). Espectros de respuesta en diversos sitios del Valle ante temblores postulados en la brecha de Guerrero, *Memorias del VIII Congreso Nacional de Ingeniería Sísmica y VII Congreso Nacional de Ingeniería Estructural*, Acapulco, México, A187-A198.
- Ordaz M y Singh S K (1992). Source spectra and spectral attenuation of seismic waves from Mexican earthquakes and evidence of amplification in the hill zone of Mexico City, *Bull Seism Soc Am*, **82**, 24-43.
- Ordaz M, E Rosenblueth y E Reinoso (1993). Future ground motions in Mexico City, *Tectonophysics*, **318**, 141-156.
- Ordaz M y L E Pérez Rocha (1993). Respuesta sísmica de osciladores elastoplásticos sometidos a excitaciones sísmicas de banda angosta, *Memorias X Congreso Nacional de Ingeniería Sísmica*, Puerto Vallarta, pp. 346-352.
- Ordaz M, Arboleda J y Singh SK (1993). Un nuevo método para simular acelerogramas usando registros de sismos pequeños como funciones de Green empíricas. *Mem X Congr Nal de Ing Sísmica*, 28-35, Pto Vallarta, Jalisco, México.
- Ordaz M, S K Singh y A Arciniega (1994a). Bayesian Attenuation regressions: an application to México City, *Geophys J Int*, **177**, 335-344.
- Ordaz M, J Arboleda J y S K Singh (1994b). A scheme of random summation of empirical Green's function to estimate ground motions from future large earthquakes, *Bull Seism soc Am*, sometido.

- Pardo M y Suarez G (1995). Shape of the subducted Rivera and Cocos plates in southern Mexico: Seismic and tectonic implications, *J Geophys Res*, **100**, 12,357-12,373
- Pelto C R, T A Elkins y H A Boyd (1988). Automatic contouring of irregularly spaced data, *Geophysics*, **33**, 424-430.
- Pérez-Rocha L E y M Ordaz (1991). Cálculo rápido de espectros respuesta inelásticos. *Memorias del IX Congreso Nacional de Ingeniería Sísmica y VIII Congreso Nacional de Ingeniería Estructural*, vol 1, 3-83 a 3-92.
- Reinoso E, M Ordaz y F J Sánchez-Sesma (1990). A note on the fast computation of response spectra estimates. *Earth Eng Str Dyn*, **19**, 971-976.
- Rosas H, S E Ruiz y O Díaz (1989). Construcción de Espectros Inelásticos a Partir de Registros en la Ciudad de México, pp. A77 a A86, *Memorias VIII Congreso Nacional de Ingeniería Sísmica*, Acapulco, México.
- Rosenblueth E (1952). *Teoría del diseño sísmico sobre mantos blandos*, Ediciones ICA, Series B, **14**, 3-12, México.
- Rosenblueth E y J Elorduy (1969). Características de los temblores en la arcilla de la Ciudad de México, en Nabor Carrillo: *El hundimiento de la Ciudad de México y proyecto Texcoco*, Secretaría de Hacienda y Crédito Público.
- Rosenblueth E y D Reséndiz (1988). Disposiciones reglamentarias de 1987 para tener en cuenta interacción dinámica suelo-estructura, *Series del Instituto de Ingeniería*, UNAM, No. 509.
- Rosenblueth E, M Ordaz, F J Sánchez-Sesma y S K Singh (1989). The Mexico earthquake of september 19, 1985 - Design spectra for Mexico's Federal District, *Earthquake Spectra*, **5**, No. 1, pp. 273-291.
- Rosenblueth E y R Gómez (1991). Comentarios a las normas técnicas complementarias para diseño por sismo, *Series del Instituto de Ingeniería*, UNAM, No. ES-7.
- Sánchez-Sesma F J y F Luzón (1996). Can horizontal P waves be trapped and resonate in a shallow sedimentary basin?. *Geophys. Jour. Int.* **124**, 209-214.
- Singh S K, L Astiz y J Havskov (1981). Seismic gaps and recurrence period of large earthquake along the Mexican subduction zone: a reexamination, *Bull Seism Soc Am*, **71**, 827-843.
- Singh S K, J M Espíndola, J Yamamoto y J Havskov (1982). Seismic potential of Acapulco-San Marcos region along the Mexican Subduction zone, *Geophys. Res. Lett.* **9**, 633-636.
- Singh S K, T Domínguez, R Castro, y M Rodríguez (1984). P waveforms of large shallow earthquakes along the Mexican subduction zone, *Bull Seism Soc Am*, **74**, 2135-2156.
- Singh S K, Ponce L y Nishenko S P (1985). Great Jalisco, Mexico earthquake of 1932: subduction of rivera Plate, *Bull Seism Soc Am*, **75**, 1301-1313.
- Singh S K, Mena E, Castro R y Carmona C (1987). Empirical Prediction of ground motion in Mexico City from coastal earthquakes, *Bull Seism Soc Am*, **78**, 230-242.
- Singh S K y Suarez G (1988). Regional variations in the number of aftershocks ($m_b > 5.0$) of large subduction zone earthquake ($M_w > 7.0$), *Bull Seism Soc Am*, **78**, 230-242.

- Singh S K, Lermo J, Domínguez T, Ordaz M, Espinoza J M, Mena E y Quaas R (1988). A study of amplification of seismic waves in the Valley of Mexico with respect to a hill zone site (CU), *Earthquake Spectra*, **4**, 653-673.
- Singh S K y Mortera F (1990). Source-Time functions of large Mexican Subduction earthquakes, morphology on the Benioff zone and the extent of the Guerrero Gap, *J Geophys Res*, **96**, 21487-21502.
- Singh S K, A Mori, E Mena, F Kruger y R Kind (1990). Evidence for anomalous body-wave radiation between 0.3 and 0.7 Hz from the 1985 september 19 Michoacan, Mexico earthquake, *Geophys J Int*, **101**, 37-48.
- Singh S K y M Ordaz (1993). On the origin of long coda observed in the Valley of Mexico, *Bull Seism Soc Am*, **83**, 1298-1306.
- Singh S K, R Quaas, M Ordaz, F Mooser, D Almora, M Torres y R Vázquez (1995). Is there truly a "hard" site in the Valley of Mexico?, *Geophys Res Lett*, **22**, 481-484.
- Trifunac M D y A G Brady (1975). A study of the duration of strong earthquake ground motion, *Bull Seism Soc Am*, **65**.
- UNAM Seismology Group (1986). The september 1985 earthquakes: aftershocks distribution and history of rupture, *Geophys Res Lett*, **13**, 573-576.
- Veletsos A S y J W Meek (1974). Dynamic behaviour of building-foundation systems, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, **3**, pp. 121-138.
- Veletsos A S y N M Newmark (1960). Effect of Inelastic Behavior of Simple Systems to Earthquake Motions, pp. 895-912, *Proceedings 3rd World Conference on Earthquake Engineering*, Tokio, Japón.
- Veletsos A S y A Prasad (1989). Seismic interaction of structures and soils: stochastic approach, *Journal of Structural Engineering, ASCE*, **115**, 935-956.
- Zeevaert L (1984). Strong ground motions recorded during earthquakes of may 11th and 19th, 1962 in Mexico City. *Bull Seism Soc Am*, **54**, No 1, 209-231.

8 AGRADECIMIENTOS

Este trabajo está dedicado a la memoria de Emilio Rosenblueth. Agradezco haber contado con su orientación, al menos, durante la primera etapa de esta investigación.

Expreso mi más profundo agradecimiento a Francisco J Sánchez Sesma, mi maestro, tutor y amigo. Sin su invaluable dirección, sin su orientación crítica y sin su apoyo constante, jamás habría culminado esta etapa de mi formación. También agradezo a Javier Avilés y a Mario Ordaz sus magníficas enseñanzas, así como el haber dedicado innumerables horas en diversos aspectos de este trabajo. Luis Vieitez siempre mantuvo un gran interés en el desarrollo de esta investigación. Siempre recibí su apoyo y, particularmente, excelentes opiniones, comentarios y sugerencias. Los doctores L Esteva, R Meli, S Krishna Singh, E Ovando y A Tena leyeron la versión preliminar de este escrito e hicieron sugerencias constructivas, de hecho, algunas de ellas dieron nueva forma al escrito definitivo. Estoy muy agradecido con M Zárate Vázquez, F Flores Cruz y R Aguilar Becerril por su colaboración y entusiasmo en varias etapas de este trabajo.

Gran parte de este trabajo pudo realizarse gracias a la disponibilidad y calidad de centenas de registros de movimiento sísmico captados por las redes de acelerómetros de la Ciudad de México y de Guerrero. La primera de estas redes está a cargo del Instituto de Ingeniería de la UNAM, del Centro de Instrumentación y Registro Sísmico de la Fundación Javier Barros Sierra y del Centro Nacional de Prevención de Desastres. La segunda es el resultado de un proyecto conjunto entre la Universidad de Nevada en Reno y el Instituto de Ingeniería de la UNAM. Expreso mi agradecimiento a todas estas instituciones y, especialmente, a las decenas de personas que operan estas redes instrumentales.

Este trabajo se realizó en el Centro de Investigación Sísmica de la Fundación Javier Barros Sierra bajo el patrocinio de la Secretaría de Obras y Servicios del Distrito Federal, debido al constante interés y apoyo de D Ruiz Fernández y R Zubieta. Mi más sincero agradecimiento.

APÉNDICE I

ESPECTROS CINEMÁTICOS DE UN CAMPO ONDULATORIO

RESUMEN

Se presenta un método para el análisis espectral de los componentes horizontales del movimiento debido a la propagación de un campo ondulatorio en una región instrumentada. Se considera que el movimiento registrado es un campo aleatorio homogéneo cuya representación espectral, al igual que en los procesos estacionarios, consiste en la superposición de las ondas que se propagan. La densidad de potencia del espectro frecuencia-número de onda suministra el valor cuadrático medio de la amplitud de estas ondas, así como su velocidad y dirección de propagación.

En esta formulación se hace una descomposición cinemática del movimiento en términos de componentes ondulatorios que producen desplazamientos en la dirección de propagación (componente longitudinal) y en la dirección perpendicular (componente transversal). Para cada componente se estima la densidad de potencia del espectro frecuencia-número de onda. El análisis de estos espectros permite reconocer que los componentes longitudinal y transversal son el resultado de la superposición de varias ondas. El interés es identificar los términos más significativos de estos componentes y suministrar sus amplitudes, velocidades y direcciones de propagación. Estos valores, como funciones de la frecuencia, forman los espectros cinemáticos del campo ondulatorio. En este trabajo se muestran los resultados obtenidos de los datos registrados por la Red Acelerométrica de la Ciudad de México (RACM) correspondientes a un sismo de subducción con $M_s=6.9$, ocurrido a 300 km de la ciudad el 25 de abril de 1989. Particularmente, en los componentes verticales del desplazamiento producido por este temblor se puede observar el paso de una forma de onda prominente. Ello permitió establecer una escala de tiempo común para todos los registros.

INTRODUCCIÓN

El análisis de datos sísmicos que provienen de un arreglo de sensores ha sido de gran utilidad para el estudio de la propagación de ondas, en particular, para discriminar entre temblores de origen natural y explosiones nucleares subterráneas. Con estos fines, en los 1960s y 1970s se difundió ampliamente el empleo de arreglos sísmicos, generalmente diseñados para la detección óptima de eventos regionales y tectónicos. Por ejemplo, el LASA (Large Amplitude Seismic Array), localizado en Montana (EUA), fue un arreglo de 525 sismómetros de periodo corto que cubría un radio de 100 Km mediante grupos de 25 sensores ordenados concéntricamente. En cada grupo, los sensores estaban ordenados en igual forma dentro de un área de 3.5 Km de radio (Green *et al*, 1965). Otro arreglo de gran apertura fue NORSAR, localizado al norte de Noruega. Con una configuración similar, NORSAR estaba formado por 132 sismómetros de periodo corto y cubría un radio de 50 Km. Con el transcurso de los años, el empleo de arreglos sísmicos ha sido muy provechoso

en la detección de primeros arribos y en la identificación de las direcciones y velocidades aparentes de los campos de ondas incidentes. En su trabajo, Ringdal y Husebye (1982) hacen una revisión detallada de estas experiencias.

Desde los primeros análisis, se ha supuesto que el movimiento registrado por un arreglo de sensores es un proceso aleatorio estacionario con media 0 y desviación estándar σ . Esta hipótesis permite caracterizar al movimiento mediante estimadores de la densidad de potencia f-k. El estimador es convencional es la varianza del proceso (Yaglom, 1962). Sin embargo, los estimadores que mayor difusión han recibido son los de alta resolución, conocidos como filtros de máxima verosimilitud (p ej, Capon, *et al*, 1967, 1969; Kværna y Doornbos, 1986).

En el análisis de datos telesísmicos, es común clasificar los componentes de un campo ondulatorio como P o S si las velocidades aparentes son mayores o menores que 6 km/s², respectivamente. En muchas ocasiones, el valor de la velocidad aparente no es suficiente para una correcta clasificación, por ello, si se cuenta con sensores de tres componentes, se puede recurrir a un análisis del movimiento de partícula siguiendo métodos similares al propuesto por Jurkevics (1988). Mykkeltveit *et al* (1990) señalan que esta forma de proceder permite distinguir fases P_n de P_g y S_n de L_g , aunque reconocen que la separación consistente es difícil de realizar.

En este trabajo se presenta una formulación en la que se hace uso del teorema de Helmholtz para representar un campo ondulatorio en componentes que producen desplazamientos en la dirección de propagación y en la dirección perpendicular. Esta descomposición de carácter cinemático se ilustra haciendo uso de datos registrados por la RACM, del método propuesto por Capon (1969) para estimar los espectros de potencia f-k y de una representación espectral en la que se indican las amplitudes, direcciones y velocidades de propagación de las ondas con polarización longitudinal y transversal.

DENSIDAD DE POTENCIA ESPECTRAL DE LOS COMPONENTES CINEMÁTICOS DE UN CAMPO ONDULATORIO

Densidad de potencia espectral

Sea $u(\omega, \bar{x})$ el campo de desplazamientos producido por la propagación de una onda plana, con velocidad c , en la dirección del vector $\bar{n} = (\bar{n}_x, \bar{n}_y)^T$. Si se acepta que es armónico y, además, que ω es la frecuencia angular y $\bar{k} = (k_x, k_y)^T$ es el vector número de onda, se tiene que

$$u(\omega, \bar{x}) = u_0 \exp(-ik_{x_n} x) \exp(-ik_{y_n} y) \exp(i\omega t) \quad (1)$$

donde $\bar{x} = (x, y)^T$, $k_{x_n} = \omega n_x / c$ y $k_{y_n} = \omega n_y / c$. Ya que transformada de Fourier de $u(\omega, \bar{x})$ es

$$u(\omega, \bar{k}) = \iint u(\omega, \bar{x}) \exp(ik_x x) \exp(ik_y y) dx dy \quad (2)$$

se tiene que $u(\omega, \bar{k}) = u_o \delta(k_x - k_{x_n}) \delta(k_y - k_{y_n})$, donde $\delta(\cdot)$ es la función delta de Dirac

$$\delta(k - k_o) = \begin{cases} 1 & \text{si } k = k_o \\ 0 & \text{si } k \neq k_o \end{cases} \quad (3)$$

Es decir, el espectro en el número de onda, dado por la ec (2), o bien la densidad de potencia espectral $|u(\omega, \bar{k})|^2$, es diferente de cero en las coordenadas indicadas por el vector $\bar{k} = \bar{k}_n = (k_{x_n}, k_{y_n})^T$. Este hecho se traduce en un esquema de inversión porque es posible determinar la dirección y la velocidad de propagación de una onda plana que explique el campo de desplazamientos $u(\omega, \bar{x})$. En efecto, la velocidad c y la dirección azimutal de propagación θ se determinan con las expresiones

$$c = \left(\sqrt{k_{x_n}^2 + k_{y_n}^2} / \omega \right)^{-1} \quad (4)$$

$$\theta = \text{ang tan}(k_{x_n} / k_{y_n})^{-1} \quad (5)$$

Ahora, considérese que el campo de desplazamientos $u(\omega, \bar{x})$ sólo se conoce en M sensores distribuidos en el espacio x - y , y que interesa hacer una estimación de la densidad de potencia espectral frecuencia-número de onda $|u(\omega, \bar{k})|^2$. Capon (1969) diseñó un filtro que permite el paso sin distorsión de cualquier onda plana monocromática que se propaga con número de onda \bar{k}_n . El estimador, destacado por ser de alta resolución, tiene la forma

$$|\hat{u}(\omega, \bar{k})|^2 = \left[\sum_{j=1}^M \sum_{l=1}^M g_{jl}(\omega) \exp(i\bar{k} \cdot (\bar{x}_j - \bar{x}_l)) \right]^{-1} \quad (6)$$

En esta expresión, $g_{jl}(\omega)$ es el elemento jl de la matriz $G = F^{-1}$ y F es la matriz de correlación espectral, con elemento jl dado por $f_{jl}(\omega) = u_j(\omega) u_l(\omega)^*$ (aquí $*$ denota complejo conjugado).

Descomposición cinemática

Supóngase que en un medio se propagan ondas P (con polarización longitudinal del movimiento de las partículas) y S (con polarización transversal del movimiento de partículas). De acuerdo con la descomposición cinemática de Helmholtz, si Φ y $\bar{\Psi}$ son los potenciales de desplazamiento para ondas P y S , respectivamente, con $\nabla \cdot \bar{\Psi} = 0$, entonces el campo total de desplazamientos se escribe como

$$\bar{u} = \nabla\Phi + \nabla \times \bar{\Psi} \quad (7)$$

Por definición $\bar{u}^P = \nabla\Phi$ y $\bar{u}^S = \nabla \times \bar{\Psi}$. Entonces, se puede escribir

$$\bar{u} = \bar{u}^P + \bar{u}^S \quad (8)$$

Si el interés es estudiar la propagación aparente en el plano horizontal x-y, los desplazamientos horizontales totales admiten la siguiente representación

$$\begin{aligned} u &= \partial \Phi / \partial x + \partial \bar{\Psi} / \partial y, \\ v &= \partial \Phi / \partial y - \partial \bar{\Psi} / \partial x \end{aligned} \quad (9)$$

ya que $\bar{\Psi} = (0, 0, \Psi)$. Si los potenciales Φ y Ψ son armónicos representados por

$$\Phi = \Phi_0 \exp(i\omega t - ik_x x - ik_y y) \quad (10)$$

y

$$\Psi = \Psi_0 \exp(i\omega t - ik_x x - ik_y y) \quad (11)$$

entonces, los componentes del campo de desplazamientos en las direcciones x e y adquieren las formas $u = -i(\Phi k_x + \Psi k_y)$ y $v = -i(\Phi k_y - \Psi k_x)$, respectivamente. Si se hace $\bar{l} = (k_y, -k_x)^T$, el campo total $\bar{u}(\omega, \bar{k})$ se puede escribir como

$$\bar{u}(\omega, \bar{k}) = -i[\Phi(\omega, \bar{k})\bar{k} + \Psi(\omega, \bar{k})\bar{l}] \quad (12)$$

donde $\bar{k} \cdot \bar{l} = 0$. En este resultado se puede reconocer que los vectores de propagación asociados a las ondas P y S son paralelo y perpendicular al vector \bar{k} , respectivamente. Otra interpretación de este resultado es que el campo de desplazamientos producido por ondas P es el componente del campo total en la dirección del vector \bar{k} , mientras que el campo producido por ondas S es el componente del campo total en la dirección del vector \bar{l} , entonces se tiene que

$$\bar{u}^P = (\bar{u} \cdot \bar{n})\bar{n} \quad (13)$$

y

$$\bar{u}^S = (\bar{u} \cdot \bar{m})\bar{m} \quad (14)$$

Los vectores unitarios $\bar{n} = (n_x, n_y)^T$ y $\bar{m} = (m_x, m_y)^T$ indican las direcciones de los números de onda \bar{k} y \bar{l} , respectivamente. Es decir, $n_x = k_x / \sqrt{k_x^2 + k_y^2}$, $n_y = k_y / \sqrt{k_x^2 + k_y^2}$, $m_x = k_y / \sqrt{k_x^2 + k_y^2}$ y $m_y = -k_x / \sqrt{k_x^2 + k_y^2}$. Por su parte, los estimadores de alta resolución de los componentes longitudinales, o de onda P , y transversales, o de onda S , adquieren las siguientes formas, respectivamente

$$|\hat{u}^P(\omega, \bar{k})|^2 = \left[\sum_{j=1}^M \sum_{l=1}^M g_{jl}^P(\omega, \bar{k}) \exp(i\bar{k} \cdot (\bar{x}_j - \bar{x}_l)) \right]^{-1} \quad (15)$$

y

$$|\hat{u}^S(\omega, \bar{k})|^2 = \left[\sum_{j=1}^M \sum_{l=1}^M g_{jl}^S(\omega, \bar{k}) \exp(i\bar{k} \cdot (\bar{x}_j - \bar{x}_l)) \right]^{-1} \quad (16)$$

donde $g_{jl}^P(\omega, \bar{k})$ y $g_{jl}^S(\omega, \bar{k})$ son los elementos jl de las matrices $G_P = F_P^{-1}$ y $G_S = F_S^{-1}$, respectivamente. Los elementos jl de las matrices de correlación espectral F_P y F_S están dados por

$$f_{jl}^P(\omega, \bar{k}) = (\bar{u}_j(\omega) \cdot \bar{n})(\bar{u}_l(\omega) \cdot \bar{n})^* \quad (17)$$

y

$$f_{jl}^S(\omega, \bar{k}) = (\bar{u}_j(\omega) \cdot \bar{m})(\bar{u}_l(\omega) \cdot \bar{m})^* \quad (18)$$

La descomposición cinemática del campo de desplazamientos puede ayudar principalmente en la discriminación de ondas superficiales Rg y Lg producidas a distancias epicentrales del orden de algunas centenas de kilómetros. Desafortunadamente, los tiempos de cómputo se incrementan considerablemente, pues se requiere de la inversión de las matrices F_P y F_S para cada número de onda.

ANÁLISIS DE LOS DATOS REGISTRADOS POR LA RACM

Los grandes daños producidos por los sismos de 1985 en la Ciudad de México, revelaron la necesidad de mejorar el entendimiento que se tenía sobre los mecanismos que controlan la respuesta sísmica del terreno en el que se yergue la ciudad. Además de emitir normas técnicas de emergencia para la reconstrucción de las obras civiles, el gobierno federal apoyó la instalación de cerca de 100 acelerómetros de periodo corto. La capacidad de observación instrumental se incrementó en un orden de magnitud. En la fig 1 se indica la localización de las estaciones de la Red Acelerométrica de la Ciudad de México (RACM), así como la zonificación geotécnica y algunas vías principales de referencia. Esta red se extiende en un radio de 10 km. En la zona central de la RACM, donde se alcanza la máxima densidad instrumental, la separación entre estaciones es de 3.33 km, en promedio. Estos parámetros sobre el tamaño de la red controlan los límites de confianza en el dominio del número de onda. El número de onda mínimo que se puede estudiar es $k_{\min} = \Delta k / 2\pi = 1 / L$, donde L es la longitud del arreglo en la dirección examinada. Si $L=20$ km, se tiene que $k_{\min} = 0.05$ ciclos/km. Por otro lado, el número de onda máximo, o de Naquist, que se puede estudiar es $k_{\max} = k_{Nq} / 2\pi = 1 / 2\Delta x$. Análogamente, Si $\Delta x = 3.33$ km es la separación mínima entre estaciones, se tiene que $k_{\max} = 0.15$ ciclos/km. Este razonamiento indica que la parte coherente de los registros está entre 0.05 y 0.15 ciclos/km.

Desafortunadamente, no hay una escala de tiempo común en los registros de la RACM para estimar la densidad de potencia espectral contenida en los datos captados por esta red vista como un arreglo sincronizado. Esta deficiencia se puede superar si se cuenta con la colección de los registros producidos por un temblor que haya dejado huella de una fase prominente. En efecto, si una forma de onda está contenida en todos los registros, la correlación cruzada entre ellos suministra los tiempos de inicio que permiten ajustar una escala de tiempo común. En particular, en los componentes verticales de todos los registros producidos por el sismo de Guerrero ($M_s=6.9$) del 25 de abril de 1989 (Sánchez-Sesma *et al*, 1993) se identificó una onda prominente con periodo característico de 10s, precedida por otra con periodo característico entre 3 y 4s. Campillo *et al* (1989) observaron esta peculiaridad en los registros producidos por el sismo de Michoacán ($M_s=8.1$) del 19 de septiembre de 1985 y propusieron un modelo de corteza que les permitió postular que la fase de periodo largo corresponde al modo fundamental de ondas superficiales de Rayleigh y que la de periodo corto está asociada con la propagación de modos superiores de ondas superficiales Lg.

Para este estudio se eligió la colección de los registros producidos por el sismo de 1989. Se adoptó el modelo cortical de Campillo *et al* (1989). Además, se aceptó su hipótesis sobre la naturaleza de la forma de onda de periodo largo. Ello permitió establecer una escala de tiempo común. Para ello, se fijaron como velocidad de fase y dirección de propagación de ondas de 10s, los valores $V_R = 3.25$ Km/s y $\theta_R=N50^\circ E$. Se seleccionó la ventana de tiempo que contiene a las formas de periodo corto y largo identificadas claramente en los componentes verticales. Esta ventana cubre el intervalo de 20 a 60 s de los desplazamientos ilustrados en la fig 2, en una escala de tiempo común. Se trata de los tres componentes del desplazamiento en seis sitios arbitrarios de la Ciudad de México. En la parte superior

izquierda se indican la forma de onda atribuida al modo fundamental de Rayleigh (R) y la parte precedente relacionada con la propagación de modos superficiales del tipo Lg, y al parecer, también del Rg.

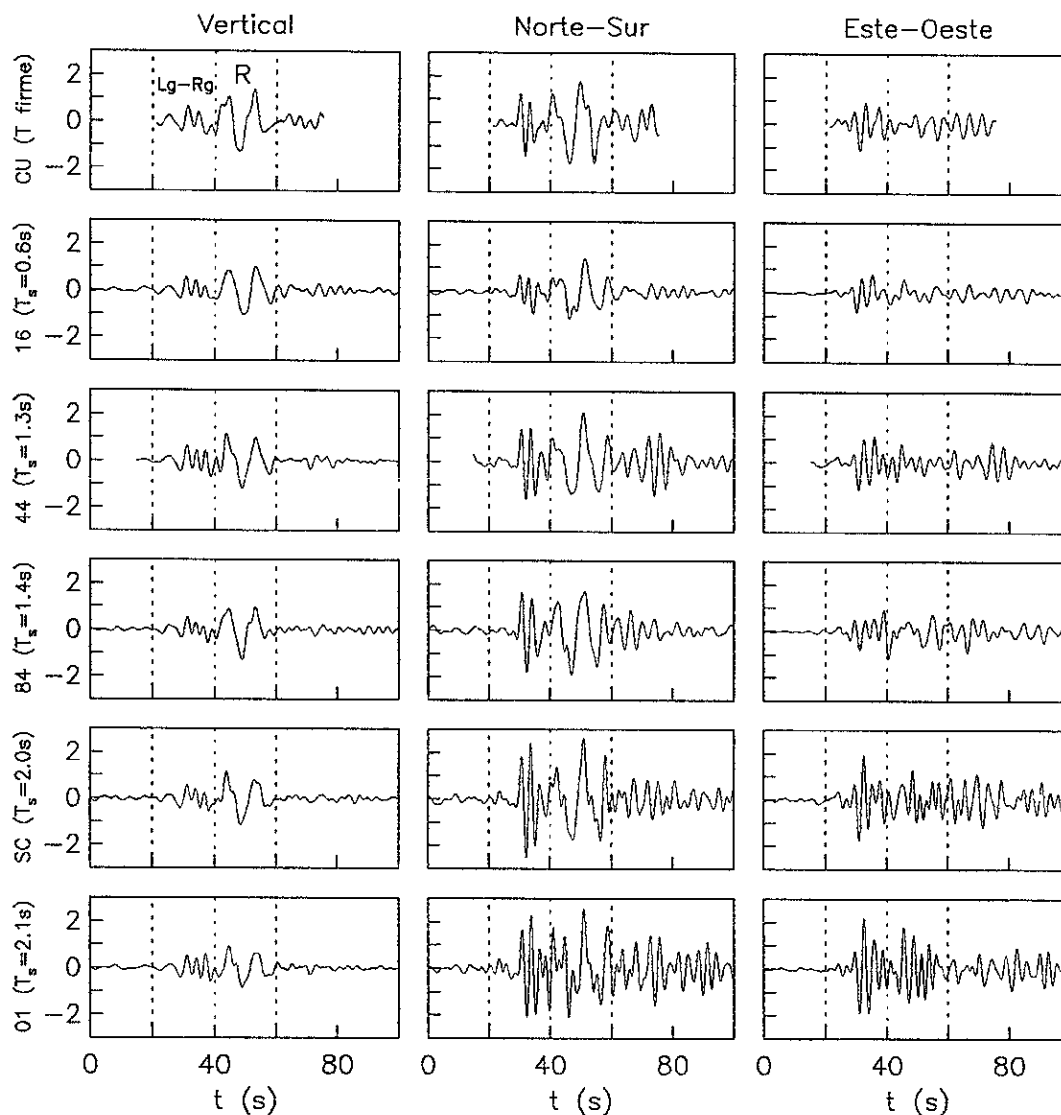


Fig 2. Desplazamientos (en cm) en seis sitios arbitrarios indicados a la izquierda. El número indicado entre paréntesis corresponde al periodo dominante del terreno. En este trabajo se ha seleccionado la ventana que cubre el intervalo entre 20 y 60 s.

Siguiendo las expresiones 15 y 16 se estimaron las densidades espectrales de los componentes cinemáticos del campo de desplazamientos. Estos están asociados a la

propagación de ondas superficiales de Rayleigh (con polarización longitudinal) y Love (con polarización transversal). En la fig 3 se ilustran los espectros de potencia correspondientes a las componentes longitudinal y transversal para $f=0.1$ Hz ($T=10$ s) y 0.3 Hz ($T=3.3$ s). En esta figura se ha empleado la representación en términos de lentitudes en las direcciones norte-sur y este-oeste, obtenidas mediante las relaciones $S_{NS} = k_y / \omega$ y $S_{EW} = k_x / \omega$, respectivamente. Si en realidad se trata de la propagación de ondas superficiales, la interpretación de estos resultados indica que las ondas de periodo largo corresponden, en su mayoría, al modo fundamental de Rayleigh y que éste se propaga en la dirección epicentral N5°E con velocidad de fase $V_r = 3.25$ Km/s, mientras que las de periodo corto corresponden a los primeros modos superiores de ondas Rg y Lg. Nótese que estos se propagan en direcciones sensiblemente diferentes a la dirección epicentral (entre N15°E y N25°E), con velocidades de fase mayores que 4 Km/s.

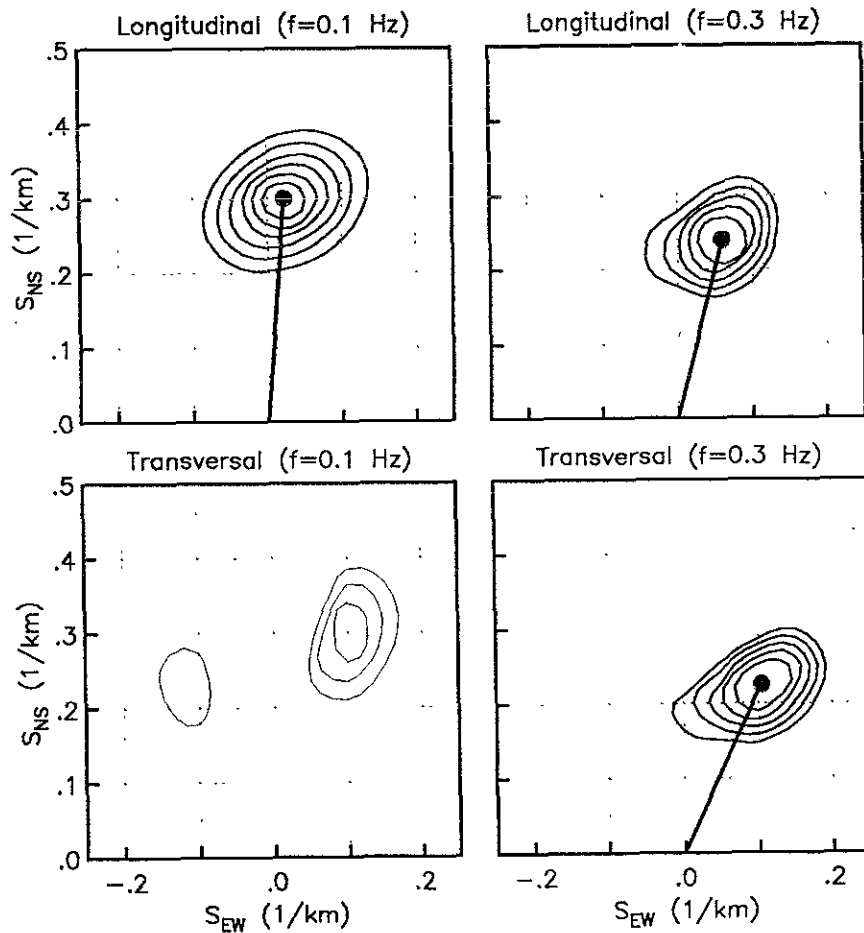


Fig 3 Densidad de potencia espectral de los componentes cinemáticos del campo ondulatorio. La densidad e intensidad de los contornos es proporcional a la amplitud. Con el trazo grueso se indica el vector lentitud $\vec{S} = \vec{k} / \omega$.

Para visualizar la transición entre estos modos de propagación se estimaron los espectros de potencia para varias frecuencias en el intervalo $0.05 < f < 0.5$ Hz. Se hizo una búsqueda de los máximos espectrales con el propósito de determinar las amplitudes, direcciones y velocidades de estos modos de propagación. Estos valores se ilustran en la fig 4 mediante una representación que permite identificar las características espectrales de los componentes cinemáticos del campo ondulatorio. En la parte inferior se indican las amplitudes de Fourier. Los símbolos de mayor tamaño corresponden a las amplitudes mayores. El tamaño de los símbolos se preservó con el propósito de correlacionar estas amplitudes con las direcciones y velocidades de propagación, ilustradas en la parte media y superior de la fig 4, respectivamente. En la parte superior, con líneas discontinuas, se indican las velocidades máxima y mínima correspondientes al intervalo de confianza en el dominio del número de onda, entre 0.05 y 0.15 ciclos/km.

De acuerdo con estos resultados, para frecuencias menores que 0.2 Hz las mayores amplitudes del campo de desplazamientos están relacionados con la propagación del modo fundamental de ondas de Rayleigh. Esta propagación sigue la dirección epicentral con velocidades cercanas a 3.1 Km/s. Para frecuencias mayores, se detectan amplitudes comparables en ambos componentes cinemáticos y, además, cambios significativos tanto en las direcciones como en las velocidades de propagación. Estos hechos hacen suponer que en el intervalo de frecuencias de 0.2 a 0.5 Hz, el campo de desplazamientos está formado por el acoplamiento de los modos superiores de ondas superficiales Rg y Lg. Al parecer, los cambios en las direcciones de propagación y la presencia de varios máximos en los espectros de potencia son testimonio de los difractores de gran escala que encontró el campo incidente, así como del multitrayecto que siguió en su viaje desde la región epicentral hasta el valle de México. Los tiempos de retraso inducidos por el trayecto múltiple pueden determinarse mediante un análisis de las densidades de potencia espectral de ventanas temporales sucesivas. Esta determinación no está exenta de incertidumbres. Por ello, debe sujetarse a la consideración de modelos corticales más realistas y a la correlación con estructuras geológicas que puedan explicar el retraso de los eventos tardíos.

CONCLUSIONES

Se ha discutido la importancia de la estimación de la densidad de potencia espectral frecuencia-número de onda ($f-k$) en el análisis de la propagación de ondas a partir de los datos de un arreglo de sensores. También se discutió la utilidad de separar el campo ondulatorio en componentes longitudinal y transversal, los cuales producen desplazamientos en la dirección de propagación y en la dirección perpendicular, respectivamente. Con este propósito, se desarrollaron filtros de máxima verosimilitud que son estimadores de alta resolución de los componentes cinemáticos de la densidad de potencia espectral.

Las velocidades de fase obtenidas del análisis de los datos de la RACM, en el intervalo de 0.1 a 0.5 Hz son congruentes con las que se obtienen de las curvas de dispersión de los modelos teóricos de corteza aceptados para el territorio mexicano. Una discontinuidad en

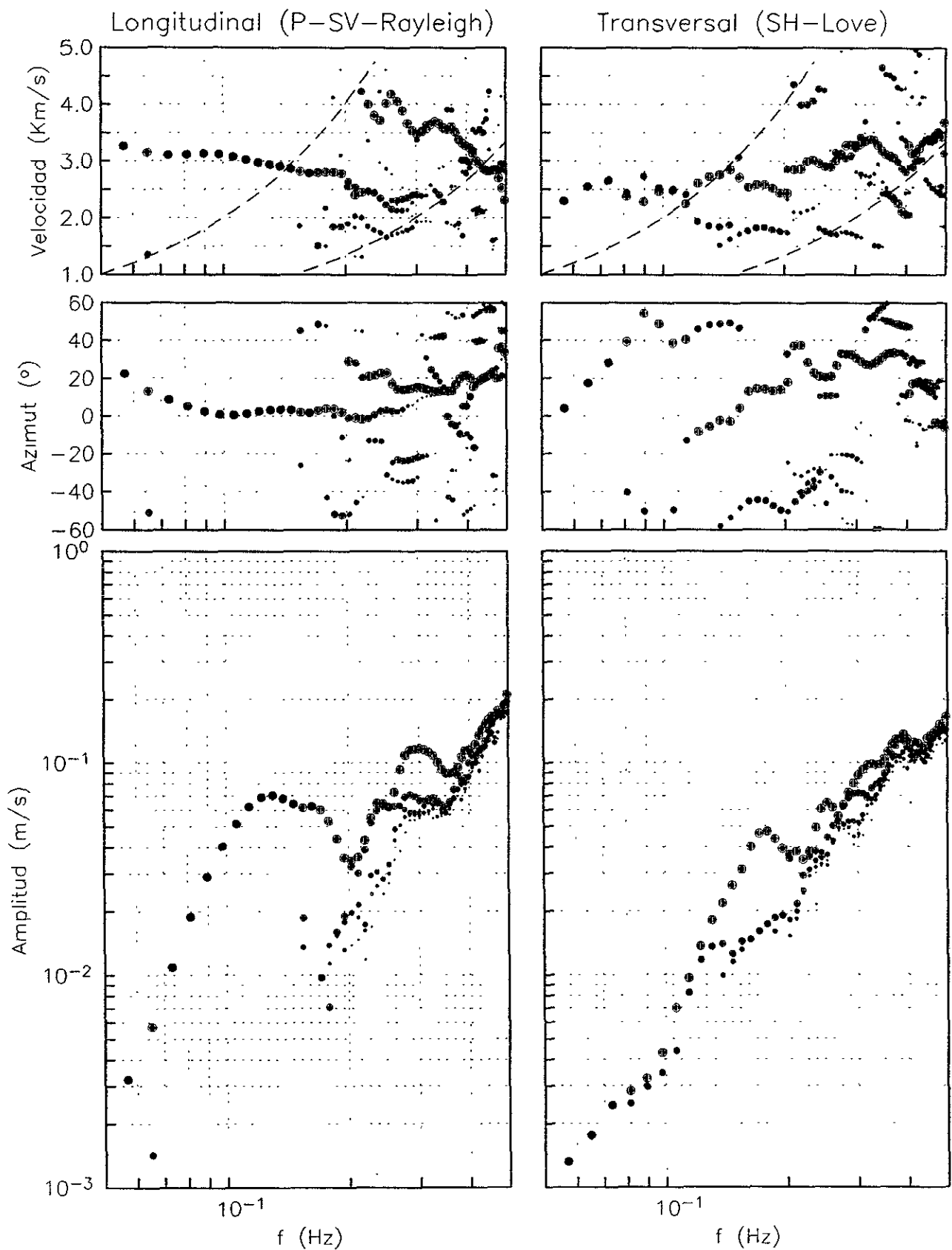


Fig 4. Espectros cinemáticos del campo ondulatorio. Se indican las velocidades de propagación (parte superior), las direcciones de propagación (parte intermedia) y las amplitudes (parte inferior) de cada componente del campo ondulatorio, con polarización longitudinal o transversal. El tamaño de los puntos está controlado por la amplitud asociada con cada componente. En la parte superior, con líneas discontinuas, se indican las velocidades de fase, mínima y máxima, que se pueden estudiar con la RACM.

los resultados experimentales alrededor de $f=0.2$ Hz, tanto en las velocidades de fase como en las direcciones de propagación, sugiere una posible conversión de ondas superficiales a modos de orden superior Rg y Lg, probablemente generadas en el flanco sur del eje neovolcánico transmexicano. Al parecer, el trayecto cortical desde esta estructura geológica hasta el valle de México, es muy eficiente para la propagación de estas formas modales. Este hecho se infiere de las conspicuas amplitudes del espectro de potencia de estas formas de propagación y, probablemente, está relacionado con el fenómeno de amplificación regional señalado por Ordaz y Singh (1992). La resolución de los estimadores de la densidad de potencia se reduce rápidamente para frecuencias mayores que 0.5 Hz. Ello es consecuencia del aumento en la relación ruido-síñal debido, principalmente, a que la distancia mínima entre los sensores de la RACM es del orden de 3 Km y que las longitudes de onda son menores que 6 km, ya que las ondas se propagan con velocidades horizontales menores que 3 km/s.

REFERENCIAS

- Campillo M, J C Gariel, K Aki y F J Sánchez-Sesma (1989). Destructive strong ground motion in Mexico City: Source, path and site effects during the great 1985 Michoacán earthquake, *Bull. Seism. Soc. Am.* **79**, 1718-1735.
- Capon J, R J Greenfield y R J Kolker (1967). Multidimensional maximum-likelihood processing of a large aperture seismic array, *Proc. IEEE* **55**, 192-211.
- Capon J (1969). High resolution frequency-wavenumber spectrum analysis, *Proc. IEEE* **57**, 1408-1418.
- Green P E Jr, R A Frosch y C F Romney (1965). Principles of an experimental large aperture seismic array (LASA), *Proc. IEEE* **53**, 1821-1833.
- Jurkevics A (1988). Polarization analysis of three-component array data, *Bull. Seism. Soc. Am.* **78**, 1725-1743.
- Kværna T y D J Doornbos (1986). An integrated approach to slowness analysis with arrays and three-component stations, *Semiannual Tech. Summary, 1 October 1985-31 March 1986*, NORSAR Sci. Rept. No. 2-85/86, Kjeller, Norway.
- Mykkeltveit S, K Åstebøl, D Doornbos y E Husebye (1983). Seismic array configuration optimization, *Bull. Seism. Soc. Am.* **73**, 173-186.
- Ordaz M y S K Singh (1992). Source spectra and spectral attenuation of seismic waves from Mexican earthquakes and evidence of amplification in the hill zone of Mexico City, *Bull Seism Soc Am*, **82**, 24-43.

Ringdal F y E S Husebye (1982). Application of arrays in the detection, location and identification of seismic events, *Bull Seism Soc Am*, **72**, S201-S224.

Sánchez-Sesma F J, L E Pérez-Rocha y E Reinoso (1993). Ground motion in Mexico City during the April 25, 1989 Guerrero Earthquake, *Tectonophysics* **218**, 127-140.

Yaglom A M (1962). *An introduction to the Theory of Stationary Random Functions*. Englewood Cliffs, N. J. Prentice Hall.

APÉNDICE II

INTERPOLACIÓN ESPACIAL DE LAS AMPLIFICACIONES DINÁMICAS DEL TERRENO

RESUMEN

Se describe un método para resolver un problema de interpolación espacial. Los datos son funciones de transferencia que describen las amplificaciones relativas del movimiento en la superficie del terreno del valle de México. Estas funciones se han obtenido a partir de los espectros de Fourier de acelerogramas producidos por varios temblores y registrados en decenas de sitios en las zonas de terreno firme, transición y lago. Se plantea un esquema estadístico para restringir la interpolación espacial de las funciones de transferencia mediante el uso de las técnicas de regresión bayesiana. Ello permite hacer una incorporación formal de la información que se tiene acerca de los efectos de sitio en la respuesta dinámica del terreno. Esta formulación suministra soluciones más estables y racionales que las que se obtendrían al seguir esquemas de regresión convencionales para la interpolación espacial de datos geofísicos.

INTRODUCCIÓN

El interés por conocer la naturaleza del movimiento sísmico del terreno se ha promovido en la mayor parte de las zonas sísmicas altamente pobladas del mundo. Gracias al desarrollo tecnológico, se ha incrementado la capacidad de observación instrumental y, con ello, el conocimiento experimental en la sismología y la ingeniería sísmica. En estas ciencias, buena parte del conocimiento es empírico, ya que se basa principalmente en la interpretación de los registros de movimiento fuerte. A su vez, esta interpretación está guiada por modelos teóricos e hipótesis sobre la mecánica de la ruptura y la propagación de ondas. Los esfuerzos por reducir el efecto destructivo de los grandes temblores han contribuido en el desarrollo de diversos esquemas para estimar el movimiento del terreno producido por posibles sismos futuros. En México se han desarrollado diversas técnicas, desde simples relaciones de atenuación hasta modelos semiempíricos para tomar en cuenta los efectos de fuente, de trayecto y de sitio.

A partir de una base de datos mundial que incluía registros de temblores mexicanos, Esteva y Villaverde (1973) obtuvieron relaciones llamadas leyes de atenuación, para aceleración y velocidad máximas del terreno. Bufaliza (1984) propuso expresiones similares obtenidas a partir de datos registrados exclusivamente en México. Posteriormente, Singh *et al* (1987) obtuvieron estas relaciones tomando sólo los datos registrados en la Ciudad Universitaria (CU) de la Ciudad de México. También se buscaron esquemas que suministren una mejor caracterización del movimiento, en particular, el contenido de frecuencias y la duración. Por ejemplo, Castro *et al* (1988) construyeron un modelo para la regresión de las amplitudes del espectro de Fourier (EAF) en el sitio CU. Más adelante, Ordaz y Singh (1992) encontraron que existe un efecto de amplificación regional en el valle de México. Los autores señalan que aún en la zona firme del valle existen amplificaciones en un intervalo amplio de frecuencias que no se explican con los modelos más simples de fuente y trayecto, o que no tienen correlación con la atenuación sísmica observada en otras regiones. Tomando en cuenta estas evidencias, Ordaz *et al* (1994) construyeron un modelo de regresión de los EAF para el sitio CU. Esta formulación difiere de la propuesta por Castro *et al* (1988) porque en ella se incorpora toda la información existente haciendo uso del teorema de Bayes. De acuerdo con los autores, las regresiones son más estables y

tienen una relación más estrecha con la naturaleza física del problema. Recientemente, Pérez-Rocha *et al* (1996) encontraron que en la colección de acelerogramas registrados en CU pueden señalarse rasgos espectrales que probablemente provienen de la fuente sísmica y el trayecto. Sería de interés extender el modelo de Ordaz *et al* (1994) para tomar en cuenta estas peculiaridades de la fuente sísmica y/o del trayecto. Al parecer, los temblores que se generan en frente a las costas de Guerrero son más energéticos y particularmente destructivos para las estructuras de la Ciudad de México.

Un gran interés por reducir el peligro sísmico que enfrentan la estructuras y obras civiles de la Ciudad de México se despertó con los acontecimientos sísmicos de 1985. Como parte de las primeras iniciativas, se instalaron docenas de acelerómetros, principalmente en aquellos sitios en los que se han observado huellas de temblores intensos, tanto de destrucción de obras civiles como de rupturas en el terreno. Esta red instrumental, aquí llamada Red Acelerométrica de la Ciudad de México (RACM), cuenta en la actualidad con más de 100 acelerómetros sobre la superficie del terreno.

Con los primeros registros de la RACM, Singh *et al* (1988) obtuvieron una colección de funciones de transferencia empíricas (FTE) mediante el cociente entre los EAF observados en sitios en las zonas de transición y de lago y el que se observó en el sitio CU que está en terreno firme. Encontraron que en la zona del lago, el movimiento del terreno está fuertemente controlado por la respuesta dinámica de los estratos de suelo blando más superficiales. De acuerdo con los autores, típicamente se tienen espectaculares amplificaciones en aquellas frecuencias del movimiento que coinciden con las frecuencias dominantes del terreno y señalan que estas amplificaciones pueden estar presentes en los próximos grandes temblores. En efecto, Singh *et al* (1988) encontraron que el comportamiento dinámico de los depósitos lacustres es elástico y significativamente poco amortiguado, aún en sismos tan intensos como los de 1985. Esta hipótesis de elasticidad lineal permite hacer uso de las FTE obtenidas de los registros de sismos pequeños para predecir el movimiento producido por sismos intensos. El enfoque se debe a Ordaz *et al* (1989). En síntesis, se trata de una formulación completa para el cálculo de espectros de respuesta elásticos en sitios instrumentados mediante el uso de las FTE medidas en estos sitio y el EAF que se tendría en el sitio de referencia CU. Los autores compararon exitosamente las intensidades medidas en 1985 en estaciones de la zona de lago con las posdichas para estos sitios a partir de las FTE de Singh *et al* (1988) y el EAF observado en CU en 1985.

Con el análisis de los acelerogramas producidos por varios temblores de subducción, Reinoso (1991) identificó que el movimiento en el terreno firme tiene variaciones importantes. Señala que si las FTE se calculan con respecto al EAF promedio del terreno firme, la amplificación obtenida para la mayoría de los sitios es razonablemente constante de temblor a temblor, sin importar la magnitud, la distancia epicentral o el azimut de la incidencia. Para algunos sitios, esta amplificación puede ser explicada, razonablemente, mediante el modelo unidimensional de propagación de ondas de corte. Sin embargo, también hay evidencias de que los accidentes topográficos y geológicos pueden tener efectos importantes en las amplificaciones locales, en particular en los sitios cercanos a la frontera entre zonas de transición y de lago.

La estabilidad de las FTE medidas en sitios instrumentados estimuló el desarrollo de un modelo para cuantificar estas funciones de amplificación dinámica en sitios no instrumentados (Pérez-Rocha *et al*, 1991; Reinoso *et al*, 1992; Ordaz *et al*, 1992) mediante el uso de los modelos convencionales de interpolación espacial de datos geofísicos (Lancaster y Salkauskas, 1986; Pelto *et al*, 1988). Para los sectores densamente instrumentados se obtienen resultados excelentes. Sin embargo, se encontró que la

inestabilidad numérica se incrementa dramáticamente en sitios alejados de las estaciones de la RACM y en las porciones del valle donde las condiciones geotécnicas locales presentan grandes variaciones espaciales. En este trabajo se recurre al teorema de Bayes para incorporar información adicional que permite superar las limitaciones debidas a la insuficiencia espacial de datos. En los párrafos siguientes se hace una descripción formal de este enfoque bayesiano para interpolar las FTE de sitios con coordenadas arbitrarias.

INTERPOLACIÓN ESPACIAL DE DATOS GEOFÍSICOS

Para la interpolación espacial de datos geofísicos se requiere un método para estimar los valores de una variable en un arreglo bidimensional irregular. Este problema ha sido resuelto por numerosos autores con diversos objetivos. En particular, Lancaster y Salkauskas (1986) señalan que en unos problemas se buscan tendencias que suavizan las variaciones espaciales de los datos, y que en otros, se hace el ajuste de formas funcionales para interpolar los datos. Los autores presentan resultados con los que ilustran diferencias espectaculares al resolver un problema arbitrario con los métodos más comunes.

Supóngase que en n puntos (x_i, y_i) se conocen los valores z_i de un campo continuo en una región del dominio x - y . Si los datos son suficientes, se obtiene una buena descripción de las variaciones espaciales del campo mediante una representación en series de Taylor. En efecto, para determinar el valor z_0 del campo en el punto (x_0, y_0) , Pelto *et al* (1988) proponen el ajuste de los coeficientes de la siguiente forma funcional, deducida de un desarrollo de segundo orden,

$$z(x, y) = \alpha_0 + \alpha_1(x - x_0) + \alpha_2(y - y_0) + \alpha_3(x - x_0)^2 + \alpha_4(y - y_0)^2 + \alpha_5(x - x_0)(y - y_0) \quad (1)$$

imponiendo que el error estándar sea mínimo. Para garantizar variaciones espaciales suaves, a cada dato z_i , se asigna un peso w_i que decrece con la distancia entre las coordenadas (x_i, y_i) y (x_0, y_0) . Si se busca que al interpolar en (x_i, y_i) se tenga $z = z_i$, los autores recomiendan la forma

$$w_i = \frac{1}{r_i^2} \quad (2)$$

donde $r_i^2 = (x_i - x_0)^2 + (y_i - y_0)^2$. Si el componente i -ésimo de la función de error es

$$\varepsilon_i = \left(\alpha_0 + \alpha_1(x_i - x_0) + \alpha_2(y_i - y_0) + \alpha_3(x_i - x_0)^2 + \alpha_4(y_i - y_0)^2 + \alpha_5(x_i - x_0)(y_i - y_0) - z_i \right) w_i \quad (3)$$

se tiene el sistema de ecuaciones

$$\mathbf{X}^T \mathbf{W} \mathbf{X} \alpha = \mathbf{X}^T \mathbf{W} \mathbf{z} \quad (4)$$

con la matriz \mathbf{X} dada por

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} 1 & (x_1 - x_0) & (y_1 - y_0) & (x_1 - x_0)^2 & (y_1 - y_0)^2 & (x_1 - x_0)(y_1 - y_0) \\ 1 & (x_2 - x_0) & (y_2 - y_0) & (x_2 - x_0)^2 & (y_2 - y_0)^2 & (x_2 - x_0)(y_2 - y_0) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & (x_n - x_0) & (y_n - y_0) & (x_n - x_0)^2 & (y_n - y_0)^2 & (x_n - x_0)(y_n - y_0) \end{bmatrix}, \quad (5)$$

\mathbf{W} es una matriz formada por los pesos w_{ij} , con

$$w_{ij} = w_i w_j \delta_{ij}; \quad \delta_{ij} = \begin{cases} 1 & i = j \\ 0 & i \neq j \end{cases}, \quad i = j = 1, 2, \dots, n \quad (6)$$

$\mathbf{z} = (z_1, z_2, \dots, z_n)^T$ es el vector de datos y $\alpha = (\alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_5)^T$ es el vector de coeficientes, determinados mediante la expresión

$$\alpha = [\mathbf{X}^T \mathbf{W} \mathbf{X}]^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{W} \mathbf{z} \quad (7)$$

Si $\mathbf{v}(x, y) = (1, (x - x_0), (x - x_0)^2, (y - y_0), (y - y_0)^2, (x - x_0)(y - y_0))^T$, para las coordenadas (x_0, y_0) , se tiene

$$\mathbf{z} = \mathbf{v}^T \alpha = \alpha_0 \quad (8)$$

MODELO BAYESIANO DE INTERPOLACIÓN ESPACIAL

La técnica sugerida por Pelto *et al* (1988) se resume en hacer uso de la ec (4) para resolver un problema de interpolación. Esta ecuación es un esquema de regresión que se puede mejorar si se imponen restricciones adicionales a las que se tienen con el criterio del mínimo error (Broemling, 1985).

Supóngase que en el proceso de interpolación, el vector de errores $\varepsilon = (\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_n)^T$, con el i -ésimo componente dado por la ecuación (3), tiene una distribución normal con media cero y varianzas $\sigma^2 = (\sigma_1^2, \sigma_2^2, \dots, \sigma_n^2)^T$. Los coeficientes $\alpha = (\alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_5)^T$ también pueden interpretarse como variables aleatorias en el sentido de que nuestro conocimiento actual sobre ellos puede describirse haciendo uso de la teoría de probabilidades.

De acuerdo con el teorema de Bayes, la densidad de probabilidades que incluye el conocimiento previo de α y σ , así como la información contenida en los datos, cumple con la proporcionalidad

$$p(\alpha, \sigma | \varepsilon) \propto p(\alpha, \sigma) L(\varepsilon | \alpha, \sigma) \quad (9)$$

donde $p(\alpha, \sigma)$ es la densidad previa conjunta con que se introduce el estado del conocimiento sobre los coeficientes α antes de examinar los datos, $p(\alpha, \sigma | \varepsilon)$ es la densidad conjunta posterior al examen y $L(\varepsilon | \alpha, \sigma)$ es la verosimilitud de los valores observados de ε como una función de α y σ . En general, si la distribución de $\varepsilon | \alpha, \sigma$ es normal, y si los errores ε están correlacionados a través de la matriz de covarianzas $\mathbf{COV}(\varepsilon)$ (con diagonal principal dada por el vector de varianzas σ^2 y coeficiente de correlación $\kappa_{\varepsilon_{ij}}$ para ε_i y ε_j), se tiene la siguiente forma analítica

$$L(\varepsilon | \alpha, \sigma) = h^{n/2} \exp\left(-\frac{h}{2} \varepsilon^T \Phi \varepsilon\right) \quad (10)$$

En esta expresión h es la precisión y Φ es una matriz adimensional que cumple con $\mathbf{COV}(\varepsilon) = h^{-1} \Phi^{-1}$.

Una aplicación de este teorema se presenta en Ordaz *et al* (1994). Los autores proponen un método de regresión para la atenuación de amplitudes de movimientos sísmicos a partir de una forma funcional deducida de un modelo teórico de fuente. En su formulación obtienen una expresión del error estándar similar a la ec (3). Señalan que el estado del conocimiento previo de los coeficientes α se puede describir mediante el uso de una función de densidad previa conjunta que sea *conjugada natural* del proceso. Esta función tiene la propiedad de tener la misma forma funcional que la densidad posterior conjunta. Extendiendo sus resultados, puede demostrarse que el valor esperado de α , posterior al examen de \mathbf{z} , es

$$E(\alpha | \varepsilon) = \mathbf{R}''^{-1} \left(\mathbf{R}' \alpha' + \mathbf{X}^T \Phi \mathbf{z} \right) \quad (11)$$

El vector α' contiene los valores esperados previos de α , en tanto que

$$\mathbf{R}' = \frac{\lambda'}{r' - 1} (\mathbf{COV}(\alpha))^{-1} \quad (12)$$

y

$$\mathbf{R}'' = \mathbf{R}' + \mathbf{X}^T \Phi \mathbf{X} \quad (13)$$

Los parámetros λ' y r' están relacionados con la precisión h a través de $E(h) = r'/\lambda'$ y $c^2(h) = 1/r'$, donde c denota coeficiente de variación. Estos parámetros reflejan la incertidumbre que se tiene en la información previa α' con respecto a la que se tiene en los datos sujetos a la forma funcional propuesta, en este caso, descrita por la ec (1). Nótese que sólo interesa conocer α_0 . De hecho, sólo se tiene información previa de este coeficiente, que adquiere sentido físico porque $z(x_0, y_0) = \alpha_0$. Este conocimiento se resume en los parámetros $\alpha'_0 = z'_0$ y $s = (s_0, \infty, \infty, \infty, \infty, \infty)^T$, donde s^2 es el vector de varianzas del conocimiento previo de α' .

No se tiene conocimiento sobre la correlación $\kappa_{\alpha_{ij}}$ (entre α_i y α_j) y $\kappa_{\varepsilon_{ij}}$ (entre los errores ε_i y ε_j). Por simplicidad, para construir las matrices $\mathbf{COV}(\alpha)$ y $\mathbf{COV}(\varepsilon)$ se propone que $\kappa_{\alpha_{ij}} = \kappa_{\varepsilon_{ij}} = \delta_{ij}$, con δ_{ij} definido como en la ec (6). La función de densidad predictiva de z , dado ε y un nuevo vector de variables no aleatorias ν , es la distribución de z , dados los parámetros α y σ , promediada con respecto a la distribución posterior $p(\alpha, \sigma | \varepsilon)$. Esta función de densidad tiene distribución t de Student con $2r''$ grados de libertad. Si para las coordenadas (x_0, y_0) se tiene que $\nu = (1, 0, 0, 0, 0, 0)^T$, entonces

$$E(z | \varepsilon, \nu) = \nu^T E(\alpha | \varepsilon) = \alpha_0 \quad (14)$$

y

$$\text{VAR}(z | \varepsilon, \nu) = \frac{\lambda''}{(r'' - 1)d} \quad (15)$$

donde $\text{VAR}(\cdot)$ denota varianza y

$$r'' = r' + \frac{1}{2} \mathbf{J}^T \Phi \mathbf{J}; \quad \text{con } \mathbf{J}^T = (1, 1, 1, 1, 1, 1) \quad (16)$$

$$\lambda'' = \lambda' + \frac{1}{2} \left[\alpha'^T \mathbf{R}' \alpha' - \alpha''^T \mathbf{R}'' \alpha'' + z^T \Phi z \right] \quad (17)$$

$$d = 1 - \nu^T \left(\mathbf{R}' + \mathbf{X}^T \Phi \mathbf{X} + \nu \nu^T \right)^{-1} \nu \quad (18)$$

Las ecs (11) y (15) son el principal resultado de esta aplicación del teorema de Bayes. La ec (11) suministra una combinación formal del conocimiento previo α' con una solución similar a la que se obtiene de un ajuste convencional con el criterio del mínimo error. En efecto, si en la ec (11) se hace $\text{COV}(\alpha) = 0$ se llega a $E(\alpha | \varepsilon) = \alpha'$. En cambio, cuando $\text{COV}(\alpha)$ es infinita, se tiene que $E(\alpha | \varepsilon) = (\mathbf{X}^T \Phi \mathbf{X})^{-1} (\mathbf{X}^T \Phi \mathbf{z})$, que es el resultado usual de mínimos cuadrados. Por su parte, la ec (15) es una medida teórica de los errores que se cometen en la interpolación de z . En esta cantidad se toman en cuenta las incertidumbres asociadas con los errores aleatorios, con los datos y con los parámetros del modelo funcional.

Nótese que con la teoría de probabilidades se introducen pesos que dependen de las varianzas conocidas σ^2 y de los coeficientes de correlación $\kappa_{\varepsilon ij}$ a través de $\text{COV}(\varepsilon)$. Para formular un esquema de interpolación espacial de datos geofísicos es recomendable que las varianzas se definan con un criterio similar al que se consigna en la ec (2). Este criterio se traduce en una varianza espacial de la forma $\sigma_{r_i}^2 = c_r^2 \rho_i^2 z_i^2$, donde c_r es un coeficiente de variación espacial y $\rho_i = (r_i/r_x)^{2^2}$ es un término adimensional con el que se toma en cuenta la distancia $r_i = \sqrt{(x_i - x_0)^2 + (y_i - y_0)^2}$ entre las coordenadas del dato z_i y del sitio de interés, en tanto que r_x es un radio de referencia.

Además de la distancia entre las coordenadas de los datos y el sitio de interés, se pueden introducir otras particularidades de los datos que sean de utilidad en el problema de interpolación. Un ejemplo se tiene cuando en cada punto se realizan varias observaciones independientes de los datos, y además, el examen estadístico señala que existen puntos en los que se presentan grandes variaciones, mientras que en otros, las variaciones son relativamente pequeñas. Bajo esta condición, el problema de interpolación se puede restringir para que la solución tienda al dato z_i en sitios cercanos al punto i , siempre que se determine que en este punto la varianza estadística $\sigma_{s_i}^2$ sea pequeña. Si la varianza es grande, la solución debe sujetarse a lo que dicte una combinación de todos los datos basada en las varianzas totales. Para el punto i , la varianza total σ_i adquiere la siguiente forma

$$\sigma_i^2 = z_i^2 (c_r^2 \rho_i^2 + c_{s_i}^2) \quad (19)$$

donde $c_{s_i} = \sigma_{s_i}/z_i$. Al fijar los valores de r' , λ' y h , el problema de interpolación se resuelve calibrando los parámetros s_0 y c_r . Con el coeficiente s_0 se define la proporción con que participa la información previa α' en comparación con los datos z . En general, se busca que la información previa domine en los sectores donde los datos son escasos. Con el coeficiente c_r se regula la participación de los datos en función de sus distancias r_i al sitio de interés y de sus varianzas $\sigma_{s_i}^2$. Si c_r es suficientemente grande, la participación de los datos sólo depende de las distancias r_i . En cambio, si $c_r = 0$, la participación se sujeta a la proporción relativa entre las varianzas $\sigma_{s_i}^2$.

APLICACIONES A LOS DATOS SÍSMICOS REGISTRADOS EN EL VALLE DE MÉXICO

La red actual de acelerómetros de la Ciudad de México cuenta con más de 100 estaciones en la superficie del terreno. En la fig 1 se indican las estaciones en operación y aquéllas que han sido retiradas pero que han suministrado datos para este estudio. Asimismo, se indican las zonas geotécnicas (terreno firme, zona de transición y zona de lago) y las principales vías de la ciudad. Los principales eventos sísmicos registrados con esta red de acelerómetros se indican en la tabla I. La mayoría de ellos son de subducción, originados a centenas de kilómetros al sur de la ciudad.

FECHA	ORIGEN	MAGNITUD M	LATITUD N	LONGITUD W	DISTANCI A Km
85/09/19	Subducción	8.1	18.14	102.71	295
88/02/08	Subducción	5.8	17.00	101.00	289
89/04/25	Subducción	6.9	16.00	99.00	304
89/05/02	Subducción	5.0	16.30	99.35	305
90/05/11	Subducción	5.3	17.15	100.85	295
90/05/31	Subducción	6.1	17.15	100.85	295
93/10/24	Subducción	6.7	16.50	99.00	310
94/05/23	Normal	6.0	18.03	100.57	205
94/12/10	Normal	6.3	18.02	101.56	290
95/09/14	Subducción	7.3	16.80	98.60	300
95/10/09	Subducción	8.0	18.60	104.00	560

Tabla I Sismos estudiados para calcular periodos dominantes del terreno y funciones de transferencia empíricas (FTE).

El examen de los acelerogramas del primer sismo registrado por esta extensa red (ocurrido el 88/02/08) permitió a Singh *et al* (1988) reconocer los importantes efectos de amplificación dinámica debidos a las condiciones del terreno. Los autores proponen una descripción cuantitativa de estos efectos mediante funciones de transferencia empíricas (FTE). De acuerdo con Reinoso (1991), la estabilidad de las FTE, observadas de un temblor a otro, aumenta si se toma el cociente entre el espectro de amplitudes de Fourier (EAF) observado en cada sitio y el EAF promedio observado en las estaciones de terreno firme. Posteriormente, el análisis de los registros producidos por los sismos de fallamiento normal ocurridos los días 94/05/23 y 94/12/10, permitió identificar que las diferencias en las FTE producidas por temblores de distinto origen, son comparables a las que se tienen entre las FTE producidas por temblores del mismo origen (Pérez-Rocha *et al*, 1995). Al parecer, esto puede deberse a que la distancia epicentral de estos eventos es comparable con la distancia típica de los sismos de subducción, tomando como referencia a la Ciudad Universitaria. Para la mayoría de los sitios, el análisis estadístico de las FTE sugiere que gran parte de los efectos de amplificación estará presente en eventos futuros.

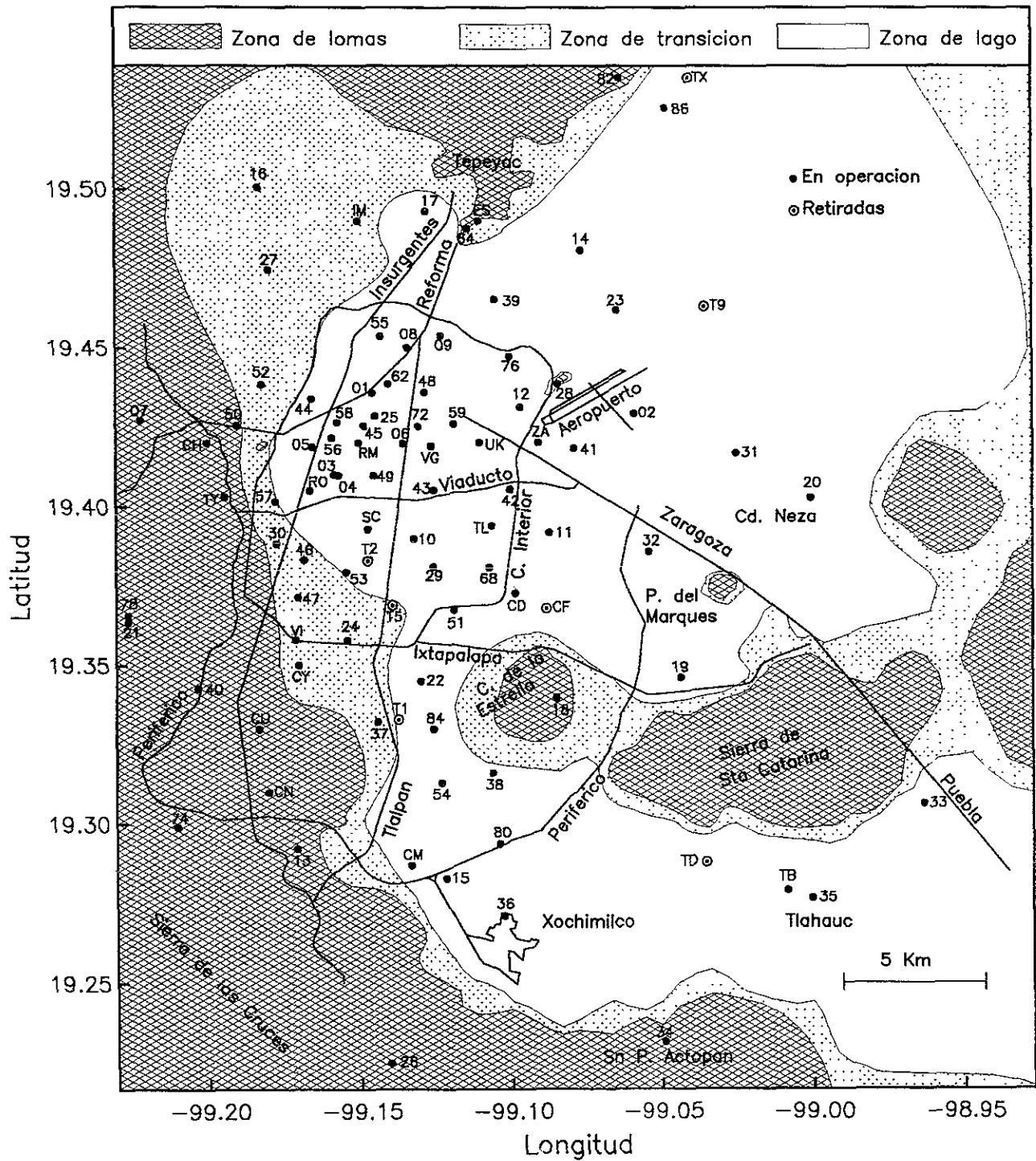


Fig 1 Red Acelerométrica de la Ciudad de México (RACM). Se indican las tres zonas geotécnicas (terreno firme, zona de transición y zona de lago) y las principales vías vehiculares de la ciudad

En este trabajo se presenta una formulación para cuantificar las amplificaciones dinámicas del terreno en sitios no instrumentados. El método se basa en hacer una interpolación espacial de las ordenadas espectrales de las FTE descritas en términos de periodos adimensionales (Pérez-Rocha *et al*, 1991; Reinoso *et al*, 1992; Ordaz *et al*, 1992). Esta representación, que es exacta para el modelo unidimensional de propagación de ondas de corte, consiste en normalizar los periodos de la excitación con respecto al periodo dominante del terreno T_s . Por definición, los máximos de estas funciones se presentan en el periodo adimensional unitario. Para un sitio arbitrario se inicia con la interpolación del periodo dominante del terreno T_s . Para cada abscisa adimensional se calcula la ordenada correspondiente de una función de transferencia *a priori* FTP que se introduce en el esquema bayesiano para la interpolación de la función de transferencia *a posteriori*. La FTE objetivo se obtiene al escalar las abscisas de la función *a posteriori* con T_s .

En este esquema probabilista de interpolación, se busca que al fijar un coeficiente de variación c , se de mayor influencia a los periodos dominantes más largos y a las ordenadas espectrales de mayor amplitud, especialmente en zonas insuficientemente instrumentadas. Por ello, se hace que la variable z sea el inverso de los datos que interesa interpolar, es decir, el inverso de los periodos dominantes del terreno y de las ordenadas de las FTE. De esta forma, las varianzas $\sigma^2 = c^2 z^2$ menores (mayor peso o influencia) corresponden a los valores menores de z . En adelante, z es el inverso de los datos, aunque se le refiere como el dato mismo y no como su inverso. Asimismo, el coeficiente de variación se refiere a la estadística de los valores inversos.

PERIODOS DOMINANTES DEL TERRENO

Haciendo uso de todos los registros de cada estación de la RACM, se calcularon los promedios de los periodos dominantes del terreno obtenidos de los componentes horizontales NS y EW. Estos valores se determinaron mediante la localización de los máximos espectrales de las FTE medidas en estas direcciones. Ya que se cuenta con m_i observaciones independientes del periodo dominante en cada sitio con coordenada (x_i, y_i) , se tiene una varianza estadística $\sigma_{m_i}^2$ de esta cantidad (en realidad, de su inverso z_i). En general, se cuenta con diferente número de observaciones en cada sitio. Ello se puede compensar al hacer uso de las ecs (15), (16), (17) y (18), e introducir un coeficiente de variación c_{m_0} como referencia. En efecto, si para cada dato z_i se hace $\lambda' = (c_{m_0} z_i)^2$, $\mathbf{R}' = \mathbf{R}'' = 0$, $\Phi = m_i$, $\mathbf{X} = 1$, $z = \sigma_{m_i}$, $\nu = 1$, $r' = 2$ y $d = m_i / (m_i + 1)$, se tiene que la varianza $\sigma_{s_i}^2$ adquiere la forma

$$\sigma_{s_i}^2 = \frac{\left((c_{m_0} z_i)^2 + \frac{m_i}{2} \sigma_{m_i}^2 \right) (m_i + 1)}{\left(1 + \frac{m_i}{2} \right) m_i} \quad (20)$$

Para cada estación en las zonas de transición y de lago se calcularon los promedios de los periodos dominantes en las direcciones NS y EW ($T_{s_{NS}}$ y $T_{s_{EW}}$, respectivamente) y el promedio entre ellos (T_s).

También se calcularon los coeficientes de variación que se tienen entre los periodos $T_{S_{NS}}$ y $T_{S_{EW}}$ con respecto a la media T_s (denotado con c_{H_i}), así como los coeficientes de variación después de m_i observaciones (c_{m_i}) y los que se obtienen con la ec (20) con el propósito de compensar el hecho de que en algunas estaciones sólo se cuenta con una observación de los datos (c_{s_i}). Los resultados más significativos se presentan en la fig 2 mediante histogramas de los coeficientes c_H , c_m y c_s . Se puede verificar que los periodos dominantes del terreno en una dirección tienen variaciones mayores de temblor a temblor, que las que se tienen entre los periodos medidos en las dos direcciones horizontales. En efecto, las diferencias entre los periodos dominantes del terreno medidos en dirección NS y EW, se traducen en coeficientes de variación $c_H < 0.01$ para más del 40% de las estaciones. Para casi el 100% se tienen coeficientes $c_H < 0.05$. Estos coeficientes son sensiblemente menores que los coeficientes c_m (al centro de la fig 2), los cuales alcanzan valores cercanos a 0.1 y tienen media $c_m=0.05$. Estos coeficientes describen las variaciones de los periodos dominantes de temblor a temblor. Para calcular los coeficientes c_s , ilustrados en la parte derecha de la fig 2, el coeficiente de referencia c_{m_0} se hizo igual al valor de la cota superior de c_m , es decir, $c_{m_0} = 0.1$. Con esta corrección, los nuevos coeficientes c_s varían entre 0.05 y 0.12, en tanto que el valor promedio es $c_s=0.08$. Con base en estos resultados, para las estaciones de terreno firme se fijó $T_s = 0.5s$ con $c_s=0.005$. Este valor de c_s es la décima parte del valor promedio para las zonas de transición y de lago (cercano a $c_m=0.05$), ya que se esperan variaciones no significativas de los periodos dominantes en la zona geotécnica firme.

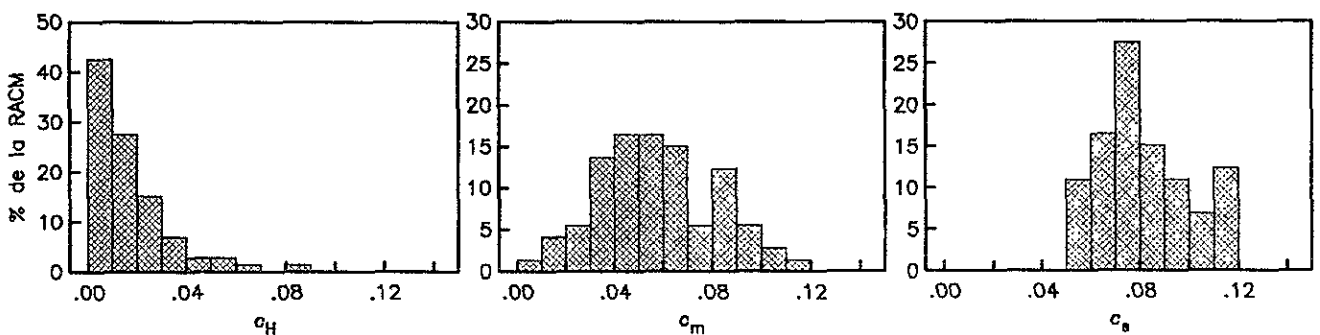


Fig 2 Histogramas de los coeficientes de variación de los periodos dominantes del terreno. A la izquierda se indican los coeficientes de variación al medir los periodos en las direcciones NS y EW (c_H); al centro se indican los coeficientes de variación obtenidos de temblor a temblor (c_m); a la derecha se indican los coeficientes de variación modificados (c_s) al introducir el coeficiente de referencia $c_{m_0}=0.1$ en la ec (20).

Estos resultados son medidas estadísticas del periodo dominante del terreno que se obtuvieron del análisis de los acelerogramas de varios temblores registrados en más de 70 sitios en las zonas de transición y de lago. También se cuenta con una colección de periodos dominantes obtenidos por Lermo *et al* (1988) a partir del registro de microtemblores en centenas de sitios. De acuerdo con los expertos, los valores obtenidos de los registros de microtemblores son menos confiables que los que se obtienen de los registros de movimiento fuerte. Se les asignó un coeficiente de variación $c_m=0.15$. Este valor es ligeramente mayor que el valor máximo reportado para las estaciones de la RACM ($c_m=0.12$). Finalmente, para confinar la zona del terreno firme se colocaron puntos de control a lo largo de la

frontera con la zona de transición, espaciados a cada 3 km, aproximadamente. Al igual que en los sitios instrumentados del terreno firme, en estos sitios hipotéticos se ha fijado $T_s = 0.5s$ y $c_s = 0.005$.

En ausencia de información previa, la ec (11) adquiere la forma

$$E(\alpha | \varepsilon) = (\mathbf{X}^T \Phi \mathbf{X})^{-1} (\mathbf{X}^T \Phi \mathbf{z}) \quad (21)$$

El coeficiente de variación c_r se calibró de forma que el promedio de los coeficientes de variación esperados después de interpolar los periodos dominantes en los sitios instrumentados $c_z = [\text{VAR}(z | \varepsilon, \nu)]^{1/2} / z$, fuera comparable con el promedio de los coeficientes de variación c_s . El parámetro r_0 relacionado con la ec (19) se hizo unitario. En la fig 3 se muestran cuatro coeficientes de variación (c_a, c_b, c_c, c_d) que dependen de c_r . Estos coeficientes son el promedio de los coeficientes calculados para las estaciones de la RACM en zonas de transición y de lago. El coeficiente c_a se refiere a la diferencia medida entre los datos y los valores interpolados, en tanto que el coeficiente c_b es el valor esperado, obtenido al hacer uso de la ec (15). Con el propósito de conocer los errores que se tendrían en sitios no instrumentados se calcularon los coeficientes medido c_c y predicho c_d . En esta modalidad, llamada en adelante *sin dato*, se extrajo el dato de cada sitio al momento de la interpolación.

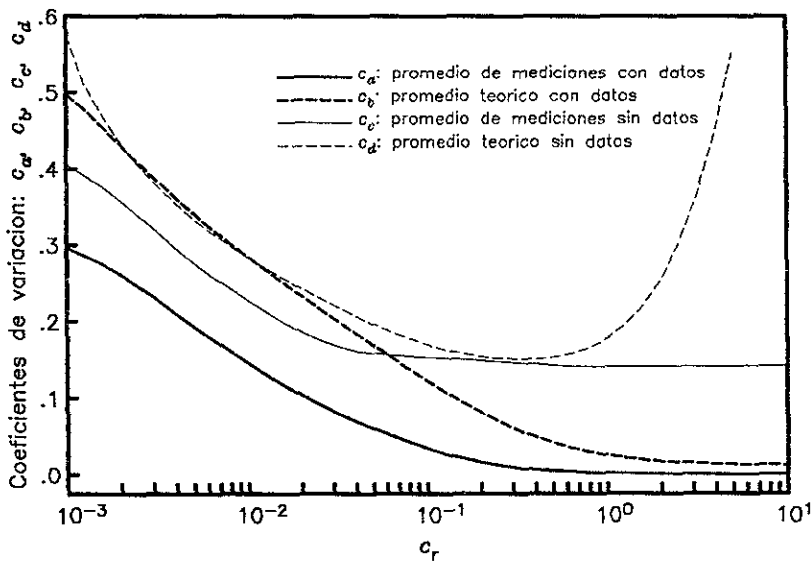


Fig 3 Coeficientes de variación relativos al error en la interpolación de z v.s. c_r .

De acuerdo con estos resultados, el coeficiente óptimo está cerca de $c_r = 0.3$. Para este valor, los coeficientes de variación *sin dato* (c_c y c_d) son muy parecidos, cercanos a 0.15, en tanto que los coeficientes de variación *con dato* (c_a y c_b) ya se han reducido a valores menores la media estadística $c_s = 0.08$ (fig 2). En la fig 4 se confirman estas tendencias. Se trata de los histogramas de los coeficientes c_a, c_b, c_c y c_d con $c_r = 0.3$. Para la modalidad *con dato*, los errores medidos (c_a) y esperados (c_b), en

promedio, son cercanos a 2 % y 6%, respectivamente, mientras que los errores correspondientes a la modalidad *sin dato* son, en promedio, del 15%.

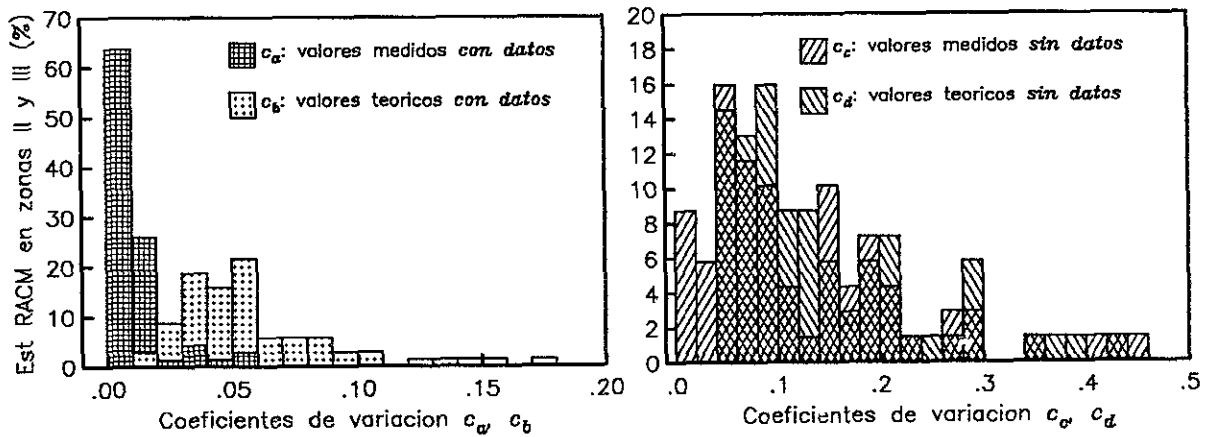


Fig 4 Histogramas de los coeficientes c_a , c_b , c_c y c_d

Finalmente, se hizo un examen del sesgo que se comete con este modelo de interpolación. En la fig 5 se muestra la variación de los coeficientes sesgados *con dato* c_{sa} y *sin dato* c_{sc} con respecto a c_r . Prácticamente, estas curvas son asintóticas a 0.0 y 0.12, respectivamente, para valores grandes de c_r . Aquí, el sesgo positivo indica que los periodos dominantes interpolados sistemáticamente son mayores que los periodos dominantes reales.

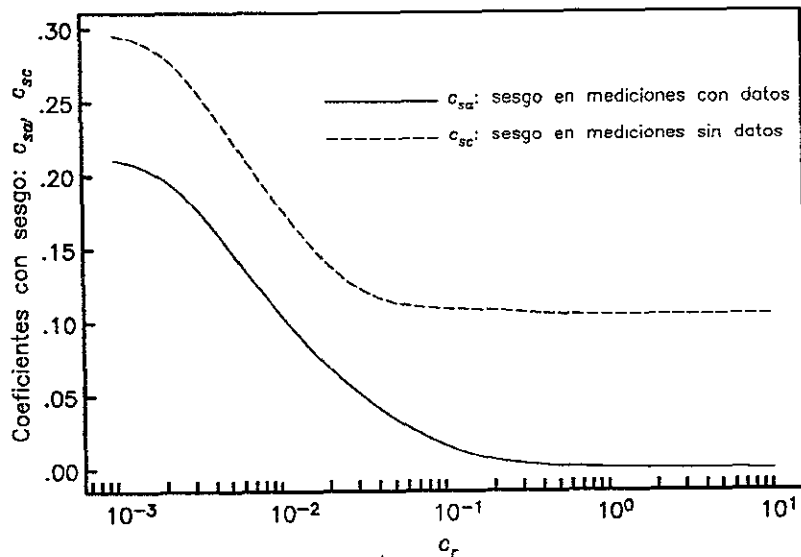


Fig 5 Coeficientes de variación sesgados v.s. c_r

En la fig 6 se muestra un mapa con curvas de periodos dominantes del terreno. Estos contornos se obtuvieron al evaluar el periodo dominante en los nodos de un arreglo cartesiano equiespaciados a 0.5 km en las direcciones NS y EW. Los errores esperados se indican en el mapa de la fig 7. También se indican las estaciones de la RACM y los sitios donde se midieron los microtemores incluidos en este estudio. Dos de las zonas de mayor incertidumbre se centran en los cerros Peñón de los Baños y Peñón del Marqués. Ello se debe a la insuficiencia de datos para explicar grandes variaciones del periodo dominante en distancias del orden de centenas de metros. Las grandes zonas de alta incertidumbre situadas al NE del Lago de Texcoco y SE del Lago Xochimilco-Chalco obedecen al mismo efecto en una escala de kilómetros. Los errores máximos son del 70%.

FUNCIONES DE TRANSFERENCIA EMPÍRICAS

La mayor parte del conocimiento sobre la respuesta sísmica de los depósitos lacustres del valle de México se ha adquirido después de las episodios sísmicos vividos en 1985. El análisis de las FTE obtenidas de los registros sísmicos permite ilustrar que los espectaculares efectos de sitio observados en la zona del lago no se explican completamente con la teoría de propagación unidimensional de ondas elásticas. Tampoco se explican con modelos numéricos de mayor complejidad, aunque estos reflejan la naturaleza tridimensional del movimiento y los sorprendentes efectos que pueden tener en él las irregularidades topográficas y geológicas de pequeña y gran escala (Sánchez-Sesma *et al*, 1992). Este es el conocimiento que se tiene sobre las amplificaciones dinámicas de los depósitos lacustres, previo a la interpolación espacial de los datos. De acuerdo con la formulación, para cada sitio de interés se introduce una descripción cuantitativa de este conocimiento como función de transferencia *a priori* (FTP). La FTP no debe ser significativa en la solución cuando se trata de interpolar FTE en zonas densamente instrumentadas. Ante la insuficiencia espacial de datos, se busca reducir las inestabilidades numéricas que obstaculizan las soluciones razonables y físicamente plausibles. También es de interés que la solución preserve las peculiaridades observadas sólo en el valle de México. De hecho, mientras menor sea la diferencia entre la FTP y las FTE datos, menores serán los errores debidos a la interpolación.

Funciones de Transferencia *a priori* (FTP)

Se construyó un modelo empírico para determinar la FTP de un sitio arbitrario. También es un modelo de interpolación en el que se ajustan los coeficientes de la siguiente forma parabólica descrita como función del logaritmo de los periodos dominantes del terreno (T_s).

$$z(\log(T_s)) = \beta_0 + \beta_1(\log(T_s/T_{s_0})) + \beta_2(\log(T_s/T_{s_0}))^2 \quad (22)$$

En este ajuste, el i -ésimo componente de la función de error adquiere la forma

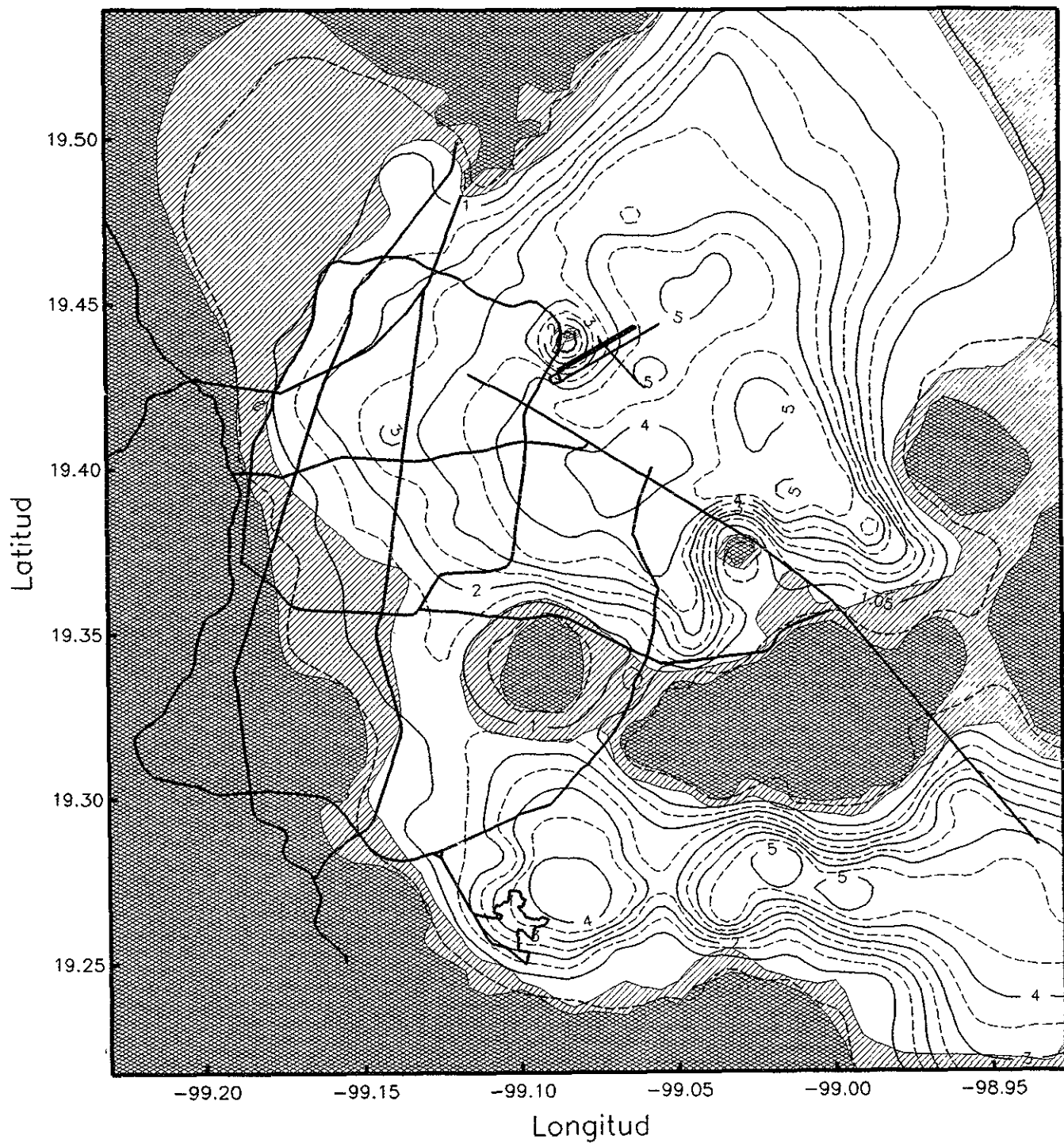


Fig 6 Mapa de isoperiodos dominantes del terreno. Se indican curvas desde $T_s=0.5$ s hasta $T_s=5.0$ s, con incrementos de 0.5 s

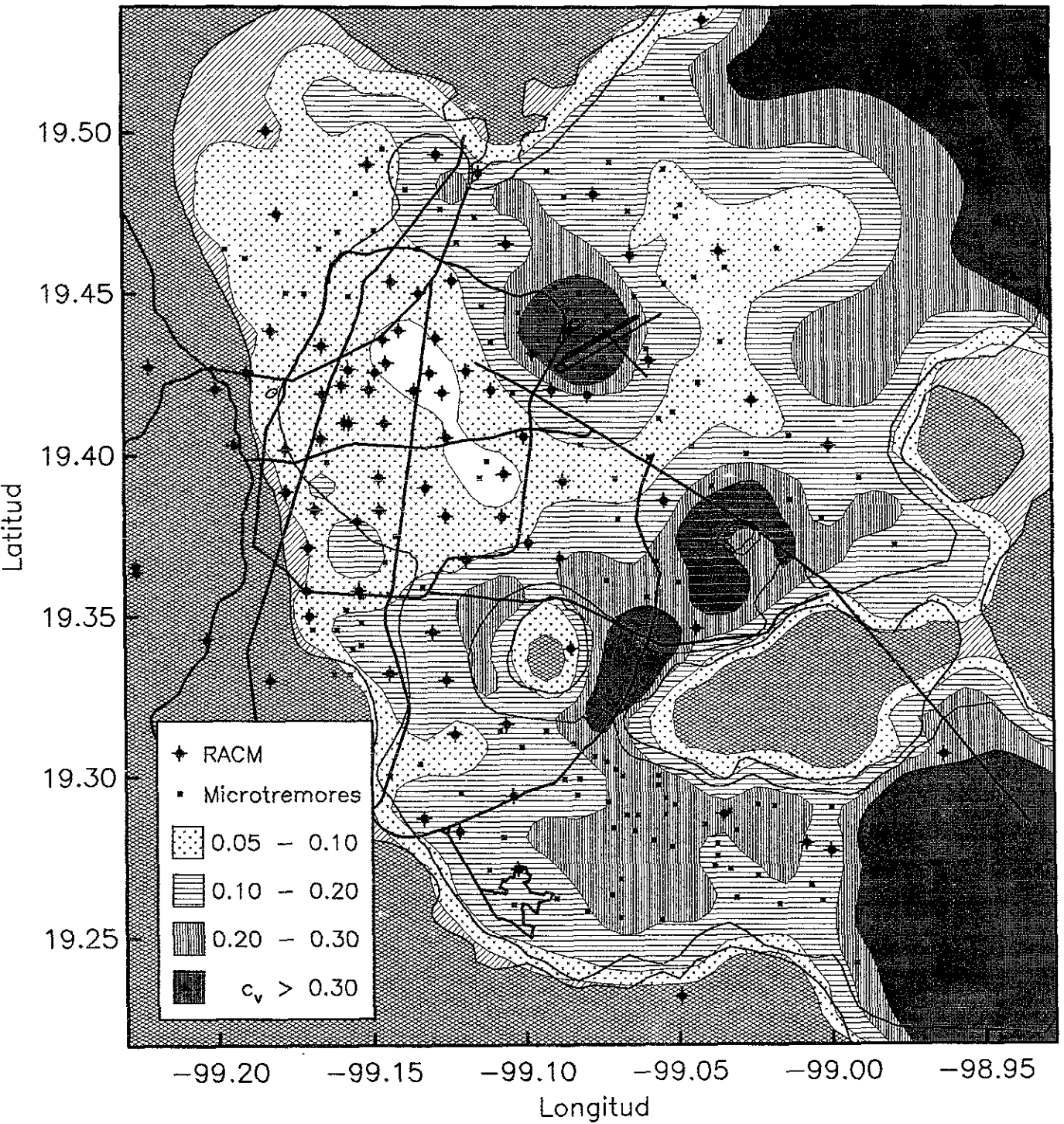


Fig 7 Coeficientes de variación esperados en la interpolación de periodos dominantes del terreno

$$\varepsilon_i = \left(\beta_0 + \beta_1 \log(Ts_i/Ts_0) + \beta_2 \log(Ts_i/Ts_0)^2 - z_i \right) \sigma_i \quad (23)$$

donde Ts_0 y Ts_i son los periodos dominantes del terreno en el sitio de interés y en el sitio i , respectivamente, en tanto que z_i es el inverso de la FTE promedio (de las FTE obtenidas de m temblores) en este sitio, evaluada para el periodo adimensional especificado por $\tau = T/Ts_i$. En la varianza σ_i^2 se toma en cuenta la similitud entre los periodos Ts_0 y Ts_i , así como las variaciones que se tienen de un temblor a otro en la FTE del sitio i . Por un lado, el criterio estipulado en la ec (2) se puede traducir en la varianza $\sigma_{ri}^2 = c_T^2 \chi_i^2 z_i^2$, con $\chi_i = \left(\log(Ts_i/Ts_0) \right)^2$. Por otro, las variaciones que se tienen en las FTE de un temblor a otro se pueden cuantificar mediante $\sigma_{mi}^2 = z_i^2 c_{mi}^2$, donde c_{mi} es el coeficiente de variación estadístico de temblor a temblor. Estos coeficientes son el promedio de los coeficientes que se tienen para cada frecuencia. Los valores oscilan entre 0.15 y 0.30 con media igual 0.2. Se optó por mantener los dos componentes horizontales en el esquema de interpolación porque se observó que las variaciones que se tienen entre las FTE de ambos componentes son comparables o mayores que las que se tienen en un componente de un temblor a otro. Por estos conceptos, el componente i -ésimo de la varianza total adquiere la forma $\sigma_i^2 = z_i^2 \left(c_T^2 \chi_i^2 + c_{mi}^2 \right)$.

Este enfoque es similar al que se presenta para la interpolación de los periodos dominantes del terreno porque el esquema de regresión se resuelve en ausencia de información previa. Se calcularon los dos componentes horizontales de las FTP que se tendrían para todas las estaciones en zonas de transición y de lago. Para las estaciones que sólo han registrado un evento sísmico se hizo $c_m = 0.3$. Este valor es cercano a los valores máximos determinados de la estadística de las FTE producidas por varios temblores. A la vez, el valor de c_T se ajustó de forma que se obtengan FTP con variaciones suaves en el dominio de Ts y que los coeficientes de variación que se obtienen al comparar las FTE con las FTP (denotados como c_p) fueran comparables con los valores de c_m para la mayoría de las estaciones. Se obtuvieron coeficientes c_p que varían entre 0.1 y 0.5, con media 0.23. En la fig 8 se ilustran los histogramas de los coeficientes c_m y c_p . Nótese que existe un incremento que obedece a que las FTE de algunas estaciones tienen grandes diferencias con el resto (en escalas normalizadas $\tau = T/Ts$). El coeficiente c_p es un indicador de la precisión de las FTE de un sitio debidas a dos conceptos. Uno es el introducir las variaciones que se tienen de un temblor a otro. El otro puede interpretarse como la comparación de estas FTE con las FTE de otros sitios con igual periodo dominante.

En la fig 9 se ilustran los dos componentes de las FTP que se tiene para sitios con periodos dominantes $Ts=0.5, 0.6, \dots, 5.4$ (s). Además de que se tienen diferencias significativas entre ambos componentes, estas FTP guardan diferencias aún mayores con la solución que predice el modelo unidimensional de propagación de ondas, en particular, en el ancho de banda alrededor del modo fundamental y en las amplitudes y posiciones de los modos superiores de vibración del terreno.

En zonas densamente instrumentadas, las FTE de estaciones con valores grandes de c_p (~ 0.5) no deben influir significativamente en las interpolaciones. En zonas de insuficiencia instrumental, se busca que las interpolaciones dependan principalmente de los datos aislados ahí contenidos y de la información *a priori* (FTP).

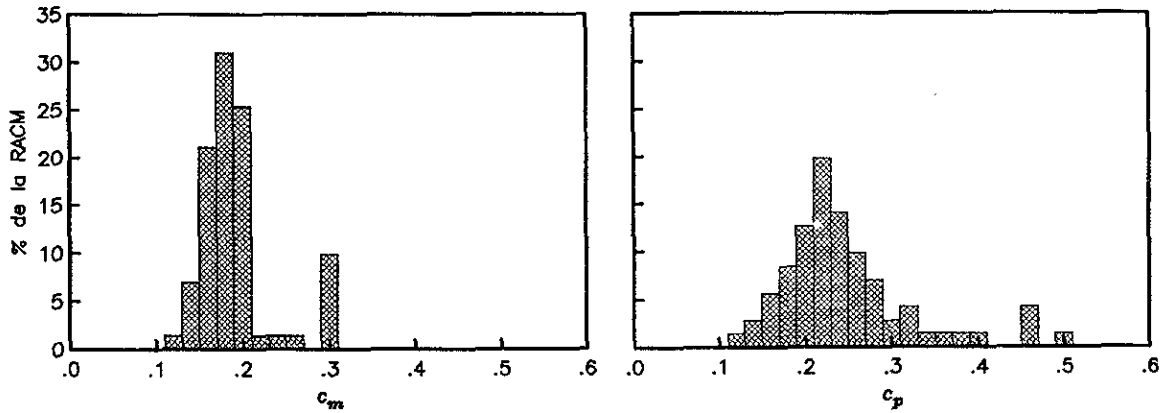


Fig 8 Histogramas de los coeficientes de variación c_m y c_p

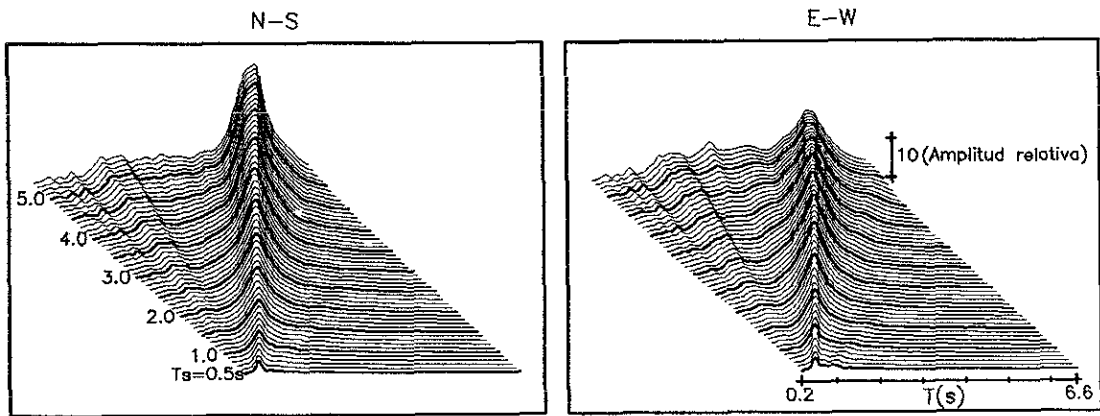


Fig 9 Funciones de transferencia *a priori* (FTP)

Interpolación espacial de las FTE

Para la interpolación espacial de las FTE se hace $c_{s_i} = c_{p_i}$ en la ec (19). En este esquema también se introducen puntos de control que definen la frontera del terreno firme. Para estos sitios se propone $c_{s_i} = 0.125$. Una vez seleccionado el sitio de interés se calcula el periodo dominante del terreno T_s . Con este valor se determina la información *a priori* o FTP (componentes NS y EW) para cada valor de $\tau = T/T_s$.

Para la calibración de los parámetros c_t de la ec (19) y s_0 , introducido para definir la matriz $\mathbf{COV}(\alpha)$, se calcularon las FTE considerando y excluyendo los datos en cada sitio instrumentado (modalidades *con dato* y *sin dato*, respectivamente). Para ambos casos se calcularon los coeficientes de variación

esperados, siguiendo la ec (15), y los que se deben a las diferencias entre los datos y los valores interpolados en cada sitio instrumentado (llamados aquí errores o coeficientes de variación medidos). Estos coeficientes (denotados por c_a, c_b, c_c, c_d) corresponden a los que se definieron para la calibración del modelo de interpolación de los periodos dominantes del terreno. A la izquierda de la fig 10 se ilustra la variación de estos coeficientes con respecto a c_T haciendo $s_0 = 0.3$. A la derecha se ilustra la variación con respecto a s_0 , haciendo $c_T = 0.1$. Se encontró que con los valores $c_T = 0.1$ y $s_0 = 0.3$, los coeficientes de variación esperados *con dato* (c_b) son comparables a los coeficientes c_m en zonas densamente instrumentadas y, además, que las FTE interpoladas en zonas insuficientemente instrumentadas son razonables y tienden adecuadamente a la solución previa. En la figura, se observa que a medida que se incrementa el coeficiente c_T , los errores medidos *con dato* y *sin dato* (indicados por los coeficientes c_a y c_c , respectivamente) se reducen lentamente, mientras que los errores esperados para las modalidades *con dato* y *sin dato* (coeficientes c_b y c_d , respectivamente) se incrementan rápidamente para valores de $c_T > 0.1$. Asimismo, al incrementar el coeficiente s_0 , los errores medidos y esperados en la modalidad *con dato* (coeficientes c_a y c_b , respectivamente) se reducen, mientras que los errores en la modalidad *sin dato* (coeficientes c_c y c_d , respectivamente) se incrementan para valores de $s_0 > 0.2$ y $s_0 > 0.3$, respectivamente.

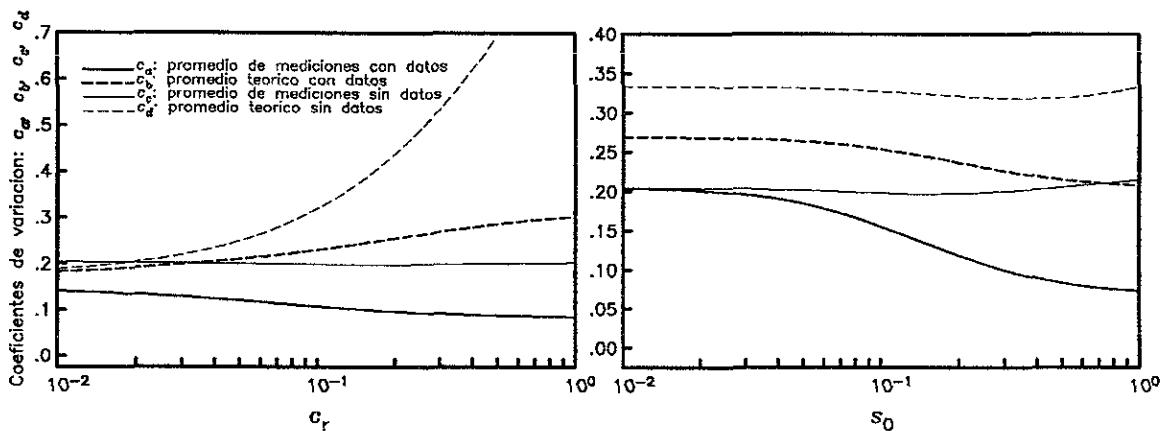


Fig 10 Coeficientes de variación relativos al error en la interpolación de las FTE

En la fig 11 se ilustran los histogramas de los errores medidos en las modalidades *con dato* y *sin dato* (coeficientes c_a y c_c , respectivamente). De acuerdo con los resultados ilustrados a la izquierda, los coeficientes c_a tienen media 0.1 y son menores que los coeficientes c_m de la fig 8. A la derecha se ilustra la distribución de los coeficientes c_c . Estos oscilan entre 0.08 y 0.5, con media 0.2. Los histogramas de los errores esperados (coeficientes c_b y c_d) se ilustran en la fig 12. En la modalidad *con dato*, los errores varían entre 0.1 y 0.45, con media 0.23. Por su parte, los errores *sin dato* varían entre 0.1 y 1.0 con media 0.32. Nótese que los errores esperados *sin dato* mayores que 0.5 se reducen substancialmente cuando se calculan en la modalidad *con dato*. Esto significa que, los errores esperados se sobrestiman sistemáticamente en zonas insuficientemente instrumentadas.

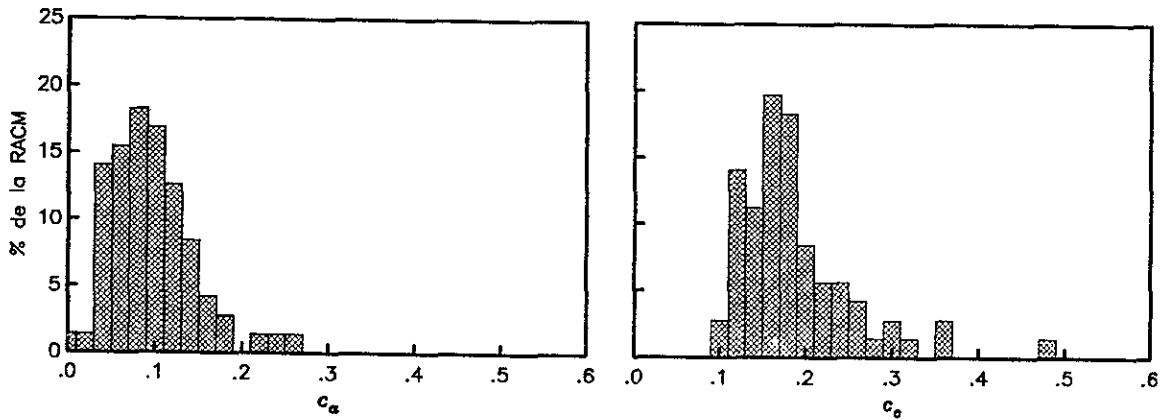


Fig 11 Coeficientes de variación medidos en las modalidades *con dato* y *sin dato*

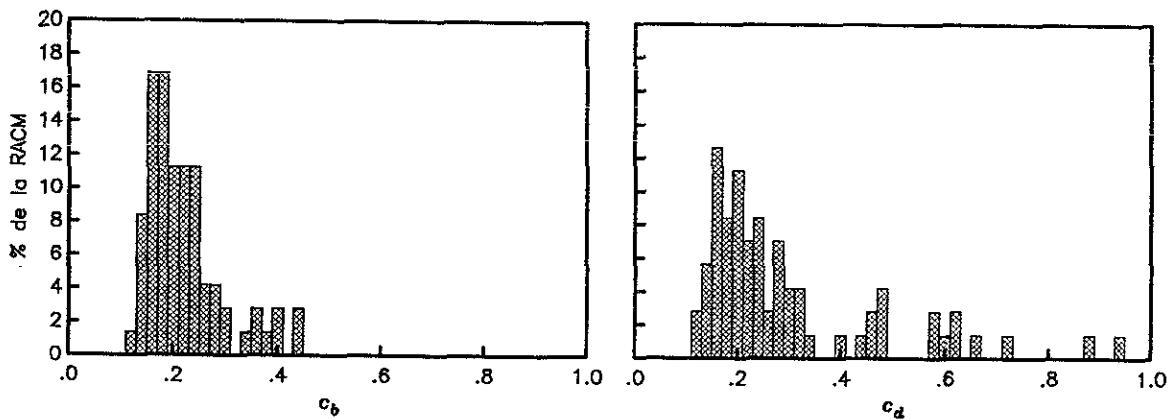


Fig 12 Coeficientes de variación esperados en las modalidades *con dato* y *sin dato*

En la fig 13 se comparan las FTE observadas (líneas continuas) con las FTE interpoladas *con dato* (líneas discontinuas) y *sin dato* (líneas punteadas) para seis sitios en los que se obtuvieron errores *con dato*, medidos y esperados, menores que 10 % y 20%, respectivamente (ver figs 11 y 12). Los resultados son excelentes. Por ejemplo, las estaciones 04 y 62 están en la zona con mayor densidad instrumental, separadas por 4 km, aproximadamente. En estas estaciones los periodos del terreno son muy parecidos ($T_s=1.95s$ y $T_s=2.05s$, respectivamente). También lo son las funciones de transferencia, aunque se pueden identificar ligeras diferencias (principalmente el ancho de banda, las amplitudes máximas alrededor del periodo dominante y la forma del primer modo superior situado, aproximadamente, en $T=0.8s$). Al parecer, las interpolaciones *sin dato* reflejan extraordinariamente estas peculiaridades. Ello se debe a que la información *a priori* no es significativa en la interpolación de las FTE de estas estaciones.

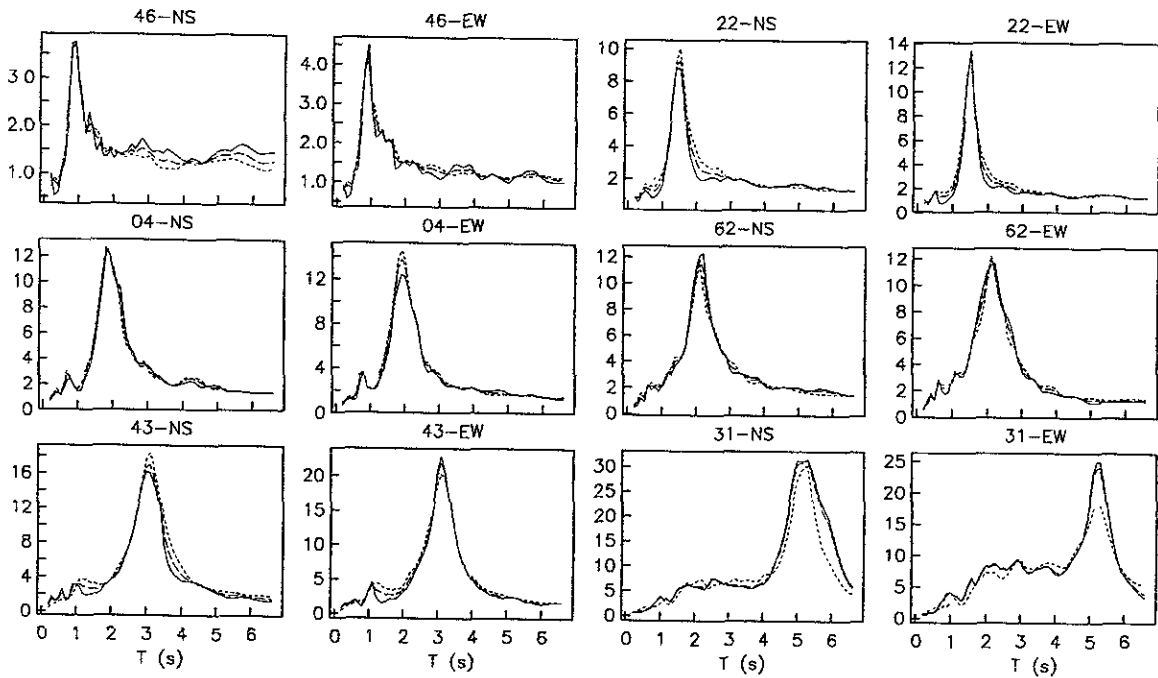


Fig 13 Comparación entre FTE observadas (líneas continuas) con las FTE interpoladas *con dato* (líneas discontinuas) y *sin dato* (líneas punteadas) para sitios con errores *con dato*, medidos y esperados, menores que 10 % y 20%, respectivamente (ver figs 11 y 12)

En la fig 14 se hace la misma comparación para algunos de los sitios con los errores *sin dato*, medidos y esperados, mayores que 20%. Para elegir estos sitios se buscó ilustrar la gama de periodos dominantes posibles para el terreno del valle de México. En todos los casos, las soluciones *con dato* y *sin dato* sugieren una combinación gradual entre las FTP y las FTE observadas. En la fig 15 se ilustran FTE correspondientes a los sitios con errores esperados *sin dato* mayores que 60% (estaciones 19, 33, tx y 14). Estos valores son un índice de los errores que se deben esperarse para las zona menos instrumentadas. Los errores pueden ser mayores, pero no es desalentador al tomar en cuenta que para las estaciones más alejadas de la red (19, 33 y tx) se tienen errores medidos *con dato* y *sin dato* bastante modestos.

En la fig 16 se muestra un mapa con la distribución de los errores esperados en la interpolación espacial de las FTE ($c_v = c_c$: sin excluir datos). Se han sombreado las áreas donde se esperan errores en los intervalos $0.2 \leq c_v < 0.3$; $0.3 \leq c_v < 0.5$; $0.5 \leq c_v < 0.8$ y $c_v \geq 0.8$. Para la zona de terreno firme, el error esperado es $c_v = 0.125$. Nótese que en la zona del lago, los errores menores se esperan en el área con el mayor índice instrumental, mientras que en las regiones no instrumentadas los errores son $c_v \geq 0.8$. Estos valores pueden llegar a $c_v \geq 1.25$.

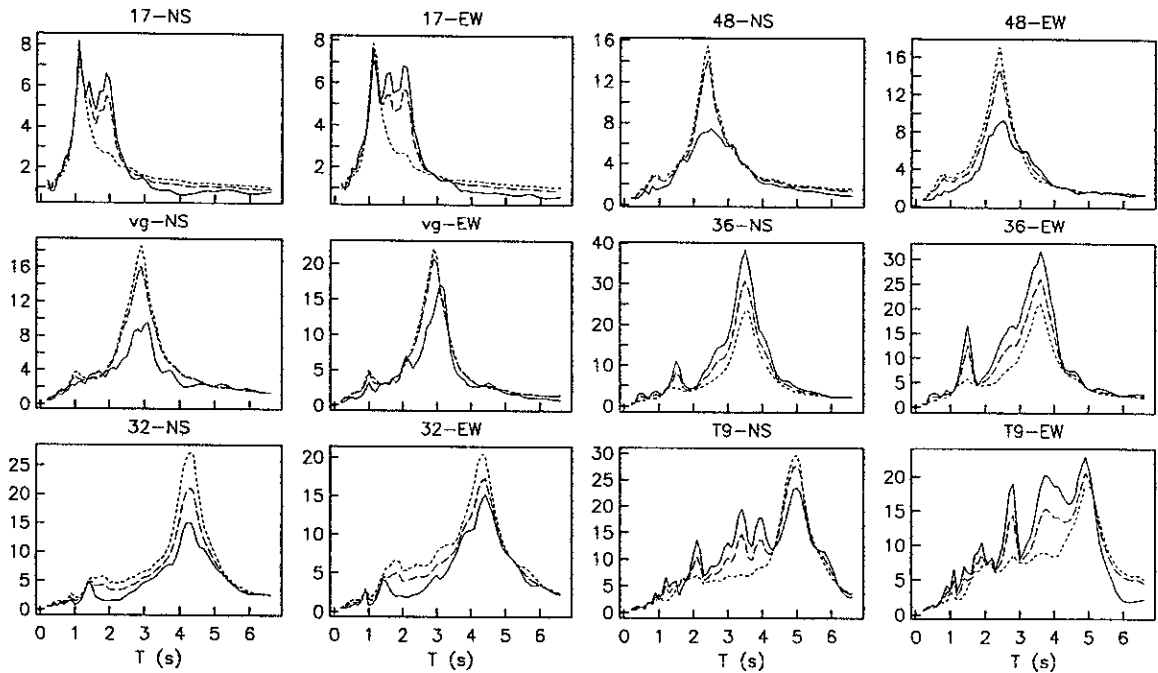


Fig 14 Comparación entre FTE observadas (líneas continuas) con las FTE interpoladas *con dato* (líneas discontinuas) y *sin dato* (líneas punteadas) para sitios con errores *con dato*, medidos y esperados, mayores que 10 % y 20%

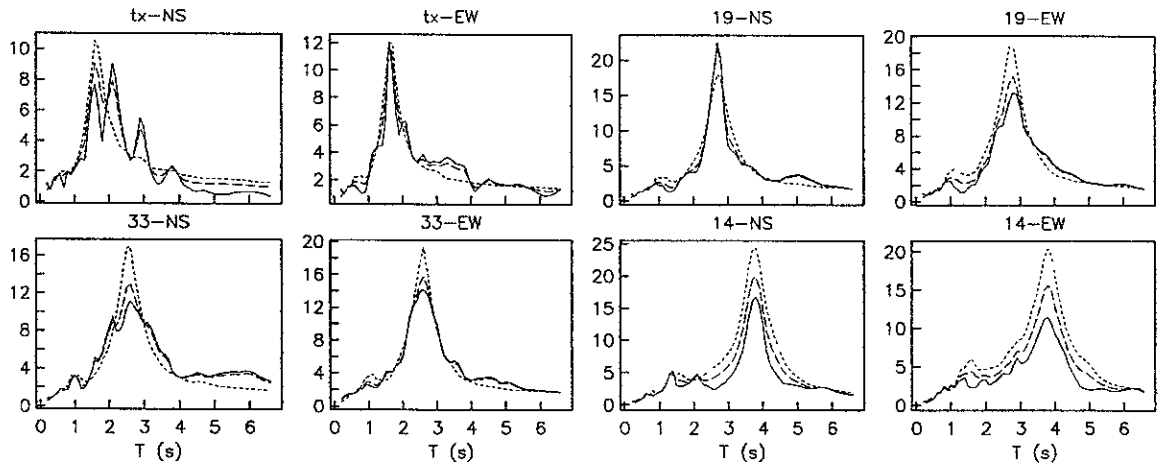


Fig 15 Comparación entre FTE observadas (líneas continuas) con las FTE interpoladas *con dato* (líneas discontinuas) y *sin dato* (líneas punteadas) para sitios con errores esperados *sin dato* mayores que 60 % (estaciones aisladas).

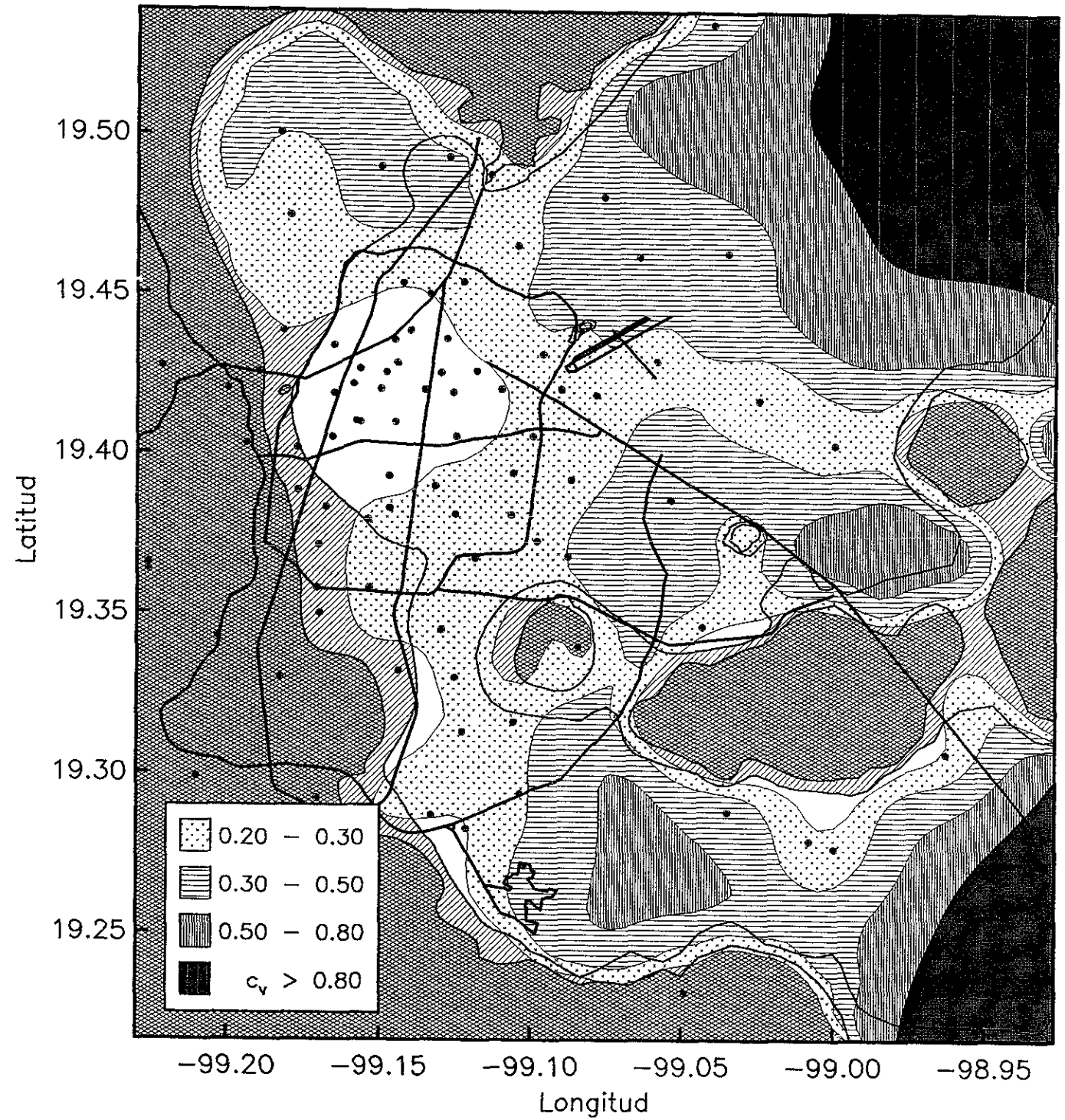


Fig 16 Coeficientes de variación esperados en la interpolación de funciones de transferencia empíricas

En la fig 17 se muestran las FTE interpoladas a lo largo de una sección entre las estaciones 52 y 31. Estas estaciones tienen periodos dominantes de $T_s=0.8s$ y $T_s=5.3s$, respectivamente. La sección cruza el área con el menor índice de error. Entre otros aspectos, puede verificarse que las variaciones espaciales son suaves y que existen diferencias significativas entre los componentes NS y EW. En la fig 18 se presentan las FTE interpoladas a lo largo de una sección entre la estaciones t9 y un sitio arbitrario (SA) con coordenadas $-98.95W$, $19.50N$. Los periodos dominantes son $T_s=5.1s$ y $T_s=1.2s$, respectivamente. Esta sección se tiende sobre el área con el mayor índice de error. Se puede verificar que la solución está controlada por las FTP en mayor cuantía a medida que aumenta la distancia a la estación t9 (ver fig 9). Finalmente, en la fig 19 se ilustran las FTE interpoladas a lo largo de una sección entre las estaciones 15 y 35. Esta sección se escogió porque cruza el área donde se presentan las mayores inestabilidades numéricas cuando el coeficiente de variación relativo a la información *a priori* es inadecuadamente grande ($s_0 \sim 1.0$). Si el coeficiente es menor ($s_0 \sim 0.3$) se obtienen resultados razonables y congruentes con naturaleza física y con las observaciones.

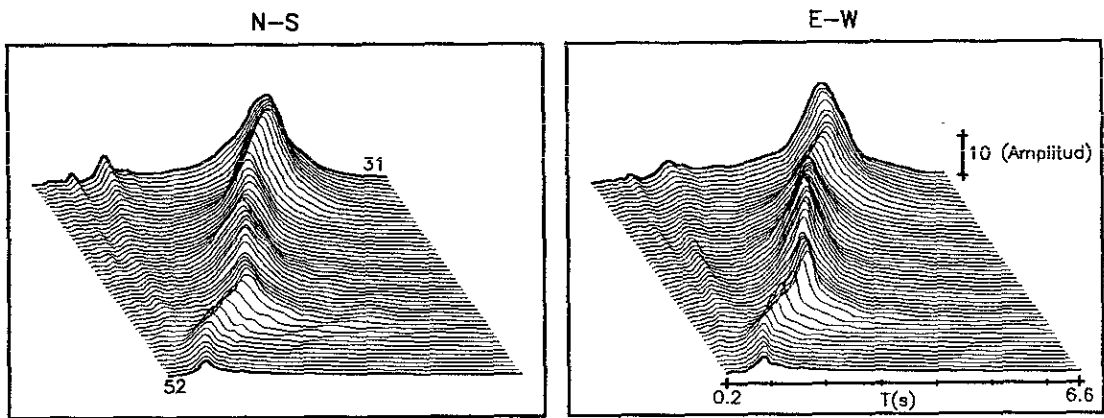


Fig 17 FTE interpoladas a lo largo de una sección entre las estaciones 52 y 31

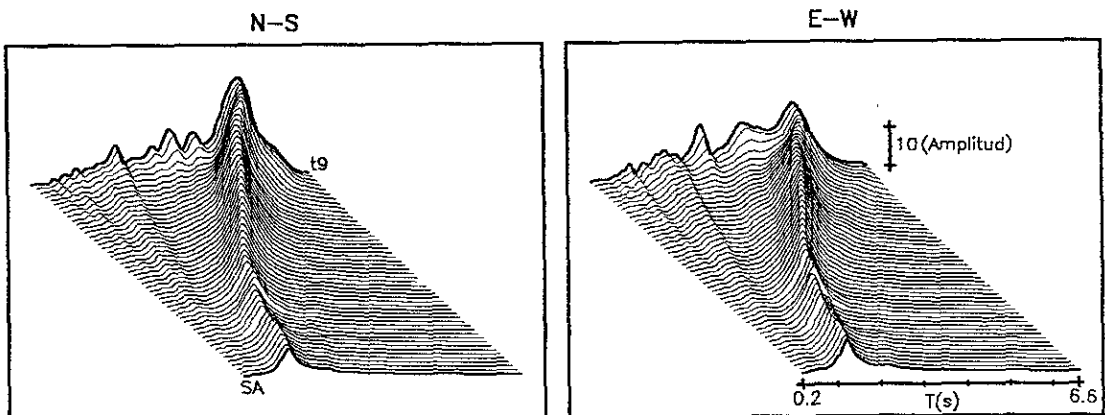


Fig 18 FTE interpoladas a lo largo de una sección entre el sitio SA y la estación t9

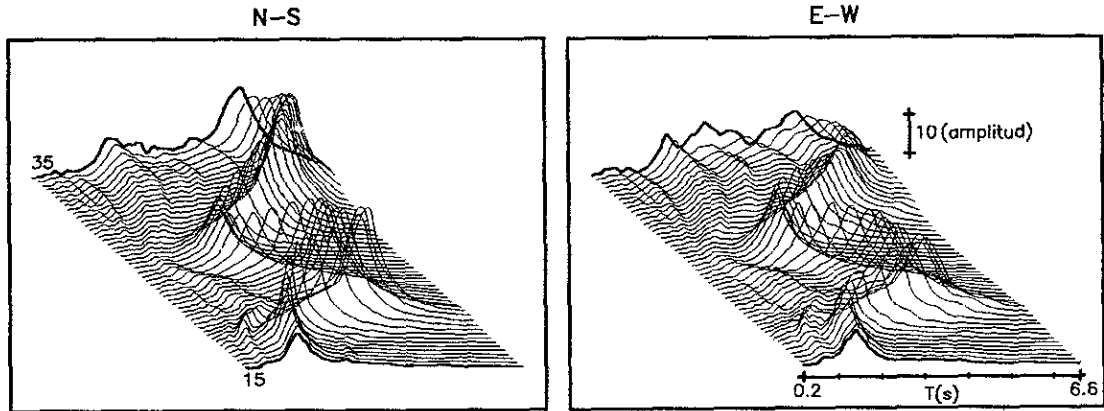


Fig 19 FTE interpoladas a lo largo de una sección entre las estaciones 15 y 35

CONCLUSIONES

Se ha descrito un método para resolver un problema de interpolación espacial. Los datos son las funciones de transferencia empíricas que se han obtenido de los acelerogramas de varios temblores registrados en decenas de sitios en las zonas de terreno firme, transición y lago del valle de México. El planteamiento de un esquema estadístico para tratar la interpolación espacial de las funciones de transferencia mediante el uso de las técnicas de regresión bayesiana, ha permitido incorporar formalmente la información que se tiene acerca de los efectos de sitio en la respuesta dinámica del terreno. Esta formulación suministra soluciones más estables y racionales que las que se obtendrían al seguir esquemas de regresión convencionales para la interpolación espacial de datos geofísicos.

Para cada estación, se interpolaron las FTE (dos componentes horizontales) y se compararon con las FTE medidas en los registros (llamadas FTE observadas). Se encontró que las diferencias entre estas FTE son menores que las que se observan en las FTE producidas por un temblor y por otro. También se identificaron los errores que se cometen por el hecho de interpolar las FTE en sitios no instrumentados. Para ello, se calcularon las FTE de cada estación sin considerar los temblores registrados en ella y se compararon con las FTE observadas. Estas modalidades en el cálculo de FTE se identifican como *con dato* y *sin dato*, respectivamente. Se encontró que en las zonas densamente instrumentadas, los errores esperados en la interpolación de las FTE son del orden del 20%, en tanto que en las zonas insuficientemente instrumentadas pueden ser del 100%.

Como resultado parcial, se obtuvo un mapa de periodos dominantes del terreno, con base en toda la información proveniente de registros de movimiento fuerte y de microtemblores, así como una medida de los errores cometidos en la interpolación de estas cantidades. Para la zona con mayor densidad instrumental, los errores pueden ser menores que 5% y pueden llegar al 70% en las zonas con instrumentación deficiente.

REFERENCIAS

- Broemling L D (1985). *Bayesian Analysis of Linear Models*. Marcel Dekker, Inc., New York.
- Bufaliza M (1984). *Atenuación de intensidades sísmicas con la distancia en sismos mexicanos*, Tesis de maestría, Facultad de Ingeniería UNAM.
- Castro R, S K Singh y E Mena (1988). An empirical model to predict Fourier amplitude spectra of horizontal ground motion, *Earthquake Spectra*, **4**, 675-686.
- Esteva L y R Villaverde (1974). Seismic risk, design spectra and structural reliability, *Memorias del V Congreso Mundial de Ingeniería Sísmica*, Roma, Italia, 2586-2597.
- Lancaster P y K Salkauskas (1986). Curve and surface fitting. An introduction. Academy Press, Londres.
- Lermo J, M Rodríguez y S K Singh (1988). Natural period of sites in the Valley of Mexico from microtremor measurements. *Earthquake Spectra*, **4**, 805-814.
- Ordaz M, E Reinoso, S K Singh, E Vera y J M Jara (1989). Espectros de respuesta en diversos sitios del Valle ante temblores postulados en la brecha de Guerrero, *Memorias del VIII Congreso Nacional de Ingeniería Sísmica y VII Congreso Nacional de Ingeniería Estructural*, Acapulco, México, A187-A198.
- Ordaz M y S K Singh (1992). Source spectra and spectral attenuation of seismic waves from Mexican earthquakes and evidence of amplification in the hill zone of Mexico City, *Bull Seism Soc Am*, **82**, 24-43.
- Ordaz M, R Meli, C Montoya-Dulché, L Sánchez y L E Pérez-Rocha (1992). Data base for seismic risk assessment in México City. *Simposio Internacional sobre Prevención de Desastres Sísmicos*. Centro Nacional de Prevención de Desastres, Mayo 18-21. México.
- Ordaz M, Singh S K y Arciniega A (1994). Bayesian Attenuation regressions: an application to México City, *Geophys J Int*, **177**, 335-344.
- Pelto C R, Elkins T A y Boyd H A (1988). Automatic contouring of irregularly spaced data, *Geophysics*, **33**, 424-430.
- Pérez-Rocha L E, R Aguilar, A Arciniega, E Reinoso, M Ordaz y F J Sánchez-Sesma (1991). *Respuesta sísmica del valle de México: Aplicaciones y Teoría*. Informe Final presentado a la Secretaría de Obras del Departamento del Distrito Federal.
- Pérez-Rocha L E, M Ordaz y F J Sánchez-Sesma (1995). Interpolación espacial de datos sísmicos. *Congreso Panamericano de Cimentaciones*. Guadalajara, Jal. México.
- Pérez-Rocha L E, L Viéitez, F Flores y M Zárate (1996). *Predicción de intensidades sísmicas para el área metropolitana del Valle de México*. Cuadernos FICA # 13.
- Reinoso E (1991). Efectos sísmicos locales en el Valle de México: amplificación medida en la zona lacustre. *Mem 9a. Conf Nal de Ing Sism*, **2**, 224-236, Manzanillo, México.
- Reinoso E, L E Pérez-Rocha, M Ordaz y A Arciniega (1992). Prediction of response spectra at any site in Mexico City. *Mem 10a. Conf Int de Ing Sism*, 767-772, Madrid, España.

- Sánchez-Sesma F J, L E Pérez-Rocha y E Reinoso (1992). Ground motion in México City during the April 25, 1989 Guerrero earthquake. *Tectonophysics*, **218**, 127-140.
- Singh S K, Mena E, Castro R y Carmona C (1987). Empirical Prediction of ground motion in Mexico City from coastal earthquakes, *Bull Seism Soc Am*, **78**, 230-242.
- Singh S K, Lermo J, Domínguez T, Ordaz M, Espinosa J M, Mena E y Quaas R (1988). A study of amplification of seismic waves in the Valley of Mexico with respect to a hill zone site. *Earthquake Spectra*, **4**, 653-674.

APÉNDICE III

ESTIMACIÓN DE ESPECTROS DE RESPUESTA PARA SITIOS LACUSTRES DEL VALLE DE MÉXICO

En este estudio se hace uso de la teoría de vibraciones aleatorias (TVA) (Boore, 1983; Triffunac y Brady, 1975; Reinoso *et al*, 1990) para estimar las ordenadas de los espectros de respuesta sísmica (ERS) que se tendrían en sitios arbitrarios del valle de México. Además de una medida empírica del periodo dominante del terreno en estos sitios, se tiene conocimiento de las amplificaciones dinámicas debidas a las condiciones locales mediante cuantiles reconocidos como FTE. Ante un temblor postulado, el movimiento del terreno se especifica con el EAF que resulta del producto entre la FTE y el EAF esperado para un sitio de referencia en el terreno firme del valle de México.

TEORÍA DE VIBRACIONES ALEATORIAS

Supóngase que $A_t(\omega)$ es el espectro de amplitudes de Fourier (EAF) de las aceleraciones del terreno. De acuerdo con la TVA el valor esperado de la pseudoaceleración máxima (denotado por $E(Sa)$) de un oscilador con periodo $T_e = 2\pi/\Omega$ (Ω = frecuencia natural angular) y amortiguamiento ζ_e está dado por

$$E(Sa) = A_{\text{rms}} \times f_p \quad (1)$$

El término A_{rms} es la aceleración cuadrática media del oscilador. Este valor se estima mediante la expresión

$$A_{\text{rms}} = \sqrt{\frac{m_0}{D_e}} \quad (2)$$

en donde D_e es la duración del movimiento del oscilador y m_0 es el momento de orden cero del espectro de amplitudes de las aceleraciones del oscilador $A_e(\omega) = A_t(\omega) \times H_e(\omega)$. Aquí $H_e(\omega)$ es el módulo de la función de transferencia del oscilador. Esta cantidad adquiere la forma

$$H_e(\omega) = \frac{\Omega^2}{\sqrt{(\Omega^2 - \omega^2)^2 + 4\zeta_e^2\Omega^2\omega^2}} \quad (3)$$

Por su parte, el término conocido como factor pico f_p , se estima con la expresión asintótica

$$f_p = fn + \frac{\gamma}{fn}; \quad \gamma = 0.5772... \quad (4)$$

en la que $fn = \sqrt{2 \ln(n)}$, siendo $n = 2 \tilde{f} D_t$ el número de cruces por cero del movimiento. En esta igualdad D_t es la duración del movimiento del terreno y $\tilde{f} = \sqrt{m_2 m_0} / 2\pi$ es la frecuencia característica. El término m_2 es el momento de orden 2. Los momentos de orden k del espectro de amplitudes $A_e(\omega)$ están dados por

$$m_k = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} A_e(\omega)^2 \omega^k d\omega \quad (5)$$

Para hacer uso de estas expresiones sólo resta definir las duraciones de los movimientos del terreno D_t y del oscilador D_e . La duración D_e puede determinarse haciendo uso de la aproximación propuestas por Joyner (1984). Si $r_e = D_t/T_e$, se tiene que

$$D_e = D_t + \frac{T_e}{2\pi\zeta_e} \frac{r_e^3}{r_e^3 + 1} \quad (6)$$

Es racional suponer que la duración del movimiento del terreno D_t en la zona del lago está controlada al menos por dos conceptos. El primero se debe a la duración del movimiento en el terreno firme D_o . Para sismos de subducción, se puede suponer que la duración del movimiento en el terreno firme es la duración de la ruptura cortical D_r más el incremento debido a la dispersión energética que ocurre durante el trayecto D_p , es decir $D_o = D_r + D_p$. Para un temblor especificado por la magnitud M , la caída de esfuerzos $\Delta\sigma$ y la velocidad de propagación de la ruptura β , la duración D_r se puede estimar como $D_r = 1/f_c$, donde $f_c = 4.96 \times 10^6 \beta (\Delta\sigma/M_0)^{1/3}$ es la frecuencia de esquina (f_c en Hz, β en km/s y $\Delta\sigma$ en bares, el término $M_0 = 10^{1.5(M+10.7)}$ es el momento sísmico). Asimismo, el incremento debido al trayecto se puede estimar como $D_p = R_r/20$, donde R_r (en km) es la distancia entre el sitio de observación y el área de ruptura (Singh y Ordaz, 1993). El segundo concepto es el incremento adicional debido a la resonancia típica en los depósitos de suelo blando D_s . Para determinar esta duración se hizo una adaptación de la expresión propuesta por Joyner (ec 4.6). Si $r_s = D_o/T_s$, se tiene que

$$D_s = \frac{T_s}{2\pi\zeta_s + 4\eta_s} \frac{r_s^3}{r_s^3 + 1} \quad (7)$$

donde T_s y ζ_s son el periodo dominante y el amortiguamiento del depósito de suelo, respectivamente, en tanto que η_s es el contraste de impedancias entre el depósito y el medio subyacente. Al combinar estos resultados se tiene que la duración del movimiento del terreno se puede estimar como

$$D_t = \frac{1}{f_c} + \frac{R_r}{20} + \frac{T_s}{2\pi\zeta_s + 4\eta_s} \frac{r_s^3}{r_s^3 + 1/3} \quad (8)$$

ANÁLISIS DE INCERTIDUMBRES

Además del resultado resumido en la ec 1, la TVA suministra una medida teórica de los errores que se cometen en la estimación de las respuestas máximas. En efecto, la desviación estándar en esta estimación σ_{TVA} tiene la forma

$$\sigma_{TVA} = \frac{\pi}{\text{fn} \sqrt{6}} A_{\text{rms}} \quad (9)$$

Con el análisis de decenas de registros de aceleración, Reinoso *et al* (1990) encontraron que para obtener errores comparables con los que se predicen con la ec 9, debe hacerse uso del valor de duración correspondiente a la duración de la fase intensa del movimiento del terreno. Si esta duración se desconoce y por ello se estima con la ec 8, se tiene un error adicional por este concepto. Se introduce dos errores más si el EAF de las aceleraciones del terreno se especifica mediante el producto

$$A_t(\omega) = H_s(\omega) A_o(\omega) \quad (10)$$

donde $H_s(\omega)$ es la FTE del sitio y $A_o(\omega)$ es el EAF de las aceleraciones de referencia. En efecto, formalmente se tienen incertidumbres, tanto en las FTE como en los EAF de referencia, sobre todo cuando el propósito es predecir las acciones producidas por posibles sismos futuros. Por estos conceptos, las pseudoaceleraciones máximas del oscilador admiten la siguiente representación

$$Sa = E(Sa) + \varepsilon_{TVA} + \varepsilon_{DUR} + \varepsilon_{FTE} + \varepsilon_{EXC} \quad (11)$$

donde ε_{TVA} , ε_{DUR} , ε_{FTE} y ε_{EXC} son los errores debidos al uso de la TVA, al uso de la ec 8 para estimar la duración D_t , al uso de FTE y al hecho de especificar el EAF de un sismo postulado como excitación, respectivamente. Si estos errores no están correlacionados y son logarítmicos ($\varepsilon = \log(\bar{z}/z)$), entonces

$$\text{VAR}(Sa) = \sigma_{TVA}^2 + \sigma_{DUR}^2 + \sigma_{FTE}^2 + \sigma_{EXC}^2 \quad (12)$$

donde VAR denota varianza. Si los errores son pequeños, el coeficiente de variación total en la estimación de Sa (denotado por $c(Sa|D_t, H_s, A_o)$) se puede escribir como

$$c(Sa|D_t, H_s, A_o) = \sqrt{c_{TVA}^2 + c_{DUR}^2 + c_{FTE}^2 + c_{EXC}^2} \quad (13)$$

El coeficiente c_{TVA} se determina directamente con las ecs 1 y 9

$$c_{TVA} = \frac{\sigma_{TVA}}{E(Sa)} \quad (14)$$

Para cuantificar el coeficiente c_{DUR} se optó por medir y examinar los coeficientes de variación que se tienen entre los ERS exactos y los ERS estimados con la TVA haciendo uso de los EAF obtenidos de los registros de sismos de subducción (EAF observados en zonas de lago y transición) y de la ec 8 para estimar la duración del movimiento del terreno. En estas condiciones

$$c(Sa|D_t, H_s, A_o) = c(Sa|D_t) = \sqrt{c_{TVA}^2 + c_{DUR}^2}, \quad (15)$$

ya que $c_{FTE} = c_{EXC} = 0$. En la fig 1, a la izquierda, se ilustra el histograma de los coeficientes c_{TVA} de todas las estaciones de la RACM ubicadas en las zonas de transición y de lago. Estos coeficientes (y de hecho todos los coeficientes examinados) son el valor promedio de todos los coeficientes que se tiene en cada estación (dos componentes horizontales, decenas de ordenadas espectrales y varios temblores). A la derecha se ilustra el histograma de los coeficientes de variación medidos entre ERS exactos y estimados (denotados con $c'(Sa|D_t)$).

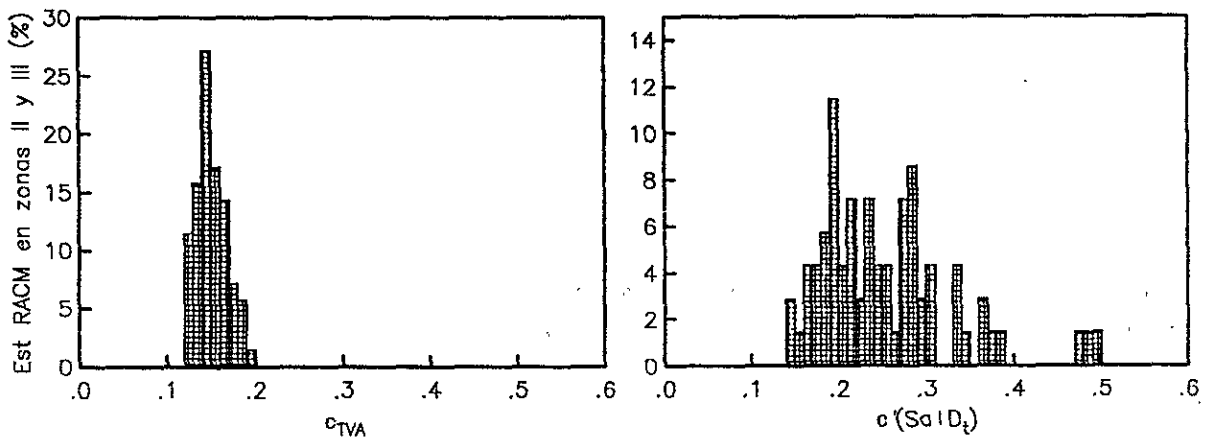


Fig 1 Histogramas de los coeficientes c_{TVA} y $c'(Sa|D_t)$

De acuerdo con los resultados de la fig 1, los coeficientes c_{TVA} varían entre 0.12 y 0.20 con media 0.15, mientras que los coeficientes medidos $c'(Sa|D_t)$ varían entre 0.14 y 0.50 con media 0.25. Se encontró que los coeficientes $c'(Sa|D_t)$ son más grandes a medida que el periodo del terreno T_s es más corto. Ello permitió calibrar una forma sencilla para estimar del coeficiente c_{DUR} . Se llegó a la expresión

$$c_{DUR} = \left(\frac{T_r}{T_s + 2T_r} \right) \quad (16)$$

donde $T_r = 0.5s$ es un periodo de referencia. En la parte izquierda de la fig 2 se muestra el histograma de los coeficientes $c(Sa|D_t)$, calculados con las ecs 14, 15 y 16. En la parte derecha se comparan los coeficientes $c(Sa|D_t)$ y $c'(Sa|D_t)$.

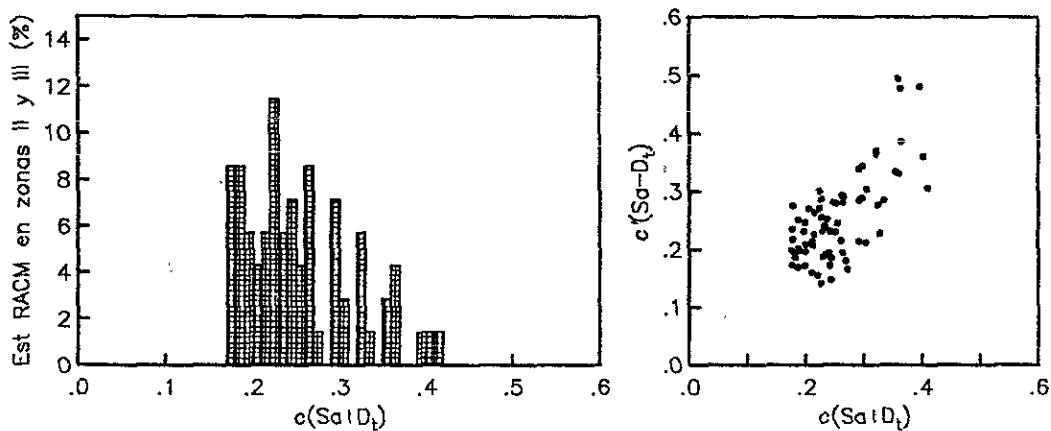


Fig 2 Histograma de los coeficientes de variación $c(Sa|D_t)$ y comparación $c(Sa|D_t)$.vs. $c'(Sa|D_t)$

El examen de estos resultados indica que el coeficiente predicho por la ec 16 es un excelente estimador del error que se introduce en la estimación de ERS al hacer uso de la duración dada por la ec 8. En efecto, los coeficientes predichos $c(Sa|D_t)$ varían entre 0.15 y 0.40, con media 0.25 y, en promedio, estos difieren de los coeficientes reales $c'(Sa|D_t)$ en menos de 10%, aproximadamente.

Con el propósito de cuantificar los coeficientes c_{FTE} se calcularon los ERS haciendo uso de los EAF que se obtienen con la ec 10. Para cada temblor, el movimiento $A_0(\omega)$ se hizo igual al EAF promedio de terreno firme, ya que las FTE se midieron con respecto a esta referencia (Reinoso, 1992). Los errores que se cometen en la estimación de ERS por introducir FTE (calculadas en las modalidades *con dato* y *sin dato*) se pueden examinar directamente al comparar estos ERS con los ERS estimados a partir de los EAF observados. No se tiene otra fuente de incertidumbre porque en los cálculos sólo se sustituye el EAF observado en cada sitio por el EAF estimado con la ec 10. Se encontró que los coeficientes de variación medidos entre estos ERS, denotados con $c_b(Sa|H_s)$ y $c'_d(Sa|H_s)$ (modalidades *con dato* y *sin*

dato, respectivamente), son sistemáticamente mayores que los coeficientes de variación esperados en la estimación de las FTE (denotados en el apéndice II por c_b y c_d , y aquí por $c_b(H_s)$ y $c_d(H_s)$, para las modalidades respectivas), aproximadamente en 4/3, es decir

$$c_{b,d}(Sa|H_s) = c_{FTE} = \frac{4}{3} c_{b,d}(H_s) \quad (17)$$

En el apéndice II se discute la obtención de estas FTE en sitios arbitrarios con un esquema de interpolación que permite identificar los errores debidos a las variaciones que se tienen en las FTE de un temblor a otro (modalidad *con dato*) y los que se deben a este hecho sumado al método de interpolación (modalidad *sin dato*). Los histogramas de estos errores se ilustran en la fig 12 del apéndice II. En la fig 3 se ilustran los histogramas de los coeficientes para la modalidad *con dato* $\tilde{c}_b(Sa|H_s)$ medidos y $c_b(Sa|H_s)$ predichos con la ec 17, mientras que en la fig 4 se muestran los histogramas de los coeficientes para la modalidad *sin dato* ($c_d(Sa|H_s)$ y $c'_d(Sa|H_s)$). En la fig 5 se ilustra la comparación entre los coeficientes medidos $c'_{b,d}(Sa|H_s)$ y predichos $c_{b,d}(Sa|H_s)$. Estos coeficientes reflejan el nivel de incertidumbres que se tienen en los ERS por hacer uso de las FTE. En la modalidad *con dato*, los coeficientes medidos $c'_b(Sa|H_s)$ varían entre 0.18 y 0.80, mientras que los coeficientes predichos $c_b(Sa|H_s)$ varían entre 0.18 y 0.64. En ambos casos la media es 0.30. Los coeficientes se incrementan hasta cerca de 1.0 en la modalidad *sin dato*, con valores medios medidos de 0.35 y predichos de 0.41. Se puede verificar que los coeficientes predichos son pequeños en zonas densamente instrumentadas, y que difieren de los coeficientes medidos en menos del 10%. También se puede verificar que para zonas insuficientemente instrumentadas, los coeficientes predichos son mayores que los medidos en factores mayores que dos (en más del 100%). Al parecer, el coeficiente c_{FTE} predicho por la ec 17 es una estimación razonable de los errores que se introducen en el cálculo de ERS al hacer uso de FTE, en particular si el sitio de interés está alejado de las estaciones de la RACM.

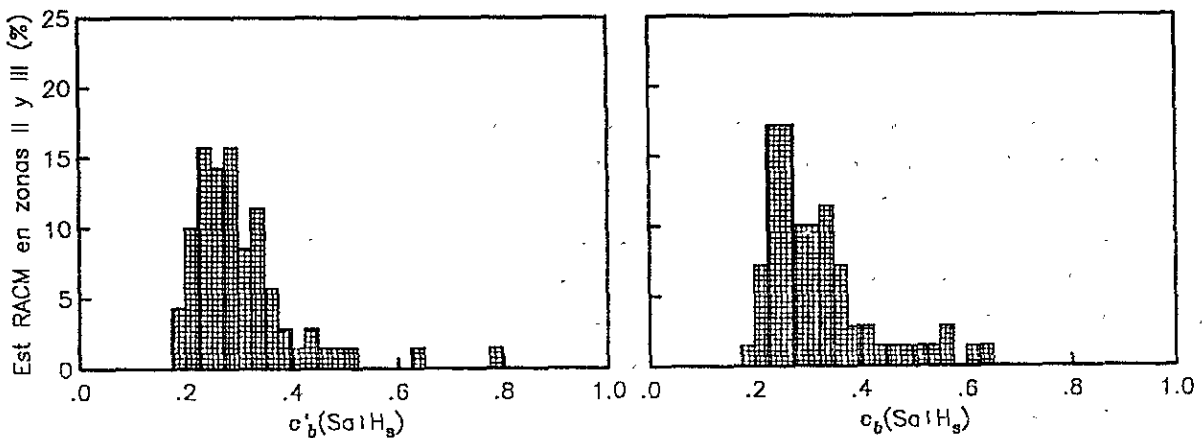


Fig 3 Histogramas de los coeficientes medidos $c'_b(Sa|H_s)$ y predichos $c_b(Sa|H_s)$ (modalidad *con dato*)

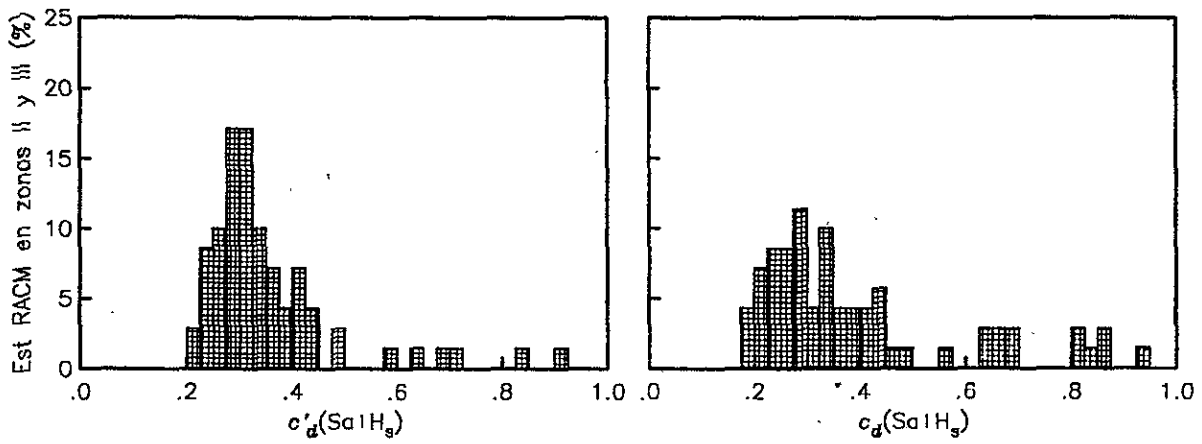


Fig 4 Histogramas de los coeficientes medidos $c'_d(\text{Sa}|\text{H}_s)$ y predichos $c_d(\text{Sa}|\text{H}_s)$ (modalidad *sin dato*)

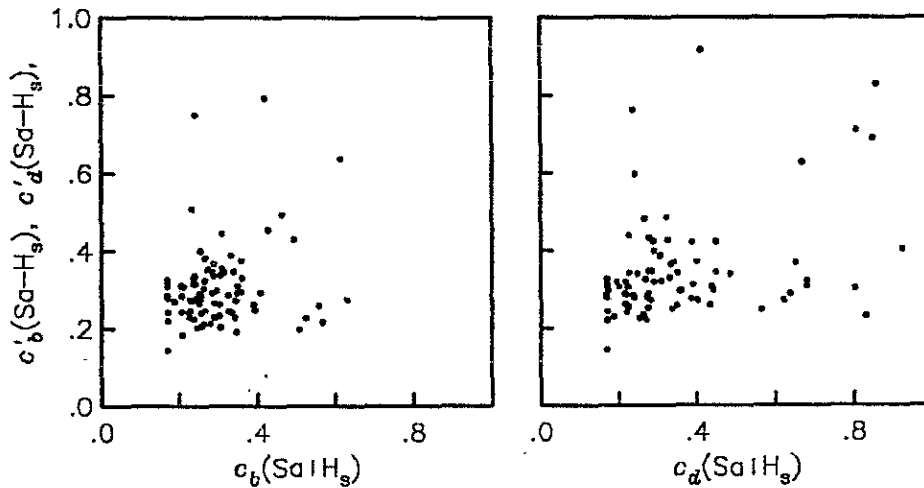


Fig 5 Comparación entre coeficientes medidos $c'_{b,d}(\text{Sa}|\text{H}_s)$ y predichos $c_{b,d}(\text{Sa}|\text{H}_s)$

De acuerdo con la ec 13, si no existen incertidumbres en el EAF de referencia ($c_{\text{EXC}} = 0$), el error total que se comete en el cálculo de ERS se puede estimar mediante

$$c(\text{Sa}|D_t, H_s) = \sqrt{c_{\text{TVA}}^2 + c_{\text{DUR}}^2 + c_{\text{FTE}}^2} \quad (18)$$

Con esta expresión se puede verificar la utilidad de la ec 17 para determinar el error esperado en el cálculo de ERS. A la izquierda de la fig 6 se ilustra el histograma de los coeficientes de variación

$c'_b(Sa|D_t, H_s)$ medidos entre los ERS exactos y los ERS estimados a partir de los EAF calculados con la ec 10. Estos coeficientes varían entre 0.18 y 0.65 con media 0.40. A la derecha se ilustra el histograma de los coeficientes $c_b(Sa|D_t, H_s)$ predichos con la ec 18, los cuales varían entre 0.25 y 0.65 con media 0.41. Estos histogramas corresponden a la modalidad *con dato*. En la fig 7 se ilustra el histograma de los coeficientes $c'_d(Sa|D_t, H_s)$ y $c_d(Sa|D_t, H_s)$ correspondientes a la modalidad *sin dato*. Los coeficientes medidos varían entre 0.18 y 0.8 con media 0.43, mientras que los coeficientes predichos varían entre 0.25 y 1.0 con media 0.5, aproximadamente. En la fig 8 se ilustra la comparación entre los coeficientes medidos $c'_{b,d}(Sa|D_t, H_s)$ y predichos $c_{b,d}(Sa|D_t, H_s)$. El error entre estos coeficientes varía entre 13% y 20%.

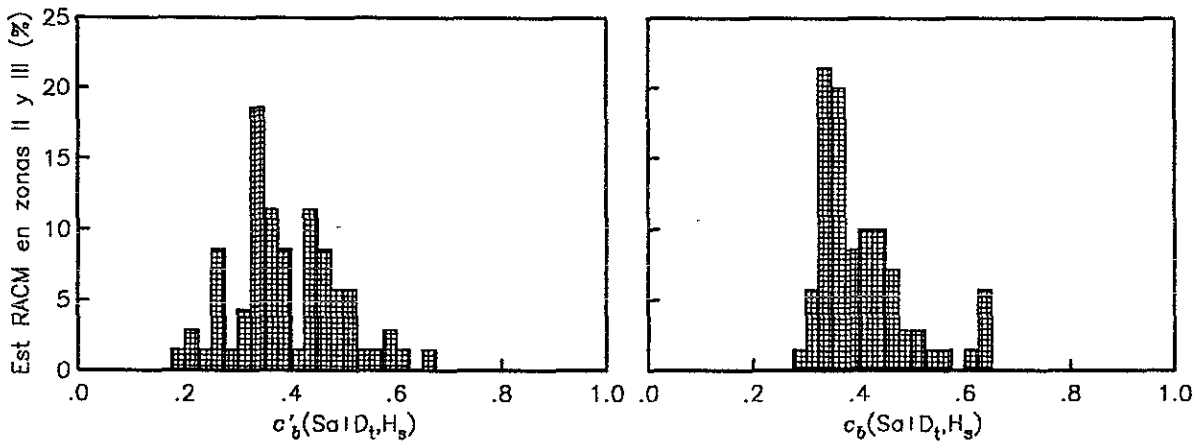


Fig 6 Histogramas de los coeficientes medidos $c'_b(Sa|D_t, H_s)$ y predichos $c_b(Sa|D_t, H_s)$ (modalidad *con dato*)

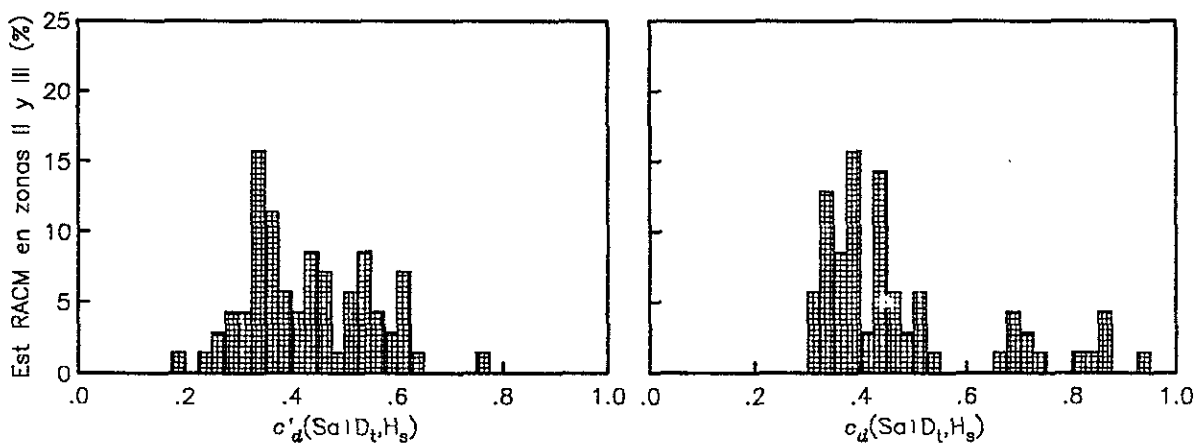


Fig 7 Histogramas de los coeficientes medidos $c'_d(Sa|D_t, H_s)$ y predichos $c_d(Sa|D_t, H_s)$ (modalidad *sin dato*)

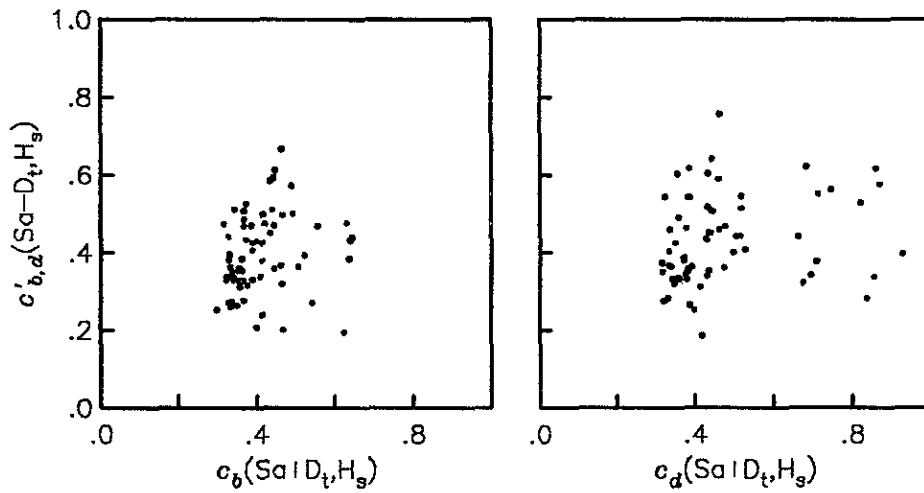


Fig 8 Comparación entre coeficientes medidos $c'_{b,d}(Sa|D_t, H_s)$ y predichos $c_{b,d}(Sa|D_t, H_s)$.

Es de interés cuantificar los coeficientes c_{EAF} con los que se introducen las incertidumbres que se tienen al postular los EAF de sismos que no han ocurrido. Ello permitiría tener una estimación completa de los errores en la estimación de los ERS debidos a posibles sismos futuros. Para ello, se hizo uso de la ley de atenuación bayesiana propuesta por Ordaz *et al* (1993) que permite estimar los EAF que se tendrían en el sitio CU ante sismos de subducción. Se postularon los EAF del sitio CU correspondientes a los sismos que se emplearon para la regresión de los coeficientes de la ley de atenuación y que fueron registrados por la RACM (sismos con $M > 5.0$ ocurridos entre 1985 y 1991). Con estos EAF se calcularon los ERS para las estaciones de transición y de lago haciendo uso de las FTE. Los errores en la estimación de los ERS debidos exclusivamente al EAF postulado (denotados por $c'(Sa|A_0)$) se midieron directamente entre estos ERS y los que se estimaron al hacer uso de la ec 10 con los EAF observados en CU y las FTE calculadas en la modalidad *con dato*. Se encontró que los coeficientes $c'(Sa|A_0)$ varían entre 0.33 y 0.38 con media 0.35. La variación de estos coeficientes es poco significativa comparada con los coeficientes de variación que resultan de combinar los coeficientes c_{TVA} , c_{DUR} y c_{FTE} como se indica en la ec 18. Es razonable hacer $c_{EAF} = 0.35$ en la ec 13.

En la parte izquierda de la fig 9 se ilustra el histograma de los coeficientes de variación $c'_b(Sa|D_t, H_s, A_0)$ medidos entre los ERS exactos y los ERS calculados con el EAF postulado y las FTE calculadas en la modalidad *con dato*. Estos varían entre 0.28 y 0.64 con media 0.48. A la derecha se muestra el histograma de los coeficientes $c_b(Sa|D_t, H_s, A_0)$ predichos con la ec 13, los cuales varían entre 0.42 y 0.72, con media 0.52. Estos coeficientes son una medida de los errores totales que se tienen en la estimación de ERS producidos por posibles sismos futuros en sitios instrumentados. Los histogramas correspondientes a los coeficientes $c'_d(Sa|D_t, H_s, A_0)$ y $c_d(Sa|D_t, H_s, A_0)$, asociados a ERS obtenidos con FTE calculadas en la modalidad *sin dato*, se ilustran en la fig 10. Los coeficientes medidos varían entre 0.28 y 0.80 con media 0.50, mientras que los coeficientes predichos varían entre 0.42 y 1.40 con media 0.60, aproximadamente. En particular, los coeficientes predichos $c_d(Sa|D_t, H_s, A_0)$ son los estimadores de los errores totales que se cometen en la estimación de ERS producidos por posibles sismos futuros en sitios arbitrarios. Finalmente, en la fig 11 se ilustra la comparación entre los coeficientes medidos $c'_{b,d}(Sa|D_t, H_s, A_0)$ y predichos $c_{b,d}(Sa|D_t, H_s, A_0)$. Los

errores entre estos coeficientes varían entre 10% y 20%, aproximadamente. En cerca del 20% de los casos se cometen errores menores que los predichos en 10%, mientras que en zonas poco instrumentadas los errores pueden sobrestimarse en más del 100%.

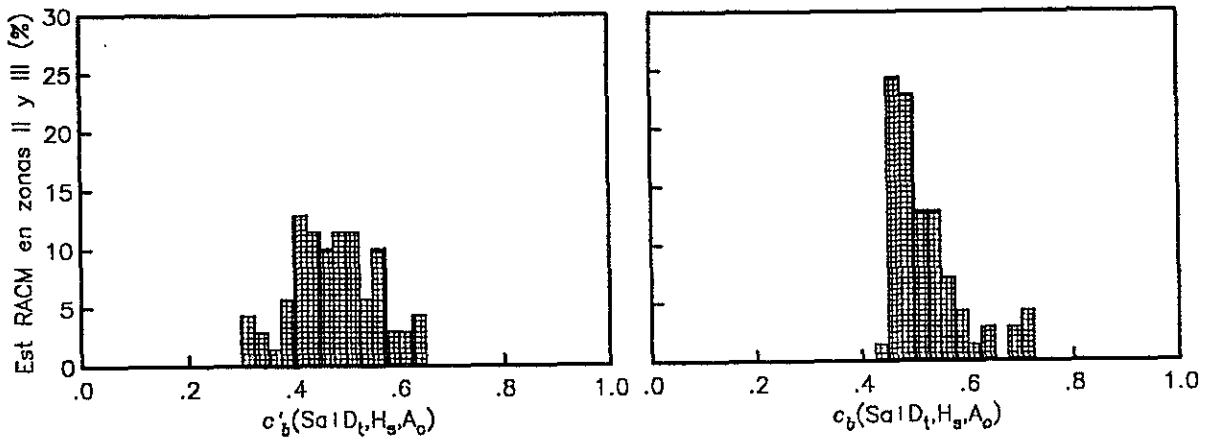


Fig 9 Histogramas de los coeficientes medidos $c'_b(Sa|D_t, H_s, A_0)$ y predichos $c_b(Sa|D_t, H_s, A_0)$ (modalidad *con dato*)

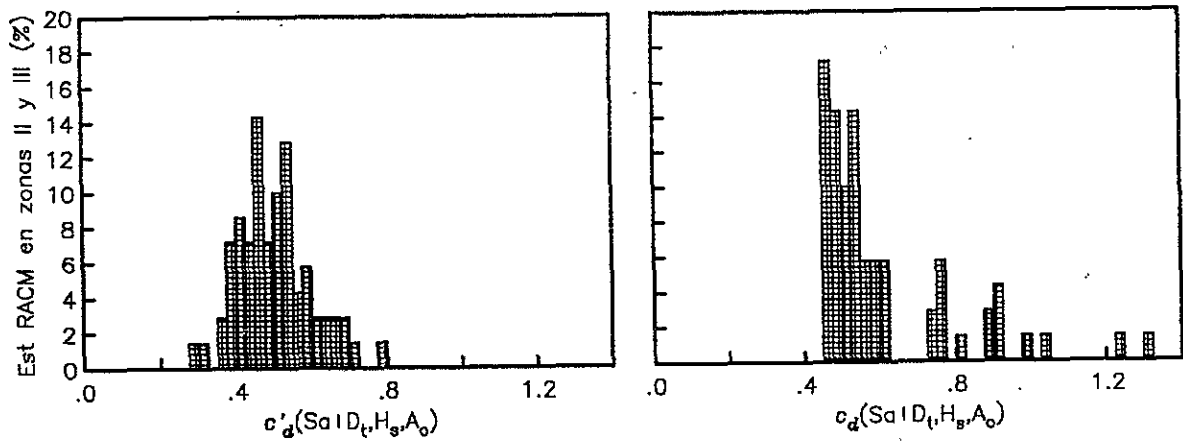


Fig 10 Histogramas de los coeficientes medidos $c'_d(Sa|D_t, H_s, A_0)$ y predichos $c_d(Sa|D_t, H_s, A_0)$ (modalidad *sin dato*)

La combinación de los coeficientes de variación debidos a diferentes conceptos, dada por la ec 13, permite identificar donde deben concentrarse esfuerzos futuros por reducir los niveles de error alcanzados en este estudio. Por ejemplo, considerando los valores medios $c_{TVA} = 0.15$ y $c_{FTE} = 0.3$, y suponiendo que $c_{EXC} = 0$, para un sitio con $T_s = 2s$ ($c_{DUR} = 0.17$) se tiene que $c(Sa|D_t, H_s) = 0.38$ es

el coeficiente de variación esperado en la estimación de ERS debidos a sismos que ya ocurrieron y que se registraron en CU. Si se hace $c_{\text{EXC}} = 0.35$, se tiene que el coeficiente esperado en la estimación de ERS debidos a sismos futuros es $c(\text{Sa}|D_t, H_s, A_o) = 0.51$. Del error total que se comete al considerar la ocurrencia de posibles sismos futuros, el 15% corresponde al hecho de hacer uso de la TVA, el 18% corresponde al uso de la ec 8 para estimar la duración del movimiento del terreno, el 31% corresponde al uso de FTE y el 36% al hecho de postular un EAF para el terreno firme con la ley de atenuación bayesiana propuesta por Ordaz *et al* (1993). Si se hace uso del escalamiento de un EAF observado con el modelo de fuente ω^2 , es racional suponer que error esperado sea al menos el que se obtiene con el modelo bayesiano, ya que en éste último se ajustan los parámetros de la fuente sísmica y del trayecto de acuerdo con lo que dicta el conocimiento actual y el examen de los registros del movimiento del terreno.

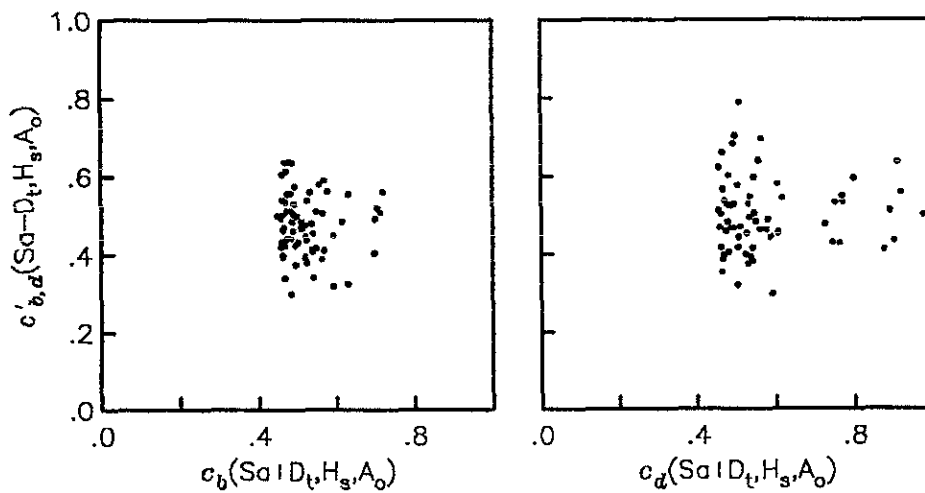


Fig 11 Comparación entre coeficientes medidos $c'_{b,d}(\text{Sa}|D_t, H_s, A_o)$ y predichos $c_{b,d}(\text{Sa}|D_t, H_s, A_o)$

En la fig 12 se ilustra un mapa con la zonificación geotécnica del valle de México. También se ilustra la localización de las estaciones de la RACM y algunas de las principales vías vehiculares de la ciudad. En este mapa se muestra la distribución de los coeficientes de variación esperados en el cálculo de ERS mediante cinco regiones que se indican en la leyenda. Para cada región, se indican los límites de dos intervalos. El superior se refiere a los coeficientes de variación calculados con la ec 18. Estos coeficientes son los valores esperados en la estimación de ERS ante sismos que ya han ocurrido y que se registraron en la Ciudad Universitaria (denotado en la figura como c_{ieg}). El inferior se refiere a los coeficientes de variación calculados con la ec 13 haciendo $c_{\text{EXC}} = 0.35$. Estos coeficientes son los valores esperados en la estimación de ERS ante sismos postulados como posibles sismos futuros (denotado en la figura como c_{pos}). Se puede señalar una amplia región al centro de la ciudad para la que se esperan errores menores que los esperados para el terreno firme. Esta región corresponde al área con mayor densidad instrumental. Alrededor de esta región, extendiéndose sobre la zona de lago, existe

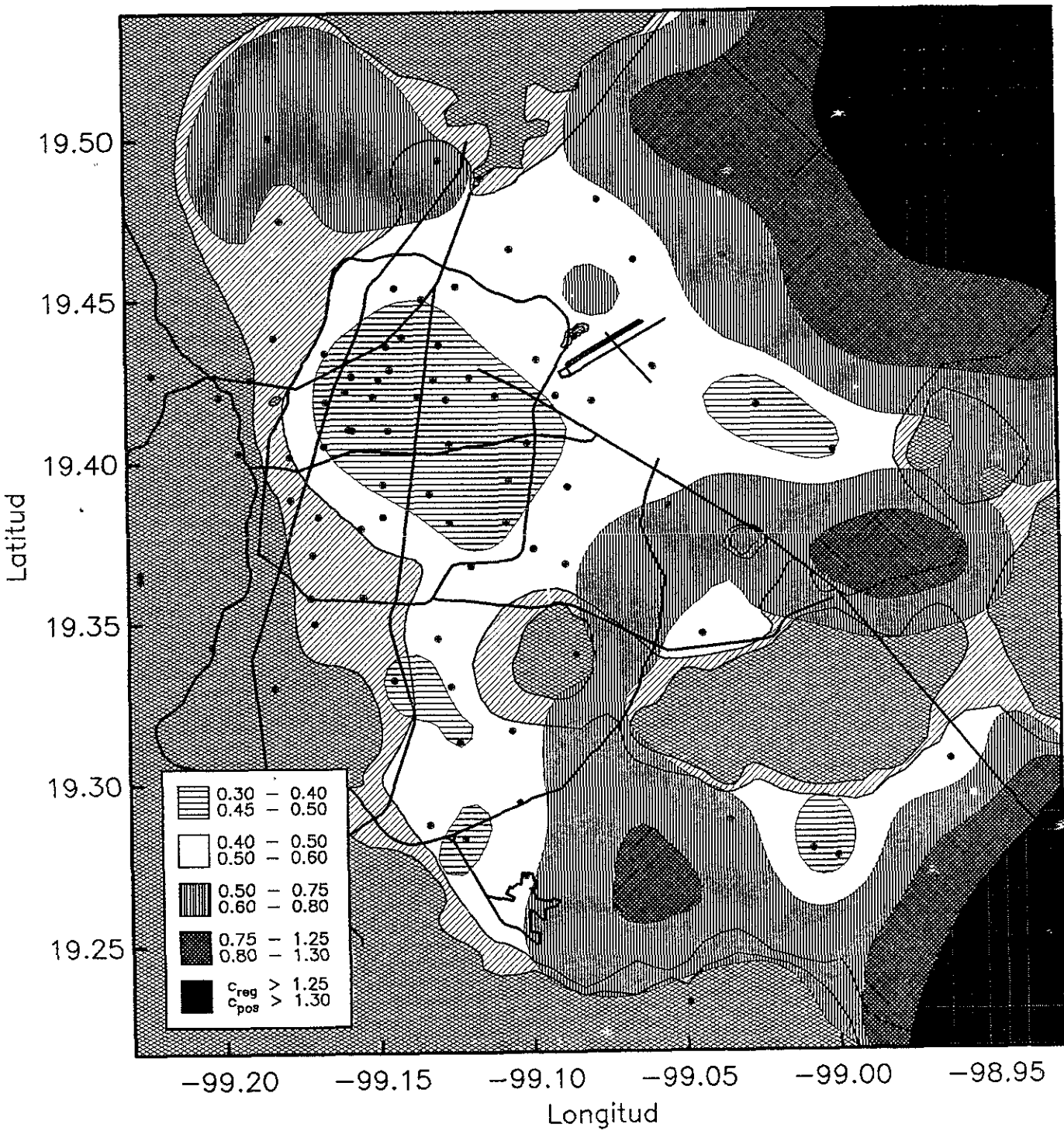


Fig 12 Coeficientes de variación esperados en la estimación de espectros de respuesta. En la leyenda se indican las regiones donde se esperan coeficientes de variación ante dos condiciones: sismos ocurridos (arriba) y sismos futuros (abajo)

otra región con errores comparables a los esperados para el terreno firme. Finalmente, en las zonas insuficientemente instrumentadas, los errores esperados se incrementan dramáticamente debido al proceso de interpolación de las FTE. De acuerdo con las figs 10 y 11, estos errores, en promedio, son menores que los errores reales.

CONCLUSIONES

Se ha presentado una sinopsis de los principales resultados de la TVA y se ha discutido un análisis estadístico de las incertidumbres que se tienen en la estimación de los espectros de respuesta sísmica (ERS) para sitios arbitrarios del valle de México. En particular, se encontró que las principales fuentes provienen de cuatro conceptos no correlacionados o independientes: a) hacer uso de la TVA, b) estimar un valor de duración, c) cuantificar los efectos de sitio mediante FTE y D) especificar el EAF de sismos futuros. Se encontró que típicamente el error debido a la TVA es del 15%, mientras que el error debido a la estimación en la duración es del orden del 10% en los sitios de periodo largo y que puede llegar al 30% en los de periodo corto. Por su parte, el error asociado con la FTE toma en cuenta el hecho de haber observado una muestra estadística de FTE relativamente pequeña y de hacer uso de un método de interpolación espacial. Para sitios arbitrarios en las zonas densa y moderadamente instrumentadas, el error en la estimación de ERS por el uso de FTE es del 30%. Además, se observó que con el método propuesto por Ordaz *et al*, (1993) para especificar los EAF de sismos que no han ocurrido se cometen errores del 35% en la estimación de ERS. En este método bayesiano para determinar los EAF de terreno firme se toma en cuenta ajustes en los parámetros de la fuente sísmica y del trayecto. Debe considerarse este error, al menos, si se hace uso del modelo de fuente ω^2 para el escalamiento de los EAF de sismos pequeños con el propósito de especificar sismos futuros más intensos.

Si los errores fuesen pequeños, el error cuadrático total en la estimación de ERS sería la suma de los errores cuadráticos debidos a cada uno de estos conceptos. Se comprobó que, en promedio, esta relación se cumple razonablemente, aunque se encontró que cuando los errores crecen, los errores esperados están significativamente sobrestimados en comparación con los errores reales. Este hecho se observó en las zonas menos instrumentadas del valle, donde los errores debidos a la interpolación son típicamente elevados. En una gran porción de la ciudad, los errores esperados en la estimación de ERS es del 50%.

REFERENCIAS

- Boore D M (1983). Stochastic simulation of high-frequency ground motions based on seismological models of the radiated spectra, *Bull Seism Soc Am*, **73**, 1865-1894.13.
- Joyner W B (1984). A scaling law for the spectra of large earthquakes. *Bull Seism Soc Am*, **74**, pp. 1167-1188.
- Ordaz M, J Arboleda y S K Singh (1993). Un nuevo método para simular acelerogramas usando registros de sismos pequeños como funciones de Green empíricas. *Mem X Congr Nal de Ing Sísmica*, 28-35, Pto Vallarta, Jalisco, México.

- Reinoso E, M Ordaz y F J Sánchez-Sesma (1990). A note on the fast computation of response spectra estimates. *Earth Eng Str Dyn*, 19, 971-976.
- Reinoso E, L E Pérez-Rocha, M Ordaz y A Arciniega (1992). Prediction of response spectra at any site in Mexico City. *Mem 10a. Conf Int de Ing Sísm*, 767-772, Madrid, España.
- Singh S K y M Ordaz (1993). On the origin of long coda observed in the Valley of Mexico, *Bull Seism Soc Am*, 83, 1298-1306.
- Trifunac M D y A G Brady (1975) A study of the duration of strong earthquake ground motion, *Bull Seism Soc Am*, 65.

APÉNDICE IV

The Great Mexican Earthquake of 19 June 1858: Expected Ground Motions and Damage in Mexico City from a Similar Future Event

by S. K. Singh, M. Ordaz, and L. E. Pérez-Rocha

Abstract The description of the great earthquake of 19 June 1858 is unusual: damage and high intensities were reported both in the state of Michoacan and in Mexico City. Although a coastal epicenter for this earthquake cannot be ruled out, the reports agree better with an intermediate-depth (about 50 km), normal-faulting event in the subducted Cocos plate. A careful examination of the reports of this event and other normal-faulting events below the Mexican altiplano suggests that a likely location is 18.0 °N, 100.8 °W, near the epicenter of the 6 June 1964 ($M7.3$, $H = 55$ km) event. This location is 220 km SW of the city. The magnitude of the earthquake is estimated to be about 7.7. We synthesize expected ground motions in CU, a hill-zone site in the city, from an event similar to that of 1858; using records from the 23 May 1994 earthquake (18.0 °N, 100.6 °W, $H = 50$ km, $M5.7$) as an empirical Green's function and stress parameter, $\Delta\sigma$, of 50, 160, and 300 bar. The expected peak horizontal acceleration in CU of $\Delta\sigma = 160$ bar is about 30 gals. Similar acceleration was recorded in CU during the 1985, Michoacan earthquake ($M8.0$). We compute expected ground motions at many sites in Mexico City using empirical transfer functions and random vibration theory and compare these motions and the expected damage in the city with those from the 1985 Michoacan earthquake. Results show that the overall expected damage during the postulated earthquake is $\frac{2}{3}$ and $1\frac{1}{2}$ of that during the Michoacan earthquake for $\Delta\sigma = 160$ and 300 bar, respectively. A greater percentage of low-rise construction, which constitute about 80% of the total in the city, will be damaged during the postulated earthquake than during the Michoacan earthquake. The expected ground motions for $\Delta\sigma = 50$ bar are smaller at all periods than those from the Michoacan earthquake. As the present building code for Mexico City contemplates coastal earthquakes of magnitude greater than 8.0, the case of $\Delta\sigma = 50$ bar is not of interest in this article. This preliminary study suggests a need for a more careful evaluation of expected ground motion in the Valley of Mexico from the postulated earthquake and its impact on the current design spectra of the city.

Introduction

The Mexican Altiplano is affected by earthquakes of different type: (1) those that occur at the interplate boundary between the subducting oceanic plates of Rivera and Cocos and the continental North American plate; (2) normal-faulting intraplate earthquakes in the subducted oceanic plates; and (3) crustal events, generated in the trans-Mexican volcanic belt. Recent damage to Mexico City has predominantly been caused by earthquakes of the first type, such as the Michoacan event of 19 September 1985. However, this has not been the case in other parts of the Mexican Altiplano. For example, the great earthquake of 15 January 1931 ($M7.8$), which caused heavy damage to the city of Oaxaca, was a normal-faulting event in the subducted Cocos plate

(Singh *et al.*, 1985). The destructive potential of normal-faulting earthquakes to the Valley of Mexico was recognized in the elaboration of the 1987 version of the Mexico City building code, where an earthquake of this type with $M = 6.5$, depth (H) of 60 km, and epicentral distance of 60 km was taken into account (Rosenblueth *et al.*, 1989). However, it is generally agreed by Mexican seismologists and engineers that the seismic potential of such events is poorly known.

In this article, we study the great earthquake of 19 June 1858. We find evidence suggesting that it was a normal-faulting earthquake, with location close to that of the 6 June 1964 event ($M7.3$, $H = 55$ km), but with an estimated mag-

nitude of 7.7. After presenting this evidence, we estimate expected ground motions and damage in Mexico City from a postulated repetition of the 1858 earthquake and compare them with those of the 1985 Michoacan event.

The Great 1858 Earthquake

A basic source of information on felt and damage reports from Mexican earthquakes for the period 1460 to 1888 is the classic work of Orozco y Berra (1887–1888; 1888–1889). However, as expected for events of this period, the available information for this earthquake is sparse. In Figure 1, we show our designation of Modified Mercalli (MM) intensities for the 1858 event, based on the description of Orozco y Berra. Below, we briefly recapitulate parts of this description.

19 June 1858, 09:17: A tremendous earthquake felt in Mexico City, one of the strongest to hit the city in this century. Initially bumpy (trepidatory) motion, followed by N–S oscillation that changed to E–W. The movement was so strong that the tower of the cathedral could be seen swaying, trees appeared as if they had been hit by strong wind. Water fountains were left empty. All houses were affected, and many buildings were damaged. In many places, cracks (a majority with N–S orientation) appeared on the ground, and bricks from the pavement were uplifted. Alameda park was left at the disposal of the public. A curious phenomenon was observed: of the existing 175 artesian wells, the water supply doubled in 40, quadrupled in 10, increased by one-third in another 10. One of the wells went dry. Aqueducts were damaged. It was strongly felt in and around the Valley of Mexico, very strongly felt in Texcoco. Toward east of Mexico City, it was strongly felt in Amecameca, Ayutla, Puebla, Tlaxcala, Huamantla, Chalchicomula, Orizaba, and other places. In Jalapa, it was strongly felt. It was very strongly felt in Morelia, causing extensive damage to buildings, including the cathedral. In Pátzcuaro, the earthquake left many houses and churches in ruins, many persons were killed. In Charo and Indaparapeo towns, many houses fell down. It was felt similarly in Ario, Tacámbaro, Uruapan, Apatzingán, and Los Reyes. The earthquake was felt in Toluca, Tenango, and Tenancingo. In Temascalcingo, the oscillations were so violent that “organ” cactii, used as fences around houses, broke off, and the church was damaged. The water supply from springs in Tejocote and Calvario was diminished. It was also felt in Temoaya and San Pedro. In Guadalajara, the oscillatory motion was so strong that it was difficult to stand. It seemed as if doors had been hit by a hurricane. A duration of 2 min was reported. It was felt in the State of Guerrero, although not so violently as in other places. It was felt strongly in Chilpancingo, Iguala, and Huamantlán. In Colima and Manzanillo, it was felt with “sufficient force.” Somewhat strong bumpy motion (“trepidatory”) was felt in the State and City of Oaxaca, but no damage to buildings was reported. It was felt weakly in places where earthquakes

are seldom felt: San Juan del Rio, Querétaro, León, Lagos, Pachuca, and Tulancingo.

The Location of the 1858 Earthquake

Before attempting to assign a location to this event, it is instructive to consider the population density of Mexico during the last century. The population distribution between 1821 and 1899 is shown in Figure 1 (Atlas Nacional de México, 1990, Vol. 1, Sheet III.1.1). Note that there was no town along the Pacific coast of Mexico with population greater than 5000 (except for Colima, which lies about 100 km inland). Between 100 °W and 102.5 °W, along the Pacific coast as well as inland, the population density was sparse. This region is marked by a dashed line in Figure 1. A coastal road connected Acapulco to Colima, but it could only be transited on foot or on horse or mule (Atlas Nacional de México, 1990, Vol. 1, Sheet II.1.1). It is for these reasons that felt and damage reports of Orozco y Berra do not mention towns along the coast between Acapulco and Colima-Manzanillo, nor the small and sparse population centers located inland, up to a distance of about 120 km from this part of the coast. An obvious consequence of this population distribution is the difficulty in assigning epicentral locations from intensity reports, especially in the region shown by the dashed line in Figure 1. Indeed, the intensity distribution of the 1858 event, shown in Figure 1, provides a good example of this difficulty: it is not possible to estimate the epicenter of the event with any confidence with this map alone. To constrain the location, we use intensity maps of other events of the present and the past century. Isoseismic maps of many important events of this century and of some events of the past century are given in Figueroa (1986). For events of the last century, however, Figueroa constructed the intensity maps based exclusively on the work of Orozco y Berra. Contoured intensity maps of Figueroa, thus, give the impression of availability of abundant felt reports. To avoid bias, we ignored Figueroa’s maps for the last century and prepared maps, such as the one given in Figure 1 for the 1858 event, which translate Orozco y Berra’s damage descriptions into MM intensities. We refrain from making intensity contours from these sparse data.

From the intensity map in Figure 1, the epicenter of the 1858 event can be located along the Pacific coast (thus classifying it as shallow-depth reverse-faulting earthquake) or below an inland location (corresponding to an intermediate-depth normal-faulting earthquake in the subducted Cocos plate). We note the following:

1. An epicenter along the coast SE of Acapulco can be safely discarded since events in this region do not give rise to high intensities in and near Morelia. On the other hand, such events result in high intensities in Acapulco, Chilpancingo, Tixtla, and/or in the coastal and inland towns of the State of Oaxaca [see, e.g., the intensity maps of Figueroa (1986) for the Acapulco earthquake of 28

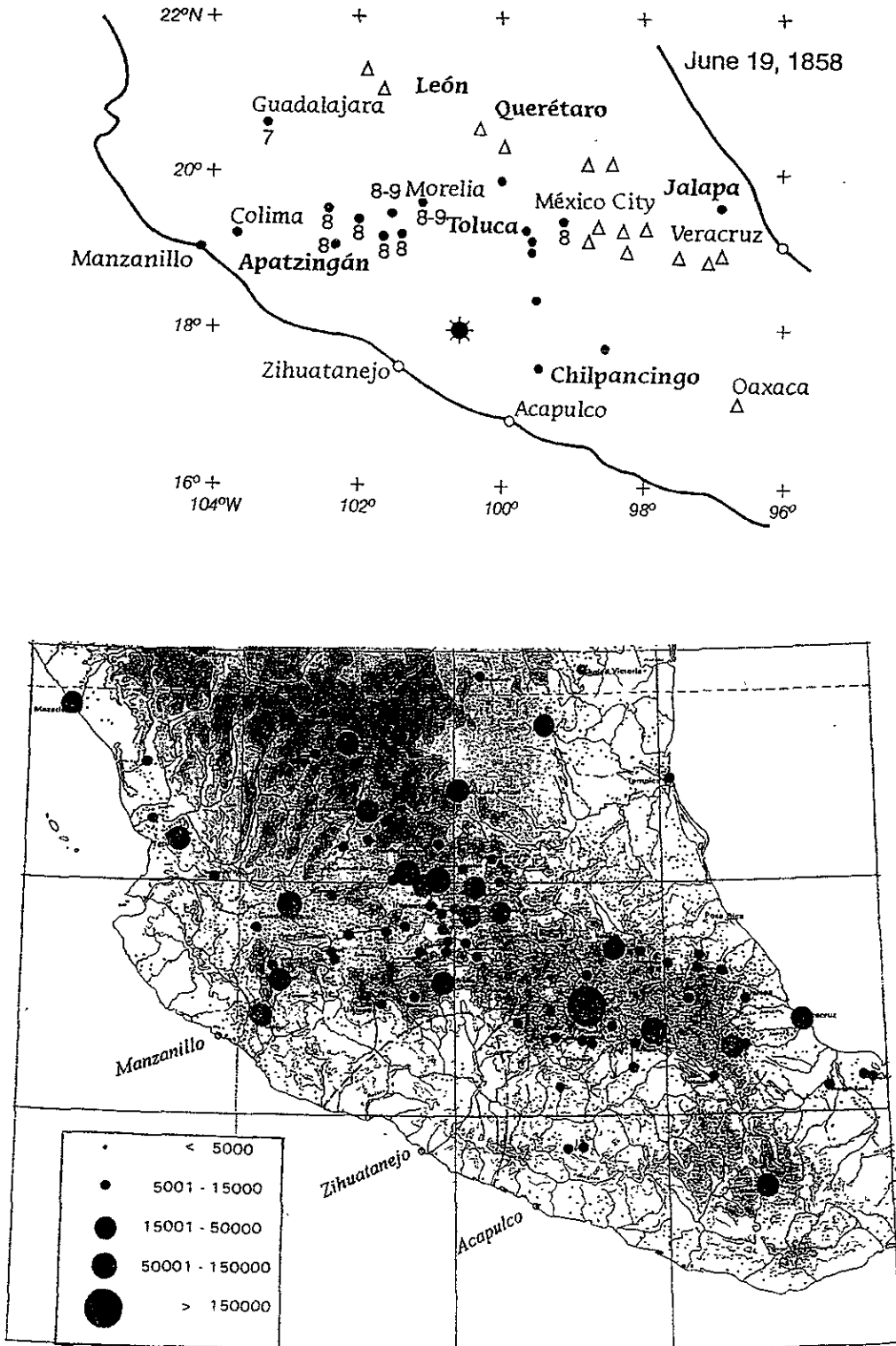


Figure 1. Top: MM intensities for the 19 June 1858 earthquake. Triangles: felt; solid circles: strongly felt. Numbers attached to solid circles represent MM intensity. Note that no intensities are available along the coast southeast of Colima, reflecting the sparse population density. Star shows a likely location of the 1858 earthquake (see text). It is also the location of the 23 May 1994 earthquake ($M5.7$), whose recording is taken as empirical Green's function to synthesize motions in Mexico City. Bottom: Population distribution in Mexico, 1821-1899 (taken from Atlas Nacional de México, 1990). Note the low population density along the Pacific coast in general, and within the dashed area in particular.

July 1957 and for the Oaxaca earthquakes of 23 August 1965, 2 August 1968, and 29 November 1978]. This is not in agreement with the reports of the 1858 event.

2. An epicenter along the coast NW of the epicenter of the 19 September 1985 Michoacan earthquake (18.14°N , 102.71°W) appears unlikely since such events cause high intensities in Colima, Manzanillo, and Ciudad Guzmán [see, e.g., isoseismic maps of Figueroa (1986) for the Michoacan earthquakes of 1985, 15 April 1941, and 7 June 1911, and for the Colima event of 30 January 1973]. The intensities in Figure 1 for the 1858 event are in disagreement with an epicenter along this part of the coast. Even less likely is an epicenter along the coast of Jalisco, NW of Colima [compare intensities given in Singh *et al.* (1985) for the Jalisco earthquakes of 3 and 18 June 1932 with Fig. 1].
3. An epicenter along the coast between Acapulco and Zihuatanejo is worth exploring. In Figure 2, we superimpose on the intensities of the 1858 event on the isoseismic map of Petatlán earthquake of 14 March 1979 ($M7.6$). The isoseismic map of 1979 shows islands of high intensity around Uruapan, Pátzcuaro, Mexico City, and Guadalajara. These islands roughly coincide with areas of high intensity during the 1858 event. The intensities in these islands, however, are 2 to 3 units less than those during the 1858 event. Thus, if the epicenters of the two events were close to one another, then a much larger magnitude for the 1858 event would have to be postulated so that the area of intensity VI during 1979 became area of intensity VIII in the 1858 event. This, however, would put Colima, Manzanillo, and Acapulco in the intensity VIII region, which does not agree with the available reports of the 1858 earthquake (Fig. 1).
4. An inland location is a distinct possibility. A shallow-focus event, however, is not likely because it would cause the ground motions to decay more rapidly with distance than a deeper event. An intermediate-depth ($H \sim 50$ km), normal-faulting event in the subducted Cocos plate would more likely generate the observed decay of the ground-motion amplitude. One possibility is that the epicenter was roughly in the middle of the region of VIII to IX intensities, near Morelia, Michoacan. Considering the wide-spread intensity VIII area, this epicenter does not appear realistic. For this location, damage near the epicentral region would have been more severe. This was the case during the great normal-faulting Oaxaca earthquake of 15 January 1931, $M7.8$ (Barrera, 1931; Singh *et al.*, 1985).

Finally, let us postulate that the hypocenter of the event was close to the hypocenters of 6 June 1964 ($M7.3$) and 23 May 1994 ($M5.7$) earthquakes ($\sim 18.0^{\circ}\text{N}$, 100.6°W , $H \sim 50$ km). In Figure 2, we superimpose the intensity values of the 1858 event on the isoseismic map of 1964. In this scenario, the epicentral region of the 1858 event would lie in a very thinly populated area of difficult accessibility. This pro-

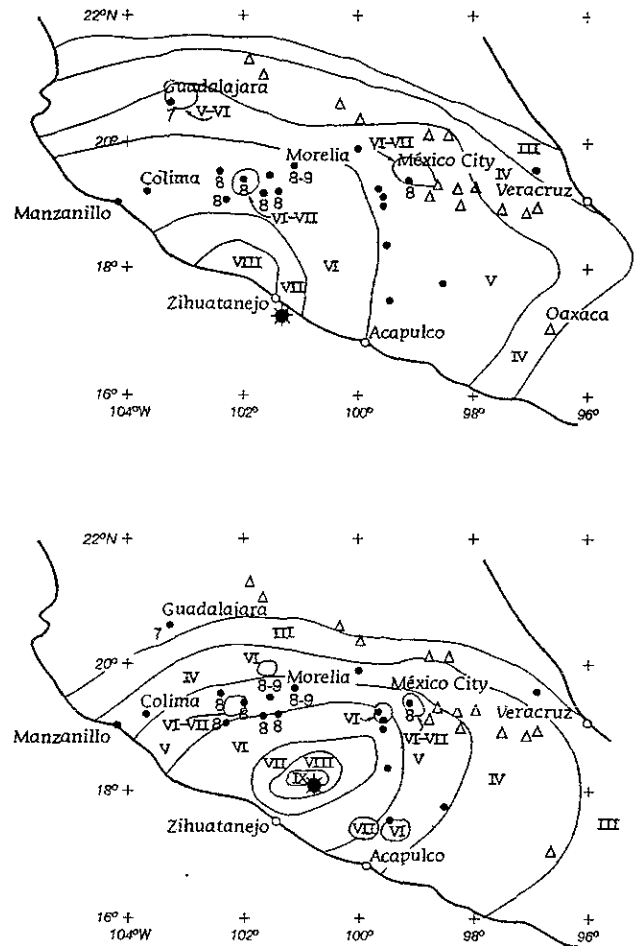


Figure 2. Top: MM intensities of the 1858 earthquakes superimposed on the isoseismic map of the 14 March 1979 Petatlán earthquake ($M7.6$), whose epicenter is shown by a star. Bottom: MM intensities of the 1858 earthquakes superimposed on the isoseismic map of the 6 June 1964 earthquake ($M7.3$). Intensities from the 1858 event are roughly in accordance with a hypocenter close to the 1964 earthquake (see text).

duces the best agreement with the observations. The observed intensities in and near Morelia during the 1858 event would have to be explained by assuming a larger magnitude event located near the source of 1964 event. This would again give rise to inconsistencies at Colima, Manzanillo, and Acapulco. Increase in water flow from wells in Mexico City may support a normal-faulting mechanism for the 1858 event (see, e.g., Muir-Wood and King, 1993). During the 1964 event, which was a normal-faulting earthquake, no change in water level in the Valley of Mexico is seen in the piezometric records kept by the Comisión de Aguas del Valle de México. This may be due to smaller magnitude of the 1964 event, difference in the locations of the two events, or a change in hydrological regime of the Valley of Mexico since 1858.

From the discussion above, it is clear that a definitive location of the 1858 event is not possible. Both coastal and

inland intermediate-depth locations remain viable. In view of its better agreement with intensity data, we give more credence to the latter possibility and to a location close to that of the 6 June 1964 event.

Estimation of Magnitude of the 1858 Earthquake

Previously, a magnitude of 7.5 was estimated for this earthquake by Singh *et al.* (1981) based on a rough comparison with intensity maps of this century's earthquakes. Below, we improve the magnitude estimate, by assuming that the event was located near the 1964 earthquake ($M7.3$). Figure 3 shows attenuation of MM intensities with epicentral distance of the following three normal-faulting intermediate-depth Mexican earthquakes: 6 June 1964, $M7.3$; 28 August 1973, $M7.0$; 24 October 1980, $M7.1$. The isoseismic contours of these events are not circular (see Figueroa, 1986). In Figure 3, we show the attenuation of intensities along a profile that goes from the center of the maximum intensity area toward Mexico City. Due to well-known amplification of seismic waves, the intensities in Mexico City are, in general, one to two units higher than expected at that distance. From Figure 3, we conclude that $M7.1 \pm 0.2$ events give rise to an MM intensity of V (VI to VII in Mexico City) about 200 km away (see also Chávez and Castro, 1988). The intensity during the 1858 event in Mexico City was about VIII. The intensity I at a fixed distance R may be related to magnitude M by

$$I = aM + b, \tag{1}$$

where a and b are constants. In the above relation, we have assumed that the distance R is sufficiently large so that the point-source approximation is valid. Based on theoretical grounds and empirical data, Gusev and Shumilina (personal comm., 1994) propose $a = 1.8$. Given that an $M7.1$ earthquake, located 200 km away, causes an intensity between VI and VII in Mexico City, equation (1) yields a magnitude between 7.7 and 8.2 corresponding to an intensity of VIII during the 1858 event. Alternatively, we can use the relation between area under a certain intensity and M developed for intermediate-depth events of Mexico of this century (Singh *et al.*, 1980). Given the information available for the 1858 event, it is only possible to estimate the area under intensity IV, A_{iv} , M and A_{iv} are related by

$$M = \log A_{iv} + 1.38 \quad \text{standard error in } M \text{ of } 0.3. \tag{2}$$

where the area is in km^2 . Our estimate for A_{iv} of the 1858 event is $4.6 \times 10^5 \text{ km}^2$, which gives $M7$. There is a large discrepancy in the two estimates of the magnitude. We believe that $M = 7$ obtained from equation (2) is due to an underestimation of A_{iv} caused by poor communication and sparse population density. On the other hand, $M \sim 8$ estimated from equation (1) appears to be an overestimation: greater damage would have been expected in Michoacan for

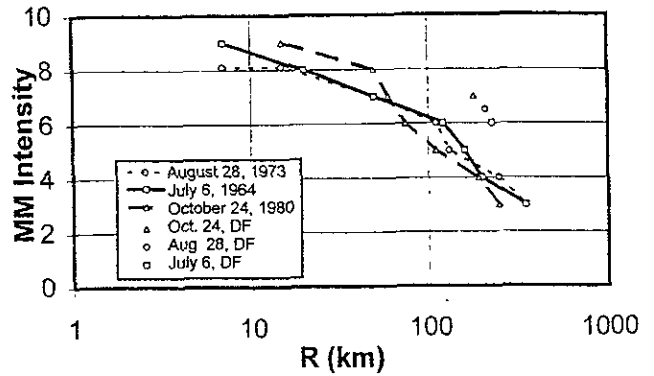


Figure 3. Attenuation of MM intensity with distance of three normal-faulting, intermediate-depth events. Note that the intensities in Mexico City (marked DF in the box) are higher due to site effects. MM intensity of VIII in the city during the 1858 earthquake suggests a magnitude between 7.7 and 8.2.

an event magnitude 8. For example, the normal-faulting event of Oaxaca of 15 January 1931, $H \sim 40 \text{ km}$, $M = 7.8$ (Singh *et al.*, 1985) caused more extensive damage in the City of Oaxaca and towns between the city and the coast, in and around the epicentral region (Barrera, 1931). Rather subjectively we assign $M = 7.7$ to this event.

It is clear that both the location and the magnitude of the 1858 event remain uncertain. In terms of earthquake hazard to Mexico City, the location and magnitude of the 1858 event is not very important. The critical question is whether an $M = 7.7$ normal-faulting event near the location of the 1964 ($M = 7.3$) earthquake, or at any other location, about 200 km from the city, is a reasonable possibility. We believe that the answer is yes. Events of this type with M around 7.3 with hypocenters below the Mexican altiplano are relatively frequent and may reach a magnitude of 7.7 (e.g., the 1931 Oaxaca earthquake).

Synthesis of Expected Ground Motion in Mexico City

In what follows, we estimate ground motions and damage in Mexico City from a possible $M = 7.7$ event located near the hypocenter of the 1964 event. We use the accelerograms from the 23 May 1994 earthquake (N-S and E-W components) recorded at station CU in the valley of Mexico as empirical Green's functions (EGF's). The following procedure was adopted in the synthesis (Ordaz *et al.*, 1988; Ordaz *et al.*, 1995):

1. Simulation of expected ground motions for the target event at CU using the EGF technique described by Ordaz *et al.* (1995).
2. Estimation of Fourier acceleration spectra (FAS) at different sites in Mexico City by multiplying those obtained at CU by the empirical transfer functions of each site. The empirical transfer functions at instrumented sites have

previously been obtained by averaging the spectral ratios between the site and CU for several earthquakes (e.g., Singh *et al.*, 1988). Transfer functions for arbitrarily located sites are then obtained using the interpolation procedure discussed in Ordaz *et al.* (1994).

3. Estimation of response spectra at each site using random vibration theory.
4. Estimation of expected damage by means of the vulnerability relations and the distribution of types of construction presented in Ordaz *et al.* (1994).

While steps 1 and 3 have been successfully tested for Mexico City in other studies, the validity of step 2 has been so far established only for shallow, thrust earthquakes occurring along the Pacific coast of Mexico. It is possible that transfer functions for these events differ from those corresponding to intermediate-depth, normal-faulting earthquakes. To test the validity of step 2, we compared the transfer functions obtained for the 1994 event with those obtained for several other coastal events, and we found that the average for each site from the latter group adequately represents the one calculated for the normal-faulting event. This can also be inferred from Figure 4, where we compare, for a few selected stations, the response spectra computed from the recordings with those computed with the observed FAS at CU for the 23 May event, the average transfer functions, and application of random vibration theory. As can be seen, the estimated spectra are in reasonable agreement with the observed ones, giving us confidence in the validity of step 2 above to estimate ground motion and damage during the postulated *M*7.7 event.

The method proposed by Ordaz *et al.* (1995) to synthesize ground motion for a target event, using a recording of a small event as EGF, is based on adding *N* scaled EGF records, each differed in time with a random delay. The probability distribution of the delays is such that, on the average, the simulations follow an ω^2 -source spectral scaling at all frequencies. Note that it is a point-source approximation and does not include directivity effects. We note that the directivity effect is not expected to be important in the Valley of Mexico. The strike of fault plane of such events, as determined from focal mechanism studies, is about 300° (see, e.g., Singh and Pardo, 1993). The azimuth of the valley with respect to the location of the postulated earthquake is about 45° . Thus the azimuth of the valley, with respect to the strike of the fault plane, is about 105° and, hence, the expected directivity effect is small. The simulation method requires specification of the seismic moments and stress parameters, $\Delta\sigma$, for both the target event and the EGF. Test cases presented by Ordaz *et al.* (1995) show that the simulated response spectra from shallow, large Mexican earthquakes generally agree with the observation within a factor of 2, provided that $\Delta\sigma$ of both the target and the EGF are known. In the present case, the uncertainty in the simulated response spectra will be greater since (a) $\Delta\sigma$ of the postulated earthquake is not known; (b) the depth range of the postulated

event is larger than for shallow coastal earthquakes, so that the use of a single EGF to sample the entire fault plane may be less adequate; and (c) the point-source approximation may be less valid because of closer distance of the postulated source to the Valley of Mexico. The resulting uncertainty in the estimation of the response spectra in the valley, which we are unable to quantify, is certainly greater than a factor of 2. In spite of this uncertainty, it is useful to get a rough estimation of the expected ground motion in the valley from such a postulated earthquake, as this would put the relative importance of such an event in proper perspective.

The source parameters of the 23 May 1994 event, used as EGF, are (Pacheco and Singh, 1995) as follows: epicenter: 18.0°N , 100.6°W ; $H = 50\text{ km}$; $M_0 = 2.8 \times 10^{25}\text{ dyne-cm}$; $\Delta\sigma = 160\text{ bar}$. For the target event, we used a seismic moment of $6 \times 10^{27}\text{ dyne-cm}$, corresponding to a moment magnitude of 7.7. $\Delta\sigma$ for the target event was taken as 50, 160, and 300 bar. The values of $\Delta\sigma$ required to explain the observed source spectra of five recent normal-faulting earthquakes below Mexican altiplano lie between 10 and 260 bar, with three values exceeding 145 bar (Pacheco and Singh, 1995). The $\Delta\sigma$ values of 50, 160, and 300 bar, chosen for further analysis, reasonably cover the range of interest since, as shown later, the ground motions in the Valley of Mexico corresponding to $\Delta\sigma < 50\text{ bar}$ are dominated by those from $M \geq 8$ coastal earthquakes and hence are of no consequence here.

Figure 5 shows one simulated accelerogram at CU (N-S component, $\Delta\sigma = 160\text{ bar}$) and the recording used as EGF. We note that the peak acceleration for the synthetic recording in Figure 5 (30 gal) is roughly the same as that observed during the great 19 September 1985 earthquake at the same site (34 gal). Figure 6 shows the simulated average response spectra, S_a (pseudoacceleration, 5% damping), corresponding to $\Delta\sigma$ of 50, 160, and 300 bar, as well as that observed during the 1985 earthquake. It can be noted that the response spectrum for the postulated earthquake is higher than that of the 1985 event below 1 sec for $\Delta\sigma = 300\text{ bar}$, and below 0.5 sec for $\Delta\sigma = 160\text{ bar}$; at higher periods, it is greater for the 1985 event. A likely explanation of this result is the shallower depth of the 1985 event (which results in relative enhancement of the longer-period surface-wave energy) and closer distance of the postulated earthquake (and consequently lesser attenuation of the higher-frequency energy). Figure 7 partly illustrates this. In this figure, we compare broadband seismograms and Fourier spectra of two events recorded at CU (20 samples/sec, E-W component) with equal magnitude (6.6) and epicentral distance ($\sim 300\text{ km}$). The two earthquakes differ in their locations and depths: 24 October 1993 was a shallow thrust event ($H = 20\text{ km}$), like the 1985 Michoacan earthquake, whereas that of 10 December 1994 was an intermediate-depth ($H = 50\text{ km}$) normal-faulting earthquake, like the postulated event. From Figure 7, it is clear that for frequencies between 0.04 and 0.3 Hz, the shallower event is much more energetic than the deeper one, whereas the spectral levels are roughly equal above 2

North-South Response Spectra

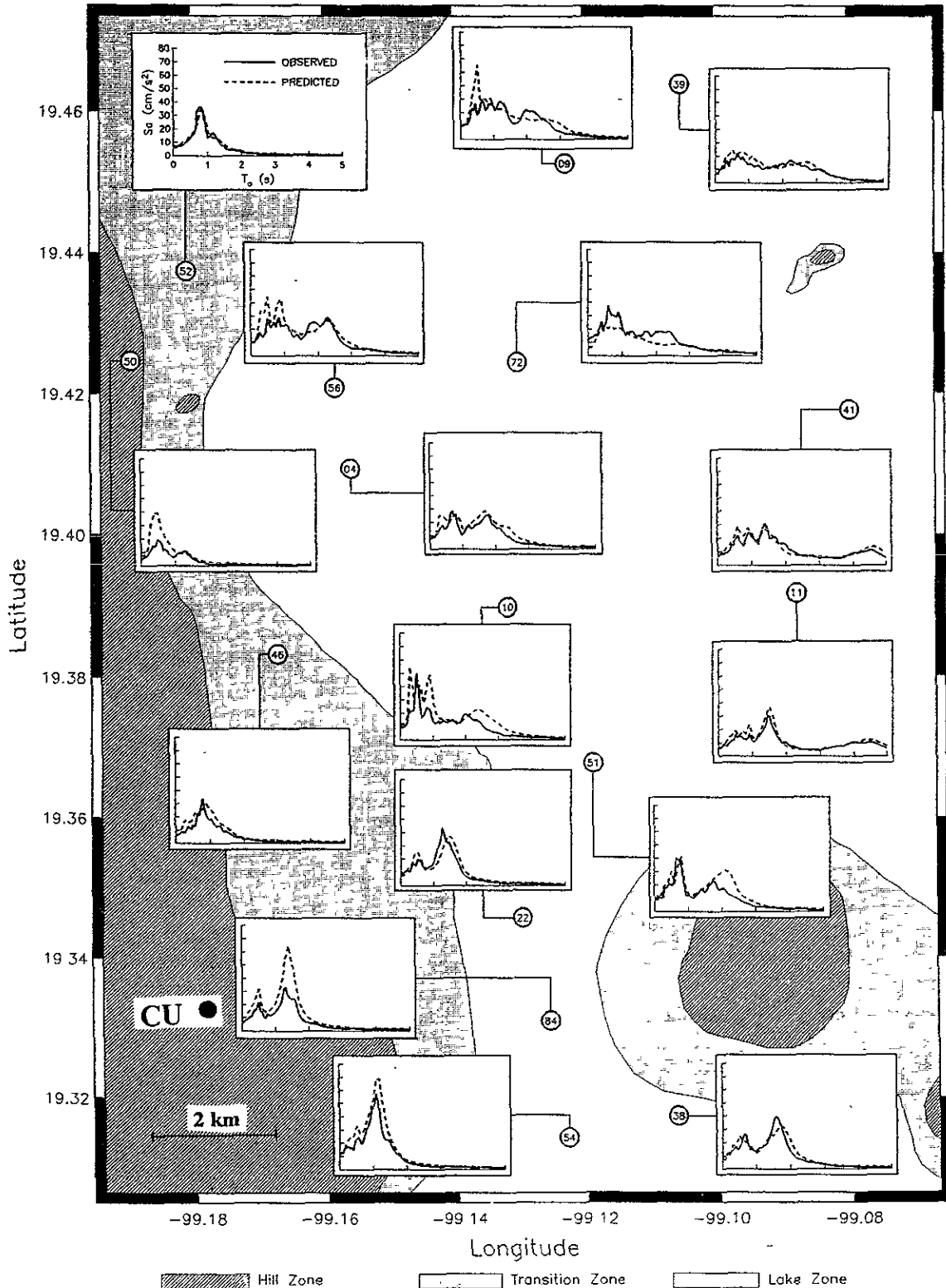


Figure 4. A test of the applicability of empirical transfer functions for sites in Mexico City obtained from shallow earthquakes to compute the responses due to intermediate-depth events. The figure compares observed N-S response spectra (solid lines) during the 23 May 1994 earthquake with those predicted (dashed lines) using the observed Fourier spectrum at the reference station, the known transfer functions, and random vibration theory.

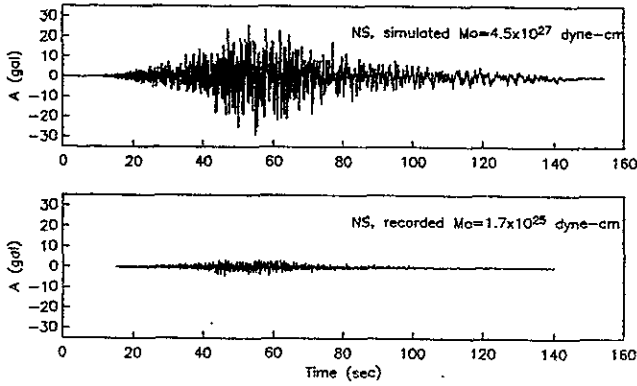


Figure 5. Bottom: N-S accelerogram of 23 May 1994, used as empirical Green's function. Top: simulated accelerogram for the target event ($M_0 = 4.5 \times 10^{27}$ dyne-cm, $\Delta\sigma = 160$ bar).

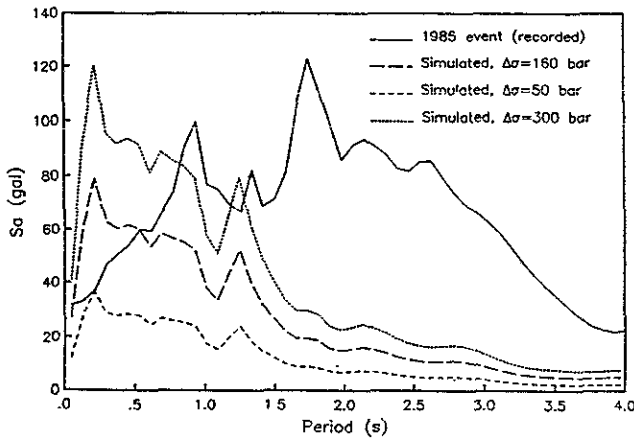


Figure 6. Pseudoacceleration response spectra, 5% damping, S_a , for the postulated and the 1985 Michoacan earthquakes at station CU (N-S component). Three cases corresponding to postulated earthquakes with $M_{7.7}$ and $\Delta\sigma$ of 50, 160, and 300 bar are shown.

Hz. This suggests that the characteristics of the response spectra in Figure 6 can be explained by the depth and the distance difference between the 1985 earthquake and the postulated event.

If $\Delta\sigma$ of the postulated event is 50 bar or less, then the response spectrum of the simulated event is lower than that of the Michoacan event for all periods. This earthquake is of no further interest since the present design spectrum for Mexico City contemplates coastal events larger than that of 1985 (Rosenblueth *et al.*, 1989).

Response Spectra and Damage Scenario in Mexico City

Response spectra (pseudoacceleration, 5% damping) were calculated, following steps 1 through 3 above, at the centers of 751 cells in Mexico City; on the average, cells are

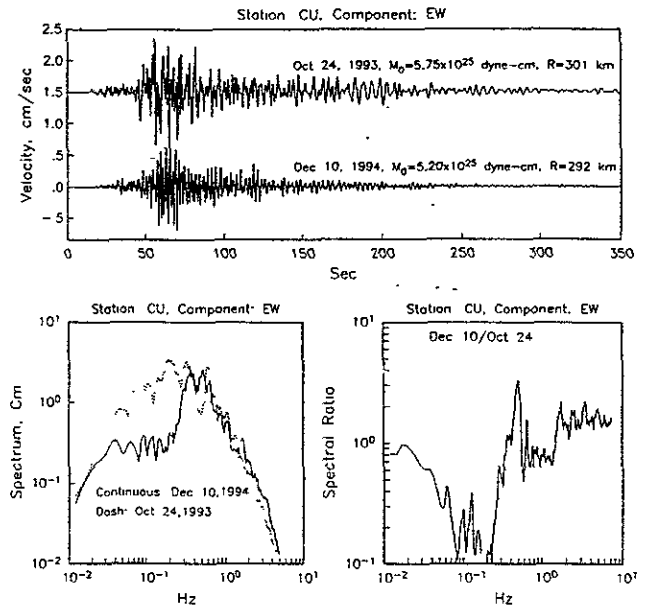


Figure 7. Comparison of seismograms and Fourier spectra of a shallow thrust event (24 October 1993; $H = 20$ km) with a normal-faulting, intermediate-depth event (10 December 1994; $H = 50$ km) at CU. The magnitude and hypocentral distance of both events are very similar. Right bottom corner: spectral ratio. Note the large deficiency in spectral amplitudes of the normal-faulting event for frequencies between 0.03 and 0.4 Hz.

500 \times 500 m. As an example, maps of spectral accelerations for periods of 0 (peak ground acceleration, PGA), 0.2 sec and 1 sec, with $\Delta\sigma = 160$ bar, are shown on the right-hand side of Figure 8. For comparison, on the left-hand side of this figure, we present similar maps computed using the same procedure for the 19 September 1985 earthquake. From Figure 8a, it can be noted that, in general, PGA values are higher for the 1985 earthquake, but the geographical distributions are similar for both events.

In Figure 8b, we show the distributions of spectral acceleration at $T = 0.2$ sec for both earthquakes. This period is of particular interest since it is close to the fundamental period of low-rise (less than 5 stories) masonry buildings, which constitute roughly 80% of the constructions in Mexico City (see Table 1). From this figure, it can be noted that the geographical distributions of this spectral acceleration are different for the two earthquakes. For instance, the south-western part of the city, located on firm ground, shows values of between 45 and 90 gal for the normal-faulting event, while for the Michoacan earthquake, values in this region do not exceed 45 gal. This is not surprising in view of the difference in frequency contents of the two events and their interactions with the local soil characteristics. As we will show later, the differences in the distribution of short-period spectral accelerations are reflected in the patterns of expected damage.

In the case of spectral values at $T = 1$ sec (Fig. 8c), it

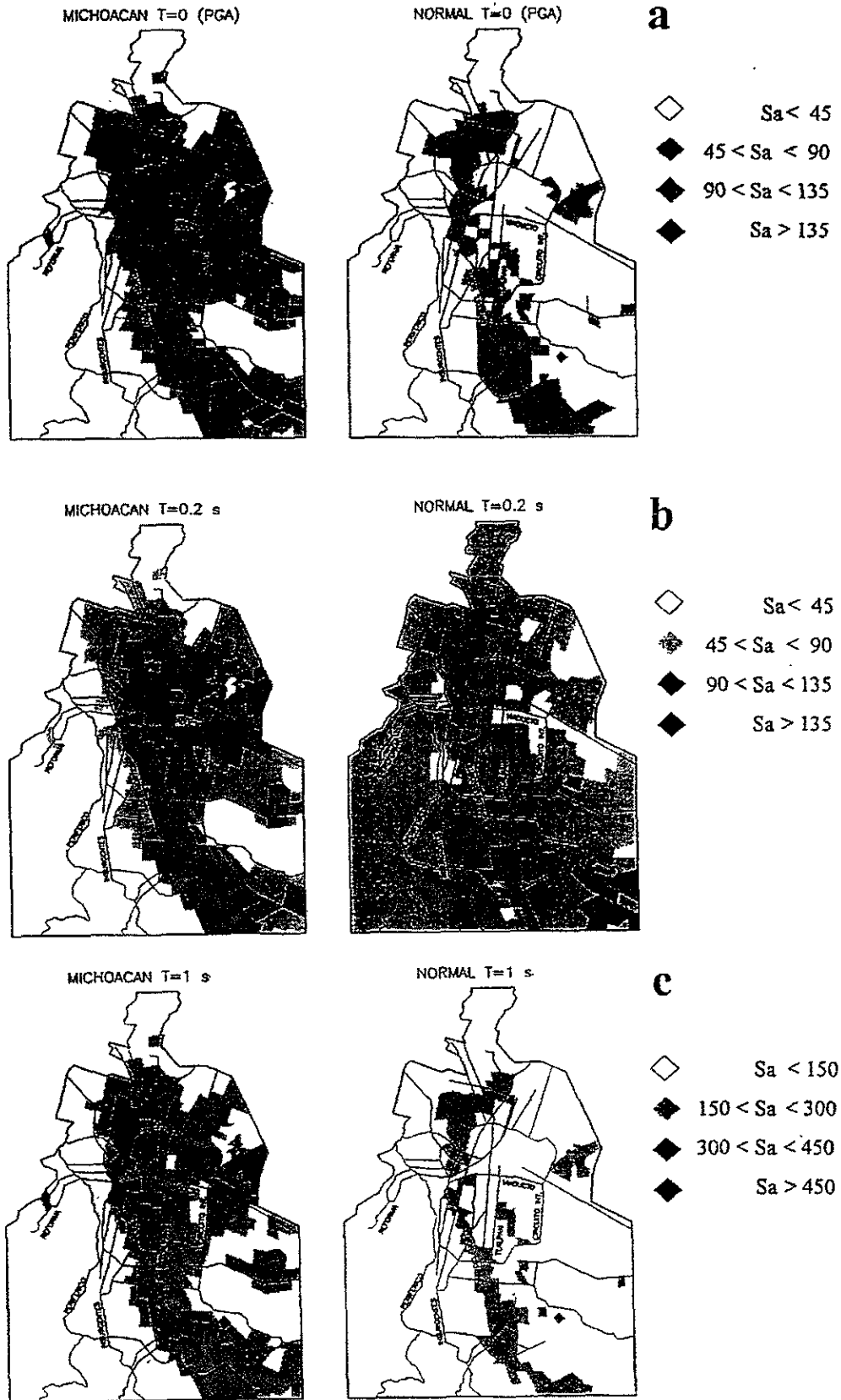


Figure 8. (a) Computed PGA (gal) in Mexico City for the 1985 earthquake (left) and for the postulated event with $\Delta\sigma = 160$ bar (right). (b) Same as (a) but for spectral pseudoacceleration, S_a (gal) at $T = 0.2$. (c) Same as (b) but for $T = 1$ sec.

can be noted that the distributions for the two earthquakes are roughly the same, although the absolute values for the 1985 event are substantially higher, reflecting its larger magnitude and shallower depth, as compared with the postulated earthquake. The same happens for longer periods.

In Figure 9, we show expected damage, P , for three cases: (a) the 1985 Michoacan event; (b) the postulated normal-faulting earthquake with $\Delta\sigma = 160$ bar; and (c) the postulated normal-faulting earthquake but with $\Delta\sigma = 300$ bar. P is computed in the following way (Ordaz *et al.*, 1994): the city is divided into the 751 cells at whose centers response spectra were calculated. Constructions in the city are divided into several types, attending to frequency of use and dynamic response to earthquakes. For construction type i

and cell j , the expected damage, P_{ij} , is computed with the following expression:

$$P_{ij} = A_{ij}D_{ij}, \quad (3)$$

where A_{ij} is the area, in m^2 , covered by construction type i in cell j , and D_{ij} is the mean damage ratio experienced by the i th type of construction in the j th cell. D_{ij} is related to intensity, $S_j(T_i)$, through vulnerability relations of the form

$$D_{ij} = K_i[S_j(T_i)]^a, \quad D_{ij} \leq 1, \quad (4)$$

where K_i and a are vulnerability coefficients obtained empirically [see Ordaz *et al.* (1994) for details]; note that co-

Table 1

Expected damage, in percent, of different types of buildings in the Hill and the Lake-bed zones of Mexico City, during the 1985 earthquake and the two postulated normal-faulting earthquake ($M = 7.7$, $R = 220$ km), with two values of $\Delta\sigma$. The amount of construction, as a percent of the total, is also included for each building type and zone.

		Expected Damage (%) during Michoacan and Postulated Normal-Faulting Earthquakes			Amount of Construction (%)
Zone	Building Type	Michoacan 1985	Normal fault $\Delta\sigma = 160$ bar	Normal fault $\Delta\sigma = 300$ bar	
Hill	Low rise	0.3	0.9	1.7	33.1
	Medium rise	1.7	0.5	0.9	3.6
	High rise	0.6	0.1	0.1	3.3
	Total	0.5	0.8	1.5	40.0
Lake-bed	Low rise	1.9	1.7	3.3	49.3
	Medium rise	13.9	2.7	5.2	7.2
	High rise	4.8	0.3	0.6	3.5
	Total	3.5	1.7	3.4	60.0
Total		2.1	1.4	2.8	100.0

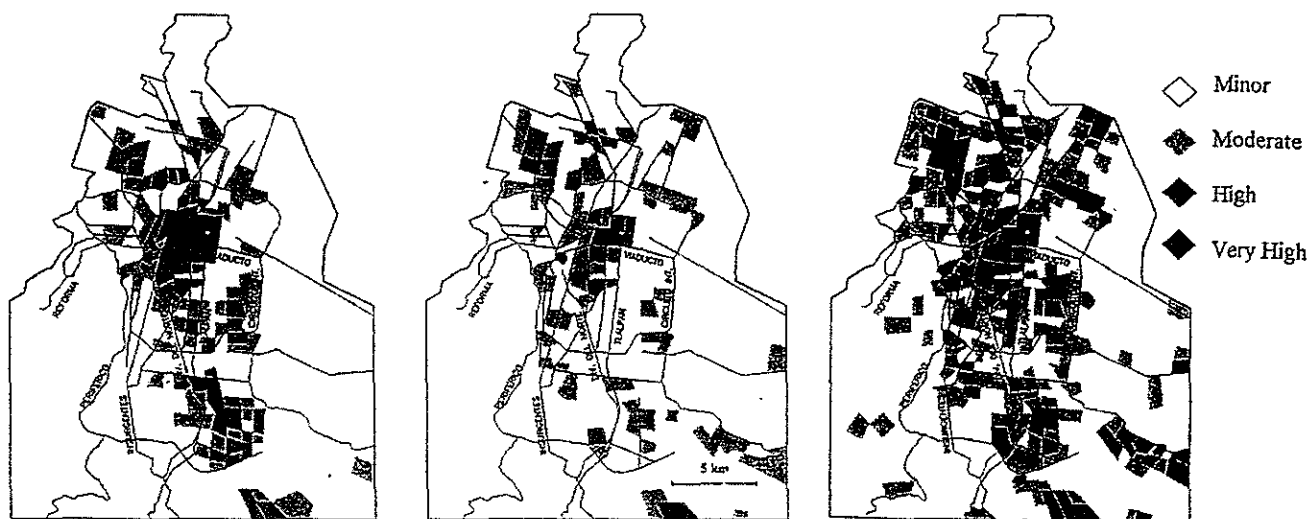


Figure 9. Expected damage, P (in m^2 ; see text), in Mexico City for the 1985 earthquake (left), and for the postulated event with $\Delta\sigma = 160$ bar (middle) and $\Delta\sigma = 300$ bar (right).

efficient K_i depends only on structural type. For cell j and structures of type i , intensity, $S_j(T_i)$, is the spectral acceleration measured at period T_i , representative of structures of the i th type. The total damage at cell j is computed adding the damages associated to each type of construction:

$$P_j = \sum_{i=1}^{14} P_{ij} \quad (5)$$

With this definition, P is the area, in m^2 , whose reconstruction value is the monetary loss during the earthquake. In other words, P should be multiplied by the construction cost of $1 m^2$ to express the losses in monetary units. Note that P reflects not only the local seismic intensities but also the present distribution of the various types of construction in the area examined.

Results are summarized in Table 1. Roughly, the estimated losses for the whole city during the postulated normal-faulting event with $\Delta\sigma = 160$ bar are 2/3 of those estimated for the 1985 earthquake. If only soft sites are taken into account, losses for the Michoacan event are two times larger. However, the losses for the normal-faulting event considering only firm sites are 1.6 times larger than those estimated for the Michoacan earthquake. This is due to two facts: on one hand, short-period accelerations at firm sites are larger for the normal-faulting event than for the coastal one (see Fig. 8); on the other hand, the predominant construction type (low-rise buildings) is sensitive to short-period accelerations.

In the case of the normal-faulting event with $\Delta\sigma = 300$ bar, the total expected damage for the city is 1.3 times that computed for the Michoacan event (see Table 1). This, again, occurs because larger damage is expected for low-rise construction, which constitutes, as mentioned above, 80% of the total value. Its worth remembering that the heaviest damage during the 1985 earthquake occurred to medium-rise buildings situated in the lake-bed zone. Note from Table 1 that expected damage for this type of construction in the lake-bed zone during this postulated event is only 1/3 of 1985. This means that, very likely, the number of spectacular collapses would be much lower. In spite of this, the total expected damage is higher.

We point out that a proper comparison of the risk associated to the scenarios we have studied should include probabilistic considerations regarding frequency of occurrence. This comparison is beyond the scope of this article.

Conclusions

While the available information for the great 1858 earthquake points to a normal-faulting, intermediate-depth event located close to the 1964 ($M7.3$) earthquake, neither the location nor the magnitude of the 1858 event (which we have assigned as 7.7) can be pinned down with certainty. However, it is a reasonable scenario that such an earthquake

occurs close to the focus of the 1964 event. We have estimated its effects in Mexico City, in terms of ground-motion parameters and expected damage. If the stress parameter of the postulated earthquake is 50 bar or less, then its effects are dominated by $M > 8$ coastal earthquakes. For this reason, this case is of no interest. We have considered two possible values of $\Delta\sigma$: 160 and 300 bar. These values are reasonable in view of the reported values of $\Delta\sigma$ of a few normal-faulting earthquakes in the region.

We find that, for $\Delta\sigma = 160$ bar, expected response spectral levels for $T > 0.5$ sec are lower than those experienced during the 1985 Michoacan ($M8.0$) earthquake; at shorter periods, some areas of Mexico City could be facing greater damage from this event, as shown by our estimations. On average, the monetary losses are 2/3 of those estimated for the 1985 earthquake.

For $\Delta\sigma = 300$ bar, the response spectrum at the hill zone is higher than that of the 1985 event for $T < 0.6$ sec, roughly equal between 0.6 and 1.3 sec, and lower for longer periods. In this case, although expected damage for medium-rise buildings in the lake-bed is only 1/3 of that from the Michoacan event, the total for the city is 1/3 higher during the postulated normal-faulting event.

Although the damage potential to Mexico City from normal-faulting earthquakes has not been ignored in the past (Rosenblueth *et al.*, 1989), it seems now that design spectra at short period in some parts of the city may be dominated by the possible occurrence of an earthquake like the one postulated. It seems desirable to study with more detail its impact on design spectra with a full-fledged probabilistic study, taking into account the frequency of occurrence of such events.

We reiterate that from the point of view of the risk to Mexico City, the precise epicentral location of the 1858 event is not very critical; it is important only in that it was an intermediate-depth earthquake and that it happened at that distance from the city. We believe this is likely, since several $M \leq 7.3$ earthquakes have occurred in the same region in this century. However, for other cities like Morelia, the location of the 1858 earthquake becomes critical since very different scenarios for a postulated earthquake might be constructed depending on whether one believes that such an earthquake has already occurred at that location or not. Unfortunately, we cannot give a more precise location to the 1858 event.

Acknowledgments

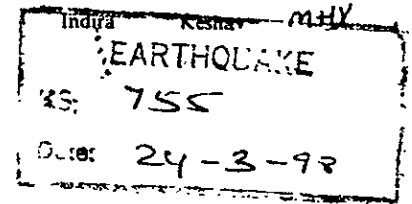
Many years ago, R. Castro, M. Guzmán, and D. Novelo, as part of their social service at UNAM, helped the senior author in compiling damage reports from last-century earthquakes. We are grateful to them for their efforts. We thank the anonymous reviewers and D. Wald, the associate editor, for their comments and useful suggestions. The research was partially funded by DGAPA, UNAM (Projects IN102494 and IN100795), and the European Union (Contract Number C11*-CT92-0025).

References

- Atlas Nacional de México (1990). Instituto de Geografía, UNAM, 3 vols.
- Barrera, T. (1931). El temblor del 14 de enero de 1931, Report, Instituto de Geología, UNAM, México.
- Chávez, M. and R. Castro (1988). Attenuation of modified Mercalli intensity with distance in Mexico, *Bull. Seism. Soc. Am.* **78**, 1875–1884.
- Figueroa, J. (1986). Isosistas de grandes temblores ocurridos en la República Mexicana, Serie Azul, Instituto de Ingeniería, UNAM.
- Muir-Wood, R. and G. C. P. King (1993). Hydrological signature of earthquake strain, *J. Geophys. Res.* **98**, 22035–22068.
- Ordaz, M., S. K. Singh, E. Reinoso, J. Lermo, J. M. Espinosa, and T. Domínguez (1988). Estimation of response spectra in the lake-bed zone of the Valley of Mexico, *Earthquake Spectra* **4**, 1815–1834.
- Ordaz, M., R. Meli, C. Montoya, L. Sánchez, and L. E. Pérez Rocha (1994). Bases de datos para la estimación de riesgo sísmico en México, Cuadernos de Investigación 1, CENAPRED, México.
- Ordaz, M., J. Arboleda, and S. K. Singh (1995). A scheme of random summation of an empirical Green's function to estimate ground motions from future large earthquakes, *Bull. Seism. Soc. Am.* **85**, 1635–1647.
- Orozco y Berra, J. (1887–1888). Efemérides sísmicas mexicanas, *Mem. Soc. Científ. Antonio Alzate* **1**, 305–637.
- Orozco y Berra, J. (1888–1889). Adiciones y rectificaciones a las efemérides sísmicas mexicanas, *Mem. Soc. Científ. Antonio Alzate* **2**, 233–252.
- Pacheco, J. and S. K. Singh (1995). Estimation of ground motions in the Valley of Mexico from normal-faulting, intermediate-depth earthquakes in the subducted Cocos plate, *Earthquake Spectra* **11**, 233–247.
- Rosenblueth, E., M. Ordaz, F. J. Sánchez-Sesma, and S. K. Singh (1989). Design spectra for Mexico's Federal District, *Earthquake Spectra* **5**, 273–291.
- Singh, S. K., M. Reichle, and J. Havskov (1980). Magnitude and epicenter estimations of Mexican earthquakes from isoseismic maps, *Geophys. Int.* **19**, 269–284.
- Singh, S. K., L. Astiz, and J. Havskov (1981). Seismic gaps and recurrence periods of large earthquakes along the Mexican subduction zone: a reexamination, *Bull. Seism. Soc. Am.* **71**, 827–843.
- Singh, S. K., G. Suárez, and T. Domínguez (1985). The Oaxaca, Mexico, earthquake of 1931: lithosphere normal faulting in the subducted Cocos plate, *Nature* **317**, 56–58.
- Singh, S. K., J. Lermo, T. Domínguez, M. Ordaz, J. M. Espinosa, E. Mena, and R. Quaás (1988). A study of amplification of seismic waves in the Valley of Mexico with respect to a hill-zone site, *Earthquake Spectra* **4**, 653–674.
- Singh, S. K. and M. Pardo (1993). Geometry of the Benioff zone and state of stress in the overriding plate in central Mexico, *Geophys. Res. Lett.* **20**, 1483–1486.
- Instituto de Geofísica
Universidad Nacional Autónoma de México
Ciudad Universitaria, Delegación de Coyoacán
Código 04510, México, D.F.
(S.K.S.)
- Instituto de Ingeniería
Universidad Nacional Autónoma de México
Ciudad Universitaria, Delegación de Coyoacán
Código 04510, México, D.F.
(S.K.S., M.O.)
- Centro Nacional de Prevención de Desastres
México, D.F.
(M.O.)
- Centro de Investigación Sísmica
Fund. Javier Barros Sierra
México, D.F.
(L.E.P.-R.)

Manuscript received 28 February 1996.

APÉNDICE V



ESTIMATION OF STRENGTH-REDUCTION FACTORS FOR ELASTOPLASTIC SYSTEMS: A NEW APPROACH

M. ORDAZ¹* AND L. E. PÉREZ-ROCHA²

¹ *Institute of Engineering, UNAM, Ciudad Universitaria, Coyoacán 04510, DF, México and National Center for Disaster Prevention, Delfin Madrigal 665, Coyoacán 04360, DF, México*

² *Centro de Investigación Sísmica, FJBS, Camino al Ajusco 204, Tlalpan 14200 DF, México*

SUMMARY

A new rule is presented to estimate strength-reduction factors in single-degree-of-freedom elastoplastic oscillators, in which reduction factors depend only on displacement elastic spectra, so they are not an explicit function of structural period. It is found that the proposed rule yields good results when applied to accelerograms recorded in firm and soft soils, and for damping ratios of 2, 5 and 10 per cent of the critical. It is shown that the proposed reduction rule is more general than others previously published, and at least as accurate. © 1998 John Wiley & Sons Ltd.

KEY WORDS: 

← Au: pl. provide

INTRODUCTION

Contemporary seismic design of buildings requires, among many other things, the estimation of various structural response parameters in the inelastic range. For instance, since enough strength must be furnished to limit ductility demand, μ , to a specified value, and thus prevent collapse, estimation of μ for a given strength is essential in the design process.

Estimation of required strengths, ductility demands or inelastic displacements is usually done using *strength-reduction factors*, R_μ . For an elastoplastic single-degree-of-freedom oscillator subjected to a given ground motion, R_μ is the ratio between the strength required for elastic behaviour and the strength for which ductility demand equals μ . If $F(T, \mu)$ is the spectrum of required strengths, then

$$R_\mu(T) = \frac{F(T, 1)}{F(T, \mu)} \quad (1)$$

where T is the structural period. Thus if $R_\mu(T)$ is known, then the required strength to attain a ductility demand μ can be obtained dividing the corresponding elastic force spectrum by $R_\mu(T)$. Also, it can be shown that the inelastic displacement for given ductility and period, $D(T, \mu)$, can be computed with

$$D(T, \mu) = D(T) \frac{\mu}{R_\mu(T)} \quad (2)$$

where $D(T)$ is the elastic relative displacement spectrum. Therefore, determination of $R_\mu(T)$ allows also computation of inelastic displacements from their elastic counterparts.

* Correspondence to: M. Ordaz, Ciudad Universitaria, UNAM, Apartado Postal 70-472, Coyoacan 04510, D.F. Mexico, E-mail: mos@pentis.cenapred.unam.mx

There are limits imposed by structural dynamics to the strength reduction factors: if $T \rightarrow 0$, $R_\mu(T) \rightarrow 1$ for all ductilities and dampings; also, if $T \rightarrow \infty$, $R_\mu(T) \rightarrow \mu$ for all ductilities and dampings. For other periods, however, there are no theoretical indications as to the values of $R_\mu(T)$, and many efforts, all empirical in nature, have been made to give rules to obtain strength-reduction factors. An excellent and thorough review of these efforts can be found in the work by Miranda and Bertero.¹

Perhaps the most widely accepted reduction rule is the one by Newmark and Hall² which, in simplified forms, is presently included in many building codes to obtain $R_\mu(T)$. This rule specifies that, for periods not excessively short, $R_\mu = \mu$, which implies that elastic and inelastic displacements are equal, independently of ductility demand, as shown by equation (2).

Before 1985, all published reduction rules to estimate $R_\mu(T)$ were developed using relatively small collections of ground motions recorded in firm ground. After analysing the accelerograms obtained during the 19 September 1985 ($M_s = 8.1$) Michoacán earthquake at several very soft sites in Mexico City, Meli and Ávila³ observed, for the first time as to the authors' knowledge, that for certain periods the R_μ values were substantially higher than those predicted by Newmark and Hall's rule. This can be appreciated in Figure 1, which shows $R_\mu(T)$ for $\mu = 4$ for the SCT recording (EW component) of the 1985 Michoacán earthquake, along with an estimation using Newmark and Hall's² rule. As noted also by other authors (e.g. Reference 4) it is clear that $R_\mu(T)$ is underestimated by Newmark and Hall's rule for periods around 2 sec. Rosas *et al.*⁵ analysed many accelerograms recorded at Mexico City's soft soils and concluded that, indeed, $R_\mu(T)$ values at certain periods were systematically higher than those predicted by Newmark and Hall's rule.

Miranda⁶ examined numerous seismic recordings and proposed empirical site-dependent reduction rules. He showed that for soft soils, strength reductions depend systematically on the ratio T/T_s , where T_s is the period for which the 5 per cent damped elastic input-energy spectrum is maximum. It is worth noting that the reduction rule proposed by Miranda for soft sites is very different from those applicable for hard sites.

In this paper, a new rule to estimate $R_\mu(T)$ is presented, that can be applied to a wide variety of site conditions. With this rule, $R_\mu(T)$ is not an explicit function of structural period—as in all the rules previously published in the literature—but a function of elastic spectral displacement. This implies that the variation of $R_\mu(T)$ with T is mainly controlled by the shape of the displacement spectrum and not by a standard shape obtained empirically. The effect of site conditions, recognized as a crucial factor in determining $R_\mu(T)$, is therefore automatically included in the rule by means of the shapes of the elastic displacement spectra.

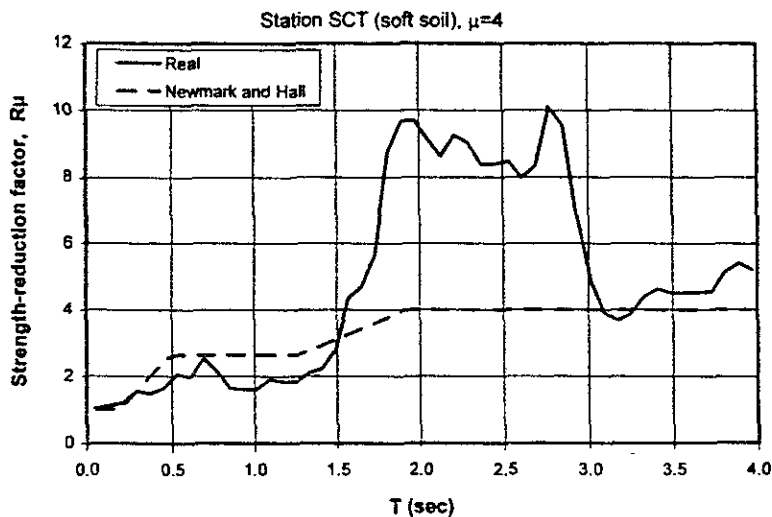


Figure 1. Solid line: R_μ spectrum for $\mu = 4$, computed for the 19 September 1985 SCT recording (EW component) in Mexico City. Dashed line: estimated R_μ with Newmark and Hall's rule

PROPOSED REDUCTION RULE

Figure 2 shows $R_\mu(T)$ for $\mu = 2$ for two accelerograms of very different nature, both recorded during the April 25, 1989, $M_s = 6.9$ Guerrero earthquake. The first (Figure 2(A)) was obtained at station 01 (epicentral distance = 300 km, Mexico City's lake-bed zone) and the second (Figure 2(B)) was recorded at station PARS (epicentral distance = 70 km, firm ground). R_μ values are compared with the corresponding relative displacement and velocity elastic spectra, normalized with respect to peak ground values ($D(T)/D_{max}$ and $V(T)/V_{max}$, respectively). A coincidence can be appreciated in Figure 2 regarding the shapes of functions $D(T)/D_{max}$, $V(T)/V_{max}$ and R_μ : when the spectral levels are low (at short period) R_μ is also low; at long period, when $D(T)/D_{max}$ and $V(T)/V_{max}$ tend to 1 (since $D(T) \rightarrow D_{max}$ and $V(T) \rightarrow V_{max}$) R_μ tends to μ ; and the reductions peak when $D(T)$ or $V(T)$ are close to their maxima. For comparison, predicted R_μ values using Newmark and Hall's rule are also shown.

It can be noticed in Figure 2 that, in fact, $R_\mu(T)$ varies considerably with T , and the differences between reductions at firm ground and at soft ground are evident. Newmark and Hall's rule works much better for PARS station (firm ground) than for station 01 (soft soil). But for both sites, most of the characteristics of the relative velocities and displacements are reflected in the R_μ spectra. Based on this similarity, the following reduction rule is proposed:

$$R_\mu(T) = 1 + \left(\frac{V(T)}{V_{max}} \right)^\alpha \left(\frac{D(T)}{D_{max}} \right)^\beta (\mu - 1) \quad (3)$$

It can be verified that this expression has correct limits for short and long period, regardless of the values of α and β . We do not have theoretical indications as to the values of these parameters, nor we know whether $R_\mu(T)$ could be better predicted by $D(T)/D_{max}$ or by $V(T)/V_{max}$, although, for a wide range of periods, these two quantities are strongly correlated, so one of them should be irrelevant. Therefore, the answers must be found by empirical means.

STATISTICAL DATA ANALYSIS

Four hundred and forty-five free-field accelerograms were analysed, recorded by the Guerrero Accelerographic Array (operated by the Institute of Engineering-UNAM and the University of Nevada-Reno) and the

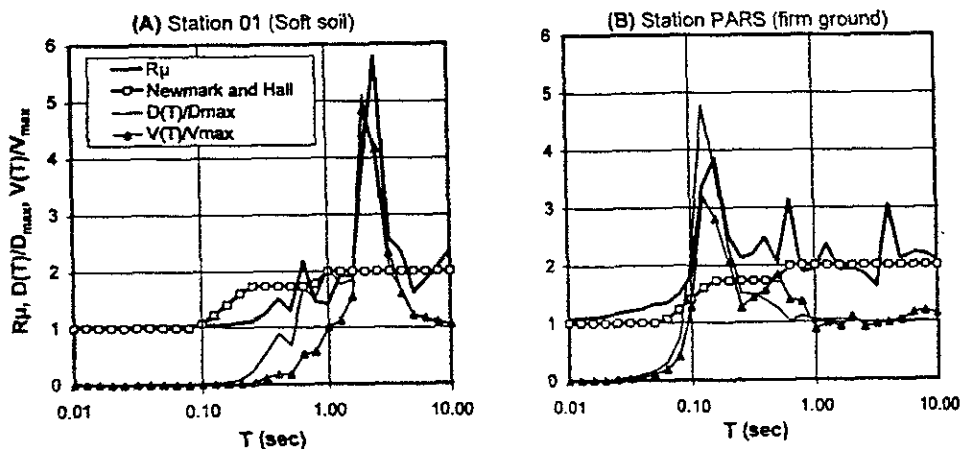


Figure 2. R_μ spectra computed for two accelerograms at firm-ground, A) and soft-soil (B). They are compared with their corresponding elastic displacement and velocity spectra, normalized with respect to peak ground values, D_{max} and V_{max} , respectively. Estimations of R_μ with Newmark and Hall's rule are also presented for comparison

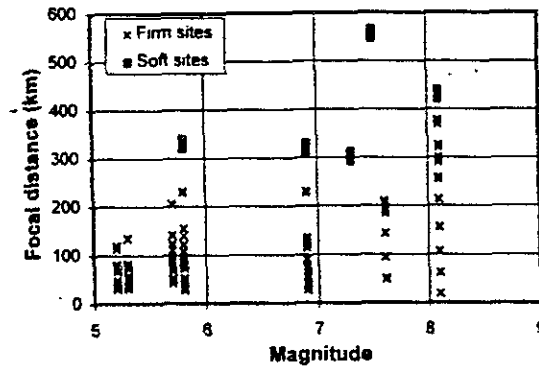


Figure 3. Magnitude-focal distance distribution of the strong motion recordings used in this study. All soft-soil accelerograms are from Mexico City

Mexico City Accelerographic Array (operated by the Institute of Engineering-UNAM, CENAPRED and Centro de Instrumentación y Registro Sísmico AC). Figure 3 shows a magnitude-focal distance plot of the strong-motion recordings used in this study. Magnitudes (M_s) go from 5.2 to 8.1, while focal distances vary from 16 to 550 km. These recordings cover a great variety of site conditions (from bedrock to lake-bed sites).

All ground motions used in this study were digitally recorded with instruments of 12, 18 or 19 bits, so the quality of the recordings is very good. No base-line corrections had to be made, except to compensate for a constant offset in a few accelerograms. Recordings were high-pass filtered (Butterworth, 4 poles) to eliminate static components in ground velocity. The corner frequency of the filter varied depending on size and duration of each time history, but the largest corner frequency used was 0.08 Hz (12 sec). If high-pass filtering at this frequency was not enough to remove the static component in the velocity time history, the accelerogram was disregarded. Elastic (absolute acceleration, relative velocity and relative displacement) and inelastic ($\mu = 1.5, 2, 4$ and 8) response spectra were computed for each accelerogram, for $\zeta = 5$ per cent of the critical damping, for 31 periods in the period range $0.01 \text{ sec} < T < 10 \text{ sec}$. From this information, R_μ spectra were computed.

Accelerograms were processed in three different groups. The first (152 time histories) includes only recordings at firm sites; the second (293 time histories) includes only recordings obtained at soft sites; and the third group comprises all 445 accelerograms. For each group of accelerograms and for each ductility, values of α and β were found that minimized the root-mean-square logarithmic error, σ , defined as

$$\sigma^2 = \frac{1}{N} \frac{1}{M} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M \left(\log \frac{R_{ij}}{R_{ij}^*} \right)^2 \quad (4)$$

where N is the number of recordings analysed, M is the number of structural periods for which R_μ values were computed, and R_{ij} and R_{ij}^* are, respectively, the real and computed values of R_μ for recording i and structural period j . R_{ij}^* values were computed with equation (3) for various values of α and β and, for each case, those yielding the minimum value of σ were selected. It was chosen to minimize the logarithmic error since R_μ factors are generally used multiplying or dividing other quantities, so an indication of the uncertainty in the ratio between real and predicted values is usually of more interest. For small values of σ , this quantity is proportional to the coefficient of variation (actually, if we had used natural instead of common logarithms, σ would be almost equal to the coefficient of variation). To gain sensitivity as to the values of σ , one can recall that with high probability (68 per cent, if the logarithmic error had normal distribution), the true value of R_μ would fall between $10^{-\sigma}$ and 10^{σ} times the estimated value.

Values of α and β were obtained for three regression models: model A, where $R_\mu(T)$ is assumed to depend only on $V(T)/V_{\max}$, which amounts to fix $\beta = 0$; model B, where $R_\mu(T)$ is assumed to depend only on

$D(T)/D_{max}$, that is, fixing $\alpha = 0$; and model C, where $R_{\mu}(T)$ is assumed to depend on both $V(T)/V_{max}$ and $D(T)/D_{max}$. Results of the statistical analysis are presented in Tables I–III.

SELECTION OF REGRESSION MODEL

Several observations can be made from Tables I–III

- (1) For the three groups of accelerograms and all values of ductility, the smallest σ is obtained with model C, this is, when $R_{\mu}(T)$ is assumed to depend on both $V(T)/V_{max}$ and $D(T)/D_{max}$. However, the best model is not necessarily the one with the smallest standard error, but one that combines simplicity (a small number of parameters) and accuracy. This is the case, for instance, of results for $\mu = 1.5$, where for the three groups of accelerograms, σ values obtained for model A ($R_{\mu}(T)$ depends only on $V(T)/V_{max}$) are only marginally larger than those obtained for model C.

Table I. Results of model A ($R_{\mu}(T)$ depends only on elastic spectral velocities)

Accelerogram group	Parameter	Ductility			
		1.5	2	4	8
Firm sites	α	0.436	0.507	0.609	0.680
	β	0.000	0.000	0.000	0.000
	σ	0.043	0.062	0.104	0.151
Soft sites	α	0.403	0.443	0.531	0.609
	β	0.000	0.000	0.000	0.000
	σ	0.041	0.059	0.110	0.158
All sites	α	0.407	0.451	0.542	0.621
	β	0.000	0.000	0.000	0.000
	σ	0.042	0.060	0.109	0.155

Table II. Results of model B ($R_{\mu}(T)$ depends only on elastic spectral displacements). Numbers in boldface correspond to the preferred model (see text ahead)

Accelerogram group	Parameter	Ductility			
		1.5	2	4	8
Firm sites	α	0.000	0.000	0.000	0.000
	β	0.303	0.357	0.440	0.500
	σ	0.052	0.072	0.091	0.096
Soft sites	α	0.000	0.000	0.000	0.000
	β	0.359	0.397	0.479	0.551
	σ	0.044	0.059	0.092	0.113
All sites	α	0.000	0.000	0.000	0.000
	β	0.348	0.388	0.472	0.543
	σ	0.048	0.065	0.094	0.110

Table III. Results of model C ($R_\mu(T)$ depends on both elastic spectral displacements and velocities)

Accelerogram group	Parameter	Ductility			
		1.5	2	4	8
Firm sites	α	0.440	0.408	0.280	0.163
	β	-0.002	0.073	0.240	0.387
	σ	0.043	0.059	0.081	0.093
Soft sites	α	0.257	0.094	-0.171	-0.359
	β	0.131	0.313	0.631	0.869
	σ	0.041	0.058	0.092	0.113
All sites	α	0.328	0.242	0.105	0.009
	β	0.069	0.182	0.382	0.536
	σ	0.042	0.059	0.092	0.110

- (2) From Table III it can be noticed that, for all ductilities, α and β differ considerably depending on the group of accelerograms used. This means that the relative influence of $D(T)$ and $V(T)$ in predicting $R_\mu(T)$ is different for firm sites than for soft sites. Then, although on average model C would be better to predict — in the sense of a smaller standard error — it does not seem robust enough.
- (3) For models A and B, α and β values do not differ much depending on accelerogram group, that is, depending on site conditions. This gives generality and robustness to models A and B.
- (4) For the small ductilities, $R_\mu(T)$ is better predicted by model A (velocity-dependent) whereas for the larger ductilities a best fit is obtained with model B (displacement-dependent). However, a combined model (A for small ductilities, B for larger) would be discontinuous, since a boundary between 'small' and 'large' ductility would have to be drawn.

See: ms not supplied for Table IV Pl. check

These observations led us to disregard model C. In view of the fact that σ values associated to model B (displacement-dependent) are more uniform (they change less with ductility), this model was selected as the preferred one for all ductilities and accelerogram groups, with the β values given in Table II for the accelerogram group that includes all recordings processed (boldface numbers in Table II).

It can be noticed that the model, so far, is discontinuous, in the sense that β values have been determined only for four selected ductilities. In this form, the model cannot be used, for instance, to solve the inverse problem, that is, to find the ductility demand given the value of R_μ . To solve this problem, a continuous variation of β with μ has to be constructed. Figure 4 shows computed β values as a function of μ (triangles), along with a continuous approximation, which has the following analytical form:

$$\beta(\mu) = 0.388(\mu - 1)^{0.173} \quad (5)$$

Small errors are induced using this approximation instead of the computed point values.

In summary, after analysing the statistical results, and the advantages of the various regression models examined, the proposed model to estimate $R_\mu(T)$ is given by

$$\bar{R}_\mu(T) = 1 + \left(\frac{D(T)}{D_{\max}} \right)^{\beta(\mu)} (\mu - 1) \quad (6)$$

with $\beta(\mu)$ given in equation (5).

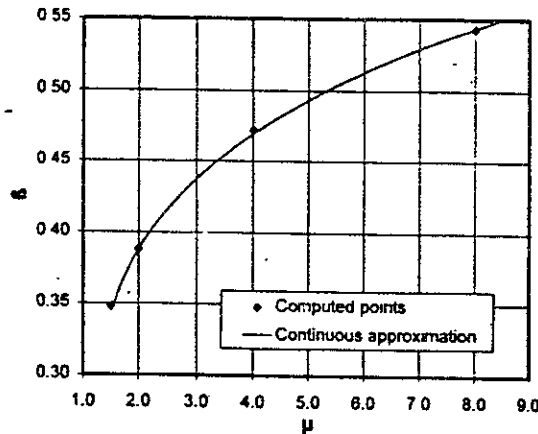


Figure 4. Dots: β values computed for the ductilities, μ , examined (1.5, 2, 4 and 8). Solid line: continuous approximation of β as a function of μ

PERFORMANCE OF THE PROPOSED RULE

Figure 5 shows real and predicted R_{μ} spectra for ductilities 2 (top row) and 8 (bottom row) for six selected firm-ground recordings. Predicted $R_{\mu}(T)$ have been computed with the model described by equations (5) and (6); note that the fit is satisfactory. Also, predicted $R_{\mu}(T)$ closely follow details of the real ones, which would have not occurred had standard reduction rules been used.

Figure 6 shows real and predicted R_{μ} spectra for six soft soil recordings. The fit is, again, satisfactory, even when the shapes of R_{μ} spectra in soft soil differ considerably from those at firm sites and among themselves (compare, for instance, results for recordings 5425 NS and 8025 EW in Figure 6). It is worth recalling that predicted R_{μ} spectra for soft soils have been computed using exactly the same model used for firm sites (equations (5) and (6)).

It would be very difficult to present direct comparisons between real and predicted R_{μ} values for many accelerograms. Instead, the accuracy of the proposed rule will be compared with that of some selected reduction rules previously published in the literature. There is not, to the authors' knowledge, another reduction rule general enough to be used for both firm and soft soils. In view of this, comparisons were made with different rules depending on soil type.

For firm sites, two recently developed reduction rules were used. The first, by Nassar and Krawinkler (1991), for 5 per cent damping, is given by

$$R_{\mu}(T) = (1 + C(T)(\mu - 1))^{1/C(T)} \quad (7)$$

$$C(T) = \frac{T}{1 + T} + \frac{0.42}{T} \quad (8)$$

The second rule, by Miranda,⁶ is the following:

$$R_{\mu}(T) = 1 + \frac{(\mu - 1)}{\Phi(T)} \quad (9)$$

$$\Phi(T) = 1 + \frac{1}{12T - \mu T} - \frac{2}{5T} \exp(-2(\ln T - 0.2)^2) \quad (10)$$

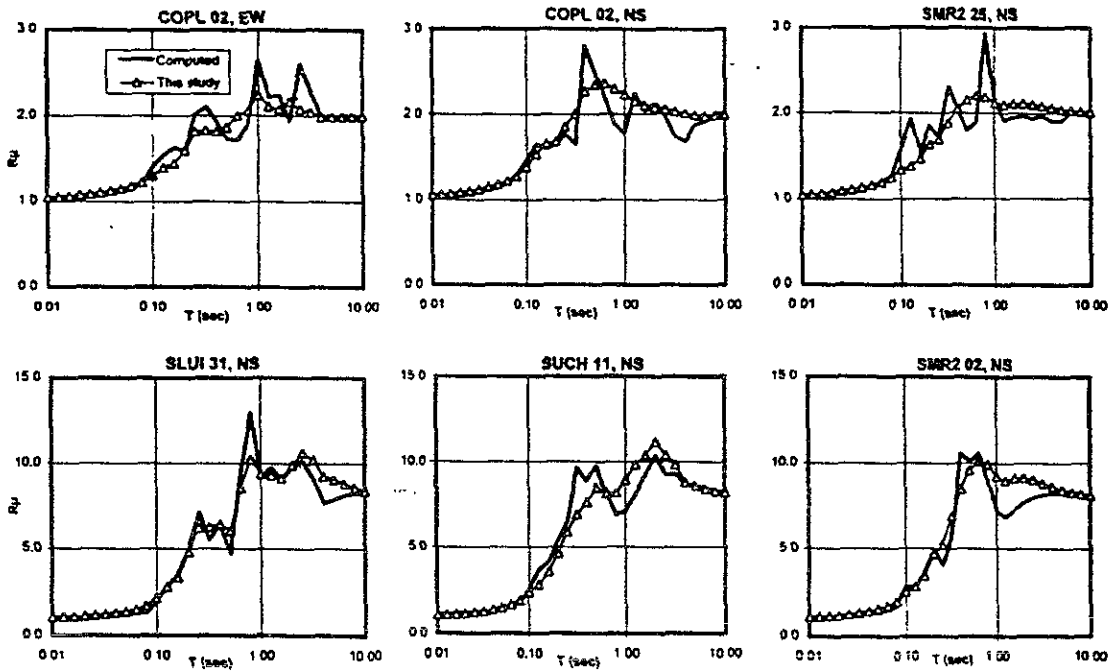


Figure 5. Continuous line: real R_μ spectra for $\mu = 2$ (top row) and $\mu = 8$ (bottom row), for several firm ground recordings. Triangles: R_μ spectra computed with the rule proposed in this study

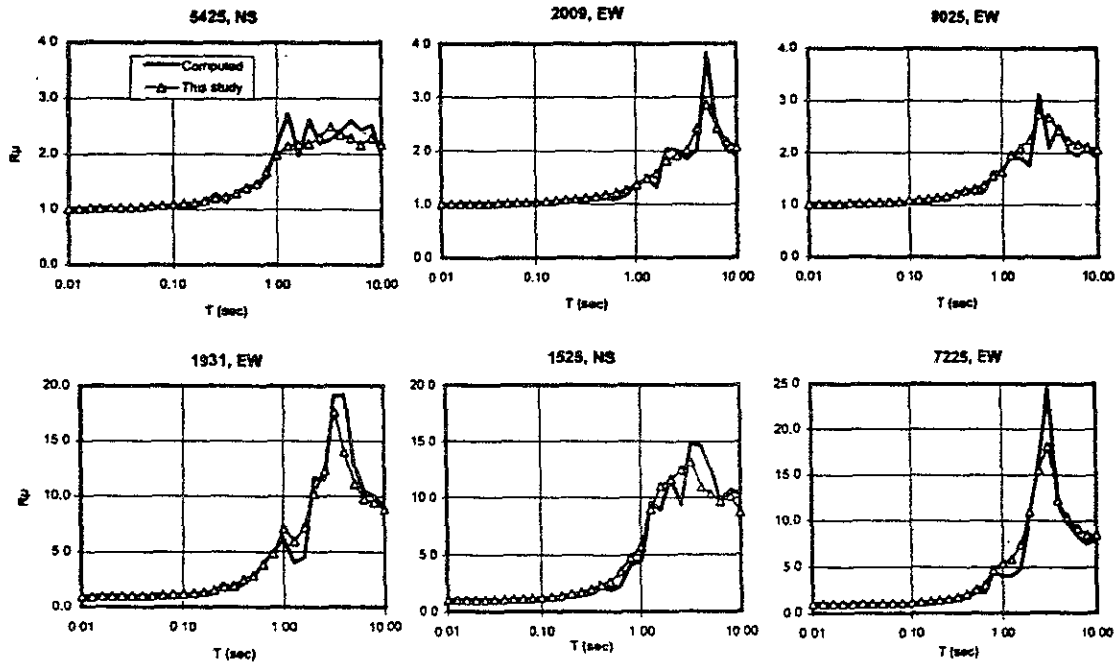


Figure 6. Continuous line: real R_μ spectra for $\mu = 2$ (top row) and $\mu = 8$ (bottom row), for several soft-soil recordings. Triangles: R_μ spectra computed with the rule proposed in this study

For soft soils, the rule by Miranda *et al.*⁷ was used. Here, $R_\mu(T)$ is also given by equation (9), but with a different expression for $\Phi(T)$:

$$\Phi(T) = 1 + \frac{1}{1.8(T/T_s)} - 3.48 \exp\left(-2.17\left(\frac{T}{T_s} - 0.95\right) - \exp\left(-2.17\left(\frac{T}{T_s} - 0.95\right)\right)\right) \quad (11)$$

where T_s , as mentioned earlier, is the motion's predominant period. In Miranda's⁶ original definition, T_s is the period for which the input-energy spectrum is maximum. It was found that, although this definition works well for many recordings, it fails for sites with very long predominant period ($T_s > 3$ sec). In these cases, T_s was selected as the period that produced the smallest average estimation error for each recording.

$R_\mu(T)$ were computed for all accelerograms, at 31 periods in the range $0.01 \leq T \leq 10$ sec, using the various reduction rules. For each computed R_μ value, the estimation error was obtained as the common logarithm of the ratio between real and computed values. The cumulative distributions of estimation errors (the probability of an error being lower than a specified value) are presented in Figure 7, for the four ductilities examined and, separately, for firm and soft soils. These results are summarized in Tables V and VI, where values of the error associated to percentiles 16, 50 and 84, E_{16} , E_{50} and E_{84} , respectively, are presented.

E_{50} can be considered a measure of the average estimation error and is also a measure of bias: the estimation is unbiased if $E_{50} = 0$. It can be appreciated in Tables V and VI that, for most of the cases, the proposed rule is almost unbiased. Exceptions are the cases of $\mu = 4$ and 8 in soft soils, where $E_{50} = -0.04$ and -0.05 , respectively, which means that, on average, R_μ factors will be underestimated by factors of $10^{-0.04} = 0.91$ for $\mu = 4$ and $10^{-0.05} = 0.89$ for $\mu = 8$. Note that an underestimation of R_μ means an overestimation of the required strength, so this is an error on the conservative side. In general, the proposed rule is less biased than the others examined. E_{16} gives a reasonable bound for the underestimation error that could take place, while E_{84} measures the largest overestimation of R_μ that could be committed. With the proposed rule, the largest value of E_{84} is 0.11 and occurs for $\mu = 4$ at first sites. In this case, a reasonable value for the largest overestimation of R_μ would be a factor of $10^{0.11} = 1.29$.

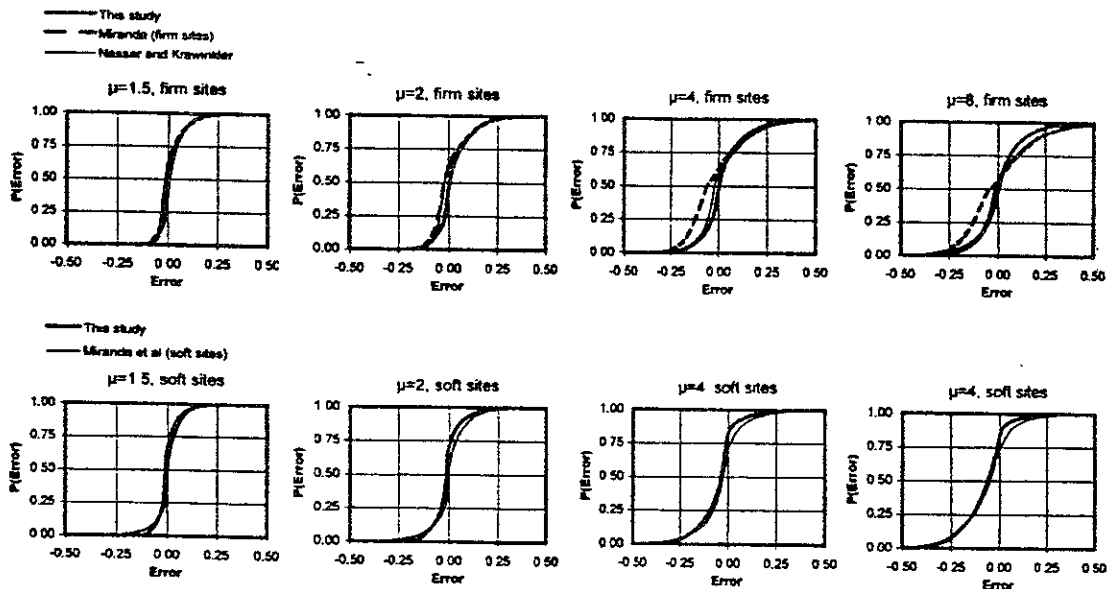


Figure 7. Probability distribution of the estimation error (probability that the error in the estimation of R_μ is lower than given values) for several ductilities, soil types and estimation rules

Table V. Estimation errors for firm sites, associated to different percentiles, ductilities and reduction rules

μ	Rule	Percentile		
		16%	50%	84%
1.5	This study	-0.02	0.01	0.07
	Miranda ⁶ (firm sites)	-0.03	-0.01	0.07
	Nassar and Krawinkler ⁸	-0.04	-0.01	0.07
2	This study	-0.04	0.00	0.10
	Miranda ⁶ (firm sites)	-0.07	-0.02	0.09
	Nassar and Krawinkler ⁸	-0.06	-0.02	0.10
4	This study	-0.06	0.00	0.11
	Miranda ⁶ (firm sites)	-0.15	-0.06	0.12
	Nassar and Krawinkler ⁸	-0.08	-0.02	0.14
8	This study	-0.08	0.00	0.10
	Miranda ⁶ (firm sites)	-0.16	-0.04	0.17
	Nassar and Krawinkler ⁸	-0.10	-0.02	0.16

Table VI. Estimation errors for soft sites associated to different percentiles, ductilities and reduction rules

μ	Rule	Percentile		
		16%	50%	84%
1.5	This study	-0.03	-0.01	0.04
	Miranda ⁶ (soft sites)	-0.03	0.00	0.06
2	This study	-0.06	-0.01	0.03
	Miranda ⁶ (soft sites)	-0.05	0.00	0.07
4	This study	-0.14	-0.04	0.01
	Miranda ⁶ (soft sites)	-0.11	-0.02	0.05
8	This study	-0.19	-0.05	0.00
	Miranda ⁶ (firm sites)	-0.18	-0.06	0.04

Note in Tables V and VI that the estimation errors associated to the proposed reduction rule are, in many cases, the smallest. It must be said, however, that comparison of errors produced by the various reduction rules is not strictly fair, since the parameters of the proposed model have been determined to minimize these errors, while parameters of the other rules were obtained with different sets of strong-motion recordings. It is conceivable that if parameters of reduction rules by other authors were re-determined with the 445 accelerograms used in this study, their corresponding errors would be smaller, but, very likely, not much smaller. Therefore, it can be concluded that the proposed model is at least as accurate as the other rules examined. The proposed model, however, is more general, since it is applicable, with exactly the same parameters, for a wide variety of soil types.

Table VII. β values that minimize the estimation error, σ , for several damping ratios and ductilities; σ values are also included. Results correspond to all recordings processed

Damping	Parameter	Ductility			
		1.5	2	4	8
2%	β	0.355	0.395	0.481	0.556
5%	β	0.348	0.388	0.472	0.543
10%	β	0.337	0.377	0.457	0.519
Average	β	0.347	0.387	0.470	0.540
2%	σ	0.063	0.080	0.103	0.116
5%	σ	0.048	0.065	0.094	0.110
10%	σ	0.040	0.057	0.085	0.100

RESULTS FOR OTHER DAMPING LEVELS

Results presented so far correspond to a single-degree-of-freedom oscillator with 5 per cent of the critical damping. It is interesting to investigate the validity of the proposed model for other damping ratios. Two and 10 per cent values were chosen, since they reasonably cover the interest of structural engineering. Results show that the proposed model predicts with similar accuracy the R_{μ} spectra, as long as $D(T)$ in equation (6) are the spectra with the corresponding damping ratio, that is, 2 and 10 per cent in our case. For these two damping ratios, the β values that minimize the error are approximately the same than those obtained for the case of 5 per cent. These values, and the corresponding estimation errors are presented in Table VII; values associated to 5 per cent damping are also included for comparison.

In view of this, the proposed model (equations (5) and (6)) with damping-independent parameters can be safely used for damping ratios between 2 and 10 per cent, as long as $D(T)$ in equation (6) is computed for the appropriate level of damping.

DISCUSSION

Examination of the literature on the subject shows that the behaviour of R_{μ} factors has been considered so different depending on soil type that derivation of site-dependent rules has been justified. It is not clear, however, where the boundary between 'soft' and 'firm' sites has to be drawn. Ordaz and Pérez-Rocha⁹ attributed the difference of behaviour between firm and soft sites to the motion's bandwidth. This effect is still present in the proposed model, but it is now implicit in the shapes of the elastic displacement spectra. Also implicit is the dependence of $R_{\mu}(T)$ on the ratio T/T_s , but the rule proposed in this paper has the advantage that T_s is not used, so ambiguity in its definition is resolved. In consequence, the proposed model is useful for various site conditions, which, in a way, unifies the treatment of reduction rules.

Dependence of $R_{\mu}(T)$ on period, a fact documented long ago, remains in the proposed model, but in an implicit manner: $R_{\mu}(T)$ depends on period inasmuch as $D(T)$ depends on T . Furthermore, limits imposed by structural dynamics to $R_{\mu}(T)$ at very short and very long periods are correctly satisfied with the rule proposed.

As it can be noticed in equation (6), computation of $R_{\mu}(T)$ requires the knowledge of the peak ground displacement, D_{\max} . Estimation of this ground motion parameter is also required in other rules. For instance, to apply Newmark and Hall's rule, D_{\max} and V_{\max} must be known (see, for instance, Reference 6, p. 361). The same happens with the rule by Riddell and Newmark.¹⁰ D_{\max} is sometimes difficult to estimate; its value may

change depending on the filters or the integration algorithm employed. However, when processing the 445 digital accelerograms used in this study, it was found that in most of the cases, computed D_{\max} was reasonably stable. In the cases of unstable determinations of D_{\max} , a tetralogarithmic representation of $D(T)$ was constructed and D_{\max} was selected according to the observed spectral tendencies. In many cases, D_{\max} can be taken as the spectral elastic displacement for long period ($T > 5$ sec at firm sites, $T/T_s > 4$ at soft sites).

R_μ factors predicted with the proposed rule are expected values. This means that errors can be made both for the safe side (underestimating R_μ) as well as for the unsafe side (overestimating R_μ). There are very few studies regarding the uncertainty associated to estimation of R_μ factors, which is rarely accounted for in determination of safety factors or risk evaluation. A full-fledged probabilistic analysis would treat R_μ as a random variable and would compute safety factors integrating with respect to all possible values of R_μ weighted by the corresponding probability density. A practical solution to this problem is to use R_μ factors that are associated to lower percentiles, that is, to higher probabilities of exceedance. For instance, the R_μ value associated to percentile 16 (84 per cent chance of exceedance) could be used. This value can be estimated by that predicted by the proposed rule multiplied by $10^{-\alpha}$, a factor that lies between 0.8 and 0.9, depending on ductility (see Table 2).

As defined in this paper, R_μ factors are not design parameters but *response* parameters. They relate strength (a design parameter) with ductility demand (a response parameter; see equation (1)) or inelastic displacement (a response parameter) with ductility demand and strength (see equation (2)). Since many building codes admit that $R_\mu = \mu$ for a certain period range, it is easy to take μ for R_μ . Codes usually specify the maximum allowable ductility for a given structural system. In order to compute the appropriate strength to limit ductility demand to the specified value, R_μ factors should be computed with rules as accurate as possible. In many cases, as shown in this and other papers, the rule $R_\mu = \mu$ is not accurate enough.

Real buildings are not single-degree-of-freedom elastoplastic oscillators. Therefore, the discussion in the previous paragraph is a simplification of the actual problem. We believe, however, that it is important to study with detail the real behaviour of the model that, as simple as it is, is the core of our present design practices. This paper addressed the reduction of elastic response spectra to estimate inelastic response spectra. In order to reduce elastic design spectra to obtain inelastic design spectra, the results of this paper must be modified by taking into account at least the following aspects: structural overstrength, uncertainties on period estimation, uncertainties in estimation of R_μ itself, and multi-degree-of-freedom effects.

SUMMARY AND CONCLUSIONS

Based on the similarity between elastic displacement spectra, $D(T)$, and spectra of strength-reduction factors, $R_\mu(T)$, a rule to estimate this quantity has been proposed, in which $R_\mu(T)$ depends only on $D(T)$ and two empirically determined parameters (see equations (5)–(6) and Table II).

It has been shown that the proposed rule has appropriate limits for short and long period, and that is at least as accurate as other rules proposed in the literature. However, it is more general in two senses: (a) it applies for a wide variety of site conditions, which are implicit in the model since they are included in the shape of $D(T)$; and (b) it can be used for damping ratios between 2 and 10 per cent, as long as $D(T)$ is computed for the appropriate damping.

A physical interpretation of the proposed rule is unknown to the authors. Nevertheless, this is (temporarily, we hope) replaced by empirical confirmation of its adequacy when applied to more than 400 accelerograms of very different characteristics.

ACKNOWLEDGEMENTS

Authors dedicate this paper to the memory of Emilio Rosenblueth (1926–1994), who knew this work from its beginnings and gave decisive ideas. We appreciate the enthusiasm and numerous intelligent suggestions of Eduardo Miranda. Roberto Meli, Jorge Arboleda and two anonymous reviewers read the manuscript and offered constructive criticism. We are grateful to the teams operating the Guerrero and Mexico City

Accelerographic Arrays for their dedication in collecting the high quality strong-motion recordings used in this study. As it can be clearly seen, this work would not have been possible without these data.

REFERENCES

1. E. Miranda and V. Bertero, 'Evaluation of strength reduction factors for earthquake-resistant design', *Earthquake Spectra* 10(2), 357-379 (1994).
2. N. M. Newmark and W. J. Hall, 'Seismic design criteria for nuclear reactor facilities', *Report 46. Building Practices for Disaster Mitigation*, National Bureau of Standards, 1973, pp. 209-236.
3. R. Meli and J. Ávila, 'Analysis of building response', *Earthquake Spectra* 5, 1-18 (1988).
4. H. Krawinkler and M. Rahnama, 'Effects of soils on design spectra', *Proc. 10th World Conf. on Earthquake Engineering*, Madrid, Spain, Vol. 10, 1992, pp. 5841-5846.
5. H. Rosas, S. E. Ruiz and O. Diaz, 'Construcción de espectros inelásticos a partir de registros en la ciudad de México', *Memorias VIII Congreso Nacional de Ingeniería Sísmica*, Acapulco, 1989, pp. A77-A86.
6. E. Miranda, 'Site-dependent strength reduction factors', *J. Struct. Engng. ASCE* 119(12), 3503-3519 (1993).
7. E. Miranda, M. Ordaz, J. Alonso and C. Montoya, 'Evaluación simplificada del riesgo sísmico de edificios en la ciudad de México', *Internal Report 6514*, Institute of Engineering, UNAM, 1996.
8. A. Nassar and H. Krawinkler, 'Seismic demands for SDOF and MDOF systems', *Report 95*, The John A. Blume Earthquake Engineering Center, Stanford University.
9. M. Ordaz and L. E. Pérez-Rocha, 'Respuesta sísmica de osciladores elastoplásticos sometidos a excitaciones sísmicas de banda angosta', *Memorias X Congreso Nacional de Ingeniería Sísmica*, Puerto Vallarta, 1993, pp. 346-352.
10. R. Riddell and N. M. Newmark, 'Statistical analysis of the response of nonlinear systems subjected to earthquakes', *Structural Research Series No. 468*, Dept. of Civil Engineering, University of Illinois-Urbana, 1979.

APÉNDICE VI

Evaluation of interaction effects on the system period and the system damping due to foundation embedment and layer depth

Javier Avilés

Instituto de Investigaciones Eléctricas, Apdo. 1-475, Cuernavaca 62001, México

&

Luis E. Pérez-Rocha

Centro de Investigación Sísmica, Carretera al Ajusco 203, Padierna 14200, México

(Received 15 August 1994; revised version received 2 August 1995; accepted 3 August 1995)

On the basis of some simplifying assumptions, a parametric analysis is made of the interaction effects on the effective period and damping of structures with embedded foundation in a soil layer. A simplified three-dimensional interaction model is used, in which the depth of a cylindrical foundation, the degree of contact between the ground and the footing walls and the depth of a homogeneous stratum over rigid rock are considered variable. The soil is replaced with impedance functions that are taken from a data base obtained with an appropriate numerical technique, so that suitable springs and dashpots dependent on the excitation frequency are used. The system period and system damping are determined from the steady-state response of an equivalent single oscillator with flexible base subjected to a harmonic motion with constant amplitude, by equating its resonant response with that of a replacement oscillator with rigid base excited with the same motion. The influence of the foundation embedment and soil layer is investigated for several depths of both the footing and the stratum.

It is confirmed that the system period decreases and the system damping increases with the foundation embedment only for sidewalls extending along the entire foundation depth. For embedded footings without sidewall or with sidewall in null contact with the surrounding soil, the effective system parameters behave opposite to those corresponding to the interface condition of total contact. Also, the system damping increases significantly with the layer depth, while the system period is practically insensitive to variations of this characteristic parameter. Finally, introducing additional permissible simplifications, an improved approximate solution for the effective period and damping of coupled systems is presented, which differs from previous analogous approximations in that damping factors of second order are not neglected and the foundation depth is explicitly considered.

INTRODUCTION

Usually the effects of soil–structure interaction considered in design are those due to the inertial interaction solely under the assumption of linear structural behavior, that is, the period lengthening and the damping modification corresponding to the fundamental mode of vibration of the structure assumed with rigid base. The knowledge of the effective period and damping of the coupled system is useful when they are used in conjunction with static and dynamic

methods of seismic analysis, in order to fulfil the interaction provisions stipulated in building codes.

Soil–structure interaction modifies the dynamic parameters of the structure as well as the characteristics of the ground motion around the foundation, whose evaluation requires determining the effective period and damping of the coupled system and the overall excitation at the foundation subgrade. Nevertheless, for most structures it is conservative to carry out only the inertial interaction analysis, whenever site effects are considered in the determination of the ground motion at the free

surface, which is assumed as the effective motion at the base of the structure. Although this excitation has no rocking and torsional components, it is generally less favorable than the overall motion obtained from the kinematic interaction analysis alone.

It is well-known that the fundamental period of a structure interacting with the soil is always increased due to inertial interaction, inasmuch as the flexibility of the coupled system is greater than that of the fixed-base structure. Also, the damping of the interacting system is generally increased since an additional energy dissipation is presented as a result of the material and geometrical dampings of soil by hysteretic behavior and wave radiation, respectively. In slender structures it can happen that the overall damping of the coupled system is less than the damping of the fixed-base structure (Veletsos & Meek¹) because of the effect of foundation rocking, which tends to increase the inertia force on the structure and the resulting deformation. However, it will be shown herein that this possibility does not occur when structural damping is assumed to be hysteretic rather than viscous.

The effective period and damping of multistory structures supported on soft soil, which respond as a single oscillator in their fixed-base condition, have been studied by several authors (Bielak,² Jennings & Bielak,³ Luco,^{4,5} Luco *et al.*,⁶ Wolf⁷) using some analogy with a single fixed-base oscillator commonly referred to as the replacement oscillator (Veletsos & Meek¹). The effective period and damping of the coupled system are obtained by measuring the transfer function for the absolute acceleration of the structure and equating the resonant period and peak amplification of this transfer function with those of the replacement oscillator. In all of these solutions, the influence of the foundation embedment has not been taken into account, so that they are applicable only to surface foundations. Introducing a number of simplifying assumptions that consist of neglecting the higher order terms of damping functions, the translational and rotational inertia of the foundation and the coupled stiffness and damping of the soil, these authors have also developed simple analytical expressions for the overall period, damping and peak response of the coupled system, which are valuable to assess qualitatively the interaction effects.

The kinematic effects of the scattering and diffraction of the incident waves from the building foundation on the system period and system damping, during building-soil interaction, have not been extensively studied so far. By using a three-dimensional model, Bielak² has found that the effects of the foundation embedment are an increase in the system damping and a decrease in the system period. This behavior has been widely confirmed only for footings with rigid sidewall extending throughout the entire foundation depth and in total contact with the surrounding soil. By using a simplified two-dimensional model, Todorovska & Trifunac⁸ have recently studied the wave passage effects on the effective

system parameters. They found that the system period practically does not depend on the type of incident waves and the angle of incidence, as well as the system damping is generally underestimated when the kinematic effects are excluded by assuming the surface free-field motion as the foundation input motion. Based on the same two-dimensional model, Todorovska⁹ has also concluded that, except for very heavy and tall buildings, the system damping is larger when the depth of the embedment is smaller, which is in contradiction with the conclusion reached by Bielak² from a three-dimensional model.

In this study a numerical solution is presented for computing the effective period and damping of structures with cylindrical embedded foundation in a soil layer on rigid half-space. The aim of the work is to make an evaluation of the interaction effects on the effective parameters of this kind of soil-structure system, which is commonly used in seismic codes. In addition to the characteristic parameters of the interaction problem introduced earlier by other authors (Veletsos & Meek,¹ Wolf⁷), the influence of key parameters such as the foundation embedment, the sidewall height and the stratum depth is investigated. To account for the frequency dependency of the dynamic stiffness of the foundation, the soil is replaced with impedance functions that are taken from a data base obtained with a suitable numerical technique. This interaction model does not recognize the motion of the foundation relative to the free-field in the absence of the structure. Such a component of the foundation motion, known as kinematic interaction, is usually very significant. It changes the overall motion of the foundation and depends importantly on the lateral contact between the soil and the footing walls. In fact, it may be more important than the effective damping of the structure. Thus, it is suggested that this approach be used only for preliminary calculations; a full solution including kinematic interaction is recommended for the final design.

Finally, an approximate analytical solution for determining the effective period and damping of structures with embedded foundations is obtained, by introducing a number of simplifying assumptions similar to those used in previous works for the case of surface foundations. Although this solution is a little more detailed than those presented in earlier studies, it is of higher accuracy because the foundation depth is explicitly considered and damping factors of second order are not neglected.

SOIL-STRUCTURE SYSTEM

For multistory structures that respond essentially as a single degree of freedom oscillator in their fixed-base condition and layered soil deposits that perform basically as a single stratum, the soil-structure system can be idealized as shown in Fig. 1. The foundation is

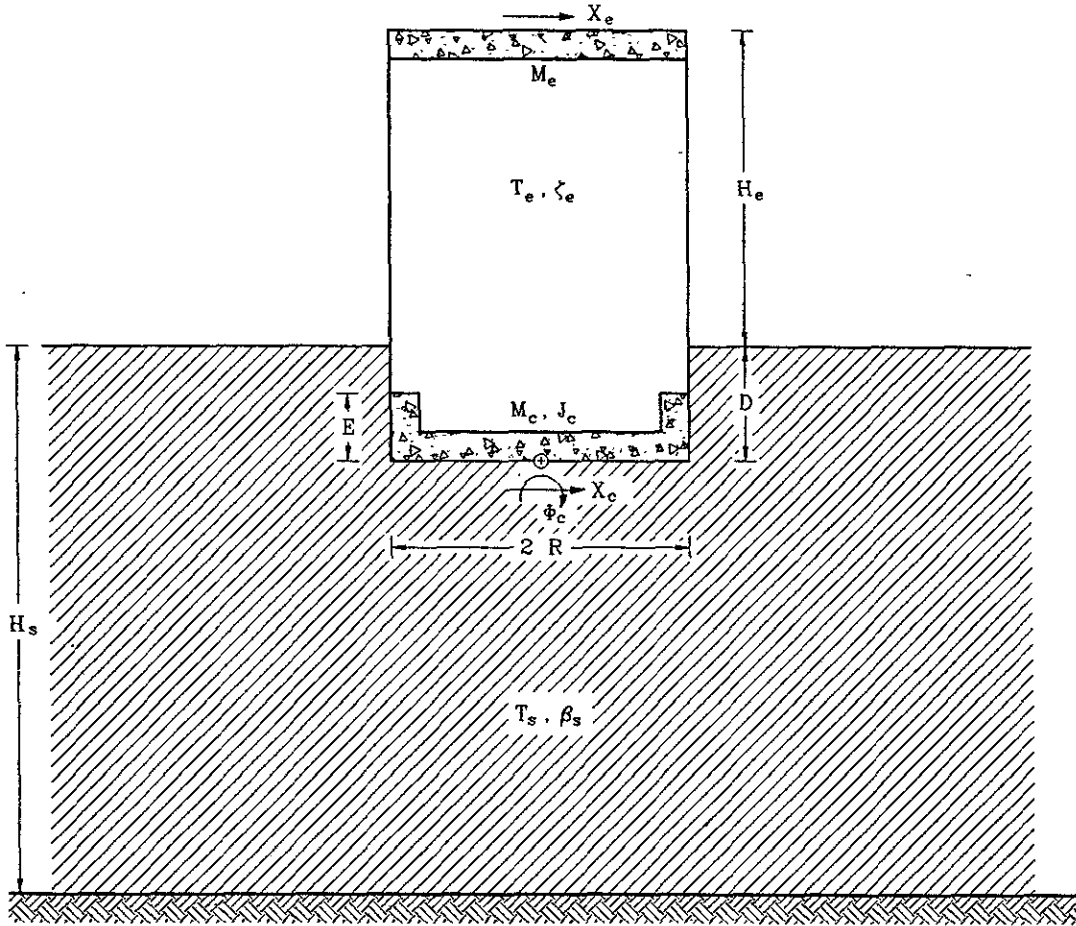


Fig. 1. Idealization of the soil-structure system.

assumed to be a rigid cylinder that has two degrees of freedom, one in lateral translation and other in rocking; the torsion is neglected. This coupled system is suitable to consider the interaction effects on the fundamental mode of vibration, which is the most affected by the interaction; the contribution of the higher modes may be determined by standard procedures disregarding these effects.

The parameters of the equivalent oscillator must be interpreted as the modal parameters of the multistory structure vibrating in its fixed-base fundamental mode. So, T_e and ζ_e represent the period and damping of the fundamental mode of vibration, respectively, M_e the effective mass participating in such a mode and H_e the effective height of the resultant of the corresponding inertia forces. The modal mass and height, as well as the modal participation factor, corresponding to the first fixed-base natural mode of the multistory structure are reported by Jennings & Bielak³ and Luco *et al.*⁶ Also, the parameters T_s and β_s of the equivalent stratum must be interpreted respectively as the dominant period of vibration and the effective velocity of propagation, in shear waves, of the layered soil deposit. They are related to the depth H_s of the stratum through the expression

$T_s = 4H_s/\beta_s$, according to the one-dimensional wave propagation theory. In addition to these parameters, the soil is characterized with the Poisson's ratio ν_s and the hysteretic damping ratio ζ_s .

Since the soil layer is replaced with impedance functions, the coupled system can be reduced to the equivalent oscillator with flexible base shown in Fig. 2, in which the ground is represented by a combination of linear springs and viscous dashpots that account for both the soil flexibility and its energy dissipation, respectively; the springs reflect the soil's inertia as well. The springs K_h , K_r and $K_{hr} = K_{rh}$ and the dashpots C_h , C_r and $C_{hr} = C_{rh}$, corresponding to the translation, rocking and coupling modes, respectively, depend not only on the soil layer and foundation parameters, but also on the excitation frequency. The stiffness K_m and damping C_m ($m = h, r, rh$) for circular foundations embedded in a homogeneous stratum with rigid base are taken from a data base (Avilés & Pérez-Rocha¹⁰), which was obtained with an efficient finite element technique (Tassoulas & Kausel¹¹) that incorporates the effect of the rigid sidewall on the dynamic stiffness of the footing (Tassoulas & Kausel¹²).

Also, the properties of the circular foundation are the radius R , the footing depth D , the sidewall height E , the

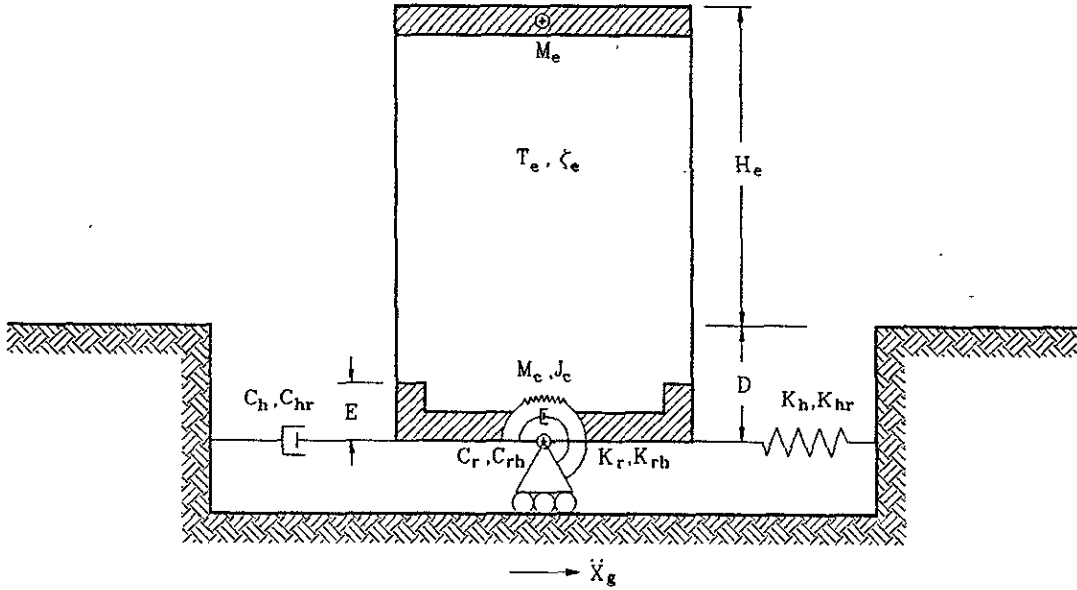


Fig. 2. Equivalent soil-structure system.

mass M_c and the mass moment of inertia J_c with respect to a horizontal axis through the centroid of the footing base. The mass center of the foundation is assumed to be at $E/2$ above the subgrade in order to eliminate one parameter that has no significant influence on the effective period and damping of this coupled system, because the base moment $M_e(H_e + D)$ due to the structure is always much greater than the base moment $M_c E/2$ due to the foundation.

Equilibrium of the building and foundation

The degrees of freedom of the soil-structure system will be taken to be the deformation of the structure, X_e , the relative displacement of the foundation base, X_c , with respect to the ground motion, X_g , and the rocking of the foundation, Φ_c . Accordingly, the total displacement of the structure for small vibrations proves to be $X_g + X_c + (H_e + D)\Phi_c + X_e$. Based on this displacement configuration and on free-body diagrams, the force equilibrium equation of the building is given by

$$M_e(\ddot{X}_c + (H_e + D)\ddot{\Phi}_c + \ddot{X}_e) + C_e \dot{X}_e + K_e X_e = -M_e \ddot{X}_g \tag{1}$$

where $K_e = 4\pi^2 M_e / T_e^2$ and $C_e = 4\pi \zeta_e M_e / T_e$ are the linear stiffness and viscous damping of the structure, respectively. Also, the force and moment equilibrium equations of the foundation are given by

$$M_c(\ddot{X}_c + (E/2)\ddot{\Phi}_c) + C_h \dot{X}_c + C_{hr} \dot{\Phi}_c + K_h X_c + K_{hr} \Phi_c - V_0 = -M_c \ddot{X}_g \tag{2}$$

$$J_c \ddot{\Phi}_c + C_r \dot{\Phi}_c + C_{rh} \dot{X}_c + K_r \Phi_c + K_{rh} X_c + M_c(E/2)\ddot{X}_c - M_0 = -M_c(E/2)\ddot{X}_g \tag{3}$$

where $V_0 = C_e \dot{X}_e + K_e X_e$ and $M_0 = V_0(H_e + D)$ are the lateral force and rocking moment, respectively, that the structure exerts on the soil. Although the small contribution of the rotary inertia of the structure has been neglected in the derivation of eqn (3), it can be included by incorporating the corresponding mass moment of inertia of the structure into the term J_c associated with the mass moment of inertia of the foundation.

Assuming that the coupled system is excited by the harmonic acceleration $\ddot{X}_g = \ddot{X}_g e^{i\omega t}$ of frequency ω with constant amplitude, the harmonic translations and rotation of the elements of the interacting system can be represented by $X_e = X_e e^{i\omega t}$, $X_c = X_c e^{i\omega t}$ and $\Phi_c = \Phi_c e^{i\omega t}$. This allows setting up the system equilibrium in the frequency domain. Thus, expressing the force V_0 and moment M_0 in terms of eqn (1) and then substituting into eqns (2) and (3), respectively, the matrix equilibrium equation of the coupled system takes the following form after some manipulations:

$$\begin{bmatrix} K_e & 0 & 0 \\ 0 & K_h & K_{hr} \\ 0 & K_{rh} & K_r \end{bmatrix} + i\omega \begin{bmatrix} C_e & 0 & 0 \\ 0 & C_h & C_{hr} \\ 0 & C_{rh} & C_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_e \\ X_c \\ \Phi_c \end{bmatrix} = -\ddot{X}_g \begin{bmatrix} M_e & M_e \\ M_e & M_e + M_c \\ M_e(H_e + D) & M_e(H_e + D) + M_c E/2 \\ M_e(H_e + D) & M_e(H_e + D)^2 + J_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_e \\ X_c \\ \Phi_c \end{bmatrix} \tag{4}$$

where $i = \sqrt{-1}$ is the imaginary unity. This matrix equation represents a linear system of complex algebraic equations, which can be solved by using standard procedures.

THE SYSTEM PERIOD AND THE SYSTEM DAMPING

We will refer to the system period and system damping as the dynamic parameters of a replacement oscillator with rigid base whose resonant shear force is equal to that of the structure interacting with the soil, for the same harmonic support excitation. This well-known approach (Veletsos & Meek,¹ Wolf⁷) leads to equating the peak pseudo-acceleration and resonant period of the interacting system with those corresponding to the replacement oscillator.

Then, the system period and system damping are obtained from the steady-state harmonic response of the coupled system, by solving eqn (4) in order to measure the transfer function $H(\omega) = \omega_e^2 X_e / \ddot{X}_g$ for the structural pseudo-acceleration as an approximation of the absolute acceleration, where ω_e is the fundamental frequency of the fixed-base structure. The resonant period and peak amplification of this transfer function are associated with the effective period and damping, respectively, of the structure interacting with the soil.

The damping values of soil-structure systems can considerably exceed those of the associated fixed-base structure, and therefore the damping terms of second order can not be neglected. For practical structures having damping ratios $\zeta < 1/\sqrt{2}$, the frequency ratio for maximum response is $\sqrt{1 - 2\zeta^2}$ and the corresponding peak response is $1/(2\zeta\sqrt{1 - \zeta^2})$ (Clough & Penzien¹³). Considering this situation and equating the peak pseudo-accelerations and resonant periods of both the interacting system and the replacement oscillator, the effective damping of coupled systems is determined as

$$\tilde{\zeta}_e^2 = \frac{1}{2} \left(1 - \left(\frac{H_{\text{res}}^2 - 1}{H_{\text{res}}^2} \right)^{1/2} \right) \quad (5)$$

and the effective period of coupled systems is obtained as

$$\tilde{T}_e = (1 - 2\tilde{\zeta}_e^2)^{1/2} T_{\text{res}} \quad (6)$$

where T_{res} is the resonant period and H_{res} the corresponding peak pseudo-acceleration observed at the transfer function of the interacting system.

CHARACTERISTIC DIMENSIONLESS PARAMETERS

Interaction effects can be expressed in terms of dimensionless parameters that characterize the soil-structure system. The aim of this study is to show how sensitive the

effective period and damping of coupled systems are to variations of these characteristic parameters. The interaction influence on the effective system parameters due to the foundation embedment and layer depth is the main subject to be evaluated, because it is of great significance. In the following, the characteristic parameters of the interaction model are defined, as well as the intervals of typical values for building structures covered by the next parametric analysis are established.

1. Ratio of the foundation mass to the structure mass: $0 \leq M_c/M_e \leq 0.5$.
2. Ratio of the mass moment of inertia of the foundation to the mass moment of inertia of the structure: $0 \leq J_c/(M_e(H_e + D)^2) \leq 0.1$.
3. Relative mass density between the structure and the soil: $0.1 \leq M_e/(\rho_s \pi R^2 H_e) \leq 0.2$, where ρ_s is the mass density of the soil.
4. Damping ratios for the fixed-base structure and the soil: $\zeta_e = \zeta_s = 0.05$, which are conventional values adopted for most buildings and soils.
5. Poisson's ratio for the soil: $\nu_s = 1/3$ and 0.45 , which are representative values for granular and cohesive soils, respectively.
6. Relative depth of the soil layer: $H_s/R = 4$ and 10 .
7. Relative depth of the foundation: $D/R = 0$ and 1 .
8. Relative height of the sidewall: $E/D = 0$ and 1 .
9. Slenderness ratio of the structure: $H_e/R = 2$ and 5 .
10. Relative stiffness between the structure and the soil: $0 \leq (H_e T_s)/(H_s T_e) \leq 2$.

PARAMETRIC ANALYSIS

Influence of the linear and rotary inertia of the foundation

At first, the influence of the mass and mass moment of inertia of the foundation on the effective period and damping of the soil-structure system is investigated. By using a similar interaction model for structures with surface foundation on a half-space, Veletsos & Meek¹ have found that the structural response is practically insensitive to variations in these characteristic parameters, within the ranges of values of practical interest for building structures. For structures with embedded foundation in a soil layer, this behavior is also confirmed with the effective periods and dampings shown in Fig. 3 for mass ratios $M_c/M_e = 0$ (dashed line), 0.25 (solid line) and 0.5 (dotted line), and with those shown in Fig. 4 for mass moment of inertia ratios $J_c/(M_e(H_e + D)^2) = 0$ (dashed line), 0.05 (solid line) and 0.1 (dotted line). Each figure contains boxes for relative depths of the soil layer $H_s/R = 4$ and 10 , inside of which results for slenderness ratios $H_e/R = 2$ (thin outline) and 5 (thick outline) are shown. All other characteristic parameters were fixed constant at values of $M_e/(\rho_s \pi R^2 H_e) = 0.15$, $\nu_s = 0.45$, $D/R = 1$ and $E/D = 1$; it was set

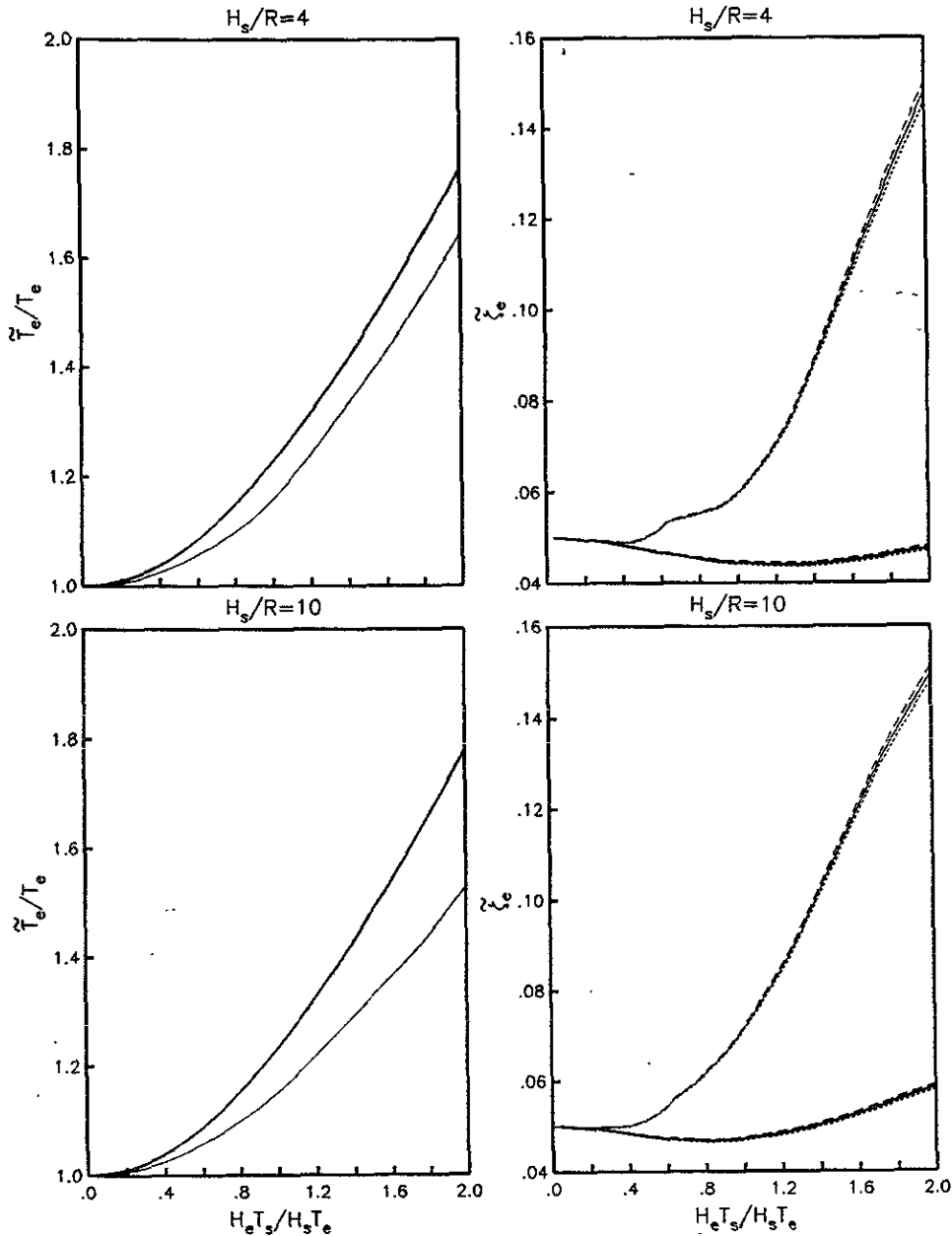


Fig. 3. Influence of the linear inertia of the foundation on the effective period and damping of soil-structure systems, varying the mass ratio as $M_c/M_e = 0$ (dashed line), 0.25 (solid line) and 0.5 (dotted line). Boxes correspond to $H_s/R = 4$ and 10, inside of which results are depicted for $H_e/R = 2$ (thin outline) and 5 (thick outline); $\zeta_e = \zeta_s = 0.05$, $\nu_s = 0.45$, $D/R = 1$ and $E/D = 1$.

$M_c/M_e = 0.25$ when the mass moment of inertia ratio was varied, and $J_c/(M_e(H_e + D)^2) = 0.05$ when the mass ratio was varied. From these results it can be observed that the influence of the linear and rotary inertia of the foundation on the effective system parameters is insignificant; it tends to increase slightly with the relative stiffness between the structure and soil. For other values of the characteristic parameters, we have found similar behavior. Thus, it can be concluded that the usual assumption of setting M_c and J_c equal to zero may be permissible in practical applications, for coupled systems

having slenderness ratios in the interval $2 \leq H_e/R \leq 5$ and stiffness ratios $(H_e T_s)/(H_s T_e) \leq 2$.

Effect of the soil mass density

The effect of the mass density of the soil on the effective period and damping of the coupled system is examined next. Veletsos & Meek¹ have suggested that a mass density ratio $M_e/(\rho_s \pi R^2 H_e) = 0.15$ be a reasonable average value for buildings with surface foundation on a half-space. Figure 5 depicts effective periods and

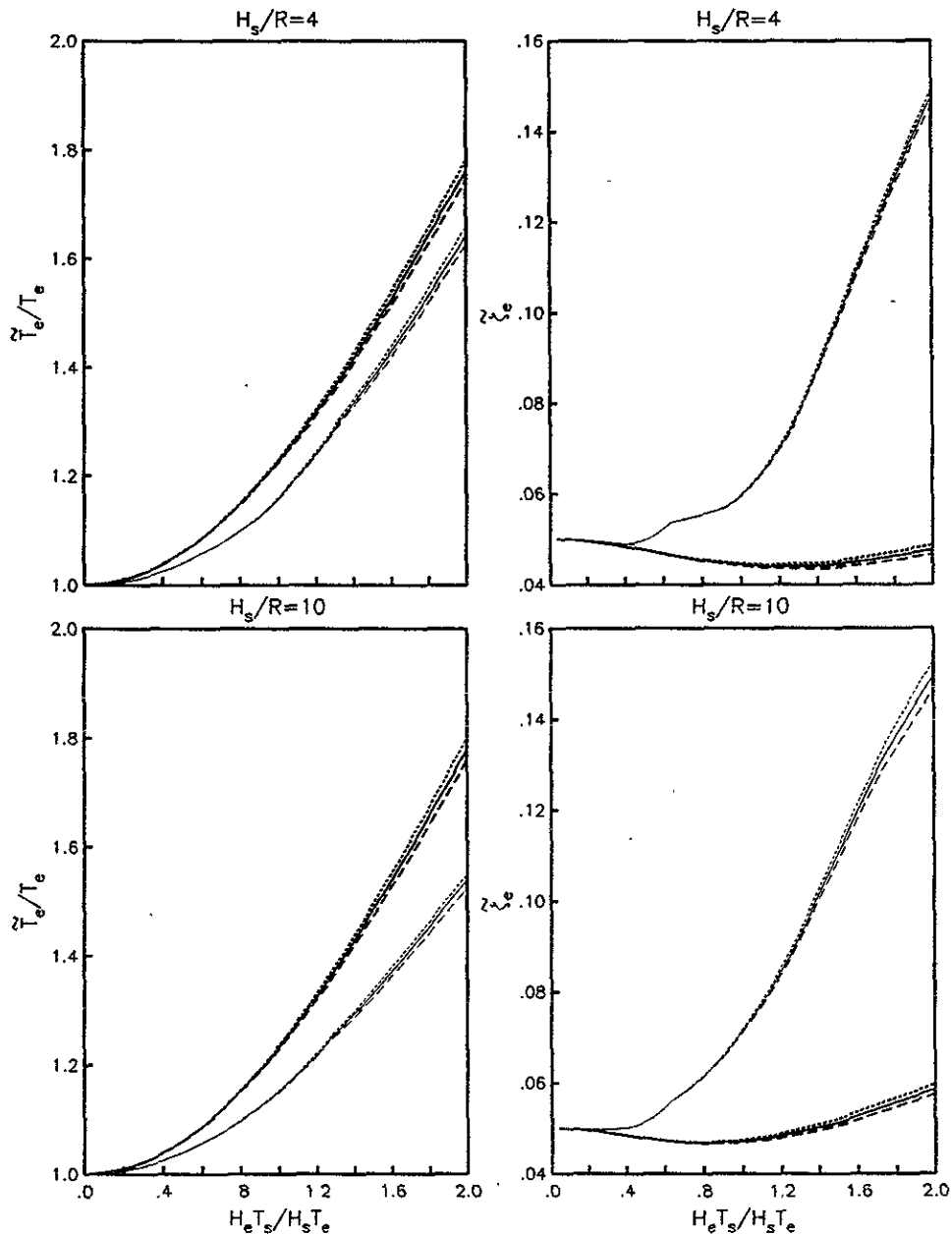


Fig. 4. Influence of the rotary inertia of the foundation on the effective period and damping of soil-structure systems, varying the mass moment of inertia ratio as $J_c / (M_e (H_e + D)^2) = 0$ (dashed line), 0.05 (solid line) and 0.1 (dotted line). Boxes correspond to $H_s/R = 4$ and 10, inside of which results are depicted for $H_e/R = 2$ (thin outline) and 5 (thick outline); $\zeta_e = \zeta_s = 0.05$, $\nu_s = 0.45$, $D/R = 1$ and $E/D = 1$.

dampings for mass density ratios $M_e / (\rho_s \pi R^2 H_e) = 0.1$ (dashed line), 0.15 (solid line) and 0.2 (dotted line). The boxes appearing in the figure correspond to relative depths of the soil layer $H_s/R = 4$ and 10, inside of which results for slenderness ratios $H_e/R = 2$ (thin outline) and 5 (thick outline) are shown. All other characteristic parameters were fixed constant at values of $M_c/M_e = 0.25$, $J_c / (M_e (H_e + D)^2) = 0.05$, $\nu_s = 0.45$, $D/R = 1$ and $E/D = 1$. From these results and additional studies for different values of the characteristic parameters, it is

confirmed that $M_e / (\rho_s \pi R^2 H_e) = 0.15$ is also a representative average value for buildings with embedded foundation in a soil layer. Nevertheless, it is not possible to generalize from this typical value, because of the large influence of the soil mass density on the effective period of coupled systems having slenderness ratios in the range $2 \leq H_e/R \leq 5$, which tends to increase significantly with the relative stiffness between the structure and soil; the effective damping is slightly affected only for $H_e/R = 2$ corresponding to short and squat structures.

Influence of the foundation embedment and layer depth

The three most important characteristic parameters are H_s/R , D/R and E/D , as will be seen in the following results that were obtained by taking the representative average values $M_e/M_e = 0.25$, $J_c/(M_e(H_e + D)^2) = 0.05$ and $M_e/(\rho_s \pi R^2 H_e) = 0.15$. Effective periods and dampings of coupled systems shown in Figs 6–9 are plotted as a function of the relative stiffness between the structure and soil. Hence, curves of effective period and damping should approach to T_e and ζ_e , respectively, as

the stiffness ratio $(H_e T_s)/(H_s T_e)$ tends to zero; this limit condition corresponds to negligible interaction effects. As the system period is normalized with respect to the fundamental period of the associated fixed-base structure, curves of effective period really approach to unity.

Figures 6 and 7 show effective periods and dampings of soil–structure systems for $\nu_s = 1/3$ and relative depths of the soil layer $H_s/R = 4$ and 10, respectively. Results are presented in boxes for slenderness ratios of the structure $H_e/R = 2$ and 5, in rows, and relative heights

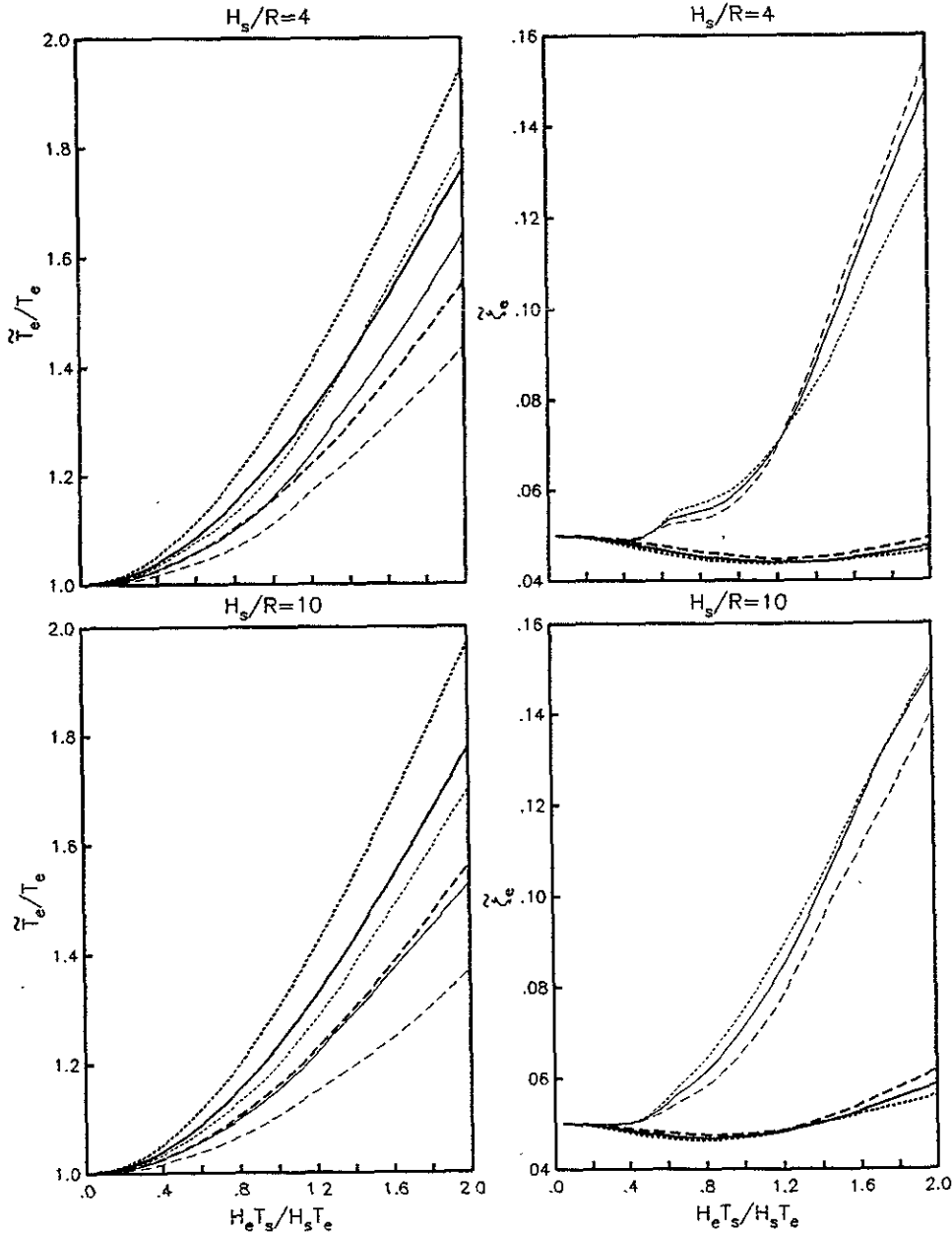


Fig. 5. Effect of the soil mass density on the effective period and damping of soil–structure systems, varying the mass density ratio as $M_e/(\rho_s \pi R^2 H_e) = 0.1$ (dashed line), 0.15 (solid line) and 0.2 (dotted line). Boxes correspond to $H_s/R = 4$ and 10, inside of which results are depicted for $H_e/R = 2$ (thin outline) and 5 (thick outline); $\zeta_e = \zeta_s = 0.05$, $\nu_s = 0.45$, $D/R = 1$ and $E/D = 1$.

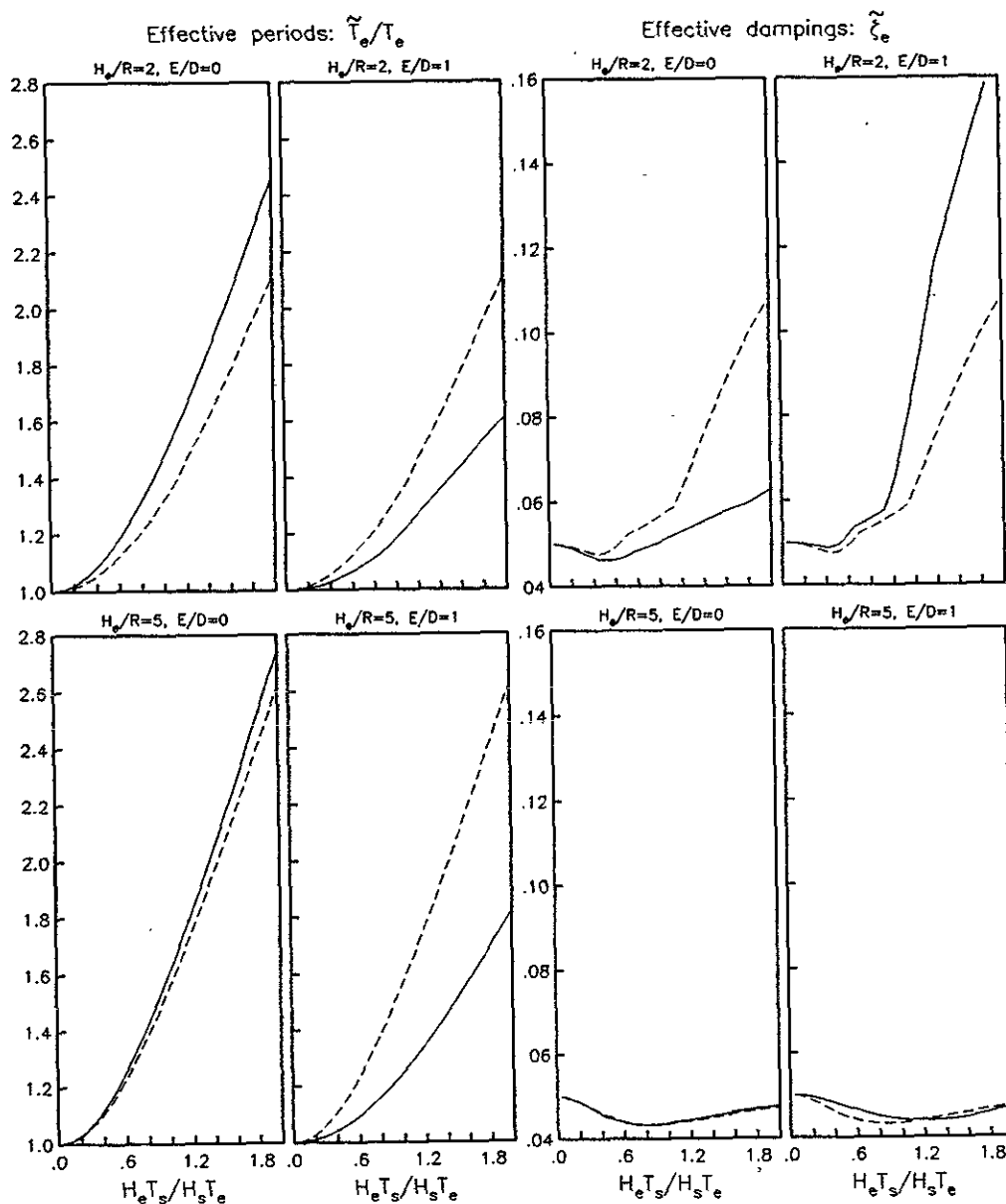


Fig. 6. Influence of the foundation embedment on the effective period and damping of soil-structure systems for a shallow stratum with $H_s/R = 4$. Boxes correspond to $H_e/R = 2$ and 5 and $E/D = 0$ and 1 , inside of which results are displayed for relative foundation depths $D/R = 0$ (dashed line) and 1 (solid line); $\zeta_e = \zeta_s = 0.05$ and $\nu_s = 1/3$.

of the sidewall $E/D = 0$ and 1 , in columns. The two types of curves inside of the boxes correspond to relative depths of the foundation $D/R = 0$ (dashed line) and 1 (solid line). The trends and features of the system period and system damping for surface foundation ($D/R = 0$) on a deep stratum ($H_s/R = 10$) are in agreement with the results of Jennings & Bielak³ and Veletsos & Meek¹ for surface foundation on a half-space. It can be seen that the system period is smaller when the foundation depth is larger only for sidewalls in total contact with the surrounding soil; this effect is less pronounced for $H_e/R = 2$ corresponding to short and squat structures.

For sidewalls in null contact with the surrounding soil, the system period increases with the foundation depth, because of the reduction of the footing stiffness; this effect is less pronounced for $H_e/R = 5$ corresponding to tall and slender structures. Also, it can be seen that the system damping increases with the foundation depth only for sidewalls extending along the entire depth of embedment. For not existing sidewalls, the effective damping decreases as the foundation depth increases, due to the effect of foundation rocking. Tassoulas & Kausel¹² have found that the increase in static stiffness with increasing the sidewall height is most significant for

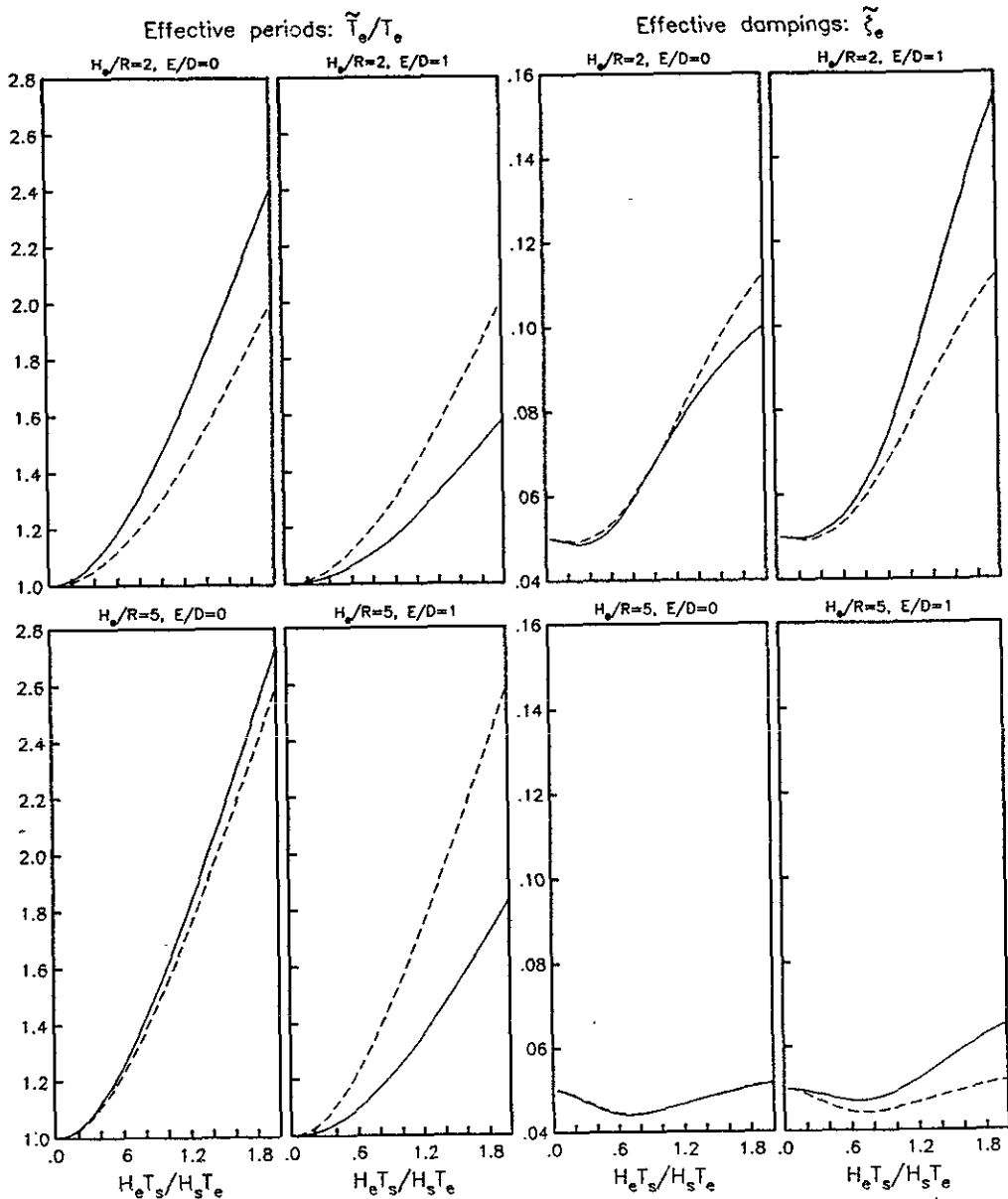


Fig. 7. Influence of the foundation embedment on the effective period and damping of soil-structure systems for a deep stratum with $H_s/R = 10$. Boxes correspond to $H_s/R = 2$ and 5 and $E/D = 0$ and 1, inside of which results are displayed for relative foundation depths $D/R = 0$ (dashed line) and 1 (solid line); $\zeta_e = \zeta_s = 0.05$ and $\nu_s = 1/3$.

the rocking mode; in addition, the impedance coefficients corresponding to translation and rocking vibrations change considerably for sidewalls extending higher than about half the depth of embedment. Since a reduction in the system damping is associated with an increment of the structural response, overestimating the degree of contact between the soil and the footing walls could lead to results on the unsafe side. In general, the smaller the structure slenderness and the shallower the soil layer, the more is the influence of the foundation depth and the sidewall height on the system damping.

Figures 8 and 9 show effective periods and dampings

of soil-structure systems for $\nu_s = 0.45$ and relative depths of the foundation $D/R = 0$ and 1, respectively. Results are presented in similar form to that used earlier, except for the fact that the two types of curves inside of the boxes correspond to relative depths of the soil layer $H_s/R = 4$ (dashed line) and 10 (solid line). It can be observed that the influence of the stratum depth on the system period is practically insignificant, while the system damping increases significantly with this characteristic parameter, meaning that the damping capacity of the foundation for shallow strata is lower than that for deep strata. The largest influence of the layer depth

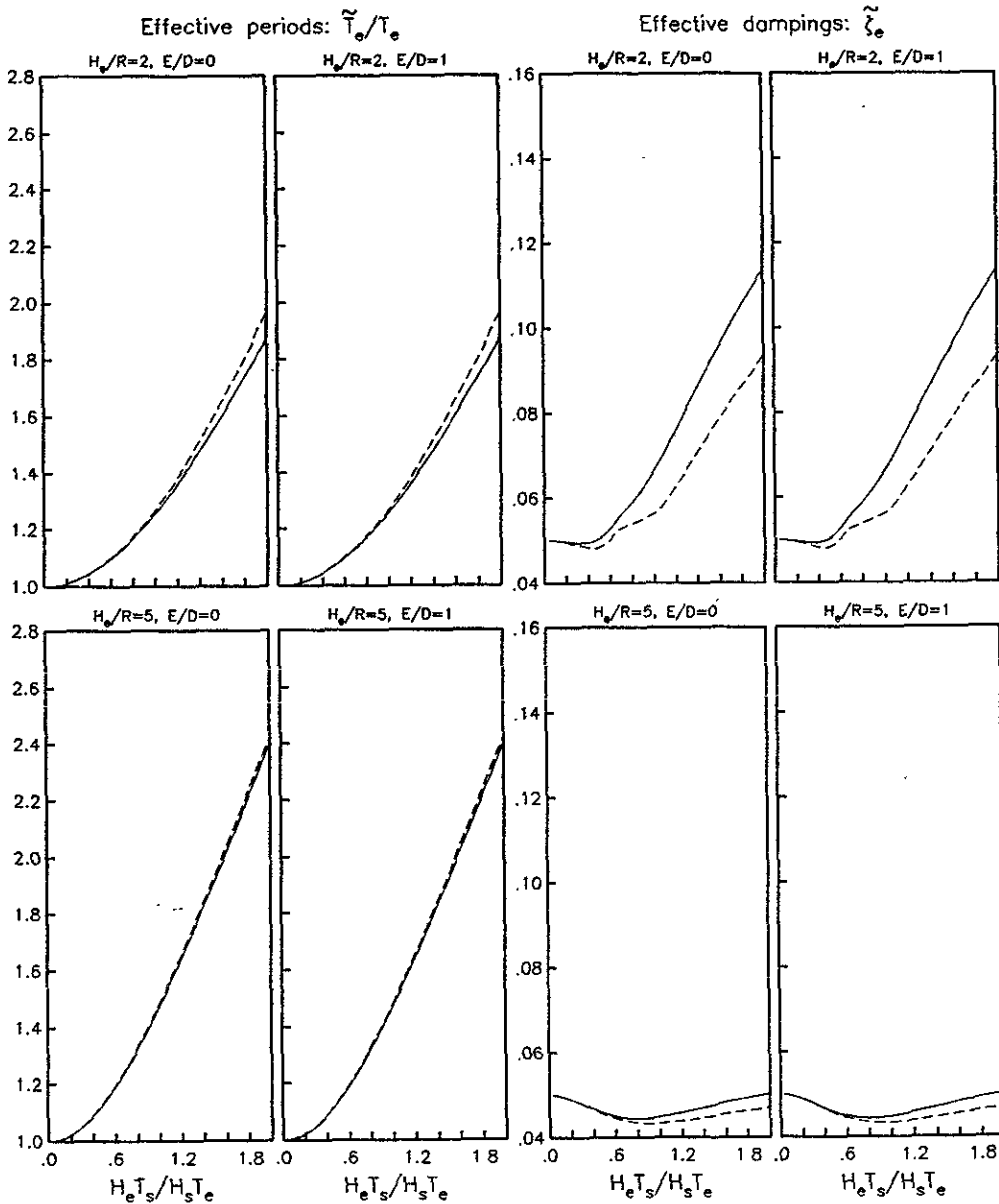


Fig. 8. Influence of the layer depth on the effective period and damping of soil-structure systems for a surface foundation with $D/R = 0$. Boxes correspond to $H_e/R = 2$ and 5 and $E/D = 0$ and 1 , inside of which results are displayed for relative stratum depths $H_s/R = 4$ (dashed line) and 10 (solid line); $\zeta_e = \zeta_s = 0.05$ and $\nu_s = 0.45$.

on the system damping is for $H_e/R = 2$, $D/R = 1$ and $E/D = 0$, that is, for short and squat structures with deep foundation without sidewall.

From all these results it is inferred that effective periods and dampings of structures with embedded foundation in a soil layer can be very different from those corresponding to buildings with surface foundation on a half-space. Similar results are expected for other values of the critical characteristic parameters H_s/R , D/R and E/D , so that the conclusions reached here about the influence of the foundation embedment and layer depth may be convincing.

APPROXIMATION TO THE EFFECTIVE SYSTEM PARAMETERS

Approximate expressions for the overall period, damping and peak response of coupled systems are very helpful either to estimate qualitatively the interaction effects or for preliminary calculations, and even to be used according to code provisions. On the basis of the parametric analysis, it is permissible to introduce several simplifications related to those characteristic parameters for which the structural response is insensitive to their variations within the ranges of values of practical

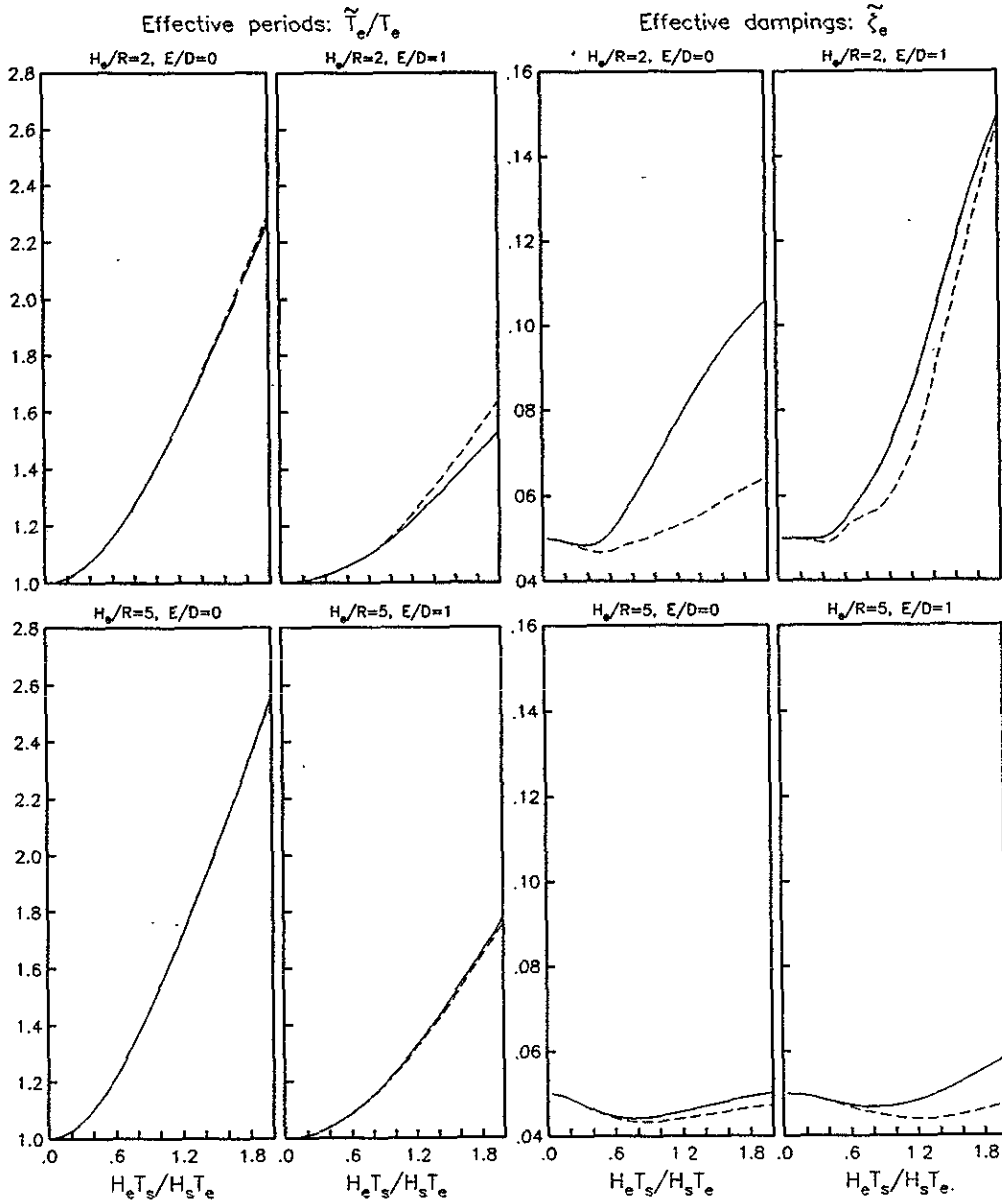


Fig. 9. Influence of the layer depth on the effective period and damping of soil-structure systems for an embedded foundation with $D/R = 1$. Boxes correspond to $H_e/R = 2$ and 5 and $E/D = 0$ and 1 , inside of which results are displayed for relative stratum depths $H_s/R = 4$ (dashed line) and 10 (solid line); $\zeta_e = \zeta_s = 0.05$ and $\nu_s = 0.45$.

interest. Thus, in addition to the approximations implicit in the interaction model, it is possible to obtain a simple solution by neglecting the influence of the mass M_c and the mass moment of inertia J_c of the foundation, as well as by neglecting the coupled stiffness K_{hr} and damping C_{hr} of the soil in comparison with the translation and rocking terms. In these conditions, eqn (4) takes the following reduced form:

$$\left[\begin{bmatrix} K_e & 0 & 0 \\ 0 & K_h & 0 \\ 0 & 0 & K_r \end{bmatrix} + i\omega \begin{bmatrix} C_e & 0 & 0 \\ 0 & C_h & 0 \\ 0 & 0 & C_r \end{bmatrix} \right]$$

$$-\omega^2 \begin{bmatrix} M_e & M_e & & \\ M_e & M_e & & \\ M_e(H_e + D) & M_e(H_e + D) & & \\ M_e(H_e + D) & & & \\ \dots & M_e(H_e + D) & & \\ M_e(H_e + D)^2 & & & \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X_e \\ X_c \\ \Phi_c \end{Bmatrix} = -\ddot{X}_g \begin{Bmatrix} M_e \\ M_e \\ M_e(H_e + D) \end{Bmatrix} \quad (7)$$

Dividing the two first rows of eqn (7) by $\omega^2 M_e$ and the last one by $\omega^2 M_e (H_e + D)$, this equation reduces to

$$\begin{bmatrix} \frac{\omega_e^2}{\omega^2} (1 + i2\zeta'_e) - 1 & -1 & -1 \\ -1 & \frac{\omega_h^2}{\omega^2} (1 + i2\zeta'_h) - 1 & -1 \\ -1 & -1 & \frac{\omega_r^2}{\omega^2} (1 + i2\zeta'_r) - 1 \end{bmatrix} \times \begin{Bmatrix} X_e \\ X_c \\ (H_e + D)\Phi_c \end{Bmatrix} = -\frac{\ddot{X}_g}{\omega^2} \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{Bmatrix} \quad (8)$$

in which $\zeta'_e(\omega) = (\omega/\omega_e)\zeta_e$, $\zeta'_h(\omega) = (\omega/\omega_h)\zeta_h$ and $\zeta'_r(\omega) = (\omega/\omega_r)\zeta_r$, where the natural frequencies ω_h and ω_r corresponding to the translation and rocking of the structure assumed rigid, respectively, are defined as

$$\omega_h^2 = \frac{K_h}{M_e} \quad (9)$$

$$\omega_r^2 = \frac{K_r}{M_e(H_e + D)^2} \quad (10)$$

whereas the damping ratios ζ_h and ζ_r of the soil, including both material and geometrical damping, in the translation and rocking modes of the foundation, respectively, are defined as

$$\zeta_h = \frac{C_h}{2\omega_h M_e} \quad (11)$$

$$\zeta_r = \frac{C_r}{2\omega_r M_e (H_e + D)^2} \quad (12)$$

Solving the complex system of algebraic equations given by eqn (8), we find that the structural pseudo-acceleration is equal to

$$\omega_e^2 X_e = -\ddot{X}_g \left(1 + i2\zeta'_e - \frac{\omega^2}{\omega_e^2} - \frac{\omega^2}{\omega_h^2} \frac{1 + 4\zeta'_e\zeta'_h + i2(\zeta'_e - \zeta'_h)}{1 + 4\zeta'^2_h} - \frac{\omega^2}{\omega_r^2} \frac{1 + 4\zeta'_e\zeta'_r + i2(\zeta'_e - \zeta'_r)}{1 + 4\zeta'^2_r} \right)^{-1} \quad (13)$$

Now, assuming that the replacement oscillator with rigid base, whose natural frequency and damping ratio are respectively $\tilde{\omega}_e$ and $\tilde{\zeta}_e$, is subjected to the same harmonic support excitation of the coupled system, the structural pseudo-acceleration in the steady-state is given by (Clough & Penzien¹³)

$$\tilde{\omega}_e^2 \tilde{X}_e = -\ddot{X}_g \left(1 - \frac{\omega^2}{\tilde{\omega}_e^2} + i2\tilde{\zeta}_e \frac{\omega}{\tilde{\omega}_e} \right)^{-1} \quad (14)$$

Considering that the structure mass is the same in both the soil-structure system and the replacement oscillator, the effective frequency and damping of the coupled system can be obtained by equating the real and imaginary parts of eqn (13) with those of eqn (14) for the

resonance condition $\omega = \tilde{\omega}_e$. Doing this, the following expressions are found:

$$\frac{1}{\tilde{\omega}_e^2} = \frac{1}{\omega_e^2} + \frac{1}{\omega_h^2} \frac{1 + 4\zeta'_e\zeta'_h}{1 + 4\zeta'^2_h} + \frac{1}{\omega_r^2} \frac{1 + 4\zeta'_e\zeta'_r}{1 + 4\zeta'^2_r} \quad (15)$$

$$\tilde{\zeta}_e = \zeta'_e + \frac{\tilde{\omega}_e^2}{\omega_h^2} \frac{\zeta'_h - \zeta'_e}{1 + 4\zeta'^2_h} + \frac{\tilde{\omega}_e^2}{\omega_r^2} \frac{\zeta'_r - \zeta'_e}{1 + 4\zeta'^2_r} \quad (16)$$

It is worth pointing out that for consistency ζ'_e , ζ'_h and ζ'_r , as well as ω_h and ω_r , have to be evaluated at $\omega = \tilde{\omega}_e$. As $\tilde{\omega}_e$ is not known *a priori*, an iterative process starting at $\omega = \omega_e$ is required for calculating the system frequency. The fact that $\tilde{\omega}_e$ and $\tilde{\zeta}_e$ are evaluated at resonance and then used over the whole range of frequencies is because a satisfactory agreement between the frequency response of the soil-structure system and that of the replacement oscillator is obtained over a wide interval of frequencies on both sides of the resonant frequency (Veletsos & Meek¹), except for very squat structures and too soft soils; in this case, the transfer function of the coupled system cannot be fitted anymore with that of a single fixed-base oscillator (Avilés & Pérez-Rocha¹⁴). Also, it may be noted that this analogy amounts to equating the resonant values of $\omega_e^2 X_e$ and $\tilde{\omega}_e^2 \tilde{X}_e$, which implies that the maximum structural deformations of both the interacting system and the replacement oscillator are related by the expression $X_e^{\max} = (\tilde{\omega}_e^2/\omega_e^2)\tilde{X}_e^{\max}$.

Comparison with solutions by other authors

Several authors (Bielak,² Jennings & Bielak,³ Luco,^{4,5} Luco *et al.*,⁶ Wolf⁷) have derived approximate expressions for the system frequency and system damping, which are analogous to the ones presented herein. However, even though our results are very similar to their analytical expressions, some slight differences exist that would be necessary to point out and discuss.

First of all, such solutions were obtained by introducing two additional simplifying assumptions, which consist in neglecting the foundation depth and terms involving squares or products of the damping coefficients. Also, in some cases (Luco,^{4,5} Luco *et al.*,⁶ Wolf⁷) the imaginary parts of the impedance functions of the soil were decomposed into two components, one of them expressing the hysteretic material damping and the other representing the viscous geometrical damping.

For a soil without material damping, the complex frequency-dependent impedance function for any vibration mode of the foundation can be written as

$$\tilde{K}_m = K_m + i\omega C_m; \quad m = h, r \quad (17)$$

The material damping may be approximately introduced by multiplying the stiffness K_m dependent on the frequency with the complex factor $(1 + i2\zeta_s)$, where ζ_s expresses the hysteretic damping ratio. This substitution leads to

$$\tilde{K}_m = K_m(1 + i2(\zeta'_m + \zeta_s)); \quad m = h, r \quad (18)$$

where $\zeta'_m = \omega C_m / (2K_m)$ represents the ratio of the viscous radiation damping. This result indicates that total damping coefficients can be obtained as the direct addition of both material and geometrical damping.

Now, replacing ζ'_h by $\zeta'_h + \zeta_s$ and ζ'_r by $\zeta'_r + \zeta_s$, neglecting products of ζ'_e , ζ'_h , ζ'_r and ζ_s , and finally substituting $\zeta'_e = (\tilde{\omega}_e/\omega_e)\zeta_e$, $\zeta'_h = (\tilde{\omega}_e/\omega_h)\zeta_h$ and $\zeta'_r = (\tilde{\omega}_e/\omega_r)\zeta_r$, eqns (15) and (16) are reduced as follows:

$$\frac{1}{\tilde{\omega}_e^2} = \frac{1}{\omega_e^2} + \frac{1}{\omega_h^2} + \frac{1}{\omega_r^2} \quad (19)$$

$$\tilde{\zeta}_e = \zeta_e \frac{\tilde{\omega}_e^3}{\omega_e^3} + \zeta_h \frac{\tilde{\omega}_e^3}{\omega_h^3} + \zeta_r \frac{\tilde{\omega}_e^3}{\omega_r^3} + \zeta_s \left(1 - \frac{\tilde{\omega}_e^2}{\omega_e^2} \right) \quad (20)$$

These approximations for the system frequency and system damping are identical to the expressions reported by Luco^{4,5} and Luco *et al.*⁶ for the case of surface foundation. For consistency, eqns (19) and (20) should be evaluated by considering $D = 0$ in eqns (10) and (12), and by using C_h and C_r appearing in eqns (11) and (12), respectively, obtained from a purely elastic soil. Such approximations can also be shown to be similar to the expressions presented by Wolf,⁷ except for the first term of $\tilde{\zeta}_e$ corresponding to the structural damping which, for having been considered of hysteretic type (frequency independent), led to an exponent of only two instead of three as in the present analysis. Also, except for differences in notation, these results are identical to those reported by Bielak¹⁵ and Jennings & Bielak,³ who dealt jointly with the material and geometrical dampings as in the present study.

Approximations to the system period and system damping compared with the numerical solution are shown in Figs 10 and 11 for relative depths of the foundation $D/R = 0$ and 1, respectively. Effective periods and dampings are depicted in boxes for slenderness ratios of the structure $H_e/R = 2$ and 5. Extreme cases of foundation embedment and building slenderness are considered to emphasize the differences among solutions. The rest of the characteristic parameters were fixed constant at values of $M_e/(\rho_s \pi R^2 H_e) = 0.15$, $\nu_s = 0.45$, $H_s/R = 10$ and $E/D = 1$; similar behavior is observed for other values of these characteristic parameters. For consistency, the numerical solution was computed by taking the linear and rotary inertia of the foundation equal to zero, but the influence of the coupled impedance functions was included.

The curves marked with the solid line and the different segmented lines correspond to the numerical solution and the different approximations, respectively. As expected, for surface foundations ($D/R = 0$) Luco's solution is in good agreement with the numerical results from a practical point of view; the accuracy in the period is better than that in the damping. Wolf's solution cannot reproduce the reduction in the structural damping with respect to the fixed-base condition that arises in

tall and slender structures ($H_e/R = 5$). This is because the structural damping assumed in its solution is hysteretic rather than viscous. Although the present solution is a little more involved than the other approximations, it is in general of higher accuracy than them, particularly for embedded foundations and when the relative stiffness between the structure and soil increases. Differences among solutions come mainly from the fact that the foundation depth should be considered not only in calculating the foundation stiffnesses, but also in deriving the effective system parameters as in the present approximation. Such differences enlarge as the relative stiffness between the structure and soil increases, being most pronounced in the system damping of short and squat structures ($H_e/R = 2$). Introducing damping terms of second order seems to be not relevant for slenderness ratios $H_e/R \geq 2$ and stiffness ratios $(H_e T_e)/(H_s T_e) \leq 2$, which correspond to coupled systems with low to moderate damping.

Even though the present solution proves to be more precise than the other approximations, it is not recommended for coupled systems with high damping. In this case, the numerical solution should be preferred because it represents a simple and more accurate approach, which also accounts for the influence of the coupled impedance functions. For practical purposes, the relative importance of the coupling mode can be very significant for short and squat structures with deep foundation in total contact with the surrounding soil.

CONCLUSIONS

The effects of the foundation embedment and layer depth on the effective period and damping of structures interacting with the soil have been evaluated, by applying a numerical solution for a kind of soil-structure system that is commonly used in seismic codes. The interaction model takes into account the foundation depth, the degree of contact between the soil and the foundation walls, and the depth of the soil layer, for a cylindrical foundation embedded in a homogeneous stratum with rigid base. The soil is replaced with appropriate impedance functions, so that linear springs and viscous dashpots dependent on the excitation frequency are used. Extreme cases of foundation embedment and layer depth were studied to emphasize the interaction effects. Also, the sidewall height was considered variable, the extreme cases being the one of not existing sidewall and that of sidewall extending along the entire foundation depth.

Results show that the influence of the linear and rotary inertia of the foundation on the effective period and damping of coupled systems is insignificant, as has been shown by other authors for the case of surface foundations on a half-space. It is concluded that the usual assumption of neglecting these characteristic parameters may be permissible in deriving single approximations

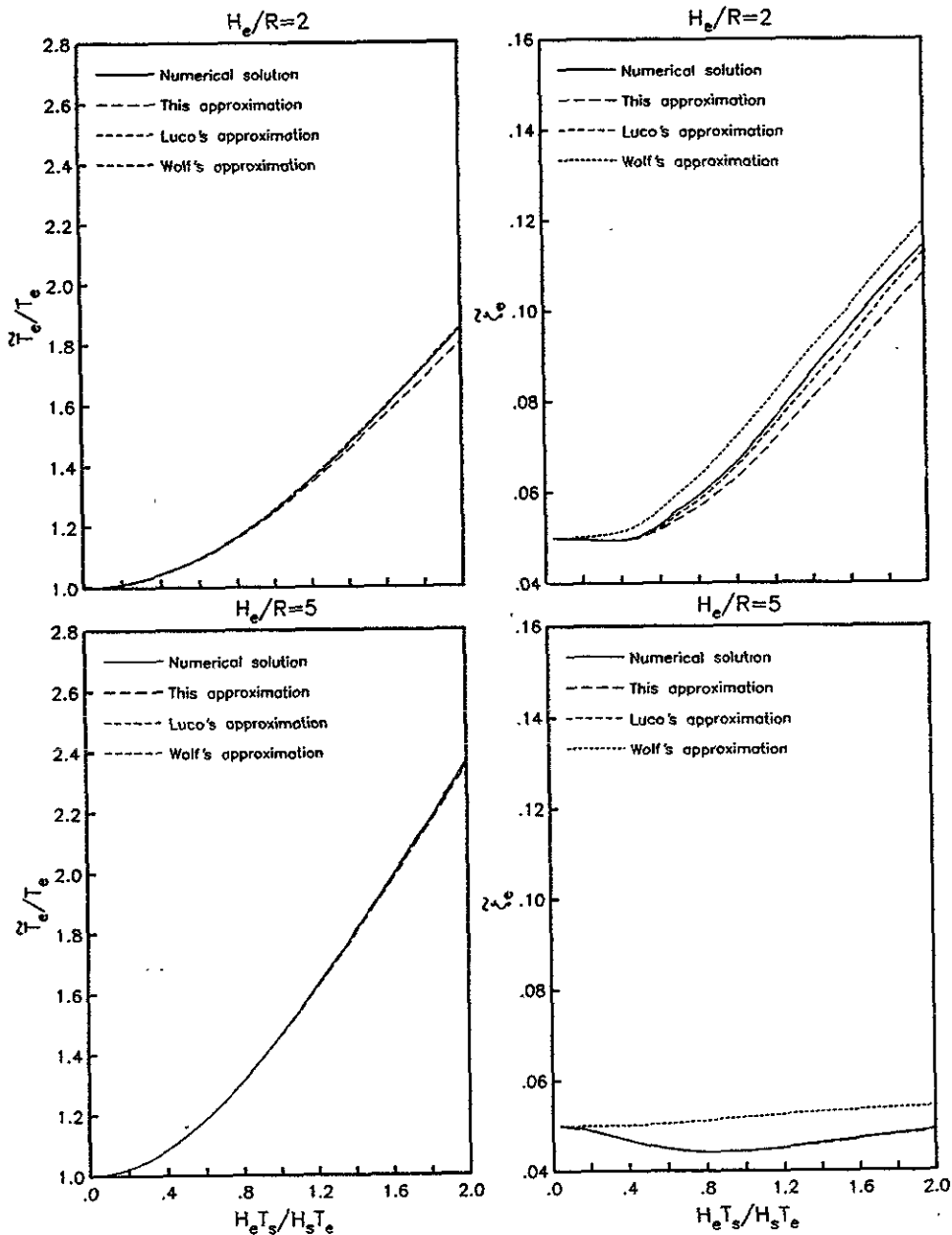


Fig. 10. Comparison of the present solution with other exact and approximate results. Effective periods and dampings of soil-structure systems for a surface foundation with $D/R = 0$ are shown inside of boxes corresponding to $H_e/R = 2$ and 5 ; $\zeta_s = \zeta_r = 0.05$, $\nu_s = 0.45$, $H_s/R = 10$ and $E/D = 1$.

for the effective system parameters, which are widely used in practical applications. Also, it is found that generalizing from representative average values of the soil mass density is not possible, because of its large influence on the system period; the system damping is little sensitive to variations of this characteristic parameter.

It is confirmed that the system period decreases and the system damping increases with the foundation embedment only for footings with sidewall in total contact with the surrounding soil. Results show that the effective system parameters for footings without

sidewall or with sidewall in null contact with the surrounding soil behave opposite to those corresponding to the interface condition of total contact. The system damping is most affected by the degree of contact between the soil and the footing walls. In general, the smaller the structure slenderness and the shallower the soil layer, the more is the influence of the foundation depth and the sidewall height on the system damping. Also, it is found that the influence of the layer depth on the system period is practically insignificant, whereas the system damping increases significantly with this characteristic parameter, meaning that the damping

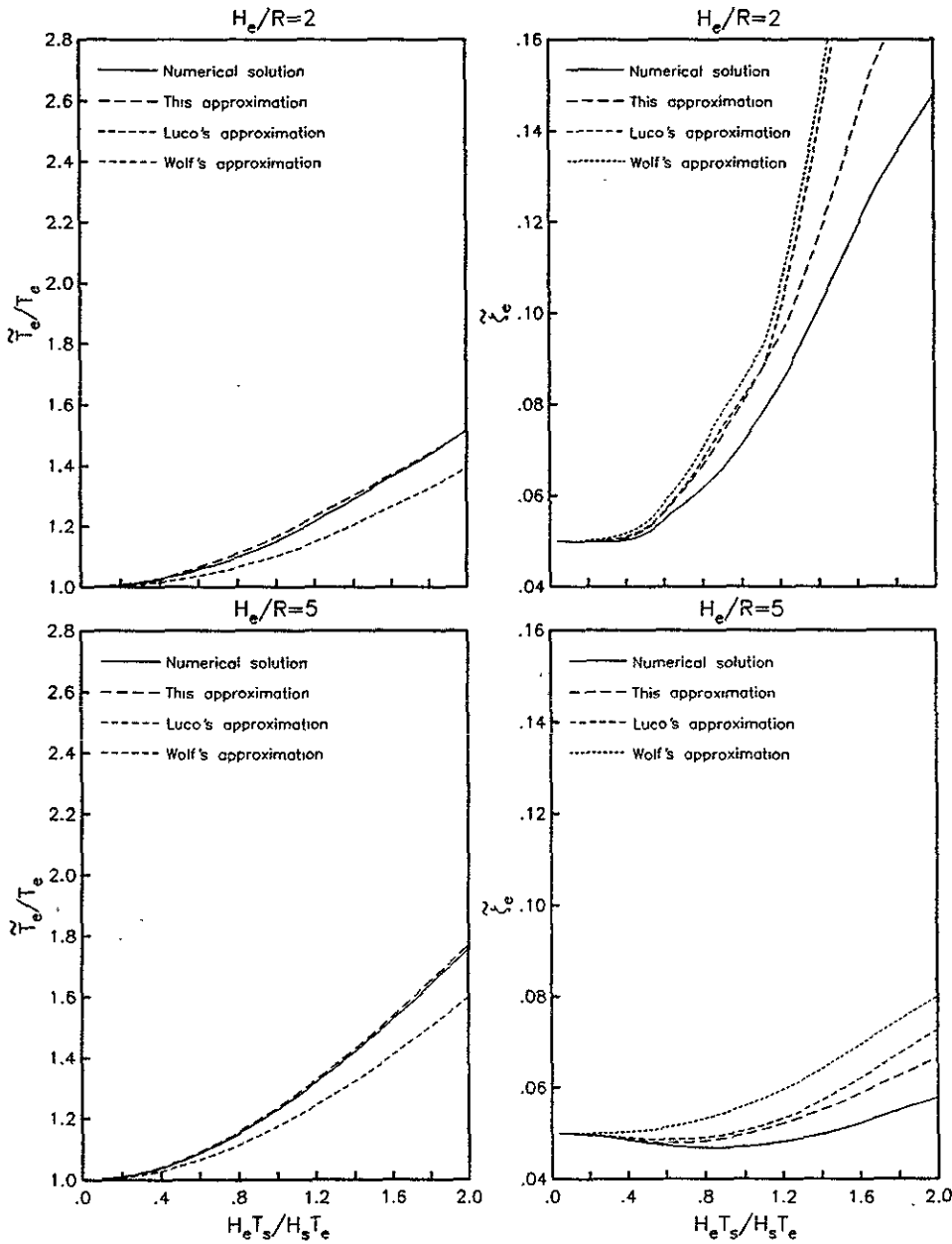


Fig. 11. Comparison of the present solution with other exact and approximate results. Effective periods and dampings of soil-structure systems for an embedded foundation with $D/R = 1$ are shown inside of boxes corresponding to $H_e/R = 2$ and 5; $\zeta_e = \zeta_s = 0.05$, $\nu_s = 0.45$, $H_s/R = 10$ and $E/D = 1$.

capacity of the foundation for shallow strata is lower than that for deep strata. The largest influence of the stratum depth on the system damping is for short and squat structures with deep foundation without sidewall.

Introducing permissible simplifications, an approximate solution for the effective period and damping of coupled systems was obtained, which is in general of higher accuracy than other approximations reported by several authors. This is particularly important for embedded footings, because the foundation depth representing a key interaction parameter is explicitly considered. It is also important for coupled systems where

the contribution of both structural and foundation damping is relatively high, since damping factors of second order are taken into account.

Finally, the influence of the foundation embedment and layer depth on the system period and system damping was evaluated by considering only the inertial interaction effects, since a harmonic motion with constant amplitude was used as support excitation. It would be worth improving the interaction model by accounting for the kinematic interaction effects, due to the differences between the foundation input motion and the surface free-field motion.

ACKNOWLEDGEMENTS

Thanks are given to F. J. Sánchez-Sesma for his valuable suggestions. We are in debt to the anonymous reviewers for their critical remarks and useful comments, which contributed to the clarity of this paper.

REFERENCES

1. Veletsos, A. S. & Meek, J. W. Dynamic behaviour of building–foundation systems. *Earthq. Engng Struct. Dynam.*, 1974, **3**, 121–38.
2. Bielak, J. Dynamic behavior of structures with embedded foundations. *Earthq. Engng Struct. Dynam.*, 1975, **3**, 259–74.
3. Jennings, P. C. & Bielak, J. Dynamics of building–soil interaction. *Bull. Seism. Soc. Amer.*, 1973, **63**, 9–48.
4. Luco, J. E. Linear soil–structure interaction. Report UCRL-15272, Lawrence Livermore National Laboratory, Livermore, California, 1980.
5. Luco, J. E. Soil–structure interaction and identification of structural models. *Proc. 2nd ASCE Speciality Conference in Civil Engineering and Nuclear Power*, Knoxville, Tennessee, Vol. II, Paper No. 10-1, 10.1–10.30, 1980.
6. Luco, J. E., Trifunac, M. D. & Wong, H. L. On the apparent change in dynamic behavior of a nine-story reinforced concrete building. *Bull. Seism. Soc. Amer.*, 1987, **77**, 1961–83.
7. Wolf, J. P. *Dynamic Soil–Structure Interaction*. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1985.
8. Todorovska, M. I. & Trifunac, M. D. The system damping, the system frequency and the system response peak amplitudes during in-plane building–soil interaction. *Earthq. Engng Struct. Dynam.*, 1992, **21**, 127–44.
9. Todorovska, M. I. Effects of the depth of the embedment on the system response during building–soil interaction. *Soil Dynam. Earthq. Engng*, 1992, **11**, 111–23.
10. Avilés, J. & Pérez-Rocha, L. E. Resortes y amortiguadores equivalentes del suelo. *Bol. Cent. Invest. Sísmica, México*, 1992, **2-1**, 22–81.
11. Tassoulas, J. L. & Kausel, E. Elements for the numerical analysis of wave motion in layered strata. *Int. J. Numer. Meth. Engng*, 1983, **19**, 1005–32.
12. Tassoulas, J. L. & Kausel, E. On the effect of the rigid sidewall on the dynamic stiffness of embedded circular footings. *Earthq. Engng Struct. Dynam.*, 1983, **11**, 403–14.
13. Clough, R. W. & Penzien, J. *Dynamics of Structures*. McGraw-Hill, New York, 1975.
14. Avilés, J., Pérez-Rocha, L. E. & Aguilar, H. R. Periodos y amortiguamientos efectivos de sistemas suelo–estructura. *Bol. Cent. Invest. Sísmica, México*, 1992, **2-2**, 17–62.
15. Bielak, J. Modal analysis for building–soil interaction. *J. Engng Mech. Div., ASCE*, 1976, **102**, 771–86.

APÉNDICE VII

A Simplified Procedure for Torsional Impedance Functions of Embedded Foundations in a Soil Layer

J. Avilés^a & L. E. Pérez-Rocha^b

^aInstituto de Investigaciones Eléctricas, Apdo. 1–475, Cuernavaca 62001, México

^bCentro de Investigación Sísmica, Carretera al Ajusco 203, Héroes de Padierna 14200, México

(Received 20 June 1995; revised version received 10 October 1995; accepted 16 October 1995)

ABSTRACT

A simplified calculation procedure for torsional impedance functions of circular embedded foundations in a soil layer with rigid base is presented. The solution is constructed by means of linear combinations of natural modes of propagation and participation factors. The unknown coefficients of such expansions are obtained from the continuous treatment of appropriate boundary conditions in the least-squares sense. The influence of soil material damping is investigated by using hysteretic and viscous models. Dynamic stiffnesses of soil–foundation systems are computed for different foundation embedments and soil layer depths. Finally, the practical importance of introducing viscous instead of hysteretic damping in linear interaction analyses in the time domain is discussed. Copyright © 1996 Elsevier Science Ltd

INTRODUCTION

For the dynamic analysis of foundations placed on soft ground it is necessary to consider the soil deformability by employing rigorous impedance functions of the soil–foundation system, which vary significantly with the excitation frequency and depend strongly on the configuration of the site and the foundation. Such dynamic stiffnesses are widely used in the analysis of soil–structure interaction and machine foundation vibration.

The influence of the foundation embedment and soil layer on the impedance functions is very important. It is well-known that the embedment and layer depth substantially affect the static stiffness and the frequency variation of the impedance coefficients due to resonance at the natural frequencies of the stratum [1]. Probably, the most important effect is that for a soil layer

on bedrock a cutoff frequency exists, below which there is no radiation damping [2]. Overlooking this situation results in an overestimate of soil damping for frequencies lower than the fundamental frequency of the site in shear waves.

The dynamic analysis of embedded foundations has received considerable attention. As a result, several numerical solutions [1, 3–6] and analytical approximations [7–10] have been developed. In spite of the substantial amount of work that has been done in the last 20 years, an exact analytical solution for the simple case of a cylindrical foundation embedded in a homogeneous soil layer is not available yet.

Due to the mathematical complexities of rigorous solutions for impedance functions, a number of approximate procedures based on cone models have been developed for homogeneous soil [11] as well as for a soil layer resting on either rigid [12] or flexible [13] bedrock. All of them neglect the effect of the foundation embedment, because the footing is assumed to be supported on the surface of the ground. Cone models have recently been extended to represent embedded foundations [14].

The aim of this paper is to present a simplified procedure for torsional impedance functions of circular embedded foundations in a soil layer with rigid base, as an alternative to the powerful finite element and boundary element methods. An approximate closed-form solution is developed which proves to be simple, rapid and accurate to be used in engineering practice. The solution is generated by using modal superposition, that is, by means of linear combinations of natural modes of propagation and participation factors. The unknown coefficients of the wave function expansions are obtained from the continuous treatment of the boundary conditions in the least-squares sense [15]. As the soil layer is divided into two regions, one of them beneath the foundation and one for the rest of the stratum, the boundary conditions to be satisfied are the continuity of displacements and stresses at the fictitious cylindrical interface between the bounded and unbounded regions, as well as the displacement compatibility at the soil–foundation interface.

The influence of soil material damping is investigated by using the linear hysteretic model independent of the frequency, as well as two linear viscous models dependent on the frequency, namely the Voigt and Kelvin material models. Dynamic stiffnesses of soil–foundation systems are computed for different foundation embedments and soil layer depths. The non-causal behavior of dynamic flexibilities with hysteretic damping transformed in the time domain is also illustrated, and the practical importance of this result is discussed.

A solution that is much simpler than the one presented herein is the closed-form approximation of Novak and Sachs [9] for torsional vibrations

of footings embedded in either a half-space or a stratum. Although both approaches appear to be similar, there is a major difference in the approximation type. In Novak and Sachs' solution it is assumed that the total reaction of surrounding soil is composed of two independent components: one acting on the base and the other on the sidewall of the foundation. The base reaction is derived from a disk placed on either a half-space or a stratum that models the soil under the footing, while the sidewall reaction is derived from a cylinder embedded in the adjacent layer overlying the half-space or stratum. It is apparent that the approximation is in the assumptions of the model, because the compatibility condition between the soil under the footing and the overlying layer is satisfied only at the base and sidewall of the foundation and far away from it. In order to improve the reliability of results, it is necessary to eliminate the slip between the two regions, as it is done in the present solution assuming a perfect bond between them; its approximation is in the matching of boundary conditions. Finally, a comparison with Novak and Sachs' results is given, which shows that our solution is of higher accuracy, even though it is more detailed.

FORMULATION OF THE PROBLEM

Natural modes of propagation

In the propagation of harmonic rotary shear waves in a homogeneous soil layer (Fig. 1) the motion is governed by the reduced wave equation [16]

$$\frac{\partial^2 v}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} - \frac{v}{r^2} + k^2 v = 0 \quad (1)$$

where v = tangential displacement and $k = \omega/\beta$ = shear wave number, in which β = propagation velocity of shear waves and ω = angular frequency; the time-harmonic factor $e^{i\omega t}$ has been omitted.

Applying separation of variables to the above equation it is found that the generalized Love modes propagating horizontally, due to the torsional vibration of a cylindrical footing, are given by

$$v(r, z) = pV(z) B_0'(pr) \quad (2)$$

where $B_0(\chi)$ = cylindrical wave function that satisfies the Bessel's equation of order zero

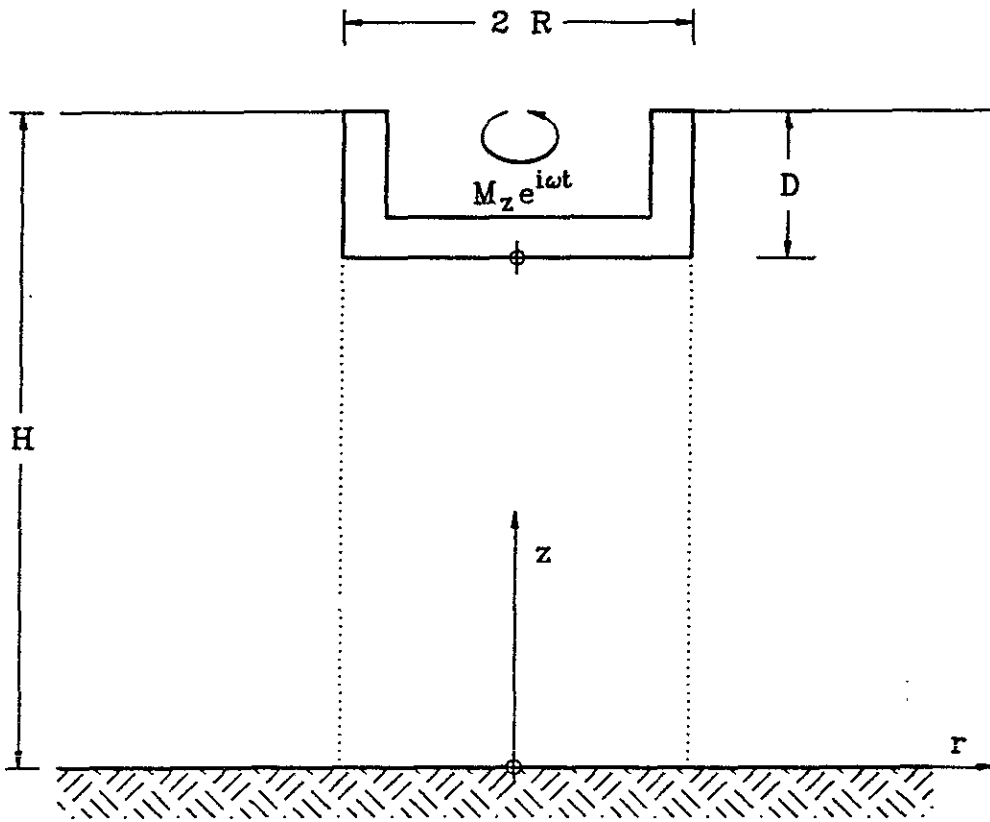


Fig. 1. Circular foundation embedded in a soil layer with rigid base and subjected to a torsional moment.

$$B_0'' + \frac{1}{\chi} B_0' + B_0 = 0 \quad (3)$$

in which the prime denotes differentiation with respect to the argument χ ; whereas $V(z) =$ eigenfunction corresponding to the eigenvalue p , which satisfies the differential equation

$$\frac{d^2 V}{dz^2} + (k^2 - p^2) V = 0 \quad (4)$$

Now, $B_0(\chi)$ as well as $V(z)$ and p can be obtained beginning with the wave types and boundary conditions of the problem. For this purpose the soil layer is divided into two domains introducing an artificial cylindrical interface at $r = R$, so that an exterior region of infinite extent ($r \geq R, 0 \leq z \leq H$) and an interior region of finite extent ($0 \leq r \leq R, 0 \leq z \leq H-D$) are defined, where $R =$ foundation radius, $D =$ foundation depth and $H =$ depth of the soil layer.

Exterior region

The admissible modes in a region of infinite extent are those that satisfy the radiation and boundedness conditions. The radiation condition requires that waves be outgoing, so that the cylindrical wave function has to be

$$B_0(pr) = H_0^{(2)}(pr) \quad (5)$$

where $H_0^{(2)}(\cdot) =$ Hankel function of the second kind and order zero. The boundedness condition requires that waves be bounded for $r \geq R$. Then, the admissible eigenvalues are those whose imaginary part is negative [3], since a wave for which $\text{Im}[p] < 0$ represents an evanescent mode decaying for large r .

Solving the eigenvalue problem for the exterior region, represented by eqn (4) and the boundary conditions of free surface, $(dV/dz)_H = 0$, and fixed base, $V(0) = 0$, we find that the eigenfunction and eigenvalue for the mode m are given by

$$V_m(z) = \sin q_m z; \quad m = 1, 2, \dots, \infty \quad (6)$$

$$p_m = \pm \sqrt{k^2 - q_m^2}; \quad \text{Im}[p_m] < 0 \quad (7)$$

in which $q_m = (2m-1)\pi/2H$.

Interior region

The admissible modes in a region of finite extent are those that satisfy the boundedness condition for $0 \leq r \leq R$, which implies to have bounded waves inside the region. So, the cylindrical wave function must be

$$B_0(pr) = J_0(pr) \quad (8)$$

where $J_0(\cdot) =$ Bessel function of the first kind and order zero, which is non-singular at $r = 0$. In this case, the choice of sign of the imaginary part of the admissible eigenvalues is irrelevant [3] because it affects only the modal participation factors.

Let us first consider that the footing is fixed. Thus, solving the eigenvalue problem for the interior region, represented by eqn (4) and the boundary conditions of fixed subgrade, $V(H-D) = 0$, and fixed base, $V(0) = 0$, we find that the eigenfunction and eigenvalue for the mode m are given by

$$V_m(z) = \sin q_m z; \quad m = 1, 2, \dots, \infty \quad (9)$$

$$p_m = \sqrt{k^2 - q_m^2} \quad (10)$$

in which $q_m = m\pi/(H-D)$.

Let us now obtain a particular solution due to the rotation Φ of the footing. Substituting $v(r,z) = r V(z)$ into eqn (1) and the boundary conditions $v(r,0) = 0$ and $v(r,H-D) = r \Phi$, one finds that the unknown function $V(z)$ must satisfy the differential equation

$$\frac{d^2 V}{dz^2} + k^2 V = 0 \quad (11)$$

in conjunction with the boundary conditions $V(0) = 0$ and $V(H-D) = \Phi$. Solving this boundary value problem, assuming that $\Phi = 1$, the particular solution is then obtained as

$$v(r,z) = \frac{r \sin kz}{\sin k(H-D)} \quad (12)$$

METHOD OF SOLUTION

Modal participation factors

The wave fields in the exterior and interior regions are constructed through modal superposition. Based on the admissible modes for each region, the displacement field in the exterior region, according to eqns (2), (5), (6) and (7), can be expressed as

$$v_s(r,z) = R \sum_{m=1}^{\infty} C_m^s \sin q_m^s z H_0^{(2)'}(p_m^s r) \quad (13)$$

$$p_m^s = \pm \sqrt{k^2 - (q_m^s)^2}; \quad \text{Im}[p_m^s] < 0 \quad (14)$$

where $q_m^s = (2m-1)\pi/2H$; while the displacement field in the interior region, according to eqns (2), (8), (9) and (10) in addition to eqn (12), can be expressed as

$$v_c(r,z) = \frac{r \sin kz}{\sin k(H-D)} + R \sum_{m=1}^{\infty} C_m^c \sin q_m^c z J_0'(p_m^c r) \quad (15)$$

$$p_m^c = \sqrt{k^2 - (q_m^c)^2} \quad (16)$$

where $q_m^c = m\pi/(H-D)$. The non-dimensional modal participation factors C_m^s and C_m^c are computed by solving the remaining boundary conditions at $r = R$, which are the displacement compatibility at $H-D \leq z \leq H$ and the continuity of displacements and stresses at $0 \leq z \leq H-D$, that is:

$$v_s(R, z) = R \Phi; \quad H - D \leq z \leq H \quad (17)$$

$$v_s(R, z) = v_c(R, z); \quad 0 \leq z \leq H - D \quad (18)$$

$$\left(\frac{\partial v_s}{\partial r} - \frac{v_s}{r} \right) \Big|_{r=R} = \left(\frac{\partial v_c}{\partial r} - \frac{v_c}{r} \right) \Big|_{r=R}; \quad 0 \leq z \leq H - D \quad (19)$$

As these equations cannot be solved exactly, the solution will be found in the least-squares sense by using a continuous approach for the matching of boundary conditions. Substituting eqn (13) into eqn (17), considering that $\Phi = 1$, as well as eqns (13) and (15) into eqns (18) and (19), the quadratic error in boundary conditions integrated along the corresponding borders is found to be

$$\begin{aligned} E(C_m^s, C_m^c) = & \int_{H-D}^H \left| \sum_{m=1}^{\infty} C_m^s H_1^{(2)}(p_m^s R) \sin q_m^s z + 1 \right|^2 dz + \\ & \int_0^{H-D} \left| \sum_{m=1}^{\infty} \left(C_m^s H_1^{(2)}(p_m^s R) \sin q_m^s z - C_m^c J_1(p_m^c R) \sin q_m^c z \right) + \frac{\sin kz}{\sin k(H-D)} \right|^2 dz + \\ & R^2 \int_0^{H-D} \left| \sum_{m=1}^{\infty} \left(C_m^s p_m^s H_2^{(2)}(p_m^s R) \sin q_m^s z - C_m^c p_m^c J_2(p_m^c R) \sin q_m^c z \right) \right|^2 dz \quad (20) \end{aligned}$$

where $J_n(\cdot)$ and $H_n^{(2)}(\cdot)$ are Bessel and Hankel functions of the first and second kind, respectively, and order $n = 1$ and 2 .

The factor R^2 that appears in the third integral of this equation is required to normalize the quadratic error which involves both displacements and stresses. The necessary conditions for E to be a minimum are

$$\frac{\partial E}{\partial C_n^s} = 0; \quad n = 1, 2, \dots, \infty \quad (21)$$

$$\frac{\partial E}{\partial C_n^c} = 0; \quad n = 1, 2, \dots, \infty \quad (22)$$

where the asterisk indicates a complex conjugate. Applying eqns (21) and (22) to eqn (20), a linear system of algebraic equations can be obtained which in matrix notation can be written as

$$\begin{bmatrix} [F_{mn}^{ss}] & [F_{mn}^{sc}] \\ [F_{mn}^{cs}] & [F_{mn}^{cc}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{C_n^s\} \\ \{C_n^c\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{G_m^s\} \\ \{G_m^c\} \end{Bmatrix}; \quad m, n = 1, 2, \dots, \infty \quad (23)$$

in which:

$$F_{mn}^{ss} = H_1^{(2)*}(p_m^s R) H_1^{(2)}(p_n^s R) I_{mn}^{ss}(H) + R^2 p_m^s p_n^s H_2^{(2)*}(p_m^s R) H_2^{(2)}(p_n^s R) I_{mn}^{ss}(H - D) \quad (24)$$

$$F_{mn}^{sc} = -\left(H_1^{(2)*}(p_m^s R) J_1(p_n^c R) + R^2 p_m^s p_n^c H_2^{(2)*}(p_m^s R) J_2(p_n^c R) \right) I_{mn}^{sc}(H - D) \quad (25)$$

$$F_{mn}^{cs} = -\left(J_1^*(p_m^c R) H_1^{(2)}(p_n^s R) + R^2 p_m^c p_n^s J_2^*(p_m^c R) H_2^{(2)}(p_n^s R) \right) I_{nm}^{sc}(H - D) \quad (26)$$

$$F_{mn}^{cc} = \left(J_1^*(p_m^c R) J_1(p_n^c R) + R^2 p_m^c p_n^c J_2^*(p_m^c R) J_2(p_n^c R) \right) I_{mn}^{cc}(H - D) \quad (27)$$

$$G_m^s = -H_1^{(2)*}(p_m^s R) \left(\frac{\cos q_m^s(H - D)}{q_m^s} + \frac{I_m^s(H - D)}{\sin k(H - D)} \right) \quad (28)$$

$$G_m^c = \frac{J_1^*(p_m^c R)}{\sin k(H - D)} I_m^c(H - D) \quad (29)$$

The real coefficients I_{mn}^{ss} , I_{mn}^{sc} and I_{mn}^{cc} , as well as the complex coefficients I_m^s and I_m^c , are given in the Appendix. The solution of eqn (23) is obtained approximately by truncating the order of expansions to a finite number of terms M and solving the resultant system of $2M$ equations with $2M$ unknowns. Advantage should be taken of the fact that this equation is hermitian.

Impedance function

The torsional impedance function is obtained by calculating the total soil resistance due to the unit rotation of the footing. Thus, integrating the actions on the sidewall and base of the foundation, the torque that the footing exerts on the soil results in

$$K = G \left(\int_0^R \int_0^{2\pi} r^2 \frac{\partial v_c}{\partial z} \Big|_{z=H-D} dr d\theta - R^2 \int_0^{2\pi} \int_{H-D}^H \left(\frac{\partial v_s}{\partial r} - \frac{v_s}{r} \right) \Big|_{r=R} d\theta dz \right) \quad (30)$$

where $G = \beta^2 \rho$ = shear modulus of the soil, in which ρ = mass density of the soil. After some manipulations and using properties of Bessel functions [17], the following result is obtained:

$$K = 2\pi G R^3 \left(\frac{kR \cot k(H-D)}{4} - \sum_{m=1}^{\infty} (-1)^m \left(\frac{q_m^c}{p_m^c} J_2(p_m^c R) C_m^c - \sin q_m^s D \frac{p_m^s}{q_m^s} H_2^{(2)}(p_m^s R) C_m^s \right) \right) \quad (31)$$

The influence of material damping is addressed next. The presence in the soil of this damping is considered by employing the linear hysteretic model, independent of frequency, as well as the linear viscous models of Voigt and Kelvin, dependent on frequency. Material damping is introduced by using a complex shear modulus of the soil [18] defined as $G^* = G\xi(\eta)$, where $\xi(\eta)$ is a damping factor dependent on frequency, except for the hysteretic behavior, given by

$$\xi(\eta) = \begin{cases} (1 + i2\zeta); & \text{Hysteretic model} \\ (1 + i\eta 2\zeta); & \text{Voigt model} \\ (1 + i\eta 2\zeta)/(1 + i\eta\zeta); & \text{Kelvin model} \end{cases} \quad (32)$$

where ζ = damping ratio of the soil and $\eta = \omega R/\beta$ = dimensionless frequency. Now, using the correspondence principle, the impedance function can be represented in the conventional complex form

$$K(\eta) = K_0 (k(\eta) + i\eta c(\eta)) \xi(\eta) \quad (33)$$

where K_0 = static stiffness, $k(\eta)$ = stiffness coefficient and $c(\eta)$ = damping coefficient; the impedance coefficients are dependent on the non-dimensional frequency. In accord with the complex form of the impedance function, the constant K_0 as well as the functions $k(\eta)$ and $c(\eta)$ are determined as follows:

$$K_0 = \text{Re} [K(0)] \quad (34)$$

$$k(\eta) = \text{Re} [K(\eta)/(K_0 \xi(\eta))] \quad (35)$$

$$c(\eta) = \frac{1}{\eta} \text{Im} [K(\eta)/(K_0 \xi(\eta))] \quad (36)$$

NUMERICAL RESULTS

Comparison with results by other authors

In the following results the number of terms used to calculate the solution described previously was $M = 50$, which is more than adequate for practical purposes. To calibrate the accuracy of this procedure, the static stiffnesses of soil–foundation systems with $D/R = 1$ and $H/R = 2$ and 3 were computed. They have already been calculated by using the finite element method and are reported in [4]. There is very good agreement between the static stiffnesses obtained from both techniques, as shown in Table 1. In addition, the impedance coefficients obtained from this method and those reported in [4], for the frequency range $0 \leq \eta \leq 2\pi$, are nearly identical; it is not easy to resolve the difference within the scale of the drawings.

In terms of our notation, Novak and Sachs' solution for torsional impedance functions of embedded foundations can be written as

$$K_t = K_b + K_s \quad (37)$$

where K_t represents the total soil resistance which is composed of the reactions K_b and K_s acting on the base and sidewall of the foundation, respectively. According to Novak and Sachs, the sidewall reaction is given by

$$K_s = 2\pi GR^2 D \left(2 - kR \frac{H_0^{(2)}(kR)}{H_1^{(2)}(kR)} \right) \quad (38)$$

The base reaction is taken from any available solution for surface foundation. Here it is obtained by making $D = 0$ and solving rigorously eqns (18) and (19) as follows: multiplying both equations by $\sin q_n^s z$ and integrating from 0 to H , using the orthogonality properties of sine functions, the participation factor C_n^s can be eliminated; with this reduction, a linear system of algebraic equations for the participation factor C_n^c is obtained, which is defined as

TABLE 1
Comparison of the present solution with the finite element method

H/R ($D/R = 1$)	K_0/GR^3 (this method)	K_0/GR^3 (FE method)
2	21.0	21.2
3	20.1	20.4

$$[F_{mn}^{cc}]\{C_n^c\} = \{G_m^c\}; \quad m, n = 1, 2, \dots, \infty \quad (39)$$

in which:

$$F_{mn}^{cc} = \frac{(-1)^{m+n} q_n^c}{(q_n^c)^2 - (q_m^s)^2} \left(\frac{J_1(p_n^c R)}{H_1^{(2)}(p_m^s R)} - \frac{p_n^c J_2(p_n^c R)}{p_m^s H_2^{(2)}(p_m^s R)} \right) \quad (40)$$

$$G_m^c = \frac{(-1)^m k \cot kH}{H_1^{(2)}(p_m^s R)(k^2 - (q_m^s)^2)} \quad (41)$$

By using Eqn (31), making $D = 0$, it can be found that the base reaction is equal to

$$K_b = 2\pi GR^3 \left(\frac{kR \cot kH}{4} - \sum_{m=1}^{\infty} (-1)^m \frac{q_m^c}{p_m^c} J_2(p_m^c R) C_m^c \right) \quad (42)$$

A comparison with Novak and Sachs' results is depicted in Figs. 2 and 3, which show impedance coefficients for soil–foundation systems with $D/R = 1$ and $H/R = 2$ and 3, respectively; only the hysteretic damping value $\zeta = 0.05$ is considered. It can be seen that some differences arise in both the stiffness and damping coefficients, which are attributable to the assumption of

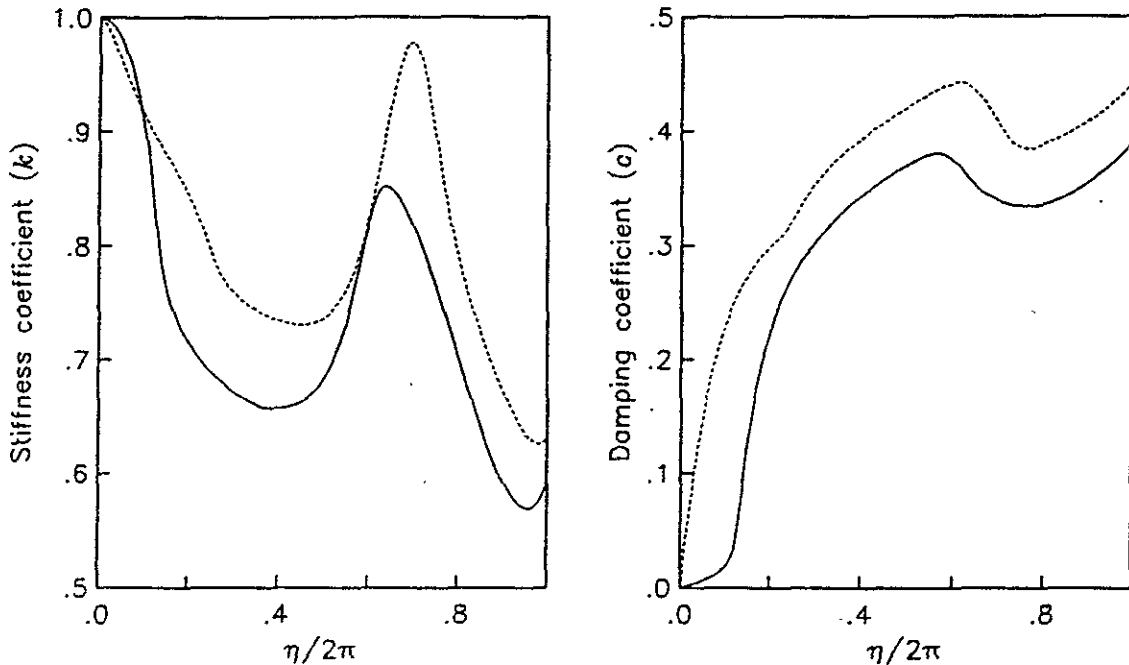


Fig. 2. Comparison of the present solution (—) with Novak and Sachs' results (.....); stiffness and damping coefficients for a soil–foundation system with $D/R = 1$ and $H/R = 2$.

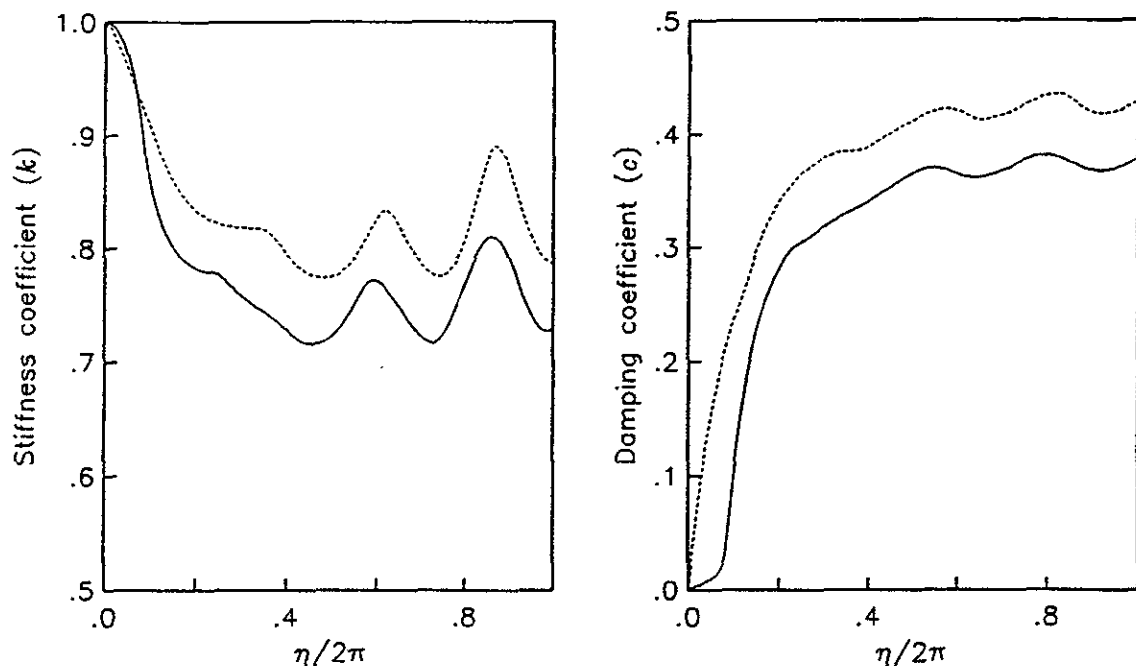


Fig. 3. Comparison of the present solution (—) with Novak and Sachs' results (.....); stiffness and damping coefficients for a soil–foundation system with $D/R = 1$ and $H/R = 3$.

unbound between the sidewall layer and the soil beneath the foundation. In fact, Novak and Sachs' solution cannot reproduce the lack of radiation damping for frequencies lower than the cutoff frequency ($\eta/2\pi < R/4H$) of the soil layer.

Influence of the embedment, layer depth and type of damping

Impedance coefficients were computed for several soil layer depths and foundation embedments; the conventional value $\zeta = 0.05$ is adopted for the different types of damping. They are shown in Figs. 4 and 5 for soil–foundation systems with $H/R = 2$ and 3, respectively. Stiffness and damping coefficients are displayed respectively in the left and right columns of each figure for $D/R = 0, 1/4, 1/2, 3/4$ and 1, in rows; results correspond to the hysteretic (continuous line), Voigt (dashed line) and Kelvin (dotted line) models.

Impedance coefficients depend strongly on both the foundation embedment and the soil layer depth: they are smoother as these two parameters increase. Damping coefficients increase with the foundation depth; their small values for frequencies lower than the cutoff frequency of the soil layer only reflect the energy loss through either hysteretic or viscous material damping, because the radiation damping is null in this range.

Stiffness coefficients depend strongly on the type of soil material damping; the differences among the hysteretic and viscous dampings increase with

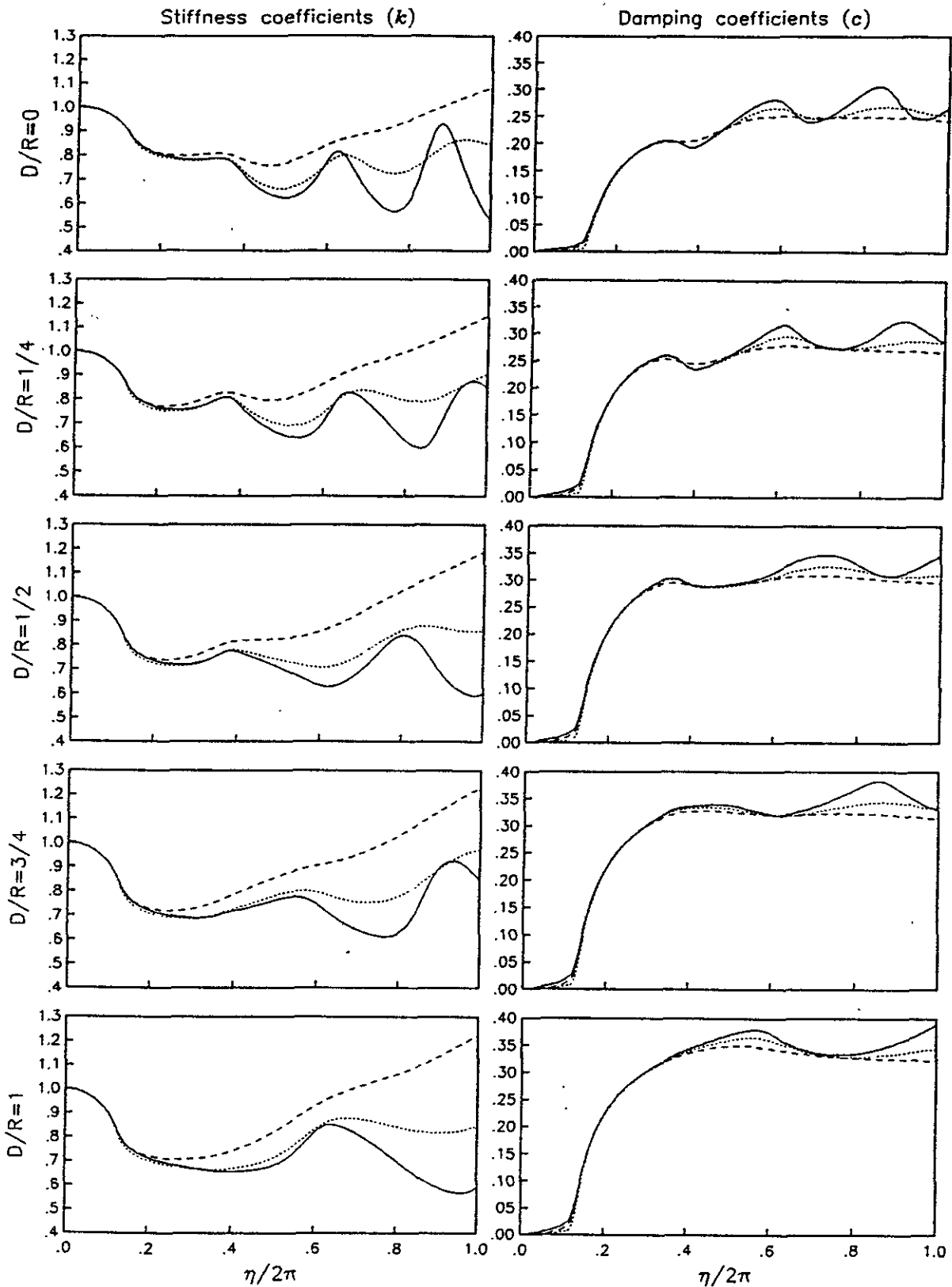


Fig. 4. Stiffness and damping coefficients for soil-foundation systems with $H, R = 2$; hysteretic (—), Voigt (---) and Kelvin (.....) models.

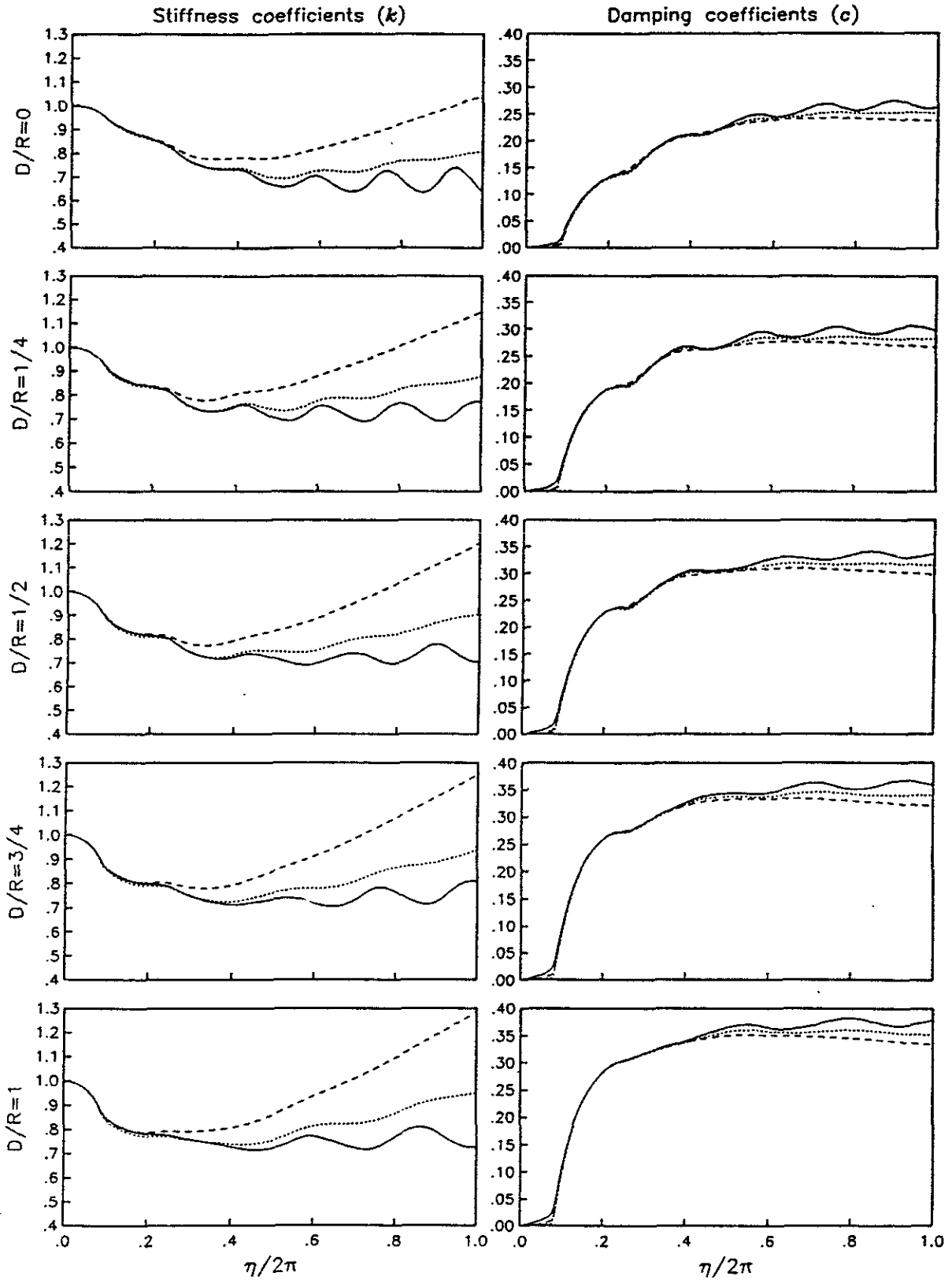


Fig. 5. Stiffness and damping coefficients for soil-foundation systems with $H/R = 3$; hysteretic (—), Voigt (---) and Kelvin (.....) models.

increasing frequency. Also, the soil material damping has little influence on the damping coefficients, even for high frequencies. The greatest influence of the soil material damping on the impedance coefficients is related to the Voigt model, since the observed undulations (peaks and valleys) tend to reduce entirely.

Hysteretic damping is widely used in linear interaction analyses working in the frequency domain. However, this type of soil material damping presents some difficulties in transforming the harmonic response functions in the time domain, because the resultant impulsive response functions have non-causal behavior, that is, a response prior to the application of the excitation arises [18]. This precursor response is physically unrealizable and, even though it is small, its influence on the system response could become important. The non-causal behavior can be seen in Figs. 6 and 7, which show normalized dynamic flexibilities ($F \times GR^3$) for soil–foundation systems with $D/R = 1/2$ and $H/R = 2$ and 3, respectively; results were computed by using the inverse Fourier transform and correspond to the hysteretic (continuous line), Voigt (dashed line) and Kelvin (dotted line) models. The non-zero values of the dynamic flexibilities are clearly visible for the dimensionless time $t\beta/R < 0$.

The practical importance of introducing viscous instead of hysteretic damping is that the former could overshadow the frictional loss of energy in saturated soils. In a series of new laboratory experiments [19], the phase and amplitude of both the driving torque and the resulting torsional motion of a

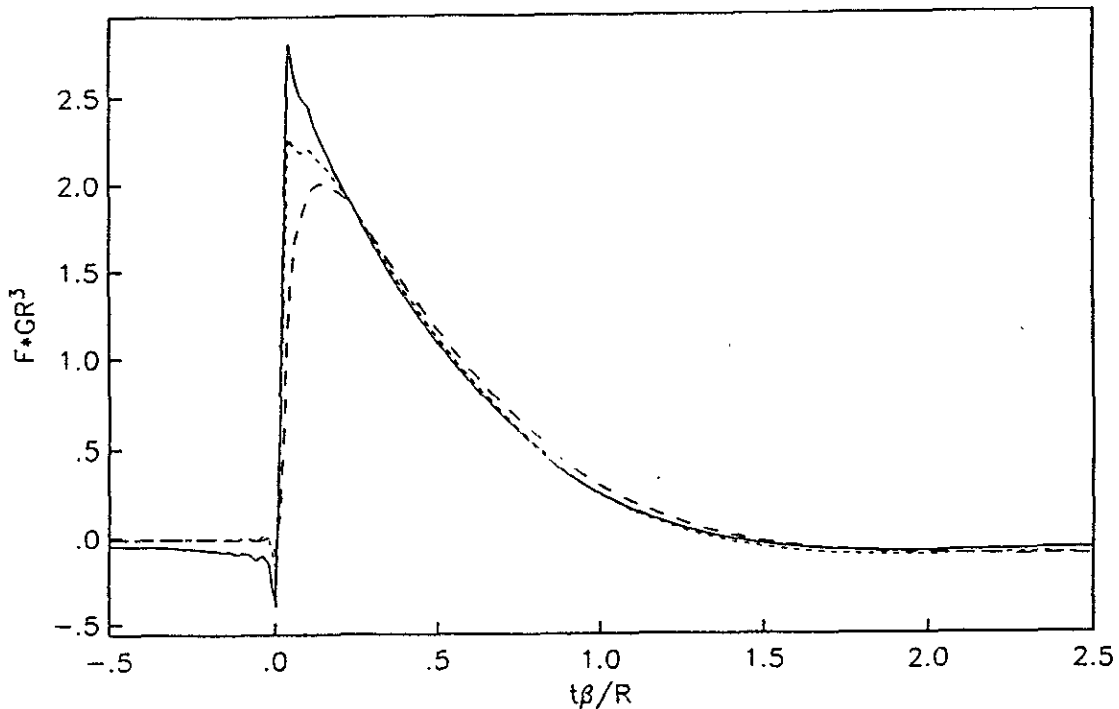


Fig. 6. Normalized dynamic flexibilities in the time domain for a soil–foundation system with $H/R = 2$ and $D/R = 1/2$; hysteretic (—), Voigt (---) and Kelvin (.....) models.

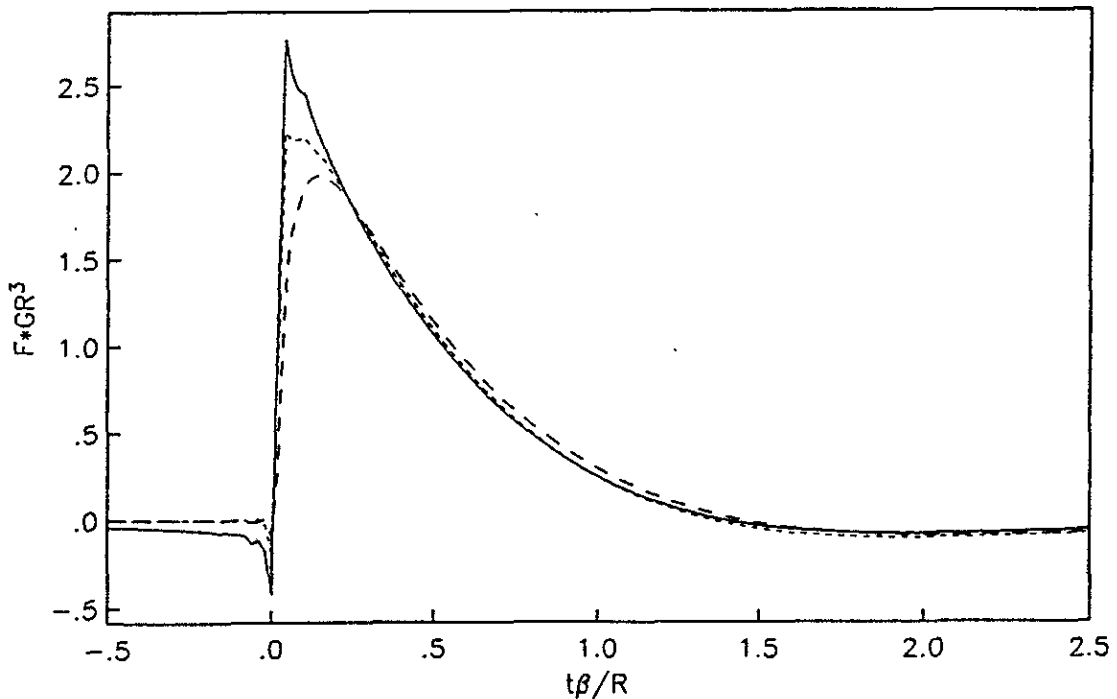


Fig. 7. Normalized dynamic flexibilities in the time domain for a soil–foundation system with $H/R = 3$ and $D/R = 1/2$; hysteretic (—), Voigt (---) and Kelvin (·····) models.

cylindrical specimen have been measured. One of the most important results of these studies has been to identify several forms of viscous dissipation that tend to control the overall damping in saturated sediments at very low amplitudes of motion and most frequencies of practical interest.

CONCLUSIONS

A simplified calculation procedure for torsional impedance functions of circular embedded foundations in a soil layer with rigid base has been presented. It is in very good agreement with a finite element solution and produces higher accuracy than the classical approximation of Novak and Sachs, even though it is more detailed. The presence in the soil of material damping was introduced by employing hysteretic and viscous models; Kelvin and Voigt models were used to represent the viscous behavior.

By applying this procedure, dynamic stiffnesses of soil–foundation systems were computed for several configurations of site and footing. Impedance coefficients depend strongly on both the foundation embedment and the soil layer depth; they are smoother as these two parameters increase. Damping coefficients increase with the foundation depth. Also, stiffness coefficients depend strongly on the type of soil material damping which has little influence on the damping coefficients, even for high frequencies. The greatest

influence of the soil material damping on the impedance coefficients is related to the Voigt model.

In spite of the fact that the dynamic stiffnesses and flexibilities in the time domain have non-causal behavior for hysteretic damping, the influence of this type of soil material damping is not significant in the frequency domain, so that the hysteretic model widely used in linear interaction analyses is quite adequate for engineering applications.

The least-squares solution presented here is simple, rapid and accurate. The technique could easily be extended to consider the degree of contact between the soil and the foundation wall, since additional boundary conditions can be introduced without modifying the fundamental form of the solution.

ACKNOWLEDGEMENTS

Thanks are given to F. J. Sánchez-Sesma for revising the original manuscript. His comments and suggestions are greatly appreciated. Also, we are in debt to the anonymous reviewers for their critical remarks to the context and scope of this paper.

REFERENCES

1. Kausel, E. & Roësset, J. M., Dynamic stiffness of circular foundations. *J. Engng Mech. Div., ASCE*, **101** (1975) 771–785.
2. Meek, J. W. & Wolf, J. P., Insights on cutoff frequency for foundation on soil layer. *J. Earthquake Engng Struct. Dynam.*, **20** (1991) 651–665.
3. Tassoulas, J. L. & Kausel, E., Elements for the numerical analysis of wave motion in layered strata. *J. Numer. Meth. Engng*, **19** (1983) 1005–1032.
4. Tassoulas, J. L. & Kausel, E., On the effect of the rigid sidewall on the dynamic stiffness of embedded circular footings. *J. Earthquake Engng Struct. Dynam.*, **11** (1983) 403–414.
5. Apsel, R. J. & Luco, J. E., Impedance functions for foundations embedded in a layered medium: An integral equation approach. *J. Earthquake Engng Struct. Dynam.*, **15** (1987) 213–231.
6. Mita, A. & Luco, J. E., Dynamic response of embedded foundations: A hybrid approach. *Computer Meth. Appl. Mech. Engng*, **63** (1987) 233–259.
7. Beredugo, Y. O. & Novak, M., Coupled horizontal and rocking vibrations of embedded footings. *Can. Geotech. J.*, **9** (1972) 477–497.
8. Novak, M. & Beredugo, Y. O., Vertical vibration of embedded footings. *J. Soil Mech. Found. Div., ASCE*, **98** (1972) 1291–1310.
9. Novak, M. & Sachs, K., Torsional and coupled vibrations of embedded footings. *J. Earthquake Engng Struct. Dynam.*, **2** (1973) 11–33.
10. Luco, J. E., Torsion of a rigid cylinder embedded in an elastic half-space. *Trans. ASME*, **43** (1976) 419–423.

11. Meek, J. W. & Wolf, J. P., Cone models for homogeneous soil. *J. Geotech. Engng, ASCE*, **118** (1992) 667–685.
12. Meek, J. W. & Wolf, J. P., Cone models for a soil layer on rigid rock. *J. Geotech. Engng, ASCE*, **118** (1992) 686–703.
13. Wolf, J. P. & Meek, J. W., Cone models for a soil layer on a flexible rock half-space. *J. Earthquake Engng Struct. Dynam.*, **22** (1993) 185–193.
14. Meek, J. W. & Wolf, J. P., Cone models for embedded foundation. *J. Geotech. Engng, ASCE*, **120** (1994) 60–80.
15. Sánchez-Sesma, F. J., Herrera, I. & Avilés, J., A boundary method for elastic wave diffraction. Application to scattering of SH waves by surface irregularities. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, **72** (1982) 473–490.
16. Achenbach, J. D., *Wave Propagation in Elastic Solids*. North-Holland, Oxford, 1976.
17. Abramowitz, M. & Stegun, I. A., *Handbook of Mathematical Functions*. Dover, New York, 1970.
18. Wolf, J. P., *Soil-Structure-Interaction Analysis in Time Domain*. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1988.
19. Stoll, R. D., Computer-aided studies of complex soil moduli. In *Measurement and Use of Shear Wave Velocity for Evaluating Dynamic Soil Properties* (Edited by Woods, R. D.), pp. 18–33. ASCE, New York, 1985.

APPENDIX

The real coefficients I_{mn}^{ss} , I_{mn}^{sc} and I_{mn}^{cc} that appear in eqns (24)–(27), as well as the complex coefficients I_m^s and I_m^c that appear in eqns (28)–(29), are equal to:

$$I_{mn}^{ss}(H) = \begin{cases} 0; & m \neq n \\ H/2; & m = n \end{cases} \quad (\text{A1})$$

$$I_{mn}^{ss}(H-D) = \begin{cases} \frac{\sin(q_m^s - q_n^s)(H-D)}{2(q_m^s - q_n^s)} - \frac{\sin(q_m^s + q_n^s)(H-D)}{2(q_m^s + q_n^s)}; & m \neq n \\ \frac{H-D}{2} - \frac{\sin 2q_m^s D}{4q_m^s}; & m = n \end{cases} \quad (\text{A2})$$

$$I_{mn}^{sc}(H-D) = \begin{cases} \frac{\sin(q_m^s - q_n^c)(H-D)}{2(q_m^s - q_n^c)} - \frac{\sin(q_m^s + q_n^c)(H-D)}{2(q_m^s + q_n^c)}; & q_m^s \neq q_n^c \\ \frac{H-D}{2}; & q_m^s = q_n^c \end{cases} \quad (\text{A3})$$

$$I_{mn}^{cc}(H-D) = \begin{cases} 0; & m \neq n \\ (H-D)/2; & m = n \end{cases} \quad (\text{A4})$$

$$I_m^s(H-D) = \frac{\sin(k - q_m^s)(H-D)}{2(k - q_m^s)} - \frac{\sin(k + q_m^s)(H-D)}{2(k + q_m^s)} \quad (\text{A5})$$

$$I_m^c(H-D) = \frac{\sin(k - q_m^c)(H-D)}{2(k - q_m^c)} - \frac{\sin(k + q_m^c)(H-D)}{2(k + q_m^c)} \quad (\text{A6})$$

APÉNDICE VIII



NON-LINEAR RESPONSE OF SOIL-STRUCTURE SYSTEMS

Luis Eduardo Pérez-Rocha¹ and Javier Avilés López²

1. Centro de Investigación Sísmica AC, Fundación Javier Barros Sierra, Mexico D.F, Mexico.
2. Instituto de Investigaciones Eléctricas, CFE, Cuernavaca, Mor. Mexico.

ABSTRACT

Induced variations in effective structural dynamic properties due to soil-structure interaction can lead to higher or lower inertial forces depending on (1) the response spectra ordinates at the resonant periods of the structure, (2) the damping levels and (3) the ductility factors. In spite of the fact that unsafe side errors can be introduced in the process, design criteria usually do not take into account soil-structure interaction effects in the structural ductility. So far, their implications on the response are not well known.

The main interest in this study is to identify the key parameters that control the variations on the non-linear structural response due to its interaction with the soil. Different soil-foundation-structure scenarios are considered. Numerical results of ductility demands which were computed using an approximated formula and a rigorous solution are presented.

KEYWORDS

Replacement oscillator, flexibility time functions, ductility demand.

LINEAR SOIL-STRUCTURE SYSTEM

For multistory structures embedded in layered soil deposits, soil-structure systems can be idealized as shown in figure 1. Structures responding as single degree of freedom oscillators in their fixed-base condition and layered soil deposits essentially as single strata are required. The foundation is assumed to be axisymmetric and rigid with two degrees of freedom, lateral translation and rocking. This coupled system is suitable to consider interaction effects in the fundamental mode of vibration. The contribution of higher modes may be determined by standard procedures disregarding these effects. In the figure T_e and ζ_e are the period and damping of the fundamental mode, respectively, M_e is the effective mass participating in the fundamental mode and H_c is the effective height of the resultant of the corresponding inertial forces. The foundation is represented by means of their parameters the radius R , the mass M_c , the mass inertia moment J_c and the depth D . The real deposit is represented by means of the mean shear wave velocity β_s and the dominant period of the site $T_s = 4H_s / \beta_s$, where H_s is the depth of the soil. The degrees of freedom of the system are

the strain of the structure x_e (that is, the structural displacement relative to the base of the foundation), the horizontal displacement of the foundation relative to the surface of the ground x_c and the rotation of the foundation ϕ_c .

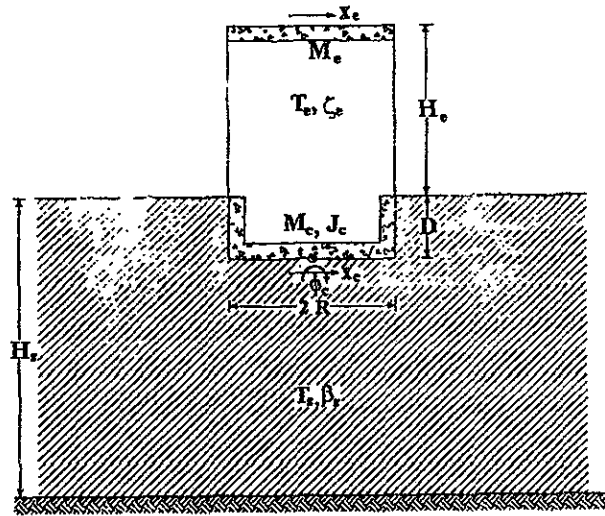


Fig 1 Soil-structure system for interaction effects in the fundamental mode

The dynamic equilibrium equation of this system is given by

$$M_s \ddot{X}_s + C_s \dot{X}_s + K_s X_s = -\ddot{x}_o M_o \quad (1)$$

where $X_s = \{x_e, x_c, \phi_c\}^T$ is the degrees of freedom vector while \dot{X}_s and \ddot{X}_s are their first and second time derivatives. Besides M_s , C_s and K_s are the mass, damping and stiffness matrices, respectively. M_o is the load vector and \ddot{x}_o is the outcrop acceleration. The matricial components have the following forms.

$$M_s = \begin{bmatrix} M_e & M_e & M_e(H_e + D) \\ M_e & M_e + M_c & M_e(H_e + D) + M_c D / 2 \\ M_e(H_e + D) & M_e(H_e + D) + M_c D / 2 & M_e(H_e + D)^2 + J_c \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$C_s = \begin{bmatrix} C_e & 0 & 0 \\ 0 & C_h & C_{hr} \\ 0 & C_{rh} & C_r \end{bmatrix}, \quad K_s = \begin{bmatrix} K_e & 0 & 0 \\ 0 & K_h & K_{hr} \\ 0 & K_{rh} & K_r \end{bmatrix}, \quad M_o = \begin{Bmatrix} M_e \\ M_e + M_c \\ M_e(H_e + D) + M_c D / 2 \end{Bmatrix} \quad (3,4,5)$$

Let m be h, r or hr = rh in order to indicate any of the horizontal, rocking and coupled modes. Then, in these expressions K_m and C_m are the real and imaginary parts of the dynamic stiffnesses, also called dynamic impedances, which are complex functions of the frequency. This functions relate the force (or moment) of excitation with the displacement (or rotation) of the foundation in the steady state. K_m represents the stiffness and inertia of the soil as well as C_m accounts for the material (due to viscosity) and geometrical (due to wave radiation) dampings. These parameters are interpreted as the equivalent springs and dashpots of the soil-foundation system and can be conveniently expressed as (Gazetas, 1983)

$$K_m(\omega) = K_m^0 [k_m(\eta) - \zeta_s \eta c_m(\eta)] \quad (6)$$

$$\omega c_m(\omega) = \sum_m [\eta c_m(\eta) + \zeta_s K_m(\eta)] \quad (7)$$

where K_m^0 is the static stiffness of the m mode, k_m and c_m are the corresponding stiffness and damping coefficients, respectively, and $\eta = \omega R / \beta_s$ is the normalized frequency being ω the circular frequency of the excitation.

A parametric analysis of linear soil-structure systems allows to identify the key parameters that control most of the interaction effects in the structural response. The relative stiffness between the structure and the soil, defined by $H_e T_s / H_s T_e$, controls the intensity of the interaction effects, which increase as the structure is founded in softer soils. On the other hand, the geometry of the soil-foundation-structure linkage, defined in terms of H_s / R the relative depth of the soil deposit, D / R the relative depth of foundation and H_e / R the slenderness ratio of the structure, increase or decrease the levels of interaction too. Bigger effects are found on higher structures with surficial foundations on shallow soil deposits. Under any soil-structure condition, interaction effects increase the period and shift the critical damping of the structure with respect to those corresponding to the fixed-base condition. The damping value increases or decreases depending essentially on both, $H_e T_s / H_s T_e$ the stiffness soil-structure ratio and ζ_s the damping factor of the soil. Structural transfer functions resemble the typical transfer function of the simplest dynamic damped system: a fixed-base single degree of freedom linear oscillator. It is suggested to use this system, which further on will be called replacement oscillator, in order to approximate the response of the idealized soil-structure system. Figure 2 shows the idealized soil-structure system and the replacement oscillator. In particular, Avilés and Pérez-Rocha, (1996) provide formulas to estimate the effective period (\tilde{T}_e) and damping ($\tilde{\zeta}_e$) that define the replacement oscillator.

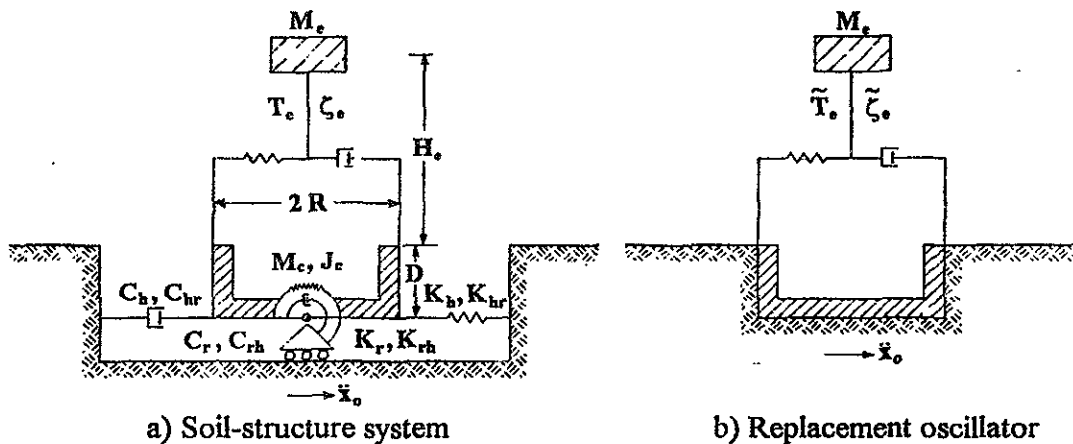


Fig 2 Soil-structure system and the replacement oscillator subjected to the same control motion

NON-LINEAR ANALYSIS

The inertial interaction effects on the period and damping can be treated by assuming a linear behavior of the structure. In this case it is advisable to determine the soil-structure system response by means of typical analysis in the frequency domain and Fourier theorems. However, it is well known that the structures should be designed with suitable ductility to work adequately in the non-linear behavior range during intensive earthquakes. In order to achieve non-linear analysis, a scheme of solution of the equilibrium equations in the time domain is needed. It allows to account for non-linearity in an explicit way, however, in spite of impedance functions of the soil are dependent of the frequency, the use of convolutions integrals is required.

In non-linear real analysis, dynamic stiffness of the soil is usually approximated by means of invariant springs and dashpots. The values of stiffness for frequency zero and damping when frequency tends to infinite should be used. In this kind of approach, non-linear analysis of interaction systems is notably simplified since the procedure of calculus is completely similar to the one of systems without interaction.

Impedance and compliance functions

From the equilibrium equation of the elementary oscillator the following relation can be written

$$K(\omega)X(\omega) = P(\omega) \quad (8)$$

where $X(\omega)$ and $P(\omega)$ are the Fourier spectra of displacements and excitation forces, respectively, and $K(\omega)$ is the dynamic impedance of the oscillator which is expressed as

$$K(\omega) = k - \omega^2 + i\omega c \quad (9)$$

k and c are the spring and dashpot constants, respectively, and $i = \sqrt{-1}$. Differing from the elementary oscillator, springs and dashpots of the soil-foundation system are functions of the frequency. For this system, the dynamic stiffness matrix becomes

$$\tilde{K}(\omega) = K(\omega) + i\omega C(\omega) \quad (10)$$

Typically, it is not possible to make use of Fourier integrals to obtain the time representation of impedance functions because the amplitude spectrum of each one grows monotonically with the frequency. Instead, the inverse of dynamic stiffness matrix, that is, dynamic flexibilities or compliance functions, are quantities that can be synthesized by using Fourier synthesis. As well as dynamic stiffnesses can be interpreted as the set of forces that must be applied on the foundation to produce unitary displacements, dynamic flexibilities can be interpreted as the set of displacements of the foundation due to the action of unitary forces. The dynamic flexibility matrix in the frequency domain reads as

$$\tilde{F}(\omega) = \tilde{K}(\omega)^{-1} = \begin{bmatrix} F_h & F_{hr} \\ F_{hr} & F_r \end{bmatrix} \quad (11)$$

with

$$F_h = \frac{K_r}{K_h K_r - K_{hr}^2} \quad (12)$$

$$F_r = \frac{K_h}{K_h K_r - K_{hr}^2} \quad (13)$$

$$F_{hr} = \frac{K_{hr}}{K_h K_r - K_{hr}^2} \quad (14)$$

Flexibility time functions are obtained by the inverse Fourier transform of (12-14). These time functions must be causal. They are required as convolution integrals in the scheme of solution of the dynamic equilibrium equations system.

Values of K_m^0 , k_m and c_m for axisymmetric foundations embedded in a single homogeneous stratum with rigid base are obtained from a data base (Avilés and Pérez-Rocha, 1992). It was computed by performing an efficient numerical technique (Tassoulas and Kausel, 1983) that considers the effect of the rigid sidewall on the dynamic stiffness of axisymmetric embedded footings. Discrete impedance functions were reported for a wide range of normalized frequencies and for several soil-foundation conditions defined by ν_s the Poisson ratio of the soil, H_s/R the relative depth of the soil deposit and D/R the relative depth of foundation. In this formulation, hysteretic damping is accounted for.

Hysteretic damping factor is widely used in frequency computation since its simplicity, due to the non-dependency of frequency, makes it handy for many purposes. The assumption of this kind of damping in frequency formulations leads to results which are compared with those obtained by using more realistic damping factors, such as the Voight and Kelvin damping models. In these models variations in the frequency domain are admitted to obtain causal time functions.

We propose a frequency dependent term which allows to obtain approximated causal flexibility functions from hysteretic impedance functions, that would be useful as convolution functions in a step-by-step integration scheme. In the linear case this functions lead to comparable results to those obtained in frequency domain. The form that we found for the dynamic stiffness of the m mode is

$$\tilde{K}_m(\omega) = K_m^0 [k_m(\eta) + i\eta c_m(\eta)] (1 + i2\zeta) \frac{(1 + i4\zeta\eta)}{(1 + i\zeta\eta)} \quad (15)$$

Integration scheme of the equilibrium equation of soil-structure systems

To take into account the variations of the impedance functions controlled by frequency, it is necessary to solve the equilibrium equations in terms of flexibilities by means of convolution integrals (Wolf, 1988). The solution scheme for the $i+1$ step of integration is

$$\mathbf{M}_s \ddot{\mathbf{X}}_{s_{i+1}} + \mathbf{P}_{s_{i+1}} = -\ddot{\mathbf{X}}_{g_{i+1}} \mathbf{M}_o \quad (16)$$

where \mathbf{P}_s is the vector of the forces that act on the springs and dashpots of the system, that is

$$\mathbf{P}_{s_{i+1}} = \begin{Bmatrix} \mathbf{P}_e \\ \mathbf{P}_c \end{Bmatrix}_{i+1} \quad (17)$$

Here $\mathbf{P}_{c_{i+1}} = c_{c_{i+1}} \dot{\mathbf{x}}_{c_{i+1}} + k_{c_{i+1}} \mathbf{x}_{c_{i+1}}$ is the force that acts only on the stiffness of the structure. The forces that act on the foundation are

$$\mathbf{P}_{c_{i+1}} = \tilde{\mathbf{F}}_{c_o}^{-1} \left\{ \mathbf{X}_{c_{i+1}} - \sum_{j=1}^i \tilde{\mathbf{F}}_{c_{i+1-j}} \mathbf{P}_{c_j} \right\} \quad (18)$$

where $\tilde{\mathbf{F}}_{c_o}^{-1}$ and $\tilde{\mathbf{F}}_{c_{i+1-j}}$ are integrals of the flexibility function given by

$$\tilde{\mathbf{F}}_{c_o}^{-1} = \int_0^{\Delta t} \frac{\tau}{\Delta t} \mathbf{F}_c(\Delta t - \tau) d\tau \quad (19)$$

and

$$\tilde{\mathbf{F}}_{c_{i+1-j}} = \int_0^{\Delta t} \frac{\tau}{\Delta t} \mathbf{F}_c((i+2-j)\Delta t - \tau) d\tau + \int_0^{\Delta t} \left(1 - \frac{\tau}{\Delta t}\right) \mathbf{F}_c((i+1-j)\Delta t - \tau) d\tau \quad (20)$$

Equations (19-20) can be evaluated by using linear variation of the matricial function F_c within the interval Δt . Regarding the relationship of velocity and displacement of the β -Newmark integration method for constant acceleration it is possible to write

$$\mathbf{P}_{s_{i+1}} = \mathbf{P}_{s_{i+1}}^* + \mathbf{P}_{s_i} \quad (21)$$

where

$$\mathbf{P}_{s_{i+1}}^* = \begin{bmatrix} c_e \frac{\Delta t}{2} + k_e \frac{\Delta t^2}{4} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\Delta t^2}{4} \tilde{\mathbf{F}}_{c_o}^{-1} \\ 0 & & \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\mathbf{x}}_e \\ \ddot{\mathbf{x}}_c \end{Bmatrix}_{i+1} = \mathbf{R}_s \ddot{\mathbf{x}}_{s_{i+1}} \quad (22)$$

and

$$\mathbf{P}_{s_i} = \begin{Bmatrix} (c_e \frac{\Delta t}{2} + k_e \frac{\Delta t^2}{4}) \ddot{\mathbf{x}}_{e_i} + (c_e + k_e \Delta t) \dot{\mathbf{x}}_{e_i} + k_e \mathbf{x}_{e_i} \\ \mathbf{F}_{c_o}^{-1} \left\{ \mathbf{X}_{c_i} + \dot{\mathbf{X}}_{c_i} \Delta t + \ddot{\mathbf{X}}_{c_i} \frac{\Delta t^2}{4} - \sum_{j=1}^i \mathbf{F}_{c_{i+1-j}} \mathbf{P}_{c_j} \right\} \end{Bmatrix} \quad (23)$$

With these results, dynamic equilibrium equation (16) is written as

$$[\mathbf{M}_s + \mathbf{R}_s] \ddot{\mathbf{x}}_{s_{i+1}} = -\ddot{\mathbf{x}}_{g_{i+1}} \mathbf{M}_o - \mathbf{P}_{s_i} \quad (24)$$

In particular, this formulation allows to account for non-linear variations of the matrix \mathbf{R}_s .

INTERACTION EFFECTS ON THE STRUCTURAL DUCTILITY

The elastoplastic non-linear model was used to study the effect of soil-structure interaction on the structural ductility. The behavior laws of this model in both, fixed- and flexible- base conditions are shown in figure 3. The values of x_y and \tilde{x}_y correspond to the displacements at the limit of yielding of the structure without and with interaction, respectively, while the values μx_y and $\tilde{\mu} \tilde{x}_y$ are the maximum relative displacements reached by the structure in those conditions. The parameters μ and $\tilde{\mu}$ are the corresponding ductility factors.

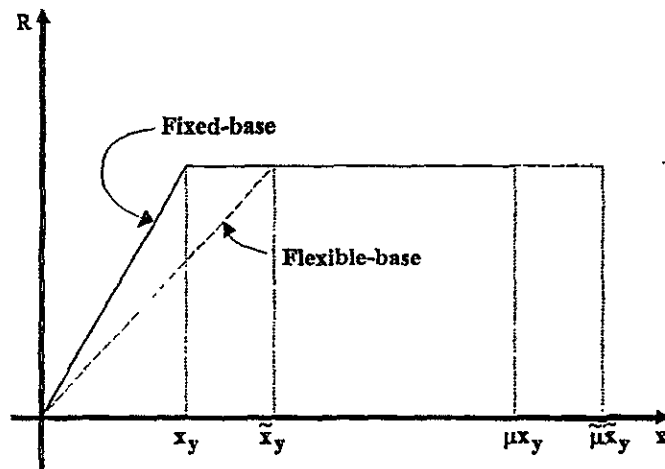


Fig 3 Load-displacement relations of an elastoplastic single degree of freedom system, with and without interaction

Rosenblueth and Reséndiz (1988) found the ductility demand of the equivalent replacement oscillator with interaction should be

$$\tilde{\mu} = \left(\frac{T_e}{\tilde{T}_e} \right)^2 (\mu - 1) + 1 \quad (25)$$

where \tilde{T}_e is the effective period of the system for a certain soil-structure condition. Since $0 < T_e / \tilde{T}_e \leq 1$ (25) yields $1 < \tilde{\mu} \leq \mu$. It implies that the ductility factor is reduced due to the soil-structure interaction.

Using the time integration procedure described, we determined X_e^{\max} / X_y the ductility demands of soil-structure systems with 5% of critical damping for the same range $0 \leq T_s H_e / T_e H_s \leq 2$ of relative stiffness between the structure and the soil accounting for $\mu = 2$ y 4. SCT (Secretaria de Comunicaciones y Transportes) and CAO (Oficinas de Central de Abastos) sites at the lake bed zone of Mexico City valley were selected. The excitations were given by the EW component of the accelerations of the great September 19, 1985, Michoacan earthquake recorded at this sites. The stratigraphic profiles were idealized by means of single homogeneous strata. The properties for both, SCT and CAO sites are $H_s = 38\text{m}$, $\beta_s = 76\text{ m/s}$ and $H_s = 56\text{ m}$, $\beta_s = 64\text{ m/s}$, respectively. According to the one-dimensional shear wave propagation model, the dominant periods are $T_s = 2\text{s}$ and 3.5s for SCT and CAO sites, respectively.

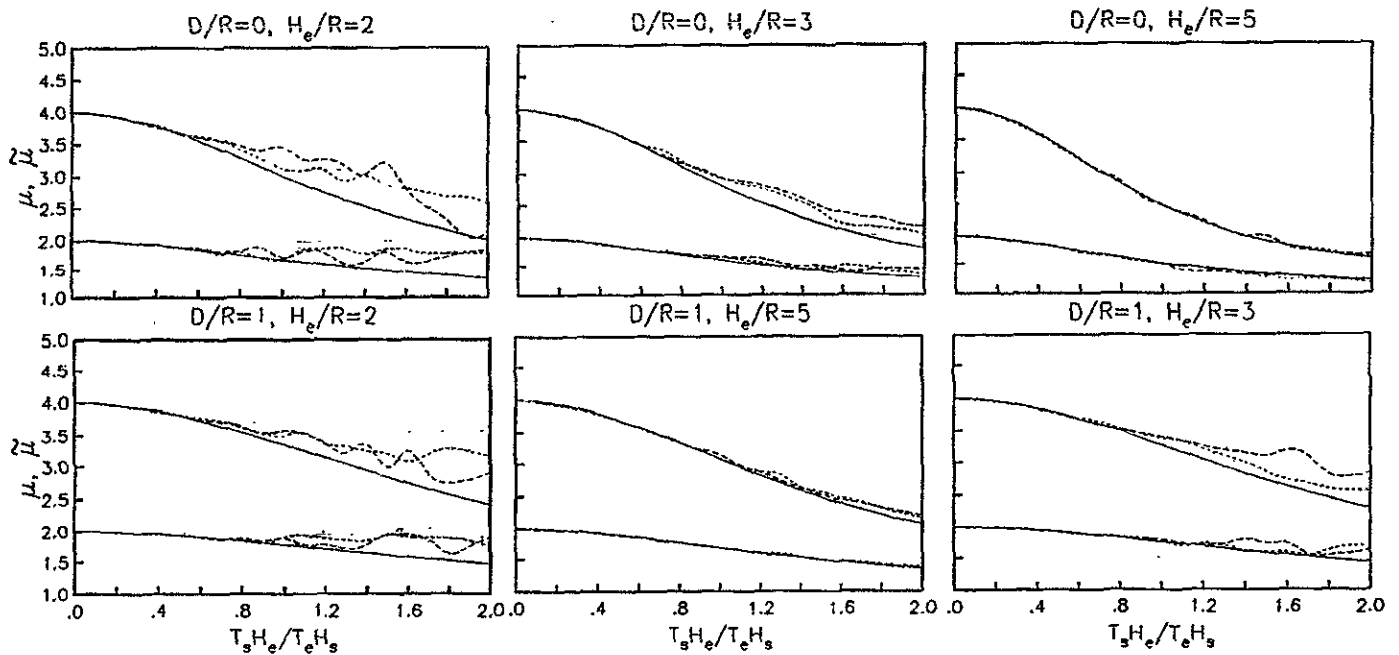


Fig 4 Ductility demands of soil-structure systems for $H_s / R = 5$ at SCT (dashed lines) and CAO (dotted lines) sites. Continuous line indicates the effective ductility of the replacement oscillator.

Results for different soil-structure scenarios defined by the relative depth of the soil deposit $H_s / R = 5$, the relative depth foundation $D / R = 0, 1/2$ and 1 and the slenderness ratio of the structure $H_e / R = 2, 3$ and 5 are displayed in figure 4. Continuous lines correspond to the ductility demands of the replacement oscillator whose strength is the same that the one required by the coupled non-linear system to reach the ductility value μ in the fixed-base condition. They were computed with (25). For the flexible base

condition these values, that is, the ductility demands of the coupled systems for the SCT and CAO sites, are represented by dashed and dotted lines, respectively. Note that the ductility demand is independent of the site effects. As it seems, the most of the ductility demand reduction are controlled by the relative stiffness between the structure and the soil.

CONCLUSIONS

A rigorous formulation was presented in order to compute the non-linear response of a soil-structure system. This method uses flexibility functions as convolution integrals in a time domain solution. Results show that the main effect in the structural behavior is a reduction in the ductility demand. The key parameter that controls the major part of this reduction is the effective period. In particular, it depends mostly on the relative stiffness between the structure and the soil. These results were compared with those obtained by using an approximate algorithm, based on the replacement oscillator equivalence, which does not depend either on the excitation or on the site effects. The agreement suggest that the approximation is useful for practical purposes.

ACKNOWLEDGMENTS

Thanks are given to F J Sánchez-Sesma and L Vieitez for revising the original manuscript and their comments and suggestions.

REFERENCES

- Avilés J and L E Pérez-Rocha (1992). Resortes y amortiguadores equivalentes del suelo, *Boletín del Centro de Investigación Sísmica*, Fundación Javier Barros Sierra, Vol. 2, No. 1. Mexico.
- Avilés J and L E Pérez-Rocha E (1996). Evaluation of interaction effects on the system period and the system damping due to foundation embedment and layer depth. *Soil Dynamic and Earthquake Engineering*, 15, 11-27.
- Gazetas G (1983). Analysis of machine foundation vibrations: state of the art, *Soil Dynamic and Earthquake Engineering*, Vol. 2, No. 1, 2-42.
- Rosenblueth E y Reséndiz D (1988). Disposiciones reglamentarias de 1987 para tener en cuenta interacción dinámica suelo-estructura, *Series del Instituto de Ingeniería*, No. 509.
- Tassoulas J L and Kausel E (1983). Elements for the numerical analysis of wave motion in layered strata, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 19, 1005-1032.
- Wolf J (1988). *Soil-Structure-Interaction Analysis in Time Domain*, Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, Nueva Jersey.

APÉNDICE IX

REKEYED MATTER
AUTHOR'S DISK NOTED

EQE 798 Keshan EARTHQUAKE
#5: 798
Date: 5-9-98

EARTHQUAKE ENGINEERING AND STRUCTURAL DYNAMICS
Earthquake Engng. Struct. Dyn. 27, 000-000 (1998)

EFFECTS OF FOUNDATION EMBEDMENT DURING BUILDING-SOIL INTERACTION

JAVIER AVILÉS^{1,*} AND LUIS E. PÉREZ-ROCHA²

¹*Instituto Mexicano de Tecnología del Agua, Jiutepec 62550, Morelos, México*

²*Centro de Investigación Sísmica, Carretera al Ajusco 203, Padierna 14200, México*

SUMMARY

A numerical solution for evaluating the effects of foundation embedment on the effective period and damping and the response of soil-structure systems is presented. A simple system similar to that used in practice to account for inertial interaction effects is investigated, with the inclusion of kinematic interaction effects for the important special case of vertically incident shear waves. The effective period and damping are obtained by establishing an equivalence between the interacting system excited by the foundation input motion and a replacement oscillator excited by the free-field ground motion. In this way, the use of standard free-field response spectra applicable to the effective period and damping of the system is permitted. Also, an approximate solution for total soil-structure interaction is presented, which indicates that the system period is insensitive to kinematic interaction and the system damping may be expressed as that for inertial interaction but modified by a factor due to kinematic interaction. Results involving both kinematic and inertial effects are compared with those obtained for no soil-structure interaction and inertial interaction only. The more important parameters involved are identified and their influences are examined over practical ranges of interest. © 1998 John Wiley & Sons Ltd.

KEY WORDS: foundation embedment; soil-structure interaction; inertial interaction; kinematic interaction; system period; system damping

INTRODUCTION

It is well known that soil-structure interaction produces kinematic and inertial effects. As a result, the motion experienced by the foundation is different from the free-field ground motion. The exact analysis of interaction may be implemented in two steps. First, the foundation input motion is calculated, which involves a reduction of the translational response of the foundation and the generation of rocking and torsional response components. Next, the building-soil system is analysed using as base excitation the foundation input motion.

The effects of soil-structure interaction have been the subject of previous studies¹⁻⁴ showing that they may be approximated using the free-field ground motion as the foundation input motion and modifying the fundamental period and associated damping of the structure. Even though this approach excludes the kinematic interaction effects, it has been implemented in major building codes^{5,6} because it allows the direct use of standard response spectra for fixed-base systems. Nevertheless, when the effects of kinematic interaction are important, this approach would require that the structural response be evaluated for the foundation input motion rather than for the free-field ground motion.^{7,8}

* Correspondence to: Javier Avilés, Instituto Mexicano de Tecnología del Agua, IMTALAB-Geotécnica, Paseo Cuauhnahuac 8532, Col. Progreso, Jiutepec 62550, Morelos, México. E-mail: javiles@tajin-imta.mx

The effective period and damping of soil–structure systems have been extensively studied either for surface-supported foundations^{1, 4, 7, 9–12} or for embedded foundations.^{13, 14} However, they have examined at the exclusion of the kinematic interaction, utilizing as base excitation, a purely horizontal harmonic motion with constant amplitude. These solutions overestimate the translational component and neglect the rotational components of the foundation input motion. The effects of kinematic interaction on the effective period and damping and the structural response due to the depth of embedment are not yet well understood. By using a simplified two-dimensional model, Todorovska and Trifunac¹⁵ have shown that the system period practically does not depend on the type of incident waves and their angle of incidence, and that the system damping is usually underestimated when kinematic interaction effects are excluded. Based on the same model, Todorovska¹⁶ has found that the system damping is generally larger when the foundation depth is smaller. This conclusion is in contradiction with the results obtained for inertial interaction only.^{13, 14}

The aim of this work is to evaluate the effects of foundation embedment on the effective period and damping and the response of soil–structure systems, considering both kinematic and inertial interaction. A numerical solution is presented for the simple system formed by a one-storey structure supported by a rigid square foundation embedded in a homogeneous elastic half-space. The system period and system damping are obtained by establishing an analogy between the interacting system subjected to the foundation input motion and a replacement oscillator subjected to the free-field ground motion. The effective period and damping are taken such that the magnitude and location of the resonant response to harmonic excitation are identical for the actual system and the equivalent oscillator. The practical advantage of this approach is that the peak structural response can be determined from standard response spectra for the specified free-field ground motion, in combination with the modified dynamic properties of the fixed-base structure. By introducing some simplifying assumptions, an approximate solution for total soil–structure interaction is also presented; its accuracy is assessed through comparisons with the numerical solution. It is shown that the system damping may be expressed as that for inertial interaction but modified by a factor due to kinematic interaction, which depends on the translational and rocking components of the foundation input motion and on the structure height and foundation depth; the system period is insensitive to kinematic interaction.

We will examine the effects of foundation embedment for vertically propagating plane shear waves only. Because of the characteristics of this wave excitation, the torsional component of the foundation input motion is neglected. Fundamental steps in the analysis of interaction are the evaluations of the impedance functions and input motions of the foundation. The harmonic response of the soil–structure system is computed making use of the complex-valued impedance functions and input motions presented in tabular form by Mita and Luco.¹⁷ The effective period and damping are measured directly from the harmonic response spectrum of the interacting system, in which both inertial and kinematic interaction are compared with those obtained for no soil–structure interaction and inertial interaction only. The information and concepts developed for embedded foundations are related to those existing for surface-supported foundations.

SOIL–STRUCTURE SYSTEM

The soil–structure system considered is shown in Figure 1. This model is appropriate to account for interaction effects on the fundamental mode of multistorey structures that respond as a single oscillator in their fixed-base condition. The building is characterized by the fundamental period, T , associated damping, ζ , effective mass, M , and effective height, H , of the fixed-base structure; the rotational inertia of the structural mass is neglected. The foundation is idealized as a rigid square mat of half-width L , depth D , mass M_0 and mass moment of inertia J_0 about a centroidal axis at the base. Both M and M_0 are assumed to be uniformly distributed over identical square areas; the latter is presumed to be located at half the depth of embedment.

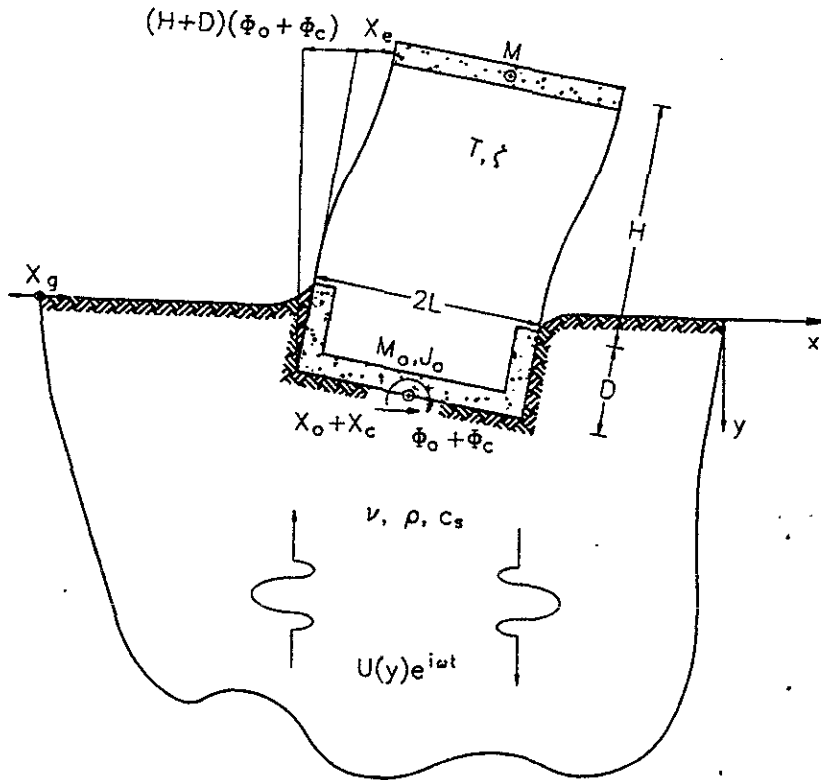


Figure 1. Single structure with square foundation embedded in a homogeneous half-space under vertically incident shear waves

The supporting medium is idealized as a uniform elastic half-space characterized by the Poisson's ratio, ν , mass density, ρ , and shear wave velocity, c_s , of the soil. Welded contact conditions between the foundation and surrounding soil are assumed, so that no uplifting or sliding can take place. The interacting system has three degrees of freedom defined by the deformation of the structure, X_e , and the translation and rocking of the foundation, X_c and Φ_o , relative to the foundation input motion.

The seismic excitation is given by harmonic shear waves propagating vertically, with particle motion along the x -axis. So the free-field ground motion that would exist in the absence of the foundation is

$$U = X_g \cos\left(\frac{\omega y}{c_s}\right) \quad (1)$$

where X_g is the amplitude of the free-field motion at the ground surface and ω the exciting frequency, the factor $e^{i\omega t}$ for the time dependency of harmonic waves has been omitted. This wave excitation induces a foundation input motion with translational and rocking components denoted by the amplitudes X_o and Φ_o , respectively.

Equilibrium equations

For small vibrations, the lateral displacement of the structure is equal to $X_o + X_c + (H + D)(\Phi_o + \Phi_c) + X_e$, whereas the horizontal displacement and vertical rotation of the foundation are equal to $X_o + X_c$ and $\Phi_o + \Phi_c$, respectively. The equilibrium of forces acting on the building is given by

$$-\omega^2 M(X_c + (H + D)\Phi_c + X_e) + (i\omega C + K)X_e = \omega^2 M(X_o + (H + D)\Phi_o) \quad (2)$$

while the equilibrium of forces acting on the foundation and the equilibrium of moments about the centre of the base are given by

$$\begin{aligned} & -\omega^2 M_0 \left(X_c + \frac{D}{2} \Phi_c \right) + (i\omega C_h + K_h) X_c + (i\omega C_{hr} + K_{hr}) \Phi_c - F_0 \\ & = \omega^2 M_0 \left(X_0 + \frac{D}{2} \Phi_0 \right) \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} & -\omega^2 \left(M_0 \frac{D}{2} X_c + J_0 \Phi_c \right) + (i\omega C_{hr} + K_{hr}) X_c + (i\omega C_r + K_r) \Phi_c - M_0 \\ & = \omega^2 \left(M_0 \frac{D}{2} X_0 + J_0 \Phi_0 \right) \end{aligned} \quad (4)$$

where $K = 4\pi^2 M/T^2$ and $C = 4\pi\zeta M/T$ are the linear stiffness and viscous damping of the fixed-base structure, respectively; $F_0 = (i\omega C + K)X_e$ and $M_0 = F_0(H + D)$ are the force and moment, respectively, that the structure exerts on the soil. The supporting medium has been replaced with the linear springs K_h , K_r and K_{hr} and the viscous dashpots C_h and C_r and C_{hr} for the horizontal, rocking and coupling modes of vibration. The frequency-dependent values used herein are taken from tables reported by Mita and Luco¹⁷ for the soil material dampings $\zeta_s = 0.001$ and $\zeta_p = 0.0005$, where ζ_s and ζ_p represent the hysteretic damping ratios for S- and P-waves, respectively,

Expressing F_0 and M_0 in terms of equation (2) and substituting into equations (3) and (4), respectively, the equilibrium equations of the building–foundation system can be written in matrix form as

$$[\mathbf{K} + i\omega\mathbf{C} - \omega^2\mathbf{M}] \{\mathbf{X}\} = \omega^2 X_g \{Q_h M_0 + Q_r J_0\} \quad (5)$$

where $\mathbf{X} = \{X_e, X_c, \Phi_c\}^T$ is the vector of displacement amplitudes of the system; M_0 and J_0 are load vectors defined by

$$\mathbf{M}_0 = \begin{Bmatrix} M \\ M + M_0 \\ M(H + D) + M_0 D/2 \end{Bmatrix} \quad (6)$$

$$\mathbf{J}_0 = \begin{Bmatrix} M(H + D) \\ M(H + D) + M_0 D/2 \\ M(H + D)^2 + J_0 \end{Bmatrix} \quad (7)$$

whereas \mathbf{M} , \mathbf{C} and \mathbf{K} are the mass, damping and stiffness matrices of the system, respectively, defined by

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} M & M & M(H + D) \\ M & M + M_0 & M(H + D)M_0 D/2 \\ M(H + D) & M(H + D) + M_0 D/2 & M(H + D)^2 + J_0 \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} C & 0 & 0 \\ 0 & C_h & C_{hr} \\ 0 & C_{hr} & C_r \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} K & 0 & 0 \\ 0 & K_h & K_{hr} \\ 0 & K_{hr} & K_r \end{bmatrix} \quad (10)$$

The ratios $Q_h = X_o/X_g$ and $Q_r = \Phi_o/X_g$ represent the transfer functions of the components of the foundation input motion. They relate the amplitudes of the translational and rocking input motions, respectively, to the amplitude of the free field motion at the ground surface. The frequency-dependent values used herein are given in a latter section. It should be noted that the kinematic interaction is excluded by setting $Q_h = 1$ and $Q_r = 0$, with which the governing equation for the solely inertial interaction is recovered.¹³

System parameters

The dimensionless parameters that can be used conveniently to evaluate building-soil interaction have been previously identified for surface-supported structures.^{3,4} In order of importance and adapted to square foundations, they are

- (1) The wave parameter $\tau_H = H/(c_s T)$, which is a measure of the relative stiffness of the structure and soil. It is useful in evaluating interaction effects for harmonic excitation. For transient excitation, however, the wave parameter $\tau_L = L/(c_s T_0)$ is preferable. T_0 being a characteristic period of the excitation. Both parameters are related by $\tau_L = \tau_H(L/H)(T/T_0)$.
- (2) The ratio H/L of the structure height to the half-width of the foundation.
- (3) The ratio T/T_0 of the fundamental period of the fixed-base structure to the exciting period.
- (4) The relative mass density for the structure and soil, $M/(4\rho L^2 H)$.
- (5) The ratio M_o/M of the foundation mass to the mass of the structure.

The following two additional parameters are required for embedded foundations, the first of which is the most important.

- (1) The ratio D/L of the foundation embedment to the half-width of the foundation. Alternatively, the wave parameter $\tau_D = D/(c_s T_0)$ may be used. Expressed in terms of τ_L and D/L , it takes the form $\tau_D = \tau_L D/L$.
- (2) The mass moment of inertia ratio of the foundation and structure, $J_o/(M(H + D)^2)$.

For the results reported herein, it is assumed that $M/(4\rho L^2 H) = 0.15$, $M_o/M = 0.25$ and $J_o/(M(H + D)^2) = 0.05$. Also, the structural damping and Poisson's ratio are taken as $\zeta = 0.05$ and $\nu = \frac{1}{3}$, respectively. These values are representative for typical buildings and soils.

SYSTEM PERIOD AND DAMPING

The interaction procedure stipulated in current seismic codes^{5,6} can be adapted to account for the effects of kinematic interaction. It is only necessary to replace the free-field ground motion by the foundation input motion, and the response of the modified structure to this base excitation is then evaluated.^{7,8} However, to avoid the inconvenience of dealing with the foundation input motion, it would be highly desirable that both inertial and kinematic interaction effects are included by merely modifying the fundamental period and associated damping of the structure. In this manner, the resulting modified structure may be analysed using the free-field ground motion as the base excitation.

The kinematic interaction effects may be simply accounted for by establishing an analogy between the interacting system subjected to the foundation input motion and a replacement oscillator subjected to the free-field ground motion, as illustrated in Figure 2. The effective period and damping are determined so that, under harmonic excitation, the resonant period and the peak pseudo-acceleration of the replacement oscillator are equal to those of the interacting system.

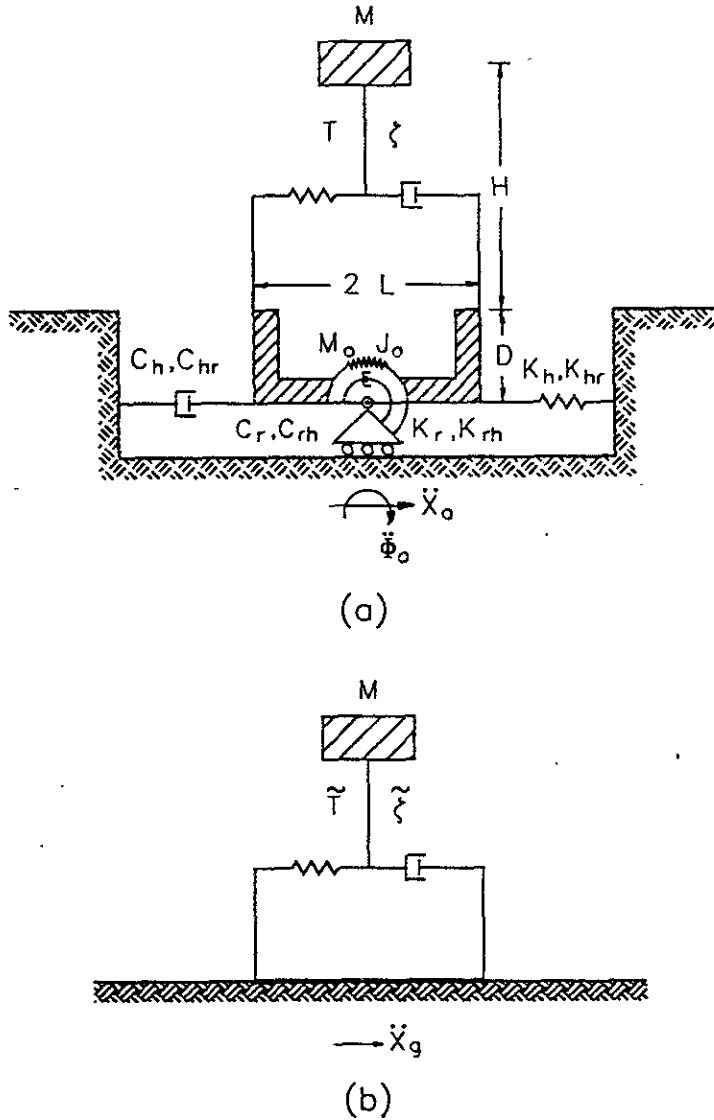


Figure 2. (a) Soil-structure system subjected to the foundation input motion and (b) replacement oscillator subjected to the free-field ground motion

If the transfer function $Q = \Omega^2 X_e / \omega^2 X_g$ of the soil-structure system is known, $\Omega = 2\pi/T$ being the fundamental frequency of the fixed-base structure, then the overall period and damping of the system, \bar{T} and $\bar{\zeta}$, are computed from the well-known expressions⁴

$$\bar{T} = \sqrt{1 - 2\bar{\zeta}^2} T_m \tag{11}$$

$$Q_m = \frac{1}{2\bar{\zeta}\sqrt{1 - \bar{\zeta}^2}} \tag{12}$$

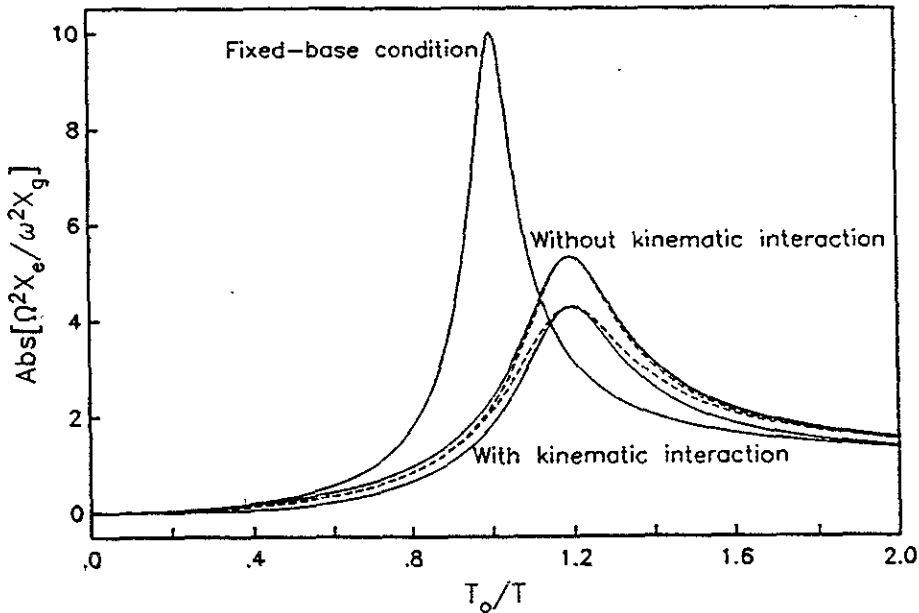


Figure 3. Harmonic response spectra for an interacting system with $D/L = 1$, $H/L = 1$ and $\tau_H = 0.2$; actual system (solid line) and replacement oscillator (dashed line)

where Q_m is the absolute maximum value of the pseudo-acceleration and T_m the corresponding resonant period measured at the transfer function of the system. After some manipulations, the system damping results in

$$\zeta = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(1 - \sqrt{\frac{Q_m^2 - 1}{Q_m^2}} \right)^{1/2} \quad (13)$$

With the effective period and damping determined by this way, an excellent agreement between the harmonic response spectra of the interacting system and the replacement oscillator is obtained, as shown in Figure 3 for $D/L = 1$, $H/L = 1$ and $\tau_H = 0.2$. The abscissas represent the ratio T_0/T , where $T_0 = 2\pi/\omega$ is the period of the exciting motion. Results are displayed for three cases: (1) the fixed-base condition; (2) without kinematic interaction; and (3) with kinematic interaction. It can be seen that the resonant periods are almost identical whether or not the kinematic interaction is considered. The difference in the peak responses for cases (2) and (3) reflects the effects of kinematic interaction on the system damping.

This procedure may be viewed as an extension of the replacement oscillator approach used to account for the inertial interaction effects.²⁻⁴ It is quite convenient for design purposes, since both inertial and kinematic effects are expressed by an increase in the fundamental period and a change in the associated damping of the fixed-base structure. Thus, standard free-field response spectra can be used to assess the peak structural response.

APPROXIMATION TO KINEMATIC INTERACTION

Due to the lack of simplified solutions, the kinematic interaction effects have not been incorporated so far in seismic design provisions for building structures. It is possible to deduce a practical criterion by ignoring the

mass M_0 and the mass moment of inertia J_0 of the foundation, as well as the coupled stiffness K_{hr} and damping C_{hr} of the soil in comparison with the translational and rocking terms. Such assumptions have been extensively used by many authors^{5,9-13} to derive approximate expressions for the overall period and damping of soil-structure systems involving only the inertia interaction effects. Introducing these simplifications, equation (5) takes the reduced form

$$\begin{aligned} & \left[\begin{array}{ccc} K & 0 & 0 \\ 0 & K_h & 0 \\ 0 & 0 & K_r \end{array} \right] + i\omega \left[\begin{array}{ccc} C & 0 & 0 \\ 0 & C_h & 0 \\ 0 & 0 & C_r \end{array} \right] - \omega^2 \left[\begin{array}{ccc} M & M & M(H+D) \\ M & M & M(H+D) \\ (M(H+D)) & M(H+D) & M(H+D)^2 \end{array} \right] \begin{Bmatrix} X_e \\ X_c \\ \Phi_c \end{Bmatrix} \\ & = \omega^2 X_g \left\{ Q_h \begin{Bmatrix} M \\ M \\ M(H+D) \end{Bmatrix} + Q_r \begin{Bmatrix} M(H+D) \\ M(H+D) \\ M(H+D)^2 \end{Bmatrix} \right\} \end{aligned} \tag{14}$$

Dividing the two first rows of equation (14) by $\omega^2 M$ and the last one by $\omega^2 M(H+D)$, this equation reduces to

$$\begin{aligned} & \left[\begin{array}{ccc} \frac{\Omega^2}{\omega^2}(1+i2\zeta')-1 & -1 & -1 \\ -1 & \frac{\Omega_h^2}{\omega^2}(1+i2\zeta'_h)-1 & -1 \\ -1 & -1 & \frac{\Omega_r^2}{\omega^2}(1+i2\zeta'_r)-1 \end{array} \right] \begin{Bmatrix} X_e \\ X_c \\ (H+D)\Phi_c \end{Bmatrix} \\ & = X_g(Q_h + (H+D)Q_r) \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{Bmatrix} \end{aligned} \tag{15}$$

where Ω_h and Ω_r are the natural frequencies for the translation and rocking of the rigid-assumed structure, respectively, which are defined as

$$\Omega_h^2 = \frac{K_h}{M} \tag{16}$$

$$\Omega_r^2 = \frac{K_r}{M(H+D)^2} \tag{17}$$

while $\zeta' = (\omega/\Omega)\zeta$, $\zeta'_h = (\omega/\Omega_h)\zeta_h$ and $\zeta'_r = (\omega/\Omega_r)\zeta_r$, in which ζ_h and ζ_r are the damping ratios of the soil for the translational and rocking modes of the foundation respectively. They are given by

$$\zeta_h = \frac{C_h}{2\Omega_h M} \tag{18}$$

$$\zeta_r = \frac{C_r}{2\Omega_r M(H+D)^2} \tag{19}$$

By solving the complex system of algebraic equations given in equation (15), neglecting all second-order damping terms, the normalized pseudo-acceleration of the interacting system results in

$$\frac{\Omega^2 X_e}{\omega^2 X_g} = (Q_h + (H+D)Q_r) \left(1 - \frac{\omega^2}{\Omega^2} - \frac{\omega^2}{\Omega_h^2} - \frac{\omega^2}{\Omega_r^2} + i2 \left(\zeta' - \frac{\omega^2}{\Omega_h^2}(\zeta' - \zeta'_h) - \frac{\omega^2}{\Omega_r^2}(\zeta' - \zeta'_r) \right) \right)^{-1} \tag{20}$$

The system frequency $\bar{\Omega}$ is determined from the resonance condition that requires the undamped response be infinite at $\omega = \bar{\Omega}$. It is apparent from equation (20) that, setting $\zeta'' = \zeta_h'' = \zeta_r'' = 0$, this resonant frequency proves to be

$$\frac{1}{\bar{\Omega}^2} = \frac{1}{\Omega^2} + \frac{1}{\Omega_h^2} + \frac{1}{\Omega_r^2} \quad (21)$$

To determine the system damping $\bar{\zeta}$, the absolute maximum value of the pseudo-acceleration of the interacting system, obtained from equation (20) by substituting $\omega = \bar{\Omega}$, is equated to $\frac{1}{2}\bar{\zeta}$ corresponding to the resonant response of the replacement oscillator. This leads to

$$\bar{\zeta} = |Q_h + (H + D)Q_r|^{-1} \left(\zeta \frac{\bar{\Omega}^3}{\Omega^3} + \zeta_h \frac{\bar{\Omega}^3}{\Omega_h^3} + \zeta_r \frac{\bar{\Omega}^3}{\Omega_r^3} \right) \quad (22)$$

where the transfer functions Q_h and Q_r , the damping ratios ζ_h and ζ_r , and the natural frequencies Ω_h and Ω_r are evaluated at $\omega = \bar{\Omega}$.

Equations (21) and (22) are similar to those derived by several authors^{5,9-13} for the system frequency and system damping when the effects of kinematic interaction are excluded, except that the latter is divided by the factor $|Q_h + (H + D)Q_r|$ that represents the contribution of the kinematic interaction to the energy dissipation in the interacting system. Accordingly, the effective period and damping of the system with both kinematic and inertial interaction can be estimated as

$$\bar{T}_k = \bar{T}_i \quad (23)$$

$$\bar{\zeta}_k = \frac{\bar{\zeta}_i}{|Q_h + (H + D)Q_r|} \quad (24)$$

where \bar{T}_i and $\bar{\zeta}_i$ are the system period and system damping for inertial interaction only. It is evident from equation (24) that the system damping for total soil-structure interaction may be larger or smaller than for purely inertial interaction, depending on the decrease in the horizontal input motion and the increase in the rocking input motion. This approximation reflects the wave nature of the seismic excitation only in the transfer functions of the foundation input motion. It would then be applicable not only to vertically propagating shear waves, but also to other types of incident waves using the appropriate values of Q_h and Q_r .

NUMERICAL RESULTS

Foundation input motions

Vertically incident shear waves give rise to a foundation input motion having horizontal and rocking components. The frequency-dependent values used herein are taken from tables reported by Mita and Luco¹⁷ for the soil material dampings $\zeta_s = 0.001$ and $\zeta_p = 0.0005$. The real and imaginary parts and the amplitude of the ratios X_o/X_g and $L\Phi_o/X_g$ are depicted in Figure 4 for $D/L = 0.5$ and 1.5 . As can be seen, a considerable amount of rocking in the overall motion of the foundation may be induced, depending on the value of the well-known dimensionless frequency $a_0 = \omega L/c_s$. This frequency can also be written in terms of the dimensionless parameters D/L and τ_D referred to earlier as

$$a_0 = 2\pi\tau_D \frac{L}{D} \quad (25)$$

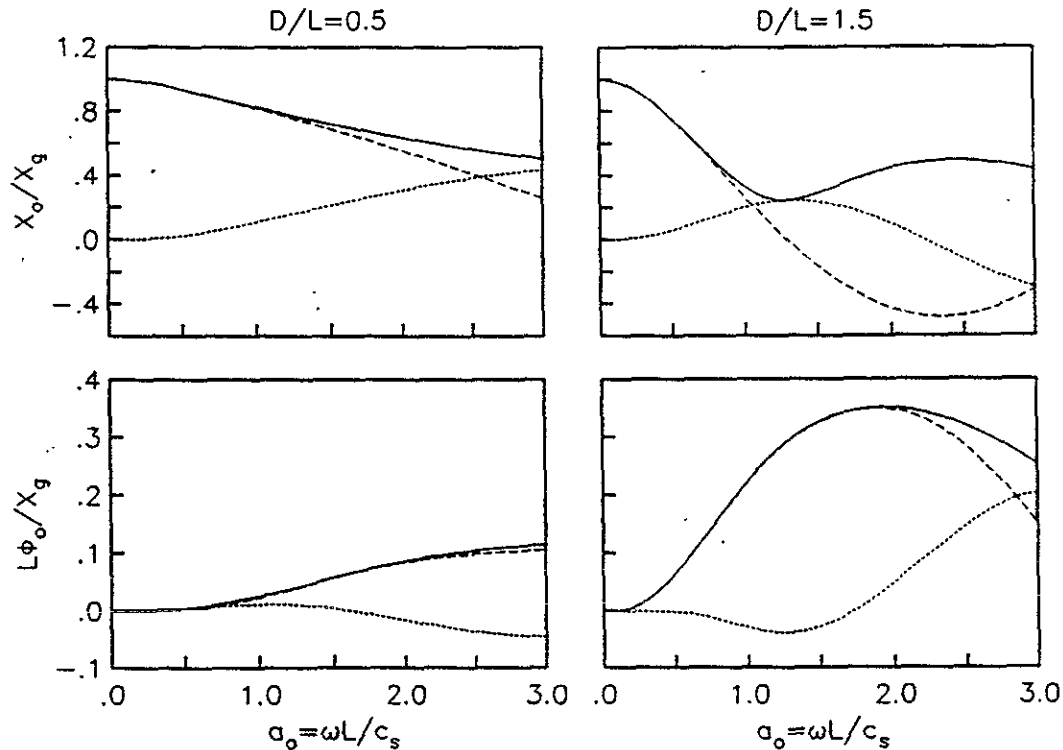


Figure 4. Real (dashed line) and imaginary (dotted line) parts and amplitude (solid line) of the translational and rocking components of the foundation input motion (adapted from Mita and Luco¹⁷)

Consequently, for a specified value of D/L , the importance of the rocking induced by kinematic interaction depends on the value of τ_D . The latter may be interpreted as the ratio of the foundation embedment to the shear wave length $\lambda = c_s T_0$, where $T_0 = 2\pi/\omega$ is the period of the exciting motion. In general, the effects of foundation embedment on the translational and rocking input motions are most pronounced for the deeper foundation.

Effects of foundation embedment on system period and damping

Variations of the effective period and damping of interacting systems are shown in Figure 5 for $D/L = 0, 0.5$ and 1.5 . The system period is normalized with respect to the fixed-base fundamental period. Two values of H/L are used: $H/L = 1$ corresponding to short squat structures, and $H/L = 3$ corresponding to tall slender structures. Some conclusions drawn from these results are similar to those reported previously for surface-supported structures.^{3,4} The overall period of the system increases with increasing values of τ_H , and the overall damping decreases with increasing values of H/L . For short structures, the overall damping is always greater than the structural damping for the fixed-base condition, whereas for tall structures, interaction may increase or decrease the overall damping depending on the value of τ_H . Note further that the overall period of the system increases with increasing values of H/L , except for the deeper foundation. This fact was unexpected, even for solely inertial interaction.

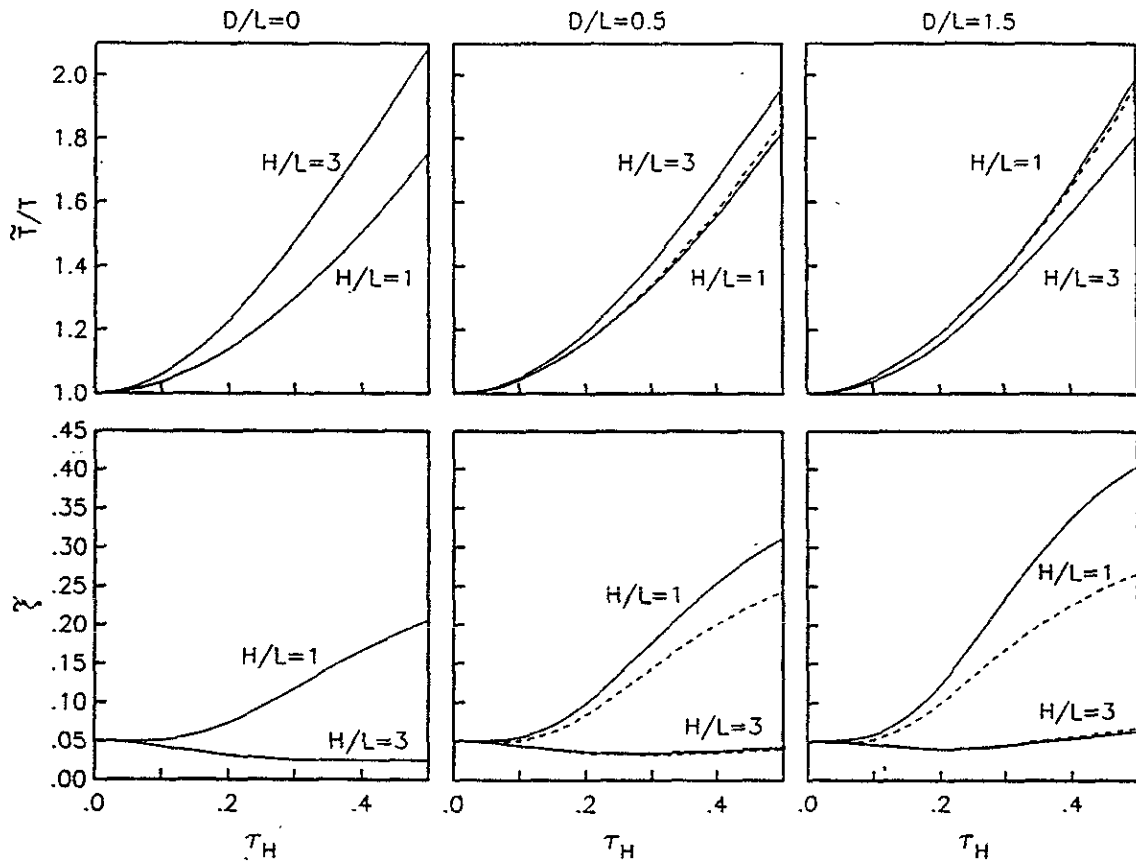


Figure 5. System periods and system dampings for total soil-structure interaction (solid line) and purely inertial interaction (dashed line)

It is clear from these results that the effects of foundation embedment are to decrease the system period for tall slender structures and to increase it for short squat structures, in addition to increasing the system damping for both structures. Results for total soil-structure interaction are also compared with those for purely inertial interaction. As anticipated, the system period is insensitive to kinematic interaction. Furthermore, for short structures, kinematic interaction substantially increases the system damping, while for tall structures, only insignificant reductions or increments are produced.

It is worth pointing out that the soil material damping used in calculations is very small. This factor may be essential because energy dissipation by hysteretic action in the soil reduced the effective period of the system, increases the effective damping and reduces the maximum structural deformation, as demonstrated earlier for surface-supported structures.⁴ Generally, results may be quite sensitive to variations in the soil material damping.

The approximation for including kinematic interaction will now be verified. The exact system periods given in Figure 5 for total soil-structure interaction are compared in Figure 6 with those obtained by the approximate solution. The degree of agreement between the two sets of results is indeed excellent. Although some differences are observed around $\tau_H = 0.5$ for the short structure with the deeper foundation, they are of little practical importance. For a representative storey height of 3 m, the ratio H/T is approximately equal to 30 m/s for many types of buildings. Accordingly, the value of $\tau_H = 0.5$ corresponds to very soft soils with $c_s = 60$ m/s.

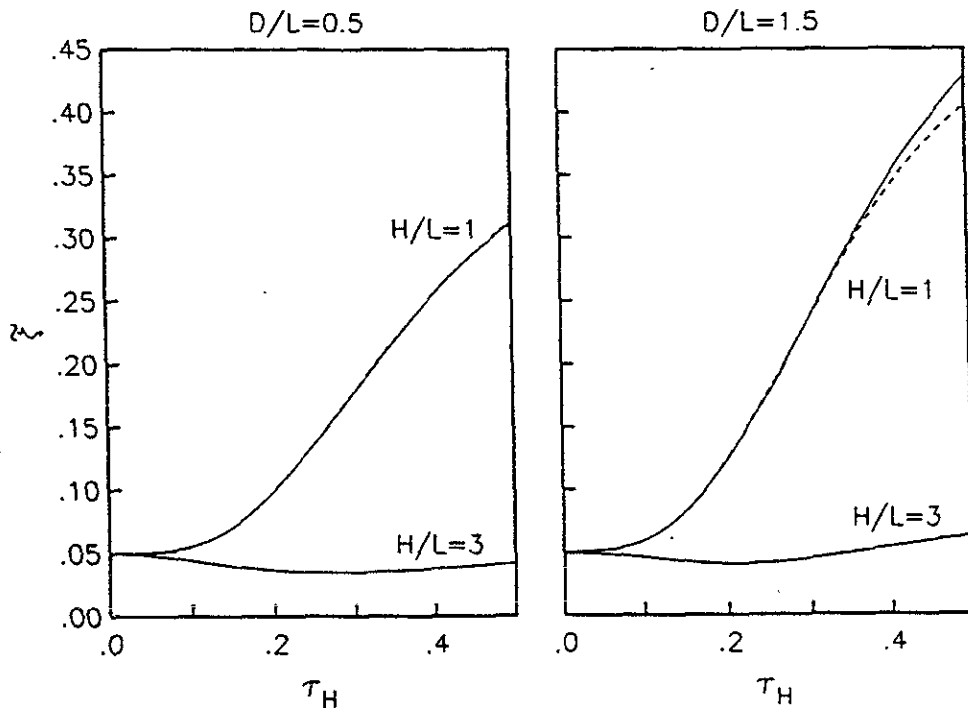


Figure 6. Comparison of the approximate (solid line) with the numerical solution (dashed line) for the system damping with both kinematic and inertial interaction

EFFECTS OF FOUNDATION EMBEDMENT ON SYSTEM RESPONSE

The following results correspond to the free-field excitation given by the NS component of the 1995 Manzanillo, Mexico, earthquake record. The acceleration, velocity and displacement traces of this record are depicted in Figure 7. The normalizing, characteristic period of the excitation is $T_0 = 0.25$ s, which is interpreted as the period corresponding to the maximum spectral acceleration.

The transient response of the system was computed by application of discrete Fourier transforms, using the Fast Fourier Transform technique and taking due precautions to ensure that the aliasing error involved in their application was negligibly small. The details of the method of analysis are similar to those elsewhere^{3,4} mentioned for surface-supported structures, except that the frequency dependency of both impedance functions and input motions for embedded foundations was properly taken into account.

In Figures 8 and 9 are given response spectra for interacting systems with $D/L = 0, 0.5$ and 1.5 and $H/L = 1$ and 3 , considering two values of the foundation flexibility: $\tau_L = 0.08$ and 0.2 , respectively. The resulting values of the product $\tau_L T_0$ are the same as those used earlier^{3,4} for surface-supported structures. In these plots, the ordinates represent the structural pseudo-acceleration normalized with respect to the acceleration of gravity, $\Omega^2 X_e/g$, and the abscissas represent the ratio T/T_0 . Three sets of solutions are displayed: (1) for no soil-structure interaction, i.e. analysing the fixed-base structure under the free-field ground motion; (2) for inertial interaction only, i.e. analysing the interacting system under the free-field ground motion; and (3) for total soil-structure interaction, i.e. analysing the interacting system under the foundation input motion. The following conclusions are drawn from these results, some of which are similar to those reported previously for surface-supported structures.^{3,4}

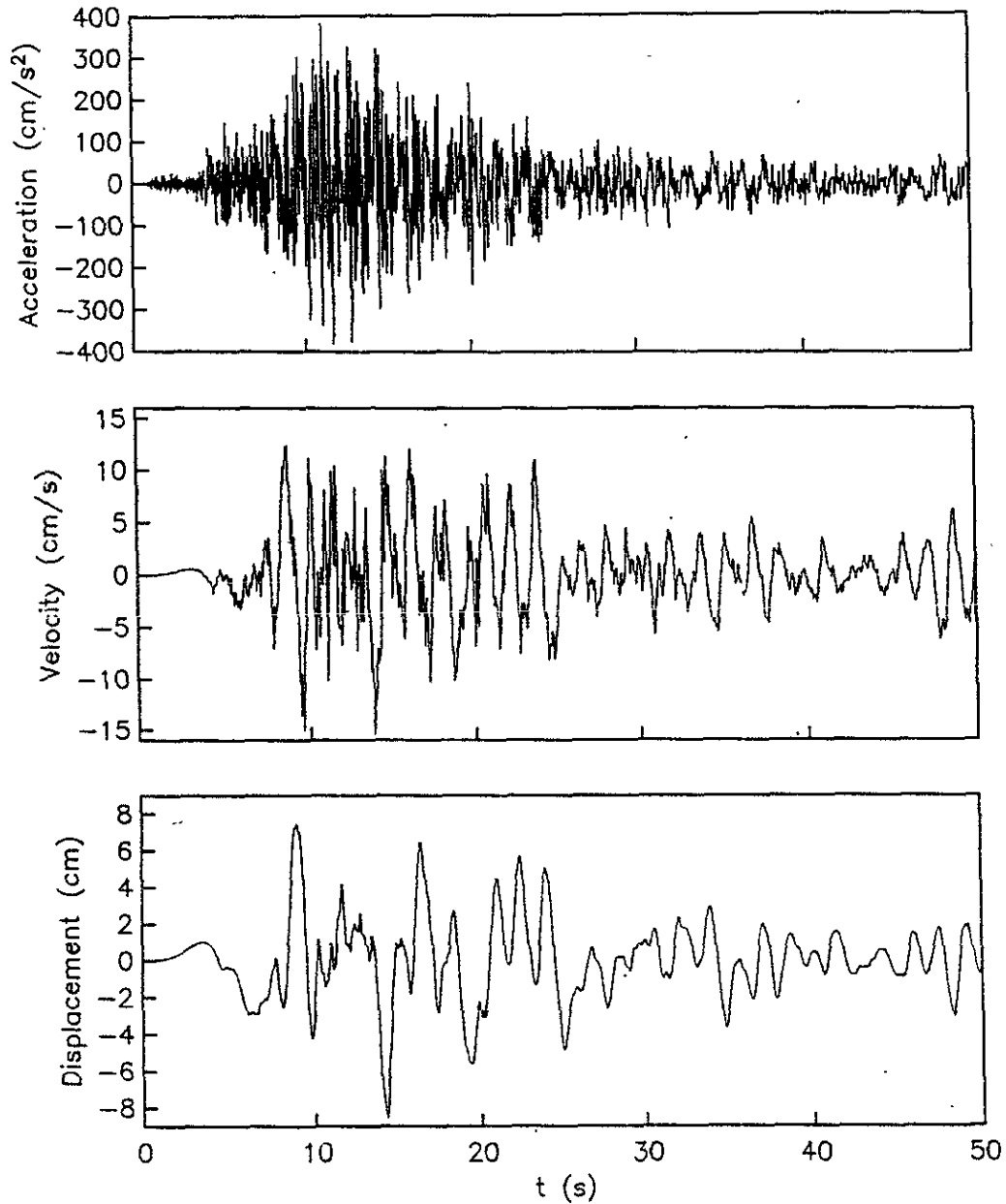


Figure 7 Acceleration, velocity and displacement time histories of the NS component of the 9 October 1995, Manzanillo earthquake

(1) As expected, the effects of soil–structure interaction are more pronounced for $\tau_L = 0.2$ than for $\tau_L = 0.08$. For a foundation with, say, $L = 20$ m, these values would correspond to soils with $c_s = 400$ and 1000 m/s, respectively.

(2) The interaction effects are significant in the spectral region $T/T_0 < 3$, corresponding to stiff short-period structures, and negligible in the spectral region $T/T_0 > 3$, corresponding to flexible long-period structures. Also, for interacting systems having the same foundation flexibility, the interaction effects are more important for tall slender structures than for short squat structures.

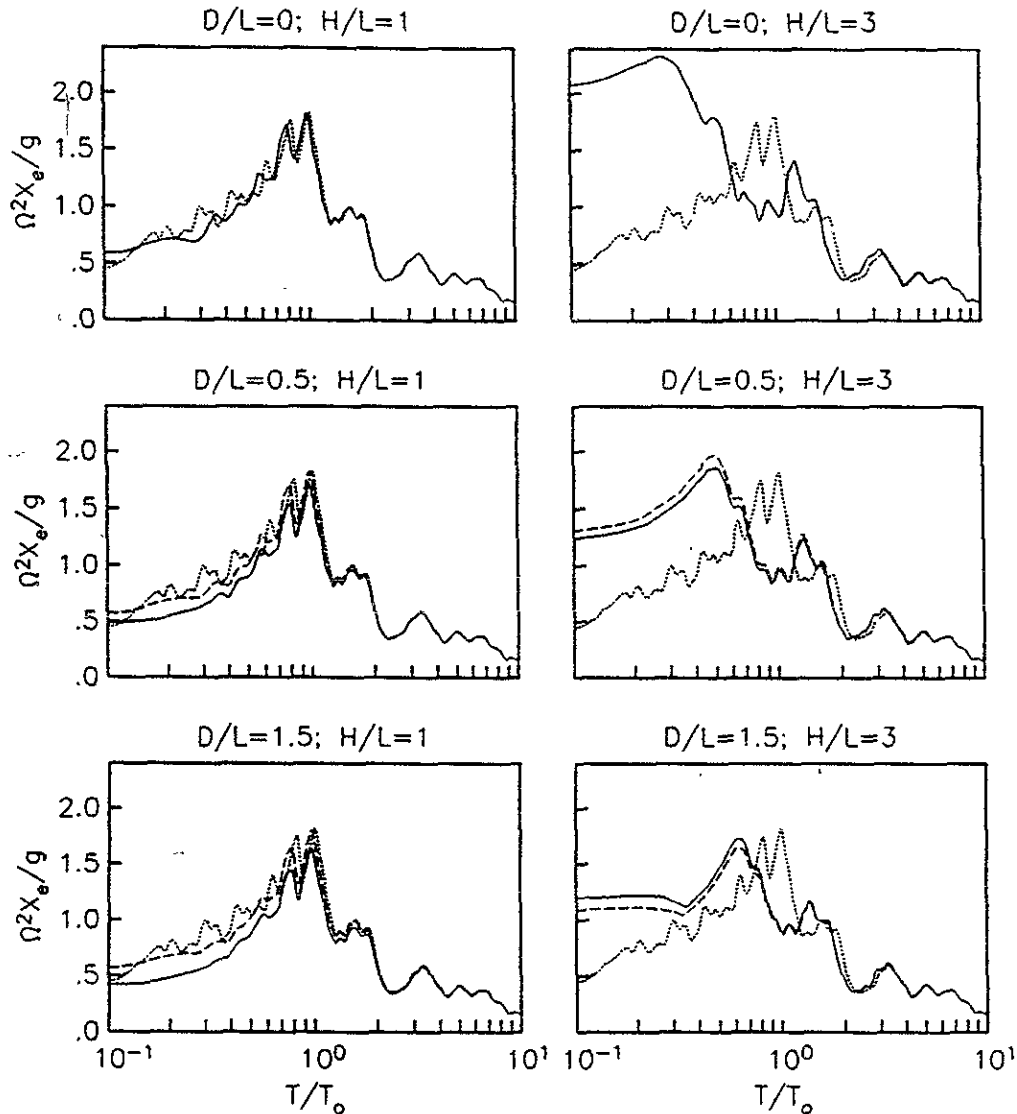


Figure 8 Deformation response spectra for interacting systems with $\tau_L = 0.08$ subjected to the 1995 Manzanillo earthquake: no soil-structure interaction (dotted line), inertial interaction only (dashed line) and total soil-structure interaction (solid line)

(3) The effects of inertial interaction are, in general, more important than those of kinematic interaction. Irrespective of the foundation flexibility, kinematic interaction reduces the maximum response of short squat structures. The deeper the foundation, the greater the reduction becomes. In this case, the system damping increases significantly with increasing the embedment depth. For example, for $\tau_L = 0.2$ and $H/L = 1$, a value of, say, $T/T_0 = 0.8$ corresponds to $\tau_H = 0.25$. Using this latter value in Figure 5 for the deeper foundation, the system damping is $\bar{\zeta} = 0.13$ for purely inertial interaction, and $\bar{\zeta} = 0.18$ for total soil-structure interaction. It is interesting to note that for tall slender structures, the interaction effects may result in reductions or increments in the system response, depending on the values of τ_L and T/T_0 involved. Generally, an increase in the system response is associated with unrealistic combinations of system parameters. For $\tau_L = 0.08$, interaction significantly increases the maximum response of tall slender structures in the short-period

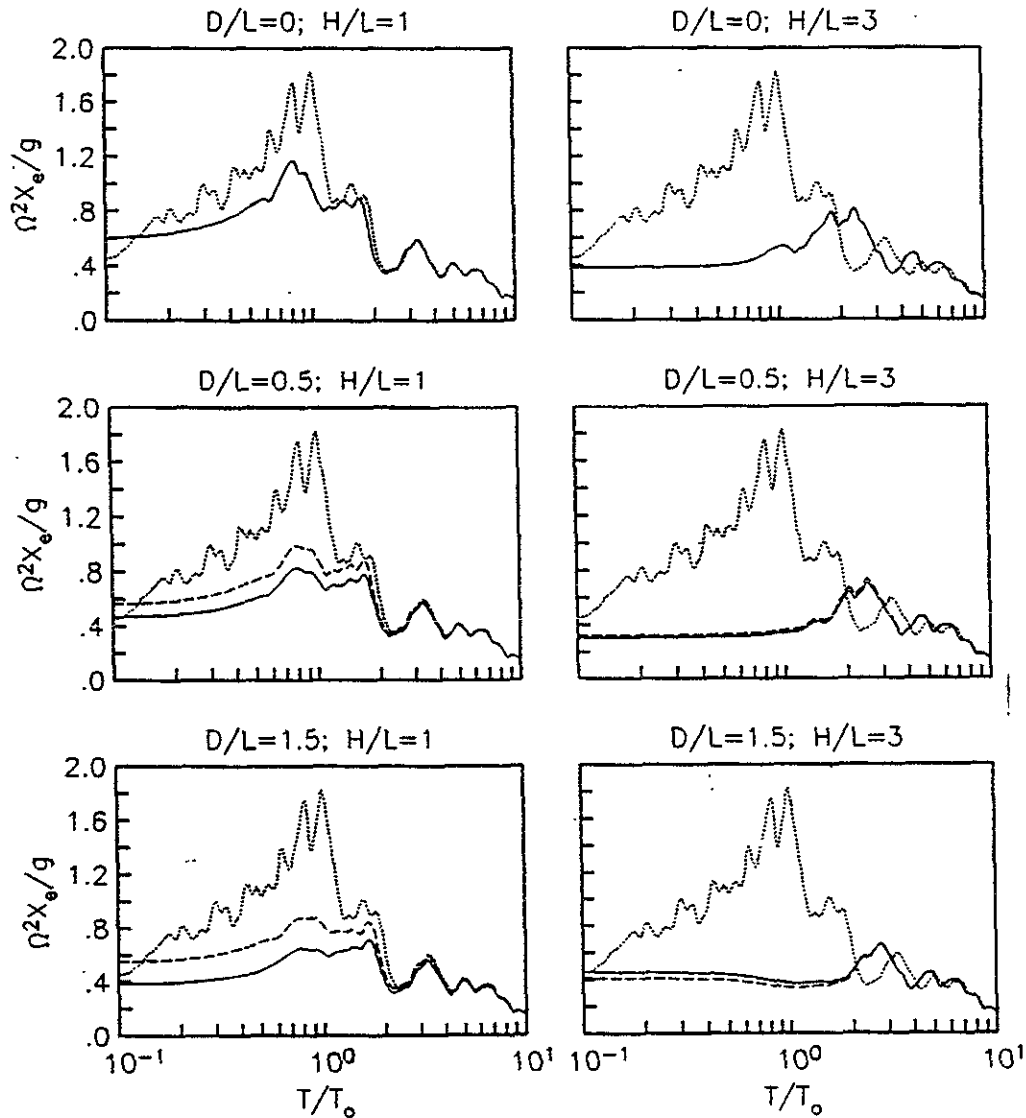


Figure 9 Deformation response spectra for interacting systems with $\tau_L = 0.2$ subjected to the 1995 Manzanillo earthquake: no soil-structure interaction (dotted line), inertial interaction only (dashed line) and total soil-structure interaction (solid line)

spectral region. However, such structures normally fall in the long-period spectral region, for which the interaction effects are negligible.

(4) Independent of the foundation flexibility, the shapes of response spectra for surface-supported and embedded foundations are similar. The principal effects of foundation embedment are, in general, to accentuate the reductions in spectral ordinates. It should be noted that for tall slender structures, the peak spectral ordinate shifts considerably towards the left with respect to $T/T_0 = 1$ for $\tau_L = 0.08$, and towards the right for $\tau_L = 0.2$.

The concept of using free-field response spectra in combination with the effective period and damping of the system, considering both kinematic and inertial interaction, will now be verified. The response spectra for

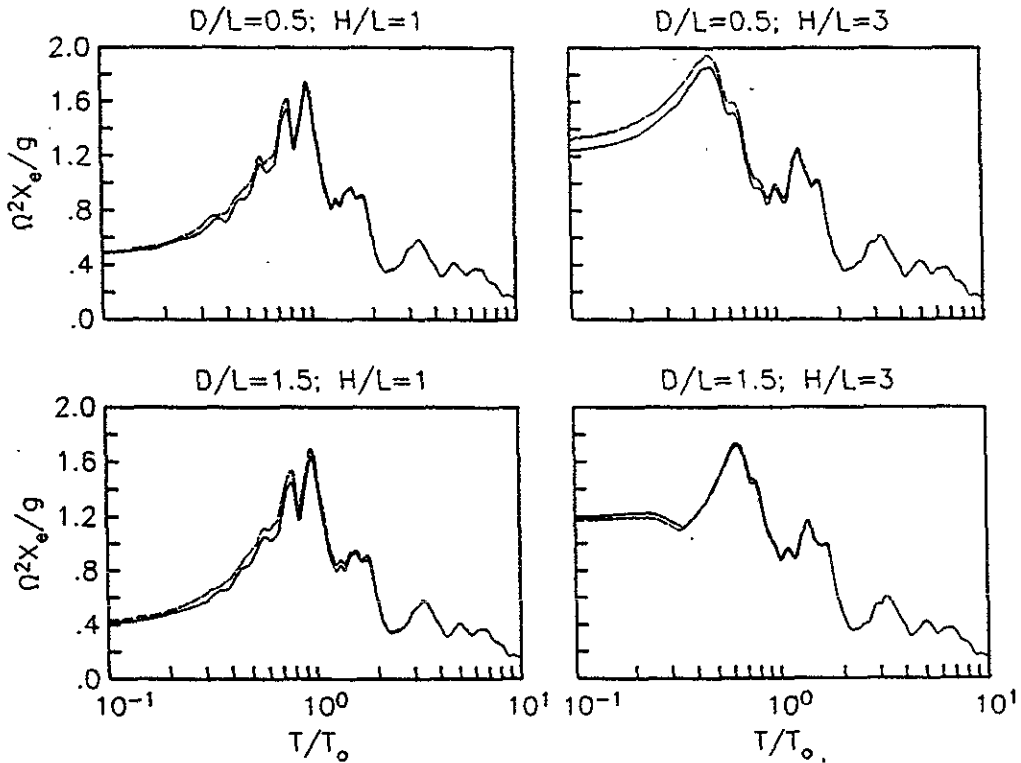


Figure 10. Comparison of the response spectra for the interacting system (solid line) with those for the replacement oscillator evaluated approximately (dashed line) and numerically (dotted line); total soil–structure interaction for $\tau_L = 0.08$

the interacting system given in Figures 8 and 9 for total soil–structure interaction are compared in Figures 10 and 11 with those for the replacement oscillator, utilizing the system period and system damping determined numerically and approximately by the procedures presented herein. The degree of agreement among the three response spectra is very good for practical purposes. Although some differences are observed in the short-period spectral region, they have no practical consequences. This agreement confirms the reliability of the proposed approach for assessing the kinematic interaction effects due to the embedment depth.

CONCLUSIONS

Information and concepts to account for the effects of foundation embedment on the effective period and damping and the response of soil–structure systems have been presented. They were developed by reference to the replacement oscillator widely used in code interaction provisions. It has been shown that, provided the dynamic properties of the structure are modified for both inertial and kinematic interaction, the replacement oscillator approach supplies a reliable practical mean of estimating the peak structural response. The use of standard free-field response spectra applicable to the system period and system damping is then permitted. Moreover, the approximation developed to take kinematic interaction into account could be useful in improving seismic design provisions for building structures.

Results have been given for foundations embedded in an elastic half-space under vertically incident shear waves, indicating the influences of the more important parameters involved and the relative importance of

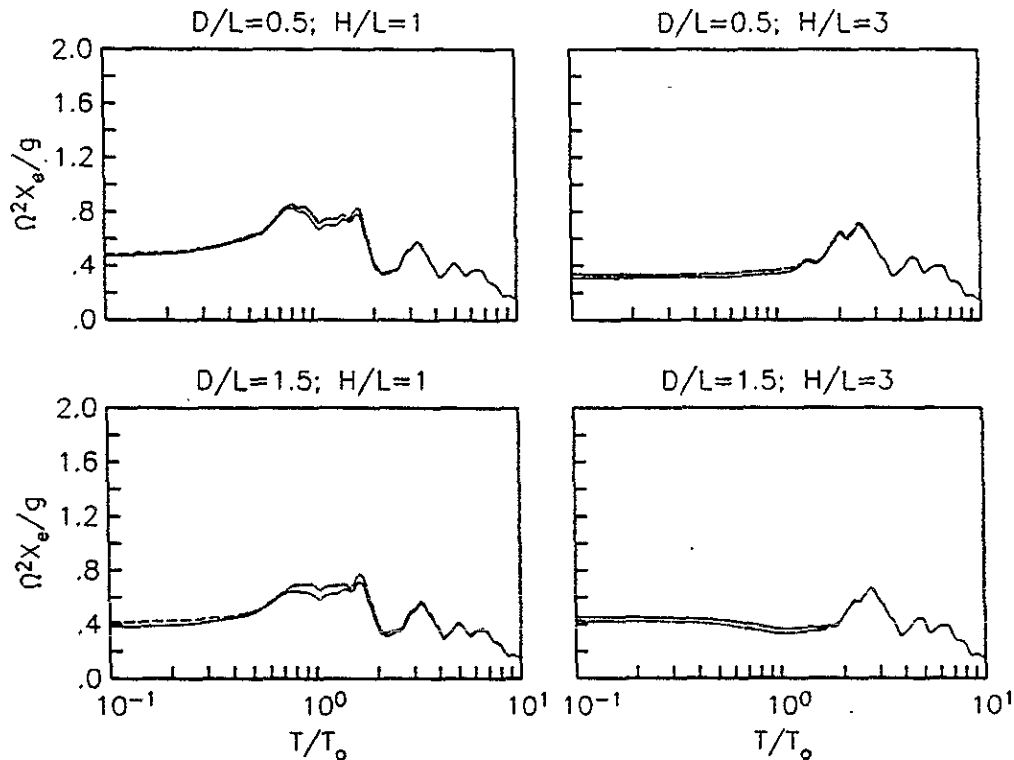


Figure 11. Comparison of the response spectra for the interacting system (solid line) with those for the replacement oscillator evaluated approximately (dashed line) and numerically (dotted line); total soil-structure interaction for $\tau_L = 0.2$

the kinematic and inertial interaction. Nevertheless, the energy dissipated by the scattering and diffraction of the incident seismic waves from the foundation should be studied for other soil conditions, types of incident waves and soil material dampings, in order to better understand the damping capacity of the foundation for reducing the maximum deformation of the structure.

ACKNOWLEDGEMENTS

We are in debt to the anonymous reviewers for their keen critical remarks and useful suggestions, which contributed to the clarity of this paper.

REFERENCES

1. P. C. Jennings and J. Bielak, 'Dynamics of building-soil interaction', *Bull. Seism. Soc. Am.* 63, 9-48 (1973).
2. A. S. Veletsos, 'Dynamics of structure-foundation systems', in: W. J. Hall (ed.), *Structural and Geotechnical Mechanics*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1977, pp. 333-361.
3. A. S. Veletsos and J. W. Meek, 'Dynamic behaviour of building-foundation systems', *Earthquake Engrg. Struct. Dyn.* 3, 121-138 (1974).
4. A. S. Veletsos and V. V. D. Nair, 'Seismic interaction of structures on hysteretic foundations', *J. Struct. Div. ASCE* 101, 109-129 (1975).
5. Applied Technology Council (ATC) 'Tentative provisions for the development of seismic regulations for buildings', *ATC-3-06 Amended*, California, 1984.
6. National Earthquake Hazard Reduction Program (NEHRP), 'Recommended provisions for the development of seismic regulations for new buildings', *FEMA-BSSC*, Washington, 1994.
7. A. S. Veletsos, 'Design concepts for dynamics of soil-structure interaction' in P. Güllkan and R. W. Clough (eds), *Development in Dynamic Soil-Structure Interaction*, Kluwer Academic Publishers, The Netherlands, 1993, pp. 307-325.

8. A. S. Veletsos and A. Prasad. 'Seismic interaction of structures and soils: stochastic approach'. *J. Struct. Engrg. ASCE* 115, 935-956 (1989).
9. J. Bielak. 'Modal analysis for building-soil interaction'. *J. Engrg. Mech. Div. ASCE* 102, 771-786 (1976).
10. J. E. Luco. 'Linear soil-structure interaction', *Report UCRL-15272, Lawrence Livermore National Laboratory*. Livermore, California, 1980.
11. J. E. Luco. 'Soil-structure interaction and identification of structural models'. *Proc. ASCE Speciality Conf. in Civil Engineering and Nuclear Power*. Knoxville, Tennessee, 1980.
12. J. P. Wolf. *Dynamic Soil-Structure Interaction*. Prentice-Hall. Englewood Cliffs, NJ, 1985.
13. J. Avilés and L. E. Pérez-Rocha. 'Evaluation of interaction effects on the system period and the system damping due to foundation embedment and layer depth'. *Soil Dyn. Earthquake Engrg.* 15, 11-27 (1996).
14. J. Bielak. 'Dynamic behavior of structures with embedded foundations'. *Earthquake Engrg. Struct. Dyn.* 3, 259-274 (1975).
15. M. I. Todorovska and M. D. Trifunac. 'The system damping, the system frequency and the system response peak amplitudes during in-plane building-soil interaction'. *Earthquake Engrg. Struct. Dyn.* 21, 127-144 (1992).
16. M. I. Todorovska. 'Effects of the depth of the embedment on the system response during building-soil interaction'. *Soil Dyn. Earthquake Engrg.* 11, 111-123 (1992).
17. A. Mita and J. E. Luco. 'Impedance functions and input motions for embedded square foundations'. *J. Geotech. Engrg. ASCE* 115, 491-503 (1989).

ESTA TESIS NO DEBE
SALIR DE LA BIBLIOTECA

APÉNDICE X

Site effects and soil–structure interaction in the Valley of Mexico

Javier Avilés^a & Luis E. Pérez-Rocha^b

^a*Instituto Mexicano de Tecnología del Agua, Jiutepec 62550, Morelos, Mexico*

^b*Centro de Investigación Sísmica, Carretera al Ajusco 203, Tlalpan 14200, Mexico*

(Received 26 June 1997; accepted 30 June 1997)

An engineering approach is proposed for representing both site effects and soil–structure interaction in extended alluvial valleys, by using the one-dimensional model of shear wave propagation corrected empirically to account for lateral heterogeneities and generated surface waves. The peak structural response is expressed by means of spectral contours that are a function of the predominant period of the site and the fundamental period of the structure. Variations of the peak spectral ordinates with the prevailing site period can be deduced from these contours. A number of events of firm ground, representative of the most dangerous earthquakes expected in Mexico City, are assumed as design earthquakes. Making use of the resulting spectral contours, the provisions for site effects recommended in the Mexican seismic code are evaluated. Also, considering as control motion the 1985 Michoacan earthquake recorded at a representative firm site, spectral contours with soil–structure interaction are obtained which allow one to identify the significant interaction effects originating in the Valley of Mexico for medium- and long-period structures. The influence and relative importance of the critical parameters involved are examined within practical ranges of interest. © 1997 Elsevier Science Ltd.

Key words: code provisions, site design spectra, site effects, site response spectra, soil–structure interaction, spectral contours.

1 INTRODUCTION

For code seismic analysis of structures supported on a soft soil layer it is required to account for the so-called site effects and soil–structure interaction. The former refers to the scattering and diffraction of the incident waves by the soil stratum overlying the bedrock, and is reflected in the values of the seismic design coefficients. The latter refers to the relationship between the characteristics of both the structure and the soil stratum, and is usually represented by modifying the dynamic properties of the structure.

Local site conditions may generate large amplifications and important spatial variations of seismic ground motion,¹ while soil–structure interaction can change significantly the free-field ground motion at the foundation level and the dynamic properties of the structure.² For code-designed buildings, it is sufficient to consider the site effects due to surface layering and the inertial interaction effects on the fundamental mode of vibration; the latter effects are

expressed by an increment in the fundamental period of the structure and a change in the associated damping. The kinematic interaction effects can be neglected whenever site effects are included in the free-field ground motion taken as the foundation excitation.

Site effects generally increase the structural response, whereas the modifications of the fundamental period and associated damping by soil–structure interaction can lead to increments or reductions, depending on the position of the resonant period in the response spectrum and the level of damping. Previous studies^{2,3} have revealed that interaction effects are significant only for short period structures. It can be shown, however, that such effects may be very important for medium and long period structures when the predominant site periods are as large as those in the Valley of Mexico.

The aim of this work is to present a practical procedure for representing the site effects and soil–structure interaction in extended alluvial valleys, by using the one-

dimensional theory of shear wave propagation corrected empirically to take the lateral heterogeneities and generated surface waves into account. The response of the building is expressed by spectral contours, which are level curves of equal peak structural acceleration in terms of the predominant period of the site and the fundamental period of the structure. The building is modeled as a one-story structure representing the multistory building vibrating in its fixed-base fundamental mode. The soil is idealized as a homogeneous soft stratum underlain by an elastic half-space; this stratum is characterized by the relevant properties of the site. The Valley of Mexico is a suitable candidate for applying one-dimensional analyses of shear wave propagation to evaluate the site effects and soil-structure interaction. This is possible for a number of reasons, namely: the valley measures about 30×70 km; the thickness of the soft clay deposits may exceed 100 m, with shear wave velocity ranging from 50 to 100 m s^{-1} ; the prevailing ground period can be as long as 5 s; and the shear wave velocity of the hard soil formations is of the order of $700\text{--}900 \text{ m s}^{-1}$.

Postulating as design earthquakes four events of firm ground representative of the most dangerous earthquakes expected in Mexico City during the next 150 years,⁴ spectral contours are obtained with the objective of evaluating the provisions for site effects stipulated in Mexico's Federal District Building Code (RCDF-87).⁵ Such effects are accounted for in the design spectra. Indeed, they are reflected explicitly in the seismic coefficient (maximum spectral ordinate) and the width of the plateau (flat part of the spectrum), which are specified as a function of the prevailing site period. These contours, and those computed for the 1985 Michoacan earthquake recorded at a representative firm site, allow one to evaluate how well site effects are represented by the provisions recommended in RCDF-87.

Spectral contours with soil-structure interaction are also obtained, considering as control motion the great Michoacan earthquake. They are useful for predicting the interaction stage that would take place in the Valley of Mexico under the action of similar severe earthquakes. They are also helpful in identifying the significant interaction effects originating in the valley for medium and long period structures, because of the low frequency content of the free-field ground motions typical of the location. Site

response spectra for several sites representing the transition and soft zones in Mexico City are inferred from these contours, in order to evaluate the variation of building base shear for different interaction conditions. The influence and relative importance of soil flexibility, structure height and foundation depth are examined over wide ranges of values covering most practical situations. Although the results are location specific, the proposed procedure is developed in a generic form so that it could be applied to other geographic locations with different seismic exposures.

2 REPRESENTATION OF SITE AND INTERACTION EFFECTS

The model considered to account for site effects and soil-structure interaction in extended alluvial valleys is shown in Fig. 1. For the sake of simplicity, the effects of the scattering and diffraction of the seismic waves from the lateral irregularity between hard and soft soil are taken into account empirically, by scaling the computed response spectra at several representative sites in the Valley of Mexico to match the results observed at those sites.

The one-story structure is characterized by the natural period and modal damping, T_e and ξ_e , and the effective mass and height, M_e and H_e , of the multistory structure vibrating in its fixed-base fundamental mode. The foundation is assumed as a rigid cylinder of radius R and depth D . The mass and mass moment of inertia of the footing are neglected, because the structural response is nearly insensitive to variations in these parameters within the ranges of values of practical interest for buildings.^{6,7} The single soil stratum is characterized by the shear wave velocity, β_s , Poisson's ratio, ν_s , mass density, ρ_s , material damping, ξ_s , and depth, H_s , representative of the sedimentary basin. For the elastic half-space, β_0 is the shear wave velocity and ρ_0 the mass density of the bedrock. Also, the vertical incidence of shear waves is assumed, giving rise to the control motion X_0 at the outcropping of the bedrock and the free-field ground motion X_s at the surface of the sedimentary basin.

2.1 Design earthquakes

The Valley of Mexico is affected by earthquakes having

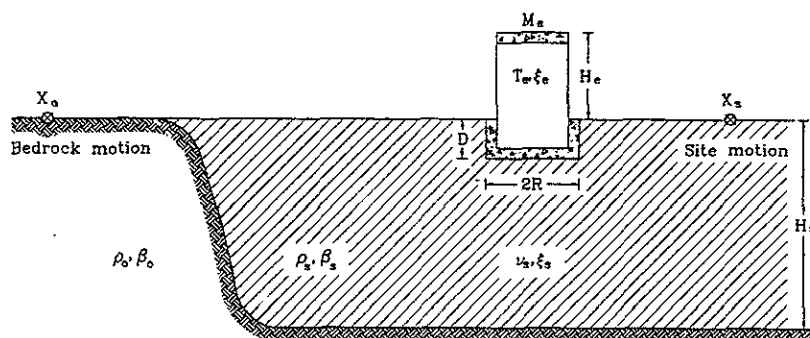


Fig. 1. Model considered for site effects and soil-structure interaction in extended alluvial valleys.

different causes. They have been divided in four groups, namely: (1) local earthquakes, (2) continental plate earthquakes, (3) intermediate depth earthquakes and (4) subduction earthquakes. For these events, the expected Fourier amplitude spectra of acceleration at the firm site of University City (CU) have been estimated from semi-empirical relationships and applicable seismological theory.⁴ Results are displayed in Fig. 2, together with the Fourier spectrum for the envelope of the horizontal components of the 19 September 1985 Michoacan earthquake recorded at the CU site. This subduction earthquake is the most damaging event so far to Mexico City. Curves represent Fourier spectral ordinates A_0 against frequency $f = \omega/2\pi$, in which ω is the circular frequency. These results were used for the construction of the seismic design spectra adopted for different zones in RCDF-87.

2.2 Site effects

Because of the fact that soft clay deposits in the Valley of Mexico are very thin compared with their lateral extent and that most of the ground motion amplification takes place in these deposits,⁸ the seismic response of the sedimentary basin can be evaluated by using a single soil stratum over an elastic half-space under vertically incident shear waves. Site effects are accounted for by the transfer function of the site, which relates the ground motion at the surface of the sedimentary basin to that at the outcropping of the bedrock. According to the one-dimensional theory of shear wave propagation, this transfer function can be written as⁹

$$Q_s = \frac{X_s}{X_0} = \left(\cos\left(\frac{\pi \omega}{2 \omega_s}\right) + ip_s \sin\left(\frac{\pi \omega}{2 \omega_s}\right) \right)^{-1} \quad (1)$$

where $\omega_s = 2\pi/T_s$ is the fundamental frequency of the soil layer, in which

$$T_s = \frac{4H_s}{\beta_s} \quad (2)$$

represents the predominant period of the site, and

$$p_s = \frac{\rho_s \beta_s}{\rho_0 \beta_0} \quad (3)$$

is the impedance ratio between the soil layer and the bedrock, expressing the geometrical damping of soil by wave radiation. The material damping of soil by hysteretic behavior is taken into account by replacing β_s by $\beta_s(1 + i\xi_s)$, $i = \sqrt{-1}$ being the imaginary unit.

2.3 Soil-structure interaction

As the kinematic interaction is neglected, the base excitation for the soil-structure system is taken as the free-field ground motion at the surface of the sedimentary basin. The degrees of freedom of the coupled system are the relative displacement of the structure, X_e , the displacement of the foundation base relative to the ground motion, X_c , and the rocking of the foundation, Φ_c . It can be demonstrated that the matrix equilibrium equation of the coupled system in the frequency domain is given by⁷

$$\begin{bmatrix} K_c & 0 & 0 \\ 0 & K_h & 0 \\ 0 & 0 & K_r \end{bmatrix} + i\omega \begin{bmatrix} C_e & 0 & 0 \\ 0 & C_h & 0 \\ 0 & 0 & C_r \end{bmatrix} - \omega^2 \begin{bmatrix} M_e & M_e & M_e(H_e + D) \\ M_e & M_e & M_e(H_e + D) \\ M_e(H_e + D) & M_e(H_e + D) & M_e(H_e + D)^2 \end{bmatrix} \times \begin{Bmatrix} X_e \\ X_c \\ \Phi_c \end{Bmatrix} = \omega^2 X_s \begin{Bmatrix} M_e \\ M_e \\ M_e(H_e + D) \end{Bmatrix} \quad (4)$$

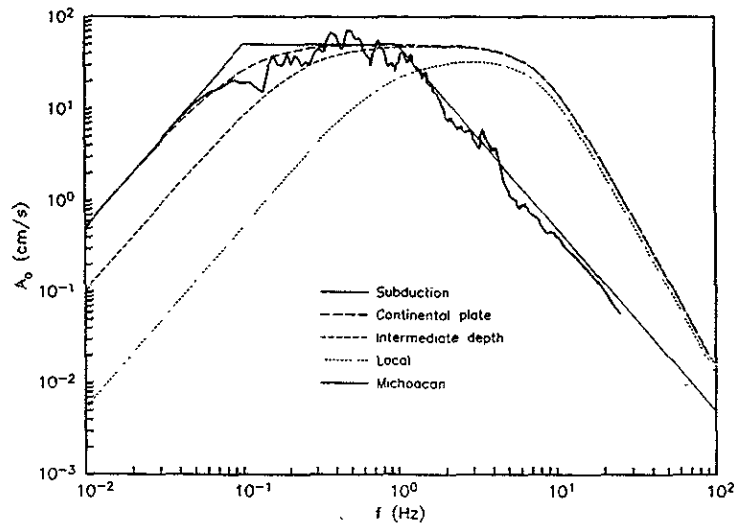


Fig. 2. Fourier amplitude spectra of acceleration for the 1985 Michoacan earthquake and the design earthquakes considered in the Mexican seismic code.

where $K_e = 4\pi^2 M_e / T_e^2$ and $C_e = 4\pi \xi_e M_e / T_e$ are the linear stiffness and viscous damping of the structure, respectively. The supporting soil has been replaced with the linear springs K_h and K_r and the viscous dashpots C_h and C_r , corresponding to the translational and rocking modes of vibration of the foundation, respectively. The coupled stiffness and damping of the soil are irrelevant for practical purposes, so they have been neglected. Impedance functions are strongly dependent not only on the excitation frequency but on the foundation and soil characteristics as well. The springs and dashpots used herein are taken from tables¹⁰ constructed rigorously by applying an efficient numerical technique based on the finite element method.¹¹ Dynamic stiffnesses were computed considering a rigid bedrock, because they belong more to a vibration problem than to a propagation one. Even in the case of shallow strata, results obtained under this assumption are accurate enough for engineering purposes.

Eqn (4) may be rearranged to simplify the solution. Dividing the two first rows by $\omega^2 M_e$ and the last one by $\omega^2 M_e (H_e + D)$, this equation can be written as

$$\begin{bmatrix} \frac{\omega_e^2}{\omega^2}(1 + i2\xi_e') - 1 & -1 & -1 \\ -1 & \frac{\omega_h^2}{\omega^2}(1 + i2\xi_h') - 1 & -1 \\ -1 & -1 & \frac{\omega_r^2}{\omega^2}(1 + i2\xi_r') - 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X_e \\ X_c \\ (H_e + D)\Phi_c \end{Bmatrix} = X_s \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{Bmatrix} \quad (5)$$

where $\omega_e = 2\pi/T_e$ is the fundamental frequency of the fixed-base structure, and ω_h and ω_r are the natural frequencies for the pure translation and rocking of the rigid-assumed structure, respectively, which are defined as

$$\omega_h^2 = \frac{K_h}{M_e} \quad (6)$$

$$\omega_r^2 = \frac{K_r}{M_e(H_e + D)^2} \quad (7)$$

whereas $\xi_e' = (\omega/\omega_e)\xi_e$, $\xi_h' = (\omega/\omega_h)\xi_h$ and $\xi_r' = (\omega/\omega_r)\xi_r$, in which ξ_h and ξ_r are the damping ratios of the soil layer, including both material and geometrical attenuation, for the translation and rocking of the foundation, respectively, which are defined as

$$\xi_h = \frac{C_h}{2\omega_h M_e} \quad (8)$$

$$\xi_r = \frac{C_r}{2\omega_r M_e (H_e + D)^2} \quad (9)$$

Soil-structure interaction is accounted for by the transfer function of the coupled system, which relates the structural pseudoacceleration to the surface ground acceleration. Solving the complex system of algebraic equations given

by eqn (5), and after some manipulations, this transfer function results in

$$Q_e = \frac{\omega_e^2 X_e}{\omega^2 X_s} = \left(1 + i2\xi_e' - \frac{\omega^2}{\omega_e^2} - \frac{\omega^2}{\omega_h^2} \frac{1 + 4\xi_e' \xi_h' + i2(\xi_e' - \xi_h')}{1 + 4\xi_h'^2} - \frac{\omega^2}{\omega_r^2} \frac{1 + 4\xi_e' \xi_r' + i2(\xi_e' - \xi_r')}{1 + 4\xi_r'^2} \right)^{-1} \quad (10)$$

For no soil-structure interaction, that is when $\omega_h = \omega_r = \infty$, this equation reduces to

$$Q_e = \frac{\omega_e^2 X_e}{\omega^2 X_s} = \left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_e^2} + i2\xi_e' \frac{\omega}{\omega_e} \right)^{-1} \quad (11)$$

which is clearly the transfer function of a single oscillator.

2.4 Spectral contours

To compute the structural response, the Fourier amplitude spectrum of acceleration is determined as the product

$$A_e(\omega) = |Q_e(\omega)| |Q_s(\omega)| A_0(\omega) \quad (12)$$

On the basis of this equation and the duration of ground motion at the site, the expected peak structural accelerations are obtained through the application of random vibration theory.^{12,13} Using the results of Boore and Joyner¹³ for the oscillator response duration, the earthquake duration at each site in the Valley of Mexico is estimated as

$$D_s = D_0 + \frac{T_s}{\pi p_s + \pi^2 \xi_s / 2} \frac{D_0^3 / T_s^3}{D_0^3 / T_s^3 + 1/\xi_s} \quad (13)$$

where D_0 is the equivalent duration of ground motion at the bedrock, given for each of the assumed events.⁴

The response of the building is conveniently expressed by means of level curves of equal peak structural acceleration, known as spectral contours, in terms of the predominant period of the site and the fundamental period of the structure. Spectral contours are constructed for a number of parameters reflecting the site and interaction conditions, as shown in the next two sections.

3 EVALUATION OF SITE EFFECTS

Examination of the parameters involved reveals that the

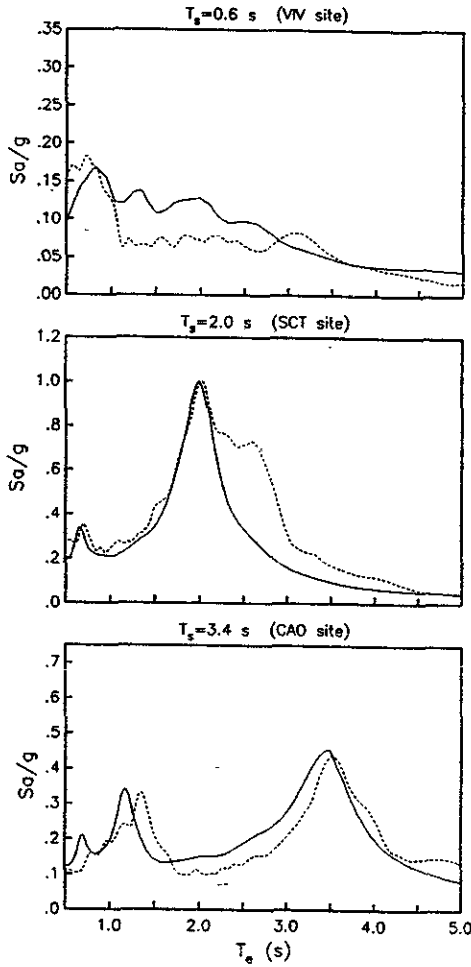


Fig. 5. Computed (solid line) and observed (dashed line) response spectra for the 1985 Michoacan earthquake at several sites in Mexico City.

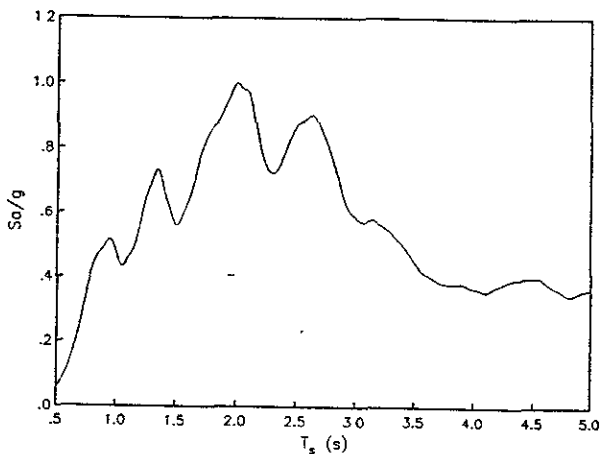


Fig. 6. Variation of the maximum spectral ordinate with the site period for the 1985 Michoacan earthquake.

$$a = c, \text{ if } T_a \leq T_e \leq T_b \tag{15}$$

$$a = \left(\frac{T_b}{T_e}\right)^r c, \text{ if } T_e > T_b \tag{16}$$

where a is the spectral acceleration expressed as a fraction of gravity, $r = 2/3$ and 1 for the transition and soft zones of Mexico City, respectively, T_a and T_b are the lower and upper periods of the flat part of the spectrum, respectively, and c is the seismic coefficient.

When the predominant period of the site is known, the flat part of the spectrum is specified by the limiting periods

$$T_a = 0.64T_s, \text{ for the transition zone} \tag{17}$$

$$T_a = \max(0.35T_s, 0.64s), \text{ for the soft zone} \tag{18}$$

$$T_b = 1.2T_s \tag{19}$$

while the seismic coefficient is specified as

$$c = \frac{1.6T_s}{4 + T_s^2} \tag{20}$$

The seismic design spectra derived from the RCDF-87 recommendations are intended to cover not only the resonant peak responses associated with the prevailing site period, but those with the higher ground periods as well. This can be confirmed by the comparison shown in Fig. 7 between the spectral contours for the 1985 Michoacan earthquake and those obtained by applying eqns (14)–(20), assuming that the boundary between the transition and soft zones is at $T_s = 1.0$ s. The results for the above-mentioned earthquake include a reduction factor

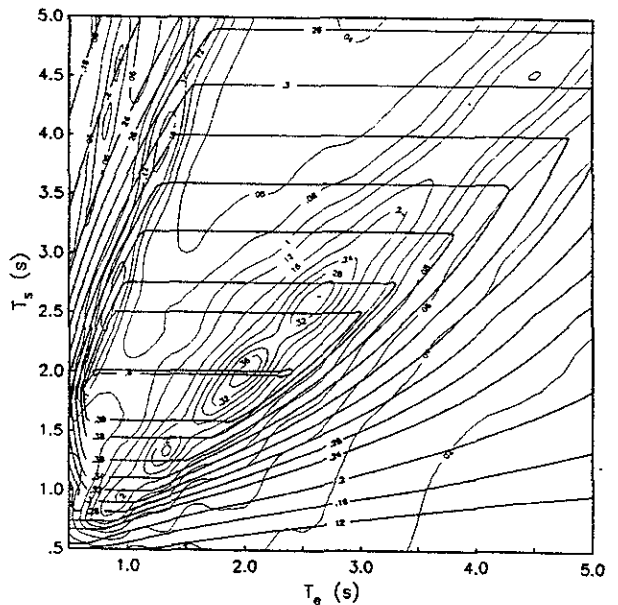


Fig. 7. Comparison of the spectral contours of acceleration for the 1985 Michoacan earthquake (thin line) with those derived from the provisions for site effects recommended in the Mexican seismic code (thick line).

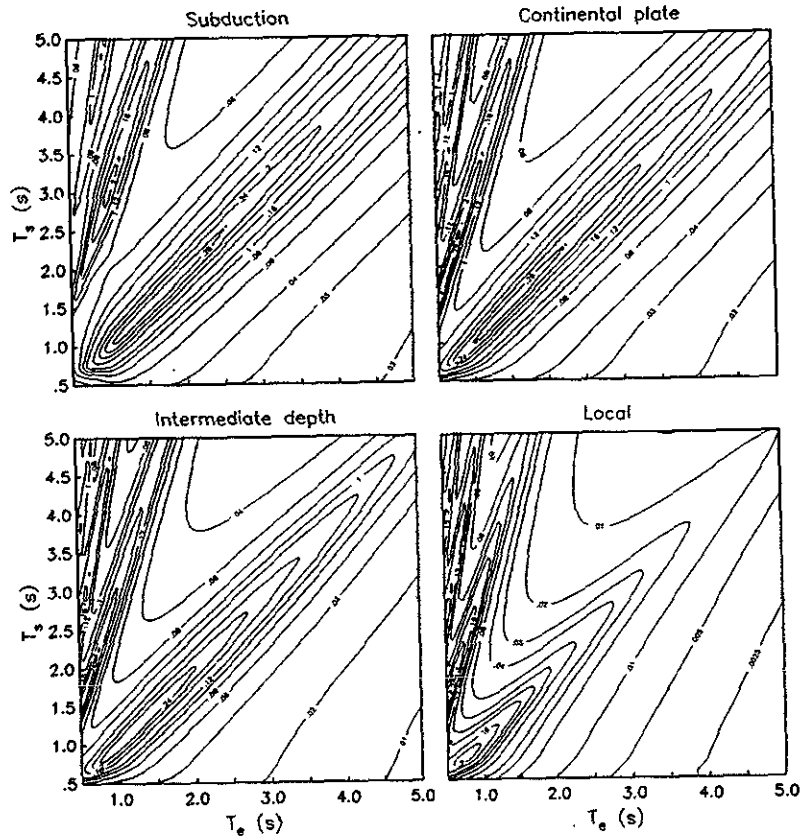


Fig. 8. Spectral contours of acceleration (Sa/g) for the design earthquakes considered in the Mexican seismic code.

of 0.4 adopted implicitly in the code. This coefficient is intended, in part, to take into account the reserves of lateral capacity usually referred to as overstrengths.⁴ An additional reduction factor, dependent on the site and structure periods, is considered in the code to estimate the inelastic design spectra from the elastic ones.⁴ However, because site effects will not differ significantly between elastic and inelastic systems, this study is concerned with the elastic response only. It can be seen that the spectral contours for design envelop appropriately the computed ones for the great Michoacan earthquake. It is evident that the width of the plateau increases with the site period, and that its level undergoes reductions on both sides of $T_s = 2.0$ s. The upper period of the plateau stipulated by the code is larger than that suggested by the model; this is to account for differences between computed and actual values of the site period, and for nonlinear behavior of the soil.

Fig. 8 displays the spectral contours for the local, continental plate, intermediate depth and subduction earthquakes considered in RCDF-87. Results include the scaling factor of 0.4 discussed above. In terms of the maximum spectral ordinate, the most dangerous earthquake would be that representing the subduction group. Variations of the maximum spectral ordinate with the site period can be obtained by drawing sections in the spectral contours along lines with slope equal to one. Fig. 9 depicts the resulting curves for the four types of earthquake, together with

that for the 1985 Michoacan earthquake; the shape of the seismic coefficient specified by the code is also included for comparison. As can be seen, the resonant peak responses to the selected design earthquakes are appropriately enveloped by the code provisions. According to eqn (20), the threshold of the seismic coefficient is $c = 0.4$ at $T_s = 2.0$ s; reductions observed on both sides of this critical site period are more

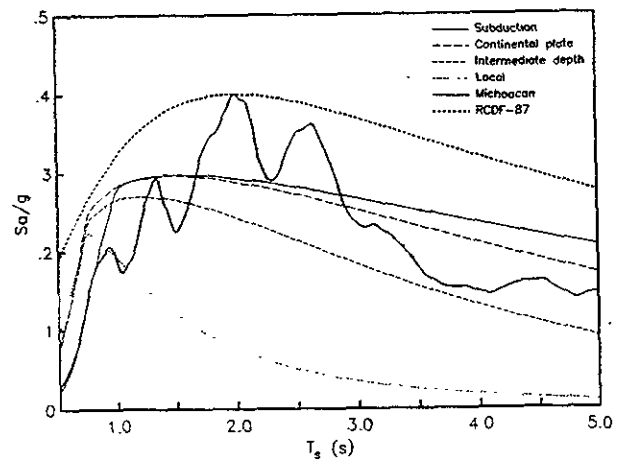


Fig. 9. Variations of the maximum spectral ordinate with the site period for the 1985 Michoacan earthquake and the design earthquakes considered in the Mexican seismic code, compared with the shape of the seismic coefficient specified by the code.

pronounced in the range $T_s < 2.0$ s than in $T_s > 2.0$ s. Even though the seismic coefficient adopted for design was determined empirically, on the basis of some observations made during the great Michoacan earthquake, the protection provided by the code against site effects for other hypothetical earthquakes having different causes seems to be satisfactory.

In the light of the present evaluation of provisions for site effects, it can be concluded that the seismic design spectra adopted in RCDF-87 are reasonably conservative. They were based on simplified envelopes of computed acceleration spectra with modifications to account qualitatively for effects due to factors not explicitly considered. Since code-designed structures are expected to deform significantly beyond the yield limit during intense earthquakes, a more comprehensive investigation would be necessary to elucidate to what extent site effects differ between elastic and inelastic systems.

4 EVALUATION OF SOIL-STRUCTURE INTERACTION

Whereas purely site effects are defined completely by ω_s , ω_s , ξ_s , ξ_s , and p_s , the evaluation of soil-structure interaction requires the specification of additional parameters. The parameters that have been identified are expressed

conveniently as: $M_s/(\rho_s \pi R^2 H_s)$ = relative mass density for the structure and soil, ν_s = Poisson's ratio of the soil, D/R = embedment ratio of the foundation, H_s/R = slenderness ratio of the structure and R/β_s = wave transit time; the latter represents the time required for shear waves to traverse the radius of the footing, and is a measure of the foundation stiffness.

The relative mass density was fixed constant at $M_s/(\rho_s \pi R^2 H_s) = 0.15$, which is an average value applicable in practical situations. At the transition and soft zones in the Valley of Mexico, Poisson's ratio varies slightly with the site. Thus, the values of $\nu_s = 0.45, 0.47$ and 0.49 were taken as representative for site periods falling in the ranges $T_s \leq 1$ s, $1 < T_s < 3$ s and $T_s \geq 3$ s, respectively. As the remaining parameters control the interaction effects, they are considered variable within practical ranges of interest for Mexico City.

The spectral contours with soil-structure interaction computed for the 1985 Michoacan earthquake and $R/\beta_s = 0.1$ and 0.2 s are shown in Figs 10 and 11, respectively; results are given for $D/R = 0$ and $1/2$ and $H_s/R = 1$ and 3 . They provide valuable information with which the influence of the principal parameters involved can be evaluated readily. For any structure and site configuration, the peak structural response may be assessed by directly entering the appropriate chart with the fundamental structure period and the prevailing site period. It should be noted

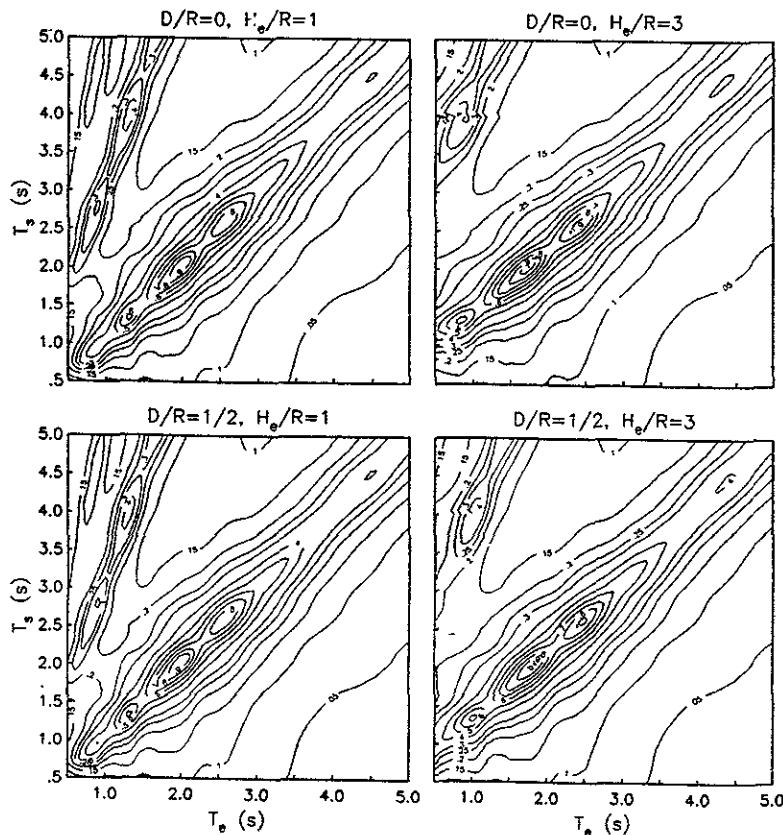


Fig. 10. Spectral contours of acceleration (Sa/g) with soil-structure interaction for the 1985 Michoacan earthquake and $R/\beta_s = 0.1$ s.

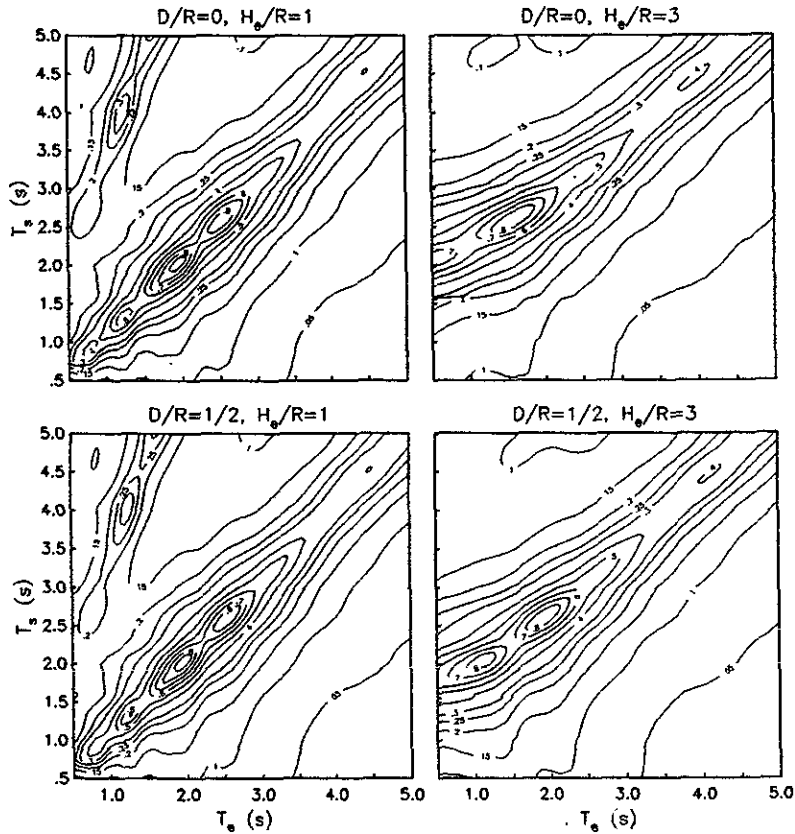


Fig. 11. Spectral contours of acceleration (Sa/g) with soil-structure interaction for the 1985 Michoacan earthquake and $R/\beta_s = 0.2$ s.

that these spectral contours are valid for all combinations of R and β_s , for which $R/\beta_s = 0.1$ and 0.2 s. Thus, results of Fig. 10 are applied, for example, to a foundation with $R = 10$ m situated on a soft soil with $\beta_s = 100$ m s⁻¹; for the same foundation on a softer soil with $\beta_s = 50$ m s⁻¹, results of Fig. 11 are then used.

Interaction effects reduce when the wave transit time is decreased. The limiting value $R/\beta_s = 0$, for which there is no interaction, leads to the spectral contours of Fig. 3 for site effects only. The difference between these spectral contours and those of Figs 10 and 11 reflects, of course, the effects of soil-structure interaction. Because of the period lengthening by interaction, the peak spectral accelerations associated with the fundamental mode of the site occur when the structure period is lower than the site period; the longer the site period, the smaller the shift of the resonant peaks. Also, the resonant peaks increase or decrease with respect to those corresponding to the fixed-base condition, owing to the modification of damping by interaction. On the other hand, the interaction provisions recommended in RCDF-87 account for the effects on the period only, so that no direct comparison with these results involving effects on both period and damping is possible.

4.1 Variation of the base shear

It is known that soil-structure interaction affects

significantly the structure response only in the high frequency spectral region,^{2,3} that is, in stiff buildings with typical low period. In very soft soils, however, interaction effects may be quite important for medium and long period structures too. This is because such effects are highly

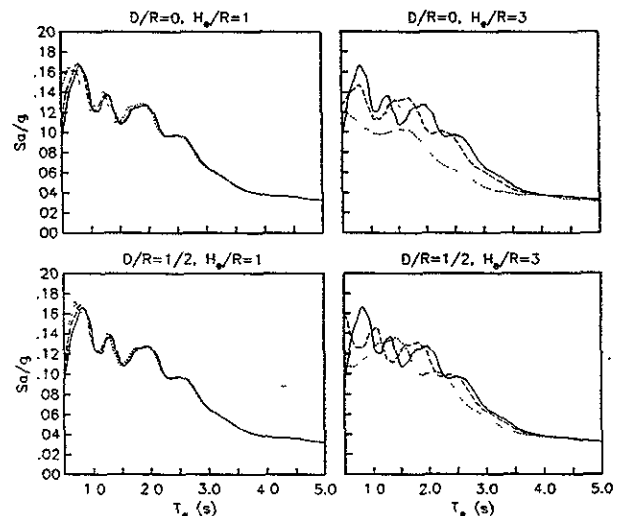


Fig. 12. Response spectra with soil-structure interaction at the VIV site (transition zone) for $R/\beta_s = 0$ s (solid line), 0.1 s (dashed line) and 0.2 s (dotted line).

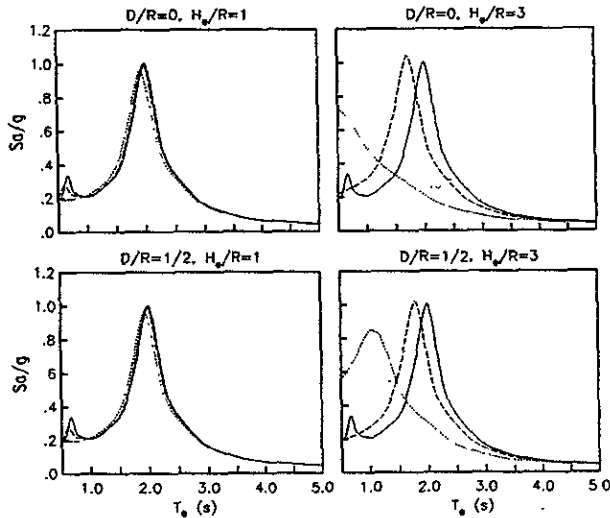


Fig. 13. Response spectra with soil-structure interaction at the SCT site (lake zone) for $R/\beta_s = 0$ s (solid line), 0.1 s (dashed line) and 0.2 s (dotted line).

dependent on the frequency content of the seismic excitation, and because they depend, in reality, on the relative stiffness between the structure and soil, and not only on the soil flexibility.

Figs 12–14 exhibit response spectra with soil-structure interaction for the VIV, SCT and CAO sites, respectively, deduced from the spectral contours of Figs 10 and 11. Results are given for $D/R = 0$ and $1/2$ and $H_p/R = 1$ and 3 ; site response spectra for no interaction are also included for reference. It should be noted that response spectra are plotted with respect to the fundamental period of the fixed-base structure, and hence the resonant peaks appear towards the left of the prevailing site period; the larger the shift, the larger the interaction effects. Variations of the base shear

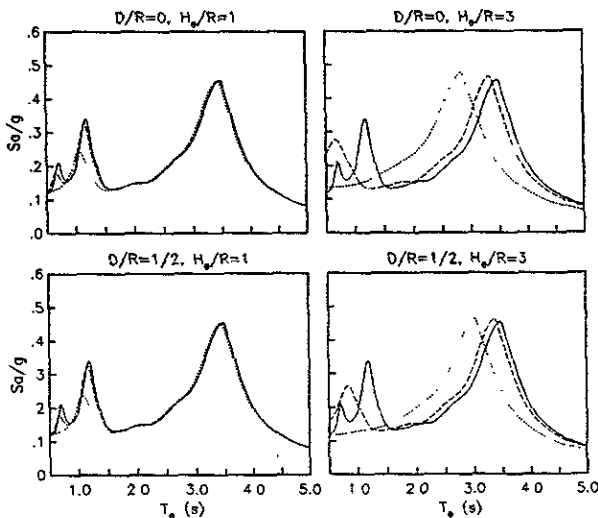


Fig. 14. Response spectra with soil-structure interaction at the CAO site (lake zone) for $R/\beta_s = 0$ s (solid line), 0.1 s (dashed line) and 0.2 s (dotted line).

are of little practical importance at the VIV site of the transition zone, but are very significant at sites of soft zone, being more pronounced at SCT than at the CAO site. In general, interaction effects increase with the structure height and decrease with the foundation depth, the influence of the former being more important.

It can be seen that medium and long period structures could be seriously affected by interaction. It is apparent that reductions of the base shear arise in buildings with fundamental period greater than or equal to the prevailing site period. In particular, for the deeper foundation ($D/R = 1/2$) and the higher structure ($H_p/R = 3$) at the SCT site, the response spectra for $R/\beta_s = 0$ and 0.2 s cross each other at $T_e \approx 1.6$ s. For buildings with fundamental period lower or greater than this value, large amplifications or reductions of the base shear are respectively produced. Amplifications may be of the order of 4 for $T_e = 1.0$ s, and reductions around 0.3 for $T_e = 2.0$ s. In this case, the effects of soil-structure interaction are relatively more important than those of local site conditions. These results could explain, in part, why medium height structures of 5–15 stories were subjected to great unexpected actions during the 1985 Michoacan earthquake. According to a common rule of thumb, the structure period in seconds is approximately equal to 0.1 times the number of stories. This would place these structures into the range of periods 0.5–1.5 s. Due to soil-structure interaction, in addition to structural damage and inelastic behavior, the structure period would increase to become of the order of 1.0–3.0 s, very close to the site periods at the most damaged areas of Mexico City during the great Michoacan earthquake.

5 CONCLUSIONS

Site effects and soil-structure interaction in the Valley of Mexico have been evaluated by using the one-dimensional model of shear wave propagation. To account empirically for lateral irregularities and generated surface wave, some parameters of the model were selected in such a way that satisfactory fits of computed response spectra with observations were achieved. The results presented provide valuable information about the relative importance of both site and interaction effects, with which it is possible to estimate readily the influence of the critical parameters involved.

On the basis of the peak response of elastic systems, expressed by spectral contours in terms of the fundamental structure period and the prevailing site period, the provisions for site effects recommended in the Mexican seismic code were evaluated, being found to be reasonably conservative. Code provisions reflect the fact that seismic design spectra are strongly dependent on the prevailing site period. Although the approach provides an efficient way of assessing accurately site effects in elastic systems, it should be extended to take inelastic behavior of structures into account, so that deficiencies in code provisions are identified and improvements suggested.

In contrast to conclusions reached by other authors, significant effects of soil-structure interaction have been identified for medium and long period structures located on very soft soils. In order of importance, the parameters that control the interaction effects are: (1) the wave transit time; (2) the structure height; and (3) the foundation depth. Interaction effects are larger for a tall and slender structure than for a short and squat structure of the same period, and they decrease as the foundation depth increases. Soil-structure interaction may produce either amplifications or reductions of the base shear, depending on the spectral period at which the response spectra with and without interaction cross each other. For buildings with fundamental period greater than the prevailing site period, reductions are always produced.

ACKNOWLEDGEMENTS

Thanks are given to F. J. Sánchez-Sesma for his critical remarks and suggestions. This study was partially supported by Secretaría General de Obras del Departamento del Distrito Federal. The authors are grateful for this support.

REFERENCES

1. Sánchez-Sesma, F.J. Site effects on strong ground motion. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 1987, 6, 124-132.
2. Veletsos, A.S. and Prasad, A. Seismic interaction of structures and soils: stochastic approach. *Journal of Structural Engineering*, ASCE, 1989, 115, 935-956.
3. Balendra, T. and Heidebrecht, A.C. Influence of different sites on seismic base shear of buildings. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 1986, 14, 623-642.
4. Rosenblueth, E., Ordaz, M., Sánchez-Sesma, F.J. and Singh, S.K. The Mexico earthquake of September 19, 1985 — Design spectra for Mexico's Federal District. *Earthquake Spectra*, 1989, 5, 273-291.
5. Departamento del Distrito Federal. *Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal, Normas técnicas complementarias para diseño por sismo*. Mexico, 1987.
6. Veletsos, A.S. and Meeck, J.W. Dynamic behaviour of building-foundation systems. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 1974, 3, 121-138.
7. Avilés, J. and Pérez-Rocha, L.E. Evaluation of interaction effects on the system period and the system damping due to foundation embedment and layer depth. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 1996, 15, 11-27.
8. Seed, H.B., Romo, M.P., Sun, J.I., Jaime, A. and Lysmer, J. The Mexico earthquake of September 19, 1985 — Relationships between soil conditions and earthquake ground motions. *Earthquake Spectra*, 1988, 4, 687-729.
9. Wolf J. P. *Dynamic Soil-Structure Interaction*. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1985.
10. Avilés, J. and Pérez-Rocha, L.E. Resortes y amortiguadores equivalentes del suelo. *Boletín del Centro de Investigación Sísmica (Mexico)*, 1992, 2, 22-81.
11. Tassoulas, J.L. and Kausel, E. Elements for the numerical analysis of wave motion in layered strata. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 1983, 19, 1005-1032.
12. Boore, D.M. Stochastic simulation of high-frequency ground motions based on seismological models of the radiated spectra. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 1983, 73, 1865-1894.
13. Boore, D.M. and Joyner, W.B. A note on the use of random vibration theory to predict peak amplitudes of transient signals. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 1984, 74, 2035-2039.