19

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE CONTADURÍA Y ADMINISTRACIÓN

Aplicaciones de Algunos Métodos Cuantitativos a la Toma de Decisiones en Administración

---

Seminario de Investigación Administrativa
que para obtener el título de:
Licenciado en Administración

presenta:

aniel

Víctor D. Castro Palau

Asesor del Seminario

C.P. Francisco Jesús Rivero Enciso

México, D.F. 1998

266726.

A mis padres Víctor y Victoria:

Por el amor, la confianza y apoyo que me han brindado.
Por la guía y orientación en muchos momentos.

A mi hermana Adriana:

Por tu comprensión y apoyo,
por compartir conmigo alegrías y tristezas

A mis Abuelitas: Mercedes y Genoveva†

Por el amor y cariño que me han dado.

A mis tíos: Cristina, Toña y Fernando:

*Agradeciendo el respaldo que
siempre me han brindado*

*A mis primos y en especial
a Fernando:*

*Porque los lazos que nos
unen no se destruyan.*

Al Lic. José Jeronimo Molina (Pepe):

*Por la confianza y apoyo que me ha brindado
y las tantas horas que hemos conversado.*

A mis Maestros:

Quienes me brindaron sus conocimientos y experiencia. Y en especial a: Dra. Araceli Jurado, Maestro Benjamín Sánchez, y Maestro Fidel López. Asimismo a los intregrantes del H. JURADO, que darán fé de mi nacimiento como profesionista

A los Hermanos Maristas.

Con todo mi respeto y agradecimiento por todos las años en que fueron guías y amigos.

A la Universidad Nacional Autónoma de México y Facultad de Contaduría y Administración

Por la oportunidad de comenzar mi formación profesional

Prólogo.

Ante los avances del desarrollo tecnológico y científico, el desarrollo de los mercados, la competitividad, la globalización, las normas de calidad (N.O.M., ISO) y los múltiples problemas que se presentan en la vida de los negocios en todo el mundo, es necesario que las empresas mexicanas hagan un mayor énfasis en el uso de la administración.

Cada día es más importante que los administradores tengan un conocimiento claro del empleo y la aplicación de los métodos cuantitativos en la administración. La vida moderna cada vez es más exigente en cuanto al grado de conocimientos que deba poseer el ser humano para tener éxito en sus actividades, de hecho es de suponer que el profesionista bien preparado sea un profesionista exitoso.

El entorno en el cual se desarrolla el administrador seguirá presentando dificultades. Es dudoso que el administrador del futuro se desarrolle en un medio ambiente completamente favorable.

Se está pidiendo a los administradores actuales que contribuyan a: la satisfacción de necesidades y mejorar la calidad de vida, a fusionar los objetivos económicos con los objetivos sociales para complacer a los múltiples demandantes.

Son cada vez más necesarios: la habilidad para trabajar bajo presión y ser capaz de absorber rápidamente enormes cantidades de conocimientos y datos, para clasificarlos y derivar de ellos buenas decisiones.

Así resulta necesario aprender a administrar en un entorno donde se presenten actividades nuevas, no previstas, o bien en continuo riesgo, pues cada vez son más exigidos los resultados para mantenerse, sea en un puesto o en un mercado.

También los avances en la tecnología continuarán eliminando los trabajos menores y rutinarios, existirán cambios representativos en prioridades y valores, haciendo más difícil que encuentre trabajo la persona menos preparada.

Cada vez se necesitan más administradores capaces de lograr con el mínimo de recursos materiales, humanos y financieros los mejores resultados, es decir, optimizar, además, deberá poder visualizar todas las virtudes y defectos de sus decisiones.

La manera de resolver tanto problemas, como preveer y planear actividades, implica elegir entre distintas alternativas. Esta elección es personal a cada decisor (Gerentes, Administradores, Directores, etc.), sin embargo, será influenciada de acuerdo a la información que tenga.

Es así que el administrador requiere de una serie de herramientas que le ayuden a desarrollarse de la mejor manera posible. Un grupo de ellas, que son poco utilizadas son los métodos cuantitativos. Se pretende presentar los métodos cuantitativos como instrumentos para resolver problemas así como estudiar la administración y su relación con algunos métodos cuantitativos y presentar métodos de formulación para la resolución de esos modelos cuantitativos.

Además, es sabido que en la vida de los estudiantes universitarios una de las áreas que causan mayor dificultad son los Métodos Cuantitativos o Matemáticas, excusando su falta de entendimiento: en que estas son abstractas, no saben dónde y cómo aplicarlas o simplemente que son difíciles.

Durante mi estancia en la Facultad de Contaduría y Administración, tuve contacto con muchos alumnos de diversas generaciones, encontrando que muchos sólo estudian para un examen y acreditar una materia, aunque realmente no comprenden la esencia, importancia y aplicaciones de los Métodos Cuantitativos en Administración o en algunas de sus áreas.

De la misma manera, se observa que materias con alto índice de reprobados son las del Área de Matemáticas, entre ellas: Matemáticas Financieras, Estadística e Investigación de Operaciones, además materias que se auxilian de estas como: Costos, Presupuestos, Operaciones y Finanzas.

En las ocasiones en que los maestros requieren que los alumnos tengan conocimientos en Métodos Cuantitativos, a sabiendas de la falta de entendimiento en Matemáticas, optan por explicar lo que necesitan para su materia o ignoran los elementos cuantitativos mencionando, simplemente, la necesidad de las Matemáticas para resolver tal o cual situación.

El Plan de Estudio 1993, menciona dentro del perfil del egresado de la facultad que:

"Los egresados de la FCA deben tener la habilidad de: ...

Tomar decisiones sin recibir instrucciones precisas.

Fundamentar sus decisiones en el análisis e integración de información que resulte de búsquedas específicas."[1]

Además, dentro del perfil del Licenciado en Administración, el plan de estudios 1993 indica que debe poseer como habilidad:

"Formular y utilizar modelos administrativos para la toma de decisiones"[2]

De tal forma, que el objetivo de este trabajo es **desarrollar de una manera clara, sencilla y diferente** para el lector, algunos elementos de los Métodos Cuantitativos que nos pueden **auxiliar** en la Toma de Decisiones, y ayuden a despertar el interés por las Matemáticas, entendiendo que

[1] Plan de Estudio 1993, U.N.A.M. - F.C.A., tomo 1, McGrawHill (México, D.F. 1992), pág. 22
[2] *Ibid*, pág. 25

éstas son una herramienta para el administrador, aunque esto no significa que van a resolver cualquier problema, o como se menciona en Estadística una cosa es usar y otra abusar.

Esta fuera de discusión que la computadora es una herramienta indispensable y parte integral del desarrollo de los métodos cuantitativos pero es indispensable comprender problemas con pocas variables ya que la solución de estos problemas sigue el método iterativo de solución, igual se resuelve un problema con dos variables que con cientos de variables, y es aquí cuando la computadora resolverá dichos problemas en unos cuantos minutos.

Contenido

Capítulo I. Introducción

Hoy en día los administradores se enfrentan a problemas cotidianos o esporádicos, donde es necesario tomar decisiones oportunas y con un cierto grado de seguridad.

Algunas de esas decisiones estarán basadas en razonamientos o análisis sencillos, pero otras necesitan de un análisis más profundo, donde la información sea mayor y se requiera de un estudio científico.

Antiguamente, los problemas eran más sencillos, pero en la actualidad son mucho más complejos y de mayor alcance. Esto es debido a la diversificación de: productos, líneas, mercados; avances en tecnología, sistemas, transportes, etc.; una competencia que día a día se incrementa, y, sobre todo una infraestructura económica más amplia y sofisticada.

Una de las tareas de la administración, es ofrecer tanto soluciones a los nuevos problemas que surgen, como a aquellos a los que se les consideran de rutina; pero el Administración implica una serie de fases, elementos, técnicas, métodos, etc. que en este estudio sería imposible enumerar.

Ante la imposibilidad de describir todas aquellas herramientas que ayudan al administrador a una mejor toma de decisiones, tratamos de ubicarnos en algunas de las técnicas exactas, por ofrecer un resultado cuantitativo.

Las técnicas a que se hace referencia son:

- **MATEMÁTICAS FINANCIERAS**, tratándose conceptos básicos de interés simple, compuesto, el manejo de anualidades (decrecientes, constantes y crecientes) a través de tablas de amortización.
- **PROGRAMACIÓN LINEAL** describiendo la utilización y finalidad de esta en diversas áreas de la Administración, explicando, los principales modelos: Modelo de Asignación (casos de Maximización y Minimización), el Modelo de Transporte y el Método Simplex (casos Maximización y Minimización),
- **ESTADÍSTICA** describiendo y analizando conceptos básicos de Estadística, su utilización, y explicando: Promedio aritmético, Varianza, desviación standard, coeficiente de variación, en distintos tipos de tablas (simple, de frecuencias y distribución de frecuencias)
- **ANÁLISIS DE REGRESIÓN LINEAL**. Como un elemento de proyección a través del tiempo y observación de tendencias utilizando el método del mínimos cuadrados.

También se describirán brevemente, algunos elementos de Administración, conceptos y proceso administrativo; se estudiarán conceptos básicos de Toma de Decisiones, las condiciones en que se pueden tomar (certidumbre, riesgo e incertidumbre), así como su fases y observaciones de importancia en un proceso de decisión.

Por último, se pone a discusión, algunas aplicaciones de los Métodos cuantitativos, así como la problemática que presentan las Matemáticas en la vida del estudiante, y recomendaciones que pueden ayudar a resolver esa problemática.

Capítulo II. Metodología.

Los métodos matemáticos como son los de Investigación de Operaciones, Matemáticas Financieras y Estadística, así como la mayoría de los métodos cuantitativos utilizan el método científico para reflejar la necesidad de resolución de problemas en la Administración.

Al hablar de método científico estamos refiriendo un procedimiento planeado que se sigue en la investigación: "El método científico comprende tres fases primordiales: una fase indagatoria, de descubrimiento de nuevos objetivos o de aspectos nuevos de los procesos ya conocidos; otra fase demostrativa, de conexión racional entre los resultados adquiridos y de comprobación experimental de los mismos; y una tercera fase expositiva, en la cual se afinan los resultados para servir de material a nuevas investigaciones y para comunicar a los demás el conocimiento adquirido."[3]

En otras palabras el método científico es una serie de pasos sistemáticos y secuenciados, mediante los cuales se llega a un conocimiento o a la comprobación de una hipótesis, dichos pasos son reconocidos como:

1. Observación,
2. Experimentación,
3. Hipótesis,
4. Teoría, y
5. Ley.

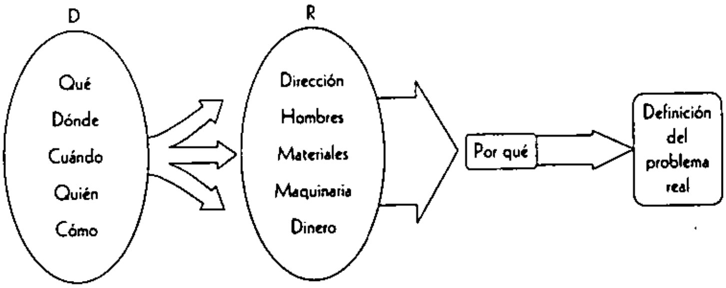
Una versión actualizada del método científico abarca la elaboración de modelos matemáticos y el uso de técnicas normales como: Matemáticas Financieras, Investigación de Operaciones, Estadística, así como la adopción de controles y la explotación de la computadora.

Así tenemos como primera meta el desarrollo y aplicación de Métodos Cuantitativos a la aplicación de problemas específicos de la administración. Los pasos anteriores se explican brevemente a continuación:

1. **Observación**, el método científico comienza con la observación de los fenómenos que rodean al problema, observando los hechos, las opiniones y los sintamos relativos a este. La observación se usa para identificar el problema, el director o responsable debe estar siempre en alerta. Una vez detectado se debe analizar los datos para definir los parámetros del mismo, los objetivos, las restricciones, las variables, las hipótesis y otros factores que se consideren importantes para el proceso matemático, para la elaboración de modelos o fórmulas, y es cuando debe reunirse al equipo interdisciplinario en métodos cuantitativos para comenzar a trabajar.

[3] GORTARI, Eli de, Introducción a la Lógica Dialéctica.

2. **Definición del problema real**, la interacción del conocimiento (casos) con la comprensión (razones que hay detrás de los casos) lleva a la definición del problema real y no solo a un síntoma del mismo. El equipo interdisciplinario debe determinar aquellos factores que afectan al problema (¿qué, dónde, cuándo, quién, cómo?), en particular los objetivos, las restricciones las hipótesis, etc., y deben cuantificarse aquellos factores que afectan al problema.



3. **Hipótesis (Desarrollo de soluciones alternativas)**, el siguiente paso consiste en desarrollar cursos alternativos de acción o soluciones tentativas al problema real, es decir, se formulan diversas hipótesis que en este trabajo toman la forma de modelos matemáticos que pueden desarrollarse con las herramientas apropiadas. En general, las resoluciones manuales que se desarrollarán están orientadas al procesamiento en computadoras para llegar a la solución final.

4. **Selección de la solución óptima (modelo)**, utilizando la experimentación y una vez que se reducen las soluciones alternativas, se evalúan con el fin de seleccionar la óptima.

   Si el modelo resultante se adapta a una de las técnicas que se utilizan en este trabajo se obtendrá la solución óptima por medio de dicha técnica. En caso contrario, es necesario utilizar la medida adecuada; así la selección del modelo apropiado dependerá de la naturaleza y complejidad del problema en investigación.

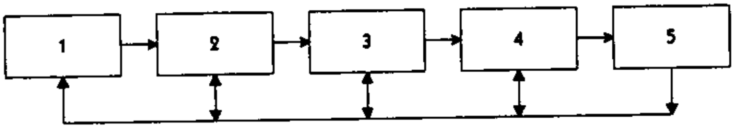
5. **Verificación de la solución óptima mediante la implementación**, el grupo interdisciplinario verifica experimentalmente el modelo seleccionado y debe traducir el modelo o solución óptima a un conjunto de procedimientos de operación fáciles, que comprenda el personal responsable de su utilización, deben especificarse y realizarse los cambios.

6. **Establecimiento de los controles apropiados**, ya que se interpretaron los resultados y se implementaron las acciones, es necesario establecer los controles para lograr la solución óptima derivada del modelo.

   Diagrama del proceso del desarrollo del modelo.

1. Observación (identificación del Problema)
2. Desarrollo del Modelo

3. Prueba del Modelo (selección de la solución Optima).
4. Puesta en práctica del modelo (verificación)
5. Operación del Modelo.



Es factible que sea necesaria una retroalimentación en cada caso, por lo que se puede regresar al paso anterior, por ejemplo en la prueba del modelo se puede necesitar hacer cambios en el modelo desarrollado hasta ese momento.

1. Objetivo.

Brindar un elemento de apoyo a la Toma de Decisiones bajo el esquema de los Métodos Cuantitativos.

2. Hipótesis.

H1. En Producción se pueden lograr modelos de optimización con la utilización de los Métodos Cuantitativos.
H2. En Mercadotecnia se pueden lograr modelos de optimización con la utilización de los Métodos Cuantitativos.
H3. En Finanzas se pueden lograr modelos de optimización con la utilización de los Métodos Cuantitativos.
H4. En Compras se pueden lograr modelos de optimización con la utilización de los Métodos Cuantitativos.
H5. En Recursos Humanos se pueden lograr modelos de optimización con la utilización de los Métodos Cuantitativos.

3. Alcance.

Tesis de investigación documental.

4. Método.

Inductivo

Capítulo III. Administración. Generalidades.

1. Concepto.

La administración es una ciencia y como tal requiere de una serie de herramientas que le ayuden a desarrollarse de la mejor manera posible. Una de las herramientas que el Administrador debe aplicar son los métodos cuantitativos.

Así empezamos por definir algunos términos de Administración y Toma de Decisiones.

Como sabemos la Administración ha sido ampliamente definida por diversos autores, para fines del trabajo, veamos algunas de ellas, para continuar con un comparación y análisis de las mismas:

George R. Terry, nos dice "La Administración es un proceso distintivo que consiste en **la planeación,** organización, ejecución y **control**, ejecutados para determinar y lograr los objetivos, mediante **el uso de gente y recursos**"[4]

Warren B. Brown comenta: "La Administración consiste en **dirigir los recursos materiales y humanos hacia los objetivos** comunes de la organización".[5]

José Antonio Fernández Arena indica: "La Administración es la ciencia social que persigue la **satisfacción de objetivos institucionales**, por medio de un mecanismo de operación y a través del proceso administrativo".[6]

Harold Koontz explica que la Administración es "el proceso de diseñar y mantener un medio ambiente en el cual los individuos, que trabajan en grupos, **logren eficientemente los objetivos seleccionados**".[7]

Finalmente, Agustín Reyes Ponce la comenta de dos maneras: primero "es el conjunto de reglas para lograr la **máxima eficiencia** en las formas de estructurar y manejar un organismo social"[8] y segundo "es la técnica que busca **lograr resultados de máxima eficiencia** en la **coordinación de las cosas y personas** que integran una empresa".[9]

---

[4] TERRY, George, Principios de Administración, Ed. C.E.C.S.A., pág. 20.
[5] BROWN, Warren, Teoría de la Organización y la Administración (Enfoque Integral), Ed. Noriega Limusa, pág. 33.
[6] FERNÁNDEZ Arena, José Antonio, Auditoría Administrativa, Ed. Diana, pág. 119.
[7] KOONTZ Harold, Administración, Ed. McGraw-Hill, pág 4.
[8] REYES Ponce, Agustín, Administración Moderna, Ed. Limusa, pág. 14.
[9] REYES Ponce, Agustín, *op.cit.*, pág. 15

Todas las definiciones anteriormente presentadas coinciden en el logro de objetivos, resultados, eficiencia, coordinación de recursos (que pueden ser humanos, materiales, tecnológicos y monetarios) que es el fin que se le presenta a la Administración. Es así que el Administrador, necesita lograr esos objetivos y más, esto aplicando el comúnmente llamado "Proceso Administrativo", tomando de Agustín Reyes Ponce: "Previsión, Planeación, Organización, Integración, Dirección y Control" que implica **"Toma de Decisiones"** para el administrador.

2. Fases del Proceso Administrativo.

- **PREVISIÓN**: implica la idea de cierta anticipación de acontecimientos y situaciones futuras que la mente humana es capaz de realizar y sin la cual sería imposible hacer planes.
- **PLANEACIÓN**. Consiste en fijar el curso concreto de acción que ha de seguirse, estableciendo los principios que habrán de orientarlo, la secuencia de operaciones para realizarlo y las determinaciones de tiempos y de números necesarias para su realización. (Qué debe hacerse y cuando).
- **ORGANIZACIÓN**: es la estructuración técnica de las relaciones que deben existir entre las funciones, niveles y actividades de los elementos materiales y humanos de un organismo social, con el fin de lograr su máxima eficiencia dentro de los planes y objetivos señalados. (Quiénes, dónde y cómo deben realizarse).
- **INTEGRACIÓN**: es obtener y articular los elementos materiales y humanos que la organización y la planeación señalan como necesarios para el adecuado funcionamiento de un organismo social.
- **DIRECCIÓN**: es aquel elemento de la administración en el que se logra la realización efectiva de todo lo planeado por medio de la autoridad del administrador.
- **CONTROL**: es la medición de los resultados actuales y pasados en relación con los esperados, ya sea total o parcialmente, con el fin de corregir, mejorar y formular nuevos planes.

Capítulo IV. Toma de Decisiones. Generalidades

1. Concepto.

En Administración frecuentemente es escuchado el concepto de decisión, así en la escuela se menciona en diferentes materias que es necesario decidir, veamos entonces, que se entiende por decisión, para después analizar que implica la Toma de Decisiones.

El Gran Diccionario Enciclopédico Ilustrado nos dice: "decisión (del lat. *decisio, -onis.)* f. determinación o acuerdo que se toma en una cosa dudosa. 2. firmeza de carácter, entereza, energía..."[10]

Davis y McKeown dicen: "Una decisión puede definirse como el proceso de elegir la solución para un problema siempre y cuando existan al menos dos soluciones alternativas".[11]

Warren Brown indica que la toma de decisiones puede ser definida como: "un proceso deliberado que termina en una elección entre un conjunto de alternativas".[12]

Terry indica que formalmente: "La toma de decisiones puede definirse como la selección basada en cierto criterio de la conducta alternativa derivada de dos o más posibilidades".[13]

Toma de Decisiones es elegir entre dos o más cursos alternativos de acción. Es la conclusión de un proceso de análisis que debe hacer el decisor, que puede ser exhaustivo o corto.

La toma de decisiones no es una actividad administrativa aislada, esta siempre se encuentra relacionada con un problema, una dificultad o un conflicto. La manera de resolver tanto problemas, como prever y planear actividades, implica elegir entre distintas alternativas. Esta elección es personal a cada decisor (Gerentes, Administradores, Directores, etc.), sin embargo, será influenciada de acuerdo a la información que tenga.

La elección depende del decisor, este debe saber sobre que bases sustenta esa decisión, esta puede ser con base en su intuición, hechos, experiencia, opiniones consideradas o de una manera más formal y objetiva, que es rápida, y eficiente, **auxiliándose** en los Métodos Cuantitativos.

[10] Gran Diccionario Enciclopédico Ilustrado de Selecciones del Reader's Digest, Tomo 4,
[11] DAVIS, Roscoe y Patrick McKeown, Modelos Cuantitativos para Administración, Grupo Editorial Iberoamericana, pág. 535
[12] BROWN, Warren op.cit., pág. 566
[13] TERRY, George, op.cit., pág. 89.

La Toma de Decisiones, desde luego, es necesaria en cada etapa del proceso administrativo específicamente en la planeación y es, por lo tanto, una función entrañablemente relacionada con el proceso de planear.

2. Árbol de Decisiones.

Es obvio que la gente aprende a tomar decisiones en situaciones probables. En situaciones sencillas la gente aprende a tomar decisiones óptimas, pero cuando los problemas se vuelven complejos la calidad de las decisiones comienza a deteriorarse y es aquí cuando los métodos cuantitativos son útiles ya que proporcionan una estructura para organizar y analizar problemas más complejos y requiere plantearse el problema por medio de un **ÁRBOL DE DECISIÓN**.

Los árboles de decisión se usan en situaciones de toma de decisiones en las que se debe optimizar una decisión o serie de decisiones, por ejemplo, seleccionar un sistema de cómputo, con base en necesidades anticipadas de equipo extra para fecha futura o un inversionista que debe considerar sus distintas decisiones (cursos alternativos de acción) con rendimientos en un periodo que son al azar y dependen del estado de la naturaleza respectivo.

Un concepto fundamental en las situaciones que involucran cursos alternativos de acción y eventos secuenciales es que deben identificarse todos esos cursos alternativos de acción y analizar si se quiere optimizar la serie de decisiones.

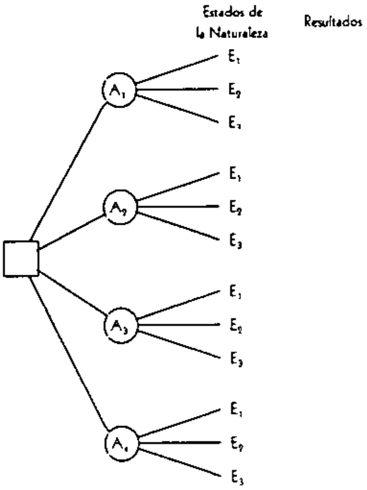
Los árboles de decisión son parecidos en su estructura y tienen los mismos componentes es decir siempre requieren los siguientes cuatro:

1. Cursos alternativos de acción en cada punto de decisión.
2. Estados de la naturaleza o eventos que pueden ocurrir como resultado de la decisión.
3. Conocimiento de las probabilidades de los estados de la naturaleza que pueden ocurrir como resultado de las decisiones.
4. Resultados casi siempre expresados en términos monetarios de las posibles interacciones entre las alternativas de decisión y los estados de la naturaleza.

Estos datos se organizan en un diagrama de árbol que ilustra las interacciones posibles entre las alternativas de decisión y los eventos.

A continuación se presenta un diagrama de árbol de decisión que muestra inicialmente que debe tomarse una decisión entre cuatro cursos alternativos de acción estos se encuentran en el primer punto de decisión como A_1, A_2, A_3 y A_4.

Los puntos de decisión se indican por cuadros (□), los estados de la naturaleza que puede ocurrir como resultado del primer conjunto de decisiones son E_1, E_2, E_3, E_n, sus probabilidades por P_1, P_2, P_3, P_n.



Ejemplo: un inversionista considera cuatro cursos alternativos de acción (A, B, C, D) con rendimientos en un periodo que son aleatorios y dependen del estado económico correspondiente, la distribución de probabilidades que determina es la siguiente:

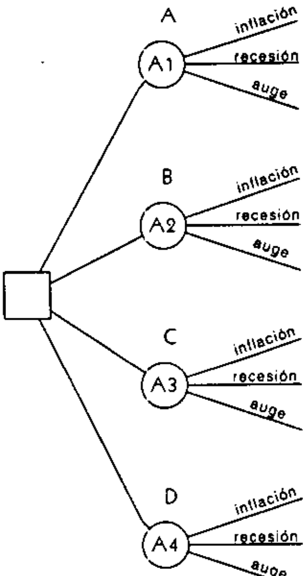
Cursos alternativos de acción	*Estados de la naturaleza*		
	E_1 Inflación prob.: 0.40	*E_2 Recesión* prob.: 0.35	*E_3 Auge* prob.: 0.25
A_1: "A"	$ 100	$ 60	$ 20
A_2: "B"	150	120	0
A_3: "C"	200	150	-30
A_4: "D"	70	60	10

Antes de trasladar estos datos a un árbol de decisión indicaremos que su análisis comienza en la extrema derecha del árbol y se mueve a través de los nodos de eventos, cursos alternativos de acción y punto de decisión, hasta que se identifique una secuencia óptima de decisiones que comience en el punto de decisión y deben usarse las siguientes dos reglas.

1. En cada nodo de estado de la naturaleza se hace un cálculo del valor esperado.

2. Debe seleccionarse la alternativa con el valor esperado óptimo.

Se procederá a representar estos datos en un árbol de decisión.



	Estados de la Naturaleza	probabilidad p	Resultados rendimiento r	(p)(r)
A	E1	0.40	100	40.0
	E2	0.35	60	21.0
	E3	0.25	20	5.0
				E(x) = 66.0
B	E1	0.40	150	60.0
	E2	0.35	120	42.0
	E3	0.25	0	0.0
				E(x) = 102 0
C	E1	0.40	200	80.0
	E2	0.35	150	52.5
	E3	0.25	-30	-7.5
				E(x) = 125.0
D	E1	0.40	70	28.0
	E2	0.35	60	21.0
	E3	0.25	10	250.0
				E(x) = 51.5

3. Condiciones en que se Toma una Decisión.

En base a la información disponible la Toma de decisiones se presenta bajo distintas condiciones, estas son:

CERTIDUMBRE	RIESGO	INCERTIDUMBRE
Se conoce de antemano toda la información, los cursos alternativos de acción y estados de la naturaleza que pueden afectar a la decisión	**Se conocen los estados de la naturaleza futuro que pueden afectar a la decisión con probabilidad de ocurrencia de esos estados.**	**No se conocen todos los estados de la naturaleza o no se pueden asignar las probabilidades a dichos estados**
Conduce a un sólo Resultado. (Determinística)	**Conduce a dos o más resultados. (Probabilística)**	**No se conoce el resultado a que se llegará. (Determinística o Probabilística)**

4. El Proceso de la Toma de Decisiones.

Se tienen cuatro fases dentro del proceso de toma de Decisiones: Inteligencia, diseño, selección y ejecución.

- **INTELIGENCIA**: Se reconoce la necesidad o exigencia de algún tipo de acción, es decir, cuando alguna parte de la organización no satisface un conjunto de expectativas o estándares.
- **DISEÑO DE ALTERNATIVAS**. Se buscan las alternativas existentes (aquellas que se eligieron en el pasado, o que son consistentes a las políticas), se modifican, y diseñan alternativas específicas según se necesitan.
- **SELECCIÓN**. Elegir una de las alternativas, es necesario evaluarla y establecer criterios de selección.
- **EJECUCIÓN**. Es de suma importancia esta fase, implica "aterrizar" lo planeado, lo decidido. Es necesario tener en cuenta el ¿cuándo? y ¿dónde?, pues una magnífica decisión se puede volver ineficaz si se hace fuera de tiempo o de lugar.

5. Observaciones.

- Toda decisión debe dar como resultado una contribución hacia la consecución de objetivo.
- Usar el pensamiento creativo en la toma de decisiones.
- La toma de decisiones es una acción mental: debe cambiarse a una acción física.
- Reconocer que una decisión iniciará una cadena de acciones.
- Mantener estabilidad respecto a las decisiones usadas.
- Hacer ensayos para determinar lo factible de la mayoría de las nuevas decisiones (simulación).
- La toma de decisiones efectivas requiere tiempo suficiente.
- Hacer la decisión, nunca defraudar.
- Implantar la vigilancia de cada decisión.
- No se puede dar gusto a todos.

Capítulo V. Utilización de los Métodos Cuantitativos en la Administración.

1. Matemáticas Financieras.

El uso de Matemáticas Financieras es fundamental en todos los problemas del área de Finanzas, ya sea en "Análisis y Evaluación Financiera de Proyectos de Inversión", "Costos de las Fuentes de Financiamiento", etc.

Son relativamente pocos los conceptos que es necesario dominar dentro de esta disciplina, como son:

- **Capital** (*P*): es un valor de préstamo o de inversión, es un **valor único presente o valor actual**.
- **Monto** (*S*): es un **valor futuro**, también conocido como **valor terminal**, que normalmente incluye uno o varios capitales más sus respectivos intereses.
- **Anualidad** (*R*): son una serie de **depósitos o pagos** que se efectúan a intervalos de tiempo normalmente iguales. Se distingue por que se habla de varios pagos o depósitos que pueden ser iguales o desiguales pero en periodos constantes (cada año, cada trimestre, cada bimestre, cada mes).
- **Tasa de interés** (*i*): es el número de unidades monetarias que hay que pagar o recibir por cada 100 unidades de préstamo, es un concepto que es expresado normalmente en términos porcentuales.
- **Interés** (*I*): es el producto, ganancia o rédito que genera un capital. Este concepto siempre se mide en términos monetarios.
- **Tiempo** (*n*): es el periodo de duración de la operación financiera, este periodo debe estar expresado en el mismo tiempo que se ha expresado la tasa de interés.

De los primeros tres conceptos (Capital, monto, anualidad) normalmente participan en un problema financiero dos de ellos, en donde uno puede ser conocido y el otro desconocido o los dos ser conocidos. Lo fundamental es la identificación en el problema de estos datos.

La investigación se centra en dos tipos de interés:

- **INTERÉS SIMPLE**: se identifican como problemas de interés simple, cuando el deudor paga al vencimiento de cada periodo solamente los intereses permaneciendo el capital constante.

- **INTERÉS COMPUESTO**: nace cuando el deudor **no paga** los intereses al vencimiento de cada periodo creándose así un capital adicional que produce su propio interés.

A. Interés Simple.

En el interés simple sólo deben usarse como factores determinantes: Capital (P), Tasa de interés (i), Monto (S) y Tiempo (n)

Hay que resaltar que el interés simple solo debe utilizarse cuando el deudor pague exclusivamente los intereses a su vencimiento, para que el interés sea constante durante todos los periodos de la operación.

Ejemplo:

Se solicita un préstamo a un "agiotista" de $2.000.00 a la tasa de interés simple del 3% mensual, durante 8 meses. ¿Qué interés se le paga al "agiotista" durante ese tiempo?

Análisis del problema.

El préstamo es $P = 2.000.00$
La tasa de interés es $i = 3\%\ mensual$
El tiempo es $n = 8\ meses$

Como debe entenderse que hay que pagar cada mes los intereses estos son calculados de la siguiente manera:

$I = Pi$ en un periodo
$I = (2.000)(0.03) = 60$ en un periodo, como son ocho periodos, la fórmula se convierte en:

$I = Pin$
$I = (2.000)(0.03)(8)$
$I = (60)(8)$
$I = 480$ Los intereses pagados durante ocho meses fueron $ 480

En este mismo planteamiento podría interesar a alguna de las partes el valor del monto que es igual a la suma del capital más intereses, es decir:

$S = P + I$
$S = 2.000 + 480$
$S = 2.480$

Otra forma de plantear la misma fórmula de monto es:

$S = P + Pin$

$S = P\,(1+in)$ esta es la fórmula de interés simple que utilizan todos los autores. (a)

$S = 2{,}000\,[1+(0.03)(8)]$

$S = 2{,}000\,[1+0.24]$

$S = 2{,}000\,(1.24)$

$S = 2{,}480$ El monto es $ 2,480

Si fuera de interés conocer el capital proporcionado el monto a interés simple la fórmula sería:

$$P = \frac{S}{(1+in)} \qquad \text{(b)}$$

Por ser tan limitado el uso del interés simple, sólo veremos estos casos, para concentrarnos en el interés compuesto. Aunque como se demostrará más adelante hay instituciones crediticias, distribuidoras automotrices y vendedores a crédito, que para su provecho siguen utilizando el cobro de intereses a tasa de interés simple, exigiendo además del pago de intereses una cantidad adicional.

B. Interés Compuesto.

Para entender este tipo de problemas se planteará el siguiente ejercicio.

Una persona solicita un préstamo de $1,000.00 a la tasa de interés compuesto del 5% trimestral ¿cuánto pagará después de 4 trimestres?

Análisis y solución del problema en forma aritmética:

		Simbología
Préstamo inicio 1er periodo	1000.00	P
intereses 1er periodo	50.00	Pi
Monto al final 1er periodo	1050.00	$P+Pi = P(1+i)$
intereses 2º periodo	52.50	$P(1+i)(i) = P(i+i^2)$
Monto al final 2º periodo	1102.50	$P(1+i)+ P(i+i^2) = P(1+i+i+i^2) = P(1+i)^2$
intereses 3er periodo	55.13	$P(1+i)^2(i) = P(1+2i+i^2)(i) = P(i+2i^2+i^3)$
Monto al final 3er periodo	1157.63	$P(1+i)^2+P(i+2i^2+i^3) = P(1+i)^3$
intereses al final 4º periodo	57.88	$P(1+i)^3(i)$
Monto al final 4º periodo	1215.51	$P(1+i)^4$

Para sacar los intereses del primer periodo se multiplicó

1000	P
x0.05	i
50	Pi

Para encontrar el monto del primer periodo se sumaron:

$$\begin{array}{rl} 1000 & P \\ +50 & Pi \\ \hline 1050 & P+Pi = P(1+i) \end{array}$$

Para sacar los intereses del segundo periodo se multiplicó

$$\begin{array}{rl} 1050 & P(1+i) \\ x0.05 & i \\ \hline 52.50 & P(1+i)(i) = P(i+i^2) \end{array}$$

Para encontrar el monto del segundo periodo se sumaron:

$$\begin{array}{rl} 1050.00 & P(1+i) \\ +52.50 & P(1+i)(i) = P(i+i^2) \\ \hline 1102.50 & P(1+i)+P(i+i^2) = P(1+i+i+i^2) = P(1+i)^2 \end{array}$$

Si se suman o multiplican las cantidades, al lado de cada cantidad se tiene la expresión algebraica que la representa, los demás cálculos son hechos de forma similar.

El monto en el tercer periodo nos muestra $S = P\,(1+i)^4$

El monto en el cuarto periodo nos muestra $S = P\,(1+i)^3$

Si quisiéramos calcular el monto de un quinto periodo su calculo sería $S = P\,(1+i)^5$

Por lo tanto, si quisiéramos calcular el periodo n tendríamos: $S = P\,(1+i)^n$ (fórmula I)

El problema resuelto por medio de esta fórmula quedaría así:

$P = 1{,}000.00$

$i = 5\%$ *trimestral*

$n = 4$ *trimestres*

$S = ?$

$S = 1{,}000\,(1+0.05)^4$

$S = 1{,}000\,(1.05)^4$

$S = 1{,}000\,(1.21550625)$

$S = 1{,}215.51$ el monto es $ 1,215.51 que coincide con el procedimiento aritmético.

Existen otras cinco fórmulas que detallaré a continuación:

Formula para Determinar el Capital a Interés Compuesto:

$P = S\,(1+i)^{-n}$ (fórmula II)

Formula para determinar el Monto de una serie de Anualidades ordinarias:

$S = R\,\dfrac{(1+i)^n - 1}{i}$ (fórmula III)

Formula para determinar el valor de la Anualidad ordinaria conocido el monto:

$$R = S \frac{i}{(1+i)^{n}-1} \qquad \text{(fórmula IV)}$$

Formula para determinar el Capital de una serie de Anualidades:

$$P = R \frac{1-(1+i)^{-n}}{i} \qquad \text{(fórmula V)}$$

Formula para determinar el valor de una Anualidad conocido el Capital:

$$R = P \frac{i}{1-(1+i)^{-n}} \qquad \text{(fórmula VI)}$$

Algunas de las seis fórmulas anteriores aparecen en los distintos libros de Matemáticas Financieras, en otro orden o con otra simbología, las he enumerado de esta manera para facilitar el análisis y comprensión de los distintos problemas que se plantean en dichos libros. Este cuadro esta inspirado en conocimientos adquiridos del Lic. Víctor D. Castro Luna, bajo un sencillo esquema que me permite plantear problemas distintos y comprender que fórmula debo usar.

Cualquier problema de interés compuesto y de anualidades queda comprendido en alguno de los tres grupos siguientes:

GRUPO 1	*GRUPO 2*	*GRUPO 3*
S	*S*	*P*
P	*R*	*R*
i	*i*	*i*
n	*n*	*n*

El grupo 1 indica que intervienen el Monto (S), el Capital (P), la tasa de interés (i) y el tiempo (n), donde "S" o "P" debe ser conocido y el otro desconocido resolviéndose por fórmula I o II dependiendo cuál sea la incógnita, y así sucesivamente, quedando, por lo tanto su resolución así:

GRUPO 1		*GRUPO 2*		*GRUPO 3*	
	FÓRMULA (TABLA)		*FÓRMULA (TABLA)*		*FÓRMULA (TABLA)*
S	*I*	*S*	*III*	*P*	*V*
P	*II*	*R*	*IV*	*R*	*VI*
i		*i*		*i*	
n		*n*		*n*	

Para ser más explícito me remitiré a resolver seis ejemplos representativos:

Una persona solicita un préstamo de $20,000.00 a la tasa del 36% anual capitalizable mensualmente, que va a ser liquidado en 12 pagos mensuales. ¿Cuánto se pagará cada mes?

El valor de préstamo se identifica como "P" "dato conocido", la incógnita es "R" el grupo que contiene estos valores es el grupo 3

GRUPO 3	
	FÓRMULA (TABLA)
P	V
R	VI
i	
n	

$P = 20,000$

$R = ?$

$i = 36\%$ *anual cap. Mens.* $= 3\%$ *mensual*

$n = 12$

Solución

(fórmula o tabla VI)

$$R = P\,\frac{i}{1-(1+i)^{-n}}$$

$$R = 20,000\,\frac{0.03}{1-(1.03)^{-12}}$$

$$R = 20,000(0.10046209)$$

$$R = 2009.24$$

Queremos reunir $25,000 después de 2 años (24 meses) si nos pagan intereses a la tasa del 18% anual capitalizable mensualmente (1.5% mensual), ¿cuánto depositaremos al final de cada mes?

El valor futuro (monto) es de $25,000, la incógnita es la anualidad (muchos depósitos), el grupo que contiene estos valores es el grupo 2

GRUPO 2	
	FÓRMULA (TABLA)
S	III
R	IV
i	
n	

$S = 25,000$

$R = ?$

$i = 18\%$ *anual cap. Mens.* $= 1.5\%$ *mensual*

$n = 24$

Solución

(fórmula o tabla IV)

$$R = S\,\frac{i}{(1+i)^{n}-1}$$

$$R = 25,000\,\frac{0.015}{(1.015)^{24}-1}$$

$$R = 25,000(0.0349241)$$

$$R = 873.10$$

Podemos pagar, $3,000 al final de cada mes durante 20 meses si nos cobran intereses a la tasa del 30% anual capitalizable mensualmente (2.5% mensual) ¿cuánto nos pueden prestar?

El pago mensual (anualidad) es de $3,000, la incógnita es el préstamo (capital), el grupo que contiene estos valores es el grupo 3

GRUPO 3	
	FÓRMULA (TABLA)
P	V
R	VI
i	
n	

$P = ?$

$R = 3,000$

$i = 30\%$ *anual cap. Mens.* $= 2.5\%$ *mensual*

$n = 20$

Solución

$$P = R\,\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$$ (fórmula o tabla V)

$$P = 3,000\,\frac{1-(1.025)^{-20}}{0.025}$$

$$P = 3,000(15.5891623)$$

$$P = 46767.49$$

Invertimos $45,000, el banco nos paga intereses a la tasa del 15% anual capitalizable trimestral (3.75% trimestral) ¿cuánto reuniremos después de 3 años (12 trimestres).

La inversión (capital) es de $45,000, la incógnita es el valor futuro (monto), el grupo que contiene estos valores es el grupo 1

GRUPO 1	
	FÓRMULA (TABLA)
S	I
P	II
i	
n	

$S = ?$

$P = 45,000$

$i = 15\%$ *anual cap. TRIM.* $= 3.75\%$ *trimestral*

$n = 12$

Solución

$$S = P\,(1+i)^{n}$$ (fórmula o tabla I)

$$S = 45,000\,(1.0375)^{12}$$

$$S = 45,000(1.55545433)$$

$$S = 69995.44$$

Depositamos al final de cada bimestre $1,800 nos pagan intereses a la tasa del 18% anual capitalizable bimestralmente (3% bimestral) ¿cuánto tendremos después de 4 años (24 bimestres)?

El pago bimestral (anualidad) es de $1,800, la incógnita es el valor futuro (monto), el grupo que contiene estos valores es el grupo 2

GRUPO 2	
	FÓRMULA (TABLA)
S	III
R	IV
i	
n	

$S = ?$
$R = 1{,}800$
$i = 18\%$ *anual cap. Bimes.* $= 3\%$ *bimestral*
$n = 24$

Solución

$$S = R\ \frac{(1+i)^n-1}{i}$$ (fórmula o tabla III)

$$S = 1{,}800\ \frac{(1.03)^{24}-1}{0.03}$$

$$S = 1{,}800(34.42647022)$$

$$S = 61967.65$$

Deseamos reunir $24,000 después de 2 años (24 meses) si nos pagan intereses a la tasa del 15% anual capitalizable mensualmente (1.25% mensual) ¿cuánto tenemos que invertir?

La inversión (capital) es de $24,000, la incógnita es el valor futuro (monto), el grupo que contiene estos valores es el grupo 1

GRUPO 1	
	FÓRMULA (TABLA)
S	I
P	II
i	
n	

$S = 24{,}000$
$P = ?$
$i = 15\%$ *anual cap. Mens.* $= 1.25\%$ *mensual*
$n = 24$

Solución

$$P = S\,(1+i)^{-n}$$ (fórmula o tabla II)

$$P = 24{,}000\,(1.0125)^{-24}$$

$$P = 24{,}000\,(0.74219707)$$

$$P = 17{,}812.73$$

Resumiendo: observamos que las incógnitas así como los datos conocidos y su forma de resolver son las siguientes:

INCÓGNITA	=	DATO CONOCIDO	X	FACTOR TABLA
S		P		I
P		S		II
S		R		III
R		S		IV
P		R		V
R		P		VI

S = Monto, valor futuro o valor terminal.

P = Capital, valor de inversión o préstamo.

R = Anualidad, serie de depósitos o pagos a efectuar a intervalos de tiempo iguales así como cantidades iguales que llamamos anualidades constantes, la más conocida de estas.

Además de las anualidades constantes, existen otros dos tipos de anualidades conocidas como: Anualidades decrecientes y Anualidades Crecientes.

A través de tablas de amortización vamos a efectuar un análisis y comparación de los tres tipos.

C. Anualidades Decrecientes.

Anualidades decrecientes son aquella serie de pagos que van disminuyendo a través del tiempo, en este tipo de anualidades la amortización es la constante; para determinar las anualidades decrecientes:

1º. Se divide el capital entre el número de pagos que van a efectuarse que corresponderá a la amortización.

2º. Se determina el interés sobre el capital insoluto de cada periodo.

3º. Se suma la amortización más el capital para determinarse la anualidad decreciente.

Ejemplo:

Solicitamos un préstamo de $100,000 que va a liquidarse en 5 pagos semestrales decrecientes, nos cobran intereses a la tasa del 30% anual capitalizable semestralmente, ¿de cuánto será cada pago?

$P = 100{,}000$
$R = ?$ *decreciente*
$i = 30\%$ *anual cap. Semes.* $= 15\%$ *Semestral*
$n = 5$

1er paso: Se divide el capital (P) entre el número de pagos (n) que corresponderá a la amortización.

$$\text{Amortización} = \frac{100{,}000}{5}$$
$$\text{Amortización} = 20{,}000$$

①	②	③	④	⑤	⑥ = ② - ⑤
Periodo	*Capital Insoluto al Inicio*	*Interés (I)*	*Anualidad*	*Amortización*	*Capital Insoluto al Final*
1	*100,000*			*20,000*	*80,000*
2	*80,000*			*20,000*	*60,000*
3	*60,000*			*20,000*	*40,000*
4	*40,000*			*20,000*	*20,000*
5	*20,000*			*20,000*	*0*

2º Paso: Se determina el interés sobre el capital insoluto de cada periodo.

①	②	③ = (②)(i)	④	⑤	⑥ = ② - ⑤
Periodo	*Capital Insoluto al Inicio*	*Interés (I)*	*Anualidad*	*Amortización*	*Capital Insoluto al Final*
1	*100,000*	*15,000*		*20,000*	*80,000*
2	*80,000*	*12,000*		*20,000*	*60,000*
3	*60,000*	*9,000*		*20,000*	*40,000*
4	*40,000*	*6,000*		*20,000*	*20,000*
5	*20,000*	*3,000*		*20,000*	*0*

3^er^ Paso: se determina la anualidad decreciente sumando amortización más interés de cada periodo:

①	②	③ = (②)(i)	④ = ③ + ⑤	⑤	⑥ = ② - ⑤
Periodo	*Capital Insoluto al Inicio*	*Interés (I)*	*Anualidad*	*Amortización*	*Capital Insoluto al Final*
1	*100,000*	*15,000*	*35,000*	*20,000*	*80,000*
2	*80,000*	*12,000*	*32,000*	*20,000*	*60,000*
3	*60,000*	*9,000*	*29,000*	*20,000*	*40,000*
4	*40,000*	*6,000*	*26,000*	*20,000*	*20,000*
5	*20,000*	*3,000*	*23,000*	*20,000*	*0*
Totales		*45,000*	*145,000*	*100,000*	

D. Anualidades Crecientes.

Anualidades Crecientes son aquellas que van aumentando conforme pasa el tiempo, se calcula de la siguiente manera:

1º. Se multiplica el capital insoluto al inicio de cada periodo por la tasa de interés.

2º. Se suma el capital insoluto al inicio de cada periodo más el interés determinado en el paso 1 que será el capital acumulado en cada periodo.

3º. Se divide el capital acumulado de cada periodo entre el número de pagos pendientes de realizar, que será el valor de cada anualidad creciente.

4º. Al capital acumulado de cada periodo se le resta el valor de la anualidad correspondiente que me dará el nuevo capital insoluto de cada periodo.

Ejemplo:

Solicitamos un préstamo de $100,000 que va a liquidarse en 5 pagos semestrales crecientes, nos cobran intereses a la tasa del 30% anual capitalizable semestralmente, ¿de cuánto será cada pago?

P = 100,000
R = ? creciente
i = 30% anual cap. Semes. = 15% Semestral
n = 5

1^er^ Paso: Se multiplica el capital insoluto al inicio de cada periodo por la tasa de interés

A	①	②	③ = (②)(i)	④	⑤ = ④/A	⑥ = ④ - ⑤
Pagos pendientes de realizar	*Periodo*	*Capital Insoluto al Inicio*	*Interés (I)*	*Capital acumulado*	*Anualidad*	*Capital Insoluto al Final*
5	*1*	*100,000.00*	*15,000.00*			

1º. 2º Paso: Se suma el capital insoluto al inicio de cada periodo más el interés determinado en el paso 1 que será el capital acumulado en cada periodo.

A	①	②	③ = (②)(i)	④	⑤ = ④/A	⑥ = ④ - ⑤
Pagos pendientes de realizar	*Periodo*	*Capital Insoluto al Inicio*	*Interés (I)*	*Capital acumulado*	*Anualidad*	*Capital Insoluto al Final*
5	*1*	*100,000.00*	*15,000.00*	*115,000.00*		

3^er^ Paso: Se divide el capital acumulado de cada periodo entre el número de pagos pendientes de realizar, que será el valor de cada anualidad creciente.

$$1^a \text{ anualidad} = \frac{115,000}{5}$$

$$1^a \text{ anualidad} = 23,000$$

A	①	②	③ = (②)(i)	④	⑤ = ④/A	⑥ = ④ - ⑤
Pagos pendientes de realizar	*Periodo*	*Capital Insoluto al Inicio*	*Interés (I)*	*Capital acumulado*	*Anualidad*	*Capital Insoluto al Final*
5	*1*	*100,000.00*	*15,000.00*	*115,000.00*	*23,000.00*	

4º Paso Al capital acumulado de cada periodo se le resta el valor de la anualidad correspondiente que me dará el nuevo capital insoluto de cada periodo.

A	①	②	③ = (②)(i)	④	⑤ = ④/A	⑥ = ④ - ⑤
Pagos pendientes de realizar	*Periodo*	*Capital Insoluto al Inicio*	*Interés (I)*	*Capital acumulado*	*Anualidad*	*Capital Insoluto al Final*
5	1	100,000.00	15,000.00	115,000.00	23,000.00	92,000.00

Estos mismos pasos se repiten para cada periodo, quedando los cálculos de la siguiente manera:

A	①	②	③ = (②)(i)	④	⑤ = ④/A	⑥ = ④ - ⑤
Pagos pendientes de realizar	*Periodo*	*Capital Insoluto al Inicio*	*Interés (I)*	*Capital acumulado*	*Anualidad*	*Capital Insoluto al Final*
5	1	100,000.00	15,000.00	115,000.00	23,000.00	92,000.00
4	2	92,000.00	13,800.00	105,800.00	26,450.00	79,350.00
3	3	79,350.00	11,902.50	91,252.50	30,417.50	60,835
2	4	60,835.00	9,125.25	69,960.25	34,980.12	34,980.13
1	5	34,980.13	5,247.02	40,227.15	40,227.15	0.00
	Totales		55,074.77		155,074.77	

E. Anualidades Constantes.

1º. Se determina la anualidad constante utilizando la fórmula conocida

$$P = R\ \frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$$

2º. Se determina el interés de cada periodo, multiplicando el capital insoluto por la tasa de interés.

3º. Se determina la amortización de cada periodo, restando: la anualidad constante (R) menos el interés del periodo.

4º. Se determina el capital insoluto al final de cada periodo restando: el valor del capital insoluto al inicio del periodo menos la amortización, que será igual al capital insoluto al inicio del siguiente periodo.

Solicitamos un préstamo de $100,000 que va a liquidarse en 5 pagos semestrales, nos cobran intereses a la tasa del 30% anual capitalizable semestralmente, ¿de cuánto será cada pago?

P = 100,000
R = ?
i = 30% anual cap. Semes. = 15% Semestral
n = 5

1er Paso: Se determina la anualidad constante

INCÓGNITA	=	*DATO CONOCIDO*	X	*FACTOR TABLA*
S		*P*		*I*
P		*S*		*II*
S		*R*		*III*
R		*S*		*IV*
P		*R*		*V*
R		*P*		*VI*

$$R = P \frac{i}{1-(1+i)^{-n}}$$ (fórmula o tabla VI)

$$R = 100{,}000 \frac{0.15}{1-(1.15)^{-5}}$$

$$R = 100{,}000(0.29831555)$$

$$R = 29{,}831.56$$

①	②	③	④	⑤	⑥
Periodo	*Capital Insoluto al Inicio*	*Interés (I)*	*Anualidad*	*Amortización*	*Capital Insoluto al Final*
1	*100,000*		*29,831.56*		
2			*29,831.56*		
3			*29,831.56*		
4			*29,831.56*		
5			*29,831.56*		
Totales			*149,157.80*		

2º Paso: Se determina el interés de cada periodo, multiplicando el capital insoluto por la tasa de interés.

①	②	③ = (②)(i)	④	⑤	⑥
Periodo	*Capital Insoluto al Inicio*	*Interés (I)*	*Anualidad*	*Amortización*	*Capital Insoluto al Final*
1	*100,000*	*15,000*	*29,831.56*		
2			*29,831.56*		
3			*29,831.56*		
4			*29,831.56*		
5			*29,831.56*		
Totales			*149,157.80*		

3^er^ Paso: Se determina la amortización de cada periodo, restando: la anualidad constante (R) menos el interés del periodo.

①	②	③ = (②)(i)	④	⑤ = ④ - ③	⑥
Periodo	*Capital Insoluto al Inicio*	*Interés (I)*	*Anualidad*	*Amortización*	*Capital Insoluto al Final*
1	*100,000*	*15,000*	*29,831.56*	*14,831.56*	
2			*29,831.56*		
3			*29,831.56*		
4			*29,831.56*		
5			*29,831.56*		
Totales			*149,157.80*		

4º Paso: Se determina el capital insoluto al final de cada periodo restando: el valor del capital insoluto al inicio del periodo menos la amortización, que será igual al capital insoluto al inicio del siguiente periodo.

①	②	③ = (②)(i)	④	⑤ = ④ - ③	⑥ = ② - ⑤
Periodo	*Capital Insoluto al Inicio*	*Interés (I)*	*Anualidad*	*Amortización*	*Capital Insoluto al Final*
1	*100,000*	*15,000*	*29,831.56*	*14,831.56*	*85,168.44*
2	*85,168.44*		*29,831.56*		
3			*29,831.56*		
4			*29,831.56*		
5			*29,831.56*		
Totales			*149,157.80*		

Los Pasos del 2 al 5 se repiten para los demás periodos.

①	②	③ = (②)(i)	④	⑤ = ④ - ③	⑥ = ② - ⑤
Periodo	*Capital Insoluto al Inicio*	*Interés (I)*	*Anualidad*	*Amortización*	*Capital Insoluto al Final*
1	*100,000.00*	*15,000.00*	*29,831.56*	*14,831.56*	*85,168.44*
2	*85,168.44*	*12,775.27*	*29,831.56*	*17,056.29*	*68,112.15*
3	*68,112.15*	*10,216.82*	*29,831.56*	*19,614.74*	*48,497.41*
4	*48,497.41*	*7,274.61*	*29,831.56*	*22,556.95*	*25,940.46*
5	*25,940.46*	*3,891.07*	*29,831.56*	*25,940.49*	*-0.03*
Totales		*49,157.77*	*149,157.80*	*100,000.03*	

F. Análisis y Comparación entre los tipos de Anualidades.

El total a pagar en las anualidades decrecientes es de: *145,000.00*
El total a pagar en las anualidades crecientes es de: *155,074.77*
El total a pagar en las anualidades constantes es de: *149,157.80*

Los anteriores resultados se consideran lógicos, pues en anualidades decrecientes se comienza pagando mayor cantidad al inicio y por lo tanto la amortización va siendo mayor; en las crecientes el pago es menor y por lo tanto la amortización es menor, pagándose más intereses; y en las constantes, el pago siempre es el mismo, y la amortización de intereses van disminuyendo más lentamente que en las decrecientes.

El uso de cualquiera de las tres depende de la disponibilidad de efectivo de cada empresa.

2. Programación Lineal.

Todas las empresas tienen problemas que se relacionan con la asignación de **recursos limitados** (personal, tiempo, espacio, maquinarias, materiales, recursos financieros, etc.) que requieren **maximizar** o **minimizar** algún beneficio o costo. Si los recursos fueran ilimitados no se requeriría el uso de los modelos que serán tratados en este capítulo.

Como los recursos son limitados, la empresa o persona debe buscar la mejor asignación de esos recursos a fin de aumentar al máximo sus beneficios (aprovechamiento de tiempo, espacio, producción) así como reducir al mínimo sus costos y desperdicios, es decir, se quiere distribuir los recursos disponibles entre las actividades de tal forma que se optimice la efectividad total.

La programación lineal busca que los problemas relacionados con la distribución de los recursos limitados puedan ser planeados o programados de tal manera que los trabajos sean hechos de la manera óptima con los recursos disponibles; que los productos puedan fabricarse con la calidad deseada en la forma más económica, con los componentes disponibles y que puedan ser distribuidos a un costo mínimo.

La **programación** utiliza ciertas técnicas matemáticas para llegar a la mejor solución, empleando los recursos limitados de la empresa.

Se usa el termino **lineal**, para describir una relación entre dos o más variables que son directa y precisamente proporcional.

Por lo tanto, se puede definir a la **PROGRAMACIÓN LINEAL** como la técnica matemática que busca determinar la asignación óptima de los recursos limitados de una empresa y es la aplicación del álgebra matricial que busca la mejor asignación de los recursos limitados de la empresa, es decir, busca maximizar o miñimizar la función objetivo que estará sujeta a ciertas limitaciones o restricciones.

La **PROGRAMACIÓN LINEAL** es uno de los elementos de la administración para buscar las soluciones de los problemas de acuerdo a los objetivos claramente y bien definidos de la empresa.

Análogamente, Administración en forma sintetizada es: lograr la máxima eficiencia con el mínimo de recursos.

Las técnicas usadas de la programación lineal se dividirán en tres grupos principales, de acuerdo con los métodos utilizados en la solución (asignación, transporte y simplex).

Con el uso de estas técnicas ha existido progreso en los problemas relacionados con la distribución de recursos limitados para satisfacer las metas deseadas. El objetivo principal de estos problemas es planear o programar actividades de manera que un trabajo pueda ser hecho de la manera más eficiente con la mano de obra disponible.

Los métodos descritos van a ser resueltos en este capítulo y así se comprenderá mejor cuando tales problemas sean traslados a computadora; con la utilización de estas se ha progresado a pasos agigantados en su resolución, y así el lector podrá analizar y comprender el proceso que se realiza en computadora y **no a depender de ella**.

A. Modelo de Asignación.

Las empresas tienen el problema de tener que asignar varios trabajos a varios empleados de la mejor manera y sus recursos disponibles no son suficientes para permitir que cada trabajo se efectúe de la manera más eficiente y en este caso puede utilizar el llamado **MODELO DE ASIGNACIÓN**. Este modelo se maneja cuando se pretende asignar un determinado número de orígenes al mismo número de destinos.

Los orígenes son los requerimientos o necesidades (por ejemplo, trabajos a efectuar), los destinos las formas disponibles de cubrir o llevar a cabo esos requerimientos.

El objeto es optimizar, es decir, maximizar o minimizar alguna función de efectividad.

Los problemas de asignación tienen una limitante o restricción que un trabajo solo puede ser efectuado por un trabajador, una computadora solo puede ser asignada a un operador, un vendedor solo puede ser asignado a un territorio, es decir, un origen sólo puede ser asignado a un destino y viceversa.

Además, estos problemas deben estar equilibrados, es decir, debe existir el mismo número de orígenes y destinos.

Los orígenes se representan por la letra "**m**" (renglones) y los destinos letra "**n**" (columnas), en donde **m es igual a n (m=n)**.

Si se tienen tres personas deben existir tres trabajos, si son cinco deben existir cinco trabajos, si existieran más personas que trabajos se deberá agregar un trabajo ficticio y viceversa.

Se basa en el siguiente teorema: "Podemos restar la misma cantidad a los elementos de un renglón o una columna sin alterar el problema"

Minimización

Para entender la resolución del modelo de asignación, en el caso de minimización, presentamos el siguiente problema.

Cuatro trabajos pueden ser realizados por cuatro operadores, cada trabajo puede ser realizado por cualquier operador y cada operador puede realizar cualquier trabajo los costos de cada trabajo hecho por cada operador se dan a continuación:

	TRABAJOS			
OPER.	***A***	***B***	***C***	***D***
I	*32*	*36*	*40*	*35*
II	*44*	*47*	*56*	*48*
III	*38*	*40*	*50*	*40*
IV	*69*	*64*	*71*	*68*

El problema consiste en hacer la asignación de cada operador a cada trabajo que proporcione el costo mínimo total de los trabajos.

Esta matriz puede interpretarse de la siguiente manera: si el operador IV efectúa el trabajo B el costo es de $64; si el operador II realiza el trabajo B el costo es de $47 y así sucesivamente.

Solución:

La matriz original va a ser modificada en cada uno de los pasos:

Paso 1. Se escoge el número menor de cada renglón y se resta de todos los elementos del renglón.

Paso 2. De la matriz modificada se escoge el número menor de cada columna, y se resta de todos los números de la columna.

- Se verifica si se puede hacer la asignación.:

a) Se colocan marcas en las casillas que tengan ceros, dejándose vacías las demás, se cuentan las marcas por renglón y columna.
b) Se efectúa la 1ª asignación en el renglón o columna que menos marcas tenga, y se eliminan las marcas de las casillas del renglón y columna donde se asignó, y así sucesivamente.

En caso de quedar alguna casilla vacía de renglón o columna no es posible hacer la asignación y se debe proceder a efectuar el paso número 3.

Paso 3. Se vuele a la matriz resultante en el paso 2 y se traza el mínimo número de líneas horizontales y verticales abarcando en cada trazado de línea el mayor número de ceros. El número de líneas trazadas debe ser menor al orden de la matriz.

Nota 1: Si el número de líneas es igual al orden de la matriz el trazado esta equivocado, pruebe otro trazado.

a) Se escoge el número menor de la matriz no trazado por línea, se resta de los demás no trazados por línea.
b) Este mismo número se suma en las intersecciones de dos líneas.
c) Los demás números trazados por línea se trasladan igual a la matriz modificada.

Nota 2: Una vez más se verifica si se puede hacer la asignación tal como lo hicimos al final del paso 2, de lo contrario repetimos el paso 3.

Paso 1: Se escoge el número menor de cada renglón y se resta de todos los elementos del renglón.

	TRABAJOS				*Operaciones efectuadas*			
OPER.	*A*	*B*	*C*	*D*				
I	*32*	*36*	*40*	*35*	*32-32,*	*36-32,*	*40-32,*	*35-32*
II	*44*	*47*	*56*	*48*	*44-44,*	*47-44,*	*56-44,*	*48-44*
III	*38*	*40*	*50*	*40*	*38-38,*	*40-38,*	*50-38,*	*40-38*
IV	*69*	*64*	*71*	*68*	*69-64,*	*64-64,*	*71-64,*	*68-64*

Quedando la matriz modificada así:

	TRABAJOS			
OPER.	*A*	*B*	*C*	*D*
I	*0*	*4*	*8*	*3*
II	*0*	*3*	*12*	*4*
III	*0*	*2*	*16*	*2*
IV	*5*	*0*	*7*	*4*

Paso 2: De la matriz modificada se escoge el número menor de cada columna, y se resta de todos los números de la columna. Si en una columna hay un cero la columna pasa igual

	TRABAJOS			
OPER.	*A*	*B*	*C*	*D*
I	*0*	*4*	*8*	*3*
II	*0*	*3*	*12*	*4*
III	*0*	*2*	*16*	*2*
IV	*5*	*0*	*7*	*4*
	Pasa igual	*Pasa igual*	*8-7*	*3-2*
			12-7	*4-2*
			16-7	*2-2*
			7-7	*4-2*

La matriz resultante es:

	TRABAJOS			
OPER.	*A*	*B*	*C*	*D*
I	*0*	*4*	*1*	*1*
II	*0*	*3*	*5*	*2*
III	*0*	*2*	*5*	*0*
IV	*5*	*0*	*0*	*2*

- Se verifica si se puede hacer la asignación.:

a) Se colocan marcas en las casillas que tengan ceros, dejándose vacías las demás, se cuentan las marcas por renglón y columna.

b) Se efectúa la 1ª asignación en el renglón o columna que menos marcas tenga, y se eliminan las marcas de las casillas del renglón y columna donde se asignó, y así sucesivamente.

	TRABAJOS			
OPER.	***A***	***B***	***C***	***D***
I	☐			
II	☐			
III	☐			☐
IV		☐	☐	

Al Asignar trabajos a operadores queda:

	TRABAJOS				
OPER.	***A***	***B***	***C***	***D***	
I	✎				
II					*sin Asignación*
III				✎	
IV		✎			
			sin asig.		

En caso de quedar alguna casilla vacía de renglón o columna no es posible hacer la asignación y se debe proceder a efectuar el paso número 3.

Paso 3: Se vuele a la matriz resultante en el paso 2 y se traza el mínimo número de líneas horizontales y verticales abarcando en cada trazado de línea el mayor número de ceros. El número de líneas trazadas debe ser menor al orden de la matriz.

	TRABAJOS			
OPER.	***A***	***B***	***C***	***D***
I	*0*	*4*	*1*	*1*
II	*0*	*3*	*5*	*2*
III	*0*	*2*	*5*	*0*
IV	~~*5*~~	~~*0*~~	~~*0*~~	~~*2*~~

La primera línea se traza por la columna A, ya que tiene tres ceros, la segunda línea por el renglón cuatro pues le quedan dos ceros no trazados, la tercera línea por la columna D, ya que tiene un cero.

a) Se escoge el número menor de la matriz no trazado por línea, se resta de los demás no trazados por línea.

b) Este mismo número se suma en las intersecciones de dos líneas.

c) Los demás números trazados por línea se trasladan igual a la matriz modificada.

	TRABAJOS					
OPER.	***A***	***B***	***C***	***D***		
I	*0*	*4*	*1*	*1*	*4-1*	*1-1*
II	*0*	*3*	*5*	*2*	*3-1*	*5-1*
III	*0*	*2*	*5*	*0*	*2-1*	*5-1*
IV	~~*5*~~	~~*0*~~	~~*0*~~	~~*2*~~	*5+1*	*2+1*

El número menor no trazado por línea es 1: se resta en IB, IC, IIB, IIC, IIIB, IIIC y se suma en IVA y IVD

La matriz resultante queda así:

	TRABAJOS			
OPER.	*A*	*B*	*C*	*D*
I	0	3	0	1
II	0	2	4	2
III	0	1	4	0
IV	6	0	0	3

Una vez más se verifica si se puede hacer la asignación tal como lo hicimos al final del paso 2, de lo contrario repetimos el paso 3.

	TRABAJOS			
OPER.	*A*	*B*	*C*	*D*
I	□		□	
II	□			
III	□			□
IV		□	□	

La primera asignación puede hacerse en renglón II, columna B o columna D. Se selecciona el renglón II en A, borrándose las demás de A

Para la segunda Asignación

	TRABAJOS			
OPER.	*A*	*B*	*C*	*D*
I			□	
II	✏			
III				□
IV		□	□	

La segunda asignación puede ser en renglón I, III o columna B o D, la que se prefiera y así sucesivamente:

Quedando la matriz asignada así como su costo mínimo de la siguiente manera:

	TRABAJOS			
OPER.	*A*	*B*	*C*	*D*
I			✏ 40	
II	✏ 44			
III				✏ 40
IV		✏ 64		

IC	*40*
IIA	*44*
IIID	*40*
IVB	*64*
Costo Total	*188*

Esta es la solución óptima por que cada renglón y cada columna a quedado con una sola asignación, razón suficiente que debe cumplirse.

Maximización

En los problemas de maximización donde se pretende obtener el máximo beneficio o utilidad se sigue los mismos pasos que en el caso minimización excepto en el primer paso que queda modificado de la siguiente manera:

Paso 1: Se escoge el número mayor de cada renglón y se le restan de todos los elementos del renglón.

Para su mejor comprensión se presenta un problema:

. Cuatro vendedores van a ser asignados en cuatro territorios de venta, los beneficios que se obtienen por cada vendedor en cada territorio de venta son presentados en la siguiente matriz.

	ZONAS			
VEND.	A	B	C	D
I	74	77	77	80
II	74	75	74	77
III	77	77	75	76
IV	79	75	76	74

Solución:

Paso 1: Se escoge el número mayor de cada renglón y se le restan de todos los elementos del renglón.

	ZONAS				Operaciones efectuadas			
VEND	A	B	C	D				
I	74	77	77	80	80-74	80-77	80-77	80-80
II	74	75	74	77	77-74	77-75	77-74	77-77
III	77	77	75	76	77-77	77-77	77-75	77-76
IV	79	75	76	74	79-79	79-75	79-76	79-74

Quedando la matriz modificada así:

	ZONAS			
VEND	A	B	C	D
I	6	3	3	0
II	3	2	3	0
III	0	0	2	1
IV	0	4	3	5

Paso 2: De la matriz modificada se escoge el número menor de cada columna, y se resta de todos los números de la columna. Si en una columna hay un cero la columna pasa igual

	ZONAS			
VEND	A	B	C	D
I	6	3	3	0
II	3	2	3	0
III	0	0	2	1
IV	0	4	3	5
	Pasa igual	Pasa igual	3-2 3-2 2-2 3-2	Pasa igual

La matriz resultante es:

	ZONAS			
VEND	A	B	C	D
I	6	3	1	0
II	3	2	1	0
III	0	0	0	1
IV	0	4	1	5

• Se verifica si se puede hacer la asignación.:

a) Se colocan marcas en las casillas que tengan ceros, dejándose vacías las demás, se cuentan las marcas por renglón y columna.

b) Se efectúa la 1ª asignación en el renglón o columna que menos marcas tenga, y se eliminan las marcas de las casillas del renglón y columna donde se asignó, y así sucesivamente.

	ZONAS			
VEND	*A*	*B*	*C*	*D*
I				□
II				□
III	□	□	□	
IV	□			

Al Asignar zonas a vendedores queda:

	ZONAS			
VEND	*A*	*B*	*C*	*D*
I				✓
II				
III		✓		
IV	✓			

sin Asignación (renglón II)

sin asig. (columna C)

En caso de quedar alguna casilla vacía de renglón o columna no es posible hacer la asignación y se debe proceder a efectuar el paso número 3.

Paso 3: Se vuele a la matriz resultante en el paso 2 y se traza el mínimo número de líneas horizontales y verticales abarcando en cada trazado de línea el mayor número de ceros. El número de líneas trazadas debe ser menor al orden de la matriz.

	ZONAS			
VEND	*A*	*B*	*C*	*D*
I	6	3	1	~~0~~
II	3	2	1	~~0~~
III	~~0~~	~~0~~	~~0~~	~~1~~
IV	~~0~~	~~4~~	~~1~~	~~5~~

La primera línea se traza por renglón III por tener el mayor número de ceros, la segunda línea por D, y la tercera por IV

a) Se escoge el número menor de la matriz no trazado por línea, se resta de los demás no trazados por línea.

b) Este mismo número se suma en las intersecciones de dos líneas.

c) Los demás números trazados por línea se trasladan igual a la matriz modificada.

	ZONAS			
VEND	*A*	*B*	*C*	*D*
I	6	3	1	~~0~~
II	3	2	1	~~0~~
III	~~0~~	~~0~~	~~0~~	~~1~~
IV	~~0~~	~~4~~	~~1~~	~~5~~

El número menor no trazado por línea es 1: se resta en IA, IB, IC, IIA, IIB y IIC se suma en IIID y IVD

6-1	*3-1*	*1-1*
3-2	*2-1*	*1-1*
		1+1
		5+1

La matriz resultante queda así:

	ZONAS			
VEND	A	B	C	D
I	5	2	0	0
II	2	1	0	0
III	0	0	0	2
IV	0	4	1	6

Una vez más se verifica si se puede hacer la asignación tal como lo hicimos al final del paso 2, de lo contrario repetimos el paso 3.

	ZONAS			
VEND	A	B	C	D
I			□	□
II			□	□
III	□	□	□	
IV	□			

La primera asignación se hace en IVA y se borra la de IIIA

Para la segunda Asignación

	ZONAS			
VEND	A	B	C	D
I			□	□
II			□	□
III		□	□	
IV	✎			

La segunda asignación se hace en IIIB y se borra IIIC, la tercera asignación se hace en IC, IIC, ID, IID, donde se prefiere por tener empate y así sucesivamente.

Quedando la matriz asignada así como su beneficio máximo de la siguiente manera:

	ZONAS			
VEND	A	B	C	D
I			✎ 77	
II				✎ 77
III		✎ 77		
IV	✎ 79			

IC 77
IID 77
IIIB 77
IVA 79
Benef. Total 310

Esta es la solución óptima por que cada renglón y cada columna a quedado con una sola asignación, razón suficiente que debe cumplirse.

B. Modelo de Transporte.

En las empresas existe la necesidad de trasladar personas, cosas, animales, etc., de un lugar a otro y por lo tanto es necesario utilizar el modelo de transporte por alguno de los distintos métodos preferidos por los autores de este tema.

En el modelo de transporte se plantean problemas donde se encuentran muchos sitios de partida (orígenes) y muchos puntos de destino, cada sitio de partida o embarque tiene una determinada capacidad y cada punto de destino tiene ciertos requerimientos. En todos los casos debe ser conocido el costo de embarque de cada punto de partida (origen) a cada uno de los destinos. El objetivo o fin de este modelo consiste en optimizar (minimizar) los costos de transportar o trasladar mercancías, objetos, animales, etc. satisfaciendo todos los requerimientos o necesidades de los destinos.

El modelo de transporte utiliza matrices donde "**m**" (renglones) serán los orígenes y "**n**" (columnas) los destinos. En el modelo de transporte, puede ser igual o diferente el número de renglones y de columnas (**m=n o m≠n**); aunque se debe cumplir con la condición de que **la suma de las capacidades de los orígenes (capacidades) sea igual a la suma de los requerimientos de los destinos**, es decir, Σ capacidades = Σ requerimientos

Algunos métodos para obtener una solución al problema de transporte son:

- Método de la Esquina Noroeste (NW),
- Método de Inspección o Costos Mínimos,
- Método Empírico por Renglón o por Columna.

Los métodos anteriores son muy sencillos para encontrar una posible solución sin que ésta sea las óptima, haciéndose indispensable efectuar cambios laboriosos a través de métodos como: el MODI (Método de la Distribución Modificada), que nos indica donde deben hacerse los primeros cambios, pero no indica cómo hacerlos, por lo tanto, para comprender este modelo se utilizará una variante del método VAM aprendido en clase de Investigación de Operaciones con el Lic. Víctor D. Castro Luna. Considérese el siguiente ejemplo.

Una cadena de pescaderías tiene 3 bodegas que almacenan cierto artículo el cuál tiene que distribuirse entre cuatro restaurantes; los costos de transporte de una unidad de una bodega hasta un restaurante se proporcionan a continuación en la siguiente tabla.

	RESTAURANTES				
BODEGAS	***A***	***B***	***C***	***D***	***CAP.***
I	*27*	*36*	*29*	*42*	*800*
II	*29*	*42*	*26*	*35*	*600*
III	*29*	*31*	*25*	*38*	*500*
REQ.	*600*	*200*	*600*	*400*	

Dicha tabla se puede interpretar de la siguiente manera:

- El costo de una unidad de la Bodega I al Restaurante A es de $27.00,
- El costo de una unidad de la Bodega I al Restaurante B es de $36.00,
- El costo de una unidad de la Bodega I al Restaurante C es de $29.00, y así sucesivamente.

También se sabe que la Bodega I almacena 800 unidades, la Bodega II almacena 600 y la III almacena 500. Asimismo el Restaurante A necesita 600 unidades, el B requiere 200 unidades, el C 600 unidades y el D requiere 400 unidades.

El problema consiste en determinar el número de unidades que deben de enviarse desde cada bodega hasta cada Restaurante, de manera que los requerimientos de los Restaurantes sean satisfechos a los costos totales mínimos.

El primer paso es sumar las unidades de los orígenes y las unidades requeridas, los orígenes suman:

Orígenes	*Unidades Ofrecidas*
I	*800*
II	*600*
III	*500*
Suma	*1900*

Los destinos suman

Destinos	*Unidades Requeridas*
A	*600*
B	*200*
C	*600*
D	*400*
Suma	*1800*

Si observamos, no cumplimos con la condición de que la suma de los orígenes debe ser igual a la suma de los destinos, tenemos una diferencia entre orígenes y destinos de 100, necesitamos equilibrarlos; para este caso se hará introduciendo una columna ficticia, completando así lo que falta en requerimientos.

Este problema es presentado en la siguiente matriz que incluye todos los datos proporcionados:

	RESTAURANTES					
BODEGAS	***A***	***B***	***C***	***D***	***Fic***	***CAP.***
I	27	36	29	42	0	800
II	29	42	26	35	0	600
III	29	31	25	38	0	500
REQ.	600	200	600	400	100	

Los costos que se le asignan a la columna ficticia son de cero ya que el Restaurante no existe y no representan salidas reales de mercancía.

Antes de resolver el problema se subdividirá cada casilla en dos partes, en la parte superior se colocará el costo de transporte, y en la otra colocaremos el número de unidades que se envíen a cada destino, como se ven en la siguiente tabla:

	RESTAURANTES					
BODEGAS	*A*	*B*	*C*	*D*	*Fic*	*Cap.*
I	27	36	29	42	0	800
II	29	42	26	35	0	600
III	29	31	25	38	0	500
Requerim.	600	200	600	400	100	1900

Por último, corresponde resolver el presente modelo por medio de una variante del Método VAM, que su proceso se divide en diversas asignaciones:

1ª Asignación

A. Se seleccionan los dos costos menores de cada renglón y se determina su diferencia, igual con los dos costos menores de cada columna, determinando su diferencia.

B. Se escoge el renglón o columna que tenga la mayor diferencia, asignando en la casilla que tenga el menor costo de ese renglón o columna seleccionado.

Resolviendo de manera detallada:

Seleccionamos los dos costos menores de cada renglón y determinamos su diferencia, para el primer renglón (bodega I) 27 - 0 = 27, en el segundo (bodega II) 26 - 0 = 26 y en el tercero (bodega III) 25 - 0 = 25:

	RESTAURANTES						*Asignación*
BODEGAS	*A*	*B*	*C*	*D*	*Fic*	*Cap.*	*1ª*
I	27	36	29	42	0	800	27
II	29	42	26	35	0	600	26
III	29	31	25	38	0	500	25
Requerim.	600	200	600	400	100	1900	
1ª							

Seleccionamos los dos costos menores de cada columna y determinamos su diferencia, para la primera columna (Restaurante A) 29 - 27 = 2, para la segunda 36 - 31 = 5, en la tercera 26 - 25 = 1, para la cuarta columna 38 - 35 = 3 y la última (Restaurante ficticio) 0 - 0 = 0:

	RESTAURANTES						*Asignación*
BODEGAS	*A*	*B*	*C*	*D*	*Fic*	*Cap.*	*1ª*
I	27	36	29	42	0	800	
II	29	42	26	35	0	600	
III	29	31	25	38	0	500	
Requerim.	600	200	600	400	100	1900	
1ª	2	5	1	3	0		

Se escoge el renglón o columna que tenga la mayor diferencia (en este ejemplo el renglón I tiene la mayor diferencia 27).

Asignamos en el menor costo del renglón seleccionado (en este caso la casilla IF tiene el costo menor "cero").

Se asigna la máxima capacidad disponible en renglón o columna, la casilla IF necesita 100, y hay disponibles 800, una vez efectuada la asignación máxima debe cancelarse las casillas del renglón o columna que ya no van a usarse por haberse agotado la capacidad o quedar satisfecho el requerimiento. En este caso se cancelan IIF y IIIF.

	RESTAURANTES						*Asignación*	
BODEGAS	*A*	*B*	*C*	*D*	*Fic*	*Cap.*	*1ª*	
I	27	36	29	42	0 100	700 ~~800~~	27	*mayor diferencia*
II	29	42	26	35	0 ---	600	26	
III	29	31	25	38	0 ---	500	25	
Requerim.	600	200	600	400	~~100~~	1900		
1ª	2	5	1	3	0			

2ª Asignación y subsecuentes

En la 2ª asignación y subsecuentes se repite el proceso realizado en la primera asignación, teniendo cuidado de no ocupar una casilla ocupada o cancelada (en caso de existir empate en dos o más renglones o columnas el decisor determinará la de su preferencia).

Elegimos los 2 costos menores de cada renglón y determinamos su diferencia:

BODEGAS	RESTAURANTES A	B	C	D	Fic	Cap.	Asignaciones 1ª	2ª	3ª	4ª	5ª	6ª
I	[27] 600	[36] ---	[29] 100	[42] ---	[0] 100	800	27	2	2	2	2	2 IA
II	[29] ---	[42] ---	[26] 200	[35] 400	[0] ---	600	26	3	3	3	3 IIC	-
III	[29] ---	[31] 200	[25] 300	[38] ---	[0] ---	500	25	4	4 IIIC	-	-	-
Requerim.	600	200	600	400	100	1900						
1ª	2	5	1	3	0							
2ª	2	5 IIIB	1	3	-							
3ª	2	-	1	3	-							
4ª	2	-	3	7 IID	-							
5ª	2	-	3	-	-							
6º	-	-	-	-	-							

La 7ª asignación se hace en la única casilla vacía IC que solicita 100 hay en capacidad y requerimiento la misma cantidad que es 100

Esta asignación efectuada nos arroja un costo de:

Casilla	*Costo Unitario*	*Unidades enviadas*	*Costo por casilla*
IA	27	600	16200
IC	29	100	2900
IF	0	100	0
IIC	26	200	5200
IID	35	400	14000
IIIB	31	200	6200
IIIC.	25	300	7500
Total			52000

¿Cuántas asignaciones tenemos?, el número de asignaciones necesarias que debe tener un modelo para poder ser evaluado; es igual:

 # asignaciones = # renglones + # columnas - 1
7 asignaciones = 3 renglones + 5 columnas - 1

Nuestro modelo cumple con el criterio de que el número de asignaciones debe ser igual a:

$$m + n - 1$$

En caso de tener menos asignaciones se dice que el modelo esta degenerado y se dificulta su evaluación, si tiene más asignaciones significa que el modelo fue mal resuelto e impide su evaluación.

C. Prueba de Optimalidad del Modelo de Transporte.

Consiste en evaluar todas las celdas no ocupadas, esta evaluación va efectuarse por el método MODI aunque existen otros métodos para hacer dicha evaluación, el método MODI, consta de dos partes:

1[er] Paso: Se generan números en renglones y columnas únicamente con casillas ocupadas de tal manera que el número asignado al renglón más el número asignado a la columna sea igual al costo de la casilla ocupada.

El número asignado a renglón lo vamos a designar por la letra "u".

El número asignado a columna lo vamos a designar por la letra "v"

u	*v*	*RESTAURANTES*					
	BODEGAS	*A*	*B*	*C*	*D*	*Fic*	*Cap.*
	I	27 600	36 ---	29 100	42 ---	0 100	800
	II	29 ---	42 ---	26 200	35 400	0 ---	600
	III	29 ---	31 200	25 300	38 ---	0 ---	500
	Requerim.	600	200	600	400	100	1900

Como se tiene la libertad de asignar arbitrariamente un sólo número vamos a seleccionar el número 20 y se lo adjudicamos al renglón I.

u	*v*	*RESTAURANTES*					
	BODEGAS	*A*	*B*	*C*	*D*	*Fic*	*Cap.*
20	*I*	27 600	36 ---	29 100	42 ---	0 100	800
	II	29 ---	42 ---	26 200	35 400	0 ---	600
	III	29 ---	31 200	25 300	38 ---	0 ---	500
	Requerim.	600	200	600	400	100	1900

A continuación debe asignarse un número "v" de columna en aquellas casillas ocupadas en el primer renglón de tal manera que (u+v) sea igual al costo de la casilla ocupada.

Se generan los números "v", en columna A = 7, en columna C = 9, en columna F = -20,

u	*v*	*7*		*9*		*-20*	
		RESTAURANTES					
	BODEGAS	***A***	***B***	***C***	***D***	***Fic***	***Cap.***
20	***I***	*27* *600*	*36* *---*	*29* *100*	*42* *---*	*0* *100*	*800*
	II	*29* *---*	*42* *---*	*26* *200*	*35* *400*	*0* *---*	*600*
	III	*29* *---*	*31* *200*	*25* *300*	*38* *---*	*0* *---*	*500*
	Requerim.	*600*	*200*	*600*	*400*	*100*	*1900*

Se genera el número "u" en renglón II = 17, porque 17 + 9 = 26, y en el renglón III = 16 porque 16 + 9 = 25, y así sucesivamente los demás números se pueden generar conocido el de renglón o de columna, quedando así los números generados.

u	*v*	*7*	*15*	*9*	*18*	*-20*	
		RESTAURANTES					
	BODEGAS	***A***	***B***	***C***	***D***	***Fic***	***Cap.***
20	***I***	*27* *600*	*36* *---*	*29* *100*	*42* *---*	*0* *100*	*800*
17	***II***	*29* *---*	*42* *---*	*26* *200*	*35* *400*	*0* *---*	*600*
16	***III***	*29* *---*	*31* *200*	*25* *300*	*38* *---*	*0* *---*	*500*
	Requerim.	*600*	*200*	*600*	*400*	*100*	*1900*

2º Paso: Se evalúan las casillas desocupadas de la siguiente manera:

Al costo de la casilla desocupada se le resta la suma de (u+v)

Si los resultados de todas las casillas desocupadas son con signo positivo o cero el modelo tiene la asignación óptima.

Si algún resultado de casilla desocupada tiene signo negativo en esa casilla deben hacerse cambios ocupando dicha casilla, desocupando otra, ocupando otra y así sucesivamente sin desbalancear el modelo.

u	*v*	*7*	*15*	*9*	*18*	*-20*	
		RESTAURANTES					
	BODEGAS	***A***	***B***	***C***	***D***	***Fic***	***Cap.***
20	***I***	*27* *600*	*36* *---*	*29* *100*	*42* *---*	*0* *100*	*800*
17	***II***	*29* *---*	*42* *---*	*26* *200*	*35* *400*	*0* *---*	*600*
16	***III***	*29* *---*	*31* *200*	*25* *300*	*38* *---*	*0* *---*	*500*
	Requerim.	*600*	*200*	*600*	*400*	*100*	*1900*

En nuestro ejemplo las casillas a evaluar son las siguientes:

Casilla desocupada	*Costo de la casilla*	-	*(u+v)*		
IB	*36*	-	*(20+15)*	=	*1*
ID	*42*	-	*(20+18)*	=	*4*
IIA	*29*	-	*(17+7)*	=	*5*
IIB	*42*	-	*(17+15)*	=	*10*
IIF	*0*	-	*(17-20)*	=	*5*
IIIA	*29*	-	*(16-7)*	=	*6*
IIID	*38*	-	*(16+18)*	=	*4*
IIIF	*0*	-	*(16-20)*	=	*4*

Como todos los resultados tienen signo positivo o cero el modelo propuesto es el óptimo.

D. Método Simplex.

Existen problemas en programación lineal llamados **problemas de mezclas**, estos problemas necesitan que los recursos disponibles determinados se combinen o se mezclen de tal manera que produzcan resultados específicos eficientes.

Un procedimiento para la solución del problema en que intervienen dos o más variables es el llamado **método simplex de programación lineal**, este método lo resuelve por medio de un procedimiento de cálculo que es un proceso iterativo mejorando dicha solución hasta llegar a la solución óptima; es decir, usa la misma rutina básica de calculo que proporciona soluciones sucesivas hasta llegar a la óptima.

La rutina del método simplex como ya se dijo anteriormente en los problemas de programación lineal, esta basada en el álgebra matricial. La verdadera utilidad esta relacionada con problemas en donde aparecen muchas variables, a veces se consideran problemas con mezcla de diez o más productos con otras tantas restricciones o limitaciones, pero para su mejor comprensión en este trabajo se verán problemas con dos o tres variables, siendo la misma técnica a usar sin importar el número de variables.

También debe señalarse que es un procedimiento laborioso y repetitivo que se adapta mejor al uso de computadoras, existiendo actualmente varios programas aplicables, tal es el caso del QSB+, Lindo y Storm.

La rutina del Método Simplex está basada en el álgebra matricial y consiste fundamentalmente en la obtención de una matriz inversa para resolver un conjunto de ecuaciones lineales simultáneas.

Para resolver problemas por medio de método simplex, se llevan a cabo los siguientes pasos básicos los cuales ilustrarán en detalle en los dos ejemplos que se presentan a continuación.

1er Paso. Consiste en ordenar la información en una tabla de doble entrada, donde las variables (productos) van en columnas, y las máquinas o departamentos (restricciones) en renglones.

2º Paso. Se plantean las restricciones del problema en forma de innecuación, cada renglón productivo será una innecuación.

3^er^ Paso. Se convierte el sistema de innecuaciones en un sistema de ecuaciones lineales a través de la inserción de las llamadas variables de holgura y artificiales conforme al siguiente cuadro:

Tipo de Restricción	*Se Agrega a Restricción*
$\leq$	$+h$
$\geq$	$-h+A$
$=$	$+A$

Nota: tanto las variables originales como las variables holgura o artificiales, deben ser no negativas.

4º Paso. Se establece la Función objetivo, que se forma por la suma algebraica de todas aquellas variables (originales, de holgura, artificiales, etc.:), que van a figurar en el problema acompañadas de su Beneficio o Costo, en el caso de las variables de holgura o artificiales, deben tomar los siguientes beneficios o costos:

Tipo de Restricción	*Se Agrega a Función Objetivo*	
$\leq$	$+0h$	*min.*
	$+0h$	*max*
$\geq$	$+0h+MA$	*min.*
	$+0h-MA$	*max*
$=$	$+MA$	*min.*
	$-MA$	*max*

5º Paso. Se ordenan los datos en una tabla Simplex. La cual consta de tres matrices, todas tendrán tantas tantos renglones como restricciones tenga el problema:

La primera matriz, tendrá dos columnas que mostrarán: La primera columna las contribuciones y La segunda contiene la Mezcla de Productos, esto es, las variables que intervienen en la primera solución.

La segunda matriz (matriz de cuerpo y matriz identidad) tendrá tantas columnas como variables tengan el problema, y está formada por los coeficientes de cada una de las variables.

La tercera matriz contiene las cantidades que han de usarse de las variables que se encuentran en la primera matriz.

6º Paso. Se encuentra una solución factible y se determina si es óptima.

Para determinar la solución se evalúa multiplicando la contribución de cada renglón por los respectivos coeficientes de cada variable y se suman estos productos.

A continuación se obtienen los indicadores restando de la contribución correspondiente de cada variable, la solución obtenida en el inciso (a).

Los indicadores los vamos a representar por la letra Delta Griega (Δ). Una solución será óptima en maximización cuando todos los indicadores sean negativos o ceros, y en minimización cuando estos sean positivos o ceros.

7º Paso. En caso de no ser óptima se determinará la variable de entrada y la de salida para la próxima solución.

La variable de entrada será seleccionada del indicador el mayor indicador y en minimización el menor indicador.

Se calcula la nueva matriz de coeficientes mediante operaciones adecuadamente escogidos sobre los renglones de la matriz anterior.

Se repiten los pasos del 6º en adelante hasta encontrar la solución óptima.

E. Caso Maximización.

Suponga que un fabricante produce dos tipos de muebles para hotel: **Sofá y Sillón**, que son procesados en 3 departamentos distintos, la contribución de cada sillón es de \$120.00 y la de cada sofá es de \$140.00.

Cada departamento puede trabajar diario hasta 640 minutos diarios; el proceso de producción se resume como sigue:

El sillón se procesa primero en el Departamento "A" durante 40 minutos y después en el Departamento "B" durante 32 minutos.

El sofá se procesa primero en "A" durante 20 minutos, después en "B" durante 32 minutos y por último en "C" durante 40 minutos.

El problema consiste en calcular qué combinación de muebles debe procesarse diariamente con el objeto de lograr la máxima contribución, si se supone que la demanda supera a la capacidad de producción.

1er Paso. Consiste en ordenar la información en una tabla de doble entrada, donde las variables (productos) van en columnas, y las máquinas o departamentos (restricciones) en renglones. Quedando así en este problema:

sea x = sillón
sea y = sofá

Prod. / *Maq.*	*x*	*y*	*Capacidad (minutos)*
A	*40*	*20*	*640*
B	*32*	*32*	*640*
C	-	*40*	*640*
Contribución	*120*	*140*	

2º Paso. Se plantean las restricciones del problema en forma de innecuación, cada renglón productivo será una innecuación.

La restricción de A es: $40x + 20y \leq 640$
La restricción de B es: $32x + 32y \leq 640$
La restricción de C es: $40y \leq 640$

Analizando la restricción de A, se observa que el departamento A sólo puede trabajar hasta 640 minutos o menos, y como procesa, tanto el mueble "x", como el mueble "y", la combinación de ellos, tendrá que ser menor o igual al tiempo disponible.

3er Paso. Se convierte el sistema de innecuaciones en un sistema de ecuaciones lineales a través de la inserción de las llamadas variables de holgura conforme al siguiente cuadro:

Tipo de Restricción	*Se Agrega a Restricción*
$\leq$	$+h$

Por lo tanto vamos a agregar en cada restricción una variable de holgura que absorberá el tiempo no usado en cada departamento.

h_1 = *significa tiempo no usado en la Departamento A*
h_2 = *significa tiempo no usado en la Departamento B*
h_3 = *significa tiempo no usado en la Departamento C*

Las desigualdades originales quedan modificadas de la siguiente manera:

$$\begin{array}{lrcrcrcrcrcl} A) & 40x & + & 20y & + & h_1 & & & & & = & 640 \\ B) & 32x & + & 32y & & & + & h_2 & & & = & 640 \\ C) & & & 40y & & & & & + & h_3 & = & 640 \end{array}$$

Del Álgebra sabemos, si una incógnita aparece en una ecuación, deberá aparecer en todas las demás, si una ecuación no contiene esa incógnita debe figurar con coeficiente cero, "Todo hueco se llena con cero" por lo tanto las ecuaciones quedan así:

$$\begin{array}{lrcrcrcrcrcl} A) & 40x & + & 20y & + & h_1 & + & 0h_2 & + & 0h_3 & = & 640 \\ B) & 32x & + & 32y & + & 0h_1 & + & h_2 & + & 0h_3 & = & 640 \\ C) & 0x & + & 40y & + & 0h_1 & + & 0h_2 & + & h_3 & = & 640 \end{array}$$

4º Paso. Se establece la Función objetivo, que se forma por la suma algebraica de todas aquellas variables (originales, de holgura), que van a figurar en el problema acompañadas de su Beneficio.

Las variables que figuran en el problema son: "x", "y", "h_1", "h_2", y "h_3", conocemos los beneficios de "x" y de "y", los de "h_1", "h_2", y "h_3", los tomamos del siguiente cuadro:

Tipo de Restricción	*Se Agrega a Función Objetivo*	
≤	*0h*	*max*

Y la función objetivo se modifica de la siguiente manera:

Maximizar:

$$E = 120x + 140y + 0h_1 + 0h_2 + 0h_3$$

5º Paso. Se ordenan los datos en una tabla Simplex. Los datos disponibles son:

Función Objetivo Maximizar:

$$E = 120x + 140y + 0h_1 + 0h_2 + 0h_3$$

Y las restricciones del problema

$$\begin{array}{lrcrcrcrcrcl} A) & 40x & + & 20y & + & h_1 & + & 0h_2 & + & 0h_3 & = & 640 \\ B) & 32x & + & 32y & + & 0h_1 & + & h_2 & + & 0h_3 & = & 640 \\ C) & 0x & + & 40y & + & 0h_1 & + & 0h_2 & + & h_3 & = & 640 \end{array}$$

Que se ordenan en tres matrices:

Contr.	*Mz de P*		*x*	*y*	*h_1*	*h_2*	*h_3*		*B*
		E =	*120*	*140*	*0*	*0*	*0*		
0	h_1		40	20	1	0	0		640
0	h_2		32	32	0	1	0		640
0	h_3		0	40	0	0	1		640

matriz de original o de cuerpo (columnas x, y) — *matriz identidad* (columnas h_1, h_2, h_3)

Este cuadro simplex debe interpretarse así, comenzando por la matriz de la izquierda que contiene a las variables de holgura de cada departamento con su respectivo beneficio, en virtud de que el primer cuadro simplex le asigna el valor de cero a las variables originales ("x", "y"), por lo tanto, las variables de holgura absorben el tiempo disponible.

La matriz central contiene cinco columnas que representan los coeficientes de cada una de las variables que van a intervenir en el problema, esta matriz al se ha subdividido en dos partes matriz de cuerpo y matriz identidad, que esta formada por los coeficientes de las variables de holgura, que serán la base para la solución del problema.

Y la tercera matriz contiene las cantidades disponibles para procesar los muebles, estos valores deben relacionarse con la primera matriz en la mezcla de productos, de tal manera que en el primer renglón, tenemos: "h_1" (tiempo no usado en el departamento A) = 640, y así sucesivamente.

6º Paso. Se encuentra una solución factible y se evalúa si es óptima o no.

A) Para determinar la solución se evalúa multiplicando la contribución de cada renglón por los respectivos coeficientes de cada variable y se suman estos productos.

B) Se obtienen los indicadores aplicando la siguiente formula: E-S

Solución de "x"

E = 120

Contr.	Mz de P	x	(Contr)(Coeficiente "x")
0	h_1	40	(0) (40) = 0
0	h_2	32	(0) (32) = 0
0	h_3	0	(0) (0) = 0
	S=	0	

Solución de "y"

E = 140

Contr.	Mz de P		y	(Contr)(Coeficiente "y")
0	h_1		20	(0) (20) = 0
0	h_2		32	(0) (32) = 0
0	h_3		40	(0) (40) = 0
	S=		0	

Indicador de "x" = E - S		Indicador de "y" = E - S	
Contribución de X	120	Contribución de Y	140
Solución de X	- 0	Solución de Y	- 0
Indicador de X	120	Indicador de Y	140

De la misma forma se realiza para las demás columnas ("h_1", "h_2", "h_3", "B"):

	E =	120	140	0	0	0	
Contr.	Mz de P	x	y	h_1	h_2	h_3	B
0	h_1	40	20	1	0	0	640
0	h_2	32	32	0	1	0	640
0	h_3	0	40	0	0	1	640
	S	0	0	0	0	0	0
	Δ=E-S	120	140	0	0	0	

Como se observa, hay indicadores positivos, por lo tanto no se ha llegado a la solución óptima.

7º Paso. En caso de no ser óptima se determinará la variable de entrada y la de salida para la próxima solución.

A) El indicador (D) además de mostrar si es el óptimo o no, también muestra, que variable debe de entrar en la nueva solución, y debe seleccionarse el mayor indicador, en este ejercicio el mayor indicador es "y" pues tiene indicador de 140.

B) Determinada la variable de entrada, se debe seleccionar la variable de salida, es decir, en lugar de que variable (de holgura) entrará "y", y para seleccionar la variable de salida, se divide el valor "B" entre la variable de entrada, en este caso B entre "y", seleccionándose como variable de salida, el menor indicador no negativo.

Contr.	Mz de P	x	y	h_1	h_2	h_3	B	B/y	
	E =	120	140	0	0	0			
0	h_1	40	20	1	0	0	640	$^{640}/_{20} = 32$	
0	h_2	32	32	0	1	0	640	$^{640}/_{32} = 20$	
0	h_3	0	40	0	0	1	640	$^{640}/_{40} = 16$	var. de salida
	S	0	0	0	0	0	0		
	Δ=E-S	120	140	0	0	0			
			var. de entrada						

Se calculan los nuevos coeficientes de la siguiente manera:

El elemento que queda en la intersección de la variable de entrada y de la de salida debe ser convertido siempre en uno. Por lo tanto, se divide el renglón donde estaba la variable de salida entre el elemento que quedo en la intersección (40), este nuevo renglón recibirá el nombre de renglón pivote.

$$\frac{(0 \quad 40 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad 640)}{40} = 0 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad ^1/_{40} \quad 16$$

El resultado se coloca en el renglón que ahora ocupa "y".

Contr.	Mz de P	x	y	h_1	h_2	h_3	B
	E	120	140	0	0	0	
0	h_1						
0	h_2						
140	y	0	1	0	0	$^1/_{40}$	16
	S						
	Δ=E-S						

Ese renglón pivote debe ser multiplicado por cada uno de los elementos de la columna que van a ser convertidos en cero, y se efectúa la resta del renglón resultante y el renglón original. Colocándose como sustraendo al renglón que contenga el valor menor en "B".

En este ejemplo, el renglón pivote, se multiplica por 32 y por 20

(0	1	0	0	$^1/_{40}$	16)	32	*Renglón pivote por 32*
0	32	0	0	$^4/_5$	512		
32	32	0	1	0	640		*El 2º renglón original*
32	0	0	1	$-^4/_5$	128		*Nuevo 2º Renglón*
(0	1	0	0	$^1/_{40}$	16)	20	*Renglón pivote por 20*
0	20	0	0	$^1/_2$	320		
40	20	1	0	0	640		*El 1^er renglón original*
40	0	1	0	$-^1/_2$	320		*Nuevo 1^er Renglón*

El nuevo cuadro simplex es el siguiente:

	E	120	140	0	0	0	
Contr.	*Mz de P*	*x*	*y*	h_1	h_2	h_3	*B*
0	h_1	40	0	1	0	$-^1/_2$	320
0	h_2	32	0	0	1	$-^4/_5$	128
140	*y*	0	1	0	0	$^1/_{40}$	16
	S						
	Δ=*E-S*						

Se determina la solución y el indicador:

	E	120	140	0	0	0	
Contr.	*Mz de P*	*x*	*y*	h_1	h_2	h_3	*B*
0	h_1	40	0	1	0	$-^1/_2$	320
0	h_2	32	0	0	1	$-^4/_5$	128
140	*y*	0	1	0	0	$^1/_{40}$	16
	S	0	140	0	0	$^7/_2$	2240
	Δ=*E-S*	120	0	0	0	$-^7/_2$	

Como todavía no es la solución óptima pues todavía hay un positivo se repiten los pasos a partir del 7º

Determinamos la variable de Entrada y Salida.

	E	120	140	0	0	0		
Contr.	*Mz de P*	*x*	*y*	h_1	h_2	h_3	*B*	*B/x*
0	h_1	40	0	1	0	$-^1/_2$	320	$^{320}/_{40} = 8$
0	h_2	32	0	0	1	$-^4/_5$	128	$^{128}/_{32} = 4$
140	*y*	0	1	0	0	$^1/_{40}$	16	$^{16}/_0$ = NSP
	S	0	140	0	0	$^7/_2$	2240	
	Δ=*E-S*	120	0	0	0	$-^7/_2$		

En el nuevo cuadro simplex entra "x" y debe salir "h_2", efectuando cálculos, la siguiente tabla queda así:

	E	120	140	0	0	0	
Contr.	*Mz de P*	*x*	*y*	h_1	h_2	h_3	*B*
0	h_1	0	0	1	$-^5/_4$	$^1/_2$	160
120	*x*	1	0	0	$^1/_{32}$	$-^1/_{40}$	4
140	*y*	0	1	0	0	$^1/_{40}$	16
	S	120	140	0	$^{15}/_4$	$^1/_2$	2720
	Δ=*E-S*	0	0	0	$-^{15}/_4$	$-^1/_2$	

Como todos los indicadores son negativos o ceros, se ha llegado a la solución óptima. Esa solución me indica, fabríquense:

sillones $(x) = 4$
sofás $(y) = 16$

Con esta producción se obtiene una contribución máxima de: $2,720 diarios.

$$
\begin{aligned}
E &= 120x + 140y \\
E &= 120(4) + 140(16) \\
E &= 480 + 2240 \\
E &= 2.720
\end{aligned}
$$

Si se observa en este problema ha quedado un tiempo no utilizado en el departamento A de 160 minutos, información que puede considerarse como una ventaja del método simplex.

F. Caso Minimización.

En el caso Maximización, se trabajo exclusivamente con restricciones del tipo:

$$Ax + By \leq C$$

Sin embargo, existen otros dos tipos de restricciones, que afectan un problema, como son:

•cuando la restricción indica, $Ax + By \geq C$

•cuando la restricción indica, $Ax + By = C$

Los tres tipos de restricciones se presentan tanto en problemas de maximización como de minimización, por lo tanto, veremos como se deben modificar para el método simplex dichas restricciones.

Caso de una restricción del tipo mayor o igual que (≥).

Esta restricción indica que se necesitan mínimo un número de unidades de algún producto, esta restricción debe plantearse como $x \geq C$.

En esta restricción de $x \geq C$ se debe introducir una variable de holgura (h), que representa la cantidad en que se excede "x" de "C", es decir "$x - h = C$", ejemplo:

Si se necesitan mínimo 100 unidades del producto "x", la restricción quedaría así:

$$x \geq 100$$

Para convertirla en ecuación en principio,

$$x - h = 100$$

Por lo tanto, si x toma el valor de 120, h deberá tomar el valor de 20, que al substituir, en la ecuación nos queda:

$$
\begin{aligned}
x - h &= 100 \\
120 - 20 &= 100
\end{aligned}
$$

Si x toma el valor de 100 entonces h toma el valor de cero, y la ecuación queda:

$$
\begin{aligned}
x - h &= 100 \\
100 - 0 &= 100
\end{aligned}
$$

Como ya se indico en el caso Maximización, todas las variables que intervengan en un problema deben respetar el criterio de **NO NEGATIVIDAD**, es decir, las variables "x", "y", "h_1", "h_2", etc. Deben tomar como valor mínimo el cero, no pueden tomar valores menores a cero, es decir, no pueden ser negativos. Por lo tanto, cuando "x" tome un valor menor a 100, "h" solo puede tomar el valor de cero, y se debe introducir, una variable Artificial o temporal (A_n) que intervendrá mientras "x" logra llegar a su mínimo o rebasarlo.

Asimismo, en la función objetivo, debe asignarse un costo muy alto (M), que debe ser mayor al costo mas alto que tenga una de las variables. Si el caso fuera beneficio, debe asignarse un beneficio más alto que el beneficio que tenga una de las variables, anteponiéndole el signo negativo. (-M).

Caso de una restricción del tipo igual que (=).

Si un problema de Maximización o minimización, indica en su restricción, que la suma algebraica de las variables debe ser exactamente igual a una cantidad, es decir:

$$Ax + By = C$$

Ejemplo: $2x + 3y = 500$

Significa que los valores que tomen "x" y "y" multiplicados por su respectivo coeficiente deben ser exactamente igual a 500, no mayor o menor a este número.

Como en el método simplex, se inicia siempre asignándole valores de cero a "x", "y" o cualquier otra variable original, es necesario introducir temporalmente la variable artificial "A".

Quedando por lo tanto la ecuación de la siguiente manera:

$$2x + 3y + A_1 = 500$$

Es necesario indicar que se le llama variable artificial o temporal, por que nunca debe figurar en la solución final, si por alguna causa figurara en la solución final, significa que hay algún error en el proceso.

Considérese el siguiente problema:

Supóngase que se quiere preparar una dieta que contenga los siguientes ingredientes: se necesitan por lo menos 70 unidades de vitamina A, por lo menos 90 unidades de proteínas, y por lo menos 60 unidades carbohidratos.

Estos ingredientes están contenidos en el producto "x" que cuesta $30 y en el producto "y" que cuesta $40.

El producto "x" contiene 3 unidades de vitamina A, 2 unidades de proteína y una unidad de carbohidratos. El producto "y" contiene 2 unidades de vitamina A, 2 unidades de proteína, y 3 unidades de calcio.

Calcular que combinación de productos deben comprarse con el objeto de minimizar el costo de la dieta, satisfaciendo las restricciones del problema.

Este problema debe ser resuelto siguiendo los mismos pasos enunciados en el método simplex caso Maximización.

1er Paso. Consiste en ordenar la información en una tabla de doble entrada. Quedando así este problema:

Prod. / *ingr.*	*x*	*y*	*Requerimiento mínimo*
Vitamina A (V)	*3*	*2*	*70*
Proteína (P)	*2*	*2*	*90*
Carbohidrato (C)	*1*	*3*	*60*
Costo	*30*	*40*	

2º Paso. Se plantean las restricciones del problema:

La restricción de V es: $3x + 2y \geq 70$
La restricción de P es: $2x + 2y \geq 90$
La restricción de C es: $x + 3y \geq 60$

3er Paso. Se convierten las restricciones anteriores en igualdades, para el manejo de método simplex.

Tipo de Restricción	*Se Agrega a Restricción*
$\geq$	$-h+A$

Por lo tanto, vamos a agregar en cada restricción restando una variable de holgura y sumando una artificial, como se indica en el cuadro anterior.

Las desigualdades originales quedan modificadas de la siguiente manera:

$$\begin{array}{lllllllllllll} V) & 3x & + & 2y & - & h_1 & + & A_1 & & & & & = 70 \\ P) & 2x & + & 2y & & & & & - h_2 & + A_2 & & & = 90 \\ C) & x & + & 3y & & & & & & & - h_3 & + A_3 & = 60 \end{array}$$

4º Paso. Se establece la Función objetivo, que esta compuesta por los costos de las variables originales, las variables de holgura y variables artificiales. En este problema se conocen los costos de "x" y de "y", para determinar los costos de las variables de holgura y artificiales, nos basamos en la siguiente tabla:

Tipo de Restricción	*Se Agrega a Función Objetivo*
$\geq$	$0h + MA$ *min.*

Como el mayor costo es el de "y = $40" a "M" le vamos a asignar el valor de 100 que es mayor a 40; al asignarle el valor de 100 logramos el objetivo de que no debe figurar "A" en la solución final.

Y la función objetivo queda así:

Minimizar:

$$C = 30x + 40y + 0h_1 + 100A_1 + 0h_2 + 100A_2 + 0h_3 + 100A_3$$

5º Paso. Se ordenan los datos en una tabla Simplex. Los datos disponibles son:

Función Objetivo Minimizar:

$$C = 30x + 40y + 0h_1 + 100A_1 + 0h_2 + 100A_2 + 0h_3 + 100A_3$$

Y las restricciones del problema

$$\begin{array}{llllllllllll} V) & 3x & + & 2y & - & h_1 & + & A_1 & & & & = 70 \\ P) & 2x & + & 2y & & & & - & h_2 & + & A_2 & = 90 \\ C) & x & + & 3y & & & & & - & h_3 & + & A_3 = 60 \end{array}$$

Que se ordenan en tres matrices:

		C =	30	40	0	100	0	100	0	100	
Costo	*Mz de P*		*x*	*y*	h_1	A_1	h_2	A_2	h_3	A_3	*B*
100	A_1		3	2	-1	1	0	0	0	0	70
100	A_2		2	2	0	0	-1	1	0	0	90
100	A_3		1	3	0	0	0	0	-1	1	60

6º Paso. Se encuentra una solución factible y se evalúa si es óptima o no.

A) Para determinar la solución se evalúa multiplicando el costo de cada renglón por los respectivos coeficientes de cada variable y se suman estos productos.

B) Se obtienen los indicadores aplicando la siguiente formula: E-S

Solución de "x"

		C =	30	
Costo	*Mz de P*		*x*	*(Costo)(Coeficiente "x")*
100	A_1		3	(100) (3) = 300
100	A_2		2	(100) (2) = 200
100	h_3		1	(100) (1) = 100
	S=		600	

Indicador de "x" = E - S

Costo de X	30
Solución de X	600
Indicador de X	-570

De la misma forma se realiza para las demás columnas:

		C =	30	40	0	100	0	100	0	100	
Costo	Mz de P		x	y	h_1	A_1	h_2	A_2	h_3	A_3	B
100	A_1		3	2	-1	1	0	0	0	0	70
100	A_2		2	2	0	0	-1	1	0	0	90
100	A_3		1	3	0	0	0	0	-1	1	60
	S		600	700	-100	100	-100	100	-100	100	22000
	Δ=E-S		-570	-660	100	0	100	0	100	0	

Como se observa, hay indicadores negativos, por lo tanto no se ha llegado a la solución óptima.

7º Paso. En caso de no ser óptima se determinará la variable de entrada y la de salida para la próxima solución.

A) Debe seleccionarse el menor indicador, por ser minimización, en este ejercicio el menor indicador es "y" pues tiene indicador de -660.

B) Determinada la variable de entrada, se debe seleccionar la variable de salida, es decir, en lugar de que variable (de holgura) entrará "y", y para seleccionar la variable de salida, se divide el valor "B" entre la variable de entrada, en este caso B entre "y", seleccionándose como variable de salida, el menor indicador no negativo.

		C =	30	40	0	100	0	100	0	100		
Costo	Mz de P		x	y	h_1	A_1	h_2	A_2	h_3	A_3	B	$^B/_y$
100	A_1		3	2	-1	1	0	0	0	0	70	$^{70}/_2 = 35$
100	A_2		2	2	0	0	-1	1	0	0	90	$^{90}/_2 = 45$
100	A_3		1	3	0	0	0	0	-1	1	60	$^{60}/_3 = 20$
	S		600	700	-100	100	-100	100	-100	100	22000	
	Δ=E-S		-570	-660	100	0	100	0	100	0		

Se calculan los nuevos coeficientes de la siguiente manera:

El elemento que queda en la intersección de la variable de entrada y de la de salida debe ser convertido en uno. Por lo tanto, se divide el tercer renglón entre 3

$$\frac{(1\quad 3\quad 0\quad 0\quad 0\quad 0\quad -1\quad 1\quad 60)}{3} = \ ^1/_3\quad 1\quad 0\quad 0\quad 0\quad 0\quad -^1/_3\quad ^1/_3\quad 20$$

El resultado se coloca en el renglón que ahora ocupa "y".

		C =	30	40	0	100	0	100	0	100	
Costo	Mz de P		x	y	h_1	A_1	h_2	A_2	h_3	A_3	B
100	A_1										
100	A_2										
40	y		$^1/_3$	1	0	0	0	0	$-^1/_3$	$^1/_3$	20
	S										
	Δ=E-S										

Ese renglón pivote debe ser multiplicado por cada uno de los elementos de la columna que van a ser convertidos en cero, y se efectúa la resta del renglón resultante y el renglón original. Colocándose como sustraendo al renglón que contenga el valor menor en "B".

En este ejemplo, el renglón pivote, se multiplica por 2

($^1/_3$	1	0	0	0	0	$-^1/_3$	$^1/_3$	20)	*2 Renglón pivote por 2*
$^2/_3$	2	0	0	0	0	$-^2/_3$	$^2/_3$	40	
2	2	0	0	-1	1	0	0	90	*El 2° renglón original*
$^4/_3$	0	0	0	-1	1	$^2/_3$	$-^2/_3$	50	*Nuevo 2° Renglón*
($^1/_3$	1	0	0	0	0	$-^1/_3$	$^1/_3$	20)	*2 Renglón pivote por 2*
$^2/_3$	2	0	0	0	0	$-^2/_3$	$^2/_3$	40	
3	2	-1	1	0	0	0	0	70	*El 1er renglón original*
$^7/_3$	0	-1	1	0	0	$^2/_3$	$-^2/_3$	30	*Nuevo 1er Renglón*

El nuevo cuadro simplex es el siguiente:

		C =	30	40	0	100	0	100	0	100	
Costo	*Mz de P*		*x*	*y*	h_1	A_1	h_2	A_2	h_3	A_3	*B*
100	A_1		$^7/_3$	0	-1	1	0	0	$^2/_3$	$-^2/_3$	30
100	A_2		$^4/_3$	0	0	0	-1	1	$^2/_3$	$-^2/_3$	50
40	y		$^1/_3$	1	0	0	0	0	$-^1/_3$	$^1/_3$	20
	S										
	Δ=E-S										

Se determina la solución y el indicador:

		C =	30	40	0	100	0	100	0	100	
Costo	*Mz de P*		*x*	*y*	h_1	A_1	h_2	A_2	h_3	A_3	*B*
100	A_1		$^7/_3$	0	-1	1	0	0	$^2/_3$	$-^2/_3$	30
100	A_2		$^4/_3$	0	0	0	-1	1	$^2/_3$	$-^2/_3$	50
40	y		$^1/_3$	1	0	0	0	0	$-^1/_3$	$^1/_3$	20
	S		380	40	-100	100	-100	100	120	-120	8800
	Δ=E-S		-350	0	100	0	100	0	-120	220	

Como todavía no es la solución óptima pues todavía hay un número negativo se repiten los pasos a partir del 7º, quedando los cuadros de la siguiente manera:

2º Cuadro:

		C =	30	40	0	100	0	100	0	100		
Costo	*Mz de P*		*x*	*y*	h_1	A_1	h_2	A_2	h_3	A_3	*B*	*B/x*
100	A_1		$^7/_3$	0	-1	1	0	0	$^2/_3$	$-^2/_3$	30	$^{90}/_7$=12.8
100	A_2		$^4/_3$	0	0	0	-1	1	$^2/_3$	$-^2/_3$	50	$^{150}/_4$=37.5
40	y		$^1/_3$	1	0	0	0	0	$-^1/_3$	$^1/_3$	20	60
	S		380	40	-100	100	-100	100	120	-120	8800	
	Δ=E-S		-350	0	100	0	100	0	-120	220		

3er Cuadro:

	C =	30	40	0	100	0	100	0	100		
Costo	*Mz de P*	x	y	h_1	A_1	h_2	A_2	h_3	A_3	B	$^{B}/_{h1}$
30	x	1	0	$-^{3}/_{7}$	$^{3}/_{7}$	0	0	$^{2}/_{7}$	$-^{2}/_{7}$	$^{90}/_{7}$	-30
100	A_2	0	0	$^{4}/_{7}$	$-^{4}/_{7}$	-1	1	$^{2}/_{7}$	$-^{2}/_{7}$	$^{230}/_{7}$	57.5
40	y	0	1	$^{1}/_{7}$	$-^{1}/_{7}$	0	0	$-^{3}/_{7}$	$^{3}/_{7}$	$^{110}/_{7}$	110
	S	30	40	50	-50	-100	100	20	-20	4300	
	$\Delta=E-S$	0	0	-50	150	100	0	-20	120		

4º Cuadro:

	C =	30	40	0	100	0	100	0	100	
Costo	*Mz de P*	x	y	h_1	A_1	h_2	A_2	h_3	A_3	B
30	x	1	0	0	0	$-^{3}/_{4}$	$^{3}/_{4}$	$^{1}/_{2}$	$-^{1}/_{2}$	$^{75}/_{2}$
0	h_1	0	0	1	-1	$-^{7}/_{4}$	$^{7}/_{4}$	$^{1}/_{2}$	$-^{1}/_{2}$	$^{115}/_{2}$
40	y	0	1	0	0	$^{1}/_{4}$	$-^{1}/_{4}$	$-^{1}/_{2}$	$^{1}/_{2}$	$^{15}/_{2}$
	S	30	40	0	0	$-^{25}/_{2}$	$^{25}/_{2}$	-5	5	1425
	$\Delta=E-S$	0	0	0	0	$^{25}/_{2}$	$^{175}/_{2}$	5	95	

Como todos los indicadores son positivos o ceros, se ha llegado a la solución óptima. Esa solución me indica, cómprese:

$$(x) = 37.5$$
$$(y) = 7.5$$

El costo total mínimo de este problema es:

$$C = 30x + 40y$$
$$C = 30(37.5) + 40(7.5)$$
$$C = 1,125 + 300$$
$$C = 1,425$$

Debe entenderse que toda variable que no figuro en la solución final, tomo el valor de cero. Los resultados adicionales son:

$$(h_1) = 57.5$$
$$(A_1) = 0$$
$$(h_2) = 0$$
$$(A_2) = 0$$
$$(h_3) = 0$$
$$(A_3) = 0$$

Como considero que una de las partes del método simplex que requieren mayor explicación son los pasos 3 y 4, a continuación, repetimos el cuadro que contiene los tipos de restricciones:

	3ᵉʳ Paso	*4º Paso*	
Tipo de Restricción	*Se Agrega a Restricción*	*Se Agrega a Función Objetivo*	
≤	*+h*	*+0h*	*min.*
		+0h	*max*
≥	*- h + A*	*+0h+MA*	*min.*
		+0h-MA	*max*
=	*+ A*	*+MA*	*min.*
		-MA	*max*

En el paso tres dependiendo del tipo de restricción debo agregar o una variable de holgura, o una variable de holgura y una variable artificial, o una variable artificial.

Y en el paso 4 debo agregar a la función objetivo dependiendo si es Maximización o minimización dependiendo del cuadro.

3. Estadística.

La palabra "estadística" ha sido frecuentemente referida a la información cuantitativa o numérica. También ha sido referida ampliamente a los métodos que tratan con la información. Así escuchamos hablar de las estadísticas de un partido de fútbol, cuando se refieren a tiros a gol, amonestados, tiros de esquina, etc.; con un médico "traiga las estadísticas del paciente". Todos estos son simples datos.

De igual manera, cuando en una empresa u organización, se maneja cierto tipo de información numérica, se refieren a ella como estadística, siendo sólo una parte; de la misma forma se hace referencia en periódicos, revistas, en los noticieros de televisión y radio; o bien se dice que se hace estadística cuando se realiza una investigación cuantitativa, de gustos, de mercado, etc., es por esto necesario aclarar y llamar a la información **DATOS** que cuando se comparan se vuelven **DATOS ESTADÍSTICOS**.

Por lo tanto definimos **ESTADÍSTICA COMO LA RAMA DE LAS MATEMÁTICAS QUE SE ENCARGA DE:**

- **RECOPILAR DATOS (INFORMACIÓN),**
- **ORGANIZARLOS U ORDENARLOS,**
- **PRESENTARLOS,**
- **PROCESARLOS,**

CON EL OBJETO DE:

- **ANALIZARLOS,**
- **INTERPRETARLOS, Y**
- **EXTRAER CONCLUSIONES SOBRE UNA POBLACIÓN O MUESTRA.**

A diario escuchamos el promedio de sueldos es: "x", el promedio de aumento de precios es "x", en promedio la inflación aumentó o bajo "x", asimismo, cuando algunas personas escuchan la palabra "ESTADÍSTICA", se imaginan cosas como: índices de accidentes, tasas de mortandad, yardas ganadas por carrera (en fútbol americano), promedio de encestes por partido (en basquetbol), etc. En estos casos detallados, las personas están utilizando números para describir hechos, estos los trata la **ESTADÍSTICA DESCRIPTIVA**, la cual consiste en organizar, presentar y procesar, esa información. El objeto es hacer que las cosas se comprendan más fácilmente, que sea más sencillo referirse a ellas y analizarlas, y mantenerse informado acerca de las mismas.

La otra rama es la **ESTADÍSTICA INFERENCIAL**, consiste en analizar la información anterior, interpretarla, así como hacer estimaciones e hipótesis sobre esos datos. Por tanto, la idea básica en el muestreo es medir una porción pequeña, pero **TÍPICA O REPRESENTATIVA**, de alguna población, y posteriormente utilizar dicha información para **INFERIR** (establecer juicios inteligentemente, conjeturas) características que se estiman tiene la población. Ejemplos de estas situaciones, es meter la punta del pie en la piscina para calcular la temperatura, un director de cine someter a pruebas a actores para decidir papeles, hacer pruebas de laboratorio antes de producir algún artículo o para evaluar su calidad, el fabricante de algún producto ofrece una parte (muestra) a sus posibles consumidores para evaluar y posiblemente comprar dicho producto.

Como la "**ESTADÍSTICA**" es demasiado amplia de tal manera que esta materia se enseña en dos semestres haciendo falta probablemente uno o más semestres, me remitiré a plantear en este trabajo algunas medidas de tendencia central o de dispersión, así como aplicaciones de utilidad para el administrador.

El más usual de todas las medidas de tendencia central o de dispersión, es el llamado, promedio aritmético, media aritmética, promedio o simplemente media. Esta medida es tan importante que profesionistas de diversa área la conocen.

El promedio aritmético se calcula con pocos datos en una tabla que llamamos: **TABLA SIMPLE** ejemplo: a continuación presentamos los sueldos diarios que devengan seis trabajadores de una empresa:

Trabajadores	*Sueldos* x
A	*60*
B	*65*
C	*70*
D	*70*
E	*85*
F	*100*

¿Cuál es el sueldo promedio que ganan esos trabajadores?

Por lo tanto, la variable que me interesa investigar es el sueldo, que representaremos por la letra "x".

Para determinar un promedio aritmético ($\bar{x}$) se suman los datos y se divide entre el número de ellos es decir:

$$\bar{x} = \frac{\Sigma x}{n}$$

El símbolo Σx significa sumar la columna "x", por lo tanto,

$$\bar{x} = \frac{\Sigma x}{n}$$

$$\bar{x} = \frac{450}{6}$$

$$\bar{x} = 75$$

Este 75, es el valor representativo de los sueldos promedio de los trabajadores.

Cuando los datos que deseo promediar se repiten varias veces se debe utilizar dos columnas para poder determinar el promedio. La primera columna me indica los valores que toma el fenómeno a estudiar (x), y la segunda columna indica el número de veces que se repite ese valor (f), a esta ordenación le llamamos **TABLA DE FRECUENCIAS**.

Ejemplo los sueldos diarios de 100 trabajadores de una empresa se proporcionan a continuación:

x	*f*
40	15
45	19
50	16
55	17
60	18
65	15

¿Cuál es el sueldo promedio de estos trabajadores?

Como el sueldo de $40 se repite 15 veces, no sería práctico resolver 40+40+40+...+40, en lugar de realizar esa suma, se realiza la multiplicación de 40 por 15, luego 45 por 19, así sucesivamente, creando una nueva columna que queda así:

x	*f*	*xf*
40	15	600
45	19	855
50	16	800
55	17	935
60	18	1080
65	15	975

Y para determinar su promedio aritmético se suma la tercera columna y se divide entre el número total de datos, es decir:

$$\bar{x} = \frac{\Sigma xf}{\Sigma f}$$

$$\bar{x} = \frac{5245}{100}$$

$$\bar{x} = 52.45$$

El sueldo de los cien trabajadores es $52.45

Cuando los datos, son muchos y se repiten poco o no se repiten es impráctico manejarlo en una tabla extensa, por lo tanto se reagrupan los datos en una tabla que llamamos de "**DISTRIBUCIÓN DE FRECUENCIAS**", para formular esta tabla se procede de la siguiente manera:

1er Paso. Al valor mayor se le resta el valor menor, que en Estadística se le denomina Rango.

2º Paso. Se divide el rango entre el número de grupos o clases que deseo procesar (intervalo).

Nota: este número de grupos o clases debe estar comprendido entre cinco y veinte.

3er Paso. Determino la frecuencia que le corresponde a cada grupo, contando el número que hay en ese grupo.

Ejemplo:

Seleccionamos un grupo de 100 estudiantes para aplicar una prueba por puntos. Los puntos perdidos de cada estudiante se presentan a continuación:

0.00	0.60	0.85	0.96	0.94	1.36	1.48	1.80	1.97	2.05
2.34	2.67	2.86	2.94	2.95	3.00	3.07	3.15	3.40	3.65
3.71	3.84	4.05	4.19	4.37	4.54	4.82	5.25	5.67	5.87
5.97	6.05	6.20	6.37	6.95	7.00	7.45	7.56	7.62	7.69
7.95	8.01	8.03	8.26	8.48	8.57	8.87	8.90	8.93	9.00
9.04	9.26	9.37	9.45	9.56	9.68	9.75	9.87	10.48	10.64
10.74	10.87	10.93	11.34	11.43	11.34	11.42	11.75	12.02	12.07
12.19	12.37	12.76	12.92	13.17	13.45	13.74	13.81	13.93	13.97
14.00	14.13	14.37	14.69	17.71	14.87	15.13	15.34	15.66	15.75
15.80	16.23	16.34	16.75	17.00	17.35	17.44	17.53	17.55	18.00

Si observamos estos datos se esta en el caso de que los datos se repiten poco o no se repiten.

1er Paso. Determinamos el rango, por lo tanto, nuestro dato más grande es 18.00, y el más pequeño es 0.00..

$$\begin{aligned} Rango &= x_n - x_1 \\ Rango &= 18 - 0 \\ Rango &= 18 \end{aligned}$$

2º Paso. Dividimos el rango entre el número de clases que deseamos, digamos seis, 18/6=3,

$$\begin{aligned} intervalo &= \frac{Rango}{\#\ de\ clases} \\ intervalo &= \frac{18}{6} \\ Intervalo &= 3 \end{aligned}$$

Ahora, determinemos nuestras clases, empezando del dato más pequeño (cero), y aumentamos el intervalo de clase y así sucesivamente:

x
de 0 a 3
+ de 3 a 6
+ de 6 a 9
+ de 9 a 12
+ de 12 a 15
+ de 15 a 18

3er Paso: Contamos el número de datos que hay entre cero y tres, resultan

Tenemos un total de 15 datos, esta será la frecuencia que tendrá la primera clase.

x	f
de 0 a 3	15

Contando para la segunda clase, y siguientes, resulta:

x	f
de 0 a 3	15
+ de 3 a 6	16
+ de 6 a 9	18
+ de 9 a 12	19
+ de 12 a 15	18
+ de 15 a 18	14
Totales (Σ)	100

Para calcular el promedio aritmético, de estos datos, determinamos primero el punto medio de cada grupo o clase: en el primer grupo $^{(0+3)}/_2 = 1.5$; para el segundo $^{(3+6)}/_2 = 4.5$, y así sucesivamente:

x	f	pm
de 0 a 3	15	1.5
+ de 3 a 6	16	4.5
+ de 6 a 9	18	7.5
+ de 9 a 12	19	10.5
+ de 12 a 15	18	13.5
+ de 15 a 18	14	16.5
Totales (Σ)	100	---

A continuación se multiplica el punto medio por frecuencia, porque ese punto medio tiene "f" datos, una vez realizados esos productos tenemos:

x	f	pm	pm·f
+ de 0 a 3	15	1.5	22.5
+ de 3 a 6	16	4.5	72.0
+ de 6 a 9	18	7.5	135.0
+ de 9 a 12	19	10.5	199.5
+ de 12 a 15	18	13.5	243.0
+ de 15 a 18	14	16.5	231.0
Totales (Σ)	100	---	903.0

Se promedia la cuarta columna, en la forma conocida se suman y se dividen entre el número de ellos, es decir, promedio aritmético es igual a:

$$\bar{x} = \frac{\Sigma pm \cdot f}{\Sigma f}$$

$$\bar{x} = \frac{903}{100}$$

$$\bar{x} = 9.03$$

El promedio de puntos perdidos es de 9.03.

Cualquiera de los tres promedios anteriores calculados, siempre debe ir acompañado de su respectiva desviación standard.

Conociéndose como desviación standard, a la raíz de la varianza o variancia.

La razón de tener que calcular primero varianza será analizada a continuación, regresemos al promedio aritmético de la tabla simple:

Trabajadores	*Sueldos* x
A	*60*
B	*65*
C	*70*
D	*70*
E	*85*
F	*100*

$\bar{x} = 75$

El promedio aritmético de esta tabla fue de 75; si observamos los sueldos, unos están arriba de ese promedio y otros abajo de ese promedio, entonces se necesita calcular:

1º. Cuál es la diferencia entre cada dato y el promedio aritmético (diferencia conocida como **DESVIACIÓN** = δ).

Trabajadores	*Sueldos* x	δ $= x - \bar{x}$
A	*60*	*60-75= -15*
B	*65*	*65-75= -10*
C	*70*	*70-75= -5*
D	*70*	*70-75= -5*
E	*85*	*85-75= 10*
F	*100*	*100-75= 25*
Totales (Σ)	*450*	*0*

2º. Determinar promedio de esas desviaciones: Si el promedio de las desviaciones es igual a la suma de esos datos divididos entre ellos, observamos que el promedio es cero (el promedio de cualquier desviación siempre será cero), por lo tanto, elevamos las desviaciones al cuadrado, y determinamos el promedio de estas desviaciones al cuadrado, concepto conocido como **VARIANZA** (s^2 para la muestra, σ^2 para la población).

Trabajadores	*Sueldos* x	δ $= x - \bar{x}$	δ^2
A	*60*	*-15*	*225*
B	*65*	*-10*	*100*
C	*70*	*-5*	*25*
D	*70*	*-5*	*25*
E	*85*	*10*	*100*
F	*100*	*25*	*625*
Totales (Σ)	*450*	*0*	*1100*

$$s^2 = \frac{\Sigma\delta^2}{n}$$

$$s^2 = \frac{1100}{6}$$

$$s^2 = 183.3333$$

Ahora, si podemos determinar la desviación standard, que es una desviación promedio de los datos originales, y debe ser medido en las mismas unidades que el promedio aritmético:

$$s = \sqrt{s^2}$$

$$s = \sqrt{183.3333}$$

$$s = 13.5401$$

A continuación vamos a calcular la desviación standard de la tabla de frecuencias, utilizando el mismo ejemplo que se uso para el promedio aritmético.

x	f	xf
40	15	600
45	19	855
50	16	800
55	17	935
60	18	1080
65	15	975

$\bar{x} = 52.45$

Con procedimiento análogo, primero determinamos las desviaciones de cada x con respecto al promedio y las elevamos al cuadrado.

x	f	xf	$\delta = x-\bar{x}$	δ^2
40	15	600	40-52.45= -12.45	155.0025
45	19	855	45-52.45= -7.45	55.5025
50	16	800	50-52.45= -2.45	6.0025
55	17	935	55-52.45= 2.55	6.5025
60	18	1080	60-52.45= 7.55	57.0025
65	15	975	65-52.45= 12.55	157.5025

Como cada desviación se ve afectado por el número de veces que se repite esa desviación, es necesario multiplicar la desviaciones al cuadrado (δ^2), por su frecuencia respectiva.

x	f	xf	$\delta = x-\bar{x}$	δ^2	$\delta^2 f$
40	15	600	-12.45	155.0025	2325.0375
45	19	855	-7.45	55.5025	1054.5475
50	16	800	-2.45	6.0025	96.0400
55	17	935	2.55	6.5025	110.5425
60	18	1080	7.55	57.0025	1026.045
65	15	975	12.55	157.5025	2362.5375
	100				6974.7500

Ahora, calculamos el promedio de esas desviaciones al cuadrado, es decir, la varianza:

$$s^2 = \frac{\Sigma\delta^2 f}{\Sigma f}$$

$$s^2 = \frac{6974.75}{100}$$

$$s^2 = 69.7475$$

Una vez determinada la varianza, estamos en posición de determinar la desviación standard:

$$s = \sqrt{s^2}$$

$$s = \sqrt{69.7475}$$

$$s = 8.3515$$

A continuación calculemos la desviación standard para el ejemplo de la tabla de distribución de frecuencias, teníamos:

x	f	pm	$pm{\cdot}f$
+ de 0 a 3	15	1.5	22.5
+ de 3 a 6	16	4.5	72.0
+ de 6 a 9	18	7.5	135.0
+ de 9 a 12	19	10.5	199.5
+ de 12 a 15	18	13.5	243.0
+ de 15 a 18	14	16.5	231.0
Totales (Σ)	100	---	903.0

$\bar{x} = 9.03$

Para este caso, determinamos la desviación con respecto al punto medio (pm):

x	f	pm	$pm{\cdot}f$	$\delta = pm - \bar{x}$
de 0 a 3	15	1.5	22.5	1.5-9.03= -7.53
+ de 3 a 6	16	4.5	72.0	4.5-9.03= -4.53
+ de 6 a 9	18	7.5	135.0	7.5-9.03= -1.53
+ de 9 a 12	19	10.5	199.5	10.5-9.03= 1.47
+ de 12 a 15	18	13.5	243.0	13.5-9.03= 4.47
+ de 15 a 18	14	16.5	231.0	16.5-9.03= 7.47
Totales (Σ)	100	---	903.0	---

Esta desviación, la elevamos al cuadrado, y multiplicamos esas desviaciones al cuadrado por su frecuencia:

x	f	pm	$pm{\cdot}f$	$\delta = pm - \bar{x}$	δ^2	$\delta^2 f$
de 0 a 3	15	1.5	22.5	-7.53	56.0009	850.5135
+ de 3 a 6	16	4.5	72.0	-4.53	20.5209	328.3344
+ de 6 a 9	18	7.5	135.0	-1.53	2.3409	42.1362
+ de 9 a 12	19	10.5	199.5	1.47	2.1609	41.0571
+ de 12 a 15	18	13.5	243.0	4.47	19.9809	359.6562
+ de 15 a 18	14	16.5	231.0	7.47	55.8009	781.2126
Totales (Σ)	100	---	903.0	---	---	2402.9100

Ahora, determinamos la Varianza:

$$s^2 = \frac{\Sigma\delta^2 f}{\Sigma f}$$

$$s^2 = \frac{2402.91}{100}$$

$$s^2 = 24.0291$$

Obtenemos la raíz para determinar la desviación standard:

$$s = \sqrt{s^2}$$

$$s = \sqrt{24.0291}$$

$$s = 4.9019$$

Otra medida de dispersión útil, es el llamado coeficiente de variación, que se mide normalmente en términos porcentuales, en los tres tipos de tabla vistos, el coeficiente de variación (C.V.) es igual a la relación existente entre la desviación standard y el promedio aritmético.

$$CV = \frac{s}{\bar{x}}$$

Cuándo se expresa en términos porcentuales, debe multiplicarse por 100 y el resultado debe llevar el signo de porcentaje (%).

Para la tabla de distribución de frecuencia el Coeficiente de Variación es:

$$CV = \frac{(s)}{\bar{x}}$$

$$CV = \frac{4.9019}{9.03}$$

$$CV = 0.5428$$

$$CV = (0.5428)100$$

$$CV = 54.28\%$$

Supongamos que una persona desea invertir en algún valor y los rendimientos ofrecidos son similares, pero las desviaciones standard son distintas, en este caso el inversionista puede determinar el coeficiente de variación, y deberá seleccionar aquella inversión que tenga menor coeficiente de variación.

4. Análisis de Regresión Lineal.

El Análisis de Regresión Lineal es una técnica utilizada para proyectar y analizar la relación entre dos variables: una **INDEPENDIENTE** y otra **DEPENDIENTE**, cuando una de las variables es el tiempo, se utiliza un caso especial de la regresión lineal llamado **TENDENCIA**.

Por ser la tendencia uno de los elementos de la **SERIE DE TIEMPO** que interesan en administración, se tratará este caso.

La regresión lineal busca formular una ecuación, que permita proyectar la variable de interés (producción, ventas, ingresos, gastos, etc.), así como determinar el error standard de estimación.

La regresión lineal puede realizarse por medio de el método de **mínimos cuadrados**, parte de la ecuación de una recta que toma la forma:

$$y = ax + b$$

Como interesa encontrar el valor de "a" y el valor de "b" es necesario utilizar dos ecuaciones para localizar sus valores, esas ecuaciones se denominan ecuaciones normales del método de mínimos cuadrados y son:

$$\Sigma y = a\Sigma x + nb$$
$$\Sigma xy = a\Sigma x^2 + b\Sigma x$$

Sea el siguiente ejemplo:

Años	*Ventas (millones)*
93	20
94	28
95	28
96	40
97	54

Encontrar la ecuación predictiva que me permita proyectar ventas.

Proyectar las ventas al año de '98

Determinar el error standard de estimación o de regresión.

Designamos a los años como la variable "x" y a las ventas como la variable "y"

Años x	*Ventas (millones)* y
93	20
94	28
95	28
96	40
97	54

Conocidos estos datos de las ecuaciones normales de mínimos cuadrados despejamos el valor de "a" y el valor de "b":

$$\Sigma y = a\Sigma x + nb$$
$$\Sigma xy = a\Sigma x^2 + b\Sigma x$$

Para despejar los valores de "a" y "b", utilizaremos la **REGLA DE CRAMER** (determinantes), sabemos que "a" es igual al determinante de "a" entre el determinante general, es decir:

$$a = \frac{|a|}{|\Delta|}$$

Como se requiere conocer el determinante de "a" (|a|) y el determinante general (|Δ|), procedemos a su cálculo:

$$\begin{array}{cc} b & a \end{array}$$
$$|\Delta| = \begin{vmatrix} n & \Sigma x \\ \Sigma x & \Sigma x^2 \end{vmatrix} = n\Sigma x^2 - (\Sigma x)^2$$

$$|\alpha| = \begin{vmatrix} n & \Sigma y \\ \Sigma x & \Sigma xy \end{vmatrix} = n\Sigma xy - \Sigma x\Sigma y$$

Por lo tanto:

$$a = \frac{|a|}{|\Delta|}$$
$$a = \frac{n\Sigma xy - \Sigma x\Sigma y}{n\Sigma x^2 - (\Sigma x)^2}$$

De la primera ecuación normal, despejamos "b":

$$\Sigma y = a\Sigma x + nb$$
$$\Sigma y - a\Sigma x = nb$$
$$\frac{\Sigma y - a\Sigma x}{n} = b$$

Esta ecuación puede tomar la siguiente forma:

$$b = \frac{\Sigma y}{n} - \frac{a\Sigma x}{n}$$
$$b = \bar{y} - a\bar{x}$$

"n es igual al número de años que intervienen en la serie", en este ejemplo n = 5

"Σxy" me indica que debo realizar el producto (x)(y) en cada renglón, y sumar esos productos, "Σx^2" me indica que debo realizar el producto (x)(x) en cada renglón, y sumar esos productos, y sumar esos productos.

Realizando las operaciones necesarias en la tabla original ésta queda así:

Años x	*Ventas (millones)* y	xy	x^2
93	20	1860	8649
94	28	2632	8836
95	28	2660	9025
96	40	3840	9216
97	54	5238	9409
$\Sigma x = 475$	$\Sigma y = 170$	$\Sigma xy = 16230$	$\Sigma x^2 = 45135$

Substituyendo los valores solicitados en la ecuación de "a", nos queda:

$$a = \frac{n\Sigma xy - \Sigma x \Sigma y}{n\Sigma x^2 - (\Sigma x)^2}$$

$$a = \frac{5(16230) - (475)(170)}{5(45135) - (475)^2}$$

$$a = \frac{81150 - 80750}{225675 - 225625}$$

$$a = \frac{400}{50}$$

$$a = 8$$

Substituyendo los valores solicitados en la ecuación de "b", nos queda:

$$b = \frac{\Sigma y}{n} - \frac{a\Sigma x}{n}$$

$$b = \frac{170}{5} - \frac{(8)475}{5}$$

$$b = 34 - 760$$

$$b = -726$$

Por lo tanto, la ecuación predictiva será:

$$y_c = 8x - 726$$

La ventas proyectadas para el año de '98, serán:

$$x = 98$$

$$y_c = 8(98) - 726$$

$$y_c = 784 - 726$$

$$y_c = 58$$

Como se habia mencionado anteriormente, junto con el promedio aritmético debe calcularse su desviación standard, en este tipo de problemas el promedio aritmético es el valor estimado de "y" y la desviación standard en el análisis de regresión se le denomina error standard de estimación o de regresión (S_{yx}).

La mayor parte de autores de Estadística utilizan la siguiente fórmula para el calculo de "S_{yx}":

$$S_{yx} = \sqrt{\frac{\Sigma(y - y_c)^2}{n - k}}$$

Para aplicar esta fórmula requerimos tres columnas:

Primera columna: Estimar los valores "y_c" para cada año.

Segunda columna: Realizar la diferencia de "$y-y_c$", para cada año.

Tercera columna: Elevar esas diferencias al cuadrado para cada año.

En lugar de eso, y porque se ha probado en los distintos ejemplos resueltos con grupos piloto, aplicaremos la formula de:

$$S_{yx} = \sqrt{\frac{\Sigma y^2 - b\Sigma y - a\Sigma xy}{n - k}}$$

Esta fórmula en principio parece más complicada, esta complicación puede resumirse en elaborar una sola columna de "y^2"

Años x	*Ventas (millones)* y	xy	x^2	y^2
93	20	1860	8649	400
94	28	2632	8836	784
95	28	2660	9025	784
96	40	3840	9216	1600
97	54	5238	9409	2916
$\Sigma x = 475$	$\Sigma y = 170$	$\Sigma xy = 16230$	$\Sigma x^2 = 45135$	$\Sigma y^2 = 6484$

Por lo tanto, aplicando dicha fórmula para el cálculo de error standard de estimación nos queda:

$$S_{yx} = \sqrt{\frac{\Sigma y^2 - b\Sigma y - a\Sigma xy}{n - k}}$$

$$S_{yx} = \sqrt{\frac{6484 - (-726)(170) - (8)(16230)}{5 - 2}}$$

$$S_{yx} = \sqrt{\frac{6484 - (-123420) - (129840)}{3}}$$

$$S_{yx} = \sqrt{\frac{6484 + 123420 - 129840}{3}}$$

$$S_{yx} = \sqrt{\frac{129904 - 129840}{3}}$$

$$S_{yx} = \sqrt{\frac{64}{3}}$$

$$S_{yx} = \sqrt{21.333}$$

$$S_{yx} = 4.6188$$

Capítulo VI. Aplicaciones a Distintas Áreas Administrativas.

Si partimos de la base de que el Lic. En Administración tiene como objetivo el maximizar los beneficios para la empresa, es obvio que tendrá que hacer uso de herramientas que le ayuden a llegar a ese objetivo, así puede utilizar la Programación Lineal, Matemáticas Financieras, Estadística, entre otras.

Así encontramos que necesitamos conocimientos de Muestreo para una Investigación de Mercado; Modelos de Transporte y Asignación para Operaciones; Análisis de Regresión y Correlación para Presupuestos y Finanzas; Redes, específicamente P.E.R.T.[14] y C.P.M.[15] para planear y programar actividades; Distribución Binomial y Normal con muchas aplicaciones entre ellas control de calidad; en fin son muchos los usos que podemos dar a los métodos cuantitativos, implicando la mayoría de los casos Toma de Decisiones.

A continuación se anotan algunas de las posibles Aplicaciones a la Toma de Decisiones en Administración de los Métodos Cuantitativos tratados en este trabajo.

1. Producción.

A. Método Simplex.

- Es útil para encontrar una mejor combinación de productos, aumentando utilidades o disminuyendo costos.
- El administrador conocerá por este método su producción óptima, detectará tiempos muertos, dónde y porqué se le forman cuellos de botella, etc.

B. Modelo de Asignación.

- Sirve para poder asignar en forma racional recursos disponibles a personal disponible.
- Proporcionar una mejor utilización de las máquinas, trabajadores, grupos de trabajo, etc.

[14] Program Evaluation and Review Technique: Técnica de revisión y Evaluación de Programas
[15] Critical Path Method: Método del Camino Crítico

C. Estadística.

- Sirve para establecer tiempos promedios y desviaciones que existen en relación a esos promedios por diferentes causas, que puede analizar el decisor.
- Asimismo para estimar la producción basado en datos históricos.

2. Mercadotecnia.

A. Programación Lineal.

- Se aplica a problemas de selección de:
  - La mejor línea de productos,
  - De canales de distribución,
- Asignación de:
  - Fuerzas de venta
  - Presupuestos de publicidad,
- Selección de:
  - Plantas,
  - Almacenes
  - Sucursales,
- Asignación de presupuestos para investigación,
- Selección de medios de comunicación.

B. Modelo de Transporte.

- Minimizar el costo de envío de mercancías de un lugar a otro, estableciendo rutas más económicas
- Un gerente de mercadotecnia desea determinar la forma de asignar un presupuesto de publicidad fijo entre diversos medios publicitarios: T.V., radio, periódico, etc., el gerente desea determinar que combinación de medios maximiza la eficacia de la publicidad.

C. Estadística.

- Proyección de ventas,
- Estimaciones de promedios poblacionales basado en media muestral
- Análisis de clientes nuevos y perdidos,

- Investigación de mercado a través de muestreos,
- Estimación de Ventas poblacionales basados en una muestra, donde se requiere tanto el promedio aritmético como la desviación standard.
- Estimación de proporciones poblacionales de mercado.
- Variación de ventas en periodos menores de un año (variación estacional)
- Determinación de ciclos de producción y venta.

D. Análisis de Regresión Lineal.

- Sirve para pronosticar las ventas futuras.

3. Finanzas.

Las decisiones financieras afectan el valor de las acciones de una empresa al influir tanto en el grado de las corrientes de beneficios o rentabilidad como en el grado de riesgo de la empresa. El ritmo evolutivo de las finanzas se aceleró a finales de los años '50, donde el pasivo y capital de un balance había recibido más atención durante la última mitad de esta década a partir de ahí hubo un interés creciente por el análisis de los activos y es cuando se desarrollan modelos matemáticos y se aplican a las cuentas por cobrar, al efectivo, al activo fijo, etc., cambiando el punto de vista a medida que las decisiones financieras que se tomaban en la empresa eran reconocidos como los aspectos más importantes de las finanzas.

Estas decisiones de estructura financiera, así como las decisiones de arrendamiento y compra, las operaciones de reembolso de obligaciones, las técnicas de tasación y la cuestión de costo de capital así como la viabilidad de un proyecto de inversión, son temas que no pueden entenderse los procesos de interés compuesto y anualidades.

Casi todos los problemas que comprenden interés compuesto pueden resolverse a través de las seis fórmulas tratadas en matemáticas financieras.

Recientemente a continuado el interés sobre la toma de decisiones: el primer factor ha sido la idea de que los procedimientos de presupuestos de capital requieran una estimación exacta del costo de capital, por lo tanto, las formas para cuantificar dicho costo desempeñan un papel importante en las finanzas. En segundo lugar el capital ha estado muy escaso lo cual ha hecho renacer el interés acerca de las formas de obtener fondos, así como cuantificar sus costos y beneficios.

EJEMPLO: Tomando como base las experiencias históricas y el análisis de todos los factores relevantes para la economía, para la industria y para la empresa se formulan las siguientes distribuciones de probabilidad para las empresas individuales "X" y "Y"

Estado de la Economía	*probabilidad de que ocurra el estado*	*tasa de rendimiento de X*	*tasa de rendimiento de Y*
Bajo	*0.2*	*-0.30*	*0.08*
Promedio	*0.5*	*0.15*	*0.30*
Alto	*0.3*	*0.75*	*0.14*

En este problema se aplica promedio aritmético, error standard de regresión (desviación standard), análisis de correlación, regresión lineal simple.

Ejemplo: Un individuo que tiene un título debe usar la rentabilidad esperada, como la medida de rentabilidad del título, y la desviación standard como la medida apropiada del riesgo del título, conociéndose como rentabilidad esperada a la rentabilidad que un inversionista espera que una acción gane en el siguiente periodo se resuelve por medio de un promedio y una desviación standard así como cálculo de matemáticas financieras.

En finanzas para evaluar un proyecto de inversión se utilizan fundamentalmente dos indicadores:

- **Valor presente Neto (V.P.N.) o valor actual neto.** Se define como el ingreso que obtendrá la empresa a valores actualizados el cual puede ser positivo o negativo. Bajo este indicador un proyecto se considera conveniente si es positivo y se considera que no es conveniente si es negativo.
- **Tasa interna de Rendimiento (T.I.R.).** este indicador refleja el rendimiento de los fondos invertidos siendo un elemento de juicio muy usado y necesario cuando la selección del proyecto se hace bajo una óptica de racionalidad y eficiencia financiera, y se define de dos formas:
  - Como aquella tasa de actualización que hace nulo el V.P.N. del proyecto es decir cuando V.P.N. = 0 para determinar manualmente la tasa interna de retorno se determina el valor presente neto a distintas tasas de interés hasta que este sea cero. Cuando los flujos de caja son constantes se divide el valor de la inversión entre el valor de los beneficios netos esperados por año y ese factor se localiza en las tablas del anexo.
  - Es la máxima de interés que puede pagarse o que gana el capital insoluto al inicio de cada periodo (capital no amortizado en cada periodo) y que lleva a la recuperación de la inversión.

Ejemplo: se tiene un proyecto de inversión inicial de 2,071 millones que se espera generen unos beneficios netos por año de 800 millones y la vida útil del proyecto es de cuatro años y se desea determinar el Valor Presente Neto si el costo de oportunidad del capital es del 12% anual.

El criterio de aceptación o rechazo de la inversión se establece en función del Valor Presente Neto (V.P.N.). La regla de aceptación de toda inversión debe ser cuando el V.P.N. es mayor que cero.

V.P.N. = menos inversión más suma de los flujos descontados.

En este ejercicio se aplica la tabla (fórmula) 5 por que los flujos son iguales, es decir, constantes, si los flujos fueran desiguales se aplica la tabla 2 para conocer su valor presente neto.

Resolviendo

$$V.P.N. = -2071 + 800(3.03734935)$$
$$V.P.N. = -2071 + 2429.88$$
$$V.P.N. = 358.88$$

Como 358.88 es mayor que cero debe aceptarse el proyecto de inversión.

Si quisiéramos conocer la tasa interna de retorno sobre este mismo ejercicio como los flujos son constantes dividimos 2071/800, y nos da 2.58875 buscando este valor en tabla 5 en el cuarto periodo vemos que pertenece al 20% anual.

Máxima tasa que puede pagarse por el capital.

①	②	③ = (②)(i)	④	⑤ = ④ - ③	⑥ = ② - ⑤
Periodo	*Capital Insoluto al Inicio*	*Interés (I)*	*Anualidad*	*Amortización*	*Capital Insoluto al Final*
1	*2071.00*	*414.20*	*800.00*	*385.80*	*1685.20*
2	*1685.20*	*337.04*	*800.00*	*462.96*	*1222.24*
3	*1222.24*	*244.45*	*800.00*	*555.55*	*666.69*
4	*666.69*	*133.33*	*800.00*	*666.67*	*+0.02*
Totales		*1129.02*	*3200.00*	*2070.98*	

Independientemente de que en el área de Finanzas se utilizan tanto métodos de Estadística como de Investigación de Operaciones la herramienta más utiliza es la de: Matemáticas Financieras

A. Matemáticas Financieras.

- Selección de inversiones.
- Evaluación de proyectos de inversión.
- Cálculo de rendimiento en inversiones.
- Flujos descontados.
- Valor del dinero a través del tiempo.
- Planeación de flujos de caja.

B. Estadística.

- Uso de Valor Monetario Esperado, como elemento de decisión en las posibles utilidades.

C. Análisis de Regresión Lineal.

- Presupuestar
- Gastos.
- Ingresos.
- Ventas.
- Producción.

D. Modelo de Punto de Equilibrio.

- Ayudan a determinar el punto en que las ventas se igualan con los costos para conocer el mínimo que debe producir una empresa para no sufrir pérdidas. Ayudan también para planear productos, así como decidir sobre la ventaja de producir o comprar.

4. Compras.

A. Programación Lineal.

- Decisión de cantidades a comprar para minimizar costos.
- Asignación de tareas en forma óptima.
- Optimización de compras minimizando costos y maximizando beneficios.

B. Matemáticas Financieras.

- Posible aprovechamiento o no por posibles descuentos por pronto pago.

C. Estadística.

- Determinación de promedio de costo de mercancías.
- Análisis de precios.

5. Recursos Humanos.

- Planeación de la fuerza de trabajo, por medio de la programación lineal un Gerente de Recursos Humanos que necesita mano de obra semicalificada y que sabe el tiempo que le lleva adiestrar una persona nueva, la productividad de esa persona con un trabajador regular, los costos de los trabajadores nuevos y regulares, así como la rotación de personal, etc., el gerente para contratar cada mes nuevo personal y adiestrarlo establece las limitaciones del problema y su función objetivo que puede ser minimizar costos

- El modelo de asignación le sirve para asignar trabajos a trabajadores.

- Por medio de la estadística realiza estimaciones sobre rotación de personal, oferta y demanda de empleo, comparación y análisis de sueldos y salarios de su empresa contra otras empresas en cada puesto, con el objetivo de determinar su posición en el mercado por arriba o por abajo del promedio.

- Análisis de Regresión en la valuación por puntos, dentro de la administración de sueldos y salarios.

6. Otros métodos cuantitativos.

Otros métodos cuantitativos que ayudan a en las distintas áreas de la administración, y que no fueron tocados en este trabajo son:

- Modelos de inventarios que están relacionados con:
  - Cuanto hay que ordenar en cada ocasión,
  - Cuando debe ordenarse dicha cantidad para minimizar el costo total.
  - De tal forma que el área responsable puede utilizar una relación de eficacia y costos para seleccionar el equilibrio entre los costos y el inventario.
- Modelos de secuenciación.
- Comprenden la determinación de una secuencia óptima para un conjunto de trabajos, eventos, o de la mejor secuenciación para dar servicio a los clientes, minimizando el tiempo y el costo total a través del análisis de redes, también se aplican a la investigación y desarrollo y a la planeación de nuevos productos.
- Las técnicas de simulación resuelven los problemas de programación de máquinas por medio de estas técnicas.
- Las cadenas de Markov, son un método para predecir cambios competitivos en el tiempo, si se conocen las preferencias de marca de la clientela y las participaciones presentes del mercado, hay cadenas de primero, segundo, tercero, etc., orden.
- Las líneas de espera se ocupan las llegadas aleatorias o uniformes a una instalación de servicio o de procesamiento de capacidad limitada.

- El objetivo de este modelo es dar la pauta para determinar el número óptimo de personal o de instalaciones que se requieran para dar servicio a los que llegan, tomando en cuenta el costo de servicio y el costo de espera.

Capítulo VII. Conclusiones y Recomendaciones.

1. Conclusiones.

- Como estudiante de los métodos cuantitativos deseo ayudar a mejorar la comprensión de que estos métodos son útiles en la administración, de como se usan y como pueden ayudar a los administradores a tomar mejores decisiones en sus respectivas áreas.
- El manejo de las herramientas que proporcionan los métodos cuantitativos, reduce el empírismo y hace más objetivas las decisiones que se toman en Administración.
- Actualmente, un Administrador no puede darse el lujo de tomar decisiones por "corazonadas" o impulsos, es decir, necesita tener bases firmes (información) para tomar decisiones y no el viejo "me late que...".
- El tomar decisiones con un sustento va a permitir reducir el riesgo a las decisiones y por lo mismo va a minimizar las probabilidades de error.
- No significa que por haber encontrado una solución, tenga que darse un resultado óptimo en situaciones reales, ya sea por que se presenten situaciones no previstas e imponderables, así como una mala ejecución.
- Los métodos Cuantitativos precisan y cuantifican la variable en estudio, le dan mayor fuerza a la toma de decisiones, eliminando el empirismo, ayudan a la proyección técnica no empírica.
- Los métodos Cuantitativos no son la fórmula ideal que resolverá todos los problemas de una organización, pero si ayudará a aumentar las posibilidades de una buena decisión.
- También, he visto que en las Agencias Automotrices, entre otros negocios, hacen un cobro indebido en sus ventas a crédito, cobrando siempre los mismos intereses aunque el capital se vaya amortizando. Debiendo cobrar intereses sobre la cantidad que se deba al momento de cada pago (saldos insolutos)
- Agencias especializadas de Estadística, muestran en periódicos, televisión y radio, estimaciones o proyecciones de: inflación, votos en elecciones, precios, etc., sin indicar el grado de error de esa estimación, asimismo sus estimaciones son puntuales lo que origina un mayor error en el muestreo, cuando es más conveniente manejar estimaciones por intervalo.

Además, desde 4º semestre me dediqué a ayudar y platicar con compañeros de la facultad de distintos semestres sobre Matemáticas, apoyándolos en diversos temas incluyendo los tratados en este trabajo, observando lo siguiente:

- Algunos creen que la Investigación de Operaciones es para ingenieros y Matemáticas Financieras para Actuarios y/o Contadores.
- Estudiaban Matemáticas para pasar los exámenes y la materia, es decir, se quedan al nivel de comprensión o almacenamiento y no al de análisis, aplicación y evaluación.
- Como las Matemáticas requieren de Análisis dicen que son muy difíciles, cuando lo difícil es querer efectuar algo que no se sabe.
- Que las matemáticas necesitan razonamiento y análisis, sin embargo, en lugar de promover ese razonamiento, se han transformado en algo mecánico o dependiente de la computadoras y calculadoras.
- Indican que es interesante, pero cuando los maestros son ingenieros, actuarios o matemáticos se dedicaban a hacer demostraciones pero no a enseñar la utilidad que tienen los temas en la carrera. Y otros que eran administradores, repetían lo mismo que decían los libros.
- Tienen problemas en:
    - El manejo de las operaciones fundamentales (suma, resta, multiplicación, división),
    - Las operaciones entre fracciones,
    - La utilización de los signos,

De estas observaciones, se deducen varios aspectos:

- Se desconoce para que sirven los Métodos Cuantitativos (Matemáticas) y las ventajas que puede brindar su aplicación.
- Por tratarse de conceptos matemáticos, el alumno tiene poco o nulo interés.
- El problema de alumno - maestro en Matemáticas se debe en muchas ocasiones a la falta de comunicación.
- Muchos problemas tienen su origen en secundaria o bachillerato, cuando se hizo el examen diagnóstico en el año de '92 se detecto que el 3% de los estudiantes aprobaron dicho examen, por lo tanto, considero que al entrar a la facultad se habían incrementado las lagunas en el área de Métodos Cuantitativos. Si se pudiera hacer un examen diagnóstico en el área de matemáticas al salir de la facultad, se conocería el avance que logro el egresado de esta facultad.

2. Recomendaciones.

- Es necesario que se de un cambio de actitud por parte de docentes y administrativos en favor a una mayor atención a la enseñanza y programas de estudio de las Materias de Matemáticas, pues es en estas materias donde puede crearse o incrementarse el interés por la investigación y una mayor capacidad de análisis.
- Estandarizar a los alumnos en conceptos al entrar a la facultad, auxiliándose de maestros que realmente se comuniquen con el alumno.
- Dejar a un lado la enseñanza abstracta de las Matemáticas, orientándolas a las aplicaciones que pueden tener en Administración.
- La creación de una segunda materia de Investigación de Operaciones, abarcando otros temas Programación Dinámica y Programación no lineal.
- Crear una tercera Materia de Estadística donde se manejen casos y aplicaciones a la carrera, como son pruebas de hipótesis por los distintos métodos existentes, regresión lineal, múltiple, no lineal, exponencial, series de tiempo, etc.
- Debe buscarse eliminar las barreras que dificultan la comprensión de materias del área de matemáticas, como son el manejo de las representaciones algebraicas del problema, aplicación de los axiomas de igualdad, etc., debido a la deficiente enseñanza que se tiene desde la primaria en esta área. Labor titánica que pueden realizar los maestros de la academia de matemáticas.
- Como la materia de matemáticas financieras es fundamental para comprenderla, analizarla y aplicarla, es recomendable se imparta en semestres más avanzados, más cerca de las materias de Finanzas, ya que el alumno tendrá más conocimientos sobre administración y otras áreas.
- La misma recomendación sería con Investigación de Operaciones, cuando el alumno ya tiene conocimientos más precisos sobre las distintas áreas de la administración, dónde podría dársele énfasis a los distintos modelos a tratar.

Anexos

1. Tabla I: $(1+i)^n$

n	0.25%	0.50%	0.75%	1.00%	n
1	1.00250000	1.00500000	1.00750000	1.01000000	1
2	1.00500625	1.01002500	1.01505625	1.02010000	2
3	1.00751877	1.01507513	1.02266917	1.03030100	3
4	1.01003756	1.02015050	1.03033919	1.04060401	4
5	1.01256266	1.02525125	1.03806673	1.05101005	5
6	1.01509406	1.03037751	1.04585224	1.06152015	6
7	1.01763180	1.03552940	1.05369613	1.07213535	7
8	1.02017588	1.04070704	1.06159885	1.08285671	8
9	1.02272632	1.04591058	1.06956084	1.09368527	9
10	1.02528313	1.05114013	1.07758255	1.10462213	10
11	1.02784634	1.05639583	1.08566441	1.11566835	11
12	1.03041596	1.06167781	1.09380690	1.12682503	12
13	1.03299200	1.06698620	1.10201045	1.13809328	13
14	1.03557448	1.07232113	1.11027553	1.14947421	14
15	1.03816341	1.07768274	1.11860259	1.16096896	15
16	1.04075882	1.08307115	1.12699211	1.17257864	16
17	1.04336072	1.08848651	1.13544455	1.18430443	17
18	1.04596912	1.09392894	1.14396039	1.19614748	18
19	1.04858404	1.09939858	1.15254009	1.20810895	19
20	1.05120550	1.10489558	1.16118414	1.22019004	20
21	1.05383352	1.11042006	1.16989302	1.23239194	21
22	1.05646810	1.11597216	1.17866722	1.24471586	22
23	1.05910927	1.12155202	1.18750723	1.25716302	23
24	1.06175704	1.12715978	1.19641353	1.26973465	24
25	1.06441144	1.13279558	1.20538663	1.28243200	25
n	0.25%	0.50%	0.75%	1.00%	n

n	1.25%	1.50%	1.75%	2.00%	n
1	1.01250000	1.01500000	1.01750000	1.02000000	1
2	1.02515625	1.03022500	1.03530625	1.04040000	2
3	1.03797070	1.04567838	1.05342411	1.06120800	3
4	1.05094534	1.06136355	1.07185903	1.08243216	4
5	1.06408215	1.07728400	1.09061656	1.10408080	5
6	1.07738318	1.09344326	1.10970235	1.12616242	6
7	1.09085047	1.10984491	1.12912215	1.14868567	7
8	1.10448610	1.12649259	1.14888178	1.17165938	8
9	1.11829218	1.14338998	1.16898721	1.19509257	9
10	1.13227083	1.16054083	1.18944449	1.21899442	10
11	1.14642422	1.17794894	1.21025977	1.24337431	11
12	1.16075452	1.19561817	1.23143931	1.26824179	12
13	1.17526395	1.21355244	1.25298950	1.29360663	13
14	1.18995475	1.23175573	1.27491682	1.31947876	14
15	1.20482918	1.25023207	1.29722786	1.34586834	15
16	1.21988955	1.26898555	1.31992935	1.37278571	16
17	1.23513817	1.28802033	1.34302811	1.40024142	17
18	1.25057739	1.30734064	1.36653111	1.42824625	18
19	1.26620961	1.32695075	1.39044540	1.45681117	19
20	1.28203723	1.34685501	1.41477820	1.48594740	20
21	1.29806270	1.36705783	1.43953681	1.51566634	21
22	1.31428848	1.38756370	1.46472871	1.54597967	22
23	1.33071709	1.40837715	1.49036146	1.57689926	23
24	1.34735105	1.42950281	1.51644279	1.60843725	24
25	1.36419294	1.45094535	1.54298054	1.64060599	25
n	1.25%	1.50%	1.75%	2.00%	n

n	2.25%	2.50%	2.75%	3.00%	n
1	1.02250000	1.02500000	1.02750000	1.03000000	1
2	1.04550625	1.05062500	1.05575625	1.06090000	2
3	1.06903014	1.07689063	1.08478955	1.09272700	3
4	1.09308332	1.10381289	1.11462126	1.12550881	4
5	1.11767769	1.13140821	1.14527334	1.15927407	5
6	1.14282544	1.15969342	1.17676836	1.19405230	6
7	1.16853901	1.18868575	1.20912949	1.22987387	7
8	1.19483114	1.21840290	1.24238055	1.26677008	8
9	1.22171484	1.24886297	1.27654602	1.30477318	9
10	1.24920343	1.28008454	1.31165103	1.34391638	10
11	1.27731050	1.31208666	1.34772144	1.38423387	11
12	1.30604999	1.34488882	1.38478378	1.42576089	12
13	1.33543611	1.37851104	1.42286533	1.46853371	13
14	1.36548343	1.41297382	1.46199413	1.51258972	14
15	1.39620680	1.44829817	1.50219896	1.55796742	15
16	1.42762146	1.48450562	1.54350944	1.60470644	16
17	1.45974294	1.52161826	1.58595595	1.65284763	17
18	1.49258716	1.55965872	1.62956973	1.70243306	18
19	1.52617037	1.59865019	1.67438290	1.75350605	19
20	1.56050920	1.63861644	1.72042843	1.80611123	20
21	1.59562066	1.67958185	1.76774021	1.86029457	21
22	1.63152212	1.72157140	1.81635307	1.91610341	22
23	1.66823137	1.76461068	1.86630278	1.97358651	23
24	1.70576658	1.80872595	1.91762610	2.03279411	24
25	1.74414632	1.85394410	1.97036082	2.09377793	25
n	2.25%	2.50%	2.75%	3.00%	n

2. Tabla II: $(1+i)^{-n}$

n	0.25%	0.50%	0.75%	1.00%	n
1	0.99750623	0.99502488	0.99255583	0.99009901	1
2	0.99501869	0.99007450	0.98516708	0.98029605	2
3	0.99253734	0.98514876	0.97783333	0.97059015	3
4	0.99006219	0.98024752	0.97055417	0.96098034	4
5	0.98759321	0.97537067	0.96332920	0.95146569	5
6	0.98513038	0.97051808	0.95615802	0.94204524	6
7	0.98267370	0.96568963	0.94904022	0.93271805	7
8	0.98022314	0.96088520	0.94197540	0.92348322	8
9	0.97777869	0.95610468	0.93496318	0.91433982	9
10	0.97534034	0.95134794	0.92800315	0.90528695	10
11	0.97290807	0.94661487	0.92109494	0.89632372	11
12	0.97048187	0.94190534	0.91423815	0.88744923	12
13	0.96806171	0.93721924	0.90743241	0.87866260	13
14	0.96564759	0.93255646	0.90067733	0.86996297	14
15	0.96323949	0.92791688	0.89397254	0.86134947	15
16	0.96083740	0.92330037	0.88731766	0.85282126	16
17	0.95844130	0.91870684	0.88071231	0.84437749	17
18	0.95605117	0.91413616	0.87415614	0.83601731	18
19	0.95366700	0.90958822	0.86764878	0.82773992	19
20	0.95128878	0.90506290	0.86118985	0.81954447	20
21	0.94891649	0.90056010	0.85477901	0.81143017	21
22	0.94655011	0.89607971	0.84841589	0.80339621	22
23	0.94418964	0.89162160	0.84210014	0.79544179	23
24	0.94183505	0.88718567	0.83583140	0.78756613	24
25	0.93948634	0.88277181	0.82960933	0.77976844	25
n	0.25%	0.50%	0.75%	1.00%	n

n	1.25%	1.50%	1.75%	2.00%	n
1	0.98765432	0.98522167	0.98280098	0.98039216	1
2	0.97546106	0.97066175	0.96589777	0.96116878	2
3	0.96341833	0.95631699	0.94928528	0.94232233	3
4	0.95152428	0.94218423	0.93295851	0.92384543	4
5	0.93977706	0.92826033	0.91691254	0.90573081	5
6	0.92817488	0.91454219	0.90114254	0.88797138	6
7	0.91671593	0.90102679	0.88564378	0.87056018	7
8	0.90539845	0.88771112	0.87041157	0.85349037	8
9	0.89422069	0.87459224	0.85544135	0.83675527	9
10	0.88318093	0.86166723	0.84072860	0.82034830	10
11	0.87227746	0.84893323	0.82626889	0.80426304	11
12	0.86150860	0.83638742	0.81205788	0.78849318	12
13	0.85087269	0.82402702	0.79809128	0.77303253	13
14	0.84036809	0.81184928	0.78436490	0.75787502	14
15	0.82999318	0.79985150	0.77087459	0.74301473	15
16	0.81974635	0.78803104	0.75761631	0.72844581	16
17	0.80962602	0.77638526	0.74458605	0.71416256	17
18	0.79963064	0.76491159	0.73177990	0.70015937	18
19	0.78975866	0.75360747	0.71919401	0.68643076	19
20	0.78000855	0.74247042	0.70682458	0.67297133	20
21	0.77037881	0.73149795	0.69466789	0.65977582	21
22	0.76086796	0.72068763	0.68272028	0.64683904	22
23	0.75147453	0.71003708	0.67097817	0.63415592	23
24	0.74219707	0.69954392	0.65943800	0.62172149	24
25	0.73303414	0.68920583	0.64809632	0.60953087	25
n	1.25%	1.50%	1.75%	2.00%	n

n	2.25%	2.50%	2.75%	3.00%	n
1	0.97799511	0.97560976	0.97323601	0.97087379	1
2	0.95647444	0.95181440	0.94718833	0.94259591	2
3	0.93542732	0.92859941	0.92183779	0.91514166	3
4	0.91484335	0.90595064	0.89716573	0.88848705	4
5	0.89471232	0.88385429	0.87315400	0.86260878	5
6	0.87502427	0.86229687	0.84978491	0.83748426	6
7	0.85576946	0.84126524	0.82704128	0.81309151	7
8	0.83693835	0.82074657	0.80490635	0.78940923	8
9	0.81852161	0.80072836	0.78336385	0.76641673	9
10	0.80051013	0.78119840	0.76239791	0.74409391	10
11	0.78289499	0.76214478	0.74199310	0.72242128	11
12	0.76566748	0.74355589	0.72213440	0.70137988	12
13	0.74881905	0.72542038	0.70280720	0.68095134	13
14	0.73234137	0.70772720	0.68399728	0.66111781	14
15	0.71622628	0.69046556	0.66569078	0.64186195	15
16	0.70046580	0.67362493	0.64787424	0.62316694	16
17	0.68505212	0.65719506	0.63053454	0.60501645	17
18	0.66997763	0.64116591	0.61365892	0.58739461	18
19	0.65523484	0.62552772	0.59723496	0.57028603	19
20	0.64081647	0.61027094	0.58125057	0.55367575	20
21	0.62671538	0.59538629	0.56569398	0.53754928	21
22	0.61292457	0.58086467	0.55055375	0.52189250	22
23	0.59943724	0.56669724	0.53581874	0.50669175	23
24	0.58624668	0.55287535	0.52147809	0.49193374	24
25	0.57334639	0.53939059	0.50752126	0.47760557	25
n	2.25%	2.50%	2.75%	3.00%	n

3. Tabla III: $\frac{(1+i)^n-1}{i}$

n	0.25%	0.50%	0.75%	1.00%	n
1	1.00000000	1.00000000	1.00000000	1 00000000	1
2	2.00250000	2.00500000	2.00750000	2 01000000	2
3	3.00750625	3.01502500	3.02255625	3 03010000	3
4	4.01502502	4.03010012	4.04522542	4 06040100	4
5	5.02506258	5.05025063	5.07556461	5 10100501	5
6	6.03762523	6.07550188	6.11363135	6 15201506	6
7	7.05271930	7.10587939	7.15948358	7.21353521	7
8	8.07035110	8.14140879	8.21317971	8.28567056	8
9	9.09052697	9.18211583	9.27477856	9.36852727	9
10	10.11325329	10.22802641	10.34433940	10.46221254	10
11	11.13853642	11.27916654	11.42192194	11.56683467	11
12	12.16638277	12.33556237	12.50758636	12.68250301	12
13	13.19679872	13.39724018	13.60139325	13.80932804	13
14	14.22979072	14.46422639	14.70340370	14.94742132	14
15	15.26536520	15.53654752	15.81367923	16.09689554	15
16	16.30352861	16.61423026	16.93228183	17.25786449	16
17	17.34428743	17.69730141	18.05927394	18.43044314	17
18	18.38764815	18.78578791	19.19471849	19.61474757	18
19	19.43361727	19.87971685	20.33867888	20.81089504	19
20	20.48220131	20.97911544	21.49121897	22.01900399	20
21	21.53340682	22.08401101	22.65240312	23.23919403	21
22	22.58724033	23.19443107	23.82229614	24.47158598	22
23	23.64370843	24.31040322	25.00096336	25.71630183	23
24	24.70281770	25.43195524	26.18847059	26.97346485	24
25	25.76457475	26.55911502	27.38488412	28.24319950	25
n	0.25%	0.50%	0.75%	1.00%	n

n	1.25%	1.50%	1.75%	2.00%	n
1	1.00000000	1.00000000	1.00000000	1.00000000	1
2	2.01250000	2.01500000	2.01750000	2.02000000	2
3	3.03765625	3.04522500	3.05280625	3.06040000	3
4	4.07562695	4.09090337	4.10623036	4.12160800	4
5	5.12657229	5.15226693	5.17808939	5.20404016	5
6	6.19065444	6.22955093	6.26870596	6.30812096	6
7	7.26803762	7.32299419	7.37840831	7.43428338	7
8	8.35888809	8.43283911	8.50753045	8.58296905	8
9	9.46337420	9.55933169	9.65641224	9.75462843	9
10	10.58166637	10.70272167	10.82539945	10.94972100	10
11	11.71393720	11.86326249	12.01484394	12.16871542	11
12	12.86036142	13.04121143	13.22510371	13.41208973	12
13	14.02111594	14.23682960	14.45654303	14.68033152	13
14	15.19637988	15.45038205	15.70953253	15.97393815	14
15	16.38633463	16.68213778	16.98444935	17.29341692	15
16	17.59116382	17.93236984	18.28167721	18.63928525	16
17	18.81105336	19.20135539	19.60160656	20.01207096	17
18	20.04619153	20.48937572	20.94463468	21.41231238	18
19	21.29676893	21.79671636	22.31116578	22.84055863	19
20	22.56297854	23.12366710	23.70161119	24.29736980	20
21	23.84501577	24.47052211	25.11638938	25.78331719	21
22	25.14307847	25.83757994	26.55592620	27.29898354	22
23	26.45736695	27.22514364	28.02065490	28.84496321	23
24	27.78808403	28.63352080	29.51101637	30.42186247	24
25	29.13543508	30.06302361	31.02745915	32.03029972	25
n	1.25%	1.50%	1.75%	2.00%	n

n	2.25%	2.50%	2.75%	3.00%	n
1	1.00000000	1.00000000	1.00000000	1.00000000	1
2	2.02250000	2.02500000	2.02750000	2.03000000	2
3	3.06800625	3.07562500	3.08325625	3.09090000	3
4	4.13703639	4.15251562	4.16804580	4.18362700	4
5	5.23011971	5.25632852	5.28266706	5.30913581	5
6	6.34779740	6.38773673	6.42794040	6.46840988	6
7	7.49062284	7.54743015	7.60470876	7.66246218	7
8	8.65916186	8.73611590	8.81383825	8.89233605	8
9	9.85399300	9.95451880	10.05621880	10.15910613	9
10	11.07570784	11.20338177	11.33276482	11.46387931	10
11	12.32491127	12.48346631	12.64441585	12.80779569	11
12	13.60222177	13.79555297	13.99213729	14.19202956	12
13	14.90827176	15.14044179	15.37692107	15.61779045	13
14	16.24370788	16.51895284	16.79978639	17.08632416	14
15	17.60919130	17.93192666	18.26178052	18.59891389	15
16	19.00539811	19.38022483	19.76397948	20.15688130	16
17	20.43301957	20.86473045	21.30748892	21.76158774	17
18	21.89276251	22.38634871	22.89344487	23.41443537	18
19	23.38534966	23.94600743	24.52301460	25.11686844	19
20	24.91152003	25.54465761	26.19739750	26.87037449	20
21	26.47202923	27.18327405	27.91782593	28.87648572	21
22	28.06764989	28.86285590	29.68556615	30.53678030	22
23	29.69917201	30.58442730	31.50191921	32.45288370	23
24	31.36740338	32.34903798	33.36822199	34.42647022	24
25	33.07316996	34.15776393	35.28584810	36.45926432	25
n	2.25%	2.50%	2.75%	3.00%	n

4. Tabla IV: $\dfrac{i}{(1+i)^n-1}$

n	0.25%	0.50%	0.75%	1.00%	n
1	1.00000000	1.00000000	1.00000000	1.00000000	1
2	0.49937578	0.49875312	0.49813200	0.49751244	2
3	0.33250139	0.33167221	0.33084579	0.33002211	3
4	0.24906445	0.24813279	0.24720501	0.24628109	4
5	0.19900250	0.19800997	0.19702242	0.19603980	5
6	0.16562803	0.16459546	0.16356891	0.16254837	6
7	0.14178928	0.14072854	0.13967488	0.13862828	7
8	0.12391035	0.12282886	0.12175552	0.12069029	8
9	0.11000462	0.10890736	0.10781929	0.10674036	9
10	0.09888015	0.09777057	0.09667123	0.09558208	10
11	0.08977840	0.08865903	0.08755094	0.08645408	11
12	0.08219370	0.08106643	0.07995148	0.07884879	12
13	0.07577595	0.07464224	0.07352188	0.07241482	13
14	0.07027510	0.06913609	0.06801146	0.06690117	14
15	0.06550777	0.06436436	0.06323639	0.06212378	15
16	0.06133642	0.06018937	0.05905879	0.05794460	16
17	0.05765587	0.05650579	0.05537321	0.05425806	17
18	0.05438433	0.05323173	0.05209766	0.05098205	18
19	0.05145722	0.05030253	0.04916740	0.04805175	19
20	0.04882288	0.04766645	0.04653063	0.04541531	20
21	0.04643947	0.04528163	0.04414543	0.04303075	21
22	0.04427278	0.04311380	0.04197748	0.04086372	22
23	0.04229455	0.04113465	0.03999846	0.03888584	23
24	0.04048121	0.03932061	0.03818474	0.03707347	24
25	0.03881298	0.03765186	0.03651650	0.03540675	25
n	0.25%	0.50%	0.75%	1.00%	n

n	1.25%	1.50%	1.75%	2.00%	n
1	1.00000000	1.00000000	1.00000000	1.00000000	1
2	0.49689441	0.49627792	0.49566295	0.49504950	2
3	0.32920117	0.32838296	0.32756746	0.32675467	3
4	0.24536102	0.24444479	0.24353237	0.24262375	4
5	0.19506211	0.19408932	0.19312142	0.19215839	5
6	0.16153381	0.16052521	0.15952256	0.15852581	6
7	0.13758872	0.13655616	0.13553059	0.13451196	7
8	0.11963314	0.11858402	0.11754292	0.11650980	8
9	0.10567055	0.10460982	0.10355813	0.10251544	9
10	0.09450307	0.09343418	0.09237534	0.09132653	10
11	0.08536839	0.08429384	0.08323038	0.08217794	11
12	0.07775831	0.07667999	0.07561377	0.07455960	12
13	0.07132100	0.07024036	0.06917283	0.06811835	13
14	0.06580515	0.06472332	0.06365562	0.06260197	14
15	0.06102646	0.05994436	0.05887739	0.05782547	15
16	0.05684672	0.05576508	0.05469958	0.05365013	16
17	0.05316023	0.05207966	0.05101623	0.04996984	17
18	0.04988479	0.04880578	0.04774492	0.04670210	18
19	0.04695548	0.04587847	0.04482061	0.04378177	19
20	0.04432039	0.04324574	0.04219122	0.04115672	20
21	0.04193749	0.04086550	0.03981464	0.03878477	21
22	0.03977238	0.03870332	0.03765638	0.03663140	22
23	0.03779666	0.03673075	0.03568796	0.03466810	23
24	0.03598665	0.03492410	0.03388565	0.03287110	24
25	0.03432247	0.03326345	0.03222952	0.03122044	25
n	1.25%	1.50%	1.75%	2.00%	n

n	2.25%	2.50%	2.75%	3.00%	n
1	1.00000000	1.00000000	1.00000000	1.00000000	1
2	0.49443758	0.49382716	0.49321825	0.49261084	2
3	0.32594458	0.32513717	0.32433243	0.32353036	3
4	0.24171893	0.24081788	0.23992059	0.23902705	4
5	0.19120021	0.19024686	0.18929832	0.18835457	5
6	0.15753496	0.15654997	0.15557083	0.15459750	6
7	0.13350025	0.13249543	0.13149747	0.13050635	7
8	0.11548462	0.11446735	0.11345795	0.11245639	8
9	0.10148170	0.10045689	0.09944095	0.09843386	9
10	0.09028768	0.08925876	0.08823972	0.08723051	10
11	0.08113649	0.08010596	0.07908629	0.07807745	11
12	0.07351740	0.07248713	0.07146871	0.07046209	12
13	0.06707686	0.06604827	0.06503252	0.06402954	13
14	0.06156230	0.06053652	0.05952457	0.05852634	14
15	0.05678852	0.05576646	0.05475917	0.05376658	15
16	0.05261663	0.05159899	0.05059710	0.04961085	16
17	0.04894039	0.04792777	0.04693186	0.04595253	17
18	0.04567720	0.04467008	0.04368063	0.04270870	18
19	0.04276182	0.04176062	0.04077802	0.03981388	19
20	0.04014207	0.03914713	0.03817173	0.03721571	20
21	0.03777572	0.03678733	0.03581941	0.03487178	21
22	0.03562821	0.03464661	0.03368640	0.03274739	22
23	0.03367097	0.03269638	0.03174410	0.03081390	23
24	0.03188023	0.03091282	0.02996863	0.02904742	24
25	0.03023599	0.02927592	0.02833997	0.02742787	25
n	2.25%	2.50%	2.75%	3.00%	n

5. Tabla V: $\dfrac{1-(1+i)^{-n}}{i}$

n	0.25%	0.50%	0.75%	1.00%	n
1	0.99750623	0.99502488	0.99255583	0.99009901	1
2	1.99252492	1.98509938	1.97772291	1.97039506	2
3	2.98506227	2.97024814	2.95555624	2.94098521	3
4	3.97512446	3.95049566	3.92611041	3.90196555	4
5	4.96271766	4.92586633	4.88943961	4.85343124	5
6	5.94784804	5.89638441	5.84559763	5.79547647	6
7	6.93052174	6.86207404	6.79463785	6.72819453	7
8	7.91074487	7.82295924	7.73661325	7.65167775	8
9	8.88852357	8.77906392	8.67157642	8.56601758	9
10	9.86386391	9.73041186	9.59957958	9.47130453	10
11	10.83677198	10.67702673	10.52067452	10.36762825	11
12	11.80725384	11.61893207	11.43491267	11.25507747	12
13	12.77531555	12.55615131	12.34234508	12.13374007	13
14	13.74096314	13.48870777	13.24302242	13.00370304	14
15	14.70420264	14.41662465	14.13699495	13.86505252	15
16	15.66504004	15.33992502	15.02431261	14.71787378	16
17	16.62348133	16.25863186	15.90502492	15.56225127	17
18	17.57953250	17.17276802	16.77918107	16.39826858	18
19	18.53319950	18.08235624	17.64682984	17.22600850	19
20	19.48448828	18.98741915	18.50801969	18.04555297	20
21	20.43340477	19.88797925	19.36279870	18.85698313	21
22	21.37995488	20.78405896	20.21121459	19.66037934	22
23	22.32414452	21.67568055	21.05331473	20.45582113	23
24	23.26597957	22.56286622	21.88914614	21.24338726	24
25	24.20546591	23.44563803	22.71875547	22.02315570	25
n	0.25%	0.50%	0.75%	1.00%	n

n	1.25%	1.50%	1.75%	2.00%	n
1	0.98765432	0.98522167	0.98280098	0.98039216	1
2	1.96311538	1.95588342	1.94869875	1.94156094	2
3	2.92653371	2.91220042	2.89798403	2.88388327	3
4	3.87805798	3.85438465	3.83094254	3.80772870	4
5	4.81783504	4.78264497	4.74785508	4.71345951	5
6	5.74600992	5.69718717	5.64899762	5.60143089	6
7	6.66272585	6.59821396	6.53464139	6.47199107	7
8	7.56812429	7.48592508	7.40505297	7.32548144	8
9	8.46234498	8.36051732	8.26049432	8.16223671	9
10	9.34552591	9.22218455	9.10122291	8.98258501	10
11	10.21780337	10.07111779	9.92749181	9.78684805	11
12	11.07931197	10.90750521	10.73954969	10.57534122	12
13	11.93018466	11.73153222	11.53764097	11.34837375	13
14	12.77055275	12.54338150	12.32200587	12.10624877	14
15	13.60054592	13.34323301	13.09288046	12.84926350	15
16	14.42029227	14.13126405	13.85049677	13.57770931	16
17	15.22991829	14.90764931	14.59508282	14.29187188	17
18	16.02954893	15.67256089	15.32686272	14.99203125	18
19	16.81930759	16.42616837	16.04605673	15.67846201	19
20	17.59931613	17.16863879	16.75288130	16.35143334	20
21	18.36969495	17.90013673	17.44754919	17.01120916	21
22	19.13056291	18.62082437	18.13026948	17.65804820	22
23	19.88203744	19.33086145	18.80124764	18.29220412	23
24	20.62423451	20.03040537	19.46068565	18.91392560	24
25	21.35726865	20.71961120	20.10878196	19.52345647	25
n	1.25%	1.50%	1.75%	2.00%	n

n	2.25%	2.50%	2.75%	3.00%	n
1	0.97799511	0.97560976	0.97323601	0.97087379	1
2	1.93446955	1.92742415	1.92042434	1.91346970	2
3	2.86989687	2.85602356	2.84226213	2.82861135	3
4	3.78474021	3.76197421	3.73942787	3.71709840	4
5	4.67945253	4.64582850	4.61258186	4.57970719	5
6	5.55447680	5.50812536	5.46236678	5.41719144	6
7	6.41024626	6.34939060	6.28940806	6.23028296	7
8	7.24718461	7.17013717	7.09431441	7.01969219	8
9	8.06570622	7.97086553	7.87767826	7.78610892	9
10	8.86621635	8.75206393	8.64007616	8.53020284	10
11	9.64911134	9.51420871	9.38206926	9.25262411	11
12	10.41477882	10.25776460	10.10420366	9.95400399	12
13	11.16359787	10.98318497	10.80701086	10.63495533	13
14	11 89593924	11.69091217	11.49100814	11.29607314	14
15	12.61216551	12.38137773	12.15669892	11.93793509	15
16	13.31263131	13.05500266	12.80457315	12.56110203	16
17	13.99768343	13.71219772	13.43510769	13.16611847	17
18	14.66766106	14.35336363	14.04876561	13.75351308	18
19	15.32289590	14.97889134	14.64600157	14.32379911	19
20	15.96371237	15.58916229	15.22725213	14.87747486	20
21	16.59042775	16.18454857	15.79294612	15.41502414	21
22	17.20335232	16.76541324	16.34349987	15.93691664	22
23	17.80278955	17.33211048	16.87931861	16.44360839	23
24	18.38903624	17.88498583	17.40079670	16.93554212	24
25	18.96238263	18.42437642	17.90831795	17.41314769	25
n	2.25%	2.50%	2.75%	3.00%	n

6. Tabla VI: $\dfrac{i}{1-(1+i)^{-n}}$

n	0.25%	0.50%	0.75%	1.00%	n
1	1.00250000	1.00500000	1.00750000	1.01000000	1
2	0.50187578	0.50375312	0.50563200	0.50751244	2
3	0.33500139	0.33667221	0.33834579	0.34002211	3
4	0.25156445	0.25313279	0.25470501	0.25628109	4
5	0.20150250	0.20300997	0.20452242	0.20603980	5
6	0.16812803	0.16959546	0.17106891	0.17254837	6
7	0.14428928	0.14572854	0.14717488	0.14862828	7
8	0.12641035	0.12782886	0.12925552	0.13069029	8
9	0.11250462	0.11390736	0.11531929	0.11674036	9
10	0.10138015	0.10277057	0.10417123	0.10558208	10
11	0.09227840	0.09365903	0.09505094	0.09645408	11
12	0.08469370	0.08606643	0.08745148	0.08884879	12
13	0.07827595	0.07964224	0.08102188	0.08241482	13
14	0.07277510	0.07413609	0.07551146	0.07690117	14
15	0.06800777	0.06936436	0.07073639	0.07212378	15
16	0.06383642	0.06518937	0.06655879	0.06794460	16
17	0.06015587	0.06150579	0.06287321	0.06425806	17
18	0.05688433	0.05823173	0.05959766	0.06098205	18
19	0.05395722	0.05530253	0.05666740	0.05805175	19
20	0.05132288	0.05266645	0.05403063	0.05541531	20
21	0.04893947	0.05028163	0.05164543	0.05303075	21
22	0.04677278	0.04811380	0.04947748	0.05086372	22
23	0.04479455	0.04613465	0.04749846	0.04888584	23
24	0.04298121	0.04432061	0.04568474	0.04707347	24
25	0.04131298	0.04265186	0.04401650	0.04540675	25
n	0.25%	0.50%	0.75%	1.00%	n

n	1.25%	1.50%	1.75%	2.00%	n
1	1.01250000	1.01500000	1.01750000	1.02000000	1
2	0.50939441	0.51127792	0.51316295	0.51504950	2
3	0.34170117	0.34338296	0.34506746	0.34675467	3
4	0.25786102	0.25944479	0.26103237	0.26262375	4
5	0.20756211	0.20908932	0.21062142	0.21215839	5
6	0.17403381	0.17552521	0.17702256	0.17852581	6
7	0.15008872	0.15155616	0.15303059	0.15451196	7
8	0.13213314	0.13358402	0.13504292	0.13650980	8
9	0.11817055	0.11960982	0.12105813	0.12251544	9
10	0.10700307	0.10843418	0.10987534	0.11132653	10
11	0.09786839	0.09929384	0.10073038	0.10217794	11
12	0.09025831	0.09167999	0.09311377	0.09455960	12
13	0.08382100	0.08524036	0.08667283	0.08811835	13
14	0.07830515	0.07972332	0.08115562	0.08260197	14
15	0.07352646	0.07494436	0.07637739	0.07782547	15
16	0.06934672	0.07076508	0.07219958	0.07365013	16
17	0.06566023	0.06707966	0.06851623	0.06996984	17
18	0.06238479	0.06380578	0.06524492	0.06670210	18
19	0.05945548	0.06087847	0.06232061	0.06378177	19
20	0.05682039	0.05824574	0.05969122	0.06115672	20
21	0.05443749	0.05586550	0.05731464	0.05878477	21
22	0.05227238	0.05370332	0.05515638	0.05663140	22
23	0.05029666	0.05173075	0.05318796	0.05466810	23
24	0.04848665	0.04992410	0.05138565	0.05287110	24
25	0.04682247	0.04826345	0.04972952	0.05122044	25
n	1.25%	1.50%	1.75%	2.00%	n

n	2.25%	2.50%	2.75%	3.00%	n
1	1.02250000	1.02500000	1.02750000	1.03000000	1
2	0.51693758	0.51882716	0.52071825	0.52261084	2
3	0.34844458	0.35013717	0.35183243	0.35353036	3
4	0.26421893	0.26581788	0.26742059	0.26902705	4
5	0.21370021	0.21524686	0.21679832	0.21835457	5
6	0.18003496	0.18154997	0.18307083	0.18459750	6
7	0.15600025	0.15749543	0.15899747	0.16050635	7
8	0.13798462	0.13946735	0.14095795	0.14245639	8
9	0.12398170	0.12545689	0.12694095	0.12843386	9
10	0.11278768	0.11425876	0.11573972	0.11723051	10
11	0.10363649	0.10510596	0.10658629	0.10807745	11
12	0.09601740	0.09748713	0.09896871	0.10046209	12
13	0.08957686	0.09104827	0.09253252	0.09402954	13
14	0.08406230	0.08553652	0.08702457	0.08852634	14
15	0.07928852	0.08076646	0.08225917	0.08376658	15
16	0.07511663	0.07659899	0.07809710	0.07961085	16
17	0.07144039	0.07292777	0.07443186	0.07595253	17
18	0.06817720	0.06967008	0.07118063	0.07270870	18
19	0.06526182	0.06676062	0.06827802	0.06981388	19
20	0.06264207	0.06414713	0.06567173	0.06721571	20
21	0.06027572	0.06178733	0.06331941	0.06487178	21
22	0.05812821	0.05964661	0.06118640	0.06274739	22
23	0.05617097	0.05769638	0.05924410	0.06081390	23
24	0.05438023	0.05591282	0.05746863	0.05904742	24
25	0.05273599	0.05427592	0.05583997	0.05742787	25
n	2.25%	2.50%	2.75%	3.00%	n

Bibliografía

🕮 ACKOFF, Russell y Maurice Sasieni, Fundamentos de Investigación de Operaciones, México, D.F. 1979, 502p.

🕮 ANDERSON, David, *et.al.*, Introducción a los Modelos Cuantitativos para Administración, Grupo Editorial Iberoaméricana, México, D.F., 1993, 910p.

🕮 Apuntes de Matemáticas Financieras del Lic. Víctor D. Castro Luna, 1994.

🕮 BROWN, Warren y Dennis Moberg, Teoría de la Organización y la Administración, Enfoque Integral, Ed. Noriega Limusa, México, D.F. 1990, 708p.

🕮 CASTRO Luna, Víctor D. Investigación de Operaciones: Un Nuevo Enfoque, (en imprenta)

🕮 CHIAVENATO, Idalberto, Administración de Recursos Humanos, Ed. McGraw-Hill, México, D.F. 1988, 578p.

🕮 DAVIS, Roscoe, y Patrick McKeown, Modelos Cuantitativos para Administración, Grupo Editorial Iberoamérica, México, D.F. 1986, 757p.

🕮 DE LA MORA, Eyssautier, Metodología en la Investigación, Desarrollo de la Inteligencia, Ed. ECASA, México, D.F. 1991, 177p.

🕮 FERNÁNDEZ Arena, José Antonio, La Auditoría Administrativa, Ed. Diana, México, D.F., 1978, 227p.

🕮 KOONTZ, Harold, *et.al.*, Administración, 3ª Edición. Ed. McGraw-Hill, México, D.F., 1990, 771p.

🕮 NEWMAN, William y Kirby Warren, Dinámica Administrativa, Conceptos, funcionamiento y aplicaciones prácticas, 2ª Edición, Ed. Diana, México, D.F., 1984, 708.

🕮 Plan de Estudio 1993, U.N.A.M. - F.C.A., tomo 1, McGrawHill, México, D.F. 1992, 380p.

🕮 REYES Ponce, Agustín, Administración Moderna, Ed. Limusa, México, D.F. 1992, 480p.

🕮 SHAO, Stephen, Estadística para Economistas y Administradores de Empresas, 2ª Edición, Ed. Herrero Hermanos, México, D.F., 1971, 786p.

🕮 TERRY, George, Principios de Administración, Ed. CECSA, 879p.