

10  
2 es.



# UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

Facultad de Ingeniería

"SIMULACION NUMERICA DE  
UN CICLO BRAYTON CON  
REGENERACION"

T E S I S

Que para obtener el título de:

INGENIERO MECANICO ELECTRICISTA  
(AREA MECANICA)

p r e s e n t a

GABRIEL ANGUIANO RODRIGUEZ



Director de Tesis:  
M. en I. Eduardo Medina Hernández

México, D. F.

1998

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

265953



Universidad Nacional  
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

**Biblioteca Central**



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

# SIMULACIÓN NUMÉRICA DE UN CICLO BRAYTON CON REGENERACIÓN

<b>ÍNDICE</b>	
<b>PRESENTACIÓN</b>	I
	II
<b>CAPÍTULO 1</b>	
<b>EL MÉTODO DE SIMULACIÓN</b>	0
<b>INTRODUCCIÓN</b>	1
1.1 OBJETIVO	2
1.2 DESCRIPCIÓN DEL SISTEMA	3
1.3 DESCRIPCIÓN DE LA METODOLOGÍA	6
1.3.1 El método Newton-Raphson	7
1.3.2 Aplicación del método Newton-Raphson	11
1.3.3 Ejemplo	15
<b>CAPÍTULO 2</b>	
<b>EL DESARROLLO DEL MODELO</b>	20
2.1 SELECCIÓN DE VARIABLES Y ECUACIONES	21
2.1.1 Curvas características	23
2.1.2 Balances de masa	26
2.1.3 Balances de energía	31
2.1.4 Temperatura de flama adiabática	35
2.1.5 Regenerador	38
2.1.6 Relación de presiones del sistema	39
2.1.7 Balance de energía del sistema completo	39
2.2 PLANTEAMIENTO DEL SISTEMA DE ECUACIONES SIMULTÁNEAS	40
<b>CAPÍTULO 3</b>	
<b>RESULTADOS</b>	44
3.1 RESULTADOS DE INTERÉS	45
3.2 ANÁLISIS DE RESULTADOS	54
3.3 PUNTO DE OPERACIÓN DEL SISTEMA	68
<b>CONCLUSIONES</b>	69
<b>ANEXO</b>	73
<b>BIBLIOGRAFÍA</b>	92

Este trabajo de tesis abarca un tema que pertenece al área de termofluidos. Su desarrollo aplica conocimientos y herramientas adquiridos a lo largo de la Licenciatura de Ingeniero Mecánico Eléctricista Área Mecánica; sin embargo, puede destacarse la importancia de temas en métodos numéricos, la termodinámica aplicada, con referencia especial al estudio de ciclos de potencia y, por último, el comportamiento de la turbomaquinaria.

Se parte del análisis de un sistema de potencia propuesto, el cual se basa en el ciclo de aire Brayton con etapas múltiples de compresión, expansión y combustión, así como el enfriamiento entre etapas de compresión y el aprovechamiento de los productos de la combustión final para el recalentamiento en un regenerador.

Dicho sistema puede ser estudiado exclusivamente mediante el análisis termodinámico aplicado a los ciclos de potencia. No obstante, se busca ilustrar y aplicar un método de análisis más completo: la simulación del sistema de potencia mediante un modelo, el cual integre las relaciones termodinámicas, las características individuales de los componentes, y la composición de la sustancia de trabajo con propiedades variables.

Al desarrollar un modelo que simula el comportamiento del sistema de potencia propuesto, se pretende ilustrar las posibilidades de la simulación mediante modelos matemáticos. Los resultados obtenidos por este conducto se estudian a su vez, exponiendo el nivel de análisis posible mediante el desarrollo de modelos para el estudio y diseño de ciclos de potencia. Adicionalmente, se aprende sobre ciertas características del comportamiento del sistema propuesto, sin que este sea el enfoque principal.

En el Capítulo 1 se hace la descripción del método de simulación empleado, incluyendo su sustento matemático y la metodología para su aplicación. El Capítulo 2 describe el desarrollo de un modelo para simular el sistema de potencia propuesto. Finalmente, dicho modelo se utiliza para generar resultados, los cuales se exponen y analizan en el Capítulo 3.

## **CAPÍTULO 1**

### **EL MÉTODO DE SIMULACIÓN**

## INTRODUCCIÓN

En la enseñanza de las asignaturas del área térmica de la carrera de ingeniería mecánica, la tendencia ha sido la de impartir por separado el estudio de los sistemas termodinámicos, representados mediante esquemas simplificados, y el estudio de equipos de proceso, tales como intercambiadores de calor y máquinas térmicas. El estudiante no tiene la oportunidad de integrar el análisis termodinámico con las características de los equipos en sistemas completos, tal y como ocurre en la práctica de la ingeniería. En otras palabras, existe una brecha entre el conocimiento de los procesos individuales y la forma en que se integran dichos procesos para conformar lo que en la práctica constituye la ingeniería de procesos.

Cerrar esta brecha no significa que deba restarse importancia al estudio de los procesos individuales, ya que un conocimiento deficiente de éstos puede provocar fallas en el funcionamiento de los sistemas que integrarán. Se debe, en cambio, instar al estudiante de ingeniería para que piense en función de sistemas integrados y para que conozca las técnicas de simulación y optimización existentes, las cuales tardaron en empezar a ser aplicadas en el diseño y análisis de sistemas térmicos en comparación con otras aplicaciones. En particular, debe aprovecharse el mayor acceso a las computadoras que se tiene actualmente, primero para aprender las técnicas de simulación que permitan proponer sistemas que funcionen; posteriormente, puede darse un paso más al pensar en optimizar dichos sistemas, tarea que sin la herramienta que representan las computadoras solía descartarse por la dificultad de llevar a cabo una enorme cantidad de cálculos numéricos. La optimización de sistemas, lo que significa identificar mediante un modelo los parámetros de operación óptimos (optimizar eficiencia, potencia o incluso variables económicas), constituye actualmente una faceta importante del diseño.

La simulación de sistemas se ha convertido con el tiempo en una herramienta poderosa, ampliamente aceptada y empleada para el análisis energético de sistemas de potencia, aire acondicionado, refrigeración y procesos térmicos en general. La simulación, además de utilizarse en las etapas de diseño y desarrollo para evaluar los requerimientos energéticos del sistema en cuestión, permite incluso explorar mejoras en los diseños.

## 1.1 OBJETIVO

El objetivo de este trabajo consiste en simular un sistema de potencia basado en el ciclo Brayton, logrando así comprender su funcionamiento, condiciones de operación, comportamiento y puntos óptimos de operación. Este ejercicio, a su vez, sirve para ilustrar la aplicación de la simulación en sistemas de potencia, permitiéndonos estudiar su alcance y limitaciones. En particular, el modelo desarrollado en este trabajo emplea un método ampliamente aplicado en el campo de la simulación: el método de Newton-Raphson para un sistema de ecuaciones simultáneas. Al desarrollar la simulación del sistema en cuestión, se conseguirá comprender detalladamente la metodología para aplicar este método de simulación.

En este caso el desarrollo de todo el proceso de simulación parte de un problema propuesto: evaluar el funcionamiento de un sistema de potencia definido en función de los equipos que lo integran, las características individuales de operación de dichos equipos, y una configuración definida. Partiendo de dicha configuración, se procede con la tarea de desarrollar un modelo que permita simular el sistema, para así definir si su funcionamiento es posible y bajo qué rangos de operación. Posteriormente, se identifican los rangos de operación que resulten en una mayor eficiencia energética; sin embargo, no se aplica ningún método de optimización analítico o numérico.

## 1.2 DESCRIPCIÓN DEL SISTEMA

Se trata de un sistema de potencia basado en el ciclo Brayton, e incluye elementos de enfriamiento entre etapas de compresión, regeneración y post-combustión. La Figura 1-1 muestra un diagrama esquemático del sistema que se estudiará.

El sistema inicia con una primera etapa de compresión que succiona aire del medio ambiente a temperatura y presión conocidas. El aire comprimido a la salida de este primer compresor pasa por un interenfriador, donde cede calor a un flujo de agua con el que no se mezcla. A continuación, el aire comprimido y enfriado entra a un segundo compresor, del cual sale a presión elevada para entrar a un regenerador, donde recibe calor proveniente de los productos finales de combustión que salen del sistema. Una vez precalentado en el regenerador, el aire comprimido entra a una primera cámara de combustión, donde se mezcla con gas metano (pueden simularse otros hidrocarburos si se conocen su poder calorífico y composición molecular) para hacer combustión. Los gases producto de esta combustión entran a una primera turbina, la de alta presión, donde se expanden. Al salir de la primera turbina entran a un segundo combustor, donde se mezclan con combustible adicional y hacen combustión por segunda vez, aprovechando el exceso de oxígeno presente en la mezcla. Los gases producto de esta segunda combustión entran a la segunda turbina del sistema, la de baja presión, donde se expanden hasta alcanzar la presión atmosférica. A continuación, los gases que salen de la segunda turbina a temperatura elevada son aprovechados para precalentar el aire comprimido que sale del segundo compresor antes de entrar al primer combustor. La mezcla final de gases producto de dos etapas de combustión a lo largo del sistema, es desechada al medio ambiente, al salir del regenerador.

La información conocida para la simulación de este sistema son las condiciones ambientales de temperatura y presión, el poder calorífico del combustible y su composición molecular promedio ( $C_xH_y$ ). Adicionalmente, se cuenta con las curvas características de los compresores y las turbinas. El comportamiento de cada turbina y cada compresor está descrito por dos ecuaciones.

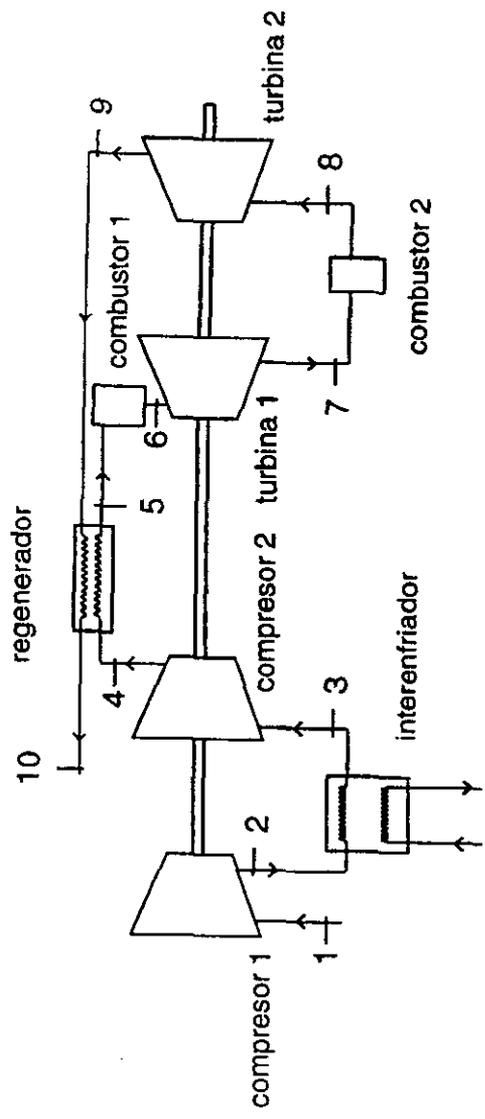


Figura 1-1

En este caso particular, los compresores son iguales entre sí, por lo que su comportamiento está descrito por el mismo par de ecuaciones, al igual que las turbinas.

Estas ecuaciones empíricas tienen la siguiente forma:

Compresores

$$R_p = f(\dot{m}) \quad W_c = f(R_p)$$

Turbinas

$$\dot{m} = f(R_p, t) \quad W_t = f(R_p, t)$$

Donde  $R_p$  es la relación de presiones desarrollada en el equipo en cuestión,  $\dot{m}$  el flujo másico,  $t$  la temperatura de entrada al equipo, y  $W_c, W_t$  las potencias en compresores y turbinas respectivamente.

### 1.3 DESCRIPCIÓN DE LA METODOLOGÍA

Para modelar el sistema propuesto se recurre a la simulación. En este caso, simular dicho sistema de potencia significa calcular el valor de sus variables de operación (como presiones, temperaturas y flujos de masa y energía). De entrada se conocen las características de comportamiento de todos los componentes del sistema, así como las ecuaciones que describen las propiedades termodinámicas de las sustancias de trabajo. El total de las ecuaciones que describen el comportamiento de los equipos y de las propiedades termodinámicas, junto con los balances de masa y energía, conforman un sistema de ecuaciones simultáneas que relaciona las variables de operación entre sí. Finalmente, se resuelve numéricamente dicho sistema de ecuaciones simultáneas no lineales.

El sistema de potencia en cuestión consiste de una serie de componentes y equipos cuyos comportamientos están relacionados entre sí. Al simular el sistema completo, en efecto observamos el comportamiento de un modelo matemático que imita, dentro de las limitaciones impuestas por múltiples simplificaciones, el comportamiento del sistema real. Este tipo de simulación se logra llevando a cabo cálculos numéricos, a diferencia de otros tipos en los que se construyen prototipos que imitan al sistema real, ya sea mediante modelos a escala o, por ejemplo, mediante combinaciones de resistencias eléctricas y capacitores que simulan el comportamiento de un sistema de intercambio de calor.

El éxito de una simulación matemática depende principalmente de la definición correcta y eficiente de las ecuaciones que describen el comportamiento del sistema real. Habiendo encontrado la selección óptima de ecuaciones, el resto de la simulación se reduce a resolver el conjunto de ecuaciones simultáneas recurriendo al método numérico más apropiado para el caso particular.

En el caso de nuestro sistema de potencia, el conjunto de variables y ecuaciones simultáneas escogido forma un sistema de ecuaciones simultáneas no lineales, por lo que el método más apropiado para su resolución es el método de Newton-Raphson.

### 1.3.1 El método Newton-Raphson

El método de Newton-Raphson es el método numérico más ampliamente usado para localizar raíces. Cuando una ecuación no tiene raíces exactas y no existe una fórmula para calcular dichas raíces, como sucede con las ecuaciones no lineales, se recurre a un método numérico de aproximaciones sucesivas, siendo el método de Newton-Raphson el favorito por la rapidez con la que converge y porque la aproximación inicial no necesita estar cerca de la raíz (sin embargo, en algunos casos puede haber divergencia). Este método puede resolver tanto ecuaciones de una sola variable independiente, como sistemas de ecuaciones simultáneas con más de una variable.

El método de Newton-Raphson se basa en la serie de expansión de Taylor, la cual se repasa a continuación.

La serie de Taylor para una función  $f$ , la cual depende únicamente de la variable  $x$ , se desarrolla cuando se quiere hacer la expansión de dicha función  $f(x)$  alrededor del valor  $x = a$ . Hacer la expansión de dicha función significa que desarrollamos un polinomio que sirve de aproximación a la función original para valores de  $x$  cercanos al punto en torno al cual hicimos la expansión. La forma general de la serie de Taylor para una función de una sola variable independiente es:

$$\begin{aligned} f(x) &= \sum_{k=0}^{\infty} \frac{f^{(k)}(a)}{k!} (x-a)^k \\ &= f(a) + f'(a)(x-a) + \frac{f''(a)}{2!} (x-a)^2 + \dots \\ &\quad + \frac{f^{(n)}(a)}{n!} (x-a)^n + \dots \end{aligned} \tag{1-1}$$

Cuando se aplica la serie de Taylor con valores de  $x$  muy cercanos a  $a$ , los términos de la expansión de orden elevado se tornan despreciables, de tal manera que la serie puede reducirse a la siguiente expresión:

$$f(x) \approx f(a) + f'(a)(x - a) \quad 1-2$$

En el caso de una ecuación de la forma  $y = f(x)$ , podemos calcular  $y$  de forma aproximada para valores de  $x$  cercanos a  $a$  mediante su serie de Taylor:

$$y \approx y(a) + \frac{dy}{dx}(x - a) \quad 1-3$$

Como ya se mencionó, la serie de Taylor también puede aplicarse a funciones que dependen de más de una variable. Para expandir la función  $z = (x, y)$  alrededor del punto  $(x = a, y = b)$ , su serie de Taylor estaría formada por los siguientes términos:

$$z = c_0 + [c_1(x - a) + c_2(y - b)] + [c_3(x - a)^2 + c_4(x - a)(y - b) + c_5(y - b)^2] + \dots \quad 1-4$$

Para obtener el valor de las constantes se procede de la forma siguiente. Al establecer la igualdad  $x = a$  y  $y = b$ , todos los términos de la expresión se eliminan salvo  $c_0$ , dándonos el valor de la primera constante:

$$c_0 = z(a, b)$$

Para calcular  $c_1$  obtenemos la derivada parcial con respecto a  $x$  de la ecuación 1-4 y establecemos la igualdad  $x = a$ , de tal manera que todos los términos desaparezcan del lado derecho excepto  $c_1$ , quedando la siguiente igualdad:

$$c_1 = \frac{\partial z(a, b)}{\partial x}$$

De igual manera obtenemos la derivada parcial con respecto a  $y$  de la ecuación 1-4, y asignamos  $y = b$ , eliminando así términos y obteniendo la siguiente expresión:

$$c_2 = \frac{\partial z(a, b)}{\partial y}$$

Para calcular las constantes restantes se deben obtener las derivadas parciales de segundo orden y substituir los valores  $x = a$  y  $y = b$ , obteniendo las siguientes expresiones:

$$c_3 = \frac{1}{2} \frac{\partial^2 z(a, b)}{\partial x^2} \quad c_4 = \frac{\partial^2 z(a, b)}{\partial x \partial y} \quad c_5 = \frac{1}{2} \frac{\partial^2 z(a, b)}{\partial y^2}$$

De esta forma se pueden obtener los términos completos de la serie; sin embargo, al igual que en el caso de una ecuación de una sola variable, si queremos aproximar la función original para valores de las variables independientes cercanos al punto de expansión, en este caso  $(x = a, y = b)$ , los primeros dos términos de la serie son suficientes.

### 1.3.2 Aplicación del método Newton-Raphson

Habiendo repasado los conceptos de la serie de Taylor, a continuación se describen los pasos para resolver mediante el método de Newton-Raphson un sistema de ecuaciones simultáneas no lineales.

Supongamos que queremos resolver un sistema de tres ecuaciones simultáneas no lineales, debiendo encontrar los valores de las tres variables que satisfagan el sistema.

$$f_1(x_1, x_2, x_3) = 0$$

$$f_2(x_1, x_2, x_3) = 0$$

1-5

$$f_3(x_1, x_2, x_3) = 0$$

Para resolver este sistema de tres ecuaciones con tres incógnitas se lleva a cabo un proceso iterativo, pasando por los siguientes pasos:

1. Reordenar las ecuaciones para que todos los términos queden de un mismo lado de la ecuación (las ecuaciones en 1-5 ya se encuentran en este formato).

2. Asignar valores iniciales a las variables, denominándolos  $x_{1,i}, x_{2,i}, x_{3,i}$ .

3. Calcular  $f_1, f_2, f_3$  con los valores temporales  $x_{1,t}, x_{2,t}, x_{3,t}$ .
4. Calcular las derivadas parciales de todas las funciones con respecto a todas las variables en  $x_{1,t}, x_{2,t}, x_{3,t}$ .
5. Aplicar la expansión de la serie de Taylor (1-4) para definir un conjunto de ecuaciones simultáneas. La expansión de Taylor para la primera ecuación de 1-5, por ejemplo, es:

$$\begin{aligned} f_1(x_1, x_2, x_3) &\approx f_1(x_{1,c}, x_{2,c}, x_{3,c}) \\ &+ \frac{\partial f_1(x_{1,t}, x_{2,t}, x_{3,t})}{\partial x_1} (x_{1,t} - x_{1,c}) \\ &+ \frac{\partial f_1(x_{1,t}, x_{2,t}, x_{3,t})}{\partial x_2} (x_{2,t} - x_{2,c}) \\ &+ \frac{\partial f_1(x_{1,t}, x_{2,t}, x_{3,t})}{\partial x_3} (x_{3,t} - x_{3,c}) \end{aligned}$$

Obteniendo las series de Taylor para las demás ecuaciones, y evaluando las derivadas parciales con los valores temporales, obtenemos un sistema de ecuaciones lineales cuya representación matricial se muestra en 1-6.

$$\begin{array}{c}
 \frac{\partial f_1}{\partial x_1} \quad \frac{\partial f_1}{\partial x_2} \quad \frac{\partial f_1}{\partial x_3} \\
 \frac{\partial f_2}{\partial x_1} \quad \frac{\partial f_2}{\partial x_2} \quad \frac{\partial f_2}{\partial x_3} \\
 \frac{\partial f_3}{\partial x_1} \quad \frac{\partial f_3}{\partial x_2} \quad \frac{\partial f_3}{\partial x_3}
 \end{array}
 \begin{bmatrix}
 x_{1,t} - x_{1,c} \\
 x_{2,t} - x_{2,c} \\
 x_{3,t} - x_{3,c}
 \end{bmatrix}
 =
 \begin{bmatrix}
 f_1 \\
 f_2 \\
 f_3
 \end{bmatrix}
 \tag{1-6}$$

6. Resolver el sistema de ecuaciones simultáneas 1-6 para determinar los valores de  $x_{i,t} - x_{i,c}$ .

7. Corregir los valores temporales de las variables.

$$x_{1,nuevo} = x_{1,anterior} - (x_{1,t} - x_{1,c})$$

$$x_{2,nuevo} = x_{2,anterior} - (x_{2,t} - x_{3,c})$$

$$x_{3,nuevo} = x_{3,anterior} - (x_{3,t} - x_{3,c})$$

8. Revisar si hay convergencia. Cuando los valores absolutos de todas las  $f$  o de todas las  $\Delta x$  son suficientemente pequeños, concluir el proceso; de lo contrario regresar al Paso 3.

**1.3.3 Ejemplo**

Resolver el siguiente sistema de ecuaciones utilizando el método de Newton-Raphson.

$$\Delta p = 7.2w^2 + 392.28$$

$$\Delta p = 810 - 25w_1 - 3.75w_1^2$$

$$\Delta p = 900 - 65w_2 - 30w_2^2$$

$$w = w_1 + w_2$$

**Paso 1**

Reordenar las funciones del sistema de ecuaciones.

$$f_1 = \Delta p - 7.2w^2 - 392.28 = 0$$

$$f_2 = \Delta p - 810 + 25w_1 + 3.75w_1^2 = 0$$

$$f_3 = \Delta p - 900 + 65w_2 + 30w_2^2 = 0$$

$$f_4 = w - w_1 - w_2 = 0$$

**Paso 2**

Escoger primeras aproximaciones para las variables.

$$\Delta p = 750, w_1 = 3, w_2 = 1.5, w = 5$$

**Paso 3**

Calcular los valores de las funciones utilizando las primeras aproximaciones.

$$f_1 = 177.7, f_2 = 48.75, f_3 = 15.0, f_4 = 0.50$$

**Paso 4**

Obtener las derivadas parciales de las cuatro funciones con respecto a las cuatro variables, y evaluarlas con los valores de la primera aproximación.

	$\frac{\partial}{\partial p}$	$\frac{\partial}{\partial w_1}$	$\frac{\partial}{\partial w_2}$	$\frac{\partial}{\partial w}$
$\frac{\partial f_1}{\partial}$	1	0	0	-14.4w
$\frac{\partial f_2}{\partial}$	1	25 + 7.5w <sub>1</sub>	0	0
$\frac{\partial f_3}{\partial}$	1	0	65 + 60w <sub>2</sub>	0
$\frac{\partial f_4}{\partial}$	0	-1	-1	1

**Paso 5**

Evaluar las derivadas parciales usando los valores temporales de las variables, y junto con las funciones evaluadas con los mismo valores temporales formar un sistema de ecuaciones simultáneas lineales.

$$\begin{bmatrix} 1.0 & 0.0 & 0.0 & -72.0 \\ 1.0 & 47.5 & 0.0 & 0.0 \\ 1.0 & 0.0 & 155.0 & 0.0 \\ 0.0 & -1.0 & -1.0 & 1.0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x_1 \\ \Delta x_2 \\ \Delta x_3 \\ \Delta x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 177.7 \\ 48.75 \\ 15.0 \\ 0.50 \end{bmatrix}$$

donde  $\Delta x_i = x_{i,f} - x_{i,c}$

**Paso 6**

Obtener la solución del sistema de ecuaciones simultáneas.

$$\Delta x_1 = 98.84 \quad \Delta x_2 = -1.055 \quad \Delta x_3 = -0.541 \quad \Delta x_4 = -1.096$$

**Paso 7**

Obtener los nuevos valores para las variables. En este caso los valores corregidos en la primera iteración son:

$$\Delta p = 750.0 - 98.84 = 651.16$$

$$w_1 = 3 - (-1.055) = 4.055$$

$$w_2 = 1.5 - (-0.541) = 2.041$$

$$w = 5 - (-1.096) = 6.096$$

Estos nuevos valores para las variables son utilizados de nuevo en el Paso 3 en una segunda iteración, llevándose a cabo todos los pasos posteriores de nueva cuenta. En el siguiente cuadro se muestran los valores de las  $f$  obtenidos en cada iteración.

iteración	$f_1$	$f_2$	$f_3$	$f_4$	$\Delta p$	$w_1$	$w_2$	$w$
1	98.641	4.170	8.778	0.000	651.16	4.055	2.041	6.096
2	-0.081	0.0148	0.056	0.000	650.48	3.992	1.998	5.989
3	0.000	0.000	0.000	0.000	650.49	3.991	1.997	5.988

Después de tres iteraciones, el cálculo del sistema converge.

Las ecuaciones  $f_1, f_2, f_3$  describen un sistema de bombeo compuesto por dos bombas en paralelo, que transportan líquido entre dos depósitos en niveles diferentes. La solución obtenida describe la presión de bombeo ( $\Delta P$ ) y los flujos involucrados ( $w_1, w_2, w$ ), describiendo así el comportamiento de dicho sistema físico.

## **CAPÍTULO 2**

### **EL DESARROLLO DEL MODELO**

## 2.1 SELECCIÓN DE VARIABLES Y ECUACIONES

Una vez que se conoce la configuración y los componentes del sistema de potencia con el que se va a trabajar, debe hacerse una evaluación completa de todas las variables que intervienen en el sistema, sin excluir ninguna. Asimismo, deben establecerse todas las relaciones que describan el comportamiento individual de cada componente del sistema, así como las relaciones de masa y energía y las propiedades termodinámicas que integran el funcionamiento de los componentes individuales en el sistema de potencia.

Adicionalmente a la selección de variables y ecuaciones, hay que tomar decisiones en cuanto al grado de acercamiento que el modelo debe tener con el sistema real. Se busca que el modelo refleje el comportamiento del sistema de la forma más precisa posible; sin embargo, debe considerarse el propósito que se pretende cumplir con la simulación, para así permitir simplificaciones que no quiten precisión a los resultados finales más allá de la que requerimos.

En la Tabla 2.1, aparece la lista de variables que intervienen en el modelo, basándose para su nomenclatura en el diagrama del sistema mostrado en la Figura 1-1. También aparece una lista de funciones predeterminadas para los polinomios de entalpía y masas molares de las mezclas de gases.

En cuanto a la semejanza del modelo con la realidad, se consideró en el análisis un comportamiento de las mezclas como gases ideales y la variación de la entalpía con la temperatura, ajustándola con polinomios adecuados (basados en tablas de propiedades). En parte del sistema se trabaja con el polinomio de entalpía del aire, pero en las secciones donde la sustancia de trabajo es una mezcla de gases, se incluye el efecto de cada gas mediante su polinomio de entalpía, en una proporción dictada por las ecuaciones estequiométricas del sistema.

Existen dos simplificaciones importantes en el modelo aquí desarrollado. Primero, no se consideran pérdidas de presión en los combustores, el regenerador, el interenfriador y tuberías asociadas; segundo, en los combustores se simula una combustión completa sin considerar factores de equilibrio químico.

En cuanto al regenerador y al interenfriador, el intercambio de calor se simula de forma simplificada sin considerar el efecto del tiempo, considerando únicamente diferencia de entalpías y una eficiencia de transferencia de calor hipotética para el caso del interenfriador.

La selección de las variables y las ecuaciones que las relacionan se describe detalladamente en las siguientes páginas, en el mismo orden en que son procesadas en el modelo.

Tabla 2-1

$r_1$	relación de presiones, Compresor 1	$Q$	calor intercambiado en Regerador, kW
$r_2$	relación de presiones, Compresor 2	$m_1$	flujo másico 1(aire), kg/s
$r_3$	relación de presiones, Turbina 1	$m_2$	flujo másico 2 (entre combustores), kg/s
$r_4$	relación de presiones, Turbina 2	$m_3$	flujo másico 3 (después de combustor 2), kg/s
$t_2$	temperaturas, K	$S_1$	potenica de Compresor 1, kW
$t_3$		$S_2$	potenica de Compresor 2, kW
$t_4$		$W_1$	potenica Turbina 1, kW
$t_5$		$W_2$	potencia Turbina 2, kW
$t_6$		$E_f$	potenica flecha, kW
$t_7$		$E$	relación estequiométrica, base molar
$t_8$		$m$	relación estequiométrica, base molar
$t_9$			
$t_{10}$			

polinomios de entalpías

FNH1 (z2,z1)	CO <sub>2</sub>	kJ/kgmol	FNE1(z)	CO <sub>2</sub>	kJ/kgmol
FNH2 (z2,z1)	H <sub>2</sub> O	kJ/kgmol	FNE2(z)	H <sub>2</sub> O	kJ/kgmol
FNH3 (z2,z1)	O <sub>2</sub>	kJ/kgmol	FNE3(z)	O <sub>2</sub>	kJ/kgmol
FNH4 (z2,z1)	N <sub>2</sub>	kJ/kgmol	FNE4(z)	N <sub>2</sub>	kJ/kgmol
FNH5 (z2,z1)	Aire	kJ/kg	FNE5(z)	Aire	kJ/kg

polinomios de masas molares de mezclas de gases

FNP2(E)	Mmezcla2	kg/kmol
FNP3(E,m)	Mmezcla3	kg/kmol

### 2.1.1 Curvas características

Las ecuaciones para las curvas características de los compresores y turbinas, representan modelos empíricos de máquinas arbitrarias (Stoecker, W.F., 1980).

#### a) Compresores

El comportamiento de cada uno de los compresores está descrito por las siguientes ecuaciones, donde  $R_p$  es la relación de presiones,  $\dot{m}$  el flujo másico,  $t$  la temperatura de entrada al equipo,  $W_c$  la potencia de compresión, y  $c_i, d_i$  coeficientes.

$$R_p = c_1 + c_2 \dot{m} + c_3 \dot{m}^2$$

$$W_c = d_1 + d_2 R_p + d_3 R_p^2$$

Escribiendo las ecuaciones en términos de las variables y coeficientes definidos para el modelo, obtenemos dos pares de ecuaciones.

$$r_1 = ca_1 + ca_2 m_1 + ca_3 m_1^2$$

Compresor 1

$$S_1 = cb_1 + cb_2 r_1 + cb_3 r_1^2$$

$$r_2 = cc_1 + cc_2m_1 + cc_3m_1^2$$

Compresor 2

$$S_2 = cd_1 + cd_2r_1 + cd_3r_1^2$$

Reordenando e igualando a cero, obtenemos las primeras cuatro funciones del sistema.

$$F1 = ca_1 + ca_2m_1 + ca_3m_1^2 - r_1$$

$$F2 = cb_1 + cb_2r_1 + cb_3r_1^2 - S_1$$

$$F3 = cc_1 + cc_2m_1 + cc_3m_1^2 - r_2$$

$$F4 = cd_1 + cd_2r_1 + cd_3r_1^2 - S_2$$

### b) Turbinas

Al igual que los compresores, cada una de las turbinas se comporta de acuerdo a las siguientes ecuaciones escritas en forma general, donde  $W_i$  es la potencia desarrollada por la turbina, y  $c_i, d_i$  son otro juego de coeficientes correspondiente a la turbina en cuestión.

$$\dot{m} = c_1 + c_2R_p + c_3R_p^2 + c_4t + c_5t^2 + c_6R_p t + c_7R_p^2 t + c_8R_p t^2 + c_9R_p^2 t^2$$

$$W_i = d_1 + d_2R_p + d_3R_p^2 + d_4t + d_5t^2 + d_6R_p t + d_7R_p^2 t + d_8R_p t^2 + d_9R_p^2 t^2$$

Al igual que con los compresores, obtenemos las ecuaciones particulares para cada turbina en función de variables y coeficientes definidos, reordenamos e igualamos a cero, obteniendo así las funciones del modelo correspondientes a las dos turbinas del sistema.

$$F5 = ce_1 + ce_2 r_3 + ce_3 r_3^2 + ce_4 (t_6 - T_0) + ce_5 (t_6 - T_0)^2 + ce_6 r_3 (t_6 - T_0) \\ + ce_7 r_3^2 (t_6 - T_0) + ce_8 r_3 (t_6 - T_0)^2 + ce_9 r_3^2 (t_6 - T_0)^2 - m_2$$

$$F6 = cf_1 + cf_2 r_3 + cf_3 r_3^2 + cf_4 (t_6 - T_0) + cf_5 (t_6 - T_0)^2 + cf_6 r_3 (t_6 - T_0) \\ + cf_7 r_3^2 (t_6 - T_0) + cf_8 r_3 (t_6 - T_0)^2 + cf_9 r_3^2 (t_6 - T_0)^2 - W_1$$

$$F7 = cg_1 + cg_2 r_4 + cg_3 r_4^2 + cg_4 (t_8 - T_0) + cg_5 (t_8 - T_0)^2 + cg_6 r_4 (t_8 - T_0) \\ + cg_7 r_4^2 (t_8 - T_0) + cg_8 r_4 (t_8 - T_0)^2 + cg_9 r_4^2 (t_8 - T_0)^2 - m_3$$

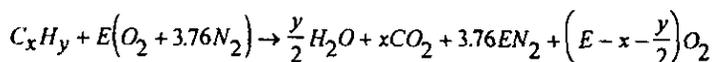
$$F8 = ch_1 + ch_2 r_4 + ch_3 r_4^2 + ch_4 (t_8 - T_0) + ch_5 (t_8 - T_0)^2 + ch_6 r_4 (t_8 - T_0) \\ + ch_7 r_4^2 (t_8 - T_0) + ch_8 r_4 (t_8 - T_0)^2 + ch_9 r_4^2 (t_8 - T_0)^2 - W_2$$

Las temperaturas fueron ajustadas con  $T_0 = 273.15$  para trabajar en Kelvin.

## 2.1.2 Balances de masa

## a) Combustor 1

La ecuación estequiométrica que describe la combustión en el combustor 1 es



En esta fórmula  $x, y$  están dados por la fórmula molecular promedio del combustible utilizado (en este caso,  $CH_4$  para el metano). Solamente  $E$  es una variable, y su valor representa la relación que describe la mezcla de aire/combustible dentro del combustor.

$$E \equiv \frac{\text{moles } O_2}{\text{moles } C_xH_y}$$

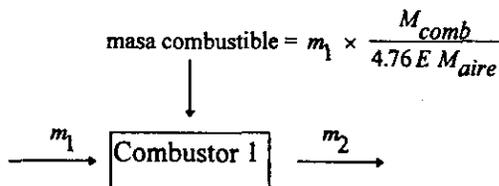
Si revisamos la ecuación estequiométrica, veremos que de igual manera se puede establecer la relación molar entre el aire y el combustible:

$$\frac{\text{Moles aire}}{\text{Moles comb.}} = \frac{4.76 \text{ moles aire}}{1 \text{ moles } C_xH_y}$$

Se puede obtener esta misma relación en función de masa ( $A/C$ ) si multiplicamos y dividimos por las masas molares del aire ( $M_{\text{aire}}$ ) y del combustible  $C_xH_y$  ( $M_{\text{comb}}$ ), respectivamente:

$$A/C = \frac{4.76 E M_{\text{aire}}}{M_{\text{comb}}} \left( \frac{\text{kg aire}}{\text{kg combustible}} \right)$$

Habiendo obtenido la relación aire/combustible en términos de masa ( $A/C$ ), podemos realizar un balance de masa para el combustor 1:



Del diagrama se puede observar que  $m_2$ , la masa de los gases productos de la combustión, son las sumas de la masa de aire  $m_1$  y combustible que entran al combustor. La masa de combustible que entra al combustor se obtiene analizando el sentido de la relación  $A/C$ .

$A/C$  nos indica la relación entre la masa de aire y la masa de combustible que se mezclan. Su recíproco,  $C/A$ , nos indica la masa de combustible por unidad de masa de aire que entra al combustor. Si además conocemos  $m_1$ , la masa de aire que entra al combustor, entonces

$$\text{masa de combustible} = m_1 \times C/A$$

Como se aprecia en la figura, esto equivale a

$$\text{masa de combustible} = m_1 \times \frac{M_{\text{comb}}}{4.76 E M_{\text{aire}}}$$

Este resultado nos da una ecuación que describe el balance de masa  $m_1 \times \frac{M_{\text{comb}}}{4.76 E M_{\text{aire}}}$  en el primer combustor.

$$m_2 = m_1 + m_1 \times \frac{M_{comb}}{4.76 E M_{aire}}$$

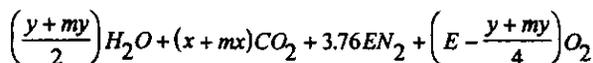
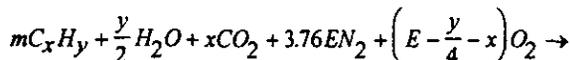
$$\Rightarrow 4.76 E M_{aire} m_2 = m_1 M_{comb} + 4.76 E M_{aire} m_1$$

$$\Rightarrow M_{comb} m_1 = 4.76 E M_{aire} (m_2 - m_1)$$

$$F_9 = M_{comb} m_1 - 4.76 E M_{aire} (m_2 - m_1)$$

### b) Combustor 2

La combustión que se lleva a cabo en el segundo combustor obedece a otra ecuación estequiométrica.

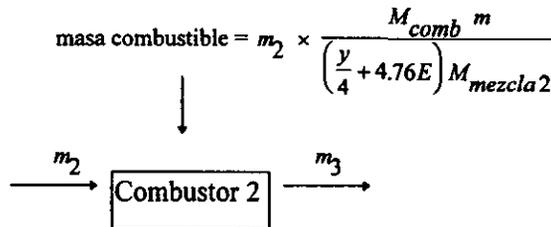


En esta ecuación aparece una nueva variable,  $m$ , la cual representa el número de moles de combustible  $C_x H_y$  y cuyo valor es proporcional al número de moles de la mezcla que entra al combustor y que contiene el exceso de oxígeno de la primera combustión. Para llevar a cabo el balance de masa en el segundo combustor, debemos introducir la masa molar de la mezcla de gases que entra a éste y con la cual hace combustión el combustible adicional.

$$M_{mezcla2} = \frac{xM_{CO_2} + \left(\frac{y}{2}\right)M_{H_2O} + \left(E - \frac{y}{4} - x\right)M_{O_2} + 3.76EM_{N_2}}{x + \left(\frac{y}{2}\right) + \left(E - \frac{y}{4} - x\right) + 3.76E}$$

$$\Rightarrow M_{mezcla2} = \frac{xM_{CO_2} + \left(\frac{y}{2}\right)M_{H_2O} + \left(E - \frac{y}{4} - x\right)M_{O_2} + 3.76EM_{N_2}}{\frac{y}{4} + 4.76E}$$

Llevando a cabo un análisis de las relaciones molares, similar al hecho para el combustor 1, se llega a un balance de masa.



donde

$$m_3 = m_2 + m_2 \times \frac{M_{comb} m}{\left(\frac{y}{4} + 4.76E\right) M_{mezcla2}}$$

Cabe destacar que el término  $M_{mezcla2}$  es a su vez una función de  $E$ , por lo que debe definirse como tal dentro de la expresión final que se incluirá en el programa. Con el propósito de

simplicar expresiones, se cancela el término  $\left(\frac{y}{4} + 4.76E\right)$  de la expresión anterior con el denominador contenido en la ecuación para  $M_{mezcla2}$ . Si definimos la expresión

$$FNP2(E) = xM_{CO_2} + \left(\frac{y}{2}\right)M_{H_2O} + \left(E - \frac{y}{4} - x\right)M_{O_2} + 3.76EM_{N_2}$$

donde  $FNP2(E)$  es una función predeterminada en Basic para cualquier valor  $Z$ .

Substituyendo en la expresión para  $m_3$  obtenemos

$$m_3 = m_2 + m_2 \times \frac{M_{comb} m}{FNP2(E)}$$

Reordenando y igualando a cero, obtenemos la función definitiva

$$F10 = m_2 m M_{comb} - FNP2(E)(m_3 - m_2)$$

### 2.1.3 Balances de energía

#### a) Compresores

Los balances de energía para los compresores se llevan a cabo de la misma forma, con la ventaja de que el gas de trabajo en ambos casos es el aire. En términos generales, el balance de energía para un compresor se puede hacer por diferencia de entalpías.

$$E_c = m(h_{n+1} - h_n)$$

Considerando los índices de la Figura 1.1, así como las variables escogidas y las funciones predeterminadas, el balance de energía para el primer compresor es

$$S_1 = m_1 FNHS(t_2, T_1)$$

donde  $FNHS(z_2, z_1)$  es la función predeterminada en Basic del polinomio de entalpía para el aire, y  $T_1$  es la temperatura ambiental (conocida). Reordenando e igualando a cero, tenemos

$$F_{11} = m_1 FNHS(t_2, T_1) - S_1$$

De igual manera se obtiene el balance de energía para el segundo compresor, dando como resultado final

$$F_{12} = m_1 FNHS(t_4, t_3) - S_2$$

**b) Turbinas**

El balance de energía para las turbinas también se lleva a cabo por diferencia de entalpías, como indica la ecuación general

$$E_t = m(h_n - h_{n+1})$$

Escribir la ecuación anterior en términos de las variables definidas y los polinomios de entalpía se lleva a cabo de manera similar al caso de los compresores, con la diferencia de que se deben incluir todos los polinomios ( a través de sus funciones predeterminadas en Basic) correspondientes a los diferentes gases que constituyen las dos mezclas (substancias) de trabajo, una en cada turbina. Por lo pronto, los polinomios de entalpía se incluyen en el balance de energía de forma ponderada, de tal manera que reflejen la presencia proporcional de cada gas en la mezcla, de acuerdo a las ecuaciones estequiométricas de cada combuster. En el caso de la primera turbina se llega a la siguiente ecuación:

$$W_1 = \frac{m_2}{FNP_2(E)} \left[ x FNH1(t_6, t_7) + \frac{y}{2} FNH2(t_6, t_7) + \left( E - x - \frac{y}{4} \right) FNH3(t_6, t_7) + 3.76 E FNH4(t_6, t_7) \right]$$

A diferencia del polinomio de entalpía para el aire, en el caso de los otros gases que componen las mezclas, los polinomios de entalpía funcionan en unidades de  $\frac{kJ}{kgmol}$ , por lo que se cambia el flujo másico a flujo molar agregando la función predeterminada  $FNP_2(E)$  en el denominador, la cual representa la masa molar de  $m_2$  en función de  $E$ . Reordenando la ecuación obtenemos

$$F13 = m_2 \left[ x FNH1(t_6, t_7) + \frac{y}{2} FNH2(t_6, t_7) + \left( E - x - \frac{y}{4} \right) FNH3(t_6, t_7) + 3.76 E FNH4(t_6, t_7) \right] - W_1 FNP2(E)$$

Para llevar a cabo el balance de energía en la segunda turbina, al igual que en el caso anterior, se debe introducir la masa molar de la mezcla 3, la cual es función de E y m. Apoyándonos en la ecuación estequiométrica para el segundo combustor y en los polinomios de entalpías, de igual manera llegamos a un balance de energía basado en la diferencia de entalpías.

$$W_1 = \frac{m_2}{FNP_2(E)} \left[ x FNH1(t_6, t_7) + \frac{y}{2} FNH2(t_6, t_7) + \left( E - x - \frac{y}{4} \right) FNH3(t_6, t_7) + 3.76 E FNH4(t_6, t_7) \right]$$

$$W_2 = \frac{m_3}{FNP3(E, m)} \left[ x(m+1) FNH1(t_8, t_9) + \frac{y(m+1)}{2} FNH2(t_8, t_9) + \left( E - [m+1] \left[ x + \frac{y}{4} \right] \right) FNH3(t_8, t_9) + 3.76 E FNH4(t_8, t_9) \right]$$

$$F14 = m_3 \left[ x(m+1) FNH1(t_8, t_9) + \frac{y(m+1)}{2} FNH2(t_8, t_9) + \left( E - [m+1] \left[ x + \frac{y}{4} \right] \right) FNH3(t_8, t_9) + 3.76 E FNH4(t_8, t_9) \right] - W_2 FNP3(E, m)$$

donde

$$FNP3(E, m) = x(m+1) M_{CO_2} + \left( \frac{y}{2} \right) (m+1) M_{H_2O} + \left[ E - (m+1) \left( x + \frac{y}{4} \right) \right] M_{O_2} + 3.76 E M_{N_2}$$

representa la masa molar de la mezcla 3 sin el denominador.

## c) Interenfriador

El comportamiento del interenfriador se modela de una manera simplificada, sin tomar en cuenta las propiedades del agua que sirve de interenfriador. Al definir una eficiencia de enfriamiento, se llega a una expresión general basada en diferencia de entalpías.

$$(h_2 - h_3) = \eta(h_2 - h_1)$$

Con base en las variables, funciones definidas y una eficiencia de enfriamiento supuesta, obtenemos

$$FNHS(t_2, t_3) = Ef \text{ int } FNHS(t_2, T_1)$$

$$\text{donde } Ef \text{ int} = \eta$$

Finalmente, reordenando e igualando a cero obtenemos la siguiente función que se usará en el modelo:

$$F15 = FNHS(t_2, t_3) - Ef \text{ int } FNHS(t_2, T_1)$$

FALTA PAGINA

No. 35

combustión completa, por lo que teniendo la ecuación estequiométrica que nos da el valor  $N_i$  de cada reactivo y cada producto, podemos llegar a una expresión en términos de las variables y polinomios de entalpía definidos para el modelo. En el caso del primer combustión, y con referencia a su ecuación estequiométrica, obtenemos

$$HF_{comb} + E(FNE3(t_5) - 8682) + 3.76E(FNE4(t_5) - 8669) = x(HF_{CO_2} + FNE1(t_6) - 9364) + \frac{y}{2}(HF_{H_2O} + FNE2(t_6) - 9904) + \left(E - x - \frac{y}{4}\right)(FNE3(t_6) - 8682) + 3.76E(FNE4(t_6) - 8669)$$

Reordenando e igualando a cero,

$$F17 = x(HF_{CO_2} + FNE1(t_6) - 9364) + \frac{y}{2}(HF_{H_2O} + FNE2(t_6) - 9904) + \left(E - x - \frac{y}{4}\right)(FNE3(t_6) - 8682) + 3.76E(FNE4(t_6) - 8669) - HF_{comb} - E(FNE3(t_5) - 8682) - 3.76E(FNE4(t_5) - 8669)$$

En el caso del segundo combustor nos basamos en la misma expresión general para temperatura de flama adiabática, así como en la ecuación estequiométrica del segundo combustor, obteniendo

$$\begin{aligned}
& m HF_{comb} + x \left( HF_{CO_2} + FNE1(t_7) - 9364 \right) + \frac{y}{2} \left( HF_{H_2O} + FNE2(t_7) - 9904 \right) \\
& + \left( E - x - \frac{y}{4} \right) \left( FNE3(t_7) - 8682 \right) + 3.76E \left( FNE4(t_7) - 8669 \right) = \\
& x(m+1) \left( HF_{CO_2} + FNE1(t_8) - 9364 \right) + \frac{y}{2} (m+1) \left( HF_{H_2O} + FNE2(t_8) - 9904 \right) \\
& + \left( E - (m+1) \left[ x + \frac{y}{4} \right] \right) \left( FNE3(t_8) - 8682 \right) + 3.76E \left( FNE4(t_8) - 8669 \right)
\end{aligned}$$

Reordenando,

$$\begin{aligned}
F18 &= x(m+1) \left( HF_{CO_2} + FNE1(t_8) - 9364 \right) + \frac{y}{2} (m+1) \left( HF_{H_2O} + FNE2(t_8) - 9904 \right) \\
& + \left( E - (m+1) \left[ x + \frac{y}{4} \right] \right) \left( FNE3(t_8) - 8682 \right) + 3.76E \left( FNE4(t_8) - 8669 \right) \\
& - m HF_{comb} - x \left( HF_{CO_2} + FNE1(t_7) - 9364 \right) - \frac{y}{2} \left( HF_{H_2O} + FNE2(t_7) - 9904 \right) \\
& - \left( E - x - \frac{y}{4} \right) \left( FNE3(t_7) - 8682 \right) - 3.76E \left( FNE4(t_7) - 8669 \right)
\end{aligned}$$

## 2.1.5 Regenerador

De nuevo analizamos el regenerador, esta vez para obtener una expresión del calor cedido en el regenerador por la mezcla de gases que sale de la segunda turbina. El análisis se basa igualmente en la diferencia de entalpías, pero por tratarse de una mezcla de gases descrita en sus proporciones por la ecuación estequiométrica del segundo combustor, la expresión se complica ya que debe incluir la participación de cada elemento y su polinomio de entalpía, así como la función predeterminada de la masa molar de dicha mezcla. Escogemos  $\Delta h = h_9 - h_{10}$  (el valor alto menos el valor bajo) para que  $Q$  tenga valor positivo, como en F16, y llegamos a la expresión

$$Q = \frac{m_3 \left[ x(m+1)FNH1(t_9, t_{10}) + \frac{y(m+1)}{2} FNH2(t_9, t_{10}) + \left[ E - (m+1) \left( x + \frac{y}{4} \right) \right] FNH3(t_9, t_{10}) + 3.76EFNH4(t_9, t_{10}) \right]}{FNP3(E, m)}$$

Por lo tanto,

$$F19 = m_3 \left[ x(m+1)FNH1(t_9, t_{10}) + \frac{y(m+1)}{2} FNH2(t_9, t_{10}) + \left[ E - (m+1) \left( x + \frac{y}{4} \right) \right] FNH3(t_9, t_{10}) + 3.76EFNH4(t_9, t_{10}) \right] - QFNP3(E, m)$$

### 2.1.6 Relación de presiones en el sistema

Las siguientes dos funciones se definen para establecer de antemano la relación de presiones del sistema,  $RP$ . De esta manera indicamos al programa que la combinación de los dos compresores debe desarrollar una relación de presiones  $RP$ , misma que debe distribuirse entre las dos turbinas (nota: no necesariamente en partes iguales). Las funciones son:

$$\text{Compresores} \quad RP = r_1 r_2$$

$$\text{Turbinas} \quad RP = r_3 r_4$$

Reordenando obtenemos

$$F20 = r_1 r_2 - RP$$

$$F21 = r_3 r_4 - RP$$

### 2.1.7 Balance de energía del sistema completo

Finalmente, se lleva a cabo un balance de energía que relacione las potencias desarrolladas en el sistema. Este balance se hace mediante una ecuación que indica al modelo que la potencia producida por las dos turbinas se distribuye entre los dos compresores y la potencia en la flecha de salida (aprovechable en un generador eléctrico). Dicha ecuación es

$$W_1 + W_2 = E_f + S_1 + S_2$$

de otra forma

$$F22 = E_f + S_1 + S_2 - W_1 - W_2$$

## 2.2 PLANTEAMIENTO DEL SISTEMA DE ECUACIONES SIMULTÁNEAS

La selección final de variables y ecuaciones requiere aún de evaluación y ajuste para permitimos obtener un sistema de ecuaciones simultáneas, ya que en la definición del sistema contamos con 22 ecuaciones y 24 variables.

Como el objetivo de la simulación es obtener rangos de operación para el sistema de potencia, podemos designar dos variables como parámetros, de tal forma que obtengamos una solución al sistema restante de 22 ecuaciones y variables simultáneas para cada juego de valores que asignemos a los parámetros. Adicionalmente debe asignarse el valor de  $RP$ , la relación de presiones del sistema, para cada solución que busquemos.

Haciendo referencia a la nomenclatura del modelo, se optó por trabajar principalmente con un sistema de ecuaciones en el que asignemos valores paramétricos a las variables  $t_6, t_{10}$  - lo que implica tres parámetros al incluir el valor definido  $RP$ . La utilidad de escoger este par de variables consiste en que se define una temperatura de entrada a la primera turbina, permitiéndonos así trabajar dentro de los límites de temperatura metalúrgicos conocidos. Por otro lado, no se consideró útil asignar simultáneamente la temperatura de entrada a la segunda turbina, ya que se restringe demasiado el comportamiento del sistema, dando como resultado un rango de operación muy limitado. En este sentido resulta preferible asignar valores a la temperatura de salida del sistema, ya que para cada valor de  $t_{10}$  podemos resolver el sistema con un rango mayor de valores de  $t_6$  y  $RP$ , permitiéndonos así crear familias de curvas con las soluciones coherentes encontradas.

Resulta indispensable escoger las variables que operan como parámetros, ya que sólo así podemos proseguir con la definición del sistema de 22 ecuaciones y variables simultáneas.

En la Tabla 2.2 aparece la matriz que contiene las 22 variables y sus ecuaciones, y que muestra mediante asteriscos las derivadas parciales necesarias para desarrollar el método de Newton-Raphson.

**Tabla 2-2**  
Variables, Funciones y Derivadas Parciales

	r1	r2	r3	r4	t2	t3	t4	t5	t8	t7	t9	Q	m1	m2	m3	S1	S2	W1	W2	E	m	Ef
F1	*												*							*		
F2	*															*						
F3		*											*									
F4		*															*					
F5			*											*								
F6			*															*				
F7				*					*						*							
F8				*					*											*		
F9													*	*							*	
F10													*	*	*				*	*		
F11					*								*			*						
F12						*	*						*				*					
F13										*				*				*		*		
F14									*		*				*				*	*		
F15				*	*																	
F16						*	*					*	*									
F17								*												*		
F18									*	*										*	*	
F19											*	*			*					*	*	
F20	*	*																				
F21			*	*																		
F22																*	*	*	*			*

Nota: la secuencia t8,t7,t9 se debe a cambios en el programa y corresponde al orden utilizado en el código.

Habiendo definido totalmente las ecuaciones, las variables y cuáles de éstas trabajan como parámetros, se procedió a escribir un programa de cómputo que llevara a cabo los pasos indicados en la descripción del método Newton-Raphson. Este mismo programa puede ser utilizado para una selección distinta de las dos variables a las que se asignan valores paramétricos; sin embargo, el mismo programa puede ser fácilmente modificado para otra selección, siempre y cuando se tenga cuidado de modificar correctamente la matriz del sistema de ecuaciones, así como agregar o quitar derivadas parciales, para reflejar el nuevo juego de variables con el que deberá trabajar el método numérico.

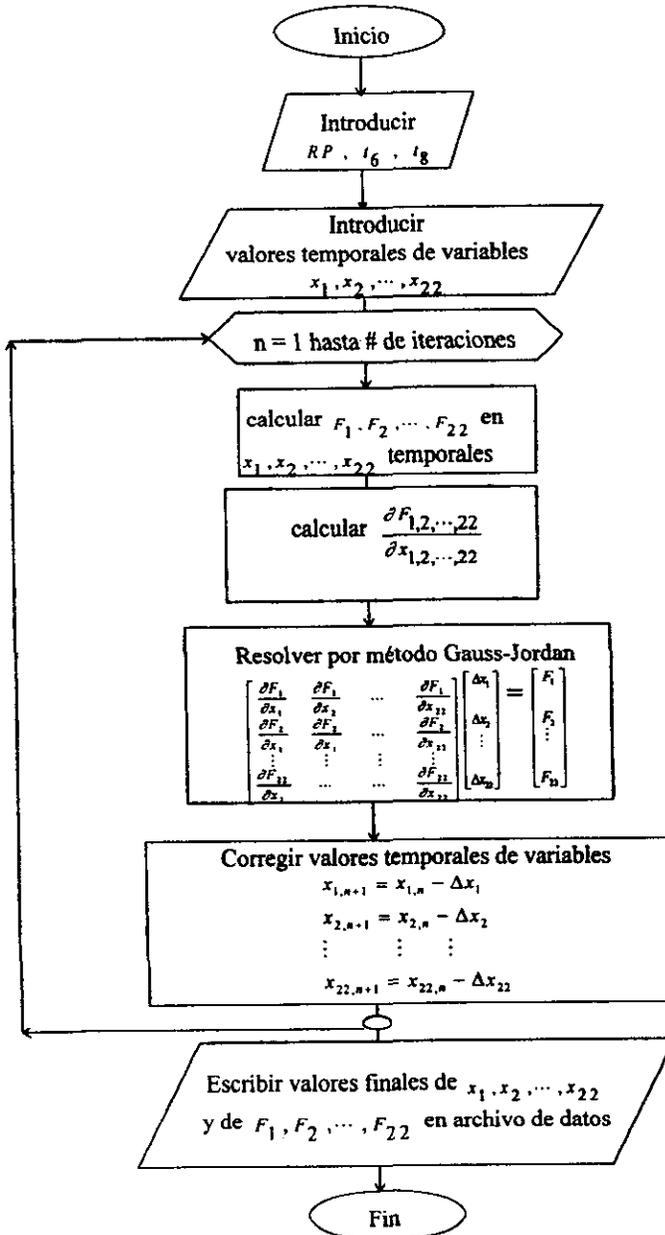


Figura 2-1

El programa de cómputo trabaja de acuerdo al diagrama de flujo de la Figura 2-1. Cada vez que se ejecuta, se llega a una solución particular para los valores asignados a  $t_6, t_{10}$  y  $RP$ . La tarea de encontrar las soluciones contenidas por un rango de valores de  $t_6, t_{10}$  y  $RP$  se hace de forma automatizada en el programa; sin embargo, dicha operación no aparece en el diagrama de flujo para no desviar la atención de los algoritmos claves.

El programa se utiliza para generar familias de soluciones que representan rangos de operación del sistema de potencia. Dichos resultados finales son dirigidos hacia archivos de datos, los cuales son posteriormente ordenados, evaluados y graficados con un programa externo (Excel). Los valores de las variables se presentan como resultados finales, pero los valores finales de las funciones son importantes para garantizar de que hubo convergencia, debido a que el programa no cuenta con una rutina que la asegure. Sólo así se puede estar seguro de haber encontrado una solución, y aún así hay que comparar dicha solución con parámetros reales, para garantizar un resultado coherente.

## **CAPÍTULO 3**

### **RESULTADOS**

### 3.1 RESULTADOS DE INTERÉS

Como se menciona al final del capítulo anterior, la ejecución del programa descrito por el diagrama de flujo de la Figura 2-1 produce una solución que corresponde a un juego de valores asignados a  $RP$ ,  $t_6$  y  $t_{10}$ . La obtención de una solución implica que el programa lleve a cabo una serie de pasos iterativos, tanto en el proceso mismo de corregir aproximaciones sucesivas, necesario en el método de Newton-Raphson, como en la solución numérica del sistema de ecuaciones simultáneas generado para cada aproximación sucesiva.

El programa produce la solución final cuando todas las funciones del sistema de ecuaciones convergen. Para asegurar dicha convergencia, el programa lleva a cabo el número de iteraciones necesarias, hasta que todas las funciones cumplan con un criterio predeterminado de convergencia relativa. Finalmente el programa escribe los resultados de la solución en un archivo de datos, junto con los valores finales de las funciones definidas para el sistema. Estos últimos sirven para verificar que un resultado final efectivamente representa una solución del sistema de ecuaciones, resultando en valores cercanos a cero para todas las funciones.

Una solución resulta coherente cuando se verifica su convergencia, basándonos en los valores finales de las funciones, y cuando se comparan los valores de las variables con los rangos de operación conocidos, tanto de sistemas de potencia completos como de los componentes individuales. Posteriormente, los valores obtenidos pueden utilizarse para calcular indicadores y niveles de operación que sean de interés, como la eficiencia energética, indispensable para analizar el sistema o, en el caso de una aplicación más específica, el consumo de combustible por unidad de tiempo requerido para dicho nivel de operación.

No obstante, para analizar el comportamiento del sistema se requiere contar con un espectro amplio de soluciones, cada una para un conjunto de valores  $RP$ ,  $t_6$  y  $t_{10}$  diferente. Por tal motivo, se definieron con anterioridad las tendencias que se deseaban analizar, para así poder automatizar el programa para que encontrara familias de soluciones correspondientes a rangos del conjunto  $RP$ ,  $t_6$  y  $t_{10}$ , que serán de interés.

Los resultados obtenidos mediante la simulación del sistema permiten ver el comportamiento de cada componente cuando está interconectado con los demás, por lo que, a diferencia de un análisis convencional, en este caso se pueden identificar con claridad los rangos en los que el sistema puede operar en función de las características de cada equipo, y también aquellas donde no es posible la operación, resultados que no se observan en un análisis convencional. Resulta claro que, desde el punto de vista de la ingeniería, los parámetros más relevantes son la potencia neta que se produce, junto con la eficiencia asociada; por lo que la presentación de los resultados obtenidos se enfocó a *mostrar principalmente el comportamiento de éstos en función de los restantes*, definiendo como datos de entrada la relación total de presión,  $RP$ , la temperatura de salida del primer combustor,  $t_6$ , y la temperatura de descarga al medio ambiente,  $t_{10}$ , que corresponde con la temperatura de salida del regenerador. La influencia de estos tres parámetros sobre las variables de interés es significativa, tanto desde el punto de vista *energético de todas ellas, como del impacto ecológico asociado a descargas de temperaturas elevadas.*

Una vez que se definieron los rangos de interés de  $RP$ ,  $t_6$  y  $t_{10}$ , se llevaron a cabo diferentes ejecuciones del programa, variando en cada una el valor del parámetro en cuestión en incrementos específicos. Los resultados de cada ejecución del programa se acumularon en archivos de datos, los cuales finalmente fueron recuperados con una hoja de cálculo. Posteriormente, se llevaron a cabo los cálculos externos para obtener la eficiencia, así como la relación de presiones asociada al proceso de compresión ( $r_1 \times r_2$ ) y de expansión ( $r_3 \times r_4$ ), estos últimos para verificar la equivalencia de ambas con la relación de presiones total del sistema. Después se estudiaron los resultados, teniendo que descartar muchos de ellos correspondientes a rangos de los parámetros para los cuales no existe solución. Con los resultados que sí representan familias de soluciones, se gratificaron las variables de interés, la eficiencia energética y la potencia en la flecha, contra rangos de  $RP, t_6, t_{10}$ . A continuación se presentan los resultados obtenidos en forma de figuras.

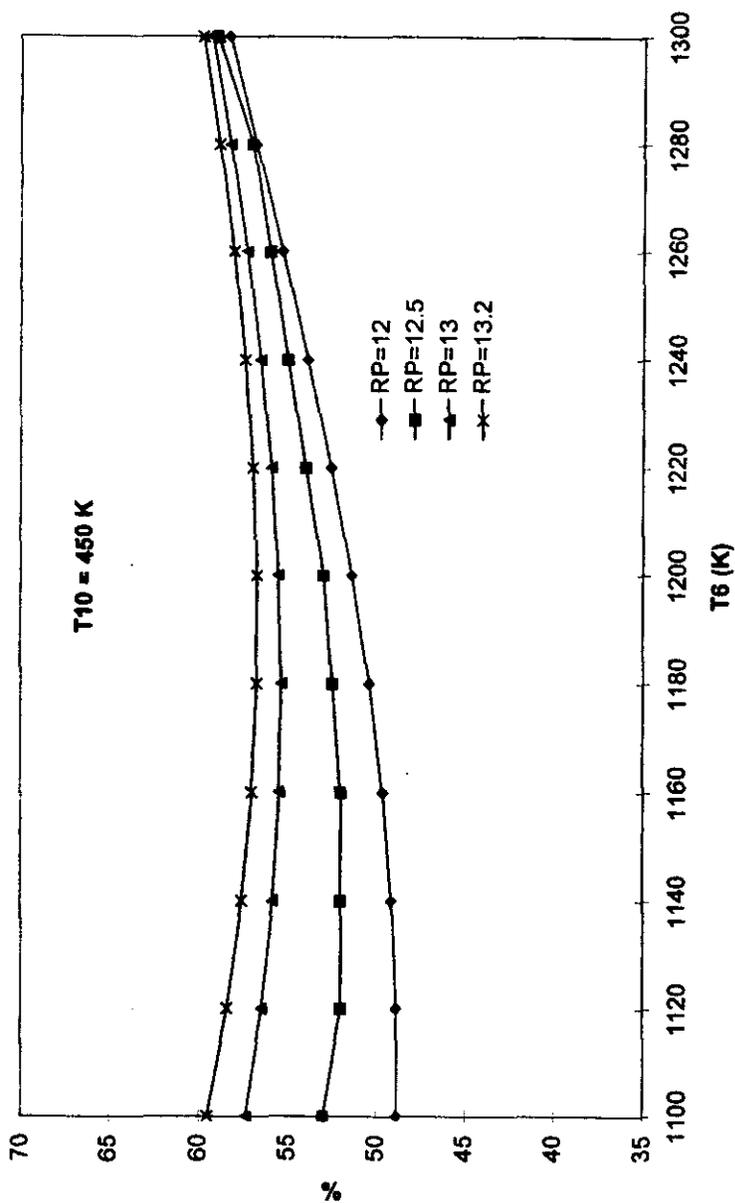


Figura 3-1 eficiencia vs. temperatura de flama adiabática

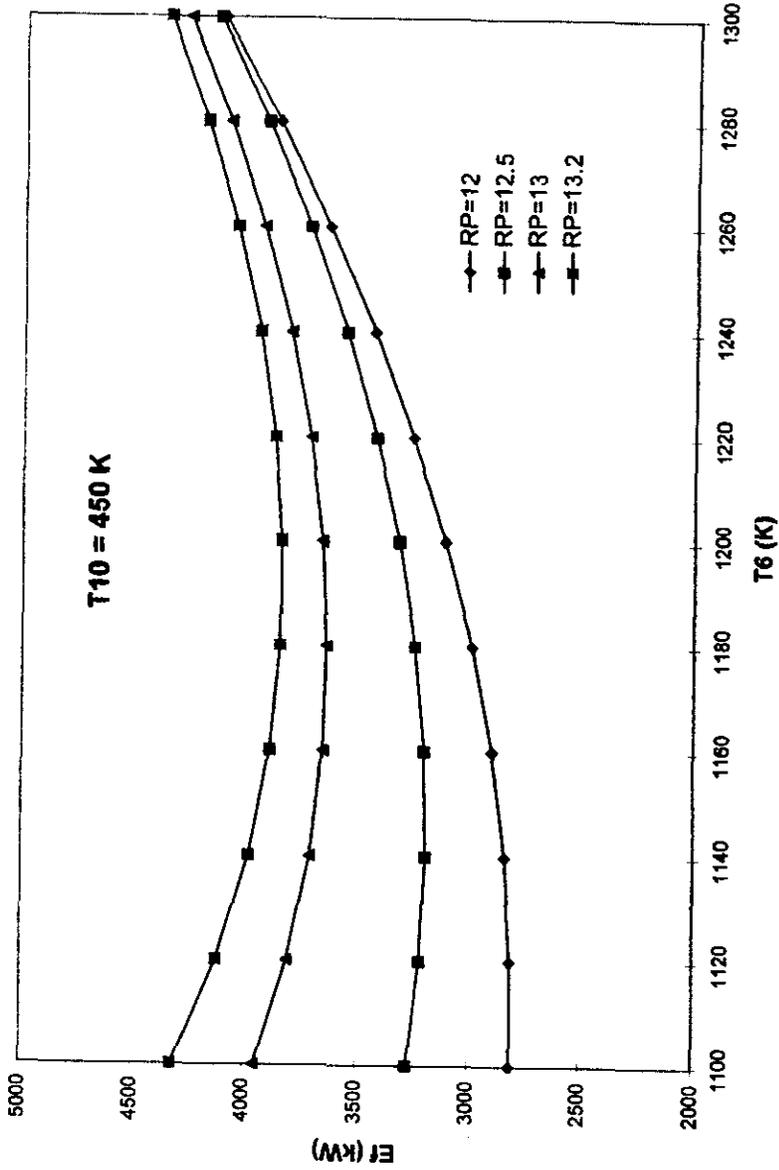


Figura 3-2 potencia en la flecha vs. temperatura de flama adiabática

La Figura 3-1 representa una familia de curvas, donde cada una pertenece a un nivel distinto de  $RP$ , la relación de presiones en el sistema. Cada curva muestra la variación de la eficiencia energética del sistema de potencia completo conforme variamos  $t_6$ , la temperatura de entrada a la primera turbina (también conocida como temperatura de flama adiabática del primer combustor). El rango de  $t_6$  estudiado, de 1100 K a 1300 K, debe su acotamiento a que sólo dentro de ese rango se encontraron soluciones reales para los cuatro niveles de  $RP$  y el valor de  $t_{10}$  escogidos.

Para una  $RP$  de 12 se aprecia claramente que la eficiencia del sistema aumenta conforme se incrementa la temperatura de flama adiabática. Para relaciones de presiones mayores, esta tendencia se invierte. Primero se disminuye la eficiencia al crecer  $t_6$ , gradualmente se aplana la curva y, eventualmente, aumenta la eficiencia con  $t_6$ . El punto en el que cambia la pendiente es diferente para cada curva, desplazándose hacia una mayor temperatura para valores más altos de  $RP$ . Otra tendencia fácil de detectar es la forma en que la eficiencia es mayor para niveles más altos de  $RP$ . Esta diferencia en la eficiencia es mayor con temperaturas  $t_6$  cercanas a 1,000 K, y disminuye al desplazarnos hacia la derecha, tornándose mucho menor en  $t_6$  igual a 1,300 K.

El comportamiento de la potencia en la flecha con respecto a  $t_6$  refleja de manera muy cercana la tendencia de la eficiencia; sin embargo, como podemos ver en la Figura 3-2, el cambio de pendiente se aprecia con mayor claridad en relaciones de presiones de 13 y mayores.

Cabe mencionar que para niveles de  $RP$  mayores a los presentados en las figuras, no se encontraron soluciones reales dentro del rango de los parámetros considerados.

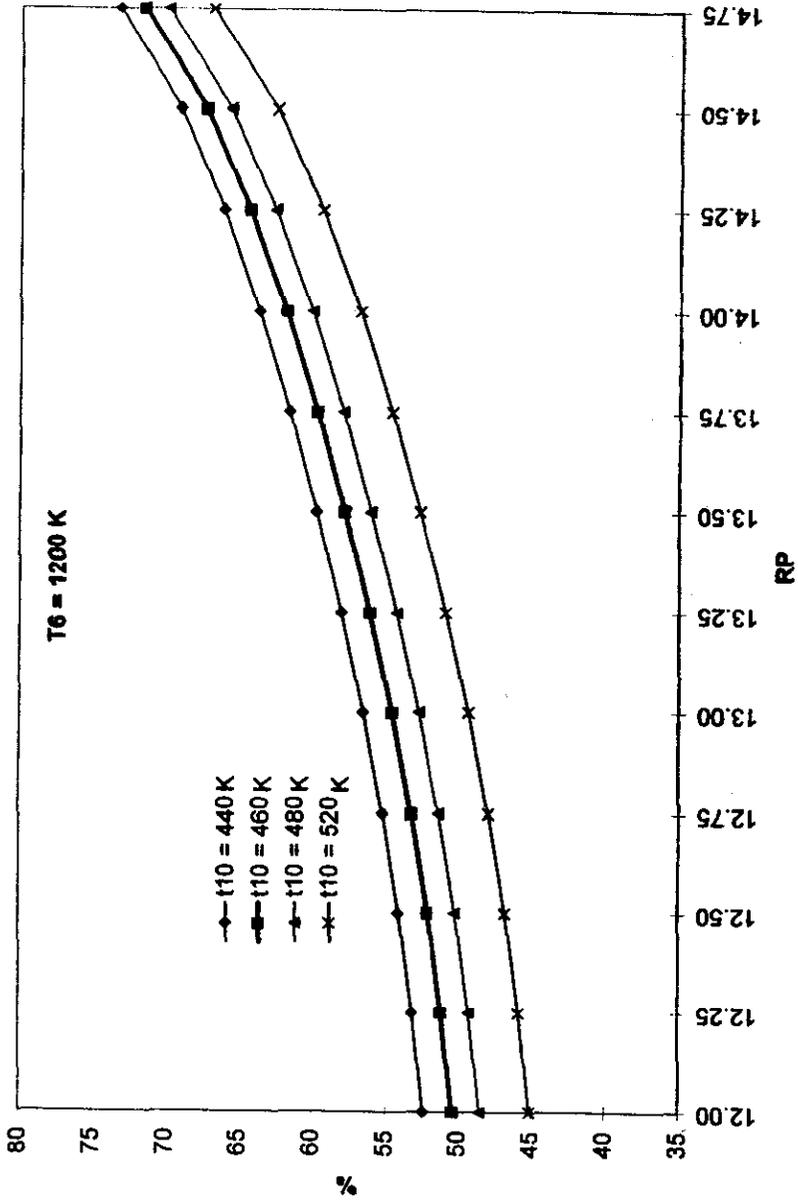


Figura 3-3 eficiencia vs. relación de presiones

La Figura 3-3 muestra la variación de la eficiencia con respecto a la relación de presiones con mayor claridad. Para una temperatura de flama adiabática constante, la eficiencia energética se eleva conforme aumenta la relación de presiones. Para niveles de  $RP$  elevados, el aumento en la eficiencia es más pronunciado. En esta figura también se puede apreciar cómo afecta el regenerador la eficiencia. Mientras mayor es el intercambio de calor en el regenerador, mejor es la eficiencia lograda. Cada curva representa una temperatura de salida del regenerador diferente. La ganancia en eficiencia energética es la misma para cada nivel de  $RP$ .

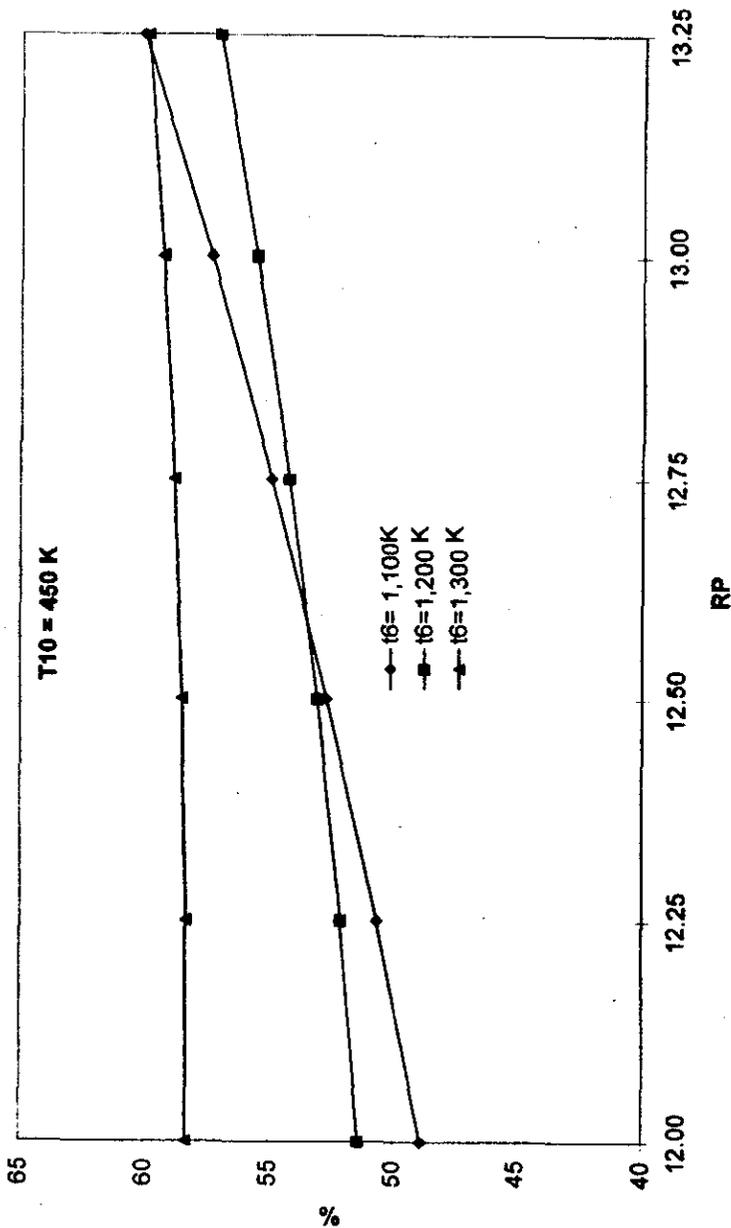


Figura 3-4 eficiencia vs. relación de presiones

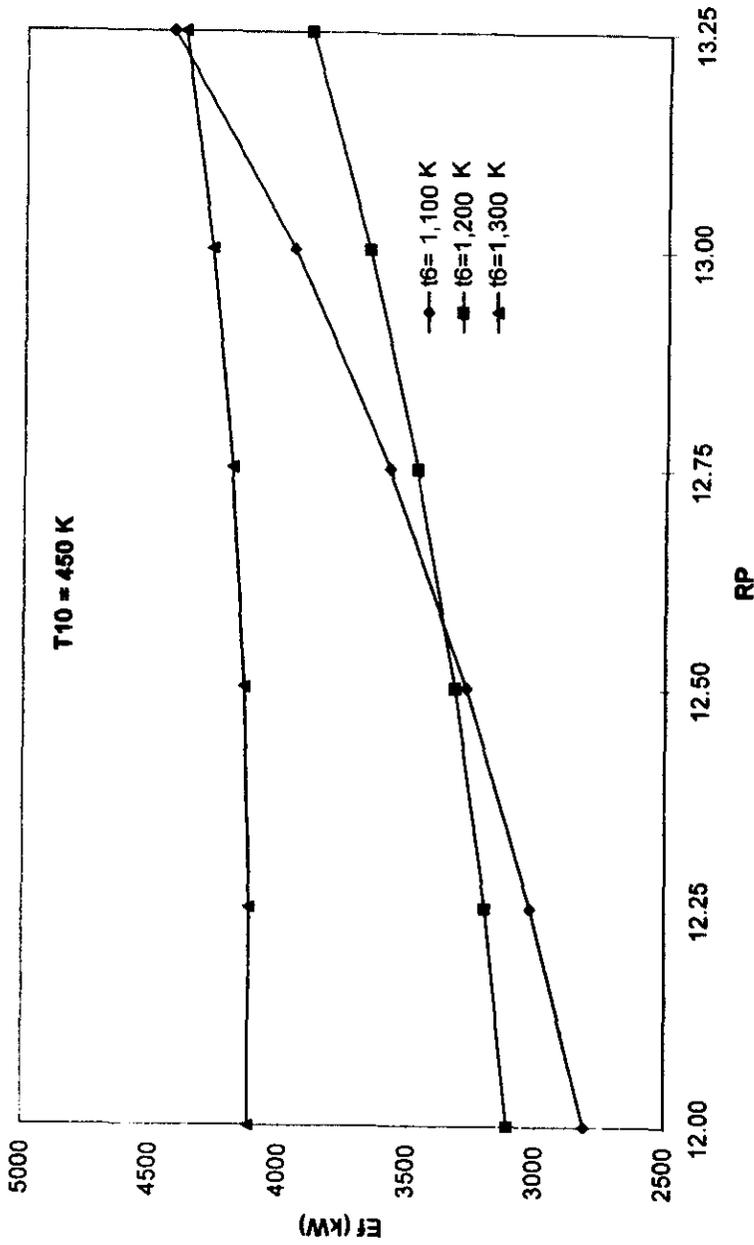


Figura 3-5 potencia en la flecha v.s. relación de presiones

La Figura 3-4, al igual que la 3-3, muestra la variación de la eficiencia con respecto a la relación de presiones; sin embargo, en este caso se mantuvo constante la temperatura  $t_{10}$  y se creó una familia de curvas para temperaturas de flama adiabática  $t_6$  diferentes. La tendencia general es de aumento de la eficiencia conforme crece  $RP$ . No obstante, en esta figura se observa un comportamiento peculiar: para relaciones de presiones bajas, una temperatura de flama adiabática alta resulta en mayor eficiencia; a medida que aumentamos la relación de presiones, la curva de  $t_6$  igual a 1,000 K, la de menor temperatura de las tres, experimenta mayores ganancias en eficiencia, hasta cruzar la curva de 1,200 K en  $RP$  aproximadamente igual a 12.6 y la de 1,300 K en  $RP$  igual a 13.25. Este comportamiento significa que para relaciones de presiones elevadas, la eficiencia es mayor con la temperatura de flama adiabática más baja de las tres mostradas. Si esta tendencia puede parecer sorprendente, lo es más todavía en el caso de la curva de potencia en la flecha (Figura 3-5), la cual muestra la misma tendencia.

### 3.2 ANÁLISIS DE RESULTADOS

Una vez mostrado, a través de las figuras anteriores, el comportamiento de la eficiencia y la potencia en la flecha en función de los valores de entrada  $RP$ ,  $t_6$  y  $t_{10}$ , resulta útil analizar las últimas dos figuras, 3-4 y 3-5, para ilustrar las características generales de operación que son de interés.

Análisis:

Para explicar el comportamiento de las curvas presentadas en las Figuras 3-4 y 3-5, se analiza con detalle la segunda, la que traza potencia en la flecha contra relación de presiones para tres niveles de  $t_6$ .

Con el propósito de hacer el análisis de la Figura 3-5 más claro, solamente se comparan los comportamientos de las dos curvas de menor temperatura  $t_6$ , la de 1,100 K y 1,200 K. Resulta particularmente importante aclarar la razón por la que la curva de menor temperatura cruza la de

temperatura más elevada. En valores menores de  $RP \approx 12.58$  (donde ocurre el cruzamiento) la potencia en la flecha es mayor para la curva de  $t_6$  más elevada, lo cual resulta fácil de aceptar. Una vez que se cruzan las dos curvas, sin embargo, ocurre lo contrario: para una  $RP$  de 12.75, por ejemplo, la potencia en la flecha es mayor cuando tenemos  $t_6$  igual a 1,100 K, la de menor temperatura. Este resultado resulta difícil de comprender en primera instancia, debido a que para una turbina de gas individual su potencia aumenta con la temperatura de succión (ver curva de turbina en anexo); sin embargo, este comportamiento de una turbina individual no contradice el comportamiento de las curvas en la Figura 3-5, ya que la potencia ahí representada pertenece a la potencia en la flecha de un sistema completo que incluye dos turbinas que generan potencia, y dos compresores que la consumen. Por lo tanto, debemos estudiar la forma en que el sistema distribuye dichas potencias generadas y consumidas entre las dos turbinas y los dos compresores. Dicha distribución, como se ve en la Figura 3-6, varía con la relación de presiones  $RP$ .

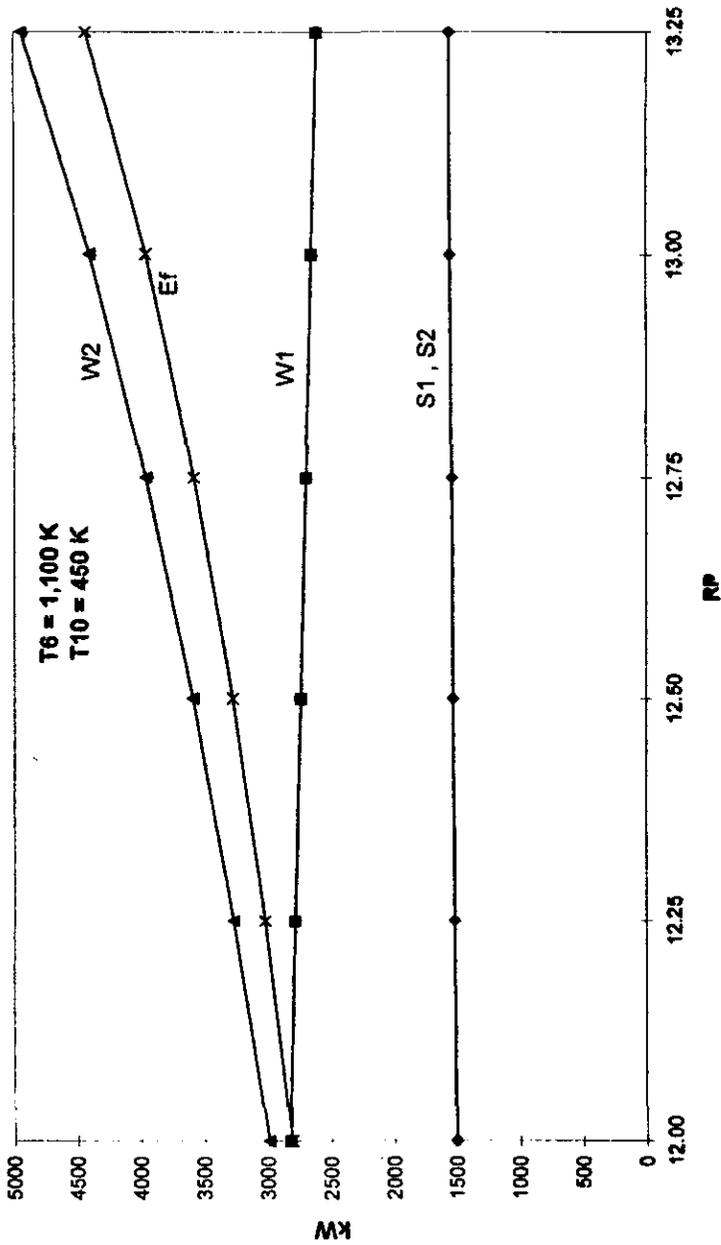


Figura 3-6 potencia vs. relación de presiones

La Figura 3-6 representa la curva de la potencia en la flecha con  $t_6$  igual a 1,100 K, la menor de la temperatura en la Figura 3-5, y muestra también los componentes de dicha potencia. Estos componentes son las potencias consumidas por los dos compresores,  $S_1$  y  $S_2$ , y las potencias generadas por las turbinas  $W_1$  y  $W_2$ .

La potencia total de compresión del sistema se distribuye en partes iguales entre los dos compresores. Esta distribución se ve en la Figura 3-6, donde  $S_1$  y  $S_2$  trazan el mismo valor para cada  $RP$ . Además, la potencia de compresión experimenta una variación despreciable con respecto a  $RP$ . Aunque no se muestra en la Figura,  $S_1$  y  $S_2$ , tampoco varían de manera importante con respecto a la temperatura de flama adiabática,  $t_6$ .

La potencia generada por la turbina de alta presión,  $W_1$ , muestra una pendiente ligeramente negativa; sin embargo, su variación con respecto a  $RP$  es mínima. En cambio,  $W_2$  crece rápidamente, siendo el componente responsable de producir la forma de la curva de  $E_f$  (potencia en la flecha).

En la Figura 3-6 también se aprecia que la potencia total generada por las turbinas se distribuye de manera diferente para cada nivel de  $RP$ . Conforme aumenta la relación de presiones, mayor es la contribución de  $W_2$ , y mayor también la potencia en la flecha. Para el rango de operación considerado, por lo tanto, una relación  $W_2/W_1$  mayor resulta en una potencia en la flecha  $E_f$  más elevada. Las Figuras 3-7 y 3-8 muestran cómo los cambios en la relación  $W_2/W_1$ , función de  $RP$  y  $t_6$ , permiten que a partir de cierto punto de operación, una temperatura de flama adiabática más baja produzca una potencia en la flecha del sistema completo más elevada.

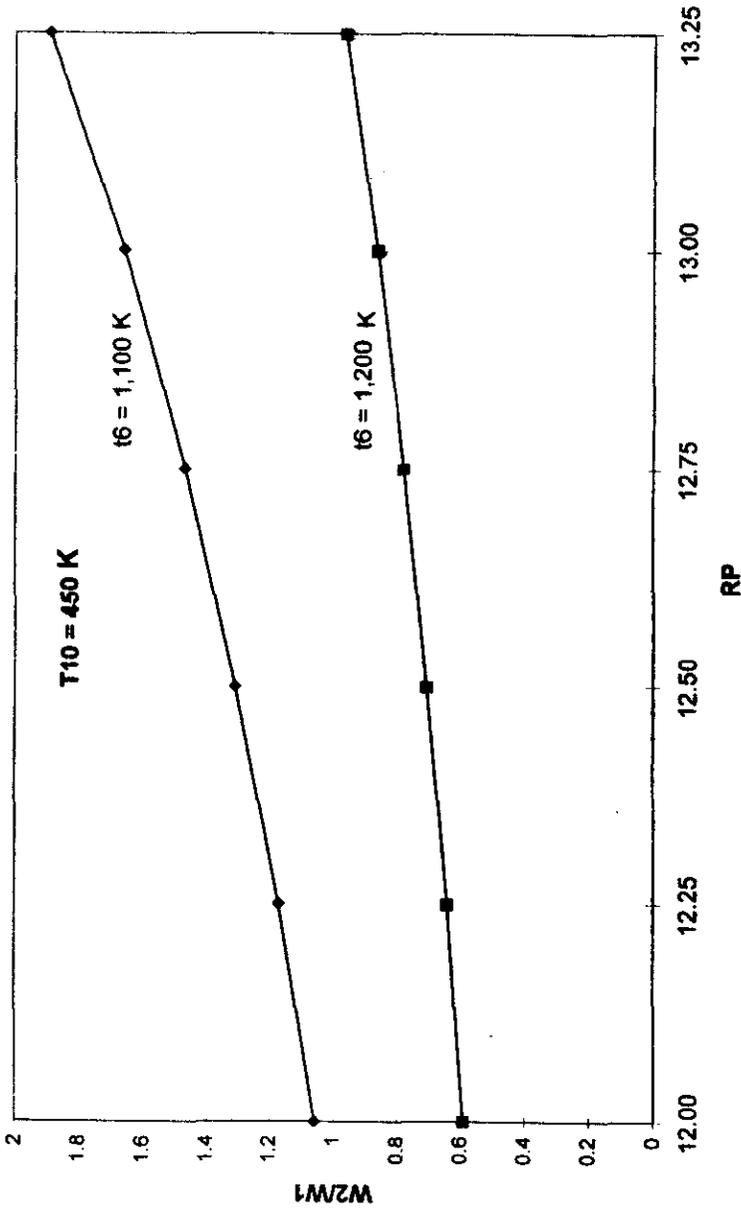


Figura 3-7 relación de potencias de turbina vs. relación de presiones

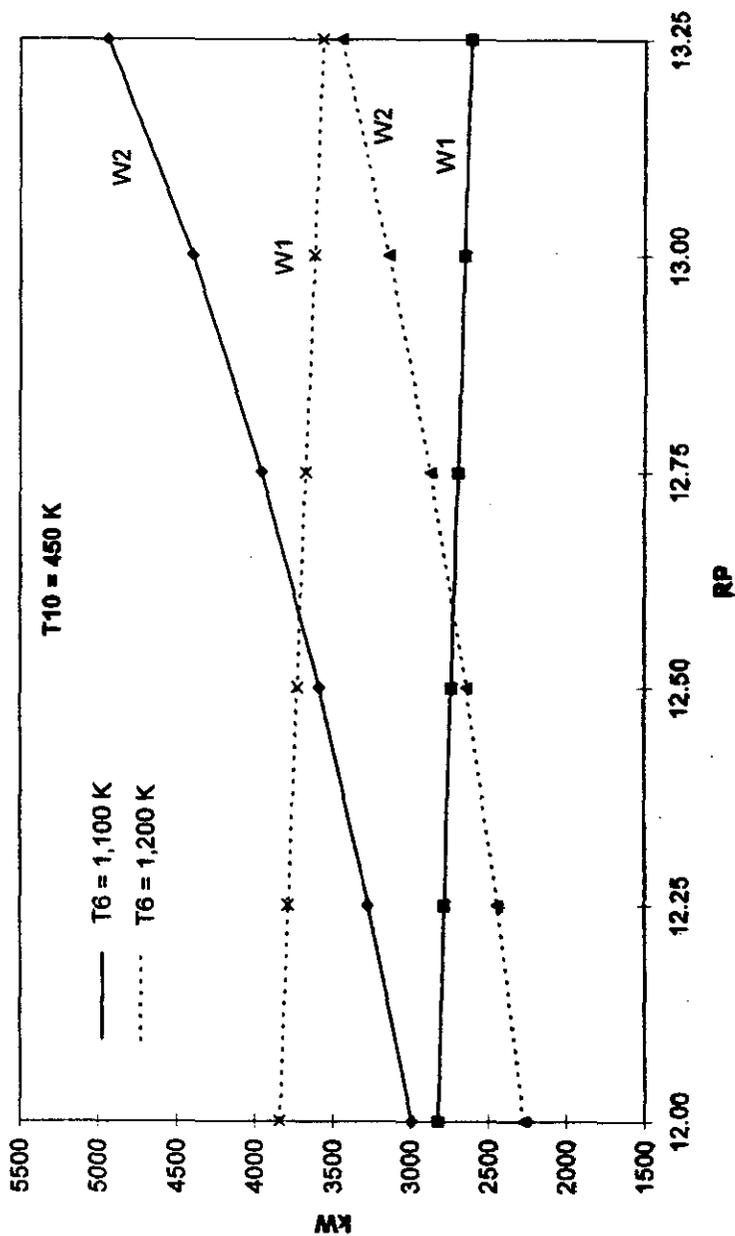


Figura 3-8 potencia de turbinas vs. relación de presiones

La Figura 3-7 indica claramente que para el rango de  $RP$  en cuestión, la relación  $W_2/W_1$  siempre es mayor cuando  $t_6$  es igual a 1,100 K; además, al desplazarnos hacia la derecha en la figura, dicha relación crece más rápidamente en el caso de menor temperatura.

Como mencionamos anteriormente, una  $W_2/W_1$  más elevada favorece la potencia en la flecha del sistema. En la Figura 3-8 se ve como este factor favorece la potencia total de las dos turbinas en el caso de menor temperatura  $t_6$ , de tal manera que a partir de un cierto valor de  $RP$ , la potencia en la flecha asociada llega a ser mayor (regresar a Figura 3-5).

La forma en que el sistema distribuye la potencia generada entre las dos turbinas, representada por el comportamiento de la relación  $W_2/W_1$ , se explica a su vez en función de las relaciones de presión en las turbinas. La caída de presión en ambas turbinas, equivalente a la relación de presiones total, no se distribuye de forma uniforme entre las dos turbinas. La de baja presión tiende a llevar a cabo una mayor expansión conforme aumentamos la relación de presiones total. Esta característica se observa en la Figura 3-9, donde el aumento de la relación  $r_4/r_3$ , conforme nos desplazamos hacia relaciones de presiones ( $RP$ ) más elevadas, significa que la turbina de baja presión proporciona una caída de presión mayor.

De igual manera, el consumo de combustible no se distribuye de forma uniforme entre los dos combustores. La Figura 3-10 muestra la disminución del consumo en el primer combustor al aumentar la relación de presiones total. La Figura 3-11 muestra la tendencia contraria para el combustor 2. El comportamiento de ambas tendencias combinadas puede apreciarse en la Figura 3-12 mediante la relación de consumos de combustibles  $m_{comb2}/m_{comb1}$ , la cual tiende a disminuir conforme aumenta  $RP$ . Dicha disminución toma una forma exponencial en el caso de la temperatura  $t_6$  más elevada. Este comportamiento obedece al consumo elevado de combustible requerido para mantener una temperatura de flama adiabática más alta; sin embargo, al aumentar la relación de presiones y desplazarse mayor trabajo  $W_2$  hacia la turbina de baja presión, el consumo de combustible se desplaza rápidamente hacia el segundo combustor.

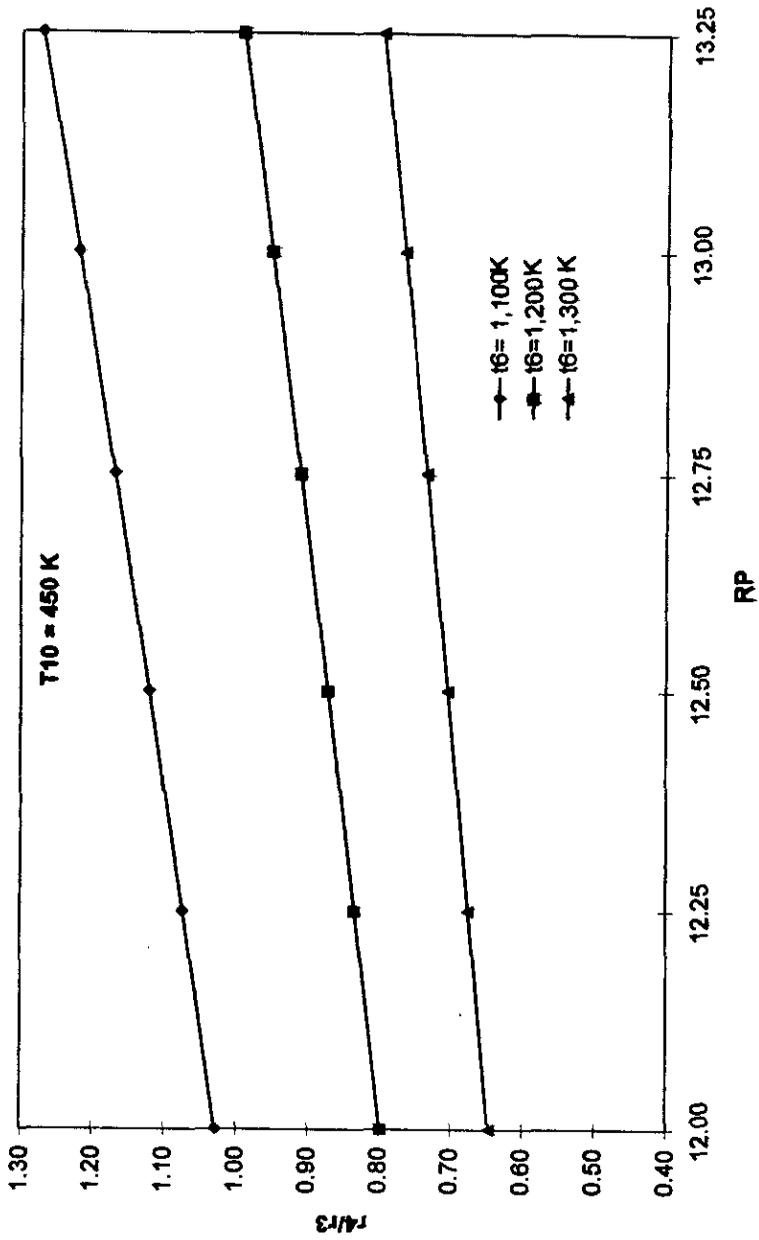


Figura 3-9  $r_4/r_3$  vs. relación de presiones

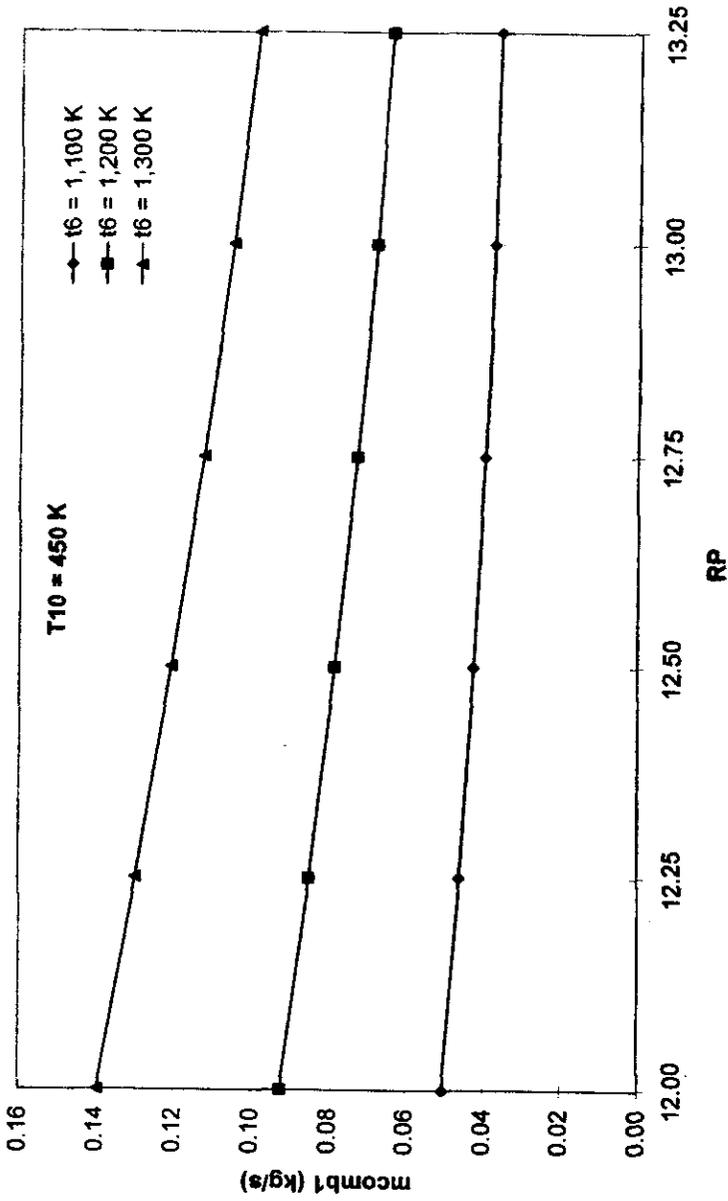


Figura 3-10 consumo de combustible 1 vs. relación de presiones

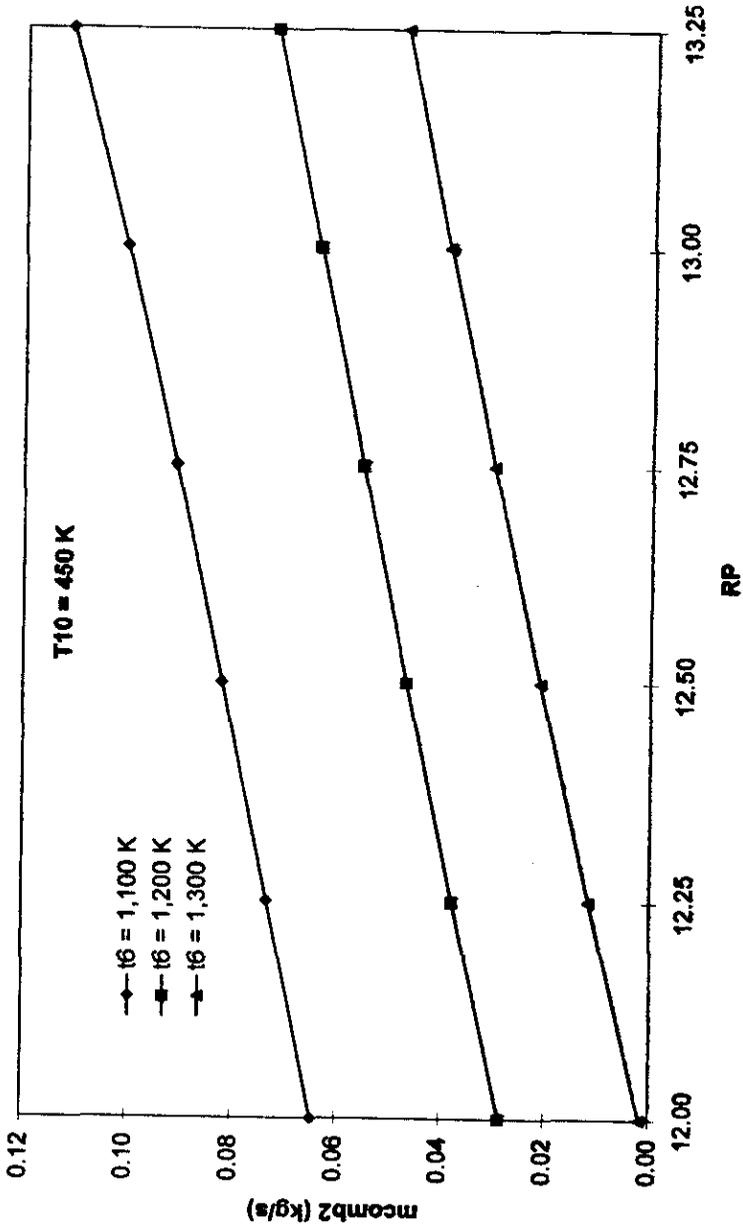


Figura 3-11 consumo de combustible 2 vs. relación de presiones

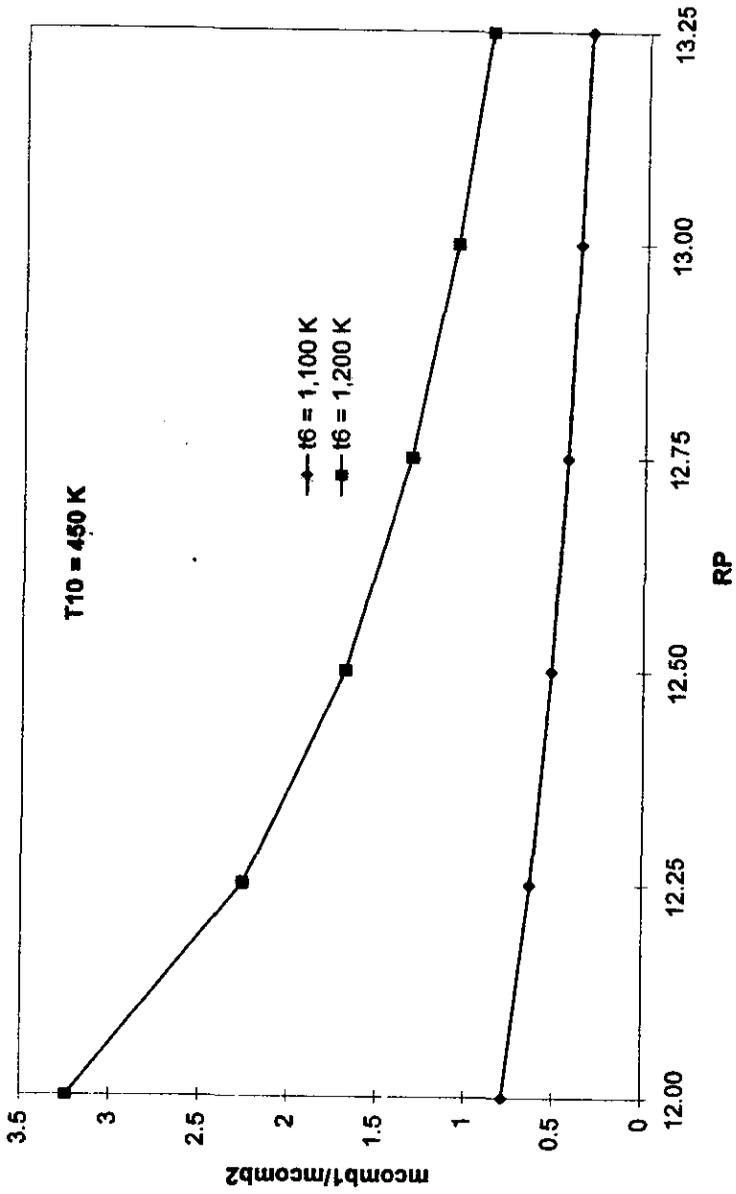


Figura 3-12 relación de consumos de combustible vs. relación de presiones

Por último, resulta interesante eliminar el efecto del regenerador para distinguir su impacto sobre la eficiencia total del sistema. Se trata de un caso especial en el que el valor del calor transferido en el regenerador, representado por la variable  $Q$ , equivale a cero. Este efecto se consigue manipulando el código del programa, de tal manera que toda participación de la variable  $Q$  sea anulada multiplicándola por cero. La falta de transferencia de calor en el regenerador se verifica cuando no hay cambio de temperatura de  $t_4$  a  $t_5$  y de  $t_9$  a  $t_{10}$ . En las Figuras 3-13 y 3-14, la temperatura de salida del sistema,  $t_{10}$ , se fija en un valor más elevado que refleja la falta de aprovechamiento del calor contenido en los productos finales de la combustión. Los comportamientos de la eficiencia y de la potencia en la flecha son similares al caso en que sí opera el regenerador; sin embargo, los puntos donde la curva con temperatura de flama adiabática menor supera a las de temperatura más elevada se desplazan hacia niveles más altos  $RP$ . La otra diferencia apreciable son los niveles de eficiencia obtenidos, los cuales resultan considerablemente más bajos. Los niveles de potencia en la flecha, sin embargo, no se ven afectados de manera importante.

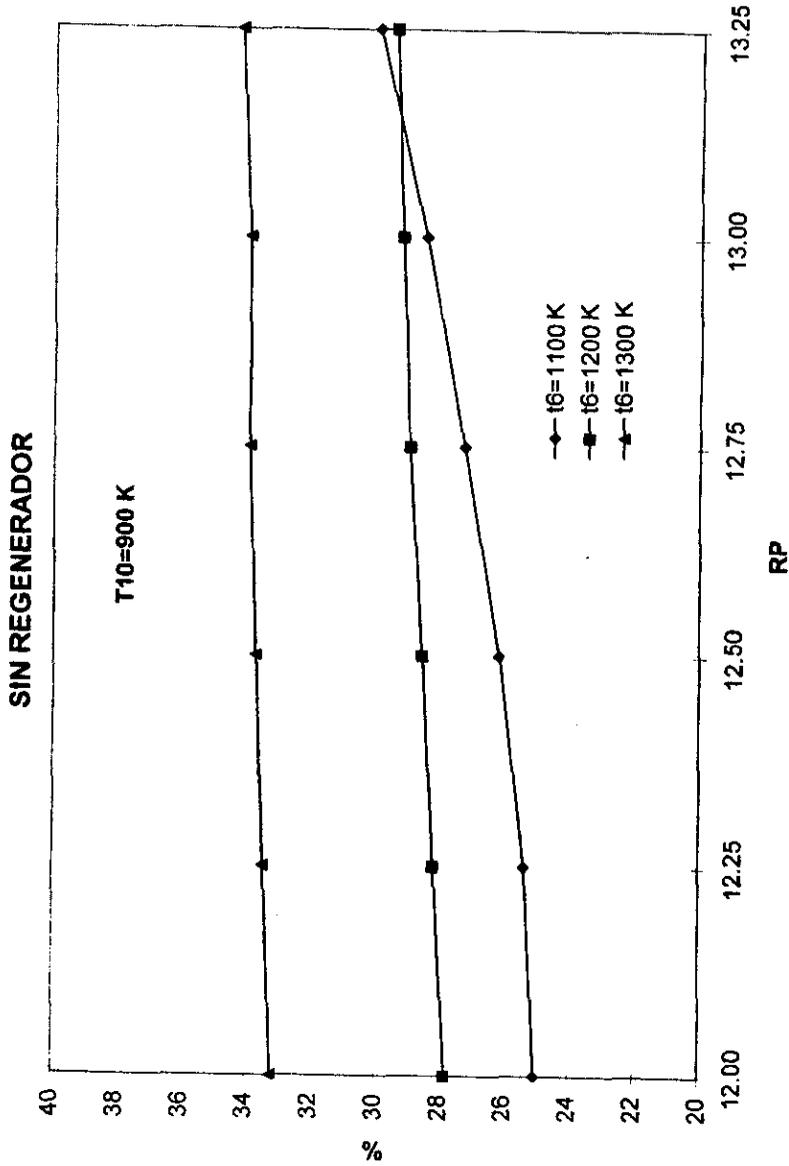


Figura 3-13 eficiencia vs. relación de presiones

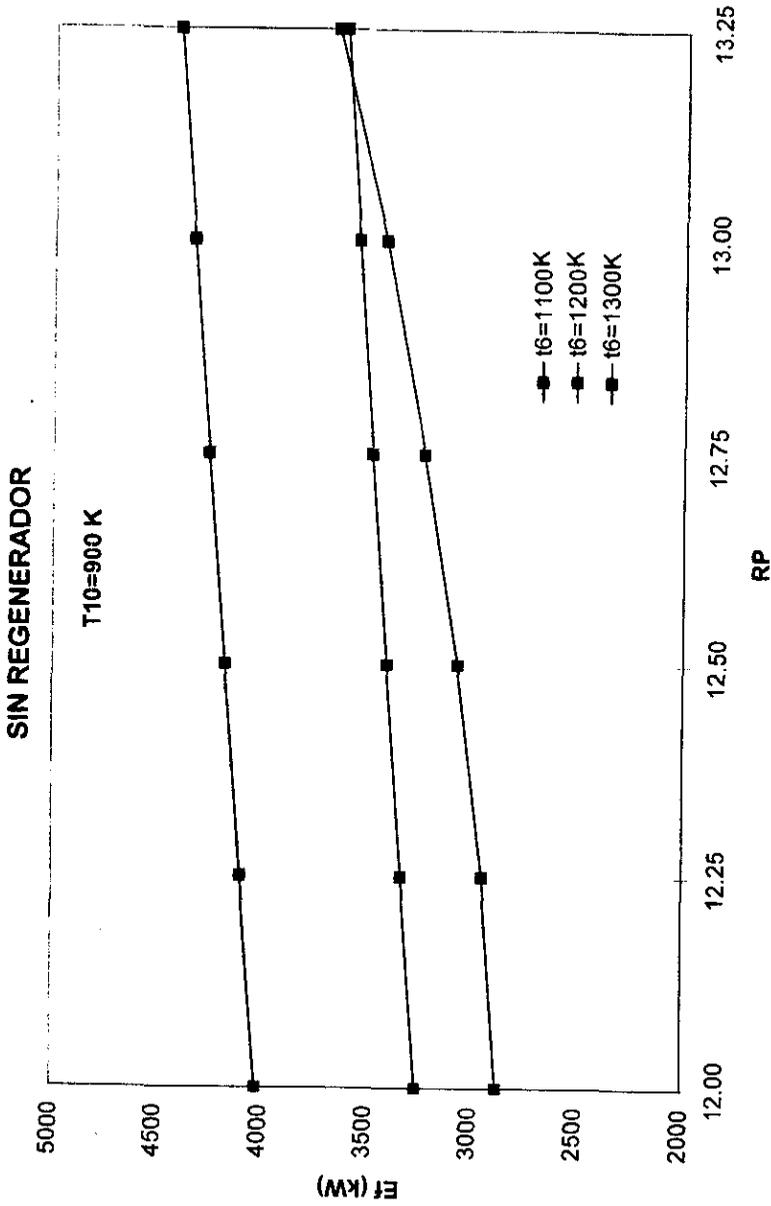


Figura 3-14 potencia en la fecha vs. relación de presiones

### 3.3 PUNTO DE OPERACIÓN DEL SISTEMA

Los resultados mostrados a través de las figuras sirven para evaluar el comportamiento del sistema de potencia, especialmente con el enfoque puesto en aquellos indicadores que nos interesan, como la eficiencia energética. En cuanto a puntos de operación, dicha presentación de la información nos permite identificar los valores de aquellos parámetros (en particular  $RP, t_6, t_{10}$ ) que resultan en valores óptimos de eficiencia o en niveles de potencia en la flecha que requerimos, o en una combinación de ambos. Sin embargo, la información representada en las figuras no muestra el valor de las demás variables que pertenecen a cada solución del sistema. Como detrás de cada solución hay 22 variables más los valores de  $RP, t_6, t_{10}$ , no resulta práctico incluir toda la información que hay detrás de cada solución, que en las figuras están representadas a su vez por cada uno de los puntos.

El uso que pueda hacerse del resto de las variables depende de la aplicación que cada usuario quiera desarrollar. Como ejemplo, en el Tabla 3-1 presentamos la solución completa de un punto de operación en particular, escogido de la base de datos generada. Se trata de la solución en  $t_6$  igual a 1,100 K de la curva correspondiente a una  $RP$  de 13.2.

$r_1$	3.63	$Q$	5616.9 kW
$r_2$	3.63	$m_1$	10.56 kg/s
$r_3$	3.24	$m_2$	10.59 kg/s
$r_4$	4.08	$m_3$	10.70 kg/s
$t_2$	445.2 K	$S_1$	1,558.0 kW
$t_3$	320.4 K	$S_2$	1,558.0 kW
$t_4$	466.8 K	$W_1$	2,618.5 kW
$t_5$	958.9 K	$W_2$	4,820.4 kW
$t_6$	1,100.0 K	$E_f$	4,323.9 kW
$t_7$	885.7 K	$E$	33.91
$t_8$	1,292.3 K	$m$	3.00
$t_9$	918.7 K		
$t_{10}$	450.0 K		

## **CONCLUSIONES**

Este trabajo se ha basado en el desarrollo y solución de un modelo matemático que describe el comportamiento de un sistema de potencia específico. Para su aplicación se ha recurrido a un método existente utilizado ampliamente para describir los sistemas físicos en términos matemáticos. También se han empleado métodos numéricos de uso común para la solución de sistemas de ecuaciones simultáneas, así como la aplicación de éstos mediante computadora.

La metodología utilizada se describe ampliamente en los primeros dos capítulos. El Capítulo 1 explica detalladamente las bases matemáticas para la aplicación del método de Newton-Raphson; posteriormente establece los pasos y el orden en que deben llevarse a cabo para aplicar el método, apoyándose en un ejemplo. En el siguiente capítulo se aplica dicho procedimiento al pie de la letra para modelar el sistema de potencia propuesto.

A pesar de tratarse de un sistema de potencia completo, que requiere de muchas más ecuaciones y variables para ser descrito que el Ejemplo 1-1, su desarrollo se apegó a la misma metodología. Esta comparación permite apreciar la virtud del método utilizado, cuyo funcionamiento resulta fácil de comprender mediante un ejemplo sencillo, pero que a la vez puede aplicarse a un sistema completo, incluso más grande y complejo que el sistema de potencia modelado. También se aprecia la versatilidad de aplicarlo a sistemas de campos muy diversos, siempre y cuando puedan ser descritos mediante un sistema de ecuaciones e incógnitas.

Sin embargo, la descripción paso por paso de la metodología empleada no permite apreciar las dificultades detrás de todo proceso de modelación. La selección de las variables y las ecuaciones requiere de criterio y conocimiento, tanto de los componentes y su comportamiento individual como de las relaciones termodinámicas. No existe un procedimiento o un manual para obtener la selección óptima. Debido a la falta de experiencia, se llegó a la selección de ecuaciones y variables empleada en este trabajo después de varios intentos fallidos, en los que el conjunto de ecuaciones, variables y restricciones impuestas no sólo dificultaban la solución del sistema, sino incluso restringían el rango de soluciones posibles. En este aspecto del desarrollo de modelos sólo se puede recomendar la práctica y la aplicación correcta de los conceptos físicos. Escoger todas

las relaciones y variables involucradas sin algún criterio, no resulta en modelos viables, aún cuando se obtenga un sistema cerrado de ecuaciones simultáneas.

Se requiere criterio para definir la complejidad del modelo que se desarrollará para simular un sistema físico. Se cuenta con la flexibilidad de hacer simplificaciones que faciliten el desarrollo del modelo y su solución numérica, siempre y cuando se tenga conciencia del impacto de dichas simplificaciones sobre la simulación de la realidad que el modelo pretende realizar. Por ejemplo, considerar la substancia de trabajo exclusivamente como aire y con propiedades constantes, hubiera permitido trabajar con menos ecuaciones y variables, evitando el uso de los polinomios de las entalpías; o considerar los combustores como simples cajas negras donde se agrega calor a presión constante, calculando el valor de la transferencia en lugar de obtener relaciones estequiométricas asociadas a una temperatura de flama adiabática.

Esta última simplificación hubiera facilitado la modelación aún más, y los resultados tendrían validez en caso de no requerirse tanta precisión ni un análisis sobre el consumo de combustible. Por otro lado, también sería posible simular el mismo sistema de potencia con un modelo mucho más complejo, que reflejara pérdidas de calor y de presión en los componentes, así como un análisis más minucioso del proceso de combustión que contemplara combustión incompleta y factores de equilibrio químico. Como puede verse, la complejidad de un modelo no sólo depende del sistema que pretende simular, sino también de la aplicación.

El alcance de este trabajo ha consistido en describir un método para el análisis de ciclos de potencia. La metodología para su aplicación ha sido ilustrada mediante el desarrollo de un modelo que simula el comportamiento del sistema de potencia propuesto. Finalmente, la presentación de los resultados obtenidos permite demostrar el nivel de análisis posible mediante el desarrollo de modelos.

No obstante, este trabajo también puede ser utilizado como base para aplicaciones y proyectos con otro enfoque. En este sentido, se proponen dos temas de interés.

1. El modelo desarrollado puede ser usado para proponer la aplicación real del sistema de potencia propuesto. Este ejercicio implicaría incorporar curvas de comportamiento de equipos

comerciales, y un análisis para optimar la combinación en serie de equipos con curvas características distintas entre sí. La generación de soluciones, en este caso, se enfocaría a acotar con precisión los rangos de operación del sistema, permitiendo incluso emitir recomendaciones sobre la operación del mismo. Un proyecto de esta naturaleza se enfocaría al estudio del sistema propuesto, utilizando el modelo tan sólo como una herramienta más.

2. Un segundo proyecto, de carácter multidisciplinario, implicaría convertir el modelo en una herramienta de cómputo de mayor interacción con el usuario. Para este proyecto se requerirían conocimientos del método de modelación y del sistema de potencia, así como de las necesidades del usuario, que en combinación con las técnicas de la programación producirían un sistema flexible, que diera al usuario la flexibilidad de definir en pantalla los datos de entrada, así como las variables de interés para su análisis específico.

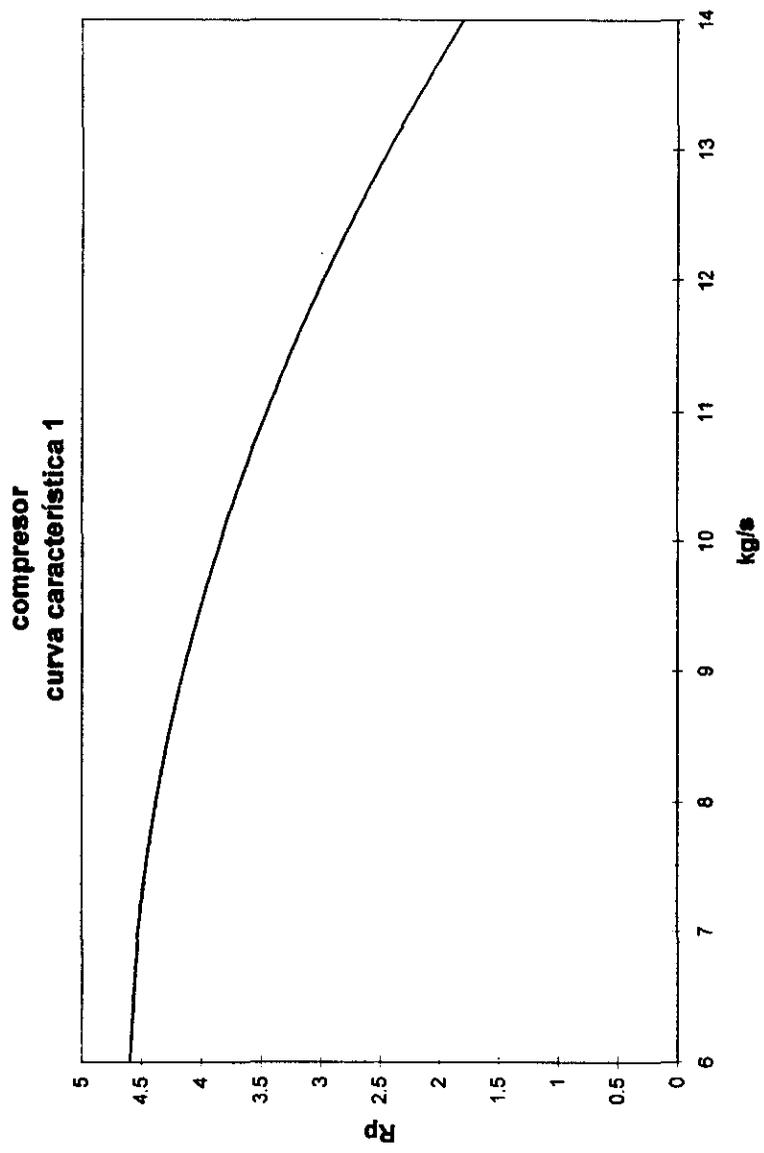
**a) Polinomios de entalpías**

Los polinomios de entalpías fueron obtenidos llevando a cabo ajustes de curvas, utilizando valores de tablas ( Kenneth Wark, Jr., "Termodinámica", McGraw-Hill ). A continuación se muestran los coeficientes para cada polinomio.

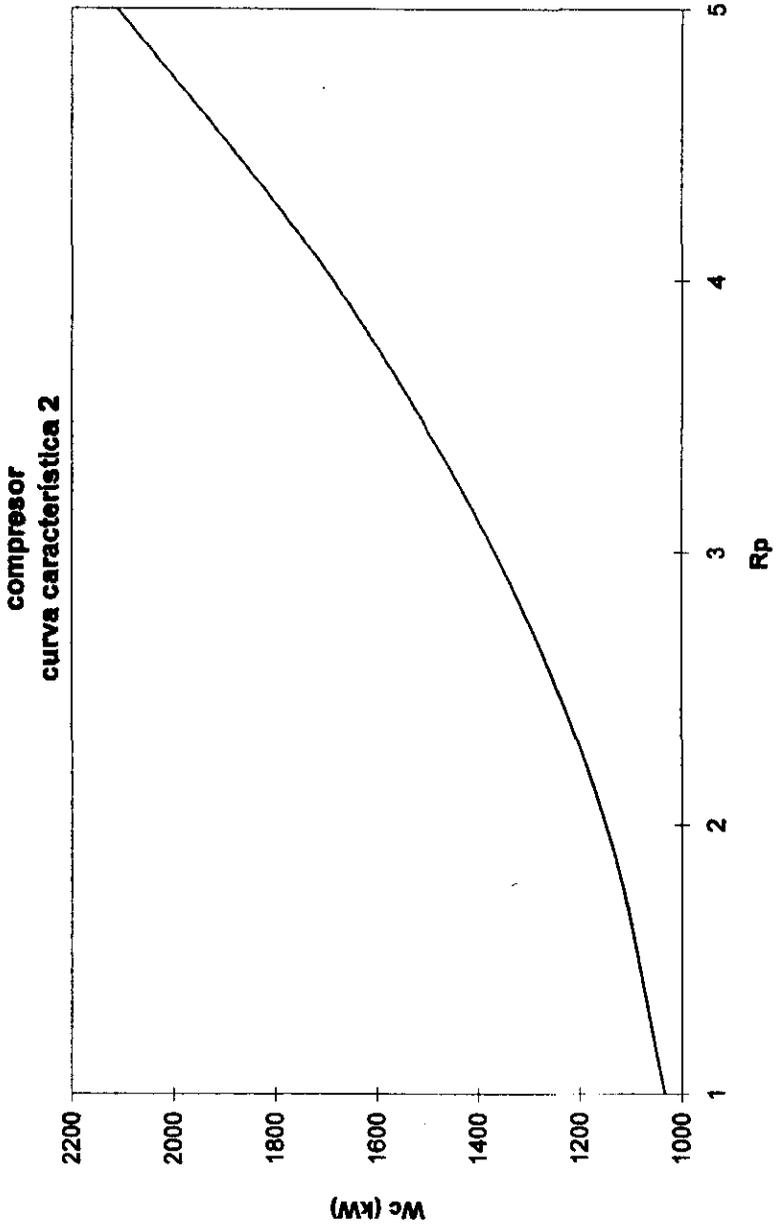
coeficientes de los polinomios de entalpías	
$a_i$ = coeficiente de mayor grado	
CO2	H2O
a1 = 7.3317E-10	a2 = -7.23872E-07
b1 = -6.42386E-06	b2 = .007943
c1 = .021678	c2 = 27.8108
d1 = 27.1896	d2 = 923.106
e1 = -490.861	
O2	N2
a3 = -4.41015E-07	a4 = -4.66605E-07
b3 = .0038284	b4 = .0038279
c3 = 28.1175	c4 = 26.3788
d3 = -122.217	d4 = 441.434
'Aire	
a5 = -2.10929E-08	
b5 = 1.51479E-04	
c5 = .898961	
d5 = 17.3211	

**b) Curvas características de turbinas y compresores.**

Se emplearon las mismas curvas para los dos compresores y las dos turbinas respectivamente. En las páginas 74 a 77 se muestran dichas curvas.

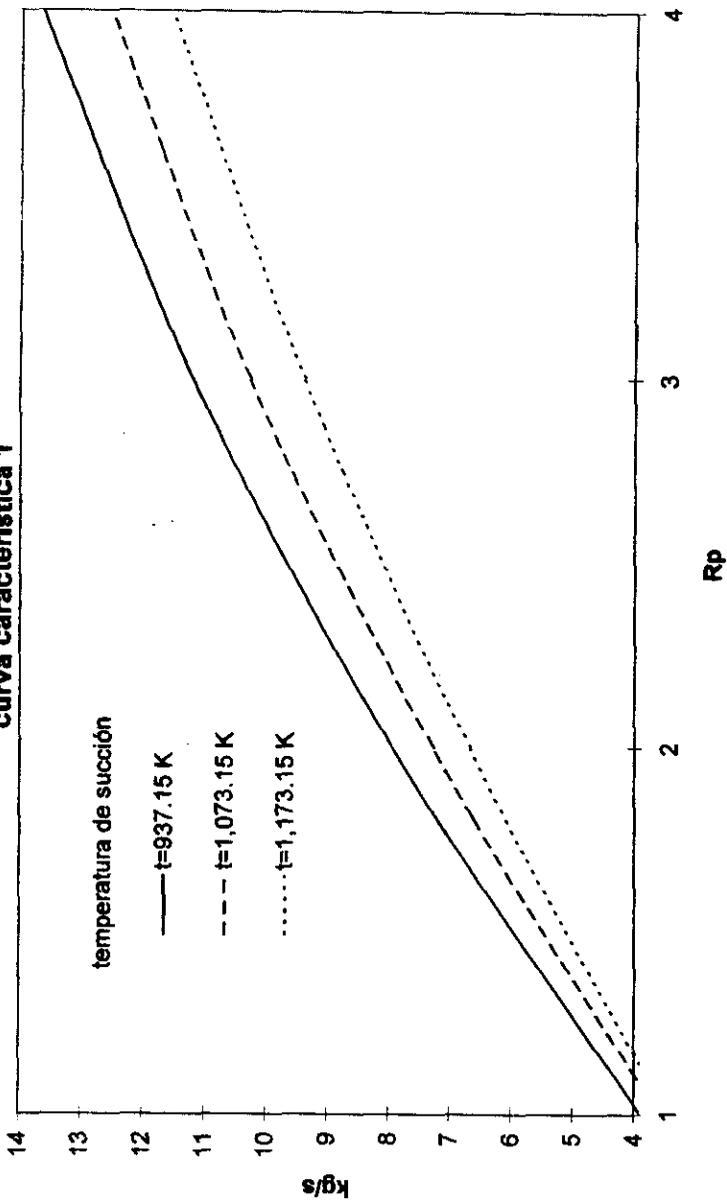


relación de presiones vs. flujo másico



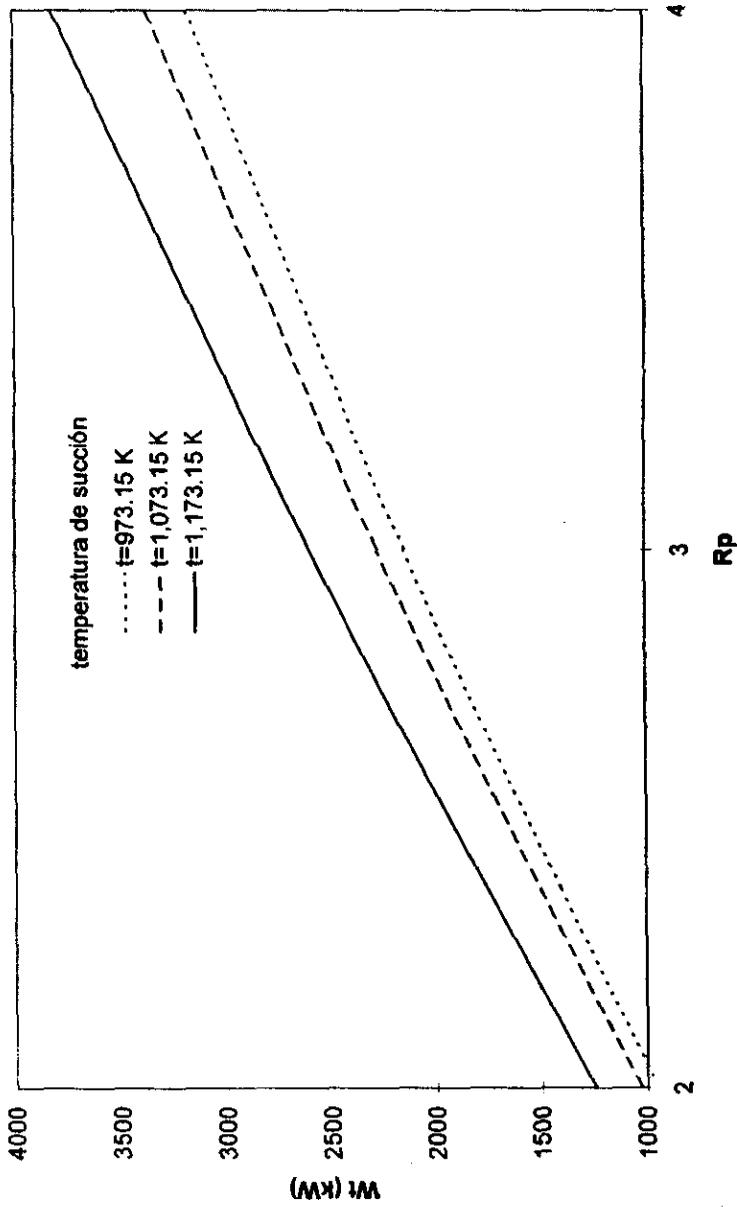
potencia de compresión vs. relación de presiones

turbina  
curva característica 1



flujo másico vs. relación de presiones

**turbina**  
**curva característica 2**



potencia de la turbina vs. relación de presiones

## c) Código del programa

```
'programa para simular sistema de potencia
'versión para datos de entrada: RP, t10, t6
'Esta versión mantiene t6=1,100 y t10 = 450
'varia RP de 12 a 13.25 en intervalos de .25
CLS
OPEN "c:\tesis9\Scb10.DAT" FOR APPEND AS #1
rango = 22
'DEFDBL C
'DEFDBL E
'DEFDBL F

DIM a(rango, rango + 1), ex(rango), EY(rango), corr(rango)

'INPUT "Dar el valor de la rel. de presión del sistema, RPT="; RP
'INPUT "temperatura de salida del sistema(T10~450 K)="; t10
'INPUT "temperatura de salida del combustorl(T~1100 K)="; t6

INPUT "Dar rango bajo de RP "; bajo
INPUT "Dar rango alto de RP "; alto
RP= bajo - .25
100 it = 20
' Los coeficientes para los polinomios de entalpía, [kJ/kmol]

'CO2
a1 = 7.3317E-10
b1 = -6.42386E-06
c1 = .021678
d1 = 27.1896
e1 = -490.861

'H2O
a2 = -7.23872E-07
b2 = .007943
c2 = 27.8108
d2 = 923.106

'O2
a3 = -4.41015E-07
b3 = .0038284
c3 = 28.1175
d3 = -122.217

'N2
a4 = -4.66605E-07
b4 = .0038279
```

$c4 = 26.3788$   
 $d4 = 441.434$   
 'Aire  
 $a5 = -2.10929E-08$   
 $b5 = 1.51479E-04$   
 $c5 = .898961$   
 $d5 = 17.3211$

' Valores para ecuaciones estequiométricas-----  
 ' Dar los valores de x, y (CxHy) del combustible

$x = 1!$   
 $y = 4!$

'Entalpías de formación (kJ/kmol)

$HFH2O = -241820!$   
 $HFfCO2 = -393520!$   
 $HFfcomb = -74850!$   
 $PC = 50019.32$

'Masas molares M

$MO2 = 32!$   
 $MN2 = 28.01$   
 $MH2O = 18.02$   
 $MCO2 = 44.01$   
 $MCH4 = 16.04$   
 $MC2H6 = 30.07$   
 $MC6H6 = 78.11$   
 $MC4H10 = 58.12$   
 $MC2H4 = 28.05$   
 $MAire = 28.97$   
 $Mcomb = 16.04$

' Funciones predeterminadas para la masa molar y derivadas con respecto a E y m de las mezclas M2 (después del primer combustor) y M3 (después del segundo combustor)

$DEF FNP2 (Z) = (x * MCO2 + (y / 2!) * MH2O + (Z - y / 4! - x) * MO2 + 3.76 * Z * MN2)$   
 $DEF FNP3 (Z1, Z2) = (x * (Z2 + 1!) * MCO2 + y / 2! * (Z2 + 1!) * MH2O + (Z1 - (Z2 + 1!) * (x + y / 4!)) * MO2 + 3.76 * Z1 * MN2)$

'derivadas

$dp2e = (MO2 + 3.76 * MN2)$   
 $dp3e = (MO2 + 3.76 * MN2)$   
 $dp3m = (x * MCO2 + y / 2! * MH2O - (x + y / 4!) * MO2)$

' Definición de los polinomios de entalpías

' DEF FNH1 (Z1,Z2) da la diferencia de entalpia entre temps. Z1 y Z2

'FNH1 para CO2, FNH2 para H2O, FNH3 para O2, FNH4 para N2 y FNH5 para aire

DEF FNH1 (Z1, Z2) = a1 \* (Z1 ^ 4! - Z2 ^ 4!) + b1 \* (Z1 ^ 3! - Z2 ^ 3!) + c1 \* (Z1 ^ 2! - Z2 ^ 2!)  
+ d1 \* (Z1 - Z2)

DEF FNH2 (Z1, Z2) = a2 \* (Z1 ^ 3! - Z2 ^ 3!) + b2 \* (Z1 ^ 2! - Z2 ^ 2!) + c2 \* (Z1 - Z2)

DEF FNH3 (Z1, Z2) = a3 \* (Z1 ^ 3! - Z2 ^ 3!) + b3 \* (Z1 ^ 2! - Z2 ^ 2!) + c3 \* (Z1 - Z2)

DEF FNH4 (Z1, Z2) = a4 \* (Z1 ^ 3! - Z2 ^ 3!) + b4 \* (Z1 ^ 2! - Z2 ^ 2!) + c4 \* (Z1 - Z2)

DEF FNH5 (Z1, Z2) = a5 \* (Z1 ^ 3! - Z2 ^ 3!) + b5 \* (Z1 ^ 2! - Z2 ^ 2!) + c5 \* (Z1 - Z2)

DEF FNDH1 (Z) = 4! \* a1 \* Z ^ 3! + 3! \* b1 \* Z ^ 2! + 2! \* c1 \* Z + d1

DEF FNDH2 (Z) = 3! \* a2 \* Z ^ 2! + 2! \* b2 \* Z + c2

DEF FNDH3 (Z) = 3! \* a3 \* Z ^ 2! + 2! \* b3 \* Z + c3

DEF FNDH4 (Z) = 3! \* a4 \* Z ^ 2! + 2! \* b4 \* Z + c4

DEF FNDH5 (Z) = 3! \* a5 \* Z ^ 2! + 2! \* b5 \* Z + c5

DEF FNE1 (Z) = a1 \* Z ^ 4! + b1 \* Z ^ 3! + c1 \* Z ^ 2! + d1 \* Z + e1

DEF FNE2 (Z) = a2 \* Z ^ 3! + b2 \* Z ^ 2! + c2 \* Z + d2

DEF FNE3 (Z) = a3 \* Z ^ 3! + b3 \* Z ^ 2! + c3 \* Z + d3

DEF FNE4 (Z) = a4 \* Z ^ 3! + b4 \* Z ^ 2! + c4 \* Z + d4

DEF FNE5 (Z) = a5 \* Z ^ 3! + b5 \* Z ^ 2! + c5 \* Z + d5

' Dar los coeficientes de la curva del compresor de baja presión

ca1 = 3.31

ca2 = .456

ca3 = -.0403

'segunda curva

cb1 = 1020!

cb2 = -38.3

cb3 = 51.3

PRINT

' Dar los coeficientes de la curva del compresor de alta presión

cc1 = 3.31

cc2 = .456

cc3 = -.0403

'segunda curva

cd1 = 1020!

cd2 = -38.3

cd3 = 51.3

'comp.bas

' Dar los coeficientes de la curva de la turbina de alta presión

' con estos valores se obtiene una curva de masa congruente

ce1 = 8.5019

ce2 = 2.332

ce3 = .48

ce4 = -.02644

ce5 = 1.849E-05

ce6 = .0121

ce7 = -.002736

```
ce8 = -1.137E-05
ce9 = 2.124E-06
'segunda curva (potencia)
cf1 = -2084.23
cf2 = 3434.89
cf3 = -148.794
cf4 = .09895
cf5 = .000118
cf6 = -4.973
cf7 = .111
cf8 = .0034
cf9 = -.0000271
```

PRINT

```
' Dar los coeficientes de la curva de la turbina de baja presión
' con estos valores se obtiene una curva de masa congruente
```

```
cg1 = 8.5019
cg2 = 2.332
cg3 = .48
cg4 = -.02644
cg5 = 1.849E-05
cg6 = .0121
cg7 = -.002736
cg8 = -1.137E-05
cg9 = 2.124E-06
'segunda curva
ch1 = -2084.23
ch2 = 3434.89
ch3 = -148.794
ch4 = .09895
ch5 = .000118
ch6 = -4.973
ch7 = .111
ch8 = .0034
ch9 = -.0000271
```

```
' condiciones de entrada ambientales
```

```
Tamb = 298!
Pamb = 101!
```

```
T1 = Tamb
T0 = 273.15
```

```
' Eficiencia del interenfriador
Efint = .85
```

PRINT

$$RP = RP + .25$$

PRINT " Dar valores para la primera aproximación"

PRINT

PRINT

$$r1 = 3.5$$

$$r2 = 3.5$$

$$r3 = 3.5$$

$$r4 = 3.5$$

$$t2 = 420!$$

$$t3 = 330!$$

$$t4 = 450!$$

$$t5 = 700!$$

$$t6 = 1200.$$

$$t7 = 1000!$$

$$t8 = 1300!$$

$$t9 = 1000!$$

$$t10 = 400.$$

$$Q = 8000!$$

$$m1 = 11!$$

$$m2 = 11.3$$

$$m3 = 11.5$$

$$S1 = 1300!$$

$$S2 = 1300!$$

$$W1 = 1800!$$

$$W2 = 1800!$$

$$Ef = 1000!$$

'E y m son variables de relación de combustible (ver ecuaciones estequiométricas)

$$E = 8!$$

$$m = .02$$

$$k1 = 100$$

$$k2 = 1000$$

$$k3 = 10000$$

$$k1 = 1!$$

$$k2 = 1!$$

$$k3 = 1!$$

'número de iteraciones

FOR IRR = 1 TO it

$$F1 = ca1 + ca2 * m1 + ca3 * m1 ^ 2! - r1$$

$$F2 = cb1 + cb2 * r1 + cb3 * (r1) ^ 2! - S1$$

$$F3 = cc1 + cc2 * m1 + cc3 * m1 ^ 2! - r2$$

$$F4 = cd1 + cd2 * r2 + cd3 * (r2) ^ 2! - S2$$

$$F5 = ce1 + ce2 * (r3) + ce3 * (r3) ^ 2! + ce4 * (t6 - T0) + ce5 * (t6 - T0) ^ 2! + ce6 * (r3) * (t6 - T0) + ce7 * (r3) ^ 2! * (t6 - T0) + ce8 * (r3) * (t6 - T0) ^ 2! + ce9 * (r3) ^ 2! * (t6 - T0) ^ 2! - m2$$

$$F6 = cf1 + cf2 * (r3) + cf3 * (r3) ^ 2! + cf4 * (t6 - T0) + cf5 * (t6 - T0) ^ 2! + cf6 * (r3) * (t6 - T0) + cf7 * (r3) ^ 2! * (t6 - T0) + cf8 * (r3) * (t6 - T0) ^ 2! + cf9 * (r3) ^ 2! * (t6 - T0) ^ 2! - W1$$

$$\begin{aligned}
F7 &= cg1 + cg2 * (r4) + cg3 * (r4)^2 + cg4 * (t8 - T0) + cg5 * (t8 - T0)^2 + cg6 * (r4) * (t8 - T0) + cg7 * (r4)^2 * (t8 - T0) + cg8 * (r4) * (t8 - T0)^2 + cg9 * (r4)^2 * (t8 - T0)^2 - m3 \\
F8 &= ch1 + ch2 * (r4) + ch3 * (r4)^2 + ch4 * (t8 - T0) + ch5 * (t8 - T0)^2 + ch6 * (r4) * (t8 - T0) + ch7 * (r4)^2 * (t8 - T0) + ch8 * (r4) * (t8 - T0)^2 + ch9 * (r4)^2 * (t8 - T0)^2 - W2 \\
F9 &= Mcomb * m1 - 4.76 * E * MAire * (m2 - m1) \\
F10 &= m2 * m * Mcomb - FNP2(E) * (m3 - m2) \\
F11 &= m1 * FNH5(t2, T1) - S1 \\
F12 &= m1 * FNH5(t4, t3) - S2 \\
F13 &= m2 * (x * FNH1(t6, t7) + y / 2! * FNH2(t6, t7) + (E - x - y / 4) * FNH3(t6, t7) + 3.76 * E * FNH4(t6, t7)) - W1 * FNP2(E) \\
F14 &= m3 * (x * (m + 1!) * FNH1(t8, t9) + y * (m + 1!) / 2! * FNH2(t8, t9) + (E - (m + 1!) * (x + y / 4!)) * FNH3(t8, t9) + 3.76 * E * FNH4(t8, t9)) - W2 * FNP3(E, m) \\
F15 &= FNH5(t2, t3) - Efint * FNH5(t2, T1) \\
F16 &= m1 * FNH5(t5, t4) - Q \\
F17 &= x * (HFCO2 + FNE1(t6) - 9364!) + y / 2! * (HFH2O + FNE2(t6) - 9904!) + (E - x - y / 4!) * (FNE3(t6) - 8682!) + 3.76 * E * (FNE4(t6) - 8669!) - HFcomb - E * (FNE3(t5) - 8682!) - 3.76 * E * (FNE4(t5) - 8669!) \\
F18 &= x * (m + 1!) * (HFCO2 + FNE1(t8) - 9364!) + y / 2! * (m + 1!) * (HFH2O + FNE2(t8) - 9904!) + (E - (m + 1!) * (x + y / 4!)) * (FNE3(t8) - 8682!) + 3.76 * E * (FNE4(t8) - 8669!) - m * HFcomb - x * (HFCO2 + FNE1(t7) - 9364!) - y / 2! * (HFH2O + FNE2(t7) - 9904!) - (E - x - y / 4!) * (FNE3(t7) - 8682!) - 3.76 * E * (FNE4(t7) - 8669!) \\
F19 &= m3 * (x * (m + 1!) * FNH1(t9, t10) + y * (m + 1!) / 2! * FNH2(t9, t10) + (E - (m + 1!) * (x + y / 4!)) * FNH3(t9, t10) + 3.76 * E * FNH4(t9, t10)) - Q * FNP3(E, m) \\
F20 &= r1 * r2 - RP \\
F21 &= r3 * r4 - RP \\
F22 &= Ef + S1 + S2 - W1 - W2
\end{aligned}$$

'Derivadas. Ejmplo: F1m1 es la derivada de F1 con respecto a m1

$$F1m1 = ca2 + 2! * ca3 * m1$$

$$F1R1 = -1!$$

$$F2R1 = cb2 + 2! * cb3 * r1$$

$$F2S1 = -1!$$

$$F3m1 = cc2 + 2! * cc3 * m1$$

$$F3R2 = -1!$$

$$F4R2 = cd2 + 2! * cd3 * r2$$

$$F4S2 = -1!$$

$$F5R3 = ce2 + 2! * ce3 * r3 + ce6 * (t6 - T0) + 2! * ce7 * r3 * (t6 - T0) + ce8 * (t6 - T0)^2 + 2! * ce9 * r3 * (t6 - T0)^2!$$

$$F5T6 = ce4 + 2. * ce5 * (T6 - T0) + ce6 * (r3) + ce7 * (r3)^2. + 2. * ce8 * (r3) * (T6 - T0) + 2. * ce9 * (r3)^2. * (T6 - T0)$$

$$F5T6 = 0!$$

$$F5m2 = -1!$$

$$F6R3 = cf2 + 2! * cf3 * r3 + cf6 * (t6 - T0) + 2! * cf7 * r3 * (t6 - T0) + cf8 * (t6 - T0)^2 + 2! * cf9 * r3 * (t6 - T0)^2!$$

$$F6T6 = cf4 + 2. * cf5 * (T6 - T0) + cf6 * (r3) + cf7 * (r3)^2 + 2. * cf8 * (r3) * (T6 - T0) + 2. * cf9 * (r3)^2. * (T6 - T0)$$

$$F6T6 = 0!$$

$$F6W1 = -1!$$

$$F7R4 = cg2 + 2! * cg3 * r4 + cg6 * (t8 - T0) + 2! * cg7 * r4 * (t8 - T0) + cg8 * (t8 - T0)^2 + 2! * cg9 * r4 * (t8 - T0)^2!$$

$$F7T6 = cg4 + 2. * cg5 * (T6 - T0) + cg6 * (r4) + cg7 * (r4)^2 + 2. * cg8 * (r4) * (T6 - T0) + 2. * cg9 * (r4)^2. * (T6 - T0)$$

$$F7T6 = 0!$$

$$F7T8 = cg4 + 2! * cg5 * (t8 - T0) + cg6 * (r4) + cg7 * (r4)^2 + 2! * cg8 * (r4) * (t8 - T0) + 2! * cg9 * (r4)^2! * (t8 - T0)$$

$$F7m3 = -1!$$

$$F8R4 = ch2 + 2! * ch3 * r4 + ch6 * (t8 - T0) + 2! * ch7 * r4 * (t8 - T0) + ch8 * (t8 - T0)^2 + 2! * ch9 * r4 * (t8 - T0)^2!$$

$$F8T8 = ch4 + 2! * ch5 * (t8 - T0) + ch6 * (r4) + ch7 * (r4)^2 + 2! * ch8 * (r4) * (t8 - T0) + 2! * ch9 * (r4)^2! * (t8 - T0)$$

$$F8W2 = -1!$$

$$F9m1 = Mcomb + 4.76 * E * MAire$$

$$F9m2 = -4.76 * E * MAire$$

$$F9E = -4.76 * MAire * (m2 - m1)$$

$$F10m2 = m * Mcomb + FNP2(E)$$

$$F10m3 = -FNP2(E)$$

$$F10E = -dp2e * (m3 - m2)$$

$$F10m = m2 * Mcomb$$

$$F11T2 = m1 * FNDH5(t2)$$

$$F11m1 = FNH5(t2, T1)$$

$$F11S1 = -1!$$

$$F12T3 = -m1 * FNDH5(t3)$$

$$F12T4 = m1 * FNDH5(t4)$$

$$F12m1 = FNH5(t4, t3)$$

$$F12S2 = -1!$$

$$F13T6 = m2 * (x * FNDH1(T6) + y / 2. * FNDH2(T6) + (E - x - y / 4.) * FNDH3(T6) + 3.76 * E * FNDH4(T6))$$

$$F13T6 = 0!$$

$$F13T7 = m2 * (-x * FNDH1(t7) - y / 2! * FNDH2(t7) - (E - x - y / 4!) * FNDH3(t7) - 3.76 * E * FNDH4(t7))$$

$$F13E = m2 * (FNH3(t6, t7) + 3.76 * FNH4(t6, t7)) - W1 * dp2e$$

$$F13m2 = (x * FNH1(t6, t7) + y / 2! * FNH2(t6, t7) + (E - x - y / 4!) * FNH3(t6, t7) + 3.76 * E * FNH4(t6, t7))$$

$$F13W1 = -FNP2(E)$$

$$F14T8 = m3 * (x * (m + 1!) * FNDH1(t8) + (y * (m + 1!) / 2!) * FNDH2(t8) + (E - (m + 1!) * (x + y / 4!)) * FNDH3(t8) + 3.76 * E * FNDH4(t8))$$

$$F14T9 = m3 * (-x * (m + 1!) * FNDH1(t9) - (y * (m + 1!) / 2!) * FNDH2(t9) - (E - (m + 1!) * (x + y / 4!)) * FNDH3(t9) - 3.76 * E * FNDH4(t9))$$

$$F14E = m3 * (FNH3(t8, t9) + 3.76 * FNH4(t8, t9)) - W2 * dp3e$$

$$F14m = m3 * (x * FNH1(t8, t9) + y / 2! * FNH2(t8, t9) - (x + y / 4!) * FNH3(t8, t9)) - W2 * dp3m$$

$$F14m3 = (x * (m + 1!) * FNH1(t8, t9) + (y * (m + 1!) / 2!) * FNH2(t8, t9) + (E - (m + 1!) * (x + y / 4!)) * FNH3(t8, t9) + 3.76 * E * FNH4(t8, t9))$$

$$F14W2 = -FNP3(E, m)$$

$$F15T1 = Efint * FNDH5(T1)$$

$$F15T2 = (1! - Efint) * FNDH5(t2)$$

$$F15T3 = -FNDH5(t3)$$

$$F16m1 = FNH5(t5, t4)$$

$$F16T4 = -m1 * FNDH5(t4)$$

$$F16T5 = m1 * FNDH5(t5)$$

$$F16Q = -1!$$

$$F17T5 = -E * FNDH3(t5) - 3.76 * E * FNDH4(t5)$$

$$F17T6 = x * FNDH1(T6) + y / 2. * FNDH2(T6) + (E - x - y / 4.) * FNDH3(T6) + 3.76 * E * FNDH4(T6)$$

$$F17T6 = 0!$$

$$F17E = (FNE3(t6) - 8682!) + 3.76 * (FNE4(t6) - 8669!) - (FNE3(t5) - 8682!) - 3.76 * (FNE4(t5) - 8669!)$$

$$F18T8 = x * (m + 1!) * FNDH1(t8) + y * (m + 1!) / 2! * FNDH2(t8) + (E - (m + 1!) * (x + y / 4!)) * FNDH3(t8) + 3.76 * E * FNDH4(t8)$$

$$F18T7 = -(x * FNDH1(t7) + y / 2! * FNDH2(t7) + (E - x - y / 4!) * FNDH3(t7) + 3.76 * E * FNDH4(t7))$$

$$F18E = (FNE3(t8) - 8682!) + 3.76 * (FNE4(t8) - 8669!) - (FNE3(t7) - 8682!) - (FNE4(t7) - 8669!)$$

$$F18m = x * (HFCO2 + FNE1(t8) - 9364!) + y / 2! * (HFH2O + FNE2(t8) - 9904!) - (x + y / 4) * (FNE3(t8) - 8682!) - HFcomb$$

$$F19m3 = (x * (m + 1!) * FNH1(t9, t10) + (y * (m + 1!) / 2!) * FNH2(t9, t10) + (E - (m + 1!) * (x + y / 4!)) * FNH3(t9, t10) + 3.76 * E * FNH4(t9, t10))$$

$$F19T9 = m3 * (x * (m + 1!) * FNDH1(t9) + (y * (m + 1!) / 2!) * FNDH2(t9) + (E - (m + 1!) * (x + y / 4!)) * FNDH3(t9) + 3.76 * E * FNDH4(t9))$$

```

F19T10 = m3 * (-X * (m + 1.) * FNDH1(t10) - (y * (m + 1.) / 2.) * FNDH2(t10) - (E - (m + 1.) *
(X + y / 4.)) * FNDH3(t10) - 3.76 * E * FNDH4(t10))
F19E = m3 * (FNH3(t9, t10) + 3.76 * FNH4(t9, t10)) - Q * dp3e
F19m = m3 * (x * FNH1(t9, t10) + y / 2! * FNH2(t9, t10) - (x + y / 4!) * FNH3(t9, t10)) - Q *
dp3m
F19Q = -FNP3(E, m)

```

```

F20R1 = r2
F20R2 = r1

```

```

F21R3 = r4
F21R4 = r3

```

```

F22S1 = 1!
F22S2 = 1!
F22W1 = -1!
F22W2 = -1!
F22Ef = 1!

```

' Comienza método numérico para resolver matriz cuadrada

```

FOR I = 1 TO rango
FOR J = 1 TO rango
a(I, J) = 0
NEXT J
NEXT I

```

```

a(1, 1) = F1R1
a(1, 13) = F1m1

```

```

a(2, 1) = F2R1
a(2, 16) = F2S1

```

```

a(3, 2) = F3R2
a(3, 13) = F3m1

```

```

a(4, 2) = F4R2
a(4, 17) = F4S2

```

```

a(5, 3) = F5R3
a(5, 9) = F5T6
a(5, 14) = F5m2

```

```

a(6, 3) = F6R3
a(6, 9) = F6T6
a(6, 18) = F6W1

```

```

a(7, 4) = F7R4
a(7, 9) = F7T8
a(7, 15) = F7m3

```

a(8, 4) = F8R4  
a(8, 9) = F8T8  
a(8, 19) = F8W2

a(9, 13) = F9m1  
a(9, 14) = F9m2  
a(9, 20) = F9E

a(10, 14) = F10m2  
a(10, 15) = F10m3  
a(10, 20) = F10E  
a(10, 21) = F10m

a(11, 5) = F11T2  
a(11, 13) = F11m1  
a(11, 16) = F11S1

a(12, 6) = F12T3  
a(12, 7) = F12T4  
a(12, 13) = F12m1  
a(12, 17) = F12S2

a(13, 9) = F13T6  
a(13, 10) = F13T7  
a(13, 14) = F13m2  
a(13, 18) = F13W1  
a(13, 20) = F13E

a(14, 9) = F14T8  
a(14, 11) = F14T9  
a(14, 15) = F14m3  
a(14, 19) = F14W2  
a(14, 20) = F14E  
a(14, 21) = F14m

a(15, 5) = F15T2  
a(15, 6) = F15T3  
a(15, 14) = F15m1

a(16, 7) = F16T4  
a(16, 8) = F16T5  
a(16, 12) = F16Q  
a(16, 13) = F16m1

a(17, 8) = F17T5  
a(17, 9) = F17T6  
a(17, 20) = F17E

a(18, 9) = F18T8  
a(18, 10) = F18T7  
a(18, 20) = F18E  
a(18, 21) = F18m

a(19, 11) = F19T9  
a(19, 12) = F19Q  
a(19, 15) = F19m3  
a(19, 20) = F19E  
a(19, 21) = F19m  
a(19, 22) = F19T10

a(20, 1) = F20R1  
a(20, 2) = F20R2

a(21, 3) = F21R3  
a(21, 4) = F21R4

a(22, 16) = F22S1  
a(22, 17) = F22S2  
a(22, 18) = F22W1  
a(22, 19) = F22W2  
a(22, 22) = F22Ef

a(1, rango + 1) = F1  
a(2, rango + 1) = F2  
a(3, rango + 1) = F3  
a(4, rango + 1) = F4  
a(5, rango + 1) = F5  
a(6, rango + 1) = F6  
a(7, rango + 1) = F7  
a(8, rango + 1) = F8  
a(9, rango + 1) = F9  
a(10, rango + 1) = F10  
a(11, rango + 1) = F11  
a(12, rango + 1) = F12  
a(13, rango + 1) = F13  
a(14, rango + 1) = F14  
a(15, rango + 1) = F15  
a(16, rango + 1) = F16  
a(17, rango + 1) = F17  
a(18, rango + 1) = F18  
a(19, rango + 1) = F19  
a(20, rango + 1) = F20  
a(21, rango + 1) = F21  
a(22, rango + 1) = F22

```
N = rango
K = 0
EY(1) = 0
ex(1) = 0
240 PIV = 0
FOR I = 1 TO N
FOR L = 1 TO K
IF I = EY(L) THEN GOTO 350
NEXT L
FOR J = 1 TO N
FOR L = 1 TO K
IF J = ex(L) THEN GOTO 340
NEXT L
IF ABS(a(I, J)) > PIV THEN GOTO 320
GOTO 340
320 PIV = ABS(a(I, J))
jx = J
jy = I

340 NEXT J
350 NEXT I
PIV = a(jy, jx)
FOR J = 1 TO N + 1
a(jy, J) = a(jy, J) / PIV
NEXT J
FOR I = 1 TO N
IF I = jy THEN GOTO 460
MULT = -a(I, jx)
FOR J = 1 TO N + 1
a(I, J) = MULT * a(jy, J) + a(I, J)
NEXT J
460 NEXT I
K = K + 1
ex(K) = jx
EY(K) = jy
IF K <= N - 1 THEN GOTO 240

PRINT

FOR I = 1 TO rango
FOR J = 1 TO rango

IF a(I, J) = 1 THEN GOTO 650
GOTO 655
650 corr(J) = a(I, rango + 1)
```

GOTO 660

655 NEXT J

660 NEXT I

'Termina solución de matriz

'Se corrigen los datos iniciales con el factor de corrección

r1 = r1 - corr(1)

r2 = r2 - corr(2)

r3 = r3 - corr(3)

r4 = r4 - corr(4)

t2 = t2 - corr(5)

t3 = t3 - corr(6)

t4 = t4 - corr(7)

t5 = t5 - corr(8)

t8 = t8 - corr(9)

t7 = t7 - corr(10)

t9 = t9 - corr(11)

Q = Q - corr(12)

m1 = m1 - corr(13)

m2 = m2 - corr(14)

m3 = m3 - corr(15)

S1 = S1 - corr(16)

S2 = S2 - corr(17)

W1 = W1 - corr(18)

W2 = W2 - corr(19)

E = E - corr(20)

m = m - corr(21)

Ef = Ef - corr(22)

'Se procede a la siguiente iteración

PRINT IRR

NEXT IRR

QC1 = PC \* Mcomb \* m1 / (4.76 \* E \* MAire)

QC2 = PC \* m2 \* m \* Mcomb / FNP2(E)

Efic1 = Ef / (QC1 + QC2)

Efic2 = Ef / (m1 \* FNH5(t6, t5) + m2 \* FNH5(t8, t7))

' Escribir resultados en archivo de datos

'                   A B C D E F G H I J K L M N O P Q R T U V W  
X Y Z AA AB

```
PRINT #1, USING " +#.###^~^~"; r1; r2; r3; r4; t2; t3; t4; t5; t6; t7; t8; t9; t10; m1; m2; m3; S1;  
S2; W1; W2; Ef; E; m; rpe; rps; Efic1; Efic2  
PRINT #1, USING " +#.###^~^~"; F1; F2; F3; F4; F5; F6; F7; F8; F9; F10; F11; F12; F13; F14;  
F15; F16; F17; F18; F19; F20; F21; F22  
PRINT #1,
```

```
IF RP > alto THEN 200  
GOTO 100  
200 CLOSE #1  
END
```

Chapra, Steven C. y Canale, Raymond P.; "Métodos Numéricos para Ingenieros", McGraw-Hill, México, D. F., 1987.

Edwards, C. H., Jr. y Penney, David E., "Calculus and Analytic Geometry", Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey, segunda edición, 1986.

Incropera, Frank P. y DeWitt, David P., "Fundamentals of Heat and Mass Transfer", John Wiley & Sons, New York, Chichester, Brisbane, etc., tercera edición, 1981.

Mataix, Claudio, "Mecánica de Fluidos y Máquinas Hidráulicas", Harla, México, D.F., segunda edición, 1982.

Stoecker, Wilbert F., "Design of Thermal Systems", McGraw-Hill Kogakusha, Ltd., segunda edición, 1980.

Wark, Kenneth Jr., "Thermodynamics" McGraw-Hill Book Company, New York, quinta edición, 1988.