56

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

FACULTAD DE CIENCIAS

"APLICACION DEL MODELO DE BLACK AND SCHOLES PARA LA OBTENCION DE UN INDICE DE PRECIOS"

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TITULO DE:

A C T U A R I O

P R E S E N T A :

LUIS ARMANDO LUNA GAMBOA

DIRECTOR DE TESIS: ACT. LAURA MIRIAM QUEROL GONZALEZ.

1998

VNIVERSDAD NACIONAL
AVTONOMA DE
MEXICO

M. en C. Virginia Abrín Batule
Jefe de la División de Estudios Profesionales de la
Facultad de Ciencias
P r e s e n t e

Comunicamos a usted que hemos revisado el trabajo de Tesis: "APLICACION DEL MODELO DE BLACK AND SCHOLES PARA LA OBTENCION DE UN INDICE DE PRECIOS"

realizado por LUIS ARMANDO LUNA GAMBOA

con número de cuenta 8840701-4 , pasante de la carrera de ACTUARIA

Dicho trabajo cuenta con nuestro voto aprobatorio.

Atentamente

Director de Tesis Propietario	ACT. LAURA MIRIAM QUEROL GONZALEZ	
Propietario	ACT. MARIA AURORA VALDES MICHEL	
Propietario	ACT. LETICIA DANIEL ORANA	Leticia Daniel O
Suplente	ACT. BENIGNA CUEVAS PINZON	Benigna Cuevas P
Suplente	ACT. NOEMI VELAZQUEZ SANCHEZ	Noemi Velázquez Sánchez

Consejo Departamental de Matemáticas
M. en A. P. MARIA DEL PILAR ALONSO REYES

AGRADECIMIENTOS

A MIS PADRES

AHORA AL VER CRISTALIZADA UNA DE MIS METAS,
LES AGRADEZCO SU APOYO EN MI VIDA DE ESTUDIANTE PERO SOBRE
TODO POR SU INCONDICIONAL AMOR

A MIS HERMANAS.

POR COMPARTIR CONMIGO AMOR Y ALEGRÍA.

A MI ABUELITA AMALIA.

GRACIAS POR TU APOYO Y CARIÑO .

A MIS MAESTROS

POR DEPOSITAR EN MI SU CONOCIMIENTO Y
AMISTAD, EN ESPECIAL EL ING. ALEJANDRO C. VERA TREJO

A VERÓNICA

GRACIAS POR TU CARIÑO Y COMPARTIR ESTA META

MIS AMIGOS

QUE SON TODAS AQUELLAS PERSONAS QUE SIEMPRE ME ESTIMULAN
A SEGUIR SUPERÁNDOME, GRACIAS MANUEL.

LUIS ARMANDO.

ÍNDICE

INTRODUCCIÓN.

En el presente trabajo se pretende introducir un índice de precios ,que de alguna manera nos permita reflejar el comportamiento de los títulos opcionales; así como el índice de los precios sobre acciones que es el principal indicador de cualquier bolsa en el mundo como :IPC,DOW JONES , NIKKEI , etc.

Para el caso de un Índice de Precios Sobre Títulos Opcionales, no existe actualmente (1998) un criterio general sobre como debe construirse, siendo así un esfuerzo a realizar en esta obra.

Como primer capítulo se denominan como productos derivados todos aquellos instrumentos cuyo valor depende del precio o cotización del instrumento empleado como valor de referencia. Los títulos opcionales, al igual las opciones y los futuros son productos derivados cuyos valores de referencia son normalmente, las series accionarias, las canastas de títulos y los índices de precios, pero puede realizarse también a divisas, metales, tasas de interés y otro tipo de valores.

Títulos opcionales es la denominación que las autoridades regulatorias mexicanas le dieron a los instrumentos que internacionalmente se denominan como warrants (por lo que indistintamente le llamaremos opcionès ó warrants)

Una opción es el derecho, más no la obligación, de comprar o vender una cantidad determinada de un bien(una acción. una mercancía básica, divisa, instrumento financiero, etcétera) a un precio preestablecido(el precio de ejercicio)dentro de un periodo predeterminado: Existen dos tipos de opciones: **opciones de compra** (opciones call) y **opciones de venta** (opciones put).

- Opción de compra(call).

Se denomina "opción de compra" o "call", a aquella opción donde el tenedor adquiere el derecho de comprar al precio de ejercicio.

- Opción de venta(put).

Se denomina "opción de venta" o "put", a aquella opción donde el tenedor adquiere el derecho de vender al precio de ejercicio.

El precio teórico se puede calcular de diferentes maneras por lo que en el capítulo dos proponemos el modelo de Black & Scholes,tanto para opciones *put* como *call*,
el modelo es el resultado del análisis por métodos matemáticos de las opciones en los mercados, no obstante al seguir ciertas hipótesis sobre este modelo se puede obtener lo que mas adelante llamaremos como el índice de precios para opciones.

El capítulo tres nos hace referencia de lo que es un índice y como se puede o no relacionar uno con otro siendo este un ponderador reflejo del comportamiento de un fenómeno.

Una vez alcanzada la comprensión de como funcionan la opciones ,el calculo de su precio teórico y también que es y que refleja un índice se podrá hacer uso de estas bases para la construcción del índice de precios por el método de Black and Scholes referido en el último capitulo.

CAPÍTULO UNO

CONCEPTOS FUNDAMENTALES DE LAS OPCIONES

1-1 PROPIEDADES BASICAS DE LAS OPCIONES

1-1-1 Tipos de Opciones

Existen dos tipos de opciones: Las Americanas y la Europea

Las opciones Americanas: pueden ser ejercidas en o antes de la fecha de vencimiento. En los Estados Unidos de América, las opciones sobre acciones tradicionalmente se han podido ejercer en cualquier día desde la fecha de adquisición hasta la fecha de vencimiento del contrato.

Las opciones Europeas: únicamente pueden ser ejercidas en la fecha de vencimiento del contrato. Cuando surge el primer mercado organizado de Europa, la European Option Exchange (EOE) de Amsterdam en 1977, sus promotores establecen que los contratos negociados en dicho mercado tendrán única y exclusivamente una fecha de ejercicio y esta será la fecha de vencimiento del contrato.

1-1-2 Figuras de pago y de pérdida/ganancia de las opciones

Los figuras de pago (payoff) y de pérdida/ganancia (profit), son herramientas muy útiles que expresan gráficamente las posiciones de emisores y tenedores de opciones.

1-1-2-1 Opciones de compra

a) El tenedor

La figura de pago para el tenedor de una opción de compra (posición larga), relaciona el pago de la opción con respecto al precio que el valor subyacente alcanzará al vencimiento (véase la figura 1.1). En el figura de pérdida ganancia del tenedor de una opción de compra, se considera el precio de la prima *C*, pagado por la opción, indicando la utilidad o pérdida neta de la posición (véase la figura 1.2).

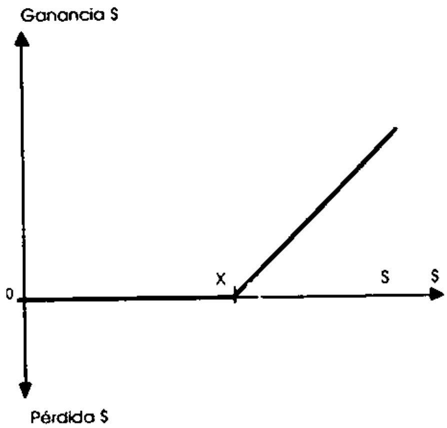


Figura 1.1 Pago de Call, posición larga

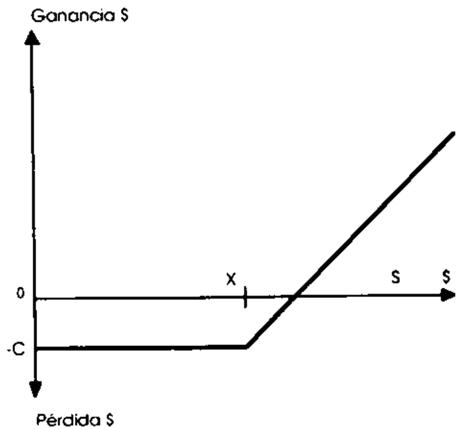


Figura 1.2 Pérdida/Ganancia de Call, posición larga

Por lo tanto sí en la fecha de vencimiento, el precio del valor subyacente *S*, está en o abajo del precio de ejercicio *X* (gráficamente a la izquierda de *X*), la opción no es ejercida y la posición tiene un pago de cero. Sí por el contrario el precio del valor subyacente está por arriba del precio de ejercicio (a la derecha), la opción será ejercida y la posición realizará un pago de *S-X*. Argumento válido tanto para opciones Americanas como Europeas, pues al vencimiento ambos contratos son equivalentes.

El pago de una opción de compra de tipo Europeo o Americano, se representa matemáticamente como:

$$C = \max(0, S - X) \tag{1.1}$$

Esto indica que la opción de compra valdrá el máximo entre cero y la diferencia entre el precio actual del valor subyacente *S*, y el precio de ejercicio *X*, también conocido como valor intrínseco.

b) El emisor

En las figuras 1.3 y 1.4 se muestran los perfiles de pago y pérdida/ganancia correspondientes al emisor del una opción de compra (posición corta), para el primero sólo muestra el pago de la posición del emisor al vencimiento, mientras que en el segundo se toma en cuenta el precio o prima recibido por el emisor de la opción de compra. Nótese que estos figuras son la posición contraria a las del tenedor, es decir que uno cancela al otro, ya que el mercado de opciones es un "juego de suma cero", cuando el tenedor gana el emisor pierde o viceversa.

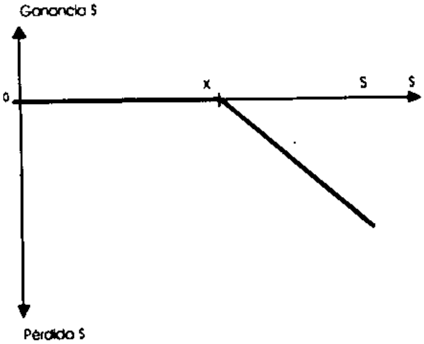


Figura 1.3 Pago de Call, posición corta

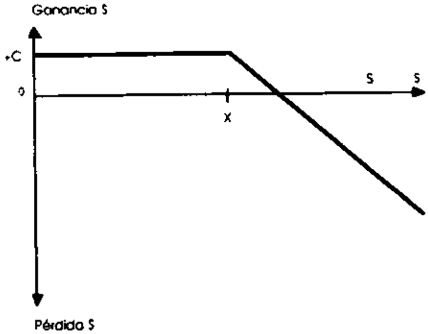


Figura 1.4 Pérdida/Ganancia de Call, posición corta

Sí el precio actual del valor subyacente *S*, está por arriba del precio de ejercicio *X*, la opción será ejercida y el emisor está obligado a entregar el valor subyacente al tenedor a cambio de recibir el pago del precio de ejercicio *X* y el emisor incurre en la pérdida de *S-X*. Por otro lado, sí el precio del valor subyacente está por abajo del precio de ejercicio *X*, la opción no es ejercida y el emisor no incurre en pérdidas (además de ganar el pago de la prima).

1-1-2-2 Opciones de venta

a) El tenedor

Al igual que en las figuras de compra, en el figura 1.5, se asocia el pago del tenedor de la opción de venta respecto al precio que el valor subyacente *S*, alcanza a la fecha de vencimiento. En la figura 1.6 se considera además, el precio o prima pagado por el derecho de la opción.

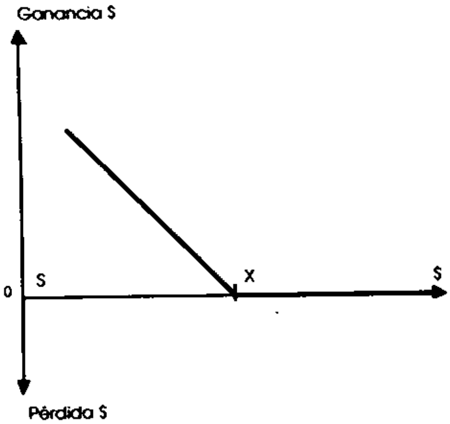


Figura 1.5 Pago de Put, posición larga posición larga

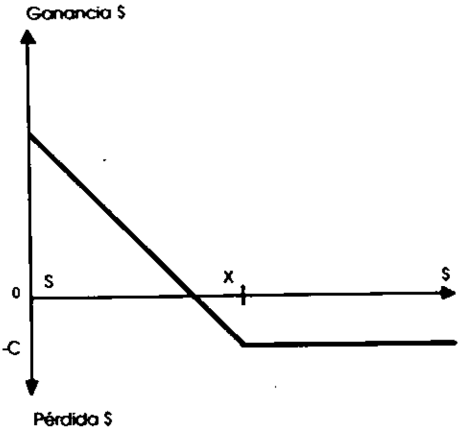


Figura 1.6 Pérdida/Ganancia de Put,

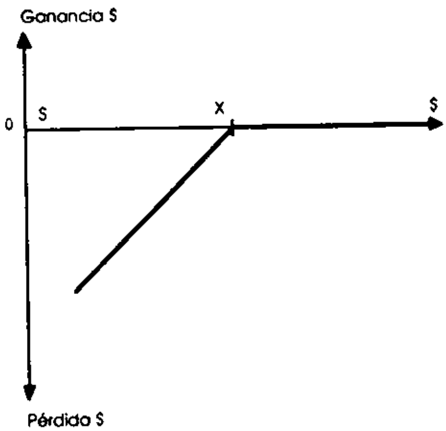
Sí el precio del valor subyacente *S*, está por arriba del precio de ejercicio *X*, a la fecha que expira el contrato, entonces el tenedor no ejercerá su derecho. Pero sí el precio del subyacente *S*, es menor que el precio de ejercicio *X*, entonces el tenedor ejercerá su derecho obteniendo un pago de *X-S*. Esto es válido tanto opciones de tipo Americano como Europeo,pues ambos contratos son iguales vencimiento.Matemáticamente el pago de la opción de venta se representa por la siguiente expresión:

$$P = \max(0, X - S) \tag{1.2}$$

Lo que significa que la opción de venta, valdrá el máximo entre cero y la diferencia entre el precio de ejercicio *X* y el precio a esa fecha del valor subyacente *S*. Esto también es conocido como valor intrínseco.

b) El emisor

Las figuras 1.7 y 1.8, muestran el pago y el perfil de pérdida/ganancia para el emisor de opciones de venta. En estas figuras, sucede al igual que con los figuras de las opciones de compra, las ċuales al ser sobre puestas a las del tenedor, serán canceladas unas con otras, dado el "juego de suma cero"



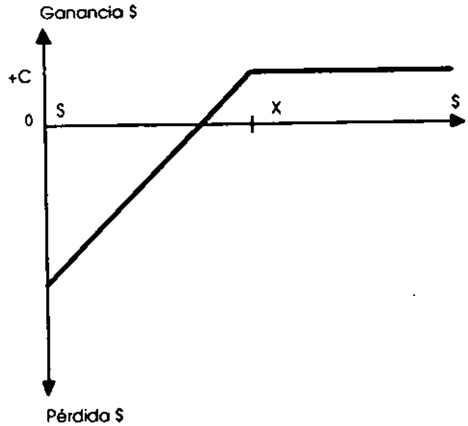


Figura 1.7 Pago de Put, posición corta

Figura 1.8 Pérdida/Ganancia de Put, posición corta

1-1-3 La paridad Put- Call

Existen una relación importante entre las primas de las opciones europeas de compra y venta, conocida como la paridad Put-Call (para el caso de las opciones Americanas, esta paridad se satisface sólo de manera aproximada). Dicha paridad se expresa como la relación entre las posiciones larga y corta en los mercados de opciones y posiciones larga y corta en el bien subyacente. Cuando los precios de ejercicio de las opciones son iguales, el precio de mercado del bien subyacente, se tiene:

Posición larga en opción Call más Posición corta en opción Put = Posición larga en el bien subyacente.

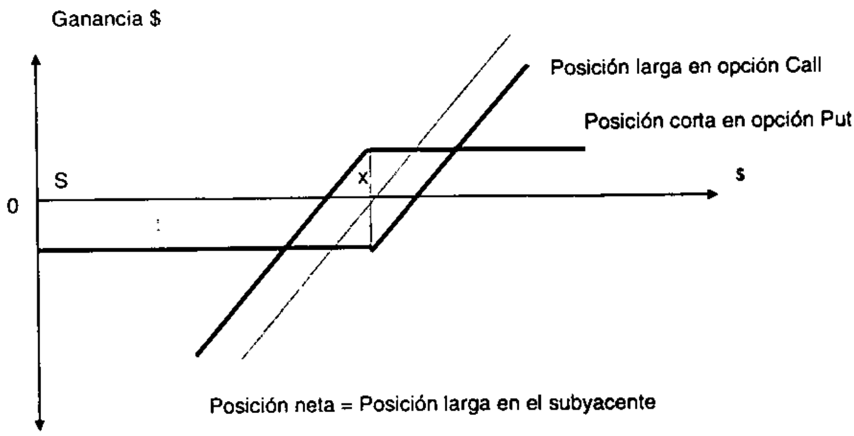


Figura 1.9 La paridad Put - Call

Si las primas de las opciones son tales que dichas opciones no son equivalentes, existen oportunidades para obtener ganancias sin riesgo (hacer arbitraje). En la medida que los arbitristas vendan al opción sobrevaluada y compren la subvaluada, las primas de las opciones Call y Put se alinearan nuevamente.

Cuando el precio de ejercicio de la opción no es igual al precio del mercado del bien subyacente, las opciones de compra y de venta sobre el mismo valor subyacente, por la misma cantidad de dicho bien, igual precio de ejercicio y plazo al vencimiento, ***no*** necesariamente tienen una prima similar. A nivel intuitivo se puede decir que ésto se debe a que el precio del bien subyacente puede subir o bajar en el futuro. Si se espera que suba, las opciones se compra serán más caras que las de venta; si se espera que baje, sucederá a la inversa. Por lo tanto en términos generales la paridad Put-Call puede expresarse de la siguiente manera:

Prima de opción Call europea menos la prima de opción de Put europea = valor presente (Precio adelantado del bien subyacente menos el precio de ejercicio).

1-1-4 Las opciones dentro, fuera y en el dinero

Dentro del dinero (in-the-money, ITM): Para una opción de compra, cuando el precio de S es mayor que el de X. En una opción de venta cuando X es mayor que S. Lo que significa que la opción del tenedor tiene valor intrínseco y por lo tanto ejercerá.

El valor intrínseco de un Call, sólo toma valores a partir de precios superiores al precio de ejercicio y su función es una recta. El valor tiempo[1] está determinado por la diferencia entre la curva del valor total o prima y la recta del valor intrínseco. En la figura 1.10 se muestra esta observación.

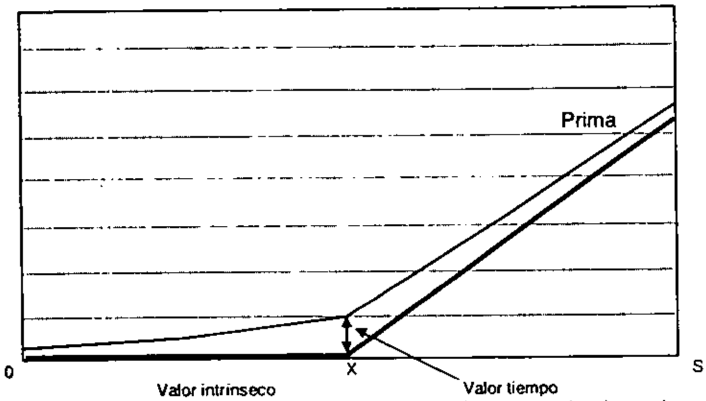


Figura 1.10 Valor de la opción Call (Valor intrínseco y valor tiempo)

Fuera del dinero (out-of-the-money, OTM): Para una opción de compra, cuando el precio de S es menor que el de X. En una opción de venta cuando X es menor que S.

[1] El valor tiempo de una opción es la valoración que hace el mercado, de las probabilidades de mayores beneficios con la opción, si el movimiento del

precio de S, es favorable. Es decir, el valor del tiempo tiene una componente probabilística y por consiguiente en su determinación tendrá una

Esto significa que la opción del tenedor no cuenta con valor intrínseco y por tanto no ejercerá.

En el dinero (at-the-money, ATM): Cuando el precio de S es igual al precio de X, tanto para opciones de compra como de venta. El valor intrínseco es nulo y su ejercicio no reporta ni beneficio ni pérdida.

Cuando se valoran las opciones, se asume que el mercado es eficiente, es decir que los precios reflejan plenamente toda la información relevante para el correspondiente valor subyacente. De tal manera que, la mejor estimación del precio futuro sería el precio actual y los precios teóricamente tendrían una distribución normal (véase la figura 1.11).

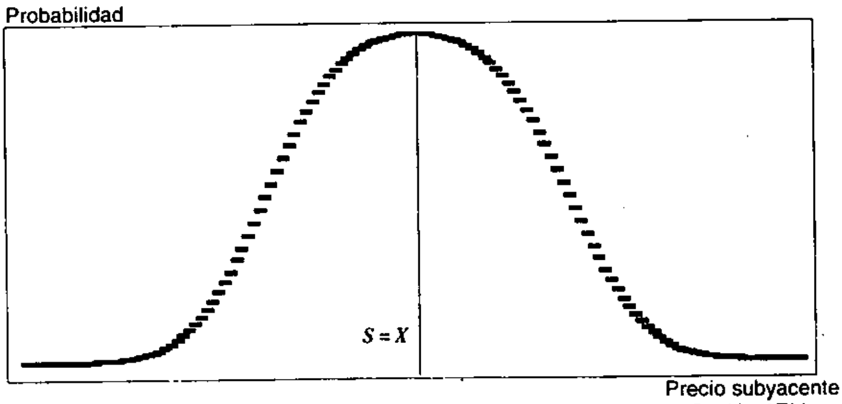


Figura 1.11 Distribución de probabilidad de los precios del subyacente. Opción ATM

De la figura de la función de distribución normal, se considera que la probabilidad de que $S = X$ o bien que esté ATM es de 50%, y de que $S > X$ es también del 50%.Cuando se tiene una opción ITM (véase la figura 1.12), existen probabilidades de ganar más valor intrínseco (el área contenida entre *X* y *S*), pero también la probabilidad de perder parte del valor intrínseco (el área contenida a la derecha de *S*), sí se da una evolución de desfavorable de los precios, por lo que siempre el valor del tiempo de una opción ITM será inferior al valor del tiempo de una opción ATM.

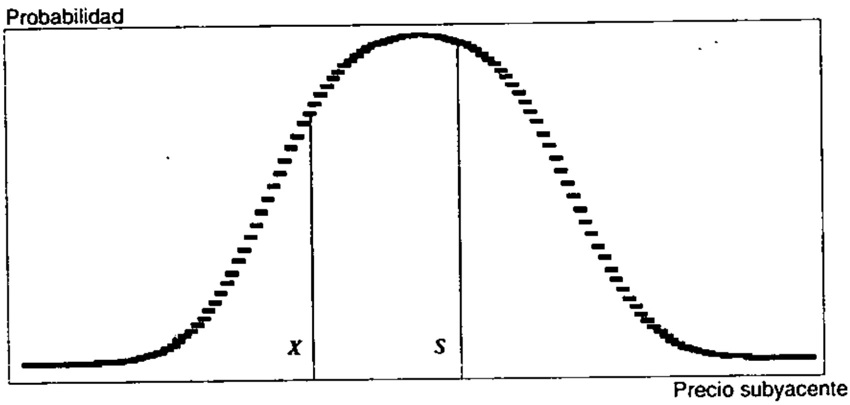


Figura 1.12 Distribución de probabilidad de los precios del subyacente. Opción ITM

Para el caso de una opción OTM (véase la figura 1.13), el área contenida a la derecha de *X* es inferior a la correspondiente en la opción ATM, lo que significa que su valor tiempo es inferior al de esta opción.

Probabilidad

importancia decisiva, la distribución estadística que se asuma para las variaciones futuras del precio del subyacente S

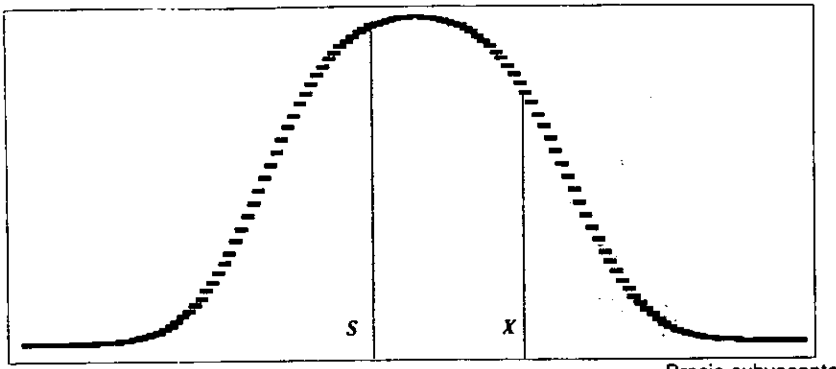


Figura 1.13 Distribución de probabilidad de los precios del subyacente. Opción OTM

1-2 LOS LÍMITES DEL VALOR DE LAS OPCIONES

1-2-1 El concepto de arbitraje

El arbitraje es obtener beneficios comprando y vendiendo activos (en este caso opciones) ***sin tomar riesgos.*** Supóngase que el precio de una acción XYZ, es de $ 10 Dls en la Bolsa de New York y de N$ 73 en la Bolsa de México. El tipo de cambio entre ambas monedas es de 1 Dls Americano = N$ 7. Sin considerar los aspectos de diferencias horarias, liquidación, fiscalidad etc., un arbitrista habría encontrado una "maquina de hacer dinero" con tres piezas, donde los beneficios por cada acción de XYZ, serían:

Comprar 10 Dólares Americanos con 70 Pesos Mexicanos	=N$ 70
Comprar 1 acción XYZ en New York	=N$ 70
Vender 1 acción XYZ en México	=N$ 73

En está transacción se obtiene un beneficio de N$ 3 ***sin tomar riesgo***, por lo que todo agente estaría dispuesto a realizarla. En un mercado financiero eficiente y en equilibrio, los precios de los activos no permiten realizar operaciones de arbitraje. Otra forma de expresar la idea es que mediante las relaciones de posible arbitraje, se puede determinar los "precios correctos" de los activos financieros. De tal manera que precios de XYZ de 10 Dólares Americanos deben ser iguales a N$ 70 Mexicanos, para un Dólar igual a N$ 7.

1-2-2 El concepto de Portafolio Equivalente

Una cartera o portafolio equivalente, es una acción (activo financiero, valor subyacente) o conjunto de acciones que replican exactamente a otra acción o un conjunto de acciones, donde la naturaleza de la o las acciones de la cartera es diferente a las replicadas.

Supóngase que se tienen dos acciones ó activos, una libre de riesgo y otra con riesgo. En un año los precios de ambos según el precio del petróleo (factor de riesgo), serán los siguientes:

PRECIO EN UN AÑO			
Acción	1 Barril < $ 20	1 Barril > $ 20	Precio actual
I Con riesgo	$ 1000	$ 2500	$ 2200
II Sin riesgo	$ 1000	$ 1000	$ 800
III	$ 3000	$ 4500	$?

Considerando las dos primeras acciones y que no existen costos operativos ni limitaciones legales, es posible hacer lo siguiente:

Vender una acción con riesgo = $ 2200

Comprar dos acciones sin riesgo = $ -1600

Excedente = $ 600

Sí el petróleo se sitúa por debajo de 20 Dls, se ganarían 1,600 Dls (600 excedente + 1000) ya que la recompra del activo con riesgo costaría 1000 Dls y de los dos activos libres de riesgo se ganarían 2000 Dls. Si el precio del petróleo supera los 20 Dls, se obtendrían 100 Dls de ganancia ($ 2000 + $ 600 -$ 2500), aquí existe también una "maquina de hacer dinero", que debe desaparecer.

Supóngase que los precios de los activos libres de riesgo son constantes, el límite superior para el precio de la otra acción sería de 2100 Dls. Por otra aparte el límite inferior para el evitar el arbitraje opuesto (compra de un acción con riesgo y venta de la acción libre de riesgo) es de 800 Dls. Esto significa que el precio de la acción libre de riesgo debe ser superior a 800 Dls e inferior a 2100 Dls.

Haciendo intervenir la tercera acción y comprando una acción I y dos acciones de II, el precio de esta última sería:

Sí el precio del barril está debajo de 20 Dls, el valor de la cartera es de \$ 3000 (\$ 1000 + 2* \$ 1000). Sí el precio está por arriba de 20 Dls, el valor la cartera es de \$ 4500 Dls, (\$ 2500 + 2* \$ 1000). La cartera formada por una acción I y dos acciones II, replica exactamente la acción III. Por tanto la Cartera equivalente de la acción III y en un mercado eficiente y en equilibrio deber tener el mismo precio. es decir el precio de la acción III debe ser de \$ 3700 Dls (\$ 2100 + 2* \$ 800).

1-2-3 Los tres límites del valor

Para determinar los límites de las opciones de compra Calls y de venta Puts, es necesario recordar el principio básico de las opciones que es: **el derecho más no la obligación** de comprar o vender una cantidad determinada de un bien a un precio previamente establecido, dentro de un período de tiempo determinado. De ahí que el tenedor de un opción puede abandonar el derecho de ejercer sin penalización, mientras que el emisor no puede hacerlo.

Es posible identificar tres límites o condiciones de fronteras, para la valuación del precio de la prima de las opciones, y son los siguientes:

En el caso de una opción Call, el primer límite es el precio del valor subyacente S, ya que nadie puede pagar más por la adquisición de una opción, que por la adquisición del valor subyacente sobre el que está referida la opción. El límite superior del precio de un Call es el precio del valor subyacente S. Para el caso de un Put, nadie puede pagar más por la adquisición de la opción, que el precio al cual puede ser vendido el valor subyacente S. Por lo tanto el límite superior del precio de un Put es el precio de ejercicio X.

El segundo límite, es refiere a que el tenedor de la opción tanto Call como Put, puede abandonar o no ejercer su derecho sin penalización alguna (tal como se establece en el principio básico de las opciones), esto significa que el precio de la opción no puede ser negativo, ya que de ser así el comprador de un Call tendría ganancia automática, además de contar con la posibilidad de mayores beneficios en el futuro. Por lo tanto el límite inferior para ambos tipo de opciones es cero.

El tercer límite, se refiere al mínimo valor de la opción y depende si ésta es Americana o Europea. Sí al opción es Americana, el valor mínimo será el máximo de cero y la diferencia entre el valor subyacente S y el precio de ejercicio X, para el caso de un Call. Par el caso de un Put, el valor mínimo será el máximo de cero y la diferencia entre el precio de ejercicio X y el valor subyacente S, ésto es:

$$C \geq \max[0, S - X] \tag{1.3}$$

$$P \geq \max[0, X - S] \tag{1.4}$$

En el caso de un Call, sí el precio de S se encuentra por encima de X y el Call en el mercado se cotiza en menos que la diferencia S-X, es posible hacer arbitraje comprando el Call, ejerciéndolo inmediatamente y vendiendo S en el mercado. Supóngase que S = N\$15, X = N\$10 y C = N\$ 4.5. Haciendo arbitraje se compra el Call en N\$ 4.5, se ejerce inmediatamente pagando N\$ 10, por lo que el monto total por recibir el subyacente es de N\$ 14.5, al vender el subyacente inmediatamente, se obtienen N\$ 15, lo que significa una ganancia por arbitraje de N\$ 0.5. Sea ha dicho anteriormente que en un mercado eficiente y en equilibrio, no es posible hacer arbitraje, lo que prueba que el valor mínimo de una opción Call o Put es acorde con las expresiones 1.3 y 1.4 respectivamente.

Para un Call de tipo Europeo, no es posible ejercer la opción antes de la fecha de vencimiento, consecuentemente no puede realizarce el arbitraje. sin embargo un límite análogo al tipo Americano, del máximo de cero o la diferencia entre S y el valor presente de X puede mantenerse como arbitraje mediante al siguiente expresión:

$$C \geq \max[0, S - Xe^{-r(T-t)}] \tag{1.5}$$

$$P \geq \max[0, Xe^{-r(T-t)} - S] \tag{1.6}$$

Donde:

r = es la tasa de interés

$T - t$ = es el tiempo al vencimiento de la opción

Supóngase dos estrategias. En la estrategia A, el inversionista compra una unidad de S; en la estrategia B, el inversionista compara una opción Call con precio de ejercicio X

igual al precio actual de S (en el dinero o ATM), más un cupón cero con valor $Xe^{-r(T-t)}$ Sí a la fecha de vencimiento $S < X$ la estrategia A será valuada en S, pero la estrategia B será valuada en X, porque la opción será más barata mientras el cupón cero acumule valor en X. Por otro lado sí $S > X$, ambos portafolios serán valuados a S. Así la estrategia B será siempre menor que la valuación de A. Por lo tanto $C + Xe^{-r(T-t)} \geq S$ y de este modo el valor mínimo de un Call debe ser $S - Xe^{-r(T-t)}$

1-3 LAS VARIABLES EXÓGENAS QUE INFLUYEN EN EL PRECIO DE LAS OPCIONES

Estas variables son determinadas por las condiciones que impone el mercado, por tal motivo se dicen exógenas al contrato de la opción. Dichas variables son: el precio del valor subyacente, la volatilidad, la tasa libre de riesgo y el pago de dividendos.

1-3-1 Precio del valor subyacente

Los movimientos de los precios del valor subyacente tiene clara influencia en la determinación del valor de una opción. Las alzas provocan incrementos en las primas de Call y decrementos en las primas de Put, y las bajas de precios el efecto contrario.Estos efectos se ilustran gráficamente en las figuras 1.14 y 1.15. La razón de esta relación se debe a la condición del valor intrínseco tanto de Call como de Put:

$$V_C = \max[0, S - X]$$

$$V_P = \max[0, X - S]$$

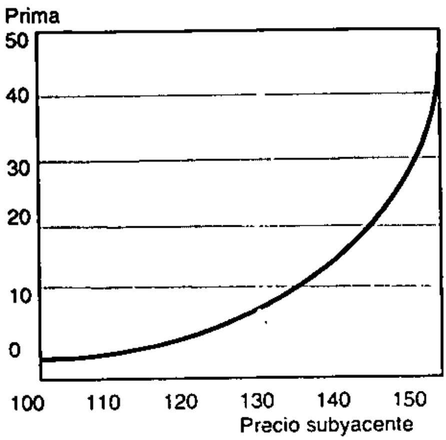


Figura 1.14 Valor de un Call, en función de S

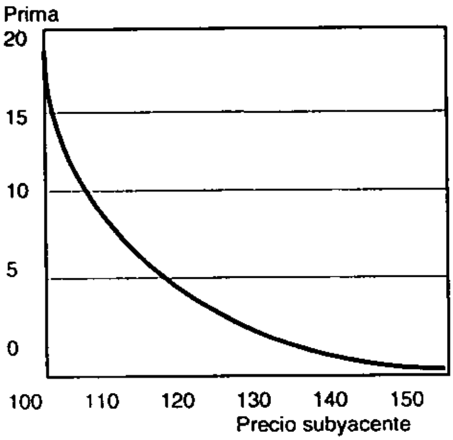


Figura 1.15 Valor de un Put, en función de S

1-3-2 La volatilidad histórica

Los operadores de un mercado de opciones, siempre están interesados en la dirección de los precios del valor subyacente y la "velocidad " con que se mueven, a ésta se conoce como volatilidad. Sí los precios de un valor subyacente no se mueven con la suficiente rapidez, las opciones sobre dicho subyacente valdrán "poco" ya que disminuyen la posibilidad de que el mercado cruce los precios de ejercicio. Los mercados cuyos precios se mueven lentamente son mercados de baja volatilidad; mientras que los que se mueven a gran velocidad son mercados de alta volatilidad. Si el subyacente es poco volátil, los agentes que acuden al mercado a cubrir riesgos no tienen ningún incentivo para comprar opciones. Por otra parte, la especulación con opciones no tiene ningún sentido en un mercado de baja volatilidad. Cuan mayor volatilidad tenga el subyacente, el rango de precios al vencimiento de la opción será mayor, lo que implica un riesgo superior para los vendedores de opciones y mayores probabilidades de beneficio para los compradores de opciones. En consecuencia el mercado de opciones traducirá los aumentos de volatilidad en aumentos de precios y a la inversa. Imagínensė dos acciones A y B, que valen ambas 10 y que son idénticas excepto por el hecho de que el precio de A es muy estable y apenas fluctúan, mientras que el precio de B sube y baja constantemente. Es evidente que el precio de una opción con un precio de ejercicio $X = 12$ será mayor para B que para opción idéntica sobre A, ya ésta difícilmente podrá sobrepasar 12 si apenas se mueve, mientras que B se mueve tanto que la probabilidad que sobrepase 12 es mucho mayor.

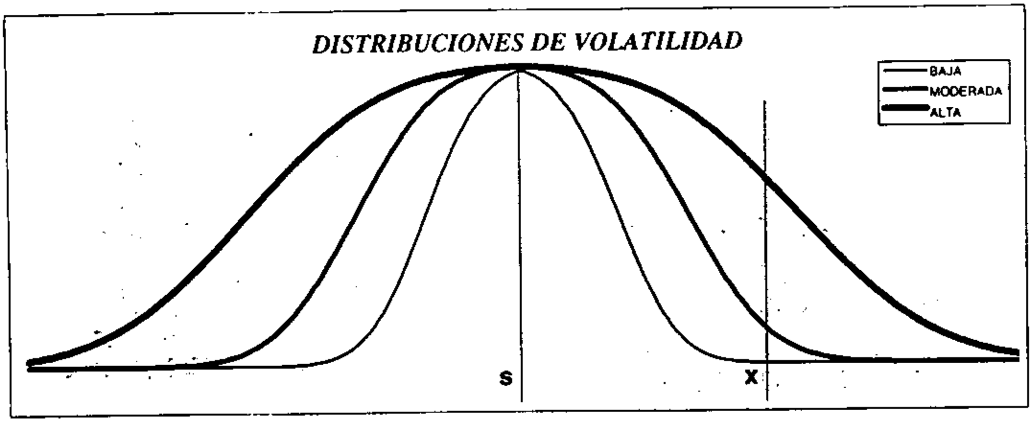


Figura 1.16 Formas de la volatilidad bajo el supuesto que las variaciones se distribuyen normalmente.

Bajo esta exposición, se puede ver que las opciones y la volatilidad están íntimamente ligadas. De hecho, dado que una gran cantidad de operadores especulan sobre los valores futuros de la volatilidad, es posible conceptuar a un mercado de opcionescomo un *mercado de volatilidad*. Esto significa que la "mercancía" sobre la que se realizan muchas transacciones en los mercados de opciones es la propia volatilidad.

Hay agentes quienes "compran" y quienes la "venden".Estadísticamente, la volatilidad es la dispersión del rendimiento del valor subyacente (donde el rendimiento son las variaciones del precio) y se puede medir por desviación estándar. En términos más precisos, la volatilidad se puede asociar a la desviación estándar de las variaciones de los precios del subyacente S. En un mercado eficiente, la variación de los precios es totalmente aleatoria y la manera más práctica de simular este comportamiento es a través de la función de distribución normal[1], lo que supone que sus valores se distribuyen del siguiente modo:

$$\bar{u} \pm 1\sigma \text{ .....68.3\% del total de casos}$$

$$\bar{u} \pm 2\sigma \text{ .....95.4\% del total de casos}$$

$$\bar{u} \pm 3\sigma \text{ .....99.7\% del total de casos}$$

Donde:

$\bar{u}$ = Es la media de las variaciones.

σ = Es la desviación estándar.

El valor medio esperado de las variaciones del precio ($\bar{u}$) es cero. La razón es simple,si el mercado es eficiente, la mejor estimación del precio futuro es el precio de hoy, ya que incorpora toda la información disponible esta el momento. En consecuencia el mercado estima que la variación con mayor probabilidad de ocurrencia, es la "no variación" es decir cero.

Para estimar empíricamente la volatilidad histórica del mercado, se emplean entre 90 y 180[2] de los precios de cierre del valor subyacente, la formulación se define a continuación:

$n+1$ = número de observaciones.

S_i = precio de cierre del valor subyacente en el i-ésimo intervalo (i=0,1,2...n)

τ = longitud del intervalo de tiempo en años

u_i = (S_i / S_{i-1})

[1] En estudios empíricos realizados sobre distintos subyacentes, se refleja que aunque las variaciones o rendimientos diarios no se comportan exactamente como una distribución normal, si embargo se aproximan bastante a ésta

[2] Véase John Hull: *Options, Futures, and Others Derivative Securities* (Prentice-Hall International, Inc.) p. 89

Un estimador insesgado de, s, de las desviación estándar de las u_i está dado por:

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(u_i - \bar{u})^2} \tag{1.7}$$

Donde: $\bar{u}$ es la media de las u_i

La variable s, es por lo tanto un estimador insesgado de la volatilidad $\sigma\sqrt{\tau}$. Donde la volatilidad σ puede ser estimada a partir de s^*, siendo $s^* = \frac{s}{\sqrt{\tau}}$

Donde el parámetro τ sirve para anualizar la volatilidad, y corresponde al número días de negociación del mercado (aproximadamente son 250 días año).

En capítulos posteriores se emplea el modelo de Black & Scholes para calcular el precio de las primas de las opciones, en éste la hipótesis que se realiza sobre las variaciones del subyacente S, es que se comportan según una distribución lognormal, es decir el logaritmo de las variaciones sigue una distribución normal. La utilización de logaritmos convierte lá variación de los precios en una tasa de rentabilidad continua que es la más apropiada para los modelos de valuación de opciones. Por tal motivo, el cálculo de volatilidad histórica para Black & Scholes requiere que las variaciones sean:

$$u_i = \ln(S_i / S_{i-1})$$

1-3-3 Tasa de interés

El tipo de interés empleado para valuar el precio que puede tomar una opción, está referido al interés compuesto continuamente capitalizado.

El interés simple sobre un activo fijo, aplicado repetidas ocasiones, pudiendo ser: anual, semestral, trimestral, mensual, diario o cualquier otro intervalo de tiempo, es lo que se conoce como interés compuesto.

El valor presente del activo = V_P

El interés para el primer período del valor del activo = $V_P * r$

El valor del activo al cabo del primer período = $V_P + V_P * r = V_P \ (1 + r)$

El interés para el segundo período del valor del activo = $V_P \ (1 + r) * r$

El valor del activo al cabo del segundo período = $V_P \ (1 + r) + V_P \ (1 + r) * r = V_P \ (1 + r)^2$

Para cada nuevo período el valor del activo es el producto de $(1 + r)$ multiplicado por el valor precedente, de tal manera que para n períodos, el valor presente del activoqueda expresado de la siguiente manera:

$$V_F = V_P \ (1 + r)^n \tag{1.8}$$

Donde:

V_F = Valor futuro del activo

V_P = Valor presente del activo

r = Tase de interés para cada período

n = Número de períodos a capitalizar

Este resultado es conocido como la fórmula básica para el interés compuesto o capitalizable y universalmente aplicado en el medio financiero. Sin embargo la formula es en **tiempo discreto**, es decir que la tasa de interés se capitaliza sólo en puntos fijos, que pueden ser: años, meses, días etc. y para el cálculo del precio teórico de las opciones se requiere que la tasa de interés se capitalice en cualquier momento o continuamente.

Mediante análisis matemático[3] se llega a que dicha tasa es posible representarla a través de la siguiente expresión:

$$V_F = V_P \ e^{r(T-t)} \tag{1.9}$$

Despejando r de la ecuación anterior se tiene que:

$$r = \ln\left(\frac{V_F}{V_P}\right)\left(\frac{360}{T-t}\right)$$

Donde:

T-t = Tiempo al vencimiento del instrumento que desea valuarse (generalmente expresado en días)

El efecto de la tasa de interés en las opciones se refleja de la siguiente manera: en la medida que una opción Call es un derecho de compra aplazada, tendrá mayor valor cuanto más alto sea el tipo de interés, ya que el valor actual del precio de ejercicio X, será más pequeño. Las opciones Put por el contrario, sufren depreciaciones cuando el tipo de interés sube, y aumentan de valor cuando el tipo de interés baja. Al aportar derechos de venta a un precio determinado, estos efectos se producen por el menor valor actual del precio de ejercicio con tipos de interés altos y el mayor valor actual con tipos de interés bajos. En cualquier caso, el efecto que los movimientos del tipo de interés ocasiona sobre el precio de las primas, no es muy importante en términos relativos, con relación a los efectos de otros factores. En la figura 1.16 se muestra el efecto en el valor de la prima, al incrementar el tipo de interés.

[3] Véase Robert Cissell, Helen Cissell & David C Flaspohler, *"Mathematics of Finance" Eighth Edition*, (Houghton Mifflin Company, Boston) p. 183-185.

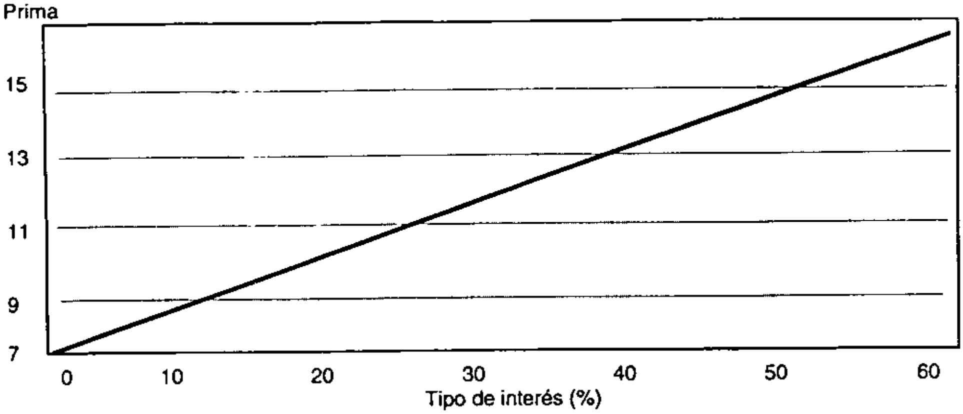


Figura 1.16 Valor de un Call en función del tipo de interés

En la gráfica anterior se observa que un incremento, del tipo de interés de 1 al 60% (para una opción Call) se traduce en tan sólo el doble del precio de la prima. Mientras que el efecto de multiplicar por 60 el valor de la volatilidad, modifica extraordinariamente el valor de la prima.

1-3-4 El pago de dividendos.

En un mercado de acciones se puede asumir que los dividendos suponen, una reducción de las cotizaciones en la medida en que los inversionistas "descuentan" del precio de cada acción los dividendos repartidos. En consecuencia, dado el impacto desfavorable que tienen sobre el precio del valor subyacente, los dividendos afectan positivamente el valor de opciones de Put y de forma negativa el valor de las opciones Call. En este sentido, el concepto de dividendos que es válido para las opciones sobre acciones e índices (IPC, Dow Jones, Nikkei, Ftse, etc.). En opciones sobre divisas, el equivalente al dividendo es el tipo de interés de la divisa en cuestión. Esto es, un mayor tipo de interés de la divisa, afecta negativamente a las opciones de compra y positivamente a las opciones de venta. Si se trata de opciones sobre bonos, los pagos de cupones de interés afectan negativamente a las Calls y favorablemente a las Puts.

En suma, los pagos que por diferentes causas, realice el valor subyacente de referencia, afectan negativamente a las Calls y positivamente a las Puts. Esta afirmación es cierta siempre que los pagos afecten negativamente el precio del valor subyacente.

1-4 LAS VARIABLES ENDÓGENAS QUE INFLUYEN EN EL PRECIO DE LAS OPCIONES

Estas variables son determinadas por las condiciones que impone el emisor de la opción, y se encuentran especificadas en el contrato que ampara cada título opcional. Dichas variables son: el tiempo al vencimiento y el precio de ejercicio.

1-4-1 Tiempo al vencimiento

El efecto del tiempo al vencimiento de una opción es importante, porque a mayor plazo tendrá mayor valor. Los compradores de opciones siempre están más interesados en adquirir los contratos con plazos dilatados de vencimiento, mientras que los vendedores preferirán negociar opciones a muy corto plazo. En diferentes mercados de opciones, estas preferencias se traducen en una estructura precios-plazos de vencimiento, siendo los contratos más caros, en términos relativos, los de largo plazo.

Este fenómeno de preferencia se conoce como **movimiento Browniano geométrico.** Bajo el cual se supone un movimiento en el precio (tal como se verá en el capítulo 2). La probabilidad de que el precio de ejercicio se incremente en cierta cantidad, está en función de la raíz cuadrada del tiempo. De tal manera que la relación entre el tiempo al vencimiento T-t y el valor de la opción es una función no lineal.

Se ha determinado empíricamente, que sí una opción "fuera del dinero" (OTM) a T-t días por vencer, tiene un precio de P, la misma opción a 2(T-t) días por vencer, tiene un valor aproximado de $P\sqrt{2}$. En la figura 1.17, se aprecia el valor de una opción en función del plazo al vencimiento.

plazo al vencimiento.

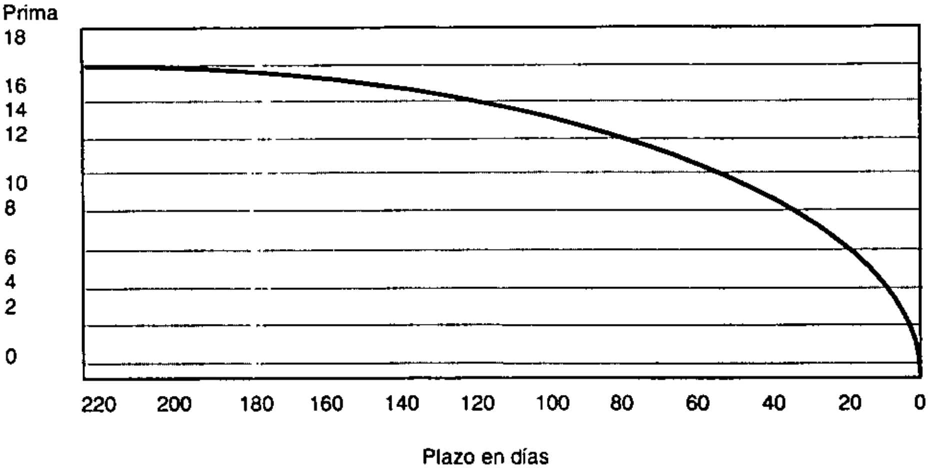


Figura 1.17 Valor de una opción en función del plazo al vencimiento

El paso del tiempo afecta negativamente el precio de las opciones (siempre que no se alteren los demás factores determinantes), y crece conforme se acerca a la fecha de vencimiento. Sí un operador posee una cartera de opciones con plazo al vencimiento corto (dos o tres semanas), debe vigilar permanentemente su cartera y vender rápidamente, salvo que la evolución del valor subyacente *S*, sea claramente favorable, ya que cada día que transcurre se deteriora su portafolio.

1-4-2 Precio de ejercicio

Es el precio estipulado en el contrato, al cual puede ser comprado el activo de referencia en caso de ejercerse la opción. Las opciones de compra Call tienen un precio mayor, cuanto menor sea su precio de ejercicio, mientras que para las opciones venta Put, un mayor precio de ejercicio supone una mayor prima.

Supóngase que dos Calls referidos al mismo valor subyacente *S*, y sus restantes términos (las variables que influyen en el precio) están en igualdad de circunstancias; excepto el precio de ejercicio X. Un Call tiene precio de ejercicio de 100 y el otro de 120. Así el Call con mayor precio de ejercicio tiene menos posibilidades de estár ITM, comparado con el que tiene 100.

CAPITULO DOS

EL MODELO DE BLACK AND SHOLES

2-1 Modelo de Wiener

2-1-1 El proceso Wiener

Resulta curioso señalar que la mayor parte de la información, necesaria para el desarrollo de los actuales modelos de valuación de opciones, no se originó de la teoría financiera, sino del trabajo de Albert Einstein y M. Von Smoluchowski a principios de siglo sobre el "Browniano motion", que es el movimiento aleatorio de pequeñas partículas de polvo de polen suspendidas en gas, sujetas a un gran número de choques moleculares y de la teoría cinética de los gases.

Los modelos de comportamiento de precios accionarios, generalmente son expresados es términos de dicho *Movimiento Browniano*, también conocido como proceso de Wiener. Lo que a su vez es un caso particular del proceso estocástico de Markov.

El comportamiento de una variable, z, que sigue un proceso Wiener puede entenderse considerando los cambios en su valor en pequeños intervalos de tiempo. Supóngase un pequeño intervalo de tiempo de longitud Δt y defínase Δz como el cambio en z durante Δt. Existen dos propiedades básicas de Δz:

1. Δz está relacionada con Δt por la ecuación

$$\Delta z = \varepsilon\sqrt{\Delta t} \qquad (2.1)$$

Donde: ε es una muestra aleatoria de una distribución normal estandarizada, es decir que se distribuye normalmente con media cero y desviación estándar de 1.0

2. Los valores de Δz para cualesquiera dos intervalos de tiempo diferentes Δt, son independientes. Lo que equivale a decir que el proceso es un proceso Markov.

El proceso así obtenido en el límite $\Delta t \to 0$ es un proceso Wiener.De acuerdo con la propiedad 1, Δz se distribuye normalmente con las siguientes características:

Media de $\Delta z = 0$

Desviación estándar de $\Delta z = \sqrt{\Delta t}$

Varianza de $\Delta z = \Delta t$

De la propiedad 2, se tiene que z sigue un proceso de Markov.Considérese el incremento en el valor de z durante un intervalo de tiempo relativamente grande, T. Denotándose como $z(T)-z(0)$. Lo cual se puede expresar como la suma de incrementos en z en N pequeños intervalos de tiempo, de longitud

Δt, donde:

$$N = \frac{T}{\Delta t}$$

Así

$$z(T)-z(0) = \sum_{i=1}^{N} \varepsilon_i \sqrt{\Delta t} \qquad (2.2)$$

Donde las $\varepsilon_i (i = 1,2,\ldots,N)$ son muestras aleatorias de una distribución normal estandarizada. Por la propiedad 2, las ε_i's son independientes unas de otras. Continuando con la ecuación, $z(T)-z(0)$ está normalmente distribuida con:

Media de $z(T) - z(0) = 0$

Desviación estándar de $[z(T) - z(0)] = \sqrt{T}$

Varianza de $[z(T) - z(0)] = N\Delta t = T$

El resultado proviene de la propiedad de las distribuciones normales según la cual, toda variable que es a la vez la suma de N variables normales independientes Z_i, es a su vez una variable normal cuya varianza es la suma de las varianzas de todas las Z_i, y cuya media es la suma de las medias de todas las Z_i.

(a)

(b)

(c)

Figura 2.1 Proceso de Wiener cuando $\Delta t \to 0$, de acuerdo con la ecuación 2.1. (a) cuando el valor de Δt es relativamente grande, (b) cuando el valor de Δt es pequeño, (c) es el verdadero proceso de Wiener obtenido por $\Delta t \to 0$

En un cálculo ordinario se procede con pequeños cambios hacia el límite, de tal forma que estos pequeños cambios converjan a cero. Así $\Delta y / \Delta x$ se convierte en dy / dx en el límite. Es posible proceder de igual manera con los procesos estocásticos de tiempo continuo. Un proceso Wiener es el límite, a medida que $\Delta t \to 0$ del proceso descrito para z. Análogamente es posible escribir el límite de la ecuación (2.1) como:

$$dz = \varepsilon\sqrt{dt} \tag{2.3}$$

Que puede a su vez generalizarce incluyendo un término que es una función determinística del tiempo transcurrido y una varianza por unidad de tiempo que no sea necesariamente 1.0. El proceso resultante para una variable de x en términos de dz se define de la siguiente manera:

$$dx = adt + bdz \tag{2.4}$$

Donde a y b son constantes

El término adt implica que x tiene una tasa de cambio de a por unidad de tiempo, representa la parte determinista de la evolución de x y corresponde a la tendencia general del movimiento de x (véase la figura 2.2).

$$dx = adt$$

lo que implica que

$$\frac{dx}{dt} = a$$

o bien que

$$x = x_0 + at$$

Donde x_0 es el valor de x en el tiempo cero. En un intervalo de tiempo de longitud T, con incrementos de x de aT. Por lo que respecta a término bdz, representa la parte aleatoria y por lo tanto impredecible del movimiento de x, el "ruido". El monto de esta variable es b veces un proceso de Wiener. En un pequeño intervalo de tiempo Δt para el cambio en el valor de x, donde Δx está dado por

$$\Delta x = a\Delta t + b\varepsilon\sqrt{\Delta t} \tag{2.5}$$

Donde ε es una muestra de una distribución normal estandarizada. De tal manera que Δx tiene una distribución normal con las siguientes características:

Media de $\Delta x = a\Delta t$

Desviación estándar de $\Delta x = b\sqrt{\Delta t}$

Varianza de $\Delta x = b^2\Delta t$

Argumentos similares a los anteriores muestran que el cambio en el valor de x en algún intervalo de tiempo T está normalmente distribuido con

Media de cambio en $x = aT$

Desviación estándar de cambio en $x = b\sqrt{T}$

Varianza de cambio en $x = b^2T$

De tal modo que es posible decir que un proceso Wiener generalizado tiene una tasa de cambio de a y una tasa de varianza de b^2, tal como se ilustra en la figura 2.2

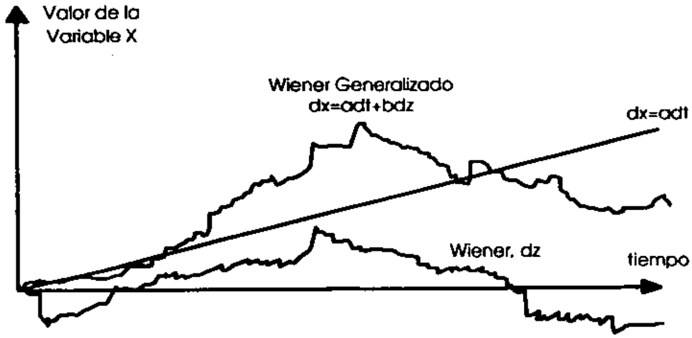


Figura 2.2 Proceso generalizado de Wiener a = 0.3, b = 1.5

La función de densidad de probabilidad de una variable Wiener es una distribución normal, con media *at* y desviación estándar de *b*. La formula general es:

$$\phi\left(x,\sigma\sqrt{t}\right) = \frac{1}{\sigma\sqrt{t}\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2 t}}$$

y la normal acumulada $N\left(x,\sigma\sqrt{t}\right)$ es su integral:

$$N\left(x,\sigma\sqrt{t}\right) = \frac{1}{\sigma\sqrt{t}\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{x} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} dx$$

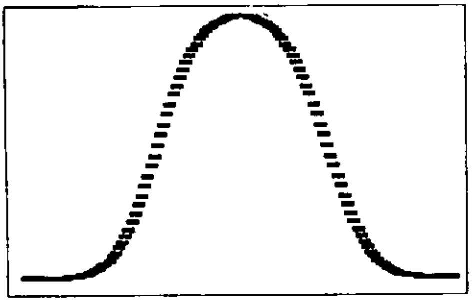


Figura 2.3 $\phi\left(x, \sigma\sqrt{t}\right)$

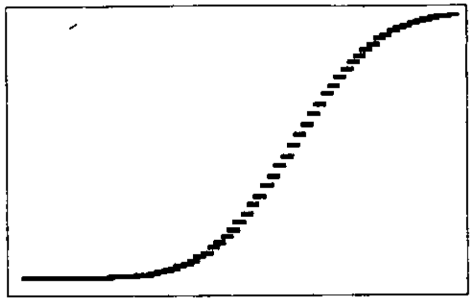


Figura 2.4 $N\left(x, \sigma\sqrt{t}\right)$

2-1-2 El proceso de Wiener aplicado a los precios del valor subyacente

De acuerdo con descrito anteriormente, es posible suponer que los precios accionarios siguen un proceso de Wiener generalizado, sin embargo el supuesto de una tasa de cambio constante es inapropiado y requiere ser reemplazado por el supuesto de que el cambio esperado, expresado como una porción del valor subyacente es constante.

Dicho de otro modo, implica que la tasa de cambio de S es μS para algún parámetro constante de μ. Así en un pequeño intervalo de tiempo Δt, el incremento esperado en S es $\mu S\Delta t$. Donde el parámetro μ, es el rendimiento esperado sobre el valor subyacente S, expresado en decimales.

Sí la tasa de varianza del valor subyacente S, fuera siempre cero, el modelo implicaría que

$$dS = \mu S dt$$

o bien que :

$$\frac{dS}{S} = \mu dt$$

por lo tanto

$$S = S_0 e^{\mu t} \tag{2.7}$$

Donde S_0 es el precio del valor subyacente en el tiempo cero. En esta ecuación se muestra que cuando al tasa de varianza es cero, el valor subyacente crece a una tasa continuamente capitalizada[1] de μ, por unidad de tiempo.

En la práctica ésto no sucede exactamente, ya que el precio del valor subyacente presenta volatilidad. Un supuesto razonable para tratar la volatilidad, es que la varianza del rendimiento porcentual en un período corto de tiempo Δt es la misma, independientemente del precio del valor subyacente. En otras palabras, un inversionista tiene incertidumbre en cuanto a los rendimientos porcentuales esperados, lo mismo cuando el precio del subyacente es $100 que cuando es $20.

Consideraciones del comportamiento de los precios del valor subyacente:

- El precio de una acción o de una divisa no puede ser jamás negativo, por lo que el proceso que pretenda describe su evolución, debe ser tal que impida la aparición de valores negativos.

- El movimiento en el precio de una acción es apróximamente, proporcional a su valor; es decir que si el valor de una acción se encuentra es este momento en 10, puede variar, por ejemplo entre 9 y 11 en un mes.

- Resulta claro que un proceso sencillo como el Wiener $dx = adt + bdz$, no representa adecuadamente el comportamiento del precio de las aciones, puesto que:

- Admite valores negativos de *x*; si se empieza con *x* ligeramente positivo con unos cuantos *dz* negativos pronto se tiene *x* negativa.

- La varianza de *b* es independiente de *x*, por lo que sigue teniendo el mismo valor cuando *x* es casi igual a cero que cuando *x* es muy grande.

---

[1] Véase el inciso 1-3-3 correspondiente a tasa de interés continuamente capitalizable.

Por lo tanto se requiere que S sea representada por un proceso que defina al precio de un valor derivado en función de las variables estocásticas subyacentes al valor derivado y el tiempo. Donde dicho proceso tiene una tasa instantánea de cambio esperada de μS y una tasa de varianza instantánea de $\sigma^2 S^2$, ésto puede escribirse (partiendo del proceso de wiener) de la siguiente manera:

$$dS = \mu S dt + \sigma S dz$$

o bien

$$\frac{dS}{S} = \mu dt + \sigma dz \tag{2.8}$$

Al disminuir S disminuye su desviación estándar σS por lo que la magnitud de las fluctuaciones estocásticas siempre es proporcional al valor de S, y al disminuir S disminuye sus fluctuaciones tanto, que nunca puede llegar a alcanzar valores negativos. Este proceso es conocido como Movimiento Browniano Geométrico, y es el proceso comúnmente usado para describir la evolución del precio de una acción o de una divisa.

El término σ es la volatilidad de S, es decir la desviación estándar de sus rendimientos, mientras que el término μ corresponde al rendimiento esperado no diversificable de S si éste es una acción o bien al diferencial de tasas de interés si S es una divisa.

Si la volatilidad σ =0, se tiene que $\frac{dS}{S} = \mu dt$, e integrando

$$\int \frac{dS}{S} = \int \mu dt \Rightarrow S \infty e^{\mu t}$$

Ejemplo. Considérese una acción que tiene volatilidad del 40%, con un rendimiento esperado del 20% anual. Esto implica que $\mu = 0.20$ y $\sigma = 0.40$. El proceso para el valor subyacente es:

$$\frac{dS}{S} = 0.20dt + 0.40dz$$

Sí S es el precio del valor subyacente en un tiempo cualquiera, ΔS es el incremento en el precio del subyacente en el siguiente intervalo de tiempo,

$$\frac{\Delta S}{S} = \mu\Delta t + \sigma\varepsilon\sqrt{\Delta t} \tag{2.9}$$

$$\frac{\Delta S}{S} = 0.20\Delta t + 0.40\varepsilon\sqrt{\Delta t}$$

Donde ε es una variable aleatoria con distribución normal estandarizada. Suponiendo un intervalo de tiempo de una semana ó 0.0192 de año y que el precio inicial de la acción o subyacente, es de $ 50. Entonces $\Delta t = 0.0192$, $S = 50$ y

$$\Delta S = 50(0.00384 + 0.0554\varepsilon)$$

Lo que índica que el incremento del precio del subyacente, es una muestra aleatoria distribuida normalmente con media de $0.192 y desviación estándar de $2.77 .De la ecuación 2.9 $\Delta S / S$ se distribuye normalmente con media $\mu\Delta t$ y desviación estándar $\sigma\sqrt{\Delta t}$. En otras palabras.

$$\frac{\Delta S}{S} \approx \phi(\mu\Delta t, \sigma\sqrt{\Delta t}) \tag{2.10}$$

donde: $\phi(m,s)$ denotan la distribución normal con media m y desviación estándar s.

Que aplicado al ejemplo resulta:

$$\frac{\Delta S}{S} = (0.00384 + 0.0554)$$

Una simulación del precio de la acción puede ser obtenida muestreando repetidamente de $\phi(0.00384 + 0.0554)$. El procedimiento para lograrlo, es muestrear valores de υ_1, de una distribución normal estandarizada (con media 0 y desviación 1.0) y luego convertir éstos en muestras υ_2, de $\phi(0.00384 + 0.0554)$ usando:

$$\upsilon_2 = 0.00384 + 0.0554\upsilon_1$$

En la siguiente tabla se muestra una simulación, de los movimientos en el precio de una valor subyacente, suponiendo el precio inicial S = $ 50

SIMULACION DE PRECIOS DEL VALOR SUBYACENTE

$\mu = 0.20$ Y $\sigma = 0.40$ CON PERÍODO DE LONGITUD DE 0.0192 DE AÑO

Precio de S al inicio del período	Muestra aleatoria υ_1 de $\phi(0,1)$	Muestra aleatoria υ_2, con $\phi(0.0384 + 0.0554)$	Cambio en el precio de S durante el período
50.000000	0.52	0.032662	1.633076
51.633076	1.44	0.083653	4.319284
55.952360	-0.86	-0.043826	-2.452188
53.500172	1.46	0.084762	4.534779
58.034952	-0.69	-0.034404	-1.996631
56.038321	-0.74	-0.037175	-2.083238
53.955083	0.21	0.015479	0.835196
54.790278	-1.10	-0.057129	-3.130092
51.660186	0.73	0.044301	2.288597
53.948783	1.16	0.068134	3.675755
57.624538	2.56	0.145731	8.397656

Tabla 2.1

El precio de 57.624538 es una muestra aleatoria de la distribución de precios del valor subyacente S, al final de 10 intervalos de tiempo.

2.2 EL MODELO DE BLACK & SCHOLES

2-2-1 Lema de ITO

El precio de una opción es una función del precio del valor subyacente y el tiempo. En términos generales se puede decir que el precio de cualquier producto derivado, es una función de las variables estocásticas del valor subyacente y el tiempo. Un resultado del comportamiento de las funciones de variables estocásticas es conocida como el Lema de ITO (matemático, autor de "On stochastic differential equations"). Los procesos de ITO son una generalización de los procesos de Wiener en que a y b pueden a su vez ser funciones determinísticas del valor de x y t.

Supóngase que el valor de una variable x sigue un proceso ITO

$$dx = a(x,t)dt + b(x,t)dz \tag{2.11}$$

Donde dz es un proceso Wiener y a y b son funciones de x y t. La variable x tiene una tasa de cambio de a y una tasa de varianza de b^2. El proceso de ITO muestra que una función G de x y t sigue el proceso:

$$dG = \left(\frac{\partial G}{\partial x} a + \frac{\partial G}{\partial t} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 G}{\partial x^2} b^2 \right) dt + \frac{\partial G}{\partial x} b dz \tag{2.12}$$

Donde dz es el mismo proceso Wiener que en la ecuación anterior, de tal manera que G también sigue un proceso ITO. Y tiene una tasa de cambio de:

$$\frac{\partial G}{\partial x}a+\frac{\partial G}{\partial t}+\frac{1}{2}\frac{\partial^2 G}{\partial x^2}b^2 \qquad (2.13)$$

y su varianza de

$$\left(\frac{\partial G}{\partial x}\right)^2 b^2$$

En la ecuación (2.8) se argumento que

$$dS=\mu S dt+\sigma S dz$$

Con μ y σ constantes es un modelo razonable del movimiento de precios del valor subyacente. Sustituyendo en el lema de ITO una función G de S y *t* es:

$$dG=\left(\frac{\partial G}{\partial x}\mu S+\frac{\partial G}{\partial t}+\frac{1}{2}\frac{\partial^2 G}{\partial x^2}\sigma^2 S^2\right)dt+\frac{\partial G}{\partial x}\sigma S dz \qquad (2.14)$$

Nótese que en ambas ecuaciones (2.8) y (2.14) S y G son afectadas por la misma fuente de incertidumbre del valor subyacente, *dz*.

Ejemplo: Sea F el precio de un contrato, con tasa de interés libre de riesgo constante e igual a r, donde F está definida por la siguiente ecuación:

$$F = Se^{r(T-t)} \tag{2.15}$$

Esto significa que

$$\frac{\partial F}{\partial S} = e^{r(T-t)}, \qquad \frac{\partial^2 F}{\partial S^2} = 0, \qquad \frac{\partial F}{\partial t} = -rSe^{r(T-t)}$$

Suponiendo que S sigue un movimiento geométrico Browniano con rendimiento esperada de μ y volatilidad σ (proceso de la ecuación 2.4). El proceso de F está dado por:

$$dF = \left[e^{r(T-t)}\mu S - rSe^{r(T-t)}\right]dt + e^{r(T-t)}\sigma S dz \tag{2.16}$$

Sustituyendo $F = Se^{r(T-t)}$, se tiene que

$$dF = (\mu - r)Fdt + \sigma F dz \tag{2.17}$$

Del tal forma que F también sigue un movimiento geométrico Browniano. Tiene la misma volatilidad de S y una tasa de crecimiento esperado igual a $\mu - r$.

2-2-2 Aplicación del Lema de ITO

El proceso seguido por *ln S*, es posible derivarlo a partir del Lema de ITO, de la siguiente manera:

$$G = \ln S \tag{2.18}$$

Donde: $\frac{\partial G}{\partial S} = \frac{1}{S}$ $\qquad \frac{\partial^2 G}{\partial S^2} = -\frac{1}{S^2}$ $\qquad \frac{\partial G}{\partial t} = 0$

De acuerdo con la ecuación (3.4) el proceso seguido por G es:

$$dG = \left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right)dt + \sigma dz \textit{ (lema de ITO).} \tag{2.19}$$

Con μ y σ constantes, G sigue un proceso Wiener generalizado con tasa de cambio de $\mu - \sigma^2 / 2$ y una tasa de varianza constante de σ^2. Del capítulo anterior, se deduce que la media es el cambio en G entre un tiempo actual t y un tiempo futuro T, distribuido normalmente con:

Media $\left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right)(T - t)$

Varianza $\sigma^2(T - t)$

Desviación Estándar $\sigma\sqrt{t}$

El valor de *G* en el tiempo *t* es el *ln S*. Este valor en el tiempo *T* es *ln* S_T, donde S_T en precio del valor subyacente en el tiempo *T*. El cambio durante el intervalo de tiempo *T-t* es por lo tanto

$$\ln S_T - \ln S \tag{2.20}$$

y utilizando el lema de ITO (ecuación2.19) es posible escribir:

$$\ln S_T - \ln S \rightarrow \phi\left[\left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right)(T-t), \sigma\sqrt{T-t}\right] \tag{2.21}$$

Donde: S_T es precio del valor subyacente en el tiempo T, S es el precio del valor subyacente en tiempo actual t, y $\phi(m,s)$ denota la distribución normal con media *m* y desviación estándar *s*.

2.3 La propiedad lognormal de los valores subyacentes

La distribución Lognormal

Una variable tiene distribución lognormal, sí el logaritmo natural de la variable se distribuye normalmente. Dicho proceso da lugar a una distribución lognormal, la cual para una variable *x* dada se define a través de la siguiente ecuación:

$$\ell(x) = \frac{1}{x}\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\exp\left(\frac{-(\ln(x) - E[\ln(x)])^2}{2\sigma^2}\right) \tag{2.22}$$

Dicha distribución es una variante especial de la función de distribución normal en la que no es el valor de una variable que tiene una distribución normal, sino el logaritmo de la variable en cuestión. Donde el proceso descrito en la ecuación (3.21) da lugar a una distribución lognormal; de hecho en lugar de escribir

$$dS = \mu S dt + \sigma S dz$$

y utilizando el lema de ITO es posible escribir:

$$\ln S_T - \ln S = \left[\left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right)(T-t), \sigma\sqrt{t-t}\right] \tag{2.23}$$

debido a que $\frac{d}{dS}(\ln S) = \frac{1}{S} \qquad \Rightarrow \qquad d(\ln S) = \frac{1}{S}dS$

En la ecuación anterior se aprecia que S_T tiene una distribución lognormal. La desviación estándar de $\ln S_T$ es proporcional a $\sqrt{T-t}$. La media es medida por dicha desviación estándar y es proporcional a la raíz cuadrada de que tan lejana se este considerando al valuación.

Esto implica que el logaritmo de los rendimientos esperados tiene una distribución normal, es decir:

$$\ln \frac{S_T}{S_{T-1}} \rightarrow \phi\left[\left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right)(T-t), \sigma\sqrt{(T-t)}\right] \qquad (2.24)$$

una variable lognormal puede asumir cualquier valor entre cero e infinito pero nunca puede ser negativa, una propiedad evidentemente atractiva para cualquier variable que pretenda representar los precios de los activos financieros.

su media es: $\left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right)(T-t)$

su varianza es: $\sigma^2(T-t)$

y su desviación estándar es: $\sigma\sqrt{T-t}$

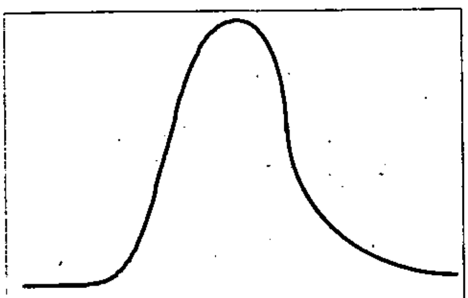


Figura 2.5 $\phi\left(\ln x, \sigma\sqrt{t}\right)$

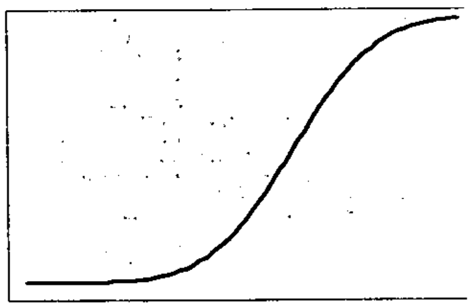


Figura 2.6 $N\left(\ln x, \sigma\sqrt{t}\right)$

La distribución lognormal no es en absoluto la última palabra en cuanto a la evolución e los precios. En general se observa que la distribución real de los precios tiene una probabilidad mayor que la lognormal de movimientos extremos (como ocurrió con los precios de octubre de 1987), y es posible definir otras distribuciones con este comportamiento (leptocurtosis).

Ejemplo: Considérese un valor subyacente con precio inicial de \$ 50 y una tasa esperada de 15% con volatilidad del 25%. De la ecuación (2.23) la distribución de probabilidad del subyacente S_T a 6 meses está dada por:

$$\ln S_T \rightarrow \phi\left[\ln 50 + \left(0.15 - \frac{0.0625}{2}\right)0.5, 0.25\sqrt{0.5}\right]$$

$$\ln S_T \rightarrow \phi(3.9714, 0.1768)$$

La variable normalmente distribuida $\ln S_T$, tiene probabilidad del 95%, de tomar el valor de dos veces la desviación estándar respecto a la media. De tal manera que:

$$3.6178 < \ln S_T < 4.3250$$

$$e^{3.6178} < S_T < e^{4.3250}$$

o bien

$$37.2555 < S_T < 75.5655$$

El valor subyacente a 6 meses tiene una probabilidad del 95% de tomar un valor entre 37.2555 y 75.5655.

Una variable distribuida lognormalmente, puede tomar cualquier valor entre cero e infinito (véase la figura 2.5). De la ecuación (2.14) y de las propiedades de la función de distribución normal se tiene que el valor esperado de S_T, $E(S_T)$ está dado por:

$$E(S_T) = Se^{\mu(T-t)} \tag{2.25}$$

Definiendo a μ como la tasa esperada. La varianza de S_T, var(S_T) es posible expresarla, dada por:

$$\mathrm{var}(S_T) = S^2 e^{2\mu(T-t)}\left(e^{\sigma^2(T-t)} - 1\right) \tag{2.26}$$

Ejemplo: Supóngase un valor subyacente con precio de \$25.00 con tasa esperada de 25% y volatilidad de 40%. El precio esperado $E(S_t)$ y la varianza(S_T) a un año, están dados por:

$$E(S_T) = 25e^{0.25} = 32.10$$

$$\mathrm{var}(S_T) = 625e^{0.5}\left(e^{0.16} - 1\right) = 178.79$$

2-4 Supuestos de la Ecuación Diferencial de Black & Scholes

El argumento utilizado para la derivación de la ecuación diferencial de Fisher Black y Myron Scholes consiste en establecer un portafolio libre de riesgo, integrado por una posición en el valor derivado y otra en el subyacente, el rendimiento del portafolio se establece igual a la tasa de interés libre de riesgo (supuesto de neutralidad al riesgo). En el análisis de Black & Scholes el portafolio se mantiene sin riesgo por únicamente un período de tiempo infinitamente corto. Sin embargo, se puede argüir que el rendimiento durante este período corto de tiempo, debe ser la tasa de interés libre de riesgo siempre y cuando las oportunidades de arbitraje sean evitadas.

La razón por la cual el portafolio sin riesgo puede ser establecido, se debe a que tanto el precio de la acción como el precio del derivado son ambos afectados por la misma fuente de incertidumbre subyacente. Esto significa que en cualquier período breve de tiempo, los dos están perfectamente correlacionados. Por lo tanto, cuando un portafolio apropiado de acciones y valores derivados es construido, la ganancia (o pérdida) de la posición accionaria siempre compensa la pérdida (o ganancia) de la posición en valores derivados, por lo que el valor total del portafolio al final del período corto de tiempo es conocido con certeza.

Los supuestos necesarios para derivar la ecuación diferencial, son los siguientes:

- El precio del valor subyacente S, sigue un comportamiento Browniano geométrico con μ y σ constantes.
- La venta en corto de valores con el uso total de las ganancias está permitido.
- No existen costos de transacciones o impuestos. Todos los valores son perfectamente divisibles.
- No hay pago de dividendos durante la vida de la opción.
- No existe oportunidad de arbitrajes sin riesgo.
- La negociación de valores es continua.
- La tasa de interés libre de riesgo, r, es constante e igual para todos los vencimientos

2-5 Derivación de la Ecuación Diferencial de Black & Scholes

Asumiendo que el precio del valor subyacente, sigue el comportamiento descrito por la formula (2.8), se tiene que

$$dS = \mu S dt + \sigma S dz$$

Supóngase que f es el precio de un producto derivado sobre un valor de referencia S. La variable f debe estar en función de S y t. Tal como de describe en (2.12)

$$df = \left(\frac{\partial f}{\partial S} \mu S + \frac{\partial f}{\partial t} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 f}{\partial S^2} \sigma^2 S^2 \right) dt + \frac{\partial f}{\partial S} \sigma S dz \tag{2.27}$$

Las versiones discretas de las ecuaciones (2.5) y (3.34) son:

$$\Delta S = \mu S \Delta t + \sigma S \Delta z \tag{2.28}$$

y

$$\Delta f = \left(\frac{\partial f}{\partial S} \mu S + \frac{\partial f}{\partial t} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 f}{\partial S^2} \sigma^2 S^2 \right) dt + \frac{\partial f}{\partial S} \sigma S \Delta z \tag{2.29}$$

Donde ΔS y Δf son los cambios en f y S en un intervalo de tiempo pequeño Δt. Esto significa que en el proceso de Wiener el subyacente f y S son los mismos. En otras palabras, la Δz $(= \varepsilon\sqrt{\Delta t})$ en las ecuaciones (2.28) y (2.29) son lo mismo.

Considérese el siguiente portafolio formado por acciones y productos derivados o título opcionales:

-1: Producto derivado

$+\frac{\partial f}{\partial S}$: Acciones

El tenedor del portafolio está corto en derivados y largo $\partial f/\partial S$ en acciones. Sea Π el valor del portafolio, definido como:

$$\Pi = -f + \frac{\partial f}{\partial S} S \tag{2.30}$$

El cambio $\Delta\Pi$ en el valor del portafolio en el tiempo Δt, está dado por

$$\Delta\Pi = -\Delta f + \frac{\partial f}{\partial S} \Delta S \tag{2.31}$$

Sustituyendo las ecuaciones (2.11) y (2.12) en (2.14) se tiene:

$$\Delta\Pi = \left(-\frac{\partial f}{\partial t} - \frac{1}{2} \frac{\partial^2 f}{\partial S^2} \sigma^2 S^2 \right) \Delta t \tag{2.32}$$

En esta última ecuación no se ha involucrado a Δz, sin embargo el portafolio Π debe ser menos riesgoso durante el tiempo Δt. Las suposiciones descritas en el procedimiento, implican que el portafolio debe ganar instantáneamente la misma tasa esperada que con otros títulos libres de riesgo y en un intervalo corto de tiempo. Sí ganan más que lo esperado, el arbitraje podría hacer una ganancia menos riesgosa, estando corto en los títulos libres de riesgo y usando el procedimiento para comprar el portafolio; sí gana menos se podría hacer una ganancia menos riesgosa, estando corto en el portafolio y comprando los títulos libres de riesgo, de la siguiente manera:

$$\Delta\Pi = r\Pi\Delta t$$

Donde: r es la tasa de interés libre de riesgo. Sustituyendo de las ecuaciones (2.30) y (3.22) se tiene que:

$$\left(\frac{\partial f}{\partial t}+\frac{1}{2}\frac{\partial^2 f}{\partial S^2}\sigma^2 S^2\right)\Delta t = r\left(f-\frac{\partial f}{\partial S}S\right)\Delta t$$

o bien

$$\frac{\partial f}{\partial t}+rS\frac{\partial f}{\partial S}+\frac{1}{2}\sigma^2 S^2\frac{\partial^2 f}{\partial S^2}=rf \qquad (2.33)$$

La ecuación resultante es la ecuación diferencial de Black & Scholes. Y las posibles soluciones de ésta, corresponden con todos los diferentes productos derivados que puedan ser definidos, con S como valor subyacente variable. El valor del derivado depende las condiciones de frontera de los posibles valores de S y t. En el caso de una opción Call de tipo Europeo, las condiciones de frontera son:

1. El valor del call al vencimiento es el ***Max (0, S-X)***
2. Sí $S=0$ El valor del call también es cero
3. Sí $S \Rightarrow \infty$, $\frac{\partial f}{\partial S} \Rightarrow 1$

En el caso de una opción Put de tipo europeo son:

1. El valor del put al vencimiento es el ***Max (0, X-S)***

2. Sí $S \Rightarrow \infty$, $\dfrac{\partial f}{\partial S} \Rightarrow 0$

2-6 Derivación de la ecuación de Black & Scholes bajo el supuesto de neutralidad al riesgo.

La valuación neutral al riesgo es la herramienta más importante, para el análisis de los productos derivados. Surge de una propiedad clave de la ecuación diferencial de Black & Scholes, señala que no envuelve ninguna variable que sea afectada por las preferencias de riesgo del inversionista. El hecho de que la ecuación diferencial B & S sea independiente de las preferencias de riesgo es un ingenioso argumento a utilizar.

En un mundo donde los inversionistas son neutrales al riesgo, el rendimiento esperado de los valores es la tasa de interés libre de riesgo, r. Esto debido a que los inversionistas neutrales al riesgo no requieren de un premio que los induzca a tomar riesgos. También es cierto que el valor presente de cualquiera flujo de efectivo en un mundo neutral al riesgo, puede ser obtenido descontando su valor esperado a la tasa de interés libre de riesgo.

Cabe aclarar que el supuesto de neutralidad al riesgo, es solamente un dispositivo artificial para obtener soluciones a la ecuación diferencial de B&S. Las soluciones obtenidas son válidas en todos los mercados, no sólo en aquellos donde los inversionistas son neutrales al riesgo. Cuando se cambia de mundo neutral al riesgo, a un mundo adverso al riesgo, suceden dos cosas. La tasa de crecimiento esperado en el precio del subyacente sube, y la tasa de descuento que debe ser usada para cualquier pago en efectivo de valores derivados cambia. Sucede que estos dos efectos siempre cancelan uno al otro exactamente.

De la propiedad lognormal de los valores subyacentes se tiene:

$$d(\ln S) = \frac{1}{S} dS$$

Lo que implica que el logaritmo de S_T se distribuya normalmente con:

$$E\left[\ln\left(S_T\right)\right] = \left(\ln(S) + \mu(T - t)\right)$$

$$\text{Varianza } \left[\ln\left(S_T\right)\right] = \sigma^2 (T - t)$$

S_T es por lo tanto es lognormal con:

$$E\left[S_T\right] = S \exp\left(\mu(T - t) + \sigma^{2(T-t)}/2\right)$$

Donde exp(x) es la función exponencial de e^x. El término $\sigma^2 T/2$ para la no linealidad de las funciones log y exp.

Se ha dicho que la neutralidad al riesgo implica que la tasa de interés esperada, sea igual a la tasa libre de riesgo. La tasa de interés esperada sobre un activo es por lo tanto r por unidad de tiempo, o bien:

$$E\left[S_T/S\right] = e^{r(T-t)}$$

y por substitución

$$\mu = r\sigma^2 / 2$$

Aplicando el supuesto de neutralidad al riesgo y descontando la tasa libre de riesgo, la prima de una opción call se escribe de la siguiente manera:

$$C = e^{-r(T-t)}E\left[Max(0, S_T - X)\right]$$

$$C = e^{-r(T-t)}\int_X^{\infty}(S_T - X)\ell(S_T)dS_T \qquad (2.34)$$

Donde:

$\ell(S_T)$ es la función de densidad de probabilidad lognormal (véase la ecuación 2.22).

Resolviendo la integral en dos partes; iniciando con el término que contiene al precio de ejercicio *X*, y simplificando la notación por definición se tiene:

$$L = \ln(S_T), \quad \overline{L} = E\left[\ln(S_T)\right], \qquad v = \sigma\sqrt{T-t}$$

L es el log del término estocástico del valor subyacente, $\overline{L}$ y v son la media y desviación estándar de *L*, respectivamente

El segundo término se escribe:

$$e^{-r(T-t)}\int_X^{\infty}\ell(S_T)dS_T$$

$$= e^{-r(T-t)}X\int_X^{\infty}\frac{1}{S_T}\frac{1}{v\sqrt{2\pi}}\exp\left(-\frac{1}{2v^2}\left(L-\overline{L}\right)^2\right)dS_T \quad (2.35)$$

Definiendo una variable $Y = \left(L - \overline{L}/v\right)$. Donde *Y* es una variable normal estandarizada.

Se tiene que $dY = dS_T/(S_T v)$ y $Y = \left(\ln(X) - \overline{L}\right)/v$, cuando $S_T = X$, se tiene que la ecuación (3.43), escrita en términos de *Y* queda de la siguiente manera:

$$e^{r(T-t)}X\int_{\frac{\ln(X)-\overline{L}}{v}}^{\infty}\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\exp\left(-\frac{Y^2}{2}\right)dY \tag{2.36}$$

La integral ha quedado como una función de densidad normal estandarizada, en la cual se integra sobre la parte superior de la cola de la distribución, ésto puede escribirse de la siguiente forma:

$$e^{-r(T-t)}X\left(1-N\left[\frac{\ln(X)-\overline{L}}{v}\right]\right) \tag{2.37}$$

Dado que $1-N[z]=N[-z]$ y substituyendo para $\overline{L}$ y v, se tiene que del segundo término resulta la ecuación de Black & Scholes.

$$e^{-r(T-t)}XN\left[\frac{\overline{L}-\ln(X)}{v}\right]$$

$$e^{-r(T-t)}XN\left[\frac{\ln(S/X)+\left(r-\sigma^2/2\right)(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}}\right] \tag{2.38}$$

desarrollando el primer termino de la ecuación (2.51). Reescribiendo la expresión, usando el hecho que *z = exp(ln(z))* y expandiendo la función de densidad lognormal, se tiene que:

$$e^{-r(T-t)}\int_X^{\infty}S_T\ell(S_T)dS_T$$

$$= S\exp(-\ln(S))e^{-r(T-t)}\int_X^{\infty}\exp(\ln(S_T))\ell(S_T)dS_T$$

$$= S\int_X^{\infty} \frac{1}{S_T}\frac{1}{v\sqrt{2\pi}}\exp\left(\ln(S_T) - \ln(s) - r(T-t)\right)\exp\left(\frac{-(L-\overline{L})^2}{2v^2}\right)dS_T \qquad (2.39)$$

Usando las definiciones para $L, \overline{L}$ y v. el exponente en la primer expresión exponencial de la ecuación (3.41) es igual a:

$$L - \left(\overline{L} + \frac{v^2}{2}\right)$$

completando el cuadrado dada la suma de los dos exponentes

$$-\frac{1}{2v^2}\left(L - \left(\overline{L} - v^2\right)\right)^2$$

La integral puede ahora escribirse de la siguiente manera:

$$S\int_X^{\infty} \frac{1}{S_T}\frac{1}{v\sqrt{2\pi}}\exp\left(-\frac{\left(L - \left[\overline{L} + v^2\right]\right)^2}{2v^2}\right)dS_T \qquad (2.40)$$

Nuevamente se requiere que ésta expresión sea representada por medio de la función de densidad normal estandarizada. Para lo cual por definición:

$$w = \frac{L - \left(\overline{L} + v^2\right)}{v}$$

$$dw = \frac{dS_T}{vS_T}$$

Substituyendo en (3.47), la integral queda como:

$$S \int_{\frac{\ln(x)-(\bar{L}+v^2)}{v}}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{w^2}{2}\right) dw \tag{2.41}$$

Esta integral es aplicada sobre la parte superior de la cola de una fusión de densidad normal estándar. Substituyendo fuera de las variables dadas:

$$S\left(1 - N\left[\frac{\ln(X) - (\bar{L} + v^2)}{v}\right]\right)$$

$$= SN\left[\frac{\ln(S/X) + \left(r + \sigma^2/2\right)(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}}\right] \tag{2.42}$$

Combinando las dos expresiones desarrolladas, se tiene a partir de la ecuación (2.34) se llega a la ecuación de Black & Scholes.

$$C = SN[D] - Xe^{-r(T-t)}N\left[D - \sigma\sqrt{T-t}\right] \tag{2.43}$$

Donde:

$$D = \frac{\ln(S/X) + \left(r + \sigma^2/2\right)(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}}$$

2-7 Modelo Black & Scholes

El modelo Black & Scholes considera seis factores o parámetros que afectan directamente el valor teórico del producto derivado, éstos son, el precio actual del valor subyacente, el precio de ejercicio, la fecha de expiración, la volatilidad del valor subyacente, la tasa de interés libre de riesgo y la tasa anualizada de rendimiento por dividendos.

PARAMETROS	DATOS
S = Precio corriente del valor subyacente	Ultimo hecho en el mercado del valor subyacente
X = Precio de ejercicio	Precio de ejercicio (ajustado en su caso)
T = Fecha de expiración	Fecha de expiración del título opcional
σ = Volatilidad	Volatilidad histórica del subyacente en los últimos 90 días hábiles
r = Tasa libre de riesgo	Correspondiente al período de vigencia remanente del derivado al momento de la valuación
q = Tasa anualizada de rendimiento por dividendos	Tasa anualizada de rendimiento continuo por pago de dividendos, durante el período de vigencia remanente del producto derivado en el momento de la valuación.

Notación.

La notación que será utilizada en el modelo es la siguiente:

c = Prima (precio) de un call (título opcional de compra europeo)

p = Prima (precio) de un put (título opcional de venta europeo)

S = Precio de mercado del valor subyacente.

X = Precio de ejercicio.

e = 2.718281828

r = Tasa de interés libre de riesgo (Cetes).

σ = Volatilidad histórica de precios del valor subyacente anualizada.

q = Tasa anualizada de rendimientos por dividendos.

T-t = Plazo al vencimiento (en años).

N(x) = Función de distribución de probabilidad acumulada para una variable normal estandarizada.

Fórmula de Valuación de Black & Scholes.

La fórmula que el modelo utiliza para la valuación de un call de tipo europeo que NO paga dividendos es la siguiente:

$$c = SN(d_1) - Xe^{-r(T-t)}N(d_2) \qquad (2.44)$$

y en el caso de un put de tipo europeo que NO paga dividendos:

$$p = Xe^{-r(T-t)}N(-d_2) - SN(-d_1) \tag{2.45}$$

con:

$$d_1 = \frac{Ln(S/X) + \left(r + \sigma^2/2\right)\cdot(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}} \tag{2.46}$$

y

$$d_2 = \frac{Ln(S/X) + \left(r - \sigma^2/2\right)\cdot(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}} \tag{2.47}$$

La función de distribución Normal Acumulada.

La función de distribución de probabilidad acumulada para una variable normal estandarizada es N(x), la cual puede obtenerse directamente de tablas para N, la integral también puede ser evaluada utilizando métodos numéricos o bien mediante la siguiente aproximación polinomial que proporciona una exactitud hasta de 4 dígitos decimales.

$$N(x)=\begin{cases}1-N'(x)(a_1k+a_2k+a_3k+a_4k+a_5k\\ 1-N(-x)\end{cases}$$

donde:

$$k=\frac{1}{1+\alpha x} \qquad con \quad \alpha=0.2316419$$

$$\begin{aligned} a_1 &= 0.31938153 \\ a_2 &= -0.356563782 \\ a_3 &= 1.781477937 \\ a_4 &= -1.821255978 \\ a_5 &= 1.330274429 \end{aligned}$$

$$N'(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-x^2/2} \qquad (*)$$

Ejemplo:

Suponga que desea calcularse el precio de la prima de un warrants de compra, cuyo valor subyacente está referido a la emisora Telmex serie L, y tiene las siguientes características:

S = 10.140

X = 9.966

r = 35%

σ = 60%

T-t = 6 meses, ó 0.5 años

$$d_1 = \frac{Ln(10.140 / 9.966) + \left(0.35 + \frac{1}{2} \cdot 0.6^2\right) \cdot 0.5}{0.6 \cdot \sqrt{0.5}} = 0.66461$$

$$d_2 = \frac{Ln(10.140 / 9.966) + \left(0.35 - \frac{1}{2} \cdot 0.6^2\right) \cdot 0.5}{0.6 \cdot \sqrt{0.5}} = 0.24093$$

$$C = 10.140 \cdot N(0.66461) - 9.966 \cdot e^{0.35 \cdot 0.5} \cdot N(0.24093) = 2.5913$$

Revisando los modelos binomial y de Black & Scholes, se coincide en que existen un conjunto de parámetros de fácil obtención (S, X y T-t, denominadas variables), pero otros no son directamente observables de la información disponible sobre los mercados financieros. en concreto u y d para el modelo binomial y σ para el modelo de Black & Scholes. En el caso del primer modelo, una buena aproximación de los parámetros u y d se obtiene de las siguientes expresiones:

$$u = e^{\sigma \cdot \sqrt{(T-t)/n}}$$

Donde:

T-t = Plazo al vencimiento en años

n = Número de períodos del modelo binomial

σ = Volatilidad del valor subyacente

Por otra parte r puede ser estimada por la expresión:

$$r = e^{\frac{\hat{r}\cdot(T-t)}{n}}$$

Siendo r la tasa de interés instantánea, es decir r= Ln(1+i).

2-8 Modificación al modelo para el pago de dividendos.

Es necesario indicar que tanto los índices como las canastas de acciones deben ser considerados como un valor que paga dividendos. Dicho valor es un portafolio compuesto de las acciones que integran la muestra del índice o la canasta y los dividendos pagados por este valor son los dividendos que recibiría el tenedor de tal portafolio, es decir los dividendos pagados por las emisoras que integran dicha muestra, es por esta razón que un índice o canasta accionaria deben ser considerados como valores que proporcionan un *rendimiento continuo por dividendos.* Sin embargo es necesario también indicar que este no es el caso para productos derivados sobre el IPC dado que en este índice se realizan ajustes por dividendos en efectivo.

En el caso de derivados sobre acciones, si existen fechas ex-dividendo en el periodo de vigencia, son considerados como *valores que pagan dividendos en forma discreta*, en este caso el precio del valor subyacente es ajustado descontando el valor presente de dichos dividendos a la tasa libre de riesgo desde la(s) fecha(s) ex-dividendo (modificación al modelo propuesta por Fisher Black).

Al calcular la tasa de rendimiento por dividendos únicamente deben incluirse aquellos cuyas fechas ex-dividendo ocurren en el periodo de vida remanente del producto derivado.

Para el caso en el cual el valor subyacente SI paga dividendos continuos el precio teórico del call de tipo europeo se obtiene con la siguiente fórmula:

$$c = Se^{-q(T-t)}N(d_1) - Xe^{-r(T-t)}N(d_2) \tag{2.48}$$

y el precio teórico del put de tipo europeo con:

$$p = Xe^{-r(T-t)}N(-d_2) - Se^{-q(T-t)}N(-d_1) \tag{2.49}$$

donde

$$d_1 = \frac{\ln(S/X) + (r - q + \sigma^2/2)(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}} \tag{2.50}$$

y

$$d_2 = \frac{\ln(S / X) + (r - q - \sigma^2 / 2)(T - t)}{\sigma \sqrt{T - t}} \qquad (d) \tag{2.51}$$

En el caso en el cual se conoce por anticipado el monto de los dividendos que paga el valor subyacente se calculará el valor presente de dichos dividendos y serán descontados del precio actual del valor subyacente (Véase ejemplo 1). La fórmula de valuación será enteramente la misma que se utiliza para valores subyacentes que no pagan dividendos.

Ejemplos de ajustes por pago de dividendos (discretos y contínuos) para la evaluación.

1. Suponga que una emisora decreta el pago de un dividendo en efectivo en dos exposiciones, una de ellas en tres meses y la otra en seis meses, el monto en efectivo de cada exposición es de $1.50 en este caso la evaluación se realiza con el modelo en el cual NO existe un pago de dividendos continuo, lo único que se lleva a cabo es el ajuste del precio actual del valor subyacente, restándole a éste el valor presente de los dividendos en efectivo, descontados éstos a la tasa libre de riesgo y en el periodo comprendido entre la fecha actual y la fecha ex-dividendo. Si la tasa libre de riesgo fuera del 13% anual y el precio actual del valor subyacente (S) fuera de $50, el ajuste sería el siguiente:

$$1.5e^{-0.25X0.13} + 1.5e^{-0.5X0.13} = 2.8576$$

por lo tanto, S=50-2.8576=47.1424

2. En el caso de títulos opcionales de índice, la tasa de dividendos q es la tasa de dividendos anualizada que se obtiene considerando las tasas de dividendos pagadas por las emisoras que constituyen la muestra del índice, que no son más que la razón que existe entre el importe del dividendo y el precio de cierre previo a la fecha ex-dividendo del valor subyacente.

$$q = \frac{Di}{Pi}$$

Donde:

q = Tasa de dividendos.

Di = i-ésimo dividendo en efectivo pagado por la emisora.

Pi = i-ésimo precio anterior a la fecha ex-dividendo de la emisora.

Suponga que dos emisoras de la muestra del INMEX, pagarán dividendos de \$0.08 y \$0.15 dentro de uno y dos meses respectivamente; el precio de la primera es de \$40 y el de la segunda es de \$50. Por lo tanto la tasa de dividendos de cada una de estas emisoras es, de acuerdo con la fórmula anterior, de 0.2% y 0.3% y el rendimiento por dividendo promedio en dos meses es de 0.5% o bien del 3% anual[1]. Este será el valor utilizado en el modelo que considera el pago de dividendos continuos.

[1] Ejemplo tomado del Hull. (Prentice-Hall International, Inc.) p.138.

CAPITULO TRES.

CONCEPTO DE VOLATILIDAD E ÍNDICE.

3.1 VOLATILIDAD.

En los modelos de valoración de opciones que se analizaron anteriormente siempre aparece un parámetro desconocido, la volatilidad, que influye notablemente en el precio. Evidentemente la volatilidad tiene gran importancia para los modelos matemáticos de valoración de opciones, pero ¿qué significado tiene para los operadores del mercado?. Los operadores del mercado de opciones están interesado en la dirección de los precios del subyacente y en la velocidad de los movimientos del subyacente. Esta velocidad es la volatilidad. Como indica Natemberg (1988), si los precios de un subyacente no se mueven con la suficiente rapidez, las opciones sobre dicho subyacente valdrán poco dinero, ya que disminuyen las posibilidades de que el mercado cruce los precios de ejercicio de las opciones. Los mercados cuyos precios se mueven lentamente son mercados de baja volatilidad; los mercados cuyos precios se mueven a gran velocidad son mercados de alta volatilidad. Un principio importante a tener en cuenta, es que sólo tienen éxito las opciones cuyo subyacente tiene un mínimo de volatilidad. Si el subyacente es poco volátil , los agentes que acuden al mercado a cubrir riesgos no tendrán ningún incentivo para comprar opciones. Por otra parte, la especulación con opciones no tiene ningún sentido en un mercado de baja volatilidad. Es decir, las opciones y la volatilidad están íntimamente unidas. De hecho, dado que los operadores más profesionales especulan sobre los valores futuros de la volatilidad, podemos conceptuar a un mercado de opciones como un mercado de *volatilidad.* Es decir, la mercancía sobre la que se realizan muchas transacciones en los mercados de opciones es la propia volatilidad. Hay gentes que compran volatilidad y otros que acuden al mercado a vender volatilidad.

3.1.1 GANAR DINERO ACERTÁNDOLE A LA VOLATILIDAD.

En los mercados de opciones se puede ganar dinero acertando la tendencia de los precios del subyacente , pero también acertando la volatilidad futura del subyacente. La especulación en volatilidad se realiza buscando una posición *delta neutral* para inmunizarnos de la tendencia de los precios del subyacente. La definiremos como el equivalente en futuros de compra o venta de una determinada opción. Sabiendo que la compra de un futuro tiene una delta de 1 y la delta de venta –1,resulta fácil buscar la delta neutral.

Por ejemplo, compramos 200 contratos de opción sobre futuros con una delta de +60 ¿cuál seria la delta neutral? ,aquí la delta total de opciones es 0.60*200=120.Es decir la posición en estas opciones es equivalente a comprar 120 contratos futuros, en consecuencia, vendiendo 120 contratos futuros lograremos que nuestra delta sea cero.

DELTA TOTAL=DELTA OPCIONES+DELTA FUTUROS=0.60*200-120=0

- Si la volatilidad en el mercado es inferior a nuestra previsión de volatilidad, compramos opciones con *delta neutral.*
- Si la volatilidad del mercado es superior a nuestra previsión de volatilidad, vendemos opciones con *delta neutral.*

3.2.1 VOLATILIDAD HISTÓRICA.

Una primera aproximación a la estimación de la volatilidad del subyacente es analizar cuál ha sido su volatilidad en el pasado. A la volatilidad de un subyacente calculada según series históricas de precios es llamada volatilidad histórica. Evidentemente si un determinado activo subyacente ha tenido en el pasado ente un 15 y 20 por ciento, en general será más probable que su volatilidad en el futuro se encuente en este intervalo a que alcance un 30 por ciento. El calculo de la volatilidad histórica se puede realizar de dos formas:

1 .- En base a los precios de cierre del subyacente.

2 .- En base a los precios alto y bajo registrado en las diferentes sesiones de negociación del subyacente en el período dado.

El primer enfoque es más utilizado en los estudios académicos de los mercados de opciones y por los profesionales que negocian estos instrumentos. El rendimiento periódico del subyacente se calcula en base a la expresión:

$$r_t = LN(St/S_{t-1}) \qquad (3.1)$$

donde:

r_t =rendimiento del subyacente de t-1 a t

St =precio de cierre del subyacente a la fecha t.

S_{t-1} =precio de cierre del subyacente a la fecha t-1.

La utilización de logaritmos convierte la variación de precios (St/S_{t-1}) en una tasa de rentabilidad continua que como ya hemos visto es la más apropiada para los modelos de valoración de opciones. A partir de la serie de r_t calculamos la media y varianza de los rendimientos mediante las expresiones:

$$\bar{r} = \sum_{i=1}^{n} \frac{r_t}{n} \tag{3.2}$$

$$\sigma^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n} \left(r_t - \bar{r}\right)^2 \tag{3.3}$$

Donde *n* es el numero de datos utilizados en los cálculos r la media y s^2 la varianza. Nótese que en el cálculo de la varianza se divide por (n-1) y no por n para corregir la estimación por el número de grados de libertad. La desviación típica, s^2, nos dará una estimación de la volatilidad histórica en términos del período elegido para calcular r_t . Es decir ,si r_t se calcula en base semanal, s será la volatilidad histórica en términos semanales, etc. Dado que generalmente utilizaremos volatilidades en términos anuales. Debemos anualizar nuestras estimaciones de s^2.

El siguiente ejemplo nos dejara mas claro el concepto de volatilidad histórica.

Viene a probar con períodos más cortos. Al final, el periodo ideal es el que ajusta mejor nuestro calculo a las volatilidades implícitas y futuras. Otra alternativa es utilizar los precios máximo y mínimo de las sesiones históricas de cotización del subyacente.

Día	Precio	$LN(r_t)= LN(St/S_{t-1})$	$\bar{r}$ media	$r_t-\bar{r}$	$(r_t-\bar{r})^2$
1	2700				
2	2701	0.000370	0.004171	-0.0380	0.000014
3	2710	0.003326	0.004171	-.00084	0.000000
4	2740	0.011009	0.004171	0.006837	0.000046
5	2730	-0.003650	0.004171	-0.00782	0.000061
6	2760	0.010929	0.004171	0.006757	0.000045
7	2690	-0.02568	0.004171	-0.02986	0.000891
8	2780	0.032909	0.004171	0.028738	0.000825
	suma	0.029197		**suma**	0.001886

$$\bar{r} = \frac{0.29197}{7} = 0.004171$$

$$\sigma^2 = \frac{1}{7-1} \cdot 0.001886 = .0003 = 0.03\%$$

$$\sigma = \sqrt{0.0003} = 0.01773 = 1.773\%$$

$$\sigma \text{ Anual} = \sqrt{252} \cdot 0.01773 = 0.2815 = 28.15\%$$

Las discontinuidades de la negociación del subyacente en el día. Esto supone que el máximo registrado puede ser menor al que se habría logrado con una negociación continua durante todo el día del subyacente.

También la información de máximos y mínimos para muchos subyacentes es peor que la de precios de cierre.

Estos dos inconvenientes explican que la mayoría de los analistas de los mercados de opciones utilicen los precios de cierre para estimar las volatilidades históricas.

3.2.2 LA VOLATILIDAD IMPLÍCITA.

La volatilidad implícita se obtiene invirtiendo los modelos de valoración, en el sentido de que la incógnita será s y la prima de la opción será un dato.
Primero esto exige la selección del modelo a valorar , luego cada opción tendrá una determinada volatilidad implícita, lo que exige calcular la volatilidad implícita para cada serie de opciones en el mercado.

La volatilidad implícita cambia continuamente en función de las alteraciones de las primas. Una solución a este problema es calcular la volatilidad implícita promedio como media ponderada de las volatilidades implícitas de los diferentes precios de ejercicio negociados.
Una forma de calcular la volatilidad implícita consiste en despejar la variable del modelo de valuación ya sea Call o Put. Para resolver este problema se puede usar el método recursivo de Newton sobre la formula del modelo en este caso "Black & Scholes".

3.2.2.1 MÉTODO DE NEWTON.

Por el método de Newton podemos calcular la volatilidad implícita donde la variable es σ dándole la aproximación de dígitos que se necesite, por medio de iteraciones es decir:

Se mecaniza el proceso de tal forma que encontramos la tangente en $(x_1, f(x_1))$

$$y - f(x_1) = f'(x_1)(x - x_1) \tag{3.4}$$

donde su derivada es cero es decir y=0, entonces

$$x_2 = x_1 - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)} \tag{3.5}$$

iteración de Newton.

en nuestro caso los datos que se requieren son:

a) El precio teórico del warrant

b) Un parámetro($\Delta\iota$) que es el cambio del warrant, respecto al cambio de la volatilidad del valor subyacente

c) La prima del último hecho registrado.

d) La volatilidad conocida del valor subyacente.

e) La variable ε,que determina la finalización del proceso.

$$|p_i - p| \leq \varepsilon$$

donde:

ε = Cota de exactitud requerida

p_i = Precio teórico obtenido del modelo Black & Scholes, con volatilidad V_i

p = Precio registrado como último hecho de bolsa.

Una vez definida la exactitud y teniendo todos los demás parámetros del modelo y la volatilidad conocida σ y en caso necesario la tasa anualizada de pago continuo de dividendos q, podremos generar la volatilidad implícita iterando por el método de Newton de la siguiente manera ,sustituyendo en (3.5):

$$\sigma_{i+1}=\sigma_i-\frac{p_i-p}{\Delta\iota} \tag{3.6}$$

Donde:

$$\Delta\iota=\frac{dc}{d\sigma}=S\sqrt{T-t}\,N'(d_1)e^{-q(T-t)} \tag{3.7}$$

la derivada de la función normal estandarizada N(0,1): $N'(d_1)=\frac{e^{-\frac{d_1}{2}}}{\sqrt{2\pi}}$ (3.8)

$$d_1=\frac{\ln(S/x)+(r-q+\sigma_i^2/2)(T-t)}{V_i\sqrt{T-t}} \tag{3.9}$$

p_i = i-ésimo precio teórico obtenido con volatilidad V_i.

p = Precio registrado como último hecho de bolsa.

σ_i = Volatilidad en la i-ésima iteración.

Δ_i = Delta de la i-ésima iteración.

S = Precio del valor subyacente.

X = Precio de ejercicio.

T-t = Tiempo al vencimiento.

q = Tasa de pago de dividendos continuo.

r = Tasa de interés libre de riesgo.

e = 2.71828182846

π = 3.14159265359

Se detiene el proceso iterativo cuando se satisface la ε deseada.

ejemplo[1] :

Supongamos una opción con las siguientes características:

Iteración I

σ =	*volatilidad* =	**15.00%**
S =	*precio valor suby.*=	42.600
X =	*precio de ejercicio*=	42.950
r =	*tasa libre de riesgo*=	20.00%
T - t =	*plazo (en años)* =	0.3639
q =	*tasa anual de. rend.*=	**0.00%**

Implícita	**51.62%**

Iteración II

σ =	*volatilidad* =	**51.62%**
S =	*precio valor suby.*=	42.600
X =	*precio de ejercicio*=	42.950
r =	*tasa libre de riesgo*=	**20.00%**
T - t =	*plazo (en años)* =	0.3639
q =	*tasa anual de rend.* =	**0.00%**

Implícita	**45.92%**

[1] La formula de Black & Scholes varia según se tome en cuenta la tasa continua anualizada por pago continuo de dividendos q

Iteración III

σ =	*volatilidad* =	**45.92%**
S =	*precio valor suby.*=	42.600
X =	*precio de ejercicio*=	42.950
r =	*tasa libre de riesgo*=	20.00%
$T - t$ =	*plazo (en años)* =	0.3639
q =	*tasa anual de rend.* =	**0.00%**

Implícita	**45.92%**

Con tres iteraciones se alcanzo que la volatilidad implícita se igualara con la volatilidad del warrant es decir :

$$\sigma_{i+1}=\sigma_i-\frac{p_i-p}{\Delta t}$$

donde

$$\sigma_3=\sigma_2 \quad ,\text{Y} \quad \frac{p_i-p}{\Delta t}\rightarrow 0$$

3.3 ¿QUE ES UN ÍNDICE?

Los índices se han usado para darnos una relación de algo usando luego este como parámetro siendo este representativo de lo que se desea estudiar, existen por ejemplo los índices de Precios que en economía reflejan la evolución general de los precios en función de ciertos precios alimenticios y de ciertos servicios significativos con relación a un período tomado como base(que suele tomarse el 100),otro caso de índice muy especial es el índice facial que es la relación entre la longitud máxima de la cara o el borde alveolar de los incisivos superiores y la anchura máxima de la cara, por último ejemplo y mas conocido es el índice de natalidad y mortalidad que en demografía se usa para relacionar el número de nacimientos y defunciones de cierta población; por lo que es de importancia preguntarse ¿por que no un índice para los precios de Warrants?.

Es habitual en economía la necesidad de referir la evolución de una magnitud a un instante de referencia base, de modo que pueda apreciarse con sencillez su evolución temporal. Un número índice permite comparar dos magnitudes, usualmente cantidades o precios, ya sea a lo largo del tiempo o a través de áreas geográficas diferentes, los índices se publican siempre en la forma de porcentajes, en muchas aplicaciones de los números índices no se esta interesado en el seguimiento de los precios de un solo bien, lo cual se resuelve con números índices sintéticos o complejos, que agregan con o sin ponderación.

Existe un número bastante extenso de diferentes tipos de números índices, por lo que solo nombraremos tres de ellos.

3.3.1 El índice de Laspeyres.

El índice de Laspeyrs mantiene ponderaciones fijas para todos los años en que se calcula, que depende de la importancia de cada magnitud en el año base.En el caso de un índice de Laspeyrs de precios se tiene:

$$L_{t0} = \frac{\sum a_{i0} p_{it}}{\sum a_{i0} p_{i0}} \qquad (3.10)$$

donde las:

a_{i0} son ponderaciones fijas,función únicamente de información referente al año 0.

p_{it} el precio del bien.

Existe también un índice Laspeyres de cantidades que se formula ponderando éstas con precios fijos. Proporciona el cociente entre el valor económico de un vector de cantidades producidas de n bienes en dos instantes de tiempo, a precios del periodo base: también puede interpretarse en el sentido de que proporciona la evolución temporal del gasto, dadas las trayectorias que han seguido las cantidades consumidas de dichos bienes y bajo el supuesto de que los precios de los n bienes no hubiesen variado desde el periodo base.

$$L_{t/0} = \frac{\sum_{i=1}^{n} p_{i0} q_{i0} \frac{q_{it}}{q_{i0}}}{\sum_{i=1}^{n} p_{i0} q_{i0}} = \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{p_{i0} q_{i0}}{\sum_{i=1}^{n} p_{i0} q_{i0}} \right) \frac{q_{it}}{q_{i0}} = \sum_{i=1}^{n} \omega_i \frac{q_{it}}{q_{i0}} = \sum_{i=1}^{n} \omega_i I_{t/0}^{i} \qquad (3.11)$$

El índice de producción Industrial español (IPI) es un índice de este tipo.

3.3.2 El índice de Paasche.

El índice de Paasche se obtiene ponderando por coeficientes que dependen del año corriente:

$$P_{t/0} = \frac{\sum_{i=1}^{n} a_{it} p_{it}}{\sum_{i=1}^{n} a_{i0} p_{i0}} \qquad (3.12)$$

Así, a diferencia del índice de Laspeyres el índice de Paashe de precios de compara cestas de consumo que varían con el año en que se calcula.El coste de cada una de las cestas se relaciona, por cociente , con el coste de la misma cesta en el año base.

3.3.3 Índice de Precios y Cotizaciones (IPC).

Este índice(IPC),expresa el rendimiento del mercado accionario, en función de las variaciones de precios de una muestra balanceada, ponderada y representativa del conjunto de acciones cotizadas en la Bolsa Mexicana de Valores.

Este se calcula con una mezcla del índice de Paashe y Laspeyres, usando el encadenamiento del valor actual con el de el día anterior y el criterio de ponderación de cada título de la muestra respecto a su valor de mercado.

$$IPC_t = IPC_{t-1} \frac{\sum_{i=1}^{n} P(i)_t \bullet Q(i)_t}{\sum_{i=1}^{n} P(i)_{t-1} \bullet Q(i)_{t-1} \bullet F(i)_t} \qquad (3.13)$$

$P(i)_t$ =Precio de la acción (i) en el día (t).

$Q(i)_t$ =Cantidad de acciones inscritas de la acción(i) en el día (t).

$F(i)_t$ =Factor de ajuste por derechos de la acción (i) en el día (t).

n =Número total de emisoras incluidas en la muestra.

CAPÍTULO CUATRO

CALCULO DE UN ÍNDICE PARA OPCIONES.

Como se vio en el capitulo anterior un índice es una referencia comparable, pero ahora nos enfrentamos en el cálculo de un índice sobre opciones distintos problemas dada la naturaleza de los warrants, entre los que destacan:

- El tiempo de vida es finito(6 meses, un año, dos años o mas).
- Pérdida de valor a través del tiempo.
- La existencia de varias opciones referidas a un mismo subyacente.

Dados estos problemas nuestra metodología de calculo no estará basada en los ponderadores mencionados en los índices, sino como se dijo anteriormente siendo la volatilidad el principal parámetro sobre el cálculo de un precio teórico por el método de Black & Scholes.

4.1 CALCULO DEL PRECIO.

Ya que se obtuvo la volatilidad implícita única por valor subyacente,se puede obtener el precio relativo PR_i . Se fija el tiempo al vencimiento promedio T-t (1 año) y se supone el precio de ejercicio X=Sr, así se tiene la opción un poco "Out the money".

Nuestra metodología será sobre un *call* pero es de igual manera para un *put*.

Sea una ecuación lineal sobre los siguientes subyacentes:

$$\sigma(S,t_1) \equiv \lambda\sigma(k_1,t_1) + (1-\lambda)\sigma(k_2,t_1)$$

y

$$\sigma(S,t_2) \equiv \lambda\sigma(k_1,t_2) + (1-\lambda)\sigma(k_2,t_2)$$

donde $K_2 > S > K_1$ precios de ejercicio, y $t_2 > \frac{1}{2} > t_1$ el tiempo.

Como nos damos cuenta esta parametrización sobre las volatilidades de un subyacente en diferentes tiempos nos estima la volatilidad implícita sobre diferentes espacios de tiempo ,si t_2-t_1=1

tendremos:

$\lambda \equiv (K_2 - S)/(K_2 - K_1)$

también tenemos los diferentes precios teóricos *call* $C(K_1,t_1)$, $C(K_2,t_1)$, $C(K_1,t_2)$,y $C(K_2,t_2)$,

$$\lambda \equiv \left(t_2 - \frac{1}{2}\right)/\left(t_2 - t_1\right) \qquad \Rightarrow \qquad \lambda \equiv (t_2 - \frac{1}{2})$$

usando el modelo de valuación Black and Scholes visto en el capitulo 2 tenemos:

$$C = SN(d_1) - Xe^{-r(T-t)}N(d_2) \tag{4.1}$$

con

$$d_1 = \frac{\log(S/X) + (r + \sigma^2/2)\cdot(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}}$$

$$d_2 = \frac{\log(S/X) + (r - \sigma^2/2)\cdot(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}}$$

sustituyendo tenemos:

$$C = SN(\frac{\log(S/X) + (r + \sigma^2/2)\cdot(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}}) - Xe^{-r(T-t)}N(\frac{\log(S/X) + (r - \sigma^2/2)\cdot(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}}) \ldots$$

...................(4.2)

hagamos tender r a cero (r=0) de tal manera que nuestra formula no se vea afectada por la tasa libre de riesgo, es decir que su variable mas importante siga siendo la volatilidad, por lo que supondremos X=S,como sigue:

$$C = SN(\frac{\ln(S/S) + (0 + \sigma^2/2)\cdot(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}}) - Se^{-0(T-t)}N(\frac{\ln(S/S) + (0 - \sigma^2/2)\cdot(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}})$$

...................(4.3)

$\Rightarrow$

$$C = SN(\frac{\ln(1) + (\sigma^2/2)\cdot(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}}) - SN(\frac{\ln(1) + (\sigma^2/2)\cdot(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}})$$

...................(4.4)

$\Rightarrow$

$$C = SN(\frac{(\sigma^2/2)\cdot(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}}) - SN(\frac{(\sigma^2/2)\cdot(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}}) \qquad (4.5)$$

$\Rightarrow$

$$\frac{C}{S} = N\left(\frac{(\sigma/2)\cdot(T-t)}{\sqrt{T-t}}\right) - N\left(\frac{(-\sigma\ /2)\cdot(T-t)}{\sqrt{T-t}}\right) \qquad (4.6)$$

sabemos que la función -N(-x) por complementos es N(x)-1 sustituyendo en (4. 6)

$$\frac{C}{S} = N\left(\frac{(\sigma/2)\cdot(T-t)}{\sqrt{T-t}}\right) + N\left(\frac{(\sigma\ /2)\cdot(T-t)}{\sqrt{T-t}}\right) - 1 \qquad (4.7)$$

$$\frac{C}{S} = 2N\left[\frac{(\sigma/2)\cdot(T-t)}{\sqrt{T-t}}\right] - 1 \qquad (4.8)$$

tenemos la formula general , a la que nosotros denominaremos PR_j

$$PR_j = \frac{C}{S} = 2N\left[\frac{(\sigma/2)\cdot(T-t)}{\sqrt{T-t}}\right] - 1 \qquad (4.9)$$

donde Pr_j es el precio relativo del warrant j-ésimo usando la volatilidad implícita s_j $(S_j,1)$ a cualquier espacio de tiempo de vida de la opción.

Bajo el supuesto que el tiempo al vencimiento de la opción es a un año (T-t=1) Pr_j será:

$$\mathrm{PR}_j = \frac{C}{S} = 2N\left[\frac{\sigma}{2}\right] - 1 \qquad (4.10)$$

Por último el índice es el promedio de los precios relativos involucrados en el día de valuación y con éstos se crea un precio relativo único para el mercado de warrants,que se define como:

$$I = \frac{1}{j}\sum_{j=1}^{n} PR_j = \sum_{j=1}^{n} \frac{C_j(S_j r, 1)}{S_j} \qquad (4.11)$$

donde n es el número de warrants que se valúan.

En los siguientes cuadros se aplica nuestro modelo a datos acumulados durante un año para los Warrants ,datos reales que fueron hechos durante el año de 1997,no se debe olvidar nuestros supuestos S=X ,T-t=1 ,y r=0.

DESARROLLO DE TABLAS.

En el mercado mexicano de títulos opcionales falta la homogeneidad y estandarización de estos por ejemplo que fuesen emitidos el tercer día de cada mes, esto dificulta la obtención de un índice, porque el tamaño de la muestra seria siempre dispar,es decir de un día al otro no existiría el título opcional , los especialistas que han seguido muy de cerca este tipo de problemas dicen que para evitar que la muestra sean tan variables se tomaran cada dos meses donde los subyacentes que participan son aquellos que por lo menos operan una vez en esos dos meses es decir si tienen vida de tres meses aparecen en dos muestras , si fuese de 6 meses aparece en tres muestras, aunque es el doble de meses no se duplica las veces de muestras en el que aparecerá.

Una vez obtenida la muestra se sustrae principalmente la volatilidad recordemos que en los mercados eficientes hay quien compra volatilidades;luego aplicando la formula de precio único por subyacente se obtiene cada uno de los **C/S'**^{s} donde el índice es el promedio de los **C/S** que existen en el día .En la tabla de enero-febrero de 1997 se tiene 16 subyacentes mientras que en la de noviembre-diciembre del mismo año varia a solo 13 subyacentes.

El desarrollo de tablas es importante para el seguimiento de los precios teóricos bajo las hipótesis de la formula (4.11).

De la **tabla 1** a la **tabla 6** es el número del índice cada 15 días del mes durante un año por muestra bimestral.

C/S=2N(σ/2)-1

indice= $\frac{\sum_{i=1}^{n} \frac{C_i}{S_i}}{n}$

Clava 321

Paquete 4.

Tomo 56

FALTAN PAGINAS

De la: 93

A la: 106

TABLA 1

ENERO-FEBRERO 1997

VALOR	02-Ene-97		15-Ene-97		31-Ene-97		03-Feb-97		14-Feb-97		28-Feb-97	
SUBYACENT	σ	C/S	σ	C/S	σ	C/S	σ	C/S	σ	C/S	σ	C/S
AHMSA	0.405660	0.160732	0.403650	0.159946	0.405600	0.160709	0.405600	0.160709	0.404320	0.160208	0.400170	0.158586
ALFAA	0.315910	0.125508	0.315910	0.125508	0.315910	0.125508	0.315910	0.125508	0.315910	0.125508	0.319680	0.126993
BMVIPC	0.253590	0.100897	0.254440	0.101234	0.285400	0.113473	0.285400	0.113473	0.290570	0.115514	0.301730	0.119918
CEMEXCPO	0.525320	0.207187	0.525320	0.207187	0.525320	0.207187	0.525320	0.207187	0.525320	0.207187	0.525320	0.207187
CEMEXB	0.358540	0.142274	0.338580	0.134431	0.351280	0.139423	0.353350	0.140236	0.346490	0.137541	0.337910	0.134168
CIFRAC	0.769710	0.299655	0.769710	0.299655	0.769710	0.299655	0.769710	0.299655	0.769710	0.299655	0.769710	0.299655
CIFRAB	0.413980	0.163982	0.418730	0.165837	0.417590	0.165392	0.417590	0.165392	0.387000	0.153433	0.385960	0.153025
CYDSASAA			0.338580	0.134431	0.328590	0.130501	0.333650	0.132492	0.336560	0.133637	0.334760	0.132929
FEMSAB	0.508500	0.200697	0.508500	0.200697	0.490140	0.193598	0.490140	0.193598	0.490140	0.193598	0.472150	0.186625
GCARSOA1	0.435690	0.172450	0.435690	0.172450	0.435690	0.172450	0.435690	0.172450	0.435690	0.172450	0.421600	0.166957
GMEXICOB	0.502120	0.198232	0.509090	0.200925	0.518540	0.204573	0.518540	0.204573	0.518540	0.204573	0.525870	0.207399
HYLSAMXBC	0.607380	0.238636	0.571010	0.224743	0.537690	0.211951	0.537690	0.211951	0.520740	0.205422	0.488750	0.193059
ICA					0.507430	0.200284	0.507430	0.200284	0.495810	0.195792	0.483110	0.190875
MASECAB	0.508650	0.200755	0.501740	0.198085	0.486360	0.192134	0.486360	0.192134	0.486260	0.192095	0.437480	0.173147
TELMEXL	0.244540	0.097315	0.254030	0.101072	0.253910	0.101024	0.253910	0.101024	0.255100	0.101495	0.247780	0.098598
TLEVISACPO	0.509370	0.201033	0.475730	0.188014	0.462100	0.182724	0.462100	0.182724	0.451430	0.178577	0.435930	0.172544
INDICE		0.179240		0.174281		0.175037		0.175212		0.173543		0.170104

σ=VOLATILIDAD
C/S=2N(σ/2)-1

INFORMACION OBTENIDA DE LA BOLSA MEXICANA DE VALORES

TABLA 2

MARZO-ABRIL 1997

VALOR	03-Mar-97		14-Mar-97		31-Mar-97		01-Abr-97		15-Abr-97		30-Abr-97	
SUBYACENT	σ	C/S	σ	C/S	σ	C/S	σ	C/S	σ	C/S	σ	C/S
AHMSA	0.400000	0.158519	0.392710	0.155668	0.392680	0.155656	0.395260	0.156665	0.406340	0.160998	0.404520	0.160286
APASCO											0.471830	0.186501
ALFAA	0.319680	0.126993	0.323340	0.128434	0.330370	0.131202	0.330620	0.131300	0.340440	0.135163	0.350260	0.139023
BMVIPC	0.305740	0.121499	0.305740	0.121499	0.307400	0.122154	0.309110	0.122828	0.306710	0.121882	0.303270	0.120525
CEMEXCPO	0.525320	0.207187	0.525320	0.207187	0.525320	0.207187	0.525320	0.207187	0.525320	0.207187	0.525320	0.207187
CEMEXB	0.337910	0.134168	0.327080	0.129907	0.324080	0.128726	0.327290	0.129989	0.350010	0.138924	0.374710	0.148618
CIFRAC	0.769710	0.299655	0.769710	0.299655	0.769710	0.299655	0.769710	0.299655	0.769710	0.299655	0.768930	0.299366
CIFRAB	0.385960	0.153025	0.390360	0.154748	0.398230	0.157827	0.399220	0.158214	0.404730	0.160369	0.417330	0.165290
CYDSASAA	0.334760	0.132929	0.331940	0.131819	0.327370	0.130021	0.325720	0.129371	0.319070	0.126753	0.322080	0.127938
FEMSAB	0.472150	0.186625	0.462420	0.182848	0.449020	0.177639	0.449020	0.177639	0.448640	0.177492	0.460960	0.182281
GCARSOA1	0.421600	0.166957	0.376550	0.149339	0.357510	0.141870	0.353330	0.140228	0.338730	0.134490	0.326400	0.129639
GMEXICOB	0.525870	0.207399	0.519730	0.205032	0.519730	0.205032	0.519730	0.205032	0.521160	0.205583	0.517760	0.204272
HYLSAMXBC	0.488750	0.193059	0.477890	0.188852	0.450840	0.178347	0.447140	0.176908	0.429580	0.170069	0.419390	0.166094
ICA	0.483110	0.190875	0.465810	0.184165	0.455410	0.180124	0.455410	0.180124	0.448610	0.177480	0.439000	0.173739
MASECAB	0.427260	0.169164	0.381350	0.151220	0.360370	0.142993	0.358590	0.142294	0.357580	0.141897	0.361140	0.143295
TAMSA			0.458880	0.181473	0.438960	0.173724	0.438960	0.173724	0.422410	0.167273	0.417100	0.165200
TELMEXL	0.247090	0.098325	0.247090	0.098325	0.242920	0.096673	0.243150	0.096764	0.239320	0.095248	0.248300	0.098804
TLEVISACPO	0.435930	0.172544	0.426010	0.168677	0.418980	0.165934	0.418980	0.165934	0.414170	0.164056	0.411920	0.163178
INDICE		0.169933		0.166991		0.164398		0.164345		0.163795		0.165624

σ=VOLATILIDAD

C/S=2N(σ/2)-1

INFORMACION OBTENIDA DE LA BOLSA MEXICANA DE VALORES

TABLA 3

MAYO-JUNIO 1997

VALOR	02-May-97		15-May-97		30-May-97		02-Jun-97		16-Jun-97		30-Jun-97	
SUBYACENT	σ	C/S	σ	C/S	σ	C/S	σ	C/S	σ	C/S	σ	C/S
AHMSA	0.401090	0.158946	0.385730	0.152935	0.358100	0.142102	0.354540	0.140704	0.343390	0.136323	0.344580	0.136790
ALFAA	0.350260	0.139023	0.363350	0.144162	0.377160	0.149578	0.379640	0.150550	0.399460	0.158308	0.391690	0.155268
APASCO	0.471830	0.186501	0.471830	0.186501	0.439080	0.173771	0.433590	0.171632	0.415640	0.164630	0.389490	0.154407
BMVIPC	0.303270	0.120525	0.299810	0.119160	0.284450	0.113098	0.282920	0.112493	0.271120	0.107831	0.257870	0.102591
CEMEXCPO	0.525320	0.207187	0.526150	0.207507	0.516240	0.203686	0.516240	0.203686	0.497320	0.196376	0.482950	0.190813
CEMEXB	0.374710	0.148618	0.369000	0.146379	0.343420	0.136334	0.342570	0.136000	0.318490	0.126524	0.320640	0.127371
CIFRAC	0.768930	0.299366	0.768930	0.299366								
CIFRAB	0.417330	0.165290	0.417860	0.165497	0.394270	0.156278	0.392270	0.155495	0.349740	0.138818	0.346670	0.137612
CYDSASAA	0.322080	0.127938	0.317260	0.126040	0.312360	0.124109	0.311170	0.123640	0.306320	0.121728	0.322430	0.128076
FEMSAB	0.460960	0.182281	0.451660	0.178666	0.440130	0.174179	0.439410	0.173899	0.445640	0.176324	0.445640	0.176324
GCARSOA1	0.326400	0.129639	0.314230	0.124846	0.299850	0.119176	0.298170	0.118513	0.280400	0.111498	0.300610	0.119476
GMEXICOB	0.516650	0.203844	0.516650	0.203844	0.518680	0.204627	0.517060	0.204002	0.498370	0.196782	0.498370	0.196782
HYLSAMXBC	0.419390	0.166094	0.414810	0.164306	0.396880	0.157299	0.396880	0.157299	0.373260	0.148049	0.366870	0.145543
ICA	0.439000	0.173739	0.431400	0.170778	0.404110	0.160126	0.399290	0.158242	0.376250	0.149221	0.359930	0.142820
MASECAB	0.361140	0.143295	0.348500	0.138331	0.341950	0.135757	0.341860	0.135721	0.344230	0.136653	0.341050	0.135403
TAMSA	0.417100	0.165200	0.410620	0.162670	0.386230	0.153131	0.386230	0.153131	0.363520	0.144229	0.339600	0.134833
TELMEXL	0.248300	0.098804	0.247630	0.098538	0.238800	0.095042	0.238800	0.095042	0.235450	0.093715	0.235450	0.093715
TLEVISACPO	0.411920	0.163178	0.410840	0.162756	0.399820	0.158449	0.399820	0.158449	0.399820	0.158449	0.399280	0.158238
TRIBASA									0.386230	0.153131	0.386230	0.153131
VITRO					0.640770	0.251323	0.625300	0.245453	0.577860	0.227365	0.552930	0.217809
INDICE		**0.165526**		**0.164016**		**0.156004**		**0.155220**		**0.149787**		**0.147737**

σ=VOLATILIDAD
C/S=2N(σ/2)-1

INFORMACION OBTENIDA DE LA BOLSA MEXICANA DE VALORES

TABLA 4

JULIO-AGOSTO 1997

VALOR	01-Jul-97		15-Jul-97		31-Jul-97		01-Ago-97		15-Ago-97		29-Ago-97	
SUBYACENT	σ	C/S	σ	C/S	σ	C/S	σ	C/S	σ	C/S	σ	C/S
AHMSA	0.345060	0.136979	0.365220	0.144896	0.403890	0.160040	0.406890	0.161213	0.417160	0.165224	0.424650	0.168146
ALFAA	0.391690	0.155268	0.376880	0.149468	0.344820	0.136885	0.339690	0.134868	0.339840	0.134927	0.342030	0.135788
APASCO	0.389490	0.154407	0.387480	0.153620	0.378110	0.149950	0.378110	0.149950	0.369220	0.146465	0.383000	0.151866
BMVIPC	0.257870	0.102591	0.252780	0.100577	0.265060	0.105435	0.266060	0.105830	0.263180	0.104691	0.283060	0.112549
CEMEXB	0.320640	0.127371	0.324420	0.128860	0.325500	0.129285	0.326290	0.129596	0.336160	0.133480	0.363310	0.144147
CEMEXCPO	0.482950	0.190813	0.482950	0.190813	0.482950	0.190813	0.482950	0.190813	0.482950	0.190813	0.482950	0.190813
CIFRAB	0.346670	0.137612	0.361380	0.143389	0.361380	0.143389						
CYDSASAA	0.322430	0.128076										
FEMSAB	0.445640	0.176324	0.451630	0.178655	0.455110	0.180008	0.455110	0.180008	0.455110	0.180008	0.455110	0.180008
GCARSOA1	0.300610	0.119476	0.320590	0.127351	0.342980	0.136162	0.342980	0.136162	0.383710	0.152144	0.413430	0.163768
GMEXICOB	0.498370	0.196782	0.479510	0.189480	0.478940	0.189259	0.478900	0.189243	0.476820	0.188437	0.476820	0.188437
HYLSAMXBC	0.366870	0.145543	0.380230	0.150781	0.401630	0.159157	0.401630	0.159157	0.401630	0.159157	0.401630	0.159157
ICA	0.359930	0.142820	0.350260	0.139023	0.366830	0.145528	0.366830	0.145528	0.384980	0.152642	0.404200	0.160161
MASECAB	0.339750	0.134892	0.336900	0.133771	0.374830	0.148665	0.374650	0.148594	0.390690	0.154877	0.399100	0.158167
TAMSA	0.339600	0.134833	0.339600	0.134833	0.344830	0.136889	0.344830	0.136889	0.351030	0.139325	0.367040	0.145610
TELMEXL	0.235450	0.093715	0.235450	0.093715	0.235450	0.093715	0.235450	0.093715	0.235450	0.093715	0.266650	0.106064
TLEVISACPC	0.399280	0.158238	0.398880	0.158081	0.397540	0.157557	0.397540	0.157557	0.403140	0.159747	0.399480	0.158316
TRIBASA	0.386230	0.153131	0.386230	0.153131	0.386230	0.153131	0.386230	0.153131	0.386230	0.153131	0.382780	0.151780
VITRO	0.552930	0.217809	0.527800	0.208143	0.508610	0.200740	0.508610	0.200740	0.503410	0.198731	0.504800	0.199268
INDICE		0.147720		0.148810		0.150923		0.151352		0.153383		0.157297

σ=VOLATILIDAD
C/S=2N(σ/2)-1

INFORMACION OBTENIDA DE LA BOLSA MEXICANA DE VALORES

TABLA 5

SEPTIEMBRE-OCTUBRE 1997

VALOR	02-Sep-97		15-Sep-97		30-Sep-97		01-Oct-97		15-Oct-97		31-Oct-97	
SUBYACENT	σ	C/S	σ	C/S	σ	C/S	σ	C/S	σ	C/S	σ	C/S
AHMSA	0.422540	0.167323	0.428690	0.169722	0.443120	0.175344	0.443120	0.175344	0.448030	0.177254	0.440240	0.174222
ALFAA	0.342210	0.135859	0.347990	0.138131	0.349460	0.138708	0.349460	0.138708	0.354820	0.140814	0.350370	0.139066
APASCO	0.383000	0.151866	0.387260	0.153534	0.404090	0.160118	0.404090	0.160118	0.401790	0.159219	0.388210	0.153906
CEMEXB	0.482950	0.190813	0.368670	0.146249	0.373130	0.147998	0.374290	0.148453	0.380980	0.151075	0.397080	0.157377
CEMEXCPO	0.366020	0.145210	0.482950	0.190813	0.482950	0.190813	0.482950	0.190813				
CINTRAA			0.350120	0.138968	0.348370	0.138280	0.348370	0.138280	0.348370	0.138280	0.349340	0.138661
FEMSAB	0.4551f0	0.180008										
GCARSOA1	0.413430	0.163768										
GMEXICOB	0.476820	0.188437	0.478420	0.189057	0.478420	0.189057	0.478420	0.189057	0.484660	0.191475	0.484660	0.191475
HYLSAMXBC	0.401630	0.159157										
ICA	0.404670	0.160345	0.399020	0.158136	0.396650	0.157209	0.399840	0.158457	0.414940	0.164357	0.438130	0.173401
BMVIPC	0.284610	0.113161	0.285550	0.113532	0.276470	0.109945	0.269690	0.107266	0.263910	0.104980	0.295560	0.117484
MASECAB	0.395280	0.156873	0.393060	0.155805	0.439240	0.173833	0.439240	0.173833	0.439660	0.173996	0.448950	0.177612
TAMSA	0.367040	0.145610										
TLEVISACPO	0.399480	0.158316	0.409590	0.162268	0.419970	0.166321	0.419970	0.166321	0.419970	0.166321	0.419970	0.166321
TELMEXL	0.268980	0.106985	0.287820	0.114429	0.316190	0.125618	0.320080	0.127150	0.322470	0.128092	0.370340	0.146904
TRIBASA	0.382780	0.151780	0.382780	0.151780	0.382780	0.151780	0.382780	0.151780	0.382780	0.151780	0.403590	0.159923
VITRO	0.505900	0.199693	0.502320	0.198309	0.505030	0.199357	0.505030	0.199357	0.515390	0.203358	0.515390	0.203358
INDICE		**0.157353**		**0.155767**		**0.158884**		**0.158924**		**0.157769**		**0.161516**

σ=VOLATILIDAD
C/S=2N(σ/2)-1

INFORMACION OBTENIDA DE LA BOLSA MEXICANA DE VALORES

TABLA 6

NOVIEMBRE-DICIEMBRE 1997

VALOR	03-Nov-97		14-Nov-97		28-Nov-97		01-Dic-97		15-Dic-97		31-Dic-97	
SUBYACENT	σ	C/S	σ	C/S	σ	C/S	σ	C/S	σ	C/S	σ	
AHMSA	0.440240	0.174222	0.425430	0.168451	0.427170	0.169129	0.429360	0.169983	0.476000	0.188119	0.488810	0.193083
ALFAA	0.351310	0.139435	0.364280	0.144527	0.369270	0.146485	0.368320	0.146112	0.388300	0.153942	0.394180	0.156243
APASCO	0.388210	0.153906							0.394730	0.156458	0.418120	0.165599
BMVIPC	0.293980	0.116852	0.308230	0.122481	0.315730	0.125437	0.316100	0.125583	0.334550	0.132846	0.340140	0.135045
CEMEXB	0.402570	0.159524	0.394450	0.156348	0.377990	0.149903	0.381960	0.151459	0.393950	0.156153	0.441330	0.174647
CINTRAA	0.349340	0.138661	0.356060	0.141301	0.358260	0.142164	0.358260	0.142164	0.362210	0.143715	0.388750	0.154118
GMEXICOB	0.484660	0.191475	0.484660	0.191475	0.496170	0.195931	0.496170	0.195931	0.498310	0.196759	0.505720	0.199623
ICA	0.436070	0.172598	0.438400	0.173506	0.434630	0.172037	0.438010	0.173354	0.453680	0.179452	0.470090	0.185826
TAMSA											0.390540	0.154818
TELMEXL	0.370150	0.146830	0.366680	0.145469	0.364160	0.144480	0.363000	0.144025	0.353980	0.140484		
TLEVISACPO	0.419970	0.166321	0.420290	0.166445	0.420290	0.166445	0.420290	0.166445	0.420290	0.166445	0.420290	0.166445
TRIBASA	0.403590	0.159923	0.403590	0.159923	0.409290	0.162150	0.424060	0.167916	0.424060	0.167916	0.424060	0.167916
VITRO	0.515390	0.203358	0.515390	0.203358								
INDICE		**0.160259**		**0.161208**		**0.157416**		**0.158297**		**0.162026**		**0.168488**

σ=VOLATILIDAD
C/S=2N(σ/2)-1

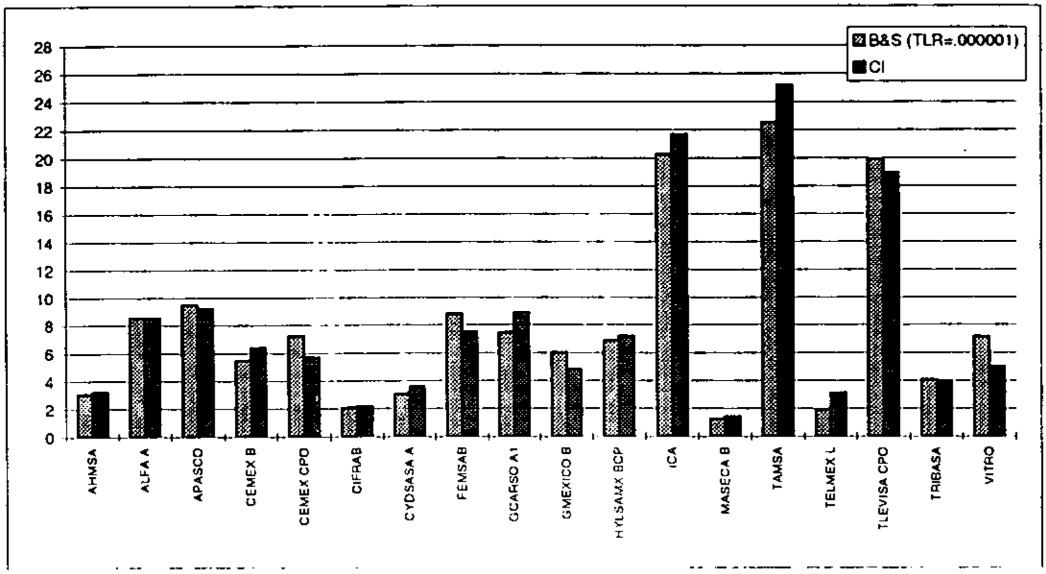
INFORMACION OBTENIDA DE LA BOLSA MEXICANA DE VALORES

Tabla 7

COMPARATIVO DEL PRECIO TEORICO CON EL INDICE

día= 07-08-1997 **indice = 0.150521324**

EMISORA	SUBYACENTE	σ	TLR(TIENDE A CERO)	B&S (TLR=.000001)	C_I
AHMSA	21.450000	0.36298	0.000001	3.089174	**3.228682**
ALFA A	56.600000	0.38095	0.000001	8.550192	**8.519507**
APASCO	61.300000	0.38949	0.000001	9.465198	**9.226957**
CEMEX B	42.600000	0.32369	0.000001	5.477190	**6.412208**
CEMEX CPO	38.000000	0.48295	0.000001	7.250906	**5.719810**
CIFRAB	14.520000	0.36138	0.000001	2.082016	**2.185570**
CYDSASA A	23.900000	0.32243	0.000001	3.061026	**3.597460**
FEMSAB	50.000000	0.44564	0.000001	8.816237	**7.526066**
GCARSO A1	59.000000	0.31928	0.000001	7.483312	**8.880758**
GMEXICO B	31.950000	0.47951	0.000001	6.053890	**4.809156**
HYLSAMX BCP	48.000000	0.3621	0.000001	6.896260	**7.225024**
ICA	144.000000	0.35429	0.000001	20.247253	**21.675071**
MASECA B	9.400000	0.34186	0.000001	1.275783	**1.414900**
TAMSA	167.000000	0.3396	0.000001	22.517113	**25.137061**
TELMEX L	20.750000	0.23545	0.000001	1.944586	**3.123317**
TLEVISA CPO	126.000000	0.39888	0.000001	19.918307	**18.965687**
TRIBASA	26.500000	0.38623	0.000001	4.057984	**3.988815**
VITRO	33.100000	0.54991	0.000001	7.171097	**4.982256**



C_I=PRECIO TEÓRICO CALCULADO CON EL ÍNDICE(C_I=S*I).

Tabla 8

Valores promedio de S, C/S, σ durante 1997

fecha	S	σ	índice
02/01/97	30.9707692	0.4696438	0.1852660
03/01/97	31.4607692	0.4697423	0.1853044
06/01/97	32.0446154	0.4696546	0.1852698
07/01/97	32.0207692	0.4691254	0.1850648
08/01/97	32.5130769	0.4683431	0.1847616
09/01/97	32.8753846	0.4666323	0.1841016
10/01/97	32.9884615	0.4651338	0.1835255
13/01/97	32.5576923	0.4654808	0.1836669
14/01/97	33.0215385	0.4637215	0.1829857
15/01/97	32.5878571	0.4547336	0.1794987
16/01/97	32.3885714	0.4530143	0.1788285
17/01/97	32.8192857	0.4533593	0.1789652
20/01/97	32.8942857	0.4533643	0.1789666
21/01/97	32.6950000	0.4532507	0.1789245
22/01/97	38.7120000	0.4570213	0.1804174
23/01/97	36.5933333	0.4565633	0.1802362
24/01/97	36.4873333	0.4557027	0.1799042
27/01/97	36.4426667	0.4556667	0.1798901
28/01/97	36.5260000	0.4554780	0.1798192
29/01/97	35.9493333	0.4554600	0.1798124
30/01/97	36.1960000	0.4552460	0.1797293
31/01/97	35.8853333	0.4537240	0.1791408
03/02/97	35.6533333	0.4541993	0.1793278
04/02/97	35.4514286	0.4634236	0.1829231
06/02/97	35.7650000	0.4629986	0.1827593
07/02/97	35.7807143	0.4629700	0.1827481
10/02/97	36.0864286	0.4620179	0.1823782
11/02/97	36.5628571	0.4613786	0.1821280
12/02/97	36.6428571	0.4604886	0.1817801
13/02/97	36.3364286	0.4593157	0.1813228
14/02/97	36.5814286	0.4587936	0.1811187
17/02/97	36.7528571	0.4584164	0.1809710
18/02/97	37.2046667	0.4486573	0.1771691
19/02/97	37.6253333	0.4477673	0.1768243
20/02/97	37.3453333	0.4475287	0.1767304
21/02/97	37.9366667	0.4475140	0.1767261
24/02/97	38.3740000	0.4472040	0.1766041
25/02/97	38.9786667	0.4449940	0.1757468
26/02/97	38.4366667	0.4446587	0.1756185
27/02/97	37.6560000	0.4410680	0.1742238
28/02/97	37.7226667	0.4390787	0.1734498
03/03/97	37.3213333	0.4383400	0.1731617
04/03/97	37.0133333	0.4368013	0.1725625
05/03/97	37.1940000	0.4360213	0.1722582
06/03/97	37.4046667	0.4339833	0.1714633
07/03/97	37.3953333	0.4319613	0.1706743
10/03/97	37.8733309	0.4312100	0.1703819
11/03/97	37.2819975	0.4294127	0.1696803
12/03/97	42.9381763	0.4253888	0.1681282
13/03/97	42.7954441	0.4295919	0.1697677
14/03/97	43.1365155	0.4297619	0.1698342
17/03/97	42.9908905	0.4279794	0.1691401
18/03/97	43.5245334	0.4261094	0.1684086
19/03/97	44.2825869	0.4259775	0.1683575
20/03/97	44.1983368	0.4288613	0.1694792
24/03/97	44.1618548	0.4255975	0.1682097
25/03/97	44.3984798	0.4243394	0.1677176
26/03/97	44.4491048	0.4232500	0.1672932
31/03/97	43.1889262	0.4225938	0.1670382

fecha	S	σ	índice
01/04/97	42.8315155	0.4223406	0.1669395
02/04/97	42.7784798	0.4227313	0.1670927
03/04/97	42.9258906	0.4222400	0.1669019
04/04/97	43.2691763	0.4223700	0.1669527
07/04/97	43.5965155	0.4222975	0.1669231
08/04/97	43.5609798	0.4216881	0.1666838
09/04/97	43.6541583	0.4219713	0.1667954
10/04/97	43.7887118	0.4208244	0.1663494
11/04/97	43.1278548	0.4209781	0.1664100
14/04/97	43.1677833	0.4205594	0.1662467
15/04/97	42.8744797	0.4209888	0.1664148
16/04/97	43.0500511	0.4219944	0.1668093
17/04/97	42.5007119	0.4220500	0.1668312
18/04/97	42.3548012	0.4222225	0.1668991
21/04/97	42.1514619	0.4242263	0.1676810
22/04/97	42.6345512	0.4229950	0.1672048
23/04/97	42.6844083	0.4235175	0.1674090
24/04/97	42.3654798	0.4237638	0.1675062
25/04/97	42.2300691	0.4245675	0.1678230
28/04/97	41.8442655	0.4239088	0.1675648
29/04/97	41.8253370	0.4229900	0.1672043
30/04/97	42.2486701	0.4257029	0.1682772
02/05/97	42.4241994	0.4254359	0.1681731
06/05/97	42.8895103	0.4248265	0.1679353
08/05/97	43.2354094	0.4239135	0.1675780
12/05/97	44.4383842	0.4238759	0.1675626
13/05/97	44.4161321	0.4225876	0.1670576
14/05/97	43.7026026	0.4222371	0.1669198
15/05/97	43.7037791	0.4215559	0.1666543
16/05/97	43.7028884	0.4205841	0.1662753
20/05/97	44.5496447	0.4195082	0.1658534
21/05/97	45.0181153	0.4184994	0.1654583
22/05/97	44.3360454	0.4306289	0.1701323
26/05/97	44.2520613	0.4282333	0.1691971
27/05/97	43.9029343	0.4267850	0.1686299
28/05/97	43.3315851	0.4250789	0.1679632
29/05/97	43.7360296	0.4223639	0.1669123
30/05/97	45.8495439	0.4004618	0.1585274
02/06/97	46.2425018	0.3984024	0.1577328
03/06/97	45.4758072	0.3974444	0.1573622
04/06/97	46.9960648	0.3823565	0.1431059
05/06/97	45.5507120	0.3929856	0.1556302
06/06/97	46.2112676	0.3924622	0.1554243
10/06/97	45.9324263	0.3884322	0.1538442
11/06/97	46.5931564	0.3877661	0.1535844
12/06/97	46.8516008	0.3854683	0.1526905
13/06/97	47.0661404	0.3850617	0.1525400
16/06/97	47.1356802	0.3839661	0.1521180
18/06/97	47.4263626	0.3827789	0.1516618
19/06/97	48.1556641	0.3824100	0.1515202
23/06/97	48.5750000	0.3814422	0.1511426
25/06/97	48.4761111	0.3801550	0.1506428
27/06/97	49.3055556	0.3801894	0.1506581
30/06/97	49.2322222	0.3791339	0.1502451
01/07/97	50.1272222	0.3790883	0.1502272
02/07/97	51.4077778	0.3788050	0.1501164
03/07/97	51.5838889	0.3780933	0.1498384
04/07/97	52.5377778	0.3783644	0.1499448
07/07/97	53.3455556	0.3780494	0.1498245

Valores promedio de S, C/S, σ durante 1997

fecha	S	σ	Indice
08-07-97	54.1150000	0.3798122	0.1505213
09-07-97	55.7176471	0.3832182	0.1518540
10-07-97	55.8500000	0.3844165	0.1523245
11-07-97	48.3358824	0.3833529	0.1519116
14-07-97	47.9970588	0.3834441	0.1519470
15-07-97	53.6182353	0.3826712	0.1516476
16-07-97	54.9417647	0.3832118	0.1518599
18-07-97	54.4505882	0.3850118	0.1525661
21-07-97	52.6311765	0.3857147	0.1528465
22-07-97	53.0352941	0.3858212	0.1528889
23-07-97	53.9941176	0.3872129	0.1534347
24-07-97	53.9764706	0.3883088	0.1538647
25-07-97	53.4370588	0.3881171	0.1537895
28-07-97	52.2629412	0.3880835	0.1537789
29-07-97	53.3182353	0.3875788	0.1535805
30-07-97	55.2063629	0.3879229	0.1537152
31-07-97	56.3514743	0.3876253	0.1535983
01-08-97	59.2909691	0.3891681	0.1541976
04-08-97	60.1388852	0.3894100	0.1542923
05-08-97	61.0150500	0.3892550	0.1542320
06-08-97	61.2695082	0.3894281	0.1543000
07-08-97	60.8739258	0.3907175	0.1548059
08-08-97	59.6462039	0.3907325	0.1548129
11-08-97	59.6370508	0.3903325	0.1546556
12-08-97	59.4548707	0.3908369	0.1548537
13-08-97	59.2327461	0.3927013	0.1555863
14-08-97	59.3213574	0.3927706	0.1556135
15-08-97	58.8367606	0.3948456	0.1564263
18-08-97	58.2756641	0.3955463	0.1567011
19-08-97	59.7889406	0.3980631	0.1576863
20-08-97	61.2256621	0.4015369	0.1590462
21-08-97	60.4301906	0.4021663	0.1592963
22-08-97	59.9011207	0.4024031	0.1593889
25-08-97	59.5345934	0.4023619	0.1593732
26-08-97	58.0253719	0.4031894	0.1596968
27-08-97	58.1478719	0.4031025	0.1596652
28-08-97	57.0397618	0.4033000	0.1597459
29-08-97	55.6502758	0.4041863	0.1600934
02-09-97	56.9492883	0.4042400	0.1601151
03-09-97	57.8392606	0.3992785	0.1581664
04-09-97	57.8025606	0.3994285	0.1582252
05-09-97	58.4031933	0.3988438	0.1579962
08-09-97	58.8700481	0.3992115	0.1581423
09-09-97	51.3784594	0.4041583	0.1600736
10-09-97	50.3180526	0.4044367	0.1601848
11-09-97	46.3626472	0.4011454	0.1589014
12-09-97	47.2970577	0.4011446	0.1589010
15-09-97	46.9339808	0.4014377	0.1590154
17-09-97	48.4960472	0.4032223	0.1597141
18-09-97	48.9418755	0.4048523	0.1603508
19-09-97	49.3416524	0.4070077	0.1611918
22-09-97	50.2619231	0.4076146	0.1614301
23-09-97	49.8747269	0.4078308	0.1615155
24-09-97	49.3678722	0.4072423	0.1612862
25-09-97	49.6483683	0.4090531	0.1619941
26-09-97	50.0468298	0.4096731	0.1622374
29-09-97	49.7299408	0.4099277	0.1623376
30-09-97	49.7563337	0.4107231	0.1626489

fecha	S	σ	Indice
01-10-97	50.7771370	0.4113569	0.1628977
02-10-97	50.8877356	0.4124346	0.1633180
13-10-97	51.9538042	0.4081417	0.1616454
14-10-97	52.1920463	0.4087692	0.1618883
15-10-97	52.4736021	0.4094883	0.1621684
16-10-97	52.0222880	0.4098200	0.1622988
17-10-97	51.2028995	0.4101725	0.1624372
20-10-97	51.6703428	0.4100000	0.1623694
21-10-97	52.0651407	0.4109142	0.1627262
22-10-97	51.4677344	0.4112108	0.1628407
23-10-97	40.4879021	0.4109225	0.1627298
24-10-97	39.5221255	0.4151317	0.1643784
27-10-97	34.7123750	0.4163817	0.1648663
28-10-97	38.1875719	0.4144350	0.1641031
29-10-97	38.0706094	0.4159283	0.1646896
30-10-97	37.0740365	0.4170533	0.1651320
31-10-97	37.0327396	0.4171892	0.1651855
03-11-97	41.1776926	0.4146818	0.1642048
04-11-97	41.5076307	0.4140691	0.1639659
05-11-97	40.4109500	0.4160120	0.1647213
06-11-97	40.8395063	0.4174440	0.1652798
07-11-97	39.9048200	0.4171570	0.1651675
10-11-97	38.8785775	0.4169990	0.1651058
11-11-97	38.3388438	0.4169080	0.1650710
12-11-97	37.0246250	0.4172480	0.1652041
13-11-97	38.3432225	0.4174610	0.1652889
14-11-97	38.7771988	0.4169230	0.1650803
17-11-97	38.9454650	0.4168440	0.1650492
18-11-97	39.3024650	0.4167860	0.1650265
19-11-97	40.7377778	0.4056267	0.1606881
21-11-97	41.5944444	0.4044411	0.1602250
24-11-97	40.9377778	0.4046000	0.1602877
25-11-97	41.3477778	0.4045000	0.1602484
26-11-97	41.9222222	0.4033444	0.1597976
27-11-97	42.3722222	0.4055078	0.1606397
28-11-97	42.3066667	0.4063589	0.1609695
01-12-97	43.4166667	0.4088256	0.1619322
02-12-97	43.3500000	0.4125367	0.1633817
03-12-97	43.3944444	0.4156756	0.1646035
04-12-97	45.8700000	0.4140500	0.1639614
05-12-97	45.7262500	0.4150725	0.1643615
08-12-97	45.2200000	0.4172550	0.1652087
09-12-97	45.7733333	0.4150533	0.1643539
10-12-97	43.1360000	0.4165940	0.1649598
11-12-97	42.0890000	0.4163970	0.1648840
15-12-97	43.0340000	0.4165510	0.1649442
16-12-97	42.9990000	0.4174490	0.1652956
17-12-97	54.2127273	0.4134864	0.1637487
18-12-97	53.9472727	0.4150409	0.1643552
19-12-97	52.7863636	0.4162482	0.1648282
22-12-97	52.6154545	0.4188355	0.1658398
23-12-97	52.0372727	0.4208582	0.1666296
24-12-97	52.1190909	0.4238736	0.1678033
26-12-97	52.8600000	0.4242309	0.1679424
29-12-97	53.6118182	0.4266482	0.1688830
30-12-97	58.1630000	0.4343430	0.1718898
31-12-97	58.7780000	0.4341890	0.1718318

Tabla 9

Análisis de regresion de la opción AHM DC006 en el periodo 1997

$$y'=\beta_0+\beta_1X+\beta_2X^2+\beta_3X^3$$

X	Y	y'	betas		X	Y	y'
1	2,78811	2,60385	β_0	2,590705	71	3,29183	3,08824
2	2,60696	2,61671	β_1	0,013282	72	3,18500	3,09267
3	2,39586	2,62931	β_2	-0,000140	73	3,40734	3,09714
4	2,62924	2,64164	β_3	0,000001	74	2,99894	3,10164
5	2,58255	2,65370			75	2,83469	3,10619
6	2,78762	2,66551			76	2,81960	3,11079
7	2,56025	2,67706			77	2,81696	3,11544
8	2,83343	2,68836			78	2,89484	3,12014
9	2,65343	2,69942			79	3,31714	3,12491
10	2,63854	2,71023			80	3,18906	3,12975
11	2,76591	2,72081			81	3,09795	3,13465
12	2,89372	2,73116			82	3,41751	3,13963
13	2,87121	2,74128			83	3,02554	3,14469
14	2,91805	2,75117			84	3,18191	3,14983
15	2,74551	2,76085			85	3,04374	3,15505
16	2,58346	2,77031			86	3,00442	3,16037
17	2,58346	2,77956			87	3,35441	3,16579
18	3,00511	2,78861			88	2,93547	3,17131
19	2,90802	2,79745			89	2,93383	3,17693
20	3,05272	2,80610			90	3,28963	3,18266
21	2,78726	2,81455			91	3,24014	3,18851
22	2,80574	2,82282			92	2,93105	3,19447
23	2,50795	2,83090			93	3,22868	3,20056
24	2,79758	2,83880			94	3,53937	3,20677
25	2,68463	2,84653			95	3,34595	3,21312
26	2,72912	2,85408			96	3,06906	3,21960
27	2,70317	2,86147			97	3,29733	3,22622
28	3,05348	2,86870			98	3,23864	3,23298
29	2,86609	2,87577			99	3,12761	3,23990
30	2,99677	2,88268			100	2,94894	3,24697
31	2,77800	2,88945			101	3,55149	3,25419
32	2,89264	2,89607			102	3,39445	3,26158
33	2,95105	2,90255			103	3,52527	3,26914
34	2,72813	2,90890			104	3,37171	3,27686
35	2,76881	2,91511			105	3,32060	3,28476
36	2,85433	2,92120			106	3,40065	3,29284
37	2,74772	2,92717			107	3,45999	3,30111
38	3,20731	2,93301			108	3,36907	3,30956
39	3,22213	2,93874			109	3,72091	3,31821
40	3,10844	2,94437			110	3,27804	3,32705
41	2,89498	2,94989			111	3,21914	3,33609
42	2,89010	2,95530			112	3,30202	3,34534
43	3,01734	2,96062			113	3,03559	3,35480
44	2,88718	2,96585			114	3,19120	3,36448
45	2,98952	2,97099			115	3,30057	3,37437
46	2,91003	2,97605			116	3,31796	3,38449

X=dias
y=precio obtenido por índice.
y'=regresión.

Tabla 9

Análisis de regresion de la opción AHM DC006 en el periodo 1997

$$y' = \beta_0 + \beta_1 X + \beta_2 X^2 + \beta_3 X^3$$

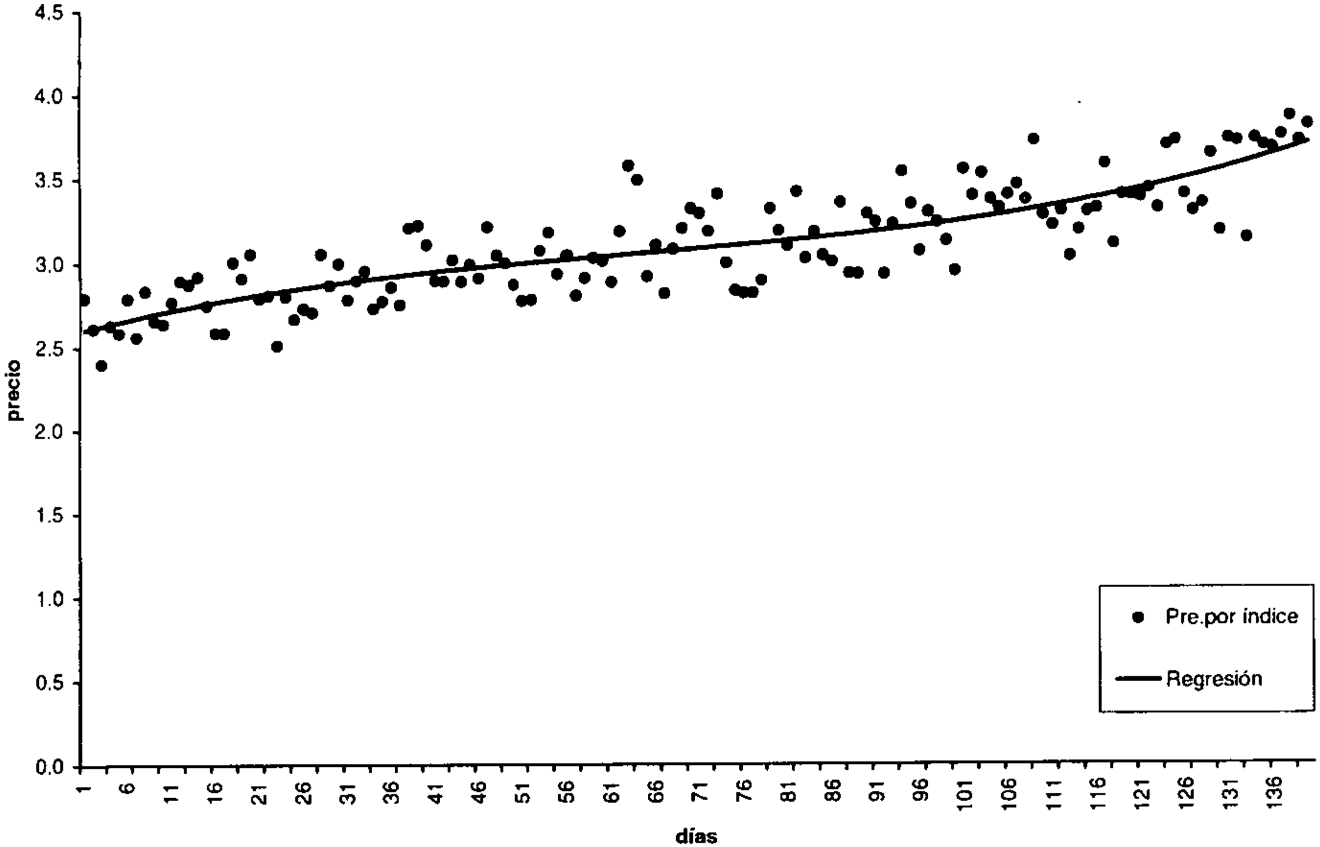
X	Y	y'	betas	X	Y	y'
47	3,21279	2,98103		117	3,58345	3,39484
48	3,04519	2,98593		118	3,10877	3,40541
49	2,99916	2,99077		119	3,40001	3,41623
50	2,86827	2,99553		120	3,39814	3,42728
51	2,77374	3,00024		121	3,38467	3,43859
52	2,77881	3,00489		122	3,43801	3,45014
53	3,07214	3,00949		123	3,31736	3,46194
54	3,17893	3,01404		124	3,69675	3,47400
55	2,93235	3,01854		125	3,72134	3,48633
56	3,04519	3,02301		126	3,39955	3,49892
57	2,80458	3,02744		127	3,30064	3,51179
58	2,90982	3,03184		128	3,34484	3,52493
59	3,02835	3,03621		129	3,64145	3,53835
60	3,01171	3,04056		130	3,18191	3,55206
61	2,88520	3,04490		131	3,73122	3,56605
62	3,18720	3,04922		132	3,71784	3,58034
63	3,57376	3,05353		133	3,13882	3,59493
64	3,48961	3,05784		134	3,73159	3,60982
65	2,91631	3,06215		135	3,68807	3,62502
66	3,10386	3,06646		136	3,67465	3,64052
67	2,81546	3,07078		137	3,74910	3,65635
68	3,07902	3,07512		138	3,86104	3,67249
69	3,20412	3,07947		139	3,71524	3,68896
70	3,32150	3,08384		140	3,81096	3,70575

Fuente de variación	Grados de libertad	Suma de cuadrado	Cuadrado medios	F
D. a la regresión	3	10,1186	3,3728675	106,1955
Error	136	4,319484	0,0317609	
Total	139	14,43809		

$r^2 = 0,700827$ El 70.08% de la variación esta explicado

X=dias
y=precio obtenido por indice.
y'=regresión.

Grafico de la regresión de precios de la opción AHM DC006 en el periodo de 1997



Fuente BMV
x=días
y=precio obtenido por el índice

CONCLUSIONES.

Para entender un índice sobre opciones, antes se requiere del estudio de éstas y un conocimiento profundo de como se conforman siendo así como se explica en el primer capítulo, no obstante el cálculo del precio teórico representa el análisis matemático de personas preparadas en el campo por su alto nivel de matemáticas como se puede apreciar en el segundo capítulo, el modelo de Black and Scholes.

La variable fundamental de una opción es la volatilidad por lo que es de esperarse que el modelo de un índice sobre opciones dependa de ésta, no obstante existen diferentes tipos de índices.

En el último capítulo se demostró que es posible construir un índice de títulos opcionales (ecuación 4.9),y bajo las circunstancias del mercado adaptarse (ecuación 4.10),este índice no es un comparativo de un periodo a otro si no que es un cuantificador ponderado que permite la obtención del precio de la opción de manera sencilla, en otros índices por ejemplo el del IPC si el índice sube quiere decir que el precio de las acciones en promedio subieron mientras que en el caso del índice de precios para títulos no porque el índice puede subir o bajar sin que afecte de ninguna manera el subyacente (ver tabla 8).

La construcción de tablas es sencilla (Tabla1-6,8),una vez obtenida la fórmula el índice de manera sistemática y cronológica se podrá obtener para primero tener una base histórica pero mas importante poder tener una metodología ya hecha que no permita el acaparamiento y la manipulación de los precios, cosa que sucede a menudo en los mercados emergentes .

Una característica del índice es que dado el resultado con este se puede calcular el precio teórico de la opción de manera sencilla solamente es necesario el subyacente del título y el índice multiplicados para obtenerlo.

En la tabla 7 se aprecia el cálculo de todos los precios teóricos de un día ,por el método de Black and Scholes y por el de el índice; donde todas los subyacentes son las de la muestra de ese bimestre ; los parámetros de B & S son :

S=X

T-t=1 año

volatilidad=dada

T.L..R=0.000001

y en el cálculo por medio del índice los supuestos conocidos.Es claro que los dos precios se aproximan bastante,esto es ventajoso para aquellas personas que desean tener el precio de la opción de manera fácil su forma de cálculo es mucho mas sencilla al solo multiplicar el subyacente (Si) por el índice del día por ejemplo:

Precio con Black and Scholes T.L.R=.00001		**Precio con el índice y subyacente**	
AHMSA	3.089174	AHMSA	3.228682

donde el cálculo por Black and Scholes es como se dice en el capítulo 2 ecuación (2.44) ,mientras que el otro simplemente es 0.150521324x 21.45000=3.228682

Se recopilaron sobre la serie de Ahmsa A ,los precios últimos de los títulos opcionales AHM DC006 durante un periodo aproximado de un año para poder hacer el comparativo entre estos precios y los obtenidos por el índice, mediante un análisis de regresión y se observó que los datos estan explicados a un 70%,muestra significativa de exactitud ya que cuando operen de manera regular en el mercado las hipótesis del modelo ajustaran de manera mas significativa.

En la tabla 8 se ve claramente la relación que existe en el índice y la que hay en la volatilidad si ésta sube el índice sube y si la volatílidad baja el índice también bajará siendo la parte medular de la tesis porque aquel especulador que compra opciones también compra en ellas volatilidades y como se vió a mayor volatilidad mayor riesgo esto implica que habrá mayor ganancia o pérdida ,al tener el índice de manera eficaz se podrá comparar dos días por ejemplo el 8 de septiembre de 1997 el índice es de 0.15052132 y su volatilidad de 0.37981222 mientras que al siguiente día el índice es de 0.15185402 y su volatilidad de 0.15185402 el índice del 9 de septiembre tiene mayor riesgo que el del 8 de septiembre.
En esta tabla se recopiló en forma diaria los valores del subyacente, volatilidad, y cada uno de los índices del día durante un año.

Este índice no esta relacionado con otros indicadores como podría ser el IPC,INMEX,etc. Pero si está correlacionado con las volatilidades y las personas interesadas en los títulos opcionales (inversionistas) quieren saber el precio de la opción pero también su volatilidad variable fundamental de ellos.

Por lo tanto cuando en México empiece a operar el mercado de derivados será de mucha utilidad el índice de títulos opcionales para todos los inversionistas.

BIBLIOGRAFíA

-Black, F y M. Scholes,"The Pricing of Options and Corporate Liabilities", Journal of Political Economy,Vol.81,mayo-junio 1973,Pág 637-659.

-Black F.,"Fact and Fantasy in the Use of Options and Corporate Liability", Financial Analysts Journal,vol.31,julio-agosto 1975,págs,36-41 y 61-72.

-Black fF., "The Pricing of commodity Contracts", Journal of Financial Economics,Vol 3 , septiembre 1976,págs.167-179

-Cox,John y Mark Rubinstein, Options Marktes,Englewood Cliffs,Prentice Hall,1985.

-Geske, R. and Richar Roll, "On Valuing American Call Options With the Black-Scholes European Formula", Journal of Finance,Vol.39,junio 1984, págs.443-455.

-Hull,John,Options Futures, and Other Derivative Securites,Englewood Cliffs, Prentice Hall,1989.

-Natenberg,Sheldon,Options Volatiliti and Pricing Strategies,Chicago,Probus Publishing Company,1988.

-Whaley,Robert E.,"Valuation of America Call Options on Dividend Paying Stocks",Journal of Financial Economics,Vol 10,1982,págs 29-58.