

0116/12  
24.



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

FACULTAD DE INGENIERIA

DIVISION DE ESTUDIOS DE POSGRADO

DETECCION DE DAÑO EN MODELOS  
TRIDIMENSIONALES DE EDIFICIOS

**T E S I S**

P R E S E N T A D A P O R :

JOSE JESUS SOSA SANCHEZ

PARA OBTENER EL GRADO DE:

MAESTRO EN INGENIERIA

( E S T R U C T U R A S )

DIRIGIDA POR:

DR. JOSE ALBERTO ESCOBAR SANCHEZ



MEXICO, D. F.

1998

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

265/43



Universidad Nacional  
Autónoma de México



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

**Q**uiero dedicar este trabajo a toda mi familia, en especial a mi mamá y a mi papá, por todo lo que me han enseñado, por el apoyo brindado en los momentos difíciles, y porque casi todo lo que soy se debe a la educación que de ellos he recibido.

**U**demás, espero que mis hermanas Fabiola, Isis y Priscilla, al igual que mi hermano Hugo, encuentren interesante este trabajo, después de querer verlo terminado durante todo el año pasado.

*Con cariño, Jesús.*

 gradecimiento especial merece el Dr. José Alberto Escobar Sánchez por la entusiasta dirección y apoyo mostrado para la realización de este trabajo, así como el Dr. David Murià Vila por las interesantes observaciones y comentarios sobre el original, además de los Drs. Roberto Gómez Martínez, Orlando Javier Díaz López y Oscar López Bátiz por el tiempo y esfuerzo dedicado a la revisión crítica de este trabajo.

## Resumen

El objetivo de la tesis consiste en desarrollar un método para localizar y estimar daño estructural en modelos tridimensionales de edificios de concreto reforzado. Se utiliza como dato una estimación de la matriz de rigidez condensada de un sistema estructural, calculada a partir de los parámetros dinámicos de las estructuras que es posible medir experimentalmente: formas modales y frecuencias de vibración. El daño estructural se define como pérdida de rigidez, tanto a nivel elemento estructural como entrepiso. Así, el daño se calcula relacionando los cambios en las características dinámicas de las estructuras con los de las propiedades que las definen, particularmente la matriz de rigidez condensada.

El método desarrollado se basa en el hecho de que la matriz de transformación geométrica, que opera sobre la matriz de rigidez global de un sistema estructural para condensar sobre los grados de libertad primarios, puede ser estimada para el estado dañado de una estructura a partir de la correspondiente al estado no dañado, mediante un procedimiento iterativo.

El método se calibra aplicándolo a varios modelos estructurales para diferentes estados de daño simulado, y comparando los resultados obtenidos con los calculados mediante algunos métodos existentes de detección de daño. Para considerar la interacción carga axial-flexión biaxial en las columnas de concreto reforzado se utiliza un modelo no lineal basado en resortes, en los que los parámetros que determinan su comportamiento histerético se calculan a partir de la geometría de la sección y de las propiedades de los materiales.

Adicionalmente, el método se aplica al modelo analítico de un edificio real que presentó daño estructural durante el sismo del 19 de septiembre de 1985 en la ciudad de México. Con base en los resultados obtenidos, se discuten la precisión, alcance y límites de aplicación del método propuesto para detectar daño estructural en modelos de edificios de concreto reforzado.

## **Abstract**

The objective of the thesis consists on developing a method to locate and estimate structural damage in three-dimensional analytical models of reinforced concrete buildings. The necessary data is an estimate of the structural system's condensed stiffness matrix, calculated from experimentally measured structural dynamic parameters; vibration modes and associated frequencies. Structural damage is defined in terms of element and story stiffness changes. Thus, damage is calculated by relating the changes of structural dynamic characteristics with the properties that define them, particularly the condensed stiffness matrix.

The developed method relies on the fact that the geometrical transformation matrix, which operates over the structural global stiffness matrix to condense it onto the primary degrees of freedom, can be estimated for the damaged state from the one corresponding to the non-damaged state, with an iterative scheme.

The method is calibrated by applying it to different simulated damaged states in several plane and three-dimensional frames, and by comparing the obtained results with those calculated using some present damage detection methods. To consider the biaxial flexure-axial load interaction on reinforced concrete columns, a non-linear hysteretic model based on springs is used. The parameters that define the inelastic behavior of this model are determined from cross section geometry and materials properties.

Furthermore, the proposed method is applied to damage detection on the analytical model of a real building that suffered structural damage after September 19, 1985 earthquake in México City. On a basis of the obtained results, the scope, applicability limits and precision of the proposed method to locate and estimate structural damage on three-dimensional reinforced concrete models are also discussed.

# Índice

---

<i>Resumen</i>	<i>V</i>
<i>Abstract</i>	<i>VI</i>
<b>1</b> <i>Introducción</i>	<i>1</i>
1.1    Objetivos y alcances	<i>2</i>
<b>2</b> <i>Antecedentes</i>	<i>4</i>
2.1    Métodos de detección de daño basados en modelos globales	<i>4</i>
2.2    Métodos de detección de daño basados en modelos simplificados	<i>7</i>
<b>3</b> <i>Análisis dinámico de estructuras</i>	<i>8</i>
3.1    Selección y reducción de grados de libertad	<i>8</i>
3.2    Condensación estática	<i>11</i>
3.2.1    Condensación estática aplicada a problemas dinámicos	<i>14</i>
3.3    Amortiguamiento viscoso	<i>16</i>
3.4    Cálculo de la matriz de rigidez a partir de modos y frecuencias	<i>20</i>
3.4.1    Modelos de cortante	<i>20</i>
3.4.2    Modelos de flexión	<i>22</i>
3.4.3    Ejemplos de aplicación	<i>24</i>
3.4.3.1    Edificio de diez niveles	<i>25</i>
3.4.3.2    Edificio de tres niveles	<i>26</i>
<b>4</b> <i>Herramienta de cómputo</i>	<i>28</i>
4.1    Modelo de multi-resortes	<i>28</i>
4.1.1    Interacción de resistencia y deformación	<i>29</i>
4.1.2    Propiedades de rigidez de los resortes	<i>31</i>
4.1.3    Resortes de concreto	<i>33</i>
4.1.4    Resortes de acero	<i>34</i>
4.2    Calibración del programa CANNY	<i>35</i>
4.2.1    Matrices de rigidez condensada, formas modales y frecuencias de vibración	<i>35</i>
4.2.2    Análisis elástico e inelástico	<i>38</i>

---

---

<b>5</b>	<b><i>Detección de daño estructural con métodos de sensibilidad</i></b>	<b>48</b>
5.1	Método de la Matriz de Sensibilidad Lineal	48
5.1.1	Descripción del método	48
5.1.1.1	Estructuras simétricas	51
5.1.2	Ejemplo de aplicación	52
5.2	Método de la Matriz de Sensibilidad No Lineal	56
5.2.1	Descripción del método	56
5.2.2	Ejemplo de aplicación	59
<b>6</b>	<b><i>Método de la Matriz de Transformación para detección de daño estructural</i></b>	<b>64</b>
6.1	Descripción del método	64
6.1.1	Notación e hipótesis	64
6.1.2	Detección de daño en marcos planos	65
6.1.2.1	Estructuras simétricas	69
6.1.2.2	Algoritmo	70
6.1.2.3	Criterios de convergencia	70
6.1.3	Detección de daño en estructuras tridimensionales	72
6.1.3.1	Comentarios	74
6.2	Ejemplos de aplicación	76
6.2.1	Marco plano de tres niveles	76
6.2.2	Marco del edificio STC	81
6.2.3	Modelo tridimensional de dos niveles	100
6.2.4	Modelo tridimensional de tres niveles	102
6.3	Comentarios	104
<b>7</b>	<b><i>Observaciones</i></b>	<b>105</b>
7.2	Métodos de sensibilidad	105
7.3	Método de la Matriz de Transformación	106
<b>8</b>	<b><i>Conclusiones y recomendaciones</i></b>	<b>109</b>
	<b><i>Referencias</i></b>	<b>113</b>

---

# 1

## Introducción

La mayoría de las estructuras civiles como edificios, torres de transmisión, puentes y plataformas marinas entre otras, acumulan daño gradualmente durante toda su vida útil. Un aspecto importante desde el punto de vista de la funcionalidad y seguridad de estas estructuras es la detección del daño, que con los avances recientes, coloca al seguimiento del estado físico de un sistema estructural al alcance de la tecnología actual. Esto es muy conveniente, debido a que se incrementan tanto la seguridad como la confiabilidad de las estructuras y de sus componentes, al tiempo que se obtiene la capacidad necesaria para prolongar su vida útil y mejorar los intervalos de servicio; al efectuar el mantenimiento por causas específicas en lugar de hacerlo por calendario. Además, con el seguimiento del comportamiento estructural se mejora el conocimiento teórico, al poder compararlo con la realidad.

Si el daño en una estructura puede ser localizado, y observarse su evolución, se estaría en posibilidad de contar con una historia de su ocurrencia, tanto en localización como en magnitud y extensión; existen registros de estructuras instrumentadas que revelan comportamiento inelástico sin que se detecte daño aparente en el edificio (Ricles y Kosmatka, 1992), mientras que daño estructural serio como el debido a los sismos de Northridge puede ser virtualmente invisible (Anderson *et al*, 1996). Así, los componentes estructurales pueden ser reparados o reemplazados antes de que se alcance algún estado peligroso y una falla costosa ocurra. Por consiguiente, los métodos de detección de daño pueden reducir la pérdida de vidas humanas y el alto costo

inherente, al permitir llevar a cabo acciones que reducen la vulnerabilidad de una estructura, y por ende, el riesgo al que está sujeta (Ordaz, 1996).

Por otra parte, existen casi tantos tipos distintos de daño como sistemas estructurales; por ejemplo, en un sistema estructural compuesto se pueden presentar la reducción del área transversal, agrietamiento general, rotura de fibras, desunión y delaminación; en sistemas estructurales metálicos el daño se presenta en forma de corrosión, grietas de fatiga, falla de conexiones, fallas dúctiles y frágiles, así como pandeo local y global; mientras que en estructuras de concreto reforzado se tienen la pérdida de recubrimiento, deslizamiento del acero de refuerzo, flujo plástico y agrietamiento por cortante, flexión o torsión, como algunas de las maneras en que se presenta daño. Estos tipos de daño pueden ocurrir en las estructuras ante un gran número de escenarios potenciales de solicitaciones como: impactos a altas y bajas velocidades, vibraciones, sobrecargas, efectos de temperatura, viento, sismos, etc. En general, al resultar dañada una estructura, existen cambios en su geometría y/o en las propiedades de los materiales de que está formada, por lo que el daño físico puede ser relacionado con el cambio de algún parámetro del modelo estructural.

El término *localización de daño* significa la ubicación en el espacio, relativa a un marco de referencia predeterminado, del cambio de un parámetro estructural; mientras que el término *magnitud del daño* denota la cantidad de la unidad utilizada para describir la severidad del daño. La definición precisa de esta unidad depende del tipo de daño físico y del método de detección.

## 1.1 Objetivos y alcances

En el presente trabajo, se estudia el problema de detección de daño estructural en modelos tridimensionales de edificios, por lo que es necesario usar o desarrollar un programa de análisis estructural tridimensional. El uso de modelos matemáticos para predecir el comportamiento tridimensional de edificios envuelve comúnmente ciertas hipótesis en algunos aspectos estructurales en los cuales existen grandes incertidumbres de su comportamiento real. Entre éstas destacan los efectos de interacción suelo-estructura, los efectos de torsión, la flexibilidad del sistema de piso, la efectividad de las juntas constructivas y la participación de los elementos no

estructurales. El considerar en forma errónea la participación de estos elementos estructurales puede conducir a estimaciones poco confiables tanto de la respuesta estructural como de los parámetros que definen el estado de daño de los elementos que constituyen a un edificio. Además, debido a que los modos de vibración que es posible medir en un edificio a través de la instrumentación, corresponden normalmente a los grados de libertad de los diafragmas de piso, es necesario relacionar el daño de los elementos con la variación en la matriz de rigidez condensada del modelo analítico.

Las consideraciones anteriores permiten establecer como objetivos y alcances de la tesis:

- Desarrollo de un método de detección de daño aplicable a modelos tridimensionales de edificios.
- Aplicación del método a modelos estructurales analíticos y a un edificio real que haya sufrido daño debido a sismos.

Para lograr lo anterior, en el presente trabajo se siguen los siguientes pasos:

- Resumen de algunos métodos existentes para la detección de daño estructural.
- Revisión del marco teórico que permite obtener la matriz de rigidez condensada de una estructura tridimensional.
- Determinación de la matriz de rigidez condensada de una estructura a partir de las formas modales y frecuencias de vibración.
- Estudio del número de modos necesarios para lograr el ajuste de la matriz anterior.
- Calibración de un programa de análisis estructural tridimensional para su uso como herramienta de cómputo.
- Evaluación del método de la Matriz de Sensibilidad aplicado a modelos tridimensionales de edificios de concreto reforzado.
- Desarrollo de un método nuevo para detección de daño estructural.
- Presentación de las conclusiones y recomendaciones derivadas del estudio realizado.

# 2

## Antecedentes

Los métodos de detección de daño pueden ser clasificados en dos tipos generales: *basados en modelos globales* y *basados en modelos simplificados*. Los métodos de detección de daño basados en modelos globales localizan y cuantifican el daño al correlacionar el modelo analítico de una estructura con información experimental de la estructura dañada. Los métodos de detección de daño basados en modelos simplificados localizan y cuantifican el daño al comparar mediciones entre dos estados de una estructura, dañado y no dañado (James *et al* 1997). Los métodos de detección de daño basados en modelos globales pueden proveer información cuantitativa del daño y de su localización a nivel elemento estructural. Estos métodos normalmente requieren de un modelo analítico cuidadosamente calibrado con información experimental de la estructura no dañada, mientras que los métodos basados en modelos simplificados, aunque más simples y directos, no proporcionan información cuantitativa del daño a nivel elemento estructural.

### 2.1 Métodos de detección de daño basados en modelos globales

Para identificar el cambio de los parámetros de una estructura relacionados con el daño físico a través de métodos de detección de daño basados en modelos globales, es necesario construir un modelo analítico que represente adecuadamente a la estructura. Lo anterior puede lograrse al observar las consideraciones de análisis presentadas por Murià y González (1994) para lograr una idealización representativa del comportamiento lineal de estructuras instrumentadas, mediante programas comerciales de análisis estructural.

Dentro de los trabajos realizados para la detección de daño estructural con métodos basados en modelos globales se pueden mencionar entre otros:

Sugahara (1997) presenta un método basado en la relación entre los términos de la matriz de rigidez lateral de un marco plano y la disminución en rigidez de los elementos estructurales, esta relación permite generar una *Matriz de Sensibilidad* característica para cada estructura; al comparar los términos de la matriz de rigidez lateral no dañada, con los de la matriz de rigidez lateral dañada, obtenida a partir de los modos y frecuencias de vibración conocidos de la estructura (Baruch e Itzhack, 1978; Zhang y Zerva, 1995), se posibilita la detección del daño estructural. En el presente trabajo este método es evaluado para su aplicación a la detección de daño en estructuras tridimensionales.

Sues (1986) ajusta una matriz de rigidez lateral para una estructura de cortante a través de una sustitución hacia atrás en el problema de valores y vectores característicos para algún modo conocido; y a través de un ajuste experimental de las características dinámicas de edificios actuales, Neuss *et al* (1983) presentan un procedimiento empírico para estimar los modos de vibración desconocidos de un edificio. Los dos métodos anteriores generan errores grandes en los valores de los modos y frecuencias estimados, y por tanto, también en la rigidez calculada para los entrepisos de una estructura.

Sohn y Law (1997) presentan un método probabilista, que utiliza como dato los parámetros modales experimentales de una estructura. En el trabajo se estudia el efecto de imprecisiones en las mediciones y del número limitado de modos que es posible medir. En las conclusiones del estudio se establece la necesidad de mejorar el método para que puedan detectarse estados de daño en los que existe una gran cantidad de elementos dañados en la estructura.

Koh *et al* (1995) presentan un método que permite localizar los entrepisos dañados de una estructura, permitiendo la presencia de daño sólo en las columnas del modelo. Esta consideración es una limitante seria, debido a que en un diseño normal se espera que ocurra más daño en las trabes que en las columnas.

Topole y Stubbs (1995) presentan un método en el que no es necesario disponer de información modal experimental inicial (estructura sin daño), requiriendo en su lugar una estimación de la rigidez inicial y del cálculo de una matriz de sensibilidad de los modos de vibración ante el daño de los elementos. El método propuesto se aplica a un marco plano de una crujía y diez niveles modelado como marco de cortante. En las conclusiones del trabajo los autores establecen que es necesario aplicar el método a estructuras más complejas. En un trabajo posterior (Stubbs y Kim, 1996) el método se aplica a una viga continua, de la que experimentalmente se obtienen sus modos de vibración. Una de las hipótesis utilizadas en el desarrollo del método es válida únicamente si la magnitud del daño, definido como degradación de rigidez de los elementos, es menor al 30%.

Cobb y Liebst (1997) presentan un método de detección de daño aplicable a armaduras. El método es aplicado al modelo experimental de una armadura espacial, en la que todos sus nodos son instrumentados; esto hace difícil su aplicación en casos reales. Aunque sólo contempla estructuras formadas con elementos barra y resortes, los autores expresan su confianza de poder ampliar la aplicación del método a otros tipos de estructuras.

Kahl y Sirkis (1996) presentan un método en el que se separa la localización y la magnitud del daño, este método se aplica a una viga en voladizo. Una limitación importante es que requiere trabajar con el modelo global de una estructura, mientras que experimentalmente, los parámetros modales que pueden ser identificados en un edificio corresponden a los de un modelo condensado.

Hassiotis y Jeong (1995) presentan una técnica de detección de daño en la que la sensibilidad de los modos de vibración se utiliza como una restricción en un problema de programación lineal. Varios criterios de optimización son estudiados y se aplica el método a un marco de acero de diez niveles y dos crujías. El método se basa en las perturbaciones de primer orden del problema de valores y vectores característicos para establecer la relación entre la matriz de rigidez global y los modos de vibración. La aproximación lograda para la detección del daño depende del número de formas modales conocidas y de la localización espacial de los elementos dañados.

Algunos otros métodos han sido desarrollados para establecer qué combinación de cambios estructurales debe hacerse para ajustar el modelo estructural a cambios específicos en las configuraciones modales y frecuencias de vibración conocidas tales como: los métodos basados en el cambio de las formas modales (Allampalli *et al* 1995), métodos basados en la matriz de flexibilidad (Peterson *et al*, 1995), métodos de sensibilidad (Stubbs y Osegueda, 1985), métodos basados en la diferencia entre las matrices de rigidez y flexibilidad (Lin, 1990), métodos de fuerzas residuales (Ricles y Kosmatka, 1992), y redes neuronales artificiales (Ferregut *et al*, 1995).

## 2.2 Métodos de detección de daño basados en modelos simplificados

Estos métodos deben su existencia en gran parte al gran número de edificios instrumentados en los últimos años debido a los programas de instrumentación permanente en países con alto riesgo sísmico. En la mayoría de estos métodos se han aplicado técnicas de identificación de sistemas, denominándose así a los procesos en los que la forma del modelo matemático y los parámetros que lo caracterizan, se definen a partir de la información experimental de excitación y respuesta, con un algoritmo que minimiza la diferencia entre la respuesta del modelo teórico y la de la estructura real. Uno de los trabajos pioneros propone un método a través del cual es posible definir secuencialmente las características modales de frecuencias y amortiguamientos para los diferentes modos de vibrar (Beck y Jennings, 1980). A fin de contemplar el comportamiento no lineal se han aplicado técnicas lineales, dividiendo la respuesta en segmentos y estimando los parámetros para cada uno de ellos (Iemura y Jennings, 1974; DiPasquale y Cakmak, 1990). Estos últimos métodos presentan la desventaja de ignorar condiciones iniciales de segmento a segmento, y la de ser una caracterización promedio de los parámetros por segmento (González, 1995). Las aplicaciones más importantes relacionadas con modelos no lineales se basan en el uso de estrategias recursivas, en las que los parámetros se ajustan en cada paso. Dada la complejidad de los modelos matemáticos, el proceso de identificación suele llevarse a cabo en modelos de un grado de libertad, por lo que no son útiles para detectar daño estructural en elementos específicos.

## 3

## Análisis dinámico de estructuras

### 3.1 Selección y reducción de grados de libertad

La formulación del modelo matemático de una estructura es la etapa más crítica de cualquier análisis estructural, debido a que la validez de los resultados calculados depende directamente de qué tan bien pueda representar el modelo el comportamiento real del sistema estructural. Para fines de esta discusión, se supone que el modelo matemático de una estructura se obtiene mediante el método directo de rigideces: expresando el equilibrio de cada nodo en función de los coeficientes de influencia de rigidez de cada elemento estructural y de los desplazamientos de los nodos interconectados, desplazamientos que son los grados de libertad del modelo (White *et al*, 1984). Solamente se consideran en detalle estructuras que se pueden idealizar a través de marcos rígidos.

El modelo matemático de una estructura idealizada con marcos rígidos se obtiene ensamblando un conjunto de elementos que están en correspondencia uno a uno con las vigas, diagonales y columnas que forman parte de la estructura real. El número de grados de libertad en el modelo está, por consiguiente, determinado por el arreglo físico de la estructura, y en general, todos los grados de libertad estarán relacionados en los esfuerzos y desplazamientos resultantes de la aplicación de una distribución de cargas estáticas cualquiera. Por otra parte, no todos los grados de libertad de una estructura necesitan ser considerados como variables independientes en el análisis de la respuesta ante una carga dinámica cualquiera. Dependiendo de la variación en el tiempo, así como de la distribución espacial de la carga, el análisis dinámico con frecuencia puede ser realizado con una cantidad mucho menor de grados de libertad, usando procedimientos como los que se explican en el presente capítulo.

Por otra parte, las estructuras pueden ser tratadas como sistemas continuos bi o tridimensionales o como combinaciones de tales componentes. Al formular modelos de este tipo, el número necesario de grados de libertad no depende únicamente de la configuración de la estructura, el refinamiento necesario para obtener una aproximación adecuada de su respuesta es una consideración importante. No todos los desplazamientos de los grados de libertad son igual de sensibles a las fuerzas de inercia en un análisis dinámico y, consecuentemente, se necesita un número menor de grados de libertad para realizar un análisis adecuado de una estructura, y así obtener sus desplazamientos dinámicos. La distribución resultante de esfuerzos puede ser determinada a partir de estos desplazamientos con un análisis estático posterior en un modelo más refinado.

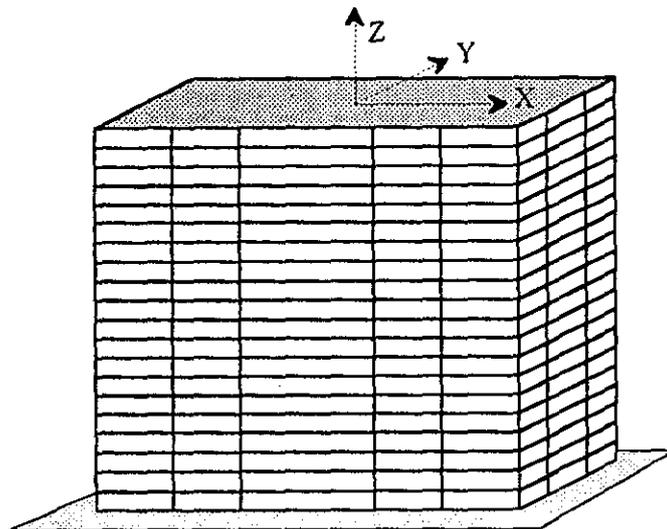


Fig. 3.3.1. Edificio de 20 niveles (2880 grados de libertad)

Probablemente la manera más simple de reducir el número de grados de libertad en un modelo matemático es introducir restricciones cinemáticas que expresen los desplazamientos de un conjunto de grados de libertad en función de un conjunto menor de desplazamientos primarios. Una de las aplicaciones más ampliamente usada de este tipo de restricciones se introduce al modelar edificios de marcos de varios niveles. Por ejemplo, el edificio de la figura 3.1.1, tiene 6 marcos paralelos al plano YZ y 4 marcos paralelos al plano XZ. Los marcos YZ contienen un total de  $20 \times 6 \times 3 = 360$  vigas mientras que existen  $20 \times 4 \times 5 = 400$  vigas en los marcos XZ. El modelo también

incluye  $20 \times 4 \times 6 = 480$  columnas comunes a los marcos XZ y YZ; de este modo existen un total de 1240 elementos en el modelo. El número de nodos que interconectan a los elementos es igual al número de elementos comunes, esto es 480, de modo que considerando tres traslaciones y tres rotaciones por nodo, el edificio tiene un total de 2880 grados de libertad. Si se considera el efecto restrictivo de la losa de piso, este número puede reducirse casi a la mitad. Es usual suponer que la losa de piso es un diafragma rígido en su propio plano pero flexible en la dirección vertical, lo que es una representación razonable del comportamiento real de la mayoría de los sistemas de piso (Bazán y Meli, 1982). Al introducir esta suposición se reduce el número de grados de libertad de cada nodo de seis a tres, esto es; una traslación en Z, y dos rotaciones alrededor de los ejes X y Y. Además, el diafragma de cada piso tiene tres movimientos de cuerpo rígido; una rotación alrededor del eje Z y dos traslaciones en su propio plano X y Y. De esta manera, el número de grados de libertad involucrados en el análisis dinámico se reduce a  $2880/2 + 60 = 1500$ .

Una reducción adicional en el número de grados de libertad que puede ser considerada en el análisis dinámico de edificios se logra a través del método de condensación estática. Este concepto es descrito con mayor detalle posteriormente; por el momento es suficiente hacer notar que este método puede reducir los grados de libertad de este edificio a los tres movimientos de cuerpo rígido de cada losa de piso. Así, el número total de grados de libertad después de estas dos reducciones es 60, cantidad que es sólo el 2% de los 2880 incluidos en el modelo original. Al proceso descrito anteriormente, mediante el cual se calcula la matriz de rigidez condensada del modelo matemático de un edificio tridimensional, se le denomina en el presente trabajo *condensación tridimensional*.

En algunas ocasiones se utilizan restricciones cinemáticas adicionales tanto en el análisis estático como en el dinámico de edificios, tales como que las columnas no tienen deformación axial y/o que los sistemas de piso son rígidos tanto en su plano como fuera de él. No obstante, estas suposiciones rara vez se justifican por la rigidez de los elementos que constituyen a los edificios, y deben ser empleadas sólo en circunstancias especiales. Es importante reconocer que todos los elementos estructurales son libres de deformarse debido a flexión y cortante, y que las columnas

poseen flexibilidad axial en un modelo reducido mediante condensación tridimensional (Clough, 1993).

Otra forma de llevar a cabo la formación de la matriz de rigidez para el análisis dinámico de estructuras tridimensionales es a través del método de *marcos planos acoplados* (Bazán, 1978). Este método considera que la estructura está formada por marcos planos verticales conectados horizontalmente por los sistemas de piso en cada uno de los niveles, por lo que la hipótesis de que los sistemas de piso son diafragmas rígidos también se utiliza. Una consecuencia directa de lo anterior es que la rigidez torsional de vigas, columnas y muros se desprecia. En el caso de existir muros, éstos se pueden representar por columnas anchas equivalentes (Bazán y Meli, 1982). Este método se utiliza en el capítulo 5 en el desarrollo de un procedimiento que permite la detección de daño estructural en modelos tridimensionales de edificios.

Como parte de la calibración del programa de análisis estructural usado en este trabajo, se comparan la matriz de rigidez condensada, formas y frecuencias modales de un modelo tridimensional de tres niveles. En este caso, el modelo matemático se obtiene mediante los dos procedimientos mencionados: condensación tridimensional y marcos planos acoplados; ambos con la hipótesis de diafragmas rígidos de piso y condensando estáticamente sobre los grados de libertad de éstos. Los resultados obtenidos se presentan en el capítulo 4.

### 3.2 Condensación estática

Un método práctico de llevar a cabo la reducción en el orden de la matriz de rigidez global es identificar aquellos grados de libertad por ser condensados como *dependientes o secundarios*, y expresarlos en términos de los restantes grados de libertad *independientes o primarios*. La relación entre los grados de libertad primarios y secundarios se encuentra al establecer la relación estática entre ellos, de aquí el nombre de *condensación estática* (Guyan, 1965). Este método también se utiliza en problemas estáticos para eliminar grados de libertad no deseados, tales como los grados de libertad internos de un elemento finito bi o tridimensional. A fin de describir el método supóngase que la matriz de rigidez global  $[K]$  se subdivide de modo que los grados de libertad primarios se encuentren en la submatriz  $[A]$ :

Sea el problema estático

$$\{F\} = [K]\{x\}$$

donde:

$\{F\}$  vector de fuerzas externas en los grados de libertad del modelo

$[K]$  matriz de rigidez de la estructura

$\{x\}$  desplazamientos de los grados de libertad del modelo

subdividiendo la matriz de rigidez y los vectores

$$\begin{Bmatrix} \{F_1\} \\ \{F_2\} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} [A] & [B] \\ [B]^T & [C] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{x_1\} \\ \{x_2\} \end{Bmatrix} \quad (3.2.1)$$

donde:

$\{x_1\}$  vector de desplazamientos correspondiente a los grados de libertad primarios

$\{x_2\}$  vector de desplazamientos correspondiente a los grados de libertad secundarios

$\{F_1\}$  vector de fuerzas externas en los grados de libertad primarios

$\{F_2\}$  vector de fuerzas externas en los grados de libertad secundarios

$[A], [B], [B]^T, [C]$  submatrices generadas por la partición de  $[K]$

Ahora, si las fuerzas externas en los grados de libertad secundarios son cero, se obtienen dos ecuaciones matriciales:

$$\{F_1\} = [A]\{x_1\} + [B]\{x_2\} \quad (3.2.2)$$

$$\{0\} = [B]^T\{x_1\} + [C]\{x_2\} \quad (3.2.3)$$

La suposición anterior no es una condición necesaria (Gallagher, 1975) pero es útil porque la explicación se simplifica. La ecuación 3.2.3 puede expresarse como sigue:

$$\{x_2\} = [\bar{T}]\{x_1\} \quad (3.2.4)$$

donde

$$[\bar{T}] = -[C]^{-1}[B]^T \quad (3.2.5)$$

Al sustituir las ecuaciones 3.2.4 y 3.2.5 en la ecuación 3.2.2 se obtiene la ecuación de *equilibrio estático reducida* que relaciona fuerzas y desplazamientos primarios, esto es:

$$[\bar{K}]\{x_1\} = \{F_1\} \quad (3.2.6)$$

donde la *matriz de rigidez condensada* es

$$[\bar{K}] = [A] - [B][C^{-1}][B]^T \quad (3.2.7)$$

La ecuación 3.2.4 que expresa la relación estática entre los desplazamientos primarios y secundarios puede ser escrita como sigue:

$$\begin{Bmatrix} \{x_1\} \\ \{x_2\} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} [I] \\ [\bar{T}] \end{bmatrix} \{x_1\} \quad (3.2.8)$$

renombrando la matriz del lado derecho como:

$$[T] = \begin{bmatrix} [I] \\ [\bar{T}] \end{bmatrix} \quad (3.2.10)$$

de la ecuación 3.2.8 se tiene:

$$\{x\} = [T]\{x_1\} \quad (3.2.9)$$

Sustituyendo las ecuaciones 3.2.9 y 3.2.10 en la ecuación 3.2.1, y premultiplicando por la transpuesta de  $[T]$  se obtiene:

$$[T]^T[K][T]\{x_1\} = [I][\bar{T}]^T \begin{Bmatrix} \{F_1\} \\ \{0\} \end{Bmatrix}$$

al simplificar:

$$[T]^T [K] [T] \{x_1\} = \{F_1\}$$

por inducción, de la ecuación 3.2.6

$$[\bar{K}] = [T]^T [K] [T] \tag{3.2.11}$$

La ecuación anterior muestra que la matriz de rigidez condensada  $[\bar{K}]$  puede ser expresada como una *transformación geométrica* de la matriz de rigidez global  $[K]$ . La matriz de transformación geométrica  $[T]$  es la base para desarrollar el método de detección de daño propuesto en el presente trabajo. Un estudio más amplio de las transformaciones geométricas y de la relación entre los grados de libertad primarios y secundarios se presenta por Cogan *et al* (1997).

### 3.2.1 Condensación estática aplicada a problemas dinámicos

A fin de reducir las matrices de masas y amortiguamiento, se supone que la relación estática entre los grados de libertad primarios y secundarios permanece válida en el problema dinámico. Por lo tanto, la misma transformación basada en la condensación estática de la matriz de rigidez se usa también para reducir a las matrices de masa y amortiguamiento. En general, este método de reducir el problema dinámico no es exacto e introduce errores en los resultados (Paz, 1984), la magnitud de estos errores depende tanto del número de grados de libertad reducidos como de la selección específica de éstos en una estructura particular.

Si el proceso de discretización de la estructura ha generado un número de grados de libertad sin masa rotacional o traslacional, sólo es necesario efectuar la condensación estática de la matriz de rigidez y eliminar de la matriz de masa las filas y columnas correspondientes a los grados de libertad que no tienen masa. El método de condensación estática no altera el problema original y por lo tanto se tiene un problema equivalente de valores y vectores característicos. En el caso de que la condensación se lleve a cabo sobre grados de libertad en los que el proceso de discretización ha asignado masa, las matrices de masa y amortiguamiento se obtienen usando transformaciones

análogas a la de la ecuación 3.2.11. Específicamente, si  $[M]$  es la matriz de masa del sistema, entonces la matriz de masa condensada se obtiene como

$$[\bar{M}] = [T]^T [M] [T] \quad (3.2.12)$$

donde  $[T]$  es la matriz de transformación definida por la ecuación 3.2.10. Análogamente, para un sistema amortiguado, la matriz de amortiguamiento condensada es

$$[\bar{C}] = [T]^T [C] [T] \quad (3.2.13)$$

donde  $[C]$  es la matriz de amortiguamiento del sistema. Esta forma de reducir las matrices de masas y amortiguamiento puede justificarse como sigue: la energía potencial elástica  $EP$  y la energía cinética  $EC$  de la estructura pueden expresarse como:

$$EP = \frac{1}{2} \{x\}^T [K] \{x\} \quad (3.2.14)$$

$$EC = \frac{1}{2} \{\dot{x}\}^T [M] \{\dot{x}\} \quad (3.2.15)$$

Análogamente, el trabajo  $\delta T_a$  efectuado por las fuerzas de amortiguamiento  $[C]\{\dot{x}\}$  correspondiente a un desplazamiento  $\{\delta x\}$  se expresa por

$$\delta T_a = \{\delta x\}^T [C] \{\dot{x}\} \quad (3.2.16)$$

Al introducir la transformación dada por la ecuación 3.2.9 en las ecuaciones 3.2.14 a 3.2.16, se obtienen las siguientes expresiones:

$$EC = \frac{1}{2} \{x_1\}^T [T]^T [M] [T] \{x_1\}$$

$$EP = \frac{1}{2} \{\dot{x}_1\}^T [T]^T [K] [T] \{\dot{x}_1\}$$

$$\delta T_a = \{\delta x_1\}^T [T]^T [C] [T] \{\dot{x}_1\}$$

Sustituyendo los triples productos centrales de las tres ecuaciones anteriores por las ecuaciones 3.11, 3.12 y 3.13 respectivamente, se obtiene:

$$EC = \frac{1}{2} \{x_i\}^T [K] \{x_i\}$$

$$EP = \frac{1}{2} \{\dot{x}_i\}^T [M] \{\dot{x}_i\}$$

$$\delta T_a = \{\delta x_i\}^T [C] \{\dot{x}_i\}$$

Estas tres últimas ecuaciones expresan la energía potencial, la energía cinética y el trabajo efectuado en términos de los grados de libertad primarios  $\{x_i\}$ . De aquí, las matrices  $[K]$ ,  $[M]$  y  $[C]$  pueden ser interpretadas respectivamente, como las matrices de rigidez, masa y amortiguamiento de la estructura, correspondientes a los grados de libertad primarios.

### 3.3 Amortiguamiento viscoso

Generalmente no existe necesidad de expresar el amortiguamiento viscoso de un sistema típico de varios grados de libertad por medio de la matriz de amortiguamiento, porque es más conveniente hacerlo en términos de las fracciones de amortiguamiento modal  $\xi$ . Sin embargo, existen al menos dos situaciones en análisis dinámico donde la respuesta no se obtiene por superposición de respuestas modales desacopladas (Clough, 1993) de forma que el amortiguamiento no puede expresarse por estas fracciones, en su lugar se necesita una matriz de amortiguamiento explícita. Esas dos situaciones son: estructuras con respuesta no lineal, para la que las formas modales no son constantes sino variables de acuerdo a la variación en la rigidez, y análisis de un sistema lineal con amortiguamiento no proporcional. En ambas situaciones la manera más efectiva de determinar la matriz de amortiguamiento requerida es evaluar una o más matrices de amortiguamiento. La forma más simple de formular una matriz de amortiguamiento es hacerla proporcional ya sea a la matriz de masa o a la de rigidez, porque las formas modales calculadas sin amortiguamiento serán ortogonales con respecto a cada una. El amortiguamiento no proporcional se presenta cuando una estructura está compuesta de dos o más materiales que presentan mecanismos de disipación de energía drásticamente diferentes, ocasionando que la distribución de fuerzas de amortiguamiento no sea similar a la distribución de fuerzas de inercia y elásticas; por ejemplo, un edificio con niveles inferiores de concreto reforzado y niveles superiores de acero. Al realizar

análisis inelásticos, es apropiado definir la matriz de amortiguamiento para el estado inicial elástico del sistema y suponer que esta propiedad de amortiguamiento permanece constante durante toda la respuesta, aún y cuando la rigidez pueda estar cambiando y cause disipación histerética de energía, adicional a la disipación por amortiguamiento viscoso.

Dependiendo de si la matriz de amortiguamiento se hace proporcional a la matriz de masa o a la de rigidez, puede calcularse mediante alguna de las dos expresiones siguientes:

$$[C] = \alpha[M]$$

$$[C] = \beta[K]$$

en donde las constantes de proporcionalidad  $\alpha$  y  $\beta$  tienen unidades de *1/tiempo* y *tiempo* respectivamente. A las matrices así creadas se les denomina matriz de amortiguamiento proporcional a la masa y proporcional a la rigidez, respectivamente. El patrón de amortiguamiento asociado a estas matrices puede establecerse calculando el valor del amortiguamiento modal de cada una, esto es:

$$C_n^* = \{\phi\}_n^T [C] \{\phi\}_n = \alpha \{\phi\}_n^T [M] \{\phi\}_n = \alpha m_n^* \tag{3.3.1}$$

$$C_n^* = \{\phi\}_n^T [C] \{\phi\}_n = \beta \{\phi\}_n^T [K] \{\phi\}_n = \beta \omega_n^2 m_n^* \tag{3.3.2}$$

donde:

- $n$  subíndice que denota el  $n$ -ésimo modo de vibración
- $C_n^*$  amortiguamiento modal
- $\xi_n$  fracción del amortiguamiento crítico modal
- $\{\phi\}_n$  forma modal
- $m_n^*$  masa modal
- $\omega_n$  frecuencia modal
- $[C]$  matriz de amortiguamiento
- $[M]$  matriz de masa
- $[K]$  matriz de rigidez

pero  $C_n^* = 2\xi_n \omega_n m_n^*$ , por lo tanto:

$$\xi_n = \frac{\alpha}{2\omega_n} \tag{3.3.3}$$

$$\xi_n = \frac{\beta\omega_n}{2} \tag{3.3.4}$$

Las expresiones anteriores muestran que para amortiguamiento proporcional a la masa, la fracción de amortiguamiento es inversamente proporcional a la frecuencia mientras que para amortiguamiento proporcional a la rigidez es directamente proporcional a la frecuencia. Es importante hacer notar que la respuesta dinámica de una estructura incluye en general la contribución de todos sus modos de vibración, por lo que ninguna de estas matrices de amortiguamiento es adecuada para un sistema de múltiples grados de libertad en el que las frecuencias de los modos significativos cubren un intervalo extenso, debido a que la amplitud relativa de los distintos modos es distorsionada por fracciones de amortiguamiento inapropiadas. Una mejora obvia se produce si el amortiguamiento se supone proporcional a una combinación de las matrices de rigidez y masas:

$$[C] = \alpha[M] + \beta[K] \tag{3.3.5}$$

A este amortiguamiento se le conoce como amortiguamiento de Rayleigh, en honor a Lord Rayleigh quien fue el primero en sugerir su uso (Rayleigh, 1945). Por analogía con el desarrollo de las ecuaciones 3.3.1 a 3.3.4, es evidente que este amortiguamiento conduce a la siguiente relación entre la fracción de amortiguamiento y la frecuencia:

$$\xi_n = \frac{\alpha}{2\omega_n} + \frac{\beta\omega_n}{2} \tag{3.3.6}$$

En la figura 3.3.1 se muestra gráficamente la relación expresada con la ecuación anterior. Es evidente que los dos factores  $\alpha$  y  $\beta$  pueden ser evaluados al resolver un sistema de ecuaciones, si las fracciones de amortiguamiento  $\xi_i$  y  $\xi_j$  asociadas a dos frecuencias  $\omega_i$  y  $\omega_j$  son conocidas. Escribiendo la ecuación 3.3.6 para cada uno de estos dos casos, y expresando en forma matricial las dos ecuaciones se tiene:

$$\begin{Bmatrix} \xi_i \\ \xi_j \end{Bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \frac{1}{\omega_i} & \omega_i \\ \frac{1}{\omega_j} & \omega_j \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \alpha \\ \beta \end{Bmatrix} \tag{3.3.7}$$

al resolver el sistema de ecuaciones anterior se obtienen las constantes:

$$\begin{Bmatrix} \alpha \\ \beta \end{Bmatrix} = 2 \frac{\omega_i \omega_j}{\omega_j^2 - \omega_i^2} \begin{bmatrix} \omega_j & -\omega_i \\ -\frac{1}{\omega_i} & \frac{1}{\omega_j} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \xi_i \\ \xi_j \end{Bmatrix} \tag{3.3.8}$$

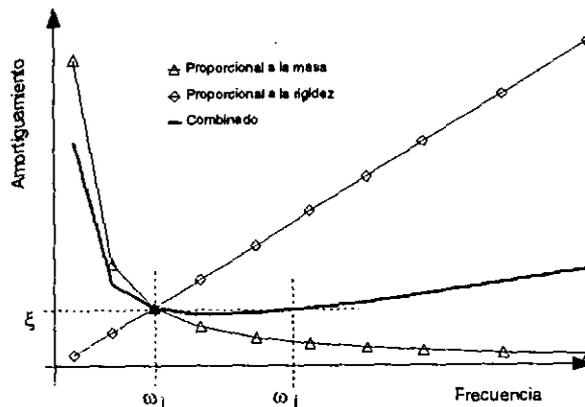


Fig. 3.3.1. Relación entre la fracción de amortiguamiento y la frecuencia.  $\xi$  es el valor deseado para el amortiguamiento combinado en los modos con las frecuencias  $\omega_1$  y  $\omega_2$ ; mientras que en el caso de amortiguamiento proporcional tanto a la rigidez como a la masa,  $\xi$  corresponde a  $\omega_1$ .

Una vez que estas constantes se han evaluado, la matriz de amortiguamiento que proporciona los valores requeridos de las fracciones de amortiguamiento en las frecuencias especificadas se calcula con la ecuación 3.3.5. Dado que rara vez se cuenta con información detallada acerca de la variación de las fracciones de amortiguamiento con la frecuencia, usualmente se supone que la misma fracción de amortiguamiento se aplica a ambas frecuencias, es decir  $\xi_i = \xi_j = \xi$ . En este caso, los factores de proporcionalidad se obtienen con una versión simplificada de la ecuación 3.3.8, esto es:

$$\begin{Bmatrix} \alpha \\ \beta \end{Bmatrix} = \frac{2\xi}{\omega_j + \omega_i} \begin{Bmatrix} \omega_i \omega_j \\ 1 \end{Bmatrix} \tag{3.3.9}$$

Al aplicar este procedimiento para obtener la matriz de amortiguamiento en la práctica, es recomendable que  $\omega_1$  sea la frecuencia fundamental del sistema y que  $\omega_j$  sea la frecuencia del modo superior más alto que se piense contribuya significativamente en la respuesta dinámica. Al hacer esto se asegura que la fracción de amortiguamiento deseada sea obtenida para estos dos modos. Mientras que, como se muestra en la figura 3.3.1, todos los modos con frecuencias intermedias obtendrán valores un poco menores de amortiguamiento, al tiempo que todos los modos con frecuencias superiores a  $\omega_j$  tendrán fracciones de amortiguamiento que se incrementan monótonicamente con la frecuencia. El resultado final es que la respuesta de los modos superiores con frecuencias altas es efectivamente eliminada debido al gran valor de las fracciones de amortiguamiento.

### 3.4 Cálculo de la matriz de rigidez a partir de modos y frecuencias

#### 3.4.1 Modelos de cortante

Un edificio de cortante puede definirse como una estructura en la que no existe rotación de ninguna sección horizontal al nivel de las losas de entrepiso. El nombre de edificio de cortante se debe a que el edificio deformado tiene mucho parecido a una viga en voladizo que se deforma únicamente debido a la aplicación de fuerzas cortantes. Para poder considerar un edificio como de cortante se hacen las siguientes suposiciones:

- La masa se concentra a la altura de las losas de entrepiso.
- Las trabes son infinitamente rígidas en comparación con las columnas.
- La deformación de la estructura es independiente de las fuerzas axiales en las columnas.

Numerando los grados de libertad a partir del entrepiso inferior y llamando  $k_i$  a la rigidez  $i$  de los  $n$  entrepisos del modelo, el problema de valores y vectores característicos se expresa para el modo  $j$  como:

$$([K] - \omega^2[M])\{\phi_j\} = \{0\} \quad (3.4.1)$$

que para una estructura de cortante se convierte en:

$$\begin{bmatrix} k_1+k_2 & -k_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -k_2 & k_2+k_3 & -k_3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -k_3 & k_3+k_4 & & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & & \dots & & & \\ 0 & 0 & 0 & & \dots & k_{n-1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & k_{n-1} & k_{n-1}+k_n & -k_n \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -k_n & k_n \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \phi_{1,j} \\ \phi_{2,j} \\ \phi_{3,j} \\ \dots \\ \phi_{n-2,j} \\ \phi_{n-1,j} \\ \phi_{n,j} \end{Bmatrix} = \omega_j^2 [M] \begin{Bmatrix} \phi_{1,j} \\ \phi_{2,j} \\ \phi_{3,j} \\ \dots \\ \phi_{n-2,j} \\ \phi_{n-1,j} \\ \phi_{n,j} \end{Bmatrix} \quad (3.4.2)$$

donde:

$\phi_{(1,2,3,\dots),j}$  componente 1,2,3,... del modo  $j$

$k_{1,2,3,\dots}$  rigidez de los entrepisos 1,2,3,...

$\omega_j$  frecuencia angular del modo  $j$

$[M]$  matriz diagonal que contiene a las masas de los  $n$  entrepisos  $m_1, m_2, \dots, m_n$

Desarrollando la primera ecuación del sistema anterior para dos modos  $j$  y  $k$ , se puede establecer un sistema de ecuaciones con dos incógnitas  $k_1$  y  $k_2$ :

$$\begin{aligned} (k_1+k_2)\phi_{1,j} - k_2\phi_{2,j} &= \omega_j^2 m_1 \phi_{1,j} \\ (k_1+k_2)\phi_{1,k} - k_2\phi_{2,k} &= \omega_k^2 m_1 \phi_{1,k} \end{aligned} \quad (3.4.3)$$

Al resolverlo se obtienen las rigideces de entropiso  $k_1$  y  $k_2$ ; desarrollando la tercera ecuación del sistema dado por la ecuación 3.4.1, para los modos  $j$  y  $k$ , se obtiene otro sistema de ecuaciones con dos incógnitas  $k_3$  y  $k_4$ :

$$\begin{aligned} -k_3\phi_{2,j} + (k_3+k_4)\phi_{3,j} - k_4\phi_{4,j} &= \omega_j^2 m_3 \phi_{3,j} \\ -k_3\phi_{2,k} + (k_3+k_4)\phi_{3,k} - k_4\phi_{4,k} &= \omega_k^2 m_3 \phi_{3,k} \end{aligned} \quad (3.4.4)$$

De esta forma, conocidos dos modos  $j$  y  $k$  se puede establecer el siguiente procedimiento para obtener secuencialmente las rigideces de entropiso  $k_i$ :

$$k_{z+1} = \frac{\omega_k^2 m_z \phi_{z,k} (\phi_{z,j} - \phi_{z-1,j}) - \omega_j^2 m_z \phi_{z,j} (\phi_{z,k} - \phi_{z-1,k})}{(\phi_{z,j} - \phi_{z-1,j})(\phi_{z,j} - \phi_{z-1,j}) - (\phi_{z,j} - \phi_{z-1,j})(\phi_{z,k} - \phi_{z-1,k})} \quad z = 1,3,5,\dots,n$$

(3.4.5)

$$k_z = \frac{(\omega_j^2 m_z \phi_{z,j} - k_{z+1})(\phi_{z,j} - \phi_{z+1,j})}{(\phi_{z,j} - \phi_{z-1,j})}$$

El procedimiento anterior es válido para cualquier orden de la matriz de rigidez  $[K]$ ; conocidos dos modos de vibración, usualmente los dos primeros;  $j$  igual a uno,  $k$  igual a dos, se calculan todas las rigideces de entrepiso  $k_i$  y se ensambla la matriz de rigidez  $[K]$ , a partir de la cual se pueden determinar todos los modos superiores mediante la ecuación 3.4.2.

### 3.4.2 Modelos de flexión

En estos modelos, la condensación tridimensional de la matriz de rigidez global o el acoplamiento por marcos planos genera una matriz de rigidez condensada  $[\bar{K}]$  de orden  $r \times r$ . Por otra parte, si una matriz  $[A]$  es multiplicada por ella misma  $p$  veces, es posible demostrar mediante álgebra lineal (Strang, 1980) que:

$$[A]^p = [\Phi][\lambda]^p[\Phi]^{-1} \tag{3.4.6}$$

donde  $[\Phi]$  es la matriz de vectores característicos de la matriz  $[A]$  y  $[\lambda]^p$  una matriz diagonal que contiene los valores característicos de la matriz  $[A]$  elevados a la potencia  $p$ . Además, el problema de valores y vectores característicos de la ecuación 3.4.1 se puede expresar también para el modo  $i$  como:

$$([M]^{-1}[\bar{K}] - \omega_i^2 [I])\{\phi_i\} = \{0\} \tag{3.4.7}$$

donde  $[I]$  es la matriz identidad. Si en la ecuación 3.4.6 se hace  $p$  igual a uno, y en la ecuación anterior el producto  $[M]^{-1}[\bar{K}]$  se hace corresponder a la matriz  $[A]$ , usando las dos últimas ecuaciones y despejando se obtiene:

$$[M]^{-1}[\bar{K}] = [\Phi][\Omega^2][\Phi]^{-1} \tag{3.4.8}$$

donde  $[\Phi]$  y  $[\Omega^2]$  son las matrices de vectores y valores característicos respectivamente del producto  $[M]^{-1}[\bar{K}]$ . Debido a las propiedades de ortonormalización de la matriz  $[\Phi]$ :

$$\begin{aligned} [\Phi]^T[M][\Phi] &= [I] \\ [\Phi]^T[K][\Phi] &= [\Omega^2] \end{aligned} \tag{3.4.9}$$

postmultiplicando ambos lados de la primera ecuación anterior por la matriz  $[\Phi]^{-1}$ :

$$[\Phi]^{-1} = [\Phi]^T[M] \tag{3.4.10}$$

sustituyendo esta expresión en la ecuación 3.4.8

$$[M]^{-1}[\bar{K}] = [\Phi][\Omega^2][\Phi]^T[M] \tag{3.4.11}$$

premultiplicando esta ecuación por  $[M]$  se obtiene la matriz de rigidez:

$$[\bar{K}] = [M][\Phi][\Omega^2][\Phi]^T[M] \tag{3.4.12}$$

Si el proceso de discretización de la estructura asigna masas sólo a los grados de libertad de cada entresolio (la matriz de masas es diagonal), el  $ij$ -ésimo término de la matriz de rigidez condensada puede calcularse a partir de la ecuación 3.4.12 como:

$$k_{i,j} = m_i m_j \sum_{z=1}^{nmc} \phi_{i,z} \omega_z^2 \phi_{j,z} \tag{3.4.13}$$

donde:

- $nmc$  número de modos conocidos
- $m_i$  masa del grado de libertad  $i$
- $m_j$  masa del grado de libertad  $j$

Análogamente, el  $ij$ -ésimo término de la matriz de flexibilidad  $[K]^{-1}$  se puede calcular mediante:

$$k_{i,j}^{-1} = \sum_{z=1}^{nmc} \phi_{i,z} \omega_z^{-2} \phi_{j,z} \tag{3.4.14}$$

Las expresiones anteriores son exactas si todos los modos de vibración de la estructura se conocen ( $nmc=r$ ). En caso contrario la suma calculada para cada término de la matriz de rigidez condensada o de flexibilidad oscila alrededor del valor correcto dependiendo de la cantidad de modos de vibración conocidos. En la siguiente sección se presenta su aplicación para la detección del daño estructural y la estimación de modos superiores de un marco del que se conocen los dos primeros modos de vibración.

Un aspecto interesante que se puede observar en las expresiones anteriores, es que la contribución de los modos superiores de vibración en el cálculo de un término de la matriz de rigidez condensada de un sistema estructural, es mayor que la de los modos fundamentales, debido a que la contribución de cada modo en la suma expresada en la ecuación 3.4.13 es función del cuadrado de la frecuencia. Caso contrario ocurre en el cálculo de un término de la matriz de flexibilidad, en la que los modos fundamentales son más importantes, ya que la contribución de cada modo es función del recíproco del cuadrado de la frecuencia. Esta observación puede implicar que en la práctica, debido a que los modos de vibración que es posible medir son los fundamentales, la estimación de la matriz de flexibilidad de un sistema puede ser mejor que la de la matriz de rigidez.

### 3.4.3 Ejemplos de aplicación

Las ecuaciones 3.4.5, 3.4.13 y 3.4.14, que permiten calcular la matriz de rigidez de una estructura a partir de sus modos y frecuencias de vibración se calibran con un marco plano de diez niveles, modelado como marco de cortante y como marco de flexión. Al conocer los dos primeros modos de vibración de un modelo analítico de flexión, es posible calcular las rigideces de entrepiso de una estructura de cortante, que posea modos de vibración equivalentes a estos dos modos con la ecuación 3.4.5. Ensamblando la matriz de rigidez asociada con la ecuación 3.4.2, se calculan todos los modos de vibración restantes. Si se supone que los modos superiores desconocidos del modelo de flexión son similares a los determinados para la estructura de cortante, se puede estimar la matriz de rigidez del modelo de flexión con la ecuación 3.4.13.

### 3.4.3.1 Edificio de diez niveles

En la figura 3.4.1a se muestran las propiedades estructurales de un edificio de una cruzija y diez niveles, sus características estructurales proporcionan un periodo de vibración semejante al de una estructura real con el mismo número de pisos. En la figura 3.4.2 se muestran los casos de degradación de la rigidez de entrepiso estudiados usando el modelo de cortante del edificio. El error relativo máximo cometido en la estimación de la rigidez de un entrepiso utilizando la ecuación 3.4.5 es de 0.007% al utilizar los dos primeros modos de vibración. Con base en estos resultados se puede establecer que las rigideces de entrepiso de una estructura de cortante obtenidas con dos modos conocidos son materialmente exactas, pudiéndose captar la variación en la rigidez a flexión de cualquiera de los elementos que contribuyen a la rigidez del entrepiso.

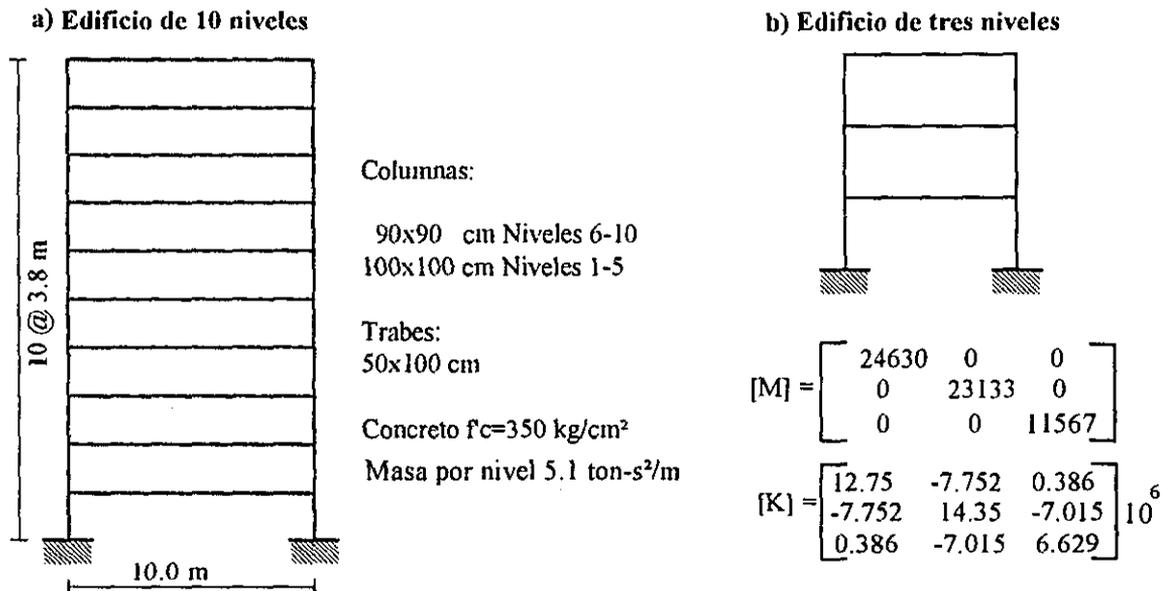


Fig. 3.4.1. Modelos estudiados y propiedades estructurales

Al modelar como edificio de flexión la misma estructura, se calcula su matriz de rigidez lateral y modos de vibración. Si se lleva a cabo el procedimiento inverso de reconstruir la matriz de rigidez lateral de la estructura a partir de los modos de vibración utilizando la ecuación 3.4.13, se obtiene un error relativo máximo de 0.0015% en los términos de la matriz de rigidez. De aquí se concluye que esta ecuación permite calcular correctamente todos los términos de la matriz de rigidez lateral del marco de un edificio modelado como estructura de flexión.

### 3.4.3.2 Edificio de tres niveles

Las propiedades estructurales del modelo de flexión de este edificio se muestran en la figura 3.4.1b (Biggs, 1964). Este modelo se usa también (Escobar, 1996) para calibrar la aplicación de un método de estimación de la matriz de rigidez a partir de modos y frecuencias conocidos (Baruch e Itzhack, 1978).

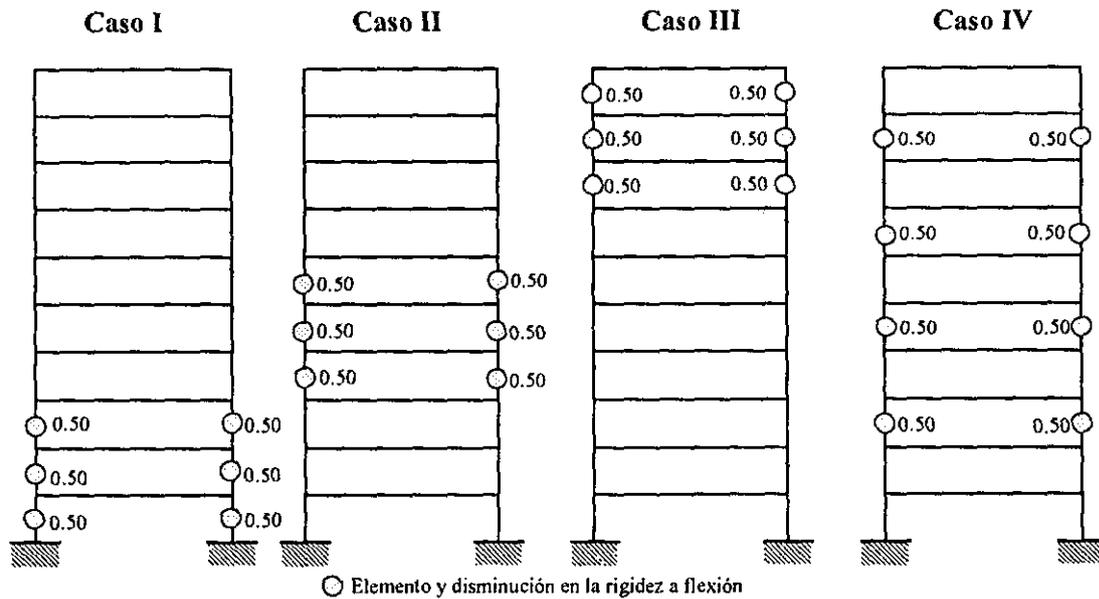


Fig. 3.4.2. Casos de daño estudiados en el modelo de cortante del edificio de 10 niveles. El daño reportado es un factor que multiplica a la rigidez a flexión de las columnas del modelo.

Con los dos primeros modos de vibración del modelo analítico de flexión se calcula la matriz de rigidez de una estructura de cortante equivalente usando la ecuación 3.4.5, de la que se determinan sus modos y frecuencias. Los modos de vibración de ambos modelos se comparan mediante el error relativo en la amplitud modal (Figura 3.4.3), considerando como exactos a los valores del modelo de flexión y como aproximados los del modelo de cortante; la magnitud de estos errores relativos es menor al 1.5%. Los periodos de vibración se muestran en la figura 3.4.4. Se puede observar que la diferencia entre el tercer modo real del modelo de flexión y el correspondiente al modelo de cortante equivalente es, en términos de error relativo, menor al 5%. Al considerar como desconocido al tercer modo del modelo de flexión y utilizar el del modelo de cortante, se puede calcular la matriz de rigidez lateral del modelo de flexión de la estructura. Los errores relativos en los términos de esta matriz se presentan en la tabla 3.4.1; la magnitud máxima de este error es inferior al 11%.

## 4

## Herramienta de cómputo

Para llevar a cabo la aplicación del método de la Matriz de Sensibilidad para detección de daño en modelos tridimensionales de edificios, son utilizadas varias versiones del programa CANNY (Li, 1989) como herramienta de cómputo. Este es un programa de análisis estructural de propósito general desarrollado para el análisis inelástico tridimensional de edificios de concreto reforzado sujetos a cargas dinámicas y estáticas. El programa utiliza una rutina de reenumeración de nodos y grados de libertad que optimiza los requerimientos de memoria, además de usar el método *skyline* para guardar la matriz de rigidez global. Posee varios modelos histeréticos que permiten representar la degradación en rigidez y resistencia, así como el estrechamiento de los ciclos de histéresis de los elementos estructurales, además de considerar el efecto P- $\Delta$ .

Debido a que la interacción entre la carga axial y la flexión biaxial afecta el comportamiento inelástico de las estructuras, se han llevado a cabo varias investigaciones con la finalidad de entender los efectos de esta interacción en edificios de concreto reforzado (Lai, 1985; Li *et al*, 1988; Li y Otani, 1992). Basándose en los resultados obtenidos se desarrolló un modelo matemático denominado *modelo de multi-resortes*. Este modelo ha sido incluido en el programa CANNY, y permite simular la interacción carga axial-flexión biaxial en los elementos estructurales de concreto reforzado, principalmente columnas.

### 4.1 Modelo de multi-resortes

El diagrama momento-curvatura de una sección de concreto reforzado se basa normalmente en tres suposiciones: hipótesis de Bernoulli de que las secciones planas antes de la deformación permanecen planas después de la deformación, relaciones uniaxiales esfuerzo-deformación unitaria, y equilibrio de fuerzas (Kent y Park, 1971).

La deformación de un elemento estructural puede calcularse integrando dos veces su curvatura con respecto a su longitud. No obstante, la deformación así calculada subestima a la medida experimentalmente porque la hipótesis de Bernoulli se cumple sólo de forma aproximada, y las deformaciones adicionales debidas al agrietamiento por cortante y deslizamiento del acero longitudinal de refuerzo no son consideradas. Por consiguiente, en el análisis no lineal de edificios de concreto reforzado, muchos investigadores han supuesto que la deformación inelástica se concentra en los extremos de los elementos estructurales usando una relación histerética momento-rotación apropiada. El método ha probado simular razonablemente la respuesta observada en pruebas a escala natural de edificios de concreto reforzado (Otani *et al*, 1985).

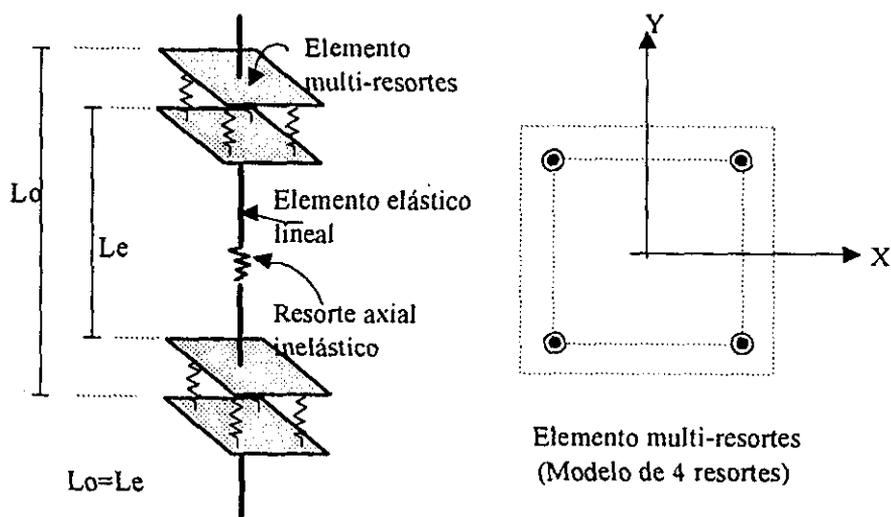


Fig. 4.1.1. Columna idealizada con elementos multi-resortes

#### 4.1.1 Interacción de resistencia y deformación

Lai *et al* (1984) proponen un modelo de multi-resortes para simular el comportamiento a flexión biaxial de columnas de concreto reforzado bajo carga axial variable. La columna se idealiza como un elemento elástico con dos elementos multi-resortes de longitud cero en los extremos (Fig. 4.1.1). El elemento multi-resortes consiste de cinco resortes longitudinales de concreto y cuatro de acero, los parámetros de los resortes se definen de forma que reproduzcan un diagrama de interacción flexión biaxial-fuerza axial a ciertos niveles de carga axial; esto hace al modelo difícil de utilizar en análisis estructural. Al modificar las propiedades histeréticas de los resortes de

concreto y acero se mostró la confiabilidad del modelo al compararlo contra resultados experimentales en columnas de concreto reforzado (Li *et al*, 1988).

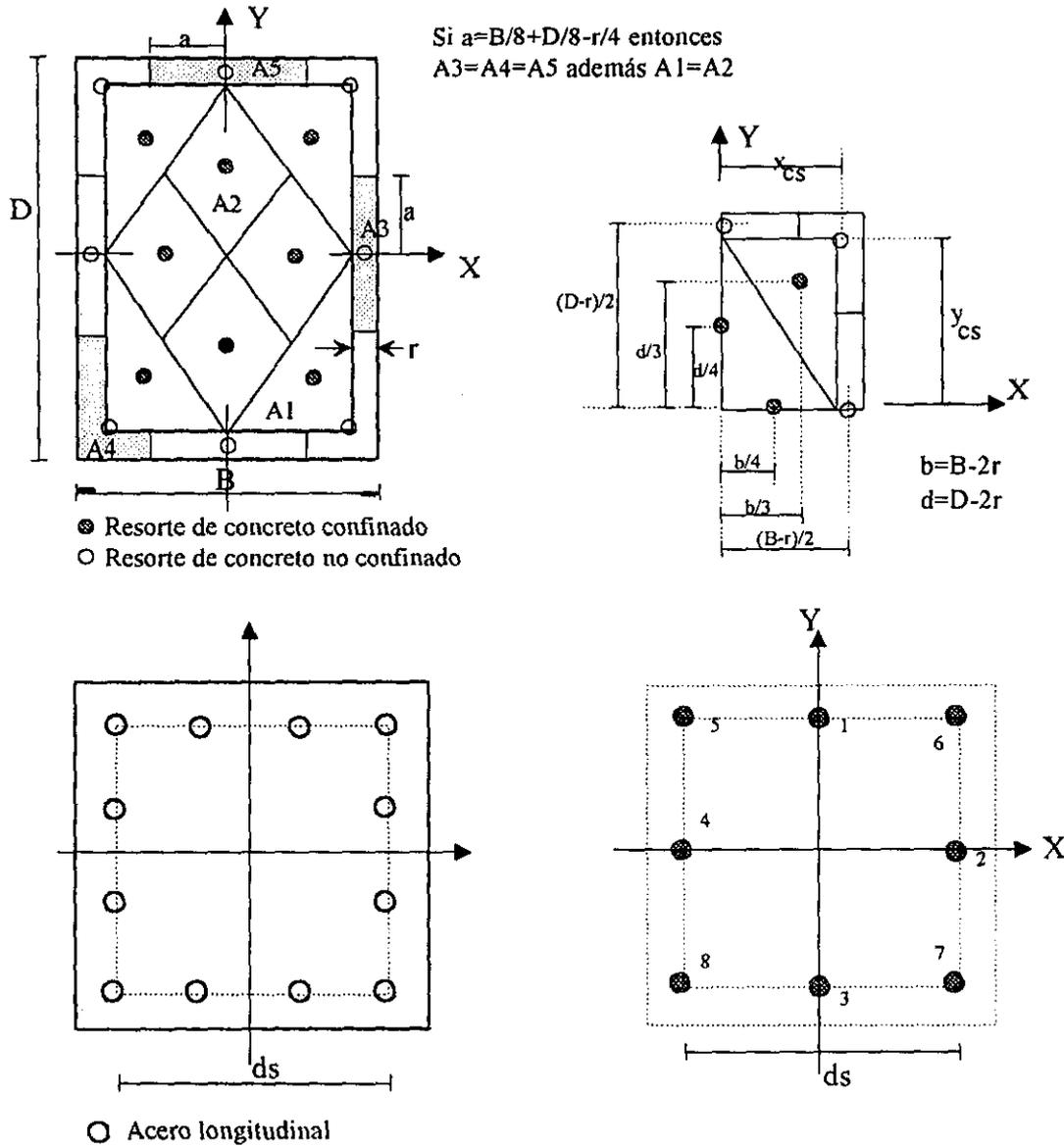


Fig. 4.1.2. Resortes para una sección rectangular de concreto reforzado

En el programa CANNY el número de resortes requeridos se incrementa con respecto al modelo de Lai *et al*, mejorándose la capacidad de simulación al tiempo que se simplifica la determinación de la rigidez de cada elemento. Para una sección rectangular de concreto reforzado, se propone el uso de ocho resortes de concreto confinado y ocho resortes de concreto no confinado

(recubrimiento) como se muestra en la figura 4.1.2. Un resorte de concreto se localiza en el centroide del área subdividida. Las propiedades de rigidez del núcleo confinado y el recubrimiento son diferentes para tomar en cuenta el efecto confinante del refuerzo transversal. Un resorte de acero puede localizarse en la posición de una varilla de refuerzo, no obstante, el resorte puede también estar localizado en el centroide de varias varillas. En la misma figura se muestra un arreglo típico usando ocho resortes para el acero. De esta forma, la localización de los resortes queda definida automáticamente sin hacer uso de un diagrama de interacción carga axial-flexión biaxial de la sección.

Por otra parte, el tiempo total de cómputo para el análisis no lineal de un edificio tridimensional sujeto a sismos en dos direcciones (Li, 1989), no se incrementa significativamente. Esto obedece a dos razones: la fluencia de columnas ocurre sólo en la base de los niveles inferiores en un edificio propiamente diseñado (viga débil-columna fuerte), y el número de grados de libertad de un elemento multi-resortes puede ser reducido a tres (dos rotaciones bidireccionales y una deformación axial).

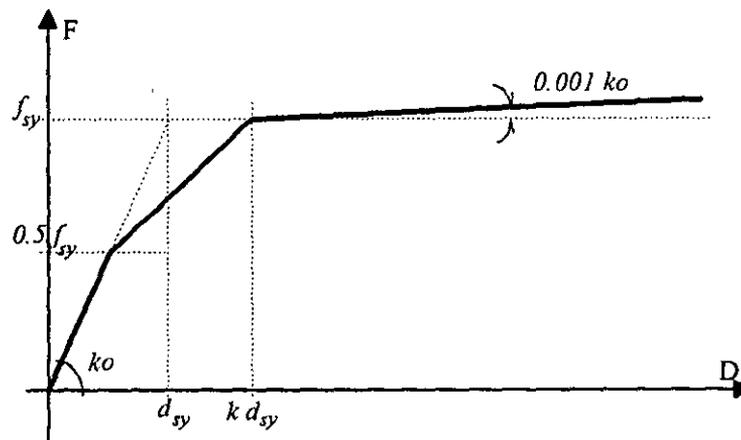


Fig. 4.1.3. Relación fuerza-desplazamiento de un resorte de acero

### 4.1.2 Propiedades de rigidez de los resortes

La fuerza de cada resorte se calcula como el producto del área tributaria del resorte y un esfuerzo en el centroide de ésta. La hipótesis de Bernoulli se usa para determinar la distribución de

deformaciones unitarias en el elemento multi-resortes. Se supone una longitud imaginaria del resorte  $\eta L_0$  que expresa la longitud de la zona plástica para calcular la deformación correspondiente a una deformación unitaria. La longitud de la zona plástica se supone igual a un medio del peralte  $D$ ; debería ser calculada considerando la variación de las deformaciones unitarias en la zona plástica, la deformación asociada con el agrietamiento del concreto más allá de la zona plástica y la deformación causada por el deslizamiento del acero de refuerzo. Para los resortes de acero y concreto se utiliza una relación trilineal de fuerza-desplazamiento (Figs. 4.1.3 y 4.4.4).

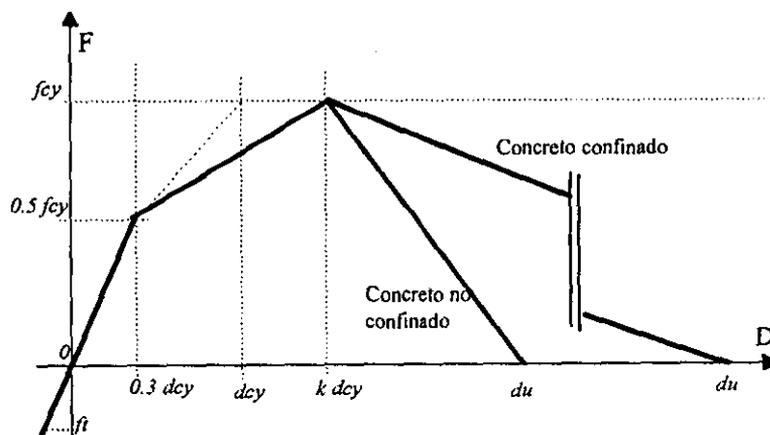


Fig. 4.1.4. Relación fuerza-desplazamiento de un resorte de concreto

La deformación por flexión en la parte media de un elemento estructural se incrementa con la relación claro libre entre peralte para un mismo estado de esfuerzos, mientras que la deformación por cortante se reduce con esta relación (Park y Paulay, 1990); la deformación causada por corrimiento de las varillas podría calcularse si la relación esfuerzo de adherencia-deslizamiento se conociera. Desafortunadamente, estas deformaciones adicionales no pueden calcularse con expresiones teóricas en el presente. Para aproximar estas deformaciones adicionales se introduce un factor empírico  $k$ :

$$k = \begin{cases} 1.0 & ; \frac{h_0}{D} \leq 1.0 \\ 1.0 + \frac{\frac{h_0}{D} - 1.0}{\frac{h_0}{D}} & ; \frac{h_0}{D} > 1.0 \end{cases}$$

donde  $\frac{h_0}{D}$  es la relación claro libre entre peralte del elemento. La ecuación anterior se obtuvo a partir de experimentos en columnas de concreto reforzado (Li *et al*, 1987), basándose en una

distribución de curvaturas como la mostrada en la figura 4.1.5; los mismos parámetros  $\eta L_o$  y  $k$  se usan para los resortes de acero y concreto.

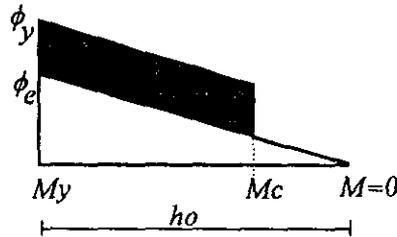


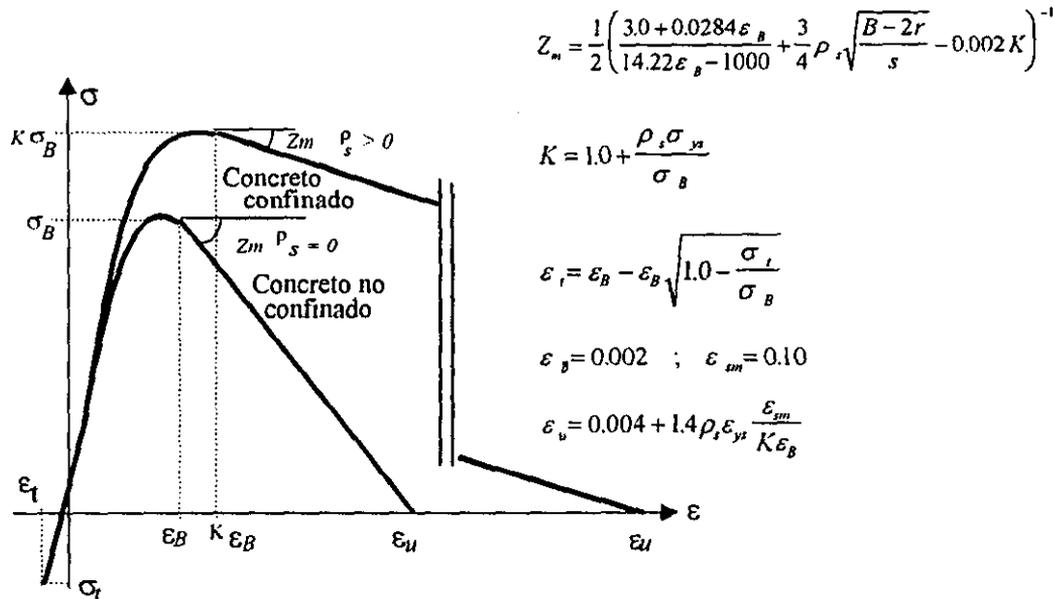
Fig. 4.1.5. Distribución supuesta de curvatura

### 4.1.3 Resortes de concreto

La relación fuerza-desplazamiento de un resorte de concreto se supone igual para el núcleo confinado y para el recubrimiento hasta que su resistencia máxima se alcanza al desplazamiento  $kd_{cy}$ . Para el concreto no confinado, el desplazamiento  $d_{cy}$  a la máxima resistencia  $\sigma_B$  se obtiene como  $d_{cy} = \epsilon_B \eta L_o$ , mientras que para el concreto confinado el desplazamiento  $d_{cy}$  a la máxima resistencia  $K\sigma_B$  se obtiene como  $d_{cy} = K \epsilon_B \eta L_o$ . La diferencia en resistencia y deformación unitaria a la que se alcanza se explica por la diferencia en el confinamiento (Figs. 4.1.4 y 4.1.6). Además, las deformaciones unitarias  $\epsilon_u, \epsilon_B$  y el factor  $K$  se obtienen con las expresiones mostradas en la figura 4.1.6 (Park *et al*, 1982).

La rigidez elástica del resorte de concreto en compresión se calcula a una resistencia de  $0.5f_{cy}$  con un desplazamiento de  $0.3d_{cy}$ , para aproximar la curva esfuerzo-deformación unitaria del concreto. La rama descendente de la relación fuerza-desplazamiento es distinta para los resortes de concreto confinado y no confinado. El desplazamiento  $d_u$  en el cual se tiene resistencia nula en ambos casos se calcula como  $d_u = Z_m k d_{cy}$  donde  $Z_m = \epsilon_u / \epsilon_B$  es la pendiente de esta rama; la rigidez inicial en tensión se supone igual a la de la rama en compresión.

Entre los parámetros que definen el modelo de histéresis del resorte de concreto en el programa CANNY, se pueden modelar las siguientes opciones: sin resistencia a tensión, sin degradación de resistencia y sin degradación de rigidez en la descarga.



- $\rho_s$  volumen de acero de confinamiento / volumen de concreto confinado
- $\sigma_B$  resistencia a la compresión del concreto en  $\text{kg/cm}^2$
- $B$  dimensión menor de la sección en cm
- $r$  recubrimiento libre en cm
- $\sigma_{yt}$  resistencia a la tensión del acero transversal en  $\text{kg/cm}^2$
- $S$  separación de estribos en cm

Fig. 4.1.6. Curva esfuerzo-deformación del concreto

### 4.1.4 Resortes de acero

El desplazamiento  $d_{sy}$  de un resorte de acero se determina a partir de la deformación unitaria de fluencia  $\epsilon_{sy}$  y de la longitud de la zona plástica del elemento  $\eta L_o$ , esto es  $d_{sy} = \epsilon_{sy} \eta L_o$ . La resistencia a la fluencia se alcanza cuando el resorte de acero tiene un desplazamiento igual a  $kd_{sy}$ . La rigidez elástica se calcula a una resistencia de  $0.5 f_{sy}$ . Un valor finito de la rigidez post-fluencia se utiliza más con el propósito de estabilizar el cómputo numérico que para considerar el endurecimiento por deformación. La relación fuerza-desplazamiento de los resortes de acero es simétrica en tensión y compresión.

El modelo histerético de los resortes de acero en CANNY tiene la opción de usar dos curvas esqueleto, bilineal o trilineal. La curva trilineal puede representar la degradación en rigidez antes de

que se alcance la resistencia de fluencia; asimismo se puede simular esta degradación en la descarga.

## 4.2 Calibración del programa CANNY

Con el fin de comprobar los resultados que se obtienen del análisis estructural no lineal con el programa CANNY, se realizan pruebas con modelos estructurales simples que pueden verificarse con otros programas de análisis estructural tridimensional inelásticos. En estas pruebas se verifica el tipo de modelación estructural usado por el programa, así como el modelo de elementos multi-resortes mediante un análisis paso a paso inelástico tridimensional.

### 4.2.1 Matrices de rigidez condensada, formas modales y frecuencias de vibración

En la figura 4.2.1 se muestra la estructura utilizada, este modelo también se usa en el presente trabajo para evaluar los métodos de detección de daño desarrollados y corresponde a un ejemplo del manual del programa STOCAL (Button *et al*, 1971). Sus propiedades estructurales se presentan en la tabla 4.2.1; con estas propiedades la estructura posee un periodo fundamental en traslación de alrededor de un segundo. Los dos tipos de modelación estructural para el cálculo de la matriz de rigidez condensada estudiados en el capítulo anterior se consideran en los siguientes tres casos:

- I.- Modelo de la estructura en el programa [SAP90] (Wilson y Habibullah, 1992).
- II.- Marcos planos acoplados [MPA].
- III.- Modelo de la estructura en el programa [CANNY] (Li, 1989).

Para realizar el caso II se utiliza el programa CAL91 (Wilson, 1991). Cabe hacer mención que el método de marcos planos acoplados depende de un ensamble de elementos unidimensionales para generar la matriz de rigidez lateral de cada marco de la estructura, matrices que posteriormente son condensadas estáticamente y después acopladas. El procedimiento se describe con mayor detalle en el capítulo 5.

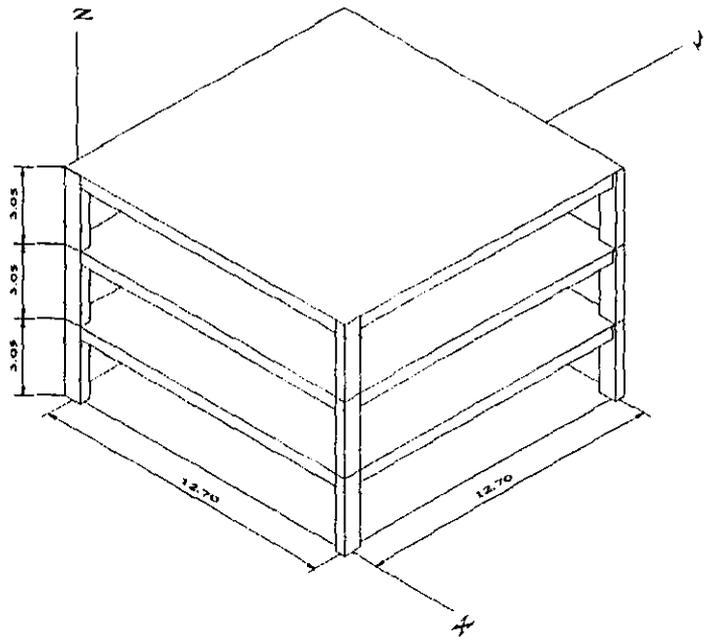


Fig. 4.2.1. Modelo tridimensional estudiado

	b (m)	h (m)	$I_x (m^4)$	$I_y (m^4)$	J (m <sup>4</sup> )	E (t/m <sup>2</sup> )	G (t/m <sup>2</sup> )	A (m <sup>2</sup> )
Trabes	0.30	0.45	227.8(10) <sup>5</sup>	101.25(10) <sup>5</sup>	238.235(10) <sup>5</sup>	1.5(10) <sup>6</sup>	0.45(10) <sup>6</sup>	0.135
Columnas	0.30	0.50	312.5(10) <sup>5</sup>	1125.5(10) <sup>5</sup>	278.35(10) <sup>5</sup>	1.5(10) <sup>6</sup>	0.45(10) <sup>6</sup>	0.150
Peso nivel	N1=60 t	N2=60 t	N3=45 t					

Tabla 4.2.1. Propiedades del modelo tridimensional de tres niveles

En la tabla 4.2.2 se presentan los periodos calculados para los tres casos estudiados, mientras que en la figura 4.2.2 se muestran las configuraciones modales. La diferencia en la frecuencia del primer modo de torsión entre los programas SAP90 y CANNY se origina en el método usado por cada programa. El programa SAP90 calcula la matriz de rigidez condensada mediante una condensación tridimensional (considerando la rigidez torsional de los elementos del modelo), mientras que el programa CANNY la obtiene acoplado marcos planos (sin considerar esta rigidez). La diferencia en las frecuencias de vibración en traslación entre CANNY y MPA se debe a que en

el segundo caso no es posible incluir la deformación por cortante por limitaciones del programa CAL91.

Al aplicar el método descrito en la sección 3.3 para calcular las constantes de proporcionalidad  $\alpha$  y  $\beta$  que permitan obtener una fracción de amortiguamiento modal del 5% en dos modos se obtienen los valores mostrados en la Tabla 4.2.3 para los siguientes casos:

- Primera y segunda frecuencia de vibración del caso I (SAP90).
- Primera y tercera frecuencia de vibración del caso I (SAP90).
- Primera y segunda frecuencia de vibración de los casos II y III (MPA y CANNY).
- Primera y tercera frecuencia de vibración de los casos III y IV (MPA y CANNY).

Periodos de vibración (s)			
Modo	SAP90	MPA	CANNY
1	0.980 X	0.969 X	0.979 X
2	0.980 Y	0.969 Y	0.979 Y
3	0.544 T	0.559 T	0.565 T
4	0.276 X	0.270 X	0.275 X
5	0.276 Y	0.270 Y	0.275 Y
6	0.156 T	0.156 T	0.159 T
7	0.139 X	0.134 X	0.139 X
8	0.139 Y	0.134 Y	0.139 Y
9	0.080 T	0.077 T	0.080 T

Tabla 4.2.2. Periodos de vibración del modelo tridimensional estudiado para los distintos tipos de modelación estructural. (T<sub>i</sub> periodo del modo i; X, Y indican modos de traslación, T indica modo de torsión.)

Las frecuencias utilizadas para el cálculo de las constantes corresponden a los modos de vibrar que en la práctica pueden contribuir a la respuesta estructural. En los dos primeros casos se utilizan los dos primeros modos de vibración, mientras que en los otros dos casos se utiliza el modo fundamental y el modo superior más alto que puede contribuir en la respuesta, en este caso el tercero. De existir una diferencia en el valor de las constantes de proporcionalidad la respuesta no lineal diferir debido a que la matriz de amortiguamiento efectiva sería distinta (Li, 1993<sup>2</sup>).

	1 <sup>er</sup> y 2 <sup>o</sup> modo			1 <sup>er</sup> y 3 <sup>er</sup> modo		
Caso	SAP90	MPA	CANNY	SAP90	MPA	CANNY
$\alpha$	0.321	0.324	0.321	0.407	0.411	0.407
$\beta$	0.008	0.008	0.008	0.006	0.006	0.006

Tabla 4.2.3. Constantes de proporcionalidad para una fracción de amortiguamiento de 5%

### 4.2.2 Análisis elástico e inelástico

Con la finalidad de calibrar el modelo de multi-resortes descrito en la sección 4.1, se analiza una estructura de un nivel sujeta a la fase intensa del sismo del 19 de septiembre de 1985, registrado en la estación SCT de la ciudad de México, en su componente este-oeste. Este registro se aplica al modelo como excitación en dos direcciones perpendiculares simultáneamente. La estructura analizada es similar en geometría a la mostrada en la figura 4.1.1, con la diferencia de que sólo tiene un nivel; sus propiedades se muestran en la tabla 4.2.4. Con fines comparativos, los análisis se realizan con el programa DYNDIR (Gillies, 1979), el cual dispone de un modelo hysterético de flexión biaxial elastoplástico, y en el programa CANNY usando el modelo de multi-resortes.

	b (m)	h (m)	$I_x (m^4)$	$I_y (m^4)$	$J (m^4)$	$E (t/m^2)$	$G (t/m^2)$	$A (m^2)$
E lástico								
Trabes	0.50	0.90	3037.5(10) <sup>8</sup>	937.5(10) <sup>8</sup>	2413.1(10) <sup>8</sup>	1.5(10) <sup>8</sup>	.45(10) <sup>8</sup>	0.45
Columnas	0.50	0.80	2133.0(10) <sup>8</sup>	833.0(10) <sup>8</sup>	2018.6(10) <sup>8</sup>	1.5(10) <sup>8</sup>	.45(10) <sup>8</sup>	0.40
Peso nivel	360 t							
Inelástico								
Trabes	0.50	0.90	3037.5(10) <sup>8</sup>	937.5(10) <sup>8</sup>	2413.1(10) <sup>8</sup>	1.5(10) <sup>8</sup>	.45(10) <sup>8</sup>	0.45
Columnas	0.40	0.60	720.0(10) <sup>8</sup>	320.0(10) <sup>8</sup>	752.9(10) <sup>8</sup>	1.5(10) <sup>8</sup>	.45(10) <sup>8</sup>	0.24
Peso nivel	400 t							

Tabla 4.2.4. Propiedades del modelo tridimensional de un nivel

Se llevan a cabo dos análisis paso a paso, uno elástico y otro inelástico, los resultados de ambos análisis se muestran en las figuras 4.2.4 a 4.2.8. En ellas, los subíndices 2 y 3 corresponden al eje local de menor y mayor momento de inercia de los elementos estructurales, respectivamente. Debido a que el programa DYNDIR obtiene la matriz de rigidez condensada mediante una

condensación tridimensional, y ya que el programa CANNY la calcula acoplando marcos planos, se presenta una diferencia en la frecuencia de vibración torsional del modelo, como se puede observar en la tabla 4.2.5.

	CANNY	DYNDIR
Frecuencia angular $\omega$ (rad/s)		
Traslación en X	14.772	14.777
Traslación en Y	14.772	14.777
Torsión	25.593	7.258
Constantes de proporcionalidad para $\xi=5\%$		
$\alpha$	0.9366	0.4867
$\beta$	0.0025	0.0045

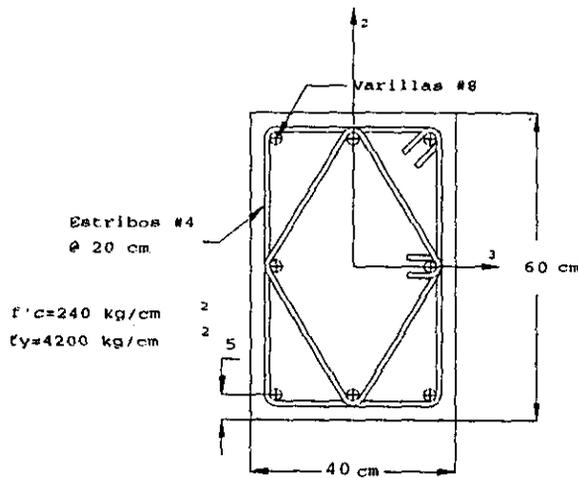
Tabla 4.2.5. Frecuencias de vibración y constantes de amortiguamiento del modelo tridimensional de un nivel

La disminución de la rigidez de los elementos estructurales entre los casos elástico e inelástico, obedece a que el armado de la sección transversal en el caso elástico impide la aparición de comportamiento inelástico en las columnas, además de conducir a un porcentaje de acero transversal en los elementos, con el que se presentan problemas de inestabilidad numérica en el programa DYNDIR.

Las propiedades del modelo de multi-resortes para el programa CANNY se generan con el archivo de datos mostrado en la figura 4.2.2a, a partir del armado de las columnas con el programa GENDMR (Generación de Datos para Multi-Resortes) desarrollado en este trabajo. Los valores de las constantes que definen la matriz de amortiguamiento en el análisis paso a paso, se calculan considerando las dos primeras frecuencias de vibración para una fracción de amortiguamiento del 5% (Tabla 4.2.5). En el caso inelástico las travesas usan un modelo elastoplástico sin degradación de rigidez con un momento de fluencia de 28.9 t-m, las propiedades consideradas para el acero de refuerzo son nominales tanto en travesas como en columnas. Los valores de los momentos de fluencia en cada eje local de las columnas para el programa DYNDIR (Fig. 4.2.2b), se obtienen a

partir de un diagrama de interacción momento-carga axial para una deformación unitaria de 0.003 en el borde del núcleo confinado de la sección transversal, usando un programa que discretiza la sección transversal de un elemento de concreto reforzado en bandas (Miranda, 1997).

Con base en los resultados mostrados en las figuras 4.2.4 a 4.2.8 puede concluirse que la respuesta estructural calculada con los dos programas coincide tanto elástica como inelásticamente; por lo tanto, se puede considerar que el modelo de multi-resortes simula de manera adecuada el comportamiento de una columna de concreto reforzado.



MUL40X60.SAL

1 1 1000 100

M5030

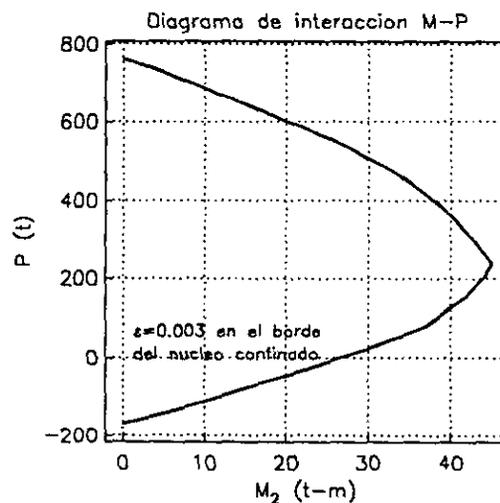
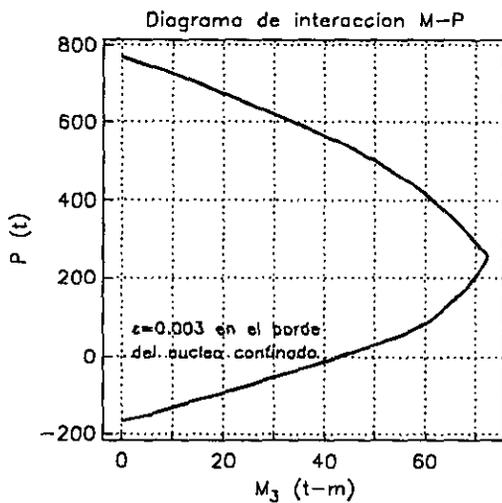
0.40 0.60 0.03 2400 42000 42000 2

0.000507 0.15 0.25 4

0.000507 0.15 0.25 3

3.05 0.20 0.0127 3.00

a) Armado de las columnas del modelo tridimensional de un nivel, y archivo de datos para el programa GENDMR, utilizado para generar las propiedades del modelo multi-resortes del programa CANNY; las unidades de este archivo son t y m.



b) Diagramas de interacción momento-carga axial de la columnas del modelo tridimensional de un nivel, las propiedades del modelo de flexión biaxial inelástico del programa DYNDIR se determinan a partir de estos diagramas.

Fig. 4.2.2. Armado y propiedades de las columnas del modelo tridimensional de un nivel estudiado para los análisis inelásticos realizados con los programas CANNY y DYNDIR

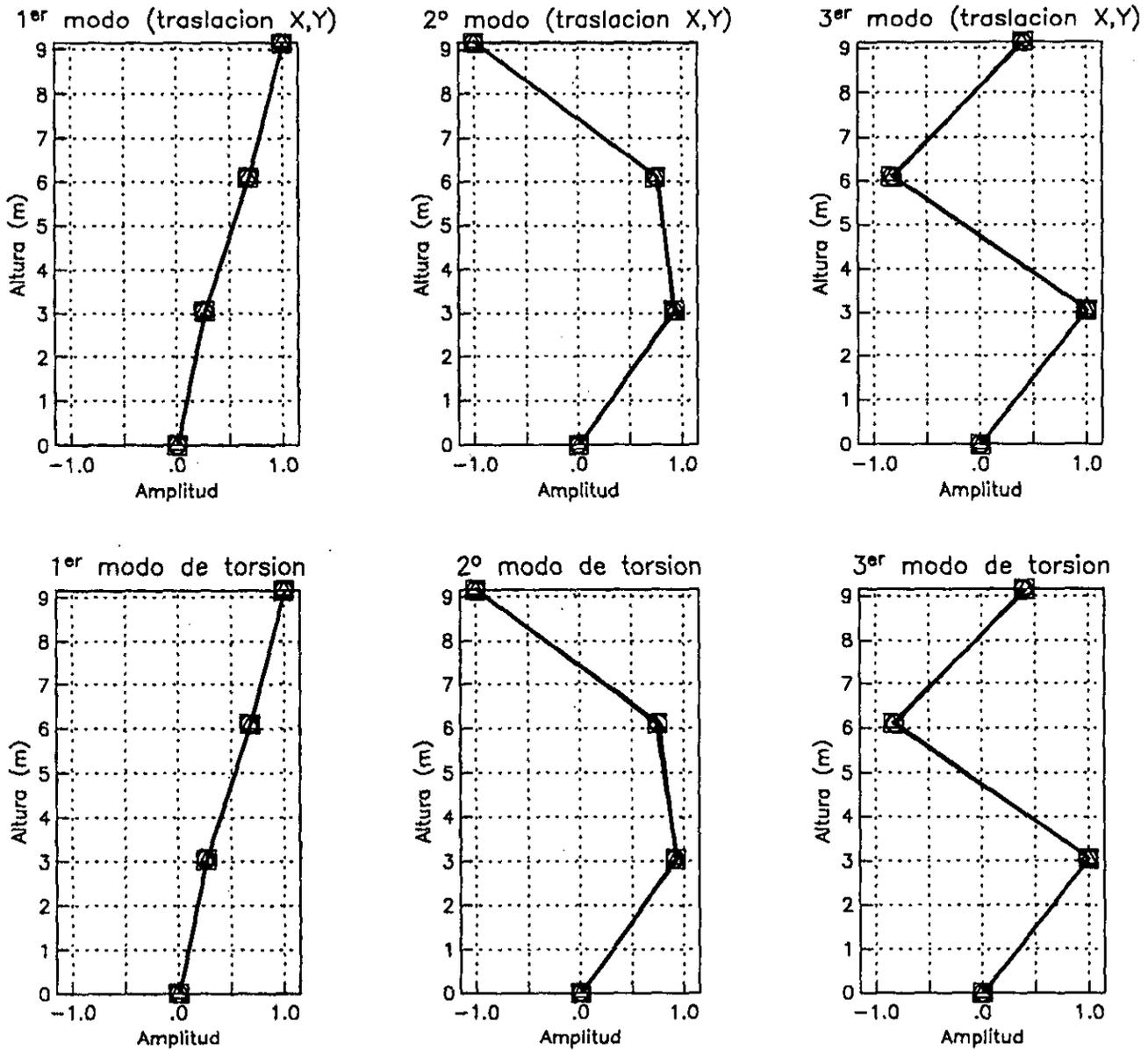


Fig. 4.2.3. Formas modales del modelo de tres niveles estudiado (Fig. 4.2.1), para los distintos tipos de modelación estructural (Δ SAP90, ○ MPA, □ CANNY).

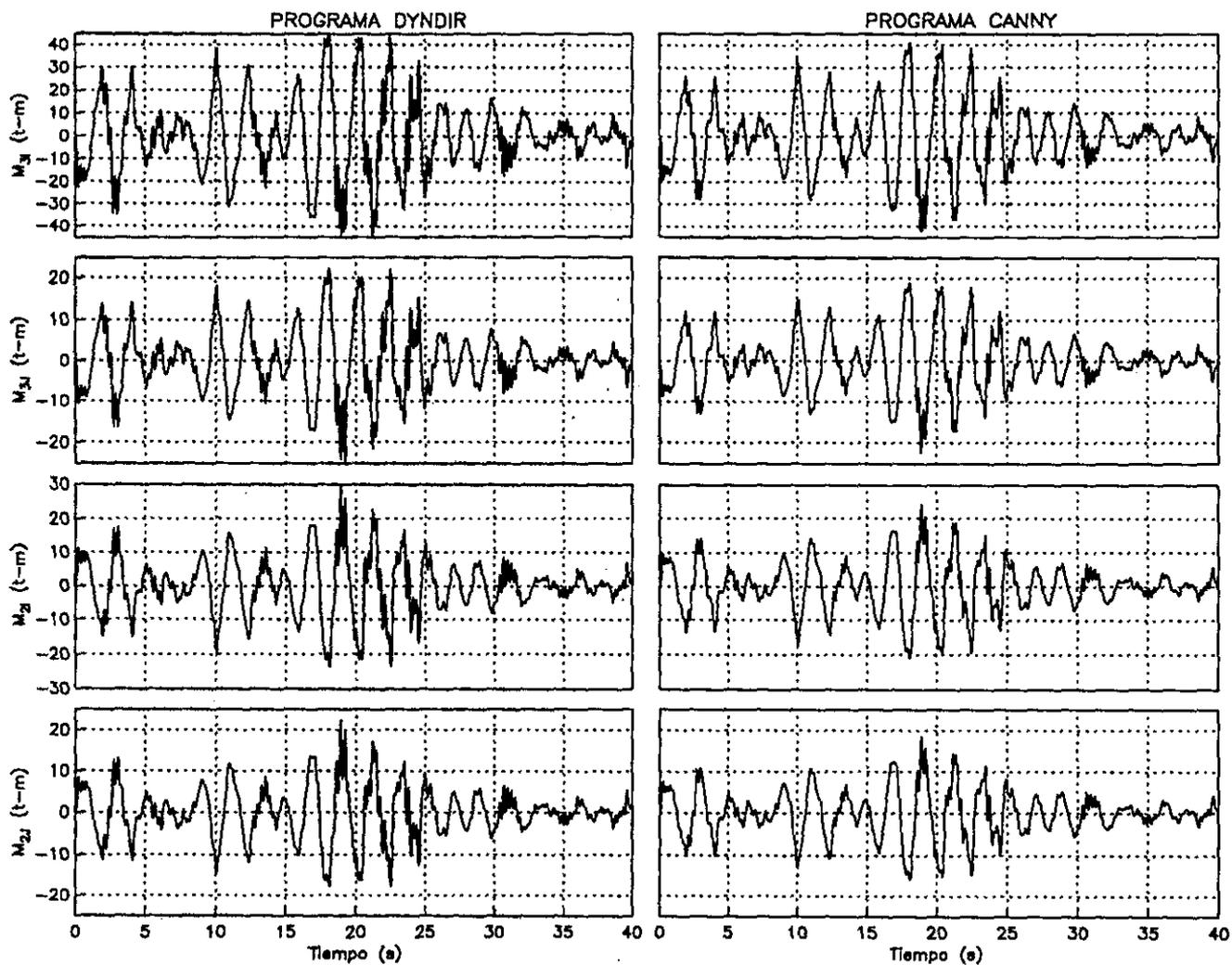


Fig. 4.2.4. Historia de momentos flexionantes de una columna del modelo tridimensional de un nivel, caso elástico (2/3 indica eje local de menor/mayor momento de inercia; I,J indica extremo inferior/superior).

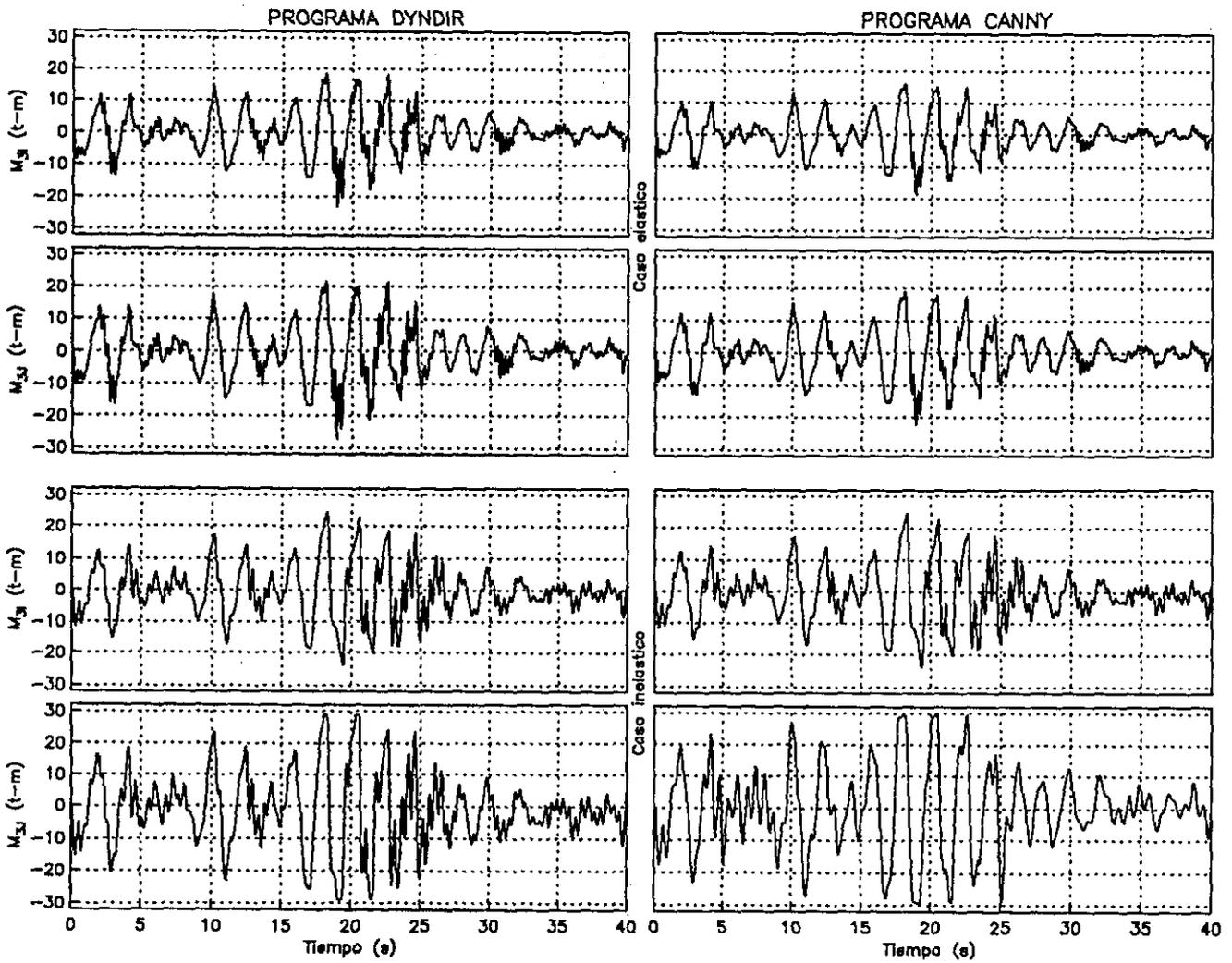


Fig. 4.2.5. Historia de momentos flexionantes de una trabe del modelo tridimensional de un nivel, casos elástico e inelástico (3 indica eje local de mayor momento de inercia; I,J indica extremo izquierdo/derecho).

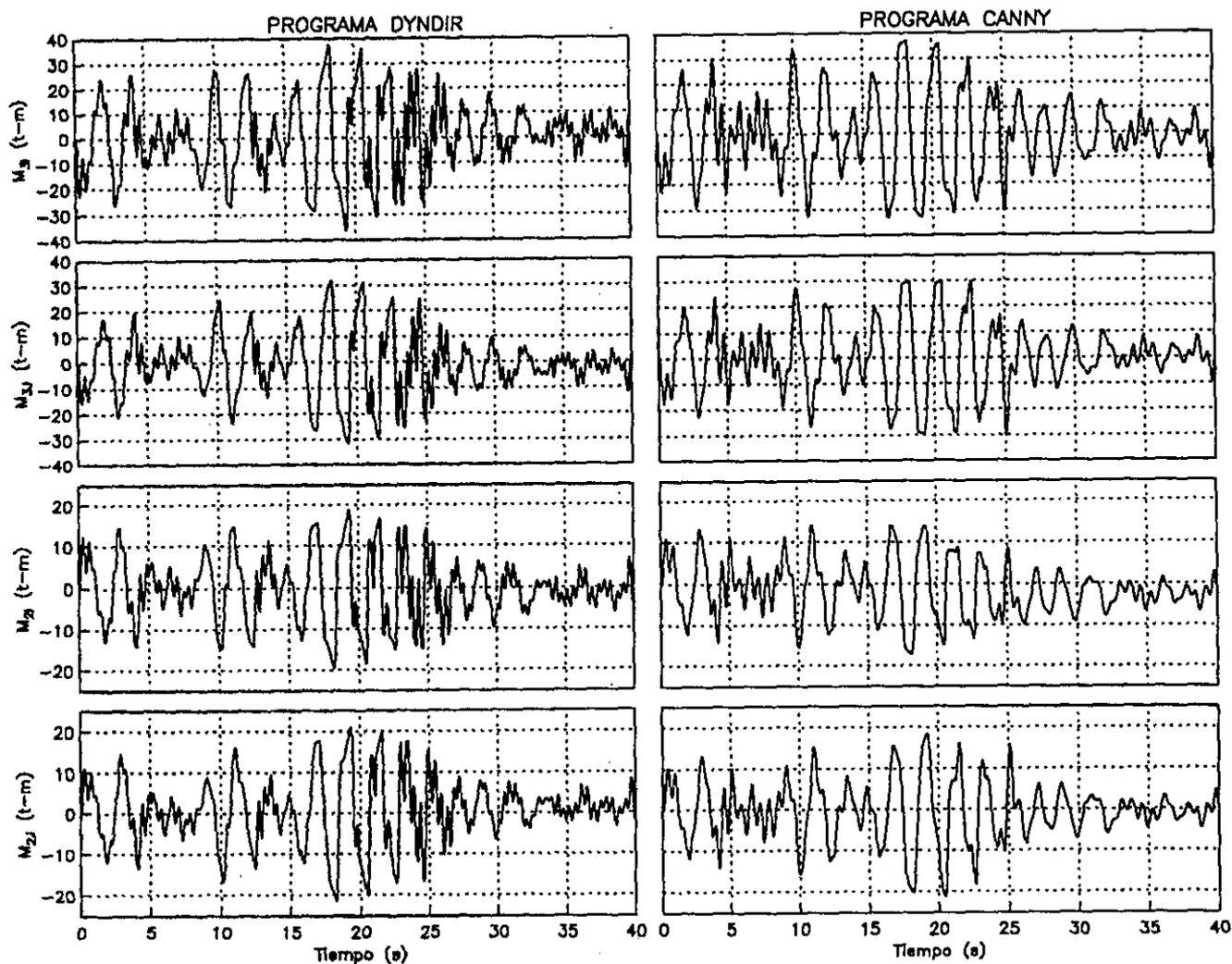


Fig. 4.2.6. Historia de momentos flexionantes de una columna del modelo tridimensional de un nivel, caso inelástico (2/3 indica eje local de menor/mayor momento de inercia; I,J indica extremo inferior/superior).

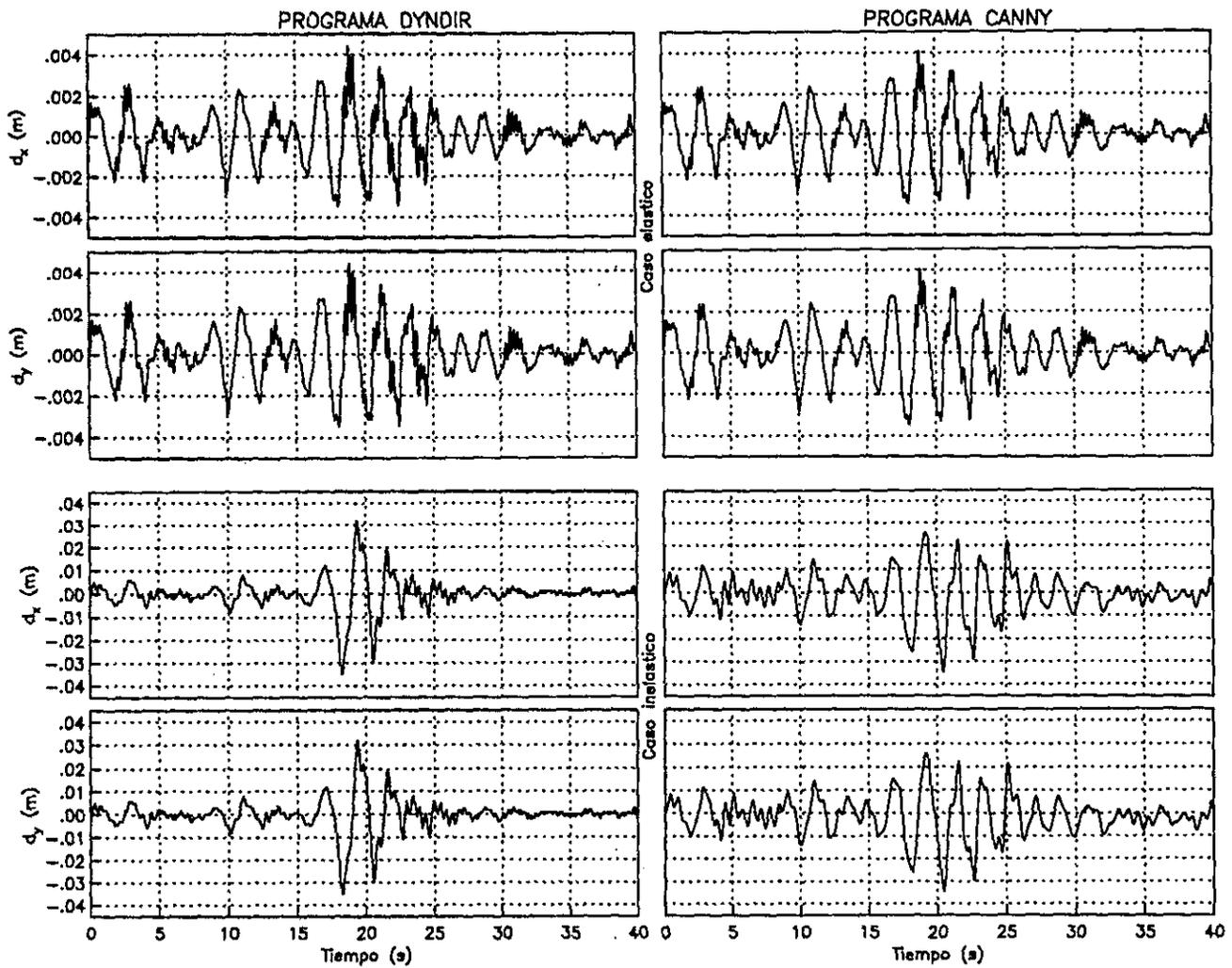


Fig. 4.2.7. Historia de desplazamientos del primer nivel del modelo tridimensional estudiado, casos elástico e inelástico ( $d_x$  indica desplazamientos en la dirección X;  $d_y$  indica desplazamientos en la dirección Y).

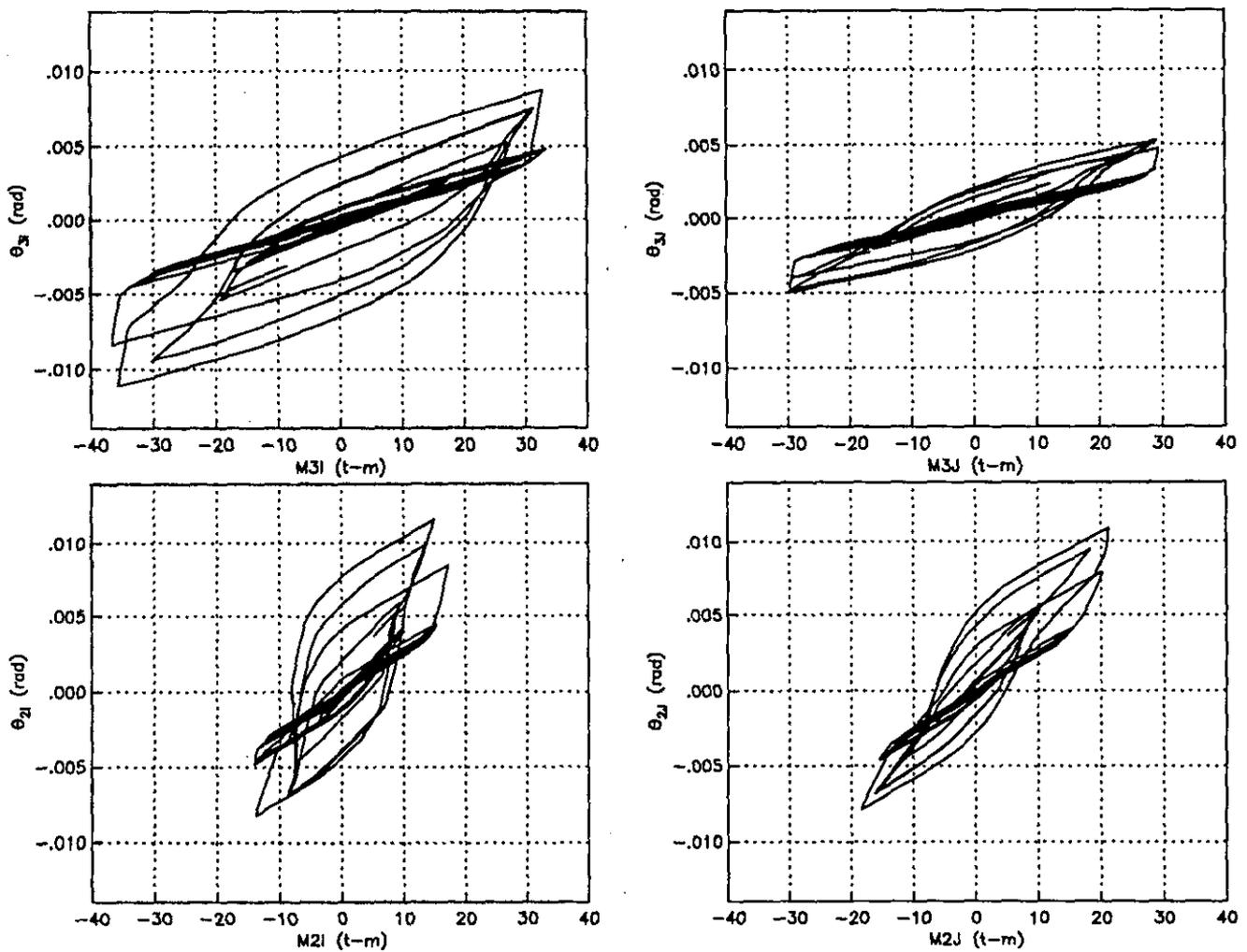


Fig. 4.2.8. Relaciones momento-rotación (M-θ) de una columna del modelo tridimensional de un nivel, análisis inelástico con CANNY (2/3 indica eje local de menor/mayor momento de inercia; I,J indica extremo inferior/superior de la columna).

## 5

## Detección de daño estructural con métodos de sensibilidad

### 5.1 Método de la Matriz de Sensibilidad Lineal

Debido a que los cambios en la rigidez de los elementos que constituyen un sistema estructural, influyen directamente en la formación de su matriz de rigidez lateral, es posible calcular una *Matriz de Sensibilidad* característica para cada estructura (Sugahara, 1997). Este método permite localizar y estimar daño en marcos planos de estructuras. Al medir la respuesta dinámica de una estructura es posible determinar su matriz de rigidez lateral; si además se conoce la matriz de rigidez lateral inicial, es posible localizar y estimar el daño al comparar la rigidez de los dos estados de la estructura: el inicial y el actual.

Para poder detectar daño en estructuras tridimensionales, el método de la Matriz de Sensibilidad se modifica. La notación y ciertas hipótesis son adecuadas a la nueva situación, utilizándose además al programa CANNY como interfaz para simular daño en los elementos de una estructura, y a partir de esta información calcular su matriz de sensibilidad.

#### 5.1.1 Descripción del método

El método se basa en el hecho de que en un sistema estructural, cada elemento presenta una influencia característica sobre la matriz de rigidez condensada de la estructura y, en consecuencia, sobre cada uno de sus modos de vibrar. Para ello se utiliza una matriz de sensibilidad, que describe la relación entre la degradación o daño de la rigidez del  $r$ -ésimo elemento estructural  $dk_r$ , y los cambios en los términos de la matriz de rigidez condensada asociados a este elemento, esta relación se expresa como:

$$dk_r = 1 - k_{dr} \tag{5.1.1}$$

donde  $k_{dr}$  es un factor que multiplica a la matriz de rigidez local del elemento  $r$ , y que toma valores en el intervalo  $[0, 1]$ . Al calcular matrices de rigidez condensadas para diferentes porcentajes de degradación de la rigidez local de cada uno de los elementos estructurales, se puede obtener la relación entre  $dK_t$  y  $dk_r$ , en la que  $dK_t$  se calcula con:

$$dK_t = \frac{K_{dt}}{K_{ot}} \tag{5.1.2}$$

donde:

$t$  subíndice que indica el término  $t$ -ésimo de la matriz de rigidez condensada.

$K_{ot}$  valor no dañado del término

$K_{dt}$  valor dañado del término

$dK_t$  degradación en rigidez del término

Suponiendo que la relación entre la degradación de un término de la matriz de rigidez condensada y la disminución en la rigidez de un elemento es lineal ( $dK_t - dk_r$ ), de aquí el nombre de Matriz de Sensibilidad Lineal, se puede establecer:

$$dK_t = 1 - S_{tr} dk_r \tag{5.1.3}$$

donde  $S_{tr}$  es un coeficiente de ajuste para la relación entre la variación del término  $t$  y el daño del elemento estructural  $r$ .

Dado que la variación de la rigidez de cualquier elemento estructural puede influir sobre cada término de la matriz de rigidez condensada, la ecuación anterior se debe modificar para expresar la suma de los efectos debido al cambio en la rigidez de todos ellos, esto es:

$$dK_i = 1 - \sum_{i=1}^n S_n dk_i \tag{5.1.4}$$

donde  $n$  es el número de elementos estructurales.

Debido a la simetría de la matriz de rigidez condensada, si su orden es igual a  $nxn$ , donde  $n$  es el número de grados de libertad primarios, el número máximo de términos independientes que puede poseer es  $n(n+1)/2$ . Sin embargo, el número exacto de términos independientes distintos de cero,  $m$ , que posee la matriz de rigidez condensada de un sistema estructural tridimensional es función tanto de la conectividad de la estructura como de la selección específica de grados de libertad. Matricialmente, la ecuación 5.1.4 se puede expresar como:

$$\{dK\} = \{1\} - [S]\{dk\} \tag{5.1.5}$$

donde:

$[S]$  matriz de sensibilidad de orden  $mxn$

$\{dk\}$  vector de orden  $mx1$  que contiene los cocientes entre el valor dañado y no dañado de los términos de la matriz de rigidez condensada

$\{1\}$  vector de orden  $nx1$  que contiene el daño en los elementos estructurales

Para despejar  $\{dk\}$  de la ecuación 5.1.5 es necesario calcular la inversa de  $[S]$ . Esto no siempre es posible, particularmente cuando  $m$  es distinto de  $n$  (Topole y Stubbs, 1995); en este caso, únicamente es posible obtener la pseudoinversa  $[S]^+$  con las siguientes ecuaciones:

$$[S]^+ = [[S]^T[S]]^{-1}[S]^T \quad m > n \tag{5.1.6}$$

$$[S]^+ = [S]^T[[S][S]^T]^{-1} \quad m < n \tag{5.1.7}$$

La matriz  $[S]^+$  de orden  $nxm$  existe cuando las columnas ( $m > n$ ) o las filas ( $m < n$ ) de  $[S]$  son linealmente independientes; por lo tanto, al obtener  $[S]^+$ , es necesario revisar la dependencia de sus filas y columnas; en el caso en el que  $m$  es igual  $n$ ,  $[S]^+$  es igual a  $[S]^{-1}$ . Una vez que se conoce la pseudoinversa,  $\{dk\}$  se calcula con:

$$\{dk\} = [S]^* \{\{1\} - \{dK\}\} \quad (5.1.8)$$

Así, al conocer la matriz de rigidez condensada perturbada, es posible detectar los cambios en la rigidez de los elementos que integran el sistema estructural. Por otra parte, al calcular  $\{dk\}$  mediante la pseudoinversa en la ecuación 5.1.6 se está minimizando la longitud de un vector que contiene la diferencia entre los dos lados de la ecuación 5.1.5, esto es  $\|[S]\{dk\} - \{\{1\} - \{dK\}\}\|$ . La longitud de un vector de dos términos  $\{a_1, a_2\}$  es igual a  $\sqrt{a_1^2 + a_2^2}$ , mientras que en el caso de un vector  $\{v\}$  con  $n$  componentes se calcula como la raíz cuadrada de la suma de los cuadrados de cada componente y se denota por  $\|\{v\}\|$ . En otras palabras, se obtiene la solución por *mínimos cuadrados lineales* de un sistema que posee más ecuaciones que incógnitas (Strang, 1980). Debido a que la diferencia anterior es una medida de error, a la longitud de este vector también se le llama error medio cuadrático (e.m.c.). Un estudio más amplio de los criterios de minimización aplicables a sistemas de ecuaciones se encuentra en el trabajo de Hassiotis y Jeong (1995).

### 5.1.1.1 Estructuras simétricas

Un edificio simétrico en rigidez y masa, tiene elementos estructurales cuya degradación en rigidez presenta una misma influencia sobre la matriz de rigidez condensada. En este caso, las columnas de  $[S]$  asociadas a estos elementos resultan ser linealmente dependientes. Para calcular  $[S]^*$ , es necesario hacer uso de la relación lineal existente entre el  $\{dk\}$ , debido a una magnitud de daño en uno de los elementos simétricos, y el ocasionado con ese nivel de daño en todos los elementos simétricos, esto es: se calcula la columna de  $[S]$  asociada a un elemento simétrico, y se multiplica por el número de elementos con las mismas propiedades, eliminando las columnas (iguales) de los otros elementos simétricos. De esta forma se elimina la dependencia entre las columnas de la matriz  $[S]$  y se reduce el número de incógnitas.

Para generar la información de las relaciones  $dK_i - dk_i$ , se desarrolló el programa SDCA. Este programa utiliza como interfaz al programa CANNY, empleando el archivo de datos de la estructura para simular daño secuencialmente en todos los elementos identificados como independientes. El incremento e intervalo de daño es determinado por el usuario, obteniendo en cada simulación

la matriz de rigidez condensada correspondiente, y generando un archivo con la relación mencionada. De esta forma se incluyen en la matriz de sensibilidad las capacidades de modelación estructural del programa CANNY. Una vez que se dispone de la información generada por SDCA, se utiliza el programa DDETSLS (Detección de Daño en Estructuras Tridimensionales con la matriz de Sensibilidad Lineal) para resolver el problema de la ecuación 5.1.5.

### 5.1.2 Ejemplo de aplicación

El método se aplica al modelo de la figura 4.2.1 para diferentes estados de daño simulado. Las propiedades estructurales del modelo se incluyen en la tabla 4.2.1. La matriz de rigidez condensada de este modelo es de orden  $9 \times 9$ , de este modo, el número máximo de términos independientes es  $9(9+1)/2=45$ . No obstante, para el estado inicial no dañado, el número de términos independientes distintos de cero es 18 (Tabla 4.2.6). La cantidad total de elementos estructurales es 24, pero debido a la simetría existente en la estructura, el número de elementos independientes susceptibles de ser identificados en un estado de daño se reduce a 6; una columna y una viga por nivel.

Se estudian varios casos de degradación de rigidez a través de la disminución en el módulo de elasticidad de los seis elementos estructurales independientes considerando un intervalo de degradación de rigidez desde 0 hasta 90%. En la figura 5.1.1 se muestra algunas relaciones  $dK, -dk$ , para columnas y trabes. En el caso de las trabes, puede apreciarse que algunos términos fuera de la diagonal principal de la matriz de rigidez condensada aumentan su valor al incrementarse el daño de algunos elementos estructurales. En la figura 5.1.2 se muestra un ajuste típico de la relación entre la degradación en rigidez de un elemento estructural y los términos de la matriz de rigidez condensada con el método de de la Matriz de Sensibilidad Lineal.

En la tabla 5.1.1 se muestran los casos de daño simulado estudiados, los errores reportados en esta tabla son errores relativos, que se obtienen como:

$$error(\%) = 100 \left( \frac{dk_{calculado} - dk_{real}}{dk_{real}} \right)$$

En esta tabla, los casos marcados con un asterisco (\*) indican que la magnitud señalada de daño simulado se puede lograr mediante la suma del daño de los elementos simétricos de la estructura. Por ejemplo, en el caso IV, el porcentaje de daño simulado es igual a 40%, esto puede lograrse con 20% de daño en dos columnas de ese nivel o 10% en cuatro columnas. En adición, los casos marcados con un superíndice (2) indican que corresponden a un análisis subsecuente, en el que se modifica el intervalo de daño de forma que sus límites sean los valores calculados en el análisis anterior. Por ejemplo, si el resultado del primer análisis es 20%, el nuevo intervalo se toma de 0 a 30%.

Los casos marcados con una superíndice (1) indican que el intervalo de daño del análisis es [0,1]. Para verificar la manera en que se considera la simetría de la estructura en el planteamiento del problema se comparan los resultados del caso III<sup>1</sup> con los obtenidos en el caso III, en el que se eliminan las columnas de [S] asociadas a los elementos simétricos, y se modifica el intervalo de daño del elemento independiente que los representa de [0, número de elementos simétricos]. Con excepción del caso III<sup>1</sup> en el que la magnitud del daño reportada en la tabla 5.1.1 es directamente la calculada con el método; el daño reportado es igual a  $4 dk_{\text{calculado}}$ , donde el factor 4 es el número de elementos simétricos y  $dk_{\text{calculado}}$  es el valor calculado con el método. Puede concluirse entonces que el planteamiento utilizado para tomar en cuenta la simetría de la estructura es adecuado.

Los casos estudiados incluyen estados en los que sólo son dañados los elementos de un entrepiso, casos I,II y IV; así como un estado de daño en varios elementos, caso III. Algunos valores del error relativo son grandes, como los correspondientes al caso IV. Una forma de reducir la magnitud de estos errores es a través del procedimiento usado en el caso III, en el que en una segunda aproximación (III<sup>2</sup>), se utiliza un intervalo de daño de [0,0.30] con una reducción en el error relativo en el daño calculado para la columna del tercer nivel de 26.5 a 1.2 por ciento. Sin embargo, puede apreciarse que no en todos los elementos se mejora la solución, además de que el intervalo de daño no puede ser reducido más, ya que el daño simulado en uno de los elementos es de 27 por ciento. Estas consideraciones y los resultados obtenidos en la siguiente sección impiden la aplicación iterativa del método.

Adicionalmente, en la tabla 5.1.1 puede apreciarse que en los casos estudiados la localización de elementos estructurales dañados es siempre correcta; esta observación conduce a pensar que la aproximación en el cálculo de la magnitud del daño puede mejorarse si la estimación de la relación  $dK_i - dk_r$  se mejora. En forma intuitiva, una manera de lograrlo es cambiando la estimación de lineal a no lineal; esta posibilidad se estudia a continuación.

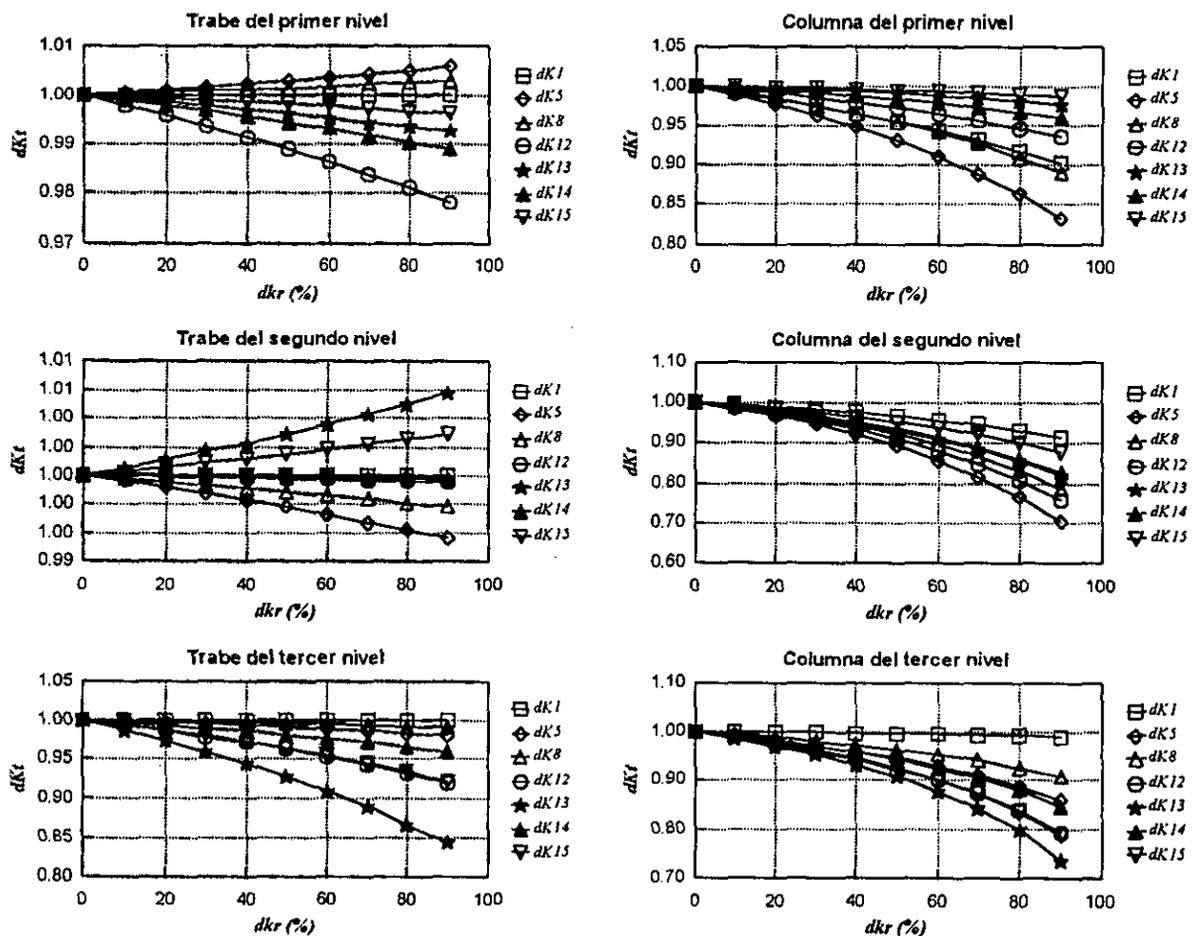


Fig. 5.1.1. Relaciones  $dK_t-dk_r$  del modelo tridimensional de tres niveles

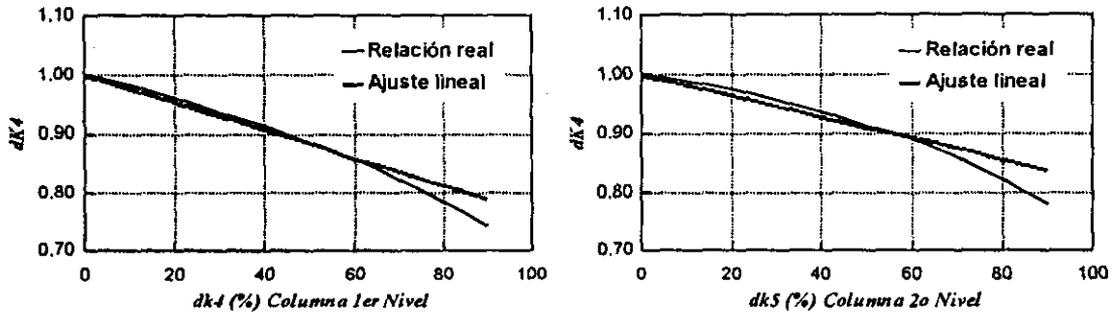


Fig. 5.1.2. Ajuste típico de las relaciones  $dk_t-dk_r$  para el modelo tridimensional de tres niveles

CASO	Elemento dañado	$dk_{real}$ (%)	$dk_{calculado}$ (%)	Error relativo (%)
I	Trabe 1er Nivel	20.0	21.3	6.5
	Columna 1er Nivel	30.0	27.2	-9.3
II	Columna 2o Nivel	40.0	35.3	-11.75
III	Trabe 1er Nivel	27.0	25.8	-4.4
	Columna 3er Nivel	22.0	16.1	-26.5
III <sup>2</sup>	Trabe 1er Nivel	27.0	25.6	-5.0
	Trabe 2o Nivel	12.0	9.7	-19.2
	Columna 3er Nivel	22.0	21.7	-1.2
III'	Trabe 1er Nivel	27.0	25.8	-4.6
	Trabe 2o Nivel	12.0	8.5	-29.1
	Columna 3er Nivel	22.0	16.0	-27.2
IV*	Columna 1er Nivel	40.0	25.5	-36.3

Tabla 5.1.1. Casos de daño estudiados en el modelo tridimensional de tres niveles, (\*) indica daño procedente de elementos simétricos; (2) segunda iteración del método; (I) análisis con el intervalo [0,1] en lugar de [0, nes] donde nes es el número de elementos simétricos.

## 5.2 Método de la Matriz de Sensibilidad No Lineal

### 5.2.1 Descripción del método

Una relación típica  $dK_i - dk_i$ , para un elemento estructural se muestra en la figura 5.2.1. Con el fin de mejorar la estimación del daño estructural, es posible ajustar una curva a la información obtenida a través de un ajuste por mínimos cuadrados con un polinomio de segundo grado, con el procedimiento que se describe a continuación. Supóngase que se tienen  $n$  puntos distintos  $(x_1, y_1)(x_2, y_2) \dots (x_n, y_n)$ ; el polinomio de segundo grado  $y = a_0 + a_1x + a_2x^2$  que minimiza el e.m.c. para estos puntos, tiene coeficientes dados por  $\{A\} = [[X]^T[X]]^{-1}[X]^T\{Y\}$  donde:

$$\{A\} = \begin{Bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \end{Bmatrix}, [X] = \begin{bmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 \\ 1 & x_2 & x_2^2 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & x_n & x_n^2 \end{bmatrix}, \{Y\} = \begin{Bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{Bmatrix} \tag{5.2.1}$$

Con el planteamiento anterior se ajustan los datos calculados mediante una parábola; sin embargo, se presenta un inconveniente: el coeficiente  $a_0$  resulta en general distinto de 1, complicando el planteamiento subsecuente. Para evitar este problema, es posible realizar el ajuste mediante una parábola que pase por tres de los  $n$  puntos simulados, que son; el punto obligado  $(0, 1)$ , un punto intermedio  $(x_i, y_i)$ , y el punto extremo de la simulación  $(x_n, y_n)$ . La ecuación de una parábola que pasa por el punto  $(0, 1)$  es:

$$y = 1 + a_1x + a_2x^2 \tag{5.2.2}$$

al fijar la condición de que cruce por los otros dos puntos, es posible establecer un sistema de ecuaciones donde las incógnitas son los coeficientes  $a_1$  y  $a_2$ , esto es

$$\begin{aligned} y_i &= 1 + a_1x_i + a_2x_i^2 \\ y_n &= 1 + a_1x_n + a_2x_n^2 \end{aligned} \tag{5.2.3}$$

resolviendo el sistema de ecuaciones anterior se obtiene:

$$\begin{Bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{Bmatrix} = \frac{1}{x_1 x_n^2 - x_1^2 x_n} \begin{bmatrix} x_n^2 & -x_1^2 \\ -x_n & x_1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} y_1 - 1 \\ y_n - 1 \end{Bmatrix} \tag{5.2.4}$$

En la figura 5.2.1 se muestra el resultado de ajustar una serie de datos con los dos procedimientos descritos. De esta forma, para cada elemento estructural la relación  $dK_i-dk_r$ , se ajusta mediante una parábola, modificándose en consecuencia la ecuación 5.1.3, como sigue:

$$dK_i = 1 + S_{ir}^1 dk_r + S_{ir}^2 dk_r^2 \tag{5.2.5}$$

donde:

$S_{ir}^1$  coeficiente que contiene el valor  $a_1$  del ajuste por tres puntos de la relación  $dK_i-dk_r$ ,

$S_{ir}^2$  coeficiente que contiene el valor  $a_2$  del ajuste por tres puntos de la relación  $dK_i-dk_r$ ,

De aquí en adelante, el planteamiento sigue al presentado previamente para el método de Sensibilidad Lineal; la ecuación anterior se debe modificar para expresar la suma de los efectos debidos al cambio en la rigidez de los  $n$  elementos, esto es:

$$dK_i = 1 + \sum_{i=1}^n S_{in}^1 dk_i + \sum_{i=1}^n S_{in}^2 dk_i^2 \tag{5.2.6}$$

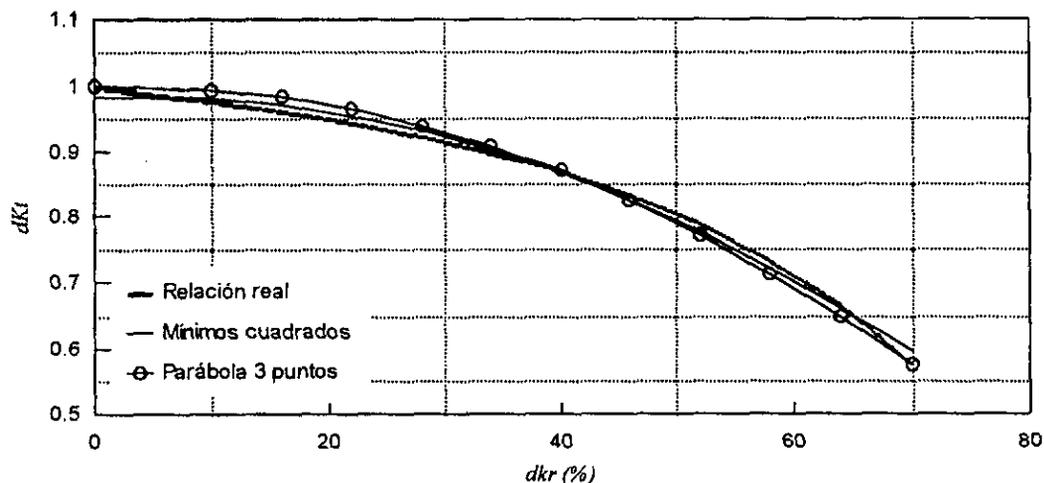


Fig. 5.2.1. Comparación entre ajustes para estimación no lineal

Matricialmente, la ecuación 5.2.6 se puede expresar como sigue:

$$\{dK\} = \{1\} + [S^1]\{dk\} + [S^2]\{dk^2\} \quad (5.2.7)$$

donde:

- $[S^1]$  matriz de sensibilidad de orden  $m \times n$  que contiene a los coeficientes  $S_{ir}^1$
- $[S^2]$  matriz de sensibilidad de orden  $m \times n$  que contiene a los coeficientes  $S_{ir}^2$
- $\{dK\}$  vector de orden  $m \times 1$  que contiene el cociente entre el valor dañado y no dañado de los términos de la matriz de rigidez condensada
- $\{dk\}$  vector de orden  $n \times 1$  que contiene a los términos  $dk_i$
- $\{dk^2\}$  vector de orden  $n \times 1$  que contiene a los términos  $dk_i^2$
- $\{1\}$  vector unitario de orden  $m \times 1$  que contiene la ordenada para daño cero de cada ecuación

Para obtener  $\{dk\}$  a partir de la ecuación 5.2.7 es necesario resolver el problema de *mínimos cuadrados no lineales* expresado por esta ecuación. Estos problemas son de la forma:

$$\min_{\{x\} \in R^n} \frac{1}{2} F(\{x\})^T F(\{x\}) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^m f_i(\{x\})^2 \quad m \geq n \quad (5.2.8)$$

donde:

- $R^n$  espacio vectorial de  $n$  componentes
- $\{x\}$  vector de incógnitas (daño en los elementos)
- $f_i(\{x\})$   $i$ -ésima función de segundo grado componente de  $F(\{x\})$
- $F(\{x\})$  operador de transformación  $R^n \rightarrow R^m$
- $R^m$  espacio vectorial de  $m$  componentes

Para expresar el problema de la ecuación 5.2.7 en la forma dada por la ecuación 5.2.8, se minimiza la diferencia entre los dos lados de la ecuación 5.2.7:

$$F(\{dk\}) = \{1\} + [S^1]\{dk\} + [S^2]\{dk^2\} - \{dK\} \quad (5.2.9)$$

Para resolver este problema se desarrolló el programa DDETNL. Este programa utiliza la rutina UNLSF de las librerías IMSL para resolver el problema de la ecuación 5.2.9, y también usa la información generada por el programa SDCA para obtener los coeficientes de las parábolas con que realiza el ajuste no lineal de las relaciones  $dK_i-dk_i$ .

### 5.2.2 Ejemplo de aplicación

Para estudiar el efecto de la relación no lineal entre la degradación en rigidez de los elementos estructurales y la variación en los términos de la matriz de rigidez condensada, se analiza un marco plano de 10 niveles y 3 crujeas.

La geometría del modelo y sus propiedades estructurales se muestran en la figura 5.2.1. Debido a la simetría existente en el modelo, el número de elementos estructurales independientes es 40; (20 trabes y 20 columnas). Al ser un marco plano, el número de ecuaciones que pueden plantearse es  $10(10+1)/2=55$ . Al usar el programa CANNY como interfaz para la detección de daño, la información de las relaciones  $dK_i-dk_i$  de los elementos estructurales del modelo analítico generada con el programa SDCA incluye los efectos de la deformación axial en las columnas, de la deformación por cortante y flexión en todos los elementos estructurales, así como de la inclusión de zonas rígidas en la modelación de las uniones viga-columna.

En la figura 5.2.2 se presentan los casos de daño estructural estudiados y los resultados obtenidos. Los estados de daño reportados muestran que el método es poco eficiente en términos de esfuerzo computacional. Así, en el caso I la solución reportada corresponde a la obtenida en la iteración 3689; en el caso II a la 2378; y en el caso III a la 2120. Exceptuando el caso I, en el que las mayores magnitudes de daño calculado corresponden efectivamente a los elementos dañados en la simulación, la localización y magnitud del daño calculado es incorrecta, presentándose por consiguiente la necesidad de analizar con mayor detalle el planteamiento seguido para la solución del problema, y así encontrar la causa que lo origina. Pueden ocurrir tres posibilidades que conducen a esta situación:

- El método utilizado para resolver el problema es incorrecto.

- Alguna de las hipótesis utilizadas en el planteamiento del problema se viola.
- Ambas situaciones a la vez.

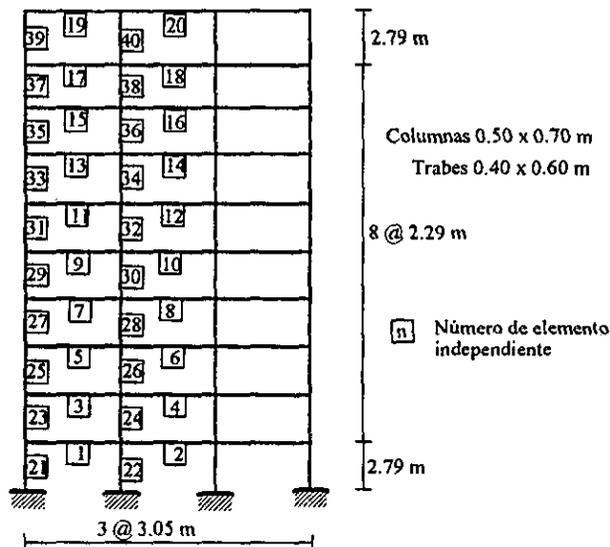


Fig. 5.2.1 Marco plano de 10 niveles estudiado con el método de la Matriz de Sensibilidad No Lineal

En la figura 5.2.3 se muestra un análisis de la hipótesis fundamental en la que se basan los métodos de Sensibilidad Lineal y Sensibilidad No Lineal. Ambos métodos suponen que la variación en los términos de la matriz de rigidez condensada se puede calcular sumando el efecto que produce cada elemento estructural de forma independiente (Ecs. 5.1.3 y 5.2.5). Por otro lado, mientras que el método de la Matriz de Sensibilidad Lineal ajusta el efecto para cualquier nivel de daño con una recta, el de la Matriz de Sensibilidad No Lineal lo hace con una parábola. En la figura 5.2.3, la leyenda *Magnitud dK, Real* corresponde al valor real del término  $dK$ , señalado para el estado de daño correspondiente. Este valor se obtiene utilizando el programa CANNY al dañar en conjunto a los elementos estructurales en la magnitud señalada para cada uno de ellos en la figura 5.2.2. La leyenda *Magnitud dK, Hipótesis* indica cual es el valor supuesto del término  $dK$ , por los métodos de la matriz de Sensibilidad Lineal y No Lineal. Esto es, sí de la simulación con el programa SDCA se obtiene el valor exacto del término para la magnitud simulada de daño en cada elemento en forma independiente, la suma de estos valores corresponde al valor supuesto de degradación del término. La leyenda *Magnitud dK, No Lineal* indica el valor que se obtiene al sustituir el vector de daño simulado en la ecuación 5.2.7; esta es la mejor aproximación no lineal posible

que el método puede calcular. Para comparar los valores real, supuesto y aproximado de  $dK$ , en cada ecuación, se incluyen dos análisis comparativos:

- 1) Al comparar el valor real con el esperado por la hipótesis se verifica la viabilidad de la hipótesis de partida (Fig. 5.2.3, leyenda *Error relativo hipótesis vs. real*).
- 2) Al comparar el valor de la aproximación no lineal con el de la hipótesis se revisa tanto el método utilizado para el ajuste (parábola que pasa por tres puntos), como la programación del mismo (Fig. 5.2.3, leyenda *Error relativo hipótesis vs. no lineal*).

En el caso I de daño del marco estudiado (Fig. 5.2.2.a), se observa que la hipótesis reproduce de manera aceptable el estado real. El error relativo en la magnitud de los términos  $dK$ , mostrados es menor al 0.75%, alcanzándose una aproximación similar con el ajuste no lineal. En este caso el método puede detectar en forma relativamente adecuada el estado de daño simulado. En los casos II y III de daño (Figs. 5.2.2.b y 5.2.2.c) se observa la causa por la que falla el método de la Matriz de Sensibilidad No Lineal. La hipótesis deja de corresponder con la realidad, presentándose errores relativos del 18% en la magnitud de los términos analizados (Figs. 5.2.3.b y 5.2.3.c). Al mismo tiempo, el ajuste no lineal conserva su precisión, con errores relativos máximos de 2.5%, y en general menores al 1%. Adicionalmente, se puede observar en las figuras mencionadas que no existe tendencia alguna en la diferencia entre la realidad y la hipótesis inicial que permita ajustar a esta última. En la mayoría de los términos se subestima el daño, en otros se sobrestima, mientras que en algunos se obtiene incluso una aproximación correcta.

Es posible concluir entonces, que la detección de los estados de daño de varios elementos en edificios de dos o más crujiás no pueden ser resueltos a través de métodos que asuman una relación en la que la variación en los términos de la matriz de rigidez condensada sea calculada como la suma de las variaciones que produce cada elemento estructural sobre cada término de esta matriz en forma independiente. Esta conclusión implica que se debe desarrollar otro método de detección de daño para alcanzar los objetivos fijados en este trabajo.

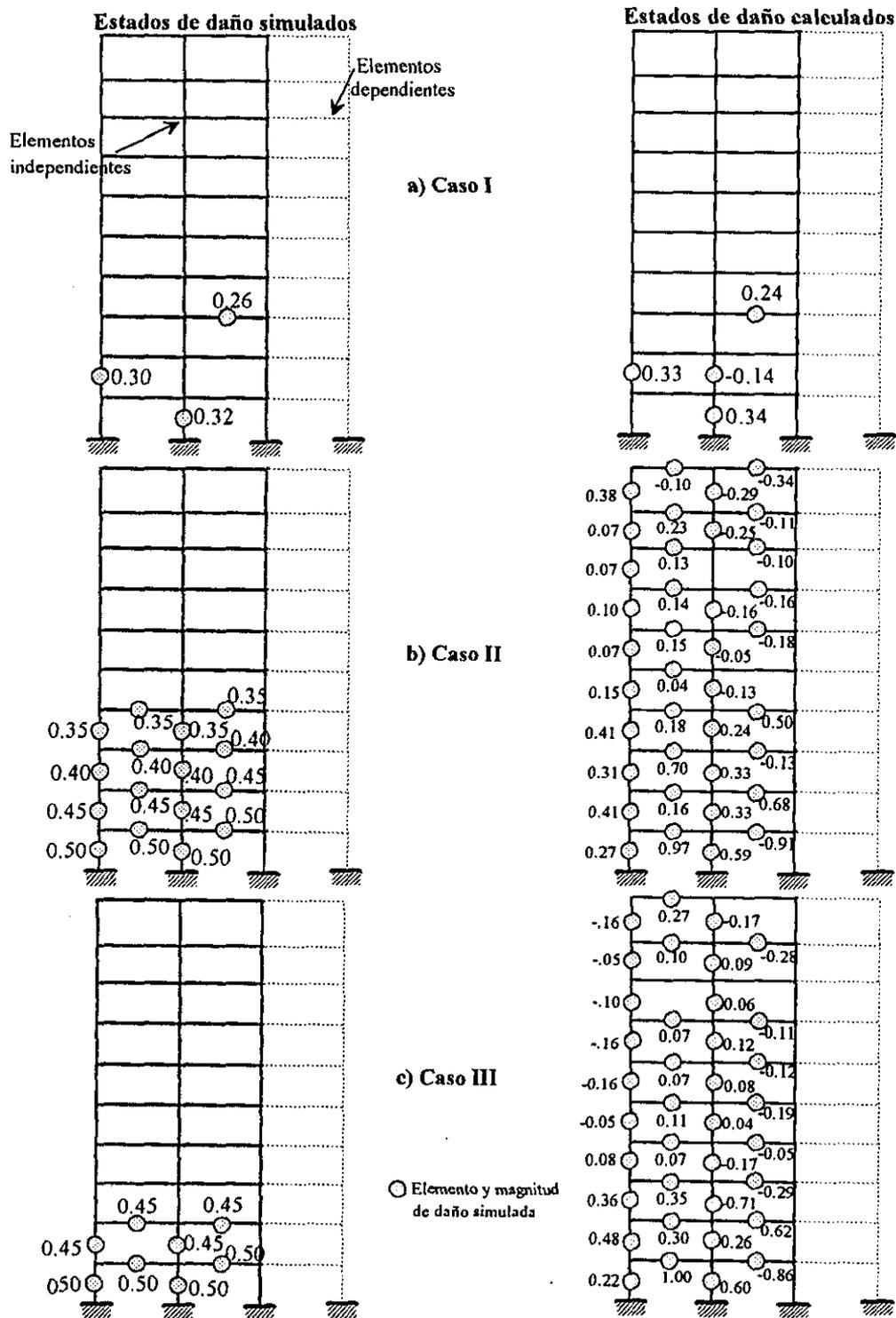


Fig. 5.2.2. Casos de daño estudiados y resultados obtenidos utilizando el método de la Matriz de Sensibilidad No Lineal

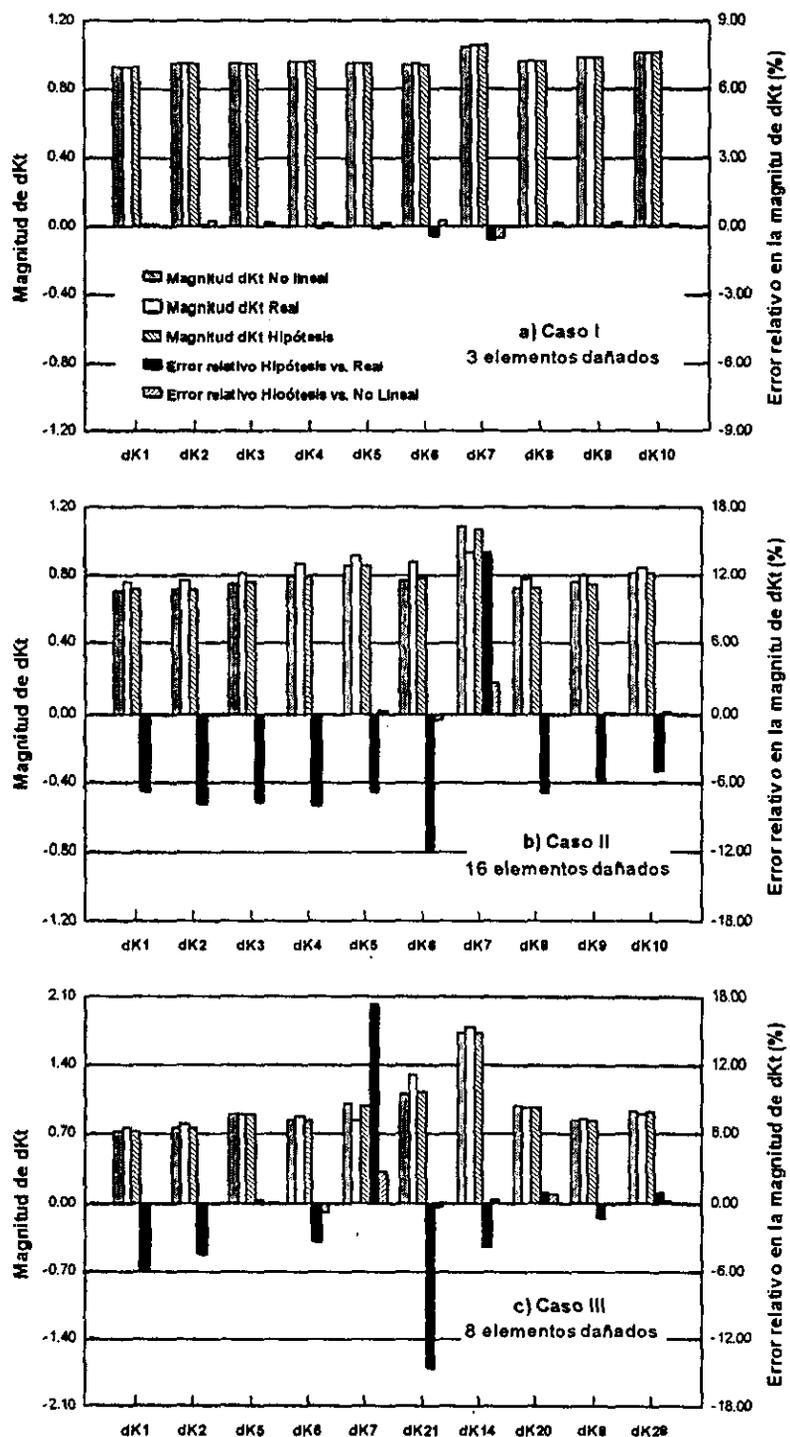


Fig. 5.2.3. Análisis de la hipótesis utilizada en los métodos de la Matriz de Sensibilidad Lineal y No Lineal, para la relación entre la disminución en rigidez de los elementos estructurales y la variación en la magnitud de los términos de la matriz de rigidez condensada.

# 6

## Método de la Matriz de Transformación para detección de daño estructural

### 6.1 Descripción del método

A continuación se propone un método nuevo de detección de daño basado en la matriz de transformación  $[T]$  (Sección 3.1.2), que opera sobre la matriz de rigidez global para condensar sobre los grados de libertad primarios. En el contexto de este trabajo, estos grados de libertad corresponden a los movimientos de cuerpo rígido de las losas de entrepiso. El método permite trabajar con marcos planos de varios entrepiso y crujiás, así como con estructuras tridimensionales que presenten estados en los que varios elementos son dañados. Se estudian varios procedimientos para asegurar la convergencia del método y así lograr una correcta identificación de los elementos dañados.

#### 6.1.1 Notación e hipótesis

La matriz de rigidez global  $[K]$  correspondiente al modelo analítico de una estructura se puede representar como un ensamble de las matrices de rigidez de las subestructuras que la forman, esto es:

$$[K] \{dk\} = \sum_{i=1}^{ns} (1 - dk_i) [K_i] \quad (6.1.1)$$

donde :

- $ns$       número de subestructuras
- $[K_i]$     matriz de rigidez de la subestructura  $i$

$dk_i$  parámetro adimensional que representa la disminución en la contribución de la matriz de rigidez de la subestructura  $i$  a la matriz de rigidez global ( $0 \leq dk_i \leq 1$ )  
 $\{dk\}$  vector que contiene a los valores  $dk_i$

El término  $(1 - dk_i)$  permite determinar estados de daño en la  $i$ -ésima subestructura, en este caso, se define como daño en una subestructura aquel estado en el que el valor de  $dk_i$  es mayor que un valor específico, normalmente cero. La matriz de rigidez global  $[K]$  se expresa como función de  $\{dk\}$  debido a que la localización y magnitud de daño se determina de acuerdo a los valores  $dk_i$ .

### 6.1.2 Detección de daño en marcos planos

La matriz de rigidez global de un marco plano se determina a partir de las matrices de rigidez, en coordenadas globales, de cada elemento estructural que la constituye; si se considera que cada uno de ellos es una subestructura, usando la notación de la ecuación 6.1.1, la matriz de rigidez del marco plano  $j$  puede ser escrita como:

$$[K]_j(\{dk\}) = \sum_{i=1}^{nej} (1 - dk_i) [K]_{ij} \tag{6.1.2}$$

donde  $nej$  es el número de elementos en el marco. Desarrollando la ecuación anterior:

$$[K]_j(\{dk\}) = \sum_{i=1}^{nej} [K]_{ij} - \sum_{i=1}^{nej} dk_i [K]_{ij} \tag{6.1.3}$$

llamando  $[K_d]_j = [K]_j(\{dk\})$ , y observando que la primera suma de la ecuación anterior corresponde a la matriz de rigidez global original sin daño del marco, se tiene:

$$[K_d]_j = [K_{sd}]_j - \sum_{i=1}^{nej} dk_i [K]_{ij} \tag{6.1.4}$$

donde:

- $[K_d]_j$  matriz de rigidez global dañada del marco  $j$ .
- $[K_{sd}]_j$  matriz de rigidez global original sin daño del marco  $j$ .
- $[K]_{ij}$  matriz de rigidez en coordenadas globales del elemento  $i$  del marco  $j$ .

La ecuación 6.1.4 muestra que la matriz de rigidez global correspondiente a un estado de daño se puede calcular como la diferencia entre la matriz de rigidez original sin daño y una matriz que contiene la variación debida a éste en sus términos; en este caso, la matriz generada por la suma. La matriz de rigidez lateral correspondiente a un estado de daño del marco  $j$  es:

$$[\bar{K}_d]_j = [T_d]_j^T [K_d]_j [T_d]_j \tag{6.1.5}$$

donde:

$[\bar{K}_d]_j$  matriz de rigidez lateral dañada del marco  $j$

$[T_d]_j$  matriz de transformación correspondiente al estado de daño del marco  $j$

Sustituyendo la ecuación 6.1.4 en 6.1.5 se obtiene:

$$[\bar{K}_d]_j = [T_d]_j^T [K_{sd}]_j [T_d]_j - \sum_{i=1}^{m_j} dk_i [T_d]_j^T [K]_{ij} [T_d]_j \tag{6.1.6}$$

donde  $[K]_{ij}$  es la matriz de rigidez del elemento  $i$  del marco  $j$ .

Es conveniente recordar que la matriz de transformación es función del estado de daño, puesto que se obtiene a partir de las submatrices que resultan de la partición de  $[K_d]_j$  (Sección 3.1.3); esto es:

$$[T_d]_j = \begin{bmatrix} [I] \\ -[C]^{-1}[B]r \end{bmatrix} \tag{6.1.7}$$

$$[K_d]_j = \begin{bmatrix} [A] & [B] \\ [B] & [C] \end{bmatrix} \tag{6.1.8}$$

Como primera aproximación, puede suponerse que la matriz de transformación para el estado dañado  $[T_d]_j$ , no difiere de la correspondiente al estado no dañado  $[T_w]_j$ . Así, se intenta establecer un procedimiento iterativo con el cual se detecten los elementos dañados por aproximaciones sucesivas, modificándose en consecuencia la ecuación 6.1.6 como:

$$[K_d]_j = [T_{sd}]^T_j [K_{sd}]_j [T_{sd}]_j - \sum_{i=1}^{nej} dk_i [T_{sd}]^T_j [K]_{ij} [T_{sd}]_j \tag{6.1.9}$$

el triple producto  $[T_{sd}]^T_j [K_{sd}]_j [T_{sd}]_j$  es igual a la matriz de rigidez lateral  $[\bar{K}_w]$ , del marco sin daño, entonces:

$$[K_d]_j = [\bar{K}_w]_j - \sum_{i=1}^{nej} dk_i [T_{sd}]^T_j [K]_{ij} [T_{sd}]_j \tag{6.1.10}$$

Llamando a los productos  $[T_{sd}]^T_j [K]_{ij} [T_{sd}]_j$  como  $[\bar{K}_y]_j$ , y sustituyendo en la ecuación 6.1.10 se obtiene:

$$[K_d]_j = [\bar{K}_w]_j - \sum_{i=1}^{nej} dk_i [\bar{K}_y]_j \tag{6.1.11}$$

Debido a la simetría de la matriz de rigidez lateral dañada de orden  $m \times m$ , el número de términos independientes  $nti$  que posee, es igual a  $\frac{m(m+1)}{2}$ . gráficamente esto es:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & \dots & m \\ & m+1 & m+2 & \dots & 2m-1 \\ & & 2m & \dots & 3m-3 \\ & & & \ddots & \vdots \\ & & & & nti \end{bmatrix}$$

desarrollando la ecuación 6.1.11 para el término  $t$ -ésimo de cada matriz en esta ecuación  $(\bar{k}_{d,t}, \bar{k}_{sd,t}, \bar{k}_{y,t})$  se obtiene:

$$\bar{k}_{sd,t} - \bar{k}_{d,t} = \sum_{i=1}^{nej} dk_i \bar{k}_{y,t} \tag{6.1.12}$$

En forma matricial:

$$\{\bar{k}_{sd}\}_{nti \times 1} - \{\bar{k}_d\}_{nti \times 1} = [S_k]_{nti \times nej} \{dk\}_{nej \times 1} \tag{6.1.13}$$

donde:

$\{\bar{k}_d\}_{n \times 1}$  vector que contiene los términos independientes de la matriz de rigidez lateral dañada.

$\{\bar{k}_{sd}\}_{n \times 1}$  vector que contiene los términos independientes de la matriz de rigidez lateral sin daño.

$\{dk\}_{n \times 1}$  vector que contiene la degradación en rigidez de los elementos.

$[S_s]_{n \times n}$  matriz que contiene a los términos  $\bar{k}_y$

Al resolver el sistema de ecuaciones de 6.1.13 se obtiene un estado de daño al que está asociada una matriz de rigidez lateral; al calcular la matriz de transformación correspondiente, se obtiene una nueva aproximación para la ecuación 6.1.9. El algoritmo que permite llevar a cabo este procedimiento se describe con detalle posteriormente en el presente capítulo.

La ecuación 6.1.13 expresa un problema de *mínimos cuadrados lineales con restricciones en las variables*; estos sistemas son de la forma:

$$\{b\} \cong [A]\{x\} \tag{6.1.14}$$

sujeto a:  $\{b_l\} \leq [C]\{x\} \leq \{b_u\}$  (6.1.15)

$$\{x_l\} \leq \{x\} \leq \{x_u\} \tag{6.1.16}$$

donde:

$[A]$  matriz de coeficientes del sistema de ecuaciones

$\{x\}$  vector de incógnitas del sistema

$\{b\}$  lado derecho del sistema

$[C]$  matriz de coeficientes de las restricciones

$\{b_l\}$  vector con el límite inferior de  $\{b\}$

$\{b_u\}$  vector con el límite superior de  $\{b\}$

$\{x_l\}$  vector con el límite inferior de  $\{x\}$

$\{x_u\}$  vector con el límite superior de  $\{x\}$

Estos sistemas se resuelven mediante un cambio de variables  $\{y\} \equiv [C]\{x\}$ , para el que se obtiene la solución por mínimos cuadrados con los límites inferior y superior de los vectores  $\{x\}$  y  $\{y\}$ . El sistema de ecuaciones  $[C]\{x\} - \{y\} = \{0\}$  es un conjunto de restricciones de igualdad, estas restricciones se consideran en programación lineal mediante *pesos pesados*, como en el método de penalización. En el programa desarrollado en el presente trabajo DDMPMT (Detección de Daño

en Marcos Planos con la Matriz de Transformación) se utiliza la subrutina LCLSQ incluida en las librerías IMSL.

La ecuación 6.1.15 permite incluir incertidumbres en los valores estimados de los términos independientes de la matriz de rigidez lateral dañada  $\{k_d\}$  (Escobar, 1996) por ejemplo; estos valores pueden ser perturbados para simular el efecto de imprecisiones en las mediciones, e introducir el intervalo resultante al problema. Por otra parte, debido a que el posible daño en los elementos está restringido a tomar valores entre 0 y 1, la ecuación 6.1.16 es utilizada para acotar a  $\{dk\}$ .

### 6.1.2.1 Estructuras simétricas

Cuando una estructura posee simetría tanto en rigidez como en distribución de cargas, existen elementos estructurales que ocasionan la misma variación en la matriz de rigidez lateral ante el mismo nivel de daño. Esto es, sus matrices  $[\bar{k}_i]$  son iguales; por lo que pueden ser factorizadas por un  $dk_{comun}$  que estará sujeto a tomar valores en el intervalo  $[0, \text{número de elementos simétricos}]$ . La consideración anterior implica que el número de incógnitas disminuye; este hecho puede ser útil en muchas situaciones, ya que la ecuación 6.1.13 comparte las mismas limitaciones respecto a la relación entre el número de ecuaciones y de incógnitas que los métodos de la Matriz de Sensibilidad Lineal y No Lineal.

En los casos estudiados en el presente trabajo, la matriz de rigidez lateral de un marco plano puede poseer términos que llegan a ser hasta 300,000 veces menores que el mayor término de esta matriz. Al intentar resolver el sistema de ecuaciones dado por la ecuación 6.1.13 con diferencias relativas tan grandes, la precisión disminuye. Para evitar este problema en los casos estudiados en el presente trabajo, se elimina la mayor cantidad posible de ecuaciones con términos relativamente pequeños, mientras se conserve un problema con igual o mayor número de ecuaciones que de incógnitas.

### 6.1.2.2 Algoritmo

Para obtener el estado de daño de una estructura es necesario establecer las condiciones específicas del problema, que incluyen la eliminación de ecuaciones y/o incógnitas, así como la modificación del intervalo de daño, y seguir el procedimiento iterativo que se resume en el siguiente algoritmo:

1. Se calculan las matrices  $[K_{sd}]_j$  y  $[K]_j$
2. Se obtiene la matriz  $[T]$  para el estado no dañado
3. Se calculan las matrices  $[\bar{K}] = [T]^T [K_{sd}]_j [T]$  y  $[\bar{K}]_j = [T]^T [K]_j [T]$
4. Se forma el vector  $\{\bar{k}\}$  y la matriz  $[S_k]$
5. Se resuelve  $\{\bar{k}\} - \{\bar{k}_d\}_{medido} = [S_k] \{dk\}$  donde  $\{\bar{k}_d\}_{medido}$  es un vector que contiene la estimación de los términos de la matriz de rigidez condensada, calculados a partir de los modos y frecuencias de vibración medidos experimentalmente en un caso real, o los valores correspondientes a un estado simulado analíticamente.
6. Se calcula la matriz de rigidez global  $[K_d]_j$  para el vector de daño  $\{dk\}$  obtenido, a la que corresponde una nueva matriz de transformación  $[T]$
7. Se condensa  $[K_d]_j$  y se forma un vector  $\{\bar{k}_d\}_{aprox}$
8. Si la diferencia entre  $\{\bar{k}_d\}_{medido}$  y  $\{\bar{k}_d\}_{aprox}$  es menor que cierta tolerancia el proceso se detiene; de no ser así se regresa al paso 3.

### 6.1.2.3 Criterios de convergencia

Para detener o proseguir el proceso en el paso 8 del algoritmo descrito, es necesario establecer un criterio que permita medir el refinamiento alcanzado por la solución en cada iteración:

Con la hipótesis de que no existe daño, paso 2 del algoritmo, es posible obtener un procedimiento iterativo convergente al estado de daño definido por el vector  $\{k_d\}_{medido}$ , si la matriz de transformación que se utiliza en el paso 3 de la iteración  $z+1$  se calcula para una fracción de la suma de los daños obtenidos en las iteraciones  $z$  y  $z-1$ , por ejemplo:

$$\{dk\}_{z+1} = FC (\{dk\}_z + \{dk\}_{z-1})$$

El factor FC se denomina factor de convergencia, pudiendo establecerse cierta analogía en su función con el método de bisección utilizado para obtener raíces de polinomios. En la mayoría de los casos estudiados en este trabajo  $FC=1/2$ , por lo que el vector de daño que se utiliza como aproximación para la iteración  $z+1$  es el promedio de los dos anteriores.

De esta forma, la matriz de transformación presenta un cambio gradual que permite la detección de los elementos dañados por aproximaciones sucesivas. Para medir el grado de aproximación del método en cada iteración, se utiliza el error medio cuadrático (e.m.c.) en los términos de la diagonal principal; el vector de daño que corresponde al valor mínimo de este error es la mejor solución.

Otra manera de detener el proceso es fijar una tolerancia, por ejemplo 2%, para el máximo error relativo resultante de comparar los términos del vector  $\{\bar{k}_d\}_{medido}$  con el  $\{\bar{k}_d\}_{aprox}$  en el paso 8; esta condición conduce, en estructuras con pocos elementos a que en la primera iteración se encuentren y cuantifiquen los elementos dañados.

Adicionalmente, en este estudio un elemento estructural sólo puede presentar uno de dos estados: dañado o no dañado, esta condición mutuamente excluyente, permite depurar la solución directa del sistema de ecuaciones del paso 5, al permitir asignar daño cero a los elementos con degradación inferior a cierto valor específico, por ejemplo 4%; el uso de este criterio contribuyó a mejorar la localización de los elementos dañados al utilizar el método de la matriz de transformación.

### 6.1.3 Detección de daño en estructuras tridimensionales

El cálculo de la matriz de rigidez de una estructura tridimensional correspondiente a los grados primarios de libertad (movimientos de cuerpo rígido de las losas) a partir de las matrices de rigidez de los marcos planos que la constituyen (Sección 3.1.1), se puede resumir como sigue:

1. Se calcula la matriz de rigidez global de cada marco. Usando la notación de la ecuación 6.1.4, la matriz de rigidez global correspondiente a un estado de daño en el marco  $j$  es:

$$[K_d]_j = [K_{ad}]_j - \sum_{i=1}^{nej} dk_{ij} [K]_{ij} \quad (6.1.17)$$

donde  $dk_{ij}$  es la degradación en rigidez del elemento  $i$  del marco  $j$ .

2. Se calcula la matriz de rigidez lateral cada marco dañado a partir de su matriz de rigidez global y de la matriz de transformación asociada a ese estado, esto es:

$$[\bar{K}_d]_j = [T_d]_j^T [K_d]_j [T_d]_j \quad (6.1.18)$$

sustituyendo la ecuación 6.1.18 en la ecuación 6.1.17:

$$[\bar{K}_d]_j = [T_d]_j^T [K_{ad}]_j [T_d]_j - \sum_{i=1}^{nej} dk_{ij} [T_d]_j^T [K]_{ij} [T_d]_j \quad (6.1.19)$$

3. La matriz de rigidez lateral del  $j$ -ésimo marco dañado se transforma a coordenadas globales usando condiciones de compatibilidad (Bazán, 1977), donde la matriz de transformación de desplazamientos  $[C]_j$  relaciona los grados de libertad laterales del marco  $j$  con los grados de libertad primarios de la estructura tridimensional; así, aplicándolo a la ecuación 6.1.19:

$$[C]_j^T [\bar{K}_d]_j [C]_j = [C]_j^T [T_d]_j^T [K_{ad}]_j [T_d]_j [C]_j - \sum_{i=1}^{nej} dk_{ij} [C]_j^T [T_d]_j^T [K]_{ij} [T_d]_j [C]_j \quad (6.1.20)$$

4. La matriz de rigidez de la estructura tridimensional para un estado de daño  $[\bar{K}_{td}]$  se obtiene sumando las matrices de rigidez lateral transformadas a desplazamientos globales de cada marco:

$$[\overline{K}t_d] = \sum_{j=1}^{Nm} [C]_j^T [T_d]_j^T [K_{sd}]_j [T_d]_j [C]_j - \sum_{j=1}^{Nm} \sum_{r \in j} dk_r [C]_j^T [T_d]_j^T [K]_{rj} [T_d]_j [C]_j \quad (6.1.21)$$

donde  $Nm$  es el número de marcos en la estructura. En esta ecuación, la doble suma expresa la pérdida de rigidez global de la estructura como la contribución de todos los elementos de cada marco. Es conveniente cambiar la doble suma de forma tal que exprese la contribución de todos los elementos en la estructura; para así obtener una expresión en la que a cada elemento estructural, pertenezca a uno o más marcos, esté asociado un único factor  $dk$ ; esto se logra con:

$$[\overline{K}t_d] = \sum_{j=1}^{Nm} [C]_j^T [T_d]_j^T [K_{sd}]_j [T_d]_j [C]_j - \sum_{r=1}^{Nr} dk_r \sum_{\substack{j=1 \\ r \in j}}^{Nm} [C]_j^T [T_d]_j^T [K]_{rj} [T_d]_j [C]_j \quad (6.1.22)$$

donde  $Nr$  es el número de elementos en la estructura. La ecuación anterior puede representarse en forma similar a la derivada para resolver el problema de detección de daño en marcos planos (Ec. 6.1.11), si se hacen las siguientes transformaciones:

$$[\overline{K}t_{sd}] = \sum_{j=1}^{Nm} [C]_j^T [T_d]_j^T [K_{sd}]_j [T_d]_j [C]_j \quad (6.1.23)$$

$$[\overline{K}_d]_r = \sum_{\substack{j=1 \\ r \in j}}^{Nm} [C]_j^T [T_d]_j^T [K]_{rj} [T_d]_j [C]_j \quad (6.1.24)$$

$[\overline{K}_d]_r$  es la contribución en rigidez del  $r$ -ésimo elemento de la estructura. Para obtener esta rigidez, el ensamble se realiza para todos los marcos que incluyen al elemento ( $r \in j$ ).

Al sustituir las ecuaciones 6.1.23 y 6.1.24 en 6.1.22 se obtiene:

$$[\overline{K}t_d] = [\overline{K}t_{sd}] - \sum_{r=1}^{Nr} dk_r [\overline{K}_d]_r \quad (6.1.25)$$

A partir de esta expresión, es posible establecer un sistema de ecuaciones al desarrollar una ecuación para el término  $t$ -ésimo de cada matriz:

$$\overline{kt_{sd}} - \overline{kt_d} = \sum_{r=1}^{Nr} dk_r \overline{k_{d_r}} \quad (6.1.26)$$

en forma matricial:

$$\{\overline{kt_{sd}}\} - \{\overline{kt_d}\} = [S_k]\{dk\} \quad (6.1.27)$$

donde  $[S_k]$  es una matriz formada por los términos  $\overline{k_{d_r}}$ .

Dado que las matrices de transformación de desplazamientos  $[C]$ , son independientes del estado de daño de un marco, el procedimiento que se sigue para resolver la ecuación 6.1.27 es análogo al utilizado para marcos planos. Como aproximación inicial para la solución se considera que las matrices de transformación corresponden al estado no dañado, y se aplica nuevamente el algoritmo descrito en la sección 6.1.2.2.

### 6.1.3.1 Comentarios

Las consideraciones sobre elementos simétricos conducen a reducir el número de elementos independientes y a la modificación del intervalo de daño en los términos ya explicados. Es importante recordar que la matriz  $[\overline{Kt_d}]$  puede poseer términos con valor cero (Sección 4.2.1), por lo que el número de ecuaciones no es función únicamente del orden de ésta, sino además de la conectividad de los elementos estructurales y de la selección de los grados de libertad de la estructura.

Por otra parte, al obtener la contribución en rigidez de cada elemento estructural con la ecuación 6.1.25, se está considerando implícitamente, que la degradación de su rigidez es la misma en las direcciones locales de los marcos a los que pertenece el elemento. Sin embargo, un elemento común a dos marcos (normalmente ortogonales) como una columna, dependiendo del ángulo de incidencia de un sismo, o de la forma en que responda la estructura ante éste, puede presentar degradaciones en rigidez distintas en dos direcciones (Wilson *et al*, 1995). Para considerar este

efecto con el planteamiento propuesto sería necesario cambiar el planteamiento del problema; de localizar daño en cada elemento, a localizar daño en las direcciones locales de cada elemento.

El enfoque empleado para aplicar el método de la Matriz de Transformación en estructuras tridimensionales, no considera la compatibilidad de deformaciones en las columnas que pertenecen a más de un marco; esta suposición es aceptable excepto en el caso de edificios muy altos o estructuras *tipo tubo* (Ghali y Neville, 1989). Una forma de considerar este efecto mediante el método de la matriz de transformación, es que la matriz de rigidez condensada de una estructura tridimensional sea obtenida a través de una condensación tridimensional.

Para aplicar el método propuesto se desarrolló el programa DDETMT (Detección de Daño en Estructuras Tridimensionales con la Matriz de Transformación), este programa también utiliza la subrutina LCLSQ de las librerías IMSL.

## 6.2 Ejemplos de aplicación y resultados obtenidos

Se describen a continuación los modelos y los casos de daño estudiados para calibrar la aplicación del método de la Matriz de Transformación, desarrollado en este trabajo para la detección de daño estructural en modelos de marcos planos y tridimensionales de edificios.

### 6.2.1 Marco plano de tres niveles

Para calibrar la aplicación del método propuesto de detección de daño en marcos planos con el método de la Matriz de Transformación se utiliza el marco mostrado en la figura 6.2.1. Este marco se utiliza también en el desarrollo del método de la Matriz de Sensibilidad en marcos planos (Sugahara, 1997).

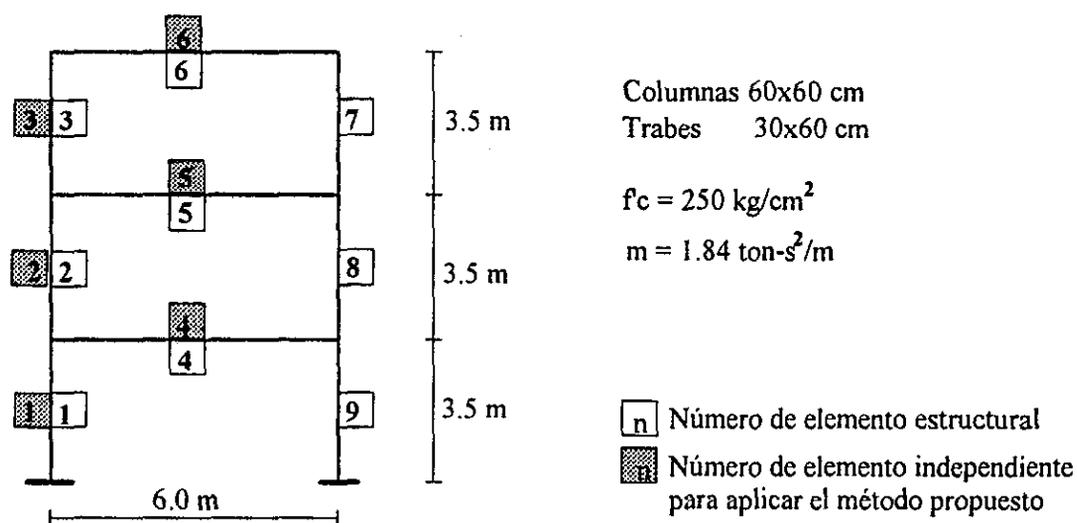


Fig. 6.2.1. Marco plano de tres niveles

### Casos de daño estudiados

En la figura 6.2.2 se muestran los casos de daño simulado estudiados y los resultados obtenidos utilizando el método de la matriz de transformación para detección de daño propuesto en este trabajo. Puede apreciarse que la localización y magnitud del daño calculado es adecuada en todos

los casos, sin que existan errores de magnitud significativa. En todos los casos el FC utilizado es igual a 1/2.

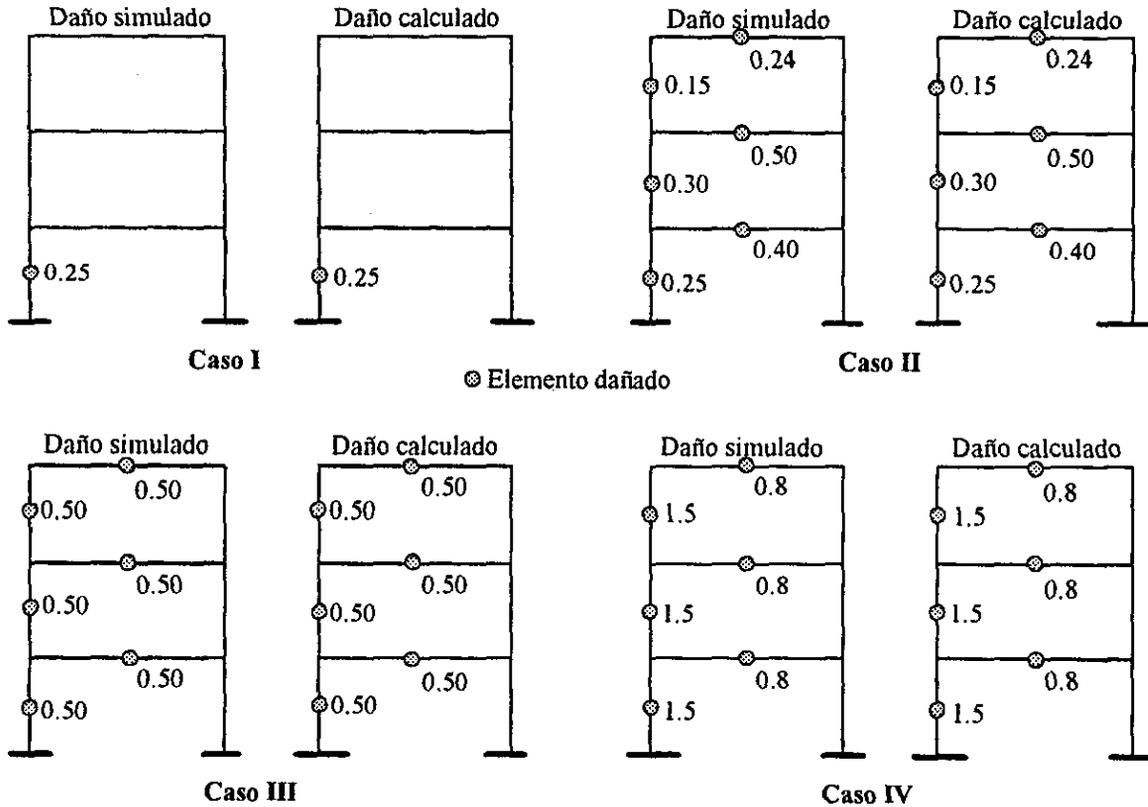


Fig. 6.2.2. Casos de daño estudiados y resultados obtenidos. Los valores mayores que 1.0 indican la suma del daño de varios elementos simétricos (Sección 5.1.2.2)

La tendencia del valor que presenta el e.m.c. en cada iteración se muestra en la figura 6.2.3. Se observa que el e.m.c. cometido, al comparar los vectores de daño calculados en el paso 8 del algoritmo, es menor al 0.6% en los cuatro casos de daño estudiados a partir de la segunda iteración, desapareciendo prácticamente en la quinta iteración; e.m.c.=0.026% para el caso IV, teniéndose valores menores que éste para los otros tres casos analizados. Si se establece el criterio de detener el proceso iterativo cuando se obtiene un error relativo máximo en alguna ecuación menor al 2%, éste se habría detenido en la segunda iteración. Los estados simulados de daño incluyen estados con varios elementos dañados (casos II-IV), así como elementos aislados (caso I). En el caso IV se muestra la apertura del intervalo de daño en las columnas del modelo, ya que al existir simetría el daño posible puede estar comprendido en el intervalo [0,2].

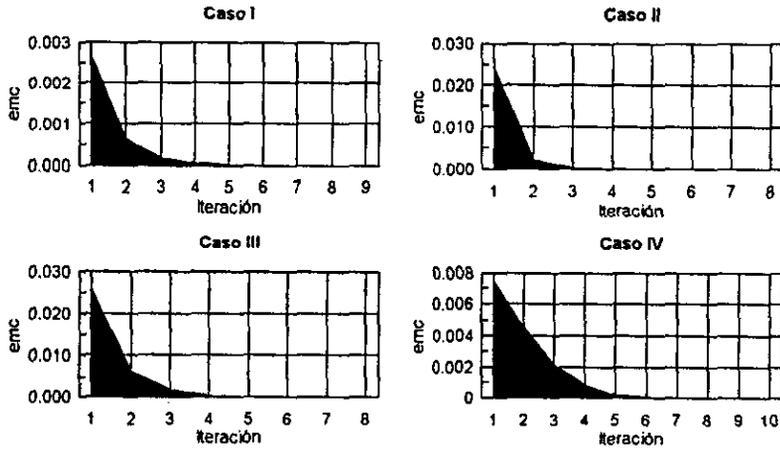


Fig. 6.2.3. Variación del error medio cuadrático, marco plano de tres niveles.

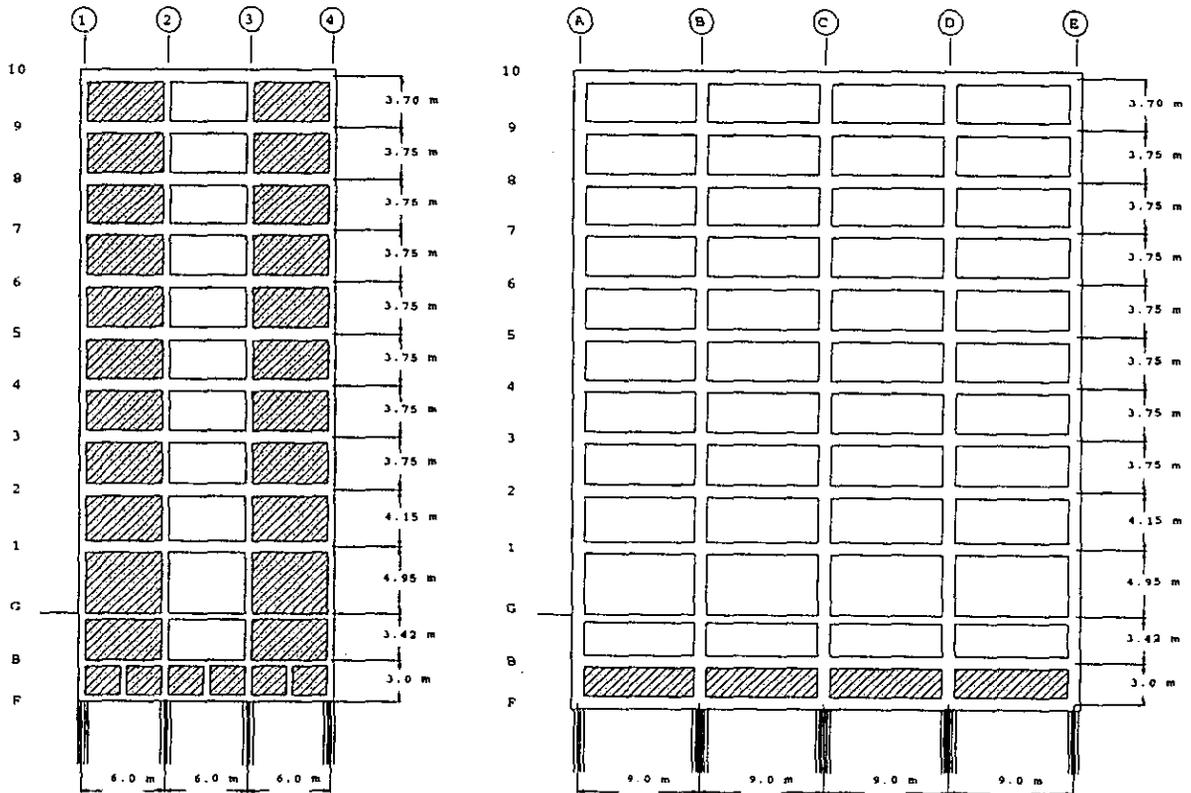


Fig. 6.2.4. Elevación del edificio STC y marco longitudinal analizado.

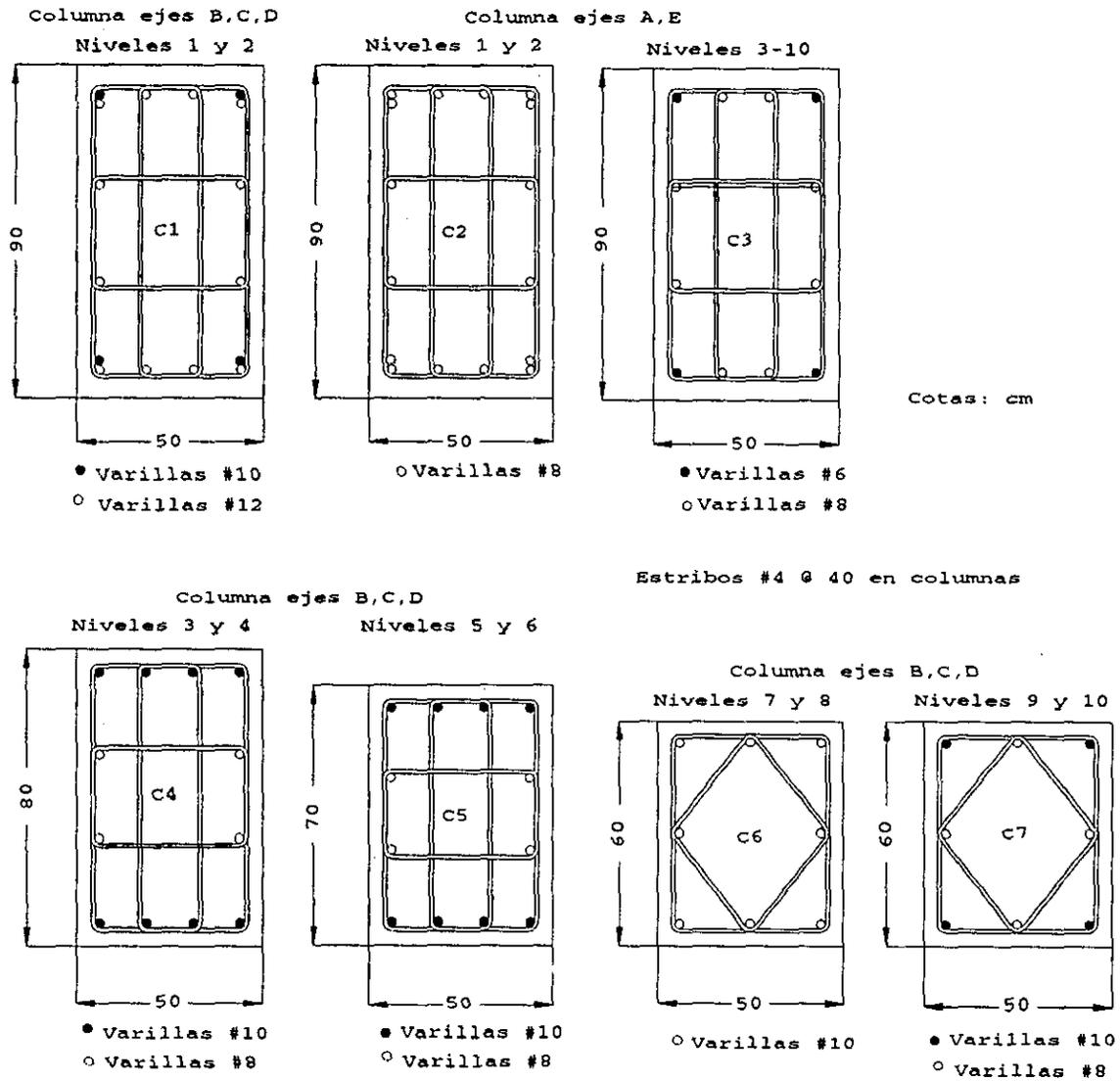


Fig. 6.2.4a. Armado de columnas del marco longitudinal del edificio STC.

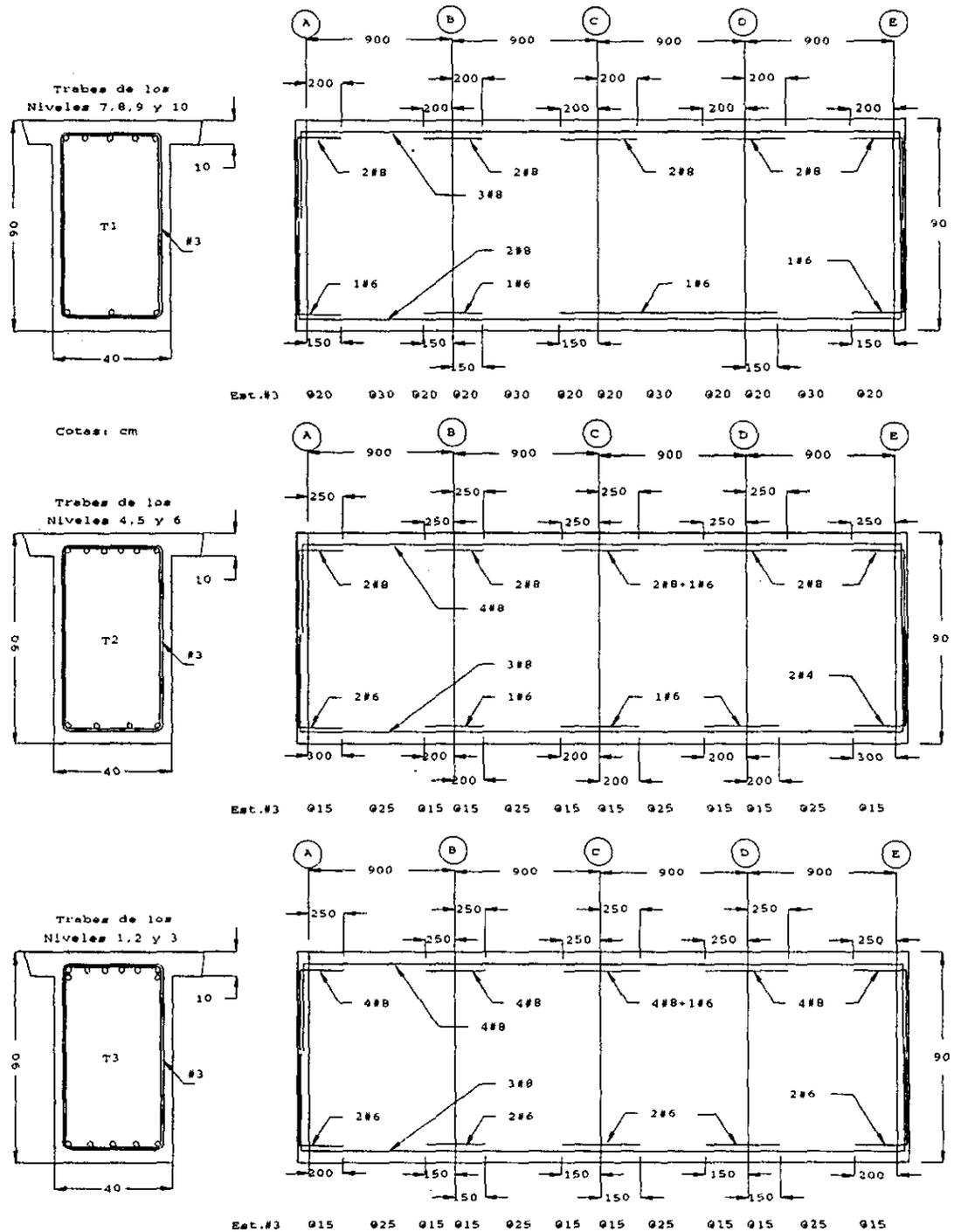


Fig. 6.2.4b. Armado de traves del marco longitudinal del edificio STC.

## 6.2.2 Marco del edificio STC

Para aplicar el método de la matriz de transformación para detección de daño estructural en un edificio existente, se seleccionó un edificio de oficinas localizado en el antiguo lecho del lago en la ciudad de México (Edificio STC). El daño estructural ocasionado por el sismo del 19 de septiembre de 1985 en este edificio se reporta por Ávila y Meli (1987). Este edificio consiste en una estructura regular de planta rectangular, con marcos en la dirección longitudinal y muros de cortante acoplados en la dirección transversal (Fig. 6.2.4a). Una ventaja de este tipo de estructuración es el mínimo efecto biaxial que puede presentarse en los elementos estructurales de los marcos longitudinales, debido a que la mayor parte de las fuerzas laterales en la dirección transversal son tomadas por los muros de cortante (Villaverde, 1991). De aquí se sigue que el comportamiento de la estructura en su dirección longitudinal puede ser analizado adecuadamente con un modelo analítico correspondiente a un marco plano interior.

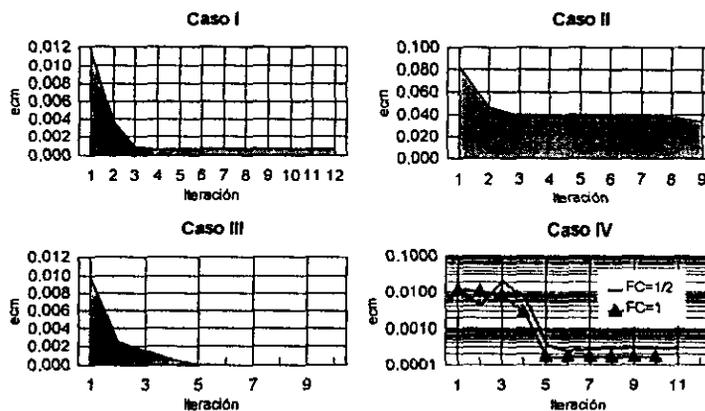
De este modelo se analizan 9 casos de daño en total; de éstos 8 son simulados (Casos I a VIII) y el restante corresponde a un análisis del estado de daño del edificio después del sismo del 19 de septiembre de 1985 (Caso IX). En las figuras 6.2.7 a 6.2.10 se muestran los casos de daño simulado estudiados, y en la tabla 6.2.1 se presentan los errores relativos obtenidos en la magnitud del daño calculado. Con excepción del caso IX que se trata posteriormente, la localización de elementos dañados, así como la magnitud calculada de daño puede considerarse adecuada.

Los casos de daño simulado incluyen todas las columnas de un entrepiso (casos III, VI y VII); varias columnas dañadas en entrepisos vecinos (casos II y IV); y estados de daño con elementos de varios entrepisos (casos I y VIII). En todos los casos el factor de convergencia utilizado es  $FC=1/2$ ; excepto en el caso IV, para el que el daño calculado se obtiene utilizando la solución de la iteración anterior como aproximación para la siguiente, debido a que con este proceder se logra una mejor aproximación en la detección del daño, identificándose como  $FC=1$ . Además de explorar la sensibilidad del método a este valor, no se encontró una razón que explique la mayor aproximación de la solución calculada para este caso en particular con  $FC=1$ , en comparación a  $FC=1/2$ , que es el valor con el que se obtiene el valor mínimo del e.m.c. en el resto de los casos.

En los casos I a IV y VI a VIII todos los elementos dañados son localizados, con errores relativos menores al 7.5% en columnas y 35% en trabes. A pesar de que la magnitud de este último error es grande, existen algunas situaciones que reflejan la buena precisión del método como las siguientes:

- En el caso VIII se detectan las diez columnas dañadas con errores relativos en la magnitud del daño estimado menores al 1.5%.
- En el caso III la magnitud del error en la solución calculada no es apreciable.
- En los casos I y IV todos los elementos dañados son detectados con valores de los errores relativos en la magnitud del daño calculado menores al 3.3%.

En las figuras 6.2.5 y 6.2.6 se muestra la tendencia del error medio cuadrático durante el transcurso del proceso iterativo aplicado a los casos analizados. La gráfica correspondiente al caso IV (Fig. 6.2.5) incluye la tendencia del e.m.c. tanto con  $FC=1/2$  como con  $FC=1$ . La aproximación alcanzada con el segundo criterio es, en términos del e.m.c., del doble a la lograda con  $FC=1/2$ , indicando que la solución obtenida con  $FC=1$  es mejor. Además puede observarse que la variación del e.m.c. no presenta mínimos relativos (Granville, 1963). En las gráficas correspondientes al resto de los casos puede observarse que el estado de daño calculado corresponde al valor mínimo del e.m.c.; valor que se alcanza cuando se logra la convergencia de este error.

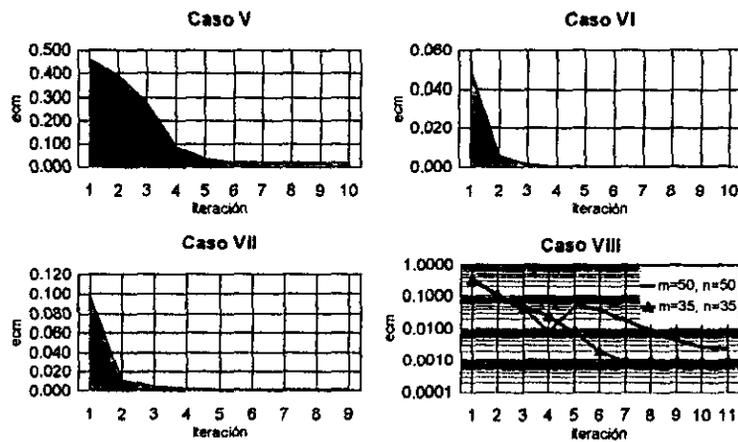


6.2.5. Tendencia del ecm en el proceso iterativo del método de la Matriz de Transformación para detección de daño estructural (Casos I a IV)

El efecto que produce el orden de la matriz  $[S_k]$  en la solución del problema se analiza particularmente para el caso VIII (Fig. 6.2.10), en el que se simula daño en 15 de los 50 elementos independientes del modelo, con magnitudes que varían entre 5.3% y 100%. El método se aplica para 5 combinaciones entre el número de ecuaciones ( $m$ ) y de incógnitas ( $n$ ). En la solución calculada tomando todas las ecuaciones y considerando como posible el daño en todos los elementos del edificio ( $m=55, n=50$ ), todos los elementos dañados son detectados con errores relativos menores al 4.33%, valor correspondiente a la trabe del tercer nivel para la que el daño simulado fue de 90.1%, y en general inferiores al 2.4%, incluyendo 5 elementos para los que no se aprecia error en la magnitud calculada del daño.

Es posible pensar que en un segundo análisis se puede restringir la ubicación de posibles elementos dañados a la zona indicada con el análisis inicial, en este caso, los primeros 6 niveles; además de que al disminuir el número de incógnitas se posibilita la eliminación de ecuaciones con términos relativamente pequeños. Sin embargo, al analizar los resultados obtenidos en el resto de los análisis presentados en la figura 6.2.10, ( $m=50, n=50$ ), ( $m=49, n=45$ ), ( $m=49, n=35$ ), y ( $m=35, n=35$ ), se observa que la solución calculada no es mejor en términos de localización y magnitud de daño. Aunque, como puede observarse en la figura 6.2.6, el e.c.m. en la última iteración del análisis con ( $m=35, n=35$ ) es menor que el obtenido con ( $m=55, n=50$ ), además de que no aparecen mínimos relativos en el proceso. Algunos aspectos relevantes se comentan en el siguiente capítulo.

Por otra parte, en el caso V se hizo necesario descartar la depuración de la solución directa descrita en la sección 5.3.5 para lograr la identificación del estado dañado. En este caso, el método no pudo localizar el daño en la trabe del último nivel ( $dk=70\%$ ), reportando en su lugar como dañadas la trabe de la crujía vecina ( $dk=10\%$ ), y la columna del entrepiso inferior ( $dk=15\%$ ) al que están conectadas ambas trabes (Fig. 6.2.8). Adicionalmente, en la magnitud del daño calculado para la columna del séptimo entrepiso se presenta un error relativo de -16%; al tiempo que en el estado de daño calculado se incluye como dañada una columna del siguiente eje ( $dk=14\%$ ) que no es parte del estado de daño simulado.



6.2.6. Tendencia del ecm en el proceso iterativo del método de la Matriz de Transformación para detección de daño estructural (Casos V a VIII)

Los resultados obtenidos en este último caso pueden considerarse conservadores, ya que aunque no se detecta el daño simulado en la trabe del último nivel, se reportan dos elementos dañados en su lugar, incluyendo una columna; mientras que para el caso de la columna del séptimo entrecimiento, ésta es localizada y se agrega otra al estado de daño calculado. Es importante notar que el error relativo máximo generado al resolver el sistema de ecuaciones expresado en la ecuación 6.1.13 es del 3%, y que el e.m.c., que mide el promedio del error en las ecuaciones obtenidas de los términos de la diagonal principal de la matriz de rigidez condensada tiene un valor de 0.018.

Caso	Elemento independiente dañado ( <i>n</i> )														
I	5	14	23	42	46	50									
	0.00	0.00	0.00	0.00	2.00	2.00									
II	1	2	3	4	5	6	7	8 <sup>NDA</sup>	31	32					
	6.00	-2.00	1.00	11.0	2.00	0.00	-0.43	4.00	25.00	-35.0					
III	1	2	3												
	0.00	0.00	0.00												
IV	1	2	3	4	5	6	7	8	9						
	0.00	0.00	-2.5	0.00	2.86	-2.86	0.00	-3.33	3.33						
V	2	8	10	15	16	20 <sup>NDA</sup>	21	28	29 <sup>NDA</sup>	43	46	48	49 <sup>NDA</sup>	50 <sup>NDE</sup>	
	0.00	0.00	0.00	2.00	0.00	14.0	-16.0	0.00	15.00	-4.29	0.00	5.71	10.0	70.0	
VI	25	26	27												
	0.00	-10.0	7.5												
VII	13	14	15												
	0.00	-2.50	2.50												
VIII	2	3	4	7	8	9	10	13	15	17	31	33	36	38	40
	0.00	0.00	-0.37	1.37	-1.47	0.00	0.80	0.84	-0.51	0.00	0.17	0.00	-4.33	2.40	1.68

Tabla 6.2.1. Error relativo en el daño calculado para el elemento independiente *n* en (%). NDA indica que el elemento no es parte del estado simulado de daño, el valor mostrado es la magnitud del daño calculado en porcentaje con el método de la matriz de transformación. NDE indica que el elemento no es detectado por el método como dañado, el valor mostrado es la magnitud simulada de daño en el elemento en porcentaje.

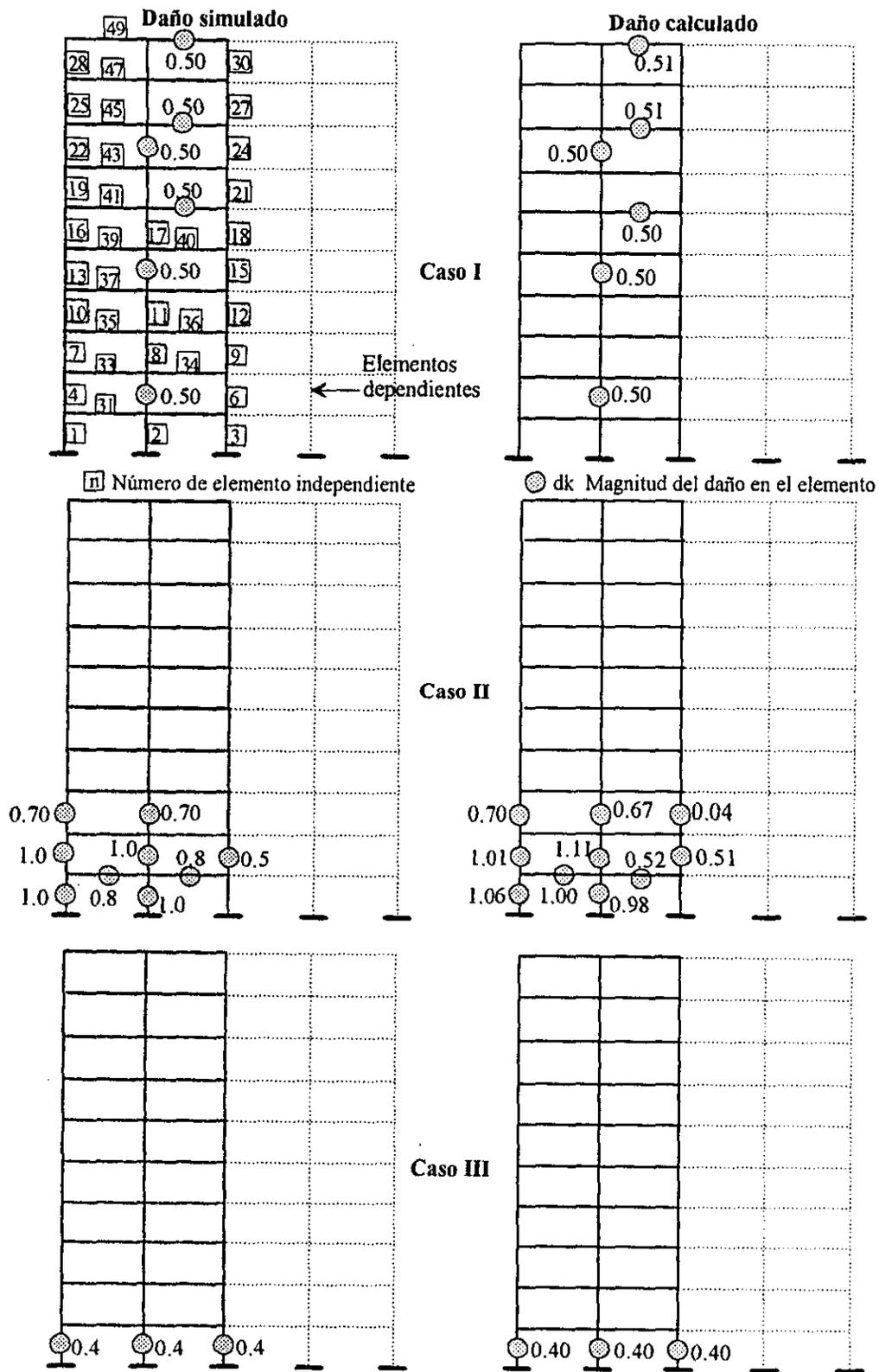


Fig. 6.2.7 Marco del edificio STC. Casos de daño estudiados I, II y III

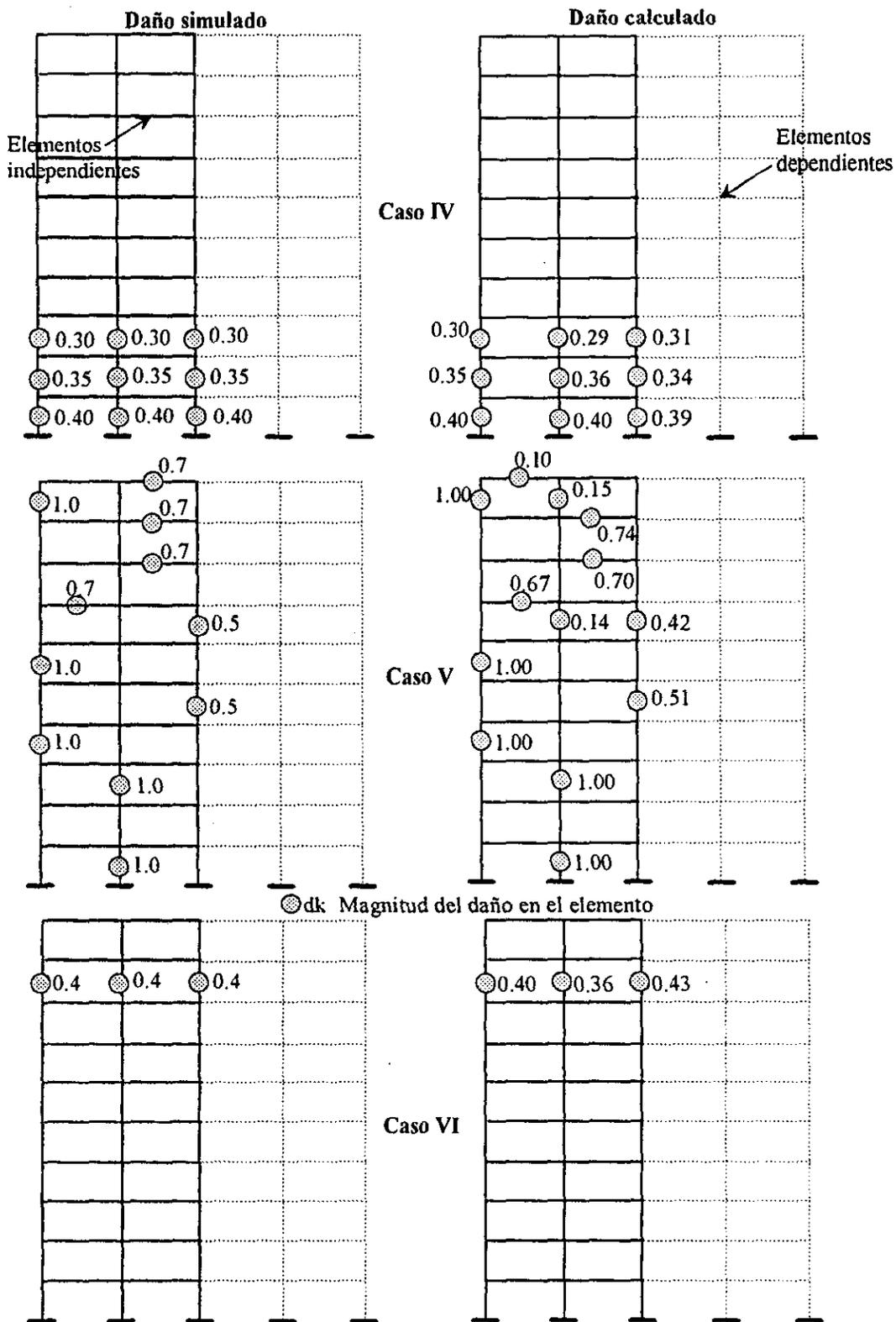


Fig. 6.2.8. Marco del edificio STC. Casos de daño estudiados IV, V y VI

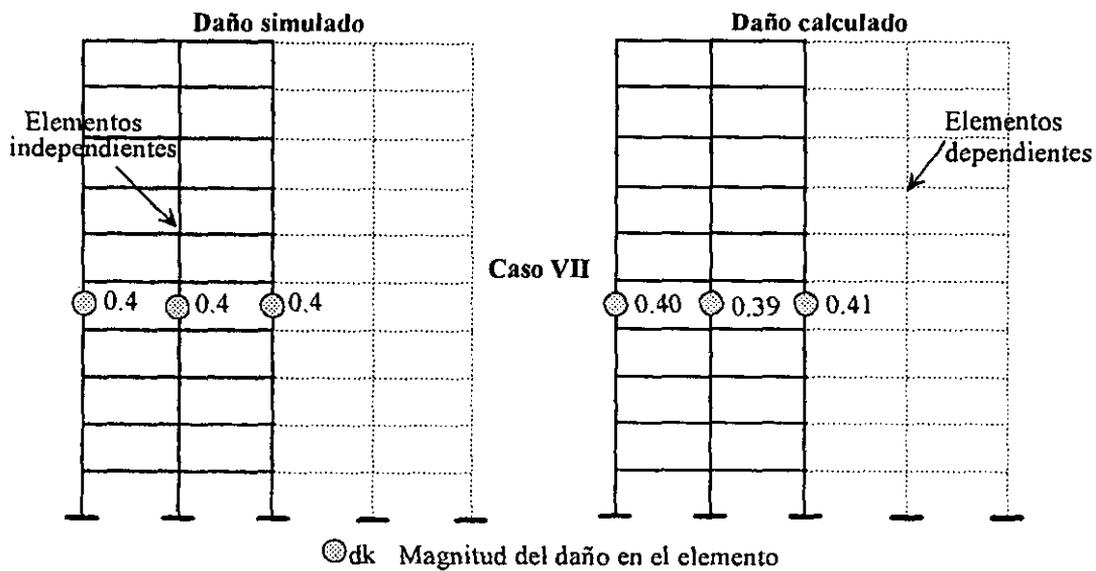


Fig. 6.2.9. Marco del edificio STC. Caso VII de daño estudiado

### Marco del edificio STC. Caso IX de daño estudiado.

En este caso se estudia la aplicación del método de la matriz de transformación a la detección del daño estructural real en un edificio existente. Para lograr esto, se analiza el modelo analítico de un marco plano en la dirección longitudinal del edificio STC con el programa CANNY, usando como excitación sísmica el registro del sismo del 19 de septiembre de 1985 obtenido en la estación SCT de la ciudad de México en su componente este-oeste. Los pasos seguidos para llevar a cabo esta aplicación son:

- Obtención del modelo analítico de un marco de la dirección longitudinal del edificio STC con el programa CANNY.
- Obtención del modelo del mismo marco con el programa DDMPMT.
- Comparación de las matrices de rigidez lateral obtenidas con ambos programas. Debido a que el método de la matriz de transformación expresa la rigidez lateral de una estructura en función de la contribución en rigidez de cada elemento, debe lograrse una adecuada concordancia entre la matriz de rigidez lateral de ambos programas, para así asegurar que el estado dañado de la estructura se pueda expresar a través de la suma de la contribución en rigidez de cada elemento estructural; elementos que pueden estar sujetos a ciertos niveles de daño.

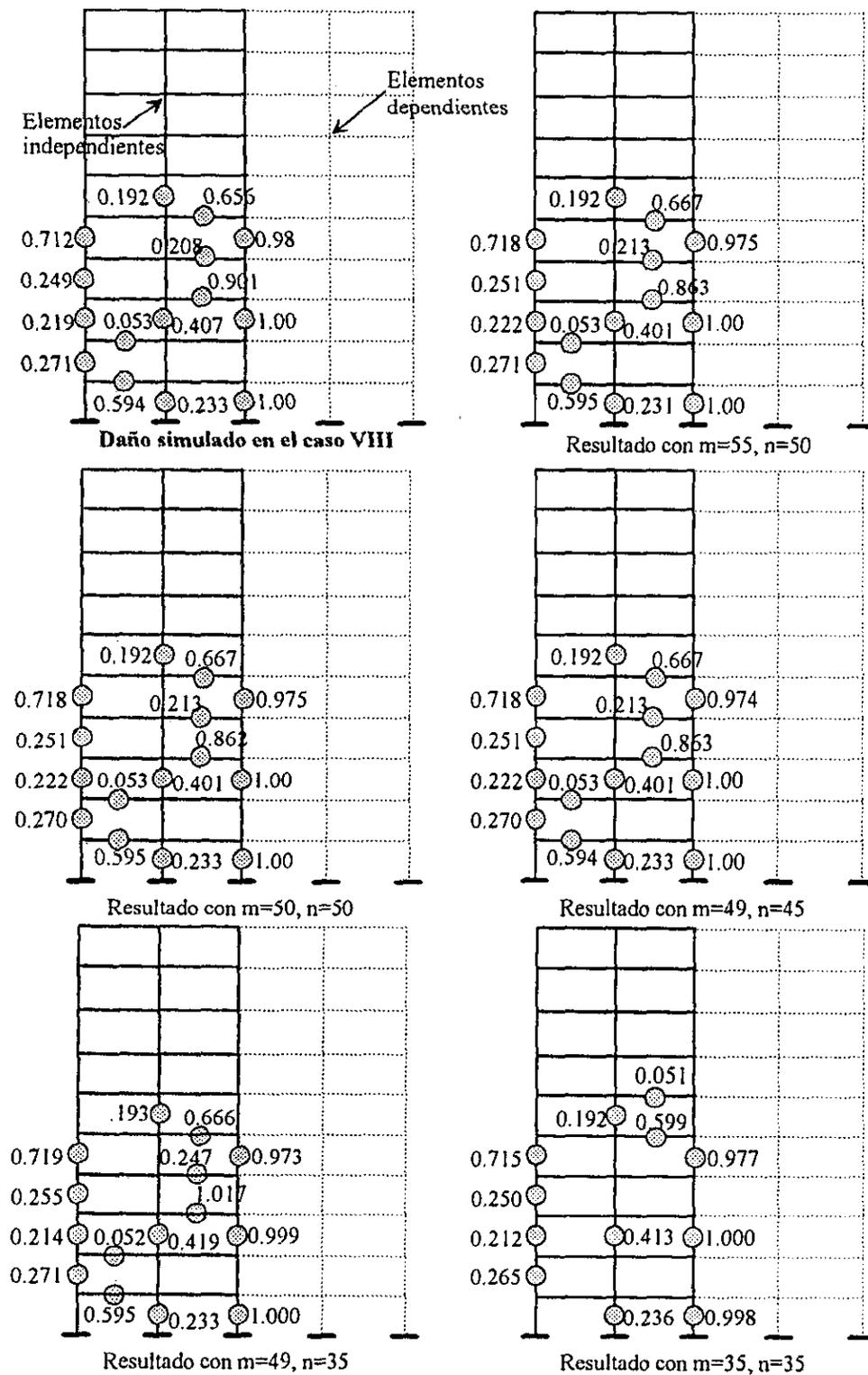


Fig. 6.2.10. Marco del edificio STC. Caso de daño estudiado VIII. Efecto del número de ecuaciones  $m$  y de incógnitas  $n$  sobre el método de la matriz de transformación para detección de daño estructural.

- Análisis inelástico paso a paso del modelo del edificio STC en el programa CANNY.
- Cálculo de la matriz de rigidez lateral correspondiente al estado dañado de la estructura, a partir de los modos y frecuencias de vibración calculados por el programa CANNY al final del análisis paso a paso.
- Una vez que se conoce la matriz de rigidez lateral del estado dañado, se proporciona esta información al programa DDMPMT, que mediante aproximaciones sucesivas encuentra la combinación de elementos estructurales dañados que minimiza la diferencia entre la matriz de rigidez lateral dañada y la calculada en cada iteración al sumar la contribución en rigidez de los elementos con el daño correspondiente en cada combinación.

En las tablas 6.2.2 y 6.2.3 se presenta la matriz de rigidez lateral de un marco de la dirección longitudinal del edificio STC calculada con los programas CANNY y DDETMT respectivamente. En ambos programas se incluye el efecto de zonas rígidas en los extremos de los elementos estructurales y de la deformación debida a cortante y flexión, para mejorar la correspondencia entre el comportamiento del modelo teórico y el edificio real. El cociente término a término entre estas matrices se presenta en la tabla 6.2.4, observándose una buena correspondencia entre ambas. Los cocientes de los términos pertenecientes a las dos diagonales paralelas a la principal presentan valores próximos a la unidad, entre 0.992 y 1.042, mientras que en los términos de la diagonal principal estos cocientes presentan valores entre 0.989 y 0.999. La cercanía de estos valores con la unidad indica una adecuada similitud entre la matriz de rigidez lateral calculada con ambos programas. Este es un aspecto muy importante, ya que así se asegura que la matriz de rigidez lateral correspondiente a un estado de daño, calculada a partir de los modos y frecuencias de vibración del programa CANNY, pueda ser estimada correctamente por el programa DDMPMT. Los términos sombreados de esta tabla no son considerados para establecer ecuaciones, debido a que la diferencia entre los valores calculados por ambos programas introduciría errores en el proceso de solución con el método de la Matriz de Transformación. Se puede observar también que estos términos son los que poseen menor valor absoluto en la matriz de rigidez lateral, con diferencias respecto al mayor término de esta matriz de casi 300,000 veces (Tabla 6.2.3).

En las figuras 6.2.11, 6.2.12 y 6.2.13a se presentan gráficamente los resultados obtenidos del análisis paso a paso con el programa CANNY. Debido a la simetría presente en estos resultados, y a que el planteamiento del método de la matriz de transformación sólo puede identificar daño en uno de los elementos simétricos de una estructura, en las dos primeras figuras mencionadas se presentan únicamente los resultados correspondientes a la mitad del modelo.

Las demandas de ductilidad ( $\mu$ ) y de rotación ( $\theta$ ) calculadas por el programa CANNY se muestran en las figuras 6.2.11 y 6.2.12, respectivamente, en donde se aprecia que el daño en el edificio después del sismo es generalizado. En las traveses del modelo analizado se presentan demandas de ductilidad que varían entre  $\mu=1.28$  para las traveses de la cruzía A-B del nivel 7, y  $\mu=4.48$  en las traveses del primer nivel de las cruzías A-B y B-C, incluyendo rotaciones en estas traveses mayores a  $\theta=0.03$ . El número de articulaciones plásticas que ocurren en las columnas del modelo es menor que en las traveses (Fig. 6.2.13a), efecto atribuible a que en el diseño del edificio se consideraron fuerzas sísmicas incrementadas debido a su clasificación como estructura primaria de acuerdo al RCDF vigente durante su diseño, y a que la resistencia de las columnas es mayor, al menos en un 50% que la de las vigas concurrentes en ellas (Villaverde, 1991). Adicionalmente, en la figura 6.2.13b se muestra el daño real observado en la estructura después del sismo de 1985. Si se toman en cuenta las incertidumbres existentes en las características reales del movimiento del terreno en el sitio en que se localiza exactamente la estructura, los probables efectos de interacción suelo-estructura no considerados y las limitaciones del análisis inelástico realizado, la comparación entre las figuras 6.2.13a y 6.2.13b muestra que el modelo analítico puede predecir de manera razonable el patrón de daño observado, y que en consecuencia puede serle otorgada cierta confiabilidad.

El estado de daño obtenido con el programa DDMPMT, a partir de la matriz de rigidez lateral estimada (Tabla 6.2.5) con los modos y frecuencias calculados al final del análisis inelástico con el programa CANNY se presenta en la figura 6.2.14. La variación del e.m.c. en el proceso de solución se presenta en la figura 6.2.15, el FC utilizado es igual a 1/2. Debe mencionarse que el estado de daño detectado en este caso, a diferencia de los calculados para los estados de daño simulados previamente, no corresponde a la solución obtenida cuando se minimiza y logra la

convergencia del e.m.c., debido a que el estado de daño calculado en la última iteración conduce a la aparición de términos cercanos a cero en la diagonal de la matriz de rigidez global del modelo, hecho que impide proseguir con el proceso iterativo al introducir una inestabilidad en el modelo analítico del edificio. A pesar de lo anterior, es posible establecer las siguientes observaciones entre los resultados del análisis inelástico y el estado de daño antes mencionado:

Las articulaciones plásticas en las columnas que pertenecen al eje C del marco, se presentan únicamente en los niveles 1, 4 y 6, mientras que en el estado de daño calculado se reportan como dañadas las columnas de los niveles 3 y 7. En las columnas del eje B se articulan las columnas de los niveles 1, 4 y 6, y en la solución calculada se consideran como dañadas las columnas de los niveles 1, 4, 5, 6 y 7. Además, en el eje A se articulan la mayoría de las columnas desde el nivel 1 al 6, mientras que el daño calculado detecta como dañadas todas las columnas desde el nivel 1 hasta el 9. Además, en el primer nivel de este eje se localiza la columna que presenta mayor demanda de rotación ( $\theta=0.0263$ ) y de ductilidad ( $\mu=5.97$ ), siendo también la columna que presenta la mayor magnitud de daño calculada ( $dk=2.00$ ). Esta magnitud de daño indica que la contribución en rigidez de los 2 elementos simétricos asociados (columnas de los ejes A y E) se pierde totalmente.

Una posible explicación para la presencia de un mayor número de columnas en el estado de daño calculado, que el número de columnas en las que se presentan articulaciones plásticas, es el tipo de curva esquelética del modelo histerético utilizado para el análisis inelástico. En éste se usa el modelo de Takeda trilineal, en el que la rigidez de los elementos cambia si la demanda de momento es superior al momento de agrietamiento, donde este último se define como 25% del valor del momento de fluencia. Así, en todas las columnas del eje A reportadas como dañadas por el método, la ductilidad mínima demandada en algún extremo es mayor al 58%.

Por otra parte, aunque sólo se presentan articulaciones plásticas en ambos extremos de las trabes de los primeros 5 niveles, y en uno de los extremos de las trabes de la crujía A-B de los siguientes dos niveles, el estado de daño calculado puede considerarse conservador, al incluir la pérdida total en rigidez de al menos dos trabes simétricas en los primeros 9 niveles. Además, las trabes de los

niveles 6,7 y 8 de la cruzía B-C, en las que se presentan demandas de ductilidad  $\mu=0.97$ , 0.86 y 0.56 (sin articulaciones plásticas), son detectadas con una magnitud de daño  $dk=0.78$ , 0.70 y 0.31, respectivamente. En el segundo nivel, en el que todas las traveses se articulan, con demandas de rotación significativas ( $\theta>0.03$ ), los resultados obtenidos del análisis inelástico no muestran la aparición de articulaciones plásticas en las columnas a las que concurren estas traveses. Este efecto es similar al detectado en el estado de daño calculado, en el que aparecen con una magnitud de daño relativamente pequeña ( $dk=0.25$ ) sólo las columnas (simétricas) de los ejes A y E. En adición, el estado de daño calculado no incluye ningún elemento del último nivel, en el que no se presentan articulaciones plásticas ni rotaciones mayores a  $\theta=0.017$ .

Con los resultados obtenidos, es posible concluir que al concentrarse el daño únicamente en un extremo de varios elementos estructurales; extremo inferior de las columnas del primer nivel, extremo superior en el resto de las columnas articuladas y varias traveses de los niveles 6 y 7, el método de la Matriz de Transformación que simula el daño estructural en rigidez de los elementos como una degradación constante en toda su longitud, sólo pueda disminuir 6.4 veces el error cometido en el ajuste de las ecuaciones planteadas para la detección de daño entre la primera (e.m.c.=1.47) y la última (e.m.c.=0.23) iteración del proceso, antes de que se presente una inestabilidad en la matriz de rigidez global del modelo. Al calcular la matriz de rigidez lateral con el estado de daño correspondiente a la última iteración, se presentan errores relativos de entre -3 y 15 por ciento al comparar los valores de los términos de la matriz anterior para los que se plantea una ecuación, con los correspondientes a la matriz de rigidez lateral estimada para el edificio a partir de los modos y frecuencias de vibración del modelo analítico al final del análisis inelástico. Las implicaciones de los resultados obtenidos en este caso se presentan en los siguientes capítulos, en los que se analizan las observaciones relacionadas con el método de la Matriz de Transformación para detección de daño estructural.

7.0090E+04	-5.6140E+04	1.9280E+04	-4.5140E+03	1.0350E+03	-2.5370E+02	6.3750E+01	-1.7090E+01	4.5170E+00	-8.3710E-01
-5.6140E+04	9.5330E+04	-6.8610E+04	2.1570E+04	-4.8500E+03	1.1660E+03	-2.8620E+02	7.5500E+01	-1.9720E+01	3.6350E+00
1.9280E+04	-6.8610E+04	1.0390E+05	-6.7990E+04	2.0280E+04	-4.7480E+03	1.1250E+03	-2.9000E+02	7.4560E+01	-1.3680E+01
-4.5140E+03	2.1570E+04	-6.7990E+04	9.6360E+04	-6.1410E+04	1.8700E+04	-4.2870E+03	1.0790E+03	-2.7290E+02	4.9750E+01
1.0350E+03	-4.8500E+03	2.0280E+04	-6.1410E+04	8.9280E+04	-5.7880E+04	1.6980E+04	-4.0980E+03	1.0060E+03	-1.8100E+02
-2.5370E+02	1.1660E+03	-4.7480E+03	1.8700E+04	-5.7880E+04	8.1940E+04	-5.1810E+04	1.5960E+04	-3.7890E+03	6.7090E+02
6.3750E+01	-2.8620E+02	1.1250E+03	-4.2870E+03	1.6980E+04	-5.1810E+04	7.6110E+04	-5.0450E+04	1.5160E+04	-2.6050E+03
-1.7090E+01	7.5500E+01	-2.9000E+02	1.0790E+03	-4.0980E+03	1.5960E+04	-5.0450E+04	7.5100E+04	-4.8160E+04	1.0800E+04
4.5170E+00	-1.9720E+01	7.4560E+01	-2.7290E+02	1.0060E+03	-3.7890E+03	1.5160E+04	-4.8160E+04	6.6950E+04	-3.0950E+04
-8.3710E-01	3.6350E+00	-1.3680E+01	4.9750E+01	-1.8110E+02	6.7090E+02	-2.6050E+03	1.0800E+04	-3.0950E+04	2.2220E+04

Tabla 6.2.2. Matriz de rigidez lateral del modelo del edificio STC en el programa CANNY

7.0170E+04	-5.5920E+04	1.8570E+04	-3.9040E+03	7.9560E+02	-1.7300E+02	3.7950E+01	-8.8920E+00	2.0720E+00	-3.5210E-01
-5.5920E+04	9.5540E+04	-6.8420E+04	2.0700E+04	-4.1630E+03	8.9440E+02	-1.9280E+02	4.4670E+01	-1.0330E+01	1.7490E+00
1.8570E+04	-6.8420E+04	1.0430E+05	-6.7850E+04	1.9440E+04	-4.0940E+03	8.5790E+02	-1.9490E+02	4.4420E+01	-7.4750E+00
-3.9040E+03	2.0700E+04	-6.7850E+04	9.6870E+04	-6.1330E+04	1.7950E+04	-3.6780E+03	8.2180E+02	-1.8510E+02	3.0970E+01
7.9560E+02	-4.1630E+03	1.9440E+04	-6.1330E+04	8.9770E+04	-5.7810E+04	1.6300E+04	-3.5260E+03	7.7490E+02	-1.2810E+02
-1.7300E+02	8.9440E+02	-4.0940E+03	1.7950E+04	-5.7810E+04	8.2420E+04	-5.1800E+04	1.5340E+04	-3.2900E+03	5.3740E+02
3.7950E+01	-1.9280E+02	8.5790E+02	-3.6780E+03	1.6300E+04	-5.1800E+04	7.6640E+04	-5.0520E+04	1.4710E+04	-2.3460E+03
-8.8920E+00	4.4670E+01	-1.9490E+02	8.2180E+02	-3.5260E+03	1.5340E+04	-5.0520E+04	7.5790E+04	-4.8560E+04	1.0810E+04
2.0720E+00	-1.0330E+01	4.4420E+01	-1.8510E+02	7.7490E+02	-3.2900E+03	1.4710E+04	-4.8560E+04	6.7700E+04	-3.1190E+04
-3.5210E-01	1.7490E+00	-7.4750E+00	3.0970E+01	-1.2810E+02	5.3740E+02	-2.3460E+03	1.0810E+04	-3.1190E+04	2.2300E+04

Tabla 6.2.3. Matriz de rigidez lateral del modelo del edificio STC en el programa DDMPMT

0.999	1.004	1.038	1.156	1.301	1.466	1.680	1.922	2.188	2.377
1.004	0.998	1.003	1.042	1.165	1.304	1.484	1.690	1.909	2.074
1.038	1.003	0.996	1.002	1.043	1.160	1.311	1.488	1.679	1.830
1.156	1.042	1.002	0.995	1.001	1.042	1.166	1.313	1.474	1.606
1.301	1.165	1.043	1.001	0.995	1.001	1.042	1.162	1.298	1.413
1.466	1.304	1.160	1.042	1.001	0.994	1.000	1.040	1.152	1.248
1.680	1.484	1.311	1.166	1.042	1.000	0.993	0.999	1.031	1.110
1.922	1.690	1.488	1.313	1.162	1.040	0.999	0.991	0.992	0.999
2.188	1.909	1.679	1.474	1.298	1.152	1.031	0.992	0.989	0.992
2.377	2.074	1.830	1.606	1.413	1.248	1.110	0.999	0.992	0.996

Tabla 6.2.4. Matriz con el cociente término a término de la matriz de rigidez lateral calculada con el programa CANNY entre la del programa DDMPMT. Los términos sombreados no se utilizan para establecer ecuaciones en el método de la matriz de transformación.

2.9606E+04	-2.5341E+04	8.8084E+03	-1.6733E+03	3.1950E+02	-6.4950E+01	1.1380E+01	-2.7053E+00	9.0527E-01	3.4118E-02
-2.5341E+04	4.2531E+04	-3.0255E+04	9.2729E+03	-1.7802E+03	3.6720E+02	-7.3938E+01	1.6995E+01	-4.3304E+00	7.7655E-01
8.8084E+03	-3.0255E+04	4.4741E+04	-2.9952E+04	9.3355E+03	-1.9042E+03	3.8158E+02	-8.8152E+01	2.0541E+01	-3.4707E+00
-1.6733E+03	9.2729E+03	-2.9952E+04	4.3120E+04	-2.8448E+04	8.9072E+03	-1.7617E+03	4.0326E+02	-8.9665E+01	1.4165E+01
3.1950E+02	-1.7802E+03	9.3355E+03	-2.8448E+04	4.1311E+04	-2.7552E+04	8.3875E+03	-1.8812E+03	4.1588E+02	-6.8165E+01
-6.4950E+01	3.6720E+02	-1.9042E+03	8.9072E+03	-2.7552E+04	3.9250E+04	-2.6131E+04	8.6996E+03	-1.8930E+03	3.1320E+02
1.1380E+01	-7.3938E+01	3.8158E+02	-1.7617E+03	8.3875E+03	-2.6131E+04	3.9044E+04	-2.7153E+04	8.7351E+03	-1.4382E+03
-2.7053E+00	1.6995E+01	-8.8152E+01	4.0326E+02	-1.8812E+03	8.6996E+03	-2.7153E+04	4.0831E+04	-2.7742E+04	6.9137E+03
9.0527E-01	-4.3304E+00	2.0541E+01	-8.9665E+01	4.1588E+02	-1.8930E+03	8.7351E+03	-2.7742E+04	4.1406E+04	-2.0848E+04
3.4118E-02	7.7655E-01	-3.4707E+00	1.4165E+01	-6.8165E+01	3.1320E+02	-1.4382E+03	6.9137E+03	-2.0848E+04	1.5116E+04

Tabla 6.2.5. Matriz de rigidez lateral del modelo del edificio STC estimada a partir de los modos y frecuencias de vibración al final del análisis inelástico realizado con el programa CANNY

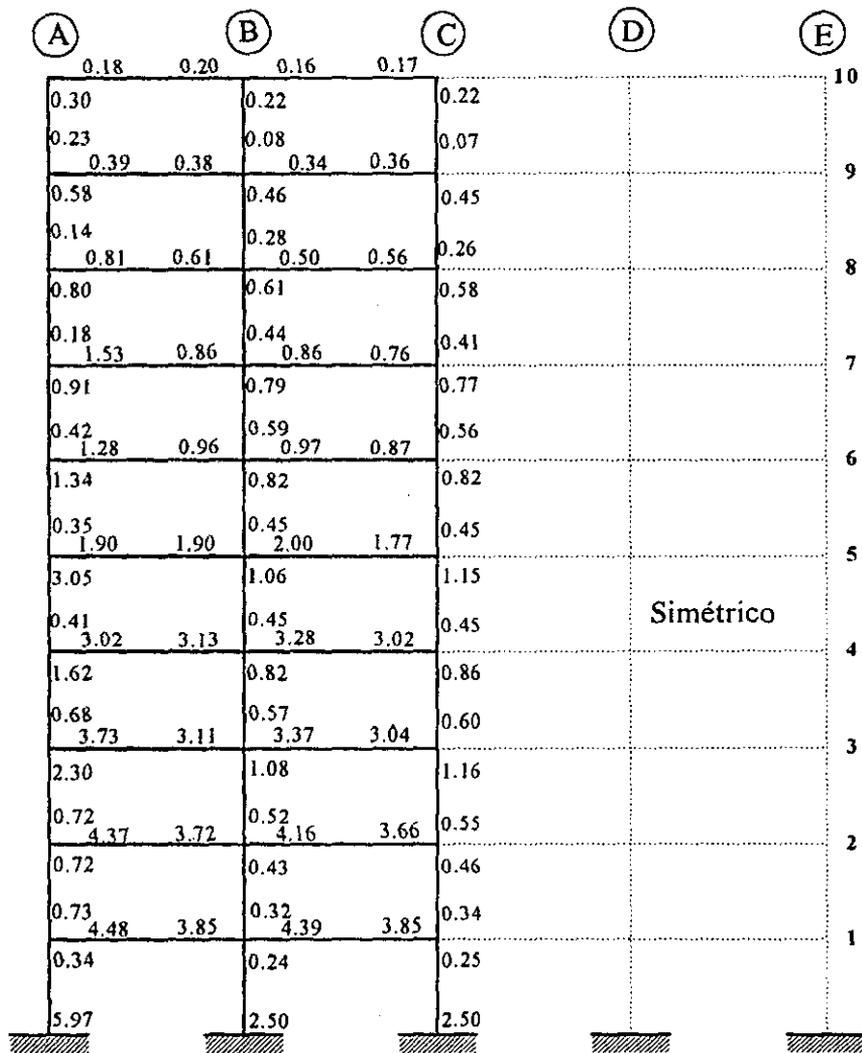


Fig. 6.2.11. Demandas de ductilidad de rotación  $\mu$  en las traveses y columnas del modelo analizado con el programa CANNY (marco interior en la dirección longitudinal del edificio STC)

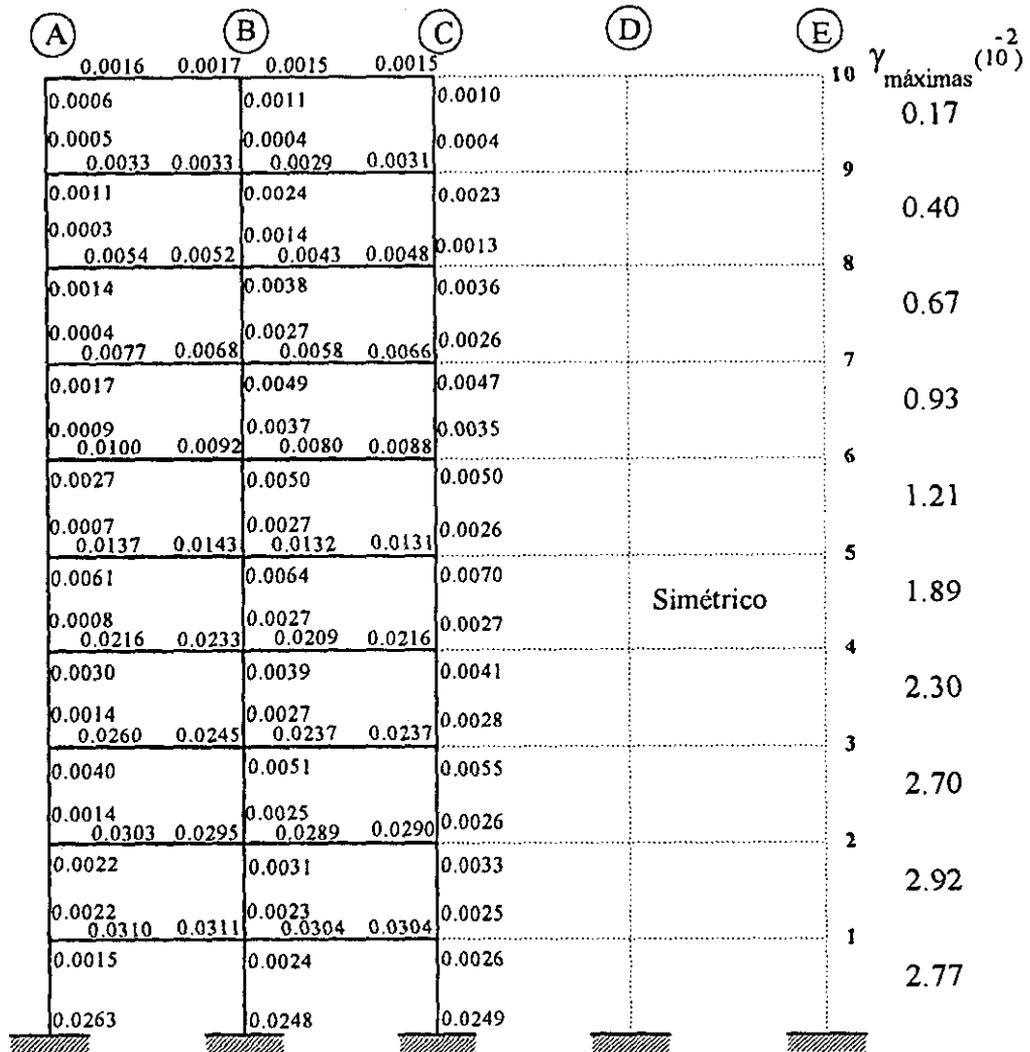
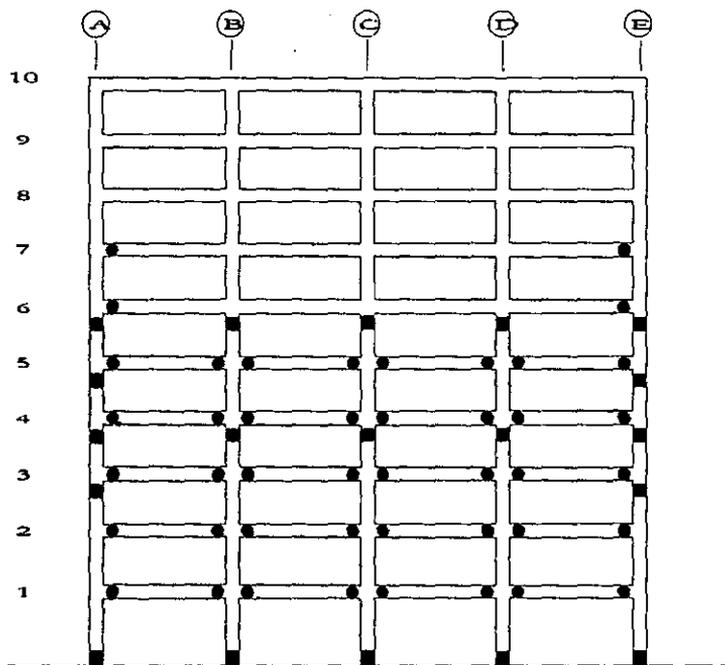
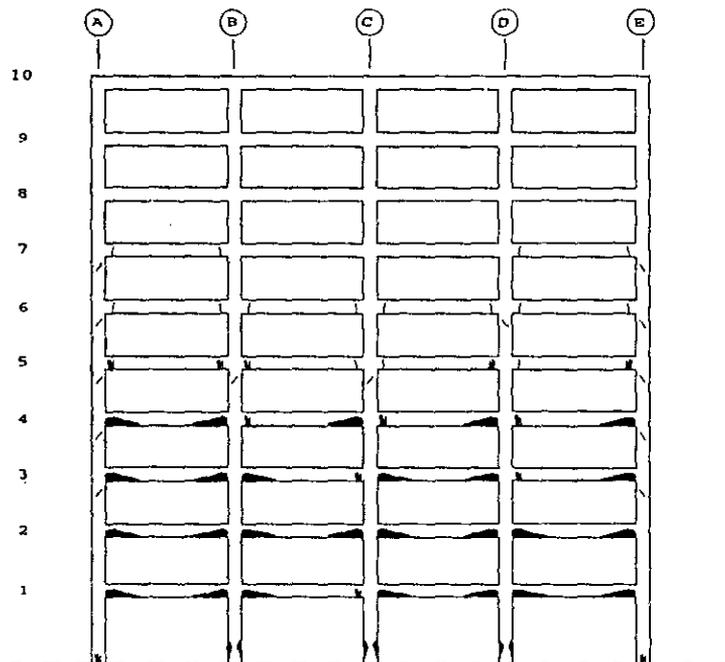


Fig. 6.2.12. Demandas de rotación  $\theta$  en rad de las traves y columnas del modelo analizado con el programa CANNY (marco interior en la dirección longitudinal del edificio STC) y distorsiones y máximas de entrepiso



a) Articulaciones plásticas calculadas en el análisis inelástico con el programa CANNY



b) Daño reportado después del sismo en el marco del edificio STC

Fig. 6.2.13. Patrón de articulaciones plásticas calculado con el análisis inelástico de un marco interior en la dirección longitudinal del edificio STC usando el programa CANNY, y estado reportado de daño del mismo después del sismo de 1985.

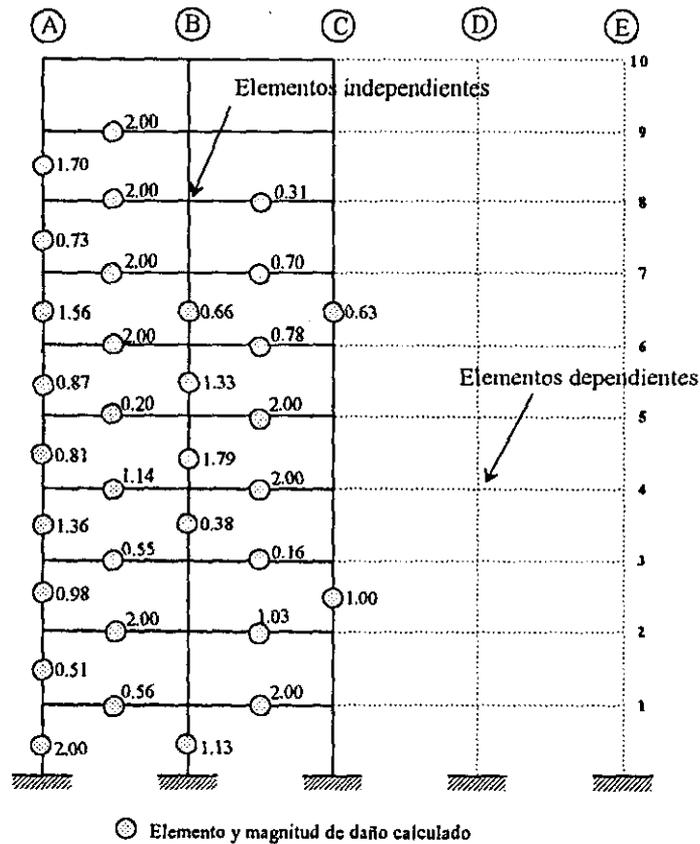


Fig. 6.2.14. Estado de daño calculado con el método de la Matriz de Transformación a partir de la matriz de rigidez lateral calculada con los modos y frecuencias de vibración al final del análisis inelástico de un marco interior en la dirección longitudinal del edificio STC, usando como excitación el componente este-oeste del registro SCT del sismo de septiembre de 1985.

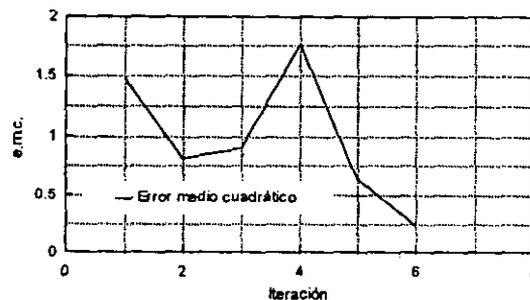


Fig. 6.2.15. Variación del error medio cuadrático durante el proceso iterativo del caso IX de daño estudiado del edificio STC con el método de la Matriz de Transformación. El estado de daño reportado en la figura 6.2.14 corresponde a la sexta iteración (e.m.c.=0.23) en la que el proceso se detiene al presentarse una inestabilidad en la matriz de rigidez global del modelo. El factor de convergencia utilizado es  $FC=1/2$ .

### 6.2.3 Modelo tridimensional de dos niveles

Para calibrar la aplicación del método de la matriz de transformación propuesto en este trabajo para la detección de daño en estructuras tridimensionales se analizan dos modelos, uno de dos niveles y otro de tres. El marco de dos niveles se muestra en la figura 6.2.16, y corresponde a un ejemplo del trabajo de Sohn y Law (1997) en el que se propone un método probabilista de detección de daño.

El modelo analítico de este marco posee 30 grados de libertad: 6 debidos a movimientos de cuerpo rígido de las losas (4 traslaciones y 2 rotaciones), y 6 de cada marco plano (4 rotaciones y 2 traslaciones). Todas las trabes y columnas se consideran como subestructuras, en conjunto suman 16 elementos estructurales. Debido a la simetría de la estructura en rigidez y masa, el número de subestructuras independientes se reduce a 6: una columna y 2 trabes por nivel (una trabe corta y una trabe larga). La matriz de rigidez condensada de esta estructura posee 9 términos independientes distintos de cero.

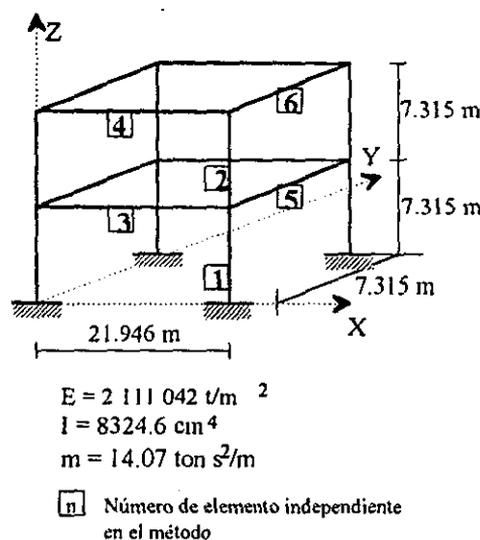


Fig. 6.2.16. Modelo tridimensional de una estructura de dos niveles

En la tabla 6.2.6 se presentan los cuatro casos de daño simulado que se estudian, éstos son:

- Caso I, la rigidez del elemento independiente 2, que representa a las columnas del segundo nivel se reduce un 60%.

- Caso II, se simula una disminución del 20% en la rigidez de las trabes largas del segundo nivel (elemento independiente 4).
- Caso III, la rigidez de las columnas del primer nivel y de las trabes largas del segundo nivel, es reducida un 40% y 20% respectivamente (elementos independientes 1 y 4).
- Caso IV, se simula un estado con varios elementos dañados, en el que se disminuye la rigidez de todos los elementos independientes del modelo; 50% en las columnas del primer nivel y 45% en las del segundo nivel; 60% y 55% para las trabes largas del primer y segundo nivel respectivamente; y 40% y 30% en las trabes cortas de los niveles 1 y 2.

CASO	Elemento dañado	dk simulado (%)	dk calculado (%)	Error relativo (%)	e.c.m, iteración
I	2	60.0	56.5	-5.83	0.0019, 5
II	4	20.0	19.4	-3.00	0.0057, 3
III	1	40.0	39.3	-1.75	0.019, 3
	4	20.0	18.0	-10.0	
IV	1	50.0	50.2	0.40	0.0076, 6
	2	45.0	44.0	-2.22	
	3	60.0	59.1	-1.50	
	4	55.0	54.0	-1.81	
	5	40.0	39.3	-1.75	
	6	30.0	30.8	2.67	

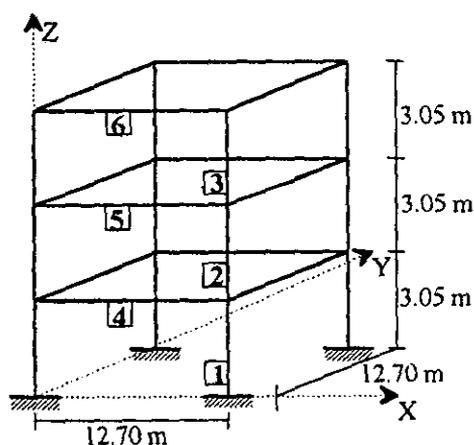
Tabla 6.2.6. Modelo tridimensional de dos niveles, casos de daño estudiados y resultados obtenidos.

En todos los casos analizados se localizaron correctamente los elementos dañados, con errores relativos en la magnitud del daño calculado menores al 10%, y en general inferiores al 3%. El error relativo más grande cometido corresponde al caso III, en el que el daño simulado de 20% en la trabe larga del segundo nivel se calcula como 18%; que en términos de error absoluto es adecuado. Las soluciones reportadas en la tabla 6.2.6 muestran la eficiencia en términos de esfuerzo computacional del método propuesto; en cada caso se obtiene la solución con menos de 6 iteraciones, con un error en el ajuste de las ecuaciones, medido a través del e.m.c., inferior al 1%. En el caso de estructuras tridimensionales, a diferencia de lo establecido para marcos planos, el

e.m.c. se calcula sobre todos los términos de la matriz de rigidez para los que se establece una ecuación.

### 6.2.4 Modelo tridimensional de tres niveles

Este modelo es similar al utilizado previamente en este trabajo para calibrar el método de la Matriz de Sensibilidad Lineal en estructuras tridimensionales (Sección 5.1.2). En este caso, a diferencia del modelo tridimensional de dos niveles en el que las columnas son cuadradas, la sección transversal de las columnas es rectangular. Por consiguiente, un nivel de daño cualquiera afectará de forma distinta a la rigidez de la estructura en dos direcciones ortogonales. La matriz de rigidez condensada de este modelo contiene 18 términos independientes distintos de cero.



Propiedades estructurales en la tabla 4.2.1

**[n]** Número de elemento independiente en el método

Fig. 6.2.17. Modelo tridimensional de tres niveles

Los casos de daño estudiados y los resultados obtenidos se presentan en la tabla 6.2.7. Se simulan estados con elementos dañados aislados (caso II), así como estados con varios elementos estructurales dañados (casos I, III y IV). El efecto del incremento en el número de posibles elementos simétricos dañados (modificación del intervalo de magnitud de daño) se analiza para el caso IV. La simetría del modelo ocasiona que el daño en la subestructura o elemento independiente, a través del cual se considera la participación tanto de traveses como de columnas pueda tomar valores en el intervalo  $[0,4]$ , en lugar de  $[0,1]$ .

CASO	Elemento dañado	$dk_{\text{simulado}} (\%)$	$dk_{\text{calculado}} (\%)$	Error relativo (%)	e.m.c, iteración
I	1	34.7	34.7	0.00	0.0058, 6
	2	50.0	49.9	-0.20	
	3	10.0	7.46	-25.4	
	4	20.0	20.0	0.00	
	5	30.0	29.2	-2.67	
	6	40.0	41.3	3.25	
II	3	85.0	84.8	-0.23	0.166, 1
II	3	85.0	76.7	-9.76	0.004, 8
III	1	90.0	89.9	-0.11	0.509, 1
	2	90.0	90.4	0.44	
	3	90.0	89.3	-0.77	
	5	90.0	89.3	-0.77	
III	1	90.0	89.2	-0.77	0.002, 10
	2	90.0	93.3	3.67	
	3	90.0	83.0	-7.77	
	5	90.0	83.6	-7.11	
IV	1	290.0	291.4	0.40	.545, 6
	2	290.0	289.1	-2.22	
	3	290.0	286.7	-1.50	
	5	290.0	286.1	-1.81	

Tabla 6.2.7. Modelo tridimensional de tres niveles, casos de daño estudiados y resultados obtenidos. Los valores de  $dk_{\text{simulado}}$  mayores a 100% indican el daño de varios elementos simétricos (sección 5.1.2.2)

En todos los casos estudiados se localizaron correctamente los elementos independientes en los que se simula daño estructural, además de que se puede considerar como adecuada la magnitud

del daño calculada para cada uno de ellos. A partir de estos resultados se pueden establecer las siguientes observaciones:

- En el caso I, los cinco elementos dañados se detectaron con errores relativos en el daño calculado menores al 3.5%. En dos de estos elementos el error relativo en la magnitud del daño calculado fue 0.0%. El elemento 3 se localizó como dañado con un error relativo de -25.4% en la magnitud del daño; sin embargo, la magnitud del daño simulado  $dk=10\%$ , en comparación con la calculada,  $dk=7.46\%$  es, en términos de error absoluto apropiada.
- En los casos II y III se aprecia un efecto contraproducente en la minimización del e.m.c.; el estado de daño calculado en la primera iteración es mejor, en términos de error relativo en la magnitud del daño, que el correspondiente al valor mínimo de e.m.c. Este hecho es comentado más ampliamente en el capítulo 7.
- En el caso IV, en el que la magnitud del daño simulado en la estructura está en el límite teórico de degradación real  $dk=70\%$  propuesto por Sakai *et al* (1989), el método localiza los cuatro elementos dañados con errores relativos menores al 2.3%.

### 6.3 Comentarios

Los resultados obtenidos en los casos estudiados en el presente capítulo permiten establecer que se han alcanzado los objetivos fijados en la tesis, al desarrollar un método que permite la detección de daño estructural en modelos planos y tridimensionales de edificios, a partir de las propiedades estructurales relacionadas con la información experimental que es posible obtener en la práctica. Además, se ha calibrado el método propuesto con estados simulados de daño que incluyen múltiples localizaciones de daño y magnitud; incluyendo su aplicación a la detección del estado de daño en un edificio existente después de un sismo severo.

## Observaciones

### 7.1 Métodos de sensibilidad

Similarmente a la situación que se presenta para la detección de daño en marcos planos (Sugahara, 1997), la suposición de que la relación  $dK, -dk$ , de los elementos estructurales es lineal, es aplicable cuando se trata de una trabe. Sin embargo, en el caso de las columnas no es muy favorable aplicar esta suposición, debido a que esta relación tiende a ser una curva. Por consiguiente, el método de la Matriz de Sensibilidad Lineal propuesto para estructuras tridimensionales puede no ser conservador para ciertos niveles de daño en algunos elementos. Esta observación se corrobora con los resultados obtenidos en los casos analizados en el presente trabajo, en los que en general, una primera aplicación del método subestima la aproximación de la magnitud del daño calculado. Para reducir el posible error en los resultados, es posible utilizar un procedimiento iterativo como el usado en el caso III<sup>1</sup> (Tabla 6.2.1). Una diferencia entre este proceso y el utilizado en la referencia previa, es que el número de elementos independientes no se disminuye en la siguiente aproximación, debido a que se pierde información sobre la conectividad de la estructura al establecer ecuaciones en las que aparecen cada vez más términos  $S_p = 0$ .

Por otra parte, al analizar los resultados obtenidos con el método de la matriz de Sensibilidad No Lineal, en el que la relación  $dK, -dk$ , de los elementos estructurales se cambia a no lineal, se encontró que la hipótesis que establece que la variación en los términos de la matriz de rigidez condensada se puede calcular sumando el efecto que produce cada elemento estructural de forma independiente, en la que se basan ambos métodos, no es aplicable para estructuras en general. Surgiendo la necesidad de desarrollar un método de detección de daño que no comparta esta limitación. Existen algunos métodos de identificación de daño basados en modelos que usan un planteamiento análogo al de la matriz de sensibilidad (Topole y Stubbs, 1995; Stubbs y Kim,

1996); si se dispone del modelo analítico de una estructura, es posible calcular una matriz que relaciona la variación de los modos y frecuencias con la degradación en rigidez de cada elemento estructural. De esta manera, la variación en los parámetros dinámicos se obtiene sumando el efecto que produce cada elemento en forma independiente. Es posible que el efecto antes mencionado se presente de igual manera para la relación entre el daño de un elemento estructural y la variación en los parámetros dinámicos de un modelo estructural, ya que éstos son función de la matriz de rigidez condensada.

## 7.2 Método de la Matriz de Transformación

En general, el método de la Matriz de Transformación propuesto permite localizar adecuadamente los entresijos de una estructura en los que se presentan elementos dañados. Presenta una buena aproximación en la localización y magnitud del daño en las columnas; y una tendencia a disminuir la aproximación en la magnitud calculada del daño que ocurre en las trabes. Este efecto puede ser atribuido a una influencia menor de la rigidez de las trabes sobre los términos de la matriz de rigidez condensada de un modelo estructural (Sugahara, 1997).

La situación anterior permite suponer que el número de incógnitas, esto es, el número de elementos susceptibles a presentar daño en la estructura, pudiera reducirse en un análisis subsecuente conduciendo a una mejor solución. No obstante, al revisar la aplicación del método al caso VIII del marco del edificio STC, en el que se presentan varias combinaciones entre el número de incógnitas  $m$  y de ecuaciones  $n$ ; a pesar de que el e.m.c. es reducido casi tres veces (análisis con  $m=35$  y  $n=35$ ), en comparación al obtenido al resolver el problema considerando como posible el daño en cada elemento y usando más ecuaciones (análisis con  $m=50$  y  $n=50$ ), la solución es menos precisa porque ya no se detectan ciertos elementos dañados, específicamente trabes. Esta situación puede obedecer a varias razones:

- La existencia de una cantidad límite en la disminución del número de ecuaciones y de elementos en el proceso, más allá de la cual se pierde información.
- Falta de precisión en las medidas y procedimientos de convergencia utilizados en el algoritmo.
- Falta de sensibilidad del método para captar la contribución de la rigidez de las trabes.

- La presencia de un efecto de *modelo de respuesta-equivalente* (Sohn y Law, 1997; Cobb y Liebst, 1997), en el que un modelo tiene la mismas propiedades dinámicas ante distintos estados de daño.

Por consiguiente, es necesario un mayor estudio teórico para establecer una metodología que pueda ser usada para identificar estados de daño en estructuras en las que se presenten problemas como el descrito.

Debido a que la máxima degradación probable en rigidez de un elemento estructural es de alrededor del 70% (Sakai *et al*, 1989), el método propuesto para la detección de daño utilizando la matriz de transformación permitiría localizar los estados últimos de trabes y columnas de concreto reforzado, como puede observarse al revisar los resultados obtenidos en los siguientes casos:

- En el marco plano de tres niveles las trabes son dañadas en 80%, mientras que en las columnas la reducción en rigidez es de 75% ( $dk=1.5$  en dos columnas simétricas).
- En el marco tridimensional de tres niveles, el daño simulado en las columnas es de 72.5% ( $dk=2.90$  en cuatro columnas simétricas).

La suposición inicial de aproximar las matrices de transformación para el estado dañado como las correspondientes al estado no dañado, e introducir un esquema iterativo en el que se corrige esta aproximación con el resultado de la iteración previa, asume que el daño estructural no fue catastrófico y por ende que esta suposición es razonable. Un método que utiliza un enfoque similar, al usar como suposición inicial los modos de vibración de la estructura sin daño y un procedimiento iterativo de corrección se presenta por Cobb y Liebst (1997).

El valor del factor de convergencia ocasiona que la variación en la magnitud del e.c.m., que mide el grado de aproximación alcanzado en cada iteración en la solución del problema de mínimos cuadrados lineales con restricciones en las variables, presente mínimos relativos y cambios de concavidad durante el proceso de solución (Figs. 6.2.5, 6.2.6 y 6.2.15). Este efecto puede producir que en algún estado de daño estructural el método propuesto no converja, por lo que es recomendable estudiar otros procedimientos además de este factor para asegurar la convergencia del método de la matriz de transformación.

Los resultados obtenidos en el caso de daño estudiado IX del edificio STC, sugieren un posible límite en la aplicación del método. El estado de daño calculado por el método de la matriz de transformación para este edificio después del sismo, basándose en la matriz de rigidez lateral estimada a partir de los modos y frecuencias de vibración calculados al final del análisis inelástico efectuado con el programa CANNY, implica una inestabilidad de la matriz de rigidez global que no se presenta en la realidad. Por lo anterior, es posible establecer que el enfoque utilizado por el método para detectar daño estructural puede no ser aplicable en todos los casos; esto es, existen estados dañados de una estructura que no pueden ser simulados adecuadamente a través de una disminución constante de la matriz de rigidez con que contribuyen los elementos estructurales a la matriz de rigidez global de una estructura

Por último, una ventaja que presentan los métodos deterministas de detección de daño estructural como el desarrollado en el presente trabajo, es que el esfuerzo computacional requerido para detectar un estado de daño estructural es independiente de la cantidad de elementos estructurales dañados; mientras que en algunos métodos probabilistas, el cálculo puede resultar prohibitivo al incrementarse exponencialmente con esta cantidad (Sohn y Law, 1997).

## 8

## Conclusiones y recomendaciones

En este trabajo se adaptó el método de la Matriz de Sensibilidad para la detección de daño estructural en estructuras tridimensionales, mejorando su capacidad de simulación de daño al usar un programa de análisis estructural como interfaz. Además, se mejoró la estimación de la relación entre el daño de un elemento y la variación en los términos de la matriz de rigidez condensada al cambiarla de lineal a no lineal. Desafortunadamente, con base en los resultados obtenidos, se encontró una combinación de factores que imposibilitan la aplicación de este método a modelos de edificios de varias crujeas y con estados de daño compuestos por varios elementos. Por consiguiente, se presentó la necesidad de desarrollar un método nuevo.

En el método de detección de daño estructural desarrollado en el presente trabajo, denominado método de la Matriz de Transformación, la matriz de rigidez condensada de un sistema estructural, ya sea una estructura en el plano, o tridimensional, se representa como un ensamble de matrices de rigidez de subestructuras, introduciéndose un parámetro adimensional que permite modelar la disminución en rigidez de cada una de ellas. Al considerar como primera aproximación que las matrices de transformación geométrica, a través de las cuales se calcula la condensación estática de la matriz de rigidez global de la estructura, son similares entre los estados dañado y no dañado, se posibilita el desarrollo y aplicación de un procedimiento iterativo para la detección del daño estructural.

El modelo de multi-resortes usado por el programa CANNY para simular el comportamiento histérico de elementos de concreto reforzado, puede ser usado para simular daño estructural ya sea en el recubrimiento de concreto, en el núcleo de concreto confinado e incluso en el acero de

refuerzo; mejorando de esta forma la capacidad de simulación de daño en la matriz de rigidez local de cada elemento estructural. Sin embargo, el método de la matriz de transformación propuesto en este trabajo considera que la degradación que ocurre es constante en cada término de la matriz de rigidez con la que contribuye cada elemento a la rigidez global de la estructura; por lo que sería recomendable ajustarlo para identificar la variación de cada término de la matriz de rigidez local.

Las técnicas de detección de daño como la aquí presentada, que dependen de la información de parámetros modales, pueden compartir como limitación que la magnitud y localización de daño pueden no estar unívocamente definida por estos parámetros. En aplicaciones reales, debido a que los parámetros modales son obtenidos a través de mediciones limitadas, y pocos modos son estimados, el número de *modelos de respuesta-equivalente* puede aumentar. Además, en la presencia de errores de modelación, casi inevitables, así como ruido en la información experimental, algunos modelos erróneos podrían tener parámetros modales más cercanos a los estimados que el modelo real sujeto al estado de daño.

En tanto el presente trabajo ha ilustrado la potencial aplicabilidad del Método de la Matriz de Transformación para detectar daño estructural y algunos de los límites de aplicación del método, los resultados obtenidos permiten establecer las siguientes recomendaciones:

- Para mejorar la capacidad de simulación de daño del método de la matriz de transformación en estructuras reales y aumentar su precisión, es conveniente calibrar el método mediante análisis inelásticos adicionales, similares al efectuado para el marco del edificio STC. Si se utiliza como interfaz para calcular la contribución de rigidez de cada elemento el mismo programa con que se realicen estos análisis, se mejoraría la precisión del sistema de ecuaciones que se establece para detectar daño estructural con el método de la Matriz de Transformación.
- En situaciones en las que el daño de un elemento estructural no puede ser simulado como una disminución de rigidez constante en toda su longitud, se presenta la necesidad de desarrollar un método que permita considerar este efecto a través de la disminución en rigidez de cada

extremo de un elemento estructural. Con el planteamiento del método de la Matriz de Transformación, sería necesario separar la contribución en rigidez de cada extremo de un elemento a la rigidez global de la estructura; en lugar del actual que consiste en obtener la contribución en rigidez del elemento completo.

- El daño estructural, definido como degradación en la matriz de rigidez de una subestructura, que en el contexto del este trabajo consiste generalmente en un elemento estructural independiente, se presenta en las estructuras reales como agrietamiento, articulaciones plásticas, pandeo del acero de refuerzo, disminución de adherencia, pérdida de recubrimiento, etc. No es claro si el enfoque de subestructuras puede captar esta clase de efectos; presentándose por lo tanto, la necesidad de relacionar el daño físico con los modelos matemáticos.
- El considerar en forma errónea la participación de los elementos no estructurales, puede afectar la validez de los resultados obtenidos con métodos de detección de daño basados en modelos como el desarrollado en este trabajo. En estos métodos la correspondencia entre el modelo teórico de una estructura y su comportamiento real es un factor indispensable para la evaluación del daño estructural. En forma más general, es probable que los errores de modelación debidos a una inadecuada consideración de la interacción suelo-estructura, de los sistemas de piso de losas reticulares, del grado de confinamiento de los muros de mampostería y concreto, de los apéndices y de los estados de agrietamiento existentes en los elementos estructurales entre otros, disminuyan la representatividad de un modelo matemático, y en consecuencia influyan en la estimación de sus propiedades dinámicas.
- La estimación de la matriz de rigidez condensada correspondiente a un probable estado dañado de una estructura, a partir de los modos y frecuencias de vibración conocidos, es un aspecto crítico en casi todos los métodos de detección de daño aplicables a edificios de varios niveles y crujiás. El desarrollo de procedimientos que permitan otorgar mayor valor relativo a las ecuaciones establecidas para los términos de la matriz de rigidez que es posible calcular con mayor precisión, normalmente los pertenecientes a la diagonal principal o cercanos a ésta, es una necesidad de orden práctico que debe resolverse en el futuro. Por otra parte, el cálculo

## Referencias

- Alampalli S., Fu G., y Dillon E. W.**, "On the use of measured vibration for detecting bridge damage" Fourth International Bridge Engng. Conf., EUA, 1995, pp. 125-137
- Anderson J. C., Johnston R. G. y Partridge J. E.**, "Testing of damaged steel moment connections", Memorias 11th WCEE, artículo 405, Elsevier Science Ltd., 1996
- Ávila J. y Meli P. R.**, "Análisis de la respuesta de edificios típicos ante el sismo del 19 de septiembre de 1985", Informe para el CONACyT, proyecto 6707, Instituto de Ingeniería, UNAM, julio, 1987
- Baruch M. y Bar Itzhack I. Y.**, "Optimal weighted orthogonalization of measured modes", AIAA Journal, Vol 16, No 4, abril, 1978, pp. 346-351
- Bazán Z. E.**, "Análisis sísmico de edificios con muros rigidizantes", Revista IMCYC, Vol. 16, No. 91, marzo-abril, 1978
- Bazán Z. E. y Meli P. R.**, "Manual de diseño sísmico de edificios", Informe para la DGCOH, Instituto de Ingeniería, UNAM, abril, 1982
- Beck J. y Jennings P.**, "Structural identification using linear models and earthquake records", Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol 8, 1980, pp. 145-160
- Biggs J. M.**, "Introduction to structural dynamics", McGraw Hill, Nueva York, 1964
- Button M.R., Kiureghian A. D. y Wilson E. L.**, "STOCAL, User information manual", Reporte No. UCB/SESM-81/02, Departament of Civil Engineering, University of California, Berkeley California, 1971
- Clough R. W.**, "Dynamics of structures", 2a ed., MacGraw Hill, 1993, pp. 234-300
- Cobb R. y Liebst B.**, "Structural damage identification using assigned partial eigenstructure", AIAA Journal, Vol. 35, No. 1, enero, 1997
- Cogan S., Lallement G. y Ayer F.**, "Model order reduction by selective sensitivity", AIAA Journal, Vol. 35, No. 3, marzo, 1997

- DiPasquale E. y Cakmak A.**, "Seismic damage assesment using linear models", Soil Dynamics, 1990
- Escobar J. A.**, "Localización de daño en estructuras", Informe interno, Instituto de Ingeniería, UNAM, 1996
- Escobar J. A. y Sugahara M.**, "Localización de daño en estructuras usando la matriz de sensibilidad", Memorias del X Congreso Nacional de Ingeniería Estructural, México, 1996
- Ferregut C., Osegueda R., y Ortiz J.**, "Artificial neural networks for structural damage detection and clasification", SPIE Smart Structures Conference, 1995
- Friedland S.**, "The reconstruction of a symmetric matrix from the spectral data", Journal of Mathematical Analysis and Applications, 71, 1979, pp. 412-422
- Friedland S., Nosedall J. y Overton M. L.**, "The formulation and analysis of numerical methods for inverse eigenvalue problems", SIAM Journal of Numerical Analysis, Vol. 24, No. 3, junio, 1987
- Gallagher R. H.**, "Finite element analysis", Prentice Hall, Englewood Cliffs Nueva Jersey, 1975, pp. 115-116
- Ghali A. y Neville A. M.**, "Structural analysis: a unified classical and matrix approach", Chapman and Hall, 3a. Ed., Nueva York, 1989
- Gillies A. G.**, "Post elastic dynamic analysis of three-dimensional frame structures", Reporte 218, Departamento de Ingeniería Civil, Universidad de Auckland, Nueva Zelanda, septiembre, 1979
- González R.**, "Análisis y predicción de comportamiento dinámico de estructuras usando técnicas de identificación de sistemas y linealización equivalente", Tesis Doctoral, UNAM, 1995.
- Granville W. A.**, "Cálculo diferencial e integral", UTEHA, México, 1963, pp. 64-65
- Guyan R.**, "Reduction of stiffness and mass matrices", AIAA Journal, Vol 3, febrero 1965, pp. 380
- Hassiotis S. y Jeong G. D.**, "Identification of stiffness reduction using natural frequencies", Journal of Engineering Mechanics, Vol. 121, No. 10, octubre, 1995
- Iemura H. y Jennings P.**, "Histeretic response of a nine-story reinforced concrete building", Earthquake Engng. And Structural Dynamics, Vol 3, 1974, pp. 183-201.

- James G. H., Zimmerman D. C., Farrar C. R. y Doebling S. W.**, "Current horizon for structural damage detection course", Memorias 15th Intl. Modal Analysis Conference, Orlando Florida, 1997
- Kahl K. y Sirkis J. S.**, "Damage detection in beam structures using subspace rotation algorithm with strain data", AIAA Journal, Vol. 34, No 12, diciembre, 1996
- Kent D. C. y Park R.**, "Flexural Members with confined concrete", Journal of Structural Engineering Division, ASCE, 97(7), 1971, pp. 1969-1990
- Koh C. G., See L. M. y Balendra T.**, "Damage detection of buildings: numerical and experimental studies", Journal of Structural Engineering Division, Vol. 121, No. 8, agosto, 1995
- Lai S.-S.**, "Inelastic analysis of reinforced concrete space frame under biaxial earthquake motions", Tesis de Doctorado, Universidad de Toronto, 1985
- Lai S.-S., Will G. T. y Otani S.**, "Model for inelastic biaxial bending of concrete members", Journal of Structural Engineering Division, ASCE, 110(11), 1984, pp. 2563-2584
- Li K.-N.**, CANNY (versiones C<sup>1</sup>, D<sup>2</sup> y E<sup>3</sup>), "Three dimensional Nonlinear Dynamic Structural Analysis Computer Program Package", Manuales del usuario, (1989<sup>1</sup>, 1993<sup>2</sup>, 1995<sup>3</sup>)
- Li K.-N., Aoyama H. y Otani S.**, "Reinforced concrete columns under varying axial load and bi-directional lateral load reversals", Memorias Pacific Conference of Earthquake Engineering., Wairakei, Nueva Zelanda, 1, 1987, pp. 141-152
- Li K., Aoyama H. y Otani S.**, "Reinforced concrete columns under varying axial load and bi-directional lateral load reversals", Memorias 9th WCEE, Tokyo-Kyoto, Japón, 1988, pp. 537-544
- Li K.-N.**, "Nonlinear Earthquake Response of Reinforced Concrete Space Frames with Varying Axial Force", Transactions, Japan Concrete Institute, 11, 1989, pp. 247-254
- Li K.-N. y Otani S.**, "Multi-spring model for 3-dimensional analysis of RC members", Journal of Structural Engng. and Mech., ASCE, Vol 1, No 1, 1992, pp. 17-30
- Lin C.S.**, "Location of modeling errors using modal data test", AIAA, 1990
- Miranda E.**, Apuntes de la materia "Análisis y comportamiento sísmico de estructuras de concreto reforzado", UNAM, DEPMI, 1997
- Murià D. y González R.**, "Propiedades dinámicas de edificios de la ciudad de México", Revista de Ingeniería Sísmica, SMIS, No. 51, 1995, pp. 25-45

- Neuss C., Maison B. y Bouwkamp J.**, "A study of computer modeling formulation and special analytical procedures for earthquake response of multistory buildings", Report to National Science Foundation, J. G. Bouwkamp Inc., Berkeley Cal., 1983
- Ordaz M.**, "Algunos conceptos del análisis de riesgos", Revista Prevención, CENAPRED, No. 14, mayo, 1996, pp. 6-15
- Otani S. T. Kabeyasawa, H. Shiohara. y H. Aoyama**, "Analysis of the Full Scale Seven Story Reinforced Concrete Test Structure", Earthquake Effects on Reinforced Concrete Structures, Investigación EEUU.-Japón, Pub. SP-84, ACI, 1985, pp. 203-240
- Park R. Priestley M. J. N. y Gill W. D.**, "Ductility of Square Confined Concrete Columns", J. Struct. Engng., ASCE, 108(4), abril, 1982, pp. 929-950
- Park R. y Paulay T.**, "Estructuras de concreto reforzado", Limusa-Noriega, 5a. Ed., México, 1990, pp. 325-329
- Paz, M.**, "Dynamic condensation", AIAA Journal, Vol. 22, mayo, 1984, pp. 724-727.
- Paz M.**, "Structural Dynamics", 3a ed., Van Nostrand Reinhold, Nueva York, 1991, pp. 273-300
- Peterson L. D., Doebling S. W., y Alvin K. F.**, "Experimental Determination of Local Structural Stiffness by Disassembly of Measured Flexibility Matrices", 36th AIAA/ASME/-ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics and Materials Conference, AIAA-95-1090-CP, 1995
- Rayleigh Lord**, "Theory of sound", Vol. 1, Dover Publications, New York, 1945
- Ricles J. M., y Kosmatka J. B.**, "Damage Detection in Elastic Structures using Vibratory Residual Forces and Weighted Sensitivity", AIAA, 1992
- Sakai Y., Otani S. y Aoyama H.**, "Earthquake Resistant Design of Ductile Reinforced Concrete Structures", (en japonés), Structural Engng. Journal, Architectural and Engineering Association of Japan, Vol. 35B, marzo, 1989
- Sohn H. y Law K. H.**, "A bayesian probabilistic approach for structure damage detection", Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 26, 1997
- Sosa J. y Escobar J.A.**, "Localización de daño en estructuras usando la matriz de sensibilidad", Memorias del XI Congreso Nacional de Ingeniería Estructural, Veracruz Ver., México, 1997

- Sosa J., Escobar J.A. y Gómez R.**, "Structural damage detection in 3D building models", Artículo aceptado para su publicación en la 11th European Conference on Earthquake Engineering a celebrarse del 6 al 11 de septiembre de 1998 en París, Francia
- Strang G.**, "Linear Algebra and its Applications", 2a. Ed., Academic Press, Nueva York, 1980
- Stubbs N., y Osegueda R. A.**, "Damage detection in periodic structures", *Damage Mechanics and Continuum Modeling*, American Society of Civil Engineers, 1985
- Stubbs N. y Kim J-T.**, "Damage localization without baseline modal parameters", *AIAA Journal*, Vol. 34, No. 8, agosto, 1996.
- Sues R.**, "Structural modelling, hysteretic relations and associated uncertainty", Tesis de Doctorado, Capítulo 3, Carnegie Mellon University, Urbana Illinois, 1986
- Sugahara M.**, "Localización de daño en estructuras de concreto reforzado usando la matriz de sensibilidad", Tesis de Maestría, UNAM, 1997
- Topole K. G. y Stubbs N.**, "Non-destructive damage evaluation of a structure from limited modal parameters", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 24, 1995
- Villaverde R.**, "An explanation for the numerous upper floor collapses during the 1985 México city earthquake", Seminario Internacional Evaluación de Estructuras de Concreto, IMCYC, México D.F., 1991.
- White R., Gergely P. y Sexsmith R.**, "Estructuras estáticamente indeterminadas", Vol. 2, Limusa, 2a. Ed., México, 1984
- Wilson E. L. y Habibullah A.**, SAP90 "A series of computer programs for the finite element analysis of Structures", Manual del usuario, Computers and Structures Inc., mayo, 1992
- Wilson E. L.**, CAL91 "Computer assisted learning of structural analysis and the CAL-SAP development system", University of California, Berkeley California, 1991
- Wilson E. L., Suharwardy I. y Habibullah A.**, "A clarification of orthogonal effects in a three dimensional seismic design", *Earthquake Spectra*, Vol. 11, No. 4, noviembre 1995.
- Zhang O. y Zerva A.**, "New method for the improvement of measured modes through orthogonalization", *AIAA, Technical Notes*, Vol. 34, No. 4, 1995, pp. 866-868