MARUXA ARMIJO CANTO

Giornata Quinta:

la revisión galileana de la construcción euclídea

Ex Cátedra: UNAM

Mtría en Filosofía de la Ciencia

MÉXICO, M.CM.XCVIII.

1998

NOTA AL DISCRETO LECTOR

Sabemos que cuando se estudia un acontecimiento, una obra, un personaje, una época, un texto, una teoría, un evento o cualquier otra cosa compleja -y toda cosa es compleja-, lo más que podemos hacer es aislar aspectos individuales para examinarlos sin olvidarnos que son hilos singulares de una intrincada red.

Yo quise hacer de la *Giornata Quinta* el pretexto de mi acercamiento a Galileo y el hilo conductor de esta investigación.

ÍNDICE

INTRODUCCIóN

En el transcurso del año de 1641, completamente ciego y en medio de severos dolores renales que presagiaban su inminente fin, Galileo dicta a su discípulo Evangelista Torricelli la *Giornata Quinta, da aggiungersi nel libro delle Nuove Scienze.*[1]

En el proyecto original de Galileo, la *Giornata Quinta* debía formar parte de su libro de las nuevas ciencias, pero cuando los *Discorsi* son publicados con las cuatro primeras jornadas, la quinta era apenas un esbozo.[2] Unos cuantos meses antes de morir, Galileo la dicta a Torricelli y, en 1674, "el último discípulo de Galileo" -como Vincenzio Viviani se llamaba a sí mismo- la publica junto con una muy personal reelaboración de la doctrina de su maestro en el *Quinto Libro degli Elementi di Euclide, ovvero sciencia universale delle porporzioni.*[3]

El escrito está enteramente dedicado a dos delicados puntos de los *Elementos de Geometría* de Euclides.

Uno es la definición de proporción compuesta, una definición espuria al principio del libro VI de los *Elementos* que Galileo no tiene ningún problema en sustituir por otra más apropiada (y, de hecho, más apegada al carácter general del tratado).

---

1 *Quinta Jornada, para añadirse al libro de las Nuevas Ciencias.*

2 Las jornadas primera, segunda, tercera y cuarta de su libro de las nuevas ciencias fueron publicadas en 1638 bajo el título de: *Discorsi e dimostrazioni matematiche intorno a due nuove scienze attenenti alla Mecanica & i Movimenti locali.* [*Discursos y demostraciones matemáticas en torno a dos nuevas ciencias concernientes a la mecánica y a los movimientos locales*].

3 El tratado de Viviani y el escrito de Galileo fueron de nuevo publicados conjuntamente en una afortunada edición de los *Elementos* de Euclides preparada por Viviani: *Elementi piani e solidi d'Euclidi.* Esta edición aparece por primera vez en 1690 y fue reimpresa en numerosas ocasiones a lo largo del siglo XVIII.

Mucho más importante, y más controvertido, es el otro punto: la definición eudoxiana de magnitudes proporcionales (definición quinta del libro V de los *Elementos* de Euclides). Aquí no se trata ya de una operación más de limpieza sobre un texto que anteriormente había tenido intervenciones similares y no siempre positivas -sustituir un pasaje interpolado y de cualquier modo incongruente, por otro mejor. Por el contrario, la definición del libro V de Euclides que Galileo critica y que seguidamente modifica ha sido muchas veces señalada como una de las más profundas de la teoría euclideana de la proporción, casi "una anticipación" de la moderna teoría de los números reales.[4]

De lo anterior se podría inferir que, al menos desde el punto de vista matemático, las críticas de Galileo a las definiciones de Euclides resultan, la una trivial y la otra desacertada.

He aquí el principal motivo de desconcierto: pareciera que lo que el prisionero de Arcetri propone en lugar de la definición 5 del Libro V de Euclides, lejos de significar un progreso, apenas es una alternativa matemáticamente aceptable; y esto basta para explicar la reticencia de los especialistas en Galileo para poner su atención en este texto tardío, a tal punto que son contados los estudios a él dedicados,[5] a pesar de que la teoría de la proporción de los libros V y VI de Euclides no es un argumento secundario en los *Discorsi* (ni en el *De motu*); constituye, por así decirlo, el lenguaje matemático de las teorías físicas ahí presentadas: la igualdad de proporciones y la proporción compuesta fueron los dos conceptos claves que Galileo toma de la geometría griega para crear su física matemática.

---

[4] Véase, por ejemplo, "Eudoxus" de Richard Paul Aulie: «*Eudoxus' definition of equal ratios -No. 5 in Book V of Euclid's Elements- is the principal source of the modern view of irrational numbers; he demonstrated that irrational numbers could be defined by means of approximations of rational numbers*»; "Galileo e la matematica" de Lombardo Radice: «*La definizione di grandezze proporzionali degli* Elementi *è quasi un'anticipazione della teoria moderna dei numeri reali*»; "Euclidean Geometry" de René Frédéric Thom: «*The theory of real numbers constructed by the two great German mathematicians Karl Theodor Weierstrass and Richard Dedekind is a modern version of Eudoxus's treatment of incommensurables in Euclid's Book V*».

[5] Cabe mencionar los trabajos de Attilio Frajese (cap. 4 de *Galileo matematico*, 1964), y Enrico Giusti (cap. 3 y appendice de *Euclides Reformatus*, 1993).

La mayoría de las ediciones críticas de los *Discorsi* prefieren suprimir la *giornata quinta* o, en el mejor de los casos, se limitan a reproducirla acompañada de unos cuantos comentarios a pie de página. El texto no ha sido aún traducido al español y la primera -y única- traducción al inglés es la de Stillman Drake.[6] El comentario del Profesor Drake, breve y preciso pero muy elíptico, se reduce a un sólo párrafo en el que niega que las críticas que Galileo hace a las definiciones de Euclides, juzgadas desde el punto de vista de las matemáticas, hayan sido triviales:

> La discusión de Galileo de la definición quinta del libro V muestra cómo puede construirse sobre los números naturales una teoría rigurosa de las magnitudes irracionales por medio de los equimúltiples, un término que la presentación de Euclides deja sin definir. Esto es un gran paso en la formulación de un análisis riguroso del *continuum*. Su discusión de la definición espuria (definición 5, libro VI) ilumina la naturaleza de la definición matemática en general, cosa que es esencial para el análisis de los fundamentos. En ambos casos, lo que Galileo inició fue retomado sólo un siglo después y únicamente los grandes avances que se han hecho en el campo de las matemáticas a partir de entonces lo hacen aparecer como trivial.[7]

No es mi intención ni mi interés reconstruir aquí, a partir de la *Giornata Quinta*, una teoría de la proporción alternativa a la de Euclides (que podríamos llamar "la teoría galileana de la proporción") y hacer después una valoración de ella según su aportación a las ciencias matemáticas.[8]

---

[6] Drake (1978) pp. 422 - 437.

[7] Drake (1978), p. 422.

[8] Al final del libro ya citado, Giusti nos ofrece el bosquejo de una tal "teoría galileana" de la proporción ("Schizzo di una teoria «galileiana» delle proporzioni", pp. 163-174), y una copia fiel del manuscrito original de la *Giornata Quinta, da aggiungarsi nel libro delle Nuove Scienze* autografiado por Torricelli (pp. 277-298). En notas a pie de página, Giusti registra las variaciones con respecto a la edición de Viviani de 1674, que es la que Antonio Favaro publica en el volumen VIII de la Edición Nacional de las obras completas de Galileo [*Opere di Galileo Galilei*] bajo el nombre de *Sopra le definizioni delle proporzioni di Euclide, principio di giornata aggiunta (giornata quinta)*. La investigación histórica de Federigo Enriques [*Gli Elementi di Euclide e la critica antica e moderna*, 1930] amerita una lectura aunque, desde luego, en un estudio dedicado a los *Elementos* de Euclides, el intento de reforma de Galileo no puede recibir más que una atención muy limitada.

En un intento por dar un paso en la comprensión de cómo una cultura deja de pensar como lo ha hecho hasta entonces y se pone a pensar en otra cosa -o en la misma cosa pero de manera diferente-, mi lectura del último trabajo de Galileo estará centrada en dar una respuesta a la pregunta sobre las motivaciones que llevaron a Galileo a emprender su revisión de la construcción euclidea.

He dividido el trabajo en dos partes.

Los capítulos de la primera parte son, dentro de ciertos límites, autónomos, puesto que pueden ser leídos independientemente de la segunda parte e independientemente entre sí. Su función es hacer accesible la segunda parte a aquellos lectores que, interesados en los problemas filosóficos de la ciencia, no han profundizado, sin embargo, en la historia de las matemáticas y/o en la trayectoria científica de Galileo. Al lector provisto de un sólido conocimiento de la personalidad, vida y obra de Galileo y de la historia de las ciencias matemáticas, las explicaciones contenidas en estos dos primeros capítulos le ofrecen interpretaciones novedosas, distintas maneras de ver las cosas y un enfoque nuevo.

En la segunda parte expongo a la consideración y crítica de filólogos, hermeneutas, filósofos, sociólogos e historiadores de la ciencia, mi respuesta a la interrogante planteada: ¿por qué y para qué escribió Galileo la *Giornata Quinta*?

Explicar es parte del negocio de vivir, de entender, de aprender; no hay un proceso formalizado ni una manera regular de hacerlo. Sin embargo, y sin necesidad de un adoctrinamiento teórico previo, todos y cada uno de nosotros hemos aprendido por experiencia a adquirir un mejor conocimiento de las cosas acercándonos a ellas; esperamos llegar a entenderlas mejor al ver los detalles con mayor precisión.

Pero no siempre es así.

Cuando no somos capaces de ordenar nuestras impresiones de un modo coherente y significativo dentro de una idea integral razonablemente correcta, ver las cosas con mayor detalle puede ocasionar simplemente mayor confusión; y, como bien lo ha demostrado la historia de la humanidad, formarnos una idea correcta de las cosas no es un asunto trivial.

Con la finalidad de hallarme menos necesitada de imponer a nuestro análisis presupuestos previos más allá de los estrictamente ineludibles, evité en lo posible etiquetar a Galileo de antemano y rehuí el compromiso con una sola de las muchas imágenes -algunas de ellas contrapuestas entre sí- que filósofos e historiadores de la ciencia han creído extraer de los escritos de Galileo.

Procuré empezar [Parte I] esquivando las ideas que podrían terminar siéndome coercitivas para luego [Parte II] embarcarme en la aventura hermenéutica de dialogar con un texto que pertenece a una época más o menos remota y a una cultura más o menos lejana: la *Giornata Quinta* del señor Galileo Galilei.

El Señor Galileo Galilei.

A este soberbio viejo, filósofo-*y*-matemático, terco y peleonero, lo he traducido, lo he interrogado, lo he justificado y lo he contradicho.

Espero haberlo prolongado.

Cada quien tiene sus gustos y disgustos.

A mí me gusta poner a remojar los textos originales, ablandarlos y amasarlos de nuevo para volverlos a poner en movimiento.

A mí me alegra enormemente cada vez que puedo leer a uno de nuestros grandes en su lengua original y me parece importante decirle a la gente que, *in situ*, las cosas se ven de otro modo.

A fin de hallar en Galileo algo que no sabía, me esforcé por torturar el texto y en basar, en lo posible, las conclusiones y opiniones de este trabajo en evidencia documental original.

No soy defensora de la primera impresión. Indudablemente ésta fue cambiando y "tomando forma" a medida que fui corrigiendo y afinando mis ideas. No obstante, pude comprobar una vez más que lo que uno *siente* a través de una primera lectura nunca es totalmente falso, sólo lo que uno *piensa* puede estar equivocado.

En tanto la ciencia moderna se ha convertido en la fuerza cultural más poderosa (y la única que ha logrado penetrar todas las subculturas del orbe), podríamos conocer el pensamiento de Galileo a través de los elementos de sus doctrinas que se han constituido en elementos del *speech* y del hacer de la cultura occidental. Sin embargo, y por la misma razón, señalar con cierto rigor el componente galileano de nuestra civilización requeriría un análisis extenso y profundo de nuestro quehacer intelectual y práctico en ciencia, filosofía, política, moralidad y arte, tanto en su nivel especializado como en el no sofisticado.

El hecho de que todo filósofo y todo historiador deba ser selectivo para poder iniciar su trabajo, escogiendo algunas cosas como relevantes y relegando otras, debe bastar para desengañarnos de la ilusión de poder ofrecer una historia acabada de las matemáticas medievales y renacentistas (cap. 1), o todas las imágenes de Galileo *per enumerationem simplicem* (cap. 2), o la infinita complejidad de las muchas razones que pudieron mover a Galileo a redactar la *Giornata Quinta* (caps. 4, 5, 6, 7, 8 y 9), en unas cuantas cuartillas.

Correlativos a la plurivocidad y alcance de la obra de Galileo son los distintos enfoques con que ha sido abordada, el siempre creciente número de interpretaciones y el enorme problema de la fragmentación de estudios galileanos.[9]

Por lo que concierne al cometido de este trabajo, lo daré por bien cumplido:

-- si el recorrido histórico del primer capítulo logra inculcarle al texto de Galileo un sentido de su contingencia histórica al tiempo que nos permite apreciar el largo y dificultoso caminar de las matemáticas a través de los 20 siglos que median entre los *Elementos* (c. 300 a.C.) de Euclides y la *Giornata Quinta* (1641) de Galileo.

[9] Hace ya más de un siglo (1896), Antonio Favaro registra en la excelente *Bibliografia galileiana 1568-1895*, reunida con la colaboración de Alarico Carli, 2108 fichas correspondientes a 327 años. En 1943, sale a la luz pública el primer suplemento a la bibliografía de Favaro y Carli a cargo de Giuseppe Boffito: *Bibliografia galileiana 1896-1940*. En un período que abarca solamente 44 años (contra los 327 de la de Favaro) Boffito reconoce 4026 nuevas fichas bibliográficas (3820 + 206 en el *Appendice*). Estime el lector los estudios publicados a la fecha.

-- si el abanico que elaboro en el capítulo 2 con aquellas imágenes de Galileo que articularon mi esquema inicial -sin ninguna pretensión de haberlas abarcado todas- resulta suficientemente rico como para poder asomarnos al fenómeno que Ricoeur llamó "el conflicto de las interpretaciones" y así hallarnos en menos peligro de caer en una interpretación demasiado simplista o asfixiante del iniciador de un modo de ver y ordenar el mundo que aún colorea nuestras formas de vida: la ciencia moderna.

-- si del diseño de explicación que mi análisis de la *Giornata Quinta* consiga urdir (capítulos 4, 5, 6, 7, 8 y 9), surge un destello de la riqueza -en verdad admirable- del pensamiento y la personalidad de Galileo.

Creo que no es indispensable dar explícitos juicios de valor. Hay muchas maneras de expresar un juicio.

Mayo 1997

PRIMERA PARTE

LA RED

Lo más que podemos hacer
es aislar aspectos individuales para examinarlos
sin olvidarnos que son hilos singulares
de una intrincada red.

FALTA PAGINA

No. 13, 14

De los *ELEMENTOS* de Euclides a la *GIORNATA QUINTA* de Galileo

Los filósofos creen que rinden honores a una cosa
desgajándola de su dimensión histórica
cuando en realidad la convierten en una momia
Nietszche

No se sabe cuándo ni dónde se estableció por vez primera la distinción entre la operación mental que consiste en pasar de la constatación de varios hechos particulares de un mismo género a una generalización que los incluya a todos (la inferencia inductiva), y la que consiste en pasar de una o varias proposiciones a otra que es consecuencia necesaria de las anteriores (la demostración deductiva); lo que sí sabemos es que esta distinción fue claramente conocida por los filósofos griegos de mediados del siglo VI a.C.[1]

Tampoco se sabe dónde y cuándo se llegó a la conclusión de que la experiencia práctica es demasiado compleja para describirla en forma concreta y precisa, pero la separación deliberada de la *forma* de los objetos, haciendo caso omiso de la *materia* en que se encuentra (la abstracción), está presente en los trabajos de los geómetras griegos.

Pues bien, la contribución humana de influencia más perdurable en la matemática de todos los tiempos fue la invención griega del razonamiento deductivo; el más firme galardón de esta ciencia, su principal gloria y la fuente de su belleza reside en su carácter abstracto.

Una división poco ortodoxa pero, en esta ocasión, a la vez razonable de la historia de las matemáticas occidentales seccionaría la curva de su desarrollo en tres períodos:

-- desde siempre hasta la notable compilación que hace Euclides en sus *Elementos de Geometría* de las contribuciones matemáticas de la Grecia clásica de los siglos VI al III a.C,
-- de los *Elementos* de Euclides al surgimiento de la modernidad -cuando la geometría se hizo analítica y el cálculo volvió obsoletos los métodos geométricos

[1] Se pueden aducir razones para creer que los egipcios y los babilónicos del año 2000 a.C. habían admitido la necesidad de la demostración deductiva porque indudablemente hasta en los cálculos más burdos y aproximados de la vida diaria, "deducir" es una necesidad. Sin embargo, de esto a tomar conciencia de su valor epistémico hay un gran trecho.

clásicos,[2]

-- desde ese entonces hasta el día de hoy.

En el transcurso de los casi 20 siglos que median entre la Antigüedad clásica y el Renacimiento italiano, las matemáticas sólo tuvieron alguna evolución significativa en el álgebra. La pobreza de los textos de matemáticas y la falta de acceso a las obras de los grandes matemáticos clásicos (Ptolomeo, Euclides y Arquímedes) sólo en parte explican el desinterés relativo del hombre medieval por las ciencias matemáticas, puesto que también la literatura filosófica era limitada en ese período y sin embargo se le estudia con pasión.

Además, cuando aparecen las traducciones latinas de las obras clásicas en los siglos XII y XIII, las cosas cambiaron considerablemente para la filosofía y no así para las matemáticas.

El texto griego de los *Elementos* de Euclides había sido ya varias veces traducido al árabe durante los reinados de los califas Hãrun ar-Rashid (786-809) y al-Ma'Mun (813-833), y del siglo XII son las primeras traducciones del árabe al latín de este texto. Tal vez la primera fue la de Campano de Novara (Johannes Campanus) pero particularmente notables son las múltiples versiones atribuidas a Adelardo de Bath, filósofo, matemático y traductor inglés.[3] También del siglo XII es la primera traducción latina directa del griego por Bartolomeo Zamberti.

Sin embargo, escrupulosas investigaciones nos han empujado a tener que admitir que muy pocas personas leían los textos de matemáticas a profundidad.[4] No sintió el hombre del medioevo cristiano ninguna urgencia intelectual por el progreso de las matemáticas o por profundizar, no digamos emular o continuar, la obra de los matemáticos de la antigüedad.

---

[2] Euclides redactó los *Elementos* alrededor del año 300 antes de Cristo. La *Géométrie* de Descartes es de 1637; los *Philosophiae naturalis principia mathematica* de Newton, de 1687.

[3] El manuscrito latino más antiguo de los *Elementos* preservado hasta el día de hoy es la traducción de Adelardo de 1120. Adelardo es también el autor de dos versiones resumidas y de una edición comentada. Posteriormente, Gerardo de Cremona (1114-1187) tradujo los *Elementos* de una versión árabe (la de Ishàk-Thàbit) superior a la que utilizó Adelardo.

[4] Véanse, por ejemplo, "Mathematics" de Michael S. Mahoney (en *Science in the Middle Ages*); "The philosophical context of Medieval and Renaissance Mathematics" de A.G. Molland; "The Seven Liberal Arts and Classical Scholarship" de David L. Wagner.

En el proceso de apropiación de las matemáticas griegas por la Europa cristiana, el texto de Euclides (fl. *c*.300 a.C) fue repetidamente mal traducido, mal entendido y peor interpretado pero, por imperfecto que apareciera ante los ojos de los geómetras más advertidos, todos le tenían un respeto casi religioso.

Con peor suerte que Euclides corrió Arquímedes. Su traducción al árabe y, por consiguiente, la del árabe al latín, fue muy incompleta; casi ningún intelectual medieval comprendió sus conclusiones ni su método; su influencia en los cursos regulares de las universidades fue prácticamente nula y, hasta muy entrado el siglo XVI, "estudiar geometría" era sinónimo de "estudiar a Euclides".[5]

Los griegos habían elegido el camino de Euclides: el método riguroso de la deducción que sólo permite expresar el pensamiento pagando el precio de un esfuerzo agotador. Proclo, el neoplatónico del siglo V, cuenta que fue Ptolomeo I de Alejandría (reinó de 306 a 286 a.C.) quien le preguntó a Euclides si no había un camino más corto a la geometría que los trabajosos y arduos libros de sus *Elementos*, dando lugar a su legendaria respuesta: "No hay camino real a la geometría".

Los medievales pretendieron seguir la misma senda de los griegos sin conseguirlo ya que el enfoque intelectual con que se abordó a Euclides en el Medioevo tardío fue más lógico y filosófico que estrictamente matemático. Pero al menos la fuerza demostrativa de sus conclusiones y la elegancia -no igualada por ninguna otra ciencia- de sus demostraciones, le valió a la geometría euclideana ser considerada la ciencia paradigmática.

En contraste con Euclides, Arquímedes no fundó escuela. Sin precursores, su obra tampoco tuvo sucesores. No, hasta Galileo, Torricelli y Fermat.[6] Bourbaky sugiere, y no es inverosímil, que la enseñanza oral de los sucesores de Arquímedes podría contener numerosos resultados nuevos, sin que estos arquimedeanos se hubiesen considerado obligados a realizar el extraordinario esfuerzo que implicaba el ponerlos por escrito de acuerdo con los cánones recibidos de Euclides para la demostración.[7]

Forzados a elegir entre métodos poco rigurosos de exposición pero

---

5 H. L'Huillier, p. 182.

6 Enzo Levi, p. 21.

7 Bourbaky, p. 232.

potencialmente fecundos (en espera de un cambio afortunado en el lenguaje o en las notaciones admitidas), y métodos correctos pero de escasa fecundidad, los griegos eligieron el segundo camino. Bourbaky cree que es aquí -más que en el efecto esterilizante de la conquista romana- donde hay que buscar la razón del sorprendente estancamiento de las matemáticas casi inmediatamente después de su momento más brillante.

Con excepción de los *Elementos* de Euclides, primer texto impreso de matemáticas (1482), los primeros libros de matemáticas que se imprimieron tenían un carácter eminentemente práctico y estaban destinados primordialmente a la clase que emergía en la Europa renacentista: la clase de los mercaderes y comerciantes.

Conviene aquí decir algunas cosas sobre esa otra tradición no universitaria que comenzó con el *Liber abaci* (1202) de Leonardo de Pisa, *alias* Fibonacci (1170-1250), apenas despuntando el siglo XIII, cuando en Italia tuvo lugar una importante revolución económica.

Junto al florecimiento de las universidades -con el latín como su lengua básica- se dio el nacimiento de otro tipo de escuelas dirigidas por una nueva clase de profesores, los *maestri d'abbaco* o *abbacisti*, que enseñaban álgebra y los elementos indispensables de las matemáticas prácticas. El álgebra islámica fue introducida en Europa a través de Italia en los siglos XIII y XIV y el libro más importante en este proceso fue precisamente el *Liber abaci* de Leonardo de Pisa.

En Pisa, Génova, Venecia, Milán y Florencia, los *maestri d'abbaco* enseñaron a los hijos de los mercaderes el arte de contar y calcular con numerales arábigos tan necesario para resolver los problemas que planteaba esa nueva economía comercial (calcular el volumen de una barrica o el área de un terreno, el "riesgo" de un negocio y el valor del seguro, los intereses de un préstamo o la parte proporcional de pérdida o ganancia que correspondía a cada uno de los miembros de una sociedad mercantil, etc.). En el siglo XIV, Florencia se había convertido en el centro más importante de estas escuelas, conocidas como *scuole d'abbaco*.[8]

[8] *Abbaco* se escribe con dos "b" para distinguir la tradición de estos matemáticos italianos que utilizaron métodos de calcular sustentados en el sistema de numeración indo-arábigo, del artefacto *abaco*, tablero provisto de alambres y bolas movibles que sirve para hacer cálculos moviendo cuentas (piedrecillas o semillas) de una línea a la otra. La convención no deriva del latín sino del italiano. El *abaco* fue usado por griegos y romanos y siguió usándose en el norte de Europa hasta el siglo XVI; en cambio en Italia fue abandonado durante la Edad Media tardía. Los matemáticos italianos sustituyeron el *abaco* y la técnica cotidiana de hacer cuentas con los dedos siguiendo un conjunto de reglas bastante limitadas, por el *abbaco* y la técnica de escribir con tinta sobre un pedazo de papel una serie de operaciones aritméticas.

El *Liber abaci* fue profusamente copiado, traducido, imitado, plagiado. Numerosos tratados posteriores -como *Del abbaco*, panfleto de matemáticas aplicadas de Piero de la Francesca, escrito a finales del siglo XV- son copias casi textuales de *Liber abaci*. También la *Summa arithmetica* de Luca Pacioli, impresa en 1492, está fuertemente inspirada en el *Liber abaci* de Leonardo de Pisa.[9] Estos textos, conocidos con el nombre de *libri d'abbaci* estaban escritos en lengua vulgar y, sin dejar de poner cierto énfasis en la dignidad de la materia, han preservado para nosotros las habilidades matemáticas que eran esenciales para esa emergente sociedad comercial. Insisten en que la matemática puede ser, al mismo tiempo que "cierta", "útil".

En el mundo islámico, al-Khwarizmi (c.780-850) fue el primero en escribir un tratado sobre los numerales indo-arábigos, tratado que en su versión latina -la única que ha llegado hasta nosotros- recibió el título de *De numero indorum*. El término latino *algebra* proviene de la traducción al latín que Roberto de Chester hizo de otro libro de al-Khwarizmi: *Hisab* **al-jabr** *wa'l-mukabala*. *Al-jabr* quiere decir "la reducción". Del apelativo de este matemático proviene el vocablo "algoritmo" (*Al-Khwarizmi* derivó en *algoritmo*) que en el Medioevo y en el Renacimiento correspondía a las técnicas de realizar cálculos recurriendo a los numerales indoarábigos.

Este célebre matemático árabe, a lo desconocido lo llamó *shay*, vocablo árabe para decir "cosa", o *jidr* que quiere decir "raíz". Bajo la influencia del uso islámico, los *abbacisti* italianos dieron a la incógnita el nombre de *cosa* o *radice* (y en latín *res* o *radix*);[10] de ahí que el álgebra se conociera popularmente en Italia como el *arte della cosa*.[11]

---

9 La *Summa de arithmetica, geometria, proportioni et proportionalita* (1494) de Pacioli es una auténtica enciclopedia del conocimiento matemático de su época. Entre muchas otras cosas, Pacioli hace un estudio de las operaciones fundamentales de la aritmética, la naturaleza de los números, la teoría de las proporciones, el algoritmo para la resolución general de las ecuaciones de grado dos y los métodos para la resolución de algunas ecuaciones algebraicas de orden superior. Pacioli también propuso el método de "partida doble" para operaciones mercantiles que aún se usa hoy en los registros contables. Es el autor de *De divina proportione*.

10 Al producto de la incógnita por ella misma, *quadrato* o *censo* (en latín *quadrattus* o *census*), a la tercera potencia, *cubo* (en latín *cubus*), a la cuarta *censo di censo* o *quadro*, etc. [Karin Reich, p. 193].

11 Oystein Ore, p. 625.

Pero la aritmética de los *libri d'abbaci* va a hacer uso de la numeración indoarábiga adaptándola a las especiales circunstancias del Renacimiento italiano.

Mientras que la forma básica de los numerales provenía de los árabes, los métodos particulares para multiplicar, dividir y calcular constituyeron una importante contribución de los autores italianos de los *libri d'abbaci* al desarrollo de las matemáticas modernas.[12]

Los *abbacisti* le dieron el nombre de "regla de tres" o "regla dorada" al método que empleaban cuando tres términos conocidos eran usados para encontrar un cuarto a través de una proporción. Otro método muy popular era la "regla de la falsa posición": se hacía un cálculo inicial del valor de *la cosa* a sabiendas de que no era exacto, el error se usaba en una proporción para encontrar el valor correcto.

Además de los distintos métodos para calcular, los *libri d'abbaci* contenían un buen número de problemas que servían para ilustrar el *arte della cosa* o *algebra* y que podríamos clasificar en tres grupos: comerciales, recreacionales y de geometría práctica. La presentación de las soluciones algebraicas es verbal más que simbólica; con esto queremos decir que las operaciones y lo que hoy consideraríamos como el antecedente de las "ecuaciones" se escriben con palabras utilizando oraciones completas.[13]

Desde sus orígenes en el siglo XIII, los *libri d'abbaci* tendieron a reemplazar la retórica verbal de las expresiones algebraicas de al-Khwarizmi por abreviaciones más concisas (*co* por *cosa*, *cu* por *cubo*, etc.). Sin embargo, no fue sino hasta los siglos XVI y XVII que los algebristas empezaron a abandonar las abreviaciones por símbolos abstractos y arbitrarios. Símbolos tan básicos como el «+» y el «–» (surgidos a fines del siglo XV) tendrán que esperar hasta el siglo XVII para que su uso se generalice.[14]

[12] Entre la gran variedad de métodos ideados por los *abbacisti* a través de largos períodos de experimentación, algunos, como la multiplicación *in croce*, la multiplicación *per campana*, *per coppa*, *per diamante*, *per circolo* y *per quadrattura* estaban ya bastante perfeccionados en el siglo XV. Para una explicación de cada uno de estos métodos, véase el artículo de W. van Egmond, "Abbacus arithmetic" (esp. pp. 202-206).

[13] En realidad se trata de *razones* y *proporciones*; las ecuaciones, en el sentido en que las entendemos hoy, no existían todavía. La diferencia es crucial: Descartes revoluciona las matemáticas precisamente porque pasa de las razones y proporciones a las ecuaciones.

[14] Van Egmond, p. 208.

Los maestros del *arte della cosa* estaban interesados primordialmente en encontrar el valor de las incógnitas que los problemas prácticos planteaban pero, al preservar y acrecentar durante cuatro siglos el estudio del álgebra en la Europa occidental, jugaron un importante papel en el desarrollo posterior de las matemáticas. Es un hecho que en los siglos XIII y XIV las matemáticas fueron cultivadas más en las escuelas comerciales que en las universidades.[15]

Los matemáticos del siglo XVI, con una mayor confianza en su propia capacidad que sus colegas medievales y favorecidos por la posibilidad de acceder a códices de autenticidad menos dudosa, emprendieron la preparación de ediciones filológicamente más correctas y matemáticamente más coherentes de los textos de matemáticas de la Antigüedad clásica.

Es interesante observar que, mientras los grandes clásicos de la literatura y de la filosofía griegas fueron impresos en Italia por Aldo Manuce y sus competidores y casi todos antes de 1520, de los tres grandes matemáticos de la antigüedad (Euclides, Arquímedes y Ptolomeo), solamente Ptolomeo es editado antes de 1520.[16]

La *editio princeps* del texto griego original de los *Elementos* es impresa en Basilea por Thomas Gechauff Venatorius en el año de 1533[17] y la *editio princeps* de la obra de Arquímedes tendrá que esperar aún más pues no fue sino hasta 1544 que el mismo Gechauff

---

15 U. Bottazzini, p. 1495.

16 La primera impresión del *Almagesto* fue la versión latina de Gerardo de Cremona en 1515. La versión de Cremona databa del año de 1175 y fue la primera traducción latina (sobre un texto arabe) del libro de Ptolomeo.

17 EYKLEIDOY STOIXEION BIBLIA IE. *Basileae, apud Ioannes Hervagium, MDXXXIII*. En los viejos tiempos, Herón, Papo, Proclo y Simplicio habían escrito comentarios a algunos de los libros de Euclides. En el siglo IV de nuestra era Teón de Alejandría revisa el texto completo (corrige, depura y añade). El *Euclides* de Teón fue la base de la mayoría de las ediciones griegas y traducciones directas del griego al latín y a las distintas lenguas vernáculas hasta principios del siglo pasado cuando fue descubierto en el Vaticano un importante manuscrito griego que contiene un texto anterior a Teón. [Véase Barlet Leindert van der Waerden, "Euclid" y René Frédéric Thom *et al*, "Euclidean Geometry", esp. p. 298]. Con la aparición en 1883-1916 de los ocho volúmenes del *Euclides Opera Omnia* preparado por J.L. Heiberg y H. Menge todas las ediciones previas fueron desplazadas. En la actualidad, la versión *standard* en inglés de los *Elementos* de Euclides es la traducción que Sir Thomas Little Heath hizo de los *Elementos* de Heiberg [*The Thirteen Books of Euclid's Elements* (tres volúmenes), 1908 (2ª ed. 1926)].

Venatorius la publica en Basilea, sin ser preparada por ninguna edición anterior en latín y sin que los matemáticos de esta época, absorbidos como estaban por sus trabajos de álgebra, sintieran enseguida su influencia.

El texto de Arquímedes se copió de un manuscrito que Wilibald Pirckheymer (*m.*1530) había adquirido en Roma.[18] Esta edición bilingüe griego-latín con los comentarios de Eutocio contiene todos los trabajos de Arquímedes conocidos en ese entonces.[19] Por Herón, Pappus y Teón de Alejandría sabemos que en los siglos III y IV sobrevivían más trabajos de Arquímedes de los que están disponibles en la actualidad.

El descubrimiento de un famoso manuscrito arquimedeano a finales del siglo pasado fue tan importante como inesperado. De hecho se trata de un palimpsesto, *i.e.*, un manuscrito antiguo que conserva las huellas de una escritura anterior. En 1906, Johan L. Heiberg fue a Estambul para estudiar estos célebres pergaminos proveniente del monasterio del Santo Sepulcro de Jerusalén. Con esmerado cuidado, el filólogo danés descubrió, debajo de un devocionario escrito muy posteriormente, *El método* de Arquímedes seguido del original griego de buena parte de *De los cuerpos flotantes* (de esta obra únicamente se conocía una traducción latina). Felizmente los monjes sólo habían conseguido la obliteración perfecta en una decena de hojas.[20]

En la segunda mitad del siglo XVI, una novedosa y más positiva valoración de las matemáticas trajo aparejada su ejercicio en los principados y ducados de los estados italianos del Renacimiento. La corte del duque de Montefeltro en Urbino fue por décadas uno de los centros más importantes para las matemáticas y las artes liberales. Ahí pasó su vida Federigo Commandino estudiando, traduciendo y preparando la edición latina de los trabajos de Euclides y de Arquímedes.

En 1572, Federigo Commandino traduce al latín un códice griego de los *Elementos*[21] y comienza a preparar una versión en italiano que

---

18 *Codex Norimbergensis* (cent. V app. 12 charteceus s. XVI).

19 *Archimedis Syracusani Philosophi ac Geometriae Excellentissimi Opera quae quidem extant, omnia, multis iam seculis desiderata, atque a quam paucissimis visa; nuncque primum et Graece et Latine edita. Adiecta quoque sunt Eutocii Ascalonitae in eosdem Archimedis libros Commentaria item Graece et Latine, nunquam antea excusa. Basileae. Joannes Hervagius excudit fecit. MDXLIIII.*

20 Enzo Levi, p. 21.

21 *Euclidis Elementorum libri XV,* Pisauri, *apud* C. Francischinum, 1572.

verá la luz en 1575.[22] Pero antes que a Euclides, Commandino estudia y traduce los trabajos de Arquímedes.

En el siglo VI, los matemáticos de la escuela bizantina de Isidoro de Mileto -responsable de la reconstrucción de Santa Sofía en Constantinopla por encargo del emperador Justiniano- mostraron un gran interés en las obras de Arquímedes y fueron ellos los primeros que se propusieron concientemente recuperar y reunir los trabajos dispersos del matemático siracusano. Probablemente por motivos didácticos, tradujeron al griego ático -del dialecto sículo-dórico en el que Arquímedes redactó todos sus trabajos- *Sobre la esfera y el cilindro* y *La medida del círculo*.[23] Al esfuerzo de la escuela bizantina por buscar, aprender y preservar las matemáticas de Arquímedes debemos la existencia de los códices arquimedianos que, en los siglos XVI y XVII, sirvieron de base para preparar la *editio princeps* de Gechauff Venatorius y los *Archimedes* de Federigo Commandino y de Francesco Maurolico.

Commandino no solamente tenía una intensa preocupación por entender las matemáticas de Arquímedes, sino también por elaborarlas, consolidarlas y darlas a conocer. En 1558, publica en Venecia la traducción latina de *La medida del círculo, La cuadratura de la parábola, Sobre espirales, Sobre conoides y esferoides* y *El calculador de granos de arena*.[24] Es importante notar que esta edición de la obra de Arquímedes preparada por Commandino en 1558 no contiene los escritos arquimedeanos de relevancia más inmediata para la física.[25]

Una segunda edición viene a ser publicada, también en Pesaro, en 1619. Esta traducción latina de Commandino fue la base de numerosas ediciones de los *Elementos*, entre ellas la edición bilingüe griego-latín de David Gregory (Oxford, 1703).

[22] *De gli Elementi di Euclide Libri Qindici*, Urbino apresso D. Frisolino, 1575. La segunda edición de la traducción italiana de Commandino se publica en 1619 en Pesaro. Viviani utiliza un ejemplar de esta segunda edición de Commandino para escribir su tantas veces reeditado libro de geometría euclideana: *Elementi piani e solidi d'Euclide* (Firenze, Bindi, 1690).

[23] Dijksterhuis, p. 36.

[24] *Archimedis Opera non nulla a Federico Commandino Urbinate nuper in latinum conversa, et commentariis illustrati*. Venetiis. MDLVIII.

[25] En la misma ciudad de Venecia, en 1503, Luca Guarico había publicado la traducción que el dominico Guillermo de Moerbeke (amigo de Santo Tomás) hiciera en el siglo XIII de las dos primeras obras que acabamos de citar.

En 1543, Tartaglia publica el primer libro de *De los cuerpos flotantes* y el *De los equiponderantes* junto con *La medida del círculo* y *La cuadratura de la parábola* pero, a pesar de que en el prefacio Tartaglia hace hincapié en "las grandes dificultades que tuve para poder descifrar y traducir manuscritos griegos tan antiguos e ilegibles, [dificultades] sólo superadas gracias a mi increible deseo de traducirlos", su traducción es poco rigurosa e incompleta.[26]

Según Heiberg es una mentira flagrante que Tartaglia haya utilizado algún texto griego. "Este matemático italiano -dice Heiberg- simplemente se limitó a copiar, errores y todo, la edición de Guarico y una defectuosa traducción latina que contenía *De los cuerpos flotantes* y *De los equiponderantes*".[27]

La misma preocupación de Commandino por entender y dar a conocer a Arquímedes la tuvo también Francesco Maurolico, *il secondo Archimede*, gran conocedor y admirador de su obra y según Jürgen Schönbeck el mejor geómetra del siglo XVI.[28]

La convicción de que largos siglos de tradición habían convertido las obras de Apolonio, Euclides, Teodosio, Menelao y Arquímedes en algo casi inservible, llevó a Maurolico a emprender, durante más de 50 años, un meticuloso trabajo de reconstrucción del *corpus* de las matemáticas antiguas con miras a promover nuevos avances en el campo del saber.

En un ambiente [la Sicilia del *cinquecento*] señoreado por la obsesión humanística de recomposición de textos clásicos filológicamente inobjetables, el esfuerzo de Maurolico por reconstruir, más que el *estilo* de los textos, el *espíritu* con el cual fueron escritos, era algo realmente nuevo.[29]

Entre todas las obras del *corpus* de las matemáticas clásicas,

---

[26] Baldini, p. 243.

[27] Citado por Dijksterhuis pp. 40-41.

[28] J. Schönbeck, p. 183.

[29] Para conocer el peculiar modo de Maurolico para confrontar a los antiguos, las distintas etapas de su producción científica y la dinámica interna de esa producción, véase el libro de Rosario Moscheo: *Mecenatismo e scienza nella Sicilia del Cinquecento* [Biblioteca dell'Archivio Storico Messinese, Messina; 1990].

Maurolico privilegió las de su paisano Arquímedes y a ella dedicó los mejores años de su vida.

El *Archimede* de Maurolico fue elaborado entre 1534 y 1570, es decir, en un lapso de 36 años intermedio entre una época en la que se tenía un conocimiento apenas fragmentario de los escritos de Arquímedes y una otra que presenció la aparición de los primeros estudios serios: la primera edición completa del texto griego a cargo de Venatorius (1544), el *Archimede* de Tartaglia (1543) y las traducciones de Commandino (1558).

Hay historiadores que hablan de la existencia de una edición del *Archimede* de Maurolico en 1570 que habríase perdido casi por completo al zozobrar el barco que la transportaba.[30] Otros, por el contrario, sostienen que la historia de la existencia de esta presunta edición mesinense del *Archimede* del matemático siciliano y del trágico naufragio que causó su desaparición es infundada.[31]

En el último número de *Sicilia Parra*,[32] leí que Robert Ballard, el explorador que encontró los restos del naufragio del lujoso trasatlántico "Titanic" ocurrido el 14 de abril de 1912, recientemente descubrió, a lo largo de la ruta que va del norte de Africa a Roma, ocho barcos más, hundidos en distintas épocas que van del siglo I al XIX. Al enterarme de esta noticia cruzó por mi mente un electrizante pensamiento: ¿y si uno de estos ocho resultara ser el barco que transportaba la edición del *Archimede* de Maurolico impresa en Messina a finales del siglo XVI y perdida al zozobrar la embarcación?[33]

Verdad o leyenda, lo cierto es que los medios de transporte, el barco y el carromato -carro con dos varas para enganchar uno o varios animales de tiro con un toldo y bolsas para la carga- no aseguraban el destino de los libros en buenas condiciones y, cuando no se perdían, éstos generalmente llegaban húmedos o deteriorados. Un segundo obstáculo con el que se enfrentó la

---

[30] Ejnar Dijksterhius, entre otros. *Cfr. Archimedes*, pp 41-42.

[31] Es la tesis de Francesco Guardione. *Cfr. Francesco Maurolico nel secolo XVI* de F. Guardione, Archivo Storico Siciliano, XX, 1895, esp. p. 357.

[32] *Sicilia Parra* es el boletín informativo de una organización internacional que promueve la lengua y la cultura siciliana. Además de editar libros, cuentan con una revista -*Arba Sicula*- que publica ensayos e investigaciones sobre cualquier tópico relacionado con Sicilia. El número de *Sicilia Parra* al que aludo corresponde al otoño de 1997 [vol. IX, no. 2].

[33] Sólo con imaginar semejante posibilidad se me enchina la piel.

imprenta fue el de la distribución de los libros. La inexistencia de un circuito de distribución y el reducido número de lectores en cada ciudad hacía que los libros se difundieran en lotes muy pequeños y con muchas dificultades.[34]

Un siglo después (en 1670) de la edición "fantasma" del *Archimede* de Maurolico, Giovanni Francesco Alonso Borelli (1608-1680) prepara la edición de la sobresaliente paráfrasis que de las obras de Arquímides hiciera este matemático siciliano a mediados del siglo XVI. Borelli, "*principale curatore*" del manuscrito original del *Archimede* de Maurolico, muere sin lograr ver culminado el producto de sus esfuerzos. El español Juan Silvestre Silva, "*curatore postumo della fatica di Giovanni Borelli*", escondiéndose bajo el pseudónimo de Cillenio Esperio, se encargará de su publicación en 1685.[35]

Para esas fechas ya se contaba con ediciones más o menos completas de la obra de Arquímedes en latín y en italiano vulgar. Fue así como el *Archimede* compuesto en la primera mitad del siglo XVI -pero publicado un siglo después- por el epígono más ilustre de la matemática clásica se vio privado, por decirlo así, de la oportunidad de influir en el nacimiento de la ciencia moderna de los siglos XVI y XVII.

A principios del siglo XVI, Padua, Pisa y Bologna eran las capitales de la enseñanza de las matemáticas.[36] Con la fundación de la *Accademia dei Lincei* (1603) y la labor del jesuita alemán Christoph Klaus (latinizado Christophorus Clavius) en el *Collegio Romano*, Roma fue adquiriendo una importancia creciente hasta alcanzar un lugar protagónico en el mundo de las matemáticas en el siglo XVII.

---

[34] L. Febvre *et al*, pp. 188-233.

[35] Para conocer el esfuerzo filológico e intelectivo de Maurolico, el empeño de Borelli por editarla, la circulación manuscrita previa a su edición y la historia de las numerosas dificultades de esta edición, véase el trabajo de Rosario Moscheo, "L'*Archimede* del Maurolico". Muy abreviado, el título larguísimo de la edición de Juan Silvestre Silva es: *Admirandi Archimedis Syracusani Monumenta omnia mathematica, quae extant* [...] *ex traditione doctissimi viri D. Fco Maurolyci, nobilis siculi*, MDCLXXXV.

[36] En la universidad de Bologna, una de las más antiguas del mundo, estudiaron Copérnico, Durero y Ludovico Ferrari, el *abbacista* que determinó la resolución algebraica de la ecuación general de cuarto grado. *Lettore* (nombre que daban al cargo de profesor) de esta institución fueron Luca Pacioli y también Scipione del Ferro, a quien se le acredita haber encontrado la fórmula Tartaglia-Cardano de las raíces de la ecuación cúbica. *Lettore* en los *Studii* de Pisa y Padua fue Galileo.

Las matemáticas ofrecían una certeza desconocida para la filosofía y en esta dirección van las apasionadas alabanzas que Clavius (1537-1612) entreteje en los *Prolegomena* a su traducción de los *Elementos* de Euclides, publicada originalmente en 1574 y reeditada considerablemente ampliada en 1589.[37]

A partir de 1586, y gracias a la fuerte influencia del padre Clavius (profesor de 1564 a 1595), los alumnos del *Collegio Romano* iniciaban sus estudios de filosofía y teología con un curso de matemáticas. Estos cursos asumían la característica de un empeño metodológico primario: las matemáticas fueron introducidas en la enseñanza curricular como un propedéutico (la *prima philosophia*) indispensable para ingresar al mundo de los filósofos clásicos. El principal argumento de Clavius consistió en hacer resaltar la importancia propedéutica de las matemáticas; no en balde su cita favorita de Platón era la legendaria frase: "No permitamos la entrada a nadie que sea un ignorante en geometría".[38]

En su discusión sobre *La manera en la cual las disciplinas matemáticas pueden ser promovidas en las escuelas de la Orden*[39], Clavius hace referencia a los "infinitos ejemplos en Aristóteles, Platón y sus más célebres comentaristas, imposibles de ser comprendidos sin un modesto conocimiento de las ciencias matemáticas". Por lo tanto -concluye Clavius- "los maestros de filosofía deben ser diestros en las ciencias matemáticas, al

37 *Euclides Elementa,* Roma, 1574. *Euclides Elementorum Libri XV,* Roma, 1589 y 1603; Colonia, 1591 y 1607; Francoforte, 1607. El *Euclides Elementorum Libri XV* fue reeditado en *Christophori Clavii Opera Mathematica* (Mainz, 1612). Giusti compara la traducción de Clavius y las de Commandino y afirma que las diferencias entre ellas no dejan de tener consecuencias para la interpretación de la noción de proporcionalidad y por lo tanto para toda la teoría de la proporción. ["Due percorsi de lettura", en *Euclides Reformatus* pp. 9-13].

38 Así rezaba la inscripción sobre el pórtico de entrada a la Academia de Platón. Thomas L. Heath [p.9] encuentra que los *Elementos* tuvieron que haberse convertido en un clásico casi inmediatamente después de su publicación, pero como las generaciones griegas posteriores a Euclides no supieron casi nada de su vida, los traductores y editores medievales se vieron obligados a depender de sus propios recursos. Los árabes creyeron haber descubierto que el nombre "Euclides" revelaba la "llave de la geometría" (de *ucli* = llave, y *dis* = medida) y afirmaron que los filósofos griegos acostumbraban colocar a la entrada de sus escuelas una leyenda muy similar a la de Platón: "Que nadie entre si no ha aprendido los *Elementos* de Euclides". La sustitución del término "geometría" por el nombre del libro de Euclides evidencia la identificación medieval: *geometría* es igual a *Euclides*.

39 La *Orden* es la orden de los jesuitas.

menos moderadamente".[40]

La *Ratio Studiorum*[41] va a decir que el medio idóneo para la comprensión de los *Analytica* de Aristóteles es el conocimiento de la matemática puesto que sólo ella "nos provee con ejemplos de demostraciones sólidas". Por otras razones más o menos plausibles, las matemáticas también resultaban útiles para todo aquél que quisiera aprender metafísica, historia, física, poesía o teología. Possevino [*Bibliotheca selecta*, 1587-91], en el capítulo sobre matemáticas (del cual Clavius es co-autor), cita el *Timeo* de Platón y la *Physica* de Aristóteles como "verdaderas y grandes pruebas de cuánto pueden las matemáticas iluminar a la filosofía".[42]

No obstante el impulso que los matemáticos dentro de las universidades dieron a la enseñanza de las matemáticas, el progreso de las matemáticas en los siglos XV y XVI tuvo lugar, en su mayor parte, en el intercambio informal de ideas fuera de ellas. La matemática universitaria, moldeada por la división medieval que hace Boecio en el siglo VI en cuatro disciplinas bajo la denominación de *quadrivium* (aritmética y música -las ciencias de los números- y geometría y astronomía -las ciencias de las magnitudes) siguió ocupando en el Renacimiento un lugar muy por debajo del destinado a las artes verbales o *trivium*, tanto en los programas universitarios como en los intereses de los

[40] Cito de la traducción del latín al inglés de A. Crombie en *Mathematics and Platonism in the Sixteenth Century Italian Universities and in Jesuit Educational Policy* (1977), p. 65.

[41] La *Ratio Studiorum* era, y es, la norma o patrón que rige el programa de estudios de todos los colegios, escuelas, seminarios y universidades jesuitas diseminados por el mundo. Tuvo su origen en las *constitutiones* que Ignacio de Loyola redactó el año de 1550 y que fueron después publicadas en Roma con el título de *Constitutiones Societatis Jesu*. Entre muchas otras cosas, San Ignacio recomienda "seguir a Santo Tomás en Teología y a Aristóteles en Filosofía". La primera, y muy importante, modificación que sufrió la *Ratio Studiorum* fue la de Clavius a finales del siglo XVI cuando incluye en el programa de los colegios jesuitas el estudio de las matemáticas como un propedéutico obligatorio. En la actualidad, los jesuitas de las distintas instituciones educativas de los cinco continentes se siguen reuniendo periódicamente para discutir el contenido de los programas académicos y, aún hoy, mantienen viva la tradición de una *Ratio Studiorum* o norma común -desde luego ya bastante modificada. El 29 de agosto pasado, en la *Universidad Iberoamericana*, la institución educativa jesuita más importante de América, se celebró una misa solemne en honor de San Ignacio de Loyola. Durante la homilía, el Mtro. Enrique González Torres, rector de la universidad, inició su plática citando un párrafo de las *Constituciones de la Compañía de Jesús*.

[42] Cito de la traducción del latín al inglés de Crombie, *ibidem*, p. 70.

intelectuales.[43]

La mediocridad de los textos de matemáticas en las universidades medievales reflejaba que las energías creativas del intelecto estaban ocupadas en otros menesteres. Dado que la lengua de las universidades (el latín) ya no era una lengua viva, la gramática, una de las artes del *trivium*, emergió como la reina de las siete artes liberales.[44]

Ese viejo patrón medieval de enseñanza de las matemáticas terminó siendo inútil en el Renacimiento, y fueron los individuos que se separaron de las universidades y siguieron su propio camino los que la hicieron progresar.[45]

Galileo mismo, profesor durante casi 20 años, primero en Pisa y después en Padua, para realizar su obra tuvo que alejarse de las universidades y buscar el apoyo fuera de ellas:

> mi verdadero deseo sería conseguir tanto ocio y tranquilidad como para poder poner fin, antes que a la vida, a tres grandes obras que tengo entre manos [...] La libertad que tengo aquí [en Padua] no me basta, siéndome necesario consumir varias horas al día, y muy a menudo las mejores, en las lecciones públicas y privadas para proveer al sostenimiento de mi casa. [...] Pero sé que mientras sea yo capaz de dar clases y de ser útil, nadie de una República, aunque sea espléndida y generosa, puede exceptuarme de la carga dejándome la paga; en una palabra, sólo puedo esperar semejante comodidad de un príncipe absoluto.[46]

La halló en la corte de los Medici.

El 10 de julio de 1610, Cosimo II lo nombra:

> Filósofo y Matemático primario del Serenísimo Gran Duque de Toscana, con provisión y estipendio anual de

[43] G. R. Evans p. 275.

[44] David L. Wagner, *The Seven Liberal Arts in the Middle Ages*, p. 21. En un principio, las disciplinas del *trivium* fueron la grámatica, la diálectica y la retórica. En el medioevo tardío, la lógica vino a sustituir a la diálectica.

[45] Van Egmond, p. 279.

[46] Fragmento de una carta enviada en febrero de 1609 a «S. Vesp.» [*Opere*, X, pp. 232-233].

> mil escudos, moneda florentina, sin ninguna obligación de habitar en Pisa ni de impartir lecciones.[47]

La causa de este nombramiento fue la publicación del *Sidereus Nuncius*, opúsculo escrito en latín y dedicado a Cosimo II de Medici, IV Gran Duque de Toscana.[48]

El generoso estipendio, además de permitirle desahogar sus dificultades económicas, lo libra del conservadurismo académico que reinaba en las universidades. Una etapa en la vida de Galileo se cierra, su etapa de profesor de matemáticas; Galileo deja Padua y regresa a Florencia para dedicarse de lleno a sus observaciones astrónomicas, a sus experimentos y a la preparación de las muchas obras que se propone escribir.

No toda la actividad matemática en el Renacimiento implicaba una renovación, o siquiera una ruptura con el pasado medieval. Casi todo lo que sucedía en aquella época con las matemáticas dentro de las universidades era en esencia conservador y, para finales del XV y principios del XVI, lo que acontecía alrededor de las escuelas *d'abbaco* estaba ya bastante alejado de su original temple rejuvenecedor.

La matemática que busca renovarse en contacto con los textos clásicos de la Antigüedad nació de alguna manera conectada a Arquímedes y al movimiento humanista.[49]

Un primer ejemplo es Leone Battista Alberti. Pocos hombres

---

47 *Filosofo e Matematico primario del Serenissimo Gran Duca di Toscana con provisione e stipendio di mille scudi, moneta fiorentina, per ciascun anno, senza obligo di abitare in Pisa, né di leggervi, se non onorariamente.* (Galileo contaba con el nombramiento vitalicio de *Matematico sopraordinario dello Studio di Pisa* desde el año anterior).

48 El *Siderius Nuncius* ("gaceta sideral" o "mensaje de las estrellas") anuncia, entre otros descubrimientos, la existencia de los satélites de Júpiter. En honor de su futuro protector, Galileo los llamó en un principio *Cosmica Sidera* y después *Medicea Sidera*.

49 El humanismo renacentista de los siglos XIV y XV revaluó el pensamiento clásico. Según Burckhard se acusan en el Renacimiento dos corrientes de interés humanista: (1) la de los eruditos que buscaban el ideal del hombre nuevo en el estudio de los clásicos frente a la imagen parcial y mediatizada que la escolástica daba de ellos (la filología y la crítica textual nacen de esta corriente), (2) la de los que buscaban al hombre nuevo sobre la base de un ataque a los valores medievales. Esquivando los dogmas religiosos y el pensamiento abstracto, exaltaron la libre voluntad del hombre, su superioridad frente a la naturaleza y el privilegio de ser la única criatura hecha a imagen y semejanza del Creador. Era obligación del hombre conocer y *realizar* la esencia de *lo humano*.

representaron tan bien a ese típico producto del Renacimiento italiano que fue "el hombre universal" como Leone Battista Alberti, humanista, filósofo, matemático, músico, ingeniero, arquitecto, poeta, teórico del arte, inventor, cartógrafo, criptógrafo; además de hábil cortesano y de consumado atleta. Alberti (1404-1472) precede medio siglo a Leonardo da Vinci (1453-1519). En su tratado *De pictura* (1435) expuso por primera vez las leyes de la perspectiva y las reglas para la obtención de figuras tridimensionales sobre planos bidimensionales (papel, tela o muros). En el *Ludi rerum mathematicarum*, opúsculo recreativo de geometría, Alberti no menciona ni una sola vez a Euclides (tampoco a Aristóteles ni a Platón), en cambio Arquímedes es exaltado como "uomo suttilissimo".

Luca Pacioli revalida los ingeniosos trabajos mecánicos de Arquímedes y se refiere a él como "el supremo ingeniero". Pacioli fue matemático, arquitecto y *lettore* en la universidad de Bologna, y de las matemáticas dice lo que 100 años después habrá de argumentar Clavius: las matemáticas son esencialmente la *prima filosofia*,

> sin su conocimiento, es imposible entender bien ninguna otra ciencia. [*De divina proportione*].[50]

El beneficio cívico y lúdico que las matemáticas eran capaces de aportar y el hecho de que sus raíces estuviesen en la Antigüedad clásica hacían de ellas una materia sublime. No obstante que derivaron una justificación práctica de su utilidad para el estudio de la filosofía en general, no hay duda de que para los matemáticos renacentistas la resurrección de las matemáticas no necesitaba una justificación filosófica: era en sí misma una legítima resurrección del antiguo esplendor.

El matemático Gerolamo Cardano[51] enumera a los autores más

---

[50] [...] *senza lor notitia, sia impossibile alcunaltra bene intendere.* Como lo indica su nombre, en *De divina proportione*, escrita en 1496 y publicada en 1506, Luca Pacioli (*c*.1445-1517) discute la "proporción divina" y define la "media dorada" o "sección áurea": Dado un segmento de recta, se divide en dos partes (desiguales) tal que la parte menor sea a la mayor, como la parte mayor al segmento completo; a esta proporción (m:M :: M:S, donde m = S-M) la denominó Pacioli la *divina proportione* o proporción "estéticamente ideal"; a la razón ((raíz de 5) + 1) : 2, la designa por la letra griega *Phi* y la llama *rapporto aureo*. Pacioli es también el autor de la *Summa arithmetica*.

[51] Gerolamo Cardano (1501-1576) fue matemático, médico y filósofo. A él se debe la primera descripción clínica de la fiebre tifoidea. En su *Ars magna* (1545), texto clave en la historia del álgebra, publicó los algoritmos para la resolución de las ecuaciones de tercero y cuarto grados, descubiertos respectivamente por Niccolò Tartaglia (c.1500-1557) y su aprendiz y asistente Ludovico Ferrari (1522-1565). Su *Liber de ludo aleae*, escrito cien años antes de las obras de Pascal y Fermat, contiene la primera presentación sistemática

sobresalientes y otorga a Arquímedes el primer lugar no solamente por sus trabajos escritos (de geometría y de hidráulica) sino también por sus obras de ingeniería:

> Arquímedes ocupa el primer sitio, no sólo por sus recientemente publicadas obras,[52] sino también por las de mecánica, las cuales, como relata Plutarco, despedazaron a las tropas romanas una y otra vez. [*De subtilitate rerum*].[53]

Sabemos que los prodigios técnicos de Arquímedes asombraron tanto a sus paisanos de Siracusa como a los soldados romanos que sitiaban la ciudad. "Dadme un punto de apoyo" -le dijo Arquímedes al rey Herón- "y moveré la Tierra". Arquímedes ideó y fabricó un aparato con el que un sólo hombre era capaz de botar al agua un barco cargado con gran peso que estuviese varado en la playa.

En la jerarquización de Cardano, Aristóteles ocupa el segundo sitio y Euclides un modesto tercer lugar.

En su colección de biografías de matemáticos [*Vite di matematici*, 1595], Bernardino Baldi escribe que en cada arte y en cada ciencia siempre hay alguien que es el mejor de todos, el más grande, *il colmo dell'ecellenza*. En las matemáticas, "el colmo de la excelencia" es Arquímedes:

> En todos las facultades hay algunos que, arribando al colmo de la excelencia, han demostrado cuánto en ésa puede avanzar el intelecto humano. Tal fue, sin ninguna duda, Arquímedes entre los matemáticos por lo que a él corresponde con toda razón el primer lugar. [*Vite di matematici*].[54]

---

del cálculo de probabilidades.

[52] Tartaglia había publicado en 1543 *De los cuerpos flotantes*, *De los equiponderantes* y *La medida del círculo*.

[53] *Archimedes primus sit, non solum ob monumenta illius nunc vulgata, sed mechanica, quibus vt Plutarchus auctor est, vires Romanorum saepius fregit* [citado por Jens Hφyrup, p. 94]. El *De subtilitate rerum* (1550) es una colección de experimentos médicos e inventos intercalados con anécdotas.

[54] *In tutte le facoltà ui sono stati alcuni, che, ariuati al colmo dell'eccellenza, hanno mostrato quanto in quella possa auanzarsi l'intelletto humano. Tale senza alcun dubbio fù Archimede fra' Matematici, poiché ad esso ragioneuolmente si conuiene il primo luogo.*

A continuación Baldi discute distintos aspectos de la vida y obra de Arquímedes: lo que él mismo escribió en sus tratados, lo que otros matemáticos han escrito sobre él y aquellas anécdotas sobre sus triunfos ingenieriles que conocemos a través de Plutarco y otros escritores. En el párrafo final, Arquímedes es *il principe* de los matemáticos:

> Ha sido Arquímedes el príncipe de las matemáticas; de donde con mucha razón decía Commandino que a duras penas puede llamarse matemático aquel que no haya estudiado con diligencia sus obras.[55]

Aun cuando en el siglo XV la interpretación preponderante de Arquímedes fue la de "el supremo ingeniero", los matemáticos del XVI comenzarán a llamarlo "el más grande geómetra", "el matemático número uno", "la mente más grande que ha existido".

Muchos son los historiadores de la ciencia que han propuesto una conexión entre el conocimiento pleno de las obras de Arquímedes que sobrevivieron a la Edad Media y la "revolución científica", sobre todo refiriéndola a Galileo, quien nunca se cansó de manifestar su admiración por el gran siracusano y de mostrar la superioridad del proceder arquimediano con respecto al aristotélico para tratar los problemas físicos.

> Es Arquímedes la mente más grande que ha existido. [...] Todo aquel que haya leído y entendido su obra, se dará muy claramente cuenta de lo inferior de cualquier mente comparada con la suya y de la poca esperanza que tenemos de poder descubrir cosas similares a las que él descubrió. [...] Yo no encuentro nada mejor que seguir sus pasos.[56]

A pesar de que Arquímedes no fue del todo desconocido en la Edad Media (algunos de sus libros fueron traducidos al árabe en los siglos VIII y IX e inspiraron importantes trabajos de matemáticos árabes), hubo que esperar hasta Galileo y Kepler, ambos físicos y astrónomos -además de matemáticos- para que los matemáticos del Occidente cristiano empezaran a buscar en el estudio asiduo de su obra los medios para superar la multitud de problemas nuevos que la física y la astronomía planteaban a las matemáticas.[57]

---

[55] *É stato Archimede il principe de' matematici: onde con molta ragione diceua il Commandino, a pena potersi chiamare matematico chi con diligenza non haueva studiato l' opere di Archimede.*

[56] *Bilancetta*, en *Opere*, vol.I, pp. 211-220.

[57] Sin este redescubrimiento de Arquímedes, el desarrollo de las ciencias

Fue su deseo de encontrar el método que Arquímedes usó para resolver el problema de la corona del rey Herón lo que inspiró a Galileo a escribir la *Bilancetta* (1586). Forjada por un hábil herrero de dudosa honestidad, el rey tenía la sospecha de que la corona no era de oro puro y encarga a Arquímedes que lo saque de dudas.

Galileo opina que Arquímedes no procedió de la manera comúnmente referida. Ese modo le parece "del todo falaz y privado de aquella exactitud que se requiere en las cosas matemáticas":[58]

> que al meter tal corona dentro del agua, habiendo puesto primero otro tanto de oro purísimo y de plata separadamente, y que de la diferencia en el hacer subir o crecer en más o en menos el agua, viniese a conocer las proporciones de oro y de plata de que la tal corona era compuesta, me parece una cosa -por así decirlo- demasiado burda y del todo ajena a la exquisitez de tan divino hombre.[59]

Entonces, se puso a pensar de qué manera, digna de la *esquisitezza de sì divino uomo* -y valiéndose del agua- podría resolverse la cuestión. Galileo llega a la conclusión de que Arquímedes descubrió el fraude mediante una peculiar balanza: "la *bilancetta*".

He aquí un clásico ejemplo de *restitutio*; Galileo sustituye "el método burdo, falaz y privado de exactitud" imputado al científico siracusano por el suyo propio, atribuyéndoselo a Arquímedes:

> después de haber revisado cuidadosamente aquello que

---

matemáticas por los grandes matemáticos de la segunda mitad del siglo XVI y la primera del XVII sería inconcebible. Dice Bourbaky que en el siglo XVIII no hay ningún nombre que aparezca más a menudo en los escritos de los matemáticos que el de Arquímedes: "varios lo traducen y comentan; todos lo citan profusamente y declaran encontrar en él un modelo y una fuente de inspiración" [p. 233].

58 [...] *in tutto fallace e privo di quella esattezza che si richiede nelle cose matematiche.* [*Bilancetta*, p. 216].

59 [...] *il mettere tal corona dentro a l'aqqua, avendovi prima posto altrettanto di oro purissimo e di argenti separati, e che, della differenze del far più o meno ricrescere o traboccare l'aqqua, venisse in cognizione della mistione dell' oro con l' argento di che tal corona era composta, par cosa -per così dirla- molto grossa et in tutto lontana dall' esquisitezza de sì divino uomo.* [*ibid*, p. 215].

> Arquímedes demuestra en sus libros *De las cosas que están en el agua* y en aquellos *De las cosas que pesan igualmente*, me ha venido a la mente un modo que resuelve exquisitamente la cuestión; el cual modo creo yo que es el mismo que Arquímedes usó puesto que, además de ser exactísimo y servirse del agua, depende de los principios que el mismo Arquímedes demostró. El modo es por medio de una balanza, cuya fabricación y uso pasaré a describir [...][60]

Más que un discípulo, Galileo fue un continuador de la obra de Arquímedes. Además de la *Bilancetta* (1585), otros ejemplos notables de la temprana asimilación creativa que Galileo hace del método arquimediano son sus *Theoremata circa centrum gravitatis solidorum* (1588) y el *De motu* (1589-90).

En el *De motu*, Galileo hace la siguiente declaración:

> habiéndome habituado a las demostraciones matemáticas ciertísimas, sutilísimas y clarísimas como son las del divino Ptolomeo y las del aún más divino, el divinísimo Arquímedes, de ninguna manera podría consentir a otras más groseras.[61]

Y en el *Dialogo sopra i due massimi sistemi del mondo*, para explicarnos cómo es que las verdades matemáticas "ciertísimas, sutilísimas y clarísimas", como son las del "divino Ptolomeo" y las del "aún más divino, el divinísimo Arquímedes", nos hacen partícipes de la divinidad, Galileo recurre a una distinción filosófica:

> Extensivamente, es decir, en cuanto a la multitud de los inteligibles -que son infinitos-, el entendimiento humano, aun cuando entienda mil proposiciones, es nulo; porque mil, respecto al infinito, es cero. Pero considerando el entendimiento intensivamente -en cuanto tal término significa entender una proposición perfectamente- digo que aquellas verdades que le es dado conocer al entendimiento humano, las conoce con

---

60 [...] *dopo aver con diligenza riveduto quello che Archimede dimostra nei suoi libri Delle cose che stanno nell' aqqua ed in quelli Delle cose che pesano ugualmente, mi è venuto in mente un modo che esquisitissimamente risolve il nostro quesito: il qual modo crederò io esser l' istesso che usasse Archimede, atesso che, oltre all' esser esattissimo e servirsi d'acqua, depende ancora da dimostrazioni ritrovate dal medesimo Archimede. Il modo è co 'l mezo di una bilancia* [...] [*ibid*, p. 216].

61 *De motu* [*Opere*, vol. I, p. 368].

> la misma perfección y certeza tan absoluta como la de la propia naturaleza. Esas verdades son las de la ciencia matemática. De ellas el intelecto divino sabe infinitas más que el intelecto humano porque las sabe todas; pero el conocimiento de aquellas pocas que el intelecto humano entiende **iguala al divino en certeza objetiva**, puesto que llega a comprender su necesidad, sobre la cual no parece que pueda haber seguridad mayor. [...] **Digo que en cuanto a la verdad del conocimiento que nos dan las demostraciones matemáticas, ella es la misma que la que la sabiduría divina conoce;** pero el modo con el que Dios conoce las infinitas proposiciones, de las cuales nosotros conocemos sólo algunas cuantas, es supremamente más excelente que el nuestro, el cual procede discursivamente de conclusión a conclusión. [...] Estos avances que nuestro intelecto da paso a paso y con movimientos tardos, los transcurre el intelecto divino, como la luz, en un instante, que es lo mismo que decir que los tiene todos siempre presentes. [...] Concluyo, por lo tanto, que nuestro entendimiento, en cuanto al modo y a la cantidad de cosas que conoce es infinitamente superado por el divino; pero no lo degrado al punto de considerarlo absolutamente nulo. Por el contrario, cuando considero cuántas y cuán maravillosas cosas ha comprendido, investigado y conseguido el hombre, muy claramente reconozco y comprendo que la mente humana es obra de Dios, y de las más excelentes.[62]

A pesar de su carácter inocuo -Galileo dice que son proposiciones comunes, que no restan en absoluto majestad a la divina sabiduría y que están lejos de cualquier sombra de temeridad u osadía- estos pasajes fueron calificados como ofensivos a la Iglesia por la comisión asignada por el Papa para el examen del *Dialogo*.

Tan pronto como el *Dialogo* fue publicado se empezaron a escuchar tantas quejas y dificultades con respecto a su contenido y las circunstancias de su publicación que el Papa ordenó la suspensión de su distribución y nombró una comisión especial que se encargaría de su revisión. El reporte de esta comisión (septiembre 1632) consideró ultrajantes [*come per corpo di delitto*] ocho puntos. El sexto reza así:

> que [en el *Dialogo*] erróneamente se afirma cierta igualdad entre el intelecto humano y el divino en cuanto a la comprensión de la geometría.[63]

---

[62] *Dialogo*, pp. 140-41.

[63] [...] *asserirsi e dichiararsi male qualche uguaglianza, nel comprendere le cose geometriche, tra l'intelletto umano e divino.* [*Opere*, XIX,

Paréceme que esta célebre distinción entre el entender *extensivo* y el entender *intensivo* -junto con muchos otros pasajes-[64] claramente separa a Galileo del neoplatonismo.

En la perspectiva neoplatónica del Renacimiento, la matemática no era una actividad profana sino una tarea reservada a los místicos, los únicos capaces de acceder a los secretos de un mundo que se presumía más allá del continuo cambio del universo visible. En contraposición al mundo de las apariencias, el mundo *real* era un mundo de realidades inmutables. En ese mundo lleno de misterio y de poderes mágicos, los números ofrecían la clave de la esencia de las cosas y el único medio de identificarse con Dios era *elevarse por encima del conocimiento racional* al conocimiento místico.[65]

Es obvio que Galileo no buscaba una matematización análoga.

Para Galileo, nuestro conocimiento de las verdades matemáticas iguala al divino en certeza objetiva

> porque llega a comprender la necesidad, sobre la cual no parece que pueda haber seguridad mayor,[66]

pero es un conocimiento *característicamente racional*, *i.e.*, una actividad terrenal y humana.

En el platonismo, Galileo buscó simplemente un aliado contra la tradición peripatética; no toma de él ningún concepto, ninguna idea metodológica. El ideal explicativo que preside al *Dialogo* y a los *Discorsi* está tan alejado de las especulaciones del *Timeo* como lo está de las de la *Physica* o el *De caelo*.

---

p. 327].

[64] Por ejemplo, la interesantísima crítica que Galileo hace en la *giornata prima* del *Dialogo* a la "perfección" del número 3 y, por consiguiente, a la tesis de que el mundo es *perfecto* porque tiene 3 dimensiones.

[65] Para información sobre la tradición neoplatónica renacentista, véase el libro de Hugh Kearney, *Science and Change 1500-1700*.

[66] [...] *poiché arriva a comprenderne la necessità, sopra la quale non par che possa esser sicurezza maggiore*. [*Dialogo*, p. 141].

EL CONFLICTO DE LAS INTERPRETACIONES

Se la contaré, pero déjeme advertirle algo:
me es imposible contar su historia sin contar la mía
Joseph Conrad

Nadie puede contar una historia sin tocar la suya propia. Al encuentro de Galileo, como al de una ciudad, se sale por el mapa interior que cada uno hilvana, y asombra descubrir en qué medida historia e historiador se deben el uno a la otra.

Es común que quien cuenta una historia se atormente por hacerla parecer *completa*, como si el objetivo de contar una historia fuera demostrar que puede contarse *toda la historia*. Yo no creo que esto sea posible, por lo que deliberadamente quise darle a esta presentación de Galileo la forma de una miscelánea de imágenes que se contraponen, sobreponen y entran en conflicto.

La imagen tradicional de Galileo es la del científico fundamentalmente empírico. Esta imagen surge con Vincenzio Viviani, su último discípulo, pero ciertamente fue reforzada con el auge de la filosofía baconiana y amplificada con el despertar de las filosofías positivistas.

Fue Viviani el primero en relatar en su *Racconto istorico* (1654) las dos anécdotas más famosas de Galileo:

-- que Galileo descubrió el principio del péndulo después de observar el balanceo de una lámpara en la catedral de Pisa,
-- que mostró la falsedad de la ley aristotélica de la caída de los cuerpos dejando caer desde la cima de la torre inclinada de Pisa, objetos de distinto peso;[1]

Los historiadores y biógrafos de Galileo, y los historiadores de la ciencia en general, recogieron y repitieron, adornaron y "desarrollaron" el escrito sobrio y breve de Viviani.

Sería superfluo insistir aquí en la expansión sufrida a través de los años por la anécdota de la torre de Pisa tal como aparece en el texto de Viviani, bajo la pluma de sus sucesores. El hecho es que, desde que Viviani nos contó su historia, el nombre de Galileo quedó asociado a "el famoso experimento de la torre

[1] Cfr. *Racconto istorico della vita del Signor Galileo Galilei*, en *Opere*, vol. XIX, p. 606.

inclinada" y el famoso experimento de la torre inclinada, a "el momento decisivo en la historia del pensamiento científico: aquel en que Galileo asesta el golpe mortal a la física aristotélica y sienta las bases de la nueva dinámica".[2]

Alexander Koyré, con sus *Études galileénes* (1939), abre una nueva era en los estudios galileanos al contradecir la visión de la tradición historiográfica que presentaba a Galileo como "el primer verdadero empirista".

El primero en cuestionar el *recuento histórico* de Viviani señalando que no hay evidencia que apoye muchas de sus afirmaciones fue el historiador Emil Wohlwill a principios de este siglo.[3] Más escéptico aún fue el filólogo Lane Cooper.[4] Michael Segre dice que es probable que Cooper haya sido más sensible que Wohlwill a lo que Viviani añade, corrige o exagera de su maestro pues considera que los filólogos tienen una mayor sensibilidad a la leyenda que los historiadores de la ciencia.

Pero Koyré duda no solamente de los experimentos reseñados por Viviani, sino de los descritos al detalle por el propio Galileo. Por ejemplo, de los célebres experimentos del plano inclinado en los *Discorsi*, dice que fueron "experimentos pensados":

> La aserción galileana de la caída simultánea de los cuerpos graves expuesta en los *Discorsi* no descansa (uno se ha podido dar cuenta de ello) más que en razonamientos *a priori* y en experimentos imaginarios. Jamás hemos estado en presencia de un experimento real y ninguno de los datos numéricos que Galileo invoca expresan medidas efectivamente aplicadas. Pero por supuesto que yo no se lo reprocho; me gustaría, por el contrario, reivindicar para él la gloria y el mérito de haber sabido prescindir de los experimentos de ningún modo imprescindibles (como lo demuestra el hecho mismo

[2] En "Galileé et l'expérience du Pise: à propos d'un legende" (1937), Koyré cita párrafos relativamente largos de algunos textos del siglo XX que confirman esta expansión sufrida por la anécdota que cuenta Viviani: de Angelo Gubernatis [*Galileo Galilei*, Florencia, 1909], de J.J. Fahie ["The Scientific Work of Galileo" en vol. II de *Studies in the History and Method of Science*, Charles Singer (comp.), Oxford, 1921], de Emile Namer [*Galileo, Searcher of the Heavens*, New York, 1931], y de L. Olschki [*Galilei und seine Zeit*, Halle, 1927].

[3] *Galilei und sein Kampf für die kopernikanische Lehre*, en dos volúmenes, el primero de 1909 y el segundo, publicado póstumanente, de 1926.

[4] *Aristotle and the Tower of Pisa*, Ithaca, New York, 1935.

> de haber podido prescindir de ellos) y prácticamente irrealizables con los medios experimentales a su disposición.[5]

Concluye Koyré que la matematización de la ciencia física fue expresión y consecuencia del platonismo, que el experimento no jugó ningún papel sustancial en los trabajos de Galileo y que la revolución científica fue, en esencia, intelectual y no-empírica. Sin embargo, las conclusiones de Koyré no nos permiten evadir la muy debatida cuestión sobre hasta qué punto el trabajo de Galileo fue empírico y cuál fue el rol exacto del experimento en sus investigaciones físicas. El propio Koyré reconoce que sus conclusiones no son tanto el resultado de sus estudios -extensos y profundos- sobre la herencia galileana como de su visión respecto al papel del experimento en la ciencia moderna. Koyré cree firmemente que una de las principales características de la ciencia moderna es que ésta es creada *a priori* y que el trabajo experimental no es nada más que el revestimiento o encarnación de una teoría preconcebida:

> He dicho: la buena física se hace *a priori*. El experimento prueba... pero, no es *prueba*, sino *probaría*. Probaría..., si se hiciera. Lo que debe suceder, sucede; y lo que no puede suceder, no sucede. [*sic*].[6]

El estudio que hace Stillman Drake en los años setentas[7] de las notas de Galileo referentes a sus investigaciones en torno al movimiento de los cuerpos confirma que Galileo sí fue un experimentador[8] aunque, desde luego, no nos permite afirmar que fuese un experimentalista, esto es, alguien que, como opinaba Viviani, veía al experimento como base del descubrimiento científico:

---

[5] "Le «de motu gravium» de Galilée: de l'expérience imaginaire e de son abus" (1960) p. 235. Véase también "Un expérience de mesure" (1953).

[6] Las cursivas y los puntos suspensivos son de Koyré: «J'ai dit: la bonne physique se fait *a priori*. L'expérience prove... mais, ce n'est pas *prouve*, c'est *prouverait*. Prouverait..., si on la faiset. [...] Ce qui doit arriver, arrive; et ce qui ne peut pas arriver, n'arrive pas.» [*ibid*, p. 249].

[7] *Galileo at Work* (1978).

[8] En distintos trabajos, Drake ha puesto de relieve la sofisticación y precisión de sus técnicas experimentales. Véase, por ejemplo, "The Role of Music in Galileo's Experiments. How was he able to measure precise intervals of time?".

> [...] sin embargo, Galileo nunca dijo que primero obtuvo su ley haciendo experimentos. Lo único que él dijo respecto al descubrimiento fue que la naturaleza lo había llevado casi de la mano a su regla de que, en el movimiento natural, velocidades iguales se agregaban en tiempos iguales.[9]

Más recientemente, Ron H. Naylor critica a Koyré dando a entender que probablemente hay en él una tendencia a pasar por alto las implicaciones de sus propias tesis:

> Cuesta trabajo entender porqué Koyré, quien puso tan grande énfasis en las relaciones simbióticas entre la nueva física y la nueva astronomía,[10] no consideró el poder persuasivo de los reclamos experimentales de Galileo en términos de argumento.[11]

La tesis de Naylor es que, si bien en sus obras de juventud Galileo no otorga una función positiva a la experimentación (su función es meramente refutativa contra la física de Aristóteles), sus obras de madurez, *i.e.*, el *Dialogo* y muy especialmente los *Discorsi*, revelan su convicción de que una teoría empírica *tiene que ser confirmable* directa y puntualmente.[12]

Ludovico Geymonat cita, aprobándola, la afirmación de Koyré:

> El *Dialogo* no es un libro de astronomía ni tampoco de física -en el sentido que damos hoy a esta palabra-. Es ante todo un libro de crítica, una obra polémica y de batalla; es al mismo tiempo una obra polémica y una obra filosófica o, para ser más exacto y emplear una expresión en desuso pero venerable, un libro sobre filosofía de la naturaleza; es, por último, una obra de

---

9 "The Role of Music in Galileo's Experiments. How was he able to mesure precise intervals of time?", p. 100.

10 Dice Koyré que, no obstante el título ("Diálogo sobre los dos máximos sistemas del mundo: el ptolemaico y el copernicano"), el *Dialogo* no es un libro de astronomía ya que la solución del problema *astronómico* (geocentrismo *vs*. heliocentrismo) depende de la constitución de una nueva *física*. ["Galilée e Platon", 1943].

11 "Galileo's Experimental Discourse" (1992), p. 122.

12 *ibid*, p. 121.

historia: *la historia del espíritu de Galileo.*[13]

Ésta es, por lo demás, la interpretación comúnmente aceptada en forma más o menos abierta por todos los estudiosos modernos de Galileo: el *Dialogo* no es una obra de carácter pura y simplemente científico en ningún sentido de la palabra. Interpretación que Paul Feyerabend extiende temerariamente al afirmar que las formulaciones de Galileo sólo en apariencia constituyen auténticos argumentos; Galileo emplea "trucos psicológicos" y técnicas retóricas, y son esos trucos y esa retórica los que lo conducen a la victoria:

> Galileo tiene éxito gracias a su estilo y a sus hábiles técnicas de persuasión, porque escribe en italiano en lugar de hacerlo en latín y porque se dirige a la gente temperamentalmente opuesta a las viejas ideas y a los modos de enseñanza relacionados con ellas.[14]

En realidad, la tesis que a Feyerabend le interesa defender es que no existe ningún método general que todos los científicos usen o deban usar en todas las situaciones. *El método* científico no existe. La ciencia es una empresa "anárquica" en la que "todo se vale": *Anything goes*.

Feyerabend muestra que Galileo usa la "contrainducción", procedimiento que consiste en elaborar hipótesis que son inconsistentes no sólamente con las teorías aceptadas y *confirmadas* de la época, sino también inconsistentes con los "hechos bien establecidos".

Actuar contrainductivamente como hizo Galileo es siempre perfectamente razonable y puede resultar exitoso pero no es la intención de Feyerabend abogar por el reemplazo de un método (la inducción) por otro método (la contrainducción); el único principio que no inhibe el progreso de la ciencia es "*anything goes*":

> Mi intención es más bien convencer al lector de que *todas las metodologías, incluso las más obvias, tienen sus límites*. [...] La contrainducción puede ser defendida satisfactoriamente con argumentos.[15]

---

13 Las cursivas son de Geymonat. [*Galileo Galilei* (1957), p. 151].

14 *Against method* (1975), p. 141.

15 *Against Method*, p. 32. Las cursivas son de Feyerabend.

Lógicamente Feyerabend se hizo de un público extraordinario. La gente disfruta oyendo esas cosas de boca de un filósofo inteligente que busca provocar y sabe cómo hacerlo. A cualquiera que se sienta indefenso ante el poder abrumador de la ciencia, le producirá satisfacción que alguien que escribe tan bien vaya diciendo que hay que defender a la sociedad de todas las ideologías, incluida la ciencia, porque ésta se ha vuelto *rígida* y ha dejado de ser el instrumento de *cambio* y *liberación* que sí fue en manos de Galileo.

> Las ideologías -la ciencia incluída- no deben ser tomadas en serio. Debemos leerlas como a los cuentos de hadas, que tienen muchas cosas interesantes pero que también contienen engañosas mentiras.[16]

En opinión de Maurice Finocchiaro, Feyerabend está en lo correcto "a pesar de sí mismo", y lo desenmascara:

> El hecho es, o más bien mi sospecha es, que Feyerabend *acierta a pesar de sí mismo*. Es decir, su exposición de Galileo no es irracionalista sino pseudo-irracionalista y, en realidad, para Feyerabend, Galileo procede racionalmente; sin embargo, resulta necesario expandir nuestra idea de racionalidad científica para darle cabida, primero, a factores estéticos y retóricos y, segundo, a prácticas epistemológicas proscritas por las filosofías de la ciencia ortodoxas.[17]

En *Galileo and the Art of Reasonimg*, Finocchiaro reconstruye el *Dialogo* como un solo argumento diseñado para mostrar que la Tierra se mueve[18] y le parece que la posibilidad y exactitud de la reconstrucción hacen de Galileo un hábil practicante del análisis lógico y de la argumentación explícita. Su tesis es que,

---

[16] "How to defend society against science" (1975) p. 156.

[17] Las cursivas son de Finocchiaro. [*Galileo and the Art of Reasoning*, 1980, p. 191].

[18] El 19 de febrero de 1616 el Santo Oficio había censurado dos proposiciones: (1) que la tierra se mueve, (2) que el sol está inmóvil y es centro del mundo. El 25 de febrero, el pontífice ordenó al Cardenal Bellarmino convocar a Galileo e intimidarle a abandonar las opiniones censuradas; dos días después Galileo promete obedecer. El 3 de marzo fue prohibido el *De revolutionibus orbium* de Copérnico hasta no ser debidamente corregido. Con el *Dialogo*, Galileo pretende la derogación de la condena que recaía sobre el copernicanismo pero, como sabemos, en lugar de conseguir su propósito, lo que el *Dialogo* ocasionó fue el juicio a su autor. *The book* -dice Finocchiaro- *originated in part as a practical act, was so judged by the Church*. [p. 4].

al menos en este libro, Galileo es, antes que cualquier otra cosa, un "lógico en acción".

Maurice Finocchiaro encuentra que, para Galileo, la ciencia es más un método que un conjunto de verdades, pero que ese método no consiste en una serie de reglas formales válidas universalmente sino en un equilibrio juicioso entre observación y especulación, análisis cuantitativo y consideraciones cualitativas, explicaciones causales y descripciones fenomenológicas, anti-autoritarismo y tradicionalismo, teoría y práctica. Un ejercicio que, aunque en última instancia consiste en derivar conclusiones de premisas y en formular razones para cimentar afirmaciones, no excluye ni la persuasión retórica, ni la expresión estética.

Finocchiaro identifica en el *Dialogo* maneras *nuevas*, tanto para la ciencia de ser lógica como para la lógica de ser científica, cosa que le permite asegurar que:

> El libro de Galileo constituye una fuente única de material, y una singular base de datos, para una reforma de la lógica, en el sentido de estudio del razonamiento.[19]

En contraste con Finocchiaro, William Wallace sostiene la tesis de que "en lógica, Galileo fue un peripatético toda su vida".[20]

El objetivo de numerosos trabajos de Wallace es mostrar que Galileo, aunque famoso por sus críticas a Aristóteles, fue, a fin de cuentas, mucho más aristotélico de lo que se ha creído. En un *Prelude to Galileo. Essay on Medieval and Sixteenth Century Sources of Galileo's Thought* (1981), Wallace defiende un fuerte continuismo entre la teoría del *impetus* de los *doctores parisienses* y el concepto galileano de *momento*.[21]

Constatando la presencia de una física cualitativa, de una componente arquimediana y de la teoría del *impetus* en las *reportationes* del Collegio Romano y en los trabajos juveniles de Galileo, Wallace establece una continuidad *fuerte* entre las doctrinas del manuscrito 27 (*Disputationes de praecognitionibus et praecognitis in particulari*),[22] las del manuscrito

---

19 *ibid*, p. 439.

20 *Galileo's Logic of Discovery and Proof*, 1991.

21 Esta tesis ya la había defendido Duhem.

22 El manuscrito 27 no está publicado en la edición nacional de Favaro.

46(*Iuvenilia*)[23] y las del manuscrito 71 (*De motu antiquoria*)[24].

Muy probablemente aludiendo, entre otros trabajos, a estos de Wallace, Richard Westfall dice:

> En base a lo publicado, he quedado muy impactado con el alegato que se ha venido haciendo a favor de la duradera influencia del *Collegio Romano* en las concepciones de Galileo referentes a la epistemología y al método; estoy menos impresionado por la permanente influencia del *Collegio* en su filosofía natural.[25]

La investigación que hace Maurice Clavelin[26] de los trabajos de Galileo pone en evidencia que la física que Galileo desbanca no es sólo la de Aristóteles sino también aquella del *impetus* introducida en el siglo XIV por los escolásticos oxonienses y parisinos.[27] Este galileísta galo sostiene que la idea de matematizar el movimiento le vino a Galileo de otro lado y muestra que la influencia más obvia y decisiva fue, no Aristóteles, no los físicos parisinos y mertonianos, sino los geómetras griegos Euclides y Arquímedes. Mucho más Arquímedes que Euclides.

Conrado Dollo encuentra que el razonamiento de Wallace para explicar el supuesto aristotelismo de Galileo es falaz.[28] El razonamiento de Wallace es el siguiente: dado que no es posible que los jesuitas hayan tomado de Galileo la idea de recurrir a Arquímedes para explicar *gravitas et levitas* (gravedad y

---

23 A los escritos contenidos en el manuscrito 46, Favaro los intitula *Iuvenilia* [*Opere*, vol. I].

24 Las concepciones mecánicas elaboradas por Galileo durante el período de Pisa están contenidas en varios manuscritos reunidos por él mismo bajo el título único de *De motu antiquoria* [*Opere*, vol. I].

25 *Essays on the Trial of Galileo*, p. 43.

26 *La philosophie naturelle de Galilée* (1968).

27 En el siglo XIV, Thomas Bradwardine, William Heystesbury, Richard Swineshead (el famoso *Calculator*) y John Dumbleton -en Oxford- y Jean Buridan, Alberto de Sajonia, Marsilius de Inghen y Nicolás Oresme -en París- intentaron un estudio del movimiento con base en la magnitud. Para una exposición de la ideas de esta tradición del siglo XIV, véase "La tradition du quatrozième siècle", en Clavelin (1996) pp. 75-126.

28 *Galileo e la fisica del Collegio Romano*, 1990.

levedad), entonces es verdad lo contrario. Dollo explica que el argumento sería irrefutable sólo en caso de que Wallace pudiese excluir la posibilidad de que la doctrina común derivase de otras fuentes; sin embargo, se sabe que Galileo conocía a Arquímedes *al menos* desde 1585-1586, es decir, *antes* de la redacción de *Iuvenilia* (es el propio Wallace quien demuestra convincentemente que los escritos de *Iuvenilia* no pudieron haber sido escritos antes de 1589-90).

En las vacaciones de verano de 1584, cuando aún era estudiante de medicina en el *Studio* de Pisa,[29] Galileo consigue que un amigo de la familia, el matemático Ostilio Ricci, lo inicie en esta ciencia.

Ricci había sido alumno de Niccolò Tartaglia (1506-1557), famoso algebrista a quien se debe el descubrimiento de la fórmula para resolver ecuaciones de tercer grado, traductor de los *Equiponderanti* y los *Galleggianti* de Arquímedes, instructor del gran duque y exponente de la "nueva matemática" en la *Accademia del Disegno*, una escuela para artistas fundada en Florencia en 1563. De Tartaglia aprendió Ricci a estudiar la matemática con mentalidad de ingeniero, viendo en ella un conjunto de conceptos relacionados con la arquitectura, el arte militar, la ingeniería y, en general, con los trabajos prácticos.[30]

Galileo empieza con Ostilio Ricci la lectura de los *Elementos* de Euclides y al año siguiente (1585) se aplica por su cuenta a estudiar los libros de Arquímedes, a quien muy pronto reconocerá como su "más grande maestro". El empeño autodidáctico de Galileo lo llevó a descuidar a tal punto sus estudios universitarios de medicina que acaba abandonándolos sin haber obtenido ningún título.

En 1585-1586 Galileo revisa y anota los dos libros *De sphaera et cylindro*, y comienza a leer los trabajos de estática e hidrostática *De aequiponderantibus* y *De his quae vehuntur in acqua*. Las anotaciones al *De Sphaera et cylindro* fueron hechas sobre la traducción latina de Commandino que le regaló Ostilio

---

[29] Conviene saber que ni en Venecia ni en Florencia había *universitá*. La universidad de la Toscana era el *studio* de Pisa; de la *Repubblica venetta*, el *studio* de Padua [Enzo Levi p. 28]. Galileo obtendrá la nominación de *lettore di matematiche* del *Studio* de Pisa en 1589 y del *Studio* de Padua en 1592.

[30] Boyer dice que Ricci aprendió también álgebra con Tartaglia. Si hay algo de verdad en esto, es evidente que lo que de álgebra aprendió Ricci de su maestro no alcanzó a llegar a Galileo. Boyer cree que fue su ilimitado entusiasmo por Arquímedes y Euclides lo que cegó a Galileo ante las posibilidades técnicas del álgebra. [Boyer, p. 234].

Ricci. Sin embargo, no se ha podido establecer en cuál edición aprendió los principios arquimedeanos de hidrostática [¿la de Tartaglia?].[31]

Mucho más que Euclides fue Arquímedes y su habilidad para aplicar las matemáticas al análisis de los fenómenos naturales los que decidieron la vocación de Galileo. Arquímedes -como Ricci- enseñó a Galileo a estudiar las matemáticas no como una teoría general de esencias abstractas sino como instrumento eficaz para la discusión coherente y rigurosa de problemas concretos, *i.e.*, para traducir los procesos naturales a razonamientos precisos, cuantificables, medibles y verificables.

Ejemplo conspicuo de su temprana asimilación creativa del método arquimedeano son las demostraciones de sus *Theoremata circa centrum gravitatis solidorum*[32], demostraciones que fueron entusiastamente elogiadas por Guidobaldo del Monte[33] y le procuraron una óptima reputación entre los tres más estimados *lettori* de matemáticas de su tiempo: Cristóforo Clavio (en Roma), Pietro Antonio Cataldi (en Bologna) y Giuseppe Moleto (en Padua).
Lo que hemos dicho es suficiente para dudar seriamente de las conclusiones de Wallace. No hay nada que nos permita considerar más probable que Galileo -para explicar la gravedad y la levedad de las cuerpos- haya tomado la idea de recurrir a Arquímedes, de los jesuitas que del propio Arquímedes.

La tesis de Wallace se vuelve insostenible y acaba por desmoronarse cuando Dollo nos hace ver con mucha claridad el "profundo abismo" que se interpone entre las *reportationes* de

---

31 Para estudiar las matemáticas de Arquímedes; Clavius y Galileo se valieron del *Archimede* de Commandino. Commandino consigue un original griego y sobre él prepara su edición latina de 1558. La *editio princeps* de Arquímedes, publicada en el exterior en 1544, circuló en Italia -ya lo hemos dicho antes- en un número muy reducido de ejemplares; en consecuencia su uso estuvo restringido a unas cuantas personas. Gracias a la investigación de Favaro [*La libreria de Galileo Galilei descritta e illustrata*. Bulletino di Bibliografia e di Storia delle Scienze Matematiche e Fisiche, Roma, 1886] nos consta que un ejemplar de esta *editio princeps* eventualmente llegó a pertenecer a la biblioteca de Galileo. [véase Dollo (1990), p. 207, y Baldini, p. 242].

32 *Opere*, I, pp. 188-208.

33 Guidobaldo del Monte estudió matemáticas en Padua y después fue alumno privado de Francesco Commandino en Urbino (1572-1575). En 1588 escribió su comentario a los trabajos de Arquímedes sobre los centros de gravedad. Ese mismo año Galileo le envía sus propios teoremas sobre la materia [*Theoremata circa centrum gravitatis solidorum*]. Guidobaldo y Galileo se mantuvieron intermitentemente en correspondencia hasta la muerte del primero acaecida en 1607.

los jesuitas y los manuscritos 27 y 46 (*Iuvenilia*), y el manuscrito 71 (*De motu antiquiora*), permitiéndose considerar su distinta progenitura:

-- en los padres del *Collegio Romano* la teoría parisina del *impetus* y la doctrina archimediana de los equiponderantes se inscriben dentro de las teorías aristotélicas del *De caelo* (I y IV), la *Physica* (IV y VIII) y la *Metaphysica* (V y VII);

-- en el proyecto de Galileo, Arquímedes deviene *el* Maestro y su *methodus* es orgullosamente contrapuesto al aristotelismo dominante. La crítica a la *Physica* y al *De caelo* está puntillosamente articulada y es provocadoramente polémica, y su comentario al libro IV del *De caelo* toma la forma de una diatriba contra Aristóteles:

> ¡Cielos! -exclama Galileo al final de su discusión sobre *gravitas et levitas*- me siento hastiado y avergonzado de haber usado tantas palabras para desbaratar las groseras sutilezas [*crassas subtiulitates*] que Aristóteles esgrime contra los antiguos y para desenredar argumentos tan pueriles [*tam puerilia argumenta*] como son los que atiborran el libro 4 de los cielos.[34]

De los "pueriles" argumentos que Aristóteles usa para refutar a los antiguos dice que "no tienen fuerza, ni doctrina, ni agudeza, ni belleza" [*nihil enim roboris, nihil doctrinae, nihil concinnitatis aut venustatis habentes*] y que habiéndose él habituado a las demostraciones "ciertísimas, sutilísimas y clarísimas como son las del divino Ptolomeo y las del aún más divino, el divinísimo Arquímedes" no puede ya consentir con otras más burdas.[35]

El desprestigio de Aristóteles y la supremacía del método de Arquímedes[36] en esta temprana obra de Galileo lleva a Dollo a

---

34 Cfr. *De motu*, en *Opere*, I, p. 292.

35 *ibidem*.

36 Para comprender el significado del *methodus* arquimedeano en Galileo conviene resumir aquí en dónde reside la principal divergencia entre la mecánica de Galileo y la de Aristóteles: Aristóteles admitía la existencia de dos movimientos naturales, uno hacia abajo (el de los cuerpos graves) y otro hacia arriba (el de los cuerpos livianos). Para Galileo existe un único movimiento natural, el movimiento hacia abajo. En otras palabras, según él, todos los cuerpos son graves y tienden naturalmente hacia el centro de la Tierra; si algunos cuerpos ascienden en lugar de caer, ello se debe a que se hallan inmersos en un medio que, al poseer un peso específico mayor, *los empuja hacia arriba según el principio descubierto por Arquímedes*. De ahí que Galileo presente en el *De motu* la caída de los cuerpos provista de una

decir:

> con Galilei el *bastón de mando* pasa de los *Analíticos Posteriores* y del *Del cielo* a los *Cuerpos flotantes* y al *Timeo*.[37]

Para terminar, veamos qué Galileo nos propone un historiador y filósofo que antes de pedir al lector que confíe en su objetividad, abiertamente admite sus propios prejuicios:

> La objetividad es un ideal abstracto y la personalidad de Galileo me es poco simpática, sobre todo por su comportamiento con Kepler.[38]

El que así se expresa es Arthur Koestler, húngaro por nacimiento e inglés por adopción. Koestler describe a Galileo como un hombre hipersensible, irreprimiblemente necesitado de intervenir en controversias, poseedor de un "raro don" para crearse enemistades, una personalidad arrogante que suscitaba una franca, fría e implacable hostilidad.

En su opinión -que nos parece demasiado visceral y voluntarista- Galileo es un embaucador:

> Verdad es que Galileo escribía para un público de legos y que lo hacía en italiano; pero así y todo su exposición no era una *simplificación*, sino una *deformación* de los hechos; no era ciencia popular, sino propaganda falsa.[39] [...] No puede abrigarse duda de que la teoría de Galileo sobre las mareas se basaba en un autoengaño inconsciente; tampoco cabe dudar de que el argumento de las manchas solares era una tentativa deliberada para confundir e inducir a error.[40]

En julio de 1609, poco después de haber tenido noticias de un

---

auténtica universalidad.

[37] Con Galilei il *bastone del comando* passa dagli *Analitici Posteriori* e dal *De Coelo* alle *Galleggianti* e al *Timeo*. ["L'egemonia dell'archimedismo en Galilei", p.204].

[38] Arthur Koestler, *The Sleepwalkers*, p. 431.

[39] *ibid*, p. 484.

[40] *ibid*, p. 486.

instrumento óptico construido en Holanda "con el cual las cosas lejanas se veían como si estuvieran muy cercanas", Galileo construye su primer *canocchiale*, luego un segundo, un tercero, un cuarto,... el nuevo siempre perfeccionando al anterior. En diciembre lo dirige al cielo y descubre la rugosidad de la luna, una multitud de estrellas nuevas y la naturaleza de la Vía Láctea. El 7 de enero de 1610 Galileo observa el primer satélite de Júpiter y en menos de dos semanas el manuscrito del *Siderius Nuncius* está ya listo para su publicación. Por cuestión del *imprimatur* se publicó hasta marzo.

De los descubrimientos astronómicos que Galileo anuncia en el *Siderius Nuncius*, Koestler dice que no eran tan originales, que Galileo no fue el primero en haber dirigido un telescopio hacia los cielos, que el libro no contiene ningún argumento importante a favor de Copérnico y que no representaba un claro compromiso por parte de su autor. Sin embargo, reconoce el impacto que provocaron:

> Así y todo, descontando estas falsedades, el impacto y la significación de la obra fueron enormes. La obrita suscitó de inmediato una apasionada controversia. El *De revolutionibus* [1543] de Copérnico había causado escasa conmoción durante medio siglo, y menos revuelo aún produjeron en su época las leyes de Kepler. La razón principal de ello residía, sin duda, en que el de Galileo era un libro inmensamente fácil de leer. Digerir el *magnus opus* de Kepler exigía "casi toda una vida", como observó uno de sus colegas; pero el *Siderius Nuncius* podía leerse en una hora y su efecto era como un puñetazo en el plexo solar para quienes estuviesen formados en la tradicional concepción de un universo limitado. Hasta Kepler estaba espantado ante las terribles perspectivas que abría el telescopio de Galileo; "el infinito es inconcebible", exclamó varias veces con angustia.[41]

Con Koestler ponemos punto final a nuestra rápida presentación de las distintas imágenes de Galileo Galilei, con la cual creemos haber apenas abierto la puerta. Más de dos mil cartas (de, y para), cientos de notas manuscritas, apuntes, reportes de experimentos, actas judiciales y libros publicados suman veinte gruesos volúmenes de la edición nacional de la obra de Galileo a cargo de Antonio Favaro, *Opere di Galileo Galilei* (1890-1909). Filósofos e historiadores de la ciencia, y estudiosos en general, nos hemos servido de este enorme acervo documental para

---

[41] *ibid*, pp. 372-3.

profundizar en su conocimiento y para conjeturar el método, los intereses, la personalidad, las ideas, los motivos, las influencias y las aportaciones del científico italiano nacido en Pisa el 15 de febrero de 1564 y muerto en Arcetri el 8 de enero de 1642.

Ciertamente en una sociedad y en un momento dado algunas imágenes deben luchar -por así decirlo- para alcanzar aceptación o simplemente el carácter de admisibles, al tiempo que otras son creíbles sin el sostén que aportan los análisis serios y creativos. En otra sociedad o en otro momento las cosas pueden revertirse.

La ciencia y la historia de la ciencia, como la historia política, se reescriben periódicamente y llegar a saber de qué modo una imagen va deslizándose desde su carácter de descubrimiento al de presupuesto tácito y de ahí a la condición de hecho demasiado obvio, o entender cómo una imagen se sobrepone, se contrapone o se entreteje con otras, requeriría que entrásemos de lleno en el terreno de las prácticas sociales, de la política y de los siempre cambiantes valores dominantes.

Sabemos que en su labor más elemental la historia no es simple averiguación; es ya hermenéutica que quiere decir interpretación. Las cosas no nos dicen por sí mismas lo que son, nosotros tenemos que descubrirlo interpretando. Siempre, irremisiblemente nos encontramos forzados a interpretar.

La función crítica y transformadora de la interpretación continuará develando nuevos aspectos y nuevos significados en la obra de Galileo, o retomando y reelaborando los viejos. En general, ese es el prodigio de la hermenéutica; en particular lo es con Galileo.

Según Finocchiaro, no hay otro científico en el que, como sucede con Galileo, los filósofos de la ciencia de casi cualquier tendencia puedan encontrar evidencia que apoye sus propias teorías, predilecciones y prejuicios; y considera este hecho una característica "singularmente importante e importantemente singular" de los trabajos de Galileo:

> Yo creo que este hecho no tiene contraparte en ningún otro científico. Ciertamente hay una gran cantidad de científicos que son más altamente apreciados por alguna escuela filosófica; por ejemplo Newton por los inductivistas y los positivistas, Einstein por los hipotético-deductivistas y los explicacionistas. Sin embargo, no existe ningún otro único científico en el cual casi cualquier filósofo, sin importar qué tan idiosincrático sea, pueda encontrar, con cierta

> apariencia de verosimilitud, sus propias predilecciones y prejuicios.[42]

Sin querer implicar que todas las imágenes de Galileo me parecen igualmente defendibles, creo que Viviani, Favaro, Koyré, Drake, Naylor, Finocchiaro, Geymonat, Feyerabend, Koestler, Wallace, Westfall, Clavelin, Dollo, y muchos otros más, han contribuido a nuestro entendimiento de Galileo como una personalidad compleja irreductible a cualquier tratamiento simplista.

Pienso, por tanto, que puede resultar correcto sostener que Galileo, filósofo-y-matemático, lógico-y-retórico, fue empirista y *apriorista* (racionalista), aristotélico y platónico, experimentador y teórico, realista y hasta idealista, *siempre y cuando* no le atribuyamos uno solo de estos rasgos negando la presencia o la importancia de los otros.

Las interpretaciones fuertemente empiristas del trabajo de Galileo difícilmente satisfacen hoy a un historiador de la ciencia. Galileo, quien tenía en la mayor estima a las pruebas empíricas, es consciente de que la realidad no es un regalo que los hechos hacen al hombre y que una experiencia sin reflexión teórica es fuente fácil de generalizaciones falsas. Toda observación exige una interpretación teórica. El empirismo de Galileo es cualquier cosa menos ingenuo.

Que Galileo estaba familiarizado con la tradición de los mertonianos y parisinos del s. XIV está fuera de duda. Mientras que la enseñanza de las matemáticas estaba muy descuidaba en el *Studio* de Pisa (como hemos visto, Galileo tuvo que buscarse un maestro particular de esta disciplina en Florencia durante sus vacaciones universitarias), no puede decirse lo mismo de la filosofía natural. La enseñaba en Pisa un docto aristotélico florentino, Francesco Bucnamico. Sus cursos cubrían la explicación de la cosmología aristotélica, la centralidad del problema del movimiento en la física de Aristóteles y la teoría del *impetus*.

Esta célebre teoría -cuyo origen se remite a Juan Filopón, comentarista de la *Physica* de Aristóteles del siglo VI-, había encontrado en los siglos XIV y XV valiosos defensores entre los enciclopedistas y filósofos de París y los mertonianos de Oxford. Por eso en los siglos XV y XVI se le conoció con los nombres de "física parisina" o "física mertoniana".

La teoría del *impetus* surge con la intención de corregir algunas inconsistencias de la teoría del movimiento de Aristóteles. Los

---

[42] Finocchiaro (1980), p. 158.

aristotélicos pretendían que el motor debía encontrarse en continuo contacto con el móvil, *empujándolo* sin cesar: "cesada la acción, cesaba el movimiento". Aristóteles daba cuenta de la persistencia del movimiento en los movimientos "violentos" (por ejemplo, en el lanzamiento de un proyectil o de una flecha), aduciendo que, al producirse el lanzamiento, la cuerda no sólo imprimía movimiento a la flecha sino también al aire circundante, al que además suministraba la capacidad de engendrar nuevos movimientos que *empujaban* la flecha cuando ésta perdía contacto con la cuerda del arco. De existir el vacío -Aristóteles negaba su existencia- no podría darse en él la característica trayectoria del movimiento de los proyectiles. En la teoría del *impetus*, si el movimiento de la flecha persiste después de ser lanzada la piedra o la flecha es porque el motor (la mano o la cuerda) ha transladado *al interior del móvil*, y no al aire, un "ímpetu" que se conserva -a no ser que actúen resistencias que tiendan a reducirlo.

Esas ideas fueron introducidas en Italia por Blasius de Parma, y fueron discutidas en Padua, en ese entonces uno de los centros intelectuales más importantes de toda Europa, a lo largo del siglo XV. Para el siglo XVI, habían obtenido una amplia difusión en distintas partes de Italia y formaban ya parte de las enseñanzas en el *Studio* de Pisa. Entre los científicos de la generación anterior a Galileo, Benedetti fue el defensor más original y convencido de la teoría del *impetus*.[43]

Pero fueron Arquímedes, Tartaglia, Euclides, y no la herencia aristotélica, ni la tradición medieval de Bradwardine, Buridan y Oresme (que Galileo va a desechar en gran parte) los que llevaron a Galileo a la idea de matematizar el movimiento.

Es muy significativo que el primer impulso para el abandono de la física aristotélica, una síntesis más o menos feliz de metafísica finalista, experiencia sensible y sentido común, le haya llegado a Galileo precisamente de matemáticos como Ostilio Ricci, y no de lo que Buonamico enseñaba en sus cursos de filosofía natural.

Sin embargo, es un hecho que Galileo estaba familiarizado con la tradición medieval de mertonianos y parisinos, y si bien es posible intentar establecer una continuidad entre la ciencia medieval y Galileo (a decir verdad, se conoce siempre frente a un conocimiento anterior: estamos condenados a convivir con la idea del mundo de nuestro tiempo, a gusto o a disgusto, aceptándola o polemizando contra ella) es evidente que ni Galileo, ni sus adversarios, ni sus seguidores buscaron reforzar

[43] Véase Clavelin, pp. 125-126.

su posición recurriendo a escritos medievales. Nota característica del Renacimiento italiano de los siglos XV y XVI fue su decisión de romper con la Edad Media.

También es perfectamente razonable suponer que las "fuentes" de *Iuvenilia* deban buscarse en las doctrinas de los jesuitas del *Collegio Romano;* basta la presencia de párrafos tomados al pie de la letra de las *reportationes* de los maestros del *Collegio* (Clavius, Pereira, Paolo Valla y Vitelleschi). Pero no es menos convincente lo que Antonio Favaro concluyó casi cien años antes que Wallace: en los *Iuvenilia* a Galileo no le toca otro mérito que aquél atribuible a un amanuense.[44] Nada hace suponer que Galileo exponga ahí pensamientos propios. En cambio, en el *De motu*, método y contenido han cambiado radicalmente.

Aunque en muchos aspectos el trabajo de Galileo fue un resultado más o menos directo del retorno a las fuentes de la Grecia clásica y una consecuencia natural del Renacimiento italiano -el interés obsesivo por las fuentes clásicas se hizo sentir con gran fuerza en la Italia de mediados del siglo XVI- sobreenfatizar la herencia aristotélica o la platónica dificulta la aprehensión del pensamiento de Galileo en su carácter innovador y en su singularidad histórica.

Digámoslo rápido: es verdad que no es posible hacer *tabula rasa* anulando de un sólo trazo todos los conocimientos habituales (el sueño de Descartes se ha visto irremediablemente frustrado); sin embargo, así y todo, yo no veo cómo las contribuciones esenciales de Galileo Galilei,

> considerado por muchos (y correctamente) como el "Padre de la Ciencia Moderna",[45]

puedan encajar bien dentro del marco de un esquema fuertemente continuista.

Esa afirmación, *Galileo Galilei, regarded by many (and rightfully) as the "Father of the Modern Science"*, en boca del más notable defensor del Galileo en deuda con la herencia intelectual del aristotelismo medieval, viene a ser un reconocimiento especialmente significativo al lugar que Galileo ocupa en la historia de la ciencia.

Porque indudablemente que a Galileo le compete el misterioso

---

[44] *Negli Iuvenilia a Galileo non ispetti se non la troppo modesta parte di amanuense* [*Opere*, vol.I, p. 10].

[45] William A. Wallace, *Galileo, the Jesuits and the Medieval Aristotle*, p. 47. Las comillas son de Wallace.

papel de iniciador de un modo de ver y ordenar el mundo que hoy colorea nuestras formas de vida: la ciencia moderna.

Y ya lo decía el filósofo español José Ortega y Gasset:

> Todo entrar en algún sitio, todo salir de algún recinto es un poco dramático -a veces lo es mucho-; de ahí las supersticiones y los ritos del umbral y del dintel.[46]

Los romanos creían en dioses especiales que presidían la condenación de enigmático destino que es el salir de un sitio para entrar a otro y, aunque en este siglo XX ya no tenemos dioses especiales que nos guíen y protejan en el salir y en el entrar, yo quise pedir a un pequeño grupo de galileístas que presidiesen este nuestro atravesar de un mundo a otro, impensable en su contenido anterior.

¿Qué querrá decir eso de no poder pensar un pensamiento? Dice Bachelard que el espíritu nunca es joven, al contrario, es muy viejo porque tiene la edad de sus prejuicios. Desde este punto de vista, acompañar a Galileo en la brusca mutación que debe contradecir un presente implicada en el salir de un conocimiento para entrar en otro es rejuvenecer espiritualmente.

---

[46] Ortega y Gasset, p. 5.

POR QUÉ LA *GIORNATA QUINTA*

La Dynamique est la science
des forces accélératrices or retardatrices
et des mouvemens variés qu'elles doivent produire.
Cette science est due entièrement aux modernes
et Galileé est celui qui en a jeté les premiers fondemens
Joseph Louis de Lagrange

If I have been able to see farther,
it was because I stood on the shoulders of giants
Sir Isaac Newton

Ha llegado el momento de condensar someramente las contribuciones de Galileo al progreso del conocimiento científico para poder después justificar la elección de la *Giornata Quinta* como el texto que este trabajo somete a escrutinio.

Puesto que las contribuciones más emblemáticas de Galileo a la ciencia (aquellas que pertenecen a la mecánica y a la astronomía) son universalmente reconocidas y han pasado ya a formar parte del patrimonio cultural del mundo moderno, podremos limitarnos a un brevísimo comentario.

En cuanto a la mecánica, tocó a ese gigante que fue Galileo el indiscutible mérito de haber dado inicio a la cinemática y a la dinámica en su estructura moderna.[1] Así fuese muy grande el tiempo que llevara en gestación, la física clásica no comienza realmente sino con los trabajos de Galileo y tendrá que esperar medio siglo para alcanzar su madurez en la obra de Newton.

Entre los aportes de Galileo a la mecánica sobresalen una formulación (restringida) del principio de inercia y la ley de caída de los cuerpos graves.[2]

---

[1] La cinemática y la dinámica se ocupan del movimiento de los cuerpos en relación al espacio y al tiempo. Los griegos, en particular Arquímedes, habían establecido los principios del equilibrio de los cuerpos y las condiciones en que se produce (la estática) pero no los del movimiento. La cinemática es la parte de la mecánica que estudia el movimiento de los cuerpos presciendiendo de las fuerzas que actúan sobre ellos. La dinámica trata conjuntamente al movimiento y a las fuerzas que lo originan, *i.e.*, estudia las fuerzas en relación con sus efectos sobre el movimiento de los cuerpos.

[2] Otros aportes de Galileo a la mecánica son el isocronismo del péndulo, el principio de la relatividad del movimiento, el principio de composición de velocidades, etc.

Aunque Galileo no se preocupó nunca por dar un enunciado general del principio de inercia, asentó su validez afirmando, en repetidas ocasiones, que un cuerpo se mantendrá en reposo o conservará perpetuamente constante su velocidad inicial siempre y cuando no intervenga una fuerza externa.

Habría aquí mucho de qué hablar sobre la dificultad para llegar a saber si Galileo consiguió recogerlo realmente en toda su generalidad o no. Hay quien sostiene (Koyré) que, antes de Newton, sólo Descartes alcanzó la generalización del principio de la inercia, y no Galileo. Tratándose de un problema muy complicado que se relaciona con toda su obra, digamos nada más que algunos historiadores de la ciencia sostienen que Galileo no se dio cuenta de que el movimiento circular no es inercial.[3]

En el principio galileano de la inercia, inercia es la tendencia inherente del cuerpo a permanecer en su estado natural, y "natural" se refiere indiferentemente a reposo o movimiento rectilíneo uniforme. Es verdad que en el *Dialogo* hay pasajes que sugieren que el movimiento circular es "natural" y el rectilíneo no y son estos pasajes los que han llevado a atribuir a Galileo la noción de "inercia circular".

Sin embargo, otros historiadores y filósofos de la ciencia han encontrado errónea dicha adjudicación y han señalado que se está tratando con dos sentidos distintos del término "natural" y que por lo tanto no hay conflicto entre el principio de inercia y el hecho de que el movimiento circular sea *natural*.[4]

---

[3] Alexandre Koyré en *Études galiléennes*, Dudley Shapere en *Galileo: A Philosophical Study*, William R. Shea en *Galileo's Intellectual Revolution*, Ludovico Geymonat en *Galileo Galilei*. Según Geymonat, este error -al menos en un principio- no fue demasiado grave puesto que de hecho eliminó la tentación de recurrir al *primum mobile* o a otras causas no físicas, como hacían los *peripatetici*, para explicar el movimiento de los planetas. Newton hará intervenir a la atracción entre los cuerpos celestes (la ley de la gravitación universal) para explicar el carácter no rectilíneo de la trayectoria de los planetas.

[4] *Cfr*. M. Finocchiaro, *Galileo on the World Systems*, p. 51. Esta interpretación del Profesor Finocchiaro coincide, en líneas generales con la de Stillman Drake (*Galileo Studies*), Ernan Mc Mullin (*Galileo: Man of Science*), José A. Coffa ("Galileo's Concept of Inertia), Alan Chalmers y Richard Nicholas ("Galileo and the Dissipative Effect of a Rotating Earth") y Libero Sosio, editor del *Dialogo* de Galileo (Einaudi, Torino, 1970).

Una lectura atenta de la obra de Galileo nos permite darnos cuenta de que, para Galileo, "natural" e "inercial" no son equivalentes. Cuando Galileo dice que el movimiento circular es *natural*, pretende significar que empíricamente el movimiento circular puede ser actual e ininterrumpidamente continuo. Cuando el principio de la inercia dice que el movimiento rectilíneo es *natural*, el significado de la palabra "natural" se refiere aquí a una tendencia inherente al objeto pero que necesita combinarse con otros factores para empíricamente poder dar lugar al fenómeno actual de un movimiento rectilíneo uniforme que no tiene fin.

En relación a si Galileo logró formular el principio de inercia o fue Descartes el primero que tuvo éxito, Finocchiaro escribe:

> Supongamos que empezamos por hacernos la pregunta sobre si el *Dialogo* contiene una formulación de la ley de la inercia. Consideremos esta ley en la versión dada por Newton: «Todo cuerpo continúa en su estado de reposo o de movimiento uniforme en línea recta, a no ser que fuerzas aplicadas sobre él lo obliguen a cambiar ese estado».[5] Ahora bien, es un hecho que nosotros podemos encontrar en el *Dialogo* un pasaje en el que se afirma que un cuerpo terrestre permanecerá sin moverse o conservará por siempre su movimiento horizontal a no ser que se vea perturbado por algún impedimento externo o accidental.[6] Un paso obvio sería pasar en seguida a comparar y contrastar estos dos enunciados para determinar si son equivalentes (lo que parece no ser el caso), si la afirmación de Galileo es una aproximación a, o un caso especial de, la de Newton (que es lo que yo sostengo), o si las dos proposiciones son en realidad inconsistentes (como algunos historiadores han argumentado basando su razonamiento en que el "movimiento horizontal" de Galileo se refiere al movimiento sobre la circunferencia

---

5 *«Every body continues in its state of rest or of uniform motion in a right line, unless it is compelled to change that state by forces impressed upon it.* [*Mathematical Priciples of Natural Philosophy*», University of California Press, Berkeley, 1934, p. 13. La traducción al inglés es de Motte (1729) y fue revisada por F. Cajori]. La primera edición de los *Philosophiae Naturalis Principia mathematica* de Newton aparece en 1687. La segunda (1713), a cargo de Roger Cotes, introduce bastantes cambios; una tercera (1726), de Henry Pemberton, añade unas cuantas alteraciones más. Motte es el autor de la primera traducción al inglés de los *Principia* de Newton, que no sólamente es la obra maestra de Isaac Newton sino también el libro más importante en la historia de la ciencia moderna. En 1729, dos años después de la muerte de su autor, sale a la luz esta primera versión en inglés. [La nota es mía].

6 *v.gr.*, *Dialogo*, p. 187.

terrestre y, por lo tanto, es circular y no rectilíneo). [...] Supongamos ahora que hemos contestado afirmativamente la pregunta sobre la inercia. [...] Entonces podríamos continuar preguntándonos cuál fue el *rationale* de Galileo, qué razones lo llevaron a formular este principio o por qué lo aceptó. Otra cuestión, distinta pero relacionada, consistiría en preguntarnos qué método o procedimiento siguió Galileo para llegar a esta ley. Estas preguntas son importantes, en parte porque no sólo es importante llegar a las conclusiones correctas, sino también hacerlo por medio de razones correctas y siguiendo procedimientos y principios metodológicos correctos. Por ejemplo, los escritos de Descartes contienen una formulación del principio de la inercia que es, en cierto modo, más explícito y general que el de Galileo[7] y, en este respecto, su influencia sobre Newton es más directa y substantiva. Sin embargo, Descartes llega a ese principio principalmente a partir de premisas teológicas y metafísicas acerca de la naturaleza inmutable de Dios y, no obstante el interés intrínseco de tal justificación, el argumento de Descartes nunca ha impresionado a los científicos activos, probablemente porque ellos consideran cuestionable tal razonamiento y tal procedimiento.[8]

El objetivo de la crítica galileana a la física tradicional es hacerle un lugar a un nuevo concepto de movimiento. El movimiento local uniforme ya no se entenderá más como un cambio o un proceso sino como un estado. Los aristotélicos consideraban el movimiento como un cambio que había que explicar; después de Galileo, es *el cambio de movimiento* -y sólo él- el que demanda una explicación. El principio de inercia de Galileo significa que un *cambio* no se produce nunca *ex nihilo*, que si tal cambio se produce ese cambio es causado por una fuerza exterior (sin fuerza no hay aceleración). Es el cambio de movimiento (de velocidad o de dirección) el verdadero acontecimiento físico. El simple cambio de posición espacial, si se hace de manera constante, es decir, sin estar sometido él mismo a su vez a algún cambio, no requiere explicación -al menos no más que el reposo- porque físicamente no tiene causa o, dicho en términos

---

[7] *«Chaque chose demeure en l'état qu'elle est, pendant que rien ne le change», Principes de la philosophie*, 2ème part. § 37. [La nota es mía].

[8] *Galileo on the World Systems*, pp. 50-51.

más filosóficos, porque el movimiento inercial y el reposo son ontológicamente equivalentes.

El paso de la ciencia aristotélica a la ciencia clásica es, pues, mucho más que la simple rectificación de errores. Es la propia base conceptual la que sufre una transformación radical vía el concepto galileano de movimiento.

Desde Aristóteles, la dinámica tradicional vio siempre el peso como la medida de la gravedad entendida como fuerza motriz.

Aristóteles y los aristotélicos ortodoxos consideraban que la fuerza motriz que empuja a un cuerpo grave hacia abajo era proporcional a su peso individual. A partir de la segunda mitad del siglo XVI, un recurso mayor al experimento y el regreso a las ideas arquimedeanas sugirió la substitución del peso absoluto por el peso específico: un cuerpo cae tanto más veloz cuanto mayor es su peso específico. Esta solución -adoptada por Galileo en el *De motu*- es, ciertamente, superior a la precedente. Afirmar que la tendencia de un cuerpo a moverse hacia abajo es tanto más grande que su cantidad de materia -a volumen igual- de cierta manera equivale a introducir la noción de *masa* en el estudio de la dinámica. Por otra parte, el reemplazo del peso absoluto por el peso específico, abre el camino a la apreciación correcta de la influencia del medio ambiente en la velocidad de caída. Pero, aunque preferible, esta interpretación no podía constituir más que una etapa en el proceso de liberación de las ideas tradicionales puesto que no rompe con la identificación fundamental «fuerza motriz natural = peso del cuerpo» y, por lo tanto, no permite pensar a la primera en sí misma, independientemente de la segunda.

Vayamos ahora al plano inclinado de Galileo.

Sobre un plano inclinado (toda fricción excluída), un cuerpo grave experimentará una tendencia espontánea a descender y al mismo tiempo una resistencia a ser movido en sentido opuesto, manifestaciones, ambas, de la misma fuerza motriz natural. Disminuyamos el ángulo de inclinación del plano y la tendencia del cuerpo grave a moverse hacia abajo así como su resistencia a ser movido en sentido contrario disminuirá de igual manera. Pero el peso específico del cuerpo no ha sufrido ninguna modificación correspondiente a la variación de la fuerza motriz; en consecuencia, el peso ya no es una medida adecuada de la gravedad entendida como fuerza motriz. Se ha operado, de hecho, una disociación entre ésta y aquél.

Dicho de otra manera, con los experimentos (reales y/o "pensados") de Galileo sobre el plano inclinado deviene imposible reducir, sin más, la gravedad entendida como fuerza motriz, a la gravedad entendida como peso y un nuevo concepto se hace necesario para describir dinámicamente el movimiento de caída de un cuerpo grave.

El concepto de "momento de descenso" que Galileo introduce en *Le Mecaniche* (1593-4) muestra, sin equívoco, que él era plenamente conciente de esta necesidad. Proporcional a la inclinación del plano (el momento disminuye si la inclinación del plano disminuye y aumenta si la inclinación del plano aumenta), el momento de descenso traducirá, en una situación dada, la intensidad de la fuerza de la cual depende el movimiento hacia abajo; y esta fuerza (confundida tradicionalmente con el peso bajo el término común *gravitas*) viene a ser, pues, la causa del movimiento. Al menos en este caso, una nueva magnitud substituye al peso en la descripción de los fundamentos dinámicos del movimiento natural y esto significa que, por primera vez en la historia de la ciencia del movimiento, la identificación tradicionalmente aceptada entre la función gravífica y la función motriz de la gravedad es abolida.

Y esto no es todo.

Al tiempo que sanciona la imposibilidad de caracterizar la función motriz de la gravedad, pura y simplemente a partir del peso del cuerpo, el momento de descenso permite considerar a esta función motriz *en ella misma* y convertirla, por tanto, en un concepto autónomo. Confundida con el peso (en la física aristotélica) bajo el término general de *gravitas*, la fuerza motriz que es causa de la tendencia de los cuerpos graves a moverse hacia abajo, comienza a transformarse (en la física de Galileo) en una entidad física distinta. De ahora en adelante, será posible reflexionar directamente sobre ella.[9]

---

[9] Para Maurice Clavelin, el hecho de que Galileo no mencione jamás la noción medieval de *gravitas secundum situm* -que, sin embargo, conocía bien- es una confirmación más de que la noción galileana de momento de descenso conlleva la disociación de la fuerza motriz natural del peso de un cuerpo. A primera vista parecería haber una relación estrecha entre el momento galileano de descenso y la *gravitas secundum situm* de Jordano, porque tanto el uno como la otra expresan el efecto de un plano inclinado sobre un cuerpo pesado, porque ambos son proporcionales a la inclinación del plano y porque tanto Jordano como Galileo construyen sus respectivas teorías del plano inclinado evaluando, respectivamente, la *gravitas secundum situm* y el momento de descenso. Pero una diferencia esencial separa las dos nociones. La *gravitas secundum situm* no tiene otra finalidad en la teoría de Jordano más que la de conceptualizar la disminución aparente de peso que sufren los cuerpos graves en un plano inclinado y el problema reside únicamente en determinar la razón o relación entre el peso completo, según la vertical, y el peso disminuido. En realidad, en ningún momento aparece en el *De ratione ponderis* de Jordano la idea de una disociación entre la fuerza motriz y el peso; las variaciones de la velocidad siguen siendo

Pensar la acción de la fuerza motriz natural sobre un plano inclinado, a través del concepto de momento de descenso (de valor constante para todos los puntos de un mismo plano) es ya la preparación de la refutación de la idea según la cual la fuerza es proporcional a la velocidad. Conexo a la determinación del momento de descenso con variación de la velocidad está la aproximación del momento de descenso con la aceleración y el concepto de masa de un cuerpo como la razón de proporcionalidad entre la fuerza aplicada a dicho cuerpo y la aceleración producida por tal fuerza. Galileo descubre que la fuerza aplicada a un cuerpo no le imprime velocidad sino aceleración y que esta aceleración es proporcional a la fuerza que la causó.[10]

El concepto de momento de descenso, introducido por Galileo en *Le Mecaniche* y aclarado y precisado en los *Discorsi*,[11] hace decir a Clavelin que sin lugar a dudas, hay en Galileo una anticipación de la definición newtoniana de fuerza.[12]

Duhem rechaza con fiereza el que Galileo haya caracterizado la acción de una fuerza en términos de aceleración.[13] Pero el texto que Galileo dicta a Viviani en 1639 para ser insertado en una nueva edición de los *Discorsi* y el análisis que de él hace Clavelin dejan en claro lo defectuoso de la interpretación de Duhem.[14]

---

directamente relacionadas a la disminución del peso. En cambio, el momento de descenso es, por definición, constante para todos los puntos de un mismo plano; si un cuerpo pesado desciende por el plano, la fuerza que lo impele a moverse hacia abajo tiene el mismo valor en cualquier punto del plano. [*Le Mecanique*, en *Opere*, vol. II].

[10] Para profundizar en estas controvertibles e importantes cuestiones, véase: "Galilée, a-t-il vraiment compris, en termes modernes, le mode d'action de la force motrice naturelle?", en Clavelin, pp. 353- 385.

[11] Véase la *giornata terza*, esp. pp. 205-208.

[12] [...] *le concept de moment de descente conduira Galilée à une anticipation non douteuse de la définition newtonnienne de la force.* [Clavelin, p. 175].

[13] "De l'accélération produite par una force constante" [*Extraits des comptes rendus du 2e Congrès international de philosophie*, Génova, 1904].

[14] Viviani efectivamente publica ese texto en la segunda edición de los *Discorsi* de 1656. Puede consultarse el texto dictado directamente a Viviani por

Es importante señalar que, en los tiempos de Galileo, el hecho de considerar la gravedad como una fuerza constituía una innovación de la mayor importancia y que al sacar a la luz la existencia de proporciones matemáticas "exactísimas" en el campo de los fenómenos naturales,[15] Galileo suscitó el asombro de sus contemporáneos y el abandono definitivo de la teoría aristotélica del movimiento.

No obstante la carga de aversión que nuestro autor le provoca a Koestler, éste no tuvo más remedio que reconocer el papel fundamentalísimo -por fundacional- que jugó Galileo en la gestación de la mecánica moderna:

> Contrario a lo que se afirma en los estudios monográficos de Galileo, incluso en los más recientes, Galileo no inventó el telescopio, ni el microscopio; ni el termómetro, ni el reloj de péndulo. No descubrió la ley de la inercia; ni el paralelogramo de fuerzas o movimientos; ni las manchas solares. No arrojó objetos de distintos pesos desde lo alto de la torre inclinada de Pisa; no hizo ninguna contribución teórica a la astronomía; no probó la verdad del sistema copernicano. No fue torturado por la Inquisición, no desfalleció en los calabozos del Santo Oficio; nunca dijo "*epur si*

Galileo en *Opere*, vol. VIII, pp. 442-445, bajo el título de *Frammenti attenenti ai discorsi e dimostrazioni matematiche intorno a due nuove scienze.* Véase también la carta que Galileo envía a Benedetto Castelli el 3 de diciembre de 1639 en *Opere*, vol. XVIII, pp. 225 sq. Del artículo de Duhem citado en la nota anterior, Clavelin comenta: *Telle était d'ailleurs l'antipathie de Duhem pour Galilée qu'il va jusqu'à attribuer à Scaliger et à Benedetti la première formulation correcte du principe selon lequel l'action d'une force doit être evaluée en termes d'accélération. Or les textes prouvent exactement le contraire: loin de caractériser l'effet de la force, comme la notion de moment de descent chez Galilée, la notion d'impetus, a laquelle Scaliger et Benedetti ont recours sert seulement à expliquer le renforcement de la puissance motrice de la gravité, et la variation de la vitesse continue ainsi à être rapportée à une croissance parallèle de la force. Il n'y a rien de plus chez l'un et chez l'autre, de ce point de vue, que chez Buridan.* [p. 484]. Para la discusión de las diferencias entre el plano inclinado de Jordano y el de Galileo puede resultar útil la lectura del artículo de Domenico Bertoloni Meli sobre Guidobaldo del Monte.

[15] Son las leyes del movimiento uniforme [*De motu aequabili*] y del movimiento naturalmente acelerado [*De motu aequabiliter acceleratum*] en la *giornata terza* de los *Discorsi;* y las leyes del movimiento violento propio de los proyectiles [*De motu proiectorum*] en la *giornata quarta*.

> *muove*", y no fue ningún mártir de la ciencia. Lo que *sí* hizo fue fundar la ciencia de la dinámica, lo cual lo coloca a la altura de los hombres que han moldeado el destino humano.[16]

Ciertamente la ciencia del movimiento de Galileo no es aún la mecánica newtoniana pero sin lugar a dudas ya no es la ciencia tradicional. Hará falta una metamorfosis conceptual para que la ciencia de Galileo alcance su forma definitiva en la etapa newtoniana. La nueva ciencia de los *Discorsi* es, por decirlo de algún modo, *la primera forma* de la mecánica clásica.

Por ejemplo: Es fácil ver que la comprensión que Galileo tiene del movimiento uniforme o naturalmente acelerado es funcionalmente idéntica a la de la mecánica clásica.

> Llamamos -escribe Galileo en la *giornata terza* de los *Discorsi*- movimiento uniforme o naturalmente acelerado a aquel que, partiendo del reposo, adquiere en tiempos iguales, iguales incrementos de velocidad.[17]

Y sin embargo, esta admirable definición no interviene, de ninguna manera ni en ningún momento, en el cuerpo de exposición de su tratado del movimiento. El cálculo infinitesimal le habría permitido explotarla inmediatamente.[18]

---

[16] Koestler, p. 358. La cursiva es de Koestler: [...] what he *did* was to found the modern science of dynamics, [...].

[17] Motu aequabiliter, seu uniformiter acceleratum dicimis eum, qui a quiete recedens temporibus aequalibus aequalia celeritatis momenta sibi superaddit. [*Discorsi*, p. 205].

[18] Gracias a la introducción de la idea de *límite* de una serie matemática infinita, el cálculo diferencial de Newton y Leibniz permite dar una expresión matemática adecuada a conceptos tan fundamentales de la física como son el concepto de cambio continuo de velocidad (aceleración) y el de velocidad instantánea. Galileo no contaba con esta poderosa herramienta; a su disposición tenía únicamente la teoría griega de las proporciones del Libro V de Euclides. Una vez establecida la definición de movimiento igual o naturalmemente acelerado, Galileo supone y postula como verdadero un solo principio: "Los grados de velocidad que un mismo móvil adquiere sobre planos diferentemente inclinados son iguales, cuando las alturas de esos planos son iguales". [*Discorsi*, p. 205]. Maurice Finocchiaro argumenta que una de las cosas que Galileo hace con su definición de movimiento uniformemente acelerado es clarificar la comprensibilidad del concepto ["Cause, Explanation, and Understanding in Science: Galileo's Case", 1975].

En opinión de Maurice Clavelin, la ciencia galileana del movimiento -considerada en conjunto y en relación a la mecánica newtoniana- presenta un aspecto paradójico: mientras que entre sus teoremas y los teoremas de Newton, la continuidad es perfecta; entre los conceptos sobre los cuales reposan los teoremas en Galileo y aquellos de que se sirve Newton para edificar su mecánica general no hay continuidad. Es decir, en cuanto a sus resultados, la ciencia del movimiento de Galileo está muy cerca de la mecánica clásica; con respecto al sistema conceptual al que recurren, no sucede lo mismo -el sistema conceptual utilizado por Galileo no es todavía el sistema clásico.

Hasta aquí nuestro comentario a las aportaciones de Galileo a la mecánica.

Por lo que troca a la astronomía, recordemos únicamente las insólitas observaciones hechas por Galileo a través de su famoso *tubo optico* o *cannocchiale* y descritas en el *Siderius Nuncius* y en su *Istoria e dimostrazioni intorno alle macchie solari e loro accidenti*:[19]

-- que la superficie de la luna no es lisa ni pulida sino áspera y desigual, recubierta de prominencias u oquedades a la manera de la faz de la Tierra,
-- que el número de las estrellas fijas es superior en más de diez veces al de las que se pueden observar con la "facultad natural",
-- que la Galaxia o *via lactea* "no es otra cosa que un conglomerado de innumerables estrellas reunidas en montón", con lo cual Galileo "pone fin a las disputas y altercados verbales atinentes a la naturaleza de la Vía Láctea que han atormentado durante siglos a los filósofos",
-- que Venus tiene fases,
-- que alrededor de una "estrella insigne" [Júpiter] presentan sus propios períodos cuatro estrellas errantes, "ora precediéndola, ora siguiéndola, no alejándose jamás de ella fuera de ciertos límites, a la manera de Venus y Mercurio alrededor del sol",
-- que el sol tiene "manchas".

El telescopio de Galileo "aumentaba casi 30 veces el diámetro de los astros, 900 su superficie y el volumen, por tanto, 27,000" y

[19] Consúltense estas dos obras en la *Opere di Galileo Galilei*, volúmenes 3 y 5, respectivamente.

fue construido por él mismo.[20] El término que utiliza Galileo en el *Siderius Nuncius* para referirse al instrumento del que se sirvió en sus observaciones astronómicas es *tubo optico*. Durante su exitosa visita a la ciudad eterna la primavera siguiente a su nombramiento como *filosofo e matematico primario* del serenissimo Gran Duque de Toscana, la selecta *Accademia dei Lincei*, presidida por el príncipe Federico Cesi, lo elige miembro y lo agasaja con un banquete. Fue en ese banquete cuando por primera vez se aplicó la palabra *telescopio* -acuñada por el académico linceo Demissiani- al nuevo invento.

Entre las muchas consecuencias aparejadas a las observaciones telescópicas de Galileo, me interesa subrayar dos:

(1) la refutación de la teoría aristotélica de la incorruptibilidad de los cielos, claramente incompatible con la existencia de manchas solares y de cavidades y prominencias lunares;
(2) la demostración de la existencia de movimientos celestes alrededor de un centro distinto al de la Tierra.

De su descubrimiento de los satélites de Júpiter dice Galileo:

> Tenemos aquí un argumento notable y óptimo para eliminar los escrúpulos de quienes, aceptando con ecuanimidad el giro de los planetas en torno al sol, se sienten con todo turbados -hasta el punto de rechazar por imposible esta ordenación del universo- por el movimiento de la luna sola alrededor de la Tierra al tiempo que ambas trazan una órbita anual en torno al sol. En efecto, ahora tenemos no ya un planeta, sino cuatro estrellas errantes que, como la luna en torno a la Tierra, se mueven alrededor de Júpiter a la vez que todos juntos recorren una gran órbita en torno al sol en un lapso de doce años.[21]

De la presunta inferioridad del mundo sublunar -corruptible y degenerable- en comparación con la incorruptibilidad y perfección de los cielos, Galileo dice -como había dicho Nicolás de Cusa- que la Tierra es estrella muy noble y no un sumidero de inmundicias:

> pláceme consignar aquí el parentesco y semejanza entre la

[20] *La gaceta sideral*, p. 16.

[21] *La gaceta sideral*, pp. 90-91.

> Luna y la Tierra; [...] de ello hablaremos más ampliamente en nuestro Sistema del Mundo en donde, con demostraciones y aun mil razones naturales, confirmaremos que la Tierra es errante y superior en brillo a la Luna, y no un sumidero de inmundicias y heces terrenales.[22]

Para conciliar las observaciones telescópicas de Galileo con la vieja teoría aristotélica de la esfericidad perfecta de la luna, el padre Cristophorus Clavius postula que los montes y valles de la luna observados por Galileo están recubiertos de una substancia cristalina absolutamente transparente y distribuida de tal modo que su superficie sería completamente lisa. El argumento, al menos aparentemente, resultaba invencible; al postularse la transparencia absoluta y, por tanto, la invisibilidad de la citada substancia cristalina, la conclusión es que no verla no puede probar nada contra su existencia.

Ante esta salida de urgencia del matemático jesuita, la respuesta de Galileo es tan breve como decidida:

> Ciertamente la fantasía es hermosa, sólo tiene el defecto de no haber sido demostrada y de no ser demostrable.[23]

Basta examinar las cartas de Galileo en el período 1611-1613[24] para darnos cuenta de cuán ricas son en observaciones metodológicas del tipo que acabamos de citar.

Lo cierto es que la revolución científica realizada por Galileo con sus observaciones telescópicas no se basó exclusivamente en las novedades descubiertas en los cielos, sino también, y sobre todo, en la nueva madurez metodológica: si algo no ha sido demostrado ni es susceptible de demostrarse no tiene derecho de ciudadanía en la ciencia. Si queremos explicarnos el extraordinario valor formativo que semejantes argumentaciones tuvieron para los científicos del siglo XVII, es importante apreciar la valentía en la actitud de Galileo para enfrentar los prejuicios dominantes.

No tenemos tiempo ni necesidad de describir la historia de la

---

22 *ibid*, p.42 y p.49.

23 *Opere*, XI, p. 142.

24 *Opere*, volumen IX.

revolución científica que la nueva mecánica y el nuevo sistema del mundo provocaron. Sólo añadiremos que además de sus notabilísimas aportaciones en estas dos ramas del conocimiento científico -la astronomía y la mecánica-, Galileo incursionó creativamente también en la óptica (sus investigaciones lo condujeron a la construcción de *cannocchiali* cada vez más poderosos), la acústica (relacionó el estudio de las vibraciones sonoras con las del péndulo), el magnetismo (consiguió resultados bastante notables en la búsqueda de armazones susceptibles de aumentar la fuerza magnética), la ingeniería (especialmente en hidráulica) y la epistemología (propone nuevos modos de abordar el estudio de los fenómenos naturales).

Sin embargo, todo parece indicar que Galileo -no obstante haber obtenido el nombramiento y el cargo de *lettore* de matemáticas primero en Pisa y luego en Padua- no reveló un auténtico interés por la investigación *matematica pura*.

Esto no quiere decir -y que quede bien claro- que Galileo haya descuidado o subvalorado su estudio. Al contrario; ya hemos hablado cómo fue que Galileo se apasionó desde muy joven con el estudio de la geometría como un instrumento eficaz para la discusión rigurosa de los fenómenos de la naturaleza. Por lo tanto, la función que Galileo atribuye a las matemáticas es de importancia capital.

El hecho es que a Galileo las matemáticas le interesaron casi exclusivamente en ese sentido. Durante toda su vida continuó considerándolas como un método para hacer precisas y coherentes sus investigaciones sobre los fenómenos naturales, como un lenguaje esencialmente dirigido al estudio de la naturaleza.[25]

Galileo sabe que la experiencia se prepara; que el *experimentum* -si nos permitimos emplear la palabra latina *experimentum* para oponerla a la simple observación- es una pregunta muy precisa a la naturaleza, una pregunta hecha en un lenguaje especial que no es el latín ni el italiano, es la "lengua matemática". Hay que saber matemáticas para poder formular la pregunta y hay que saber matemáticas para poder leer la respuesta.

En la concepción de Galileo de la filosofía, para ser filósofo es indispensable saber matemáticas, pero no como un propedéutico para poder comprender los textos de Aristóteles, Platón o cualquier otro

[25] El problema filosófico más difícil aquí sería dar respuesta a cómo y en dónde fundamentó Galileo el derecho a la matematización de la realidad.

filósofo (la *prima filosofia* de Clavius), sino como un lenguaje para poder leer *directamente* el gran libro del universo:

> La filosofía está escrita en este grandísimo libro que continuamente está abierto ante nuestros ojos (yo digo, el universo), pero no se puede entender si primero no se aprende a entender su lengua y a conocer los caracteres en los cuales está escrito. Está escrito en lengua matemática y sus caracteres son triángulos, círculos, y otras figuras geométricas, sin los cuales es humanamente imposible comprender una sola palabra. Sin estos, todo es un continuo vagar por un obscuro laberinto.[26]

Galileo se escandaliza cuando su buen amigo Francesco Sagredo le escribe que una cosa es ser filósofo y otra distinta ser matemático. Sagredo se justifica aduciendo un malentendido:

> A pesar de haberos escrito que yo distingo a los filósofos de los matemáticos (ante lo cual os habéis mostrado un tanto escandalizado), quiero que sepáis que me he servido de esos dos nombres conforme a la vulgar interpretación del populacho que llama *filosofos* a quienes nada entienden de las cosas físicas y que, incapaces de entenderlas, hacen profesión de secretarios de la mismísima Naturaleza y bajo esa reputación pretenden entorpecer todos los sentidos de los hombres y además privarlos del uso de la razón.[27]

Los filósofos de las universidades distinguían las matemáticas de la filosofía y consideraban que únicamente el filósofo estaba autorizado a hablar de física (filosofía natural). Galileo rechaza la distinción y repudia la discriminación:

> Sé que me espera una terrible sobarbada de mis adversarios; casi puedo oirlos gritándome en las orejas

---

[26] *La filosofia è scritta in questo grandissimo libro che continuamente ci sta aperto innanzi a gli occhi (io dico l'universo), ma non si può intendere se prima non s'impara a intender la lingua, e conoscer i caratteri, ne' quali è scritti. Egli è scritto in lingua matematica, e i caratteri son triangoli, cerchi, ed altre figure geometriche, senza i quali mezi è impossibile a intenderne umanamente parola. Senza questi è un aggirarsi vanamente per un oscuro laberinto.* [*Il saggiatore*, p. 33].

[27] Carta de Gio. Francesco Sagredo a Galileo del 18 de agosto de 1612 [*Opere*, vol. IX, p. 379].

> que una cosa es tratar las cosas físicas físicamente y otra cosa muy distinta tratarlas matemáticamente, y que los matemáticos deben quedarse con sus fantasiosas imaginerías sin entrometerse en las cuestiones filosóficas cuya verdad es distinta a la verdad matemática; como si la verdad pudiese ser más de una; como si la geometría perjudicase la adquisición de la verdadera filosofía; o como si fuera imposible ser geómetra y filósofo, de lo que se inferiría como consecuencia necesaria que quien sabe geometría no puede saber física, ni discurrir ni tratar físicamente las cuestiones físicas. [...] Dejemos que mis adversarios vean si el mismo Aristóteles no introduce demostraciones geométricas cuando lo juzga necesario; y por favor, tengan la amabilidad de renunciar a su amarga enemistad con las matemáticas -enemistad que mucho me asombra pues nunca pensé que alguien pudiese ser enemigo de un completo extraño.[28]

En este párrafo -que no aparece en la versión publicada de su *Discorso intorno alle cose che stanno in su l'acqua e che in quella si muovono*-, Galileo predice la terrible repulsa de los *peripatetici*, sus adversarios en la controversia original sobre los cuerpos flotantes. La muchedumbre de aristotélicos que intentaron combatir el tratado de Galileo no era exigua. Entre los más rabiosos se contaban Arturo d'Elci, *Provveditore* del *Studio* de Pisa, Giorgio Corosio, profesor de lengua griega en el mismo ateneo, Lodovico delle Colombe, filósofo y astrónomo anticopernicano y adversario antiguo de Galileo y Vincenzio di Grazia, filósofo y teólogo. Todos ellos sostenían que el hielo era agua condensada, mientras Galileo sostenía lo contrario, que era agua rarificada y consecuentemente flotaba en ella; explicación obvia para cualquier arquimediano pero que resultaba embarazosa para los aristotélicos que veían amenazados un importante principio de su física -aquel del frío condensador.[29]

Pero no sólo los filósofos, también los matemáticos distinguían entre las matemáticas y la filosofía, y con sus interpretaciones

[28] *Diversi fragmenti attenenti al trattato delle cose che stanno in su l'acqua*, [*Opere*, IV, pp. 49-50].

[29] Los *peripatetici* acabaron por proponer que no es la menor pesantez (a igualdad de volumen) sino la *figura larga* lo que impide al hielo superar la resistencia del medio y, por lo tanto, hundirse.

astronómicas puramente formales buscaban únicamente facilitar los cálculos y "salvar los fenómenos". Hoy decimos que los *mathematici* filosóficamente eran instrumentalistas.

Galileo no acepta esa distinción. Se atreve a decir que su modelo *matemático* (el sol inmóvil en el centro, la Tierra moviéndose sobre sí misma y alrededor del sol) es también *real*. En el *Dialogo* señala la diferencia entre el matemático filosófo y el matemático puro; mientras este último se satisface con que sus cálculos se correspondan con las apariencias, el primero no se conforma y exige, además, que su arreglo sea verdadero:

> sabed que el principal propósito del astrónomo puro es el dar razón únicamente de las apariencias. [...] El mismo Copérnico escribe que en sus primeros estudios corrigió los movimientos de los planetas y restauró la ciencia astronómica bajo los mismos supuestos que Ptolomeo, de tal manera que, tomados separadamente planeta por planeta, los cómputos correspondían muy exactamente a las apariencias y las apariencias a los cálculos. Pero añade que al querer después conjuntar todas esas composiciones en una sola estructura, resultó una monstruosa quimera compuesta de miembros del todo desproporcionados e incompatibles entre sí, la cual monstruosidad, aunque capaz de satisfacer al *astronomo puro calculatore*, no podía dar satisfacción ni paz al *astronomo fisico*. Y como él comprendía perfectamente bien que si con supuestos falsos en la naturaleza se podían salvar las apariencias, tanto mejor se podría obtener lo mismo con suposiciones verdaderas, se puso a buscar diligentemente si entre los antiguos alguno había atribuido al mundo una estructura distinta a la de Ptolomeo y encontró que algunos pitagóricos habían atribuido a la Tierra la rotación diurna y otros, además, el movimiento anual. [...] Viendo corresponder con maravillosa facilidad al todo con sus partes, abrazó esta nueva constitución y en ella se aquietó.[30]

Cuando en mayo de 1610, Galileo solicita ante la corte de Toscana "ocio y comodidad" para poder llevar a buen término los trabajos que tiene pensado, manifiesta su necesidad de verse librado de la obligación de impartir lecciones:

---

[30] *Dialogo*, p. 396.

> Viendo que cada día pasa un día, he resuelto meterle un clavo a la vida que me avanza, y atender con todas mis fuerzas el conducir a buen término los frutos de las fatigas de todos mis estudios, de los cuales espero alguna gloria. [...] Empero, porque las lecciones privadas y las públicas me serían un impedimento, quiero de éstas totalmente y de aquéllas en gran parte, vivir exento. [...] Porque en las lecciones públicas no se puede enseñar otra cosa que los primeros elementos -para lo cual muchos son idóneos- y porque ellas sólo me representan un impedimento y en nada me ayudan a poner fin a mis obras, desearía que la primera intención de Su Alteza Serenísima fuese darme ocio y comodidad para poder poner fin a mis obras sin tener que ocuparme de dar clases.[31]

En la misma carta pero un poco más adelante, Galileo enumera cuáles son esas obras que desea conducir a buen término y de las que espera obtener "alguna gloria":

> Las obras que debo conducir a término son principalmente dos libros *De sistemate seu constitutione universi*, obra inmensa y llena de filosofía, de geometría y de astronomía; tres libros *De motu locali*, ciencia enteramente nueva (puedo llamarla ciencia enteramente nueva encontrada por mí desde sus primeros principios al no haber ningún otro, ni antiguo ni moderno, que haya descubierto alguna de los muchísimas propiedades que yo demuestro en los movimientos naturales y en los violentos); tres libros sobre mecánica (dos dedicados a las demostraciones y fundamentos y el otro a los problemas); y opúsculos diversos sobre cuestiones naturales como *De sono e voce, De visu et coloribus, De maris estu, De compositione continui, De animalium motibus*.

Por lo que respecta a la paga, Galileo dice que se contentaría con la que tiene asignada y "asegurada de por vida, viniendo como viene de un príncipe inmortal e inmutable". Pero por lo que respecta al Título y pretexto de su servicio demanda que, al nombramiento de *Matematico*,[32] sea añadido el de *Filosofo*, pues asegura "haber

[31] Carta de Galileo del 7 de mayo de 1610 al secretario de Estado en Florencia, Belisario Vinta. [*Opere*, vol. X, pp. 348-353].

[32] Desde 1582 Galileo ostentaba el título de Matemático (*Matematico*

estudiado más años filosofía, que meses matemáticas puras" y se compromete a demostrarlo a la primera oportunidad:

> pido a S. A. que añada al título de Matemático aquel de Filósofo pues confieso que he estudiado más años filosofía, que meses matemáticas puras; que cuál ha sido el provecho que he sacado, y si merezco o no tal título, podré hacerlo ver a Su Alteza, cuando le plazca concederme la oportunidad de discutir, en Su presencia, con los más distinguidos en esa profesión.[33]

Dos meses después Galileo logra su objetivo. El Gran Duque de Toscana Cosimo II lo nombra ***Filosofo e Matematico*** del Serenísimo Gran Duque de Toscana, con estipendio anual de mil escudos y sin ninguna obligación de residir en Pisa ni de impartir lecciones.

Galileo se sabe, antes que cualquier otra cosa, *Filosofo*; pero en su concepción de la Filosofía no es posible ser filósofo sin saber matemáticas. El filósofo "a la usanza de Galileo" es, por necesidad, *filosofo-e-matematico*:

> He encontrado aquí un filósofo a la usanza nuestra [*un filosofo alla usanza nostra*]: filosofa sobre la naturaleza, es buen geómetra, se ríe de Aristóteles y de todos los *Peripatetici*, y me ha dicho que fue a Venecia sólo por encontrarse con V.S. Se burla de quienes han escrito en contra de vuestro libro, pero me ha dicho que hay algunas cosas en el libro que no le gustan. [...] Por la buena, es el mejor hombre que jamás haya encontrado, pero es un poco porfiado para defender sus propias opiniones y no hay nada que él desee más que tener una conversación entre filósofos libres. [...] Estoy seguro que agradará a V.S.[34]

Sopraordinario dello Studio di Pisa).

[33] Carta al secretario de Estado Belisario Vinta del 7 de mayo de 1610 [*Opere*, X, 348-353]: [...] *oltre al nome di Matematico, S.A. ci aggiugnesse quello di Filosofo, professando io di havere studiato più anni in filosofia che mesi in matematica pura: nella qualle qual profitto io habbia fatto, et se io possa et deva meritar questo titolo, potrò far vedere a loro Alt.e, qual volta sia di loro piacimento il concedermi campo di poterne trattare alla presenza loro con i più stimati in tal facoltà.*

[34] Carta de Filippo Salviati (en Génova) a Galileo (en Florencia) del 27 de diciembre de 1613. [*Opere*, XI, p. 610].

No hay aquí relación causa-efecto, simplemente hay descripción de características; si alguien es filósofo -a la usanza de Galileo-, entonces sabe matemáticas, pero el que sabe matemáticas no necesariamente es filósofo, ni el que es filósofo lo es *porque* sabe matemáticas.

Del perfil que nos ofrece Salviati, podemos deducir que el filósofo a la usanza de Galileo, *i.e.*, el *filosofo-e-matematico*:

-- filosofa sobre la naturaleza,
-- sabe matemáticas,
-- desconoce el principio de autoridad,
-- no claudica a su responsabilidad de ente de razón,
-- es libre en su filosofar,
-- tiene opiniones propias y busca y disfruta discutirlas, entre filósofos de entendimiento libre.

En contraposición al filósofo tradicional, quien:

-- busca todas las respuestas en los libros (especialmente en los de Aristóteles),
-- sabe latín,
-- se siente compelido a apoyar sus opiniones en alguna autoridad,
-- discrimina la matemática de la filosofía,
-- está comprometido con la filosofía escolástica,
-- defiende a ultranza la opinión de los antiguos,
-- argumenta con base en distinciones rígidas.

Il Saggiatore (1623), escrito en forma de carta al Papa Urbano VIII, es la obra polémica más importante de Galileo. Este libro nos otorga la oportunidad de presenciar el habilísimo juego dialéctico entre dos contendientes dispares, el uno, filósofo escolástico, el otro, *filosofo-e-matematico*: Lotario Sarsi y Galileo Galilei.

El jesuita Orazio Grassi, escondiéndose bajo el pseudónimo de Lotario Sarsi, con un estilo retóricamente florido, en lengua latina y haciendo uso de los procedimientos lógicos de la escolástica, argumentos librescos y algunas observaciones directas, defiende en la *Libra astronomica ac philosophica* una hipótesis más cercana a la verdad que la de Galileo.

En una parte de su libro el Padre Grassi acusa a Galileo de haber violado las leyes de la lógica por haber llamado *ingrandimento infinito*, a un incremento que sólo es muy grande. El capítulo XII de su *Libra astronomica ac philosophica* lo dedica Grassi en su totalidad a reconstruir y criticar el supuesto argumento de Galileo para mostrar la impericia del "filósofo y matemático" florentino en materia de lógica y termina calificándolo de "pésimo lógico".

Galileo comenta:

> Con larguísimo discurso y en medio de un océano de distinciones, silogismos y otros términos lógicos, el Sarsi se esfuerza por declararme pésimo lógico. Yo encuentro que el Sarsi tiene en grandísima estima cosas que yo, hablando con franqueza, estimo menos que la lana caprina. [...] Por ese tipo de altercados en los cuales en mi adolescencia, cuando estaba aún en la edad de la pedantería, con deleite me engolfaba, el día de hoy siento una *grandissima nausea*.[35]

En *Il Saggiatore*, Galileo reproduce y refuta párrafo a párrafo y punto por punto la *Libra astronomica ac philosofica* del padre Grassi, apostillándola, interpretándola, poniendo en evidencia sus errores o presuntos errores, y mostrando la insuficiencia, arbitrariedad, vacuidad o invalidez de cada uno de los argumentos:

> No puede dejar de maravillarme que el Sarsi persista en querer probarme por vía de testimonios aquello que yo quiero y añoro ver probado por vía de la experiencia. [...] El aducir tantos testimonios, señor Sarsi, no sirve de nada, porque nosotros no hemos jamás negado que muchos han escrito y han creído tal cosa; lo que sí hemos dicho es que tal cosa es falsa. En cuanto a la autoridad, en el hacer que el efecto sea verdadero o falso, tanto opera la vuestra sola como la de cien juntos. [...] Vea el Sarsi cuán superficial es su modo de filosofar y vea cuál es la fuerza de la autoridad sobre los efectos de la naturaleza, sorda e inexorable a nuestros vanos deseos.[...] Y no piense el Sarsi que puede venirme otra vez con respuestas de limitaciones, de distinciones, de *per accidens*, de *per se*, de *mediate*, de primario, de secundario, o de otros cacareos, que yo le aseguro que en vez de sostener un error cometerá cien más graves y producirá mayores vanidades, mayores, digo, incluso que ésta.[36]

En su *Racconto istorico della vita del Signor Galileo Galileo*,

---

[35] *Il Saggiatore*, p. 61.

[36] *Il Saggiatore*, pp. 208 y 202. Los vocablos latinos son de Galileo.

Viviani escribe:

> Oyó [Galileo] los preceptos de la lógica de un tal Padre Valambrosano pero, sin embargo, los términos dialécticos, las tantas definiciones y distinciones, la gran cantidad de los escritos, el orden y el progreso de la doctrina, [...] todo eso, le resultaba tedioso, de poco fruto y de menor satisfacción a su intelecto exquisito.[37]

A pesar de que la interpretación del fenómeno de los cometas que propone Galileo en *Il Saggiatore* está equivocada, la claridad de su visión metodológica, la agudeza de sus argumentaciones, y el espíritu innovador que pervade todo el texto, hacen de *Il Saggiatore* una obra maestra y una auténtica joya del arte de argumentar.

Por lo que hemos dicho es preciso reconocer que si bien la variedad y viveza de los intereses de Galileo se extendieron a diversos campos, éstos no parecen haber abarcado la *matematica pura*.

No obstante, y con la intención de descubrir de qué manera, en qué medida y por qué razones Galileo revisa, critica y corrige a Euclides en la *Giornata Quinta*, yo quise centrar este trabajo de investigación en la crítica que Galileo hace a una definición matemática que ha sido muchas veces señalada como una de las más profundas de la teoría griega de la proporción, casi "una anticipación" de la moderna teoría de los números reales: la definición 5 del Libro V de los *Elementos* de Euclides.

Para justificar mi elección (la *Giornata Quinta* es considerada una obrita menor dentro de la monumental y trascendente producción galileana) hago mías las siguientes palabras de Galileo:[38]

> Si yo quisiera expresar libremente mi opinión conforme al mérito de su amplia y sutilísima doctrina, a más de verme

---

[37] *Opere*, XIX, p. 601.

[38] En 1634, los padres de la *Scuole Pie*, un grupo de seguidores de Galileo, formaron un círculo alrededor del Príncipe Leopoldo de Toscana. El círculo fue suficientemente explícito en su galileísmo como para ser denunciado al Santo Oficio. En 1640, el príncipe Leopoldo escribió a Galileo a nombre del círculo pidiéndole su opinión acerca de un libro de Fortunio Liceti de reciente aparición (el *De lapide bonaniense*). En respuesta, Galileo escribió un extenso ensayo (*Sul candore lunare*) que dedicó al Príncipe y del cual extraje el siguiente parágrafo.

en la necesidad de prolongar bastante la extensión de este escrito, dudaría que mis palabras, bien que purísimas y sinceras, pudieran parecerles a algunos hiperbólicas o adulatorias. A algunos, digo, de aquellos que, demasiado lacónicamente, quisieran ver restringidas las enseñanzas filosóficas al espacio más breve posible, y que adoptan siempre aquel estilo rígido, conciso y desabrido, despojado de toda complacencia y ornamento, que es propio de los geómetras puros, los cuales no profieren una sola palabra que no les venga impuesta por una estricta necesidad. Yo, por el contrario, no solamente no cuento entre los defectos de un tratado -incluso en el caso en que éste se dirija a un único objetivo- hablar de muchas y diversas cosas entremezclando otras varias noticias no del todo separadas al punto principal; antes bien, **estimo que lo que otorga nobleza, grandeza y magnificencia a nuestras labores y acciones y hace de ellas empresas excelentes y maravillosas no consiste en las cosas necesarias (aunque su ausencia sería el mayor defecto que se puede cometer), sino en las no necesarias**, que no están fuera de propósito sino que tienen alguna relación, aunque pequeña, con el intento principal. Por lo tanto, yo aplaudo completamente la manera en que nuestro autor, abundantísimo en miles y miles de noticias, digrede de su principal intento. [...] Antes que conducir al famélico lector a saciar su hambre con la enseñanza última del problema principal, lo deleita con tantos y tan bellos conocimientos que bien me obliga a rendirle mil gracias. Digna, pues, de alabanza infinita estimo su noble y útil fatiga. [...] Y para que Vuestra Señoría esté segura que yo discurro sincera y no simuladamente, deseo contraponer, a los merecidos elogios que a la obra en su conjunto convienen, algunas consideraciones mías en torno a la digresión que hace el Sr. Liceti en el capítulo L de este su libro[39] contra una antigua y particular opinión mía que Liceti contradice con muchas oposiciones las cuales, contra mi deseo, no hacen necesariamente falsa mi opinión.[40]

---

[39] El libro de Liceti se llama *De lapide Bonaniense* y el capítulo 50 es una *digressio physico-mathematica*: «De lunae suboscura luce, prope coniuctiones et in deliquiis observata: digressio physico-mathematica».

[40] *Sul candore lunare* (1640) en *Opere*, vol. VIII, pp. 488-556: [...] *stimo la nobilità, la grandezza e la magnificenza, che fa le azzioni ed imprese nostre meravigliose ed eccellenti, non consistere nelle cose necessarie (ancorchè il mancarvi queste sia il maggior difetto che commetter si possa), ma nelle non*

Es mi deseo contraponer en lo que sigue, a los merecidos elogios que a la obra de Galileo en su conjunto convienen, algunas consideraciones mías en torno a la digresión que hace el Sr. Galilei en la *giornata quinta* de su *libro delle Nuove Scienze* contra una muy antigua y muy prestigiada definición griega de magnitudes proporcionales que Galileo contradice con muchas oposiciones las cuales, aunque oportunas* y bien dirigidas** (como espero mostrarles), no hacen necesariamente "falsa" la proposición.

* oportuno = que se hace o sucede en tiempo a propósito y cuando conviene.

** dirigido = encaminado hacia un fin determinado.

---

necessarie, purchè non sieno poste fuori di proposito, ma abbino qualche relazione, ancorchè piccola, al principale intento. [...]

SEGUNDA PARTE

EL HILO

Yo quise hacer de la *Giornata Quinta*
el pretexto de mi acercamiento a Galileo
y el hilo conductor de esta investigación.

LA DEFINICIÓN DE EUCLIDES
(5 del Libro V)

ε΄ Ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ μεγέθη λέγεται εἶναι πρῶτον πρὸς δεύτερον καὶ τρίτον πρὸς τέταρτον, ὅταν τὰ τοῦ πρώτου καὶ τρίτου ἰσάκις πολλαπλάσια τῶν τοῦ δευτέρου καὶ τετάρτου ἰσάκις πολλαπλασίων καθ' ὁποιονοῦν πολλαπλασιασμὸν ἑκάτερον ἑκατέρου ἢ ἅμα ὑπερέχῃ ἢ ἅμα ἴσα ᾖ ἢ ἅμα ἐλλείπῃ ληφθέντα κατάλληλα.

Sin introducirnos en el libro de Euclides, antes de abordar el de Galileo, sería imposible juzgar lo que Galileo dice en la *Giornata Quinta* y cualquier afirmación sobre la importancia de Galileo como crítico de Euclides sería vana, vacua, fútil.

Con excepción de las fuerzas ciegas de la naturaleza,
nada se mueve en este universo que no sea griego por su origen
Sir Henri-Summer Maine (1875)

Aclaratoria Preliminar

que se antepone como preámbulo a este capítulo -en vista de las múltiples interpelaciones recibidas- para que el lector comprenda cuáles fueron las razones que me llevaron a no considerar, en esta presentación de la definición 5 del Libro V de los *Elementos* de Euclides, la reconstrucción de los trabajos de Euclides que debemos al filólogo danés Johan Ludwig Heiberg (*Euclidis Opera Omnia*):

> Soy perfectamente consciente de que, en la actualidad, el *Euclides* sobre el que el que todo matemático trabaja es el de Heiberg, ya sea en la versión greco-latina (*Euclidis Opera Omnia*, 8 volúmenes y un suplemento) o en alguna de sus traducciones.[1]

[1] En los ocho volúmenes del *Euclidis Opera Omnia* (Leipzig, 1883-1916 en la casa B.G. Teubner), con un total de MMM.CCC.XXXVIII (3338) páginas, J.L. Heiberg y H. Menge recogen: *Elementa* (1883-1885), *Scholia* y *Prolegomena Critica* (1888), *Data* (1896), *Scripta Musica* y *Fragmenta* (1916). El suplemento (*Anaritii*

Yo no recurrí a los *Elementa* del *Euclides* de Heiberg para presentar en este capítulo la definición que Galileo va a criticar, por la sencilla razón de que un principio metodológico básico para todo historiador me advierte que las definiciones de los conceptos deben buscarse en los textos de la época y considerarse en sus propios términos. Si después de Commandino y Clavius hubo quien descubriera o reconstruyera un *Euclides* más "original" (siempre dudosa y traicionera palabra) al de estos dos excelentes matemáticos del siglo XVI, si el *Euclides* de Heiberg resultara ser "más fiel" o "menos fiel" (para el caso da lo mismo) a Euclides que los *Euclides* de Commandino y de Clavius, eso, para los propósitos de esta tesis, es del todo irrelevante y por lo tanto carece de importancia. Citar aquí al *Euclides* de Heiberg sería cometer un anacronismo ya que, con toda seguridad, la definición euclideana que Galileo cuestiona no es la del *Euclides* de Heiberg (la cual -entre paréntesis- coincide, en esencia, con la que dan Commandino y Clavius).
De hecho, un título más largo pero más apropiado para este capítulo habría sido: "La definición de magnitudes proporcionales en los *Euclides* que se utilizaron en los siglos (Hanna) ~~del~~ XVI y ~~del~~ XVII para aprender geometría" o, mejor aún, "Una explicación y un poco de historia sobre la merecidamente célebre definición euclideana de magnitudes proporcionales (5 del Libro V) que Galileo conoció, aprendió, estudió, criticó, rechazó y substituyó". [Fin de la nota]

El Libro V de Euclides es un libro difícil.

Difícil por su grado de abstracción, mucho mayor que el resto del tratado. Difícil por carecer de representaciones gráficas que nos permitan "ver" la necesidad de los resultados más allá del lento proceder de las demostraciones. Difícil, sobre todo, porque su

---

Comentarii, Leipzig, 1899), editado por M. Curtze, contiene algunos comentarios antiguos a la obra de Euclides. Los *Elementa* de Heiberg (vols I-IV de su *Euclidis Opera Omnia*) han sido traducidos al inglés por Thomas L. Heath (tres volúmenes, Cambridge, 1916), al holandés por Ejnar J. Dijksterhuis (dos volúmenes, Groningen, 1929-30) y al alemán por C. Thaer (cinco volúmenes, Leipzig, 1933-37). Los *Elementa* de E. Stamatis (cuatro volúmenes, Leipzig, 1969-74) son una revisión del texto de Heiberg.

estructura axiomática descansa sobre dos definiciones (la 5 y la 7) que nada conceden a la intuición.

Euclides toma las definiciones, y toda la teoría de la proporción del Libro V, de un tratado análogo del gran matemático griego Eudoxo de Cnido (408-355 a.C.).

A finales del siglo XVI, otro matemático ilustre, el italiano Federigo Commandino, preparó sobre un manuscrito antiguo de los *Elementos*, un *Euclides* bilingüe griego-latín y un *Euclides* italiano.[2] A continuación ofrecemos las traducciones de Commandino al latín y al italiano de la definición 5 del Libro V de Euclides.

Traducción al latín de Commandino:

> *v. In aedem ratione magnitudines esse dicutur, prima ad secunda, et tertia ad quartam, quando primae e tertiae aeque multiplices, secundae & quartae aeque multiplices, iuxta quamis multiplicationem, utraqueutramque vel una superant, vel una aequales sunt, vel una deficiunt inter se comparatae.*[3]

Traducción al italiano de Commandino:

> *v. Le grandezze si dicono essere nella medessima proportione, la prima a la seconda, & la terza alla quarta, quando le ugualmente molteplice della prima, & della terza, o vero insieme avanzano le ugualmente molteplice della seconda, & della quarta secondo qualsivoglia moltiplicazione, o vero insieme le pareggiano o vero insieme sono avanzate da loro.*[4]

En el *Euclides* del Padre Clavius, la definición de magnitudes proporcionales es la número 6 del Libro V. La traducción del jesuita alemán apenas difiere de la traducción latina de Commandino:

> *vi. In aedem ratione magnitudines dicuntur esse, prima*

[2] Véase el capítulo 1 de este trabajo.

[3] *Euclidis Elementorum Libri Tredecim, Pisauri, apud C. Francischinum* (la 1ª edición de este *Euclides* bilingüe de Commandino es de 1572; la 2ª, de 1619).

[4] *De gli Elementi di Euclide Libri Quindici, Urbino apresso D. Frisolino* (1575).

ad secundam, & tertiam at quartam, cum primae & tertiae aequemultiplicia a secundae & quartae aequemultiplicibus, qualiscumque sit haec multiplicatio, utrumque ab utroque vel una deficiunt, vel una aequali sunt, vel una excedunt; si ea sumanatur, quae inter se respondent.[5]

En estas tres ediciones -el *Euclides* bilingüe de Commandino, el *Euclides* latino de Clavius y el *Euclides* italiano de Commandino- las tres matemática y filológicamente muy superiores a cualquiera de las ediciones anteriores, irán a formarse los nuevos científicos de finales del *cinquecento* y del *seicento* italianos.

Galileo nos ofrece su propia traducción de la definición eudoxiana en la *Giornata Quinta*:

> *Quattro grandezze sono proportionali quando gli egualmente molteplici della prima e della terza, presi secondo qualunque molteplicità, sempre si accordano nel superare, mancare, o pareggiare gli egualmente molteplici della seconda e della quarta.*[6]
>
> [Traducción al español: Cuatro magnitudes son proporcionales cuando los igualmente múltiplos de la primera y de la tercera, tomados según cualquier multiplicidad, concuerdan siempre, en el superar, faltar o igualar, con los igualmente múltiplos de la segunda y de la cuarta].

En realidad, más que traducir, Galileo parafrasea en la *Giornata Quinta* la definición 5 del Libro V de Euclides. Traducida al español la definición 5 del Libro V en el *Euclides* de Commandino (o en el de Clavius) se leería del siguiente modo:

> 5. Se dice que las magnitudes están en la misma relación, la primera a la segunda y la tercera a la cuarta, cuando los equimúltiplos de la primera y de la tercera, respecto a los equimúltiplos de la segunda y de la cuarta, según cualquier multiplicidad, o son igualmente mayores o son

---

5 *Euclidis Elementorum Libri XV, Romae, apud V. Accoltum* (1574).

6 *Giornata Quinta*, p. 282. Todas las citas de la *Giornata Quinta* están tomadas del manuscrito autógrafo de Torricelli contenido en el volumen 75 de los *Manoscritti Galileiani* en la *Biblioteca Nazionale di Firenze*. Dado que el texto de Torricelli puede consultarse con más facilidad en el *Euclides Reformatus* de Enrico Giusti, la numeración que sigo es la de este libro.

igualmente iguales o son igualmente menores.

Como bien puede verse, la definición 5 del Libro V es una definición innegablemente complicada y obscura.

> ¿Quién es aquel -se pregunta Galileo- de mente tan afortunada como para tener la certeza de que cuando cuatro magnitudes son proporcionales, [los igualmente múltiplos] concordarán siempre en el excederse o igualarse? O bien, ¿quién puede asegurar que aquellos no concordarán siempre, incluso cuando las magnitudes no sean proporcionales?[7]

Si queremos aprehender la teoría griega de la proporción tal como la conocieron Galileo y sus contemporáneos, tendremos que empezar por hacer un poco de historia para deshacernos de las connotaciones de algunos de nuestros modernos conceptos matemáticos, por ejemplo nuestros conceptos de *número* y de *magnitud*.

En la actualidad consideramos a las magnitudes como algo a lo cual puede asignársele un número real, pero en la matemática griega -obvia decirlo- el concepto de "número real" es inexistente.

En la teoría griega, un número (*arithmós*) era simplemente una colección de unidades.[8] Esto equivale a decir que los únicos números eran los enteros positivos; ni más ni menos nuestros "números naturales".

A las magnitudes se les pensaba como una cantidad representable por una *línea recta* o por una *figura*. Por *figura* se entendía aquello contenido en, o delimitado por, fronteras; por *línea*, una longitud sin anchura comprendida entre dos extremos llamados puntos. *Punto* es lo que no tiene partes; *frontera*, cualquier extremo de algo. En vista de que una línea era siempre finita, la *línea recta* de los griegos equivale a lo que nosotros llamamos "segmento de recta".[9]

---

[7] *Chi è quello d'ingegno tanto felice, il quale habbia certezza che allora, quando le quattro grandezze sono proportionali si accordino sempre? Overo, chi sa che quelli non si accordino sempre anco quando le grandezze non siano proportionali?* [*Giornata Quinta*, p. 282].

[8] En los *Elementos* de Euclides es la definición 2 del Libro VII.

[9] Confróntense estos conceptos con las definiciones del Libro I de Euclides (especialmente las defs. 14, 2, 3, 13 y 1).

Dicho de otra manera, magnitud (*megethos*) era un término genérico para indicar líneas, superficies y sólidos considerados con relación a la cantidad.

Cantidad era una de las categorías aristotélicas del juicio. El término categoría abarcaba a todas las expresiones simples que -a diferencia de las expresiones compuestas llamadas proposiciones- no pueden ser calificadas de verdaderas o falsas pero que pueden *ser predicadas* de un sujeto.[10]

En el escrito que hoy conocemos con el nombre de *Categorías*, Aristóteles toma como punto de partida un individuo (Corisco) y se pregunta: «¿cuáles formas de predicación con sentido podemos hacer de Corisco?». Por la discusión que hace Aristóteles de las categorías, sabemos que ninguna de las categorías puede ser deducida de otras y que la categoría de cantidad reune a todas las determinaciones de la numerabilidad y de la mensurabilidad. La distinción aristotélica entre lo numerable (cantidades discretas) y lo mensurable (cantidades continuas) es clara y precisa:

> Una cantidad es discreta cuando sus partes no tienen frontera común; los números y el lenguaje son discretos. [...] Una cantidad es continua cuando es posible encontrar una frontera común en la que sus partes se unen; las líneas, las superficies, los sólidos, el tiempo y el espacio son continuos. [...] En el caso de la línea, el límite común es el punto; en el caso del plano, es la línea; en el caso de las partes de un sólido, o una línea o un plano.[11]

Y más adelante añade:

> La marca distintiva de la cantidad es que la igualdad y la desigualdad se predican de ella. [...] Estrictamente hablando, sólo lo mencionado [arriba] pertenece a la

[10] El término *katégoria* con este significado de predicación no ocurre en Platón. Platón consideró que los términos eran unívocos y trató de determinar su significado yendo "a la caza" de su *verdadero significado* [*cfr. Menón*, 98a]. Aristóteles intencionalmente se distanció del planteamiento ontológico de su maestro y de sus compañeros de la *Academia* al describir a las categorías como "formas de predicación" portadoras de determinaciones conceptuales y subrayó su función semántico-lingüística. A diferencia de Platón, Aristóteles basa el significado de los términos en su comprensión y lo determina investigando empíricamente su uso en el lenguaje.

[11] *Categoriae*, 4b20-5a10.

categoría de cantidad. Cada una de las antedichas cantidades se dicen iguales o desiguales. Por ejemplo un sólido se dice que es igual o desigual a otro; los números también. [...] Pareciera que aquello que no es cantidad, de ninguna manera puédesele llamar igual o desigual a alguna otra cosa. Una cualidad particular, tal como la blancura, de ningún modo se compara con otra en términos de igualdad o desigualdad, sino en términos de similaridad.[12]

Los pitagóricos suponían que la substancia de todas las cosas eran números. Los números eran el *arjé* universal. Este énfasis absoluto que la filosofía natural de los pitagóricos puso sobre el número trajo aparejada una matemática fundamentalmente aritmética. Las otras ramas de la matemática -la geometría, la música y la astronomía- entraron en los intereses de los pitagóricos únicamente en tanto que les fueron útiles para el estudio de problemas aritméticos o porque resaltaban diversos aspectos de las propiedades de los números.

En la escuela pitagórica, los números se representaban con una doble fila de puntos o de piedrecillas. Dicho método fue implementado a partir de la clasificación pitagórica de los números en pares e impares. Un número par se definía como el que puede ser separado en dos *filas* o partes iguales; un número impar como el que no puede separarse en dos filas o partes iguales.[13]

Una representación de los números alternativa a la de la escuela pitagórica que apareció muy temprano en la Grecia de la antigüedad simbolizaba a los números por medio de magnitudes geométricas: se elegía una línea recta (o un área rectangular o un sólido rectangular) como unidad o *monas* y todos los números se representaban por medio de líneas rectas medibles por la recta-unidad tantas veces como unidades tenía ese número. Platón se refiere a esta tradición en numerosos pasajes.[14]

---

12 *Categoriae*, 5a40 y 6a28-34.

13 Compárense estas definiciones con las definiciones 6 y 7 del Libro VII de Euclides. Consúltese también "The Pebble-Representation of Numbers" y "The Pebble-Methods Applied to the Study of the Odd and the Even" en W. Knorr, *op. cit*.

14 Notoriamente en *Teetetes* 147d-148a; *Menón* 82-85; *La República* 542c y *Timeo* 32a. Herón de Alejandría (siglo I) en su *Métrica* hace explícita esta necesidad de elegir una magnitud-unidad (*monas*) común.

Difícilmente podemos pensar esta tradición exclusiva de los griegos. El progreso en la interpretación de escritos pertenecientes a civilizaciones muy antiguas ha llegado a abolir la pretensión griega de prioridad o singularidad absoluta en la creación de la ciencia teórica. Indudablemente que la ciencia de los griegos fue mucho más allá de cuanto había existido anteriormente y continuó sin rival hasta los tiempos modernos; pero al comparar las realizaciones de los griegos con la de sus predecesores, filósofos e historiadores han dejado de describir como diferencia cualitativa lo que no es sino una diferencia muy grande de grado.

Una aritmetización *naïve* de las magnitudes la hallamos en la cultura egipcia y en algunas tablillas cuneiformes de los babilónicos cuya datación se remonta a más de 2500 años antes de la era cristiana. Por desgracia, nuestro conocimiento de la ciencia babilónica es fragmentario e intermitente pero cuando unos mil años después volvemos a dar con la pista, nos encontramos con procedimientos babilónicos de geometrización de la aritmética y de aritmetización de la geometría bastante refinados.

Nosotros nos hemos referido a esta antigua tradición métrica de la geometría en la cultura griega porque el concepto de proporción (*analogía*) como la igualdad entre dos razones o *lógos* surge dentro de esta tradición precisamente en la Grecia del siglo VI a.C. o tal vez antes.[15]

Aunque en la tradición formal (*v.gr.* los *Elementos*) el *lógos* jamás es admitido como *arithmós* -en Euclides la palabra *arithmós* (número) significa siempre entero positivo, mientras que el *lógos* (razón) es una comparación de magnitudes- Arquímedes pudo manipular el concepto de *lógos* de un modo bastante similar al que nosotros usamos con los números racionales[16] y, muchos años antes que

---

[15] Si se desea una información más amplia sobre esta tradición y su historia, puede consultarse "Numbers Represented as Magnitudes" en W. Knorr, *op. cit*.

[16] Véase el *Archimedes* de Dijksterhuis. La traducción de Dijksterhuis de las proposiciones arquimedianas es literal y a las demostraciones las presenta en una notación simbólica especialmente ideada por él para poder seguir la línea de razonamiento de las demostraciones de la matemática clásica sin que se pierdan en el camino sus caracteres esenciales. El resultado es una exposición de los trabajos de Arquímedes que no se separa nunca del texto original. En cambio, cuando las demostraciones griegas se representan con el simbolismo de la

Arquímedes (Pitágoras de Crotona floreció *c.* 540 a.C.) la escuela pitagórica manejó el concepto de "fracción numérica", un concepto emparentado muy de cerca con nuestro moderno concepto de número racional.

La noción que sí es completamente ajena tanto a las aritméticas griegas como a toda aritmética anterior al siglo XIX es la noción de "número" irracional.[17]

Al definir la proporcionalidad entre magnitudes como la igualdad entre razones, las tradiciones métricas de la geometría se toparon con el problema de la no-conmensurabilidad de algunas magnitudes.

Dos magnitudes son conmensurables (*sýmmetra*) cuando son medibles por una medida común [definición 1, Libro X]. Dos magnitudes son inconmensurables (*asýmmetra*) cuando no tienen ninguna medida común [definición 1, Libro X].[18]

Si las magnitudes *A,B,C,D* (*A* homogénea a *B*, *C* homogénea a *D*) eran conmensurables, entonces, *A,B,C,D* se decían en proporción cuando la fracción numérica que expresaba la relación entre *A* y *B* era igual a aquella que expresaba la relación entre *C* y *D*. Para que este concepto pudiese ser aplicado se requería que *A* fuese conmensurable con *B* y que *C* lo fuese con *D*; consecuentemente, la proporción

---

matemática moderna, el lector puede seguirlas con más facilidad -ya que no se ve obligado a subirse en el tren de pensamiento de los matemáticos de la antigüedad- pero lo que se pierde es, con mucha frecuencia, lo más característico de las demostraciones de la matemática clásica.

[17] A nuestro *número* "raíz cuadrada de 2" los griegos lo estudiaron vía la *razón* entre la diagonal y el lado del cuadrado; a nuestro *número* "pi", como la *razón* constante entre una circunferencia y su diámetro.

[18] El lado y la diagonal de cualquier cuadrado son inconmensurables. Intentar encontrar una medida común entre las dos magnitudes nos llevaría a una operación del siguiente género: colocar la línea menor sobre la mayor (en nuestro caso el lado sobre la diagonal) y contar el número de veces que cabe; colocar el sobrante sobre la menor y contar cuántas veces cabe; colocar el nuevo sobrante sobre el anterior y volver a contar, ...y así sucesivamente. Si las rectas fuesen *conmensurables* se llegaría a un punto en el cual un segmento es contenido en el otro un número exacto de veces sin dejar resto. Pero cuando las rectas son *inconmensurables*, el procedimiento no tiene fin [proposición 2, Libro X]. Si se tratara sólo de establecer valores aproximados sería suficiente con decir -por ejemplo- que la razón entre la diagonal y el lado es *aproximadamente* 14/10, pero hacer cálculos aproximados no es lo que pretende una *teoría* de la proporción.

geométrica quedaba reducida a una proporción entre números enteros.[19]

Pero los griegos ya se habían percatado de la existencia de magnitudes inconmensurables y el reto consistía en encontrar una extensión del concepto de proporcionalidad que lo volviera aplicable aun en el caso en el que las magnitudes no fuesen conmensurables. El propio Aristóteles justifica la distinción entre aritmética y geometría, y su clasificación como disciplinas distintas, aduciendo la necesidad de construcciones geométricas para las *rectas irracionales* (*álogon*).

Pues bien, el mérito fundamental de la teoría de la proporción de Eudoxo consiste precisamente en haber generado tal extensión al idear una definición de proporción aplicable tanto al caso de las magnitudes conmensurables como al caso de las inconmensurables.

Por lo tanto, su complicación no es gratuita, es una complicación *in re ipsa* que responde a esa exigencia de generalización.

El carácter general del concepto de proporción de la definición 5 nos asegura (y ésta era la garantía buscada por Eudoxo) la aplicabilidad de todos los teoremas del Libro V, sin contradicción o limitación, a todas las magnitudes geométricas, independientemente de que sean o no sean conmensurables. Puesto que sólo en una geometría métrica que tratara exclusivamente magnitudes conmensurables, el estudio de las relaciones entre magnitudes podría reducirse al examen de relaciones aritméticas, únicamente si limitásemos las magnitudes geométricas a las magnitudes conmensurables, las condiciones de la definición de Eudoxo resultan superfluas o excesivas.

Pero en la matemática formal griega los números no son magnitudes, ni la teoría de los números (Libros VII, VIII y IX de los *Elementos* de Euclides) es un caso particular de la teoría de las magnitudes (Libros V y X).[20]

---

[19] Un ejemplo: si la relación entre *A* y *B* es 3/5 y la relación entre *C* y *D* es igual a 6/10, la proporción geométrica entre *A,B,C,D* está dada por la proporción numérica 3/5 = 6/10. Estamos hablando de la tradición métrica de la geometría; recordemos que en la tradición formal de la matemática griega, las razones no son numéricas. Una *razón* expresa una cierta relación entre magnitudes.

[20] La definición de proporcionalidad numérica (20 del Libro VII de Euclides) dice: "Los números son proporcionales cuando el primero es el mismo múltiplo, o la misma parte, o las mismas partes del segundo, que el tercero lo es del cuarto". Un ejemplo: 15 y 12 son *el mismo múltiplo* (igualmente múltiplos) de 5 y

La definición 5 del Libro V establece las condiciones exactas -son condiciones tanto necesarias como suficientes- para garantizar la aplicabilidad de la teoría del Libro V a todas las magnitudes, conmensurables e inconmensurables. *Ergo*, las condiciones de la definición de Eudoxo no son superfluas ni excesivas.

Creo que no hace falta añadir nada más para percatarnos de la importancia del paso dado por Eudoxo y del tipo de complicación que la definición entraña. Sin embargo, bien vale la pena hacer el esfuerzo de imaginar las dificultades que el geómetra griego debió superar para llegar a un concepto que pudiera parecer casi obvio a los matemáticos de hoy.

Desconocemos las etapas heurísticas por las que tuvo que pasar la mente de Eudoxo para llegar al "descubrimiento" de la definición que en el arreglo de Euclides es la quinta del Libro V -los matemáticos excepcionalmente creativos tienen una gran confianza en su intuición y con mucha frecuencia se "comen" porciones importantes de sus argumentaciones. Pero sea el que haya sido el camino seguido por Eudoxo, es indudable que su rigorización de la teoría de la proporción en un sistema deductivo, formal y axiomático, vía los equimúltiplos, estuvo motivada por los requerimientos de la inconmensurabilidad.

En todo sistema deductivo, debido a que cada teorema se deduce (mediante ciertas reglas de inferencia) de otros teoremas ya probados, tiene que haber un inicio con supuestos no demostrados, supuestos que en Euclides se llaman postulados y en las teorías axiomáticas modernas se llaman axiomas.

Del mismo modo, debido a que todo término que se define, se define haciendo referencia a otros términos previamente definidos, necesariamente existen términos no definidos.

Como bien lo señala el profesor Drake,[21] "equimúltiplo" (*isákis pollaplásia*) es un término que la presentación de Euclides deja sin definir y que, sin haber sido definido, aparece en la definición 5 del Libro V.

---

de 4 porque son múltiplos respectivos de 5 y 4 según el *mismo* número (en este caso, según el número 3).

[21] Consúltese mi traducción de la cita completa de Drake en la Introducción de este trabajo.

Sin embargo, en este caso, las definiciones 1 (*parte* de una magnitud) y 2 (*múltiplo* de una magnitud) del Libro V -aunado el mero ejercicio del lenguaje- nos permiten inferir qué son los equimúltiplos o *igualmente múltiplos* de dos magnitudes al hacer evidente su sentido:

> Una magnitud es un *múltiplo* de una magnitud, la mayor de la menor, cuando es medida por la menor.[22]

> Una magnitud es una *parte* de una magnitud, la menor de la mayor, cuando mide a la grande.[23]

Tampoco hay en Euclides una definición de *razón* entre dos magnitudes pero, sin ser propiamente una definición, la *definición* 3 del Libro V hace referencia a dos importantes propiedades del *lógos* o razón:

> Razón (*lógos*) es una cierta relación, entre dos magnitudes homogéneas, con respecto a la cantidad.

Dos magnitudes son homogéneas cuando pertenecen al mismo género. El cárácter homogéneo de las magnitudes que "se relacionan" en un *lógos* exige que las líneas se relacionen exclusivamente con líneas, los ángulos con ángulos, las figuras planas con figuras planas, etc. La naturaleza cuantitativa del *lógos* nos asegura que podemos compararlas y *predicar* de ellas la igualdad -si son iguales- o la desigualdad -si una es mayor (o menor) que la otra:

> La marca distintiva de la cantidad -escribe Aristóteles- es que la igualdad y la desigualdad se predican de ella.

La definición 4 del Libro V establece un criterio para reconocer cuándo dos magnitudes tienen entre sí una razón o relación:

> Se dice que dos magnitudes tienen entre sí una razón cuando multiplicándose se pueden superar.[24]

---

[22] Definición 2, Libro V.

[23] Definición 1, Libro V.

[24] Traducida al lenguaje de las matemáticas modernas, esta definición nos recuerda la propiedad arquimedeana: dadas $m>0$ (por pequeña que sea) y $M>0$ (por grande que sea), existe un entero positivo n tal que el producto de m por n (definido el producto como la adición de n sumandos $m+m+\cdots m$) es mayor que M.

Regresemos ahora a la definición 5 del Libro V:

> Se dice que las magnitudes están en la misma relación, la primera a la segunda y la tercera a la cuarta, cuando los equimúltiplos de la primera y de la tercera, respecto a los equimúltiplos de la segunda y de la cuarta, según cualquier multiplicidad, o son igualmente mayores o son igualmente iguales o son igualmente menores,

y empecemos por considerar cuatro magnitudes cualesquiera A,B,C,D.

Considérense a continuación dos equimúltiplos de la primera (A) y de la tercera (C) y dos equimúltiplos de la segunda (B) y de la cuarta (D).

Compárense después los dos múltiplos de A y de B y se obtendrá que el primero será mayor, menor o igual al segundo.

Pues bien, las cuatro magnitudes son proporcionales, si el múltiplo de C es correspondientemente mayor, menor o igual al múltiplo de D y *si esta condición se verifica para todos los posibles equimúltiplos*.

Simplemente para alumbrar un poco más la definición euclideana de magnitudes proporcionales, equipados de un instrumental desconocido para los griegos ensayemos nuevamente una explicación de la definición 5 del Libro V pero esta vez parafraseándola en un lenguaje algebraico moderno y haciendo uso de la teoría de conjuntos:

> Cuatro magnitudes A,B,C y D son proporcionales,
> $A/B :: C/D$, si para toda pareja (m,n) de N X N,
> mA es mayor, menor o igual a nB
> $\Longleftrightarrow$ mC es mayor, menor o igual a nD.

Se trata de lo siguiente:

Cuatro magnitudes A,B,C y D son proporcionales, si dados dos múltiplos de A y de C según el mismo número, y dos múltiplos de B y de D según el mismo número, entonces, el múltiplo de A es mayor, menor o igual al múltiplo de B si, y sólo si, el múltiplo de C es correspondientemente mayor, menor o igual al múltiplo de D. Esta condición debe cumplirse para todas las parejas posibles de números naturales.

Frente a la inconveniencia de dejar fuera a las magnitudes inconmensurables, Eudoxo de Cnido, en el siglo IV antes de Cristo, eligió renunciar a definir directamente la razón entre dos magnitudes, y pasó a formular, por primera vez en la historia de las matemáticas, una definición *por abstracción* o *indirecta;* es decir, sin definir directamente la razón entre dos magnitudes, Eudoxo define indirectamente esta relación al definir a la proporción como la igualdad entre dos razones (definición 6, Libro V) y al establecer en su definición de magnitudes proporcionales (definición 5 del Libro V) un criterio para reconocer cuándo, dadas cuatro magnitudes, la razón entre las dos primeras es igual a la razón entre las dos segundas.

... Y la teoría de las razones devino en una teoría de las proporciones: no define Eudoxo qué cosa debe entenderse por la relación A:B (o por la relación C:D), pero sí define qué significa decir que la relación que hay entre A y B es la misma que la relación entre C y D.

Como podemos observar, aparentemente la definición 5 del Libro V está expresada en términos de *razones aritméticas*[25] puesto que hace referencia únicamente a múltiplos *enteros* de las magnitudes examinadas. Lo que la hace aplicable a las magnitudes inconmensurables es el hecho nuevo de que ella habla, no de un par *determinado* de múltiplos, sino de dos múltiplos *cualesquiera* de A y B (y de los correspondientes a C y D).

La definición eudoxiana de magnitudes proporcionales, además de ser lógicamente impecable, es elegante y fina pero artificiosa y retorcida:

> Las magnitudes están en la misma relación, la primera a la segunda y la tercera a la cuarta, cuando los equimúltiplos de la primera y de la tercera, respecto a los equimúltiplos de la segunda y de la cuarta, según cualquier multiplicidad, o son igualmente mayores o son igualmente iguales o son igualmente menores.

Sobre esta definición, Eudoxo funda toda la teoría de la proporción que Euclides recoge en el Libro V de sus *Elementos de Geometría*, teoría que por su rigor ha despertado la admiración de los matemáticos a través de los siglos. Hay quienes ven en la teoría de

[25] Exclusivamente por motivos de esclarecimiento, estamos permitiéndonos aquí un lenguaje que sabemos es válido sólo en las tradiciones métricas de la geometría. Ya hemos reiterado suficientemente que en la tradición formal el *logos* nunca es numérico.

los números reales construida por Richard Dedekind y Karl Theodor Wieirstrass en el siglo XIX, *una versión moderna* de esta vieja teoría griega.[26]

Desde su nacimiento, los *Elementos* de Euclides han constituido el modelo del método deductivo axiomático y, al menos hasta el advenimiento de las geometrías no euclideanas, el paradigma del razonamiento geométrico. Se ha dicho que, después de la Biblia, tal vez el texto más traducido, publicado y estudiado de la cultura occidental es éste de Euclides.[27]

Euclides buscó alterar lo menos posible los tratados sistematizados que forman parte de su compilación. De ahí que Knorr justifique las duplicaciones ostensivas[28] y las diferencias observables en los inicios de los trece Libros[29] de los *Elementos* diciendo:

> El trabajo de Euclides consistió en compilar la esencia de la geometría elemental de una manera que fuese compatible con el criterio formal reconocido en su época. Su esfuerzo no fue perfecto. Pero desde el punto de vista del historiador, uno puede estar eternamente

[26] Véase, por ejemplo, René Frédéric Thom *et al*, p. 929.

[27] Barlet Leindert van der Waerden, p. 590. Francisco José Duarte dice que "después de la *Biblia*, la *Divina Comedia* y *Don Quijote*" [p. 7]. En su estudio bibliográfico *Bibliografía: Euclides, Arquímedes, Newton*, después de advertirnos que la de Euclides no es una bibliografía exhaustiva puesto que sólo presenta las ediciones que ha examinado, Francisco José Duarte cita 123 ediciones de los *Elementos* en 13 lenguas (46 de los siglos XV y XVI, 32 del XVII, 24 del XVIII y 21 del XIX y del XX). Duarte incluye en su catálogo la importante obra de Charles Thomas Stanford, *Early Editions of Euclid's Elements* [London, 1926] que contiene la lista de ediciones del libro de Euclides de 1482 a 1600 además de una muy interesante introducción. Hubo únicamente dos ediciones incunables de los *Elementos*. La primera (Erhard Ratdolt editor) en Venecia de 1482 y la otra (Leonardo de Basilea y Guillermo de Papia editores) en Vicenza de 1491. Duarte escribe que las dos ediciones incunables de los *Elementos* y muchas de las del siglo XVI (por ejemplo la edición en latín con caracteres góticos de Luca Paccioli editada en Venecia por Paganinus de Paganinis en 1509) son verdaderas obras de arte de extraordinaria belleza. Como simple curiosidad: en la edición de Commandino hay algunos ejemplares impresos en color azul.

[28] Por ejemplo, partes del Libro I y del Libro VI y partes del Libro V y del Libro VII. [Knorr, p. 303].

[29] Notablemente en los Libros I, II, V, VII, X y XI.

> agradecido de que no fuera más ambicioso, de que permitiese a los tratados-fuente individuales retener la esencia de su organización original y de su método y de que los errores y omisiones que Euclides pasó por alto nos sirvan de claves para poder distinguir hoy los componentes que habían estado anteriormente separados. Por lo tanto, es más justo concluir que, lejos de mandar esos tratados-fuentes a la extinción, Euclides contribuyó con su síntesis a su sobreviviencia. Qué más quisiera uno que otras ramas de la matemática clásica, en particular la aritmética, hubieran contado con editores igualmente capaces.[30]

Posiblemente Euclides no fue un gran matemático pero con seguridad fue, además de magnífico compilador y editor de las matemáticas antiguas, excelente pedagogo, por cuanto su libro permaneció en uso, prácticamente sin sufrir cambio, como _el_ texto de geometría por más de 2000 años.

La definición eudoxiana hecha propia por Euclides en su Libro V es tan "perfecta" que siguió apareciendo en todos los textos de geometría hasta finales del siglo pasado cuando empezó a preferirse una otra -lógicamente equivalente- que hace referencia explícita a los *números reales*.[31]

Sin embargo, Galileo la rechaza y busca sustituirla.

A Galileo -quien en el proceso de creación de la nueva ciencia se servirá del contenido del Libro V para formular el nuevo lenguaje de la naturaleza- la definición 5 del Libro V de Euclides le pareció una definición defectuosa:

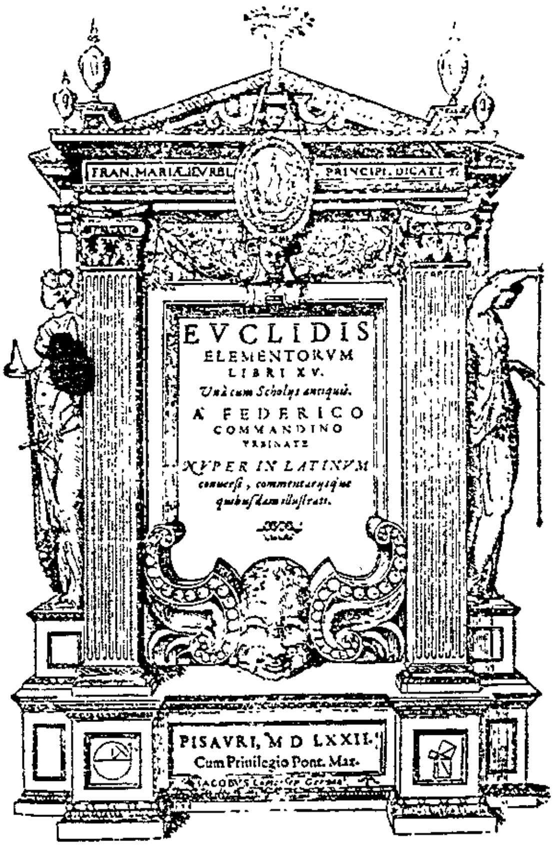
> paréceme esto de Euclides más un teorema por demostrarse, que una definición para admitirse.[32]

---

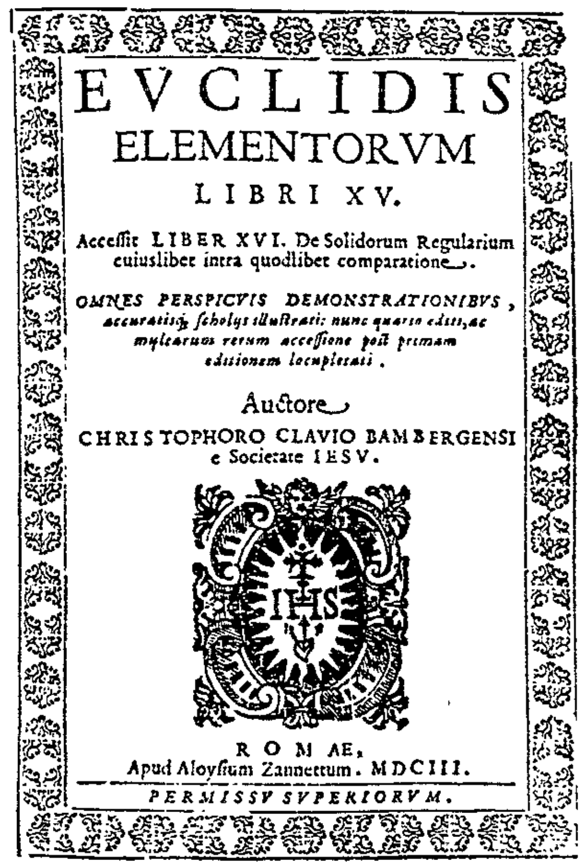
[30] Knorr, p. 312.

[31] Se dice que *A,B,C,D* son proporcionales cuando la razón *real* entre las dos primeras es igual a la razón *real* entre las dos últimas.

[32] *Parmi questo di Euclide più tosto un Teorema da dimostrarsi, che una definitione da premettersi*. [*Giornata Quinta*, p. 282].



El *Euclides* de Commandino



El *Euclides* de Clavius

LA DEFINICIÓN DE GALILEO

> Si las digresiones nos pueden conducir al conocimiento de nuevas verdades, ¿qué nos impide a nosotros, que no estamos obligados a seguir ningún método estrecho y riguroso y que nos reunimos más bien por propio placer, hacer digresiones ahora para no dejar de lado lo que, pasada la ocasión propicia, tal vez no vuelva a aparecer de nuevo? Más aún, ¿quién sabe si muchas veces no se pueden descubrir en ellas curiosidades más bellas que las conclusiones que se buscaban en un principio?
>
> Galileo Galilei [*Discorsi*]

Los mismos personajes que en el *Dialogo*[1] proponen y discuten las razones a favor y en contra de "los dos máximos sistemas del mundo, el ptolemaico y el copernicano", en los *Discorsi*[2] examinan las propiedades del movimiento y sus problemas. Sus nombres son Sagredo, Salviati y Simplicio.

Giovan Francesco Sagredo y Filippo Salviati habían sido muy buenos amigos de Galileo.

Decimos "habían" porque los dos mueren antes de que el *Dialogo* de 1632 y las cuatro primeras jornadas del *libro delle Nuove Scienze* [*Discorsi*, 1638] salieran a la luz; no se diga la *Giornata Quinta* que, como dejamos dicho en la introducción, será dictada por Galileo a su discípulo Evangelista Torricelli (1608-1647) un año antes de morir (1641) y publicada *post-mortem* por Vincenzio Viviani en 1674.

Giovan Francesco Sagredo, "ilustrísimo de cuna y agudísimo de ingenio", muere en 1620 a los 48 años de edad.[3]

Más joven aún, y en fecha más temprana (en 1614 a los 32 años),

---

[1] *Dialogo sopra i due massimi sistemi del mondo, tolemaico, e copernicano.* Gio. Batista Landini (ed), Florencia, 1632.

[2] *Discorsi e dimostrazioni matematiche intorno a due nuove science attinenti a la meccanica ed i movimenti locali.* Leiden, 1638. El título se lo puso el editor, un holandés llamado Louis Elzevir, y no fue del agrado de Galileo quien lo calificó de "ordinario" y "vulgar". Cuando Galileo se refiere a él lo llama *il libro delle Nuove Scienze.*

[3] Así lo describe Galileo en el prólogo del *Dialogo*: "*Illustrissimo di nascita e acutissimo d'ingegno*".

muere Filippo Salviati, "sublime intelecto que de ninguna delicia se alimentaba más ávidamente que de especulaciones exquisitas".[4]

Giovan Francesco Sagredo fue un gentilhombre veneciano alumno de matemáticas de Galileo en Padua y posteriormente cónsul de su ciudad natal. Adquirió por su cuenta sólidos conocimientos en filosofía natural y en matemáticas, estudió el magnetismo terrestre, hizo mediciones de las desviaciones magnéticas, construyó termómetros, *cannocchiali* y muchos otros instrumentos científicos que su hermano Zaccaria regaló inmediatamente después de su muerte para que su sobrino Niccolò (hijo de Giovan Francesco y futuro *doge* de la república veneciana) "no enredase su mente con cosas de ningún provecho".[5] Filippo Salviati (1582-1614) fue un noble florentino, *accademico dei Lincei* y amigo devoto de Galileo.

Galileo intenta contrarrestar sus prematuras muertes y prolongar su fama, introduciéndolos en sus dos libros más importantes como los interlocutores dotados y hábiles:

> Ahora que amarguísima muerte ha privado a Venecia y a Florencia de aquellas dos grandes lumbreras -y a la edad en la que la claridad de su luz era más hermosa- he decidido prolongar, en la medida de mis débiles fuerzas, la vida de su fama en estas páginas mías.[6]

En cambio Simplicio es un personaje ficticio cuyo nombre alude tanto al comentarista de Aristóteles del siglo VI d.C., como a sus propias luces:

> Nada -dice Galileo- obstaculizaba más la comprensión de la verdad a este filósofo peripatético, que la fama adquirida por sus interpretaciones de los libros de Aristóteles.[7]

El escenario de los diálogos que los tres personajes sostienen en el transcurso de las jornadas primera, segunda, tercera, cuarta y quinta del *libro delle Nuove Scienze* es el magnífico palacio de

---

[4] Son nuevamente palabras de Galileo en el prólogo de su *Dialogo*: "*Sublime inteletto che di niuna delizia si nutriva più avidamente che di speculazioni esquisite*".

[5] Ferdinando Flora, p. 531.

[6] *Dialogo*, p. 39.

[7] *ibidem*.

Sagredo a orillas del *Canal Grande* en Venecia y es Sagredo el que inicia la discusión del quinto día.[8] Lo hace expresando su deseo de verse liberado de una añeja y estorbosa duda que fungió como un obstáculo muy serio para su cabal comprensión del tratado sobre el movimiento local que se discutió la jornada tercera:

> un escrúpulo mío muy antiguo, [...] una cierta ambigüedad que siempre he tenido en la mente en torno a la quinta o, como quieren otros, sexta definición del libro V de Euclides.[9]

Es quinta o sexta definición según se trate de la edición de Commandino o la de Clavius.[10]

Sagredo se duele de no haber dado quietud y sosiego a su ánimo antes de iniciar la tercera jornada pues, de entrada, la primera proposición de "Nuestro Académico" (Galileo) procede para su demostración por vía de los "igualmente múltiplos" de la definición 5 del Libro V.

La *giornata terza* de los *Discorsi* está dividida en dos partes. La primera se llama *De motu aequabili* y la segunda, *De motu aequabiliter acceleratum*, y la proposición de Galileo a que se refiere Sagredo dice así:

[de la edición facsimilar]

---

[8] Han llegado a nosotros algunos fragmentos de una sexta jornada concerniente a la fuerza de percusión que Favaro publica bajo el rubro de: *Frammenti attenenti ai discorsi e dimostrazioni matematiche intorno a due nueve scienze* [*Opere*, vol. VIII]. Hay que advertir que en el diálogo de la llamada *Giornata Sesta* ya no interviene Simplicio; Galileo lo ha sustituido por un nuevo interlocutor, Paolo Aproino, noble trevisano, discípulo y muy amigo suyo durante el período de Padua. Aproiono expone los intentos de *il Nostro Accademico* (Galileo) para investigar "qué parte tiene en el efecto de la percusión el peso del martillo y la mayor o menor velocidad con que se mueve".

[9] *Giornata Quinta*, p. 280. El texto, más amplio, en italiano lo encontrará el lector en nota a pie de página en el capítulo 7: *Una dilucidattione*.

[10] La doble numeración de la definición patentiza que Galileo tenía presente las dos versiones, tanto la de Commandino como la de Clavius y, teniendo en cuenta que Commandino, además de su *Euclidis Elementa* de 1572 en latín, publicó en 1575 *De gli Elementi di Euclide* en lengua vulgar [consúltense los capítulos 1 y 4 de este trabajo], es muy probable que Galileo conociera la versión italiana de Commandino. El hecho de que Galileo mencione primero la numeración de Commandino pudiera significar cierta preferencia por el *Euclides* del matemático italiano sobre el *Euclides* del jesuita alemán.

THEOREMA I. PROPOSITIO I.

Si Mobile æquabiliter latum, eademque cum velocitate duo pertransſeat ſpatia, tempora lationum erunt inter ſe ut ſpatia peracta.

[si un móvil dotado de movimiento uniforme recorre dos espacios a la misma velocidad, los tiempos invertidos tendrán entre sí la misma proporción que los espacios recorridos].

Es digno de notar que sea Sagredo y no Simplicio el que manifieste "la duda", "el escrúpulo" o "la ambigüedad" con respecto a la definición 5 del Libro V de Euclides. Sagredo es el dialogante imparcial, libre, agudo e instruido. Puesto que es "agudísimo de ingenio" y no ha sido "corrompido" por la educación universitaria (Sagredo fue autodidacta), en todos sus juicios se muestra inteligente y sagaz:

> Sin haber sido adulterado en la escuela, Sagredo razona siempre, y de todo, con gran sagacidad.[11]

En el *Dialogo* y en los *Discorsi*, Sagredo tiene por misión el proponer dudas inteligentes.

Por lo tanto, no puede tratarse de una simple dificultad para aprender matemáticas, el típico entorpecimiento del estudiante promedio. Dificultades de ese tipo son las que propone Simplicio.

De ahí que Salviati de inmediato lo consuele diciéndole que no está solo en su vacilación -hombres de gran valor han sentido "la misma incertidumbre e igual insatisfacción con la definición quinta o, como quieren otros, sexta, del Libro V de Euclides"; y promete dar satisfacción a su apetito "domesticando" la definición:

> Procuraré domesticar de alguna otra manera aquella definición de Euclides y allanar cuanto me sea posible el camino hacia la introducción a la teoría de las

---

[11] Así lo describe el filósofo y poeta dominico Tommaso Campanella en una carta a Galileo: *Sagredo, senza esser adulterato nelle scole, giudica di tutte con molta sagacità*. En 1591, Campanella había sido acusado de herejía y condenado a prisión perpetua por haber defendido (en *Philosophia sensibus demonstrata*) la filosofía de Bernardino Telesio, un opositor al aristotelismo escolástico. Al poco tiempo fue liberado con la condición de que de inmediato dejara Nápoles -a donde había viajado sin permiso de la Orden para publicar su libro- y regresara a Calabria. En lugar de obedecer, Campanella partió rumbo a Padua con la intención de conocer a Galileo e inicia su amistad con él. En 1622, escribe una defensa de la obra de Galileo, la *Apologia pro Galileo*. Campanella es también el autor de una utopía social muy similar a la de Platón: *Città del Sole*.

> proporciones.[12]

addomesticare = acostumbrar a un animal salvaje o violento a la compañía del hombre ▼ hacer tratable algo que no lo es.

Más aún: Salviati, el del "sublime intelecto", le confiesa que él mismo hubo de permanecer a obscuras y en tinieblas durante muchos años después de haber estudiado el quinto libro de Euclides. Hasta que un día, mientras estudiaba "las maravillosas espirales de Arquímedes", topóse con una demostración muy parecida a la de "Nuestro Académico" que le hizo *andar pensando* si por fortuna no habría otro camino más transitable y más ágil que el de Euclides por el cual pudiese adquirir algún conocimiento preciso en materia de proporciones y salir por fin de las tinieblas a la luz.[13] "Eso de Euclides", dice Salviati,

> paréceme más un teorema por demostrarse que una definición para admitirse.

Para dar una definición que produzca en la mente del lector un concepto "ajustado a la naturaleza" de aquello que se va a definir (en este caso la proporcionalidad) se debe tomar una de sus propiedades, mas no cualquiera,

> sino la más fácil y, de todas, la más inteligible aun para el vulgo no instruido en las matemáticas.[14]

No hay duda de que la introducción que hace Eudoxo, en su definición de magnitudes proporcionales, de los *equimúltiplos tomados según cualquier multiplicidad*, disminuye notablemente la intuitividad del concepto de proporción y, por ende, su inteligibilidad:

---

12 *Procurerò addomesticare in qualche altre maniera quella definitione d'Euclide, e spianar la strada quanto sarà possibile all'introductione delle proportionalità* [*Giornata Quinta*, p. 280].

13 Compárese la proposición de Arquímedes en sus "*meravigliose spirali*" [*Sobre espirales*, proposición 1]: «*Si un punto se mueve con rapidez uniforme a lo largo de una recta y sobre ella se consideran dos distancias, entonces dichas distancias serán proporcionales a los tiempos en que se recorrieron*»;
con la de *il nostro accademico* en los *Discorsi* [*Discorsi, giornata terza*, teorema I, proposición 1]: «*Si un móvil dotado de movimiento uniforme recorre dos espacios a la misma velocidad, los tiempos invertidos tendrán entre sí la misma proporción que los espacios recorridos*».

14 ...*ma però la più facile e* <*di tutte*> *la più intelligibile anco dal vulgo non introdotto nelle Matematiche*. [*Giornata Quinta*, p. 281].

> ¿Quién es aquel de mente tan afortunada como para tener la certeza de que cuando las cuatro magnitudes sean proporcionales, sus equimúltiples concordarán siempre en el excederse o igualarse? ¿Y quién puede asegurar que sus equimúltiples tomados según cualquier multiplicidad no concordarán siempre, incluso cuando las magnitudes no sean proporcionales?

Salviati se compromete a defender "el concepto universal de todos los hombres, aun de los ineruditos en geometría" con una nueva definición de proporción:[15]

> Nosotros diremos que cuatro magnitudes son proporcionales entre sí -es decir, que la primera tiene con la segunda la misma proporción que la tercera con la cuarta- cuando la primera es igual a la segunda y también la tercera es igual a la cuarta. O cuando la primera es igual a tantas veces la segunda como la tercera lo es a la cuarta. Pero como no siempre acaecerá que entre las cuatro magnitudes se encuentre la predicha igualdad o multiplicidad precisa, procederemos de otra manera y *diremos ahora que cuatro magnitudes son proporcionales cuando la primera contenga una o más veces a la segunda o -más aún- una o más partes alícuotas*[16] *de esa segunda, y la tercera contenga igualmente una o más veces a la cuarta, o una o más partes alícuotas de esa cuarta. Por ejemplo, si la primera contiene tres veces y media a la segunda y también la tercera contiene tres veces y media a la cuarta, se entenderá que las cuatro magnitudes son proporcionales.*[17]

El circunloquio preparatorio fue costumbre inveterada en Galileo. Para asegurarse de que el lector entienda lo que él quiere que entienda, Galileo lo conduce de la mano y lo "prepara". Para estas horas, Salviati ha logrado introducir a Simplicio en el camino hacia su nueva definición de magnitudes proporcionales.

---

[15] [...] *mi sforzerò di secondare con la definitione delle proportioni, il concetto universale degl' huomini anco ineruditi nella geometria* [*Giornata Quinta*, p. 282].

[16] Una parte *alícuota* es "la que mide exactamente a su todo", en contraposición a las partes *alicuantas* que son "las que no miden exactamente a su todo". *V.gr.*: 2 es parte alícuota de 4; 3 es parte alicuanta de 11.

[17] El subrayado -aquí en cursivas- está en el manuscrito original que Galileo dicta a Torricelli. [*Giornata Quinta*, pp. 282-283].

[Salviati] Preguntaré al Señor Simplicio: ¿entiende usted ahora que cuatro magnitudes sean proporcionales cuando la primera contiene, por ejemplo, tres veces y media a la segunda, y también la tercera contiene tres veces y media a la cuarta?[18]

[Simplicio] Lo entiendo muy bien, y admito que las cuatro magnitudes sean proporcionales no solamente en el caso ejemplificado por V.S. sino también según cualquier otra denominación, de multiplicidad, o superpartiente o superparticular, que ella sea.[19]

Simplicio ha perdido el miedo a pensar por su cuenta y termina por dar a luz una definición que extiende la de Salviati. Salviati recapitula lo dicho por Simplicio del siguiente modo:

> Para resumir en breve y con mayor generalidad todo lo que hasta aquí se ha dicho y ejemplificado, concluiremos que cuatro magnitudes son proporcionales entre sí cuando el exceso [*ecceso*] de la primera sobre la segunda (de cualquier denominación que éste sea) es similar al exceso [*ecceso*] de la tercera sobre la cuarta.[20]

Tommaso Campanella dice que los italianos no tienen porqué envidiar a Platón: Salviati es un gran Sócrates que, más que parir, hace

---

[18] *Domanderò al Sig. Simplicio: Intendete voi che le quattro grandezze allora siano proportionali quando la prima contenga <per esempio> tre volte e mezzo la seconda, et anco la terza contenga tre volte e mezzo la quarta?* [*Giornata Quinta*, p. 283].

[19] *Intendo benissimo et ammetto che le quattri grandezze siano proportionali non solo nel caso esemplificati da V. S., ma anco secondo qualsivoglia altra denominazione di molteplicità o superpartiente o superparticolare, che ella sia.* [*ibidem*]. Más adelante, el lector encontrará la definición de los términos superpartiente y superparticular.

[20] *Per raccogliere in breve, e con maggior universalità tutto quello che si è detto, et esemplificato fin qui, concludiremo che allora noi intendiamo esser quattro grandezze proportionali fra loro, quando l' eccesso della prima sopra la seconda (di qualunque denominatione egli si sia) è simile all' eccesso della terza sopra la quarta* [*ibidem*].

parir.[21]

Antes de continuar con algunas consideraciones en torno a la definición de Galileo, procedamos a reflexionar brevemente sobre lo que hemos expuesto.

Galileo inicia la *Giornata Quinta* retando a Euclides y conduciéndonos gradualmente a una definición alternativa de magnitudes proporcionales.

Considera primero el caso más simple (cuando una magnitud es igual a la otra o es múltiplo exacto de la otra); después un caso particular de razones racionales (cuando una contiene tres veces y media a la otra) y, por último, generaliza la definición.

Antes de generalizar la definición, Salviati desea cerciorarse de que la elucidación está cumpliendo su propósito y pregunta a Simplicio si, hasta ahí, todo ha quedado claro.

> Lo entiendo muy bien -responde Simplicio- y admito que las cuatro magnitudes sean proporcionales no solamente en el caso ejemplificado [cuando la primera contiene 3 veces y media a la segunda, y lo mismo la tercera a la cuarta] sino también según cualquier otra denominación, de multiplicidad, o superpartiente o superparticular, que ella sea.

Es inmediatamente después de esta admisión de Simplicio que Salviati resume "todo lo que hasta ese momento se ha dicho y ejemplificado":

> Para resumir en breve y con mayor generalidad todo lo que hasta aquí se ha dicho y ejemplificado, concluiremos que cuatro magnitudes son proporcionales entre sí cuando el exceso de la primera sobre la segunda (de cualquier denominación que éste sea) es similar al exceso de la tercera sobre la cuarta.

La proporcionalidad está expresada aquí mediante la "igualdad de los excesos de cualquier denominación". Pero ¿qué cosa es "la igualdad de excesos"?

Recordemos que Viviani publica la *Giornata Quinta* de Galileo, en Florencia el año de 1674, anexándola a su personal traducción y reelaboración del Libro V de Euclides, en *Quinto libro degli Elementi di Euclide, ovvero Scienza Universale delle proporzioni, spiegata colla dottrina del Galileo, con nuov' ordine distesa, e*

---

21 *Certo che non havemo a invidiar Platone: Salviati è un gran Socrate, che fa parturire, più che non parturisce* [citado por Ferdinando Flora, p. 531].

per la prima volta publicata da Vincenzo Viviani, suo ultimo discepolo.

En su reelaboración del texto de Galileo, Viviani traduce el término galileano *eccesso* por *differenza*:

> Cuando la diferencia entre la primera y la segunda es igual a la diferencia que hay entre la tercera y la cuarta, entonces, se dice que estas dos relaciones, o razones o proporciones, tienen proporciones similares o la misma o iguales -como más agrade.[22]

Dice Giusti que, en este párrafo, Viviani reduce la proporcionalidad de las magnitudes a la igualdad de sus diferencias y señala que la publicación simultánea del diálogo de Galileo con la reelaboración que hace Viviani del Libro V de Euclides ha sido causa de que ésta haya sido vista como una clarificación de los puntos obscuros de aquélla y que, en consecuencia, se haya dado al término *eccesso* de la definición de Galileo, el significado erróneo de diferencia entendido como el resultado de efectuar una sustracción:

> Deberemos interpretar *exceso* de un modo distinto a Viviani: el término *exceso* debe interpretarse como relativo, no a la cantidad sino, a la «cuantuplicidad».[23]

Ésta es la interpretación de Stillman Drake quien, en su traducción al inglés de la definición que estamos examinando inserta entre corchetes la clarificación del significado del término *eccesso* en la *Giornata Quinta*:

> *We understand four magnitudes to be proportional when the excess [by multiplication] of the first over the second, whatever this may be, is similar to the excess [if any] of the third over the fourth.*[24]

---

[22] *Quando la differenza tra la prima e la seconda sarà simile alla differenza, che è tra la terza, e la quarta, allora queste due relazioni, o rispetti, o proporzioni dicansi proporzioni simili, o medesime, o iguali, como più aggrada.* [Viviani, *Quinto libro...*, pág. 3].

[23] Giusti, p.72.

[24] *Galileo at Work*, p. 425.

Obviamente que si se lee *differenza* como resta o substracción, la definición de Galileo resulta a todas luces inaceptable; pero creo que imputarle a Viviani esa lectura de la definición de Galileo es atentar descaradamente contra el principio de caridad.

El principio de caridad establece que, antes de evaluar un argumento, lo reconstruyamos en su forma más favorable y bajo la interpretación más razonable de sus términos; y si interpretamos *differenza* como resta aritmética, la frase de Galileo "el exceso de la primera sobre la segunda es similar al exceso de la tercera sobre la cuarta" no tendría ninguna liga con todo cuanto la precede pues, en ningún momento de la exposición, Galileo ha hecho mención a sustracciones.

Encuentro que respetar el principio de caridad no es sólo una conducta ética prudente sino también una política epistémica conveniente, pues criticar caritativamente los argumentos filosóficos deviene siempre en una contribución en la indagación y descubrimiento de la verdad. Hay, por tanto, una doble motivación para no interpretar el término *differenza* de Viviani como sinónimo de sustracción.

A mi me parece que Viviani quiso abarcar con una sola palabra tanto el "exceso" (sobrante, excedente, demasía) como el "defecto" (falta, deficiencia), *i.e.*, tanto el caso en el que la primera magnitud es mayor que la segunda y la tercera mayor que la cuarta, como el caso contrario, cuando son la segunda y la cuarta las respectivamente mayores a la primera y la tercera. Es probable que Viviani haya utilizado el término "diferencia" con el objeto de introducir en la definición galileana la clarificación que Simplicio pide a Salviati cuando éste resume la definición:

> Hasta aquí no tendría ninguna dificultad -dice Simplicio- pero me parece que de esta manera Vuestra Señoría no ha aportado más que la definición de proporcionalidad que se llama *de mayor desigualdad* [cuando las magnitudes antecedentes exceden a sus consecuentes], y que todavía será necesario que comprendamos la proporcionalidad que tienen las magnitudes menores con las mayores.[25]

Salviati le explica que cuando la primera sea menor que la segunda y la tercera menor que la cuarta, él siempre podrá considerarlas en el orden inverso e imaginarse que la segunda es la primera y la cuarta es la tercera:

---

[25] *Fin qui io non haverei <alcuna> difficultà, ma mi pare che V.S. in questa maniera non apporti altra definitione che della proportione la quale chiamasi di maggiore inegualità, e pure sarebbe necessario comprendervi ancora quelle che hanno le grandezze minori alle maggiori*. [*Giornata Quinta*, p. 283]. Las cursivas son mías.

> Así tendrás [nuevamente] los antecedentes mayores que los consecuentes, y no tendrás necesidad de buscar otra definición distinta de la ya dada por nosotros.[26]

"Exceso de cualquier denominación" es, pues, un término utilizado por Galileo como sinónimo de *razón racional*, y "diferencia" es un término utilizado por Viviani como sinónimo de *exceso* o *defecto* -de cualquier denominación- en relación a la *cuantuplicidad*.

El término "denominación" es un término típico de la clasificación de las proporciones que se refiere siempre -y únicamente- a las razones. Son las *razones* (o proporciones), no las magnitudes, las que tienen un "denominador".

Pero el concepto de denominación no se refiere a las razones en general, es característico de las razones racionales: múltiple, superpartiente y superparticular son clasificaciones tradicionales de las fracciones numéricas.

Estas clasificaciones (múltiple, superpartiente y superparticular) aparecen tanto en el *De arithmetica* de Boecio, el texto más popular en el Medioevo para el estudio de la teoría de números, como en la *Introductio aritmetica* (*Arithmètikè eisagògè*) de Nicómaco de Gerasa (*fl. c.* 100 d.C.), el primer matemático post-euclídeo en considerar el estudio sistemático de los números (la aritmética) como una ciencia autónoma, independiente de la geometría:[27]

> Algunas cosas son continuas y conforman una unidad, por ejemplo, un animal, el universo, un árbol, etc. y son llamadas, con toda propiedad, "magnitudes". Otras son discontinuas y están ordenadas en montones que se llaman "multitudes", un rebaño, por ejemplo, o la gente, o un coro. Sabiduría debe considerarse el conocimiento de estas dos formas. Pero como tanto las magnitudes como las multitudes son, por su propia naturaleza, necesariamente infinitas (las multitudes nunca dejan de crecer y la subdivisión de las magnitudes no tiene fin) y como las ciencias son siempre ciencias de cosas limitadas, la ciencia lo será de algo separado de ellas: de la "cantidad" (tomada de la multitud); del "tamaño" (tomado

---

[26] *Così haverà gl'antecedenti maggiori de' conseguenti, e non haverà bisogno di cercar altra definizione diversa dalla già apportata da noi.* [*Giornata Quinta*, p. 284].

[27] En la *Arithmètikè* de Nicómaco los números no son denotados por líneas como en Euclides.

de la magnitud).[28]

La primera división que hace Nicómaco de las cantidades en su *Arithmètikè eisagògè* es en *absolutas*, *i.e.*, consideradas en sí mismas sin relación con otras (números pares, impares, perfectos, deficientes, etc.), y *relativas*, *i.e.*, en relación con otras.

La primera subdivisión de las cantidades relativas comprende dos grandes géneros, la igualdad y la desigualdad. Las cantidades iguales, dice Nicómaco, no tienen subdivisión puesto que:

> no hay algo así como "esta clase de igualdad y esta otra" ya que lo igual existe de una única e igual manera.[29]

Lo desigual, por el contrario, puede ser mayor o menor. Lo mayor se subdivide a su vez en cinco especies:

> lo múltiple,
> lo superparticular,
> lo superpartiente,
> lo múltiple superparticular y
> lo múltiple superpartiente.[30]

A estas denominaciones se refiere Simplicio cuando admite que ha entendido muy bien que cuatro magnitudes son proporcionales cuando la primera contiene a la segunda el mismo número de veces que la tercera a la cuarta, "cualquiera sea la denominación de multiplicidad, o superpartiente o superparticular".

Nicómaco las define en su *Aritmética* como sigue:

> *Múltiplo* es un número que cuando es comparado con otro contiene a ese otro más de una vez en su totalidad.[31]
>
> *Superparticular* es un número que contiene al número con el que es comparado en su totalidad más una parte de él

---

[28] *Arithmètikè eisagògè*, Libro I, capítulo ii. Obsérvese que Nicómaco utiliza el término "cantidades" con un sentido similar al que Aristóteles da a las cantidades discretas.

[29] Libro I, cap. xvii.

[30] *ibidem*.

[31] Libro I, cap. xviii. (En notación moderna, escribiríamos: n es un múltiplo de m, si $n=sm$; s,n,m naturales, $s>m>1$).

(½, ¼, etc.).[32]

> Un número está con otro en una relación *superpartiente* cuando el primero contiene al segundo en su totalidad y además, más de una parte de él.[33]
>
> *Múltiple superparticular* es una relación en la cual, el mayor de los números que se comparan contiene al menor más de una vez, más una parte de él, cualquiera que ésta sea.[34]
>
> La relación *múltiple superpartiente* entre dos números existe cuando el mayor contiene al otro más de una vez en su totalidad (esto es, dos, tres o más veces) y además, más de una vez ciertas partes de él.[35]

He ahí el problema. Si todas las denominaciones de Simplicio se refieren a razones racionales, la definición que Salviati enuncia al término de su examen de las magnitudes proporcionales es insuficiente para desarrollar una teoría general de las proporciones.

El carácter no general de esta definición galileana no es tomado en consideración por Viviani quien, al margen de la definición que estamos examinando -una definición limitada únicamente a las magnitudes conmensurables- escribe:

> "Definición general de las magnitudes proporcionales, conmensurables entre sí, o inconmensurables".[36]

---

32 Libro I, cap. xix. (En notación moderna, escribiríamos: n es un superparticular de m, si $n = (1+ 1/s)m$; n,s,m naturales, $s>1$).

33 Libro I, cap. xx. (En notación moderna, escribiríamos: n es un superpartiente de m, si $n = (1+ r/s)m$; n,r,s,m naturales, r y s primos entre sí, $s>r>1$).

34 Libro I, cap. xxii. (En notación moderna, escribiríamos: n es un múltiplo superparticular de m, si $n = (t+ 1/s)m$; n,t,s,m naturales, t y $s > 1$).

35 Libro I, cap. xxiii. (En notación moderna, escribiríamos: n es un múltiplo superpartiente de m, si $n = (t+ r/s) m$; n,t,r,s,m naturales, $t>1$, r y s primos entre sí, $s>r>1$).

36 *Definizione generale delle grandezze proportionali, o commensurabile tra loro, o incommensurabili*. [*Opere*, VIII, p. 352].

Magiotti y Grandi,[37] contemporáneos de Viviani, sí se percataron del carácter restringido de esta definición de Galileo y la relacionaron **explícitamente** con la definición de proporcionalidad numérica del Libro VII de Euclides.[38]

Para obviar el inconveniente del carácter restringido de su definición, Salviati agrega que, una vez dada la definición, hay *otro modo* de entenderla:

> Establecida ésta como la definición, añadiré un otro modo en el cual se entenderá cuándo cuatro magnitudes son entre sí proporcionales. Y es éste: cuando la primera, por tener con la segunda la misma proporción que tiene la tercera con la cuarta, no es ni mayor, ni menor de lo que debiera ser, entonces, se entenderá que la primera tiene con la segunda la misma proporción que la tercera tiene con la cuarta.[39]

En realidad, Galileo no está retomando "de otro modo" la definición anterior; está estableciendo *otra definición*, *su definición general* de magnitudes proporcionales, conmensurables o no conmensurables.

Ahora el problema es otro pues pareciera que estamos ante un texto que pecara de evidente circularidad y ante el cual no podemos dejar de estar de acuerdo con el reclamo que Marchetti hace a Viviani cuando este último publica la *Giornata Quinta* de Galileo en 1674:

> Pido a V.S. haga el favor de explicarme qué cosa pretende al definir la proporcionalidad con esas palabras: *cuando la primera no es ni mayor, ni menor de lo que necesita para tener con la segunda la misma proporción que tiene la tercera con la cuarta, etc.* [...] Y ¿quién lo duda? Conque queriéndome V.S. explicar cuándo dos proporciones se llaman iguales -*i.e.*, cuándo la primera cantidad tiene con la segunda la misma proporción que la tercera con la

---

37 Consúltese *Manoscritti Galileiani*, vol. 135, p. 54 y la *Risposta apologetica* de G. Grandi [Lucca, 1712].

38 Definición 20, Libro VII: «Los números son proporcionales cuando el primero es el mismo múltiplo, o la misma parte o las mismas partes, del segundo que el tercero lo es del cuarto».

39 *Stabilita questa per definitione, soggiungerò anco un altro modo nel quale s'intendino quando quattro grandezze esser fra loro proportionali. Ed è questo: Quando la prima per haver alla seconda la medesima proportione che ha la terza alla quarta non è né maggiore, né minore di quello che dobbrebbe essere; allora s'intende aver la prima alla seconda la medesima proportione che a la terza alla quarta.* [*Giornata Quinta*, p. 284].

> cuarta- V.S. en substancia no me explica nada; que con decirme que la primera tiene con la segunda la misma proporción que la tercera tiene con la cuarta cuando la misma proporción que hay entre la primera y la segunda, la hay también entre la tercera y la cuarta, ha caído en el error que con vocablo latino se llama *nugazione*.[40] La lógica nos enseña que ese error se comete cuando, queriendo definir una cosa desconocida, se define mediante otra cosa desconocida; es, como dicen los mismos lógicos, definir *idem per idem*.[41]

Ante la imposibilidad de conciliar tal puerilidad con una inteligencia como la de Galileo, Zapelloni no titubea en atribuirle a Galileo puntos de vista que sólo varias décadas más tarde comenzaron a manifestarse:

> En el comentario galileano a la teoría de las proporciones está ya la exigencia, si no es que el reconocimiento, de la razón como número más allá del caso conmensurable.[42]

Giusti logra una lectura del texto de Galileo que lo exenta de tan banales errores lógicos remitiéndonos al principio de la *Giornata Quinta* cuando Salviati, antes de comenzar a elaborar su definición de magnitudes proporcionales, hace explícita la suposición euclideana de existencia de la cuarta proporcional:

> Supóngase primeramente (como lo supuso también Euclides cuando dio su definición) que las magnitudes proporcionales existen, es decir, que dadas tres magnitudes cualesquiera, la misma proporción, razón o relación de cantidad que tiene la primera con la segunda, la puede tener también la tercera con una cuarta.[43]

---

[40] *nugazione* = sandez, tontería, frivolidad, falsedad, impertinencia.

[41] El subrayado (aquí en cursivas) y la expresión latina *idem per idem* son de Marchetti. [*Risposta apologetica di F. Marchetti* (1668), Giuntini, Lucca, 1762, p.70].

[42] [...] *del rapporto como numero al di là del caso commensurabile*. ["Il concetto di rapporto nel V libro dell'Euclide", en *Gli Elementi di Euclide e la critica antica e moderna*, vol. II, F. Enriques (ed), Bologna, 1930, p. 13. Este artículo había aparecido en 1927 en el *Periodico di Matematiche*, VII].

[43] *Suppongasi primieramente (come suppose anco Euclide mentre le definì) che le grandezze proportionali si trovino, cioè che, date in qualunque modo tre grandezze, quella proportione o quel rispetto o quella relazione di quantità che ha la prima verso la seconda, l'istessa possa havere anco la terza verso una*

Un muy distinto significado toma *el nuevo modo* de la definición de Galileo a la luz de este postulado que, en lenguaje moderno se podría enunciar del siguiente modo: Dadas tres magnitudes cualesquiera *A*, *B* y *C*, existe *D* tal que $A:B::C:D$. Ahora contamos con un criterio para saber si dadas cuatro magnitudes *A,B,C,D*, éstas están o no están en proporción:

- tomemos las tres últimas magnitudes (*B,C* y *D*);
- llamemos $\tilde{A}$ a la primera proporcional cuya existencia está garantizada por el postulado (suponer la existencia de la cuarta porporcional es equivalente a suponer la existencia de la primera proporcional);
- esto quiere decir que $\tilde{A}$ es a *B*, como *C* es a *D*;
- compárese ahora $\tilde{A}$ con *A*;
- si *A* resulta igual a $\tilde{A}$; entonces, "la primera no es ni mayor, ni menor de lo que debiera ser" [*i.e.*, *A* no es ni mayor ni menor que $\tilde{A}$]. Por lo tanto (según la definición de Galileo de magnitudes proporcionales), las cuatro magnitudes son proporcionales;
- si, por el contrario, resulta que *A* no es igual a $\tilde{A}$, entonces, *A* es o mayor o menor que $\tilde{A}$; en este caso, las magnitudes no son proporcionales.[44]

Apoyándose en este "otro modo" de entender la definición de magnitudes proporcionales -que en realidad es la definición general de Galileo- Salviati sustituye la definición euclideana de "proporción mayor".

[Euclides/Eudoxo]

> Cuando de los igualmente múltiples, la multiplicidad de la primera excede la multiplicidad de la segunda y la multiplicidad de la tercera no excede la multiplicidad de la cuarta, entonces se dirá que la primera tiene con la segunda una mayor proporción [razón] que la tercera con la cuarta.[45]

---

quarta [*Giornata Quinta*, p. 281].

[44] Obsérvese que, no obstante que esta definición de Galileo de magnitudes proporcionales no habla de una infinidad de equimúltplos, ella no permite construir la cuarta proporcional.

[45] Definición 8 del Libro V en el *Euclides* de Clavius: *Cum vero aeque multiplicium multiplex primae magnitudinis excesserit multiplicem secundae; At multiplex tertiae non excesserit multiplicem quartae; tunc prima ad secundam maiorem rationem habere dicetur, quam tertia ad quartam.*
Definición 7 del Libro V en el *Euclides* de Commandino: *Quando delle ugualmente molteplice, la molteplice della prima avanzerà la molteplice della seconda, & la*

[Salviati/Galileo]

> Ahora quiero que convengamos en decir que, cuando la primera magnitud es mayor de lo que debería ser para tener con la segunda la misma proporción que la tercera tiene con la cuarta, entonces, la primera tiene con la segunda una proporción mayor que la que tiene la tercera con la cuarta.[46]

Enseguida Sagredo le hace ver a Salviati que al sustituir las definiciones 5 y 7 (o 6 y 8) se ha puesto en obligación de hacer una de dos:

-- o demuestra todo el quinto libro de Euclides
-- o deduce como conclusiones, a partir de sus dos nuevas definiciones, "aquello que Euclides mete como quinta y séptima definición".[47]

Salviati asiente y decide deducir como teoremas "aquello que Euclides mete como definiciones".

Sagredo y Simplicio siguen con atención las demostraciones de los nuevos teoremas que Salviati les presenta. Al terminar, Salviati enuncia la tesis del teorema que acaba de demostrar:

> Cuatro magnitudes son proporcionales cuando los igualmente múltiples de la primera y de la tercera, tomados según cualquier multiplicidad, concuerdan siempre en el superar, faltar o igualar a los igualmente múltiples de la segunda y de la cuarta.

No sin asombro descubren Sagredo y Simplicio que aquello que en un principio les causaba tanta "repugnancia", ahora "lo entienden muy bien". *Laus Deus* -dice Salviati.

---

molteplice della terza non avanzerà la molteplice della quarta; all'hora la prima alla seconda si dirà haver maggior proportione, che la terza alla quarta.

[46] Definición de Galileo de proporción mayor: *Quando la prima grandezza sarà al quanto più grande di quello che ella dovrebbe essere per havere alla seconda la medesima proportione che ha la terza alla quarta: allora voglio che convenghiamo di dire che la prima habbia alla seconda maggior proportione che non ha la terza alla quarta* [*Giornata Quinta*, p. 284].

[47] *Cfr. Giornata Quinta*, p. 285.

Salviati ha demostrado la definición 5 del Libro V de Euclides a partir de la suya propia y la ha convertido en un teorema y Sagredo y Simplicio muestran su agrado.

Sagredo:

Confieso que ya no siento por aquello repugnancia alguna; ahora entiendo muy bien la necesidad por la cual los igualmente múltiplos de las cuatro magnitudes proporcionales eternamente concuerdan.[48]

Simplicio:

Yo tampoco siento ya por aquello de Euclides ninguna repugnancia; solamente me queda el deseo de entender cómo, suponiendo que las cuatro magnitudes *no* son proporcionales, es verdad que los igualmente múltiplos no observarán siempre esa concordancia en el ser mayor, menor o igual.[49]

Con un contraejemplo y una prueba por *reductio ad absurdum* Salviati da satisfacción al deseo de Simplicio.[50]

Es exactamente en el "otro modo" en el que las definiciones de magnitudes proporcionales y magnitudes no proporcionales de Galileo entran en las demostraciones de las definiciones 5 (de Commandino o 6 en Clavius) y 7 (de Commandino u 8 en Clavius) del Libro V.[51]

---

48 *Giornata Quinta*, p. 288.

49 *ibidem*.

50 Se trata de la demostración del converso de la definición 5 del Libro V. [*Giornata Quinta*, pp. 288-290].

51 Véanse las dos demostraciones en *Giornata Quinta*, pp. 286-291.

Resumiendo: Salviati demuestra que las magnitudes proporcionales en el sentido galileano lo son también según el enunciado euclídeo de "los equimúltiplos tomados según cualquier multiplicidad", y que las magnitudes que no son proporcionales según la definición de Galileo tampoco lo son en el sentido euclídeo.

Salviati les hace notar a sus interlocutores que, establecidas las nuevas definiciones y demostrados los nuevos teoremas, se han puesto los fundamentos para poder compendiar el Quinto libro de Euclides y reordenarlo todo, pero que, además de que ya hay quien lo ha hecho,[52] hacerlo él sería "una digresión demasiado larga y demasiado ajena a su principal propósito".[53]

El principal propósito de Galileo en la *Giornata Quinta* fue allanar el camino hacia la comprensión de la teoría de las proporciones "domesticando la definición [5 del Libro V] para que él y también otros logren salir de la obscuridad a la luz".

El juego dialéctico termina cuando Sagredo y, lo que es más importante aún, también Simplicio, quien en el *libro delle Nuove Scienze* y en el *Dialogo* representa a la parte del género humano que es lego en matemáticas,[54] se reconocen "completamente satisfechos" tanto con la nueva definición como con los nuevos teoremas.

---

[52] Giovan Battista Benedetti había ofrecido previamente un tal reordenamiento y Giovanni Alfonso Borelli propondrá después otro, aunque ninguno de los dos en la dirección que Galileo tenía en mente. Ambos, Benedetti y Borelli, usaron como axiomas (postulados), proposiciones del Libro V que consideraron más cercanas a la evidencia que la quinta definición y de ellas dedujeron la definición 5. Viviani sí siguió la línea sugerida por Galileo: partir de las definiciones alternativas de *grandezze proportionali* y de *proportione maggiore* que dió Galileo y reconstruir el Libro V de Euclides. Viviani publicó su *Euclides* en italiano -que contiene su presentación del Libro V y el tratado de Galileo- por primera vez en 1674, pero fue muchas veces reeditado en los siglos XVII y XVIII.

[53] [...] *una digressione troppo lunga e troppo aliena <lontana> dal nostro principal proposito.*

[54] *Io confesso che l'intelletto mio non si è mai più che mediocremente aplicatto alle Matematiche.* [*Giornata Quinta*, p. 294: "Confieso que el intelecto mío jamás se ha aplicado más que mediocremente a la Matemática"].

Simplicio:

No sabría qué más añadir, tan completamente satisfecho he quedado con el discurso y persuadido con las demostraciones que he escuchado.[55]

Sagredo:

Quedo satisfechísimo con esta elucidación que Vuestra Señoría ha hecho y de la cual ya tenía yo, por largo tiempo, una gran necesidad; sin embargo, no sabría expresar qué es ahora mayor en mí: o el gusto enorme por haber adquirido ese deseado conocimiento, o la gran aflicción y pesadumbre por no haber solicitado la explicación desde el principio de nuestras conversaciones, tanto más habiendo escuchado que V. S. la confería a los amigos que, por vivir en cercanía, os visitaban con cierta frecuencia.[56]

Salviati ha vuelto tratable "aquello" de Euclides. Galileo ha alcanzado su objetivo: que él y también otros salgan de la obscuridad a la luz.

Alabado sea Dios.[57]

---

[55] *Io non saperei che soggiungere. Anzi resto interamente appagato del discorso e capace delle dimostrationi sentite.* [p. 292].

[56] *ibidem.*

[57] *Laus Deus.* Son las últimas palabras de Salviati antes de retirarse.

Advertencia

(que se intercala como ayuda idónea para un mejor entendimiento de lo que este trabajo pretende (y lo que no pretende) y en atención a los beneficios obtenidos de las discusiones que sostuve con el Dr. Marco Panza, filósofo e historiador de las matemáticas y profundo conocedor y comentarista de los más recientes trabajos del matemático italiano, Enrico Giusti.
Nuestras diferencias son grandes: Marco Panza considera la *Giornata Quinta* un texto técnico de matemáticas dedicado a construir una nueva teoría matemática; yo, una digresión filosófico-matemática [capítulo 8] destinada a iluminar (elucidar) [capítulo 7] un concepto fundamental en la teoría física de Galileo.[58]
Aprovecho la ocasión para hacerle saber al lector las razones que tuve para no seguir en este trabajo el ejemplo de Giusti de intentar reconstruir, a partir de la definición galileana de magnitudes proporcionales, una teoría axiomática de las proporciones alternativa a la del libro V de Euclides.)

> En "Schizzo di una teoria «galileiana» delle proporzioni" [*Euclides Reformatus*, 1993, pp. 164-173], Giusti se propone mostrar de qué manera sería posible reducir las ideas expuestas por Galileo en su *Giornata Quinta* a una versión axiomática y lógicamente coherente de la teoría de la proporción y exhibe, sirviéndose de su personal sistematización, cuáles podrían ser las condiciones formales que subyacerían a la *ex-definición* (la definición 5 del Libro V de Euclides) reacomodada ahora como una propiedad demostrada (*i.e.*, como un teorema) en un sistema axiomático que fija esas condiciones formales (tres axiomas y el *otro modo* de la definición de Galileo). Eso lo lleva a concluir que "aunque se trata de un esquema no privado de imperfecciones, las consideraciones de Galileo resultan adecuadas para desarrollar una teoría general de las proporciones".[59]

---

[58] Marco Panza me escribió: "*Tu dici che la Giornata Quinta può essere letta come un testo non matematico, che il suo interesse non è necessariamente tecnico. Io non lo credo.* [...] *Il modo più naturale di leggere la quinta giornata è come una esposizione di una teoria matematica, quindi come un testo tecnico de matematica.* [...] *La Giornata Quinta fa parte di una storia complessa, quella della teoria delle proporzioni.* [...] *Galileo dedica la Giornata Quinta a construire una nuova teoria matematica.*" [comunicación personal, nov. 1997].

[59] Giusti, p. 78.

A mi juicio, la formalización de Giusti no sigue ni refleja las ideas de Galileo en la *Giornata Quinta*; a lo sumo -y el propio Giusti lo reconoce- simplemente "las recuerda"[60] y yo ningún interés tengo en presentar aquí una teoría matemática que, en el mejor de los casos, *evocaría* -y "en una forma destilada y pura y libre de retórica"- las ideas de Galileo en la *Giornata Quinta*.[61] Yo tengo serias reservas para considerar que el propósito de Galileo en la *Giornata Quinta* haya sido la creación de una nueva teoría matemática; por lo tanto, invito al lector que desee conocer el interesante ejercicio de formalización que hace Giusti en su *Euclides Reformatus* a que acuda directamente a su libro.[62] Aquí no lo encontrará. En parte porque considero inútil repetir lo que Giusti ya hizo; en parte porque mi propósito, mi punto de vista y mi perspectiva no coinciden con el propósito, el punto de vista y la perspectiva de Giusti; en parte porque me parece que la esquematización de Giusti no hace justicia al espíritu de Galileo; y en parte, y sobre todo, porque lo más alejado de mis intenciones es hacer de mi tesis un largo alegato a favor o en contra -o a favor y en contra- de las tesis de Giusti.

La *Giornata Quinta* forma parte, no de una, sino de muchas historias, todas ellas ricas y complejas: la historia de la Revolución Científica, la historia de las revisiones y enmiendas al texto de Euclides, la historia de las ediciones de los *Elementos*, la historia de la filosofía, la historia de la física, la historia de las matemáticas, la historia de Galileo, la historia del papel de la inteligibilidad en el progreso de la ciencia, etc., etc. De ahí la multitud de posibles enfoques para abordarla.

---

[60] Giusti, p. 163.

[61] Del libro de Giusti, M. Panza dice que, en él, «*on y retrouve les idées-clefs de la théorie de Galilée, sous un forme distillée et nette, libérées d'une rhétorique de l'exposition qui n'est plus la nôtre, réduites à ce qui aujourd'hui nous apparaît comme leur essence et présentées sous une forme axiomatique.*» [*op. cit.* p. 181].

[62] Giusti dice que su esquematización tiene un segundo objetivo (el cual no tiene nada que ver con Galileo) que a mí me parece el más interesante de los dos: mostrar que es posible dar una definición «axiomática» -en contraste a las definiciones «por abstracción» de Eudoxo (las 5 y 7 en el Libro V de Euclides)- de los conceptos fundamentales de la teoría griega de la proporción. Giusti considera que "un tal trabajo no será inútil". Estoy de acuerdo.

Giusti lo hace desde la perspectiva de la historia de la teoría de las proporciones.
Yo, mediante un análisis al mismo tiempo textual y contextual, ensayé mi propia reconstrucción de la *Giornata Quinta* desde la perspectiva de la historia personal y circunstancial de su autor y como parte integral de su ambicioso proyecto científico-cultural y del anhelo eterno de nosotros, los seres humanos, por alcanzar la inteligibilidad. ¿Qué fuerza, qué demonio, qué locura, presupone el pretender penetrar no sólo al científico sino también al hombre, no sólo el texto sino el mundo entero que lo vio nacer? Lo ignoro; simplemente puedo decirles que no tuve opción.
El resultado: dos enfoques, dos caminos, dos Galileos distintos.
Dos perspectivas ajenas aunque no necesariamente opuestas. Dos libros diferentes pero no contradictorios. "No te enojes si el que marcha a tu lado no lleva el mismo paso que tú: quizás él va oyendo otro tambor" -nos dijo una vez Henry David Thoreau.

UNA VIA VERAMENTE REGIA

Una via veramente regia alla geometría... per me e anco per altri.

> Un camino verdaderamente regio a la geometría... para mí y también para otros.

Es decir, un camino más corto, más cómodo, más fácil, más transitable, más ágil hacia la geometría: en pocas palabras, un camino regio,... para el Rey, para Galileo, y también para otros.

Muchos años antes de dictarle a Torricelli la *Giornata Quinta*, ya Galileo había tenido oportunidad de inaugurar esa *via veramente regia* cuya existencia Euclides había negado al Rey Ptolomeo I de Alejandría en el siglo III a.C.

A la pregunta del Rey por un camino más corto y más fácil que los arduos y ásperos libros de sus *Elementos*, la respuesta de Euclides había sido: "No existe camino real a la geometría".

A Galileo no le parece una aspiración ilegítima o una "petición indecorosa" el deseo del joven monarca alejandrino de dar con un camino más corto y más fácil para aprender geometría. Galileo cree que sí es posible hallar un camino más corto y más ágil, *una via veramente regia alla geometria.*

Fue en 1597 cuando Galileo concibe y construye una regla de cálculo basada en el principio de las magnitudes proporcionales a la que llamó *compasso geometrico e militare*.

No se trataba de una novedad en sentido estricto (Guidobaldo del Monte había construido uno), pero Galileo consiguió darle una forma novedosa especialmente práctica y útil.

El uso de un sector o compás de proporciones para hacer cálculos fue descrito por primera vez en un folleto en inglés de Thomas Hood publicado en 1598. El modelo de Galileo de 1597 tenía 7 escalas, el de Hood sólo 3 y el de Guidobaldo del Monte, 2. De las 7 escalas del *compasso* de Galileo, sólo una de ellas estaba en el sector de Hood, aquella que servía para construir polígonos regulares y que Galileo elimina al año siguiente cuando incorpora la escala más simple de todas, una escala para obtener razones ordinarias. Las dos escalas empleadas por Guidobaldo del Monte (la una para dibujar polígonos regulares y la otra para dividir una línea en 2, 3, o 4 partes iguales) estaban en el modelo de Galileo de 1597, pero no en los siguientes.

Stillman Drake encuentra que sectores para dibujar y diseñar se usaban en Italia desde 1560, pero no se ha encontrado ninguno para calcular que hubiese estado en uso en Italia antes de que Galileo inventara su *compasso militare* en 1597. En un principio, Galileo ideó su *compasso* para atacar un importante problema práctico -en ese entonces insoluble- que abarcaba aritmética, geometría y física y sólo después percibió su valor para muchos otros usos. Las escalas que Galileo incorpora a su *compasso* en 1598 posibilitaron la solución inmediata de todos los problemas de proporcionalidad.

Muchos de los alumnos privados de Galileo en Padua eran jóvenes nobles destinados a la carrera militar. Galileo se da cuenta del peligro de pararse enfrente de un cañón, y expuesto al fuego enemigo, mientras se ajusta su elevación, cosa que era necesaria si se empleaba el instrumento de artillería inventado por Tartaglia (de un tipo muy diferente al *compasso* de Galileo).

Galileo se percata de que para salvaguardar la vida de los capitanes y al mismo tiempo evitar el desperdicio de disparos era necesario que cualquier artillero fuera capaz de resolver con prontitud en el campo de batalla el problema que Galileo denomina *il calibro da bombardieri* (la calibración del cañón).

Con la ayuda de dos escalas que daban, la una, los volúmenes relativos de pesos iguales de distintos metales y piedras; la otra, los volúmenes esféricos correspondientes a iguales incrementos del radio, incluso un soldado sin entrenamiento militar podía resolver cualquier problema de calibración en unos cuantos segundos.[1]

En 1597 el álgebra todavía no se aplicaba a la geometría -ya no digamos a la física- por lo que Galileo no hubiera podido dar una fórmula matemática práctica para resolver este problema. Y aunque hubiera podido, no habría sido de utilidad para los artilleros, ni siquiera para la mayoría de los capitanes, dado su limitado conocimiento de las matemáticas.

Para 1600 Galileo había encontrado tantos usos al *compasso* que, en

---

[1] A estas dos escalas Galileo las llamó *linee metalliche* y *linee stereometriche*, respectivamente. (Véase el cap. xxxiii de *Le operazioni del compasso geometrico y militare* [*Opere*, II, p. 400]).

el manual de operación del instrumento que redactará en 1606, la calibración no es explicada sino hasta el capítulo xxiiii.

Durante varios años (de 1597 a 1606) Galileo se limitó a explicar su funcionamiento a los numerosos nobles que acudían a tomar lecciones privadas a Padua atraídos por la fama del científico florentino. En 1606 publica en Padua -en edición de 60 ejemplares y con dedicatoria a Cosimo de Medici- el opúsculo titulado *Le operazioni del compasso geometrico y militare*:[2]

> La ocasión de practicar con tantos y tantos grandes Señores en este muy noble *Studio* de Padua para instruirlos en las ciencias matemáticas me ha hecho conocer, por medio de larga experiencia, que no fue del todo indecente la petición de aquel discípulo que de su maestro en la geometría buscó un camino más fácil y llano que a la adquisición de esta ciencia lo condujese, puesto que, incluso en esta nuestra era, poquísimos son aquellos que no encuentran enfadosos los ásperos y espinosos senderos que se ven forzados a recorrer antes de poder alcanzar los preciosos frutos de esta ciencia o que, espantados de la severidad y rudeza del largo camino y sin poder ver ni poderse imaginar cómo es que un sendero tan oscuro y desconocido pueda conducirlos al deseado término, no se aterran y abandonan la empresa a mitad del camino. [...] Y tanto más frecuentemente he visto que esto sucede cuando con más grandes personalidades me he encontrado. Por esa razón, escusándolos junto con el joven Rey de Siracusa y con el deseo de evitar que tantos nobles Señores se vean privados de conocimientos tan necesarios para ellos a causa de la dificultad y longitud de las vías ordinarias, me resolví a intentar abrir esta *via veramente regia*, la cual, con la ayuda de mi *Compasso*, en poquísimos días, enseña todo lo que de la geometría y de la aritmética, para el uso civil y militar, no sin larguísimos estudios por la vía ordinaria se obtiene.[3]

---

[2] Éste, y una versión anterior (*Del compasso geometrico e militare: saggio delle scritture antecedenti alla stampa*), pueden consultarse en el tomo II de la edición nacional de la *Opere* de Galileo a cargo de Antonio Favaro.

[3] *Opere*, II, p. 369.

¿Aplicaciones "prácticas" indignas de los "teóricos", como Plutarco aseveraba de las de Arquímedes? Pudiera ser; pero Galileo, en la tradición ingenieril que va de Leone Battista Alberti a Tartaglia y a su maestro Ostilio Ricci, asimila el hacer al saber y el saber al poder.

Como Arquímedes en la Antigüedad, Galileo deviene el "mediador" del saber matemático para los detentadores del poder político, económico y militar de su tiempo.

Como el gran geómetra siracusano, Galileo da al saber un uso social. Solamente un auténtico saber que provenga de premisas cuantitativas es garantía de un poder no mistificado.

La orgullosa defensa que hace de su prioridad en la invención del *compasso* frente a Baldessar Capra, un mezquino impostor "privado no sólo del *methodus* exquisito de Arquímedes sino de la comprensión de los más fundamentales *principia*", está centrada en la inseparable conexión de teoría y práctica: quien no entiende perfectamente bien las deducciones geométricas no puede intentar una simplificación del camino. Únicamente quien las entiende y además conoce las necesidades de los otros, puede intentar abrir *una via veramente regia* ...para él y también para otros.

Capra no comprende siquiera el significado de las figuras que exhibe en el volumen que dice suyo; este casi increíble personaje dibuja la figura de un triángulo cuyos ángulos internos suman ¡183 grados! y enreda y complica de tal modo las demás figuras que,

> puestas sin construcción, sin demostración y tal vez sin proposición y sin propósito o, más bien, según mi opinión, con el propósito de espantar a las mentes de los simples (o, tal vez, porque éste que las pone verdaderamente cree que Ptolomeo, Arquímedes, Apolonio y los otros matemáticos las colocan sólo como ornamentos de sus libros, que lucen tanto mejor cuanto mayor sea el número de círculos, arcos, y líneas rectas y curvas que contengan), resultan figuras no geométricas sino jeroglíficas.[4]

El 4 de mayo de 1607, los *Rifformatori* de la República de Venecia condenaron públicamente a Baldessar Capra y ordenaron el secuestro

[4] *Opere*, II, p. 559.

y la supresión de su libro *Usus et Fabrica Circini cuiusdam proportionis.*[5]

Si el propósito de Baldessar Capra en el *Usus et Fabrica...* era, según Galileo, "espantar las mentes de los simples", el propósito y la importancia del *Compasso geometrico e militare* radica en poner al alcance de todos un saber matemático simplificado y funcional:

> [...] me resolví a abrir esta *via veramente regia*, la cual, con la ayuda de mi *Compasso*, en poquísimos días enseña todo lo que de la geometría y de la aritmética, para el uso civil y militar, no sin larguísimos estudios por la vía ordinaria se obtiene.[6]

"Un camino verdaderamente regio a la geometría... para mí y también para otros".

¿Para quiénes "otros" escribió Galileo?

Yo supongo que, sin definirla concientemente, Galileo, como todo autor, escribió siempre para una audiencia y que las estrategias que adoptó aparecen incorporadas en la naturaleza misma de sus trabajos.

Mediaba el año de 1597 cuando Kepler aprovecha el viaje de un amigo suyo a Italia para enviar a Galileo un ejemplar de su *Mysterium Cosmographicum.*[7]

---

[5] Los *Rifformatori* eran magistrados de la *Repubblica veneta* con autoridad en los asuntos del *Studio* de Padua. Para la lacerante ironía de los comentarios de Galileo véase, en el tomo II de las *Opere*, la *Difesa contro alla calunnie et imposture di Baldessar Capra* publicada en 1607 en Venecia. En este mismo volumen se encuentra el texto de Capra con las divertidas y sarcásticas acotaciones hechas por Galileo. El título completo del libro de Capra es: *Usus et Fabrica Circini cuiusdam proportionis. Per quem omnia fere tum Euclidis, tum Mathematicorum omnium problemata facili negotio resolvuntur.*

[6] [...] *mi risolvi a tentare di aprire questa via veramente regia, la quale, con l'aiuto di questo mio Compasso, in pochissimi giorni insegna tutto quello, che dalla geometria e dall' aritmetica, per l'uso civile e militare, non senza lunghissimi studii per la via ordinaria si riceve.* [*Opere*, II, p. 559].

[7] Geymonat señala, citando a Drake, que fue por iniciativa propia que Paul Hamberger hace entrega a Galileo, en ese entonces profesor de matemáticas en Padua, de los dos ejemplares que llevó a Italia y que Kepler, profesor de matemáticas en Gratz, no había oído hablar nunca de Galileo hasta que recibió su breve carta de agradecimiento. [*cf.* Geymonat, *op. cit.*, p.30]. Koestler, por el contrario, afirma que Kepler pide explícitamente a Hamberger "que haga entrega de un ejemplar a un tal

Galileo agradece el obsequio con una carta que ha sido juzgada muy importante porque suministra la primera prueba de que Galileo estaba convencido de la verdad del copernicanismo "muchos años" antes de 1597:[8]

> [...] hace ya muchos años que adopté la doctrina de Copérnico y, desde esa posición, he divisado las causas de una multitud de efectos en la naturaleza, causas que, sin duda, son inexplicables en términos de las hipótesis comunes.[9]

Pero la carta es también importante porque nos puede servir para llegar a saber para quiénes escribió -o para quiénes no escribió- Galileo.

En el segundo párrafo de la carta, Galileo se felicita a sí mismo de tener por socio en la indagación de la verdad [*veritate socium*] a un amigo de la verdad [*veritatis amicum*]; se lamenta de que sean tan pocos los que la buscan [*raros esse veritates studiosos*] y felicita a Kepler por sus ingeniosos argumentos para demostrarla [*congratulandi de pulcherrimis in veritates confirmationem inventis*].

Cuatro veces habla Galileo en dicho párrafo de la verdad: *veritate socium, veritatis amicum, veritates studiosos, veritates confirmationem* y luego, más adelante, tranquilamente anuncia su intención de ocultarla:

> Yo he escrito [*conscripsi*= componer, redactar] muchos argumentos a favor de Copérnico como también

---

Galileus Galileus, como él mismo firma, profesor de matemáticas en Padua". [Koestler, *op. cit.*, p. 361].

[8] Sin embargo, el primer pronunciamiento público y explícito de Galileo en favor del sistema copernicano fue 8 años después de esta carta fechada el 4 de agosto de 1597. Se sabe que, dado el gran interés que provocó la aparición en 1604 de una nueva estrella, visible en el cielo durante dieciocho meses (en los cuales fue disminuyendo gradualmente en magnitud), Galileo preparó tres lecciones públicas excepcionalmente nutridas en las que afirmó que el fenómeno debía ser considerado como una prueba valiosísima en favor de la teoría copernicana. El texto de estas lecciones no ha llegado a nosotros.

[9] [...] *in Copernici sententiam multis abhinc annis venerim, ac ex tali positione multorum etiam naturalium effectuum causae sint a me adinventae, quae dubio procul per communen hypothesim inexplicabiles sunt.* [*Opere*, X, p. 68].

> refutaciones del punto de vista opuesto; sin embargo no me he atrevido a sacarlos a la luz, temeroso de la suerte que corrió el propio Copérnico, nuestro maestro, quien, aun cuando adquirió fama inmortal entre algunos pocos, fue convertido en objeto de burla y escarnio por innumerables otros (que tal es el número de necios). [...] Ciertamente que si hubiese más gente como V.S., me atrevería a publicar mis pensamientos; como no la hay, por el momento me abstendré de hacerlo.[10]

Finocchiaro interpreta este pasaje como una expresión de la debilidad de los argumentos pro-copernicanos de Galileo en ese entonces:

> La parte del pasaje acerca del miedo de Galileo a publicar es un comentario explícito sobre su visión de la fuerza de sus argumentos pro-copernicanos; obviamente, Galileo no pensaba que éstos eran conclusivos o siquiera suficientemente fuertes como para convencer a alguien que, a diferencia de Kepler, no estuviese de antemano favorablemente inclinado.[11]

Habida cuenta de la dificultad de examinar la cuestión de si Galileo había reunido realmente en 1597 -como asegura la carta a Kepler- algunas pruebas de la teoría copernicana y hasta qué punto eran válidas esas pruebas, cabe la hipótesis de Geymonat de que, en la carta citada, Galileo se refiriese a pruebas más *deseadas* que *poseídas*.[12] Con todo, parece indiscutible que Galileo *intuía* desde 1597, con mayor o menor claridad científica, la verdad del copernicanismo; *i.e.*, debía estar prácticamente seguro de la tesis aunque no de la fuerza de las pruebas que podía aducir a su favor.

¿Por qué -se pregunta Koestler-, a diferencia de Kepler, Galileo tenía tanto miedo a hacer públicas sus opiniones?

---

10 *Opere*, X, pp. 68-69.

11 "Galileo's Copernicanism and the Acceptability of Guiding Assumptions", p. 54.

12 Está claro que en la época a la que nos referimos Galileo no podía tener todavía las pruebas basadas en sus observaciones telescópicas; excluidas éstas sólo quedan las prueba "indirectas", basadas en la mecánica, dirigidas a responder a las objeciones del sentido común contra el copernicanismo.

En aquella época, Galileo (católico) no tenía más motivos que Kepler (protestante) para temer la persecución religiosa. Los primeros en atacar el sistema copernicano habían sido los luteranos, circunstancia que no impidió a Kepler defenderlo en público. Los católicos, por el contrario, se habían inclinado favorablemente hacia él,[13] y el propio Galileo gozó del apoyo activo de los principales *matematici* de la Orden de los jesuitas y de una multitud de cardenales, incluyendo al cardenal Maffeo Barberini, futuro Papa Urbano VIII.

Sus temores están expresados en la carta. Galileo preveía la burla y la desaprobación (literalmente, *ridendus et explodendus; ridentum*= risa, burla, *explodendum*= abucheo, desaprobación, condena) de "los infinitos necios",[14] es decir, de sus colegas, los profesores de Pisa y Padua, los obcecados representantes de la escuela peripatética que seguían considerando a Aristóteles y a Ptolomeo autoridades absolutas.

Galileo nunca abrigó esperanzas de convertirlos a su causa:

> Con decirme que con estas observaciones tan ostensibles a la vista se podrá convencer a los obstinados, V.Rª. me ha hecho casi reir pues ¿qué no sabéis que para convencer a los capaces de razonar y deseosos de conocer la verdad bastaron las otras demostraciones ya antes aducidas y que para convencer a los obstinados y deseosos de ninguna otra cosa que no sea el vano aplauso del estupidísimo y estolidísimo vulgo no sería suficiente el testimonio de las mismísimas estrellas si bajaran a la Tierra y hablaran de ellas mismas?[15]

De hecho Galileo dedicó buena parte de sus energías a burlarse de los obstinados peripatéticos, a ponerlos en ridículo y a destruirlos. Son hombres, dice,

---

13 Se recordará que el cardenal Schömberg y el obispo Geise urgieron a Copérnico para que publicara el *De revolutionibus*.

14 [...] *apud infinitos (tantus enim est stultorum numerus)* [*Opere*, X, p. 69].

15 Carta a Benedetto Castelli del 30 de diciembre de 1610. [*Opere*, X, pp. 503-4].

> en cuya definición entra sólo el género [animal] y falta la diferencia [racional].[16]

y aunque su número es *infinito*,

> no tiene caso tomarlos en cuenta, ni expedir acuse de recibo de sus tonterías, ni intentar seducirlos para tenerlos como compañeros en opiniones sutilísimas y delicadísimas.[17]

¿Y quiénes son "los capaces de razonar y deseosos de conocer la verdad" a quienes Galileo se dirige como a su público?

Los Sagredo, los Salviati, los Cesi, los Diodati, los Castelli, los Medici. Ellos, los galileistas militantes, los nobles y cortesanos provistos de "buen natural", son los destinatarios de su obra.

Cuando Galileo empieza a publicar, su audiencia era prácticamente inexistente. La radical reordenación del universo que Galileo va a defender, a más de la abierta implicación de que la filosofía natural que se enseñaba en las universidades era falsa, no podía ser acogida con beneplácito por la comunidad científica de estas instituciones. Pero Galileo tuvo la enorme fortuna de darse a conocer más allá del estrecho círculo de las universidades con un librito que necesariamente tuvo que llamar la atención del gran público, que fue el sostén de su reputación hasta el final de sus días y que aseguró que nada de lo que publicara posteriormente pasara desapercibido: el *Siderius Nuncius*.

> Después de haberse burlado por largo tiempo, con la lengua y con la pluma, de todo lo que yo he escrito -en particular de lo que he descubierto en la Luna y de los planetas *Mediceos*- los matemáticos de mayor prestigio de distintos países y en particular los de Roma, espontáneamente me han escrito confesándolo y admitiéndolo todo; de tal modo que al presente no cuento con otros adversarios que los *peripatetici*, más

---

[16] [...] *uomini nella cui definizione entra solo il genere e manca la differenza*. [*Dialogo*, p. 381].

[17] *Di questi tali, il numero de' quali è infinito, non bisogna tener conto, né registar le loro sciocchezze e cercar di fare acquisto [...] per avergli per compagni nelle opinioni sottilissime e delicatisssime*. [*Dialogo*, pp. 381-382].

parciales de Aristóteles que lo que el propio Aristóteles lo sería y sobre los cuales yo verdaderamente no espero obtener victoria.[18]

La crítica destructiva y la labor constructiva estuvieron tan estrechamente unidas en Galileo que no es posible hacer un deslinde. A los peripatéticos, a los obstinados, a aquellos que han hecho de los libros de Aristóteles su refugio seguro y, de sus doctrinas, verdades ancladas, inamovibles, eternas, Galileo no intenta ganárselos sino destruirlos.

Pareciera -dice Galileo- que ninguna cosa obstaculizaba más la comprensión de la verdad a los filósofos peripatéticos que la fama adquirida por sus interpretaciones aristotélicas:[19]

> Hasta donde puedo ver, su educación consistió en haber sido instruidos desde su infancia en la opinión de que filosofar equivale a examinar los textos de Aristóteles para poder dar muchas respuestas rápidas a cualquier problema que se les proponga reuniendo distintos pasajes de los libros escritos por Aristóteles. [...] Estos severos defensores de la más insignificante minucia de las doctrinas peripatéticas desearían no levantar jamás sus ojos del papel, como si el gran libro del universo hubiese sido escrito para que únicamente Aristóteles pudiera leerlo. [...] Creo yo que de este lado de los Alpes no son pocos los peripatéticos que filosofan de esta manera, sin ningún deseo de aprender la verdad ni las causas de las cosas, puesto que niegan mis descubrimientos o se burlan de ellos diciendo que son ilusiones y continúan defendiendo la inalterabilidad de los cielos cuando muy probablemente el mismísimo

---

18 Carta a Fra Paolo Sarpi (en Venecia) del 12 de febrero de 1611: [...] *poiché i matematici di maggior grido di diversi paesi, e di Roma in particolare, dopo essersi risi, ed in scrittura ed in voce per lungo tempo e in tutti i luoghi, delle cose da me scritte, ed in particolare intorno alla luna ed ai Pianeti Medicei, mi hanno spontaneamente scritto confessando ed ammettendo il tutto; talché al presente non provo altri contrari che i peripatetici, più parziali di Aristotele che egli medessimo non sarebbe, e sopra gli altri queli di Padova, sopra i quali io veramente non spero vittoria.*

19 *Dialogo*, p. 39: *Mi trovai a discorrer di queste materie [...] con l'intervento di un filosofo peripatetico, al quale pareva que niuna cosa ostassa maggiormente per l'intelligenza del vero, che la fama acquistata nell'interpretazioni Aristoteliche.*

> Aristóteles abandonaría tal opinión si viviera en nuestra era. Es tiempo ya de que nosotros nos mofemos esta vez y digamos de ellos que se han vuelto invisibles e inaudibles.[20]

Son seres que viven en perpetuo engaño, ya que la gran mayoría de las cosas que dicen las dicen porque las dicen otros.

Leonardo da Vinci los llamó *recitatori e trombetti* (recitadores y habladores) porque, careciendo de convicciones, se limitaban a recitar en voz alta textos memorizados; Galileo, *filosofi "in libris"*, por vivir aferrados a la ilusión de que siempre podrán hallar en un libro la respuesta definitiva a cualquier problema:

> *Mi fan patir costoro il grande stento,*
> *Che vanno il sommo bene investigando,*
> *E per ancor non v'hanno dato dentro.*
>
> *E mi vo col cervello immaginando,*
> *Che questa cosa solamente avviene*
> *Perchė non ė dove lo van cercando.*[21]

[Traducción: Me hacen sufrir un gran tormento, los que van el Sumo Bien investigando pero que no han podido aún dar con él. Yo voy con mi cerebro imaginando que esta cosa solamente les sucede porque no está ahí donde lo van buscando.]

Las respuestas de la filosofía no están ahí donde los peripatéticos, *filosofi «in libris»*, las van buscando. La filosofía no está escrita en los libros de Aristóteles,

> la filosofía está escrita en este grandísimo libro que continuamente está abierto ante nuestros ojos, yo digo, el universo.

Sabemos que cuando el hombre tiene convicciones -no siempre concientes- éstas descansan en la imagen que se ha formado con respecto a su mundo, de tal suerte que esta imagen deviene el elemento básico que domina todo el pensamiento.

---

20 *Opere*, V, pp. 190-191.

21 Son los seis primeros versos de "Contro il portar la toga", un largo y mordaz poema en *terza rima* que Galileo escribe contra el uso de la toga cuando era *lettore* en el *Studio* de Pisa. [*Opere*, IX, pp. 213-223].

El mundo de los filósofos *«in libris»* -dice Galileo- es un "mundo de papel" [*mondo di carta*]. En un mundo de papel, la cultura, el producto más puro de la autenticidad, acaba por ser la falsificación de la vida.

Hay crisis histórica cuando el hombre se queda sin convicciones, cuando no sabe qué pensar, cuando todas sus creencias son negativas, cuando lo que cambia no es algo en el mundo, sino el mundo mismo. Como el ser humano no abandona sus creencias hasta que no germina en él la fe confusa en otras ideas, tendrá que fingir el estar convencido. Por eso, en las crisis, son tan frecuentes las posiciones falsas.

El Renacimiento es una época de crisis. La filosofía escolástica había cesado de provocar convicción. Sus doctrinas empezaban a sonar huecas; sus frases, a demasiado repetidas.

La creación de una nueva filosofía demandaba la formación de una nueva comunidad científica fuera de las universidades, con gente que no estuviese comprometida con la comunidad de filósofos escolásticos.

Galileo se enfrentó al reto de crearla.

A lo largo de su vida se esforzó Galileo por lograr que la gente viera las cosas desde una perspectiva radicalmente distinta a la de los peripatéticos, que aprendiera a pensar de otra manera o -para utilizar las palabras de Butterfield- *to get people to put on a new thinking cap*.

Es el proyecto de Galileo un ambicioso programa de "política cultural". Dar con un "camino más ágil" a la geometría que el sendero estrecho y poco trillado que Euclides ofrecía era una coordenada imprescindible en este programa. Cuando Galileo pasa del *Studio* de Padua a la corte de los Médici ("porque sólo un príncipe absoluto podía asegurarle el ocio y comodidad que necesitaba para llevar a buen término sus trabajos científicos"), ya tenía en mente una plataforma de lanzamiento para su obra, mucho más vasta que el aula del *Studio* padovano.

Es costumbre considerar la *Accademia dei Lincei* (1603) de Federico Cesi (de la cual Galileo fue miembro) la primera sociedad científica moderna. Richard Westfall piensa que la *Accademia* se entiende mejor si la vemos como el vehículo que Cesi creó para patrocinar el conocimiento y que la primera sociedad científica moderna fue el grupo de seguidores de Galileo que sin llegar a organizarse formalmente fueron multiplicando sus interrelaciones:

> El grupo de seguidores de Galileo que para 1640 se había formado -un grupo sin organización formal pero con múltiples conexiones mutuas- se asemejaba más a una sociedad científica, aunque naciente, o, tal vez mejor, a una comunidad científica naciente, que la *Accademia dei Lincei*.[22]

Sin embargo, lo cierto es que muchos de los seguidores de Galileo, "hombres de ingenio vivaz, deseosos de conocer la verdad y curiosos por saber muchas cosas", llegaron a ser miembros de la *Accademia dei Lincei*. El 11 de mayo de 1613, Federico Cesi, fundador y director de la *Accademia*, solicita desde Roma la ayuda de Galileo para reclutar nuevos miembros y describe el perfil del *accademico linceo*:[23]

> Quisiera que V.S. junto con el Señor Salviati pensaran en dos o tres sujetos, eligiendo a aquellos que les parezcan mejores. A nuestro propósito, igual sirven los viejos que los jóvenes. [...] Tenemos necesidad de capitanes y también de soldados en nuestra filosófica milicia, si bien menos de los primeros porque tenemos a los mejores y pocos bastan para guiar un gran ejército. Los nobles y los ricos brillan más y sirven mejor para ensalzar la ciencia y su estima; los de menor grado (pero no viles) pueden trabajar más y, entre éstos, alguno habrá con deseo de laborar en nuestra empresa. En todos, sin embargo, deberemos buscar que tengan un genuino amor al conocimiento y, en consecuencia, a esta nuestra empresa; que estudien y quieran estudiar de modo que sus composiciones resulten fértiles y den buenísimos frutos; y que en la filosofía natural tengan libre el intelecto. Será bueno también que tengan distintas inclinaciones en las ciencias y profesiones a fin de que, siendo difícil que toda la ciencia en uno solo se encuentre, esté toda en todos y en muchas cosas a un tiempo se labore y se coopere. Donde muchos estarán dedicados a las profundas especulaciones físicas y matemáticas -nuestra prioridad-, muy bueno y muy útil

---

22 Westfall (1991), p. 117.

23 Federico Cesi fue un influyente aristócrata italiano, ferviente admirador de Galileo y patrocinador de las artes y de las ciencias. Él mismo se interesó en las investigaciones científicas y escribió sobre diversos temas.

> será el tener entre nosotros al menos a algún filólogo, pero que no sea *puro*. [...] Se me dirá que en tan poco número será difícil encontrar tantas condiciones, mas ¿qué importa?... no será, tal vez, imposible.[24]

Westfall dice que Newton, a diferencia de Galileo, no tuvo necesidad de crearse un auditorio:

> Newton no enfrentó la necesidad de crear una nueva comunidad científica. Más bien él pudo dirigirse a la que Galileo y otros habían creado, una comunidad que Newton sabía que existía.[25]

Es verdad que para mediados del siglo XVI, y en distintas partes de Europa, la moderna sociedad científica había comenzado a tomar forma. Sin necesidad de *crear* una nueva comunidad científica, y en contraste con Galileo, Newton encaminó sus esfuerzos a *convertir* a la comunidad científica de su tiempo; a "ganársela", no a destruirla.

---

[24] *Opere*, XI, p. 507.

[25] Westfall, p. 119.

UNA DILUCIDATTIONE

Una dicha más grande que imaginar es entender
Borges

Mi sforzerò di secondare con la definitione il concetto universal degl'uomini, anco ineruditi nella matematiche.

> Me esforzaré por secundar, con la definición, el concepto universal de todos los hombres, aun de los ineruditos en matemáticas. [Salviati]

secondare = secundar, defender, proteger, favorecer, patrocinar, amparar.

Resto soddisfattissimo de ***questa dilucidattione*** *fattami da V.S. in materia nella qualle io ne havevo già lungo tempo bisogno.*

> Quedo satisfechísimo con esta elucidación que Vuestra Señoría me ha hecho y de la cual ya tenía yo, por largo tiempo, una gran necesidad. [Sagredo]

Cuando intentamos *elucidar* una noción común poco precisa pero con un contenido intuitivo fuerte, es decir, cuando intentamos desarrollar un significado técnico lo más preciso posible para el término correspondiente, aparecen rasgos intuitivos característicos de la noción pre-elucidatoria que no deseamos ni debemos perder en la catarsis elucidatoria. En caso contrario, no estamos elaborando una elucidación sino una definición estipulativa.

Las definiciones de los *puri matematici* son definiciones estipulativas; una vez estipuladas, se vuelven verdaderas y necesarias por convención:

> Notad de pasada lo que son las definiciones de los matemáticos: una imposición de nombres o, lo que es lo mismo, abreviaciones del hablar ideadas e introducidas para eliminar este molesto fastidio que vos y yo sentimos en este momento por no haber juntamente convenido en llamar, por ejemplo [...][1]

[1] [...] *notate in tanto che cosa sono le definizioni de i matematici, che sono una imposizion di nomi, o vogliam dire, abbreviazioni di parlare, ordinate e intridotte per levar lo stento tedioso che voi ed io sentiamo di presente per non aver convenuto insieme di chiamar, v.gr.,* [...] [*Discorsi*, p. 74].

Se trata, obviamente, de una necesidad nominal, como toda necesidad lógica; no hay, en la *necesidad* de las definiciones matemáticas, "esencias" de ningún tipo.

Galileo no confiere a las definiciones de su *libro delle Nuove Scienze* un carácter puramente lingüístico o estipulativo.

A propósito de la primera definición de "Nuestro Autor" en el tratado *De motu naturaliter accelerato*, Sagredo comenta:[2]

> Así como no sería razonable que yo me opusiese a esta o a cualquier otra definición asignada por el Autor que sea, siendo todas arbitrarias; así también puedo, sin ofender a su Autor, dudar que tal definición, concebida y admitida en abstracto, se adapte, convenga y verifique en el movimiento acelerado de los cuerpos graves que descienden naturalmente y, porque parece que el Autor nos promete que tal cual él lo ha definido así es el movimiento natural de los cuerpos graves, gustoso me sentiría de remover ciertos escrúpulos que me perturban para después poder con mayor atención aplicarme a las proporciones [*sic*] y a sus demostraciones que vamos a escuchar.[3]

Para que las proposiciones, definiciones y demostraciones *matemáticas* del tratado de Galileo sirvan para explicar el fenómeno *físico* del movimiento, es indispensable que la definición de movimiento uniformemente acelerado (en tiempos iguales, iguales incrementos de velocidad) se corresponda perfectamente con la esencia del fenómeno del movimiento natural de caída de los cuerpos.

En el método galileano, regido por el hecho de que los fenómenos

---

[2] Es la definición de Galileo de "movimiento igualmente o, lo que es lo mismo, uniformemente acelerado": *Motum aequabiliter, seu uniformiter acceleratum dico illum, qui à quiete recedens, temporibus aequalibus aequalia celeratis momenta sibi superaddit.* [*Discorsi*, p. 198].

[3] *Io, si come fuor de ragioni mi oporrei à questa, o àd altrà definizione che da qualsivoglia Autore fusse assegnata, essendo tutte arbitrarie, cosi ben posso senza offesa dubitare, se tal definizione concepita & ammessa in astratto; si adatti, convenga, e si verifichi in quella forte di Moto accelerato, che i gravi naturalmente descendenti vano esercitando: E perche pare che l'Autore ci prometta che tale, quale egli hà definito; sia il moto naturale de i gravi, volentieri mi sentirei rimuouer certi scrupoli, che mi perturbano la mente, acciò poi con maggior' attenzione, potessi aplicarmi alle proporzioni, e lor dimostrazioni, che si attendono.* [*Discorsi*, p. 198].

En el método galileano, regido por el hecho de que los fenómenos físicos deben corresponder a leyes matemáticas y que el papel de las matemáticas es hacer ver cuantitativamente la dependencia entre las magnitudes físicas, las definiciones son proposiciones sustantivas, es decir, *esenciales*, que desempeñan la función básica de garantizar la relevancia empírica de las proposiciones derivadas (los teoremas).

La definición *verdadera*, es decir, *esencial*, asegura que los axiomas expresen la naturaleza real del fenómeno y, por lo tanto, que serán capaces de transmitir la verdad al resto de las proposiciones. Tales "esencias" son justamente aquellos rasgos característicos que no debemos perder al realizar la elucidación:

> Digo, entonces, que para dar una definición la cual produzca en la mente del lector un concepto ajustado a la naturaleza de las magnitudes proporcionales, deberemos tomar una de sus propiedades,...

Pero no basta con que la definición sea *verdadera*, ésta debe ser inteligible:

> ...deberemos tomar una de sus propiedades, pero no cualquiera, sino la más fácil y la más inteligible, incluso por el vulgo no iniciado en el estudio de las Matemáticas.[4]

Una verdad que no es fácilmente inteligible no sirve como definición:

> paréceme esto de Euclides, más un teorema por demostrarse, que una definición para admitirse.

Es evidente que no se trata, en la *Giornata Quinta*, de deducir una consecuencia incierta (la definición de Euclides) de un principio cierto (la definición de Galileo). Galileo no niega *la verdad* de "aquello que Euclides mete como definición"; en ningún momento afirma o sugiere que lo que dice la definición 5 del Libro V es *falso*. Lo que sí dice es que la concordancia en el igualar, superar o faltar de los equimúltiplos de la primera y la tercera

---

[4] [...] *Dico poi che, per dare una definizione la quale produca nell'animo del lettore qualche concetto aggiustato alla natura delle grandezze proportionali, doveremmo prendere uno delle loro passioni, ma però la più facile e la più intelligibile anco dal vulgo non introdotto nelle Matematiche.* [*Giornata Quinta*, p. 281].

tomados según cualquier multiplicidad con respecto a los equimúltiplos de la segunda y de la cuarta, no es la propiedad más fácil ni la más inteligible de cuatro magnitudes que son proporcionales -la primera con la segunda y la tercera con la cuarta.

La definición euclideana de magnitudes proporcionales del Libro V es obscura y no se ajusta al concepto universal de todos los hombres. El objetivo de la *Giornata Quinta* es iluminar un lugar obscuro (demostrando como teorema una verdad abstrusa) y elucidar un concepto, el concepto de proporcionalidad, con una nueva definición.

Lo que Galileo pretende en la *Giornata Quinta* al sustituir con una nueva definición "aquello que Euclides mete como definición" y demostrarlo después como teorema a partir de la nueva definición, es ajustar la definición de proporcionalidad "al concepto universal de todos los hombres, incluidos los no eruditos en matemáticas" y hacer inteligible, es decir, alumbrar, la oscura proposición euclideana.

La inteligibilidad exige que pongamos atención al orden y al modo de la mente humana para llegar a conocer la verdad.

El orden que Galileo preconiza en la *Giornata Quinta* no va de los principios a las consecuencias o de las consecuencias a las causas sino simplemente de lo más fácilmente inteligible a lo más obscuro.

"Eso de Euclides" no está en el lugar adecuado, "parece más un teorema por demostrarse que una definición para admitirse".

Para colocarlo en el lugar que le corresponde, esto es, entre los teoremas, Galileo tiene que ofrecer una definición alternativa de magnitudes proporcionales, a la vez que verdadera, inteligible, y demostrar, a partir de ella, aquello que Euclides llama "definición". No es suficiente con saber que algo es cierto, es importante *entender* por qué lo es.[5]

Desde el punto de vista del filósofo-matemático, cuando existe la posibilidad de reemplazo, es una peor definición una más lejana al concepto intuitivo de todos los seres humanos (incluidos los no

---

[5] En *La logique ou l'art de penser* (1662), Antoine Arnaud elabora el contraste verdad *vs* inteligibilidad en términos de la diferencia entre convencimiento y entendimiento: la convicción comprende el llegar a saber que algo es cierto, el entendimiento el llegar a saber *por qué* lo es.

eruditos en matemáticas) que una más cercana, aun cuando la primera deje más satisfechos a los matemáticos *puros*. Es mejor definición una más simple o más fácil que una más compleja o más difícil.

La definición físico-matemática: (1) debe estar de acuerdo con la naturaleza del objeto que se pretende definir y (2) debe respetar el contenido intuitivo de la noción común; *i.e.*, debe ser al mismo tiempo cierta e inteligible.

(1) De acuerdo con la naturaleza del objeto que se pretende definir porque:

> para dar una definición la cual produzca en la mente del lector un concepto ajustado a la naturaleza de las magnitudes proporcionales, deberemos tomar una de sus propiedades,

(2) Respetar el contenido intuitivo de la noción común porque,

> deberemos tomar una de sus propiedades, pero no cualquiera, sino la más fácil y la más inteligible, incluso por el vulgo no iniciado en el estudio de las Matemáticas.

A pesar de que Galileo es considerado -y con toda razón- el iniciador de la matematización de la ciencia del movimiento, ninguno de sus libros es un libro matemáticamente opresivo, excesivamente demandante o típicamente técnico, como sí lo es, por ejemplo, el que Newton escribe para introducir los conceptos y las leyes fundamentales de la mecánica.[6]

Sus trabajos en general, y el *libro delle Nuove Scienze* en particular, reflejan el grado y el tipo de interés que las matemáticas le provocaron. Su *libro delle Nuove scienze* es su libro más técnico, el más "riguroso", el que establece la moderna ciencia de la cinemática, el que fungirá de cimiento para que los científicos del XVII construyan una nueva física y aquel al que pertenece la *Giornata Quinta, da aggiungersi nel libro delle Nuove Scienze*.[7]

---

6 *Philosophiae naturalis principia mathematica* (1687).

7 "Jornada Quinta, para añadirse al libro de las Nuevas Ciencias".

Es también, en opinión del propio autor, su obra Maestra:

> [...] porque la obra que está ya por salir de la imprenta contiene dos ciencias completas del todo novísimas y demostradas desde sus primeros principios y elementos [...] y porque abre las puertas para ingresar a campos vastísimos llenos de infinitas y admirables conclusiones, poca es la estima que tengo por todo aquello que hasta aquí ha visto el mundo de mí en comparación con esto que resta por verse.[8]

Opinión que ha sido confirmada por la posteridad: hoy por hoy, la obra científica más importante de Galileo es su libro de las nuevas ciencias. Pero lo importante, lo valioso, lo novedoso en él no son las matemáticas sino el programa en el que va a aplicarlas:

> *De subiecto vetustissimo, novissimam promovemus scientam*

Sobre un tema muy antiguo,
damos inicio a una ciencia muy nueva.

Con esta escultórica frase da comienza el tratado del movimiento [*De motu locali*] de la *giornata terza*.

Y prosigue así:

> No hay, tal vez, en la naturaleza nada más viejo que el MOVIMIENTO. Sobre esta materia encontramos no pocos ni pequeños volúmenes escritos por los filósofos; no obstante, veo que muchas de sus propiedades muy dignas de conocerse no han sido observadas y no han sido demostradas.[9]

Refiriéndose más directamente al movimiento naturalmente acelerado de la caída de los cuerpos, Galileo escribe:

> Algunas de sus características más inmediatas como, por ejemplo, que el movimiento natural de caída de los graves se acelera continuamente, han sido ya señaladas

---

8 Carta que Galileo envía de Arcetri a su amigo Elia Diodati en París, el 4 de julio 1637. [*Opere*, XVII, p. 126].

9 MOTU *nil forte antiquuius in natura, circa eum volumina nec pauca nec parva a philosophis conscripta reperiuntur; symptomatum tamen, quae complura et scitu digna insut in eo, aduc inobservata, needum indemonstrata comperio.* [*Discorsi*, p. 190].

> pero, que yo sepa, nadie hasta ahora ha demostrado según cuál proporción se da esa aceleración.

El sistema formal del que disponía Galileo y del que de hecho se vale para demostrar "según cuál proporción se da esa aceleración" [*quam proportionem eius fiat acceleratio*] era la teoría de las proporciones del texto de Euclides. Fundamentalmente los libros V y VI.

El hecho de que, de entrada, la primera demostración que aparece en el tratado de Galileo sobre el movimiento[10] haga uso de los "igualmente múltiples" de la definición de magnitudes proporcionales del Libro V de los *Elementos* de Euclides, dificulta a Sagredo la comprensión del tratado de Galileo que Salviati expone a lo largo de las jornadas tercera y cuarta.

La reanudación de las discusiones filosóficas de las jornadas tres y cuatro -interrumpidas por un lapso grande de tiempo- en la jornada quinta, hace proferir a Salviati:

> Grandísimo es el consuelo que yo siento en este día al ver renovados, después de algunos años, nuestros acostumbrados encuentros. Sé que la agudeza de la mente del Señor Sagredo es tal que es incapaz de permanecer ociosa, por lo que estoy seguro que, en este tiempo intermedio entre nuestras digresiones, no ha dejado de hacer algunas reflexiones sobre las doctrinas del movimiento que fueron leídas los últimos días de nuestros pasados coloquios.[11]

Y Sagredo aprovecha este nuevo encuentro para manifestar su descontento con la definición euclideana:

> No niego a V.S. que en el tiempo de nuestra separación me han pasado por la mente varios pensamientos sobre las novedades demostradas por aquel buen Viejo en su ciencia del movimiento, sujeta y reducida por él a las demostraciones de la Geometría. [...] Para comenzar, le

10 Es la demostración del Theorema I, Proposotio I [*Discorsi*, pp. 192-3].

11 *Grandissima è la consolatione che io sento nel veder doppo l'interpositione di qualche anno rinuovata in questo giorno il nostro solito congreso. So che l'ingegno vivace del Sig. Sagredo è tale che non sa stare in otio: però mi persuado che egli non haverà mancato di fare in questo tempo intermedio della nostra digressione qualche reflessione sopra le dottrine del moto, le quali furono letti nell'ultima giornata de i nostri passati colloquii.* [*Giornata Quinta*, p. 279].

> propondré a V.S. un escrúpulo mío, muy antiguo pero renovado [la jornada tercera] al escuchar la demostración que el Autor aporta en la primera Proposición del *Moto Equabile*, la cual procede por vía de los igualmente múltiples; éste es cierta ambigüedad que siempre he tenido en torno a la quinta o, como otros quieren, sexta definición del quinto libro de Euclides.[12]

La definición 5 del Libro V se refiere a una noción cuyo sentido trasciende a la matemática pura y a la pura matemática ya que la proposición que "Nuestro Autor" enuncia al principio del *De motu aequabile* pretende describir una propiedad *real* del movimiento. No es una proposición de la *matematica pura* sino el primer teorema de "una ciencia muy nueva sobre un tema muy antiguo", la física matematizada.

Cuando una definición no respeta la naturaleza del *definiendum*, provoca rechazo y "repugnancia" y se vuelve difícil de entender. Cuando la respeta, esto se manifiesta en el consenso. A la definición euclideana le falta esta propiedad; la definición 5 del Libro V es una definición difícil de entender y, sobre todo, está muy lejos de contar con el consentimiento de la mayoría:

> Raras, creo yo, serán las mentes a las cuales la definición satisfaga si yo, con Euclides, digo así: Las magnitudes son proporcionales cuando los igualmente múltiples de la primera y de la tercera, tomados según cualquier multiplicidad, concuerdan siempre en el superar, faltar o igualar a los igualmente múltiples de la segunda y de la cuarta pues, ¿quién es aquél de mente tan afortunada como para tener la certeza de que siempre que cuatro magnitudes sean proporcionales, sus igualmente múltiples concordarán siempre en el excederse o igualarse? o ¿quién puede saber si los igualmente múltiplos no concordarán siempre, incluso cuando las magnitudes no sean proporcionales? Escasos, creo, serán

---

[12] *Non nego a V.S. che nel tempo della nostra assenza mi siano passati per la fantasia varii pensieri sopra la novità dimostrate da quel buon Vecchio intorno alla sua scienza del moto, sottaposta <e ridotta da lui> alle dimostrationi della Geometria.* [...] *Per cominciar* [...], *proporrò a V.S. uno scrupolo mio antico, renovatomi nel sentire la demostratione che l'Autore apporta nella prima sua Propositione del Moto Aequabile la quale procede per via degli egualmente molteplici. Questa è una certa ambiguità che io ho sempre havuto intorno alla quinta, o come altri vogliamo sesta, definitione del quinto libro d'Euclide.* [*ibid*, p. 280].

tales ingenios.[13]

La objeción de ininteligibilidad de Salviati será reiterada por Sagredo apoyándose en el propio Euclides:

> Ya Euclides había definido que la proporción [razón] entre dos magnitudes *es una cierta relación entre ellas que pertenece a la cantidad*.[14]

Se trata de la definición 3 del Libro V, tanto en el *Euclides* de Commandino como en el de Clavius.[15]

Esta afirmación de Galileo es importante porque establece, sin posibilidad de equívoco, su lectura del Libro V: la proporción es igualdad de razones. Si Euclides ya había definido en el mismo Libro (Libro V, definición 3) la razón entre dos magnitudes como una cierta relación (entre la primera y la segunda), la arbitrariedad de la definición de la proporcionalidad entre cuatro magnitudes (5 del Libro V) mediante los equimúltiplos (de la primera y de la tercera con respecto a los de la tercera y de la cuarta) tomados según cualquier multiplicidad, resulta inaceptable:

> Habiendo el lector ya concebido intelectualmente qué cosa es la proporción entre dos magnitudes, le será difícil poder comprender que ese respecto o relación que hay entre dos magnitudes <la primera y la segunda> sea similar al respecto o relación que se encuentra entre otras dos magnitudes <la tercera y la cuarta>, cuando aquellos igualmente múltiples de la primera y la tercera coincidan siempre de la manera en que se ha dicho con

---

13 *Giornata Quinta*, p. 282.

14 El subrayado -aquí en cursivas- aparece en el manuscrito de Torricelli: *Già Euclide haveva definito la proportione fra due grandezze essere un tale rispetto, o relatione fra di loro per quanto appartiene alla quantità*. [*Giornata Quinta*, p. 282].

15 Commandino: *La proportione è di due grandezze del medesimo genere, in quanto appartiene alla quantità, una certa convenienza.*

Clavius: *Ratio est duarum magnitudinum eiusdem generis mutua quaedam, secundum quantitatem, habitudo.*

Drake piensa que la palabra "cantidad" en la definición 3 del Libro V de Euclides fue la responsable del concepto medieval de "denominación" referido exclusivamente a las razones numéricas [*Galileo at Work*, p. 506].

los igualmente múltiplos de la segunda y de la cuarta.[16]

Con respecto a la naturaleza de la definición, aún más decidida que la posición de Galileo va ser la de su discípulo Evangelista Torricelli, especialmente cuando el concepto que se va a definir está de algún modo ya en la opinión común, y no tanto sobre la base de motivaciones de carácter científico. Recordemos que es a Evangelista Torricelli, invitado a Florencia para servir de secretario y asistente al viejo *filosofo-e-matematico* en los últimos meses de su vida, a quien Galileo dicta la *Giornata Quinta*. En evidente alusión a lo que su maestro hace en este texto con las definiciones de Euclides, Torricelli escribe:

> Hay quienes, culpando a los que no titubearon en meterle mano a las definiciones de Euclides [*qui in Definitiones Euclides manus inijcere non dubitaverun*], cualesquiera que hayan sido, dicen que nadie tiene por qué dar razones de las definiciones geométricas y que, por lo tanto, Euclides (por brevedad lo nombraremos únicamente a él) podía definir la proporcionalidad de cualquier modo como él quisiera. [...] Pero, si no me equivoco yo, se equivocan, y no levemente, los que dicen eso. En realidad el geómetra, al definir alguna cosa cuyo concepto preexiste de algún modo en la mayoría, totalmente libre y en su derecho no lo está; sino que debe acomodar a tal concepto su definición [*liber, et sui iuris omnino non est: sed debet accomodare definitionem suam tali conceptui*].[17]

---

16 *Hora havendo il lettore concepito già nell'intelletto che cosa sia la proportione fra due grandezze, sarà difficil cosa che egli possa intendere che quel rispetto, o relatione che è fra due grandezze <la prima e la seconda>, allora sia simile al rispetto, o relatione che si trova fra due altre grandezze <la terza e la quarta> quando quelli egualmente molteplice della prima e della terza si accordano sempre nella maniera predetta con gli egualmente molteplice della seconda e della quarta <nell' esser sempre o maggiori, o minori o eguali>.* [*Giornata Quinta*, p. 282].

17 "De proportionibus", cap. II de su *Opera Geometrica* (1644). Torricelli incluyó sus descubrimientos sobre el movimiento de los fluidos y de los proyectiles en este libro. [Cfr. en *Opere di Evangelista Torricelli*, a cura di G. Loria e G. Vassura, Lega, Faenza, 1919, vol. I, p. 301]. Inspirado por los trabajos de Galileo, Torricelli había escrito un tratado sobre mecánica [*De motu*] que impresionó a Galileo. Siguiendo la sugerencia de su maestro, Torricelli llenó un tubo de vidrio con mercurio y lo invirtió sobre un plato observando que parte del mercurio no se salía del tubo y que el espacio que quedaba en el tubo de vidrio sobre el mercurio era un vacío. No obstante haber sido el primero en crear un vacío sostenido, Torricelli nunca publicó sus descubrimientos porque estaba demasiado ocupado en el estudio de la *matematica pura* (calculó la trayectoria de la cicloide, curva geométrica descrita por un punto de la circunferencia cuando ésta rueda sobre una línea recta).

Creo que podemos empezar a concluir que la preocupación de Galileo por elucidar el concepto de proporcionalidad, común a todos los hombres, responde a dos obsesiones de toda su vida: la aspiración a la fusión de verdad e inteligibilidad, y el anhelo incesante de renovación e innovación de los caminos hacia el conocimiento.

En el próximo capítulo veremos que también es consecuencia de un interés particular concerniente a su *libro delle Nuove Scienze*: garantizar la relevancia empírica de los teoremas del tratado del movimiento.

Una *digressio phylosophico-mathematica*

- But... is he really the poet?
The minister, I believe, is a mathematician and no poet.
- You are mistaken; I know him well; he is both.
As poet *and* mathematician he would reason well;
as mere mathematician he could not have reasoned at all.[1]

El 22 de junio de 1633, Galileo Galilei fue encontrado culpable de herejía y fue obligado a abjurar de la teoría copernicana, de rodillas ante el Tribunal de la Inquisición:

> Yo, Galileo, de setenta años de edad, hijo del finado Vincenzio Galilei de Florencia, apersonado ante este Tribunal para ser juzgado, arrodillado ante Vosotros, Eminentísimos y Reverentísimos Cardenales-Inquisidores Generales contra la depravación herética en toda la Cristiandad, y teniendo ante mis ojos y tocando con mis manos las Santos Evangelios, juro que siempre he creído, creo ahora y, con la ayuda de Dios, seguiré creyendo en el futuro, todo lo que la Santa, Católica y Apostólica Iglesia sostiene, predica y enseña. Sin embargo, [...] porque he escrito y publicado un libro en el que discuto esas ya condenadas doctrinas y presento argumentos que a las claras están a su favor sin refutarlas en modo alguno, he sido juzgado fuertemente sospechoso de herejía, esto es, de haber creído y sostenido que el sol es el centro del mundo y está inmóvil y que la Tierra no es el centro del mundo y se mueve. Por lo tanto, deseando borrar de la mente de Sus Eminencias y de todos los fieles cristianos esta grave sospecha, razonablemente concebida en mi contra, con el corazón contrito y no fingida fe, abjuro, maldigo y aborrezco los mencionados errores y herejías.[2]

El *Dialogo* se prohibió y Galileo fue sentenciado a prisión perpetua en las cárceles del Santo Oficio. Ese mismo día, la

[1] "The Purloined Letter". Edgar Allan Poe. (La cursiva es de Poe).

[2] Esta fórmula de abjuración fue presentada a Galileo por el Santo Oficio para ser leída en voz alta ante los cardenales inquisidores. [Véase el texto completo en *Opere*, vol. XIX, pp. 406-407].

condena fue conmutada por un confinamiento en la villa *Trinità dei Monte* del gran duque de Medici y al siguiente mes, el Papa concede a Galileo la autorización para dejar Roma y mudarse al palacio del arzobispo Piccolomini en Siena.[3]

Unido a Galileo por una amistad sincera, Piccolomini supo proporcionarle en su residencia en Siena un ambiente capaz de devolverle la confianza. Gracias a las continuas visitas que el arzobispo organizó para él, la "prisión" acabó convirtiéndose en un auténtico centro de libre discusión científica.

En el palacio de Piccolomini, Galileo redacta la obra que muchas veces había anunciado:

> [...] un otro Diálogo mío que contiene dos nuevas ciencias, sobre el movimiento y sobre la resistencia de los sólidos.[4]

Como no podía albergar esperanzas de que se le otorgara el *imprimatur* en Italia y como le importaba tanto el verla publicada, Galileo inicia negociaciones, antes de tenerla terminada, para entregarla a la imprenta en algún país extranjero:

> Quisiera ver en el mundo, antes de partir de él, el resto de mis fatigas, las cuales voy pasando en limpio y transcribiendo.[5]

En agosto de 1636, Galileo aprovecha la estancia en Venecia del célebre editor holandés Lodewik Elzevir para hacerle llegar clandestinamente parte del manuscrito, la *giornata prima* y la *giornata seconda*.

Su tratado del movimiento -la *giornata terza* y la *giornata quarta*- no puede considerarse una obra nueva; más bien fue cosa de darle una forma definitiva a más de 30 años de reflexión, reelaboración y profundización de resultados obtenidos en su mayor parte en el período de Padua y, si bien podemos creer que su redacción estaba *casi* lista en 1634, Galileo nunca lo consideró totalmente

[3] El 1 de diciembre el Papa le concede a Galileo un último cambio del lugar de confinamiento, esta vez a su quinta de Arcetri. Ahí muere Galileo ocho años después (el 8 de enero de 1642).

[4] [...] *un altro mio Dialogo, contenenti due nuove scienze intorno al moto e intorno alle resistenze de i solidi.* [*Opere*, XVI, p. 452].

[5] *Opere*, XVI, p. 234.

terminado:

> Mi tratado sobre el movimiento, una ciencia completamente nueva, está en orden, pero mi inquieto cerebro no puede dejar de andar fantaseando, y con gran dispendio de tiempo, porque la última idea que me llega debida a alguna novedad me hace cambiar las precedentes.[6]

Incluso en 1637, cuando Elzevir había iniciado la impresión de las dos primeras jornadas, Galileo seguía revisando la tercera y la cuarta y hablando de una quinta.

El 1 de noviembre de 1637, Elzevir le escribe a Galileo avisándole que ha recibido el manuscrito de la *giornata quarta* y que está en espera de la *quinta*:

> Hoy he recibido la carta de V.S. por conducto del Señor Giusto Wyffelding con el folio incluido de la *Giornata quarta*. [...] Esperando, si es posible, la *Giornata quinta*, no interrumpiré [sin embargo] la continuación de la impresión.[7]

Al tiempo que los Elzevir apresuraban la impresión del libro y se esforzaban por terminarla lo más pronto posible, Galileo desconcertaba y confundía a sus editores pues seguía hablando de una quinta jornada.

En 1638, en la ciudad de Leyden, y sin haber recibido la *Giornata quinta*, los Elzevir publican las jornadas primera, segunda tercera y cuarta bajo el título de *Discorsi e dimostrazioni matematiche intorno a due nuove scienze attinenti alla meccanica ed i movimenti locali*.[8]

---

[6] Carta de Galileo a Fulgenzio Micanzio del 19 de noviembre de 1634. [*Opere*, XVI, p. 163].

[7] *Hoggi mi è capitata la lettera di V.S. per il Sig.*ʳ *Giusto Wyffelding con l'incluso foglio della quarta Giornata.* [...] *Non tralasciarò la continuazione della stampa, aspettando, si sará possibile la quinta Giornata.* [*Opere*, XVII, p. 211].

[8] En la edición de Leyden, las cuatro jornadas son seguidas de un *Appendice del centro di gravità d'alcuni Solidi* que no tiene conexión inmediata con los temas tratados en los diálogos. Estos teoremas -nos dice Galileo- fueron demostrados por él "a la edad de 22 años, después de dos años de estudiar geometría" y fueron insertados por Lodewik Elzevir en los *Discorsi* "para salvarlos del olvido".

El nombre del libro -ya lo dijimos- es del editor y no fue del agrado de Galileo quien lo consideró "demasiado vulgar, por no decir plebeyo":

> Estoy sorprendido y muy molesto por la libertad que se ha tomado el Señor Elzevirio de transformar el título de mi libro reduciéndolo de noble, como merecía ser, a demasiado vulgar, por no decir plebeyo. [...] Muy probablemente alguien en Amsterdam que me tiene poco afecto le echó la mano en la intitulación, y V.S. Ilustrísima, como verdadero y sincero amigo mío, bien haría al procurar la reintegración del título original.[9]

No sabemos cuál es el nombre que a Galileo le hubiera gustado ponerle pero sí sabemos que Galileo se lo había precisado a Lodewik Elzevir en una carta del 7 noviembre de 1637 y que éste, dos meses después, envió a Galileo una respuesta confirmatoria:

> He recibido la suya del 7 de noviembre con el título de la obra, el cual conservaré hasta que haya recibido la dedicatoria.[10]

Desconocemos el título que eligió Galileo porque no contamos con esa carta que le envía a Elzevir el 7 de noviembre de 1637 pero nos es lícito suponer que Galileo habría comenzado el nombre de su libro simplemente con la palabra "Diálogo" o "Diálogos"

(1) porque está escrito en forma de diálogo,

(2) porque, a pesar de las advertencias y presiones en contrario de sus amigos, en este diálogo aparecen los mismos personajes que en el *otro* Diálogo, sus "desgraciados y miserables Diálogos" de 1632:[11]

> Por la gran contrariedad y persecusión que V.S. ha sufrido, le aconsejaría que considerase si el retener

9 Carta de Galileo a su amigo Elia Diodati (en París) de agosto de 1638. [*Opere*, XVII, p. 370].

10 Carta de Lodewik Elzevir a Galileo del 4 de enero de 1638. [*Opere*, XVII, p. 251].

11 *Cfr. Opere*, XVII, p. 89: ...*disgraziate e miserabile Dialogi*.

> los mismos nombres de los interlocutores que figuran en ***el otro Diálogo*** pudiera causarle una nueva persecusión y ser motivo de daño [...][12]

(3) y porque, antes de ser publicado, así llama Galileo a su libro en numerosas cartas:

> *...un altro mio* ***Dialogo****, contenente due nuove scienze intorno al moto e intorno alle resistenze de i solidi...*
> *...son fatte le copie de i* ***Dialoghi*** *da stamparsi...*
> *...le due opere del moto e della resistenze, ridotte in* ***dialoghi****...*
> *...i due primi* ***Dialogi****, che tratano la nuova scienza delle resistenze de i solidi all'essere spezzati...*
> etc.[13]

Del título de la edición francesa de 1639, podríamos conjeturar que en lugar de "Discursos y demostraciones matemáticas" Galileo habría preferido:

> *Invenciones maravillosas y demostraciones nunca antès imaginadas,*

y en lugar de "dos nuevas ciencias referentes a la mecánica y a los movimientos locales",

> *dos nuevas ciencias que tratan de la proporción de los movimientos, tanto naturales como violentos, y de todo aquello que de más sutil hay en las ciencias mecánicas y en la física.*[14]

Aunque no era la intención de Galileo que su *libro delle Nuove*

---

[12] Carta de Giovanni Pieroni a Galileo del 18 de agosto de 1635. [*Opere*, XVI, pp. 449-50].

[13] Citas sacadas del *Carteggio 1634-1636* de Galileo [*Opere*, vol. XVI, págs. 452; 445; 455; y 473-4, respectivamente].

[14] El título de la edición francesa de 1639 es: *Les Nouvelles Pensées de Galilei, mathématicien et ingénieur du Duc de Florence. Où, par de inventions merveilleuses, et des démostrations inconnuës jusqu'à present, il est traité de la proportion des mouvements, tant naturels que violents, et de tout ce qui il y a des plus subtil dans les méchaniques e dans la physique, traduit d'italien en françois. A Paris, chez Pierre Rocolet, M.DC.XXXIX.* La traducción del italiano al francés es del Padre Marin Mersenne.

Scienze contuviese únicamente cuatro jornadas (una quinta y parte de una sexta serán dictadas por Galileo al final de su vida y publicadas póstumamente), los *Discorsi* están divididos en cuatro jornadas, todas en forma de diálogo.

Sin embargo, los estilos son distintos. Mientras en las dos primeras tiene lugar un auténtico diálogo con toda las características que se advierten en este tipo de composición galileana: fragmentariedad de la investigación, sucesión continua de discusiones de muy diversos temas, atrevidos *excursi*, observaciones agudas muy particulares, etc.; en la tercera y la cuarta, Galileo recurre a la ficción literaria de hacer leer a Salviati un tratado latino de "Nuestro Académico" sobre el movimiento, lectura que es interrumpida cuando alguno de los interlocutores hace algún comentario, solicita u obtiene alguna aclaración.

Y mientras las jornadas primera y segunda (la resistencia de materiales) se inscriben en el ámbito de una disciplina antiquísima como es la estática, el estudio del movimiento en las jornadas tercera y cuarta se presenta como una ciencia *completamente nueva;* no en el objeto puesto que:

no hay tal vez en la naturaleza nada más viejo que el movimiento;

sino en el tratamiento, en el método y en los resultados:

Sobre un tema muy antiguo,
damos inicio a una ciencia muy nueva.

Nunca una declaración de Galileo fue menos presuntuosa.

Ni nunca nadie, ni historiador, ni científico, ni filósofo, ha sido capaz de sintetizar mejor el marcado contraste entre la *giornata terza* de los *Discorsi* y aquellos libros "ni pocos ni pequeños" [*nec pauca, nec parva*] que la filosofía tradicional había dedicado al mismo tema.

En el corazón de este contraste reside un evento de enorme importancia: la exitosa geometrización del movimiento de los cuerpos; la primera geometrización -desde los trabajos milenarios de Arquímedes en estática e hidrostática- de un problema físico.

Con cuánta admiración el joven Galileo había dicho de Arquímedes en la *Bilancetta*:

> Todo aquel que haya leído y comprendido su obra se dará muy claramente cuenta de lo inferior de cualquier mente

> comparada con la de Arquímedes y de la poca esperanza que tenemos de descubrir cosas similares a las que él descubrió.[15]

Y con cuánto entusiasmo se había comprometido a seguir su ejemplo:

> No encuentro nada mejor que seguir sus pasos.[16]

Fue la exitosa construcción arquimediana de la ciencia del equilibrio sobre un modelo geométrico, lo que sugirió a Galileo construir "sobre un tema muy antiguo" (el fenómeno del movimiento), "una ciencia muy nueva".

Pero ¿qué exactamente queremos decir con geometrización del movimiento? ¿Qué significa matematizar un fenómeno físico?

Matematizar un fenómeno natural significa que -en lugar de dar una explicación del fenómeno en términos de mecanismos causales- se propondrán, en una teoría matemática, las leyes que lo rigen. Geometrizar el movimiento significa introducir en el estudio de este fenómeno de la naturaleza el orden deductivo de la geometría por medio de un conjunto de definiciones, axiomas (postulados) y teoremas (proposiciones), organizados en una estructura coherente.

De ahora en adelante, las propiedades del movimiento, en lugar de ser simplemente descritas, van a ser *deducidas* de las definiciones y los axiomas. En lugar de una explicación en términos de los mecanismos causales que supuestamente darían lugar al fenómeno, se ofrece una teoría matemática con los principios y las leyes que lo rigen.[17]

Es claro que lo incompatible de la aproximación de Galileo a la naturaleza cuando se le contrasta con la de los peripatéticos, no se encuentra en su actitud frente a la experimentación (muchos peripatéticos reconocían la importancia del experimento), sino en su posición frente a la matemática. Los aristotélicos no fueron

---

15 *Opere*, I, p. 251.

16 *ibidem*.

17 Esto ha dado pie a la creencia de que la física matematizada ha vuelto obsoleta la investigación de las causas de los fenómenos naturales. Sin embargo, reflexiones filosóficas más finas han advertido que las teorías matemáticas pueden coexistir con teorías causales y han encontrado, en esta alianza del razonamiento matemático con la explicación causal, nuevas formas de la racionalidad científica.

capaces de apreciar su importancia en el estudio de la naturaleza; por el contrario, la consideraron irrelevante y fútil y se cuidaron siempre de no confundir sus dominios con los dominios de la filosofía.

No es posible relatar aquí las diversas etapas recorridas por Galileo para llegar a esa sistematización rigurosa de las leyes del movimiento, el resultado más notable de su *libro delle Nuove Scienze*. Basta recordar que en su obra juvenil *De motu*, Galileo todavía creía que el movimiento de caída de un cuerpo se aceleraba únicamente en un principio, es decir, hasta el momento en que el cuerpo en movimiento alcanzaba la velocidad que le era propia; a partir de ese momento su velocidad se suponía constante. El abandono de esta concepción exigió renunciar al antiguo principio según el cual todo cuerpo que cae libremente habría de poseer una velocidad específica proporcional al peso del cuerpo mismo. La adopción del nuevo principio (que dice que la velocidad del grave en la caída libre aumenta en proporción directa al tiempo transcurrido) requirió abstraer el fenómeno físico de la caída libre de las condiciones *reales* en que se presenta y estudiarlo en condiciones *ideales* (haciendo caso omiso de la resistencia del aire):

> Nadie, que yo sepa, ha demostrado que los espacios descritos en tiempos iguales de un móvil que desciende a partir del reposo mantienen entre sí la misma proporción que tienen los números impares a partir de la unidad. [...] Que los cuerpos lanzados, es decir los proyectiles, describen una cierta curva es algo que ha sido observado; pero que la curva sea un parábola, nadie lo ha mostrado.[18]

Este párrafo al inicio de la *giornata terza* tiene su confirmación y complemento en la clausura de la misma, donde el carácter profético del decir de Salviati deja constancia del ideal que Galileo prevee como continuación a su actividad científica:

> Verdaderamente se puede decir que no antes de ahora se han abierto las puertas a un nuevo conocimiento pleno de admirables conclusiones que otros ingenios en los

[18] *Nullus enim, quod sciam, demonstravit, spatia a mobili descendente ex quiete peracta in temporibus aequalibus, cam inter se retinere rationem, quam habent numeri impares ab unitates consequentes. [...] Observatum est, missilia, seu proiecta, lineam qualitercunque curvam designare; veruntamen, cam esse parabolam, nemo prodidit.* [*Discorsi*, p. 190].

tiempos venideros podrán extender.[19]

Sostener que la clave de **la verdadera esencia del fenómeno más importante en la naturaleza se encuentra en las proporciones entre dos magnitudes** (el espacio y el tiempo) implicó un violento viraje en la concepción y en la comprensión de este fenómeno. Con cuánta razón dice Salviati al final de la *giornata quarta*:

> Me parece que verdaderamente podemos conceder a nuestro Académico que, sin jactancia, se ha atribuido al principio de este tratado suyo el habernos entregado una ciencia nueva en torno a una materia antiquísima.[20]

De ahora en adelante el filósofo natural será filósofo-*y*-matemático y procederá a sustituir la enorme multiplicidad de los cuerpos reales que se mueven, que pesan y que se equilibran, por el juego sistemático de relaciones entre magnitudes.

Galileo dice que el universo es un libro escrito en caracteres matemáticos. Lejos de tomar esta frase como una expresión de idealismo platónico o pitagórico, es decir, de una metafísica que otorga primacía ontológica a las entidades matemáticas y niega *realidad* a los objetos físicos, la considero una bella metáfora para designar el objeto de la investigación científica: descubrir las relaciones matemáticas entre entidades físicas. El acento está puesto en el aspecto estructural de las cosas.

Si, como dice Galileo, el gran libro del universo está escrito con rectas, triángulos, círculos y otras figuras geométricas; antes de que el movimiento pueda ser expresado en ese lenguaje, es necesario que sus conceptos sufran una modificación radical y que ahí donde decíamos peso o velocidad, se pueda leer magnitud, cantidad, proporción.

Para poder tratar matemáticamente fenómenos físicos que no son inmediatamente geométricos, Galileo tuvo la necesidad de despojar a la multiforme variedad de los objetos físicos de muchas de sus

---

[19] *Veramente si può dire, essersi non prima che ora aperta la porta ad una nuova contemplazione, piena di conclusioni ed ammirande, le quali ne i tempi avenire potranno esercitare altri ingegni.* [*Discorsi*, pp. 266-7].

[20] *Parmi veramente che conceder si possa al nostro Accademico, che egli, senza iattanza, abbia nel principio di questo suo trattato potuto attribuirsi di arrecarci una nuova scienza intorno a suggetto antichissimo.* [*Discorsi*, p. 266].

características y reducir unas cuantas fundamentales a *magnitudes* (cantidades representables por líneas o figuras).

Esta "geometrización" o traducción de los fenómenos naturales a la geometría solamente podía llevarse a cabo a través de la teoría de la proporción de los libros V y VI de los *Elementos*, la única construcción de la matemática clásica que tenía por objeto el estudio de las magnitudes en su aspecto más general.

Por lo tanto, Galileo se vuelve a la teoría de la proporción de Eudoxo que Euclides expone en los libros V y VI de sus *Elementos* porque no tenía otra manera de dar una respuesta cuantitativa y, por ende, verificable experimentalmente, a los problemas del movimiento.

El siglo precedente había sido testigo de la elaboración de ediciones filológica y matemáticamente correctas de los *Elementos* y de la paulatina consolidación de una interpretación de las definiciones clave de la teoría del Libro V que contaba con la aprobación y el asentimiento de los *matematici* más prestigiados. El hecho de que las definiciones y demostraciones del Libro V presentaran infranqueables dificultades a gran número de personas les tenía sin mucho cuidado; al fin y al cabo, el Libro V de los *Elementos* muy rara vez era usado fuera de los terrenos de la *geometria pura* (y cuando esto sucedía no se iba más allá de las aplicaciones más simples que, en la práctica, permitían ignorar olímpicamente a las engreídas y complicadas definiciones quinta y séptima). Pero al extraer Galileo la teoría euclideana de la proporción del cuerpo de los *Elementos* para hacer de ella el lenguaje de una nueva ciencia, el programa galileano de geometrización de la naturaleza vino a desordenar el mundo exclusivamente geométrico en que dicha teoría se inscribía. Para cuando Galileo dicta a Torricelli la *Giornata Quinta*, la posición que la teoría de la proporción tenía en el conocimiento científico había cambiado radicalmente.

Sabemos que la elección de un lenguaje matemático particular para describir y explicar un fenómeno físico no deja de generar consecuencias en la teoría física. La teoría matemática *modela* la descripción de los fenómenos que explica, e infunde a los conceptos de la teoría física una forma peculiar, de modo tal que las únicas relaciones posibles entre los cuerpos -o, mejor, entre las magnitudes de los cuerpos- van a ser aquellas que la teoría matemática permite..., con todas las distorsiones que la "traducción" pueda ocasionar.

La alternativa de Galileo era: o crear una nueva teoría matemática, o bien decidirse por la teoría de la proporción del libro de Euclides; y Galileo, *que matemático no es*, opta por la teoría euclideana de la proporción.[21]

La primera y más natural aplicación de la teoría de la proporción a la ciencia de la naturaleza consiste en establecer cuantitativamente alguna relación simple entre dos de las magnitudes que intervienen en la descripción del fenómeno físico. Galileo lo hace con el *espacio* y el *tiempo* en aquella primera proposición de la *giornata terza* cuya comprensión causó a Sagredo tantos dolores de cabeza debido a que en su demostración intervenían los igualmente múltiples de la justamente célebre definición euclídea.

> Si un móvil dotado de movimiento uniforme recorre dos espacios a la misma velocidad, los *tiempos* invertidos tendrán entre sí la misma proporción que los *espacios* recorridos. [*Theorema I, Propositio I*].

La demostración de esta proposición del tratado de Galileo al inicio de la *giornata terza* de los *Discorsi* fue la causante de la *dilucidattione* que Salviati hace en la *Giornata Quinta* con el propósito de "domesticar de alguna manera" aquello que Euclides mete como definición y "allanar el camino" hacia la introducción a la teoría de las proporciones.

Espacio y *tiempo* son magnitudes no-homogéneas, por lo tanto, la teoría de la proporción del Libro V de Euclides no le permitía a Galileo afirmar sin más que el espacio (s) es proporcional al tiempo (t), *i.e.*, que $s = kt$, porque un tiempo no puede ser igual a un espacio. Para conectarlas operacionalmente, Galileo tenía que decir que (en el movimiento uniforme) para cada dos espacios s_1, s_2 (recorridos a la misma velocidad), los tiempos invertidos t_1 y t_2 tienen entre sí la misma proporción que los espacios recorridos (*i.e.*, $s_1/s_2 :: t_1/t_2$).[22]

---

[21] Una digresión: Sólo la geometría analítica de René Descartes y el cálculo de Leibnitz y Newton, herramientas matemáticas muy poderosas, fueron capaces de volver obsoletos los métodos geométricos de los Libros V y VI de Euclides para tratar cuantitativamente a los fenómenos físicos.

[22] La notación s_1, s_2, t_1, t_2 no es de Galileo. Galileo representa los espacios y los tiempos por medio de líneas rectas [segmentos de recta] -*i.e.* como magnitudes- y las denota utilizando parejas de letras mayúsculas: *AB, BC, DE, EF,* etc. [*cfr. Discorsi*, pp. 192-197].

Pero si bien es cierto, como dijimos, que la física viene a quedar "moldeada" por la estructura matemática que la describe, también lo es que aquélla hace sentir sus propias exigencias, en especial cuando los conceptos matemáticos impiden u obstaculizan una comprensión adecuada de los fenómenos que se pretenden explicar.

Galileo, *que filósofo-y-matemático sí es*, siente la necesidad de someter a examen los fundamentos mismos de la teoría matemática de la que se sirve en su tratado físico, a sabiendas de que al mejorar la inteligibilidad de las definiciones y principios básicos de la teoría matemática corresponderá una mejor comprensión de los fenómenos físicos que ella describa.

En ningún momento pretendió Galileo construir, *ex novo*, una teoría completa de la proporción; eso -dice Salviati en la *Giornata Quinta*- sería "una digresión demasiado larga y demasiado ajena al principal propósito":

> Establecidos estos fundamentos, se podría compendiar en parte y reordenarlo todo, el quinto libro de Euclides, pero eso sería una digresión demasiado larga y demasiado ajena a nuestro principal propósito.[23]

En opinión de Maria Zapelloni (opinión que no comparto), Galileo y la *Giornata Quinta* representan frente a Euclides un pensamiento menos crítico, menos refinado y menos riguroso:

> Galileo representa frente a Euclides un pensamiento menos crítico y refinado y, sin embargo, el recurso histórico es interesante para la comprensión del progreso del espíritu humano: una época creativa como aquélla a la que perteneció Galileo debía retomar los conceptos y regresarlos a sus significados originales para provocar en ellos la resurrección de su potencial de desarrollo más allá de la forma perfecta impuesta por el rigor lógico.[24]

---

[23] *Posti questi fondamenti, si potrebbe compendiare <in parte>, e riordinare tutto il Quinto d'Euclide; ma ciò né sarebbe <una> digressione troppo lunga e troppo aliena <lontana> dal nostro principal proposito.* [*Giornata Quinta*, p. 293].

[24] M.T. Zapelloni en *Gli Elementi di Euclide e la critica antica e moderna* [Federigo Enrigues (ed)], p. 13: *Galileo rappresenta dunque, di fronte ad Euclide, un pensiero meno critico e raffinato; e tuttavia el ricorso storico è interessante per la comprensione dei progreso dello spirito umano; una epoca creatice come quella a cui appartiene Galileo deve riprendere i concetti risalendo al loro significato*

Alguna convención respecto a qué es el rigor matemático y cuáles premisas debe cumplir el pensamiento para merecer ser reputado como "refinado y crítico" debió tener en mente Zapelloni para atreverse a calificar al pensamiento de Galileo de menos refinado y menos crítico que el de Euclides y a su propuesta en la *Giornata Quinta* de poco rigurosa.

Aun cuando no dudamos de la existencia de tales criterios, Zapelloni no los hace explícitos y, puesto que pienso que éstos no son únicos ni universales, creo posible adivinar en la carta que Galileo escribe al matemático Pietro Carcavil, la respuesta que Galileo, filósofo-y-matemático, daría a la matemática italiana:

> Comprendo que vuestras advertencias derivan del deseo de hacerme cauto a fin de que yo no incurra en aquellos errores en los cuales incurren y han incurrido todos los más inteligentes mecánicos incluso el mismísimo Arquímedes, máximo y sobrehumano ingenio quien, suponiendo -como de hecho lo hace en sus *Equiponderanti* y en la *Quadratura mecanica della parabola* y como también lo hacen todos los ingenieros y arquitectos- suponiendo, digo, que los graves descienden por líneas paralelas, dan ocasión de pensar que ellos desconocían que tales líneas no son equidistantes sino que van a concurrir en el centro común de las cosas graves. Si no me equivoco, las objeciones que el amigo de V.S. me hace tienen su origen en esta verdaderamente falsa suposición; [...] las cuales oposiciones yo admito como verdaderas y concluyentes pues, habiendo yo conocido y estudiado con extrema admiración *la espiral de Arquímedes*, no sería posible que me fueran ignoradas o que desconociera yo su verdad. [...] V.S. y el amigo de V.S. podrán ahora mayormente sorprenderse de mí, pues que conociendo y confesando el error mío, sin embargo persevero en él. No obstante, de su benignidad espero el perdón, y tanto más me lo prometo por cuanto comprendo que V.S. solamente desea enseñarme a ser prudente.[25]

---

originario e resucitandone la virtù di sviluppo al di là della forma più perfetta imposta dal rigor logico.

[25] Carta del 5 junio de 1637 [*Opere*, XVII (pp. 88-93), p. 90].

La carta de Pietro Carcavil a Galileo y la respuesta de éste al matemático son sólo una muestra de la manera como las preocupaciones acerca del *rigor* afectaron las prácticas de los matemáticos puros, por un lado, y de los "filósofos a la usanza de Galileo", por otro lado.

Guidobaldo del Monte, por ejemplo, con firmeza defendió que los pesos de una balanza no son paralelos entre sí pues convergen al centro del mundo.[26] También Arquímedes, en sus libros *De los cuerpos flotantes*, toma en consideración que las verticales que los cuerpos graves siguen en la caída libre convergen al centro de la Tierra. Sin embargo, en su discusión de la balanza, el más ilustre físico de la antigüedad simplemente ignoró este "detalle" y "pasó por alto" que los graves no descienden por líneas paralelas.

Si Galileo hubiese tratado de estudiar el movimiento de los proyectiles con "el rigor" que le exigía el matemático Pietro Carcavil, muy probablemente habría tenido que enfrentar dificultades insalvables. Es, pues, un hecho que los protagonistas de la matematización de la naturaleza estaban obligados a encontrar no sólo soluciones, sino nuevas reglas del juego también.

En todas sus obras se puede constatar que el rigor de Galileo no está constreñido por el ferreo bozal de los *puri matematici*. Esto es cierto incluso para su libro de las nuevas ciencias, el más técnico y el más riguroso, donde, a propósito de la paradoja a que dan lugar los razonamientos de Salviati, escuchamos a Sagredo decir:

> La especulación me parece tan atractiva y singular que yo, aunque bien podría, no desearía contradecirla; que me parece casi un sacrilegio estropear tan bella estructura, destruyéndola a patadas con algún pedantesco ataque.[27]

---

26 Véase el artículo de Bertoloni Meli sobre Guidobaldo dal Monte.

27 *La speculazione mi par tanto gentile e peregrina, che io, quando ben potessi, non me gli vorrei opporre, che' mi parrebbe un mezzo sacrilegio lacerar si bella struttura, calpestandola col qualche pedantesco affronto.* [*Discorsi*, p. 75].

La paradoja consiste en que, según la *gentile e peregrina* especulación de Salviati, un solo punto resulta ser igual a una circunferencia, *i.e.*, un punto es igual a una infinidad de puntos. Por tanto, y siguiendo las conclusiones de tal razonamiento, se podría decir que:

> todas las circunferencias de los círculos, por muy desiguales que sean, son iguales entre sí, siendo cada una, a su vez, igual a un punto.[28]

El porqué de la reserva implicada en la frase subordinada: "aunque bien podría contradecirla", lo encontramos en las cartas que el matemático Buonaventura Cavalieri (1598-1647) intercambió con Galileo entre marzo y diciembre de 1634. En una de ellas, Cavalieri respetuosamente le muestra a Galileo el error en que ha caído.[29]

La explicación de Cavalieri es rigurosa y exactísima y es seguro que Galileo la comprendió perfectamente, pues es el propio Salviati quien, antes de mostrarles a Sagredo y Simplicio su "atractiva y singular especulación", los previene advirtiéndoles que ésta, aunque novedosa y capaz de causar admiración, no es *necesariamente* concluyente:

> Produciré una fantasía mía que, si bien no es necesariamente concluyente, al menos, por su novedad, es capaz de causar alguna admiración.[30]

Muy a su pesar, Galileo reconoce que Cavalieri tiene razón en su refutación pero nos informa que no está en disposición de admitirlo. "Aunque bien podría oponérmele -dice Galileo- no querría hacerlo".

---

[28] *Discorsi*, p. 75.

[29] Para conocer la comunicación epistolar que Cavalieri y Galileo sostuvieron durante largos años (1621-1634) consúltense los volúmenes XIII al XVI de la *Opere di Galileo* a cargo de Antonio Favaro. La lectura de la correspondencia Galileo-Cavalieri revela el contraste entre la cautela de Cavalieri, *matematico puro*, y el atrevimiento de Galileo, *filosofo-e-matematico*.

[30] [...] *produrrei alcuna mia fantasticheria, se non concludente necessariamente, al meno, per la novità, apportatrice de qualche maraviglia.* [*Discorsi*, p. 73].

No es éste el lugar para exponer con todo detalle la "gentil y peregrina especulación" de Galileo y los acertados contraargumentos de Cavalieri. Muy resumido, se trata de lo siguiente: Cavalieri encuentra un uso particular de los procedimientos basados sobre las matemáticas de los indivisibles que en honor de su introductor se conoce como "principio de Cavalieri". Este principio establece que, en determinadas condiciones, de la equivalencia de las superficies puede pasarse a la equivalencia de los sólidos; es decir, de la igualdad de áreas se concluye la igualdad de volúmenes. Cavalieri expone en el Libro I (de cinco) de su *Geometria*[31] diversas aplicaciones de este principio. Una de las más brillantes se refiere al cálculo del volumen de la sección cónica llamada comúnmente *scodella di Galileo* por ser Galileo quien le puso el nombre de *scodella* en los *Discorsi*.[32] Con base en el principio de Cavalieri, conociendo la regla para determinar el volumen del cono se obtiene el volumen de la *scodella* (cono y *scodella* tienen volúmenes iguales). Para poner en entredicho la igualdad de los residuos en el caso que lleva a Galileo a concluir que un punto es igual a una circunferencia, Cavalieri le escribe:

> La circunferencia se entiende como caso límite de la corona circular cuando los dos círculos que la forman se acercan tanto que coinciden; por lo que la circunferencia no se considera según su longitud, sino según el área comprendida entre los dos círculos coincidentes, es decir, como secciones circulares de anchura nula y de área nula, como de área nula es también el punto.[33]

En efecto, los *indivisibles* que operan en el proceso de disminución de dos figuras tridimensionales son *planos* y la igualdad de las figuras se refiere a la igualdad de esos planos bidimensionales de anchura nula.[34] Al final del proceso de

---

[31] Este primer volumen se publicó en 1634 y se reeditó en 1657 bajo el título de *Geometria Indivisibilibus Continuorum Nova Quadam Ratione Promota* ("Cierto método para el desarrollo de una nueva geometría de los continuos indivisibles").

[32] Cfr. *Discorsi*, p. 74.

[33] *Opere*, XVI, pp. 136-138.

[34] Más de un historiador de la ciencia ha observado que Cavalieri no define en ninguna parte de su libro lo que entiende por indivisible: *Cavalieri at no point of his book explains precisely what he understood by the word "indivisible", which he employed to characterise the infinitesimal elements used in his method.* [Carl B.

disminución de Galileo nos encontramos con una línea y un punto; por consiguiente, ya no se cumple con el requisito de homogeneidad exigido por Cavalieri y su igualdad no puede afirmarse:

> [...] cuando a cantidades iguales restamos cantidades iguales, hay que cuidar que se mantengan siempre homogéneos los términos de la igualdad pues de otra manera no es válido asegurar que se obtienen restos iguales.[35]

El "principio de Cavalieri" no tiene defecto y la objeción que el gran geómetra milanés hace a Galileo no tiene réplica. Sin embargo, Galileo está tan enamorado de su hermosa y singular especulación que no está dispuesto a renunciar a ella ni a la conclusión contradictoria. Agredir tan bella construcción, así sea con razonamientos rigurosos, le parece una acción sacrílega:

> me parece casi un sacrilegio arruinar tan bella estructura, destruyéndola con algún pedantesco ataque.

En pocas palabras el rigor matemático es tachado aquí de pedantería y de profanación.

Pedante = excesivo, inoportuno. Vano alarde de erudición.

Sacrilegio = Uso profano o indigno de algo sagrado. Acción y efecto de deshonrar, prostituir o tratar una cosa sagrada sin el debido respeto.

Por lo tanto, Galileo no toma en consideración la confutación de Cavalieri y en su *libro delle Nuove Scienze* se complace en la demostración y en la especulación:

> tan ingeniosa es la demostración, como admirable la reflexión hecha sobre ella.[36]

Boyer en *The Concepts of the Calculus*, New York, 1939, p.117]. Pero del uso que hace Cavalieri de los indivisibles resulta claro lo que dice Koyré: «*l'indivisible d'un corps est une surface, celui d'une surface, une ligne, et celui d'une ligne, un point*». [Koyré, "Bonaventura Cavalieri et la géométrie des continus", p. 300].

35 *ibidem.*

36 *Ingegnosa la dimostrazione, quanto mirabile la reflessione fattavi sopra* [*Discorsi*, p. 76].

y se aferra al resultado erróneo:

> Paréceme ésta, una proposición realmente admirable. [...] Tan atractiva y novedosa me parece la especulación que yo, aunque bien podría, no desearía contradecirla; que me parece casi un sacrilegio estropear tan bella estructura, destruyéndola a patadas con algún pedantesco ataque.

e incluso se alegra de poder hacerlo:

> A Dios gracias gozamos del beneficio y del privilegio que se tiene al hablar con vivos y entre amigos y de tratar de cosas que hemos escogido sin que nadie nos las haya impuesto; cosa muy diferente a tratar con libros muertos.[37]

La misma objeción de Cavalieri al argumento de Galileo, la hará después Descartes:

> *in forma*, lo único que podemos concluir [de la demostración de Galileo] es que una línea o una superficie no es un cuerpo sólido mayor que un punto; pero no podemos concluir que [la línea o superficie] no es mayor [a un punto] en términos de tamaño absoluto.[38]

Anteriormente, el Padre Mersenne le había solicitado a Descartes su opinión sobre los *Discorsi* de Galileo, y Descartes habíale respondido:

> Tan pronto como el libro esté a la venta, lo leeré; pero sólamente para poder mandarle a Ud. mi copia con mis anotaciones -si es que el libro las merece.[39]

---

[37] *Discorsi*, p. 73.

[38] Carta de René Descartes al Padre Marin Mersenne del 15 de noviembre de 1638. [*Oeuvres de Descartes*, C. Adam y P. Tannery (eds). París, 1897-1913, vol. II, p. 383].

[39] Carta de Descartes a Mersenne del 29 de junio de 1638. [*Oeuvres de Descartes*, vol. II, p. 194].

Tan pronto como el libro estuvo a la venta, Descartes consiguió un ejemplar; un par de horas le bastaron para decidir que el libro no valía la pena:

> Ya tengo conmigo el libro de Galileo y he pasado dos horas hojeándolo, pero encuentro tan poco para llenar los márgenes que creo que puedo poner todos mis comentarios en una muy pequeña carta; por lo tanto, no tiene caso que le envíe mi libro.[40]

La carta en la que Descartes envía a Mersenne los comentarios prometidos tiene fecha del 11 de octubre y, a pesar de contener una o dos frases de aprobación, el tono general es lo suficientemente desfavorable como para adivinar la triste opinión que el matemático francés tenía del filósofo-y-matemático italiano:

> Comenzaré esta carta con mis observaciones sobre el libro de Galileo. Encuentro que, en general, él filosofa mucho mejor que el vulgo, en tanto que se aleja lo más que puede de los errores de la Escuela y busca examinar las cuestiones físicas por medio de razonamientos matemáticos. En eso estoy completamente de acuerdo con él y sostengo que no hay otra manera de encontrar la verdad. Pero lo encuentro muy deficiente pues continuamente hace digresiones y no se detiene a explicar por completo un tema. Esto demuestra que él no los ha examinado en orden y que, sin haber considerado las primeras causas de la naturaleza, él únicamente ha buscado las razones de algunos efectos particulares y, por lo tanto, que ha construido sin fundamentos.[41]

Más adelante, Descartes señala en dónde está "lo mejor" del libro de Galileo:

> [A Galileo] nunca lo he visto, ni he tenido comunicación con él; por lo tanto, no pude haber tomado yo algo de él, además, no encuentro en sus libros nada que envidiarle y difícilmente podría encontrar en ellos

---

[40] Carta de Descartes a Mersenne del 23 de agosto de 1638. [*Oeuvres de Descartes*, vol. II, p. 336].

[41] Carta de Descartes a Mersenne del 11 de octubre de 1638. [*Oeuvres de Descartes*, vol. II, p. 380-2].

> alguna cosa que me gustaría que fuera mía. Lo mejor es lo que tiene sobre música, pero aquellos que me conocen pensarán que más bien él lo tomó de mí y no yo de él puesto que yo escribí prácticamente las mismas cosas hace diecinueve años, cuando todavía no había estado en Italia.

Sólo desconociendo la importancia que tenía la música en el siglo XVII -y lo orgulloso que Descartes se sentía de su tratado de música- se podrían tomar estas palabras de Descartes como un comentario irónico.

En su *Compendium Musicae* (1618), Descartes buscó "introducir el rigor matemático" en la teoría musical y apoyó toda su investigación en el principio, teoréticamente no refutable pero experimentalmente obscuro, de que "el sonido es al sonido como la cuerda es a la cuerda".[42] Del supuesto de que la longitud de la cuerda determina directamente el valor del sonido, Descartes concluye que la música es meramente "una cuestión de razones matemáticas".

Descartes nunca dudó de que su "sistema para construir un instrumento musical perfecto" era una contribución muy importante a la música; sin embargo, en la práctica, las innovaciones del *Compendium Musicae* (*v.gr.*, Descartes sugirió mejorar la escala musical aumentando el número de notas de 7 a 19) complicaban grandemente los instrumentos musicales y no ofrecían ninguna ventaja apreciable, excepto el tener razones matemáticas perfectas entre los intervalos de las sucesivas notas. Cuando los músicos objetaron estas "consonancias perfectas" aduciendo que las diferencias entre los medios tonos no eran auditivamente discriminables, Descartes replicó que, "o estaban poseídos por el espíritu de contradicción, o eran *duros de oído*".[43] Descartes defiende también la idea errónea de que la velocidad de propagación del sonido depende de su altura.[44]

---

42 *Compendium Musicae* en *Oeuvres de Descartes*, vol. X, p. 97.

43 Carta de Descartes a Mersenne del 15 de mayo de 1634. [*Oeuvres de Descartes*, vol. I, p. 295].

44 [...] *que le son aigu s'etend plus viste* [más rápido] *que le grave est vrai en tous sens; car il est plus viste porté par l'air à cause que son mouvement est plus prompt; et il est plus viste discerné par l'oreille*. [*Oeuvres de Descartes*, vol. I, p. 107].

Muy superior a Descartes fue Galileo en música. Una muestra es la discusión que tiene lugar entre Salviati y Sagredo al final de la jornada primera de los *Discorsi* en la que Sagredo enuncia con toda claridad las relaciones fundamentales de la consonancia:

> Tres son los métodos para hacer más agudo el tono de una cuerda. El primero es acortándola; el segundo es estirándola o, mejor dicho, afinándola más; el tercero es haciéndola más delgada.[45]

Los dos últimos procedimientos, tensar y adelgazar la cuerda, no habían sido considerados por los pitagóricos (a quienes Sagredo acababa de aludir) y constituyen el punto de partida de una discusión más profunda de los fenómenos sonoros.

En cuanto a la calidad de las demostraciones matemáticas que aparecen en el tratado del movimiento de Galileo en las jornadas tercera y cuarta de los *Discorsi*, el dictamen de Descartes es abiertamente adverso:

> Sus demostraciones geométricas -las cuales no he tenido la paciencia de leer- son tales que no se necesita ningún talento matemático para poder seguirlas.[46]

Reconozcámosle a Descartes que ni en la primera andanada ni en estas otras le faltó agresividad -con su correspondiente dosis de adrenalina.

En resumen, el juicio crítico de Descartes a Galileo es que sus demostraciones son aburridas y tontas, que Galileo se pierde en digresiones sin sentido, que todos los temas los deja a medias, que sus exposiciones son desordenadas, que sus teorías están construidas sin fundamentos, y que es más dado a la retórica que a la demostración rigurosa. Además de hábil retórico, Descartes le concede ser un excelente vendedor, pero de ningún modo el ser un pensador original:

---

[45] *Discorsi*, p. 143. Dice William Shea que Descartes *nunca* llegó a comprender estas relaciones fundamentales. [*op.cit.* p.150: *Descartes never fully grasped these fundamental relationships.*

[46] Carta de Descartes a Mersenne del 11 de octubre de 1638. [*Oeuvres de Descartes*, vol. II, p. 380-2].

> No hay nada novedoso [en los *Discorsi*], pero su manera de escribir en forma de diálogo, en el cual introduce tres personajes que no hacen otra cosa más que turnarse para alabar y exaltar sus descubrimientos, resulta de gran ayuda para recomendar sus mercancías.

¿Nos dice algo el hecho de que la misma objeción a "la gentil y peregrina" especulación de Galileo haya venido de los dos mejores matemáticos del siglo XVII, y de que el más grande de estos dos grandes mostrara tanto desprecio por todos los trabajos de Galileo en general y por su obra maestra en particular?

La correspondencia Cavalieri-Galileo y los comentarios de Descartes sobre la obra de Galileo me resultan una fuente viva, espontánea y muy útil para reflexionar sobre la recepción que ésta tuvo entre sus contemporáneos. Entre muchas otras conclusiones, es evidente que en la querella Descartes *vs.* Galileo se disputaban no sólo asuntos de contenido, sino la preceptiva retórica que debía tener la exposición.

Robert Schummann alguna vez escribió:

> es precisamente de la música de donde los filósofos pueden aprender que es posible decir las cosas más profundas del mundo y a la vez conservar la apariencia frívola y de levedad que tiene la juventud, pues eso es lo que hace la música: decir las cosas más profundas del mundo pretendiendo ser un infante juguetón que casi se avergüenza de revelar al sabio erudito que maliciosamente se esconde por detrás de sus tintineantes notas musicales.[47]

Seguramente de la música aprendió Galileo a decir las cosas más graves y profundas y a la vez conservar la apariencia frívola y lúdica de la juventud. Descartes nunca lo aprendió.

[Salviati] Las cosas que se me han ocurrido a propósito del tema son muchas, parte de las cuales -quizá las más importantes- probablemente no podría recordarlas así de improviso; pero en el curso de la discusión podrá suceder que despertando yo en vosotros, en particular en el Señor Simplicio, objeciones y dificultades, éstas, juntamente con vuestros comentarios, me hagan

[47] Carta del 29 de abril de 1834 de Robert Schumann a un amigo. [Citada en inglés por Thomas Brown en su libro *The Aesthetics of Robert Schumann*].

recordar aquello que sin tal excitación permanecería dormido en mi mente. Séanos lícito, pues, producir en medio del discurso, con nuestra habitual libertad, nuestros caprichos humanos, que tal es el nombre que merecen en comparación con las doctrinas sobrenaturales, únicas guías seguras, verdaderas e infalibles.[48]

[Sagredo] Hemos de hacer algunas digresiones con especulaciones nuevas, no del todo necesarias para nuestros fines, si es que queremos dar solución a las dificultades.[49]

[Descartes] Yo lo encuentro [al libro de Galileo] muy deficiente, pues continuamente hace digresiones y no se detiene a explicar por completo un tema. Esto demuestra que él no los ha examinado en orden y, por lo tanto, que ha construido sin fundamentos.

[Galileo] Yo aplaudo completamente la manera en que nuestro autor, abundantísimo en miles y miles de noticias, digrede de su personal intento. [...] Antes que conducir al lector a saciar su hambre con la enseñanza última del problema principal, lo deleita con tantos y tan bellos conocimientos que bien me obliga a darle mil gracias.

Una cosa parece innegable: el rigor y el refinamiento de Galileo no es el rigor y el refinamiento de un matemático puro.

---

[48] *Discorsi*, p. 77. Dice Carlos Solís Santos que esta afirmación de Salviati es una argucia de Galileo tendiente a amortiguar posibles choques con la Iglesia, ya que no hay nada más opuesto al espíritu realista de Galileo que estimar "caprichos humanos" a las opiniones científicas. En efecto, si consideramos las opiniones científicas como caprichos humanos, no hay problema a la hora en que éstas entren en contradicción con las doctrinas de la Iglesia.

[49] *Discorsi*, p. 55.

En la *Giornata Quinta*, la preocupación de Galileo no fue encontrar una definición de magnitudes proporcionales más "rigurosa" que la de Euclides sino ofrecer una que, por adecuarse al concepto universal de todos los hombres (incluidos los no eruditos en matemáticas), facilitara la comprensión de esa ciencia muy nueva sobre un tema muy antiguo que ocupa las jornadas tercera y cuarta; consideraciones que nada tienen que ver con cuestiones de "rigor matemático".

Según palabras del propio Galileo, una digresión oportuna "es una noticia que no está fuera de propósito". Esta clase de digresiones no son un defecto, ni siquiera en el caso en que el tratado se dirija a un solo objetivo:

> Una digresión es una consideración no necesaria, mas sólo interpuesta en un tratado para engrandecerlo, conforme a aquello que ya antes he dicho, que la nobleza y magnificencia consiste más en los ornamentos no necesarios que en aquellas cosas que por necesidad debe llevar. [...] La verdad o la falsedad de las digresiones no perjudica ni beneficia al argumento principal.[50]

Recordemos qué es aquello que ya antes había dicho Galileo:

> Yo no solamente no cuento entre los defectos de un tratado -incluso en el caso en que éste se dirija a un único objetivo- hablar de muchas y diversas cosas entremezclando otras varias noticias no del todo separadas al punto principal; antes bien, estimo que lo que otorga nobleza, grandeza y magnificencia a nuestras labores y acciones y hace de ellas empresas excelentes y maravillosas no consiste en las cosas necesarias (aunque su ausencia sería el mayor defecto que se puede cometer), sino en las no necesarias, que no están fuera de propósito sino que tienen alguna relación, aunque pequeña, con el intento principal.

Galileo consideró que la construcción de una teoría de la proporción sería una digresión (matemática) demasiado larga y demasiada ajena al propósito principal. Ya hemos podido percatarnos de que Galileo no se ocupa de cuestiones matemáticas si no es en conexión con problemas físicos.

---

[50] [...] è *considerazione non necessaria* [...], *ma solo interposta per magnificarlo*, [...] *conforme a quel che di sopra ho detto, che la nobiltà e magnificenzia consiste più negli ornamenti non necessarii, che in quelle cose che di necessità devono esser portate.* [...] *La verità o falsità delle digressione nè pregiudizio nè utile poteva recare al principale scopo ed argumento.* [*Opere*, VIII, pp. 495-6].

Por el contrario, elucidar el concepto de proporcionalidad y demostrar subsecuentemente "aquello que Euclides mete como definición", y que Galileo usa en la primera proposición de la *giornata terza* de su libro de las nuevas ciencias, es una digresión (filosófico-matemática) que aclara, mejora y facilita la cabal comprensión de lo expuesto en su tratado del movimiento.

La *Giornata Quinta* no es ajena a su tratado del movimiento. No está fuera de propósito. No es un simple ornamento. La *Giornata Quinta* no es un libro. No es una obra independiente.

La *Giornata Quinta* es el capítulo cinco de su libro de las nuevas ciencias. Sin el capítulo quinto, el libro está incompleto. Sin la *Giornata Quinta*, su exposición de las jornadas tres y cuatro ("una ciencia muy nueva sobre un tema muy antiguo") queda trunca.

Por lo tanto, es necesario colocar a la *Giornata Quinta* en el lugar que le corresponde y leerla como parte integral, tanto del libro de las nuevas ciencias, como del ambicioso proyecto científico-cultural de su autor.

DISCORSI
E
DIMOSTRAZIONI
MATEMATICHE,

intorno à due nuoue scienze

Attenenti alla

MECANICA & i MOVIMENTI LOCALI,

del Signor

GALILEO GALILEI LINCEO,

Filosofo e Matematico primario del Sereniſſimo
Grand Duca di Toſcana.

Con una Appendice del centro di grauità d'alcuni Solidi.

IN LEIDA,
Appreſſo gli Elſevirii. M. D. C. XXXVIII.

DE MOTV ÆQVABILI.

THEOREMA I. PROPOSITIO I.

Si Mobile æquabiliter latum, eademque cum velocitate duo pertranſeat ſpatia, tempora lationum erunt inter ſe ut ſpatia peracta.

A MANERA DE CONCLUSIÓN

Los traductores, comentadores y editores renacentistas, preocupados por hacerse de ediciones cada vez más correctas de los textos clásicos de matemáticas, habían cuidado primordialmente la coherencia interna de las definiciones, postulados y proposiciones, limitando su intervención a la clarificación o discusión de los puntos más obscuros:

> [...] *no se cambiará ni se alterará ni una sola palabra de Euclides* a modo de tratar separadamente aquellas partes que tengan necesidad de explicación, como conviene que haga un fiel intérprete.[1]

Otras exigencias, esta vez extrañas a la coherencia interna, llevarán a Galileo a repudiar, en la *Quinta Jornada para añadirse al libro de las Nuevas Ciencias*, la definición 5 del Libro V de los *Elementos* de Euclides.

Dado que existen muchas razones y distintos niveles de explicación de por qué Galileo dedica una jornada entera a criticar dos definiciones de la teoría de la proporción de Euclides (y dado que las motivaciones personales que nos llevan a actuar de un modo u otro son siempre escurridizas y, en sentido estricto, esencialmente insondables), el lector puede estar de acuerdo o discrepar con la explicación y las razones que este estudio ofrece, pero lo que creo no puede hacerse sin faltar a la verdad es afirmar que la *Giornata Quinta* es la crítica de un matemático una definición matemática.

[1] Las palabras en cursivas están subrayadas en el manuscrito original del *Commentarius* de Guidobaldo del Monte al Libro V de Euclides: *in quibus ne verbum quidem Euclidis immutabitur alterabiturve, ita ut quae declaratione indigebunt seorsum a nobis tractabuntur, ut fideli explicatori convenit*. El párrafo citado pertenece a la introducción. [La introducción del *Commentarius* de Guidobaldo del Monte está publicada en "Un grande scienzato italiano: Guidobaldo dal Monte", de G. Arrighi, en *Atti dell'Acc. Lucchese di Scienze, Lettere ed Arti*, XII (1965), pp. 183-199].

Porque ni Galileo fue un matemático, ni la *Giornata Quinta* es un texto de matemáticas, y no me parece justo juzgar a una cosa o a una persona según las normas de lo que nunca pretendió ser.

La *Giornata Quinta* es el juicio crítico que el iniciador de una ciencia "enteramente nueva" hace de un instrumental muy viejo. Es la dilucidación que un filósofo-y-matemático hace de un concepto fundamental en su teoría física. Es la preparación de una vía verdaderamente regia a los primeros principios de una ciencia recién nacida: la física matematizada. Es una digresión filosófico-matemática no del todo separada del intento principal de su tratado sobre el movimiento.

Poco importa si la definición alternativa de magnitudes proporcionales que nos propone Galileo -sin duda más cercana a la intuición "de todos los hombres, incluidos los no eruditos en matemáticas", que la definición 5 del Libro V- satisface menos la exigencia de concisión, rigor, sobriedad, laconismo o puntualidad que la correspondiente de Euclides. Lo que Galileo se propone hacer, y lo que de hecho hace, en la *Giornata Quinta* es un acto perfectamente coherente con sus convicciones y con sus objetivos.

Ciertamente sería artificioso -y tal vez imposible- intentar aislar de la compleja personalidad de Galileo al *matematico puro* puesto que, a más de que la formación (y la práctica) matemática de Galileo nunca hizo de él un matemático puro, el matemático "impuro" en Galileo estuvo siempre indisolublemente ligado o, más aún, subordinado al filósofo, al físico, al ingeniero, al astrónomo, al mecánico, e incluso al escritor.

De un modo análogo, es ciertamente imposible separar a la *Giornata Quinta* del *libro delle Nuove Scienze* sin mutilarlo y sin traicionar a su autor. No olvidemos que Galileo dicta a Torricelli la jornada quinta *para ser añadida al libro de las Nuevas Ciencias*.

A manera de conclusión, y para tender un puente entre este texto casi desconocido de "Nuestro Académico" con el que es tal vez su libro más conocido, aquel que ocasionó el juicio y la condena inquisitoriales a su autor y que ha devenido en un clásico de la epistemología, de la historia de la ciencia, del arte de argumentar y de la literatura, he querido referir a la *Giornata Quinta* lo que Koyré afirmó, Geymonat reafirmó y Feyerabend confirmó de ese gran libro, el *Diálogo sobre los dos máximos sistemas del mundo*:

> El *Dialogo* es un libro de crítica; es una obra polémica y de batalla; es al mismo tiempo una obra pedagógica y una obra filosófica o, para emplear una expresión en desuso pero venerable, una obra sobre filosofía de la naturaleza; es, por último, una obra de historia, la «historia del espíritu de Galileo».

Al tiempo que analizaremos la pertinencia de la analogía, iremos ampliando nuestra comprensión de la obra toda de Galileo, una de las más consecuentes y comprometidas.

Un libro de crítica

La *Giornata Quinta* es la crítica que el primer físico -en el sentido moderno del término- hace de una definición clave en su teoría.

Una obra polémica y de batalla

Galileo *vs.* Euclides.

El geómetra puro: "No hay camino real a la geometría".

El filósofo-y-matemático: "Sí la hay. Sí hay una *via veramente regia* a la geometría".

La *Giornata Quinta* es un acto de rebeldía. Es un desafío y una provocación. Su carácter polémico es, en parte, lo que determina la estructura literaria de *diálogo*.

La estrategia general de la obra consiste en una guerra en dos frentes:

1º un cuestionamiento a "la dificultad *d'intelligentia*", es decir, de *inteligir* la definición euclídea de magnitudes proporcionales;

2º un repudio a la idea (implicada en la respuesta que Euclides dio al rey de Alejandría) de que el camino a la geometría es por necesidad espinoso y difícil.

La táctica principal será una maniobra de pinzas. Galileo nos convence de que los dos frentes en los cuales se sostiene la guerra sólo en apariencia son distintos: poner en claro la naturaleza de las magnitudes proporcionales y construir un camino regio (menos espinoso y árido) a la geometría son coincidentes.

La *Giornata Quinta* es, en su conjunto, un texto hostil al espíritu euclideano. En esta ocasión las armas de Galileo apuntan contra una definición de linaje, alcurnia y larga tradición. ¿Cómo subestimar el interés de una contienda entre alguien del tamaño de Galileo contra alguien de la categoría de Euclides e ignorar las discusiones filosóficas a las que puede dar lugar?

Una obra pedagógica

Galileo no se dirige a los matemáticos (desde luego tampoco a los filósofos peripatéticos) que enseñaban en las universidades. La *Giornata Quinta* no está escrita en la lengua docta, la lengua obligada en las universidades, la lengua de los *matematici* y de los *peripatetici*. Está escrita en la lengua de la corte y de la burguesía culta, el italiano refinado y florido.

Es a los cortesanos estudiosos y a los burgueses intelectualmente despiertos y curiosos, a quienes le interesa ganar para su causa; Galileo sabe que hay que persuadirlos y convencerlos, no fatigarlos ni coaccionarlos. A ello se debe el tono ligero de la conversación y el aparente desorden en la discusión.

En realidad, más que de convencer, persuadir y demostrar, se trata sobre todo de llevar al lector a dejarse persuadir y a dejarse convencer, a que pueda comprender los argumentos y demostraciones y no tenga más remedio que aceptar el resultado.

No fue Galileo el que inició la batalla contra el latín y todo lo que esta lengua significaba. En la literatura y en la poesía la inicia Dante en el siglo XIV; en cuanto a la ciencia y la técnica, en el siglo de Galileo existía ya toda una tradición de escritos científicos y técnicos en lengua vulgar: de la obra de Tartaglia y la de los *abbacisti* a las traducciones científicas renacentistas y a los tratados de los pintores-ingenieros y pintores-arquitectos del Renacimiento.[2]

Sin embargo, Galileo es el primero en conjuntar una gama muy amplia de intereses científicos con la convicción de que una acción cultural que implicaba un viraje de 180 grados en el modo de pensar y de concebir el mundo sólo podía darse en un plano

[2] Remito al lector al capítulo 1 de este trabajo.

literario de muy elevado nivel.

> Las nuestras son cosas Mecánicas y plebeyas y de la misma manera dichas y pronunciadas con tosco y bajo estilo [...][3]

¿Qué "*filosofo accademico*" se podría haber sentido amenazado por los *Quesiti* de Tartaglia si el propio autor declaraba en el prólogo que se trata de "cosas vulgares del mismo modo dichas"?

La tarea de conferir a la mecánica la dignidad de *ciencia* no podía cumplirse con los toscos modales lingüísticos de un Luca Pacioli, de un Tartaglia o incluso de un Leonardo. Su lengua burda y dialectal sólo podía provocar la risa sorda y burlona de los lectores cultos.[4]

Y sin embargo Tartaglia fue un gran matemático que, desde el punto de vista científico, representa un precedente importante de Galileo.[5]

Pero Tartaglia se dirige exclusivamente al técnico práctico enfrascado en su especialidad y ajeno a la literatura y a la poesía:

---

3 Niccolò Tartaglia, *Quesiti et inventioni diverse di Nicolo Tartalea, Brisciano* (se trata del estudio de la balística escrito por Tartaglia en forma de diálogo-discusión de carácter zafio publicado en Venecia en 1546): *Queste nostre sono cose Mechaniche, e plebee, et similmente dette, et prononciate con rozzo e basso stile* [...]

4 A pesar de la versalitidad de Leonardo da Vinci y del universalismo de su pensamiento, sus contemporáneos le pusieron el sobrenombre de *uomo senza lettere*. El propio Leonardo nos lo cuenta (desde luego, añadiendo que fueron sus enemigos quienes así lo llamaron y reivindicando, en contra de ellos, el derecho superior de la *esperienza*). Koyré reconoce que, en efecto, Leonardo fue un *uomo senza lettere*, pero que "*uomo senza lettere*" no significa más que eso: que Leonardo no fue un *homme de lettres*, que careció de una cultura literaria, que jamás cursó estudios universitarios, que no sabía griego ni latín y que no era capaz de utilizar ni la lengua latina de las universidades y *accademias*, ni el italiano florido y refinado de la corte de los Medici. Pero -subraya Koyré- ni autodidacta puede traducirse como ignorante, ni "*uomo senza lettere*" como *personne illettrée*, al menos en este caso. ["Léonard de Vinci 500 ans après", pp. 90-91].

5 Para conocer las teorías físicas de este matemático italiano, autor del primer libro científico sobre balística y de un procedimiento general para la solución de ecuaciones cúbicas, puede consultarse el trabajo de Koyré, "La dynamique de Niccolo Tartaglia".

> Las nuestras son cosas mecánicas y plebeyas y del mismo modo dichas y pronunciadas con tosco y bajo estilo.

Jamás Galileo habría dicho algo semejante de su propia obra.

Un episodio que demuestra en cuánta estima tenía Galileo a su pensamiento, y cuánta era la importancia que daba a las palabras que lo representaban, es la profunda turbación, dolor y descontento que se apodera de su espíritu cuando se entera de que los editores de su libro de las nuevas ciencias se han atrevido a cambiar, sin su consentimiento, el título de la obra,

> reduciéndolo, de noble, como **merecidamente** debía ser, a demasiado vulgar, por no decir plebeyo.

El resentimiento de Galileo es entendible. No es engreimiento, "no hay jactancia" en su reclamo, solamente la conciencia del mérito justo. Galileo conoce el valor de su pensamiento y sabe que escribe muy bien. Galileo se atrevió a pensar diferente pero, además, sus diálogos están tan admirablemente tejidos que nos hacen creer que nuestras propias conversaciones son literatura.

La producción literaria de Galileo ocupa un volumen entero -el volumen IX- de la edición nacional de sus obras a cargo de Antonio Favaro.[6] Destacan en él, las dos lecciones "all'Accademia Fiorentina circa la figura, sito e grandezza dell'Inferno de Dante", y el estudio comparativo que hace de las obras maestras de dos de los grandes poetas del *cinquecentto* italiano: *Orlando Furioso*[7] de Ludovico Ariosto (1474-1533) y la *Gerusalemme Liberata*[8] de Torcuato Tasso (1544-1595).

---

6 El título del volumen es "Scritti letterari di Galileo Galilei" [*Opere*, vol. IX].

7 *Orlando Furioso* es una epopeya culta en 46 cantos cuya fantástica trama presupone un profundo conocimiento de la tradición clásica y la reelaboración de gran parte de la literatura cortesana, desde las leyendas del ciclo arturano al *Orlando innamorato* de Boiardo.

8 *La Gerusalemme Liberata* fue una de las obras más influyentes en el Renacimiento italiano. Organizados en octavos, los veinte cantos de esta epopeya evocan las hazañas de Godofredo de Bouillon en la primera cruzada. Su estilo elocuente, de reminiscencias clásicas, participa del espíritu de la Contrarreforma.

Desde muy joven había adquirido Galileo en su natal Pisa fama de buen lector -inteligente, agudo e incisivo. No tiene, por tanto, por qué sorprendernos que la *Accademia* florentina lo invitase a comparar las opiniones contrapuestas que, sobre ciertas características del infierno de la *Divina Commedia,* sostenían los prestigiados comentadores dantistas Antonio Manetti y Alessandro Vellutello.

Galileo fue un gran escritor *porque* fue un gran pensador. Fue también poeta -además de ser el autor del argumento y la trama para un comedia, compuso varios sonetos y un largo poema (más de 300 versos) en *terza rima*- pero su poesía se encuentra mejor en su excelente prosa que en sus mediocres versos.

Este empeño total (científico, filosófico y literario) explica el cuidado que Galileo pone no sólo en el contenido de sus libros sino también en *la forma*, *i.e.*, en la calidad literaria del discurso. Aunque Galileo escribe en italiano, no lo hace para el técnico práctico sino para "todos los hombres de ingenio vivaz, amantes de la verdad y curiosos por saber muchas cosas" con la esperanza de acabar con el monopolio del conocimiento.

Una obra filosófica

En la *Giornata Quinta* Galileo quiere acabar con un grave inconveniente, la *"difficoltà d'intelligentia"* de la definición euclideana.

Es necesario enseñarle al lector a no confiar ciegamente ni en la tradición, ni en la autoridad... ni en la verdad. Es preciso ayudarlo a entender; motivarlo a pensar, a respetar la intuición y a confiar en su razón.

El propósito de la *Giornata Quinta* es hacer inteligible una verdad, disipar tinieblas, iluminar un lugar obscuro.

> ¿Quién es aquel de mente tan afortunada como para tener la certeza de que siempre que cuatro magnitudes sean proporcionales, sus igualmente múltiples concordarán siempre en el excederse o igualarse, y quién puede asegurar que éstos no concordarán siempre, incluso cuando las magnitudes no sean proporcionales?

No es esta pregunta de Galileo una pregunta empírica. Es una pregunta filosófica, epistemológica, conceptual, que cuestiona la validez de la definición de un concepto que, de ser puramente matemático, ha devenido en un concepto físico: el concepto de magnitudes proporcionales. Pensar que el problema planteado por Galileo se podría resolver por métodos experimentales o encuestas estadísticas, implicaría un error tan grave como creer que las matemáticas puras tienen la respuesta porque la dificultad que el libro quinto de los *Elementos* presentaba al lector no era de carácter técnico.

La crítica de Galileo a la definición euclideana de magnitudes proporcionales en la *Giornata Quinta* enfrenta una doble problemática: un problema filosófico y un problema técnico. El problema técnico es demostrar como teorema aquello que Euclides mete como definición. El problema filosófico es una dificultad más profunda y más fundamental.

La demostración de la definición 5 del Libro V es la solución de carácter técnico al problema matemático, no al problema filosófico. El problema filosófico no es probar o refutar la proposición que en el libro V de Euclides aparece como la definición 5 sino *elucidar* el concepto de proporcionalidad. Galileo distingue ininteligibilidad de falsedad, elucidar de probar. Hemos acentuado la importancia que la idea de *elucidación* (*i.e.*, poner en claro, iluminar) de un concepto tiene en filosofía.

Esta acusación de obscuridad a la definición euclideana de magnitudes proporcionales será sistemáticamente repetida por aquellos que emprendieron la tarea de reformular la teoría de las proporciones (Benedetti, Borelli, Viviani, Torricelli) al punto de devenir en el siglo XVII un lugar común:

> Aunque todo en el libro quinto de Euclides sea verdadero, hemos advertido que muchísimos siguen las demostraciones con suma dificultad. Principalmente en donde las definiciones quinta y séptima del mismo libro son necesarias. Éstas aparecen a tal grado obscuras que [...][9]

Son precisamente las demostraciones del tratado de Galileo en las que intervienen las definiciones quinta y séptima del Libro V de Euclides, **y no el contenido intrínseco de las proposiciones** del

---

[9] Giovan Battista Benedetti, *Diversarum Speculationum Mathematicarum & Physicarum Liber*, Taurini, apud Haeredem Nicolai Bevilaquae, MDLXXXV (el tratado de la proporción ocupa las págs. 198-203): *Quaamvis omnia libri quinti Euclidis verissima sint, animadvertimus tamen permultos summa cum difficultate eorum demonstrationes percipere. Praecipue ubi quinta, aut septima deffinittiones eiusdem libri necessaria sunt. Illae enim adeo obscurae videntur* [...]

tratado de Galileo en la jornada tercera de su libro de las Nuevas Ciencias -que en la mayoría de los casos es inmediato y casi obvio- lo que dificulta a Sagredo su asimilación y le hace proferir al final de la jornada:

> Larga y muy trabajosa jornada ha sido ésta de hoy, en la cual he gozado más con las sencillas proposiciones que con sus demostraciones, muchas de las cuales creo que, para comprenderlas bien, me exigirán dedicarles más de una hora a cada una.[10]

La racionalidad a la que Galileo apela continuamente es una actividad que se expresa en la duda, la reflexión y la discusión; es el resorte que empuja al hombre a buscar *entender* y a alegrarse cuando lo logra:

[Sagredo]	Quedo satisfechísimo con la elucidación que Vuestra Señoría ha hecho y de la cual ya tenía yo, por largo tiempo, una gran necesidad; sin embargo, no sabría expresar qué es ahora mayor en mí: si el gusto enorme por haber adquirido ese deseado conocimiento, o la gran aflicción y pesadumbre por no haber solicitado antes la explicación ...
[Simplicio]	No sabría qué más añadir, tan completamente satisfecho he quedado con el discurso y tan capaz me siento de las demostraciones que he escuchado ...
[Salviati]	Yo confieso haber permanecido en las mismas tinieblas muchos años después de haber estudiado el Quinto Libro de Euclides hasta que un día feliz, mientras estudiaba las maravillosas espirales de Arquímedes, me dio por andar pensando si por fortuna diéramos con otro camino más ágil por el cual

10 *Lunga & assai laboriosa giornata è stata questa d'oggi; nella quale ho gustato più delle semplici proposizioni, che delle loro dimostrazioni: molte delle qualli credo che per ben capirle mi porteranno via più d'un hora per ciascheduna.* [*Opere*, vol. VIII, p. 267].

pudiésemos conseguir el mismo fin ...

Una obra de filosofía de la naturaleza

Los problemas de la filosofía de la religión son planteados a la filosofía por la religión. Los problemas de la filosofía del arte son planteados a la filosofía por el arte. Los problemas de la filosofía del lenguaje son planteados a la filosofía por el lenguaje. Los problemas de la filosofía de la naturaleza son planteados a la filosofía por la naturaleza.

Estos problemas pierden su carácter filosófico si no se les relaciona, o bien con la epistemología, o bien con la ética, o bien con la metafísica.

La *Giornata Quinta* es una obra de filosofía de la naturaleza porque el problema ahí es planteado a la filosofía por un fenómeno de la naturaleza, el fenómeno del movimiento.

Galileo somete a examen la definición 5 del Libro V de los *Elementos* de Euclides para acabar con una "dificultad de inteligencia" y su análisis, en última instancia, está destinado a aumentar el grado de inteligibilidad de la realidad. Repetimos: Galileo no se ocupa de cuestiones matemáticas si no es en conexión con problemas físicos. Al filósofo natural "a la usanza de Galileo", *i.e.*, al filósofo-y-matemático, le preocupa que su construcción matemática describa la naturaleza de la realidad.

Ningún interés mostró Galileo por las disciplinas matemáticas del *quadrivium*. Ninguno por el álgebra y su simbolismo (en vano se busca una fórmula en toda su obra); ninguno por la austeridad y el rigor propio del "geómetra puro"; ninguno por "salvar" la apariencia de los fenómenos astronómicos mediante cálculos matemáticos como hacía el "astrónomo puro" (*astronomo puro calculatore*); ninguno por las armonías numéricas "perfectas".[11]

---

[11] Las connotaciones que la palabra *musica* tenía cuando esta disciplina formaba parte del *quadrivium* (las cuatro disciplinas matemáticas: aritmética, geometría, astronomía y música) en las universidades medievales y renacentistas eran marcadamente distintas a las connotaciones modernas. Cuando los músicos escolásticos se ocupaban de la música no consideraban los problemas de creatividad ni los de ejecución. La música era una ciencia armónica similar a la astronomía. Era el cálculo numérico, y no el oído, el árbitro último en cuestiones de música. Según un proverbio del medioevo tardío «la música que no se oye es mejor que la que se escucha». El padre de Galileo, Vincenzo Galilei (1533-1591), fue un músico notable que luchó toda su

No obstante, Galileo fue el primero en incorporar estas cuatro disciplinas matemáticas al conocimiento de la naturaleza[12] y, como resultado de esto, una de ellas, la astronomía, dejó de formar parte de las matemáticas.[13] Para poder explicar lo que quería entender, Galileo tuvo que hacer esa unificación de dominios.

Explicar un fenómeno físico significa para Galileo construir una teoría matemática constituida de definiciones, postulados y teoremas de la cual pueda *deducirse* el comportamiento de la naturaleza. Las demostraciones matemáticas de Galileo no son *meras demostraciones* matemáticas, sino *explicaciones* para hacer comprensibles las leyes que regulan los fenómenos naturales. En su libro de las nuevas ciencias, Galileo consigue explicar por primera vez (en este nuevo sentido de explicación) el fenómeno del movimiento.

Concientemente aplicó Galileo las matemáticas al estudio de los fenómenos físicos y adrede se autonombró *Filosofo matematico*:

> [...] en cuanto al título y pretexto de mi servicio, desearía que Su Alteza añadiese al nombre de Matemático el de Filósofo, profesando haber estudiado yo más años filosofía que meses matemática pura; que cuál ha sido el provecho que he sacado, y si pueda y deba merecer tal Título, podré hacerlo ver a Su Alteza cuando le plazca concederme la oportunidad de discutir sobre la materia

---

vida contra esta concepción. Como pudimos ver en el capítulo anterior, el contraste es también muy notorio entre el músico-matemático autor del *Compendium Musicae* (Descartes) y el músico-filósofo creador de *Il Saggiatore* y los *Discorsi* (Galileo). [Para otra información -distinta pero relacionada- consúltese "Music" de Theodore C. Karp en *The Seven Liberal Arts in the Middle Ages*, David L. Wagner (ed.) pp. 169-195].

12 Lo expuesto en distintas partes de este trabajo pone en evidencia la función que, en su nueva física, Galileo otorga a la geometría, a la astronomía y a la aritmética. Para conocer qué papel jugó la música en las investigaciones científicas de Galileo, recomendamos el interesante artículo de Stillman Drake, "The Role of Music in Galileo's Experiments". Drake se pregunta cómo fue posible que Galileo midiese intervalos tan precisos de tiempo en sus experimentos del plano inclinado siendo, como sabemos, tan poco confiables los instrumentos cronométricos de ese entonces. Su sorprendente respuesta es: aparentemente cantando.

13 La música había dejado ya de pertenecer a las matemáticas. La labor del padre de Galileo tuvo mucho que ver en este deslinde.

con los más distinguidos en la profesión.

He escrito sistemáticamente filósofo-y-matemático, así con guiones y sin espacios intermedios, para referirme a la vocación y profesión de Galileo porque el filósofo y el matemático en Galileo son menos una mezcla o yuxtaposición que un compuesto.

Las mezclas se caracterizan por el hecho de que sus componentes pueden separarse por medios físicos aprovechando las diferencias que existen entre las propiedades de los elementos que las componen. En las moléculas de un compuesto los átomos están ligados de una forma tan estrecha que la unión resultante se comporta como un objeto simple y no es posible separar a sus componentes sin que medie una reacción química que destruya al compuesto.

De igual forma que una molécula de agua (compuesta de dos átomos de hidrógeno y uno de oxígeno), la vocación científica de Galileo (compuesta de muchas más partes de filósofo que de matemático) puede ser reconocida como un objeto simple en el cual la naturaleza de la fuerza que enlaza a los componentes es tal que la substancia resultante presenta propiedades que están ausentes en sus elementos.

En la *Giornata Quinta*, Galileo nos señala que la importancia que la teoría de las proporciones del libro de Euclides tiene en su tratado del movimiento no radica única, ni siquiera primordialmente, en el significado que pudieran darle los geómetras puros; ella estaba cargada de consecuencias físicas. En la *Giornata Quinta* somos testigos de la influencia de la nueva ciencia del movimiento sobre el lenguaje que lo describe.

La *Giornata Quinta* es la intromisión de la filosofía natural en la geometría.

Una obra de historia, la «historia del espíritu de Galileo»

La *Giornata Quinta* es un documento valioso para reconstruir la lucha de Galileo por la reconquista de la dignidad del hombre y por la "democratización" de la más aristocrática de todas las ciencias: las matemáticas.

La *Giornata Quinta* es un monumento a las preferencias y aversiones de su autor. Textos como éste sólo son posibles gracias a esa mezcla de deferencia e irreverencia que Galileo sintió por la herencia intelectual del pasado.

La vocación y la personalidad de Galileo se hace muy evidente en la función que se atribuye a sí mismo: arrebatar a los doctos el monopolio del conocimiento y construir una *via veramente regia* para que "él y también otros" puedan salir de la obscuridad a la luz.

Galileo escribió la *Giornata Quinta* no ya para el futuro sino para su época, para descubrir al mundo cultural que le rodeaba el camino hacia la nueva ciencia, para abrirles los ojos a todos. Merece ser subrayado el carácter universalista del objetivo explícito del texto: poner al alcance de todos, incluso de los no eruditos en matemáticas, la teoría de la que se sirve para construir su física matematizada.

El saber riguroso debe ser tan claro que todo el que quiera pueda comprenderlo. El saber abstruso, aun siendo verdadero y aceptable para el matemático puro, no satisface al filósofo-matemático.

La *Giornata Quinta* nos anuncia que la proporcionalidad de las magnitudes no es -o, mejor dicho, ya no es- un concepto exclusivo de las matemáticas; que su significado va más allá de la geometría pura.

Apenas comenzada la *giornata quarta* y poco antes de que Salviati empiece con las demostraciones de los teoremas de la tercera parte [*De motu proiectorum*] del tratado del movimiento de "Nuestro Autor", Simplicio le advierte que si lo poco de geometría que ha aprendido en las discusiones previas no resulta suficiente para entender las demostraciones, tendrá que conformarse con admitir los teoremas más por fe que como algo convincente:

> Cuando aquel poco de Geometría de Euclides que aprendí en el tiempo en el cual tuvimos nuestras otras conversaciones ya no me baste para proveerme de los conocimientos necesarios para el entendimiento de las demostraciones siguientes, me convendrá contentarme con creer las proposiciones sin comprenderlas.[14]

Salviati le contesta que no es su interés el que las admita sin entenderlas sino todo lo contrario:

---

[14] *Quando quel poco di Geometria che io hò apreso da Euclide da quel tempo in qua che noi havemmo altri discorsi, non sia bastante per rendermi capace delle cognizioni necessarie per l'intelligenza delle seguenti dimostrazioni, mi converrà à contentarmi delle sole proposizioni credute, ma non sapute.* [*Discorsi*, p. 270].

> lo que yo quiero es que las comprendáis merced al mismo autor del tratado, quien se las ingenió para demostrarme dos propiedades principalísimas de esa Parábola sin ningún conocimiento previo, las cuales son las únicas que necesitamos en el presente tratado. Ambas son probadas también por Apolonio pero después de muchas otras que largo tiempo nos llevaría el verlas, y yo quiero que abreviemos el viaje al máximo obteniendo la primera inmediatamente de la pura y simple generación de esa Parábola y, de ésta sola, sin ninguna otra mediación, obtendremos después la segunda.[15]

Se trata, en otras palabras, de no circunscribir a los especialistas la función liberadora de la razón, de despertar a todos los hombres para que dejen de vivir *enajenados i.e.*, de ideas que no han podido hacer suyas porque no las entienden.

Aquí puede suscitarse espontáneamente una duda. ¿No hay, acaso, una contradicción entre la tendencia a ampliar el número de los *entendidos* [*intendenti*] y la exigencia de diferenciar cada vez más el lenguaje científico (que ahora es matemático) del lenguaje común (que no es matemático)?

La contradicción es sólo aparente porque lo que Galileo se propone en la *Giornata Quinta* no es *divulgar* la ciencia, *i.e.*, vulgarizarla, reducirla de nivel, sino *difundir* la luz, esto es, iluminar, transformar los rayos de un foco luminoso en luz que se propague en todas direcciones, convertir un concepto obscuro en "claridad accesible a muchos".

Un fecundo director teatral de la Francia actual acusado de anarquista y, a veces, hasta de caótico porque sus montajes parecen nacer de una manifestación lúdica y festiva -aunque están sujetos a una rigurosa unidad de tiempo y ritmo-, alguna vez definió el sentido de su teatro con esta afirmación: "Quiero hacer teatro elitista para todos".

Sea lo que sea lo que Jérome Savary (*n.* 1942) quiso decir con eso, la frase bien puede ser aplicada a Galileo.

En sus años de vejez y ceguera, Galileo reflexiona sobre su obra publicada y cae en la cuenta de que para que sus lectores se percaten realmente de "lo insípida que resulta la filosofía natural

---

15 *ibidem*.

ordinaria" comparada con su "novísima ciencia sobre un tema muy antiguo" (la ciencia del movimiento en su libro de las nuevas ciencias) y adquieran "el gusto por la verdadera prueba" era necesario mostrarles un camino mejor que el de Euclides hacia la comprensión de la teoría de las proporciones.[16]

Mientras que la vieja filosofía se cerraba en sus incomprensibles fórmulas e impedía su difusión fuera de las universidades, la nueva ciencia es un germen fecundo que no conoce límites:

> No es preocupéis -le dice Salviati a Simplicio- ni del cielo ni de la Tierra ni temáis su subversión o la ruina de la Filosofía. En cuanto al cielo, en vano teméis por aquello que vosotros mismos consideráis inalterable e incorruptible. [...] En cuanto a la Tierra, al colocarla en los cielos, de donde vuestros filósofos la habían expulsado, nosotros buscamos ennoblecerla y perfeccionarla, procurando hacerla similar a los demás cuerpos celestes. [...] En cuanto a la Filosofía, de nuestras disputas ella no puede recibir otra cosa que beneficios pues, si nuestros pensamientos son verdaderos, nuevas adquisiciones vendrán; si falsos, con refutarlos vosotros mayormente será confirmada la primera doctrina. [...] Preocupaos más bien de algunos filósofos [los peripatéticos] y buscad la manera de ayudarlos y de apoyarlos, **que por lo que respecta a la ciencia misma, ella no puede más que avanzar.**[17]

En resumen, la misión que Galileo pretende en la ciencia no es algo que deba imponérsele desde fuera; por el contrario, es una tarea que considera inseparable de ella porque nace de su naturaleza misma.

Para que la fuerza expansiva de la nueva ciencia no se vea frenada, hay que sacarla del estrecho círculo de las universidades, hay que ponerla al alcance de "muchos":

---

16 Cfr. *Opere*, VI, 237.

17 [...] *che quanto alla scienza, ella non può se non avanzarsi.* [*Dialogo*, p. 71].

> Estoy en el proceso de reunir todos los argumentos de Copérnico y hacerlos claramente inteligibles a mucha gente porque, en sus obras, son muy difíciles de entender.[18]

Hay que ponerla al alcance de "todos":

> Lo he escrito en lengua vulgar porque necesito que cualquiera lo pueda leer y por esta misma razón he escrito en el mismo idioma este último tratado mío.[19] La razón que me mueve a hacerlo es el ver que los jóvenes son enviados indiferentemente a los *Studii* para hacerse filósofos, médicos, etc., y que muchos se aplican a esas profesiones siendo ineptísimos, mientras que otros, que serían aptos, permanecen ocupados en los negocios familiares o en otras ocupaciones ajenas a la literatura. [...] Yo quiero que se den cuenta de que, de la misma manera que la naturaleza les ha dado los ojos -al igual que a los *filuorichi*- para que vean su obra, les ha dado también el cerebro para que puedan conocerla y comprenderla.[20]

---

18 Carta de Galileo a Monsignor Dini del 23 de marzo de 1615. [*Opere*, V, p. 300].

19 Se trata del *Discorso intorno alle cose che stanno in su l'acqua o che in quella si muovono*, publicada en mayo de 1612 con dedicatoria al Gran Duque Cosimo II.

20 Carta de Galileo a Paolo Gualdo fechada el 16 de junio de 1612 en la que Galileo expone las razones que lo han inducido a escribir en italiano su respuesta al jesuita Cristophorus Scheiner que, tras el pseudónimo de *Apelles latens post tabulam*, había publicado el 5 de enero de 1612 tres cartas en latín sobre las manchas solares (*Tres epistolae de maculis solaribus*). Galileo responde con otras tres cartas, la primera del 4 de mayo, la segunda del 14 de agosto y la tercera del 1 de diciembre, las tres en *lingua vulgare*. Las cursivas son del original; *filuorichi* probablemente era un modismo, un tanto burlón, para referirse a los que sí sabían leer "en *baos*": [...] *et io voglio ch'e'vegghino che la natura, sì come gli'ha dati gl'occhi per veder l'opere sue così bene come a i* filuorichi, *gli ha anco dato il cervello da poterle intendere e capire*. [*Opere*, XI, p. 327].

Cierro este trabajo con una propuesta que el lector encontrará en el epílogo que viene a continuación. Pero antes abro la puerta de un lugar que generalmente queda cerrado y pongo al descubierto algo de lo que en la práctica -al menos en este tipo de trabajo- permanece siempre en secreto: el proceso interno que se fue dando en mí como consecuencia de mi creciente intimidad con Galileo.

Desde la primera vez que leí la *Giornata Quinta* pude percibir -como cualquier historiador de Galileo o, mejor, como cualquier lector atento y cuidadoso de su obra- las conexiones y la fuerte relación de este texto con la obra toda, e incluso con la vida misma, de Galileo y con la revolución intelectual de los siglos XVI y XVII. Desde luego que también sentí la fascinación de las cualidades intangibles que dan a la *Giornata Quinta* su sonido único e inimitable.

En las subsecuentes lecturas, me propuse escuchar a Galileo a la vez con inocencia e inteligencia crítica y procuré abordarlo focal y eclécticamente al mismo tiempo, centrar mis reflexiones sin dejar por ello de digredir, concentrar mi análisis en el hilo elegido y aun así ser libre para ir y venir, de y hacia, otros horizontes.

Como Galileo, yo tampoco quise ver restringidas las enseñanzas filosóficas de mis noches insomnes al espacio más breve posible,

> ni adoptar aquel estilo rígido, conciso y desabrido, despojado de toda complacencia y ornamento, que es propio de los geómetras puros, los cuales no profieren una sola palabra que no les venga impuesta por una estricta necesidad pues, lejos de contar entre los defectos de un tratado -incluso en el caso en que éste se dirija a un único objetivo- hablar de muchas y diversas cosas entremezclando otras varias noticias no del todo separadas al punto principal, **estimo que lo que otorga nobleza, grandeza y magnificencia a nuestras engreídas labores académicas y hace de ellas empresas humanas excelentes y maravillosas no consiste en las cosas necesarias (aunque su ausencia sería el mayor defecto que se pueda cometer), sino en las no necesarias,** que no están fuera de propósito sino que tienen alguna relación, aunque pequeña, con el intento principal.

Para que este ensayo pudiese ser leído a la vez con provecho y con placer -aun por aquellos que no leerán nunca el libro del que hablo-, desaté mi crítica y, sin miramientos, usé la *Giornata Quinta* como instrumento para explorar no sólo un texto sino dos mundos: el mundo de Galileo y, de refilón, el mundo nuestro; me esmeré por cuidar tanto la profundidad, la verdad y la riqueza del fondo como la frescura, claridad y belleza de la forma, por mantenerme abierta y honesta y por dar lo mejor de mí.

Es decir, que igual valor concedo en mi trabajo a los valores epistémicos que a los estéticos y a los éticos o morales ya que, estrictamente hablando, la realización de estos valores es lo único capaz de justificar la existencia del hombre en general y la de cada uno de nosotros en particular: o nacimos para realizar la verdad, el bien y la belleza en nuestras creaciones, o no tiene razón de ser nuestra vida en este mundo.

Este trabajo vale en cuanto es portador y, por esto, participante, de estos tres valores supremos. Si en el camino tuve algún éxito le toca juzgarlo al lector.

E P í L O G O

Fue mi intención,
y es mi deseo,
que la reubicación de la *Giornata Quinta* en el tiempo al que pertenece
(un momento de gran definición para la nueva ciencia),
el análisis del contenido de este importante texto,
y la historia misma de la *Giornata Quinta*
-tres objetivos que este ensayo ha perseguido-,
iluminen nuestra propia historia
y nos preparen para resistir la tentación,
a la que tantos traductores, editores e historiadores de la ciencia han sucumbido,
de seguir presentando el libro de las Nuevas Ciencias
en ediciones amputadas que lo agreden y lo deforman.

GRACIAS

We tend to be wise after the event
because we tend to forget how the world looked
before the event took place;
we thereby become unable to appreciate
either the great difficulty of having produced the event,
or its intellectual value.

Joseph Agassi

Aquella apuesta infestada de obsesiones que alboreó hace ya mucho tiempo ha salido por fin sobre el horizonte y es justo reconocer que sin el concurso de un gran número de personas ésta no hubiera visto nunca la luz del día.

El catálogo de textos enlistados en la *Bibliografía* de las páginas finales de este trabajo -además de simplificar el procedimiento de mis anotaciones a pie de página- me permite reconocer abiertamente algunos de mis principales endeudamientos; pero nada dice sobre los avatares para conseguir los textos ni de otras vicisitudes y colaboraciones de muy distinta índole.

En uno de sus artículos, Maurice Finocchiaro nos dice que "los amantes de la sabiduría (¿filósofos?), de la verdad (¿historiadores?), así como de Galileo," no podemos dejar de sentirnos agradecidos cada vez que alguien arroja nueva luz sobre Galileo. Es así que, de no tener otros motivos, bastaría la labor iluminadora de las investigaciones galiliescas del profesor Finocchiaro para que yo, aspirante al título de filósofa-e-historiadora de la ciencia , y enamorada de Galileo, le estuviese eternamente agradecida.

Pero sí los tengo. Durante la elaboración de esta tesis, el profesor Finocchiaro fue una fuente continua de información y un atinado consejero. Él me facilitó el acceso a documentos, revistas, libros, manuscritos y copias imposibles de conseguir en mi país.

En cuanto a la revisión de los distintos borradores que antecedieron y prepararon el nacimiento de la versión final, quiero agradecer en primer lugar las lecturas inteligentes y del todo gratuitas (y en una lengua que no es la suya) que de este imperfecto trabajo hicieran el Dr. Maurice A. Finocchiaro de la Universidad de Nevada y el Dr. Marco Panza de la Universidad de Nantes. Sus comentarios -estimulantes unos, devastadores otros- fueron todos generosos y certeros. Aunque no siempre seguí sus sugerencias (no lo hice cuando hacerlo habría significado traicionarme), tengo que reconocer que en mucho contribuyeron a hacer de esta investigación un trabajo mejor de lo que era. Gracias, Marco. Gracias, Maurice.

Una deuda impagable he contraído con el Dr. Carlos López Beltrán, asesor de esta tesis, y con el Dr. Ambrosio Velasco, coordinador del Posgrado en Filosofía de la Ciencia: en medio de mis confusiones y fantasmas interiores, ellos creyeron en mí, ¿hay alguna otra dádiva de más valor que ésta? Con su orientación, ejemplo y entrenamiento, Carlos López y Ambrosio me ayudaron a progresar en el cumplimiento de mi vocación. Fue Carlos quien me empujó a publicar mi primer artículo como historiadora y filósofa de la ciencia y Ambrosio me alertó a pisar el freno cada vez que estuve en serio peligro de desbocarme. Gracias, Carlos. Gracias, Ambrosio.

La entusiasta disposición para leer y evaluar mi trabajo del Dr. José Antonio Robles y la Dra. Atocha Aliseda constituyeron una poderosa y agradecible motivación para continuar por este camino incierto de la investigaciones filosóficas. La seriedad y profesionalismo de Atocha fortalecieron mi compromiso. Las agudas y sutiles observaciones que el profesor Robles hiciera acerca de algunas de mis traducciones fueron demasiado justas para que yo no las siguiera; su envidiable facilidad para hacer de cualquier reflexión filosófica una deleitable conversación, demasiado atractiva para no dejarse seducir; su amor por las bellas letras, la corrección literaria y el aspecto lúdico de las palabras, demasiado fuerte para no ser contagiada. Gracias, Maestro. Gracias, Atocha.

Los análisis serios del Dr. Carlos Álvarez y del Dr. Rafael Martínez (matemático el primero, físico el segundo) me hicieron entrever la importancia de la supervisión multi-disciplinaria para garantizar la calidad de un trabajo como éste. Con Carlos sostuve tal vez las más sabrosas discusiones -y alguna un poco más difícil de digerir- y supe que aprender a desandar es una virtud tan esencial como aprender a andar. Rafael me abrió las puertas al universo de la traducción de textos clásicos de ciencia. Gracias, Carlos. Gracias, Rafael.

Galileo y yo le damos las gracias al Dr. Raymundo Morado por habernos invitado a impartir un curso sobre el uso de ejemplos y contraejemplos, argumentos deductivos e inductivos, el principio de caridad, la detección de falacias y otras herramientas muy útiles en el análisis y evaluación de argumentos. La entusiasta respuesta de los alumnos a las argumentaciones de Salviati, Sagredo y Simplicio no pudo ser más gratificante. De parte de los dos, Gracias, Raymundo.

En mi decisión de elegir a Galileo como el tema de esta investigación, dos maestros argentinos ejercieron una influencia digna de ser mencionada: el Doctor Oscar Nudler, de la Fundación Bariloche y el Dr. Eduardo Flichman, de la universidad de Buenos Aires. Por su inspiración, reconocimiento y estímulo, Gracias.

Mis hijos -compositores, artistas y maestros, en el más alto sentido de la palabra- se encargaron de ponerle música a este trabajo. De ellos aprendí que es posible decir las cosas más profundas del mundo y a la vez conservar la apariencia de levedad que tiene la juventud. Manuel me regaló la impresión de estos ejemplares. Rodrigo me sacó de apuros las innumerables veces en las que la computadora y yo nos enfrascábamos en un pleito. Muchas gracias, Manuel. Muchas gracias, Rodrigo.

A mi padre, incansable hacedor de puentes, debo esta manía mía de querer tender puentes entre áreas y seres generalmente desconectados: las ciencias y las humanidades, la historia y la filosofía, el infierno y las matemáticas, la sabiduría poética y el saber científico, Dante y Galileo... -debo confesarles, aquí, que los suyos son de una belleza más material y tangible que la que pudieran llegar a tener los míos. De mi madre heredé la tendencia a impregnar mis esfuerzos con el sentido del servicio a los demás y del misterio de la eternidad. Sin duda se me motejará de presuntuosa pero me excusa el hecho de que soy sangre de sus sangres, compenetrada de sus creaciones desde mi entrada al mundo. Muchas gracias, papá. Muchas gracias, mamá.

A Susana Tiburcio, Paul Chauvet, Edgar Becerra, María Trigueros, Alberto Alonso, Julieta Cevallos, Jaime Pimentel, Cecilia Bravo, Elba Contreras, Jorge Villanueva -compañeros en la Facultad de Ciencias- gracias por brindarme su apoyo e interés. Paul es Doctor en Física (especialista en física cuántica y gravitación), sin embargo, ello no le impidió armarse de paciencia para escuchar mis dudas e intentar enseñarme los rudimentos de la mecánica clásica. Gracias, Paul.

En esto de la filosofía, los amigos, como en el juego, se hacen adentro, en el roce, la coincidencia, la discrepancia y el debate. A las niñas (Angeles, Paty y Silvia) y niños (Agustín, David, Góngora, Julián, Luigi y Roberto) de mi salón: por jugar conmigo, estudiar juntos y compartir el *lunch* a la hora del recreo, Gracias.

Y a ti, lector, que has leído o irás a leer este libro, o quizás incluso a releerlo -el más grande favor que un autor pueda merecer-, muchas, muchísimas Gracias.

Last but not least, infinitas Gracias doy al Innombrable, Aquél sin la ayuda de Quien nada de provecho puede hacerse. Yo me la creo que Él está en esto cuando lo escucho decirme: "es bueno, Maruxa, que no te hagas la importante, pero también es bueno que te des cuenta que la vida es, en última instancia, una gracia y un regalo, y que ella ha sido generosa contigo al darte esos padres, esos hijos, esos maestros, esos compañeros, esos colegas, esos amigos".

A estas alturas del partido, puedo decirles que tal vez la enseñanza más grande que me dejó mi entrada a este mundo tan peculiar de los filósofos y de la Filosofía fue: que no es raro tener diferencias con los colegas (lo raro sería que nunca las tuviéramos), y que defender lo que creemos, aun cuando las cosas se pongan difíciles, vale siempre la pena. Pena hay pero la vale.

Laus Deus.

BIBLIOGRAFÍA CITADA

GALILEI, GALILEO.
Sopra le definizitioni delle proporzioni di Euclide: Giornata Quinta, da aggiungersi nel libro delle Nuove Scienze [edición de Vincenzio Viviani] en *Le Opere di Galileo Galilei*. Antonio Favaro (ed). Barbera, Firenze, 1890-1909. Vol. VIII.

GALILEI, GALILEO.
Giornata Quinta, da aggiungersi nel libro delle Nuove Scienze [el manuscrito de Evangelista Torricelli] en *Euclides Reformatus* de Enrico Giusti. Bollati Boringhieri editore, Torino, 1993. pp. 276-298.

GALILEI, GALILEO.
Il Saggiatore. Ferdinando Flora (ed). Giulio Einaudi editore s.p.a., Torino, 1977.

GALILEI, GALILEO.
Discorsi e dimostrazioni matematiche intorno a due nuove scienze attenenti alla Mecanica & i Movimenti Locali. In Leida, appresso gli Elsevirii, MDCXXXVIII. Reproducción fragmentaria del manuscrito 169 conservado en la *Biblioteca Nazionale Centrale* de Florencia. Edición de la *Universitat Politècnica de Catalunya*, Barcelona, 1988. [Edición facsimilar de la *giornata terza* y la *giornata quarta* de los *Discorsi*. Contiene también la primera página de la dedicatoria, la primera de la *giornata prima*, el índice y la portada].

GALILEI, GALILEO.
Discorsi e dimostrazioni matematiche intorno a due nuove scienze, en *Le Opere di Galileo Galilei*. Antonio Favaro (ed). Barbera, Firenze, 1890-1909. Vol. VIII.

GALILEI, GALILEO.
Consideraciones matemáticas sobre dos nuevas ciencias. (Título original: *Discorsi e dimostrazioni matematiche intorno a due nuove scienze attinenti alla meccanica ed i movimenti locali*. Traducción del italiano y del latín de Javier Sádaba Garay). Editora Nacional. Madrid, 1981.

GALILEI, GALILEO.
Dialogo sopra i due massimi sistemi del mondo. Ferdinando Flora (ed). Rizzili editore. Milano, 1959.

GALILEI, GALILEO.
Bilancetta en *Le Opere di Galileo Galilei*. Antonio Favaro (ed). Barbera, Firenze, 1890-1909. Vol. I.

GALILEI, GALILEO.
"Postille ai libri de Sphaera et Cylindro" en *Le Opere di Galileo Galilei*. Antonio Favaro (ed). Barbera, Firenze, 1890-1909. Vol. I.

GALILEI, GALILEO.
De motu, en *Le Opere di Galileo Galilei*. Antonio Favaro (ed). Barbera, Firenze, 1890-1909. Vol. I.

GALILEI, GALILEO.
La gaceta sideral (título original: *Siderius Nuncius*). Traducción de Carlos Solís Santos. Alianza Editorial S.A., Madrid, 1984.

GALILEI, GALILEO.
Le operazioni del compasso geometrico e militare, en *Le Opere di Galileo Galilei*. Antonio Favaro (ed). Barbera, Firenze, 1890-1909. Vol. I.

GALILEI, GALILEO.
Difesa contro alle calunnie et impostura di Baldessar Capra, en *Le Opere di Galileo Galilei*. Antonio Favaro (ed). Barbera, Firenze, 1890-1909. Vol. II.

GALILEI, GALILEO.
Theoremata circa centrum gravitatis solidorum, en *Le Opere di Galileo Galilei*. Antonio Favaro (ed). Barbera, Firenze, 1890-1909. Vol. I.

GALILEI, GALILEO.
Documenti, en *Le Opere di Galileo Galilei*. Antonio Favaro (ed). Barbera, Firenze, 1890-1909. Vol. XIX.

GALILEI, GALILEO.
"Contro il portar la toga" en *Le Opere di Galileo Galilei*. Antonio Favaro (ed). Barbera, Firenze, 1890-1909. Vol.IX, pp. 213-223.

GALILEI, GALILEO.
Sul candore lunare, en *Le Opere di Galileo Galilei*. Antonio Favaro (ed). Barbera, Firenze, 1890-1909. Vol. VIII, pp. 488-556.

GALILEI, GALILEO.
Carteggio, en *Le Opere di Galileo Galilei*. Antonio Favaro (ed). Barbera, Firenze, 1890-1909. Vols. X, XI, XII, XIII, XIV, XV, XVI, XVII, XVIII.

EUCLIDES.
Elementorum Euclidis Libri Tredecim. Secundum vetera exemplaria restituti Ex versione latina Federici Commandini aliquam multis in locis castigata. Londini, Excudebat Gulielmus Iones. MDCXX. [Edición bilingüe griego-latín de Federico Commandino, 1620].

EUCLIDES.

The Thirteen Books of Euclid's Elements (Traducción del texto griego de los *Elementa* de Heiberg por Sir Thomas L. Heath) en *The Great Books of Enciclopaedia Britannica*, vol. XI, University of Chicago, 1990.

ARCHIMEDES.

Opera Omnia. (Edición bilingüe griego-latín. 2 vols) Edidit Iohan L. Heiberg. Bibliotheca scriptorum graecorum et romanorum. Teubner, Stuttgart, 1972. [1ª edición 1910-1915. 3 vols].

ARQUIMEDES.

The Works (Traducción de los textos griegos del *Archimedis Opera Omnia* de Johan Ludwig Heiberg por Sir Thomas L. Heath) en *The Great Books of Enciclopaedia Britannica*, vol. XI, University of Chicago, 1990.

.-.-.-.-.-.

ALTIERI BIAGI, Maria Luisa

Galileo e la terminologia tecnico scientifica. Leo S. Olschki editore. Firenze, 1965.

APOLONIO de Perga.

Conics (Traducción de R. Catesby Taliaferro) en *The Great Books of Enciclopaedia Britannica*, vol. XI. University of Chicago, 1990.

AQUINO, TOMáS de.

Teoría de la Ciencia. (Estudio preliminar, traducción y notas de Celina A. Lertora Mendoza). Ediciones del Rey, Buenos Aires, 1991.

ARISTÓTELES.

Physica (traducción al inglés de R.P. Hardie y R.K. Gaye) en *The Works of Aristotle, The Great Books of Encyclopaedia Britannica*, vol. I. University of Chicago, 1990.

ARISTÓTELES.

De caelo (traducción al inglés de J.L. Stocks) en *The Works of Aristotle, The Great Books of Encyclopaedia Britannica*, vol. I. University of Chicago, 1990.

ARISTÓTELES.

Analytica posteriora (traducción al inglés de G.R:G: Mure) en *The Works of Aristotle, The Great Books of Encyclopaedia Britannica*, vol. I. University of Chicago, 1990.

ARISTÓTELES.
Topica (traducción al inglés de W.A. Pickard-Cambridge) en *The Works of Aristotle, The Great Books of Encyclopaedia Britannica*, vol. I. University of Chicago, 1990.

AULI, Richard Paul.
"Eudoxus", en *Encyclopaedia Britannica*, 1986 (décimo quinta edición), vol. IV.

BALDINI, Hugo.
"Archimede nel Seicento italiano", en *Archimede: Mito, Tradizione, Scienza*. Corrado Dollo (ed). Leo S. Olschki editore, Firenze, 1992.

BARNES, Jonathan.
"Aristotle's Theory of Demonstration". *Phronesis*, 14 (1969) pp.123-153.

BERTOLONI MELI, Domenico
"Guidobaldo dal Monte and the Archimedean Revival". *Nuncius*, 7 (1), pp. 3-34.

BIAGIOLI, Mario.
"Galileo, the Emblem Maker". *Isis*, vol, 81, 1990. pp. 230-258

BIAGIOLI, Mario.
"The Social Status of Italian Mathematicians". *History of Science*, vol. 27, 1989. pp. 41-95.

BOFFITO, Giuseppe.
Bibliografia Galileiana 1896-1949. Primo Supplemento alla Bibliografia Galileiana di Alarico Carli e Antonio Favaro.
La Libreria dello Stato. Ministero della Educazione Nazionale, Roma, 1943.

BOYER, Carl B.
"Galileo's place in the hstory of mathematics", en *Galileo, Man of Science*. Ernan Mc Mullin (ed). Basic Books, Inc. New York, 1967.

BOTTAZZINI, Ugo.
"The Italian states", en *Companion Encyclopedia of the History and Philosophy of the Mathematical Sciences*. I. Grattan-Guinness (ed). Routledge, London, 1994. vol. IV, pp 1495-1504.

BOURBAKI, Nicolas.
Elementos de historia de las matemáticas.
Traducción de Jesús Hernández. (Título original: *Eléments d'histoire des mathématiques*.) Alianza Universitaria, Madrid, 1972.

BURTT, Edwin Arthur.
Los fundamentos metafísicos de la ciencia moderna. (Título original: *The Metaphysical Foundations of Modern Physical Science*). Editorial Sudamericana S.A. Buenos Aires, 1960.

BUTTS, Robert E. & Joseph C. Pitt (eds)
New Perspectives on Galileo. D. Reidel Publishing Company. Dordrecht, Holland, 1978.

CAMBIANO, Giuseppe.
"Scoperta e dimostrazione in Archimede", en *Archimede: Mito, Tradizione, Scienza*, a cura di Corrado Dollo.Leo S. Olschki editore, Firenze, 1992.

CAPRA, Baldessar.
Usus et fabrica circini cuiusdam proportionis, opera et studio Balthesaris Caprae (con postillas de Galileo), en *Le Opere di Galileo Galilei.* Antonio Favaro (ed). Barbera, Firenze, 1890-1909. Vol. II.

CARUGO, Adriano
"Les Jésuites et la philosophie naturelle de Galilée: Benedictus Pererius et le *De motu gravium* de Galilée". *History and Technology*, 1987, vol. 4, pp. 321-333.

CHALMERS, Alan y Richard Nicholas.
"Galileo and the Dissipative Effect of a Rotating Earth", en *Studies in History and Philosophy of Science*, 1983, vol. 14 : 315-340.

CLAGETT, Marshall (ed).
Archimedes in the Middle Ages,
University of Wisconsin Press, Madison, 1964-1980.

CLAVELIN, Maurice.
La philosophie naturelle de Galilée.
Éditions Albin Michel, S.A., Paris, 1996 (Primera edición: 1968 Librerie Armand Colin).

COFFA, José A.
"Galileo's Concept of Inertia",
en *Physis*, 1968, 10 : 261-81.

CROMBIE, Alistair C.
"Mathematics and Platonism in the Sixteenth Century Italian Universities and in Jesuit Educational Policy" (1977), en Y. Maeyama & W.G. Saltzer (eds) *Prismata. Naturwissenschaftliche Studien*, Festschrift für Willy Hartner. Franz Steiner, Wiesbaden, 1977.

DASTON, Lorraine J.
"Galilean Analogies: Imagination at the Bounds of Sense" *Isis*, 1984, 75 : 302-310.

DEAR, Dear.
"Jesuit Mathematical Science and the Reconstruction of Experience in the Early Seventeenth Century", en *Studies of History and Philosophy of Science*, vol. 18, no.2 pp. 133-175 (1987).

DIJKSTERHUIS, Ejnar J.
Archimedes. Princeton University Press, New Jersey, 1987. (Los capítulos de este libro aparecieron primero escritos en alemán entre los años 1938-1944. La traducción al inglés es de C. Dikshoorn).

DOLLO, Conrado.
Galileo e la fisica del Collegio Romano. Quaderni del Dipartamento di Scienze Storiche, Catania, 1990.

DOLLO, Conrado.
"L'egemonia dell'Archimedismo in Galileo", en *Archimede: Mito, Tradizione, Scienza*, Corrado Dollo (ed). Leo S. Olschki, Firenze, 1992.

DRAKE, Stillman.
Galileo at Work. His Scientific Biography. Dover Publications Inc., New York, 1978.

DRAKE, Stillman.
"The Role of Music in Galileo's Experimets". *Scientific American*, vol.232, no.6 (june 1975)

DRAKE, Stillman.
"Galileo and the First Mechanical Computing Device", *Scientific American*, vol.234, no.4 (april, 1976)

DRAKE, Stillman.
Galileo Studies. Personality, Tradition and Revolution. University of Michigan Press, Ann Arbor, 1978.

DUARTE, Francisco José.
Bibliografía: Euclides, Arquímedes, Newton. Biblioteca de la Academia de Ciencias Físicas, Matemáticas y Naturales de Venezuela. Caracas, 1967.

EVANS, G.R.
"The teaching of mathematics in the Middle Ages and the Renaissance", en *Companion Encyclopedia of the History and Philosophy of the Mathematical Sciences*. I. Grattan-Guinness (ed). Routledge, London, 1994. vol II, pp 275-296.

FAVARO, Antonio, y Alarico Carli.
Bibliografía Galileiana 1568-1895. Bencini, Roma, 1896.

FAVARO Antonio (ed).
Le Opere di Galileo Galilei. 20 vols.
Edizione Nazionale. Barbèra, Firenze, 1890-1909.

FEYERABEND, Paul.
Against Method: Outline of an anarchist theory of knowledge. Humanities Press Inc. Atlantic Highlands, New Jersey, 1975.

FEYERABEND, Paul.
"How to defend society against science", en *Scientific Revolutions*, Ian Hacking (ed). Oxford University Press, 1981, pp. 156-167. [Originalmente en *Radical Philosophy*, 2, summer 1975].

FEBVRE, Lucien.
La aparición del libro. (Traducción de Agustín Millares Carlo). Biblioteca de Síntesis Histórica. México, UTEHA, 1959.

FICHERA, Gaetano.
"Rigore e profondità nella concezione di Archimede della matematica quantitativa", en *Archimede: Mito, Tradizione, Scienza*. Corrado Dollo (ed). Leo S. Olschki, Firenze, 1992.

FINOCCHIARO, Maurice A.
"Cause, Explanation and Understanding in Science: Galileo's Case", en *The Review of Methaphysics*, vol.xxxix, no.1, sept. 1975.

FINOCCHIARO, Maurice A.
Galileo and the Art of Reasoning.
D. Reidel Publishing Company. Dordrecht, Holland, 1980.

FINOCCHIARO, Maurice A.
"VIRES ACQUIRIT EUNDO: The passage where Galileo renounces space-acceleration and causal investigation" en *Physis. Rivista Internazionale di Storia della Scienza*, anno XIV, fasc.2. Leo S Olschki (ed). Firenze, 1972.

FINOCCHIARO, Maurice A.
The Galileo Affair. A Documentary History. University of California Press, Ltd. 1989.

FINOCCHIARO, Maurice A.
Galileo on the World Systems. University of California Press, Ltd. Berkeley, Calif., 1997.

FINOCCHIARO, Maurice A.
"Galileo's Copernicanism and the Acceptability of Guiding Assumptions" en *Scrutinizing Science*, A. Donavan *et al* (eds). Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, The Netherlands, 1988.

FRAJESE, Attilio.
Galileo matematico.
Editrice Studium. Roma, 1964.

GEYMONAT, Ludovico.
Il Cinquecento - Il Seicento (volumen II de la *Storia del pensiero filosofico e scientifico* en 9 vols.)
Aldo Garzanti editore s.a.s., 1970.

GEYMONAT, Ludovico.
Galileo Galilei.
Giulio Einaudi editore s.p.a. Turin, 1957.

GILBERT, Neal.
Renaissance Concepts of Method.
Columbia University Press. New York, 1960.

GIUSTI, Enrico.
Euclides Reformatus: la teoria delle proporzioni nella scuola gallileiana. Bollati Boringhieri editore, Torino, 1993.

GULINO, Giuseppe.
"U dialetu sicilianu: A nostra mimoria storica".
(Traducción del italiano al siciliano de Gaetano Cipolla). En *Arba Sicula*. Gaetano Cipolla (ed).
vol. xviii, núm. 1 & 2, primavera-otoño 1997.

HARRIS STAHL, William.
Martianus Capella and the Seven Liberal Arts.
Columbia University Press. New York, 1991.

HΦYRUP, Jens.
"Archimedism not Platonism: On a malleable Ideology of Renaissance Mathematicians (1400 to 1600 and on its Role in the Formation of Seventeenth-Century Philosophies of Science", en *Archimede: Mito, Tradizione, Scienza,* Corrado Dollo (ed). Leo S. Olschki, Firenze, 1992.

KEARNEY, Hugh.
Orígenes de la ciencia moderna.
(Título original: *Science and Change. 1500-1700.* Traducción de Juan José Ferrero Blanco).
Ediciones Guadarrama S.A. Madrid, 1970.

KNORR, Wilbur Richard.
The Evolution of the Euclidean Elements. D. Reidel Publishing Company. Dordrecht-Holland, 1975.

KOESTLER, Arthur.
The Sleepwalkers. A history of man's changing vision of the Universe. Penguin Books, Ltd., Harmondsworth, Middlesex, England, 1969. [First published by Hutchinson & Co., Ltd., London, 1959].

KOYRÉ, Alexander.
"Galilée et l'expérience du Pise: à propos d'une légende", en *Études d'histoire de la pensée scientifique*. Presses universitaires de France, 1966, pp. 192-201.(Publicado por primera vez en *Annales de l'Université de Paris*. París, 1937).

KOYRÉ, Alexander.
"La dynamique de Niccolo Tartaglia", en *Études d'histoire de la pensée scientifique*. Presses universitaires de France, 1996, pp. 101-121. (Artículo publicado por primera vez en *La science au XVI[e] siècle. Colloque International de Royaumont (i-4 juillet 1957)*, Hermann, Paris, 1960)

KOYRÉ, Alexander.
"Bonaventura Cavalieri et la géométrie des continus", en *Études d'histoire de la pensée scientifique*. Presses universitaires de France, 1996, pp. 101-121. (Artículo publicado por primera vez en *Hommage à Lucien Febvre*, Colin, Paris, 1954).

KOYRÉ, Alexander.
Études Galiéenes. Hermann, Paris, 1966. (Primera edición 1939).

KOYRÉ, Alexander.
"Galilée e Platon" (Traducción al francés de Mme Georgette P. Vignaux del artículo "Galileo and Plato", *Journal of the History of Ideas*. vol.4, no.4, oct. 1943) en *Études d'histoire de la pensée scientifique*. Presses universitaires de France, 1996, pp. 147-175.

KOYRÉ, Alexander.
"Léonard de Vinci 500 ans après" (Conferencia dictada en inglés en la cd. de Madison, Wisconsin en 1953 y traducida al francés por D. K.) en *Études d'histoire de la pensée scientifique*. Presses universitaires de France, 1996, pp. 147-175.

KOYRÉ, Alexander.
"Le «de motu gravium» de Galilée: de l'expérience imaginaire et de son abus", en *Études d'histoire de la pensée scientifique*. Presses universitaires de France, 1996. (Publicado por primera vez en *Revue d' histoire des sciences et de leurs applications*. Paris, Presses Universitaires de France, t. XIII, 1960).

KOYRÉ, Alexander.
"Une expérience de mesure" (Traducción al francés de Serge Hutin del artículo "An experiment in Measurement" aparecido en *Proceedings of the American Philosophical Society*, vol. 97, no.2, april 1953) en *Études d'histoire de la pensée scientifique*. Presses universitaires de France, 1996, pp. 253-283.

KOYRÉ, Alexander.
"Aristotélisme et platonisme dans la philosophie du Moyen Age", en *Études d'histoire de la pensée scientifique*. Presses universitaires de France, 1996, pp. 13-37. (Publicado por primera vez en *Les Gant du Ciel*, vol. VI, Ottawa, 1944).

KOYRÉ, Alexander.
"La influencia de las concepciones filosóficas en las teorías científicas". (En *Pensar la Ciencia*, Paidós, Barcelona, 1994).

LEVI, Enzo.
El agua según la ciencia. Ediciones Castell Mexicana S.A., CONACYT, México, 1989.

LOMBARDO RADICE, L. y B. SEGRE.
"Galileo e la matematica", en *Saggi su Galileo Galilei. Manifestazioni celebrative del IV centenario della nascita di G.Galilei*. Barbera, Firenze, 1967.

LOVELL WISAN, Winifred.
"On Argument *Ex suppositione falsa*" en *Studies of History and Philosophy of Science*, vol. 15, no.3, pp. 227-236 (1984).

Mc LACHLAN, James & Stillam Drake.
"Galileo's Discovery of the Parabolic Trajectory", *Scientific American*, vol.232, no.3 (march, 1975)

Mc MULLIN, Ernan (ed).
Galileo: Man of Science.
Basic Books, Inc. New York, 1967.

MAHONEY, Michael S.
"Mathematics", en *Science in the Middle Ages*, David C. Lindberg (ed). The University of Chicago Press, Chicago, 1978.

MANCOSU, Paolo.
"Aristotelian Logic and Euclidean Mathematics: Seventeenth-century developments of the *Quaestio de Certitudine Mathematicarum*" en *Studies of History and Philosophy of Science*, vol. 23, no.2, pp. 241-265 (1992).

MARTÍNEZ ENRÍQUEZ, Rafael.
"«*Leggere, scrivere et abbaco*». El arte del mercader" *Medievalia*, no. 22 (abril 1996).

MOLLAND, A.G.
"The philosophical context of medieval and Renaissance mathematics", en *Companion Encyclopedia of the History and Philosophy of the Mathematical Sciences*. I. Grattan-Guinness (ed). Routledge, London, 1994. vol. II, pp 281-285.

MOSCHEO, Rosario.
"L'*Archimede* del Maurolico", en *Archimede: Mito, Tradizione, Scienza*. Corrado Dollo (ed). Leo S. Olschki, Firenze, 1992.

NAYLOR, Ron H.
"Galileo's Experimental Discourse" en *The Uses of Experiment*. David Gooding, Trevor Pinch, Simon Schaffer (eds). Cambridge University Press. New York, 1992.

NICÓMACO de Gerasa.
Introduction to Arithmetic (Traducción del griego de Martin L. D'Ooge) en *The Great Books of Enciclopaedia Britannica*, vol. XI. University of Chicago, 1990.

ORE, Oystein.
"Algebra" *Enciclopaedia Britannica*, 1986 (décimo quinta edición), vol. XXIII.

ORTEGA y GASSET, José.
En torno a Galileo.
Editorial Porrúa. México, 1985.

PANZA, Marco A.
"Recension: Enrico Giusti, «Galilei e le leggi del moto» (in Galileo Galilei, *Discorsi e dimostrasioni matematiche intorno a due nuove scienze attinenti alla meccanica e ai movimenti locali*, a cura di E. Giusti, Einaudi, Torino, 1990, pp. ix-lx). Enrico Giusti, *Euclides reformatus, La teoria delle propororzioni nella scuola galileiana* (Bollati Boringhieri, Torino, 1993)". En *Sciences et Techniques en Perspective*, 2ème série, vol. I, no. 1, 1997, pp. 179-200.

PEPPER, Stephen C.
World Hypotheses.
University of California Press. Berkeley, 1961.

REICH, Karin.
"The «Coss» tradition in algebra", en *Companion Encyclopedia of the History and Philosophy of the Mathematical Sciences*. I. Grattan-Guinness (ed). Routledge, London, 1994. vol. I, pp 199.

SAMBURSKY, Samuel.
The Physical World of the Greeks.
(Translated from the Hebrew by Merton Dagut)
Princeton University Press, 1956.

SCHMITT, C.B.
"Experience and Experiment: A Comparison of Zabarella's View with Galileo's in De Motu", en *Studies in the Renaissance*, 16 (1996).

SCHÖNBECK, Jürgen G.
"Euclidean and Archimedean traditions in the Middle Ages and the Renaissance", en *Companion Encyclopedia of the History and Philosophy of the Mathematical Sciences.* I. Grattan-Guinness (ed). Routledge, London, 1994. vol I, pp 173-184.

SCHREIBER, Peter.
"Algorithms and algorithmic thinking through the ages", en *Companion Encyclopedia of the History and Philosophy of the Mathematical Sciences.* I. Grattan-Guinness (ed.). Routledge, London, 1994. vol. II, pp 687- 693.

SEGRÉ, Michael.
"Viviani's Life of Galileo". *Isis*, 1989, 80: 207-231.

SHAPERE, Dudley.
Galileo: A Philosophical Study.
University of Chicago Press, Chicago, 1974.

SHEA, William R.
Gallileo's Intellectual Revolution.
Science History Publications, New York, 1972.

THOM, René Frédéric et *al.*
"Euclidean Geometry" en *Enciclopaedia Britannica*, 1986 (décimo quinta edición), vol. XIX.

Van der WAERDEN, Barlet Leindert.
"Euclid", en *Encyclopaedia Britannica*, 1986 (décimo quinta edición), vol. IV.

Van EGMOND, W.
"Abbacus arithmetic", en *Companion Encyclopedia of the History and Philosophy of the Mathematical Sciences.* I. Grattan-Guinness (ed). Routledge, London, 1994. vol I, pp 200-209.

VIVIANI, Vincenzio.
Racconto istorico della vita del Signor Galileo Galilei. en *Le Opere di Galileo Galilei.* Antonio Favaro (ed). Barbera, Firenze, 1890-1909. Vol. XIX.

WAGNER, David L. (ed)
The Seven Liberal Arts in the Middle Ages. Indiana University Press, Bloomington, 1983.

WALLACE, William A.
Galileo, the Jesuits and the Medieval Aristotle. Gower Publ. Co., Brookfield, Variorum, 1991.

WALLACE, William A.
Galileo's Logic of Discovery and Proof. Kluwer Academic Publishers Group, Dordrecht, The Netherlands, 1992.

WALLACE, William A.
Prelude to Galileo Essay on Medieval and Sixteenth Century Sources of Galileo's Thought. Reidel Pub. Co., Dordrecht-Boston-London, 1981.

WESTFALL, Richard S.
Essays on the Trial of Galileo. Vatican Observatory Publications, 1989.

WESTFALL, Richard S.
"Galileo and Newton: Different Rhetorical Strategies", en *Persuading Science. The Art of Scientific Rhetoric,* Marcello Pera & William R. Shea (eds), Science History Publications, USA, 1991.

WATSON, W.H.
Understanding Physics Today. Cambridge University Press, Great Britain, 1963.

Date: Tue, 16 Jun 1998 17:17:40 -0600 (CST)
From: Carlos Lopez Beltran <clb@granta.fciencias.unam.mx>
To: ARMIJO CANTO MARUXA <maruxa@servidor.unam.mx>
Subject: FYI: Galileo resource (fwd)

To: H-SCI-MED-TECH@H-NET.MSU.EDU
Subject: FYI: Galileo resource

tsettle@rama.poly.edu writes:

AN ANNOUNCEMENT OF AN IMPORTANT GALILEO SOURCE
FOR ALL CURRENT AND ASPIRING SCHOLARS OF GALILEO

(Please excuse the cross posting)

For all those interested in the presentation of manuscript resources on the Web for research purposes.

Under the sponsorship of:
The Biblioteca Nazionale Centrale of Florence
The Istituto e Museo di Storia della Scienza of Florence
The Max Planck Institute for the History of Science in Berlin

The Codex Ms. Gal. 72 (Folios 33 to 196) at the Biblioteca Nazionale Centrale of Florence is now available at:

www.mpiwg-berlin.mpg.de/Galileo_Prototype/index.htm

Available are high quality scanned images of the folio pages, transcriptions of the textual material, expansions of the origianl Italian and Latin texts, redering of the line drawings and calculations, translations into English, cross referencing links, bibliographies, and other support material.

In substance, this is an on-line critical edition of these folios.

Scholarly participation is invited towards the continued growth of the database.