

01964



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE
MÉXICO

2ej

FACULTAD DE PSICOLOGÍA
DIVISION DE ESTUDIOS DE POSGRADO

“LA MEDIACIÓN SELECTORA Y LA SUSTITUCIÓN
REFERENCIAL:
UN ANÁLISIS DE LA CONDUCTA ARITMÉTICA.”

T E S I S
QUE PARA OBTENER EL GRADO DE:

MAESTRO EN PSICOLOGÍA GENERAL EXPERIMENTAL.

P R E S E N T A :
MANUEL DE JESÚS MORALES EUZÁRRAGA.

DIRECTOR:
DR. HÉCTOR AYALA VELÁZQUEZ.

COMITE DE TESIS:
DRA SILVIA MACOTELA FLORES;
MTRO. GUSTAVO BACHÁ MÉNDEZ;
DRA. ROCÍO HERNÁNDEZ-POZO;
DR. FLORENTE LÓPEZ RODRÍGUEZ.

México, D.F.

1998.

263973

**TESIS CON
FALLA DE ORIGEN**



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

*Margarita:
No sé medir la distancia,
camino contigo.*

*Tayka:
No sé como se originó la vida,
apenas puedo contar los días,
soy un peregrino.*

En memoria del Doctor:

Vicente García Hernández.

CONTENIDO.

Contenido	i-iii
Agradecimientos	1
Resumen	5
INTRODUCCION.	6
Definición funcional del número	6
Las ideas platónicas de la matemática	6
Desventajas del enfoque platónico para el análisis experimental de la adquisición del numeral	7
Aristóteles, Einstein, Dantzig, Poincaré, Jurgin	8
Bases para el análisis experimental de la adquisición del numeral	12
Notas finales de la introducción	14
ANTECEDENTES.	15
El numeral como estímulo antecedente	15
Consecuencias del empleo una definición inadecuada del numeral	15
Los estudios de García basados en el paradigma de Sidman (García, 1994)	18
Una teoría de campo	22
Notas finales de los antecedentes	25
MARCO CONCEPTUAL.	26
La función de estímulo del numeral	26
La interconducta matemática	27
Los objetos matemáticos	27
Objetos matemáticos originales	27

Objetos matemáticos sustitutos	28
Objetos matemáticos complejos	28
La función de los objetos matemáticos	28
Adquisición de la función selectora	29
Representación de la función selectora de los estímulos numéricos	30
La adquisición del numeral como función sustitutiva	31
Representación paradigmática de la función sustitutiva del numeral	32
La probabilidad condicional empírica entre los numerales y las respuestas numéricas	33
ESTUDIO 1.	35
Propósitos	35
Método	36
Diseño experimental	37
Procedimientos	39
Resultados	42
Discusión y conclusiones del estudio 1	60
Notas finales del estudio 1	67
ESTUDIO 2	68
Propósitos	68
Método	69
Diseño experimental	69
Procedimientos	70
Resultados	71
Discusión y conclusiones del estudio 2	82

ESTUDIO 3	83
Propósitos	83
Método	84
Diseño experimental	84
Procedimientos	85
Resultados	86
Discusión y conclusiones del estudio 3	91
DISCUSION GENERAL	93
CONCLUSIONES	102
REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS	108
APENDICE 1	115
APENDICE 2	116
APENDICE 3	117
APENDICE 4	118
APENDICE 5	118
APENDICE 6	120
APENDICE 7	121
APENDICE 8	122

AGRADECIMIENTOS

Este trabajo se realizó gracias al apoyo de una beca del programa SUPERA-ANUIES, otorgada para cursar la Maestría en Psicología General experimental en la Facultad de Psicología de la Universidad Nacional Autónoma de México.

Al Doctor Héctor Ayala Velázquez, por su fineza en el trato personal y por la excelente disposición que ha mostrado hacia mi trabajo.

A mis revisores la Doctora Silvia Macotela Flores, la Doctora Rocío Hernández-Pozo, el Maestro Gustavo Bacha Méndez y el Doctor Florente López Rodríguez, por sus acuciosas observaciones que permitieron mejorar este trabajo.

Especialmente al Doctor Florente López por recomendarme el valioso libro de Dantzig.

A Enriqueta Galván, por delinear mis preferencias teóricas al principio de la carrera.

A Vicente García, por el tiempo que trabajamos juntos y por su valiosa guía en mis primeras investigaciones.

A Skinner, a Kantor y a Emilio Ribes, porque, indirectamente, contribuyeron a la realización de este trabajo.

A la Lic. Teresa Ponce Dávalos, directora de la Facultad de Ciencias de la Conducta de la Universidad Autónoma del Estado de México, por su apoyo entusiasta, sin el cual yo no hubiera realizado los estudios de maestría.

A los alumnos de la Preparatoria Oficial N° 23 Plan SEP de Lerma, estado de México, a la directora María Cecilia Beltrán, a las psicólogas Susana Campos Pérez y Araceli Olvera Verdeja, al químico José Luis Vite y a la latinoamericanista Sofía Tayka Morales Vera, por su colaboración en la realización de los estudios experimentales.

RESUMEN.

Se realizaron 3 estudios de adquisición del numeral de acuerdo con una teoría de campo (Ribes y López, 1985):

Estudio 1.- Participaron como sujetos 25 estudiantes de bachillerato; se analizó la adquisición de la mediación y la emergencia de la sustitución numéricas, y se estableció la diferencia funcional de las respuestas mediadoras y selectoras numéricas.

Estudio 2.- Participaron 26 estudiantes de bachillerato, repartidos al azar en dos grupos; se analizó la adquisición de la mediación y la emergencia de la sustitución numéricas con relación al orden y desorden de los estímulos antecedentes.

Estudio 3.- Participaron 19 estudiantes de bachillerato; se analizó la emergencia de la función sustitutiva del numeral con relación a la traducción de los estímulos empleados a numerales arábigos.

La adquisición de la función mediadora del numeral no dependió de la cantidad de ensayos de práctica, sino de la interacción de las respuestas selectoras con los estímulos empleados como numerales y con cantidades de objetos, 5 de los 25 sujetos adquirieron respuestas selectoras en no más de 30 ensayos. La emergencia de la función sustitutiva del numeral, no dependió de la cantidad de ensayos ni del porcentaje de aciertos ganados en cada fase de la práctica en mediación numérica.

La cantidad de ensayos fue menor en la práctica con orden pero no hubo diferencias en otras medidas.

La sustitución numérica dependió especialmente de la traducción de los numerales, pues las calificaciones altas en sustitución referencial coincidieron con calificaciones altas en traducción. El porcentaje de aciertos en traducción no coincidió completamente con las ganancias mediación selectora, es decir, que los sujetos pudieron seleccionar sin traducir.

Se discuten las implicaciones de estos resultados con una teoría de campo (Ribes y López, 1985), con hallazgos en conducta matemática (García, 1994), en discriminación condicional (Hernández-Pozo, 1986; Hernández-Pozo y Coronado, 1987; Hernández-Pozo, Fernández y Sánchez, 1989, Carpio, Pacheco, García y Sierra, 1991), y en la elección de textos descriptivos de relaciones (Cepeda, Hickman, Moreno, Peñaloza y Ribes, 1991; Moreno, Cepeda, Hickman, Peñaloza y Ribes, 1991; Ribes, Domínguez, Tena y Martínez, 1992).

Palabras clave: Teoría de campo, mediación selectora, sustitución referencial, traducción, numeral, dígito, probabilidad condicional empírica.

INTRODUCCIÓN.

Definición funcional del numeral.¹

Este trabajo se realizó para analizar el proceso por medio del cual unos estímulos adquieren la función de numerales; definiendo provisionalmente a los numerales, como estímulos mediadores y sustitutivos de propiedades cuantitativas de la materia que controlan respuestas verbales numéricas.

Esta definición es distinta de la que subyace a los estudios de la mente y del número, y que implica conceptos platónicos que no son apropiados para fundamentar estudios experimentales.

Las ideas platónicas de la matemática.

Según la tradición platónica, los numerales representan prototipos ideales (Brumbaugh, 1954; Dilthey, 1973); los números se consideran como el primer principio de las cosas (del ser) y de la matemática, con una existencia desligada de sus aplicaciones (Dilthey, 1973); Platón hizo grandes aportaciones a la lógica de la ciencia y a la sistematización del pensamiento científico; concibió a la matemática como un principio integrado a todas las formas de existencia y, al asignar numerales a varias cosas y procesos, como el sexo, la justicia y las superficies geométricas, convirtió muchas cosas incommensurables en análogos

matemáticos o mágicos² que igualó arbitrariamente.

Desventajas del enfoque platónico para el análisis experimental de la adquisición del numeral.

Los conceptos platónicos coexisten actualmente con los métodos de la matemática en varios campos técnicos³, y también en la pedagogía y la psicología (Resnick y Ford, 1984; Starkey, Spelke y Gelman, 1990, 1991; Wynn, 1992; Skemp, 1993), tratando a los números como de evidencias de entidades y causas imaginarias; asumiendo que la conducta es solo una manifestación de procesos mentales y nerviosos hipotéticos (Putnam, Lampert y Peterson, 1990); empleando conceptos que no se refieren a los estímulos que controlan las respuestas numéricas y que pueden conducir a conclusiones ilógicas al realizar experimentos⁴ (Wynn, 1992, 1992a, 1992b) para demostrar que los procesos de conducta dependen de una mente inmaterial (Morales, 1996).

En cambio, otros pensadores han construido conceptos que permiten identificar propiedades de los campos matemáticos y de los estímulos que son relevantes para el estudio experimental de la adquisición del numeral, por ejemplo:

Aristóteles.

Para Aristóteles la generación del número no puede venir de la diada indeterminada, ni el número puede ser idea. Los números y las ideas no son el primer principio de las cosas, no existen independientemente de las cosas ni en las cosas, sino que son posteriores a estas; el número es una cualidad común a todas las sensaciones; el objeto de la matemática es la sustancia sensible, pero no en tanto sustancia sensible, sino como propiedad abstracta y simple de esta, que no tiene existencia real sino virtual (convencional) por lo que puede ser una propiedad exacta, por eso el hombre puede tratar a los objetos matemáticos como separados de la materia aunque no se den separados de ella (Aristóteles, 384-322 a.c., 1978; Dilthey, 1973)

Einstein.

Para Einstein (1921), el objeto de toda ciencia natural o psicológica, consiste en coordinar nuestras experiencias de modo que formen un sistema lógico; las experiencias se nos presentan ordenadas según el criterio de "anterior" y "posterior", lo que hace posible asignar un numeral a cada acontecimiento de modo que al último le corresponda un numeral mayor que a cualquiera anterior, aunque la asignación de numerales puede ser

completamente arbitraria, se basa en el hecho de que los eventos que se cuentan pueden considerarse como iguales entre sí; la correspondencia entre numerales y eventos se establece comparando las experiencias con el orden de una serie dada de otros acontecimientos

Dantzig.

De acuerdo con Dantzig (1930), en el transcurso del tiempo histórico el hombre ha desarrollado los numerales utilizando objetos para representar aspectos cuantitativos del medio ambiente. Al principio se valió del principio de correspondencia "uno a uno" para relacionar cada elemento de los conjuntos con cada parte de los objetos y animales de su ambiente inmediato, empleandolos como representaciones **cardinales**, por ejemplo, las alas de un pájaro representaban "dos", las hojas de una flor "tres", las patas de un mamífero "cuatro" y los dedos de su mano "cinco". Muchos cientos de años antes de la invención de la escritura, el hombre se valía de los dedos de sus manos para contar, representar números y hacer cálculos sencillos. Es indudable que el hecho de poseer 10 dedos influyó en la "selección" de nuestro sistema numérico de **base diez**, los dedos fueron la primera representación **cardinal permanente**. En cuanto a la numeración escrita, posiblemente es tan

antigua como la propiedad privada, es casi seguro que se originó como un método para registrar los rebaños y otras mercancías y que, primitivamente, consistió en marcas sobre los árboles, piedras y rocas. Históricamente, la escritura de numerales precede a la escritura de las palabras, esta surgió cuando al escribir números el hombre se dio cuenta de que también podía escribir palabras.

Al principio el hombre empleaba los nombres de objetos de su medio natural para referirse a lo cardinal. Luego, ante a la necesidad de distinguir entre los objetos concretos y su representación cardinal, introdujo cambios fonéticos, dando lugar a las palabras numéricas, aunque actualmente no hay indicios de su significado original. Al parecer el referente más universal del lenguaje humano es lo cardinal, pues la estructura gráfica y fonética de los numerales es extraordinariamente semejante y estable a través de las distintas lenguas, en tanto que la mayoría de otros aspectos de los vocabularios han sufrido cambios radicales.

Poincaré.

Poincaré (1963) afirma que una demostración matemática no es una simple yuxtaposición de silogismos: los silogismos se colocan en cierto orden,

y el orden en el cual quedan colocados estos elementos es más importante que ellos mismos.

Jurquin.

Jurquin (1973) considera que las fórmulas no equivalen a las instrucciones para realizar una operación matemática y que el organismo tiene tantos grados de libertad que no permite escribir una fórmula acerca de la relación directa entre estímulos y respuestas, de modo que la relación entre los elementos de una fórmula (estímulos) y la realización de las operaciones que contiene (respuestas) sólo podemos analizarla en términos de probabilidades.

Los conceptos de Aristóteles, Einstein, Dantzig, Poincaré y Jurquin son, en lo general, compatibles con un análisis experimental del numeral en la medida en que especifican algunas de sus funciones estímulo.

La cardinalidad, como una función estímulo de los numerales, es desligada de las propiedades físicas, es correlativa, ordenada y convencional; los criterios y las descripciones de lo cardinal, aportados por Dantzig y Einstein, son pertinentes a una teoría de campo (Kantor, 1924-26; Ribes y López, 1985).

Los numerales se desarrollan en campos de interacción con los objetos y eventos y con las palabras que se emplean en los sistemas numéricos (campos de convenciones).

La estructura de las interacciones de los numerales con la conducta y con conjuntos de objetos puede representarse por medio de una adecuación de los paradigmas de mediación selectora y de sustitución referencial.

Se puede analizar la influencia del orden de los conjuntos y de los numerales sobre la adquisición de respuestas numéricas. Puede emplearse la probabilidad empírica, entre la presentación de los numerales y la ocurrencia de las respuestas numéricas, como un parámetro para analizar el proceso de adquisición.

Bases para el análisis experimental de la adquisición del numeral.

Por medio del análisis de la conducta se ha demostrado que variando las propiedades físicas de los conjuntos, para contrarrestar su influencia sobre las respuestas, es posible determinar si estas son o no controladas por lo cardinal (Ferster y Hammer, 1966; Damián, Villar y García, 1978; Díaz y García, 1980; Morales y García, 1994; Morales, 1994).

Se han empleado distintos paradigmas (Skinner, 1957, Sidman y Tailby, 1982; Sidman 1986; Ribes y López, 1985) para analizar aspectos de la conducta

simbólica; como aprender a discriminar (Hernández-Pozo, Fernández y Sánchez, 1989), los efectos de las descripciones sobre el aprendizaje discriminativo (Cepeda, Hickman, Moreno, Peñaloza y Ribes, 1991; Moreno, Cepeda, Hickman, Peñaloza y Ribes, 1991; Ribes, Domínguez, Tena y Martínez, 1992) y aspectos específicos de la conducta matemática (Ferster y Hammer, 1966; Damián, Villar y García, 1978; Díaz y García, 1980; González y García, 1984; Morales y García, 1994; García, 1994).

Con base en el paradigma de discriminación condicional (Sidman y Tailby, 1982), se han analizado, en términos de relaciones de equivalencia, algunos aspectos críticos de los procesos de adquisición y generalización del número en sujetos humanos (García, 1994).

NOTAS FINALES DE LA INTRODUCCIÓN

¹ Tradicionalmente se define al numeral como símbolo que representa un número, siendo el número una "idea" y el numeral un vehículo que sirve para comunicarla (National Council of Teachers of Mathematics, 1992, 1994). En cambio, en esta investigación, numeral se refiere a los estímulos empleados y número se emplea de acuerdo con la definición tradicional.

² Los neoplatónicos sostenían que los numerales representan conceptos, imágenes y proposiciones codificadas que contienen los secretos de una especie de universo oculto (Brumbaugh, 1954).

³ Aunque Aristóteles, como reacción contra los pitagóricos, comenzó la disociación de las ciencias teóricas, incluida la matemática, hasta la fecha los objetos matemáticos se usan como descripciones del grado de integración o desintegración de las instituciones de una sociedad; para representar las relaciones entre los conceptos empleados en una discusión; para referirse a cierta clase de estructuras o procesos. Estos usos demuestran que las cualidades abstractas de las estructuras matemáticas permiten representar procesos de distintos campos, pero también implican el riesgo de suplantar a dichos procesos.

⁴ Actualmente hay investigadores que sostienen que el pensamiento matemático es innato (Wynn, 1992; Gelman y Gallistel, 1978) y antecede a la adquisición del lenguaje (Wynn, 1992); que la sensibilidad a lo cardinal, entendida como propiedad abstracta de colecciones de objetos y eventos, no depende del desarrollo del lenguaje ni de acciones complejas ni de la experiencia cultural con los números (Starkey, Spelke y Gelman, 1990); que los niños nacen con la capacidad de ordenar y representar mentalmente las palabras numéricas (Gelman y Meck, 1983; Gallistel, 1990; Karmiloff-Smith, A., 1992). Al diseñar experimentos con base en estos conceptos han suplantado a las variables culturales y sociales que caracterizan al desarrollo de la matemática.

ANTECEDENTES.

El numeral como estímulo antecedente.

Desde un punto de vista del análisis de la conducta, el numeral es un estímulo que controla respuestas numéricas. Este control puede adquirirlo cualquier estímulo originalmente neutro, siempre y cuando interactue con aspectos cuantitativos del ambiente, con respuestas verbales numéricas y con las contingencias de reforzamiento que aplica una comunidad verbal de acuerdo con las reglas de un sistema numérico⁵; la interacción se vuelve más compleja a medida que se van incluyendo otros estímulos, otras dimensiones del ambiente y otras reglas matemáticas. En principio, este proceso es susceptible a un análisis experimental.

Infortunadamente, entre los investigadores del número predominan conceptos, incompatibles con el análisis de la conducta, en los que no se especifican claramente las propiedades de lo numérico (Davis y Perusse, 1988).

Consecuencias del empleo de una definición ambigua de lo numérico.

El empleo de una definición ambigua ocasionó que en los primeros

experimentos en los que se manipularon propiedades físicas de los conjuntos produciendo efectos mensurables en las respuestas orales numéricas, estos se emplearan como criterios de la psicofísica para establecer clases de respuestas de contar.

Warren (1897), observó que si la duración de la presentación de conjuntos es muy corta la cantidad máxima que es posible contar de un vistazo es tres, que si los conjuntos se presentan con una geometría regular se facilita la estimación de la cantidad y, que la cantidad máxima que se puede contar de uno en uno sin mover los ojos es cinco. Estos eventos estímulo-respuesta se definieron como formas de contar (“conteo perceptual”, “conteo inferencial”, “conteo progresivo”), enfatizando aspectos topográficos de las respuestas.

El numeral puede definirse más apropiadamente enfocando aspectos funcionales de las respuestas, como lo hizo Dantzig (1930) al referirse al **Sentido del Número** como la facultad de darse cuenta de que a un conjunto se le ha quitado o agregado un objeto, sin haber observado la operación, es decir, **comparando dos observaciones**, y al definir la conducta de contar como una forma de exceder los límites del sentido y la percepción del número.

Sin embargo, si en las definiciones de este tipo no se especifican las relaciones estímulo-respuesta, entre alguna respuesta convencional,

preferiblemente lingüística, y lo cardinal, las respuestas numéricas se confunden con aspectos no-lingüísticos, como patrones de conducta alimenticia (Davis y Perusse, 1988), aumentos en la duración de la fijación visual de bebés, controlados por el movimiento y el cambio de estructura⁶ (Treiber, Wilcox, 1984; Loosbroek y Smitsman, 1990; Starkey, Spelke y Gelman, 1991; Wynn, 1992, 1992a) y no por lo cardinal.

Es innegable que las propiedades físicas de los conjuntos afectan a la velocidad y a la exactitud de las respuestas numéricas que se emiten en la adquisición, generalización y desempeño de la conducta de contar, Taves (1941) encontró que la variación de la densidad afecta a la correspondencia de manera notable; los niños cometen menos errores de correspondencia y obtienen un mayor porcentaje de respuestas correctas al contar objetos movibles, ordenados y heterogéneos, por el contrario, si los objetos están fijos, desordenados y son homogéneos, aumentan los errores y disminuye el porcentaje de respuestas correctas (Damián, Villar y García, 1978; Díaz y García, 1980; González y García, 1984).

Pero las propiedades físicas de los estímulos no equivalen a sus propiedades numéricas. En experimentos con monos Ferster y Hammer (1966) intentaron sintetizar los componentes de la conducta aritmética a partir de procesos de discriminación más simples, con base en la taxonomía de la

conducta verbal de Skinner (1957) y por medio del procedimiento de igualación de la muestra establecieron una respuesta "numérica" ante pequeñas cantidades de estímulos; una vez establecida la pusieron a prueba variando las propiedades físicas de los conjuntos, con lo cual la respuesta decayó; al variar las propiedades físicas de los estímulos evitaron que el control de lo cardinal se confundiera con otras contingencias y demostraron que los monos no habían adquirido alguna clase de conducta matemática.

En un análisis de la conducta, aplicado al estudio del numeral, este procedimiento es importante porque, siendo inevitable que las dimensiones de las respuestas numéricas sean sensibles tanto a variables aritméticas como a las propiedades físicas de los conjuntos de objetos (Damián, Villar y García, 1978; Díaz y García, 1980), es indispensable que no se confunda el control que puede ejercer cada uno de estos aspectos.

Los estudios de García (1994) basados en el paradigma de Sidman.

Otros procedimientos experimentales que disminuyen las confusiones respecto al control de lo cardinal de los estímulos, son el empleo de dígitos y palabras numéricas como estímulos antecedentes y la aplicación de pruebas de transferencia. En dos estudios realizados por García (1994) para analizar las relaciones de equivalencia cuantitativa con base en una adecuación del

paradigma de Sidman y Tailby (1982), por medio de un procedimiento de discriminación condicional se emplearon como estímulos antecedentes conjuntos de objetos, conjuntos de eventos, palabras numéricas y dígitos presentados en una pantalla de computadora, palabras numéricas dichas al sujeto; las respuestas consistieron en señalar los signos =, < ó > por medio de un "ratón" de computadora y en decir palabras; como consecuentes se emplearon estímulos visuales indicando si las respuestas eran correctas o incorrectas. En estos estudios se identificaron componentes estímulo y componentes respuesta que intervienen en las competencias matemáticas; se entrenaron relaciones de equivalencia entre dos componentes que se generalizaron a otros pares de componentes.

Varios aspectos relacionados con estos estudios requieren comentarios:

Primero, el paradigma de discriminación condicional, permitió incluir tres clases de estímulos: primera, conjuntos de objetos y eventos; segunda, dígitos y palabras numéricas (en sustitución de los conjuntos); y tercera, los estímulos =, < y > que mediaron las respuestas de comparación: El procedimiento consistió en (1) variar sistemáticamente las propiedades físicas y cuantitativas de los conjuntos y de los numerales (manipular lo cardinal), (2) medir la latencia y la velocidad de adquisición, (3) analizar la generalización

por medio de sondeos de transferencia y, (4) un control sumamente preciso, confiable y replicable, basado en un programa para computadora.

Segundo, es posible que los constructos de simetría y transitividad correspondan efectivamente a diferentes niveles de generalización de respuestas, pues en los dos estudios se encontró que en la evaluación inicial hubo mayor porcentaje de aciertos en la prueba de relaciones de simetría que en la prueba de transitividad; lo que podría ser una evidencia de que las relaciones de simetría son menos complejas que las de transitividad. En uno de los estudios los sujetos fueron entrenados en relaciones de simetría, en el otro en relaciones de transitividad; el resultado fue que el entrenamiento en relaciones de simetría generó mayor ganancia en generalización para las relaciones de transitividad, este dato podría considerarse como evidencia de que, a través del desarrollo de las competencias matemáticas iniciales, las relaciones de simetría son más simples que las relaciones de transitividad. Al respecto hay que enfatizar que el elemento instrumental que permitió identificar las relaciones de reflexividad, simetría y transitividad, fue la organización de los estímulos antecedentes: =, < y >, que controlaron a las respuestas comparativas.

Tercero, posiblemente varios de los estímulos empleados cumplieron una función sustitutiva; por ejemplo, se empleó una operación experimental en la que se pidió a los sujetos que nombraran un numeral mayor, menor o igual a

otro que aparecía en la pantalla (García, 1994, pág. 88), es decir que las respuestas de los sujetos se emitieron en presencia de un estímulo simbólico que sustituyó a los conjuntos y ante las respuestas orales del experimentador que sustituyeron a las relaciones entre dígitos y cantidades mayores, menores o iguales.

Cuarto, si se enfatiza la función de los estímulos $=$, $<$ y $>$ y la complejidad de las respuestas mediadas por estos, cabe considerar que los constructos de simetría y transitividad no explican ninguno de estos aspectos. La presentación de los estímulos $=$, $<$ y $>$ fue el medio para relacionar las otras tres clases de estímulos que se emplearon, pero estos estímulos no guardan equivalencia con alguna de dichas clases, sino que representan clases de relaciones cuantitativas que pueden establecerse.

Quinto, posiblemente en el paradigma de Sidman no puedan incluirse otros estímulos que no son dígitos como $+$, $-$, \times , $\%$, \sim , \pm , etcétera y que son relevantes en la matemática. Estos estímulos median respuestas de distinto grado de complejidad, tanto las que se requieren para resolver operaciones aritméticas básicas como las que están implicadas en la resolución de problemas matemáticos, de ecuaciones y de sistemas de ecuaciones

De acuerdo con los anteriores comentarios, se realizaron estos estudios de la adquisición del numeral empleando los procedimientos que han permitido

identificar las fuentes de control de las respuestas numéricas; optando por dos paradigmas de una teoría de campo para representar las funciones mediadoras del numeral.

Una teoría de campo (Ribes y López, 1985).

Una teoría de campo (Ribes y López, 1985), contiene un conjunto de paradigmas correspondientes a distintos niveles funcionales de relaciones entre estímulos y respuestas. En dichos paradigmas se pueden incluir numerales, palabras numéricas y los estímulos relacionales que se emplean en la aritmética básica y en las matemáticas avanzadas.

La adquisición del numeral es susceptible de analizarse mediante los paradigmas de mediación selectora y de sustitución, que representan procesos de distintos niveles funcionales del comportamiento y que pueden adecuarse para representar los procesos de la conducta implicados en la matemática.

Considerando, que la conducta matemática, aún en niveles iniciales como el conteo y el empleo de numerales, consiste en redes complejas de interdependencia entre eventos del ambiente y la conducta del organismo, y que esta clase de conducta se caracteriza porque incluye respuestas lingüísticas, resulta adecuado analizarla de acuerdo con una teoría de campo (Ribes y

López, 1985), en la cual las contingencias consisten en descripciones de dichas redes de interdependencia.

En este esquema, las contingencias representan la organización particular de los contactos mediados entre un organismo, otros organismos y los objetos estímulo del ambiente, por ejemplo: entre un aprendiz de aritmética, un profesor y los objetos matemáticos; reconociendo dos diferentes tipos de mediación:

(1) Contingencias o mediaciones directas, que consisten en interacciones entre respuestas biológicas y propiedades físico-químicas de los objetos. Que no incluyen las clases de respuestas realmente simbólicas que son pertinentes a la matemática, aún cuando pueden incluir palabras numéricas y trazo de numerales.

(2) Contingencias o mediaciones indirectas o sustitutivas, que consisten en interacciones en las cuales el organismo responde no solo a las propiedades físico-químicas de los objetos, sino también a las propiedades relacionales de estos, por ejemplo: el organismo responde a la igualdad o desigualdad entre dos objetos estímulo, que pueden ser dos conjuntos de objetos, dos numerales o un numeral y un conjunto.

Hay tres tipos de mediaciones indirectas, a saber: mediación selectora, mediación referencial y mediación no referencial, siendo sustitutivas estas dos

últimas. Estos tres tipos de mediaciones se distinguen porque incluyen respuestas de distinto grado de desligamiento respecto de las propiedades fisico-químicas.

Estos estudios se realizaron de acuerdo con los dos primeros tipos de mediación, empleando adaptaciones de los paradigmas originales, los cuales se describen en el marco teórico.

NOTAS FINALES DE LOS ANTECEDENTES

⁵ Un sistema numérico es un conjunto de numerales (y de las palabras numéricas correspondientes) ordenados en forma creciente de acuerdo a la magnitud que representan (secuencia natural). Contar una colección consiste en asignar a cada miembro de la colección una palabra numérica, siguiendo la secuencia natural "uno", "dos" etcétera, hasta contar todos los miembros de la colección, el término asignado al último miembro de la colección se llama número ordinal.

⁶ La tarea empleada por Loosbroek y Smitsman (1990) y por Wynn (1992a) es semejante a las tareas de elección forzada utilizadas en experimentos recientes para estudiar la detección del movimiento (Dannemiller, 1994) y la preferencia por la novedad (Quinn, Burke y Rush, 1993).

MARCO TEÓRICO.

La función de estímulo del numeral.

En los campos que contienen solo numerales y eventos físicos la función del numeral consiste en mediar respuestas selectoras de variaciones de una dimensión de los eventos como cantidad, longitud, duración, temperatura, velocidad etcétera. En los campos que contienen otros objetos matemáticos, el numeral tiene dos funciones: sustituir variaciones de las dimensiones de eventos físico-químicos y representar relaciones entre numerales.

Las dimensiones de eventos físicos susceptibles de representarse son múltiples, por lo que, históricamente, se han construido distintos instrumentos para medirlas y varias clases de numerales para representarlas.

Una dimensión común y accesible es la cantidad de objetos que pueden contarse directamente, es el referente que los matemáticos han empleado para definir los números naturales, los números cardinales y los números dígitos; estos estímulos son numerales no sólo porque tienen el referente mencionado sino porque controlan respuestas numéricas orales y no orales (Marr, 1986).

La interconducta matemática.

Los numerales son marcas y signos que al interactuar sistemáticamente con las distintas respuestas de contar, como mover, tocar y señalar los objetos que se cuentan, se transforman en representaciones de conjuntos. Estas representaciones se emplean en campos matemáticos de distintos niveles de complejidad con otros estímulos y otras respuestas verbales para construir los diferentes objetos matemáticos.

Los objetos matemáticos.

De acuerdo con Kantor (1978), los objetos matemáticos consisten en relaciones de muchos tipos, como la aritmética, el álgebra y la geometría; el desarrollo de estos objetos se realiza a partir de contactos del organismo con objetos y eventos físicos y con las convenciones de su medio cultural, dando lugar a varios tipos de objetos matemáticos como:

Objetos matemáticos originales.

Que consisten en establecer relaciones elementales como la extensión espacial y la sucesión temporal, por medio de contactos como ordenar y contar las cosas.

Objetos matemáticos sustitutos.

Que consisten en una gran variedad de símbolos que representan dimensiones y de signos y estructuras de signos y símbolos que sirven para organizar relaciones; aquí se incluyen los numerales, los signos de relación, las ecuaciones, fórmulas, figuras y diagramas.

Objetos matemáticos complejos.

Que consisten en las relaciones estructuradas entre diversos objetos sustitutos y en los teoremas y sistemas matemáticos.

La función de los objetos matemáticos.

Es esencialmente representativa o descriptiva; la validez y adecuación de las representaciones y las descripciones depende de la comprobación directa, es decir, de que correspondan a los conjuntos de objetos y eventos matemáticos y no matemáticos y a respuestas verbales precisas.

Aunque la validez de los objetos matemáticos sustitutos depende de la comprobación directa y las respuestas numéricas son sensibles a las propiedades físicas de los estímulos, la cualidad numérica no depende de las propiedades físicas de los estímulos, sino de la consistencia con que sustituyan a las variaciones de cantidades y de otras dimensiones de acuerdo con el orden

y la lógica de las situaciones matemáticas; sin embargo en las etapas iniciales de la adquisición las respuestas son todavía muy sensibles a las propiedades físicas, lo que permite describir el proceso de acuerdo con una teoría de campo (Ribes y López, 1985), con base en los diferentes grados de desligamiento que se van alcanzando hasta que las respuestas numéricas pueden emplearse eficazmente en las operaciones aritméticas. De acuerdo con esta teoría, los estímulos adquieren primero una función selectora y luego una función sustitutiva, siendo esta última la que los caracteriza como numerales.

Adquisición de la función selectora.

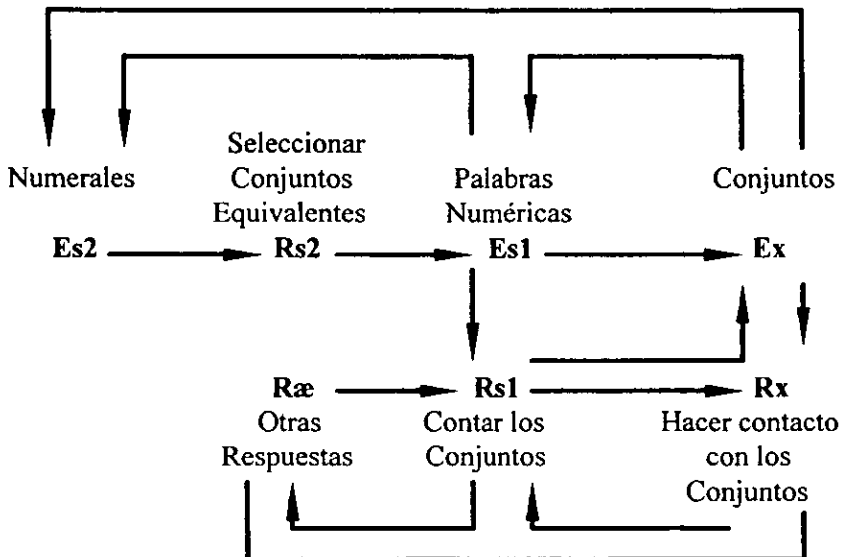
La adquisición de la función selectora depende de:

- (1) La interacción entre cada estímulo de un sistema numérico, cada variación de la cantidad de objetos contenidos en conjuntos y cada palabra numérica.
- (2) La disponibilidad por parte del individuo de palabras numéricas. Para que un individuo responda al numeral como objeto sustituto, debe dominar varias formas de contar, por ejemplo: con los dedos, tocando, señalando u oralmente.
- (3) El reforzamiento diferencial de respuestas que establezcan correspondencia entre cada estímulo y la cantidad de cada conjunto.

La adquisición es completa cuando las respuestas de un individuo establecen correspondencias entre todos los estímulos de un sistema numérico y

todas las cantidades que el sistema permita representar.

La función selectora del numeral puede analizarse de acuerdo al caso de los eventos independientes, y representarse como sigue:



En donde cada número (Es2) media la respuesta selectora de cada cantidad (Rs2) realizada por el sujeto, siendo:

Ex propiedades físicas los conjuntos (modalidad, distribución, homogeneidad, forma, tamaño).

Rx coger, mover, tocar marcar o señalar los objetos del conjunto.

Es1 cada palabra numérica emitida mientras se cuenta o cada palabra numérica

emitida ante cada conjunto.

Rs1 contar cada conjunto.

Ræ mencionar tamaño, forma, color de los objetos los conjuntos o de los signos.

Es2 la presentación de cada número, palabra o signo perteneciente a un sistema numérico inédito.

Rs2 seleccionar y marcar un conjunto que corresponda a un numeral.

La adquisición del numeral como función sustitutiva.

La adquisición del numeral como función sustitutiva depende de:

- (1) la disponibilidad de un sistema de respuestas cuantificadoras que correspondan a un sistema numérico y que puedan emitirse en ausencia de los conjuntos o de otros eventos físicos.
- (2) la interacción de las respuestas cuantificadoras con cada numeral de un sistema y con cantidades, desligadas de las propiedades físicas de los conjuntos.
- (3) el reforzamiento diferencial de las respuestas cuantificadoras, desligadas de las propiedades físicas de los conjuntos

La función sustitutiva del numeral se cumple cuando el sistema de respuestas permite al individuo identificar, sin errores, relaciones del tipo

"mayor", "menor", "igual" entre cantidades representadas por dígitos, ordenar dígitos y resolver operaciones aritméticas.

La función sustitutiva del numeral puede representarse por medio del paradigma de Sustitución Referencial como sigue:

Representación paradigmática de la relación de equivalencia entre los numerales de operaciones y los numerales contenidos en los resultados.

$ECy \longrightarrow Ray \longrightarrow EAy \longrightarrow RB(Ay)$

en donde:

ECy operaciones aritméticas (en estos estudios se emplearon una adición y una sustracción en las que un miembro es un conjunto de objetos y el otro es un numeral inédito).

RAy decir al sujeto que realice la operación y seleccione el número que corresponda al resultado.

EAy conjunto de numerales entre los que se encuentra el que corresponde al resultado (en estos estudios se emplearon cuatro numerales inéditos diseñados expresamente).

RB(Ay) realizar operaciones aritméticas (ECy) y escribir el resultado correcto (en estos estudios se empleo como ejecución marcar el numeral correspondiente

al resultado).

La función del numeral puede considerarse sustitutiva referencial en un sistema aritmético solo si todos y cada uno de los estímulos marcados equivale al resultado de la operación. Solo así se demuestra el control del sistema de estímulos numéricos (que son parte de ECy) sobre el sistema de respuestas numéricas (que son parte de RB(Ay)).

Estas adecuaciones de los paradigmas de la teoría de campo permitieron analizar la adquisición del numeral empleando un sistema de cuatro numerales inéditos, diseñados para analizar el proceso por medio del que un estímulo cualquiera se transforma en numeral.

La probabilidad condicional empírica entre los numerales y las respuestas numéricas

Una vez que el numeral funciona como estímulo selector, mantiene una relación de correspondencia sistemática con las palabras numéricas y con las cantidades, para que los numerales cumplan su función selectora en una serie dada de concurrencias $Es \longrightarrow Rs$, que incluyan numerales y respuestas selectoras, la probabilidad condicional empírica debe ser 1.0.

La relación $Es \longrightarrow Rs$ es probabilística porque los numerales se

presentan conjuntamente con múltiples estímulos y respuestas, que aún en condiciones experimentales no es posible controlar, ni observar, ni calcular su efecto (Fréchet, 1988). Para que los individuos realicen operaciones, los numerales deben sustituir con precisión a las cantidades que les corresponden, de acuerdo con un sistema numérico, la probabilidad condicional empírica de una serie dada de concurrencias $E_s \longrightarrow R_s$, en las que E_s son operaciones y las R_s son respuestas aritméticas correctas (escribir, decir o marcar los resultados correctos de operaciones) debe ser 1.0. Los numerales, guarismos, operaciones y fórmulas no son instrucciones (Jurguin, 1973); el contacto de los numerales, los miembros de las fórmulas y los signos de relación y de operación con cada respuesta de los individuos depende de muchos factores entre los que se encuentran el hecho de que la calidad de correcta o incorrecta de cada respuesta se determina con base en principios matemáticos que son básicamente ajenos a la conducta y de que, al comenzar el aprendizaje, la mayoría de las respuestas son incorrectas, es decir que su probabilidad es menor que 1.0.

La probabilidad condicional empírica puede emplearse para determinar el nivel funcional de los dígitos en dos situaciones, una de selección de conjuntos y otra de resolución de operaciones.

ESTUDIO 1

Cualquier estímulo originalmente ajeno a lo cardinal puede transformarse en numeral. El conocimiento del proceso de dicha transformación debería basarse en estudios realizados con sujetos que no tengan una historia de interacción con los numerales. Sin embargo, los sujetos que participaron conocen y emplean la serie natural; debido a esta circunstancia, se sustituyeron los numerales arábigos por numerales inéditos.

Propósitos :

1. - Analizar el proceso por medio del que un estímulo adquiere la función de mediar de la correspondencia entre respuestas numéricas selectoras y cantidades de objetos.
2. - Identificar los funciones de las respuestas en cada fase del estudio.
3. - Identificar que aspectos del procedimiento facilitaron la emergencia de la sustitución referencial.

MÉTODO

Sujetos.- Participaron 25 alumnos de bachillerato (de 30 que se presentaron a la evaluación inicial solo 25 concluyeron el experimento), sus características fueron: un hombre y tres mujeres de primer grado; siete hombres y siete mujeres de segundo y seis hombres y una mujer de tercero, sin deficiencias auditivas ni visuales; sus calificaciones en matemáticas fluctuaron entre 5.0 y 10.0. Antes de empezar las sesiones, se dijo a cada uno que el propósito del estudio era determinar la rapidez y la precisión con que aprendería los números¹, también se le mostró el material y se describió la forma en que debería emplear cada página.

Escenarios.- La biblioteca de la escuela.

Materiales.- Prueba de Mediación Selectora (apéndice 4): media página con 10 cuadros, cada uno con dos áreas: una área contiene cuatro conjuntos de uno a cuatro figuras ordenados del uno al cuatro, la otra área contiene uno de cuatro numerales, diseñados expresamente para el estudio. Una Prueba de Mediación Selectora contestada (apéndice 6). Prueba de Sustitución Referencial (apéndice 5): una página con cinco sumas en las que un sumando es un conjunto de figuras, el otro sumando es un numeral y el resultado corresponde a uno de cuatro numerales y con cinco restas en las que el

minuendo o el substraendo es un numeral o un conjunto de figuras y el resultado corresponde a uno de cuatro numerales. Una Prueba de sustitución Referencial contestada (apéndice 7). Hojas de consulta (apéndices 2 y 3) con 16 cuadros, cada uno con un numeral y un conjunto de uno a cuatro figuras, hay cuatro cuadros para cada tamaño numérico. una tabla de equivalencias entre los estímulos empleados y los primeros cuatro dígitos de la serie natural (apéndice N° 1).

Aparatos. 5 cronómetros

Diseño experimental.

EVALUACIÓN INICIAL	PRACTICA	EVALUACIÓN FINAL
A. Mediación Selectora. B. Sustitución Referencial.	EN MEDIACIÓN SELECTORA	A. Mediación Selectora. B. Sustitución Referencial.

Se empleo un diseño semejante al de "pretest-postest", para evaluar las respuestas de cada sujeto en una prueba de mediación selectora y en otra de sustitución referencial; El procedimiento fue de tres fases: (1) evaluación inicial, (2) práctica y (3) evaluación final; En las fases de evaluación se obtuvieron datos acerca del porcentaje de aciertos en mediación selectora y en la prueba de sustitución referencial; Durante la fase de práctica se obtuvieron

datos para analizar el proceso de adquisición de la mediación selectora.

Variables de medición:

1. - Cantidad de ensayos de práctica en mediación selectora .
2. - Porcentaje de aciertos en la prueba de mediación selectora;
3. - Porcentaje de aciertos en la prueba de sustitución referencial.

Análisis.

Consistió en identificar los aspectos que influyeron sobre la adquisición de la mediación selectora y sobre la emergencia de la sustitución referencial, comparando distintas medidas, como:

- a) la cantidad de ensayos de práctica,
- b) las ganancias obtenidas durante la práctica y,
- c) las ganancias obtenidas en los últimos 10 ensayos.

Para lo cual:

- a) se calculó la probabilidad condicional empírica entre los aciertos en mediación selectora y los de sustitución referencial.
- b) se compararon las ganancias en mediación selectora con las ganancias en sustitución referencial y,
- c) se comparó la probabilidad condicional empírica con las ganancias en sustitución referencial.

Procedimientos:

Entrenamiento de los experimentadores: Colaboraron dos psicólogas, un químico, una filósofa. El entrenamiento consistió en que realizaron las pruebas (apéndices 4 y 5), y la práctica (apéndices 2, 3 y 4) y calificaron sus pruebas y sus ensayos de práctica cotejando sus respuestas con una hoja que contiene las equivalencias de los numerales empleados a números arábigos (apéndice 1), las pruebas fueron aplicadas por quien escribe; luego los experimentadores procesaron los datos, elaboraron las gráficas correspondientes y participaron en una sesión en la que hicieron comentarios acerca de los datos y de sus observaciones durante el experimento.

Administración de los procedimientos: Tanto las pruebas de evaluación como las sesiones de práctica se realizaron individualmente, cada sujeto con un experimentador, en reuniones sabatinas de media hora aproximadamente, en las cuales cada sujeto hizo un diferente número de ensayos.

Evaluación inicial: Diez reactivos de mediación selectora: Se presentó a cada sujeto el apéndice 4 y se le dijo: “encierra en un círculo el conjunto que corresponda a cada número”, indicando cuales eran los números y cuales los conjuntos. Diez reactivos de sustitución numérica: Se presentó a cada sujeto el:

apéndice 5 y se le dijo "encierra en un círculo el número que corresponda al resultado de cada suma y de cada resta", indicando cuales son las sumas, y cuales las restas y los números. Los experimentadores calificaron las pruebas consultando los apéndices 6 y 7.

Práctica en mediación selectora: Al comienzo cada sesión se presentaba una hoja de consulta que se asignó por azar (apéndice 2, ó 3) diciendo al sujeto: "aquí hay un conjunto y aquí un número (señalando en el apéndice 2 o 3), tienes 16 segundos² para estudiar la página y aprender los números", a los 16 segundos se recogía la hoja y se presentaban diez reactivos de mediación selectora (apéndice 4) diciéndole "estos son números y estos son conjuntos (señalando en el apéndice 4); Marca con un círculo el conjunto que corresponda a cada número. Yo diré cuando los hayas aprendido", cada sesión de práctica consistió una secuencia de 16 segundos de consulta seguidos por diez ensayos de mediación selectora, la medición del tiempo comenzaba presentando la cara impresa hacia abajo, inmediatamente después de que el sujeto realizaba diez ensayos el experimentador revisaba la hoja de respuestas y la comparaba con el apéndice 6, si encontraba un error decía al sujeto: "todavía no los aprendes, ¿quieres realizar otros diez ensayos", si el sujeto decía que no se calendarizaba otra reunión; Cada sujeto realizó las sesiones que requirió hasta que logró marcar correctamente 10 conjuntos en una sola sesión,

inmediatamente después de terminar dicha sesión se le informó que había identificado los números correctamente³; la cantidad de sesiones fue distinta para cada sujeto.

Evaluación final: Se consideraron como evaluación final los últimos diez ensayos de mediación selectora correctos, se aplicó y se calificó la prueba de sustitución referencial igual que en la evaluación inicial.

RESULTADOS DEL ESTUDIO 1.

Se presentan los datos individuales y los promedios de aciertos obtenidos durante la práctica en mediación selectora y en la prueba de sustitución referencial (tabla N°1); la probabilidad condicional empírica individual y promedio, los datos que se emplearon para calcularla y las ganancias de cada sujeto respecto al promedio del grupo (tabla N°2). Las gráficas, elaboradas con datos de las tablas, ayudan a describir varios aspectos del proceso, como son el porcentaje de aciertos obtenidos al seleccionar conjuntos en cada ensayo de práctica de mediación selectora, el porcentaje de aciertos obtenidos en los últimos ensayos de práctica, y los obtenidos al identificar los resultados de sumas y restas en la prueba de sustitución referencial.

Hubo estereotipia en la mayoría de las sesiones de práctica, el porcentaje de aciertos en identificar los resultados de sumas y restas no coincidió con el porcentaje de aciertos en seleccionar conjuntos, lo cual permite considerar que las respuestas selectoras de conjuntos y las de identificación de resultados pertenecen distintos niveles funcionales. Las gráficas ilustran: (1) la comparación entre el porcentaje de respuestas correctas en la prueba de sustitución referencial y el porcentaje de aciertos en

mediación selectora ganados como consecuencia de la práctica y, (2) la comparación de las pérdidas y ganancias individuales con la probabilidad condicional empírica.

Procesamiento de los datos.- En los productos permanentes se contaron los ensayos de práctica y los aciertos. Para cada una de las pruebas se calcularon las ganancias de cada sujeto respecto a su evaluación inicial y al promedio del grupo y la diferencia del promedio del grupo en la evaluación final menos el promedio en la evaluación inicial.

Para determinar el cociente de condicionalidad entre la sustitución referencial y la mediación selectora se calculó la probabilidad condicional empírica de:

$$Es2 \longrightarrow Rs2 / Eay \longrightarrow RB(Ay)$$

De acuerdo con la fórmula:

$$P = P \{A\} \{B\}$$

$$\text{Siendo } B = Eay \longrightarrow RB(Ay) \text{ y, } A = Es2 \longrightarrow Rs2$$

B = % de aciertos en la evaluación final en medición selectora.

A = % de aciertos en la evaluación final en sustitución referencial.

TABLA N°1

Ss	EIMS	CDE	GDP	GDU	GTE	EISR	EFMS	GSR
1	30	20	20	50	70	30	30	0
2	50	20	0	50	50	40	90	50
3	0	30	60	40	100	40	10	-30
4	20	30	15	65	80	20	40	20
5	40	30	15	45	60	20	40	20
6	20	30	25	55	80	10	70	60
7	40	30	5	55	60	60	70	10
8	40	30	10	50	60	20	80	60
9	0	30	45	65	100	0	90	90
10	40	40	0	60	60	60	100	40
11	10	40	27	63	90	30	90	60
12	0	50	35	65	100	20	40	20
13	30	50	50	20	70	20	60	40
14	10	60	24	66	90	20	10	-10
15	10	60	42	48	90	50	80	30
16	20	60	34	46	80	40	90	50
17	20	70	30	50	80	30	70	40
18	50	70	-10	60	50	10	90	80
19	0	80	22	78	100	40	60	20
20	10	80	18	72	90	10	70	60
21	20	100	16	64	80	40	20	-20
22	40	110	14	46	60	30	50	20
23	10	170	41	49	90	20	100	80
24	10	190	23	67	90	70	30	-40
25	30	250	30	40	70	20	100	80
PROM	22	69.2	22.4	56	78	30	63.2	33.2

A excepción de CDE, todas las columnas contienen % de aciertos. Para la mediación selectora, la columna Ss representa sujetos, EIMS evaluación inicial, CDE cantidad de ensayos de práctica, GDP ganancia durante la práctica, GDU ganancia en los diez ensayos finales (GTE-GDP), y GTE diferencia EFMS-EIMS. Para la sustitución referencial, EISR es evaluación inicial, EFMS evaluación final, y GSR diferencia EFMS-EISR. Los promedios de EIMS y GDP están debajo del 24%, EISR es de 30%, EFMS es 36.8% más alta que EISR y GDU es 33.6% más alta que GDP.

TABLA N°2

Ss	EFSR	GSR	PCE	GRM	GRS
1	30	0	0.3	-8	-33
2	90	50	0.9	-28	17
3	10	-30	0.1	22	-63
4	40	20	0.4	2	-13
5	40	20	0.4	-18	-13
6	70	60	0.7	2	27
7	70	10	0.7	-18	-23
8	80	60	0.7	-18	27
9	90	90	0.9	22	57
10	100	40	1	-18	7
11	90	60	0.9	12	27
12	40	20	0.4	22	-13
13	60	40	0.6	-8	7
14	10	-10	0.1	12	-43
15	80	30	0.8	12	-3
16	90	50	0.9	2	17
17	70	40	0.7	2	7
18	90	80	0.9	-28	47
19	60	20	0.6	22	-13
20	70	60	0.7	12	27
21	20	-20	0.2	2	-53
22	50	20	0.5	-18	-13
23	100	80	1	12	47
24	30	-40	0.3	12	-73
25	100	80	1	-8	47
PROM	63.2	33.2	0.63	0	0.2

En la columna EFSR se representan los porcentajes de aciertos obtenidos en la evaluación final en sustitución referencial, GSR corresponde a la diferencia EFSR-EISR, PCE a la probabilidad condicional empírica de EFSR, respecto a EFMS. GRM a las ganancias individuales calculadas con base en el promedio de las calificaciones de todos los sujetos en mediación selectora y GRS a las ganancias individuales calculadas con base en el promedio de las calificaciones de todos los sujetos en sustitución referencial ($GRM = GTE \text{ ind.} - GTE \text{ prom.}$), ($GRS = GSR \text{ ind.} - GSR \text{ prom.}$).

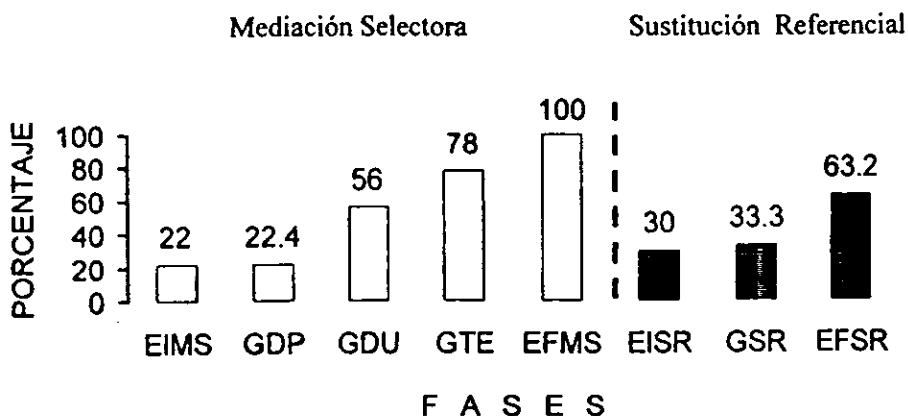
TABLA N° 3

DATOS DE LA TABLA N° 1	CORRELACION
EIMS / GTE	0.07
CDE / GSR	0.11
CDE / PCE	0.05
CDE / GSR	0.14
GMS / GSR	-0.19
PCE / GMS	-0.27
PCE / GDU	-0.10
PCE / GSR	0.87

En esta tabla aparecen las correlaciones entre las distintas columnas de datos de la tabla N° 1. Las ganancias en sustitución referencial no dependieron de ninguna de las variables empleadas en el estudio, Los datos se abordan con detalle en el análisis descriptivo, con base en estas correlaciones.

Análisis descriptivo.

PROMEDIOS GENERALES

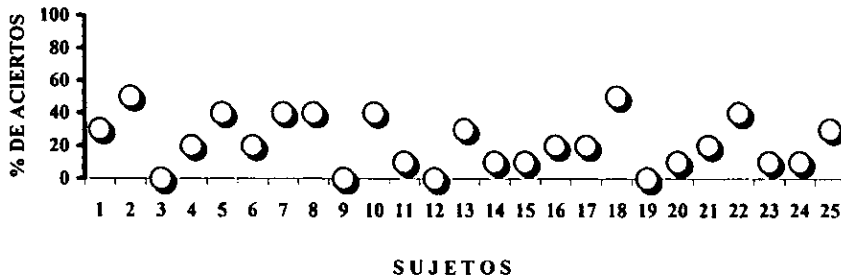


Gráfica N° 1: Porcentajes promedio de aciertos de mediación selectora: en la evaluación inicial (EIMS 22%), el promedio ganado en la práctica (GDP 23.2%), la ganancia obtenida en los diez ensayos finales (GDU 56%), la ganancia total (GTE = EFMS-EIMS = 78%), y la evaluación final (EFMS). Porcentaje de aciertos en sustitución referencial: en la evaluación inicial (EISR 30%), la ganancia (GSR = EFSR-EISR = 33.33%), y en la evaluación final (EFSR 63.2%).

El 56% de los aciertos en mediación selectora se ganó en los últimos 10 ensayos, lo cual indica que en la mayoría de los ensayos de práctica los numerales controlaron respuestas no numéricas y que estas se emitieron completamente hasta los últimos diez ensayos. El porcentaje de aciertos obtenido en la evaluación final en sustitución referencial y su diferencia con la evaluación inicial es evidencia de que, aún después de la práctica en mediación selectora, los numerales no cumplieron cabalmente su función sustitutiva numérica.

ADQUISICIÓN DE LA MEDIACIÓN SELECTORA.

GRAFICA N°2: EVALUACIÓN INICIAL



Gráfica N° 2: Ilustra el porcentaje de aciertos de cada sujeto en la evaluación inicial en mediación selectora.

En la evaluación inicial ninguno de los sujetos tuvo más del 50% de aciertos, cuatro no tuvieron aciertos y solo dos alcanzaron dicho porcentaje, el promedio de las calificaciones individuales fue de 22% (ver la tabla N°1); Lo cual es una evidencia de que antes de iniciar los ensayos de práctica ninguno relacionaba los estímulos (los numerales) con la cantidad de figuras contenidas en cada uno de los conjuntos.

GANANCIAS.

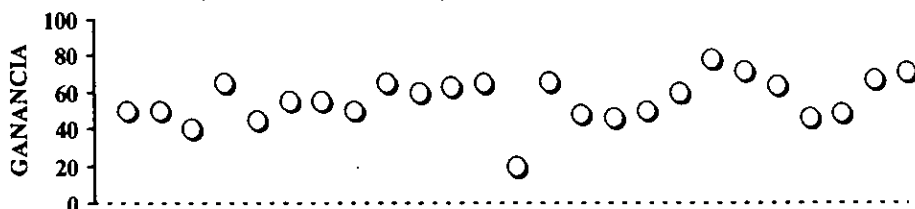
GRÁFICA N°3: DURANTE LA PRÁCTICA



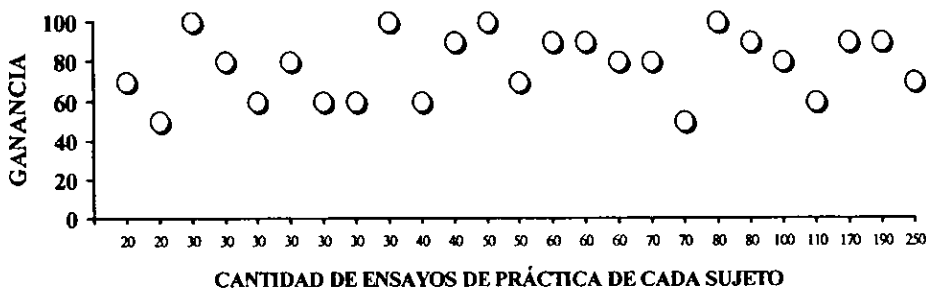
Gráfica N° 3: Representa el porcentaje de aciertos de cada sujeto durante los ensayos de práctica.

Durante la práctica hubo poca ganancia en la mayoría de los ensayos; En esta fase los sujetos 2, 4, 12, 14, 15, 21, 22 y 24 tuvieron una calificación superior al 50%, el promedio de las calificaciones individuales fue de 46% (ver tabla N° 1); Estos datos son una evidencia de que, para la mayoría de los sujetos, la práctica fue insuficiente para que los estímulos adquirieran una función numérica.

GRÁFICA N° 4: EN LOS DIEZ ÚLTIMOS ENSAYOS



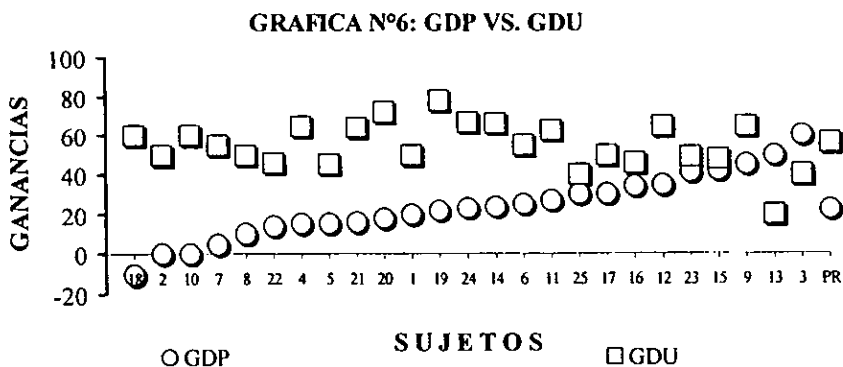
GRÁFICA N° 5: EN TODOS LOS ENSAYOS



Gráficas N°4 y N°5: Estas gráficas representan respectivamente las ganancias de cada sujeto obtenidas en los diez últimos ensayos y en todas las fases (GDU y GTE en la tabla N°1)

El promedio de ganancias acumuladas (GTE, TABLA N°4) fue de 78% aciertos, el promedio de las ganancias de los diez últimos ensayos (GDU en la tabla N°1) fue de 56%, durante la práctica solo ganaron menos del 23% (GDP, ver gráfica N°3). Estos datos permiten afirmar que los sujetos no establecieron relaciones de correspondencia, entre los estímulos (numerales) y las cantidades, durante la práctica, sino en los últimos diez ensayos.

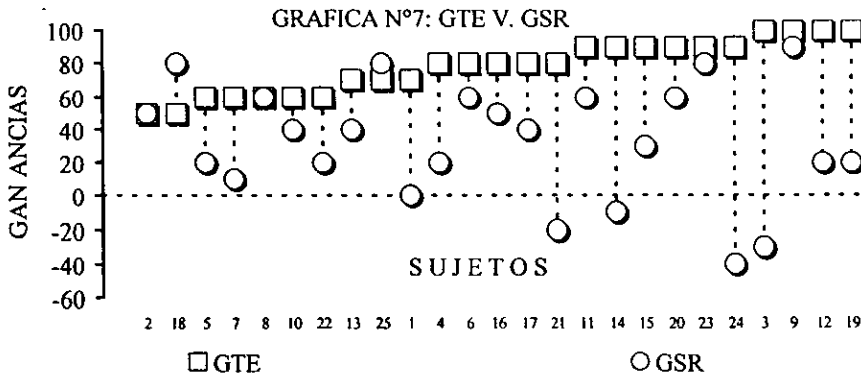
GANANCIAS EN LA PRÁCTICA Y EN LOS ÚLTIMOS DIEZ ENSAYOS.



Gráfica N°6: Cada marca de GDP representa el porcentaje de aciertos de cada sujeto en los ensayos de práctica antes de alcanzar el 100%, estos datos aparecen en orden creciente. GDU representa el porcentaje de aciertos ganados en los diez últimos ensayos, PR representa los promedios del grupo en GDP y en GDU.

Durante la práctica la mayoría de los sujetos no relacionaron los numerales con la cantidad de figuras contenidas en los conjuntos, sino que establecieron dicha relación en los últimos diez ensayos; Puede suponerse que en estos ensayos emergieron respuestas verbales que ya estaban presentes en el repertorio de entrada de los sujetos y que dichas respuestas permitieron a los sujetos relacionar los numerales con la cantidad de figuras contenidas en los conjuntos. Aunque también hubo sujetos que establecieron una relación muy precisa, no necesariamente numérica, entre los estímulos y los conjuntos.

EMERGENCIA DE LA SUSTITUCIÓN REFERENCIAL



Gráfica N° 7: Los datos se ordenaron de acuerdo a la diferencia entre las evaluaciones final e inicial obtenidas por cada sujeto en mediación selectora (GTE) para comparar este dato con las ganancias individuales en sustitución referencial (GSR) el eje Y1 corresponde a las ganancias de cada sujeto.

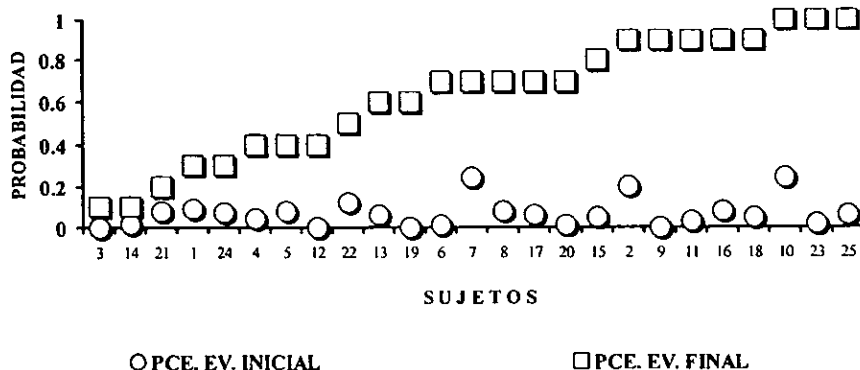
El sujeto 1 ganó de 70% en mediación selectora sin ganar en sustitución referencial, los sujetos 4, 5, 7, 12, 19 y 22 tuvieron ganancias altas en mediación selectora y bajas en sustitución referencial y los sujetos 3, 14, 21 y 24, con ganancias de 80% o más en mediación selectora, perdieron en sustitución referencial; Emplearon respuestas muy eficientes para seleccionar conjuntos, pero no para seleccionar numerales en las sumas y en las restas. La adquisición de la mediación selectora no garantizó un buen desempeño en sustitución referencial; Lo cual es evidencia de que los numerales tuvieron una función diferente en cada prueba, en una como estímulos controladores de respuestas selectoras y en otra como estímulos sustitutivos de cantidades.

CONDICIONALIDAD

Si la adquisición de la mediación selectora fuera condición suficiente para que emergiera la función sustitutiva, la probabilidad condicional empírica entre los aciertos correspondientes a las dos pruebas finales sería de 1.0, no fue así, como se aprecia en las siguientes gráficas.

FUNCION SUSTITUTIVA.

GRAFICA N°8: PROBABILIDAD CONDICIONAL EMPÍRICA.

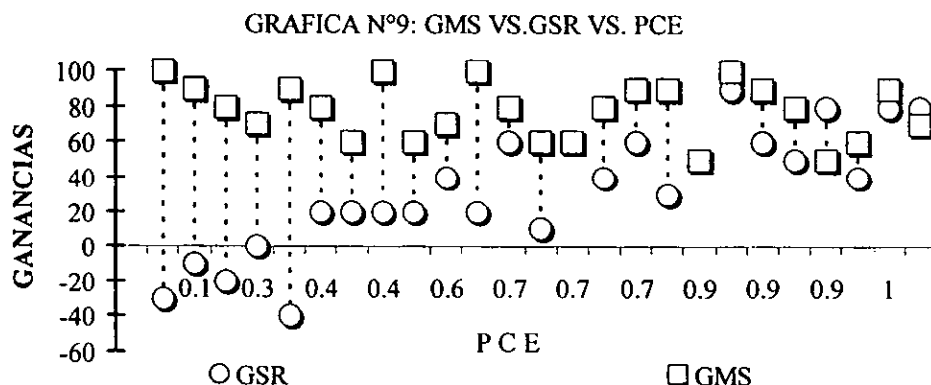


Gráfica N°8: Antes de la práctica se calculó la probabilidad condicional empírica (PCE) con base en los porcentajes de aciertos en EIMS y EISR de la tabla N°1; Después de la práctica se calculó con base en los porcentajes de aciertos en EFMS (100% para todos los sujetos) y EFSR (ver tabla N°1).

Antes de la práctica la condicionalidad entre las dos clases de respuestas era casi nula; Después de la práctica hubo aumentos que no fueron uniformes, aunque todos los sujetos alcanzaron el 100% de aciertos en mediación selectora no todos obtuvieron porcentajes altos en la prueba de

sustitución referencial; La probabilidad varió entre 0.1 y 1.0, el promedio fue de 0.63. Después de la práctica, 14 de los 25 sujetos establecieron una relación condicional de 0.7 o más entre sus respuestas selectoras y sus respuestas sustitutivas.

CONDICIONALIDAD Y GANANCIAS.



Gráfica N°9: GTE se compara con GSR, el eje Y corresponde a las ganancias en términos del porcentaje de aciertos y el eje X a la probabilidad condicional empírica.

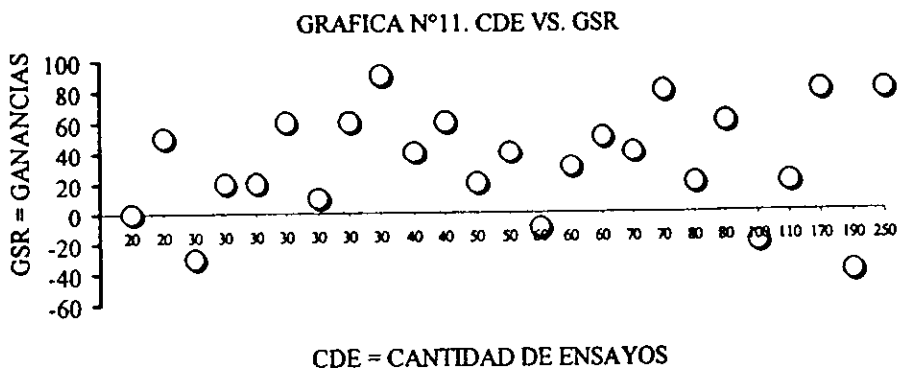
Esta gráfica representa la probabilidad entre los aciertos de cada una de las pruebas y las ganancias de cada sujeto en las pruebas de mediación selectora y de sustitución referencial. Las calificaciones en sustitución referencial fueron independientes de las calificaciones en mediación selectora, la condicionalidad entre las respuestas de mediación selectora y las de sustitución referencial no dependió de las ganancias en mediación selectora. La adquisición de la

mediación selectora mejoró la ejecución en sustitución referencial aproximadamente en aproximadamente el 50% de los sujetos. Y puesto que todos los sujetos alcanzaron el 100% de aciertos en mediación selectora, puede suponerse que solo en estos casos los numerales controlaron algunas respuestas que facilitaron el desempeño de los sujetos en ambos niveles funcionales, lo cual no ocurrió con otros sujetos que posiblemente seleccionaron los conjuntos basándose en las propiedades físicas de los estímulos empleados como numerales. La probabilidad condicional empírica es el producto de las calificaciones finales en mediación selectora y sustitución referencial, se calculó sin conocer las ganancias y es un índice adicional a la calificación final en mediación selectora para determinar la calidad cardinal de las respuestas.

corresponde al grado de condicionalidad entre las respuestas de sustitución referencial y las de mediación selectora; un valor de 1.0 significaría que al adquirir en mediación selectora emergerían automáticamente las respuestas sustitutivas. No hubo ganancias igualmente altas, hubo sujetos con ganancia en una de las calificaciones y pérdida en otra, hubo ganancias y pérdidas tanto en mediación selectora como en sustitución referencial. La mayoría de los sujetos con probabilidad superior a 0.6 obtuvieron ganancias en sustitución referencial, cuando fué inferior a 0.4 obtuvieron pérdidas. Posiblemente los sujetos con baja probabilidad, durante la práctica y en la prueba de mediación selectora, emitieron respuestas no numéricas que les ayudaron a seleccionar conjuntos pero no a seleccionar resultados en la prueba de sustitución referencial. Los sujetos que obtuvieron un probabilidad alta fueron eficientes tanto en la prueba de mediación selectora como en la de sustitución referencial, en estos casos los numerales controlaron respuestas comunes a los dos niveles que quizás hayan sido verbales, pues en los ensayos de práctica y en durante la prueba de sustitución referencial los sujetos con calificaciones altas se refirieron a los numerales por su nombre o escribían una tabla de equivalencias semejante al apéndice 1; en cambio los sujetos que obtuvieron una probabilidad baja teniendo porcentajes altos en mediación selectora no presentaron este tipo de respuestas. Posiblemente la sustitución referencial emergió debido a que, en los

últimos diez ensayos de mediación selectora los sujetos con calificaciones altas en sustitución referencial relacionaron los numerales con palabras numéricas y posteriormente, emplearon las palabras numéricas para sumar y seleccionar los resultados en la prueba de sustitución referencial.

CANTIDAD DE PRÁCTICA EN MEDIACIÓN SELECTORA Y EMERGENCIA DE RESPUESTAS SUSTITUTIVAS



Gráfica N°11: La ganancia de cada sujeto en sustitución referencial (GSR) no fue proporcional a la cantidad de ensayos de práctica en mediación selectora (CDE), los sujetos 3, 14, 21 y 24 obtuvieron pérdidas.

Los datos se ordenaron de acuerdo a la cantidad de ensayos de práctica de cada sujeto (eje X), al comparar esta cantidad con la ganancia de cada uno en la prueba de sustitución referencial (eje Y) se nota que no hubo coincidencias entre las ganancias y la cantidad de ensayos realizados, lo cual permite suponer que los numerales no cumplieron una función sustitutiva

la mayor parte de los ensayos de práctica.

El hecho de que el sujeto N°3, con alta calificación en mediación selectora durante los ensayos de práctica, haya obtenido una pérdida en sustitución referencial indica que durante la práctica y aún en los diez últimos ensayos seleccionó los conjuntos con base en las propiedades físicas de los estímulos, y que no empleó palabras numéricas para referirse a los numerales inéditos, estableciendo una relación estereotipada y no-numérica entre los conjuntos y los numerales empleados.

Estos datos, junto con los de las gráficas anteriores, son evidencia de que en la mayoría de los ensayos de práctica en mediación selectora los numerales no cumplieron una función de control que pudiera generalizarse a las pruebas de sustitución referencial; la emergencia de la sustitución referencial no dependió de la cantidad de ensayos de práctica, esta emergió hasta que se adquirió la mediación selectora, aunque la adquisición de esta no fue suficiente para inducir la sustitución en todos los sujetos.

DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES DEL ESTUDIO 1

Discusión: Durante la mayoría de los ensayos de práctica, casi todos los sujetos respondieron a los aspectos físicos de los estímulos, lo cual se ha observado también en estudios con niños que dicen la posición de los objetos (Restle, Rae y Kiesler, 1961), enumeran, apuntan (Beckwit y Restle, 1966), señalan (Díaz y García, 1980, González y García, 1984), sin que estas respuestas sean controladas por la cantidad.

Las respuestas a las propiedades físicas presentaron patrones estereotipados y disociados de las cantidades que consistieron en:

(1) observar los conjuntos que iban marcando y a los estímulos adjuntos, buscar estímulos iguales y marcar conjuntos iguales; este patrón de respuestas ocasionó errores consistentes, debido a que cuando la primera elección fue errónea también lo fueron las demás, ó bien los conjuntos marcados coincidían, y otros no, con algunos de los numerales correctos; El caso peculiar de un sujeto que habiendo alcanzado el 100% de aciertos en mediación selectora tuvo una pérdida en la evaluación final en sustitución referencial indica que el procedimiento empleado puede generar respuestas no numéricas, funcionalmente equivalentes a las observadas en el estudio de Ferster y Hammer (1966); es decir que la práctica en mediación selectora no garantiza en un 100%

la presencia de una función sustitutiva.

(2) marcar los conjuntos sin observar al numeral.

Estos dos patrones fueron más rápidos⁴ que los patrones de los sujetos que alcanzaron el criterio en menos ensayos y también más rápidos que los patrones que todos los sujetos presentaron en los últimos diez ensayos.

La adquisición de la función mediadora del numeral no dependió de la cantidad de ensayos, sino de que en los últimos ensayos los sujetos coordinaron las respuestas selectoras numéricas con el numeral.

En general, los sujetos tuvieron menos ganancias en sustitución referencial que en mediación selectora, es decir que la sustitución fue una tarea más difícil, lo que coincide con otros estudios en los que se ha observado que los estudiantes de bachillerato son más hábiles para resolver problemas concretos que para resolver problemas abstractos (Markovits, y Vachon, 1990). La emergencia de la función sustitutiva numérica no dependió de la cantidad de ensayos ni de la cantidad de elecciones numéricas correctas. El hecho de que los sujetos hayan obtenido menos aciertos en las pruebas de sustitución referencial que en las de mediación selectora indica que los numerales cumplieron funciones distintas en cada una de las pruebas.

La poca ganancia⁵ que se obtuvo en la prueba de sustitución referencial se debió a los estímulos novedosos que, además de los numerales inéditos, se

presentaron en cada operación dificultaban la elección de los numerales pues esta solo resultaba correcta cuando los sujetos coordinaban con precisión tres respuestas:

- (1) identificar el numeral de un sumando en ausencia del conjunto al que representaba, para lo cual la configuración de los estímulos no constituyó un factor relevante en el control de la ejecución, la práctica en mediación selectora numérica no generó automáticamente conducta sustitutiva numérica, tal como el entrenamiento configuracional no promueve control extrasituacional (Carpio, Pacheco, García Y Sierra, 1991),
- (2) sumarlo con el conjunto del otro sumando y,
- (3) seleccionar el numeral correspondiente al resultado.

Conclusiones: Los paradigmas de mediación selectora y sustitución referencial permitieron: (1) describir la forma en que los sujetos adquirieron respuestas selectoras de los numerales inéditos y, (2) distinguir clases de respuestas generadas por las tareas de mediación y sustitución numéricas, como pertenecientes a distintos niveles de organización del comportamiento (Ribes, Hickman, Peñaloza, Martínez, Hermosillo e Ibañez, 1988) a saber:

En un nivel suplementario, los sujetos respondieron a las propiedades físicas empleando patrones estereotipados⁶, sin relación con las cantidades de

figuras contenidas en los conjuntos ni con los numerales (como responden otros sujetos con distintos niveles de desarrollo lingüístico, incluyendo niños Down). Las tareas de mediación selectora numérica empleadas en el estudio incluyeron relaciones de igualación simple y simbólica que posiblemente se resolvieron en función de las propiedades configuracionales de los conjuntos, aunque las ejecuciones hayan parecido selectoras numéricas parcialmente desligadas de los conjuntos.

Las tareas de mediación selectora numérica generaron respuestas de nivel *prelingüístico o prematemático* dependientes de factores ecológicos que son comunes a especies no-humanas (Hernández-Pozo, Fernández y Sánchez, 1989) y a los niños pequeños que, aparentemente, discriminan pequeñas cantidades ante la presencia de conjuntos de objetos, pero cuyas respuestas corresponden a cualidades discretas del ambiente, distinguibles por su sola presencia y que no son numéricas ni verbales (Wynn, 1990, 1992, 1992a, 1992b; Morales, 1996).

En un nivel de mediación selectora, Ribes y López (1985), relacionan la mediación selectora con el campo de estudio de la cognición humana prelingüística, como el control instruccional, la imitación, la cooperación, la competencia y la formación de conceptos (tareas de clasificación de objetos y estímulos) y con los procedimientos conductuales de

observación (Wyckoff, 1954) y de igualación de la muestra (Cumming y Berryman, 1975). La función selectora describe la mediación de una relación contextual o suplementaria por un segmento de estímulo y una respuesta que no está vinculada necesariamente a este estímulo ni es productora de la relación mediada.

Este tipo de respuesta se observó en algunos sujetos, pues aunque en la prueba de mediación selectora todos los sujetos alcanzaron un 100% de aciertos no todos respondieron en un mismo nivel funcional. Esto puede afirmarse porque en la prueba de sustitución referencial solo 3 de los 25 sujetos obtuvieron 100% de aciertos, lo cual es una evidencia de que los numerales y los conjuntos controlaron tanto respuestas numéricas como no numéricas. Posiblemente los sujetos que obtuvieron pocos aciertos en sustitución referencial, y 100% de aciertos en la prueba de mediación selectora, alcanzaron una etapa intermedia de la adquisición de la función selectora emitiendo respuestas que se constituyeron en estímulos selectores de propiedades físicas, en función de contingencias contextuales o suplementarias; es probable que los sujetos que alcanzaron el 100% de aciertos en las dos pruebas crearon las condiciones selectoras del numeral inédito como producto de sus respuestas lingüísticas las cuales, una vez emitidas, se convirtieron en estímulos selectores de cantidades.

En un nivel de sustitución referencial, Los sujetos realizaron correctamente las sumas y restas construidas con estímulos novedosos, sus respuestas fueron de un nivel funcional equivalente las comparaciones de pares de numerales realizadas por niños, que obtuvieron un porcentaje de comparaciones correctas directamente proporcional al tamaño de la diferencia numérica entre los dos numerales comparados (Banks, 1976).

Posiblemente los sujetos emitieron respuestas numéricas que propiciaron la emergencia de las respuestas sustitutivas. Aunque la función selectora de los numerales fue distinta de la sustitutiva que debieron tener en las sumas y las restas (ver gráfica 6), el hecho de que una alta probabilidad condicional empírica coincidió (ver gráfica 9) con el empleo de palabras numéricas o con el trazo de numerales arábigos durante la práctica y las pruebas finales, permite suponer que los sujetos con alta calificación en ambas pruebas hicieron una traducción de los numerales inéditos antes de identificar las cantidades representadas por los numerales, para seleccionar correctamente los conjuntos y para realizar las sumas y las restas. De ser así, se puede afirmar que las propiedades numéricas de los numerales inéditos fueron producidas por las palabras numéricas de los sujetos; coincidiendo con las afirmaciones de Ribes y López (1985) respecto a que en la sustitución referencial el desenvolvimiento del individuo en un medio definido por contingencias convencionales

determina que la funcionalidad de los eventos dependa de las propiedades selectoras de los eventos convencionales. Es decir que palabras numéricas funcionaron como estímulos selectores de las propiedades numéricas de los conjuntos y de los numerales inéditos tanto en la prueba de mediación selectora como en la de sustitución referencial.

Esta función de las palabras numéricas se analiza en el estudio 3, pues las topografías verbales son indispensables para la aparición de niveles de mediación transituacional (Hernández-Pozo, 1986).

El hecho de que no todos los sujetos emplearon palabras numéricas o hicieron tablas de equivalencia, permite suponer que la "disposición" de las respuestas lingüísticas por parte de los sujetos dependieron de contingencias externas al procedimiento.

La mediación selectora y la sustitución referencial numéricas se distinguen porque en cada nivel los individuos hacen contacto con diferentes propiedades del ambiente, esta diferencia funcional implica un orden de adquisición de estas relaciones: primero la mediación selectora numérica y después la sustitución referencial numérica. La distinción de los niveles funcionales es relevante para una adecuada definición del numeral que se propone en el desarrollo y en la conclusión final de este trabajo.

NOTAS FINALES DEL ESTUDIO 1

¹ El término número se empleó para comunicarse con los sujetos; el análisis de los datos se realizó de acuerdo a una definición experimental del numeral.

² Este fue el tiempo promedio de 25 estudiantes de psicología, que señalaron los conjuntos correspondientes a cada número arábigo en una hoja semejante a la hoja de consulta, que tenía números arábigos en lugar de los numerales que se emplearon en el estudio (apéndice 6).

³ Aunque generalmente se han empleado reforzadores o retroalimentación para cada respuesta. En este trabajo se dijo a cada sujeto que su ejecución fue correcta hasta que emitió diez respuestas correctas con el propósito de que los datos permitieran hacer inferencias acerca de la historia de los sujetos.

⁴ Este dato coincide con otros hallazgos. En estudios con potenciales cerebrales la presentación rápida de series de estímulos produce patrones estereotipados (Leuthold y Sommer, 1993) y disocia la atención respecto de la ocurrencia de los estímulos. En experimentos de tiempo de reacción con respuestas de elección el desplazamiento de la atención visual genera variaciones estereotipadas del tiempo de reacción (Kranzler; Whang y Jensen, 1988).

⁵ La disminución de la ganancia se ha observado también en experimentos psicofísicos, en los cuales el número de estímulos que pueden recordarse disminuye al aumentar la cantidad de estímulos y la precisión con que se debe responder.

⁶ Este dato es coincidente con hallazgos psicofísicos, en tareas no numéricas la práctica no modifica los patrones de atención visual (Kranzler; Whang y Jensen, 1988).

ESTUDIO 2.

Propósitos:

1. Analizar el proceso por medio del que un estímulo adquiere la función de mediar la correspondencia entre respuestas selectoras y cantidades de objetos, bajo dos condiciones de orden: Una consultando una hoja con estímulos y conjuntos ordenados, otra consultando una hoja con estímulos y conjuntos desordenados.

2. Analizar si las respuestas sustitutivas referenciales emergieron diferencialmente bajo dos condiciones: Una consultando una hoja con estímulos y conjuntos ordenados, otra consultando una hoja con estímulos y conjuntos desordenados.

MÉTODO.

Sujetos:

26 estudiantes de bachillerato. 22 participaron en el estudio 1; se incluyeron 6 más, siendo 28 los que realizaron la evaluación inicial, se asignaron al azar 14 a la práctica con orden y 14 a la práctica con desorden, hubo dos bajas, quedando 14 en la práctica con orden y 12 en la práctica con desorden.

Los escenarios, materiales y aparatos fueron los mismos que se emplearon en el estudio 1. También participaron los mismos experimentadores.

Diseño experimental.

GRUPO	EV. INICIAL	PRÁCTICA	EV. FINAL
1	A. Mediación Selectora B. Sustitución Referencial	En mediación selectora con ORDEN	A. Mediación Selectora B. Sustitución Referencial
2	A. Mediación Selectora B. Sustitución Referencial	En mediación selectora con DESORDEN	A. Mediación Selectora B. Sustitución Referencial

Con el fin de comprobar si los datos varían según el orden y el desorden de los estímulos se formaron dos grupos, asignando los sujetos al azar, cada grupo realizó diferente forma de práctica, uno con estímulos ordenados (apéndice 2) y otro con estímulos desordenados (apéndice 3).

Las operaciones se realizaron siguiendo una secuencia A-B-A, lo cual permitió distinguir si los aciertos obtenidos en la evaluación final de sustitución referencial variaron en porcentaje según el orden de los estímulos presentados durante la práctica en la hoja de consulta, el proceso no fue reversible. Ambos grupos fueron evaluados de la misma forma en las fases A. Primero se evaluaron las respuestas de cada sujeto por medio de dos pruebas, una de mediación selectora y otra de sustitución referencial.

Variables de medición:

- V. 1. Cantidad de ensayos de práctica.
- V. 2. Porcentaje de aciertos en cada sesión de práctica y,
- V. 3. Porcentaje de aciertos en la prueba de sustitución referencial.

Procedimientos:

Los procedimientos fueron iguales que en el estudio 1; habiendo un cambio en la forma de organizar los datos, al dividir a los sujetos en dos grupos de acuerdo con el tipo de hoja de consulta que emplearon; un grupo empleó estímulos ordenados y el otro estímulos desordenados.

RESULTADOS DEL ESTUDIO 2.

Los datos se procesaron igual que en el estudio anterior y se agruparon según el tipo de hoja de consulta empleada como sigue:

TABLA N°4

Ss	EIMS	CDE	GDP	GDU	GTE	EISR	EFSR	GSR
1	30	20	20	50	70	30	30	0
2	0	30	60	40	100	40	10	-30
3	0	30	45	55	100	0	90	90
4	20	30	25	55	80	10	70	60
5	40	30	15	45	60	20	40	20
6	40	30	5	50	60	60	70	10
7	40	30	10	50	60	20	80	60
8	30	50	50	20	70	20	60	40
9	10	60	42	48	90	50	80	30
10	20	70	30	50	80	30	70	40
11	0	80	22	78	100	40	60	20
12	10	90	14	76	90	10	70	60
13	10	190	23	67	90	10	30	40
14	30	250	0	70	70	20	100	80
P	20	70.1	25.7	53.85	80	25.7	61.4	37.1

Aquí aparecen los datos de los sujetos que practicaron con **orden**, la tercera columna corresponde a la cantidad de ensayos (CDE), el resto son porcentajes de aciertos que corresponden a la evaluación inicial en mediación selectora (EIMS), a la diferencia del porcentaje de aciertos obtenidos en la práctica menos los obtenidos en la evaluación inicial en mediación selectora, antes de alcanzar el 100% (GDP), a la ganancia obtenida en los diez últimos ensayos de práctica en mediación selectora (GDU), a la diferencia EFMS-EIMS (GTE); a la evaluación inicial en sustitución referencial (EISR), a la evaluación final en sustitución referencial (EFSR) y, a la diferencia EFSR-EISR (GSR). En la última fila aparecen los promedios respectivos.

TABLA N° 5

Ss	EIMS	CDE	GDP	GDU	GTE	EISR	EFSR	GSR
1	50	20	0	50	50	40	90	50
2	20	30	15	65	80	20	40	20
3	10	40	27	63	90	30	90	30
4	40	40	0	60	60	60	100	40
5	0	50	35	65	100	20	40	20
6	10	60	24	66	90	20	10	0
7	20	60	34	46	80	40	90	50
8	50	70	-10	60	50	10	90	80
9	20	100	16	64	80	40	20	0
10	40	110	14	46	60	30	50	20
11	30	130	36	44	70	40	100	60
12	10	170	41	49	90	20	100	80
P	25	73.5	19	56.5	75	30.75	67.5	37.5

En esta tabla aparecen los datos de los sujetos que practicaron con **desorden**, la tercera columna corresponde a la cantidad de ensayos (CDE), el resto de los datos son porcentajes de aciertos que corresponden a la evaluación inicial en mediación selectora (EIMS), a la diferencia del porcentaje de aciertos obtenidos en la práctica menos los obtenidos en la evaluación inicial en mediación selectora, antes de alcanzar el 100% (GDP), a la ganancia obtenida en los diez últimos ensayos de práctica en mediación selectora (GDU), a la diferencia EFMS-EIMS (GTE); a la evaluación inicial en sustitución referencial (EISR), a la evaluación final en sustitución referencial (EFSR) y a la diferencia EFSR-EISR (GSR). En la última fila aparecen los promedios respectivos.

En la tabla N° 6 se muestran las probabilidades de varianzas iguales en las diferentes fases del procedimiento, indicando el grupo que tuvo mejor desempeño.

TABLA N° 6

FASE DEL PROCEDIMIENTO	PROBABILIDAD DE VARIANZAS IGUALES	GRUPO CON MEJOR DESEMPEÑO
EIMS	0.72	NINGUNO
CDE	0.18	ORDEN
GDP	0.81	NINGUNO
GDU	0.07	DESORDEN
GTE	0.72	NINGUNO
EISR	0.49	DESORDEN
EFSR	0.32	DESORDEN
GSR	0.59	NINGUNO

Aquí se representan las probabilidades de varianzas iguales entre el grupo que practicó con orden y el grupo que practicó con desorden, en las diferentes fases del procedimiento, siendo la evaluación inicial en mediación selectora (EIMS), la cantidad de ensayos (CDE), la diferencia del porcentaje de aciertos obtenidos en la práctica menos los obtenidos en la evaluación inicial en mediación selectora, antes de alcanzar el 100% (GDP), la ganancia obtenida en los diez últimos ensayos de práctica en mediación selectora (GDU), la diferencia EFMS-EIMS (GTE); La evaluación inicial en sustitución referencial (EISR), la evaluación final en sustitución referencial (EFSR) y la diferencia EFSR-EISR (GSR). En la tercera columna se indica que grupo tuvo un mejor desempeño en cada fase.

Las probabilidades de tener varianzas iguales entre el grupo que practicó con orden y el que practicó con orden fueron de 0.72 en las evaluaciones iniciales en mediación selectora; de 0.18 en la cantidad de ensayos; de 0.81 en la ganancia durante la práctica de mediación selectora; de 0.07 en la ganancia

en los últimos diez ensayos; de 0.72 en la ganancia total; de 0.49 en las evaluaciones iniciales en sustitución referencial; de 0.32 en las evaluaciones finales en sustitución referencial; de 0.59 para las ganancias en sustitución referencial. De acuerdo con estos datos, la ganancia obtenida en los diez últimos ensayos y el porcentaje de aciertos obtenidos en la evaluación final en mediación selectora dependieron del orden de los estímulos presentados durante la práctica en la hoja de consulta, el orden favoreció a la velocidad de adquisición y el desorden a la precisión de las respuestas.

TABLA N°7

MEDIDAS	ORDEN	DESORDEN
EIMS/EISR	0.69	0.52
GTE/GSR	0.01	0.12

La probabilidad de varianzas iguales entre los promedios del grupo que practicó con orden en las dos evaluaciones iniciales (EIMS y EISR) es de 0.69, y entre las ganancias en medición selectora y sustitución referencial (GTE y GSR) es de 0.01. En lo que respecta al grupo que practicó con desorden dichas probabilidades son de 0.52, y 0.12 respectivamente.

Estos datos confirman las conclusiones del estudio 1, en cuanto a que las respuestas emitidas en las pruebas de mediación selectora y de sustitución referencial corresponden a distintos niveles funcionales.

Los datos iniciales se procesaron de acuerdo con la Prueba de Rango de Duncan (McGuigan, 1978) para determinar las diferencias atribuibles al orden, en términos de ganancias relativas, aparecen en la tabla N° 8.

TABLA N° 8

ORDEN				DESORDEN			
Ss	GRM	GRS	PCE	Ss	GRM	GRS	PCE
1	-10	-37.1	0.3	1	-25	12.5	0.9
2	20	-67.1	0.1	2	5	-17.5	0.4
3	20	52.9	0.9	3	15	22.5	0.9
4	0	22.9	0.7	4	-15	2.5	1
5	-20	-17.1	0.4	5	25	-17.5	0.4
6	-20	-27.1	0.7	6	15	-47.5	0.1
7	-20	22.9	0.8	7	5	12.5	0.9
8	-10	2.9	0.6	8	-25	42.5	0.9
9	10	-7.1	0.8	9	5	-57.5	0.2
10	0	2.9	0.4	10	-15	-17.5	0.5
11	20	-17.9	0.6	11	-5	22.5	1
12	10	22.9	0.7	12	15	42.5	1
13	10	2.9	0.3				
14	-10	42.9	1				
P	0	0	0.69	P	0	0	0.68

En esta tabla los datos obtenidos de acuerdo con la prueba de rango de Duncan, aparecen ordenados en dos áreas, en el lado izquierdo para los sujetos que practicaron con **orden** y en el derecho para los que practicaron con **desorden**, los datos se ordenaron de acuerdo con la evaluación final en sustitución referencial (EFSR), GRM corresponde a la ganancia relativa de cada sujeto respecto a la ganancia promedio del grupo en mediación selectora, GRS a la ganancia relativa de cada sujeto respecto al promedio del grupo en sustitución referencial y PCE a la probabilidad condicional empírica de EFMS X EFSR. En la última fila aparecen los promedios.

La probabilidad condicional empírica se calculó para determinar el grado de condicionalidad entre:

$$Es2 \longrightarrow Rs2 / EAy \longrightarrow RB(Ay)$$

En donde:

Es2 numeral.

Rs2 seleccionar y marcar un conjunto de cantidad igual a un numeral.

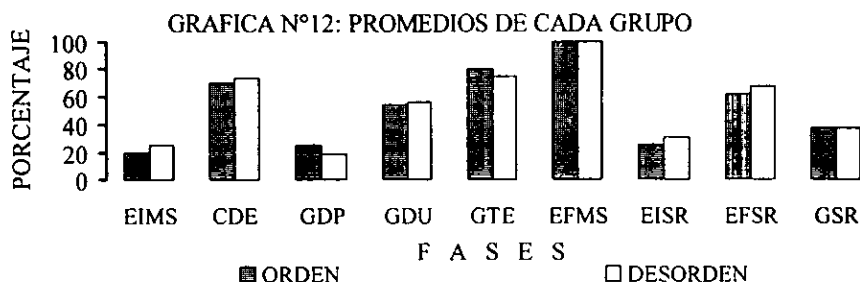
EAy Cuatro numerales diseñados expresamente para el estudio, entre los que se encuentra el que corresponde al resultado.

RB(Ay) Seleccionar entre los cuatro numerales el que corresponde al resultado.

La probabilidad condicional empírica se calculó igual que en el estudio 1.

Aunque la diferencia entre los promedios de probabilidad condicional empírica es insignificante la probabilidad de varianzas iguales es de 0.36, lo cual indica que hubo diferencias en la ejecución relacionadas con el orden de los estímulos presentados en la hoja de consulta.

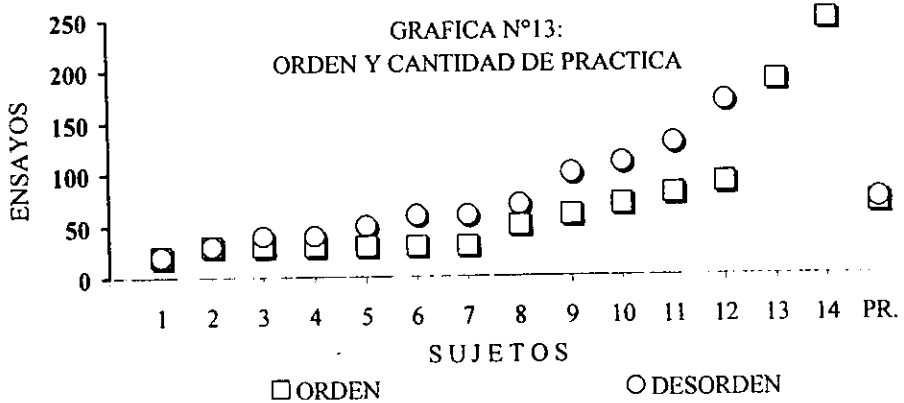
Análisis descriptivo.



Gráfica 12: Aquí aparecen los promedios generales obtenidos en todas las fases, las barras grises corresponden al grupo que practicó con **orden** y las blancas al que practicó con **desorden**; Representan la evaluación inicial en mediación selectora (EIMS), la cantidad de ensayos (CDE), la diferencia del porcentaje de aciertos obtenidos en la práctica menos los obtenidos en la evaluación inicial en mediación selectora, antes de alcanzar el 100% (GDP), la ganancia obtenida en los diez últimos ensayos de práctica en mediación selectora (GDU), la diferencia EFMS-EIMS (GTE); La evaluación inicial en sustitución referencial (EISR), la evaluación final en sustitución referencial (EFSR) y la diferencia EFSR-EISR (GSR).

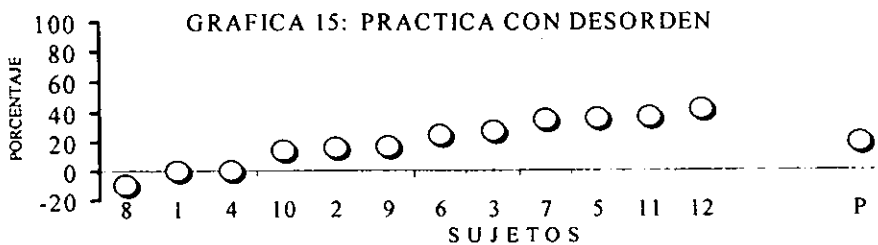
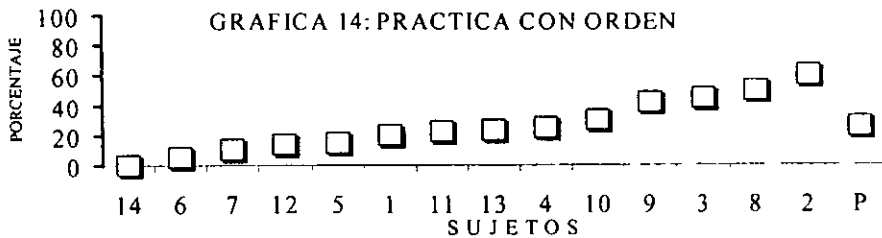
En las evaluaciones iniciales en mediación selectora y en sustitución referencial el grupo asignado a la práctica con orden obtuvo un promedio menor que el grupo asignado a la práctica con desorden, pero en general no hubo diferencias importantes entre estos promedios.

PRÁCTICA.



Gráfica N° 13: Cantidad de ensayos de práctica realizados por cada sujeto antes de alcanzar el 100% de aciertos en mediación selectora, el cuadro se refiere a los sujetos que practicaron con orden, el círculo a los que practicaron con desorden.

La mayoría de los sujetos que practicaron con estímulos ordenados obtuvieron el 100% de aciertos antes y con menos ensayos que los que practicaron con desorden, aunque no hubo diferencias significativas entre los promedios de los grupos la varianza fue mayor en el grupo que empleó la hoja de consulta con estímulos ordenados (probabilidad de varianzas iguales = 0.18), diferencia que se analiza más adelante de acuerdo con otras medidas empleadas.

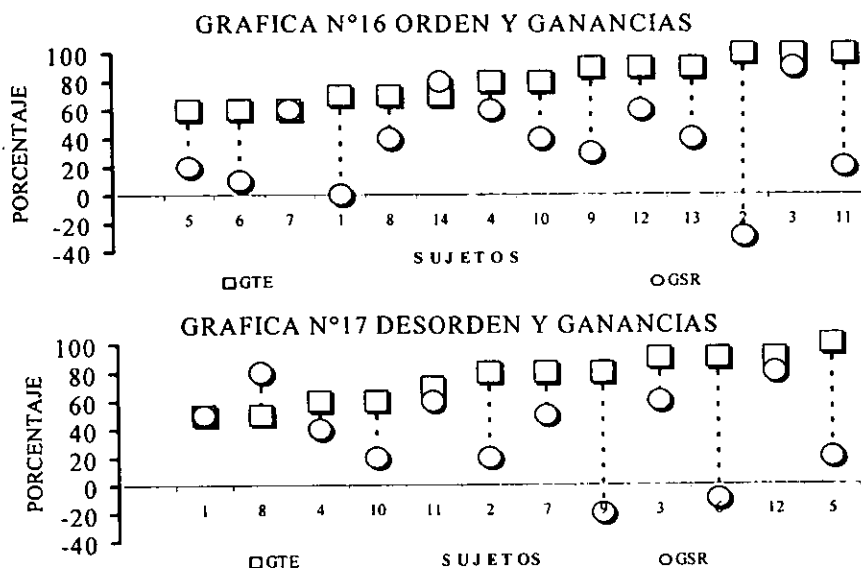


Gráficas N° 14 y 15: porcentaje de aciertos durante la práctica por sujeto y por grupo, en cada condición. El eje Y corresponde al porcentaje promedio de aciertos obtenidos por cada sujeto durante la práctica, P es el promedio.

El grupo que practicó con **orden** tuvo un promedio de 25.7%, el grupo que practicó con **desorden** tuvo 19.0%, la probabilidad de varianzas iguales fue de 0.81, lo cual indica que la calidad de las respuestas emitidas durante la práctica no dependió del orden de los estímulos presentados en la hoja de consulta. Este dato refuerza las afirmaciones hechas en el estudio I en cuanto al poco efecto que tuvo la práctica sobre la adquisición de la mediación selectora; la adquisición no dependió del orden ni de la cantidad de práctica.

ESTRATEGIA DE LA BIBLIOTECA
NO DEBE
ESTRATEGIA DE LA BIBLIOTECA

GANANCIAS

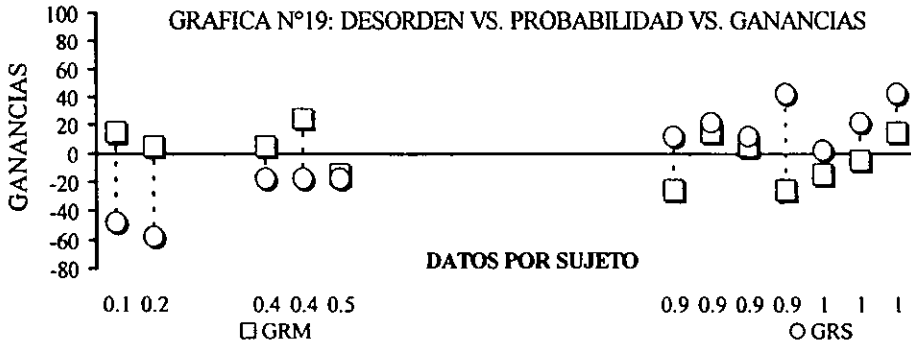
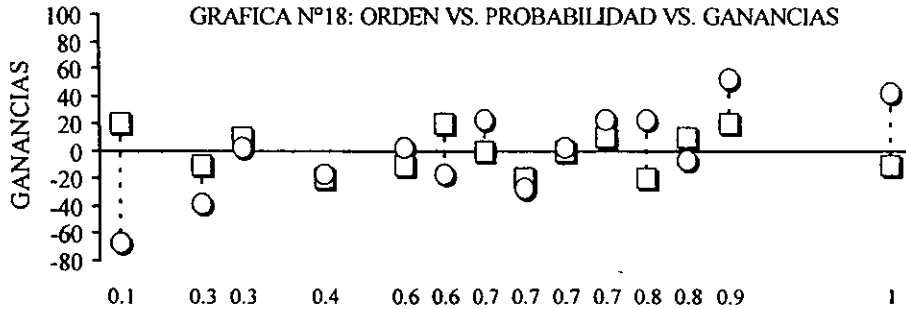


Gráfica 16: ganancias en mediación selectora (GTE) y en sustitución referencial (GSR).del grupo que practicó con orden;

Gráfica 17: ganancias en mediación selectora (GTE) y en sustitución referencial (GSR).del grupo que practicó con desorden.

En cada gráfica los datos aparecen ordenados de acuerdo a la ganancia en mediación selectora, el eje X corresponde a los sujetos, las marcas negras representan las ganancias en mediación selectora y las marcas blancas las ganancias en sustitución referencial. Es notable que los grupos no presentaron diferencias en la distribución de estas dos medidas. También es notable la diferencia entre las ganancias en mediación selectora y las de sustitución referencial.

ORDEN Y GANANCIAS



Gráfica N° 17: Orden, ganancias y probabilidad condicional empírica;

Gráfica N° 18: Desorden, ganancias y probabilidad condicional empírica.

Las calificaciones de probabilidad condicional empírica, representadas en el eje Y son el producto $EFMS \times EFSR$; los cuadros representan las ganancias en mediación selectora. Los círculos representan las ganancias en sustitución referencial, cada par de marcas representa a un sujeto.

DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES DEL ESTUDIO 2

Discusión: Hubo cierta influencia del orden sobre la cantidad de ensayos, las ganancias obtenidas en los últimos diez ensayos y sobre las respuestas sustitutivas, estas medidas fueron mayores en el grupo que practicó con desorden, tomando como referencia la cantidad de ensayos, para este grupo fue más difícil asociar los estímulos con las cantidades de figuras contenidas en los conjuntos, pudieron generalizarla a la prueba de sustitución referencial mejor que el grupo que practicó con orden.

Ni la cantidad de ensayos ni el orden de los estímulos influyeron diferencialmente sobre la adquisición de la mediación selectora ni sobre la emergencia de la sustitución referencial.

La probabilidad condicional empírica revela un aspecto peculiar de la práctica con desorden, tal como puede observarse en la gráfica N° 18, hubo valores extremos de 0.5 hacia abajo y de 0.9 hacia arriba, coincidiendo con las pérdidas y las ganancias en sustitución referencial respectivamente; en cambio el orden dio una distribución no extremosa de la probabilidad.

Conclusión: La práctica con desorden generó respuestas de un nivel funcional más complejo que la práctica con orden.

ESTUDIO 3

En el transcurso de los estudios 1 y 2, varios sujetos decían los nombres de los números o hacían una tabla de equivalencia semejante al apéndice 1, es decir, que traducían los estímulos a palabras numéricas y a números arábigos; considerando que esta respuesta pudo influir sobre el desempeño en las pruebas de mediación selectora y de sustitución referencial se realizó este estudio para analizar esta posibilidad.

Propósito:

Analizar la relación entre la emergencia de la sustitución referencial y la traducción de los estímulos empleados a números arábigos.

MÉTODO.

Sujetos.- 19 estudiantes de bachillerato sin problemas visuales ni auditivos, que habían participado en los estudios anteriores.

El escenario, los materiales y los aparatos fueron los mismos que en el estudio 1; se además empleó una prueba de traducción (apéndice N°1).

Diseño experimental.

FASE I	FASE II	FASE III	FASE IV
EVALUACION INICIAL	ENTRENAMIENTO	EVALUACION INICIAL	PRUEBA EN
En mediación selectora y en Sustitución Referencial	En mediación selectora	En mediación selectora y En Sustitución Referencial	Traducción de Numerales

Se empleó una secuencia de cuatro: en las fases I y III se aplicaron las pruebas de Mediación Selectora y Sustitución Referencial, en la fase II se realizó la práctica en mediación selectora igual que en los estudios anteriores y, en la fase IV se aplicó la prueba de traducción de numerales (apéndice N°1). El proceso no fue reversible, las fases I y III sirvieron para calcular los niveles de aciertos en mediación selectora y en sustitución referencial, y la fase IV para compararlos con el porcentaje aciertos en traducción de estímulos a numerales arábigos.

Procedimientos:

Las fases I, II y III fueron idénticas a las que se emplearon en los estudios anteriores.

Fase IV: Prueba de traducción de estímulos a números arábigos (apéndice 1).

RESULTADOS DEL ESTUDIO 3.

TABLA N°9

SUJETOS	TRADUCCION	GMS	GSR	PCE
1	25	60	-20	0
2	25	80	20	0.2
3	25	100	90	0.9
4	50	50	-30	0
5	50	60	0	0
6	50	60	20	0.2
7	50	60	20	0.2
8	50	70	40	0.4
9	50	80	40	0.4
10	50	100	50	0.5
11	100	50	20	0.2
12	100	60	20	0.2
13	100	70	30	0.3
14	100	70	50	0.5
15	100	70	60	0.6
16	100	80	60	0.6
17	100	90	60	0.6
18	100	90	60	0.6
19	100	100	80	0.8
PROM	69.74	73.68	35.26	0.38

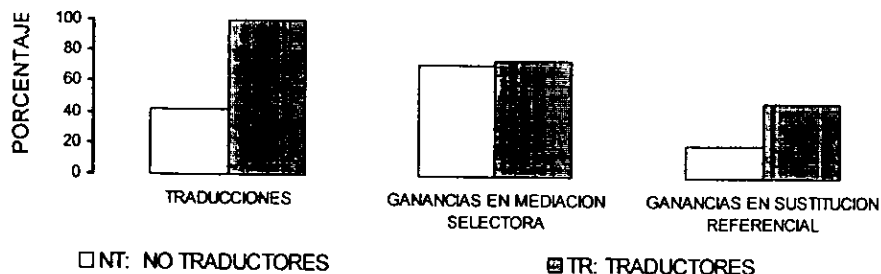
Los datos se ordenaron en la segunda columna según el % de aciertos obtenidos en la prueba de traducción de numerales, en la tercera aparece la ganancia en mediación selectora (GMS), en la cuarta la ganancia en sustitución referencial (GSR), en la quinta columna la probabilidad condicional empírica (PCE).

Los sujetos se clasificaron de acuerdo con dos criterios: Primero, según el porcentaje de aciertos que obtuvieron en la prueba de traducción de numerales, los que obtuvieron un porcentaje de aciertos igual o menor que el promedio en traducción de numerales se clasificaron como no-traductores (NT), los que obtuvieron más del promedio como traductores (TR); Segundo, dependiendo del puntaje en probabilidad condicional empírica, los que obtuvieron menos que el promedio como no condicionales (NC) y los que obtuvieron más que el promedio como condicionales (CO), con base en esta clasificación, realizada con los datos de la tabla N° 6, se elaboró la siguiente matriz para hacer la prueba de probabilidad exacta de Fisher.

	CO	NC	totales
TR	6	3	9
NT	1	9	10
totales	7	12	N = 19

Se obtuvo una $p = 0.16$, lo cual permite afirmar que las respuestas de traducción facilitaron la emergencia de las respuestas de sustitución referencial.

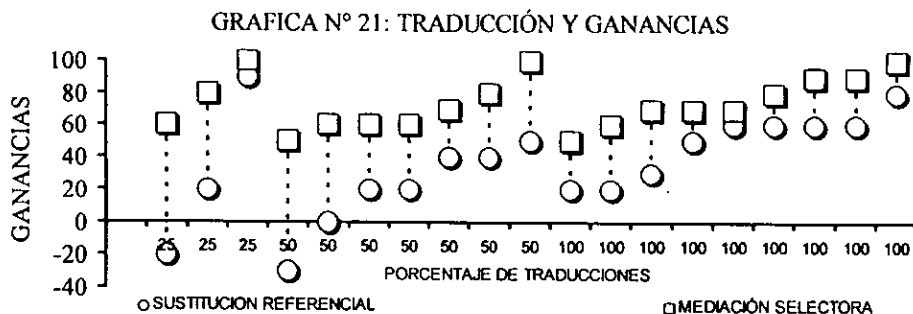
Análisis descriptivo.



Gráfica N° 20: Aquí se comparan los promedios en traducción de numerales con las ganancias en mediación selectora y en sustitución referencial.

El grupo TR tuvo ganancias más altas especialmente en sustitución referencial. Dado que durante la práctica en mediación selectora no se dieron instrucciones para que los sujetos tradujeran los numerales, se pueden hacer tres suposiciones; primera, hubo sujetos que alcanzaron el 100% de aciertos en mediación selectora sin traducir los numerales o traduciendo alguno, segunda, las respuestas de traducción facilitaron las respuestas correctas tanto en la prueba de mediación selectora como en la de sustitución referencial, y tercera, algunas respuestas selectoras fueron mediadas lingüísticamente, en tanto que otras fueron mediadas por propiedades físicas de los estímulos.

PROMEDIOS INDIVIDUALES.

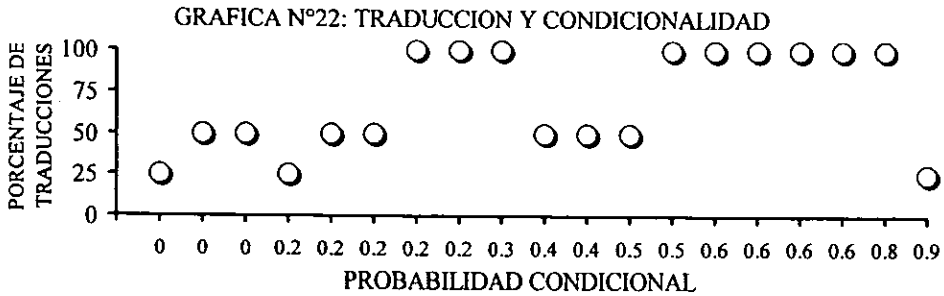


Gráfica N° 21: Las marcas representan los porcentajes de aciertos en la prueba de mediación selectora obtenidos individualmente, en el eje X se representan los porcentajes de aciertos obtenidos en la prueba de traducción.

Es notable que entre los sujetos con 50% o menos de aciertos hubo calificaciones muy bajas, incluso pérdidas (los sujetos 1 y 4 de acuerdo con la tabla N° 6), en la prueba de sustitución referencial; mientras que entre los sujetos con 100% de aciertos en traducción no hubo calificaciones tan bajas y sí hubo más altas, lo cual confirma que la traducción facilita el desempeño en las dos pruebas. Es notable también que un sujeto (el N°3 en la tabla N° 6) tuvo calificaciones altas en las dos pruebas.

En la siguiente gráfica se compara la probabilidad condicional empírica (PCE) con los puntajes individuales en traducción de estímulos.

TRADUCCION Y CONDICIONALIDAD.



Gráfica N° 22: En el eje X aparecen los puntajes individuales en probabilidad condicional empírica (PCE), en el eje Y el porcentaje de aciertos en la prueba de traducción.

Es notable que cuando el porcentaje de aciertos en traducción es alto la PCE también es alta; cabe enfatizar que la probabilidad condicional empírica se calculó independientemente del puntaje en traducción, de modo que la coincidencia entre los altos puntajes en traducción con altos puntajes en probabilidad demuestra que en el hubo grupo TR interacción entre las respuestas de traducción sobre el desempeño en las respuestas emitidas en las pruebas de mediación selectora y de sustitución referencial.

DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES DEL ESTUDIO 3

Discusión: Las respuestas de traducción se midieron por separado y después de la medición de las otras respuestas. Se hizo de este modo para evitar que la operación de medición generara respuestas de traducción que influyeran con el proceso de emergencia de la sustitución referencial.

La probabilidad se calculó con base en el producto de dos calificaciones (EFSR X EFMS/100), lo que implica que la probabilidad condicional empírica de las respuestas sustitutivas respecto a las respuestas selectoras es una medida estricta que, sin enmascarar las variaciones individuales ni amplificar los efectos de una medida sobre la otra, permite medir la condicionalidad de estas dos clases funcionales de respuestas.

De acuerdo con los datos, la función sustitutiva del numeral dependió de las respuestas de traducción, no así de las respuestas selectoras, el nivel de estas respuestas no cambió paralelamente a las respuestas de sustitución referencial. Hubo sujetos con grandes ganancias en mediación selectora que tuvieron un bajo porcentaje en traducción de estímulos; probablemente emitieron pocas respuestas de traducción, si es que las emitieron, en la prueba

de sumas y restas, por lo cual los estímulos empleados como numerales no cumplieron una función sustitutiva y los sujetos no pudieron realizar las operaciones ni identificar los resultados.

En la prueba de mediación selectora las ganancias de los sujetos no traductores, comparadas con las de los traductores, no fueron muy diferentes; pero si lo fueron en la prueba de sustitución referencial. En este estudio no se identificó el tipo de hoja de consulta empleada en cada sujeto, por lo cual no fue posible analizar el porcentaje de aciertos en traducción con el orden.

Conclusión: la traducción de numerales realizada por los sujetos facilitó especialmente la emergencia de la sustitución referencial.

DISCUSIÓN GENERAL.

El objetivo de este trabajo fue analizar el proceso por medio del que un estímulo adquiere la función numérica. Definiendo al número, con base en los paradigmas de mediación selectora y sustitución referencial (Ribes y López, 1985) como un estímulo que: (1) media la relación entre respuestas selectoras numéricas y propiedades cuantitativas de objetos y eventos, (2) sustituye propiedades cuantitativas de objetos y eventos y, (3) controla respuestas emitidas en situaciones matemáticas. Se realizaron tres estudios:

En el estudio 1: (1) se analizó el proceso de adquisición de la mediación y la emergencia de la sustitución numéricas y, (2) se confirmó que las respuestas mediadoras y selectoras numéricas pertenecen a distintos niveles funcionales. El procedimiento que se empleó es semejante a un procedimiento de discriminación condicional de segundo orden con más de dos opciones de elección (Hernández-Pozo, 1986) y el nivel funcional de la conducta que generó en los sujetos se ha observado también en varios estudios de discriminación condicional.

En el estudio 2: (1) se analizó el proceso de adquisición del número como estímulo mediador, en función del orden y desorden de los estímulos antecedentes y, (2) se analizó la emergencia de la función sustitutiva numérica

en función del orden y del desorden. (2) Se encontró que la práctica con desorden generó respuestas de un nivel funcional más complejo que la práctica con orden, lo cual indica que la práctica con desorden es una situación experimental adecuada para distinguir el nivel funcional de las respuestas.

En el estudio 3: (1) se analizó la emergencia de la función sustitutiva del número en relación a las respuestas de traducción del estímulo arbitrario a números arábigos. (2) se encontró que la traducción contribuye de manera importante a la emergencia de la sustitución numérica.

La adquisición de la función mediadora del número no dependió de la cantidad de ensayos que se realizaron, sino de que, por medio de las respuestas selectoras numéricas, los individuos asociaron el número con cantidades de objetos; la emergencia de la función sustitutiva numérica no dependió de la cantidad de ensayos ni del porcentaje de aciertos en mediación numérica.

La independencia observada entre las distintas medidas de las respuestas de mediación y las de sustitución numérica es una evidencia de que los dígitos cumplieron una función distinta en cada uno de los niveles, dando lugar a dos clases de respuestas pertenecientes a distintos niveles funcionales.

La distinción funcional entre la mediación y la sustitución numéricas es relevante para una adecuada definición del número; pues la cantidad, como propiedad de objetos y eventos presentes, con la que generalmente se le

relaciona, no es un criterio suficiente para definirlo. No todas las respuestas que los conjuntos de objetos controlaron fueron simbólicas (sustitutivas), hubo respuestas pertenecientes a niveles *prelingüísticos o prematemáticos* dependientes de factores ecológicos relacionados con el desarrollo de niveles de abstracción que son comunes a especies no-humanas (Hernández-Pozo, Fernández y Sánchez, 1989) y a los bebés humanos, que aparentemente discriminan pequeñas cantidades, pero que en realidad responden a cualidades discretas, no numéricas ni verbales, del ambiente, como la presentación y el retiro de objetos (Wynn, 1990, 1992, 1992a, 1992b; Morales, 1996).

Al igual que en las tareas de discriminación condicional, en la sustitución numérica la configuración de los estímulos no constituyó un factor relevante en el control de la ejecución, el entrenamiento en mediación selectora numérica no generó conducta sustitutiva numérica, tal como el entrenamiento configuracional no promueve control extrasituacional (Carpio, Pacheco, García y Sierra, 1991).

Durante los ensayos de práctica, los sujetos se comportaron igual que los adultos normales, adultos esquizofrénicos y niños con retardo reportados en estudios de aprendizaje de marcos relacionales (Hernández-Pozo y Coronado, 1987), pues dieron prioridad a los aspectos físicos de los estímulos y luego aprendieron las relaciones numéricas, presentando además estereotipias en los

ensayos de práctica iniciales. Al igual que otros sujetos con distintos niveles de desarrollo lingüístico (incluyendo niños Down), presentaron dos clases funcionales de conducta, una controlada por las propiedades no-numéricas de los estímulos y otra mediada por la cardinalidad que los dígitos sustituyeron extra y transituacionalmente, cada conducta fue regulada por procesos ubicables en distintos niveles de organización del comportamiento (Ribes, Hickman, Peñaloza, Martínez, Hermosillo e Ibañez, 1988).

Una diferencia importante entre las respuestas selectoras numéricas y las respuestas sustitutivas numéricas consiste en que estas últimas requieren no solo de la emisión de más respuestas, sino además, de la coordinación de un mayor número de respuestas. Esta diferencia permite explicar porque los niños pequeños suelen recitar correctamente la serie de palabras numéricas, pero sin que estas correspondan al orden de los objetos que señalan ni a la cantidad de los conjuntos que cuentan (Becker J., 1989; Díaz y García, 1980), pues decir las palabras numéricas y señalar lo que se cuenta son habilidades necesarias pero no suficientes para contar, se requiere también coordinar dichas respuestas con la cardinalidad de las cosas. Si se analiza esta diferencia de acuerdo con Skinner (1957), puede decirse que, en un nivel de mediación selectora numérica se realizan tectos en lugar de contar, las respuestas de este nivel se han observado en otros estudios con niños que hacen contacto con

determinadas propiedades físicas de los conjuntos, diciendo la posición de los objetos (Restle, Rae y Kiesler, 1961), enumerando y se apuntando (Beckwit y Restle, 1966), señalando, tocando y moviendo los objetos (Díaz y García, 1980, González y García, 1984), sin garantía de que estas respuestas estén bajo el control de la cardinalidad.

En un nivel de sustitución numérica los sujetos realizaron correctamente las sumas y restas construidas con estímulos novedosos, la habilidad más simple que debieron utilizar es equivalente a la habilidad para comparar de pares de dígitos, observadas en estudios con niños en los que el porcentaje de respuestas correctas fue directamente proporcional al tamaño de la diferencia numérica entre los dígitos de cada par (Banks, 1976) debido al control de la cantidad que estos representan.

La distinción funcional entre la mediación y la sustitución numéricas permite explicar que los niños pequeños relacionan sus respuestas verbales comparativas con base en las cualidades físicas de los conjuntos, mientras que los mayores lo hacen refiriéndose a las propiedades cuantitativas, debido a que hacen contacto con diferentes propiedades del ambiente, sin postular determinadas estructuras mentales (Piaget, 1941; Kamii y DeVries, 1976).

Hubo cierta relación del orden con la cantidad de ensayos de práctica, con las ganancias obtenidas en los últimos diez ensayos y en la prueba de

sustitución referencial, estas medidas fueron mayores en el grupo que practicó con desorden, tomando como medida de referencia la cantidad de ensayos, para este grupo fue más difícil asociar los estímulos con las cantidades de figuras contenidas en los conjuntos pero, una vez que realizaron la asociación pudieron generalizarla a la prueba de sustitución referencial mejor que el grupo que practicó con orden.

La probabilidad condicional empírica revela un aspecto peculiar de la práctica con desorden, hubo valores extremos de 0.5 hacia abajo y de 0.9 hacia arriba, coincidiendo con las pérdidas y las ganancias en sustitución referencial respectivamente; en cambio la práctica dio una distribución no extremosa de la probabilidad, es decir que la práctica con desorden generó respuestas de un nivel funcional complejo que la práctica con orden.

La sustitución numérica dependió notablemente del empleo de respuestas de traducción emitidas durante la realización de la tarea de sustitución numérica, los sujetos con una alta calificación en probabilidad condicional empírica y en la diferencia entre las evaluaciones inicial y final en sustitución referencial numérica tuvieron también un alto porcentaje de aciertos en la prueba de traducción que realizaron después de la prueba de sustitución y presentaron dichas respuestas durante la prueba, lo contrario se observó en los sujetos que tuvieron una baja calificación en la prueba de traducción. Es posible

que la mediación numérica no requiera de respuestas de traducción, pues el porcentaje de aciertos obtenidos en esta prueba fue independiente de la diferencia entre las evaluaciones final e inicial en mediación selectora numérica y los sujetos con baja calificación en la prueba de sustitución numérica no presentaron respuestas de traducción durante esta.

Estas observaciones coinciden con lo que se afirma en estudios de aprendizaje relacional, en el sentido de que el responder semánticamente a las palabras, implica un orden de abstracción mayor que responder perceptualmente a dibujos, y de que el pensamiento relacional se ve auxiliado en mayor medida por mediadores verbales, dado su carácter desligado de los elementos físicos de una situación (Hernández-Pozo y Coronado, 1987).

La emergencia de la sustitución referencial numérica, al igual que la adquisición y la transferencia en tareas de discriminación condicional de segundo orden fue mediada por la conducta verbal de entrada de los sujetos experimentales, la traducción determinó la forma en que resolvieron las operaciones aritméticas, funcionando quizás como conducta verbal descriptiva, la traducción ya formaba parte de su historia interactiva, permitiéndoles tal como se ha observado en otros estudios, un mejor desempeño (Moreno, Cepeda, Hickman, Peñaloza, y Ribes, 1991).

Sería conveniente analizar si las palabras numéricas y la traducción

funcionaron como descripciones de la tarea que los sujetos iban realizando, pues quizá estas respuestas hayan sido el principal determinante de la emergencia de la sustitución referencial numérica; el porcentaje de aciertos no fue más alto debido al momento en que se emitieron estas respuestas, pues los sujetos realizaron la prueba de sustitución referencial numérica solo una vez y *antes* de la prueba de traducción, por lo que no tuvieron oportunidad de describir todas las ejecuciones que realizaron, como ha ocurrido otros estudios (Cepeda, Hickman, Moreno, Peñaloza y Ribes, 1991) en los que se ha evaluado el efecto de elección de opciones textuales *previas* a la ejecución, encontrando que mejoró la ejecución, aunque los sujetos nunca eligieron una sola de las tres opciones que se les presentaron, no siguieron una regla verbal específica y las descripciones mejoraron el desempeño sin modificar el criterio de ejecución; en cambio al optar por descripciones verbales de criterios de igualación en discriminación condicional sobre las ejecuciones en esta clase de tareas *después* de la respuesta de igualación mostró los porcentajes más elevados en las pruebas de transferencia intramodal (Ribes, Domínguez, Tena y Martínez, 1992). Las respuestas de traducción funcionaron de manera semejante, haciendo más discriminables a las relaciones entre los dígitos y los conjuntos, en forma similar a lo que se ha observado en estudios de discriminación condicional (Cepeda, Hickman, Moreno, Peñaloza, y Ribes, 1991).

El análisis de las respuestas selectoras y de traducción numéricas permite explicar varios aspectos observados en otros estudios de conducta matemática, por ejemplo: el porque los niños se refieren a las cantidades continuas como el volumen y el peso con el término "mucho", en cambio cuando tratan con cantidades discretas como el número de objetos que hay en un conjunto aplican el término "muchos" (Gathercole, 1985); y porque, el procedimiento de igualación de la muestra hace que los sujetos apliquen un solo nombre a diferentes estímulos visuales, asignando una misma palabra numérica para conjuntos de igual cantidad pero de diferentes objetos (García 1988).

CONCLUSIONES.

Es indispensable enfatizar que todos los sujetos conocían el sistema de números naturales, sabían contar, sumar, restar, multiplicar y dividir, es decir, que cumplían con los requerimientos para desempeñarse adecuadamente tanto en el nivel de mediación selectora como en el de sustitución referencial, con la única salvedad de que no conocían la equivalencia entre los numerales inéditos y los numerales arábigos.

Sin embargo, el empleo de estímulos novedosos, en lugar de los numerales arábigos, impidió que los sujetos emplearan y coordinaran todas sus respuestas, esto demuestra que la disponibilidad de estas, exceptuando las respuestas de conteo, dependía de la presencia de los numerales arábigos.

La exposición repetida a los estímulos y los conjuntos, colocados en un mismo espacio, permitió que los sujetos coordinaran sus respuestas con unos y otros, habiendo respuestas ligadas a las propiedades configuracionales de la situación y también respuestas desligadas.

El empleo de hojas de consulta con estímulos y conjuntos desordenados, con referencia a la cantidad, permitió identificar algunas respuestas ligadas, distinguiéndolas de otras que fueron desligadas. Pues, bajo esta situación los sujetos solo podían establecer correspondencias entre los estímulos y los

conjuntos si organizaban sus respuestas de acuerdo a la cantidad, y no de acuerdo a la posición de los estímulos y conjuntos.

La prueba de traducción permitió establecer que hubo los sujetos que establecieron correspondencias cuando, al observar la hoja de consulta tradujeron los estímulos a numerales arábigos y a palabras numéricas. Lo cual les ayudó a resolver la prueba de sustitución referencial, en la podían establecer correspondencias, puesto que no había conjuntos para seleccionar; debían seleccionar resultados y solo podían hacerlo correctamente si los estímulos seleccionados equivalían a los numerales arábigos, la selección se les facilitaba si empleaban palabras numéricas, siendo estas desligadas de los conjuntos aunque no de los numerales inéditos.

En esta prueba algunos sujetos organizaron su conducta de acuerdo con objetos matemáticos y pudieron emplear las respuestas desligadas, que ya poseían al comenzar los experimentos. El hecho de que no todos los sujetos se desempeñaron eficazmente en este nivel puede ser objeto de otro tipo de estudios.

La mediación selectora numérica implica relaciones de igualación simple y simbólica que se resuelven en un nivel contextual en el que las propiedades absolutas de los conjuntos de estímulos tienen gran importancia, estas relaciones tienen componentes configuracionales, aunque las ejecuciones

pueden ser selectoras numéricas parcialmente desligadas de los conjuntos. El nivel diferencial de desligamiento entre la mediación selectora y la sustitución numéricas explica el orden de adquisición de estas relaciones en situaciones matemáticas, primero la mediación selectora numérica y después la sustitución referencial numérica, este orden es un patrón que podría emplearse como un índice del nivel de aprendizaje matemático.

El hecho de que un alto porcentaje de aciertos en la prueba de traducción coincida con calificaciones altas en sustitución numérica, y viceversa, permite suponer que la traducción puede generar una regla, cumpliendo una función semejante a la autodescripción del desempeño efectivo, lo que podría analizarse introduciendo opciones de traducción después de cada ensayo de entrenamiento en mediación selectora numérica, de este modo la prueba de sustitución numérica permitiría analizar los criterios empleados durante las tareas de mediación selectora numérica. Esta operación permitiría analizar también la influencia de la traducción y el grado de dependencia de las respuestas selectoras numéricas respecto a las propiedades físicas de los conjuntos.

La coincidencia de los hallazgos de este trabajo con los estudios de discriminación condicional permite suponer que la distinción funcional entre mediación y sustitución numéricas con base en el procedimiento de igualación de la muestra presenta una posibilidad y un problema experimental; por un

lado, el hecho de que la mediación selectora numérica implica a la contingencia más compleja que puede operar en el procedimiento de igualación, que es la de regla única o control transituacional, en el cual el sujeto aprende la relación entre el estímulo muestra y el estímulo de comparación adecuados, independientemente de los estímulos particulares de entrenamiento, siendo capaz de generalizar a estímulos no entrenados que guardan entre sí una relación semejante podría aprovecharse para analizar la relaciones entre respuestas selectoras numéricas y las distintas dimensiones simples y compuestas de los objetos, eventos y procesos (cantidad, masa, longitud, área, volumen, forma, color, temperatura, duración, velocidad, luminosidad, intensidad, frecuencia, timbre etc.) a las que se asignan números en situaciones matemáticas y científicas. Por otro lado, el problema radica en que, dado que la igualación como procedimiento estándar, no asegura un proceso conductual único (Hernández-Pozo, 1986), habría que hacer ajustes instrumentales para controlar las distintas dimensiones que pueden numerarse, o emplear un procedimiento distinto la igualación de la muestra.

Estos estudios tienen implicaciones prácticas, relacionadas con la forma en que podría regularse el aprendizaje, junto con los hallazgos de los estudios de discriminación condicional. Tradicionalmente se supone que los procesos verbales que intervienen en la solución de problemas tienen lugar *en forma*

cubierta y antes de las respuestas operantes vinculadas a la solución de problemas, lo que, como afirman Ribes, Hickman, Peñaloza, Martínez, Hermosillo e Ibañez (1988) implica que el análisis experimental de dicho comportamiento debería dirigirse a evaluar, bajo condiciones de observabilidad, las conductas verbales -y sus posibles vínculos de estímulo- *que preceden* a la ejecución instrumental de tipo operante, contrastando con los efectos que tiene la elección de autodescripciones realizadas *después* de la ejecución.

Al analizar o diseñar procedimientos de enseñanza de la matemática habría que considerar estos aspectos funcionales y temporales, además del efecto de la relativa *sincronía* que tuvieron las respuestas de traducción y de sustitución numérica en el estudio 1, para diseñar experimentos en que se puedan manipular respuestas matemáticas específicas, mediante opciones lingüísticas que correspondan a diferentes niveles funcionales de comportamiento matemático y que permitan regular el aprendizaje.

También concierne con la forma de evaluar la conducta matemática, podría evaluarse el desempeño matemático en el nivel de mediación selectora numérica, en términos del nivel de correspondencia entre respuestas selectoras numéricas y las variantes dimensionales, simples y compuestas, de los objetos, eventos y procesos (cantidad, masa, longitud, área, volumen, forma, color,

temperatura, duración, velocidad, luminosidad, intensidad, frecuencia, timbre, posición, tamaño etc.) a las que se asignan números en situaciones matemáticas y científicas

Se podría evaluar el efecto de seleccionar opciones de símbolos o de descripciones de ejecuciones de mediación numérica *antes, durante y después* de la ejecución. Se podría emplear la probabilidad condicional empírica, como una medida compuesta, para distinguir los aciertos atribuibles a los sujetos respecto de los que pueden inducir la tarea, para determinar y jerarquizar efectivamente el nivel funcional en que pueden responder. Y se podría evaluar la emergencia de la mediación selectora numérica, en función de las variantes dimensionales que se numeren y del momento y tipo de opciones que se seleccionen.

El numeral puede definirse como un estímulo que media la relación entre respuestas cuantificadoras y propiedades cuantitativas de objetos y eventos, sustituyéndolo a dichas propiedades. Controlando organizando las respuestas de acuerdo con situaciones matemáticas.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.

- Aristóteles (384-322 a de c.). **Acerca del Alma**, traducción de Calvo Martínez T. Madrid, España, 1978, Ed. Gredos
- Banks, W. P., (1976). Semantic effects in comparative judgements of magnitudes of digits, en **Journal of Experimental Psychology: Human Perception and Performance**, 2, 435-445.
- Barlow, D.H., y Hersen, M., (1984). **Single Case Experimental Designs: Strategies for Studying Behavior Change.**: New York: Pergamon Press.
- Becker, J., (1989). Preschooler's Use of number words to denote one to one correspondence, en **Child Development**, 60(15), 1147-1157.
- Beckwit, M. y Restle F., (1966) Process of enumeration, en **Psychological Review**, 73, 437-444.
- Brumbaugh, R. S., (1954). Plato's Mathematical Imagination, en: **The Mathematical Passages in the Dialogues an their Interpretation.** Bloomington, Indiana.: University Press.
- Carpio, C.; Pacheco, V.; García R. Y Sierra R. (1991). Efectos del entrenamiento configuracional en tareas de discriminación simple, en **Revista Mexicana de Análisis de la Conducta**, 17(1 y 2) 37-52.
- Cepeda, C.; Hickman. II; Moreno, D.; Peñaloza, E. y Ribes E., (1991). The effect of prior selection of verbal description of stimulus relation upon the performance in conditional discrimination in human adults (efecto de la selección previa de descriptores verbales de relaciones de estímulo en el desempeño en discriminación condicional en sujetos humanos), en **Revista Mexicana de Análisis de la Conducta**; 17(1) 53-79.
- Damián, M., Villar, G., y García, V., (1978). La conducta de contar en niños preescolares: un Análisis inicial. Trabajo presentado en el **IV Congreso Mexicano de Análisis de la Conducta**. México: Monterrey, Nuevo León. Noviembre de 1978.

- Dannemiller, James, L., (1994). Reliability of motion detection by young infants measured with a new signal detection paradigm, en **International Journal of Behavioral Development**; 17(1), 101-105.
- Dantzig, Tobias., (1930). **Number: The Language of Science**. New York, Dobleday & Company Inc., 1956.
- Davis, Hank y Perusse, Rachele., (1988). Numerical competence in animals: Definitional issues, current evidence, and a new research agenda, en **Behavioral and Brain Sciences**; 11(4) 561-615.
- Díaz, D., y García H.V., (1980). Análisis descriptivo de la conducta de contar en niños preescolares., en **Revista Mexicana de Análisis de la Conducta**, 6, 59-72.
- Dilthey, W., (1973). **Historia de la filosofía**. México.: Fondo de Cultura Económica.
- Einstein, A., (1921). **El significado de la relatividad**. México.: Editorial Artemisa.
- Ferster, C.B., y Hammer C.E. (1966). Síntesis de los componentes de la conducta aritmética, en Honig W. K., (1976) compilador, en **Conducta Operante: Investigación y Aplicaciones**. México.: Ed. Trillas, 749-797.
- Fréchet, M., (1988). **La matemáticas y lo concreto**. México.: UNAM.
- García, H.V. (1994). **Discriminación condicional y conducta matemática**. Tesis doctoral, Facultad de Psicología, México.: UNAM.
- Gathercole, V. C., (1985). He has too much hard question's: The acquisition of the linguistic máss-count distinction in much and many, en **Journal of Child Language**, 12, 395-415.
- Gallistel C.R., (1990). **The organization of Learning**. Cambridge, MA: MIT press.
- Gelman, R y Gallistel, C.R., (1978). **The Child Understanding of Number**. Harvard University Press.

- Gelman R. y Meck, E., (1983). Preschooler's counting: Principles before skills, **Cognition**, **13**, 343-359.
- González, A.R., y García, H.V., (1984). La conducta de contar en niños preescolares: Un análisis comparativo, en **Revista Mexicana de Análisis de la Conducta**, **10(2)**, 113-123.
- Hernandez-Pozo, M.R., (1986). Aprendizaje condicional de relaciones en humanos: Evaluación de dos métodos de elección. (Conditional learning of relations in humans: assesment of two methods of choice), en **Revista Mexicana de Análisis de la Conducta**, **12, 2**, 105-126.
- Hernández-Pozo, M.R. y Coronado O. (1987). Preferencias relacionales en humanos I: discriminación de segundo orden concurrente con arreglos visuales, en **Revista Mexicana de Análisis de la Conducta**, **13(1 y 2)**, 37-54.
- Hernández-Pozo, M.R.; Fernández, G.; Sánchez, A. (1989). Effect of visual dimensions on discriminative learning and contingency analysis by Children (Efecto de las dimensiones visuales sobre el aprendizaje de las contingencias infantiles), en **Revista Mexicana de Análisis de la Conducta**, **15**, 25-36.
- Jurquin, Y., (1973). *¿ y qué ?*. Moscú.: Ed. Mir.
- Kamii, C., y DeVries, R., (1976): **Piaget, children and number: applying Piaget's theory to the teaching elementary number**. Washington D.C.:National Association for the Education of Young Children.
- Kantor J.R., (1924-1926). **The Principles of Psychology**. Nueva York.
- Kantor, J.R., (1978). **Psicología Interconductual**. México.: Trillas.
- Karmiloff-Smith, A. (1992). **Beyond Modularity: A Developmental Perspective on Cognitive Science**. Cambridge, Massachusetts, London England.: The MIT Press.

- Kranzler, John H.; Whang, Patricia A. y Jensen, Arthur R. (1988). Jensen's use of the Hick paradigm: Visual attention and order effects, en **Intelligence**, Vol 12(4) 379-391
- Lakatos, I., (1981). **Matemáticas, Ciencia y Epistemología**. Madrid.: Alianza Editorial.
- Leuthold, H., Sommer, W. (1993). Stimulus presentation rate dissociates sequential effects in event-related potentials and reaction times, en **Psychophysiology**, Vol 30(5) 510-517
- Loosbroek, E. y Smitsman, A.W. (1990). Visual perception of numerosity in infancy, en **Developmental Psychology**. 26(6), 911-922.
- Markovits, H. y Vachon, R. (1990). Conditional reasoning, representation, and level of abstraction, en **Developmental Psychology**, Vol 26(6) 942-951
- Marr, J.M. (1986). Mathematics and Verbal Behavior. en, Thompson, T. y Zeiler, M.D. **Analysis and Integration of Behavioral Units**. London, Hillsdale N. J. Lawrence Erlbaum Associates Publishers.
- McGuigan, F.J., (1978). **Psicología Experimental: enfoque metodológico**. México.: Ed. Trillas.
- Morales, E.M. y García, H.V. (1994). Variaciones de las características de la conducta de contar en función de objetos y eventos, **XII Congreso Mexicano de Análisis de la Conducta**, 16, 17 y 18 de Febrero, Cocoyoc, Morelos, México.
- Morales E.M. (1994). El aprendizaje Inicial del Conteo. **Foro Regional de Investigación Educativa**, 23, 24 y 25 de noviembre, Toluca, Estado de México.
- Morales, M. (1996) Implicaciones del Innatismo en el estudio psicológico del origen del conocimiento matemático., *Revista CIENCIA ergosum de la UAEM*. Vol. 3 número dos, julio de 1996, 147-153.

- Moreno, D.; Cepeda, C.; Hickman. II; Peñaloza, E. y Ribes E. (1991). Efecto diferencial de la conducta verbal descriptiva de tipo relacional en la adquisición y transferencia de discriminación condicional de segundo orden en niños (Differential effect of relational descriptive verbal behavior in the acquisition and transfer of a second-order conditional discrimination in children), en **Revista Mexicana de Análisis de la Conducta**, 17, 1, 53-79.
- Murdock, Bennet B. (1993). TODAM2: A model for the storage and retrieval of item, associative, and serial-order information, en **Psychological Review**, Vol 100(2) 183-203
- National Council of Teachers of Mathematics (1992), **Sistemas de numeración para los números enteros**, México, Trillas,
- Poincarè, H., (1963). **Ciencia y Método**. Madrid.: Espasa Calpe, Col. Austral.
- Putnam, R. T.; Lampert, M. y Peterson, P. L. (1990). "Alternative Perspectives in Knowing Mathematics in Elementary Schools", en Cazden, C. (Ed.), **Review of Research in Education**. Nº 16, pp. 57-150. Washington, D. C., American Educational Research Association
- Quinn, P.C.; Burke, S. y y Rush A., (1993). Part whole perception in early infancy: evidence for perceptual grouping produced by lightness similarity. **International Journal of Behavioral Development**; 16, 19-42.
- Repp, B.H.; y Crowder, R.G., (1990). Stimulus order effects in vowel discrimination, en **Journal of the Acoustical Society of America**, Vol 88(5) 2080-2090
- Resnick, L.B. y Ford, W.W. (1984). **The psychology of mathematics for instruction**. London, Hillsdale N. J. Lawrence Erlbaum Associates Publishers.
- Restle, F., Rae, J. y Kiesler, C., (1961): The probability of detecting small numbers of dots. **Journal of Experimental Psychology**, 61, 218-221.

- Ribes, I.E.; Domínguez, M.; Tena, O. y Martínez, H., (1992). Efecto diferencial de la elección de textos descriptivos de contingencias entre estímulos antes y después de la respuesta de igualación en una tarea de discriminación condicional (Differential effect of choosing among stimulus-contingencies descriptive texts before and after the matching response in conditional discrimination task), en **Revista Mexicana de Análisis de la Conducta**, 18, 1 y 2, 31-59.
- Ribes, I.E., y López, V. F., (1985). **Teoría de la Conducta: Un Análisis de Campo y Paramétrico**. México.: Ed. Trillas.
- Sidman, M. y Tailby , (1982): Conditional discrimination vs. matching to sample via mediated transfer: An expansion of testing paradigm, en **Journal of the Experimental Analysis of Behavior**; 37(1) 5-2.
- Sidman, M. (1986). Functional Analysis of Emergent Verbal Classes, en Thompson, T. y Zeiler, M.D., **Analysis and Integration of Behavioral Units**, London, Hillsdale, New jersey, Lawrence Erlbaum Associates, Publishers.
- Siegel, S., (1991). **Estadística no paramétrica: aplicada a las ciencias de la conducta**. México.: Ed. Trillas.
- Skemp, R.R. (1993). **Psicología del aprendizaje de las matemáticas**. Madrid, ed. Morata.
- Skinner, B.F., (1938). **The Behavior of Organisms**. New York.: Appleton Century Crofts
- Skinner, B.F., (1957). **Verbal Behavior**. New York.: Appleton-Century Crofts.
- Spiegel, M.R., (1961). **Teoría y problemas de estadística**. México.: McGraw-Hill, Serie Schaum.
- Spiegel, M.R., (1976). **Teoría y problemas de probabilidad y estadística**. México.: McGraw-Hill, Serie Schaum.
- Starkey, Prentice; Spelke, Elizabeth S. y Gelman, Rochel. (1990). Numerical abstraction by human infants, en **Cognition**; 36(2) 97-127.

- Starkey, Prentice; Spelke, Elizabeth S. Y Gelman, Rochel. (1991). Toward a comparative psychology of number, en **Cognition**; **39(2)** 171-172.
- Taves, E.H., (1941). Two mechanisms for the perception of visual numerosness. **Archives of Psychology**, 265, 4-42.
- Treiber, F, y Wilcox, S., (1984). Discrimination of number by infants. **Infant behavior and development**, 7, 93-100.
- Warren, H.C., (1897). The reaction timing of counting: Studies from The princeton psychological laboratory. **The Psychological Review**, **IV(6)** 569-591.
- Wynn, K. (1990). Children's understanding of counting., en **Cognition**, 36, 155-193.
- Wynn, K. (1992). Children's Acquisition of the Number Words and the Counting System., en **Cognitive Psychology**, 24, 220-251.
- Wynn, K. (1992a). Addition and subtraction by human infants, en **Nature**, **358**, 749-750.
- Wynn, Karen, (1992b). Addition and subtraction by human infants. **Nature** **360(6406)**, 768.

APENDICE N°1

NUMERAL ARABIGO	ESTIMULO EQUIVALENTE
1	L
2	7
3	J :
4	┌

APENDICE N° 2

L I	L I	L ▷	L ▲
┘ ◀ ◀	┘ I ▼	┘ I I	┘ ▲ I
└ ◀ ▲ ▼	└ I ◀ I	└ I I I	└ I ▼ ▼
┌ I ◀ I ▲	┌ I I ▼ ▼	┌ I I I I	┌ I ◀ ▲ ▼

<p>┌</p> <p>◀ ✖ ▲ </p>	<p>┐</p> <p>◀ ◀</p>	<p>└</p> <p>✖</p>	<p>┘</p> <p> </p>
<p>┘</p> <p>◀ ▲ ▼</p>	<p>┐</p> <p>✖ ◀</p>	<p>└</p> <p>◀</p>	<p>┌</p> <p> ▼ ▼</p>
<p>┘</p> <p> ▼ ▼</p>	<p>└</p> <p>◐</p>	<p>┌</p> <p> </p>	<p>┐</p> <p>┌ ▼</p>
<p>└</p> <p>◀</p>	<p>┌</p> <p>✖ ◀ ▼</p>	<p>┘</p> <p>◐ ▲ </p>	<p>┐</p> <p>▼ ▼</p>

APENDICE N°4:

<p>┌</p>	<p>┐</p>	<p>└</p>	<p>┌</p>	<p>┐</p>
<p>♥ ∨ ∨ ▲ * * * *</p>	<p>* ▲ ▲ * * > < < * ▲</p>	<p>< ∨ ∨ * * * * </p>	<p>▷ * ▲ > > < > </p>	<p>◆ * * > > > ◆ </p>
<p>└</p>	<p>┌</p>	<p>┐</p>	<p>└</p>	<p>┌</p>
<p>▷ * ▲ > > > < ▲ </p>	<p>< ∨ ▷ > * * * </p>	<p>▲ ∨ ∨ * < * *</p>	<p>◆ * * > > > <</p>	<p>* ▲ ▲ < * > < < * ▲</p>

<p>┘ + ♠ =</p> <p>┌ ┌ ┘ ┘</p>	<p>┘ - ♥ =</p> <p>┌ ┘ ┘ ┌</p>
<p>< > + ┘ =</p> <p>┘ ┌ ┌ ┘</p>	<p>┘ - ▼ ▼ =</p> <p>┘ ┌ ┌ ┘</p>
<p>♥ ♥ + ┘ =</p> <p>┌ ┘ ┌ ┘</p>	<p>┘ - ♣ =</p> <p>┌ ┘ ┌ ┘</p>
<p>♥ < + ┘ =</p> <p>┘ ┌ ┌ ┘</p>	<p>> > > - ┘ =</p> <p>┌ ┘ ┘ ┌</p>
<p>> + ┘ =</p> <p>┌ ┘ ┘ ┌</p>	<p>> > ^ - ┘ =</p> <p>┌ ┌ ┘ ┘</p>

APENDICE N°6:

<p>┌</p>	<p>┐</p>	<p>└</p>	<p>┌</p>	<p>┐</p>
<p>♥ v v (▲) * * * *</p>	<p>* (▲ ▲) * * > < < + ▲</p>	<p>(<) v v * * * * </p>	<p>● (* ▲) > > < > </p>	<p>◆ * * > > > (◆)</p>
<p>└</p>	<p>┌</p>	<p>┐</p>	<p>┐</p>	<p>┌</p>
<p>(●) * ▲ > > > < ▲ </p>	<p>< v ● (>) * * * </p>	<p>▲ (v v) * < * *</p>	<p>▲ * * > > > (<)</p>	<p>* ▲ ▲ (< * >) < < * ▲</p>

$J + \spadesuit =$ $\textcircled{L} L \uparrow J$	$J - \heartsuit =$ $L \textcircled{\uparrow} J \uparrow$
$\leftarrow \rightarrow + L =$ $J \textcircled{L} L \uparrow$	$J - \blacktriangledown \blacktriangledown =$ $J \uparrow \textcircled{L} \uparrow$
$\heartsuit \heartsuit + \uparrow =$ $L \uparrow \textcircled{\uparrow} J$	$\uparrow - \clubsuit =$ $\textcircled{L} \uparrow \uparrow J$
$\heartsuit \leftarrow + L =$ $\textcircled{J} \uparrow L \uparrow$	$\triangleright \triangleright \triangleright - \uparrow =$ $\uparrow \uparrow J \textcircled{L}$
$\triangleright + J =$ $L \uparrow J \textcircled{L}$	$\triangleright \triangleright \blacktriangle - \uparrow =$ $\uparrow \textcircled{L} \uparrow J$

APENDICE N° 8

NOMBRE:

SIGNO	NUMERO
L	
7	
J	
F	