

24
29.



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

FACULTAD DE ESTUDIOS SUPERIORES
ZARAGOZA

ESTRATEGIAS BASICAS PARA EL
CONTROL DE LA COMPOSICION EN
COLUMNAS DE DESTILACION

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TITULO DE

INGENIERO QUIMICO

P R E S E N T A N

ROSA MARIA MARTINEZ AGUILAR

MARCO ANTONIO TORRES ESPINOZA

MEXICO, D. F.

1998

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.



FACULTAD DE ESTUDIOS SUPERIORES
ZARAGOZA
JEFATURA DE INGENIERIA QUIMICA
OFICIO: 082/010/98



C. Rosa María Martínez Aguilar
Marco Antonio Torres Espinoza
Presente

En respuesta a su solicitud de asignación de jurado para el Examen Profesional, le comunico que la Jefatura a mi cargo ha propuesto la siguiente designación:

Presidente: *I.Q. René de la Mora Medina*
Vocal: *I.Q. José Benjamín Rangel Granados*
Secretario: *I.Q. Salvador Gallegos Ramales*
Suplente: *I.Q. Antonio Avalos Ramírez*
Suplente: *I.Q. Martín Márquez Moreno*

ATENTAMENTE
"LO HUMANO EJE DE NUESTRA REFLEXION"
México, D.F., 5 de Marzo de 1998



I.Q. Magín Enrique Juárez Villar
Jefe de la Carrera

Irm



**A NUESTRAS QUERIDAS HIJAS, ERIKA Y ALINE,
POR SER EL REGALO MAS BELLO QUE DIOS NOS DIO**

A MIS PADRES:

AGRADEZCO INFINITAMENTE PORQUE CON SU
ESFUERZO Y CARÍÑO HICIERON POSIBLE LA
CULMINACION DE MIS ESTUDIOS



A MIS HERMANOS Y FAMILIARES:

POR EL APOYO QUE ME BRINDARON

ROSA MARIA MARTINEZ AGUILAR

A MIS PADRES:

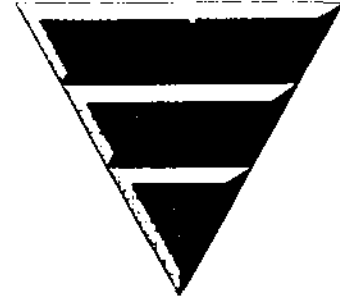
TODOS MI AGRADECIMIENTO, POR SU AMOR, DEDICACION Y
ESFUERZO, QUE ME HA PERMITIDO CONCLUIR MIS ESTUDIOS
BRINDANDOME UNA VALIOSA HERRAMIENTA PARA LA VIDA,
POR SU APOYO INCONDICIONAL SON MI ORGULLO Y EJEMPLO



A MIS HERMANAS Y SOBRINA:

POR EL AGRADABLE AMBIENTE FAMILIAR EN EL QUE
HEMOS VIVIDO, PARA QUE SIEMPRE SIGAMOS UNIDOS.
POR SU APOYO Y ESTIMULO: GRACIAS

MARCO ANTONIO TORRES ESPINOZA



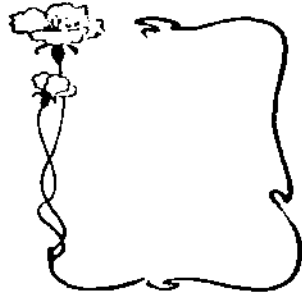
INDICE

INDICE.

	Pág.
I.- INTRODUCCION	1
CAPITULO 1.- GENERALIDADES DE LA DESTILACION.	4
1.1.- Antecedentes históricos.	5
1.2.- Destilación.	5
1.3.- Bases y fundamentos de la destilación.	6
1.3.1.- Equilibrio líquido-vapor (ELV).	8
1.3.2.- Sistemas ideales y no ideales.	11
1.3.3.- Efecto de la temperatura, presión y composición en los valores de k y la volatilidad.	12
1.3.4.- Diagrama de fases.	14
1.3.5.- Cálculo de los puntos de burbuja y de rocío.	16
1.3.6.- Azeótropos	17
1.4.- Clasificación de columnas de destilación.	17
1.4.1.- Internos utilizados en la destilación.	19
CAPITULO 2.- TEORIA DE CONTROL.	26
2.1.- Antecedentes y evolución histórica de la instrumentación y control.	27
2.1.1.- Sistemas de adquisición de datos.	28
2.1.2.- Sistemas de control supervisorio de set-point.	29
2.1.3.- Sistemas de control digital directo.	29
2.1.4.- Sistemas digitales de control distribuido.	30
2.2.- Instrumentación y control.	31
2.3.- Circuitos de control.	33
2.3.1.- Sistemas de control en circuito abierto.	33
2.3.2.- Sistemas de control en circuito cerrado (feedback).	35
2.3.3.- Sistemas de control en circuito cerrado (feedforward).	36
2.4.- Partes constitutivas de un circuito de control cerrado.	38
2.5.- El controlador automático.	39
2.6.- Modos de control.	39
2.6.1.- Control proporcional.	40
2.6.2.- Control de dos posiciones (abierto-cerrado : on-off).	44
2.6.3.- Control de dos posiciones con banda muerta.	45

	Pág.
2.6.4.- Efectos del corrimiento en el modo proporcional.	46
2.6.5.- Control integral (reajuste automático o reset).	48
2.6.6.- Control proporcional integral.	49
2.6.7.- Control derivativo.	51
2.6.8.- Control proporcional derivativo.	52
2.7.- Aplicaciones de los modos de control de acuerdo a las características dinámicas del proceso.	54
2.7.1.- Retraso por resistencia-capacitancia.	54
2.7.2.- Retraso en los elementos de medición.	55
2.7.3.- Retraso de velocidad.	55
2.7.4.- Ruido de proceso.	57
2.7.5.- Retrasos en los elementos finales de control.	57
2.8.- Entonamiento de controladores.	57
2.8.1.- Métodos de entonamiento en circuito cerrado.	59
2.8.2.- Métodos de entonamiento en circuito abierto.	61
CAPITULO 3.- CONTROL DE COLUMNAS DE DESTILACION.	64
3.1.- Variables controladas en la destilación.	65
3.2.- Estrategias básicas para el control de la destilación.	70
3.2.1.- Control de x_D o x_B por variaciones en F .	74
3.2.2.- Control de x_D o x_B por variaciones en x_F .	77
3.2.3.- Control de x_D y x_B por variaciones en F .	79
3.2.4.- Control de x_D y x_B por variaciones en x_F .	80
3.3.- Clasificación de los esquemas de control para la destilación.	82
3.3.1.- Control de balance de energía.	82
3.3.2.- Control de balance de materia.	84
3.4.- Selección de la medición de la temperatura para deducir la composición.	85
3.5.- Medición de la temperatura compensada por presión.	87
3.6.- Ubicación del sensor de temperatura.	88
3.7.- Métodos de control de presión.	90
CAPITULO 4.- CONTROL FEEDFORWARD.	94
4.1.- Control feedforward para el control simple de la composición.	98

	Pág.
4.2.- Control feedforward para el control dual de la composición.	103
4.3.- Aplicaciones industriales.	106
4.3.1.- Desetanizador.	106
4.3.2.- Fraccionador de etileno.	108
CAPITULO 5.- CONTROL EN CASCADA, CASCADA EN PARALELO Y COMPENSACION POR TIEMPO MUERTO.	114
5.1.- Procedimiento de entonamiento del controlador para el control en cascada.	116
5.2.- Control cascada en paralelo.	120
5.3.- Compensación por tiempo muerto.	123
5.3.1.- El predictor de Smith.	123
5.3.2.- El predictor analítico.	125
5.3.3.- Aplicaciones experimentales.	125
II.- CONCLUSIONES	129
ANEXO A.	133
A.1.- Definición de la transformada de Laplace.	134
A.2.- Propiedades de la transformada de Laplace.	137
A.3.- Solución de ecuaciones diferenciales mediante el uso de la transformada de Laplace.	140
A.3.1.- Procedimiento de solución por la transformada de Laplace.	140
A.3.2.- Inversión de la transformada de Laplace mediante expan- sión de fracciones parciales.	142
III.- BIBLIOGRAFIA	151



RESUMEN

1.- RESUMEN.

El presente trabajo tiene como finalidad desarrollar el tema relacionado con el control automático de la composición en la destilación, planteando estrategias o circuitos de control propuestos para esta operación unitaria por organismos internacionales especializados en el área como son: Instrument Society of America (ISA), American Petroleum Institute (API), y publicaciones especializadas en el tema.

En el primer capítulo se aporta una breve introducción a los principios básicos de la destilación, cuyo uso como operación unitaria en los procesos industriales para la obtención de componentes puros a partir de mezclas es indudablemente uno de los más empleados y económicos que existen. En el segundo capítulo se presenta un sumario acerca del control automático de procesos químicos, pues su importancia se ha incrementado considerablemente debido a los beneficios que se obtienen al implementarlo y de los cuales se pueden mencionar los siguientes: garantizar la seguridad y protección de las instalaciones, el equipo y el personal; contribuir a la protección del medio ambiente mediante procesos limpios; obtener los productos deseados con las especificaciones requeridas por un control de calidad; acceder a datos y registros de campo de una manera fácil y confiable; etc. Este capítulo se complementa con el Anexo "A", el cual muestra la importancia de las matemáticas aplicadas, específicamente las transformadas de Laplace, en los sistemas de control y su análisis.

Un sistema de control puede ser aplicado desde un simple circuito (loop) con unos cuantos dispositivos de control para una línea o equipo de proceso hasta manejar un complejo sistema de datos para el monitoreo y control de operaciones unitarias, como la destilación, o plantas industriales completas de cualesquier ramo de la industria

De esta manera, en el capítulo número tres se muestran, de forma particular, los diversos circuitos de control para la composición en columnas de destilación, con sus respectivas ecuaciones dinámicas y esquemas de control, para los más comunes factores que introducen disturbios en un sistema de destilación, principalmente aquellos que afectan la composición de los productos finales, pues en la mayoría de los casos, éste es el objetivo primordial de la separación de mezclas en la industria química.

El capítulo número cuatro aporta ventajas y desventajas en la aplicación del sistema de control feedforward (prealimentación) a una columna de destilación, así como los esquemas de control cuando es combinado con un sistema de control feedback (retroalimentación). Finalmente el capítulo número cinco describe el uso del sistema de control cascada en paralelo y las ventajas de su aplicación para mejorar el objetivo de control de la composición manteniendo las variables de proceso más importantes en los valores específicos para tal propósito. De igual forma, se observa la necesidad e importancia de compensar los tiempos muertos que se generan en el proceso y en el mismo sistema de control para minimizar los disturbios que afectan la operación de la columna de destilación.

El interés principal del presente trabajo consiste en presentar los esquemas básicos y fundamentales del control de la composición en columnas de destilación, sin embargo, es necesario resaltar que no existe una rama profesional específica para tal

propósito, y que al igual que muchos quehaceres de los procesos industriales, se requiere de la participación multidisciplinaria, y en este caso en particular, de especialidades tales como: Ingeniería Química, Eléctrica, Electrónica, Mecánica, etc. Por tal motivo, es indispensable contar con la Información básica de cada área, para una comprensión global del tema para cualquier disciplina participante en el proyecto o diseño.

El desarrollo del tema se considera apropiado para la comunidad estudiantil de Ingeniería Química y para todas aquellas personas cuya actividad profesional o técnica se encuentre relacionada con la automatización y control de procesos químicos, pues se describe en forma breve y sencilla pero bastante completa, la Teoría de Control, cuya importancia y aplicación en nuestros días continúa incrementándose para convertirse en inseparable compañera de cualquier proceso químico industrial.



CAPITULO

1

GENERALIDADES DE LA
DESTILACION.

1.- GENERALIDADES DE LA DESTILACION.

1.1.- ANTECEDENTES HISTORICOS.

Se tiene conocimiento que la destilación era empleada, aunque de manera bastante rudimentaria, en Alejandría para obtener trementina o aguarrás a partir de la resina de pino; también los árabes producían licor del vino y los griegos preparaban medicinas en el siglo V a.C.

La destilación es una operación antigua que sigue siendo aplicada hasta nuestro tiempo. Antiguamente se usaba para operaciones sencillas como la concentración de bebidas alcohólicas con equipo simple de vaporización y condensación. La primera columna vertical de destilación continua fue desarrollada por Cellier-Blumenthal en Francia en el año de 1813. En 1820, un tecnólogo de nombre Clermont introdujo el uso de piezas de vidrio en los alambiques de alcohol. En 1822 Perrier introdujo una versión sencilla de las cápsulas de burbujeo. En 1830, Coffey desarrolló la primera columna de destilación de platos.

Durante el primer cuarto del siglo XVIII, la aplicación de la destilación se expandió como una herramienta para aumentar el contenido de alcohol en las bebidas, como la primera técnica de separación en la industria química. Al mismo tiempo, tuvo una expansión acelerada, como una manera efectiva en la separación del aceite crudo de varios productos. Por esto, la aplicación de la destilación se extendió en la mayoría de los procesos químicos.

Aunque se conocía la destilación y se le aplicaba en la antigüedad, la teoría de la destilación no se estudió sino hasta los trabajos de Sorel en 1893. Otros investigadores pioneros fueron Lord Rayleigh y Lewis. El concepto de destilación se fue haciendo más completo debido al surgimiento de teorías que lo complementaban como la regla de fases de Gibbs que estableció un criterio de equilibrio para cualquier sistema químico y el cual fue posteriormente aplicado a la destilación.

Algunos matemáticos como McCabe y Thiele tomaron como base la regla antes mencionada para desarrollar el diseño termodinámico de columnas, el cual, conjuntamente con investigaciones, estudios de comportamiento, eficiencia de columnas y la tecnología actual, ha hecho de la destilación una ciencia más exacta y ha permitido la separación en gran escala, por ejemplo, del etilbenceno y del p-xileno, que tienen únicamente una diferencia de 3.9 °F (2.2 °C) en sus temperaturas de ebullición.

1.2.- DESTILACION.

La destilación es un proceso de separación de gran importancia en la elaboración de productos químicos, debido a que lleva a cabo la separación de mezclas en componentes esencialmente puros mediante la adición de calor. La mayor parte del equipo de separación de una planta química tiene como fin la purificación de materias

primas, productos intermedios y productos finales, mediante las operaciones de transferencia de masa en fase múltiple, siendo la destilación el método industrial de separación más utilizado, principalmente en la rama petroquímica.

La destilación consta de múltiples contactos entre las fases de líquido y vapor. Cada contacto consiste en la mezcla de dos fases para producir la distribución de los componentes seguida de la separación de las fases. Los contactos se realizan frecuentemente sobre platos horizontales (generalmente llamados etapas) dispuestos en una columna vertical, tal como se muestra en la Fig. (1.1). A medida que el vapor avanza hacia la parte superior de la columna se enriquece progresivamente del componente más volátil. La alimentación de la columna de destilación entra en una etapa intermedia entre la etapa superior e inferior; la parte de la columna situada por encima de la alimentación es la sección de rectificación (enriquecimiento) y la situada por debajo es la sección de agotamiento. El vapor de la alimentación pasa hacia arriba en la columna mientras que el líquido lo hace hacia abajo. Generalmente el vapor procedente de la parte superior de la columna se condensa para generar el líquido de contacto llamado refujo. Análogamente, el líquido procedente del fondo de la columna pasa a un reboiler (calentador) para generar el vapor de contacto llamado vaporización.

Tal como se indica en la Fig. (1.1), el vapor en la parte superior V_2 , al salir del plato superior entra al condensador, donde se le condensa parcial o totalmente. El líquido que se forma se recoge en un acumulador, del cual se extrae la corriente líquida, L_1 (denominada refujo) y la corriente del producto superior, D (llamado destilado). Cuando el vapor superior V_2 se condensa totalmente al estado líquido y se extrae el destilado como líquido, el condensador será un condensador total. Si V_2 se condensa parcialmente al estado líquido para proporcionar el refujo L_1 y el destilado D se extrae como vapor, el condensador será un condensador parcial. La cantidad de refujo interno se expresa comúnmente en términos de la relación de refujo, L/D . Aunque algunas veces la relación interna líquido a vapor L/V se conoce como la relación de refujo interna.

El líquido que sale del plato inferior de la columna entra al reboiler, en donde se vaporiza parcialmente. El vapor producido fluye otra vez hacia arriba por la columna y el líquido que se extrae del reboiler se llama fondo o producto inferior B . En la práctica, el reboiler generalmente está ubicado en el exterior de la columna.

1.3. BASES Y FUNDAMENTOS DE LA DESTILACION.

La destilación es un proceso de separación de una mezcla en dos ó más productos o componentes con diferentes puntos de ebullición, generalmente se prefiere extraer el componente más volátil de la mezcla. Cuando una mezcla líquida de dos componentes volátiles es calentada, el vapor que asciende, tiene alta concentración en el componente más volátil (el componente con punto de ebullición más bajo) de la mezcla que se esté involucrando. Por el contrario, si el vapor es enfriado, el componente menos volátil (el componente con punto de ebullición más alto) tiende a condensarse en mayor proporción que el componente más volátil.

Después de muchos años, la destilación continúa siendo el principal método de separación en plantas de procesos industriales, a pesar de su inherentemente baja eficiencia termodinámica. La preferencia de la destilación para la separación de mezclas no es accidental y hasta el momento, es poco probable que sea desplazada por algún otro método. Las razones se basan en la cinética y en la termodinámica.

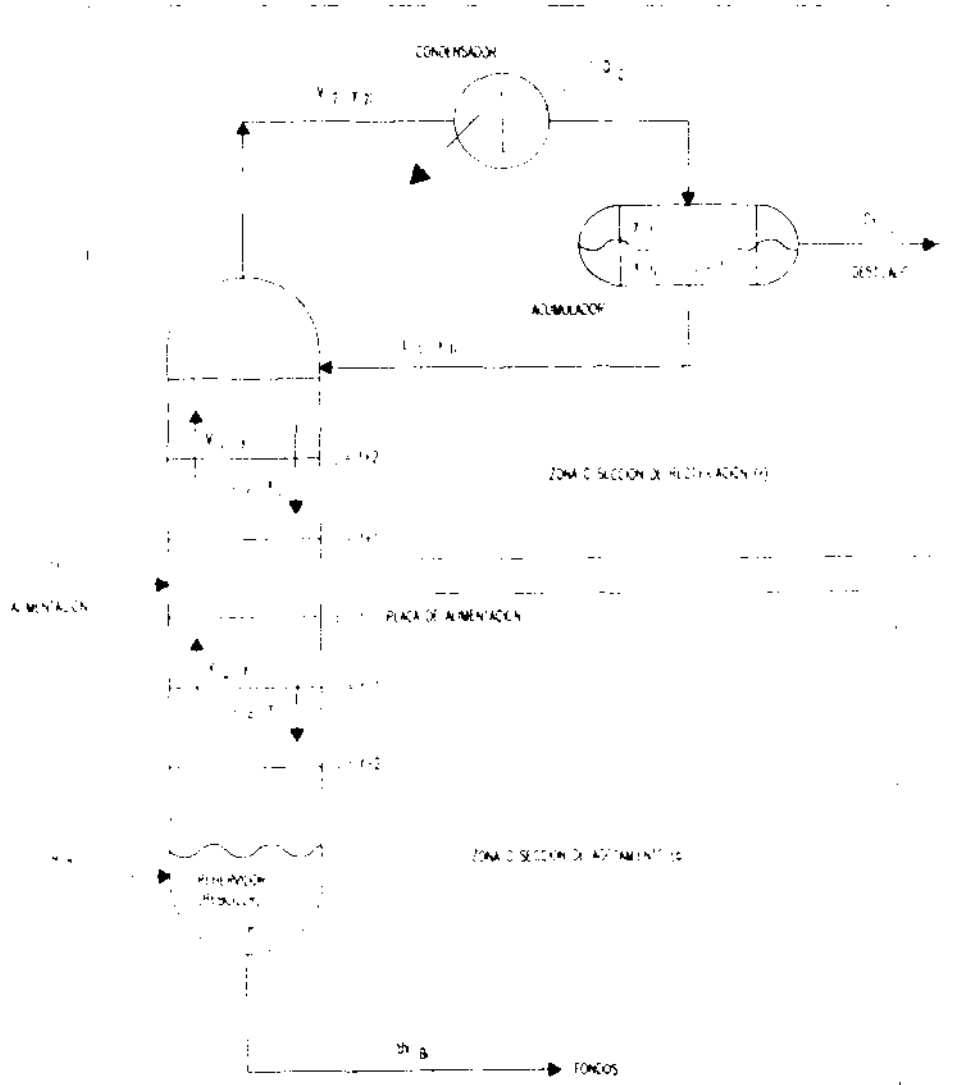


Fig. (1.1).- Esquema de una columna convencional en donde las velocidades totales de flujo son constantes dentro de las secciones de rectificación y agotamiento.

Desde el punto de vista cinético, la transferencia de masa por unidad de volumen en la destilación está limitada solamente por la resistencia difusional en uno u otro lado de la interfase líquido-vapor en fase turbulenta. Es por esto que la destilación tiene potencial para altas relaciones de transferencia de masa.

Desde el punto de vista termodinámico, la eficiencia termodinámica típica de un sistema de destilación está alrededor del 10%. Esta puede ser incrementada con el uso de intercondensadores e intercalentadores (inter-reboilers). En realidad esto es mostrado en forma conceptual, un sistema de destilación puede ser ideado de acuerdo a los requerimientos con un mínimo trabajo de separación. A pesar de que una eficiencia termodinámica del 10% pueda parecer baja, no hay muchos procesos con una eficiencia mayor.

La destilación, en general, es el método más barato y conveniente para la separación de una mezcla líquida en sus componentes, excepto cuando:

- 1.- La diferencia de la volatilidad entre sus componentes es pequeña.
- 2.- Una pequeña cantidad de un componente con alto punto de ebullición tiene que ser recuperado de la alimentación. Este caso requiere que toda la alimentación sea vaporizada en orden para recobrar esta pequeña cantidad.
- 3.- Un componente es térmicamente inestable invariablemente en condiciones de vacío.
- 4.- La mezcla es extremadamente corrosiva o altamente sucia.

1.3.1. EQUILIBRIO LIQUIDO-VAPOR (ELV).

Resulta difícil, tal vez imposible, hacer un justo y amplio tópico del equilibrio líquido-vapor (ELV) en un pequeño espacio. Existen algunos textos que se abocan completamente al desarrollo de estos tópicos, o de algunas fracciones de éstos. Las numerosas publicaciones de libros y revistas pueden testificar el gran volumen de información disponible.

Resulta también difícil el desarrollo detallado acerca del equilibrio líquido-vapor (ELV) para el diseño de columnas de destilación. Por esta razón esta discusión se enfoca a los aspectos principales acerca del ELV. Una discusión teórica extensiva, así como un largo desarrollo termodinámico son excluidos. También se excluye la deducción de modelos y procedimientos predictivos.

a) Valor de k (coeficiente de reparto) y volatilidad relativa.

$$k_i = \frac{\text{Fracción mol del componente } i \text{ en la fase vapor}}{\text{Fracción mol del componente } i \text{ en la fase líquida}} \quad (1.1)$$

El valor de k es la medida de la tendencia a vaporizarse del componente i .

Si el valor de k es alto, el componente i tiende a concentrarse en el vapor, si es bajo, éste tiende a concentrarse en el líquido. Si el valor de k es la unidad, el componente se distribuye en igual cantidad entre el vapor y el líquido.

El valor de k es una función de la temperatura, presión y composición. En el equilibrio, cuando 2 de estas 3 variables son fijadas, sólo es función de la 3a. El valor de k puede ser expresado en función de la presión y la composición, la temperatura y la composición, o la temperatura y la presión.

La volatilidad relativa de los componentes i y j se define como:

$$\alpha_{ij} = \frac{k \text{ del componente } i}{k \text{ del componente } j} \quad (1.2)$$

La destilación es una técnica de separación de componentes de una mezcla de acuerdo a sus volatilidades relativas. La volatilidad relativa es una medida de la facilidad de separación de un componente. La volatilidad relativa se define como la relación de la tendencia a evaporarse entre dos componentes. Si la volatilidad relativa tiene un valor alto, uno de los componentes tiene mayor tendencia a evaporarse (es más volátil) que el otro, y por lo tanto, es mucho más fácil separar un componente del otro por medio de vaporización (destilación), en el caso en que la volatilidad relativa se aproxime a uno, indica que uno de los componentes es casi tan volátil como el otro, por lo que resulta difícil separarlos por medio de la destilación, para el caso en que la volatilidad relativa es igual a uno indica que es imposible separar los componentes por medio de la destilación, debido a que es tan volátil uno como otro.

Por convención, la volatilidad relativa se define como la relación entre el valor de k del componente más volátil entre el valor de k del componente menos volátil. De esta forma, el valor de la volatilidad relativa es siempre mayor o igual a uno.

Para un sistema binario, las ecs. (1.1) y (1.2) pueden ser combinadas en la siguiente forma:

$$\alpha_{1,2} = \frac{k_1}{k_2} = \frac{y_1(1-x_1)}{x_1(1-y_1)} \quad (1.3)$$

Rearreglando la ecuación se tiene:

$$y = \frac{\alpha_{1,2} x_1}{1 + (\alpha_{1,2} - 1)x_1} \quad (1.4)$$

La ec. (1.4) expresa la fracción mol en el vapor del componente más volátil (CMV) como una función de la fracción mol del CMV en el líquido y la volatilidad relativa. Esta relación es presentada en la Fig. (1.2a). En ésta se muestra un diagrama x - y . En los ejes de las x 's y las y 's se representa la concentración del CMV en el líquido y el vapor respectivamente. La diagonal de 45° representa los puntos en los cuales la composición del líquido y del vapor son iguales. La curva es una relación de equilibrio. La Fig. (1.2a) ilustra como el CMV se concentra en el vapor. Una mezcla líquida contiene x_1 moles del CMV ($x_1 = 0.45$) en equilibrio con su vapor que contiene y_1 moles del componente más volátil ($y_1 = 0.71$). Si este vapor es colectado y condensado, se tiene una mezcla en la cual la fracción mol del CMV es enriquecida desde 0.45 a 0.71.

La Fig. (1.2b) ilustra el efecto de la volatilidad relativa sobre la tendencia del CMV a concentrarse en el vapor. Cuando la volatilidad es alta, el enriquecimiento es grande. Por ejemplo, cuando la volatilidad relativa es 10, una mezcla líquida contiene 0.45 moles del CMV en equilibrio con su vapor que contiene 0.88 moles del CMV, puede tomar solamente unas cuantas etapas para convertir la mezcla líquida en sus componentes puros. Contrariamente, cuando la volatilidad relativa es muy baja, una mezcla líquida contiene 0.45 moles del CMV en equilibrio con su vapor que contiene 0.47 moles del CMV. A estas condiciones pueden requerirse un gran número de etapas para separar la mezcla en sus componentes puros.

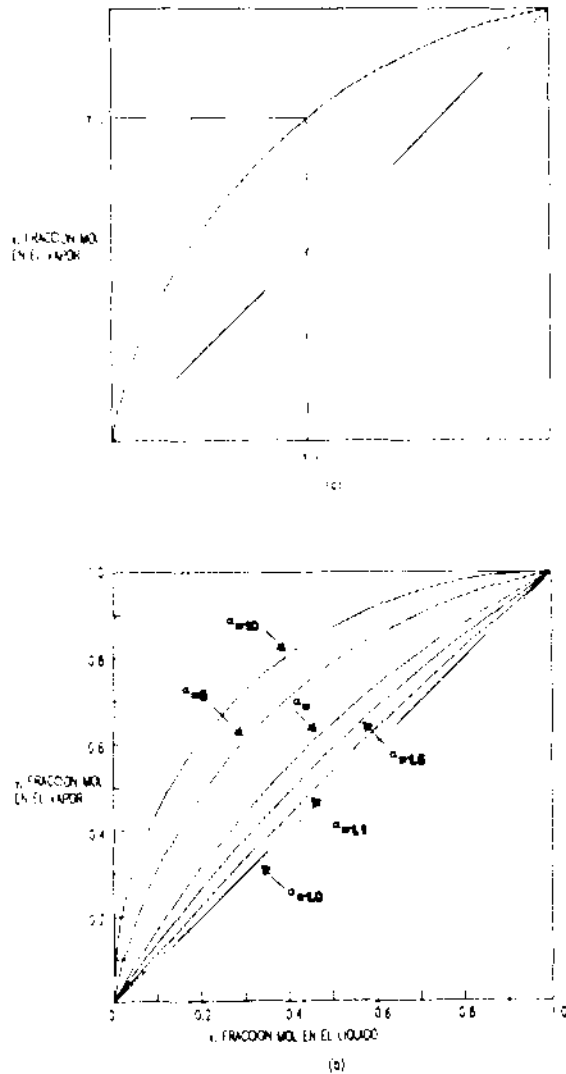


Fig. (1.2).- (a) Concentración del componente más volátil (CMV) en el vapor.
 (b) Efecto de la volatilidad relativa en la concentración del CMV en el vapor.

1.3.2. SISTEMAS IDEALES Y NO IDEALES.

Se tiene un sistema ideal cuando el vapor obedece la ley de los gases ideales y el líquido la ley de Raoult.

Una mezcla de gas ideal obedece la ley de Dalton:

$$P_i = y_i P \quad (1.5)$$

Una solución ideal se encuentra de acuerdo con la ley de Raoult, cuando la presión parcial de un componente en la solución es igual al producto de su fracción molar y la presión de vapor del componente puro, esto es:

$$P_i = x_i P_i^o \quad (1.6)$$

De las ecs (1.5) y (1.6) y la definición de k se obtiene:

$$k_i = \frac{y_i}{x_i} = \frac{P_i^o}{P} \quad (1.7)$$

Para sistemas no ideales, las fugacidades del componente i del vapor y del líquido juega un papel parecido al de la presión parcial de un componente en el vapor y la presión de vapor del componente en el líquido. La fugacidad puede ser considerada como una presión termodinámica. Para el equilibrio, la fugacidad del vapor es igual a la fugacidad del líquido:

$$f_i^v = f_i^l \quad (1.8)$$

La fugacidad del vapor puede ser considerada como una presión parcial corregida dando la siguiente ecuación:

$$f_i^v = \phi_i^v (P y_i) \quad (1.9)$$

Similantemente, la fugacidad del líquido puede ser considerada como la presión de vapor corregida, dando:

$$f_i^l = \phi_i^l \gamma_i \psi_i (x_i P_i^o) \quad (1.10)$$

Un desarrollo detallado de estas ecuaciones o relaciones termodinámicas se presentan en muchos textos de termodinámica. Los coeficientes de las ecs. (1.9) y (1.10) son discutidos a continuación.

ϕ_i^v Coeficiente de fugacidad del vapor. Este explica el efecto del vapor no ideal en la fugacidad del vapor. Es usualmente estimado por una ecuación de estado y basado en un sistema de temperatura, presión y fracción molar.

- Φ_i^L Coeficiente de fugacidad del líquido. Este explica el efecto del vapor no ideal en la fugacidad del líquido. Es estimado de manera similar al coeficiente de fugacidad del vapor, pero éste está basado en el sistema temperatura y presión de vapor de los componentes puros.
- ψ Factor de corrección Paynting. Este aplica el efecto de la presión sobre la fugacidad del líquido. Entonces Φ_i^L es evaluado a la presión de vapor del componente puro, ψ_i es usado para estimar la diferencia entre la presión de vapor de los componentes puros y la presión de la mezcla. Este efecto es pequeño y puede ser despreciable a bajas presiones, pero es importante considerarlo a altas presiones
- γ_i Coeficiente de actividad del líquido. Este corrige la fugacidad del líquido por el efecto de la composición. El valor de éste depende de cuan similares sean los componentes. Para dos componentes similares tales como una mezcla isobutano-n-butano, los coeficientes de actividad del líquido son cercanos a la unidad. Si los componentes son diferentes, los coeficientes de actividad se desvían de la unidad.

Combinando las ecs (1.1), (1.8), (1.9) y (1.10) se obtiene:

$$k_i = \frac{y_i}{x_i} = \frac{\Phi_i^L}{\Phi_i^V} \gamma_i \psi_i \frac{P_i^o}{P} \quad (1.11)$$

1.3.3. EFECTO DE LA TEMPERATURA, PRESION Y COMPOSICION EN LOS VALORES DE k Y LA VOLATILIDAD.

Para propósitos de éste trabajo, la ec. (1.11) se simplifica para omitir la corrección Paynting, la cual es pequeña a bajas presiones. Combinando la ec (1.11) con la definición de la volatilidad relativa, ec (1.2), se tiene:

$$\alpha_{ij} = \frac{k_i}{k_j} = \frac{\Phi_i}{\Phi_j} \gamma_i \frac{P_i^o}{P_j^o} \quad (1.12)$$

donde

$$P_i^o = \frac{P_i}{\Phi_i} \quad (1.13a)$$

$$\gamma_i = \frac{y_i}{x_i} \quad (1.13b)$$

$$\Phi_i^L = \frac{\Phi_i^L}{\Phi_i^L} = \frac{\Phi_i^V}{\Phi_i^V} \quad (1.13c)$$

El término más importante en las ecuaciones anteriores para el valor de k y la volatilidad relativa, es el término de la presión de vapor.

Efecto de la temperatura o la presión. Este efecto puede ser ilustrado con ayuda de la carta de COX. En esta carta se muestra el excesivo incremento de la presión de vapor con la temperatura. Por esta razón el valor de k para cada componente se incrementa con la temperatura.

La carta de COX también muestra en forma general, para miembros de una serie homóloga, cómo la presión de vapor del componente menos volátil se incrementa más rápidamente con la temperatura que la presión de vapor del componente más volátil. Esto causa que P_i° en la ec. (1.13a) disminuya conforme la temperatura aumenta. Como los puntos críticos son aproximados, la relación P_i° se aproxima a la unidad. Aplicando la ec. (1.12), la volatilidad relativa disminuye conforme la temperatura aumenta.

La tendencia anterior es válida sólo para miembros de series homólogas. Para los componentes que no son miembros de series homólogas, la tendencia es inversa y puede ocurrir sobre un rango límite de temperatura, causando un incremento en la volatilidad relativa conforme se incrementa la temperatura de equilibrio, ec. (1.12). Sin embargo, como la temperatura aumenta y se aproxima a un punto crítico, la volatilidad relativa eventualmente disminuye y puede llegar a alcanzar la unidad al punto pseudocrítico de la mezcla.

Cuando se tiene una composición con alta temperatura de saturación, la presión de saturación es alta. Por esta razón, el efecto de la temperatura de saturación discutido anteriormente puede ser considerado como el efecto de la presión de saturación. Un estudio del punto de ebullición en un rango de presión de 1 a 10 atm y un amplio rango de temperatura, conducen a una simple y mala aproximación de la relación entre la presión de saturación y la temperatura de saturación, para sustancias comunes:

$$T \propto P^q \quad (1.14)$$

donde $0.08 < q < 0.11$ con un valor promedio de 0.09.

El efecto de la temperatura (o la presión) sobre la volatilidad relativa es ilustrado en la Fig. (1.3). El diagrama muestra una reducción en la volatilidad relativa de acuerdo al perfil de presión e ilustra cómo la volatilidad relativa se aproxima a la unidad cuando la mezcla se aproxima a su punto crítico.

Efecto de la composición. El efecto principal de la composición sobre el valor de k y la volatilidad relativa es el resultado del efecto de la composición en el coeficiente de actividad del líquido. La composición también tiene un efecto en el coeficiente de fugacidad, éste efecto es generalmente pequeño a bajas presiones.

Los coeficientes de actividad son clasificados de acuerdo a la naturaleza de su desviación de la ley de Raoult. Esto depende del calor de mezclado de sus componentes. Si se necesita adicionar calor a la mezcla para llevar a cabo la solución, por ejemplo, los componentes que se "prefieren" entre sí mismos que a los de la solución, la desviación es positiva. Las desviaciones positivas dan coeficientes de actividad mayores que la unidad y valores de k altos, éstos se predicen de la ley de Raoult. Si el calor es envuelto en la solución, entonces la desviación es negativa y los valores de k son más pequeños que los obtenidos por la ley de Raoult.

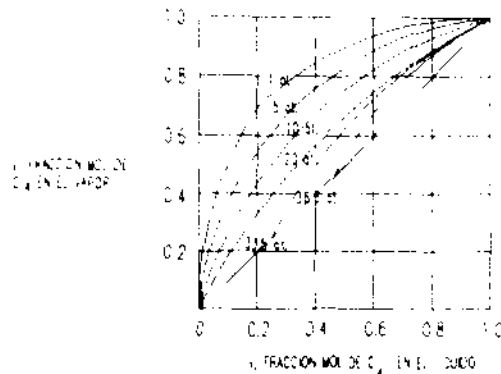


Fig. (1.3).- Efecto de la presión sobre la volatilidad relativa en la separación de hidrocarburos C₄ y C₅.

La magnitud de las desviaciones de la ley de Raoult se incrementan con la diferencia entre la naturaleza de los componentes. Por ejemplo, el sistema n-propanol-agua y el sistema acetona-cloroformo muestran coeficientes de actividad altos. Por otro lado, se tienen coeficientes de actividad menores de 1.1 (alrededor de 100 psia) en una mezcla de isobutano-n-butano, los cuales son similares entre sí.

La Fig. (1.4 a y b) muestran el efecto de la composición en la relación del coeficiente de actividad. De acuerdo con la ec. (1.12), esta relación representa el principal efecto de la composición en la volatilidad relativa. Cuando un sistema presenta desviaciones positivas, la volatilidad relativa disminuye conforme la concentración del CMV aumenta y viceversa.

1.3.4. DIAGRAMA DE FASES.

El diagrama de fases es usado para describir un sistema binario en 2 planos por medio de 3 variables (composición, temperatura y presión) manteniendo constante el valor de uno de ellos. El diagrama más popular es aquel donde se gráfica T vs x ó x-y. El diagrama x-y fue descrito en la sección 1.3.1, Fig (1.2).

Diagrama temperatura-composición (T-x). Fig. (1.5). La curva ABC muestra la relación existente entre la composición y la temperatura para el líquido saturado. A la temperatura T₁ y la composición del líquido x₁, en el punto B es el punto en el cual el líquido empieza a bullir, este punto es conocido como el punto de burbuja.

Cuando el líquido empieza a bullir a la temperatura T₁ (punto B), se forma el primer vapor con una composición y₁, y por lo tanto, en este punto el vapor es rico en el componente más volátil. La cantidad de vapor formado aumenta, pero la fracción mol del componente más ligero tanto en el líquido como en el vapor del fondo de la columna

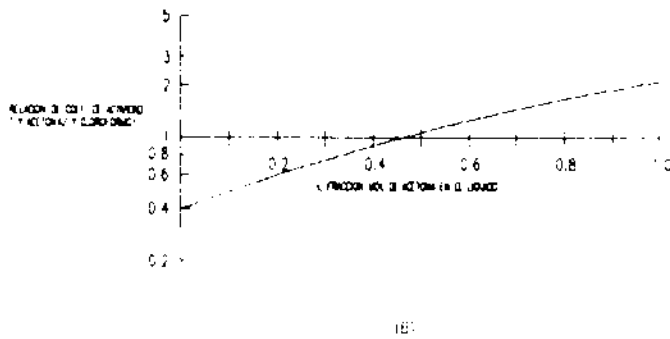
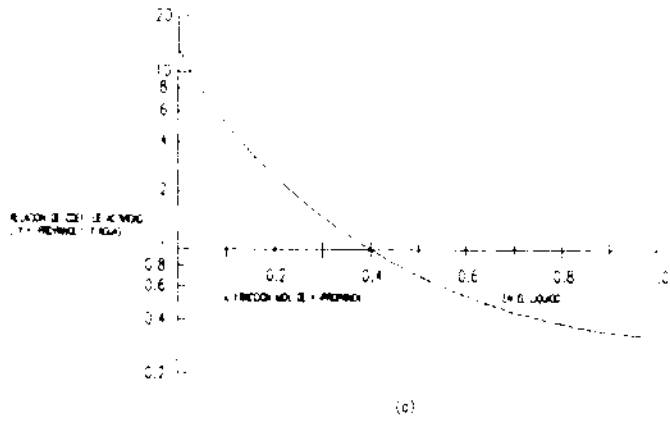


Fig. (1.4).- Relación de los coeficientes de actividad para: (a) sistemas con desviación positiva. (b) sistemas con desviación negativa.

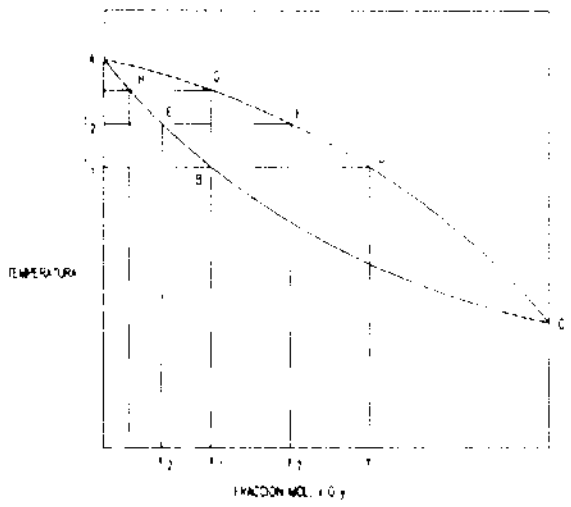


Fig. (1.5).- Diagrama T-x.

disminuye. A la temperatura T_2 , la composición del líquido es x_2 y la del vapor y_2 . Parte de la carga inicial es ahora vapor y parte es líquido. Un incremento en la temperatura hasta T_3 puede vaporizar el resto del líquido. La composición del vapor puede ser ahora x_1 y la última cantidad de líquido vaporizado tiene una composición x_3 . El líquido siempre se extiende a lo largo de la curva del punto de burbuja (BEH) y el vapor siempre se extiende a lo largo de la curva del punto de rocío (DEG). Por lo tanto, en la destilación, el punto de burbuja en el líquido está siempre en equilibrio con el punto de rocío del vapor.

El concepto de punto de burbuja y punto de rocío es útil en la construcción de los diagramas x-y, Fig. (1.2). Cuando los puntos de burbuja y los puntos de rocío pueden ser calculados para una mezcla, las curvas del líquido saturado y el vapor saturado pueden ser graficadas para un sistema como en la Fig. (1.5). A partir de estos datos se pueden obtener los valores de x y y a diferentes temperaturas y usarse para la construcción del diagrama x-y. En forma similar, los cálculos del punto de burbuja dan las composiciones del vapor en equilibrio, obteniendo así los valores tanto de x como de y. Estos también pueden ser obtenidos por medio de los cálculos del punto de rocío de manera similar.

1.3.5. CALCULO DE LOS PUNTOS DE BURBUJA Y DE ROCIO.

El punto de burbuja de una mezcla se calcula de la siguiente forma:

$$\sum_{i=1}^c k_i x_i = 1.0 \quad (1.15)$$

El punto de rocío de una mezcla es calculado por:

$$\sum_{i=1}^c \frac{y_i}{k_i} = 1.0 \quad (1.16)$$

El método de cálculo es el siguiente (a presión constante):

- 1.- Suponer una temperatura.
- 2.- Calcular el valor de k.
- 3.- Calcular la sumatoria de la parte izquierda de la ec (1.15) para el cálculo del punto de burbuja. Si es menor que la unidad, incrementar la temperatura. Si es mayor que la unidad, disminuir la temperatura. Repetir los pasos 2 y 3 hasta que converja.

Alternativamente, obtener la sumatoria de la parte izquierda de la ec. (1.16) para el cálculo del punto de rocío. Si es menor que la unidad, disminuir la temperatura. Si es mayor que la unidad, aumentar la temperatura. Repetir los pasos 2 y 3 hasta que converja.

1.3.6. AZEOTROPOS.

Las Figs. (1.2) y (1.5) son diagramas de fases para sistemas normales. En cada sistema la concentración del componente menos volátil aumenta, de esta manera, se alcanza el punto de condensación y el punto de burbuja.

Si los componentes presentan fuerte interacción física o química, el diagrama de fases puede ser diferente a los mostrados en las Figs. (1.2) y (1.5), tales como los que se muestran en la Fig. (1.6). Estos sistemas presentan composición crítica (el punto de intersección de la curva de equilibrio con la diagonal de 45°) por lo cual el vapor y el líquido tienen composiciones idénticas. Una vez que esta composición del líquido y el vapor es alcanzada, los componentes no pueden ser separados a una presión dada. Esta mezcla es llamada **azeótropo**.

Un azeótropo con ebullición mínima ebulle a una temperatura menor que la de cualquiera de sus componentes puros. Cuando un sistema de este tipo es destilado, el producto que se obtiene en la parte superior de la columna es el azeótropo. El producto que se obtiene en el fondo de la columna es el componente con punto de ebullición más alto, donde el CMV se encuentra en bajas concentraciones. Por otro lado, cuando el componente con menor punto de ebullición se encuentra en altas concentraciones, el producto del fondo de la columna es el componente más volátil CMV.

Un azeótropo con punto de ebullición máximo ebulle a una temperatura mayor que la de cualquiera de sus componentes puros y por lo tanto siempre deja el fondo de la columna. El producto de la parte superior de la columna es el componente con el punto de ebullición más alto, donde el CMV se encuentra en bajas concentraciones. El producto en la parte superior de la columna es el CMV cuando éste se encuentra en altas concentraciones. Si la separación de la fase líquida ocurre, la temperatura de ebullición de la mezcla, así como la composición de la fase vapor, permanecen constantes hasta que la fase líquida desaparece o hasta que uno de los dos líquidos desaparece. A tales condiciones, una mezcla de dos líquidos puede dejar la parte superior de la columna, después de un tiempo, cualquiera de los componentes puede dejar el fondo, dependiendo de la composición.

1.4.- CLASIFICACION DE COLUMNAS DE DESTILACION.

De acuerdo a su operación existen dos tipos de columnas de destilación:

- 1.- destilación batch.
- 2.- destilación continua.

La destilación batch es aquella en la cual se introduce a la columna una determinada cantidad de líquido que va a ser destilado. Este tipo de sistema no se lleva a cabo frecuentemente por su incoasteabilidad debido a las pérdidas de tiempo y dinero, puesto que se requiere de una preparación previa de la temperatura y la presión en la columna. Recirculando totalmente los productos obtenidos hasta lograr el régimen permanente en el sistema.

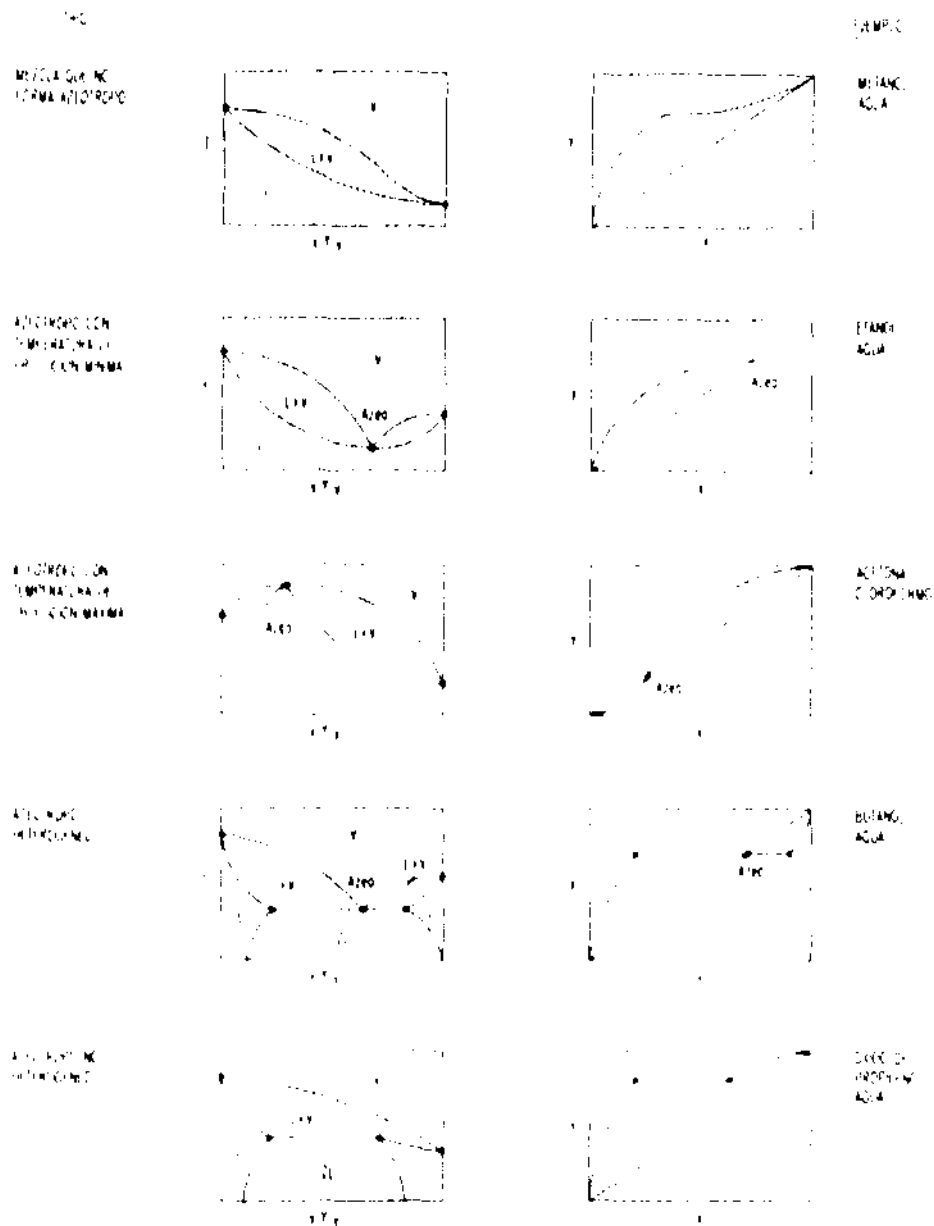


Fig. (1.6).- Diagramas de equilibrio para sistemas binarios que forman azeótropo.

La destilación continua es aquella que se caracteriza por la constante alimentación de producto inicial y constante recolección de productos finales. Los métodos modernos han demandado que la destilación se lleve a cabo comúnmente sobre esta base.

1.4.1.- INTERNOS UTILIZADOS EN LA DESTILACIÓN.

De acuerdo a su construcción interna existen dos tipos de columnas de destilación:

1.- Columnas empacadas.

Las columnas empacadas consisten en un cilindro vertical largo que contiene piezas de material irregular llamado empaque, tales como piedras, coque u objetos de forma especial. Estos últimos usualmente tienen formas geométricas y están hechos de un material resistente a la corrosión por el líquido o el vapor; además se pretende que presente la mayor área superficial posible pero también el menor volumen y resistencia al flujo.

El reflujo fluye hacia abajo de la columna, es rociado en forma de película fina sobre el empaque y el vapor asciende a lo largo de la columna entrando en contacto con la superficie líquida y creando un equilibrio.



Fig. (1.7).- Rellenos de torres. (a) Anillos Pall de plástico. (b) Anillo Pall de metal. (c) Anillo Rasching. (d) Montura super Intalox. (e) Silleta Intalox de plástico. (f) Silleta Intalox.

Hasta antes de 1915 se utilizaron como cuerpos de relleno coque, trozos de vidrio o cerámica rotos en formas al azar, por lo cual nunca dos columnas se comportaban de la misma forma. Los anillos Raschig, Fig. (1.7), fueron los primeros en introducir cierta

normalización a esta industria. Hasta 1965 los anillos de Raschig y las monturas Berl, fueron los materiales de relleno más utilizados, pero a partir de 1970 fueron desplazados por otros, como los anillos Pall y por monturas más elaboradas como Norton's Intalox Saddle, Koch's Flexisaddle, Glitsch's Ballast Saddle, etc.

En la actualidad los rellenos más ampliamente utilizados son:

- 1.- Anillos Pall.
- 2.- Silletas con bordes festoneados.

Dispositivos interiores de columnas de relleno. El relleno, por sí solo, no conduce a una adecuada distribución de líquido de alimentación, es por ello que se utilizan los distribuidores de líquido de alimentación, con lo cual se pretende una distribución uniforme del líquido, resistencia a la oclusión y ensuciamiento, máximo intervalo entre los caudales máximo y mínimo con los que puede operar, elevada área libre para el flujo de gas, etc.

Los distribuidores más ampliamente utilizados son:

- 1.- Distribuidores de orificios.
- 2.- Distribuidores tipo vertedero.

Estos se muestran en la Fig. (1.8). A menudo los distribuidores van acompañados de otros dispositivos interiores de columnas de relleno como son:

- 1.- Platos de soporte y de inyección de gas, Fig. (1.9).
- 2.- Platos de sujeción (limitadores de lecho), Fig. (1.10).
- 3.- Platos de soporte para dispersión líquido-líquido.

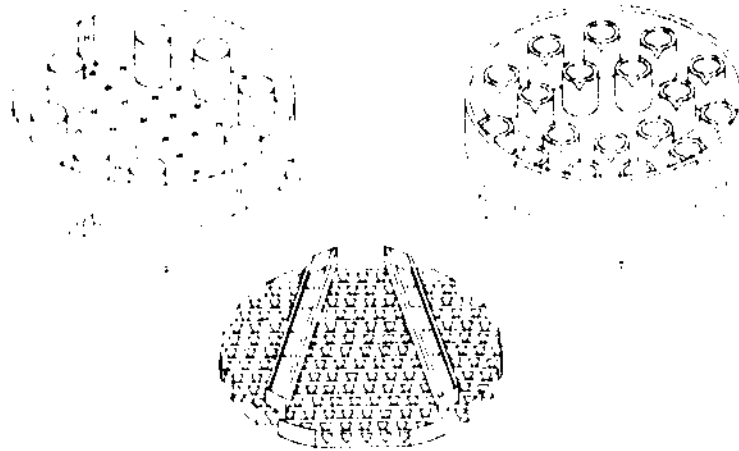


Fig. (1.8).- Distribuidores de líquido de alimentación. (a) tipo orificio. (B) tipo vertedero. (c) tipo vertedero-canal.

Comparación de rellenos. Resulta difícil establecer una comparación precisa entre los diferentes tipos de rellenos ya que antes de efectuar cualquier comparación es necesario tener en cuenta el régimen hidrodinámico. Solamente después de conocer la naturaleza del servicio que ha de prestar el relleno y la importancia relativa de los factores de transferencia de materia se pueden establecer las evaluaciones significativas de las características de operación de un relleno.

Los datos técnicos disponibles sobre rellenos generalmente corresponden a características físicas (área total, superficie libre, resistencia a la tensión, así como estabilidad térmica y química), características hidrodinámicas (caída de presión y velocidad de flujo disponibles), y eficacia.

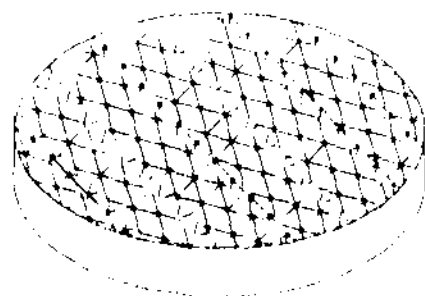
La Tabla (1.1) muestra la comparación entre diferentes tipos de rellenos, de diferentes materiales y tamaños en función del factor de relleno F , que es una constante determinada experimentalmente, y que relaciona el coeficiente entre el área de relleno y el cubo de la fracción hueca del lecho, se utiliza para predecir la caída de presión y la inundación del lecho en función de las velocidades de flujo y de las propiedades de los fluidos. Alternativamente, se pueden calcular las velocidades de flujo permitidas a partir de las caídas de presión que se provoquen.

Tabla (1.1).- Factores F representativos.

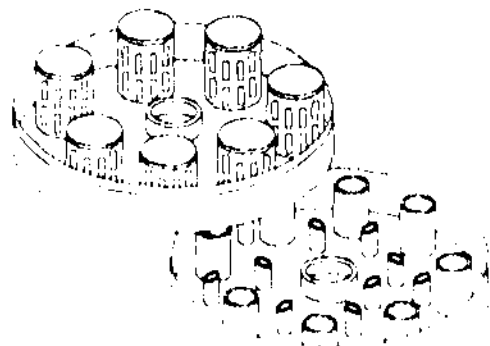
Tipo de relleno	Material	Tamaño nominal del relleno, in.				
		1/2	1	1 1/2	2	3
Anillos Rashing	Metal	350	120	80	60	32
	Cerámica	600	150	95	65	37
Siletas (1965)	Plástico	---	---	---	---	---
	Cerámica	380	110	65	45	---
Siletas (1975)	Plástico	---	33	---	21	16
	Cerámica	240	60	---	30	22
Anillos Pall (1965)	Metal	---	48	28	20	---
	Plástico	---	52	32	25	---
Anillos Pall (1975)	Metal	70	45	28	20	16
	Plástico	95	60	40	25	16

2.- Columnas de platos.

Hasta el año de 1950 las columnas de platos con cápsulas de burbujeo eran las más utilizadas para el contacto líquido-vapor, pero a partir de este año surgieron otros tipos de platos tales como platos perforados y platos de válvula. En un principio los platos perforados tuvieron gran aceptación, al grado que ocuparon el primer lugar en el mercado mundial, pero posteriormente, las mejoras en los platos de válvula, tales como, el costo, seguridad de operación de las válvulas y en la caída de presión, hicieron que estos desplazaran a los platos perforados hasta el punto que en la actualidad dominan el mercado. Sin embargo existen algunas aplicaciones en las que se prefiere el uso de platos perforados o platos con cápsulas de burbujeo.



(a)



(b)

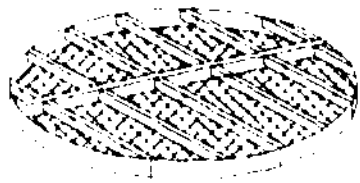
Fig. (1.9).- Platos de soporte e inyectores de gas. (a) tipo rejilla. (B) tipo tubo perforado



(a)



(b)



(c)

Fig. (1.10).- Platos de sujeción y retención. (a) Plato de retención. (b) plato de sujeción. (c) plato de sujeción.

Platos de válvula. En la Fig. (1.11) se representan las válvulas típicas utilizadas en los platos Koch tipo K-8, A y T, así como en los Glitsch A-1 y V-1. En este tipo de platos las válvulas están montadas sobre cubiertas fluyendo el vapor hacia el interior de la válvula a través de orificios planos o extruidos. Cada válvula consta de un orificio o puerta para el vapor, un asiento de orificio, placa de tapadera, placa de lastre y limitador de recorrido. Además contiene una placa adicional la cual resulta útil cuando no debe haber goteo de líquido aún cuando el flujo esté interrumpido.

Platos perforados. Los platos perforados más ampliamente utilizados tienen placas con perforaciones, circulando el líquido con flujo cruzado a través del plato. Sin embargo, también se utilizan platos con flujo en contracorriente.

Tanto en los platos perforados como en los de válvula el contacto se produce entre el vapor que asciende a través de los orificios y la masa del líquido que se mueve a través del plato. En la Fig. (1.12) se observa que el líquido baja por el tubo de descenso alcanzando el plato en el punto A. Aunque no se representa el sededero de entrada, éste se utiliza frecuentemente para evitar el flujo ascendente de vapor a través del tubo de bajada del líquido. En el intervalo comprendido entre A y B representa un líquido claro de altura h_1 , debido a que habitualmente no hay orificios en esta parte del plato.

Desde B hasta C es la llamada parte activa, con una elevada aereación y una altura de espuma h_2 . La altura del líquido h_1 en el manómetro de la derecha puede considerarse como la carga de líquido claro sedimentado de densidad ρ_1 . La espuma comienza a colapsar en C, y no hay perforaciones desde C hasta D. La altura de líquido a la salida de h_0 y el gradiente hidráulico (que en este caso es prácticamente cero) es $(h_1 - h_0)$.

Existen también diseños híbridos de platos perforados y de válvula, los cuales combinan las ventajas de baja caída de presión y bajo costo de los platos perforados con el amplio intervalo de operación de los platos de válvula.

Cápsulas de burbujeo. Una cápsula de burbujeo consta de un tubo ascendente sujeto al plato mediante pernos, soldadura, etc. y una cápsula sujeta al tubo ascendente o al plato. En éstas los vapores ascienden a través de las cápsulas y burbujean para lograr contacto con el líquido en el plato. El líquido excedente en el plato pasa como reflujó al plato inferior a través del canal que conecta a ambos. En la Fig. (1.13) se muestra este proceso.

Usualmente hay bastantes cápsulas en cada plato y están diseñadas para formar pequeñas burbujas. La caída de presión a lo largo de la columna se debe principalmente a la cabeza del líquido a través de la cual deben pasar la burbujas y también hay una pequeña cabeza debida a la fricción por la velocidad del gas.

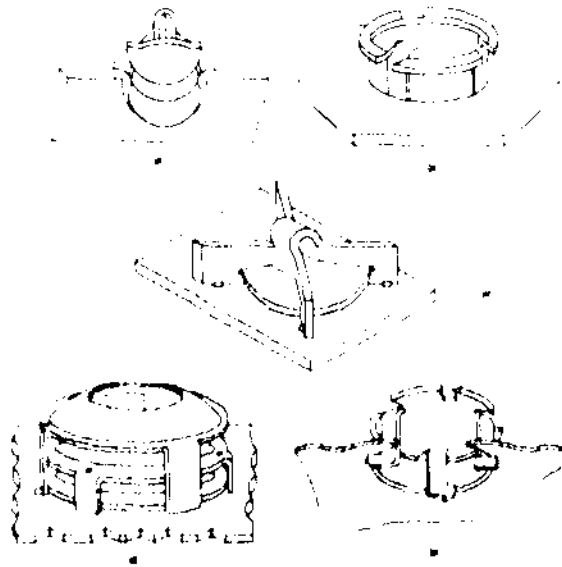


Fig. (1.11).- Válvulas representativas. (a) Koch tipo K-1. (b) Koch tipo A. (c) Koch tipo A. (d) Giltich tipo A-1. (e) Giltich tipo V-1.

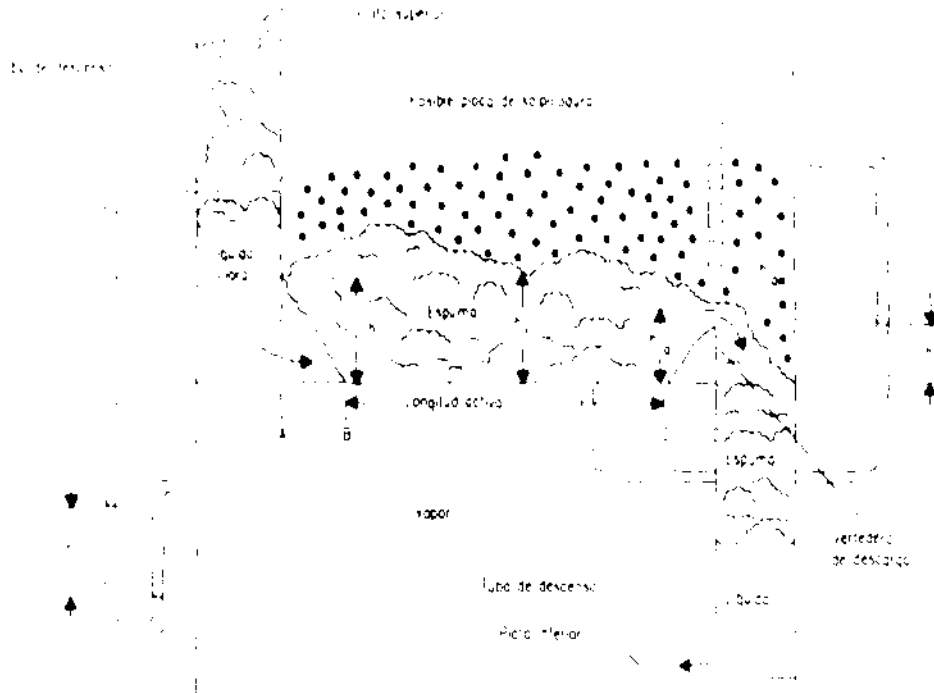


Fig. (1.12).- Plato perforado.

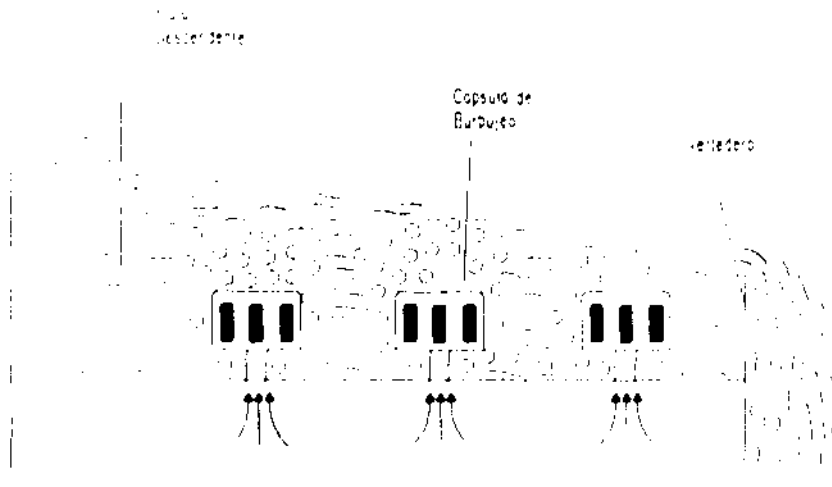


Fig. (1.13).- Columna de destilación de platos con cápsulas de burbujeo.



CAPITULO

2

TEORJA DE CONTROL

2.- .TEORIA DE CONTROL

2.1.- ANTECEDENTES Y EVOLUCION HISTORICA DE LA INSTRUMENTACION Y CONTROL.

La instrumentación y control es una disciplina tan antigua como la misma humanidad, debido a que culturas como la maya y la egipcia tenían instrumentos para medir el tiempo, el peso, etc.

Sin embargo, se puede considerar que la instrumentación y control automático nace en el año de 1789 con la invención de un regulador automático para la admisión de vapor a la máquina de vapor, ambos inventados por James Watt. De este año a la fecha, la instrumentación y control automático de los procesos industriales ha pasado por las siguientes etapas:

1o. La instrumentación antes del año 1920.

En esta etapa, la instrumentación y el control de los procesos industriales se reducía a una simple indicación local de las diferentes variables de proceso y a su corrección manual por medio del elemento final de control. Las desventajas de este tipo de instrumentación eran las siguientes:

- Muy poca exactitud en la medición y control.
- Mala calidad en los productos terminados.
- Grandes dificultades en el manejo de información.
- Poca seguridad de los operadores.

2o. La instrumentación del año 1920 a 1950.

En esta etapa, se desarrolla la instrumentación mecánica y neumática, permitiendo la construcción de cuartos de control adyacentes al proceso, en donde era posible centralizar los instrumentos de control y registro necesarios en el proceso. Algunas de las desventajas de este tipo de instrumentación son las siguientes:

- Poca exactitud en el control.
- Poca calidad en el producto terminado.
- Frecuente descalibración de la instrumentación.
- Difícil entonamiento de controles.
- Difícil mantenimiento.

3o. La instrumentación del año 1950 a 1960.

En esta década se desarrolla la instrumentación electrónica pero con grandes limitaciones, principalmente por el tipo de componentes utilizados (bulbos), ya que entre otras cosas ocupaban gran espacio, manejaban altos voltajes, consumían mucha energía y eran muy frágiles.

4o. La instrumentación del año 1960 a 1970.

En esta etapa se desarrolla la instrumentación electrónica de estado sólido (transistores), de tipo analógica, con la consecuente miniaturización del equipo electrónico, lográndose con esto incrementar la información del proceso por área determinada en los tableros de control. Algunas de las desventajas de este tipo de instrumentación son:

- Problemas de antropotécnia.
- Problemas de alambrado.
- Deficiente manejo de información.
- Dificultad en el entonamiento de controladores.
- Frecuente y difícil mantenimiento.

5o. La instrumentación del año 1970 a la fecha.

Desde el año 1970 se ha venido desarrollando la instrumentación electrónica de estado sólido de tipo digital, con las siguientes filosofías de control:

- a) Sistemas de adquisición de datos.
- b) Sistemas de control supervisorio de set-point.
- c) Sistemas de control digital directo.
- d) Sistemas de control distribuido

2.1.1. SISTEMAS DE ADQUISICION DE DATOS.

Esta filosofía de control utiliza la instrumentación electrónica de tipo analógico y/o digital para el control automático del proceso y en forma paralela, las señales de los transmisores de campo son enviadas a los controladores (indicadores y/o registros); y a una computadora, la cual recibe en forma precisa, explícita y ordenada la información del proceso. La computadora a su vez entrega esta información (datos) al operador a través de convenientes interfaces hombre-máquina, eliminando así los problemas en el manejo de información.



SISTEMA DE ADQUISICION DE DATOS

Como la computadora está recibiendo las señales de proceso en forma paralela a los controladores, indicadores y/o registros, si la computadora falla no se tendrá directamente ninguna influencia sobre el proceso, ya que la computadora de este tipo de

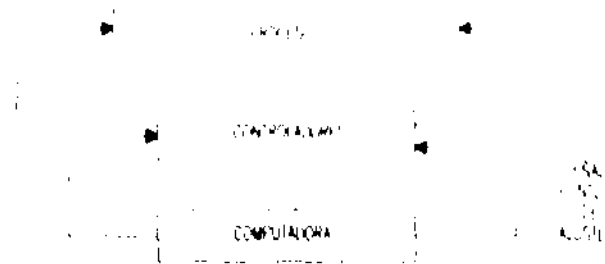
filosofía trabaja en línea circuito abierto. Algunas de las desventajas de este tipo de filosofía son:

- Alto costo de la computadora.
- Difícil mantenimiento de la computadora.

2.1.2. SISTEMAS DE CONTROL SUPERVISORIO DE SET-POINT.

Esta filosofía de control utiliza la instrumentación electrónica de tipo analógica o digital, para el control automático del proceso y en forma paralela, las señales de los transmisores de campo son enviadas a los controladores y a una computadora, en la cual se encuentra el modelo matemático del proceso por medio del cual es posible determinar el valor del set-point (punto de ajuste), que debe tener el controlador. Este valor de set-point lo envía la computadora al controlador electrónico analógico o digital a través de convenientes interfaces. Algunas de las desventajas de este tipo de filosofías son:

- Alto costo de la computadora.
- Difícil mantenimiento de la computadora.
- Conocimiento preciso del modelo matemático del proceso.



SISTEMA DE CONTROL SUPERVISORIO

2.1.3. SISTEMAS DE CONTROL DIGITAL DIRECTO.

En esta filosofía de control existe una computadora que realiza directamente el control automático del proceso. Es decir, en este tipo de filosofía se incorpora en la memoria de la computadora las subrutinas desempeñadas por los controladores, así como el modelo matemático del proceso.

En los sistemas de control digital directo, las señales de proceso son recibidas por la computadora a través de convenientes interfaces y después de ser procesadas son enviadas a los elementos finales de control. En este tipo de filosofía si la computadora falla, se perdería el control automático de la planta, ya que la computadora se encuentra con el proceso en línea circuito cerrado. Algunas desventajas de este tipo de filosofía son:

- Alto costo de la computadora.
- Difícil mantenimiento de la computadora.
- Para respaldo del sistema se requiere de una computadora adicional.
- Se requiere conocer el modelo matemático del proceso.

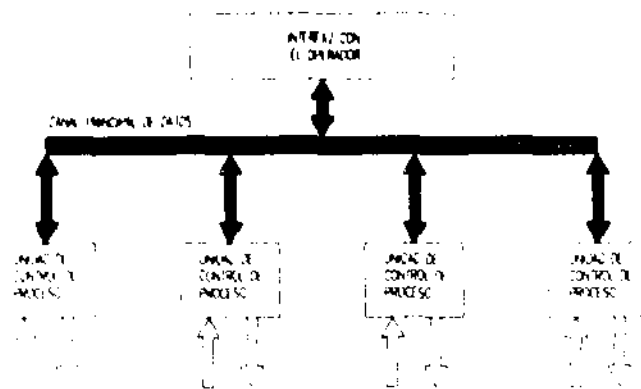


SISTEMA DE CONTROL DIGITAL DIRECTO

2.1.4. SISTEMAS DIGITALES DE CONTROL DISTRIBUIDO.

En el año de 1971, con el desarrollo de nuevas tecnologías, se logra reducir el tamaño de los componentes electrónicos, alcanzando con ello la integración de cientos de transistores en una sola unidad llamada "microprocesador".

En el año de 1976, se logra aplicar por vez primera el microprocesador al control automático de los procesos industriales, abriendo paso a una nueva estrategia de control llamada Sistemas Digitales de Control Distribuido. Esta nueva filosofía de control tiene grandes ventajas y resuelve las desventajas de las filosofías anteriores.



SEÑALES DE ENTRADAS Y SALIDAS DE PROCESO

2.2.- INSTRUMENTACION Y CONTROL.

Los procesos industriales tienen diferentes variables, por lo que para mantener el control automático del mismo, necesariamente se debe mantener el Control Automático sobre cada variable de proceso. Esto último se logra por medio de un Circuito de Control. En otras palabras, un circuito de control se encargará de controlar una o más variables de proceso. Por la razón anterior, se definirán las variables de proceso y el circuito de control, así como las partes que lo constituyen.

Una variable de proceso es cualquier condición o estado del material del proceso que está sujeto a cambiar. Las variables de los Procesos Químicos se pueden clasificar de la forma siguiente:

Clasificación de las variables de proceso	1.-	Variables relacionadas con la energía	<ul style="list-style-type: none"> a) Temperatura b) Presión y vacío c) Electricidad d) Sonido e) Radiación
	2.-	Variables relacionadas con la cantidad y el gasto	<ul style="list-style-type: none"> a) Flujo b) Nivel c) Peso d) Velocidad
	3.-	Variables relacionadas con las características físicas y químicas del material	<ul style="list-style-type: none"> a) Densidad b) Humedad c) Viscosidad d) Composición e) p. H.

De las variables enlistadas, existen cuatro de ellas que generalmente se presentan en los procesos industriales y son la variable flujo, la variable nivel, la variable presión y la variable temperatura.

Por otra parte, el Circuito de Control, es aquel que se encarga de mantener automáticamente controladas las variables de proceso, bajo ciertos límites. Las partes que constituyen un circuito de control son las que se muestran en la Fig. (2.1).

- 1.- **Elemento de medición.** Son aquellos elementos que detectan los cambios de la variable controlada, es decir, son los elementos que determinan la existencia o magnitud de una variable.
- 2.- **Elemento de control.** Son aquellos elementos o mecanismos que miden el valor de una cantidad o condición variable, auxiliados por los elementos de medición, y operan para mantenerla dentro de sus límites realizando tres funciones básicas, detectar la variable controlada, compararla con el valor deseado y proporcionar una señal de corrección.

- 3.- **Elemento primario.** Es el primer instrumento que detecta o sensa el valor de la variable de proceso y cuya salida asume un estado predeterminado e inteligible que corresponde al valor de la detección. El elemento primario puede estar integrado con otros elementos funcionales del circuito de control.
- 4.- **Elemento secundario o transmisor.** Es el dispositivo que detecta la variable de proceso por medio de un elemento primario y que tiene una salida cuyo valor en el estado estable cambia únicamente en función de la variable de proceso. La señal es enviada al controlador, por medio de una señal neumática con un rango de 3-15 lb/in² o bien una señal eléctrica con un rango de 4-20 mA (estos rangos de señal neumática y eléctrica son los más comúnmente usados).
- 5.- **Controlador.** Esta unidad recibe la señal enviada por el transmisor y realiza dos funciones:

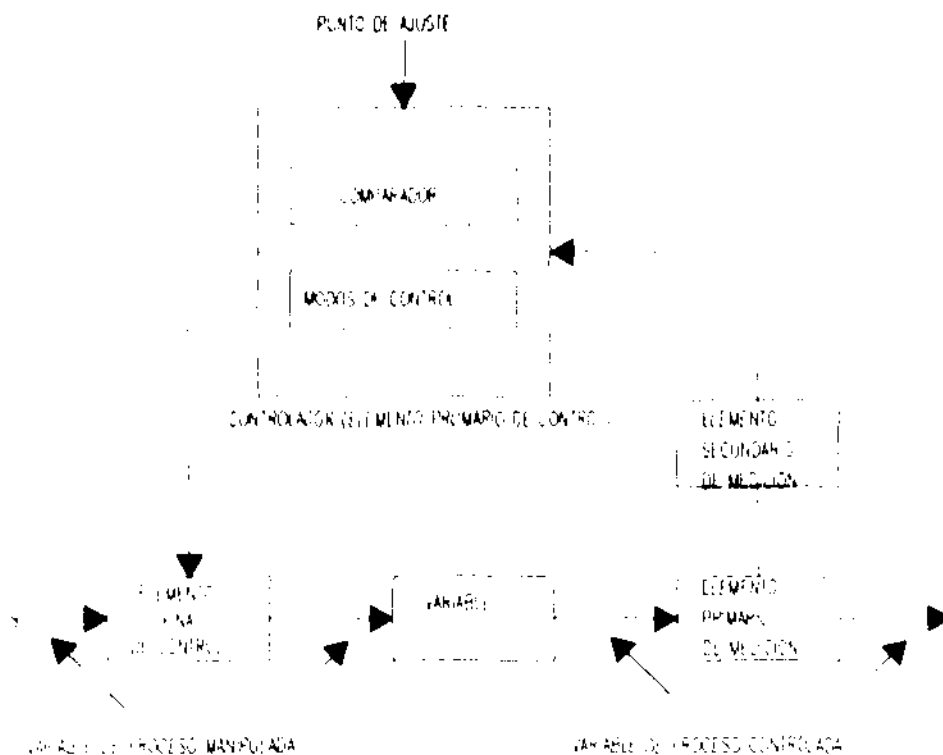


Fig. (2.1).- Elementos que constituyen un circuito de control básico.

- a) Compara la señal recibida por el transmisor con el punto de ajuste (set-point, es decir, el valor deseado de la variable), y si existe alguna diferencia entre estos dos, genera una señal de error proporcional a la magnitud del disturbio existente en la variable de proceso.

- b) Procesa la señal de error por medio de los modos de control, los cuales generan una señal correctiva que es enviada a el elemento final de control para minimizar al máximo la desviación existente entre el valor de la variable de proceso y el punto de ajuste la señal correctiva enviada a el elemento final de control puede ser neumática o eléctrica, de 3-15 lb/in² o 4-20 mA, respectivamente.
- 6.- **Elemento final de control.** Este elemento recibe la señal correctiva del controlador y actúa directamente sobre la variable manipulable para mantener ésta en los límites deseados. Generalmente, el elemento final es una válvula de control, aunque en ocasiones suelen ser mamparas, persianas, etc.
- 7.- **Variable manipulable.** Es aquella que se puede hacer cambiar directamente con el elemento final de control.
- 8.- **Variable controlada.** Es aquella que se mide por medio del elemento primario y se desea controlar bajo ciertos límites.
- 9.- **Punto de ajuste.** Se le conoce también como set-point y es el valor deseado de la variable de proceso.
- 10.- **Modos de control.** Son los métodos utilizados por los controladores para contrarrestar la desviación de una señal de su punto de ajuste.

Por lo anterior, se define a la Instrumentación y Control Industrial como aquella que estudia los diferentes dispositivos existentes en un circuito de control, así como, la aplicación correcta de los mismos, para mantener controlado automáticamente un proceso industrial.

2.3.- CIRCUITOS DE CONTROL.

Los circuitos de control se clasifican en dos grandes categorías, los sistemas de control en circuito abierto o abiertos y sistemas de control en circuito cerrado o cerrados. La forma de distinguirlos la determina la acción de control.

2.3.1. SISTEMAS DE CONTROL EN CIRCUITO ABIERTO.

En estos circuitos, la acción de control es independiente de la señal de salida. La señal de salida puede cambiar su valor en función de la variación de otros parámetros, (perturbaciones). En la Fig. (2.2) se muestra un sistema de control abierto aplicado a un reboiler (calentador) y su diagrama a bloques se muestra en la Fig. (2.3)

En la Fig. (2.2), con la estación de control manual HC, se fija un determinado gasto de vapor, el cual es estimado en base a la experiencia del operador para obtener una determinada temperatura de salida. La temperatura de salida puede cambiar por variaciones de la entrada (carga), presión del vapor, etc.

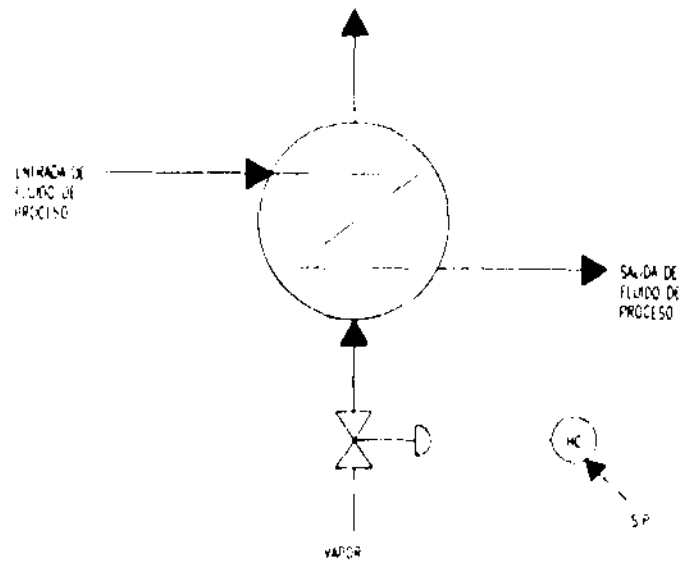


Fig. (2.2).- Calentador (Reboller) con control abierto.

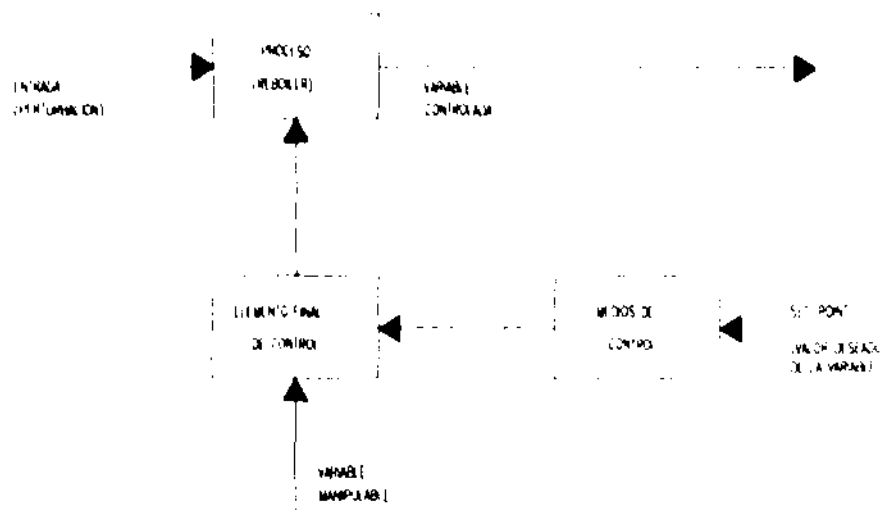


Fig. (2.3).- Diagrama a bloques de un circuito de control abierto.

Los sistemas de control abierto tienen las siguientes características:

- La habilidad que éstos tienen para ejecutar una acción con exactitud está determinada por su calibración. Calibrar significa establecer o restablecer una relación entre la entrada y la salida con el fin de obtener del sistema la exactitud deseada.
- La estabilidad que presentan es constante ya que no hay posibilidad de oscilaciones.
- Barato y sencillo.
- El control depende del operador y su salida varía por efecto de las perturbaciones que son directas y no hay posibilidad de controlar, se tiene medición de salida.

2.3.2. SISTEMAS DE CONTROL EN CIRCUITO CERRADO (FEEDBACK) RETROALIMENTADO

Los sistemas de control en circuito cerrado retroalimentado son aquellos en los cuales, la acción de control es en cierto modo dependiente de la salida. A este circuito se le denomina de prueba-error.

La retroalimentación se define como la propiedad de un sistema de control que permite que la salida (o cualquier variable controlada del sistema) sea comparada con la entrada al sistema (o con una entrada a cualquier componente interno del sistema o con un subsistema de éste) de tal manera que se pueda establecer la acción del control apropiado como función de la entrada y salida.

Existen dos tipos básicos de retroalimentación en lazo cerrado: Positiva y Negativa. La retroalimentación negativa es el mecanismo básico de los sistemas automáticos.

La retroalimentación positiva es una operación que aumenta el desbalance, es decir, impide la estabilidad del sistema. Así, por ejemplo, cuando se tiene un controlador de temperatura con retroalimentación positiva para calentar un cuarto, aumentaría el calor cuando la temperatura estuviera arriba del punto de ajuste y se apagaría cuando estuviera abajo. Los sistemas con retroalimentación positiva estarían en un extremo u otro. Obviamente esta propiedad no es aprovechable para el control.

La retroalimentación negativa trabaja para restablecer el balance. Si la temperatura es muy alta, el calor es reducido. La acción tomada es manipulada negativamente.

El sistema de control retroalimentado aplica la retroalimentación negativa y puede absorber las influencias de otras variables que afectan el proceso y no son controladas. Como un ejemplo de este tipo de control se puede analizar un rebolter (calentador) y su diagrama a bloques, mostrado en la Fig. (2.4)

En este circuito la temperatura de salida del reboiler o variable controlada se mide y se compara con el set-point y manda corregir el gasto de vapor para absorber las variaciones de la carga, poder calorífico, presión, etc. Las principales características de este sistema son:

- Aumento de la exactitud. Por ejemplo, la habilidad para reproducir la entrada fielmente.
- Efectos reducidos de la distorsión.
- Más estabilidad que el sistema prealimentado
- Más conocido, se necesita poco conocimiento del proceso y se puede medir el valor de la variable controlada.

Las principales desventajas son:

- No se puede controlar el efecto de las perturbaciones, antes de que entren al proceso.
- No se eliminan por completo los tiempos muertos y tiempos de respuesta del proceso y de los elementos de medición y transmisión.
- Más caro, complejo, mantenimiento difícil.
- Inherentemente es inestable con respecto al abierto.

2.3.3. SISTEMA DE CONTROL EN CIRCUITO CERRADO (FEEDFORWARD) PREALIMENTADO.

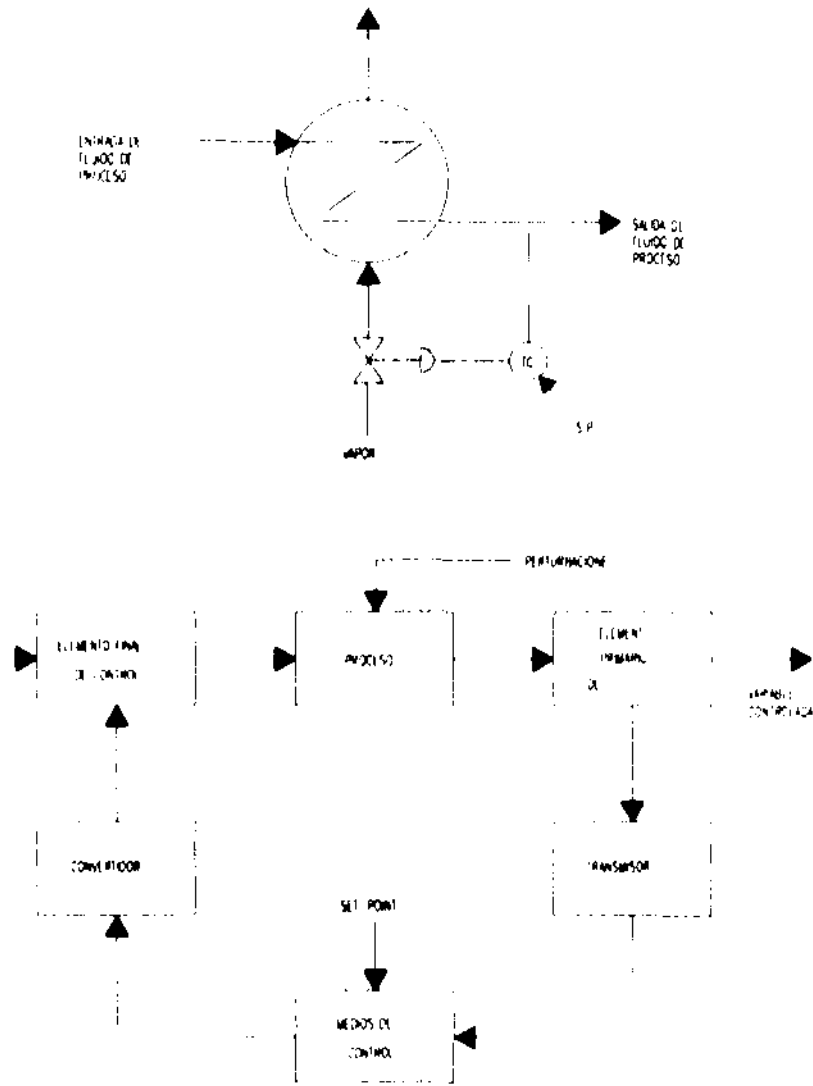
En este sistema se realiza la medición de la variable de entrada al proceso (perturbación principal) y se compara con el valor deseado de la perturbación (set-point) y el error se trata con los modos de control, mandándose una señal de corrección al elemento final de control. El diagrama a bloques se muestra en la Fig. (2.5). Es importante aclarar que este circuito de control no mide el valor de la variable controlada y su control depende de los ajustes del controlador y del conocimiento del proceso.

Las principales ventajas son:

- Elimina los retrasos por tiempos muertos.

Las principales desventajas son:

- Muy caro (lo caro no depende del número de instrumentos, sino que es debido al análisis del proceso).
- Poco conocido.



de **Fig. (2.4).- Calentador (Reboller) con circuitos de control cerrado y su diagrama bloques**

- Si no se conoce bien el proceso puede ser muy inestable y en algunos casos inapropiado para utilizarse.
- Se debe tener el modelo matemático del proceso.
- No se tiene medición de la variable controlada.

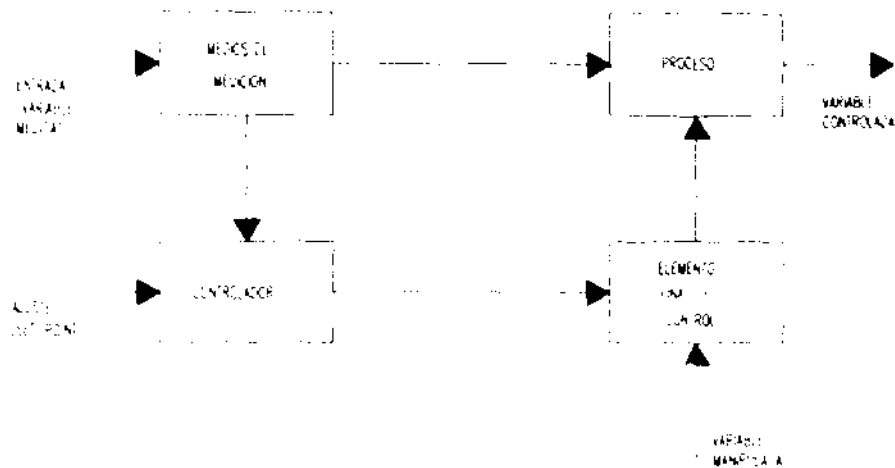


Fig. (2.5).- Diagrama a bloques del control prealimentado (feedforward).

2.4.- PARTES CONSTITUTIVAS DE UN CIRCUITO DE CONTROL CERRADO.

De lo anteriormente visto se puede resumir que las partes de un circuito de control básico, Fig. (2.5), son las siguientes:

- El proceso o secuencia de operaciones en los cuales la variable va a ser controlada.
- El medio de medición o elemento primario de medición, el cual mide el valor de la variable controlada y la transmite eléctrica o neumáticamente al controlador automático.
- Una fuente de referencia o ajuste (set-point) que suministra e indica el valor deseado o prefijado de la variable.
- El controlador que funciona para obtener la mínima desviación o error entre el valor deseado de la variable y el valor de la variable controlada.
- El elemento final de control que ajusta el valor de la variable manipulada para obtener en la variable controlada el valor deseado de la variable.

De los incisos anteriores, el proceso esta compuesto por equipos y líneas por lo cual no es un instrumento y lo que interesa en él son sus características dinámicas. Los incisos (b), (c) y (d) son instrumentos y pueden existir en una sola unidad o por separado. La última parte, inciso (e), el elemento final de control es normalmente una válvula de control, aunque en algunos casos puede ser un equipo (bombas o compresores de velocidad o frecuencia variable, etc.).

2.5.- EL CONTROLADOR AUTOMATICO.

El controlador automático es la parte fundamental de todo sistema de control y está compuesto básicamente por dos elementos: un comparador, por medio del cual se compara la señal detectada del proceso con una señal equivalente al valor deseado, produciendo una señal de error y un elemento el cual aplica los modos de control para hacer el tratamiento adecuado del error y aplicarlo al elemento final de control. El diagrama a bloques de un circuito de control se presenta en la Fig. (2.6).

donde:

- E.- Variable controlada.
- p.- Valor deseado de la variable (set-point).
- e.- Error o desviación.
- s.- Señal controlada.

2.6.- MODOS DE CONTROL.

Los modos de control se aplican a circuitos de control feedback, retroalimentados, e indican la forma en que el controlador corrige las desviaciones o errores.

Los modos de control existentes son:

- a) Proporcional (P)
- b) De dos posiciones (si-no) (on-off)
- c) De dos posiciones con banda muerta.
- d) Integral (I)
- e) Derivativo (D)
- f) Combinada (PI, PD, PID)

La operación es de dos posiciones cuando la señal correctiva sólo puede tener dos valores iguales y de signo contrario. La acción será proporcional, integral o derivativa cuando la señal correctiva sea un valor proporcional, integral o derivativo de la señal de error. Solamente se estudiarán los modos de control y el controlador como una caja negra en la que sólo importarán las relaciones de entrada y salida.

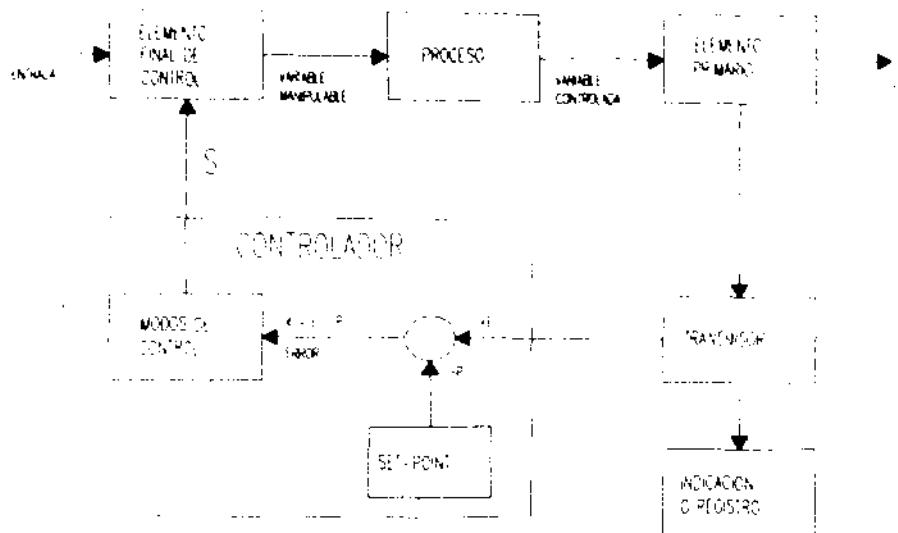


Fig. (2.6).- Circuito de control cerrado retroalimentado.

El circuito o dispositivo común en todos los controladores es el comparador, el cual resta el valor deseado de la variable (set-point) P del valor de la variable controlada E. La diferencia constituye la señal de error del sistema, la cual es proporcional a la verdadera diferencia. En general:

$$e = E - P$$

El valor deseado de la variable o punto de ajuste (set-point) puede fijarse a voluntad en el controlador por medio de una perilla o de algunos mecanismos. Todos los controladores además de presentar un tipo de acción específica (modos de control), presentan otra característica que depende de la relación existente entre la señal de medición y la señal de control. Esta acción puede ser: directa, cuando el aumento en la señal de medición produce un aumento en la señal de control o inversa cuando una disminución en la señal de medición produce un aumento en la señal de control.

2.6.1. CONTROL PROPORCIONAL.

Este tipo de modo de control proporciona una salida que cambia proporcionalmente con el error del sistema. O sea:

$$S \propto e$$

$$S = G e$$

donde G es la ganancia del controlador o ganancia proporcional. Se puede decir que la ganancia indica cuanto cambia la variable de salida por unidad de cambio en la función de transferencia (forzamiento) o variable de entrada, es decir, la ganancia define la sensibilidad del controlador, o en su caso, del proceso.

La ganancia se define matemáticamente como sigue:

$$K = \frac{\Delta O}{\Delta I} = \frac{\Delta \text{variable de salida}}{\Delta \text{variable de entrada}}$$

Ahora, como el error en un momento dado es positivo o negativo, se debe tener un valor constante, el cual se le sumará o restará al valor del error. Por lo que:

$$S = Ge + C$$

donde C es la constante de salida del controlador y es ajustable dependiendo de la condición del sistema. La ganancia se le denomina proporcional porque está en función de una banda proporcional.

La banda proporcional (B.P.) se define como el porcentaje que debe variar la variable controlada, para que el elemento final de control se desplace de una posición externa a la otra y es función inversa de la ganancia.

$$G = \frac{1}{B.P.}, \quad G(\%) = \frac{100\%}{B.P. \text{ en } \%}$$

Por lo que la ecuación general que rige al modo proporcional es:

$$S = \frac{1}{B.P.} (E - P) + C \quad (2.1)$$

De la ec. (2.1) se deduce que la posición del elemento final de control S es directamente proporcional al error e inversamente proporcional a la banda proporcional. Lo anterior se muestra en las Figs. (2.7) y (2.8).

Como se puede observar en la Fig. (2.7), cuando B.P. = 50%, una variación en la entrada de 25 a 75%, corresponde a una variación en la salida de 0 a 100%, cuando B.P. = 100% una variación de 0 a 100% en la entrada origina una variación de 0 a 100% en la salida. Con un B.P. de 200%, una variación en la entrada de 0 a 100% corresponde a una variación de 25 a 75% en la salida lo que se interpreta como que el elemento final de control no abre, ni cierra totalmente.

Obsérvese que las líneas se cortan siempre en el mismo punto y esto sucede porque el valor deseado de la variable (P) es del 50%, y sabe que si se manda el 50% de la señal de control en la salida S, se mantendrá el valor deseado en la entrada por lo que el controlador es previamente calibrado para tener este valor.

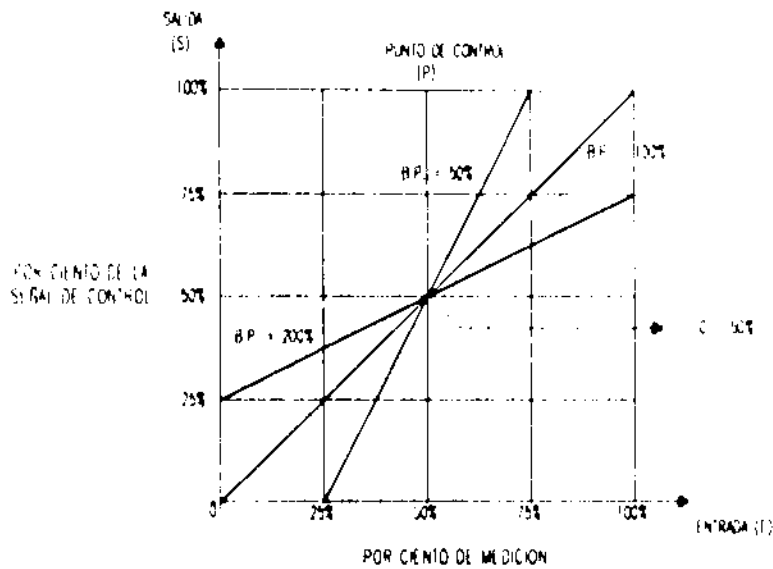


Fig. (2.7).- Efecto de la variación de la banda proporcional en la señal de salida.

Para el caso en que se tienen diferentes valores de set-point (P), manteniendo constante a $C = 50\%$ y $B.P. = 100\%$ se tiene lo que se muestra en la Fig. (2.8). En ésta se puede apreciar que cuando se varía el set-point, la recta de operación se desplaza en forma paralela, modificando con esto la salida "S" del controlador aumentándola o disminuyéndola. Al aspecto de variar el set-point, se le llama reajuste manual.

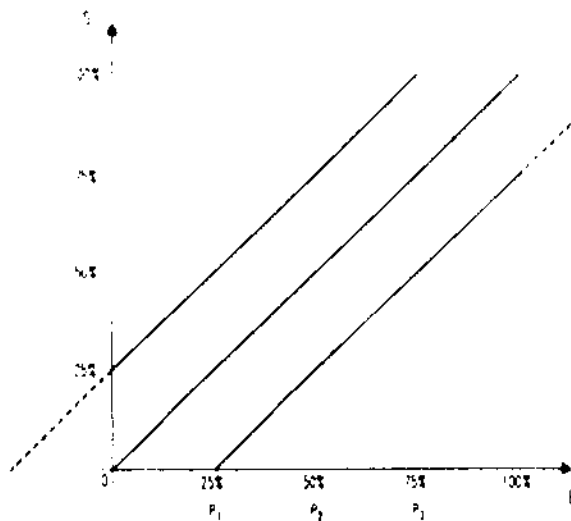
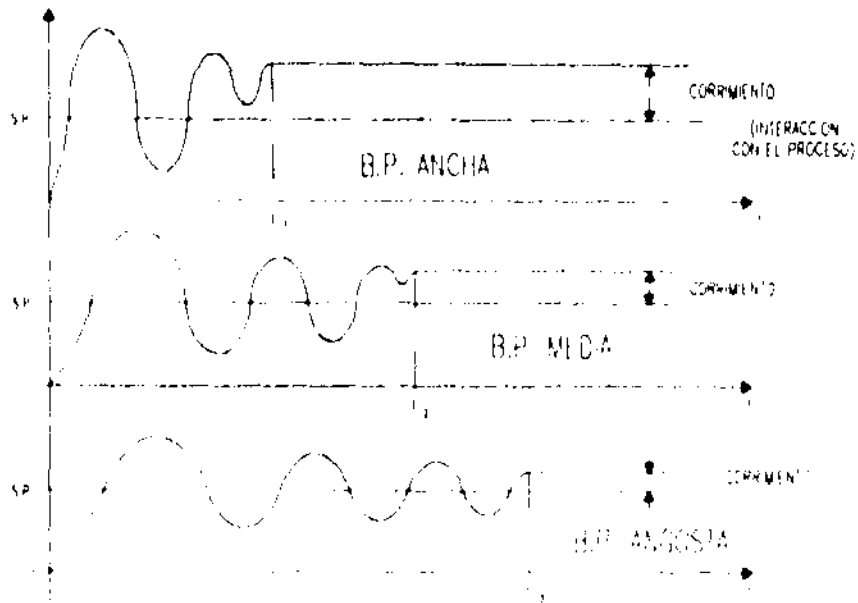


Fig. (2.8).- Efectos de la variación del Set-Point (P) en la señal de salida.

Es conveniente aclarar que cuando el controlador proporcional se hace interaccionar con el proceso, se presenta una característica inherente que es el corrimiento. En la Fig. (2.9) se muestran unas gráficas en donde se observa como afecta la banda proporcional en la respuesta del proceso.



B.P. ancha > 125%
 125% > B.P. media > 75%
 0% < B.P. angosta < 75%

Fig. (2.9).- Respuesta de un circuito de control en modo proporcional.

De la Fig. (2.9) se observa que la estabilidad es más rápida para banda proporcional ancha, sólo que el corrimiento aumenta su amplitud con el valor de la banda proporcional, de tal forma que se tiene que equilibrar el tiempo de estabilidad y el valor del corrimiento. El ajuste de la banda proporcional depende del proceso específico que se trate.

Resumiendo las características del control proporcional, son:

- Una velocidad de reacción lenta permite banda proporcional angosta.
- Los atrasos de transmisión y tiempo muerto requieren banda proporcional ancha.
- Un cambio de carga grande causa una desviación sostenida de la variable.

Si el proceso tiene gran capacidad, atrasos de transmisión y tiempos muertos pequeños, la banda proporcional apropiada será pequeña, 10% o menor.

El control proporcional se puede aplicar cuando:

- 1).- No hay cambios de carga rápidos, ni lentos.
- 2).- No hay grandes atrasos de transmisión y tiempo muerto.
- 3).- La velocidad de reacción del proceso es lenta.

2.6.2. CONTROL DE DOS POSICIONES (ABIERTO CERRADO : ON-OFF).

Cuando se emplea control de dos posiciones en un proceso, el elemento final de control adopta una de solamente dos posiciones posibles, dependiendo si la variable controlada está arriba o abajo del set-point. Por ejemplo, una válvula de control estará completamente abierta o cerrada; para que tal cosa suceda, el actuador de dicha válvula debe recibir sólo dos valores diferentes de presión (comúnmente, también puede tratarse de un actuador eléctrico), lo cual implica que la salida del controlador sea, o la mínima presión posible, o la máxima. Se dice entonces que el controlador es de dos posiciones o de TODO, NADA.

El control de dos posiciones es un caso particular del control proporcional.

$$SALIDA (S) = \begin{cases} \text{MAXIMA CUANDO } E > P \\ \text{MINIMA CUANDO } E < P \end{cases}$$

El control de dos posiciones se logra de la siguiente forma, del control proporcional se tiene que:

$$S = G(E-P) + C$$

$$\text{Si } C = 0$$

$$S = G(E-P)$$

Para satisfacer que $E > P$ produzca máxima salida, se logra si la ganancia $G \rightarrow \infty$, es decir, la banda proporcional B.P. = 0.

$$S = \lim_{G \rightarrow \infty} G(E-P) = \infty$$

Cuando:

$$E < P$$

$$S = \lim_{G \rightarrow \infty} G(E-P) = -\infty$$

Un valor de S infinito se interpreta como la máxima salida y un valor menos infinito se interpreta como la mínima salida, por lo que se cumplen las dos posiciones. La Fig. (2.10) muestra este fenómeno, si $P = 50\%$.

Este tipo de control se aplica en condiciones de alarma, paro o arranque y es adecuado cuando:

- a) No hay atrasos en la transmisión y tiempos muertos.
- b) La velocidad de reacción es lenta.
- c) Cuando no hay cambios grandes ni frecuentes de carga.

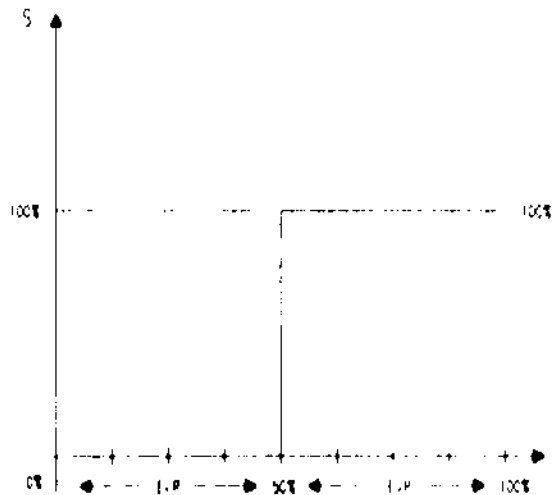


Fig. (2.10).- Respuesta del control de dos posiciones.

La principal desventaja de este modo de control es que en procesos cíclicos, donde se requiere mucha precisión, el funcionamiento excesivo daña el controlador y el equipo. Como ejemplos de estos controladores se tienen: relevadores, fusibles, válvulas de seguridad, interruptores, etc.

2.6.3. CONTROL DE DOS POSICIONES CON BANDA MUERTA.

Este tipo de modo de control se utiliza para evitar el funcionamiento excesivo del anterior. En este tipo de control se fijan 2 puntos de ajuste, un inferior P_1 y un superior P_2 , existiendo una banda diferencial o muerta como se muestra en la Fig. (2.11).

En este tipo de control se deben cumplir las siguientes condiciones:

$$SALIDA = \begin{cases} \text{MAXIMA} & E > P_2 \\ \text{VALOR ORIGINAL} & P_1 < E < P_2 \\ \text{MINIMA} & E < P_1 \end{cases}$$

La ecuación que rige el comportamiento de este modo de control es una función no continua.

$$\text{SALIDA (S)} = \begin{cases} \text{a) } \lim_{G \rightarrow \infty} G(E - P_2) = +\infty & E > P_2 \text{ (zona superior)} \\ \text{b) Valor original} + \lim_{G \rightarrow 0} G(E - P_2) + \lim_{G \rightarrow 0} G(E - P_1) & P_1 < E < P_2 \text{ (zona muerta)} \end{cases}$$

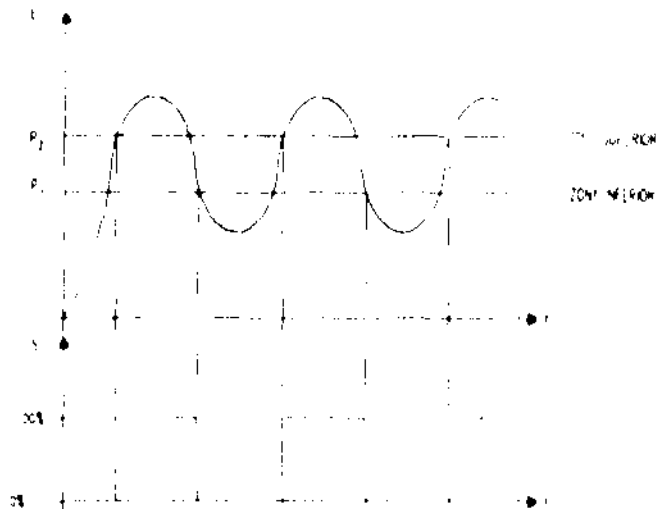


Fig. (2.11).- Respuesta del modo de control de dos posiciones con banda muerta.

Como se puede observar en la ecuación anterior, este modo de control es un sistema de ganancia variable (dentro de la banda muerta $G = 0$ y fuera $G = \infty$) y memoria del último valor antes de entrar en la banda muerta.

2.6.4. EFECTOS DEL CORRIMIENTO EN EL MODO PROPORCIONAL.

A continuación se hace una demostración matemática aproximada que explica el porque siempre existe un corrimiento en la aplicación del control proporcional entre E y P. En la Fig. (2.12), se tiene un circuito de control; en el que por comodidad se supone un proceso con $G = 1$, lo mismo para la válvula de control, el transmisor y los elementos de medición. Se analizará que condición debe cumplir la ganancia del controlador para eliminar el corrimiento.

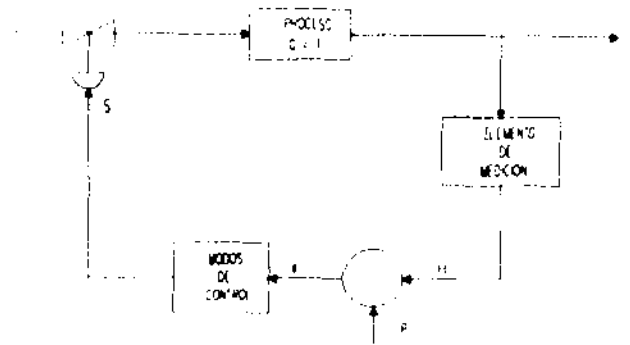


Fig. (2.12).- Circuitos de control retroalimentado simplificado.

De la Fig. (2.12), se tiene:

$$e = E - P$$

$$S = Ge \quad \text{y como el proceso tiene } G = 1$$

$$E = S = Ge \tag{2.2}$$

$$P = E - e = Ge - e = e(G - 1) \tag{2.3}$$

Si $P = E$ no existe corrimiento

Dividiendo E en P de las ecs. (2.2) y (2.3) se tiene:

$$\frac{E}{P} = \frac{Ge}{(G-1)e} = \frac{G}{G-1}$$

$$\frac{E}{P} = \frac{G}{G-1} \tag{2.4}$$

Para que la ecuación anterior cumpla la condición $P = E$, G debe tender a un valor infinito. Del análisis y de la ec. (2.4) se concluye que el corrimiento depende del valor de la ganancia del controlador, pero es conveniente mencionar que no debe ajustarse G a un valor muy grande, debido a que el sistema se hace inestable.

2.6.5. CONTROL INTEGRAL (REAJUSTE AUTOMÁTICO O RESET).

Este modo de control sirve para evitar el corrimiento característico del modo proporcional. El efecto que produce el reajuste automático es la repetición, de la acción proporcional, hasta eliminar el corrimiento, sin importar la posición del elemento final de control. Las unidades que normalmente se usan son repeticiones por minuto, lo que significa el número de veces que repite la acción integral, el efecto proporcional.

La ecuación del modo integral es:

$$S = Gr \int_0^t (E \cdot P) dt + C \quad (2.5)$$

donde r = reajuste automático en repeticiones / min.

Derivando la ec. (2.5) se tiene:

$$\frac{ds}{dt} = Gr e \quad (2.6)$$

$$r = \frac{1}{T_i} \quad T_i \text{ es la constante de acción integral.}$$

De la ec. (2.6) se observa que la acción del elemento final de control es:

- a) Directamente proporcional a r .
- b) Directamente proporcional a G .
- c) Directamente proporcional al error e .

Suponiendo que se tiene un controlador con B. P. = 100% y un error de $e = 10\%$, $r = 1$ rep/min y $\Delta t = 1$ min.

$$\begin{aligned} S &= Gr \int_0^t (e) dt + C = \frac{1}{1} (1 \text{ rep/min}) \int_0^1 0.1 dt + 0.5 \\ &= 0.1 + 0.5 = 60\% \end{aligned}$$

Aquí se observa que la acción integral corrige 10% en 1 minuto. Ver Fig. (2.13).

Resumiendo, el modo de control integral se utiliza cuando:

- 1).- No hay cambios grandes y frecuentes de carga.
- 2).- La respuesta del proceso sea rápida, como es el caso de flujo y presión.

El modo Integral tiende a generar inestabilidad ya que tiende a saturarse si se usa en procesos discontinuos, ya que cuando el proceso es detenido, la variable medida cambia en gran cantidad de valor haciendo que el controlador detecte un gran error, el cual es integrado llevando el controlador a saturación.

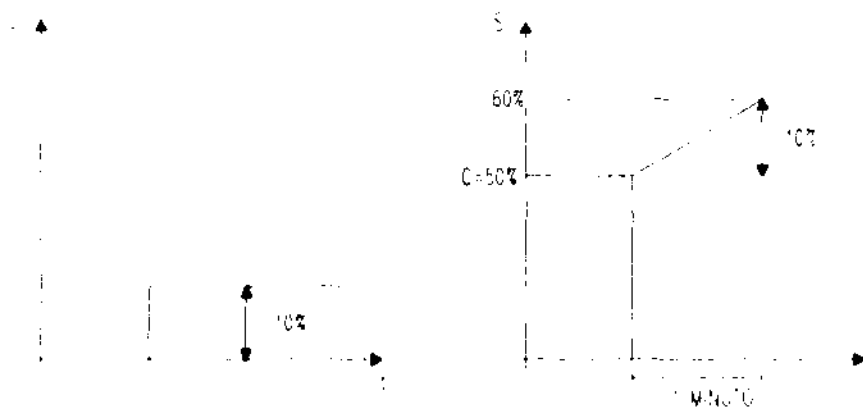


Fig. (2.13).- Respuesta del modo integral a una función escalón.

2.6.6. CONTROL PROPORCIONAL INTEGRAL.

Generalmente el modo integral con su estabilidad en el punto de control se utiliza con el control proporcional con su estabilidad inherente. La respuesta de cada uno de estos controles es ajustable y la estabilidad de la variable depende del ajuste del controlador. Este tipo de control es el que se usa con mayor frecuencia.

La ecuación que rige este modo es:

$$S = G(c + r \int_0^t e dt + C)$$

Si se supone que se usa este control en un proceso con una velocidad de reacción y un atraso de transmisión moderados con un tiempo muerto muy pequeño, cuando hay un cambio en la carga, la acción de control se observa en la Fig. (2.14).

La banda proporcional tiene un valor constante para todas las curvas. Cuando la velocidad de ajuste "r" es cero, el control se lleva a cabo únicamente por el modo proporcional. La variación sostenida de la variable es típica del control proporcional. Cuando la velocidad del integral tiene un valor pequeño, la vuelta de la variable al punto de control es lenta pero al fin el corrimiento se elimina.

Conforme aumenta la velocidad del integral, la vuelta de la variable al punto de control es más rápida, pero una velocidad mucho mayor, produce una oscilación excesiva antes de alcanzar un valor estable. Algunas veces permanece la oscilación indefinidamente.

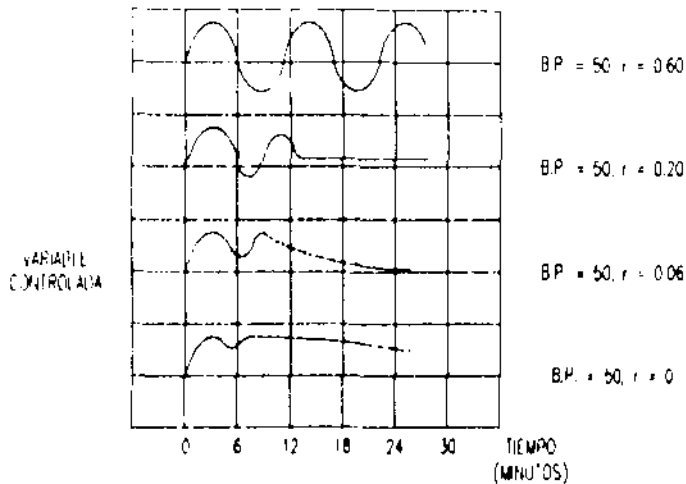


Fig. (2.14).- Ajuste de la velocidad de integral para control proporcional con Integral.

La banda proporcional en este tipo de control se puede ajustar separadamente, ver Fig. (2.15). Un cambio en la banda afecta proporcionalmente la velocidad del integral. Si la banda se reduce, la variable controlada regresa más rápidamente al punto de control, si la banda se reduce mucho más, llega un punto en el que se tienen oscilaciones.

Disminuyendo la banda proporcional, se consigue un más rápido retorno al punto de control pero también se introduce una oscilación. En este ejemplo, la banda proporcional óptima es de 50%. Los atrasos en la transmisión requieren una disminución de la velocidad del integral para evitar excesiva oscilación.

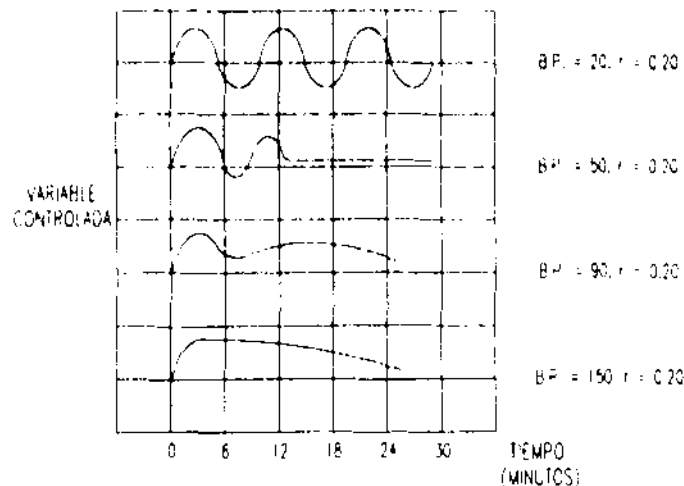


Fig. (2.15).- Ajuste de la banda proporcional para control proporcional e Integral.

cuando se dice que la acción del control derivativo tiene un ajuste de dos minutos, significa que la acción del controlador derivativo se anticipará dos minutos en su respuesta a la acción del control proporcional para controlar el proceso.

La ecuación de este modo es:

$$S = G T_d \frac{dc}{dt} + C$$

Donde:

T_d = adelanto en minutos.

Resumiendo:

Este modo de control es adecuado cuando:

- a) Existen atrasos en la detección y transmisión de la variable medida.
- B) Cuando los procesos no sean ruidosos como en el caso del flujo o presión de líquidos.

2.6.8. CONTROL PROPORCIONAL DERIVATIVO.

La aplicación del control derivativo para contrarrestar los efectos del tiempo de retraso se ven en la Fig. (2.16) La adición del rate en un control proporcional derivativo reduce la desviación máxima. La ventaja mayor se obtiene al reducir mas o menos a la mitad el periodo del ciclo. La variable controlada vuelve al punto de control en la 4ª parte del tiempo requerido sin el control derivativo.

La ecuación que combina las acciones proporcional y derivativa es:

$$S = G (e + T_d \frac{dc}{dt})$$

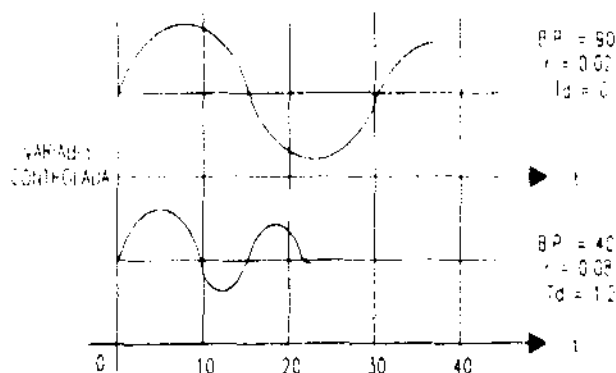


Fig. (2.16).- Control proporcional con integral contra proporcional con integral y derivada cuando existen atrasos en el tiempo de respuesta.

En la Fig. (2.16) la banda proporcional fue reducida y la velocidad del reajuste integral "r" fue aumentada considerablemente, produciendo una acción correctiva mucho mayor. Como se puede observar, si se usa el control derivativo, los ajustes del control requieren cambios.

El más serio problema en los atrasos es la presencia de atrasos en la transmisión, ya que produce atrasos en el control o la medición, aumentando así, el número de capacidad en el sistema controlado. En este caso se emplea el control derivativo para contrarrestar los efectos de los atrasos. Esto se puede apreciar en la Fig. (2.17) con un control particular.

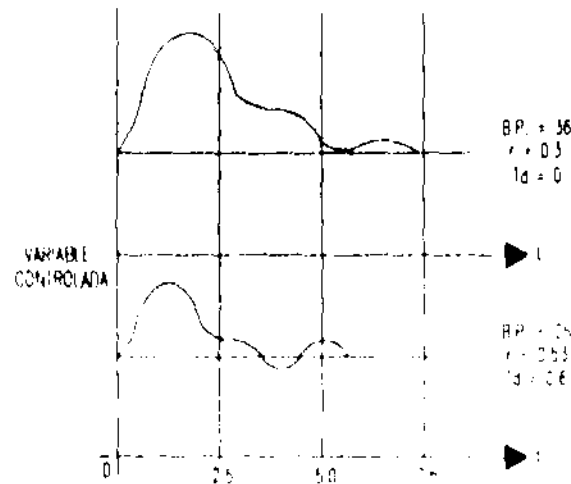


Fig. (2.17).- Control proporcional con integral contra proporcional con integral y derivada cuando existe atraso en la transmisión.

El control derivativo es efectivo cuando hay atrasos en la transmisión, control y medición, ya que es el único medio para llevar a cabo el control. Los ajustes del control derivativo deben ser cuidadosos ya que la derivada grande causa excesivas oscilaciones y se opone a cualquier cambio rápido en la variable, ya sea que se aleje o se acerque al punto de control. Cuando el tiempo del derivativo es pequeño, se origina una oscilación que se debe a una banda proporcional angosta y a un integral grande. El período del ciclo es mucho mayor que el período causado por el derivativo demasiado largo, esto es un medio para reconocer la causa de la oscilación excesiva.

Las curvas de la Fig. (2.18), muestran la influencia estabilizadora del derivativo. Las bandas más angostas se logran gracias al efecto estabilizante del derivativo. Si se reduce la B.P. una disminución del Td puede producir una oscilación debida a lo angosto de la B.P. y la ausencia de la influencia estabilizadora de este.

Para cambios de carga rápidos es posible ajustar el tiempo del derivativo a un máximo de tal manera que la acción correctiva empiece antes que la desviación se vuelva excesiva.

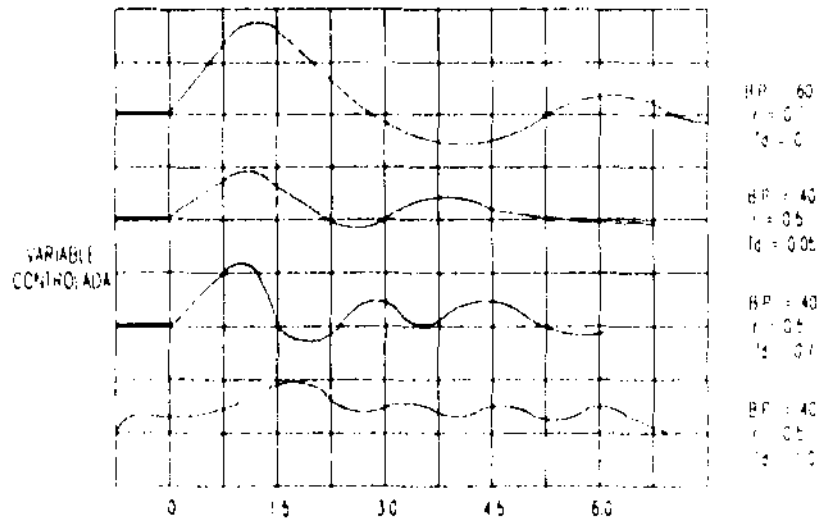


Fig. (2.18).- Ajuste del tiempo de derivada T_d para control proporcional con integral y derivada.

2.7. APLICACIONES DE LOS MODOS DE CONTROL DE ACUERDO A LAS CARACTERÍSTICAS DINÁMICAS DE LOS PROCESOS.

La selección de un modo de control está basada en las características dinámicas y estáticas del proceso controlado, el elemento final de control, los disturbios y los elementos de medición. Generalmente el comportamiento de válvulas y elementos de medición es mucho más rápido que el proceso en sí mismo, de modo que lo más importante a considerar deberá ser el proceso. Algunos tipos de comportamiento dinámico típicos de procesos se describen a continuación.

2.7.1. RETRASO POR RESISTENCIA-CAPACITANCIA.

Este comportamiento se caracteriza por un efecto de amortiguamiento causado por la resistencia y el almacenamiento de materia o energía en un proceso.

Como ejemplo se puede mencionar el caso de un tanque de almacenamiento. La variable controlada es el nivel del tanque, con una capacitancia grande. Cuando hay un cambio brusco en el flujo de entrada, a la salida se tiene un cambio amortiguado en el nivel. La función de transferencia del sistema es:

$$\frac{HCS}{Q_1(S)} = \frac{R}{RCS+1}; \text{ Si } Q_1 = \frac{B}{S}$$

Si calculamos la transformación inversa, tenemos:

$$h(t) = RB (1 - e^{-t/RC}) \quad (2.7)$$

Donde:

$h(t)$ = Altura o nivel del líquido
 R = Resistencia de la válvula
 C = Capacitancia del recipiente
 $q(t)$ = Gasto

Como se puede apreciar de la Fig. (2.19), el producto RC da unidades de tiempo y a este tiempo se le conoce como "Tiempo de respuesta o constante de tiempo del sistema" y es cuando la salida alcanza el 63.2% de su valor en estado estacionario. El retraso de resistencia capacitancia se presenta en todos los elementos que constituyen un circuito de control.

2.7.2. RETRASO EN LOS ELEMENTOS DE MEDICION.

Estos retrasos se pueden dividir en dos grupos:

- a) Retraso en los elementos primarios. Este se debe al tiempo de respuesta del elemento primario de medición empleado y al tipo de variable que se está midiendo. Por ejemplo, los medidores de flujo y presión tienen un tiempo de respuesta del orden de 1.8 segundos y los tiempos para los medidores de temperatura pueden variar desde 0.6 segundos para un pirómetro de radiación hasta 14 minutos para un termómetro de resistencia con termopozo, midiendo aire estático.
- b) Retraso en la transmisión. Este retraso involucra la resistencia, la capacitancia y la distancia a la cual debe transmitirse. En la instrumentación electrónica es del orden de microsegundos, y en la instrumentación neumática es de 8 segundos para 60 metros y de 37 segundos a 300 metros, considerando una variación de 3 a 15 psig con un tubo de 1/4" de diámetro.

2.7.3. RETRASO DE VELOCIDAD.

Distancia "tiempo muerto". Como la materia y la energía necesitan un tiempo para desplazarse una cierta distancia. Una variación de materia y energía la cual debe detectarse a una determinada distancia de donde sucedió la variación, es lo que ocasiona el tiempo muerto. Los procesos industriales tienen básicamente retrasos de resistencia, capacitancia y tiempo muerto. En las variables fundamentales como presión, nivel, temperatura y flujo se presentan los retrasos que se muestran en la Tabla (2.2)

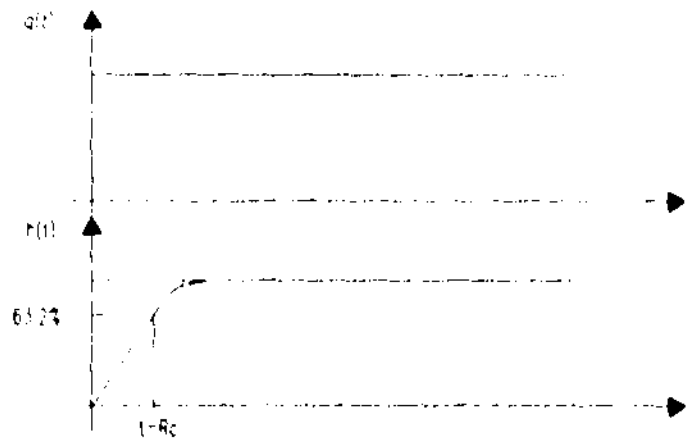
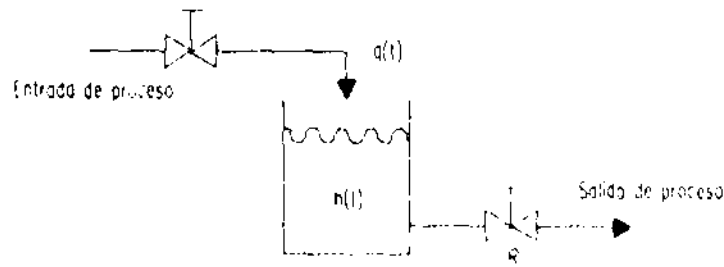


Fig. (2.19).- Tiempo de respuesta de un sistema de primer orden.

Tabla (2.2).- Retrasos en las variables fundamentales.

Variable	Presión	Nivel	Temperatura	Flujo
Característica				
No. de capacitancias	Normalmente 1	Normalmente 1	Normalmente 2 o más	Normalmente no tiene
Tiempo de respuesta	Pequeño o medio	Pequeño o grande	Grande	Despreciable
Tiempo muerto	Pequeño	Pequeño	Grande	Pequeño

De la Tabla anterior se puede concluir lo siguiente:

- a) La variable presión o nivel en muchos casos se comportan en una forma muy parecida, haciendo la aclaración que para el caso de presión en líquidos, se presenta una gran diferencia entre las dos variables (para el caso de líquidos $RC = 2$ seg).

b) La variable más lenta es la temperatura debido a que en algunos casos se pueden tener hasta 14 minutos de retraso por los medios de medición solamente; a esto hay que agregar el tiempo de respuesta del proceso y su tiempo muerto.

2.7.4. RUIDO DE PROCESO.

Esta característica se presenta básicamente en los procesos rápidos como son los procesos en donde se controla flujo, presión o nivel.

2.7.5. RETRASOS EN LOS ELEMENTOS FINALES DE CONTROL.

Estos retrasos pueden ser muy cortos en el caso de elementos finales de control tipo eléctrico (de dos estados, abierto-cerrado), y pueden tener un valor grande para el caso de los elementos finales de control mecánicos.

En las válvulas de control, el tiempo depende de la inercia física y la resistencia por fricción en el vástago y el asiento. Las válvulas con excesiva fricción representan banda muerta, debido a que al aumentar la presión de aire al actuador, la válvula no actúa de inmediato y su movimiento lo hace a saltos.

Es conveniente aclarar que también el tiempo de respuesta aumenta con el tamaño, tipo de válvula y caída de presión en el puerto. Los tiempos pueden variar desde 0.5 seg para los actuadores eléctricos (de dos posiciones), hasta varios minutos para los mecánicos (neumáticos).

En la Tabla (2.3) se da una visión más general de la aplicación de los modos de control.

2.8. ENTONAMIENTO DE CONTROLADORES.

El entonamiento de un controlador consiste en encontrar los valores óptimos de las constantes involucradas en uno de los modos de control. Como es sabido, estas constantes son: La ganancia (G), el tiempo de Integral (Ti) y el tiempo de derivada (Td).

Para encontrar los valores de estas constantes desde el punto de vista teórico, no es un problema fácil, principalmente cuando el sistema que se desea controlar es de orden superior a uno o cuando hay un retardo en el sistema. (Este método en la actualidad encuentra poca aplicación, debido a que los resultados que se obtienen, dependen fundamentalmente del modelo matemático, el cual es aproximado).

Los métodos empíricos usados por los operadores en la industria tampoco proporcionan resultados aceptables. (Esto es debido a que este método práctico se desarrolla en un sólo tipo de proceso y con algún tipo de instrumentación específica).

Tabla (2.3).- Aplicación de modos de control.

VARIABLE	PROCESO	SISTEMA DE CONTROL
FLUJO	<ul style="list-style-type: none"> - Muy rápido - La mayor parte de los retrasos están en el sistema de control - No lineal (cuadrático) - Ruidoso 	<ul style="list-style-type: none"> - Proporcional-Reajuste automático - Baja ganancia, reajuste rápido - La derivada no ayuda, daña
PRESION (Líquido)	<ul style="list-style-type: none"> - Rápido - La mayor parte de los retrasos están en el proceso lineal - Ruidoso 	<ul style="list-style-type: none"> - Proporcional-Reajuste automático - Ganancia alrededor de 1, reajuste rápido - La derivada no ayuda
PRESION (gas)	<ul style="list-style-type: none"> - Capacidad simple - Lineal sin ruido - Proceso sencillo 	<ul style="list-style-type: none"> - Controladores auto-operados o proporcionales con ganancia alta. - Reajuste automático rara vez necesario - La derivada no es necesaria
PRESION (vapor)	<ul style="list-style-type: none"> - La dinámica es variable - Lento comparado con otros procesos de presión - Lineal sin ruido 	<ul style="list-style-type: none"> - Controles de dos (2) modos - Los ajustes son variables
NIVEL	<ul style="list-style-type: none"> - Capacidad simple, integrador - Lineal - Ruido poco frecuente 	<ul style="list-style-type: none"> - Control de Precisión: Ganancia alta o proporcional + reajuste - Control Promedial: Proporcional de ganancia baja + reajuste o controles especializados
TEMPERATURA	<ul style="list-style-type: none"> - Sistema de capacidad múltiple - No lineal - Sin ruido 	<ul style="list-style-type: none"> - Controladores de tres (3) modos - Los ajustes varían pero generalmente la ganancia está arriba de 1 - La derivada tiene un valor limitado si el tiempo de retraso es largo - La dinámica de medición es importante
COMPOSICION	<ul style="list-style-type: none"> - La dinámica es variable - Usualmente lineal - A veces hay ruido debido a mala agitación 	<ul style="list-style-type: none"> - Proporcional + reajuste automático - Ganancia baja, diversas velocidades de reajuste - La derivada a veces es útil - Los analizadores en línea son rápidos, frecuentemente ruidosos, p.H. es no-lineal - Los sistemas de muestreo son complicados. La medición y el control agregan tiempo de retraso.

Por lo expuesto es recomendable emplear métodos que a partir de resultados experimentales y con optimizaciones teóricas permitan en forma consistente, ajustar o sintonizar en una forma más eficiente los controladores.

2.8.1. METODOS DE ENTONAMIENTO EN CIRCUITO CERRADO.

Estos métodos son: a) Oscilaciones sostenidas, y b) oscilaciones amortiguadas.

a) Método de Oscilaciones Sostenidas (Ziegler-Nichols).

Uno de los primeros métodos para el entonamiento de controladores fue éste, reportado en el año de 1942 por Ziegler y Nichols. Este método es de gran utilidad ya que por medio de él es posible hacer un cálculo estimativo de los parámetros del controlador como una primera instancia, con el fin de lograr el ajuste de éstos de tal manera que el sistema cumpla con los requisitos de control impuestos.

Esencialmente este método está basado en el conocimiento de la frecuencia crítica (ω_c) y ganancia límite las cuales se pueden obtener del análisis gráfico del sistema (por medio de un registrador). Deberá de entenderse por frecuencia crítica (ω_c) como la frecuencia a la cual la variable controlada oscila con amplitud constante y ganancia límite como la ganancia para la cual la variable oscila con amplitud constante. Ver Fig. (2.20).

Para determinar la ganancia límite y el periodo crítico (ó límite) el controlador se conecta en automático (con un registrador de la variable controlada para ver su respuesta) con modo de control proporcional solamente (modos de derivada e integral anulados $T_I = 0$ y $T_D = 0$). Gradualmente se va aumentando la ganancia hasta que se obtiene una curva como la mostrada en la Fig. (2.20).

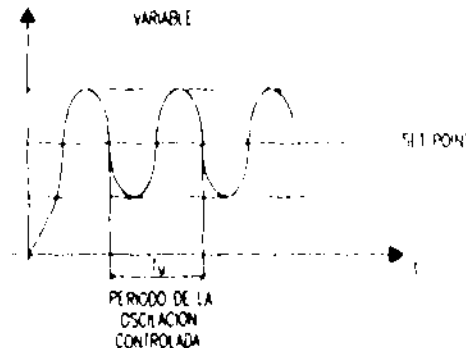


Fig. (2.20).- Gráfica de la oscilación sostenida.

Una vez que se logra la oscilación sostenida, se anotan los valores de Ganancia = K_u y periodo = T_u , Ziegler-Nichols recomiendan para este método usar las siguientes igualdades.

Para modo proporcional solo:

$$\text{Ganancia del controlador} = K_c = 0.5 K_u$$

Para modo proporcional más integral:

$$K_c = 0.45 K_u$$

$$T_i = \frac{T_u}{1.2} = \text{tiempo de integral}$$

NOTA: Recordar que $r = \text{rep/min} = \frac{1}{T_i}$

Para modo proporcional más derivada:

$$K_c = 0.6 K_u$$

$$T_d = \frac{T_u}{8} \text{ (tiempo de anticipación)}$$

Para modo proporcional más integral más derivada:

$$K_c = 0.6 K_u$$

$$T_i = 0.5 T_u$$

$$T_d = T_u/8$$

Es conveniente mencionar que deben darse ajustes ligeros ya que en campo muchas veces los controladores convencionales no resuelven correctamente los modos de control y principalmente cuando se usa uno con P.I.D.

b) Método de las Oscilaciones Amortiguadas. (Harriot)

Cuando en un proceso las oscilaciones sostenidas no son toleradas, el método anterior no puede aplicarse.

En este método se sigue un procedimiento similar al anterior, que consiste en colocar el controlador en un automático y con modo proporcional solamente, e ir ajustando el valor de la ganancia hasta conseguir una oscilación T que es un poco mayor que T_u , ver Fig. (2.21). Los tiempos de acción integral y derivada se calculan con las siguientes ecuaciones:

$$T_d = T/6$$

$$T_i = T/1.5$$

$$K_c = \text{Es el valor de ganancia que da una razón de decaimiento de } 1/4.$$

Rd = Razón de decaimiento

$$= \frac{\% \text{ de sobrepaso del 2o. pico positivo}}{\% \text{ de sobrepaso del 1o. pico positivo}} = 1/4$$

$$= \frac{b(\%)}{a(\%)} = 1/4$$

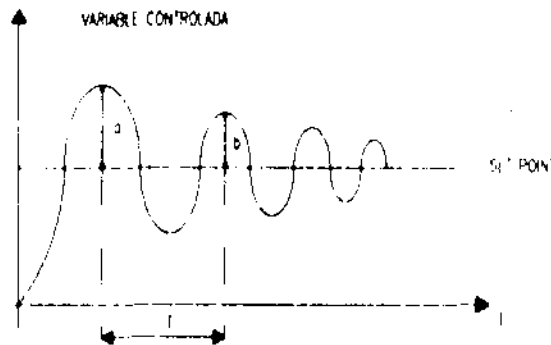


Fig. (2.21).- Curva de decaimiento de 1/4.

2.8.2. METODO DE ENTONAMIENTO EN CIRCUITO ABIERTO.

Este método presenta la ventaja de sólo generar una perturbación al proceso para poder entonar el controlador, en contraste con los métodos de entonamiento en circuito cerrado, los cuales necesitan generar varias perturbaciones a la variable controlada, lo cual muchos procesos no lo soportan.

a) Método de la Curva de Reacción. (Ziegler-Nichols)

Cuando se desconoce la función de transferencia de un proceso, por medio de este método es posible determinar, usando el procedimiento de causa-efecto, los parámetros óptimos del controlador. Este método se basa esencialmente en el análisis del proceso en lazo abierto, el cual describe las propiedades dinámicas de éste, a partir de las cuales se puede determinar el valor de los ajustes de los modos de control del controlador.

La curva de reacción se obtiene por medio de la gráfica de respuesta de la variable controlada, cuando se alimenta una función escalón a la variable manipulada, tal como se muestra en la Fig. (2.22). Como se puede observar, esta función escalón puede ser aplicada externamente desconectando el controlador de la línea o bien por medio de la operación manual de la salida a la válvula de control.

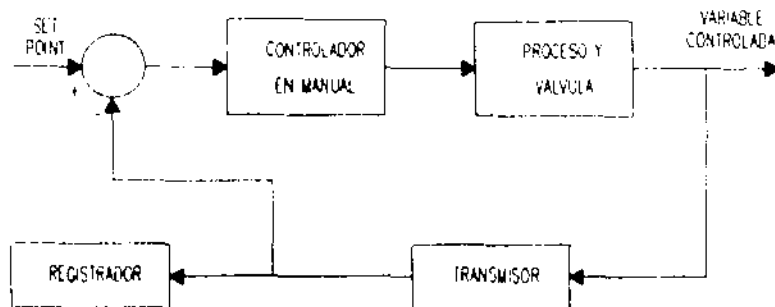


Fig. (2.22).- Diagrama a bloques para obtener la curva de reacción.

Casi todos los procesos industriales presentan la misma curva de reacción de característica sobreamortiguada, ver Fig. (2.23). Esta curva puede aproximarse a la respuesta a un escalón de un proceso, que consiste en un retardo de primer orden y tiempo muerto, con el fin de representarla por medio de los parámetros L_r y R_1 .

El parámetro R_1 representa la máxima pendiente de la curva de reacción y se obtiene trazando una curva tangente al punto de inflexión "n". El parámetro L_r es el tiempo transcurrido desde la aplicación de la función escalón hasta el punto de que la tangente intersecta al eje del tiempo. Es conveniente mencionar que este tiempo muerto es mayor que el tiempo muerto del proceso T_0 .

Ziegler y Nichols, determinaron empíricamente que los valores recomendables para los ajustes de los modos de control son:

Para control proporcional:

$$K_c = \frac{1}{L_r R_1}$$

Para control proporcional más integral:

$$K_c = 0.9 \frac{1}{L_r R_1} \quad (\text{ganancia adimensional})$$

$$T_i = \frac{L_r}{0.3} \quad \text{en minutos por repetición.}$$

Para control proporcional más integral más derivada:

$$K_c = \frac{1.2}{L_r R_i} \quad \text{adimensional.}$$

$$T_i = 2 L_r \quad \text{en minutos por repetición.}$$

$$T_d = 0.5 L_r \quad \text{en minutos.}$$

Comparando estas tres series de valores recomendados, se observa que están de acuerdo con la idea de que la acción Integral tiende a hacer el sistema más inestable, ya que para la acción proporcional más Integral, el valor de K_c recomendado es sólo 90% del recomendado para acción proporcional sola. Por otro lado, si se añade acción derivada se comprueba el efecto estabilizador de ésta, ya que se permite aumentar el valor de la ganancia proporcional en un 33% y disminuir el tiempo integral en un 66%, en relación con los valores recomendados para la acción proporcional más Integral.

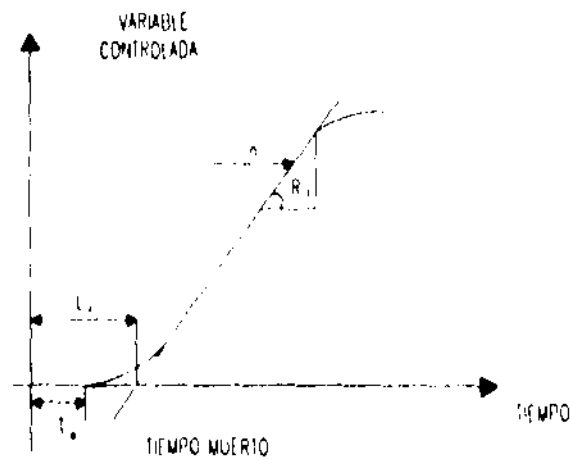


Fig. (2.23).- Curva de reacción.



CAPITULO

3

CONTROL DE COLUMNAS DE DESTILACION.

3.- CONTROL DE COLUMNAS DE DESTILACION.

3.1.- VARIABLES CONTROLADAS EN LA DESTILACION.

En el desarrollo de estrategias de control para columnas de destilación se deben definir inicialmente algunos conceptos de control tales como: el número de variables que se deben controlar para lograr los objetivos de producción, el número de variables manipulables que deben seleccionarse, la relación entre las variables manipulables y controladas, la localización de los sensores, etc.

Primeramente se presentará un método para determinar el número de variables controladas en columnas de destilación.

Se sugiere que las variables controladas sean:

- Las composiciones de los productos.
- La presión de la columna.
- El nivel inferior de la columna.
- El nivel del tanque de reflujo.

esto es por las siguientes razones. Primero, los objetivos de producción normalmente requieren la entrega de productos de calidad aceptable. Esto requiere que la composición de los productos se mantenga constante. La presión de la columna tiene una relación directa en la capacidad de separación de la columna, de esta manera, es deseable mantener constante la presión. Una adecuada cantidad de líquido en la parte inferior de la columna es recomendable, porque sin ésta, los tubos del reboiler pueden exponerse a temperaturas excesivamente altas si el flujo con que se alimentan es interrumpido. Finalmente, un adecuado nivel de líquido en el tanque de reflujo evita el efecto externo de una inesperada corriente de vapor sobre el reflujo y sirve como líquido de sello.

El método desarrollado por Howard (1967) y posteriormente elaborado por Luyben (1973) utiliza un modelo matemático dinámico de la columna y sus accesorios. Es similar al análisis de grados de libertad con el cual se tiene familiaridad, excepto que, en este caso, las retenciones en la columna son tomadas en cuenta. El método puede aplicarse a la separación de mezclas binarias, aunque las conclusiones pueden extenderse también para destilación multicomponente. El procedimiento implica escribir completo el sistema de ecuaciones y contabilizar el número de variables. La diferencia entre estos dos representa el número de variables que deben ser controladas.

El modelo matemático dinámico está basado en las siguientes consideraciones simplificadas:

- 1.- La alimentación es un líquido saturado.
- 2.- La eficiencia del plato o etapa es del 100%.
- 3.- La volatilidad relativa del sistema binario es constante.
- 4.- Aplica la consideración de inundación molar constante.
- 5.- La retención de vapor en cada etapa es despreciable.
- 6.- Las pérdidas de calor son despreciables.
- 7.- Las dinámicas del reboiler y el condensador son despreciables.

Estas consideraciones permiten asumir que el flujo de vapor de etapa en etapa es el mismo en cualquier instante de tiempo ($V_1 = V_2 = \dots = V_n$), pero no necesariamente es constante como una función del tiempo.

El modelo está basado en balances de masa a estado no estacionario. La consideración de inundación molar constante significa que los balances de energía no son requeridos. Haciendo referencia a la Fig. (3.1) se pueden formular las siguientes ecuaciones para las diversas secciones de la columna.

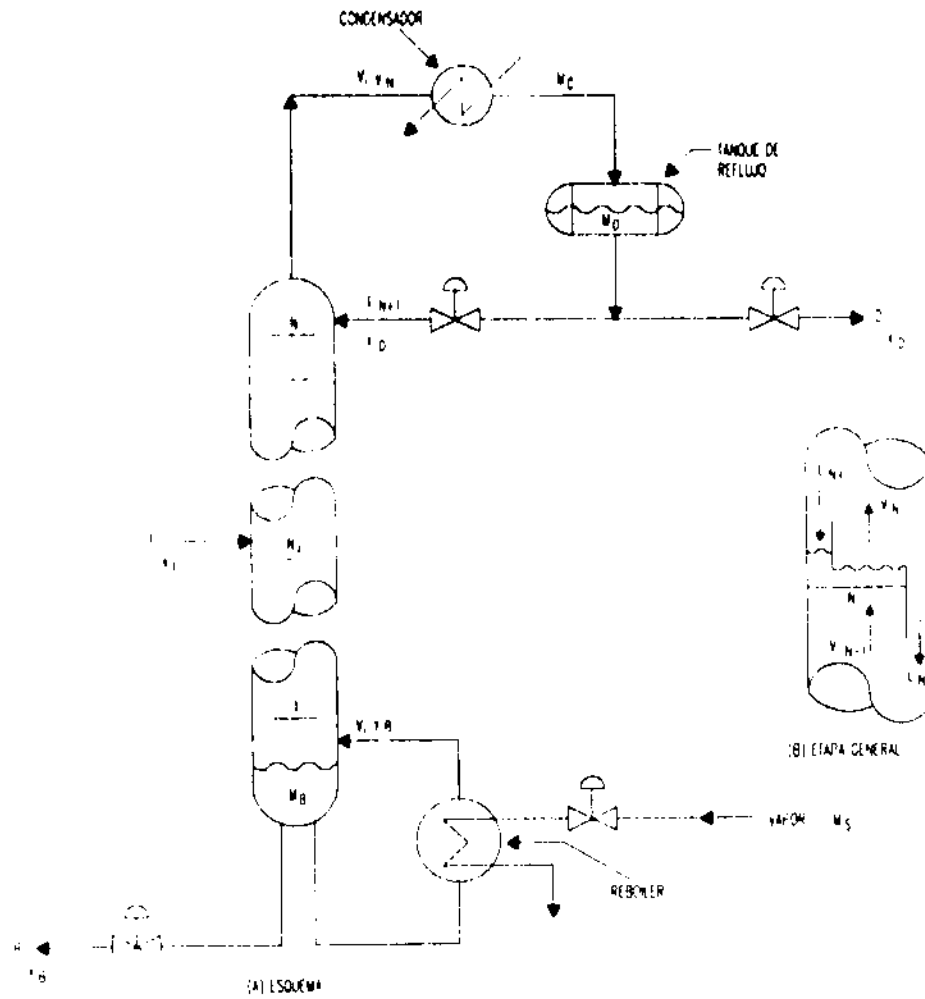


Fig. (3.1).- Modelo de una columna de destilación

Condensador y tanque de reflujo.

El balance de masa total es:

$$\frac{dM_D}{dt} = V - L_{N+1} - D \quad (3.1)$$

donde:

M_D = Retención molar en el tanque de reflujo, moles.

L_{N+1} = Reflujo, mol/tiempo.

D = Destilado, mol/tiempo.

V = Flujo de vapor, mol/tiempo.

El balance de masa por componente es:

$$\frac{dM_D x_D}{dt} = V y_N - L_{N+1} x_D - D x_D \quad (3.2)$$

donde y_N y x_D son las fracciones mol del componente más volátil en el vapor saliente de la etapa superior y en el destilado respectivamente. Notar que las dos composiciones son iguales únicamente a estado estacionario.

Etapas general, n.

El balance de masa total es:

$$\frac{dM_N}{dt} = L_{N+1} - L_N \quad (3.3)$$

donde:

M_N = Retención de líquido en la etapa N, moles.

L_N = Salida de líquido de la etapa N, mol/tiempo.

El balance de masa por componente es:

$$\frac{dM_N x_N}{dt} = L_{N+1} x_{N+1} - L_N x_N + V y_{N+1} - V y_N \quad (3.4)$$

Etapas de alimentación ($n = N_r$).

El balance de masa total es:

$$\frac{dM_{N_r}}{dt} = L_{N_r+1} - L_{N_r} + F \quad (3.5)$$

donde:

M_N = Retención de líquido en la etapa de alimentación, moles.

L_N = Salida de líquido de la etapa de alimentación, mol/tiempo.

El balance de masa por componente es:

$$\frac{dM_N x_{Nf}}{dt} = L_{Nf+1} x_{Nf+1} - L_N x_{Nf} + F x_F + V y_{Nf+1} - V y_{Nf} \quad (3.6)$$

Reboller y parte inferior de la columna.

El balance de masa total es:

$$\frac{dM_B}{dt} = L_1 - V - B \quad (3.7)$$

donde:

M_B = Retención molar en la parte inferior de la columna, moles.

B = Flujo en la parte inferior, moles/tiempo.

V = Vapor sobrecalentado en el reboller, moles/tiempo.

L_1 = Salida de líquido de la etapa 1, moles/tiempo.

El balance de masa por componente es:

$$\frac{dM_B x_B}{dt} = L_1 x_1 - V y_B - B x_B \quad (3.8)$$

donde x_B y y_B son las fracciones mol del componente más volátil en el producto inferior y en la salida de vapor del reboller respectivamente. En adición a las ecs. (3.1) a la (3.8), cada etapa y el reboller tienen una relación de equilibrio entre las composiciones de las corrientes efuentes dada por:

$$y_N = \frac{\alpha x_N}{1 + (\alpha - 1)x_N} \quad (3.9)$$

y una relación hidráulica entre el flujo de líquido de una etapa con la retención de líquido en esa etapa:

$$M_N = f(L_N) \quad (3.10)$$

Con base en el análisis anterior, se puede contar el número total de ecuaciones que comprenden el modelo. Los resultados son resumidos en la Tabla (3.1).

Tabla (3.1).- Número de ecuaciones en el modelo.

	Número de ecuaciones
Tanque de reflujo: balance total	1
balance por componentes	1
Balances por etapa: balance total	N
balance por componentes	N
Relación de equilibrio (etapas + reboiler)	N + 1
Relación hidráulica	N
Reboiler: balance total	1
balance por componentes	1
Total	4N + 5

Estas (4N+5) ecuaciones contienen (4N+10) variables, como se muestra en la Tabla (3.2).

Tabla (3.2).- Número de variables en las ecuaciones.

	Número de variables desconocidas
Composiciones en las etapas (x_n, y_n)	2N
Retención de líquido en las etapas (M_n)	N
Flujos de líquido (L_n)	N
Composición del destilado (x_D)	1
Flujos del tanque de reflujo (L_{N+1}, D)	2
Retención en el tanque de reflujo (M_0)	1
Composiciones en el reboiler (x_B, y_B)	2
Flujos del reboiler (V, B)	2
Retención en la parte interior de la columna	1
Presión de la columna	1
Total	4N + 10

Es importante notar que F y x_r no son incluidas en la Tabla (3.2) porque se consideran variables de disturbio cuyos valores deben especificarse por el diseñador. Los resultados en las Tablas (3.1) y (3.2) muestran que 4N+5 ecuaciones se tienen disponibles para calcular los valores de 4N+10 variables. Así, el sistema está bajo especificado por 5 ecuaciones. Para determinar únicamente el estado de la columna bajo condiciones dinámicas, el número de variables en la Tabla (3.2) debe ser reducido a 5. Desde el punto de vista de control, los valores de "solamente" 5 variables pueden especificarse independientemente. Cuando ellas son especificadas, los valores de todas las variables pueden ser determinados. Esta especificación puede hacerse de dos formas:

- 1.- Puede especificarse que las 5 variables controladas se mantengan constantes. Esta es la situación de circuito cerrado. Por las razones citadas anteriormente, las variables seleccionadas son x_D, x_B, M_0, M_B, P . Cuando estas variables son especificadas, se pueden calcular los valores de todas las demás variables en el sistema. En particular, se pueden calcular los valores de las 5 variables manipulables

tal que se mantengan las 5 variables controladas en el set-point. Estas variables manipulables son los flujos que los controladores deben ajustar. Haciendo referencia a la Fig. (3.1), estos flujos son D, B, M₁, M_c, L_{N+1}.

- 2.- Se pueden especificar los valores de las 5 variables manipulables. Esta es la situación de un circuito abierto. Una vez más, con los datos conocidos de F y x_F la especificación de las 5 variables manipulables puede facilitar el cálculo de los valores de todas las variables que restan en el sistema. En particular, pueden calcularse los valores de las 5 variables controladas resultado de la especificación de las 5 variables manipulables.

Así es como en una columna de destilación para la separación de una mezcla binaria en 2 productos finales se tienen 5 variables controladas. La conclusión puede extenderse a la separación de mezclas multicomponentes. En resumen, el ajuste de estas variables manipulables resulta en el control automático de las 5 variables controladas.

3.2.- ESTRATEGIAS BASICAS PARA EL CONTROL DE LA DESTILACION.

Ahora se mostrará cómo y porqué ciertas variables deben ser manipuladas para controlar una o más composiciones de productos en una columna de destilación. Por simplicidad se considera la separación de una sola alimentación F de una mezcla binaria para obtener los productos B y D. Un esquema de la columna se muestra en la Fig. (3.2). Aunque la discusión está basada en la separación de una mezcla binaria, los principios pueden extenderse también a la separación de multicomponentes.

El balance de materia total para esta columna se expresa como:

$$F = B + D \quad (3.11)$$

El balance de materia por componente para la sustancia más volátil, la cual se denotará como sustancia A, es:

$$F x_F = D x_D + B x_B \quad (3.12)$$

El término B en la ec. (3.12) se puede reemplazar por F-D de acuerdo con la ec. (3.11) para obtener:

$$F x_F = D x_D + (F - D) x_B$$

o

$$\frac{D}{F} = \frac{x_F - x_B}{x_D - x_B} \quad (3.13)$$

La ec. (3.13) da la única relación a estado estacionario entre D/F y x_D , x_B , x_F . Igualmente, si se reemplaza D en la ec. (3.12) por $F-B$, se tiene entonces:

$$\frac{B}{F} = \frac{x_D - x_F}{x_D - x_B} \quad (3.14)$$

La ec. (3.14) da la única relación a estado estacionario entre B/F y x_D , x_B , x_F .

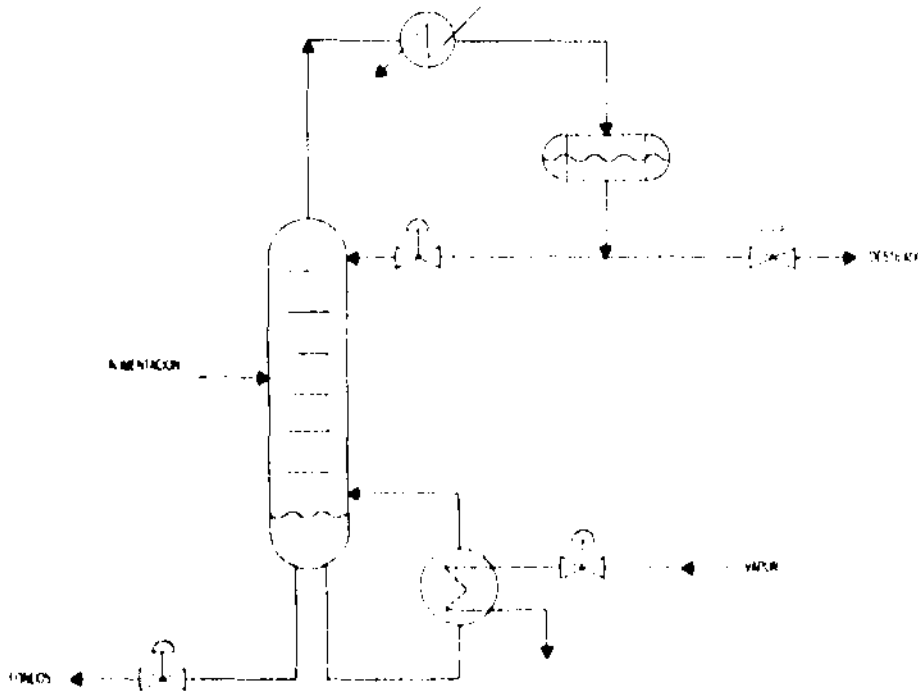


Fig. (3.2).- Esquema de una columna de destilación.

Típicamente los objetivos de control en una operación de destilación son los de mantener x_D y/o x_B en el set-point con la presencia de disturbios. Estos disturbios pueden caracterizarse como (1) cargas del proceso, (2) cambios en las condiciones del medio que suministra enfriamiento y calentamiento y (3) ensuciamiento de equipo. El significado de estos términos es el siguiente:

1.- Cargas del proceso. Estos disturbios consisten en cambios en la cantidad de flujo, composición y condición térmica de la alimentación a la columna de destilación. En situaciones industriales la alimentación frecuentemente llega de una corriente proveniente de algún proceso unitario anterior, el cual, por ejemplo, puede ser otra columna de destilación o un reactor y cualquier perturbación en estas unidades puede resultar en cambios en el flujo y/o la composición de la alimentación de la columna bajo

consideración. Algunas veces pueden hacerse cambios deliberados en la carga y/o composición de la alimentación, en respuesta a cambios hechos en la demanda, para satisfacer los envíos de producción. El sistema de control de destilación debe ser capaz de mantener las composiciones de los productos dentro de sus especificaciones con la presencia de estos disturbios en la alimentación.

2.- Cambios en las condiciones del medio que suministra enfriamiento y calentamiento. Las columnas de destilación equipadas con reboilers y condensadores están sujetas a disturbios provenientes de los cambios en las condiciones del medio que suministra el enfriamiento y calentamiento en estos equipos de intercambio. Por ejemplo, el funcionamiento de un condensador que opera con aire de enfriamiento es afectado por cambios en las condiciones ambientales. Los condensadores enfriados con agua son afectados por cambios en la temperatura de este líquido de enfriamiento. El funcionamiento del reboiler se afecta por cambios en la presión y/o temperatura que proporciona el medio de calentamiento. Esto ocurre cuando el requerimiento del medio de calentamiento varía dentro de la planta, debido a sus múltiples usos dentro de las operaciones productivas de la misma.

3.- Ensuciamiento de equipo. Es sabido que el equipo de intercambio de calor se ensucia con el amplio uso al que están sujetos. Aunque los parámetros de control son típicamente función de los parámetros de proceso y, si bien, el ensuciamiento puede causar que estos parámetros cambien, el funcionamiento del sistema de control automático asociado con estos mecanismos puede deteriorarse con el tiempo si los parámetros de control no son actualizados para considerar los efectos del ensuciamiento. Basta decir que alguna forma de control sencilla puede ayudar en estas situaciones. Los efectos de estos disturbios son menores, por lo cual, no se considerarán como bases fundamentales en el desarrollo de sistemas de control para columnas de destilación.

Con base en la discusión anterior, se puede concluir que cualquier diseño de sistema de control de destilación, debe ser capaz de hacer frente a los tipos de disturbios en la alimentación y en las condiciones de suministro de los equipos de intercambio de calor antes mencionados. Como se verá en el capítulo posterior, es posible diseñar un sistema de control separado para prevenir los disturbios en el medio de enfriamiento y calentamiento que afectan el funcionamiento de la columna de destilación. Por ejemplo, un sistema de control en cascada es frecuentemente utilizado para minimizar los efectos de una presión cambiante en el suministro de vapor para el funcionamiento del reboiler. De esta manera, los disturbios que se considerarán subsecuentemente son las cargas del proceso. Los objetivos de control son mantener x_D y/o x_B constantes con la presencia de cambios en F y x_F .

Considerando la separación de una alimentación binaria F con la composición x_F en 2 productos finales D y B que tienen las composiciones x_D y x_B respectivamente, en una columna de destilación con N etapas ideales, además, se asume que la alimentación es un líquido saturado y que la volatilidad relativa del sistema binario es constante y, por simplicidad, se asume que el concepto de inundación molar constante aplica; entonces se sabe que la separación requerida puede llevarse a cabo en N etapas ideales como se muestra en la Fig (3.3). Notar que la construcción de las líneas de operación por el método de McCabe-Thiele en la Fig. (3.3) implica que el reflujo L y el vapor

sobrecalentado V (que es igual a $L + D$) deben tener valores únicos. De esta manera, si un líquido saturado F_s con composición x_f , es alimentado a una columna de destilación que tiene N etapas ideales y opera a estado estacionario con un reflujo L , y un vapor sobrecalentado V_s , entonces, de la columna se obtienen dos productos, D_s y B_s , con las composiciones x_D y x_B , respectivamente. Desafortunadamente, no siempre las columnas de destilación operan en estado estacionario a causa de los disturbios mencionados anteriormente. Por lo tanto, es necesario conocer las variables manipulables para el control de x_D y/o x_B en sus valores a estado estacionario con la presencia de estos disturbios.

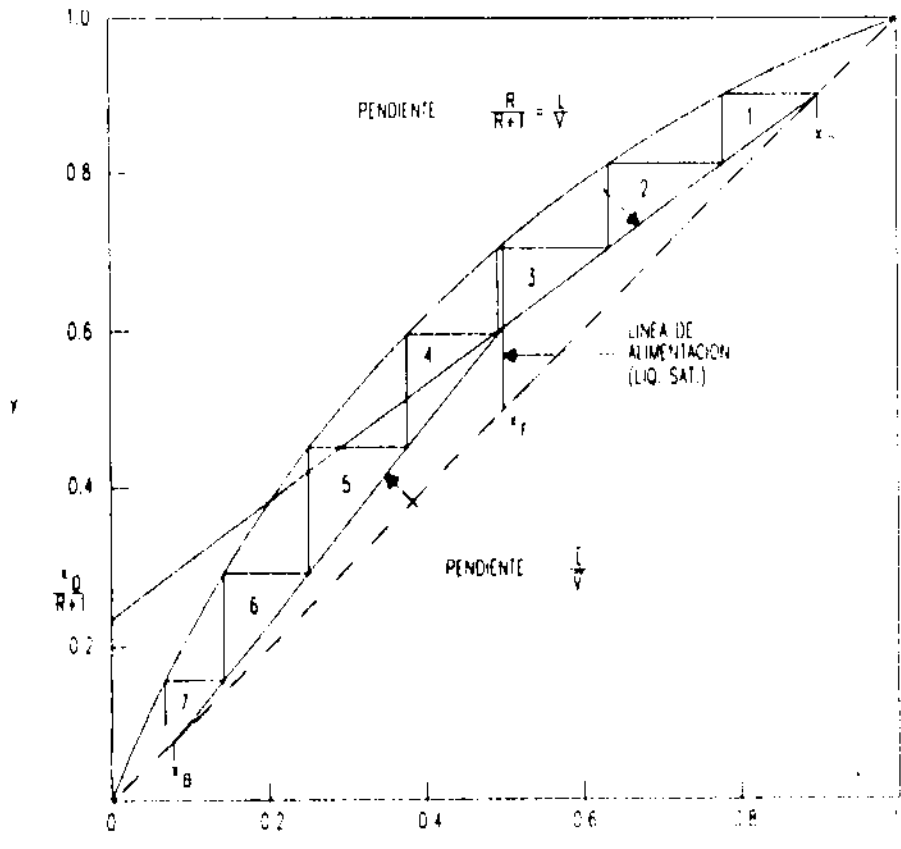


Fig. (3.3).- Diagrama McCabe-Thiele.

Para resolver este problema de control se comenzará examinando la ec. (3.13):

$$\frac{D}{F} = \frac{x_f - x_B}{x_D - x_B} \quad (3.13)$$

Esta ecuación sugiere que para un valor dado de F y x_f , un cambio en D afecta a x_D y/o x_B . Por lo tanto, puede postularse que cuando ocurren cambios en F o x_f , es

posible manipular D para controlar x_D o x_B . Desafortunadamente, no es posible evaluar cuantitativamente los efectos de una D cambiante sobre x_D y/o x_B ya que estas dos últimas son variables desconocidas en la ec. (3.13). Por esta razón se requiere encontrar otra relación. Profundizando en la discusión anterior del diagrama de McCabe-Thiele, puede anticiparse que la segunda relación debe involucrar al vapor o al reflujo con las dos composiciones. Un camino para derivar esta relación puede ser variando D para valores dados de F y x_F y resolver el problema de destilación por cualquier método corto o riguroso y examinar el efecto en x_D y x_B para varios valores del vapor sobrecalentado V (o el reflujo L). Los datos resultantes pueden ser correlacionados y así derivar una relación. Varios investigadores (por ejemplo, Shinsky, 1977; Eduljee, 1975; Jafarey et al. 1979) han seguido el procedimiento descrito y han propuesto relaciones entre V (o L) y x_D , x_B . Una de estas relaciones es (Jafarey & McAvoy, 1980 *):

$$\frac{V}{F} = \frac{(R_m + 1) \frac{D}{F}}{1 - 1.6612 \left[\frac{\ln S}{N + 1} + 1 \right]^{1.643}} \quad (3.15)$$

donde R_m es la relación de reflujo mínimo dado por:

$$R_m = \left(\frac{1}{\alpha - 1} \right) \left(\frac{x_D}{x_F} - \frac{\alpha(1 - x_D)}{1 - x_F} \right) \quad (3.15a)$$

y S es el llamado "factor de separación", el cual se define como:

$$S = \frac{x_D(1 - x_B)}{x_B(1 - x_D)} \quad (3.15b)$$

Las ecs. (3.13) y (3.15) describen completamente el efecto de los cambios en D y/o V (o alternativamente D/F o V/F) sobre x_D y x_B . Para un disturbio dado en F o x_F , estas ecuaciones explican como se puede controlar x_D y/o x_B , tal y como se describe en los siguientes subcapítulos.

3.2.1. CONTROL DE x_D O x_B POR VARIACIONES EN F.

Este es un problema de control de composición simple. Aplica para aquellos casos en los que es suficiente considerar un control estricto de una de las dos composiciones del producto. Es fácil mostrar que x_D se puede mantener en el set-point manipulando D, a la vez que V es constante. Para este caso se retoman las ecs. (3.13) y (3.15) como:

$$\frac{D}{F} = \frac{x_B - x_D}{x_{D1} - x_B} \quad (3.16)$$

* Para una correlación dada, no siempre se obtienen buenos resultados para todos los casos. Es necesario investigar que la correlación elegida es la adecuada para la aplicación correspondiente. (Ref. 5)

y

$$\frac{V_s}{F} = \frac{(R_{m_s} + 1) \left(\frac{x_{D_s} - x_F}{x_{D_s} - x_B} \right)}{1 - 1.6612 \left[\frac{\ln S}{N+1} + 1 \right]^{-0.25}} \quad (3.17)$$

donde

$$R_{m_s} = \left(\frac{1}{\alpha - 1} \right) \left(\frac{x_{D_s}}{x_{F_s}} - \frac{\alpha(1 - x_{D_s})}{1 - x_{F_s}} \right) \quad (3.17a)$$

y

$$S = \frac{x_{D_s}(1 - x_B)}{x_B(1 - x_{D_s})} \quad (3.17b)$$

El subíndice *s* en la ec. (3.17) denota los valores de las variables en estado estacionario. Para un nuevo valor de *F*, la ec. (3.17) da el nuevo valor de *x_B*, el cual, sustituido en la ec. (3.16) proporciona el nuevo valor de *D*, requerido para controlar *x_D* y *x₀*. Ya que esta estrategia de control calcula un valor de *D* para un nuevo valor de *F*, mediante un balance total de materia se obtiene el nuevo valor de *B*.

$$B = F - D \quad (3.18)$$

La ec. (3.18) implica que el nuevo valor de *B* calculado debe satisfacer el balance total de materia y por lo tanto no es un valor ajustado independientemente. Además, si *V* es constante, el reflujo debe satisfacer la siguiente ecuación:

$$V_s - D = L \quad (3.19)$$

El esquema siguiente muestra los efectos deseados por las ecs. (3.18) y (3.19) en dos loops (circuitos o lazos) de nivel, uno para controlar el nivel del líquido en el tanque de reflujo y el otro para controlar el nivel del líquido en la columna. Si *F* se incrementa o decrementa de su valor en estado estacionario, un nuevo valor de *D* resulta, como ya se ha descrito, si además *V* es constante, el nivel en el tanque de reflujo cambia. El controlador de nivel manipula la válvula de reflujo para ajustar el nivel del tanque al set-point, satisfaciendo, en efecto, la ec. (3.19). El nuevo reflujo combinado con la alimentación, como flujos descendentes, al llegar a la parte inferior de la columna provoca cambios en el nivel de la misma, debido a que el vapor sobrecalentado es constante. El controlador de nivel de la columna manipula *B* tanto como sea necesario para ajustar el nivel en el set-point, satisfaciendo, por supuesto, la ec. (3.18). La estrategia de control desarrollada esta ahora completa. La ilustración de este esquema de sistema de control se muestra en la Fig. (3.4). Se considera en esta instancia que la presión en la columna es controlada por otros medios. Los métodos de control de presión en la columna se verán más adelante en este capítulo.

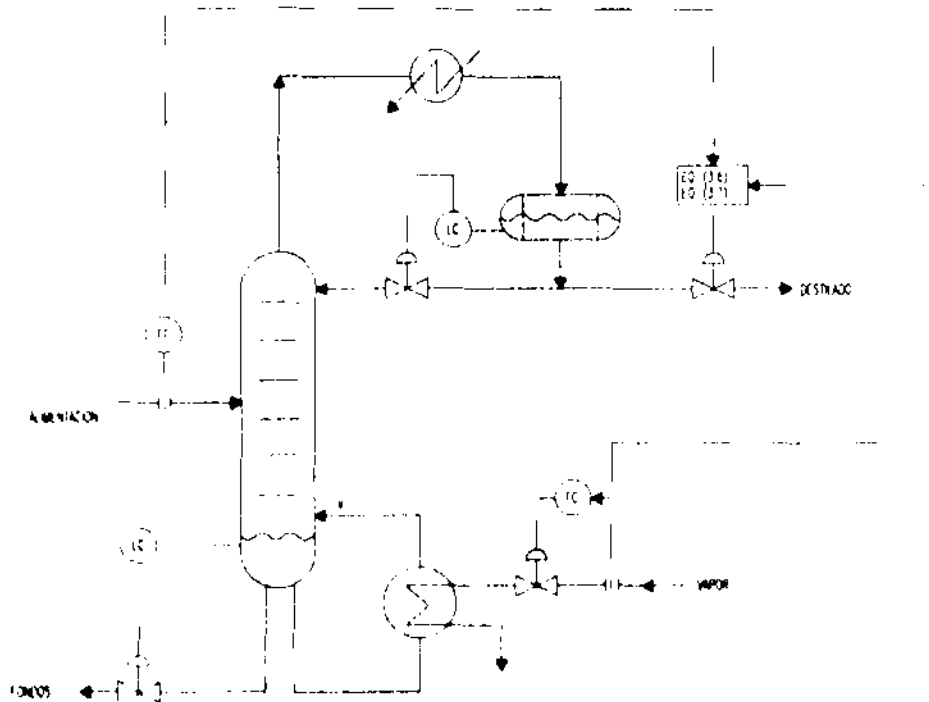


Fig. (3.4).- Estrategia básica de control, - control de x_D por variaciones en F -.

Las estrategias de control pueden ser buenas en teoría, pero quizá no en la práctica (en campo) por las siguientes razones:

- 1.- El cálculo de D esta basado en relaciones a estado estacionario. En campo como F cambia, debe haber una apropiada retención y/o retraso antes de que D sea ajustado a causa de la inercia del proceso. Los cálculos para D no toman en cuenta las posibles retenciones y retrasos.
- 2.- Existe una posibilidad real de que se presenten errores en el modelo. Esto es, el valor calculado de D puede ser un valor incorrecto del valor requerido para controlar x_D en x_{Dm} . Por lo tanto, la variable controlada x_D puede mostrar una desviación del set-point. Además, si en este sistema de control ocurre otro disturbio diferente al del flujo de la alimentación, es decir, un cambio en x_F , entonces x_D no permanecerá en el set-point.

Por estas razones un sistema de control feedback (retroalimentación), como el que se muestra en la Fig. (3.5), se preferiría. Notar que los principios fundamentales son los mismos. Ya que para cambios en F se sabe que existen valores únicos de D que permiten a x_D no ser afectado, un controlador automático cuya entrada de medición sea x_D debe ser capaz de encontrar este valor único de D . Mientras exista un error entre el

valor deseado y el actual de x_D , el controlador debe continuar ajustando la posición de la válvula de control. Cuando x_D iguala a x_{Dc} , la salida del controlador cesa el cambio y el nuevo valor de D es encontrado.

La estrategia para controlar x_B ante la presencia de disturbios en F se desarrolla mediante razonamientos similares a los realizados para x_D , en este caso se usan las ecs. (3.14) y (3.17). Para el valor controlado de x_D , esto es x_{Dc} , la ec. (3.17) da el nuevo valor de x_D , el cual, cuando se usa en la ec. (3.14), se obtiene el valor de B requerido para el control de x_B en x_{Bc} . Los detalles son análogos al control de x_D . El sistema resultante se muestra en la Fig. (3.6a).

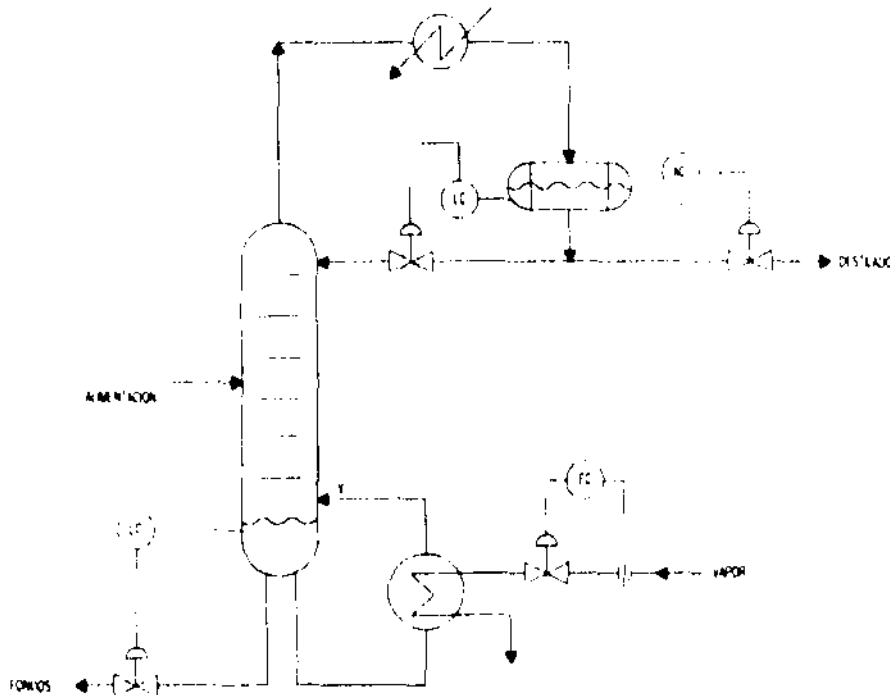


Fig. (3.5).- Control feedback (retroalimentado) de x_D

3.2.2. CONTROL DE x_D O x_B POR VARIACIONES EN x_F .

El sistema de control desarrollado en la última sección para controlar x_D (o x_B) para variaciones en F, también es capaz de manejar variaciones en x_F o, de otro modo, el control feedback tiene la capacidad de mantener la composición en el set-point para ambos tipos de disturbios. Para mostrar que el mismo sistema de control es útil para cambios en x_F , se consideran las siguientes ecuaciones gobernantes para el control de x_D :

$$\frac{D}{F_s} = \frac{x_F - x_B}{x_{Dc} - x_B} \quad (3.20)$$

y

$$\frac{V_1}{F} = \frac{(R_m + 1) \left(\frac{x_F - x_B}{x_{D_1} - x_B} \right)}{1 - 1.6612 \left[\frac{\ln S}{N + 1} + 1 \right]^{-1.6612}} \quad (3.21)$$

donde

$$R_m = \left(\frac{1}{\alpha - 1} \right) \left(\frac{x_{1N}}{x_F} - \frac{\alpha(1 - x_{1N})}{1 - x_F} \right) \quad (3.21a)$$

y

$$S = \frac{x_{D_1}(1 - x_B)}{x_B(1 - x_{1N})} \quad (3.21b)$$

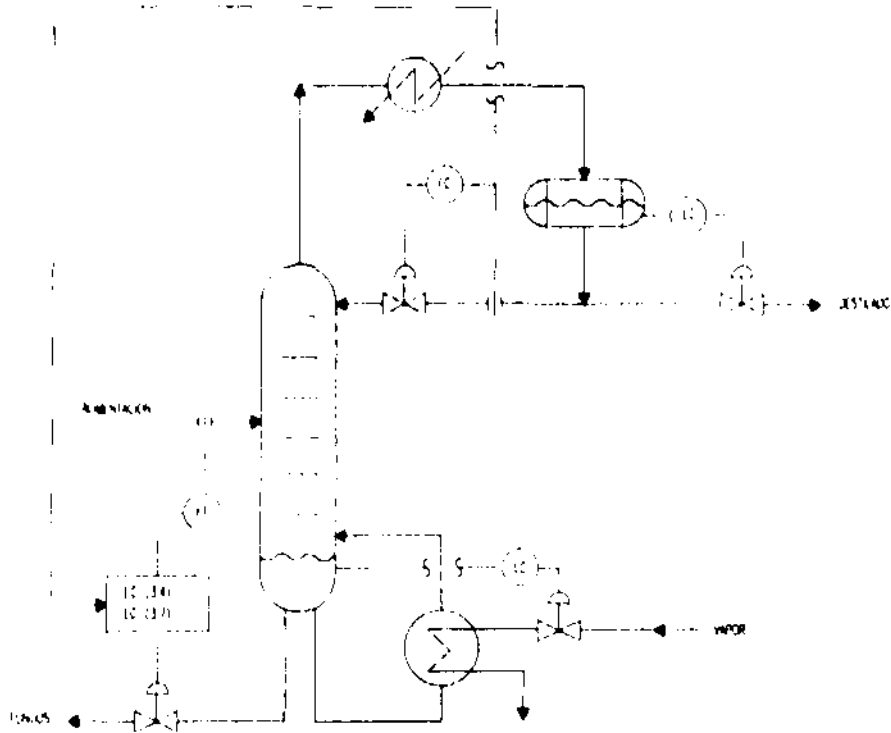


Fig. (3.6a).- Estrategia básica de control, - control de x_{D_1} por variaciones en F -.

Para valores controlados de x_{D_1} , es decir $x_{D_1}^{set}$, el valor requerido de D y el valor resultante de x_B pueden obtenerse resolviendo las ecs. (3.20) y (3.21). De esta manera, la estrategia de control propuesta para el control de x_{D_1} con variaciones en F puede funcionar también para variaciones en x_F . Un razonamiento similar conduce a una estrategia como en la Fig. (3.6a/b) para el control de x_B con la presencia de variaciones en x_F .

3.2.3. CONTROL DE x_D Y x_B POR VARIACIONES EN F.

Este es un problema de control de composición dual. Para este caso las ecuaciones gobernantes son:

$$\frac{D}{F} = \frac{x_{F_1} - x_{B_1}}{x_{D_1} - x_{B_1}} \quad (3.22)$$

y

$$\frac{V}{F} = \frac{(R_{m_2} + 1) \left(\frac{x_{F_1} - x_{B_1}}{x_{D_1} - x_{B_1}} \right)}{1 - 1.6612 \left[\frac{\ln S_0 + 1}{N + 1} - 0.25 \right]^{1.7643}} \quad (3.23)$$

donde

$$R_{m_2} = \left(\frac{1}{\alpha - 1} \right) \left(\frac{x_{D_2} - \alpha(1 - x_{D_2})}{x_{F_2} - \alpha(1 - x_{F_2})} \right) \quad (3.23a)$$

y

$$S_0 = \frac{x_{D_2}(1 - x_{B_2})}{x_{B_2}(1 - x_{D_2})} \quad (3.23b)$$

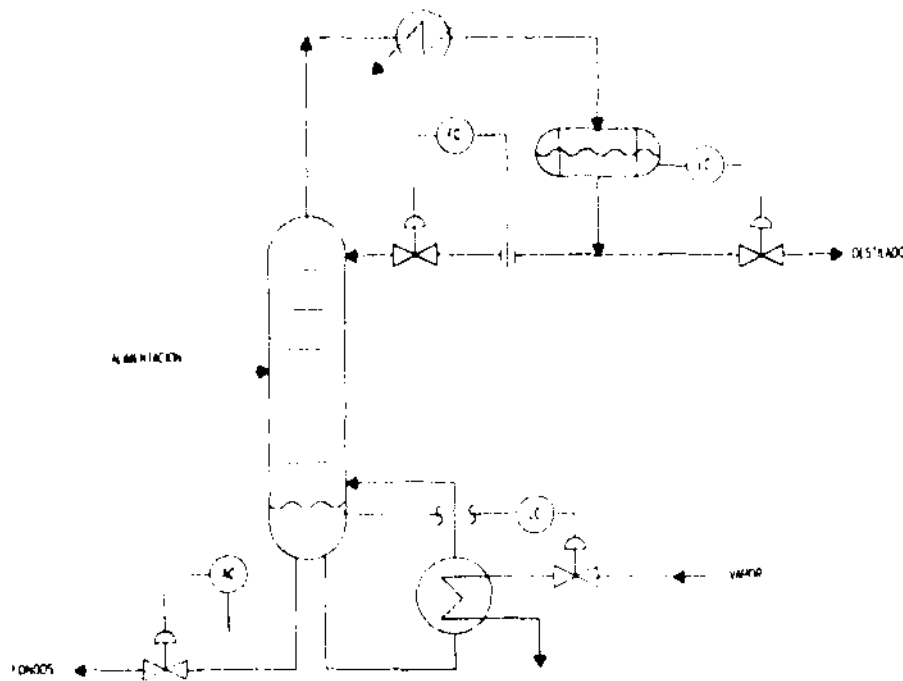


Fig. (3.6b).- Sistema feedback (retroalimentado) para el control de x_D

El término del lado derecho de la ec. (3.22) debe ser constante. Por lo tanto, para una variación en F, D debe tomar un valor apropiado de manera que la relación D/F sea constante. Además, R_m y S son constantes. Entonces, de la ec. (3.13) se observa que la relación V/F también es constante. La estrategia de control de composición dual se muestra en la Fig. (3.7a). Por las razones citadas anteriormente, una estrategia o configuración feedback es preferible, ésta se muestra en la Fig. (3.7b).

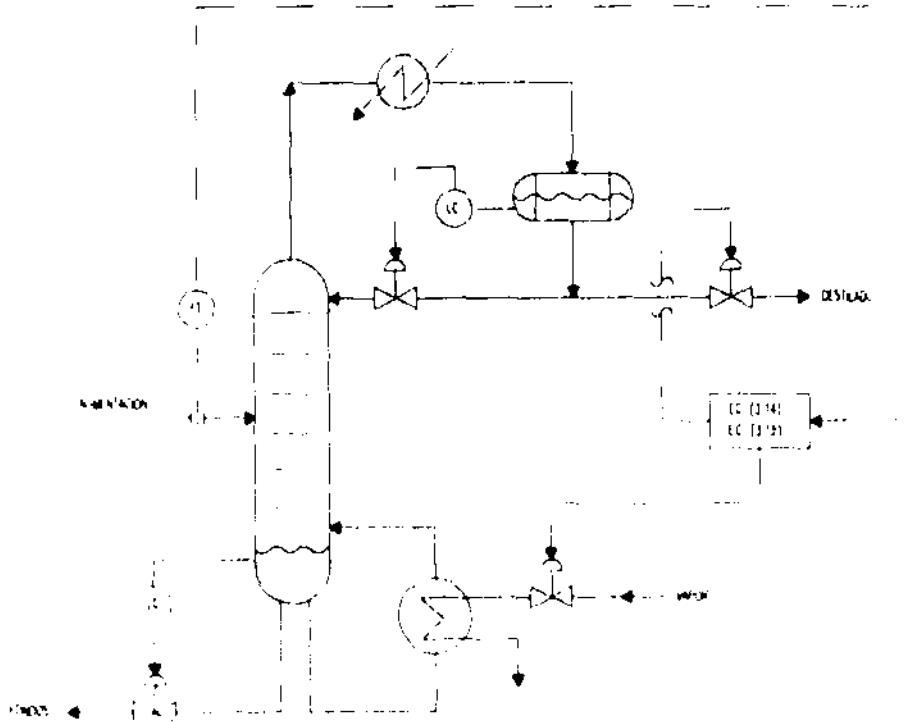


Fig. (3.7a).- Estrategia básica de control para el control de composición dual.

Debe quedar claro que un control de composición dual también puede llevarse a cabo manipulando B/F y R/F constante, los detalles en el desarrollo de la estrategia de control para este caso son análogos al anteriormente descrito para D/F y V/F.

3.2.4. CONTROL DE x_D Y x_B POR VARIACIONES EN x_F .

Las ecuaciones relevantes en este caso son:

$$\frac{D}{F} = \frac{x_F - x_{B_1}}{x_{D_1} - x_{B_1}} \quad (3.24)$$

y

$$\frac{V}{F_s} = \frac{(R_m + 1) \left(\frac{x_F - x_{B1}}{x_{D1} - x_{B1}} \right)}{1 - 1.6612 \left[\frac{\ln S_o + 1}{N + 1} - 0.25 \right]^{1.7643}} \quad (3.25)$$

donde

$$R_m = \left(\frac{1}{\alpha - 1} \right) \left(\frac{x_{D1}}{x_F} - \frac{\alpha(1 - x_{D1})}{1 - x_F} \right) \quad (3.25a)$$

y

$$S_o = \frac{x_{D1}(1 - x_{B1})}{x_{B1}(1 - x_{D1})} \quad (3.25b)$$

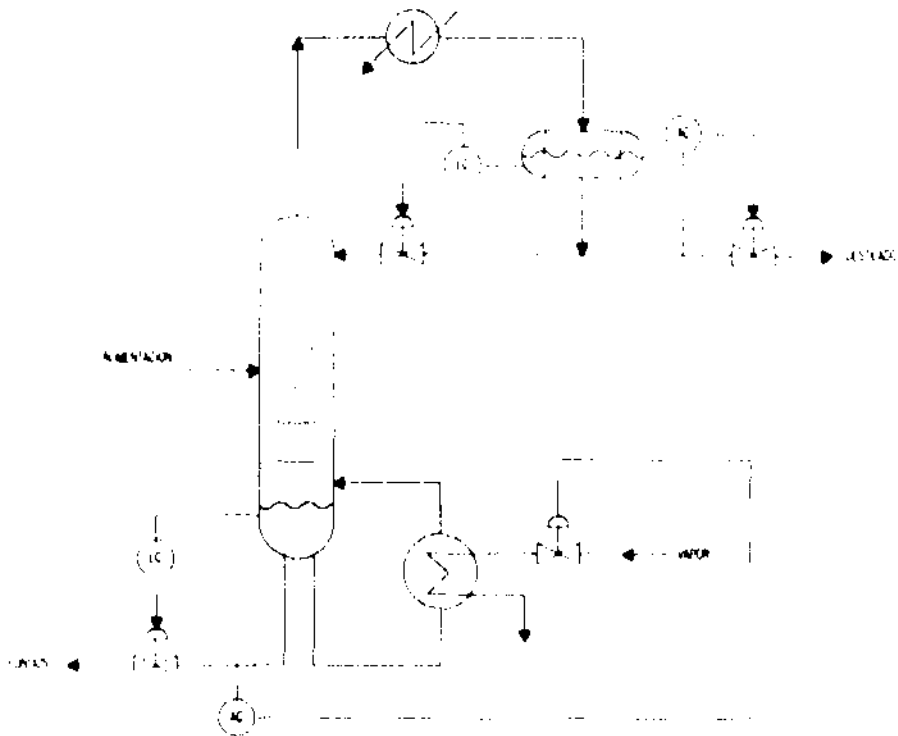


Fig. (3.7b).- Sistema de control feedback (retroalimentado) para el control de composición dual

Para el nuevo valor de x_F , la ec. (3.24) da el valor requerido de D/F_s , el cual, sustituido en la ec. (3.25), proporciona el valor requerido de V/F_s para el control de composición dual de x_D y x_B . S debe permanecer constante. Ya que esta estrategia

también requiere que D y V sean manipuladas, el esquema de control de composición dual mostrado en la Fig. (3.7) también aplica en este caso. La diferencia es, por supuesto, que para variaciones en F, los controladores deben mantener D/F y V/F constante, pero para variaciones en x_r , estos controladores deben ajustar D/F y V/F para mantener las composiciones en el set-point. Alternativamente pueden ajustarse B/F y R/F para el control de la composición de los dos productos para variaciones en x_r .

3.3.- CLASIFICACION DE LOS ESQUEMAS DE CONTROL PARA LA DESTILACION.

Es importante conocer cómo y porqué ciertas corrientes de flujo deben ser manipuladas para el control de las composiciones de los productos. Sin embargo, no se ha establecido que los esquemas de control propuestos sean únicos para todas las aplicaciones. Aún con la consideración de que la presión es constante, existen 4 variables controladas (x_D , x_B , h_D , h_B , donde h_D y h_B denotan el nivel de líquido en el tanque de reflujo y en la base de la columna, respectivamente) y 4 variables manipulables (L_{N+1} , D, B, V_B), entonces hay 41 o 24 combinaciones, entre estas variables controladas y manipulables. Como se mencionó anteriormente en este capítulo, en un control de composición dual son usadas las 4 variables manipulables, mientras que en un control de composición simple sólo se utilizan 3 variables manipulables.

En control D y B son llamadas corrientes de balance de materia, en tanto que, L_{N+1} y V_B son llamadas corrientes de balance de energía. Un esquema de control de destilación que utiliza cualquier corriente entre D o B para el control de composición se denomina esquema de control de balance de materia y uno que usa L_{N+1} o V_B es llamado un esquema de control de balance de energía. Los esquemas en los cuales D y B controlan el nivel del líquido en el tanque de reflujo y en la base de la columna, caen dentro de la categoría de esquemas de control de balance de materia indirecto, mientras que los otros han sido etiquetados como esquemas mixtos de control.

Las filosofías de control son básicamente dos:

- 1.- Control de balance de energía o control indirecto de balance de materia.
- 2.- Control directo de balance de material.

3.3.1. CONTROL DE BALANCE DE ENERGIA.

La Fig. (3.7c) muestra la instrumentación típica en donde la temperatura es la variable de control para mantener la separación deseada; el control se logra de la siguiente forma:

- 1.- El controlador de temperatura ajusta el reflujo de la torre de destilación por medio de la válvula de temperatura.
- 2.- La válvula de control de destilado es manipulada por el controlador de nivel del condensador de la torre.
- 3.- El flujo de vapor al reboiler se mantiene constante por medio del controlador de flujo.

- 4.- La válvula de control de los productos del fondo es manipulada por el control de nivel de la columna.
- 5.- El flujo de alimentación a la torre se mantiene constante por medio de un controlador de flujo.
- 6.- La presión de la columna se mantiene constante por medio de un controlador de presión conectado a la válvula de salida de agua del condensador.

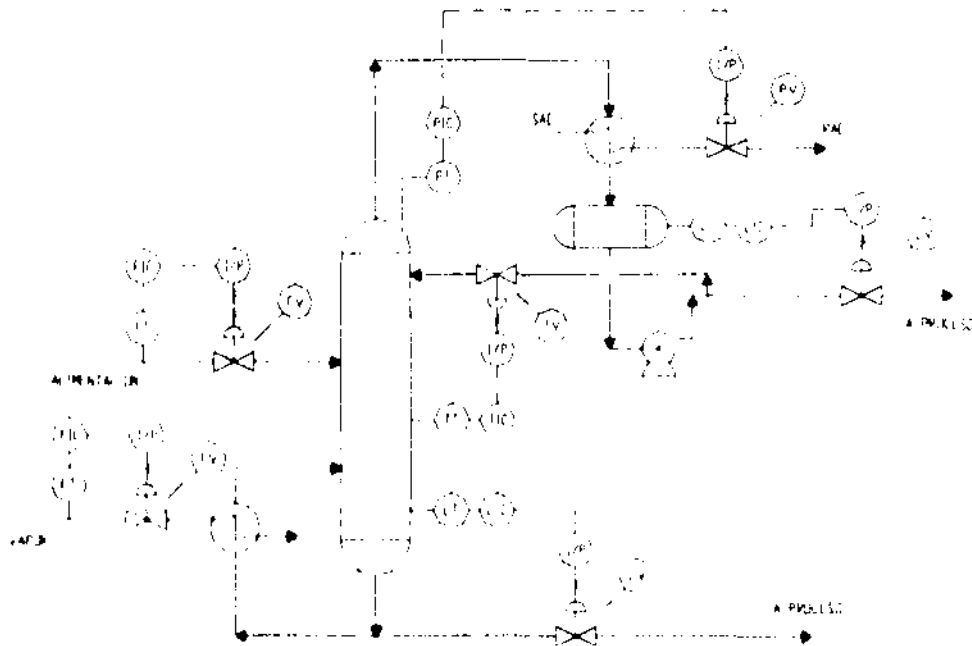


Fig. (3.7c).- Instrumentación típica de una torre de destilación. Control del balance de energía

La Fig. (3.7d) muestra otro sistema de control de balance de energía, en donde:

- 1.- El controlador de temperatura y el flujo de vapor al reboiler se encuentran conectados en cascada (se llama así al control simultáneo de dos variables, lo cual se verá en un capítulo posterior). El punto de ajuste del controlador de flujo es fijado en forma remota por la salida del controlador de temperatura.
- 2.- La válvula de control de destilado es manipulada por el control de nivel del condensador de la torre.
- 3.- El reflujo se mantiene por medio de un controlador de flujo.
- 4.- La válvula de control de los productos de fondo es manipulada por el control de nivel de la columna.

- 5.- El flujo de alimentación a la columna se mantiene por medio de un controlador de flujo.
- 6.- La presión se mantiene constante.

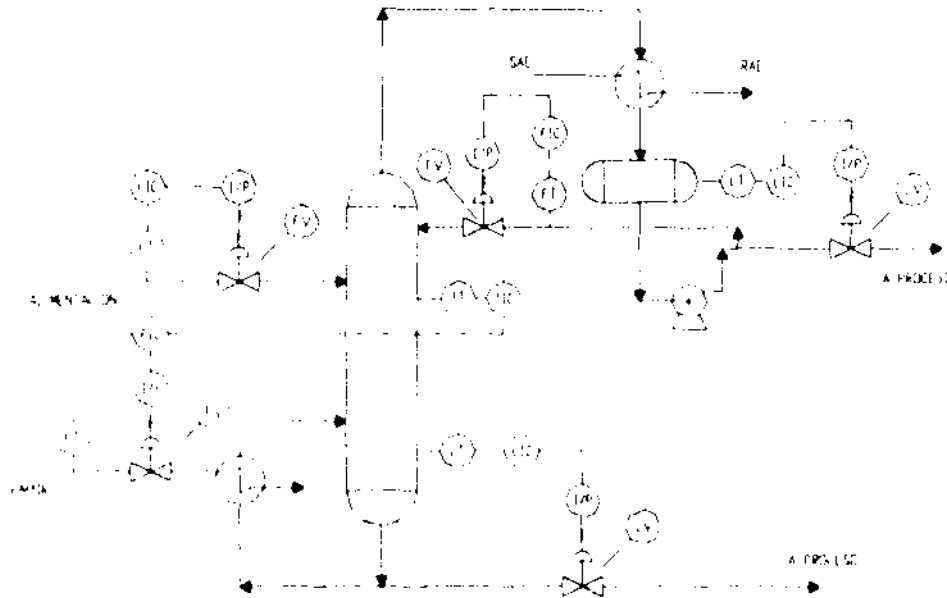


Fig. (3.7d).- Instrumentación típica de una torre de destilación. Control en cascada del balance de energía

3.3.2. CONTROL DE BALANCE DE MATERIA

En estos sistemas de control se regula el flujo de algún producto saliendo de la columna, esto es para controlar la calidad del producto. Las corrientes de flujo que pueden ser manipuladas son:

- 1.- Destilado.
- 2.- Productos de fondos.
- 3.- Alguna salida lateral.

La Fig. (3.7e) muestra la instrumentación típica donde se aplica el concepto de control directo del balance de materia, en donde:

- 1.- El controlador de temperatura en la torre manipula la válvula de los productos de fondo.
- 2.- El flujo de vapor al reboller y el controlador de nivel de la columna están conectados en cascada. El ajuste del controlador de flujo es fijado en forma remota por el control de nivel de la columna.

- 3.- La válvula de control del destilado es manipulada por el control de nivel del condensador en la torre.
- 4.- El reflujo se mantiene por medio de un controlador de reflujo.
- 5.- El flujo de alimentación a la torre se mantiene por medio de un controlador de flujo.
- 6.- La presión de la columna se mantiene constante.

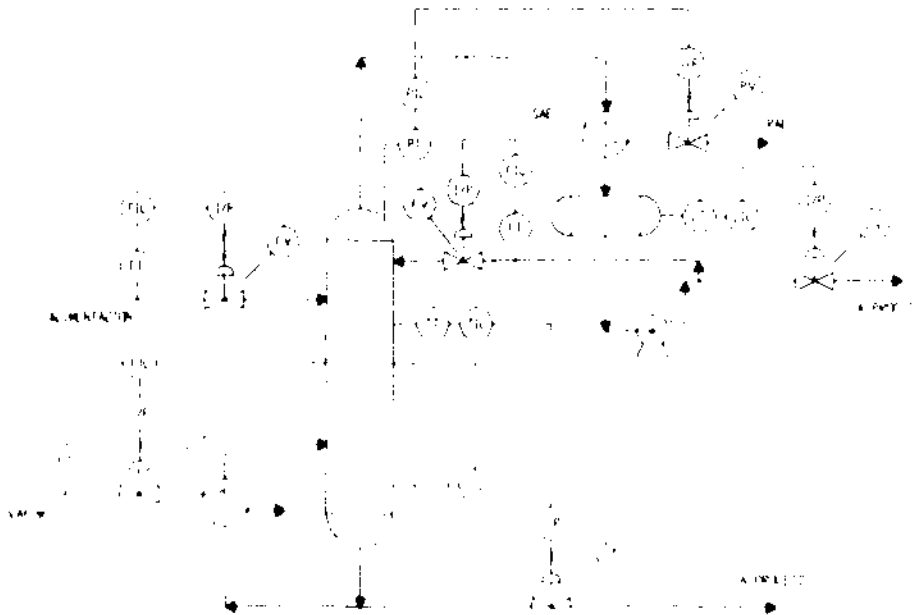


Fig. (3.7e).- Instrumentación típica de una torre de destilación. Control directo del balance de materia

3.4.- SELECCION DE LA MEDICION DE LA TEMPERATURA PARA DEDUCIR LA COMPOSICION.

Los objetivos típicos de producción requieren la entrega de productos que tengan composiciones con ciertas especificaciones. Idealmente se deben medir y controlar las composiciones para satisfacer estos objetivos. Las composiciones son medidas mediante cromatógrafos. Estos instrumentos tienen capacidad para medir más de una concentración y, por lo tanto, son muy utilizados en separaciones multicomponentes. Sin embargo, la cromatografía sufre de algunos problemas que deben considerarse.

- 1.- Los cromatógrafos tienden a ser caros. En algunas aplicaciones su mantenimiento resulta difícil.
- 2.- Tienen mecanismos de muestreo de datos y, por consecuencia, provee resultados en intervalos de tiempo definidos. El tiempo muerto introducido por estos equipos (entre

1 y 6 minutos, o más) es en ocasiones tan considerable que afecta el control en algunos casos.

Por estas razones, algunas veces los analizadores de composición no son preferidos. En cambio, una variable inferencial (deductiva), tal como la temperatura, es ampliamente usada en las aplicaciones de control de destilación. La temperatura, por supuesto, es fácilmente medible y los mecanismos que la miden (como termopares, RTD, etc.) proveen una señal continua para el control.

En un sistema binario la temperatura es indicativa de composición si la presión es constante. Esto se puede demostrar fácilmente si se considera una mezcla ideal líquido-vapor para la cual la ley de Raoult establece:

$$\begin{aligned} p_A &= P^{\circ}_A x_A \\ p_B &= P^{\circ}_B x_B \end{aligned} \quad (3.26)$$

donde

p = Presión parcial
 P° = Presión de vapor
 x = Fracción mol en el líquido

También por la ley de las presiones parciales

$$\frac{p_A}{P_t} = y_A \quad y \quad y_B = \frac{p_B}{P_t} \quad (3.27)$$

donde

P_t = Presión total
 y = Fracción mol en el vapor

además,

$$x_A + x_B = 1 \quad (3.28)$$

$$y_A + y_B = 1 \quad (3.29)$$

ahora:

$$p_A + p_B = P_t \quad (3.30)$$

Sustituyendo la ec. (3.26) en la ec. (3.30) se tiene:

$$P^{\circ}_A x_A + P^{\circ}_B (1 - x_A) = P_t \quad (3.31)$$

lo cual da

$$x_A = \frac{P_t - P^{\circ}_B}{P^{\circ}_A - P^{\circ}_B} \quad (3.32)$$

En la ec. (3.32) las presiones de vapor de A o B son función únicamente de la temperatura. Entonces se puede establecer que:

$$x_A = f(T, P_i) \quad (3.33)$$

y si P_i es constante, entonces:

$$x_A = f(T), \text{ solamente} \quad (3.34)$$

Para sistemas que se desvían de la idealidad, la ec. (3.21) no se puede usar. Sin embargo, tanto como se desea proceder con un sistema binario, únicamente la temperatura determina las composiciones. En sistemas multicomponentes la temperatura no es la única que determina la concentración de cualquier componente, aún si la presión es constante. Pero en muchas separaciones multicomponentes, el sistema alrededor de ambos extremos de la columna puede considerarse substancialmente binario y esto permite el uso de la temperatura para deducir la composición del componente principal.

3.5.- MEDICION DE LA TEMPERATURA COMPENSADA POR PRESION.

En aplicaciones prácticas ocurren ciertas variaciones de presión aún si la columna está bajo control de esta variable. Por lo tanto, es deseable compensar la señal de temperatura por presión como se describe a continuación.

Como se mencionó anteriormente:

$$x = f(P, T) \quad (3.35)$$

por lo tanto

$$\Delta x = \left. \frac{\delta x}{\delta P} \right|_T \Delta P + \left. \frac{\delta x}{\delta T} \right|_P \Delta T \quad (3.36)$$

Las derivadas parciales pueden evaluarse en condiciones de operación en estado estacionario de los datos de equilibrio líquido-vapor. Así pueden medirse la presión y la temperatura y generar una señal compuesta, como se muestra en la Fig. (3.8).

Entonces:

$$\Delta T^{PC} = K_1 \Delta P - K_2 \Delta T = f(x) \text{ solamente} \quad (3.37)$$

donde

ΔT^{PC} = Señal de temperatura compensada por presión.

$\Delta P, \Delta T$ = Cambios medidos en la presión y la temperatura.

K_1 = Constante, $\left. \frac{\delta x}{\delta P} \right|_T$

K_2 = Constante, $-\left. \frac{\delta x}{\delta T} \right|_P$

Otra dificultad en el uso de la temperatura para deducir la composición es que la ocurrencia de variaciones en las concentraciones del resto de los componentes, es decir, los componentes adicionales al componente principal, causan errores y la sensibilidad de las mediciones de temperatura puede disminuir en algunas aplicaciones (Shinsky, 1979, Ref.: 29). Por ejemplo, en la destilación del isobutano de n-butano, el punto de ebullición entre los componentes puros es de solamente 23 °F a 60 psig. Una variación del 1% mol de isobutano en el n-butano del producto de fondos, provoca un cambio en el punto de burbuja de 0.25 °F. Podría pensarse que un equipo de medición de mayor sensibilidad debe resolver el problema. Sin embargo, este no es el caso. La misma variación de 0.25 °F puede ser causada por una variación en la presión de únicamente 0.25 psi o por un cambio en la concentración de un componente diferente al principal, isopentano, de tan sólo 0.6% mol.

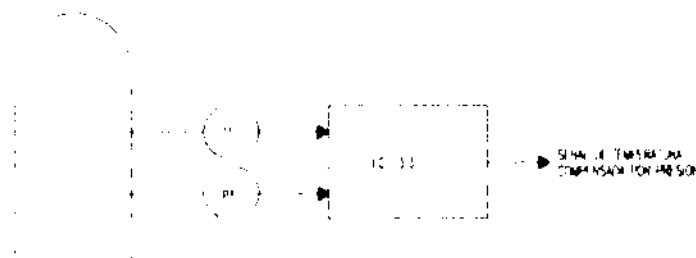


Fig. (3.8).- Medición de temperatura compensada por presión.

A pesar de estos problemas, la señal de temperatura es muy utilizada en la deducción de las composiciones y, cuidadosamente aplicada, sirve como una buena señal de control en operaciones de destilación.

3.6.- UBICACION DEL SENSOR DE TEMPERATURA.

Varios factores se deben considerar para la ubicación del sensor de temperatura:

- 1.- La sensibilidad del sensor por cambios en la variable manipulable.
- 2.- Errores entre la composición del producto y la composición en la etapa de control donde esté localizado el sensor de temperatura.
- 3.- La velocidad de respuesta de la señal de salida del sensor por cambios en la variable manipulable.
- 4.- Pueden ocurrir algunos tipos de disturbios en la alimentación.
- 5.- Posible incertidumbre en la medición de la temperatura.

A continuación se presenta una sugerencia para la ubicación del sensor, el primer paso es resolver el problema de destilación, probablemente en una computadora digital, y determinar el perfil de temperatura de la columna en condiciones de operación a estado estacionario. A continuación se procede a realizar pequeños cambios positivos y negativos en la variable manipulable (la cual debe controlar la temperatura) y el programa es nuevamente ejecutado.

Los resultados para un problema de separación benceno-tolueno presentado por Thurston, 1981 (Ref.: 17), se ilustran en la Fig. (3.9). En este caso la variable manipulable es D y se desea mantener x_D lo más cercano posible al set-point para ubicar el sensor de temperatura en una etapa conveniente. La Fig. (3.9) muestra que el sensor no debe ser localizado por debajo de la etapa 14 y entonces la etapa 17 provee la máxima sensibilidad para los propósitos de control. Thurston sugiere un rango de 0.1-0.5 °C / por ciento para la sensibilidad de la etapa de control. También señala lo conveniente de seleccionar una etapa en donde ocurran cambios de temperatura casi iguales cuando se manifiestan cambios positivos y negativos en la variable manipulable.

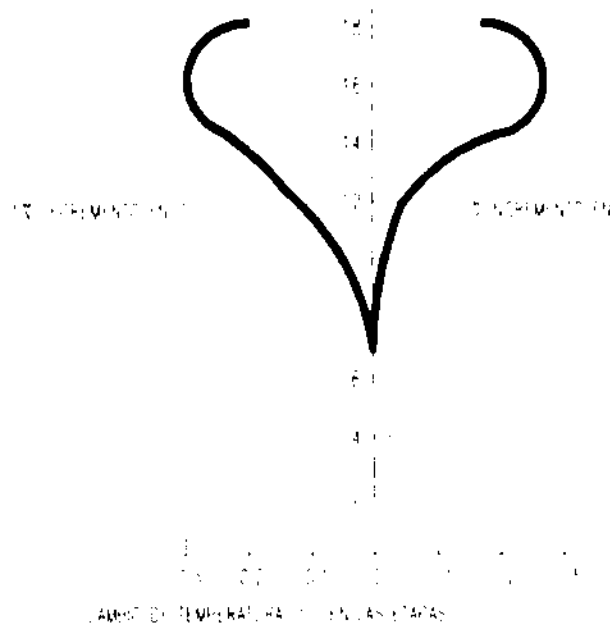


Fig. (3.9)- Cambios en el perfil de temperatura conforme el flujo de destilado varía

Para la columna de benceno-tolueno, Thurston también examinó el efecto de la ubicación de la etapa de control sobre el error en la composición del producto ($x_D - x_{D,0}$). Igualmente, el objetivo real de control es la composición del destilado x_D y no la composición del líquido en la etapa de control, el error en la composición en la etapa seleccionada debe ser lo más pequeño posible. Los resultados de Thurston que se muestran en la Fig. (3.10) relacionan la localización de la etapa de control con el error de la composición resultante de un cambio en la composición de la alimentación e incluye el efecto de incertidumbre en la medición de temperatura. El mínimo error en la composición ocurre cuando se establece el control en la etapa 16. Si un perfecto sensor de composición se tiene disponible, el análisis muestra un error mínimo cuando la etapa 18 es seleccionada para el control.

Finalmente es necesario considerar los disturbios que pueden ocurrir en la alimentación. Harriot, 1965 (Ref.: 23) mostró que el sensor para el control de la composición debe localizarse cerca de la parte superior de la columna (para el control de x_D) siempre que ocurran cambios en la composición de la alimentación en un período igual o mayor que la constante de tiempo de la columna. Sin embargo, si la composición de la alimentación cambia más frecuentemente, un sensor localizado en las proximidades de la etapa de alimentación puede proveer mejores resultados.

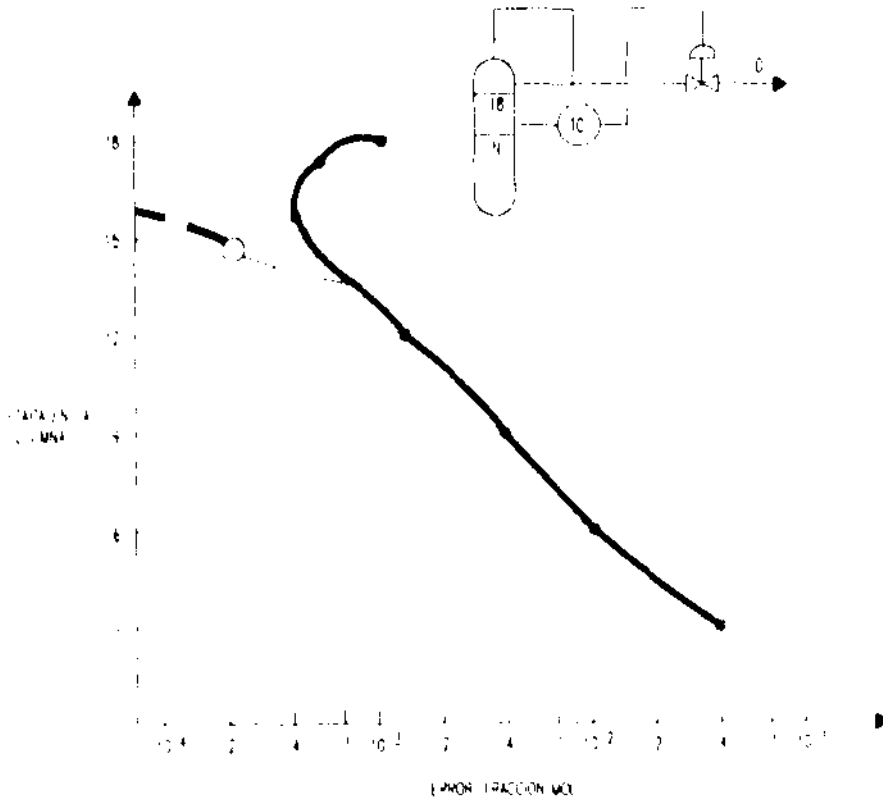


Fig. (3.10).- Error en fracción mol de la composición del destilado en el control de la temperatura en la etapa n de una columna de destilación benceno-tolueno.

3.7.- METODOS DE CONTROL DE PRESION.

En discusiones previas se ha indicado que la presión puede controlarse por diversos métodos. En esa sección se considerarán métodos de control de presión. Existen aparentemente un gran número de métodos, pero se considerarán sólo los arreglos más comúnmente usados para el control.

Como se mencionó anteriormente, siempre que un sensor de temperatura es usado para deducir la composición, el valor es correcto únicamente si la presión es constante. Además, cambios en la presión afectan las características del equilibrio vapor-liquido y, por consecuencia, la capacidad de separación de la columna. Por consiguiente, es importante mantener la presión de la columna constante.

Las tres localizaciones más comunes para el sensor de presión se muestran en la Fig. (3.11) (Nisenfeld & Seemann, 1981, Ref.: 26). Ocurren cambios en la presión siempre que hay un desequilibrio entre la velocidad de generación de vapor en el reboiler y la velocidad de condensación de vapor en el condensador. Entonces, el circuito de control debe ajustar la velocidad de adición de calor o la velocidad de calor removido para conseguir un control de la presión. En un circuito de control de presión basado en el calor introducido a la columna probablemente lo más apropiado sea usar P_2T como el sensor y uno que está basado en la cantidad de calor removido pudiera usar P_1T como el punto de medición. Estos dos esquemas manipulan el balance de energía de la columna para el control de la presión. En algunos casos puede utilizarse vapor como un balance de materia de la corriente para el control de la presión.

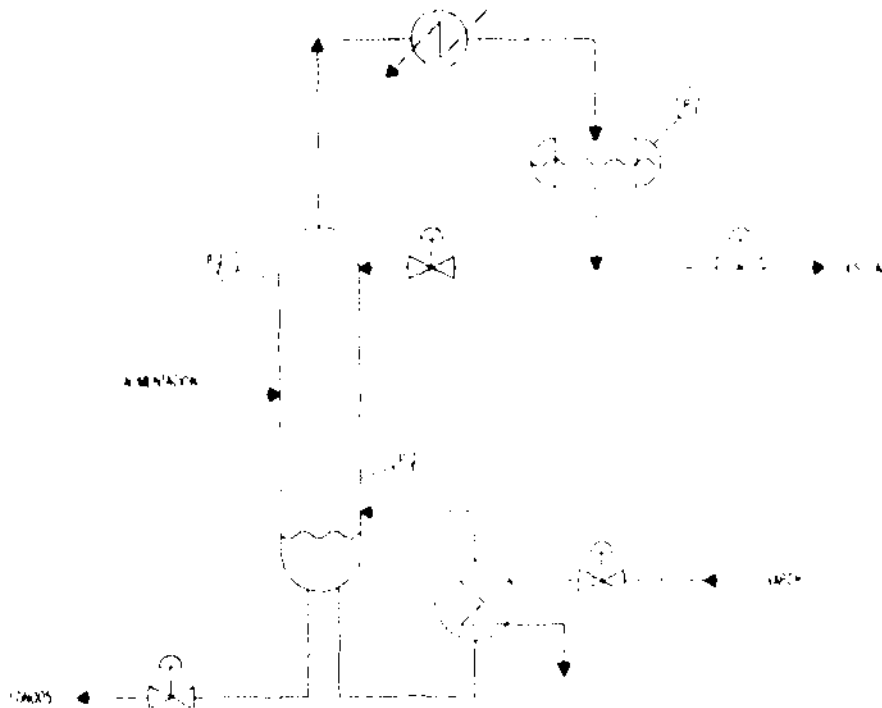


Fig. (3.11).- Puntos estratégicos para la medición de la presión.

Los métodos de control aquí presentados son tres técnicas de las más comúnmente usadas en la industria (Ref.: 7). Estos se muestran en la Fig. (3.12). En el

esquema mostrado en la Fig. (3.12a) el flujo de no condensables es manipulado para el control de la presión. En la Fig. (3.12b) una parte del vapor caliente es desviado (bypass) para controlar la presión. En la Fig. (3.12c) el control de la presión se logra por inundación de los tubos del condensador. En este esquema, cuando aumenta la presión, el flujo de condensado se incrementa, desocupando más tubos y permitiendo mayor condensación en su lugar. Entonces, el balance de presión es restaurado.

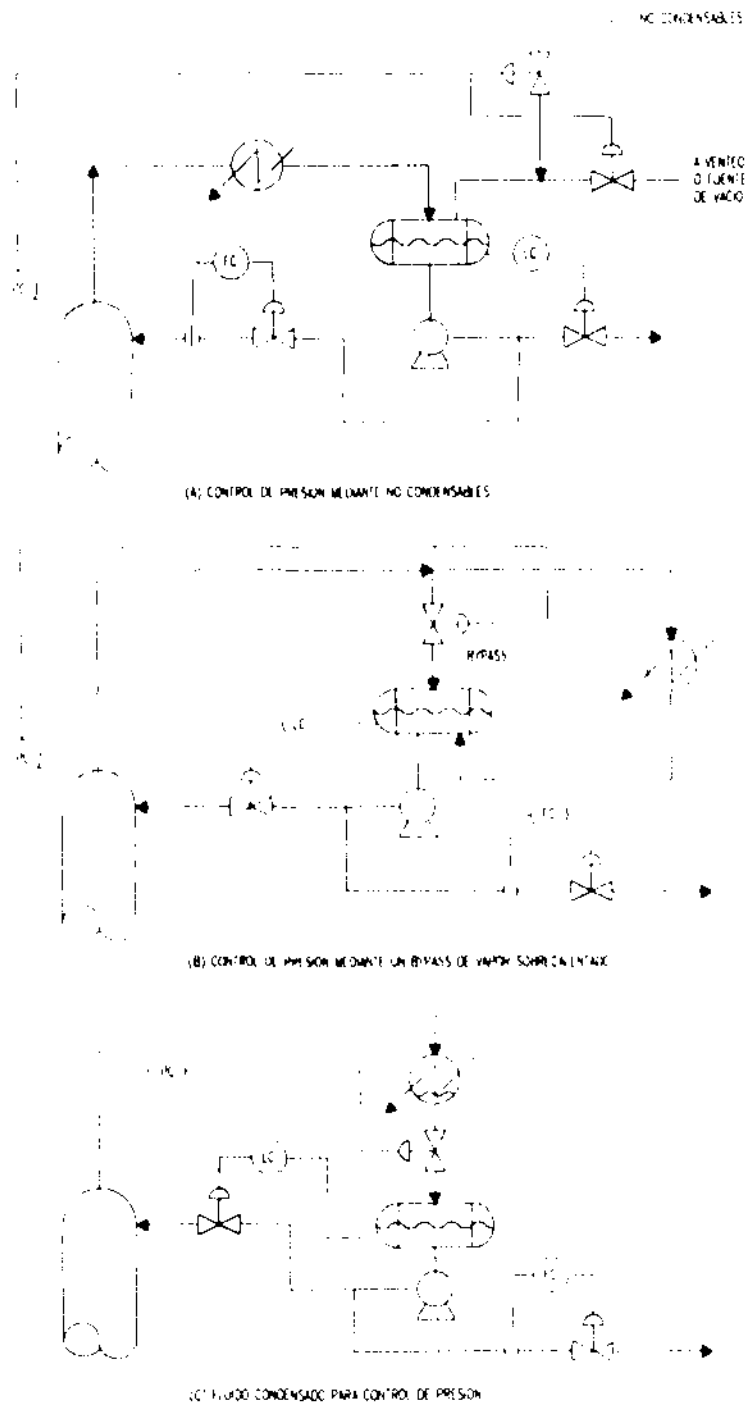


Fig. (3.12).- Métodos de control de la presión.



CAPITULO

4

CONTROL FEED FORWARD

4.- CONTROL FEEDFORWARD.

Se tiene conocimiento de que los sistemas de control feedback pueden ser afectados por un gran número de disturbios, incluyendo la carga de proceso. El objetivo del control feedforward es el de medir los disturbios en las cargas de proceso y tomar acciones correctivas en las variables manipulables para que la variable controlada no se vea afectada. De esta manera, para implementar el control feedforward, se deben medir los disturbios variables.

El control feedforward puede ser implementado con un hardware analógico, pero esta implementación se aplica particularmente a procesos simples con control por computadora. Dicha implementación requiere de un buen modelo del proceso para obtener mejores resultados, aunque también puede aplicarse con un modelo burdo. En los siguientes párrafos se describe el procedimiento de diseño para el control feedforward y se presentan algunos ejemplos que muestran como esta técnica puede ser empleada en las columnas de destilación para el control simple o dual de la composición.

Considerando el diagrama de bloques del sistema de control feedback mostrado en la Fig. (4.1), un disturbio en L trastorna la variable controlada. El dispositivo de medición sensa el trastorno y el controlador feedback ajusta la variable manipulable para que la variable controlada regrese al punto de ajuste (set-point). Es claro que si G_c y G_p contienen tiempo muerto y constantes de tiempo grandes, puede transcurrir un tiempo considerable antes de que la variable controlada pueda regresar al valor del set-point. Se puede conceptualizar el problema matemáticamente examinando la función de transferencia a circuito cerrado del proceso relacionada con cambios en la carga.

$$C(s) = \frac{G_t(s)}{1 + G_c(s)G_p(s)} L(s) \quad (4.1)$$

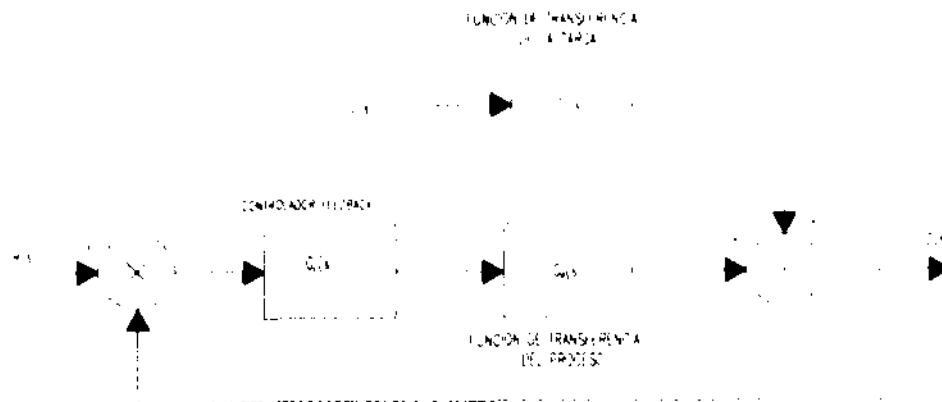


Fig. (4.1).- Sistema de control feedback

Donde $G_p(s)$ comprende la dinámica de la válvula, $G_L(s)$ y $G_p(s)$ comprenden la dinámica del elemento de medición, C y L son las desviaciones. Idealmente C vale cero para L igual a cero. La magnitud de C se reduce para una ganancia grande del controlador para $G_c(s)$. Esta consideración sólo puede hacerse cuando se tienen limitaciones físicas y se considera un sistema estable. De este modo, un disturbio en L trastorna a C significativamente si $G_L(s)$ y $G_p(s)$ contienen elementos con tiempo muerto y atrasos grandes.

El concepto de control feedforward se muestra en la Fig. (4.2). La idea es medir el disturbio en el momento en que ocurra y enviarlo al controlador, el cual ajusta la variable manipulable para que la variable controlada no se vea afectada. La función de transferencia del controlador feedforward se puede obtener de la Fig. (4.2) y de la ecuación asociada:

$$C(s) = [G_c(s) G_p(s) + G_L(s)] L(s) \quad (4.2)$$

Si la cantidad entre los corchetes es igual a cero, entonces C es igual a cero para todas las L . Esto da:

$$G_c(s) = - \frac{G_L(s)}{G_p(s)} \quad (4.3)$$

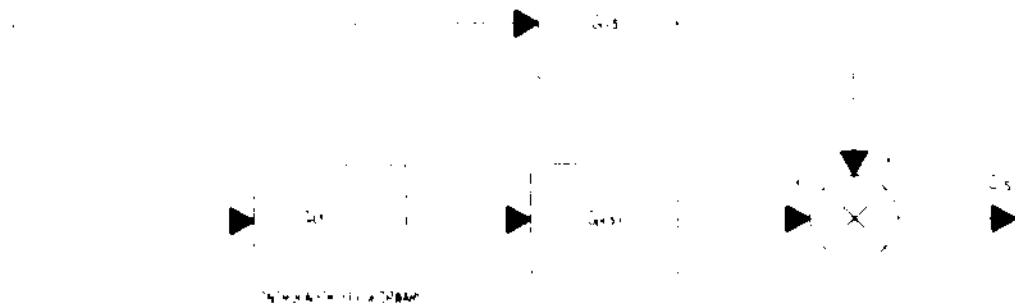


Fig. (4.2).- Estrategia de control feedforward.

En la práctica industrial, el control feedforward rara vez es utilizado por si solo, es más frecuentemente aplicado en combinación con el control feedback debido a las siguientes razones:

- 1.- Los sistemas de control, frecuentemente están sujetos a muchos disturbios. De esta manera, si un sistema de control feedforward está basado en un disturbio en particular y algún otro disturbio ocurre, el sistema de control no es capaz de mantener la variable controlada en el punto de ajuste (set-point).

2.- El diseño del controlador feedforward requiere del conocimiento de la función de transferencia del proceso $G_p(s)$ y de la función de transferencia de la carga, como se indica en la ec. (4.3). Si el modelo es inexacto, como frecuentemente ocurre, el término entre los corchetes de la ec (4.2) no desaparece y la variable controlada muestra una desviación del set-point.

La Fig. (4.3) muestra el diagrama de bloques que representa la combinación de los sistemas de control feedback y feedforward. La función de transferencia a circuito cerrado para el sistema con cambios en la carga es:

$$C(s) = \frac{[G_r(s)G_p(s) + G_L(s)]}{1 + G_L(s)G_L(s)} L(s) \quad (4.4)$$

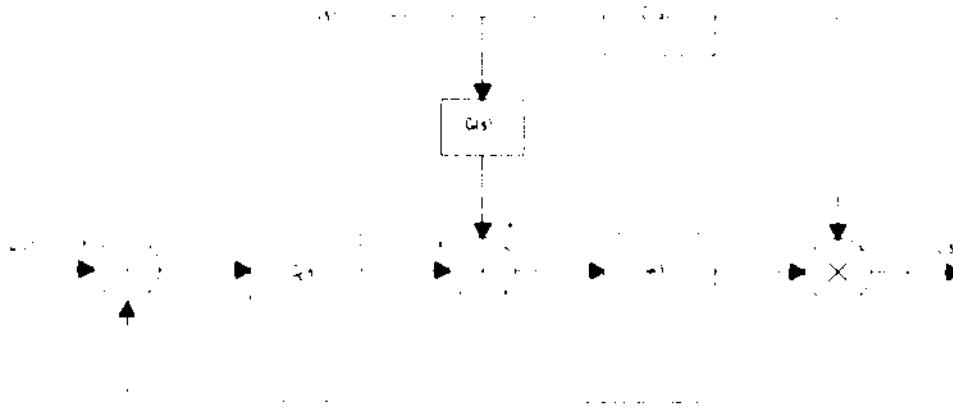


Fig. (4.3).- Combinación de estrategias de control feedback-feedforward.

En este caso, también la cantidad dentro de los corchetes en la ec (4.4) debe desaparecer y, por lo tanto, la función de transferencia para el controlador feedforward está dada por:

$$G_r(s) = -\frac{G_L(s)}{G_p(s)} \quad (4.3)$$

El esquema feedforward protege al sistema contra disturbios en L y el sistema feedback elimina los efectos de errores en el modelado y otras cargas en el proceso. Las funciones de transferencia requeridas para el diseño del controlador feedforward son obtenidas a través de modelos matemáticos dinámicos o a través de pruebas experimentales en la planta. Para el caso más simple en el cual $G_p(s)$ y $G_L(s)$ son descritos por modelos de primer orden con tiempo muerto, la función de transferencia del controlador feedforward está dada por:

$$G_f(s) = - \frac{G_1(s)}{G_p(s)} \quad (4.5)$$

$$= - \frac{K_L (\tau_p s + 1)}{K_P (\tau_I s + 1)} e^{(\theta_d - \theta_I) s}$$

La ec. (4.5.) del controlador feedforward consta de 3 elementos:

- 1.- Una ganancia, $-K_L/K_P$.
- 2.- Un elemento de adelanto-retraso $(\tau_p s + 1)/(\tau_I s + 1)$ donde τ_p es la constante de tiempo de adelanto y τ_I es la constante de tiempo de retraso. Si $\tau_I = 0$, la red adelanto-retraso se reduce a una diferencia δt y, por lo tanto, es físicamente irrealizable. En este caso se debe seleccionar un valor de τ_I muy pequeño, $\tau_I \ll \tau_p$.
- 3.- Un tiempo muerto $\theta_d - \theta_I$, (si $\theta_d < \theta_I$, se toma $\theta_d = \theta_I$).

Si el término dinámico es omitido, la ec. (4.5) nos da una función de transferencia a estado estacionario del controlador feedforward.

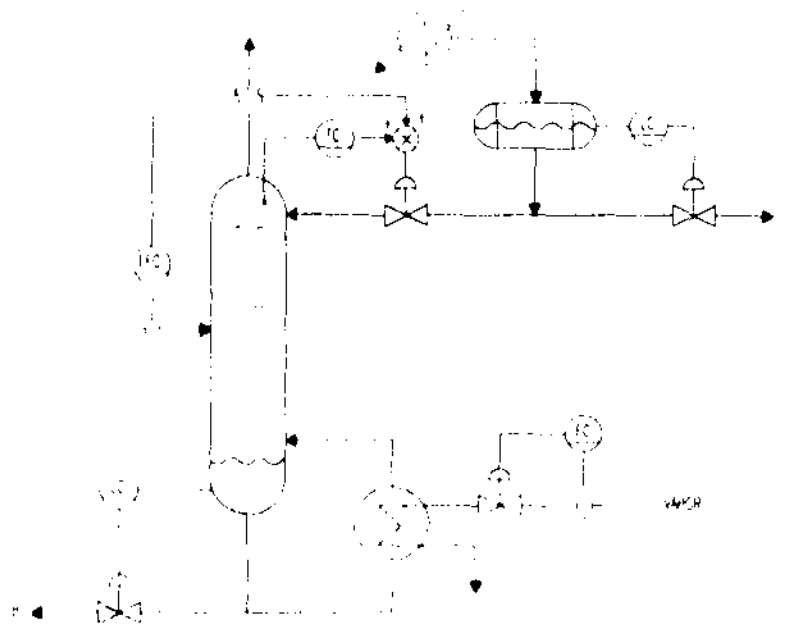
$$G_f = - \frac{K_L}{K_P} = - \frac{\Delta c / \Delta L_{M \text{ constante}}}{\Delta c / \Delta M_{I \text{ constante}}} \quad (4.6)$$

4.1.- CONTROL FEEDFORWARD PARA EL CONTROL SIMPLE DE LA COMPOSICION

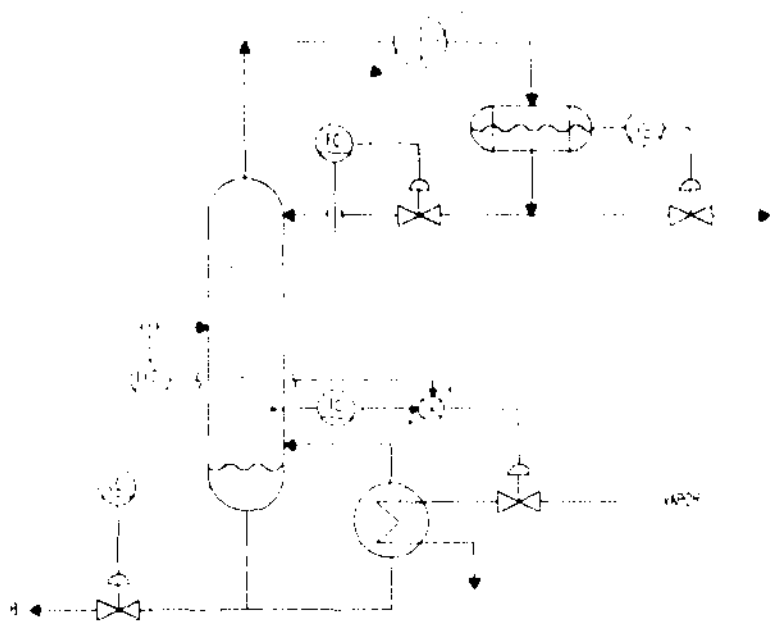
Las cargas típicas para un proceso de destilación son la velocidad del flujo y la composición en la alimentación. El objetivo de la estrategia feedforward para el control simple de la composición es mantener la composición seleccionada en el set-point, aún en presencia de disturbios en el flujo o en la composición de la alimentación. Para el control de la composición en el destilado, la estrategia típica feedforward es ajustar el flujo del destilado o del reflujo. Para el caso en el que se desea el control de la composición del producto de fondos, se requiere la manipulación del flujo del medio de calentamiento o del producto de fondos.

La Fig. (4.4) muestra dos de las posibles combinaciones de los controles feedback/feedforward para el control simple de la composición. La aplicación experimental de la estrategia de control feedforward para el control simple de la composición se describe brevemente en los siguientes párrafos. (Ref.: 5).

En la Fig. (4.5) se observa el esquema de una columna de destilación y el sistema de control feedback/feedforward asociado. La columna es de vidrio con un diámetro de 6" y aproximadamente 11 ft de altura. Consta de 6 platos con cápsulas de burbujeo, un fondo de 50 lt y vapor calentado por un termosifón. Un intercambiador de calor de tubos y coraza, con agua de enfriamiento en la línea de servicio de la parte superior, así como un condensador total.



(A) CONTROL DE LA COMPOSICIÓN EN EL PRODUCTO



(B) CONTROL DE LA COMPOSICIÓN EN LOS FONDOS

Fig. (4.4).- Estrategias de control típicas para el control de la composición.

La columna opera a presión atmosférica. Se requiere separar una mezcla de metanol y agua en dos productos relativamente puros. La alimentación entra por arriba de la tercera etapa o plato a partir del fondo.

El sistema de control opera bajo un control digital directo. El objetivo es facilitar el control para mantener la composición del producto destilado en el set-point cuando exista la presencia de disturbios en el flujo de alimentación. Para lograr este objetivo la temperatura del vapor por encima del plato superior es controlada por medio de un algoritmo PID (proporcional + Integral + derivativo), el cual usa al refujo como variable manipulable. El balance materia en la columna es mantenido por los circuitos de nivel asociados con el acumulador (tanque) de refujo y la base de la columna. El flujo de vapor para el reboiler no es manipulado.

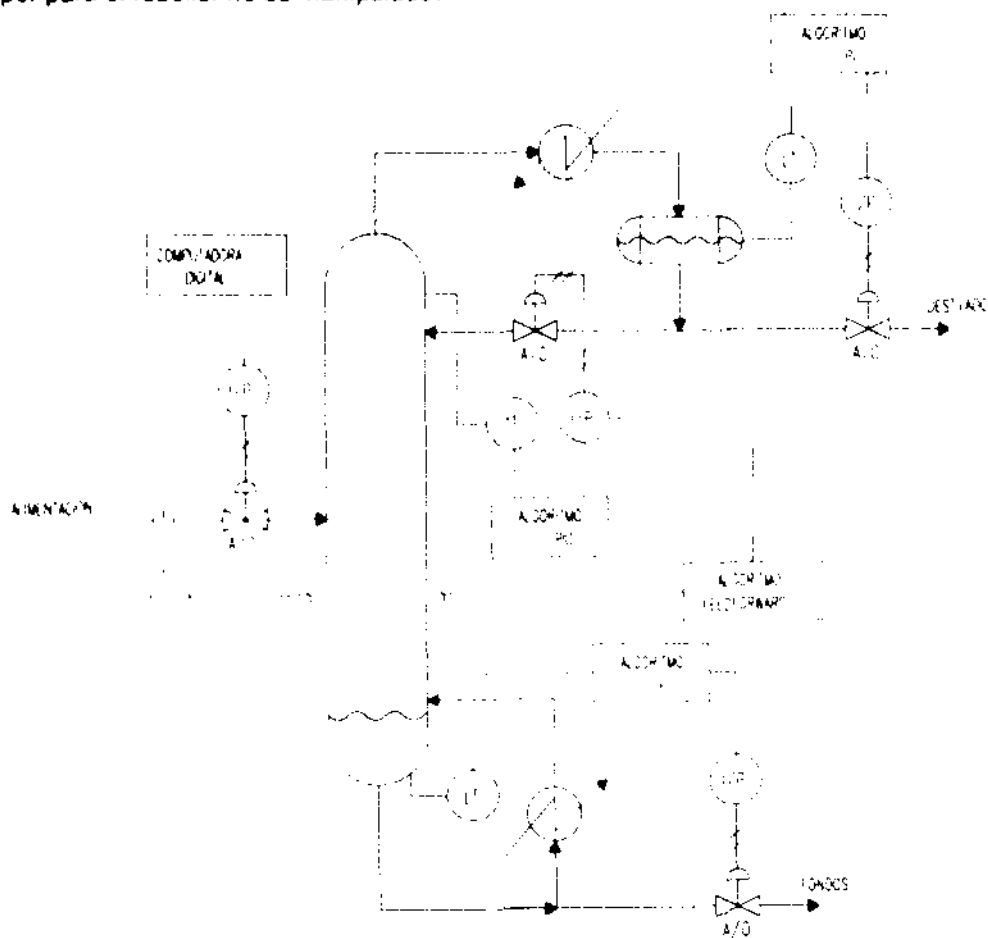


Fig. (4.5).- Estrategia de control general para una columna.

Para el desarrollo de las funciones de transferencia a circuito abierto se deben seguir varias etapas. Con la columna operando a estado estacionario y los circuitos de nivel en automático, el algoritmo para el control de la temperatura es pasado por alto y se hace un cambio positivo en la máxima presión del aire de la válvula de reflujo. El dato de la temperatura resultante es registrado. La prueba se repite otra vez para un cambio negativo en la máxima presión de aire. Después, con el proceso operando a estado estacionario, los circuitos de nivel en automático y pasando por alto el algoritmo para el control de la temperatura, se hace un cambio positivo en la máxima presión del aire, pero ahora de la válvula de alimentación, la temperatura resultante también es registrada. La prueba es repetida otra vez para un cambio negativo. El análisis de los datos de entradas y salidas proporciona la función de transferencia del proceso $G_p(s)$ y la función de transferencia de la carga $G_L(s)$. La Fig. (4.6) muestra los datos obtenidos en una de estas corridas.

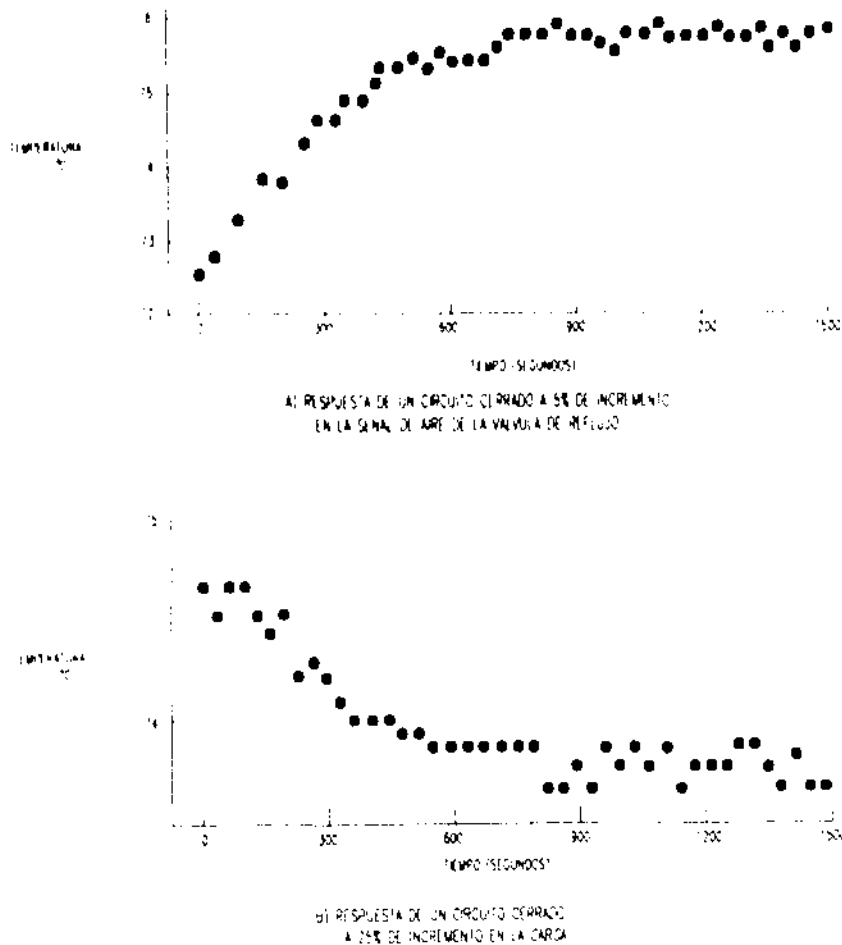


Fig. (4.6).- Respuestas de un circuito cerrado.

Estos datos de entradas y salidas se ajustan a un retraso de primer orden con tiempo muerto cuya función de transferencia para el modelo del proceso está dada por:

$$G(s) = \frac{y(s)}{x(s)} = \frac{Ke^{-\theta s}}{\tau s + 1} \quad (4.7)$$

Para determinar K , θ , y τ , de la solución de la ec. (4.7) para un cambio en la magnitud M en la entrada, es:

$$y(t) = MK(1 - e^{-(t-\theta)/\tau}) \quad (4.8)$$

La ganancia a estado estacionario K se determina directamente de la curva de reacción del proceso y es la relación de la desviación final de la variable de salida y la magnitud del cambio, en porcentaje. Obteniendo el logaritmo de la ec. (4.8) se tiene:

$$\ln \left[1 - \frac{y(t)}{MK} \right] = -\frac{t}{\tau} + \frac{\theta}{\tau} \quad (4.9)$$

La ec. (4.9) representa una línea recta en un plano semilogarítmico de $\ln[1 - y(t)/MK]$ contra t , con una pendiente de $(-1/\tau)$ y una "y" con valor de θ/τ . En la Fig. (4.7) se muestran estas dos gráficas resultantes de los datos de las corridas de este ejemplo.

La Tabla (4.1) muestra los resultados obtenidos en el modelado. Las inconsistencias son causadas por errores en el modelado y no linealidad. La falta de aislamiento alrededor de la columna también contribuye a errores en el modelado.

Tabla (4.1)- Resultados del modelado.

5% de incremento en la señal de aire de la válvula de reflujo	Identificación de la corrida	P1	P2	P3	Promedio
	Ganancia a estado estac. %/%	1.38	1.38	1.08	1.28
	Constante de tiempo (seg.)	280.0	267.0	264.0	270.0
	Tiempo muerto (seg.)	0.0	0.0	0.0	0.0
5% de decremento en la señal de aire de la válvula de reflujo	Identificación de la corrida	P4	P5	P6	Promedio
	Ganancia a estado estac. %/%	0.870	1.00	1.00	0.960
	Constante de tiempo (seg.)	161	185.0	189.0	178.0
	Tiempo muerto (seg.)	12.4	0.0	0.0	4.1
3% de incremento en la señal de aire de la válvula de alimentación	Identificación de la corrida	L1	L2	L3	Promedio
	Ganancia a estado estac. %/%	-0.0540	-0.0612	-0.0570	-0.0574
	Constante de tiempo (seg.)	304.0	271.0	280.0	285.0
	Tiempo muerto (seg.)	117.0	103.0	146.0	122.0
3% de decremento en la señal de aire de la válvula de alimentación	Identificación de la corrida	L4	L5	L6	Promedio
	Ganancia a estado estac. %/%	-0.0420	-0.0457	-0.0438	-0.0438
	Constante de tiempo (seg.)	380.0	281.0	408.0	356.0
	Tiempo muerto (seg.)	185.0	153.0	172.0	176.0

La respuesta del sistema de control feedback al 30% de cambio en la velocidad de flujo de la alimentación es representada en la Fig. (4.8). Para evaluar los beneficios del control feedforward se han estudiado tres versiones de combinaciones entre el control feedback y el control feedforward (feedforward a estado estacionario, feedforward dinámico y feedforward a estado estacionario con tiempo muerto). En cada caso, los sistemas de control fueron sujetos a cambios, tanto positivos como negativos, en la velocidad de flujo de alimentación.

De manera general se observa que, en la mayoría de los casos, el mejor control resulta ser el de la combinación del controlador feedback con el controlador feedforward a estado estacionario conteniendo un elemento de tiempo muerto. La respuesta de este control, combinado al 30% de cambio en el flujo de alimentación, se muestra en la Fig. (4.9). Sólo siete datos se alejan en tan sólo ± 0.1 °C de los valores obtenidos a estado estacionario, lo cual es un control excelente.

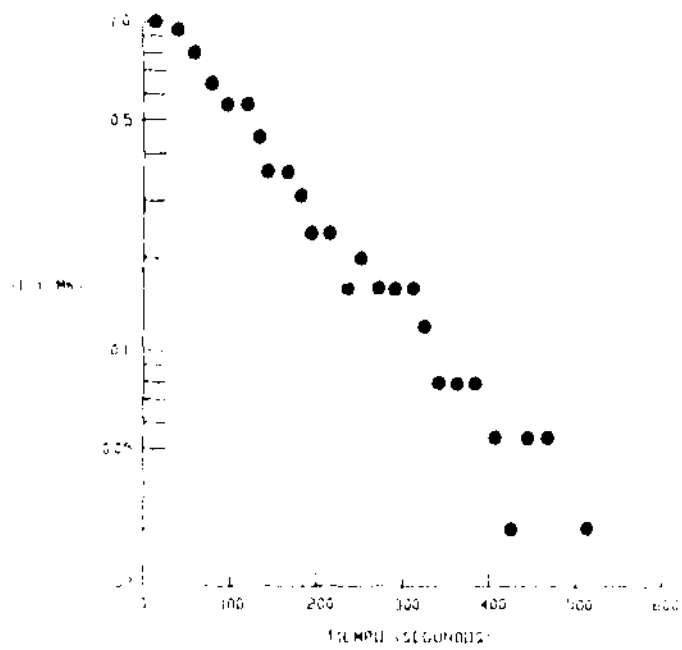
Para la aplicación exitosa del control feedforward se requiere de buenos modelos de proceso. El desarrollo de estos modelos de proceso requiere de muchas pruebas para asegurar su reproductibilidad y los efectos de otras cargas ausentes. Los sistemas de adquisición de datos pueden aumentar la calidad de los datos de entradas y salidas.

4.2.- CONTROL FEEDFORWARD PARA EL CONTROL DUAL DE LA COMPOSICION.

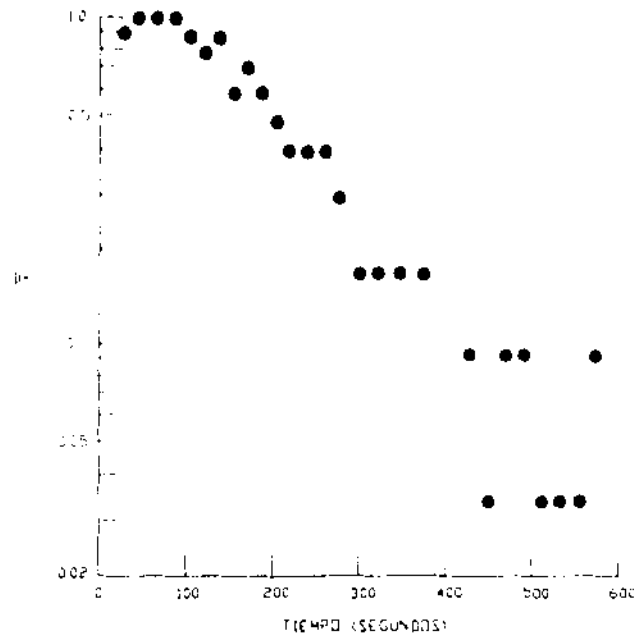
Las operaciones de destilación consumen gran cantidad de energía. Se ha reportado que un 10% de reducción en la cantidad de energía utilizada para las operaciones de destilación en los Estados Unidos puede conservar el equivalente a 100,000 barriles de petróleo por día. Esto es un considerable incentivo para el mejoramiento del control y la optimización de la energía en la destilación.

Para una separación se requiere de cierta cantidad de energía. El desperdicio de ésta aumenta de una mala a una buena purificación. Cuando los productos son mal purificados, pueden ser rechazados o vendidos a bajo precio, reprocesados o mezclados con la alimentación existente, o quemados como combustible. Cada una de estas opciones pueden ser expresadas en términos de costo de energía por unidad de producto. Por otro lado, en una sobrepurificación se utiliza energía en exceso, lo cual se asocia con el costo adicional de vapor o agua de enfriamiento consumida. Es por esto que se desea la optimización de energía para el control de dos composiciones.

Se ha discutido como para ciertas columnas el control de dos composiciones puede resultar difícil o hasta imposible. Las estrategias de control feedforward habren el camino para llevar a cabo, de manera indirecta, el control dual de la composición, lo cual evita las complicaciones que resultan de la interacción. La intención es usar una combinación de los circuitos de control feedback y feedforward con el fin de mantener la composición seleccionada en el set-point en presencia de disturbios o perturbaciones en la medición de la carga del proceso y un segundo circuito feedforward, únicamente, para determinar el valor correcto de la variable manipulable.



A) RESPUESTA DE PROCESO LINEARIZADA



B) RESPUESTA DE CARGA LINEARIZADA

Fig. (4.7).- Modelado del proceso.

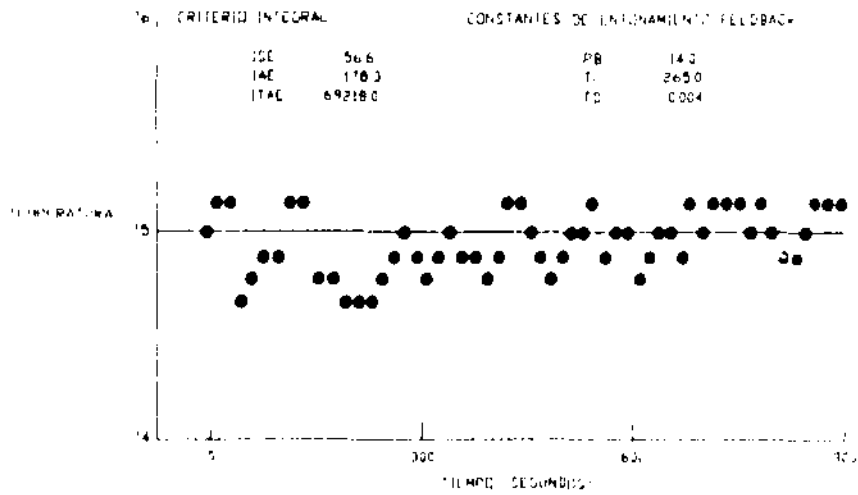


Fig. (4.8).- Respuesta de un circuito cerrado feedback a 30% de incremento en la carga.

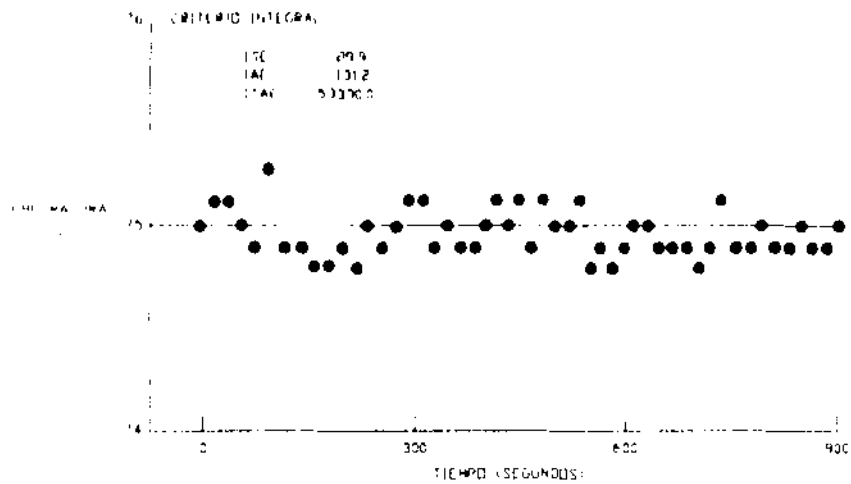


Fig. (4.9).- Respuesta con retraso feedforward/feedback a 30% de incremento en la carga.

En la Fig. (4.10) se muestra una estrategia de control de la composición basada en las variables R y V. Para que esta estrategia tenga éxito se requiere de buenas correlaciones.

4.3.- APLICACIONES INDUSTRIALES.

Es evidente que, después de haber analizado la literatura pertinente, las estrategias de control feedforward tienen que ser aplicadas con éxito a columnas de destilación industriales. Sin embargo, comparando los resultados entre las configuraciones feedback y feedforward se observan resultados extraños. En esta sección se presentan dos aplicaciones industriales del control feedforward, las cuales muestran la importancia de poder lograr el perfeccionamiento del mismo.

4.3.1.- DESETANIZADOR.

Este trabajo del desetanizador fué realizado gracias a la colaboración entre una universidad y la industria. La columna tiene más de 100 ft de altura y un diámetro de aproximadamente 8 ft. La composición consta de pequeñas cantidades de metano, junto con acetileno, etileno, etano, propileno, 1,3-butadieno, 1-buteno, n-butano y n-pentano. Se desea separar las fracciones del etano y los componentes ligeros de la alimentación y, de esta manera, obtener la separación deseada entre el etano y el propileno.



Fig. (4.10).- Estrategia de control feedforward para el control dual de la composición

Para producir etileno grado polímero, el propileno contenido en el destilado no debe exceder las 1200 ppm y para producir propileno grado polímero, el etano contenido en el producto de fondos no debe exceder las 200 ppm. Originalmente la columna opera

bajo un esquema de control simple de la composición, tal como se muestra en la Fig. (4.11). El operador ajusta el reflujo en el set-point en base a un análisis del destilado cada 12 horas. Debido a la falta de continuidad en los datos de composición, el operador frecuentemente sobrefluja la columna para evitar el exceso de propileno en el producto de la parte superior (destilado). Este sobreflujo desperdicia energía, es por esto que se desea mejorar la operación de la columna.

El análisis detallado de la ganancia relativa sirve para auxiliar al diseño de un paquete de destilación comercial para evaluar el potencial requerido para el control de dos composiciones. Las ganancias relativas resultantes se muestran en la Tabla (4.2). La inconsistencia en los resultados sugiere un control simple de la composición. Como se había señalado anteriormente, un esquema de control indirecto para dos composiciones basado en el control feedforward puede resultar benéfico para tales casos.

Tomando en cuenta la discusión anterior se debe desarrollar una nueva estrategia, la cual se muestra en la Fig. (4.12). El esquema consiste en un algoritmo de control digital feedforward, el cual varía el reflujo en el set-point para minimizar la energía gastada y la existencia de un circuito de control de temperatura, los cuales controlan inferencialmente la composición de los fondos. El algoritmo de control feedforward responde a cambios en el flujo de la alimentación y/o cambios en la composición de la alimentación. Las ganancias del algoritmo de control feedforward son determinadas por una serie de correlaciones basadas en simulaciones por computadora y datos de planta, estos parámetros dinámicos son determinados por medio de ensayos de prueba y error, consistentes con la experiencia en planta. Notar que el esquema de control mostrado en la Fig. (4.12) no es un esquema de control dual de la composición totalmente indirecto, es por esto que el circuito de control inferencial dual de la composición no tiene que ser provisto con un ajuste feedforward.

Tabla (4.2).- Ganancias relativas para la columna desetanizadora

0.05% de incremento		0.05% de decremento	
	(DV)		
$\Lambda_{DV} = \begin{matrix} y & \begin{matrix} D & V \\ 0.967 & 0.033 \end{matrix} \\ x & \begin{bmatrix} 0.033 & 0.967 \end{bmatrix} \end{matrix}$		$\Lambda_{DV} = \begin{matrix} y & \begin{matrix} D & V \\ -0.016 & 1.016 \end{matrix} \\ x & \begin{bmatrix} 1.016 & -0.016 \end{bmatrix} \end{matrix}$	
	(LB)		
$\Lambda_{LB} = \begin{matrix} y & \begin{matrix} L & B \\ 0.887 & 0.112 \end{matrix} \\ x & \begin{bmatrix} 0.112 & 0.887 \end{bmatrix} \end{matrix}$		$\Lambda_{LB} = \begin{matrix} y & \begin{matrix} L & B \\ 2.512 & -1.512 \end{matrix} \\ x & \begin{bmatrix} -1.512 & 2.512 \end{bmatrix} \end{matrix}$	
	(LV)		
$\Lambda_{LV} = \begin{matrix} y & \begin{matrix} L & V \\ -0.03 & 1.03 \end{matrix} \\ x & \begin{bmatrix} 1.03 & -0.03 \end{bmatrix} \end{matrix}$		$\Lambda_{LV} = \begin{matrix} y & \begin{matrix} L & V \\ 1.028 & -0.028 \end{matrix} \\ x & \begin{bmatrix} -0.028 & 1.028 \end{bmatrix} \end{matrix}$	

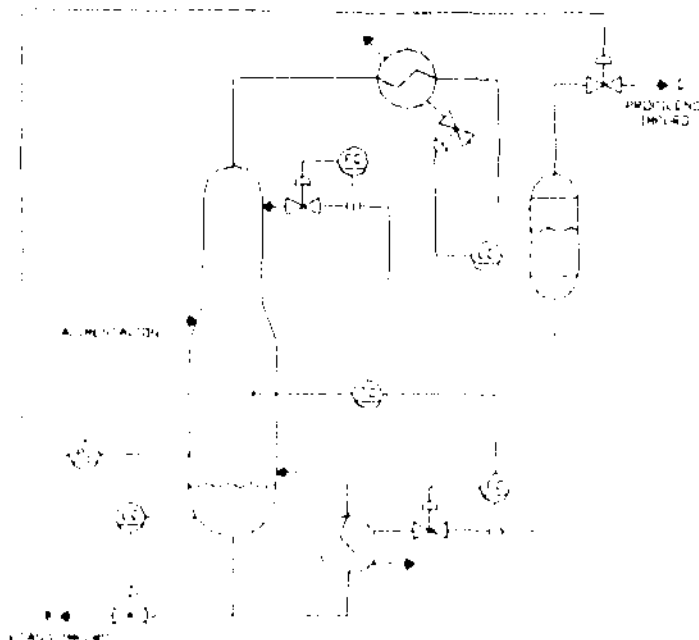


Fig. (4.11).- Esquema de control simple de la composición.

Las Figs. (4.13), (4.14) y (4.15) muestran los resultados obtenidos en planta. En la Fig. (4.13) se muestra como el esquema feedforward modificado tiene que llevar a cabo una reducción en el reflujo y la Fig. (4.14) presenta una reducción en el flujo de vapor requerido para mantener la composición del o los productos dentro de las especificaciones. La Fig. (4.15) muestra un mejoramiento en el nivel de impurezas del producto de fondos, medidas por medio de un analizador en línea. No existen analizadores para la composición del destilado. Sin embargo, los análisis de laboratorio, dos veces por día, indican un contenido constante de 1200 ppm con el nuevo esquema de control, en base a los resultados preliminares, Ralston estima un ahorro de 240,000 dis. en costo de utilidades con el nuevo esquema. De este modo, se cree que el esquema de control puede ser mejorado en el futuro por medio de un ajuste feedforward del circuito inferencial para el control de la composición en el fondo.

4.3.2.- FRACCIONADOR DE ETILENO.

Este ejemplo fue desarrollado por Lynn a. Richard y Mark L. Darby de Sepoint, Inc. La recuperación del etileno se lleva a cabo en una columna de cracking. Esta es una columna tipo pasteurizada la cual da dos productos finales: el vapor de la parte superior contiene preliminarmente metano y por otro lado está como producto el etileno. En la parte de arriba, el condensador parcial tiene como refrigerante al propileno y el material condensado es retornado a la columna en forma de reflujo. El calor del reboiler es suministrado por el refrigerante propileno. El producto de fondo es reciclado al horno de cracking.

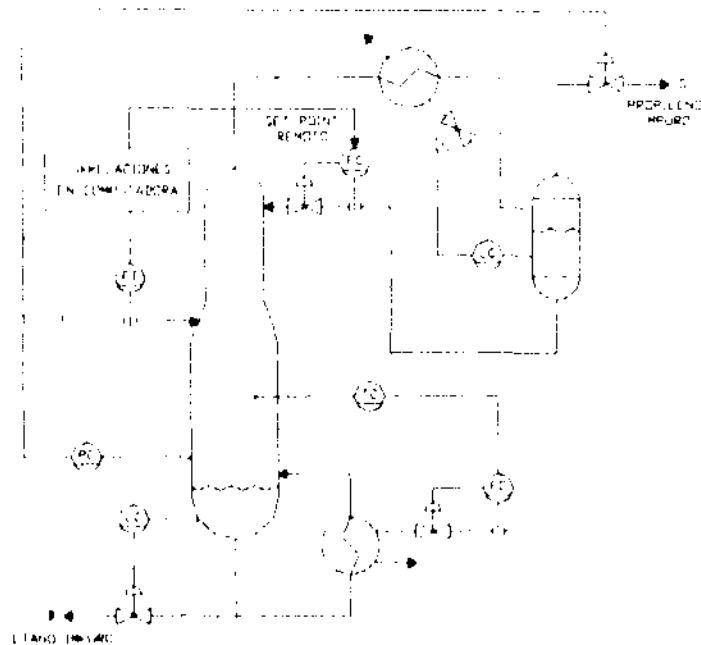


Fig. (4.12).- Esquema de control feedback-feedforward para una columna desetanizadora industrial.

En la Fig. (4.16) se muestra el esquema de la columna y el esquema del control original. Este último cuenta con un circuito de control del lado del refujo. La relación del controlador en el set-point es ajustada por el operador para mantener el producto dentro de las especificaciones. Del lado de la corriente se encuentra presente un analizador. El circuito de control está implementado con un hardware analógico.

El nuevo esquema emplea control analógico y computarizado. El objetivo es controlar las impurezas -metano y etano- en el etileno producido. La concentración de metano es realmente controlada por otro circuito que no se muestra, de esta manera el objetivo del nuevo esquema es el control de la concentración de etano en el etileno producido. La Fig. (4.17) muestra este nuevo esquema. La señal de salida del analizador, la cual es proporcional a la concentración del etano, es alimentada por un controlador-analizador el cual determina la relación deseada de D/F. Esta relación es multiplicada por la velocidad de flujo de la alimentación para producir una señal que se convierte en el set-point supervisorio del lado del controlador analógico de flujo. Un factor importante para el éxito de esta estrategia de control es el cálculo de una ganancia adaptada en el controlador-analizador. La nueva estrategia de control utiliza conceptos no sólo del control feedforward, sino también del control a circuito cerrado del analizador, control adaptado y control en cascada.

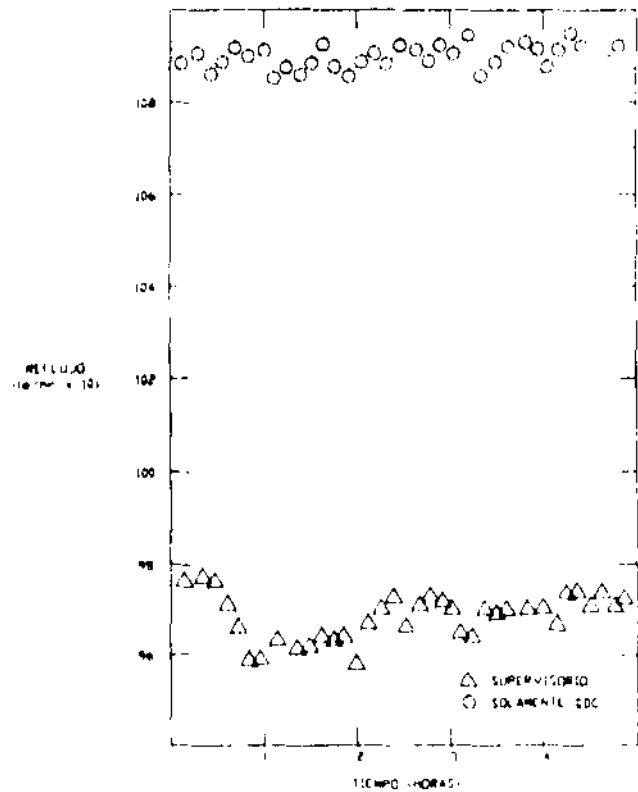


Fig. (4.13).- Comparación del reflujo con control supervisorio y control DDC.

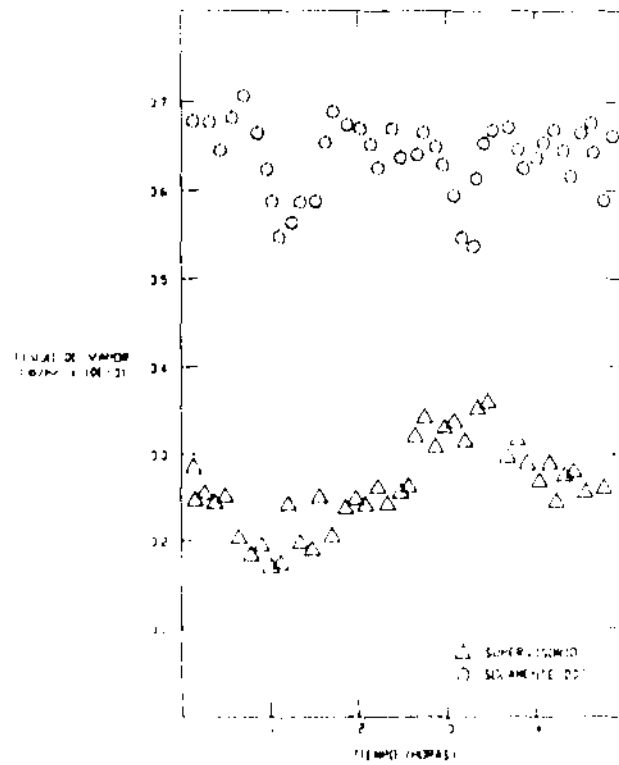


Fig. (4.14).- Comparación del flujo de vapor con control supervisorio y DDC.

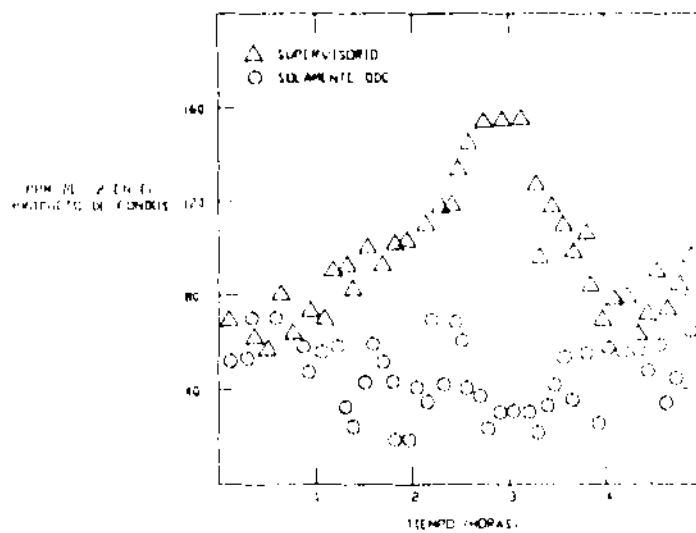


Fig. (4.15).- Comparación del producto impuro por control supervisorio y DDC.

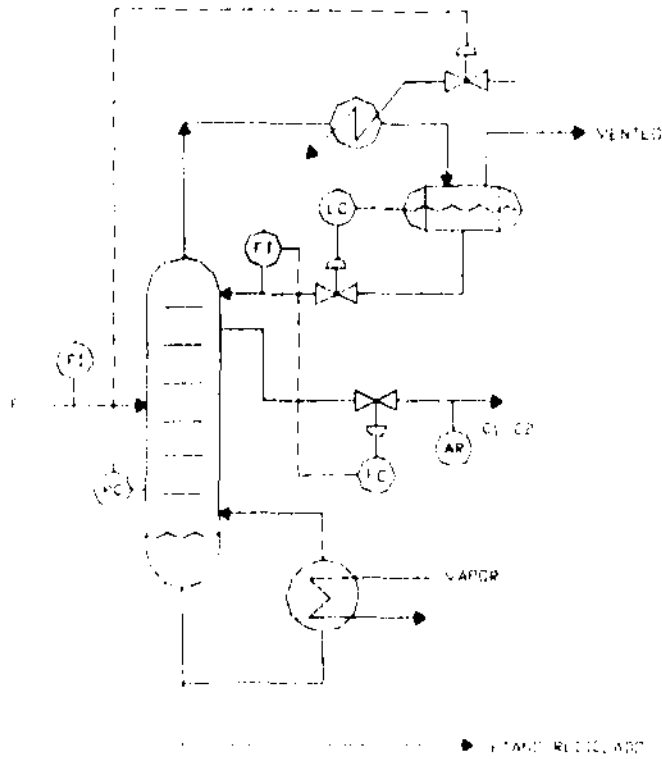


Fig. (4.16).- Esquema original de control del lado del fraccionador de etileno.

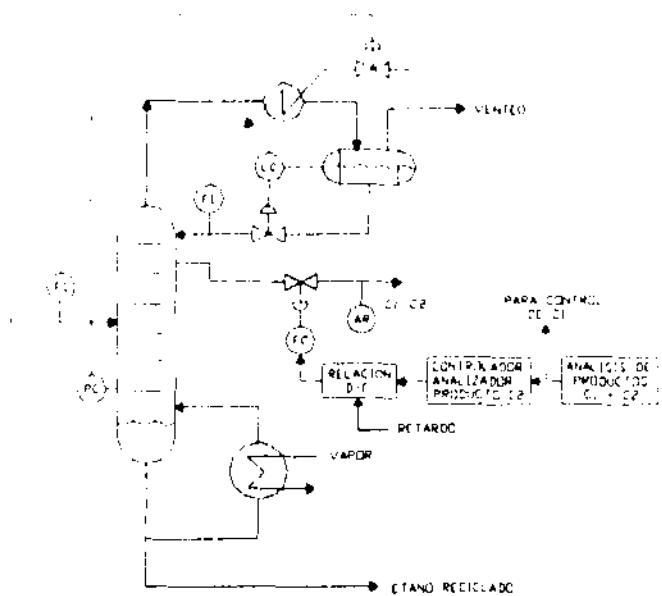


Fig. (4.17).- Nuevo esquema de control del lado del fraccionador de etileno.

En la Fig. (4.18) se puede apreciar el mejoramiento de los resultados por la nueva estrategia de control, mostrados a través de una gráfica de impurezas totales $C_1 + C_2$ contra el tiempo. Los resultados con el esquema original corresponden a un promedio de 450 ppm con una desviación estándar de 255 ppm. Con el nuevo esquema, el promedio es de 800 ppm y la desviación estándar es de 40 ppm. El nuevo esquema permite gran recuperación de catalino. Los beneficios del nuevo circuito se traduce en alrededor de 90,000 dls. por año.

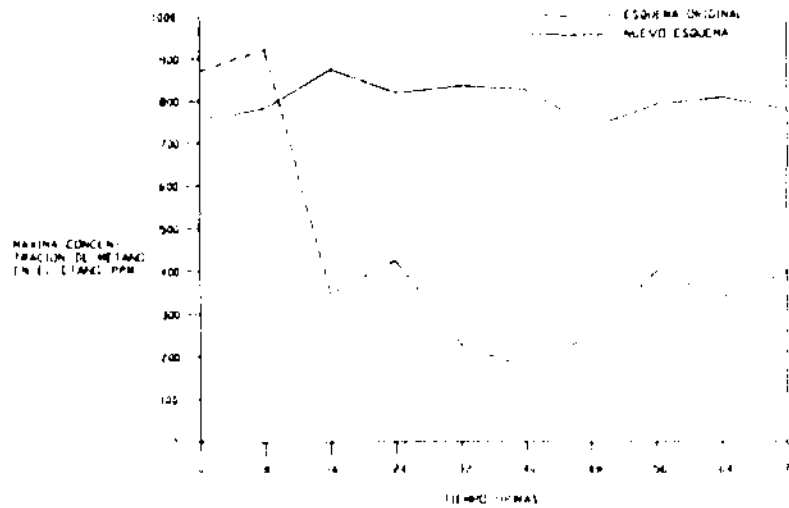


Fig. (4.18).- Respuesta a régimen transiente con los esquemas nuevo y original.

5.- CONTROL EN CASCADA, CASCADA EN PARALELO Y COMPENSACION POR TIEMPO MUERTO.

Se sabe que los disturbios sobre la variable manipulada afecta adversamente el funcionamiento del sistema de control feedback. En las operaciones de destilación estos disturbios ocurren en el condensador y en el reboller. El medio de enfriamiento del condensador y/o el medio de calentamiento del reboller frecuentemente participan en otras partes de la planta de proceso y un disturbio en el proceso en cualquier parte de la planta puede manifestarse como un disturbio asociado con el condensador y/o el reboller. Otro ejemplo de como los disturbios afectan la variable manipulada es el uso de vapor como medio de calentamiento en el reboller. Una situación típica en una planta son los múltiples usos de vapor y cada uso requiere de diferentes cantidades de calor. Estos cambios en la demanda de vapor, para otros circuitos resulta en un disturbio en la presión del vapor suministrado al reboller.

Las siguientes figuras permiten ver como estos disturbios afectan las variables controladas. La Fig. (5.1) muestra un esquema del sistema de control de la destilación en el cual se asume que la composición de los fondos es controlada deductivamente en el set-point por un controlador de temperatura situado en alguna etapa. Para este circuito el flujo de vapor es la variable manipulada, si la presión de suministro de vapor fluctúa, entonces la caída de presión a través de la válvula de control y el flujo de vapor al reboller también fluctúan. Estas variaciones afectan el control de la temperatura en la etapa. Cuando el controlador de la temperatura sensa estas perturbaciones toma una acción correctiva; sin embargo, es obvio que si las fluctuaciones en la presión de suministro son frecuentes, el circuito no puede mantenerse en el set-point, en tales situaciones se debe adicionar otro circuito como se muestra en la Fig. (5.2).

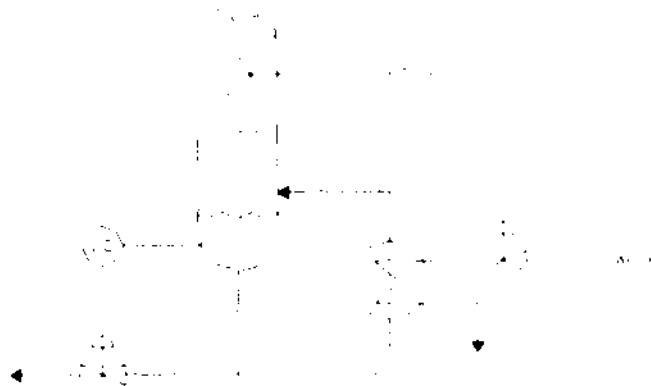


Fig. (5.1).- Sistema de control feedback para el control de la temperatura.

El propósito del segundo circuito es el de ajustar la variable manipulada cuando los disturbios de este circuito tengan lugar, de esta manera el funcionamiento del otro circuito permanece sin afectarse. Es por esto que, para el ejemplo mostrado en la Fig. (5.2), si hay cambios en la presión de vapor de suministro, la caída de presión a través

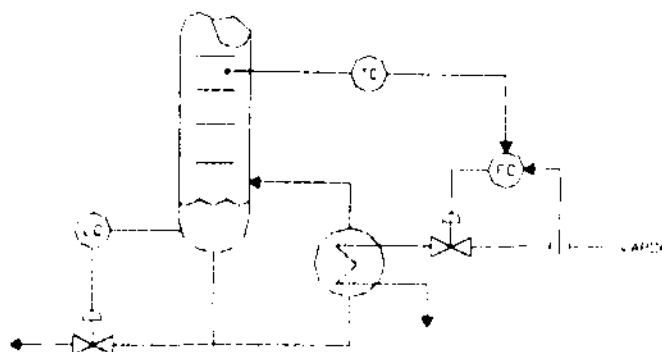


Fig. (5.2).- Control en cascada de la temperatura.

del orificio cambia. El orificio sensea y transmite el flujo y el controlador de flujo manipula la posición de la válvula, de esta manera es como se mantiene el flujo de vapor constante.

Los sistemas de control como éste, en los cuales la salida de un controlador sirve como set-point a un controlador anterior son llamados sistemas de control en cascada. El circuito interno consiste en un orificio que es un sensor/transmisor, un controlador de flujo y una válvula de control, todo esto referido como el circuito secundario; el otro circuito consiste en un sensor/transmisor de temperatura y un controlador de temperatura a lo largo de los elementos del circuito interno, este último es referido como el circuito primario. Nótese que un circuito de control en cascada como el mostrado en la Fig. (5.2) está formado por dos sensores, dos controladores y un elemento final de control. Es posible extender este concepto de control en cascada para controles que incluyen tres o más circuitos. El uso exitoso del control en cascada es posible sólo si el circuito interno es al menos tan rápido o preferentemente mucho más rápido que el circuito externo. La idea es que el circuito interno debe compensar rápidamente cualquier disturbio que se presente en éste antes de que el circuito externo se percate de que el disturbio haya ocurrido. A continuación se presenta el procedimiento de diseño para sistemas de control en cascada y más adelante la conceptualización del control cascada en paralelo para columnas de destilación

5.1.- PROCEDIMIENTO DE ENTONAMIENTO DEL CONTROLADOR PARA EL CONTROL EN CASCADA.

Las constantes de entonamiento de los controladores en cascada pueden ser determinadas a través de pruebas experimentales en campo o a través del análisis de la frecuencia de respuesta en el papel, si se conoce el modelo dinámico del proceso.

En la Fig. (5.3) se presenta el diagrama a bloques del sistema de control en cascada. El procedimiento experimental de entonamiento consiste en los siguientes pasos:

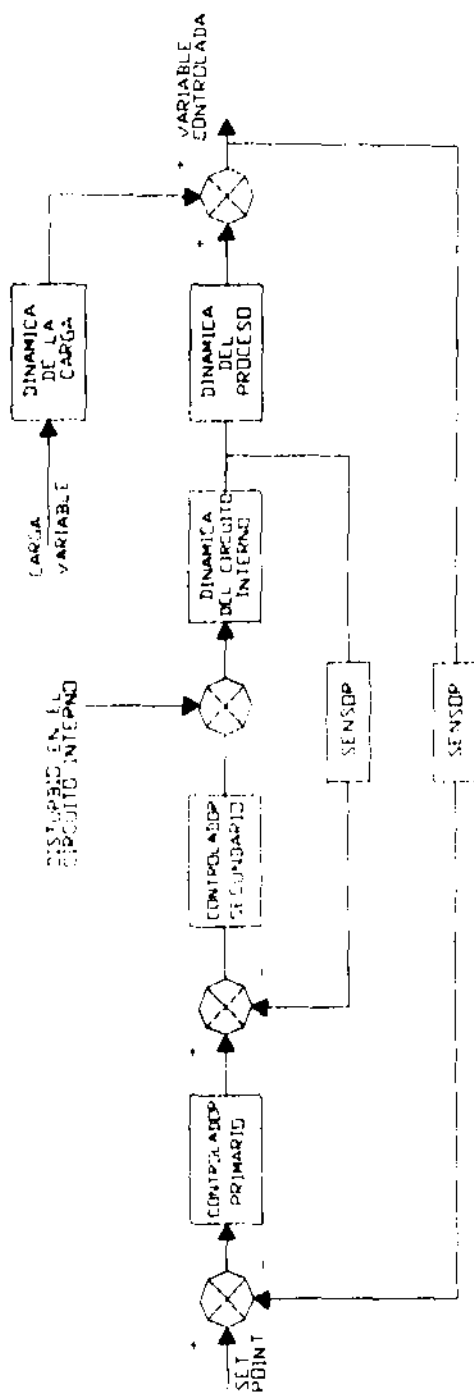


Fig. (5.3).- Diagrama de bloques del sistema de control en cascada.

- 1.- Lograr el estado estacionario.
- 2.- Asegurarse que las cargas (disturbios) estén ausentes.
- 3.- Colocar en manual los controladores primario y secundario.
- 4.- Entonar el circuito secundario por el método de Cohen-Coon y suponer que el circuito interno es un circuito cerrado.
- 5.- Entonar el circuito externo.

Debe enfatizarse que el proceso debe estar libre de perturbaciones en la carga si se requiere que el método de entonamiento rinda magníficos resultados. Esto puede ser un problema en algunas situaciones; en condiciones de operación por encima de las normales, puede ser prácticamente imposible encontrar el circuito interno libre de disturbios. En tales situaciones puede ser necesario entonar el circuito interno por medio de prueba y error. Una vez que el circuito interno es entonado adecuadamente, el otro circuito puede ser entonado con el circuito interno en automático por medio de algún procedimiento de entonamiento para circuito simple.

Otra consideración importante para el control en cascada es la selección correcta de la acción del controlador. Recordar que la operación de un controlador proporcional con acción inversa es descrita por la siguiente relación:

$$M = M_o + k_c \quad (\text{set-point medido}) \quad (5.1a)$$

y la relación que describe un controlador con acción directa es:

$$M = M_o - k_c \quad (\text{set-point medido}) \quad (5.1b)$$

Ahora el problema es la selección correcta de la acción de los controladores tanto primario como secundario del sistema en cascada mostrado en la Fig. (5.2). Asumiendo que la válvula de control cierra a falta de aire, nos permite seleccionar la acción inversa para ambos controladores. Las ecuaciones resultantes para los controladores son las siguientes:

$$\text{Controlador primario: } M = M_o + k_c (T^{set} - T) \quad (5.2)$$

$$\text{Controlador secundario: } m = m_o + k_c (M - F) \quad (5.3)$$

Si se examinan las ecs. (5.2) y (5.3) sólo producen los resultados deseados cuando se tiene cualquiera de los siguientes casos:

- Incremento en la temperatura T de la etapa de control debido a algunos disturbios en la columna.
- M disminuye de acuerdo con la ec. (5.2).
- m disminuye de acuerdo con la ec. (5.3).
- La apertura de la válvula disminuye cuando la válvula cierra a falta de aire.

Para un incremento de la temperatura en la etapa de control, se debe reducir el flujo de vapor y por lo tanto la selección de la acción para los dos controladores es correcta. También se puede verificar si la acción de los controladores es correcta, mediante una reducción de la temperatura en la etapa de control.

- Aumento en la temperatura T del set-point.
- M aumenta de acuerdo con la ec. (5.2).
- m aumenta de acuerdo con la ec. (5.3).
- La apertura de la válvula aumenta, lo cual es el resultado deseado.

También se puede verificar si el resultado es correcto mediante una disminución en la temperatura del set-point.

- Aumento en la presión de vapor de suministro.
- La salida del transmisor del orificio F aumenta.
- m disminuye de acuerdo con la ec. (5.3).
- La apertura de la válvula disminuye, lo cual es el resultado deseado.

De esta manera se puede seleccionar la acción correcta para ambos controladores. El ingeniero de control debe llevar a cabo este tipo de análisis, tomando en cuenta si la válvula de control abre o cierra a falla de aire, para determinar la acción correcta de los controladores de los sistemas en cascada.

Una segunda aproximación para el entonamiento del controlador en cascada está basado en la frecuencia de respuesta. Esta técnica puede ser usada sólo si las funciones de transferencia de varios bloques del sistema de control en cascada son conocidas. Las funciones de transferencia pueden ser desarrolladas por medio de modelos matemáticos dinámicos de los procesos. La frecuencia de respuesta es un procedimiento de entonamiento basado en los siguientes pasos:

- 1.- Preparar la gráfica esperada para todos los elementos de circuito interno, excluyendo el controlador secundario.
- 2.- Unir las curvas generadas en el paso 1 graficando para desarrollar el plano compuesto que prediga estos elementos en serie.
- 3.- Encontrar las constantes de entonamiento del controlador secundario por medio del método de Ziegler-Nichols.
- 4.- Reducir el circuito cerrado interno a un simple bloque con la ayuda de la carta de Nichols.
- 5.- Preparar la gráfica esperada para todos los elementos del circuito externo, excluyendo el controlador primario pero incluyendo el bloque formado en el paso 4.
- 6.- Unir las curvas generadas en el paso 5 graficando para obtener el plano que prediga los elementos en serie del circuito externo.
- 7.- Encontrar las constantes de entonamiento del controlador primario.

5.2.- CONTROL CASCADA EN PARALELO.

Típicamente el objetivo operacional del control en la destilación es el llamado control para la composición del producto. Para cumplir este objetivo, la temperatura en una etapa conveniente es controlada. Sin embargo, como se apuntó anteriormente, el control de la temperatura en una etapa en el set-point no puede resultar en el control de la composición del producto.

Considérese como una ilustración el trabajo de simulación de una columna depropanizadora (Patke, 1982). La columna separa una alimentación que contiene propileno, n-propano, isobutano, isobutano y n-butano en una columna de platos que contiene 20 etapas ideales, un condensador total y un reboller. La Fig. (5.4) muestra un esquema del sistema de control de la columna. El objetivo principal del esquema de control es mantener la composición del isobutano del destilado en el set-point. En el esquema de control convencional mostrado en la Fig. (5.4) la composición en el destilado es deductivamente controlada por medio del control de la temperatura de la etapa superior, con el reflujo como variable manipulada. En la Fig. (5.5) se muestra la respuesta de la temperatura en la etapa superior a un disturbio en el flujo de alimentación para un circuito cerrado y la Fig. (5.6) muestra la respuesta de la composición.

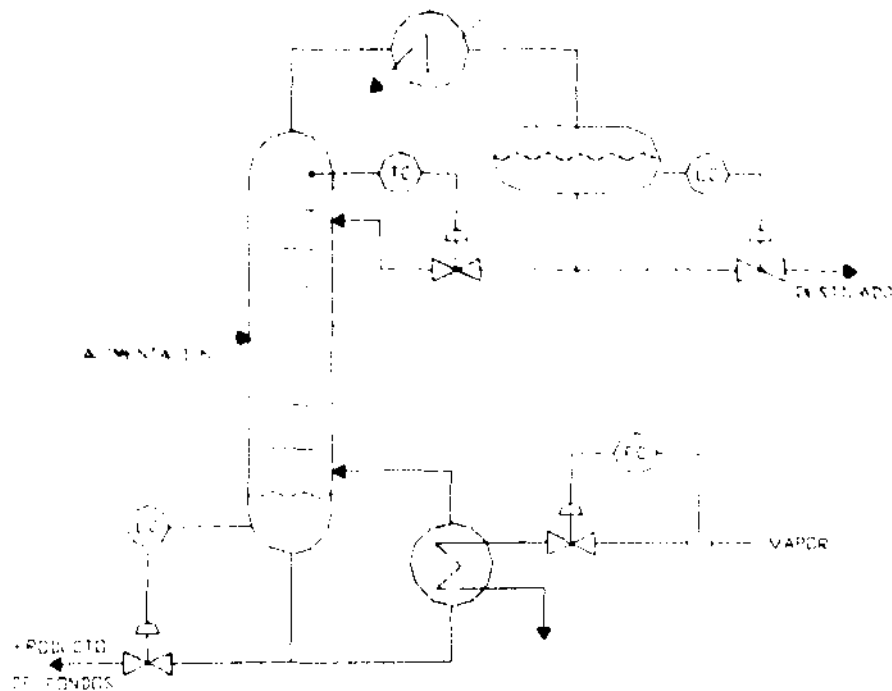


Fig. (5.4).- Sistema de control feedback para el control de la temperatura por medio del control simple de la composición.

En estas figuras se puede observar como, a través del sistema de control, es restablecido el control de la temperatura de la etapa en el set-point, resultando una compensación a estado estacionario en la composición. En tales situaciones es conveniente el uso de un sistema de control cascada en paralelo (Luyben, 1973). El diagrama de bloques del arreglo cascada en paralelo se muestra en la Fig. (5.7). Esta estrategia requiere de un analizador de composición en línea. La señal de la composición es alimentada al controlador de composición, el cual es el controlador primario del sistema de control cascada en paralelo. La salida del controlador de composición sirve como set-point del controlador de temperatura, el cual es el controlador secundario. La salida del controlador de temperatura manipula el refujo.

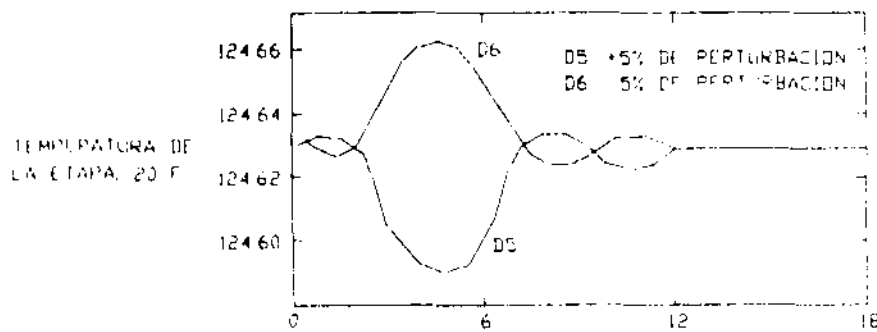


Fig. (5.5).- Respuesta de un sistema de control feedback a circuito cerrado con disturbios en la velocidad del flujo de alimentación.

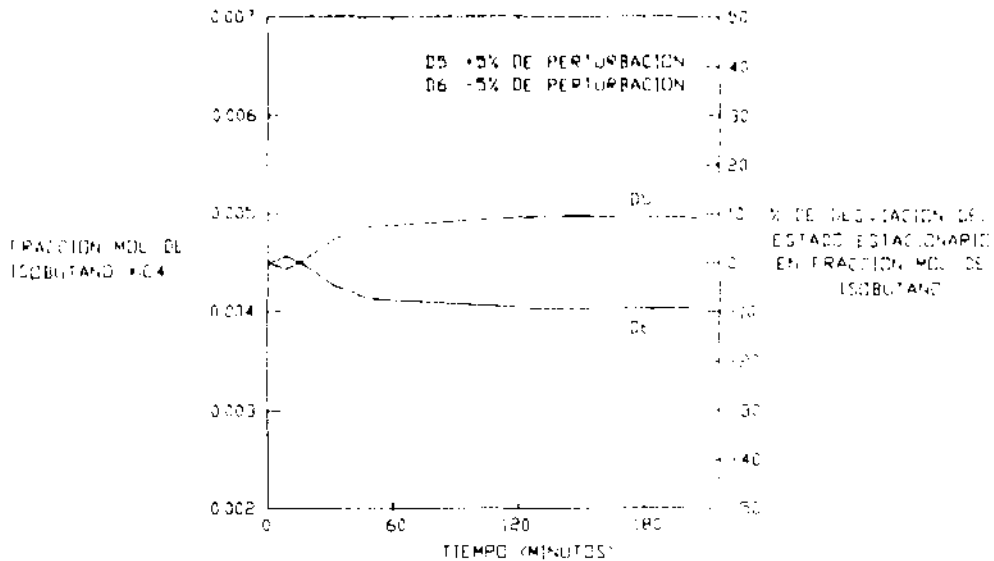


Fig. (5.6).- Respuesta de un sistema de control feedback a circuito cerrado con disturbios en el flujo de alimentación.

La Fig. (5.8) muestra la respuesta del sistema de control cascada en paralelo, en ésta se puede observar que la compensación de la composición ha sido eliminada, lo que trae como resultado cierta cantidad de exceso. El concepto de control cascada en paralelo es aplicado con éxito en campo. Sin embargo, su aplicación requiere de un analizador de composición en línea, por lo cual, para la selección de éste, se debe asegurar que el analizador no tenga frecuentes problemas de mantenimiento.

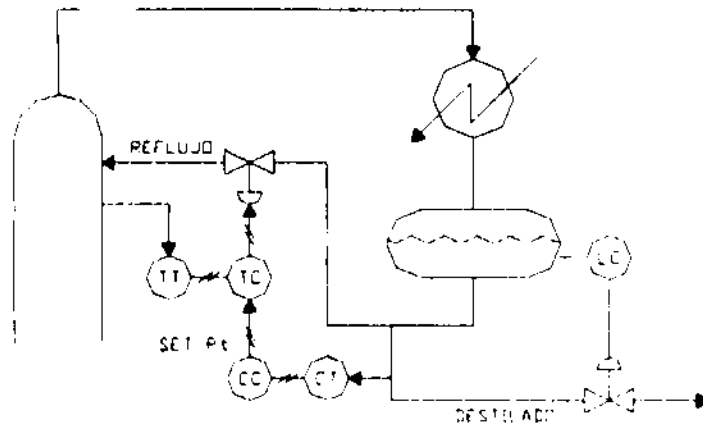


Fig. (5.7).- Sistema de control cascada en paralelo.

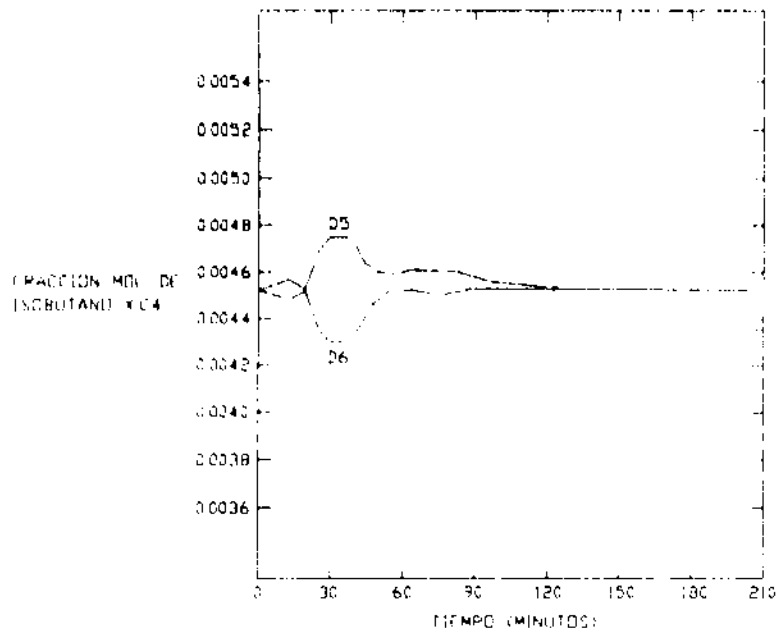


Fig. (5.8).- Respuesta de un sistema de control cascada en paralelo a circuito cerrado con disturbios en la alimentación.

5.3.- COMPENSACION POR TIEMPO MUERTO.

Los sistemas de procesos frecuentemente presentan tiempos muertos característicos. El tiempo muerto puro, es el resultado del transporte de fluido en aplicaciones en las cuales el sensor es localizado lejos del punto donde se requiere el valor de la variable. El tiempo muerto aparente surge en sistemas que contienen un gran número de elementos de primer orden.

A escala industrial las columnas de destilación frecuentemente presentan tiempo muerto. Para columnas grandes que contienen 50 o más etapas, cada etapa contribuye con uno o más elementos de primer orden para el modelo del proceso. De esta manera, el modelo total del proceso que relaciona la composición del producto con la composición de la alimentación puede contener un gran número de ecuaciones diferenciales de primer orden. Tales sistemas exhiben características de tiempo muerto aparente, aunque también pueden presentar algún elemento con tiempo muerto puro.

El principal objetivo del control en la destilación es mantener los productos en una composición específica. La composición de los productos es medida por analizadores, los cuales son esencialmente aparatos de muestreo de datos. Estos generan una señal de salida solamente a intervalos discretos, de esta manera, un tiempo muerto adicional es introducido al sistema.

Sin importar el origen, el tiempo muerto siempre es perjudicial para el control. La presencia del tiempo muerto provoca una reducción en la ganancia del controlador que se encarga de mantener la estabilidad en el sistema. Además, un tiempo muerto grande provoca la máxima compensación y mayor tiempo de estabilización.

Los algoritmos especializados en el control pueden ser diseñados por medio de las transformadas Z, para el mejor control de procesos que contienen tiempo muerto. Estos procesos también pueden ser mejorados mediante las técnicas de compensación por tiempo muerto, las cuales se discuten a continuación. (Ref.: 14)

5.3.1.- EL PREDICTOR DE SMITH.

Quizá la mejor técnica que existe para conocer la compensación por tiempo muerto es el predictor de Smith, desarrollada por O.J.M. Smith en 1957. Esta técnica genera un retraso por lo que, para su implementación, se requiere de un control por computadora digital.

El diagrama de bloques típico para un proceso que presenta tiempo muerto se muestra en la Fig. (5.9). Para representar el proceso se debe seleccionar un modelo de primer orden para tiempo muerto adicional. Sin embargo, existe un gran número de procesos que concuerdan con esta descripción. El proceso mostrado es dividido en dos partes conceptuales, la primera parte no presenta tiempo muerto, mientras que la otra es un elemento de tiempo muerto puro. La señal B en la Fig. (5.9) es, desafortunadamente, una señal ficticia. Cuando se tiene una señal real, se puede conectar a un controlador feedback y así el tiempo muerto puede ser removido del circuito, pero como se trata de una señal ficticia, esto no puede hacerse.

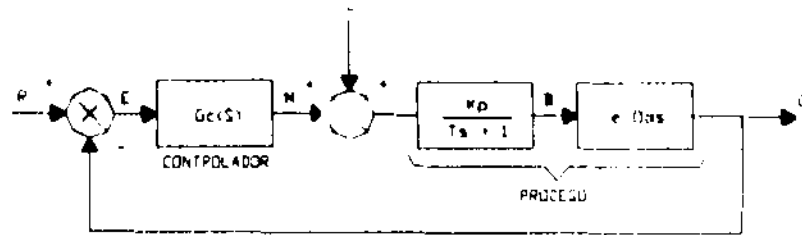


Fig. (5.9).- Circuito feedback convencional con tiempo muerto.

Primero se debe desarrollar el modelo matemático del proceso siempre y cuando la señal B_m esté disponible, tal y como se muestra en la Fig. (5.10). Notar que las entradas para el modelo son las mismas que para el proceso. Un valor del error E_m diferente de cero indica un modelado erróneo o presencia de disturbios. La señal de E_m es retroalimentada al controlador para que éste compense dichos errores. Esta es la estrategia del control de Smith. Para que esta estrategia tenga éxito se requiere de un modelo claro del proceso.

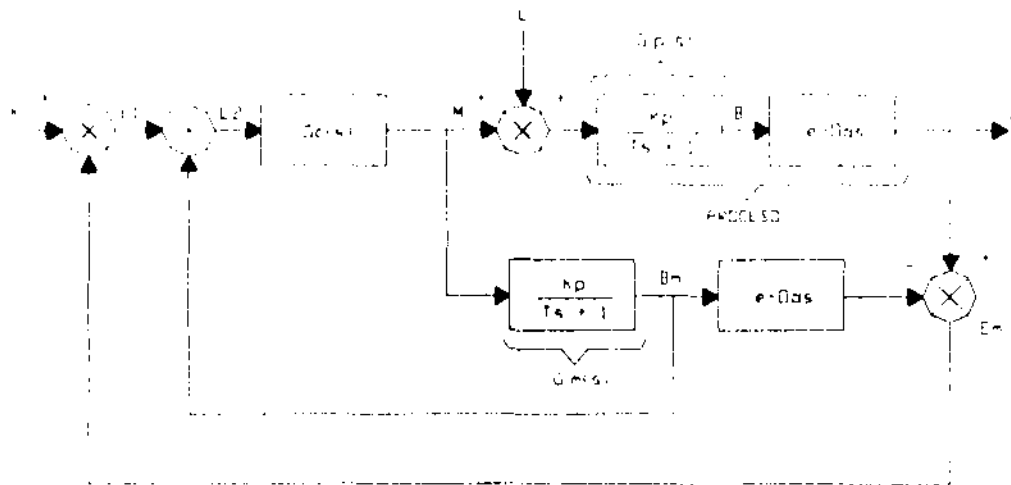


Fig. (5.10).- Sistema de control con predictor de Smith.

Los requerimientos computacionales de la estrategia del predictor de Smith incluyen la solución de ecuaciones diferenciales de primer orden y la generación del tiempo muerto del proceso, θ_d . Las ecuaciones diferenciales pueden resolverse por cualquier método conocido y el tiempo muerto es generado por una extensión del tiempo real por el lenguaje de programación empleado en la programación del control. El algoritmo de control $G_c(s)$ es un algoritmo de tipo PID el cual puede ser ajustado con mayor exactitud después de que el tiempo muerto sea removido del circuito de control.

5.3.2.- EL PREDICTOR ANALITICO.

Una alternativa aproximada al predictor de Smith es el predictor analítico (Moore, 1969), esta estrategia se muestra en la Fig. (5.11). En lugar de mover el tiempo muerto del circuito, el predictor analítico busca predecir un valor futuro de la variable controlada a través de un modelo matemático. El controlador feedback actúa sobre el valor predicho, con lo que logra una compensación por tiempo muerto. Para la aplicación exitosa de esta estrategia, nuevamente es importante contar con un buen modelo del proceso. El desarrollo detallado de las ecuaciones predictivas puede consultarse en (Ref.: 25).

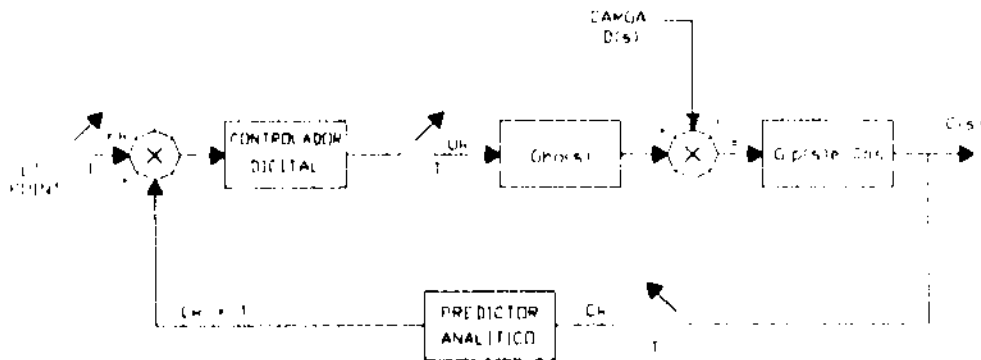


Fig. (5.11).- Sistema de control con predictor analítico (AP).

5.3.3.- APLICACIONES EXPERIMENTALES.

Las técnicas de compensación por tiempo muerto mostradas anteriormente son aplicadas con mucho éxito en la industria, pero los reportes acerca de extensiones o mejoras a estas técnicas son poco conocidos. Meyer y asociados (1978-79) han experimentado con el uso del predictor de Smith y analítico, para el control de una composición, a escala piloto, de una columna de destilación para la separación de una mezcla de alcohol metílico y agua. Los datos reportados en esta sección corresponden al caso en el que se controla la composición en el producto de fondos.

El esquema de la columna y el sistema de control asociado se muestra en la Fig. (5.12). La columna tiene 22.5 cm de diámetro, ocho platos con cápsulas de burbujeo y está equipada con un termosifón, reboiler y condensador total. La composición en el circuito está dada por un cromatógrafo de gases HP-5720A.

El modelo del proceso está dado por la siguiente ecuación:

$$x_b(s) = - \frac{5.0e^{-2.6s}}{14.4s + 1} V(s) + \frac{2.08e^{-3.4s}}{13.2s + 1} F(s) \quad (5.4)$$

Donde V es el flujo de vapor y F es el flujo de alimentación en el fondo dada en gr/seg, las constantes de tiempo y el tiempo muerto están dados en minutos. Estas funciones de transferencia no incluyen medidas dinámicas para el análisis de G_c , éste es representado tan sólo como un ejemplo ideal con un tiempo muerto de 4 min.

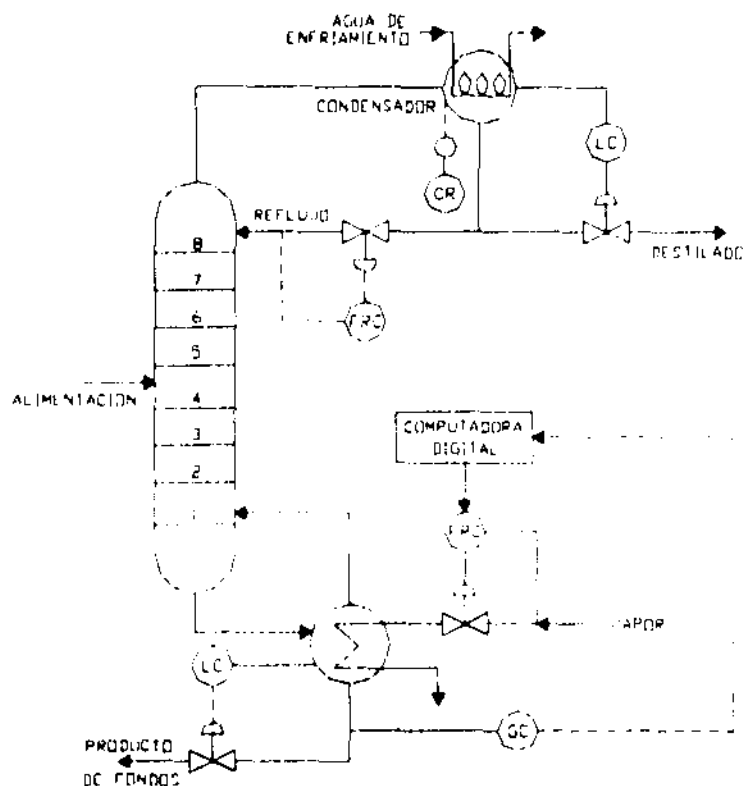


Fig. (5.12).- Diagrama esquemático de la columna de destilación.

Partiendo de estos datos Meyer llevó a cabo una simulación y un estudio experimental para comparar el funcionamiento de la estrategia de control proporcional + integral (PI), predictor de Smith (SP) y predictor analítico (AP). Los resultados obtenidos tanto en la simulación como en la experimentación, se muestran en la Fig. (5.13) y en la Tabla (5.1 a y b). Los resultados obtenidos en la simulación muestran claramente los beneficios de la compensación por tiempo muerto. Los resultados experimentales también muestran una mejora, pero menos significativa, debido al hecho inexplicable de que para un tiempo muerto de 16 minutos la composición del proceso fue conocida hasta después de que el estudio experimental fue completado. Los resultados son menos significativos con aquellas técnicas de compensación por tiempo muerto elaboradas para funcionar aún en presencia de grandes errores en el modelado.

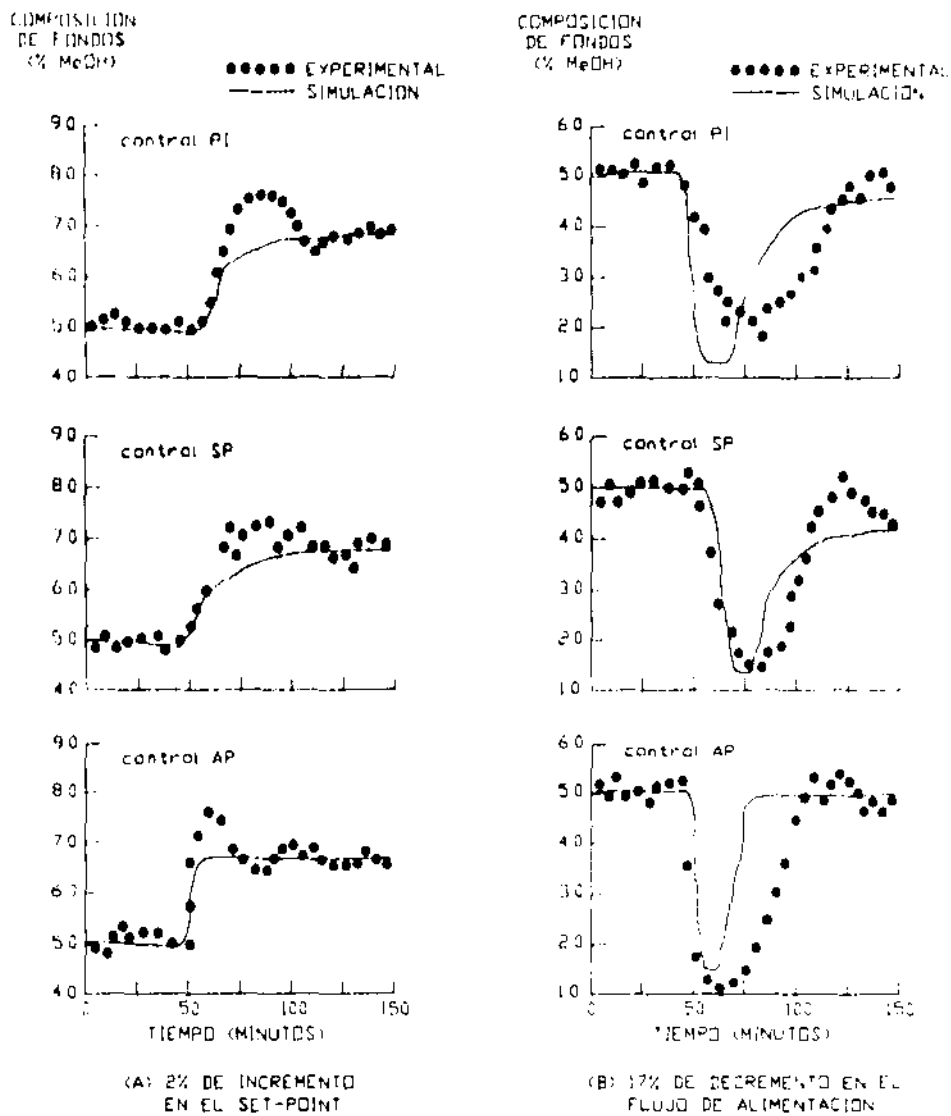


Fig. (5.13).- Comparaciones de las respuestas de un circuito cerrado simuladas y experimentales.

Tabla (5.1a).- Resultados de la simulación: Parámetros del controlador y valores IAE

Esquema de control	Controlador K (g/s/%)	Parámetros τ_i (s)	Valores IAE (%s)	
			+2% cambio en el set-point	-17% cambio en el flujo de aliment.
PI	-0.258	1187	1970	5700
SP	-0.896	574	1136	3630
AP	-1.34	-0.00343	1073	1800

Tabla (5.1b).- Resultados de la simulación: comparación de valores IAE.

Esquema de control	Cambios en el set-point, +2%	Cambios en las cargas, -17%
PI	3250	10400
SP	3350	9600
AP	2500	7400



CONCLUSIONES

II.- CONCLUSIONES.

La destilación es una de las operaciones unitarias más utilizadas en los procesos industriales para separar una mezcla de compuestos miscibles y volátiles en componentes individuales o, en algunos casos, en grupos de componentes. La separación de alcohol y agua de su mezcla; la del aire líquido en nitrógeno, oxígeno y argón; y la del petróleo crudo en gasolina, turbosina, diesel y gasóleo son algunos ejemplos de la destilación. Para aplicar el proceso de la destilación es necesario que el vapor que se forma a partir de la mezcla inicial difiera en composición, es decir que exista una diferencia en las volatilidades de los componentes que constituyen la mezcla.

El arreglo de una columna de destilación permite un contacto a contracorriente entre el líquido que baja y el vapor que sube y en cada una de las etapas de contacto, las composiciones del líquido y el vapor se aproximan al equilibrio, de tal manera que los componentes más volátiles se van concentrando en la fase vapor a medida que asciende en la columna y los componentes menos volátiles se van acumulando en la fase líquida. El resultado final es que el vapor de domos está enriquecido con componentes ligeros y el líquido de fondos está constituido principalmente por componentes pesados. La separación global que se alcanza en la columna depende principalmente de las volatilidades relativas de los componentes, el número de platos de contacto y la relación de reflujo.

Es conveniente analizar las variables principales del sistema de destilación desde el punto de vista control y reconocer los grados de libertad que presenta el sistema ya diseñado, ya que estos representarán el número de variables independientes que pueden modificarse durante la operación de la columna para que se obtenga la separación deseada. Cabe hacer notar que al implementarle circuitos de control a un sistema, se pretende reducir los grados de libertad, "forzando" al sistema para que alcance las condiciones deseadas, de tal manera que un proceso 100% automatizado será aquel que tenga cero grados de libertad, ésta pretende ser la meta global de la automatización.

Beneficios que se logran al implementar un sistema de control en columnas de destilación:

- Disminuir el consumo de los servicios.
 - Lograr estabilidad en la columna.
 - Maximizar el rendimiento de la columna.
 - Obtener el máximo de utilidad.
-
- **Disminuir el consumo de servicios.** Los costos actuales de energéticos han hecho una necesidad el reducir el consumo de vapor ó aceite caliente en los rehervidores de las columnas, y reducir el consumo del medio de enfriamiento en el condensador de los vapores que salen por la parte superior de la columna.
 - **Estabilidad en la columna.** Las columnas que son inestables tienen un mayor costo de operación. La inestabilidad de la columna puede ser causada por diversas razones como:

- a) Diseño inadecuado de los circuitos de control.
- b) Diseño incompleto, etc.

El principal factor que causa que una columna de destilación oscile, son perturbaciones que entran en la misma. Hay gran necesidad de contar con un control para minimizar los efectos que causan las perturbaciones en la columna, entre ellas las más comunes son:

- a) Cambios en el flujo de alimentación.
- b) Cambios en la composición de alimentación.
- c) Cambios en el medio ambiente.
- d) Cambios de los vapores interconectados, provenientes de otras unidades.

- **Maximizar el rendimiento de la columna.** Un problema que ha aparecido en algunas industrias, es la necesidad de maximizar el rendimiento del equipo. Obviamente es económicamente deseable operar una columna a su máximo rendimiento por implementación de un mejor control, que construir una unidad adicional para manejar una capacidad extra requerida.
- **Máxima utilidad.** Realmente el obtener una máxima utilidad es la suma de las necesidades antes mencionadas y justifica el uso de un sistema de control. El máximo rendimiento se tendrá de la implementación de algoritmos de control para optimización, los cuales se diseñan especialmente para una columna determinada ó para un complejo, con una o varias columnas.

Dentro de las alternativas posibles para control directo de material, se encuentran el control del producto destilado o el control del producto de fondos. Para seleccionar el sistema más adecuado de estos dos conviene analizar cual de los dos productos es el más importante para mantener en especificación en caso de una perturbación y recordar también que la columna tendrá más sensibilidad si se controla el más pequeño de los flujos. Pero para lograr una estabilidad efectiva, se hace necesario combinar la filosofía adecuada con técnicas avanzadas de control. Sólo de esta manera la columna estará en posibilidades de recibir estrategias de optimización que permitan obtener una mayor utilidad.

El control de la composición para ambos productos había sido evitado debido principalmente a las fuertes interacciones que se presentan en los circuitos de control de composición. Referencias bibliográficas, inclusive hasta 1978, recomiendan implementar un sólo sistema de control de composición y permitir que la composición del otro extremo de la columna varíe con cualquier cambio en condiciones. Aún cuando se requería controlar la composición de ambos, recomendaban como más adecuadas las siguientes prácticas:

- 1.- Diseñar las torres con más platos que los requeridos para la operación normal, de tal manera que la pureza de la corriente que no se controla sea buena aún bajo condiciones adversas.

- 2.- Diseñar y operar las columnas con relaciones de reflujo más altas de las que se requieren para la operación normal.
- 3.- Instalar grandes tanques de almacenamiento para atenuar las perturbaciones en la alimentación, o bien, grandes tanques de almacenamiento para mezclar el producto fuera de especificación.
- 4.- Instalar otras columnas para afinar la pureza de los productos.

Algunas de las ventajas que se obtienen al implementar un sistema de control de dos composiciones, cuando es posible, son las siguientes:

- 1.- El sistema consume la mínima energía requerida para llevar a cabo la separación. Esto resulta particularmente importante, ya que se ha estimado que los procesos de destilación consumen en promedio 40% de la energía utilizada en las plantas industriales.
- 2.- Reduce la variación en la composición de ambos productos, haciendo que la separación sea más fácil de controlar.
- 3.- Siempre se obtiene la máxima recuperación posible de ambos productos.
- 4.- El proceso resulta más económico como resultado de la reducción en el consumo de energía y a la mayor recuperación de los productos.

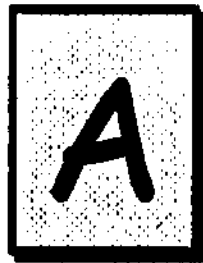
El control feedforward (prealimentado) es probablemente la más básica e importante forma de control avanzado y se puede definir como: "El uso inteligente de la información del proceso para llevar acción correctiva antes que una perturbación lo desajuste". En una operación de transferencia de masa como es la destilación, el Balance de Materia es la base para el control "prealimentado".

Finalmente, se presentan las siguientes conclusiones generales con base en este documento:

- 1.- El sistema de control directo de balance de materia es el más adecuado para controlar una sola composición, ya que proporciona mayor sensibilidad y estabilidad a la operación de la columna.
- 2.- Las ventajas de utilizar un sistema de control de dos composiciones hacen conveniente su utilización en aquellas columnas, cuyo análisis de ganancias relativas determine que el grado de interacción que se presenta para un cierto par de variables manipuladas es mínimo.
- 3.- El uso de un sistema de control feedforward (prealimentado) es recomendable para cualquier columna ya que minimiza las desviaciones de las variables controladas y se hace indispensable para columnas que tienen perturbaciones grandes y frecuentes, sobre todo en la corriente de alimentación.



ANEXO



TRANSFORMADAS DE LAPLACE

ANEXO A

A.1.- DEFINICION DE LA TRANSFORMADA DE LAPLACE.

La transformada de Laplace de una función del tiempo, $f(t)$, se define mediante la siguiente fórmula:

$$F(s) = \mathcal{L} [f(t)] = \int_0^{\infty} f(t)e^{-st} dt \quad (\text{A.1.1})$$

donde

- $f(t)$ es una función del tiempo.
- $F(s)$ es la transformada de Laplace correspondiente.
- s es la variable de la transformada de Laplace.
- t es el tiempo

En la aplicación de la transformada de Laplace al diseño de sistemas de control, las funciones del tiempo son las variables del sistema, inclusive la variable manipulada y la controlada, las señales del transmisor, las perturbaciones, las posiciones de la válvula de control, el flujo a través de las válvulas de control y cualquier otra variable o señal intermedia. Por lo tanto, es muy importante darse cuenta que la transformada de Laplace se aplica a las variables y señales, y no a los procesos o instrumentos.

Para lograr la familiarización con la definición de la transformada de Laplace, se buscará la transformada de varias señales de entrada comunes.

En el análisis de los sistemas de control se aplican señales a la entrada del sistema (por ejemplo, perturbaciones, cambios en el punto de control, etc.) para estudiar su respuesta. A pesar de que en la práctica, generalmente, es difícil o incluso imposible lograr algunos tipos de señales, éstas proporcionan herramientas útiles para comparar las respuestas. Ahora se obtendrá la transformada de Laplace de:

- a) Una función de escalón unitario.
- b) Un pulso.
- c) Una función de impulso unitario.
- d) Una onda senoidal.

a) Función de escalón unitario.

Este es un cambio súbito de magnitud unitaria en un tiempo igual a cero; dicha función se ilustra gráficamente en la Fig. (A.1a), y se representa algebraicamente mediante la expresión:

$$u(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ 1 & t \geq 0 \end{cases}$$

Su transformada de Laplace está dada por:

$$\mathcal{L} [u(t)] = \int_0^{\infty} u(t)e^{-st} dt = -\frac{1}{s} e^{-st} \Big|_0^{\infty} = -\frac{1}{s} (0 - 1)$$

$$\mathcal{L} [u(t)] = \frac{1}{s}$$

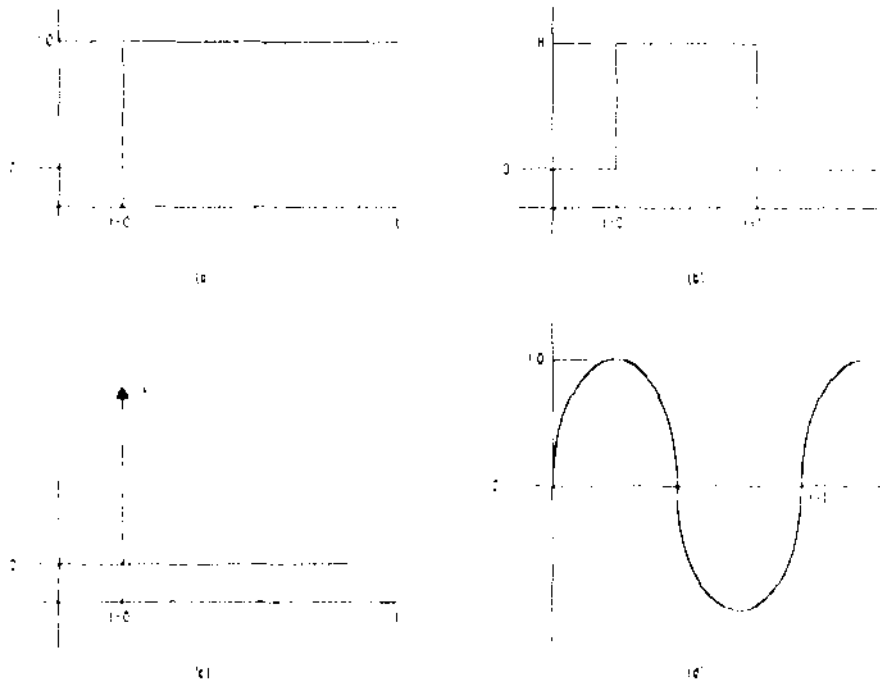


Fig. (A.1).- Señales de entrada comunes en el estudio de la respuesta del sistema de control. a) Función escalón unitario, $u(t)$. b) Pulso. c) Función impulso, $\delta(t)$. d) Onda senoidal, $\text{sen } \omega t$ ($\omega = 2\pi/T$).

b) Pulso de magnitud H y duración T .

El pulso se muestra gráficamente en la Fig. (A.1b) y su representación algebraica es:

$$f(t) = \begin{cases} 0 & t < 0, \quad t \geq T \\ H & 0 \leq t < T \end{cases}$$

Su transformada de Laplace está dada por:

$$\mathcal{L} [f(t)] = \int_0^{\infty} f(t)e^{-st} dt = \int_0^T H e^{-st} dt = -\frac{H}{s} e^{-st} \Big|_0^T = -\frac{H}{s} (e^{-sT} - 1)$$

$$\mathcal{L} [f(t)] = \frac{H}{s} (1 - e^{-sT})$$

c) Función de impulso unitario.

Esta es un pulso ideal de amplitud infinita y duración cero, cuya área es la unidad, en otras palabras, un pulso de área unitaria con toda ella concentrada en un tiempo igual a cero. Esta función se esboza en la Fig. (A.1c). Generalmente se usa el símbolo $\delta(t)$ para representarla, y se le conoce como función "delta Dirac". Su expresión algebraica se puede obtener mediante el uso de los límites de la función pulso de la parte b):

$$\delta(t) = \lim_{T \rightarrow 0} f(t)$$

con:

$$HT = 1 \text{ (el área) o } H = 1/T$$

La transformada de Laplace se puede obtener tomando el límite del resultado de la parte b):

$$\mathcal{L} [\delta(t)] = \lim_{T \rightarrow 0} \frac{1}{T} (1 - e^{-sT}) = \frac{1}{0} (1 - 1) = \frac{0}{0}$$

Ahora se requiere la aplicación de la regla de L'Hopital para límites indefinidos:

$$\mathcal{L} [\delta(t)] = \lim_{T \rightarrow 0} \frac{\frac{d}{dT} (1 - e^{-sT})}{\frac{d}{dT} (Ts)} = \lim_{T \rightarrow 0} \frac{se^{-sT}}{s}$$

$$\mathcal{L} [\delta(t)] = 1$$

Este es un resultado muy significativo, pues indica que la transformada de Laplace del impulso unitario es la unidad.

d) Onda senoidal de amplitud y frecuencia ω .

La onda senoidal se muestra en la Fig. (A.1.d), y su representación en forma exponencial es:

$$\text{sen } \omega t = \frac{e^{i\omega t} - e^{-i\omega t}}{2i}$$

donde $i = \sqrt{-1}$ es la unidad de los números imaginarios.

Su transformada de Laplace está dada por:

$$\mathcal{L} [\text{sen } \omega t] = \int_0^{\infty} \text{sen } \omega t e^{-st} dt = \int_0^{\infty} \frac{e^{i\omega t} - e^{-i\omega t}}{2i} e^{-st} dt$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{2i} \left[\int_0^x e^{-(s-i\omega)t} dt - \int_0^x e^{-(s+i\omega)t} dt \right] \\
&= \frac{1}{2i} \left[-\frac{e^{-(s-i\omega)t}}{s-i\omega} + \frac{e^{-(s+i\omega)t}}{s+i\omega} \right] \Big|_0^x \\
&= \frac{1}{2i} \left[-\frac{0-1}{s-i\omega} + \frac{0-1}{s+i\omega} \right] = \frac{1}{2i} \frac{2i\omega}{s^2 + \omega^2}
\end{aligned}$$

$$\mathcal{L}[\text{sen } \omega t] = \frac{\omega}{s^2 + \omega^2}$$

Con lo anterior se ilustra en parte el manejo algebraico que implica la obtención de la transformada de Laplace de una señal. La Tabla (A.1) es una breve lista de la transformada de algunas de las funciones más comunes.

TABLA (A.1).- Transformada de Laplace de funciones más usuales.

$f(t)$	$F(s) = \mathcal{L}\{f(t)\}$
$\delta(t)$	1
$u(t)$	$\frac{1}{s}$
t	$\frac{1}{s^2}$
t^n	$\frac{n!}{s^{n+1}}$
e^{-at}	$\frac{1}{s+a}$
te^{-at}	$\frac{1}{(s+a)^2}$
$t^n e^{-at}$	$\frac{n!}{(s+a)^{n+1}}$
$\text{sen } \omega t$	$\frac{\omega}{s^2 + \omega^2}$
$\text{cos } \omega t$	$\frac{s}{s^2 + \omega^2}$
$e^{-at} \text{sen } \omega t$	$\frac{\omega}{(s+a)^2 + \omega^2}$
$e^{-at} \text{cos } \omega t$	$\frac{s+a}{(s+a)^2 + \omega^2}$

A.2.- PROPIEDADES DE LA TRANSFORMADA DE LAPLACE.

En esta sección se explican algunas propiedades importantes de la transformada de Laplace, las cuales son útiles porque permiten obtener la transformada de algunas funciones a partir de las más simples, como las que aparecen en la Tabla (A.1):

establecer la relación de la transformada de una función con sus derivadas e integrales; así como la determinación de los valores inicial y final de una función a partir de su transformada.

Linealidad. Esta propiedad es la más importante, establece que la transformada de Laplace es lineal; es decir, si k es una constante:

$$\mathcal{L} [kf(t)] = k \mathcal{L} [f(t)] = kF(s) \quad (\text{A.2.1})$$

Puesto que es lineal, la propiedad distributiva también es válida para la transformada de Laplace:

$$\begin{aligned} \mathcal{L} [f(t) + g(t)] &= \mathcal{L} [f(t)] + \mathcal{L} [g(t)] \\ &= F(s) + G(s) \end{aligned} \quad (\text{A.2.2})$$

Teorema de la diferenciación real. Este teorema establece la relación de la transformada de Laplace de una función con la de su derivada. Su expresión matemática es:

$$\mathcal{L} \left[\frac{df(t)}{dt} \right] = sF(s) - f(0) \quad (\text{A.2.3})$$

en general

$$\mathcal{L} \left[\frac{d^n f(t)}{dt^n} \right] = s^n F(s) - s^{n-1} f(0) - s^{n-2} \frac{df}{dt}(0) - \dots - s \frac{d^{n-2} f}{dt^{n-2}}(0) - \frac{d^{n-1} f}{dt^{n-1}}(0) \quad (\text{A.2.4})$$

Para el caso, el más importante, en que la función y sus derivadas tienen condiciones iniciales cero, la expresión se simplifica a:

$$\mathcal{L} \left[\frac{d^n f(t)}{dt^n} \right] = s^n F(s) \quad (\text{A.2.5})$$

Como se puede ver, para el caso de condiciones iniciales cero, la obtención de la transformada de Laplace de la derivada de una función se hace simplemente mediante la sustitución del operador "d/dt" por la variable s , y la de $f(t)$ por $F(s)$.

Teorema de la integración real. Este teorema establece la relación entre la transformada de una función y la de su integral. Su expresión es:

$$\mathcal{L} \left[\int_0^t f(\tau) d\tau \right] = \frac{1}{s} F(s) \quad (\text{A.2.6})$$

Teorema de la diferenciación compleja. Con este teorema se facilita la evaluación de las transformadas que implican la variable de tiempo t , y se expresa mediante:

$$\mathcal{L} [t f(t)] = -\frac{d}{ds} F(s) \quad (\text{A.2.7})$$

Teorema de la traslación real. En este teorema se trabaja con la traslación de una función en el eje del tiempo, como se ilustra en la Fig. (A.2). La figura trasladada es la función original con retardo en tiempo. El retardo de transporte ocasiona retardos de tiempo en el proceso; este fenómeno se conoce comúnmente como tiempo muerto.

Puesto que la transformada de Laplace no contiene información acerca de la función original para tiempo negativo, se supone que la función retardada es cero, para todos los tiempos menores al tiempo de retardo, ver Fig. (A.2). El teorema se expresa mediante la siguiente fórmula:

$$\mathcal{L} [f(t - t_0)] = e^{-st_0} F(s) \quad (\text{A.2.8})$$

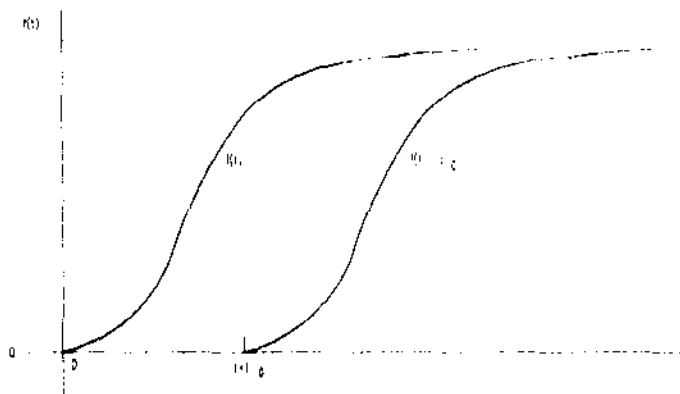


Fig. (A.2).- La función que se traslada en tiempo es cero para todos los tiempos menores al tiempo de retardo t_0 .

Teorema de la traslación completa. Este teorema facilita la evaluación de la transformada de funciones que implican al tiempo como exponente.

$$\mathcal{L} [e^{at} F(t)] = F(s - a) \quad (\text{A.2.9})$$

Teorema del valor final. Este teorema permite el cálculo del valor final o de estado estacionario de una función a partir de su transformada. También es útil para verificar la validez de la transformada que se obtiene. Si el límite $t \rightarrow \infty$ de $f(t)$ existe, se puede calcular a partir de la transformada de Laplace como sigue:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} f(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sF(s) \quad (\text{A.2.10})$$

Teorema del valor inicial. Este teorema es útil para calcular el valor inicial de una

función a partir de su transformada; además proporciona otra verificación de la validez de la transformada que se obtiene.

$$\lim_{t \rightarrow 0^+} f(t) = \lim_{s \rightarrow \infty} sF(s) \quad (\text{A.2.11})$$

A.3.- SOLUCION DE ECUACIONES DIFERENCIALES MEDIANTE EL USO DE LA TRANSFORMADA DE LAPLACE

Para ilustrar el uso de la transformada de Laplace en la resolución de ecuaciones diferenciales lineales ordinarias, considérese la siguiente ecuación diferencial de segundo orden:

$$a_2 \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + a_1 \frac{dy(t)}{dt} + a_0 y(t) = bx(t) \quad (\text{A.3.1})$$

El problema de resolver esta ecuación se puede plantear como sigue: dados los coeficientes a_0 , a_1 , a_2 y b , las condiciones iniciales apropiadas y la función $x(t)$, encuéntrase la función $y(t)$ que satisface la ec. (A.3.1).

La función $x(t)$ se conoce generalmente como "función de forzamiento" o variable de entrada, y $y(t)$ como la "función de salida" o variable dependiente; la variable t , tiempo, es la variable independiente. Generalmente, en el diseño de los sistemas de control una ecuación diferencial como la (A.3.1) representa la forma en que se relaciona la señal de salida, $y(t)$, con la señal de entrada, $x(t)$, en un proceso particular.

A.3.1.- PROCEDIMIENTO DE SOLUCION POR LA TRANSFORMADA DE LAPLACE

La solución de una ecuación diferencial mediante el uso de la transformada de Laplace implica básicamente tres pasos:

Paso 1. Transformación de la ecuación diferencial en una ecuación algebraica con la variable s de la transformada de Laplace, lo cual se logra al obtener la transformada de Laplace de cada miembro de la ecuación:

$$\mathcal{L} \left[a_2 \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + a_1 \frac{dy(t)}{dt} + a_0 y(t) \right] = \mathcal{L} [bx(t)] \quad (\text{A.3.2})$$

Entonces, al usar la propiedad distributiva de la transformada, ec. (A.2.1), y el teorema de la diferenciación real, ec. (A.2.4), se ve que:

$$\begin{aligned} \mathcal{L} \left[a_2 \frac{d^2 y(t)}{dt^2} \right] &= a_2 \left[s^2 Y(s) - sy(0) - \frac{dy}{dt}(0) \right] \\ \mathcal{L} \left[a_1 \frac{dy(t)}{dt} \right] &= a_1 [sY(s) - y(0)] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathcal{L} [a_0 y(t)] &= a_0 Y(s) \\ \mathcal{L} [bx(t)] &= bX(s) \end{aligned}$$

Posteriormente se sustituyen estos términos en la ec. (A.3.2) y se reordena:

$$(a_2 s^2 + a_1 s + a_0) Y(s) - (a_2 s + a_1) y(0) - a_2 \frac{dy}{dt}(0) = bX(s)$$

Nótese que ésta es una ecuación algebraica y que la variable s de la transformada de Laplace se puede tratar como cualquier otra cantidad algebraica.

Paso 2. Se emplea la ecuación algebraica que se resuelve para la variable de salida $Y(s)$, en términos de la variable de entrada y de las condiciones iniciales:

$$Y(s) = \frac{bX(s) + (a_2 s + a_1) y(0) + a_2 \frac{dy}{dt}(0)}{a_2 s^2 + a_1 s + a_0} \quad (\text{A.3.3})$$

Paso 3. Inversión de la ecuación resultante para obtener la variable de salida en función del tiempo $y(t)$:

$$\begin{aligned} y(t) &= \mathcal{L}^{-1} [Y(s)] \\ &= \mathcal{L}^{-1} \left[\frac{bX(s) + (a_2 s + a_1) y(0) + a_2 \frac{dy}{dt}(0)}{a_2 s^2 + a_1 s + a_0} \right] \end{aligned} \quad (\text{A.3.4})$$

En este procedimiento los dos primeros pasos son relativamente fáciles y directos, todas las dificultades se concentran en el tercer paso. La utilidad de la transformada de Laplace en el diseño de sistemas de control tiene como fundamento el hecho de que rara vez es necesario el paso de inversión, debido a que todas las características de la respuesta en tiempo $y(t)$ se pueden reconocer en los términos de $Y(s)$; en otras palabras, el análisis completo se puede hacer en el dominio de Laplace o en el "dominio s ", sin invertir la transformada en el "dominio del tiempo".

En el paso de inversión se establece la relación entre la transformada de Laplace, $Y(s)$, y su inversa, $y(t)$. El paso de inversión se puede demostrar mediante el método de expansión de fracciones parciales, sin embargo, primero es necesario generalizar la ec. (A.3.3) para el caso de una ecuación de orden n .

Para la ecuación diferencial lineal de orden n con coeficientes constantes:

$$\begin{aligned} a_n \frac{d^n y(t)}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} y(t)}{dt^{n-1}} + \dots + a_0 y(t) = \\ b_m \frac{d^m x(t)}{dt^m} + b_{m-1} \frac{d^{m-1} x(t)}{dt^{m-1}} + \dots + b_0 x(t) \end{aligned} \quad (\text{A.3.5})$$

en condiciones iniciales cero.

$$y(0) = 0; \quad \frac{dy}{dt}(0) = 0; \quad \frac{d^{n-1}y}{dt^{n-1}}(0) = 0$$

$$x(0) = 0; \quad \frac{dx}{dt}(0) = 0; \quad \frac{d^{m-1}x}{dt^{m-1}}(0) = 0$$

usando la propiedad distributiva de la transformada, el teorema de la diferenciación real, sustituyendo los términos en la ec. (A.3.5) y reordenando términos se tiene que la transformada de Laplace está dada por:

$$Y(s) = \left[\frac{b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \dots + b_0}{a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_0} \right] X(s) \quad (\text{A.3.6})$$

El caso de condiciones iniciales cero es el más común en el diseño de sistemas de control, ya que las señales se definen generalmente como desviaciones respecto a un estado inicial estacionario (*). Cuando se hace esto, el valor inicial de la perturbación, por definición es cero; los valores iniciales de las derivadas del tiempo son también cero, pues se supone que el sistema está inicialmente en un estado estacionario; es decir, no cambia con el tiempo.

Función de transferencia. Si las variables $X(s)$ y $Y(s)$ de la ec. (A.3.6) son las respectivas transformadas de las señales de entrada y salida de un proceso, instrumento o sistema de control, el término entre corchetes representa por definición, la función de transferencia del proceso, instrumento o sistema de control. Dicha función es la expresión que, al multiplicarse por la transformada de la señal de entrada, da como resultado la transformada de la función de salida. La función de transferencia proporciona un mecanismo útil para el análisis del comportamiento dinámico y el diseño de sistemas de control.

A.3.2.- INVERSIÓN DE LA TRANSFORMADA DE LAPLACE MEDIANTE EXPANSIÓN DE FRACCIONES PARCIALES.

El último paso en el proceso de solución de una ecuación diferencial mediante la transformada de Laplace es la inversión de la ecuación algebraica de la variable de salida $Y(s)$ la cual se puede representar mediante:

$$y(t) = \mathcal{L}^{-1} [Y(s)] \quad (\text{A.3.7})$$

Puesto que éste es el paso más difícil del procedimiento de solución, esta sección tiene por objetivo establecer la relación general entre la transformada de la variable de salida $Y(s)$ y su inversa $y(t)$. Con este procedimiento se puede realizar el análisis de la respuesta del sistema mediante el análisis de su función transformada $Y(s)$, sin tener que invertirla realmente. A continuación se establece la relación entre $Y(s)$ y $y(t)$ por medio del método de expansión de fracciones parciales, el cual fue introducido por primera vez por el físico británico Oliver Heavyside (1850-1925) como parte de su revolucionario "cálculo operacional".

Como se vio en la sección precedente, la transformada de Laplace de la salida o variable dependiente de una ecuación diferencial lineal de orden n con coeficientes constantes, se puede expresar mediante:

$$Y(s) = \left[\frac{b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \dots + b_0}{a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_0} \right] X(s) \quad (\text{A.3.6})$$

donde:

- $Y(s)$ es la transformada de Laplace de la variable de salida
- $X(s)$ es la transformada de Laplace de la variable de entrada
- a_0, a_1, \dots, a_n son los coef. constantes de la variable de salida y sus derivadas
- b_0, b_1, \dots, b_m son los coef. constantes de la variable de entrada y sus derivadas

Si se observa la Tabla (A.1), se puede ver que la transformada de Laplace de las funciones más comunes es una relación de polinomios en las variables de la transformada de Laplace. Si se supone que éste es el caso de $X(s)$, se puede demostrar que $Y(s)$ también es la relación de dos polinomios:

$$\begin{aligned} Y(s) &= \frac{b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \dots + b_0 [\text{numerador de } X(s)]}{a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_0 [\text{denominador de } X(s)]} \\ &= \frac{N(s)}{D(s)} \end{aligned} \quad (\text{A.3.8})$$

donde:

$$\begin{aligned} N(s) &= \beta_j s^j + \beta_{j-1} s^{j-1} + \dots + \beta_1 s + \beta_0 \\ D(s) &= s^k + \alpha_{k-1} s^{k-1} + \dots + \alpha_1 s + \alpha_0 \end{aligned}$$

$\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_j$ son los coeficientes constantes del polinomio numerador $N(s)$ de grado j ($j \geq m$)

$\alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_{k-1}$ son los coeficientes constantes del polinomio denominador $D(s)$ de grado k ($k \geq n$)

Nótese que se puso que el coeficiente de s^k en $D(s)$ es la unidad, lo cual se puede hacer sin pérdida de la generalidad, ya que siempre es posible dividir el numerador y el denominador entre el coeficiente de s^k y cumplir con la ec. (A.3.8).

La ec. (A.3.8) también representa el caso en que la variable de salida responde a más de una función de forzamiento de entrada; sin embargo, no representa el caso en que el sistema o la señal de entrada contengan retardos de tiempo (retardos de transporte o tiempos muertos). Con el fin de simplificar, por el momento no se trata este caso tan importante, ya que se considera como especial al final de esta sección.

El primer paso de la expansión de fracciones parciales es la factorización del polinomio denominador $D(s)$:

$$\begin{aligned} D(s) &= s^k + \alpha_{k-1} s^{k-1} + \dots + \alpha_1 s + \alpha_0 \\ &= (s - r_1)(s - r_2) \dots (s - r_k) \end{aligned} \quad (\text{A.3.9})$$

donde r_1, r_2, \dots, r_k son las raíces del polinomio, es decir, los valores de s que satisfacen la ecuación:

$$D(s) = s^k + \alpha_{k-1}s^{k-1} + \dots + \alpha_1s + \alpha_0 = 0 \quad (\text{A.3.10})$$

Es conveniente recordar que un polinomio de grado k puede tener hasta k raíces distintas; como se ve, siempre se puede factorizar de la manera que se muestra en la ec. (A.3.9); se observa que, al hacer s igual a cualquiera de las raíces resultantes en uno de los factores $(s - r)$, éste se hace cero, y entonces $D(s) = 0$

La sustitución de la ec. (A.3.9) en la ec. (A.3.8) da como resultado:

$$Y(s) = \frac{N(s)}{(s-r_1)(s-r_2)\dots(s-r_k)} \quad (\text{A.3.11})$$

A partir de esta ecuación es posible demostrar que la transformada $Y(s)$ se puede expresar como la suma de k fracciones:

$$Y(s) = \frac{A_1}{s-r_1} + \frac{A_2}{s-r_2} + \dots + \frac{A_k}{s-r_k} \quad (\text{A.3.12})$$

donde A_1, A_2, \dots, A_k son una serie de coeficientes constantes que se evalúan mediante un procedimiento de series. Este paso se conoce como "expansión en fracciones parciales".

Una vez que se expande la transformada de la salida, como se hizo en la ec. (A.3.12), se puede usar la propiedad distributiva de la transformada inversa para obtener la función inversa:

$$\begin{aligned} y(t) &= \mathcal{L}^{-1} [Y(s)] \\ &= \mathcal{L}^{-1} \left[\frac{A_1}{s-r_1} + \frac{A_2}{s-r_2} + \dots + \frac{A_k}{s-r_k} \right] \\ &= A_1 \mathcal{L}^{-1} \left[\frac{1}{s-r_1} \right] + A_2 \mathcal{L}^{-1} \left[\frac{1}{s-r_2} \right] + \dots + A_k \mathcal{L}^{-1} \left[\frac{1}{s-r_k} \right] \end{aligned} \quad (\text{A.3.13})$$

Las inversas individuales generalmente se pueden determinar mediante el uso de una tabla de transformadas de Laplace como la Tabla (A.1).

Para evaluar los coeficientes de las fracciones parciales y completar el proceso de inversión, se deben considerar 4 casos:

- 1.- Raíces reales no repetidas.
- 2.- Pares no repetidos de raíces complejas conjugadas.
- 3.- Raíces repetidas.
- 4.- Presencia de tiempo muerto.

A continuación se expone cada uno de estos casos.

Caso 1. Raíces reales no repetidas

Para evaluar el coeficiente A_i de una fracción que contiene una raíz real no repetida r_i , se multiplican ambos miembros de la ec. (A.3.12) por el factor $(s - r_i)$, lo que da como resultado la siguiente ecuación, después de reordenar:

$$(s - r_i)Y(s) = \frac{A_1(s - r_i)}{s - r_1} + \dots + A_i + \dots + \frac{A_k(s - r_i)}{s - r_k} \quad (\text{A.3.14})$$

Nótese que la raíz r_i no se repite, no hay cancelación de los factores, a excepción de los de la fracción y . Al hacer $s = r_i$ en la ec. (A.3.14), se obtiene la siguiente fórmula para el coeficiente A_i :

$$A_i = \lim_{s \rightarrow r_i} (s - r_i)Y(s) = \lim_{s \rightarrow r_i} (s - r_i) \frac{N(s)}{D(s)} \quad (\text{A.3.15})$$

Esta fórmula se utiliza para evaluar los coeficientes de todas las fracciones que contienen raíces reales no repetidas. La inversa de los términos correspondientes de $Y(s)$ en la ec. (A.3.13) es, según la Tabla (A.1):

$$\mathcal{L}^{-1} \left[\frac{A_i}{s - r_i} \right] = A_i e^{r_i t} \quad (\text{A.3.16})$$

Si todas las $D(s)$ son raíces reales no repetidas, la función inversa es:

$$y(t) = A_1 e^{r_1 t} + A_2 e^{r_2 t} + \dots + A_k e^{r_k t} \quad (\text{A.3.17})$$

Caso 2. Pares no repetidos de raíces complejas conjugadas.

Si los coeficientes de un polinomio son números reales, sus raíces son números reales o pares de números conjugados; complejos en otras palabras, si r_1 es una raíz compleja de $D(s)$, entonces existe otra raíz compleja que es el conjugado de r_1 , esto es, tiene las mismas partes real e imaginaria, pero de signo contrario. A fin de simplificar, se puede decir que estas dos raíces son r_1 y r_2 :

$$r_1 = r + iw \quad r_2 = r - iw$$

donde:

$i = \sqrt{-1}$ es la unidad de los números imaginarios.
 r es la parte real de r_1 y r_2 .
 w es la parte imaginaria de r_1 .

Por lo tanto, la expansión en fracciones parciales de $Y(s)$ es:

$$\begin{aligned} Y(s) &= \frac{N(s)}{(s - r - iw)(s - r + iw) \dots (s - r_k)} \\ &= \frac{A_1}{s - r - iw} + \frac{A_2}{s - r + iw} + \dots + \frac{A_k}{s - r_k} \end{aligned} \quad (\text{A.3.18})$$

Mediante el uso del álgebra de números complejos se puede aplicar la ec. (A.3.15) para evaluar A_1 y A_2 :

$$\begin{aligned} A_1 &= \lim_{s \rightarrow r-i\omega} (s-r-i\omega)Y(s) \\ A_2 &= \lim_{s \rightarrow r+i\omega} (s-r+i\omega)Y(s) \end{aligned} \quad (\text{A.3.19})$$

Se puede demostrar que A_1 y A_2 son un par de números complejos conjugados:

$$A_1 = B + iC \quad A_2 = B - iC \quad (\text{A.3.20})$$

donde B y C son la parte real e imaginaria de A_1 , respectivamente.

Una vez que se determinó el valor de los coeficientes A_1 y A_2 , se verá el inverso de estos términos; por el momento no se tomará en cuenta que son complejos. El inverso se obtiene mediante la aplicación de la ec. (A.3.16):

$$\begin{aligned} \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{A_1}{s-r-i\omega}\right] &= A_1 e^{(r-i\omega)t} = A_1 e^{\alpha t} e^{-i\omega t} \\ &= A_1 e^{\alpha t} (\cos \omega t + i \sin \omega t) \end{aligned} \quad (\text{A.3.21})$$

$$\begin{aligned} \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{A_2}{s-r+i\omega}\right] &= A_2 e^{(r+i\omega)t} = A_2 e^{\alpha t} e^{i\omega t} \\ &= A_2 e^{\alpha t} (\cos \omega t + i \sin \omega t) \end{aligned} \quad (\text{A.3.22})$$

Aquí se utilizó la identidad del exponencial de un número imaginario puro:

$$e^{i\theta} = \cos \theta + i \sin \theta \quad (\text{A.3.23})$$

De la combinación de las ecs. (A.3.21) y (A.3.22) se obtiene:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{A_1}{s-r-i\omega} + \frac{A_2}{s-r+i\omega}\right] &= e^{\alpha t} [(A_1 + A_2) \cos \omega t + i(A_1 - A_2) \sin \omega t] \\ &= e^{\alpha t} (2B \cos \omega t - 2C \sin \omega t) \end{aligned} \quad (\text{A.3.24})$$

en donde se utilizó la ec. (A.3.20). Nótese que con esto se demuestra que la solución $y(t)$ únicamente contiene coeficientes reales, ya que B y C son números reales.

Una forma más simple de la ec. (A.3.24) es:

$$\mathcal{L}^{-1}\left[\frac{A_1}{s-r-i\omega} + \frac{A_2}{s-r+i\omega}\right] = 2\sqrt{B^2 + C^2} e^{\alpha t} \sin(\omega t - \theta) \quad (\text{A.3.25})$$

donde

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{C}{B}\right)$$

Se puede demostrar que las ecs. (A.3.24) y (A.3.25) son equivalentes, mediante la sustitución de las siguientes identidades trigonométricas:

$$\text{sen}(wt - \theta) = \text{sen} wt \cos \theta - \cos wt \text{sen} \theta$$

$$B = \sqrt{B^2 + C^2} \cos \theta$$

$$C = \sqrt{B^2 + C^2} \text{sen} \theta$$

Es importante señalar que el argumento de las funciones seno y coseno en las ecs. (A.3.24) y (A.3.25) está en radianes, no en grados, debido a que las unidades de w son radianes por unidad de tiempo.

La parte real de las raíces complejas, r , aparece en el exponencial de tiempo e^r de la solución final; y la parte imaginaria, w , en el argumento de las funciones seno y coseno. Los dos factores complejos conjugados se pueden combinar en un sólo factor "cuadrático" (de segundo orden) como sigue:

$$\begin{aligned} \frac{B + iC}{s - r - iw} + \frac{B - iC}{s - r + iw} &= \frac{2B(s - r) - 2Cw}{s^2 - 2rs + r^2 + w^2} \\ &= \frac{2B(s - r) - 2Cw}{(s - r)^2 + w^2} \end{aligned} \quad (\text{A.3.26})$$

Nótese que el denominador de este factor cuadrático es comparable a uno de los dos últimos de la Tabla (A.1), por la igualación de $a = -r$.

Caso 3. Raíces repetidas.

La fórmula que se dio en los dos primeros casos no se puede utilizar para evaluar los coeficientes de las fracciones parciales que contienen raíces repetidas. El procedimiento que se presenta aplica tanto para el caso donde las raíces repetidas son reales como para aquel en que son complejas.

La expansión en fracciones parciales de una transformada para la cual una raíz r se repite m veces está dada por:

$$\begin{aligned} Y(s) &= \frac{N(s)}{(s - r_1)^m \dots (s - r_k)} \\ &= \frac{A_1}{(s - r_1)^m} + \frac{A_2}{(s - r_1)^{m-1}} + \dots + \frac{A_m}{s - r_1} + \dots + \frac{A_k}{s - r_k} \end{aligned} \quad (\text{A.3.27})$$

Para evaluar los coeficientes A_1, A_2, \dots, A_m se aplican en orden las siguientes fórmulas;

$$\begin{aligned}
A_1 &= \lim_{s \rightarrow r_1} \left[(s - r_1)^m Y(s) \right] \\
A_2 &= \lim_{s \rightarrow r_1} \frac{d}{ds} \left[(s - r_1)^m Y(s) \right] \\
A_3 &= \lim_{s \rightarrow r_1} \frac{1}{2!} \frac{d^2}{ds^2} \left[(s - r_1)^m Y(s) \right] \\
&\vdots \\
A_m &= \lim_{s \rightarrow r_1} \frac{1}{(m-1)!} \frac{d^{m-1}}{ds^{m-1}} \left[(s - r_1)^m Y(s) \right]
\end{aligned} \tag{A.3.28}$$

Una vez que se evalúan los coeficientes, la inversión de la ec. (A.3.27) con el uso de la Tabla (A.1) da como resultado lo siguiente:

$$y(t) = \left[\frac{A_1 t^{m-1}}{(m-1)!} + \frac{A_2 t^{m-2}}{(m-2)!} + \dots + A_m \right] e^{r_1 t} + \dots + A_k e^{r_k t} \tag{A.3.29}$$

Para el raro caso de los pares repetidos de raíces complejas conjugadas se puede ahorrar trabajo si se considera que los coeficientes son pares de complejos conjugados. De la ec. (A.3.20) se tiene:

$$A_1 = B_1 + iC_1, \quad A_1^c = B_1 - iC_1$$

donde A_1^c es el conjugado de A_1 .

Por lo tanto, de la combinación de la ec. (A.3.24) y (A.2.29) se puede escribir:

$$\begin{aligned}
y(t) = e^{at} &\left\{ \left[\frac{2B_1 t^{m-1}}{(m-1)!} + \frac{2B_2 t^{m-2}}{(m-2)!} + \dots + 2B_m \right] \cos \omega t \right. \\
&\left. - \left[\frac{2C_1 t^{m-1}}{(m-1)!} + \frac{2C_2 t^{m-2}}{(m-2)!} + \dots + 2C_m \right] \operatorname{sen} \omega t \right\} + \dots + A_k w^{k t}
\end{aligned} \tag{A.3.30}$$

Caso 4. Tiempo muerto.

El uso de la técnica de expansión de fracciones parciales se restringe a los casos en que la transformada de Laplace se puede expresar como una relación de dos polinomios. Como se vió en el teorema de traslación real, ec. (A.2.8), Cuando la transformada de Laplace contiene tiempo muerto (retardo de transporte o tiempo de retraso), en la función transformada aparece el término exponencial e^{-st_0} , donde t_0 es el tiempo muerto y, puesto que el exponencial es una función trascendental, el procedimiento de inversión se debe modificar de manera apropiada.

Si la función exponencial aparece en el denominador de la transformada de Laplace, no se puede hacer la inversión por expansión en fracciones parciales, porque ya no se tiene un número finito de raíces y, en consecuencia, habrá un número infinito de fracciones en la expansión. Por otro lado, los términos exponenciales en el numerador se pueden manejar como se verá a continuación.

Considérese primeramente el caso en que la transformada de Laplace consta de un término exponencial que se multiplica por la relación de dos polinomios:

$$Y(s) = \left[\frac{N(s)}{D(s)} \right] e^{-st_0} = [Y_1(s)] e^{-st_0} \quad (\text{A.3.31})$$

El procedimiento consiste en expandir en fracciones parciales únicamente la relación de los polinomios.

$$Y_1(s) = \frac{N(s)}{D(s)} = \frac{A_1}{s-r_1} + \frac{A_2}{s-r_2} + \dots + \frac{A_k}{s-r_k} \quad (\text{A.3.32})$$

Para esta expansión se requiere la aplicación de alguno de los tres primeros casos; a continuación se invierte la ec. (A.3.32) para obtener:

$$Y_1(t) = A_1 e^{r_1 t} + A_2 e^{r_2 t} + \dots + A_k e^{r_k t}$$

Para invertir la ec. (A.3.31) se hace uso del teorema de traslación real, ec. (A.2.8).

$$Y(s) = e^{-st_0} Y_1(s) = \mathcal{L} \{y_1(t-t_0)\} \quad (\text{A.3.33})$$

Al invertir esta ecuación resulta:

$$\begin{aligned} y(t) &= \mathcal{L}^{-1} \{Y(s)\} = y_1(t-t_0) \\ &= A_1 e^{r_1(t-t_0)} + A_2 e^{r_2(t-t_0)} + \dots + A_k e^{r_k(t-t_0)} \end{aligned} \quad (\text{A.3.34})$$

Es importante subrayar el efecto de la eliminación del término exponencial del procedimiento de expansión en fracciones parciales; si se expande la función original, ec. (A.3.31), se obtiene:

$$Y(s) = \frac{A_1 e^{-st_0}}{s-r_1} + \frac{A_2 e^{-st_0}}{s-r_2} + \dots + \frac{A_k e^{-st_0}}{s-r_k}$$

A pesar de que parece funcionar en ciertos casos, esto es fundamentalmente incorrecto.

A continuación se considera el caso de múltiples retardos, lo que introduce más de una función exponencial en el numerador de la transformada de Laplace, cuyo procedimiento implica manejar la función algebraicamente como una suma de términos, de manera que cada uno comprenda el producto de un exponencial por la relación de dos polinomios:

$$\begin{aligned} Y(s) &= \left[\frac{N_1(s)}{D_1(s)} \right] e^{-st_1} + \left[\frac{N_2(s)}{D_2(s)} \right] e^{-st_2} + \dots \\ &= [Y_1(s)] e^{-st_1} + [Y_2(s)] e^{-st_2} + \dots \end{aligned} \quad (\text{A.3.35})$$

Posteriormente se expande cada relación de polinomios en fracciones parciales y se invierte para obtener un resultado de la forma:

$$y(t) = y_1(t - t_{o1}) + y_2(t - t_{o2}) + \dots \quad (\text{A.3.36})$$

Los retardos múltiples pueden ocurrir cuando el sistema se sujeta a diferentes funciones de forzamiento, cada uno con diferente período de retardo.



BIBLIOGRAFIA

III.- BIBLIOGRAFIA.

- 1.- Buckley, P.C., "History of distillation control", AIChE Symposium Series, No. 235, Vol 79, pp 46-56. 1983.
- 2.- Fair, J.R., AIChE Symp Ser. 79, 235, 1, 1983.
- 3.- Fair, J.R., Chem. Proc. P. 23, Sept. 1990.
- 4.- Howard, G.M., "Degrees of freedom for unsteady-state distillation processes", I&EC Fundamentals, 6(1) : 86-89-1967.
- 5.- Jafarey, A., & McAvoy, T.J., "Steady-state feedforward control algorithms for reducing energy costs in distillation", I.S.A. Trans. 19(4) : 89-99, 1980.
- 6.- Jafarey, A.; Douglass, J.M. & McAvoy, T.J.; "Short cut methods for distillation design and control. 2 Column design", Ind. Eng. Chem. Proc. Des. Dev 18:(2) 197-202, 1979.
- 7.- Luyben, W.L., "10 schemes to control distillation columns with sidestream drawoff", ISA Journal, pp 37-42, July 1966.
- 8.- Luyben, W.L., Ind. Eng. Chem. Fundamentals, 12 : 463-67, 1973.
- 9.- Mathur, G.P. and M.B. Powley in E.J. Henley (ed.), "Stagewise and Mass Transfer Operations", vol. 1, AIChE Modular Instruction, 1980.
- 10.- Mcmillan, F.G., Am. Cont. Cof., Arlington, Va., June 1982.
- 11.- Meyer, C.B.G., Wood, R.K. and Seborg, D.E., I. & E.C., Proc. Des. Dev., 17(1), 1978.
- 12.- Meyer, C.B.G., Wood, R.K. and Seborg, D.E., AIChE J., 25, (1) : 24, 1979.
- 13.- Mix, T.J., Dweck, J.S. and Weinberg, M., "Energy conservation in distillation", Chem. Eng. Prog., 74 : 4, 1978.
- 14.- Patke, N.G., Deshpande, P.B. and Chou, A.C., "Evaluation of inferential and parallel cascade control for a distillation system", Ind. Eng. Chem. Proc. Des. Dev., 21, April 1982.
- 15.- Shinskey, F.G., "Control systems can save energy", Chem. Eng. Prog., 74 : 5, 1978.
- 16.- Smith, O.J.M., Chem. Eng. Prog., 53(5) : 217, 1957.
- 17.- Thurston, C.W., "Computer aided design of distillation column controls" Hydrocarb. Proc. P 125, Aug. 1981.

- 18.- American Petroleum Institute, Technical Data Book - Petroleum Refining, 3d ed., A.P.I., Division of Refining, Washington, 1976.
- 19.- A.P.I. RP 550, "Manual on installation of refinery instruments and control systems. Part 1: Process instrumentation and control"
- 20.- Deshpande, P.B. and Ash, R.H., "Elements of Computer Process Control with Advanced Control Applications", Instrument Society of America (ISA), Research Park, N.C., 1981.
- 21.- Deshpande, P.B., Distillation Dynamics and Control. Instrument Society of America. (ISA) Research Triangle Park, N.C., 1985.
- 22.- Fredenslund, A., J. Gmehling, and P. Rasmussen, "Vapor-Liquid Equilibria Using UNIFAC", Elsevier, Amsterdam, 1977.
- 23.- Harriot, P., Process Control, McGraw Hill, New York, 1965.
- 24.- Harrison L. Howard., Bollinger G. Jhon., "Controles automaticos", De. Trillas.
- 25.- Moore J.A., Herb S.M., "Understanding distributed process control", Instrument Society of America.
- 26.- Nisenfeld, A.E. and Seeman, R.C., Distillation Columns, Instrument Society of America (ISA), Research Triangle Park, N.C, 1981.
- 27.- Palmer, D.A., "Handbook of Applied Thermodynamics", CRC Press, Boca Raton, Fla., 1987.
- 28.- Reid, R.C., J.M. Prausnitz and T.K. Sherwood, The Properties of Gases and Liquids, 3d ed McGraw Hill, New York, 1977.
- 29.- Shinskey, F.G., Distillation Control, McGraw Hill, New York, 1979.
- 30.- Tolliver, T.L. and R.C. Waggoner, "Distillation column control", ISA. 1980, paper No. C. I. 80-508.
- 31.- Buckley, P.C., "Recent advances in averaging level control", presented at ISA meeting, Houston, April 1983.
- 32.- I.S.A. México, Primer simposium y exposición de automatización de procesos. Introducción a los sistemas de control distribuido, 1985.
- 33.- Stark, P.A., Deshpande, P.B. and Bender, S.K., "Relative gain analysis of and industrial distillation column", Presented at American Control Conference. San Francisco, Calif., June 22-24, 1983.