

11
005822ij



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA
DE MEXICO

FACULTAD DE QUIMICA

SIMULACION DE LA TRANSFERENCIA DE CALOR
Y DE LA CINETICA DE SOLIDIFICACION DE
ALEACIONES HIPOEUTECTICAS Y EUTECTICA
Al-Si COLADAS EN MOLDES DE ARENA.

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE
DOCTOR EN CIENCIAS QUIMICAS
(INGENIERIA QUIMICA)
P R E S E N T A :
DEA. CARLOS GONZALEZ RIVERA



TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

MEXICO, D. F.

263462
1998



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

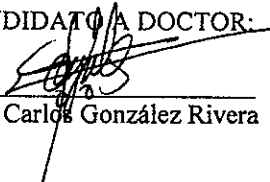
JURADO ASIGNADO:

Presidente:	Dr. Gabriel Torres Villaseñor (IIM)
Primer Vocal:	Dr. Lorenzo Martínez Gómez (IFUNAM)
Segundo Vocal:	Dr. Manuel Méndez Nonell (CINVESTAV, IPN)
Tercer Vocal:	Dr. Ramiro Pérez Campos (IFUNAM)
Secretario:	Dr. José Antonio Barrera Godínez (FQ, UNAM)
Primer Suplente:	Dr. Joaquín Oseguera Peña (ITESM)
Segundo Suplente:	Dr. Antonio de Ita de la Torre (UAM)

SITIO DONDE SE DESARROLLÓ EL TEMA:

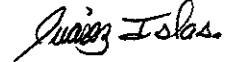
Departamento de Ingeniería Metalúrgica, Facultad de Química, UNAM.
Instituto de Investigaciones en Materiales, UNAM

CANDIDATO A DOCTOR:



DEA Carlos González Rivera

ASESOR DEL TEMA:



Dr. Julio Alberto Juárez Islas

Agradecimientos

Quiero expresar mi agradecimiento a la Dirección General de Asuntos del Personal Académico (DGAPA) por el apoyo económico proporcionado para la realización de la etapa final de este trabajo, relacionado con el Proyecto IN501596

Quiero agradecer también a todas las personas que contribuyeron a la realización de este proyecto, en particular al Dr. Julio Juarez Islas y a los miembros del Grupo de Fundición del Departamento de Ingeniería Metalúrgica de la UNAM: Alejandro García Hinojosa, Candido Atlatenco Tlapanco, Ignacio Beltrán Piña , Arturo Sánchez Santiago y Adrián Amaro Villeda

Finalmente deseo agradecer a la Facultad de Química y al Instituto de Investigaciones en Materiales de la UNAM el haberme proporcionado el entorno requerido para la realización de esta Tesis

CONTENIDO.

RESUMEN	i
ABSTRACT	v
Capitulo I.- INTRODUCCIÓN	1
Capitulo II.- MACRO-MICRO MODELADO DE LA SOLIDIFICACIÓN DE ALEACIONES METÁLICAS	
II.1 INTRODUCCIÓN	9
II.2 MODELADO DE LA SOLIDIFICACIÓN	13
II.3 MACRO-MICRO MODELADO DE LA SOLIDIFICACION	22
II.4 MICROMODELADO DE LA CINETICA DE SOLIDIFICACION DE ALEACIONES	29
II.4.1 GENERALIDADES	29
II.4.2 NUCLEACIÓN	32
II.4.3 CRECIMIENTO	37
Capitulo III.-SIMULACIÓN DE LA TRANSFERENCIA DE CALOR Y DE LA CINÉTICA DE SOLIDIFICACIÓN ASOCIADAS CON ALEACIONES HIPOEUTÉCTICAS Y EUTÉCTICAS Al-Si, COLADAS EN MOLDES DE ARENA	
III.1 MODELO ELABORADO	49
III.1.1 MODELO MACROSCOPICO DE TRANSFERENCIA DE CALOR.	50
III.1.2 MODELO MICROSCOPICO DE CINETICA DE SOLIDIFICACIÓN	57

III.1.3 ACOPLAMIENTO DE LOS MODELOS DURANTE LA SOLIDIFICACIÓN	72
III.1.4 CALCULO DE LAS LONGITUDES MICROESTRUCTURALES CARACTERISTICAS	72
III.2 IMPLEMENTACIÓN DE LOS METODOS DE NEWTON Y FOURIER	73
III.2.1 MÉTODO DE NEWTON	74
III.2.2 METODO DE FOURIER	78
III.2.3 IMPLEMENTACIÓN EXPERIMENTAL DE LOS MÉTODOS DE NEWTON Y DE FOURIER	81
Capitulo IV.-EXPERIMENTACIÓN Y RESULTADOS	
IV.1. PROCEDIMIENTO EXPERIMENTAL	100
IV.2 RESULTADOS EXPERIMENTALES.	107
IV.3 RESULTADOS OBTENIDOS DE LA APLICACIÓN DEL MODELO ELABORADO	139
Capitulo V.-DISCUSIÓN	160
CONCLUSIONES	204
Lista de Símbolos	207
Referencias	210
Anexo 1	219
Anexo 2	223
Indice de Figuras	265
Indice de Tablas	276

Resumen

En años recientes el método de análisis térmico asistido por computadora denominado método de Fourier (FTA) ha sido propuesto como una técnica experimental adecuada para obtener información cuantitativa en relación a la cinética local de solidificación de aleaciones metálicas coladas en moldes de arena.

En esta tesis el método FTA es aplicado a dos aleaciones comerciales base Al-Si, la primera de composición hipoeutéctica y la segunda de composición muy cercana a la eutéctica, con el fin de buscar evidencia experimental que respalde la cinética de solidificación obtenida de este método.

Asimismo el método FTA es comparado con el método de análisis térmico denominado método de Newton. A este respecto se encontró que los resultados proporcionados por la aplicación de ambos métodos a un caso de estudio difieren apreciablemente uno del otro en lo que se refiere a la velocidad de formación de sólido, la evolución de la fracción sólida y la velocidad de liberación de calor latente de solidificación. La evidencia experimental encontrada muestra que el método FTA es mas confiable que el método de Newton para la caracterización de la cinética de solidificación de piezas coladas en moldes de arena.

También, en esta tesis se propone un modelo mecanístico, basado en la transferencia de calor y en la cinética de solidificación, el cual es empleado para simular las respuestas térmica, cinética de solidificación y microestructural de aleaciones hipo-

eutéticas y eutéctica Al-Si sujetas a diferentes condiciones de proceso durante su enfriamiento y solidificación en moldes de arena.

Las predicciones de este modelo fueron comparadas con resultados experimentales en el caso de piezas cilíndricas de las aleaciones comerciales base Al-Si bajo estudio, coladas en moldes de arena. Las condiciones de enfriamiento presentes durante la solidificación de estas aleaciones fueron cambiadas modificando la temperatura de vaciado y el diámetro de las piezas, empleando un diseño de experimentos de tipo factorial.

Los resultados experimentales y las predicciones del modelo en relación a las historias térmicas, la cinética de solidificación y las tendencias microestructurales muestran una buena concordancia cualitativa e indican que un aumento en la temperatura de colada y en el diámetro de la pieza provocan un incremento en las longitudes microestructurales espaciamento interdendrítico secundario (DAS) y en el espaciamento interlaminar promedio del eutéctico Al-Si.

Los resultados experimentales muestran que estas longitudes microestructurales características dependen de la posición radial dentro de la pieza. En el caso de la aleación hipoeutéctica se observa que el DAS disminuye gradualmente del centro y hacia el extremo de la pieza cilíndrica. En el caso de la aleación de composición cercana a la eutéctica se encontró la presencia de espaciamentos interlaminares eutécticos muy reducidos en la región de la pieza adyacente a la intercara metal/molde, seguidos, hacia el interior de la pieza, por una zona intermedia que muestra mayores espaciamentos interlaminares y hojuelas de silicio relativamente gruesas. Finalmente, en la región adyacente al eje de

simetría de la pieza se vuelve a encontrar una zona que presenta espaciamientos interlaminares muy reducidos.

El método de Fourier, aplicado a las curvas experimentales de enfriamiento asociadas a la aleación de composición cercana a la eutéctica, indica la presencia, en la región central de la pieza, de aleación líquida remanente que solidifica sujeta a subenfriamientos progresivamente mayores. Esto a la vez implica la presencia en esta zona de espaciamientos interlaminares menores a los presentes en la pieza, en la vecindad inmediata a esta zona. El análisis metalográfico realizado en las muestras obtenidas confirma la presencia, en la región central de la pieza, de una zona de microconstituyente eutéctico que presenta espaciamientos interlaminares muy reducidos. Lo anterior respalda y valida la cinética de solidificación obtenida del método de Fourier.

Los resultados experimentales y simulados, incluyendo la cinética de solidificación proporcionada por el método de Fourier así como las observaciones metalográficas sugieren que existe una dependencia muy marcada de la cinética local de solidificación con respecto a la transferencia de calor que se efectúa a nivel local durante el enfriamiento y la solidificación de la pieza. El análisis de esta dependencia puede ser empleado para explicar los cambios observados en las características microestructurales presentes en diferentes posiciones de la pieza.

El análisis de la información proporcionada por el modelo muestra que la restricción a la extracción de calor impuesta por la baja difusividad térmica del material de moldeo produce cambios en los gradientes térmicos que actúan en diferentes posiciones dentro de la pieza. Esto a la vez regula los intercambios de energía entre las regiones locales de la

pieza y controla la cinética local de solidificación. Como resultado de lo anterior las condiciones de subenfriamiento presentes durante la solidificación local son diferentes en diferentes posiciones de la pieza y esto se traduce en los cambios observados en las longitudes microestructurales en función de la posición dentro de la pieza fundida.

Abstract

Recently the Fourier thermal analysis (FTA) method has been proposed as a suitable technique to obtain information about local solidification kinetics in casting alloys. In this thesis, FTA method is applied to an hypoeutectic and to a near eutectic commercial Al-Si alloys in order to seek experimental evidence supporting the solidification kinetics obtained from this method. Furthermore FTA method is compared with the Newtonian thermal analysis method. It is found that the outcome of these methods differs greatly in predicting the solidification rates, the solidified fractions and the rates of latent heat generation. The experimental evidence shows that FTA method is more reliable in its predictions regarding the solidification kinetics of sand cast alloys.

Also a heat transfer-solidification kinetics model was proposed to simulate the thermal, solidification kinetics and microstructural responses of eutectic and hypoeutectic Al-Si cast alloys to different process conditions during casting.

The output of this model was compared with experimental results of an hypoeutectic and a near eutectic commercial Al-Si cast alloy. The process conditions were changed by modifying the pouring temperature and the diameter of cylindrical bar castings using a factorial experimental design.

The experimental results and the model predictions regarding the thermal histories, the solidification kinetics and the microstructural trends are in good agreement, showing that an increase in pouring temperature and in the diameter of the test bar produces, as

expected, an increase in the microstructural lengths: DAS and interlamellar eutectic spacing.

The experimental results shows that the characteristic microstructural lengths depends on the position in the cylindrical casting. In the case of hypoeutectic alloy it is observed that the interdendritic secondary spacing (DAS) decreases from the center to the edge of the cylindrical casting. In the case of the near eutectic alloy attention was focused on interlamellar eutectic spacings. The observed trend was as follows: very narrow interlamellar spacings at the edge of the casting followed by an intermediate zone showing coarser spacings and relatively thick silicon flakes .Finally at the thermal center of the rod casting very narrow interlamellar spacings are found again.

The Fourier thermal analysis method, applied to the experimental cooling curves obtained for the near eutectic alloy under the conditions present in this work indicates the presence, in the thermal center of the casting, of a liquid alloy that solidifies under an increasing degree of undercooling at the end of casting solidification. This in turn implies the presence in this zone of fine and narrowly spaced eutectic silicon flakes. Metallographic findings confirms the presence, at the thermal center of the casting, of an eutectic microstructure that shows very narrow interfacial distances between eutectic lamellae. This supports the solidification kinetics obtained from FTA method.

The model and experimental outcome including FTA results and metallographic observations suggest that there is a strong dependence of local solidification kinetics on local heat transfer, and the analysis of this dependence may be used to explain the observed changes in microstructural characteristics at different locations within castings.

The analysis of the model output shows that the restriction imposed on heat extraction by the low thermal diffusivity of the sand mold produces changes in the internal thermal gradients acting in the different positions of the casting. This in turn regulates the energy exchanges of the local regions of the casting and controls the local solidification kinetics. As a result of this situation the operating conditions during local solidification are different in different positions of the casting. This explains the observed changes in microstructural lengths at different positions within the casting.

Keywords: Fourier thermal analysis, solidification kinetics, Al-Si cast alloys, interlamellar eutectic spacings.

CAPÍTULO 1

INTRODUCCIÓN

La microestructura resultante de la solidificación, controla en gran medida las propiedades y la calidad de los productos finales de los procesos metalúrgicos que involucran a esta transformación de fase⁽¹⁾ por lo cual, desde el punto de vista tecnológico es importante establecer las condiciones de proceso que producen la microestructura deseada.

Para lograr este objetivo se requiere establecer y comprender las relaciones causa-efecto que ligan a las variables de proceso con la microestructura presente en el producto de solidificación⁽²⁻⁴⁾.

En las últimas décadas el modelado de la solidificación ha seguido un desarrollo sostenido, impulsado por el interés de mejorar los procesos y la calidad de los productos de fundición a través de comprender los fenómenos que rigen la formación de la microestructura y también mediante el desarrollo de la capacidad de predecir, empleando modelos mecanísticos, las características microestructurales de productos de solidificación elaborados bajo condiciones específicas de proceso⁽⁵⁻⁸⁾.

Inicialmente⁽⁹⁾, la simulación de la solidificación de piezas de fundición fue realizada empleando consideraciones geométricas basadas en el concepto de módulo de Chvorinov⁽¹⁰⁾, que proporcionan de manera aproximada la secuencia de solidificación⁽¹¹⁾ de diferentes zonas de una pieza colada en molde de arena, y permiten definir la ubicación de alimentadores y eventualmente enfriadores durante la elaboración del molde receptor.

Con la llegada de la computadora se inició⁽¹²⁾ el planteamiento e implementación de modelos mecanísticos capaces de simular la evolución de la posición de la interfase sólido/líquido a partir, principalmente, de consideraciones de conservación de energía y de un enfoque totalmente macroscópico⁽¹³⁾, en donde se despreciaba el papel de la cinética de solidificación, y se asumía que la evolución de la fracción sólida durante la solidificación era únicamente una función de la temperatura.

Este enfoque, conocido bajo el nombre de simulación macroscópica de la solidificación, consiste, en su caso más general, en establecer soluciones numéricas para la ecuación de conservación de energía en presencia de un cambio de fase en un sistema compuesto metal/molde. En este tipo de aproximaciones la liberación del calor latente de solidificación es calculada a partir de expresiones generalmente asociadas a un modelo de microsegregación, que ligan a la evolución de la fracción sólida con la temperatura⁽¹⁴⁾.

Esta aproximación es inherentemente inexacta⁽¹⁵⁾ debido a la debilidad de la suposición de base que desprecia el papel de la cinética de solidificación. De hecho, ya que en la realidad la transferencia de calor y la cinética de solidificación están intensamente acopladas durante la solidificación⁽¹⁵⁾, una descripción más precisa de la evolución de parámetros microestructurales, depende del adecuado modelado de la transferencia de calor y de la cinética de solidificación, y de un correcto acoplamiento entre estos dos aspectos durante el cambio de fase. Debido a esto, en los últimos años ha surgido una nueva corriente en el modelado de la solidificación, denominada **macro-micro modelado de la solidificación**⁽¹⁶⁾, la cual acopla los aspectos macroscópicos de transferencia de calor con los aspectos microscópicos asociados a la cinética de las transformaciones de fase.

Este tipo de modelo⁽¹⁷⁾, busca simular la evolución de parámetros microestructurales como lo son el tamaño de grano, el espacio interdendrítico secundario, la distribución y tipo de fases presentes y otros aspectos relacionados, con el objetivo final de crear una herramienta que proporcione un vínculo cuantitativo entre las condiciones de proceso y la microestructura final del producto de fundición, para establecer, de una manera racional y precisa, las condiciones que garantizan la obtención de la microestructura deseada en el producto terminado.

El problema principal para acoplar un modelo cinético de solidificación con otro de transferencia de calor⁽¹⁸⁾, reside en incorporar el calor latente liberado durante el cambio de fase, obtenible de consideraciones asociadas con la nucleación y el crecimiento de la nueva fase, dentro de la ecuación de conservación de energía del modelo de transferencia de calor, la cual calcula la evolución de la temperatura en el sistema. Esta incorporación se puede realizar una vez que se conoce la dependencia funcional de la fracción sólida con respecto a la posición y el tiempo.

La cinética de solidificación depende del tipo de microestructura que se forma y a este respecto existen⁽¹⁹⁾ dos casos generales de formación de microestructura que son básicamente diferentes, esto es, formación de microestructura columnar y formación de microestructura equiaxial, cada una de las cuales puede ser eutéctica y/o dendrítica.

En este trabajo, el interés se centra en la solidificación equiaxial dendrítica y eutéctica, ya que estos casos están asociados a una parte considerable de las aleaciones comerciales empleadas en la manufactura de piezas metálicas coladas en moldes de arena⁽²⁰⁾.

Para incorporar dentro del macromodelo de transferencia de calor al micromodelo de cinética de solidificación es necesario tomar en cuenta que la solidificación equiaxial involucra varios fenómenos que deben ser considerados simultáneamente⁽²¹⁾: i) la nucleación ocurre en una aleación subenfriada; ii) tan pronto aparecen los núcleos, inician su crecimiento, que es controlado por los campos térmicos y solutales, así como por efectos interfaciales; iii) cuando los granos son lo suficientemente grandes, interactúan entre sí mediante sus capas envolventes térmicas o solutales.

El propósito del componente microscópico del macro-micro modelo es combinar la nucleación, el crecimiento y la interacción entre granos para obtener una descripción cuantitativa de la solidificación equiaxial.

En base a lo anterior se han desarrollado^(7,8,13,16,17) modelos numéricos que ligán a la cinética de solidificación equiaxial con los fenómenos macroscópicos de transporte, los cuales son capaces de describir, en el espacio de la pieza y en el tiempo, la evolución de la solidificación, y sus resultados incluyen la predicción de la fracción de fases, de las longitudes microestructurales características de los microconstituyentes, así como la predicción de curvas locales de enfriamiento, que incluyen a la recalcancia y muestran la ruta de solidificación de la aleación bajo estudio. En el capítulo II de este trabajo se muestran y discuten las características y aspectos de mayor relevancia asociados a los macro-micro modelos que han sido propuestos para simular a la solidificación equiaxial de aleaciones de interés comercial, coladas en moldes de arena.

Es importante señalar que a pesar de los avances alcanzados en el modelado de la formación de microestructura, no existen estudios que analicen los problemas asociados

con la influencia de la evolución del campo de temperaturas sobre la cinética local de solidificación de piezas coladas en moldes de arena, ni en como este efecto se refleja sobre las características microestructurales presentes en la pieza en función de la posición dentro del dominio del metal.

Esta situación se debe en parte a que las técnicas experimentales empleadas para extraer información de la cinética de solidificación de aleaciones en las condiciones presentes durante la producción de piezas coladas en moldes de arena, el método de Newton⁽²²⁾ y el método de Fourier⁽²³⁾, son relativamente recientes, y no existe información basada en evidencia experimental, que indique cual de los dos métodos describe la cinética de solidificación de aleaciones coladas en moldes de arena de manera más apegada a la realidad experimental, ni tampoco existe información que explique la cinética de solidificación proporcionada por el método de Fourier en términos de una fenomenología que describa lo que acontece en el sistema metal/molde durante la solidificación.

En vista de lo anterior, los objetivos de este trabajo son: (1) Establecer, en base a evidencia experimental, cual de los dos métodos, Newton⁽²²⁾ o Fourier⁽²³⁾, describe más adecuadamente a la cinética de solidificación de aleaciones eutéctica e hipoeutécticas base Al-Si coladas en moldes de arena; (2) Elaborar un macro-micro modelo de solidificación que proporcione las historias térmicas, la cinética local de solidificación y las longitudes microestructurales características asociadas con piezas fundidas en aleaciones ligeras base Al-Si, hipoeutécticas y eutéctica, coladas en moldes de arena y comparar, bajo diferentes condiciones de solidificación, las predicciones del modelo con resultados experimentales; (3) En base a la información proporcionada por el macro-micro modelo de solidificación,

elaborado, explicar, en términos de una propuesta fenomenológica, inferida de dicho modelo, las razones que provocan el comportamiento cinético de solidificación observado.

Para lograr estos objetivos se realizó, durante el desarrollo de este trabajo: (i) La elaboración de los programas de cómputo que realizan el procesamiento numérico de información experimental asociado a la aplicación de los métodos de Newton⁽²²⁾ y de Fourier⁽²³⁾; (ii) El planteamiento de un macro-micro modelo de solidificación que predice las historias térmicas, la cinética local de solidificación y las longitudes microestructurales características asociadas con piezas fundidas en aleaciones base Al-Si, hipoeutécticas y eutéctica, coladas en moldes de arena, y su implementación en un programa de cómputo; (iii) La comparación, bajo diferentes condiciones de solidificación, de las predicciones térmicas, cinéticas de solidificación y microestructurales predichas por el modelo propuesto y obtenidas experimentalmente, empleando, para el análisis de la cinética de solidificación experimental y simulada a los métodos de Newton⁽²²⁾ y de Fourier⁽²³⁾; (iv) El empleo de dicho modelo para explicar el comportamiento cinético de solidificación observado.

En el capítulo III de este trabajo se muestra el desarrollo de un macro-micro modelo que incorpora los efectos del gradiente térmico y del reparto de solutos y que calcula el efecto que esto produce sobre la evolución térmica y microestructural que se realiza en diferentes posiciones de la pieza, durante el enfriamiento y solidificación de las aleaciones bajo estudio, permitiendo con esto una mejor⁽²⁴⁾ comprensión de la fenomenología que explica lo que acontece dentro del metal durante la solidificación.

Las aleaciones hipoeutécticas Al-Si constituyen la base del grupo más importante de aleaciones ligeras destinadas a la manufactura de piezas coladas en moldes de arena

mediante el proceso de fundición⁽²⁵⁻²⁷⁾ y presentan como microconstituyentes principales⁽²⁷⁾ dendritas equiaxiales de fase primaria α -Al, cúbico centrado en las caras, una solución sólida rica en aluminio y en las regiones interdendríticas e intergranulares al eutéctico irregular de Al y Si. En conjunto estos dos microconstituyentes representan entre el 80% y el 90% en volumen de las aleaciones hipoeutécticas Al-Si de interés comercial⁽²⁷⁾ y en consecuencia contribuyen de manera muy importante a establecer las propiedades del producto de solidificación. Los aspectos microestructurales mas relevantes que se asocian a estos microconstituyentes son⁽²⁷⁾: i) para la solución sólida α : el tamaño de grano, T.G., y el espacio interdendrítico secundario, DAS ; ii) con respecto al eutéctico Al-Si, sin adición de agentes modificadores, el espaciamiento interlaminar promedio del eutéctico, λ_{Eu} .

El modelo elaborado en este trabajo, cuyo desarrollo es descrito en el capítulo III, proporciona las historias térmicas y las longitudes microestructurales: T.G, DAS y λ_{Eu} para aleaciones hipoeutécticas y eutéctica base Al-Si, que solidifican dentro de un molde de arena bajo condiciones específicas de proceso.

Con el fin de comparar las historias térmicas y la cinética local de solidificación, proporcionadas por el modelo, con información experimental, se implementaron los métodos de análisis térmico asistido por computadora denominados método de Newton⁽²²⁾ y método de Fourier^(23,29) los cuales permiten obtener información cuantitativa de la cinética de solidificación, a partir del procesamiento numérico de curvas de enfriamiento obtenidas de mediciones del campo térmico dentro del metal durante la solidificación. La fundamentación y la implementación experimental de estos métodos, así como los aspectos más relevantes que se desprenden de la interpretación de los resultados obtenidos se muestran y

discuten también en el capítulo III.

En el capítulo IV se muestra el desarrollo experimental y los resultados experimentales obtenidos, así como las predicciones arrojadas por el modelo elaborado. La información analizada incluye a las historias térmicas, a la cinética de solidificación y a las longitudes microestructurales características de las aleaciones bajo estudio.

En el capítulo V se discuten las diferencias entre los resultados cinéticos de solidificación obtenidos de la aplicación de los métodos de Newton y de Fourier en base a la evidencia experimental obtenida, así como las concordancias y las discrepancias que existen entre las predicciones del modelo y los resultados experimentales.

La información proporcionada por el modelo es empleada para proponer una fenomenología que explica los efectos observados. Se discuten las consecuencias metalúrgicas asociadas a esta propuesta fenomenológica.

CAPÍTULO II

MACRO-MICRO MODELADO DE LA SOLIDIFICACIÓN DE ALEACIONES METÁLICAS

Resumen

En este capítulo se introducen los conceptos básicos asociados a los fenómenos macroscópicos y microscópicos que están involucrados en cualquier proceso de solidificación. A nivel macroscópico se mencionan las técnicas numéricas que son empleadas para resolver las ecuaciones de conservación de energía. A nivel microscópico se bosquejan los mecanismos de formación de microestructura asociados a la formación de aleaciones dendríticas y eutécticas que solidifican con una microestructura equiaxial. Finalmente se menciona como pueden acoplarse los modelos microscópicos de formación de estructura con cálculos macroscópicos de transferencia de calor, con el fin de predecir aspectos microestructurales asociados a la solidificación de una aleación bajo condiciones específicas de proceso.

II.1 INTRODUCCIÓN

Desde un punto de vista general, las características estructurales asociadas a un producto metálico obtenido mediante procesos que involucran a la solidificación se establecen a tres niveles en función del tamaño de los aspectos de interés⁽¹⁶⁾: (1) Nivel macroscópico (macroestructural). -Es del orden de mm a m. Los aspectos de interés asociados a la solidificación a este nivel incluyen: la forma y posicionamiento de macro-rechupes, la macrosegregación, la presencia de fisuras, la calidad superficial y la exactitud

dimensional de la pieza. La aceptación de un producto de fundición pasa por un primer filtro que restringe las condiciones mínimas de calidad que debe cumplir una pieza en función de las características macroestructurales; (2) Nivel microscópico (microestructural). - Es del orden de μm a mm , en la mayoría de los casos las propiedades mecánicas dependen de la estructura de solidificación a este nivel. Elementos de este nivel incluyen al tamaño y tipo (columnar o equiaxial) de grano obtenido de colada, al tipo, morfología y cantidades relativas de las fases presentes, al espaciamiento interdendrítico, al tipo e intensidad de la microsegregación, a la cantidad de microrechupes, la microporosidad y las inclusiones; (3) Nivel atómico (nanoestructural). - Es del orden de nanómetros. Las características estructurales a este nivel incluyen a la estructura cristalina y a los defectos lineales, puntuales y de superficie (dislocaciones, vacancias, etc.).

En base a la anterior clasificación, la evolución pasada, el estado actual del conocimiento y el desarrollo futuro de los modelos destinados a simular la solidificación pueden ser ubicados dentro de tres generaciones de modelos de solidificación⁽¹³⁾.

Los modelos de solidificación que pertenecen a la primera generación, basan su planteamiento en lo que acontece dentro del sistema a nivel macroscópico y son conocidos como modelos macroscópicos de solidificación.

En estos modelos, la descripción cuantitativa de la evolución de la interfase sólido/líquido se realiza a través de las soluciones numéricas de las ecuaciones de conservación macroscópica de energía, masa, momentum y especies químicas, empleando simplificaciones para introducir al calor latente generado por el cambio de fase, las cuales no consideran a la cinética de solidificación y asumen que la fracción sólida es una función

que depende únicamente de la temperatura. La mayor parte de los esfuerzos realizados en las últimas tres décadas pertenecen a esta generación.

La segunda generación de modelos de solidificación está constituida por los modelos que acoplan la descripción cuantitativa (a escala macroscópica) de los fenómenos de transporte, con la descripción microscópica de la solidificación mediante la introducción de la cinética de formación de los microconstituyentes.

La mayor parte de los modelos que pertenecen a esta generación (modelos MT-TK MT, macro transporte; TK, cinética de transformaciones de fase), resuelven las ecuaciones asociadas a los fenómenos macroscópicos de transporte simultáneamente con las ecuaciones relacionadas con la cinética de transformaciones de fase y, cuando la principal transformación de fase es la solidificación, son conocidos bajo el nombre genérico de macro-micro modelos de solidificación.

Estos modelos permiten la obtención de información cuantitativa de aspectos estructurales a nivel microscópico. El tratamiento del problema de generación de calor latente durante el cambio de fase es realizado a partir de leyes de nucleación y crecimiento del microconstituyente en formación.

Este tipo de planteamiento fue visualizado desde 1966, por Oldfield⁽³⁰⁾ Sin embargo, la naturaleza multidisciplinaria, los requerimientos inherentes de conocimientos cuantitativos asociados a la cinética de solidificación, la disponibilidad de herramientas de cómputo y de los métodos numéricos requeridos para la solución de las ecuaciones resultantes, provocaron que el inicio formal del macro-micro modelado fuera alcanzado hasta mediados de la década de los ochenta.

A este respecto, cabe señalar que en la década de los setenta existieron algunos esfuerzos esporádicos^(31,32), sin grandes resultados, y no fue sino hasta 1984⁽³³⁾, cuando por vez primera se empleó un método numérico, en combinación con un modelo cinético de solidificación para describir la solidificación de una aleación⁽³⁴⁾.

A partir de esta fecha, el número de trabajos realizados con este enfoque ha seguido un crecimiento sostenido⁽¹⁾ hasta la actualidad.

La tercera generación de modelos de solidificación son aquellos que, para predecir la evolución de la interfase sólido/líquido, se basan, no solamente en consideraciones que se relacionan con lo que acontece a nivel macroscópico y microscópico, como en la segunda generación, sino que adicionalmente calculan la evolución del sistema a nivel atómico. Si bien en la actualidad no existe una base de datos que correlacione cuantitativamente a elementos estructurales a este nivel con las propiedades que muestra una pieza fundida, la descripción detallada del movimiento de las interfaces sólido/líquido durante la solidificación requiere de cálculos a este nivel⁽¹⁶⁾.

Sin embargo el describir la evolución del estado asociado a cada átomo presente en un sistema metal-molde bajo estudio esta limitado por la capacidad de memoria y procesamiento del equipo de cómputo actualmente disponible⁽³⁵⁾.

Por ejemplo, en 10 gramos de aluminio existen aproximadamente 2×10^{23} átomos de aluminio, y realizar el seguimiento de la evolución de los estados asociados a cada uno de esos átomos está por encima de la capacidad del hardware actualmente disponible⁽³⁵⁾.

Es por esta razón que los cálculos atomísticos asociados a la formación de microestructura se han aplicado a aspectos microestructurales muy aislados y específicos, como

límites de grano, dislocaciones, etc. en donde el número de átomos involucrados se ubica entre 10^2 y 10^4 átomos. Se puede afirmar que actualmente el conocimiento y la capacidad de memoria y procesamiento del hardware existente no permite el empleo de la escala atómica en cálculos de simulación aplicada en fundición, por lo que la tercera generación de modelos de solidificación aún permanece en calidad de especulación futurista.

En este capítulo se discuten los aspectos más relevantes asociados con los modelos de solidificación que pertenecen a la segunda generación, ya que éstos representan el estado actual del conocimiento.

II. 2 MODELADO DE LA SOLIDIFICACIÓN

Un modelo que pretenda describir en su totalidad a la solidificación y al enfriamiento de una pieza fundida, debe considerar lo que ocurre en el sistema tanto a nivel macroscópico como microscópico^(16,18).

A nivel macroscópico se requiere describir acopladamente la transferencia de calor de metal hacia el molde, el flujo de metal hacia la impresión durante el llenado, el flujo convectivo y el análisis de esfuerzos generados en el sistema asociados a los cambios de volumen presentes durante el enfriamiento y la solidificación; a nivel microscópico, el modelo debe incluir la cinética de solidificación y el flujo de fluidos durante la solidificación, los efectos asociados con aspectos cristalográficos, así como la cinética de las transformaciones de fase que se presentan eventualmente en el estado sólido. Finalmente debe ser incluida una base de datos que correlacione a la estructura con las propiedades que presenta la pieza terminada.

Lo anterior ha sido resumido por Beckerman⁽³⁶⁾ como la interrelación de tres aspectos fenomenológicos fundamentales: 1) Fenómenos de transporte; 2) Cinética de transformaciones de Fase; 3) Mecánica del estado sólido.

La existencia de un modelo que acople estos tres aspectos⁽¹⁸⁾ permitiría predecir aspectos microestructurales tales como morfología y distribución de fases presentes, microsegregación, microporosidad y también la magnitud y posición de micro y macro rechupes, el eventual fisuramiento en caliente y en frío debido a los esfuerzos generados durante el enfriamiento del sistema, así como las propiedades mecánicas asociadas.

Sin embargo, la construcción de un modelo general que acople los aspectos mencionados aún no es posible, dado que dicha implementación dista mucho de ser algo trivial⁽¹⁶⁾, aunque cabe señalar que se han logrado notables avances en la simulación aislada o parcialmente acoplada de estos aspectos.

Por ejemplo, la simulación acoplada del flujo de fluidos y la transferencia de calor durante el llenado de moldes se ha realizado resolviendo simultáneamente la ecuación de continuidad, las ecuaciones de Navier Stokes, la ecuación de posicionamiento de la superficie libre y la ecuación general de conservación de energía a través de diferentes métodos⁽³⁷⁻⁴⁴⁾.

En lo que se refiere al campo de esfuerzos y las deformaciones resultantes asociadas a las expansiones y contracciones provocadas por los cambios de temperatura y las transformaciones de fase que se realizan durante el enfriamiento y solidificación de piezas coladas, la metodología de resolución⁽⁴⁵⁻⁴⁷⁾ ha sido analizada en detalle por Thomas⁽⁴⁸⁾, quien discute las diferentes aproximaciones que han sido empleadas para modelar los

diferentes aspectos relacionados a la generación de esfuerzos térmicos, la distorsión así como los criterios de fractura.

A escala macroscópica, el proceso de solidificación de piezas coladas en moldes de arena, es gobernado principalmente por la transferencia conductiva de calor y debido a esto la mayor parte de los estudios realizados a este respecto parte de considerar que el problema principal que debe ser resuelto es la descripción cuantitativa de la trayectoria de las isothermas dentro de una pieza fundida durante su enfriamiento⁽¹³⁾.

La variable que debe ser evaluada es la temperatura, T , a cualquier tiempo, t , y en cualquier posición, $x(i,j,k)$, dentro de la pieza bajo estudio.

De acuerdo con lo anterior, el planteamiento básico de un modelo de solidificación, se resume en la resolución de la ecuación de conservación de energía con cambio de fase cuando se asume que el principal mecanismo de transferencia de energía es la conducción, ecuación II.1 (de ahora en adelante ec.(II.1)):

$$\nabla(k_i \nabla T) + Q_s = \rho_i C p_i \frac{\partial T}{\partial t} \quad (\text{II.1})$$

en donde:

$$Q_s = L_f \frac{\partial f_s}{\partial t} \quad (\text{II.2})$$

En las ecs.(II.1) y (II.2) T es el campo de temperaturas como una función de la posición y del tiempo, k es la conductividad térmica en función de la temperatura, ρ es la densidad, C_p es la capacidad calorífica, L_f es el calor latente de fusión por unidad de volumen, f_s es la fracción sólida, los subíndices iésimos indican la pertenencia al

dominio del metal ($i = 1$) o del molde ($i = 2$) y Q_S es el flujo de calor latente liberado por la solidificación, por unidad de volumen, el cual es no nulo exclusivamente en el dominio del metal y durante la solidificación.

Para resolver la ec.(II.1) se requiere, además de la selección de las condiciones límite e iniciales que describan al sistema bajo estudio, conocer la evolución de la fracción sólida, f_S , como una función de la posición y del tiempo.

En el modelado macroscópico de la solidificación se asume que f_S sólo depende de la temperatura, despreciando el efecto de la nucleación y del crecimiento asociados a la cinética de solidificación, y para resolver la ec.(II.1) se emplea la siguiente relación⁽⁴⁹⁾:

$$L_f \left(\frac{\partial f_S}{\partial t} \right) = L_f \left(\frac{\partial f_S}{\partial T} \right) \left(\frac{\partial T}{\partial t} \right) \quad (\text{II.3})$$

insertando las ecs. (II.3) y (II.2) en (II.1) y reorganizando se obtiene:

$$\nabla \left[k_i \nabla T \right] = \left[C p_i - L_f \left(\frac{\partial f_S}{\partial T} \right) \right] \left(\frac{\partial T}{\partial t} \right) \quad (\text{II.4})$$

En los modelos macroscópicos de solidificación, el conocimiento de la dependencia funcional de f_S con respecto a la temperatura permite estimar el valor instantáneo de df_S/dT lo cual es empleado para la resolución de la ecuación (II.4) mediante métodos numéricos. Las expresiones que han sido empleadas para describir cuantitativamente esta dependencia son obtenidas, en la mayoría de los casos, a partir de modelos de microsegregación⁽¹⁴⁾.

Un modelo de microsegregación describe la manera en que se efectúa la distribución de soluto entre las fases sólida y líquida conforme transcurre la solidificación.

El modelo más simple es proporcionado por la regla de la palanca, que resulta de asumir una difusión total de soluto en el sólido y un mezclado perfecto en el líquido remanente durante la solidificación.

En orden de complejidad, el siguiente modelo de microsegregación es el modelo de Scheil⁽⁵⁰⁾, el cual considera una difusión nula de soluto en la fase sólida y un mezclado perfecto en el líquido.

A partir del planteamiento original de Scheil⁽⁵⁰⁾, y en vista de las discrepancias en resultados con respecto a las fracciones de microconstituyentes obtenidas experimentalmente para diferentes sistemas de aleaciones binarias, han surgido aproximaciones que han tomado en cuenta la existencia de una cierta difusión de soluto en el estado sólido. La primera de ellas es el modelo de Brody y Flemings⁽⁵¹⁾. Mejoras posteriores fueron realizadas, y dentro de las más significativas⁽⁵²⁾ se encuentran las realizadas por Clyne y Kurz⁽⁵³⁾, Ohnaka⁽⁵⁴⁾, Ogilvy y Kirkwood⁽⁵⁵⁾ y Kobayashi⁽⁵⁶⁾.

La tabla II.1 muestra a las ecuaciones asociadas con algunos de los modelos de microsegregación mencionados, así como a las relaciones $f_S(T)$ que pueden ser empleadas para resolver numéricamente la ec.(II.4). Cabe señalar que dichas expresiones fueron obtenidas a partir de asumir, adicionalmente, que las líneas de líquidus y de sólidus son líneas rectas, suposición típica⁽¹⁹⁾ durante el modelado de la solidificación, directamente derivado de asumir un valor constante para el coeficiente de redistribución de soluto al equilibrio, k_0 .

Los cálculos efectuados mediante modelos macroscópicos proporcionan información relacionada a la presencia de macro-defectos asociados a una alimentación insuficiente, mediante el cálculo de la trayectoria de las isócronas de solidificación en cortes

bidimensionales y de las superficies isotérmicas en el espacio tridimensional de piezas fundidas en aleaciones de rango corto de solidificación las cuales pueden ser relacionadas⁽⁵⁷⁾ con la ubicación y magnitud de rechupes, la ubicación de puntos calientes, el fisuramiento en caliente y la macroporosidad, así como parámetros microestructurales columnares deducidos de la evolución de las isoterms y de la velocidad de enfriamiento asociada.

Tabla II. 1.- Modelos de Microsegregación y expresiones $f_S(T)$ asociadas

Modelo	Ecuación Característica	$f_S(T)$
Regla de la palanca	$C_L^* = C_o / [1 + f_s(k_o - 1)]$	$f_s = \frac{1}{(k_o - 1)} \left[\frac{T_L - T}{T_L - T_F} \right]$
Scheil ⁽⁵⁰⁾	$C_L^* = C_o [1 - f_s]^{(k_o - 1)}$	$f_s = \frac{1}{(k_o - 1)} \left[\frac{T - T_F}{T_L - T_F} \right]^{1/(k_o - 1)}$
Brody y Flemings ⁽⁵¹⁾	$C_L^* = C_o [1 - (1 - 2\alpha k_o) f_s]^{(k_o - 1)/(1 - 2\alpha k_o)}$ $\alpha = 4D_s t_f / \lambda_1^2$	$f_s = \frac{1}{(1 - 2\alpha k_o)} \left[\frac{T - T_F}{T_L - T_F} \right]^{(1 - 2\alpha k_o)}$
Clyne y Kurz ⁽⁵³⁾	$C_L^* = C_o [(1 - 2\Omega k_o) f_s]^{(k_o - 1)/(1 - 2\Omega k_o)}$ $\Omega = \alpha(1 - \exp(-1/\alpha) - 0.5\exp(-1/2\alpha))$	$f_s = \frac{1}{(1 - 2\Omega k_o)} \left[\frac{T - T_F}{T_L - T_F} \right]^{(1 - 2\Omega k_o)/(k_o - 1)}$
Ohnaka ⁽⁵⁴⁾	$C_L^* = C_o [1 - (1 - \beta k_o) f_s]^{(k_o - 1)/(\beta - k_o)}$ $\beta = 2\gamma / (1 + 2\gamma)$ $\gamma = 8D_s t_f / \lambda_1^2$	$f_s = \frac{1}{(1 - 2\beta k_o)} \left[\frac{T - T_F}{T_L - T_F} \right]^{(1 - 2\beta k_o)/(k_o - 1)}$

Sin embargo estas aproximaciones, que utilizan modelos simplificados para tratar al cambio de fase, no son capaces⁽¹⁸⁾ de predecir adecuadamente la historia térmica (especí-

ficamente la recalescencia), ni los aspectos microestructurales asociados a microestructuras equiaxiales, como el tamaño de grano, los espaciamientos dendrítico y eutéctico, las fracciones volumínicas de cada fase o la morfología de los productos de solidificación.

Lo anterior se debe a que la cinética de solidificación juega un papel fundamental en la evolución térmica y microestructural de las aleaciones metálicas durante la solidificación, por lo cual para mejorar la precisión de las predicciones de modelos enfocados a describir lo que acontece en una aleación durante esta transformación de fase, es necesario resolver la ec.(II.1) a partir del conocimiento de la evolución de f_S en función de la temperatura y el tiempo en las condiciones de enfriamiento presentes en diferentes posiciones de la pieza bajo estudio.

Existen^(18,13) dos opciones para resolver la ec.(II.1) considerando a f_S como una función de la temperatura y el tiempo:

(i) A partir de datos de curvas de enfriamiento experimentales, utilizando el análisis de curvas de enfriamiento asistido por computadora⁽²³⁾ (CA-CCA análisis computarizado de curvas de enfriamiento). En este caso la evolución de f_S durante la solidificación es calculada a partir del procesamiento numérico de curvas de enfriamiento obtenidas experimentalmente. Esta técnica se basa en la diferenciación numérica de la curva de enfriamiento asociada a un termopar ubicado en el centro térmico de la pieza y una vez que se conoce la evolución de f_S , esta información es empleada para calcular el término de generación de calor latente de la ec.(II.1). Este método, denominado MT-CCA(análisis acoplado de curvas de enfriamiento y macro transporte), basado en el método de Newton⁽²²⁾ presenta la ventaja, sobre el modelado macroscópico de la solidificación, de que considera a

$f_S(T, t)$ y no solamente a $f_S(T)$, con lo que se obtiene una solución más precisa⁽¹³⁾ al problema de la simulación de historias térmicas durante la solidificación equiaxial. La principal limitación de este método reside en que las características microestructurales del producto solidificado no pueden ser predichas directamente.

(ii) A partir de leyes de nucleación y crecimiento, incorporadas en la parte microscópica de macro-micro modelos de solidificación. En este caso, dado que se realiza un seguimiento de la evolución de f_S a partir de la resolución acoplada de la ec. (II.1) y de un modelo cinético de solidificación, es posible⁽¹⁷⁾, además de una adecuada predicción de las historias térmicas, la predicción de aspectos microestructurales como tamaño de grano, porcentaje de fases y microconstituyentes y también de longitudes microestructurales características como el DAS en el caso de microconstituyentes dendríticos y el espaciamiento interlaminar promedio del eutéctico, λ_{Eu} .

Para la elaboración de macro-micro modelos de solidificación, las metodologías que han sido planteadas en los últimos años pueden ser clasificadas⁽¹⁶⁾ en dos corrientes principales: *macro-micro modelado determinístico* y *macro-micro modelado determinístico - probabilístico*. La idea básica que se muestra en el desarrollo de los modelos determinísticos radica en la incorporación de los aspectos de la cinética de solidificación y de transferencia de calor, relacionados con la aleación y el sistema metal/molde bajo estudio, dentro de las ecuaciones obtenidas al aplicar el principio de conservación de energía, asumiendo que el principal mecanismo de transferencia de calor es la conducción.

La principal limitación de los modelos determinísticos es que ignoran los aspectos discretos y cristalográficos asociados al crecimiento dendrítico⁽⁵⁸⁾.

Si bien es cierto que para incluir dichos aspectos es necesario realizar cálculos a nivel atómico, y como ya se ha mencionado, los cálculos a nivel nanoestructural están limitados por la capacidad de memoria y procesamiento del equipo de cómputo actualmente disponible⁽³⁵⁾, se han explorado caminos alternativos que permitan superar esta limitación, por lo cual, utilizando los avances y técnicas empleadas en mecánica estadística, en la literatura reciente⁽⁵⁸⁻⁶³⁾ se manifiesta la aplicación de cálculos probabilísticos a la predicción de la evolución microestructural durante la solidificación de aleaciones metálicas, incluyendo los aspectos cristalográficos y discretos asociados a dicha evolución.

Los modelos probabilísticos tienen la ventaja de que los granos individuales están identificados y por ende la evolución de su forma y tamaño puede ser realizada a lo largo del proceso. El procedimiento de cálculo involucra las siguientes etapas⁽⁵⁸⁾: i) El dominio bajo estudio es dividido por una red regular de celdas; ii) A cada una de esas celdas están asociados variables y estados así como un entorno de celdas vecinas inmediatas; iii) se definen reglas de transición que gobiernan la evolución de los posibles estados y de las variables de interés.

Los modelos probabilísticos proporcionan microestructuras que se pueden desplegar gráficamente en función del tiempo y de la posición y por lo tanto proporciona micrografías de diferentes secciones del sistema bajo estudio las cuales pueden ser comparadas directamente con micrografías experimentales. Es por esto que se ha mencionado que estos modelos equivalen a la simulación de un microscopio metalográfico dinámico⁽¹⁶⁾.

Los primeros esfuerzos encaminados al modelado probabilístico de la solidificación carecían de fundamentación física⁽⁵⁹⁾. Paulatinamente se ha llegado a la conclusión⁽⁶⁰⁾ de

que este tipo de aproximaciones es aplicable en el modelado de la solidificación sólo si se realiza dentro de un marco restringido por las ecuaciones de conservación, es decir a través de planteamientos que acoplen a los cálculos probabilísticos con los determinísticos. Sin embargo existen aún muchos problemas por resolver antes de que estos modelos proporcionen una descripción precisa de la evolución, en el espacio y en el tiempo, de la temperatura, la fracción sólida y del tamaño de los diferentes aspectos microestructurales de interés⁽¹⁶⁾. Por lo anterior y ya que cualquier esfuerzo dirigido a la predicción de microestructura parte del enfoque determinístico, el cual acopla a la transferencia de calor con la cinética de solidificación, en las siguientes secciones de este capítulo se hablará de los aspectos más relevantes asociados a los macro-micro modelos determinísticos aplicados a la solidificación de aleaciones, a los cuales se denominará en las partes subsecuentes de este documento como macro-micro modelos de solidificación.

II.3 MACRO-MICRO MODELADO DE LA SOLIDIFICACIÓN

Un macro-micro modelo enfocado a simular al enfriamiento y a la solidificación de una aleación consiste⁽¹⁷⁾ de dos componentes básicos: un modelo de transferencia de calor, intrínsecamente relacionado al principio de conservación de energía y un modelo de cinética de solidificación, el cual describe la evolución de f_s , asociada a los microconstituyentes que se forman durante el cambio de fase. Así mismo se requiere de una metodología de acoplamiento de los componentes ya mencionados.

El problema principal para acoplar un modelo cinético de solidificación con otro de transferencia de calor, reside⁽¹⁸⁾ en incorporar el calor latente liberado durante el cambio de

fase, obtenible de consideraciones asociadas con la nucleación y crecimiento del producto de solidificación, dentro de la ecuación de conservación de energía asociada al modelo de transferencia de calor, la cual calcula la evolución de la temperatura en el sistema bajo estudio.

El planteamiento de un macro-micro modelo de solidificación inicia con la discretización del sistema compuesto metal-molde bajo estudio, dividiendo al sistema en un conjunto de elementos de volumen, llamados macrovolúmenes, dentro de los cuales se asume que la temperatura es uniforme. Cada uno de estos macrovolúmenes, cuando se encuentran en el dominio del metal y durante la solidificación, es nuevamente subdividido en microvolúmenes, típicamente esféricos y cuyo número es establecido por una ley de nucleación⁽¹⁶⁾. Dentro de cada uno de esos microvolúmenes crece un sólo grano, sólido o semisólido, a una velocidad determinada por consideraciones cinéticas.

A nivel macroscópico se resuelve la ecuación de conservación de energía con cambio de fase considerando que el principal mecanismo de transferencia de calor es la conducción, ec.(II.1). El acoplamiento entre los componentes macroscópico y microscópico del macro-micro modelo se realiza durante la resolución de la ec.(II.1), a través del término de generación de calor latente, Q_s , de la ec.(II.2).

A nivel microscópico, el componente cinético del macro-micro modelo consiste de un modelo de nucleación y de un modelo de crecimiento que contabiliza la interacción entre granos al final de la solidificación.

Para la simulación de la evolución de la fracción sólida durante la solidificación equiaxial dendrítica o eutéctica, se parte de tres suposiciones básicas⁽¹³⁾:(1) todos los granos

que han nucleado permanecen hasta el final del proceso (se desprecia a la coalescencia y a la disolución de granos en crecimiento); (2) una vez nucleados, los granos permanecen en posiciones fijas (la velocidad de la fase sólida es nula); (3) los granos en crecimiento adoptan una geometría esférica.

Bajo estas condiciones, en un macrovolumen dado, ubicado dentro de la pieza metálica y durante la solidificación, la fracción sólida local promedio es:

$$f_s = N_s \frac{4}{3} \pi R_s^3 \quad (\text{II.5})$$

donde N_s es el número de granos por unidad de volumen y R_s es el radio promedio de los granos presentes en ese macrovolumen, cuando se asume que los granos son totalmente sólidos.

La ec.(II.5) es válida en los momentos iniciales de la solidificación⁽²³⁾, ya que a medida que la fracción sólida se incrementa, existe un efecto de retardo en el crecimiento de los granos debido a la interacción entre granos en crecimiento.

Durante la solidificación, en un macrovolumen ubicado en el dominio del metal coexisten los granos sólidos o parcialmente sólidos, hasta entonces formados y el líquido remanente. A medida que estos granos prosiguen su crecimiento, llega un momento en el cual existe una interacción entre granos vecinos, a través de sus campos térmicos o solutales, la cual tiende a impedir cualquier crecimiento posterior de dichos granos. Este efecto es conocido como interbloqueo entre granos en crecimiento ó empalmamiento⁽⁶⁴⁾.

Uno de los tratamientos que con más frecuencia se incluye en los modelos microscópicos de cinética de solidificación consiste en considerar que el área efectiva entre granos sólidos y el líquido remanente es ponderada por el término $(1 - f_s)$.

Con lo anterior, la ec.(II.5) se modifica y la fracción sólida promedio presente en dicho macrovolumen a un tiempo dado, tomando en cuenta el interbloqueo entre granos en crecimiento esta dada por la ecuación de Johnson Mehl⁽⁶⁵⁾, ó Avrami⁽⁶⁶⁾ ec.(II.6):

$$f_s = 1 - \exp\left[-\frac{4}{3}\pi N_s R_s^3\right] \quad (\text{II.6})$$

El cálculo de N_s y de R_s se realiza empleando, respectivamente, modelos de nucleación y modelos de crecimiento.

Resumiendo lo mencionado en esta sección, un macro-micro modelo de solidificación consiste de dos componentes principales: (i) un componente macroscópico, cuyo objetivo es resolver las ecuaciones de conservación y caracterizar a los fenómenos de transporte que se efectúan a escala macroscópica en el sistema bajo estudio; (ii) un componente microscópico que incluye a la nucleación, al crecimiento y al interbloqueo entre granos el cual describe cuantitativamente la cinética de solidificación.

El acoplamiento entre los dos componentes mencionados se realiza a través del término de generación de calor latente asociado a la solidificación, Q_s de la ec.(II. 2).

El planteamiento básico de la parte macroscópica de un macro-micro modelo de solidificación, se resume en la resolución de la ecuación de conservación de energía con el cambio de fase cuando se asume que el principal mecanismo de transferencia de energía es conducción, expresado por la ec. (II.1). Rearreglando esta ecuación, se obtiene la ec.(II.7):

$$\nabla[k_i \nabla(T)] = \rho_i C_{p_i} \frac{\delta T}{\delta t} - L_f \frac{\partial f_s}{\partial t} \quad (\text{II.7})$$

En la ec.(II.7) se pueden distinguir dos campos escalares físicamente diferentes: $T(x,t)$ y $f_s(x,t)$ donde x representa la posición.

Para resolver esta ecuación se requiere, además de definir las condiciones límite e iniciales correspondientes al caso específico bajo estudio, de un planteamiento que describa explícitamente al término $\delta f_s / \delta t$, el cual resulta de consideraciones relativas a la cinética de solidificación, y es a través de este término que se efectúa el acoplamiento del modelo cinético de solidificación con el modelo de transferencia de calor.

En lo que se refiere al primer aspecto señalado en el párrafo anterior, las condiciones límite que resultan de interés para el modelado de la solidificación pueden ser de tres tipos: (1) Una función característica que describe a la temperatura presente en la interfase que delimita al sistema; (2) Una función característica que describe al flujo de calor que se efectúa en la interfase; (3) Una función característica que describe al flujo convectivo de calor presente en la interfase.

Si bien las condiciones límite seleccionadas para la resolución de la ec.(II.7), aplicada a un caso específico bajo estudio, permiten la implementación de los algoritmos de solución, las condiciones límite que realmente actúan en el sistema son difíciles de establecer, como resultado de los complejos fenómenos de transferencia de calor del metal hacia sus alrededores durante el llenado y a la eventual formación de un resquicio de aire entre molde y metal, como resultado de los cambios de volumen asociados al enfriamiento del metal en el estado sólido y al calentamiento del molde circundante.

En lo que se refiere a las condiciones iniciales de temperatura, es práctica común el asumir una temperatura constante para cada medio: molde y metal. Sin embargo tales suposiciones pueden no ser realistas durante la producción de piezas fundidas, sobre todo cuando el tiempo de llenado del molde es grande con respecto al tiempo total de

solidificación. Debido a esto se han realizado esfuerzos para determinar más adecuadamente las condiciones iniciales de temperatura local a partir de modelos⁽³⁷⁻⁴⁴⁾ que simulan el llenado del molde mediante el acoplamiento de los fenómenos macroscópicos de transferencia de calor y flujo de fluidos.

Para la solución de la ec. (II.7), omitiendo a las soluciones analíticas, cuyo uso esta restringido a casos extremadamente simples, existen varios métodos numéricos que proporcionan la solución de las ecuaciones diferenciales de interés entre los que destacan el método de diferencias finitas (FDM), en su versión implícita, con sus diferentes variantes (FI, totalmente implícito, CN Crank-Nicholson, ADI, implícito con dirección alternante, etc.)⁽⁶⁷⁾, el método de elemento finito (FEM)⁽⁶⁸⁻⁷¹⁾, el método directo de diferencias finitas (DFDM)⁽⁷²⁾ y el método de volumen de control (VEM)⁽⁷³⁾.

Si bien, cualquiera de estos métodos puede aplicarse al componente macroscópico de un macro-micro modelo de solidificación, a continuación se resumen algunas de las ventajas e inconvenientes de cada método numérico⁽¹⁷⁾.

En FDM⁽⁶⁷⁾ se debe definir una discretización que básicamente sigue un sistema de coordenadas definido: cartesianas, cilíndricas o esféricas. Una vez realizado lo anterior es relativamente sencillo el realizar la tipificación del sistema y la obtención de las ecuaciones nodales, esto último a partir de la aplicación del principio de conservación de energía al caso de interés adoptando un planteamiento en diferencias finitas. Las principales características de este método son las siguientes: (1) La matriz de coeficientes asociada es usualmente tridiagonal, pentadiagonal, ó heptadiagonal en los casos uni-, bi- o tridimensional respectivamente, lo cual facilita la solución del sistema de ecuaciones

simultáneas asociado y permite la aplicación del esquema simplificado de resolución por dirección alternante (ADI); (2) La introducción de fenómenos complejos, como la liberación de calor latente, se puede formular con relativa facilidad; (3) Las ventajas mencionadas son contrarrestadas por las limitaciones que este método presenta cuando se tratan casos de geometría compleja, la cual no se adapta a ninguno de los sistemas coordenados mencionados. En estos casos se requiere subdividir el sistema de interés en un mayor número de volúmenes de control para describir los límites del sistema de una manera adecuada, lo cual se traduce en un mayor tiempo de cómputo.

El método de elemento finito FEM⁽⁶⁸⁻⁷¹⁾ se ha popularizado por tres razones principales: (a) Existe software comercial que permite su aplicación en la mayoría de los casos de interés, a través de modificaciones en las propiedades del sistema bajo estudio, en las ecuaciones características de los volúmenes de control y en las condiciones límite; (b) Este método es capaz de simular, con un número menor de elementos nodales que en el caso de FDM, sistemas de forma compleja; (c) Si bien la formulación de las ecuaciones características es más compleja que en el caso de FDM, el usuario no se preocupa en plantear desde sus principios la aplicación numérica, a partir de principios de conservación aplicados a los volúmenes de control, sino que su atención se centra en adecuar el software disponible a sus necesidades.

El método DFDM, concebido por Ohnaka⁽⁷²⁾ combina la simplicidad de formulación de FDM con las facilidades de discretización del FEM ya que parte de un balance de energía similar al aplicado en FDM, pero considerando una discretización similar a la de FEM. El método DFDM ha sido comparado con el FEM y el ADI-FDM por Thomas⁽⁷⁴⁾.

En el método VEM⁽⁷³⁾ la discretización es similar a la presente en FDM, pero los puntos nodales en los que se define a las variables se ubican en el centro de las celdas, a diferencia de FDM en donde lo anterior se realiza en las intersecciones de la red de discretización.

La principal ventaja⁽⁷³⁾ que presenta esta técnica radica en que su aplicación implica necesariamente que los criterios de conservación se cumplen, independientemente del tamaño de la malla de discretización.

II.4 MICROMODELADO DE LA CINÉTICA DE SOLIDIFICACIÓN

II.4.1 GENERALIDADES

El planteamiento de un micromodelo de solidificación requiere de la comprensión previa de los aspectos que rigen a la formación de una nueva fase o microconstituyente en una aleación líquida que se encuentra en condiciones favorables para la solidificación.

Un micromodelo enfocado a describir cuantitativamente a la solidificación equiaxial de una aleación consiste básicamente de tres elementos: un modelo de nucleación, uno de crecimiento y la consideración de la interacción entre granos en crecimiento durante la solidificación.

En esta sección se menciona el marco conceptual de referencia requerido para comprender los aspectos más importantes asociados a la cinética de solidificación de aleaciones metálicas.

En la siguiente sección se discutirán en detalle las características de los diferentes elementos que constituyen a un micromodelo cinético de solidificación equiaxial.

La cinética de solidificación depende del tipo de microestructura que se esté formando y las características microestructurales que presenta un producto de solidificación dependen de las condiciones de enfriamiento y de la composición química de la aleación.

Se consideran⁽¹⁹⁾ dos casos generales de formación de microestructura que son básicamente diferentes, esto es, la formación de la microestructura columnar y la formación de la microestructura equiaxial. Cada uno de estos puede presentar una morfología dendrítica o eutéctica y en el caso más general se presenta una mezcla de estas dos morfologías en la pieza solidificada

Los granos presentes en una microestructura columnar siempre crecen a partir de la interfase metal/molde en un sentido que es opuesto al del flujo de calor, mientras que los granos equiaxiales crecen dentro de un líquido subenfriado, hacia el cual transfieren su calor latente y por ende el sentido en que se efectúa el crecimiento equiaxial y el flujo de calor es el mismo.

En el caso de microestructuras columnares, la velocidad de crecimiento del frente eutéctico o de las dendritas está directamente relacionado con la velocidad de avance de la isoterma de líquidus (morfología dendrítica) o de la isoterma eutéctica (morfología eutéctica).

Cuando el subenfriamiento del frente columnar es pequeño, una situación encontrada en las condiciones asociadas a los procesos convencionales de solidificación, se puede asumir, como una primera aproximación, que la velocidad de avance de la punta de las dendritas o del frente eutéctico, es igual a la velocidad a la cual se desplaza la isoterma

correspondiente. Basándose en esta suposición, la cinética de formación de la microestructura puede ser introducida en los cálculos macroscópicos de flujo de calor, empleando una metodología que consiste en calcular, en primera instancia, la evolución de las isothermas en función del tiempo y el espacio, sin tomar en cuenta al subenfriamiento, y una vez que el campo térmico es calculado, empleando el macromodelo de transferencia de calor, la velocidad de las isothermas de interés así como el gradiente térmico en la interfase sólido líquido pueden ser estimados.

Conociendo la velocidad a la que se desplazan las isothermas de interés, se conoce la velocidad de crecimiento y con esta información y el valor del gradiente térmico en la interfase sólido/líquido, el subenfriamiento, ΔT , que define la posición de la punta de la dendrita o del frente eutéctico en el espacio de la pieza, y las características microestructurales (espaciamiento eutéctico o espaciamientos dendríticos primarios y secundarios) pueden ser calculadas empleando las teorías de crecimiento dendrítico y eutéctico mencionadas en la siguiente sección. Estas teorías correlacionan a la velocidad de desplazamiento de la interfase sólido/líquido con el gradiente térmico, el subenfriamiento y las longitudes microestructurales características.

En el caso de microestructuras equiaxiales, el tratamiento es diferente ya que la velocidad de crecimiento de los granos no está directamente relacionada con la velocidad de avance de las isothermas de líquidus o eutéctica, como en el caso columnar, sino que está relacionada con el subenfriamiento local y adicionalmente, la velocidad de solidificación es dependiente del número de granos que han nucleado en el baño subenfriado, así como de la posición específica en el espacio de la pieza⁽¹⁷⁾.

En este trabajo, el interés se centra en la solidificación equiaxial dendrítica y eutéctica, al ser éstos los casos que comúnmente se encuentran en las condiciones de enfriamiento y composición asociados a las aleaciones de mayor interés comercial en fundición en moldes de arena, específicamente los hierros colados y las aleaciones ligeras base Al-Si, y en consecuencia para incorporar dentro del macromodelo de transferencia de calor a la cinética de solidificación es necesario que el micromodelo cinético tome en cuenta los fenómenos involucrados en la solidificación equiaxial, es decir a la nucleación y al crecimiento incluyendo los efectos asociados a la interacción entre granos durante la solidificación, con el fin de obtener una descripción cuantitativa de la solidificación equiaxial.

II.4.2 NUCLEACIÓN

En lo que se refiere al modelado de la nucleación, la evaluación de las leyes de nucleación para calcular la densidad de granos presente en un producto de solidificación es el aspecto menos desarrollado en el modelado de la cinética de solidificación⁽¹⁶⁾.

En principio, y ya que la teoría clásica de la nucleación, cuyos fundamentos fueron establecidos por Turnbull y Fisher⁽⁷⁵⁾, no corresponde en sus predicciones con los resultados experimentales, ya que esta teoría predice una densidad final de granos casi independiente de las condiciones de solidificación, el modelado de la nucleación ha sido reconsiderado empleando planteamientos de carácter empírico, en donde se distinguen dos aproximaciones principales⁽¹⁸⁾: modelos de nucleación continua y modelos de nucleación instantánea; la descripción cuantitativa de la nucleación que resulta depende en gran medida de las condiciones experimentales en que se obtuvieron los datos alimentados al modelo.

Por una parte, en los modelos de nucleación continua^(76,77) se asume una dependencia continua de N_S , el número de núcleos activos por unidad de volumen de metal, con respecto a la temperatura del líquido subenfriado. Adicionalmente se supone que la nucleación termina en el momento en que el líquido remanente alcanza su máximo subenfriamiento. Para describir esta dependencia se proponen diferentes relaciones matemáticas que correlacionan a la velocidad de nucleación, dN/dt , con el subenfriamiento, la velocidad de enfriamiento o la temperatura. Para determinar el número final de núcleos se efectúa la suma de todos los núcleos formados desde que el sistema alcanza la temperatura de equilibrio asociada a la transformación de fase y hasta el inicio de la recalcificación. De acuerdo con este enfoque, el número de núcleos activos se incrementa continuamente conforme se incrementa el subenfriamiento del líquido y esta tendencia continúa hasta que el metal alcanza el subenfriamiento máximo, momento en el cual cesa la nucleación. Por otra parte los modelos de nucleación instantánea asumen una saturación instantánea de sitios de nucleación, es decir, que todos los núcleos se forman, en el momento en que el líquido subenfriado alcanza la temperatura de nucleación, T_n . En este caso también deben emplearse correlaciones empíricas para relacionar al número final de núcleos en un elemento de volumen con la velocidad de enfriamiento del macrovolumen al inicio de la solidificación. En la tabla II.2 se muestra un resumen de las ecuaciones básicas y de los parámetros que deben ser evaluados experimentalmente para caracterizar cuantitativamente a la nucleación. En esta tabla se puede observar que en todos los casos se requieren de dos a tres parámetros de ajuste, que deben obtenerse de mediciones de conteo de granos en diferentes condiciones experimentales de enfriamiento.

Tabla II. 2.- Modelos de nucleación

Modelo	Tipo	Ecuación Básica	ec.	Parámetros de ajuste
Oldfield ⁽³⁰⁾	Continuo	$\frac{\delta N}{\delta t} = -nK_1(\Delta T)^{n-1} \frac{\delta T}{\delta t}$	(1)	n, K ₁
Maxwell ⁽³²⁾	Continuo	$\frac{dN}{dt} = (N_s - N_i)\mu_2 \exp\left[\frac{f(\theta)}{\Delta T^2(T_p - \Delta T)}\right]$	(2)	N _s , θ
Thevoz ⁽²¹⁾	Continuo (estadístico)	$\frac{dN}{d(\Delta T)} = \left(\frac{N_s}{\sqrt{2\pi}\Delta T_\sigma}\right) \exp\left[\frac{(\Delta T - \Delta T_N)^2}{\Delta T_\sigma^2}\right]$	(3)	N _s , ΔT _N , ΔT _σ
Goettsch ⁽⁶⁴⁾	Continuo (estadístico)	$N(r) = \frac{3N_s}{(R_{\max} - R_{\min})^3} (R_{\max} - r)^2$	(4)	N _s , R _{max} , R _{min}
Stefanescu ⁽¹⁸⁾	Instantáneo	$\frac{dN}{dt} = (N_s - N_i)\mu_2 \exp\left[\frac{-\mu_3}{\Delta T^2}\right]$	(5)	N _s (dT/dt)
Fras ⁽²²⁾	Continuo	$N = \psi\Delta T^\eta$	(6)	ψ, η

En principio todas las aproximaciones mostradas en la tabla II.2 se ajustan adecuadamente con los datos experimentales obtenidos ya que los parámetros de ajuste que presentan fueron calculados precisamente buscando una concordancia entre lo predicho y lo observado experimentalmente. De lo anterior y tomando como referencia al cociente efectividad de predicción/complejidad de cálculo, un primer parámetro de selección es la maximización de dicho cociente, lo cual inclina la balanza a favor de las aproximaciones que presentan dos parámetros de ajuste.

Otro elemento de juicio importante es el apego de las hipótesis de base de cada aproximación con la realidad experimental de la nucleación. A este respecto, recordando los experimentos de solidificación interrumpida que proporcionaron los elementos para el

primer planteamiento formal del fenómeno, es decir, la teoría clásica de la nucleación⁽⁷⁵⁾, la balanza se inclina a favor de los métodos de nucleación continua.

La evaluación experimental de los parámetros de ajuste en cualquiera de las aproximaciones anteriormente mencionadas, ha partido de mediciones de conteo de granos en muestras enfriadas hasta la temperatura ambiente y se ha asumido que los valores así obtenidos corresponden al conteo de granos al final de la solidificación. Sin embargo, como ha sido demostrado⁽⁷⁸⁾ experimentalmente mediante enfriamiento rápido de muestras que han finalizado su solidificación, y cuyo enfriamiento normal ha sido interrumpido, a diferentes temperaturas ubicadas entre la temperatura de fin de solidificación y la temperatura ambiente, mediante temple en un medio de enfriamiento severo, la evaluación de la ley de nucleación a partir de la densidad de granos observada a temperatura ambiente puede resultar inadecuada si la coalescencia de granos se desarrolla considerablemente, como en el caso del hierro colado eutéctico, moldeado en arena, en donde se ha encontrado que la densidad final de granos, medida a la temperatura ambiente es significativamente menor, que el máximo número de granos desarrollados al final de la solidificación

En todos los modelos de nucleación mencionados se asume que la nucleación ocurre sobre substratos previamente presentes en el baño metálico, lo cual se justifica cuando se realiza, como parte del tratamiento del metal líquido, adiciones tendientes a fungir como sitios de nucleación, como en el caso de la refinación de grano de aleaciones base aluminio.

Sin embargo en muchos casos, y sin que se hayan realizado adiciones deliberadas de agentes nucleantes, la solidificación equiaxial se presenta en el seno del metal líquido. Para explicar lo anterior existen algunas propuestas.

Resumiendo estas propuestas se tiene que dicha nucleación es el resultado de la *introducción de fragmentos sólidos de la aleación en el seno del metal líquido*, los cuales, en función de su tamaño y del grado de sobrecalentamiento del metal líquido circundante, pueden redisolverse, o bien, fungir como substratos para la solidificación equiaxial.

Las principales propuestas difieren en cuanto al origen de dichos substratos. Chalmers⁽⁷⁹⁾ sugiere que estos fragmentos sólidos son formados durante los primeros contactos del metal líquido con el molde frío, y arrastrados por el chorro metálico durante el llenado de la pieza (mecanismo big-bang). Jackson⁽⁸⁰⁾ sostiene que el origen de dichos substratos se sitúa durante la solidificación de la pieza, en donde las corrientes convectivas de metal provocan la fragmentación de dendritas preexistentes en la vecindad inmediata de la interfase metal/molde y el transporte de estos fragmentos sólidos a otras zonas del metal.

Ohno⁽⁸¹⁾ propone que los substratos son formados durante el contacto del metal líquido con la pared del molde y posteriormente arrastrados por las corrientes convectivas presentes en el metal.

De acuerdo con esto, Steube⁽⁸²⁾ encuentra razonable asumir que, aún en la presencia de adiciones deliberadas de agentes nucleantes, existen otros sitios de nucleación inherentes al metal, los cuales son precisamente los fragmentos sólidos a que se refieren Chalmers⁽⁷⁹⁾, Jackson⁽⁸⁰⁾ y Ohno⁽⁸¹⁾.

Steube⁽⁸²⁾ considera que un modelo que pretenda describir el comportamiento de los núcleos inherentes, y de los núcleos *deliberadamente introducidos como agentes nucleantes*, debe necesariamente incluir los siguientes aspectos: i) cinética de formación de substratos (multiplicación de cristales); ii) transporte de los substratos desde su origen y hasta el seno

del metal líquido, debido a convección natural ó forzada; iii) cinética de disolución de substratos en el metal líquido a temperaturas superiores a $T_{liquidus}$; iv) cinética de crecimiento y sedimentación de substratos que sobreviven hasta alcanzar una región de metal líquido que se encuentra a temperaturas inferiores a $T_{liquidus}$.

Si bien, Steube⁽⁸²⁾ considera que esta aproximación es físicamente más correcta que las comúnmente propuestas para describir a la nucleación heterogénea (ver tabla II.2), reconoce que puede ser difícil formular algunos de los aspectos propuestos con suficiente precisión, y que la complejidad matemática de dicho planteamiento es considerable. De hecho y por estas razones este modelo está en la etapa de planteamiento y su implementación no ha sido lograda hasta la fecha.

Para finalizar esta sección dedicada a la nucleación, es necesario mencionar que los núcleos "inherentes", anteriormente mencionados también son considerados por los modelos de nucleación heterogénea mostrados en la tabla II.2, ya que la estimación de los parámetros de ajuste se basa en el conteo de granos, y todos los granos son considerados, independientemente de que estos granos se formen a partir de un núcleo inherente o no.

II.4.3 CRECIMIENTO

Debido a las diferencias existentes entre los crecimientos equiaxial eutéctico y equiaxial dendrítico durante la solidificación se ha adoptado, en el componente microscópico de los macro-micro modelos reportados en la literatura, modelos de crecimiento aplicables a cada caso.

Uno de los aspectos que caracteriza al crecimiento equiaxial eutéctico radica en que los granos de este microconstituyente son totalmente sólidos

En el caso del crecimiento equiaxial dendrítico, los granos en crecimiento son parcialmente sólidos, lo cual complica en gran medida el planteamiento de modelos que describan su evolución durante la solidificación.

Crecimiento eutéctico

El crecimiento de un microconstituyente eutéctico, en su caso más simple, correspondiente a un eutéctico binario, involucra el crecimiento acoplado de dos fases sólidas a partir del líquido.

Un modelo de crecimiento aplicable a eutécticos debe considerar que el crecimiento eutéctico es controlado fundamentalmente por difusión solutal, ya que las fases que forman al eutéctico crecen de una manera cooperativa y por efectos capilares, ya que en la interfase existente entre las dos soluciones sólidas y el líquido, las tensiones interfaciales deben estar balanceadas para alcanzar el equilibrio mecánico.

Jackson y Hunt (JH)⁽⁸³⁾ desarrollaron la teoría de los eutécticos regulares. En este caso dos fases α y β , crecen en la forma de placas o fibras que son perpendiculares a la interfase sólido/líquido. Considerando la difusión de soluto entre el arreglo periódico de placas o fibras, y el equilibrio mecánico entre las fuerzas interfaciales en la unión de las tres fases participantes, la teoría JH⁽⁸³⁾ permite calcular al subenfriamiento del frente eutéctico, ΔT_{Eu} , así como el espaciamiento interlaminar (o interfibroso), λ_{Eu} como una función de la velocidad de crecimiento, v_{Eu} . Lo anterior es descrito por las siguientes ecuaciones:

$$\lambda_{Eu}^2 v_{Eu} = K_r / K_c \quad (\text{II.8})$$

$$(\Delta T_{Eu})^{-2} v_{Eu} = 1 / (4K_c K_r) \quad (\text{II.9})$$

donde K_r y K_c son constantes fisicoquímicas⁽⁸³⁾ que caracterizan a las fases que conforman al microconstituyente eutéctico.

En muchas aleaciones eutécticas de interés industrial, como las asociadas a los sistemas Fe-C y Al-Si, la formación de placas o fibras es dificultada por la presencia de una fase facetada. Esto resulta en una morfología eutéctica irregular en donde las fases en crecimiento no son paralelas ni están espaciadas regularmente. Fisher y Kurz⁽⁸⁴⁾ asumieron que el espaciamiento entre placas en eutécticos irregulares varían entre un valor mínimo y un máximo, proponiendo un espaciamiento interlaminar promedio para caracterizar microestructuralmente a los eutécticos irregulares. Extendiendo estas ideas Jones y Kurz⁽⁸⁵⁾ encontraron que el valor promedio del espaciamiento interlaminar está dado por:

$$\langle \lambda_{Eu} \rangle = \phi \lambda_{Eu} \quad (II.10)$$

en donde ϕ es una constante cuyo valor depende del sistema binario bajo estudio. El factor de corrección ϕ modifica la relación entre el subenfriamiento y la velocidad de crecimiento predichas por el modelo JH⁽⁸³⁾ de la siguiente manera:.

$$\langle \lambda_{Eu}^2 \rangle v_{Eu} = \phi^2 (K_r / K_c) \quad (II.11)$$

$$(\Delta T_{Eu})^{-2} v_{Eu} = \left(\frac{\phi}{\phi^2 + 1} \right)^2 [1 / (K_c K_r)] \quad (II.12)$$

Cabe señalar que estas ecuaciones sólo son válidas⁽⁸⁵⁾ en condiciones de enfriamiento tales que aseguren que el espaciamiento interlaminar es menor que la distancia de difusión, como las presentes en la producción de piezas metálicas mediante el proceso de fundición y vaciado en moldes de arena.

La principal suposición que subyace en el empleo de las ecs.(II.11) y (II.12) es el asumir que el subenfriamiento que existe en la interfase sólido/líquido es el mismo que se presenta en el seno del sistema. Esto es cierto para velocidades moderadas de enfriamiento, como las presentes en fundición, en particular durante el arresto eutéctico.

Para condiciones de solidificación rápida, Trivedi, Magnin y Kurz⁽⁸⁶⁾ propusieron un modelo de crecimiento eutéctico, el cual fue extendido por Kurz y Trivedi⁽⁸⁷⁻⁹⁰⁾ para incluir los efectos asociados a la cinética de la interfase sólido/líquido fuera del equilibrio⁽⁹¹⁾.

Crecimiento dendrítico

Para modelar la cinética de solidificación de un grano equiaxial dendrítico se requieren dos elementos básicos:

1. -El conocimiento de la velocidad a la que se desplaza la punta de la dendrita, a partir de relaciones que ligan a la velocidad de desplazamiento de la punta dendrítica con el subenfriamiento presente en el líquido en contacto con la punta y el radio de la punta bajo esas condiciones de crecimiento.
2. -Un modelo de microsegregación que permita establecer la evolución de la fracción sólida en el grano semisólido en crecimiento y que garantice la conservación de soluto dentro del sistema.

Aunque ésta aproximación no puede describir la complejidad geométrica que muestra el grano dendrítico en condiciones reales, proporciona una descripción de la

evolución de la fracción sólida dentro del grano, la cual, corresponde en gran medida a la cinética de solidificación que se presenta experimentalmente⁽¹⁶⁾.

En vista de que el campo solutal es la principal fuerza motriz del crecimiento dendrítico se requiere de una representación adecuada de la composición del líquido remanente en contacto con la dendrita en crecimiento, de donde se desprende la necesidad de incluir en el tratamiento a un modelo de microsegregación.

Las teorías que han sido propuestas para describir al crecimiento dendrítico constituyen una de las áreas fundamentales de la investigación que con respecto a la solidificación ha sido realizada en las últimas décadas⁽⁹²⁻⁹³⁾. Hasta inicios de la década pasada la teoría del subenfriamiento constitucional (CS)⁽⁹⁴⁾ sirvió como el modelo más exitoso para describir la evolución de estructuras dendríticas, particularmente en el caso de solidificación direccional⁽⁹⁵⁻⁹⁸⁾. El análisis realizado por Lipton, Glicksman y Kurz (LGK)⁽⁹⁹⁻¹⁰⁰⁾ proporcionó los fundamentos del estado actual del conocimiento del crecimiento equiaxial dendrítico⁽⁹¹⁾. Este modelo establece la interrelación entre el subenfriamiento, la velocidad de avance de la dendrita y el radio de la punta dendrítica a partir de un análisis de los procesos físicos que controlan al crecimiento dendrítico, los cuales, en la mayoría de los procesos convencionales de solidificación, son básicamente tres: difusión térmica, difusión solutal y energía interfacial.

El modelo LGK^(99,100) combina las soluciones de Ivantsov⁽¹⁰¹⁾ para los campos de difusión térmico y solutal alrededor de una punta dendrítica, con forma de un paraboloides en revolución, con el criterio de estabilidad morfológica marginal de Muller-Klumbahar⁽¹⁰²⁾ y se resume a continuación.

Durante el crecimiento equiaxial dendrítico, y en relación con la velocidad a la cual se desplaza la punta dendrítica, se ha encontrado que la transferencia de calor y de masa implícita en este proceso son una función del subenfriamiento total que presenta la aleación líquida en contacto con la punta de la dendrita en crecimiento y que, en las condiciones presentes en los procesos convencionales de solidificación, el subenfriamiento total mencionado anteriormente es la suma de tres contribuciones: el subenfriamiento térmico, el subenfriamiento solutal y el subenfriamiento capilar.

$$\Delta T = \Delta T_f + \Delta T_c + \Delta T_R \quad (\text{II.13})$$

Los componentes térmico y solutal del subenfriamiento pueden obtenerse a partir de la solución general del campo de difusión asociado a un paraboloide de revolución, el cual simula a la punta de la dendrita en crecimiento, mediante el tratamiento de Ivantsov⁽¹⁰⁾, mientras que el subenfriamiento capilar es obtenible de la ecuación de Gibbs-Thomson⁽¹⁹⁾, que permite calcular la disminución de la temperatura de líquidus asociada a la curvatura finita que presenta la punta de la dendrita en crecimiento. Las anteriores consideraciones permiten describir explícitamente a la ec. (II.13):

$$\Delta T = \frac{\Delta H_f}{C_p} I_v(P_t) + m_l C_0 \left\{ 1 - \frac{1}{1 - (1 - k_0) I_v(P_c)} \right\} + \frac{2\Gamma}{R} \quad (\text{II. 14})$$

Adicionalmente, para obtener una relación única entre el subenfriamiento total, la velocidad de crecimiento de la dendrita y el radio que presenta la punta de la dendrita, es necesario introducir el criterio de estabilidad morfológica marginal para una interfase sólido/líquido. El modelo LGK asume que el radio observado en la punta dendrítica es igual

a la menor longitud de onda que se forma bajo las condiciones locales de crecimiento en la punta dendrítica, empleando el modelo de Müller-Krumbhaar⁽¹⁰²⁾:

$$R = \frac{\Gamma / \sigma^*}{\frac{P_l \Delta H_f}{Cp} - \frac{P_c m C_0 (1 - k_0)}{1 - (1 - k_0) I_v(P_c)}} \quad (\text{II.15})$$

La solución, mediante métodos iterativos, de las ecuaciones (II.14) y (II.15) determinan, para un subenfriamiento dado, el radio y la velocidad de avance de la punta dendrítica. Realizando una regresión polinomial de la dependencia funcional de la velocidad de avance con respecto al subenfriamiento, la ecuación resultante permite simular la evolución de la velocidad de la punta dendrítica durante la solidificación. Lo anterior constituye la base del conocimiento actual relacionado al crecimiento dendrítico en aleaciones subenfriadas y este tratamiento ha sido extendido a las condiciones de solidificación rápida (modelos LKT⁽¹⁰³⁾ y BCT⁽¹⁰⁴⁾). En la literatura es frecuente encontrar una versión simplificada del tratamiento LGK, la cual consiste en suponer que el desplazamiento de la punta dendrítica está únicamente controlado por la difusión de soluto.

Esto implica despreciar los efectos del subenfriamiento térmico y capilar de la ec.(II.12). Si además se supone que la punta dendrítica presenta una forma hemisférica, la velocidad de avance de la punta dendrítica presenta una dependencia parabólica con respecto al subenfriamiento constitucional presente en el líquido en contacto con la punta^(20,105):

$$\frac{\partial R_g}{\partial \Delta} = \frac{D}{\pi^2 \Gamma m_l C_0 (1 - k_0)} (T^* - T_R)^2 \quad (\text{II.16})$$

Observando esta ecuación, en este caso el crecimiento de la dendrita es calculado mediante una expresión similar a la empleada para el crecimiento eutéctico, obtenible reorganizando la ec.(II.12), de la forma:

$$\frac{\partial R_{Eu}}{\partial t} = \mu_{Eu} (\Delta T_{Eu})^2 \quad (II. 17)$$

donde μ es denominado coeficiente de crecimiento⁽¹⁶⁾. En función del tipo de grano equiaxial y de las suposiciones asumidas, han sido empleados diferentes coeficientes de crecimiento y los más comunes tanto en el caso de crecimiento equiaxial eutéctico como dendrítico se presentan en la tabla II.3.

Tabla II.3.- Coeficientes de crecimiento equiaxial eutéctico y dendrítico

Tipo de grano equiaxial	Coeficiente de crecimiento μ	Ref.
dendrítico	$\frac{D_L}{2\pi^2 \Gamma m_L (k_o - 1) C_o}$	(20, 24)
dendrítico-globulítico	$[2\pi^2 \Gamma m_L (k_o - 1) C_L^* D_L^{-1} + \rho L K_L^{-1}]^{-1}$	(6)
eutéctico, crecimiento cooperativo	Hierro Gris: 7.25×10^{-8} a 9.5×10^{-8} 1.2×10^{-8} a 3.1×10^{-8} Al-Si 10^{-6} a 10^{-7}	(16)
eutéctico crecimiento no cooperativo (hierro dúctil)	$D_c' \left[R_r (R_r / R_o - 1) \left(\frac{m_i - m_t}{m_i m_t} + \frac{C_t - C_r}{\Delta T} \right) \right]^{-1} \frac{m_i - m_r}{m_i m_r}$	(34)

La ec.(II.16) implica el suponer que la geometría de la punta dendrítica es hemisférica. Buscando relajar esta consideración, Wang y Beckerman⁽¹⁰⁶⁾ propusieron la siguiente expresión, que parte de la misma simplificación, pero que considera que la punta de la dendrita adopta la forma de un paraboloides en revolución:

$$\frac{dR_g}{dt} = \frac{4\sigma^* D_I m_L (k_o - 1) \bar{C}_I}{\Gamma} (I_v^{-1}(\Omega))^2 \quad (\text{II. 18})$$

en donde Ω es la supersaturación:

$$\Omega = \frac{\bar{C}_I - C_o}{\bar{C}_I(1 - k_o)} \quad (\text{II.19})$$

y la inversa de Ivantsov se calcula de la siguiente correlación⁽¹⁰⁶⁾:

$$I_v^{-1}(\Omega) = a \left(\frac{\Omega}{1 - \Omega} \right)^b \quad (\text{II.20})$$

en donde $a=0.4567$ y $b=1.195$.

Como se mencionó al inicio de esta sección, se requiere, además de un modelo de crecimiento, a un modelo de microsegregación el cual es empleado para dos fines principales:

- (1).- Establecer el reparto de soluto en el sistema, permitiendo con esto cuantificar el efecto de los cambios de concentración en el líquido remanente asociados al reparto de soluto entre las fases sólidas y líquidas. Lo anterior se requiere para efectuar el seguimiento cuantitativo del avance de la punta dendrítica.
- (2).- Calcular la evolución de la fracción sólida en el grano durante el proceso de solidificación.

La tabla II.4 muestra un listado de las ecuaciones asociadas a los modelos analíticos de microsegregación que más se han empleado en macro-micro modelado de la solidificación. También han sido propuestos modelos numéricos de microsegregación, sin embargo como el uso de este tipo de modelos en macro-micro modelos de solidificación incrementa notablemente el tiempo de cálculo, se prefiere el empleo de soluciones analíticas.

La mayor parte de los macro-micro modelos de solidificación han sido aplicados a sistemas binarios. Las aleaciones de interés industrial son de naturaleza multicomponente por lo que resulta necesario extender el tratamiento binario al caso multicomponente.

Existen dos retos principales asociados con lo anterior: el desarrollo del procedimiento aplicable y la adquisición de información relativa a las propiedades de los diferentes sistemas multicomponente de interés en aspectos como nucleación, crecimiento y diagramas de fase.

Tabla II.4.- Modelos analíticos de microsegregación empleados en macro-micro modelado de la solidificación.

Modelo	Ecuación Característica
Regla de la palanca	$C_L^* = C_o / [1 + f_s(k - 1)]$
Scheil ⁽⁵⁰⁾	$C_L^* = C_o [1 - f_s]^{(k-1)}$
Brody y Flemings ⁽⁵¹⁾	$C_L^* = C_o [1 - (1 - 2\alpha k) f_s]^{(k-1)/(1-2\alpha)}$ $\alpha = 4D_s t_f / \lambda^2$
Clyne y Kurz ⁽⁵³⁾	$C_L^* = C_o [(1 - 2\Omega k) f_s]^{(k-1)/(1-2\Omega k)}$ $\Omega = \alpha(1 - \exp(-1/\alpha) - 0.5 \exp(-1/2\alpha))$
Ohnaka ⁽⁵⁴⁾	$C_L^* = C_o [1 - (1 - \beta k) f_s]^{(k-1)/(\beta-k)}$ $\beta = 2\gamma / (1 + 2\gamma)$ $\gamma = 8D_s t_f / \lambda_1^2$
Kobayashi ⁽⁵⁶⁾	$C_L^* = C_o \xi^{(k-1)/(1-\beta k)} \{1 + \Gamma [0.5(\xi'' - 1) - 2(\xi'' - 1) - \ln \xi]\}$ $\xi = 1 - (1 - \beta k) f_s$ $\Gamma = \beta^2 k(k-1)[(1+\beta)k-2](4\gamma)^{-1}(1-\beta k)^{-1}$

Para predecir la ruta de solidificación de una aleación multicomponente es necesario conocer el correspondiente diagrama de fases de equilibrio termodinámico. En general dichos diagramas no están disponibles, o incluyen sólo a algunos de los elementos constitutivos presentes en la aleación.

Cuando los diagramas de fase multicomponente son conocidos, o bien han sido calculados a partir del procesamiento termodinámico de las energías libres de Gibbs asociadas a la fase líquida y a las fases sólidas en formación, se cuenta con la información relativa a la ruta de solidificación, es decir se conocen los microconstituyentes que se pueden formar durante la solidificación, el reparto de soluto al equilibrio que existe durante la formación de dichos microconstituyentes, así como los valores asociados de calor latente de solidificación de dichos microconstituyentes.

La metodología a seguir en este caso ha sido descrita por Koseki⁽¹⁰⁷⁾, y por Cheng⁽¹⁰⁸⁾ quien estudió un sistema con nueve componentes elementales. En el caso, más común en la actualidad, en donde no existe información relativa a los diagramas de fase multicomponente del sistema bajo estudio, una primera aproximación al problema es propuesta por la metodología que ha sido denominada diagrama de solidificación⁽¹⁰⁹⁾, en donde los coeficientes de partición y las pendientes de líquidus son adoptadas de los sistemas binarios involucrados u obtenidas experimentalmente, y se asume que no existen interacciones entre los efectos impartidos por los diferentes elementos aleantes.

La temperatura de líquidus para un sistema multicomponente tratado mediante esta aproximación, puede ser expresada de la siguiente manera, en función de la composición del líquido remanente:

$$T_L = T_m + \sum_{i=1}^n m_{i,j} c_{i,j} \quad (\text{II.21})$$

Para describir el avance de la punta dendrítica durante la solidificación primaria de una aleación multicomponente, Zou⁽¹¹⁰⁾ propuso una extensión del modelo LGK al caso

multicomponente, modificando la ec.(II.15) para incluir la contribución al subenfriamiento total, asociado a la difusión de cada elemento aleante conforme los solutos son rechazados por la punta dendrítica en crecimiento, ecs. (II.22), (II.23):

$$\Delta T = \Delta T_i + \sum \Delta T_{c,i} + \Delta T_R \quad (\text{II.22})$$

$$\Delta T = \frac{\Delta H_f}{C_p} I_v(P_i) + \sum \left[m_{i,j} C_{0,j} \left\{ 1 - \frac{1}{1 - (1 - k_{0,j}) I_v(P_c)} \right\} \right] + \frac{2\Gamma}{R} \quad (\text{II.23})$$

El radio de la punta de la dendrita, caso multicomponente, es calculado empleando:

$$R = \frac{\Gamma / \sigma^*}{\frac{P_i \Delta H_f}{C_p} - \sum \left[\frac{P_c m_{i,j} C_{0,j} (1 - k_{0,j})}{1 - (1 - k_{0,j}) I_v(P_c)} \right]} \quad (\text{II.24})$$

Resolviendo, mediante métodos numéricos a las ecs. (II.23) y (II.24) se obtiene la velocidad de avance de la punta dendrítica que corresponde a un subenfriamiento total dado; realizando el cálculo para diferentes subenfriamientos y tratando esta información mediante regresión polinomial se obtiene a una expresión que permite calcular a la velocidad de avance de la punta dendrítica como una función del subenfriamiento. Esta aproximación es aplicable en principio exclusivamente a los casos en donde la cantidad de solutos presentes en la aleación es tal que todos estos solutos no modifican la ruta de solidificación existente en el caso binario

CAPITULO III

SIMULACIÓN DE LA TRANSFERENCIA DE CALOR Y DE LA CINÉTICA DE SOLIDIFICACIÓN ASOCIADAS CON ALEACIONES HIPOEUTÉCTICAS Y EUTÉCTICA BASE AL-SI, COLADAS EN MOLDES DE ARENA

Resumen

En este capítulo se muestra el desarrollo de un macro-micro modelo que predice la historia térmica, la cinética local de solidificación y las características microestructurales asociadas al enfriamiento y solidificación de aleaciones eutéctica e hipoeutécticas de Al-Si coladas en moldes de arena. La comparación de las predicciones del modelo con la realidad experimental requiere de información experimental relativa a la cinética de solidificación de las aleaciones bajo estudio en las condiciones de enfriamiento presentes durante la elaboración de piezas mediante el proceso de fundición. Por lo anterior en este capítulo también se muestran las consideraciones de mayor relevancia y los procedimientos requeridos para implementar experimentalmente los métodos de Newton y Fourier, que proporcionan información cuantitativa de la cinética de solidificación de aleaciones metálicas a partir del procesamiento numérico de curvas de enfriamiento.

III.1 MODELO ELABORADO

El modelo elaborado en este trabajo consiste de dos partes principales: (i) un modelo macroscópico que simula a la transferencia de calor en el medio compuesto metal/molde durante el enfriamiento y solidificación de la aleación; (ii) un modelo microscópico que

establece cuantitativamente la cinética de solidificación, incluyendo la nucleación, el crecimiento y el interbloqueo entre granos de los microconstituyentes formados.

En esta sección se mencionan y discuten los aspectos más relevantes que fueron tomados en cuenta para el planteamiento de estas dos partes constitutivas del modelo, así como el procedimiento que se siguió para el acoplamiento entre el macromodelo de transferencia de calor y el micromodelo de cinética de solidificación, aplicados al sistema metal/molde bajo estudio.

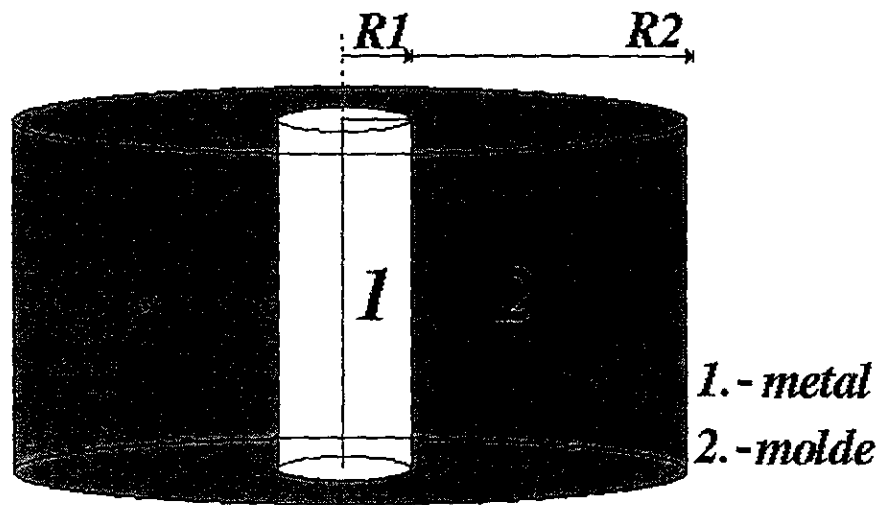


Fig.III.1.-Representación esquemática del sistema bajo estudio

III.1.1 MODELO MACROSCÓPICO DE TRANSFERENCIA DE CALOR

El sistema bajo estudio, representado esquemáticamente en la Fig.III.1 consiste de un cilindro de aleación eutéctica ó hipoeutéctica Al-Si, inicialmente líquido, a una temperatura mayor a la temperatura de líquidus, identificado en la figura con el número 1, rodeado por un molde de arena sílica, identificado con el número 2, que se encuentra, al inicio del proceso de enfriamiento, a temperatura ambiente.

Debido a los gradientes térmicos presentes en el sistema, se produce la transferencia de calor del metal hacia el molde.

En este trabajo se asume que durante el enfriamiento y la solidificación de la aleación, el principal mecanismo de transferencia de calor es la conducción. En consecuencia la conservación de energía en el medio compuesto metal/molde es representada por la ecuación general de conducción, ec.(III.1):

$$\rho_i C p_i \frac{\partial T}{\partial t} = \nabla [k_i \nabla T] + L_f \frac{\partial f_s}{\partial t} \quad (\text{III.1})$$

Expresando a la ec.(III.1) en coordenadas cilíndricas, caso unidimensional, en la dirección radial, y asumiendo propiedades termofísicas constantes para el metal líquido, el metal sólido, y el material de moldeo, se obtiene lo siguiente:

$$\rho_i C p_i \frac{\partial T}{\partial t} = k_i \frac{1}{r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + L_f \frac{\partial f_s}{\partial t} \quad (\text{III.2})$$

donde:

$$L_f \frac{\partial f_s}{\partial t} = Q_s \quad (\text{III.3})$$

El término de generación de calor latente de solidificación, Q_s , es proporcionado por el modelo microscópico de cinética de solidificación y es no nulo exclusivamente en el dominio del metal y durante la solidificación.

Para caracterizar al sistema bajo estudio se consideraron las siguientes condiciones límite: (i) en la intercara metal/molde, ec(III,4a), ($r = R_1$, Fig.(III.1)):

$$k_m \frac{\partial T}{\partial r} = k_s \frac{\partial T}{\partial r} \quad (\text{III.4a})$$

(ii) en la intercara molde-medio ambiente ($r = R_2$, Fig.(III.1)):

$$-k_s \frac{\partial T}{\partial r} = h_\infty (T_{r=R_2} - T_\infty) \quad (\text{III.4b})$$

Las condiciones iniciales empleadas son descritas por las ecs.(III.4c-d), donde la temperatura se expresa como una función de la posición radial, r , y del tiempo, t , ($T(r,t)$), y T_c , T_{∞} son respectivamente la temperatura del metal durante el llenado del molde y la temperatura ambiente.

en el dominio del metal, $r (R_1$, Fig. III.1 :

$$T(r,0) = T_c \quad (\text{III.4c})$$

en el dominio del molde, $R_1 (r (R_2$, Fig.III.1 :

$$T(r,0) = T_{\infty} \quad (\text{III.4d})$$

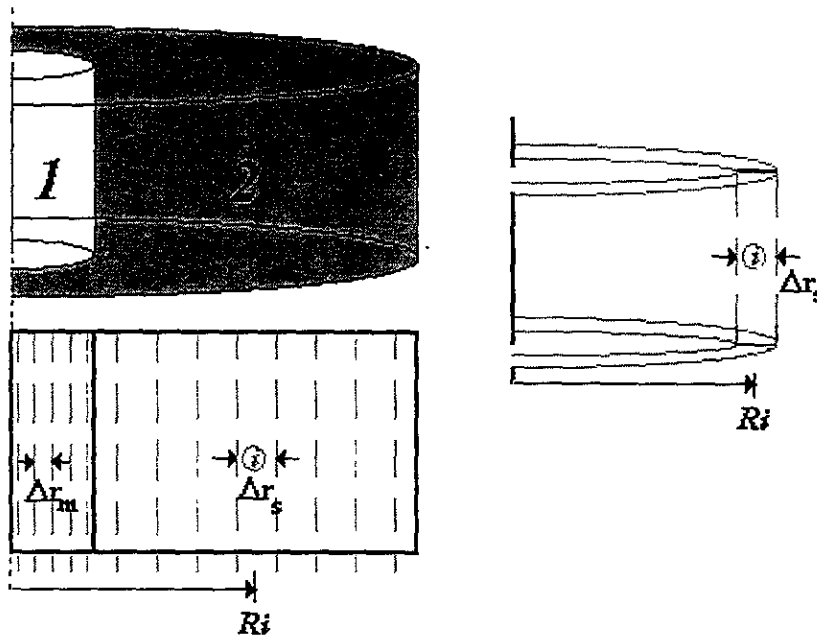


Fig.III.2.- Representación esquemática de la discretización del sistema

Para resolver la ecuación (III.2) se empleó el método de diferencias finitas totalmente implícito, aplicando la siguiente metodología:

(a) Discretización del sistema.- Se adoptó una discretización con tamaño de malla variable, con un tamaño de malla Δr_m para el dominio del metal y otro, Δr_s para el dominio del molde, lo cual se representa esquemáticamente en la Fig.(III.2).

(b) Tipificación del sistema. El sistema bajo estudio está constituido por tres volúmenes de control de tipo único: los elementos que se ubican en el eje de simetría, en la intercara metal/molde y en la intercara molde/medio ambiente, así como por dos familias nodales: los elementos de control presentes en el seno del metal y en el seno del material de moldeo. En las figs.III.3-III.6 se muestran las representaciones esquemáticas de cada tipo de elemento de control

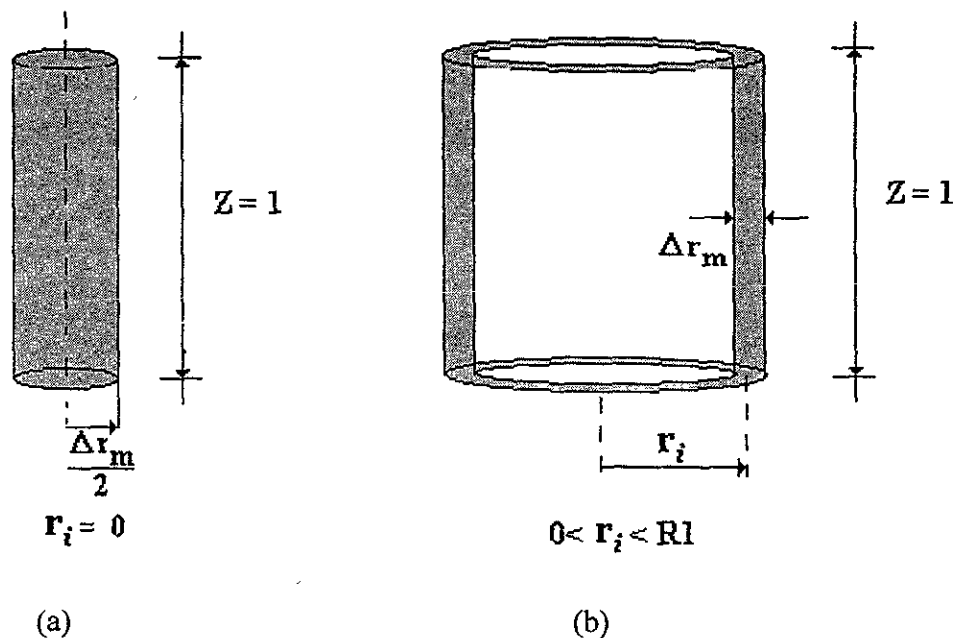


Fig.III.3 - Representación esquemática de: (a) elemento de control único tipo 1 correspondiente al eje de simetría del cilindro; (b) un elemento de control perteneciente a la familia nodal M, característica del seno del metal

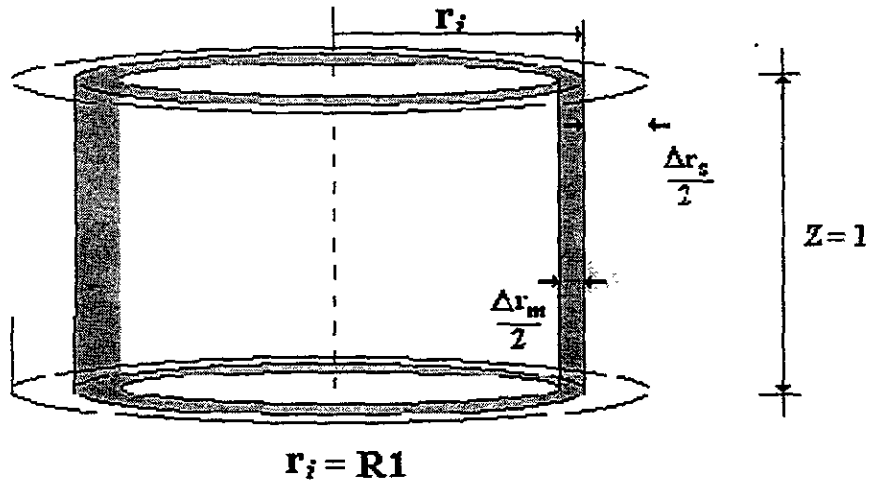


Fig.III.4.- Representación esquemática de elemento de control único tipo 2, característico de la intercara metal/molde

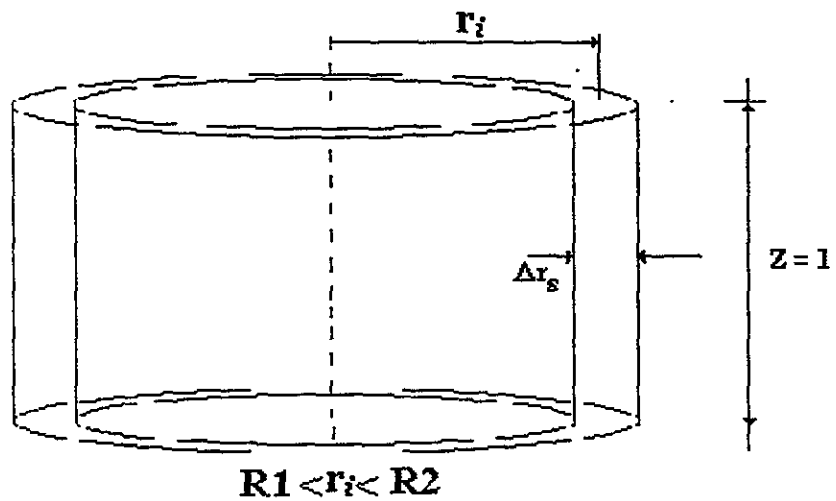


Fig.III.5.- Representación esquemática de un elemento de control perteneciente a la familia nodal S característica del seno del molde de arena

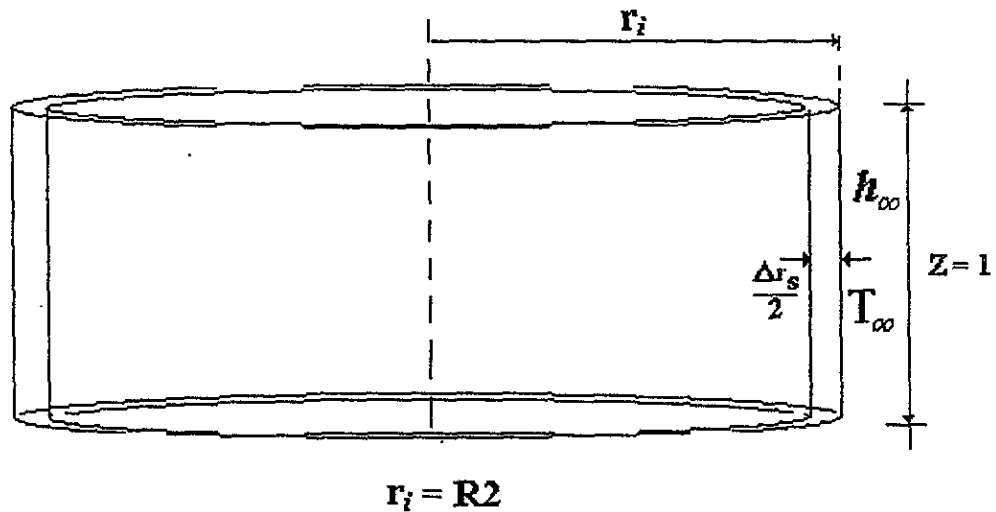


Fig.III.6 - Representación esquemática de elemento de control único tipo 3 característico de la intercara molde-medio ambiente

(c) Deducción de las ecuaciones nodales para cada tipo de volumen de control, incluyendo, en el caso de los nodos con presencia de metal, el término de generación de calor latente. Este término es no nulo exclusivamente durante la solidificación y se calcula empleando el modelo cinético de solidificación que corresponda. Las ecuaciones nodales fueron obtenidas a partir de las expresiones que resultan de aplicar un balance de energía para cada tipo de elemento de control. Las ecuaciones nodales correspondientes a cada tipo de elemento de control se resumen en la tabla III.1

(d) Generación del sistema de ecuaciones simultáneas que representa al sistema compuesto metal/molde, en función de la discretización del sistema y del último campo de temperaturas. Durante la solidificación, el cambio local en fracción sólida realizado en un intervalo de tiempo es calculado explícitamente al inicio de cada paso de tiempo, empleando al último campo de temperatura para los cálculos realizados por el modelo cinético de

solidificación. Los resultados así obtenidos de incremento en fracción sólida son empleados durante el cálculo del nuevo campo de temperaturas.

Tabla III.1 Ecuaciones nodales asociadas al caso bajo estudio

Tipo de elemento nodal	ecuación nodal:
tipo 1	$\left\{1 + \frac{1}{4Fo_M}\right\} T'_i - T'_{i+1} = \frac{T_i}{4Fo_M} + \frac{\Delta H_f}{4Fo_M C_{pM}} \Delta f_s$ $Fo_M = \frac{\alpha_M \Delta t}{\Delta r_M^2}$
familia nodal M	$-\left(1 - \frac{1}{2i}\right) T'_{i-1} + \left\{2 + \frac{1}{Fo_M}\right\} T'_i - \left(1 + \frac{1}{2i}\right) T'_{i+1} = \frac{T_i}{Fo_M} + \frac{\Delta H_f}{Fo_M C_{pM}} \Delta f_s$
tipo 2	$PAR1 = \frac{\alpha_S \alpha_M}{\alpha_M k_S \Delta r_S + \alpha_S k_M \Delta r_M}$ $-\left\{\frac{k_M \Delta t}{\Delta r_M} (PAR1) \left(1 - \frac{1}{i}\right)\right\} T'_{i-1}$ $+ \left\{1 + (PAR1) \Delta t \left[\frac{k_M}{\Delta r_M} \left(1 - \frac{1}{i}\right) + \frac{k_S}{\Delta r_S} \left(\frac{\Delta r_S}{i \Delta r_M}\right)\right]\right\} T'_i$ $-\left\{\frac{k_S \Delta t}{\Delta r_S} (PAR1) \left[1 + \frac{\Delta r_S}{i \Delta r_M}\right]\right\} T'_{i+1}$ $= T_i + \rho_M \Delta H_f (PAR1) \Delta f_s$
familia nodal S	$-\left(1 - \frac{1}{2i}\right) T'_{i-1} + \left\{2 + \frac{1}{Fo_S}\right\} T'_i - \left(1 + \frac{1}{2i}\right) T'_{i+1} = \frac{T_i}{Fo_S}$ $Fo_S = \frac{\alpha_S \Delta t}{\Delta r_S^2}$
tipo 3	$-\left\{1 - \frac{1}{2i}\right\} 2Fo_S T'_{i-1} + \left\{1 - 2Fo_S \left(1 - \frac{1}{2i}\right) + \frac{2h_\infty \Delta t}{\Delta r_S \rho_S C_{pS}}\right\} T'_i$ $= T_i + \frac{2h_\infty \Delta t}{\Delta r_S \rho_S C_{pS}}$

(e) Resolución del sistema de ecuaciones simultáneas resultante, representado matricialmente por el producto de una matriz de coeficientes por el vector columna del perfil de nuevas temperaturas que resulta en un vector columna de resultados. El método considerado proporciona para cada paso de tiempo un sistema de ecuaciones simultáneas

con una matriz de coeficientes tridiagonal, el cual es resuelto para cada paso de tiempo mediante el algoritmo de Thomas⁽⁶⁷⁾.

(f) Despliegue de resultados y actualización de parámetros para el siguiente paso de cálculo.

(g) Repetición de los pasos (d) a (f) hasta el final del cálculo.

III.1.2 MODELO MICROSCÓPICO DE CINÉTICA DE SOLIDIFICACIÓN

Las aleaciones hipoeutécticas base Al-Si están formadas por dos microconstituyentes principales⁽²⁷⁾:

- la fase α , que se forma al inicio de la solidificación y que es una solución sólida rica en aluminio, que se presenta en las condiciones existentes durante el enfriamiento y solidificación en moldes de arena, como dendritas equiaxiales.
- el eutéctico irregular Al-Si, que se presenta como placas alternadas de silicio y solución sólida de aluminio, espaciadas irregularmente, y ubicado en las regiones interdendríticas e intergranulares de los granos de fase primaria.

Para cada uno de estos microconstituyentes, se requiere que el micromodelo considere a la nucleación, al crecimiento y al interbloqueo entre los granos en crecimiento.

En la Fig.III.7 se muestra a una curva de enfriamiento experimental, típica, asociada al enfriamiento y solidificación de una aleación hipoeutéctica multicomponente base Al-Si, colada en un molde de arena.

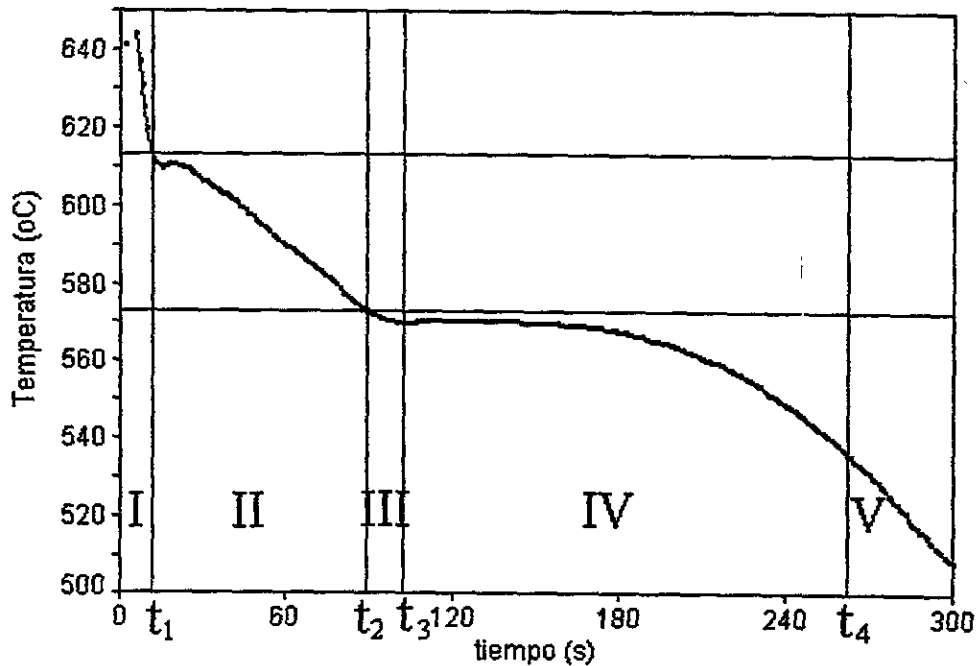


Fig.III.7. Curva de enfriamiento típica, asociada al enfriamiento y solidificación de aleaciones hipoeutécticas Al-Si, en donde se muestran las etapas en que se asume que se realiza el proceso de enfriamiento

El modelo elaborado en este trabajo asume que el proceso de enfriamiento y solidificación de la aleación bajo estudio consta de cinco etapas:

Etapa I.- Enfriamiento del líquido. Durante esta etapa, que corresponde al intervalo de tiempo comprendido entre el inicio del proceso y el tiempo t_1 , tiempo en el cual la zona monitoreada por el termopar alcanza la temperatura de liquidus de la aleación. Durante esta etapa la aleación transfiere hacia sus alrededores el calor asociado al sobrecalentamiento inicial con respecto a la temperatura de liquidus.

Etapa II.- En esta etapa, que corresponde al intervalo de tiempo comprendido entre t_1 y t_2 , donde t_2 es el tiempo al cual la temperatura de la aleación alcanza la temperatura eutéctica, se efectúa la nucleación y el crecimiento de los granos equiaxiales dendríticos de fase primaria α .

Etapa III.- Durante esta etapa, que se realiza en el intervalo de tiempo comprendido entre t_2 y t_3 , donde t_3 es el tiempo en el cual la aleación alcanza el subenfriamiento eutéctico máximo, se efectúa la solidificación simultánea de fase primaria y de microconstituyente eutéctico.

Etapa IV.- En esta etapa, asociada al intervalo de tiempo t_3 - t_4 , donde t_4 es el tiempo al cual finaliza la solidificación, el incremento en la fracción sólida se debe al crecimiento del microconstituyente eutéctico, el cual se efectúa hasta que se agota el líquido remanente.

Etapa V.- En esta etapa, que corresponde a los tiempos posteriores al fin de la solidificación, se realiza el enfriamiento de la aleación sólida.

Para tomar en cuenta la naturaleza multicomponente de las aleaciones comerciales hipoeutécticas base Al-Si, las concentraciones asociadas a los diferentes solutos presentes en la aleación son consideradas como parte de la concentración total de un soluto equivalente que representa a todos los solutos contenidos en la aleación.

Lo anterior implica asumir que la aleación multicomponente es representada por un sistema binario equivalente Al-X, donde X es el soluto equivalente. A este sistema está asociado un diagrama de fases y una ruta de solidificación al equilibrio caracterizada por los siguientes parámetros:

(1) Una pendiente equivalente de líquidus, \bar{m}_l ; (2) Un coeficiente de distribución de soluto equivalente, \bar{k}_0 ; (3) Una concentración inicial de soluto equivalente, \bar{C}_0 ; (4) Una concentración de solubilidad máxima de soluto equivalente, $\bar{C}_{s,max}$ en la solución sólida formada, rica en el solvente, en este caso el Al.

Lo anterior es mostrado esquemáticamente en la Fig.III.8

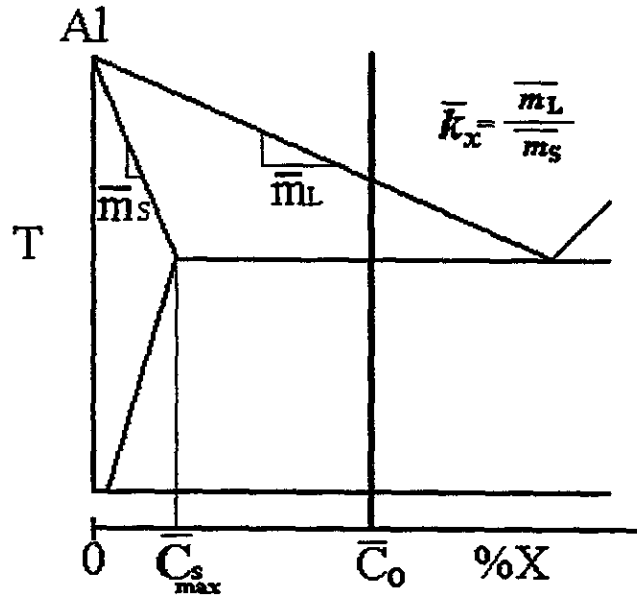


Fig.III.8.Representación esquemática del diagrama de fases asociado al sistema Al-X, en donde se muestran los parámetros que caracterizan a la ruta de solidificación al equilibrio de una aleación hipoeutéctica de una composición dada

Para el cálculo de los tres primeros parámetros característicos se emplean las expresiones propuestas por Wang⁽¹¹⁾. La pendiente de líquidus asociada al soluto equivalente, \bar{m}_l , se calcula como el promedio ponderado de las pendientes de líquidus solvente-soluto, $m_{l,i}$ de cada componente individual, empleando la ec.(III.5):

$$\bar{m}_l = \frac{\sum_i m_{l,i} C_{o,i}}{\sum_i C_{o,i}} \tag{III.5}$$

El coeficiente de distribución del soluto equivalente, \bar{k}_0 , se calcula empleando la siguiente expresión:

$$\bar{k}_0 = \frac{\sum_i (k_{0,i} m_{l,i} C_{o,i})}{\sum_i (m_{l,i} C_{o,i})} \tag{III.6}$$

La concentración inicial de soluto equivalente se calcula sumando las concentraciones iniciales $C_{0,i}$ de todos los solutos presentes en la aleación:

$$\bar{C}_o = \sum_i C_{o,i} \quad (\text{III.7})$$

La solubilidad máxima de soluto equivalente en la solución sólida, $\bar{C}_{s_{\max}}$, se calcula empleando la ec. (III.8):

$$\bar{C}_{s_{\max}} = \frac{\sum_i (C_{s_{\max,i}} C_{o,i})}{\sum_i (C_{o,i})} \quad (\text{III.8})$$

donde $\bar{C}_{s_{\max,i}}$ es la solubilidad máxima del soluto i en aluminio.

Los valores de los coeficientes de partición, $k_{0,i}$ y de las pendientes de liquidus, $m_{l,i}$ empleados para los cálculos realizados por el modelo elaborado se enlistan en la tabla III.2

Tabla III.2 Valores de $k_{0,i}$ y $m_{l,i}$ empleados por el modelo

soluto	$k_{0,i}$	$m_{l,i}$	Ref
Si	0.117	-6.587	(20)
Mg	0.42	-5.98	(25)
Fe	0.022	-2.95	(25)
Cu	0.17	-3.43	(25)

Durante la etapa II, que corresponde a la solidificación de las dendritas equiaxiales de fase primaria, los granos dendríticos en crecimiento son semisólidos. Se asume que estos granos pueden ser caracterizados por tres radios, mostrados esquemáticamente en la Fig.III.9: (i) R_f , el radio final de grano, establecido por una ley de nucleación; (ii) R_g , radio que delimita a la envolvente exterior del grano semisólido en crecimiento, establecido por

la posición de la punta dendrítica; (iii) R_s , radio de la esfera sólida equivalente, la cual contiene la misma cantidad de sólido que el grano semisólido de radio R_g .

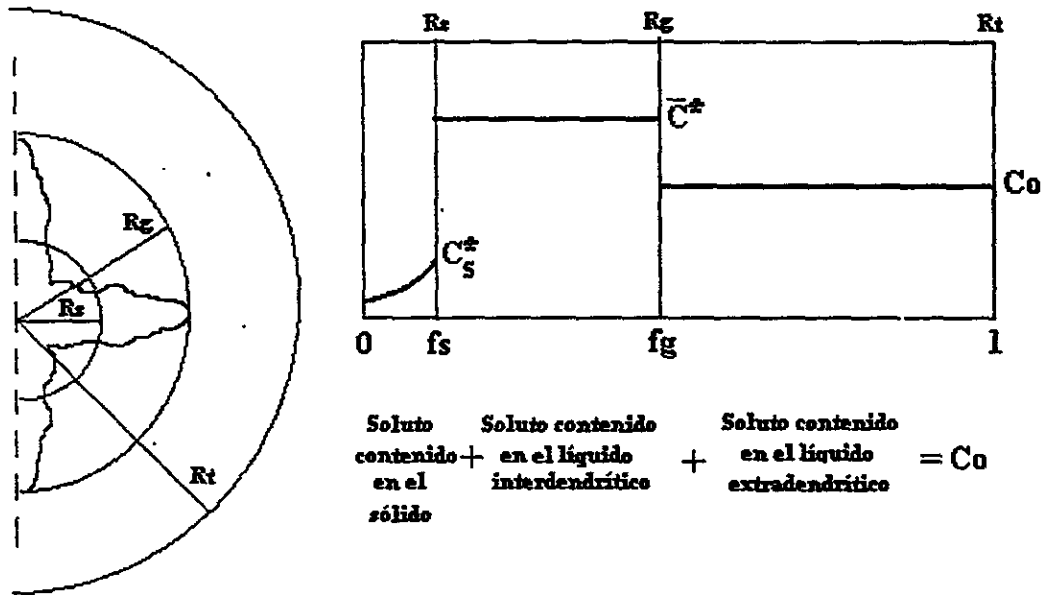


Fig.III.9 Representación esquemática de los radios característicos y del reparto de soluto asociados al crecimiento equiaxial dendrítico.

Se adoptan las siguientes consideraciones: (1) En el líquido interdentrítico, ubicado en la región comprendida entre R_g y R_s , la concentración de soluto equivalente corresponde a la composición de equilibrio en la intercara sólido/líquido, \bar{C}^* , obtenida del diagrama de fases Al-X; (2) En el líquido extradendrítico, ubicado entre R_t y R_g , la cantidad de soluto presente corresponde a la concentración inicial de soluto equivalente, \bar{C}_0 ; (3) La punta dendrítica se desplaza bajo el efecto del subenfriamiento, de acuerdo con la versión multicomponente del modelo LGK^(98,99), y el subenfriamiento considerado para calcular la velocidad de crecimiento de la punta dendrítica se calcula considerando a \bar{C}^* y a la concentración promedio de soluto presente en los líquidos intradendrítico y extradendrítico obtenida al aplicar un modelo de microsegregación.

La proporción entre R_g , el radio instantáneo de grano semisólido y R_s , el radio de la esfera sólida equivalente, está restringida por consideraciones de conservación de materia, resumidas por la ecuación de balance de masa mostrada en la figura III.9.

Cuando se emplea el modelo de Scheil⁽⁵⁰⁾ para describir a la microsegregación de soluto durante esta etapa, el balance de soluto esta dado por:

$$\bar{C}_0(1-(1-f_s))^{k_s} + (fg-f_s)\bar{C}^* + (1-fg)\bar{C}_0 = \bar{C}_0 \quad (\text{III.9})$$

donde fg es la fracción de grano:

$$f_g = \left(\frac{R_g}{R_l}\right)^3 \quad (\text{III.10})$$

$$f_s = \left(\frac{R_s}{R_l}\right)^3 \quad (\text{III.11})$$

La solución numérica de la ec.(III.9) permite conocer al radio equivalente de sólido que corresponde a un valor conocido de R_g , empleando el concepto de fracción interna de grano⁽²⁰⁾:

$$f_i = \left(\frac{R_s}{R_g}\right)^3 \quad (\text{III.12})$$

El incremento en el radio de la esfera sólida equivalente, ΔR_s es calculado a partir del conocimiento del incremento en el radio de grano, ΔR_g y de la fracción interna de grano que resulta de la solución de la ec.(III.9), empleando la siguiente relación geométrica:

$$\Delta R_s = \Delta R_g (f_i)^{(1/3)} \quad (\text{III.13})$$

Para conocer el incremento en el radio de grano se emplea al modelo LGK multi-componente⁽¹¹¹⁾, mediante el procedimiento descrito a continuación.

Para calcular a la velocidad instantánea de crecimiento del grano dendrítico semisólido se empleó a la extensión multicomponente⁽¹¹¹⁾ del modelo LGK, la cual fue aplicada a fin de obtener una ecuación que relacione al subenfriamiento del líquido remanente con la velocidad de avance de la punta dendrítica.

Para tal efecto se resolvieron de manera simultánea a las ecuaciones (II.23) y (II.24), empleando los valores de composición inicial asociados a la composición química de la aleación de interés, así como a los coeficientes de distribución de soluto y las pendientes de liquidus resumidos en la tabla III.2.

Para un subenfriamiento total dado, definido por la ec.(II.22), se calcula al número de Péclet solutal, P_c , que satisface a dichas ecuaciones; se introduce la solución numérica en la ec.(II.24) para conocer el valor de R , el radio de la punta dendrítica y se aplica la definición de P_c para obtener a la velocidad de avance de la punta dendrítica, V_d :

$$P_c = \frac{V_d R}{2D} \quad (\text{III.14})$$

Se encontró que para resolver este sistema de ecuaciones, para un valor específico de ΔT_{tot} , puede utilizarse un procedimiento en dos pasos: (i) Para un valor dado de ΔT_{tot} , se establece al intervalo de valores de P_c que satisfacen al sistema de ecuaciones (II.23)-(II.24) empleando al método de bisección⁽⁶⁷⁾; (ii) Partiendo del intervalo de valores calculado en el paso anterior, se aplica el método regula falsi⁽⁶⁷⁾, hasta encontrar la raíz. Realizando este cálculo para diferente valores de subenfriamiento, se genera un archivo de datos que

correlaciona a valores de V_d en función de ΔT_{tot} y esta información es procesada para encontrar mediante regresión numérica, una ecuación que describa adecuadamente dicha dependencia.

Como ejemplo de aplicación, en la Fig.III.10 se presenta la información generada por un programa de cómputo que fue elaborado para obtener los archivos de datos anteriormente mencionados, para el caso de la aleación hipoeutéctica base Al-Si cuya composición química es mostrada en la tabla III.3.

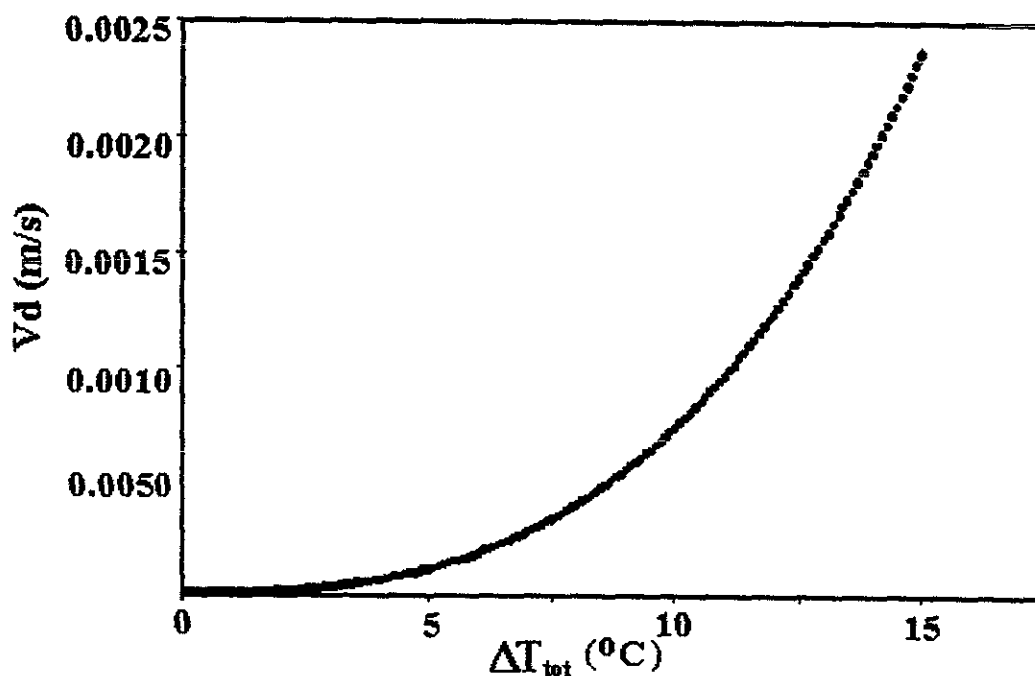


Fig.III.10.- Velocidad de avance de la punta dendrítica, V_d , en función del subenfriamiento total para la aleación Al-Si de la composición química mostrada en la tabla III.3.

Tabla III.3.- Composición química de la aleación base Al-Si considerada para la obtención de los resultados mostrados en la Fig.III.2. (% en peso)

%Si	%Mg	%Fe	%Cu	%Al
6.78	0.27	0.5	0.06	bal.

Los datos mostrados en la Fig.III.10 son representados por la ec.(III.14), con un coeficiente de correlación, $r^2 = 0.999958$:

$$Vd = 9.69 (\Delta T_{10})^{2.87} \quad \text{(III.14)}$$

Aplicando el mismo procedimiento, pueden obtenerse expresiones similares para aleaciones hipoeutécticas base Al-Si de composición química diferente. En el anexo II se presenta al programa de cómputo asociado.

Durante el crecimiento dendrítico, etapa II, se asume que crecen \hat{N}_d esferas sólidas equivalentes, y este número de esferas es calculado empleando al modelo de nucleación de granos dendríticos.

Se emplea a un modelo de nucleación instantánea para calcular la densidad de granos dendríticos como una función de la velocidad de enfriamiento de la aleación en el momento en que se alcanza la temperatura de liquidus.

La dependencia de \hat{N}_d con respecto a la velocidad de enfriamiento al inicio de la solidificación, es expresada por la ec.(III.16), la cual fue obtenida, ver Anexo I, a partir de resultados experimentales de conteo de granos bajo diferentes condiciones de enfriamiento.

$$\hat{N}_d = 3.748 \times 10^9 + 2.313 \times 10^7 \left(\frac{\partial T}{\partial t} \right)^2 \quad (\text{III.16})$$

La ec.(III.16) permite obtener a \hat{N}_d como una función de las condiciones locales de enfriamiento en cada elemento de control dentro del dominio del metal cuando se alcanza la temperatura de líquidus y esta información es empleada por el micromodelo para calcular la evolución de la fracción sólida durante esta etapa.

Para tomar en cuenta el efecto del interbloqueo entre granos en crecimiento, la nueva fracción sólida, asociada al nuevo radio de esfera sólida equivalente, se calcula utilizando a la ecuación de Johnson Mehl⁽⁶⁵⁾.

$$f_s = 1 - \exp(-f_{s,d}^{Ex}) \quad (\text{III.17})$$

donde la fracción sólida extendida, $f_{s,d}^{Ex}$, asociada a la formación del sólido de fase primaria, es calculado empleando la ec.(III.18):

$$f_{s,d}^{Ex} = \frac{4}{3} \pi \hat{N}_d (R_s^{t-\Delta t} + \Delta R_s)^3 \quad (\text{III.18})$$

Durante la etapa II el sistema evoluciona disminuyendo su temperatura hasta alcanzar la temperatura de inicio de la reacción eutéctica, T_E , momento en el cual inicia la etapa III, (ver Fig. III.7).

En el caso de las aleaciones hipoeutécticas base Al-Si se ha encontrado⁽¹¹²⁾, que la composición química de la aleación hipoeutéctica multicomponente base Al-Si tiene un efecto importante en la modificación del valor operante de T_E . En el modelo elaborado este efecto es tomado en cuenta empleando el valor de T_E que resulta de sustituir, en la ecuación de la línea de líquidus del sistema equivalente Al-X, la composición del líquido en

equilibrio con la solución sólida saturada en X:

$$T_E = T_F + \bar{m}_i \left(\frac{\bar{C}_{s_{\max}}}{\bar{k}_0} \right) \quad (\text{III.19})$$

Cuando un volumen de control alcanza T_E se asume que inicia la etapa III, relacionada al crecimiento simultáneo de los microconstituyentes primario y eutéctico, etapa en la cual, el subenfriamiento eutéctico, ΔT_E es calculado mediante la ec.(III.20)

$$\Delta T_E = T_E - T_M \quad (\text{III.20})$$

donde T_M es la temperatura del líquido remanente.

Durante esta etapa, el sólido presente en cada elemento de control dentro del dominio del metal puede ser representado por un conjunto de esferas sólidas de dos tipos diferentes: (i) esferas sólidas de fase primaria; (ii) esferas sólidas de microconstituyente eutéctico.

En un instante dado, durante esta etapa, existen, en una unidad de volumen de sistema que representa la situación presente en el elemento de control, \hat{N}_d esferas de fase primaria y \hat{N}_E esferas de microconstituyente eutéctico, cuyo número ha sido establecido mediante el modelo de nucleación correspondiente y con un radio promedio que ha sido calculado por los modelos de crecimiento dendrítico y eutéctico, respectivamente.

La fracción sólida extendida presente en un elemento de control se obtiene de la ec.(III.21):

$$f_s^{Ex} = \frac{4}{3} \pi \hat{N}_d R_S^3 + \frac{4}{3} \pi \hat{N}_E R_E^3 \quad (\text{III.21})$$

derivando con respecto al tiempo a la ec.(III.21) y despreciando la variación de \hat{N}_E con respecto al tiempo, se obtiene a la ec.(III.22):

$$\frac{\partial f_s}{\partial t} = \left(4\pi \hat{N}_d R_s^2 \frac{\partial R_s}{\partial t} + 4\pi \hat{N}_E R_E^2 \frac{\partial R_E}{\partial t} \right) \quad (\text{III.22})$$

Esta expresión, que permite calcular a la velocidad de solidificación, no toma en cuenta a la interacción que existe entre esferas sólidas en crecimiento, lo cual implica que las esferas sólidas mencionadas pueden crecer libremente de acuerdo con su correspondiente modelo de crecimiento. Sin embargo, conforme se incrementa la fracción sólida, la probabilidad de que las esferas sólidas en crecimiento interactúen a través de sus campos térmicos o solutales aumenta. La consecuencia de tal interacción es una restricción mutua para un posterior crecimiento.

En esta etapa, en el modelo se emplea la ecuación de Jhonson-Mehl⁽⁶⁵⁾, pero modificada para el caso del crecimiento simultáneo de dos microconstituyentes. La suposición principal consiste en asumir que conforme la fracción sólida tiende a la unidad, la interacción entre granos se acentúa, de tal manera que la velocidad de solidificación tiende a cero. Esto se expresa matemáticamente multiplicando a la velocidad de solidificación expresada en la ec.(III.22), por el factor de empalmamiento $(1-f_s)$:

$$\frac{\partial f_s}{\partial t} = \left(4\pi \hat{N}_d R_s^2 \frac{\partial R_s}{\partial t} + 4\pi \hat{N}_E R_E^2 \frac{\partial R_E}{\partial t} \right) (1-f_s) \quad (\text{III.23})$$

En un periodo de tiempo, durante esta etapa, el incremento infinitesimal en fracción sólida, δf_s , puede obtenerse de:

$$\delta f_s = \left(4\pi \hat{N}_d R_s^2 \delta R_s + 4\pi \hat{N}_E R_E^2 \delta R_E \right) (1-f_s) \quad (\text{III.24})$$

La ec.(III.24) puede expresarse como:

$$\mathcal{G}_s = (\mathcal{G}_d^{Ex} + \mathcal{G}_E^{Ex})(1 - f_s) \quad (III.25)$$

En el caso de j microconstituyentes creciendo simultáneamente, la ec.(III.25) puede reescribirse como:

$$\mathcal{G}_s = \left(\sum_j \mathcal{G}_j^{Ex} \right) (1 - f_s) \quad (III.26)$$

Resolviendo analíticamente a la ec.(III.26), se obtiene:

$$\ln(1 - f_s) = - \sum_j f_j^{Ex} \quad (III.27)$$

La ec.(III.27) puede expresarse, en el caso de crecimiento simultáneo de los microconstituyentes primario y eutéctico de la siguiente manera:

$$\ln(1 - f_s) = - \left[\frac{4}{3} \pi \hat{N}_d R_s^3 + \frac{4}{3} \pi \hat{N}_E R_E^3 \right] \quad (III.28)$$

de tal manera que la fracción sólida instantánea durante esta etapa, tomando en cuenta a la interacción entre granos, es:

$$f_s = 1 - \exp \left[-f_{s,d}^{Ex} - f_{s,E}^{Ex} \right] \quad (III.29)$$

El incremento en fracción sólida, Δf_s durante la etapa III, puede escribirse como la suma de dos contribuciones:

$$\Delta f_s = \Delta f_{s,d} + \Delta f_{s,E} \quad (III.30)$$

Cada una de las contribuciones puede ser calculada en base al incremento en la fracción sólida extendida correspondiente empleando a las ecuaciones (III.31) y (III.32), las cuales se desprenden de la ec.(III.29):

$$\Delta f_{s,d} = \Delta f_{s,d}^{Ex} (-f_{s,E}^{Ex} - f_{s,d}^{Ex}) \quad (\text{III.31})$$

$$\Delta f_{s,E} = \Delta f_{s,E}^{Ex} (-f_{s,E}^{Ex} - f_{s,d}^{Ex}) \quad (\text{III.32})$$

El número de granos eutécticos por unidad de volumen de sistema, \hat{N}_E , es calculado empleando la ec.(III.33), una función que liga a \hat{N}_E con con la velocidad de enfriamiento de la aleación líquida cuando esta alcanza la temperatura eutéctica

$$\hat{N}_E = 5.21 \times 10^8 + 3.56 \times 10^6 \left(\frac{\partial T}{\partial t} \right)_{T=T_E}^2 \quad (\text{III.33})$$

La ec.(III.33) fue obtenida a partir de resultados experimentales de conteo de granos en diferentes condiciones de enfriamiento, como se describe en el Anexo I

Para modelar la cinética de crecimiento de los granos eutécticos se empleó la ec.(III.34)

$$\frac{dR_E}{dt} = 5 \times 10^{-6} \Delta T_E^2 \quad (\text{III.34})$$

donde se emplea la constante de crecimiento reportada por Stefanescu⁽¹⁶⁾

La etapa III termina en el momento en que se alcanza el máximo subenfriamiento eutéctico, luego de lo cual inicia la etapa IV, en donde el incremento en fracción sólida es debido únicamente al crecimiento de los granos eutécticos. Durante esta etapa el incremento en fracción sólida es calculado empleando la ec.(III.35):

$$\Delta f_s = \Delta f_{s,E}^{Ex} (-f_{s,E}^{Ex} - f_{s,d}^{Ex}) \quad (\text{III.35})$$

La solidificación finaliza cuando el líquido remanente se agota, lo cual se asume que acontece cuando f_s alcanza el valor de 0.995.

III.1.3 ACOPLAMIENTO DE LOS MODELOS DURANTE LA SOLIDIFICACIÓN

La ecuación (III.2) es resuelta empleando el método de diferencias finitas totalmente implícitas⁽⁶⁷⁾, y durante la solidificación el cambio local en la fracción sólida durante el intervalo de tiempo considerado es calculado explícitamente al inicio de cada paso de tiempo empleando al campo de temperaturas más reciente, utilizando el procedimiento descrito en la sección anterior. Los resultados de Δf_s así obtenidos son empleados durante el cálculo del siguiente campo de temperaturas en el macromodelo.

III.1.4. CÁLCULO DE LAS LONGITUDES MICROESTRUCTURALES CARACTERÍSTICAS

El espaciamiento interlaminar promedio del eutéctico Al-Si, $\bar{\lambda}_{Eu}$, es calculado empleando la ec.(III.36):

$$\bar{\lambda}_{Eu} = \int_0^1 \lambda_{Eu} df_s \quad (III.36a)$$

donde λ_{Eu} es el espaciamiento interlaminar eutéctico instantáneo, el cual se calcula empleando la ec. (III.36b) donde ε es una constante característica del eutéctico Al-Si, con un valor⁽⁸⁹⁾ de $3.4 \times 10^{-8} \text{ m}^{3/2}/\text{s}^{1/2}$

$$\lambda_{Eu} = \left[\frac{\varepsilon}{\Delta T_E \sqrt{\mu_E}} \right] \quad (III.36b)$$

El espaciamiento interdendrítico secundario, DAS, es calculado como una función del tiempo local de solidificación, t_s , definido como el tiempo transcurrido desde el inicio

de la solidificación, $t_{i,s}$ del microconstituyente primario hasta el fin de la solidificación eutéctica, $t_{f,s}$ información que es proporcionada por el modelo. El DAS se calcula empleando la ec.(III.37):

$$DAS = 5.5(M t_s)^{1/3} \quad (III.37)$$

donde el parámetro M adopta⁽²¹⁾, para aleaciones hipoeutécticas Al-Si un valor de 5.3×10^{-18} m³/s.

En el capítulo IV se presenta al programa de cómputo que permite la aplicación de las consideraciones descritas durante el desarrollo del macro-micro modelo presentado en este capítulo.

III.2 IMPLEMENTACIÓN DE LOS MÉTODOS DE NEWTON Y DE FOURIER

Existen dos métodos reportados en la literatura reciente^(22,23), que permiten obtener información que caracteriza cuantitativamente a la cinética de solidificación de aleaciones en condiciones de interés industrial para la producción de piezas fundidas: El método de Newton⁽²²⁾ y el Método de Fourier⁽²³⁾.

Los dos métodos se basan en el procesamiento digital de curvas de enfriamiento de la aleación y la principal diferencia entre estas técnicas radica en que el método de Newton asume la ausencia de gradiente térmico en el metal durante el enfriamiento y la solidificación y emplea los datos provenientes de un solo termopar introducido en el centro térmico de la pieza metálica, mientras que el método de Fourier emplea dos termopares, ubicados dentro del metal, a una distancia predeterminada uno del otro y se basa en la

presencia de gradientes térmicos en el metal durante la solidificación para fundamentar y realizar el procesamiento numérico de las curvas de enfriamiento.

Como en este proyecto se requiere de estas herramientas para confrontar los resultados arrojados por el modelo elaborado con la realidad experimental, se procedió a elaborar programas de cómputo que permitieran la aplicación de una y otra metodología.

A continuación se presentan los aspectos y resultados más relevantes que se obtuvieron de los programas de cómputo desarrollados, los cuales constituyen una herramienta imprescindible para este proyecto.

El objetivo que se buscó en esta parte del trabajo fue realizar el estudio de los fundamentos en que se basan ambos métodos, así como su implementación en programas de cómputo orientados a la obtención de información relacionada con la cinética de solidificación de metales y sus aleaciones a partir del procesamiento numérico de curvas de enfriamiento experimentales.

III.2.1 MÉTODO DE NEWTON

Para la implementación de este método se asume que durante el enfriamiento y solidificación de una aleación líquida dentro de un molde de arena, no existen gradientes térmicos dentro de la aleación, por lo cual la evolución térmica de la aleación durante el proceso puede obtenerse de la aplicación, a la masa de metal sometida al proceso, de un balance global de energía, que en su forma general se expresa mediante la ec.:

$$\rho C_p V \frac{dT}{dt} = A \frac{dq}{dt} + L_f \frac{\delta f_s}{\delta t} \quad (\text{III.38})$$

donde A es el área de contacto metal/molde, V es el volúmen del metal, las propiedades termofísicas corresponden al metal y dq/dt es el flux de calor que abandona al metal a través de la intercara de contacto metal/molde.

Partiendo de esta ecuación se observa que la velocidad de enfriamiento consiste de dos contribuciones, ecs.(III.39), la primera de ellas es independiente de la liberación de calor latente durante la solidificación y está asociada con la rapidez con la cual el molde de arena extrae calor del sistema y la segunda contribución que es dependiente de dicha evolución y en la cual aparece el término f_s :

$$\frac{dT}{dt}_{real} = \frac{A}{\rho C_p V} \frac{dq}{dt} + \frac{\Delta H_f}{C_p} \frac{\partial f_s}{\partial t} \quad (III.39a)$$

$$\frac{dT}{dt}_{real} = \left\{ \frac{dT}{dt} \right\}_{f_s\text{-independiente}} + \left\{ \frac{dT}{dt} \right\}_{f_s\text{-dependiente}} \quad (III.39b)$$

De lo anterior, la contribución al cambio de temperatura con respecto al tiempo asociada a la solidificación puede obtenerse de⁽²⁸⁾:

$$\left\{ \frac{dT}{dt} \right\}_{f_s\text{-dependiente}} = \frac{dT}{dt}_{real} - \left\{ \frac{dT}{dt} \right\}_{f_s\text{-independiente}} = \Delta \left\{ \frac{dT}{dt} \right\} \quad (III.40)$$

donde $\Delta \left\{ \frac{dT}{dt} \right\}$ es la diferencia entre la velocidad de enfriamiento medida experimentalmente durante la solidificación del sistema y la velocidad de enfriamiento que presentaría el sistema si no existiera cambio de fase, conocida como curva cero newtoniana, ZN, que resulta de suponer que, durante el proceso de enfriamiento y solidificación, el metal sufre un enfriamiento newtoniano, descrito por la siguiente

ecuación que representa al flux de calor que abandona el metal a través de la intercara metal/molde:

$$\frac{dq}{dt} = -h(T - T_0) \quad (III.41)$$

donde h es el coeficiente newtoniano de transferencia de calor, el cual caracteriza la rapidez con que la energía térmica es extraída del metal y T , T_0 son, respectivamente la temperatura instantánea del metal y la temperatura ambiente.

El flujo de calor cedido por el metal, antes y después de la solidificación, puede ser expresado en los siguientes términos:

$$\rho C_p V \left\{ \frac{dT}{dt} \right\} = -hA(T - T_0) \quad III.42)$$

de donde:

$$\left\{ \frac{dT}{dt} \right\}_{fs - independiente} = -\frac{hA}{\rho C_p V} (T - T_0) \quad (III.43)$$

Esta ecuación representa a la velocidad de enfriamiento que hipotéticamente presentaría el metal si no existiera cambio de fase, es decir a la velocidad de enfriamiento de referencia ó curva cero de Newton, ZN. Resolviendo analíticamente esta ecuación y volviendo a derivar se obtiene una expresión del siguiente tipo:

$$ZN = \left(\frac{dT}{dt} \right)_{fs - independiente} = -XY \exp(-Yt) \quad (III.44)$$

en donde las constantes Y , X pueden calcularse mediante una interpolación exponencial de los datos de la curva de velocidad de enfriamiento experimental justo antes y justo después de la solidificación. Una vez establecidos estos valores se puede generar la curva cero de

Newton y efectuar el tratamiento de datos experimentales para obtener información cuantitativa en relación con la cinética de solidificación de la aleación bajo estudio.

La información que puede extraerse de una curva de enfriamiento empleando lo anterior se puede inferir observando la ec. (III.39a) de donde se desprende que:

(i) el calor latente de solidificación por unidad de volúmen se obtiene de:

$$L_s = \rho_M C_{P_M} \left[\int \left(\Delta \left\{ \frac{dT}{dt} \right\} \right) dt \right] = \sum_{t_{is}}^{t_{fs}} Q_s \Delta t \quad (\text{III.45})$$

donde Q_s es el flujo instantáneo de calor latente de solidificación por unidad de volúmen, t_{is} y t_{fs} son, respectivamente, los tiempos de inicio y de fin de la solidificación.

(ii)- la velocidad de solidificación, está dada por:

$$\frac{df_s}{dt} = \frac{\rho_M C_{P_M}}{L_s} \Delta \left\{ \frac{dT}{dt} \right\} \quad (\text{III.46})$$

(iii)- la evolución de la fracción sólida obtiene de:

$$f_s = \frac{\rho_M}{L_s} \int_{t_{is}}^t Q_s dt \quad (\text{III.47})$$

La metodología anteriormente descrita para el procesamiento de curvas de enfriamiento experimentales, fue traducida en un programa de cómputo, el cual, a través del almacenamiento en disco de los datos experimentales archivados y de los generados en cada etapa del tratamiento digital anteriormente mencionado, permite obtener la información cuantitativa que describe la cinética involucrada durante la solidificación de metales y aleaciones.

El listado del programa elaborado para aplicar el método de Newton, en lenguaje Qbasic, en donde se incluyen comentarios que explican lo que se va realizando conforme se efectúa el tratamiento numérico de la curva, así como las subrutinas empleadas se muestra en el Anexo II.

III.2.2 MÉTODO DE FOURIER

Este método asume que el mecanismo principal de transferencia de calor durante el enfriamiento y solidificación de piezas metálicas coladas en moldes de arena es la conducción, y por ende la temperatura en cualquier región de la pieza y a cualquier tiempo, puede ser conocida a partir de la ecuación general de conducción, o ecuación de Fourier, la cual es aplicada al dominio del metal, y durante la solidificación incluye a un término de generación asociado con la liberación del calor latente de solidificación. Eso implica asumir válida la ec.(III.1) para la representación de la conservación de la energía dentro de la aleación durante el proceso de enfriamiento.

Se asumen propiedades termofísicas constantes para la aleación líquida, la aleación sólida y el material de moldeo, por lo que, reorganizando términos en la ec.(III.1), la ecuación (III.48) describe la evolución, en el dominio del metal, de la velocidad de enfriamiento durante el proceso:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha_M \nabla^2 T + \frac{Q_S}{\rho_M C_{pM}} = \dot{T} \quad (\text{III.48})$$

Esta ecuación puede ser descrita en términos del flujo volumétrico instantáneo de calor generado durante la solidificación, Q_S :

$$\begin{aligned} Q_s &= \rho_M C_{p_M} (\dot{T} - \alpha_M \nabla^2 T) \\ Q_s &= \rho_M C_{p_M} (\dot{T} - ZF) \end{aligned} \quad (\text{III.49})$$

donde ZF es la curva cero de Fourier o línea base para el cálculo de los parámetros cinéticos que caracterizan al sistema, y esta definida por⁽²³⁾:

$$ZF = \alpha_M \nabla^2 T \quad (\text{III.50})$$

De manera similar al caso de la curva cero de Newton, ZF representa a la velocidad de enfriamiento que presentaría la región adyacente al termopar más cercano al eje de simetría si en esta zona no se efectuara la solidificación, con la diferencia de que el efecto de las variaciones en el gradiente térmico local, asociadas a la solidificación y enfriamiento en esta y en otras regiones de la pieza, son tomadas en cuenta durante el cálculo de la curva cero de referencia.

De acuerdo con lo anterior cuando α_M y el campo de temperaturas $T(x, t)$ son conocidos dentro del metal, pueden establecerse las magnitudes de las diferentes contribuciones térmicas en el sistema.

Experimentalmente el Laplaciano, $\nabla^2 T$ puede ser obtenido a partir de las lecturas de temperatura contra tiempo de dos termopares insertados dentro de una pieza simétrica en posiciones conocidas^(22,29):

$$\nabla^2 T = \frac{4(T_2 - T_1)}{R_2^2 - R_1^2} \quad (\text{III.51})$$

Cuando no existe generación de calor latente, $Q_s = 0$, la ec.(III.48) muestra que la difusividad térmica del metal puede ser estimada experimentalmente:

$$\alpha_M = \frac{T}{\nabla^2 T} \quad (\text{III.52})$$

la ec.(III.52) aplicada en los periodos de tiempo que corresponden al tiempo transcurrido antes y después de la solidificación permite obtener valores experimentales de la difusividad térmica del metal líquido y sólido, los cuales, ponderados por la fracción sólida, pueden ser empleados para caracterizar la difusividad térmica de una región de la pieza que se encuentre parcialmente sólida.

La obtención de la información relacionada con la cinética de solidificación de la aleación bajo estudio se efectúa empleando todo lo anterior en un procedimiento de naturaleza iterativa, que sigue la siguiente metodología:

(a) Cálculo de la difusividad térmica y de la capacidad calorífica por unidad de volumen asociadas al metal durante la solidificación, en función del tiempo y de la fracción sólida presente, tomando como referencia los valores de α_{ML} y α_{MS} obtenidos como parte de este método

(b) Cálculo de la curva cero de Fourier, ec. (III.50)

(c) Cálculo del flujo volumétrico instantáneo de calor latente generado por la solidificación

$$Q_s = \rho_M C p_M (\dot{T} - ZF) \tag{III.53}$$

(d) Cálculo del calor latente de solidificación mediante la integración, desde el tiempo de inicio y hasta el tiempo de fin de la solidificación, del flujo volumétrico instantáneo de calor latente.

$$L_s = \sum_{t_{is}}^{t_{fs}} Q_s \Delta t \tag{III.54}$$

(e) Cálculo de la evolución de la fracción sólida en función del tiempo

$$f_s = \frac{\rho_M}{L_S} \sum_{t_n}^t Q_S \Delta t \quad (\text{III.55})$$

Estos pasos son repetidos hasta que el cálculo alcanza la convergencia, la cual puede ser establecida a través de la comparación del valor del calor latente actual y el calor latente calculado en el ciclo anterior.

Para iniciar el cálculo se asume una evolución lineal de la fracción sólida entre el tiempo de inicio y de fin de la solidificación. Los valores de $f_s(t)$ son actualizados en cada ciclo de cálculo.

La metodología descrita fue traducida a un programa de cómputo el cual procesa numéricamente las curvas de enfriamiento asociadas a dos termopares introducidos dentro una pieza metálica simétrica, en posiciones conocidas. Este programa procesa numéricamente archivos de datos, como los mostrados en la tabla III.5 y extrae, en base a las suposiciones del análisis de Fourier, información relacionada con la cinética de solidificación de la aleación asociada a las curvas de enfriamiento sometidas a este tratamiento. El listado del programa elaborado para aplicar el método de Fourier, en lenguaje Qbasic, en donde se incluyen comentarios que explican lo que se va realizando conforme se efectúa el tratamiento numérico de la curva, así como las subrutinas empleadas se muestra en el anexo II.

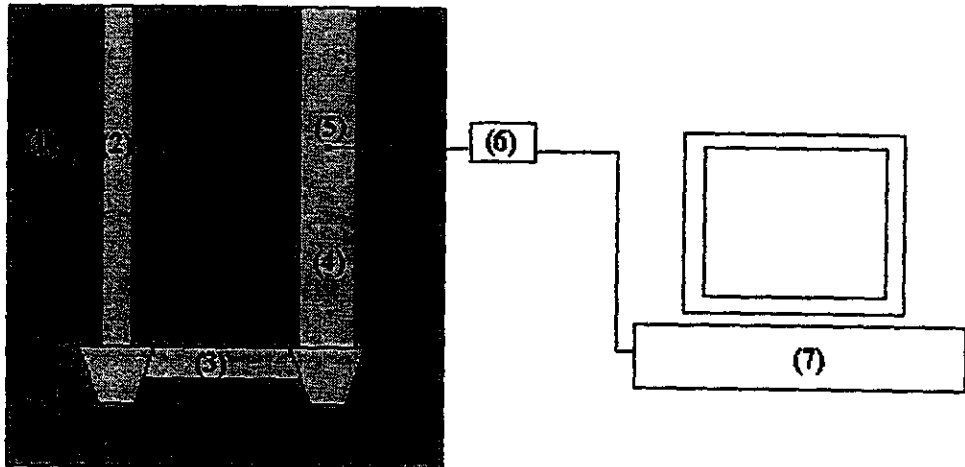
III.2.3 IMPLEMENTACIÓN EXPERIMENTAL DE LOS MÉTODOS DE NEWTON Y DE FOURIER

Con el fin de obtener curvas de enfriamiento experimentales para su tratamiento empleando los programas elaborados, la aleación hipoeutéctica base Al-Si, aleación HP1,

cuya composición química es mostrada en la tabla III.4 fue fundida en un horno de resistencia, desgasificada durante ocho minutos con argón, y fue vaciada, a una temperatura, medida en el crisol, de 720°C, dentro de un molde de arena en verde.

Tabla III.4.- Composición química de la aleación empleada (% en peso).

Aleación	% Si	% Fe	% Cu	% Mn	% Mg	% Zn	% Al
HP1	7.6	0.48	0.1	0.12	0.25	0.06	bal.



(1).-Molde de Arena

(5).-Termopares

(2).-Bajada

(6).-Tarjeta de Adquisición

(3).-Corredor

(7).-Computadora

(4).-Probeta de interés

Fig.III.11.- Representación esquemática del arreglo experimental empleado para obtener las curvas de enfriamiento empleadas en la aplicación de los métodos de Newton y de Fourier mostrados en esta sección

El molde de arena presenta, conectada en fuente al sistema de llenado (constituido por una bajada y un corredor), a la impresión de una pieza cilíndrica de diámetro preestablecido (2 cm o 3.2 cm) y 30 cm de altura.

En la Fig.(III.11) se muestra la representación esquemática del arreglo experimental empleado. Para registrar la historia térmica de la aleación durante el proceso de enfriamiento, se introdujeron en la impresión cilíndrica de cada probeta, a una altura igual a la mitad de la altura total de cada probeta, dos termopares chromel-chromel alumel, calibre 30, recubiertos por una funda bifilar de alúmina de 1.6mm de diámetro externo, ubicándolos en dos posiciones radiales diferentes con respecto al eje de simetría de la pieza. Los termopares fueron conectados a un sistema de adquisición de datos y a una computadora personal.

La tabla III.V resume las condiciones experimentales empleadas para la obtención de las curvas de enfriamiento empleadas durante la implementación experimental de los métodos de Newton y de Fourier.

Tabla III.V.-Datos generales de los experimentos realizados durante la implementación experimental de los métodos de Newton y de Fourier

Experimento	Aleación	T _c (°C)	diámetro (mm)	Posición de termopares (mm)
3.1	A1	720	32	R1=0.5mm R2= 15mm
3.2	A1	720	20	R1=0.5mm R2=7.5mm

La figura III.12 muestra las curvas de enfriamiento obtenidas durante la ejecución de los experimentos 3.1 y 3.2 de la tabla III.V., que están asociadas, respectivamente, a cilindros de aleación A1, tabla III.1, con diámetros de 3.2 cm y 2 cm.

Las curvas de enfriamiento, en el caso del experimento 3.1 de la tabla III.V corresponden a las lecturas obtenidas de termopares ubicados en posiciones radiales, con respecto a eje de simetría del cilindro, de 0.5 mm y 15 mm respectivamente. En el caso del experimento 3.2 de la misma tabla, las curvas de enfriamiento corresponden a las lecturas

obtenidas de termopares ubicados en posiciones radiales, con respecto a eje de simetría del cilindro, de 0.5 mm y 7.5 mm, respectivamente. La tabla III.6 muestra los datos asociados a la curva de enfriamiento del experimento 3.2.

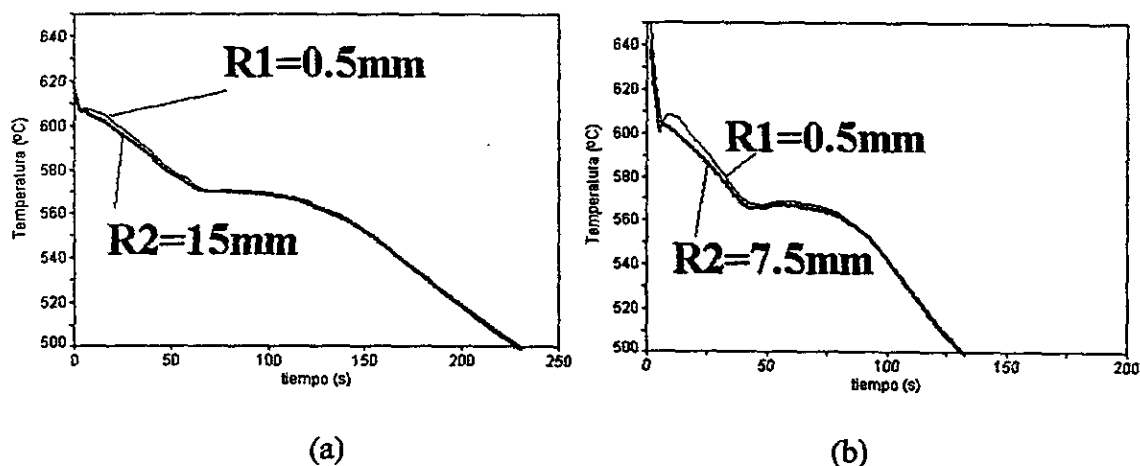


Fig.III.12.-Curvas de enfriamiento asociadas a los experimentos 3.1, (a) y 3.2 ,(b) de la tabla III.V. durante el enfriamiento y solidificación de cilindros de aleación hipoeutéctica Al-Si colados en moldes de arena en verde.

Al observar la Fig.III.12 se puede constatar que la suposición de ausencia de gradiente térmico en el metal durante el proceso de enfriamiento no corresponde con la realidad experimental encontrada, ya que se puede distinguir, en cada experimento, una diferencia entre las historias térmicas de las zonas monitoreadas en cada cilindro. Esta situación prevalece para todas las condiciones exploradas en este trabajo. En general se puede afirmar que en la mayoría de los casos de interés práctico para la manufactura de piezas mediante el proceso de fundición en moldes de arena, cuando se busca mejorar la caracterización de la cinética de solidificación, resulta necesario tomar en cuenta el efecto de la presencia de gradientes térmicos al interior de la pieza durante el enfriamiento y la solidificación. Lo anterior debe ser considerado al emplear la información cinética aportada por el método de Newton.

Tabla III.6.- Datos experimentales asociados a las curvas de enfriamiento de la Fig. III.12b

Tiempo (s)	T (°C) r = 0.5mm	T (°C) r = 7.5mm	Tiempo (s)	T (°C) r = 0.5mm	T (°C) r = 7.5mm
.0	686.3	671.6	19.5	597.8	592.2
0.5	680.0	664.4	20.0	597.1	591.7
1.0	670.7	655.9	20.5	596.2	591.3
1.5	660.3	654.0	21.0	595.7	590.8
2.0	649.8	637.4	21.5	595.2	590.0
2.5	640.7	627.7	22.0	594.7	589.5
3.0	633.2	622.5	22.5	594.0	589.0
3.5	627.5	619.8	23.0	593.1	588.7
4.0	622.6	614.5	23.5	592.5	587.9
4.5	617.7	607.5	24.0	591.9	587.1
5.0	613.0	602.4	24.5	591.3	586.5
5.5	608.1	600.3	25.0	590.4	586.0
6.0	605.1	602.6	25.5	589.7	585.8
6.5	604.1	603.5	26.0	589.2	584.8
7.0	604.7	603.6	26.5	588.5	584.0
7.5	606.1	603.2	27.0	587.8	583.7
8.0	607.3	602.8	27.5	586.8	583.2
8.5	608.0	602.7	28.0	586.1	582.6
9.0	607.9	602.2	28.5	585.4	581.0
9.5	607.9	602.2	29.0	584.6	581.0
10.0	607.7	601.3	29.5	583.8	580.6
10.5	607.5	600.9	30.0	583.0	580.1
11.0	607.3	600.7	30.5	582.6	579.2
11.5	606.8	600.2	31.0	582.1	578.3
12.0	606.6	599.7	31.5	581.6	577.7
12.5	606.4	598.9	32.0	580.7	577.5
13.0	606.1	598.4	32.5	580.1	576.8
13.5	605.5	598.4	33.0	579.5	576.0
14.0	605.0	597.9	33.5	578.7	575.3
14.5	604.6	597.1	34.0	577.9	574.7
15.0	604.2	596.7	34.5	576.9	574.2
15.5	603.5	596.2	35.0	576.3	573.4
16.0	602.6	596.1	35.5	575.6	572.5
16.5	602.0	595.7	36.0	575.0	570.9
17.0	601.4	594.8	36.5	574.1	571.5
17.5	600.7	594.1	37.0	573.3	570.7
18.0	599.9	594.0	37.5	572.7	570.0
18.5	599.0	593.4	38.0	572.0	569.2
19.0	598.4	593.1	38.5	571.3	568.7

Tabla III.6.- Datos experimentales asociados a las curvas de enfriamiento de la Fig. III.12b

Tiempo (s)	T (°C) r = 0.5mm	T (°C) r = 7.5mm	Tiempo (s)	T (°C) r = 0.5mm	T (°C) r = 7.5mm
39.0	570.3	568.2	58.5	567.9	566.4
39.5	569.8	567.7	59.0	567.9	566.6
40.0	569.4	566.9	59.5	567.9	566.5
40.5	568.9	566.6	60.0	567.8	566.7
41.0	568.3	566.1	60.5	567.8	566.6
41.5	567.8	566.1	61.0	567.9	566.3
42.0	567.5	565.9	61.5	567.8	566.3
42.5	567.3	565.4	62.0	567.4	566.4
43.0	567.1	565.3	62.5	567.5	566.3
43.5	566.8	565.3	63.0	567.6	565.7
44.0	566.7	565.3	63.5	567.5	565.9
44.5	566.8	565.0	64.0	567.4	565.9
45.0	566.7	565.0	64.5	567.1	566.1
45.5	566.6	565.2	65.0	567.0	565.9
46.0	566.2	565.5	65.5	566.9	565.4
46.5	566.2	565.5	66.0	566.8	565.5
47.0	566.3	565.3	66.5	566.6	565.4
47.5	566.3	565.4	67.0	566.7	565.5
48.0	566.2	565.4	67.5	566.8	565.0
48.5	566.2	565.9	68.0	566.9	565.2
49.0	566.4	565.2	68.5	566.8	565.3
49.5	566.7	565.6	69.0	566.5	565.2
50.0	566.8	566.0	69.5	566.5	564.9
50.5	566.8	566.3	70.0	566.5	564.7
51.0	567.1	566.6	70.5	566.2	564.6
51.5	567.4	566.3	71.0	566.0	564.5
52.0	567.5	566.4	71.5	565.8	564.5
52.5	567.5	566.5	72.0	565.8	564.2
53.0	567.4	566.7	72.5	565.7	563.9
53.5	567.6	566.8	73.0	565.5	563.9
54.0	567.8	566.4	73.5	565.1	564.0
54.5	567.9	566.9	74.0	565.0	564.0
55.0	567.9	566.9	74.5	565.0	563.4
55.5	567.9	567.0	75.0	564.8	563.0
56.0	568.1	567.0	75.5	564.5	563.0
56.5	568.1	566.6	76.0	564.1	563.3
57.0	568.0	566.8	76.5	564.1	562.9
57.5	567.7	566.8	77.0	564.0	562.5
58.0	567.8	567.0	77.5	563.8	562.3

Tabla III.6.- Datos experimentales asociados a las curvas de enfriamiento de la Fig. III.12b

Tiempo (s)	T (°C) r = 0.5mm	T (°C) r = 7.5mm	Tiempo (s)	T (°C) r = 0.5mm	T (°C) r = 7.5mm
78.0	563.3	562.4	97.5	545.1	545.3
78.5	563.1	561.7	98.0	544.5	544.4
79.0	562.9	561.8	98.5	543.7	543.7
79.5	562.7	561.3	99.0	542.7	543.4
80.0	562.4	561.2	99.5	542.1	542.6
80.5	561.9	561.1	100.0	541.5	541.7
81.0	561.7	560.8	100.5	540.8	541.2
81.5	561.5	560.2	101.0	540.2	540.5
82.0	561.2	560.2	101.5	539.3	540.1
82.5	560.8	559.9	102.0	538.6	538.9
83.0	560.3	559.9	102.5	537.9	538.2
83.5	560.0	559.3	103.0	537.1	537.4
84.0	559.7	558.7	103.5	536.0	537.0
84.5	559.3	558.4	104.0	535.4	536.4
85.0	558.7	558.1	104.5	534.8	535.2
85.5	558.4	558.1	105.0	534.2	534.6
86.0	558.1	557.2	105.5	533.5	534.1
86.5	557.8	557.1	106.0	532.6	533.5
87.0	557.2	556.8	106.5	531.9	532.6
87.5	556.5	556.5	107.0	531.3	531.5
88.0	556.0	555.7	107.5	530.4	531.3
88.5	555.6	555.0	108.0	529.6	530.4
89.0	555.0	554.5	108.5	528.9	530.0
89.5	554.4	554.4	109.0	528.3	528.9
90.0	553.9	554.0	109.5	527.6	528.1
90.5	553.5	553.3	110.0	526.8	527.5
91.0	553.1	552.6	110.5	525.8	526.9
91.5	552.5	552.3	111.0	525.1	526.5
92.0	551.7	552.2	111.5	524.5	525.1
92.5	551.2	551.5	112.0	523.8	524.6
93.0	550.7	550.9	112.5	523.1	524.2
93.5	550.2	550.0	113.0	522.3	523.6
94.0	549.5	549.7	113.5	521.8	522.7
94.5	548.7	549.1	114.0	521.2	522.0
95.0	548.2	548.4	114.5	520.5	521.3
95.5	547.7	547.7	115.0	519.6	520.7
96.0	547.0	547.3	115.5	519.0	520.1
96.5	546.2	546.7	116.0	518.4	519.1
97.0	545.6	546.2	116.5	517.8	518.5

Las curvas de enfriamiento mostradas en la Fig.III.12 fueron procesadas empleando los programas elaborados, aplicando los métodos de Newton y de Fourier con el fin de extraer información relativa a la cinética de solidificación.

Para la aplicación del método de Newton se procesó a la curva de enfriamiento que corresponde a la posición más cercana al eje de simetría del cilindro.

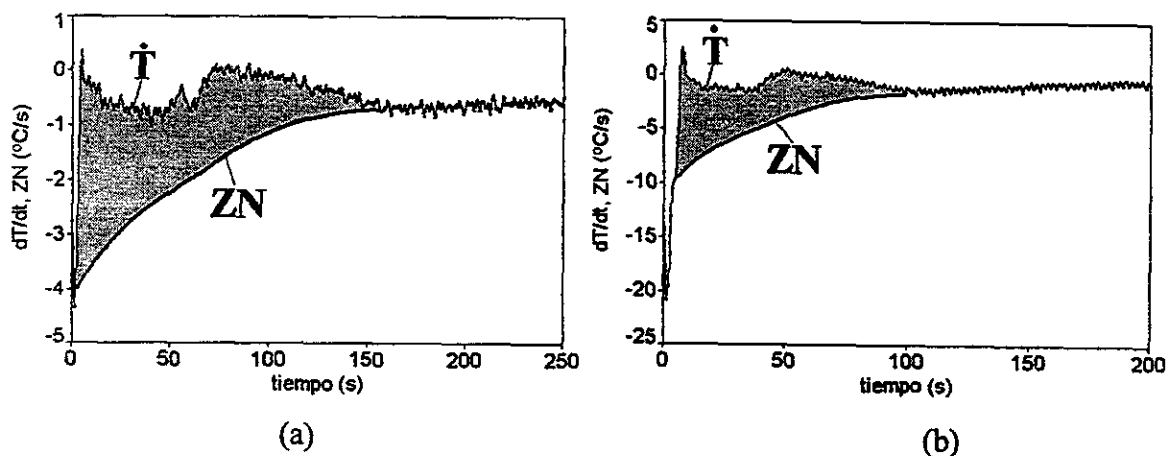


Fig.III.13.- Evolución de la velocidad de enfriamiento (\dot{T}) y de las curvas cero de Newton (ZN), asociadas a las condiciones señaladas en la tabla III.2, para los experimentos 3.1 ,(a) y 3.2, (b)

En la figura III.13, se muestra la evolución de los parámetros \dot{T} y ZN , asociados a los experimentos de la tabla III.V. El área sombreada representa gráficamente a la diferencia entre la curva de velocidad de enfriamiento real, \dot{T} , y la curva cero de Newton, ZN , y está directamente asociada con la magnitud del calor latente de fusión, ec.(III.45). La diferencia instantánea entre las dos curvas, $\Delta\left\{\frac{dT}{dt}\right\}$, está asociada con la velocidad de solidificación, dfs/dt , ec.(III.46)

En la Fig. III.14 se muestra la evolución de la velocidad de solidificación, obtenida de la aplicación del método de Newton a los datos experimentales. En esta figura se puede

observar que existen dos máximos, m_1 y m_2 y un punto de inflexión, x que divide en dos regiones al área bajo la curva: la primera de ellas, que inicia en el tiempo de inicio de solidificación, $t_{i,s}$, y que termina en el punto de inflexión, x , antes del segundo máximo, está asociada con la solidificación de la fase primaria y la segunda, que inicia en x y termina en $t_{f,s}$, el tiempo de fin de solidificación está relacionada principalmente con la solidificación del microconstituyente eutéctico.

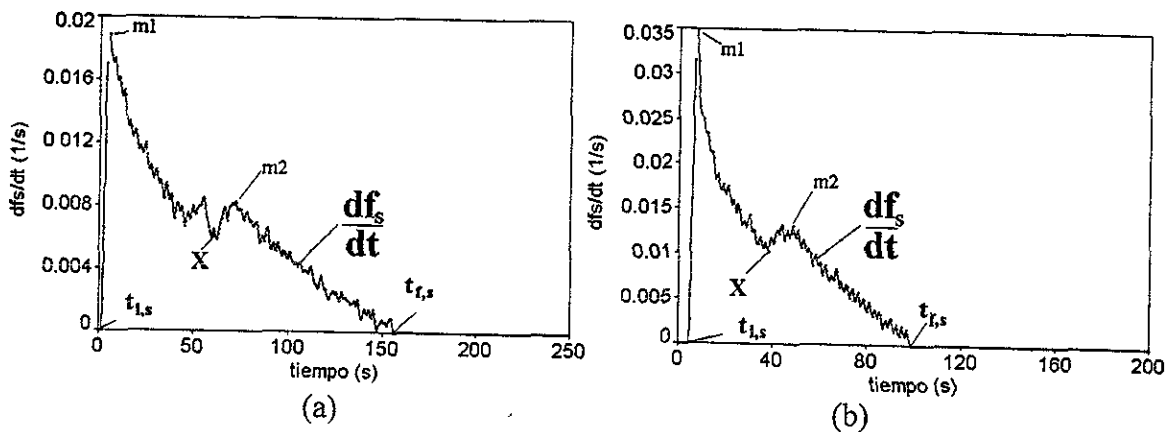


Fig. III.14.- Evolución de la velocidad de solidificación, df_s/dt , asociada al procesamiento, mediante el método de Newton de las curvas de enfriamiento de los experimentos 3.1 (a) y 3.2 (b).

En la figura III.14 se observa que las condiciones de enfriamiento más severo (experimento 3.2) se traducen en mayores velocidades de solidificación, como se observa al comparar las escalas de dfs/dt de las figs. III.14 (a) y (b).

La Fig.III.14 indica que, de acuerdo con el método de Newton, las mayores velocidades de solidificación se alcanzan en los primeros instantes de la solidificación, durante la solidificación de la fase primaria, y se observa que a medida que progresa la solidificación, esta se realiza de una manera cada vez más lenta, como se desprende de la tendencia general que muestra dfs/dt a partir del primer máximo. Un análisis más detallado

de la evolución de los parámetros mostrados en las figs.III.13-III.14 puede realizarse a través de la conceptualización de la ecuación de base empleada en el método de Newton, ec. (III.38), transformada a un balance global de energía por unidad de volúmen, como se muestra en la ec.(III.56):

$$-\frac{A}{V} \left(\frac{dq}{dt} \right) + L_f \frac{df_s}{dt} = \rho_m C p_m \frac{dT}{dt} \quad (\text{III.56})$$

$$Q_c + Q_s = Q_a$$

En la ecuación (III.56), Q_s es el flujo volumétrico de calor que se libera, durante la solidificación el cual es un múltiplo de dfs/dt , (ec.III.3); Q_c es el flujo volumétrico de calor neto que se transfiere hacia el molde a través de la intercara metal/molde y Q_a es la energía acumulada por unidad de volúmen de metal y resulta de la suma de las dos contribuciones Q_s y Q_c .

Lo anterior nos permite dar una interpretación del parámetro \dot{T} en términos de la transferencia de calor que acontece en el elemento de control. De la ecuación (III.56) se obtiene:

$$\dot{T} = \frac{dT}{dt} = \left(\frac{Q_c}{\rho_m C p_m} \right) + \left(\frac{Q_s}{\rho_m C p_m} \right) \quad (\text{III.57})$$

La ec. (III.57) muestra que la velocidad de enfriamiento es un reflejo de las magnitudes relativas de Q_s y Q_c . El valor que adopta Q_c refleja a la interacción térmica que presenta el volúmen de control, en este caso el metal contenido en la impresión del molde, con sus alrededores, lo cual se manifiesta en la magnitud del flujo volumétrico de calor neto que sale del metal a través de sus fronteras. Por ejemplo, si no existe cambio de

fase, Q_S es nulo y, en el caso de un proceso de enfriamiento Q_C presenta valores negativos y por ende \dot{T} es negativa también (el sistema se enfría). Durante la solidificación Q_S adopta valores positivos lo que produce, ya sea, valores de \dot{T} menos negativos, o sea una disminución en la velocidad de enfriamiento del sistema (cuando $Q_S < -Q_C$), un enfriamiento nulo, $\dot{T} = 0$, (cuando $Q_S = -Q_C$) condición presente cuando el sistema alcanza su subenfriamiento máximo, ó el calentamiento del elemento de control, $\dot{T} > 0$, (cuando $Q_S > -Q_C$) durante la recalcancia.

De lo anterior es claro que la evolución de \dot{T} durante la solidificación está íntimamente ligada a la cinética de solidificación ya que de la evolución de la velocidad de solidificación depende el flujo volumétrico de calor latente de solidificación Q_S , ec.(III.56), y de éste, junto con Q_C , la evolución de \dot{T} , ec.(III.57).

Con los elementos aportados por el anterior análisis, la evolución de \dot{T} , mostrada en la Fig.(III.13) puede ser explicada como se describe a continuación:

Al inicio del proceso y debido al choque térmico entre el metal líquido, inicialmente a la temperatura de colada y el molde, inicialmente a temperatura ambiente, el sistema alcanza las mayores velocidades de enfriamiento, caracterizadas por los valores más negativos de \dot{T} .

A medida que continua el proceso, la saturación térmica del material de moldeo, en la vecindad inmediata de la intercara metal/molde, provoca que la velocidad de extracción de calor disminuya, y en consecuencia Q_C y \dot{T} adopten valores cada vez menos negativos, hasta que el metal líquido alcanza la temperatura de liquidus e inicia la solidificación. Cuando esto sucede el flujo de calor latente liberado por la solidificación Q_S provoca, ec(III.57) que

\dot{T} se dispare hacia valores aún menos negativos hasta que eventualmente alcanza un valor nulo, en el tiempo que corresponde al subenfriamiento máximo asociado a la solidificación de la fase primaria.

A partir de este momento y durante la recalcencia \dot{T} presenta valores positivos, incluyendo a un primer máximo, que corresponde en el tiempo a los primeros máximos que presenta dfs/dt en la fig III.14. Luego de este máximo la velocidad de solidificación disminuye, Fig. III.14, como resultado de la disminución en el subenfriamiento del líquido remanente asociada al incremento en temperatura que se presenta durante la recalcencia. A medida que esta continúa, el efecto descrito disminuye al valor de Q_S hasta que, nuevamente, $Q_S = -Q_C$ y $\dot{T} = 0$, en el tiempo asociado a la recalcencia máxima durante la solidificación primaria.

Después de este instante la condición que prevalece es de valores negativos de \dot{T} , asociados a una disminución de la temperatura del sistema ($Q_S < -Q_C$) hasta que se alcanza la temperatura eutéctica e inicia la solidificación eutéctica.

La evolución de \dot{T} , dfs/dt y Q_S durante la solidificación del microconstituyente eutéctico y hasta el final de la solidificación puede entenderse mediante un razonamiento similar al expuesto para la solidificación primaria.

Observando la Fig.(III.13), la trayectoria mostrada por la curva cero de Newton indica la velocidad de enfriamiento que mostraría el sistema, de acuerdo con las suposiciones de este método, si no se presentara la solidificación. Este comportamiento corresponde a la disminución progresiva de la velocidad de enfriamiento del metal asociada únicamente al decremento progresivo de Q_C asociado con la disminución de la cantidad de

energía extraída del metal, conforme transcurre el tiempo. Resulta interesante observar que al final de la solidificación las curvas cero ZN y \dot{T} , se unen nuevamente para describir la manifestación de la evolución de Q_C .

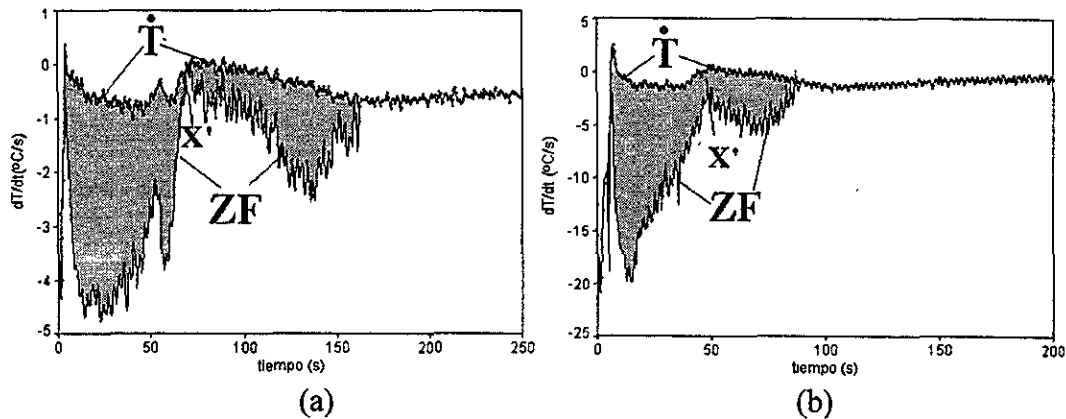


Fig.III.15.- Evolución de la velocidad de enfriamiento (\dot{T}) y de las curvas cero de Fourier (ZF) que resultan del procesamiento numérico de las curvas de enfriamiento de los experimentos 3.1 (a) y 3.2, (b).

En la Fig. III.15 se muestra a \dot{T} , la primera derivada de la temperatura con respecto al tiempo así como a las curvas cero de Fourier, ZF, asociadas al procesamiento de las curvas de enfriamiento mostradas en la Fig.III.12. tal y como se obtiene de los archivos generados por el programa que permite la aplicación del método de Fourier

En esta figura el área sombreada representa gráficamente a la diferencia entre la curva de velocidad de enfriamiento real, \dot{T} , y la curva cero de Fourier, ZF, y está directamente asociada con la magnitud del calor latente de fusión, ec.(III.54) y la diferencia instantánea entre las dos curvas, esta asociada con el flujo volumétrico instantáneo de calor latente, ec.(III.53)

En la Fig. III.16 se muestra la evolución de la velocidad de solidificación, obtenida de la aplicación del método de Fourier a los datos experimentales de la Fig.III.12

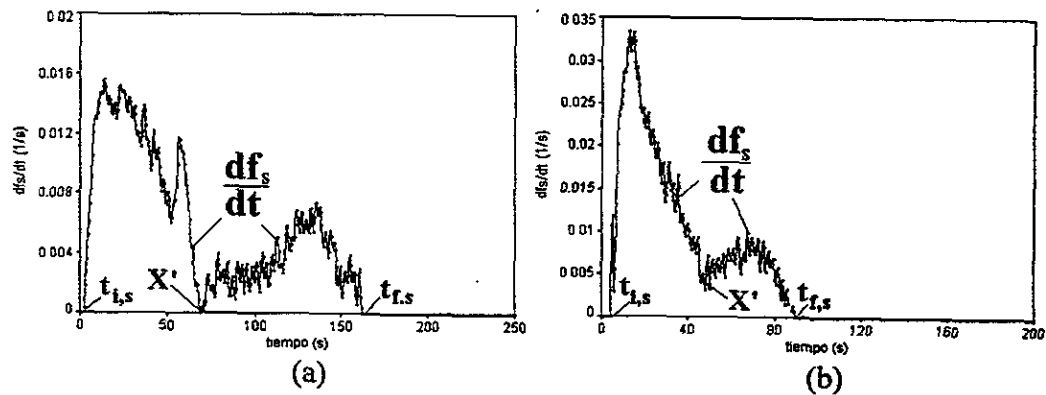


Fig.III.16.- Evolución de la velocidad de solidificación, df_s/dt , asociadas a las condiciones señaladas en la tabla III.2, para los experimentos 3.1, (a) y 3.2, (b).

En estas figuras se puede observar que existen dos máximos y un punto de inflexión, x' , que divide al área bajo cada curva en dos secciones: la primera de ellas, que comienza en el tiempo de inicio de solidificación, $t_{i,s}$, y que termina en el punto de inflexión, x' , antes del segundo máximo, está asociada con la solidificación de la fase primaria y la segunda, que inicia en x' y termina en $t_{f,s}$, está relacionada con la solidificación del microconstituyente eutéctico.

Al comparar las figs.(III.15) y (III.13) se observa que la curva cero de Fourier, a diferencia de la curva cero de Newton, muestra importantes variaciones en su evolución durante la solidificación. Al inicio, durante el enfriamiento del líquido sobrecalentado ZF sigue la trayectoria de \dot{T} , hasta que en un momento dado, previo a que se alcance un valor nulo de \dot{T} , ZF cambia su tendencia ascendente por una descendente, hacia valores negativos. Esta tendencia continua hasta que se alcanza un primer mínimo, luego de lo cual ZF vuelve a ascender, hacia valores menos negativos, hasta que alcanza un máximo, en el punto x' . Una vez alcanzado este punto, ZF vuelve a descender hacia valores más

negativos, hasta alcanzar un segundo mínimo y posteriormente asciende hacia valores cada vez menos negativos hasta que, al final de la solidificación, se intercepta con la curva \dot{T} .

Cabe señalar que el cálculo de $\nabla^2 T$ y los valores de \dot{T} empleados durante los la aplicación este método, representan lo que acontece en la zona que rodea al termopar ubicado en la posición más cercana al eje de simetría, por lo que los valores de ZF indican en principio, a la velocidad de enfriamiento que presentaría la zona de la pieza adyacente a este termopar, si se excluyera a la generación de calor latente asociada con la solidificación que ahí se realiza.

Sin embargo, a diferencia del método de Newton, se toma en cuenta la presencia de gradientes térmicos y es este efecto el que se manifiesta en las variaciones que presenta ZF durante la solidificación.

Si bien es cierto que para el cálculo de ZF se sustrae el efecto asociado con la liberación del calor latente asociado a la solidificación en esta zona, el valor de ZF, calculado a partir de $\nabla^2 T$ incluye los efectos de los cambios en temperatura local que presenta esta zona como resultado de la solidificación que ahí acontece, es decir, a las modificaciones en el gradiente térmico local al que se ve sujeta la zona cuya temperatura promedio es monitoreada por este termopar y es el gradiente térmico asociado el que establece al flujo neto de calor que intercambia esta zona con sus alrededores.

Observando los tiempos a los cuales se presentan los máximos y mínimos que manifiesta ZF durante la solidificación y comparándolos con los puntos característicos de la evolución de df_s/dt y Q_s en el mismo lapso de tiempo, se puede constatar que existe una correspondencia, que permite relacionar a los cambios que presenta ZF, con la evolución de

la solidificación en la zona cuya temperatura es monitoreada por el termopar ubicada en la posición más cercana al eje de simetría. Lo anterior se muestra en la Fig.III.17 para el caso del experimento 3.2.

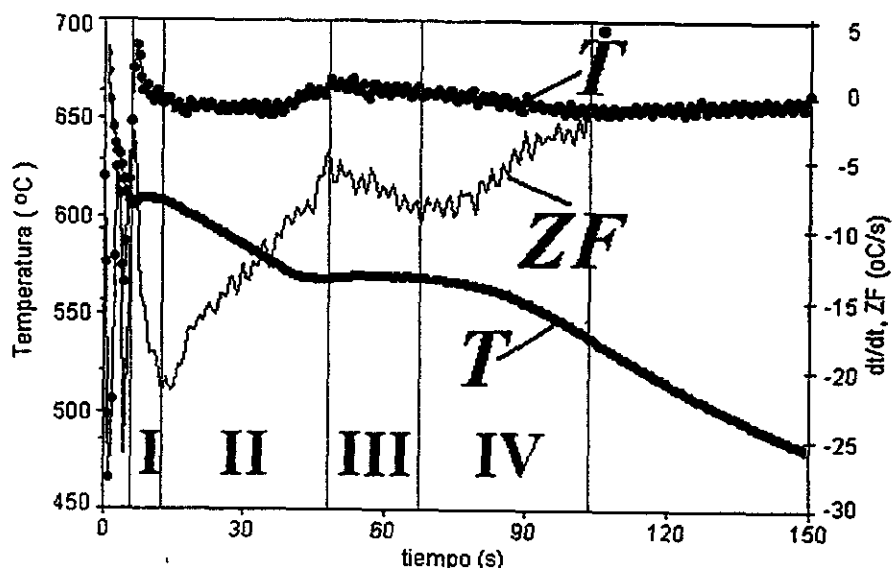


Fig.III.17.- Análisis gráfico de la evolución de ZF en función del cambio de temperatura y el tiempo.

El primer descenso de ZF hacia valores más negativos está asociado con el inicio de la solidificación primaria, región I, Fig. III.17, en el intervalo de tiempo comprendido entre el inicio de la solidificación y el fin de la recalcencia primaria. Después de este mínimo, el ascenso de ZF, región II Fig.III.17 hacia valores menos negativos se asocia a la solidificación primaria desde el fin de la recalcencia y hasta que se alcanza el subenfriamiento eutéctico máximo. La región III, Fig. III.17 esta asociada con la solidificación eutéctica, e inicia con la recalcencia eutéctica y termina cuando la temperatura vuelve a descender, al final del periodo de recalcencia. Finalmente, la región IV se relaciona con la solidificación del microconstituyente eutéctico a partir del líquido remanente y hasta que termina la solidificación.

Observando las figs. III.15, III.16 y III.17, se tiene que la evolución de ZF obedece a las variaciones en dfs/dt y Q_s , y cuando estos dos parámetros aumentan, ZF tiende hacia valores más negativos y viceversa. Lo anterior se debe a los cambios en el gradiente térmico local asociados a las variaciones de temperatura que resultan de la liberación del calor latente de solidificación, las cuales son registradas por $\nabla^2 T$ y en consecuencia se reflejan, ec.(III.50) en el valor instantáneo que muestra ZF. Como evidencia de la anterior afirmación, la Fig.III.18 muestra a la evolución del gradiente térmico que resulta del procesamiento de las curvas de enfriamiento asociadas al experimento 3.2 y mostradas en la Fig.(III.12b), aplicando la ec.(III.58):

$$\frac{\partial T}{\partial r} = \frac{T_{R2} - T_{R1}}{R2 - R1} \quad (III.58)$$

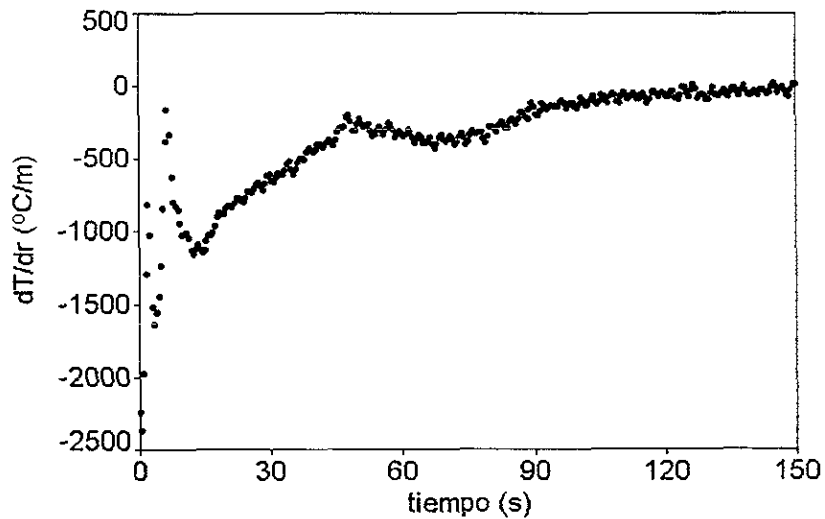


Fig.III.18-. Evolución del gradiente térmico local que resulta de la aplicación de la ec.(III.58), a los datos asociados a las curvas de enfriamiento, experimento 3.2, mostradas en la Fig. III.12 (b)

Comparando la evolución de ZF y dT/dr , Fig. III.19, se puede afirmar que las variaciones mostradas por ZF se deben a los cambios presentes en el gradiente térmico local

que resultan de los intercambios de calor que efectúa la zona cuya temperatura es registrada por el termopar más cercano al eje de simetría, con el resto de la pieza.

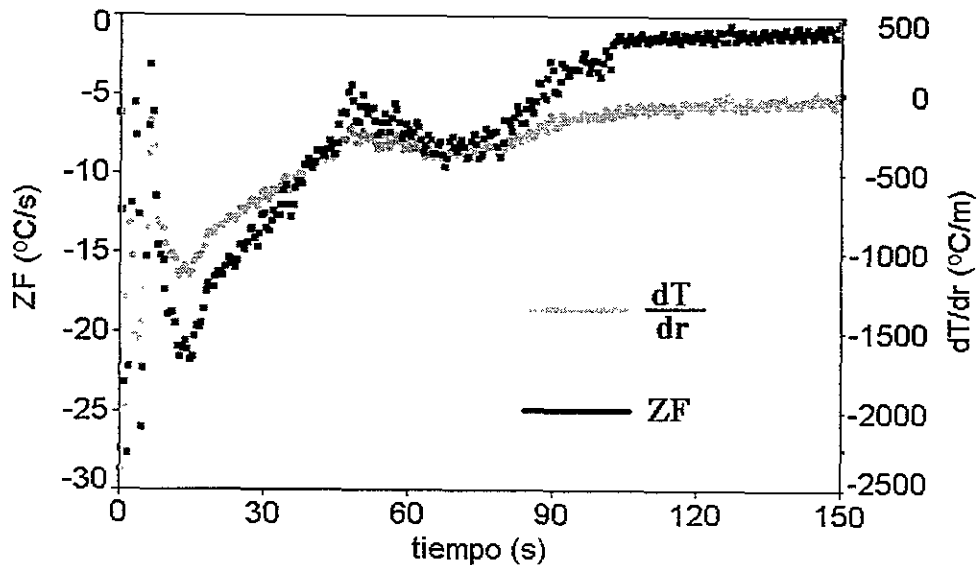


Fig.III.19-. Evolución del gradiente térmico local y ZF, asociados a las curvas de enfriamiento experimental ($R1=0.5\text{mm}$, $R2=7.5\text{mm}$) mostradas en la Fig. III.12b

El aspecto más importante que se desprende al analizar la evolución de ZN, ZF, y dfs/dt en las figs.III.13-III.17, reside en que las diferencias observadas entre los métodos de Newton y de Fourier son el reflejo de la consideración o no del efecto del gradiente térmico, lo cual se manifiesta necesariamente en una diferencia claramente observable en las cinéticas de solidificación que se desprenden de cada método. Como el método de Fourier se basa en mediciones del campo real de temperatura que actúa en la aleación durante el enfriamiento y la solidificación, resulta razonable suponer que los resultados que de este método se desprenden, representan de una manera más aproximada a lo que en realidad acontece dentro de la pieza.

Se realizó la medición del DAS siguiendo el procedimiento señalado al inicio del capítulo IV y se encontró, Fig.III.20 un valor de DAS, para los experimentos 3.1 y 3.2 de la tabla III.1 de $53\ \mu\text{m}$ y $35\ \mu\text{m}$ respectivamente.

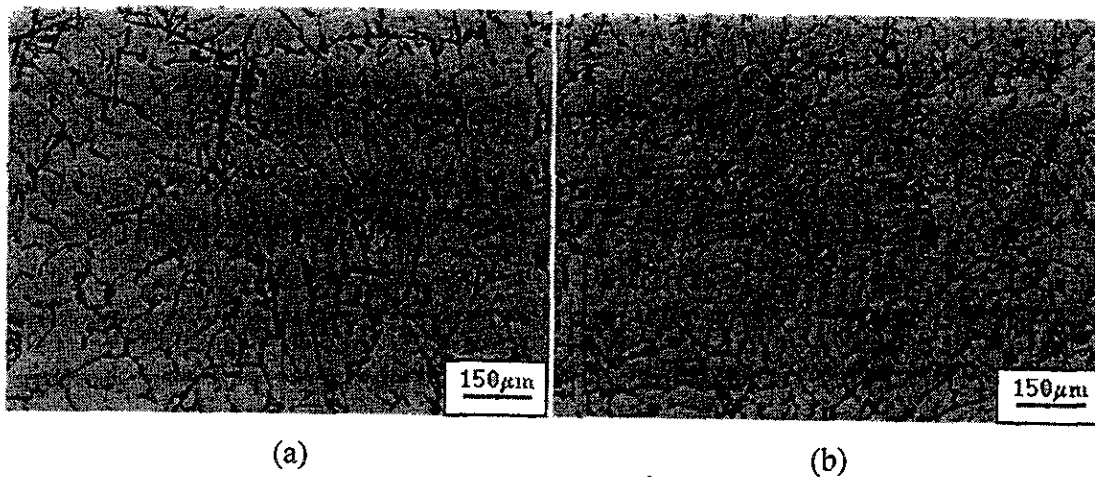


Fig.III.20.-Fotomicrografía de la microestructura presente en las región central de las probetas asociadas a los experimentos 3.1, (a) y 3.2, (b) de la tabla III.2, a los que corresponden valores de DAS de $53\ \mu\text{m}$ y $35\ \mu\text{m}$, respectivamente. Muestra pulida y sin ataque.

Como la reducción en el diámetro de la probeta produce una mayor velocidad de extracción del calor proveniente del metal por parte del molde, esto provoca velocidades de enfriamiento más negativas durante el enfriamiento del cilindro de menor diámetro, figs. III.13(b) y III.16(b), y por ende el subenfriamiento operante durante la solidificación de la aleación es mayor, lo cual provoca mayores velocidades de solidificación, figs III.14(b) y III.17(b), y menores tiempos locales de solidificación, Fig. III.13, lo cual implica un menor tiempo de coexistencia de las dendritas de solución sólida con el líquido remanente, reduciendo el tiempo disponible para que se efectúe el engrosamiento de los brazos dendríticos, lo cual se traduce finalmente en una disminución en el DAS encontrado en la pieza de menor diámetro

CAPITULO IV

EXPERIMENTACION Y RESULTADOS

Resumen

En este capítulo se proporciona una descripción general de los métodos experimentales empleados, así como de los resultados obtenidos en relación a los aspectos térmico, cinético de solidificación y microestructural que presentaron las aleaciones bajo estudio sometidas a diferentes condiciones de proceso. Así mismo se presentan las predicciones que en estos tres aspectos proporciona el macro-micro modelo elaborado.

IV.1 PROCEDIMIENTO EXPERIMENTAL

Características de las aleaciones empleadas

La experimentación fue realizada en dos aleaciones comerciales base Al-Si, una hipoeutéctica, aleación A1 y la segunda una aleación de composición muy cercana a la eutéctica, aleación A2.

La composición química de las aleaciones empleadas fue obtenida mediante espectrometría de emisión y se muestra en la tabla IV.1

Tabla IV.1.- Composición Química de las aleaciones bajo estudio

Aleación	% Si	%Fe	% Cu	% Mn	% Mg	% Zn	%Al
A1	7.59	0.48	0.10	0.12	0.25	0.06	bal.
A2	11.43	0.51	0.62	0.19	0.10	0.05	bal.

Arreglo experimental

Con el fin de obtener curvas de enfriamiento experimentales para su tratamiento a través de los programas elaborados con el fin de extraer información relacionada con la cinética de solidificación, las aleaciones cuya composición química es mostrada en la tabla IV.1 fueron fundidas en un horno de resistencia, y fueron vaciadas, a una temperatura pre-establecida, dentro de un molde de arena en verde

En la etapa inicial de la fase experimental se empleó el arreglo mostrado en la Fig.III.11, sin embargo se detectó que la presencia del sistema de llenado impedía el control adecuado de la temperatura a la cual se llenaba la impresión de la pieza y afectaba la evolución térmica del sistema, sobre todo cuando el tiempo transcurrido era relativamente largo.

Por lo anterior, y con el fin de realizar la experimentación en condiciones más cercanas a las consideradas durante el planteamiento del modelo, el cual asume un llenado instantáneo del molde, se decidió minimizar las pérdidas de temperatura asociadas al empleo de un sistema de llenado, y evitar la influencia de éste sobre el campo de temperaturas que rodea a la pieza, realizando una sola impresión en el molde y vaciando directamente la aleación líquida proveniente del crisol dentro de esta impresión, empleando el arreglo mostrado esquemáticamente en la Fig. IV.1

Para registrar la historia térmica de la aleación durante el proceso de enfriamiento, se introdujeron, en el plano transversal que divide en dos partes al cilindro, de 15 cm de altura a dos termopares tipo K (chromel-alumel), recubiertos por una funda bifilar de alúmina de 1.6 mm de diámetro externo, ubicados, a la altura correspondiente al plano transversal que

divide en dos partes a la probeta cilíndrica, en diferentes posiciones radiales con respecto al eje de simetría de la pieza. En los extremos inferior y superior de la barra se colocó una placa de asbesto de 1cm de espesor por 6 cm de diámetro; la placa inferior se posicionó durante el moldeo y la placa superior, inmediatamente después del llenado del molde.

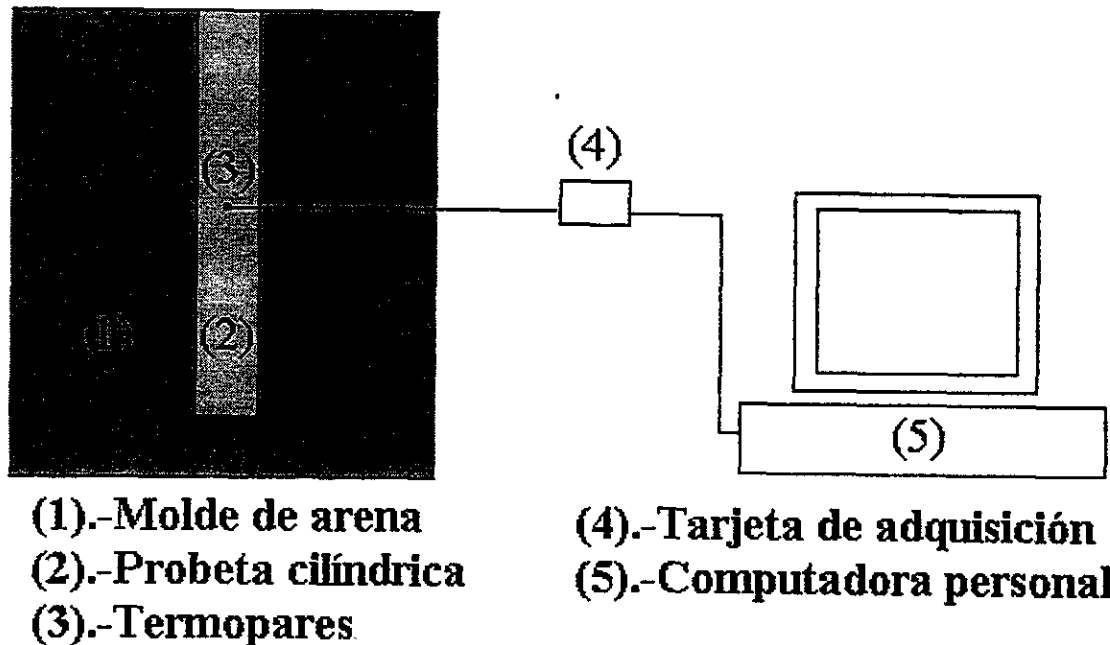


Fig.IV.1.- Representación esquemática del arreglo experimental empleado

En todas las probetas, el primer termopar se ubicó en el centro geométrico de la probeta y el segundo, en una posición preestablecida, entre el centro geométrico y la interfase metal-molde, ambos a una altura igual a la mitad de la altura de la probeta. Cabe señalar que las posiciones consideradas para los cálculos durante el procesamiento de la información experimental generada, así como para las simulaciones efectuadas con los modelos elaborados, fueron obtenidas mediante medición directa sobre la probeta de interés, a la cual se le realizó un corte, en el plano transversal del cilindro en que se ubicaban los termopares, empleando un disco de diamante.

Los termopares fueron conectados a un sistema de adquisición de datos Speedomax 25000, a una tarjeta de adquisición DataTranslation y a una computadora personal, y la calibración de los termopares se realizó empleando como referencia a aluminio puro (99.99%).

Para cada aleación bajo estudio, las condiciones de enfriamiento de las probetas obtenidas fueron modificadas a través de la selección de la temperatura de colada y del diámetro del cilindro.

La tabla IV.2 resume las condiciones experimentales empleadas. Cada ensayo fue realizado por triplicado.

Tabla IV.2.- Condiciones Experimentales

Experimento	Aleación	T _c (°C)	diámetro (mm)
1	A1	720	16
2	A1	720	32
3	A1	670	16
4	A1	670	32
5	A2	680	16
6	A2	680	32
7	A2	620	16
8	A2	620	32

Las curvas de enfriamiento obtenidas experimentalmente fueron procesadas empleando los programas presentados en el Anexo II, aplicando los métodos de Newton y

de Fourier, con el fin de extraer información relativa a la cinética de solidificación. Para la aplicación del método de Newton se procesó a la curva de enfriamiento que corresponde al termopar ubicado en la posición más cercana al eje de simetría del cilindro. En el caso del método de Fourier se procesaron las lecturas de los dos termopares.

Procedimiento de fusión

Se fundieron cantidades predeterminadas de las aleaciones de interés en atmósfera de Ar dentro de un horno eléctrico con crisol de SiC hasta alcanzar una temperatura máxima de 800°C (aleación A1) y 700 °C (aleación A2) .La aleación líquida fue desgasificada durante 8 minutos con una corriente de Ar introducida mediante una lanza de alúmina. El monitoreo de la temperatura de la aleación dentro del horno y de la temperatura de vaciado fue controlada empleando un termopar de inmersión tipo k (chromel-alumel), conectado a una unidad de medición y adquisición de provista de compensación de junta fría. Una vez terminada la operación de desgasificación, el crisol fue extraído, la escoria fue removida y la temperatura fue monitoreada hasta alcanzar la temperatura de colada preestablecida, luego de lo cual se procedió al llenado de los moldes.

Análisis Metalográfico y medición de longitudes microestructurales características

De cada probeta se obtuvieron dos muestras realizando tres cortes en secciones transversales perpendiculares al eje de simetría del cilindro. El primer corte se realizó en el plano que contenía a los termopares. Los dos cortes restantes se realizaron a un centímetro de distancia, por encima y por debajo del primer corte. Una de las muestras fue sometida a

macroataque para determinar tamaño de grano y la otra fue empleada para medir las longitudes microestructurales características

Las muestras obtenidas fueron preparadas para su observación en el microscopio óptico mediante técnicas convencionales de preparación de superficies hasta un pulido con alúmina de $0.05\ \mu\text{m}$.

Para la determinación del tamaño de grano las muestras fueron sometidas a un macro ataque mediante inmersión alternada en una solución con 20 g de cloruro férrico en 100 ml de agua (6-10 segundos) y en una solución con una parte de $\text{HF}_{\text{conc.}}$ y 6 partes de $\text{HNO}_3_{\text{conc.}}$, enjuagando con agua destilada entre cada inmersión y repitiendo esta operación hasta obtener los resultados deseados, luego de lo cual la muestra es secada en un horno a 200°C .

Para la determinación del espaciamiento interlaminar promedio del eutéctico y del espaciamiento interdendrítico secundario (DAS), las muestras fueron observadas sin ataque. Los valores promedio de DAS (Aleación A1) y de λ_{Eu} (Aleación A2) asociados a cada muestra, fueron obtenidas empleando un sistema de análisis de imágenes (Global Lab, DataTranslation), realizando mediciones (típicamente de 30 a 40 en cada zona) en tres diferentes zonas de cada muestra: (i) $r = 0$, centro; (ii) $r = R_{\text{tot}}/2$, intermedio; (iii) $r = R_{\text{tot}}$, extremo, donde R_{tot} es el radio total de cada cilindro.

Inicialmente, los valores del espaciamiento interdendrítico secundario fueron medidos y calculados mediante un método de intersección⁽²⁵⁾. Este procedimiento consiste en trazar arbitrariamente varias líneas, de longitud fija y conocida sobre la micrografía, y contar el número de intersecciones que cruzan por cada línea. Con lo anterior se obtiene un

valor promedio de DAS asociado a todas las líneas consideradas. Sin embargo se encontró que este método proporciona valores de DAS, que si bien, corresponden a una selección totalmente al azar, no necesariamente reflejan a la magnitud de los espaciamientos medidos directamente en la muestra. Por esta razón se empleó como método de determinación de DAS, al promedio de las mediciones que resultan de las distancias que separan a las intersecciones (zonas interdendríticas), cuando estas son aproximadamente paralelas. Realizando un número representativo de mediciones (al menos 30, lo cual depende de la apropiada selección de la magnificación), se puede obtener un valor característico de DAS que corresponde con la estimación visual de la fotomicrografía. Este último método fue elegido para caracterizar el DAS en este estudio.

Para la determinación del tamaño de grano se empleó una cámara de 35 mm con la cual se obtuvieron fotografías de las muestras macro atacadas, cuidando de mantener la misma distancia focal en todas las tomas. También fueron fotografiadas, bajo las mismas condiciones, las impresiones de una serie de circunferencias con radios conocidos, para proporcionar una referencia para el conteo de granos.

La circunferencia de referencia para realizar el conteo de granos fue seleccionada de manera tal que existieran al menos 50 granos dentro del área de medición, aunque cuando esto no fue posible, se seleccionó a la circunferencia que contenía al mayor número de granos.

Se realizó el conteo de los granos que se ubicaban por completo dentro del círculo de referencia, n_1 , y el número de granos que interceptaban el perímetro del área analizada, n_2 . El número de granos por unidad de área, N_A , fue calculado empleando la fórmula⁽⁴³⁾:

$$N_A = \frac{\left(n1 + \frac{n2}{2}\right)}{A_{med}} \quad (IV.1)$$

donde A_{med} es el área en que se efectuó la medición.

La densidad volumétrica de granos fue obtenida empleando la equivalencia estereológica⁽⁴³⁾:

$$N_V = 0.87 N_A^{(2/3)} \quad (IV.2)$$

El espaciamiento interlaminar promedio del eutéctico fue obtenido siguiendo un procedimiento similar al propuesto por Magnin⁽⁹⁰⁾, el cual consiste en medir directamente un número considerable de espaciamentos interlaminares en una dirección perpendicular a la dirección de crecimiento de las laminas en zonas de la muestra en donde este espaciamiento es aproximadamente constante.

IV.2 Resultados Experimentales

Los experimentos 1, 2, 3 y 4 de la tabla IV.2 fueron diseñados para establecer los efectos de las variables de proceso temperatura de colada y diámetro del cilindro sobre las características microestructurales DAS y tamaño de grano en una aleación hipoeutéctica base Al-Si en condiciones típicas de producción de piezas medianas obtenidas mediante fundición y vaciado en moldes de arena, en las cuales la temperatura de colada tiene asociados sobrecalentamientos máximos, con respecto a la temperatura de líquidus, de aproximadamente 100°C. En estos experimentos se empleó a la aleación A1 de la tabla IV.1.

La Fig. IV.2 muestra a las curvas de enfriamiento obtenidas durante la ejecución del experimento 1 de la tabla IV.2., el cual corresponde a un cilindro de aleación A1, tabla IV.1, con un diámetro de 1.6 cm. Las curvas de enfriamiento corresponden a las lecturas obtenidas de termopares ubicados en posiciones radiales, con respecto a eje de simetría del cilindro, de 0.3 mm y 3.6 mm respectivamente.

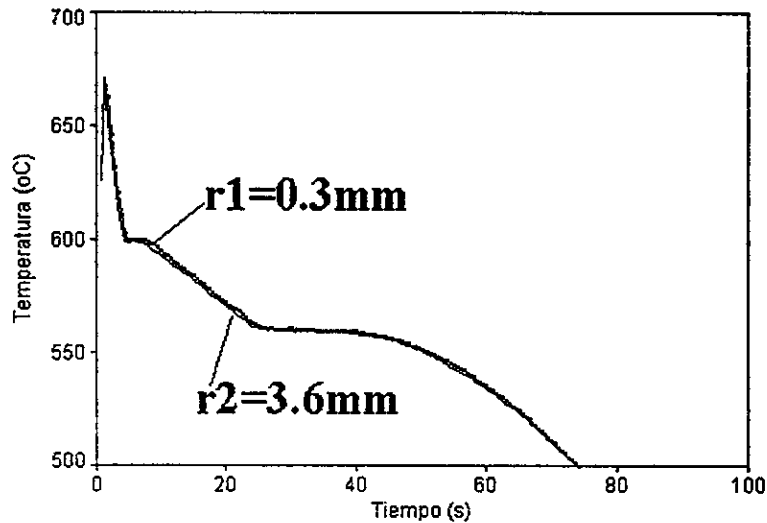


Fig.IV.2.- Curvas de enfriamiento asociadas a dos posiciones radiales, durante el enfriamiento y solidificación de un cilindro de 1.6 cm de diámetro, aleación hipoeutéctica Al-Si colado en un molde de arena en verde, asociadas al experimento 1, tabla IV.2.

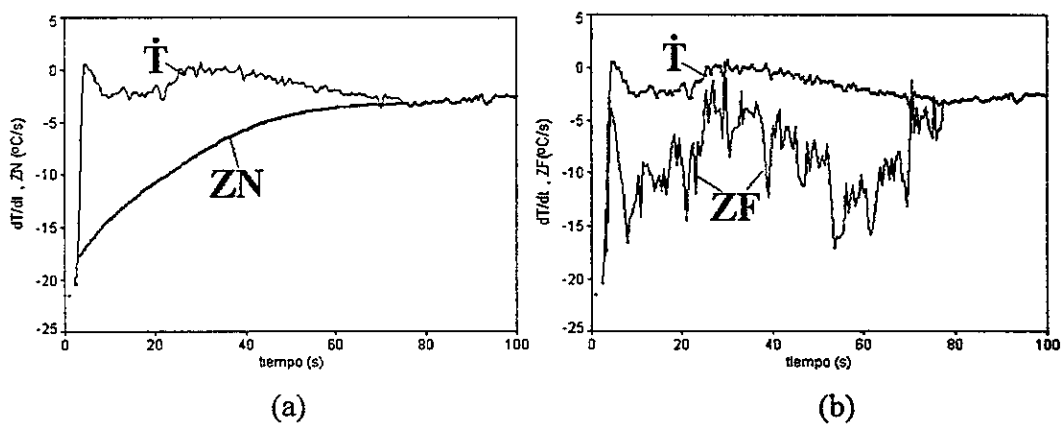


Fig.IV.3.- Evolución de la velocidad de enfriamiento (\dot{T}) y de las curvas cero de Newton, ZN (a) y de Fourier, ZF, (b), asociadas al experimento 1, tabla IV.2.

La Fig. IV.3 muestra la evolución de la velocidad de enfriamiento (\dot{T}) y de las curvas cero de Newton (ZN) y de Fourier (ZF) obtenidas de la aplicación de los programas descritos en el capítulo III. Las características mostradas por la curva cero de Newton y de Fourier de la Fig.IV.3 corresponden con las encontradas en la investigación preliminar analizada en el capítulo anterior, en donde se mencionó que el área entre \dot{T} y las curvas cero de Newton y Fourier está directamente relacionada con el calor latente de solidificación y que, durante la solidificación, la distancia instantánea entre \dot{T} y ZN, y entre \dot{T} y ZF, se relacionan con el flujo instantáneo de calor latente y en consecuencia con la velocidad de solidificación que se obtiene por cada método.

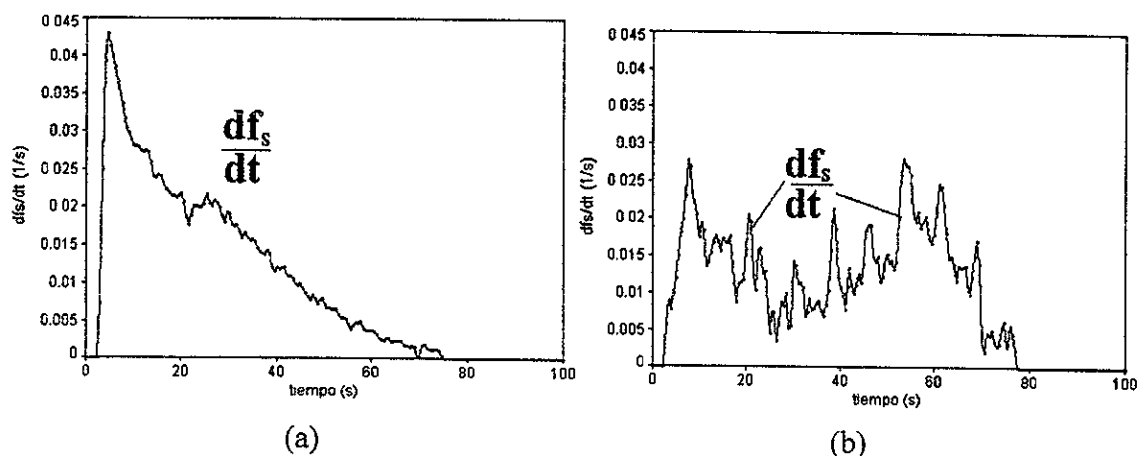


Fig.IV.4.- Evolución de la velocidad de solidificación, df_s/dt , asociada al procesamiento, mediante el método de Newton (a) y Fourier (b) para el experimento 1 de la tabla IV.2.

El aspecto más importante que se desprende de las evoluciones de ZN y de ZF en la Fig.IV.3, reside en que las diferencias observadas son el reflejo de la consideración o no del efecto del gradiente térmico, lo cual se manifiesta necesariamente en una diferencia, claramente observable, en las cinéticas de solidificación que se desprenden de cada método, como se puede apreciar en las Figs.IV.4 y IV.5 que muestran, respectivamente la evolución

de dfs/dt y Q_S resultante de la aplicación de los métodos de Newton y de Fourier a las curvas de enfriamiento mostradas en la Fig.IV.2.

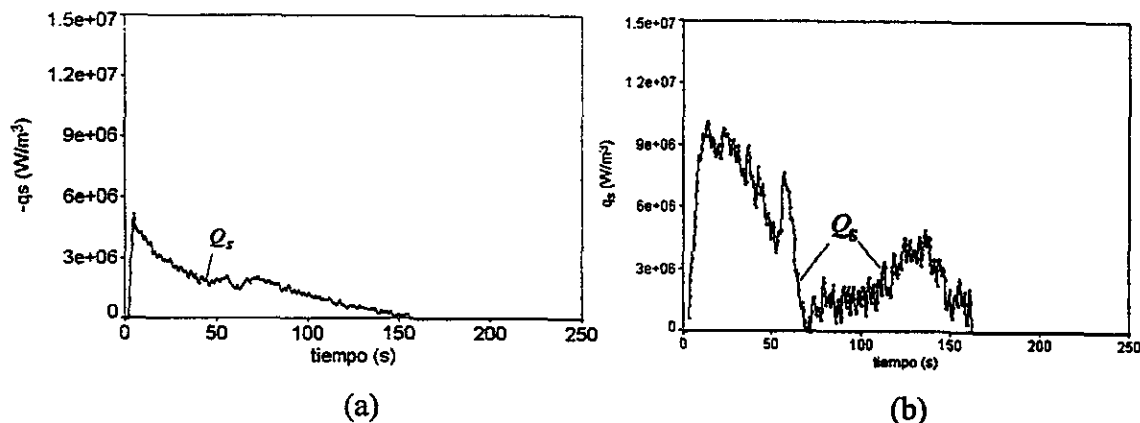


Fig.IV.5- Evolución del flujo volumétrico de calor latente de solidificación, Q_S , asociado al procesamiento, mediante el método de Newton ,(a) y el método de Fourier , (b) para el experimento 1 de la tabla IV.2.

La aplicación del método de Newton indica que las mayores velocidades de solidificación se alcanzan al inicio de la solidificación, lo cual se manifiesta en las Figs.IV.4(a) y IV.5(a) por un crecimiento súbito de dfs/dt y en consecuencia, Q_S (ec.III.3), respectivamente, desde un valor nulo hasta un primer máximo en los primeros instantes de la solidificación de la fase primaria, luego de lo cual ambos parámetros disminuyen de manera gradual hasta que el sistema alcanza la temperatura eutéctica. Cuando el sistema alcanza este punto dfs/dt y Q_S vuelven a incrementarse, debido a la solidificación del microconstituyente eutéctico, hasta alcanzar un máximo local, para disminuir posteriormente hasta alcanzar un valor nulo cuando finaliza la solidificación. Analizando la tendencia general que muestran las evoluciones de dfs/dt y Q_S proporcionadas por el método de Newton, la cinética de solidificación asociada a este método se caracteriza por una disminución gradual de dfs/dt a partir de un valor máximo, alcanzado al inicio de la

solidificación y hasta un valor nulo, al final de la solidificación. como se desprende de las tendencias mostradas por la evolución de dfs/dt y Q_S en las Figs. IV.4(a) y IV.5(a).

El método de Fourier muestra que las evoluciones de dfs/dt y Q_S presentan dos etapas, separadas por un instante en el cual la solidificación se ve detenida casi por completo. Al inicio de la solidificación, las Figs.IV.4(b) y IV.5(b) muestran que dfs/dt y Q_S crecen súbitamente hasta alcanzar un máximo, que corresponde a la mayor velocidad de solidificación asociada a la fase primaria, luego de lo cual caen hasta un valor casi nulo cuando la aleación alcanza la temperatura eutéctica. Después de este punto dfs/dt y Q_S crecen, primero lentamente y luego con mayor rapidez, hasta alcanzar un segundo máximo, casi al final de la solidificación para finalmente disminuir hasta un valor nulo, al final de la solidificación

La Fig. IV.6 muestra la evolución de la fracción sólida, f_S , que resulta de la aplicación del método de Newton y de Fourier a las curvas de enfriamiento mostradas en la Fig.IV.2, e indica que el procesamiento de las curvas de enfriamiento mediante los métodos de Newton y de Fourier se traducen en evoluciones de f_S distintas.

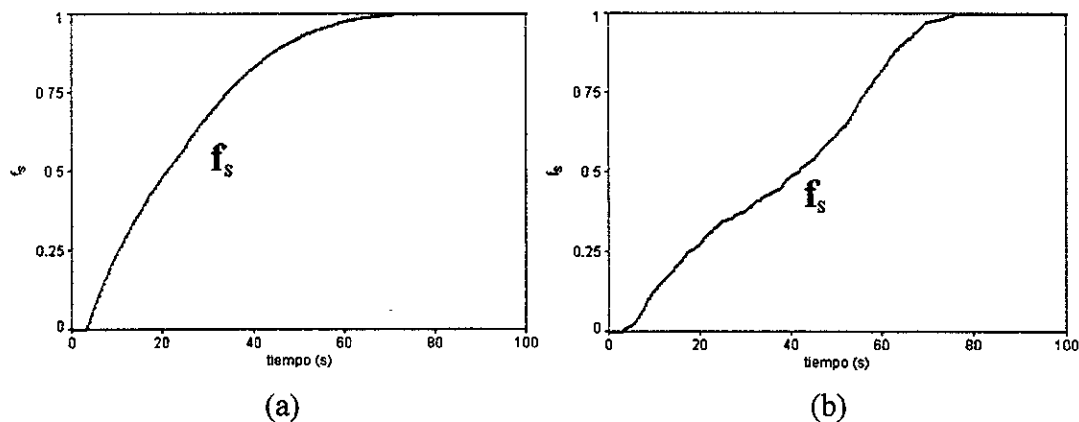


Fig.IV.6- Evolución la fracción sólida, asociada al procesamiento, mediante el método de Newton, (a) y el método de Fourier , (b) para el experimento 1 de la tabla IV.2

Se realizó la medición del DAS siguiendo el procedimiento señalado en la sección anterior y se encontró un valor promedio de DAS de $34.8 \pm 1.5 \mu\text{m}$. La Fig. IV.7 muestra una micrografía representativa de los espaciamentos interdendríticos presentes en las muestras asociadas al experimento 1 de la tabla IV.2

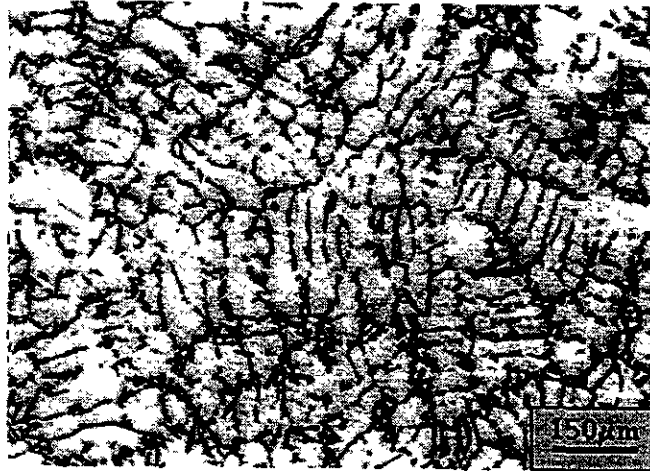


Fig.IV.7.- Fotomicrografía representativa de la microestructura presente en las probetas asociadas al experimento 1 de la tabla IV.2, a la que corresponde un DAS de $34.8 \pm 1.5 \mu\text{m}$. Muestra pulida y sin ataque.



Fig.IV.8.- Probeta macroatacada asociada al experimento 1 de la tabla IV.2, a la que corresponde un tamaño de grano (T.G.) de $517 \mu\text{m}$.

La Fig. IV.8 muestra a la probeta macroatacada para la determinación del tamaño de grano. Las mediciones efectuadas proporcionan un tamaño promedio de grano de $517 \mu\text{m}$.

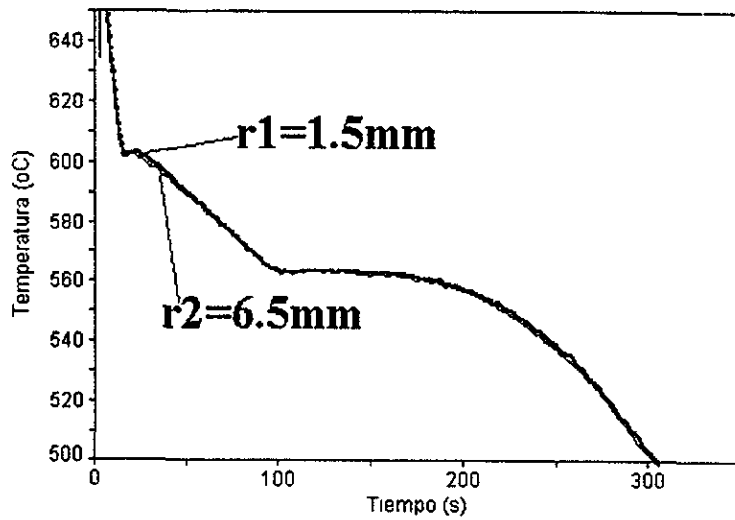


Fig.IV.9.- Curvas de enfriamiento asociadas a dos posiciones radiales, durante el enfriamiento y solidificación de un cilindro de 3.2 cm de diámetro, aleación hipoeutéctica Al-Si colado en un molde de arena en verde, que corresponde al experimento 2 de la tabla IV.2.

La Fig. IV.9 muestra a las curvas de enfriamiento obtenidas durante la ejecución del experimento 2 de la tabla IV.2. Las curvas de enfriamiento corresponden a las lecturas obtenidas de termopares ubicados en posiciones radiales, con respecto a eje de simetría del cilindro, de 1.5mm y 6.5mm respectivamente

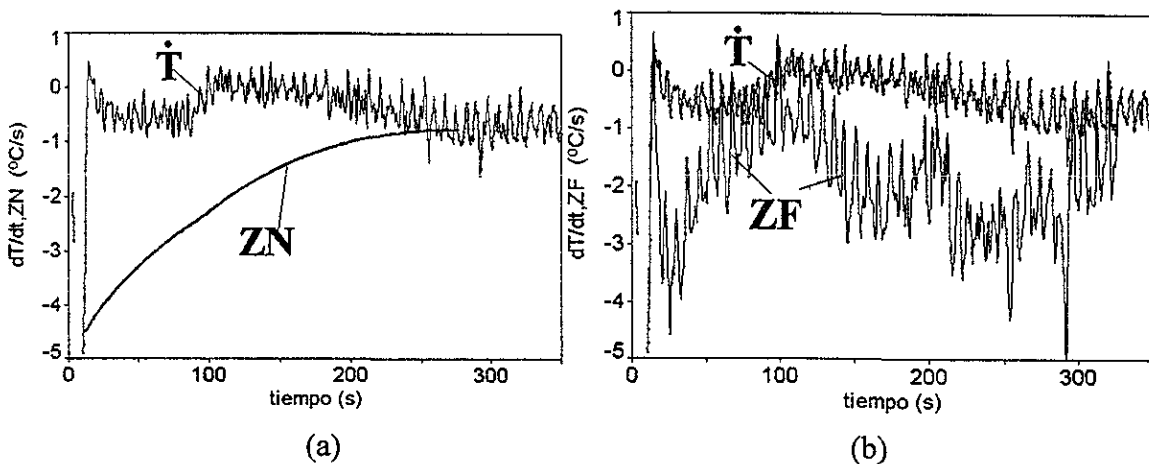


Fig.IV.10.- Evolución de la velocidad de enfriamiento (\dot{T}) y de las curvas cero de Newton (ZN) (a) y de Fourier (ZF), (b), asociadas a las condiciones señaladas en la tabla IV.2, para el experimento 2, tabla IV.2

La Fig. IV.10 muestra la evolución de la velocidad de enfriamiento (\dot{T}) y de las curvas cero de Newton (ZN) y de Fourier (ZF). En esta Fig. se vuelven a encontrar las mismas tendencias en la evolución de ZN y ZF, que mostraron los resultados anteriores, asociados a aleaciones hipoeutéticas.

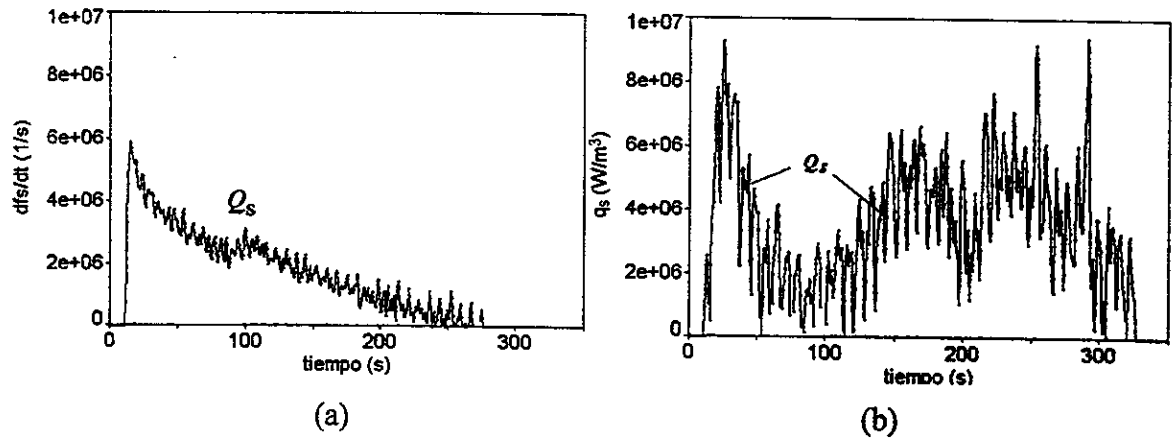


Fig.IV.11.- Evolución del flujo volumétrico instantáneo de calor latente de solidificación, Q_s , asociado al procesamiento, mediante el método de Newton (izquierda) y Fourier (derecha) para el experimento 2 de la tabla IV.2.

Las Figs.IV.11 y IV.12 muestran, respectivamente la evolución de Q_s y df_s/dt que resultan de la aplicación del método de Newton y de Fourier a las curvas de enfriamiento mostradas en la Fig.IV.9.

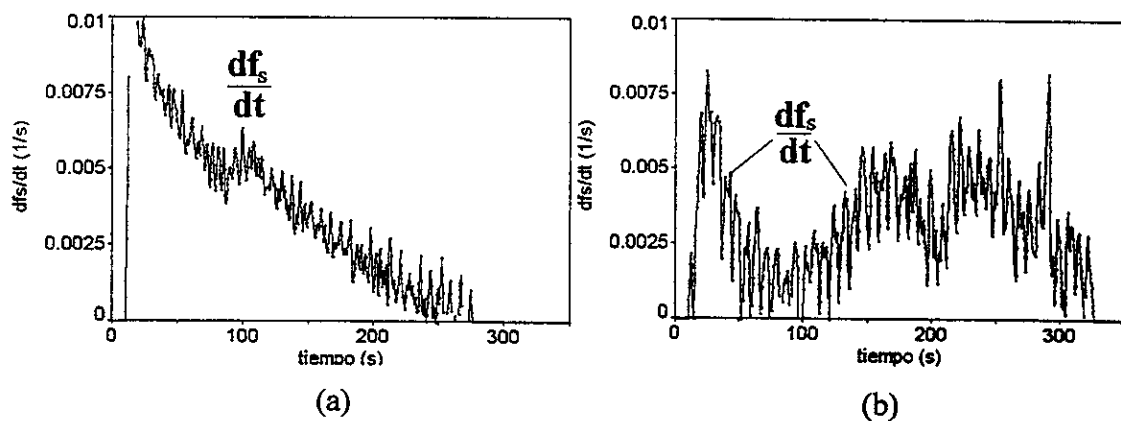


Fig.IV.12.- Evolución de la velocidad de solidificación, df_s/dt , asociada al procesamiento, mediante el método de Newton (a) y Fourier (b) para el experimento 2 de la tabla IV.2.

En las Figs.IV.11 y IV.12 se vuelve a encontrar que el tomar en cuenta la presencia de gradientes térmicos (Método de Fourier) proporciona una cinética de solidificación diferente a la que se obtiene cuando se ignoran estos efectos (Método de Newton). Como el Método de Fourier se basa en mediciones del campo de temperaturas presente en el metal durante el enfriamiento y la solidificación, es de esperar que los resultados asociados a este método, reflejen mejor lo que en realidad acontece en el sistema.

Se realizó la medición del DAS siguiendo el procedimiento señalado en la sección anterior y se encontró un valor promedio de DAS de $54.6 \pm 2.36 \mu\text{m}$. La Fig. IV.13 muestra una micrografía representativa de los espaciamientos interdendríticos presentes en las muestras asociadas al experimento 2 de la tabla IV.2.

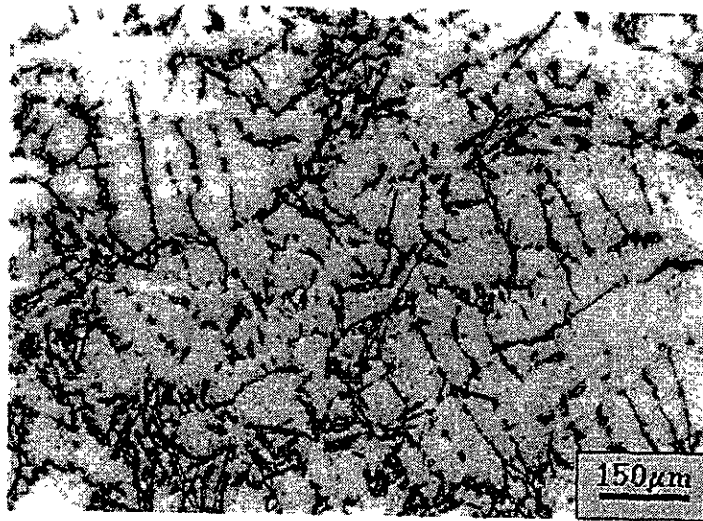


Fig.IV.13- Fotomicrografía representativa de la microestructura presente en las probetas asociadas al experimento 2 de la tabla IV.2, a la que corresponde un DAS de $54.6 \pm 2.36 \mu\text{m}$. Muestra pulida y sin ataque.

La Fig. IV.14 muestra a la probeta macroatacada para la determinación del tamaño de grano. El macroataque se realizó siguiendo el procedimiento señalado en la sección

anterior. Las mediciones efectuadas , ver Anexo I, proporcionan, para el experimento 2 de la tabla IV.2 un valor promedio de tamaño de grano de $921\mu\text{m}$.

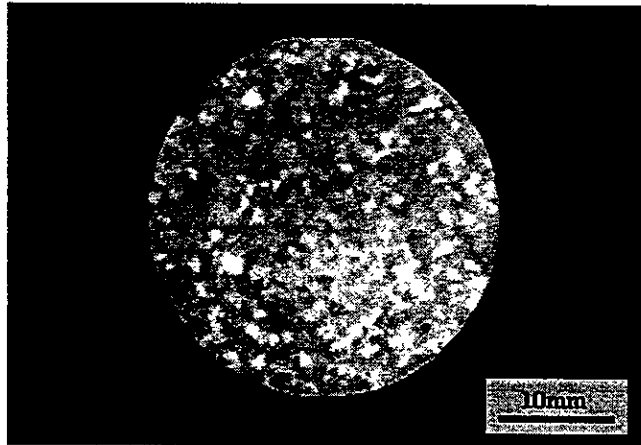


Fig.IV.14.- Probeta macroatacada asociada al experimento 2 de la tabla IV.2, a la que corresponde un T.G. de $921\mu\text{m}$.

La Fig. IV.15 muestra una micrografía representativa de los espaciamientos interdendríticos presentes en las muestras asociadas al experimento 3 de la tabla IV.2, en donde se encontró un valor promedio de DAS de $29.4 \pm 1.1\mu\text{m}$.

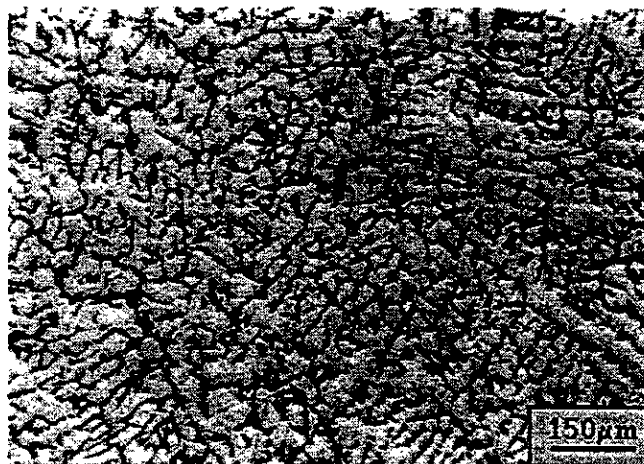


Fig.IV.15.- Fotomicrografía de la microestructura presente en las probetas asociadas al experimento 3 de la tabla IV.2, a las que corresponde un DAS promedio de $29.4 \pm 1.1\mu\text{m}$. Muestra pulida y sin ataque.

La Fig. IV.16 muestra a una probeta asociada al experimento 3 de la tabla IV.2 macroatacada para la determinación del tamaño de grano.

Las mediciones efectuadas proporcionan un valor promedio de tamaño de grano de $489 \mu\text{m}$.

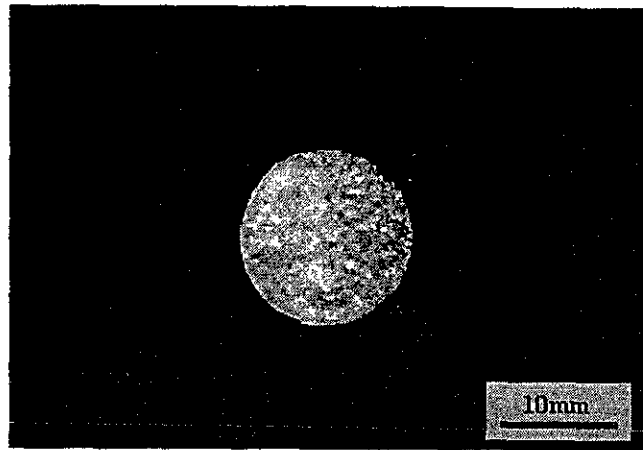


Fig.IV.16.- Probeta macroatacada asociada al experimento 3 de la tabla IV.2, a la que corresponde un T.G. de $489 \mu\text{m}$.

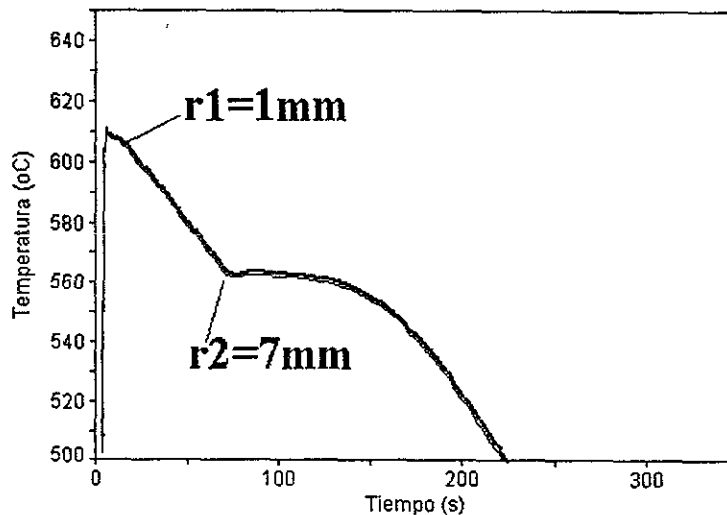


Fig.IV.17.- Curvas de enfriamiento asociadas a dos posiciones radiales, durante el enfriamiento y solidificación de un cilindro de 3.2 cm de diámetro, aleación hipoeutéctica Al-Si (A1, tabla IV.1) colado en un molde de arena en verde, en las condiciones señaladas en la tabla IV.2, para el experimento 4.

La Fig. IV.17 muestra las curvas de enfriamiento obtenidas durante la ejecución del experimento 4 de la tabla IV.2. Las curvas de enfriamiento corresponden a las lecturas obtenidas de termopares ubicados en posiciones radiales, con respecto a eje de simetría del cilindro, de 1.5 mm y 7.5 mm respectivamente.

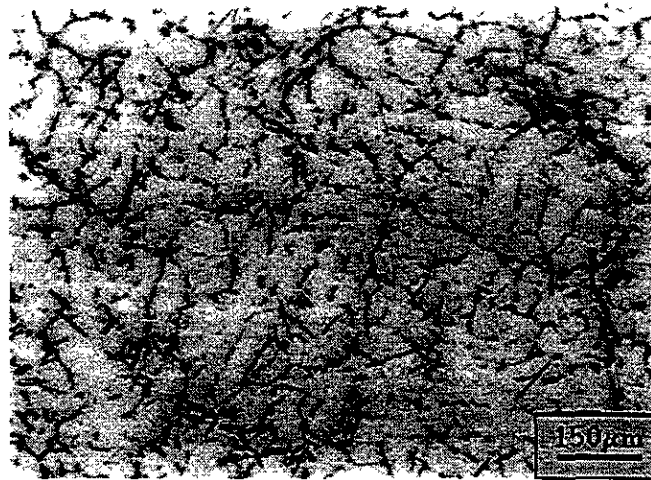


Fig.IV.18.- Fotomicrografía de la microestructura presente en las probetas asociadas al experimento 4 de la tabla IV.2, a las que corresponde un DAS de $49.8 \pm 1.4 \mu\text{m}$. Muestra pulida y sin ataque.

Se realizó la medición del DAS y se encontró un valor promedio de DAS de $49.8 \pm 1.4 \mu\text{m}$, Fig. IV.18.

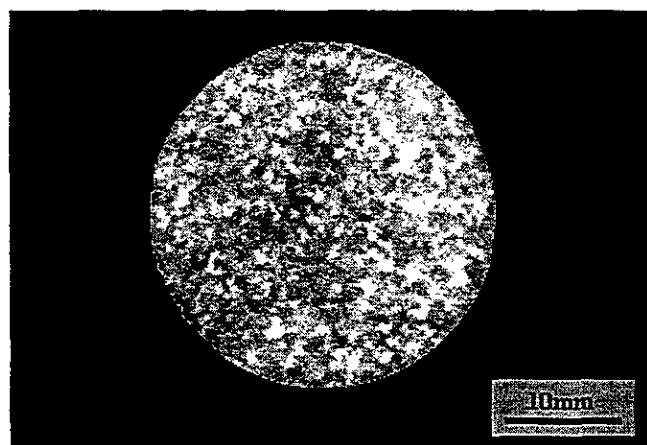


Fig.IV.19.- Probeta macroatacada asociada al experimento 4 de la tabla IV.2, a la que corresponde un T.G. de $699 \mu\text{m}$.

La Fig. IV.19 muestra a la probeta macroatacada para la determinación del tamaño de grano. Las mediciones efectuadas en este caso proporcionan un valor promedio de tamaño de grano de 699 μ m.

La tabla IV.3 resume los valores encontrados para las longitudes microestructurales DAS y tamaño de grano para la aleación Al de la tabla IV.1 solidificada en las condiciones experimentales asociadas a los experimentos 1-4 de la tabla IV.2.

Tabla IV.3.- Características microestructurales de las probetas obtenidas en los experimentos 1-4 de la tabla IV.2

Experimento	Temperatura de colada ($^{\circ}$ C)	Diámetro de la probeta (mm)	DAS (μ m)	Tamaño de grano (μ m)
1	720	16	34.8 +/-1.5	517
2	720	32	54.6 +/- 2.3	921
3	670	16	29.4 +/- 1.1	489
4	670	32	49.9 +/- 1.4	699

El análisis de los resultados mostrados en la tabla IV.3 indican que tanto el DAS como el tamaño de grano se incrementan conforme se aumenta la temperatura de colada y conforme aumenta el diámetro de la probeta. Con el fin de precisar la magnitud de estos efectos en base a un procedimiento estadístico se procedió a realizar el análisis factorial de las mediciones de DAS y tamaño de grano realizadas en dos réplicas (muestras asociadas a repeticiones del mismo experimento) para cada experimento, calculando la desviación típica en base a la diferencia entre los resultados de los experimentos elementales replicados, empleando el procedimiento propuesto por Box⁽¹¹³⁾

La tabla IV.4 muestra los valores de DAS considerados en cada experimento así como el cálculo de la desviación típica de cada efecto en base a las diferencia entre réplicas de experimentos elementales, así como los resultados del análisis factorial.

Tabla IV.4.-Estimación de la varianza, de la desviación típica de los efectos y efectos calculados de temperatura y diámetro sobre el DAS para para el diseño factorial 2^2 que representa a los experimentos 1-4 de la tabla IV.2.

diámetro (mm)	Temperatura (°C)	das(1) (μm)	das(2) (μm)	diferencia d= das(1) - das(2)	Varianza estimada en cada conjunto de condiciones $S_i^2 = d^2/2$
16	720	35.77	33.87	1.9	1.805
32	720	56.14	54.04	2.1	2.205
16	680	29.37	29.46	-0.09	0.00405
32	680	51.13	49.02	2.11	2.22605
				suma	$\sum S_i^2 = 6.2401$
				estimacion combinada de $\sigma^2 = \sum S_i^2 / v$ con $v=4$ grados de libertad	1.560025
				varianza estimada por efecto $V_E = (4/N) \sigma^2$ con $N=8$ experimentos elementales	0.7800125
				desviacion tipica estimada por efecto	0.88318316
Efectos					
	temperatura:		5.21	(+/-)0.88	
	diámetro:		20.465	(+/-)0.88	
	txd:		-0.195	(+/-)0.88	

Las estimaciones de los efectos, comparadas con el valor obtenido de desviación típica sugieren, Tabla IV.4, que tanto el efecto de la temperatura como el efecto del diámetro son significativos sobre el DAS desde el punto de vista estadístico.

El efecto de incrementar la temperatura de colada de 680°C a 720°C se traduce en un incremento en el DAS de aproximadamente 5μm, independientemente del diámetro considerado, cuando éste se encuentra dentro del intervalo considerado. Un incremento en

el diámetro del cilindro de 16mm a 32mm provoca un aumento en el DAS de aproximadamente 20 μm , independientemente de la temperatura de colada, cuando ésta se encuentra dentro del intervalo considerado.

Tabla IV.5.-Estimación de la varianza, de la desviación típica de los efectos y efectos calculados de temperatura y diámetro sobre el tamaño de grano, (T.G.) para para el diseño factorial 2^2 que representa a los experimentos 1-4 de la tabla IV.2.

diámetro (mm)	Temperatura (°C)	T.G.(1) (μm)	T.G.(2) (μm)	diferencia $d = \text{tg}(1) - \text{tg}(2)$	Varianza estimada en cada conjunto de condiciones $S_i^2 = d^2/2$
16	720	517	518	-1	0.5
32	680	921	830	91	4140.5
16	720	490	488	2	2
32	680	711	687	24	288
				suma:	$\Sigma S_i^2 = 4431$
				estimacion combinada de $\sigma^2 = \Sigma S_i^2 / v$ con $v=4$ grados de libertad:	1107.75
				varianza estimada por efecto $V_E = (4/N) \sigma^2$ con $N=8$ experimentos elementales	553.875
				desviacion tipica estimada por efecto	23.5345491
Efectos					
Temperatura		102.5	(+/-)	23.5	
diámetro:		284	(+/-)	23.5	
txd		74	(+/-)	23.5	

La tabla IV.5 muestra los valores de tamaño de grano obtenidos de cada experimento así como el cálculo de la desviación típica de cada efecto en base a las

diferencia entre réplicas de experimentos elementales, así como los resultados del análisis factorial.

La comparación de las estimaciones de los efectos, comparadas con el valor obtenido de desviación típica sugieren, tabla IV.5, que tanto el efecto de la temperatura como el efecto del diámetro son significativos desde el punto de vista estadístico.

Los resultados mostrados en la tabla IV.5 indican que los incrementos en temperatura de colada y en diámetro del cilindro se traducen en un incremento en el tamaño de grano y que los cambios de temperatura de colada afectan en mayor medida a los cilindros de mayor diámetro.

Los experimentos 5, 6, 7 y 8 de la tabla IV.2 fueron diseñados para establecer los efectos de la temperatura de colada y del diámetro del cilindro sobre el espaciamiento interlamilar promedio del eutéctico, λ_{Eu} y el tamaño de grano en una aleación eutéctica base Al-Si. En estos experimentos se empleó a la aleación A2 de la tabla IV.1

La figura IV.20 muestra las curvas de enfriamiento obtenidas durante la ejecución del experimento 5 de la tabla IV.2, el cual corresponde a un cilindro de aleación A2, tabla IV.1, con un diámetro de 1.6 cm colado a una $T_c = 680$ °C.

Las curvas de enfriamiento corresponden a las lecturas obtenidas de termopares ubicados en posiciones radiales, con respecto a eje de simetría del cilindro, de 0.7 mm y 4.1 mm respectivamente.

La Fig. IV.21 muestra las evoluciones de dfs/dt que fueron obtenidas de la aplicación de los métodos de Newton y de Fourier, a las curvas experimentales de enfriamiento mostradas en la Fig. IV.20.

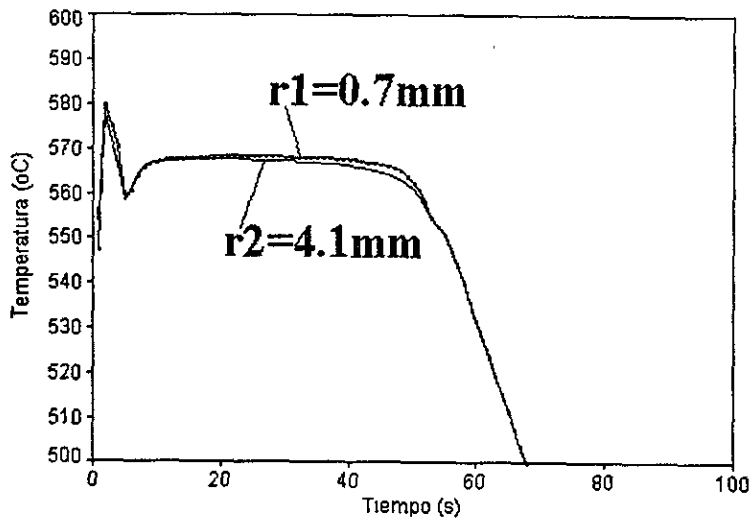


Fig.IV.20.- Curvas de enfriamiento asociadas a dos posiciones radiales, durante el enfriamiento y solidificación de un cilindro de 1.6 cm de diámetro, aleación eutéctica Al-Si colado en un molde de arena en verde, correspondientes al experimento 5, tabla IV.2.

El método de Newton indica, Fig. IV.21(a), que los mayores valores de df_s/dt se alcanzan al inicio de la solidificación luego de lo cual disminuye progresivamente hasta alcanzar un valor nulo, cuando termina la solidificación.

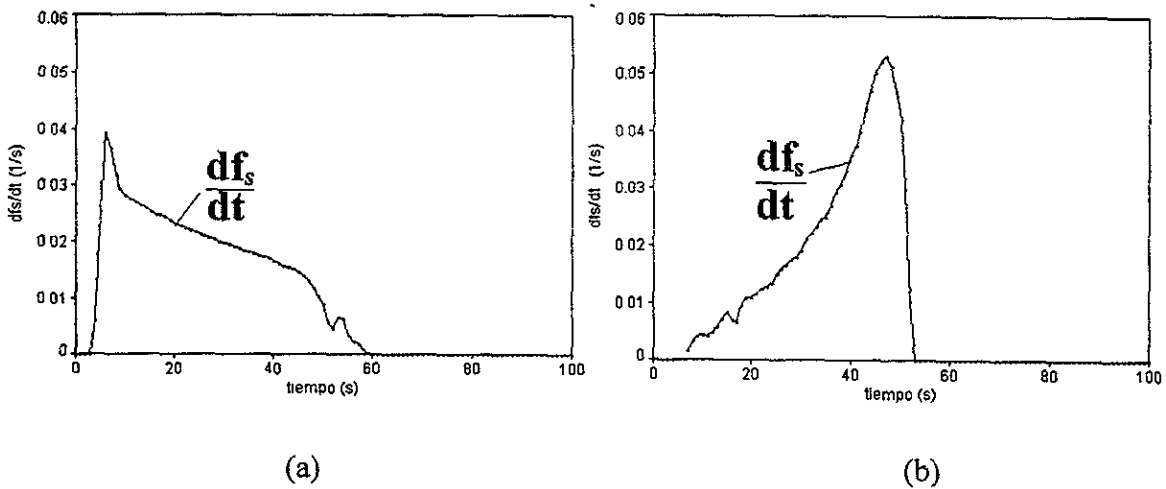


Fig.IV.21.- Evolución de la velocidad de solidificación, df_s/dt , asociada al procesamiento, mediante el método de Newton (izquierda) y Fourier (derecha), de las curvas de enfriamiento asociadas al experimento 5 de la tabla IV.2.

En la Fig. IV.21(b), el método de Fourier muestra que las mayores velocidades de solidificación se alcanzan en tiempos cercanos al tiempo de fin de solidificación, lo cual deja entrever que para la zona monitoreada por los termopares empleados, característica de la región de la pieza que se encuentra en la región central de la probeta, alrededor del eje de simetría, existen inicialmente restricciones que impiden que la solidificación se desarrolle libremente y que estas restricciones se desvanecen paulatinamente conforme transcurre el tiempo, lo que provoca que la mayor parte de la solidificación de esta zona se efectúe en tiempos cercanos al tiempo de fin de solidificación y en condiciones de velocidad de enfriamiento más severas, como se infiere de los valores operantes de \dot{T} , Fig.IV.22, en el intervalo de tiempo en que se presenta el máximo en la evolución de dfs/dt , Fig.IV.21.

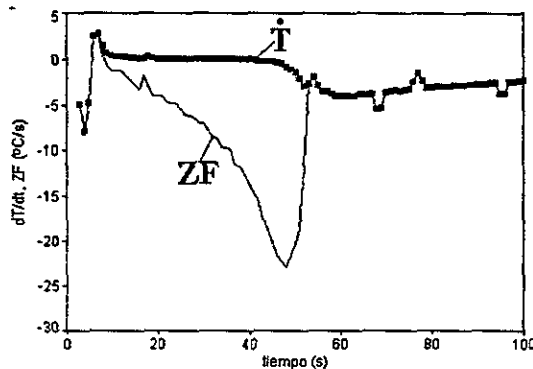


Fig.IV.22.- Evolución de la velocidad de enfriamiento (\dot{T}) y de la curvas cero de Fourier (ZF), asociadas a las condiciones señaladas en la tabla IV.2, para el experimento 5

La Fig.IV.23 muestra la evolución de f_S proporcionada por la aplicación de los métodos de Newton y de Fourier a las curvas de la Fig.IV.20. En la Fig.IV.23(b) se puede apreciar el efecto de las restricciones mencionadas en el párrafo anterior sobre el desarrollo de f_S . Al inicio, f_S crece con lentitud, como lo manifiesta la pendiente inicial de f_S con

respecto a t , la cual es casi nula y paulatinamente va creciendo hasta alcanzar un valor máximo casi al final de la solidificación.

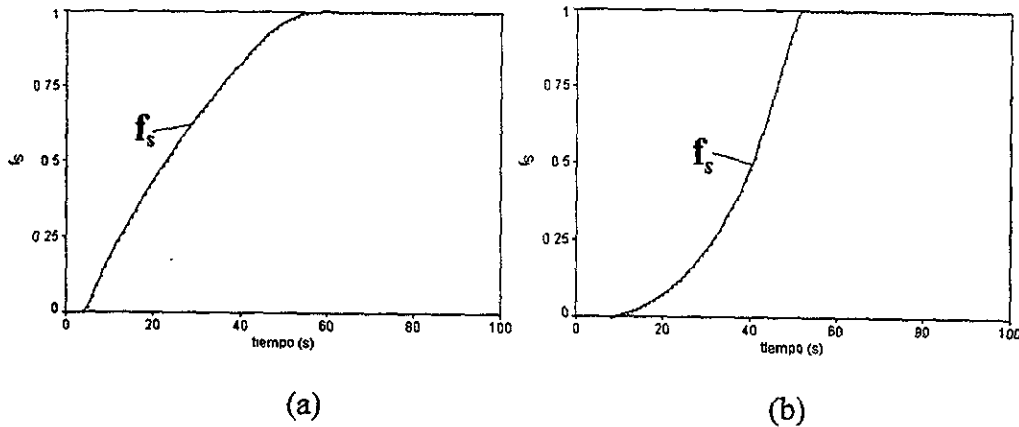


Fig.IV.23- Evolución la fracción sólida, asociada al procesamiento, mediante el método de Newton, (a) y el método de Fourier, (b) de las curvas de enfriamiento asociadas al experimento 5 de la tabla IV.2.

Cabe señalar que las consecuencias microestructurales asociadas a una cinética de solidificación como la descrita por el método de Fourier, implican la existencia, en la región central de la pieza, de una zona que realiza una parte importante de su solidificación en condiciones de velocidad de enfriamiento mas severas, lo cual se traduce necesariamente en una disminución de las longitudes microestructurales características del producto de solidificación que se forma en los ultimos momentos de la solidificación.

Durante la medición de λ_{Eu} se detectó en las muestras asociadas al experimento 5 y también en todas las muestras de aleación A2 asociadas a los experimentos 6-8 de la tabla IV.2 analizadas metalográficamente, la presencia, en cada muestra, de tres zonas principales, diferenciables entre sí por la magnitud de los espaciamentos interlaminares eutécticos observados: (i) Una primera zona, en la vecindad inmediata de la intercara metal/molde, caracterizada por espaciamentos interlaminares reducidos con respecto a los

espaciamientos presentes inmediatamente después de esta zona, al interior de la pieza.;

(ii) Una segunda zona, que comprende la mayor parte del volumen de la pieza y que presenta espaciamientos interlaminares mayores a los medidos en (i) y en la región de la probeta adyacente al eje de simetría del cilindro.;

(iii) Una zona central en donde se presentan espaciamientos interlaminares reducidos, de magnitud similar a la encontrada en la región (i), ubicada en la vecindad inmediata del eje de simetría del cilindro. Lo anterior se muestra para el caso de las muestras asociadas al experimento 5 de la tabla IV.2, en la fig.IV.24.

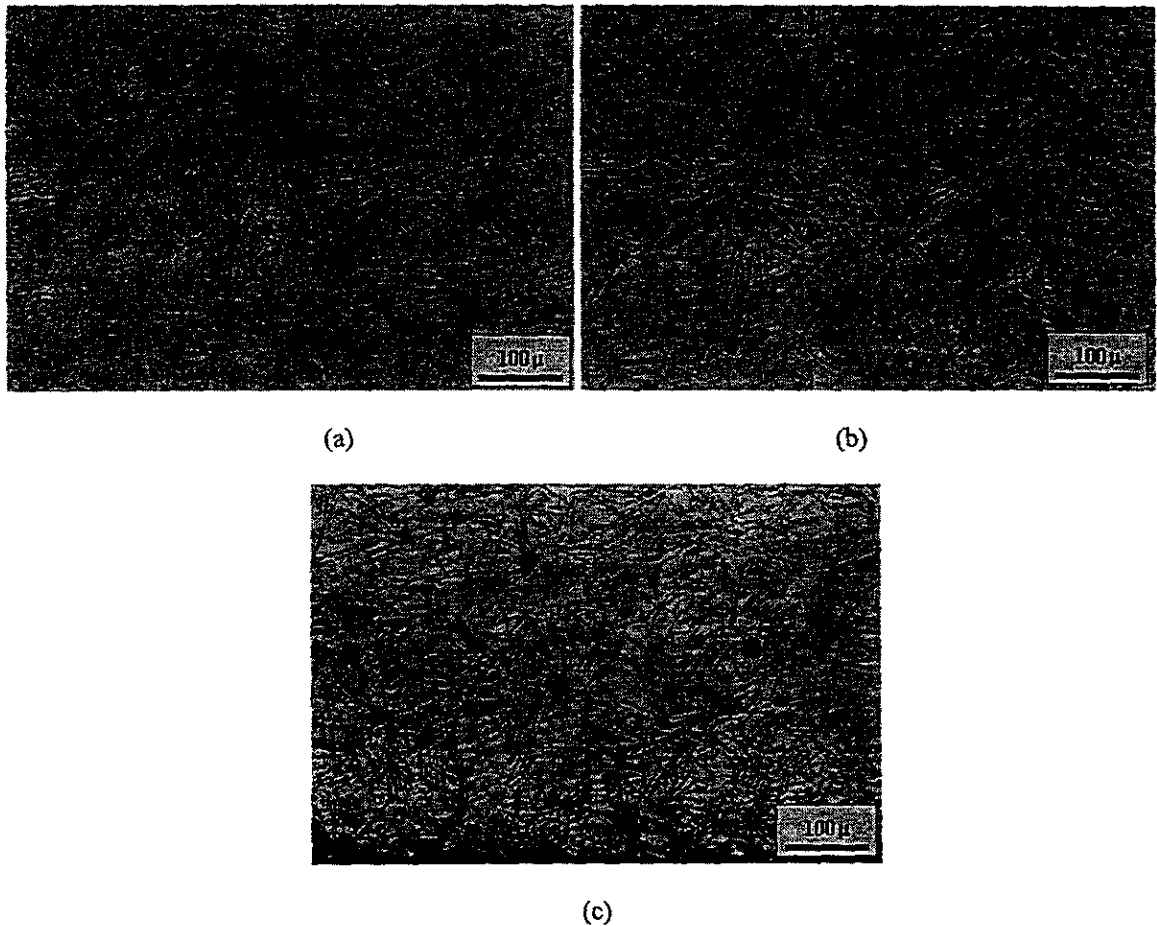


Fig.IV.24.- Fotomicrografías de la microestructura típica presente en las probetas asociadas al experimento 5 de la tabla IV.2, en: (a) zona central, $r = 0\text{mm}$, $\lambda_{Eu} = 3.42\pm 0.45\mu\text{m}$; (b) zona intermedia, $r = 4\text{mm}$, $\lambda_{Eu} = 5.56\pm 0.72\mu\text{m}$; (c) zona externa, $r = 8\text{mm}$, $\lambda_{Eu} = 3.01\pm 0.33\mu\text{m}$, región adyacente a la intercara metal/molde. Muestra pulida y sin ataque.

El efecto de las variables temperatura de colada y diámetro del cilindro sobre los espaciamientos interlaminares eutécticos fue analizado tomando como referencia los valores de λ_{Eu} representativos de la mayor parte de la pieza, los cuales corresponden a la zona descrita en el inciso (ii) del párrafo anterior.

La presencia, en el centro térmico de la pieza, de una zona que presenta longitudes microestructurales típicamente asociadas a condiciones severas de velocidad de enfriamiento durante la solidificación, representa una evidencia experimental que soporta a la cinética de solidificación que se desprende de la aplicación del método de Fourier. En la fig. IV.25 se presenta una micrografía, a mayores aumentos, representativa de los espaciamientos interlaminares del eutéctico Al-Si presentes en la región central, adyacente al eje de simetría, de las muestras asociadas al experimento 5 de la tabla IV.2

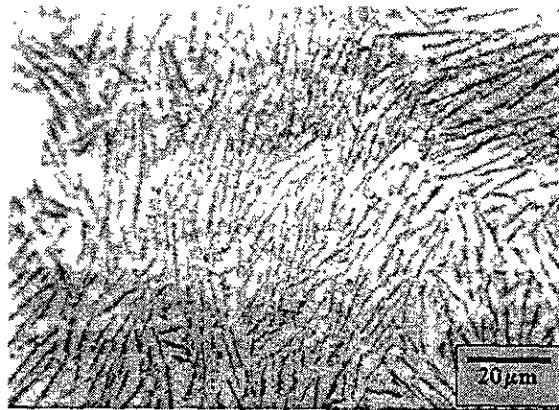


Fig.IV.25.- Fotomicrografía representativa de la microestructura presente en la región central de las probetas asociadas al experimento 5 de la tabla IV.2 con un valor promedio de $\lambda_{Eu} = 3.42 \pm 0.45 \mu\text{m}$. Muestra pulida y sin ataque.

La presencia, en el centro de la pieza, de regiones como la mostrada en la Fig.IV.25 puede ser atribuida a los efectos de retardo mencionados en los párrafos anteriores, los cuales provocan que una parte considerable de la solidificación de esta zona se realice en condiciones mas severas de enfriamiento, en las cuales los subenfriamientos actuantes

durante la formación del microconstituyente eutéctico son mayores, lo que produce, ec. (III.36), espaciamientos interlaminares menores. Lo anterior no puede explicarse en base a la cinética de solidificación que se desprende del método de Newton.



Fig.IV.26.- Probeta macroatacada asociada al experimento 5 de la tabla IV.2, a la que corresponde un T.G de 1162 μm .

La Fig. IV.26 muestra a una probeta asociada al experimento 5 de la tabla IV.2. A este experimento corresponde un valor promedio de tamaño de grano de 1162 μm .

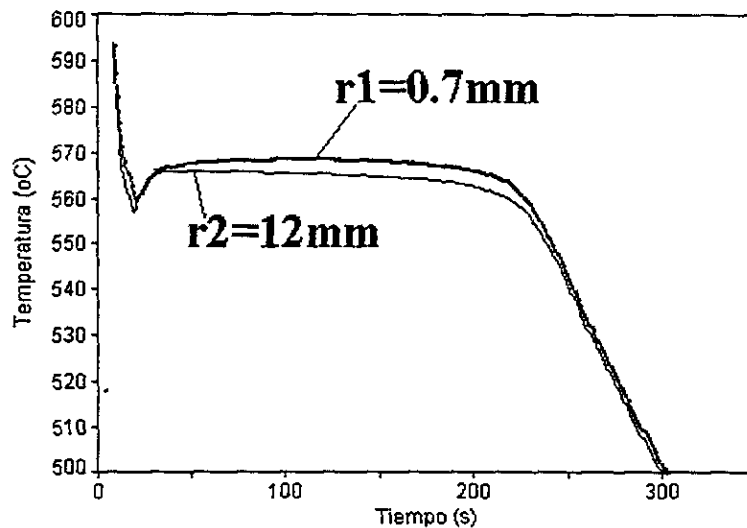


Fig.IV.27.- Curvas de enfriamiento asociadas a dos posiciones radiales, durante el enfriamiento y solidificación de un cilindro de 3.1 cm de diámetro, aleación eutéctica Al-Si (A2, tabla IV.1) colado en un molde de arena en verde, en las condiciones señaladas en la tabla IV.2, para el experimento 6.

La figura IV.27 muestra a las curvas de enfriamiento obtenidas durante la ejecución del experimento 6 de la tabla IV.2., el cual corresponde a un cilindro de aleación A2, tabla IV.1, con un diámetro de 3.1 cm colado a una $T_c = 680$ °C. Las curvas de enfriamiento corresponden a las lecturas obtenidas de termopares ubicados en posiciones radiales, con respecto a eje de simetría del cilindro, de 0.7 mm y 12 mm respectivamente.

La Fig. IV.28 muestra la evolución de la velocidad de enfriamiento (\dot{T}) y de las curvas cero de Newton (ZN) y de Fourier (ZF) para el experimento 6 de la tabla IV.2. Como la curva cero de Newton se calcula a partir de una interpolación exponencial de \dot{T} entre los puntos de inicio y fin de la solidificación, su forma casi no depende del tipo de aleación al cual se aplica este método.

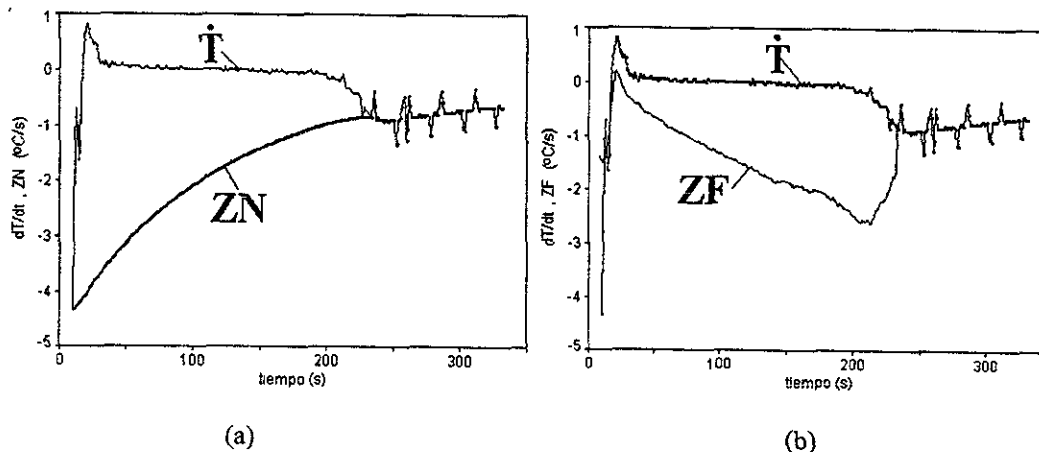


Fig.IV.28.- Evolución de la velocidad de enfriamiento (\dot{T}) y de las curvas cero de Newton (ZN), (a) y de Fourier (ZF), (b) asociadas a las condiciones señaladas en la tabla IV.2, para el experimento 6.

Es por esta razón que ZN presenta, en la Fig. IV.28(a), una forma similar a la que presentó en el caso de aleaciones hipoeutécticas. Lo anterior no se extiende al caso de ZF, que presenta una evolución completamente diferente a la presente en el caso de aleaciones hipoeutécticas. Esto se debe a que el método de Fourier emplea al campo de temperaturas

que efectivamente está evolucionando dentro de la pieza, el cual manifiesta la manera en que se va liberando el calor latente conforme transcurre la solidificación, aspecto que depende del número y tipo de microconstituyentes que se forman y de los cambios del gradiente térmico local asociados.

Los resultados obtenidos del procesamiento numérico de las curvas de enfriamiento asociadas al experimento 6 de la tabla IV.2 muestran las mismas tendencias que las encontradas en el experimento anterior.

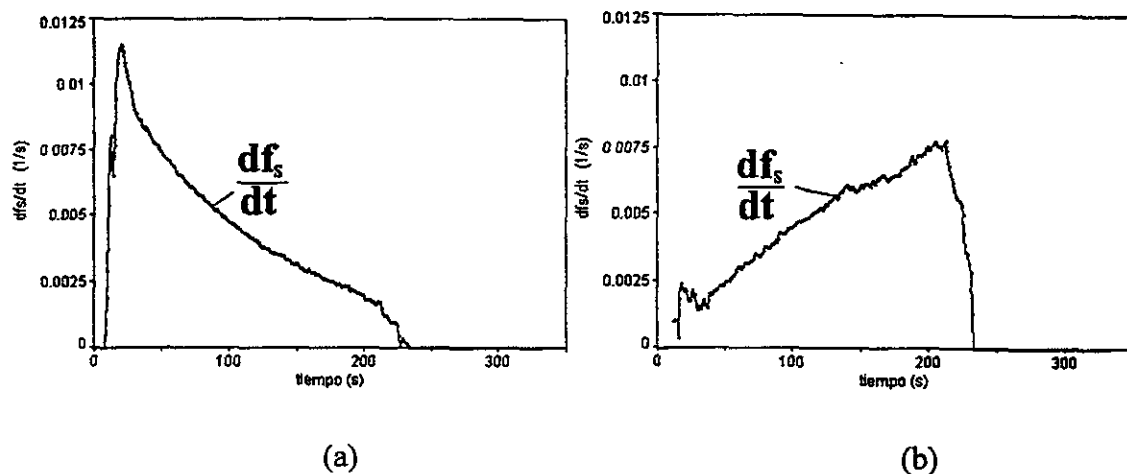


Fig.IV.29.- Evolución de la velocidad de solidificación, df_s/dt , asociada al procesamiento, mediante el método de Newton (izquierda) y Fourier (derecha), de las curvas de enfriamiento asociadas al experimento 6 de la tabla IV.2.

El método de Fourier muestra, nuevamente, Fig. IV.29 (b), que al inicio de la solidificación, existen restricciones que impiden que df_s/dt crezca de una manera considerable y no es sino hasta los instantes finales de la solidificación, que df_s/dt alcanza sus mayores valores.

En la Fig.IV.30 se muestran las evoluciones de f_s proporcionadas por ambos métodos para este experimento.

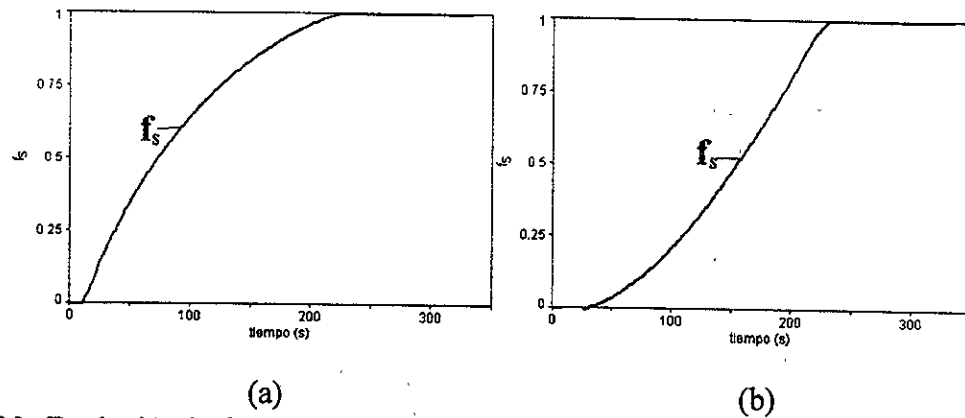


Fig.IV.30- Evolución la fracción sólida, asociada al procesamiento, mediante el método de Newton, (a) y el método de Fourier, (b), de las curvas de enfriamiento asociadas al experimento 6 de la tabla IV.2.

Las Figs. IV.31(a) y IV.31(b) muestran micrografías representativas de los espaciamentos interlaminares del eutéctico Al-Si presentes, respectivamente, en la región central y en la región intermedia, de las probetas asociadas al experimento 6 de la tabla IV.2. En éste caso al igual que en el experimento anterior, se encontró en la región central de la pieza, espaciamentos interlaminares menores a los presentes en la mayor parte de la pieza y similares a los encontrados en la zona adyacente a la intercara metal/molde, lo cual respalda a la cinética de solidificación que indica el Método de Fourier.

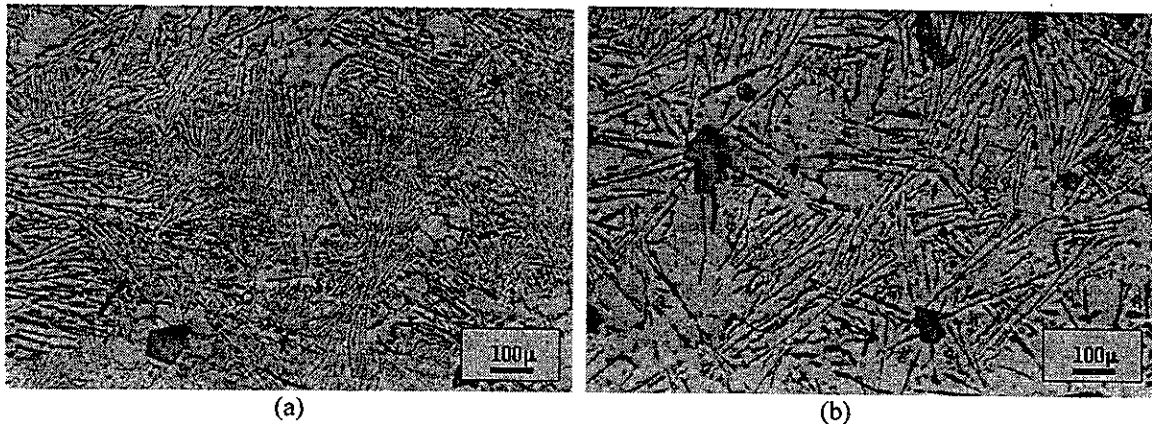


Fig.IV.31.- Fotomicrografías representativas de la microestructura presente en la región central, $r = 0\text{mm}$, $\lambda_{Eu} = 5.56 \pm 0.7 \mu\text{m}$, (a) y en la región intermedia de la pieza, $r = 8\text{mm}$, $\lambda_{Eu} = 12.7 \pm 2.4 \mu\text{m}$, (b), de las probetas asociadas al experimento 6 de la tabla IV.2. Muestra pulida y sin ataque.

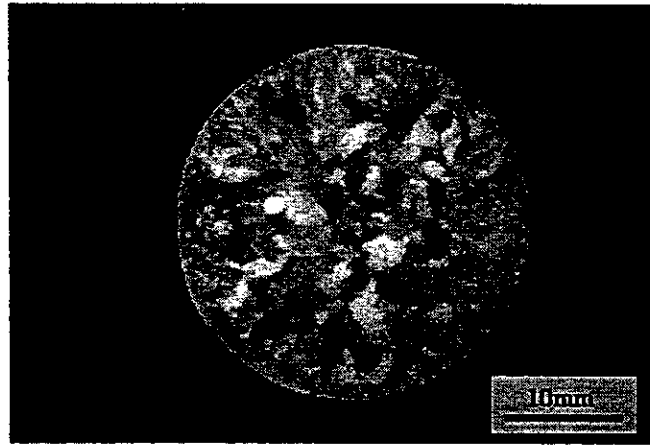


Fig.IV.32.- Probeta macroatacada asociada al experimento 6 de la tabla IV.2, a la que corresponde un T.G de 1635 μm .

La fig.IV.32 muestra al tamaño de grano asociado al experimento 6, el cual presenta un valor promedio de 1635 μm .

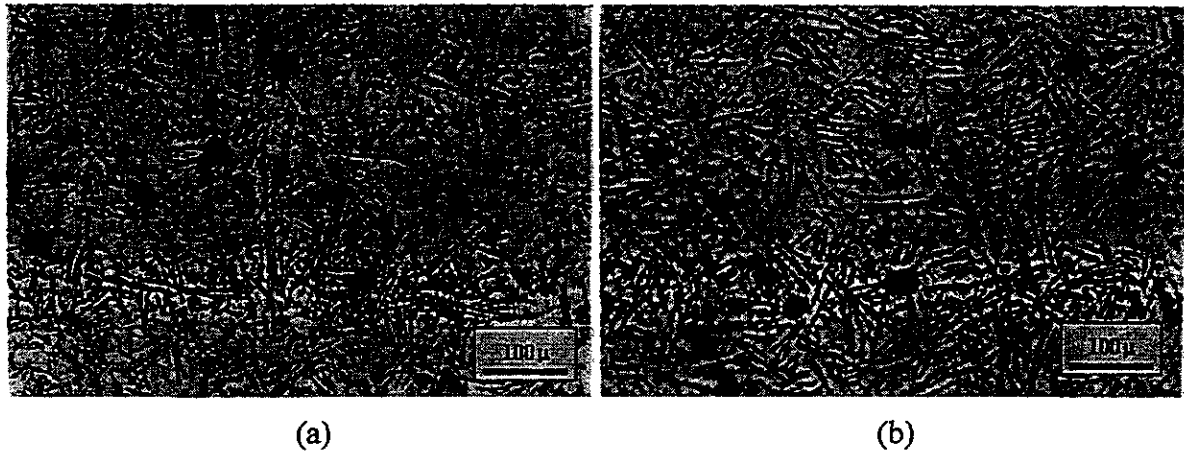


Fig.IV.33.- Fotomicrografías representativas de la microestructura presente en la región central, $r = 0\text{mm}$, $\lambda_{\text{Eu}} = 3 \pm 0.33 \mu\text{m}$, (a) y en la región intermedia de la pieza, $r = 4\text{mm}$, $\lambda_{\text{Eu}} = 5.14 \pm 0.76 \mu\text{m}$, (b) de las probetas asociadas al experimento 7, tabla IV.2.

Las Figs. IV.33(a) y IV.33(b) muestran micrografías representativas de los espaciamientos interlaminares del eutéctico Al-Si presentes, respectivamente, en la región central y en la región intermedia de la probeta asociada al experimento 7 de la tabla IV.2., en donde se puede constatar la presencia de espaciamientos interlaminares menores en el

centro, que los presentes en la mayor parte de la pieza, de acuerdo con lo predicho por el método de Fourier.

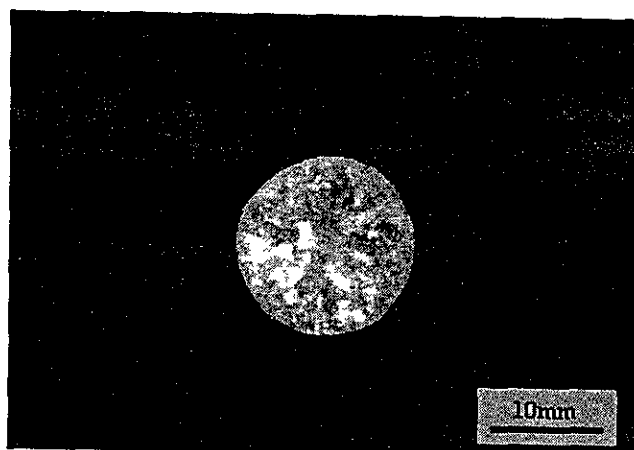


Fig.IV.34.- Probeta macroatacada asociada al experimento 7 de la tabla IV.2, a la que corresponde un T.G de 1091 μm .

La Fig. IV.34 muestra a la probeta macroatacada para la determinación del tamaño de grano asociado al experimento 7 de la tabla IV.2. Las mediciones efectuadas proporcionan un valor promedio de tamaño de grano de 1091 μm .

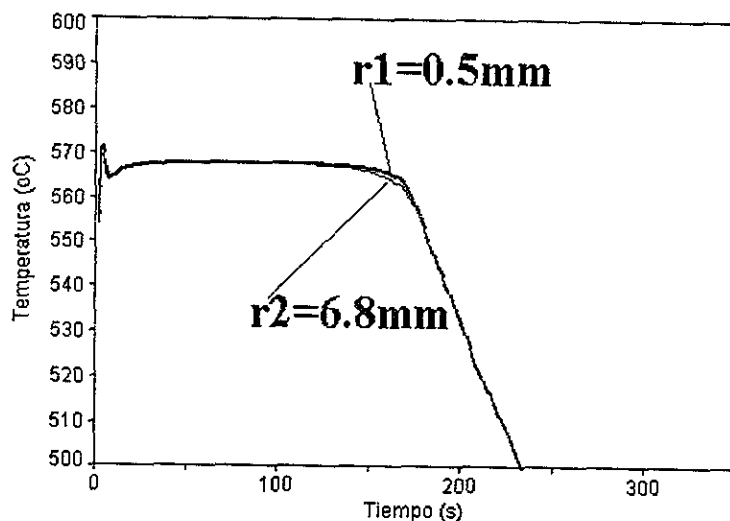


Fig.IV.35.- Curvas de enfriamiento asociadas a dos posiciones radiales, durante el enfriamiento y solidificación de un cilindro de 3.2 cm de diámetro, aleación eutéctica Al-Si (A2, tabla IV.1) colado en un molde de arena en verde, en las condiciones señaladas en la tabla IV.2, para el experimento 8.

La figura IV.35 muestra las curvas de enfriamiento obtenidas durante la ejecución del experimento 8 de la tabla IV.2., el cual corresponde a un cilindro de aleación A2, tabla IV.1, con un diámetro de 3.2 cm colado a una $T_c = 620\text{ }^\circ\text{C}$. Las curvas de enfriamiento corresponden a las lecturas obtenidas de termopares ubicados en posiciones radiales, con respecto a eje de simetría del cilindro, de 0.5 mm y 6.8 mm respectivamente

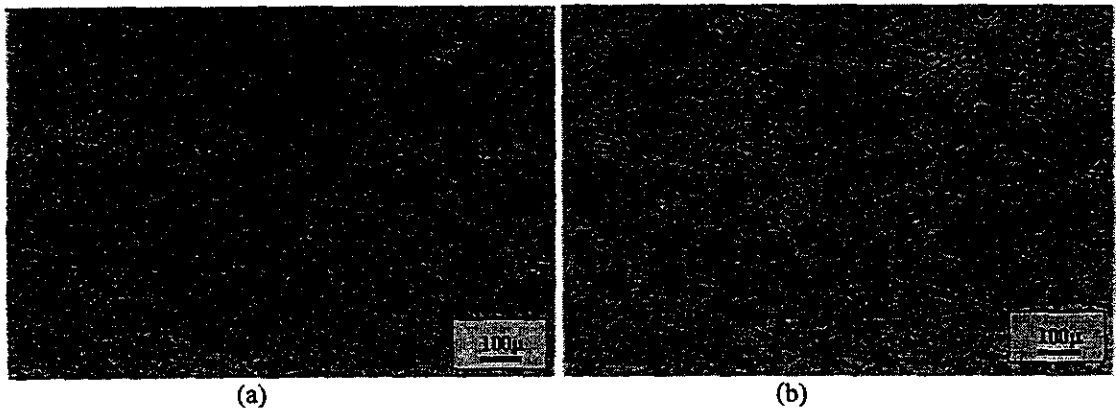


Fig.IV.36.- Fotomicrografías representativas de la microestructura presente en la región central, $r = 0\text{mm}$, $\lambda_{Eu} = 3.8 \pm 0.6\ \mu\text{m}$, (a) y en la región intermedia de la pieza, $r = 8\text{mm}$, $\lambda_{Eu} = 10.9 \pm 1\ \mu\text{m}$, (b) de las probetas asociadas al experimento 8 de la tabla IV.2. Muestra pulida y sin ataque.

Las Figs. IV.36(a) y IV.36 (b) muestran micrografías representativas de los espaciamientos interlaminares del eutéctico Al-Si presentes, respectivamente, en la región central y en la región intermedia de las probetas asociadas al experimento 8 de la tabla IV.2.

La Fig. IV.37 muestra a una probeta asociada al experimento 8 de la tabla IV.2 macroatacada para la determinación del tamaño de grano. Las mediciones efectuadas proporcionan un valor promedio de tamaño de grano de $1461\ \mu\text{m}$.

El efecto de las variables temperatura de colada y diámetro del cilindro sobre los espaciamientos interlaminares eutécticos fue analizado tomando como referencia los valores de λ_{Eu} representativos de la mayor parte de la pieza, los cuales corresponden a las

mediciones realizadas en las regiones intermedias de cada probeta ($r=R_{tot}/2$, donde R_{tot} es el radio total de la pieza cilíndrica), cuyas micrografías representativas para cada experimento fueron mostradas en las figs. IV.25 (b), IV.31 (b), IV.33 (b) y IV.36 (b).

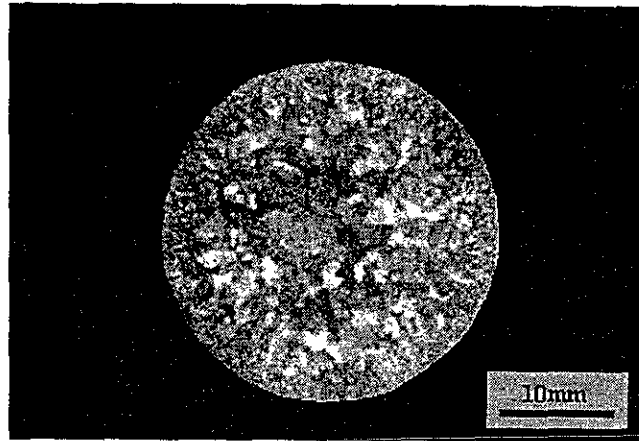


Fig.IV.37.- Probeta macroatacada asociada al experimento 8 de la tabla IV.2, a la que corresponde un T.G de 1461 μm .

La tabla IV.6 resume los valores encontrados para las longitudes microestructurales λ_{Eu} y tamaño de grano para la aleación A2 de la tabla IV.1 solidificada en las condiciones experimentales asociadas a los experimentos 5-8 de la tabla IV.2.

El análisis de los resultados mostrados en la tabla IV.6 indican que tanto el λ_{Eu} como el tamaño de grano se incrementan conforme se aumenta la temperatura de colada y conforme aumenta el diámetro de la probeta.

Tabla IV.6.- Características microestructurales de las probetas obtenidas en los experimentos 5-8 de la tabla IV.2

Experimento	Temperatura de colada ($^{\circ}\text{C}$)	Diámetro de la probeta (mm)	λ_{Eu} (μm)	Tamaño de grano (μm)
5	680	16	6.2 +/- 0.8	1162
6	680	31	12.1 +/- 1	1635
7	620	16	4.6 +/- 0.7	1091
8	620	31	10.8 +/- 1	1461

Tabla IV.7-Estimación de la varianza, de la desviación típica de los efectos y efectos calculados de temperatura y diámetro sobre λ_{Eu} para para el diseño factorial 2^2 que representa a los experimentos 5-8 de la tabla IV.2.

diámetro (mm)	Temperatura (°C)	$\lambda_{Eu}(1)$ (μm)	$\lambda_{Eu}(2)$ (μm)	diferencia $d = \lambda_{Eu}(1) - \lambda_{Eu}(2)$	Varianza estimada en cada conjunto de condiciones $S_i^2 = d^2/2$
16	680	5.9	6.6	-0.7	0.245
32	680	12.8	11.5	1.3	0.845
16	620	5.1	4.1	1	0.5
32	620	10.9	10.7	0.2	0.02
				suma = $\sum S_i^2$	1.61
				estimacion combinada de $\sigma^2 = \sum S_i^2 / v$ con $v=4$ grados de libertad	0.4025
				varianza estimada por efecto $V_E = (4/N) \sigma^2$ con $N=8$ experimentos elementales	0.20125
				desviacion tipica estimada por efecto	0.44860896
Efectos					
	Temperatura:	1.5	(+/-)	0.44860896	
	diámetro:	6.05	(+/-)	0.44860896	
	txd	-0.15	(+/-)	0.44860896	

Con el fin de precisar la magnitud de estos efectos se procedió a realizar el análisis factorial de las mediciones de λ_{Eu} y tamaño de grano realizadas en dos réplicas para cada experimento, calculando a la desviación típica en base a la diferencia entre los resultados de los experimentos elementales replicados, empleando el procedimiento propuesto por Box⁽¹¹³⁾

La tabla IV.7 muestra los valores de λ_{Eu} considerados en cada experimento así como el cálculo de la desviación típica de cada efecto en base a las diferencia entre réplicas de experimentos elementales, así como los resultados del análisis factorial. Las estimaciones de los efectos, comparadas con el valor obtenido de desviación típica sugieren, Tabla IV.7, que tanto el efecto de la temperatura como el efecto del diámetro son significativos sobre λ_{Eu} .

El efecto de incrementar la temperatura de colada de 680°C a 720°C se traduce en un incremento en λ_{Eu} de aproximadamente 1.5 μm , independientemente del diámetro considerado, cuando éste se encuentra dentro del intervalo considerado. Un incremento en el diámetro del cilindro de 16mm a 32mm provoca un aumento en λ_{Eu} de aproximadamente 6 μm , independientemente de la temperatura de colada, cuando ésta se encuentra dentro del intervalo considerado.

La tabla IV.8 muestra los valores de tamaño de grano considerados en cada experimento así como el cálculo de la desviación típica de cada efecto en base a las diferencia entre réplicas de experimentos elementales, así como los resultados del análisis factorial.

La comparacion de las estimaciones de los efectos, comparadas con el valor obtenido de desviación típica sugieren, tabla IV.8, que tanto el efecto de la temperatura como el efecto del diámetro son significativos sobre el tamaño de grano, que los incrementos en temperatura de colada y en diámetro del cilindro se traducen en un incremento en el tamaño de grano y que los cambios de temperatura de colada afectan en mayor medida a los cilindros de mayor diámetro.

Tabla IV.8.-Estimación de la varianza, de la desviación típica de los efectos y efectos calculados de temperatura y diámetro sobre el tamaño de grano para para el diseño factorial 2^2 que representa a los experimentos 5-8 de la tabla IV.2.

diámetro (mm)	Temperatura (°C)	T.G.(1) (μm)	T.G.(2) (μm)	diferencia d= t.g(1) - t.g(2)	Varianza estimada en cada conjunto de condiciones $S_i^2 = d^2/2$
16	720	1180	1145	35	612.5
32	720	1651	1620	31	480.5
16	680	1074	1109	-35	612.5
32	680	1442	1480	-38	722
				suma	2427.5
				estimacion combinada de $\sigma^2 = \sum S_i^2 / v$ con v=4 grados de libertad	606.875
				varianza estimada por efecto $V_E = (4/N) \sigma^2$ con N=8 experimentos elementales	303.4375
				desviacion tipica estimada por efecto	17.4194575
Efectos					
	Temperatura:	122.75 (+/-)		17.4194575	
	diámetro:	421.25 (+/-)		17.4194575	
	txd	51.75 (+/-)		17.4194575	

IV.3 Resultados obtenidos de la aplicación del modelo elaborado

Con el fin de comparar los resultados experimentales con los generados por el modelo basado en los aspectos térmico, cinético de solidificación y microestructural, se procedió a aplicar el modelo, considerando a las mismas condiciones de proceso que fueron empleadas durante la experimentación, resumidas en la tabla IV.2.

La aplicación del modelo requiere de expresiones que describan a la velocidad de desplazamiento de la punta dendrítica en función del subenfriamiento, en las condiciones específicas de composición química y subenfriamiento dendrítico asociadas a cada aleación bajo estudio, sometida a las condiciones particulares de enfriamiento presentes en las condiciones exploradas en este trabajo.

Para la simulación de la evolución de las dendritas de fase primaria se aplicó el modelo LGK en su versión multicomponente^(98,99) a las aleaciones A1 y A2 de la tabla IV.1, con el fin de generar expresiones que ligen a la velocidad de avance de la punta dendrítica con el subenfriamiento dendrítico presente, correspondientes a cada composición química.

En el anexo II se muestra el listado del programa que permite la generación de los datos requeridos para la obtención, mediante regresión numérica, de las expresiones de la velocidad de avance de la punta dendrítica en función del subenfriamiento, aplicado al caso particular de la aleación A1 de la tabla IV.1. Para obtener la información asociada a la aleación A2 de la tabla IV.1, se aplicó el mismo programa, sustituyendo las cantidades de solutos considerados, correspondientes a esta aleación. Las Figs.IV.38 y IV.39 muestran gráficamente la dependencia de V_d con respecto a ΔT para las aleaciones A1 y A2 de la tabla IV.1.

En la tabla IV.9 se presentan las expresiones, obtenidas mediante regresión numérica, que expresan en cada caso la dependencia funcional de V_d con respecto a ΔT ($^{\circ}\text{C}$)

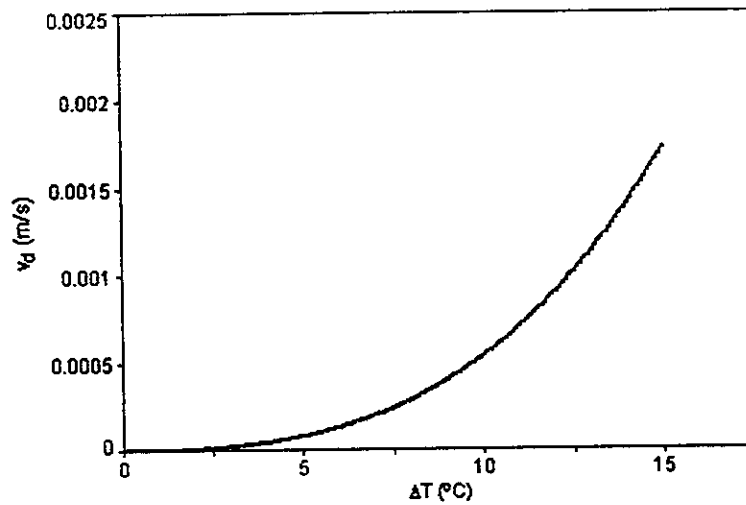


Fig. IV.38.- Velocidad de avance de la punta dendrítica, V_d como una función del subenfriamiento ΔT tal y como se obtiene del programa LGK Multicomponente aplicado a la aleación A1 de la tabla IV.1

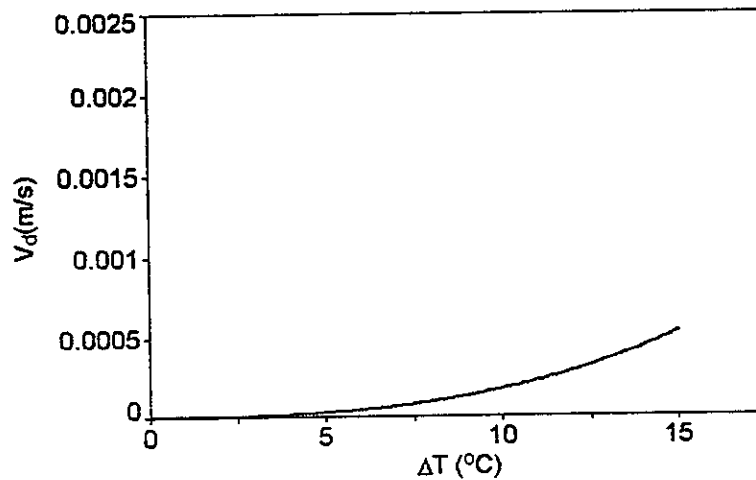


Fig. IV.39.- Velocidad de avance de la punta dendrítica, V_d como una función del subenfriamiento ΔT tal y como se obtiene del programa LGK Multicomponente aplicado a la aleación A2 de la tabla IV.1

Observando las figuras IV.38 - IV.39, se puede constatar que el modelo LGK predice, al igual que otros modelos de crecimiento dendrítico, que un incremento en la

cantidad de soluto, presente, en el caso de aleaciones cuya composición inicial se ubica entre la solubilidad máxima y la composición eutéctica, disminuye la velocidad de avance de punta dendrítica, lo cual es resultado de la disminución asociada en rango de solidificación de la aleación, el cual se traduce en una menor fuerza motriz potencial para el avance de la punta dendrítica. En estos casos, la mayor cantidad de soluto presente en el líquido inicial provoca que, como resultado de la microsegregación, se produzcan gradientes de composición en el líquido presente en la vecindad inmediata de la punta dendrítica menos pronunciados, lo cual se traduce en menores velocidades de avance.

Tabla IV.9. Ecuaciones de Velocidad de avance de punta dendrítica, V_d , en función de ΔT para las aleaciones A1 y A2 de la tabla IV.1.

Aleación	Ecuación	Coefficiente de Correlación
A1	$V_d = 7.52 \times 10^{-7} (\Delta T_d)^{2.85}$	$r^2 = 0.99995$
A2	$V_d = 2.92 \times 10^{-7} (\Delta T_d)^{2.77}$	$r^2 = 0.99995$

En la tabla IV.10 se muestran los valores de \bar{m}_L , \bar{k}_x , $\bar{C}_{s_{\max}}$ y \bar{C}_o , asociados con la aproximación de soluto equivalente, considerados durante la aplicación del modelo a la simulación de la formación de la fase primaria para las aleaciones A1 y A2 de la tabla IV.1

Tabla IV.10.- Valores de $\bar{C}_{s_{\max}}$, \bar{C}_o , \bar{m}_l , y \bar{k}_0 , empleados durante la aplicación del modelo a las aleaciones A1 y A2.

Aleación	\bar{C}_o	$\bar{C}_{s_{\max}}$	\bar{m}_l	\bar{k}_0
A1	8.421	1.85	-6.3253	0.124
A2	12.66	1.73	-6.279	0.119

Los valores de las propiedades termofísicas asociadas al metal y al molde de arena que fueron empleados durante la aplicación del modelo se muestran en la tabla IV.11.

Tabla IV.11.- Propiedades termofísicas empleadas durante la aplicación del modelo.

Propiedad	Unidades
aleación A1 y A2	
$k_{m,l} = 77.36$	(W/m°C)
$k_{m,s} = 122.26$	(W/m°C)
$\alpha_{m,l} = 3.19E-5$	(m ² /s)
$\alpha_{m,s} = 5.5E-5$	(m ² /s)
$\rho_m = 2450$	(Kg/m ³)
$L_f = 9.5E8$	(J/m ³)
$\Gamma = 0.9E-7$	(mk)
$D = 3E-9$	(m ² /s)
Molde de arena sílica	
$\rho_s = 1500$	(Kg/m ³)
$k_s = (1.3) * (-4.26 \times 10^{-10} T^3 + 1.452 \times 10^{-6} T^2 - 1.14 \times 10^{-2} T + 1.039)$	(W/m°C)
$C_p = -9.51 \times 10^{-3} T^2 + 1.19 T + 740.69$ T > 600°C	(J/Kg°C)
$C_p = 1045 + 0.13 T$ T < 600°C	(J/Kg°C)
$h = 20$	(W/m ² °C)

El listado del programa principal que permite la aplicación del modelo elaborado para la simulación de la transferencia de calor y de la cinética de solidificación de aleaciones eutécticas e hipoeutécticas se muestra en el anexo II, incluyendo comentarios sobre lo que realiza cada parte del programa. Los listados de algunas subrutinas empleadas en este modelo se muestran también en ese anexo. Este programa fue empleado para generar las curvas de enfriamiento simuladas que corresponden a las condiciones en las que fueron obtenidas las curvas experimentales descritas en la tabla IV.2. Después de realizar un análisis de sensibilidad, se determinó emplear en todos los cálculos un paso de tiempo de 0.01s y un espesor de malla en el metal de $\Delta R = 0.0125$ cm.

Las curvas de enfriamiento obtenidas fueron procesadas mediante los métodos de Newton y de Fourier.

La Fig. IV.40 muestra a las curvas de enfriamiento simuladas y experimentales asociadas a los experimentos 1, 2, 3 y 4 de la tabla IV.2, en las posiciones que corresponden, en cada caso, a los termopares ubicados en la posición más cercana al eje de simetría durante la ejecución de los experimentos.

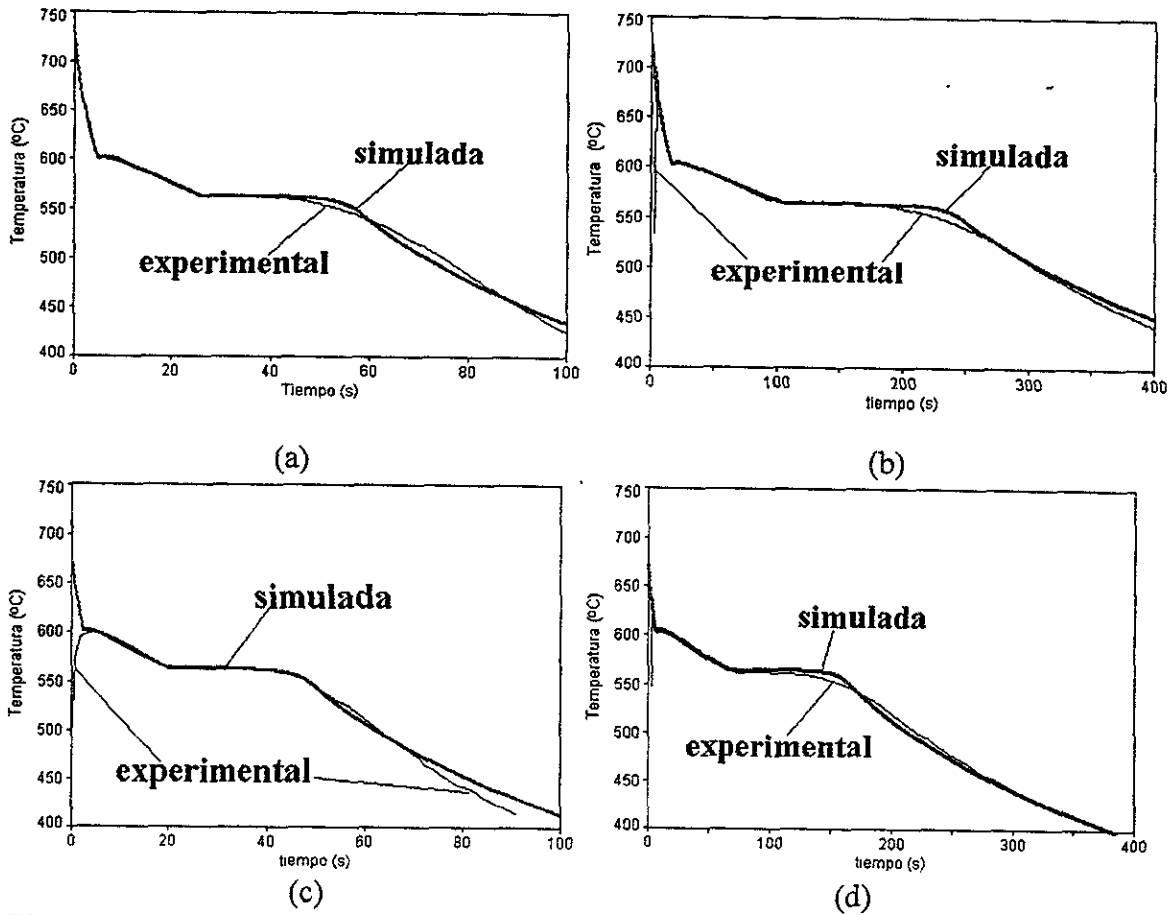


Fig. IV.40.- Curvas de enfriamiento simuladas por el modelo elaborado, para las posiciones más cercanas al eje de simetría del cilindro, en las condiciones asociadas a los experimentos 1-4 de la tabla IV.2. a los que corresponden respectivamente las Figs. IV.40 (a)-(c). Sobrepuestas, se muestran a las curvas de enfriamiento experimentales correspondientes.

En estas figuras se observa una buena concordancia cualitativa y cuantitativa entre resultados simulados y experimentales. También se observa que existen discrepancias cuantitativas, principalmente al finalizar la solidificación eutéctica en donde las curvas de enfriamiento experimental se ubican por debajo de las simuladas.

La Fig. IV.41 muestra la evolución de $dT/dt = \dot{T}$ y ZF obtenidas del procesamiento de las curvas de enfriamiento generadas por el modelo para las posiciones de termopares y las condiciones experimentales asociadas a los experimentos 1 y 2 de la tabla IV.2.

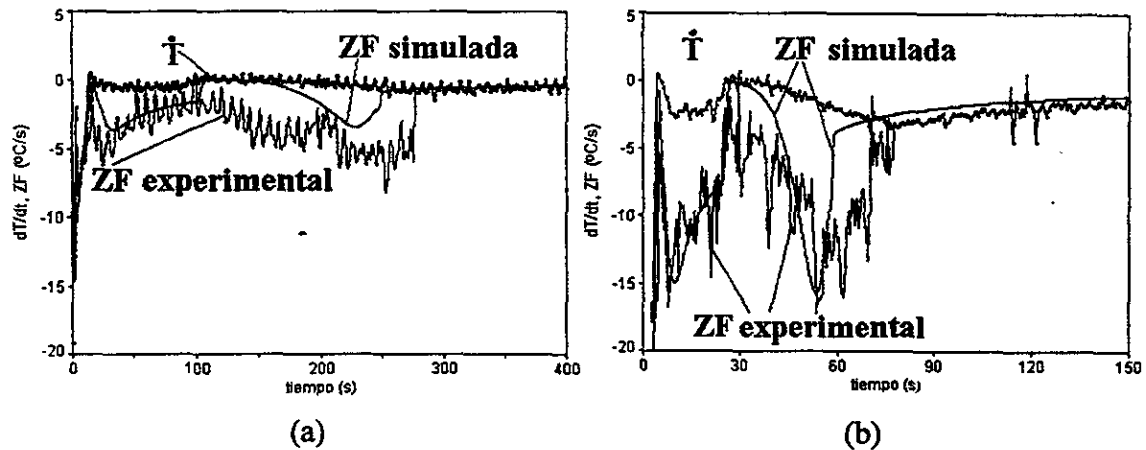


Fig. IV.41.- Evolución de $dT/dt = \dot{T}$ y ZF obtenidas del procesamiento de las curvas de enfriamiento generadas por el modelo para las posiciones de termopares y las condiciones experimentales asociadas a los experimentos 1 y 2 de la tabla IV.2 a los que corresponden respectivamente las Figs. IV.41 (a) y (b). Sobrepuestos, se muestran los resultados experimentales correspondientes.

En esta figura se observa que las tendencias que muestran las evoluciones de ZF, experimentales y teóricas, son similares, lo cual indica una buena concordancia cualitativa.

Las mayores discrepancias cuantitativas se encuentran, como se observa en el caso de la Fig. IV.41, cuando finaliza la solidificación eutéctica, en donde se observa que el modelo predice menores tiempos de fin de solidificación, que los mostrados por la información experimental como lo señala la posición de las intersecciones de ZF con dT/dt al final de la solidificación.

Las Figs. IV.42 y IV.43 muestran la evolución de dfs/dt y Q_s para la simulación de los experimentos 1 y 2 de la tabla IV.2. Al comparar, en estas figuras, las evoluciones de dfs/dt y Q_s , experimentales y simuladas, se encuentra que estas muestran tendencias

similares. El método de Fourier indica que las evoluciones de dfs/dt y Q_s , experimentales y simuladas, presentan dos etapas, separadas por un instante en el cual la solidificación se ve detenida casi por completo.

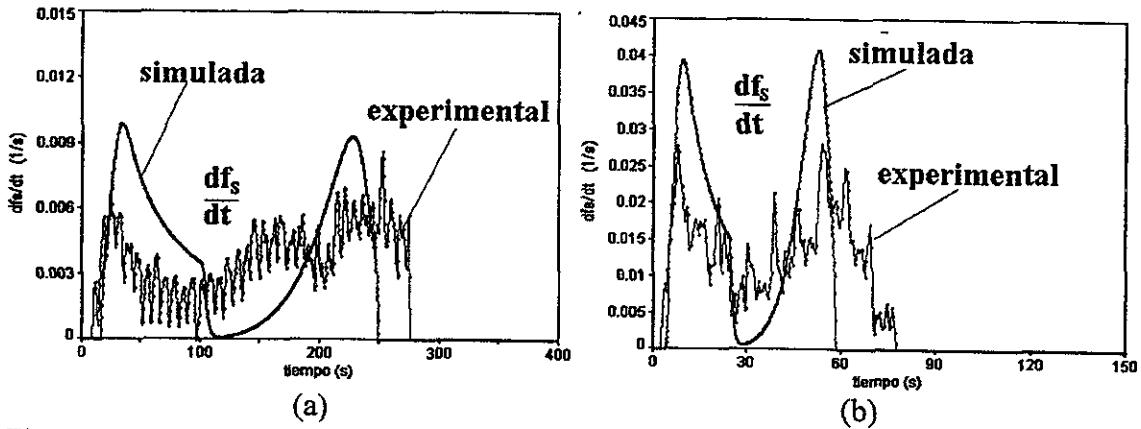


Fig. IV.42.- Evolución de dfs/dt obtenida del procesamiento de las curvas de enfriamiento generadas por el modelo para las posiciones de termopares y las condiciones experimentales asociadas a los experimentos 1 y 2 de la tabla IV.2 a los que corresponden respectivamente (a) y (b). Sobrepuestos, se muestran a los resultados experimentales correspondientes

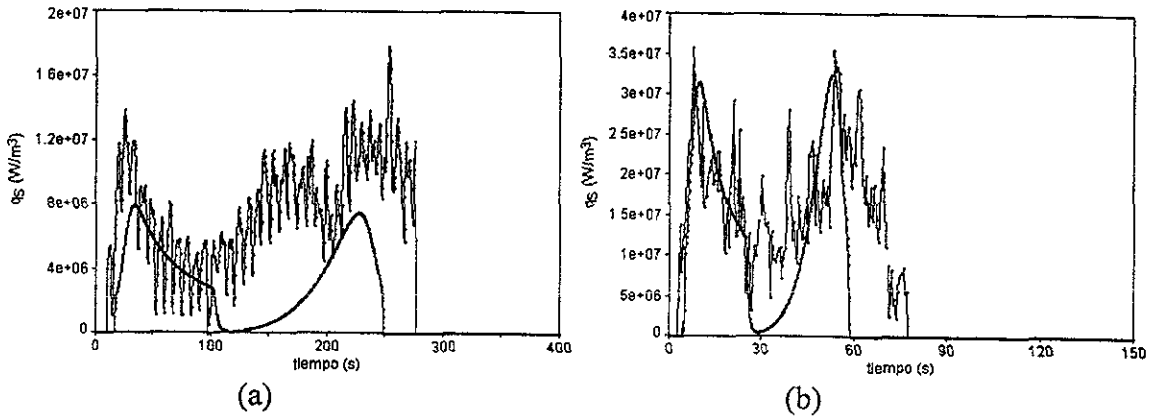


Fig. IV.43.- Evolución de Q_s obtenida del procesamiento de las curvas de enfriamiento generadas por el modelo para las posiciones de termopares y las condiciones experimentales asociadas a los experimentos 1 y 2 de la tabla IV.2 a los que corresponden respectivamente las Figs. IV.43(a) y (b). Sobrepuestos, se muestran a los resultados experimentales correspondientes

Al inicio de la solidificación, las Figs. IV.42 y IV.43 muestran que dfs/dt y Q_s crecen súbitamente hasta alcanzar un primer máximo, que corresponde a la mayor velocidad de solidificación asociada a la fase primaria, luego de lo cual caen hasta un valor casi nulo

cuando la aleación alcanza la temperatura eutéctica. Después de este punto dfs/dt y Q_s crecen, primero lentamente y luego con mayor rapidez, hasta alcanzar un segundo máximo, casi al final de la solidificación para finalmente disminuir hasta un valor nulo.

En las Figs. IV.42 y IV.43 se puede ver que existen discrepancias cuantitativas sobre todo al final de la solidificación eutéctica, en donde el modelo predice una disminución abrupta de dfs/dt , después de alcanzar el máximo en dfs/dt asociado al eutéctico, al final de la solidificación, mientras que los resultados experimentales indican que dicha disminución es menos pronunciada, como se observa con claridad al comparar las pendientes de dfs/dt y Q_s , después del máximo asociado al eutéctico en las Figs. IV.42(b) y IV.43(b).

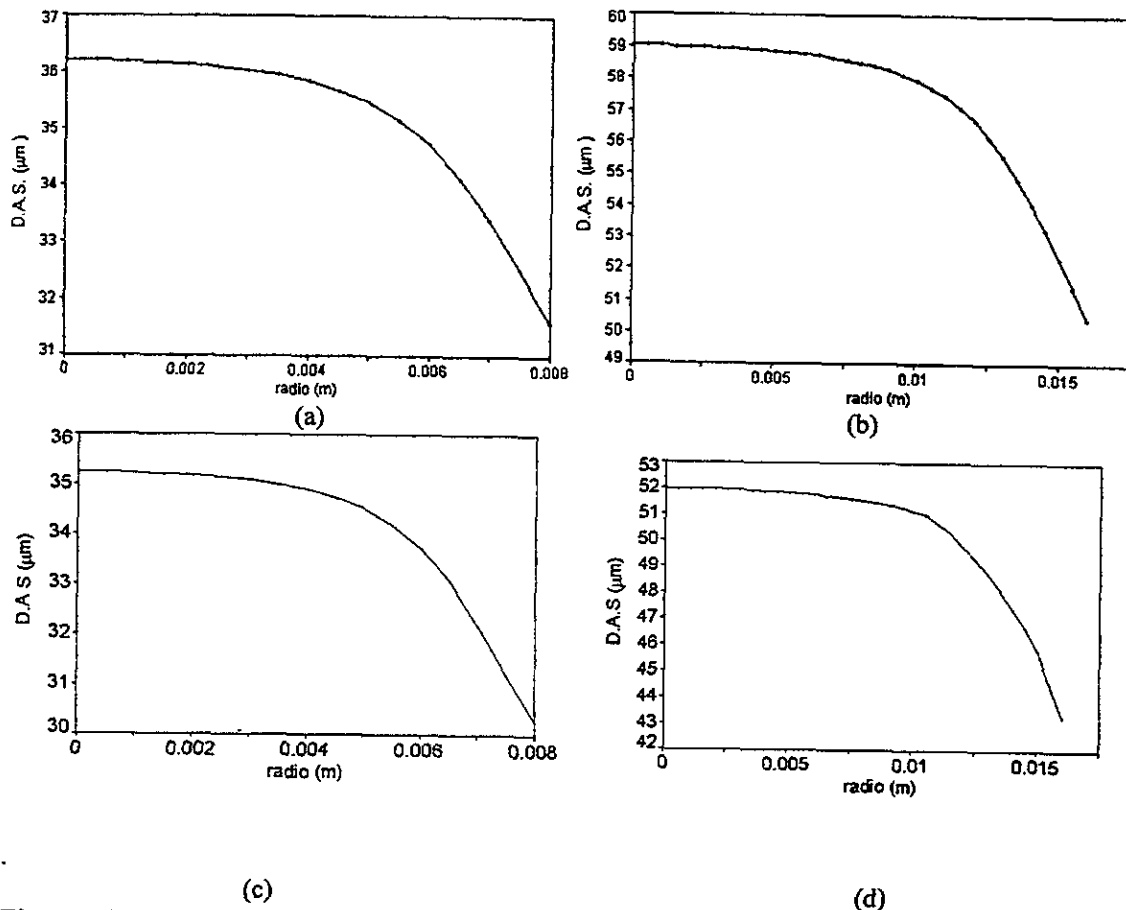


Fig. IV.44.- Valores de D.A.S., como una función de la posición radial en la pieza y valor promedio, simulados por el modelo, asociados a los experimentos 1-4 de la tabla IV.2, Figs. IV.44 (a)-(c), respectivamente.

La Fig.IV. 44 muestra los valores de DAS calculados por el modelo en función de la posición radial dentro de la pieza para los experimentos 1-4 de la tabla IV.2

El modelo elaborado predice que el DAS se reduce gradualmente del centro y hacia el extremo de la pieza y que el DAS presenta valores muy cercanos en las regiones central e intermedia de la pieza y es en la región cercana a la interfase metal/molde en donde se espera la presencia de espaciamentos dendríticos menores con respecto a los encontrados en el resto de la pieza.

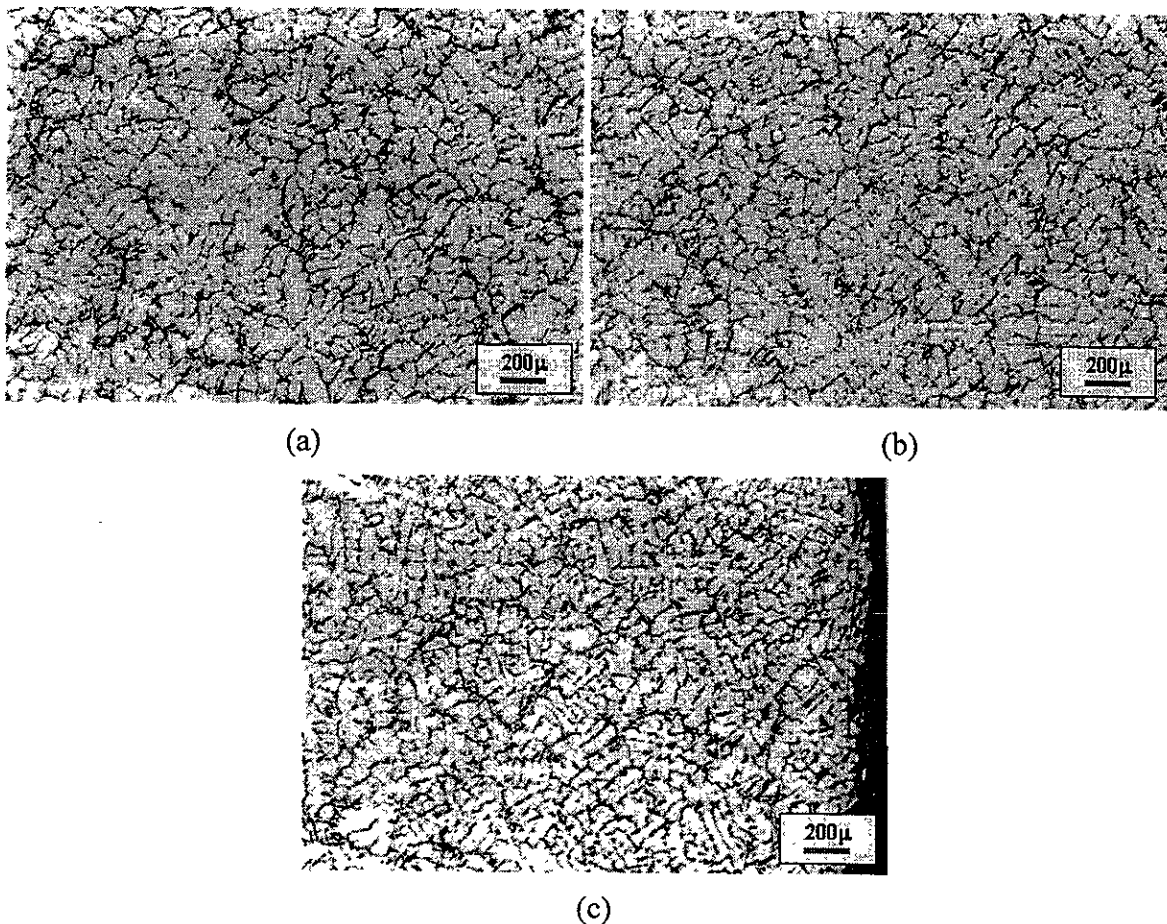


Fig. IV.45.- Fotomicrografías de las regiones central, $r = 0\text{mm}$, (a), intermedia, $r = 8\text{mm}$, (b) y extrema, $r = 16\text{mm}$, (c), de una probeta asociada al experimento 4 de la tabla IV.2. Muestra pulida y sin ataque.

La Fig. IV.45 muestra fotomicrografías de las regiones central, Fig. IV.45(a), intermedia, Fig. IV.45(b) y extrema, Fig. IV.45(c), de una probeta asociada al experimento 4 de la tabla IV.2. En esta figura se observan espaciamientos interdendríticos similares en el caso de las regiones central e intermedia. También se observa la presencia, en la región de la pieza adyacente a la interfase metal/molde, espaciamientos relativamente menores con respecto a los encontrados en el resto de la pieza.

La misma tendencia se encuentra en las muestras asociadas a los experimentos 1-3 de la tabla IV.2. La Fig. IV.46, muestra las fotomicrografías de las regiones central, Fig. IV.46(a) y extrema Fig. IV.46(b) de una muestra asociada al experimento 1 de la tabla IV.2.

En la parte superior izquierda de la Fig. IV.46(b) se puede apreciar claramente que conforme la región explorada se desplaza hacia la región intermedia, el DAS local tiende a adoptar valores similares a los presentes en el centro de la pieza, Fig. IV.46(a).

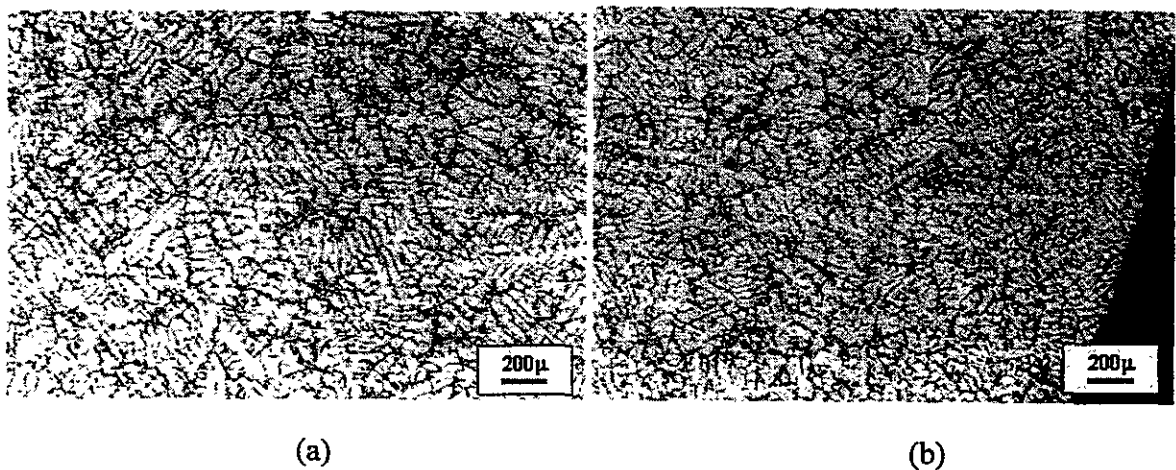


Fig. IV.46.- Fotomicrografías de las regiones central, $r = 0$ mm, (a), y extrema, $r = 8$ mm, (b), de una probeta asociada al experimento 1 de la tabla IV.2. Muestra pulida y sin ataque.

El comportamiento observado por el valor local del DAS en las muestras asociadas a los experimentos 1-4 de la tabla IV.2 puede explicarse en términos de los tiempos locales

de solidificación presentes en estas condiciones, los cuales son un reflejo de la cinética de solidificación que, a nivel local se presenta en las piezas. Se ha encontrado que mientras mayor sea el tiempo de coexistencia entre las dendritas formadas durante la solidificación primaria y el líquido remanente, existe un mayor tiempo para que se produzca el engrosamiento de los brazos dendríticos⁽¹¹⁴⁾.

El hecho de que en la región de la pieza adyacente a la interfase metal/molde se presenten valores de DAS menores a los que existen en el resto de la pieza indica aparentemente, que las dendritas originalmente formadas en esta zona estuvieron sometidas a mayores subenfriamientos y que existió en esta zona un menor tiempo de coexistencia de las dendritas de solución sólida con el líquido remanente, lo cual redujo el tiempo disponible para que se efectuara el engrosamiento de los brazos dendríticos, traduciéndose finalmente en la disminución en el DAS encontrada en esta zona. Lo anterior implica que en esta región solidifica el líquido remanente formando el microconstituyente eutéctico en un tiempo relativamente corto durante el enfriamiento de la pieza. Como el calor latente liberado por la solidificación del líquido remanente en esta zona no puede salir libremente, a través de la interfase metal/molde, debido a la baja difusividad térmica del material de moldeo, ver capítulo V, se producen, al interior de la pieza modificaciones en los gradientes térmicos que restringen el desarrollo de la solidificación del líquido remanente en estas zonas. Siguiendo el razonamiento anterior, los subenfriamientos presentes durante la formación de las dendritas en las zonas central e intermedia son menores y los tiempos de coexistencia entre las dendritas de fase primaria y el líquido remanente son gradualmente mayores, lo cual explica que el DAS se incremente hacia el interior de la pieza.

Lo anterior se observa en la Fig.IV.47, en donde se muestra a la evolución del gradiente térmico local y de la velocidad local de solidificación predichas por el modelo para las condiciones asociadas al experimento 1 de la tabla IV.2.

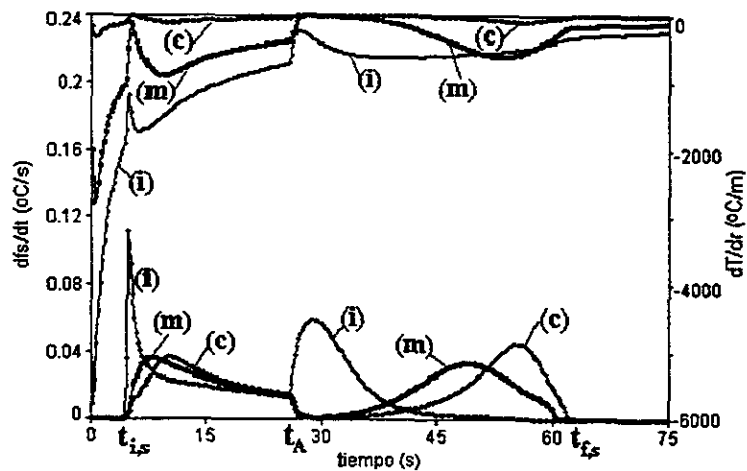


Fig. IV.47- Evolución del gradiente térmico local, dT/dr y de la velocidad local de solidificación, dfs/dt , simulada por el modelo para las condiciones asociadas al experimento 1 de la tabla IV.2 en tres diferentes posiciones dentro de la pieza: (i) interfase metal-molde ($r = 0.75$ cm); (m) seno del metal ($r = 0.4$ cm); (c) eje de simetría ($r = 0.05$ cm).

En esta figura se observa que cuando la región externa inicia la solidificación del eutéctico, al tiempo t_A , debido al calor latente ahí generado y a la restricción impuesta por la baja conductividad del material de moldeo, se producen modificaciones en los gradientes térmicos actuantes al interior de la pieza, que provocan que la velocidad de solidificación en las regiones (c) y (m) adopten valores casi nulos. Esta situación prevalece hasta que la mayor parte del líquido remanente presente en la región externa ha realizado su solidificación, luego de lo cual se posibilita la solidificación secuencial, del exterior y hacia el interior, del líquido remanente presente en las regiones más internas de la pieza, como se desprende de las posiciones de los máximos en las velocidades locales de solidificación asociadas a las regiones intermedia (m), y central (c) de la pieza.

Otro aspecto que es interesante destacar de la Fig.IV.47 son las posiciones relativas de las intersecciones de las curvas de velocidad local de solidificación con el eje de las abscisas, al final de la solidificación local, en tiempos cercanos a $t_{f,s}$. Estas intersecciones están asociadas con los tiempos locales de fin de solidificación. A este respecto se observa que dichas intersecciones son muy cercanas en el tiempo para las regiones intermedia y central, lo cual indica tiempos locales de solidificación, y por ende espaciamientos interdendríticos, de magnitudes muy cercanas entre sí. Lo anterior no es aplicable a la región externa, que presenta la solidificación de la mayor parte del líquido remanente en un tiempo claramente inferior a los anteriores.

Lo anterior indica que las diferencias entre las características microestructurales presentes a nivel local dentro de una pieza son una consecuencia de las condiciones locales de solidificación y que en el caso de piezas coladas en moldes de arena, las diferencias encontradas pueden ser explicadas en base a la limitada difusividad térmica del material de moldeo la cual provoca cambios en los gradientes térmicos presentes en la pieza, regulando con esto la rapidez, secuencia y condiciones en las que se efectúa, a nivel local, la solidificación.

En la tabla IV.12 se muestran las predicciones de las longitudes microestructurales características proporcionadas por el modelo para la simulación de los experimentos 1-4 de la tabla IV.2. Para cada experimento, se muestra el valor promedio de las predicciones locales en todos los elementos de control que constituyen el dominio del metal.

Con respecto al efecto que tienen las condiciones de proceso sobre el DAS, las predicciones del modelo, mostradas en la tabla IV.12 indican que el DAS se incrementa

conforme aumenta la temperatura de colada y conforme se incrementa el diámetro de la pieza, mostrando la misma tendencia que la encontrada experimentalmente, lo cual se explica en base a la aceptable concordancia de los tiempos locales de solidificación experimentales y simulados.

Tabla IV.12.- Predicciones de las longitudes microestructurales características, DAS y tamaño de grano, proporcionadas por el modelo para la simulación de los experimentos 1-4 de la tabla IV.2

Experimento	DAS (μm)	Tamaño de grano (μm)
1	35.6+/-0.6	550
2	57.2 +/-0.8	733
3	34.5+/-0.2	473
4	49.3 +/-1.2	709

En lo que se refiere al tamaño de grano el modelo indica que un incremento en temperatura y un incremento en diámetro de la pieza provocan un aumento en el tamaño de grano, lo cual concuerda con las tendencias experimentales encontradas durante la ejecución de los experimentos 1-4 de la tabla IV.2

Comparando las tablas IV.3 y IV.12 se puede afirmar que el modelo predice de manera aceptable las tendencias microestructurales encontradas experimentalmente para la variación del DAS y el tamaño de grano durante la solidificación de la aleación Al en las condiciones de proceso resumidas en la tabla IV.2.

En general y refiriéndose a la comparación de los resultados experimentales y simulados por el modelo elaborado, mostrados en las Figs.IV.40-IV.43, en la tabla IV.12 y

relacionados con la aleación hipoeutéctica Al de la tabla IV.1, se encontró una buena concordancia cualitativa, encontrándose asimismo discrepancias cuantitativas principalmente al final de la solidificación.

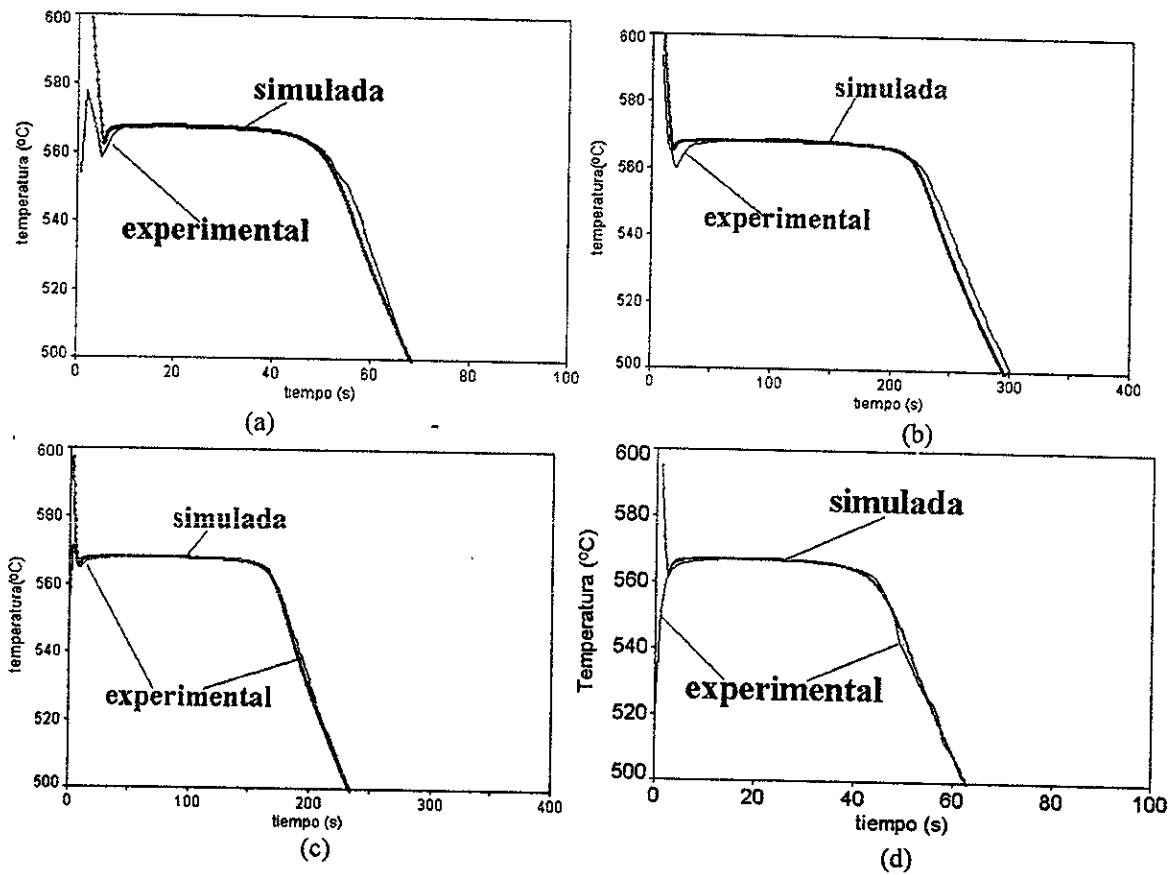


Fig. IV.48.- Curvas de enfriamiento simuladas por el modelo elaborado, para las posiciones más cercanas al eje de simetría del cilindro, en las condiciones asociadas a los experimentos 5-8 de la tabla IV.2. a los que corresponden respectivamente las Figs. IV.48 (a)-(c). Sobrepuestas, se muestran a las curvas de enfriamiento experimentales correspondientes

La Fig. IV.48 muestra a las curvas de enfriamiento simuladas y experimentales asociadas a los experimentos 5, 6, 7 y 8 de la tabla IV.2, en las posiciones que corresponden, en cada caso, a la ubicación más cercana al eje de simetría. En estas figuras se observa una buena concordancia cualitativa y cuantitativa entre resultados simulados y experimentales. También se observa que existen discrepancias cuantitativas, principalmente

al inicio de la solidificación eutéctica en donde las curvas de enfriamiento experimental muestran mayores subenfriamientos máximos que las simuladas.

La Fig. IV.49 muestra la evolución de dT/dt y ZF obtenidas del procesamiento de las curvas de enfriamiento generadas por el modelo para las posiciones de termopares y las condiciones experimentales asociadas a los experimentos 5 y 8 de la tabla IV.2. En esta figura se observa que las tendencias que muestran las evoluciones de ZF, experimentales y simuladas, son similares y muestran una buena concordancia cualitativa.

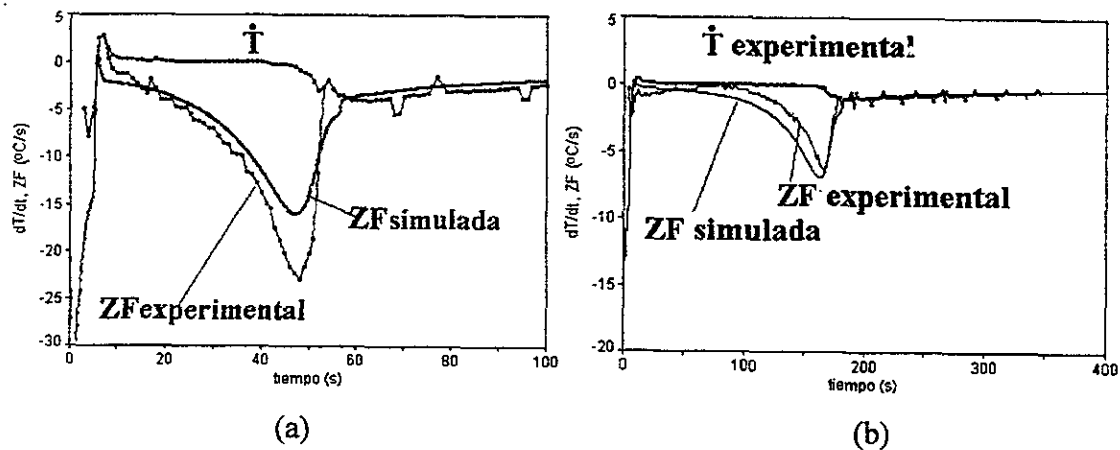


Fig. IV.49.- Evolución de dT/dt y ZF obtenidas del procesamiento de las curvas de enfriamiento generadas por el modelo para las posiciones de termopares y las condiciones experimentales asociadas a los experimentos 5 y 8 de la tabla IV.2. a los que corresponden respectivamente las Figs. IV.49 (a) y (b). Sobrepuestos, se muestran a los resultados experimentales correspondientes

Las Figs. IV.50 y IV.51, muestran la evolución de dfs/dt y Q_s para la simulación de los experimentos 5 y 8 de la tabla IV.2 obtenidas de la aplicación del método de Fourier. Al comparar, en estas figuras, las evoluciones de dfs/dt y Q_s , experimentales y simuladas, se observan tendencias similares. que indican que al inicio de la solidificación existen restricciones que provocan que la solidificación evolucione lentamente, lo cual se manifiesta en estas figuras por los valores relativamente reducidos de dfs/dt y Q_s que

prevalecen después del inicio de la solidificación. hasta que eventualmente crecen hasta alcanzar un máximo, casi al final de la solidificación

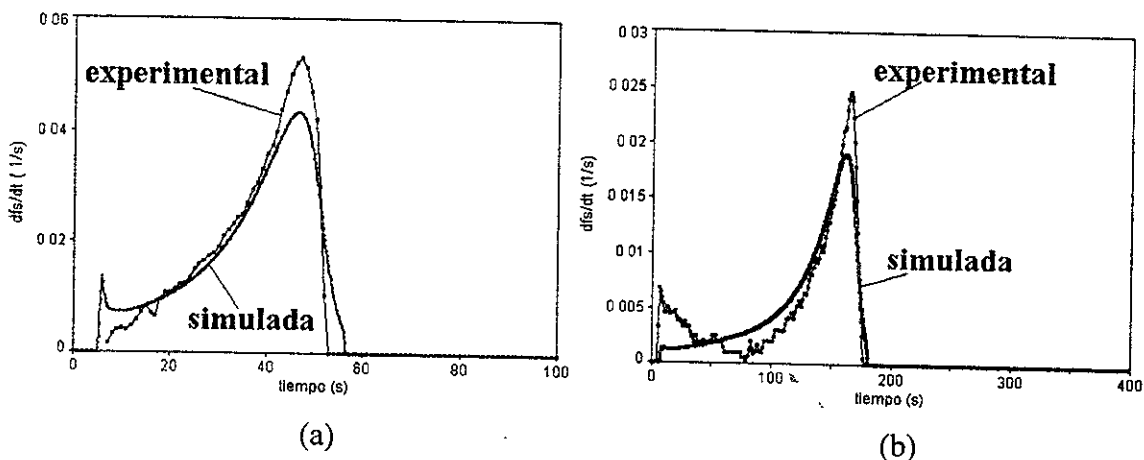


Fig. IV.50.- Evolución de dfs/dt obtenida del procesamiento de las curvas de enfriamiento generadas por el modelo para las posiciones de termopares y las condiciones experimentales asociadas a los experimentos 5 y 6 de la tabla IV.2 a los que corresponden respectivamente las Figs. IV.50 (a) y (b). Sobrepuestos, se muestran los resultados experimentales correspondientes.

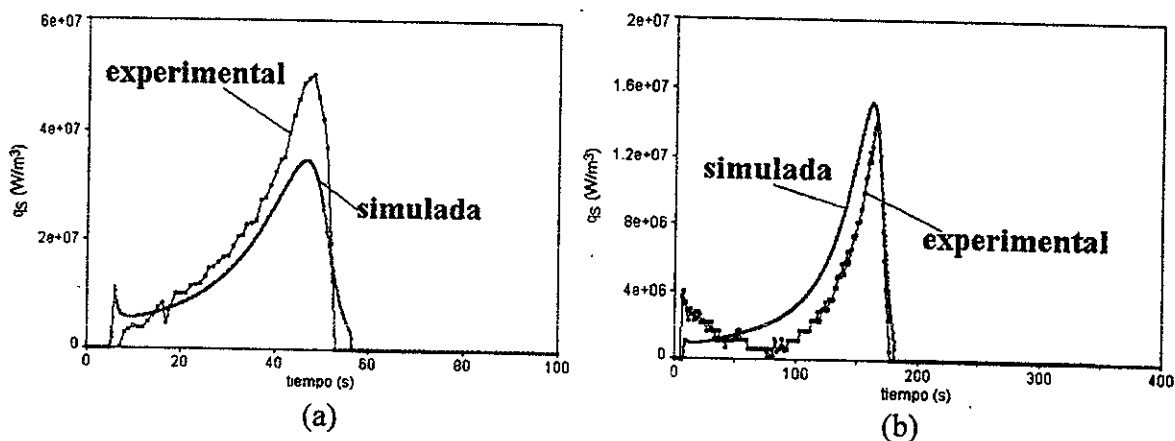


Fig. IV.51.- Evolución de Q_s obtenida del procesamiento de las curvas de enfriamiento generadas por el modelo para las posiciones de termopares y las condiciones experimentales asociadas a los experimentos 5 y 6 de la tabla IV.2 a los que corresponden respectivamente las Figs. IV.51 (a) y (b). Sobrepuestos, se muestran los resultados experimentales correspondientes.

En las Figs. IV.50 y IV.51 también se observa que la mayor parte de la solidificación se efectúa en tiempos cercanos al tiempo de fin de solidificación, como se desprende de la posición de los máximos que presentan dfs/dt y Q_s en estas figuras.

Lo anterior implica que una parte considerable de la solidificación que se realiza en la zona cercana al eje de simetría, se efectúa bajo condiciones de enfriamiento más severo, como se observa en la Fig. IV.49 con los valores operantes de dT/dt en el tiempo en que df_s/dt y Q_s alcanzan sus máximos

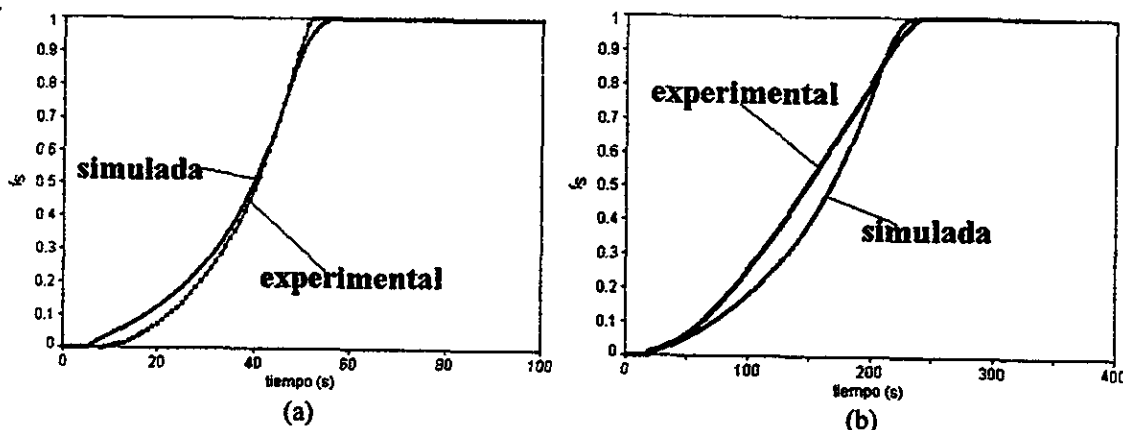


Fig. IV.52.- Evolución de f_s obtenida del procesamiento de las curvas de enfriamiento generadas por el modelo para las posiciones de termopares y las condiciones experimentales asociadas a los experimentos 5 y 6 de la tabla IV.2 a los que corresponden respectivamente las Figs. IV.52 (a) y (b). Sobrepuestos, se muestran los resultados experimentales correspondientes

La Fig. IV.52 muestra la evolución de la fracción sólida en función del tiempo para la simulación de los experimentos 5 y 6 de la tabla IV.2. En esta figura se puede apreciar con claridad el efecto de las restricciones mencionadas en el párrafo anterior sobre el desarrollo de f_s . Al inicio, f_s crece con lentitud, como lo manifiesta la pendiente inicial de f_s con respecto a t , la cual es casi nula y paulatinamente va creciendo hasta alcanzar un valor máximo casi al final de la solidificación.

En lo que se refiere al espaciamiento interlaminar promedio del eutéctico, los valores promedio de λ_{Eu} fueron calculados empleando los valores instantáneos de λ_{Eu} presentes en las tres regiones consideradas de cada cilindro simulado, los cuales fueron procesados aplicando la siguiente expresión:

$$\bar{\lambda}_{Eu} = \int_0^1 \lambda_{Eu} df_S \quad (IV.3)$$

La Fig. IV.53 muestra las predicciones del modelo con respecto a la evolución de los valores instantáneos de λ_{Eu} en función de f_S en tres posiciones radiales dentro de la pieza durante la simulación del experimento 5 de la tabla IV.2.

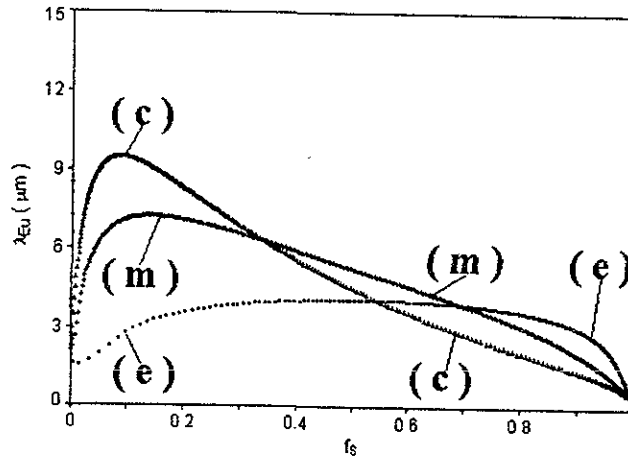


Fig. IV.53.- Evolución de λ_{Eu} en función de f_S obtenidas del modelo para tres posiciones radiales dentro del cilindro: (c) centro $R = 1\text{mm}$; (m) intermedio, $R = 4\text{mm}$; (e) extremo, $R = 7\text{mm}$, durante la simulación del experimento 5 de la tabla IV.2.

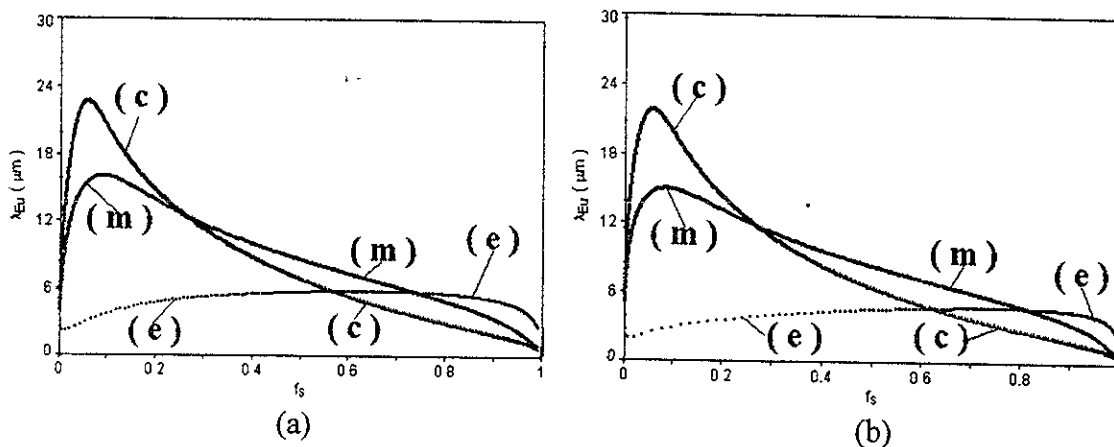


Fig. IV.54.- Evolución de λ_{Eu} en función de f_S obtenidas del modelo para tres posiciones radiales durante la simulación de los experimentos 6, (a), y 8, (b.) de la tabla IV.2: (c) centro $r = 0$; (m) intermedio, $r = R_{tot}/2$; (e) extremo, $R = R_{tot}$.

En esta figura se puede apreciar que en la zona adyacente al eje de simetría, curva (c), Fig. IV.53, aproximadamente el 40% del microconstituyente eutético ahí formado

presentará espaciamientos interlaminares menores que los presentes en la zona adyacente a la interfase molde metal, curva (e), Fig. IV.53, lo cual concuerda con lo encontrado experimentalmente, Fig.IV.24. En la Fig. IV.54, se confirma lo anterior, con porcentajes ligeramente diferentes, para las simulaciones asociadas a los experimentos 6 y 8 de la tabla IV.2.

En la tabla IV.13 se muestran las predicciones de las longitudes microestructurales características, λ_{Eu} asociados a cada experimento, tomando en cuenta al promedio de este espaciamiento en la zona intermedia de cada probeta, y del tamaño de grano, proporcionadas por el modelo para la simulación de los experimentos 5-8 de la tabla IV.2. Para el tamaño de grano, se muestra el valor promedio de las predicciones locales en todos los elementos de control que constituyen el dominio del metal.

Experimento	λ_{Eu} (μm)	Tamaño de grano (μm)
5	6.3+/-0.3	1106
6	12.5 +/-0.3	1422
7	6.3+/-0.3	890
8	10.2 +/-0.3	1393

Tabla IV.13.- Predicciones de las longitudes microestructurales características, λ_{Eu} y tamaño de grano, proporcionadas por el modelo para la simulación de los experimentos 5-8 de la tabla IV.2

Con respecto al efecto que tienen las condiciones de proceso sobre λ_{Eu} , durante la solidificación de la aleación A2 en las condiciones consideradas, las predicciones del modelo mostradas en la tabla IV.13 indican que λ_{Eu} se incrementa conforme aumenta la

temperatura de colada y conforme se incrementa el diámetro de la pieza, mostrando la misma tendencia que la encontrada experimentalmente. En lo que se refiere al tamaño de grano eutéctico se observa que un incremento en temperatura y un incremento en diámetro de la pieza, provocan un aumento en el tamaño de grano, lo cual concuerda con las tendencias experimentales encontradas durante la ejecución de los experimentos 5-8 de la tabla IV.2

Comparando las tablas IV.6 y IV.13 se puede afirmar que el modelo predice de manera aceptable las tendencias microestructurales encontradas experimentalmente para la variación del λ_{Eu} y del tamaño de grano durante la solidificación de la aleación A2 en las condiciones de proceso resumidas en la tabla IV.2.

En general y refiriéndose a la comparación de los resultados experimentales y simulados por el modelo elaborado, para los experimentos que se enlistan en la tabla IV.2 y relacionados con las aleaciones A1 y A2, se encontró una buena concordancia cualitativa en las tendencias térmicas, microestructurales y cinéticas de solidificación lo cual indica que, si bien el modelo es susceptible de ser mejorado, reproduce de una manera aceptable lo encontrado experimentalmente.

Las discrepancias cuantitativas pueden deberse a las limitaciones del modelo asociadas con las suposiciones y simplificaciones adoptadas, al limitado conocimiento de las propiedades termofísicas de la materia prima empleada, a los errores de medición y a las limitaciones inherentes a la aplicación del método de Fourier.

CAPITULO V

DISCUSIÓN

La información cuantitativa que, con respecto a la cinética de solidificación, fue obtenida a partir del procesamiento de las curvas de enfriamiento experimentales empleando los métodos de Newton y de Fourier, muestra que existen diferencias apreciables en la secuencia y magnitud de los eventos asociados a la evolución de la solidificación, que se obtienen de la información proporcionada por ambos métodos.

La Fig.V.1 muestra que las curvas cero de referencia asociadas a cada método son totalmente diferentes y como en ambos métodos la información cinética se extrae básicamente de la diferencia entre la velocidad de enfriamiento, $dT/dt = \dot{T}$, y la curva cero correspondiente, ZN ó ZF, la evolución de la velocidad de solidificación obtenida de cada método es diferente, como lo muestra la Fig.V.2

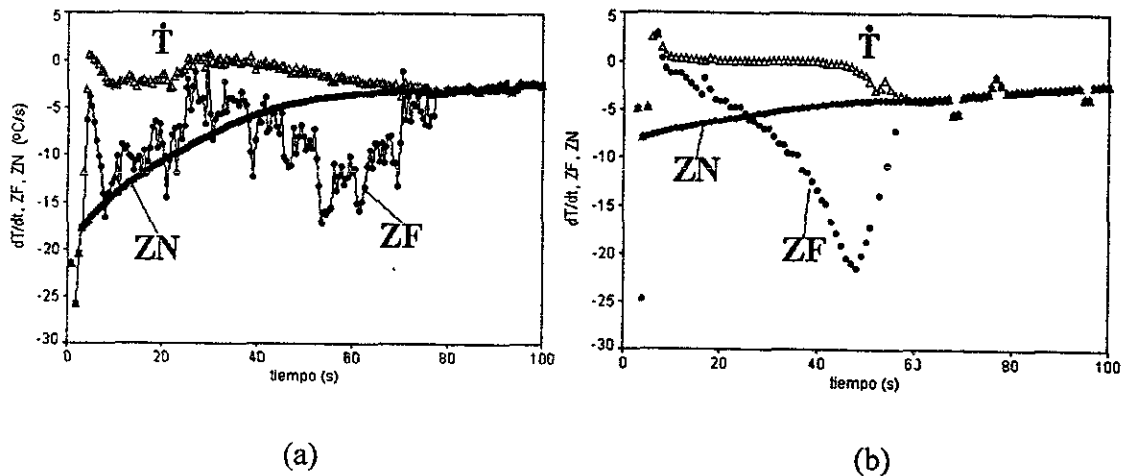


Fig. V.1.- Evolución de dT/dt , ZN y ZF asociadas al procesamiento numérico de las curvas experimentales de enfriamiento obtenidas en: (a) experimento 1 (Aleación A1); (b) experimento 5 (Aleación A2).

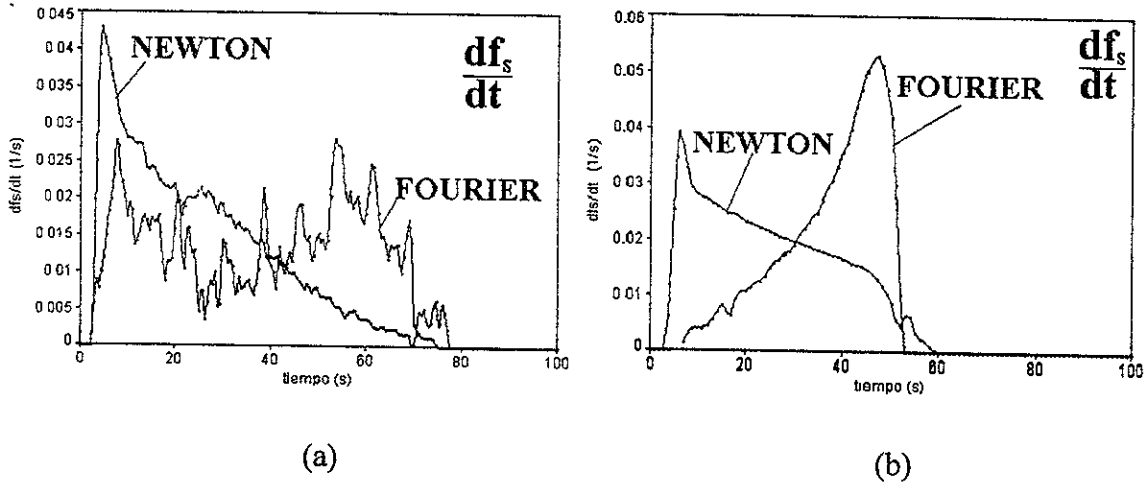


Fig. V.2.- Evolución de la velocidad de solidificación asociada a la aplicación de los métodos de Newton y de Fourier a las curvas experimentales de enfriamiento obtenidas en: (a), experimento 1 y (b), experimento 5.

El método de Newton presenta el inconveniente de ignorar el efecto de la existencia de gradientes térmicos en el interior de la pieza. Lo anterior implica que todas las regiones de la pieza solidifican bajo las mismas condiciones y muestran, por ende las mismas características microestructurales independientemente de la posición de la pieza en que sean medidas. Adicionalmente este método asume arbitrariamente que la curva cero de referencia es de naturaleza exponencial. La evidencia microestructural obtenida en este trabajo muestra que las longitudes microestructurales características dependen de la posición dentro de la pieza y que existen gradientes térmicos al interior de la misma durante el enfriamiento y la solidificación, por lo cual, las conclusiones que se deriven del empleo del método de Newton como herramienta para el análisis de la cinética de solidificación y para la validación de modelos de solidificación, deben ser adoptadas con reserva.

El método de Fourier se basa en la existencia de gradientes térmicos en el metal durante el enfriamiento y la solidificación de la aleación y además emplea datos del campo

térmico real presente en la pieza para calcular la curva cero de referencia. Lo anterior permite suponer que el método de Fourier proporciona una descripción más cercana de lo que en realidad acontece en el sistema durante la solidificación. Sin embargo esta suposición debe de ser comprobada en base a los resultados experimentales obtenidos.

La Fig.V.3 muestra la evolución de la fracción sólida obtenida de la aplicación del método de Fourier a las curvas de enfriamiento asociadas al experimento 5 de la tabla IV.2. Asimismo en esta figura se muestra a la primera derivada de la curva experimental de enfriamiento en la posición más cercana al eje de simetría de la pieza, posición que corresponde a la región de la pieza cuya cinética de solidificación esta siendo caracterizada por el método de Fourier. En esta figura se observa que el último líquido que solidifica en la región central de la pieza, realiza su solidificación bajo condiciones más severas de enfriamiento, como se infiere de los valores operantes de la primera derivada de la temperatura en función del tiempo (comúnmente denominada velocidad de enfriamiento) en los últimos instantes de la solidificación.

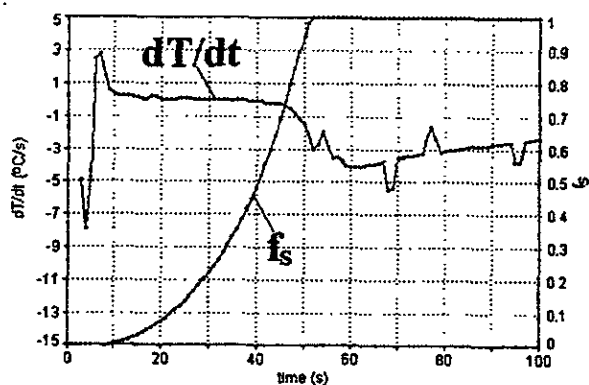


Fig. V.3.- Evolución de la fracción sólida predicha por la aplicación del método de Fourier a las curvas de enfriamiento experimental asociadas al experimento 5 y primera derivada de la curva de enfriamiento experimental correspondiente al termopar ubicado en la región adyacente al eje de simetría.

Lo anterior promueve la presencia de mayores subenfriamientos durante la solidificación del último líquido en la región central de la pieza. La Fig. V.4 muestra la evolución de la fracción sólida así como el subenfriamiento eutéctico aparente⁽¹¹⁵⁾ asociado a la curva de enfriamiento experimental en función del tiempo. En esta figura se puede constatar un incremento en el subenfriamiento operante al final de la solidificación en la región de interés.

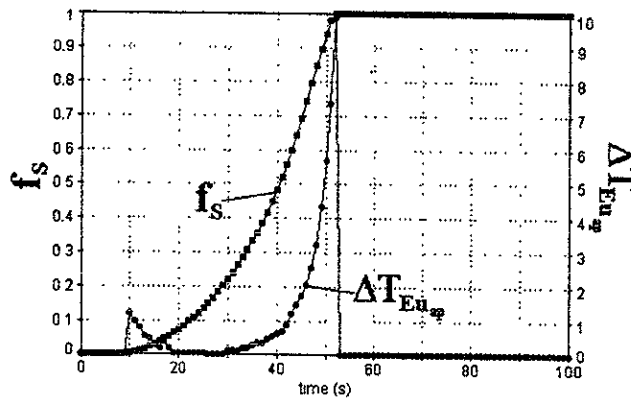


Fig. V.4.- Evolución de la fracción sólida predicha por la aplicación del método de Fourier a las curvas de enfriamiento experimental asociadas al experimento 5 de la tabla IV.2 y subenfriamiento eutéctico aparente, calculado a partir de la curva de enfriamiento experimental correspondiente al termopar ubicado en la región adyacente al eje de simetría.

Las teorías de crecimiento eutéctico⁽⁸⁷⁻⁹⁰⁾, basadas en evidencia experimental, indican que un incremento en el subenfriamiento presente durante la solidificación produce un refinamiento de la microestructura presente en la aleación sólida, caracterizada por la presencia de menores espaciamentos interlaminares eutécticos. Como consecuencia de lo anterior, la cinética de solidificación proporcionada por el método de Fourier implica la presencia, en la región central de la pieza, adyacente al eje de simetría, de un refinamiento de la microestructura, caracterizado por la presencia de menores espaciamentos interlaminares eutécticos.

La Fig.V.5 muestra a los espaciamientos interlaminares eutécticos presentes en tres regiones de la pieza asociada al experimento 5 de la tabla IV.2: (1) región central, adyacente al eje de simetría de la pieza, $r = 0\text{mm}$, Fig. V.5(a); (2) región externa, adyacente a la intercara metal/molde, $r = 8\text{mm}$, Fig. V.5(b); (3) región intermedia situada entre las regiones (1) y (2), $r = 4\text{mm}$, Fig. V.5(c).

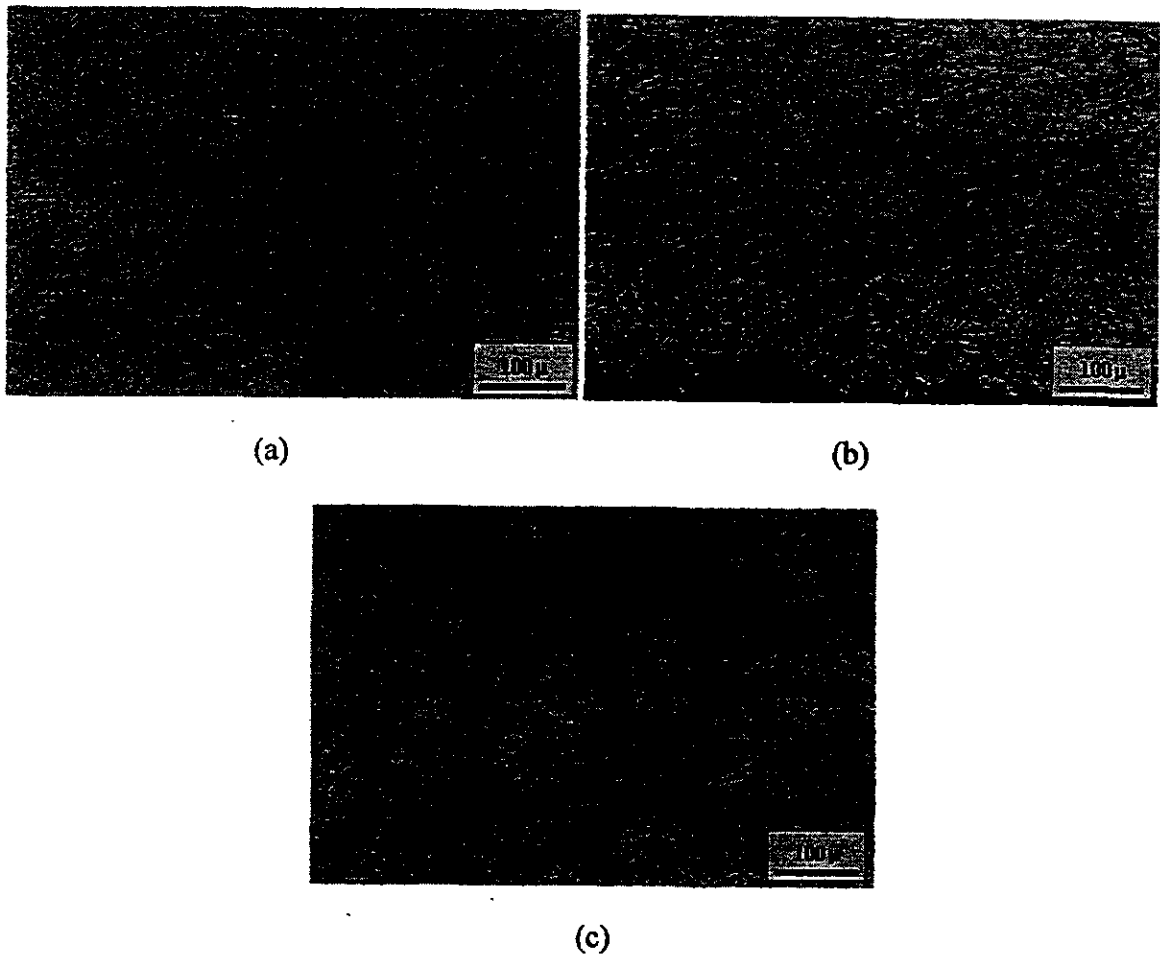


Fig.V.5.- Fotomicrografías de diferentes regiones de una muestra asociada al experimento 5 de la tabla IV.2.: (a) región central, $r = 0\text{mm}$; (b) región externa, $r = 8\text{mm}$; (c) región intermedia, $r = 4\text{mm}$; Muestra pulida, sin ataque.

Los resultados microestructurales mostrados en la Fig.V.5, confirman la presencia, en la región central de la pieza, de una microestructura eutéctica caracterizada por

espaciamientos interlaminares eutécticos más reducidos que en la mayor parte de la pieza, como se desprende de la cinética de solidificación proporcionada por el método de Fourier.

En base a la evidencia microestructural que respalda a cinética de solidificación proporcionada por el método de Fourier y ante la incapacidad por parte de los resultados proporcionados por el método de Newton para explicar estos efectos, se puede afirmar que el método de Fourier es más adecuado que el método de Newton para realizar la verificación de modelos de solidificación en condiciones experimentales similares a las presentes en este trabajo. Por lo anterior en la parte restante de esta discusión se considera únicamente a los resultados obtenidos del método de Fourier. Las Figs. V.6 y V.7 muestran la evolución de la velocidad de enfriamiento experimental y de las curvas cero de Fourier asociadas a la aplicación de este método al procesamiento de las curvas de enfriamiento experimentales y simuladas por el modelo para los experimentos 1 y 5.

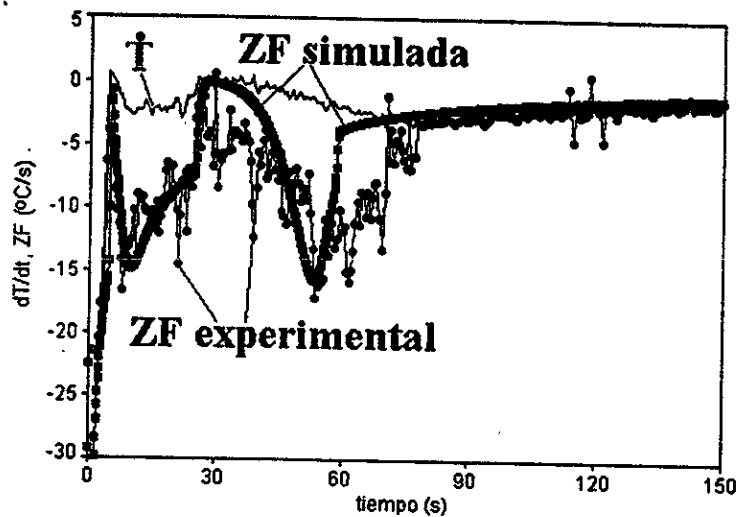
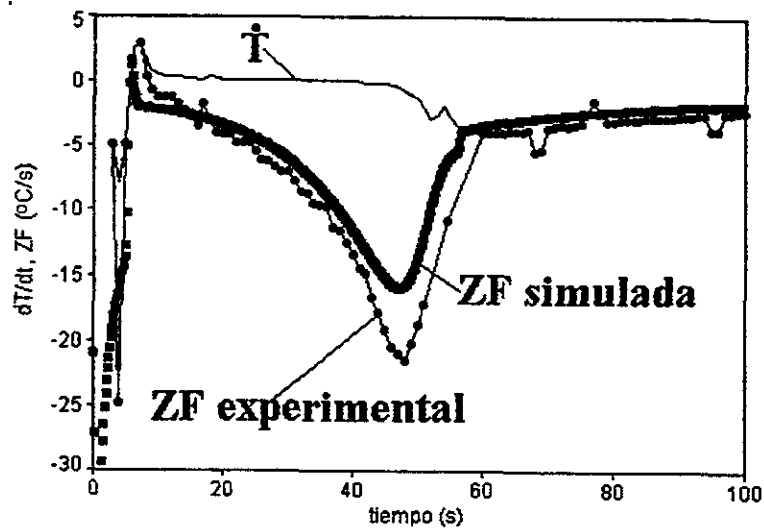


Fig. V.6.- Velocidad de enfriamiento experimental y curvas cero de Fourier asociadas al enfriamiento y solidificación de la aleación A1 en las condiciones señaladas para el experimento 1.

Los resultados obtenidos de la aplicación del método de Fourier a las curvas de enfriamiento experimentales y simuladas para la aleación hipoeutéctica A1, Fig.V.6, indican que existe una buena concordancia cualitativa. La concordancia cuantitativa es aceptable desde el inicio de la solidificación y hasta el comienzo de la reacción eutéctica, ya que, al final de la reacción eutéctica existen discrepancias cuantitativas.

En el caso de la aleación de composición cercana a la eutéctica, los resultados obtenidos de la aplicación del método de Fourier a las curvas de enfriamiento experimental y simuladas, indican, Fig.V.7, que existe una buena concordancia cualitativa y cuantitativa.



La curva cero de Fourier indica la velocidad de enfriamiento que hipotéticamente mostraría la zona de metal cuya temperatura es monitoreada por el termopar más cercano al eje de simetría, sin incluir al calor latente de solidificación asociado a la solidificación que se realiza en esta zona, y las variaciones que muestra están asociadas a la modificación del

flujo de calor que intercambia esta zona con sus alrededores, debido a la evolución del campo térmico presente en la pieza.

Observando a las curvas cero de Fourier asociadas a los datos experimentales y simulados, Figs.V.6 y V.7, cabe destacar la buena concordancia cualitativa que existe entre las tendencias mostradas para la aleación hipoeutéctica A1 y para la aleación A2, lo cual indica que los intercambios de energía que se realizan internamente en la pieza durante la solidificación son descritos de una manera aceptable por el modelo propuesto, ya que la curva cero de Fourier representa básicamente al flujo volumétrico neto de calor por unidad de volumen, que intercambia con sus alrededores la zona monitoreada, dividido por la capacidad calorífica por unidad de volumen ahí presente, ec(III.48).

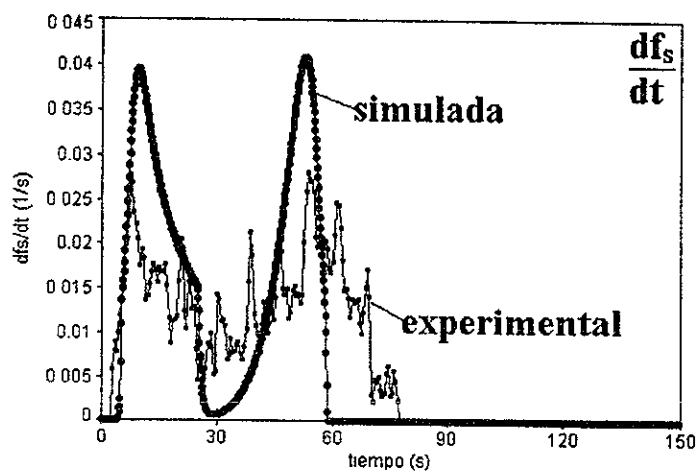


Fig. V.8.- Velocidad de solidificación proporcionada por el método de Fourier aplicado a las curvas de enfriamiento, experimental y simulada, asociadas a la aleación A1 en las condiciones señaladas para el experimento 1.

Las Figs. V.8 y V.9 muestran las evoluciones de la velocidad de solidificación que resultan del análisis de Fourier asociado a los experimentos 1 (aleación A1) y 5 (aleación A2) de la tabla IV.2.

La Fig. V.8, asociada a la aleación hipoeutéctica A1, presenta una evolución de la velocidad de solidificación caracterizada por la presencia de dos máximos separados entre sí por un valle en el cual la velocidad de solidificación cae apreciablemente. La magnitud de estos máximos está directamente asociada con la velocidad máxima de solidificación que es alcanzada durante la solidificación de la fase primaria, primer máximo, y del microconstituyente eutéctico, segundo máximo.

La Fig.V.9, asociada a la aleación de composición muy cercana a la eutéctica presenta una evolución caracterizada por la presencia de sólo un máximo, casi al final de la solidificación, que corresponde a la máxima velocidad de solidificación desarrollada por la aleación durante la formación del microconstituyente eutéctico en la región monitoreada por el termopar más cercano al eje de simetría de la pieza.

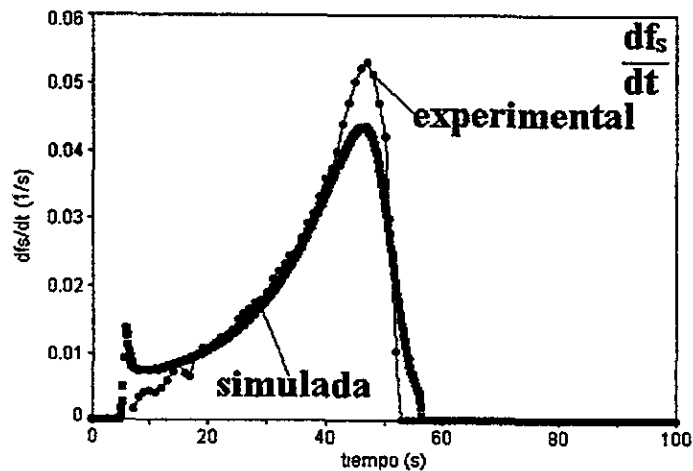


Fig. V.9.- Velocidad de solidificación proporcionada por el método de Fourier aplicado a las curvas de enfriamiento, experimental y simulada, asociadas a la aleación A2 en las condiciones señaladas para el experimento 5 de la tabla IV.2

Observando conjuntamente a las variaciones en las curvas cero de Fourier, Figs. V.6 y V.7 y en la evolución de las velocidades de solidificación asociadas, Figs. V.8, V.9 se

puede inferir que la rapidez con que la solidificación se realiza dentro de la pieza, depende de la manera en que la zona de la pieza bajo estudio intercambia energía con sus alrededores.

Asimismo el método de Fourier predice que, en aleaciones eutécticas e hipo-eutécticas, el último líquido que solidifica, en la zona asociada al centro térmico de la pieza, está sujeta a velocidades de enfriamiento más severas. Este efecto es más marcado en el caso de aleaciones de composición cercana a la eutéctica e involucra la presencia de un líquido remanente sujeto a mayores niveles de subenfriamiento durante la etapa final de su solidificación.

En lo que se refiere a la comparación de las historias térmicas experimentales y simuladas, se puede afirmar, observando los resultados mostrados en las Figs. IV.46 y IV.51, que existe una buena concordancia cuantitativa y cualitativa.

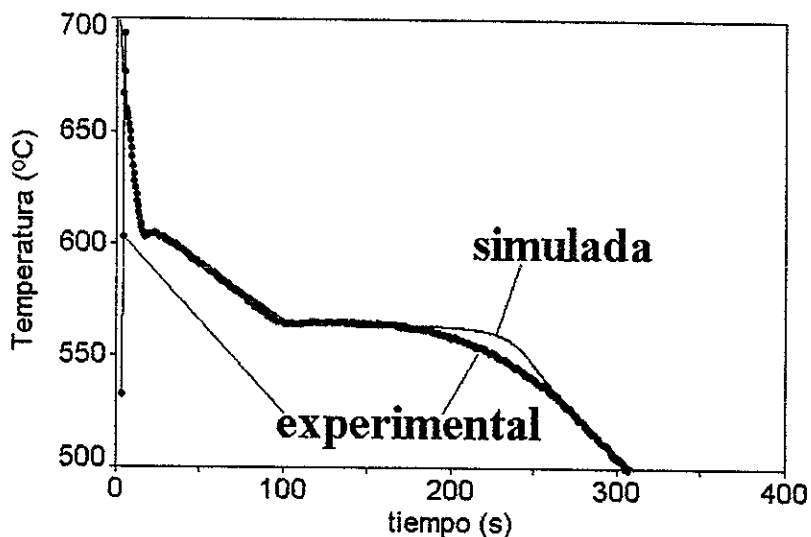


Fig. V.10.- Curvas de enfriamiento experimental y simulada asociadas a un termopar ubicado a una distancia radial, con respecto al eje de simetría de 1.5 mm, durante la ejecución del experimento 2 de la tabla IV.2

La Fig. V.10 muestra a las curvas de enfriamiento simulada y experimental asociadas al experimento 2 de la tabla IV.2 que corresponden a un termopar ubicado en una posición radial de 1.5 mm con respecto al eje de simetría. En esta figura se observa una buena concordancia cualitativa y cuantitativa entre resultados simulados y experimentales, específicamente en lo que se refiere a los tiempos de inicio de solidificación primaria y del microconstituyente eutéctico, en el rango de solidificación de la aleación y en general la tendencia que sigue la evolución de la temperatura en función del tiempo principalmente durante la solidificación primaria y el inicio de la reacción eutéctica y también se observa que existen discrepancias cuantitativas, principalmente al finalizar la solidificación eutéctica, ya que al finalizar la solidificación, la curva de enfriamiento experimental se ubica por debajo de la simulada y el modelo predice un tiempo de fin de solidificación menor al encontrado experimentalmente.

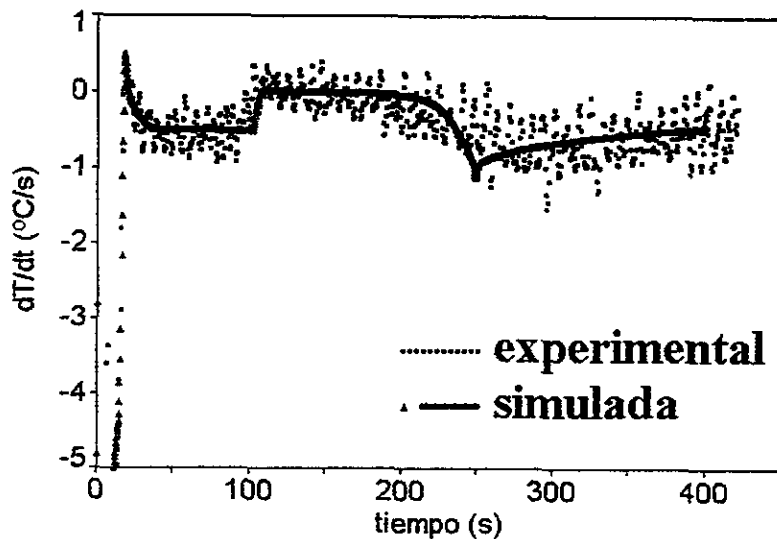


Fig. V.11.- Primera derivada de las curvas de enfriamiento experimental y simulada asociadas a un termopar ubicado a una distancia radial, con respecto al eje de simetría de 1.5 mm, durante la ejecución del experimento 2 de la tabla IV.2.

Lo anterior se confirma al observar la Fig. V.11, que muestra la primera derivada de las curvas de enfriamiento mostradas en la Fig.V.9. En esta figura se puede constatar que los datos obtenidos muestran la misma secuencia de evolución, a lo largo del proceso de enfriamiento y solidificación. Asimismo se observa que las mayores discrepancias cuantitativas se presentan al finalizar la solidificación eutéctica, lo que ocurre en un tiempo cercano a 275 s para la curva experimental, y cercano a 250 s para la curva simulada.

Las concordancias y las discrepancias encontradas entre las curvas de enfriamiento experimental y las curvas de enfriamiento simuladas por el modelo para el caso de la aleación hipoeutéctica Al pueden explicarse en base a lo que se discute a continuación.

El empleo de la aproximación de soluto equivalente implica que la ruta de solidificación que sigue la aleación multicomponente tratada mediante esta aproximación obedece al diagrama de fases Al-Soluto equivalente, Fig.III.8 incluyendo la formación de dos productos de solidificación: (1) Solución sólida rica en Al; (2) Microconstituyente eutéctico Al-Soluto equivalente, en donde el soluto principal es el Si. Esta aproximación asume un valor constante para la temperatura eutéctica operante y desprecia a las interacciones soluto-soluto y solutos-solvente, las cuales se traducen eventualmente en la presencia de compuestos intermetálicos.

La aproximación de soluto equivalente proporciona buenos resultados en el caso hipoeutéctico bajo estudio porque incluye a la precipitación de los dos microconstituyentes principales que conforman a la aleación sólida multicomponente real, los cuales son la solución sólida α y el eutéctico Al-Si, que en conjunto constituyen más del 85 % en volúmen de la aleación sólida⁽²⁷⁾. Adicionalmente los solutos restantes contenidos en la

aleación bajo estudio se presentan en bajas cantidades y los solutos considerados en el modelo propuesto, es decir, además del Si, el Cu, el Mg y el Fe presentan diagramas de fase binarios soluto-Al, similares al diagrama Al-Soluto equivalente, que incluye durante la solidificación, la formación inicial de una solución sólida rica en Al seguida de una reacción eutéctica. Lo anterior puede ser la causa de que el empleo de la aproximación de soluto equivalente, caracterizada por los valores de $\bar{C}_{s_{max}}$, \bar{C}_o , \bar{m}_L , y \bar{k}_0 , obtenidos de la aplicación de las ecs.(III.5) -(III.8) al procesamiento de la información que se desprende de los diagramas binarios soluto-Al para los solutos mencionados, sea capaz de predecir de manera aceptable el rango de solidificación de la aleación bajo estudio y proporcione, junto con las consideraciones adicionales empleadas en el macro-micro modelo elaborado, historias térmicas que presentan una buena concordancia cuantitativa y cualitativa con respecto a las experimentales sobre todo durante la solidificación primaria y el inicio de la reacción eutéctica. Sin embargo conforme transcurre la solidificación y en vista de que todos los solutos presentan coeficientes de partición inferiores a la unidad, los solutos tienden a segregarse hacia el líquido remanente, y este efecto se acentúa al final de la solidificación. Las consecuencias del incremento en la cantidad de solutos en el líquido remanente al final de la solidificación se pueden traducir en una modificación de la temperatura eutéctica operante y/o en cambios en la ruta de solidificación del líquido remanente que involucren la interacción entre los solutos presentes para dar lugar a la formación de compuestos intermetálicos.

En cuanto al primer efecto, es decir la modificación del valor operante para la temperatura eutéctica, existen expresiones semiempíricas que ligan a la composición de la

aleación líquida hipoeutéctica multicomponente con el valor que corresponde a la temperatura eutéctica operante, la cual es modificada, con respecto a la temperatura eutéctica asociada al binario generador, como una función de la composición de la aleación líquida. En el caso de aleaciones hipoeutécticas multicomponente base Al-Si, la siguiente expresión ha sido empleada para describir dicha dependencia⁽¹¹⁵⁾:

$$T_{Eu} = 577 - \left(\frac{12.5}{\%Si} \right) (f(\%i)) \quad (V.1)$$

donde $f(\%i) = 4.4\% Mg + 1.4\% Fe + 1.9\% Cu + 1.7\% Zn + 3\% Mn + 4\% Ni$.

En la ec. V.1, el valor 577 corresponde a la temperatura eutéctica asociada al sistema binario Al-Si. Adecuando esta expresión al modelo elaborado, en donde se considera al sistema binario equivalente Al-X, y a los solutos Si, Mg, Fe y Cu, se puede proponer la siguiente expresión, ec. V.2, para calcular la temperatura eutéctica operante en función de la composición del líquido remanente:

$$T_{Eu} = T'_{EuAl-x} - \left(\frac{12.5}{\%Si} \right) (f(\%i)) \quad (V.2)$$

donde $f(\%i) = 4.4\% Mg + 1.4\% Fe + 1.9\% Cu$.

En la ec.(V.2), T'_{EuAl-x} es una constante que fija la temperatura eutéctica operante al inicio de la reacción eutéctica, en el valor predicho por el binario equivalente Al-X, para la concentración de solutos presente al inicio de la reacción eutéctica.

Si adicionalmente se asume que: (1) el microconstituyente eutéctico esta formado por placas de silicio (12.5% en masa) y por solución sólida rica en aluminio; (2) que son válidas las suposiciones de Scheil⁽⁵⁰⁾ y (3) que los coeficientes de reparto de soluto en la solución sólida que solidifica como parte del microconstituyente eutéctico, son los mismos

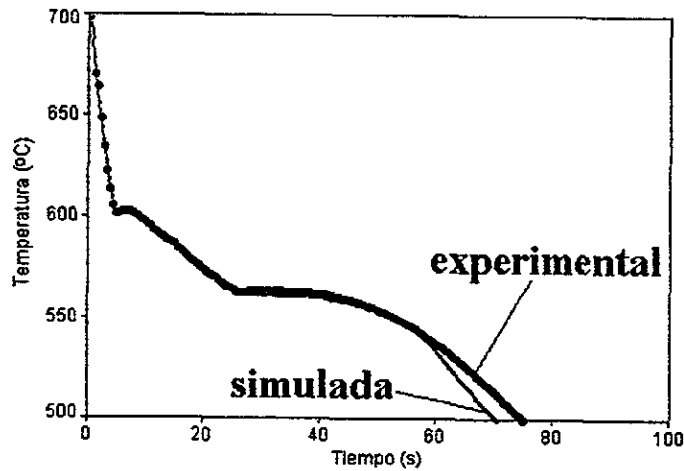


Fig. V.12.- Curvas de enfriamiento experimental y simulada, con la temperatura eutéctica en función de la composición del líquido remanente, e_c (V.2), asociadas a un termopar ubicado a una distancia radial, con respecto al eje de simetría de 0.3 mm, durante la ejecución del experimento 1 de la tabla IV.2

que los considerados durante la solidificación de la fase primaria, la aplicación del modelo elaborado, considerando una temperatura eutéctica operante que es función de la composición del líquido remanente, de acuerdo con la $e_c(V.2)$, proporciona historias térmicas más cercanas a las encontradas experimentalmente, como se puede observar en la

Fig. V.12.

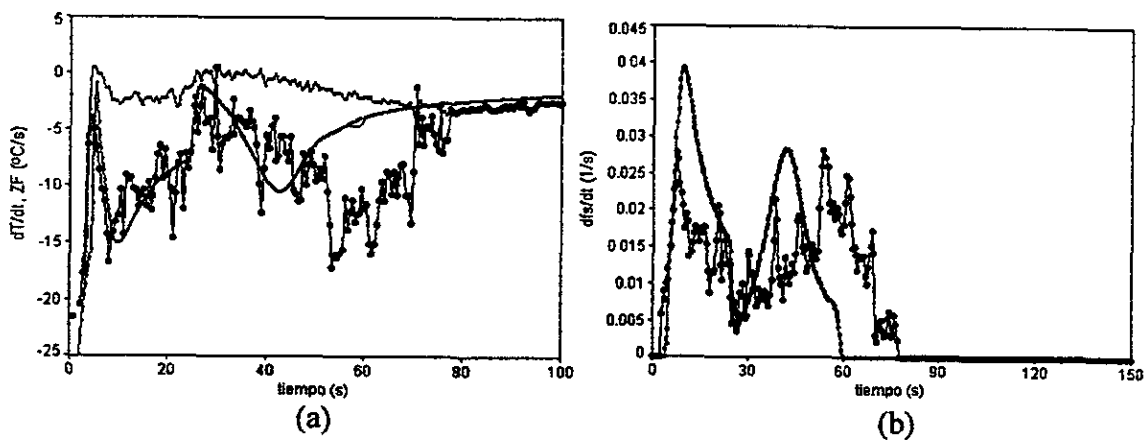


Fig. V.13.-Evolución de: (a) la velocidad de enfriamiento y la curva cero de Fourier; (b) la velocidad de solidificación, proporcionadas por el método de Fourier aplicado a las curvas de enfriamiento experimentales y simuladas por el modelo asociadas al experimento 1, incluyendo en el modelo la corrección mostrada en la Fig. V.12.

aleación líquida hipoeutéctica multicomponente con el valor que corresponde a la temperatura eutéctica operante, la cual es modificada, con respecto a la temperatura eutéctica asociada al binario generador, como una función de la composición de la aleación líquida. En el caso de aleaciones hipoeutécticas multicomponente base Al-Si, la siguiente expresión ha sido empleada para describir dicha dependencia⁽¹¹⁵⁾:

$$T_{Eu} = 577 - \left(\frac{12.5}{\%Si} \right) (f(\%i)) \quad (V.1)$$

donde $f(\%i) = 4.4\% Mg + 1.4\% Fe + 1.9\% Cu + 1.7\% Zn + 3\% Mn + 4\% Ni$.

En la ec. V.1, el valor 577 corresponde a la temperatura eutéctica asociada al sistema binario Al-Si. Adecuando esta expresión al modelo elaborado, en donde se considera al sistema binario equivalente Al-X, y a los solutos Si, Mg, Fe y Cu, se puede proponer la siguiente expresión, ec. V.2, para calcular la temperatura eutéctica operante en función de la composición del líquido remanente:

$$T_{Eu} = T'_{EuAl-x} - \left(\frac{12.5}{\%Si} \right) (f(\%i)) \quad (V.2)$$

donde $f(\%i) = 4.4\% Mg + 1.4\% Fe + 1.9\% Cu$.

En la ec.(V.2), T'_{EuAl-x} es una constante que fija la temperatura eutéctica operante al inicio de la reacción eutéctica, en el valor predicho por el binario equivalente Al-X, para la concentración de solutos presente al inicio de la reacción eutéctica.

Si adicionalmente se asume que: (1) el microconstituyente eutéctico está formado por placas de silicio (12.5% en masa) y por solución sólida rica en aluminio; (2) que son válidas las suposiciones de Scheil⁽⁵⁰⁾ y (3) que los coeficientes de reparto de soluto en la solución sólida que solidifica como parte del microconstituyente eutéctico, son los mismos

son: $\text{Al}_{15}(\text{Mn,Fe})_3\text{Si}_2$, Al_3FeSi , $\text{Al}_8\text{Mg}_3\text{FeSi}_6$ y Mg_2Si . Las reacciones que dan lugar a la formación de estos intermetálicos se enlistan en la tabla V.2.

Las discrepancias que muestra el modelo con respecto a los resultados experimentales al final de la solidificación pueden deberse a que la aproximación de soluto equivalente no toma en cuenta los efectos que, al final de la solidificación, provocan las interacciones entre los solutos presentes en la solución multicomponente real, las cuales pueden implicar la formación de intermetálicos principalmente co-eutécticos y post-eutécticos, lo cual modifica la ruta de solidificación de la aleación, así como la cinética de solidificación que rige en los instantes finales de la solidificación.

Resumiendo lo discutido en esta sección, los resultados obtenidos por el modelo, junto con las anteriores consideraciones muestran que durante la solidificación primaria y el inicio de la solidificación eutéctica, la evolución térmica y cinética predicha por el modelo es cercana a la experimental.

Sin embargo, conforme continua la solidificación y sobre todo al final de la reacción eutéctica, se presentan discrepancias cuantitativas entre las curvas de enfriamiento experimental y simulada para la aleación hipoeutéctica multicomponente. Estas discrepancias pueden deberse a que los diferentes solutos que se segregan hacia el líquido remanente provocan ya sea modificaciones en el valor operante de la temperatura eutéctica, la cual disminuye con respecto de la calculada por la aproximación de soluto equivalente, disminuyendo con esto el subenfriamiento operante y la velocidad de formación del eutéctico, y/o a cambios en la ruta de solidificación, lo cual implica la formación, simultánea o posterior a la reacción eutéctica, de microconstituyentes diferentes a los

considerados, regidos por una cinética de solidificación distinta, no contabilizada por el modelo utilizado.

En la literatura reciente⁽¹¹⁷⁾ se menciona que la extrapolación de coeficientes de partición binarios para su aplicación en sistemas multicomponente provoca desviaciones cualitativas y cuantitativas entre resultados experimentales y simulados para la mayor parte de los sistemas multicomponentes reales.

De lo anterior se desprende que el conocimiento de los diagramas de fase asociados a dichos sistemas es un prerequisite indispensable para una buena predicción de la microsegregación y de la ruta de solidificación operante. Por esta razón la tendencia futura en el macro-micro modelado de la solidificación de aleaciones multicomponente incluye el acoplamiento de un módulo destinado a cálculos termodinámicos de equilibrio de fases^(1,117).

En vista de la aceptable concordancia cualitativa y cuantitativa que existe entre resultados experimentales y simulados y de la importancia que tienen los fenómenos que se presentan durante la solidificación a nivel local, dentro de la pieza, resulta interesante adentrarse en el proceso de enfriamiento y solidificación de aleaciones hipoeutécticas y eutécticas, coladas en moldes de arena, a través del análisis de la información proporcionada por el modelo. Lo anterior permite explorar las razones que provocan los efectos encontrados experimentalmente, específicamente la evolución de la cinética de solidificación obtenida de la aplicación del método de Fourier en el caso de las aleaciones consideradas así como la modificación de las características microestructurales presentes en el producto sólido en función de la posición dentro de la pieza.

Para adentrarse en la fenomenología del proceso, se procedió a realizar el despliegue de la evolución de los parámetros de mayor relevancia asociados al sistema bajo estudio en diferentes posiciones dentro del metal.

Estos parámetros fueron seleccionados en base a las consideraciones que se describen a continuación.

El análisis de la expresión general de la ecuación de balance de energía, cuando se asume que el principal mecanismo de transferencia de calor es la conducción, ec.(V.3), en el sistema compuesto metal/molde, permite identificar a los parámetros que describen al proceso.

$$L_f \left(\frac{\partial f_s}{\partial t} \right) + k \nabla^2 T = \rho C_p \left(\frac{\partial T}{\partial t} \right) \quad (V.3)$$

$$Q_s + Q_c = Q_a$$

Para la resolución de esta ecuación, el sistema compuesto metal/molde es discretizado en un cierto número de volúmenes de control, los cuales, en su conjunto, constituyen al sistema compuesto metal/molde en contacto con el medio ambiente. El transporte de energía en el sistema se analiza cuantitativamente estableciendo los intercambios energéticos que efectúa cada volumen de control con sus alrededores.

Analizando la ecuación (V.3) desde un punto de vista local, como la descripción de la interacción energética de un volumen de control con sus alrededores, Q_s es el flujo volumétrico de calor que se libera, durante la solidificación, en un elemento de control en el dominio del metal y depende directamente de la velocidad local de formación de sólido df_s/dt , Q_c es el flujo volumétrico de calor neto que se transfiere hacia el elemento de

control, es decir la diferencia entre el flujo volumétrico que entra al volúmen de control y el flujo volumétrico de calor que abandona al volúmen de control como resultado de la interacción térmica del elemento de control con sus alrededores, caracterizado por el laplaciano $\nabla^2 T$ y Q_a es flujo volumétrico de calor acumulado en el volúmen de control, caracterizado por dT/dt y que resulta de la suma de las dos contribuciones Q_c y Q_s .

Rearreglando la ec.V.3 para ponerla en términos de la evolución de la temperatura del volúmen de control en función del tiempo se tiene:

$$\frac{dT}{dt} = \frac{k \nabla^2 T}{\rho C_p} + \frac{L_f (df_s / dt)}{\rho C_p} = \frac{Q_c}{\rho C_p} + \frac{Q_s}{\rho C_p} \quad (V.4)$$

La ec. V.4 muestra que en el dominio del metal, la evolución de la temperatura en un volúmen de control durante la solidificación depende de la transferencia de calor que efectúa el volúmen de control con sus alrededores, representada por el termino Q_c , y de la liberación del calor latente asociado con la evolución de la velocidad local de formación de sólido, implícita en el termino Q_s .

Cuando no existe cambio de fase, la ec. V.4 se transforma en:

$$\frac{dT}{dt} = \frac{k \nabla^2 T}{\rho C_p} = \frac{Q_c}{\rho C_p} \quad (V.5)$$

La ec. (V.5) muestra claramente que, en ausencia de cambio de fase, el laplaciano y dT/dt presentan el mismo signo, esto es, cuando el flujo volumétrico de calor que entra al volúmen de control es menor al que sale, $\nabla^2 T$ y en consecuencia Q_c son negativos lo que corresponde al enfriamiento del volúmen de control ($dT/dt < 0$), es decir el volumen de control disminuye su temperatura.

La transferencia de calor que efectúa el volúmen de control con sus alrededores dependerá a su vez del campo térmico en la vecindad inmediata del volúmen de control, ya que la fuerza motriz del transporte de calor por conducción es la presencia de gradientes térmicos. El gradiente térmico, dT/dr , está relacionado directamente con la magnitud y dirección del flux de calor que se transfiere por conducción a través de un volúmen de control en un tiempo dado, como lo indica la ecuación de Fourier, que en el caso unidimensional, coordenadas cilíndricas, en la dirección radial, es descrito por:

$$q_r = -k \frac{\partial T}{\partial r} \quad (V.6)$$

donde q_r es el flux de calor que se transfiere en la dirección radial, k es la conductividad térmica del medio a través del cual se realiza el transporte de energía por conducción y dt/dr es el gradiente térmico presente en la dirección radial de la región bajo análisis.

La ec.V.6 indica que la magnitud del flux de calor transferido en la dirección radial desde una posición específica dentro de la pieza depende del gradiente térmico y de la conductividad térmica operantes en esa posición.

En el caso del flujo volumétrico de calor latente liberado localmente por la solidificación, Q_s , los valores que adopta Q_s están vinculados con la cinética local de solidificación, ya que el flujo volumétrico de calor latente de solidificación, depende (ec. V.3) de la evolución de la velocidad de solidificación.

La velocidad de solidificación depende a su vez del grado de subenfriamiento presente en el líquido remanente en contacto con el sólido en formación. Por ejemplo, como se mencionó en el capítulo II, para describir al crecimiento de granos equiaxiales

dendríticos, la velocidad de crecimiento de grano es calculada como una función del subenfriamiento presente en la interfase sólido/líquido con respecto a la temperatura de líquidus del líquido enriquecido con soluto que rodea a las dendritas de fase primaria, subenfriamiento dendrítico, ΔT_d y en el caso equiaxial eutéctico, la velocidad de crecimiento de grano es una función del subenfriamiento del líquido remanente con respecto a la temperatura eutéctica, subenfriamiento eutéctico, ΔT_e .

De lo anterior se puede concluir que los parámetros que caracterizan localmente lo que acontece en el metal durante la solidificación de una aleación hipoeutéctica son: T , la temperatura; dT/dt , la velocidad de enfriamiento; los flujos volumétricos de calor: Q_c , intercambiado con los alrededores del volumen de control; Q_s liberado por la solidificación en el volumen de control y Q_a , acumulado en el volumen de control; dT/dr , el gradiente térmico presente en el volumen de control; $\nabla^2 T$, el laplaciano en el volumen de control; los subenfriamientos: ΔT_d , dendrítico y ΔT_e eutéctico y dfs/dt , la velocidad de solidificación.

El análisis conjunto de la evolución, durante el proceso de enfriamiento y solidificación de la pieza, de estos parámetros, permite proponer una fenomenología que puede explicar lo que acontece localmente dentro de la pieza durante la solidificación a nivel térmico, cinético de solidificación y también a nivel microestructural.

El análisis de los resultados aportados por el modelo elaborado en este trabajo se presenta a continuación.

El análisis de la información proporcionada por el modelo indica que, dada la gran diferencia inicial de temperaturas entre el metal líquido y el molde, se presenta al inicio del enfriamiento de la pieza, un gradiente térmico muy negativo en la región de la intercara

metal/molde, por lo que una gran cantidad de calor empieza a ser transferida de esta zona de la pieza hacia el material de moldeo.

El calor transferido en esta etapa inicial, de las regiones externas de la pieza metálica hacia el molde, es empleado en gran parte, debido a la baja difusividad térmica de la arena de moldeo, para calentar a la zona del molde adyacente a la interfase, lo cual disminuye el gradiente térmico local operante en la intercara metal/molde, disminuyendo el flujo de calor transferido de la pieza hacia el exterior y en consecuencia controlando la velocidad de extracción de calor de la pieza hacia el material de moldeo. Esto establece una restricción dinámica a la cantidad de calor que puede abandonar al metal a través de la intercara metal/molde. Lo anterior puede observarse en la Fig.V.14 en donde se grafica, para el caso de la simulación del experimento V de la tabla IV.2, al flujo de calor, $q+(1)$, que abandona la intercara metal/molde en función del tiempo.

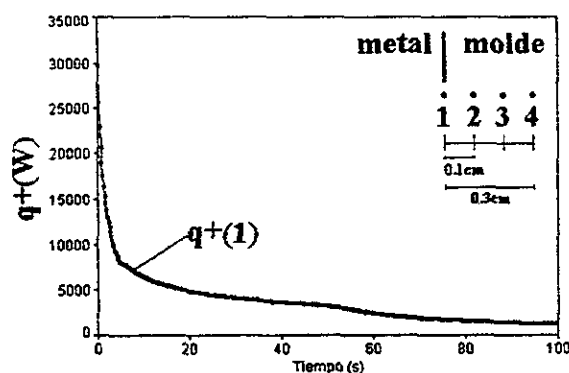


Fig. V.14 - Evolución del Flujo de calor que es transferido a través de la intercara metal/molde, $q+(1)$, simulada por el modelo para las condiciones asociadas al experimento 5 de la tabla IV.2.

Esta figura muestra que el flujo de calor transferido del metal hacia el material de moldeo a través de la intercara metal/molde disminuye conforme transcurre el tiempo, bajo

el efecto de la restricción al flujo de calor impuesta por la baja difusividad térmica del molde de arena.

Parte de la energía que ingresa al material de moldeo es acumulada localmente lo cual se traduce en un incremento local de temperatura. La energía restante es transferida hacia regiones más externas del molde. En la fig.V.15 se presenta lo anterior para la zona del molde que se encuentra en la vecindad inmediata de la intercara metal/molde para el caso analizado.

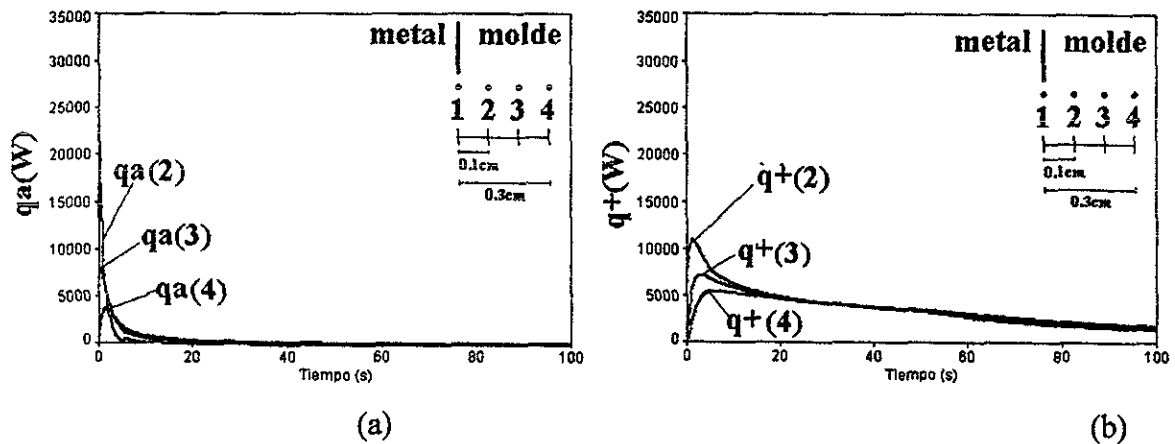


Fig. V.15- Evolución del flujo de calor acumulado, q_a , (a) y transferido, q^+ , (b), simulado por el modelo para las condiciones asociadas al experimento 5, en diferentes posiciones en la región del molde adyacente a la intercara metal/molde. Los números entre paréntesis indican la posición en donde se realizó el cálculo.

La fig.V.15(a) muestra los flujos de calor acumulado, q_a , para tres posiciones en el molde, (2, 3 y 4) ubicadas a diferentes distancias radiales (0.1cm, 0.2cm y 0.3cm) de la intercara metal/molde.

La fig. V.15(b) muestra los flujos de calor, q^+ , que son transferidos de cada una de las tres regiones consideradas hacia la región inmediata exterior del molde. Analizando conjuntamente estas figuras se observa que al inicio del proceso una parte considerable de

la energía que ingresa a cada región del molde, no puede ser transferida con facilidad hacia el exterior, dada la baja difusividad térmica del material de moldeo, y es acumulada localmente.

Lo anterior se traduce en incrementos en la temperatura del molde en esta zona lo que provoca una disminución del gradiente térmico actuante en la intercara metal/molde y restringe el flujo de calor que es transferido de cada zona hacia el exterior, como se observa en las tendencias mostradas por q_+ en la fig.V.15(b) a medida que transcurre el tiempo.

La fig.V.16 muestra al flujo neto de calor, q_{neto} que ingresa en cada una de las tres regiones consideradas en el molde, y que resulta de la suma del flujo de calor acumulado, q_a y del flujo de calor transferido de cada región hacia el exterior.

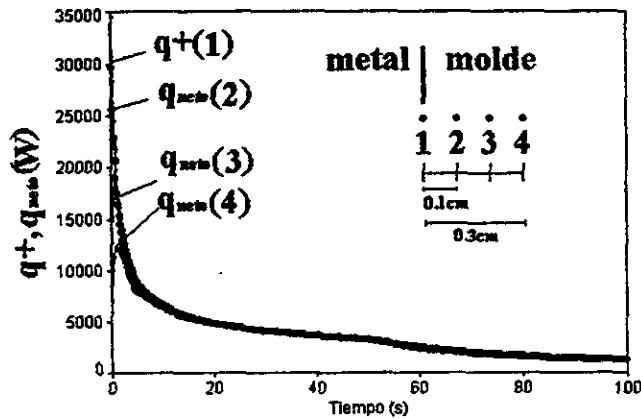


Fig. V.16- Evolución del flujo neto de calor que ingresa a cada una de las regiones consideradas en el molde, q_{neto} , simulada por el modelo para las condiciones asociadas al experimento 5 de la tabla IV.2, en diferentes posiciones en la región del molde adyacente a la intercara metal/molde. Sobrepuesto se muestra al flujo de calor transferido a través de la intercara metal/molde, $q_+(1)$.

Este parámetro representa la capacidad de extracción de calor que opera localmente en cada una de las zonas consideradas en la región del molde adyacente a la intercara metal/molde. Superpuesto se muestra al flujo de calor que abandona al metal a través de la intercara metal/molde, $q_+(1)$.

En la fig.V.16 se observa que la cantidad de energía que abandona al metal a través de la intercara metal/molde está restringida por capacidad del material de moldeo para asimilar esta energía y transferirla hacia el exterior.

De las figs.V.14 -V.16 se puede concluir que es la facilidad con que el calor es transferido a través del material de moldeo, la que gobierna al flujo de calor que se transfiere del metal hacia el molde a través de la intercara metal/molde.

Esta restricción regula los intercambios de energía que se realizan dentro de la pieza durante el enfriamiento y la solidificación, como se desprende del análisis de la información generada por el modelo, descrita a continuación.

Para el análisis se seleccionaron las condiciones asociadas a los experimentos 1, aleación A1, y 5, aleación A2, de la tabla IV.2 y se consideró la evolución de tres volúmenes de control que representan a tres regiones características en el dominio del metal: (1) Zona adyacente al eje de simetría de la pieza; (2) Zona adyacente a la intercara metal/molde; (3) Zona intermedia a las dos anteriores; los volúmenes de control seleccionados están ubicados en las siguientes posiciones radiales: (1) elemento de control ubicado a 0.05 cm del eje de simetría, elemento (c); (2) elemento de control ubicado a 0.75cm del eje de simetría, elemento (i); (3) elemento de control ubicado a 0.4 cm del eje de simetría, elemento (m).

La Fig. V.17 muestra la evolución del gradiente térmico y de la velocidad de solidificación en la pieza en función de la posición para los casos considerados.

En esta figura se aprecia que, debido al choque térmico inicial, al inicio del enfriamiento de la pieza se presenta un gradiente térmico muy negativo en la región cercana

a la intercara metal/molde, región (i), por lo que una gran cantidad de calor empieza a ser transferida de esta zona de la pieza hacia el molde.

La disminución de temperatura resultante en la región más externa del metal provoca a su vez, de manera gradual, gradientes térmicos al interior del metal, regiones (m) y (c) por lo cual, paulatinamente las regiones más internas comienzan a participar en el transporte de energía térmica hacia el exterior.

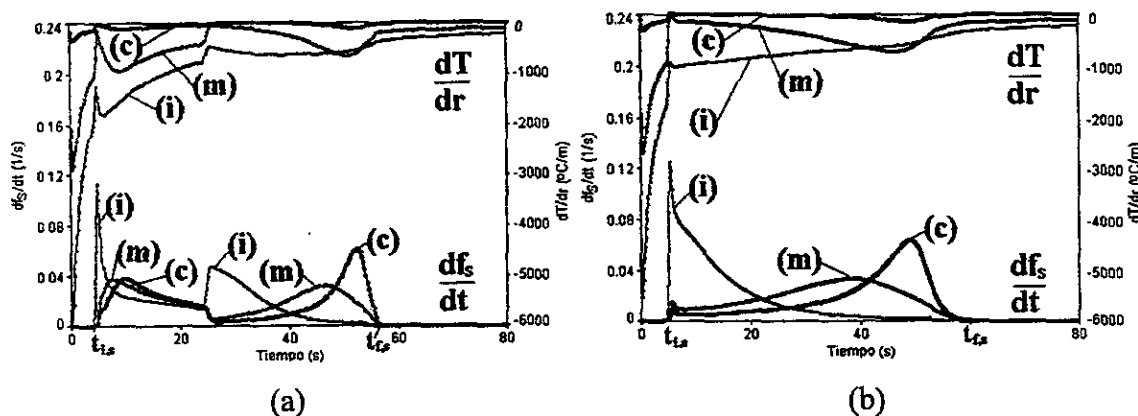


Fig. V.17- Evolución del gradiente térmico local, dT/dr y de la velocidad local de solidificación, df_s/dt , simulada por el modelo para las condiciones asociadas a los experimentos 1, (a) y 5, (b), en tres diferentes posiciones dentro de la pieza: (i) intercara metal/molde ($r = 0.75$ cm); (m) seno del metal ($r = 0.4$ cm); (c) eje de simetría ($r = 0.05$ cm).

En esta figura se puede ver que, al inicio del proceso de enfriamiento y durante la extracción del calor sensible presente en la aleación líquida sobrecalentada, en el intervalo de tiempo transcurrido desde cero y hasta el tiempo de inicio de la solidificación en la pieza, $t_{i,s}$ la restricción al flujo de calor que abandona a la pieza a través de la intercara metal/molde provoca que el gradiente de temperatura presente en la región adyacente a la intercara metal/molde, región (i), evolucione gradualmente hacia valores menos negativos.

Ya que lo que acontece en la intercara metal/molde ocasiona una respuesta térmica progresiva hacia el interior de la pieza, se observa en la fig.V.17 que las curvas que corres-

ponden a las regiones intermedia, (m) y central, (c) de la pieza muestran, primero una disminución hacia valores negativos de dT/dr , respondiendo al enfriamiento inicial del líquido en la región (i) y luego, la presencia de un primer mínimo, en respuesta a las restricciones al flujo de calor extraído de la pieza a través de la intercara metal/molde, luego del cual los gradientes térmicos locales evolucionan hacia valores menos negativos, respondiendo a la restricción al flujo de calor impuesta por el material de moldeo.

Es esta restricción la responsable de que durante la solidificación de la pieza y ante la imposibilidad de transferir libremente el calor latente de solidificación, se promuevan cambios en los gradientes térmicos al interior de la pieza, los cuales se traducen en diferentes condiciones locales de solidificación.

Lo anterior puede constatarse al observar, en la Fig. V.17, la concordancia en el tiempo que existe entre los cambios de los gradientes térmicos locales y los cambios respectivos en la evolución de la velocidad local de solidificación.

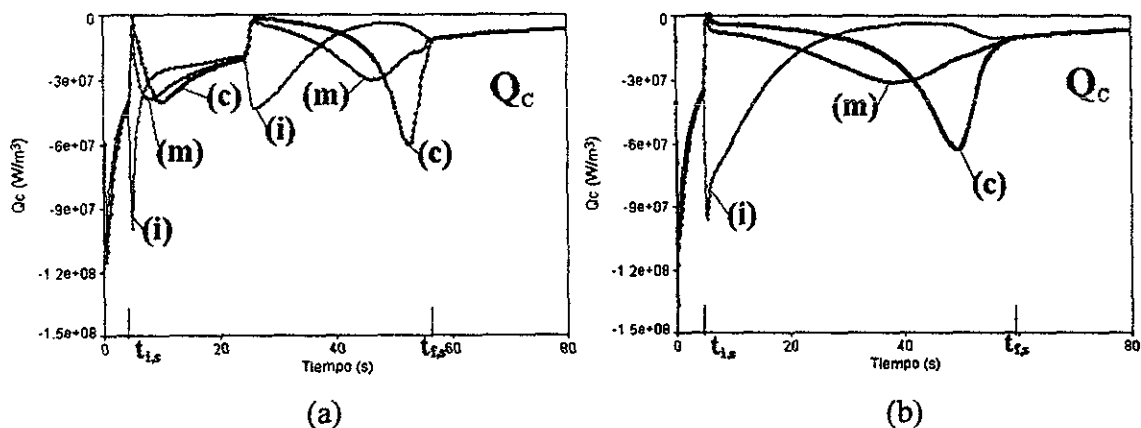


Fig. V.18.- Evolución de Q_C simulada por el modelo para las condiciones asociadas a los a los experimentos 1, (a) y 5, (b), en tres diferentes posiciones dentro de la pieza: (i) interfase metal/molde ($r = 0.75$ cm); (m) seno del metal ($r = 0.4$ cm); (c) eje de simetría ($r = 0.05$ cm).

La transferencia de calor que se efectúa en el sistema, y en particular al interior de la pieza, muestra los efectos de la restricción al flujo de calor impuesta por la baja difusividad térmica del material de moldeo.

Las Figs. V.18 y V.19 muestran respectivamente la predicción proporcionada por el modelo con respecto a las evoluciones de los flujos volumétricos de calor intercambiado, Q_c , y generado por la solidificación local, Q_s en las tres posiciones consideradas para los casos analizados.

Comparando a las Figs.V.18 y V.17 en los intervalos de tiempo asociados a la transferencia del calor sensible, $(0, t_{i,s})$, y al enfriamiento del sólido, $(t > t_{f,s})$, es decir a los tiempos en el que no se presentan cambios de fase en la pieza, se puede observar que la evolución de los gradientes térmicos y del flujo volumétrico de calor transferido en diferentes posiciones de la pieza, sigue un comportamiento regular, caracterizado por una disminución progresiva de ambos parámetros hacia valores menos negativos, en respuesta a la evolución del flujo de calor que puede abandonar a la pieza a través de la intercara metal/molde.

Las diferencias observadas, durante estos lapsos de tiempo, entre los gradientes térmicos locales, y en consecuencia entre los valores locales de Q_c dependen de los valores característicos de difusividad térmica asociados al enfriamiento del metal líquido y sólido respectivamente.

Cuando la pieza inicia su solidificación, al tiempo $t_{i,s}$, lo cual ocurre con mayor intensidad en la región del metal adyacente a la intercara metal/molde, el calor latente asociado no puede ser transferido libremente hacia el exterior, en vista de las restricciones

ya mencionadas, lo cual provoca cambios en el valor local de Qa , el flujo volumétrico de calor acumulado en esta zona, que tiende a ser menos negativo.

Lo anterior modifica los valores locales de dT/dt , ec.(V.4) que, en respuesta a la acumulación de energía térmica, presentan un cambio súbito hacia valores menos negativos.

En consecuencia, la temperatura en la región adyacente a la intercara metal/molde desciende cada vez más lentamente hasta alcanzar un primer mínimo, donde dT/dt es nulo y que corresponde con el máximo subenfriamiento que se presenta durante la solidificación local del microconstituyente primario en esta zona, experimento 1, aleación A1 ó del microconstituyente eutéctico, experimento 5, aleación A2, luego de lo cual el valor local de dT/dt se vuelve positivo, indicando el inicio de la recalcificación en esta zona. La temperatura en esta zona se incrementa hasta alcanzar, eventualmente, un máximo y posteriormente retoma su tendencia decreciente.

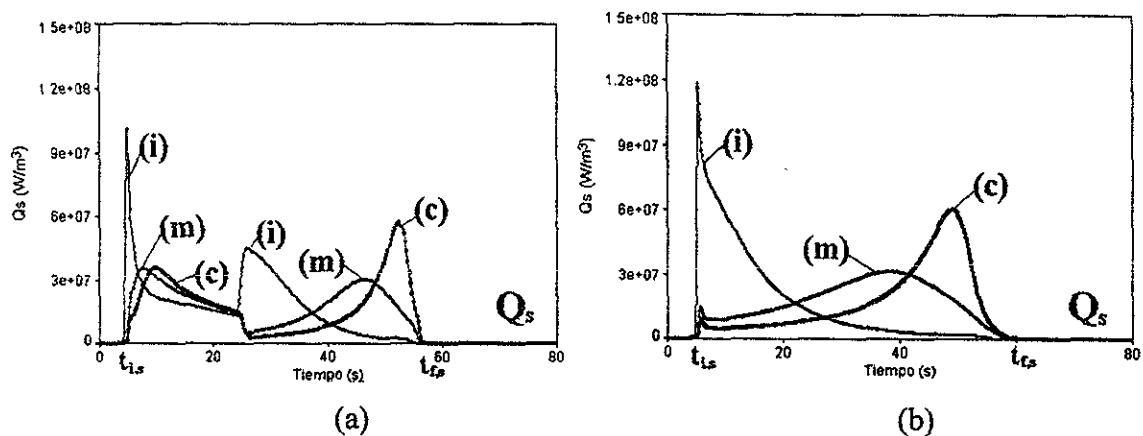


Fig. V.19.- Evolución de Q_s simulada por el modelo para las condiciones asociadas a los a los experimentos 1, (a) y 5, (b), en tres diferentes posiciones dentro de la pieza: (i) interfase metal/molde ($r = 0.75$ cm); (m) seno del metal ($r = 0.4$ cm); (c) eje de simetría ($r = 0.05$ cm).

Estos cambios en la temperatura local del metal en la intercara metal/molde se reflejan en una disminución, hacia valores menos negativos, de los gradientes térmicos

actuantes al interior de la pieza, como se observa en la figura V.17 para las curvas (m) y (c) inmediatamente después de transcurrido $t_{i,s}$. Lo anterior afecta la cantidad de energía que transfieren hacia el exterior las zonas más internas de la pieza y regula, a través del valor impuesto de subenfriamiento local, la velocidad a la que solidifican inicialmente estas regiones, caracterizada por las evoluciones locales de Q_s , mostradas en la fig. V.19.

Observando las Figs.V.18 y V.19, que muestran respectivamente las evoluciones locales de Q_c y de Q_s en las tres posiciones consideradas, se puede constatar que existe una total interdependencia entre los intercambios de calor que efectúa cada elemento de control con sus alrededores, representado por la evolución de Q_c , con la velocidad a la que se genera el calor latente de solidificación, manifestada por las evoluciones locales de Q_s .

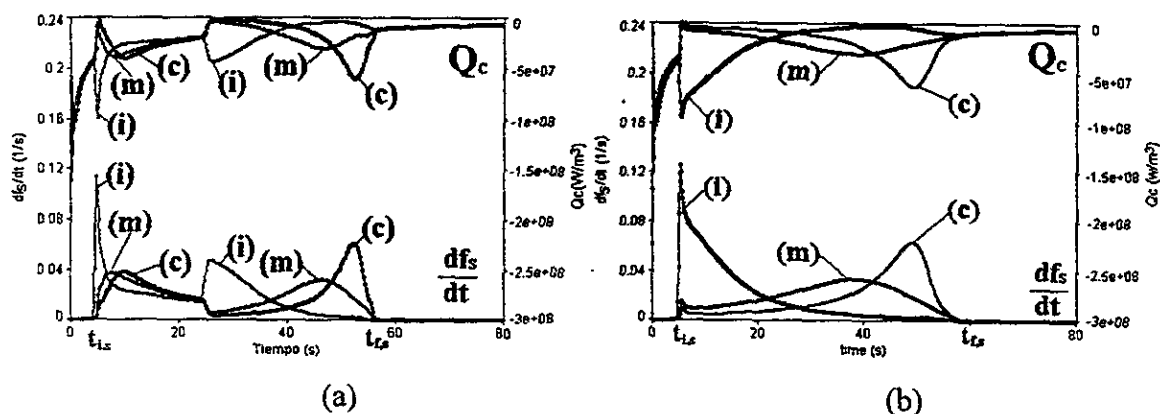


Fig. V.20- Evolución de Q_c y dfs/dt simulada por el modelo para las condiciones asociadas a los experimentos 1, (a) y 5, (b), en tres diferentes posiciones dentro de la pieza: (i) interfase metal/molde ($r = 0.75$ cm); (m) seno del metal ($r = 0.4$ cm); (c) eje de simetría ($r = 0.05$ cm).

Para reafirmar lo anterior, en la Fig. V.20 se puede apreciar que las evoluciones de Q_c y de dfs/dt , la velocidad de formación de sólido, en las tres regiones de la pieza, durante la solidificación de la aleaciones A1 y A2, muestran puntos de inflexión que se ubican en

los mismos tiempos, lo cual indica la interdependencia en la evolución de ambos parámetros.

En esta figura se puede apreciar que el valor local de dfs/dt crece en la medida en que la energía liberada por la solidificación puede ser transferida hacia el exterior. Lo anterior pone en evidencia la presencia de la restricción impuesta por la cantidad de energía térmica que puede abandonar a la pieza a través de la intercara metal/molde, ya que para que la solidificación se desarrolle en una posición específica de la pieza, se requiere que la mayor parte del calor latente de solidificación asociado al incremento en fracción sólida correspondiente pueda ser desalojada a través de la región exterior de la pieza y eventualmente de la intercara metal/molde. El análisis de las Figs.V.18 -V.20 indica que los valores locales de dfs/dt y por ende Q_s (ec. V.3) crecen en la medida en que la mayor parte del calor generado por la solidificación local pueda ser desalojado de la zona correspondiente. También se observa que la evolución de dfs/dt y en consecuencia de la solidificación, se efectúa de manera secuencial desde el exterior y hacia el interior de la pieza, como se desprende de la posición relativa de los máximos locales de dfs/dt en la Fig. V.20.

La Fig. V.21 muestra la evolución de Q_a , el flujo volumétrico de calor acumulado, en función de la posición. La gráfica mostrada para la evolución local de Q_a corresponden a la suma (ec. V.3) de lo observado en la Fig. V.18, evolución local de Q_c y la Fig. V.19, evolución local de Q_s .

Al comparar las Figs.V.18, V.19 y V.21 se observa que conforme se libera localmente el calor latente, éste es, en su mayor parte, transferido hacia el exterior lo cual se observa, durante la solidificación, notando los periodos en que Q_a adopta valores ligeramente

negativos, durante la solidificación primaria, y casi nulos ,durante la solidificación eutéctica. Los lapsos de tiempo en que Q_a es positivo corresponden a los períodos en que se presenta la recalcancia.

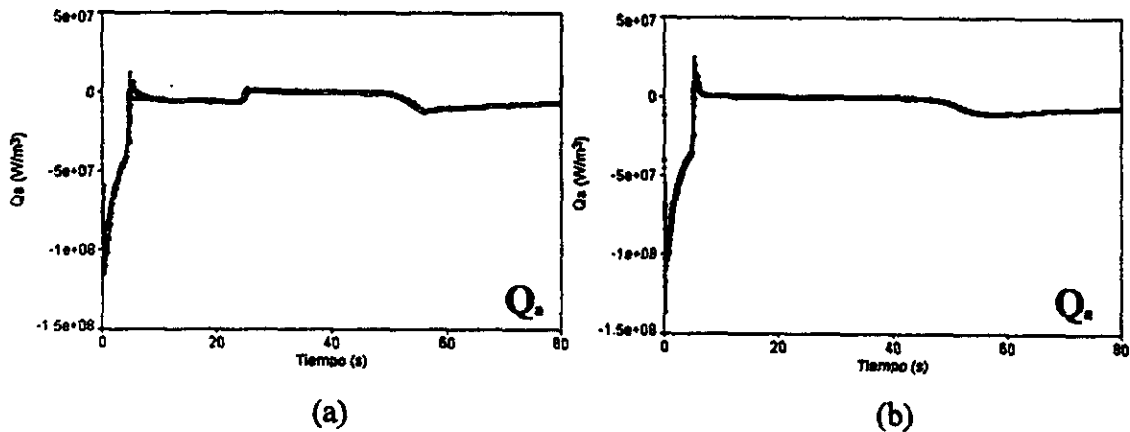


Fig. V.21- Evolución de Q_a simulada por el modelo para las condiciones asociadas a los experimentos 1, (a) y 5, (b), en tres diferentes posiciones dentro de la pieza: (i) intercara metal/molde ($r = 0.75$ cm); (m) seno del metal ($r = 0.4$ cm); (c) eje de simetría ($r = 0.05$ cm).

La Fig. V.22 muestra en mayor detalle la evolución de Q_a para los elementos de control ubicados en la región cercana al eje de simetría, (c), y en la región adyacente a la intercara metal/molde, (i).

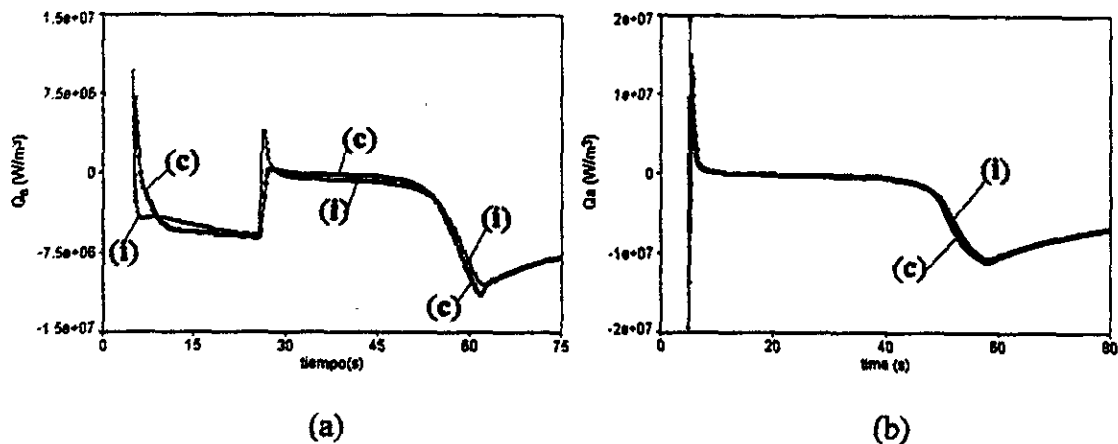


Fig. V.22- Evolución de Q_a simulada por el modelo para las condiciones asociadas a los experimentos 1, (a) y 5, (b), en dos posiciones dentro de la pieza: (i) intercara metal/molde ($r = 0.75$ cm); (c) eje de simetría ($r = 0.05$ cm).

Esta figura indica que durante la solidificación existen diferencias entre las evoluciones de los flujos volumétricos de calor acumulado en los diferentes volúmenes de control, las cuales se traducen en diferentes evoluciones de los valores locales de dT/dt (ec.V.4, Fig. V.23) y en consecuencia la solidificación que se efectúa en diferentes regiones de la pieza se ve sujeta a diferentes condiciones de enfriamiento.

La Fig.IV.23, que muestra la evolución de dT/dt y de f_s en las regiones adyacentes a eje de simetría, (c) y a la intercara metal/molde, (i), pone en evidencia lo anterior al mostrar que la evolución de las fracciones sólidas respectivas se efectúa en condiciones diferentes de velocidad de enfriamiento. Lo anterior, junto con las historias térmicas locales, se traduce en diferencias entre los subenfriamientos actuantes durante la solidificación que se efectúa en diferentes zonas de una pieza colada en molde de arena.

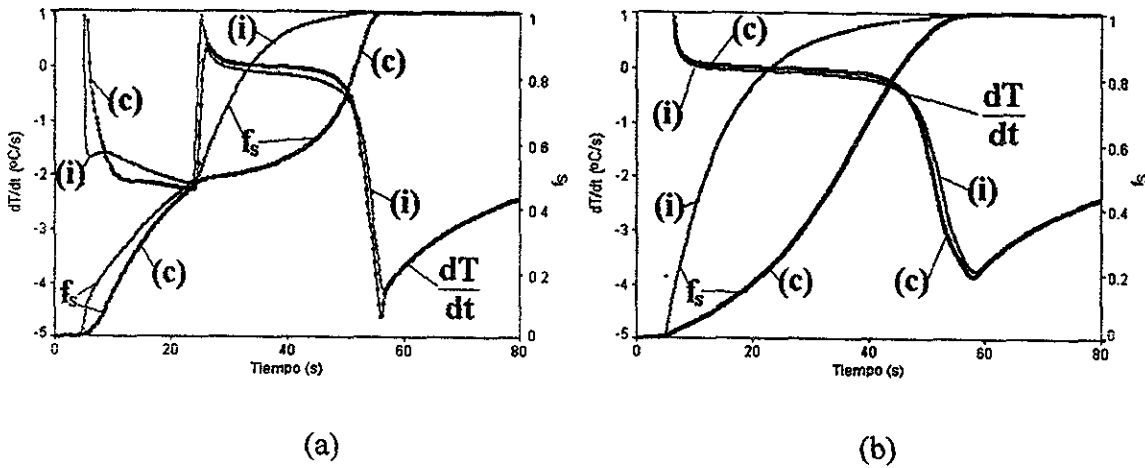


Fig. V.23.- Evolución de dT/dt y f_s simulada por el modelo para las condiciones asociadas a los experimentos 1, (a) y 5, (b), en dos posiciones dentro de la pieza: (i) intercara metal/molde ($r = 0.75$ cm); (c) eje de simetría ($r = 0.05$ cm).

En estudios recientes⁽¹¹⁶⁾ que han sido realizados sobre la solidificación de microconstituyentes en aleaciones que solidifican equiaxialmente, con el fin de establecer la relación entre las longitudes microestructurales características y las condiciones de

solidificación, se ha encontrado que el principal parámetro que determina la velocidad de formación de microestructura es el subenfriamiento presente en el líquido que se ubica en la vecindad inmediata de la interfase sólido/ líquido en crecimiento, y también se ha encontrado que esta velocidad aumenta conforme se incrementa el subenfriamiento. Asimismo, conforme se incrementa esta velocidad⁽¹¹⁶⁾, las longitudes microestructurales características disminuyen.

La Fig.V.24 muestra las predicciones del modelo, para las evoluciones de las fracciones sólidas y de los subenfriamientos eutécticos en el extremo y centro de la pieza asociada al experimento 5 de la tabla IV.2..

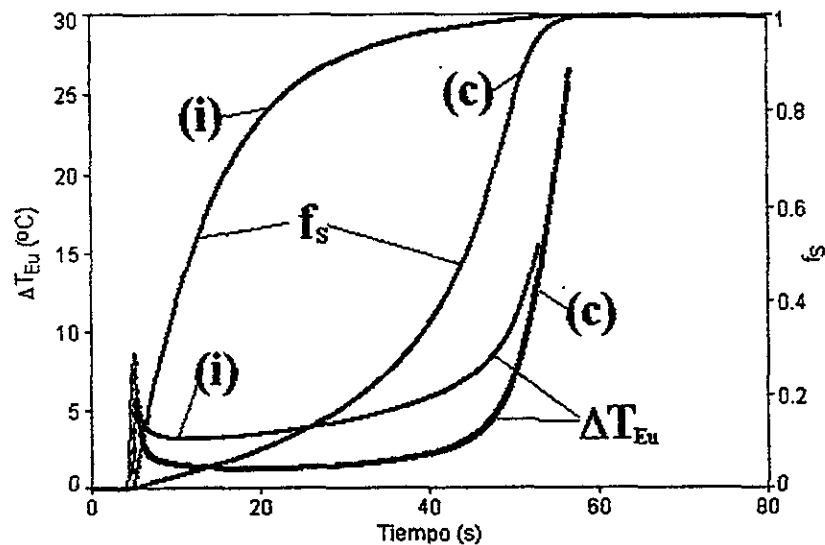


Fig. V.24.- Evolución del subenfriamiento eutéctico, ΔT_{Eu} y de la fracción sólida, f_s simulados por el modelo para las condiciones asociadas al experimento 5 en dos posiciones dentro de la pieza: (i) interfase metal-molde ($r = 0.75$ cm); (c) eje de simetría ($r = 0.05$ cm).

Observando en mayor detalle a esta figura, se puede apreciar que aproximadamente el 40% en volúmen del líquido remanente en la región central de la pieza, al final de la solidificación de esta zona, realiza su solidificación sometida a subenfriamientos similares o mayores a los presentes durante la solidificación de la mayor parte (80% en volúmen, a

los 20 segundos transcurridos) del líquido presente en la región adyacente a la intercara metal/molde.

Lo anterior puede explicar la similitud de los espaciamientos interlaminares eutécticos en el extremo de la pieza y en la región central de la pieza obtenidos del análisis metalográfico de la muestra asociada a este experimento, reproducidos en la Fig. V.25.

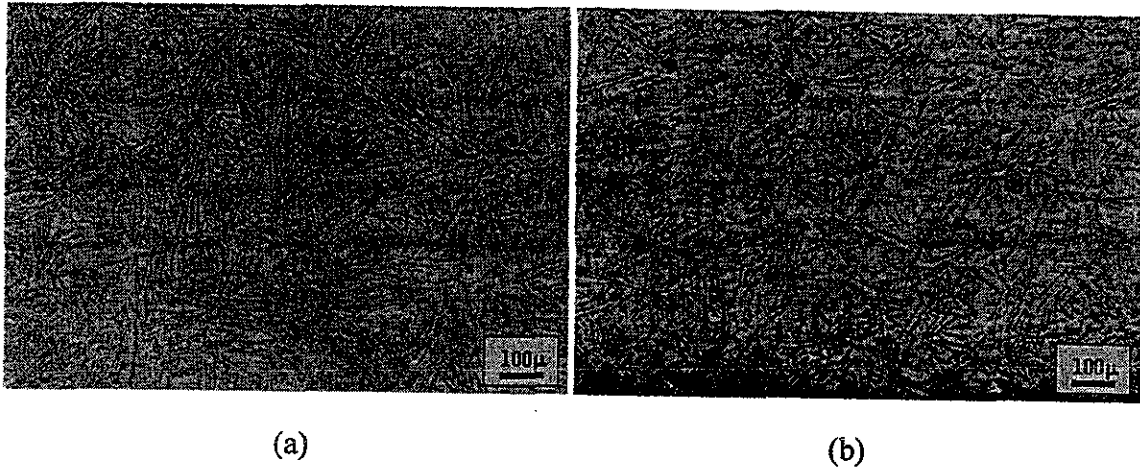


Fig.V.25.- Fotomicrografías de las regiones central y extrema de una muestra asociada al experimento 5 de la tabla IV.2.: (a) región central, $r = 0\text{mm}$; (b) región externa, $r = 8\text{mm}$; Muestra pulida, sin ataque.

La presencia, en la región central de la pieza, de metal líquido remanente que solidifica, al final de la solidificación de esta zona, sujeto a valores crecientes de subenfriamiento eutéctico, corrobora las tendencias experimentales mostradas en la Fig. V.4. al inicio de este capítulo.

De lo anterior resulta razonable suponer que los cambios en las longitudes microestructurales características que con respecto a la posición se observan en una pieza colada en un molde de arena manifiestan las diferencias existentes en las cinéticas locales de solidificación, que a su vez, dependen de las condiciones locales de subenfriamiento presentes durante la solidificación.

En los casos bajo estudio, que corresponden a condiciones típicas de manufactura de piezas coladas en moldes de arena, la limitada difusividad térmica del material de moldeo provoca cambios en los gradientes térmicos presentes en la pieza, los cuales regulan la rapidez y secuencia con las que se efectúa, a nivel local, la solidificación. Lo anterior se traduce en las diferencias microestructurales de los microconstituyentes presentes en diferentes posiciones de la pieza.

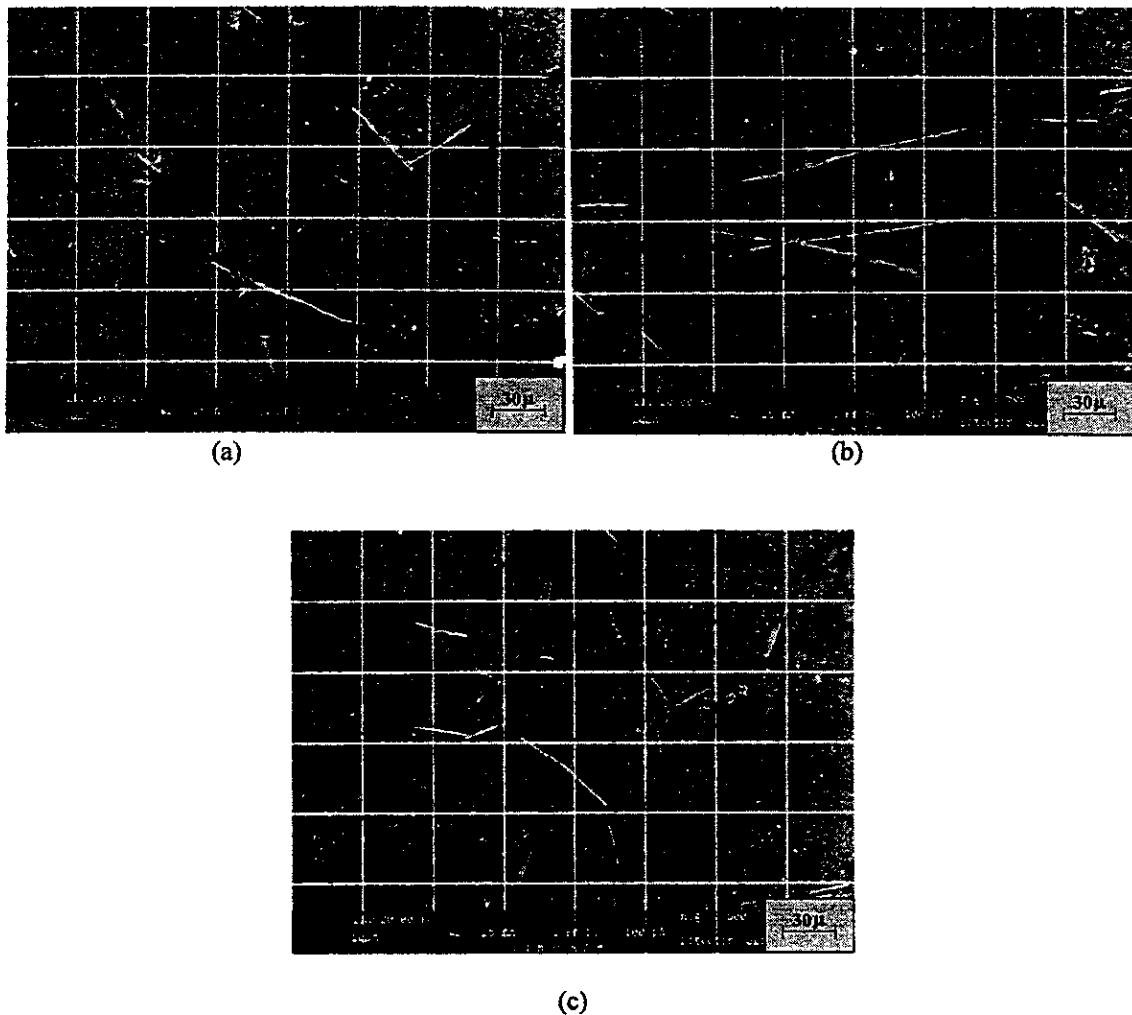


Fig. V.26.- Fotomicrografías obtenidas mediante SEM de las zonas interdendríticas presentes en las regiones: central, $r = 0\text{mm}$ (a), intermedia, $r = 8\text{mm}$ (b) y extrema, $r = 16\text{mm}$, (c), de una probeta asociada al experimento 4 de la tabla IV.2. Muestra pulida y sin ataque.

En el caso del microconstituyente eutéctico que se forma durante la solidificación de la aleación hipoeutéctica, resulta razonable esperar modificaciones en las longitudes microestructurales características en función de la posición dentro de la pieza. En la Fig. V.26 se muestran fotomicrografías, obtenidas mediante SEM, de las zonas interdendríticas presentes en la región central, Fig.V.26(a), $r = 0$ mm; en la región intermedia, Fig.V.26(b), $r = 8$ mm, y en la región extrema, Fig. V.26(c), $r = 16$ mm de una probeta asociada con el experimento 4 de la tabla IV.2.

En esta figura, la microestructura observada consiste básicamente de una red de partículas de silicio (fase oscura, angular) que forman parte del eutéctico interdendrítico Al-Si.

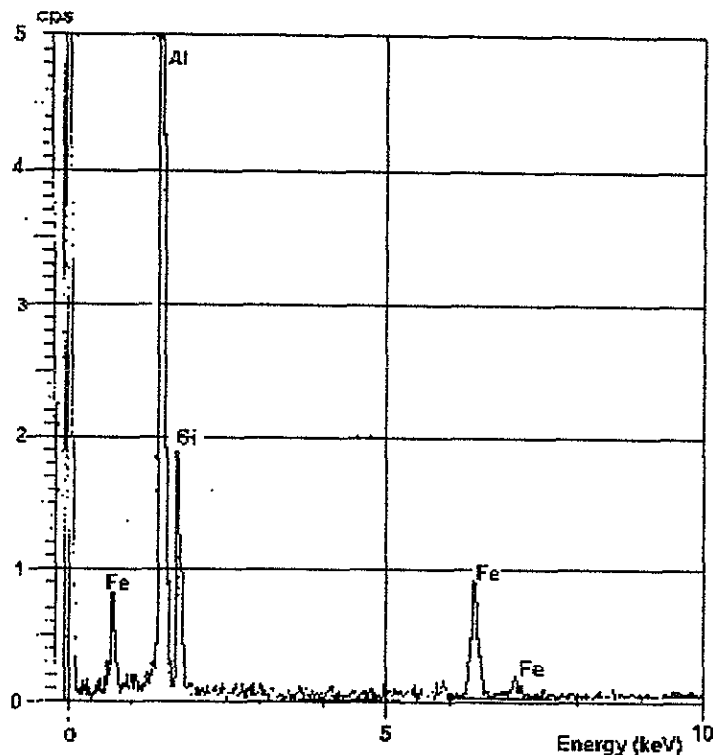


Fig. V.27. Espectro de rayos X, obtenidos mediante EDX, para las placas claras presentes en las zonas interdendríticas de las regiones mostradas en las Figs. V.26(a)- V.26(c)

Las placas claras que se presentan acompañando al eutéctico fueron identificadas mediante EDX, Fig. V.27., como Al_5FeSi . Cabe señalar que el espectro de rayos x obtenido para esta fase intermetálica coincide con el reportado en la literatura⁽¹¹⁸⁾ para el compuesto señalado. El resto de la estructura que aparece como matriz gris es la solución sólida rica en aluminio.

En las Figs. V.26(a)- V.26(c) se observa que las longitudes características de los microconstituyentes presentes en las zonas interdendríticas dependen de la posición dentro de la pieza, ya que se observa que la longitud y el grosor de las partículas de silicio y del intermetálico Al_5FeSi son mayores en la región intermedia que en las regiones central y externa. Lo anterior es el resultado de las condiciones locales presentes durante la solidificación de estos microconstituyentes.

Una posible explicación a lo mostrado en la Fig. V.26 consiste en suponer que los subenfriamientos operantes durante la solidificación eutéctica de la región externa y de la región central adyacente al eje de simetría, fueron mayores a los presentes en la región intermedia. Lo anterior es predicho por el modelo elaborado y puede constatarse al observar en la Fig. V.28, las magnitudes relativas entre los máximos de velocidad de solidificación durante la solidificación eutéctica en las tres posiciones consideradas en la pieza, predicha por el modelo para las condiciones asociadas para el experimento 4 de la tabla IV.2.

Esta figura muestra que los máximos que presentan las velocidades de formación de sólido asociadas a las regiones central y extrema son mayores al asociado a la región intermedia, lo cual implica la presencia en la región intermedia de la pieza de menores subenfriamientos durante la solidificación eutéctica.

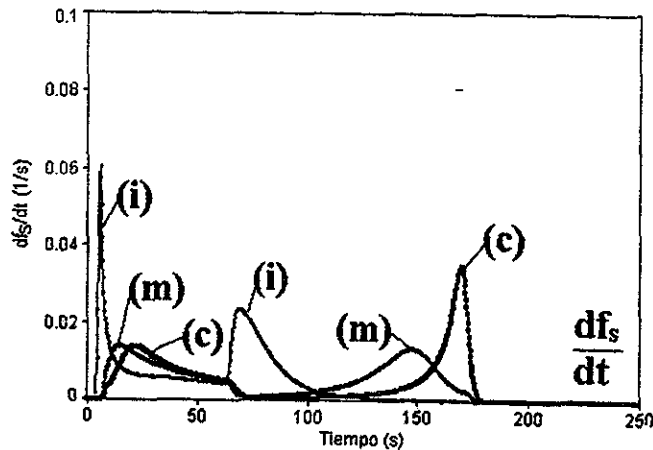


Fig. V.28- Evolución de df_s/dt simulada por el modelo para las condiciones asociadas al experimento 4 de la tabla IV.2 en tres diferentes posiciones dentro de la pieza: (i) interfase metal-molde ($r = 1.55$ cm); (m) seno del metal ($r = 0.8$ cm);(c) eje de simetría ($r = 0.05$ cm).

Lo anterior pone en evidencia nuevamente que las diferencias entre las características microestructurales presentes a nivel local dentro de una pieza son una consecuencia de las condiciones locales de solidificación y que en el caso de piezas coladas en moldes de arena, las diferencias encontradas pueden ser explicadas en base a la limitada difusividad térmica del material de moldeo, la cual provoca cambios en los gradientes térmicos presentes en la pieza, regulando con esto la rapidez y secuencia con que se efectúa, a nivel local, la solidificación.

En la figura V.29 se muestra la evolución de df_s/dt en función de la posición dentro de la pieza para la simulación de los experimentos 1 y 5 de la tabla IV.2. Cabe destacar que las evoluciones calculadas por el modelo en el interior de la pieza, (elementos (c) y (m)) corresponden cualitativamente con la evolución de df_s/dt proporcionada por el método de Fourier aplicado a curvas de enfriamiento experimental, Figs. (V.8 y (V.9). Lo anterior es debido a que el método de Fourier proporciona la cinética local de solidificación asociada a

la región central de la pieza que se encuentra entre el eje de simetría y la posición radial intermedia entre los dos termopares. En el caso de aleaciones hipoeutécticas el método de Fourier proporciona (ver Fig. V.8) una velocidad de formación de sólido caracterizada por la presencia de dos máximos separados entre sí por un valle en donde existe un momento en que la velocidad de formación de sólido es casi nula. El primer máximo está asociado con la solidificación de la fase primaria proeutéctica y el segundo máximo está asociado a la formación del microconstituyente eutéctico. La presencia del valle se debe a las restricciones al flujo de calor impuestas por la baja difusividad del material de moldeo las cuales provocan cambios en los gradientes térmicos operantes en la región central de la pieza, que impiden que la solidificación eutéctica local se realice con intensidad hasta el momento en que la mayor parte del calor latente liberado por la solidificación eutéctica de las regiones más externas haya sido transferido hacia el molde.

En el caso de la aleación eutéctica, el método de Fourier proporciona (ver Fig.V.9) una velocidad de formación de sólido caracterizada por valores reducidos al inicio de la solidificación los cuales crecen gradualmente hasta alcanzar un máximo, casi al final de la solidificación de la pieza. La tendencia mostrada por la evolución de la velocidad de formación de sólido en la región central de la pieza se debe a las restricciones al flujo de calor impuestas por la baja difusividad del material de moldeo, que impide que la solidificación eutéctica se realice con intensidad en el centro de la pieza hasta el momento en que la mayor parte del calor latente liberado por la solidificación eutéctica de las regiones más externas haya sido transferido hacia el molde, lo que explica que el máximo de df_s/dt se alcance casi al final de la solidificación.

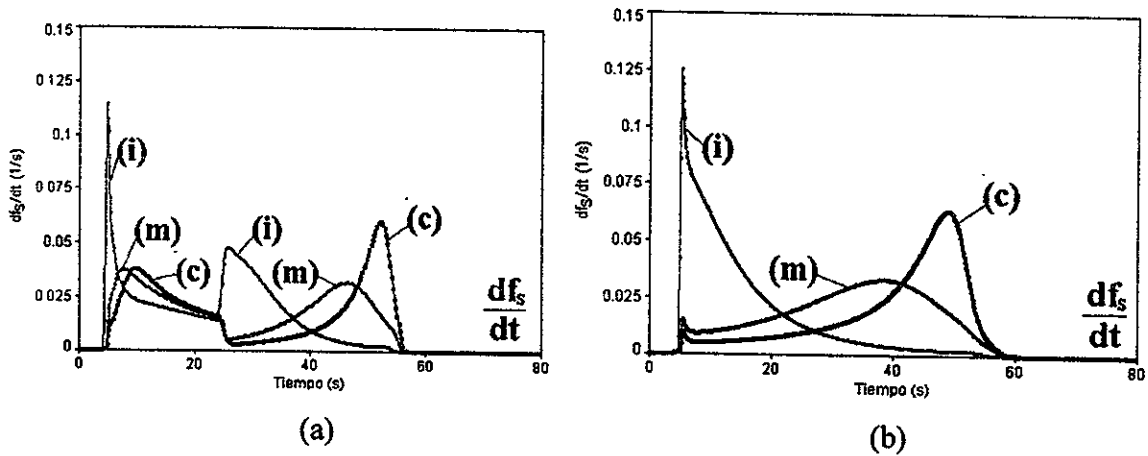


Fig. V.29- Evolución de df_s/dt simulada por el modelo para las condiciones asociadas al experimento 1, Fig. V.29(a), y 5, Fig.V.29(b) de la tabla IV.2, en tres diferentes posiciones dentro de la pieza: (i) interfase metal-molde ($r = 0.75$ cm); (m) seno del metal ($r = 0.4$ cm); (c) eje de simetría ($r = 0.05$ cm).

En la Fig.V.29(a) se puede apreciar que la solidificación del microconstituyente primario inicia casi simultáneamente en toda la pieza, en mayor medida en las regiones cercanas a la interfase metal/molde que en las interiores, y en consecuencia, Fig.V.19(a), existe desde el primer momento de la solidificación, la generación de una cierta cantidad de calor latente tanto en las regiones internas (c) y (m) como en las externas (i).

Si bien todas las zonas del metal inician su solidificación proeutéctica casi simultáneamente, lo cual puede observarse en las Figs. V.29(a) y V.19(a), por el súbito aumento, casi simultáneo de las curvas de df_s/dt y Q_s a partir del tiempo t_{is} , en todas las regiones de la pieza, las regiones internas (c) y (m), que se encuentran en una etapa de solidificación incipiente, reducen drásticamente su velocidad de solidificación, debido a los cambios en el gradiente térmico local, Fig. V.17(a), provocados cuando la región externa (i), entra en franca solidificación, lo cual se traduce en que las evoluciones de Q_s y df_s/dt asociadas a los elementos (c) y (m) detienen su ascenso vertical, y no es sino hasta que una parte considerable del calor latente liberado por la región externa del metal (i), ha sido

transferido hacia el molde (que con su reducida difusividad térmica controla la rapidez de extracción de energía del metal), que las regiones internas pueden abandonar ese estado de solidificación incipiente y proseguir con su solidificación de manera progresiva, del exterior hacia la región central de la pieza, como lo muestran la posición de los máximos de dfs/dt asociados a la solidificación primaria para (c) y (m), en la Fig. V.29(a).

Esto indica que dado que el calor latente asociado con la solidificación de las regiones externas del metal no puede ser transferido libremente, debido a la restricción a la velocidad de extracción de calor impuesta por la baja difusividad térmica del material de moldeo, las regiones internas tienen que “esperar” hasta que una parte considerable de calor latente liberado por las zonas exteriores ha sido transferido hacia el molde, de tal modo que se alcancen los gradientes térmicos que favorezcan la transferencia del calor latente de las zonas internas hacia el exterior, para así poder iniciar en pleno su solidificación.

La solidificación de la fase proeutéctica continúa y, como era de esperarse la zona del metal cercana a la interfase metal/molde es la primera en alcanzar la temperatura eutéctica y en comenzar con la solidificación del microconstituyente eutéctico.

La liberación de calor latente en esta zona causa nuevamente un efecto similar al presente durante el inicio de la solidificación proeutéctica, es decir provoca cambios en los gradientes térmicos locales actuantes en el interior (zonas (c) y (m), Fig.V.17(a)), que restringen la transferencia de calor de esta región hacia el exterior, provocando que la velocidad de solidificación de las zonas internas caiga y ahora de una manera más drástica, Fig. V.29(a), dado el carácter casi isotérmico de la transformación y nuevamente en este caso, las regiones internas permanecen en solidificación incipiente hasta que las regiones

externas han prácticamente finalizado su solidificación. En las etapas finales de la solidificación de la pieza, cuando solidifica el líquido remanente ubicado en la vecindad del centro térmico de la pieza, la extracción de calor del interior hacia el exterior de la pieza se intensifica por los gradientes térmicos asociados a una zona metálica externa sólida, mayoritariamente masiva que se encuentra en franco enfriamiento, aunado a una región central que al encontrarse en franca solidificación, que con la liberación del calor latente de solidificación, tiende a detener el descenso de la temperatura local incrementando aun más el gradiente térmico actuante y con esto la intensidad de extracción de calor. Lo anterior se traduce a fin de cuentas en que el líquido que solidifica en esta región, realiza su solidificación en condiciones muy severas de enfriamiento, y por ende con subenfriamientos actuantes mayores a los presentes en el resto de la pieza. Estas condiciones de solidificación provocan que el sólido que se forma en estos últimos instantes presente menores longitudes microestructurales características que en el resto de la pieza, e indica que en el caso de aleaciones, como los hierros colados, en que existe la posibilidad de formación de microconstituyentes metaestables que entren en competencia con el microconstituyente estable, existe la posibilidad de la presencia en esta zona de una cantidad mayor de microconstituyentes metaestables.

Finalmente se debe mencionar que la intensidad con que los efectos mencionados se presentan dependen de la geometría de la pieza, siendo mayor en el caso de una esfera que en el caso de un cilindro y que en el caso de una placa, como resultado de la distribución de la masa de la pieza con respecto a la posición en relación al punto de simetría, al eje de simetría y al plano de simetría respectivamente.

CONCLUSIONES

1.- El método de Fourier, aplicado a las curvas de enfriamiento experimentales, obtenidas bajo las condiciones exploradas en este trabajo, indica la presencia, en la región central de las piezas cilíndricas coladas en moldes de arena, de aleación líquida remanente que solidifica sujeta a subenfriamientos progresivamente mayores, al final de la solidificación de la pieza. Esto a su vez implica un refinamiento en la microestructura del sólido formado al final de la solidificación de esta región. El análisis metalográfico realizado a las muestras obtenidas confirma la presencia, en el centro térmico de las piezas de un microconstituyente eutéctico que muestra espaciamientos interlaminares muy reducidos, menores a los presentes en la vecindad inmediata a esta región. Esto respalda y valida la cinética de solidificación proporcionada por el método de Fourier.

2.- En base a la evidencia microestructural que respalda a la evolución de la velocidad de solidificación en el centro de la pieza, proporcionada por el método de Fourier y ante la incapacidad por parte de los resultados proporcionados por el método de Newton para explicar estos efectos se puede afirmar que el método de Fourier es más adecuado que el método de Newton para realizar la verificación de modelos teóricos de solidificación en condiciones similares a las presentes en este trabajo.

3.- Se elaboró un modelo mecanístico destinado a simular al enfriamiento y solidificación de aleaciones eutéctica e hipoeutécticas Al-Si. Este modelo fue particularizado al caso de dos aleaciones comerciales base Al-Si, y los resultados predichos por el modelo fueron confrontados con resultados experimentales, incluyendo aspectos térmicos, cinéticos y microestructurales, bajo diferentes condiciones de proceso. Los resultados

experimentales y las predicciones del modelo en relación a estos tres aspectos muestran una buena concordancia cualitativa e indican que un aumento en la temperatura de colada y en el diámetro de la pieza provocan un incremento en las longitudes microestructurales tamaño de grano, espaciamiento interdendrítico secundario (DAS) y en el espaciamiento interlaminar promedio del eutéctico Al-Si. Se piensa que la concordancia cuantitativa entre resultados experimentales y predichos es susceptible de ser mejorada a través de mejoras en el tratamiento de la naturaleza multicomponente de la aleación bajo estudio incluyendo la cinética de precipitación de los intermetálicos en presencia y los efectos que causa la microsegregación de los elementos aleantes durante la solidificación del microconstituyente eutéctico, así como el conocimiento más preciso de las propiedades termofísicas del sistema y la inclusión de los efectos asociados al flujo de fluidos.

4.- Los resultados experimentales muestran que el espaciamiento interdendrítico secundario (DAS) y el espaciamiento interlaminar eutéctico dependen de la posición radial dentro de la pieza. En el caso de la aleación hipoeutéctica se observa que el DAS disminuye gradualmente del centro y hacia el extremo de la pieza cilíndrica. En el caso de la aleación de composición cercana a la eutéctica se encontró la presencia de espaciamientos interlaminares eutécticos muy reducidos en la región de la pieza adyacente a la intercara metal/molde, seguidos, hacia el interior de la pieza, por una zona intermedia que muestra mayores espaciamientos interlaminares y hojuelas de silicio relativamente gruesas y, finalmente, en la región adyacente al eje de simetría de la pieza se vuelve a encontrar una zona que presenta espaciamientos interlaminares eutécticos muy reducidos.

5.- Los resultados experimentales y simulados, incluyendo la cinética de solidificación proporcionada por el método de Fourier así como las observaciones metalográficas sugieren que existe una dependencia muy marcada de la cinética local de solidificación con respecto a la transferencia de calor que se efectúa a nivel local durante el enfriamiento y la solidificación de la pieza. El análisis de esta dependencia puede ser empleado para explicar los cambios observados en las características microestructurales presentes en diferentes posiciones de la pieza. El análisis de la información proporcionada por el modelo muestra que la restricción a la extracción de calor impuesta por la baja difusividad térmica del material de molde produce cambios en los gradientes térmicos que actúan en diferentes posiciones dentro de la pieza. Esto a la vez regula los intercambios de energía entre las regiones locales de la pieza y controla la cinética local de solidificación. Como resultado de lo anterior las condiciones de subenfriamiento presentes durante la solidificación local son diferentes en diferentes posiciones de la pieza y esto se traduce en los cambios observados en las longitudes microestructurales en función de la posición dentro de la pieza fundida.

Lista de Símbolos

Símbolo		Unidades
C_l	Concentración de soluto en el líquido, en la interfase sólido/líquido	% en peso
$C_{l,i}$	Concentración de soluto i en el líquido	% en peso
C_o	Concentración inicial de soluto	% en peso
\bar{C}_o	Concentración inicial de soluto equivalente	% en peso
$\bar{C}_{S,max}$	concentración de solubilidad máxima de soluto equivalente en el solvente	% en peso
C_p	Capacidad Calorífica	J/kg °C
$C_{p,i}$	Capacidad calorífica del medio i	J/kg °C
D	Coefficiente de difusión de soluto en el líquido	m^2/s
D_s	Coefficiente de difusión de soluto en el sólido	m^2/s
DAS	Espaciamiento interdendrítico secundario	μm
f_g	Fracción de grano	-----
FO_M	Número de Fourier en el metal	-----
FO_S	Número de Fourier en el molde	-----
f_s	Fracción sólida	-----
$f_{s,d}^{Ex}$	Fracción sólida extendida de fase primaria	-----
f_b^{Ex}	Fracción sólida extendida de microconstituyente eutéctico	-----
h	Coefficiente newtoniano de transferencia de calor por convección	$W/m^2 °C$
h_{oo}	Coefficiente de transferencia de calor por convección	$W/m^2 °C$
$Iv()$	Función de Ivantsov	
k	Conductividad térmica	$W/m °C$
Kc	Constante fisicoquímica, modelo JH ⁽⁸³⁾	°C/s/m
k_o	Coefficiente de redistribución de soluto	-----
$k_{o,i}$	Coefficiente de redistribución del soluto i	-----
\bar{k}_o	Coefficiente de redistribución de soluto asociado al sistema binario equivalente solvente-soluto equivalente	-----
Kr	Constante fisicoquímica, modelo JH ⁽⁸³⁾	$m °C$
L_f	Calor latente de fusión	J/m^3
L_s	Calor latente de solidificación	J/m^3
\bar{m}_i	Pendiente de líquidus asociada al sistema binario equivalente solvente-soluto equivalente	°C/% en peso
m_i	Pendiente de la línea de líquidus asociada al binario generador	°C/% en peso
$m_{i,1}$	Pendiente de la línea de líquidus asociada al sistema solvente-soluto " i "	°C/% en peso
N_S	Número de núcleos por unidad de volumen	m^{-3}
\hat{N}_d	Densidad de núcleos dendríticos	m^{-3}
\hat{N}_E	Densidad de núcleos eutécticos	m^{-3}
P_c	Número de Péclet solutal	-----
P_t	Número de Péclet térmico	-----
$q^+()$	Flujo de calor transferido	W

Q_a	Flujo volumétrico de calor acumulado	W/m^3
q_a ()	Flujo de calor acumulado	W
Q_c	Flujo volumétrico neto de calor intercambiado con los alrededores	W/m^3
Q_s	Flujo volumétrico de calor latente de solidificación	W/m^3
R	radio de la punta dendrítica	m
r	Posición radial	m
$R1$	Posición radial del termopar más cercano al eje de simetría de la pieza	m
$R2$	Posición radial del termopar más alejado del eje de simetría de la pieza	m
R_g	posicion radial de la punta dendrítica	m
R_g	Radio del grano semisólido en crecimiento	m
R_s	Radio promedio de las esferas sólidas en crecimiento	m
R_s	Radio de la esfera sólida equivalente	m
R_T	Radio total de grano	m
T	Temperatura	$^{\circ}C$
T^*	Temperatura de líquidus del líquido remanente	$^{\circ}C$
T^*	Temperatura de la punta dendrítica	$^{\circ}C$
$T1$	Temperatura asociada al termopar más cercano al eje de simetría de la pieza	$^{\circ}C$
$T2$	Temperatura asociada al termopar más alejado del eje de simetría de la pieza	$^{\circ}C$
T_c	Temperatura de colada	$^{\circ}C$
t_f	Tiempo local de solidificación	s
T_F	Temperatura de fusión del solvente	$^{\circ}C$
T_i	Temperatura en el nodo íésimo	$^{\circ}C$
T_L	Temperatura de líquidus	$^{\circ}C$
T_m	Temperatura de fusión del solvente puro	$^{\circ}C$
T_n	Temperatura de nucleación	$^{\circ}C$
T_{oo}	Temperatura ambiente	$^{\circ}C$
T_R	Temperatura de la punta dendrítica	$^{\circ}C$
\dot{T}	Primera derivada de la temperatura en función del tiempo	$^{\circ}C/s$
$T.G$	Tamaño de grano	μm
T_R	Temperatura en el límite de grano	$^{\circ}C$
V_d	Velocidad de avance de la punta dendrítica	m/s
ZF	Curva cero de referencia en el método de Fourier	$^{\circ}C/s$
ZN	Curva cero de referencia en el método de Newton	$^{\circ}C/s$
α	Parámetro de Brody-Flemmings ⁽⁵¹⁾	-----
α_l	Difusividad térmica del metal líquido	m^2/s
α_s	Difusividad térmica del metal sólido	m^2/s
α_m	Difusividad térmica del metal	m^2/s
β	Parámetro de Ohnaka ⁽⁵⁴⁾	-----
ΔH_f	Entalpia de fusión por unidad de masa	J/Kg
ΔT	Subenfriamiento total	$^{\circ}C$

ΔT_c	Subenfriamiento solutal	$^{\circ}\text{C}$
ΔT_{Eu}	Subenfriamiento eutéctico	$^{\circ}\text{C}$
ΔT_i	Subenfriamiento Constitucional asociado al soluto i	$^{\circ}\text{C}$
ΔT_R	Subenfriamiento capilar	$^{\circ}\text{C}$
ΔT_t	Subenfriamiento térmico	$^{\circ}\text{C}$
Δr_m	Tamaño de malla de discretización en el metal	m
Δr_s	Tamaño de malla de discretización en el molde	m
Γ	Coefficiente de Gibbs-Thompson	m°C
ϕ	Parámetro de ajuste modelo JK()	-----
λ_i	Espaciamiento interdendrítico primario	μm
λ_{Eu}	Espaciamiento interlaminar eutéctico	μm
μ	Coefficiente de crecimiento equiaxial	$\text{m/s } ^{\circ}\text{C}^2$
μ_{Eu}	Coefficiente de crecimiento equiaxial eutéctico	$\text{m/s } ^{\circ}\text{C}^2$
v_{Eu}	Velocidad de avance del frente eutéctico	m/s
ρ	Densidad	Kg/m^3
Ω	Supersaturación de soluto	-----
$\nabla^2 T$	Laplaciano	$^{\circ}\text{C/m}^2$

Referencias

- (1) Kraft T., Exner H.E., "Numerical Simulation of Solidification. Part 3: Prediction of Microstructure", *Z.Metallkd.*, **88**, 4, 1997, 278-290.
- (2) Trivedi R., Kurz W., "Solidification Microstructures: A Conceptual Approach" *Acta Metall. Mater.*, **42**, 1994, 15-23.
- (3) Kurz W., "Solidification microstructures: recent developments and future directions" *Acta. Metall. Mater.*, **38**, 1, 1990, 1-17.
- (4) Lesoult G., "Prediction of Cast Structures, Segregations and defects: Progress and Tendencies", *Modeling of Casting, Welding and Advanced Solidification Processes V*, M.Rappaz, R.Ozgu and K.W. Mahin, editors, TMS,1991, 363-374.
- (5) Campbell J., "Solidification Modeling:Current limitations and Future Potential" *Mater. Sci.Tech.*, **7**, 1991, 885-894.
- (6) Nastac L., Stefanescu D.M., "Macro Transport-Solidification Kinetics Modeling of Equiaxed Dendritic Growth: Part 1 Model Development and Discussion", *Metall. and Mater. Trans. A*, **27A**, 1996, 4061-4083.
- (7) Kraft T., Exner H.E., "Numerical Simulation of Solidification. Part 1 : Microsegregation in Binary Alloys", *Z.Metallkd*, **87**, 7, 1996 508-611.
- (8) Kraft T., Exner H.E., "Numerical Simulation of Solidification. Part 2 : Microsegregation in Ternary and Multicomponent Alloys", *Z.Metallkd.*, **87**, 8, 1996, 652-660.
- (9) Upadhya G., Paul A.J., "Solidification Modeling: A Phenomenological Review", *AFS Trans.*, **102**, 1994, 69-80.
- (10) Chvorinov N., "Control of the Solidification of Castings by Calculation", *Institute of British Foundrymen*, **XXXII**, 1938, 229-236.
- (11) Sciana G., "Methode General de Masselotage des Pieces Moulées en Sable" *Editions Techniques de la Fonderie, C.T.I.F, Paris*, 1984.
- (12) Hu H., Argyropoulos S., "Mathematical Modeling of solidification and Melting : a Review", *Modelling Simul. Mater. Sci. Eng.*, **4**, 1996, 371-396.
- (13) Stefanescu D.M., "Critical Review of the Second Generation of Solidification Models for Castings: Macro Transport-Transformation Kinetics Codes", *Modeling of Casting, Welding and Advanced Solidification Processes VI*, T.S. Piwonka editor, TMS, 1993, 3-20.

- (14) Sasikumar R., Exner H.E., "Coupling of Microsegregation Models to Heat flow Simulation in Castings", *Modelling Simul. Mater. Sci. Eng.*, **1**, 1992, 19-27.
- (15) Sasikumar R., Kumar M., "The Strength of the Coupling Between Macroscopic Heat Flow and Equiaxed Grain Formation in Castings", *Acta Metall. Mater.*, **43**, 12, 1995, 4387-4392.
- (16) Stefanescu D., "Methodologies for Modeling of Solidification Microstructure and Capabilities", *ISIJ International*, **35**, 1995, 6, 637-650.
- (17) Rappaz M., "Modeling of Microstructures Formation in Solidification Process" *Int. Mater. Rev.*, 1989, **34**, 3, 93-123.
- (18) Stefanescu D. M., "Heat transfer Solidification Kinetics Modeling of Solidification of Castings", *Met. Trans. A*, **21A**, 1990, 997-1006.
- (19) Kurz W., Fisher D.J., "Fundamentals of Solidification", Trans Tech Publications. Swisterland, 1986.
- (20) Rappaz M., "Solute Diffusion Model for Equiaxed Dendrite Growth", *Acta Metall.*, **35**, 1987, 1487-1497.
- (21) Thevoz P., "Modeling of Equiaxed Microstructure Formation in Casting", *Met Trans. A*, **20A**, 1989, 311-322.
- (22) Upadhyaya K.G., "Computer-Aided Cooling Curve Analysis: Principles and Applications in Metal Casting", *AFS Trans.*, **97**, 1989, 61-66.
- (23) Fras E., Kapturkiewicz W., "A New Concept in Thermal Analysis of Castings", *AFS Trans.*, **101**, 1993, 505-510.
- (24) Fras E., "Macro and Micro Modeling of the Solidification Kinetics of Castings" *AFS Trans.*, **100**, 1992, 583-591.
- (25) Kanetkar C.S., "Macro-micro Modeling of Solidification of Hypoeutectic and Eutectic Al-Si Alloys", *AFS Trans.*, **96**, 1988, 591-598.
- (26) Tenekedjiev N., "Microstructures and Thermal Analysis of Strontium Treated Aluminium-Silicon Alloys", American Foundymen Society, Des Plaines Ill., 1995.
- (27) Tsumaguri N., Mobley C.E., "Construction and Application of Solidification Diagrams for A356 and D357 Aluminium Alloys", *AFS Trans.*, **101**, 1993, 335-341.

- (28) Backerud L., Chai G., Tamminen J., "Solidification Characteristics of Aluminium Alloys", 2, AFS/Skan Aluminium, 1990.
- (29) Fras E., Kapturkiewicz W., "Numerical Simulation and Fourier Thermal Analysis of Solidification Kinetics in High Carbon Fe-C Alloys", Metall. and Mater. Trans. B, 28B, 1997, 115-123.
- (30) Oldfield W., "A Quantitative Approach to Casting Solidification Freezing of Cast Iron", ASM, 59, 1966, 945-959.
- (31) Stefanescu D.M., Trufinescu S., "Zur Kristallisationskinetik von Grauguss", Z. Metallkd., 65, 1974, 238-243.
- (32) Maxwell Y., Hellawell A., "A Simple Model for Grain Refinement During Solidification", Acta Metall., 23, 1975, 229-237.
- (33) Rappaz M., Stefanescu D.M., "Modeling of Microstructural Evolution", Metals Handbook 9th Ed., 15, Casting, ASM International, 1988.
- (34) Su K.C., "Computer Simulation of Solidification of Nodular Cast Iron", The Physical Metallurgy of Cast Iron, H.Fredriksson and M. Hillert, Ed. North Holland, 1984, 181-189.
- (35) "Computer Simulation of Microstructural Evolution", Ed. Srolovitz D.J., The Metall. Society, Warrendale Pa., 1986.
- (36) Beckerman C., Viskanta R., "Mathematical Modeling of Transport Processes during Solidification of Binary Systems", Appl. Mech.Rev, 46, 1991, 1-27.
- (37) Wang W.S., Stoehr R.A., "Modeling of Fluid Flow", Metals Handbook, 15, ASM Publications, 1988, 867-876.
- (38) Stoehr R.A., Wang C.M., "Coupled Heat Transfer and Fluid Flow in the Filling of Castings", AFS Trans., 96, 1988, 635-644.
- (39) Wang J., "3-D Modeling and Simulation of Mold Filling using PC's Software for Transient Heat Flow Simulation", Modeling and Control of Casting and Welding Processes III, The Metallurgical Society, 1988.
- (40) Kallien L.H., "Optimization of Casting Process Through Simulation for Aluminium Castings", AFS Trans., 100, 1992, 1067-1077.
- (41) Upadhya G., "Comprehensive Casting Analysis Model using a Geometry Based Technique Followed by Fully Coupled 3-D Fluid Flow, Heat Transfer and Solidification Kinetics Calculations", AFS Trans., 100, 1992, 925-933.

(42) Swaminathan C.R., Voller V.R., "An Entalpy type formulation for the numerical modeling of mold filling", Modeling of Casting, Welding and Advanced Solidification Processes VI, Ed. T.S. Piwonka ., TMS Publications, 1993, 365-372.

(43) Ohnaka I., "Modeling of Fluid Flow and Solidification in Casting", Modeling of Casting, Welding and Advanced Solidification Processes VI, Ed. T.S. Piwonka ., TMS Publications, 1993, 337-348.

(44) Xu Z. A., Mampaey F., "Experimental and simulation study on mold filling coupled with heat transfer", AFS Trans., 102, 1994, 181-190.

(45) Ohnaka I., Yashima Y., "Stress Analysis of Steel Shell Solidifiyng in Continuous Casting Mold", Modeling of Casting and Welding Processes IV, Ed. A.F.Giamei, G.J.Abaschian., TMS -AIME, 1988, 4 -15.

(46) Dantzig J.A., "Thermal Stress Developpment in Casting Processes", Metall. Scie and Tech., 7, 1989, 133-178.

(47) Fjaer H.G., Mo A., "A Mathematical Model for Thermal Stresses in DC-Cast Al Billets", Metall. Trans. B., 21B, 1990, 1049-1061.

(48) Thomas B., "Stress Modeling of Casting Processes: An Overview", Modeling of Casting, Welding and Advanced Solidification Processes VI, Ed. T.S. Piwonka ., TMS Publications, 1993, 519-534.

(49) Clyne T. W., "The Use of Heat Flow Modeling to Explore Solidification Phenomena", Metall. Trans. B, 13B, 1982, 471-479.

(50) Scheil E. Z. Metallkd., 34, 1942, 70-78.

(51) Brody H.D., Flemings M.C., "Solute Redistribution in Dendritic Solidification" Trans. AIME, 236, 1966, 624-634.

(52) Battle T.P., "Mathematical Modeling of solute Segregation in Solidifyng Mater.", Int. Mater. Rev., 37, 1992, 249-270.

(53) Clyne T.W., Kurz W., "Solute Redistribution During Solidification whit Rapid Solid State Diffusion", Metall. Trans A., 12A, 1981, 965-971.

(54) Ohnaka I., "Mathematical Analysis of Solute Redistribution During Solidification with Diffusion in Solid Phase", Trans. Iron Steel Inst.Jpn., 26, 1986, 1045-1051.

(55) Ogilvy A.J.W., Kirkwood D.H., Appl.Scie. Res., 44, 1987, 43-49.

- (56) Kobayashi S., "Mathematical Model for Solute Redistribution During Dendritic Solidification", *Trans. Iron Steel Inst. Jpn.*, **28**, 1988, 535-542.
- (57) Berry J.T., Pehlke R.D., "Modeling of Solidification Heat Transfer", *Metals Handbook*, 9th Ed., **15**, ASM Publications, 1988, 858-866.
- (58) Rappaz M., Gandin Ch., "Probabilistic Modelling of Microstructure Formation in Solidification Processes", *Acta Metall. Mater.*, **41**, 2, 1993, 345-360.
- (59) Spittle J.A., Brown G.R., "Computer Simulation of the Effects of Alloy Variables on the Grain Structures of Castings", *Acta Metall.*, **37**, 7, 1989, 1803-1810.
- (60) Zou P., Smith R.W., "Dynamic Simulation of Crystal Growth by Monte Carlo Method-1. Model Description and Kinetics", *Acta Metall. Mater*, **40**, 4, 1992, 683-692.
- (61) Gandin Ch., "Three-Dimensional Probabilistic Simulation of Solidification Grain Microstructures : Application to Superalloy Precision Castings", *Metall. Trans. .A*, **24A**, february 1993, 467-479.
- (62) Cortie M.B., "Simulation of Metal Solidification Using a Cellular Automaton", *Metall. Trans. B*, **24B**, 1993, 1045-1053.
- (63) Gandin Ch. A., Rappaz M., "A Coupled Finite Element- Cellular Automaton Model for the Prediction of Dendritic Grain Structures an Solidification Processes", *Acta Metall. Mater*, **42**, 7, 1994, 2233-2246.
- (64) Goetsch D.D., Dantzig J.A., "Modeling Microstructure Developmment in Gray Cast Irons", *Metall.Mater. Trans. A*, **25A**, 1994, 1063-1079.
- (65) Johnson W.A., Mehl F., *Trans. AIME*, **135**, 1939, 416.
- (66) Avrami M., *J.Chem:Phys.*, **8**, 1940.
- (67) Carnahan B., Luther H.A., Wilkes J.O., "Applied Numerical Methods", New York, Wiley, 1969.
- (68) Reddy J.N., "An Introduction to the Finite Element Method", New York, Mc. Graw-Hill, 1985.
- (69) Swaminathan C.R., Voller V.R., "A General Entalpy Method for Modeling Solidification Processes", *Metall. Trans. B*, **23B**, 1992, 651-664.
- (70) Lewis R.W., "Solidification in Castings by Finite Element Method", *Mat. Scie. and Tech.*, **6**, 1990, 482-489.

- (71) Reddy G.S., "Numerical Simulation of Solidification of Molten Aluminium Alloys in Cylindrical Molds", *Metall. Trans. B*, **24B**, 1993, 677-684.
- (72) Ohnaka I., "Introduction to the Analysis of Heat Transfer and Solidification by Computer-Application for Casting Processes", Tokio, Maruzem, 1985.
- (73) Patankar S.V., "Numerical Heat Transfer and Fluid Flow", New York, Hemisphere Publishing, 1980.
- (74) Thomas B.G., *Metall. Trans. B*, **15B**, 1984, 307-315.
- (75) Turnbull D., Fisher J.C., *J. Chem. Phys.*, **17**, 1949, 71-79.
- (76) Mampaey F. *Modeling of Casting, Welding and Advanced Solidification Processes V*, M. Rappaz, R. Ozgu and K.W. Mahin, editors, The Minerals, Metals and Mater. Society, TMS 1991, 403-411.
- (77) Mampaey F., "An experimental and Simulation Study of the Nucleation and Eutectic Cell Count in Lamellar Graphite Cast Iron", 55th International Foundry Congress, Moscu, 1988.
- (78) Tian H., Stefanescu D. M., *Modeling of Casting, Welding and Advanced Solidification Processes VI*, Ed. T.S. Pivonka, TMS Publications, 1993.
- (79) Chalmers B., *J. Australian Inst. Met.*, **8**, 1963, 225.
- (80) Jackson K.A., Hunt J.D., *Trans. Metall. Soc. AIME*, **236**, 1966, 149.
- (81) Ohno A., "Solidification", Springer-Verlag, Berlin, 1987.
- (82) Steube R.S., Hellawell A., "Micro/Macro Scale Phenomena in Solidification", ed. C. Beckerman, Am. Soc. Chem. Eng., New York, AMD, **139**, 1992, 73.
- (83) Jackson K.A., Hunt J.D., *Trans AIME*, **236**, 1966, 1129.
- (84) Fisher D.J., Kurz W., "A Theory of Branching Limited Growth of Irregular Eutectics", *Acta Metall. Mater.*, **28**, 1980, 777-794.
- (85) Jones H., Kurz W., *Z. Metallkd*, **72**, 792-798, 1981.
- (86) Trivedi R., "Theory of Eutectic Growth under Rapid Solidification Conditions" *Acta Metall. Mater.*, **35**, 4, 3, 1987, 971-980.

- (87) Magnin P., "An Analytical Model of Irregular Eutectic Growth and its Application to Fe-C", *Acta Metall. Mater.*, **35**, 5, 1119-1128, 1987.
- (88) Magnin P., "Eutectic Growth: A Modification of the Jackson and Hunt Theory", *Acta Metall. Mater.*, **39**, 4, 1991, 453-467.
- (89) Magnin P., "Growth of Irregular Eutectics and the Al-Si System", *Acta Metall. Mater.*, **39**, 4, 1991, 469-480.
- (90) Khan S., "Interflake Spacing-Growth Velocity Relationship in Al-Si and Al-CuAl₂ alloys", *Mater., Science and Technology*, **8**, 6, 516-522
- (91) Wei B., "Dendritic and Eutectic Solidification of Undercooled Co-Sb Alloys", *Acta Metall. Mater.*, **41**, 1993, 1801-1809.
- (92) Laxmanan V., "Dendritic Solidification: I-Analysis of Current Theories and Models; II-A Model for Dendritic Growth Under an Imposed Thermal Gradient", *Acta Metall.*, **33**, 1985, 1023-1035, 1037-1049.
- (93) Trivedi R., Kurz W., "Dendritic Growth", *Int. Mater. Rev.*, **39**, 1994, 49-74.
- (94) Minkoff I., "Solidification and Cast Structures", Wiley New York, 1986.
- (95) Juarez-Islas J., Jones H., "Conditions for Growth of Extended Al-rich Al-Mn Alloy Solid Solutions and Al- AlMn Eutectic during Rapid Solidification", *Acta Metall.*, **35**, 2, 1987, 499-507.
- (96) Juarez-Islas J., "The Effect of Rapid Solidification on the Structure and Properties of Al-Mn Alloys" Ph.D Thesis, University of Sheffield, 1987.
- (97) Rooz A., Exner H.E., "A Complete Model for Microsegregation during Columnar Dendrite Growth", *Modeling of Casting, Welding and Advanced Solidification Processes VI*, Ed. T.S. Piwonka ., TMS Publications, 1993.
- (98) Juarez-Islas J., "The effect of rapid solidification on the structure and properties of Al-Mn Alloys" Ph.D Thesis, University of Sheffield, 1987.
- (99) Lipton J., "Dendritic growth into undercooled alloy melts", *Mater. Science and Eng.*, **65**, 1984, 57-63.
- (100) Lipton J., "Equiaxed dendritic growth in alloys at small supercooling", *Metall. Trans. A*, **18A**, february 1987, 341-345.
- (101) Ivantsov G.P., *Dokl. Akad.Nauk. USSR*, **58**, 1947, 567.

- (102) Langer J.S., Muller-Krumbhaar H., *J.Cryst.Growth*, **42**, 1977, 11-19.
- (103) Lipton J., Kurz W., Trivedi R., "Equiaxed dendritic growth under rapid solidification conditions", *Acta. Metall. Mater.*, **35**, 1987, 965-972.
- (104) Boettinger W.J., Coriell S.R., Trivedi R., "Rapid Solidification Processing : Principles and Technologies IV", Ed. Mehrabian R. Parrish P.A., Claiborne's Baton Rouge, 1988.
- (105) Wang C.Y., "A unified solute diffusion model for columnar and equiaxed dendritic alloy solidification", *Mater. Science and Engineering*, **A171**, 1993, 199-211.
- (106) Wang C.Y., "A multiphase solute diffusion model for columnar and equiaxed dendritic alloy solidification", *Metall. Trans. A*, **24A**, 1993, 2787-2802.
- (107) Koseki T., "Numerical Modeling of Solidification and Subsequent Transformation of Fe-Cr-Ni Alloys", *Metall. and Mater. Trans. A*, **25A**, 1994, 1309-1321.
- (108) Cheng Sh., "Modeling Solidification of Turbine Blades Using Theoretical Phase Relationships", *Metall. and Mater. Trans. A*, **25A**, 1994, 1525-1533.
- (109) Wang H.P., "Micro-Macro Modeling of the Investment Casting of Multi-component Alloys", *Modeling of Casting, Welding and Advanced Solidification Processes VI*, T.S. Piwonka editor, The Minerals, metals and Mater. Society, TMS 1993, 3-20.
- (110) Zou J., "Microscopic Modeling of Microstructure Formation of a Nickel-based Super Alloy and Verification", *Modeling of Casting, Welding and Advanced Solidification Processes VI*, T.S. Piwonka editor, TMS, 1993, 3-20.
- (111) Wang H.P., "Investment Casting Solidification Simulation of Ni-based Superalloys, Micromodeling Aspects", *AFS Trans.* **101**, 1993, 771-779.
- (112) Sparkman D., Kearney A., "Breakthrough in Aluminium Alloy Thermal Analysis Technology for Process Control", *AFS Trans.*, **102**, 94-13, 1994, 455-460.
- (113) H.P.Box, "Statistics for Experimenters. An Introduction to Design, Data Analysis and Model Building", Ed. John Wiley, 1984.
- (114) Mortensen A., "On the Rate of Dendrite Arm Coarsening", *Metall. Trans. A*, 1991, **22A**, 569-574.
- (115) Gowri S., Samuel F.H., "Effect of Cooling Rate on the Solidification Behaviour of Al-7Pct Si-SiCp Metal-Matrix Composites", *Metall. Trans. A*, Vol **23A**, 1992, 3369-3376.

(116) Trivedi R., Kurz W., "Solidification Microstructures: A conceptual Approach", Acta Metall. Mater., 42, 1994, 15-23

(117) Kraft T., Rettenmayr M., Exner H.E "An Extended Procedure for Predicting Microstructure and Microsegregation in Multicomponent Alloys", Model. Simul. Mater. Sci. Eng., 4, 1996, 161-167.

(118) Tenekedjev N., Mulazimoglu H., Closset B., Gruzleski J., "Microstructures and Thermal Analysis of Strontium-Treated Aluminium Silicon Alloys", American Foundrymen's Society, Des Plaines, IL 1995, 14-16.

ANEXO 1

OBTENCIÓN DE ECUACIONES DE NUCLEACIÓN DE GRANOS EQUIAXIALES DENDRÍTICOS Y EUTÉCTICOS A PARTIR DE RESULTADOS EXPERIMENTALES.

En esencia se buscó generar , en base a información experimental, expresiones que relacionan a la velocidad de enfriamiento presente al inicio de la solidificación del microconstituyente con el número de núcleos (granos), por unidad de volumen observados en las muestras obtenidas.

Siguiendo el procedimiento descrito en el capítulo IV, se efectuaron las mediciones de tamaño de grano para dos réplicas asociadas a cada uno de los experimentos enlistados en la tabla IV.2.

El conteo de granos se realizó empleando un microscopio estereográfico y en las tablas A1 y A2 se resumen los valores empleados de A_{med} y encontrados para n_1, n_2 (ec.(IV.1)), así como los valores correspondientes de \hat{N}_d y \hat{N}_E , (ec.IV.2), el número de núcleos dendríticos y eutécticos por unidad de volumen y el tamaño de grano resultante.

Tabla A1.-Conteo de granos y tamaño de grano asociados a las muestras asociadas con los experimentos 1-4 de la tabla 4.2

Replica 1					
Experimento	A_{med} (m^2)	n_1	n_2	\hat{N}_d (granos/ m^3)	T.G (μm)
1	1.96e-5	104	40	1.38e10	517
2	1.96e-5	28	22	2.44e9	921
3	1.96e-5	116	43	1.62e10	490
4	1.96e-5	51	29	5.31e9	711
Replica 2					
Experimento	A_{med} (m^2)	n_1	n_2	\hat{N}_d (granos/ m^3)	T.G (μm)
1	1.96e-5	104	39	1.37e10	518
2	1.96e-5	36	24	2.44e9	921
3	1.96e-5	118	42	1.64e10	488
4	1.96e-5	54	38	5.62e9	687

Tabla A2.-Conteo de granos y tamaño de grano asociados a las muestras asociadas con los experimentos 5-8 de la tabla 4.2

Replica 1					
Experimento	A_{med} (m^2)	n1	n2	\hat{N}_E (granos/ m^3)	T.G (μm)
5	6.22e-5	60	31	1.16e9	1180
6	6.22e-5	28	21	4.24e8	1651
7	6.22e-5	74	34	1.54e9	1074
8	6.22e-5	38	25	6.36e8	1442
Replica 2					
Experimento	A_{med} (m^2)	n1	n2	\hat{N}_E (granos/ m^3)	T.G (μm)
5	6.22e-5	64	32	1.27e9	1145
6	6.22e-5	30	20	4.49e8	1620
7	6.22e-5	69	33	1.4e9	1109
8	6.22e-5	36	24	5.89e8	1480

Los valores de \hat{N}_d y \hat{N}_E encontrados, así como las velocidades de enfriamiento presentes cuando la aleación alcanza la temperatura de líquidus (para \hat{N}_d) y la temperatura eutéctica (para \hat{N}_E) fueron empleados para obtener, mediante regresión numérica, las ecuaciones que describen la relación que existe entre la velocidad de enfriamiento y el conteo de núcleos. Los datos empleados para la regresión se muestran en la tabla B1.

Tabla B1.-Densidades de grano y velocidades de enfriamiento $(dT/dt)_{T=TL}$ $(dT/dt)_{T=TE}$ empleadas para la obtención de las ecuaciones de nucleación de granos equiaxiales dendríticos y eutécticos

Experimento	$(dT/dt)_{T=TL}$ ($^{\circ}C/s$)	\hat{N}_d (granos/ m^3)	\hat{N}_d (granos/ m^3)
1	-17	1.38e10	1.37e10
2	-4.1	2.44e9	2.44e9
3	-24.6	1.62e10	1.64e10
4	-10	5.31e9	5.62e9
Experimento	$(dT/dt)_{T=TE}$ ($^{\circ}C/s$)	\hat{N}_E (granos/ m^3)	\hat{N}_E (granos/ m^3)
5	-13.4	1.16e9	1.27e9
6	-3.2	4.24e8	4.49e8
7	-17.1	1.54e9	1.4e9
8	-4	6.36e8	5.89e8

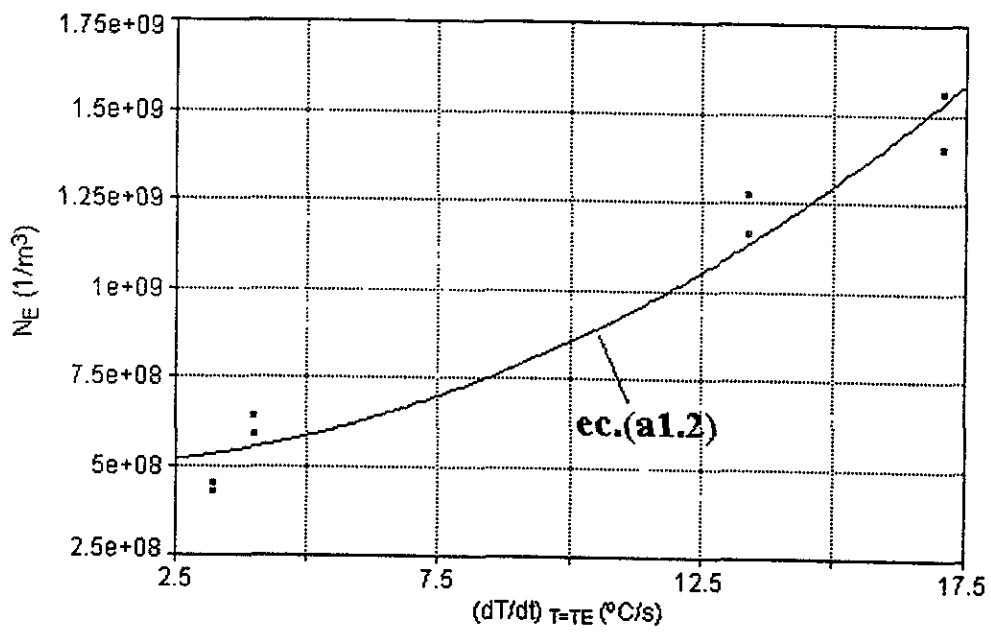


Fig.A1.-Densidad de granos equiaxiales eutécticos como una función de la velocidad de enfriamiento de la aleación al alcanzar la temperatura eutéctica

Las ecuaciones obtenidas son las siguientes:

(1) Nucleación de granos dendríticos

$$\hat{N}_d = 3.748 \times 10^9 + 2.313 \times 10^7 \left(\frac{dT}{dt} \right)_{T=T_L}^2 \quad (\text{A1.1})$$

(2) Nucleación de granos eutécticos

$$\hat{N}_E = 5.21 \times 10^8 + 3.558 \times 10^6 \left(\frac{dT}{dt} \right)_{T=T_E}^2 \quad (\text{A1.2})$$

En las figs. A1 y A2 se muestra, respectivamente, a los datos experimentales de \hat{N}_d y \hat{N}_E en función de la velocidad de enfriamiento, así como a los valores que arrojan las ecuaciones (A1.1) y (A1.2) para las velocidades de enfriamiento consideradas

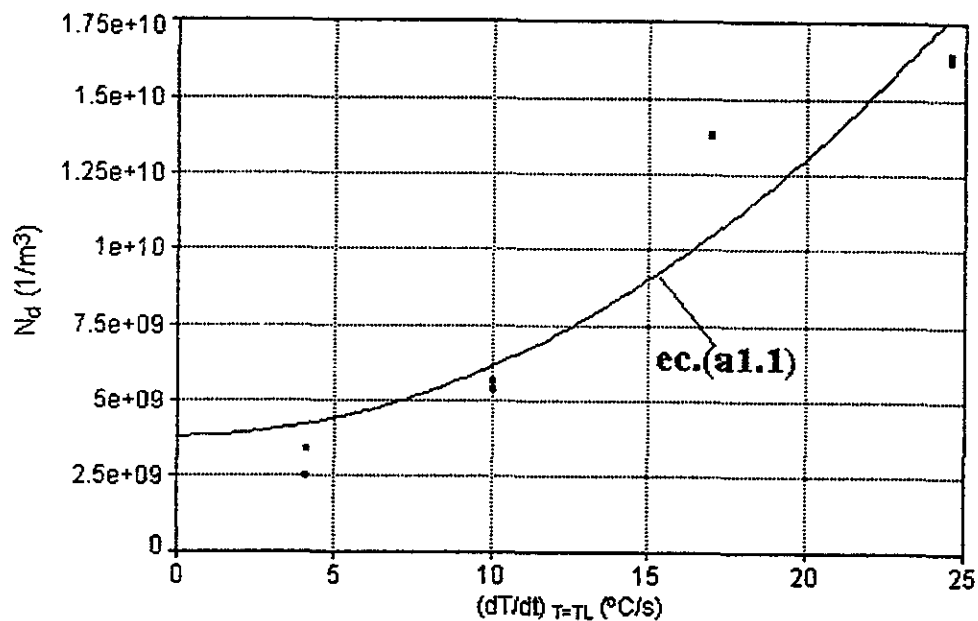


Fig.A1.-Densidad de granos equiaxiales dendríticos como una función de la velocidad de enfriamiento de la aleación al alcanzar la temperatura de líquidus

ANEXO II

LISTADO DE LOS PROGRAMAS EMPLEADOS

LISTADO DEL PROGRAMA QUE PERMITE LA APLICACIÓN DEL MÉTODO DE NEWTON

```
DECLARE SUB manual2 (tinicio, tfin, tr1, tr2, tr3)
DECLARE SUB grafo (KX2, KX1, KY2, KY1, KdY2, KdY1, Kf2, Kf1, Kdf2, Kdf1)
DECLARE SUB genera (tfin, tinicio, p1, p2)
DECLARE SUB grafi (KX1, KX2, KY1, KY2, HX1)
DECLARE SUB manual (tinicio, tfin, p1, p2)
DECLARE SUB grafics (KX1, KX2, KY1, KY2, HX1)
DECLARE SUB grafico (KX1, KX2, KY1, KY2, HX1)
DECLARE SUB derivada (I10, archo$)
DECLARE SUB grafica (KX1, KX2, KY1, KY2)
COMMON SHARED fs(), longi
COMMON SHARED LY1, HY1, NY1, NX1, HX1, dLY1, dHY1, dNY1, d2LY1, d2HY1
```

'La aplicación del método de Newton inicia con la lectura del archivo' que contiene a la curva de enfriamiento que será analizada numéricamente

```
' nombre del archivo que se va a procesar
archo$ = "c:\tcwin2\exp27c5.txt"
'elaboración de la gráfica
grafica KX1, KX2, KY1, KY2
'se abre el archivo, se leen los puntos y se grafican
OPEN archo$ FOR INPUT AS #1
INPUT #1, titulo1$, titulo2$, titulo3$
DO
w25 = w25 + 1
INPUT #1, tt1, temp
tot1 = tt1
t2 = temp
X1 = KX1 + KX2 * tot1
Y1 = KY1 + KY2 * t2
COLOR 2
IF X1 > 100 AND X1 < 500 AND Y1 > 40 AND Y1 < 340 THEN
PSET (X1, Y1)
ELSE
END IF
dt50 = t2 - tt1
IF w25 = 2 THEN dt2 = dt50
tt2 = tt1
LOOP UNTIL EOF(1)
CLOSE 1
COLOR 15
DIM tempi(w25), tiem(w25)
```

'la subrutina derivada se ocupa de obtener la primera y segunda derivada de la curva de enfriamiento

derivada I10, archo\$

'en este momento se cuenta con los archivos de primera y segunda derivada, información que es empleada para determinar los tiempos de inicio y fin de la solidificación. Estos tiempos se pueden determinar empleando ya sea a la primera derivada' o a la segunda derivada. Generalmente y debido a que el ruido experimental se ve amplificado con la segunda derivada, se selecciona a la primera derivada para determinar manualmente los puntos de inicio y fin de la solidificación

```
PRINT "Opción determinación tiempo inicio y fin:(1)segunda derivada"
```

```
INPUT "(2) manual"; opcion
```

```
IF opcion = 2 THEN
```

'la subrutina manual permite desplazarse a lo largo de los puntos de la 'primera derivada para indicar al inicio y fin de la solidificación

```
manual tinicio, tfin, p1, p2
```

```
ELSE
```

```
  manual2 tinicio, tfin, tr1, tr2, tr3
```

```
END IF
```

'Una vez que se conocen los tiempos de inicio y fin de la solidificación se procede a obtener a la curva cero de Newton y a realizar los cálculos' de calor latente de fusión, para lo cual se requiere una distribución' de la fracción sólida en el intervalo de tiempo comprendido entre el inicio y el fin de la solidificación. Como primera aproximación se asume una función lineal, y la evolución de la fracción sólida en función del tiempo será corregida conforme procede el cálculo, hasta que se alcanza la convergencia. Se abre el archivo que contiene a la curva de enfriamiento con el fin de conocer explícitamente el tiempo en que se realiza la solidificación y asignar valores de fracción sólida a todos los puntos de la curva

'Para tiempos inferiores al tiempo de inicio de la solidificación la fracción sólida es cero y para tiempos superiores al tiempo de fin de solidificación la fracción sólida es 1. En tiempos intermedios se asume una evolución lineal.

```
OPEN archoS$ FOR INPUT AS #1
```

'se crea el archivo fsole27c para guardar los datos de fracción sólida vs tiempo

```
OPEN "fsole27c.txt" FOR OUTPUT AS #2
```

```
INPUT #1, titulo1$, titulo2$, titulo3$
```

```
DO
```

```
INPUT #1, tt1, temp
```

```
SELECT CASE tt1
```

'asignación de valores de fs a los puntos de la curva

```
  CASE IS < tinicio: fs1 = 0
```

```
  CASE IS > tfin: fs1 = 1
```

```
  CASE ELSE: fs1 = (tt1 - tinicio) / (tfin - tinicio)
```

```
END SELECT
```

```
WRITE #2, tt1, fs1
```

```
LOOP UNTIL EOF(1)
```

```
CLOSE
```

'A continuación comienza el ciclo iterativo que permite caracterizar a la cinética de solidificación aplicando el método de Newton regreso: 'la subrutina genera calcula la curva cero de Newton a partir de los tiempos de inicio, p1 y fin, p2, y de los datos de fracción sólida en el intervalo p1-p2.

```
genera tfin, tinicio, p1, p2
```

'se grafica la primera derivada y la curva cero de Newton:

```
grafico KX1, KX2, KY1, KY2, HX1
```

'el archivo derze27c.txt guarda la información de la primera derivada y de la curva cero de Newton que corresponden a cada tiempo

```
OPEN "derze27c.txt" FOR INPUT AS #1
```

```
COLOR 3
```

```

'graficacion de los puntos
DO
INPUT #1, tt1, der1, zer1
X1 = KX1 + KX2 * tt1
Y1 = KY1 + KY2 * der1
X2 = X1
Y2 = KY1 + KY2 * zer1
IF X1 > 100 AND X1 < 500 AND Y1 > 40 AND Y1 < 340 THEN PSET (X1, Y1)
IF X2 > 100 AND X2 < 500 AND Y2 > 40 AND Y2 < 340 THEN PSET (X2, Y2)
LOOP UNTIL EOF(1)
CLOSE
COLOR 15

```

'Se tiene todo para efectuar la integración: (i) a la primera derivada se le resta la curva cero de Newton. Esto se realiza punto a punto y la información así generada se suma a la previamente calculada en el archivo finte27c.txt, con lo que al final de esta operación se tiene a la integral numérica de la zona que se ubica entre la primera derivada y la curva cero. Con esta información es posible calcular al calor latente de solidificación L.

```

OPEN "derze27c.txt" FOR INPUT AS #1
OPEN "fsole27c.txt" FOR INPUT AS #2
OPEN "finte27c.txt" FOR OUTPUT AS #3
cont = 0
integra = 0
DO
cont = cont + 1
INPUT #1, tt1, der1, zer1
INPUT #2, tt1, fs1
SELECT CASE tt1
CASE IS < inicio: par1 = 0
CASE IS > tfin: par1 = 1
CASE ELSE: par1 = fs1
END SELECT
cprom = 2470 * (900 * par1 + 982.1 * (1 - par1))
integra = integra + cprom * (der1 - zer1) * dt2
WRITE #3, tt1, integra
LOOP UNTIL EOF(1)
LOCATE 1, 1: PRINT "L="; integra * -1
CLOSE

```

' el valor actual del calor latente de solidificación es comparado con el valor calculada en el paso anterior y si se alcanzo la convergencia este es el último ciclo iterativo. De no ser el caso se realiza un nuevo ciclo iterativo. Cabe señalar que la magnitud de L es del orden de $1e8$ y el criterio de convergencia que se emplea es una diferencia menor a $1e1$.

```

IF ABS(l - integra) < 10 THEN aqui = 1
l = integra
' con el ultimo valor de calor latente calculado se procede a recalcular la evolución de la fracción sólida en
función del tiempo
OPEN "fsole27c.txt" FOR OUTPUT AS #1
OPEN "finte27c.txt" FOR INPUT AS #2
cont = 0
DO
cont = cont + 1
INPUT #2, tt1, fs2

```

```

fs1 = fs2 / l
WRITE #1, tt1, fs1
LOOP UNTIL EOF(2)
CLOSE
REDIM fs(cont), tempo(cont)
OPEN "fsole27c.txt" FOR INPUT AS #1
cont = 0
DO
cont = cont + 1
INPUT #1, tt1, fs1
tempo(cont) = tt1
fs(cont) = fs1
LOOP UNTIL EOF(1)
CLOSE
' con los valores corregidos de fracción sólida se calcula la velocidad instantánea de solidificación
REDIM dfs(cont)
dfs(1) = (fs(2) - fs(1)) / (tempo(2) - tempo(1))
FOR i = 2 TO cont - 1
dfs(i) = (fs(i + 1) - fs(i - 1)) / (tempo(i + 1) - tempo(i - 1))
NEXT
dfs(cont) = (fs(cont) - fs(cont - 1)) / (tempo(cont) - tempo(cont - 1))
OPEN "dfsoe27c.txt" FOR OUTPUT AS #1
FOR i = 1 TO cont
WRITE #1, tempo(i), fs(i), dfs(i)
NEXT
CLOSE
' si no se ha alcanzado la convergencia se repite el ciclo iterativo
IF aqui = 0 THEN GOTO regreso
'
' si ya se alcanzó la convergencia el programa grafica en pantalla a la curva de enfriamiento, ala primera
derivada, a la curva cero de Newton y a la evolución de la fracción sólida y de la velocidad de solidificación.
' Toda esta información esta disponible como archivos' para su análisis posterior.
'
'elaboración de gráfica final
grafo KX2, KX1, KY2, KY1, KdY2, KdY1, Kf2, Kf1, Kdf2, Kdf1
'apertura de archivos y graficación de puntos
OPEN "dfsoe27c.txt" FOR INPUT AS #1
DO
INPUT #1, tt1, fs, dfs
X1 = KX1 + KX2 * tt1
Y1 = Kf1 + Kf2 * fs
COLOR 4
IF X1 > 100 AND X1 < 500 AND Y1 > 40 AND Y1 < 340 THEN PSET (X1, Y1)
Y1 = Kdf1 + Kdf2 * dfs
COLOR 5
IF X1 > 100 AND X1 < 500 AND Y1 > 40 AND Y1 < 340 THEN PSET (X1, Y1)
LOOP UNTIL EOF(1)
CLOSE
OPEN "derze27c.txt" FOR INPUT AS #1
DO
INPUT #1, tt1, der1, zer1
X1 = KX1 + KX2 * tt1
Y1 = KdY1 + KdY2 * der1
COLOR 3
IF X1 > 100 AND X1 < 500 AND Y1 > 40 AND Y1 < 340 THEN PSET (X1, Y1)

```

```

Y1 = KdY1 + KdY2 * zer1
COLOR 3
IF X1 > 100 AND X1 < 500 AND Y1 > 40 AND Y1 < 340 THEN PSET (X1, Y1)
LOOP UNTIL EOF(1)
CLOSE
OPEN archoS FOR INPUT AS #1
INPUT #1, titulo1$, titulo2$, titulo3$
DO
INPUT #1, tt1, temp
X1 = KX1 + KX2 * tt1
Y1 = KY1 + KY2 * temp
COLOR 2
IF X1 > 100 AND X1 < 500 AND Y1 > 40 AND Y1 < 340 THEN PSET (X1, Y1)
LOOP UNTIL EOF(1)
CLOSE
'Fin del programa
END

```

SUBRUTINAS DEL PROGRAMA QUE APLICA EL MÉTODO DE NEWTON A CURVAS DE ENFRIAMIENTO

```

SUB derivada (I10, archoS)
STATIC w, tt2, tm2, TT3, TM3
SHARED tempi(), tiem()
OPEN archoS FOR INPUT AS #1
INPUT #1, titulo1$, titulo2$, titulo3$
DO
w = w + 1
INPUT #1, tt1, TM1
tempi(w) = TM1
tiem(w) = tt1
LOOP UNTIL EOF(1)
CLOSE
DIM deriv1(w), deriv2(w)
deriv1(1) = (tempi(2) - tempi(1)) / (tiem(2) - tiem(1))
FOR i = 2 TO w - 1
deriv1(i) = (tempi(i + 1) - tempi(i - 1)) / (tiem(i + 1) - tiem(i - 1))
NEXT
deriv1(w) = (tempi(w) - tempi(w - 1)) / (tiem(w) - tiem(w - 1))
deriv2(1) = (deriv1(2) - deriv1(1)) / (tiem(2) - tiem(1))
FOR i = 2 TO w - 1
deriv2(i) = (deriv1(i + 1) - deriv1(i - 1)) / (tiem(i + 1) - tiem(i - 1))
NEXT
deriv2(w) = (deriv1(w) - deriv1(w - 1)) / (tiem(w) - tiem(w - 1))
OPEN "derie27c.txt" FOR OUTPUT AS #2
OPEN "sedee27c.txt" FOR OUTPUT AS #3
FOR i = 1 TO w
WRITE #2, tiem(i), deriv1(i)
WRITE #3, tiem(i), deriv2(i)
NEXT
CLOSE
END SUB

```

```

SUB genera (tfin, tinicio, p1, p2)
OPEN "derie27c.txt" FOR INPUT AS #1
OPEN "fsole27c.txt" FOR INPUT AS #2
OPEN "derze27c.txt" FOR OUTPUT AS #3
DO
INPUT #1, tt1, der1
INPUT #2, tt1, fs1
SELECT CASE tt1
CASE IS < tinicio
zer1 = der1
CASE IS > tfin
zer1 = der1
CASE ELSE
zer1 = p1 * (1 - fs1) + p2 * fs1
END SELECT
WRITE #3, tt1, der1, zer1
LOOP UNTIL EOF(1)
CLOSE
END SUB

```

```

SUB grafi (KX1, KX2, KY1, KY2, HX1)
a1$ = "dT/dt "
a2$ = "(°C/s)"
PRINT "Valor mínimo de "; a1$; a2$
INPUT "Ly1"; dLY1
PRINT "valor máximo de "; a1$; a2$
INPUT "Hy1"; dHY1
PRINT "Máximo tiempo a graficar (s)"; HX1
'elaboración de gráfica
CLS
SCREEN 12
LOCATE 3, 6: PRINT dHY1
LOCATE 23, 6: PRINT dLY1
LOCATE 9, 5: PRINT a1$
LOCATE 10, 5: PRINT a2$
LOCATE 23, 13: PRINT "0"
LOCATE 23, 62: PRINT HX1
LINE (100, 40)-(500, 340), , B
LOCATE 28, 1: INPUT "#intervalos en Y"; dNY1
LOCATE 28, 1: PRINT " "
LOCATE 28, 1: PRINT "#intervalos en x"; NX1
LOCATE 28, 1: PRINT " "
FOR i = 0 TO dNY1
LINE (98, 40 + i * (300 / dNY1))-(100, 40 + i * (300 / dNY1))
NEXT i
FOR j = 0 TO NX1
LINE (100 + j * (400 / NX1), 342)-(100 + j * (400 / NX1), 340)
NEXT j
KX2 = 400 / HX1
KX1 = 100
KY2 = 300 / (dLY1 - dHY1)
KY1 = 40 - KY2 * dHY1
END SUB

```

```

SUB grafica (KX1, KX2, KY1, KY2)
a1$ = "T(°C)"
PRINT "Valor mínimo de "; a1$; a2$
INPUT "Ly1"; LY1
PRINT "valor máximo de "; a1$; a2$
INPUT "Hy1"; HY1
INPUT "Máximo tiempo a graficar (s)"; HX1
'elaboración de gráfica
CLS
SCREEN 12
LOCATE 3, 6: PRINT HY1
LOCATE 23, 6: PRINT LY1
LOCATE 9, 5: PRINT a1$
LOCATE 10, 5: PRINT a2$
LOCATE 23, 13: PRINT "0"
LOCATE 23, 62: PRINT HX1
LINE (100, 40)-(500, 340), , B
LOCATE 28, 1: INPUT "#intervalos en Y"; NY1
LOCATE 28, 1: PRINT "          "
LOCATE 28, 1: INPUT "#intervalos en x"; NX1
LOCATE 28, 1: PRINT "          "
FOR i = 0 TO NY1
LINE (98, 40 + i * (300 / NY1))-(100, 40 + i * (300 / NY1))
NEXT i
FOR j = 0 TO NX1
LINE (100 + j * (400 / NX1), 342)-(100 + j * (400 / NX1), 340)
NEXT j
KX2 = 400 / HX1
KX1 = 100
KY2 = 300 / (LY1 - HY1)
KY1 = 40 - KY2 * HY1
END SUB

```

```

SUB grafico (KX1, KX2, KY1, KY2, HX1)
STATIC numcalc
numcalc = numcalc + 1
IF numcalc < 2 THEN
a1$ = "dT/dt "
a2$ = "(°C/s)"
PRINT "Valor mínimo de "; a1$; a2$
INPUT "Ly1"; dLY1
PRINT "valor máximo de "; a1$; a2$
INPUT "Hy1"; dHY1
PRINT "Máximo tiempo a graficar (s)"; HX1
END IF
'elaboración de gráfica
CLS
SCREEN 12
LOCATE 3, 6: PRINT dHY1
LOCATE 23, 6: PRINT dLY1
LOCATE 9, 5: PRINT a1$
LOCATE 10, 5: PRINT a2$

```

```

LOCATE 23, 13: PRINT "0"
LOCATE 23, 62: PRINT HX1
LINE (100, 40)-(500, 340), , B
IF numcalc < 2 THEN
LOCATE 28, 1: INPUT "#intervalos en Y"; dNY1
END IF
LOCATE 28, 1: PRINT "          "
LOCATE 28, 1: PRINT "#intervalos en x"; NX1
LOCATE 28, 1: PRINT "          "
FOR i = 0 TO dNY1
LINE (98, 40 + i * (300 / dNY1))-(100, 40 + i * (300 / dNY1))
NEXT i
FOR j = 0 TO NX1
LINE (100 + j * (400 / NX1), 342)-(100 + j * (400 / NX1), 340)
NEXT j
KX2 = 400 / HX1
KX1 = 100
KY2 = 300 / (dLY1 - dHY1)
KY1 = 40 - KY2 * dHY1
END SUB

```

```

SUB grafics (KX1, KX2, KY1, KY2, HX1)
a1$ = "d2T/dt2 "
a2$ = "(°C/s2)"
PRINT "Valor mínimo de "; a1$; a2$
  INPUT "Ly1"; d2LY1
PRINT "valor máximo de "; a1$; a2$
  INPUT "Hy1"; d2HY1
PRINT "Máximo tiempo a graficar (s)"; HX1
'elaboración de gráfica
CLS
SCREEN 12
LOCATE 3, 6: PRINT d2HY1
LOCATE 23, 6: PRINT d2LY1
LOCATE 9, 5: PRINT a1$
LOCATE 10, 5: PRINT a2$
LOCATE 23, 13: PRINT "0"
LOCATE 23, 62: PRINT HX1
LINE (100, 40)-(500, 340), , B
LOCATE 28, 1: INPUT "#intervalos en Y"; d2NY1
LOCATE 28, 1: PRINT "          "
LOCATE 28, 1: PRINT "#intervalos en x"; NX1
LOCATE 28, 1: PRINT "          "
FOR i = 0 TO d2NY1
LINE (98, 40 + i * (300 / d2NY1))-(100, 40 + i * (300 / d2NY1))
NEXT i
FOR j = 0 TO NX1
LINE (100 + j * (400 / NX1), 342)-(100 + j * (400 / NX1), 340)
NEXT j
KX2 = 400 / HX1
KX1 = 100
KY2 = 300 / (d2LY1 - d2HY1)
KY1 = 40 - KY2 * d2HY1
END SUB

```

```

SUB grafo (KX2, KX1, KY2, KY1, KdY2, KdY1, Kf2, Kf1, Kdf2, Kdf1)
'elaboración de gráfica
CLS
SCREEN 12
LOCATE 3, 6: PRINT dHY1
LOCATE 23, 6: PRINT dLY1
LOCATE 9, 5: PRINT a1S
LOCATE 10, 5: PRINT a2S
LOCATE 23, 13: PRINT "0"
LOCATE 23, 62: PRINT HX1
LINE (100, 40)-(500, 340), , B
COLOR 2
FOR i = 0 TO NY1
LINE (98, 40 + i * (300 / NY1))-(100, 40 + i * (300 / NY1))
NEXT i
COLOR 3
FOR i = 0 TO dNY1
LINE (502, 40 + i * (300 / dNY1))-(500, 40 + i * (300 / dNY1))
NEXT i
COLOR 4
Nf1 = 10
FOR i = 0 TO Nf1
LINE (96, 40 + i * (300 / Nf1))-(98, 40 + i * (300 / Nf1))
NEXT i
COLOR 5
dNf1 = 20
FOR i = 0 TO dNf1
LINE (504, 40 + i * (300 / dNf1))-(502, 40 + i * (300 / dNf1))
NEXT i
FOR j = 0 TO NX1
LINE (100 + j * (400 / NX1), 342)-(100 + j * (400 / NX1), 340)
NEXT j
KX2 = 400 / HX1
KX1 = 100
KY2 = 300 / (LY1 - HY1)
KY1 = 40 - KY2 * HY1
KdY2 = 300 / (dLY1 - dHY1)
KdY1 = 40 - KdY2 * dHY1
Kf2 = 300 / (0 - 1)
Kf1 = 40 - Kf2 * 1
mdf = .05
Kdf2 = 300 / (0 - mdf)
Kdf1 = 40 - Kdf2 * mdf
END SUB

```

```

SUB manual (tinicio, tfin, p1, p2)
grafi KX1, KX2, KY1, KY2, HX1
OPEN "derie27c.txt" FOR INPUT AS #1
DO
cont = cont + 1
INPUT #1, tt1, der1
X1 = KX1 + KX2 * tt1
Y1 = KY1 + KY2 * der1

```



```

IF X1 > 100 AND X1 < 500 AND Y1 > 40 AND Y1 < 340 THEN PSET (X1, Y1)
LOOP UNTIL EOF(1)
CLOSE #1
OPEN "derie27c.txt" FOR INPUT AS #1
DIM renf(cont, 2)
FOR j = 1 TO cont
INPUT #1, tt1, der1
renf(j, 1) = tt1
renf(j, 2) = der1
NEXT
CLOSE #1
DIM posi(2), tempo(2)
FOR i = 1 TO 2
DO
ax = posi(i)
DO
repite = 0
DO
kbd$ = INKEYS
LOOP UNTIL kbd$ <> ""
SELECT CASE kbd$
CASE CHR$(0) + "H": posi(i) = posi(i) + 20 'arriba
IF posi(i) > cont THEN posi(i) = cont
CASE CHR$(0) + "P": posi(i) = posi(i) - 20 'abajo
IF posi(i) < 1 THEN posi(i) = 1
CASE CHR$(0) + "K": posi(i) = posi(i) - 1 'izquierda
IF posi(i) < 1 THEN posi(i) = 1
CASE CHR$(0) + "M": posi(i) = posi(i) + 1 'derecha
IF posi(i) >= cont THEN posi(i) = cont
CASE "i", "I": coordX = renf(posi(i), 1): coordY = renf(posi(i), 2)
CASE ELSE: repite = 1
END SELECT
LOOP UNTIL repite = 0
COLOR 12
LOCATE 23, 50: PRINT "x="; renf(posi(i), 1)
LOCATE 24, 50: PRINT "y="; renf(posi(i), 2)
X1 = KX1 + KX2 * renf(posi(i), 1)
Y1 = KY1 + KY2 * renf(posi(i), 2)
IF X1 > 100 AND X1 < 500 AND Y1 > 40 AND Y1 < 340 THEN PSET (X1, Y1)
COLOR 15
X1 = KX1 + KX2 * renf(ax, 1)
Y1 = KY1 + KY2 * renf(ax, 2)
IF X1 > 100 AND X1 < 500 AND Y1 > 40 AND Y1 < 340 THEN PSET (X1, Y1)
LOOP UNTIL UCASE$(kbd$) = "I"
LOCATE 26, 2: PRINT "PUNTO "; i; "(No."; posi(i); ").-"; "X="; coordX, "Y="; coordY
tempo(i) = coordX
NEXT
FOR i = 1 TO 2
SELECT CASE i
CASE 1
finicio = tempo(i)
p1 = renf(posi(i), 2)
CASE 2
tfin = tempo(i)
p2 = renf(posi(i), 2)

```

```
END SELECT
NEXT
END SUB
```

```
SUB manual2 (tinicio, tfin, tr1, tr2, tr3)
grafics KX1, KX2, KY1, KY2, HX1
OPEN "sedee27c.txt" FOR INPUT AS #1
COLOR 5
DO
  cont = cont + 1
  INPUT #1, tt1, sec1
  X1 = KX1 + KX2 * tt1
  Y1 = KY1 + KY2 * sec1
  IF X1 > 100 AND X1 < 500 AND Y1 > 40 AND Y1 < 340 THEN PSET (X1, Y1)
LOOP UNTIL EOF(1)
CLOSE #1
COLOR 15
OPEN "sedee27c.txt" FOR INPUT AS #1
DIM renf(cont, 2)
FOR j = 1 TO cont
  INPUT #1, tt1, sec1
  renf(j, 1) = tt1
  renf(j, 2) = sec1
NEXT
CLOSE #1
DIM posi(5), tempo(5)
FOR i = 1 TO 5
  DO
    ax = posi(i)
    DO
      repite = 0
      DO
        kbd$ = INKEYS
        LOOP UNTIL kbd$ <> ""
      SELECT CASE kbd$
        CASE CHR$(0) + "H": posi(i) = posi(i) + 20 'arriba
          IF posi(i) > cont THEN posi(i) = cont
        CASE CHR$(0) + "P": posi(i) = posi(i) - 20 'abajo
          IF posi(i) < 1 THEN posi(i) = 1
        CASE CHR$(0) + "K": posi(i) = posi(i) - 1 'izquierda
          IF posi(i) < 1 THEN posi(i) = 1
        CASE CHR$(0) + "M": posi(i) = posi(i) + 1 'derecha
          IF posi(i) >= cont THEN posi(i) = cont
        CASE "i", "I": coordX = renf(posi(i), 1): coordY = renf(posi(i), 2)
        CASE ELSE: repite = 1
      END SELECT
    LOOP UNTIL repite = 0
  COLOR 12
  LOCATE 23, 50: PRINT "x="; renf(posi(i), 1)
  LOCATE 24, 50: PRINT "y="; renf(posi(i), 2)
  X1 = KX1 + KX2 * renf(posi(i), 1)
  Y1 = KY1 + KY2 * renf(posi(i), 2)
  IF X1 > 100 AND X1 < 500 AND Y1 > 40 AND Y1 < 340 THEN PSET (X1, Y1)
  COLOR 15
```

```

X1 = KX1 + KX2 * renf(ax, 1)
Y1 = KY1 + KY2 * renf(ax, 2)
IF X1 > 100 AND X1 < 500 AND Y1 > 40 AND Y1 < 340 THEN PSET (X1, Y1)
LOOP UNTIL UCASE$(kbd$) = "I"
LOCATE 26, 2: PRINT "PUNTO "; i; "(No. "; posi(i); ").-", "X="; coordX, "Y="; coordY
tempo(i) = coordX
NEXT
FOR i = 1 TO 5
SELECT CASE i
CASE 1
tinicio = tempo(i)
CASE 2
tfin = tempo(i)
CASE 3
tr1 = tempo(i)
CASE 4
tr2 = tempo(i)
CASE 5
tr3 = tempo(i)
END SELECT
NEXT
END SUB

```

LISTADO DEL PROGRAMA QUE PERMITE LA APLICACIÓN DEL MÉTODO DE FOURIER

```

DECLARE SUB graphics (kx1, kx2, ky1, ky2, dky1, dky2)
DECLARE SUB graphic (kx1, kx2, ky1, ky2)
DECLARE SUB graph (kx1, kx2, ky1, ky2)
DECLARE SUB difusivo (alfal, alfas)
DECLARE SUB manual2 (tliq1, tliq2, tsol1, tsol2)
DECLARE SUB grafo (kx2, kx1, ky2, ky1, KdY2, KdY1, Kf2, Kf1, Kdf2, Kdf1)
DECLARE SUB genera (t0, ti2, pend1, pend2, tinfi, tfin, tinicio, tr1)
DECLARE SUB grafi (kx1, kx2, ky1, ky2, HX1)
DECLARE SUB manual (tinicio, tfin)
DECLARE SUB tiempo (tinicio, tfin)
DECLARE SUB grafics (kx1, kx2, ky1, ky2, HX1)
DECLARE SUB grafico (kx1, kx2, ky1, ky2, HX1)
DECLARE SUB derivada (archo$, r1, r2)
DECLARE SUB grafica (kx1, kx2, ky1, ky2)
COMMON SHARED Fs(), longi
COMMON SHARED LY1, HY1, NY1, NX1, HX1, dLY1, dHY1, dNY1, d2LY1, d2HY1, p1, p2
COMMON SHARED qLY1, qHY1, qNY1, aLY1, aHY1, aNY1, dfLY1, dfHY1, dfNY1

```

'La aplicación del método de Fourier inicia con la lectura del 'archivo que contiene a las curvas de enfriamiento que corresponden ' a dos termopares ubicados en el metal en posiciones conocidas. 'El archivo es leído y graficado en pantalla

```

archo$ = "c:\tcwin2\fouex27.txt"
grafica kx1, kx2, ky1, ky2
OPEN archo$ FOR INPUT AS #1
DO
w25 = w25 + 1
tt2 = tt1
INPUT #1, tt1, temp1, temp2
IF w25 = 2 THEN dt2 = tt1 - tt2
X1 = kx1 + kx2 * tt1
Y1 = ky1 + ky2 * temp1
COLOR 2
IF X1 > 100 AND X1 < 500 AND Y1 > 40 AND Y1 < 340 THEN PSET (X1, Y1)
Y1 = ky1 + ky2 * temp2
COLOR 3
IF X1 > 100 AND X1 < 500 AND Y1 > 40 AND Y1 < 340 THEN PSET (X1, Y1)
LOOP UNTIL EOF(1)

CLOSE
COLOR 15
DIM tempi(w25), tiem(w25), Fs(w25), dfs(w25)

```

'Se requiere introducir a las posiciones de los dos termopares
'con respecto al eje de simetría (m), y poder realizar el cálculo
'del Laplaciano

```

r1 = .0005
r2 = .0075

```

'la subrutina derivada calcula la primera derivada de la curva de enfriamiento 'más cercana al eje de simetría, así como el Laplaciano asociado ' con lo anterior poseemos archivados, para cada tiempo, los valores de la 'primera derivada y del laplaciano.

derivada arco\$, r1, r2

'la gráfica de la primera derivada se muestra en pantalla
grafico kx1, kx2, ky1, ky2, HX1

```
OPEN "fracc27.txt" FOR INPUT AS #1
```

```
DO
```

```
INPUT #1, tt1, deriv, nabla
```

```
X1 = kx1 + kx2 * tt1
```

```
Y1 = ky1 + ky2 * deriv
```

```
COLOR 4
```

```
IF X1 > 100 AND X1 < 500 AND Y1 > 40 AND Y1 < 340 THEN PSET (X1, Y1)
```

```
LOOP UNTIL EOF(1)
```

```
CLOSE 1
```

```
COLOR 15
```

'y posteriormente se grafica en pantalla al Laplaciano

grafics kx1, kx2, ky1, ky2, HX1

```
OPEN "fracc27.txt " FOR INPUT AS #1
```

```
DO
```

```
INPUT #1, tt1, deriv, nabla
```

```
X1 = kx1 + kx2 * tt1
```

```
Y1 = ky1 + ky2 * nabla
```

```
COLOR 5
```

```
IF X1 > 100 AND X1 < 500 AND Y1 > 40 AND Y1 < 340 THEN PSET (X1, Y1)
```

```
LOOP UNTIL EOF(1)
```

```
CLOSE 1
```

```
COLOR 15
```

'determinación manual de difusividades térmicas líquida y sólida 'La subrutina difusivo calcula las difusividades térmicas que resultan ' de los valores calculados de la primera derivada y del Laplaciano 'estos valores son mostrados en pantalla con el fin de determinar manualmente 'los intervalos de valores de difusividad que serán empleados para el 'cálculo de las difusividades térmicas experimentales asociadas a la 'aleación líquida y sólida

difusivo alfa1, alfas

'los valores promediados en los intervalos asociados al líquido y al sólido 'son mostrados en pantalla y estos valores de difusividad térmica son 'empleados en los cálculos posteriores

```
PRINT "alfa líquido="; alfa1
```

```
PRINT "alfa sólido="; alfas
```

'Empleando el despliegue de la primera derivada de la temperatura en función 'del tiempo se determina manualmente a los tiempos de inicio y de fin de 'solidificación. La subrutina manual permite al usuario desplazarse por todos 'y cada uno de los puntos de la grafica, así como, mediante la pulsación ' de la tecla I, introducir a los tiempos de inicio y de fin de solidificación

manual tinicio, tfin

' Para iniciar el cálculo se requiere conocer como evoluciona 'la fracción sólida durante la solidificación ' Como primera aproximación se emplea una función lineal para describir cuantitativamente el cambio de fs en

el intervalo de tiempo comprendido entre el inicio, P1, y el fin de la solidificación, P2. Posteriormente y a medida que transcurre el cálculo la evolución de fs es corregida hasta alcanzar la convergencia

'la fracción sólida es nula antes del inicio de solidificación:

```
FOR i = 1 TO p1
```

```
  Fs(i) = 0
```

```
NEXT
```

'y es unitaria después del fin de solidificación:

```
FOR i = p2 TO w25
```

```
  Fs(i) = 1
```

```
NEXT
```

'dp es el tiempo local de solidificación del nodo interno

```
dp = p2 - p1
```

'primera aproximación, la fracción sólida crece linealmente

```
FOR i = p1 TO p2
```

```
  Fs(i) = (i - p1) / dp
```

```
NEXT
```

'Aquí comienza el ciclo iterativo de cálculo. Se genera la curva cero de Fourier y la diferencia entre la primera derivada y esta curva es empleada para calcular al calor latente de solidificación. Una vez que se conoce este valor, la fracción sólida es recalculada, y se calcula con los valores corregidos de fs a la velocidad instantánea de solidificación. El valor del calor latente calculado se compara con el valor calculado en el ciclo inmediato anterior y la diferencia entre estos dos valores es empleada para determinar si se ha alcanzado la convergencia o no

returna:

'generación de curva cero

```
OPEN "fracc27.txt " FOR INPUT AS #1
```

```
OPEN "zercc27.txt " FOR OUTPUT AS #2
```

```
OPEN "flucc27.txt " FOR OUTPUT AS #3
```

```
grafi kx1, kx2, ky1, ky2, HX1
```

```
cont = 0
```

```
integra = 0
```

```
DO
```

```
cont = cont + 1
```

```
INPUT #1, tt1, der1, nabla
```

```
SELECT CASE tt1
```

```
  CASE IS < tinicio:
```

```
    fs1 = 0
```

```
    zero = der1
```

```
  CASE IS > tfin:
```

```
    fs1 = 1
```

```
    zero = der1
```

```
  CASE ELSE
```

```
    fs1 = Fs(cont)
```

```
    cprom = 2470 * (900 * fs1 + 982.1 * (1 - fs1))
```

```
    alfa = alfal * (1 - fs1) + alfas * (fs1)
```

```
'cálculo de la curva cero de Fourier
```

```
    zero = alfa * nabla
```

```
END SELECT
```

'cálculo del flujo instantáneo de calor latente

```
qs = cprom * (der1 - zero)
```

'integración numérica de Qs para obtener a L, la entalpía de fusión

```
integra = integra + qs * dt2
```

```

WRITE #2, tt1, zero
WRITE #3, tt1, qs, integra
Fs(cont) = integra
' graficacion de la primera derivada y la curva cero de Fourier
X1 = kx1 + kx2 * tt1
Y1 = ky1 + ky2 * der1
COLOR 4
IF X1 > 100 AND X1 < 500 AND Y1 > 40 AND Y1 < 340 THEN PSET (X1, Y1)
Y1 = ky1 + ky2 * zero
COLOR 6
IF X1 > 100 AND X1 < 500 AND Y1 > 40 AND Y1 < 340 THEN PSET (X1, Y1)
LOOP UNTIL EOF(1)
CLOSE
COLOR 15
'
'-----'
'En pantalla se muestra el último valor calculado de entalpía de fusión 'por unidad de volumen, L
'-----'
LOCATE 1, 1: PRINT "L= "; integra
'
'-----'
'Se compara este valor con el calculado en el ciclo inmediato anterior 'para ver si ya se alcanzó la
convergencia
IF ABS(integra - l) < 10 THEN aqui = 1
l = integra
'
'-----'
' Los valores de fracción sólida son recalculados en base al ultimo valor' de entalpía de fusión
FOR i = 1 TO cont
  Fs(i) = Fs(i) / l
NEXT
' se calcula a la velocidad instantánea de solidificación:
'al inicio:
dfs(1) = (Fs(2) - Fs(1)) / (tiem(2) - tiem(1))
'en tiempos intermedios
FOR i = 2 TO cont - 1
  dfs(i) = (Fs(i + 1) - Fs(i - 1)) / (tiem(i + 1) - tiem(i - 1))
NEXT
' y al final de la solidificación:
dfs(cont) = (Fs(cont) - Fs(cont - 1)) / (tiem(cont) - tiem(cont - 1))
' la información generada es guardada en el archivo fsocc27.txt
OPEN "fsocc27.txt " FOR OUTPUT AS #1
graphics kx1, kx2, ky1, ky2, dky1, dky2
FOR i = 1 TO cont
  WRITE #1, tiem(i), Fs(i), dfs(i)
' y también es graficada en pantalla
X1 = kx1 + kx2 * tiem(i)
Y1 = ky1 + ky2 * Fs(i)
COLOR 8
IF X1 > 100 AND X1 < 500 AND Y1 > 40 AND Y1 < 340 THEN PSET (X1, Y1)
Y1 = dky1 + dky2 * dfs(i)
COLOR 12
IF X1 > 100 AND X1 < 500 AND Y1 > 40 AND Y1 < 340 THEN PSET (X1, Y1)
NEXT
CLOSE
COLOR 15
' se grafica al flujo volumétrico de calor latente
OPEN "flucc27.txt " FOR INPUT AS #1

```

```

graphic kx1, kx2, ky1, ky2
DO
  INPUT #1, tt1, qs, integra
  X1 = kx1 + kx2 * tt1
  Y1 = ky1 + ky2 * qs
  COLOR 4
  IF X1 > 100 AND X1 < 500 AND Y1 > 40 AND Y1 < 340 THEN PSET (X1, Y1)
LOOP UNTIL EOF(1)
CLOSE
COLOR 15
'si no se ha alcanzado la convergencia, el ciclo se repite
IF aqui = 0 THEN GOTO retorna
'
' y si ya se alcanzó la convergencia termina el cálculo.
' Cabe señalar que toda la información generada queda en los archivos creados 'lo cual permite su análisis
posterior.
'Fin de la aplicación.
END*****

```

LISTADO DE LAS SUBROUTINAS ASOCIADAS AL PROGRAMA QUE PERMITE LA APLICACIÓN DEL MÉTODO DE FOURIER

```

SUB derivada (archo$, R1, R2)
'STATIC w, tt2, tm2, TT3, TM3
SHARED tempi(), tiem()
'
'El problema consiste en evaluar la velocidad de enfriamiento 'y al laplaciano ;para tal efecto se utilizan
diferencias centrales 'para puntos centrales y aproximaciones hacia adelante y hacia atrás 'para los extremos
del listado de T vs. t
'Se calculan:(1) la primera derivada con respecto al tiempo 'y (2) la segunda derivada con respecto a la
posición.
'
OPEN archo$ FOR INPUT AS #1
'archo$ contiene a las dos curvas de enfriamiento
'que corresponden a r = R1 y r= R2
DO
  w = w + 1
  INPUT #1, tt1, tm1, tm2
'
' tm2 es la temperatura en r=R2 y tm1 corresponde a r=R1;definimos una 'variable arreglo para
posteriormente evaluar a la primera derivada con 'respecto al tiempo en r=R1, con el fin de cumplir el primer
objetivo ,la evaluación de dT/dt sin perder datos. 'El cálculo del laplaciano está dado en función de Tm2
,Tm1,r2yr1 'por lo que no se requiere de tratamiento especial
'
  tempi(w) = tm1
  tiem(w) = tt1
LOOP UNTIL EOF(1)
CLOSE

```


DIM deriv1(w)

'evaluación de dT/dt en el dato inicial (derivación hacia adelante)

deriv1(1) = (tempi(2) - tempi(1)) / (tiem(2) - tiem(1))

'evaluación de dT/dt en datos centrales(derivación central)

FOR i = 2 TO w - 1

deriv1(i) = (tempi(i + 1) - tempi(i - 1)) / (tiem(i + 1) - tiem(i - 1))

NEXT

'evaluación de dT/dt en el dato final (derivación hacia atrás)

deriv1(w) = (tempi(w) - tempi(w - 1)) / (tiem(w) - tiem(w - 1))

' en un solo archivo se almacena a la evolución de dT/dt y del laplaciano 'Para calcular la evolución del laplaciano se abre nuevamente al archivo 'fuente:

OPEN archoS FOR INPUT AS #1

' así como el archivo dondese ubicará a dT/dt y al laplaciano

OPEN "fracc27.txt " FOR OUTPUT AS #2

w = 0' inicialización

DO

w = w + 1

INPUT #1, tt1, tm1, tm2

nabla = 4 * (tm2 - tm1) / ((R2 ^ 2) - (R1 ^ 2)) 'cálculo del laplaciano

WRITE #2, tt1, deriv1(w), nabla

LOOP UNTIL EOF(1)

CLOSE

' con lo anterior poseemos archivados ,para cada tiempo ,los valores ' que corresponden a la cálculo de dT/dt y del laplaciano en r=R1

END SUB

SUB difusivo (alfa, alfas)

OPEN "fracc27.txt " FOR INPUT AS #1

OPEN "c:alfcc27.txt " FOR OUTPUT AS #2

DO

INPUT #1, tt1, deriv, nabla

IF nabla = 0 THEN nabla = 1

alfa = deriv / nabla

WRITE #2, tt1, alfa

LOOP UNTIL EOF(1)

COLOR 15

CLOSE

manual2 tliq1, tliq2, tsol1, tsol2

OPEN "c:alfcc27.txt " FOR INPUT AS #1

sum1 = 0: cont1 = 0

sum2 = 0: cont2 = 0

DO

INPUT #1, tt1, alfa

IF tt1 >= tliq1 AND tt1 <= tliq2 THEN

sum1 = sum1 + alfa

cont1 = cont1 + 1

END IF

IF tt1 >= tsol1 AND tt1 <= tsol2 THEN

sum2 = sum2 + alfa

cont2 = cont2 + 1

END IF

```

LOOP UNTIL EOF(1)
CLOSE
alfal = sum1 / cont1
alfas = sum2 / cont2
END SUB
SUB genera (t0, ti2, pend1, pend2, tinfi, tfin, tinicio, tr1)
OPEN "c:DERIV.DAT" FOR INPUT AS #1
DO
INPUT #1, tt1, der1
IF tt1 = tinicio THEN VOLTRON = der1
IF tt1 = tfin THEN VOLON = der1
LOOP UNTIL EOF(1)
CLOSE
VOLON = VOLON * -1
VOLTRON = VOLTRON * -1
be# = (LOG(VOLON) - LOG(VOLTRON)) / (tfin - tinicio)
aa# = EXP(LOG(VOLTRON) - (be# * tinicio))
OPEN "c:DERIV.DAT" FOR INPUT AS #1
OPEN "c:DERZER.DAT" FOR OUTPUT AS #2
DO
INPUT #1, tt1, der1
SELECT CASE tt1
CASE IS < tinicio
zer1 = der1
CASE IS > tfin
zer1 = der1
CASE ELSE
zer1 = -aa# * EXP(be# * tt1)
END SELECT
WRITE #2, tt1, der1, zer1
LOOP UNTIL EOF(1)
CLOSE 1, 2
END SUB

```

```

SUB grafi (kx1, kx2, ky1, ky2, HX1)
STATIC numcalc
numcalc = numcalc + 1
IF numcalc < 2 THEN
a1$ = "dT/dt "
a2$ = "(°C/s)"
PRINT "Valor mínimo de "; a1$; a2$
INPUT "Ly1"; dLY1
PRINT "valor máximo de "; a1$; a2$
INPUT "Hy1"; dHY1
PRINT "Máximo tiempo a graficar (s)"; HX1
END IF
'elaboración de gráfica
CLS
SCREEN 12
LOCATE 3, 6: PRINT dHY1
LOCATE 23, 6: PRINT dLY1
LOCATE 9, 5: PRINT a1$
LOCATE 10, 5: PRINT a2$

```

```

LOCATE 23, 13: PRINT "0"
LOCATE 23, 62: PRINT HX1
LINE (100, 40)-(500, 340), , B
IF numcalc < 2 THEN
LOCATE 27, 1: INPUT "#intervalos en Y"; dNY1
END IF
LOCATE 28, 1: PRINT "          "
LOCATE 28, 1: PRINT "#intervalos en x"; NX1
LOCATE 28, 1: PRINT "          "
FOR i = 0 TO dNY1
LINE (98, 40 + i * (300 / dNY1))-(100, 40 + i * (300 / dNY1))
NEXT i
FOR j = 0 TO NX1
LINE (100 + j * (400 / NX1), 342)-(100 + j * (400 / NX1), 340)
NEXT j
kx2 = 400 / HX1
kx1 = 100
ky2 = 300 / (dLY1 - dHY1)
ky1 = 40 - ky2 * dHY1
END SUB

```

```

SUB grafica (kx1, kx2, ky1, ky2)
a1$ = "T(°C)"
PRINT "Valor mínimo de "; a1$; a2$
INPUT "Ly1"; LY1
PRINT "valor máximo de "; a1$; a2$
INPUT "Hy1"; HY1
INPUT "Máximo tiempo a graficar (s)"; HX1
'elaboración de gráfica
CLS
SCREEN 12
LOCATE 3, 6: PRINT HY1
LOCATE 23, 6: PRINT LY1
LOCATE 9, 5: PRINT a1$
LOCATE 10, 5: PRINT a2$
LOCATE 23, 13: PRINT "0"
LOCATE 23, 62: PRINT HX1
LINE (100, 40)-(500, 340), , B
LOCATE 28, 1: INPUT "#intervalos en Y"; NY1
LOCATE 28, 1: PRINT "          "
LOCATE 28, 1: INPUT "#intervalos en x"; NX1
LOCATE 28, 1: PRINT "          "
FOR i = 0 TO NY1
LINE (98, 40 + i * (300 / NY1))-(100, 40 + i * (300 / NY1))
NEXT i
FOR j = 0 TO NX1
LINE (100 + j * (400 / NX1), 342)-(100 + j * (400 / NX1), 340)
NEXT j
kx2 = 400 / HX1
kx1 = 100
ky2 = 300 / (LY1 - HY1)
ky1 = 40 - ky2 * HY1
END SUB

```

```

SUB grafico (kx1, kx2, ky1, ky2, HX1)
a1$ = "dT/dt "
a2$ = "(°C/s)"
PRINT "Valor mínimo de "; a1$; a2$
INPUT "Ly1"; dLY1
PRINT "valor máximo de "; a1$; a2$
INPUT "Hy1"; dHY1
PRINT "Máximo tiempo a graficar (s)"; HX1
'elaboración de gráfica
CLS
SCREEN 12
LOCATE 3, 6: PRINT dHY1
LOCATE 23, 6: PRINT dLY1
LOCATE 9, 5: PRINT a1$
LOCATE 10, 5: PRINT a2$
LOCATE 23, 13: PRINT "0"
LOCATE 23, 62: PRINT HX1
LINE (100, 40)-(500, 340), , B
LOCATE 28, 1: INPUT "#intervalos en Y"; dNY1
LOCATE 28, 1: PRINT "          "
LOCATE 28, 1: INPUT "#intervalos en x"; NX1
LOCATE 28, 1: PRINT "          "
FOR i = 0 TO dNY1
LINE (98, 40 + i * (300 / dNY1))-(100, 40 + i * (300 / dNY1))
NEXT i
FOR j = 0 TO NX1
LINE (100 + j * (400 / NX1), 342)-(100 + j * (400 / NX1), 340)
NEXT j
kx2 = 400 / HX1
kx1 = 100
ky2 = 300 / (dLY1 - dHY1)
ky1 = 40 - ky2 * dHY1
END SUB

```

```

SUB grafics (kx1, kx2, ky1, ky2, HX1)
a1$ = "Nabla "
a2$ = "(°C/cm2)"
PRINT "Valor mínimo de "; a1$; a2$
INPUT "Ly1"; d2LY1
PRINT "valor máximo de "; a1$; a2$
INPUT "Hy1"; d2HY1
PRINT "Máximo tiempo a graficar (s)"; HX1
'elaboración de gráfica
CLS
SCREEN 12
LOCATE 3, 6: PRINT d2HY1
LOCATE 23, 6: PRINT d2LY1
LOCATE 9, 5: PRINT a1$
LOCATE 10, 5: PRINT a2$
LOCATE 23, 13: PRINT "0"
LOCATE 23, 62: PRINT HX1

```

```

LINE (100, 40)-(500, 340), , B
LOCATE 28, 1: INPUT "#intervalos en Y"; d2NY1
LOCATE 28, 1: PRINT "          "
LOCATE 28, 1: PRINT "#intervalos en x"; NX1
LOCATE 28, 1: PRINT "          "
FOR i = 0 TO d2NY1
LINE (98, 40 + i * (300 / d2NY1))-(100, 40 + i * (300 / d2NY1))
NEXT i
FOR j = 0 TO NX1
LINE (100 + j * (400 / NX1), 342)-(100 + j * (400 / NX1), 340)
NEXT j
kx2 = 400 / HX1
kx1 = 100
ky2 = 300 / (d2LY1 - d2HY1)
ky1 = 40 - ky2 * d2HY1
END SUB

```

```

SUB grafo (kx2, kx1, ky2, ky1, KdY2, KdY1, Kf2, Kf1, Kdf2, Kdf1)
'elaboración de gráfica
CLS
SCREEN 12
LOCATE 3, 6: PRINT dHY1
LOCATE 23, 6: PRINT dLY1
LOCATE 9, 5: PRINT a1$
LOCATE 10, 5: PRINT a2$
LOCATE 23, 13: PRINT "0"
LOCATE 23, 62: PRINT HX1
LINE (100, 40)-(500, 340), , B
COLOR 2
FOR i = 0 TO NY1
LINE (98, 40 + i * (300 / NY1))-(100, 40 + i * (300 / NY1))
NEXT i
COLOR 3
FOR i = 0 TO dNY1
LINE (502, 40 + i * (300 / dNY1))-(500, 40 + i * (300 / dNY1))
NEXT i
COLOR 4
Nf1 = 10
FOR i = 0 TO Nf1
LINE (96, 40 + i * (300 / Nf1))-(98, 40 + i * (300 / Nf1))
NEXT i
COLOR 5
dNf1 = 20
FOR i = 0 TO dNf1
LINE (504, 40 + i * (300 / dNf1))-(502, 40 + i * (300 / dNf1))
NEXT i
FOR j = 0 TO NX1
LINE (100 + j * (400 / NX1), 342)-(100 + j * (400 / NX1), 340)
NEXT j
kx2 = 400 / HX1
kx1 = 100
ky2 = 300 / (LY1 - HY1)
ky1 = 40 - ky2 * HY1

```

```

KdY2 = 300 / (dLY1 - dHY1)
KdY1 = 40 - KdY2 * dHY1
Kf2 = 300 / (0 - 1)
Kf1 = 40 - Kf2 * 1
mdf = .05
Kdf2 = 300 / (0 - mdf)
Kdf1 = 40 - Kdf2 * mdf
END SUB

```

```

SUB graph (kx1, kx2, ky1, ky2)
a1$ = "Alfa "
a2$ = "(m2/s)"
PRINT "Valor mínimo de "; a1$; a2$
INPUT "Ly1"; aLY1
PRINT "valor máximo de "; a1$; a2$
INPUT "Hy1"; aHY1
PRINT "Máximo tiempo a graficar (s)"; HX1
'elaboración de gráfica
CLS
SCREEN 12
LOCATE 3, 6: PRINT aHY1
LOCATE 23, 6: PRINT aLY1
LOCATE 9, 5: PRINT a1$
LOCATE 10, 5: PRINT a2$
LOCATE 23, 13: PRINT "0"
LOCATE 23, 62: PRINT HX1
LINE (100, 40)-(500, 340), , B
LOCATE 28, 1: INPUT "#intervalos en Y"; aNY1
LOCATE 28, 1: PRINT " "
LOCATE 28, 1: PRINT "#intervalos en x"; NX1
LOCATE 28, 1: PRINT " "
FOR i = 0 TO aNY1
LINE (98, 40 + i * (300 / aNY1))-(100, 40 + i * (300 / aNY1))
NEXT i
FOR j = 0 TO NX1
LINE (100 + j * (400 / NX1), 342)-(100 + j * (400 / NX1), 340)
NEXT j
kx2 = 400 / HX1
kx1 = 100
ky2 = 300 / (aLY1 - aHY1)
ky1 = 40 - ky2 * aHY1
END SUB
SUB graphic (kx1, kx2, ky1, ky2)
STATIC numcalc
numcalc = numcalc + 1
IF numcalc < 2 THEN
a1$ = "qs "
a2$ = "(W/ccm)"
PRINT "Valor mínimo de "; a1$; a2$
INPUT "Ly1"; qLY1
PRINT "valor máximo de "; a1$; a2$
INPUT "Hy1"; qHY1
PRINT "Máximo tiempo a graficar (s)"; HX1

```

```

END IF
'elaboración de gráfica
CLS
SCREEN 12
LOCATE 3, 6: PRINT qHY1
LOCATE 23, 6: PRINT qLY1
LOCATE 9, 5: PRINT a1$
LOCATE 10, 5: PRINT a2$
LOCATE 23, 13: PRINT "0"
LOCATE 23, 62: PRINT HX1
LINE (100, 40)-(500, 340), , B
IF numcalc < 2 THEN
LOCATE 28, 1: INPUT "#intervalos en Y"; qNY1
END IF
LOCATE 28, 1: PRINT "          "
LOCATE 28, 1: PRINT "#intervalos en x"; NX1
LOCATE 28, 1: PRINT "          "
FOR i = 0 TO qNY1
LINE (98, 40 + i * (300 / qNY1))-(100, 40 + i * (300 / qNY1))
NEXT i
FOR j = 0 TO NX1
LINE (100 + j * (400 / NX1), 342)-(100 + j * (400 / NX1), 340)
NEXT j
kx2 = 400 / HX1
kx1 = 100
ky2 = 300 / (qLY1 - qHY1)
ky1 = 40 - ky2 * qHY1
END SUB

```

```

SUB graphics (kx1, kx2, ky1, ky2, dky1, dky2)
STATIC numcalc
numcalc = numcalc + 1
IF numcalc < 2 THEN
a1$ = "dfs "
a2$ = "(1/s)"
PRINT "Valor mínimo de "; a1$; a2$
INPUT "Ly1"; dLY1
PRINT "valor máximo de "; a1$; a2$
INPUT "Hy1"; dHY1
PRINT "Máximo tiempo a graficar (s)"; HX1
END IF
fLY1 = 0
fHY1 = 1
'elaboración de gráfica
'seccion de la velocidad de solidificacion
CLS
SCREEN 12
LOCATE 3, 6: PRINT dHY1
LOCATE 23, 6: PRINT dLY1
LOCATE 9, 5: PRINT a1$
LOCATE 9, 63: PRINT Fs
LOCATE 10, 5: PRINT a2$
LOCATE 23, 13: PRINT "0"
LOCATE 23, 62: PRINT HX1

```

```

LINE (100, 40)-(500, 340), , B
IF numcalc < 2 THEN
LOCATE 28, 1: INPUT "#intervalos en Y"; dfNY1
END IF
LOCATE 28, 1: PRINT "          "
LOCATE 28, 1: PRINT "#intervalos en x"; NX1
LOCATE 28, 1: PRINT "          "
FOR i = 0 TO dfNY1
LINE (98, 40 + i * (300 / dfNY1))-(100, 40 + i * (300 / dfNY1))
NEXT i
FOR j = 0 TO NX1
LINE (100 + j * (400 / NX1), 342)-(100 + j * (400 / NX1), 340)
NEXT j
kx2 = 400 / HX1
kx1 = 100
dky2 = 300 / (dfLY1 - dfHY1)
dky1 = 40 - dky2 * dfHY1
'seccion de la fraccion solida
COLOR 12
fsNY1 = 10
FOR i = 0 TO fsNY1
LINE (500, 40 + i * (300 / fsNY1))-(502, 40 + i * (300 / fsNY1))
NEXT i
ky2 = 300 / (fLY1 - fHY1)
ky1 = 40 - ky2 * fHY1
COLOR 15
END SUB

```

```

SUB manual (tinicio, tfin)
SHARED p1, p2
grafi kx1, kx2, ky1, ky2, HX1
OPEN "fracc27.txt " FOR INPUT AS #1
DO
cont = cont + 1
INPUT #1, tt1, der1, nabra
X1 = kx1 + kx2 * tt1
Y1 = ky1 + ky2 * der1
IF X1 > 100 AND X1 < 500 AND Y1 > 40 AND Y1 < 340 THEN PSET (X1, Y1)
LOOP UNTIL EOF(1)
CLOSE #1
OPEN "fracc27.txt " FOR INPUT AS #1
DIM renf(cont, 2)
FOR j = 1 TO cont
INPUT #1, tt1, der1, nabra
renf(j, 1) = tt1
renf(j, 2) = der1
NEXT
CLOSE #1
DIM posi(2), tempo(2)
FOR i = 1 TO 2
DO
ax = posi(i)
DO
repite = 0

```



```

DO
  kbd$ = INKEYS
  LOOP UNTIL kbd$ <> ""
  SELECT CASE kbd$
CASE CHR$(0) + "H": posi(i) = posi(i) + 20 'arriba
  IF posi(i) > cont THEN posi(i) = cont
CASE CHR$(0) + "P": posi(i) = posi(i) - 20 'abajo
  IF posi(i) < 1 THEN posi(i) = 1
CASE CHR$(0) + "K": posi(i) = posi(i) - 1 'izquierda
  IF posi(i) < 1 THEN posi(i) = 1
CASE CHR$(0) + "M": posi(i) = posi(i) + 1 'derecha
  IF posi(i) >= cont THEN posi(i) = cont
CASE "i", "I": coordX = renf(posi(i), 1): coordy = renf(posi(i), 2)
CASE ELSE: repite = 1
  END SELECT
  LOOP UNTIL repite = 0
  COLOR 12
  LOCATE 23, 50: PRINT "x="; renf(posi(i), 1)
  LOCATE 24, 50: PRINT "y="; renf(posi(i), 2)
  X1 = kx1 + kx2 * renf(posi(i), 1)
  Y1 = ky1 + ky2 * renf(posi(i), 2)
  IF X1 > 100 AND X1 < 500 AND Y1 > 40 AND Y1 < 340 THEN PSET (X1, Y1)
  COLOR 15
  X1 = kx1 + kx2 * renf(ax, 1)
  Y1 = ky1 + ky2 * renf(ax, 2)
  IF X1 > 100 AND X1 < 500 AND Y1 > 40 AND Y1 < 340 THEN PSET (X1, Y1)
  LOOP UNTIL UCASE$(kbd$) = "I"
  LOCATE 26, 2: PRINT "PUNTO "; i; "(No. "; posi(i); ").-", "X="; coordX, "Y="; coordy
  tempo(i) = coordX
NEXT
FOR i = 1 TO 2
SELECT CASE i
CASE 1
p1 = posi(i)
tinicio = tempo(i)
CASE 2
p2 = posi(i)
tfin = tempo(i)
END SELECT
NEXT
END SUB

```

```

SUB manual2 (tliq1, tliq2, tsol1, tsol2)
graph kx1, kx2, ky1, ky2
OPEN "c:alfec27.txt " FOR INPUT AS #1
COLOR 5
DO
cont = cont + 1
  INPUT #1, tt1, alfa
  X1 = kx1 + kx2 * tt1
  Y1 = ky1 + ky2 * alfa
  IF X1 > 100 AND X1 < 500 AND Y1 > 40 AND Y1 < 340 THEN PSET (X1, Y1)
LOOP UNTIL EOF(1)
CLOSE #1
COLOR 15

```

```

OPEN "c:alfec27.txt " FOR INPUT AS #1
DIM renf(cont, 2)
FOR j = 1 TO cont
INPUT #1, tt1, alfa
renf(j, 1) = tt1
renf(j, 2) = alfa
NEXT
CLOSE #1
DIM posi(4), tempo(4)
FOR i = 1 TO 4
DO
ax = posi(i)
DO
repite = 0
DO
kbd$ = INKEYS
LOOP UNTIL kbd$ <> ""
SELECT CASE kbd$
CASE CHR$(0) + "H": posi(i) = posi(i) + 20 'arriba
IF posi(i) > cont THEN posi(i) = cont
CASE CHR$(0) + "P": posi(i) = posi(i) - 20 'abajo
IF posi(i) < 1 THEN posi(i) = 1
CASE CHR$(0) + "K": posi(i) = posi(i) - 1 'izquierda
IF posi(i) < 1 THEN posi(i) = 1
CASE CHR$(0) + "M": posi(i) = posi(i) + 1 'derecha
IF posi(i) >= cont THEN posi(i) = cont
CASE "i", "I": coordX = renf(posi(i), 1): coordy = renf(posi(i), 2)
CASE ELSE: repite = 1
END SELECT
LOOP UNTIL repite = 0
COLOR 12
LOCATE 23, 50: PRINT "x="; renf(posi(i), 1)
LOCATE 24, 50: PRINT "y="; renf(posi(i), 2)
X1 = kx1 + kx2 * renf(posi(i), 1)
Y1 = ky1 + ky2 * renf(posi(i), 2)
IF X1 > 100 AND X1 < 500 AND Y1 > 40 AND Y1 < 340 THEN PSET (X1, Y1)
COLOR 15
X1 = kx1 + kx2 * renf(ax, 1)
Y1 = ky1 + ky2 * renf(ax, 2)
IF X1 > 100 AND X1 < 500 AND Y1 > 40 AND Y1 < 340 THEN PSET (X1, Y1)
LOOP UNTIL UCASE$(kbd$) = "I"
LOCATE 26, 2: PRINT "PUNTO "; i; "(No. "; posi(i); ").-"; "X="; coordX, "Y=" coordy
tempo(i) = coordX
NEXT
FOR i = 1 TO 4
SELECT CASE i
CASE 1
tliq1 = tempo(i)
CASE 2
tliq2 = tempo(i)
CASE 3
tsol1 = tempo(i)
CASE 4
tsol2 = tempo(i)
END SELECT

```

```
NEXT
END SUB

SUB tiempo (inicio, tfin)
OPEN "c:segder.dat" FOR INPUT AS #1
DO
INPUT #1, tt1, sec1
i1 = i1 + 1
IF i1 > 2 THEN
fun = sec1 * sec2
tprom = (tt1 + tt2) / 2
ELSE
END IF
sec2 = sec1
IF fun < 0 THEN
w10 = w10 + 1
IF w10 = 1 THEN inicio = tprom
IF w10 = 4 THEN tfin = tprom
ELSE
END IF
tt2 = tt1
LOOP UNTIL EOF(1)
CLOSE
END SUB
```

PROGRAMA LGK MULTICOMPONENTE

DECLARE SUB ecmulti (H, cp, m, c0, k0, lamda, sigma, nu, dtemp, x, IVx, IVy,

DECLARE SUB radio (H, cp, m, c0, k0, lamda, sigma, nu, x, IVx, rpun)

DECLARE SUB ivantsov (x, IVx, nu, IVy)

DECLARE SUB DATOS (H, cp, m, c0, k0, lamda, sigma, nu, dtemp, dif)

' Este programa calcula, para un intervalo de subenfriamientos preestablecido, la velocidad de avance de la punta dendrítica y el radio de punta dendrítica asociado, como una función del subenfriamiento presente en el líquido remanente. Los datos generados se guardan dentro de un archivo que será posteriormente procesado mediante regresión para obtener a una ecuación que correlaciona a la velocidad de avance con el subenfriamiento instantáneo.

'El procedimiento consiste básicamente en lo siguiente:

'Se parte de un intervalo de P_c (Número de Péclet solutal) en el cual se encuentra el P_c

'que satisface al sistema de ecuaciones (II.23) y (II.24) para el subenfriamiento de interés.

'Aplicando métodos numéricos se calcula a la raíz actual y al error aproximado, y con estos datos se actualiza a la raíz, y al intervalo de solución hasta que se cumpla con el criterio de convergencia

'Debido a la inestabilidad que presentan otros métodos, el procedimiento más simple consiste en realizar el cálculo en dos etapas:

'(1) primero se aplica al método de bisección hasta determinar un intervalo de solución lo suficientemente pequeño, que permita la aplicación de un método más eficiente

'(2) Partiendo del intervalo resultante del paso anterior, se aplica el método de la regla falsa, hasta que se cumpla con el criterio de convergencia.

CLS

archivo\$ = "a1lgk.txt"

'se abre el archivo en el que serán almacenados los resultados

OPEN archivo\$ **FOR** OUTPUT **AS** #1

'datos iniciales para el cálculo

DATOS H, cp, m, c0, k0, lamda, sigma, nu, dtemp, dif

'Se definen los ciclos de cálculo para generar la información deseada, en este caso el intervalo de subenfriamientos considerado es de 0.1 °C a 15 °C, con un paso de cálculo de 0.1 °C.

FOR j = 1 **TO** 150

dtemp = dtemp +.1

pl = 1E-08

pu = 1

'límites inferior, pl, y superior, pu, utilizados como intervalo inicial generalizado de P_c para todos los subenfriamientos considerados

epr = .0000001#

'error aproximado aceptable, en valor absoluto en la primera etapa y en valor porcentual en la segunda etapa de cálculo

'inicio del procedimiento

'aplicación de la primera etapa de cálculo, método de bisección

DO

'cálculo de la función para pl

x = pl

ivantsov x, IVx, nu, IVy

La subrutina ivantsov calcula la función de ivantsov para el peclet solutal x y para el correspondiente peclet térmico y. x y y están relacionados entre sí por el valor de nu

ecmulti H, cp, m, c0, k0, lamda, sigma, nu, dtemp, x, IVx, IVy, fpr

La subrutina ecmulti calcula el valor de la función de prueba asociada a los valores calculados en la subrutina anterior

gl1 = fpr

'cálculo de pr

pr = (pu + pl) / 2

```

'calculo de la funcion para pr
x = pr
'error aprox
cont = cont + 1
IF cont > 1 THEN
Eap = pu - pl
ELSE
Eap = 10
END IF
ivantsov x, IVx, nu, IVy
ecmulti H, cp, m, c0, k0, lamda, sigma, nu, dtemp, x, IVx, IVy, fpr
gr1 = fpr
LOCATE 1, 1: PRINT "trabajando"; cont
'redefinicion de limites
fpru = g11 * gr1
SELECT CASE fpru
CASE IS < 0
pu = pr
CASE ELSE
pl = pr
END SELECT
pr1 = pr
LOOP UNTIL Eap < epr
'inicio de la segunda etapa de calculo, aplicaci3n de la segunda etapa, m3todo de regla falsa'
PRINT "Xu :"; pu
PRINT "Xl :"; pl
'INPUT red7
DO
'calculo de la funcion para pl
x = pl
ivantsov x, IVx, nu, IVy
ecmulti H, cp, m, c0, k0, lamda, sigma, nu, dtemp, x, IVx, IVy, fpr
g11 = fpr
'calculo de la funcion para psup
x = pu
ivantsov x, IVx, nu, IVy
ecmulti H, cp, m, c0, k0, lamda, sigma, nu, dtemp, x, IVx, IVy, fpr
gu1 = fpr
'calculo de pr
pr = pu - (gu1 * (pl - pu)) / (g11 - gu1)
'calculo de la funcion para pr
x = pr
'error aprox
cont = cont + 1
IF cont > 1 THEN
Eap = ABS((pr - pr1) / pr1) * 100
ELSE
Eap = 10
END IF
ivantsov x, IVx, nu, IVy
ecmulti H, cp, m, c0, k0, lamda, sigma, nu, dtemp, x, IVx, IVy, fpr
gr1 = fpr
LOCATE 1, 1: PRINT "trabajando"; cont
'redefinicion de limites
fpru = g11 * gr1

```

```

SELECT CASE fpru
CASE IS < 0
pu = pr
CASE ELSE
pl = pr
END SELECT
prl = pr
' con el último valor de Pc raíz se calcula el subenfriamiento 'dtemp que será eventualmente almacenado en el
archivo de'resultados, una vez que se alcance la convergencia.
LOOP UNTIL Eap < epr
x = pr
radio H, cp, m, c0, k0, lamda, sigma, nu, x, IVx, rpun 'calculo del radio
cálculo de la velocidad de avance de la punta
vpun = 2 * dif * x / rpun
PRINT "radio :"; rpun
PRINT "velocidad : "; vpun
PRINT "subenf "; dtemp
almacenamiento de los datos generados de velocidad, radio y subenfriamiento para el subenfriamiento
considerado
WRITE #1, vpun, rpun, dtemp
siguiente subenfriamiento
NEXT j
CLOSE
end 'fin de la aplicación

```

Listado de las subrutinas empleadas en el programa LGK MULTICOMPONENTE

SUB DATOS (H, cp, m, c0, k0, lamda, sigma, nu, dtemp, dif)

cp = 959.18

H = 387755

alfa = .0000435

dif = 3E-09

m = -6.587

k0 = .117

INPUT " C inicial % "; c0

c0 = 7

lamda = 9E-08

nu = alfa / dif

sigma = .025

INPUT " subenfriamiento "; dtemp

END SUB

SUB ecmulti (H, cp, m, c0, k0, lamda, sigma, nu, dtemp, x, IVx, IVy, fpr)

ksi = .117

kmg = .42

kcu = .17

kfe = .03

msi = -6.587

mmg = -3.22107

mcu = -3.3846

mfe = -2.8263

csi = 6.78

cfe = .45

cmg = .25

ccu = .32

```

pars1 = (1 - (1 - ksi) * IVx)
pars2 = x * msi * csi * (1 - ksi)
parmg1 = (1 - (1 - kmg) * IVx)
parmg2 = x * mmg * cmg * (1 - kmg)
parcu1 = (1 - (1 - kcu) * IVx)
parcu2 = x * mcu * ccu * (1 - kcu)
parfe1 = (1 - (1 - kfe) * IVx)
parfe2 = x * mfe * cfe * (1 - kfe)
teta = H / cp
fpr = -dtemp + teta * IVy + m * c0 * (1 - (1 / par1)) + 2 * sigma * (teta * (
sumtc = msi * csi * (1 - (1 / pars1)) + mmg * cmg * (1 - (1 / parmg1)) + mfe
paradio = (pars2 / pars1) + (parmg2 / parmg1) + (parfe2 / parfe1) + (parcu2
fpr = -dtemp + teta * IVy + sumtc + 2 * sigma * (teta * (x / nu) - paradio)
END SUB

```

```

SUB ivantsov (x, IVx, nu, IVy)
  x es en su caso pl,pu o pr
  SELECT CASE x
  CASE IS <= .259
    F1 = 1
    S1 = 0
    FOR I = 1 TO 10
      F1 = F1 * I
      S1 = S1 + ((-1) ^ I) * (x ^ I) / (I * F1)
    NEXT I
    E1 = -.5772157 - LOG(x) - S1
    IVx = x * EXP(x) * E1
  CASE ELSE
    IVx = 2 * x / (2 * x + 1)
  END SELECT
  y = x / nu
  SELECT CASE y
  CASE IS <= .259
    F1 = 1
    S1 = 0
    FOR I = 1 TO 10
      F1 = F1 * I
      S1 = S1 + ((-1) ^ I) * (y ^ I) / (I * F1)
    NEXT I
    E1 = -.5772157 - LOG(y) - S1
    IVy = y * EXP(y) * E1
  CASE ELSE
    IVy = 2 * y / (2 * y + 1)
  END SELECT
END SUB

```

```

SUB radio (H, cp, m, c0, k0, lamda, sigma, nu, x, IVx, rpun)
par1 = (1 - (1 - k0) * IVx)
par2 = x * m * c0 * (1 - k0)
teta = H / cp
rpun = (lamda / sigma) / ((teta * x / nu) - (par2 / par1))
END SUB

```

Listado del programa que permite la aplicación del macro-micro modelo elaborado

```
DECLARE SUB DESPLIEGUE (qs1(), qc1(), qa1(), la(), v1(), n1#(), rt1(), dr2(), r1#(), DECLARE SUB
genera (hcm1(), fc1(), s1, t1(), e1(), d1(), f1(), g1(), ds(), dtm, m1(), r1,
DECLARE SUB nucleo (i, v1(), n1#(), rt1())
DECLARE SUB solido (i, p9(), dt1, si1, t2(), n1#(), f2#(), dx#(), xs1#(), rs2
DECLARE SUB eutec (i, sumlam(), dt1, t2(), nn2#(), r1#(), dx1#(), x2#(), x1#())
DECLARE SUB actualiza (i, t0, dt1, t2(), f1#(), f2#(), dx#(), xe#(), x1#(), x
DECLARE SUB datos (r1, e1, TC1, t0, si1, TL, facto, dr1, dr4, dt1, s1, tt1, rt
DECLARE SUB tipifica (s1, nt1, fc1(), z1(), imax, j1)
DECLARE SUB inicio (nt1, fc1(), t1(), t0, TC1, h())
DECLARE SUB grafica (kx1, kx2, ky1, ky2, fg1)
DECLARE SUB calculo (nt1, e1(), f1(), g1(), d1(), t2(), t1())
COMMON SHARED numrec%, datwri%, rt1(), fi(), fl#(), tot1, xe#()
```

CLS

La aplicación inicia con la introducción de los datos que caracterizan al sistema, los cuales son básicamente las dimensiones del cilindro metálico, el espesor del molde de arena, la temperatura de colada, la temperatura inicial del molde, así como la discretización del sistema, caracterizada por el delta de radio aplicado al metal y al molde de arena y también el delta de tiempo y el tiempo total de cálculo. Todos estos datos son requeridos al usuario durante la aplicación de la subrutina datos.

datos r1, e1, TC1, t0, si1, TL, facto, dr1, dr4, dt1, s1, tt1, rt1, s2, nt1, h
fact = 1 / dt1

El programa es aplicado empleando las condiciones resumidas en la tabla IV.2. para obtener curvas locales de enfriamiento que corresponden con las posiciones que presentaron los termopares durante la ejecución del experimento asociado a cada corrida de simulación.

Para tal efecto se abre un archivo de datos, sobre el cual estarán guardándose los datos de tiempo y temperaturas con una frecuencia seleccionada por el usuario.

OPEN "10smcdoc.txt" FOR OUTPUT AS #1

INPUT "Frecuencia (Hz) de almacenamiento de datos"; fmuestra

datwri% = fact / fmuestra

'dimensionamiento de las variables arreglo empleadas

DIM tini(s1 + 1), tfin(s1 + 1), tie(si + 1), TLOCSOL(s1 + 1), das(s1 + 1),

DIM fc1(nt1 + 1), P1(s1 + 1), P2(s1 + 1), dr2(s1 + 1), la(nt1 + 1), rg1(s1 + 1)

DIM t1(nt1 + 1), z1(s1 + 1), r1#(s1 + 1), r2#(s1 + 1), se1#(s1 + 1), dh(s1 + 1)

DIM d1(nt1 + 1), f1(nt1 + 1), e1(nt1 + 1), g1(nt1 + 1), nn1#(s1 + 1), nn2#(s1 + 1)

DIM qs1(s1 + 1), qc1(nt1 + 1), qa1(nt1 + 1), hcm1(s1 + 1), ds(s1 + 1), v1(nt1)

DIM n1#(s1 + 1), rt1(s1 + 1), a35(s1 + 1), p8(s1 + 1), p9(s1 + 1), teut(s1 + 1)

DIM t2(nt1 + 1), f2#(s1 + 1), dx#(s1 + 1), xs1#(s1 + 1), rs2#(s1 + 1), xs2#(s1 + 1)

DIM fl#(s1 + 1), xe#(s1 + 1), x1#(s1 + 1), dx1#(s1 + 1), x2#(s1 + 1), sbd1(s1 + 1)

DIM sumlam(s1 + 1), lamprom(s1 + 1), tseut(s1 + 1)

tipifica s1, nt1, fc1(), z1(), imax, j1

La subrutina tipifica realiza la tipificación de los elementos de control que constituyen al sistema discretizado, asociando cada elemento con uno de los cinco tipos posibles de elemento de control descritos en el capítulo III: eje de simetría, seno del metal, interfase metal/molde, seno de la arena e interfase molde/medio ambiente. También en esta subrutina se seleccionan a los elementos de control, cuya evolución será graficada en pantalla durante la ejecución del programa

inicio nt1, fc1(), t1(), t0, TC1, h()

La subrutina inicio genera el perfil inicial de temperaturas en el sistema compuesto molde metal, información requerida para el calculo de la evolucion térmica del sistema

```
tee1 = 568.8
ros1 = 1500
cs1 = 1075.3
hi1 = 20
par5 = 2 * (hi1 * dt1 / dr1) * (1 / (ros1 * cs1))
```

grafica kx1, kx2, ky1, ky2, fg1

' En esta subrutina se especifican las variables cuya evolución, en función del tiempo, se desea graficar en pantalla, de manera simultánea a la ejecución del modelo. Para tal fin se selecciona a la variable de interés de un listado que se presenta en pantalla y se introducen los valores mínimo y máximo de dicha variable y el tiempo máximo a graficar para construir los ejes de la gráfica.

'Aquí inicia el calculo de la evolución del sistema

```
DO
tot1 = tot1 + dt1
```

genera hcm1(), fc1(), s1, t1(), e1(), d1(), f1(), g1(), ds(), dtm1(), r1, e1,

' En la subrutina genera se calculan los coeficientes asociados al sistema de ' ecuaciones ' simultáneas que debe de resolverse para conocer el nuevo campo de temperaturas.

calculo nt1, e1(), f1(), g1(), d1(), t2(), t1()

' en esta subrutina se resuelve el sistema de ecuaciones simultáneas generado en la subrutina genera y se obtiene el nuevo campo de temperatura del sistema compuesto molde-metal.

DESPLIEGUE qs1(), qc1(), qa1(), la(), v1(), n1#(), rt1(), dr2(), r1#(), nn1#()

' En esta subrutina se efectúa la transformación de los datos generados por el programa, del tipo: tiempo, valor de parámetro, a datos traducidos a puntos en la pantalla, del tipo coordenada X, coordenada Y, y se grafican dichos puntos de acuerdo con las escalas de las dimensiones seleccionadas en la subrutina gráfica.

'En el caso de los elementos de control que contienen total o parcialmente a metal, se aplica el siguiente procedimiento para calcular, en base al micromodelo cinético de solidificación, el incremento en fracción sólida que se efectúa en cada elemento de control en el dominio del metal, en cada paso de calculo.

```
FOR i = 0 TO s1
IF t2(i) < TL THEN
p8(i) = p8(i) + 1
IF p8(i) = 1 THEN
```

nucleo i, v1(), n1#(), rt1()

'La subrutina núcleo proporciona el número de núcleos asociados a la fase primaria en cada elemento de control en el dominio del metal en base a la velocidad de enfriamiento que muestra cada elemento cuando por primera vez durante el enfriamiento alcanza una temperatura inferior a la temperatura de liquidus

```
tini(i) = tot1' tiempo de inicio de la solidificacion para el elemento i
ELSE
END IF
```

solido i, p9(), dt1, si1, t2(), n1#(), f2#(), dxe#(), xs1#(), rs2#(), xs

'La subrutina sólido calcula para cada elemento de control el incremento en fracción sólida extendida asociado al crecimiento de la fase primaria en base a la aplicación del modelo de crecimiento equiaxial dendrítico descrito en el capítulo III

teut(i) = tee1

' la temperatura eutectica empleada es la asociada a la aproximacion de soluto equivalente

'Cuando la temperatura del elemento de control en el dominio del metal es inferior a la temperatura eutéctica y no ha finalizado la solidificación local, el programa calcula el incremento en fracción solida extendida aplicando la subrutina eutec

IF t2(i) < teut(i) THEN

p9(i) = p9(i) + 1

IF p9(i) = 1 THEN

tie(i) = tot1 'tiempo local de inicio de reacción eutéctica

ELSE

END IF

eutec i, sumlam(), dt1, t2(), nn2#(), r1#(), dx1#(), x2#(), x1#(), pn1()

'La subrutina eutec calcula para cada elemento de control el incremento en fracción sólida extendida asociado al crecimiento del microconstituyente eutéctico en base a la aplicación del modelo cinético asociado a la nucleación y al crecimiento equiaxial eutéctico descrito en el capítulo III

ELSE

END IF

IF fi#(i) <.999 THEN

actualiza i, t0, dt1, t2(), f1#(), f2#(), dxe#(), xe#(), x1#(), xs2#(),

'la subrutina actualiza emplea a los incrementos en fracción sólida extendida asociados a la fase primaria, y en su momento, de microconstituyente eutéctico, calculados por las subrutinas sólido y eutec para calcular, tomando en cuenta el efecto de empalmamiento, el incremento en fracción sólida que se presenta, durante el paso de calculo, en cada elemento de control del dominio del metal. Esta información es empleada por la subrutina genera para introducir dentro de los coeficientes que caracterizan al sistema de ecuaciones simultáneas asociado al sistema, el efecto de la liberación del calor latente de solidificación en cada elemento de control en el metal durante la solidificación

ELSE

fi#(i) = 1

END IF

ELSE

END IF

'calculo del valor promedio del das en cada elemento de control en base al tiempo local de 'solidificacion

IF fi#(i) >=.999 THEN

wie(i) = wie(i) + 1

SELECT CASE wie(i)

CASE 1

tfin(i) = tot1

TLOCSOL(i) = tfin(i) - tini(i)

das(i) = 5500000! * ((5.3E-18 * TLOCSOL(i)) ^ (1 / 3))

```
CASE ELSE
END SELECT
ELSE
END IF
NEXT i
FOR i = 0 TO nt1
t1(i) = t2(i) 'actualización del campo de temperaturas para el siguiente calculo
NEXT i
numrec% = numrec% + 1
IF numrec% = datwri% THEN
tm1 = t2(1)
tm2 = t2(9)
WRITE #1, tot1, tm1, tm2, t2(3), t2(4)
'escritura en el archivo de datos, de las curvas de enfriamiento asociadas a las posiciones preestablecidas, a la
frecuencia seleccionada por el usuario
numrec% = 0
ELSE
END IF

LOOP UNTIL tot1 >= tt1
' cuando se alcanza el tiempo total de cálculo, el ciclo DO-LOOP deja de aplicarse y finaliza el cálculo



---


CLOSE ' se cierra el archivo de datos que contiene a las curvas locales de enfriamiento.
END 'finaliza la aplicación



---


```

Listado de algunas subrutinas asociadas al programa de cómputo que permite la aplicación del macromicro modelo.

SUB genera (hcm1(), fc1(), s1, t1(), e1(), d1(), f1(), g1(), ds(), dtm1(), r1, e1, TC1, t0, si1, TL, facto, dr1, dr4, DT1, pt1, rt1, nt1, hi1, fl#())

En esta subrutina se generan a los coeficientes asociados al sistema de ecuaciones simultáneas que debe de resolverse para conocer el nuevo campo de temperaturas.

De acuerdo con la discretización del sistema impuesta por los tamaños de malla dr1 y dr2 seleccionados para el dominio del metal y del molde respectivamente, el sistema estará compuesto por un número definido de elementos de control. Cada uno de esos elementos tiene asociada una ecuación, cuyas características dependen del tipo de nodo de que se trate (seno del metal, seno del molde, interfase metal-molde, etc.). En su conjunto todas las ecuaciones asociadas al sistema metal-molde constituyen un sistema de ecuaciones simultáneas que presenta una matriz de coeficientes tridiagonal, y este sistema de ecuaciones está caracterizado por un vector diagonal inferior, d(), un vector diagonal central, e(), un vector de diagonal superior, f(), un vector de resultados g() y un vector de incógnitas, T(). En esta subrutina se calculan los vectores d(), e(), f() y g() asociados a todos los elementos de control que constituyen al sistema metal-molde. En la subrutina calculo estos valores son empleados para obtener la solución del sistema de ecuaciones, es decir el nuevo campo de temperaturas.

En el modelo se considera que la capacidad calorífica y la conductividad térmica del molde de arena son una función de la temperatura. También, durante la solidificación, las propiedades del metal son un promedio ponderado de las propiedades del metal sólido y líquido, siendo el término de ponderación la fracción sólida. Por lo anterior y previamente al cálculo de los vectores de coeficientes que involucran a las propiedades del sistema se calcula el valor actual de estas propiedades. Cabe señalar que las expresiones empleadas para el cálculo de los vectores d(), e(), f() y g() se obtienen directamente de las ecuaciones nodales asociadas a cada tipo de nodo (nodo único, familia nodal) de acuerdo con la clasificación realizada durante la tipificación del sistema y de la aplicación de un balance de energía a cada tipo de nodo. Estas ecuaciones se presentan en el capítulo III.

```
ros1 = 1500
hi1 = 6.8
FOR i = 0 TO s1
dtm1(i) = .000029266138# * (1 - fl#(i)) + (fl#(i)) * 4.243544E-05
KM1 = 122.265 * (fl#(i)) + 77.3665 * (1 - fl#(i))
hcm1(i) = (fl#(i)) * 1176 + 1079 * (1 - fl#(i))
par0 = (dr1 ^ 2) / (dtm1(i) * DT1)
Fometal = 1 / par0
```

construcción de la matriz de coeficientes tridiagonal

```
SELECT CASE fc1(i)
CASE 0:
  d1(i) = 0
  fl(i) = -1
  e1(i) = 1 + (par0 / 4)
  g1(i) = t1(i) * (par0 / 4) + (387755 / hcm1(i)) * (par0 / 4) * ds(i)
CASE 1:
  par1 = -1 + (1 / (2 * i))
  par2 = -1 - (1 / (2 * i))
d1(i) = par1
fl(i) = par2
e1(i) = 2 + par0
g1(i) = t1(i) * (par0) + (387755 / hcm1(i)) * (par0) * ds(i)
```

CASE 2:

```
ks1 = -4.256E-10 * t1(i) ^ 3 + 1.452E-06 * t1(i) ^ 2 - .001142 * t1(i) + 1.039
ks1 = ks1 * facto
IF t1(i) < 600 THEN
hcs1 = -.000915 * t1(i) ^ 2 + 1.19 * t1(i) + 740.69
ELSE
hcs1 = 1045.03 + .13 * t1(i)
END IF
dts1 = ks1 / (ros1 * hcs1)
para1 = (dtm1(i) * ks1 * dr4 + dts1 * KM1 * dr1) / (dtm1(i) * dts1)
d1(i) = -(KM1 * DT1 / (dr1 * para1)) * (1 - 1 / i)
f1(i) = -(ks1 * DT1 / (dr4 * para1)) * (1 + dr4 / (i * dr1))
e1(i) = 1 + (KM1 * DT1 / (dr1 * para1)) * (1 - 1 / i) + (ks1 * DT1 / (dr4 * para1)) * (1 + dr4 / (i * dr1))
g1(i) = t1(i) + 9.5E+08 * dr1 * ds(i) / para1
CASE ELSE
END SELECT
NEXT i
```

FOR i = s1 + 1 TO nt1

```
ks1 = -4.256E-10 * t1(i) ^ 3 + 1.452E-06 * t1(i) ^ 2 - .001142 * t1(i) + 1.039
ks1 = ks1 * facto
IF t1(i) < 600 THEN
hcs1 = -.000915 * t1(i) ^ 2 + 1.19 * t1(i) + 740.69
ELSE
hcs1 = 1045.03 + .13 * t1(i)
END IF
dts1 = ks1 / (ros1 * hcs1)
```

par4 = (dr4 ^ 2) / (dts1 * DT1)

Foarena = 1 / par4

SELECT CASE fc1(i)

CASE 3:

par1 = -1 + (1 / (2 * i))

par2 = -1 - (1 / (2 * i))

d1(i) = par1

f1(i) = par2

e1(i) = par4 + 2

g1(i) = t1(i) * (par4)

CASE 4:

par5 = 2 * (hi1 * DT1 / dr1) * (1 / (ros1 * hcs1))

par1 = -1 + (1 / (2 * i))

d1(i) = par1 * 2 * (1 / par4)

f1(i) = 0

e1(i) = 1 - 2 * (1 / par4) * par1 + par5

g1(i) = t1(i) + par5 * t0

END SELECT

NEXT i

END SUB

SUB calculo (nt1, e1(), f1(), g1(), d1(), t2(), t1())

En esta subrutina se resuelve el sistema de ecuaciones simultáneas generado en la subrutina genera y se obtiene el nuevo campo de temperatura del sistema compuesto molde-metal, empleando el algoritmo de Thomas, el cual es un procedimiento que consta de dos pasos: (1) Eliminación de la diagonal inferior; (2) Evaluación de T(N) y sustitución hacia atrás:

```

(1) eliminación de diagonal inferior
FOR i = 1 TO nt1
e1(i) = e1(i) - ((d1(i) / e1(i - 1)) * f1(i - 1))
g1(i) = g1(i) - ((d1(i) / e1(i - 1)) * g1(i - 1))
NEXT i
(2) evaluación de t(n) y sustitución hacia atrás
t2(nt1) = g1(nt1) / e1(nt1)
FOR i = nt1 - 1 TO 0 STEP -1
t2(i) = (g1(i) - f1(i) * t2(i + 1)) / e1(i)
NEXT i
END SUB

```

SUB grafica (kx1, kx2, ky1, ky2, fg1)

En esta subrutina se especifican las variables cuya evolución, en función del tiempo, se desea graficar en pantalla, de manera simultánea a la ejecución del modelo. Para tal fin se selecciona a la variable de interés de un listado que se presenta en pantalla

```

PRINT "Proporciona los datos"
PRINT "Que deseas graficar en el eje Y ?"
PRINT "j=1  Temperatura, T(°C)"
PRINT "j=2  Velocidad de Enfriamiento , dT/dt (°C/s)"
PRINT "j=3  fracción sólida , Fs"
PRINT "j=4  Qs (W/m3)"
PRINT "j=5  Qc (w/m3)"
PRINT "j=6  dR/dt (m/s)"
PRINT "j=7  dFs/dt (s-1)"
PRINT "j=8  Radio promedio (m)"
PRINT "j=9  Número de núcleos (m-3)"
INPUT "Selección : j = "; YG1
SELECT CASE YG1
CASE 1
fg1 = 1
a1$ = "T(°C)"
CASE 2
fg1 = 2
a1$ = "dT/dt"
CASE 3
fg1 = 3
a1$ = " Fs "
CASE 4
fg1 = 4
a1$ = "Qs"
A2$ = "(W/m3)"
CASE 5
fg1 = 5
a1$ = "Qc"
A2$ = "(W/m3)"
CASE 6
fg1 = 6
a1$ = "dR/dt"
A2$ = "(m/s)"
CASE 7
fg1 = 7
a1$ = "dFs/dt"

```

```

A2$ = "(s-1)"
CASE 8
fg1 = 8
a1$ = "R(m)"
CASE 9
fg1 = 9
a1$ = " N "
A2$ = "(m-3)"
CASE ELSE
END SELECT

```

Introducción de los límites mínimo y máximo que constituyen la escala del eje de ordenadas

```

PRINT "Valor mínimo de "; a1$; A2$
INPUT "Ly1"; LY1
PRINT "valor máximo de "; a1$; A2$
INPUT "Hy1"; HY1

```

dimensión del eje de las abscisas

```

INPUT "Máximo tiempo a graficar (s)"; HX1

```

Se grafican en pantalla a los ejes Y(variable de interés) y X(tiempo), incluyendo letreros y subdivisiones de modo tal que la pantalla quede lista para recibir la información generada por el modelo y transformada a puntos de pantalla en la subrutina DESPLIEGUE

elaboración de gráfica

```

CLS
SCREEN 12
LOCATE 2, 6: PRINT HY1
LOCATE 23, 6: PRINT LY1
LOCATE 10, 5: PRINT a1$
LOCATE 11, 5: PRINT A2$
LOCATE 24, 13: PRINT "0"
LOCATE 24, 62: PRINT HX1
LINE (100, 10)-(100, 360), 4
LINE (100, 360)-(500, 360), 4
LINE (500, 360)-(500, 10), 4
LINE (500, 10)-(100, 10), 4

```

introducción del número de divisiones en los ejes Y y X

```

LOCATE 25, 1: INPUT "#intervalos en Y"; NY1
LOCATE 25, 1: PRINT "          "
LOCATE 25, 1: INPUT "#intervalos en x"; NX1
LOCATE 25, 1: PRINT "          "
FOR i = 0 TO NY1
LINE (98, 10 + i * (350 / NY1))-(100, 10 + i * (350 / NY1))
NEXT i
FOR j = 0 TO NX1
LINE (100 + j * (400 / NX1), 362)-(100 + j * (400 / NX1), 360)
NEXT j

```

Cálculo de parámetros que permiten la traducción de la información generada por el modelo a puntos en pantalla en función de las escalas seleccionadas e introducidas en esta subrutina para la variable de interés

```

kx2 = 400 / HX1
kx1 = 100
ky2 = 350 / (LY1 - HY1)

```

ky1 = 10 - ky2 * HY1

END SUB

SUB DESPLIEGUE (qs1(), qc1(), qa1(), la(), v1(), n1#(), rt1(), dr2(), r1#(), nn1#(), fl#(), f2#(), ds(), kx1, kx2, ky1, ky2, z1(), j1, fg1, tot1, s1, t2(), t1(), DT1, hcm1(), ros1, cs1, nt1, imax)

En esta subrutina se efectúa la transformación de los datos generados por el programa, del tipo: Tiempo, valor de parámetro, a datos traducidos a puntos en la pantalla, del tipo coordenada X, coordenada Y, y se grafican dichos puntos de acuerdo con las escalas de las dimensiones seleccionadas en la subrutina gráfica. Como existen varios parámetros que pueden ser graficados en función del tiempo (Temperatura, velocidad de enfriamiento, velocidad de solidificación, Qc, Qs, Qa, etc) en la primera parte de esta subrutina se calcula, en base a los datos generados por el modelo en el paso actual de cálculo, a las velocidades de enfriamiento y a los flujos volumétricos de calor extraído, Qc, generado por la solidificación, Qs y acumulado en el elemento de control, Qa, para posibilitar su graficación en el caso de que el usuario haya seleccionado a cualquiera de estos parámetros para observar su evolución durante el proceso.

cálculos en la región del sistema que presenta metal

```
FOR i = 0 TO s1
  cálculo de dT/dt
  v1(i) = (t2(i) - t1(i)) / DT1
  calculo de flujo volumétrico de calor latente
  IF fl#(i) >= .999 THEN
    qs1(i) = 0
    fl#(i) = 1
    ds(i) = 0
  ELSE
    qs1(i) = 9.5E+08 * ds(i)
  END IF
  calculo de Qa
  IF i = s1 THEN
    qa1(i) = .5 * (2450 * hcm1(i) + ros1 * cs1) * v1(i)
  ELSE
    qa1(i) = (2450 * hcm1(i)) * v1(i)
  END IF
  calculo de Qc
  qc1(i) = (qa1(i) + qs1(i))
NEXT i
calculo de parámetros en la zona del molde de arena
k52 = s1 + 1
FOR i = k52 TO nt1
  v1(i) = (t2(i) - t1(i)) / DT1
  qa1(i) = ros1 * cs1 * v1(i)
  qc1(i) = qa1(i)
NEXT i
```

Transformación de datos a puntos en pantalla y graficación

```
FOR j = 1 TO j1
  SELECT CASE fg1
  CASE 1
    x1 = kx1 + kx2 * tot1
```



```

Y1 = ky1 + ky2 * t2(z1(j))
CASE 2
x1 = kx1 + kx2 * tot1
Y1 = ky1 + ky2 * v1(z1(j))
CASE 3
x1 = kx1 + kx2 * tot1
Y1 = ky1 + ky2 * f2#(z1(j))
CASE 4
x1 = kx1 + kx2 * tot1
Y1 = ky1 + ky2 * qs1(z1(j))
CASE 5
x1 = kx1 + kx2 * tot1
Y1 = ky1 + ky2 * qc1(z1(j))
CASE 6
x1 = kx1 + kx2 * tot1
Y1 = ky1 + ky2 * dr2(z1(j))
CASE 7
x1 = kx1 + kx2 * tot1
Y1 = ky1 + ky2 * ds(z1(j)) / DT1
CASE 8
x1 = kx1 + kx2 * tot1
Y1 = ky1 + ky2 * nn1#(z1(j))
CASE 9
x1 = kx1 + kx2 * tot1
Y1 = ky1 + ky2 * r1#(z1(j))
CASE ELSE
END SELECT
IF x1 < 500 AND Y1 > 10 AND Y1 < 360 THEN
PSET (x1, Y1)
ELSE
END IF
NEXT j
END SUB

```

Índice de Figuras

Fig.III.1.-Representación esquemática del sistema bajo estudio	50
Fig.III.2. - Representación esquemática de la discretización del sistema	52
Fig.III.3 - Representación esquemática de: (a) elemento de control único tipo 1 correspondiente al eje de simetría del cilindro; (b) un elemento de control perteneciente a la familia nodal M, característica del seno del metal.	53
Fig.III.4 - Representación esquemática de elemento de control único tipo 2, característico de la intercara metal-molde.	54
Fig.III.5 Representación esquemática de un elemento de control perteneciente a la familia nodal S característica del seno del molde de arena.	54
Fig.III.6 - Representación esquemática de elemento de control único tipo 3 característico de la intercara molde-medio ambiente.	55
Fig.III.7.Curva de enfriamiento típica, asociada al enfriamiento y solidificación de aleaciones hipoeutécticas Al-Si, en donde se muestran las etapas en que se asume que se realiza el proceso de enfriamiento.	58
Fig.III.8.Representación esquemática del diagrama de fases asociado al sistema Al-X, en donde se muestran los parámetros que caracterizan a la ruta de solidificación al equilibrio de una aleación hipoeutéctica de una composición dada.	60
Fig.III.9 Representación esquemática de los radios característicos y del reparto de soluto asociados al crecimiento equiaxial dendrítico.	62
Fig.III.10.- Velocidad de avance de la punta dendrítica en función del subenfriamiento total para la aleación Al-Si de la composición química mostrada en la tabla III.3.	65
Fig.III.11.- Representación esquemática del arreglo experimental empleado para obtener las curvas de enfriamiento empleadas en la aplicación de los métodos de Newton y de Fourier mostrados en esta sección.	82
Fig.III.12.-Curvas de enfriamiento asociadas a los experimentos 3.1, (a) y 3.2 ,(b) de la tabla III.V. durante el enfriamiento y solidificación de cilindros de aleación hipoeutéctica Al-Si colados en moldes de arena en verde.	84

Fig.III.13.- Evolución de la velocidad de enfriamiento (\dot{T}) y de las curvas cero de Newton (ZN), asociadas a las condiciones señaladas en la tabla III.2, para los experimentos 3.1 ,(a) y 3.2, (b).	88
Fig. III.14.- Evolución de la velocidad de solidificación, df_s/dt , asociada al procesamiento, mediante el método de Newton de las curvas de enfriamiento de los experimentos 3.1 (a) y 3.2 (b).	89
Fig.III.15.- Evolución de la velocidad de enfriamiento (\dot{T}) y de las curvas cero de Fourier (ZF) que resultan del procesamiento numérico de las curvas de enfriamiento de los experimentos 3.1 (a) y 3.2, (b).	93
Fig.III.16.- Evolución de la velocidad de solidificación, df_s/dt , asociadas a las condiciones señaladas en la tabla III.2, para los experimentos 3.1, (a) y 3.2, (b).	94
Fig.III.17.- Análisis gráfico de la evolución de ZF en función del cambio de temperatura y el tiempo.	96
Fig.III.18-. Evolución del gradiente térmico local que resulta de la aplicación de la ec.(III.58), a los datos asociados a las curvas de enfriamiento, experimento 3.2, mostradas en la Fig. III.12 (b).	97
Fig.III.19-. Evolución del gradiente térmico local y ZF, asociados a las curvas de enfriamiento experimental (R1=0.5mm, R2=7.5mm) mostradas en la Fig. III.12(b).	98
Fig.III.20.-Fotomicrografía de la microestructura presente en las región central de las probetas asociadas a los experimentos 3.1, (a) y 3. 2 , (b) de la tabla III.2, a los que corresponden valores de DAS de 53 μm y 35 μm , respectivamente. Muestra pulida y sin ataque.	99
Fig. IV.1 Representación esquemática del arreglo experimental.	102
Fig.IV.2.- Curvas de enfriamiento asociadas a dos posiciones radiales, durante el enfriamiento y solidificación de un cilindro de 1.6 cm de diámetro, aleación hipoeutéctica Al-Si colado en un molde de arena en verde, asociadas al experimento 1, tabla IV.2.	108
Fig.IV.3.- Evolución de la velocidad de enfriamiento (\dot{T}) y de las curvas cero de Newton, ZN (a) y de Fourier, ZF, (b), asociadas al experimento 1, tabla IV.2.	108
Fig.IV.4.- Evolución de la velocidad de solidificación, df_s/dt , asociada al procesamiento, mediante el método de Newton (a) y Fourier (b) para el experimento 1 de la tabla IV.2.	109

Fig.IV.5- Evolución del flujo volumétrico de calor latente de solidificación, Q_s , asociado al procesamiento, mediante el método de Newton ,(a) y el método de Fourier , (b) para el experimento 1 de la tabla IV.2.	110
Fig.IV.6- Evolución la fracción sólida, asociada al procesamiento, mediante el método de Newton, (a) y el método de Fourier , (b) para el experimento 1 de la tabla IV.2.	111
Fig.IV.7.- Fotomicrografía representativa de la microestructura presente en las probetas asociadas al experimento 1 de la tabla IV.2, a la que corresponde un DAS de 34.8 +/-1.5 μm . Muestra pulida y sin ataque.	112
Fig.IV.8.- Probeta macroatacada asociada al experimento 1 de la tabla IV.2, a la que corresponde un tamaño de grano (T.G.) de 517 μm .	112
Fig.IV.9.- Curvas de enfriamiento asociadas a dos posiciones radiales, durante el enfriamiento y solidificación de un cilindro de 3.2 cm de diámetro, aleación hipoeutéctica Al-Si colado en un molde de arena en verde, que corresponde al experimento 2 de la tabla IV.2.	113
Fig.IV.10.- Evolución de la velocidad de enfriamiento (\dot{T}) y de las curvas cero de Newton (ZN) (a) y de Fourier (ZF), (b), asociadas a las condiciones señaladas en la tabla IV.2, para el experimento 2, tabla IV.2.	113
Fig.IV.11.- Evolución del flujo volumétrico instantáneo de calor latente de solidificación, Q_s , asociado al procesamiento, mediante el método de Newton (izquierda) y Fourier (derecha) para el experimento 2 de la tabla IV.2.	114
Fig.IV.12.- Evolución de la velocidad de solidificación, df/dt , asociada al procesamiento, mediante el método de Newton (a) y Fourier (b) para el experimento 2 de la tabla IV.2.	114
Fig.IV.13- Fotomicrografía representativa de la microestructura presente en las probetas asociadas al experimento 2 de la tabla IV.2, a la que corresponde un DAS de 54.6 +/-2.36 μm . Muestra pulida y sin ataque.	115
Fig.IV.14.- Probeta macroatacada asociada al experimento 2 de la tabla IV.2, a la que corresponde un T.G. de 921 μm .	116
Fig.IV.15.- Fotomicrografía de la microestructura presente en las probetas asociadas al experimento 3 de la tabla IV.2, a las que corresponde un DAS promedio de 29.4 +/-1.1 μm . Muestra pulida y sin ataque.	116

Fig.IV.16.- Probeta macroatacada asociada al experimento 3 de la tabla IV.2, a la que corresponde un T.G. de 489 μm .	117
Fig.IV.17.- Curvas de enfriamiento asociadas a dos posiciones radiales, durante el enfriamiento y solidificación de un cilindro de 3.2 cm de diámetro, aleación hipoeutéctica Al-Si (A1, tabla IV.1) colado en un molde de arena en verde, en las condiciones señaladas en la tabla IV.2, para el experimento 4.	117
Fig.IV.18.- Fotomicrografía de la microestructura presente en las probetas asociadas al experimento 4 de la tabla IV.2, a las que corresponde un DAS de 49.8+/-1.4 μm . Muestra pulida y sin ataque.	118
Fig.IV.19.- Probeta macroatacada asociada al experimento 4 de la tabla IV.2, a la que corresponde un T.G. de 699 μm .	118
Fig.IV.20.- Curvas de enfriamiento asociadas a dos posiciones radiales, durante el enfriamiento y solidificación de un cilindro de 1.6 cm de diámetro, aleación eutéctica Al-Si colado en un molde de arena en verde, correspondientes al experimento 5, tabla IV.2.	123
Fig.IV.21.- Evolución de la velocidad de solidificación, df_s/dt , asociada al procesamiento, mediante el método de Newton (izquierda) y Fourier (derecha), de las curvas de enfriamiento asociadas al experimento 5 de la tabla IV.2.	123
Fig.IV.22.- Evolución de la velocidad de enfriamiento (\dot{T}) y de las curvas cero de Fourier (ZF). asociadas a las condiciones señaladas en la tabla IV.2, para el experimento 5.	124
Fig.IV.23- Evolución la fracción sólida, asociada al procesamiento, mediante el método de Newton, (a) y el método de Fourier, (b) de las curvas de enfriamiento asociadas al experimento 5 de la tabla IV.2.	125
Fig.IV.24.- Fotomicrografías de la microestructura típica presente en las probetas asociadas al experimento V de la tabla IV.2, en: (a) zona central, $r = 0\text{mm}$ $\lambda_{Eu} = 3.42\pm 0.45\mu\text{m}$; (b) zona intermedia, $r = 4\text{mm}$, $\lambda_{Eu} = 5.56\pm 0.72\mu\text{m}$; (c) zona externa, $r = 8\text{mm}$, $\lambda_{Eu} = 3.01\pm 0.33\mu\text{m}$, región adyacente a la intercara metal/molde. Muestra pulida y sin ataque.	126
Fig.IV.25.- Fotomicrografía representativa de la microestructura presente en la región central de las probetas asociadas al experimento 5 de la tabla IV.2 con un valor promedio de $\lambda_{Eu} = 3.42\pm 0.45\mu\text{m}$. Muestra pulida y sin ataque.	127
Fig.IV.26.- Probeta macroatacada asociada al experimento 5 de la tabla IV.2, a la que corresponde un T.G de 1162 μm .	128

Fig.IV.27.- Curvas de enfriamiento asociadas a dos posiciones radiales, durante el enfriamiento y solidificación de un cilindro de 3.1 cm de diámetro, aleación eutéctica Al-Si (A2, tabla IV.1) colado en un molde de arena en verde, en las condiciones señaladas en la tabla IV.2, para el experimento 6.	128
Fig.IV.28.- Evolución de la velocidad de enfriamiento (\dot{T}) y de las curvas cero de Newton (ZN), (a) y de Fourier (ZF), (b) asociadas a las condiciones señaladas en la tabla IV.2, para el experimento 6.	129
Fig.IV.29.- Evolución de la velocidad de solidificación, df/dt , asociada al procesamiento, mediante el método de Newton (izquierda) y Fourier (derecha), de las curvas de enfriamiento asociadas al experimento 6 de la tabla IV.2.	130
Fig.IV.30.- Evolución la fracción sólida, asociada al procesamiento, mediante el método de Newton, (a) y el método de Fourier, (b), de las curvas de enfriamiento asociadas al experimento 6 de la tabla IV.2.	131
Fig.IV.31.- Fotomicrografías representativas de la microestructura presente en la región central, $r = 0\text{mm}$, $\lambda_{Eu} = 5.56 \pm 0.7 \mu\text{m}$, (a) y en la región intermedia de la pieza, $r = 8\text{mm}$, $\lambda_{Eu} = 12.7 \pm 2.4 \mu\text{m}$, (b), de las probetas asociadas al experimento 6 de la tabla IV.2. Muestra pulida y sin ataque.	131
Fig.IV.32.- Probeta macroatacada asociada al experimento 6 de la tabla IV.2, a la que corresponde un T.G de 1635 μm .	132
Fig.IV.33.- Fotomicrografías representativas de la microestructura presente en la región central, $r = 0\text{mm}$, $\lambda_{Eu} = 3 \pm 0.33 \mu\text{m}$, (a) y en la región intermedia de la pieza, $r = 4\text{mm}$, $\lambda_{Eu} = 5.14 \pm 0.76 \mu\text{m}$, (b) de las probetas asociadas al experimento 7, tabla IV.2.	132
Fig.IV.34.- Probeta macroatacada asociada al experimento 7 de la tabla IV.2, a la que corresponde un T.G de 1091 μm .	133
Fig.IV.35.- Curvas de enfriamiento asociadas a dos posiciones radiales, durante el enfriamiento y solidificación de un cilindro de 3.2 cm de diámetro, aleación eutéctica Al-Si (A2, tabla IV.1) colado en un molde de arena en verde, en las condiciones señaladas en la tabla IV.2, para el experimento 8.	133
Fig.IV.36.- Fotomicrografías representativas de la microestructura presente en la región central, $r = 0\text{mm}$, $\lambda_{Eu} = 3.8 \pm 0.6 \mu\text{m}$, (a) y en la región intermedia de la pieza, $r = 8\text{mm}$, $\lambda_{Eu} = 10.9 \pm 1 \mu\text{m}$, (b) de las probetas asociadas al experimento 8 de la tabla IV.2. Muestra pulida y sin ataque.	134
Fig.IV.37.- Probeta macroatacada asociada al experimento 8 de la tabla IV.2, a la que corresponde un T.G de 1461 μm .	135

- Fig. IV.38.- Velocidad de avance de la punta dendrítica, Vd como una función del subenfriamiento ΔT tal y como se obtiene del programa LGK Multicomponente aplicado a la aleación A1 de la tabla IV.1. 140
- Fig. IV.39.- Velocidad de avance de la punta dendrítica, Vd como una función del subenfriamiento ΔT tal y como se obtiene del programa LGK Multicomponente aplicado a la aleación A2 de la tabla IV.1. 140
- Fig. IV.40.- Curvas de enfriamiento simuladas por el modelo elaborado, para las posiciones más cercanas al eje de simetría del cilindro, en las condiciones asociadas a los experimentos 1-4 de la tabla IV.2. a los que corresponden respectivamente las Figs. IV.40 (a)-(c). Sobrepuestas, se muestran a las curvas de enfriamiento experimentales correspondientes. 143
- Fig. IV.41.- Evolución de $dT/dt = \dot{T}$ y ZF obtenidas del procesamiento de las curvas de enfriamiento generadas por el modelo para las posiciones de termopares y las condiciones experimentales asociadas a los experimentos 1 y 2 de la tabla IV.2 a los que corresponden respectivamente las Figs. IV.41 (a) y (b). Sobrepuestos, se muestran los resultados experimentales correspondientes. 144
- Fig. IV.42.- Evolución de dfs/dt obtenida del procesamiento de las curvas de enfriamiento generadas por el modelo para las posiciones de termopares y las condiciones experimentales asociadas a los experimentos 1 y 2 de la tabla IV.2 a los que corresponden respectivamente (a) y (b). Sobrepuestos, se muestran los resultados experimentales correspondientes. 145
- Fig. IV.43.- Evolución de Q_s obtenida del procesamiento de las curvas de enfriamiento generadas por el modelo para las posiciones de termopares y las condiciones experimentales asociadas a los experimentos 1 y 2 de la tabla IV.2 a los que corresponden respectivamente las Figs. IV.43(a) y (b). Sobrepuestos, se muestran los resultados experimentales correspondientes. 145
- Fig. IV.44.- Valores de D.A.S., como una función de la posición radial en la pieza y valor promedio, simulados por el modelo, asociados a los experimentos 1-4 de la tabla IV.2, Figs. IV.44 (a)-(c), respectivamente. 146
- Fig. IV.45.- Fotomicrografías de las regiones central, $r = 0\text{mm}$, (a), intermedia, $r = 8\text{mm}$, (b) y extrema, $r = 16\text{mm}$, (c), de una probeta asociada al experimento 4 de la tabla IV.2. Muestra pulida y sin ataque. 147
- Fig. IV.46.- Fotomicrografías de las regiones central, $r = 0\text{ mm}$, (a), y extrema, $r = 8\text{mm}$, (b), de una probeta asociada al experimento 1 de la tabla IV.2. Muestra pulida y sin ataque. 148

- Fig. IV.47.- Evolución del gradiente térmico local, dt/dr y de la velocidad local de solidificación, dfs/dt , simulada por el modelo para las condiciones asociadas al experimento 1 de la tabla IV.2 en tres diferentes posiciones dentro de la pieza: (i) intercara metal-molde ($r = 0.75$ cm); (m) seno del metal ($r = 0.4$ cm); (c) eje de simetría ($r = 0.05$ cm). **150**
- Fig. IV.48.- Curvas de enfriamiento simuladas por el modelo elaborado, para las posiciones más cercanas al eje de simetría del cilindro, en las condiciones asociadas a los experimentos 5-8 de la tabla IV.2. a los que corresponden respectivamente las Figs. IV.48 (a)-(c). Sobrepuestas, se muestran las curvas de enfriamiento experimentales correspondientes. **153**
- Fig. IV.49.- Evolución de dT/dt y ZF obtenidas del procesamiento de las curvas de enfriamiento generadas por el modelo para las posiciones de termopares y las condiciones experimentales asociadas a los experimentos 5 y 8 de la tabla IV.2. a los que corresponden respectivamente las Figs. IV.49 (a) y (b). Sobrepuestos, se muestran a los resultados experimentales correspondientes. **154**
- Fig. IV.50.- Evolución de dfs/dt obtenida del procesamiento de las curvas de enfriamiento generadas por el modelo para las posiciones de termopares y las condiciones experimentales asociadas a los experimentos 5 y 6 de la tabla IV.2 a los que corresponden respectivamente las Figs. IV.50 (a) y (b). Sobrepuestos, se muestran a los resultados experimentales correspondientes. **155**
- Fig. IV.51.- Evolución de Q_s obtenida del procesamiento de las curvas de enfriamiento generadas por el modelo para las posiciones de termopares y las condiciones experimentales asociadas a los experimentos 5 y 6 de la tabla IV.2 a los que corresponden respectivamente las Figs. IV.51 (a) y (b). Sobrepuestos, se muestran a los resultados experimentales correspondientes. **155**
- Fig. IV.52.- Evolución de f_s obtenida del procesamiento de las curvas de enfriamiento generadas por el modelo para las posiciones de termopares y las condiciones experimentales asociadas a los experimentos 5 y 6 de la tabla IV.2 a los que corresponden respectivamente las Figs. IV.52 (a) y (b). Sobrepuestos, se muestran los resultados experimentales correspondientes. **156**
- Fig. IV.53.- Evolución de λ_{Eu} en función de f_s obtenidas del modelo para tres posiciones radiales dentro del cilindro: (c) centro $R = 1$ mm; (m) intermedio, $R = 4$ mm; (e) extremo, $R=7$ mm, durante la simulación del experimento 5 de la tabla IV.2. **157**
- Fig. IV.54.- Evolución de λ_{Eu} en función de f_s obtenidas del modelo para tres posiciones radiales durante la simulación de los experimentos 6, (a), y 8, (b), de la tabla IV.2: (c) centro $r = 0$; (m) intermedio, $r = R_{tot}/2$; (e) extremo, $R = R_{tot}$. **157**

Fig. V.1.- Evolución de dT/dt , ZN y ZF asociadas al procesamiento numérico de las curvas experimentales de enfriamiento obtenidas en: (a) experimento 1 (Aleación A1); (b) experimento 5 (Aleación A2).	160
Fig. V.2.- Evolución de la velocidad de solidificación asociada a la aplicación de los métodos de Newton y de Fourier a las curvas experimentales de enfriamiento obtenidas en: (a), experimento 1 y (b), experimento 5.	161
Fig. V.3.- Evolución de la fracción sólida predicha por la aplicación del método de Fourier a las curvas de enfriamiento experimental asociadas al experimento 5 y primera derivada de la curva de enfriamiento experimental correspondiente al termopar ubicado en la región adyacente al eje de simetría.	162
Fig. V.4.- Evolución de la fracción sólida predicha por la aplicación del método de Fourier a las curvas de enfriamiento experimental asociadas al experimento 5 de la tabla IV.2 y subenfriamiento eutéctico aparente, calculado a partir de la curva de enfriamiento experimental correspondiente al termopar ubicado en la región adyacente al eje de simetría.	163
Fig.V.5.- Fotomicrografías de diferentes regiones de una muestra asociada al experimento 5 de la tabla IV.2.: (a) región central, $r = 0\text{mm}$; (b) región externa, $r = 8\text{mm}$; (c) región intermedia, $r = 4\text{mm}$; Muestra pulida, sin ataque.	164
Fig. V.6.- Velocidad de enfriamiento experimental y curvas cero de Fourier asociadas al enfriamiento y solidificación de la aleación A1 en las condiciones señaladas para el experimento 1.	165
Fig. V.7.- Velocidad de enfriamiento experimental y curvas cero de Fourier asociadas al enfriamiento y solidificación de la aleación A2 en las condiciones señaladas para el experimento 5.	166
Fig. V.8.- Velocidad de solidificación proporcionada por el método de Fourier aplicado a las curvas de enfriamiento, experimental y simulada, asociadas a la aleación A1 en las condiciones señaladas para el experimento 1.	167
Fig. V.9.- Velocidad de solidificación proporcionada por el método de Fourier aplicado a las curvas de enfriamiento, experimental y simulada, asociadas a la aleación A2 en las condiciones señaladas para el experimento 5 de la tabla IV.2.	168
Fig. V.10.- Curvas de enfriamiento experimental y simulada asociadas a un termopar ubicado a una distancia radial, con respecto al eje de simetría de 1.5 mm, durante la ejecución del experimento 2 de la tabla IV.2.	169

- Fig. V.11.- Primera derivada de las curvas de enfriamiento experimental y simulada asociadas a un termopar ubicado a una distancia radial, con respecto al eje de simetría de 1.5 mm, durante la ejecución del experimento 2 de la tabla IV.2. 170
- Fig. V.12.- Curvas de enfriamiento experimental y simulada, con la temperatura eutéctica en función de la composición del líquido remanente, e_c (V.2), asociadas a un termopar ubicado a una distancia radial, con respecto al eje de simetría de 0.3 mm, durante la ejecución del experimento 1 de la tabla IV.2. 174
- Fig. V.13.-Evolución de: (a) la velocidad de enfriamiento y la curva cero de Fourier; (b) la velocidad de solidificación, proporcionadas por el método de Fourier aplicado a las curvas de enfriamiento experimentales y simuladas por el modelo asociadas al experimento 1, incluyendo en el modelo la corrección mostrada en la Fig. V.12. 174
- Fig. V.14 - Evolución del Flujo de calor que es transferido a través de la intercara metal/molde, $q_+(1)$, simulada por el modelo para las condiciones asociadas al experimento 5 de la tabla IV.2. 182
- Fig. V.15- Evolución del flujo de calor acumulado, q_a , (a) y transferido, q_+ , (b), simulado por el modelo para las condiciones asociadas al experimento 5, en diferentes posiciones en la región del molde adyacente a la intercara metal/molde. Los números entre paréntesis indican la posición en donde se realizó el cálculo. 183
- Fig. V.16- Evolución del flujo neto de calor que ingresa a cada una de las regiones consideradas en el molde, q_{neto} , simulada por el modelo para las condiciones asociadas al experimento 5 de la tabla IV.2, en diferentes posiciones en la región del molde adyacente a la intercara metal/molde. Sobrepuesto se muestra al flujo de calor transferido a través de la intercara metal/molde, $q_+(1)$. 184
- Fig. V.17- Evolución del gradiente térmico local, dT/dr y de la velocidad local de solidificación, dfs/dt , simulada por el modelo para las condiciones asociadas a los experimentos 1, (a) y 5, (b), en tres diferentes posiciones dentro de la pieza: (i) intercara metal/molde ($r = 0.75$ cm); (m) seno del metal ($r = 0.4$ cm); (c) eje de simetría ($r = 0.05$ cm). 186
- Fig. V.18.- Evolución de Q_c simulada por el modelo para las condiciones asociadas a los a los experimentos 1, (a) y 5, (b), en tres diferentes posiciones dentro de la pieza: (i) interfa- se metal/molde ($r = 0.75$ cm); (m) seno del metal ($r = 0.4$ cm); (c) eje de simetría ($r = 0.05$ cm). 187

- Fig. V.19.- Evolución de Q_s simulada por el modelo para las condiciones asociadas a los experimentos 1, (a) y 5, (b), en tres diferentes posiciones dentro de la pieza: (i) interfase metal/molde ($r = 0.75$ cm); (m) seno del metal ($r = 0.4$ cm); (c) eje de simetría ($r = 0.05$ cm). 189
- Fig. V.20- Evolución de Q_c y dfs/dt simulada por el modelo para las condiciones asociadas a los experimentos 1, (a) y 5, (b), en tres diferentes posiciones dentro de la pieza: (i) interfase metal/molde ($r = 0.75$ cm); (m) seno del metal ($r = 0.4$ cm); (c) eje de simetría ($r = 0.05$ cm). 190
- Fig. V.21- Evolución de Q_a simulada por el modelo para las condiciones asociadas a los experimentos 1, (a) y 5, (b), en tres diferentes posiciones dentro de la pieza: (i) intercara metal/molde ($r = 0.75$ cm); (m) seno del metal ($r = 0.4$ cm); (c) eje de simetría ($r = 0.05$ cm). 192
- Fig. V.22- Evolución de Q_a simulada por el modelo para las condiciones asociadas a los experimentos 1, (a) y 5, (b), en dos posiciones dentro de la pieza: (i) intercara metal/molde ($r = 0.75$ cm); (c) eje de simetría ($r = 0.05$ cm). 192
- Fig. V.23.- Evolución de dT/dt y f_s simulada por el modelo para las condiciones asociadas a los experimentos 1, (a) y 5, (b), en dos posiciones dentro de la pieza: (i) intercara metal/molde ($r = 0.75$ cm); (c) eje de simetría ($r = 0.05$ cm). 193
- Fig. V.24.- Evolución del subenfriamiento eutéctico, ΔT_{Eu} y de la fracción sólida, f_s simulados por el modelo para las condiciones asociadas al experimento 5 en dos posiciones dentro de la pieza: (i) intercara metal-molde ($r = 0.75$ cm); (c) eje de simetría ($r = 0.05$ cm). 194
- Fig.V.25.- Fotomicrografías de las regiones central y extrema de una muestra asociada al experimento 5 de la tabla IV.2.; (a) región central, $r = 0$ mm; (b) región externa, $r = 8$ mm; Muestra pulida, sin ataque. 195
- Fig. V.26.- Fotomicrografías obtenidas mediante SEM de las zonas interdendríticas presentes en las regiones: central, $r = 0$ mm (a), intermedia, $r = 8$ mm (b) y extrema, $r = 16$ mm, (c), de una probeta asociada al experimento 4 de la tabla IV.2. Muestra pulida y sin ataque. 196
- Fig. V.27. Espectro de rayos X ,obtenidos mediante EDS,para las placas claras presentes en las zonas interdendríticas de las regiones mostradas en las Figs. V.26(a)- V.26(c). 197
- Fig. V.28- Evolución de dfs/dt simulada por el modelo para las condiciones asociadas al experimento 4 de la tabla IV.2 en tres diferentes posiciones dentro de la pieza: (i) intercara metal-molde ($r = 1.55$ cm); (m) seno del metal ($r = 0.8$ cm);(c) eje de simetría ($r = 0.05$ cm). 199

Fig. V.29- Evolución de dfs/dt simulada por el modelo para las condiciones asociadas al experimento 1, Fig. V.29(a), y 5, Fig.V.29(b) de la tabla IV.2, en tres diferentes posiciones dentro de la pieza: (i) intercara metal-molde ($r = 0.75$ cm); (m) seno del metal ($r = 0.4$ cm); (c) eje de simetría ($r = 0.05$ cm).

Índice de Tablas

Tabla II. 1.- Modelos de Microsegregación y expresiones $f_S(T)$ asociadas.	18
Tabla II. 2.- Modelos de nucleación.	34
Tabla II.3.- Coeficientes de crecimiento equiaxial eutéctico y dendrítico.	44
Tabla II.4 .- Modelos Analíticos de Microsegregación empleados en Macro-Micro Modelado de la solidificación.	46
Tabla III.1.- Ecuaciones nodales asociadas al caso bajo estudio.	56
Tabla III.2.- Valores de $k_{0,i}$ y $m_{l,i}$ empleados por el modelo.	61
Tabla III.3.- Composición Química de la aleación base Al-Si considerada para la obtención de los resultados mostrados en la Fig.III.10.	66
Tabla III.4.- Composición química de la aleación empleada.	82
Tabla III.5.- Datos generales de los experimentos realizados durante la implementación experimental de los métodos de Newton y de Fourier.	83
Tabla III.6.- Datos Experimentales asociados a las curvas de enfriamiento mostradas en la Fig.III.13 (b).	84
Tabla IV.1.- Composición Química de las aleaciones bajo estudio (% en peso).	100
Tabla IV.2.- Condiciones Experimentales.	103
Tabla IV.3.- Características microestructurales de las probetas obtenidas en los experimentos 1-4 de la tabla IV.2.	119
Tabla IV.4.- Estimación de la varianza, de la desviación típica de los efectos y efectos calculados de temperatura y diámetro sobre el DAS para el diseño factorial 2^2 que representa a los experimentos 1-4 de la tabla IV.2.	120
Tabla IV.5.- Estimación de la varianza, de la desviación típica de los efectos y efectos calculados de temperatura y diámetro sobre el tamaño de grano, (t.g), para el diseño factorial 2^2 que representa a los experimentos 1-4 de la tabla IV.2.	121
Tabla IV.7.- Estimación de la varianza, de la desviación típica de los efectos y efectos calculados de temperatura y diámetro sobre λ_{Eu} para el diseño factorial 2^2 que representa a los experimentos 5-8 de la tabla IV.2.	136

Tabla IV.8.- Estimación de la varianza, de la desviación típica de los efectos y efectos calculados de temperatura y diámetro sobre el tamaño de grano para el diseño factorial 2^2 que representa a los experimentos 5-8 de la tabla IV.2.	138
Tabla IV.9. Ecuaciones de Velocidad de avance de punta dendrítica, V_d , en función de ΔT para las aleaciones A1 y A2 de la tabla IV.1.	141
Tabla IV.10.- Valores de $\bar{C}_{s_{max}}$, \bar{C}_o , \bar{m}_l , y \bar{k}_x , empleados durante la aplicación del modelo a las aleaciones A1 y A2.	141
Tabla IV.11.- Propiedades termofísicas empleadas durante la aplicación del modelo.	142
Tabla IV.12.- Predicciones de las longitudes microestructurales características, DAS y tamaño de grano, proporcionadas por el modelo para la simulación de los experimentos 1-4 de la tabla IV.2.	152
Tabla IV.13.- Predicciones de las longitudes microestructurales características, λ_{Eu} y tamaño de grano, proporcionadas por el modelo para la simulación de los experimentos 5-8 de la tabla IV.2.	158
Tabla V.1.- Composición química nominal de la aleación A356.1 ⁽²⁷⁾	175
Tabla V.2.- Reacciones que ocurren durante la solidificación de la aleación A356.1 en condiciones de enfriamiento asociadas a procesos convencionales de solidificación ⁽²⁸⁾	175