

03073



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

UNIDAD ACADÉMICA DE LOS CICLOS PROFESIONAL Y DE POSGRADO  
DEL COLEGIO DE CIENCIAS Y HUMANIDADES  
CENTRO DE INVESTIGACIÓN EN ENERGÍA

*2ey*

Representación de las propiedades termofísicas de la mezcla bromuro de litio-agua-etanolamina para su posible uso en un transformador térmico.

**TESIS**

Que para obtener el grado de:  
"Maestro en Energía Solar"

presenta:

Eduardo Hernández Pacheco

Directores de tesis:

Dr. Mariano López de Haro  
Dr. Roberto Best Brown

Morelos, abril de 1998.

*262596*

**TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN**



Universidad Nacional  
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

**Biblioteca Central**



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

# Contenido



	Página
Índice de figuras	VIII
Índice de tablas	XI
Nomenclatura	XIII
Resumen	XV
Capítulo 1. Introducción a la tesis y presentación de los objetivos	1
1.1 Introducción	1
1.2 Objetivos de la tesis	4
1.3 Estructura de la tesis	5
Capítulo 2. Bombas de calor y transformadores térmicos	7
2.1 Introducción	7
2.2 Historia	8
2.3 Clasificación de las bombas de calor	10
2.4 Máquinas térmicas	10
2.5 Conceptos generales de bombas de calor	13
2.6 Transformadores térmicos	16
2.7 Incremento de temperatura	18
Capítulo 3. Propiedades termofísicas importantes en sistemas de absorción	19
3.1 Introducción	19
3.2 Propiedades termofísicas de interés para el fluido de trabajo	20
3.3 Propiedades del absorbente	22
3.4 Criterios comunes a los pares de trabajo	24
3.5 Pares importantes de fluido de trabajo-absorbente	25

Capítulo 4. Aproximación por funciones racionales	27
4.1 Introducción a la teoría de aproximación	27
4.2 Planteamiento del problema de aproximación	27
4.3 Teorema de aproximación de Weierstrass	28
4.4 Funciones racionales de una variable	29
4.5 Funciones racionales de dos variables	32
4.6 Algoritmo de aproximación para funciones que dependen de una variable	35
4.7 Desarrollo del algoritmo de una variable	37
4.8 Algoritmo de dos variables	39
4.9 Aproximación de rectas mediante curvas	39
4.10 Aproximación de rectas con rectas	40
4.11 Cuando nada funciona	41
Capítulo 5. Resultados	43
5.1 Introducción	43
5.2 Metodología de trabajo	43
5.3 Análisis de error	44
5.4 Solubilidad	45
5.5 Presión de vapor	50
5.6 Densidad	54
5.7 Capacidades caloríficas a presión constante	56
5.8 El diagrama de Duhring	57
5.9 Entalpías de solución	62
5.10 Tablas de propiedades termofísicas para la mezcla analizada	64
5.11 Determinación de la viscosidad	67
5.12 Descripción y modo de empleo del equipo	67
5.13 Comparación de los valores reportados y los medidos	72
5.14 Comparación de la viscosidad de la mezcla bromuro de litio–agua–etanolamina con la mezcla sin aditivo	73
5.15 El transformador térmico del CIE–UNAM	74
5.16 Sistemas auxiliares al transformador térmico	76
5.17 Modo de operación del transformador térmico	78
5.18 Experimentación	79
5.19 Resultados	80

5.20	Análisis de resultados	84
5.21	Coefficientes de operación internos para el transformador térmico	87
Capítulo 6. Conclusiones y sugerencias		91
6.1	Conclusiones	91
6.2	Sugerencias para estudios futuros	93
Referencias		95
Apéndice A. Balance térmico y de materia para una bomba de calor y un transformador térmico		99
A.1	Información previa para el balance	99
A.2	Consideraciones y suposiciones	100
Apéndice B. Cálculo de la matriz de coeficientes para el caso de dos variables		107
B.1	Cálculo de la matriz de coeficientes	107
Apéndice C. Preparación de las mezclas empleadas en los experimentos		111
C.1	Cuidados en la preparación de las mezclas	111
C.2	Preparación de las mezclas	112
Apéndice D. Índices de refracción y medición del flujo en rotámetros		113
D.1	Mediciones del índice de refracción	113
D.2	Medición del flujo en los rotámetros	116
Apéndice E. Programas para el cálculo de las correlaciones de una y dos variables		119
E.1	Programa para funciones que dependen sólo de una variable	119
E.2	Programa para funciones que dependen de dos variables	122
Listado E.1	Programa para aproximar un conjunto de datos de una sola variable	125
Listado E.2	Programa para aproximar un conjunto de datos de dos variables	129
E.3	Comandos especiales de gráficos	131

# Índice de figuras



Figura		Página
1.1	Analogía. (a) Bomba de agua, (b) Bomba de calor	2
1.2	Esquema representativo del proceso de evaluación de una mezcla, para su posible uso en un transformador térmico	4
2.1	Prof. Thomson	8
2.2	(a) Máquina térmica de Carnot y (b) Bomba de calor de Carnot	11
2.3	Diagrama esquemático de una bomba de calor por absorción	15
2.4	Niveles de temperatura y presión para una bomba de calor por absorción	15
2.5	Niveles de presión y temperatura para un transformador térmico	16
2.6	Intercambiador de calor de fluido de trabajo en un transformador térmico	17
2.7	Intercambiador de calor de solución en un transformador térmico	17
4.1	Aproximación uniforme	28
4.2	Comparación entre una aproximación con una parábola y con una línea recta	40
4.3	Opción "BUSCAR OBJETIVO" en EXCEL de Microsoft™	42
5.1	Solubilidades para el par bromuro de litio( $w_2$ )–agua( $w_1$ )–etanolamina( $w_3$ ), para tres diferentes proporciones de etanolamina en la mezcla	45
5.2 (a)	Solubilidad vs. temperatura para una razón ( $w=w_2/w_3$ ) de $w=4.5$	46
5.2 (b)	Solubilidad vs. temperatura para una razón de $w=4.0$ y $w=3.5$	47
5.2 (c)	Comparación entre una aproximación racional y una polinómica para la solubilidad vs. temperatura a una razón de $w=3.5$	47
5.3	Solubilidades para dos razones de etanolamina en bromuro de litio	49
5.4	Comparación de las presiones de vapor para la mezcla bromuro de litio–agua–etanolamina, para diferentes temperaturas y concentraciones	51
5.5	Criterios de extrapolación para la solubilidad (a) y la presión (b)	52
5.6 (a)	Ordenadas vs. concentración ( $x$ [% en peso]) del conjunto de	53

	rectas de la presión de vapor	
5.6 (b)	Pendientes vs. concentración ( $x$ [% en peso]) del conjunto de rectas de la presión de vapor	54
5.7	Densidad vs. temperatura y concentración y las ecuaciones para cada una de las rectas que describen	55
5.8	Comportamiento de las ordenadas y pendientes de las ecuaciones de recta de la figura 5.7	55
5.9	Comparación entre los valores reportados para el $C_p$ y los calculados con la ecuación (5.7)	57
5.10	Diagrama de Duhring para la mezcla bromuro de litio-agua-etanolamina	60
5.11	Diagrama entalpía-concentración para la mezcla bromuro de litio-agua-etanolamina	63
5.12	Viscosímetro Cannon-Fenske de tubo capilar y sus partes principales	68
5.13	Dispositivo experimental para la medición de la viscosidad	69
5.14 (a)	Las concentraciones de 40.2 y 50.1 [% en peso] corresponden a las reportadas en [17] para la mezcla de alta calidad, y las concentraciones de 42.1 y 50.9 [% en peso] corresponden a las de este trabajo	70
5.14 (b)	Las concentraciones de 59.9 y 69.2 [% en peso] corresponden a las reportadas en [17] para la mezcla de alta calidad, y las concentraciones de 59.9 y 69.7 [% en peso] corresponden a las de este trabajo	71
5.15	Viscosidad para las mezclas bromuro de litio-agua-etanolamina (a) y bromuro de litio-agua (b); las concentraciones se expresan como [% en peso]	73
5.16	Transformador térmico del Centro de Investigación en Energía	74
5.17	Esquema del transformador térmico construido en el CIE-UNAM	75
5.18	Sistemas auxiliares al transformador térmico	77
5.19	Sistema de adquisición de datos del transformador térmico	77
5.20	Pantalla que registra las temperaturas del transformador térmico por componente y las almacena en un archivo	78
5.21	Comparación entre las mezclas bromuro de litio-agua y bromuro de litio-agua-etanolamina	83
5.22	Incrementos de la temperatura en función de la concentración para las dos mezclas, bromuro de litio-agua (mezcla 1) y bromuro de	84

	litio-agua-etanolamina (mezcla 2)	
5.23	Coefficientes de operación en función de la temperatura de entrada del aceite ( <i>TOI</i> ) para las dos mezclas, bromuro de litio-agua (mezcla 1) y bromuro de litio-agua-etanolamina (mezcla 2)	85
5.24	Coefficientes de operación en función de la temperatura en el absorbedor ( <i>TA</i> ) para las dos mezclas, bromuro de litio-agua (mezcla 1) y bromuro de litio-agua-etanolamina (mezcla 2)	86
5.25	Coefficientes de operación en función de la temperatura en el evaporador ( <i>TE</i> ) para las dos mezclas, bromuro de litio-agua (mezcla 1) y bromuro de litio-agua-etanolamina (mezcla 2)	86
5.26	Coefficientes de operación internos para la mezcla bromuro de litio-agua (Mezcla 1) y bromuro de lito-agua-etanolamina (Mezcla 2)	88
A.1	Diagrama esquemático de una bomba de calor	99
A.2	Diagrama esquemático de un transformador térmico	100
D.1	Esquema de un refractómetro del tipo ABBE	114
D.2	Visión para la lectura del índice de refracción	114
D.3	Curvas de calibración para los índices de refracción	115
D.4	Dispositivo experimental para la medición del flujo en los rotámetros	116
E.1	Ventana de introducción de los datos y corrección de los mismos	120
E.2	Las opciones del programa se seleccionan con las teclas. "C" : Aceptar, "B" : Moverse, "C" :Fin del programa	120
E.3	Resultados obtenidos con el programa de una variable	121
E.4	Discontinuidades en la aproximación	121
E.5	Resultados obtenidos con el programa de dos variables	122
E.6	En algunos casos no se encuentra ninguna solución	123
E.7	Diagrama de flujo para los programas de una y dos variables	124



## Índice de tablas

Tabla		Página
3.1	Características de algunos fluidos de trabajo para sistemas de absorción	21
3.2	Características de algunos absorbentes adecuados para sistemas de absorción	23
4.1	Experimento que demuestra la elongación de un resorte en función del peso que soporta	35
5.1	Coefficientes de aproximación para la solubilidad ( $w=w_2/w_3$ )	48
5.2	Representación de la solubilidad mediante una función racional de dos variables	49
5.3	Coefficientes aproximantes para la ecuación (5.5)	50
5.4	Presiones de vapor, temperaturas de saturación de la solución y el agua, para diferentes concentraciones y temperaturas	58
5.5	Coefficientes aproximantes para la ecuación anterior que expresa la entalpía en función de la concentración y la temperatura de la solución	64
5.6	Solubilidades para la mezcla bromuro de litio-agua-etanolamina ( $w=BrLi/etanolamina$ )	64
5.7	Presiones de vapor para la mezcla bromuro de litio-agua-etanolamina a una razón de 3.5 de bromuro de litio a etanolamina en peso	65
5.8	Densidades para el bromuro de litio-agua-etanolamina ( $w=3.5$ )	66
5.9	Capacidades caloríficas para el bromuro de litio-agua-etanolamina ( $w=3.5$ )	66
5.10	Viscosidad para la mezcla de alta calidad (normal) y la de baja calidad ( <i>itálicas</i> )	71
5.11	Comparación entre los valores calculados y los medidos experimentalmente para una concentración de 59.9 [% en peso]. Interpolación ( <i>itálicas</i> ), extrapolación ( <b>negritas</b> )	72
5.12 (a)	Condiciones de operación para la serie de experimentos realizados	80

	con bromuro de litio-agua	
5.12 (b)	Resultados de operación para la serie de experimentos realizados bromuro de litio-agua (*información no disponible)	81
5.13 (a)	Condiciones de operación para la serie de experimentos realizados con bromuro de litio-agua-etanolamina	81
5.13 (b)	Resultados de operación para la serie de experimentos realizados bromuro de litio-agua-etanolamina (*información no disponible)	82
5.14	Coefficientes de operación internos para la mezcla bromuro de litio -agua	87
5.15	Coefficientes de operación internos para la mezcla bromuro de litio -agua-etanolamina	87
D.1	Datos obtenidos de la medición de los índices de refracción para ambas mezclas	115
D.2	Flujo del rotámetro del generador al absorbedor para diferentes temperaturas, concentraciones y niveles para mezcla bromuro de litio-agua	117
D.3	Flujo del rotámetro del generador al absorbedor para diferentes temperaturas, concentraciones y niveles para mezcla bromuro de litio-agua-etanolamina	117
D.4	Flujo del rotámetro del absorbedor al generador para diferentes temperaturas, concentraciones y niveles para mezcla bromuro de litio-agua	118
D.5	Flujo del rotámetro del absorbedor al generador para diferentes temperaturas, concentraciones y niveles para mezcla bromuro de litio-agua-etanolamina	118

# Nomenclatura

---

$a_i, b_i$	Coefficientes aproximantes
$A_{ij}$	Matriz de coeficientes
$\Delta AV$	Desviación de la aproximación con respecto al conjunto de datos
$c_i$	Coefficiente aproximante
COP	Coefficiente de operación
$C_p$	Capacidad calorífica
$E$	Error
H	Entalpía
$I$	Matriz identidad
IR	Índice de refracción
k	Número de datos disponibles
M	Masa
P	Presión
PP	Potencia
PT	Presión-Temperatura
Q	Calor
QA	Calor del absorbedor
QC	Calor del condensador
QE	Calor del evaporador
QG	Calor del generador
$R(x\alpha)$	Función racional
S	Solubilidad
T	Temperatura
TA	Temperatura del absorbedor
TC	Temperatura del condensador
TE	Temperatura del evaporador
TG	Temperatura del generador
TOL	Temperatura de salida del aceite térmico
TOI	Temperatura de entrada del aceite térmico
$t$	Temperatura de la solución
$t'$	Temperatura del agua
$x$	Concentración
X	Fracción molar
V	Volumen
$w$	Razón en peso de etanolamina a bromuro de litio
$w_1$	Agua

$w_2$  Bromuro de litio  
 $w_3$  Etanolamina

### Subíndices y superíndices

A Absorbedor  
C Condensador  
E Evaporador  
G Generador  
C Calentamiento  
R Refrigeración  
W Fluido de trabajo

### Símbolos griegos

$\alpha$  Elemento de un conjunto de datos  
 $\alpha_i$  Exponente de una función racional de dos variables  
 $\beta_i$  Exponente de una función racional de dos variables  
 $\delta$  Incertidumbre  
 $\lambda$  Número, escalar.  
 $\epsilon$  Efectividad o tolerancia  
 $\sigma$  Desviación estándar  
 $\rho$  Densidad  
 $\eta$  Viscosidad cinemática  
 $\nu$  Viscosidad dinámica  
 $\Delta$  Incremento

## *Resumen*

---

En el Centro de Investigación en Energía de la UNAM y en particular en el departamento de sistemas energéticos, se desarrollan proyectos relacionados con el ahorro y uso eficiente de la energía, aprovechando calores de desecho o calores de baja entalpía, entre otras fuentes. Una bomba de calor por absorción opera bajo estas condiciones y es capaz de producir tanto frío como calor. En este trabajo se analiza el etanolamina como un nuevo aditivo anticristalizante para la mezcla bromuro de litio-agua, útil en bombas de calor y transformadores térmicos. Este análisis consiste en medir algunas de sus propiedades termofísicas, así como probar la mezcla en un transformador térmico. También se muestra una forma alterna de representar sus propiedades termofísicas mediante funciones racionales. Los resultados obtenidos demuestran que el uso de etanolamina provoca un aumento en la viscosidad de la mezcla, lo que reduce la transferencia de masa y calor, y por lo tanto, el desempeño del equipo. Los coeficientes de operación e incrementos de temperatura siempre fueron menores en la mezcla con etanolamina. Paralelamente a estos resultados experimentales se presentan algunas propiedades termofísicas de la nueva mezcla con funciones racionales, las cuales, evitan muchos de los problemas involucrados con otras técnicas, y permiten hacer extrapolaciones confiables. En resumen se presenta una metodología que permite conocer el potencial de una nueva mezcla para bombas de calor o transformadores térmicos.

# Capítulo 1

## *Introducción a la tesis y presentación de los objetivos.*

---

Los precios del petróleo se elevaron en un factor de cuatro después del conflicto armado del medio oriente, conocido como la "primera crisis petrolera" en los años 1973-1974. Este hecho cambió el panorama mundial de la energía. Los países desarrollados implantaron una política de ahorro de energía y diversificaron las fuentes de suministro con resultados espectaculares. Esta política sólo fue coordinada en países industrializados. Los países en vías de desarrollo han permanecido por años ajenos a estos esfuerzos.

### 1.1 Introducción

México a partir de la década de los años setenta se convirtió en un exportador neto de hidrocarburos, y no es hasta hace apenas ocho años que el panorama del uso eficiente de la energía ha cambiado radicalmente. Esta política ha propiciado que muchos centros de investigación dediquen en la actualidad sus esfuerzos al desarrollo de técnicas, metodologías y sistemas que sean capaces de proporcionar energía cuyo costo no sea el uso de combustibles fósiles.

En años recientes se ha incrementado el desarrollo en bombas de calor, ya que estos dispositivos cumplen con las exigencias de las políticas de ahorro energético. Al igual que una bomba de agua que lleva el líquido de un nivel a otro superior, una bomba de calor extrae calor de una fuente térmica a baja temperatura y lo deposita en un vertedero de calor a una temperatura mayor (Fig. 1.1). Para el caso de la bomba de agua el trabajo necesario para realizar el recorrido es generalmente eléctrico, para el caso de la bomba de calor el trabajo necesario para elevar el nivel de temperatura es eléctrico en sistemas de compresión y térmico en sistemas de absorción. El trabajo térmico empleado es de baja entalpía como el calor de desecho de muchas industrias. Este último hecho hace atractivo su uso.

Las bombas de calor se pueden emplear tanto para producir frío como calor. Se clasifican principalmente en sistemas de compresión y de absorción. Las bombas de calor por compresión son los sistemas comerciales más empleados. Utilizan un refrigerante para extraer calor. Estos dispositivos dominan actualmente la industria del aire acondicionado y refrigeración. Los sistemas de absorción utilizan para su operación energía de entalpía intermedia, un fluido absorbente y un fluido refrigerante (mezcla absorbente–refrigerante). Se utilizan con menos frecuencia que los de compresión y sólo en países como los Estados Unidos de Norteamérica, Inglaterra y Japón se fabrican en gran escala.

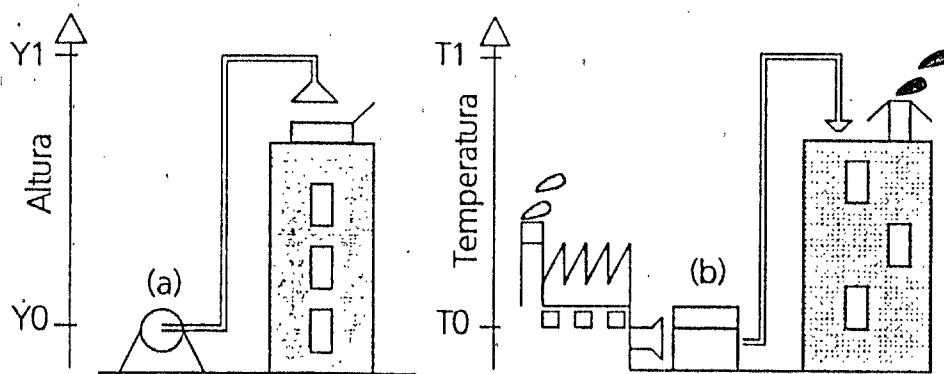


Fig.1.1 Analogía. (a) Bomba de agua, (b) Bomba de calor

Los refrigerantes empleados en los equipos de compresión son los clorofluorocarbonos, los cuales presentan características inmejorables, excepto que son los causantes de la destrucción de la capa de ozono, razón por la cual en los últimos años se ha intensificado la investigación en nuevos fluidos. El protocolo de Montreal establece que para el año 2000 se debe reducir la producción de clorofluorocarbonos en su totalidad.

En el caso de los sistemas de absorción las mezclas absorbente–refrigerante comerciales son: amoníaco–agua y agua–bromuro de litio, respectivamente. La primera es conveniente para aplicaciones de congelación (por ejemplo, conservación de alimentos) y la segunda, debido a que el agua es el refrigerante, sólo es conveniente en aplicaciones en donde la temperatura más baja sea mayor a cero grados centígrados.

En esta última mezcla existe el problema de cristalización, lo que limita considerablemente el intervalo de operación. Una solución a esta problemática, consiste en aumentar el intervalo de solubilidad de la mezcla, lo que se logra agregándole aditivos anticristalizantes. Por lo general los aditivos son de tipo orgánico. No es posible elegir uno de estos aditivos sin un estudio previo que demuestre que se mejora el comportamiento del sistema.

Al hacer un balance térmico en el sistema se puede evaluar su desempeño. El coeficiente de operación (COP) como una medida de la eficiencia del sistema, será el indicador en dicho análisis. El balance requiere como información las propiedades termofísicas de la mezcla a diferentes condiciones; las más importantes para el balance son la concentración, la presión y la entalpía. Es útil que este balance se exprese en forma de un algoritmo que permita su adaptación en una computadora. Por otro lado, cuando se cuenta con una bomba de calor, se puede probar la mezcla en ésta para obtener información útil de su funcionamiento real en un equipo de absorción. En el Centro de Investigación en Energía se ha evaluado además de la mezcla comercial (bromuro de litio y agua) la mezcla CARROL™-agua (bromuro de litio, agua y etilenglicol). Estas evaluaciones [1] se hicieron analíticamente proponiendo un balance térmico en el sistema y experimentalmente en una bomba de calor del tipo II o transformador térmico, construido en vidrio. Como continuación de estos trabajos en el Departamento de Sistemas Energéticos del Centro se ha construido un transformador térmico de una etapa en acero inoxidable, en el que se evaluarán diferentes mezclas.

Como ya se mencionó, la elección de una mezcla se hace en función de su desempeño en el sistema. Esta evaluación se basa en un balance térmico para predecir con un cierto error dicho desempeño y en el análisis de la mezcla en un equipo real. Para ello se requiere del conocimiento de las propiedades termofísicas de la mezcla a emplear, las cuales se presentan en expresiones que permiten su incorporación simple en un algoritmo computacional. Este proceso se muestra en forma esquemática en la figura 1.2. Es común que las propiedades termofísicas se expresen a través de correlaciones polinomiales. Los polinomios son fáciles de evaluar, derivar e integrar. Pero con ellos no se pueden hacer extrapolaciones, siendo éstas fundamentales en los casos en que es difícil medir en un intervalo amplio. Las *funciones racionales* se definen como el cociente de dos polinomios, también son fáciles de evaluar, derivar e integrar y debido a que esparcen el error de aproximación uniformemente fuera del intervalo de los datos –a diferencia de los polinomios– permiten hacer extrapolaciones con mayor confiabilidad.



En este trabajo se presenta la mezcla bromuro de litio-agua-etanolamina como posible fluido de trabajo para usarse en una bomba de calor o transformador térmico. La determinación de las propiedades se hace a partir de datos conocidos y reportados [2] los cuales son correlacionados mediante funciones racionales. También se hacen mediciones de algunas de las propiedades termofísicas de la mezcla y se prueba en el transformador térmico del Centro.

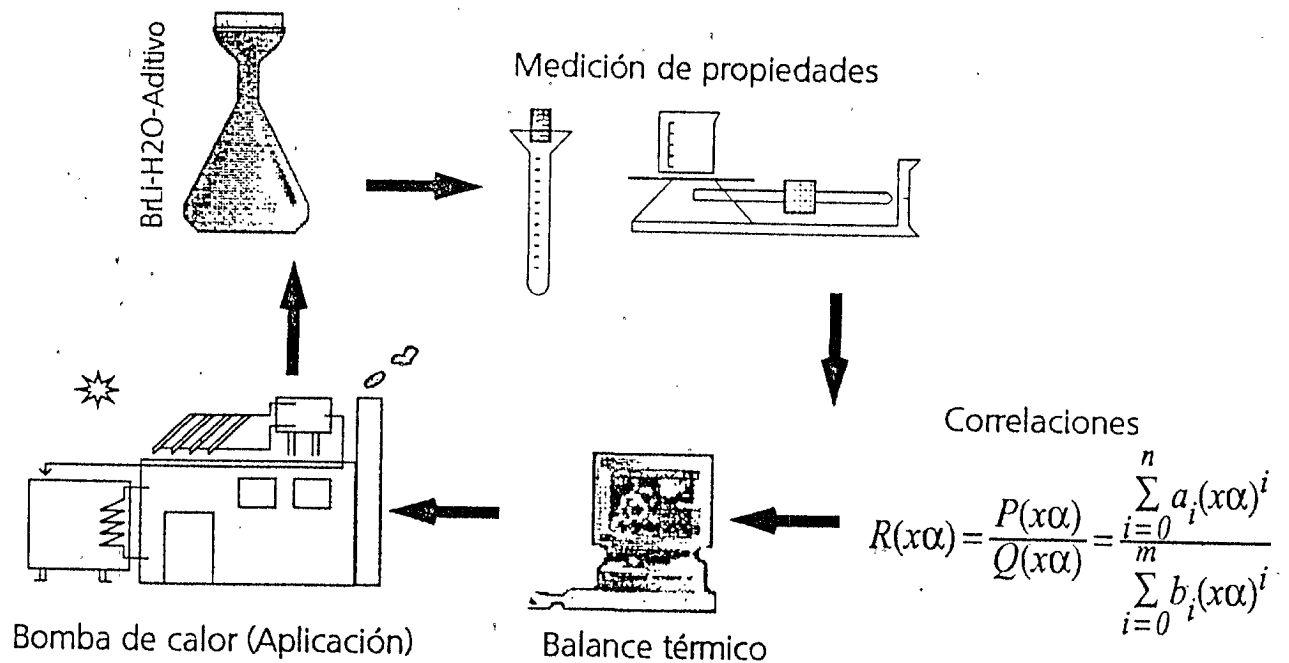


Fig.1.2. Esquema representativo del proceso de evaluación de una mezcla, para su posible uso en un transformador térmico.

## 1.2 Objetivos de la tesis

El objetivo principal del trabajo es determinar el potencial de la mezcla bromuro de litio-agua-etanolamina para su posible uso en un transformador térmico y expresar en forma eficiente sus principales propiedades termofísicas, sobre todo en los casos en que se cuente con poca información. Para ello deben cumplirse los siguientes objetivos específicos.

- (1) Representar las principales propiedades termofísicas de la mezcla propuesta mediante funciones racionales. Esto permitirá evitar algunos problemas

involucrados en el uso de polinomios, como la imposibilidad de extrapolar. La extrapolación debe comprobarse experimentalmente haciendo mediciones.

- (3) Probar en el transformador térmico del Centro la mezcla y compararla con alguna ya conocida, por ejemplo, bromuro de litio-agua. Para ello deben obtenerse coeficientes de operación externos del sistema e incrementos de temperatura en las condiciones comunes de operación.

### 1.3 Estructura de la tesis

Con la finalidad de presentar este trabajo en forma clara, se ha estructurado de la siguiente manera:

En el capítulo 2 se muestran en forma detallada los ciclos termodinámicos para una bomba de calor y un transformador térmico. En este capítulo se incluyen los desarrollos actuales en esta tecnología, los antecedentes históricos y aspectos relevantes de la teoría de bombas de calor por absorción.

La descripción de las propiedades termofísicas importantes en sistemas de absorción se hace en el capítulo 3; se estudian los pares fluido de trabajo-refrigerante, y algunas propuestas novedosas. Se analizan las razones y bases para agregar aditivos en el caso de la mezcla bromuro de litio-agua.

El capítulo 4 está dedicado a las funciones racionales como técnica de aproximación. Se presenta en detalle la metodología para aproximaciones que dependen de una y dos variables. Este capítulo se complementa con un apéndice que contiene los programas utilizados para el cálculo de los coeficientes aproximantes.

Los resultados tanto analíticos como experimentales se presentan en el capítulo 5. Se describen las técnicas empleadas para hacer mediciones de algunas propiedades. En el caso de las correlaciones hechas mediante funciones racionales se comparan con otras ya existentes para demostrar la conveniencia de su empleo. Este capítulo está dividido en dos partes: la primera describe los resultados experimentales.

En el capítulo 6 se enuncian sugerencias para una posible continuación de este trabajo, así como las conclusiones obtenidas.

En el apéndice A se hace un balance térmico para una bomba de calor por absorción y un transformador térmico; se describe un algoritmo que es fácil de incorporar en una computadora.

La matriz de coeficientes para el caso de funciones racionales que dependen de dos variables se calcula en el apéndice B. El desarrollo de las derivadas se presenta paso a paso con la finalidad de poder extender la técnica a más variables si es necesario.

El apéndice C explica como se prepararon las mezclas utilizadas en este trabajo. Se describe el material y los cuidados que se deben tener con el manejo de las sustancias que intervienen en la mezcla.

Las mediciones de los índices de refracción son importantes para el conocimiento de la concentración de la mezcla una vez que se encuentra operando en el sistema. En el apéndice D se describe cómo se hicieron estas mediciones. También la calibración de los rotámetros del equipo se encuentra en este apéndice; esta es útil en los análisis posteriores a una corrida experimental.

El apéndice E contiene los programas de una y dos variables para el cálculo de los coeficientes aproximantes. Están escritos en BASIC por ser el lenguaje más conocido. Aunque la versión que se utilizó no es muy popular, se explica como se puede cambiar el programa a versiones diferentes.

# Capítulo 2

## *Bombas de calor y transformadores térmicos.*

**D**iferentes grupos de investigación se han preocupado por desarrollar equipos que ahorren energía. Trabajan en colaboración para diseñar y construir sistemas de calentamiento y enfriamiento que permitan ahorrar energía. Un sistema al que se le ha prestado especial atención por emplear calor de desecho —energía de entalpía intermedia— es la bomba de calor por absorción.

Las bombas de calor no son nuevas; a partir de 1930 se comercializaron bombas de calor eléctricas por primera vez. Actualmente ha cobrado mayor importancia su uso y en algunas aplicaciones el ahorro de energía y de dinero es superior a otras tecnologías.

### 2.1 Introducción

Una bomba de calor es un dispositivo que extrae el calor de una fuente térmica de baja temperatura y lo transfiere a un vertedero de calor a un nivel de temperatura mayor. Una bomba de calor opera como lo hace un refrigerador; ambos producen tanto calefacción y enfriamiento. Sin embargo existe diferencia, ya que la bomba de calor se diseña específicamente para calentar al contrario del refrigerador que se diseña para enfriar. No obstante, una bomba de calor puede ser empleada para calentar, enfriar o como transformador térmico, y esto se hace con los mismos componentes que la conforman.

Una bomba de calor opera como sistema de refrigeración cuando extrae el calor de un cuerpo o un espacio y mantiene la temperatura de éste por debajo de la del medio ambiente. Una bomba de calor opera para calentamiento cuando extrae calor de alguna fuente a una temperatura relativamente baja y eleva el nivel de temperatura, rechazando el calor para algún uso útil. Para lograr esto se requiere suministrar al sistema una cantidad de energía pequeña de alta calidad.

Un transformador térmico igual que una bomba de calor para calentamiento, rechaza calor a una temperatura mayor del nivel al que la recibe, pero no se necesita suministrarle energía de alta calidad.

## 2.2 Historia

Las bombas de calor por absorción comenzaron a utilizarse en el siglo pasado, pero se abandonaron rápido debido a su bajo rendimiento comparado con el de una bomba de calor por compresión mecánica. En la actualidad se está investigando en diferentes países la manera de mejorar su rendimiento. Esto se hace porque se sabe del enorme potencial que presentan en medios donde no se cuenta con energía eléctrica; por otro lado, al emplear como fuente de energía calor de desecho o calor de entalpía intermedia se contribuye al ahorro energético.

El avance en el entendimiento de los procesos físicos en el siglo XIX aumentó el interés en la posibilidad de bombear energía calorífica a una temperatura mayor. Joule demostró el principio de cambiar la temperatura de un gas modificando su presión, y el Profesor Piazzi Smythe fue uno de los primeros en proponer una máquina de enfriamiento mediante este principio. El Profesor Thomson (más tarde conocido como Lord Kelvin) fue el primero en proponer una bomba de calor.



Fig.2.1 Prof. Thomson.

Thomson publicó un artículo [3] en 1852 describiendo un sistema en el cual, utilizando conjuntamente un compresor y un expansor, el aire se movía hacia y desde un receptor que actuaba como intercambiador de calor. Este dispositivo podría emplearse tanto para calentar o enfriar un espacio. Aunque Thomson es una figura muy importante en la historia de las bombas de calor, estos estudios sólo fueron una pequeña parte de su considerable trabajo científico.

El desarrollo de la refrigeración a partir de estas ideas progresó aceleradamente: en 1870, se produjeron un gran número de máquinas de congelamiento en respuesta a la demanda de frío para conservar la carne. Las primeras aplicaciones de las bombas de calor surgen en 1920, debido a mejoras que se hicieron al artículo original de Thomson por Krauss [4] y Morley [5]. Para estas fechas el refrigerante empleado era amoníaco, mientras que para 1930 se cambió a

cloruro de metilo y a principios de 1940 se empleó el primero de los refrigerantes modernos (halocarburos) el R12. A pesar de que no existieron bombas de calor físicamente, sí fue posible examinar la factibilidad de éstas, al analizar los equipos de refrigeración que comenzaban a ser instalados en muchos lugares en aquel tiempo. Este trabajo lo hizo Haldane [6], quien analizó datos de una planta de refrigeración que operó entre 1891 y 1926. Demostró que la planta tenía un COP (coeficiente de operación) de la mitad del que se obtenía teóricamente en el ciclo inverso de Carnot. No contento con los cálculos teóricos, construyó una bomba de calor a mediados de 1920 para proporcionar calefacción y agua caliente a su casa de Escocia. Utilizó un sistema de compresión operado con electricidad, en donde el fluido de trabajo fue amoníaco.

Tal vez la primera aplicación en gran escala de las bombas de calor se tuvo en las oficinas de la compañía Edison en Los Angeles California en 1930. El equipo de refrigeración se diseñó para calentamiento y el COP que se reporta varía de 1.45 a 1.98; se esperaba uno cercano a 2.32 en las condiciones más favorables.

En 1943 aparecieron bombas de calor en un gran número de instalaciones en Europa; el diario, Servicio Eléctrico (Electrical Service) imprimió un reporte especial [7] sobre bombas de calor y la economía energética. Se publicaron diferentes posibles aplicaciones. Hospitales, escuelas, un diario y otros se reportan [8] como aplicaciones que cubrieron el período de 1922 a 1943. Algunas instalaciones duraron muchos años, como la de un Banco en Milán. Diseñado para producir agua caliente se instaló en 1935 —empleaba una unidad de amoníaco— y seguía trabajando en 1971, modificado para usar como refrigerante fluorocarbonos. En 1950, U.S.A. e Inglaterra trabajaron en bombas de calor domésticas, en donde la fuente de energía se obtenía del suelo. Debido al potencial que mostraban estos equipos, la "Asociación de Investigación Eléctrica" (Electrical Research Association) comenzó a estudiar las propiedades de las bombas de calor con fuente energética en el suelo. Alrededor de 1954 en Inglaterra se desarrolló un tipo diferente de bomba de calor. En ella, la fuente de suministro de energía era un cuarto frío para almacenar comida, la bomba de calor se usaba para calentar agua. Después se diseñaron pequeñas unidades domésticas que extraían el aire del exterior como fuente de calor.

Fue hasta 1981 cuando aparecen trabajos en transformadores térmicos. Japón reporta [9] resultados obtenidos en el uso de diez transformadores térmicos. La mezcla empleada era bromuro de litio-agua, y la recuperación de la inversión se alcanzó en aproximadamente dos años. A partir de entonces se intensificó la investigación en sistemas de absorción y se publicaron

infinidad de artículos sobre este tema [1]. En México, el Centro de Investigación en Energía, construyó un transformador térmico de una etapa. No obstante el diseño permite modificaciones para convertirlo a un sistema de doble efecto\*.

### 2.3 Clasificación de las bombas de calor

Existen diferentes tipos de bombas de calor, se clasifican por su funcionamiento o por el potencial de aplicación, las más comunes son:

- (1) Bombas de calor por compresión mecánica de vapor. Son las más empleadas y requieren energía eléctrica para operar. Se utilizan ampliamente en aire acondicionado.
- (2) Bombas de calor por absorción. Aprovechan el calor de entalpía intermedia para operar. Son útiles tanto para calentamiento como enfriamiento; sin embargo, aún hacen falta más estudios sobre las mezclas empleadas.
- (3) Bombas de calor por eyección de vapor. Es una tecnología todavía en desarrollo. Consumen una cantidad mínima de energía de alta calidad y los equipos son compactos pero caros.
- (4) Bombas de calor geotérmicas. Aprovechan el calor del suelo. En nuestro país tienen un enorme potencial; no obstante, la tecnología puede implicar problemas cuando el recurso energético está a altas profundidades.
- (5) Bombas de calor termoeléctricas. Gracias a que no tienen partes móviles y no usan fluidos de trabajo, son ideales para pequeños equipos de refrigeración, como el de los automóviles. Desafortunadamente su disponibilidad es limitada y son equipos caros.

### 2.4 Máquinas térmicas

Una máquina térmica (Fig. 2.2) es un sistema cerrado que opera cíclicamente y produce trabajo intercambiando calor entre sus fronteras. Un proceso es irreversible cuando el sistema o sus alrededores no pueden regresar a sus estados iniciales, a menos que se aplique trabajo. Un proceso es reversible si en cualquier instante tanto el sistema como el ambiente con el que interactúa pueden regresar a sus estados iniciales sin la intervención de ningún tipo de energía.

\* Un sistema de absorción de doble efecto utiliza dos absorbedores, con la finalidad de producir más calor al sumarse el efecto de ambos.

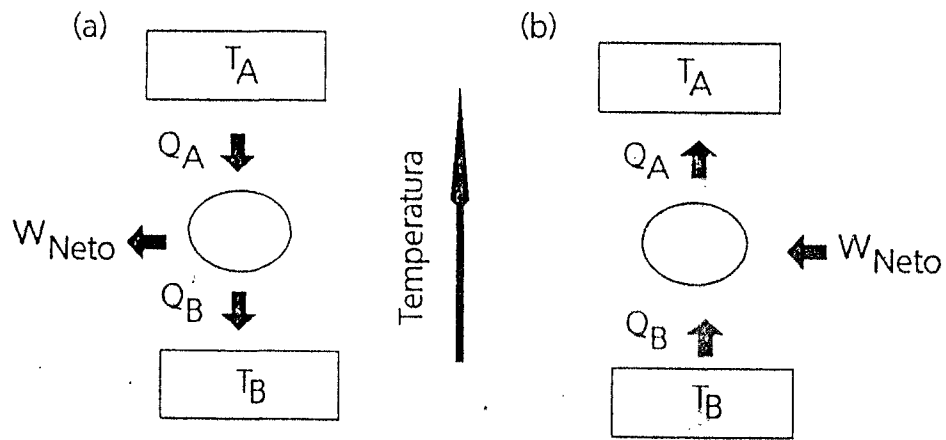


Fig.2.2 (a) Máquina térmica de Carnot y (b) Bomba de calor de Carnot.

El parámetro que utilizan los ingenieros para medir la efectividad de cualquier convertidor cíclico de calor en trabajo recibe el nombre de eficiencia térmica. Las eficiencias son en general el cociente de una producción deseada entre una alimentación necesaria. Para este trabajo referente a máquinas térmicas se define la eficiencia de una máquina térmica de Carnot (Fig. 2.2(a)) como,

$$\eta_t = \frac{|W_{Neto}|}{|Q_{Entrada}|} = \frac{|Q_A| - |Q_B|}{|Q_A|}, \quad (2.1)$$

donde:

- $\eta_t$  = Eficiencia térmica de Carnot
- $W_{Neto}$  = El trabajo neto obtenido de la máquina térmica
- $Q_{Entrada}$  = El calor de entrada; es decir el pago para obtener  $W_{Neto}$
- $Q_A$  = Calor que sale del depósito de alta temperatura ( $T_A$ )
- $Q_B$  = Calor que entra al depósito de baja temperatura ( $T_B$ )

Los enunciados que constituyen el *principio de Carnot*, relativos a la eficiencia térmica de las máquinas térmicas reversibles e irreversibles se enuncian a continuación:

- (1) La eficiencia térmica de una máquina térmica irreversible es siempre menor que la eficiencia térmica de una máquina térmica totalmente reversible que funciona entre los mismos dos depósitos de calor.



- (2) Las eficiencias térmicas de dos máquinas térmicas totalmente reversibles que funcionan entre los mismos dos depósitos de calor son iguales. En consecuencia, la construcción y la forma de operar de la máquina no afecta su eficiencia térmica. Por tanto, los únicos parámetros que determinan la máxima eficiencia térmica teórica son las temperaturas de los depósitos de calor. Con base en este principio de Carnot, se puede escribir:

$$\eta_t = f(T_A, T_B) \quad (2.2)$$

donde:

$f(T_A, T_B)$  = Una función que depende de las temperaturas de los depósitos de calor (Fig.2.2)

Reescribiendo la ecuación 2.1 e igualándola a la ecuación 2.2, se halla que,

$$\frac{|Q_A| - |Q_B|}{|Q_A|} = 1 - \frac{|Q_B|}{|Q_A|} = f(T_A, T_B) .$$

$$\Rightarrow \frac{|Q_B|}{|Q_A|} = 1 - f(T_A, T_B) = \frac{g(T_B)}{g(T_A)} .$$

Aquí  $g$  es una función que depende de la temperatura. Una selección arbitraria de  $g(T)$  brinda la oportunidad de establecer una escala termodinámica de temperatura independiente de las propiedades de cualquier sustancia. Basándose en una sugerencia de Lord Kelvin [10], por convención internacional se ha acordado tomar  $g(T) = T$ , de tal modo que,

$$\frac{|Q_B|}{|Q_A|} = \frac{T_B}{T_A} \quad (2.3)$$

Sustituyendo la ecuación (2.3) en la ecuación (2.1) se obtiene la relación de la eficiencia térmica de Carnot en función de la temperatura.

$$\eta_{Carnot}^t = 1 - \frac{T_B}{T_A} \quad (2.4)$$

Según el principio de Carnot, ésta es la máxima eficiencia térmica que cualquier máquina térmica puede tener al funcionar entre dos depósitos térmicos con temperaturas  $T_A$  y  $T_B$ .

## 2.5 Conceptos generales de bombas de calor

Clausius enunció lo siguiente:

*Es imposible para cualquier sistema operar de tal forma que el único resultado sea transferencia de energía por calor de un cuerpo frío a otro caliente.*

La transferencia de energía por calor debe de ir acompañada de una entrada de trabajo o calor al sistema. Las bombas de calor que requieren trabajo eléctrico usualmente son sistemas de compresión. Las bombas de calor por compresión se utilizan para calentamiento o enfriamiento comercial, residencial, para refrigeración de alimentos y para aire acondicionado de automóviles, entre otras aplicaciones. Las bombas de calor operadas con calor, corresponden a las bombas de calor por absorción generalmente y se emplean en una variedad de aplicaciones que requieren calentamiento o enfriamiento. Por simplicidad se omitirá la palabra absorción al denominar bombas de calor de este tipo en lo sucesivo.

Al analizar los refrigeradores y las bombas de calor, el parámetro de funcionamiento que es importante cuantificar es el *coeficiente de operación*, abreviado COP. Al igual que la eficiencia térmica de las máquinas térmicas, el COP se define en términos del resultado deseado dividido por lo que cuesta conseguirlo. En los procesos de refrigeración (Fig. 2.2(b)), el objetivo es extraer la cantidad máxima de calor de una región a una temperatura baja por unidad de trabajo recibido. Así,

$$COP_{R,Carnot} \equiv \frac{T_B}{T_A - T_B} \quad (2.5)$$

La finalidad de una bomba térmica es enviar la cantidad máxima de calor a un sumidero a temperatura alta por unidad de trabajo recibido. Su desempeño se mide a partir del,

$$COP_{C.Carnot} \equiv \frac{T_A}{T_A - T_B} \quad (2.6)$$

Una bomba de calor por absorción (Fig. 2.3) utiliza un evaporador que absorbe el calor ( $Q_E$ ) a una baja temperatura y un condensador que desecha el calor ( $Q_C$ ) a una temperatura mayor. En lugar de utilizar un compresor, el vapor del evaporador es absorbido a una presión constante en un líquido absorbente que después es bombeado a la presión del condensador. La energía para este bombeo es despreciable. En el proceso de absorción se libera una cantidad ( $Q_A$ ) de calor. En el generador se agrega una cantidad de calor ( $Q_G$ ) a una temperatura ( $T_G$ ) para producir el vapor que se requiere para alimentar al condensador. El calor de alta temperatura requerido en el generador puede ser fuego directo, calor geotérmico, calor de desecho o energía solar. Un intercambiador de calor es conveniente entre el generador y el absorbedor para ganar calor proveniente del absorbedor y requerir menos en el generador. Las bombas de calor por absorción tienen dos características principales que las distinguen de otras:

- (1) Utilizan un par de sustancias afines químicamente, llamadas fluido de trabajo y absorbente. En el siguiente capítulo se describen los principales pares empleados en bombas de calor por absorción y las características de sus principales propiedades termofísicas.
- (2) La energía que se suministra al sistema es de tipo calorífico; por esta razón se considera a una bomba de calor por absorción como un sistema térmico.

El COP presentado en términos de los calores de entrada y salida, para refrigeración y calentamiento en una bomba de calor convencional se expresa en las siguientes ecuaciones,

$$COP_R = \frac{Q_E}{Q_G}, \quad COP_C = \frac{Q_A + Q_C}{Q_G}$$

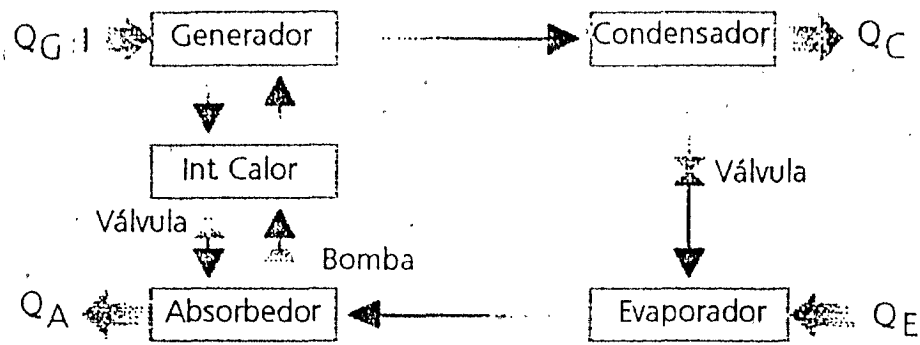


Fig. 2.3 Diagrama esquemático de una bomba de calor por absorción.

En la figura 2.4 se muestra el esquema de una bomba de calor en ejes coordenados de presión y temperatura. Las bombas de calor operan en dos niveles de presión ( $P_E$ ,  $P_C$ ). El calor que se extrae del exterior en el evaporador, se aprovecha para producir el efecto de frío. El calor del condensador y el absorbedor puede servir para calentamiento. Es importante señalar que en estos diagramas (Fig. 2.3, Fig. 2.4) las líneas sólo representan la interconexión de los componentes y no comportamientos físicos reales.

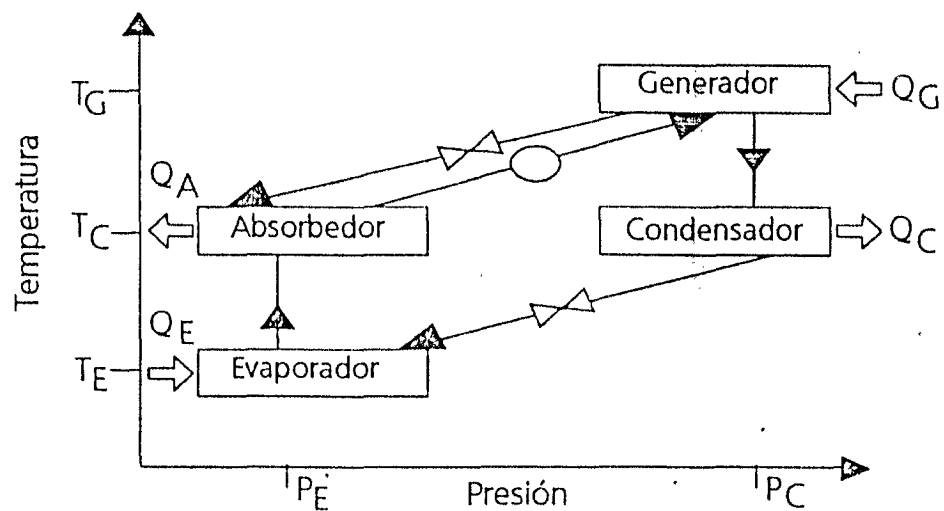


Fig. 2.4 Niveles de temperatura y presión para una bomba de calor por absorción.

## 2.6 Transformadores térmicos

Un transformador térmico o bomba de calor del tipo II [11] es un dispositivo capaz de emplear calor a una temperatura relativamente baja y transformarlo a una temperatura mayor. Esto se logra con los mismos cuatro componentes de una bomba de calor, sólo que ahora en el nivel de alta presión se encuentra el absorbedor y evaporador y en el nivel de baja presión el generador y condensador. El proceso de absorción —que se lleva a cabo en el absorbedor— va acompañado de una emisión de calor. Éste, es el que se emplea para algún uso práctico. En la figura 2.5 se aprecian los componentes de un transformador térmico y sus interconexiones; para ilustrar los niveles de temperatura y presión el esquema se presenta en ejes coordenados de dichas variables. Para su funcionamiento, en el generador se introduce la mezcla (refrigerante-absorbente) y se suministra una cantidad de calor ( $Q_G$ ), para separar el fluido de trabajo (refrigerante) del absorbente y concentrar la solución a una temperatura intermedia ( $T_E$ ). Posteriormente el fluido de trabajo en fase vapor se licúa en el condensador. Para ello se requiere extraer una cierta cantidad de calor ( $Q_C$ ); luego mediante una bomba se aumenta la presión y el líquido del condensador se lleva al evaporador, en donde se adiciona calor ( $Q_E$ ) para pasar el líquido a fase vapor. Esto se hace a la temperatura intermedia ( $T_E$ ). El vapor se conduce después al absorbedor. La solución concentrada proveniente del generador se introduce en el absorbedor al igual que el vapor del evaporador; al estar en contacto la solución y el vapor, se lleva a cabo el proceso de absorción liberando calor a la temperatura ( $T_A$ ), mayor a todas las demás temperaturas que intervienen. La solución diluída que se forma en el absorbedor pasa al generador, donde se inicia nuevamente el ciclo.

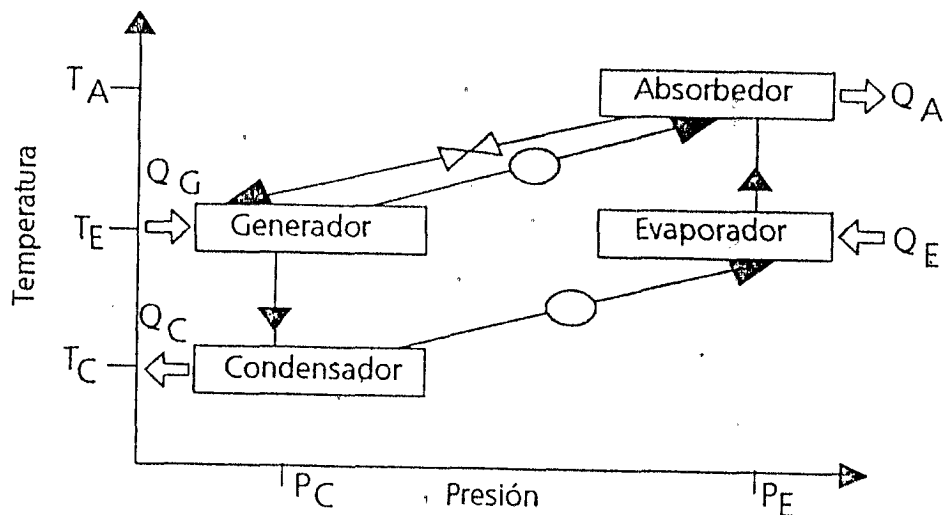


Fig. 2.5 Niveles de presión y temperatura para un transformador térmico.

De la misma manera que en una bomba de calor, en un transformador térmico se pueden emplear intercambiadores de calor. En las figuras 2.6 y 2.7 se presenta en forma esquemática donde se colocarían. El primero (Fig. 2.6) es llamado intercambiador de fluido de trabajo y tiene la función de precalentar el fluido de trabajo que sale del condensador para disminuir la cantidad de calor en el evaporador. Otro (Fig. 2.7) se puede colocar entre el generador y el absorbedor. Su función es precalentar la solución hacia el absorbedor.

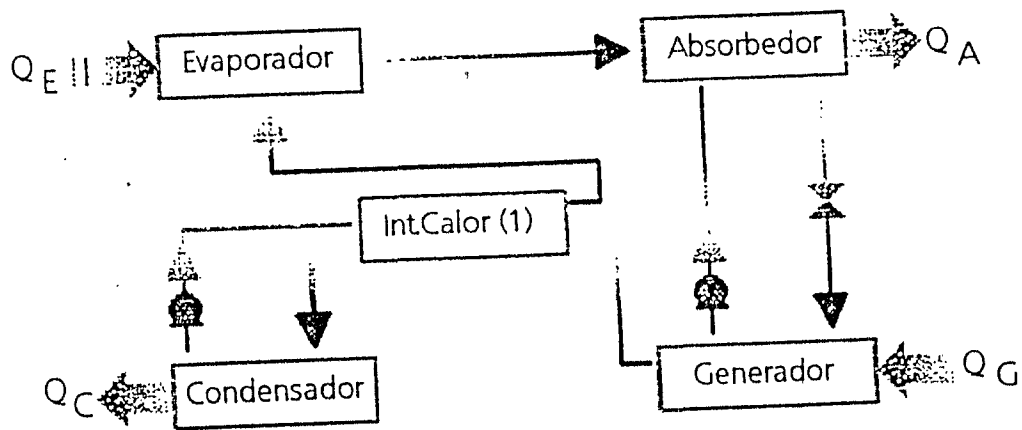


Fig. 2.6 Intercambiador de calor de fluido de trabajo en un transformador térmico.

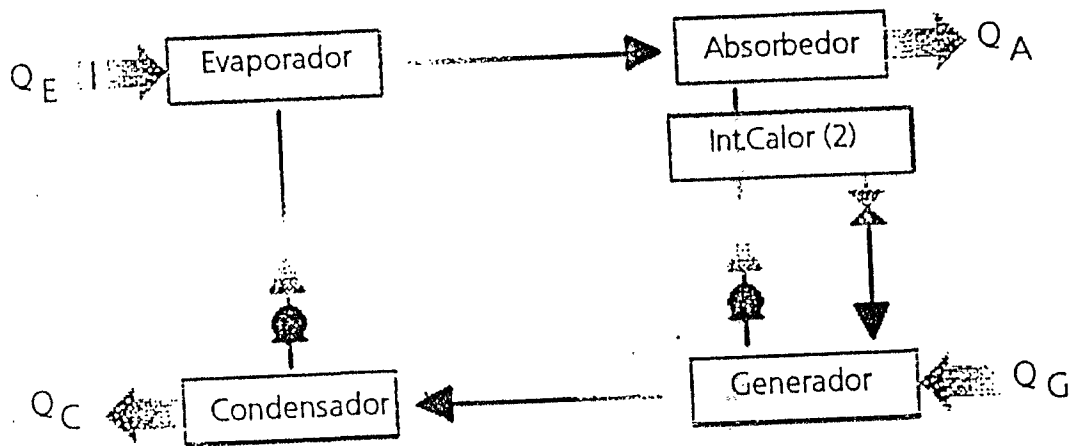


Fig. 2.7 Intercambiador de calor de solución en un transformador térmico.

## 2.7 Incremento de temperatura

El incremento de la temperatura es una característica de los sistemas de absorción. Se define como la diferencia que existe entre la temperatura del absorbedor y la temperatura del evaporador. La elevación de la temperatura que se puede alcanzar depende de la disminución de la presión de vapor que se logre por el medio absorbente [12]. En el caso de muchos absorbentes esto varía de manera inversa a la concentración del fluido de trabajo absorbido en ellos. A estos materiales se les llama bivariantes, lo que implica que la presión de vapor depende tanto de la temperatura como de la concentración. El bromuro de litio es un ejemplo muy conocido de un material bivalente.

La solubilidad de la sal en el agua impone un límite superior a esta elevación de temperatura. Una vez que la solución absorbente se satura, ocurre un proceso de cristalización y la concentración del absorbente no aumentará.

Dos factores influirán en la elevación de la temperatura:

- (1) El punto de saturación de la mezcla que determinará la elevación máxima posible de la temperatura.
- (2) El flujo de absorbente en relación al flujo de vapor que determinará la temperatura mínima a la cual el calor puede ser bombeado.

Entre mayor sea el flujo, las temperaturas estarán más cerca una de la otra [12].

Otro parámetro importante en el estudio de bombas y transformadores de calor es la *relación de flujo* (ec. 2.7), la cual se define como la razón del flujo másico que va del absorbedor al generador entre el flujo másico del fluido de trabajo. La relación de flujo permite conocer que tan grande o compacto es un sistema.

$$FR = \frac{\text{Flujo del absorbedor hacia el generador}}{\text{Flujo del fluido de trabajo}} = \frac{M_A}{M_W} \quad (2.7)$$

# Capítulo 3

## Propiedades termofísicas importantes en sistemas de absorción

Las propiedades termofísicas son fundamentales para entender cómo se comportará la mezcla en el sistema. Generalmente se expresan en forma de correlaciones que facilitan su manejo. En este capítulo se estudian las más importantes en la evaluación de los sistemas de absorción. También se enuncian las ventajas y desventajas de los pares (fluido de trabajo-absorbente) que se han empleado hasta ahora.

### 3.1 Introducción

Los sistemas de absorción emplean para su operación una mezcla compuesta de un fluido de trabajo y un absorbente. A ésta, se le conoce como *par de trabajo*. Por ejemplo, en el caso del par bromuro de litio-agua (motivo de estudio en este trabajo), el bromuro de litio es el absorbente y el agua el fluido de trabajo. La selección del par de trabajo es determinante en el funcionamiento del equipo. Las aplicaciones en sistemas de absorción dependen en gran medida del par elegido. Para el par bromuro de litio-agua se prefieren aplicaciones de aire acondicionado, debido a que el agua se congela a presión atmosférica a los cero grados centígrados.

El conocimiento de las propiedades termofísicas permite saber de las limitaciones y ventajas del par empleado. Ello conduce a un mejor entendimiento del equipo, así como a una mejor predicción de lo que se espera obtener. Este último hecho surge a partir de un balance térmico del sistema (apéndice A).

En lo sucesivo se utilizará el término par de trabajo o mezcla y se debe entender como la combinación de un fluido de trabajo y un absorbente. También al hacer mención específica de sus componentes, siempre se enunciará primero el absorbente seguido del fluido de trabajo.



### 3.2 Propiedades termofísicas de interés para el fluido de trabajo

*Calor latente.* Para un líquido cualquiera, la vaporización va acompañada de absorción de calor y la cantidad de éste, para una temperatura y presión dadas, requerida para calentar cierto peso de líquido se conoce con el nombre de calor latente o calor de vaporización y es la diferencia de la entalpía de vapor y líquido, esto es,  $\Delta H_v = H_v - H_l$ , donde  $\Delta H_v$  es el calor de vaporización y  $H_v$  y  $H_l$  son las entalpías de vapor y líquido, respectivamente.

El calor latente de vaporización del fluido de trabajo deberá ser tan alto como sea posible. Así se logrará que el flujo másico en el evaporador disminuya por cada unidad de calor cedido o absorbido, y con esto se reducirá el tamaño del equipo y por consiguiente el costo.

*Presión de vapor.* Un líquido colocado en un recipiente sellado, se evaporará en parte y ejercerá una presión análoga a la de un gas, y si la temperatura es constante se establece un equilibrio entre las fases líquida y vapor. La presión de vapor establecida es característica de cada líquido y es constante a cualquier temperatura dada; se le conoce como *la presión de vapor saturada* del líquido y se incrementa continuamente con la temperatura.

Al pensar en un sistema de absorción (bomba de calor o transformador térmico), en el condensador el fluido de trabajo deberá alcanzar una presión razonable, ya que presiones muy bajas pueden ocasionar cavitación en las bombas o entradas de aire al sistema, mientras que presiones muy altas requieren de equipos robustos y por lo tanto caros.

*Punto de congelación.* Se prefieren los fluidos que tienen puntos de congelación relativamente bajos, porque esto marca un límite inferior de temperatura de operación en el evaporador. A veces se usan aditivos para disminuir el punto de congelación de fluidos de trabajo.

*Punto crítico.* Es el punto donde coexisten las fases de líquido y gas. El punto crítico deberá ser mayor que la temperatura más alta en todo el ciclo. En la tabla 3.1 se listan algunas de las características de fluidos de trabajo empleados en sistemas de absorción.

Tabla 3.1. Características de algunos fluidos de trabajo para sistemas de absorción.

FT	PM	PC	PE	TC	PCR	CL	FQ
Agua	18.02	0.0	100.0	373.0	221.2	2256	H <sub>2</sub> O
Amoniaco	17.0	-77.7	-33.3	132.2	114.3	1369	NH <sub>3</sub>
Metanol	32.02	-97.7	64.7	239.4	81.0	1100	CH <sub>3</sub> OH
Metilamina	31.06	-93.5	-6.3	157.0	74.6	836.6	CH <sub>3</sub> NH <sub>2</sub>
Etanol	46.07	-117.3	78.5	243.1	63.8	839.3	C <sub>2</sub> H <sub>5</sub> OH
Etilamina	45.09	-81.0	16.6	183.0	56.0	605.2	C <sub>2</sub> H <sub>5</sub> NH <sub>2</sub>
Etiléter	74.12	-116.0	34.5	272.0	26.0	345.0	(C <sub>2</sub> H <sub>5</sub> ) <sub>2</sub> O
Clorodifluorometano	86.5	-160.0	-40.8	96.0	49.9	185.2	CHClF <sub>2</sub> [R22]
Trifluoroetanol	100.0	-45.0	73.6	*	*	*	CF <sub>3</sub> CH <sub>2</sub> OH

Nomenclatura:

FT	Fluido de Trabajo
PM	Peso molecular [Kg mol <sup>-1</sup> ]
PC	Punto de congelación normal [ ° C]
PE	Punto de ebullición normal [ ° C]
TC	Temperatura crítica [ ° C]
PCR	Presión crítica [bar]
CL	Calor latente de vaporización [Kj Kg <sup>-1</sup> ]
FQ	Fórmula química

### 3.3 Propiedades del absorbente

*Presión de vapor y punto de ebullición.* Para evitar que en el generador se arrastre junto al fluido de trabajo parte del absorbente, es necesario que este último tenga un punto de ebullición alto y una presión de vapor despreciable. Para el par agua–amoníaco, se requiere de una rectificación para separar el agua del amoníaco, debido al punto de ebullición del agua, que es relativamente bajo, en el caso de BrLi–H<sub>2</sub>O no se tiene este problema.

*Solubilidad.* Es conveniente referirse a la sustancia que se disuelve como soluto, y aquélla en la que tiene lugar la solución como solvente. Una solución que contiene a una temperatura dada tanto soluto como puede disolver se dice que es saturada. Cualquier solución que tiene una cantidad menor de la saturada se dice que es no saturada y la que tiene una cantidad mayor es sobresaturada.

Para sistemas de absorción se define la solubilidad como la razón de absorbente en masa que se tiene con respecto a la masa total, esto es,

$$x \equiv \left( \frac{\text{masa de absorbente}}{\text{masa total}} \right) \times 100 \text{ [\% en peso]} \quad (3.1)$$

El absorbente debe tener una solubilidad completa en el fluido de trabajo, en un intervalo de concentraciones amplio con la finalidad de evitar la cristalización a las temperaturas de operación del absorbedor y el generador. Este es uno de los principales problemas del par bromuro de litio–agua, ya que la máxima concentración que se alcanza antes de la cristalización es de 70 [% en peso].

Se han propuesto una serie de aditivos que aumentan el intervalo de solubilidad [13]. En el capítulo 5 se presentan los resultados obtenidos con el etanolamina, aditivo orgánico que aumenta la solubilidad hasta un 80 [% en peso]. En la tabla 3.2 se listan algunas de las características importantes para los absorbentes más utilizados.

Tabla 3.2. Características de algunos absorbentes adecuados para sistemas de absorción

ABS	PM	PE	[%p]	FT	FQ
Bromuro de litio	86.36	1265	60.2	agua	LiBr
Cloruro de litio	42.4	1360	45.2	metanol	LiCl
Cloruro de calcio	111.0	1600	42.7	agua	CaCl <sub>2</sub>
Cloruro de magnesio	95.23	1412	35.2	agua	MgCl <sub>2</sub>
Bromuro de magnesio	184.15	*	50.4	agua	MgBr <sub>2</sub>
Tiocianato de sodio	81.07	*	58.2/67.0	agua/amoniaco	NaSCN
Tiocianato de litio	65.2	*	53.2/35.0	agua/metilamina	LiSCN
Nitrato de litio	68.95	*	43.0/52.0	agua/metilamina	LiNO <sub>3</sub>
Bromuro de zinc	225.2	650	82.0	agua	ZnBr <sub>2</sub>
Hidróxido de sodio	4.0	1390	52.10	agua	NaOH
Hidróxido de potasio	56.1	1320	51.7	agua	KOH
Agua	18.02	100	CM	amoniaco	H <sub>2</sub> O
Glicol etileno	62.07	198	CM	agua	(CH <sub>2</sub> OH) <sub>2</sub>
Glicerol	92.0	290	CM	agua	C <sub>3</sub> H <sub>5</sub> (OH) <sub>3</sub>
Dimetilformamida	73.09	153	CM	R22	HCON(CH <sub>3</sub> ) <sub>2</sub>
Tetraetilenglicol	222.3	275	CM	R22	[C <sub>2</sub> (OCH <sub>2</sub> CH <sub>2</sub> ) <sub>2</sub> ] <sub>2</sub>

*Nomenclatura:*

ABS	Absorbente
PM	Peso molecular [Kg mol <sup>-1</sup> ]
PE	Punto de ebullición normal [°C]
[% p]	Porcentaje en peso de absorbente (Solubilidad a 20 °C)
FT	Fluido de trabajo (Solubilidad a 20 °C)
FQ	Fórmula química
CM	Completamente miscible

*Absorción.* Para que un vapor puro sea absorbido a una presión determinada, la mezcla fluido de trabajo-absorbente deberá tener una presión de vapor menor que la del vapor puro.

*Ley de Raoult.* Establece que la presión de vapor de una solución ideal de dos componentes es igual a la suma de las presiones parciales de los dos componentes. La presión parcial de un componente está en función de su concentración. Para un par de trabajo en un sistema de absorción, esta ley se expresa como:

$$P_S = X_W P_W + (1-X_W) P_A,$$

donde,

$P_S$	= Presión de vapor de la solución
$P_W$	= Presión de vapor del fluido de trabajo
$P_A$	= Presión de vapor del absorbente
$X_W$	= Fracción molar del fluido de trabajo

Los sistemas de absorción presentan una desviación negativa de esta ley, esto es una ventaja, ya que se requiere menor cantidad de solución para circular en el ciclo para un flujo dado de un fluido de trabajo.

### 3.4 Criterios comunes a los pares de trabajo

*Propiedades químicas.* Todos los fluidos deberán ser no inflamables, no explosivos, no tóxicos, y además químicamente estables en las condiciones de operación. Para el caso de fluidos corrosivos deberán usarse inhibidores, los cuales al oxidarse forman una película protectora que ya no permite que se continúe con la corrosión. Algunos de estos inhibidores son, cromato de litio, molibdato de litio y mirato de litio. Los fluidos en lo posible deberán ser baratos, estar disponibles y ser compatibles con los materiales usados en los componentes.

Para el par bromuro de litio-agua, que es altamente corrosivo, es preferible usar acero inoxidable en los componentes. Para mezclas menos corrosivas, el acero al carbón será suficiente.

*Propiedades de transporte.* Gases y líquidos poseen una propiedad conocida como viscosidad, que se define como la resistencia que opone una parte del fluido al desplazamiento de otra. La

viscosidad se produce por efectos de corte de una capa de fluido al deslizarse sobre otra, y es muy distinta de la atracción intermolecular. Puede pensarse que está causada por la fricción interna de las moléculas. Los líquidos exhiben una resistencia a fluir, mucho mayor que los gases y por consiguiente sus coeficientes de viscosidad son mayores.

La viscosidad deberá ser baja para satisfacer la transferencia de masa y de calor, pero junto con la tensión superficial no deberán ser muy bajas al grado de evitar la formación de gotas, lo cual mejora la transferencia de calor. La conductividad térmica de los fluidos de trabajo deberá ser alta para mejorar la transferencia de calor en los intercambiadores de calor (Figs. 2.6 y 2.7) cuando se usen.

Algunos aditivos permiten aumentar la transferencia de calor, los más comunes para sistemas de absorción son: 2 Etil-1 Hexanol, 6 Metil-Heptanol, 6 Metil-2 Heptanol.

### **3.5 Pares importantes de fluido de trabajo-absorbente.**

Existe una variedad de pares de trabajo. Su selección se hace en función de las aplicaciones que se tengan, así como de las limitaciones inherentes a cada mezcla. A continuación se presenta una descripción de los pares más utilizados.

*Agua-bromuro de litio.* En los últimos años esta tecnología ha sido una de las de mayor desarrollo. El agua como fluido de trabajo, tiene un calor latente de vaporización relativamente alto y una temperatura de punto crítico alta, pero tiene la desventaja de una presión de vapor relativamente baja y un alto volumen específico que aumenta el tamaño del equipo. El bromuro de litio aunque es soluble en el agua no lo es en un amplio intervalo de concentraciones. Sin embargo, este hecho se supera agregando aditivos anticristalizantes. Este par de trabajo se utiliza principalmente en aire acondicionado, ya que no es posible operar a temperaturas menores de cero grados centígrados. Se dispone de poca información de los datos de las propiedades del par cuando se le ha agregado un aditivo lo que representa un problema en la simulación termodinámica de un sistema de esta naturaleza. Otra desventaja es el costo del absorbente y su disponibilidad, que es escasa.

*Amoniaco-Agua.* Este par de trabajo es el de mayor uso en sistemas de absorción. Tiene una amplia gama de aplicaciones que van desde la refrigeración industrial hasta el aire

acondicionado de uso doméstico. Existe también un gran número de trabajos publicados de sus propiedades termodinámicas.

La principal ventaja del amoníaco es su alto calor latente de vaporización y alta entalpía por unidad de volumen, lo que concluye en un equipo compacto. Sin embargo el amoníaco es venenoso y se descompone por arriba de los 180°C, por lo que su uso no es conveniente en aplicaciones de calentamiento. Debido a la presión de vapor relativamente alta del agua se requiere de una etapa de rectificación lo que disminuye el COP. Por otro lado el amoníaco es de bajo costo y alta disponibilidad.

*Fluorocarbonos—líquidos orgánicos.* Los fluorocarbonos son usados ampliamente como fluidos de trabajo en los sistemas por compresión mecánica de vapor. Por consiguiente, algunos de estos fluidos cumplen los requisitos básicos para considerarse también como fluidos de trabajo en los sistemas de absorción. Estos fluidos generalmente no son tóxicos, flamables o corrosivos. Entre los fluidos preferidos están los fluorocarbonos R21, R22, R123 y R133. Se han considerado una gran variedad de compuestos orgánicos como absorbentes para estos fluidos, entre ellos se encuentran, el TEGME (E181), la dimetilformamida (DMF), el etilentetrahidrofuriléter (ETFE) y el dietilenoglicoldimetiléter (DEGDME).

Para aplicaciones de uso doméstico, el par R22—(E 181) parece ser el mejor. El R22 es relativamente estable, aunque tiene un bajo calor latente y una temperatura crítica baja. Este par es estable hasta los 150°C, pero corroe el cobre y el acero.

**E**l estudio de la teoría de aproximación involucra dos tipos de problemas. Uno, cuando se tiene explícitamente una función pero se desea encontrar un tipo de función más simple, como un polinomio, que se pueda usar para determinar los valores aproximados a la función dada. El otro problema consiste en encontrar funciones que se ajusten a datos dados, y determinar la mejor función que los aproxime.

### 4.1 Introducción a la teoría de aproximación

Existen ciertas generalidades [14] acerca de la teoría de aproximación que serán útiles en el estudio de las técnicas específicas de aproximación. El conjunto natural de estos resultados generales es un espacio lineal normado. Si  $V$  es un espacio lineal, entonces la norma de  $V$  es una función en el conjunto de los números reales positivos. Esta función se denota por  $|\cdot|$  y satisface las tres siguientes propiedades:

- (1)  $|v| \geq 0$ , con la igualdad si y sólo si  $v=0$
- (2)  $|\lambda v| = |\lambda| |v|$  para algún escalar  $\lambda$
- (3)  $|v + w| \leq |v| + |w|$  (desigualdad del triángulo)

La norma da una noción de distancia en  $V$ . Si  $w, v$  pertenecen a  $V$ , entonces la distancia de  $w$  a  $v$  (o al revés) es  $|v - w|$ .

### 4.2. Planteamiento del problema de aproximación

Sea  $W$  un subconjunto de  $V$ , entonces dado  $v$  perteneciente a  $V$ , el problema de aproximación se puede enunciar como sigue: encontrar algún  $w$  perteneciente a  $W$ , cuya distancia a  $v$  sea



mínima. Esto es, determinar un  $w^*$  perteneciente a  $W$ , tal que,  $|v-w|$  sea mínima para  $w=w^*$ , llamaremos a  $w^*$  la mejor aproximación de  $v$  en  $W$ . Una pregunta surge inmediatamente. ¿Existe  $w^*$ ?, en respuesta a esta pregunta se enuncia el siguiente teorema:

\* Teorema 4.1. Si  $V$  es un espacio lineal normado y  $W$  un subespacio de  $V$  de dimensiones finitas, entonces, dado  $v$  perteneciente a  $V$ , existe  $w^*$  perteneciente a  $W$ , tal que

$$|v-w^*| \leq |v-w|,$$

para todo  $w$  perteneciente a  $W$ .

(La prueba de este teorema puede consultarse en [14])

### 4.3 Teorema de aproximación de Weierstrass

Una de las funciones más útiles de variable real, son los polinomios algebraicos, es decir, el conjunto de funciones de la forma,

$$P_n(x) = a_0 + a_1 x + \dots + a_n x^n \quad (4.1)$$

donde  $n$  es un entero no negativo y  $a_0, a_1, \dots, a_n$  son constantes reales. La razón primordial de su importancia es que aproximan uniformemente funciones continuas, es decir, dada una función definida y continua en un intervalo cerrado, existe un polinomio que está tan cerca de la función dada como se desee (Fig. 4.1).

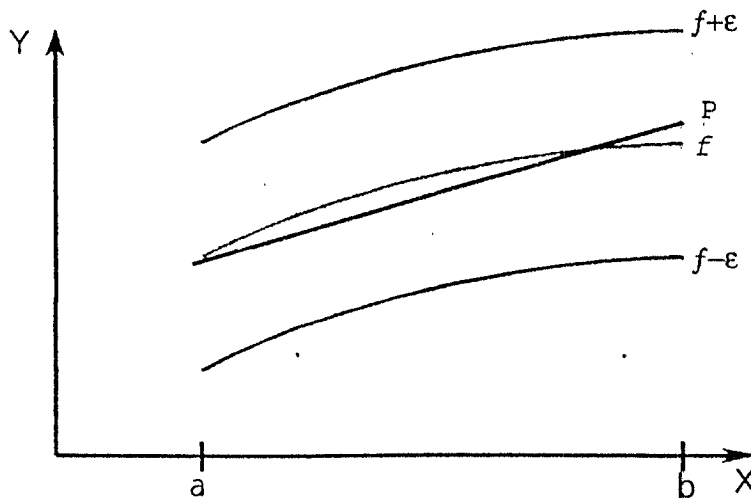


Fig. 4.1 Aproximación uniforme.

\* Teorema 4.2. Teorema de aproximación de Weierstrass. Si  $f$  está definida y es continua en  $[a,b]$ , dado  $\varepsilon > 0$ , existe un polinomio  $P$ , definido en  $[a,b]$ , con la propiedad de que,

$$|f(x) - P(x)| < \varepsilon \quad \text{para toda } x \text{ en } [a,b].$$

(La prueba de este teorema puede consultarse en [14])

Otro aspecto importante para considerar a los polinomios en la teoría de aproximación es que es sencillo evaluar la derivada y la integral indefinida y el resultado es otro polinomio. Existen suficientes polinomios como para aproximar cualquier función continua en un intervalo cerrado dentro de una tolerancia arbitraria. La desventaja del uso de polinomios en las aproximaciones es su tendencia a oscilar [15]. Esta tendencia causa con frecuencia que las cotas de error de las aproximaciones polinómicas excedan significativamente el error de aproximación promedio, ya que las cotas de error se determinan por el error máximo de aproximación. Para encontrar técnicas que disminuyan las cotas de error de aproximación se consideran métodos que esparcen más uniformemente el error de la aproximación en el intervalo en el que se está trabajando. Estas técnicas requieren de la introducción de una nueva clase de funciones aproximantes, las *funciones racionales*.

#### 4.4. Funciones racionales de una variable

La aproximación racional es uno de los métodos más ampliamente utilizados, dado que la interpolación lineal y la aproximación polinómica son casos particulares. La aproximación racional descansa en rigurosos resultados teóricos, es fácil de implementar en algoritmos para su uso en computadoras, y por otro lado, dos de las ecuaciones de estado para fluidos con más frecuencia de empleo (van der Waals y Carnahan-Starling) son aproximaciones racionales. Sin embargo en la representación de las propiedades termodinámicas la técnica ha sido relativamente poco empleada.

Considérese una función de una variable,  $f(x)$ , y supongamos lo siguiente:

(1)  $f(x)$  sólo se conoce en un conjunto finito de puntos  $\{x_\alpha, \alpha=1\dots k\}$

La información que tenemos de  $f(x)$  es el conjunto  $\{f_\alpha = f(x_\alpha), x_\alpha = 1\dots k\}$ . Se denota la aproximación racional de  $f(x)$  por  $R(x)$  y se define como el cociente de dos polinomios,

$$R(x\alpha) = \frac{P(x\alpha)}{Q(x\alpha)}, \quad (4.2)$$

$$R(x\alpha) = \frac{\sum_{i=0}^n a_i (x\alpha)^i}{\sum_{i=0}^m b_i (x\alpha)^i}, \quad (4.3)$$

en la ecuación (4.3) se toma  $b_0=1$  sin pérdida de generalidad. Se determina el valor de  $R(x\alpha)$  seleccionando los valores de  $\{a_i, b_i\}$  tal que  $R(x\alpha)$  esté tan cercano como sea posible a  $f(x)$ . El enfoque de mínimos cuadrados a este problema requiere de la determinación de la mejor función racional aproximante cuando el error involucrado es la suma de los cuadrados de las diferencias entre los valores de la función racional y los valores dados. Se necesitan encontrar las constantes  $\{a_i, b_i\}$  tales que minimizan el error de mínimos cuadrados,

$$E = \sum_{\alpha=1}^k \left( f\alpha - \frac{P(x\alpha)}{Q(x\alpha)} \right)^2, \quad (4.4)$$

$$\frac{\partial E}{\partial a_i} = 0, \quad \frac{\partial E}{\partial b_i} = 0. \quad (4.5)$$

El problema de encontrar la función racional que dé la mejor aproximación en el sentido absoluto consiste en encontrar los valores de  $\{a_i, b_i\}$  que minimizan a,

$$\max_{\alpha=1 \dots k} \left\{ \left| f\alpha - \frac{P(x\alpha)}{Q(x\alpha)} \right| \right\}. \quad (4.6)$$

Este se llama comúnmente el problema minimax, sin embargo no se puede exponer usando técnicas elementales. Otro enfoque para determinar la mejor aproximación se concentra en encontrar los valores de  $\{a_i, b_i\}$  tales que,

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial a_i} \left( \sum_{\alpha=1}^k \left\{ \left| f\alpha - \frac{P(x\alpha)}{Q(x\alpha)} \right| \right\} \right) &= 0, \\ \frac{\partial}{\partial b_i} \left( \sum_{\alpha=1}^k \left\{ \left| f\alpha - \frac{P(x\alpha)}{Q(x\alpha)} \right| \right\} \right) &= 0. \end{aligned} \quad (4.7)$$

La dificultad de este procedimiento es que la función valor absoluto no es diferenciable en cero, por lo que no necesariamente se deben encontrar soluciones. Las observaciones anteriores indican que el método de mínimos cuadrados es la alternativa más conveniente para encontrar la mejor aproximación. Hay consideraciones teóricas que también favorecen a este método. El enfoque minimax generalmente asigna mucho peso a una pequeña parte de los datos que tienen un error fuerte, mientras que el método que usa desviación absoluta simplemente promedia el error en los puntos y no da suficiente peso a un punto que este considerablemente fuera de la aproximación. El enfoque de mínimos cuadrados le da mucho peso a un punto que está fuera de la tendencia de los datos, pero no permite que el punto domine completamente a la aproximación.

Regresando a (4.4) y (4.5), las ecuaciones resultantes al minimizar el error no son lineales, lo que complica su solución. Una alternativa para linealizarlas consiste en representar el error como sigue:

$$f\alpha \equiv R(x\alpha) = \frac{P(x\alpha)}{Q(x\alpha)} \Rightarrow f\alpha \times Q(x\alpha) \equiv P(x\alpha) \quad (4.8)$$

el error por mínimos cuadrados permite de esta manera obtener ecuaciones lineales, al minimizar con respecto a  $\{a_i, b_i\}$ ,

$$E = \sum_{\alpha=1}^k [f\alpha Q(x\alpha) - P(x\alpha)]^2 \quad (4.9)$$

$$\frac{\partial E}{\partial a_i} = 0, \quad \frac{\partial E}{\partial b_i} = 0 \quad (4.10)$$

Dado que el grado del polinomio  $P(x\alpha)$  es  $n$  y el grado de  $Q(x\alpha)$  es  $m$  a partir de (4.5), es claro que  $n+m+1 \leq k$ .

Como las estimaciones de la precisión de los datos experimentales están disponibles en la mayoría de los casos, es razonable pensar que el método de mínimos cuadrados deberá envolver pesos. Si se cuenta con un conjunto  $\{f\alpha \pm \sigma_\alpha, x\alpha, \alpha=1 \dots k\}$ , el procedimiento usual será minimizar,

$$E = \sum_{\alpha=1}^k \frac{\left[ f\alpha - \frac{P(x\alpha)}{Q(x\alpha)} \right]^2}{(\sigma_\alpha)^2} \quad (4.11)$$

Nuevamente este error arroja ecuaciones no lineales para los coeficientes de los polinomios  $P(x\alpha)$  y  $Q(x\alpha)$ , algunos autores [16] han propuesto una solución en dos pasos:

- (1) Determinar  $\{a_i^*, b_i^*\}$  minimizando,  $E = \sum_{\alpha=1}^k [f\alpha Q^*(x\alpha) - P^*(x\alpha)]^2$
- (2) Determinar  $\{a_i, b_i\}$  minimizando,  $E = \sum_{\alpha=1}^k \frac{[f\alpha Q(x\alpha) - P(x\alpha)]^2}{(w\alpha)^2}$ ,  
donde  $w\alpha = \sigma_\alpha Q^*(x\alpha)$ .

Este procedimiento puede iterarse pero se ha encontrado [16] que con la segunda aproximación es suficiente.

#### 4.5 Funciones racionales de dos variables

Las aproximaciones racionales a funciones de dos variables se construyen de la misma manera que las de una variable (4.2 y 4.3) sólo que ahora  $P$  y  $Q$  se reemplazan por polinomios que dependen de dos variables. El método de aproximaciones racionales se ha utilizado en aplicaciones científicas y análisis numérico. La potencia del método radica en que las singularidades de  $f$  pueden ser aproximadas por los polos de  $R$ . Así  $R$  se aproxima a  $f$  sobre un amplio intervalo de variables independientes, a diferencia de otras aproximaciones de  $f$ . Por ejemplo las aproximaciones polinómicas a  $f$  son válidas sólo en algún radio de convergencia, que para la mayoría de la funciones de interés físico es finito; una aproximación racional no tiene esta limitación.

En el trabajo de Pérez y Kincaid [16] se afirma que hay una variedad de métodos que pueden ser usados para determinar el valor de la aproximación racional o el de los coeficientes  $\{a_i, b_i\}$ . En este trabajo se utiliza el método de mínimos cuadrados por la razones expuestas en secciones anteriores.

Considérese una función de dos variables,  $f(x,y)$ , y supongamos lo siguiente:

(1)  $f(x,y)$  sólo se conoce en un conjunto finito de puntos  $[x_\alpha, y_\alpha, \alpha=1\dots k]$

La información que tenemos de  $f(x,y)$  es el conjunto  $[f_\alpha = f(x,y), x_\alpha, y_\alpha, \alpha=1\dots k]$ . Se denota la aproximación racional de  $f(x,y)$  por  $R(x_\alpha, y_\alpha)$  y se define como el cociente de dos polinomios,

$$R(x_\alpha, y_\alpha) = \frac{P(x_\alpha, y_\alpha)}{Q_d(x_\alpha, y_\alpha)}, \quad (4.12)$$

$$R(x_\alpha, y_\alpha) = \frac{\sum_{i=0}^n a_i x_\alpha^{\delta_i} y_\alpha^{\beta_i}}{1 + \sum_{i=1}^d b_i x_\alpha^{\delta_{i+n}} y_\alpha^{\beta_{i+n}}}$$

Los  $n+d$  coeficientes  $[a_i, b_i]$  se determinan minimizando,

$$E = \sum_{\alpha=1}^k [f_\alpha Q(x_\alpha, y_\alpha) - P(x_\alpha, y_\alpha)]^2, \quad (4.13)$$

con respecto a  $[a_i, b_i]$ , es decir se requiere que,

$$\begin{aligned} \frac{\partial E}{\partial a_i} &= 0, i=0\dots n, \\ \frac{\partial E}{\partial b_i} &= 0, i=1\dots d. \end{aligned} \quad (4.14)$$

La ecuación (4.13) arroja un conjunto de ecuaciones lineales para los coeficientes  $[a_i, b_i]$  que puede expresarse en forma matricial como:

$$\sum_{j=1}^M A_{ij} p_j = q_j, \text{ para } j=1, \dots, M \quad (4.15)$$

donde  $M=n+d$ , y

$$p_j = \begin{cases} a_j & j=1, \dots, n \\ b_j & j=n+1, \dots, d \end{cases} \quad (4.16)$$

La determinación de la matriz  $A_{ij}$  se hace en detalle en el apéndice B,

$$A_{ij} = \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M \sum_{\alpha=1}^k x_{\alpha}^{\delta_i + \delta_j} y_{\alpha}^{\beta_i + \beta_j} f_{\alpha}^{\psi_i + \psi_j} (-1)^{\psi_i + \psi_j},$$

$$q_j = \sum_{j=1}^M \sum_{\alpha=1}^k x_{\alpha}^{\delta_j} y_{\alpha}^{\beta_j} f_{\alpha}^{\psi_j} (-1)^{\psi_j},$$

$$\psi_j = \begin{cases} 0 & \text{para } j=1, \dots, n \\ 1 & \text{para } j=n+1, \dots, m \end{cases}$$

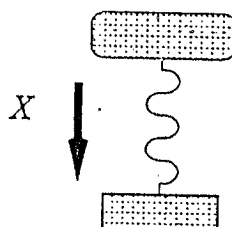
Para encontrar la mejor aproximación racional se deben generar muchas aproximaciones  $R(x_{\alpha}, y_{\alpha})$  haciendo selecciones específicas de los exponentes  $\{\delta_i, \beta_i\}$  y decidir cuál de éstas arroja la mejor aproximación a  $f(x, y)$ . Para ello se utiliza el promedio de la desviación de la función racional con respecto al conjunto de datos (ver  $AAV$ , ec. (4.17)). Cuando  $f(x, y)$  depende de dos o más variables independientes, para la selección de los exponentes existen demasiadas opciones, a menos que se tenga cierta información de la dependencia de las variables con respecto a  $\{\delta_i, \beta_i\}$ . En algunos casos es posible enumerar todos los exponentes  $\{\delta_i, \beta_i\}$  de interés y usarlos en la determinación de la aproximación. Una forma de elegir los exponentes  $\{\delta_i, \beta_i\}$  es determinarlos aleatoriamente. Esto se hace cuando no se sabe nada acerca de ellos. Sin embargo, este método no garantiza encontrar la mejor aproximación, pero es fácil de instrumentar en una computadora. No obstante, el equipo utilizado para este propósito debe ser capaz de realizar cientos de funciones racionales en poco tiempo, de esta forma el método es eficiente. La función racional que tenga el  $AAV$  más pequeño de la muestra colectada con diferentes  $\{\delta_i, \beta_i\}$  será la que se tome.

$$AAV = \frac{100}{k} \sum_{\alpha=1}^k \left| \frac{f_{\alpha} - R(x_{\alpha}, y_{\alpha})}{f_{\alpha}} \right| \quad (4.17)$$

## 4.6 Algoritmo de aproximación para funciones que dependen de una variable

En muchos casos, cuando sólo se tiene un conjunto de datos, por ejemplo, el resultado de hacer mediciones en un experimento (Tabla 4.1), es necesario encontrar expresiones analíticas que correlacionen los datos y poder hacer evaluaciones en puntos no tabulados.

Tabla 4.1. Experimento que demuestra la elongación de un resorte en función del peso que soporte.

	Número de dato	$X_i$ [cm]	$w_i$ [Kg]	
	1	2	5.0	$\rightarrow X_i = f(w_i)$
	2	4	7.2	
	3	6	8.4	

Al desarrollar las ecuaciones (4.9) y (4.10) se forma un conjunto de ecuaciones lineales que se pueden resolver usando métodos estándares, por ejemplo, eliminación gaussiana, y de ahí determinar los coeficientes  $[a, b]$ . Si se supone que se tienen  $k$  datos entonces

$$1+n+m \leq k \quad (4.18)$$

Supongamos que mediante un experimento se han determinado para tres puntos dados, tres valores, y se desea encontrar una función racional que los aproxime. En la ecuación (4.18) se restringe el grado de los polinomios de (4.3) a:

$$1+n+m \leq 3$$

En este caso no existe otra posibilidad más que  $n$  y  $m$  sean iguales a uno ( $n=0, m=2$ , y  $n=2, m=0$  no interesan), más adelante se mostrará la forma de seleccionar  $n$  y  $m$  cuando el número de puntos aumenta. La función racional es entonces,



$$R(x) = \frac{a_0 + a_1 x}{1 + b_1 x}, \quad (4.19)$$

$$E = \sum_{\alpha=1}^k [f_{\alpha}(1 + b_1 x) - (a_0 + a_1 x)]^2, \quad (4.20)$$

y el error a minimizar el de (4.20). Las derivadas de  $E$  con respecto a  $\{a_0, a_1, b_1\}$  se calculan para generar el conjunto de ecuaciones lineales (ver ecs. (4.21)) de donde se determinan los valores de los coeficientes.

$$\begin{aligned} \frac{\partial E}{\partial a_0} &= \sum_{\alpha=1}^3 f_{\alpha} + \sum_{\alpha=1}^3 f_{\alpha} b_1 x_{\alpha} - \sum_{\alpha=1}^3 a_0 - \sum_{i=1}^3 a_1 x_{\alpha} = 0, \\ \frac{\partial E}{\partial a_1} &= \sum_{\alpha=1}^3 f_{\alpha} x_{\alpha} + \sum_{\alpha=1}^3 f_{\alpha} b_1 x_{\alpha}^2 - \sum_{\alpha=1}^3 a_0 x_{\alpha} - \sum_{\alpha=1}^3 a_1 x_{\alpha}^2 = 0, \\ \frac{\partial E}{\partial b_1} &= \sum_{\alpha=1}^3 f_{\alpha}^2 x_{\alpha} + \sum_{\alpha=1}^3 f_{\alpha}^2 b_1 x_{\alpha}^2 - \sum_{\alpha=1}^3 f_{\alpha} a_0 x_{\alpha} - \sum_{\alpha=1}^3 f_{\alpha} a_1 x_{\alpha}^2 = 0. \end{aligned} \quad (4.21)$$

Si pasamos del lado derecho de cada ecuación el primer término, el que no contiene ningún coeficiente  $\{a, b\}$ , encontrar los coeficientes se reduce a resolver un problema del tipo,

$$A_{nn} c_k = B_k, \quad (4.22)$$

donde  $A_{nn}$  es la matriz de coeficientes,  $c_k$  son los coeficientes  $\{a, b\}$  a determinar y  $B_k$  los términos independientes; para la ecuación (4.21) esto es,

$$\begin{pmatrix} -3 & -\sum_{\alpha=1}^3 x_{\alpha} & \sum_{\alpha=1}^3 f_{\alpha} x_{\alpha} \\ -\sum_{\alpha=1}^3 x_{\alpha} & -\sum_{\alpha=1}^3 (x_{\alpha})^2 & \sum_{\alpha=1}^3 f_{\alpha} (x_{\alpha})^2 \\ -\sum_{\alpha=1}^3 f_{\alpha} x_{\alpha} & -\sum_{\alpha=1}^3 f_{\alpha} (x_{\alpha})^2 & \sum_{\alpha=1}^3 (f_{\alpha})^2 (x_{\alpha})^2 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} a_0 \\ a_1 \\ b_1 \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} \sum_{\alpha=1}^3 f_{\alpha} \\ \sum_{\alpha=1}^3 f_{\alpha} x_{\alpha} \\ \sum_{\alpha=1}^3 (f_{\alpha})^2 x_{\alpha} \end{pmatrix}. \quad (4.23)$$

Si en lugar de contar con sólo tres datos se tuvieran cinco, esta matriz cambiaría y lo haría también la función racional, la cual ahora tendría cinco coeficientes a determinar (4.24); una vez más se tendría que minimizar el error y resolver el sistema lineal (ver ecs. (4.25)) de ecuaciones,

$$R(x\alpha) = \frac{a_0 + a_1 x\alpha + a_2 x\alpha^2}{1 + b_1 x\alpha + b_2 x\alpha^2} \quad (4.24)$$

$$\begin{pmatrix} -5 & -\sum_{\alpha=1}^5 x\alpha & -\sum_{\alpha=1}^5 (x\alpha)^2 & \sum_{\alpha=1}^5 f\alpha x\alpha & \sum_{\alpha=1}^5 f\alpha(x\alpha)^2 \\ -\sum_{\alpha=1}^5 x\alpha & -\sum_{\alpha=1}^5 (x\alpha)^2 & -\sum_{\alpha=1}^5 (x\alpha)^3 & \sum_{\alpha=1}^5 f\alpha(x\alpha)^2 & \sum_{\alpha=1}^5 f\alpha(x\alpha)^3 \\ -\sum_{\alpha=1}^5 (x\alpha)^2 & -\sum_{\alpha=1}^5 (x\alpha)^3 & -\sum_{\alpha=1}^5 (x\alpha)^4 & \sum_{\alpha=1}^5 f\alpha(x\alpha)^3 & \sum_{\alpha=1}^5 f\alpha(x\alpha)^4 \\ -\sum_{\alpha=1}^5 f\alpha x\alpha & -\sum_{\alpha=1}^5 f\alpha(x\alpha)^2 & -\sum_{\alpha=1}^5 f\alpha(x\alpha)^3 & \sum_{\alpha=1}^5 (f\alpha)^2(x\alpha)^2 & \sum_{\alpha=1}^5 (f\alpha)^2(x\alpha)^3 \\ -\sum_{\alpha=1}^5 f\alpha(x\alpha)^2 & -\sum_{\alpha=1}^5 f\alpha(x\alpha)^3 & -\sum_{\alpha=1}^5 f\alpha(x\alpha)^4 & \sum_{\alpha=1}^5 (f\alpha)^2(x\alpha)^3 & \sum_{\alpha=1}^5 (f\alpha)^2(x\alpha)^4 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ b_1 \\ b_2 \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} \sum_{\alpha=1}^5 f\alpha \\ \sum_{\alpha=1}^5 f\alpha x\alpha \\ \sum_{\alpha=1}^5 f\alpha(x\alpha)^2 \\ \sum_{\alpha=1}^5 (f\alpha)^2 x\alpha \\ \sum_{\alpha=1}^5 (f\alpha)^2(x\alpha)^2 \end{pmatrix} \quad (4.25)$$

La matriz  $A_{nn}$  encontrada en ambos casos permite construir la forma que tendrá ésta si el número de datos es diferente de los casos analizados. Con este fin se elaboró un algoritmo que construye y resuelve esta matriz de coeficientes

#### 4.7 Desarrollo del algoritmo de una variable

El primer paso en el algoritmo consiste en determinar el grado de los polinomios. La elección, como se vió en el ejemplo de la sección 4.6, se basa en la ecuación (4.18). El algoritmo escoge el grado de los polinomios, para  $k$  un número impar, el grado de los polinomios es par y para  $k$  par el grado de los polinomios es impar, con el denominador de grado  $n-1$

$$\begin{aligned} 2n &\leq k-1, \\ n &\leq (k-1)/2. \end{aligned}$$

Así, si se tienen dos polinomios  $P(x\alpha)$  y  $Q(x\alpha)$  de grado  $n$  cada uno (caso de  $k$  par), habrá  $n+1$  coeficientes para el primero y  $n$  para el segundo a determinar. Se construye la matriz en partes, la ecuación (4.21) es la misma que la ecuación (4.23) pero escrita en forma matricial. El algoritmo divide la ecuación (4.23) en seis zonas diferentes (ver ec. (4.26)). Cada una de estas zonas tiene una forma característica cuando el número de los datos aumenta.

Se trata de despejar el vector de coeficientes  $c_n$ , esto se logra multiplicando por la matriz inversa  $A^{-1}_n$  en cada lado de la ecuación. Estas operaciones son conocidas y se han desarrollado diferentes técnicas para resolverlas.

En el apéndice E se presentan las dos partes descritas anteriormente, la construcción de la matriz y la eliminación gaussiana, programadas en BASIC. También se explica cada uno de los módulos implementados en el programa.

#### **4.8 Algoritmo de dos variables**

El algoritmo para el caso de dos variables es esencialmente el mismo que en una variable. Tal vez sea más sencillo porque no utiliza la construcción en bloques de la matriz de coeficientes, sino lo hace empleando la expresión analítica propuesta en el apéndice B. Se hace de esta manera para ejemplificar las dos formas de construir la matriz de coeficientes.

La elección de los exponentes se hace aleatoriamente. Sin embargo en los casos en que se sabe algo de la dependencia de las variables se usa este hecho y se incorpora en el algoritmo.

En el apéndice E se describe en detalle el algoritmo para dos variables, además que se presenta el listado del programa empleado.

#### **4.9 Aproximación de rectas mediante curvas.**

El título de esta sección parece contradictorio. Es cierto, no se debe caer en el error de creer que las funciones racionales u otro tipo de técnicas son mágicas como para aproximar todo conjunto de datos. Siempre, antes de emplear una técnica de aproximación se debe hacer un análisis de la información, que permita establecer que método conviene utilizar. Para las propiedades termofísicas que se presentan aquí, en muchos casos, el comportamiento con respecto a las variables de las que depende es lineal. Sin embargo, al emplear funciones racionales estamos representando las propiedades con ecuaciones no lineales, es decir, se están ajustando rectas con curvas, por tal razón el intervalo de aproximación, en el cual ajuste bien la función, será pequeño. Tal como se observa en la figura 4.2, que se intenta aproximar un conjunto de datos de tendencia lineal con una parábola. Mientras que el ajuste con una línea recta se aproxima muy bien a los datos, fuera del intervalo de aproximación, la parábola lo hace relativamente bien

sólo en el intervalo de aproximación, por otro lado, los extremos del conjunto de datos utilizados para la aproximación parabólica se ajustan con errores mayores que los datos intermedios en el caso de la parábola.

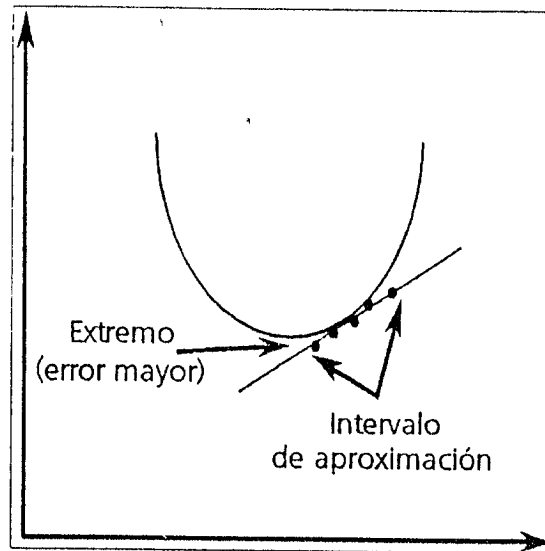


Fig. 4.2 Comparación entre una aproximación con una parábola y con una línea recta.

Este mismo problema se presenta en las aproximaciones racionales reportadas aquí (dos variables). Este problema aparece sólo en las aproximaciones de dos variables ya que las de una variable preservan muy bien la tendencia de los datos (fuera del intervalo de aproximación), lo cual las hace confiables al extrapolar. Para extrapolar con funciones racionales de dos variables es conveniente graficar fuera del intervalo de aproximación y ver que tan bien preservan la tendencia de los datos, es decir, una decisión se puede tomar en base a un criterio visual y siempre considerando el riesgo que implica hacerlo por los problemas antes mencionados.

#### 4.10 Aproximación de rectas con rectas

Si se tiene un conjunto de rectas dependientes de las variables  $a$  y  $b$  y se quiere encontrar una aproximación que ajuste este conjunto de rectas, lo más lógico es emplear la ecuación de una recta, que para este caso tendrá la forma,  $f(a,b)=\phi(b)a+\varphi(b)$  o  $f(a,b)=\phi(a)b+\varphi(a)$ , en donde  $\phi$  y  $\varphi$  representan la pendiente y la ordenada de la ecuación de una recta, sólo que ahora son funciones y dependen de una de las dos variables independientes. El método propuesto en esta

sección consiste en calcular la ecuación de cada una de las rectas del conjunto de estas, luego, graficar sus pendientes así como sus ordenadas y expresarlas mediante una aproximación que puede ser lineal, racional o de algún otro tipo. Aunque implica el cálculo de cada una de las rectas en un principio, permite después, con una ecuación de forma muy simple representar todo el conjunto de rectas de manera precisa. En lo sucesivo se emplea este método cuando se tienen conjuntos de rectas. Como ya se mencionó antes, esta técnica también puede incluir funciones racionales en la predicción de las pendientes u ordenadas, con las ventajas (dependientes de una variable) ya mencionadas en el caso de extrapolar.

#### 4. 11 Cuando nada funciona

En ocasiones cuando se ha intentado obtener una aproximación racional de dos variables y el error ( $AAV$ ) es grande ( $>10\%$ ) y se ha probado todo, puede convenir cambiar la dependencia de las variables. La variable dependiente se convierte en independiente y lo mismo sucede con alguna de las independientes. Esto es, si se busca una aproximación para  $f(a,b)$  lo que se sugiere es hacerlo para  $a(f,b)$  o  $b(f,a)$ , tal vez con esto sea suficiente. Para poder determinar  $f$  como una función de  $a$  y  $b$  una vez que se tienen una aproximación de  $a(f,b)$  o  $b(f,a)$  se puede emplear alguna técnica iterativa que busque el valor que debe tener  $f$  cuando se conocen  $a$  y  $b$ . Por ejemplo, si  $f$  es la presión ( $P$ ),  $a$  la temperatura ( $T$ ) y  $b$  la concentración ( $x$ ) e interesa conocer  $f$  a partir de  $a$  y  $b$  pero la aproximación que se tiene es de la forma  $a(f,b)$ , lo que conviene es utilizar una técnica iterativa, como la que se incorpora en el programa EXCEL de Microsoft™, conocida como "GOAL SEEK" o en español "BUSCAR OBJETIVO". La función "BUSCAR OBJETIVO" opera de la siguiente forma, en una celda debe escribirse la función racional, en este caso  $T(P,x)$  (celda C7 de la figura 4.3) y en otras celdas las variables (celdas C5 y C6 de la figura 4.3) de las que depende C7, al seleccionar la opción "BUSCAR OBJETIVO" del menú de EXCEL aparece una ventana como la de la figura 4.3 (al centro; titulada "Goal Seek"), los tres espacios en blanco corresponden a la celda de la función racional (Set cell), el valor de la temperatura ( $T$ ) que se quiere (To value) y la celda que ha de cambiar (By Changing cell) para nuestro ejemplo la presión. De este modo se determina la presión ( $P$ ) a partir de la temperatura y la concentración, pero con una función de  $T(P,x)$ .

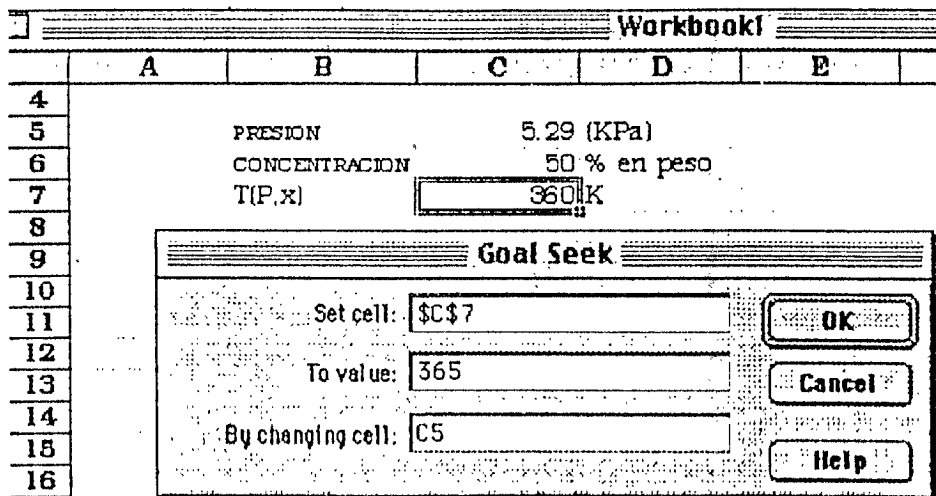


Fig. 4.3 Opción "BUSCAR OBJETIVO" en EXCEL de Microsoft™.

" Las funciones racionales u otro tipo de técnicas de aproximación no son mágnas como para aproximar todo conjunto de datos. Siempre, antes de emplear una método de aproximación se debe hacer una análisis de la información"

Los resultados teóricos y experimentales se presentan en el capítulo 5. Se ha dividido en dos partes para una mayor claridad de los mismos.

– Resultados teóricos –

### 5.1 Introducción

En el Departamento de Ingeniería Química del Instituto Avanzado de Ciencia y Tecnología en el Sur de Corea, Kim y *col.*, (1996) [2] reportan algunas de las propiedades termofísicas de la mezcla bromuro de litio–agua–etanolamina; el etanolamina aumenta el intervalo de concentración de la mezcla hasta un 80 [% en peso]. En [2] se representan las propiedades mediante correlaciones, que en la mayoría de los casos son polinomios. En este capítulo se reportan los resultados que se obtienen al emplear la información de los autores coreanos para las propiedades termofísicas de la mezcla antes citada, pero con funciones racionales. Además se hacen mediciones experimentales de viscosidad, las cuales se comparan con las reportadas [17] y por último se prueba la mezcla en el transformador térmico del Centro en Investigación en Energía.

### 5.2 Metodología de trabajo.

Kim y *col.*, (1996) hacen mediciones de solubilidad, presiones de vapor, viscosidad, densidad, calor específico ( $C_p$ ) e indirectamente de entalpías de la mezcla. Las mediciones las realizan para tres diferentes proporciones en peso de etanolamina en bromuro de litio (apéndice C). Para cada conjunto de datos proporcionan una correlación. De igual manera, en este trabajo para cada conjunto de datos reportado se expresa una correlación basada en funciones racionales, manifestando sus ventajas; se trata cada propiedad en una sola sección. Por otro lado, se

comparan los datos de viscosidad reportados por ellos y los medidos en este trabajo. Se carga el transformador térmico del Centro con el par de trabajo bromuro de litio-agua-etanolamina para probar su desempeño y compararlo con el par sin aditivo, ya que no basta con aumentar el intervalo de solubilidad sino también es necesario que las características positivas de la mezcla sin aditivo se preserven. De estas pruebas se obtienen coeficientes de operación externos e incrementos de temperaturas entre el evaporador y el absorbedor.

### 5.3 Análisis de error

El proceso de medición trae consigo un error asociado a muchos factores, por tal motivo es obvio que se debe pensar en una medición no como un número exacto sino como un intervalo en el que se está seguro se encuentra la medida. A este intervalo se le conoce como "incertidumbre". Con frecuencia es conveniente comparar la incertidumbre con el valor de la medición, a esta cantidad se le ha denominado "incertidumbre relativa" y generalmente se expresa como un porcentaje. Ya sea la incertidumbre o la incertidumbre relativa se prefiere el símbolo  $\delta$  para nombrarlas.

Considérese una cantidad medida  $x_0$  con una incertidumbre de  $\pm \delta x$ , y considérese un valor calculado de  $z$  que es función de la variable  $x$ , entonces sea  $z=f(x)$ . La incertidumbre para funciones de una sola variable [18] se define como,

$$\delta z = \frac{d(f(x))}{dx} \delta x, \quad (5.1)$$

y para el caso de dos variables como,

$$\delta z = \frac{\partial(f(x,y))}{\partial x} \delta x + \frac{\partial(f(x,y))}{\partial y} \delta y. \quad (5.2)$$

Estas dos ecuaciones se emplean a lo largo de este capítulo para obtener las incertidumbres de los valores calculados mediante correlaciones.



## 5.4 Solubilidad

Los datos de solubilidad se reportan en la tabla 5.6 (sección 5.10) para tres diferentes proporciones de etanolamina con respecto a bromuro de litio, de estos, la razón de 3.5 fue la que presentó la solubilidad más grande, 80.9 [% en peso]. La figura 5.1 contiene la misma información de la tabla 5.6 además de los datos reportados por Boryta, 1970 [19], los cuales corresponden al par bromuro de litio-agua sin ningún tipo de aditivo.

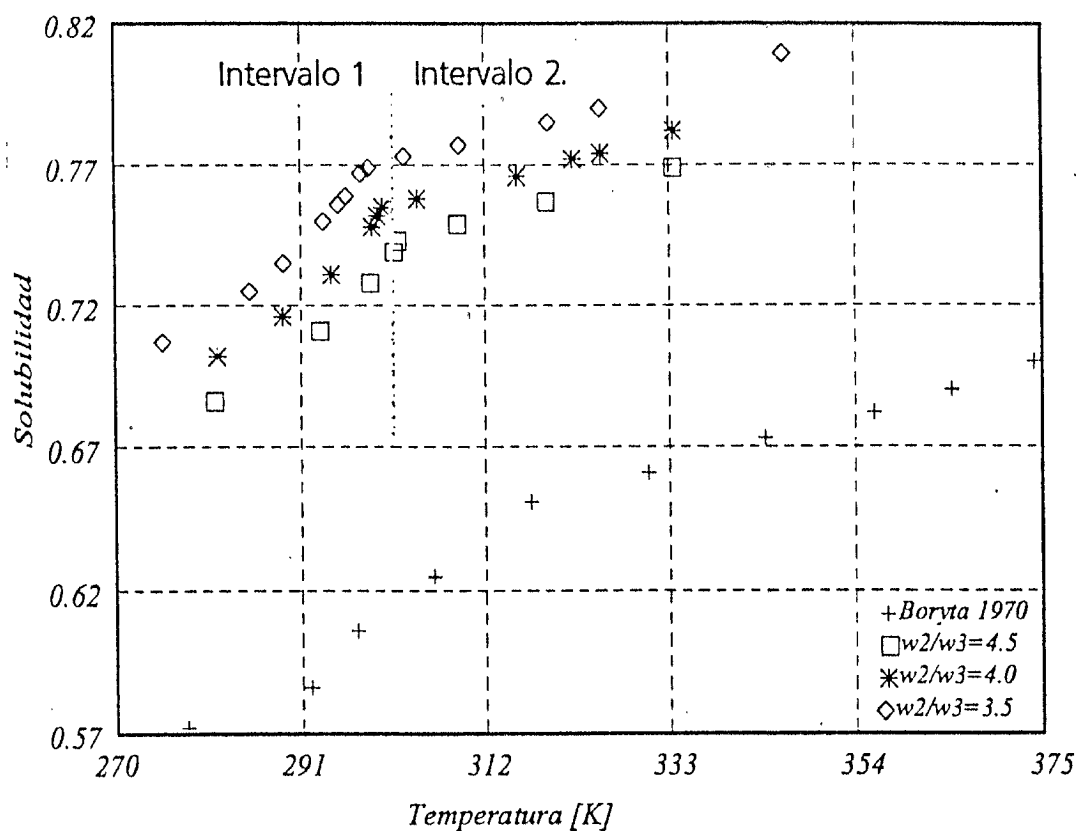


Fig. 5.1 Solubilidades para el par bromuro de litio( $w_2$ )-agua( $w_1$ )-etanolamina( $w_3$ ), para tres diferentes proporciones de etanolamina en la mezcla.

Las correlaciones reportadas en [2] son polinomios de orden cúbico, y para un sólo conjunto de datos se emplean dos ecuaciones que se ajustan en diferentes intervalos (Fig. 5.1), lo cual hace impráctico su manejo en algoritmos. Para representar las tres curvas de la figura 5.1 se necesitan seis polinomios. Las funciones racionales que se calcularon para estos datos sólo son tres, es decir, no se ajustan en intervalos; lo hacen para todo el conjunto de datos. En la figura 5.2 (a) y

(b), se representa la gráfica del ajuste obtenido para la razón de 4.5, 4.0 y 3.5 ( $w_2/w_3$  en peso) respectivamente. El ajuste es bueno en los extremos del conjunto de datos pero en su parte central la desviación crece, esto se debe a que estos datos no se tomaron en cuenta al hacer el ajuste. Si se consideran el resultado es mejor en el sentido de obtener una curva que se acerca muy bien a todos los datos, pero ésta no correspondería a la realidad. Es decir, la curva resultante presentaría un cambio de pendiente, no obstante, el comportamiento de la solubilidad con respecto a la temperatura es suave (no hay cambios en su pendiente, es continuo) en los intervalos que aquí se analizan. La figura 5.2 (c) muestra la comparación entre el ajuste de la función racional y una polinomial obtenida del software comercial ORIGIN™. Se observa que el ajuste polinomial se separa considerablemente de la tendencia de los datos originales fuera del intervalo de aproximación representado por dos barras. Para este caso sólo de comparación se tomaron todos los datos para el ajuste racional del conjunto reportado en la tabla 5.6 para una razón de 3.5, como ya se señaló antes la curva obtenida presenta un cambio en su pendiente.

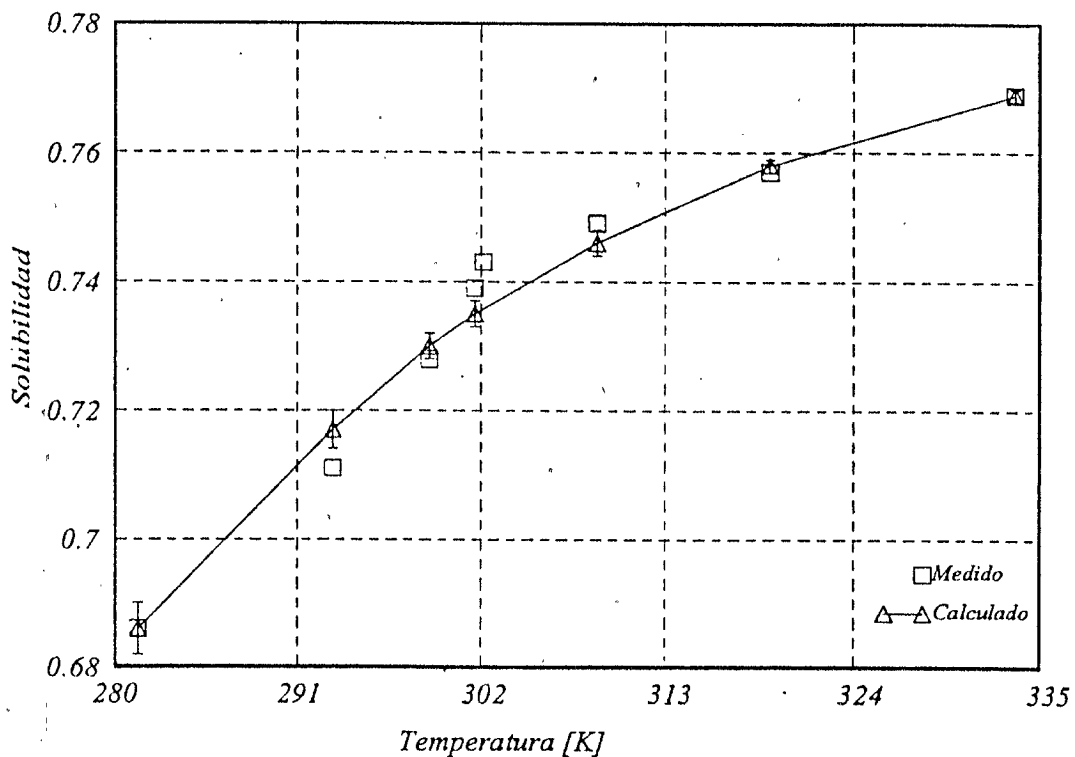


Fig. 5.2 (a) Solubilidad vs. temperatura para una razón ( $w=w_2/w_3$ ) de  $w=4.5$

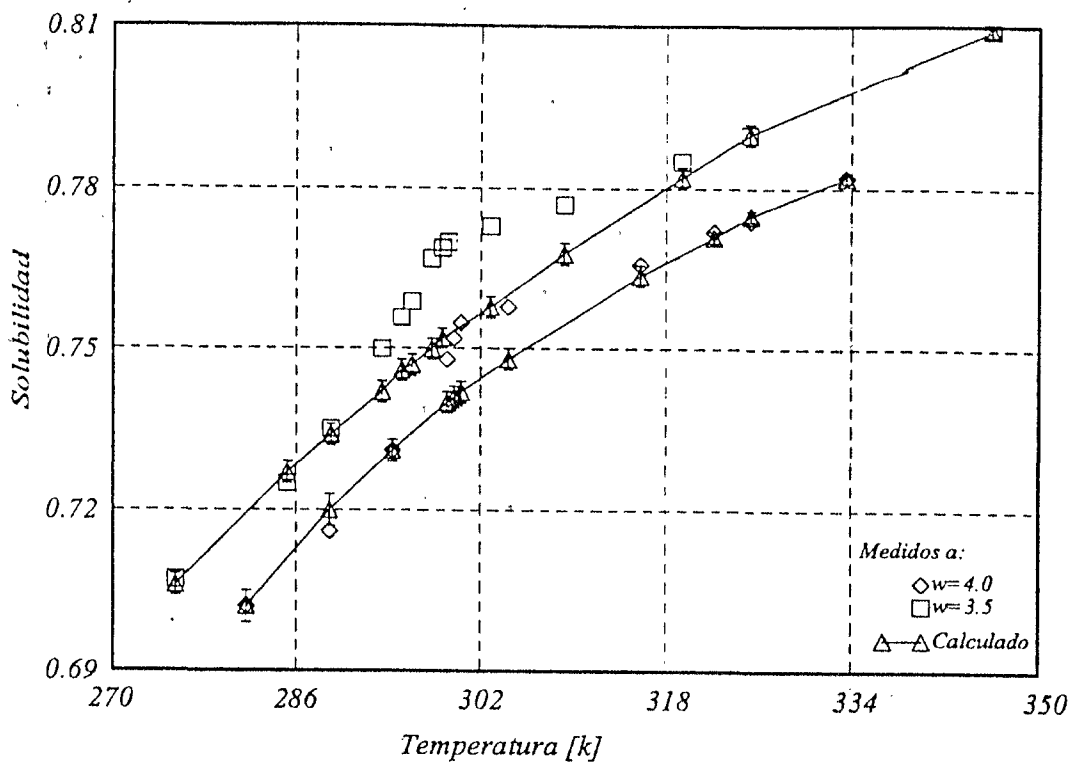


Fig. 5.2 (b) Solubilidad vs. temperatura para una razón ( $w=w_2/w_3$ ) de  $w=4.0$  y  $w=3.5$

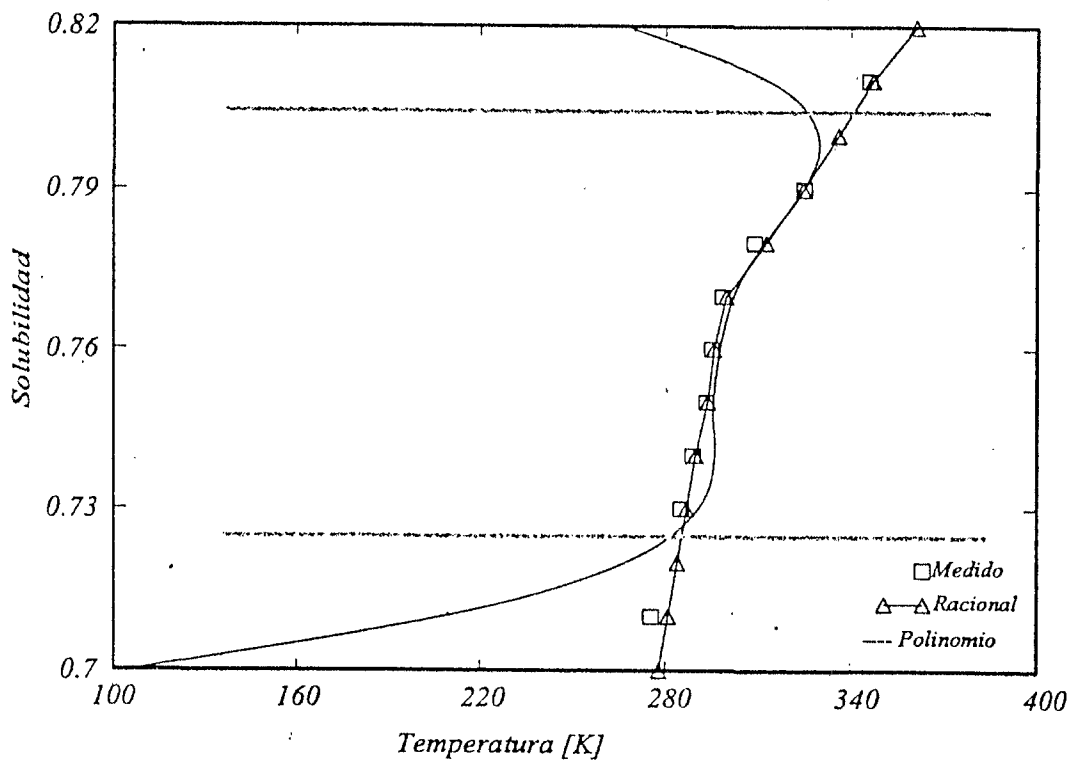


Fig. 5.2 (c) Comparación entre una aproximación racional y una polinómica para la solubilidad vs. temperatura a una razón  $w=3.5$

Las aproximaciones de la solubilidad se expresan aquí con funciones racionales de orden cuadrático tanto en el numerador como el denominador, por lo tanto estas tendrán la siguiente forma analítica:

$$S(T) = \frac{a_0 + a_1 T + a_2 T^2}{1 + b_1 T + b_2 T^2} \quad (5.3)$$

Los valores de los coeficientes para cada una de las razones (4.5, 4.0 y 3.5) se utilizan como se han escrito en este trabajo, sin redondeo.

Tabla 5.1 Coeficientes de aproximación para la solubilidad ( $w = w_2/w_3$ )

	$w = 4.5$	$w = 4.0$	$w = 3.5$
$a_0$	-833768.294	-543644.462E01	-199947.952E01
$a_1$	475523.388E-02	199728.644E-01	190278.433E-01
$a_2$	-309264.030E-05	399868.068E-04	-315735.720E-04
$b_1$	818887.778E-05	-883312.817E-02	101161.009E-01
$b_2$	474897.982E-05	917146.846E-04	-209354.584E-04
$AAV$	0.416 %	0.589 %	1.031 %

Aunque se han reducido a la mitad los coeficientes con respecto a los reportados anteriormente [2], aún se puede hacer más; si se expresa la solubilidad como una función dependiente tanto de la temperatura como de la razón  $w$  (razón de peso de etanolamina a bromuro de litio). La función racional de dos variables tendrá la forma siguiente,

$$S(T^*, w^*) = \frac{a_0 T^{*\alpha_1} w^{*\beta_1} + a_1 T^{*\alpha_2} w^{*\beta_2}}{1 + b_1 T^{*\alpha_3} w^{*\beta_3} + b_2 T^{*\alpha_4} w^{*\beta_4} + b_3 T^{*\alpha_5} w^{*\beta_5}} \quad (5.4)$$

donde los valores de  $T^*$  y  $w^*$  se han escalado. Esto es conveniente en casos en los que con frecuencia aparecen valores muy grandes para  $S(T, w)$ ;  $T^* = T/145$ ,  $w^* = w/89$ . En la tabla 5.2 se listan los coeficientes para la ec. (5.4). El  $AAV$  obtenido fue de 0.88 %.

Tabla 5.2 Representación de la solubilidad mediante una función racional de dos variables.

	Coefficientes	$i$	$a_i$	$b_i$
$a_0$	433069.500E-06	1	1	0
$a_1$	594840.100E-06	2	4	1
$b_1$	425872.100E-05	3	2	1
$b_2$	810016.900E-09	4	14	2
$b_3$	154433.100E-08	5	14	3

La incertidumbre de los valores calculados a partir de la ecuación (5.2) para la ecuación (5.4) es de  $\pm 0.002$ . En la figura 5.3 se muestra la gráfica de los valores calculados con (5.4) y los reportados en [2], nuevamente se observa una desviación mayor en los valores centrales, como ya se mencionó las curvas representadas aquí con funciones racionales son curvas suaves.

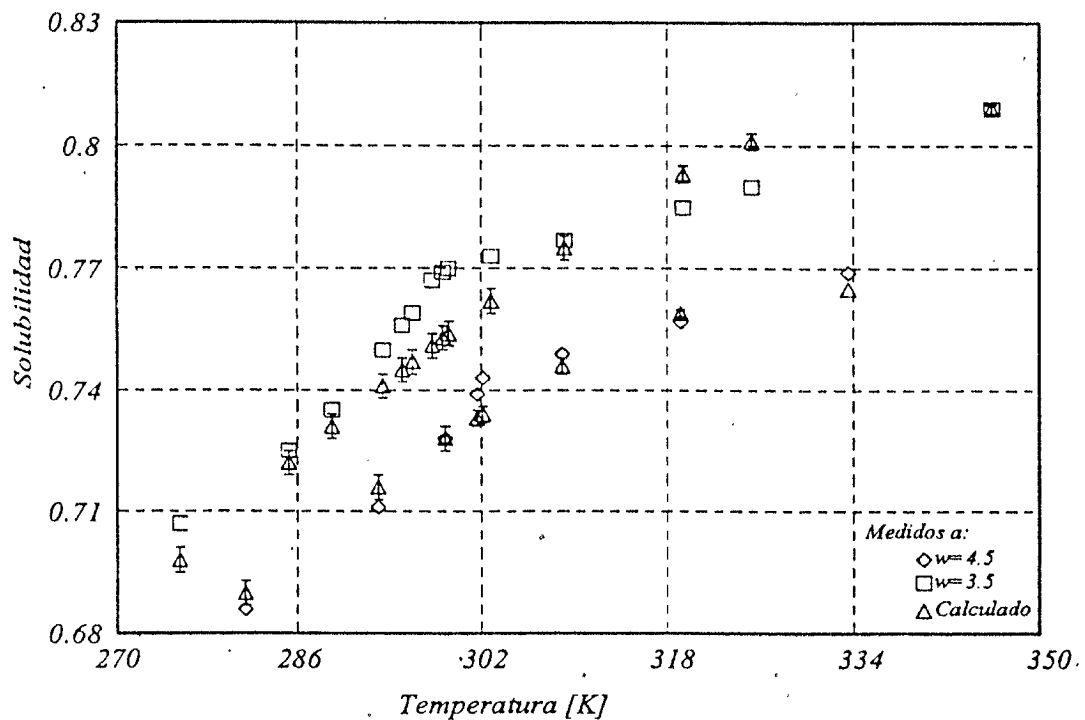


Fig. 5.3 Solubilidades para dos razones de etanolamina en bromuro de litio. Comparación entre los valores calculados con una función racional de dos variables y los reportados en [2], la desviación máxima se tiene en los datos centrales y corresponde en promedio a un error del 3 %.

## 5.5 Presión de vapor

Las presiones de vapor para la mezcla en cuestión se midieron en [2] mediante la técnica de punto de ebullición [20]. Las mediciones se reportan para siete diferentes concentraciones y cada concentración para diferentes temperaturas. Esta información se presenta en la tabla 5.7 en la sección 5.10

La presión de vapor se representa aquí mediante una función racional dependiente tanto de la temperatura como de la concentración, tal como se muestra en la siguiente ecuación,

$$P(T^*, x) = \frac{a_0 T^{*\alpha_1} x^{*\beta_1} + a_1 T^{*\alpha_2} x^{*\beta_2} + a_2 T^{*\alpha_3} x^{*\beta_3}}{1 + b_1 T^{*\alpha_4} x^{*\beta_4} + b_2 T^{*\alpha_5} x^{*\beta_5} + b_3 T^{*\alpha_6} x^{*\beta_6}} - 1.8, \quad (5.5)$$

donde  $P$  [kPa] es la presión,  $T^* = T/220$  y  $x^* = x/100$ ;  $T$  es la temperatura en [K] y  $x$  es concentración según la ecuación 3.1.

El  $AAV$  para esta aproximación fue de 1.7 %. Los coeficientes de la ec. (5.5) se reportan a continuación,

Tabla 5.3 Coeficientes aproximantes para la ec. (5.5)

	Coeficientes	$i$	$\alpha_i$	$\beta_i$
$a_0$	427509.500E-06	1	3	0
$a_1$	184615.300E-05	2	4	1
$a_2$	253846.100E-05	3	3	2
$b_1$	-769230.600E-06	4	2	1
$b_2$	730769.100E-05	5	1	2
$b_3$	384615.300E-06	6	4	3

En el gráfico de la figura 5.4 se presentan los valores calculados y los reportados en [2], en la sección 4.9 se da una explicación al porqué los extremos se ajustan con un error mayor que el resto de los puntos. Por tal razón la ec. (5.5) debe emplearse con cuidado, preferiblemente para interpolar y no extrapolar.

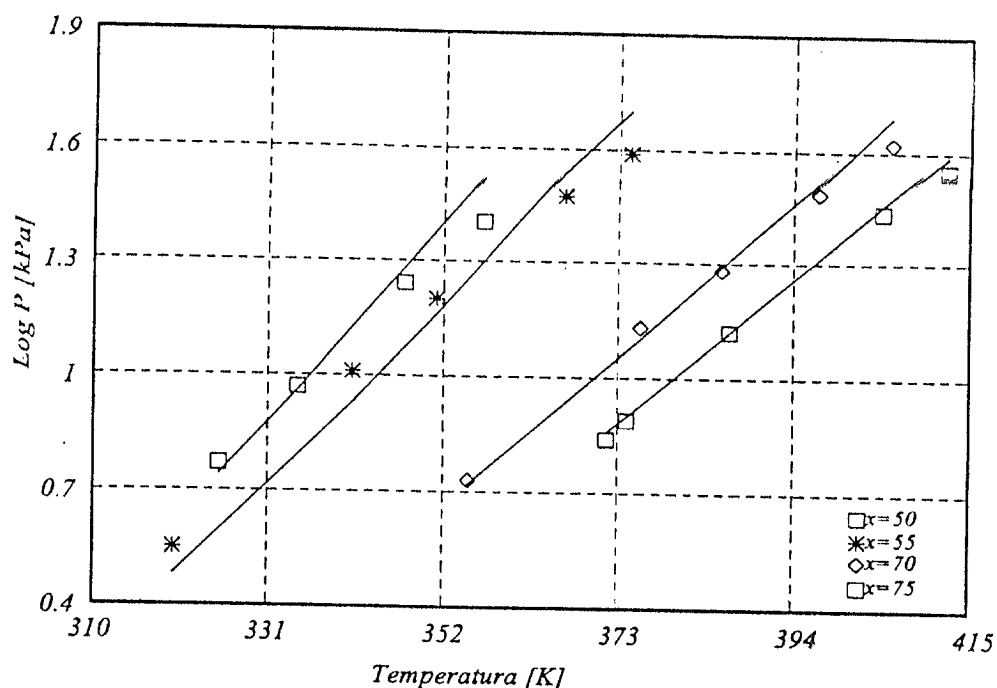


Fig. 5.4 Comparación de las presiones de vapor para la mezcla bromuro de litio-agua-etanolamina, para diferentes temperaturas y concentraciones, entre los valores reportados en [2] y los calculados con funciones racionales.

Para el caso de las funciones racionales dependientes de dos variables para la solubilidad y la presión, ecuaciones (5.4) y (5.5) respectivamente, se calculan los valores fuera del intervalo de aproximación. Un análisis visual permite establecer (Fig. 5.5 (a)-(b)) los criterios de extrapolación. Para la solubilidad es claro, a partir de la figura 5.5 (a) que la ec. (5.4) no podrá ser usada para extrapolar, mientras que la ec. (5.5) puede utilizarse para extrapolar pero con cierto riesgo.

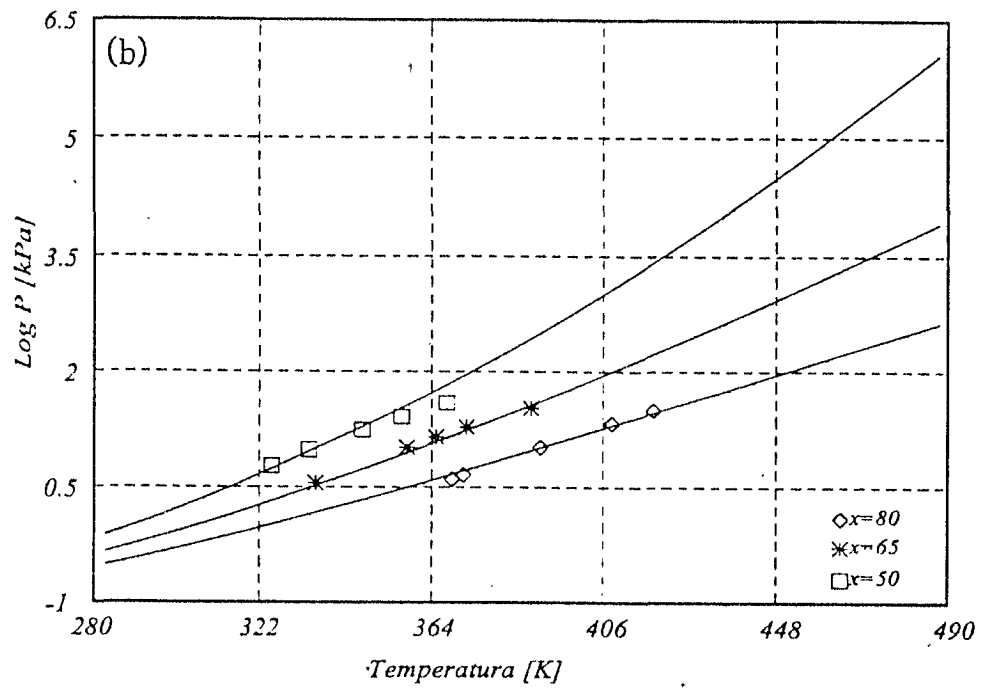
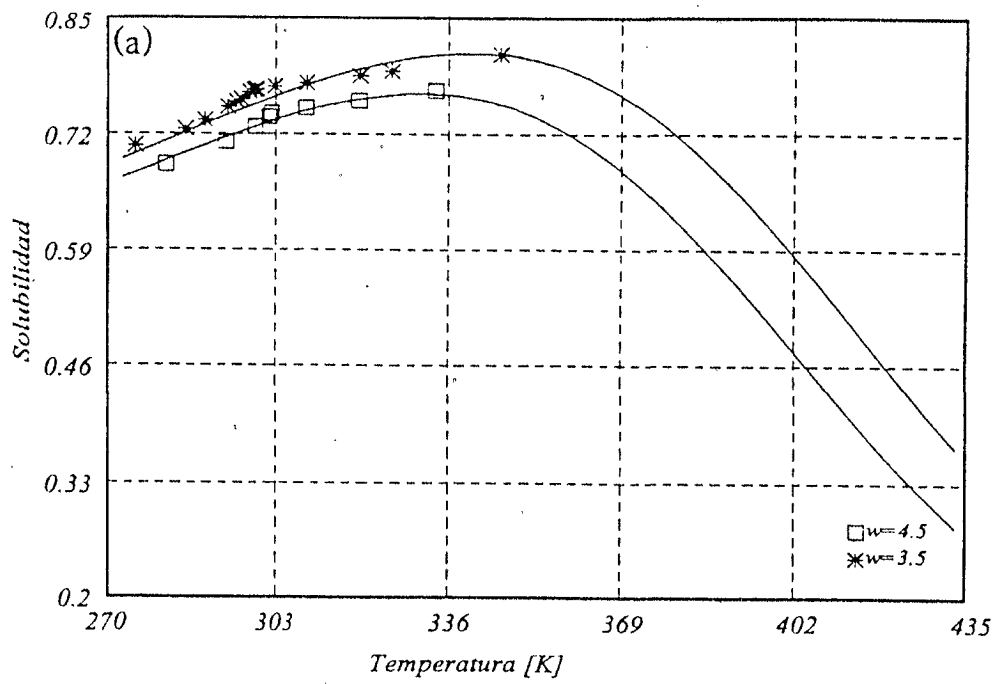


Fig. 5.5 Criterios de extrapolación para la solubilidad (a) y la presión (b). Las líneas representan los valores calculados.



Para la presión de vapor no se puede emplear el método descrito en la sección 4.10, aunque se trate de un conjunto de rectas, ya que éste fracasa cuando las pendientes o las ordenadas presentan un comportamiento constante. Por ejemplo, una vez que se han calculado cada una de las rectas para la presión de vapor lo que se observa es una línea recta para sus ordenadas y pendientes (Fig. 5.6 (a)–(b)). No se puede calcular el promedio en ningún caso porque al hacerlo se perdería la dependencia de una de las variables, es decir, se tendría una sola ecuación de una recta para representar todo un conjunto de rectas, lo cual no es coherente.

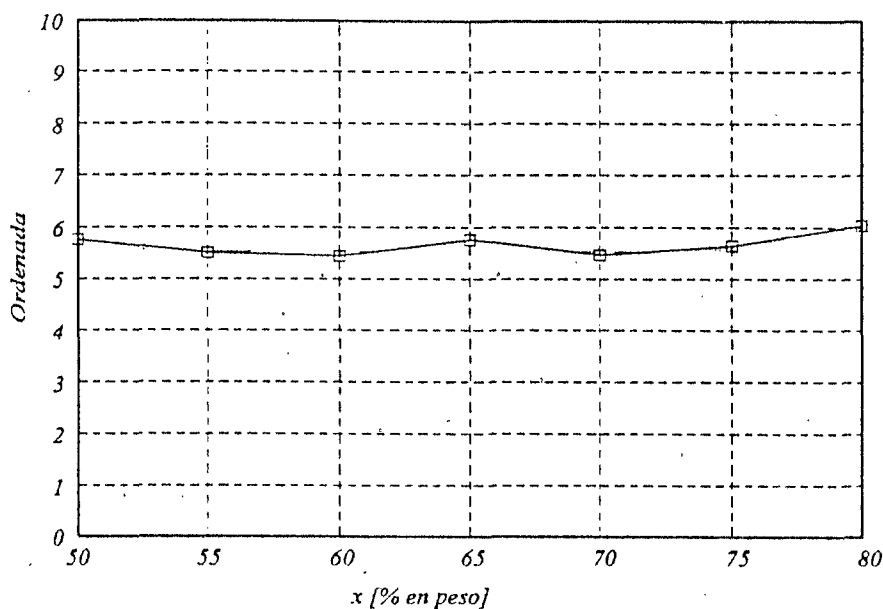


Fig. 5.6 (a) Ordenas vs. concentración ( $x$  [% en peso]) del conjunto de rectas de la presión de vapor

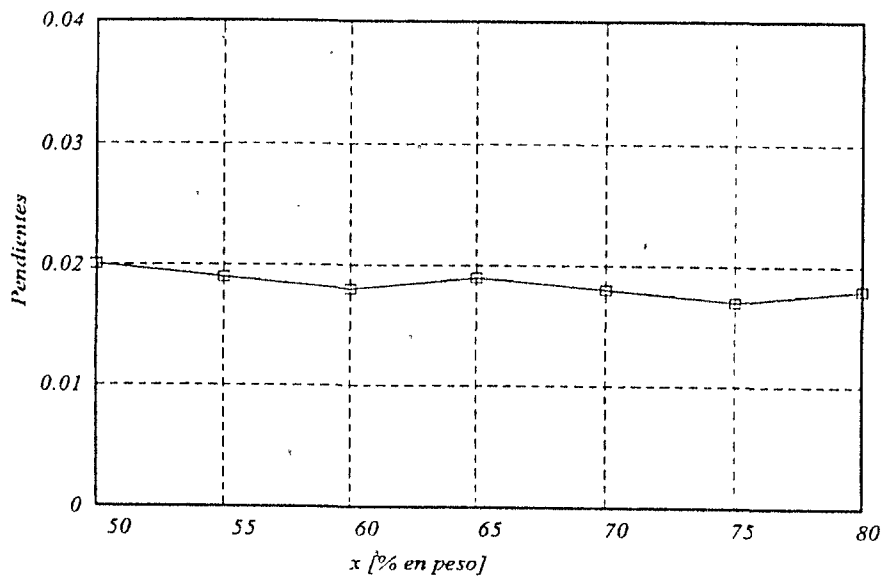


Fig. 5.6 (b) Pendientes vs. concentración ( $x$  [% en peso]) del conjunto de rectas de la presión de vapor

## 5.6 Densidad

La densidad para la mezcla bromuro de litio-agua-etanolamina se reporta en [17]. La densidad se reporta para diferentes concentraciones y temperaturas en la tabla 5.8, en esta sección se representa el conjunto de datos de dicha tabla empleando la técnica descrita en la sección 4.10 ya que se trata rectas.

El primer paso de la técnica de ajustar rectas con rectas consiste en calcular para cada recta su ecuación, tal como se observa en la figura 5.7. Posteriormente se analiza el comportamiento de las ordenadas y pendientes de las ecuaciones calculadas. En este caso (Fig. 5.8 (a)-(b)) ambos conjuntos se comportan linealmente, y por lo tanto se representan con un recta.

La ecuación resultante para el conjunto de rectas que describen a la densidad como una función tanto de la concentración como de la temperatura es la siguiente:

$$\rho(T,x) = (-0.33-0.003x)T+(938.64+11.7x) \quad (5.6)$$

donde,  $\rho$  es la densidad en  $[\text{kg}/\text{m}^3]$ ,  $T$  es la temperatura en  $[\text{k}]$  y  $x$  la concentración en  $[\% \text{ en peso}]$ . El AAV es de 1.3% y la incertidumbre de los valores calculados con (5.6) es de  $\pm 0.00045$

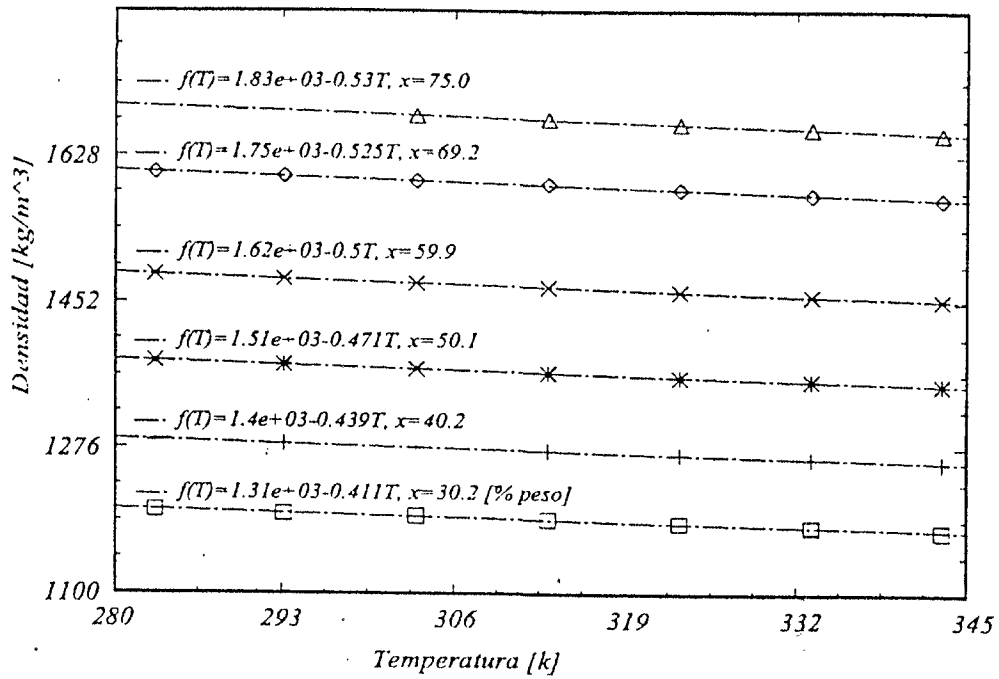


Fig. 5.7 Densidad vs Temperatura y concentración y las ecuaciones para cada una de las rectas que describen.

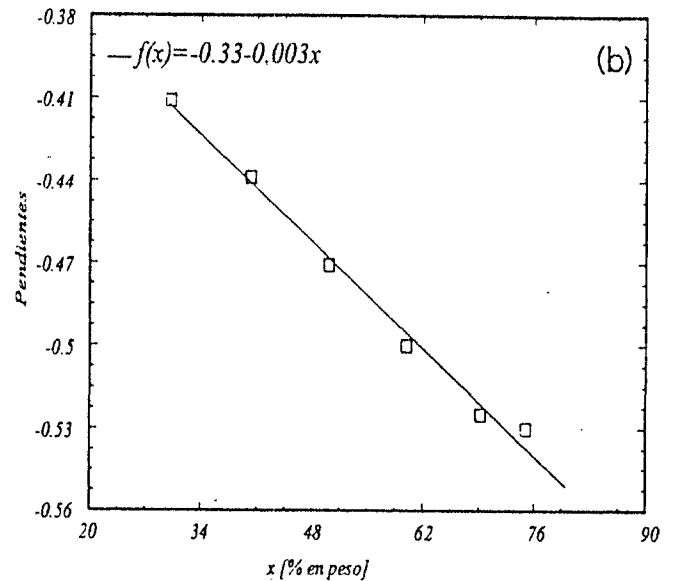
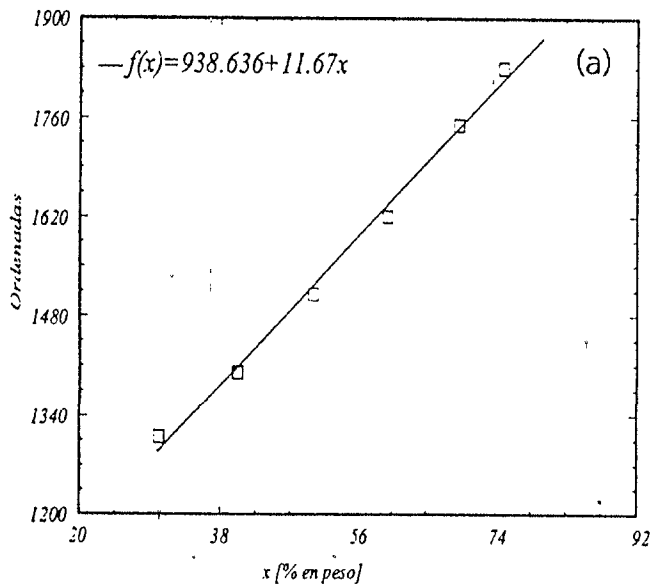


Fig. 5.8 Comportamiento de las ordenadas y pendientes de las ecuaciones de recta de la figura 5.7

## 5.7 Capacidades caloríficas a presión constante

Las capacidades caloríficas a presión constante para la mezcla bromuro de litio-agua-etanolamina se reportan en [21]. La capacidad calorífica, comúnmente denominada como  $C_p$ , es útil en cálculos de transferencia de calor. Se define como la capacidad que tiene en este caso la mezcla, para ceder calor por unidad de masa y por unidad de temperatura. Más adelante se utilizará la información de esta sección en la construcción de las entalpías de solución de la mezcla en estudio.

La información del  $C_p$  en función de la concentración y de la temperatura se presenta en la tabla 5.9, y se sintetiza en la ecuación (5.7). Esta ecuación se construyó con el método descrito en la sección 4.10, la ordenada y la pendiente de la ecuación de la recta se expresan con funciones racionales. Con esta aproximación (ec. (5.7)) se reduce de 12 coeficientes reportados en [21] a 8 coeficientes.

El  $AAV$  que se tiene es 0.5 % y la incertidumbre de los valores calculados de  $5.5 \times 10^{-7}$ . La figura 5.9 muestra el ajuste que se tiene con la ecuación (5.7) a los datos de [21].

$$C_p(T,x) = \Phi(x) + \varphi(x)T, \quad (5.7)$$

donde :

$$\Phi(x) = \frac{97349.999 + (395120.01)x - (387106.74)x^2}{1 + (223685.07)x}$$

$$\varphi(x) = \frac{-1014.9019 + (5242.824)x - (933.094)x^2}{1 + (138.568)x}$$

Donde  $C_p$  se expresa en [kJ/Kg K], la temperatura ( $T$ ) en [K] y la concentración ( $x$ ) no se expresa como un porcentaje, es decir si la concentración es 29 [% en peso] en la ecuación (5.7) se introduce 0.29

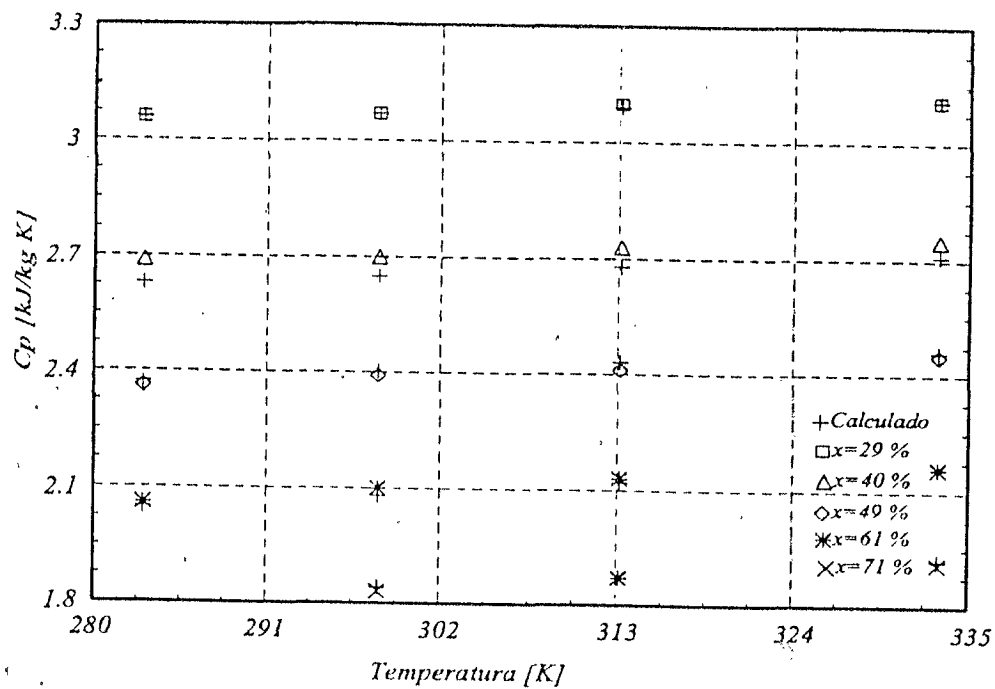


Fig. 5.9 Comparación entre los valores reportados para el  $C_p$  y los calculados con la ecuación (5.7)

### 5.8 El Diagrama de Duhring

"El punto de ebullición de soluciones fuertes no puede ser calculado con precisión a partir de ninguna ley conocida. Existe una ley empírica que establece que si se grafica el punto de ebullición de la solución contra el punto de ebullición de su solvente a una misma presión, el resultado será una línea recta". Lo anterior se expresa en un documento muy citado en bombas de calor escrito por Lowell A. McNeelly [22], en este trabajo se explica detalladamente como construir tanto el diagrama de Duhring así como las entalpías de solución. Esta información sólo se ha reportado para algunas mezclas y no para bromuro de litio-agua-etanolamina, siendo fundamentales tanto en la operación de un sistema de absorción como en el análisis posterior de los resultados.

Los datos empleados para la construcción del diagrama de Duhring son los reportados en [20] y las tablas A-13M para el agua saturada del libro de "Termodinámica aplicada" de K. Wark [23].

La ecuación de Duhring se puede representar con la de una línea recta  $t = A(x)t' + B(x)$  – donde  $t$  [°C] es la temperatura de saturación de la solución,  $t'$  [°C] es la temperatura del agua ambas a la misma presión,  $A(x)$  y  $B(x)$  son funciones de la concentración.

En la tabla siguiente se presenta la información necesaria para construir el diagrama de Duhring.

Tabla 5.4 Presiones de vapor, temperaturas de saturación de la solución y el agua, para diferentes concentraciones.

$x$ [% en peso]	$P$ [kPa]	$t$ [°C]	$t'$ [°C]
50	5.92	52	35.87
	9.44	61.4	44.6
	17.18	74.2	56.04
	25.38	83.6	64.92
55	38.58	94.6	74.91
	3.57	46.6	28.96
	10.19	68	46.08
	15.89	78	54.2
60	29.53	93.4	68.68
	39.28	101.35	75.38
	4.57	59.4	30.99
	8.1	71	41.72
65	14.71	84.2	52.51
	22.42	94.7	62.25
	39.88	110.3	75.79
	3.54	63	28.96
70	10.19	84.9	46.08
	13.81	92	51.24
	18.56	99.4	58.01
	33.73	115.1	71.63
70	5.34	81.8	33.78
	13.41	102.5	50.67
	19.9	112.3	59.92

	29.93	123.8	69.04
	41.83	132.4	76.87
75	6.91	98.5	38.6
	7.77	100.9	40.88
	13.27	113.3	50.47
	26.62	131.4	66.04
	35.34	139.3	72.71
80	3.99	95.8	28.96
	4.54	98.6	30.90
	10.23	117.4	46.14
	20.76	135	60.75
	31.08	145.2	69.83

La información presentada en la tabla anterior no contiene todos los datos que se pudiesen requerir, por ello se prefiere expresar el diagrama de Duhring mediante una aproximación. Para este propósito se empleó el método descrito en la sección 4.10, también es común mostrar esta información en un diagrama –de ahí el nombre de esta sección, diagrama de Duhring– el cual se muestra en la figura 5.10

Las ecuaciones que describen las líneas rectas del diagrama de Duhring son las siguientes,

$$\text{Log } P = 6.21147 + \frac{-2886.373}{T} + \frac{-337269.46}{T^2}$$

$$t = \frac{(1.321x - 55.984)}{(1.063 - 0.003x)} + \left( \frac{1}{1.063 - 0.003x} \right) t' \quad (5.8)$$

$$t' = (55.984 - 1.321x) + (1.063 - 0.003x)t$$

Donde  $P$  es la presión en [Psia],  $T$  y  $T'$  son las temperaturas de solución y del agua respectivamente, en [K];  $T = t + 273.15$ ,  $T' = t' + 273.15$

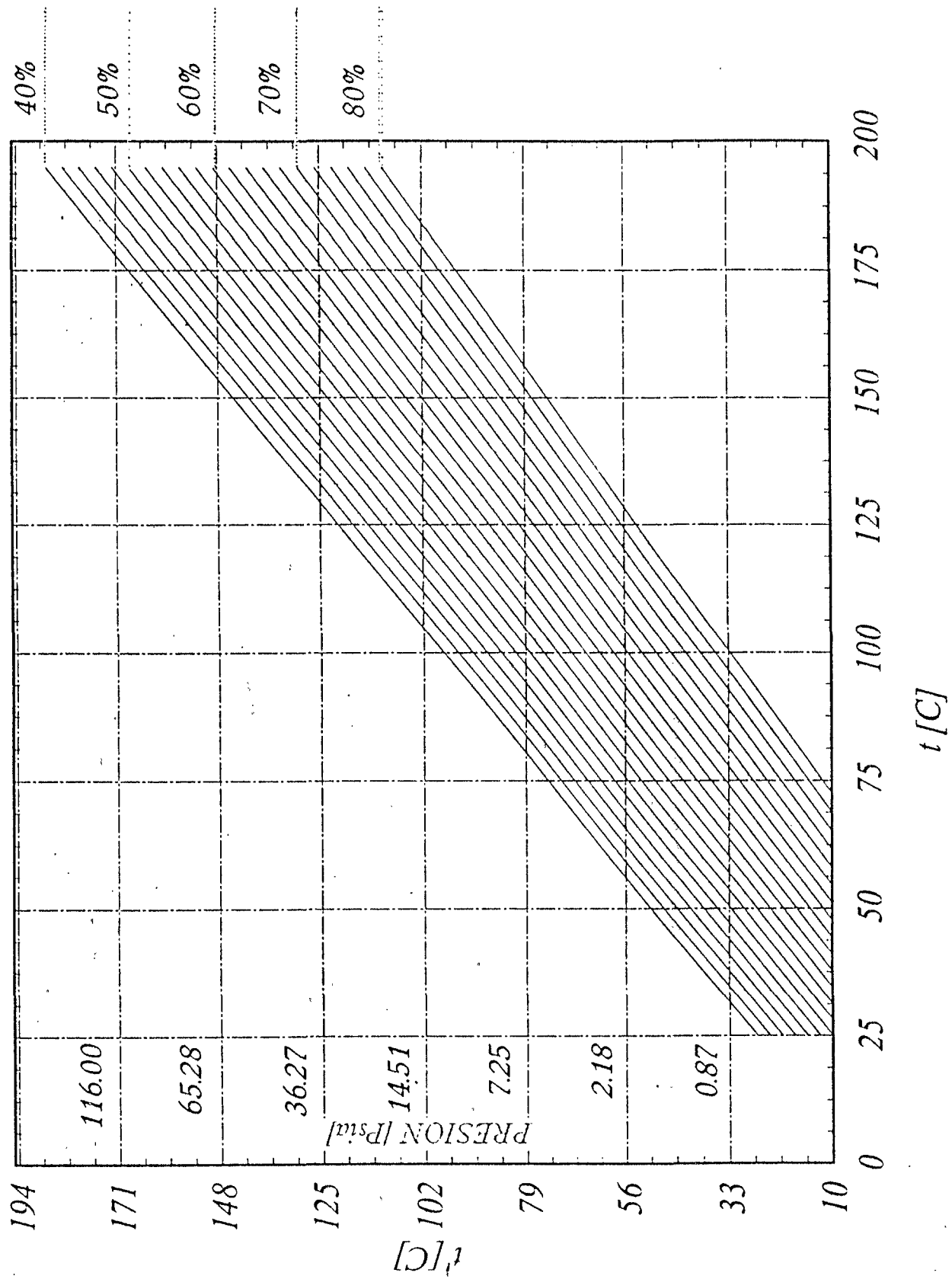


Fig. 5.10 Diagrama de Duhring para la mezcla bromuro de litio-agua-etanolamina



## 5.9 Entalpías de solución

"Existe una gran variedad de métodos para calcular las isotermas en un diagrama de entalpía-concentración. El método que se use deberá depender de los datos experimentales que se tengan y de las suposiciones que se impongan" [22].

W. Haltenberger [22] describió un método que emplea la información del diagrama de Duhring y la capacidad calorífica para una concentración, sobre el intervalo de temperaturas deseado. A partir de un balance de materia y calor de la evaporación isotérmica del agua a una concentración base, se deriva la siguiente ecuación,

$$HI = \frac{Ho - \int_{x0}^{x1} H d(1 - \frac{x0}{x})}{\frac{x0}{x1}} \quad (5.9)$$

donde,

- $Ho$  Es la entalpía a una concentración fija para cada isoterma calculada, [kJ/kg]
- $HI$  La entalpía a la concentración  $x1$  y para cada isoterma, [kJ/kg]
- $x0$  Concentración base, para la cual se conoce el  $Cp$ , [% en peso]
- $x1$  Concentración final [% en peso]

La entalpía de la concentración base, que para este trabajo se tomó de 50 [% en peso], se expresa como,

$$Ho = \int_{273.15}^{T1} Cp dT = \left( \int_{273.15}^{T1} (aT + b) dT \right)^*$$
$$= \left( \frac{aT^2}{2} + bT \right) \Big|_{273.15}^{T1}$$

\* Los datos del  $Cp$  (Tabla 5.9) para la concentración base muestran una dependencia lineal con respecto a la temperatura, del tal modo que ésta se incluye en la integral en forma de una línea recta.

La entalpía parcial del agua en la solución  $\bar{H}$ , se calcula de las ecuaciones siguientes, para cada concentración y para cada isoterma que se construya,

$$\Delta H = \frac{\Delta H' V T}{A V' T'} \rightarrow \bar{H} = H_v - \Delta H ,$$

donde,

- $\Delta H$  Calor latente de la solución a la temperatura  $t$  (ver ec. (5.8)), [kJ/kg]
- $\Delta H'$  Calor latente del agua a la temperatura  $t'$  (ver ec. (5.8)), [kJ/kg]
- $V$  Volumen del vapor sobrecalentado de agua a la temperatura  $t$ , [m<sup>3</sup>/kg]
- $T$  Isotherma, [K]; es la temperatura a la que se desea construir una isoterma
- $A$  Pendiente de la recta del diagrama de Duhring a la temperatura  $T$ , (ver ec. (5.8))
- $V'$  Volumen del vapor saturado de agua a la temperatura  $t'$ , [m<sup>3</sup>/kg]
- $T'$  Temperatura del agua (punto de rocío), se obtiene de la ec. (5.8), [K]

La integral de la ec. (5.9) se puede resolver de diversas maneras, un método numérico es conveniente para implementar la construcción del diagrama entalpía–concentración en un algoritmo computacional. La información que se requiere de las tablas del agua para el cálculo de  $\Delta H'$  se puede obtener de correlaciones que ya se han hecho a estos datos [22] siempre y cuando se respete el intervalo para el que fueron calculadas.

En la figura 5.11 se presenta el diagrama de entalpía–concentración para la mezcla bromuro de litio–agua–etanolamina. El cálculo se hizo para concentraciones mayores a 50 [% en peso] y se complementó con la información de las tablas del agua para el caso de 0 [% en peso] de bromuro de litio y etanolamina. Desafortunadamente no se cuenta con información experimental que permita comprobar estos resultados. El diagrama se acompaña de una correlación que permite calcular las entalpías de la solución en función de la temperatura de la isoterma y la concentración. La técnica que se empleó para la determinación de esta correlación es similar a la descrita en la sección 4.10, sólo que ahora los parámetros a buscar no son los de una línea recta sino los de un polinomio de segundo grado.

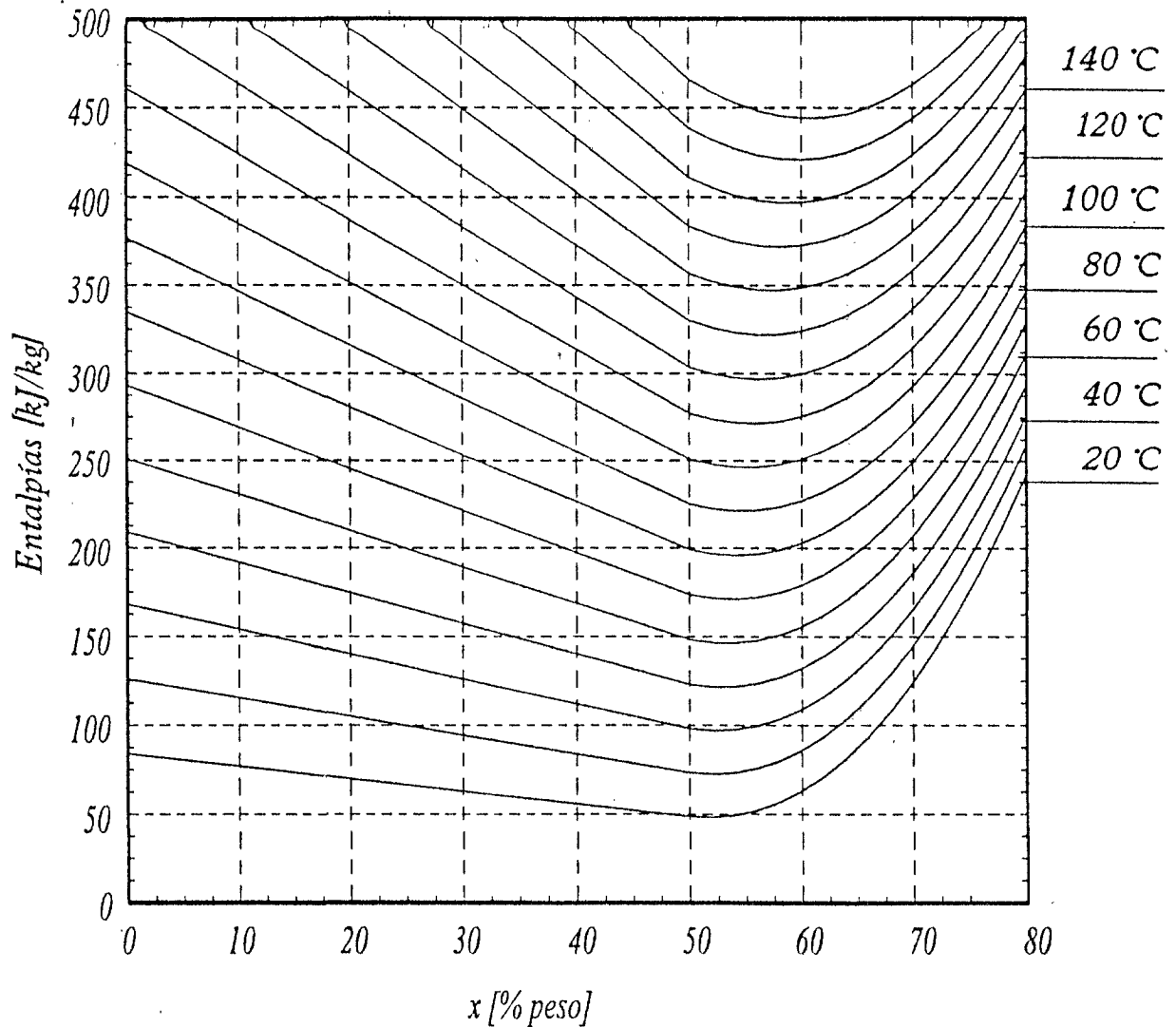


Fig. 5.11 Diagrama entalpía–concentración para la mezcla bromuro de litio–agua–etanolamina.

La correlación que describe el diagrama entalpía–concentración se ha calculado como :

$$50 [\% \text{ en peso}] \leq x \leq 80 [\% \text{ en peso}], 20 [^{\circ} \text{C}] \leq T \leq 180 [^{\circ} \text{C}]$$

$$h = \left( \frac{\sum_{i=0}^3 a_i T^i}{1 + \sum_{i=4}^5 a_i T^{i-3}} \right) x^2 - \left( \frac{\sum_{i=0}^3 b_i T^i}{1 + \sum_{i=4}^5 b_i T^{i-3}} \right) x + \left( \sum_{i=0}^2 c_i T^i \right)$$

Tabla 5.5 Coeficientes aproximantes para la ecuación anterior que expresan la entalpía en función de la concentración y la temperatura de la solución.

$i$	$a_i$	$b_i$	$c_i$
0	28768.81E-01	26358.243E01	0.007
1	18553.686	31597.173E02	1.595
2	-95806.331E-03	-16048.083	490.407
3	13386.974E-05	17842.603E-03	*
4	90368.299	15868.526E01	*
5	-31255.267E-02	-63899.360E-02	*

### 5.10 Tablas de propiedades termofísicas para la mezcla analizada.

Tabla 5.6 Solubilidades para la mezcla bromuro de litio-agua-etanolamina;  $w = \text{BrLi}/\text{Etanolamina}$

$T [K]$	$w=4.5$	$T [K]$	$w=4.0$	$T [K]$	$w=3.5$
283.15	0.686	281.65	0.702	275.45	0.707
293.15	0.711	288.95	0.716	285.25	0.725
298.95	0.728	294.45	0.731	289.05	0.735
301.65	0.739	299.15	0.748	293.55	0.750
302.15	0.743	299.75	0.752	295.25	0.756
308.95	0.749	300.35	0.755	296.15	0.759
319.15	0.757	304.35	0.758	297.85	0.767
333.55	0.769	315.75	0.766	298.75	0.769
		322.15	0.772	299.25	0.770
		325.35	0.774	302.85	0.773
		333.55	0.782	309.15	0.777
				319.35	0.785
				325.25	0.790
				345.95	0.809

Tabla 5.7 Presiones de vapor para la mezcla bromuro de litio–agua–etanolamina a una razón de 3.5 de etanolamina a bromuro de litio en peso.

$T$ [K]	$P$ [kPa]	$T$ [K]	$P$ [kPa]	$T$ [K]	$P$ [kPa]
$x = 50$ [% en peso]		$x = 55$ [% en peso]		$x = 60$ [% en peso]	
325.15	5.92	319.75	3.573	332.55	4.566
334.55	9.439	341.15	10.19	344.15	8.099
347.35	17.18	351.15	15.89	357.35	14.71
356.75	25.38	366.55	29.53	367.85	22.42
367.75	38.58	374.35	39.28	383.45	39.88
$x = 65$ [% en peso]		$x = 70$ [% en peso]		$x = 75$ [% en peso]	
336.15	3.54	354.95	5.34	371.65	6.913
358.05	10.19	375.65	13.41	374.05	7.766
365.15	13.81	385.45	19.90	386.45	13.27
372.55	18.56	396.95	29.93	404.55	26.62
388.25	33.73	405.55	41.83	412.45	35.34
$x = 80$ [% en peso]					
368.95	3.993				
371.75	4.54				
390.55	10.23				
408.15	20.76				
418.35	31.08				

Tabla 5.8 Densidades para el bromuro de litio-agua-etanolamina; ( $w=3.5$ )

	$T [K]$						
	283.15	293.15	303.15	313.15	323.15	333.15	343.15
$x$ [% peso]	$\rho$ [kg m <sup>-3</sup> ]						
30.2	1200	1196	1193	1189	1185	1180	1175
40.2	1284	1281	1277	1272	1268	1263	1258
50.1	1380	1376	1371	1368	1361	1357	1352
59.9	1485	1480	1475	1470	1465	1460	1455
69.2	1607	1603	1597	1593	1587	1581	1576
75.0			1676	1672	1666	1661	1655

Tabla 5.9 Capacidades caloríficas para el bromuro de litio-agua-etanolamina; ( $w=3.5$ )

	$T [K]$			
	283.15	298.15	313.15	333.15
$x$ [% en peso]	$C_p$ [kJ Kg <sup>-1</sup> K <sup>-1</sup> ]			
30	3.06	3.07	3.10	3.11
40	2.69	2.70	2.73	2.75
49	2.36	2.39	2.41	2.45
61	2.06	2.10	2.15	2.17
71		1.83	1.87	1.91

"Cuando uno puede medir aquello de lo que está hablando y expresarlo en números, sabe algo acerca de ello; pero cuando no puede medirlo, cuando no puede expresarlo en números, su conocimiento es escaso e insatisfactorio"

*Lord Kelvin.*

### 5.11 Determinación de la viscosidad

La determinación de la viscosidad se hizo experimentalmente para el par de trabajo bromuro de litio( $w_2$ )–agua( $w_1$ )–etanolamina( $w_3$ ) y una razón de 3.5 ( $w_2/w_3$ ), para diferentes concentraciones y diferentes temperaturas. El repetir estas mediciones reportadas antes en [17] se debe a tres razones. Primero verificar que al menos los órdenes de magnitud son los mismos, debido a que se comparan dos pares de trabajo de diferente calidad, ya que la pureza de los materiales difiere de los reportados en [17] a los reportados en este trabajo. Esto es, en [17] el bromuro de litio y el etanolamina tienen una pureza del 99+%, mientras que los empleados en el transformador térmico del Centro son de grado industrial (98 %). Segundo, en caso de que los valores determinados varíen con respecto a [17] se debe emplear la información nueva a fin de obtener correlaciones más precisas para la mezcla de baja calidad. Por último emplear la información experimental para comprobar la exactitud de ajuste con funciones racionales cuando se desea extrapolar.

### 5.12 Descripción y modo de empleo del equipo.

Una vez preparadas las mezclas (apéndice C) la viscosidad se midió en tres viscosímetros Cannon–Fenskè (Fig. 5.2) de tubo capilar, obteniéndose valores de viscosidad cinemática ( $\eta$ ) que al ser divididos por la densidad ( $\rho$ ) permiten calcular la viscosidad dinámica ( $\nu$ ).

Para hacer las mediciones en los viscosímetros primero se deben lavar hasta que sus paredes no contengan ningún tipo de residuo. En este trabajo el procedimiento de lavado consistió en mojar las paredes de los viscosímetros con agua destilada dos o tres veces y después con un solvente (acetona). Posteriormente se secaron en un horno.

Los viscosímetros Cannon–Fenske se componen de diferentes partes que se muestran en la siguiente figura:

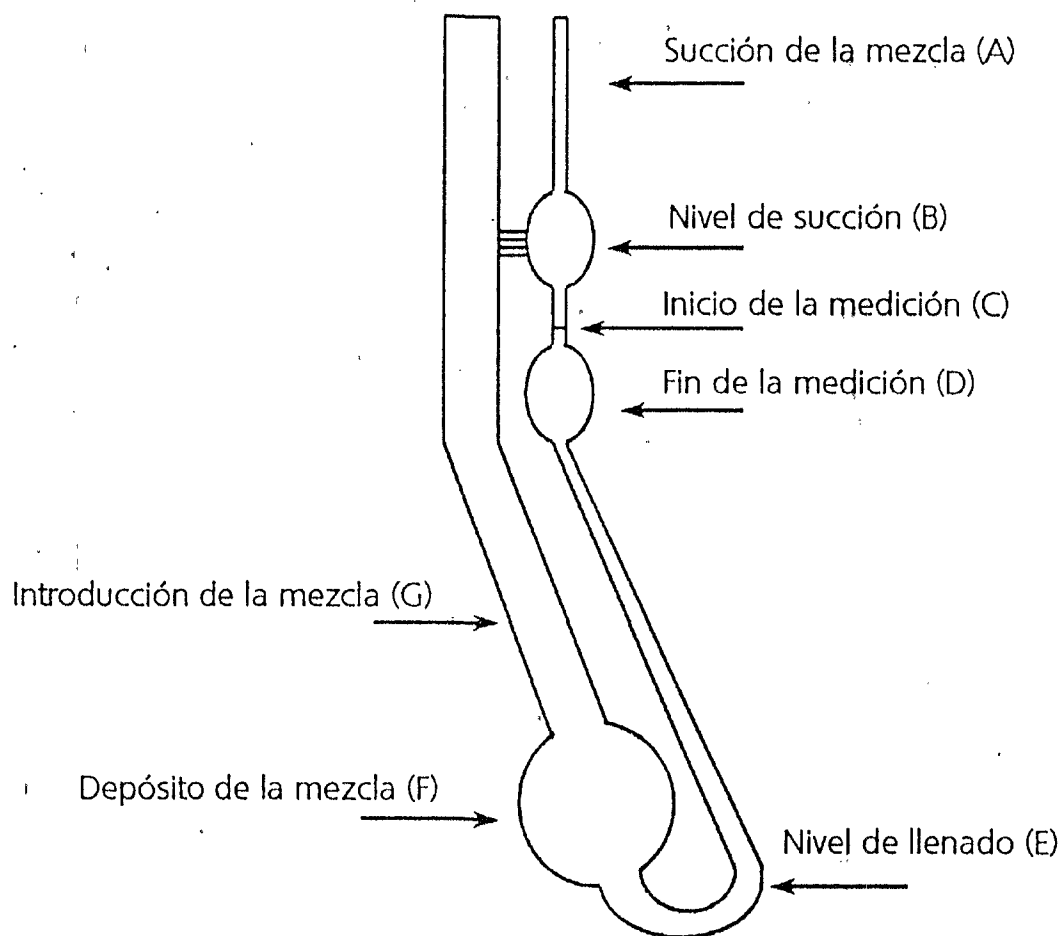


Fig. 5.12 Viscosímetro Cannon–Fenske de tubo capilar y sus partes principales .

El viscosímetro se carga introduciendo la mezcla con una pipeta por el tubo (G) hasta el nivel marcado en el punto (E). La mezcla contenida de (F) a (E) se succiona con una perilla (Fig. 5.13) hasta el punto (B). Al quitar la perilla, el líquido desciende y se mide el tiempo en que éste pasa del punto (C) al punto señalado como (D). El tiempo reporta de forma indirecta la viscosidad.



Las mediciones de viscosidad se hacen para diferentes temperaturas, esto se logra mediante un baño térmico y un control de temperatura. El procedimiento una vez que se ha cargado el viscosímetro con la mezcla consiste en medir el tiempo en que el líquido pasa del punto (C) al (D). Al incrementar la temperatura se espera un período de 10 a 15 minutos para asegurar que la mezcla está a la misma temperatura del baño. Se repite una medición aproximadamente cinco o seis veces y el resultado se obtiene de la mediana de los datos. Hecha la medición, la viscosidad se determina de la siguiente ecuación,

$$\eta = C t,$$

donde,  $C$  es la constante del aparato y  $t$  el tiempo medido.

La constante del aparato que reporta el fabricante sólo es un valor aproximado, así que el valor exacto se obtuvo al medir la viscosidad de un líquido conocido, como el agua.

En el sistema SI, la unidad de viscosidad dinámica es el pascal-segundo ( $\text{Pa s}$ )= $1 \text{ kg}/(\text{m s})$ , en el sistema CGS, el poise (P);  $1 \text{ P}=0.1 \text{ Pa s}$ . En la mayoría de los libros la viscosidad se indica como centipoises (cP),  $1 \text{ cP}=10^{-3} \text{ Pa s}$ , es decir mili Pa s (mPa s). La unidad de viscosidad cinemática es el stokes, se expresa en  $\text{m}^2/\text{s}$  (SI) o bien  $\text{cm}^2/\text{s}$  (CGS);  $1 \text{ centistokes (cSt)}=10^{-6} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ .

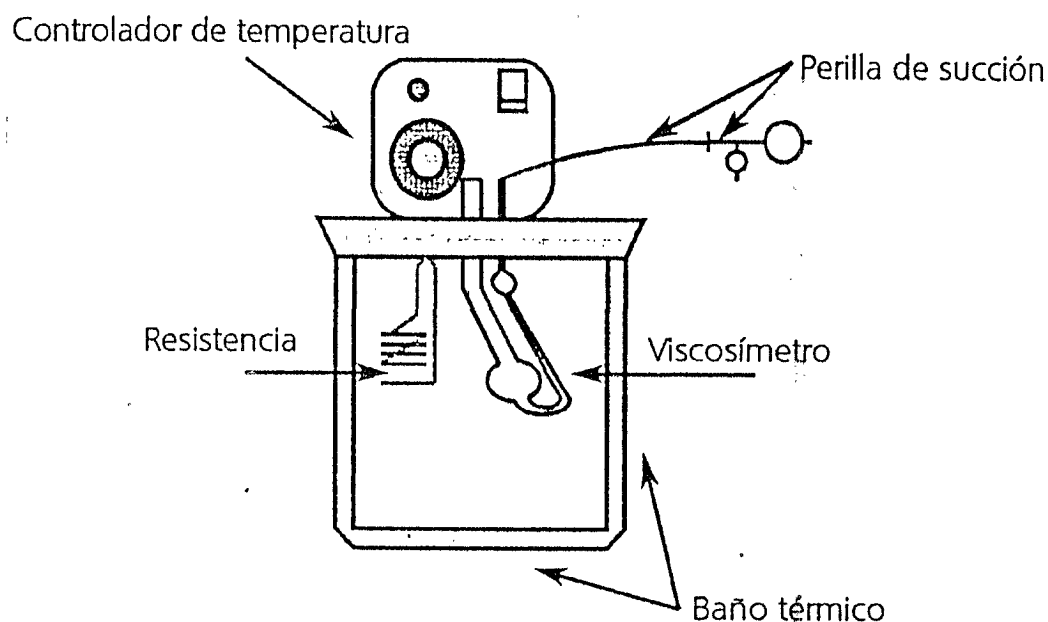


Fig. 513 Dispositivo experimental para la medición de la viscosidad.

Como se mencionó antes, las constantes de los viscosímetros se calcularon a partir de un líquido conocido. En este trabajo se empleó agua, purificada con diferentes técnicas en un sistema "nanopure". La medición de viscosidad del agua se hizo a una temperatura de 25 °C y ésta se comparó con el valor de 0.8909 cSt reportado en [24]. Se utilizaron para las mediciones de viscosidad de la mezcla bromuro de litio-agua-etanolamina tres viscosímetros diferentes, el de 50, el de 100 y el de 150 según la clasificación de [25]. Para estos, las constantes medidas fueron de 0.0037, 0.0150, y 0.0299 [cSt/s] respectivamente.

En las figuras 5.14 (a)–(b) se presentan los resultados de viscosidad reportados para diferentes temperaturas y diferentes concentraciones para la mezcla en estudio. Estos resultados se comparan con los reportados en [17]. Las mediciones se hacen para valores intermedios de temperatura de los reportados en [17] y en algunos casos las concentraciones varían ligeramente de las de [17]. La idea de hacerlo así es comprobar que ambas mezclas siguen una tendencia similar, a pesar de ser de diferentes calidades.

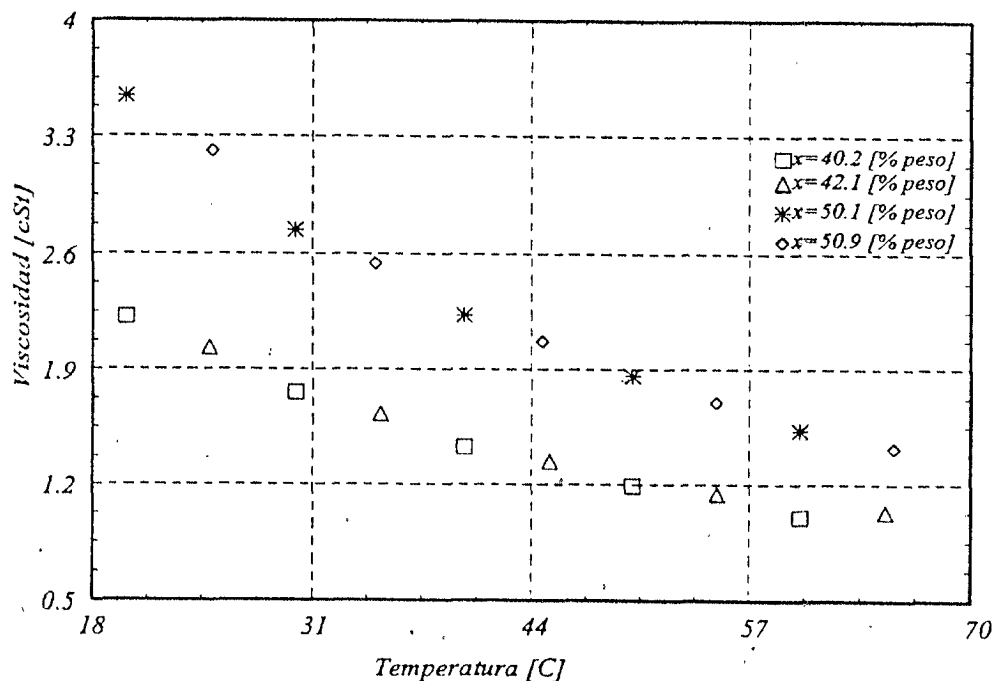


Fig. 5.14 (a). Las concentraciones de 40.2 y 50.1 [% en peso] corresponden a las reportadas en [17] para la mezcla de alta calidad, y las concentraciones de 42.1 y 50.9 [% en peso] corresponden a las de este trabajo.

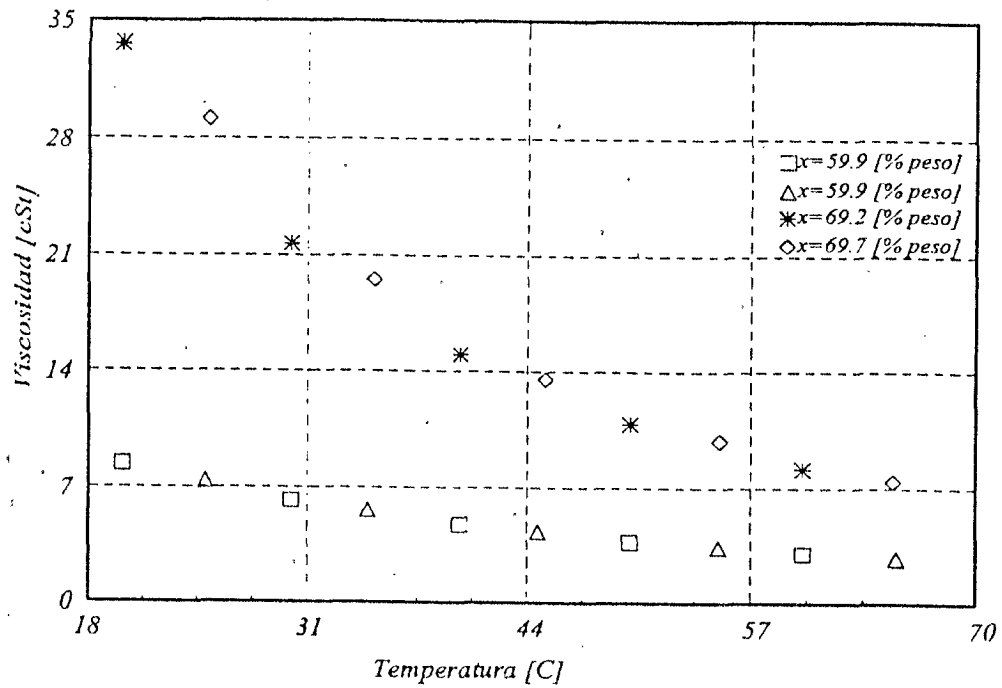


Fig. 5.14 (b). Las concentraciones de 59.9 y 69.2 [% en peso] corresponden a las reportadas en [17] para la mezcla de alta calidad, y las concentraciones de 59.9 y 69.7 [% en peso] corresponden a las de este trabajo.

Por ahora de un simple análisis visual se puede mencionar que el hecho de que la mezcla de este trabajo coincida con la tendencia de los datos de la mezcla de alta calidad, establece un punto de confianza al emplear la información reportada en [17] de otras propiedades en la mezcla de baja calidad. En la siguiente tabla se presenta la información de las figs. 5.14 (a)–(b).

Tabla 5.10 Viscosidad para la mezcla de alta calidad (normal) y la de baja calidad (*itálicas*).

[% peso]	Temperatura [° C]									
	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65
	Viscosidad [cSt]									
40.2	2.22		1.76		1.43		1.19		1.00	
42.2		<i>2.03</i>		<i>1.63</i>		<i>1.34</i>		<i>1.14</i>		<i>1.03</i>
50.1	3.54		2.74		2.23		1.86		1.53	
50.9		<i>3.21</i>		<i>2.54</i>		<i>2.07</i>		<i>1.70</i>		<i>1.42</i>
59.9	8.38	7.37	6.16	5.57	4.69	4.28	3.67	3.37	2.99	2.72

69.2	33.62	21.67	15.00	10.84	8.16
69.7	<i>29.14</i>	<i>19.51</i>	<i>13.54</i>	<i>9.83</i>	<i>7.43</i>

### 5.13 Comparación de los valores reportados y los medidos

Para el caso de la viscosidad reportada a una concentración de 59.9 [% en peso] se determinó una función racional (ver ecuación 5.10) dependiente de la temperatura, los valores de esta aproximación se compararon con los valores medidos en este trabajo (Tabla 5.11). La aproximación se calculó utilizando datos en el intervalo de 20 a 60 ° C. Para la viscosidad a una temperatura de 65 ° C se comparó el valor calculado de la extrapolación de la función racional con el medido experimentalmente en este trabajo. Este valor presenta un error menor al 0.001%, lo que comprueba la confiabilidad que se tiene al usar funciones racionales para extrapolar.

$$\eta(T) = \frac{-580848.71 + 54211.137 T - 171.65777 T^2}{1 - 1836.4012 T + 221.55603 T^2} \quad (5.10)$$

Tabla 5.11 Comparación entre los valores calculados y los medidos experimentalmente para una concentración de 59.9 [% en peso]. Interpolación (*itálicas*), extrapolación (**negritas**).

Temperatura [°C]	Calculado [cSt]	Medido [cSt]	Error [%]
25	<i>7.37</i>	7.21	2.2
35	<i>5.57</i>	5.34	4.1
45	<i>4.28</i>	4.13	3.5
55	<i>3.37</i>	3.31	1.8
65	<b>2.72</b>	2.72	0.0
70	<b>2.48</b>	2.49	0.4

## 5.14 Comparación de la viscosidad de la mezcla bromuro de litio-agua-etanolamina con la mezcla sin aditivo.

El hecho de que la mezcla bromuro de litio-agua cristalice a valores cercanos al 70 [% en peso] de bromuro de litio representa una limitante. Este problema se ha resuelto agregando aditivos, como el etanolamina. Sin embargo, la nueva mezcla (bromuro de litio-agua-etanolamina) debe preservar las demás cualidades de la mezcla sin aditivo.

Las viscosidades de la mezcla bromuro de litio-agua-etanolamina son mayores a las de la mezcla sin etanolamina (Fig. 5.15). Esto no es conveniente debido a que mientras más viscosa sea una mezcla la transferencia de masa y de calor se ven disminuídas. En efecto, en las siguientes secciones dedicadas a la operación del transformador térmico del Centro, se observa un mejor desempeño en el transformador térmico al emplear la mezcla sin aditivo. Esto entre otras cosas, se puede deber al aumento en la viscosidad del bromuro de litio-agua al agregarle etanolamina.

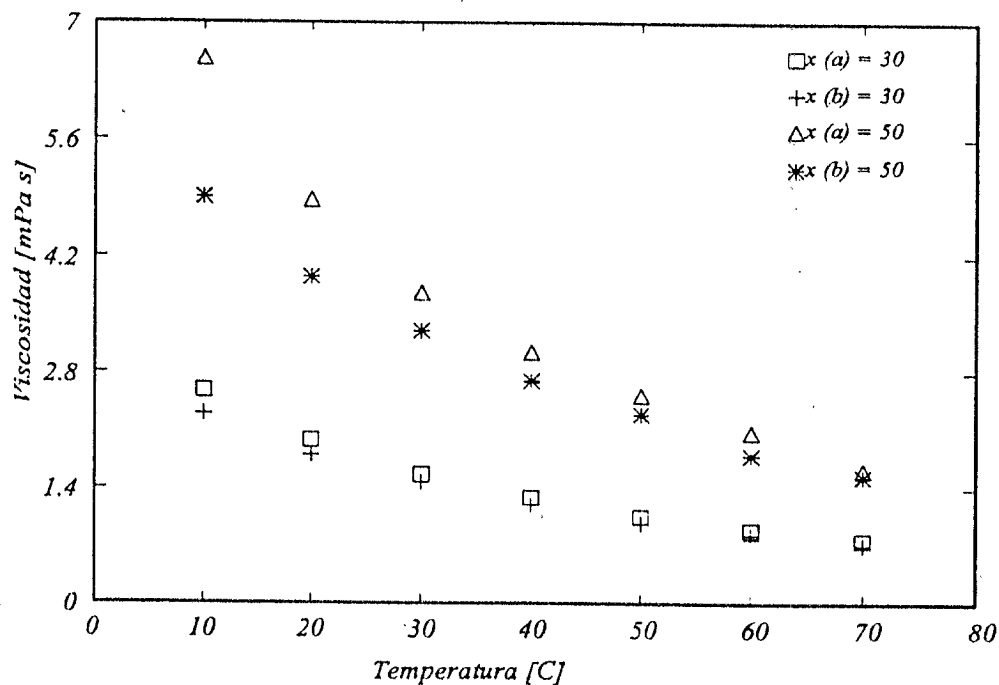


Fig. 5.15 Viscosidades para las mezclas bromuro de litio-agua-etanolamina (a) y bromuro de litio-agua (b); las concentraciones se expresan como [% en peso].

## 5.15 El transformador térmico del CIE-UNAM

En el Centro de Investigación en Energía se construyó un transformador térmico con la finalidad de estudiar diferentes parámetros útiles en el diseño y operación de esta tecnología. El transformador térmico está construido completamente en acero inoxidable para evitar al máximo la corrosión inevitable de mezclas que contengan bromuro de litio. El diseño de los componentes como las especificaciones detalladas se reportan en [26].

El transformador térmico se integra con los cuatro componentes principales y un intercambiador de calor colocado entre el generador y el absorbedor (Fig. 2.7), además de sistemas auxiliares. Estos son: el sistema de enfriamiento en el condensador, el sistema de generación de vacío y el de recuperación de calor en el absorbedor. Las temperaturas durante su operación son registradas y almacenadas en un sistema de adquisición de datos por medio de una computadora. En la figura 5.16 se presenta una fotografía del transformador térmico del Centro, instalado en el laboratorio de sistemas energéticos del mismo, y en la figura 5.17 se presenta un esquema mostrando sus principales componentes.

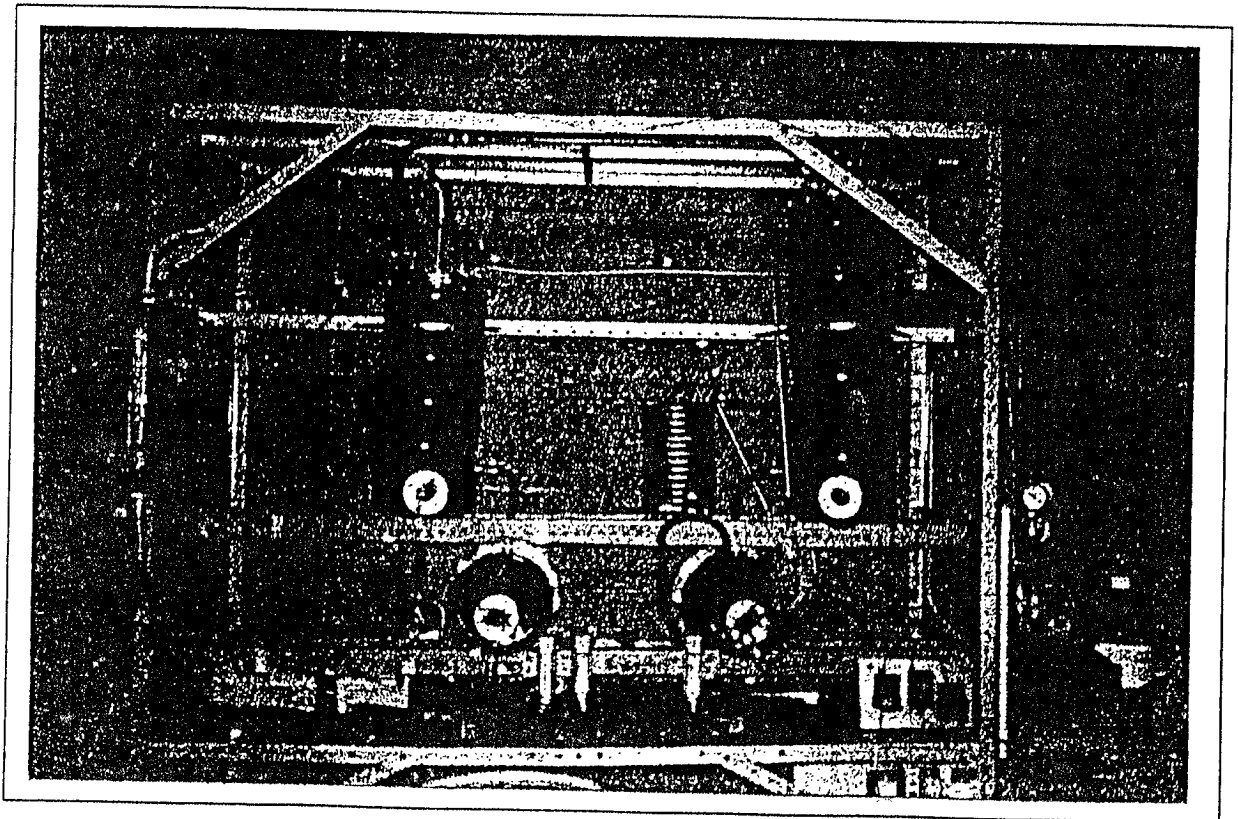


Fig. 5.16 Transformador térmico del Centro de Investigación en Energía

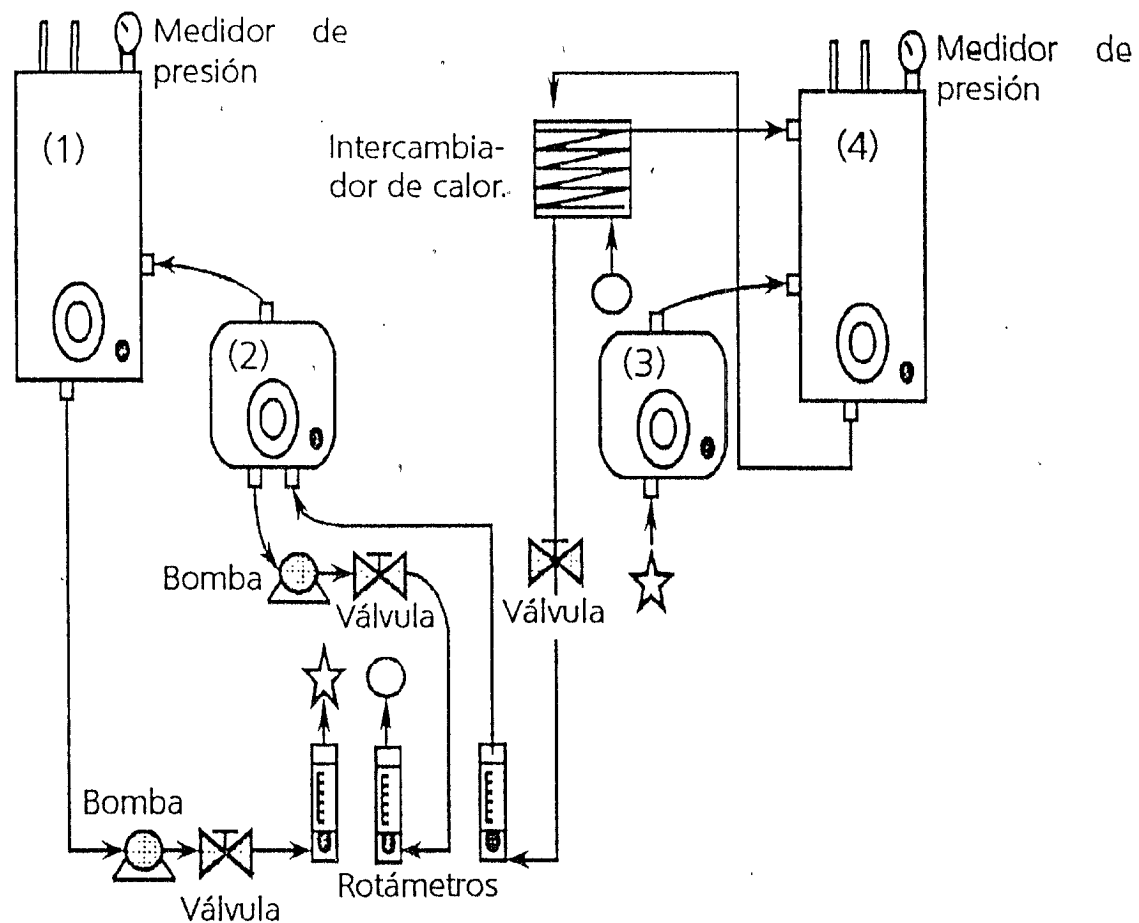


Fig. 5.17 Esquema del transformador térmico construido en el CIE-UNAM.

Numeración:

- (1) Condensador
- (2) Generador (vista frontal)
- (3) Evaporador (vista frontal)
- (4) Absorbedor

## 5.16 Sistemas auxiliares al transformador térmico

A continuación se describen los sistemas auxiliares al transformador térmico.

*Sistema de enfriamiento.* Necesario para efectuar la condensación del fluido de trabajo (agua) en el condensador. El sistema se compone de un arreglo hidráulico que circula agua fría -temperatura ambiente- por un serpentín interno al condensador [26]. Cuenta con una válvula que permite controlar el flujo que se desee circular, este flujo se mide con un rotámetro colocado después de la válvula.

*Sistema de generación de vacío.* El transformador térmico opera a presiones de vacío. Como se mencionó en el capítulo dos, se tienen dos zonas de presión; no obstante, ambas se encuentran por debajo de la presión atmosférica. En una zona se encuentra el generador y el condensador, y en otra el absorbedor y el evaporador. El sistema de vacío extrae el aire del condensador y el absorbedor, y por lo tanto de los dos componentes restantes, lo hace con tubería de cobre que se conecta a un sistema de válvulas y éstas a una bomba de vacío.

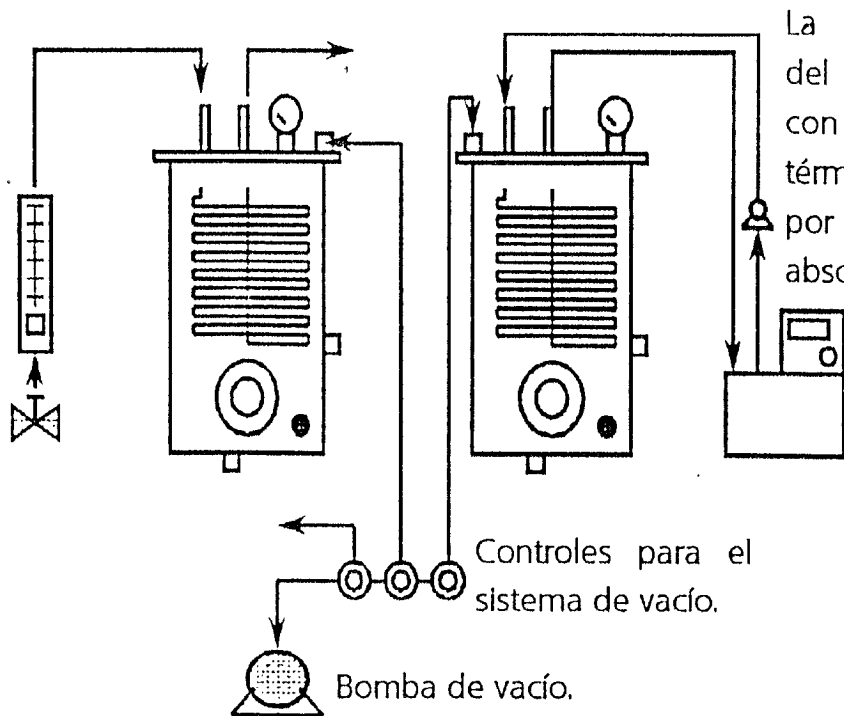
*Sistema de recuperación de calor.* El calor que se genera de la reacción exotérmica al ponerse en contacto la solución de bromuro de litio-agua, proveniente del generador, con el vapor del evaporador, se recupera en un intercambiador de calor. Éste se encuentra en el absorbedor, y por su interior circula un aceite térmico. El aceite se hace circular con una bomba incluida en un baño térmico que también funciona como almacén del aceite. El baño térmico cuenta con un sistema digital que permite visualizar la temperatura del aceite, así como aumentarla.

Todos los sistemas de control que utiliza el transformador térmico se reportan en [26]. En forma resumida se clasifican como medidores de flujo (rotámetros), medidores de temperatura (termopares, del tipo k), medidores de presión (barómetros), válvulas y bombas. El calor requerido en el generador y el evaporador se proporciona con resistencias que en total alcanzan una potencia máxima de 1 kW en cada componente.

En la siguiente figura se esquematizan los sistemas auxiliares del transformador térmico.



Sistema de enfriamiento. Compuesto de una válvula, un rotámetro y tubería, que conduce el agua a través de un serpentín por el interior del condensador.

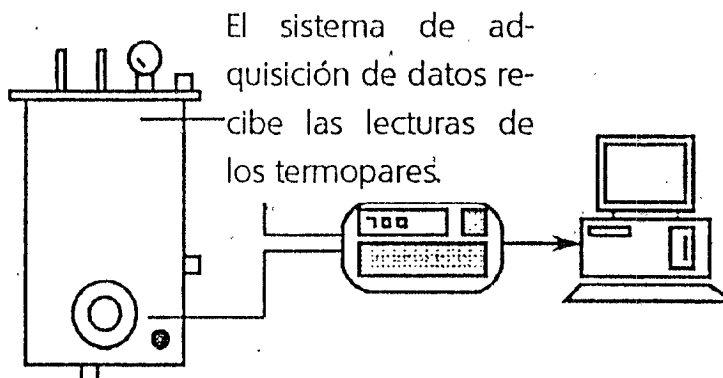


La recuperación del calor se hace con un aceite térmico que circula por el interior del absorbedor.

Fig. 5.18 Sistemas auxiliares al transformador térmico.

La información que se genera en el transformador térmico cuando se encuentra en operación se almacena en una computadora (Fig. 5.19). Esto se hace a través de un adquirente de datos. Para el transformador térmico del Centro se colocaron termopares en cada componente tanto en las partes superiores como inferiores. También las temperaturas del sistema de enfriamiento y recuperación del calor se registraron. Mediante el software HP-VEE de Hewlett Packard®, se construyó un programa (Fig. 5.20) que permite analizar segundo a segundo el comportamiento de las temperaturas en el transformador térmico.

Cada componente del transformador térmico tiene conectados termopares en la partes arriba y abajo.



El sistema de adquisición de datos recibe las lecturas de los termopares.

La computadora procesa la información del adquirente, mediante el software HP-VEE.

Fig. 5.20 Sistema de adquisición de datos del transformador térmico.

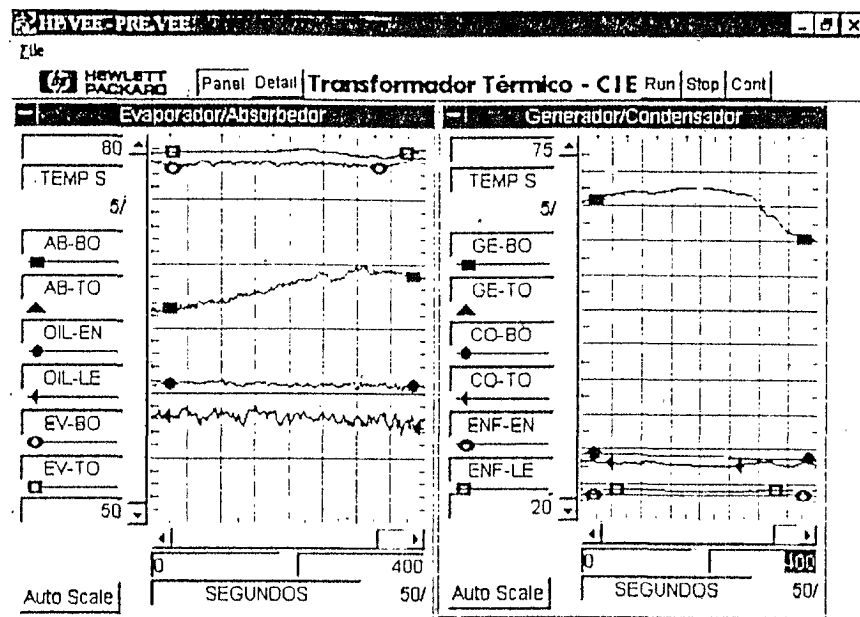


Fig. 5.20 Pantalla que registra las temperaturas del transformador térmico por componente y las almacena en un archivo.

### 5.17 Modo de operación del transformador térmico

*Carga del equipo con el par de trabajo.* El transformador térmico se carga con la solución a emplear (bromuro de litio-agua y bromuro de litio-agua-etanolamina, en este trabajo) por el absorbedor, éste en el fondo cuenta con una válvula para succión y eliminación. Para cargar el absorbedor primero se hace vacío y posteriormente se succiona la solución a través de una manguera y una válvula. El contenido de la solución en el absorbedor se utiliza para cargar el generador. Esto se logra mediante una diferencia de presiones entre estos componentes; en el generador se hace más vacío que en el absorbedor. También se puede hacer mediante la bomba que conecta ambos componentes. El condensador se carga de agua destilada, al igual que el absorbedor cuenta con una válvula de succión y eliminación. El evaporador se carga por medio del condensador; se hace de la misma forma que en el caso del generador, sólo que ahora el evaporador tiene más vacío que el condensador. En los cuatro componentes principales se cuenta con mirillas que permiten ver el nivel de las soluciones en cada uno de ellos. Para el absorbedor y el condensador no existe ninguna restricción de nivel de llenado, pero para el evaporador y el generador el llenado debe estar por encima de la mitad de la mirilla, ya que con esto se asegura que las resistencias que utilizan siempre estarán cubiertas de líquido.

*Arranque del equipo y operación.* Después de que se ha revisado cada uno de los componentes y el sistema en general no presenta fugas o fracturas, se puede encender el equipo. El primer paso consiste en activar los sistemas auxiliares. Se inicia la colección de datos mediante la computadora y el adquisidor. Se hace circular el líquido de enfriamiento por el condensador. Y se comienza a circular el aceite por el absorbedor –con ayuda de la bomba del baño térmico– a una temperatura relativamente alta, 70° C. Posteriormente se fijan las presiones de vacío en los componentes, mediante el sistema de generación de vacío. Una vez que se han inicializado todos los sistemas auxiliares se enciende la resistencia del generador. Al cabo de un tiempo cuando se observa que se comienza a concentrar la solución en el generador –lo cual se traduce como un aumento en la temperatura del condensado en el condensador– se circula solución concentrada al absorbedor y solución diluída del absorbedor al generador. En este momento se enciende la resistencia del evaporador y cuando inicia la evaporación, es decir, se observa un aumento evidente de las temperaturas del evaporador tanto en el fondo como en la tapa, se circula condensado al evaporador y el ciclo se cierra. Lo que sigue es esperar –en el caso del transformador térmico del Centro pueden ser tres o cuatro horas– a que se alcance un estado estable. Durante la espera se deben mantener los niveles en los componentes. Esto se hace con la ayuda de los rotámetros y válvulas.

Cuando se ha terminado una sesión de experimentos el equipo se apaga en el orden en que se encendió: primero los sistemas auxiliares, luego las resistencias del generador y evaporador y se cierran rotámetros y válvulas. Se verifican las concentraciones tanto en el generador y el absorbedor, si alguna está cercana a las concentraciones de cristalización, lo que se hace es diluirla, ya que si no se diluye, por la noche al bajar la temperatura pueden formarse cristales en la solución. También las concentraciones del condensador y el evaporador se verifican para asegurarse de que en estos componentes no se encuentra bromuro de litio o etanolamina.

Una descripción detallada de como operar, encender y apagar el transformador térmico puede consultarse en [1].

## 5.18 Experimentación

**ESTA TESIS NO DEBE  
SALIR DE LA BIBLIOTECA**

El transformador térmico del Centro se construyó con diferentes propósitos. Uno de ellos es el probar diferentes mezclas y evaluar su potencial. En este trabajo se presentan los resultados al probar las mezclas, bromuro de litio–agua y bromuro de litio–agua–etanolamina.

La comparación consistió en cargar las dos mezclas en el transformador térmico y probarlas bajo condiciones similares de operación. En ambas mezclas se hicieron experimentos para diferentes concentraciones. La comparación consistió en probar las mezclas hasta una concentración alejada un 10% de la cristalización, es decir, se utilizó el mismo criterio de riesgo.

Las mezclas que se prepararon con etanolamina se hicieron a una proporción de 3.5 veces más bromuro de litio que etanolamina en peso. Se eligió esta proporción en peso, debido a que es la que presenta la más alta solubilidad (tabla 5.6).

El tiempo estimado para considerar un estado estable fue de 20–25 minutos. Durante la operación, después de alcanzar un estado estable se variaba la temperatura del aceite en el baño térmico (entrada del aceite). Con esto se modificaban las condiciones de operación y se obtenía un nuevo estado estable al pasar un tiempo.

Las potencias en el generador y el evaporador se mantenían fijas; sólo se modificaban cuando se observaba –descenso de temperatura– que se había dejado de producir vapor o condensado, y el cambio en la medida de lo posible era mínimo, 50 o 100 W.

## 5.19 Resultados

En las siguientes tablas se presentan los resultados obtenidos al operar con las dos mezclas en el transformador térmico.

Tabla 5.12 (a) Condiciones de operación para la serie de experimentos realizados con bromuro de litio–agua.

	$x_G$ [% peso]	$x_A$ [% peso]	$PC$ [in Hg]	$PA$ [in Hg]	$PPG$ [W]	$PPE$ [W]
1	52.06	49.81	24	18.5	668	885.19
2	52.39	48.84	25	20.5	614.68	897.89
3	53	50.16	24	20	796	885.19
4	53.03	49.48	25	21.5	754.38	838.2
5	53.03	50.45	23.5	11	881.38	901.7

6	53.5	49.81	24.5	22.5	655	845
7	56.26	53.03	25	22	730	887.73
8	56.58	51.9	25	23.1	755.65	896.62
9	56.58	53.03	24	19	875	900.43
10	57.55	54.97	25.5	23	730	887.73
11	64.6	46.9	26.5	22	609	839

Tabla 5.12 (b) Resultados de operación para la serie de experimentos realizados con bromuro de litio-agua (\* información no disponible).

	<i>TC</i>	<i>TG</i>	<i>TE</i>	<i>TA</i>	<i>TOL</i>	<i>TOI</i>	$\Delta T$	<i>COP</i>
			[°C]					[Adimensional]
1	42.59	83.07	73.68	95.42	88.1	85.49	21.74	6.72
2	38.62	75.98	67.37	90.82	82.8	80.25	23.45	6.74
3	43.5	81.84	67.36	89.32	81.35	76.18	21.96	12.30
4	36.37	74.67	63.3	84.71	77.76	71.55	21.41	15.60
5	40.45	93.78	85.43	109.5	107.68	96.29	24.07	25.55
6	39.97	82	60.07	81.18	73.47	66.28	21.11	19.17
7	37.65	84.22	63.4	91.43	82.87	80.31	28.03	6.33
8	37.58	90.03	55.82	80.77	73.96	64.91	24.95	21.91
9	40.84	92.27	71.46	95.78	91.88	80.79	24.32	24.99
10	36.44	82.95	58.62	85.11	75.65	71.63	26.49	9.94
11	31.5	86.5	68.5	91.5	*	*	*	11

Tabla 5.13 (a) Condiciones de operación para la serie de experimentos realizados con bromuro de litio-agua-etanolamina.

	<i>xG [% peso]</i>	<i>xA [% peso]</i>	<i>PC [in Hg]</i>	<i>PA [in Hg]</i>	<i>PPG [W]</i>	<i>PPE [W]</i>
1	52.69	49.41	24.8	10	670.56	927.1
2	53.07	49.93	25.1	16.5	665.48	900.43
3	53.31	49.9	25	13	657.86	934.72

4	53.37	49.59	25.5	20.5	679.5	876.3
5	54.41	51.66	22	15.5	675.64	881.38
6	55.1	49.93	22.9	16.7	675.64	881.38
7	56.48	53.38	23.8	19.3	723.9	918.21
8	58.72	55.27	21.5	17.8	673.1	838.2
9	59.59	58.55	23.1	21	692.15	915.67
10	66.48	58.03	23	17.8	765.81	915.67
11	67.17	59.93	23.1	19.8	774.7	913.13

Tabla 5.13 (b) Resultados de operación para la serie de experimentos realizados con bromuro de litio-agua-etanolamina (\* información no disponible).

	<i>TC</i>	<i>TG</i>	<i>TE</i>	<i>TA</i>	<i>TOL</i>	<i>TOI</i>	$\Delta T$	<i>COP</i> [Adimensional]
	[°C]							
1	40.82	69.3	89.75	103.79	95.68	91.1	14.04	11.47
2	39.62	66.85	78.41	92.93	83.53	78.48	14.52	12.9
3	*	*	*	*	*	*	13	12
4	37.73	62.01	68.33	80.36	71.61	67.88	12.03	9.59
5	36	90	80	95	89	86	15	7.71
6	36	88	77	90	83	79	13	10.28
7	*	*	*	*	*	*	14	12
8	34.11	89.82	74.5	87.27	77.52	75.15	12.77	6.27
9	31.96	103.20	65.16	83.78	72.89	69.79	18.62	
10	39.08	100.64	75.14	95.51	83.64	82.59	20.37	
11	35.05	100.98	69.74	90.07	78.61	76.17	20.33	

Nomenclatura:

<i>xG</i> [% peso]	Concentración en el generador
<i>xA</i> [% peso]	Concentración en el absorbedor
<i>PC</i> [in Hg]	Presión en el condensador y generador

$PA$ [in Hg]	Presión en absorbedor y evaporador
$PPG$ [W]	Potencia en el generador
$PPE$ [W]	Potencia en el evaporador
$TC$	Temperatura del condensador *
$TG$	Temperatura del generador *
$TE$	Temperatura del evaporador *
$TA$	Temperatura del absorbedor *
$TOL$	Temperatura de salida del aceite térmico *
$TOI$	Temperatura de entrada del aceite térmico *
$\Delta T$	Diferencia de temperaturas entre el absorbedor y el evaporador
$COP$	Coficiente de operación
*	Todas las temperaturas se expresan en [ $^{\circ}C$ ]

La figura 5.21 presenta los resultados que se obtienen al operar las dos mezclas. Se observan mejores incrementos de temperatura con la mezcla bromuro de litio-agua (mezcla 1) que con la mezcla bromuro de litio-agua-etanolamina (mezcla 2). Esto se puede explicar debido a que la mezcla con etanolamina es más viscosa, lo que disminuye la transferencia de calor.

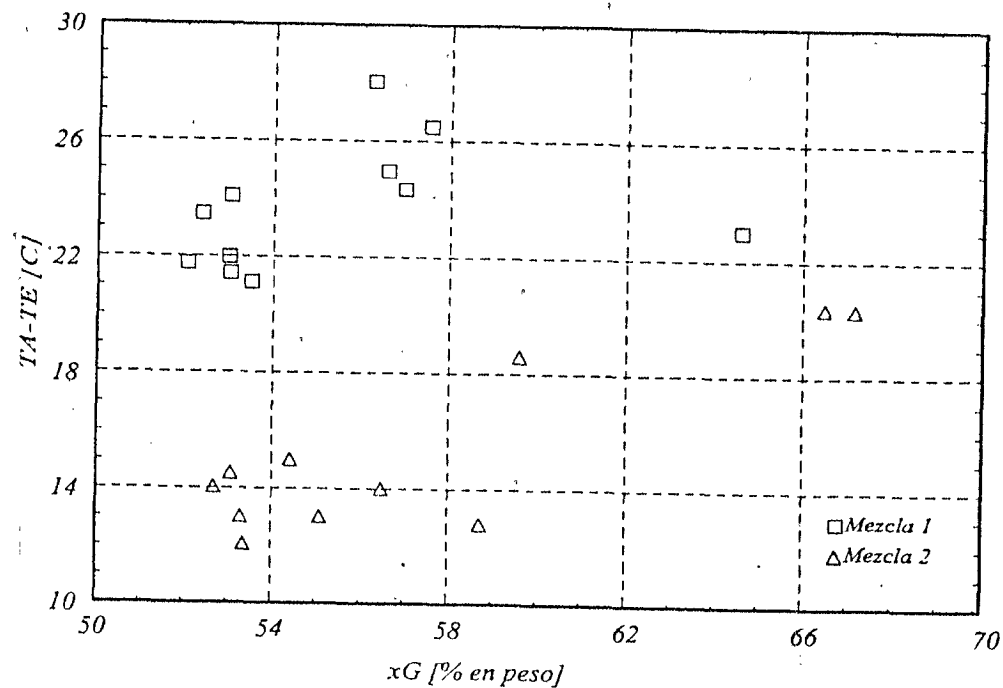


Fig. 5.21 Comparación entre la mezclas bromuro de litio-agua y bromuro de litio-agua-etanolamina

## 5.20 Análisis de resultados.

De la información presentada en las tablas anteriores se observan algunas tendencias que permiten entender cómo está operando el transformador térmico. En los siguientes gráficos se comparan diferentes parámetros. Las tendencias presentadas son sólo válidas en los intervalos especificados; para una generalización será necesario hacer más experimentos. Por esta razón aunque se observan tendencias sería arriesgado proponer una ecuación que las ajuste, ya que sólo representan una realidad muy limitada e incierta, a no ser que se cuente con más información.

En la figura 5.22 se presenta un gráfico de concentración en el generador ( $x_G$ ) contra el incremento de temperatura ( $\Delta T = T_A - T_E$ ). Los incrementos de temperatura aumentan con la concentración de la mezcla; no obstante son mayores para la mezcla sin aditivo. Nuevamente la razón puede deberse a la viscosidad de la mezcla con etanolamina. La operación del transformador térmico a temperaturas mayores puede disminuir el problema de viscosidad pero también hacerlo reduce el coeficiente de operación.

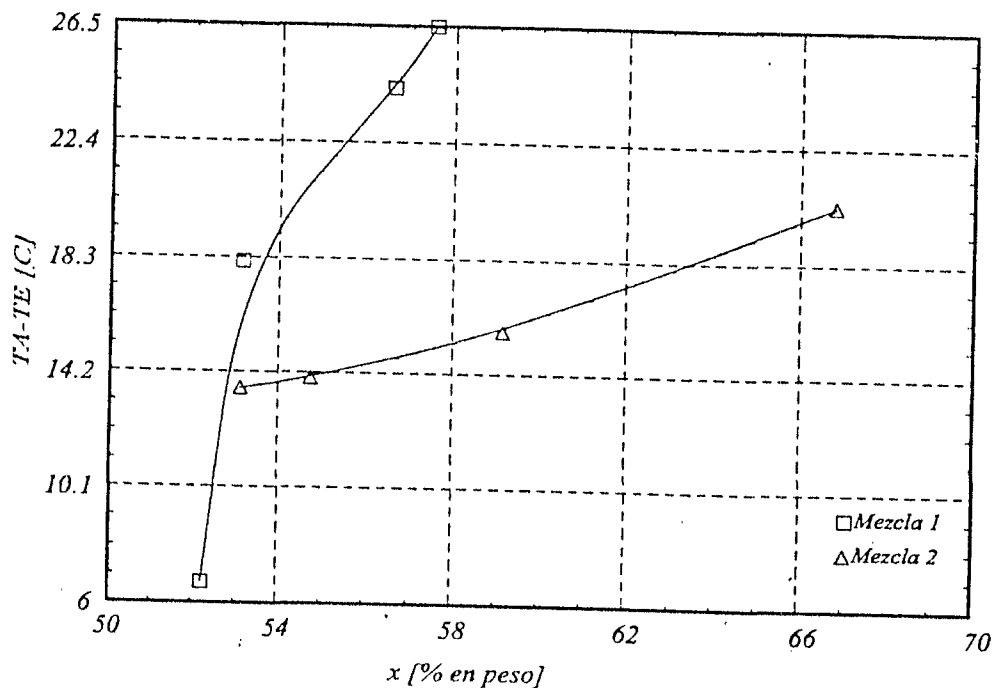


Fig. 5.22 Incrementos de temperatura en función de la concentración para las dos mezclas, bromuro de litio-agua (mezcla 1) y bromuro de litio-agua-etanolamina (mezcla 2)



Mientras más aumenta la temperatura de entrada del aceite más energía se requiere para elevar la temperatura de salida del aceite por encima de la de entrada. Quiere decir que los coeficientes de operación serán menores. El postulado anterior se presenta en el gráfico de la figura 5.23. Para la mezcla uno (figura 5.23) se emplearon valores de concentración en el intervalo de  $53 \leq xG \leq 56$  y para la mezcla dos (figura 5.23) valores entre  $56 \leq xG \leq 67$ .

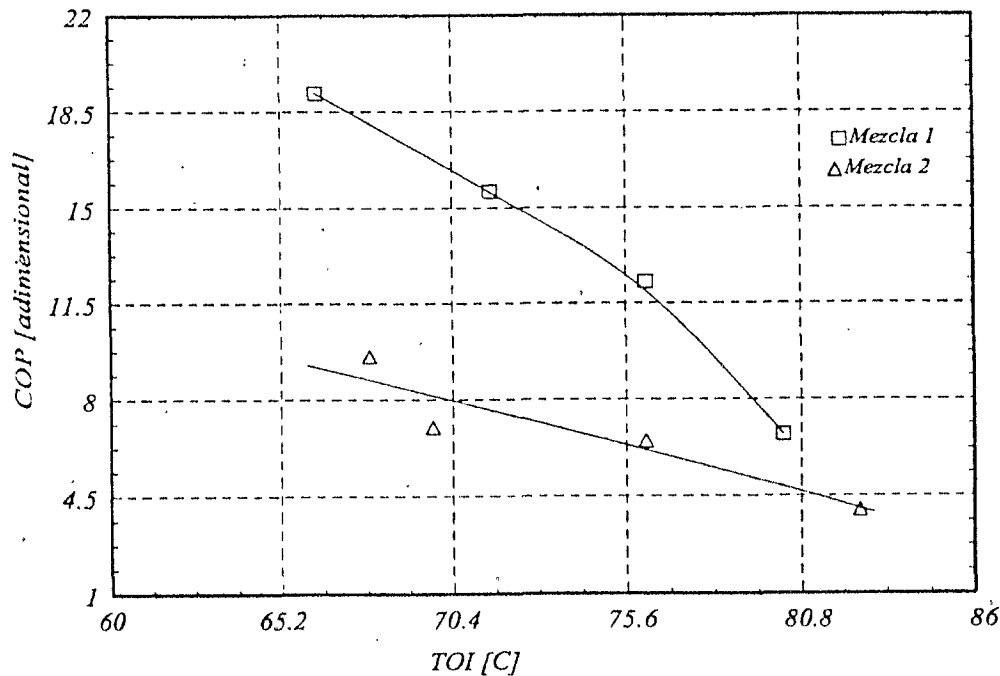


Fig. 5.23 Coeficientes de operación en función de la temperatura de entrada del aceite (*TOI*) para las dos mezclas, bromuro de litio-agua (mezcla 1) y bromuro de litio-agua-etanolamina (mezcla 2)

En la medida que se incrementa la temperatura en el absorbedor se reduce el coeficiente de operación; por otro lado aumenta el incremento de temperatura entre el absorbedor y el evaporador. Esto se debe a que el aceite cada vez con más dificultad recupera el calor del absorbedor y por lo tanto el calor que no puede extraer contribuye al aumento de la temperatura en el absorbedor. Esto se observa en las experiencias realizadas para las dos mezclas en la figura 5.24. Por otro lado mientras más vapor exista en el absorbedor se favorece la absorción, lo cual se ve en el gráfico de la figura 5.25 para la mezcla 1; para la mezcla 2 sucede lo contrario, para concluir al respecto sería necesario realizar más experimentos para asegurar que la tendencia de estas curvas es correcta. Por ahora sólo se puede suponer que se debe a la dificultad de la mezcla 2 para estar en contacto con el vapor, debido a que la

transferencia de masa es deficiente, por su viscosidad, lo cual retrasa la absorción y provoca un aumento de presión en esta zona, lo que se traduce en temperaturas más altas de evaporación y por lo tanto una necesidad de más potencia en el evaporador y así un coeficiente de operación menor.

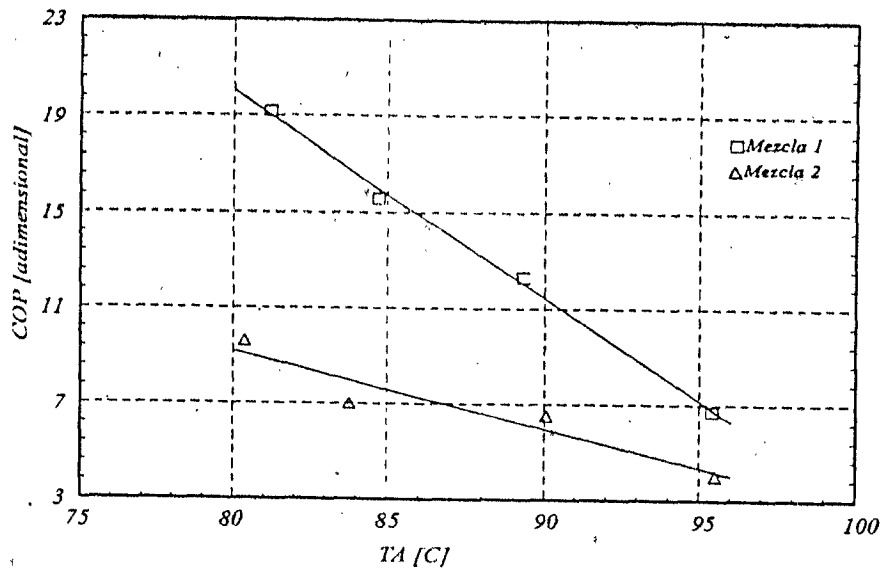


Fig. 5.24 Coeficientes de operación en función de la temperatura en el absorbedor ( $TA$ ) para las dos mezclas, bromuro de litio-agua (mezcla 1) y bromuro de litio-agua-etanolamina (mezcla 2).

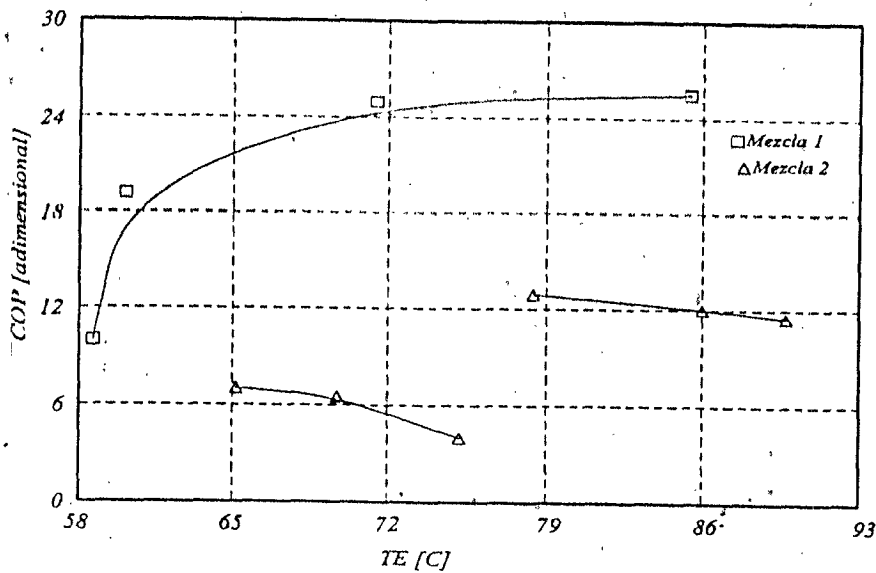


Fig. 5.25 Coeficientes de operación en función de la temperatura en el evaporador ( $TE$ ) para las dos mezclas, bromuro de litio-agua (mezcla 1) y bromuro de litio-agua-etanolamina (mezcla 2).

## 5.21 Coeficientes de operación internos para el transformador térmico

El coeficiente de operación interno ( $COP_{\text{INTERNO}}$ ) en una bomba de calor o un transformador térmico expresa la cantidad de energía que se obtiene realmente del sistema, de ésta sólo una parte se aprovecha y se cuantifica con el coeficiente de operación externo. El  $COP_{\text{INTERNO}}$  al igual que la eficiencia de una máquina térmica se enuncia en términos del pago energético que se tiene que hacer para obtener lo deseado. Para el transformador térmico el  $COP_{\text{INTERNO}}$  en función de los calores que intervienen en el sistema se expresa como:

$$COP_{\text{INTERNO}} = \frac{Q_A}{Q_G + Q_E}$$

el cálculo de los calores  $Q_A$ ,  $Q_B$  y  $Q_E$  se describe en el apéndice A. La información necesaria para la mezcla bromuro de litio-agua-etanolamina se presenta en este trabajo y la necesaria para bromuro de litio-agua en [22].

En las siguientes tablas se reportan los coeficientes de operación internos para las mezclas bromuro de litio-agua y bromuro de litio-agua-etanolamina, la numeración (encabezado de las tablas) corresponde a la misma de las tablas 5.12 y 5.13 respectivamente. Las entalpías se han numerado según la figura A.2 del apéndice A.

Tabla 5.14 Coeficientes de operación internos para la mezcla bromuro de litio-agua

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
H1	340	315	330	315	390	337	340	375	380	340	350
H3	175	160	168	145	169	168	163	163	170	145	125
H6	305	310	310	260	350	250	258	235	295	240	280
H7	205	195	193	180	235	170	195	170	205	210	180
H9	189	179	180	166	204	172	185	190	200	207	196
H <sub>12-7</sub>	205	190	194	180	260	170	210	185	215	195	195
H10	175	160	170	155	200	175	190	230	205	190	230
H12	192	177	183	169	233	172	201	205	211	193	211
$Q_A$	1.48	0.52	1.40	0.96	1.67	0.85	1.00	1.65	1.00	1.22	1.85
$Q_G$	1.83	0.57	1.60	1.51	2.07	1.72	1.82	3.05	1.85	2.22	2.55
$Q_E$	1.30	1.50	1.42	1.15	1.81	0.82	0.95	0.72	1.25	0.95	1.55
$COP_{\text{INTERNO}}$	0.47	0.25	0.46	0.36	0.43	0.34	0.36	0.44	0.32	0.39	0.45

Tabla 5.15 Coeficientes de operación internos para la mezcla bromuro de litio-agua-etanolamina.

	1	2	4	5	6	8	9	10	11
H1	290	270	255	375	350	375	420	418	419
H3	168	168	150	145	145	130	130	165	140
H6	375	325	280	335	320	300	270	315	290
H7	250	230	200	245	225	225	210	247	230
H9	215	210	159	234	220	228	231	252	242
H <sub>12-7</sub>	250	225	225	245	240	230	210	260	260
H10	175	190	150	225	230	235	250	270	285
H12	210	209	191	236	236	232	228	265	271
$Q_A$	1.54	0.29	1.40	2.80	1.76	2.28	3.79	3.77	3.74
$Q_G$	0.69	0.07	1.15	3.20	2.06	3.03	5.29	4.80	5.03
$Q_E$	2.07	0.63	1.30	1.90	1.75	1.70	1.40	1.50	1.50
$COP_{INTERNO}$	0.56	0.41	0.57	0.55	0.46	0.48	0.57	0.60	0.57

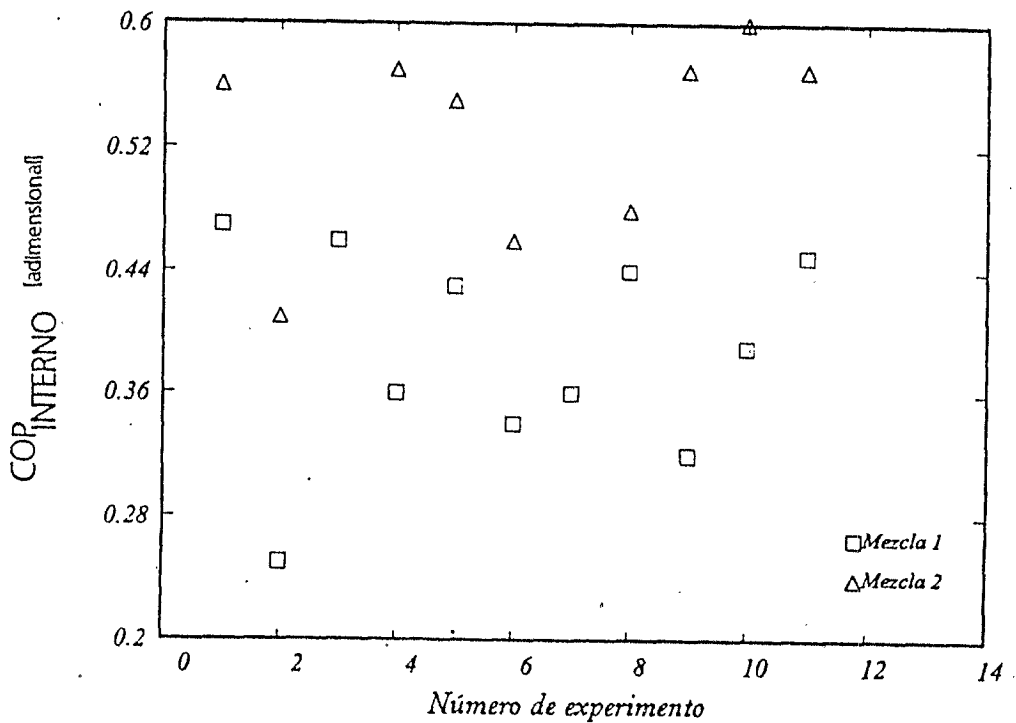


Fig. 5.26 Coeficientes de operación internos para la mezcla bromuro de litio-agua (Mezcla 1) y bromuro de litio-agua-etanolamina (Mezcla 2).

En la figura 5.26 se aprecia que la mezcla con aditivo tiene mejores coeficientes de operación internos. Sin embargo, como ya analizó en secciones anteriores los coeficientes de operación externos son mejores para la mezcla *sin* aditivo. Esto quiere decir que la mezcla con aditivo tiene más problemas para extraer y aprovechar el calor que se produce por el efecto de absorción, este calor se debe transferir al aceite que circula en un serpentín por el interior del absorbedor, pero como la mezcla con aditivo es muy viscosa esta transferencia se entorpece; como ya se ha mencionado una mezcla viscosa dificulta la transferencia de calor y masa.



En este capítulo se presentan las conclusiones de los resultados obtenidos, tanto para la parte teórica como para la parte experimental. También se enuncian en forma de lista una serie de sugerencias para continuar o mejorar este trabajo.

### 6.1 Conclusiones

Como una conclusión general se estableció que la mezcla bromuro de litio-agua-etanolamina a pesar de aumentar el intervalo de solubilidad hasta un 80 [% en peso] no presenta mejores incrementos de temperatura que el bromuro de litio-agua, al operar en el transformador térmico del Centro. La razón se debe principalmente a su viscosidad, la cual para las temperaturas a las que se opera en el transformador térmico es mayor a la de la mezcla sin etanolamina. Se demostró que las funciones racionales como técnica de aproximación son mejores que otras técnicas; son mejores, en el sentido de requerir conjuntos de datos pequeños, de preservar la tendencia de los datos fuera del intervalo de aproximación, y de aproximar datos con pocos coeficientes. No obstante, también se demostró que ninguna técnica funciona si no se hace un análisis previo de la información que permita decidir cuál método conviene emplear. Los siguientes resultados enfatizan las conclusiones anteriores.

- \* Se presentan aproximaciones racionales para la solubilidad, las cuales tienen menos coeficientes que las reportadas anteriormente para el bromuro de litio-agua-etanolamina. Además estas aproximaciones son válidas en intervalos mayores de temperatura que las que se reportan en [2]. Para la función racional de la solubilidad se demuestra que extrapola mejor un conjunto de datos que una aproximación hecha en ORIGIN™.
- \* Se concluye que las aproximaciones racionales dependientes de dos variables,

determinadas por el método de selección aleatoria de los exponentes deben manejarse con cuidado al hacer extrapolaciones, a menos que de un análisis visual se determine lo contrario, como se observa en las figuras 5.5 (a)–(b) para el caso de presión y solubilidad.

\* A partir de los problemas que se derivan de las aproximaciones racionales de dos variables, se presenta una técnica alternativa (sección 4.10), que incluye el uso de funciones racionales pero de una variable. Con ésta se aproximan los conjuntos de datos de la densidad y el calor específico, que dependen de la concentración y la temperatura.

\* Se construyó el diagrama de Dühring y el de entalpía–concentración para la mezcla bromuro de litio–agua–etanolamina. Para el diagrama de Dühring se presenta un ajuste que describe el conjunto de rectas, este ajuste se corrobora con los datos experimentales de la tabla 5.4. Lamentablemente no existe información experimental que permita comprobar el diagrama entalpía–concentración.

\* Con la finalidad de comprobar que la mezcla de bromuro de litio( $w_2$ )–agua( $w_1$ )–etanolamina( $w_3$ ) de componentes ( $w_1$ ,  $w_2$  y  $w_3$ ) de baja calidad, se comporta de forma similar a la mezcla con componentes de alta calidad de [2], se midió la viscosidad de la mezcla de baja calidad y se comparó con la de alta calidad. De estos resultados se concluye que se puede emplear la información de las propiedades termofísicas reportadas para la mezcla de bromuro de litio–agua–etanolamina con componentes de alta calidad para la mezcla de baja calidad, ya que las viscosidades a las mismas concentraciones fueron prácticamente iguales. También una vez más, con la información experimental de la viscosidad se comprobó la efectividad de las funciones racionales de una variable para extrapolar.

\* Con los resultados que se obtienen de las experiencias en el transformador térmico se concluye que la mezcla sin aditivo opera mejor que la mezcla con aditivo (etanolamina), ya que los incrementos de temperatura siempre fueron más altos, aún a concentraciones mayores para la mezcla con aditivo. Como ya se mencionó antes, una de las razones se debe a la mayor viscosidad de la mezcla con aditivo. Este aumento en la viscosidad disminuye la transferencia de calor y de masa. La operación del equipo se traduce a partir de tendencias entre sus parámetros; éstas deben comprobarse con más experimentos.

## 6.2 Sugerencias para estudios futuros

Para <sup>enriquecer</sup> enriquecer los resultados obtenidos de este trabajo se enlistan una serie de sugerencias .

- \* Si uno de los objetivos es probar el potencial de diferentes mezclas en el transformador térmico; como se dijo en el capítulo 1, se debe montar un laboratorio que permita medir la mayor cantidad de propiedades termofísicas.
- \* Para el caso de las funciones racionales de dos variables, aunque el algoritmo de selección aleatoria de los exponentes opera bien, es lento y en muchas ocasiones es necesario escalar las variables para obtener resultados. Una sugerencia es emplear técnicas mixtas, como la descrita en la sección 4.10 o la utilizada para determinar la ecuación del diagrama entalpía–concentración.
- \* Identificar aditivos que disminuyan la viscosidad de la mezcla bromuro de litio–agua–etanolamina y probarlos en el transformador térmico. También sería necesario realizar las experiencias a temperaturas mayores con la misma finalidad de disminución de la viscosidad.
- \* Realizar más experiencias con el objetivo de establecer qué parámetros realmente intervienen y son fundamentales en un buen desempeño del transformador térmico y presentar tendencias que contengan más información que las mostradas al final del capítulo 5 en la sección 5.20.



## Referencias



- [1] Romero, R. J. (1996). "Estudios de las mezclas bromuro de litio-agua y carrol<sup>TM</sup>-agua en transformadores térmicos por absorción de una etapa". *Tesis de maestría*, Universidad Nacional Autónoma de México.
- [2] Kim, J. S., Park, Y., Lee, H. (1996). "Solubilities and vapor pressures of water+lithium bromide+ethanolamine system". *J. Chem. Eng.*, Vol. 41, pp. 279-81.
- [3] Thomson, W. (1852). "On the economy of the heating or cooling of buildings by means of currents of air". *Glasgow Phil. Soc. Proc.*, pp. 269-72.
- [4] Krauss, F. (1921). "The heat pump in theory and practice". *Power* 54, pp. 298-300.
- [5] Morley, T.B. (1922). "The reversed heat engine as a means of heating buildings". *The engineer*, 10 de Febrero, pp. 145-6.
- [6] Haldane, T.G.N. (1930). "The heat pump -an economical method of producing low-grade heat from electricity". *J.I.E.E.E.* pp. 666-75.
- [7] Anon. (1944). "Energy economy and the thermodynamic heat pump". *Electrical Service* 1943/44 (7-9), pp. 29-31
- [8] Heap, R.D. (1983). "Heat pumps". *E. & F.N. SPON*, Segunda edición, pp. 3-7
- [9] Katsuyuki, M. (1987). "Overview of heat transformers in Japan". *Kay H. Zimmerman*, Cap. 19, pp. 271-85.

- [10] Wark, K. (1981). "Termodinámica". Segunda edición, McGraw-Hill, New York, Cap. 6. pp. 216-20.
- [11] Herold, K. E, Rademacher, R, Klein, S. A, (1996). "Absorption Chillers and heat pumps". CRC press, Cap. 1. pp. 1-5.
- [12] Varios autores, (1990). "Manual sobre tecnología de bombas de calor". I.I.E. en colaboración con la Universidad de Salford, Reino Unido, pp. 39-45.
- [13] Rockenfeller, U, Langeliers, J., (1988). "Aqueous absorption fluids". Gas research Institute, Chicago, Reporte anual.
- [14] Rudin, W. (1975). "Principles of mathematical analysis". *International student edition*. Cap. 1. pp. 1-3.
- [15] Rivlin, T. J., (1969). "An introduction to the approximation of functions". *Dover publications, Inc.*, New York, Cap. 5., pp. 121-140.
- [16] Pérez, S., Kincaid, J. M., (1993). "Rational approximations to the two-phase thermodynamic properties of nonazeotropic refrigerant mixtures". *CEAS report*, SUNY Stony Brook, pp. 4-10.
- [17] Kim, J. S., Park, Y., Lee, H. (1996). "Densities and viscosities of water+lithium bromide+ethanolamine system". *J. Chem. Eng. Data*, Vol. 41, pp. 678-680.
- [18] Baird, D.C., (1991). "Experimentación -Una introducción a la teoría de mediciones y al diseño de experimentos". *Prentice-Hall Hispanoamericana*, Cap.2, pp. 11-23.
- [19] Boryta, D. A. (1971). "Physical properties of lithium bromide aqueous solutions". *Foot Mineral Company*.
- [20] McNeely, L. A., Reeve, A. C., (1964). "Thermodynamic properties of lithium bromide aqueous solutions". *Carrier Corp.*

- [21] Kim, J. S., Park, Y., Lee, H. (1996). "Heat capacities of water+lithium bromide+ethanolamine and water+lithium bromide+1,3-propanediol systems". *J. Chem. Eng. Data*, Vol. 42, pp. 371-373.
- [22] McNeely, L. A. (1977). "Thermodynamic properties of lithium bromide aqueous solutions", *ASHRAE Trans.* 85 (1), pp. 413-18.
- [23] Wark, K. (1981). "Termodinámica". Segunda edición, McGraw-Hill, New York, Apéndice A-1. pp. 822-24.
- [24] Sengers, J. V., Watsanj, T. R. (1986). "Improved international formulations for viscosity and thermal conductivity of substances", *J. Phys. Chem. Ref. Data*, Vol. 15, pp. 1291
- [25] "Instrucciones para el uso viscosímetro". Manual de usuario, *International Research Glassware*.
- [26] Gómez, W. R. (1996). "Estudios de las mezclas bromuro de litio-agua y Carrol™-agua en transformadores térmicos por absorción de una etapa". *Tesis de doctorado*, Universidad de Salford, Reino Unido.

## Balance térmico y de materia para una bomba de calor y un transformador térmico

### A.1 Información previa para el balance.

En las figuras A1 y A2 se muestran en forma esquemática los componentes esenciales de una bomba de calor de absorción y un transformador térmico. En este apéndice se presenta un algoritmo basado en un balance térmico y de materia en los componentes. Con dicho algoritmo es posible determinar el coeficiente de operación interno\* (COP) y la relación de flujo [26].

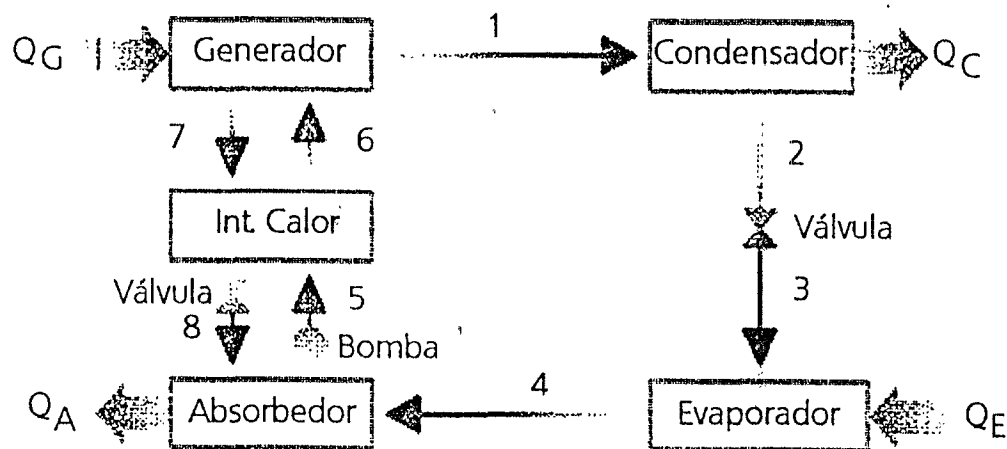


Fig. A1 Diagrama esquemático de una bomba de calor

\* El coeficiente de operación interno se calcula de un balance de calor y materia, a diferencia del coeficiente de operación externo, que se calcula del calor que realmente se puede obtener de un sistema, lo cual se logra con las temperaturas de entrada y salida de aceite para el caso del transformador térmico del CIE-UNAM.

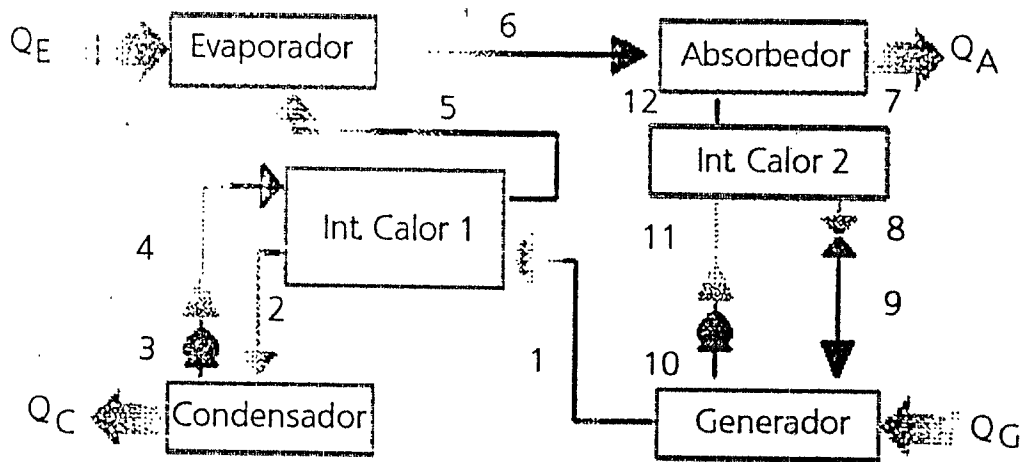


Fig. A.2 Diagrama esquemático de un transformador térmico

Para poder desarrollar el algoritmo es necesario contar con la información siguiente:

Bomba de calor:

$$T_G = T_1^*, T_C = T_3^*, T_A = T_5^*, T_E = T_4^*, Q_E^*$$

Transformador térmico

$$T_G = T_1^*, T_C = T_3^*, T_A = T_7^*, T_E = T_6^*, Q_A^*$$

\* Los números indican en que punto de los diagramas de las figuras A.1 y A.2 se debe evaluar el parámetro indicado (en este caso temperatura) y la nomenclatura es la usada a lo largo de todo el trabajo, descrita al inicio del mismo.

## A.2 Consideraciones y suposiciones

Las siguientes suposiciones son válidas para el transformador térmico y la bomba de calor.

- (1) Condiciones de saturación a la salida de los cuatro componentes principales (absorbedor, evaporador, condensador y generador).
- (2) No hay caídas de presión en los componentes principales y tampoco las hay en las tuberías.
- (3) No hay pérdidas de calor con el exterior.
- (4) Se considera despreciable el trabajo efectuado por las bombas, ya que es

aproximadamente dos órdenes de magnitud menor al requerido en el generador y evaporador.

- (5) Condiciones de equilibrio en todo el sistema
- (6) No hay evaporación del absorbente. En el caso de bromuro de litio-agua y bromuro de litio-agua-etanolamina se cumple esta condición debido a que la presión de vapor del absorbente es muy diferente a la del refrigerante.

Con la finalidad de presentar esta información clara y compacta a la vez –para incluir a la bomba de calor y el transformador térmico en un sólo apéndice– se enumera cada punto del algoritmo y se divide en dos secciones, una para la bomba de calor y otra para el transformador térmico. La numeración corresponde al orden en que se debe instrumentar el algoritmo.

## **PUNTO 1. Presión del sistema**

Los sistemas de absorción operan bajo dos niveles de presión, para la bomba y el transformador de calor la presión depende de la temperatura del condensador y el evaporador. Los niveles de presión en el sistema se establecen respetando la condición (2) de la sección anterior.

Bomba de calor

$PC = f(TC)$ ; la "f" indica funcionalidad, en este caso de la temperatura TC.

$PC = P1 = P2 = P5 = P6 = P7$

$PE = f(TE)$

$PE = P3 = P4 = P8$

Transformador térmico

$PC = g(TC)$ ; la "g" también indica funcionalidad, en lo que resta de este apéndice se usará "f" para la bomba de calor, y "g" para el transformador térmico, para evitar confusiones.

$PC = P1 = P2 = P3 = P9 = P10$

$PE = g(T6)$ ,  $PE = P4 = P5 = P7 = P8 = P11 = P12$

## **PUNTO 2. Concentraciones**

Tanto la bomba de calor como el transformador térmico operan con dos concentraciones, una

débil y otra fuerte. Estas se determinan según la ecuación (3.1) y la definición de la sección 3.3. La concentración depende de la temperatura y la presión.

Bomba de calor

$x_1 = x_2 = x_3 = x_4 = 0$ ; no se tiene absorbente en estos puntos.

$x_5 = f(TA, PE)$ ,  $x_8 = f(TG, PC)$

Transformador térmico

$x_1 = x_2 = x_3 = x_4 = x_5 = x_6 = 0$

$x_7 = g(TA, PE) = x_8 = x_9$

$x_{10} = g(TG, PC) = x_{11} = x_{12}$

### PUNTO 3. Entalpías del sistema

Las entalpías en los diferentes puntos del sistema, entradas y salidas de los componentes, se calculan con la finalidad de poder evaluar los calores que intervienen. La entalpía es una función de la presión y de la temperatura del sistema cuando se localiza en un punto que no corresponde a saturación (líquido o vapor).

Bomba de calor

$H_1 = F(TG, PC)$ ; ésta función es diferente a la  $f(TG, PC)$  del punto anterior; la "F" indica funcionalidad.

$H_2 = F(PC)$  o  $F(TC)$ ; se encuentra en un punto termodinámico de saturación.

Como las válvulas son isoentálpicas,  $H_2 = H_3$

$H_4 = F(PE)$  o  $F(TE)$

$H_5 = f(TA, PE)$ ,  $H_7 = f(TG, PC)$

La determinación de las entalpías en el intercambiador de calor se hace por el método NTU [27], y se obtiene,

$$\epsilon = \frac{m_5(H_6 - H_5)}{m_7(H_7 - H_5)}$$

$$H_6 = \frac{\epsilon m_7(H_7 - H_5) + m_5 H_5}{m_5}$$

$$H_7 = H_8 = \frac{m_5(H_6 - H_5)}{m_8}$$

donde,  $\varepsilon$  es la efectividad del intercambiador de calor

Transformador térmico

$$H7 = G(T7, x7)$$

$H10 = G(T10, x10) = H11$ ; lo cual se deduce a partir de la consideración (4) de la sección A.2

$$H3 = G(T3) = H4, H6 = G(T6)$$

$$H1 = G(T1, P1)$$

Nuevamente por el método NTU:

$$H12 = H11 - \varepsilon 2 (H11 - H_{12-7}), \text{ donde } H_{12-7} = G(T7, x12)$$

$$H5 = H4 + \varepsilon 1 (H1 - H4)$$

$$H2 = H1 + H4 - H5$$

$H8$  se calcula en el punto siguiente.

$\varepsilon 1$  y  $\varepsilon 2$  son las efectividades de los intercambiadores de calor. Estas son datos de entrada en el algoritmo, los valores típicos oscilan entre 30 y 80%.

#### PUNTO 4. Masas del sistema

Bomba de calor

La masa  $m5$  y  $m8$  se expresan a continuación como una función de la masa  $m4$  y las concentraciones conocidas,

$$QE = m4(H4 - H3)$$

$$m4 = m3 = m2 = m1$$

De un balance de masa y materia en el absorbedor se determina que,

$$m8 = \frac{m4(x4 - x5)}{(x5 - x8)}$$

$$m5 = \frac{m4(x4 - x5)}{(x5 - x8)} + m4$$

Transformador térmico

$$m1 = \frac{QA}{H6 - H12 + \frac{x10}{x10 - x7}(H12 - H7)}$$



La masa  $m_{10}$  se calcula de un balance de materia y masa en el absorbedor, y queda,  $m_{10} = m_7 - m_1$ .

Con esta información y de un balance de calor en el intercambiador que va del absorbedor al generador (en la figura A.2 etiquetado como: "Int. Calor 2"), se obtiene el valor de la entalpía  $H_8$ .

$$H_8 = H_9 = \frac{m_{10}}{m_7}(H_{11} - H_{12}) + H_7$$

## PUNTO 5. Coeficientes de operación

Para un sistema de absorción los dos parámetros más importantes a considerar son el coeficiente de operación (COP) y la relación de flujo, definidos por,

Bomba de calor

$$RF = \frac{\text{masa del absorbente}}{\text{masa del refrigerante}} = \frac{m_5}{m_4}$$

$$COP = \frac{QE}{QG}$$

Donde,  $QG = m_1 H_1 + m_7 H_7 - m_6 H_6$ , y  $QE$  es un dato de entrada

Transformador térmico

$$RF = \frac{\text{masa del absorbente}}{\text{masa del refrigerante}} = \frac{m_7}{m_1}$$

$$COP = \frac{QA}{QG + QE}$$

Donde,  $QG = m_1 H_1 + m_{10} H_{10} - m_7 H_9$ , y  $QE = m_1 (H_6 - H_5)$ , y  $QA$  es un dato de entrada.

## PUNTO 8. Traducción del algoritmo a una computadora

El algoritmo puede instrumentarse en un programa de computadora con relativa sencillez. Para ello se deben expresar las propiedades termofísicas en correlaciones. Estas pueden ser de diferentes tipos. Para el caso del par bromuro de litio-agua-etanolamina, se reportan en el capítulo 5 (parte 1) las necesarias para este fin; para la mezcla bromuro de litio-agua existe suficiente información reportada [20].

# Apéndice B

## Cálculo de la matriz de coeficientes para el caso de dos variables.

### B.1 Cálculo de la matriz de coeficientes

$$R(x\alpha, y\alpha) = \frac{P_n(x\alpha, y\alpha)}{Q_d(x\alpha, y\alpha)} = \frac{\sum_{i=0}^n a_i x^{\delta_i} y^{\beta_i}}{1 + \sum_{i=1}^d b_i x^{\delta_{i+n}} y^{\beta_{i+n}}}, \quad (\text{B.1})$$

Si la ecuación (B.1) es una función racional que aproxima un conjunto de datos, entonces la matriz de coeficientes se construye como sigue:

- (1) Se define el error cuadrático como la diferencia al cuadrado que existe entre la mediciones que se tienen y la función aproximante.

$$E = \sum_{\alpha=1}^k [f_{\alpha} Q_d(x\alpha, y\alpha) - P_n(x\alpha, y\alpha)]^2, \quad (\text{B.2})$$

donde  $k$  es el num. de datos

- (2) Se minimiza el error cuadrático con respecto a cada uno de los coeficientes  $\{a_i, b_i\}$  de la función (B.1).

$$\frac{\partial E}{\partial a_i} = 0 = \frac{\partial E}{\partial b_i}$$

Para el cálculo de las derivadas parciales es conveniente desarrollar primero (B.2).

$$E = \sum_{\alpha=1}^k f_{\alpha}^2 (Qd(x_{\alpha}, y_{\alpha}))^2 - 2 \sum_{\alpha=1}^k f_{\alpha} Qd(x_{\alpha}, y_{\alpha}) Pn(x_{\alpha}, y_{\alpha}) +$$

$$\sum_{\alpha=1}^k (Pn(x_{\alpha}, y_{\alpha}))^2,$$

$$E = \sum_{\alpha=1}^k f_{\alpha}^2 \left( 1 + \sum_{i=1}^d b_{ix} \alpha^{\delta_i + n} y_{\alpha}^{\beta_i + n} \right)^2 - 2 \sum_{\alpha=1}^k f_{\alpha} \left( 1 + \sum_{i=1}^d b_{ix} \alpha^{\delta_i + n} y_{\alpha}^{\beta_i + n} \right) \left( \sum_{i=1}^n a_{ix} \alpha^{\delta_i} y_{\alpha}^{\beta_i} \right) +$$

$$\sum_{\alpha=1}^k \left( \sum_{i=1}^n a_{ix} \alpha^{\delta_i} y_{\alpha}^{\beta_i} \right)^2,$$

Se separa cada uno de los términos de la expresión anterior para evitar errores innecesarios.

$$E1 = \sum_{\alpha=1}^k f_{\alpha}^2 \left( 1 + \sum_{i=1}^d b_{ix} \alpha^{\delta_i + n} y_{\alpha}^{\beta_i + n} \right)^2,$$

$$E2 = -2 \sum_{\alpha=1}^k f_{\alpha} \left( 1 + \sum_{i=1}^d b_{ix} \alpha^{\delta_i + n} y_{\alpha}^{\beta_i + n} \right) \left( \sum_{i=1}^n a_{ix} \alpha^{\delta_i} y_{\alpha}^{\beta_i} \right),$$

$$E3 = \sum_{\alpha=1}^k \left( \sum_{i=1}^n a_{ix} \alpha^{\delta_i} y_{\alpha}^{\beta_i} \right)^2,$$

$$\frac{\partial E}{\partial a_i} = \frac{\partial E1}{\partial a_i} + \frac{\partial E2}{\partial a_i} + \frac{\partial E3}{\partial a_i}$$

$$\frac{\partial E1}{\partial a_i} = 0 \text{ (E1 no depende de } a_i \text{),}$$

$$\frac{\partial E2}{\partial a_i} = - \sum_{a=1}^k f_{\alpha} x_{\alpha}^{\delta_i} y_{\alpha}^{\beta_i} - \sum_{j=1}^d b_j \sum_{a=1}^k f_{\alpha} x_{\alpha}^{\delta_i + \delta_j + n} y_{\alpha}^{\beta_i + \beta_j + n},$$

$$\frac{\partial E3}{\partial a_i} = \sum_{j=1}^n a_j \sum_{a=1}^k x_{\alpha}^{\delta_i + \delta_j} y_{\alpha}^{\beta_i + \beta_j},$$

$$\frac{\partial E}{\partial a_i} = 0 = - \sum_{\alpha=1}^k f_{\alpha\alpha} \delta_i y_{\alpha}^{\beta_i} - \sum_{j=1}^d b_j \sum_{\alpha=1}^k f_{\alpha\alpha} \delta_{i+\delta_j+n} y_{\alpha}^{\beta_i+\beta_j+n} +$$

$$\sum_{j=1}^n a_j \sum_{\alpha=1}^k x_{\alpha}^{\delta_i+\delta_j} y_{\alpha}^{\beta_i+\beta_j} ,$$

$$\sum_{\alpha=1}^k f_{\alpha\alpha} \delta_i y_{\alpha}^{\beta_i} = \sum_{j=1}^n a_j \sum_{\alpha=1}^k x_{\alpha}^{\delta_i+\delta_j} y_{\alpha}^{\beta_i+\beta_j} - \sum_{j=1}^d b_j \sum_{\alpha=1}^k f_{\alpha\alpha} \delta_{i+\delta_j+n} y_{\alpha}^{\beta_i+\beta_j+n} .$$

De la misma manera se calcula la derivada con respecto a  $b_i$ , que queda expresada como,

$$\frac{\partial E}{\partial b_i} = 0 = \sum_{\alpha=1}^k f_{\alpha^2} x_{\alpha}^{\delta_i} y_{\alpha}^{\beta_i} + \sum_{j=1}^d b_j \sum_{\alpha=1}^k f_{\alpha^2} x_{\alpha}^{\delta_{i+\delta_j+n}} y_{\alpha}^{\beta_i+\beta_j+n} -$$

$$\sum_{j=1}^n a_j \sum_{\alpha=1}^k x_{\alpha}^{\delta_i+\delta_j} y_{\alpha}^{\beta_i+\beta_j} ,$$

$$- \sum_{\alpha=1}^k f_{\alpha^2} x_{\alpha}^{\delta_i} y_{\alpha}^{\beta_i} = \sum_{j=1}^d b_j \sum_{\alpha=1}^k f_{\alpha\alpha} \delta_{i+\delta_j+n} y_{\alpha}^{\beta_i+\beta_j+n} - \sum_{j=1}^n a_j \sum_{\alpha=1}^k x_{\alpha}^{\delta_i+\delta_j} y_{\alpha}^{\beta_i+\beta_j} .$$

Al desarrollar las derivadas  $\left( \frac{\partial E}{\partial a_i}, \frac{\partial E}{\partial b_i} \right)$  se construye un conjunto de ecuaciones que expresadas matricialmente, forman una matriz simétrica y real, la cual se escribe de manera simplificada a continuación:

$$A_{ij} = \sum_{\alpha=1}^k x_{\alpha}^{\delta_i+\delta_j} y_{\alpha}^{\beta_i+\beta_j} f_{\alpha}^{\psi_i+\psi_j} (-1)^{\psi_i+\psi_j}$$

$$B_j = \sum_{\alpha=1}^k x_{\alpha}^{\delta_j} y_{\alpha}^{\beta_j} f_{\alpha}^{\psi_i+1} (-1)^{\psi_j}$$

$$\psi_j = \begin{cases} 0 & \text{para } j=1, \dots, n \\ 1 & \text{para } j=n+1, \dots, m \end{cases}$$

# Apéndice C

## Preparación de las mezclas empleadas en los experimentos

En este apéndice se describe la forma en que se prepararon las mezclas bromuro de litio-agua y bromuro de litio-agua-etanolamina, para los diferentes experimentos en que se utilizaron.

El bromuro de litio utilizado tiene grado industrial, mientras que el etanolamina usada tiene una pureza del 98%. En todas las mezclas preparadas se empleó agua destilada.

### C.1. Cuidados en la preparación de las mezclas

El bromuro de litio así como el etanolamina, son muy tóxicos e irritantes, por tal motivo en todos los experimentos es recomendable utilizar guantes y cubreboca. También son higroscópicos; absorben la humedad del ambiente ya que tienen una alta afinidad con el agua. De tal modo que la preparación de las mezclas se debe hacer en un ambiente libre de humedad o se deben preparar con rapidez y mantenerse en recipientes completamente sellados.

El bromuro de litio\* se secó en un horno antes de ser usado, para asegurar que su contenido de agua era mínimo. Y el etanolamina siempre se mantuvo en su frasco hasta ser utilizado, durante los experimentos el etanolamina que no se empleaba se mantenía en una cámara deshumidificadora.

Los pesos de los compuestos de la mezcla se hicieron en una balanza, capaz de medir décimas de gramo. Todas las mezclas se filtraron antes de utilizarse.

\* El bromuro de litio se utilizó en fase sólida. Su consistencia es muy similar al talco.

## C.2 Preparación de las mezclas

Las mezclas se prepararon a partir de un volumen conocido de agua y de una concentración deseada, como se observa en la ecuación (C.1) se despejo el peso total que debería tener la mezcla una vez que fuese preparada, con este peso se determinó la cantidad de bromuro de litio que debía de agregarse (ec. (C.2)). Para las mezclas preparadas con etanolamina se empleó una relación en peso de 3.5 veces más bromuro de litio que etanolamina y las ecuaciones (C.3)-(C.6).

\*\*\* Para bromuro de litio-agua \*\*\*

$$x = \frac{m_{\text{absorbente}}}{m_{\text{Total}}} \Rightarrow (1-x) = \frac{m_{\text{agua}}}{m_{\text{Total}}}$$

$$m_{\text{Total}} = \frac{m_{\text{agua}}}{(1-x)} \quad (C.1)$$

$$m_{\text{total}} = m_{\text{agua}} + m_{\text{bromuro de litio}}$$

$$m_{\text{bromuro de litio}} = m_{\text{total}} - m_{\text{agua}} \quad (C.2)$$

\*\*\* Para bromuro de litio-agua-etanolamina \*\*\*

$$x = \frac{m_{\text{bromuro de litio}} + m_{\text{etanolamina}}}{m_{\text{Total}}}$$

$$(1-x) = \frac{m_{\text{agua}}}{m_{\text{Total}}} \quad (C.3)$$

$$m_{\text{Total}} = m_{\text{bromuro de litio}} + m_{\text{etanolamina}} + m_{\text{agua}}$$

$$m_{\text{bromuro de litio}} + m_{\text{etanolamina}} = m_{\text{Total}} - m_{\text{agua}} \quad (C.4)$$

$$m_{\text{etanolamina}} = \frac{m_{\text{Total}} - m_{\text{agua}}}{4.5} \quad (C.5)$$

$$m_{\text{bromuro de litio}} = 3.5(m_{\text{etanolamina}}) \quad (C.6)$$

# Apéndice D

## Índices de refracción y medición del flujo en rotámetros

**E**l par de trabajo una vez que se carga en el transformador térmico y éste comienza su operación, experimenta diferentes cambios en su concentración. Se incrementa en el generador (solución fuerte) y decrece en el absorbedor (solución diluída). Para conocer estos valores se necesita de una curva de calibración que relacione alguna variable física, fácil de medir, con la concentración del par de trabajo. Esta variable puede ser el índice de refracción. A medida que la concentración de la mezcla (par de trabajo) aumenta lo hace también el índice; la relación es lineal, como se aprecia en las ecuaciones (D1) y (D2).

### D.1 Mediciones del índice de refracción.

Se prepara la mezcla en un intervalo de concentraciones que sean de interés para el transformador térmico, se mide el índice de refracción para cada concentración y a una temperatura constante. Se hicieron mediciones tanto para el bromuro de litio-agua (mezcla 1), como para el bromuro de litio-agua-etanolamina (mezcla 2), el intervalo de concentración fue de 50 a 62 [% en peso] para la mezcla 1 y de 60 a 76 [% en peso] para la mezcla 2. En ambos casos ninguna de las concentraciones de las mezclas cristalizó a la temperatura de 40 ° C, que es a la que se efectuaron las mediciones.

Los índices de refracción se midieron con un refractómetro del tipo ABBE (Fig. D.1), con índices de 1.37 a 1.87, resolución de 0.001 y precisión de  $\pm 0.0002$ . Antes de iniciar una sesión de mediciones se debe calibrar, el refractómetro, con una muestra patrón. La temperatura se fijó en 40 ° C mediante un control de temperatura conectado al refractómetro.



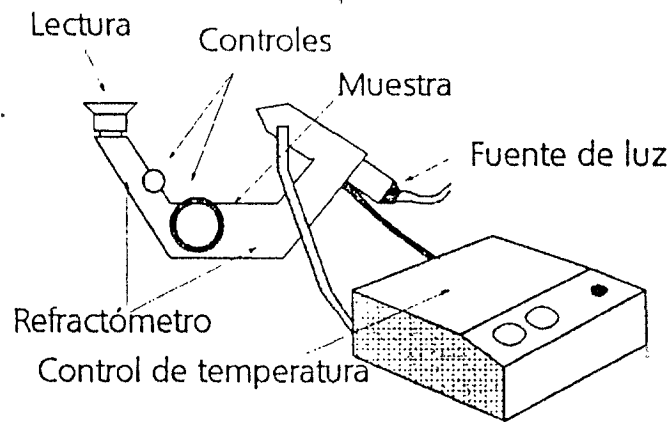


Fig. D.1 Esquema de un refractómetro del tipo ABBE.

Las muestras se colocan en el refractómetro (una a una) y lo que se observa es similar a la figura D.2. La parte sombreada se ajusta mediante los controles a la intersección de las líneas en la pantalla en forma de equis (X).

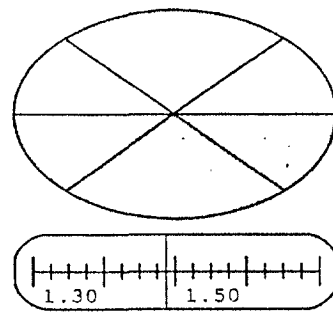


Fig. D.2 Visión para la lectura del índice de refracción.

En este caso hipotético la lectura está muy cerca a 1.4950

Los conjuntos de datos de la mezcla 1 y mezcla 2 se representan mediante líneas rectas en las ecuaciones (D1) y (D2); aproximaciones polinómicas de orden dos se probaron pero resultaron menos precisas. La incertidumbre de los valores aproximados es de  $\pm 4.0 \times 10^{-5}$ .

$$y = 0.0031x + 1.2806 \quad (D.1)$$

$$y = 0.0029x + 1.2772 \quad (D.2)$$

donde:

$y =$  El índice de refracción

$x =$  La concentración en peso (ver ecuación (3.1)).

El  $AAV$  (ver ecuación (4.17)) para la mezcla 1 fue de 0.19 % y 0.16 % para la mezcla 2. En la gráfica siguiente se representan los puntos medidos y las curvas de calibración para cada mezcla.

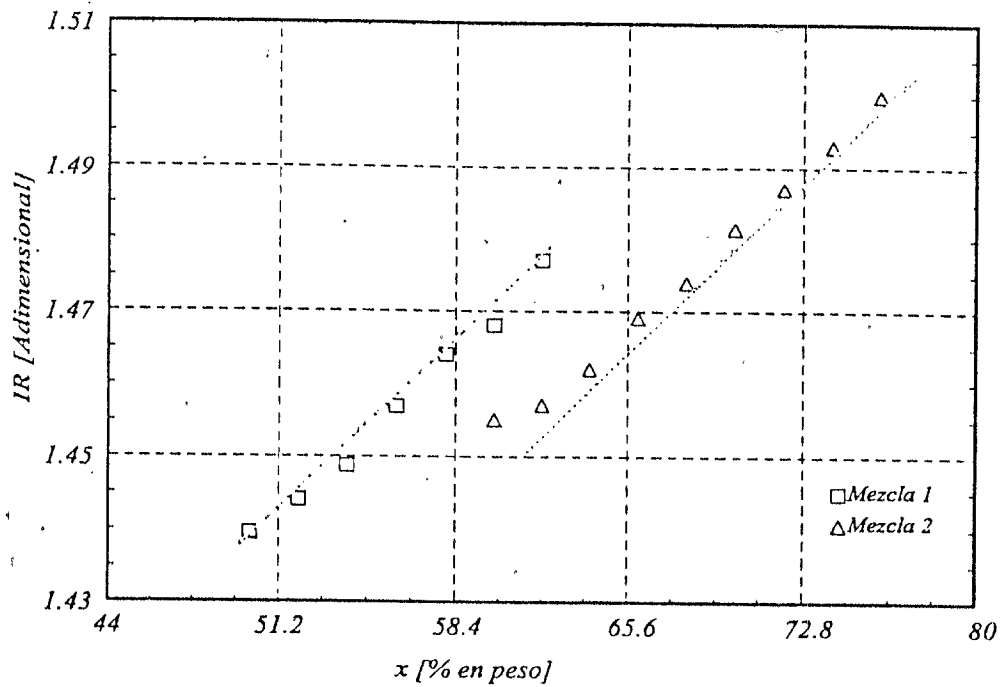


Fig. D.3 Curvas de calibración para los índices de refracción.

Tabla D.1 Datos obtenidos de la medición de los índices de refracción para ambas mezclas.

Concentración M E Z C L A 1	Índice	Concentración M E Z C L A 2	Índice
50	1.4395	60	1.4551
52	1.4440	62	1.4571
54	1.4487	64	1.4620
56	1.4569	66	1.4691
58	1.4640	68	1.4740
60	1.4681	70	1.4815
62	1.4771	72	1.4871
		74	1.4930
		76	1.5000

## D.2 Medición del flujo en los rotámetros

En esta sección se presentan las mediciones de flujo que se hicieron para los rotámetros del transformador térmico. Estos son: el que va del generador al absorbedor y el que va del absorbedor al generador. El rotámetro que mide el flujo que va del condensador al evaporador se calibró con agua y se le colocó una escala apropiada de modo que se leyera el valor de flujo directamente, mientras que los otros dos se calibraron para la solución. La medición del flujo de estos últimos se hizo para tres diferentes temperaturas (80,100 y 120 °C) y tres concentraciones diferentes en el intervalo de 50 a 62 % en peso.

Para controlar la temperatura se empleó un baño térmico y para llevar la solución al rotámetro se utilizó una bomba incluida en el baño (figura D.4). El procedimiento de experimentación consistió en medir el tiempo en el que se alcanzaba un determinado volumen a la salida de los rotámetros, esto se hizo para diferentes niveles de su escala para una concentración y temperatura fija. Se colocaron termopares a la salida de la solución, y a la entrada y salida de los rotámetros para registrar la temperatura de ésta.

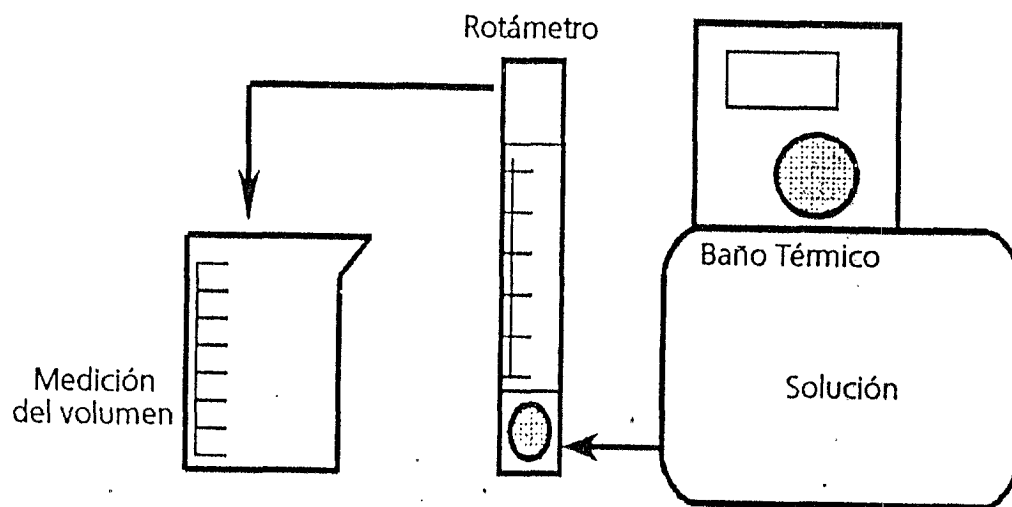


Fig. D.4 Dispositivo experimental para la medición del flujo en los rotámetros.

Tabla D.2. Flujo del rotámetro del generador al absorberdor para diferentes temperaturas, concentraciones y niveles para la mezcla bromuro de litio-agua.

x	T	N I V E L E S					Kg/ min	
		60	70	80	90	100		
[% peso]	[° C]	F	L	U	J	O	[	
53	74	0.077	-	-	-	0.098	-	0.126
53	102	0.078	-	0.097	-	0.101	-	0.138
58	74	0.050	-	-	-	0.099	-	0.109
58	99	0.069	-	-	-	0.086	-	0.125
58	112	-	-	0.069	-	0.082	-	0.135
62	69	0.031	-	0.046	-	0.058	-	0.091
62	90	0.044	-	-	-	0.072	-	0.107
62	109	-	-	0.063	-	0.078	-	0.115

Tabla D.3. Flujo del rotámetro del generador al absorberdor para diferentes temperaturas, concentraciones y niveles para la mezcla bromuro de litio-agua-etanolamina.

x	T	N I V E L E S					Kg/ min	
		60	70	80	90	100		
[% peso]	[° C]	F	L	U	J	O	[	
56	82	-	-	0.065	-	0.089	-	0.118
56	99	0.060	-	-	-	0.116	-	0.129
60	72	-	-	0.045	-	0.061	-	0.096
60	90	0.049	-	-	-	0.074	-	0.113
60	105	0.051	-	-	-	0.082	-	0.119
63	71	0.042	-	0.058	-	0.069	-	0.089
63	89	-	-	0.048	-	0.066	-	0.105
63	98	0.042	-	-	-	0.070	-	0.110

Tabla D.4, Flujo del rotámetro del absorberdor al generador para diferentes temperaturas, concentraciones y niveles para la mezcla bromuro de litio-agua.

x	T	N		I		V		E		S	
		60	70	70	80	80	90	100			
[% peso] [° C]		F	L	U	J	O	[	Kg/ min	]		
53	72	0.068	-	-	-	0.103	-	-	0.133		
53	100	-	-	0.094	-	0.108	-	-	0.147		
59	73	-	-	-	-	0.082	-	0.096	0.112		
59	95	0.064	-	-	-	0.089	-	-	0.127		
59	111	0.069	-	-	-	0.100	-	-	0.131		
63	72	0.059	-	-	-	0.081	-	0.084	0.106		
63	96	-	-	0.075	-	0.097	-	-	0.129		
63	106	0.065	-	-	-	0.098	-	0.117	0.130		

Tabla D.5 Flujo del rotámetro del absorberdor al generador para diferentes temperaturas, concentraciones y niveles para la mezcla bromuro de litio-agua-etanolamina.

x	T	N		I		V		E		S	
		60	70	70	80	80	90	100			
[% peso] [° C]		F	L	U	J	O	[	Kg/ min	]		
53	77	0.079	-	-	-	0.125	-	-	0.131		
53	96	0.081	-	-	-	0.101	-	-	0.140		
63	72	0.045	-	-	-	0.086	-	-	0.092		
63	100	0.072	-	-	-	0.111	-	-	0.137		

# Apéndice *E*



## *Programas para el cálculo de las correlaciones de una y dos variables*

Los programas para el cálculo de los coeficientes aproximantes para funciones que dependen de una variable y dos variables están escritos en lenguaje BASIC por ser uno de los más conocidos y sencillos de entender aunque no se tengan conocimientos de programación. Los comandos de gráficos pueden cambiar de una a otra versión de BASIC; por tal razón los listados presentados en este apéndice requerirán de pequeñas modificaciones para funcionar adecuadamente en versiones diferentes al BASIC de Microsoft™ para MacIntosh.

### **E.1 Programa para funciones que dependen sólo de una variable.**

El programa fue escrito con la finalidad de que su uso sea sencillo y que proporcione toda la información necesaria de forma automática y la almacene en un archivo. El algoritmo empleado es el descrito en las secciones 4.6 y 4.7, y por tanto utiliza la construcción en bloques de la matriz de coeficientes, razón por la cual es extenso. Además este programa incluye una sección para presentar un gráfico en la pantalla.

Una vez que se ejecuta el programa, se indica el nombre del archivo en el que se grabará la información resultante, luego se introduce el número de datos con los que se desea hacer la aproximación y el número de coeficientes. Este no debe ser mayor al número de datos. Los PASOS –por los que pregunta el programa– se refieren al tamaño del intervalo entre los datos que se interpolan o extrapolan una vez que se conocen los coeficientes de aproximación, esto se hace con el objetivo de mostrar un gráfico en la pantalla que presenta de forma rápida como se ajusta la correlación a los datos experimentales. Los datos se introducen en el siguiente orden: primero la variable independiente y luego la dependiente, para cada uno de ellos existe un campo especial como se observa en la figura E.1.

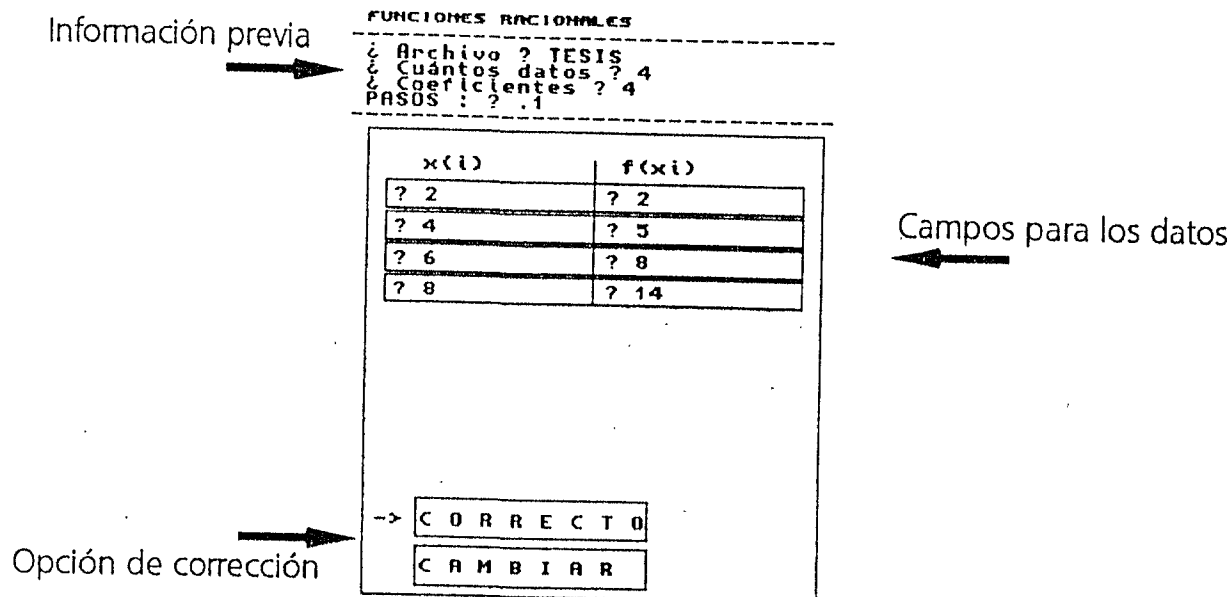


Fig. E.1. Ventana de introducción de datos y corrección de los mismos.

Una vez que se introducen los datos, se ofrecen las opciones "CORRECTO" y "CAMBIAR" (Fig. E.1). Por medio del teclado (Fig. E.2) se puede mover el apuntador "→" para saltar de una a otra opción, esto se hace con la tecla "B", y con la tecla "C" se selecciona entre las dos. Si se pulsa en "CAMBIAR" se regresa a la sección de campos, aquí con "B" se mueve el apuntador "→" hacia el dato incorrecto, una vez que se ha cambiado el dato con la tecla "RETURN" o "ENTER" le damos entrada.

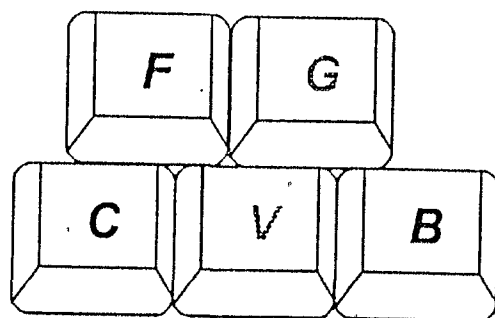


Fig. E.2 Las opciones del programa se seleccionan con las teclas.  
 "C" : Aceptar, "B" : Moverse, "F" : Fin del programa.

Cuando se han introducido bien los datos y se selecciona la opción "CORRECTO", se hacen los cálculos y el programa reporta los coeficientes encontrados, el error de aproximación promedio, la forma de la función racional y un gráfico donde se aprecia el ajuste que se logra con la correlación determinada (Fig. E.3). El gráfico es muy importante porque permite identificar correlaciones con discontinuidades (Fig. E.4), sin necesidad de calcular las raíces de los polinomios. Sin embargo, en casos donde resulte difícil tener la resolución apropiada para tal hecho se tendrá que hacer un análisis posterior.

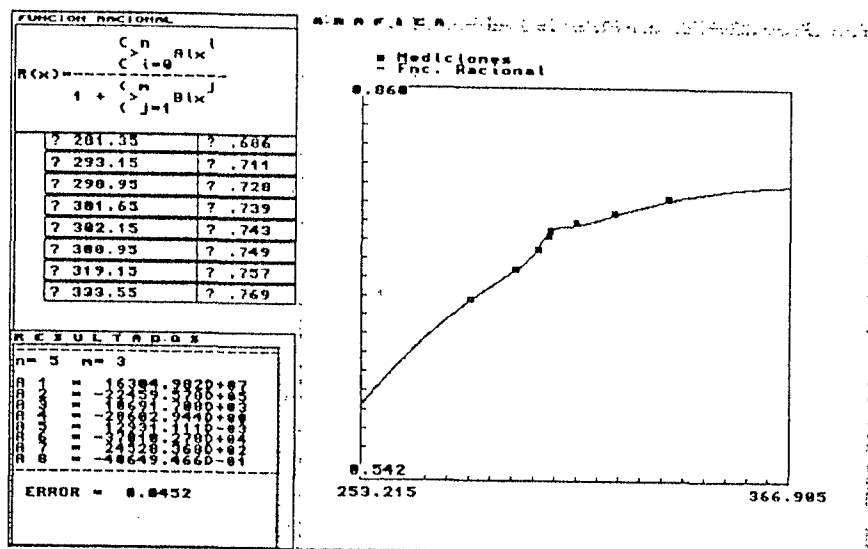


Fig. E.3 Resultados obtenidos con el programa de una variable.

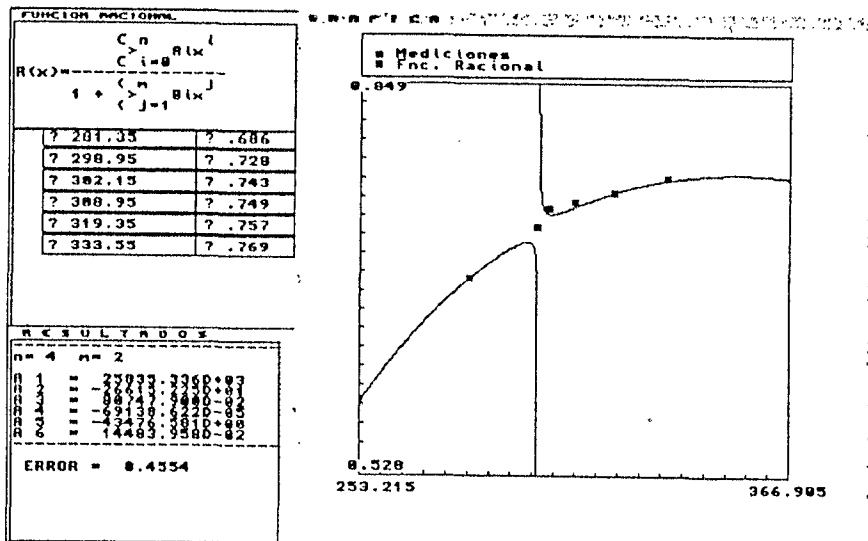


Fig. E.4. Discontinuidades en la aproximación.



## E.2 Programa para funciones que dependen de dos variables.

El programa para el cálculo de las aproximaciones de dos variables funciona esencialmente igual al de una variable. Por tratarse de dos variables y de conjuntos de datos de mayor extensión que en el caso de una variable, la entrada de estos se hace mediante un archivo, el cual debe estar grabado en formato ASCII. El archivo se compone únicamente de tres columnas, separadas por coma entre ellas y se graba como "NOMBREIN.DAT", donde NOMBRE es una identificación seleccionada por el usuario. La primera y la última columna contendrán el valor de las variables independientes, y la segunda el valor de la variable dependiente. El NOMBRE DEL ARCHIVO DE SALIDA sólo debe contener una palabra y no existe ninguna restricción al respecto. El número de "COEFICIENTES" indica la cantidad de coeficientes aproximantes con que se generará la función racional; este número no puede ser mayor al número de datos contenidos en el archivo de entrada. Los exponentes de la función racional se determinan en forma aleatoria, por lo tanto, se requieren muchas aproximaciones y entonces escoger la mejor de ellas. La medida de selección se hace mediante la "TOLERANCIA", que se solicita como un dato de entrada en el programa. Cuando los datos han sido correctamente introducidos se comienzan a hacer los cálculos. Cuando se alcanza la tolerancia solicitada, después de haber hecho muchas aproximaciones, se muestran los resultados en pantalla, estos comprenden los coeficientes aproximantes y los exponentes de la función racional (Fig. E.5).

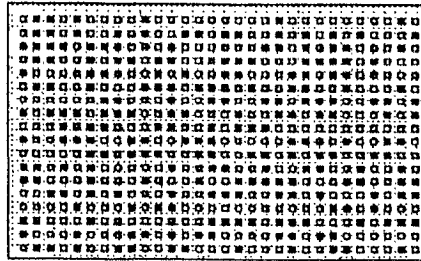
FUNCIONES RACIONALES (2 VARIABLES)			FUNCION RACIONAL							
Nombre del archivo de entrada : ? densidad			$R(x,y) = \frac{\sum_{i=1}^n A_i x^{\alpha_i} y^{\beta_i}}{1 + \sum_{j=1}^m B_j x^{\alpha(j)+n} y^{\beta(j)+n}}$							
Nombre del archivo de salida : ? dense										
Coeficientes : ? 4										
Tolerancia : ? 15										
F(x,y)	R(x,y)	ER	RESULTADOS							
129	26.44063	20	n = 2 m = 2							
119.3	187.8728	10	<table border="1"> <thead> <tr> <th>u</th> <th>B</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>4</td> </tr> </tbody> </table>		u	B	1	1	2	4
u	B									
1	1									
2	4									
119.5	119.3282	0	Los coeficientes son:							
117.5	131.3448	12	B 1 = 53516.818E-03 B 2 = 16888.888E-03 B 3 = 22788.818E-04 B 4 = 88132.888E-04							
128.4	113.7837	11	Deseas continuar (S/N)?							
127.7	123.6731	2								
126.8	137.4822	8								
125.8	148.847	18								
139	123.72	18								
137.1	134.5136	2								
136.1	144.4694	6								
135.2	133.4373	12								
148.5	126.6827	15								
147.5	134.6592	9								
146.5	141.8233	4								
145.5	145.4997	0								

Fig. E.5. Resultados obtenidos con el programa de dos variables.

FUNCION RACIONAL (DEPENDENCIA DOS VARIABLES)  
 Nombre del archivo de entrada : ? soluble  
 Nombre del archivo de salida : ? unix  
 Coeficientes : ? 3  
 Tolerancia : ? 1

$$\begin{aligned}
 & \{n \quad a_i \quad u_i \quad b_i \\
 & (i=1 \dots m) \\
 R(x,y) = & \frac{\sum_{i=1}^m a_i x^{u_i} y^{b_i}}{\sum_{j=1}^n b_j x^{u_j} y^{v_j}}
 \end{aligned}$$

P E N S A N D O . P O R F A V O R . . . E S P E R E



No hay convergencia

Fig. E.6. En algunos casos no se encuentra ninguna solución.

En algunos casos no se encuentra una solución (Fig. E.6), esto se debe a la selección aleatoria de los exponentes, es entonces cuando es conveniente probar con un número diferente de coeficientes, o inclusive el simple hecho de volver a correr el programa puede solucionar el problema.

En la figura E.7 se muestra el diagrama de flujo que describe los programas de una y dos variables. Los módulos y procesos que lo componen son los que se emplean principalmente en los programas. El módulo de graficación no se incluye en el programa de dos variables.

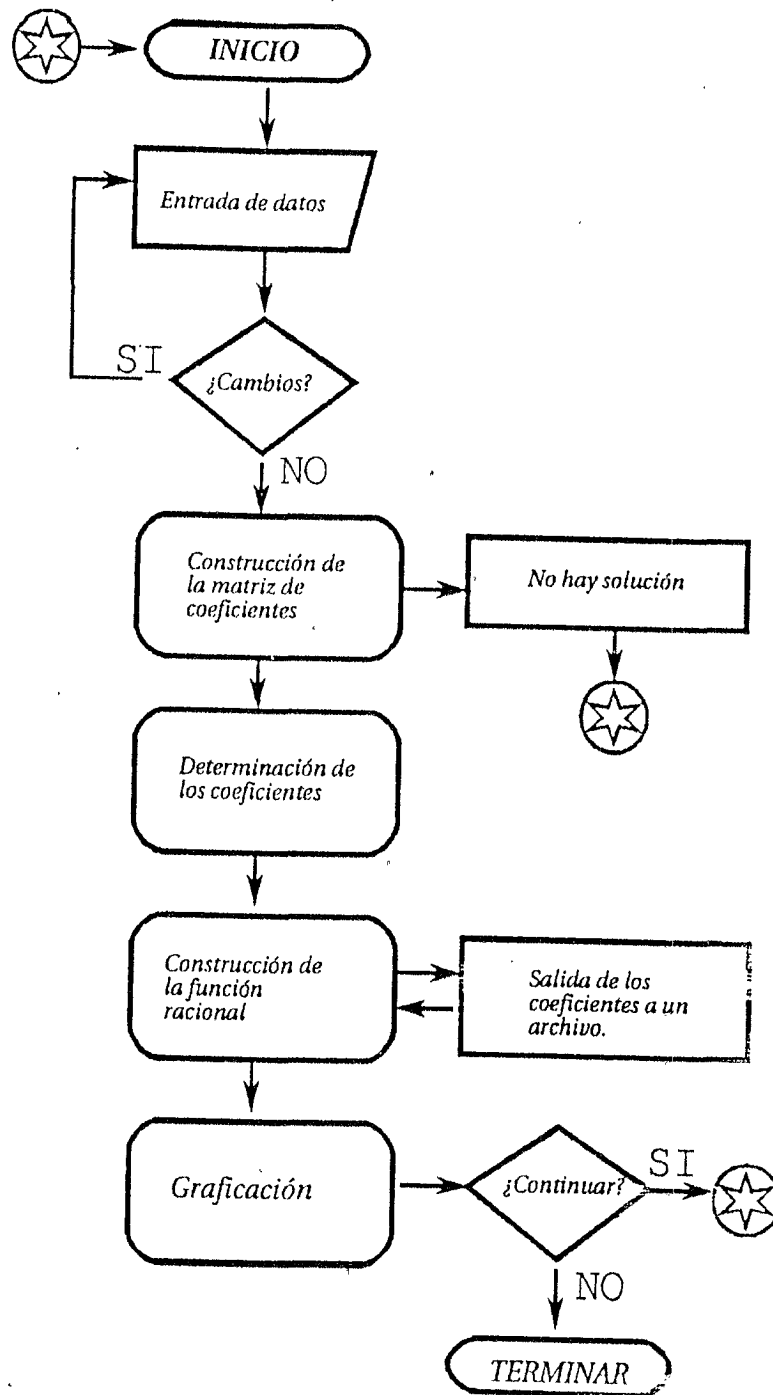


Fig. E.7 Diagrama de flujo para los programas de una y dos variables.

Listado E1. Programa para aproximar un conjunto de datos de una sola variable mediante funciones racionales.

'Aproximaciones racionales para funciones que dependen sólo de una variable

'Escrito por: Eduardo Hernández Pacheco

'Marzo de 1997

DIM A(12,13),AUX(12,12),B(12),d(12),M(12)  
dd(12),Mm(12),prm(12),Y(12)

Inicio:

CLEAR: DEFDBL A-Z

PATH\$="f1:Tesis/Solubilidad/"

datos\$=".dat":EXTRAS\$="EXT":EXT\$="CONT"

SCREEN -1,640,400,4,4

WINDOW 1, "FUNCIONES RACIONALES  
(EHP)",(0,0)-(280,378),4,-1

CLS:PAINT(20,20),2:COLOR 1,2:GOSUB linea

INPUT "¿ Archivo ";nombre\$

casas\$=PATH\$+nombre\$+datos\$

casall\$=PATH\$+nombre\$+EXTRAS\$+datos\$

OPEN casas\$ FOR OUTPUT AS #1

OPEN casall\$ FOR OUTPUT AS #2

OPEN PATH\$+nombre\$+EXT\$+datos\$

FOR OUTPUT AS #3

PRINT#1,"\*\*TITULO\* Título"

PRINT#1,"\*\*XLABEL\* x"

PRINT#1,"\*\*YLABEL\* y"

INPUT "¿ Cuántos datos ";Mdatos

INPUT "¿ Coeficientes ";N

INPUT " PASOS : ";Saltos

GOSUB linea

IF Mdatos>9 THEN Mdatos=9

GOSUB 5000

WINDOW 2,"FUNCION RACIONAL",(0,0)-(200,65),1,-1

CLS:PAINT(20,20),15:COLOR 1,15

GOSUB Dibracional

WINDOW 3,"RESULTADOS",(0,235)-(200,378),1,-1

CLS:PAINT(20,20),15:COLOR 1,15

'Constantes

U=1:flag=INT(N/2)

\*\*\*\*\*

'GENERACION DE LA MATRIZ

\*\*\*\*\*

PROCESO1:

FOR R=0 TO N-1

IF Rflag THEN U=U+1

IF R=0 THEN RR=1

FOR C=0 TO N-1

IF C=flag AND R=flag THEN

T=0

FOR i=1 TO Mdatos

T=T+d(i)^(C+R)

NEXT i

A(R,C)=T

ELSEIF (Cflag) AND (R=flag) THEN

T=0

FOR i=1 TO Mdatos

T=T+d(i)^(C+R)\*M(i)

NEXT i

A(R,C)=T

ELSEIF (C=flag) AND (Rflag) THEN

T=0

FOR i=1 TO Mdatos

T=T+M(i)\*d(i)^(C+U+1)

NEXT i

A(R,C)=T

ELSEIF (Cflag) AND (Rflag) THEN

T=0

FOR i=1 TO Mdatos

T=T+d(i)^(C+U+1)\*M(i)^2

NEXT i

A(R,C)=T

END IF

NEXT C

NEXT R

FOR R=0 TO N-1

IF (R=flag) THEN

T=0

FOR i=1 TO Mdatos

T=T+M(i)\*d(i)^R

NEXT i

B(R)=T

ELSEIF (Rflag) THEN

T=0

FOR i=1 TO Mdatos

T=T+M(i)^2\*d(i)^(R-flag)

NEXT i

B(R)=T

END IF

NEXT R

\*\*\*\*\*

'CREACION DE LA MATRIZ AUMENTADA

\*\*\*\*\*

FOR R=0 TO N-1

FOR C=0 TO N-1

AUX(R+1,C+1)=A(R,C)

NEXT C

```

M(R+1)-B(R)
NEXT R
FOR R=1 TO N
  FOR C=1 TO N
    A(R,C)=AUX(R,C)
  NEXT C
  B(R)=M(R)
NEXT R
FOR R=1 TO N
  A(R,N+1)=B(R)
NEXT R
GOSUB Solución
*****
'SALIDA DE LOS DATOS A:PANTALLA Y ARCHIVOS
*****
Up=0:down=0:aav=0:conteo=conteo+1
PRINT#1,"
PRINT#1,"*LEGEND* DATO";conteo
FOR uu=1 TO Mdatos
  Up=0:down=0
  FOR i=2 TO flag+1
    Up=Up+A(i,N+1)*d(uu)^(i-1)
  NEXT i
  Up=A(1,N+1)+Up
  j=0
  FOR i=flag+2 TO N
    j=j+1
    down=down+A(i,N+1)*d(uu)^j
  NEXT i
  Y(uu)=Up/(1+down)
  prm(uu)=ABS((Y(uu)-Mm(uu))/Mm(uu))
  prm(uu)=prm(uu)*100:aav=aav+prm(uu)
  PRINT#1,USING "###.## ##.###";d(uu),Mm(uu)
NEXT uu
aav=aav/Mdatos:PRINT
PRINT " ERROR =";PRINT USING "###.###";aav
conteo=conteo+1:PRINT#1,"
PRINT#1,"*LEGEND* DATO";conteo
FOR uu=1 TO Mdatos
  PRINT#1,USING "#####.## #####.## ###.####
###.###.###.###";d(uu),Y(uu),prm(uu),A(uu,N+1)
NEXT uu
Huye:
GOSUB GRAFICAME:CLOSE#1:CLOSE #2:CLOSE#3
GOTO Inicio:GOTO Final
Solución:
*****
'Solución de un sistema lineal de ecuaciones
'por eliminación Gaussiana
'Escrito por:Eduardo Hernández Pacheco
'
' Abril de 1997
*****
'Entrada de los datos de la matriz

```

```

'N:Numero de datos
*****
'SOLUCION DEL SISTEMA CON ELIMINACION
'GAUSSIANA
*****
GOSUB GaussII:GOSUB linea
PRINT "n=";flag+1;" m=";(N-1-flag):PRINT
FOR R=1 TO N
  PRINT "A";R;" - ";
  PRINT USING "##.###.###";A(R,N+1)
  PRINT#2,USING "#####.###";A(R,N+1)
NEXT R
GOSUB linea:RETURN
GaussII:
eps=1
2000 IF (1+eps>1) THEN
  eps=eps/2
  GOTO 2000
END IF
eps=eps*2:eps2=eps*2:Det=1
FOR I=1 TO N-1
  PV=i
  FOR j=i+1 TO N
    IF (ABS(A(PV,i)) < ABS(A(j,i))) THEN PV=j
  NEXT j
  IF (PV=i) THEN 2050
  FOR JC=i+1 TO N+1
    TM=A(I,JC)
    A(I,JC)=A(PV,JC)
    A(PV,JC)=TM
  NEXT JC
2045 Det=-1*Det
2050 IF (A(i,i)=0) THEN 2200
  FOR JR=i+1 TO N
    IF (A(JR,i)=0) THEN
      R=AUR,i)/A(i,i)
      FOR KC=i+1 TO N+1
        temp=AUR,KC)
        AUR,KC)=AUR,KC)-R*A(i,KC)
      IF (ABS(AUR,KC))>eps2*temp) THEN
        AUR,KC)=0
      NEXT KC
    END IF
  NEXT JR
  NEXT i
  FOR i=1 TO N
    Det=Det*A(i,i)
  NEXT i
  IF (A(N,N)=0) THEN 2200
  A(N,N+1)=A(N,N+1)/A(N,N)
  FOR NV=N-1 TO 1 STEP -1
    VA=A(NV,N+1)
    FOR K=NV+1 TO N

```

```

VA=VA-A(NV,K)*A(K,N+1)
NEXT K
A(NV,N+1)=VA/A(NV,NV)
NEXT NV
RETURN
2200 PRINT "LA MATRIZ ES SINGULAR"
GOTO 9000

linea:
PRINT "_____ "
RETURN
5000
LINE (10,50)-(250,290),1,B
COLOR 1,2
LOCATE 9,4:PRINT " x(i)      f(xi)"
FOR i=1 TO Mdatos
LINE (20,60+i*16)-(240,74+i*16),1,B
FINLINEA=74+i*16
NEXT i
LINE (130,65)-(130,FINLINEA),1
LINE (38,240)-(160,260),1,B
LINE (38,265)-(160,285),1,B
PAINT (52,52),3,1
LOCATE 32,6:PRINT "C O R R E C T O"
LOCATE 35,6:PRINT "C A M B I A R "
6000
COLOR 1,2:rip=11
FOR i=1 TO Mdatos
LOCATE rip,4:INPUT d(i):LOCATE rip,18:INPUT M(i)
rip=rip+2:Mm(i)=M(i)
NEXT i
Repite:
GOSUB acción
IF apunta=35 THEN
    GOSUB CAMBIAR
    COLOR 1,2
    LOCATE apunta,4:INPUT d(valor+1)
    LOCATE apunta,18:INPUT M(valor+1)
    Mm(valor+1)=M(valor+1)
END IF
IF apunta=32 THEN RETURN
GOTO Repite
acción:
COLOR 1,3:LOCATE 32,3:PRINT "->"
apunta=32
Tecla:
respuesta=0
Tecla$=INKEY$
IF Tecla$="" THEN
    IF Tecla$="c" OR Tecla$="C" THEN
        respuesta=1
        LOCATE apunta,3:PRINT " "
        RETURN
    END IF
    IF (Tecla$="b") OR (Tecla$="B") THEN

```

```

LOCATE apunta,3:PRINT " "
apunta=apunta+3
IF apunta>35 THEN apunta=32
LOCATE apunta,3:PRINT "->"
respuesta=2
END IF
END IF
IF respuesta=0 OR respuesta=2 THEN GOTO Tecla
CAMBIAR:
COLOR 5,2:LOCATE 11,1:PRINT ">"
apunta=11
Teclall:
respuesta=0
Tecla$=INKEY$
IF Tecla$="" THEN
    IF Tecla$="c" OR Tecla$="C" THEN
        respuesta=1
        LOCATE apunta,1:PRINT " "
        RETURN
    END IF
    IF (Tecla$="b") OR (Tecla$="B") THEN
        LOCATE apunta,1:PRINT " "
        apunta=apunta+2
        valor=valor+1
        IF apunta>9+(2*Mdatos) THEN
            apunta=11
            valor=0
        END IF
        LOCATE apunta,1:PRINT ">"
        respuesta=2
    END IF
END IF
IF respuesta=0 OR respuesta=2 THEN GOTO Teclall
Dibracional:
PRINT " "
PRINT "      C n l"
PRINT "      ) Aix "
PRINT "      C i=0 "
PRINT "R(x)=_____"
PRINT "      C m j"
PRINT " 1 + ) Bix "
PRINT "      C j=1 "
RETURN
GRAFICAME:
WINDOW 4,"GRAFICA",(228,0)-(627,378),4,-1
CLS:PAINT (20,20),15:COLOR 1,15
LINE (40,40)-(340,330),1,B
FOR i=40 TO 340 STEP 15
LINE (i,327)-(i,330),1
NEXT i
FOR i=40 TO 330 STEP 14
LINE (40,i)-(43,i),1
NEXT i
ejexmax=d(Mdatos)+ABS(d(Mdatos)*.1)

```

```

ejexmin=d(1)-ABS(d(1)*.1)
Up=0:down=0
FOR i=2 TO flag+1
Up=Up+A(i,N+1)*ejexmax^(i-1)
NEXT i
Up=A(1,N+1)+Up:j=0
FOR i=flag+2 TO N
j=j+1
down=down+A(i,N+1)*ejexmax^j
NEXT i
Y=Up/(1+down)
ejeymax=Y+ABS(Y*.1)
Up=0:down=0
FOR i=2 TO flag+1
Up=Up+A(i,N+1)*ejexmin^(i-1)
NEXT i
Up=A(1,N+1)+Up:j=0
FOR i=flag+2 TO N
j=j+1
down=down+A(i,N+1)*ejexmin^j
NEXT i
Y=Up/(1+down)
ejeymin=Y-ABS(Y*.1)
intervalox=ejexmax-ejexmin
intervaloy=ejeymax-ejeymin
pasosx=300/intervalox:pasosy=290/intervaloy
rstx=pasosx*ejexmin:rsty=pasosy*ejeymin
FOR l=1 TO Mdatos
medx=40+d(l)*pasosx-rstx
medx1=44+d(l)*pasosx-rstx
medy=330-Mm(l)*pasosy+rsty
medy2=326-Mm(l)*pasosy+rsty
LINE (medx,medy)-(medx1,medy2),1,bf
NEXT l
Up=0:down=0:flagiii=1
PRINT#3,**TITLE* Título"
PRINT#3,**XLABEL* x":PRINT#3,**YLABEL* y"
PRINT#3,**
PRINT#3,**LEGEND* Dato"
FOR uu=ejexmin TO ejexmax STEP Saltos
Up=0:down=0
FOR i=2 TO flag+1
Up=Up+A(i,N+1)*uu^(i-1)
NEXT i
Up=A(1,N+1)+Up:j=0
FOR i=flag+2 TO N
j=j+1:down=down+A(i,N+1)*uu^j
NEXT i
Y=Up/(1+down)
IF ABS((NUEVOY-Y)*100)>=.2 THEN
PRINT#3,USING "#####.## #####.### ";uu,Y
fast=1:NUEVOY=Y:END IF
IF flagiii=1 THEN
revx=40+uu*pasosx-rstx

```

```

revy=330-Y*pasosy+rsty
GOSUB Revisar
PSET (revx,revy),capcolor
END IF
revx=40+uu*pasosx-rstx
revy=330-Y*pasosy+rsty
GOSUB Revisar
LINE -(revx,revy),capcolor
flagiii=flagiii+1
NEXT uu
LINE (40,10)-(340,35),11,bf
LINE (50,18)-(54,22),1,bf
LINE (50,25)-(54,29),13,bf:COLOR 1,11
LOCATE 3,9:PRINT "Mediciones"
LOCATE 4,9:PRINT "Fnc. Racional":COLOR 1,15
LOCATE 43,3:PRINT USING "#####.###";ejexmin
LOCATE 43,39:PRINT USING "#####.###";ejexmax
LOCATE 6,2:PRINT USING "#####.###";ejeymax
LOCATE 41,2:PRINT USING "#####.###";ejeymin
9000 respuesta=0
Teclado$=INKEY$
IF Teclado$="" THEN
IF Teclado$="f" THEN
respuesta=1
GOTO Final
END IF
IF Teclado$="c" THEN respuesta=2
SCREEN CLOSE 1
RETURN
END IF
IF respuesta=0 THEN GOTO 9000
RETURN
Revisar:
IF (revx<40) OR (revx>340) THEN capcolor=15
ELSE capcolor=13
END IF
IF (revy<40) OR (revy>330) THEN capcolor=15
ELSE capcolor=13
END IF
RETURN
Final:
SCREEN CLOSE 1:CLOSE #1:END

```

Listado E2. Programa para aproximar un conjunto de datos dependiente de dos variables, mediante funciones racionales.

```
'Aproximaciones racionales funciones que dependen dos variables
'Escrito por: Eduardo Hernández Pacheco
Inicio 1:
CLEAR:SCREEN 1,640,400,4,4:GOSUB dibujos
WINDOW 1, (0,0)-(358,380),4,1
CLS:PAINT (20,20),2:COLOR 1,2
DIM A(60,61),Bx(60),Bf(60),By(60),
DI(60),BI(60),Y(60),prm(60)
path$="FLY1:TESIS/DATOS2VAR/":PRINT
INPUT " Nombre del archivo de entrada: ";ARCH$
PRINT
OPEN "1",#2,path$+ARCH$+"in.dat"
WHILE NOT EOF(2)
    icon=icon+1
    INPUT #2,Bx(icon),Bf(icon)
    By(icon):Bx(icon)=Bx(icon)/100
WEND
INPUT " Nombre del archivo de salida : ";archi$:PRINT
OPEN path$+archi$+"out.dat" FOR OUTPUT AS #1
INPUT " Coeficientes : ";N:PRINT
INPUT " Tolerancia : ";TOLERO
COLOR 4,2:LOCATE 17,4
PRINT " P E N S A N D O, POR FAVOR... ESPERE"
LINE (20,150)-(330,340),14,Bf
LINE (20,150)-(330,340),1,b:cucux=20:cucuy=160
Inicio:
RANDOMIZE TIMER:PAINT (20,20),2
COLOR 1,2:aleacol=INT(RND*15)
IF cucux=320 THEN cucux=20:cucuy=cucuy+10
END IF
IF cucuy=340 THEN cucuy=160:cucux=cucux+10
LINE (cucux,cucuy)-(cucux+4,cucuy+4),aleacol,Bf
LINE (cucux,cucuy)-(cucux+4,cucuy+4),1,b
manos=icon:flag=INT(N/2):conteo=0:avg=0
FOR r=1 TO N:FOR C=1 TO N:A(r,C)=0:NEXT C
NEXT r
'CREACIÓN DE LA MATRIZ DE AUMENTADA
'Generación de las potencias de los polinomios
10 FOR i=1 TO N
    DI(i)=INT(RND*N)+1:BI(i)=INT(RND*N)+1
    IF i=2 THEN
        FOR j=1 TO i-1
            IF (DI(i)=DI(j)) AND (BI(i)=BI(j)) THEN
                DI(i)=INT(RND*N)+1
                BI(i)=INT(RND*N)+1:END IF
            NEXT j
        END IF
NEXT i
NEXT i
FOR r=1 TO N:FOR C=1 TO N
    FOR k=1 TO manos
        IF r=flag THEN g1=0:ELSE g1=1:END IF
        IF C=flag THEN g2=0:ELSE g2=1:END IF
        A(r,C)=(Bx(k)^(DI(r)+DI(C)))*(By(k)^(BI(r)+BI(C))
        )*(Bf(k)^(g1+g2))*((-1)^(g1+g2))
    NEXT k:NEXT C
NEXT r
FOR r=1 TO N:FOR k=1 TO manos
    IF r=flag THEN g1=0:ELSE g1=1:END IF
    A(r,N+1)=(Bx(k)^(DI(r)))*(By(k)^(BI(r)))*(Bf(k)^(g
    1+1))*((-1)^(g1))
    NEXT k
NEXT r:GOSUB Solución
'SALIDA DE LOS DATOS A PANTALLA Y ARCHIVOS
Up=0:down=0:conteo=conteo+1
FOR uu=1 TO manos:Up=0:down=0
    FOR i=1 TO flag
        Up=Up+A(i,N+1)*(Bx(uu)^(DI(i)))*(By(uu)^(BI(i))
        )
    NEXT i
    FOR i=flag+1 TO N
        down=down+A(i,N+1)*(Bx(uu)^(DI(i)))*(By(uu)^(BI
        (i))
    NEXT i
    Y(uu)=Up/(1+down)
    prm(uu)=ABS(Y(uu)-Bf(uu))/Bf(uu)
    prm(uu)=prm(uu)*100
NEXT uu
FOR uu=1 TO manos:avg=avg+prm(uu):NEXT uu
avg=avg/manos
IF avg<TOLERO THEN FOR uu=1 TO manos
PRINT#1,USING "## ##.## #####.#####
#####.#####";uu,Bf(uu),Y(uu),prm(uu),A(uu,N
+1)
NEXT uu
FOR uu=1 TO N:PRINT#1, DI(uu),BI(uu):NEXT uu
superflag=1:GOSUB presentall
END IF
conteo=conteo+1:GOTO Inicio
Solución:
GOSUB GaussII:RETURN
GaussII:
eps=1
2000 IF (1+eps>1) THEN eps=eps/2:GOTO 2000
END IF
eps=eps*2:eps2=eps*2
FOR i=1 TO N-1:PV=i
FOR j=i+1 TO N:IF (ABS(A(PV,i)) < ABS(A(j,i))) THEN PV=j:NEXT

```



```

j
IF (PV=i) THEN 2050
FOR JC=1 TO
N+1:ATM=A(I,J):A(I,J)-A(PV,J):A(PV,J)-ATM
NEXT JC
2045
2050 IF (A(i,i)=0) THEN 2200
FOR JR=i+1 TO N:IF (A(JR,i)0) THEN
AR=A(JR,i)/A(i,i)
FOR KC=i+1 TO N+1
temp=A(JR,KC)
A(JR,KC)-A(JR,KC)-AR*A(i,KC)
IF (ABS(A(JR,KC))>eps2*temp) THEN
A(JR,KC)=0
NEXT KC:END IF:NEXT JR:NEXT i
FOR i=1 TO N:NEXT I:IF (A(N,N)=0) THEN 2200
A(N,N+1)=A(N,N+1)/A(N,N)
FOR NV=N-1 TO 1 STEP -1:AVA=A(NV,N+1)
FOR k=NV+1 TO N
AVA=AVA-A(NV,k)*A(k,N+1):NEXT k
A(NV,N+1)=AVA/A(NV,NV):NEXT NV
RETURN
2200
GOTO Inicio

```

```

línea:
PRINT "_____":RETURN
dibujos:
WINDOW 2,"FUNCIÓN RACIONAL",
(370,0)-(629,100),4,1:CLS:PAINT (20,20),11
COLOR 1,11
PRINT:PRINT
PRINT " (n μi βi"
PRINT " > Ai x y "
PRINT " (i=1 "
PRINT "R(x,y)=_____"
PRINT " (m μ(j+n) β(j+n)"
PRINT " 1 + > Aj x y "
PRINT " (j=1":RETURN

```

```

presentall:
COLOR 1,14:LINE (4,80)-(355,370),14,Bf
LINE (4,80)-(355,370),1,b
LOCATE 12,5:PRINT "F(x,y)":LOCATE 12,27
PRINT "R(x,y)":LOCATE 12,42:PRINT "ER"
cajones=manos:rip=13:IF cajones>16 THEN
cajones=16:FOR i=1 TO cajones
rip=rip+2:LINE (5,90+i*16)-(160,104+i*16),5,b
LINE (165,90+i*16)-(315,104+i*16),5,b
LOCATE rip,2
PRINT Bf(i):LOCATE rip,22:PRINT Y(i)
LOCATE rip,41
IF prm(i)>100 THEN prm(i)=100
IF prm(i)<0 THEN prm(i)=0
PRINT USING "###";prm(i)
LINE (320,90+i*16)-(352,104+i*16),5,b:NEXT i

```

```

WINDOW 3,"Resultados",
(370,115)-(629,380),4,1:CLS
PAINT (20,20),11:COLOR 1,11
PRINT:PRINT " n =";flag;" m =";(N-flag)
PRINT:PRINT " μ β"
PRINT " _____"
FOR i=1 TO N:PRINT DI(i);" I ";BI(i):NEXT I
PRINT:PRINT " Los coeficientes son:"PRINT
FOR i=1 TO N:PRINT " A";i;" -";
PRINT USING "###,###.### ~~~~";A(i,N+1)
NEXT i
PRINT:INPUT " Deseas continuar (S/N)";res$
IF res$="S" OR res$="s" THEN CLOSE #1
CLOSE #2:SCREEN CLOSE 1:GOTO Inicio: END IF

```

```

Final:
CLOSE #1: SCREEN CLOSE 1:END

```

### E3 Comandos especiales de gráficos

A continuación se describen los comandos de gráficos empleados en los listados anteriores. Su conocimiento permitirá que se cambien por otros cuando sea necesario.

**SCREEN** *id, ancho, alto, profundidad, modo* : Crea una nueva pantalla de video

*id* Este parámetro corresponde al número de pantalla abierto, generalmente es 1. Cuando se manejan varias pantallas virtuales, el parámetro toma diferentes valores para cada una.

*ancho* Corresponde al ancho de la pantalla en pixeles (puntos gráficos), los valores típicos son 640, 800 ó 1024.

*alto* Corresponde al alto de la pantalla en pixeles, los valores típicos son 480, 600 y 1024.

*profundidad* Se refiere al número de colores a utilizar, específicamente al número de bits que empleará la paleta de colores. Por ejemplo con una profundidad de cuatro se tienen dieciséis colores ( $2^4=16$ ) con una de cinco, treinta y dos ( $2^5=32$ ) y así sucesivamente

*modo* Este parámetro contiene el formato de video de salida, en general se omite.

**WINDOW** *id, "Título", (x1,y1)-(x2,y2), tipo, screen* : Abre una ventana para trabajo

*id* Igual que en el caso de **SCREEN** este parámetro indica el número de ventana que se está abriendo, en teoría no existe restricción para este valor.

*"Título"* Es el título de la ventana de salida

*(x1,y1)* Esta coordenada corresponde a la esquina superior izquierda de un área rectangular donde aparecerá la ventana

*(x2,y2)* Corresponde a la esquina inferior derecha del rectángulo de la ventana.

*tipo* El parámetro *tipo* se refiere a las cualidades de la ventana, como tamaño variable, cajas para abrir y cerrar, etc.

*screen* Indica en que pantalla debe aparecer la ventana. Este número es el mismo de *id* en el comando **SCREEN**.

**LINE** *(x1,y1)-(x2,y2), color, CAJA* : Traza una línea entre dos puntos

*(x1,y1)* Un punto en la pantalla

*(x2,y2)* Punto al que se conectará una línea que sale de *(x1,y1)*

*CAJA* B, crea una caja sin relleno, BF crea una caja rellena con la tinta *color* que es un número entre 0 y  $2^{\text{profundidad}}$ .