



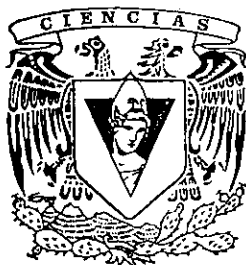
**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA
DE MEXICO**

FACULTAD DE CIENCIAS

"DESPLAZAMIENTOS Y ESFUERZOS DE LA ZONA
DE DEFORMACION NO - LINEAL EN
TERMOPLASTICOS"

T E S I S
PARA OBTENER EL TITULO DE
F I S I C A
P R E S E N T A
MARIA PATRICIA GOMEZ DIAZ

ASESOR DE TESIS: DR. GUILLERMO PULOS CARDENAS.



1998

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.



UNIVERSIDAD NACIONAL
AVENIDA DE
MEXICO

M. en C. Virginia Abrín Batule
Jefe de la División de Estudios Profesionales de la
Facultad de Ciencias
Presente

Comunicamos a usted que hemos revisado el trabajo de Tesis:
"Desplazamientos y Esfuerzos de la Zona de Deformación No-Lineal en Termoplásticos"

realizado por GOMEZ DIAZ MARIA PATRICIA

con número de cuenta 9251813-7 , pasante de la carrera de Física.

Dicho trabajo cuenta con nuestro voto aprobatorio.

Atentamente

Director de Tesis

Propietario

DR. GUILLERMO PULOS CARDENAS

Propietario

DR. AUGUSTO GARCIA VALENZUELA

Propietario

DRA. FLORENCIA SERRANIA SOYO

Suplente

DR. FERMIN VINIEGRA HEBERLEIN

Suplente

DR. SONZALO GONZALEZ REYES

Guillermo Pulos Cardenas
Augusto Garcia V.

F. Serrania
Viniegra

Consejo Departamental de Física

DR. ROBERTO ALEJANDRO PUELAS MAYORGA
Coordinador de Licenciatura.





Brilló sola mi antorcha en un inmenso valle.
Los rayos de la noche convergieron en ella,
Hasta que sopló el viento.
Entonces, los rayos de la vasta noche
Convergiéron sobre su imagen
Hasta que sopló el viento.

Wallace Stevens

A mi padre que admiro tanto
A mi madre por su paciencia
A mi hermana por su apoyo
A mi abuelita por su cariño incondicional
A Alejandro que siempre cree en mí
A Caro, Gaby y Eduardo por su amistad
y los buenos momentos compartidos

Agradecimientos

Quiero agradecer al Dr. Guillermo Pulos por enseñarme el camino de la investigación y por brindarme su amistad.

Al Dr. Enrique Geffroy por sus consejos y apoyo. También a mis sinodales que revisaron y facilitaron la corrección de la tesis.

Al Instituto de Investigaciones en Materiales agradezco las facilidades que se me brindaron para poder realizar este trabajo.

A los amigos y compañeros que compartieron conmigo durante estos años de aprendizaje y crecimiento.

SUMARIO

Desde la época más antigua el hombre ha buscado trabajar con materiales de distintas propiedades para el diseño ingenieril, y con el pasar de los años ha ido adquiriendo mayor conocimiento sobre el material, basándose en los problemas que se han presentando, dichos problemas son desde un nivel que se podría decir insignificante hasta los que culminan en catástrofes. Así, se puede tener una pequeña fractura en una viga hasta una gran fractura en un buque de guerra. Esta última situación puede darse con concentraciones de esfuerzos, temperaturas y circunstancias estructurales adecuadas, resultando en la propagación de la grieta y con ello el rompimiento del cuerpo por la mitad en algún caso [2][4]. Con esto, las experiencias de pequeños esfuerzos con grandes deformaciones han llevado hacia el estudio de la *Mecánica de Fractura*.

El estudio de la Mecánica de fractura reside en el modelaje y la experimentación; éste ha cambiado de un estudio macroscópico a uno microscópico con modelaje basado en micro-mecanismos de deformación que se caracterizan detalladamente, todo esto reemplaza a los métodos fenomenológicos usados anteriormente.

Los estudios actuales concentran su interés en la búsqueda de los mecanismos por los cuales se fractura un material. El problema se reduce a encontrar las ecuaciones constitutivas del material en el rango No-Lineal cuando el material está a punto de romperse, y se complementa con la formulación de modelos de acumulación de daño.

En forma resumida, se caracteriza los micro-mecanismos de deformación y fractura para lograr predecir el comportamiento macroscópico, apoyando así con todo este estudio el campo de la resistencia de materiales.

El objetivo principal de esta tesis es la medición de los desplazamientos en la frontera de la zona de deformación No-lineal (frontera elasto-plástica) que precede a la fractura y, con esto, la determinación de la distribución de esfuerzos que actúan sobre la frontera de dicha zona. Para cumplir este objetivo se eligió un termoplástico; dicho material se escogió debido a que en la punta de una grieta se presenta una zona de proceso bien definida por la concentración de esfuerzos. Esta zona surge de un reacomodo de las cadenas del polímero formando haces de fibras. La zona de proceso es la que rige el comportamiento de la grieta; es decir, si avanza o no, esta zona característica es llamada en la lengua inglesa "*Craze*".

La zona de proceso se caracteriza porque en ella la densidad del material es aproximadamente de 70% de la densidad original. Con el cambio de densidad se presenta un cambio de índice de refracción que, aunado con métodos ópticos, permite caracterizar la zona de proceso de un material transparente.

En particular, si se hace incidir luz monocromática (a través de la probeta) sobre la zona de proceso, habrá reflexión de la luz en la frontera que separa la zona de proceso (material plástico) del resto del material (elástico). La reflexión de ambas fronteras (frontera elasto-plástica) se combina para formar franjas interferométricas que caracterizan la altura (desplazamiento) de la zona de proceso.

Para el cálculo de los esfuerzos se ajustan los desplazamientos de modelos del tipo de Dugdale/Barenblatt a los desplazamientos obtenidos experimentalmente.

INDICE:

SUMARIO	i
INDICE	iv
LISTA DE SIMBOLOS	vi

CAPITULO 1

1. ANTECEDENTES	1
1.1. Características de los Polímeros	2
1.1.1. Polímeros	2
1.1.2. Deformación de Polímeros	4
1.2. Mecanismos de Fractura	4
1.2.1. Fractura Frágil y Dúctil	5
1.2.2. Mecanismos de Microdeformación en Termoplásticos	7
1.2.2.1. Cedencia por Cortante	8
1.2.2.2. "Crazing"	9
1.3. Craze	12
1.3.1. Iniciación del "Craze"	12
1.3.2. Crecimiento del "Craze"	14
1.3.3. Ruptura del "Craze"	16
Referencias Capítulo 1	17

CAPITULO 2

2. ANTECEDENTES MATEMÁTICOS	18
2.1. Modelo de una Grieta	19
2.2. Descripción Matemática	20
2.2.1. Modos de Carga	27
2.2.2. Limitaciones del Modelo	30
2.3. Modelo de Dugdale/Barenblatt	32
Referencias Capítulo 2	40

CAPITULO 3	
3. OBTENCION DE DATOS	41
3.1. Planteamiento Experimental	41
3.1.1. Objetivos y Necesidades	41
3.1.1.1. Carga Cuasiestática	42
3.1.2. Método de Interferencia Optica	44
3.2. Geometría del “Craze”	48
3.2.1. Índice de Refracción y Grosor Primordial	54
3.2.2. Cálculo de Esfuerzos	57
3.3. Técnica Experimental	59
3.4. Dispositivo Experimental	62
3.4.1. Probeta	62
3.4.2. Dispositivo de Tensión	64
3.4.3. Sistema Optico	67
3.4.3.1. Técnica de Observación	68
Referencias Capítulo 3	71
CAPITULO 4	
4. ANALISIS DE RESULTADOS	72
4.1. Procesamiento de Imágenes	72
4.2. Análisis Matemático	77
4.3. Franjas, Desplazamientos y Esfuerzos	79
4.4. Conclusiones	105
Referencias Capítulo 4	107
Bibliografía General	108

Lista de Símbolos

T_g	Temperatura de transición vítrea
PMMA	Polimetilmetacrilato
PS	Poliestireno
PAN	Poliacrilonitrilo
σ	Esfuerzo
I_1	Primera invariante del tensor de esfuerzos
τ	Esfuerzo cortante octahédrico
ϵ_c	Deformación crítica
χ	Función de esfuerzo de Airy
K	Factor de intensidad de esfuerzo
ν	Razón de Poisson
\tilde{E}	Módulo de Young reducido
E	Módulo de Young para esfuerzos planos
P	Fuerza aplicada
s	Longitud del "craze"
c	Longitud de la fractura
a	Longitud de la grieta
λ	Longitud de onda
n	Índice de refracción
$2w(x)$	Ancho de la fractura
m	Orden de la franja
m_c, m_0	Extremos en la zona del "craze"
n_c, n_0	Índice de refracción en la zona del "craze"
n_B	Índice de refracción del bulto

Lista de Símbolos

λ_c	Longitud de onda de la zona del "craze"
τ	Grosor Primordial
Λ	Deformación promedio
$2v$	Función deformación desplazamiento neto
$Q(T)$	Función de esfuerzos
$2H$	Ancho de la probeta
W	Largo de la probeta
t	Espesor de la probeta
P.I.	Punto de intersección (punta del "craze")
P.E.	Punto de extrapolación ((final del "craze")

CAPITULO 1

ANTECEDENTES

Los pasos iniciales para la selección de un material se relacionan con las propiedades mecánicas del mismo, conjuntamente con los factores de procesabilidad y eficiencia en costos cuando se va a diseñar. Hoy en día las propiedades mecánicas de un polímero como la dureza, permite que un sólido viscoelástico compita con otros materiales. La versatilidad de las propiedades físicas de los polímeros los proyectan como uno de los materiales del futuro; sin embargo, siendo éstos materiales relativamente nuevos, se requiere del estudio de las deformaciones y esfuerzos para poder predecir su comportamiento a largo plazo.

En este capítulo se presenta una breve introducción acerca de los polímeros, así como también, algunas características físicas que ayudan al entendimiento del trabajo mostrado posteriormente.

1.1 Características de los Polímeros

1.1.1 Polímeros

Un polímero es una gran molécula construida con base en la repetición de moléculas mas pequeñas, unidades químicas simples (figura I-1). En algunos casos las construcciones son lineales, mientras que en otros forman redes. La repetición de una unidad de polímero es equivalente a un monómero, o lo que es lo mismo, el nivel inicial de formación del material. El largo de la cadena del polímero se especifica por el número de unidades dentro de la cadena, esto es también llamado grado de polimerización [1].

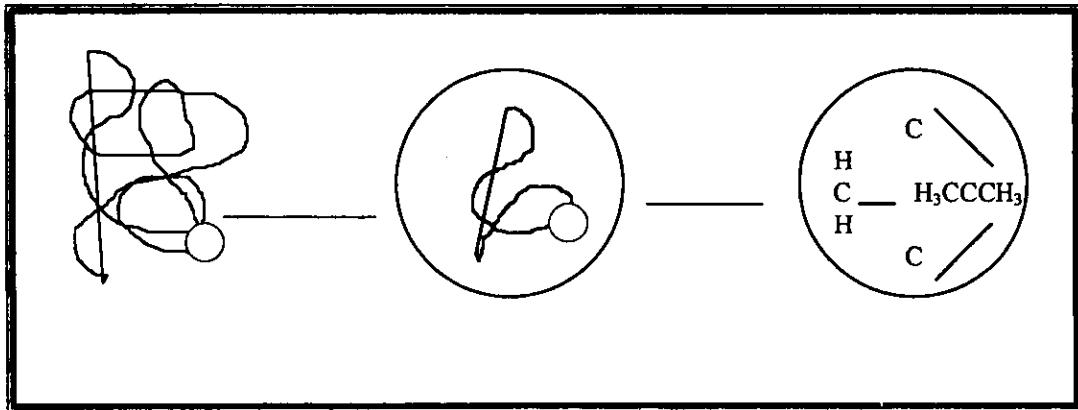


Figura I-1 Representación simbólica de una molécula polimérica

La estructura de las cadenas de un polímero repercute en las propiedades mecánicas del mismo. Dentro de la clasificación general de las cadenas existen tres principales tipos: lineal, ramificada y de enlace cruzado.

Los polímeros lineales son los que tienen un camino continuo de moléculas, digamos de principio a fin de la cadena. Un polímero ramificado, como su nombre lo indica, contiene pequeñas ramificaciones a partir de la principal. Por último, el enlace cruzado de un polímero consiste en una estructura en red de cadenas lineales.

Al incrementar el polímero su tamaño de moléculas aumenta el punto de fusión o de reblandecimiento, es decir, se hace más resistente y rígido; por lo general, los polímeros son ligeros, resistentes a la corrosión y aislantes eléctricos.

Existen varias clases de polímeros; los *termoplásticos*, que como su nombre lo indica, se comportan de manera *plástica* a temperaturas elevadas; además, la naturaleza de su enlace no se modifica radicalmente cuando la temperatura se eleva. El termoplástico contiene una estructura de cadena lineal y ramificada, esto ayuda a que los procesos termomecánicos sean reversibles. También están los polímeros *termoestables* que no se pueden reprocesar, ya que su estructura cambia: sus moléculas conforman una red. Otro tipo de polímero son los *elastómeros* que tienen un comportamiento intermedio, ya que se pueden deformar elásticamente en alto grado sin cambiar permanentemente su forma; su estructura de cadenas esta en red y soportan grandes esfuerzos.

1.1.2 Deformación de Polímeros

Los polímeros se pueden someter a esfuerzos variados, ya que soportan deformaciones *plásticas* y *elásticas*. Una *deformación plástica* se da cuando las cadenas del material se deslizan una sobre otras y se rompen los enlaces de Van der Waals, en este caso se presenta una deformación permanente. Por otro lado, la *deformación elástica* se debe a los mecanismos de estiramiento y distorsión de los enlaces dentro de la cadena.

Las deformaciones están íntimamente relacionadas con la viscosidad del material: se requiere un mayor esfuerzo para deformar plásticamente si la viscosidad es alta [2]. En el estado plástico, por debajo de la temperatura de fusión, el polímero es rígido, manteniendo su forma y al aplicar un esfuerzo se causa una deformación moviendo las cadenas poliméricas. Sin embargo, cuando se retira dicho esfuerzo, sólo se recupera la parte elástica de la deformación.

1.2 Mecanismos de Fractura

La fractura es la ruptura del material por la presencia de esfuerzos que causan deformación, es decir, es el punto en donde las cadenas del material se rompen.

El proceso de fractura no es igual para todos los materiales y por eso es necesario saber las características del material para después estudiar los probables modos de fractura que se pueden presentar.

1.2.1 Fractura Frágil y Dúctil

Se identifican dos tipos de fractura para los materiales: fractura *frágil* y *dúctil*. El término *frágil* se aplica a los materiales en cuya fractura no se observa una deformación plástica. Existen algunas condiciones que favorecen la fractura frágil, entre ellas se tiene: bajas temperaturas y altas velocidades de carga.

Sobre la superficie de las fracturas frágiles se presentan ciertas características que ayudan en su identificación, como son:

- ☒ Las superficies de las fracturas opuestas ajustan bastante bien.
- ☒ La fractura se presenta a bajos niveles de deformación de la muestra.
- ☒ La deformación plástica se limita en regiones microscópicas en la superficie de la fractura.
- ☒ La grieta presenta ramificaciones al efectuarse una propagación a altas velocidades.

✠ La superficie de la fractura se forma normal al esfuerzo máximo de tensión, correspondiendo al modo de carga I. Como caso particular, en los termoplásticos se definen regiones conocidas como son: marcas hiperbólicas, marcas acanaladas, rugosidad, líneas de Wallner, patrón de Mackerel, patrón estriado y transiciones de baja a alta velocidad de propagación. [7]

El término dúctil se utiliza para designar la fractura donde la deformación plástica es importante. La fractura dúctil se origina con base en el proceso de unión de microporos e inclusiones existentes en el material, bajo la aplicación de esfuerzos. Los microporos se juntan formando una nucleación y elevan localmente el esfuerzo a un nivel en que se desencadena la ruptura.

La forma en la que preferentemente se fracturan los materiales refleja los mecanismos del proceso. Sin embargo, difícilmente se pueden atribuir el origen de éstos a una sola característica estructural.

Se puede dar el caso en que para una misma fractura se observe al mismo tiempo un comportamiento frágil y dúctil, esto depende de las condiciones que se apliquen. Debido a la existencia del comportamiento dual sobre una misma fractura se puede decir que la fragilidad o ductilidad no está inherentemente en los átomos constituyentes de un sólido.

En los termoplásticos, se encuentra la llamada transición de la respuesta frágil a la dúctil a medida que la temperatura aumenta y se aproxima a la temperatura de transición vítrea (T_g).

Como consecuencia de lo anterior, es de esperarse que a temperaturas lo suficientemente bajas con respecto a la de T_g se observe comportamiento frágil.

La temperatura es un factor muy importante dentro de la fractura para materiales poliméricos pero también se ve afectada por la geometría, la estructura molecular y el peso molecular de éste.

1.2.2 Mecanismos de Microdeformación en Termoplásticos

En la búsqueda constante de encontrar modelos que puedan describir la fractura se ha evolucionado, tanto en la metodología experimental, como la teórica. A partir de la década de los 60's la visión macroscópica era la que predominaba y a raíz de los problemas presentes en la segunda guerra mundial se empezó a desarrollar el área que ahora se le llama microfractura.

En el campo de la microfractura la grieta en un material toma gran importancia, así como también los fenómenos de microdeformación inhomogéneos (plástica) y homogéneos que se dan en sus alrededores. Por lo que ahora, el interés se enfoca en obtener experimentos que tengan resolución de micras.

En comparación con el estudio que se hacía anteriormente de enfocarse sólo a la fractura ya generada, ahora se ha vuelto un problema de tres fases: generación de la grieta, propagación de la grieta y la ruptura de la falla.

Aún cuando se tiene un problema de tres fases dentro de la visión actual se trata de dar modelos continuos para describirla en su totalidad. En termoplásticos los mecanismos de microdeformación que se derivan en la fractura son dos: La *Cedencia por Cortante* y el "*Crazing*". Se relaciona al "*crazing*" con la fractura frágil y a su vez la cedencia por cortante con la respuesta dúctil.

1.2.2.1 Cedencia por cortante

Cuando se habla de deformación cortante se entiende como un cambio de forma en el elemento sin modificar su volumen, esto implica que en el tensor¹ de esfuerzos la componente volumétrica es nula. La cedencia por cortante es de gran importancia por varios aspectos: se puede determinar la resistencia del material aún cuando se logra suprimir la fractura frágil, las microbandas generadas por la deformación cortante contienen información para la iniciación de grietas y es uno de los mecanismos por el cual se absorbe mas energía en el material.

¹ El esfuerzo se describe mediante un tensor E_{ij} , cada entrada corresponde a una componente.

Uno de los detalles característicos en la cedencia por cortante es la formación de bandas alineadas angularmente (45° aproximadamente) con respecto a la dirección del esfuerzo aplicado.

Dentro de los polímeros no existe un criterio confiable que prediga la cedencia por cortante pero se ha llegado a utilizar los criterios de Tresca, Mohr-Columb y Von Mises [3][4].

1.2.2.2 "Crazing"

El "crazing" es el micromecanismo de deformación asociado a la fractura frágil. Se denomina "craze" a aquella pequeña zona dentro del material en donde el material cede; a esta región se le llama *zona de deformación No-lineal* ó *zona de proceso*. Un "craze" se constituye por microagujeros que son capaces de unificarse para formar una grieta y en su lugar generan una región de microfibras deformadas plásticamente (figura I-2). En dicha región la fibras se alinean en sentido del esfuerzo máximo presente en el material y perpendicular a la dirección de la posible fractura.

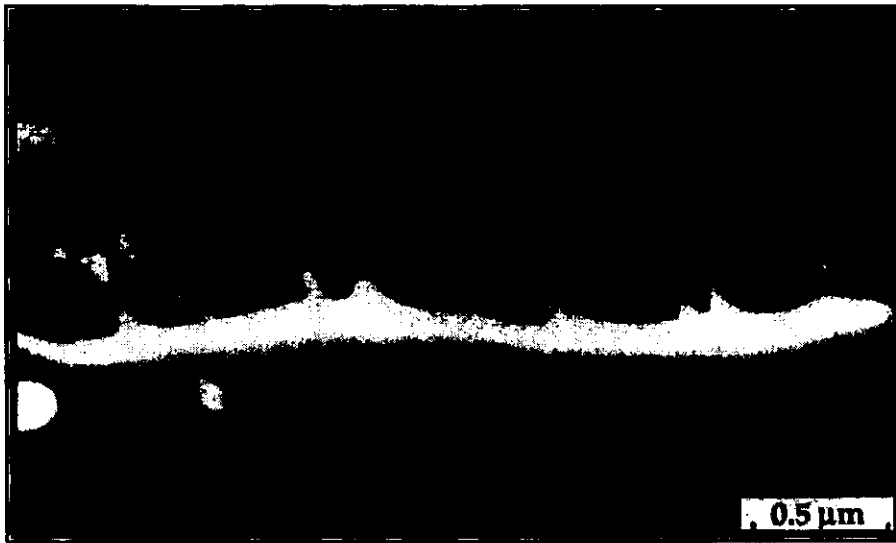


Figura I-2 Fotografía microscópica de la zona del "craze"

El "crazing" es un proceso de cavitación que se realiza con un incremento en el volumen y, a diferencia de la cedencia por cortante, la componente volumétrica del tensor de esfuerzos no puede ser cero. Debido a que el "craze" se forma en la región que antecede a la grieta los mecanismos de su crecimiento, rompimiento e iniciación, son puntos claves dentro de la descripción de la fractura. Se puede decir que el "craze" es lo que dirige la propagación de la grieta.

La importancia del "crazing" estriba en que es capaz de causar agrietamiento por fractura frágil a esfuerzos por abajo de los necesarios para causar cedencia por cortante. Sólo a temperaturas cercanas a T_g el "crazing" deja de ser el mecanismo predominante.

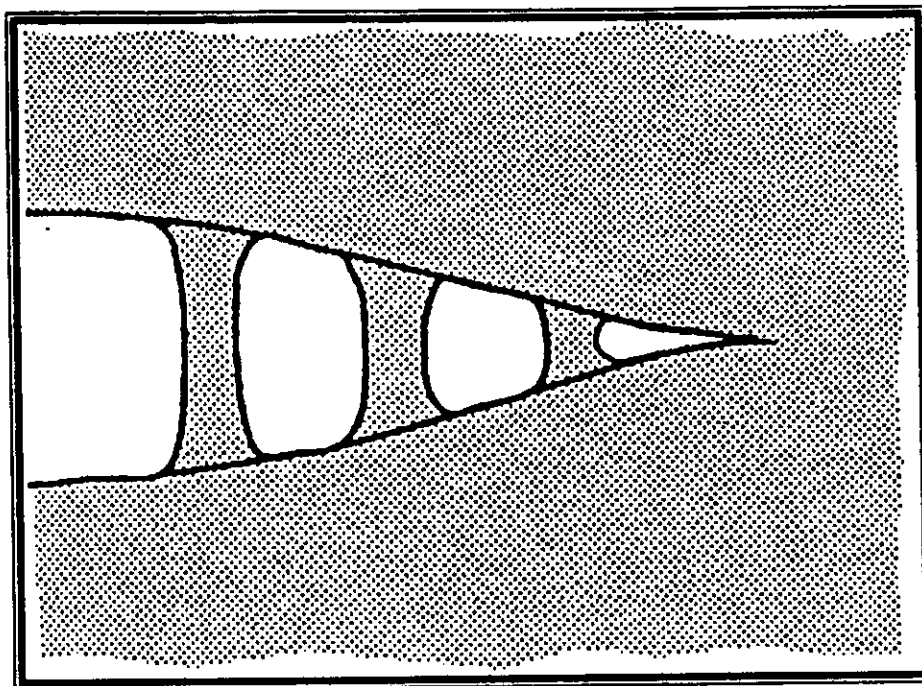


Figura I-3 Esquemmatización de la zona "craze"

Un detalle muy interesante es el cambio de las propiedades mecánicas del "craze" . Se ha observado un endurecimiento por deformación lo que provoca reforzamiento y estabilización de su estructura a nivel molecular. El mayor endurecimiento se localiza justo enfrente de la punta de la grieta.

La característica de mayor importancia para este trabajo se refiere directamente al cambio de densidad (figura I-3) en el "craze", que implica un cambio en el índice de refracción. Lo anterior nos permite usar técnicas de interferencia óptica para la determinación de forma y tamaño del "craze".

Existen varias causas por las cuales se puede formar un "craze":

- ✠ Por la alta concentración de esfuerzos alrededor de las grietas, defectos del material y las homogeneidades moleculares.
- ✠ Por la aplicación de solventes.

En este trabajo el centro de interés es el "craze" que, como resultado de la aplicación de un esfuerzo, se forma en la punta de la grieta y que controla su propagación.

1.3 "Craze"

Se han definido ya los mecanismos de deformación, así como también algunas de sus características. Para poder entender un poco más de lo que es la zona de proceso ("craze"), vale mencionar como surge y su evolución dentro del material.

1.3.1 Iniciación del "Craze"

Aún no se ha encontrado una explicación completa de como es la iniciación del "craze", pero existen varios criterios que ayudan a predecir su formación.

Se consideran dentro de las causas de formación de la zona de proceso: el estado macroscópico de esfuerzo y deformación, los defectos o heterogeneidades en el material y el comportamiento molecular para condiciones térmicas y químicas dadas.

Los criterios más importantes considerados en éste proceso son:

- ✦ El "craze" se forma en las regiones de máximo esfuerzo volumétrico y máximo esfuerzo principal.
- ✦ La iniciación del "craze" ocurre donde las cadenas fueron orientadas transversalmente a la dirección del esfuerzo.
- ✦ Existe un valor de factor de intensidad de esfuerzo por debajo del cual no ocurre el "crazing" . (para el PMMA es igual a $0.13 \text{ Mpa m}^{(1/2)}$ [5]).
- ✦ El "craze" se inicia en las intersecciones de las bandas generadas por cortante.
- ✦ Como es un proceso de cavitación, la tensión hidrostática favorece la aparición del "craze" mientras que la compresión se opone a su creación.
- ✦ El esfuerzo para la iniciación del "crazing" se modifica con el grado de orientación molecular. Aumenta cuando el eje de tensión es paralelo a la dirección de la tracción y disminuye cuando el eje es normal.
- ✦ La temperatura es un factor importante en la generación por cedencia y "crazing" pero este último se ve menos afectado.
- ✦ Los materiales que tienen elevada tendencia a la formación de "craze" son PMMA, PS, PAN, entre algunos. También tienen asociado un alto esfuerzo de cedencia. Contienen una gran inestabilidad plástica local lo que ayuda a la nucleación y crecimiento de agujeros.

✠ El criterio de Sternstein establece.

$$|\sigma_1 - \sigma_2| \geq A(T) + \frac{B(T)}{I_1}$$

en un estado biaxial de esfuerzos. A y B son constantes del material que dependen de la historia térmica y ambiental; I_1 es la primera invariante del tensor de esfuerzos ($I_1 = \sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33} > 0$). Una extensión para las tres dimensiones es:

$$6\tau^2 = \left(\frac{B}{3I_1} - A \right)^2 + 3I_1^2$$

donde τ es el esfuerzo cortante octahédrico o máximo esfuerzo cortante.

✠ La determinación de la deformación crítica para la iniciación del "craze" en condiciones de esfuerzo biaxial está dada por:

$$\varepsilon_c = A'(T) + \frac{B'(T)}{I_1}$$

1.3.1 Crecimiento del "Craze"

Se conoce como crecimiento del "Craze" al proceso de su formación hasta el punto de rompimiento. Por crecimiento entendemos que la zona de proceso aumenta en su longitud o su grosor.

El "craze" puede crecer de dos formas diferentes:

- ✦ Transversalmente, porque la separación normal entre las dos interfaces puede incrementarse bajo un modo de carga I.
- ✦ Longitudinalmente, porque se pueden alinear más fibras con lo que aumenta la longitud de la zona de proceso.

El avance de la punta involucra un proceso más complejo conocido como menisco de Taylor [6]. El crecimiento por menisco es debido a que en la punta del "craze" se comporta como un fluido presentando inestabilidad y provocando que el material se rompa en haces que pasan a formar parte del "craze". Por otro lado, teniendo en cuenta que la iniciación del "craze" involucra componentes volumétricas y desviatorios, el crecimiento está únicamente gobernado por el máximo esfuerzo principal de tensión. Sin embargo, se ha demostrado que el "craze" puede presentarse en un estado de esfuerzo cortante puro sin la ayuda de componentes volumétricas [3].

Los parámetros más importantes dentro de la descripción del "craze" (y de la propagación de la grieta) son las dimensiones del "craze" (ancho y largo) y la velocidad de crecimiento.

En el trabajo presentado la velocidad de crecimiento de la grieta no adquiere mayor importancia, ya que el enfoque es hacia la caracterización de desplazamientos y esfuerzos en la zona de proceso o "craze". En la caracterización del "craze" se utilizan métodos ópticos que se explicarán en el capítulo 3.

1.3.3 Ruptura del "Craze"

La ruptura del "craze" es el proceso que lleva a la propagación de la grieta y por ello su vital importancia dentro de la caracterización de una fractura. Sin embargo, el mecanismo exacto es todavía tema de discusión. Se ha encontrado que se puede hallar gran información en la morfología de las superficies de fractura sobre el "craze" y en especial de la ruptura. [7]

Acerca de la descripción de la ruptura se pueden encontrar también otros métodos de caracterización como son la fractografía y la descripción estadística entre algunos.

Referencias Capítulo 1

- [1] Billmeyer, Fred W. (1962). *Text book of Polymer Science*, 2nd edition, Wiley- Interscience, USA.
- [2] Broek, David. (1986). *Elementary Engineering Fracture Mechanics*, 4th edition, Kluner Academic Publichers, Netherlands.
- [3] Kinloch, A.J., Young, R.J. (1983). *Fracture behaviour of polymers*, Applied science publishers, New York. Pág. 496.
- [4] Anderson, T.L. (1991). *Fracture Mechanics, Fundamentals and Applications*, CRC Press Inc. U.S.A.. Pág. 793
- [5] Henning Kaush, Hans. (1987). *Polymer Fracture*, 2nd edition. Vol. 2 Polymers/properties and applications. Springer-Verlag. Pag. 456.
- [6] Kramer, E.J. y Breger, L.L. (1990). *Fundamental Processes of craze growth and fracture*, **Advance in polymer science 91/92**. Editor: Kausch. Springer-Verlang Berlin Heidelberg. Pág. 1-68.
- [7] Martínez Pacheco Ramón (1997). *Análisis de propagación de grieta en materiales termoplásticos sujetos a condiciones de carga cuasiestática*. (Tesis de Licenciatura).

CAPITULO 2

ANTECEDENTES MATEMÁTICOS

La relación desplazamiento-esfuerzo para la punta de la grieta precedida por una zona de proceso, que se discute más adelante, se obtiene mediante el modelo de Dugdale/Barenblatt [2]; con base en este modelo se calcula el desplazamiento correspondiente a las distribuciones de esfuerzos que actúan sobre la zona del "craze" o de proceso. Para la región fuera de la zona de proceso se propone que el material se comporte elásticamente.

Utilizando el formalismo de la mecánica de medios continuos para materiales elásticos y el método de Westergaard [7], se propone la solución al problema de una grieta precedida por una el "craze" en una placa elástica infinita; esto es con el objetivo de tratar de aproximar la solución con la situación real del problema.

Conociendo el modelo de Dugdale se trata de mejorar la descripción del problema proponiendo otra distribución de esfuerzos. Se propone un polinomio de tercer orden, cuyas características de generalización de los modelos anteriores se cumplen. Se debe tener en cuenta que de la relación deformación-esfuerzo se puede formular las ecuaciones constitutivas de los materiales en el rango No-Lineal.

2.1 Modelo de una Grieta.

Para un estudio más adecuado de la fractura de los materiales se requiere de la determinación de los estados de esfuerzos en las vecindades de la grieta. Para entender mejor el modelo se toma el ejemplo siguiente: considere una placa cualquiera con un agujero en el centro (figura II-1). De acuerdo a la solución elástica, se sabe que el esfuerzo transversal máximo que contiene la placa se da en el círculo en $\theta = 0, \pi$ ($r = a$) con un factor de concentración igual a 3, con respecto al esfuerzo aplicado. Como se verá a continuación, para el caso de una grieta el factor de concentración tiende a infinito.

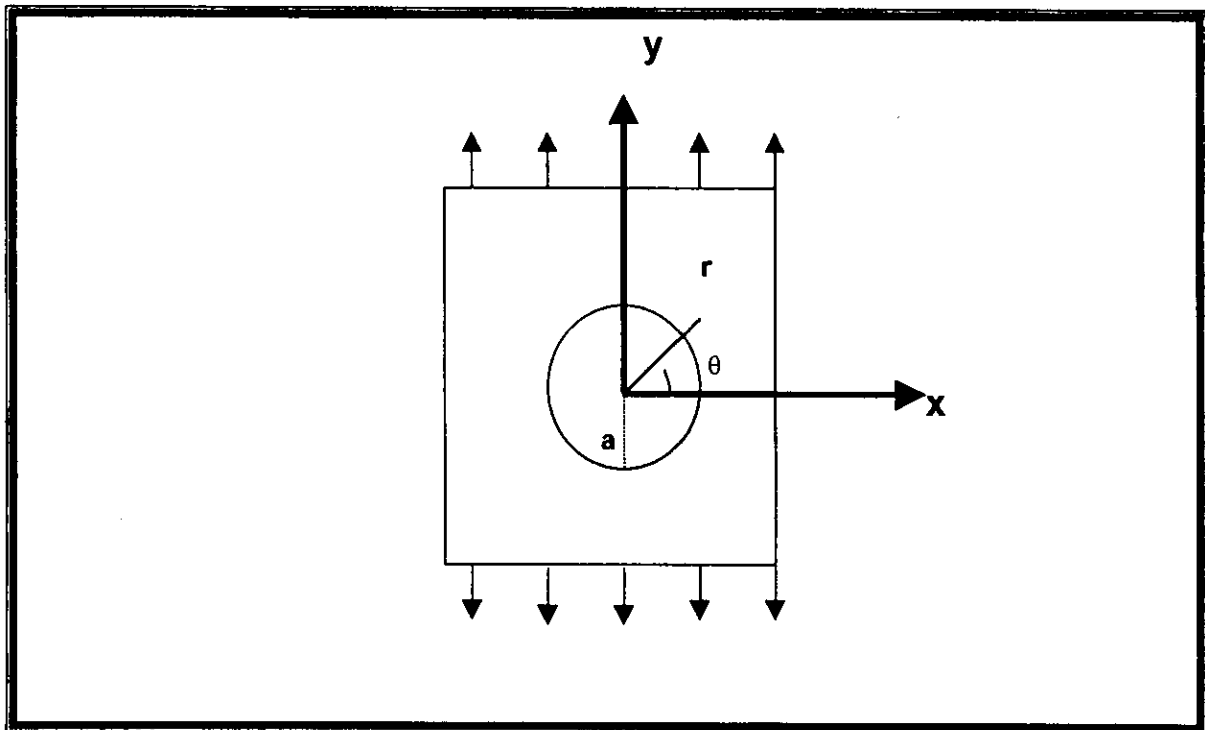


Figura II -1 Placa con agujero circular. El esfuerzo se concentra en $r = a$ y $\theta = 0, \pi$.

2.2 Descripción matemática

Dentro de la teoría de fractura hay diversas aproximaciones al problema de la distribución de esfuerzos que actúan en la vecindad de una grieta, una de ellas es la solución asintótica para cuñas de Williams.

Tomando una geometría como la de la figura II-2 y considerando que en el sólido se cumplen las ecuaciones de equilibrio, cinemática, constitutivas y de compatibilidad como la teoría de la elasticidad requiere, se puede variar las dimensiones de la cuña por el ángulo α . Un punto del material se puede describir con los parámetros θ y r . Si se va incrementando α la geometría se va pareciendo a la de una grieta y en $\alpha = 2\pi$ se tiene una grieta seminfinita (figura II-3).

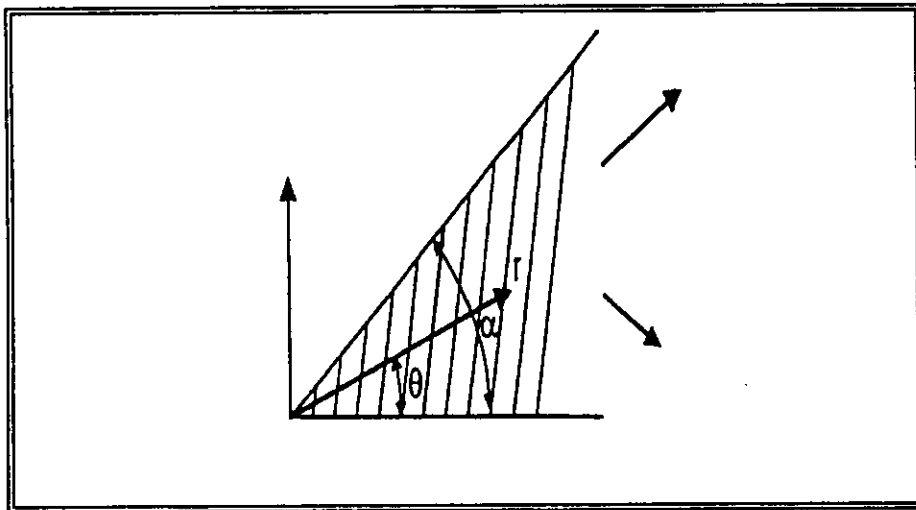


Figura II-2 Geometría de la cuña a partir de la cual se obtiene la solución asintótica.



Figura II-3 Al incrementar el parámetro α la cuña se transforma en una grieta

Presentando entonces la descripción matemática se tiene lo siguiente. En ausencia de fuerzas de cuerpo el equilibrio dentro de la geometría de la cuña se cumple si:

en coordenadas cartesianas

$$\begin{aligned}
 \sigma_{xx} &= \frac{\partial^2 \chi}{\partial y^2} & \sigma_{yy} &= \frac{\partial^2 \chi}{\partial x^2} \\
 \sigma_{xy} &= \frac{\partial^2 \chi}{\partial x \partial y} & &
 \end{aligned}
 \tag{2-1}$$

en coordenadas polares

$$\sigma_{rr} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \chi}{\partial \theta^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \chi}{\partial r} \qquad \tau_{r\theta} = -\frac{1}{r} \frac{\partial^2 \chi}{\partial r \partial \theta} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial \chi}{\partial \theta}$$

$$\sigma_{\theta\theta} = \frac{\partial^2 \chi}{\partial r^2} \qquad (2-2)$$

En las ecuaciones presentadas χ es la función del esfuerzo de Airy (para un medio elástico y continuo es una función derivable propuesta). Recordando que una descripción en coordenadas cartesianas sería $\chi(x,y)$ y en coordenadas polares corresponde a $\chi(r,\theta)$. Para asegurar compatibilidad se debe cumplir:

$$\nabla^2(\sigma_{xx} + \sigma_{yy}) = 0$$

Esto equivale a:

$$\frac{\partial^4 \chi}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 \chi}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 \chi}{\partial y^4} = 0 \qquad \text{ó} \qquad \nabla^2 \nabla^2 \chi = 0 \qquad (2-3)$$

En coordenadas polares la compatibilidad se cumple si:

$$\nabla^2(\sigma_{rr} + \sigma_{\theta\theta}) = 0 \quad \text{donde} \quad \nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2}$$

ó

$$\nabla^2 \nabla^2 \chi = 0 \qquad (2-4)$$

Williams asumió que χ tenía la forma siguiente [1]:

$$\chi = r^{\lambda+1} \mathbf{f}(\theta) \quad (2-5)$$

Considerando equilibrio y compatibilidad se plantea las siguientes ecuaciones a partir de (2-4) para encontrar λ y $\mathbf{f}(\theta)$:

$$\frac{d^4 \mathbf{f}}{d\theta^4} + 2(\lambda^2 + 1) \frac{d^2 \mathbf{f}}{d\theta^2} + (\lambda^2 - 1)^2 \mathbf{f} = 0 \quad (2-6)$$

y

$$\mathbf{f} = \frac{d\mathbf{f}}{d\theta} = 0 \quad (2-7)$$

Las ecuaciones anteriores describen las condiciones de frontera a cumplir. La solución general de la ecuación (2-6) es:

$$\mathbf{f} = C_1 \cos(\lambda-1)\theta + C_2 \sin(\lambda-1)\theta + C_3 \cos(\lambda+1)\theta + C_4 \sin(\lambda+1)\theta \quad (2-8)$$

Sustituyendo en (2-7) se logra un sistema de ecuaciones homogéneo de ecuaciones que involucran las constantes **C**:

$$\begin{bmatrix} \text{Cos}(\lambda - 1)\alpha & \text{Cos}(\lambda + 1)\alpha \\ (\lambda - 1)\text{Sin}(\lambda - 1)\alpha & (\lambda + 1)\text{Sin}(\lambda + 1)\alpha \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} C_1 \\ C_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \text{Sin}(\lambda - 1)\alpha & \text{Sin}(\lambda + 1)\alpha \\ (\lambda - 1)\text{Cos}(\lambda - 1)\alpha & (\lambda + 1)\text{Cos}(\lambda + 1)\alpha \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} C_2 \\ C_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2-9)$$

Observando la ecuación (2-8) se obtienen una parte simétrica asociada a los términos C_1 y C_3 y otra parte antisimétrica asociada a C_2 y C_4 . El espesor de la cuña se representa por la evaluación de la frontera $\theta = \alpha$.

La solución no trivial del sistema homogéneo se obtiene verificando que el determinante de la ecuación sea cero y que el parámetro λ cumpla con la ecuación característica del sistema, obteniendo así los eigenvalores de λ . La determinante de la ecuación (2-9) es cero si:

$$\begin{aligned} \lambda \text{ Sin } 2\alpha + \text{Sin } 2\lambda\alpha &= 0 \\ -\lambda \text{ Sin } 2\alpha + \text{Sin } 2\lambda\alpha &= 0 \end{aligned} \quad (2-10)$$

en la simulación de la grieta α se aproxima a 2π reduciéndose (2-10) a:

$$\text{Sin } 2\pi\lambda = 0 \quad (2-11)$$

Analizando la ecuación se desprecian todos los términos con valores negativos y el cero por consideraciones energéticas, quedando como solución posible:

$$\lambda = \frac{1}{2} n \quad n \in \text{enteros} \quad (2-12)$$

De la relación anterior se puede ver que hay un número infinito de valores para λ dentro de los cuales se cumplen las condiciones de frontera. Lo anterior conduce a que la distribución de esfuerzos y la función de Airy alrededor de la grieta se expresen por medio de series con las C's relacionadas de la siguiente manera:

$$C_{3n} = -\frac{n-2}{n+2} C_{1n} \quad C_{4n} = -C_{2n} \quad \text{para } n = 1, 3, 5, \dots$$

$$C_{3n} = -C_{1n} \quad C_{4n} = -\frac{n-2}{n+2} C_{2n} \quad \text{para } n = 2, 4, 6, \dots \quad (2-13)$$

La ecuación (2-5) se escribe como a continuación se presenta:

$$\chi = \sum_{n=1,3,\dots} r^{1+1/2} \left[\begin{array}{l} C_{1n} \left(\cos \frac{n-2}{2} \theta - \frac{n-2}{n+2} \cos \frac{n+2}{2} \theta \right) + \\ C_{2n} \left(\sin \frac{n-2}{2} \theta - \sin \frac{n+2}{2} \theta \right) \end{array} \right] +$$

$$\sum_{n=2,4,\dots} r^{1+1/2} \left[\begin{array}{l} C_{1n} \left(\cos \frac{n+2}{2} \theta - \cos \frac{n+2}{2} \theta \right) + \\ C_{2n} \left(\sin \frac{n-2}{2} \theta - \frac{n-2}{n+2} \sin \frac{n+2}{2} \theta \right) \end{array} \right] \quad (2-14)$$

Cerca de la punta de la grieta ($r \rightarrow 0$) es suficiente con tomar el primer término despreciando los de grado siguiente. Sustituyendo (2-14) en (2-2) y considerando sólo el primer término de la serie en χ se llega a la expresión general para el esfuerzo:

$$\sigma_{rr} = \frac{1}{4\sqrt{r}} \left[S_1 \left(-5\cos \frac{\theta}{2} + \cos \frac{3\theta}{2} \right) + t_1 \left(-5\sin \frac{\theta}{2} + 3\sin \frac{3\theta}{2} \right) \right] + \dots + \dots$$

$$\sigma_{\theta\theta} = \frac{1}{4\sqrt{r}} \left[S_1 \left(-3\cos \frac{\theta}{2} + \cos \frac{3\theta}{2} \right) + t_1 \left(-3\sin \frac{\theta}{2} + 3\sin \frac{3\theta}{2} \right) \right] + \dots + \dots$$

$$\tau_{r\theta} = \frac{1}{4\sqrt{r}} \left[S_1 \left(-\sin \frac{\theta}{2} + \sin \frac{3\theta}{2} \right) + t_1 \left(\cos \frac{\theta}{2} + 3\cos \frac{3\theta}{2} \right) \right] + \dots + \dots \quad (2-15)$$

2.2.1 Modos de Carga

Es importante destacar el tipo de carga que se puede presentar sobre la fractura. Si se considera una probeta compacta con fractura es posible aplicar dos tipos de carga: la *simétrica* y la *antisimétrica*. La carga simétrica es conocida como modo I e incluye la flexión y la tensión pura (figura II-4). En el modo I de carga el esfuerzo es normal a el plano de la grieta.

La carga de tipo antisimétrico se presenta bajo esfuerzos cortantes. Este tipo de carga consiste en desplazamientos tangenciales que pueden ser normales (sobre el plano) o paralelos (fuera del plano) al frente de la grieta. Estas formas de carga son conocidas como modo II y III (figura II-4).

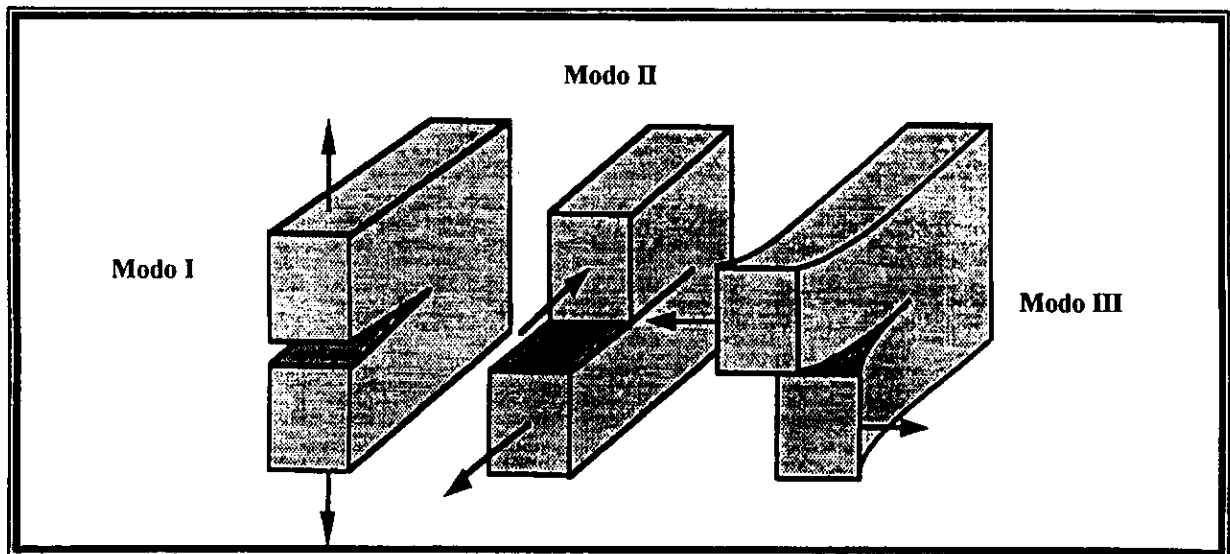


Figura II-4 Modos de carga de una probeta:
Modo I (Simétrico).
Modo II (Antisimétrico, en plano).
Modo III (Antisimétrico fuerza de plano).

Una constante involucrada muy importante en el análisis de fractura es K , llamado *factor de intensidad de esfuerzo*; por lo general se le denota junto con un subíndice que indica el modo de carga al que pertenece (K_I para el modelo simétrico). En la bibliografía se puede encontrar estos factores o relaciones para diversas geometrías.

Definiendo las constantes S_I y t_I como sigue:

$$S_I = -\frac{K_I}{\sqrt{2\pi}} \quad t_I = \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi}} \quad (2-16)$$

Y sustituyendo en (2-15) se obtienen las siguientes relaciones de los campos de esfuerzos alrededor de la grieta:

Coordenadas Cartesianas

Modo I

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{xy} \\ \sigma_{yy} \end{Bmatrix} = \frac{K_I}{2\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \begin{Bmatrix} 1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \\ \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \\ 1 + \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \end{Bmatrix} \quad (2-17)$$

Modo II

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{xy} \\ \sigma_{yy} \end{Bmatrix} = \frac{K_{II}}{2\sqrt{2\pi r}} \begin{Bmatrix} -\sin \frac{\theta}{2} \left(2 + \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \right) \\ \cos \frac{\theta}{2} \left(1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right) \\ \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \end{Bmatrix} \quad (2-18)$$

Coordenadas Polares

Modo I

$$\begin{Bmatrix} \sigma_r \\ \sigma_\theta \\ \sigma_{r\theta} \end{Bmatrix} = \frac{K_I}{2\sqrt{2\pi r}} \begin{Bmatrix} (3 - \cos \theta) \cos \frac{\theta}{2} \\ (1 + \cos \theta) \cos \frac{\theta}{2} \\ \sin \theta \cos \frac{\theta}{2} \end{Bmatrix} \quad (2-19)$$

Modo II

$$\begin{Bmatrix} \sigma_r \\ \sigma_\theta \\ \sigma_{r\theta} \end{Bmatrix} = \frac{K_{II}}{2\sqrt{2\pi r}} \begin{Bmatrix} -(3 \cos \theta - 1) \sin \frac{\theta}{2} \\ -3 \sin \theta \cos \frac{\theta}{2} \\ (3 \cos \theta - 1) \cos \frac{\theta}{2} \end{Bmatrix} \quad (2-20)$$

Observando las ecuaciones presentadas se puede ver que el parámetro con mayor peso para la determinación de los esfuerzos alrededor de la grieta es K . El factor de intensidad de esfuerzo define la amplitud de la singularidad en la punta de la grieta. Al considerar una grieta estacionaria las componentes del esfuerzo y la deformación cercanos a la punta de la grieta se incrementan proporcionalmente a K [2].

Para la mayoría de las geometrías el factor de intensidad de esfuerzo es función de la longitud de la grieta y del esfuerzo aplicado. En algunos casos las funciones se pueden encontrar en los manuales; dichas funciones han sido obtenidas experimentalmente para geometrías dadas y por métodos matemáticos que involucran variable compleja.

2.2.2 Limitaciones del Modelo.

El desarrollo de la mecánica de fractura para cuerpos elásticos y lineales se ha basado básicamente en una solución asintótica. Cabe mencionar algunos detalles que hay que tener en cuenta pues los materiales no soportan esfuerzos infinitos, sobre todo un polímero bajo fractura frágil.

La singularidad que se presenta en la punta de la grieta define un esfuerzo infinito, esto por supuesto no es posible. Se sabe que en las regiones cercanas a la punta de la grieta el esfuerzo aumenta, pero en algún momento el material cede y se establece en un valor finito [2].

La explicación que se encuentra es que el material en zonas muy cercanas a la punta deja de comportarse de manera elástica y se pasa a un comportamiento plástico. Warren (1989), Ungsuwarungsri y Knauss (1988-1990) [3] han usado métodos de estabilidad para tratar de describir la zona de la punta. En la figura II-5 se puede observar gráficas donde se realiza la corrección básica en la distribución de esfuerzos causada en la zona plástica.

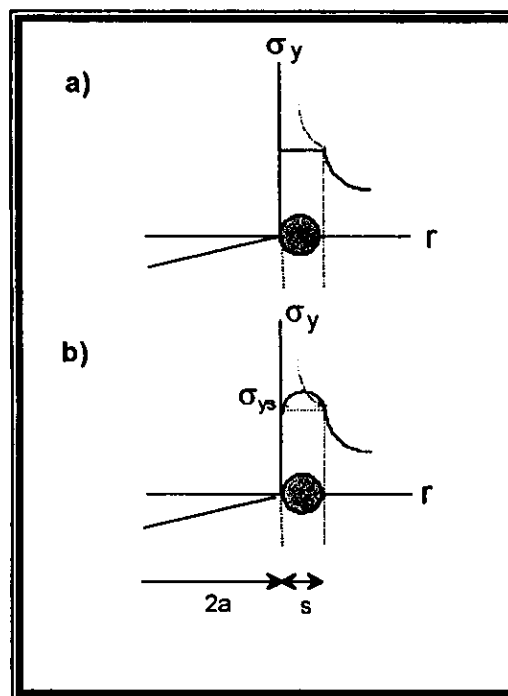


Figura II-5 La figura b) representa la corrección de la distribución de esfuerzos en a).

Los efectos de la plastificación en el material pueden ser evaluados numéricamente a través de un método iterativo que al incrementar la cedencia aumenta el tamaño de la zona. Los cálculos se hacen bajo la teoría de la elasticidad y la región plástica, tomando también en cuenta condiciones a la frontera. El criterio de cedencia para la grieta es muy importante y se puede considerar el de Von Mises o el de Tresca [7].

Otro detalle importante para la solución asintótica es que la distribución de esfuerzos se realiza de manera isocórica. Como ya se mencionó, en la fractura frágil de polímeros el fenómeno dominante es el "crazing" donde el cambio de volumen es relevante.

Considerando las limitaciones que surgen con el modelo de cuña se ha propuesto una extensión donde se considera una región plástica con transformación de volumen, dicho modelo es el conocido como Modelo de Dugdale/Barenblatt.

2.3 Modelo de Dugdale/Barenblatt

Después del planteamiento de la solución asintótica se establece la necesidad de que se presente una zona plástica en la vecindad de la punta de la grieta, pero esto obliga a un replanteamiento del problema ya que la teoría elástica no logra describir la situación actual. La determinación de las ecuaciones constitutivas es de gran interés ya que estas son un paso importante para lograr describir la zona de proceso y el avance de la grieta; para lograr esto es necesario obtener el tamaño de la región y su forma.

En los termoplásticos la zona plástica es la que se denomina "craze"; consecuentemente el modelo con el que se pueda describir debe de considerar un cambio de volumen. En la literatura se pueden encontrar varios modelos pero el que más se adecúa a las necesidades presentadas es el Modelo de Dugdale.

Dugdale considera un problema con distribución de esfuerzo constante y omite la complejidad de la solución elasto-plástica ya mencionada. El desplazamiento asociado con el modelo de Dugdale se obtuvo por Goodier y Field y mas tarde Rice obtuvo una expresión más simple.

En este estudio se obtiene una relación de los desplazamientos de la frontera elasto-plástica como función de la distribución de esfuerzos a lo largo del "craze"; y se sigue el análisis de Ungsuwarungsri y Knauss con algunas modificaciones mínimas [4] como son:

- * El sistema coordenado se localiza sobre la punta de la grieta.
- * La distribución de esfuerzos es continua a pedazos.
- * La longitud del "craze" es considerada pequeña con respecto a la longitud de la grieta.

Usando la función de esfuerzo de Westergaard [5], se obtiene la solución del problema de una grieta con longitud $2c$ contenida en un plano infinito cargado como muestra la figura II-6. Por lo tanto, la solución se expresa de la siguiente manera:

$$2v(x) = \frac{2P}{\pi \tilde{E}} \ln \left| \frac{\sqrt{c^2 - x^2} + \sqrt{c^2 - T^2}}{\sqrt{c^2 - x^2} - \sqrt{c^2 - T^2}} \right|$$

$$K_I = \frac{2P}{\sqrt{\pi c}} \frac{c}{\sqrt{c^2 - T^2}}$$

(2-21)

Donde \tilde{E} es el módulo reducido ($\tilde{E} = E$ Módulo de Young para esfuerzos planos y $\tilde{E} = E / (1 - \nu^2)$ para deformaciones planas, ν es la razón de Poisson).

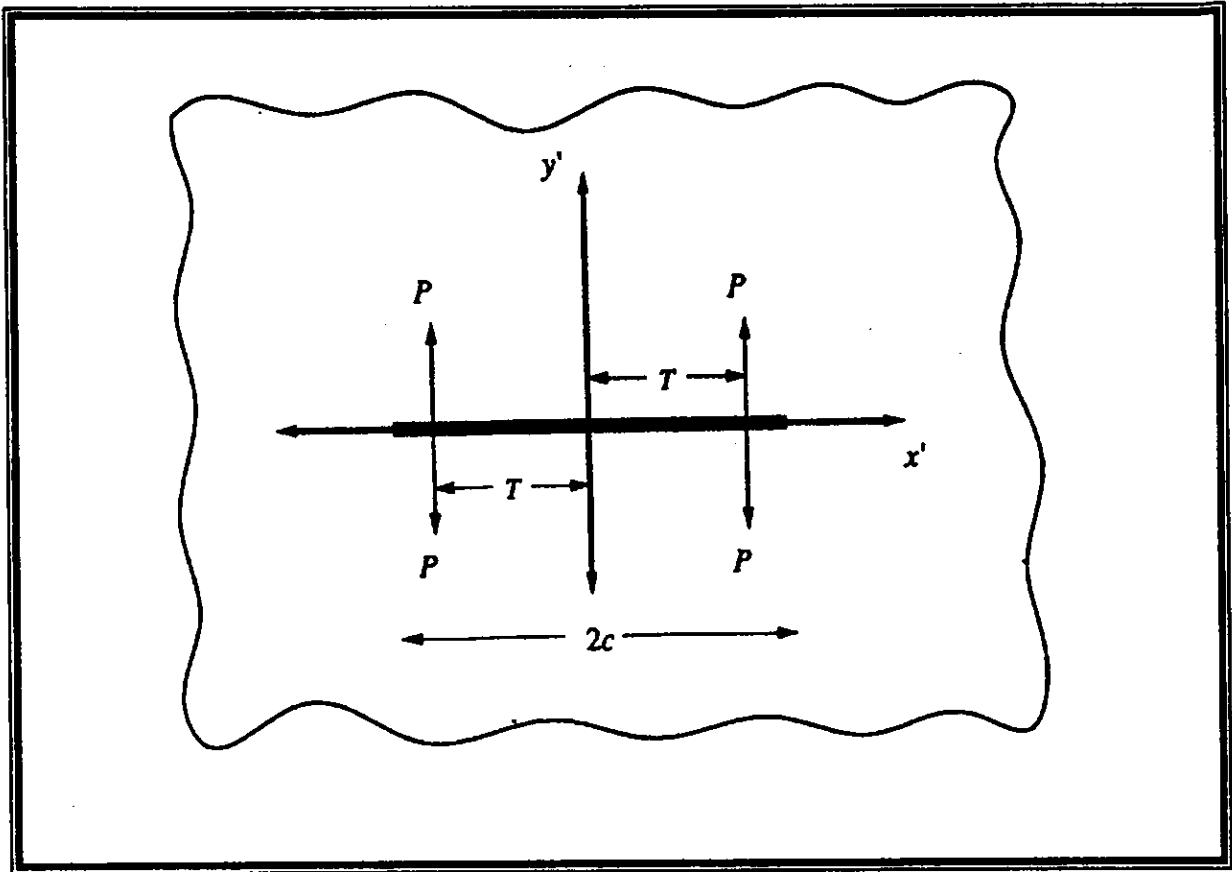


Figura II-6 Grieta de longitud $2c$ contenida en un plano infinito con dos puntos de carga.

La solución del problema de un plano elástico cargado por tensión en el infinito y por una distribución de esfuerzos arbitraria actuando a lo largo de la grieta, como se ve en la figura II-7, se puede obtener por superposición de otros problemas elásticos resultando el desplazamiento siguiente:

$$2 v(x') = \frac{2}{Eh} \left[\sigma_{\infty} \sqrt{c^2 - x'^2} - \frac{1}{\pi} \int_{-c}^c P(T') \ln \left| \frac{\sqrt{c^2 - x'^2} + \sqrt{c^2 - T'^2}}{\sqrt{c^2 - x'^2} - \sqrt{c^2 - T'^2}} \right| dT' \right]$$

(2-22)

donde el factor de intensidad de esfuerzo esta dado por:

$$K_1 = \sigma_{\infty} \sqrt{c\pi} - 2\sqrt{c/\pi} \int_a^c \frac{P(T)}{\sqrt{c^2 - T^2}} dT$$

(2-23)

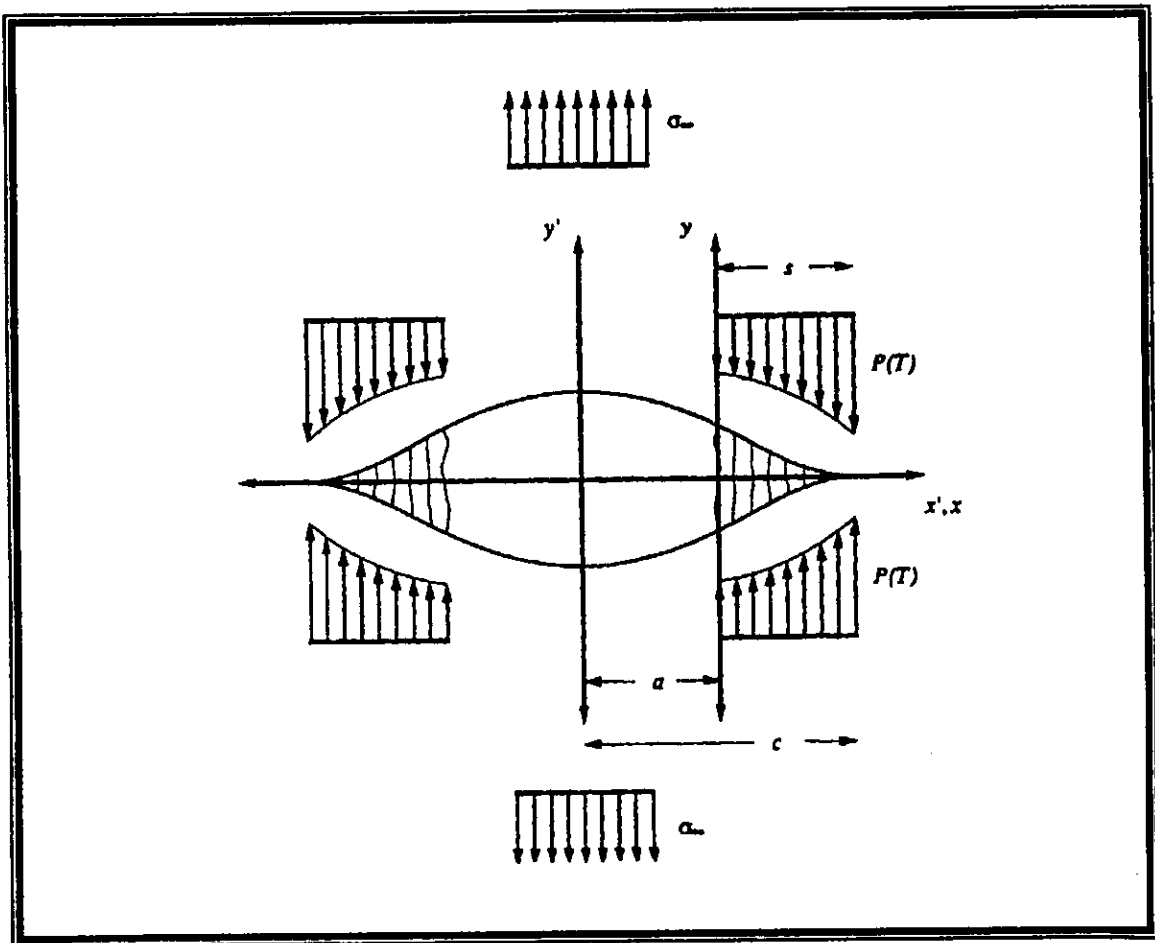


Figura II-7 Plano elástico con tensión en el infinito presentando una grieta de longitud $2c$, con craze de largo s en cada punta de la grieta.

Tomando el sistema de coordenadas y situándolo en el "craze", tomando que su longitud ($s = c - a$) es mas pequeña comparada con la de la grieta (a), se puede hacer una manipulación algebraica donde el desplazamiento se puede expresar por la siguiente ecuación:

$$2v(x) = \frac{2}{E} \left[\sigma_{\infty} \sqrt{2sc} \sqrt{1-x/s} - \frac{1}{\pi} \int_0^a P(T) \ln \left| \frac{1 + \sqrt{\frac{1-x/s}{1-T/s}}}{1 - \sqrt{\frac{1-x/s}{1-T/s}}} \right| dT \right] \quad (2-24)$$

y el factor de intensidad de esfuerzos se transforma en:

$$K_I = \sigma_{\infty} \sqrt{c\pi} - \sqrt{2/\pi s} \int_0^a \frac{P(T)}{\sqrt{1-T/s}} dT \quad (2-25)$$

Dugdale propone tomar el factor de intensidad de esfuerzo local como cero, eliminando así las singularidades del problema elástico. La ecuación (2-25) se convierte en una condición a la frontera que se puede escribir como:

$$\int_0^s \frac{Q(T)}{\sqrt{1-T/s}} dT = 2s \quad (2-26)$$

donde $Q(T)$ es el esfuerzo adimensional existente en el "craze" dado por:

$$Q(T) = P(T) / \sigma_D \quad (2-27)$$

El esfuerzo de Dugdale (σ_D) está relacionado con el campo de tensión lejano o con el factor de intensidad de esfuerzo del campo lejano como sigue:

$$\sigma_D = \pi \sqrt{c/8s} \sigma_\infty = \sqrt{\pi/8s} K_I \quad (2-28)$$

Si se define la abertura del desplazamiento de Dugdale como:

$$2v_D = \frac{K_I}{\tilde{E} \sigma_D} = \frac{8s}{\pi \tilde{E}} \sigma_D \quad (2-29)$$

entonces se tiene que la ecuación (2-24) se escribe como:

$$2v(x) = 2v_0 \left[2\sqrt{1-x/s} - \frac{1}{2s} \int_0^x Q(T) \ln \left| \frac{1 + \sqrt{1-x/s}}{1 - \sqrt{1-x/s}} \right| dT \right] \quad (2-30)$$

La ecuación (2-30) junto con la (2-27) son la base para obtener el desplazamiento neto de la frontera elasto-plástica para una distribución de esfuerzos arbitraria a lo largo del "craze" .

El procedimiento para obtener la distribución de esfuerzos a lo largo del "craze" a partir de los desplazamientos (ecuación 2-30), es el de particularizar la distribución de esfuerzos en términos de parámetros específicos. Los parámetros se determinan por medio de un ajuste de mínimos cuadrados de los desplazamientos experimentales con el modelo propuesto.

En este trabajo se propone una distribución cúbica de esfuerzos, a diferencia del modelo original de Dugdale donde la distribución de esfuerzos es constante. Anteriormente se propuso un modelo Bilineal por Ward [6] y otro con multisegmentos arbitrarios por Ungsuwarungsri y Knauss [3]. El trabajo más reciente es el Pulos y Knauss [4] de multisegmentos lineales como distribución de esfuerzos. En dicho trabajo se detecta que al ir incrementando el número de segmentos, para hacer una descripción más fina del esfuerzo, se presenta una oscilación en la función. En los capítulos 3 y 4 se explica más detalladamente la distribución de esfuerzos propuesta.

Referencias Capítulo 2

- [1] Hellan, Kåre. (1984). *Introduction to fracture mechanics*, McGraw-Hill, USA. Págs. 302.
- [2] Broek, David. (1986). *Elementary Engineering Fracture Mechanics*, 4th edition, Kluner Academic Publishers, Netherlands.
- [3] Ungsuwarungsri, T. y Knauss, W.G., " A Nonlinear Analysis of Equilibrium Craze: Part I – Problem Formulation and Solution", *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 55, No. 1, 44-51, 1988.
- [4] Pulos, Guillermo. (1993) *Nonsteady Crack Propagation and Craze Behavior in PMMA*. Thesis Doctoral, California Institute of Technology, Pasadena California.
- [5] Gdoutos, E.E. (1993). *Fracture Mechanics*. Kluner Academic Publishers, Netherlands. Pág. 17-28.
- [6] Ward, I.M. y Imai. (1985) Y., *A Study of Craze Deformation in the Fatigue Fracture*.
- [7] Anderson, T.L. (1991). *Fracture Mechanics, Fundamentals and Applications*, CRC Press Inc. U.S.A.. Pág. 793

CAPITULO 3

OBTENCIÓN DE DATOS

3.1 Planteamiento Experimental

Este capítulo presenta la metodología experimental trabajando con una probeta de PMMA. También se detalla el efecto de interferometría y el proceso de obtención de los desplazamientos que se utilizan para obtener la distribución de esfuerzos en el "craze".

Para un mayor entendimiento del trabajo experimental realizado se presentan los objetivos y necesidades del proyecto; posteriormente se explica detalladamente todo el procedimiento experimental para la adquisición de datos así como también las consideraciones para el procesamiento. En los últimos puntos se extiende la explicación de los componentes del dispositivo con el que se trabaja.

3.1.1 Objetivos y Necesidades

En un trabajo experimental se debe visualizar los objetivos y necesidades del sistema para poder conformar un plan de trabajo. El objetivo principal de este trabajo es el de obtener los desplazamientos de la frontera elasto-plástica en la zona de proceso que precede a la grieta, y calcular los esfuerzos.

En este trabajo el estudio de fractura del material se hace bajo condiciones de carga cuasiestáticas, también se busca que no haya propagación de la grieta.

En un material termoplástico la fractura esta compuesta de dos zonas definidas: la zona de la grieta donde no hay material, y la zona del "craze" en donde se empieza a "deshilachar" el polímero.

En el funcionamiento del dispositivo experimental se tomaron en cuenta varios aspectos como: las características de la probeta, la óptica adecuada para lograr interferometría y la captura de datos vía software.

3.1.1.1 Carga Cuasiestática

Existen varias formas de cargar una probeta: carga por fatiga, carga dinámica y carga cuasiestática.

La carga por fatiga es una carga de manera oscilatoria, es decir, se carga y descarga con un período constante. En el caso de carga dinámica se tiene tiempos de carga tan pequeños que es necesario hacer consideraciones de efectos inerciales.

Para la carga cuasiestática la relación de tiempos con que se trabaja son más largos, permitiendo así ignorar los efectos inerciales. El tiempo de carga es lo suficientemente largo para que el material responda de una manera que podría considerarse elástica; sin embargo, se puede medir efectos de relajación que muestra el carácter viscoelástico del material. En la figura III-1 se muestra un esquema de una probeta con carga cuasiestática en Modo I.

No en todos los materiales se puede llevar a cabo una carga cuasiestática, se debe de tener en cuenta algunos aspectos para que se pueda cargar cuasiestáticamente como:

- Si se presentan condiciones de relajación, la fuerza (así como el esfuerzo) decaerá exponencialmente con el tiempo.
- Si la grieta se empieza a propagar disminuirá la fuerza aplicada a la muestra con que se trabaja.

Cumpléndose las condiciones mencionadas se puede asegurar que se tiene carga cuasiestática [2]. El término cuasiestático viene de señalar que no se están modificando desde el exterior las condiciones iniciales y que el valor de la carga durante el tiempo del experimento es muy cercano al original. La carga cuasiestática se puede considerar como un caso límite de la carga de fatiga en el cual la frecuencia tiende a cero.

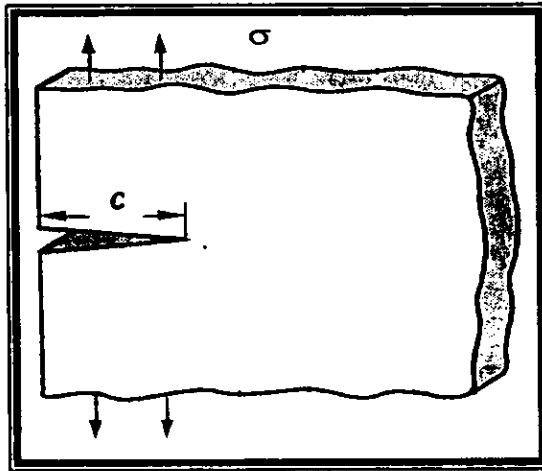


Figura III-1 Dibujo esquemático de una probeta cargada Modo I

3.1.2 Método de Interferencia Óptica.

Debido a la transparencia del termoplástico (PMMA) se puede analizar con métodos ópticos; en este caso se utiliza interferometría.

Si se tiene una frontera con dos materiales de distinto índice de refracción y se hace incidir un haz de luz, este será reflejado en la frontera. Este efecto no sólo es para una frontera de dos materiales sino también se presenta cada vez que el índice de refracción varía; en cada frontera sucederá lo mismo.

Tomando la geometría de una cuña, considérese el caso de una onda polarizada en la dirección X , que se propaga en la dirección Y (negativa), en un medio con índice de refracción n y con un ancho de $2w(x)$ (ver figura III-2).

El campo eléctrico del haz incidente con longitud de onda λ se describe como:

$$\mathbf{E}_i = \hat{e}_x E_0 \exp(-i(\omega t + ky)) \quad (3-1)$$

donde E_0 es la amplitud, ω es la frecuencia y $k=2\pi/\lambda$ es el número de onda.

Así se puede escribir entonces el campo de los rayos reflejados como:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_1 &= \hat{e}_x \sqrt{r} E_0 \exp(-i(\omega t + ky)) \exp(i\varphi_1) \\ \mathbf{E}_2 &= \hat{e}_x \sqrt{r} E_0 \exp(-i(\omega t + ky)) \exp(i\varphi_1 + 4knw + \pi) \end{aligned} \quad (3-2)$$

donde \mathbf{E}_1 es el campo eléctrico de la luz reflejada por la primera frontera y \mathbf{E}_2 es el campo eléctrico de la luz reflejada por la segunda frontera, r es el coeficiente de reflexión (pequeño) y φ_1 el ángulo de fase.

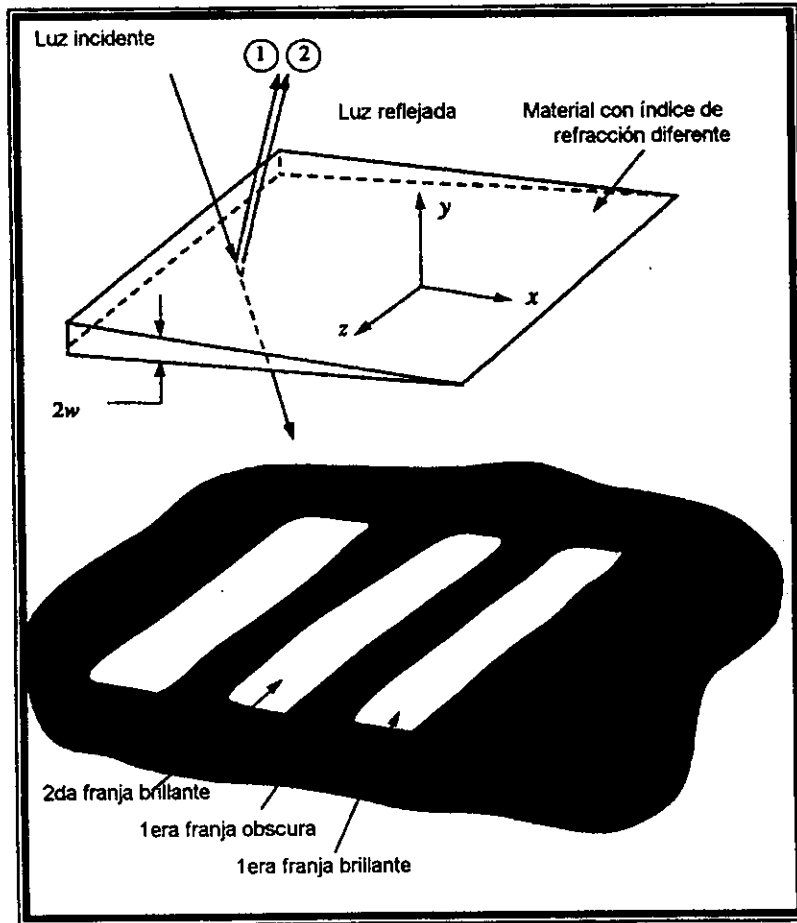


Figura III-2 Esquema de la formación de interferencia en la probeta

Quando la reflexión de ambas fronteras se combina la luz interfiere constructiva o destructivamente, se tienen franjas brillantes y oscuras. La intensidad I de la luz reflejada [7] es proporcional a:

$$I \propto 4rE_0^2 \sin^2(2knw) \quad (3-3)$$

La franja correspondiente a la punta de la cuña es oscura, esto es, debido a que la luz se propaga en un medio con índice de refracción alto y hay un cambio de fase de $\pi(\lambda/2)$ [4]. En este caso el cambio de fase se presenta en la frontera grieta-material. El efecto de tener un franja oscura en la punta del "craze" con un fondo oscuro complica la localización de la punta en el patrón de interferencia.

Los máximos y los mínimos se pueden obtener de la ecuación (3-3), que es la localización de las franjas brillantes y oscuras. Se puede describir el perfil del patrón de interferencia como:

$$2w = \frac{\lambda}{4n} m \quad m = 1, 2, 3, \dots \quad (3-4)$$

donde m es el orden de la franja. Los números impares representan las franjas brillantes y los pares las franjas oscuras. Así pues, podemos reconstruir el perfil del patrón de interferencia con la localización de las franjas si se sabe el índice de refracción y la longitud de onda.

Para poder localizar la franja oscura que representa la punta del "craze" se propone una extrapolación de la función que describe las franjas.

3.2 Geometría del “Craze”

Si se toma la zona del “craze” contenida en la probeta en una abstracción geométrica, se puede percibir que la situación descrita anteriormente es aplicable. El hecho de que la grieta este dentro de la probeta introduce dos interfaces adicionales de las cuales se tiene que tener otras consideraciones. Las fronteras adicionales reflejan dos rayos adicionales y su campo eléctrico debe de ser considerado en la determinación del patrón de interferencia.

En la figura III-3 se presenta un dibujo esquemático de una sección transversal de la grieta y el “craze” dentro de un material. Considérese la situación en donde la grieta se propaga por dentro del material y se tiene un “craze” con ancho $2w(x)$. Como la grieta se ha propagado se tiene que parte del material se desgarró pero dentro del “craze” sigue unido; entonces, se puede considerar un ancho de grieta w_0 inicial con referencia a ambos lados de la frontera elasto-plástica.

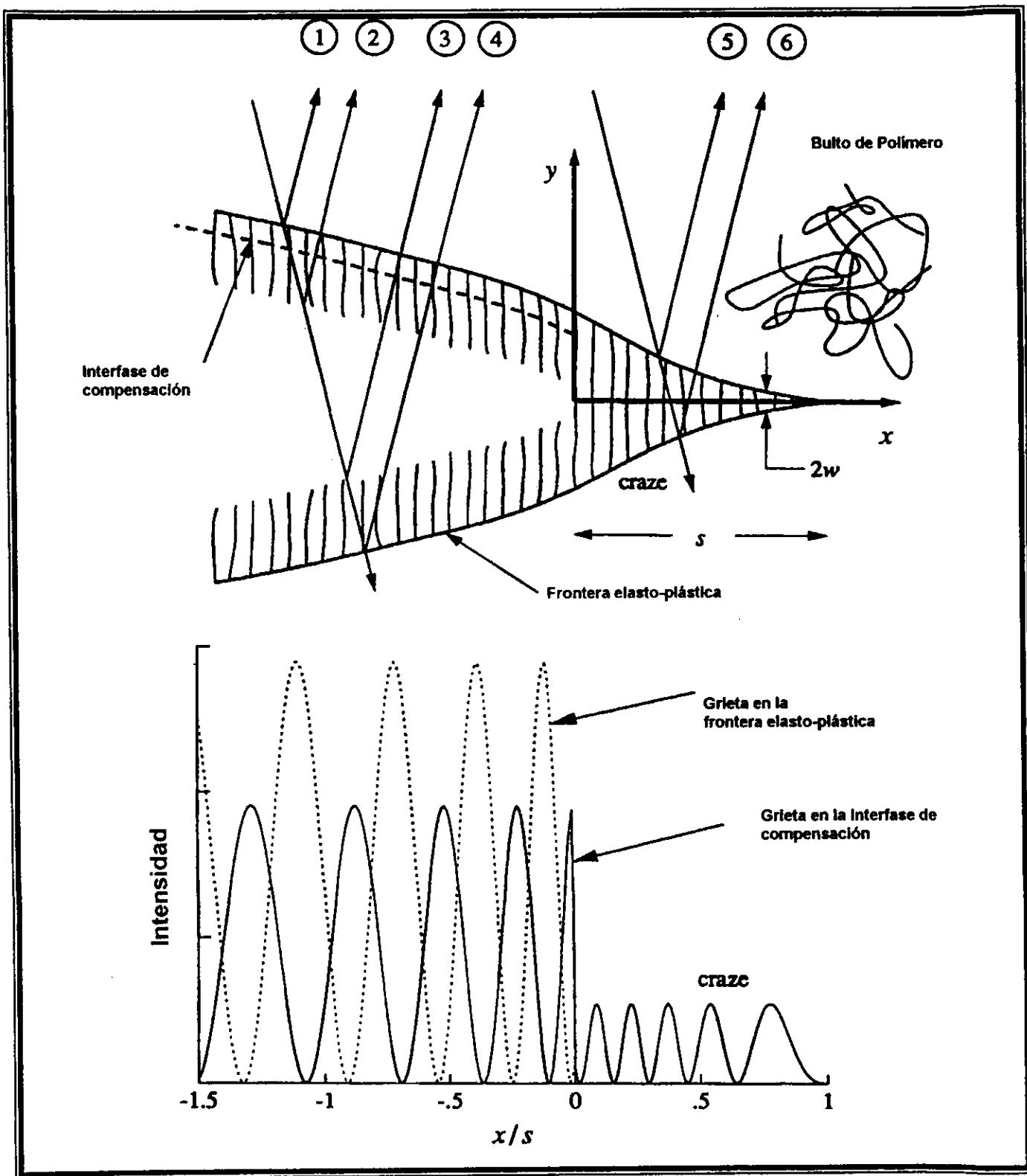


Figura III-3 Esquema de las zonas grieta y "craze"

La interferencia formada por la luz reflejada a lo largo de la grieta es debida a la combinación de los de los 4 rayos (figura III-3). Si la luz incidente es la misma, entonces el campo eléctrico correspondiente es:

$$\begin{aligned}
 E_1 &= \hat{e}_x \sqrt{r_{BCO}} E_0 \exp(-i(\omega t - ky)) \exp(i\phi_1) \\
 E_2 &= \hat{e}_x \sqrt{r_{CO}} E_0 \exp(-i(\omega t - ky)) \exp\left(i\left[k(\Delta - 2(w - w_0)) + \phi_1\right]\right) \\
 E_3 &= \hat{e}_x \sqrt{r_{CO}} E_0 \exp(-i(\omega t - ky)) \exp\left(i\left[k(\Delta + 2(w - w_0)) + \phi_1 + \pi\right]\right) \\
 E_4 &= \hat{e}_x \sqrt{r_{BCO}} E_0 \exp(-i(\omega t - ky)) \exp\left(i\left[2k\Delta + \phi_1 + \pi\right]\right)
 \end{aligned} \tag{3-5}$$

En la ecuación (3-5) r_{BCO} es el coeficiente de reflexión de la frontera entre el bulto de material y la grieta (donde el material esta roto), r_{CO} es el coeficiente de reflexión de la frontera craze-aire, ϕ_1 es el ángulo de fase y Δ se define de la siguiente manera:

$$\Delta = 2(w - w_0) + 2n_{CO}w_0 \tag{3-6}$$

que es el camino óptico a través de la grieta. El índice de refracción en el material ya roto es n_{CD} . Tomando la ecuación (3-3) y manipulando algebraicamente se obtiene la intensidad del rayo reflejado a lo largo de la grieta que es:

$$I \propto 4r_{CO}E_0^2 \left(1 + 2\sqrt{r_{BCO} / r_{CO}} \cos(2kn_{CO}w_0)\right) \sin^2\left(2k(w - w_0) + \phi\right) \tag{3-7}$$

donde φ esta dado por:

$$\tan \varphi = \frac{\sqrt{r_{BCO} / r_{CO}} \sin(2kn_{CO}w_0)}{1 + \sqrt{r_{BCO} / r_{CO}} \cos(2kn_{CO}w_0)} \quad (3-8)$$

Si el ancho entre frontera y frontera (w_0) es constante, entonces φ es constante. En el caso del patrón de franjas w_0 cambia a lo largo de la zona grieta-craze por una constante. Entonces, la introducción de fronteras adicionales por el "craze" ya roto cambia la intensidad de las franjas en el patrón recorriéndolas por una constante.

El cambio en el patrón de interferencia es equivalente a una discontinuidad en el camino óptico, pero para la frontera hay continuidad. La figura III-3 muestra como el patrón en la zona de la grieta es distinto al del "craze".

La interferencia de los cuatro rayos reflejados traza una superficie paralela al frontera elasto-plástica. La reconstrucción de la posición de la frontera elasto-plástica se puede obtener si se tiene la fase de cambio o la compensación de la grieta.

El patrón del "craze" surge como resultado de la interferencia que hacen los dos rayos reflejados en la frontera elasto-plástica. La intensidad se describe por:

$$I \propto 4r_{BC}E_0^2 \sin^2(2kn_c w) \quad (3-9)$$

donde r_{BC} es el coeficiente de reflexión de la frontera entre el material de la probeta y el "craze", n_c es el índice de refracción dentro del "craze".

La frontera elasto-plástica se puede determinar de las ecuaciones (3-7) y (3-9) como sigue:

$$2w = \frac{\lambda}{4} \frac{1}{n_c} m \quad m = 1, 2, 3, \dots$$

$$2w = \frac{\lambda}{4} m - \frac{\lambda}{4} \frac{m_c}{n_c} + \text{comp.} \quad m = 1, 2, 3, \dots \quad (3-10)$$

La primera ecuación determina la frontera elasto-plástica a lo largo del "craze" donde hay m_c extremos. La segunda ecuación determina la frontera elasto-plástica a lo largo de la grieta.

La reconstrucción de la frontera elasto-plástica requiere entonces del conocimiento de cuatro cantidades: λ_c , n_c , m_c , la localización de la discontinuidad entre la zona grieta y la zona "craze". La longitud de onda λ es un parámetro que podemos saber. El cálculo de n_c se discute mas adelante así como también el de m_c y la compensación de la frontera elasto-plástica.

El número de extremo en el "craze" se puede determinar directamente de el patrón de franjas obtenido pues hay una distinción clara entre las franjas de la grieta y del "craze". Las franjas a lo largo del "craze" tiene distinta amplitud de las de la zona de la grieta, su diferencia esta relacionada con los coeficientes de reflexión (ecs. 3-7 y 3-9), que a su vez depende del cambio en el índice de refracción a través de la frontera. Los índices de refracción son tales que para el "craze", en el caso en que la probeta no tiene carga, la amplitud de las franjas resulta ser de un 20% aproximadamente, de la amplitud de las franjas en la grieta. A medida que se va cargando la probeta la diferencia de amplitudes decrece y es mas difícil localizar la punta de la grieta. De cualquier manera, si se hace un conjunto de mediciones de carga poniendo atención desde el estado descargado, es posible seguir la localización de la punta de la grieta distinguiendo las franjas de ambas zonas. Un punto de referencia para la comparación de las zonas es el número de extremos que se determina con la observación de las franjas en el monitor. Como se sabe que la frontera elasto-plástica es continua, se puede calcular la compensación con el ancho de la grieta y el índice de refracción.

Se construye la frontera elasto-plástica de la ecuación (3-10) para cada zona proponiendo que la distribución de esfuerzos puede ser descrita por un polinomio cúbico. Después, como para cada zona se obtiene un función y como se quiere una continuidad se busca la intersección que será la punta de la grieta. Normalmente las funciones difieren por una constante por lo que se compensa para satisfacer la continuidad de la frontera.

3.2.1 Índice de Refracción Constante y Grosor Primordial

Dentro de la reconstrucción de la frontera elasto-plástica se requiere conocer el índice de refracción del "craze". El cálculo del índice de refracción se base en la ecuación de Lorentz-Lorenz [5] la cual relaciona el índice de refracción de un dieléctrico transparente con su densidad. Si se considera que el "craze" no tiene cambios de dimensión, entonces su densidad es inversamente proporcional a su grosor $2w(x)$ y la ecuación de Lorentz-Lorenz se puede escribir como:

$$\frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} 2w = \text{constante} \quad (3-11)$$

La determinación del índice de refracción de "craze" sin carga fue hecha por Kambour; obtuvo los índices para varios polímeros transparentes, midiendo el ángulo total de reflexión interno [6]. Kambour determinó un índice de refracción de 1.32 para el caso de PMMA con un "craze" sin carga.

Si se considera que el índice de refracción es constante para todo el "craze" la ecuación (3-11) se puede escribir en términos de los extremos del patrón de franjas en la zona del "craze". Sea m_0 el número de extremos en el "craze" sin carga y el índice de refracción n_{c0} . La ecuación de Lorentz-Lorenz se transforma en:

$$\frac{n_c^2 - 1}{n_c^2 + 2} \frac{m_c}{m_0} = \frac{n_c}{n_{c0}} \frac{n_{c0}^2 - 1}{n_{c0}^2 + 2} \quad (3-12)$$

Una vez que se tiene el número de extremo en el "craze", el índice de refracción se puede obtener de la ecuación (3-12).

Otra referencia importante es el material de la probeta sin ninguna modificación, llamado bulto de polímero. Al someter a esfuerzos la probeta el material se empieza a reordenar; es decir, se alinean las fibras, dando lugar al "craze" y posteriormente a la grieta cuando cede. Al grosor del "craze" en estado base se le llama *Grosor Primordial*. Se presenta un dibujo esquemático de esta definición en la figura III-4.

Se denota al grosor primordial como τ , entonces de la ecuación de Lortenz-Lorenz se obtiene:

$$\tau(x) = 2w(x) / \Lambda \quad (3-13)$$

donde Λ representa la deformación promedio que abarca del grosor primordial hasta la frontera elasto-plástica. La razón de extensión se puede expresar también como:

$$\Lambda = \frac{n_B^2 - 1}{n_B^2 + 2} \frac{n_C^2 + 2}{n_C^2 - 1} \quad (3-14)$$

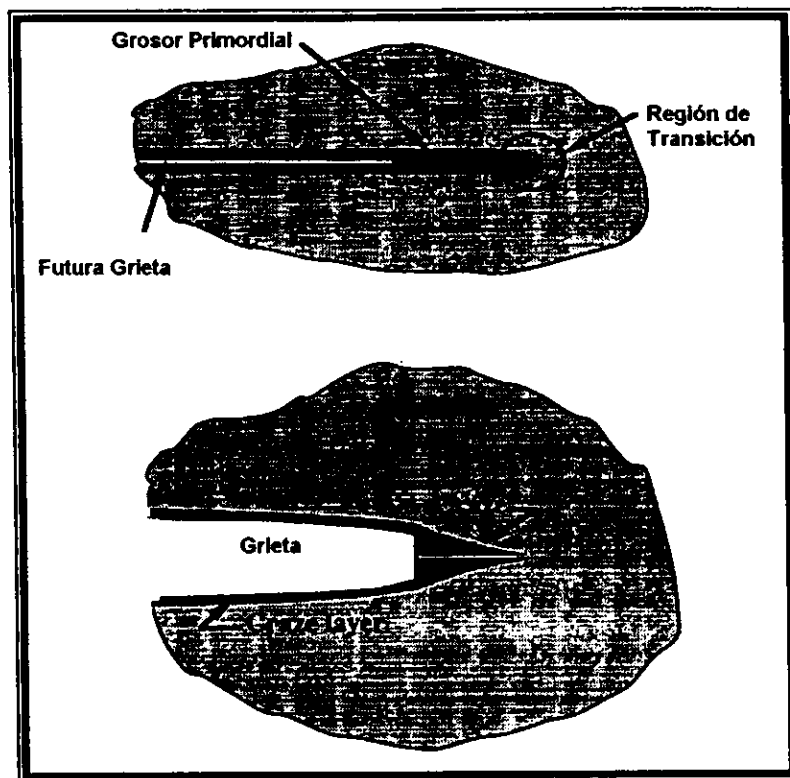


Figura III-4 Dibujo esquemático de el grosor primordial

3.2.2 Cálculo de Esfuerzos

Una vez reconstruida la frontera elasto-plástica y conociendo el grosor primordial, se puede hacer el análisis que relaciona los esfuerzos con los desplazamientos.

La expresión que relaciona el desplazamiento no neto de la frontera elasto-plástica y el grosor primordial es:

$$2v(x) \equiv 2w(x) - \tau(x) \quad (3-15)$$

Como se puede observar $2v$ se puede relacionar fácilmente con los esfuerzos mediante la ecuación (2-30) (capítulo 2); escribiéndola nuevamente se tiene:

$$2v(x) = 2v_D \left[2\sqrt{1-x/s} - \frac{1}{2s} \int Q(T) \ln \left| \frac{1 + \sqrt{\frac{1-x/s}{1-T/s}}}{1 - \sqrt{\frac{1-x/s}{1-T/s}}} \right| dT \right]$$

Como ya se mencionó en el capítulo 2 el procedimiento para obtener la distribución de esfuerzos se hace proponiendo la función $Q(T)$.

En trabajos anteriormente realizados (tesis doctoral Dr. Guillermo Pulos [4]), se propuso dividir el "craze" en N segmentos que formaban la función de distribución de esfuerzos, cada segmento variando linealmente. La zona se podía dividir desde $N=1$ hasta $N=10$ pero lo que se observó fue que al aumentar el número de segmentos empezaba a oscilar la función por lo que no ajustaba perfectamente.

En el trabajo presente se plantea otra forma de obtener la función $Q(T)$. Como el problema anterior era el que la función de segmentos empezara a oscilar cuando se aumentaban éstos, se propone que una función mas suave haría una descripción mas cercana. Así, se toma una función cúbica como la siguiente:

$$Q(T, s, Q_0, Q_1, Q_2) = Q_0 + \frac{T(-635 - 63Q_0 + 378Q_1 + 320Q_2)}{42s} + \frac{5(493 - 189Q_1 - 304Q_2)T^2}{84s^2} + \frac{10(-1 + Q_2)T^3}{s^3} \quad (3-16)$$

Como se puede observar de la ecuación (3-16), expresa una función de los parámetros s , Q_0 , Q_1 y Q_2 , siendo cúbica en T . La función (3-16) es parabólica si $Q_2 = 1$, lineal si $Q_2 = Q_1 = 1$ y representa el modelo de Dugdale ($Q=1$) si $Q_2 = Q_1 = Q_0 = 1$. Los parámetros Q_0 , Q_1 y Q_2 son determinados por un ajuste lineal. El parámetro s se usa para definir la longitud del craze.

La función $Q(T, s, Q_0, Q_1, Q_2)$ es normalizada con el ancho primordial con índice de refracción constante. Por simple congruencia, con los estudios ya realizados, se grafica la función de distribución del desplazamiento contra posición situando el cero en la frontera grieta-craze. En el capítulo 4 se presentan los resultados obtenidos para funciones de desplazamiento y distribuciones de esfuerzos.

3.3 Técnica Experimental

La determinación de los esfuerzos directamente del material no es posible, pero existen técnicas alternativas, una de ellas es la medición de los desplazamientos en la fractura.

Como ya se ha explicado, debido a que la fractura en los materiales termoplásticos se presenta por "crazing", debemos de ser capaces de obtener medidas en los rangos que abarquen del orden de 1 a 500 micras; esta resolución es posible con un microscopio óptico. El microscopio en conjunto con una cámara de video conectada directamente a una terminal de trabajo complementan un sistema de adquisición de imágenes lo bastante eficiente para obtener las imágenes requeridas. A continuación se explica cada paso del dispositivo experimental.

El sistema con que se trabajó comprende la siguiente disposición:

1. Un dispositivo tensionador somete una probeta compacta a carga cuasiestática con modo de carga I por medio de un tornillo micrométrico. Como lo único que se quiere es estudiar la fractura sin propagación, se carga con cuidado la probeta ya que la propagación daría por terminada la prueba.
2. El dispositivo tensionador esta diseñado de tal manera que en su eje de tensión se encuentra una celda de carga que permite medir la fuerza aplicada. La celda se conecta a un amplificador cuya salida es entregada a un multímetro, con éste se logra obtener el voltaje de la celda para después utilizarlo en el cálculo de la carga real.
3. El dispositivo tensionador, con la probeta montada, es colocado bajo el microscopio óptico. Sobre el microscopio se tiene otro dispositivo auxiliar que cuenta con un divisor de luz que se encargara de iluminar la probeta en la zona requerida. Al llegar la luz a la probeta parte de ella se refractará y parte se reflejará para regresar al divisor, mismo que la hará llegar nuevamente al objetivo formando el patrón de interferencia.

4. El microscopio cuenta con un sistema de video (cámara blanco y negro) que ayudará a la adquisición de las imágenes del patrón de interferencia obtenido. El sistema de iluminación del microscopio utiliza un filtro verde que permite contar con luz monocromática. El objetivo que se utilizó para poder visualizar las franjas fue de 10X.

La cámara de video (blanco y negro) está conectada a la terminal de trabajo que cuenta con el software adecuado para la captura de las imágenes.

En la sección 3.4 se describen con más detalle cada uno de los sistemas mencionados y algunas de sus especificaciones.

3.4 Dispositivo Experimental

3.4.1 Probeta

Para la obtención de las franjas interferométricas fue necesario primero trabajar con la muestra o probeta. La probeta es de polimetil-metacrilato (PMMA). La geometría de la probeta es un rectángulo que tiene los lados mayores pulidos para apoyar a la óptica de captura. La figura a continuación ilustra la información dada:

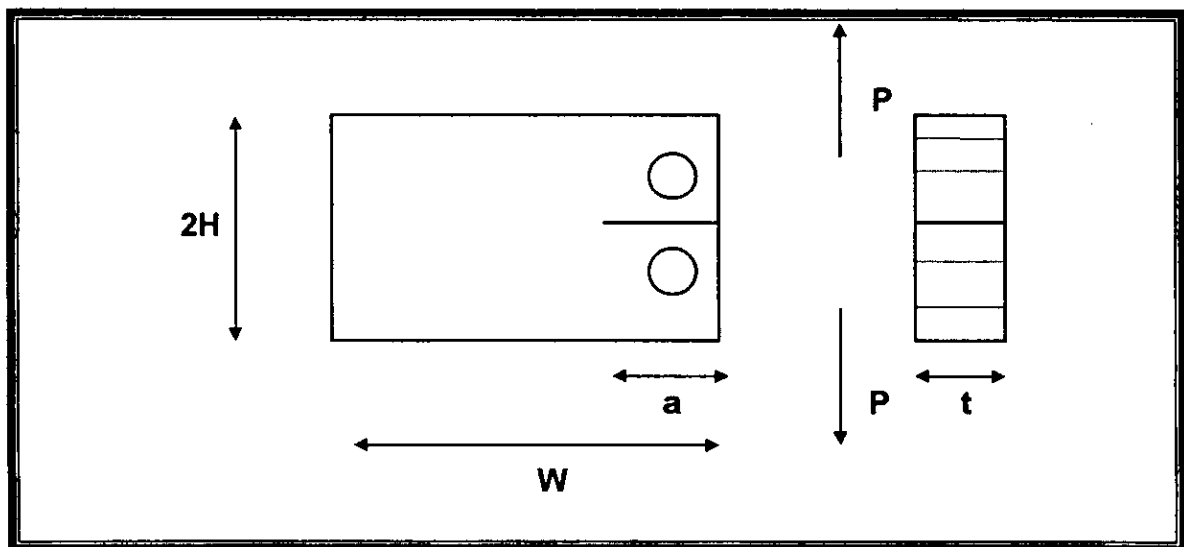


Figura III-4 Probeta compacta. Los parámetros son: ancho ($2H$), largo (W), longitud de grieta (a) y espesor (t). P es la fuerza aplicada que se distribuye simétricamente

Las dos relaciones importantes sobre las dimensiones de la probeta que se deben de tener muy en cuenta son: Primero, a / W que nos indica el porcentaje de fractura, en este caso debe de ser constante. Segundo, h / W cuyo valor modifica el cálculo del factor de intensidad de esfuerzo, en este caso se usó $h / W = 0.4$

El factor de intensidad de esfuerzo para el modo de carga I se obtiene mediante las siguientes relaciones (se asume que la propagación es completamente recta). Cabe mencionar que sólo dependen de la geometría de la probeta [3]. Entonces, definiendo a K_I como una función de los parámetros geométricos de la probeta se tiene:

$$K_I = \frac{P}{t\sqrt{W}} Y\left(\frac{a}{W}, \frac{h}{W}\right) \quad (3-17)$$

Para las probetas con la geometría mostrada se tomó las relaciones $h/W = 0.4$ y $a/W = 0.48$, obteniendo para $Y(a/W, h/W)$ el siguiente polinomio [2]:

$$\frac{\left[2\left(2 + \frac{a}{W}\right)(0.7485) - 4.75966 \frac{a^4}{W^4} + 12.8839 \frac{a^3}{W^3} - 11.4355 \frac{a^2}{W^2} + 3.2272 \frac{a}{W} \right]}{\left(1 - \frac{a}{W}\right)^{\frac{3}{2}}} \quad (3-18)$$

Como es de esperarse esto es válido independiente del material del que este construida la probeta. El PMMA ya ha sido caracterizado, por lo que en la literatura se pueden encontrar algunas de las constantes respectivas para el calcular K_I .

Antes de observar bajo el microscopio la probeta se acondicionó para tener las condiciones adecuadas para el análisis experimental.

- Generación de la grieta: una probeta con una pequeña ranura y con orificios para poder cargarla (figura III-4) se colocó en una guillotina. En la guillotina la navaja se inserta en la ranura y se aplica una carga de impacto que genera la grieta. Esta metodología se utiliza para buscar un perfil uniforme.
- Pulido: Debido a que se desea observar la interferometría surgida de la fractura, es necesario que los lados mayores de la probeta sean bien pulidos. En este caso se trabajó con probetas pulidas anteriormente.

3.4.2 Dispositivo de Tensión

El objetivo de la máquina tensionadora es el poder someter a modo I de carga. Debido a las dimensiones de la probeta y a las condiciones de trabajo bajo un microscopio óptico fue necesario desarrollar un aparato que tensionara la probeta.

El diseño del tensionador se puede observar en la figura III-5. Se encuentra constituido por un soporte fijo a través del cual se puede mover dos ejes al movimiento de un tornillo micrométrico. La probeta está sujeta por una pinza fija y otra móvil; de esta forma al desplazar los ejes la pinza se mueve sometiendo la muestra a una tensión determinada.

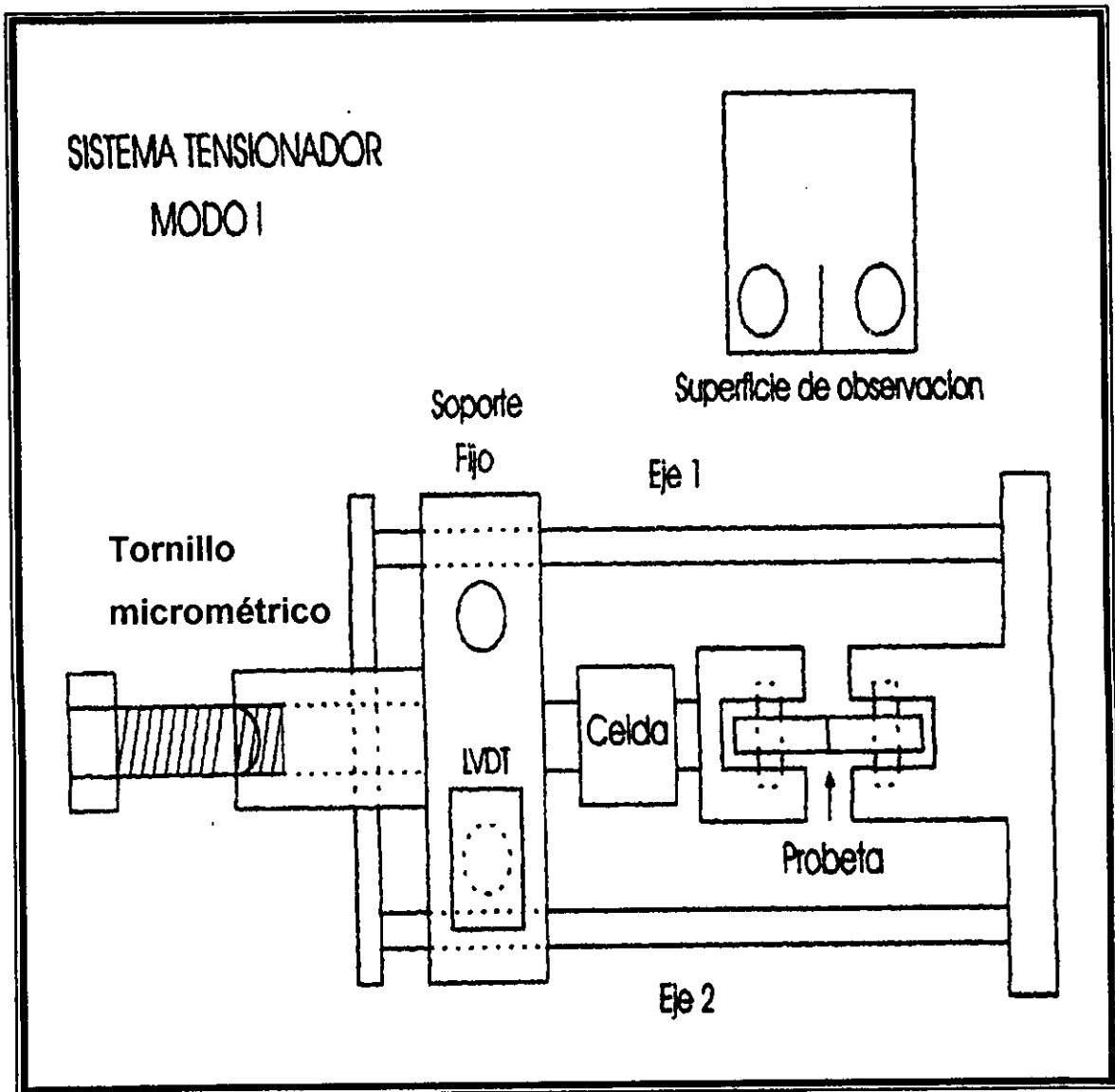


Figura III-5 Figura esquemática del Sistema Tensionador

El tensionador tiene dentro de su estructura dos componentes: una celda de carga y un LVTD. La celda de carga consiste en un puente de Wheastone cuyas resistencias son galgas extensométricas.

El LVDT (Transformador Diferencial de Variación Lineal) detecta desplazamientos usando el fenómeno de inducción que se presenta al mover un núcleo dentro de una bobina.

La celda de carga se sitúa sobre el eje de tensión en la sección fija del dispositivo, de ésta se obtuvo la lectura de la fuerza aplicada. Como la celda mide un voltaje, hubo que hacer una calibración para obtener finalmente la fuerza de carga. El rango de carga de la celda resultó ser de 0 a 100lb , para que no se propagara la fractura se trabajo hasta con 15 lb aproximadamente.

El dispositivo tensionador fue diseñado por el Ing. Ramón Martínez, quién lo utilizó en la elaboración de su tesis [2]. El proceso de calibración se volvió a elaborar concordando con los obtenidos anteriormente.

A continuación se presenta la gráfica de calibración que se obtuvo de los datos tomados con un voltímetro analógico:

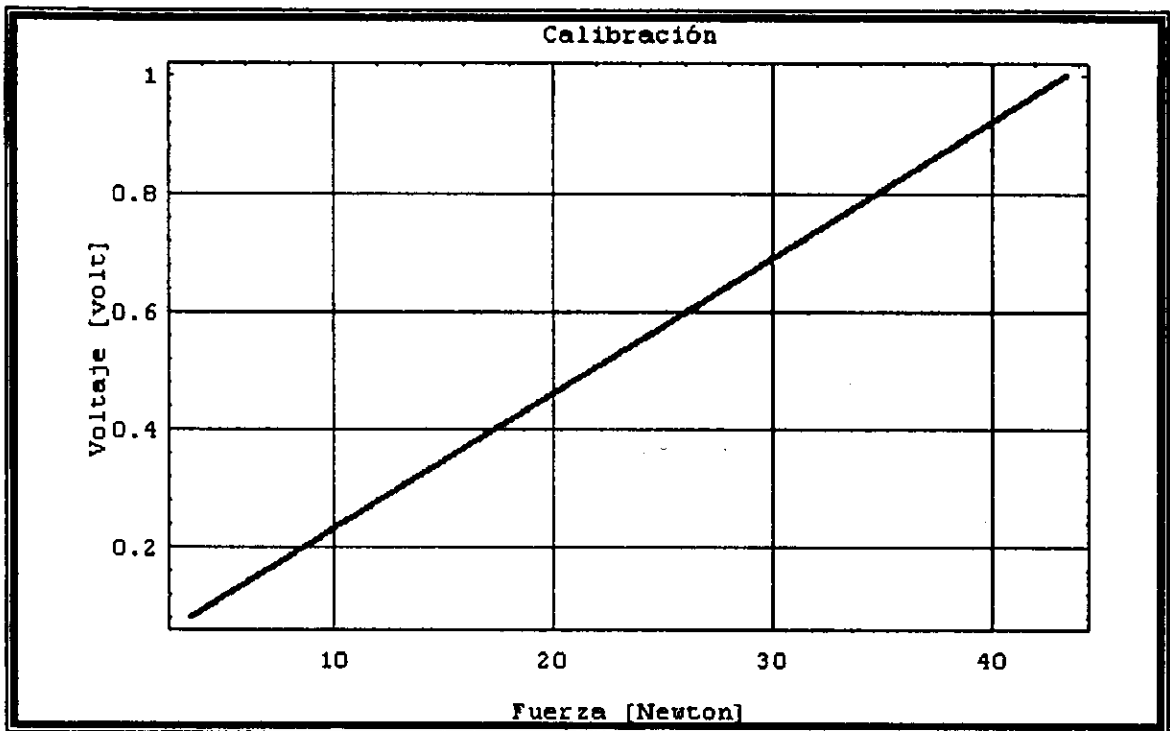


Figura III-6 Gráfica de calibración, se tiene voltaje vs. fuerza.

3.4.3 Sistema Optico

El sistema óptico utilizado fue un microscopio óptico al cual se le añadió el lente 10X para interferometría que es complementado con un filtro verde en la sección de iluminación. La importancia de el sistema óptico es que dependiendo de la calidad de las imágenes que se obtengan y se capturen dependerá la facilidad para hacer el análisis de las franjas.

3.4.3.1 Técnica de Observación

Para poder observar el patrón de interferencia es necesario un sistema de iluminación adecuado, de otro modo no se logrará visualizar las franjas. Los componentes del sistema óptico son:

- El filtro verde utilizado para tener luz monocromática. Éste sólo dejará pasar luz de longitud de onda del verde ($\lambda = 546\text{nm} \pm 5\text{nm}$), facilitando la obtención de interferencia en el sistema.
- También se acopla una trayectoria de iluminación adecuada mediante el uso de un divisor de luz que dirige la luz para hacerla incidir exactamente en la parte de la fractura, específicamente en la zona del "Craze".
- La cámara utilizada fue en blanco y negro por conveniencia, ya que se obtuvo mejor definición en las imágenes que usando la cámara a color.
- Se utilizó un lente especial para interferometría que tiene un alcance profundo dentro de la muestra (10X).

A continuación se presenta en la figura III-7 el dispositivo experimental con el que se trabajó.

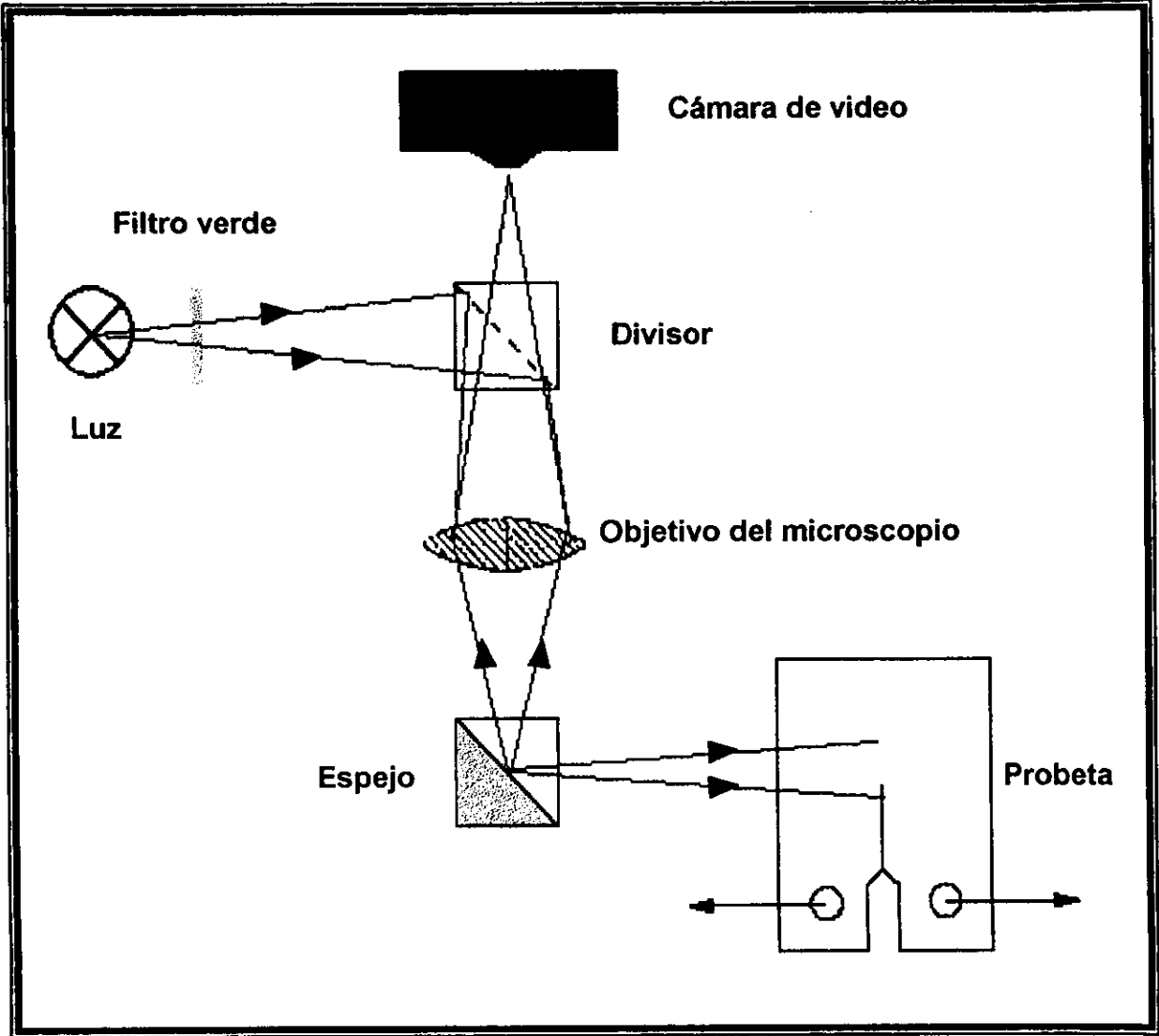


Figura III-7 Esquema del dispositivo de experimental.

Del esquema anterior se puede ver que la fuente de luz viene desde el sistema de iluminación superior del microscopio, y con el filtro verde sólo se tiene una longitud de onda. La luz monocromática viaja por el tubo del microscopio saliendo por el objetivo e incidiendo sobre el espejo, éste direcciona la luz sobre la punta de la grieta. Como hay reflexión la luz viaja de regreso por el mismo camino para ir a dar al objetivo. Al presentarse dos fronteras hay un desfase de los rayos en el regreso resultando un patrón de interferencia. El patrón es capturado por la cámara de video conectada al microscopio óptico.

Referencias Capítulo 3

- [1] Kobayashi, A.S.. (1993). *Experimental Techniques in Fracture*, Edited by Jonathan S. Epstein.
- [2] Martínez Pacheco, Ramón (1997). *Análisis de propagación de grieta en materiales termoplásticos sujetos a condiciones de carga cuasiestática*. (Tesis de Licenciatura).
- [3] Tada Paris and Irwin. (1973). *The stress analysis of cracks handbook*. del. reserch Corporation, Helertown Penn.
- [4] Pulos, Guillermo (1993). *Nonsteady Crack Propagation and Craze Behavior in PMMA*.
- [5] Marion, J.B. and Heald, M.A. (1980). *Classical Electromagnetic Radiation*, 2da ed. Academic Press, New York.
- [6] Kambour, R.P., *Refractive Indices and Composition of Craze in Several Glassy.*, **Journal of Polymer Science: Part A**, Vol. 2 1964. Págs. 4159-4163.
- [7] Hecht-Zajac (1986). *Optica*. Ed. Addison- Wesley Iberoamericana, E.U.A.

CAPITULO 4

ANALISIS DE RESULTADOS

El objetivo de este capítulo es el de presentar los resultados obtenidos, desde el procesamiento de imágenes hasta el análisis matemático efectuado con el software mathematica. Este capítulo enlaza la teoría ya vista con los experimentos realizados para obtener finalmente las distribuciones de desplazamientos y esfuerzos buscadas.

4.1 Procesamiento de Imágenes.

Como se explicó en el capítulo 3 uno de los pasos importantes es la captura de imágenes de las franjas interferométricas, pero también es de gran importancia el procesamiento de éstas. Así, una vez que se ha logrado visualizar las franjas con el microscopio se prosigue a la captura por medio de la cámara de video . En este caso se tomaron dos imágenes de cada carga para ayudar en el procesamiento; la segunda imagen se trataba de tomar con una diferencia mínima de tiempo ya que como se ha mencionado anteriormente las condiciones de carga cambian y el material se empieza a relajar. Una vez que se tienen capturadas las imágenes se pasa a la parte de procesamiento explicada en los siguientes pasos:

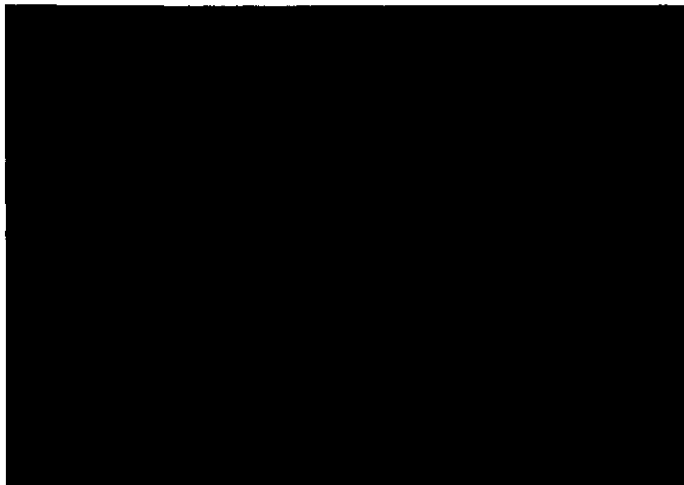
- Como primer paso se tiene que el haber capturado dos imágenes de la misma carga nos permite hacer un promedio de ellas para obtener una resultante con menos ruido.

El promedio se llevó acabo con el software pv-wave que nos permite manipular las imágenes adecuadamente para nuestro objetivo. En un principio se tenían imágenes de 640x480 pixeles³ obtenidas directamente del sistema óptico utilizado (capítulo 3).

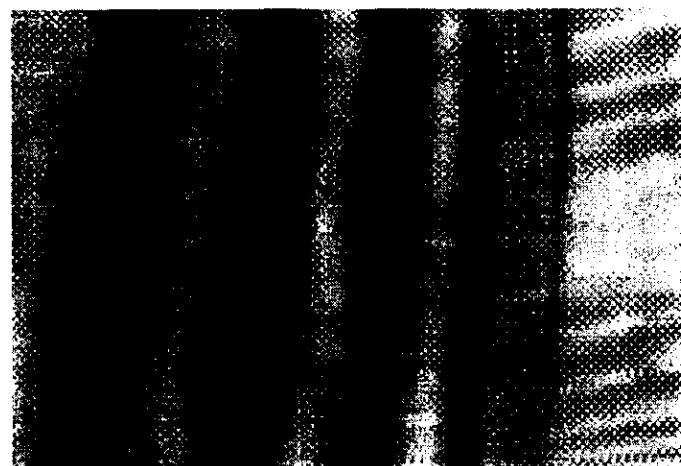
- La imagen promedio se vuelve a filtrar para limpiarla aún más. El filtro aplicado es un filtro elíptico pasabajos, es decir, es un filtro que cortará más frecuencias especiales en una dirección que en otra; este tipo de filtro es más conveniente que un pasabajos circular ya que no se necesita limpiar tanto a lo alto de la franja como a lo ancho. El filtro se incluye dentro de un programa que toma de la imagen original una imagen de 256x256 pixeles y aplica una transformada de Fourier, filtra y aplica la función inversa de Fourier obteniendo así la imagen final.

A continuación se presenta un ejemplo de una imagen inicial y otra filtrada, en estas imágenes se toma el negativo para una mejor apreciación dentro de la zona del "craze" , figura IV-1.

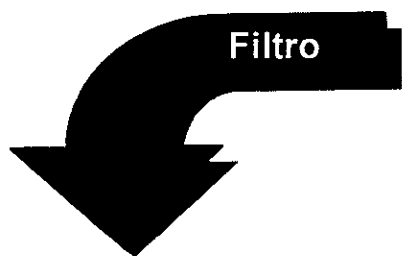
³ Cada pixel corresponde a 0.74 micras



Franjas originales sin filtro.



Negativo de las franjas originales sin filtro



Negativo de las franjas con filtro

Figura IV-1 Patrón de franjas interferométricas con y sin filtro.

- Una vez que se tiene las franjas filtradas se procede a tomar una línea representativa de éstas; es decir, se toma una línea de píxeles perpendicular a las franjas y se gráfica intensidad contra posición para obtener un corte donde se perciben los máximos y mínimos que forman las franjas. Es en este punto en donde se puede decir que se comienza a desdoblar las franjas. Desdoblar las franjas consiste principalmente en obtener la función de desplazamiento correspondiente al patrón para poder obtener posteriormente la distribución de esfuerzos correspondiente; esto se realiza utilizando la teoría ya explicada en el capítulo 2.

La figura IV-2 a continuación presenta un ejemplo de como se toma la línea representativa del patrón de interferencia. Se grafica posición contra intensidad obteniendo así los máximos y mínimos correspondientes al patrón del cual parte el análisis. En el análisis matemático (detallado en la siguiente sección) se apreciará que no sólo se utilizan los máximos y mínimos representativos del patrón sino que se toma todos los datos intermedios entre ellos, éste es un detalle a diferenciar de los trabajos anteriores de Dugdale, Ward [3], Knauss y Pulos [2].

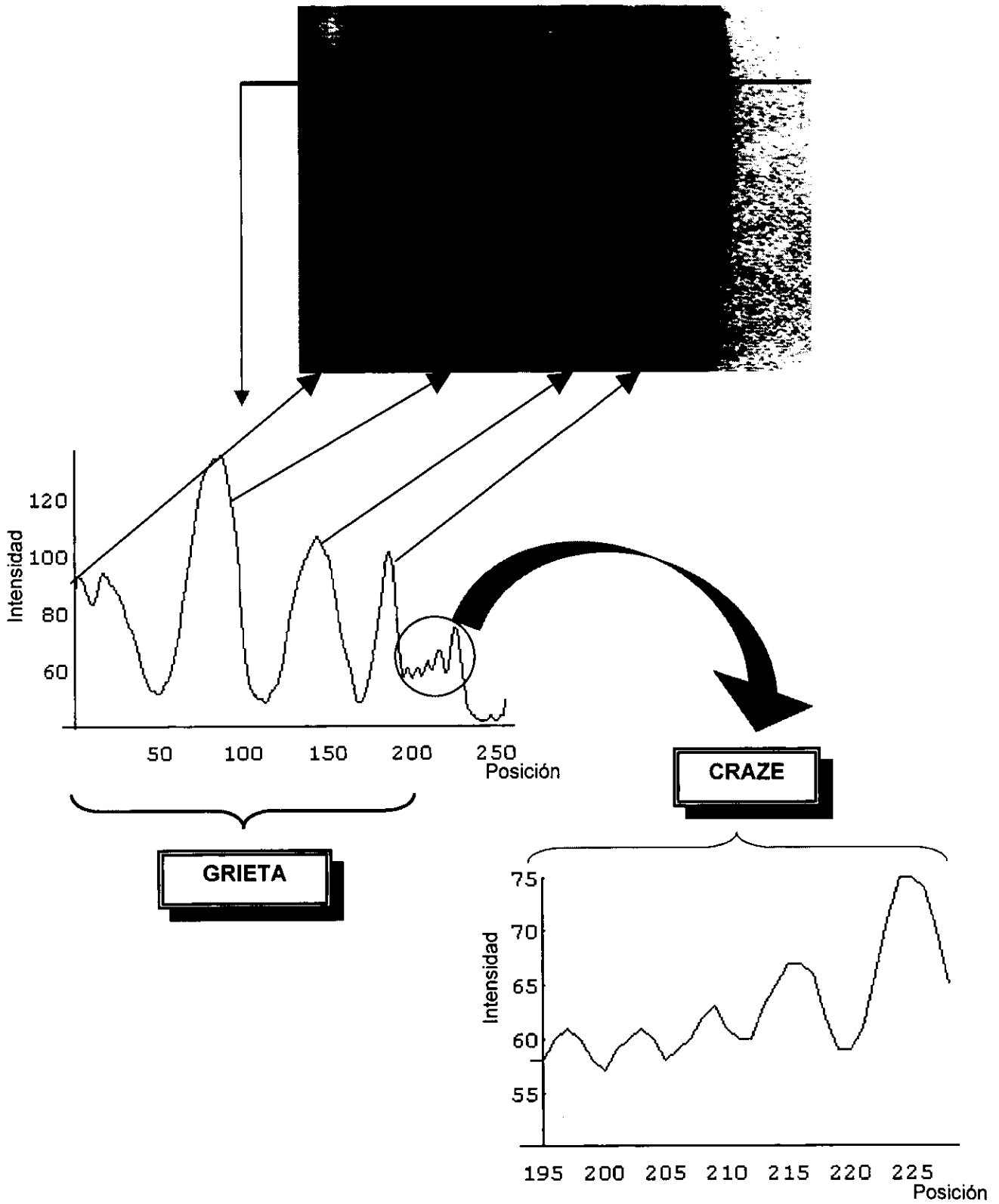


Figura IV-2 Línea representativa del patrón de interferencia

4.2 Análisis Matemático.

Una vez teniendo los datos que forman las franjas se procede a comenzar con el análisis matemático.

De la teoría interferométrica, explicada en el capítulo 3, se tiene que la función que describe las franjas es un seno o un coseno, funciones No-lineales. Ahora bien, con éste antecedente y con el apoyo de los trabajos anteriores lo que se propone es tomar un seno para describir las franjas. Hasta ahora los trabajos que se han hecho no han tomado en cuenta el carácter senoidal de las franjas; sólo se estima la posición de los máximos y mínimos . En este trabajo se realiza un ajuste No-Lineal para tomar en cuenta todos los puntos (píxeles) que conforman las franjas; la función de desplazamiento propuesta para el Ajuste No-Lineal es:

$$(a_0 + a_1 x + a_2 x^2) + (a + b x + c x^2) * [\text{Sen} (d + e x + f x^2 + g x^3)] \quad (4-1)$$

Como se aprecia en la ecuación anterior se tiene varios términos: el polinomio que multiplica la función seno $(a+bx+cx^2)$ representa la amplitud; el polinomio que suma al seno $(a_0+a_1x+a_2x^2)$ es para compensar la iluminación promedio que no es constante; finalmente, el argumento del seno $(d+ex+fx^2+ex^3)$ es la función de desplazamiento buscada. Los parámetros iniciales que se necesitan en el cálculo de la función No-Lineal son obtenidos haciendo un ajuste lineal de los máximos y mínimos aproximados.

Teniendo los parámetros cercanos a los buscados el ajuste No-Lineal permite “desdoblar” las franjas y obtener la función de desplazamiento $(d+ex+fx^2+gx^3)$ deseada.

Nótese que de la ecuación (4-1) los coeficientes de mayor importancia son e , f y g ya que esta parte es la que conforma la distribución de desplazamiento; el parámetro d corresponde a un desfase constante y no es de interés.

Debido a que el tamaño y el espaciamiento de las franjas es mayor en una zona que en otra el análisis se divide en dos: la zona del “craze” y la zona de la grieta. Esta metodología esta apoyada en que la función que representa al desplazamiento (frontera elasto-plástica) es continua, y en que se puede encontrar el punto de *intersección* de las funciones y añadir una constante para hacer de ambas una sola función.

Como se aprecia de la figura IV-1, es difícil definir donde termina la zona del “craze” ya que el patrón termina en un mínimo (franja oscura) y el material adelante se observa también oscuro, con esto no se puede localizar el punto final del “craze” de manera precisa. Lo que se propone es que teniendo la función de ajuste correspondiente y considerando franjas senosoidales de esta función se *extrapole* encontrando así el siguiente mínimo; éste será precisamente donde termina la zona del “craze”.

En la siguiente sección se presentan las gráficas y tablas de los resultados obtenidos.

4.3 Franjas, Desplazamientos y Esfuerzos.

A continuación se presentan las gráficas de las franjas, desplazamientos y esfuerzos obtenidas para distintos niveles de carga. Las imágenes capturadas se tomaron durante un experimento de carga y descarga cuasiestática. Se partió de la menor carga y se fue incrementando hasta un máximo para después descargar poco a poco. Al observar las imágenes de carga ascendente fue notorio que no eran tan nítidas como las de carga descendente, por lo que a la hora de comparar se tuvieron que tomar los casos que mejor resolución tenían en la zona del "craze". Cabe mencionar que se tuvo que sobrecargar la probeta para poder obtener la carga C.

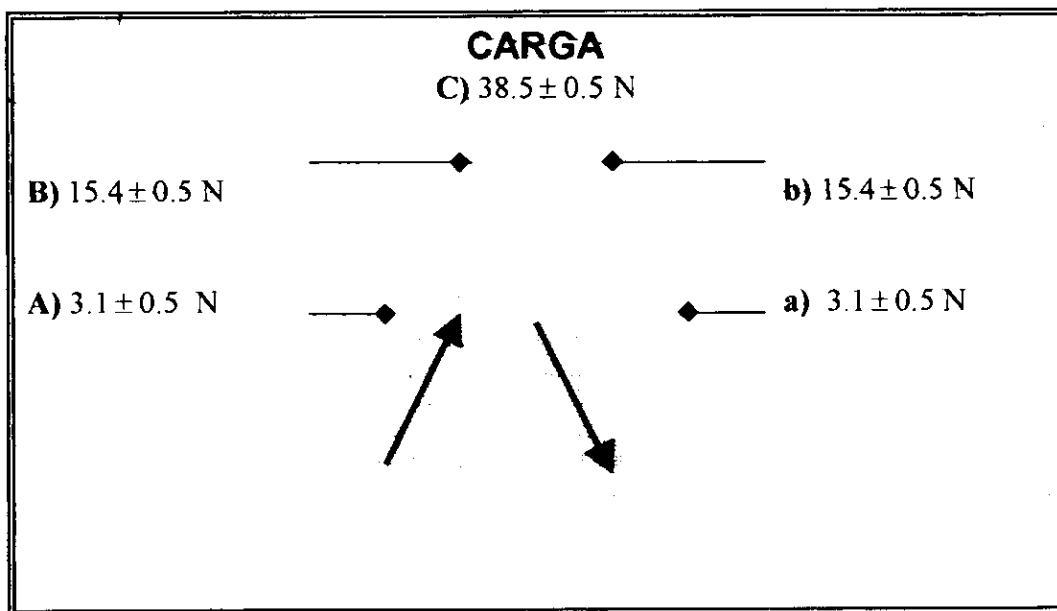


Figura IV-3 Diagrama de carga de la probeta; carga ascendente A, B y C
Y carga descendente b y a.

Comenzando por presentar las gráficas de las franjas, distribuciones de desplazamientos y esfuerzos se toma la primera carga que es la A, posteriormente se muestran los casos siguientes.

Las figuras IV-4 y IV-5 muestran la división de las zonas. La zona de la grieta sólo tiene una franja y la zona del "craze" tiene cuatro franjas. En el caso de carga inicial (que se puede considerar como caso descargado) el ajuste se enfatiza en la zona del "craze" ya que en la zona de la grieta sólo se presenta una franja, contando así con menos información.

La gráfica en la figura IV-6 muestra la función de ajuste, P.I. se refiere al *punto de intersección* de la función Grieta-Craze (por tanto representa la punta de la grieta) y P.E. es *el punto de extrapolación* que define donde termina el "craze".

CARGA A

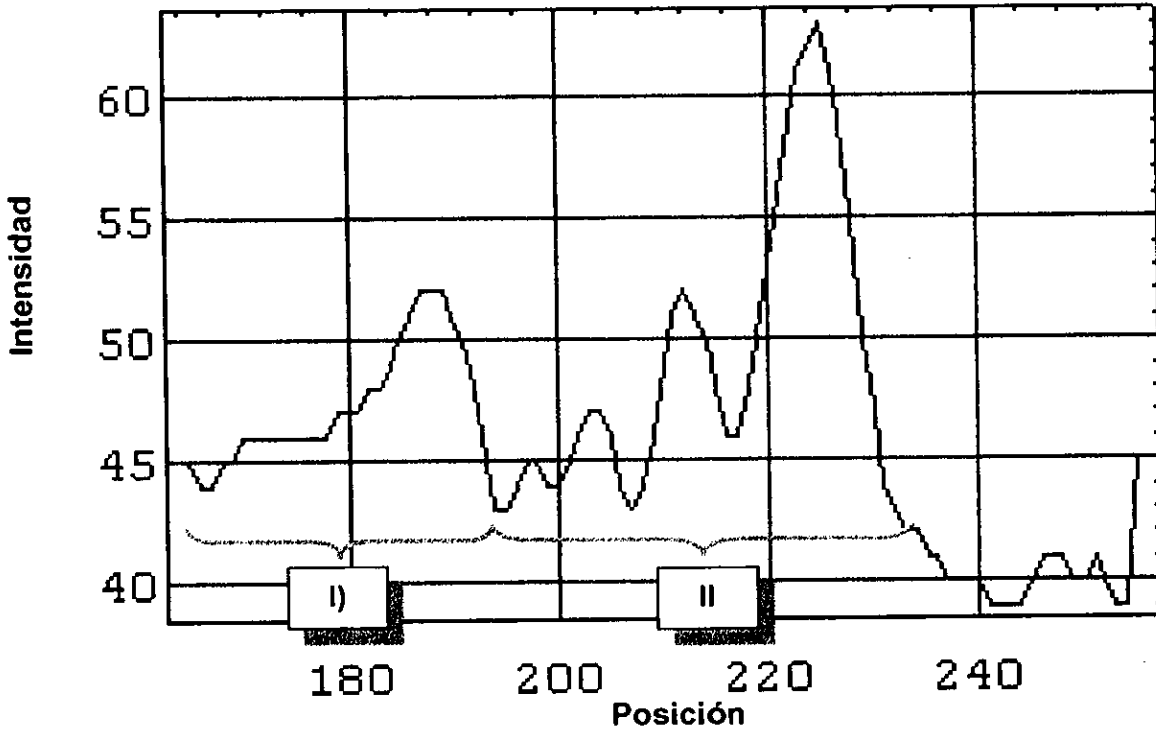
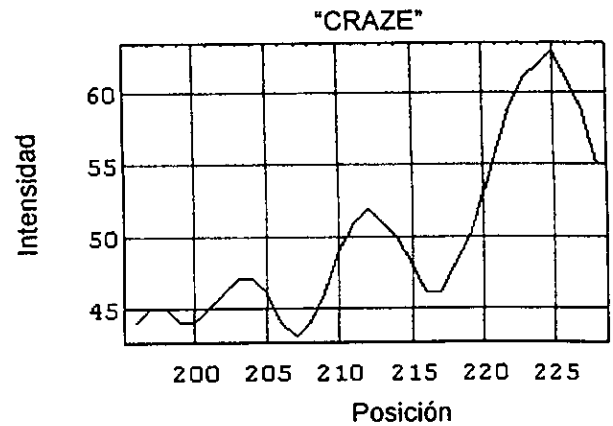
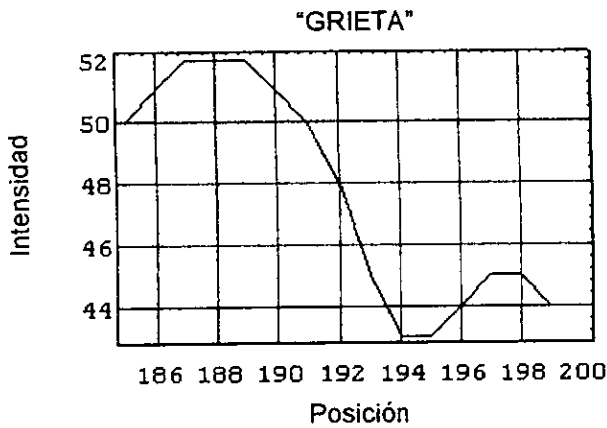


Figura IV-4 Datos experimentales iniciales



I)

II)

Figura IV-5 Datos por zona: I) Representa la franja en la zona de la grieta y
II) Representa la cuatro franjas en la zona del "craze"

CARGA A

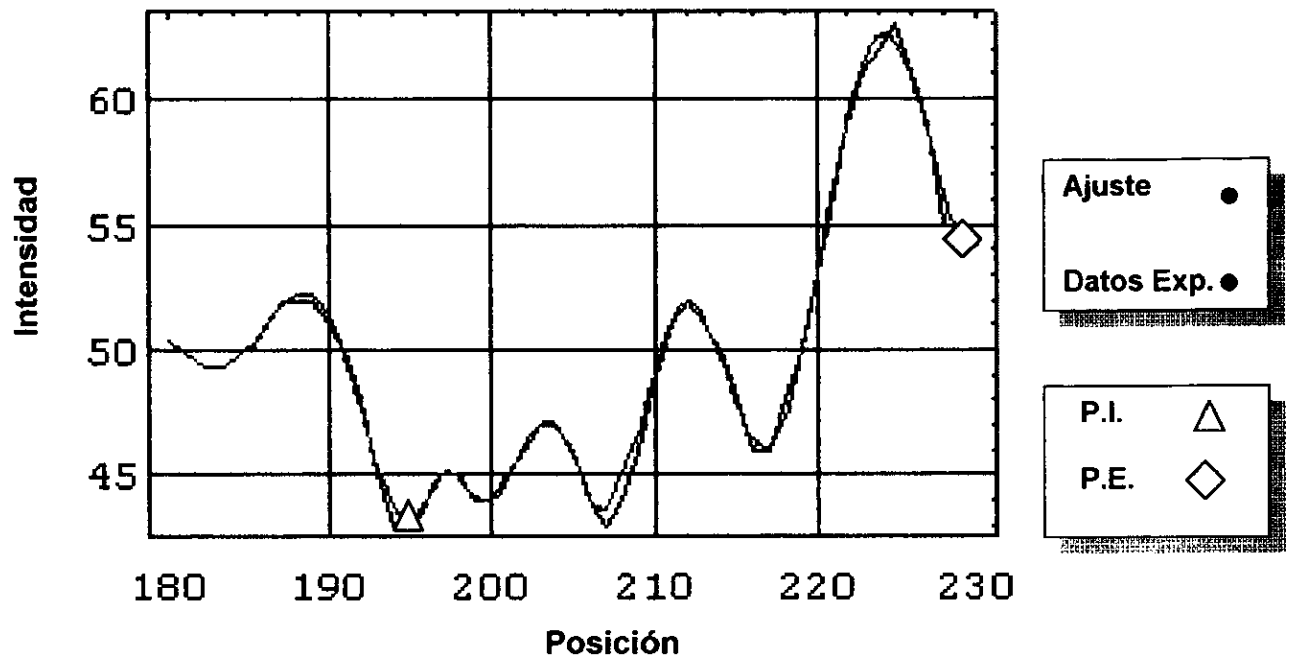


Figura IV-6 Gráfica de comparación entre los datos experimentales (negro) y la función de Ajuste encontrada (rojo).

Una de las ventajas de utilizar un ajuste No-Lineal para encontrar la función de desplazamiento es que se utilizan todos los datos experimentales (intensidades) en el ajuste; como se observa de la figura IV-6, se utilizan 34 valores de intensidad (posición 195 a 228) para definir el desplazamiento. Con un ajuste lineal se utilizaría la posición de 7 puntos (4 máximos y 3 mínimos) para definir el mismo desplazamiento; además, utilizar todos los niveles de grises es más confiable que utilizar máximos y mínimos solamente.

CARGA A "Desplazamiento"

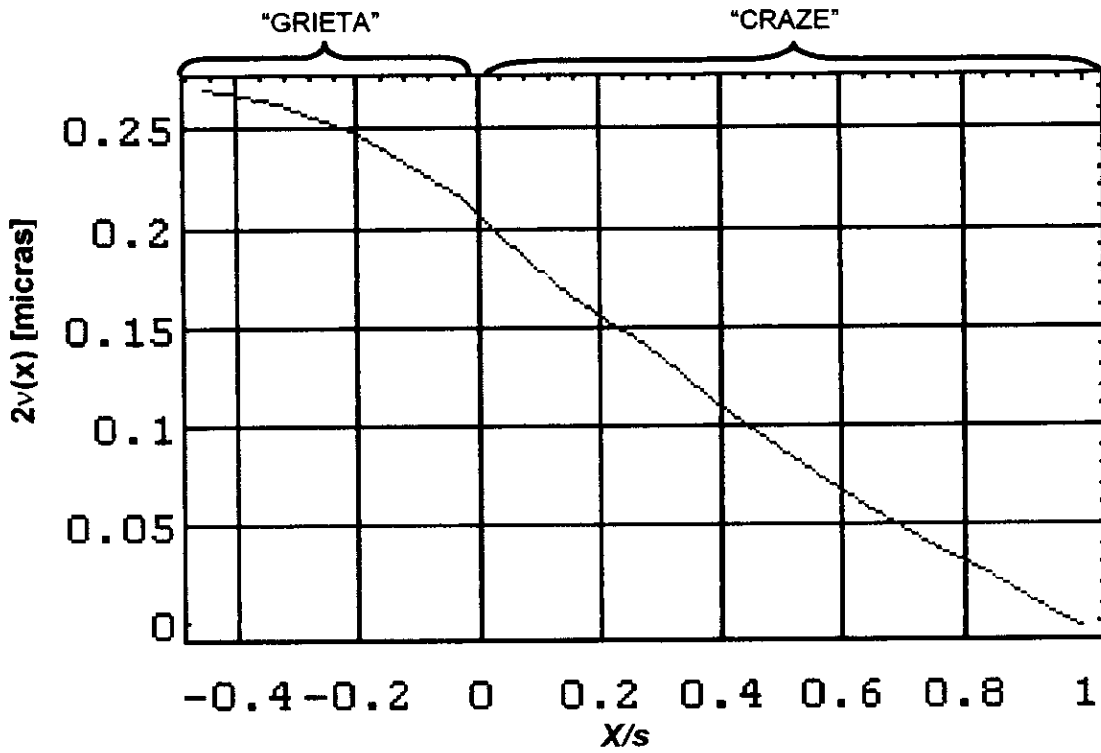


Figura IV-7 Gráfica del Desplazamiento obtenido para la carga A. La parte negativa representa la zona de la grieta y la parte positiva la zona del "craze".

Como se mencionó antes, la función de desplazamiento se obtiene del argumento del seno; sin embargo, este polinomio no es la función final de desplazamiento neto $2v(x)$. Para obtener $v(x)$ se debe de considerar un grosor primordial (ec. 3-15 y 3-13) junto con un factor de escala (ec. 3-14 y 3-10).

La figura IV-7 muestra la función de desplazamiento neto $v(x)$. Las abcisas se dividen por la longitud del "craze" (s) de tal manera que la punta de la grieta (ó base del "craze") corresponde a $x=0$ mientras que la punta del "craze" corresponde a $X/s=1$.

Una vez que se obtiene la función de desplazamiento (figura IV-7), por medio de las ecuaciones del capítulo 2, se puede obtener la distribución de esfuerzos correspondiente.

CARGA A

Distribución de Esfuerzo

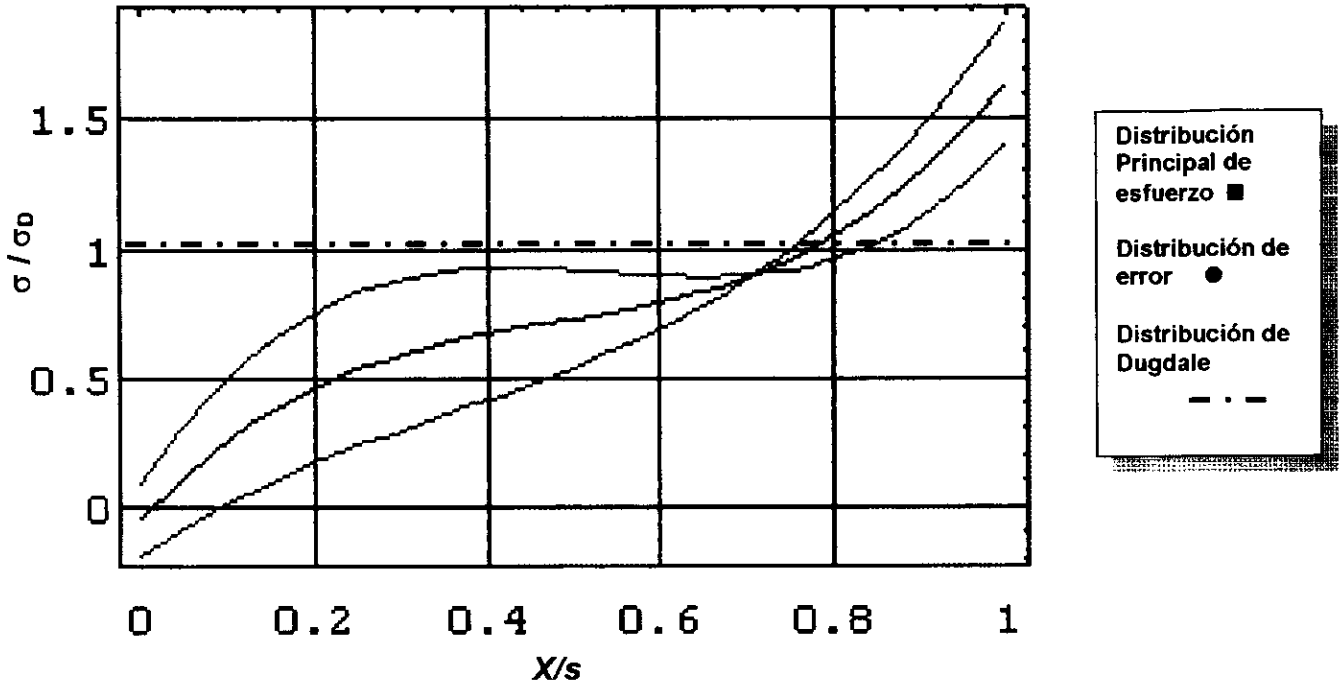


Figura IV-8 Distribución de esfuerzo obtenida para la carga A. La Distribución central es la obtenida directamente de la función de desplazamiento, las distribuciones laterales representan la incertidumbre absoluta asociada

La gráfica IV-8 representa la distribución de esfuerzo cuando todavía no se cargaba, o más bien en un mínimo de carga. El factor de intensidad de esfuerzo (capítulo 3) calculado para esta carga es:

$$K_1 = 0.028 \text{ Mpa m}^{1/2}$$

La distribución de esfuerzos propuesta por Dugdale (esfuerzos constantes) es diferente a la distribución encontrada. Como se puede ver de la figura IV-8 los esfuerzos son mayores en la punta de la zona No-Lineal ($X=s$) y disminuye a cero hacia la punta de la grieta. El caso de carga **B** no se presenta ya que como se dijo antes las franjas dentro de la zona del "craze" no se distinguen bien. Los casos **C**, **b** y **a** se presentan a continuación.

Nótese que la gráfica de distribución de esfuerzo es σ / σ_D lo que significa que se normaliza con respecto a la distribución que propone Dugdale (σ_D).

Análogamente para la carga **C** se obtienen las figuras IV-9 y IV-10 de los datos experimentales. La gráfica IV-9 presenta todos los datos experimentales en conjunto, posteriormente, en la figura IV-10 se muestra por zonas (**I**).-Grieta y **II**).- "Craze"). Al observar las figuras mencionadas se puede apreciar que para esta carga se tiene: nueve franjas en la zona de la grieta y seis en la zona del "craze". Teniendo entonces los datos experimentales, se procede a obtener el ajuste No-Lineal mostrado en la figura IV-11. En este carga se enfatiza de igual manera el ajuste para la parte de la grieta así como para la del "craze". El ajuste No-Lineal se trabajo con 36 valores de intensidad (posición 192 a 228). En la figura IV-11 se presentan los puntos de intersección y extrapolación calculados.

CARGA C

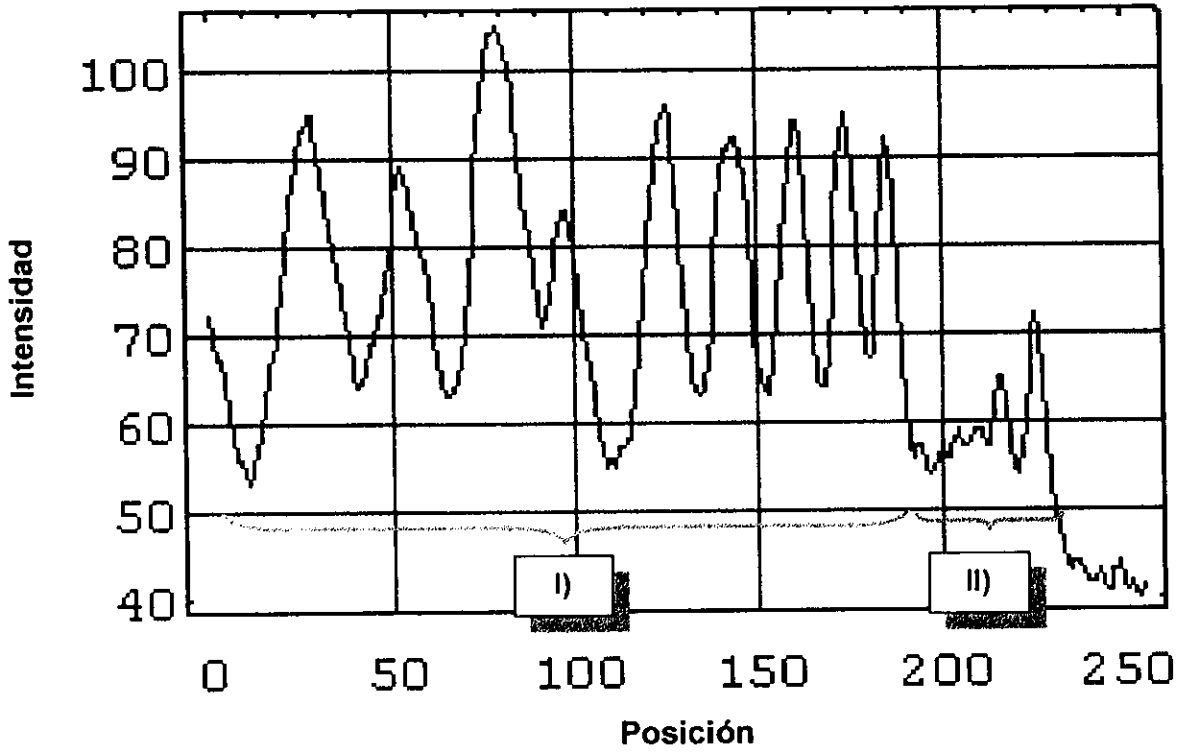


Figura IV-9 Datos experimentales iniciales

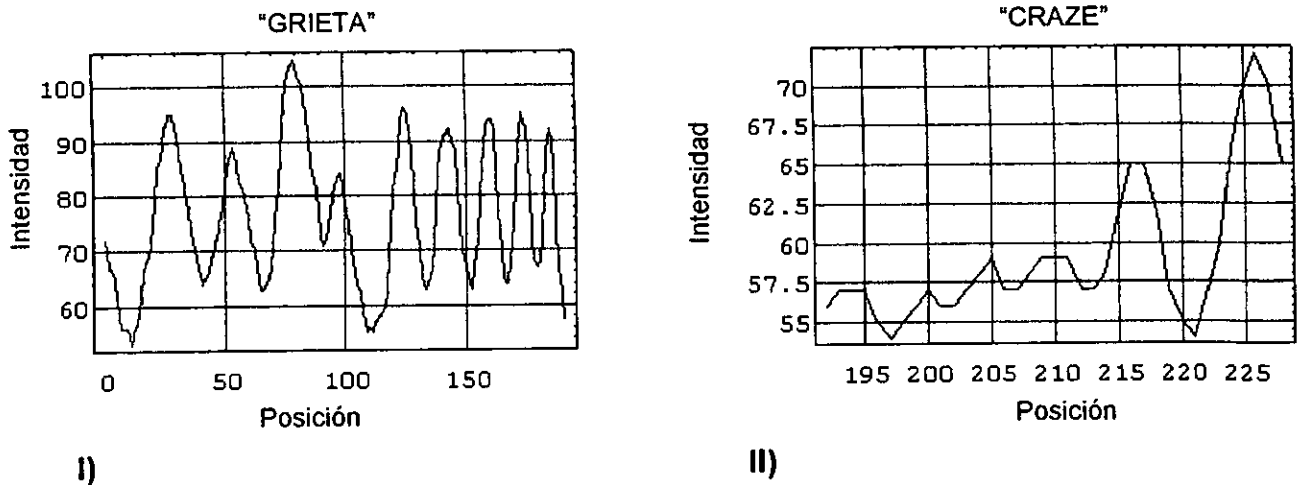


Figura IV-10 Datos por zona: I) Representa la franja en la zona de la grieta y
II) Representa la cuatro franjas en la zona del "craze"

CARGA C

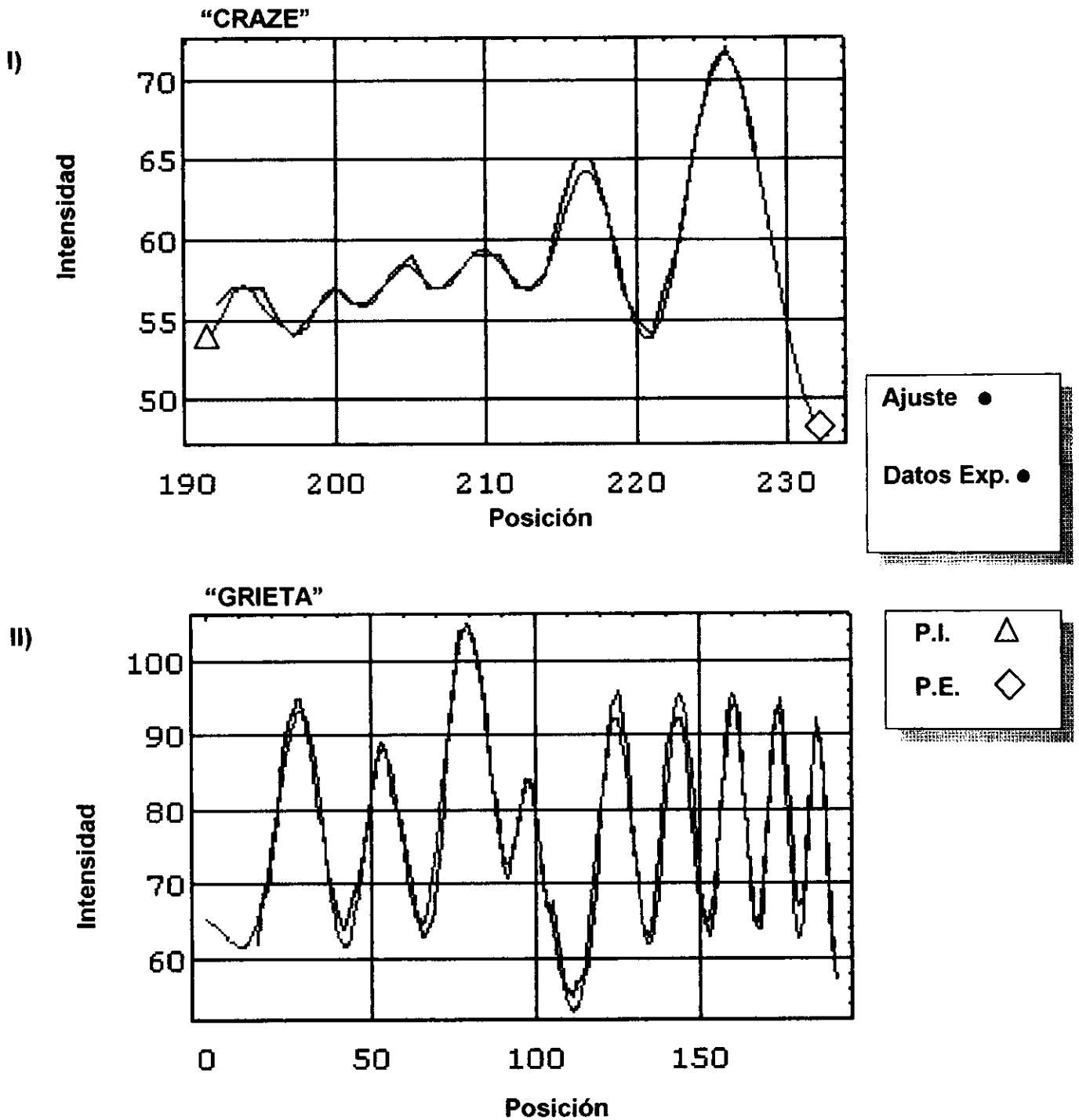


Figura IV-11 Gráfica de comparación entre los datos experimentales (negro) y la función de Ajuste encontrada (rojo). Gráfica I) zona "craze" y gráfica II) zona grieta.

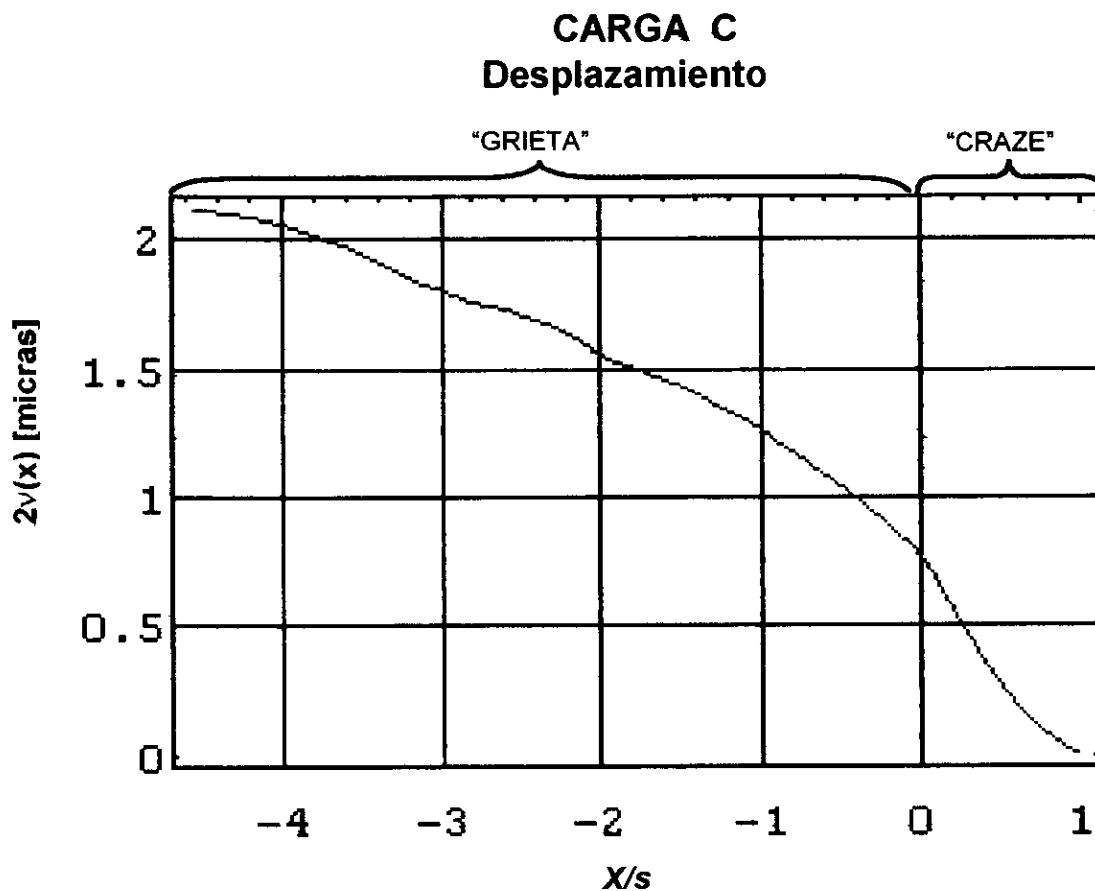


Figura IV-12 Gráfica del Desplazamiento obtenido para la carga **C**. La parte negativa representa la zona de la grieta y la parte positiva la zona del "craze".

La figura IV-12 muestra la distribución de desplazamiento obtenida, al parecer en la zona de -3 a -2 se aprecia una protuberancia que puede ser debido a que en las franjas en el intervalo 50-100 sean solo dos y no tres. La pendiente de la zona del "craze" ($x > 0$) ha incrementado y en la zona de la grieta ($x < 0$) que se define mejor a diferencia del primer caso.

En la figura IV-13 se presenta la distribución de esfuerzos para la máxima carga en la que se tomaron datos; para esta carga se podían distinguir bien las franjas por lo que el análisis fue relativamente más fácil. El factor de intensidad de esfuerzo calculado para este caso es:

$$K_I \approx 0.35 \text{ Mpa m}^{1/2}$$

CARGA C

Distribución de Esfuerzo

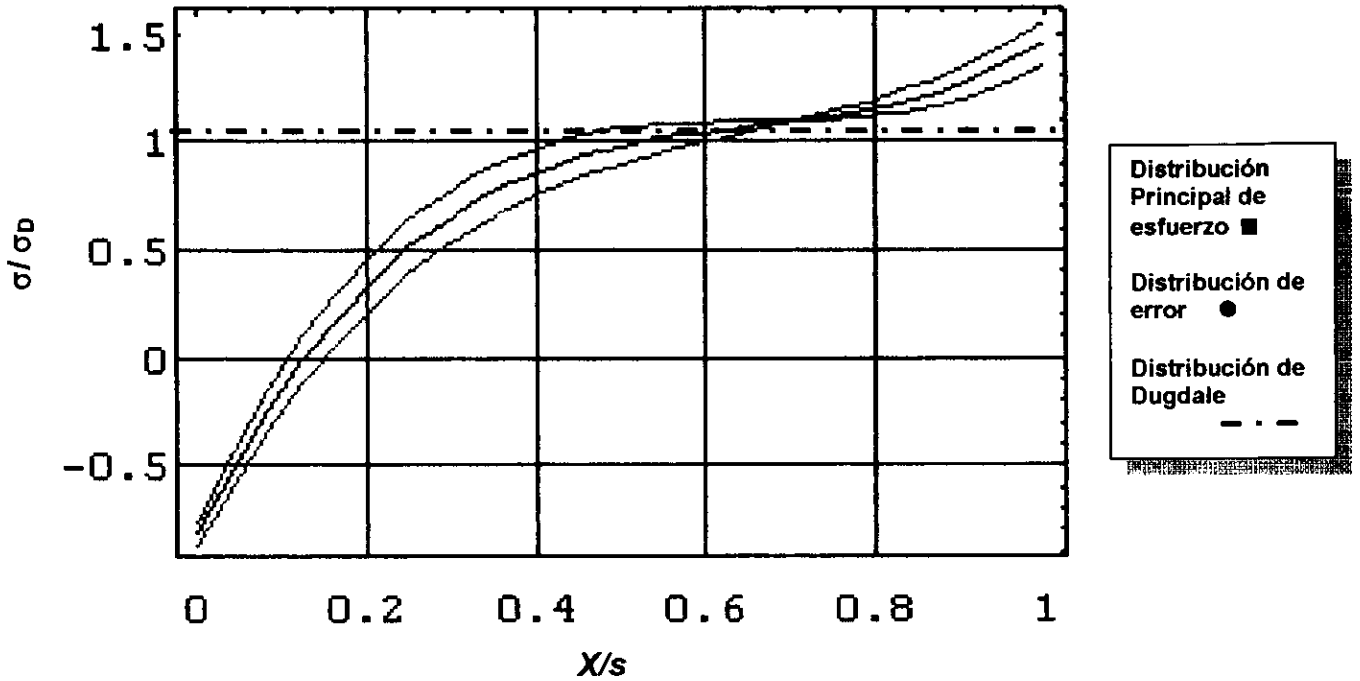


Figura IV-13 Distribución de esfuerzo obtenida para la carga C. La Distribución central es la obtenida directamente de la función de desplazamiento, las distribuciones laterales representan la incertidumbre absoluta asociada

Como punto de referencia vale mencionar que un factor de intensidad de esfuerzos de $0.35 \text{ Mpa m}^{1/2}$ causaría propagación de la grieta alrededor de 1 micra/ciclo para carga de fatiga; para carga cuasiestática un valor de $0.45 \text{ Mpa m}^{1/2}$ causaría propagación.

Nótese que en este caso las distribuciones incertidumbres son bastante uniformes. En la figura IV-13 se observa que los esfuerzos justo adelante de la punta de la grieta ($0 < x < 0.15s$) son compresivos. El efecto de la compresión se refleja en el desplazamiento a través de un salto en la pendiente en la punta de la grieta ($x = 0$ en la figura IV-12). Los efectos de compresión en la base del "craze" han sido observados en la parte de descarga después de una sobrecarga en un experimento de fatiga [1].

Los experimentos de donde provienen estos resultados se realizaron en una probeta cuya grieta se generó por impacto y por tanto no se conoce bien la historia de deformación y fractura. Sin embargo, debido a la relajación que ocurre en estos materiales, hubo un poco de sobre carga para "estabilizar" la carga en 38.5 N ($K_I \approx 0.35 \text{ Mpa m}^{1/2}$). El efecto compresivo en la base también se puede ver en el siguiente caso; las causas de la compresión aún se desconocen aunque se ha propuesto que tras una sobre carga, los manojos de fibras en el "craze" se han "deshilachado" de más y no se pueden reacomodar de manera elástica.

En las figuras IV-14 y IV-15 se presentan los datos experimentales en conjunto y por zona correspondiente a la carga **b**, que es la siguiente imagen tomada durante la secuencia de descarga. En este caso se aprecian cinco franjas en la zona del "craze" y cuatro en la zona de la grieta.

La figura IV-16 muestra el ajuste No-Lineal obtenido para la carga **b** así como los puntos de intersección y extrapolación calculados. El ajuste No-Lineal se hizo con 36 valores de intensidad (posición 193 a 229).

CARGA b

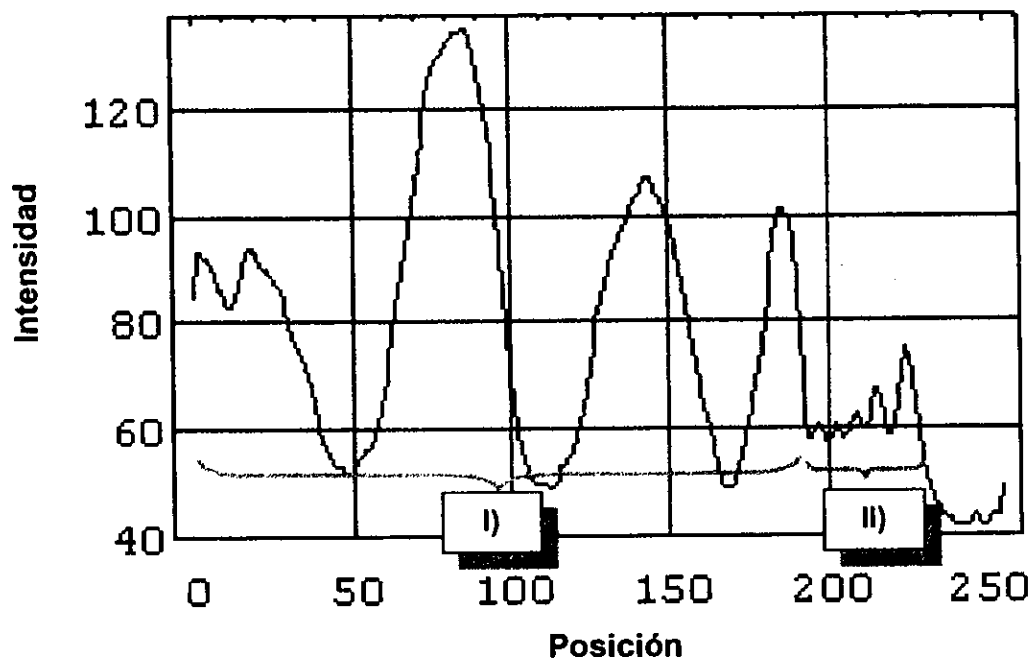
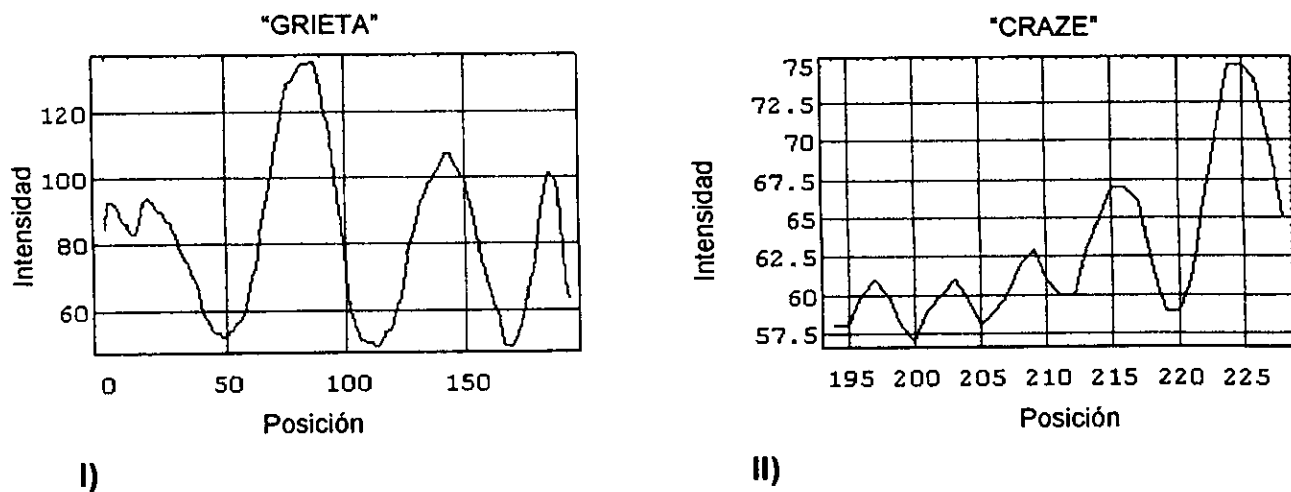


Figura IV-14 Datos experimentales iniciales



I)

II)

Figura IV-15 Datos por zona: I) Representa la franja en la zona de la grieta y
II) Representa la cuatro franjas en la zona del "craze"

CARGA b

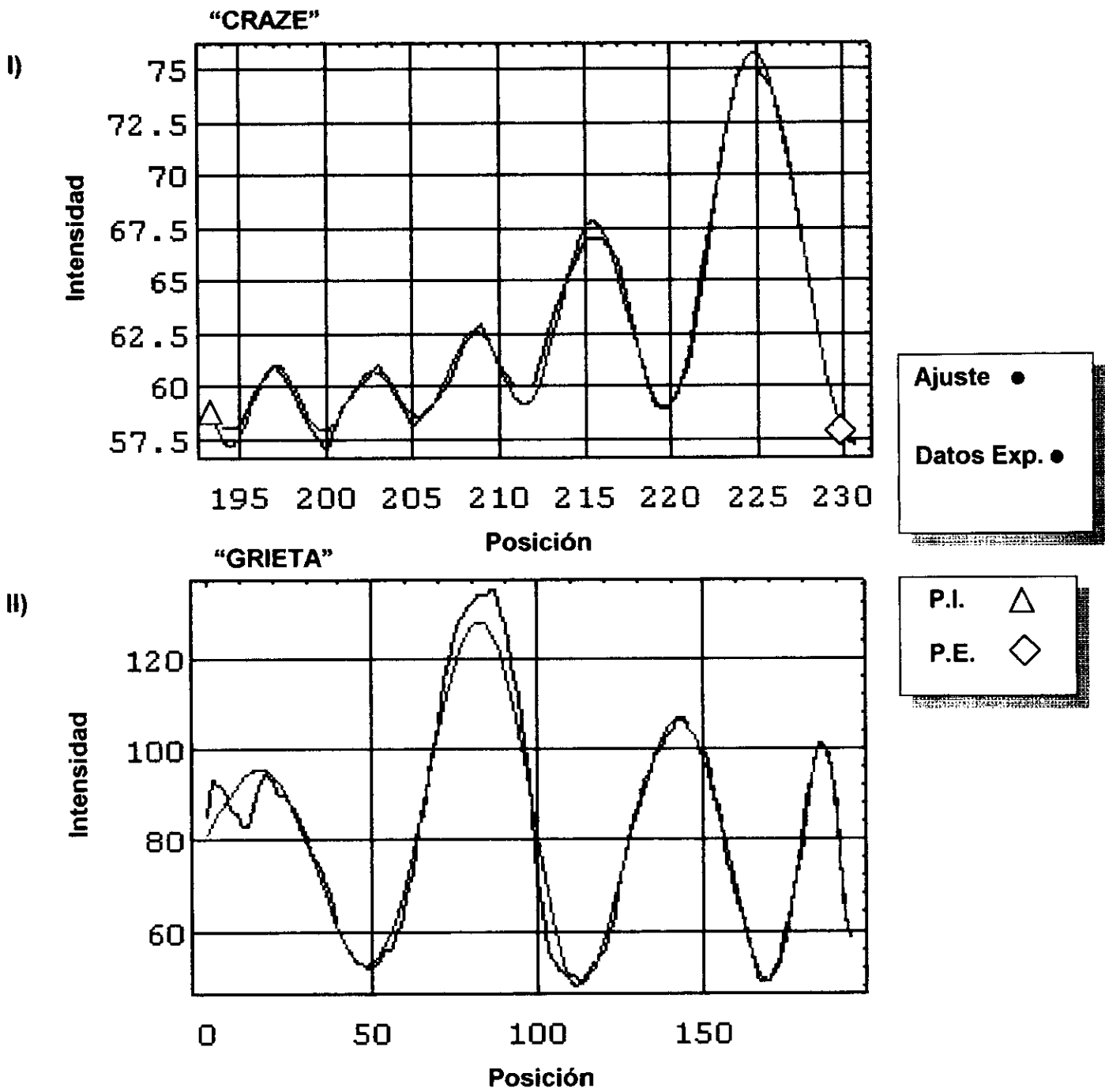


Figura IV-16 Gráfica de comparación entre los datos experimentales (negro) y la función de Ajuste encontrada (rojo). Gráfica I) zona "craze" y gráfica II) zona grieta.

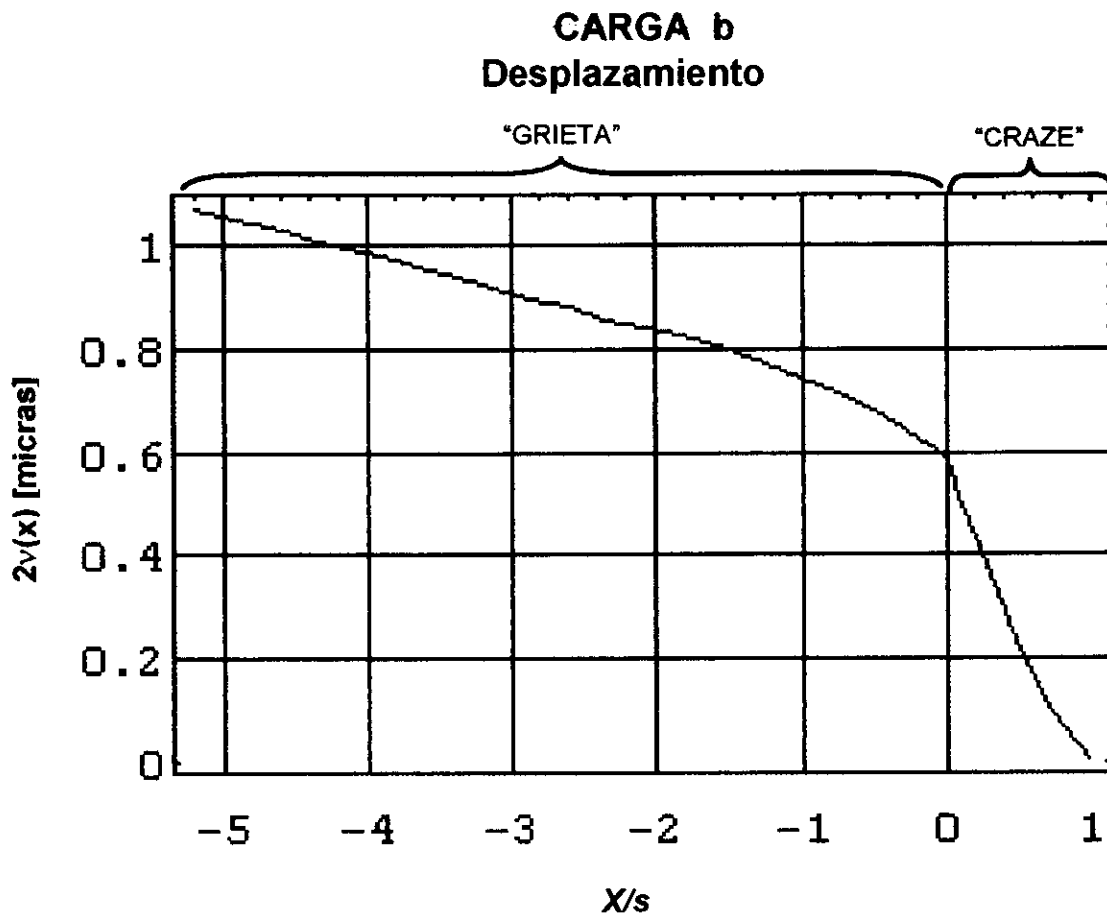


Figura IV-17 Gráfica del Desplazamiento obtenido para la carga **b**. La parte negativa representa la zona de la grieta y la parte positiva la zona del "craze".

Se puede observar que las gráficas de desplazamiento son muy parecidas en las cargas presentadas hasta el momento, más adelante se compararan para poder apreciar la diferencia de su incremento tanto en la zona de la grieta como en la del "craze". En este caso también resulta claro el cambio en la pendiente cuando se pasa de la zona del "craze" a la zona de la grieta.

CARGA b

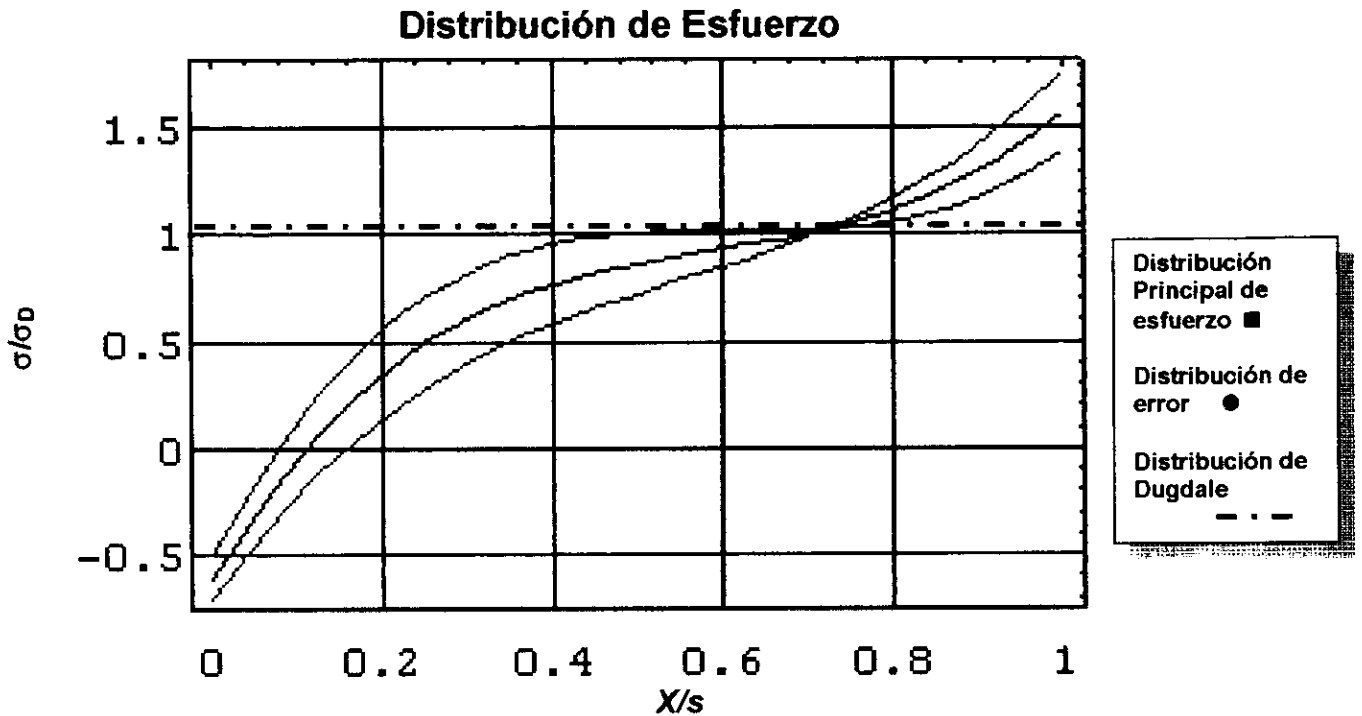


Figura IV-18 Distribución de esfuerzo obtenida para la carga b. La Distribución central es la obtenida directamente de la función de desplazamiento, las distribuciones laterales representan la incertidumbre absoluta asociada

La distribución de esfuerzos para este caso se puede ver en la figura IV-18. Al igual que en el caso anterior, existe una zona de compresión ($0 < x < 0.15s$) en la base del "craze".

En esta gráfica se comienza a descargar la probeta tratando de no hacerlo tan abruptamente ya que no se daría tiempo al material de responder adecuadamente. El factor de intensidad de esfuerzo calculado para este caso es:

$$K_I \approx 0.14 \text{ Mpa m}^{1/2}$$

Obsérvese que en este caso las distribuciones incertidumbres también son bastante uniformes.

Los datos experimentales en conjunto y por zonas al final de la secuencia de descarga se presentan en las figuras IV-19 y IV-20. Nótese que se recuperan las cuatro franjas iniciales en la parte del "craze" y la franja en la parte de la grieta.

Como se mencionó antes, la carga **a** representa la carga mínima de descenso lo que significa que se cargó la probeta hasta llegar a la carga **C** y se empezó a descargar volviendo a la carga mínima. El objetivo de cargar en ascenso y descenso con cargas iguales era el de comparar el punto de subida con el de baja, pero debido a que en el ascenso no se obtuvieron imágenes nítidas sólo se puede comparar el punto inicial.

La gráfica de la figura IV-21 nos muestra el ajuste No-Lineal de los datos experimentales así como los puntos de intersección y extrapolación. Dicho ajuste se obtuvo trabajando con 32 valores de intensidad (posición 89 a 121).

CARGA a

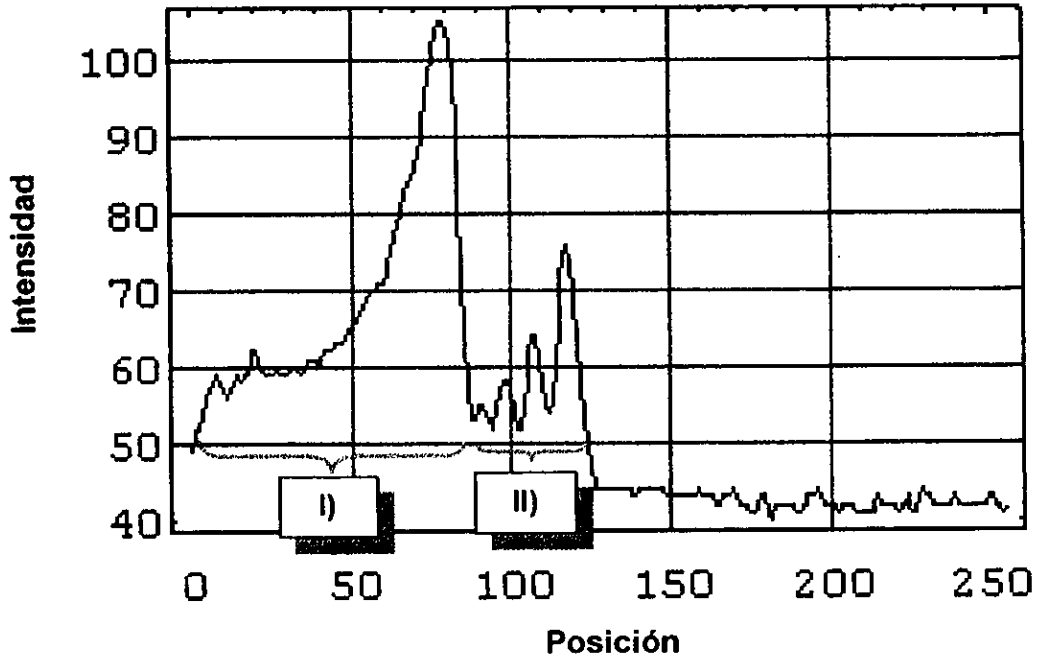


Figura IV-19 Datos experimentales iniciales

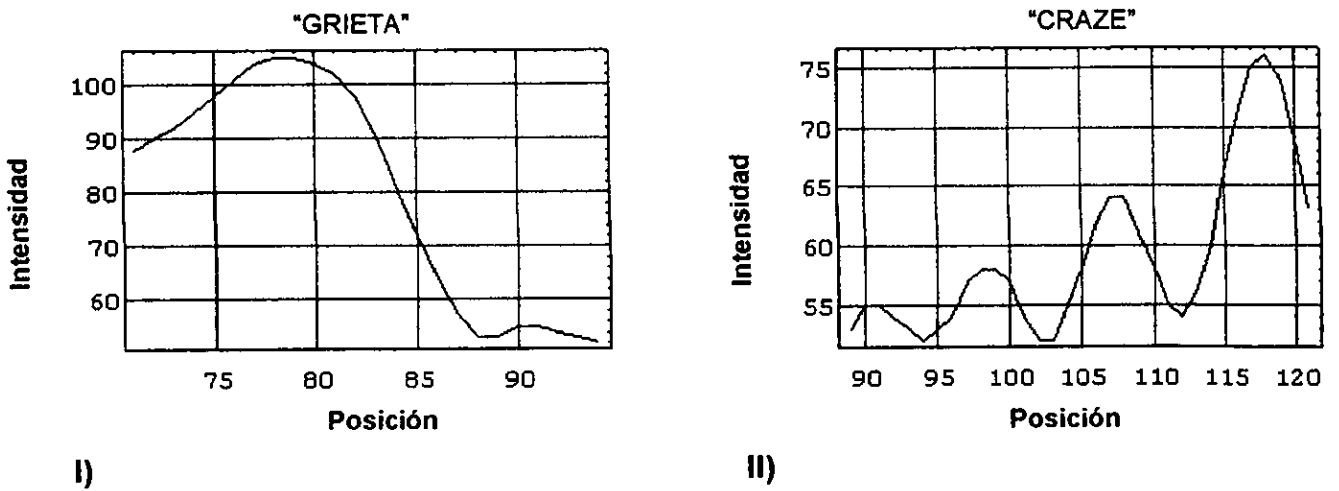


Figura IV-20 Datos por zona: I) Representa la franja en la zona de la grieta y II) Representa la cuatro franjas en la zona del "craze"

CARGA a

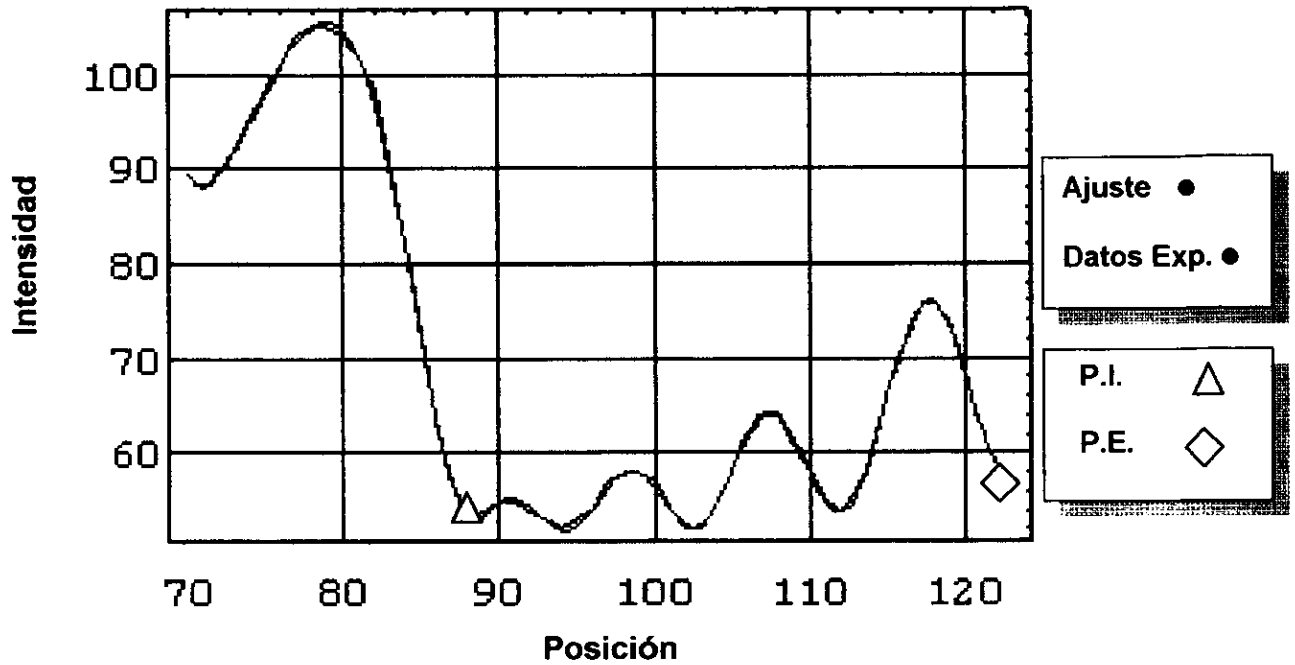


Figura IV-21 Gráfica de comparación entre los datos experimentales (negro) y la función de ajuste encontrada (rojo).

La figura IV-22 presenta la distribución de desplazamiento habiendo descargado la probeta. Observando la gráfica de desplazamiento de la carga A se detecta que la pendiente es menor que en la carga a, esto se puede deber a que el material no se ha relajado completamente.

CARGA a
Desplazamiento

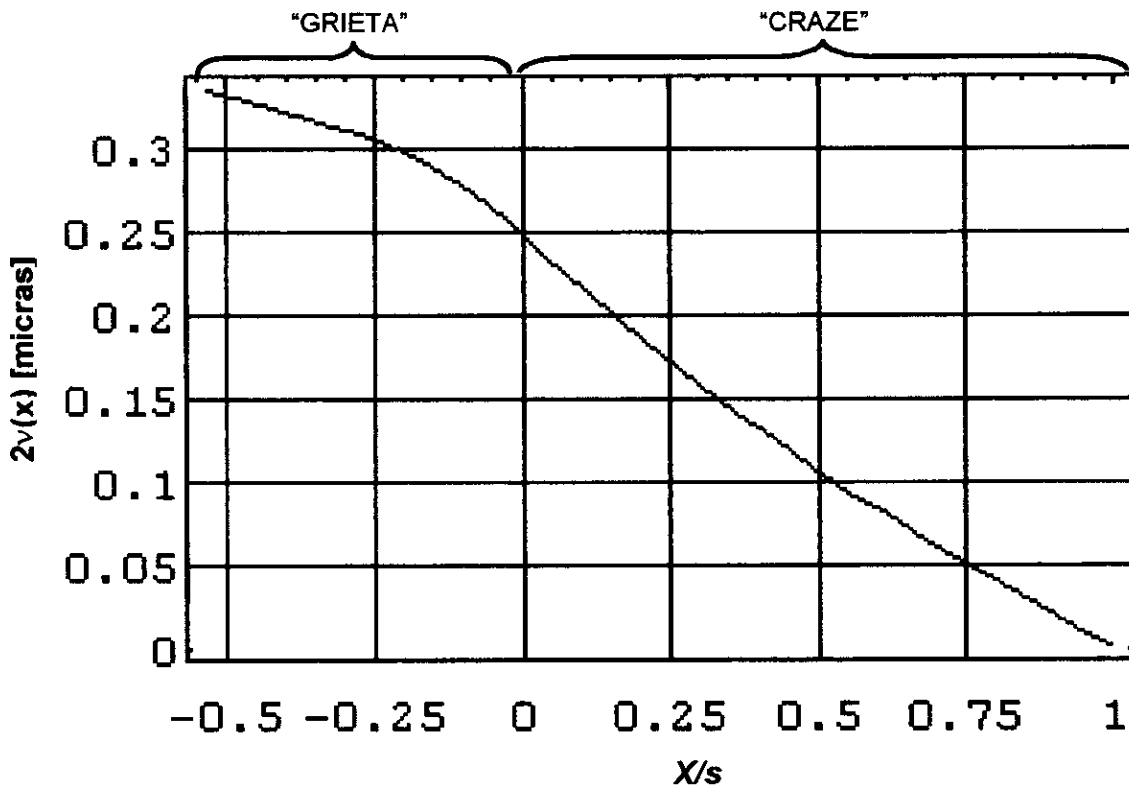


Figura IV-22 Gráfica del Desplazamiento obtenido para la carga a. La parte negativa representa la zona de la grieta y la parte positiva la zona del "craze".

A diferencia de los casos **C** y **b**, aquí no hay salto de pendiente cuando se pasa de la zona del "craze" a la zona de la grieta.

La distribución de esfuerzos correspondiente a este desplazamiento se presenta en la figura IV-23; como se podrá observar de la figura, en este caso no hay compresión en la base del "craze". Lo anterior concuerda con la continuidad de la pendiente en el desplazamiento obtenido.

CARGA a

Distribución de Esfuerzo

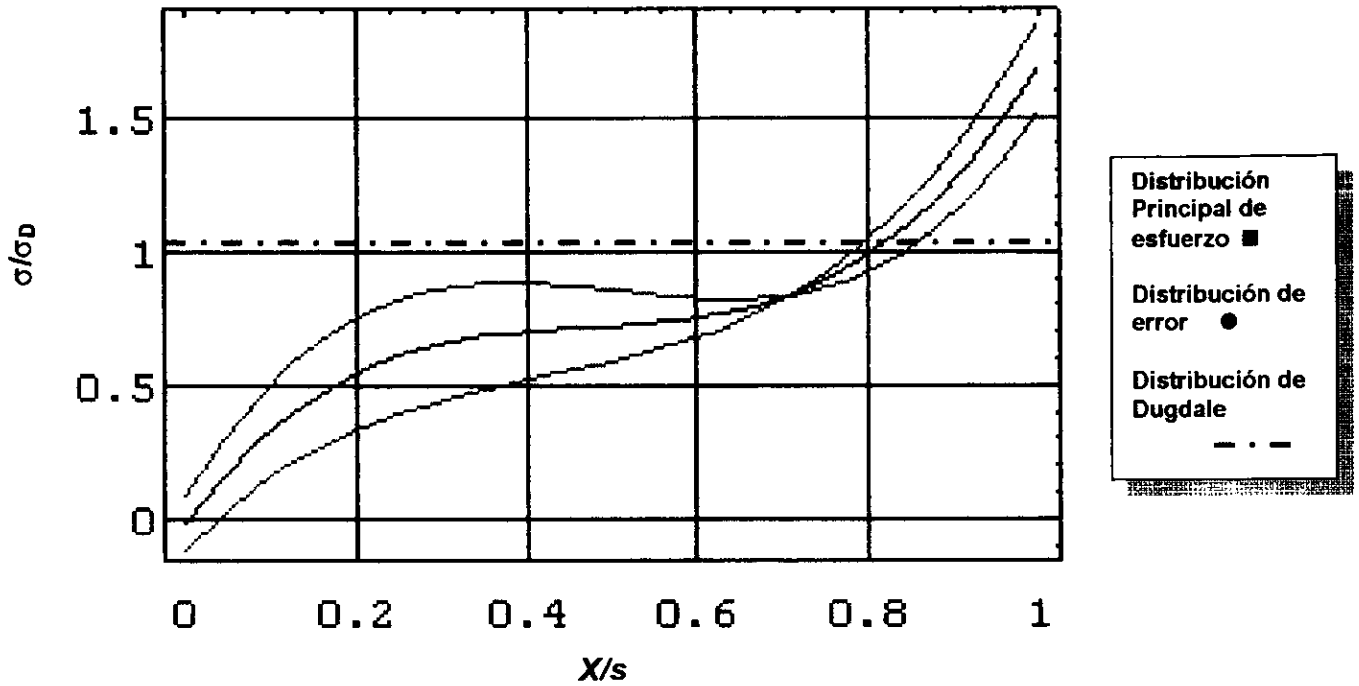


Figura IV-23 Distribución de esfuerzo obtenida para la carga a. La Distribución central es la obtenida directamente de la función de desplazamiento, las distribuciones laterales representan la incertidumbre absoluta asociada

En este caso se ha descargado la probeta hasta el punto de carga mínima. El factor de intensidad de esfuerzo calculado es:

$$K_I \approx 0.028 \text{ Mpa m}^{1/2}$$

Haciendo una aproximación burda, la distribución de esfuerzos se puede considerar constante (Dugdale) hacia el centro pero hacia los extremos ya no concuerda.

A continuación se presentan las gráficas de comparación de los desplazamientos así como la comparación de los esfuerzos para los puntos de carga mínima.

Gráfica de Esfuerzos en la Zona de Proceso Durante un Ciclo de Carga Cuasiestática

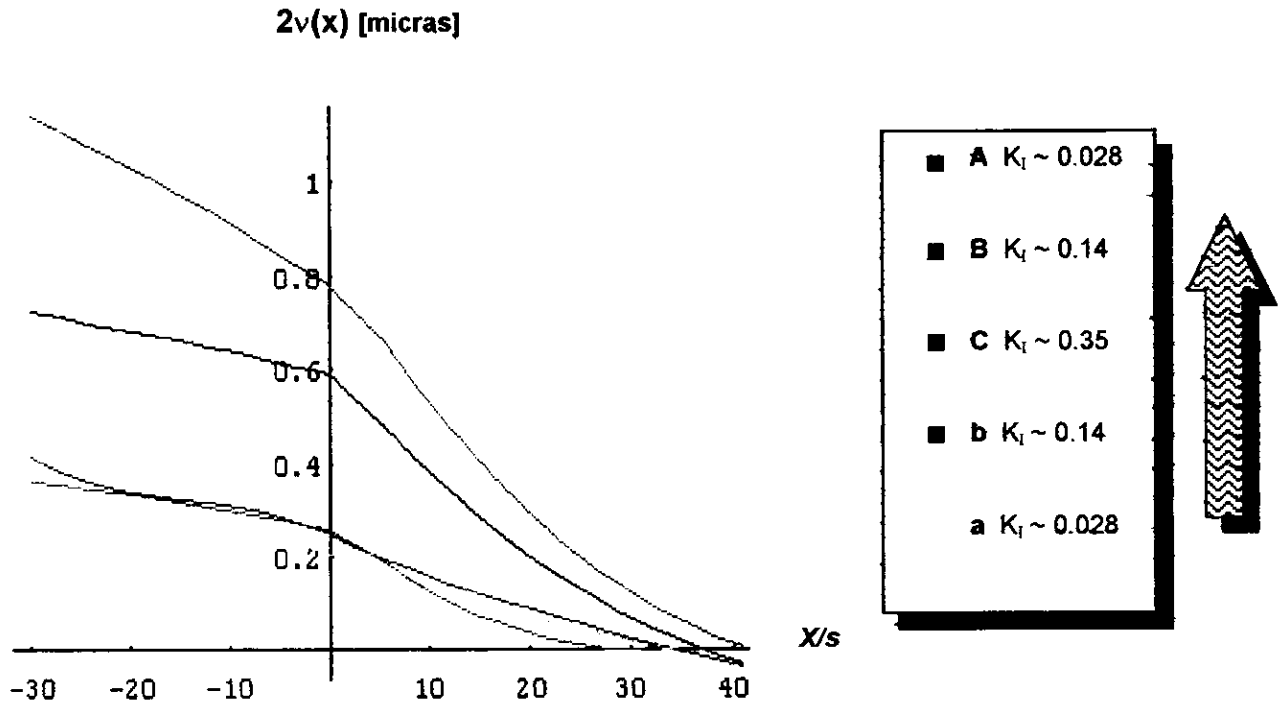


Figura IV-24 Distribuciones de desplazamiento de las cargas experimentadas

En la figura IV-24 se puede apreciar claramente que a mayor carga es mayor el desplazamiento. Sin embargo, obsérvese que el caso de $k \approx 0.14$ Mpa $m^{1/2}$ (azul claro) no se acerca a la distribución obtenida de bajada (azul marino); esto es por el hecho de no haber tenido la imagen nítida por lo que el número de franjas dentro del "craze" no cambio en este punto. En las distribuciones amarilla y roja la pendiente en ambas zonas es muy parecida. En las cargas C y b el cambio en la pendiente de una zona a otra es apreciable, por lo que se presenta compresión en la distribución de esfuerzos. De la parte positiva nótese que la longitud del "craze" varía un poco.

Gráfica de Comparación de Esfuerzos en Carga Mínima

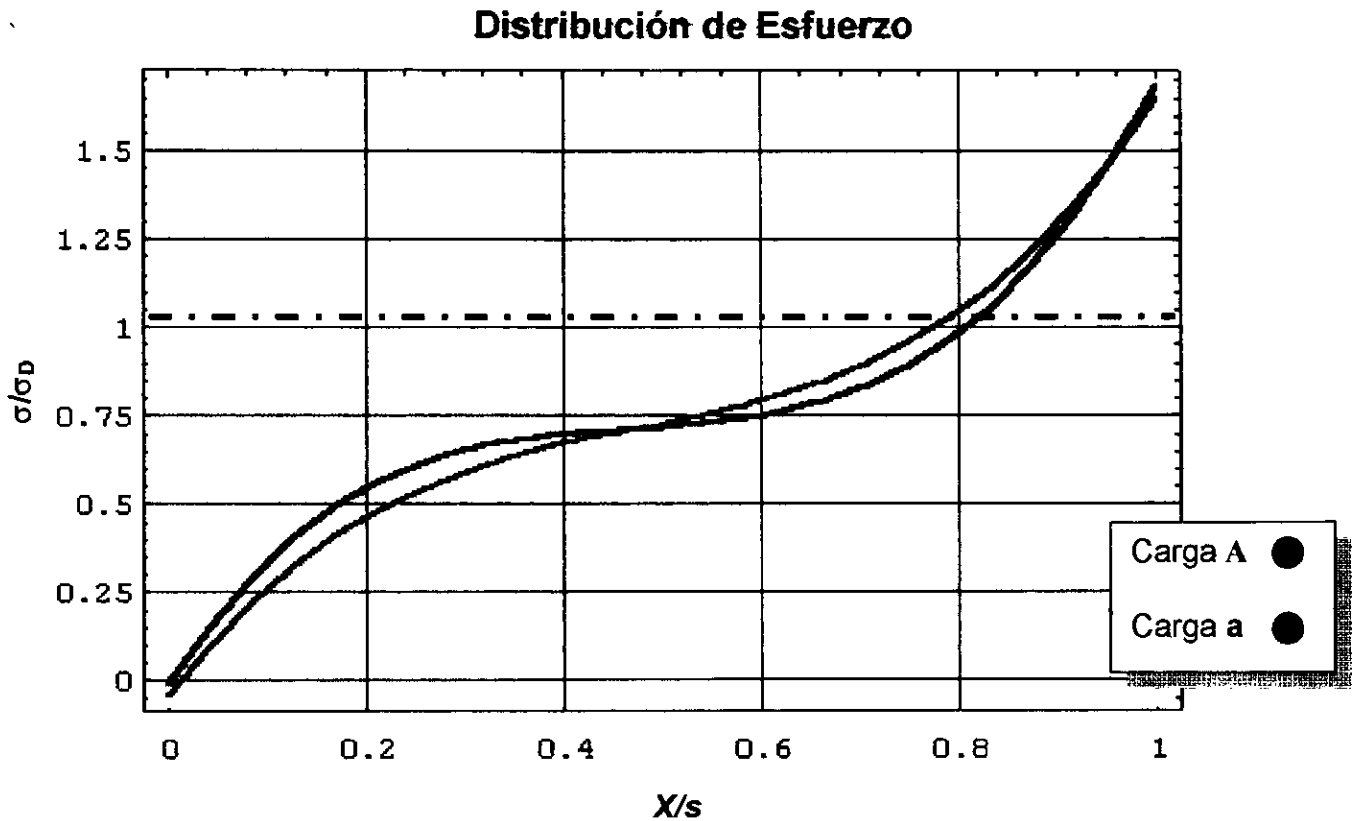


Figura IV-25 Distribuciones de esfuerzos de la carga mínima

Aquí se compara muy bien la distribución de esfuerzo para la carga mínima. Como se mencionó anteriormente, **A** representa la carga mínima inicial y **a** representa la carga mínima final, en un caso u otro se tiene distribuciones de incertidumbre que abarcan el mínimo cambio. Anteponiendo el sentido común, es de esperarse que se presente un mayor esfuerzo en la punta del "craze" que cerca de la grieta (el punto (0,0) es la punta de la grieta); así, al parecer los resultados son congruentes.

Gráfica de Comparación de Distribuciones de Esfuerzo para Todas las Cargas

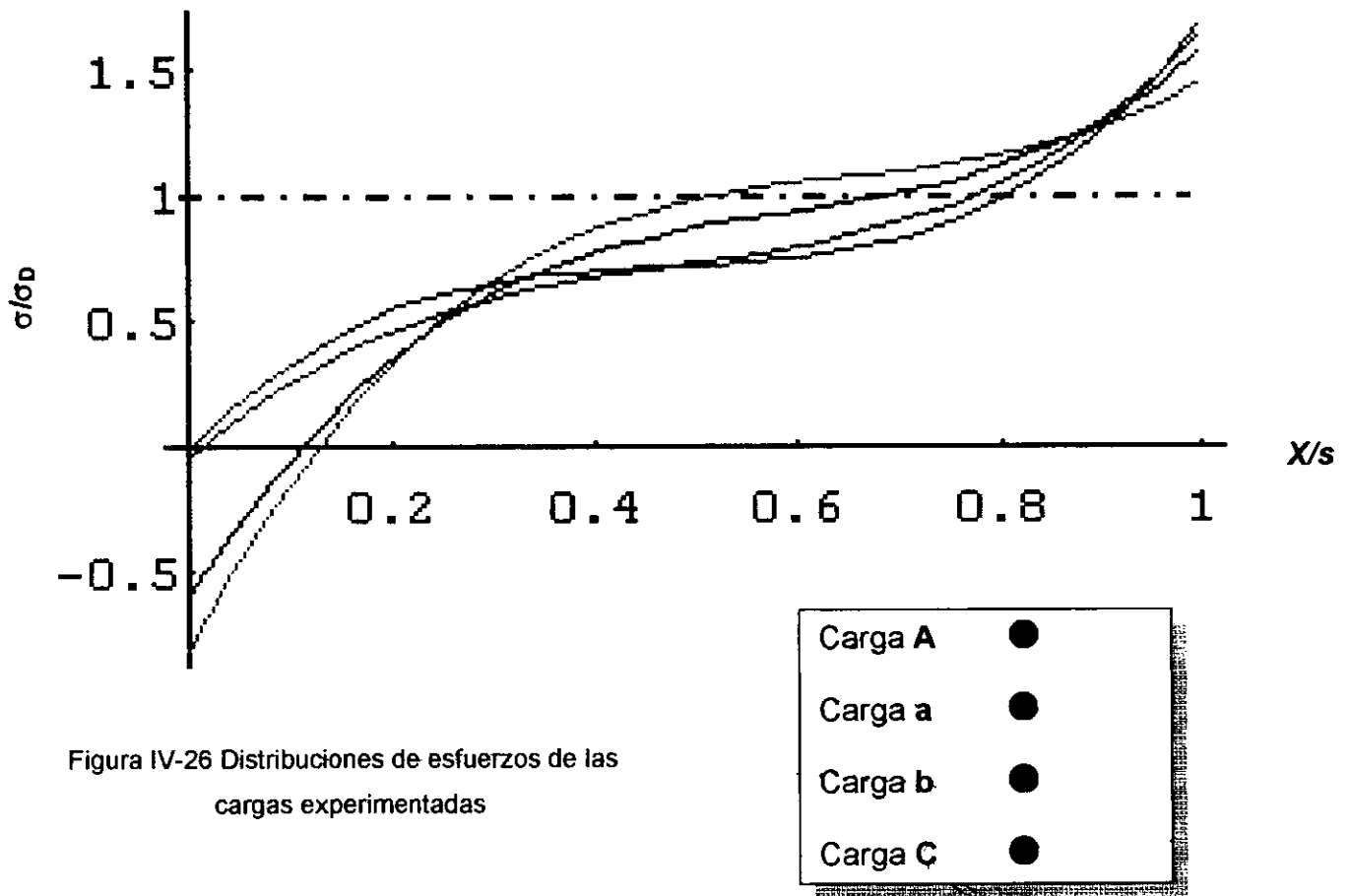


Figura IV-26 Distribuciones de esfuerzos de las cargas experimentadas

En la figura IV-26 se puede ver que cuando se carga más se comienza a desplazar la distribución de esfuerzos, es decir el esfuerzo se incrementa rápidamente. En ésta gráfica de comparación de las distribuciones de esfuerzos obtenidas es muy claro como se presenta la compresión para C y b. El hecho de que haya compresión era de esperarse por el cambio en la pendiente de los desplazamientos.

Las tablas IV-1 y IV-2 presentan las constantes utilizadas en el cálculo de distribución de esfuerzo. También se incluye la longitud del "craze" que a pesar de que debería ser constante, ya que la grieta no se propaga, varía un poco. El cambio en la longitud del "craze" puede ser debido a que la zona en realidad creció sin embargo al volver a descargar los esfuerzos hicieron que la longitud decreciera nuevamente; otra posibilidad puede ser la existencia de una zona de deformación elástica. También nótese que para la carga a los puntos de intersección y de extrapolación no están dentro del rango de posición de las demás cargas, esto puede deberse a que se movió accidentalmente la probeta y se recorrió la escala.

TABLA IV-1

CASO	CARGA N	λ_{VERDE} μm	n_{AIRE}	n_{bulto}	n_c	n_{co}	m_o	m_c	K_I $\text{Mpa m}^{1/2}$
A	3.1	0.546	1	1.49	1.32	1.32	7.7	7.7	0.028
C	38.5	0.546	1	1.49	1.20	1.32	8.6	12	0.35
b	15.4	0.546	1	1.49	1.24	1.32	8.6	10.4	0.14
a	3.1	0.546	1	1.49	1.32	1.32	8.6	8.6	0.028

Tabla IV-2

CASO	P.E.	P.I.	L. C. Pixel	Λ	No. F.G.	No. F.C.
A	229.6	195.6	34.0	1.46	1	4
C	232.8	190.9	42.9	2.21	9	6
b	230.7	193.4	37.3	1.85	4	5
a	123.0	88.4	34.6	1.46	1	4

Donde:

λ_{VERDE} := longitud de onda de la luz incidente

n_{aire} := índice de refracción del aire

n_{Bulto} := índice de refracción del bulto de material (Kambour)

n_{C} := índice de refracción final del "craze"

n_{CO} := índice de refracción inicial del "craze"

m_{O} := número extremo inicial

m_{C} := número extremo "craze"

P.E. := punto de extrapolación "craze"

P.I. := punto de intersección Grieta-Craze

L.C. := longitud del "craze"

Λ := deformación promedio

No. F.G. := número de franjas en grieta

No. F.C. := número de franjas en craze

4.4 Conclusiones

En este trabajo se presentó la metodología experimental y teórica para la obtención de las distribuciones de esfuerzos en la *Zona de Deformación No-Linear* a distintas cargas cuasiestáticas. El haber cargado y descargado la probeta permite poder comparar los resultados en algunos casos.

Se propuso una distribución cúbica para la descripción de la distribución de esfuerzos; obteniendo así, gráficas que permiten poder sacar algunas conclusiones del comportamiento del material bajo carga cuasiestática. Además, se trabaja con una mayor cantidad de datos experimentales; es decir, se toma en cuenta todos los datos intermedios entre los máximos y mínimos de las franjas interferométricas (uso de grises). El hecho anterior sugiere una mayor confiabilidad dentro del análisis en comparación con los trabajos anteriores.

Comparando las distribuciones de desplazamientos de cada caso con las distribuciones de esfuerzos obtenidas se observa que concuerdan; es decir, el cambio en la pendiente de una zona a otra refleja una compresión, mismo que se presenta en la distribución de esfuerzo para el caso.

De los resultados obtenidos y analizados se puede concluir que el material presenta, como se había supuesto, un comportamiento elasto-plástico. Aunque no se sabe bien el origen de la compresión en la base del "craze" se tiene algunas ideas de donde surge. Las distribuciones de esfuerzos de las cargas **C** y **b** presentan una compresión en "craze", lo que sugiere que el material se tarda en recuperar o hay un comportamiento plástico. La compresión de **C** se piensa que se presenta por la sobrecarga de la probeta, pero no se tuvo seguimiento de la historia de deformación y fractura para poder amparar esta conclusión. Una vez que se descarga el material (carga **a**) no se presenta compresión alguna, lo que indica que el material se recupera por completo, aparentemente, de la deformación aplicada.

La variación en la longitud del "craze" se puede deber a que:

1. En realidad la zona aumento con la presencia de esfuerzos grandes
2. La presencia de un error al tomar los datos de la zona
3. Existe una zona de deformación reversible en la punta del "craze"
4. El cambio del índice de refracción en cargas bajas es muy pequeño para producir franjas.

Aunque el objetivo del trabajo no era el de caracterizar por este método las probetas de PMMA con carga cuasiestática, los resultados obtenidos pueden ser un comienzo para proseguir con la investigación. Algunos puntos que se pueden mejorar o corregir son:

- La iluminación de la probeta fue suficiente para poder obtener el patrón de interferencia, pero seguramente el aumentar la intensidad del foco o diseñar otro camino óptico de iluminación ayudará para obtener mayor nitidez en la imagen.
- El seguimiento de la historia de deformación y fractura ayudaría en la interpretación de los resultados.
- Aunque se contó con varios casos de carga para poder probar el método debe de cuidarse el detalle de contar con suficiente resolución en la carga ascendente así como en la carga descendente.
- Se puede pensar en hacer una serie de cargas con distintas probetas para ver si el efecto de la resolución en las franjas se comporta de igual manera.
- Para poder efectuar más experimentos y estudiar la historia de carga se puede pensar en tratar de automatizar lo mas posible el método presentado.

Referencias Capítulo 4

- [1] Knauss, W.G. (1987). "*Cohesive force distribution of crack tip crazes in fatigue of PMMA*", **Advances in Fracture Research**, B.L. Karihaloo, et al eds. Vol 6 pg. 3003-3009, ICF9, Sydney.
- [2] Pulos, Guillermo (1993). *Nonsteady Crack Propagation and Craze Behavior in PMMA*.
- [3] Ward, I.M. y Imai. (1985) Y., *A Study of Craze Deformation in the Fatigue Fracture*.

4.5 Bibliografía.

Artículos:

- [1] Döll, W. and Könczöl, L. (1990) *Micromechanics of Fracture under Static and Fatigue Loading: Optical Interferometry of Crack Tip Craze Zones*. En: **Advances in Polymers Science: Crazing in Polymers** (H.H. Kausch, ed.) vol. 91/92 pp.137-214. Springer-Verlag, Berlin.
- [2] Imai Y. and Ward M. (1985). *A study of Craze Deformation in Fatigue Fracture of Polymethylmethacrylate*. **Journal of material science**, vol. 20 pp. 3842-3852.
- [3] Döll, W. (1983). *Optical Interference Measurements and Fracture Mechanics Analysis of Crack Tip Craze Zones*. En: **Advances in Polymers Science: Crazing in Polymers** (H.H. Kausch, ed.), vol 52/53 pp. 105 -168. Springer-Verlag, Berlin.
- [4] Döll, W. and Könczöl, L. (1988). *Mechanism and Micromechanics of Fatigue Crack Propagation in Glassy Thermoplastics*. Presented in part at the 7th Int. Conference Deformation, Yield and Fracture of Polymers, Cambridge, 11-14 april 1988.
- [5] Komatsu, H. *Interferometry: Principles and Applications of Two-Beam and Multiple-Beam Interferometry*. **Technical Bulletin** by Nikon.
- [6] Kramer, E.J. y Breger, L.L. (1990). *Fundamental Processes of craze growth and fracture*, **Advance in polymer science 91/92**. Editor: Kausch. Springer-Verlang Berlin Heidelberg. Pág. 1-68.
- [7] Ungsuwarungsri, T. y Knauss, W.G., " A Nonlinear Analysis of Equilibrium Craze: Part I – Problem Formulation and Solution", **Journal of Applied Mechanics**, Vol. 55, No. 1, 44-51, 1988.
- [8] Kambour, R.P., *Refractive Indices and Composition of Craze in Several Glassy.*, **Journal of Polymer Science: Part A**, Vol. 2 1964. Págs. 4159-4163.

- [9] Knauss, W.G. "Cohesive force distribution of crack tip crazes in fatigue of PMMA", **Advances in Fracture Research**, B.L. Karihaloo, et al eds. Vol 6 pg. 3003-3009, ICF9, Sydney, 1997.

Libros:

- [1] Mase, George E. and Mase, G Thomas (1992). *Continuum Mechanics for Engineers*. CRC Press, New York.
- [2] Askeland, Donald R. (1987). *La ciencia e ingeniería de los materiales*, Grupo Editorial Iberoamericana, México.
- [3] Kinloch, A.J. and Young, R.J. (1983). *Fracture Behaviour of Polymers*, Applied Science Publishers, London.
- [4] Birley, Arthur W. Haworth B. and Batchelor J. (1992). *Physics of Plastics*, Haser, USA.
- [5] Broek, David. (1986). *Elementary Engineering Fracture Mechanics*, 4th edition, Kluner Academic Publishers, Netherlands.
- [6] Billmeyer, Fred W. (1962). *Text book of Polymer Science*, 2nd edition, Wiley-Interscience, USA.
- [7] Ferry John D. (1980). *Viscoelastic Properties of Polymers*, 3rd edition, Wiley, USA.
- [8] Kobayashi, A.S. (1993). *Experimental Techniques in Fracture*, Edited by Jonathan S. Epstein.
- [9] Tada Paris and Irwin. (1973). *The stress analysis of cracks handbook*. del. reserch Corporation, Helertown Penn.
- [10] Kinloch, A.J., Young, R.J. (1983). *Fracture behaviour of polymers*, Applied science publishers, New York. Pág. 496.
- [11] Anderson, T.L. (1991). *Fracture Mechanics, Fundamentals and Applications*, CRC Press Inc. U.S.A.. Pág. 793
- [12] Henning Kaush, Hans. (1987). *Polymer Fracture*, 2nd edition. Vol. 2 Polymers/properties and applications. Springer-Verlag. Pag. 456.

- [13] Martínez Pacheco, Ramón (1997). *Análisis de propagación de grieta en materiales termoplásticos sujetos a condiciones de carga cuasiestática*. (Tesis de Licenciatura).
- [14] Hellan, Kåre. (1984). *Introduction to fracture mechanics*, McGraw-Hill, USA. Págs. 302.
- [15] Pulos, Guillermo. (1993) *Nonsteady Crack Propagation and Craze Behavior in PMMA*. Thesis Doctoral, California Institute of Technology, Pasadena California.
- [16] Gdoutos, E.E. (1993). *Fracture Mechanics*. Kluner Academic Publishers, Netherlands. Pág. 17-28.
- [17] Ward, I.M. y Imai. (1985) Y., *A Study of Craze Deformation in the Fatigue Fracture*.
- [18] Marion, J.B. and Heald, M.A., *Classical Electromagnetic Radiation*, 2da ed. Academic Press, New York, 1980.
- [19] Hecht-Zajac (1986). *Optica*. Ed. Addison- Wesley Iberoamericana, E.U.A.