5

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

FACULTAD DE CIENCIAS

"SIMULACION DEL CRECIMIENTO ECONOMICO BASADO EN EQUILIBRIOS A CORTO PLAZO"

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TITULO DE:

A C T U A R I O

P R E S E N T A :

ESTEBAN NICANOR ANGELES HERNANDEZ

DIRECTOR DE TESIS: M. EN C. SERGIO HERNANDEZ CASTAÑEDA

1998

VNIVERSIDAD NACIONAL
AVTONOMA DE
MEXICO

M. en C. Virginia Abrín Batule
Jefe de la División de Estudios Profesionales de la
Facultad de Ciencias
P r e s e n t e

Comunicamos a usted que hemos revisado el trabajo de Tesis:

" Simulación del Crecimiento Económico basado en Equilibrios a Corto Plazo ".

realizado por Esteban Nicanor Angeles Hernández.

con número de cuenta 9018832-3 , pasante de la carrera de Actuaría.

Dicho trabajo cuenta con nuestro voto aprobatorio.

Atentamente

Director de Tesis Propietario M. en C. Sergio Hernández Castañeda.

Propietario M. en C. Paloma Zapata Lillo. Paloma Zapata

Propietario Act. Claudia Carrillo Quiroz. Claudia Carrillo Q.

Suplente M. en C. Virginia Abrín Batule. Virginia Abrín Batule

Suplente Mat. César Eduardo Sousa Mondragón.

Consejo Departamental de Matemáticas

M. en A.P. Pilar Alonso Reyes.

FACULTAD DE CIENCIAS
CONSEJO DEPARTAMENTAL
DE
MATEMATICAS

Con todo mi cariño dedico este trabajo a mi Papá el Sr. Esteban Raymundo Angeles Gómez y a mi Mamá la Sra. Ma. Lourdes Hernández.
Por darme la vida. Su vida...
Por todo su amor...
Por ser mis amigos...
Por guiarme y apoyarme...
Gracias Papá... Gracias Ray...
Gracias Mamá...Gracias Lule...
Por todo, gracias...
Gracias...

A mis hermanas.
Gina y Laurín.
Por la sangre que nos une.
Por todo su apoyo.
Por dejarme ser su amigo.
Por llenar mi vida de alegría.
Por ser mis chiquitas.
Las quiero mucho...

A mis Abuelitos Paternos Francisco Hernández y María de la Luz García.

A mis Abuelitos Maternos Nicanor Angeles y Leonila Sánchez.

Por todo sus consejos.
Por todo su cariño.

A toda mi familia.

A mi Lauris
A mi nunca bien ponderada.
Por llenar mi vida de felicidad.
Por compartir su vida conmigo.
Por todos nuestros sueños.
Por nuestro amor...

A mis amigos :
Vlady , Didier, René y Arcés
Por viajar en el mismo barco, en el barco de las matemáticas.
Por que la gente chambeadora se merece todo.
A mis amigas :
Haydeé, Jennifer, Paola, Jazmín, Gaby Canudas y Gaby la de los apuntes chidos.
Por su amistad.
Por el aprecio que les tengo.
Por que más que mis amigos son como mis hermanos.

A todos mis Compañeros.

A todos mis Profesores.

A la Universidad Nacional Autónoma de México. Mi segunda casa.

A la Facultad de Ciencias.

A las Matemáticas que son como las mujeres.

A las mujeres que son como las matemáticas.

A la Carrera de Actuaría.

Al Taller de Matemáticas.

Al Seminario de Economía Matemática.

A todas las funciones que no se dejan derivar.

A los que me faltaron.

A la vida.

Al amor.

A Dios.

A la libertad.

A mi mismo.

Quisiera agaradecer de una manera muy especial a los profesores :

M. en C. Sergio Hernández Castañeda.
M. en C. Paloma Zapata Lillo.
Act. Claudia Carrillo Quiroz.
M. en C. Virginia Abrín Batule.
Mat. César Eduardo Sousa Mondragón.

Por hacerme el honor de dirigir y corregir mi trabajo de tesis y por su tiempo que me dedicaron.
Gracias.

Introducción.

El objetivo de este trabajo es desarrollar las bases, tanto en un sentido teórico como computacional, para poder llevar a cabo simulaciones del crecimiento económico tomando como punto de referencia el concepto de equilibrios a corto plazo basado en el artículo: "Desarrollo Económico y Equilibrios a Corto Plazo" elaborado por el M. en C. Sergio Hernández Castañeda.

El modelo teórico que aquí se considera consta de 2 componentes principales, la primera es la definición de un concepto matemático al cual llamaremos *economía* y que además, para términos de simplificación del análisis, supondremos que los elementos que lo conforman no cambian a través del tiempo, y la otra es la consideración de una gama de situaciones posibles en la cual se puede encontrar dicha economía, donde a cada una de estas posibilidades le llamaremos un *estadio de la economía* que pse supone que cambia a través del tiempo.

Por ende, el objeto de este trabajo es analizar cómo es que pueden variar los diferentes estadios de la economía y el impacto que esto ocasiona en su crecimiento. Para ello, se supone que, para un periodo dado, la economía se encuentra en un estadio donde la oferta y la demanda se forman para dicho periodo e interactúan para dar como resultado equilibrios a corto plazo que determinarán las condiciones bajo las cuales la economía pasará al estadio siguiente.

Bajo estas suposiciones, se elaboraron una serie de programas computacionales en Visual Basic, con el fin de obtener esquemas numéricos que nos permitan advertir cuantitativamente el crecimiento económico mediante el paso de un estadio a otro.

En el capítulo I, se empezará por definir una economía ε como un sistema que está formado por un conjunto de bienes y servicios y un conjunto de ciudadanos, caracterizados cada uno por su relación de preferencia, su tecnología, su método de estimación de precios y un vector de capacidad de trabajo. Asimismo, en este capítulo se define matemáticamente lo que para este trabajo se entenderá como un estadio para dicha economía.

Posteriormente, en el capítulo II, en base a la definición planteada, nos restringimos a una clase particular de economía ε^*, con la construcción de un caso particular, en donde suponemos que cada ciudadano contará con una relación de preferencia de Bernoulli, una tecnología del tipo Cobb-Douglas y un método de estimación de precios establecido, para determinar las condiciones de oferta y demanda que imperarán en cada uno de los estadios de la economía, de lo cuál se ocupará el capítulo III.

Primero, con un análisis microeconómico, mediante el establecimiento de un sistema inicial de precios se estudia el comportamiento de la oferta y la demanda de manera individual para cada ciudadano, determinándose el plan de acción óptimo como resultado del cuál, cada ciudadano tendrá un plan de producción, una demanda proyectada para el consumo actual, una demanda proyectada para el consumo del periodo siguiente y una forma de dividir su riqueza en consumo e inversión todo de manera óptima, para que, después, a nivel macroeconómico, se tenga un comportamiento de manera conjunta con una oferta total que entra en conflicto con una demanda total, provocando una transformación constante en el sistema de precios, es decir, esta problemática ha dado paso a una dinámica de precios que será analizada en el capítulo siguiente.

Es en el capítulo IV donde se definen los equilibrios a corto plazo y se demuestra su existencia y unicidad para el caso particular de la economía ϵ^* que hemos estudiado. Además, se da una caracterización de dichos equilibrios (para su cálculo); posteriormente, se muestra la equivalencia que hay entre los equilibrios a corto plazo en el sentido económico con los equilibrios desde el punto de vista de la teoría de las ecuaciones diferenciales, para demostrar que los equilibrios a corto plazo son asintótica y globlalmente estables cuando nos basamos en una variante del modelo Walrasiano de la dinámica económica.

Dichas propiedades de los equilibrios a corto plazo dan como resultado que cada ciudadano con su plan de acción óptimo, pueda llevar a cabo todos sus movimientos y transacciones con base en el sistema de precios de equilibrio, donde, por un lado, la oferta y la demanda total han sido igualadas, y por el otro, cada ciudadano ha cubierto sus requerimientos de consumo, por lo que se han determinado los acervos y condiciones con las que cada uno reaparecerá en el estadio siguiente de la economía.

Finalmente, estas ideas son resumidas en el capítulo V mediante una definición que establece las condiciones bajo las cuales se da la transición entre un estadio y otro, dicha definición es el punto de partida para la elaboración de la simulación.

En éste capítulo, se da una descripción sobre los supuestos hechos para la simulación la cuál está dividida en 3 partes.

En la primera parte, se definen los parámetros de entrada, es decir, los elementos iniciales que conformarán a la economía y con los cuales empezará la simulación.

Una vez definidos los parámetros, la segunda parte se encarga de la optimización individual de cada ciudadano para obtener el plan de acción óptimo y, por último, en la tercera parte, la simulación determina el sistema de precios de equilibrio con el que finalmente se llevarán a cabo todos los movimientos y transacciones de cada ciudadano y así poder conocer las condiciones con las que se pasa al estadio siguiente, es decir, se determinan los acervos producidos por cada ciudadano con los que reaparecerá el periodo siguiente teniendo como salida los diferentes estadios de la economía.

Indice.

Introducción.

I .- Definiciones Básicas.

1. – Relaciones de Preferencia.

2.– Tecnologías.

3. – Métodos de Estimación de precios.

4.– Economías y Estadios de una Economía.

II.- Construcción de un caso particular de economía.

1. – Relación de Preferencia de Bernoulli.

2.– Tecnologías de Tipo Cobb – Douglas.

3. – Método de Estimación de precios.

III.- Formación de la oferta y la demanda.

1. – Análisis Microeconómico.

2. – Análisis Macroeconómico.

IV.- Equilibrios a Corto Plazo.

Introducción.

1. – Existencia y Unicidad de Equilibrios a Corto Plazo.

2. – Caracterizaciones de los Equilibrios a Corto Plazo.

3. – Equilibrios a Corto Plazo y Ecuaciones Diferenciales.

4. – Estabilidad de los Equilibrios a Corto Plazo.

V.- Simulación del Crecimiento Económico.

Introducción.

Definición.(Transición de un estadio a otro.)

1. – Descripción de la Simulación.

2. – Resultados de la Simulación.

VI.- Resultados y Conclusiones Generales.

Anexo de programas de la Simulación.

Bibliografía y Referencias Adicionales.

I .-Definiciones Básicas.

Como primer paso, en este capítulo definiremos los elementos básicos necesarios que conformarán una Economía.

1. – Relaciones de Preferencia.

Definición 1.1

Sea χ un conjunto cualquiera .

Sea " $\preccurlyeq$ " una relación binaria definida en χ.

Decimos que, " $\preccurlyeq$ " es *una relación de preferencia* si " $\preccurlyeq$ " es un preorden completo, es decir, si cumple con :

i) $\forall\, x \in \chi$, $\quad x \preccurlyeq x$

ii) $\forall\, x, y, z \in \chi$, si $x \preccurlyeq y$, $\;y \preccurlyeq z$, entonces $\quad y \preccurlyeq z$

iii) $\forall\, x, y \in \chi$, ocurre que, ó bien $x \preccurlyeq y$, ó $\;y \preccurlyeq x$

Con base en la relación " $\preccurlyeq$ ", definimos una segunda relación binaria " $\prec$ " en χ como :

$\forall\, x, y \in \chi$

$$x \prec y \text{ si y sólo si } x \preccurlyeq y \text{ pero } y \preccurlyeq x \text{ no es válida.}$$

Proposición 1.1

Sea χ un conjunto cualquiera.

Sea " $\preccurlyeq$ " *una relación de preferencia* definida en χ.

Entonces la relación " $\approx$ " definida en χ, inducida por " $\preccurlyeq$ " de la siguiente forma :

$$x \approx y \text{ si y sólo si } x \preccurlyeq y \text{ y } y \preccurlyeq x$$

es *una relación de equivalencia.*

Demostración.

Para demostrar que la relación " $\approx$ " así definida es de equivalencia, se tiene que demostrar que cumple con las propiedades reflexiva, simétrica y transitiva.

En efecto, la relación " $\approx$ " es reflexiva ya que $\forall\, x \in \chi$, al ser $\preccurlyeq$ una relación de preferencia se tiene que $x \preccurlyeq x$ y por lo tanto $x \approx x$.

Para probar que es simétrica :

Sea $x, y \in \chi$, sin pérdida de generalidad supongamos que $x \approx y$, entonces por definición de la relación $\approx$, se tiene que :

$x \approx y \Longleftrightarrow x \preccurlyeq y$ y $y \preccurlyeq x$

$\Longleftrightarrow y \preccurlyeq x$ y $x \preccurlyeq y$

$\Longleftrightarrow y \approx x$

Por lo tanto la relación $\approx$ es simétrica.

Por último, considérese $x, y, z \in \chi$, tal que $x \approx y$ y $y \approx z$ entonces tenemos que :

$x \approx y \Longleftrightarrow x \preccurlyeq y$ y $y \preccurlyeq x$

$y \approx z \Longleftrightarrow y \preccurlyeq z$ y $z \preccurlyeq y$

Como $\preccurlyeq$ es una relación de preferencia de lo anterior se tiene que :

$x \preccurlyeq y$ y $y \preccurlyeq z$ entonces $x \preccurlyeq z$

$z \preccurlyeq y$ y $y \preccurlyeq x$ entonces $z \preccurlyeq y$

implicando que $x \approx z$. Entonces la relación es transitiva.

Por lo tanto, al ser la relación " $\approx$ " reflexiva, simétrica y transitiva, la relación es de equivalencia.■

Supóngase que $\chi \subset \mathbb{R}^n$.

Entonces decimos que " $\preccurlyeq$ "es una *relación de preferencia continua* si además de cumplir con *i),ii),iii)* se satisface que :

iv) $\forall\ \bar{x} \in \chi \subset \mathbb{R}^n$ los conjuntos

$C_1 = \{x \in \chi \ / \ \bar{x} \preccurlyeq x\}$

$C_2 = \{x \in \chi \ / \ x \preccurlyeq \bar{x}\}$

C_1, C_2 son cerrados en χ.

Para fines de este trabajo considérese $\chi = \mathbb{R}_+^{\tilde{n}}$ con $\tilde{n} = 2(m+1)$, con $m \in \mathbf{N}$, y χ cerrado entonces se dice que " $\preccurlyeq$ "es una *relación de preferencia monótona* si además de cumplir con las condiciones anteriores se satisface que :

v) $\forall\ x, y \in \chi = \mathbb{R}_+^{2(m+1)}$, si $x \leqq y$ [1] entonces $x \prec y$.

---

[1] Nótese la diferencia conceptual entre lo denotado con " $\preccurlyeq$ "y con " $\leqq$ ", pues la primera se refiere a la relación de preferencia aqui definida, mientras que la segunda se refiere a la relación de "orden " de $\mathbb{R}^n$, es decir, se define :

$\forall\ x, y \in \mathbb{R}^n$

i) $x < y$ si $x_i < y_i$ para toda $i = 1, 2, ..., n$

ii) $x \leq y$ si $x_i \leq y_i$ para $i = 1, 2, ..., n$ y por lo menos existe j$\in \{1, 2, ..., n\}$ tal que $x_j < y_j$

Teorema de Debreu.[2]

Sea $\chi \subset \mathbf{R}^n$.

Entonces para toda relación de preferencia definida en χ, existe una función $\mu : \chi \to \mathbb{R}$ continua tal que :

$$x \preccurlyeq y \text{ si y sólo si } \mu(x) \leqq \mu(y)$$

Se define a la función μ como *una función de utilidad* para la *relación de preferencia* $\preccurlyeq$.

Proposición 1.2

Sea $\chi = \mathbf{R}^n$.

Sea μ una función $\mu : \chi \to \mathbf{R}$ continua y $\preccurlyeq$ una relación definida como :

$$x \preccurlyeq y \text{ si y sólo si } \mu(x) \leqq \mu(y)$$

Entonces, $\preccurlyeq$ es una relación de preferencia continua para χ y la función μ es *una* función de utilidad para ésta.

Demostración.

Para probar que $\preccurlyeq$ es una relación de preferencia continua, necesitamos demostrar que cumple con las propiedades *i),ii),iii)* y *iv)* enunciadas en la definición 1.1.

La propiedad *i)* es inmediata pues como la función μ tiene como contradominio los números reales, ésto implica que para toda $x \in \chi$, se tiene que $\mu(x) \in \mathbb{R}$, y como $\mu(x) \leqq \mu(x)$ entonces $x \preccurlyeq x$.

Para la propiedad *ii)*

Supongamos que $x \preccurlyeq y$ y $y \preccurlyeq z$, con $x, y, z \in \chi$ entonces por definición se tiene que

$x \preccurlyeq y$ si y sólo si $\mu(x) \leqq \mu(y)$

$y \preccurlyeq z$ si y sólo si $\mu(y) \leqq \mu(z)$

entonces se tiene que $\mu(x) \leqq \mu(z)$ y por lo tanto $x \preccurlyeq z$.

Para la propiedad *iii)*

iii) $x \leqq y$ si $x_i \leq y_i$ para toda $i = 1, 2, ..., n$

[2] Debreu G. 1959.
Theory of Value.
New York, Wiley.

Debido a que el contradominio de la función μ son los números reales, para todo $x, y \in \chi$ bajo la función μ, se tiene que $\mu(x), \mu(y) \in \mathbb{R}$ y en $\mathbb{R}$ se tiene que, ó bien $\mu(x) \leqq \mu(y)$ ó bien $\mu(y) \leqq \mu(x)$ implicando pues que $x \preccurlyeq y$ ó $y \preccurlyeq x$, por lo tanto la propiedad *iii)* se satisface.

Ahora bien, sea $\bar{x} \in \chi$ y considérese el conjunto :

$C_1 = \{x \in \chi \ / \ \bar{x} \preccurlyeq x\}$,

el cual por definición es equivalente al conjunto

$C_1 = \{x \in \chi \ / \ \mu(\bar{x}) \leqq \mu(x)\}$.

Observemos que el complemento del conjunto anterior es

$C_1^c = \{x \in \chi \ / \ \mu(\bar{x}) > \mu(x)\}$.

Por otro lado el conjunto

$B = \{\ \mu(x) \in \mathbb{R} \ / \ \mu(\bar{x}) > \mu(x) \ , \ \mu(\bar{x}) \in \mathbb{R}\}$

es un conjunto cerrado de $\mathbb{R}$ y como por hipótesis la función μ es continua, la imagen inversa del conjunto B es cerrado en χ, pero la imagen inversa del conjunto B es el conjunto C_1^c, es decir, $\mu^{-1}(B) = C_1^c$, entonces el conjunto C_1^c es cerrado en χ y por lo tanto su complemento C_1es un conjunto abierto de χ.

De manera análoga el conjunto$C_2 = \{x \in \chi \ / \ x \preccurlyeq \bar{x}\}$ es cerrado, satisfaciéndose la propiedad *iv)* de la definición 1.1.

Por lo tanto la relación $\preccurlyeq$ definida como $x \preccurlyeq y$ si y sólo si $\mu(x) \leqq \mu(y)$ es una relación de preferencia continua definida en χ. ■

Ahora bien, si interpretamos al conjunto χ como un *conjunto de bienes y servicios* y definimos $\preccurlyeq$ como una relación de preferencia en χ, al tomar x , $y \in \chi$ (a los que llamaremos *vectores de bienes y servicios*) dicha relación de preferencia se puede interpretar como la preferencia que algún ciudadano pueda "sentir" por alguno de estos vectores de bienes, esto es, sin pérdida de generalidad, si ocurre que $x \preccurlyeq y$ diremos que "*el vector de bienes y servicios x es a lo más tan deseado como el vector de bienes y* ", lo cual puede ser cuantificado gracias a la existencia de una función μ real valuada *(función de utilidad)* estableciendo que dados $x, y \in \chi$, si el vector de bienes y servicios x es a lo más tan deseado como el vector de bienes y, es decir, $x \preccurlyeq y$ entonces bajo la función ocurre que $\mu(x) \leqq \mu(y)$, esto es, que la función de utilidad obtenida por el vector de bienes y servicios x, es menor ó igual que la función de utilidad obtenida por el vector de bienes y servicios y.

2.–Tecnologías.

Supóngase que en un sistema económico existen *m tipos de bienes y servicios* además de la *capacidad de trabajo*, entonces, un vector de bienes y servicios $X \in \mathbb{R}_+^{m+1}$ será de la forma :

$$X = (x_0, x_1, x_2, ..., x_m)\ , \text{ con } x_i \geq 0\ ,\ \forall\ i = 0, 1, ..., m$$

donde x_0 es la entrada correspondiente a la capacidad de trabajo.

Si se cônsidera el par ordenado

$$(X, \bar{X}) \in \chi = \mathbb{R}_+^{m+1} \times \mathbb{R}_+^{m+1} = \mathbb{R}_+^{2(m+1)}$$

este será interpretado como un *plan de consumo* para cada ciudadano, donde el vector $X = (x_0, x_1, x_2, ..., x_m)$ será un *plan de consumo para el día de hoy*, y $\bar{X} = (\bar{x}_0, \bar{x}_1, \bar{x}_2, ..., \bar{x}_m)$ será considerado *un plan de consumo para el día de mañana.*

Asimismo adicional al plan de consumo se definirá un vector

$$(U, V) \in \chi = \mathbb{R}_+^{2(m+1)}$$

que se interpretará como un *plan de producción* para cada ciudadano, donde el vector $U = (u_0, u_1, u_2, ..., u_m)$ será *el vector de entradas*[3] y $V = (v_0, v_1, v_2, ..., v_m)$ será *el vector de salidas* obtenido del vector U.

Ahora bien, una vez definido un plan de consumo y un plan de producción para cada ciudadano, cabe mencionar que estos no son únicos ni mucho menos los mismos, incluso dichos planes estarán en función de las condiciones y restricciones que puedan existir en el sistema económico en cada periodo, así como a las limitaciones que cada ciudadano pueda tener, por ende, no es difícil pensar que cada ciudadano, sólo podrá llevar a cabo aquellos planes de producción que su tecnología le permita.

En este trabajo supondremos que cada ciudadano cuenta con una tecnología determinada de acuerdo a la siguiente definición :

[3] Piénsese como lo que cada ciudadano tiene que "invertir" de cada entrada del vector U para satisfacer sus necesidades y así obtener el vector V.

Definición 2.1

Sea $\chi = \mathbb{R}_+^{2(m+1)}$

Una *Tecnología,* es un conjunto $\mathbb{T} \subset \chi$ tal que cumple con las siguientes condiciones:

i) $(\bar{0}, \bar{0}) \in \mathbb{T}$.

es decir, el plan de producción con entradas nulas pertenece al conjunto Tecnología.

ii) Si $(\bar{0}, V) \in \mathbb{T}$ entonces $V = 0$,

es decir, si el vector de entradas es el vector nulo, entonces el correspondiente vector de salidas es el vector nulo también.

iii) Sea $(U, V) \in \mathbf{T}$

Si $\bar{0} \leqq U \leqq \bar{U}$ entonces $(\bar{U}, V) \in \mathbf{T}$, análogamente

Si $\bar{0} \leqq \bar{V} \leqq V$ entonces $(U, \bar{V}) \in \mathbf{T}$.

Esto es, si se tiene que un plan de producción (U, V) está dentro del conjunto Tecnología y se tiene que el vector de entradas U es menor o igual a un vector $\bar{U}$ (ó bien, que el vector de salidas V es mayor o igual a un vector $\bar{V}$) entonces el plan de producción correspondiente al vector $\bar{U}$ y el vector V también pertenece al conjunto Tecnología, ó bien, que el nuevo vector de entradas $\bar{U}$ puede inducir el mismo vector V (el plan de producción correspondiente al vector $\bar{V}$ y el vector U también pertenece al conjunto Tecnología)

iv) Si $(U, V) \in \mathbb{T}$ y $U < \bar{U}$ entonces existe un vector $\bar{V}$ con $V \leq \bar{V}$ tal que $(\bar{U}, \bar{V}) \in \mathbb{T}$.

v) Para toda $U \in \mathbb{R}_+^{m+1}$ el conjunto

$$\mathbf{V}(U) = \left\{V \in \mathbb{R}_+^{m+1} / (U, V) \in \mathbf{T}\right\}$$

es acotado.

vi) El conjunto $\mathbb{T}$ es cerrado.

vii) Sea $(U, V) \in \mathbf{T}$, sea $\{U^n\}$ una sucesión de $\mathbb{R}_+^{m+1}$ tal que $\lim_{n\to\infty} U^n = U$, entonces, existe $\{V^n\}$ una sucesión de $\mathbb{R}_+^{m+1}$tal que $\lim_{n\to\infty} V^n = V$ y además $(U^n, V^n) \in \mathbb{T}$ para toda $n \in \mathbf{N}$.

Básicamente al hablar de que $(U, V) \in \mathbf{T}$ se puede interpretar como que el plan de producción (U, V) es *técnicamente posible,* es decir, es un plan de producción que puede llevarse a cabo por un ciudadano.

3. – Métodos de Estimación de precios.

Pasemos ahora a definir lo que para este trabajo se entenderá como un *método de estimación de precios* para cada ciudadano bajo un sistema económico.

Definición 3.1

Un sistema de Precios $\mathbb{P}$ es un vector $\mathbb{P} \in \mathbb{R}_{+}^{m+1} - \{\bar{0}\} = \mathbb{R}_{++}^{m+1}$

con $\mathbb{P} = (P_0, P_1, P_2, ..., P_m)$, $P_i \in \mathbb{R}_+ - \{0\} = \mathbb{R}_{++}$

donde P_i representa el *precio por unidad del bien* i existente en un sistema económico.

Definición 3.2

Sean $\mathbb{P}, \mathbb{P}' \in \mathbb{R}_{++}^{m+1}$ sistemas de precios.

Decimos que $\mathbb{P}$ y $\mathbb{P}'$ son *sistemas de precios equivalentes* (denotado por $\mathbb{P} \sim \mathbb{P}'$)

si existe $\lambda \in \mathbb{R}$, $\lambda \neq 0$ tal que $\mathbb{P}' = \lambda\mathbb{P}$

Proposición 3.1

La relación anterior $\sim$ es una relación de equivalencia definida en $\mathbb{R}_{++}^{m+1}$.

Demostración.

La relación $\sim$ es reflexiva pues $\forall$ $\mathbb{P} \in \mathbb{R}_{++}^{m+1}$existe $\lambda = 1$ tal que $\mathbb{P} = \lambda\mathbb{P}$ y por lo tanto $\mathbb{P} \sim \mathbb{P}$.

La relación $\sim$ es simétrica, porque si se tiene que $\mathbb{P}$ y $\mathbb{P}'$ son sistemas de precios equivalentes entonces existe $\lambda \in \mathbb{R}$, $\lambda \neq 0$ tal que $\mathbb{P}' = \lambda\mathbb{P}$ si y sólo si $\mathbb{P} = \frac{1}{\lambda}\ \mathbb{P}'$, por lo tanto $\mathbb{P} \sim \mathbb{P}'$.

También la relación $\sim$ es transitiva ya que

$\forall$ $\mathbb{P}, \mathbb{P}', \mathbb{P}'' \in \mathbb{R}_{++}^{m+1}$tales que $\mathbb{P} \sim \mathbb{P}'$ y $\mathbb{P}' \sim \mathbb{P}''$, se tiene que

$\exists$ $\lambda_1, \lambda_2 \in \mathbb{R}$, $\lambda_i \neq 0$ para $i = 1, 2$ tal que

$$\mathbb{P}' = \lambda_1\mathbb{P}$$
$$\mathbb{P}'' = \lambda_2\mathbb{P}'$$

donde sustituyendo la segunda igualdad en la primera se tiene :

$$\mathbb{P}'' = \lambda_2 (\lambda_1\mathbb{P}) = (\lambda_1\lambda_2)\,\mathbb{P} = \lambda_3\mathbb{P}$$

que por definición implica que $\mathbb{P} \sim \mathbb{P}''$.

Por lo tanto la relación $\sim$ es una relación de equivalencia.■

Debido a que el precio de cada bien existente en un sistema económico está regido por la ley de la oferta y la demanda, los sistemas de precios están evolucionando periodo a periodo, teniendo el ciudadano, en cierta forma, que establecer su mejor pronóstico de los precios para el periodo siguiente y así preveer lo que tendrá que gastar para satisfacer sus necesidades en dicho periodo.

Definición 3.3

Un *método de estimación de precios* es una sucesión infinita de funciones

$$\mathbf{M}^{\nu} = \{M^0, M^1, M^2, ..., M^k, ...\} \text{ tal que :}$$

i) $M^k : \left(\mathbb{R}^{m+1}_{++}\right)^{k+1} \to \mathbb{R}^{m+1}_{++}$es una función continua para toda $k = 0, 1, 2, ...$

ii) Para todo $\left(\mathbb{P}^0, \mathbb{P}^1, \mathbb{P}^2, ..., \mathbb{P}^k\right) \in \left(\mathbb{R}^{m+1}_{++}\right)^{k+1}$ y para toda $\lambda = \left(\lambda^0, \lambda^1, \lambda^2, ..., \lambda^k\right) \in \mathbb{R}^{m+1}_{++}$ se tiene que :

$$M^k\left(\lambda^0\mathbb{P}^0, \lambda^1\mathbb{P}^1, \lambda^2\mathbb{P}^2, ..., \lambda^k\mathbb{P}^k\right) \sim M^k\left(\mathbb{P}^0, \mathbb{P}^1, \mathbb{P}^2, ..., \mathbb{P}^k\right)$$

donde $\mathbb{P}^l$ es el sistema de precios establecido en el periodo l, $\forall\, l = 0, 1, ..., k$,$\forall\, k = 0, 1, 2, ...$

4.–Economías y Estadios de una Economía.

De acuerdo a las definiciones anteriores pensemos que existen m tipos de bienes y servicios y un número finito de ciudadanos y definamos lo que de aquí en adelante se entenderá por una *Economía* .

Definición 4.1

Sea $\chi = \mathbb{R}^{2(m+1)}_{+}$.

Una *Economía* ε es un sistema que esta formado por :

i) Un conjunto finito $\bar{M}$, tal que $\bar{M} \subset \mathbf{N}$, con $\bar{M} = \{0, 1, 2, ..., m\}$, que llamaremos el *conjunto de bienes y servicios.*

ii) Un conjunto finito $\bar{\mathbf{N}}$, tal que $\bar{\mathbf{N}} \subset \mathbf{N}$, con $\bar{\mathbf{N}} = \{1, 2, ..., n\}$ que representará al *conjunto de ciudadanos.*

iii) Una *relación de preferencia monótona*[4] definida en χ para cada ciudadano, ésto es, se define $\preccurlyeq^{\nu}$en χ, $\forall \nu \in \bar{\mathbf{N}}$.

iv) Una *Tecnología* para cada ciudadano, es decir, se define $\mathbb{T}^{\nu}$, $\forall \nu \in \bar{\mathbf{N}}$.

v) Un *método de estimación de precios* para cada ciudadano $\mathbf{M}^{\nu}$, $\forall \nu \in \bar{\mathbf{N}}$.

---

[4] A la cual nos referiremos simplemente como *una relación de preferencia.*

vi) Un vector $\bar{\omega}^{\nu} \in \mathbb{R}_{+}^{m+1}$, tal que $\bar{\omega}^{\nu} \geq \bar{0}$, $\forall \nu \in \bar{\mathrm{N}}$, el cual representará *la capacidad de trabajo* [5]con la que contará día a día cada ciudadano, para lo cual se tiene que

$$\bar{\omega}^{\nu} = \gamma^{\nu} \; e_0$$

donde $\gamma^{\nu} \in \mathbf{R}_{++}$ es la capacidad de trabajo y $e_0 = (1, 0, 0, ..., 0)$.

Algunas veces se denotará una economía como $\varepsilon = \left\{\bar{M}; \bar{\mathrm{N}}; (\preccurlyeq^{\nu}, \mathbb{T}^{\nu}, \mathbf{M}^{\nu}, \bar{\omega}^{\nu})_{\nu \in \bar{\mathrm{N}}}\right\}$ para hacer énfasis en todos los elementos que la componen, pero algunas veces se abusará de la notación y usaremos solamente ε.

Una vez definida la *economía* supóngase que se establece *un sistema de precios inicial,* entonces se dará origen a la oferta y la demanda, por lo que dicho sistema de precios evolucionará al transcurrir el tiempo, ésto es, los precios de los diferentes bienes y servicios cambiarán, no es difícil pensar que cada ciudadano podría sentir algún interés por conocer los sistemas de precios iniciales que imperaron en periodos pasados, es por eso que supondremos que existe una recopilación de los sistemas de precios anteriores al periodo en curso, es decir, supondremos que al finalizar cada periodo, el sistema de precio resultante fue registrado de tal forma que se puede contar con la experiencia de dicha evolución de los sistemas de precios en un determinado número de periodos.

Definición 4.2

Definimos una $k-$*historia* de los sistemas de precios como una historia de los sistemas de precios al transcurrir k periodos denotado con $\mathbb{H}^k = \left(\mathbb{P}^0, \mathbb{P}^1, \mathbb{P}^2, ..., \mathbb{P}^{k-1}\right)$, con $\mathbb{P}^l \in \mathbb{R}_{++}^{m+1}$.

$\forall \; l = 0, 1, 2, ..., k-1$ con $k = 1, 2, ...$

El conjunto vacío será interpretado como una $0-$*historia.*

Definición 4.3.

Sean $\mathbb{H}^k = (\mathbb{P}^0, \mathbb{P}^1, \mathbb{P}^2, ..., \mathbb{P}^{k-1})$ y $\mathbf{L}^k = (\mathbf{Q}^0, \mathbf{Q}^1, \mathbf{Q}^2, ..., \mathbf{Q}^{k-1})$, dos $k-$*historias* con $\mathbb{P}^l$, $\mathbf{Q}^l \in \mathbb{R}_{++}^{m+1} \forall \; l = 0, 1, 2, ..., k-1$ con $k = 1, 2, ...$

Decimos que, $\mathbb{H}^k$ y $\mathbf{L}^k$son dos $k-$*historias* equivalentes (denotado por $\mathbb{H}^k \sim \mathbf{L}^k$) si y sólo si $\mathbb{P}^l \sim \mathbf{Q}^l \; \forall \; l = 0, 1, 2, ..., k-1$ con $k = 1, 2, ...$

[5] Anteriormente se había considerado a la capacidad de trabajo como parte del conjunto de bienes y servicios, sólo que éste bien no es un producto directo del trabajo humano. Para fines de este trabajo se supondrá que la capacidad de trabajo se reproducirá día con día en las mismas proporciones para cada ciudadno, es decir, supondremos que la capacidad de trabajo es una fuente inagotable para cada ciudadano.

Definición 4.4.

Sea $\varepsilon = \left\{\bar{M}; \tilde{\mathbb{N}}; (\preccurlyeq^{\nu}, \mathbb{T}^{\nu}, \mathbf{M}^{\nu}, \bar{\omega}^{\nu})_{\nu\in\tilde{\mathbb{N}}}\right\}$ una economía.

Un *k-estadio* $\mathbb{E}^k$ para *una economía* ε es un par $\left[\mathbb{H}^k, (w^{\nu})_{\nu\in\tilde{\mathbb{N}}}\right]$ donde:

$\mathbb{H}^k$ es una *k-historia* que será llamada la ***historia de los precios anteriores*** a $\mathbb{E}^k$, y

w^{ν} es un vector $w^{\nu} \in \mathbb{R}_{+}^{m+1}$, $\forall \nu \in \tilde{\mathbb{N}}$ llamado ***el vector de acervos*** de cada ciudadano, es decir, los recursos con los que cuenta el ciudadano en el estadio $\mathbb{E}^k$.

Análogo a la definición de economía, algunas veces se denotará a un Estadio como $\mathbb{E}^k = \left[\mathbb{H}^k\ ,\ (w^{\nu})_{\nu\in\tilde{\mathbb{N}}}\right]$ para hacer énfasis en sus elementos.

Bajo este contexto el objetivo de este trabajo es estudiar las condiciones de oferta y demanda que se establecen en un *k-estadio* $\mathbb{E}^k$ para un caso particular de *economía* ε^* (el cual será expuesto en el capítulo siguiente) y para un periodo dado, para después establecer bajo qué condiciones se puede pasar a un *k+1-estadio* $\mathbb{E}^{k+1}$para el periodo siguiente, en función del estadio anterior.

II.-Construcción de un caso particular de economía.

Para la construcción particular de una economía, a continuación definiremos cada uno de los elementos que la conformarán.

1. – Relación de Preferencia de Bernoulli.

Sea $\chi = \mathbb{R}_+^{2(m+1)}$.

Sean $\bar{M}, \bar{\mathrm{N}} \in \mathbf{N}$ tales que

$\bar{M} = \{0, 1, 2, ..., m\}$ *es el conjunto de bienes y servicios y*

$\bar{\mathrm{N}} = \{0, 1, 2, ..., n\}$ es *el conjunto de ciudadanos.*

Definición 1.1

Sea $(X, \bar{X}) \in \chi$ con $X = (x_0, x_1, ..., x_m)$ y $\bar{X} = (\bar{x}_0, \bar{x}_1, ..., \bar{x}_m)$ y sea $\mu^\nu : \chi \to \mathbb{R}$ una función $\forall \nu \in \bar{\mathrm{N}}$ con la regla de correspondencia :

$$\mu^\nu(X, \bar{X}) = \left\{ \begin{array}{ll} \sum_{i=0}^m a_i^\nu \ln x_i + \rho^\nu \sum_{i=0}^m a_i^\nu \ln \bar{x}_i \ , & si \ \ (X, \bar{X}) > (\bar{0}, \bar{0}) \\ -\infty & si \ (X, \bar{X}) \ngtr (\bar{0}, \bar{0}) \end{array} \right\}$$

En donde a_i^ν, ρ^ν son interpretados como los *parámetros de consumo* para el ciudadano ν con las propiedades siguientes :

$\sum_{i=0}^m a_i^\nu = 1$ con $a_i^\nu \in \mathbb{R}_+$, $\forall i \in \bar{M}$, $\forall \nu \in \bar{\mathrm{N}}$

$0 < \rho^\nu < 1$, $\forall \nu \in \bar{\mathrm{N}}$.

Definición 1.2

Definimos la relación $\preccurlyeq^\nu$en el conjunto χ, $\forall \nu \in \bar{\mathrm{N}}$ como :

$$(X, \bar{X}) \preccurlyeq^\nu (Y, \bar{Y}) \Longleftrightarrow \mu^\nu(X, \bar{X}) \leqq \mu^\nu(Y, \bar{Y})$$

Proposición 1.1

La relación $\preccurlyeq^\nu$así definida en χ es una relación de preferencia monótona para cada ciudadano $\nu \in \bar{\mathrm{N}}$ y μ^ν es una función de utilidad para ella, llamadas respectivamente *Relación de Preferencia de Bernoulli y Función de Utilidad de Bernoulli.*

Demostración.

La proposición 1.1 del capítulo I nos asegura que la relación de preferencia es continua, por lo que sólo resta demostrar que :

v) Si $(X, \bar{X}) \leqq (Y, \bar{Y})$ entonces $(X, \bar{X}) \prec (Y, \bar{Y})$

Sea $(X, \bar{X}) \in \mathbb{R}_{+}^{2(m+1)}$ y $(Y, \bar{Y}) \in \mathbb{R}_{+}^{2(m+1)}$ tal que $(X, \bar{X}) \leqq (Y, \bar{Y})$ con

$X = (x_0, x_1, x_2, ..., x_m)$, $\bar{X} = (\bar{x}_0, \bar{x}_1, \bar{x}_2, ..., \bar{x}_m)$

$Y = (y_0, y_1, y_2, ..., y_m)$, $\bar{Y} = (\bar{y}_0, \bar{y}_1, \bar{y}_2, ..., \bar{y}_m)$

entonces

$$x_i \leqq y_i \quad , \quad \bar{x}_i \leqq \bar{y}_i \qquad \forall i \in \bar{M}$$

$$\iff \quad \ln x_i \leqq \ln y_i \quad , \quad \ln \bar{x}_i \leqq \ln \bar{y}_i \qquad \forall i \in \bar{M}$$

$$\iff \sum_{i=0}^{m} a_i^{\nu} \ln x_i \leqq \sum_{i=0}^{m} a_i^{\nu} \ln y_i \quad , \quad \rho^{\nu} \sum_{i=0}^{m} a_i^{\nu} \ln \bar{x}_i \leqq \rho^{\nu} \sum_{i=0}^{m} a_i^{\nu} \ln \bar{y}_i \qquad \forall i \in \bar{M}$$

$$\iff \sum_{i=0}^{m} a_i^{\nu} \ln x_i + \rho^{\nu} \sum_{i=0}^{m} a_i^{\nu} \ln \bar{x}_i \leqq \sum_{i=0}^{m} a_i^{\nu} \ln y_i + \rho^{\nu} \sum_{i=0}^{m} a_i^{\nu} \ln \bar{y}_i \qquad \forall i \in \bar{M}$$

$$\iff \mu^{\nu}\left(X, \bar{X}\right) \leqq \mu^{\nu}\left(Y, \bar{Y}\right)$$

$\iff \left(X, \bar{X}\right) \preccurlyeq^{\nu} \left(Y, \bar{Y}\right)$ y además $\left(Y, \bar{Y}\right) \preccurlyeq^{\nu} \left(X, \bar{X}\right)$ no es válida pues de serlo tendríamos que $y_i \leqq x_i$ y que $\bar{y}_i \leqq \bar{x}_i$ $\forall i \in \bar{M}$ lo cual sería una contradicción. Por último ésto implica que $\left(X, \bar{X}\right) \prec \left(Y, \bar{Y}\right)$ y por lo tanto la relación $\preccurlyeq^{\nu}$así definida en χ es una relación de preferencia monótona.■

2.–Tecnología de Tipo Cobb – Douglas.

A continuación definiremos una tecnología para cada ciudadano $\nu \in \bar{\mathrm{N}}$

Definición 2.1 (Función de Producción).

Sea $f : \mathbb{R}_{+}^{m+1} \to \mathbb{R}$ una función continua.

Decimos que f es una ***función de producción*** si cumple que :

i) $f(\bar{0}) = 0$

ii) Sea $Y, \bar{Y} \in \mathbb{R}_{+}^{m+1}$, entonces si $Y \leqq \bar{Y}$ se tiene que $f(Y) \leqq f\left(\bar{Y}\right)$.

Definición 2.2 (Función de tipo Cobb-Douglas)

Sea $\beta > 0$ y $\bar{\alpha} > \bar{0}$ un vector , $\bar{\alpha} \in \mathbb{R}_{+}^{m+1}$, con $\bar{\alpha} = (\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_m)$

Se define la función $f_{\beta,\bar{\alpha}}$ ***de tipo Cobb-Douglas inducida por*** β ***y*** $\bar{\alpha}$ como :

$f_{\beta,\bar{\alpha}} : \mathbb{R}_{+}^{m+1} \to \mathbb{R}$

$f_{\beta,\bar{\alpha}}(Y) = f_{\beta,\bar{\alpha}}(y_0, y_1, y_2, ..., y_m) = \beta \cdot y_0^{\alpha_0} \cdot y_1^{\alpha_1} \cdot y_2^{\alpha_2} \cdot, ..., \cdot y_m^{\alpha_m} = \Pi_{i=o}^{m} \beta \cdot y_i^{\alpha_i}$

Para esta definición se hace la convención de que $0^0 = 1$

Proposición 2.1

La función de tipo Cobb-Douglas es una función de producción.

La cual llamaremos *Función de producción de tipo Cobb-Douglas.*

Demostración.

Para demostrar que $f_{\beta,\bar{\alpha}}$ es una función de producción, hay que probar que :

i) $f_{\beta,\bar{\alpha}}(0) = 0$

ii) Para toda $Y, \bar{Y} \in \mathbb{R}_{+}^{m+1}$, entonces si $Y \leqq \bar{Y}$ se tiene que $f_{\beta,\bar{\alpha}}(Y) \leqq f_{\beta,\bar{\alpha}}(\bar{Y})$.

Es evidente que la primera propiedad se cumple.

Con respecto a la segunda, sea $Y, \bar{Y} \in \mathbb{R}_{+}^{m+1}$ tal que $Y \leqq \bar{Y}$, entonces se tiene que

$y_i \leqq \bar{y}_i$,$\forall i = 0, ..., m$

$\iff \ln y_i \leqq \ln \bar{y}_i$,$\forall i = 0, 1, 2, ..., m$

como $\bar{\alpha} > \bar{0}$, $\bar{\alpha} = (\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_m)$

$\iff \alpha_i \ln y_i \leqq \alpha_i \ln \bar{y}_i$,$\forall i = 0, 1, 2, ..., m$

$\iff \exp^{\alpha_i \ln y_i} \leqq \exp^{\alpha_i \ln \bar{y}_i}$,$\forall i = 0, 1, 2, ..., m$

$\iff \exp^{\ln y_i^{\alpha_i}} \leqq \exp^{\ln \bar{y}_i^{\alpha_i}}$,$\forall i = 0, 1, 2, ..., m$

$\iff y_i^{\alpha_i} \leqq \bar{y}_i^{\alpha_i}$,$\forall i = 0, 1, 2, ..., m$

$\iff \Pi_{i=0}^{m} y_i^{\alpha_i} \leqq \Pi_{i=0}^{m} \bar{y}_i^{\alpha_i}$

$\iff \Pi_{i=0}^{m} \beta\, y_i^{\alpha_i} \leqq \Pi_{i=0}^{m} \beta\, \bar{y}_i^{\alpha_i}$

$\iff f_{\beta,\bar{\alpha}}(Y) \leqq f_{\beta,\bar{\alpha}}(\bar{Y})$

Es decir, si $Y \leqq \bar{Y}$ se tiene que $f_{\beta,\bar{\alpha}}(Y) \leqq f_{\beta,\bar{\alpha}}(\bar{Y})$.

Por lo tanto la función de tipo Cobb-Douglas inducida por β y $\bar{\alpha}$ es una función de producción.■

Proposición 2.1

Sea $\chi = \mathbb{R}_{+}^{2(m+1)}$ y $\nu \in \bar{\mathbb{N}}$.

Sea $f_{\beta,\bar{\alpha}}^{\nu} : \mathbb{R}_{+}^{m+1} \rightarrow \mathbb{R}$ una función de producción de tipo Cobb-Douglas asociada a cada ciudadano ν.

Entonces el conjunto $\mathbf{T}^{\nu}$ definido como :

$$\mathbf{T}^{\nu} = \left\{ (U, V) \in \chi \ / \ V \leqq f_{\beta,\bar{\alpha}}^{\nu}(U)\, e_{i^{\nu}} \right\}$$

es *una Tecnología* para cada ciudadano ν.

Donde $i^{\nu} \in M = \{1, 2, ..., m\}$ y es considerado como el bien producido por el ciudadano ν[6]

[6] Esto quiere decir que haremos la suposición de que cada ciudadano es capaz de producir uno y sólo uno de los bienes existentes en la economía.

y e_{i_0} es el vector canónico de $\mathbb{R}^{m+1}$ cuya i-ésima entrada es $\delta_{i_0\, j} = \left\{ \begin{array}{ll} 1 & si\ i^\nu = j \\ 0 & si\ i^\nu \neq j \end{array} \right\}$

Diremos que $\mathbf{T}^\nu$ es una *Tecnología* del tipo Cobb-Douglas que produce i_0, descrita por la función de producción $f^\nu_{\beta,\bar{\alpha}}$ del tipo Cobb-Douglas.

Demostración.

Para demostrar que el conjunto $\mathbf{T}^\nu$ es una tecnología, es necesario demostrar que cumple con las propiedades *i)-vii)* definidas en el capítulo I.

i)

El vector $(\bar{0}, \bar{0}) \in \mathbf{T}^\nu$, pues $\bar{0} = V \leqq f^\nu_{\beta,\bar{\alpha}}(U)\, e_{i^\nu} = f^\nu_{\beta,\bar{\alpha}}(\bar{0})\, e_{i^\nu} = \bar{0}$.

ii)

Sea $(\bar{0}, V) \in \mathbf{T}^\nu$ entonces $V \leqq f^\nu_{\beta,\bar{\alpha}}(\bar{0})\, e_{i^\nu} = \bar{0}$ por lo tanto $V \leqq \bar{0}$, pero $V \in \mathbb{R}^{m+1}_+$esto es $V \geqq \bar{0}$ por lo que $V = \bar{0}$. Por lo tanto, si $(\bar{0}, V) \in \mathbf{T}^\nu$ entonces $(\bar{0}, V) \in \mathbf{T}^\nu$.

iii)

Sea $(U, V) \in \mathbf{T}^\nu$ y sea $\bar{U} \in \mathbb{R}^{m+1}_+$ tal que $\bar{0} \leqq U \leqq \bar{U}$ entonces $V \leqq f^\nu_{\beta,\bar{\alpha}}(U)\, e_{i^\nu}$

pero $\bar{0} \leqq U \leqq \bar{U}$ entonces $f^\nu_{\beta,\bar{\alpha}}(U)\, e_{i^\nu} \leqq f^\nu_{\beta,\bar{\alpha}}\left(\bar{U}\right) e_{i^\nu}$ por lo tanto $V \leqq f^\nu_{\beta,\bar{\alpha}}\left(\bar{U}\right) e_{i^\nu}$ esto es $(\bar{U}, V) \in \mathbf{T}^\nu$.

Ahora por otra parte supóngase que $(U, V) \in \mathbf{T}^\nu$ y sea $\bar{V} \in \mathbb{R}^{m+1}_+$ tal que $\bar{0} \leqq \bar{V} \leqq V$ entonces $V \leqq f^\nu_{\beta,\bar{\alpha}}(U)\, e_{i^\nu}$ pero $\bar{0} \leqq \bar{V} \leqq V$ entonces $\bar{V} \leqq V \leqq f^\nu_{\beta,\bar{\alpha}}(U)\, e_{i^\nu}$ por lo tanto $\bar{V} \leqq f^\nu_{\beta,\bar{\alpha}}(U)\, e_{i^\nu}$ esto es $(U, \bar{V}) \in \mathbf{T}^\nu$.

iv)

Demostremos ahora que para $(U, V) \in \mathbf{T}^\nu$ y $U < \bar{U}$ existe $\bar{V}$ tal que $(\bar{U}, \bar{V}) \in \mathbf{T}^\nu$ con $V \leq \bar{V}$.

Sea $(U, V) \in \mathbf{T}^\nu$ entonces $V \leqq f^\nu_{\beta,\bar{\alpha}}(U)\, e_{i^\nu}$. Sea $\bar{U} \in \mathbb{R}^{m+1}_+$ tal que $U < \bar{U}$ entonces existe $Z \in \mathbb{R}^{m+1}$ con $Z > 0$ tal que $U < U + Z \leqq \bar{U}$ entonces $V \leqq f^\nu_{\beta,\bar{\alpha}}(U)\, e_{i^\nu} \leqq f^\nu_{\beta,\bar{\alpha}}(U + Z)\, e_{i^\nu} \leqq f^\nu_{\beta,\bar{\alpha}}\left(\bar{U}\right) e_{i^\nu}$ por lo tanto sea $\bar{V} = f^\nu_{\beta,\bar{\alpha}}(U + Z) e_{i^\nu}$ el cual cumple que $V \leq \bar{V}$ y $\bar{V} \leqq f^\nu_{\beta,\bar{\alpha}}(\bar{U}) e_{i^\nu}$ por lo tanto $(\bar{U}, \bar{V}) \in \mathbf{T}^\nu$.

v)

Sea $U \in \mathbb{R}^{m+1}_+$ y definamos el conjunto

$$\mathbf{V}(U) = \left\{ V \in \mathbb{R}^{m+1}_+ / \ (U, V) \in \mathbf{T}^\nu \right\}$$

y demostremos que este conjunto es acotado, es decir demostremos que existe $\Gamma \in \mathbb{R}$ con

$\Gamma > 0$ tal que $\mathbf{V}(U) \subset \mathbf{B}_{\Gamma}(\bar{0})$[7]

Tómese $\Gamma = \left| f^{\nu}_{\beta,\bar{\alpha}}(U) \right| + 1$ y $V^{*} \in \mathbf{V}(U)$ entonces $V^{*} \leqq f^{\nu}_{\beta,\bar{\alpha}}(U)\, e_{i^{\nu}}$ por lo que

$\|V^{*}\| \leqq \left\| f^{\nu}_{\beta,\bar{\alpha}}(U)\, e_{i^{\nu}} \right\| = \left| f^{\nu}_{\beta,\bar{\alpha}}(U) \right| \|e_{i^{\nu}}\| = \left| f^{\nu}_{\beta,\bar{\alpha}}(U) \right| < \left| f^{\nu}_{\beta,\bar{\alpha}}(U) \right| + 1 = \Gamma$

entonces $\|V^{*}\| < \Gamma$ es decir $V^{*} \in \mathbf{B}_{\Gamma}(\bar{0})$ y por lo tanto $\mathbf{V}(U) \subset \mathbf{B}_{\Gamma}(\bar{0})$.

vi)

Demostremos ahora que $\mathbf{T}^{\nu}$ es un conjunto cerrado.

Sea $\{(U^{n}, V^{n})\} \subset \mathbf{T}^{\nu}$ una sucesión que pertenece al conjunto tecnología tal que

$\lim_{n\to\infty} (U^{n}, V^{n}) = (U, V)$ y demostremos que $(U, V) \in \mathbf{T}^{\nu}$.

Como $(U^{n}, V^{n}) \in \mathbf{T}^{\nu}$ para toda $n = 0, 1, 2, \ldots$ entonces $V^{n} \leqq f^{\nu}_{\beta,\bar{\alpha}}(U^{n})\, e_{i^{\nu}}$ por lo que :

$\lim_{n\to\infty} V^{n} \leqq \lim_{n\to\infty} f^{\nu}_{\beta,\bar{\alpha}}(U^{n})\, e_{i^{\nu}}$ pero como $\lim_{n\to\infty} (U^{n}, V^{n}) = (U, V)$ y $f^{\nu}_{\beta,\bar{\alpha}}$ es una funcion continua se tiene que $V \leqq f^{\nu}_{\beta,\bar{\alpha}}(U)\, e_{i^{\nu}}$ por ende $(U, V) \in \mathbf{T}^{\nu}$ y por lo tanto $\mathbf{T}^{\nu}$ es un conjunto cerrado.

vii)

Por último demostraremos que para cada $(U, V) \in \mathbf{T}^{\nu}$ y para cada sucesión

$\{U^{n}\} \subset \mathbb{R}^{m+1}_{+}$ tal que $\lim_{n\to\infty} U^{n} = U$

existe una sucesión $\{V^{n}\} \subset \mathbb{R}^{m+1}_{+}$ tal que $\lim_{n\to\infty} V^{n} = V$ y $\{(U^{n}, V^{n})\} \subset \mathbf{T}^{\nu}$.

Sea $(U, V) \in \mathbf{T}^{\nu}$ y sea $\{U^{n}\} \subset \mathbb{R}^{m+1}_{+}$ una sucesión tal que y $\lim_{n\to\infty} U^{n} = U$, entonces se define la sucesión $\{V^{n}\} \subset \mathbb{R}^{m+1}_{+}$ como :

$$V^{n} = V + \left(f^{\nu}_{\beta,\bar{\alpha}}(U^{n}) - f^{\nu}_{\beta,\bar{\alpha}}(U) \right) e_{i^{\nu}} \text{ para } n = 0, 1, 2, \ldots$$

para lo cual se tiene que :

$\lim_{n\to\infty} V^{n} = \lim_{n\to\infty} \left[V + \left(f^{\nu}_{\beta,\bar{\alpha}}(U^{n}) - f^{\nu}_{\beta,\bar{\alpha}}(U) \right) e_{i^{\nu}} \right] =$

$= V + \lim_{n\to\infty} \left(f^{\nu}_{\beta,\bar{\alpha}}(U^{n}) - f^{\nu}_{\beta,\bar{\alpha}}(U) \right) e_{i^{\nu}} = V$

y además como $(U, V) \in \mathbf{T}^{\nu}$

$$V^{n} = V + \left(f^{\nu}_{\beta,\bar{\alpha}}(U^{n}) - f^{\nu}_{\beta,\bar{\alpha}}(U) \right) e_{i^{\nu}} \leqq f^{\nu}_{\beta,\bar{\alpha}}(U)\, e_{i^{\nu}} + \left(f^{\nu}_{\beta,\bar{\alpha}}(U^{n}) - f^{\nu}_{\beta,\bar{\alpha}}(U) \right) e_{i^{\nu}} = f^{\nu}_{\beta,\bar{\alpha}}(U^{n})\, e_{i^{\nu}}$$

es decir $V^{n} \leqq f^{\nu}_{\beta,\bar{\alpha}}(U^{n})$ por lo que $(U^{n}, V^{n}) \in \mathbf{T}^{\nu}$.

Y por lo tanto el conjunto $\mathbf{T}^{\nu}$ definido como :

[7] En este caso $\mathbf{B}_{\Gamma}(\bar{0})$ denota la bola de radio Γ con centro en el origen.

$$\mathbb{T}^{\nu} = \left\{ (U,V) \in \chi \;/\; V \leqq f^{\nu}_{\beta,\bar{\alpha}}(U)\, e_{i^{\nu}} \right\}$$

es *una Tecnología* para cada ciudadano ν.■

Por otro lado, para cada $f_{\beta,\bar{\alpha}}$ función de producción de tipo Cobb-Douglas inducida por β y $\bar{\alpha}$, se define el coeficiente :

$$S_{\bar{\alpha}} = \sum_{i=0}^{m} \alpha_i$$

estableciéndose lo siguiente:

Definición 2.3

Si $S_{\bar{\alpha}} < 1$ diremos que $f_{\beta,\bar{\alpha}}$ es *sub Cobb-Douglas*

Si $S_{\bar{\alpha}} = 1$ diremos que $f_{\beta,\bar{\alpha}}$ es *estrictamente Cobb-Douglas*

Si $S_{\bar{\alpha}} > 1$ diremos que $f_{\beta,\bar{\alpha}}$ es *super Cobb-Douglas*

3. – Método de Estimación de precios.

Construyamos ahora un Método de Estimación de Precios con el que cada ciudadano contará.

Sea $\mathbb{H}^k = (\mathbb{P}^0, \mathbb{P}^1, \mathbb{P}^2, ..., \mathbb{P}^{k-1})$ una $k-$*historia* de los sistemas de precios donde $\mathbb{P}^k \in \mathbb{R}^{m+1}_{++}$, representa el sistema de precios registrado en el periodo k con $k = 1, 2, ...$

Observemos que :

$$\mathbb{P}^q = (P^q_0, P^q_1, ..., P^q_m)$$

donde P^q_i es el precio por unidad del bien i correspondiente al periodo q

con $i = 0, 1, 2, ..., m$, $q = 0, 1, 2, ...(k-1)$ y $k = 1, 2, ...$

Ahora bien, el método de estimación de precios a definirse tiene como objeto que, una vez que se establezcan el sistema de precios que imperará en un determinado periodo, cada ciudadano sea capaz de establecer su mejor pronóstico para el sistema de precios que imperará para el periodo siguiente, pues como se verá más adelante, cada ciudadano necesitará de ésto para obtener un estimado de las ventas que podría esperar para el día de mañana. Asimismo cabe mencionar que dicho método de estimación de precios será el mismo método de estimación para todos los ciudadanos.

Definición 3.1

Sea $\mathbf{H}^k = \left(\mathbb{P}^0, \mathbb{P}^1, \mathbb{P}^2, ..., \mathbb{P}^{k-1}\right)$ una $k-$*historia* de los sistemas de precios.

Sea $\mathbb{P}^k$ el sistema de precios del periodo k.

Definimos la sucesión de funciones

$$\mathbf{M}^\nu = \left\{M^0, M^1, M^2, ..., M^k, ...\right\}$$

donde para toda $k = 0, 1, 2, ..$

$$M^k\ (\ \mathbf{H}^k\ ;\ \mathbb{P}^k\ ) = M^k\ (\ \mathbb{P}^0, \mathbb{P}^1, \mathbb{P}^2, ..., \mathbb{P}^{k-1};\ \mathbb{P}^k) = \mathbb{P}^k$$

Es decir, el sistema de precios que se estima para el periodo $k+1$, dados el precio del periodo k y la historia de los sistemas de precios anteriores, es el sistema de precios correspondiente al periodo k.

Proposición 3.1

La sucesión de funciones $\mathbf{M}^\nu = \left\{M^0, M^1, M^2, ..., M^k, ...\right\}$ definida anteriormente constituye un método de estimación de precios de acuerdo a la definición 3.3 del capitulo I.

Demostración.

i) Observemos que por definición cada elemento M^k de la sucesión $\mathbf{M}^\nu$ es una función lineal por lo que M^k es continua para toda $k = 0, 1, 2, ..$

ii) Consideremos k un número fijo .

Sea $\left(\mathbb{P}^0, \mathbb{P}^1, \mathbb{P}^2, ..., \mathbb{P}^{k-1}, \mathbb{P}^k\right) \in \left(\mathbb{R}^{m+1}_{++}\right)^{k+1}$

Sea $\left(\lambda^0, \lambda^1, \lambda^2, ..., \lambda^{k-1}, \lambda^k\right) \in \mathbb{R}^{m+1}_{++}$.

Ahora

$M^k\ (\lambda^0\mathbb{P}^0, \lambda^0\mathbb{P}^1, \lambda^2\mathbb{P}^2, ..., \lambda^{k-1}\mathbb{P}^{k-1};\ \lambda^k\mathbb{P}^k) = \lambda^k\mathbb{P}^k$

$M^k\ (\mathbb{P}^0, \mathbb{P}^1, \mathbb{P}^2, ..., \mathbb{P}^{k-1};\ \mathbb{P}^k) = \mathbb{P}^k$

Si tomamos $\bar{\lambda} = \dfrac{1}{\lambda^k}$ tenemos que $\mathbb{P}^k = \bar{\lambda}\ \left(\lambda^k\mathbb{P}^k\right)$

es decir

$M^k\ (\mathbb{P}^0, \mathbb{P}^1, \mathbb{P}^2, ..., \mathbb{P}^{k-1};\ \mathbb{P}^k) = \bar{\lambda}\ M^k\ (\lambda^0\mathbb{P}^0, \lambda^0\mathbb{P}^1, \lambda^2\mathbb{P}^2, ..., \lambda^{k-1}\mathbb{P}^{k-1};\ \lambda^k\mathbb{P}^k)$

lo cual implica que

$M^k\ (\lambda^0\mathbb{P}^0, \lambda^0\mathbb{P}^1, \lambda^2\mathbb{P}^2, ..., \lambda^{k-1}\mathbb{P}^{k-1};\ \lambda^k\mathbb{P}^k) \sim M^k\ (\mathbb{P}^0, \mathbb{P}^1, \mathbb{P}^2, ..., \mathbb{P}^{k-1};\ \mathbb{P}^k)$

Por lo tanto son equivalentes.

Ahora hagamos correr $k = 0, 1, 2, ...$ y tendremos que la sucesión de funciones

$\mathbf{M}^{\nu} = \{M^0, M^1, M^2, ..., M^k, ...\}$ es un método de estimación de precios.$\blacksquare$

Con base en los elementos definidos anteriormente se define :

Una *Economía* $\varepsilon^* = \{\bar{M}; \bar{\mathrm{N}}; (\preccurlyeq^{\nu}, \mathbf{T}^{\nu}, \mathbf{M}^{\nu}, \bar{\omega}^{\nu})_{\nu \in \bar{\mathrm{N}}}\}$

en donde :

$\preccurlyeq^{\nu}$es una ***relación de preferencia de Bernoulli*** para cada ciudadano

$\mathbf{T}^{\nu}$ es una ***tecnología de tipo Cobb-Douglas*** para cada ciudadano

$\mathbf{M}^{\nu}$ es un ***método de estimación de precios*** .

$\bar{\omega}^{\nu}$ es un ***vector de capacidad de trabajo*** para cada ciudadano de la forma $\bar{\omega}^{\nu} = \gamma^{\nu}\ e_0$

Una vez definido el caso particular de economía ε^* a estudiar, nos enfocaremos ahora a describir el comportamiento de los ciudadanos de manera individual y de conjunto, así como la evolución de la oferta y la demanda establecida en el sistema económico para cada periodo. Es decir, una vez definidos los elementos con los que cada ciudadano contará, al establecerse un sistema inicial de precios, se analizará cómo es que se conforma su oferta y su demanda, cuánto debe producir y qué debe producir, cómo y en qué debe asignar sus recursos y cómo es que contrastan todas estas decisiones con las de los demás ciudadanos.

A esta problemática estará dedicado el capitulo siguiente.

III.-Formación de la oferta y la demanda.

Primero analizaremos el comportamiento de la oferta y la demanda para el caso de cada ciudadano y después analizaremos el comportamiento en conjunto.

1. – Análisis Microeconómico.

Sea Una *Economía* $\varepsilon^* = \left\{\tilde{M};\bar{\mathbf{N}};(\preccurlyeq^\nu,\mathbf{T}^\nu,\mathbf{M}^\nu,\bar{\omega}^\nu)_{\nu\in\bar{\mathbf{N}}}\right\}$

en donde :

$\preccurlyeq^\nu$es una *relación de preferencia de Bernoulli* para cada ciudadano

$\mathbf{T}^\nu$ es una *tecnología de tipo Cobb-Douglas* para cada ciudadano

$\mathbf{M}^\nu$ es un *método de estimación de precios*

$\bar{\omega}^\nu$ es un *vector de capacidad de trabajo* para cada ciudadano de la forma $\bar{\omega}^\nu = \gamma^\nu\ e_0$

Sea $\mathbf{E}^k = \left[\mathbf{H}^k,(w^\nu)_{\nu\in\bar{\mathbf{N}}}\right]$ un $k-$ *estadio* para la economía ε^* con $k = 0, 1, 2, ...$

donde $\mathbf{H}^k$ es una $k-$ *historia* de los precios y w^ν es el vector de acervos con el que cuenta el ciudadano ν en el periodo k.

Sea $\mathbb{P}$ un sistema de Precios con $\mathbb{P} = (P_0, P_1, P_2, ..., P_m) > \bar{0}$

¿Cuál es el comportamiento del ciudadano ν ante el establecimiento de este sistema de precios?[8]

En primer lugar el ciudadano ν debe evaluar la cantidad de dinero con la que cuenta para llevar acabo sus transacciones, para lo cual definimos :

$$r^\nu = \mathbb{P}\cdot w^\nu = \textstyle\sum_{i=0}^m P_i w_i^\nu\ , \qquad \forall\nu\in\bar{N}$$

donde r^ν representará la riqueza del ciudadano ν.

En segundo lugar cada ciudadano debe estimar las cotizaciones de precios que prevalecerán para el día de mañana de acuerdo a la historia de precios pasados y el sistema de precios establecido en ese periodo mediante el *método de estimación de precios* con el que cuenta, esto es, cada ciudadano debe obtener su mejor estimado para el sistema de precios $\mathbb{P}^{'}$ vigente para el día de mañana, por lo cual se define :

$$\mathbb{P}^{'} = \mathbf{M}^k(\mathbb{H}^k\ ,\mathbb{P})$$

[8]En primera instancia supondremos que la actitud que tendra cada ciudadano con respecto al sistema de precios establecido sera según el "Principio de la Competencia Perfecta ", es decir, supondremos que ν toma a $\mathbb{P}$ como dado.

Ahora bien, debido a las necesidades que cada ciudadano debe satisfacer, parte de su riqueza debe destinarla a esto mismo, es decir, a su consumo, así como otra parte para la inversión, pero, ¿qué cantidades deben ser estas para obtener un nivel óptimo?

Para ésto, sean $\mathbb{C}$ e $\mathbb{I}$ dos cantidades arbitrarias tales que $(\mathbf{C}, \mathbb{I}) \in \mathbb{R}_+^2$ donde :

C será la cantidad destinada para *el consumo* de cada ciudadano.

$\mathbb{I}$ será la cantidad destinada para *la inversión* de cada ciudadano.

Luego, para que la asignación de estas cantidades sea óptima, en primera instancia, lo que cada ciudadano debe hacer es :

Que su correspondiente plan de producción técnicamente posible (ó bien, que esté dentro de su tecnología) sea tal que la cantidad de dinero invertida para el día de hoy referente al vector de entradas no sobrepase a la cantidad destinada para la inversión, de tal forma que el vector de salidas obtenido para el día de mañana sea máximo.

Es decir, planteado matemáticamente se tiene que :

$$\begin{array}{ll} \textit{Maximizar} & \mathbb{P}^{*} \cdot V \quad \text{.....................(P1)} \\ \textit{s.a.} & \\ & (U,V) \in \mathbb{T}^{\nu} \\ & \mathbb{P} \cdot U \leqq \mathbb{I} \end{array}$$

El cual, debido al caso particular de Economía que estamos estudiando, es equivalente a :

$$\begin{array}{ll} \textit{Maximizar} & f^{\nu}_{\beta,\bar{\alpha}}(U) \quad \text{........................(P2)} \\ \textit{s.a.} & \\ & \mathbb{P} \cdot U \leqq \mathbb{I} \\ & U \geqq \bar{0} \end{array}$$

Donde $f^{\nu}_{\beta\,,\,\bar{\alpha}}$ es la función de producción de tipo Cobb-Douglas que induce a la tecnología $\mathbb{T}^{\nu}$ de tipo Cobb-Douglas.

Resolviendo este último por el método de Lagrange[9], se tiene que existe una única solución $\hat{U}^{\nu} \in \mathbb{R}_+^{m+1}$ para cada ciudadano, la cual será considerada como una función vectorial en términos del sistema de precios establecido y de la inversión, ésto es ,

$$\hat{U}^{\nu} : \mathbb{R}_{++}^{m+1} \times \mathbb{R}_{+} \rightarrow \mathbb{R}_{+}^{m+1}$$

$$\hat{U}^{\nu}(\mathbb{P},\mathbb{I}) = (\hat{u}_o^{\nu}(\mathbb{P},\mathbb{I}), \hat{u}_1^{\nu}(\mathbb{P},\mathbb{I}), \hat{u}_2^{\nu}(\mathbb{P},\mathbb{I}), ..., \hat{u}_m^{\nu}(\mathbb{P},\mathbb{I}))$$

[9] Para mayor detalle consúltese la referencia [10] de la bibliografía.

con $\qquad \hat{u}_i^{\nu}(\mathbb{P},\mathbb{I}) = \frac{\alpha_i^{\nu}}{S_{\bar{\alpha}}^{\nu}}\frac{\mathbb{I}}{P_i}$, $\qquad \forall\, i = 0,1,...,m$, $\forall\, \nu \in \bar{N}$

Por lo que la producción óptima resultante de cada ciudadano al aplicar este vector de entradas es:

$$\hat{V}^{\nu}(\mathbf{P},\mathbf{I}) = f^{\nu}_{\beta^{\nu}\,,\,\alpha^{\nu}}(\hat{U}^{\nu})e_{i^{\nu}} = \beta^{\nu}\Pi_{i=0}^{m}\left(\frac{\alpha_i^{\nu}}{P_i}\right)^{\alpha_i^{\nu}}\frac{\mathbb{I}^{S_{\bar{\alpha}}^{\nu}}}{S_{\bar{\alpha}}^{\nu S_{\bar{\alpha}}^{\nu}}}e_{i^{\nu}}$$

en donde β^{ν},α^{ν} inducen a la función de producción y análogo a $\hat{U}^{\nu}$, $\hat{V}^{\nu} \in \mathbb{R}_{+}^{m+1}$ será considerada como una función vectorial en términos del sistema de precios establecido y de la inversión, y además las entradas del vector $\hat{V}^{\nu}$ son interpretadas como la producción obtenida del bien i por cada ciudadano al aplicar el vector de entradas $\hat{U}^{\nu}$, por lo que la pareja formada por dichos vectores $(\hat{U}^{\nu}(\mathbf{P},\mathbf{I}),\hat{V}^{\nu}(\mathbf{P},\mathbb{I}))$ es solución al problema (P1).

Por ende, las ventas que el ciudadano ν estima colocar en el mercado para el día de mañana están dadas por la función escalar definida como :

$$g^{\nu} : \mathbb{R}_{++}^{m+1} \times \mathbb{R}_{+} \to \mathbb{R}_{+}$$
$$g^{\nu}(\mathbf{P},\mathbf{I}) = \hat{P}_i^{\nu}\beta^{\nu}\Pi_{i=0}^{m}\left(\frac{\alpha_i^{\nu}}{P_i}\right)^{\alpha_i^{\nu}}\frac{\mathbb{I}^{S_{\bar{\alpha}}^{\nu}}}{S_{\bar{\alpha}}^{\nu S_{\bar{\alpha}}^{\nu}}}$$

Una vez resuelto este problema, ahora, en segundo lugar, para seguir con la asignación óptima de las cantidades de consumo e inversión, cada ciudadano debe hacer que :

El plan de consumo que tenga destinado para el día de hoy y para el día de mañana sea tal que, por un lado, la cantidad de dinero destinada para el consumo de el día de hoy no exceda la cantidad reservada para el consumo, y por el otro, que la cantidad de dinero destinada para el consumo de el día de mañana no exceda la cantidad estimada obtenida para las ventas del día de mañana, además de que la función de utilidad obtenida con dicho plan de consumo sea máxima.

Nuevamente el planteamiento matemático correspondiente a este problema es :

$$\begin{aligned}
&\textit{Maximizar} \qquad \mu^{\nu}\ (X,\bar{X}) \qquad ....(P3)\\
&s.a.\\
&\qquad \mathbf{P}\cdot X \leqq \mathbf{C}\\
&\qquad \mathbf{P}^{\bar{}}\cdot \bar{X} \leqq g^{\nu}(\mathbb{P},\mathbb{I})\\
&\qquad (X,\bar{X}) > \bar{0}
\end{aligned}$$

donde la función μ^{ν} es la Función de Utilidad de Bernoulli.

Análogo al problema anterior, es fácil ver que resolver el problema anterior es equivalente a resolver el par de problemas siguientes, a saber :

$$\mathit{Maximizar} \qquad \textstyle\sum_{i=0}^{m} a_i^\nu \ln x_i \qquad \text{.....................(P3.1)}$$

$s.a.$

$$\mathbb{P} \cdot X \leqq \mathbf{C}$$
$$X > \bar{0}$$

$$\mathit{Maximizar} \qquad \textstyle\sum_{i=0}^{m} a_i^\nu \ln \bar{x}_i \qquad \text{.....................(P3.2)}$$

$s.a.$

$$\mathbb{P}^{*} \cdot \bar{X} \leqq g^\nu(\mathbb{P},\mathbb{I})$$
$$\bar{X} > \bar{0}$$

donde su única solución esta dada por el par ordenado $(X^{\nu^*}, \bar{X})$ que serán consideradas como funciones escalares en términos del sistema de precios establecido, el consumo y la inversión, es decir :

$$X^{\nu^*} : \mathbb{R}^{m+1}_{++} \times \mathbb{R}^2_{+} \to \mathbb{R}^{m+1}_{+}$$
$$X^{\nu^*}(\mathbb{P},\mathbf{C},\mathbb{I}) = (x_0^{\nu^*}(\mathbb{P},\mathbf{C},\mathbb{I}), x_1^{\nu^*}(\mathbb{P},\mathbf{C},\mathbb{I}), x_2^{\nu^*}(\mathbb{P},\mathbf{C},\mathbb{I}), ..., x_m^{\nu^*}(\mathbb{P},\mathbf{C},\mathbb{I}))$$
$$\bar{X}^{\nu^*} : \mathbb{R}^{m+1}_{++} \times \mathbb{R}^2_{+} \to \mathbb{R}^{m+1}_{+}$$
$$\bar{X}^{\nu^*}(\mathbb{P},\mathbf{C},\mathbb{I}) = (\bar{x}_0^{\nu^*}(\mathbb{P},\mathbf{C},\mathbb{I}), \bar{x}_1^{\nu^*}(\mathbb{P},\mathbf{C},\mathbb{I}), \bar{x}_2^{\nu^*}(\mathbb{P},\mathbf{C},\mathbb{I}), ..., \bar{x}_m^{\nu^*}(\mathbb{P},\mathbf{C},\mathbb{I}))$$

con

$$x_i^{\nu^*}(\mathbb{P},\mathbf{C},\mathbb{I}) = \frac{a_i^\nu}{P_i}\,\mathbf{C} \qquad , \qquad \bar{x}_i^{\nu^*}(\mathbb{P},\mathbf{C},\mathbb{I}) = \frac{a_i^\nu}{P_i}\, g^\nu(\mathbb{P},\mathbb{I})$$

Por otro lado se define para cada ciudadano la función $\phi^\nu(\mathbb{P},\mathbf{C},\mathbb{I})$ como :

$$\phi^\nu : \mathbb{R}^{m+1}_{++} \times \mathbb{R}^2_{+} \to \mathbb{R}_{+}$$
$$\phi^\nu(\mathbb{P},\mathbf{C},\mathbb{I}) = \mu^\nu\ (\psi^\nu, \bar{\psi}^\nu) + \ln \mathbf{C} + \rho^\nu\ S_\alpha^\nu \ln \mathbb{I}$$

donde

$$\psi_i^\nu = \frac{a_i^\nu}{P_i} \qquad , \qquad \bar{\psi}_i^\nu = \frac{a_i^\nu}{P_i}\, \frac{P_i^\nu}{S_{\bar{\alpha}}^{\nu S_{\bar{\alpha}}^\nu}}\, f^\nu_{\beta^\nu,\bar{\alpha}^\nu}(\psi^\nu)$$

para toda $i = 0, 1, ..., m$, la cual será interpretada como *el valor* obtienido por el ciudadano ν al destinar una cantidad $\mathbf{C}$ para su consumo y una cantidad $\mathbb{I}$ para la inversión.

Ahora bien, recordemos que todo este análisis se ha hecho bajo el supuesto de que las cantidades $\mathbf{C}, \mathbb{I}$ para cada ciudadano son arbitrarias ante el establecimiento del sistema de precios $\mathbb{P}$, entonces, por último lo que cada ciudadano debe plantearse, es obtener un par de cantidades correspondientes a su consumo e inversión en función del sistema de precios, de tal forma que en conjunto no excedan su riqueza y pueda obtener el máximo valor posible, esto es:

$$Maximizar \qquad \phi^{\nu}_{\mathbb{P}}(\mathbf{C},\mathbf{I}) \qquad \text{.....................(P4)}$$

$s.a.$

$$\mathbf{C}+\mathbf{I} \leqq r^{\nu}$$

$$\mathbf{C},\mathbf{I} \geqq \bar{0}$$

teniendo como solución única el par ordenado $(\mathbf{C}^{\nu},\mathbf{I}^{\nu})$ que serán consideradas como funciones escalares en términos del sistema de precios establecido, es decir :

$$\mathbf{C}^{\nu} : \mathbb{R}^{m+1}_{++} \to \mathbb{R}_{+} \qquad , \qquad \mathbf{I}^{\nu} : \mathbb{R}^{m+1}_{++} \to \mathbb{R}_{+}$$

$$\mathbf{C}^{\nu}(\mathbb{P}) = \frac{\mathbb{P}\cdot w^{\nu}}{1+\rho^{\nu}S^{\nu}_{\bar{\alpha}}} \qquad , \qquad \mathbf{I}^{\nu}(\mathbb{P}) = \frac{(\rho^{\nu}S^{\nu}_{\bar{\alpha}})\ \mathbb{P}\cdot w^{\nu}}{1+\rho^{\nu}S^{\nu}_{\bar{\alpha}}}$$

Por lo tanto, una vez establecido el sistema de precios $\mathbb{P}$, la forma óptima en que cada ciudadano debe asignar su riqueza $r^{\nu} = \mathbb{P}\cdot w^{\nu}$ en su consumo e inversión es tomando las cantidades $(\mathbf{C}^{\nu}(\mathbb{P}),\mathbf{I}^{\nu}(\mathbb{P}))$ encontradas como función del sistema de precios, y en base a éstas cantidades determinar mediante las soluciones encontradas en los problemas (P2) y (P3), tanto el plan de producción como el plan de consumo de cada ciudadano, a saber, tendremos que:

$$(U^{\nu}(\mathbb{P}),V^{\nu}(\mathbb{P})) = (\hat{U}^{\nu}(\mathbb{P},\mathbf{I}^{\nu}(\mathbb{P}))\ ,\ \hat{V}^{\nu}(\mathbb{P},\mathbf{I}^{\nu}(\mathbb{P}))) \qquad \text{.............................(P2)}$$

$$(X^{\nu}(\mathbb{P}),\bar{X}^{\nu}(\mathbb{P})) = (X^{\nu^{*}}(\mathbb{P},\mathbf{C}^{\nu}(\mathbb{P}),\mathbf{I}^{\nu}(\mathbb{P}))\ ,\ \bar{X}^{\nu^{*}}(\mathbb{P},\mathbf{C}^{\nu}(\mathbb{P})\ ,\mathbf{I}^{\nu}(\mathbb{P}))) \qquad \text{.....................(P3)}$$

La sexteta formada con los anteriores elementos, es decir :

$$\left[\mathbf{C}^{\nu}(\mathbb{P}),\mathbf{I}^{\nu}(\mathbb{P}),U^{\nu}(\mathbb{P}),V^{\nu}(\mathbb{P}),X^{\nu}(\mathbb{P}),\bar{X}^{\nu}(\mathbb{P})\right]$$

será llamada *el plan de acción óptimo del ciudadano* ν al establecerse el sistema de precios $\mathbb{P}$ donde además a partir de ahora :

$U^{\nu}(\mathbb{P})$ sera llamada la *demanda del ciudadano* ν *de medios de producción.*

$V^{\nu}(\mathbb{P})$ sera llamada la *oferta del ciudadano* ν *de bienes para mañana.*

$X^{\nu}(\mathbb{P})$ sera llamada la *demanda del ciudadano* ν *de medios de consumo.*

$\bar{X}^{\nu}(\mathbb{P})$ sera llamada la *demanda del ciudadano* ν *de medios de consumo planeada para mañana.*

2. – Análisis Macroeconómico.

Todo lo anterior ha sido desde el punto de vista de cada individuo, es decir, hasta ahora se tiene un análisis de cómo, al establecerse el sistema de precios, cada individuo determina su *plan de acción óptimo* dando origen a la formación de la oferta y la demanda de manera individual, así que, establezcamos ahora qué pasa de manera conjunta :

Sea una *Economía* $\varepsilon^{*} = \{\bar{M}; \bar{\mathbf{N}}; (\preccurlyeq^{\nu}, \mathbf{T}^{\nu}, \mathbf{M}^{\nu}, \bar{\omega}^{\nu})_{\nu \in \bar{\mathbf{N}}}\}$ en donde :

$\preccurlyeq^{\nu}$es una *relación de preferencia de Bernoulli* para cada ciudadano

$\mathbf{T}^{\nu}$ es una *tecnología de tipo Cobb-Douglas* para cada ciudadano

$\mathbf{M}^{\nu}$ es un *método de estimación de precios*

$\bar{\omega}^{\nu}$ es un *vector de capacidad de trabajo* para cada ciudadano de la forma $\bar{\omega}^{\nu} = \gamma^{\nu}\ e_0$

Sea $\mathbf{E}^k = [\mathbf{H}^k\ ,\ (w^{\nu})_{\nu \in \bar{\mathbf{N}}}]$ un k *– estadio* para la economía ε ,con $k = 0, 1, 2, ...$

Sea $\mathbb{P}$ un sistema de Precios con $\mathbf{P} = (P_0, P_1, P_2, ..., P_m) > \bar{0}$

Entonces, con base en los componentes del plan óptimo de cada ciudadano se define :

$\mathbf{C}(\mathbb{P}) = \sum_{\nu \in \bar{N}} \mathbf{C}^{\nu}(\mathbb{P})$, *el consumo total .*

$\mathbb{I}(\mathbb{P}) = \sum_{\nu \in \bar{N}} \mathbb{I}^{\nu}(\mathbb{P})$, *la inversión total .*

$\mathbb{U}(\mathbb{P}) = \sum_{\nu \in \bar{N}} U^{\nu}(\mathbb{P})$, *la demanda total de medios de producción .*

$\mathbf{V}(\mathbb{P}) = \sum_{\nu \in \bar{N}} V^{\nu}(\mathbb{P})$, *la oferta total de bienes para mañana.*

$\mathbf{X}(\mathbb{P}) = \sum_{\nu \in \bar{N}} X^{\nu}(\mathbb{P})$, *la demanda total de medios de consumo .*

$\mathbf{X}^{'}(\mathbb{P}) = \sum_{\nu \in \bar{N}} \bar{X}^{\nu}(\mathbf{P}\ )$, *la demanda total de medios de consumo planeada para mañana.*

$\mathbf{W} = \sum_{\nu \in \bar{N}} w^{\nu}$, el *vector de acervos totales.*

$\delta(\mathbb{P}) = \mathbb{U}(\mathbb{P}) + \mathbf{X}(\mathbb{P})$, la *demanda total*

$\Delta(\mathbb{P}) = \delta(\mathbb{P}) - \mathbf{W}(\mathbb{P})$, la *demanda de exceso.*

A pesar de que hemos analizado hasta ahora, la conducta económica individual y de conjunto al establecerse el sistema de precios para la formación de la oferta y la demanda, no sabemos si este comportamiento sea tal que se logre un equilibrio a corto plazo en el sentido de que la oferta sea igual a la demanda al finalizar cada periodo, pero como el comportamiento de la oferta y la demanda y, más aún, lo que cada ciudadano reserva y asigna para su consumo y su inversión, están en función del sistema de precios, gran parte de la problemática puede resolverse estudiando cómo es la dinámica de los precios a través del tiempo a lo largo de cada periodo, lo cual tratará el capítulo siguiente.

IV.-Equilibrios a Corto Plazo.

Introducción.

Para un periodo dado, el sistema de precios inicial que se establecerá para dicho periodo, automaticamente implicará la formación de la demanda total de cada bien[10], asimismo se tendrá el total de acervos por cada bien[11], por lo que hemos llegado a un punto en que las preguntas siguientes pueden ser planteadas :

¿Es el vector de acervos totales suficiente para satisfacer la demanda total en cada periodo para cada uno de los bienes existentes en la economía ?

¿Como se ve afectado el precio inicial establecido?

En el capitulo anterior, se definió la función de *demanda de exceso*, la cual es una función del precio establecido y nos será útil para cuantificar la diferencia entre la demanda total y los acervos totales por cada bien, de ahí que acorde a la ley de la oferta y la demanda se tiene lo siguiente :

Si la demanda de exceso para algún bien es mayor que cero, significa que la demanda total de este bien es mayor al total de acervos existentes de ese mismo bien, por lo que el precio de dicho bien aumentará, por otro lado, si la demanda de exceso para algún bien es menor que cero, significa que la demanda total de este bien es menor al total de acervos existentes de ese mismo bien, por lo que el precio de dicho bien disminuirá.

Bajo este contexto, es evidente que el sistema de precios está en constante cambio por lo que ahora la pregunta obligada es :

¿Existirá un sistema de precios (digamos un sistema de precios de equilibrio económico en un periodo dado) tal que la oferta total por cada uno de los bienes sea igual al total de acervos de cada bien ?

¿En caso de existir dicho sistema de precios, es único?

A continuación demostraremos para el caso particular de economía que estamos estudiando, la existencia y unicidad de sistemas de precios con las características antes mencionadas.

[10]Que corresponde a la suma por cada bien de la demanda total de medios de producción más la demanda total de medios de consumo.

[11]Que corresponde a la suma por cada bien de los acervos con los que cada ciudadano cuenta.

1. – Existencia y Unicidad de Equilibrios a Corto Plazo.

Definición 1.1 .

Sea ε una economía .

Sea $\mathbf{E}^k = [\mathbf{H}^k\ ,\ (w^\nu)_{\nu\in\bar{\mathbf{N}}}]$ un $k-$*estadio* para la economía ε.

Un Sistema de Precios $\mathbb{P}^* > \bar{0}$ es un *sistema de precios de equilibrio* (a corto plazo)[12] para el estadio $\mathbf{E}^k$ si se cumple que la demanda de exceso evaluada en dicho sistema de precios es cero, es decir :

$$\Delta(\mathbb{P}^*) = \bar{0}$$

Proposición 1.1

Sea una *Economía* $\varepsilon^* = \{\bar{M};\bar{\mathrm{N}};(\preccurlyeq^\nu,\mathbf{T}^\nu,\mathbf{M}^\nu,\bar{\omega}^\nu)_{\nu\in\bar{\mathbf{N}}}\}$

Sea $\mathbf{E}^k = [\mathbf{H}^k,(w^\nu)_{\nu\in\bar{\mathbf{N}}}]$ un $k-$*estadio* para la economía ε^* con $w^\nu > \bar{0}\ ,\forall\ \nu\in\bar{\mathbf{N}}$.

Sea $\mathbb{P}^*$ un sistema de precios.

Entonces $\mathbb{P}^*$es un sistema de precios de Equilibrio si y sólo si $\mathbb{P}^*\mathbf{B} = \mathbb{P}^*$.

En otras palabras, $\mathbb{P}^*$es un sistema de precios de Equilibrio si y sólo si $\mathbb{P}^*$ es un vector propio por la izquierda de $\mathbf{B}$ asociado a un valor propio 1, donde $\mathbf{B} = (b_{i\,j})$ es una matriz de $(m+1)\times(m+1)$ tal que :

$$b_{i\,j} = \frac{1}{w_j}\sum_{\nu\in\bar{\mathrm{N}}}\frac{a_j^\nu+\rho^\nu\alpha_j^\nu}{1+\rho^\nu S_{\hat{\alpha}}^\nu}\ w_i^\nu$$

Demostración.

Sea $\mathbb{P}^*$ un sistema de precios.

Probar que $\mathbb{P}^*$es un sistema de precios de equilibrio, es equivalente a mostrar que

$\Delta(\mathbb{P}^*) = \bar{0}$, pero por definición, ésto implica que

$$\delta(\mathbb{P}^*)\ -\mathbf{W} = \bar{0}$$

$$\Longleftrightarrow \mathbf{U}(\mathbb{P}^*) + \mathbf{X}(\mathbb{P}^*) - \mathbf{W} = \bar{0}$$

$$\Longleftrightarrow \mathbf{U}(\mathbb{P}^*) + \mathbf{X}(\mathbb{P}^*) = \mathbf{W}$$

$$\Longleftrightarrow \sum_{\nu\in\bar{N}} U^\nu(\mathbb{P}^*) + \sum_{\nu\in\bar{N}} X^\nu(\mathbb{P}^*) = \mathbf{W}$$

$$\Longleftrightarrow \sum_{\nu\in\bar{N}}(\hat{u}_o^\nu(\mathbb{P}^*),...,\hat{u}_m^\nu(\mathbb{P}^*)) + \sum_{\nu\in\bar{N}}(x_0^{\nu^*}(\mathbb{P}^*),...,x_m^{\nu^*}(\mathbb{P}^*)) = (w_0,..,w_m)$$

[12] Es a corto plazo pues estamos suponiendo que el equilibrio se logra periodo a periodo.

$$\Longleftrightarrow \sum_{\nu\in\tilde{N}}\left(\frac{\alpha_0^\nu}{S_{\tilde{\alpha}}^\nu}\frac{\mathbf{I}^\nu}{P_0^*},...,\frac{\alpha_m^\nu}{S_{\tilde{\alpha}}^\nu}\frac{\mathbb{I}^\nu}{P_m^*}\right)+\sum_{\nu\in\tilde{N}}\left(\frac{a_0^\nu}{P_0^*}\mathbf{C}^\nu,...,\frac{a_m^\nu}{P_m^*}\mathbf{C}^\nu\right)=(w_0,..,w_m)$$
$$\Longleftrightarrow \sum_{\nu\in\tilde{N}}\left(\left(\frac{\alpha_0^\nu}{S_{\tilde{\alpha}}^\nu}\frac{\mathbf{I}^\nu}{P_0^*},...,\frac{\alpha_m^\nu}{S_{\tilde{\alpha}}^\nu}\frac{\mathbf{I}^\nu}{P_m^*}\right)+\left(\frac{a_0^\nu}{P_0^*}\mathbf{C}^\nu,...,\frac{a_m^\nu}{P_m^*}\mathbf{C}^\nu\right)\right)=(w_0,..,w_m)$$

en donde entrada a entrada se tiene que

$$\sum_{\nu\in\tilde{N}}\left(\frac{\alpha_j^\nu}{S_{\tilde{\alpha}}^\nu}\frac{\mathbf{I}^\nu}{P_j^*}+\frac{a_j^\nu}{P_j^*}\mathbf{C}^\nu\right)=w_j$$
$$\Longleftrightarrow \sum_{\nu\in\tilde{N}}\left(\frac{\alpha_j^\nu}{S_{\tilde{\alpha}}^\nu}\frac{(\rho^\nu S_{\tilde{\alpha}}^\nu)\,(\mathbb{P}^*\cdot w^\nu)}{P_j^*(1+\rho^\nu S_{\tilde{\alpha}}^\nu)}+\frac{a_j^\nu}{P_j^*}\frac{(\mathbb{P}^*\cdot w^\nu)}{(1+\rho^\nu S_{\tilde{\alpha}}^\nu)}\right)=w_j$$
$$\Longleftrightarrow \sum_{\nu\in\tilde{N}}\frac{(\mathbb{P}^*\cdot w^\nu)}{P_j^*}\left(\frac{a_j^\nu+\rho^\nu\alpha_j^\nu}{(1+\rho^\nu S_{\tilde{\alpha}}^\nu)}\right)=w_j$$
$$\Longleftrightarrow \sum_{\nu\in\tilde{N}}\sum_{i=0}^m(P_i^*w_i^\nu)\left(\frac{a_j^\nu+\rho^\nu\alpha_j^\nu}{(1+\rho^\nu S_{\tilde{\alpha}}^\nu)}\right)=P_j^*w_j$$
$$\Longleftrightarrow \sum_{i=0}^m P_i^*\sum_{\nu\in\tilde{N}}\left(\frac{a_j^\nu+\rho^\nu\alpha_j^\nu}{(1+\rho^\nu S_{\tilde{\alpha}}^\nu)}\right)w_i^\nu=P_j^*w_j$$
$$\Longleftrightarrow \sum_{i=0}^m P_i^*\frac{1}{w_j}\sum_{\nu\in\tilde{N}}\frac{a_j^\nu+\rho^\nu\alpha_j^\nu}{1+\rho^\nu S_{\tilde{\alpha}}^\nu}w_i^\nu=P_j^*$$
$$\Longleftrightarrow \sum_{i=0}^m P_i^*b_{i\,j}=P_j^*$$
$$\Longleftrightarrow \mathbb{P}^*\mathbf{B}=\mathbb{P}^*$$

Entonces $\Delta(\mathbb{P}^*)=\bar{0}\Longleftrightarrow \mathbb{P}^*\mathbf{B}=\mathbb{P}^*$ y por lo tanto

$\mathbb{P}^*$es un sistema de precios de Equilibrio si y sólo si $\mathbb{P}^*\mathbf{B}=\mathbb{P}^*$■

Proposición 1.2

Considerése la matriz $\mathbf{B}=(b_{i\,j})$ definida en la proposición anterior donde:

$$b_{i\,j}=\frac{1}{w_j}\sum_{\nu\in\tilde{\mathrm{N}}}\frac{a_j^\nu+\rho^\nu\alpha_j^\nu}{1+\rho^\nu S_{\tilde{\alpha}}^\nu}\;w_i^\nu$$

Sea $\mathbf{W}=\sum_{\nu\in\tilde{N}}w^\nu>\bar{0}$, el *vector de acervos totales.*

Entonces $\mathbf{BW}=\mathbf{W}$.

Es decir, $\mathbf{W}$ es un vector propio por la derecha de $\mathbf{B}$ asociado a un valor propio 1.

Demostración.

Partamos del producto $\mathbf{BW}$ y consideremos cada entrada de dicho producto, ésto es

$$\sum_j b_{i\,j}\,w_j=\sum_j\left(\frac{1}{w_j}\sum_{\nu\in\tilde{\mathrm{N}}}\frac{a_j^\nu+\rho^\nu\alpha_j^\nu}{1+\rho^\nu S_{\tilde{\alpha}}^\nu}w_i^\nu\right)w_j=$$
$$\sum_j\sum_{\nu\in\tilde{\mathrm{N}}}\frac{\left(a_j^\nu+\rho^\nu\alpha_j^\nu\right)}{(1+\rho^\nu S_{\tilde{\alpha}}^\nu)}\;w_i^\nu=\left(\sum_{\nu\in\tilde{\mathrm{N}}}\frac{w_i^\nu}{1+\rho^\nu S_{\tilde{\alpha}}^\nu}\right)\sum_j\left(a_j^\nu+\rho^\nu\alpha_j^\nu\right)=$$
$$\left(\sum_{\nu\in\tilde{\mathrm{N}}}\frac{w_i^\nu}{1+\rho^\nu S_{\tilde{\alpha}}^\nu}\right)\left(\sum_j a_j^\nu+\rho^\nu\sum_j\alpha_j^\nu\right)=\left(\sum_{\nu\in\tilde{\mathrm{N}}}\frac{w_i^\nu}{1+\rho^\nu S_{\tilde{\alpha}}^\nu}\right)(1+\rho^\nu S_{\tilde{\alpha}}^\nu)=$$
$$\sum_{\nu\in\tilde{\mathrm{N}}}w_i^\nu=w_j$$

Por lo tanto $\mathbf{BW} = \mathbf{W}$.■

Antes de demostrar la existencia y unicidad de los equilibrios a corto plazo, enunciaremos una versión de un importante teorema que nos será de gran utilidad concerniente a las matrices no negativas.

Teorema 1.1.(1^{er} Teorema de Perron - Frobenius)

Sea $\mathbf{A} \geqq \bar{0}$ una matriz de $n \times n$.

Entonces :

i) Existe un valor propio λ no negativo de $\mathbf{A}$, tal que si φ es otro valor propio arbitrario de $\mathbf{A}$ se tiene que $|\varphi| \leq \lambda$.

ii) Para dicho valor propio λ existe $\mathbf{X} \geq \bar{0}$

(para el caso de que $\mathbf{A} \geqq \bar{0}$, pero si $\mathbf{A} \geq \bar{0}$ entonces el vector $\mathbf{X} > \bar{0}$)

un vector propio asociado, esto es, existe $\mathbf{X}$ tal que $\mathbf{AX} = \lambda\, \mathbf{X}$

iii) El valor propio λ es una raiz simple del polinomio característico de $\mathbf{A}$.

iv) Si existiera $\phi \in \mathbb{R}$, con $\phi \geq 0$, para el cual existe $\mathbf{Y} \geq \bar{0}$ tal que $\mathbf{AY} = \phi\, \mathbf{Y}$

entonces $\lambda = \phi$ y además $\mathbf{Y} = \psi\, \mathbf{X}$, es decir $\mathbf{Y}$ y $\mathbf{X}$ son equivalentes, donde $\psi \in \mathbb{R}$, con $\psi > 0$.

Con lo anterior se dice que λ *es la raíz de Perron - Frobenius de la matriz* $\mathbf{A}$, lo cuál se denotará con $\hat{\lambda}(\mathbf{A}) = \lambda$.

Teorema 1.2. (Existencia y Unicidad de Equilibrios a Corto Plazo)

Sea una *Economía* $\varepsilon^* = \left\{\bar{M}; \tilde{\mathbf{N}}; (\preccurlyeq^\nu, \mathbf{T}^\nu, \mathbf{M}^\nu, \bar{\omega}^\nu)_{\nu\in\tilde{\mathbf{N}}}\right\}$

Sea $\mathbf{E}^k = \left[\mathbf{H}^k, (w^\nu)_{\nu\in\tilde{\mathbf{N}}}\right]$ un k *– estadio* para la economía ε^*.

Sea $\mathbf{W} = \sum_{\nu\in\tilde{N}} w^\nu > \bar{0}$, el *vector de acervos totales.*

Entonces :

i) Existe un Sistema de Precios $\mathbf{P}^* > \bar{0}$ tal que $\mathbf{P}^*$es un *sistema de precios de equilibrio a corto plazo* para el estadio $\mathbf{E}^k$.

ii) Si $\mathbf{P}^{**}$ es un *sistema de precios de equilibrio a corto plazo* para el estadio $\mathbf{E}^k$.

Entonces, existe $\Psi \in \mathbb{R}$ con $\Psi > 0$ tal que $\mathbf{P}^{**} = \Psi\mathbf{P}^*$

Demostración.

Demostremos el primer inciso.

Para demostrar que existe un sistema de precios de equilibrio a corto plazo $\mathbb{P}^*$, ()se tiene que demostrar que existe $\mathbb{P}^*$ tal que $\Delta(\mathbb{P}^*) = \bar{0}$, pero por la proposición 2.1, probar que existe un sistema de precios tal que $\Delta(\mathbb{P}^*) = \bar{0}$ es equivalente a probar que existe un sistema de precios tal que $\mathbb{P}^*\mathbb{B} = \mathbb{P}^*$, es decir, tenemos que encontrar un sistema de precios que sea un vector propio de la matriz $\mathbb{B}$ asociado a un valor propio igual a 1.

Como por definición de la matriz $\mathbb{B}$, cada entrada $b_{i\,j}$ de dicha matriz es positiva, se tiene que $\mathbb{B} > \bar{0}$, por lo que la existencia de un sistema de equilibiros a corto plazo puede reducirse a probar que la raíz de Perrón - Frobenius de la matriz $\mathbb{B}$ es igual a 1, pero tenemos que $\mathbb{B}\mathbf{W} = \mathbf{W}$ por la proposición 2.2 lo cual implica que existe un vector propio por la derecha de $\mathbb{B}$ asociado a un valor propio 1 y por lo tanto la raíz de Perrón-Frobenius de la matriz $\mathbb{B}$ es igual a 1, es decir, $\hat{\lambda}(\mathbb{B}) = 1$.

Por lo tanto existe un vector $\mathbb{P}^* > \bar{0}$, tal que $\Delta(\mathbb{P}^*) = \bar{0}$ y por lo tanto $\mathbb{P}^*$ es un sistema de precios de equilibrio a corto plazo para el estadio $\mathbb{E}^k$.

Ahora bien, en caso de que exista $\mathbb{P}^{**}$ y sea un equilibrio para el estadio $\mathbb{E}^k$, ésto implicará que $\mathbb{P}^{**}\mathbb{B} = \mathbb{P}^{**}$ entonces por el teorema de Perrón - Frobenius se tendrá que existe $\Psi \in \mathbb{R}$ con $\Psi > 0$ tal que $\mathbb{P}^{**} = \Psi\mathbb{P}^*$ y por lo tanto se tendrá que la existencia de sistema de precios de equilibrio a corto plazo es única salvo isomorfismos, es decir, salvo sistemas de precios equivalentes. Por lo tanto nuestro teorema queda demostrado.■

2. – Caracterizaciones de los Equilibrios a Corto Plazo.

Una vez demostrada la existencia y unicidad de los equilibrios a corto plazo mediante el teorema anterior, a continuación se dará una caracterización de dichos sistemas, proponiendo un procedimiento sencillo para calcular estos sistemas de equilibrio a corto plazo.

Sea una *Economía* $\varepsilon^* = \left\{\bar{M}; \bar{\mathbb{N}}; (\preccurlyeq^\nu, \mathbb{T}^\nu, \mathbb{M}^\nu, \bar{\omega}^\nu)_{\nu\in\bar{\mathbb{N}}}\right\}$

Sea $\mathbb{E}^k = \left[\mathbb{H}^k, (w^\nu)_{\nu\in\bar{\mathbb{N}}}\right]$ un $k-$*estadio* para la economía ε^* con $w^\nu > \bar{0}$, $\forall\ \nu \in \bar{\mathbb{N}}$.

Considérese la matriz $\mathbb{B} = (b_{i\,j})$ definida anteriormente.

Como $\hat{\lambda}(\mathbb{B}) = 1$, entonces por el teorema de Perrón - Frobenius tenemos que el valor propio 1 es una raíz de multiplicidad 1 del polinomio característico de la matriz $\mathbb{B}$, así que el determinante de la matriz $\mathbb{I} - \mathbb{B}$ es igual a cero, donde $\mathbb{I}$ es la matriz identidad, por lo tanto tenemos que :

$$(\mathbb{I} - \mathbb{B})^* (\mathbb{I} - \mathbb{B}) = |\mathbb{I} - \mathbb{B}| = \bar{0}$$

donde $(\mathbb{I} - \mathbb{B})^*$ es la matriz adjunta de la matriz $(\mathbb{I} - \mathbb{B})$, para lo cual se tiene que el producto punto de cualquier vector renglón de la matiz adjunta, por cualquier vector columna de la matriz $(\mathbb{I}-\mathbb{B})$ es cero.

Llamemos a $\mathbb{P}^*$ cualquier vector renglón de la matriz adjunta de $\mathbf{I}-\mathbf{B}$ entonces se tiene que

$$\mathbb{P}^*(\mathbb{I}-\mathbb{B})=\bar{0}$$

entonces $\mathbb{P}^*-\mathbb{P}^*\mathbf{B}=\bar{0}$

$\Longleftrightarrow \quad \mathbb{P}^*\mathbf{B}=\mathbb{P}^*$

$\Longleftrightarrow \quad \Delta(\mathbb{P}^*)=\bar{0}$ (Por la proposición 2.1)

Por lo tanto cualquier vector renglón de la matriz adjunta de $\mathbf{I}-\mathbf{B}$ es un equilibrio a corto plazo para el estadio $\mathbf{E}^k$, donde cada entrada representará el precio de equilibrio por unidad del bien i.

3. – Equilibrios a Corto Plazo y Ecuaciones Diferenciales.

Una vez que se tiene el conocimiento sobre la existencia, la unicidad y un método de cálculo para los sistemas de equilibrios a corto plazo, el siguiente paso a abordar es estudiar sobre la *Estabilidad*[13] de dichos sistemas de equilibrio a corto plazo, y en qué sentido son estables.

Para hacer esto, primero estableceremos la relación de los sistemas de precios de equilibrio a corto plazo con los sistemas de equilibrio de la teoría de las Ecuaciones Diferenciales para lo cual enunciaremos las definiciones siguientes :

Definición 3.1

Sea F y X funciones tales que

$F\ :\Phi\subset\mathbf{R}^n\rightarrow\mathbf{R}^n$, y $F\in C^1$

$X\ :\mathbf{R}\rightarrow\mathbf{R}^n$

Considérese el sistema autonómo de ecuaciones diferenciales

$$\frac{\partial X}{\partial t}=F\,(X(t))$$
$$X(t_0)=X^0$$

Sea $X^*(t)$ tal que $F\,(X^*(t))=0$.

[13]Existe todo un desarrollo sobre lo que se conoce como Teoría de la Estabilidad, teniendo su origen en la Mecánica, donde según la definición clásica de Malkin (matemático ruso), la teoría de la Estabilidad trata sobre los efectos de perturbación en un proceso de tiempo en sistemas reales, usualmente conocidos como Movimientos, en donde se consideran pequeñas fuerzas y pequeñas desviaciones del estado inicial del equilibrio para analizar los cambios y disturbios que éstos puedan ocasionar en dicho estado de equilibrio.

Entonces decimos que $X^*(t)$ es *un punto de equilibrio* del sistema autónomo de ecuaciones diferenciales.

Definición 3.2

Considérese el sistema autonómo de ecuaciones diferenciales anterior

$$\frac{\partial X}{\partial t} = F\,(X(t))$$
$$X(t_0) = X^0$$

Y sea $X^*(t)$ *un punto de equilibrio* del sistema.

Decimos que $X^*(t)$ *un punto de equilibrio estable* del sistema si

$\forall\ \varepsilon > 0$, $\forall\ \psi(t)$ solución del sistema,

$\exists\ \delta > 0$ tal que si $\|\psi(t_0) - X(t_0)\| < \delta$ entonces $\|\psi(t) - X^*(t)\| < \varepsilon$

$\forall\ t \geq t_0$.

Por otro lado diremos que $X^*(t)$ es un punto de equilibrio inestable si no es estable.

Definición 3.3.

Decimos que $X^*(t)$ es un *punto de equilibrio asintótica y globalmente estable* del sistema si $X^*(t)$ es estable y además

$$\lim_{t\to+\infty} \psi\,(t) = X^*(t).$$

Es entonces en el sentido de las definiciones anteriores, como estudiaremos la estabilidad de los sistemas de precios de equilibrio a corto plazo, por lo que el sistema de ecuaciones en cuestión será una variante del modelo económico Walrasiano[14] en términos de la función de demanda de exceso, a saber :

$$\frac{\partial\ Pi}{\partial\ t} = K_i P_i\ \Delta_i(P_0, P_1, P_2, ..., P_m) \ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ (\mathrm{I})$$

$$i = 0, 1, 2, ..., m\ ,\ \ K_i > 0$$

Proposición 3.1

En términos económicos de la definición 1.1 de este capitulo $\mathbb{P}^*$ es un sistema de equilibrio a corto plazo, si y sólo si $\mathbb{P}^*$ es un sistema de equilibrio para el sistema de ecuaciones (I)

[14] Leon Walras.(1954)
Elements of Pure Economics.

Demostración.

Sea $\mathbb{P}^*$ es un sistema de equilibrio a corto plazo entonces

$\Delta(\mathbb{P}^*) = \bar{0}$

$\Longleftrightarrow \Delta_i(\mathbb{P}^*) = \bar{0}$

$\Longleftrightarrow K_i\Delta_i(\mathbb{P}^*) = \bar{0}$

$\Longleftrightarrow \dfrac{\partial\, Pi}{\partial\, t} = K_iP_i\ \Delta_i(\mathbb{P}^*) = \bar{0}$ con $i = 0, 1, 2, ..., m$.

Por lo tanto $\mathbb{P}^*$ es un sistema de equilibrio para el sistema de ecuaciones (I).■

4. – Estabilidad de los Equilibrios a Corto Plazo.

Previo a la demostración de la estabilidad de los equilibrios a corto plazo, haremos algunas observaciones.

Considérese el sistemas de ecuaciones

$$\frac{\partial\, Pi}{\partial\, t} = K_iP_i\ \Delta_i(P_0, P_1, P_2, ..., P_m) \quad \text{.....................} \quad (\mathrm{I})$$

$$i = 0, 1, 2, ..., m\ ,\ \ K_i > 0$$

Sea $\mathbf{B} = (b_{i\,j})$ la matriz definida anteriormente.

Sea $\mathbf{W} = \sum_{\nu\in\bar{N}} w^{\nu} = (w_0, w_1, ..., w_m) > \bar{0}$, el *vector de acervos totales.*

Sea la matriz $\mathbb{D} = (d_{i\,j})$ de $(m+1) \times (m+1)$ donde :

$$d_{i\,j} = \left\{ \begin{array}{ll} K_iw_i & \text{Si } i = j \\ 0 & \text{Si } i \neq j \end{array} \right\}$$

Proposición 4.1

El sistema de ecuaciones

$$\frac{\partial\, Pi}{\partial\, t} = K_iP_i\ \Delta_i(P_0, P_1, P_2, ..., P_m) \quad \text{.....................} \quad (\mathrm{I})$$

$$i = 0, 1, 2, ..., m\ ,\ \ K_i > 0$$

es equivalente al producto de matrices $\mathbf{P}' = \mathbf{P}\ (\mathbf{B} - \mathbb{I})\ \mathbb{D}$

donde $\mathbb{P} = (P_0, P_1, ..., P_m)$ y $\mathbb{P}' = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{dt}}\mathbf{P}(t)$.

Demostración.

Partamos del sistema de ecuaciones (I), entonces tenemos que $\forall\ \ i = 0, 1, 2, ..., m$

$\dfrac{\partial\, Pi}{\partial\, t} = K_iP_i\ \Delta_i(\mathbb{P}) = K_iP_i(\delta_i(\mathbb{P}) - w_i) =$

$$
\begin{aligned}
&= K_iP_i\left(\sum\nolimits_{\nu\in\tilde N} U^\nu(\mathbb{P}) + \sum\nolimits_{\nu\in\tilde N} X^\nu(\mathbb{P}) - w_i\right) = \\
&= K_iP_i\sum\nolimits_{\nu\in\tilde N}\left((U^\nu(\mathbb{P}) + X^\nu(\mathbb{P})) - w_i\right) = \\
&= K_iP_i\sum\nolimits_{\nu\in\tilde N}\left(\left(\frac{\alpha_i^\nu}{S_{\tilde\alpha}^\nu}\frac{\mathbb{I}^\nu}{P_i} + \frac{a_i^\nu}{P_i}\mathbf{C}^\nu\right) - w_i\right) = \\
&= K_iP_i\sum\nolimits_{\nu\in\tilde N}\left(\frac{1}{P_i}\left(\frac{\alpha_i^\nu(\rho^\nu S_{\tilde\alpha}^\nu)\,(\mathbb{P}\cdot w^\nu)}{S_{\tilde\alpha}^\nu(1+\rho^\nu S_{\tilde\alpha}^\nu)} + \frac{a_i^\nu(\mathbb{P}\cdot w^\nu)}{(1+\rho^\nu S_{\tilde\alpha}^\nu)}\right) - w_i\right) = \\
&= K_iP_i\sum\nolimits_{\nu\in\tilde N}\left(\frac{1}{P_i}\left(\frac{(a_i^\nu+\rho^\nu\alpha_i^\nu)}{(1+\rho^\nu S_{\tilde\alpha}^\nu)}(\mathbb{P}\cdot w^\nu)\right) - w_i\right) = \\
&= K_iP_i\sum\nolimits_{\nu\in\tilde N}\left(\frac{1}{P_i}\left(\frac{(a_i^\nu+\rho^\nu\alpha_i^\nu)}{(1+\rho^\nu S_{\tilde\alpha}^\nu)}\sum\nolimits_{j=0}^m (P_jw_j^\nu)\right) - w_i\right) = \\
&= \sum\nolimits_{j=0}^m K_jP_j\sum\nolimits_{\nu\in\tilde N}\frac{(a_j^\nu+\rho^\nu\alpha_j^\nu)}{(1+\rho^\nu S_{\tilde\alpha}^\nu)}w_i^\nu - K_iP_iw_i = \\
&= \sum\nolimits_{j=0}^m P_jw_jK_j\left(\frac{1}{w_j}\sum\nolimits_{\nu\in\tilde N}\frac{(a_j^\nu+\rho^\nu\alpha_j^\nu)}{(1+\rho^\nu S_{\tilde\alpha}^\nu)}w_i^\nu\right) - K_iP_iw_i = \\
&= \sum\nolimits_{j=0}^m P_j\ w_j\ K_j\ b_{i\,j} - \sum\nolimits_{j=0}^m K_jP_jw_j\delta_{i\,j}{}^{15} = \\
&= \sum\nolimits_{j=0}^m (P_jw_jK_jb_{i\,j} - K_jP_jw_j\delta_{i\,j}) = \\
&= \sum\nolimits_{j=0}^m (P_j\,(b_{i\,j}-\delta_{i\,j})\,K_jw_j)
\end{aligned}
$$

Por lo tanto tenemos que $\forall\ i = 0,1,2,...,m$

$\dfrac{\partial\ Pi}{\partial\ t} = \sum\nolimits_{j=0}^m (P_j\,(b_{i\,j}-\delta_{i\,j})\,K_jw_j)$ lo cual en forma matricial tenemos que :

$\mathbb{P}' = \mathbb{P}\ (\mathbb{B}-\mathbb{I})\ \mathbb{D}$ ■

Proposición 4.2

Si definimos las matrices **G** y **S** como :

$$\mathbf{G} = (\mathbb{B}-\mathbb{I})\ \mathbb{D}$$

$$\mathbf{S} = \mathbb{D}^{-1}\mathbf{W}$$

Entonces $\mathbf{G}\ \mathbf{S} = \bar{0}$.

Demostración.

$\mathbf{G}\ \mathbf{S} = (\mathbb{B}-\mathbb{I})\ \mathbb{D}\mathbb{D}^{-1}\mathbf{W} = (\mathbb{B}-\mathbb{I})\ \mathbf{W} = \mathbb{B}\mathbf{W} - \mathbf{W} = \bar{0}$,

pues por la proposición 1.2 de este capítulo se tiene que $\mathbb{B}\mathbf{W} = \mathbf{W}$.

Por lo tanto **S** es un vector propio de **G**, asociado a un valor propio $\lambda_0 = 0$ ■

Por otro lado, para la matriz $\mathbf{G} = (g_{ij})$ se tiene que $g_{ij} > 0$ si $i \neq j$, para lo cual tenemos lo siguiente :

[15] Aqui $\delta_{i\,j}$ es la delta de Kronecker definida como : $\delta_{i\,j} = \left\{\begin{array}{ll} 1 & si\ i=j \\ 0 & si\ i\neq j\end{array}\right\}$

Proposición 4.3

Sea $\mathbf{A} = (a_{ij})$ una matriz de $(m+1) \times (m+1)$ y $\hat{\rho} > 0$ un número real tales que :

$$\mathbf{G} = \mathbf{A} - \hat{\rho}\mathbf{I}$$

Entonces $\mathbf{S}$ es un vector propio de $\mathbf{A}$, asociado al valor propio $\hat{\rho}$.

Demostración.

Por la proposición 4.2 $\mathbf{GS} = \bar{0}$. Entonces tenemos que

$$\mathbf{GS} = (\mathbf{A} - \hat{\rho}\mathbf{I})\,\mathbf{S} = \mathbf{AS} - \hat{\rho}\mathbf{S} = \bar{0}$$

Por lo tanto $\mathbf{AS} = \hat{\rho}\mathbf{S}$

Esto es, $\mathbf{S}$ es un vector propio de $\mathbf{A}$, asociado al valor propio $\hat{\rho}$ que es la raíz de Perrón-Frobenius de $\mathbf{A}$.∎

Lo anterior implica que todo vector propio de la matriz $\mathbf{G}$ es un vector propio de la matriz $\mathbf{A}$, además de que el valor propio $\lambda_0 = 0$ de la matriz $\mathbf{G}$ es una raiz de multiplicidad 1 del polinomio característico de dicha matriz, por lo que con ésto se tiene que todos los valores propios no nulos de la matriz $\mathbf{G}$ tienen parte real negativa.

Por lo tanto se tiene que el sistema de ecuaciones (I) es de la forma :

$$\mathbf{P}' = \mathbf{P}\,\mathbf{G}$$

donde la matriz $\mathbf{G}$ tiene un valor propio nulo y todos los demás tienen parte real negativa.

Entonces si $\mathbb{P}^0 > \bar{0}$, es un sistema de precios, la solución $\mathbb{P}\left(t\,;\,\mathbb{P}^0\right)$ del sistema de ecuaciones (I) tal que $\mathbf{P}\left(0\,;\,\mathbb{P}^0\right) = \mathbb{P}^0$ está dada por

$$\mathbf{P}\left(t\,;\,\mathbb{P}^0\right) = \mathbb{P}^0 e^{t\,\mathbf{G}}$$

De donde con base en esto tenemos que $\forall\, t \geq 0$

$$\mathbf{P}\left(t\,;\,\mathbb{P}^0\right)\mathbf{S} = \mathbb{P}^0\mathbf{S}$$

pudiéndose demostrar la proposición :

Proposición 4.4

Si $\mathbb{P}^0 > \bar{0}$ es un sistema de precios arbitrario, la solución $\mathbb{P}(t\ ;\ \mathbb{P}^0)$ del sistema de ecuaciones (I), esta totalmente contenida en el hiperplano de $\mathbb{R}^{m+1}$que pasa por $\mathbb{P}^0$ y es ortogonal al vector **S**.

Ahora bien, el teorema de Jourdan nos asegura que, si hacemos $\mathbb{T}_0 = \mathbb{S}$ siempre podemos encontrar vectores columna $\mathbf{T}_0,\mathbb{T}_1,...,\mathbb{T}_m$, tales que la matriz $\mathbb{T}$ de $(m+1)\times(m+1)$ definida como $\mathbf{T} = (\mathbf{T}_0, \mathbb{T}_1, ..., \mathbb{T}_m)$ es no singular y además cumple que :

$$\mathbf{T}^{-1}\ \mathbf{G}\ \mathbf{T} = \mathbb{J}$$

donde $\mathbf{J}$ es una matriz de Jourdan con 0 en la entrada $i = 0$, $j = 0$ y el resto de los valores propios ocupando la diagonal principal.

Entonces, al tener $\mathbb{P}(t\ ;\ \mathbb{P}^0) = \mathbb{P}^0 e^{t\ \mathbf{G}}$, tenemos que $\mathbb{P}(t\ ;\ \mathbb{P}^0) = \mathbb{P}^0\ \mathbb{T}\ e^{t\ \mathbf{J}}\ \mathbf{T}^{-1}$

Ahora, si hacemos tender t a infinito tenemos que :

$$\mathbf{P}(t\ ;\ \mathbf{P}^0) \rightarrow \mathbf{P}^0\ \mathbf{T} \begin{pmatrix} 1 & 0 & . & . & 0 \\ 0 & . & & & \\ . & & . & & \\ . & & & . & \\ 0 & & & & . \end{pmatrix} \mathbf{T}^{-1} = \mathbb{P}^0\ [\mathbf{S}\ ,\ 0]\ \mathbf{T}^{-1}$$

Pero $\mathbb{P}^0\ [\mathbf{S}\ ,\ 0]\ \mathbf{T}^{-1}\mathbf{B} = \mathbb{P}^0\ [\mathbf{S}\ ,\ 0]\ \mathbb{T}^{-1}\mathbf{T}\ \mathbf{J}\ \mathbf{T}^{-1} = \mathbb{P}^0\ [\mathbf{S}\ ,\ 0]\ \mathbb{J}\ \mathbb{T}^{-1} = \bar{0}$

Es decir, si definimos el vector $\mathbb{P}^* = \mathbb{P}^0\ [\mathbf{S}\ ,\ 0]\ \mathbb{T}^{-1}$ tenemos que es un equilibrio tal que $\mathbb{P}^*\mathbf{W} = \mathbb{P}^0\mathbf{W}$ y además que :

$$\mathrm{Lim}_{\ t \rightarrow \infty}\ \mathbf{P}(t\ ;\ \mathbb{P}^0) = \mathbb{P}^*$$

Finalmente tenemos que $\forall\ t \geq 0$

$|\mathbf{P}(t\ ;\ \mathbf{P}^0) - \mathbf{P}^*| = |\ \mathbb{P}^0 e^{t\ \mathbf{G}} - \mathbf{P}^* e^{t\ \mathbf{G}}| \leq |\ \mathbb{P}^0 - \mathbf{P}^*|\ \|e^{t\ \mathbf{G}}\| \leq |\ \mathbb{P}^0 - \mathbf{P}^*|\ \Psi$

donde Ψ es una cota superior de la función convergente $\|e^{t\ \mathbf{G}}\|$ teniendo como consecuencia el siguiente resultado :

Teorema 4.1.

Sea $\hat{\mathbf{K}}$ >0 un número real fijo.

Sea $\mathbb{P}^*$ un sistema de precios de equilibrio para el sistema de ecuaciones

$$\frac{\partial\ Pi}{\partial\ t} = K_i P_i\ \Delta_i(P_0, P_1, P_2, ..., P_m) \qquad , \qquad i = 0, 1, 2, ..., m\ ,\ \ K_i > 0$$

tal que $\mathbb{P}^*\mathbf{S}= \hat{\mathbf{K}}$.

Entonces

i) $\forall\, \varepsilon > 0,\ \exists\, \delta > 0$ tal que si $\mathbb{P}^0 > \bar{0}$, $\mathbb{P}^0\mathbf{S} = \hat{\mathbf{K}}$ y $\left\|\mathbb{P}^0 - \mathbb{P}^*\right\| < \delta$

entonces $\left\|\mathbb{P}\left(t\ ;\ \mathbb{P}^0\right) - \mathbb{P}^*\right\| < \varepsilon \ \ , \forall\, t \geq 0$

ii) Si $\mathbb{P}^0 > \bar{0}$ y $\mathbb{P}^0\mathbf{S}= \hat{\mathbf{K}}$ entonces $\lim_{t\to+\infty} \mathbb{P}\left(t\ ;\ \mathbb{P}^0\right) = \mathbb{P}^*$

Es decir, tenemos que el sistema de precios de equilibrio a corto plazo desde el punto de vista económico $\mathbb{P}^*$, es un sistema de precios de equlibrio asintótica y globalmente estable desde el punto de vista de la teoría de las ecuaciones diferenciales.

V.- Simulación del Crecimiento Económico.

Introducción.

Hasta ahora, el modelo desarrollado y planteado sobre el crecimiento económico ha sido estudiado desde un punto de vista de un modelo matemático. De forma general, se ha definido una Economía ε y cada uno de los elementos que la conforman y se han establecido los supuestos que rigen este modelo.

Posteriormente, mediante esta definición, se construyó un caso particular de Economía ε^* considerando un *k-Estadio* $\mathbf{E}^k = [\mathbb{H}^k, (w^\nu)_{\nu \in \bar{\mathbb{N}}}]$ para ella, para lo cual se supone que existe $\mathbb{H}^k$ una *k-historia* de los sistemas de precios anteriores al periodo k, y w^ν un vector de acervos, propiedad de cada ciudadano $\nu \in \bar{\mathbb{N}}$ en el periodo k.

Bajo estas condiciones, se supone el establecimiento de un sistema de precios inicial y mediante un analisis microeconómico se ha determinado el comportamiento de todos y cada uno de los ciudadanos. Cada uno de ellos ha decidido la manera óptima de dividir su riqueza en consumo e inversión, determinando por ende, el plan de acción óptimo que llevará a cabo en ese periodo, conformado por un plan de producción, una demanda para el consumo actual y una demanda proyectada para el consumo del periodo siguiente.

Es entonces como, a nivel macroeconómico, se tiene una demanda total que ha entrado en conflicto con la oferta total obligando a una transformación constante de los precios y por consecuencia, a nuevas formas del conflicto, siendo bajo este marco, que se demuestra la existencia, en ese periodo, de un sistema de precios de equilibrio a corto plazo independiente del sistema de precios inicial pues se sabe que el sistema de precios de equilibrio es asintotica y globalmente estable, tal que la oferta y la demanda total han sido igualadas, por lo que cada ciudadano ha cubierto sus requerimientos de consumo y los acervos con los cuales reaparecerá al periodo siguiente.

Por lo tanto hemos llegado a un punto en el cual podemos establecer bajo qué condiciones para la Economía ε^* se puede pasar de un *k-Estadio* $\mathbf{E}^k = [\mathbb{H}^k, (w^\nu)_{\nu \in \bar{\mathbb{N}}}]$a un *(k+1)-Estadio* $\mathbf{E}^{k+1} = [\mathbb{H}^{k+1}, (\hat{w}^\nu)_{\nu \in \bar{\mathbb{N}}}]$ teniendo como consecuencia el resultado siguiente :

Definición.(Transición de un estadio a otro)

Sea una Economía $\varepsilon^* = \{\tilde{M}; \bar{\mathbb{N}}; (\preccurlyeq^\nu, \mathbf{T}^\nu, \mathbf{M}^\nu, \bar{\omega}^\nu)_{\nu \in \bar{\mathbb{N}}}\}$ y $k = 0, 1, 2, ...$

Sea $\mathbf{E}^k = [\mathbb{H}^k, (w^\nu)_{\nu \in \bar{\mathbb{N}}}]$ un $k-$*estadio* para la economía ε^*.

Decimos que :

El $k-$ *estadio* $\mathbb{E}^k = \left[\mathbb{H}^k, (w^\nu)_{\nu\in\tilde{\mathbf{N}}}\right]$ da lugar al $(k+1)-$ *estadio* $\mathbb{E}^{k+1} = \left[\mathbb{H}^{k+1}, (\hat{w}^\nu)_{\nu\in\tilde{\mathbf{N}}}\right]$

Si el vector de precios de equilibrio $\mathbb{P}^*$ correspondiente al par $\left[\varepsilon^*, \mathbb{E}^k\right]$ es tal que :

i) $\mathbb{H}^{k+1} = \left[\mathbb{H}^k, \mathbb{P}^*\right]$

ii) $\hat{w}^\nu = \bar{\omega}^\nu + V^\nu(\mathbb{P}^*)$, $\forall\ \nu \in \tilde{\mathbf{N}}$

Es decir, los acervos con los cuales cada ciudadano reaparecerá para el periodo siguiente es la suma de la oferta de bienes para el periodo siguiente evaluadas en el sistema de precios de equilibrio más su correspondiente capacidad de trabajo.

Ahora bien, con el objeto de analizar el crecimiento económico, se elaboró una simulación para el caso particular de economía ε^* que estamos estudiando que describa este proceso, la cual nos permita advertir la evolución de los acervos con los cuales cada ciudadano va reapareciendo periodo a periodo.

1.- Descripción de la simulación.

Con el fin de poder contar con esquemas numéricos que nos permitan advertir el crecimiento económico, se ha elaborado una simulación que describa la problemática que nos hemos planteado teóricamente.

La simulación consta de una serie de programas elaborados en lenguaje de codigo de Visual Basic y esta dividida en 3 módulos.

En el primer módulo se alimentan las variables de entrada, es decir, se define el número de bienes de los cuales constará la economía, el número de ciudadanos, el tipo de bien que será producido por cada ciudadano, los acervos iniciales por cada bien con los que cada ciudadano empezará, su correspondiente capacidad de trabajo, los parámetros de producción y consumo asi como el tipo de función Cobb-Douglas y por último, se define el sistema de precios incial con el cual dará inicio la simulación.

Una vez definidos los parámetros, el segundo módulo se encarga de la optimización individual de cada ciudadano para obtener el plan de acción óptimo, es decir, en esta parte cada ciudadano determina lo mejor que podría hacer bajo el establecimento del sistema de precios inicial al mismo tiempo de que estima el sistema de precios que prevalecerá para el dia de mañana, se calcula su correspondiente demanda de medios de producción, su oferta de bienes para el periodo siguiente, su demanda de medios de consumo actual, su demanda proyectada para el consumo del periodo siguiente, su consumo y su inversión todo de manera óptima.

Finalmente en el tercer módulo se calcula, la demanda total de medios de producción, la oferta total de bienes para el periodo siguiente, la demanda total de medios de consumo actual, la demanda total proyectada para el consumo del periodo siguiente, el consumo y la inversión total, dando como resultado una diferencia entre la demanda y oferta total en términos del sistema de precios inicial establecido, la cual hemos definido como la demanda de exceso.

Dicha demanda de exceso da lugar a una dinámica de los precios en donde la simulación determina el sistema de precios de equilibrio con el que finalmente se llevarán a cabo todos los movimientos y transacciones de cada ciudadano y asi poder conocer las condiciones con las que se pasa al estadio siguiente, es decir, se determinan los acervos producidos por cada ciudadano con los cuales reaparecerá el periodo siguiente y dando como resultado los estadios de la economía.

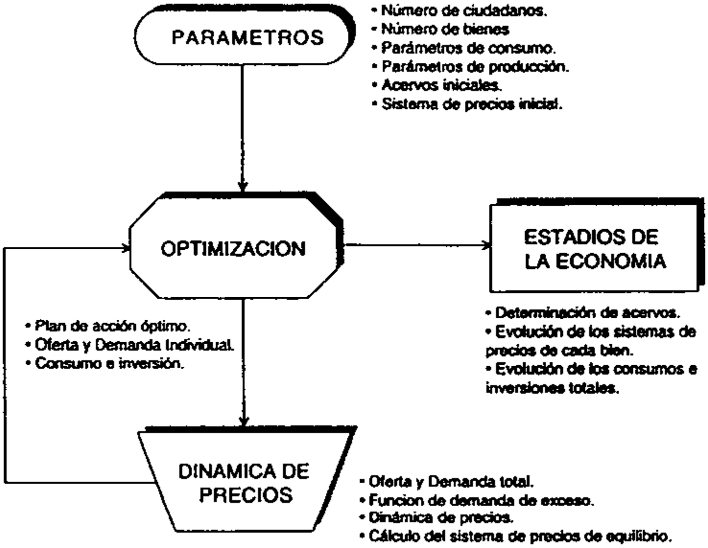


Figure 0-1: Diagrama de flujo de la Simulación.

Este proceso es representado como diagrama de flujo en la figura 0-1.

Con el propósito de ejemplificar los esquemas númericos que proporciona esta simulación se hicieron una serie de corridas para el caso particular de economía $\varepsilon^* = \left\{\bar{M}; \bar{\mathrm{N}}; (\preccurlyeq^\nu, \mathbb{T}^\nu, \mathbf{M}^\nu, \bar{\omega}^\nu)_{\nu\in\bar{\mathrm{N}}}\right\}$ con los supuestos siguientes :

Se considera $\chi = \mathbb{R}_+^{2(2+1)} = \mathbb{R}_+^6$

$\bar{M} = \{0, 1, 2\}$

es decir, supondremos que en la economía existen 2 tipos de bienes junto con la capacidad de trabajo.

$\bar{\mathrm{N}} = \{1, 2, ..., 20\}$

que corresponde a un conjunto con 20 ciudadanos de los cuales 10 ciudadanos serán productores del bien 1 y los restantes serán productores del bien 2.

$\preccurlyeq^\nu$es una *relación de preferencia de Bernoulli* para cada ciudadano.

Inducida por la funcion de Bernoulli μ^ν

$\mu^\nu : \chi \to \mathbb{R}$

$$\mu^{\nu}(x_0,x_1,x_2;\bar{x}_0,\bar{x}_1,\bar{x}_2)=\left\{\begin{array}{ll}\sum_{i=0}^{2}a_i^{\nu}\ln x_i+\rho^{\nu}\sum_{i=0}^{2}a_i^{\nu}\ln\bar{x}_i\ , & si\ \left(X,\bar{X}\right)>(\bar{0},\bar{0}) \\ -\infty & si\left(X,\bar{X}\right)\not>(\bar{0},\bar{0})\end{array}\right\}$$

En donde a_i^{ν},ρ^{ν} son interpretados como los *parámetros de consumo* para el ciudadano ν con las propiedades siguientes :

$\sum_{i=0}^{2}a_i^{\nu}=1$ con $a_i^{\nu}\in\mathbb{R}_+$, $\forall i\in\bar{M}$, $\forall\nu\in\bar{\mathbb{N}}$

$0<\rho^{\nu}<1$, $\forall\nu\in\bar{\mathbb{N}}$.

$\mathbb{T}^{\nu}$ es una ***tecnología de tipo Cobb-Douglas*** para cada ciudadano.

Inducida por la función de producción de tipo Cobb-Douglas $f_{\beta,\bar{\alpha}}$

$f_{\beta,\bar{\alpha}}:\mathbb{R}_+^3\to\mathbb{R}$

$f_{\beta,\bar{\alpha}}(Y)=f_{\beta,\bar{\alpha}}(y_0,y_1,y_2)=\beta\cdot y_0^{\alpha_0}\cdot y_1^{\alpha_1}\cdot y_2^{\alpha_2}=\Pi_{i=o}^{2}\beta\cdot y_i^{\alpha_i}$.

donde $\beta>0$ y $\bar{\alpha}>\bar{0}$ un vector , $\bar{\alpha}\in\mathbb{R}_+^3$, con $\bar{\alpha}=(\alpha_0,\alpha_1,\alpha_2)$

$\mathbf{M}^{\nu}$ es un ***método de estimación de precios.***

$\bar{\omega}^{\nu}$ es un ***vector de capacidad de trabajo***[16] para cada ciudadano de la forma $\bar{\omega}^{\nu}=\gamma^{\nu}\ e_0$

donde para el periodo incial tendremos que $\gamma^{\nu}=1$, $\forall\ \nu\in\bar{\mathbb{N}}$, es decir, supondremos que la capacidad de trabajo para cada ciudadano será el vector $\bar{\omega}^{\nu}=(1,0,0)$

Después consideraremos el establecimiento de un sistema de precios inicial $\mathbb{P}^0=(1,1,1)$ y como marco de referencia un $0-$*estadio* inicial $\mathbf{E}^0=\left[\mathbb{H}^0,(w^{\nu})_{\nu\in\bar{\mathbb{N}}}\right]$ para la economía ε^*, donde el vector de acervos inicial será una unidad del correspondiente bien que el ciudadano produzca, es decir,

$$w^{\nu}=e_{i^{\nu}}$$

donde $i_0^{\nu}\in M=\{1,2\}$ y corresponde al bien que es producido por el ciudadano ν y $e_{i_0^{\nu}}$ es el vector canónico de $\mathbb{R}^3$ cuya i^{ν}-ésima entrada es $\delta_{i^{\nu}\ j}=\left\{\begin{array}{ll}1 & si\ i^{\nu}=j \\ 0 & si\ i^{\nu}\neq j\end{array}\right\}$

Entonces todos los movimientos y transacciones se llevarán a cabo y surgirá el sistema de precios de equilibrio de donde se definirán los nuevos acervos con los que cada ciudadano empezará el periodo siguiente, siendo así como podremos analizar si cada ciudadano se "enriqueze" o se "empobrece", y como ya se mencionó anteriormente, estos nuevos acervos están en función

[16] En el capítulo I se mencionó la suposición de que la fuerza de trabajo será una fuente inagotable para cada ciudadano y se reproducirá periodo a periodo en las mismas proporciones. Para efectos de la simulación supondremos que de un periodo a otro cada ciudadano reaparecerá con una unidad de fuerza de trabajo.

del vector de oferta de bienes evaluado en el sistema de precios de equilibrio, el cual habiamos establecido que era calculado como :

$$\hat{V}^{\nu}(\mathbb{P}^{*},\mathbb{I}) = f^{\nu}_{\beta^{\nu},\hat{\alpha}^{\nu}}(\hat{U}^{\nu})e_{i^{\nu}} = \beta^{\nu}\Pi_{i=0}^{2}\left(\frac{\alpha_i^{\nu}}{P_i^{*}}\right)^{\alpha_i^{\nu}}\frac{\mathbb{I}^{S_{\hat{\alpha}}^{\nu}}}{S_{\hat{\alpha}}^{\nu S_{\hat{\alpha}}^{\nu}}}e_{i^{\nu}}$$

que a su vez depende de la función de producción del tipo Cobb-Douglas $f^{\nu}_{\beta^{\nu},\hat{\alpha}^{\nu}}$, por lo que en resumen podemos establecer que la evolución de los acervos de cada ciudadano se reduce a estudiar dicha función de producción y en particular el coeficiente definido como $S_{\hat{\alpha}} = \sum_{i=0}^{2}\alpha_i$ que a fin de cuentas es el que determina el tipo de función de producción pues habíamos establecido que :

Si $S_{\hat{\alpha}} < 1$, $f^{\nu}_{\beta^{\nu},\hat{\alpha}^{\nu}}$ es una función de producción del tipo sub Cobb-Douglas.

Si $S_{\hat{\alpha}} = 1$, $f^{\nu}_{\beta^{\nu},\hat{\alpha}^{\nu}}$ es una función de producción del tipo estrictamente Cobb-Douglas.

Si $S_{\hat{\alpha}} > 1$, $f^{\nu}_{\beta^{\nu},\hat{\alpha}^{\nu}}$ es una función de producción del tipo super Cobb-Douglas.

Es por eso que como parte central de éste análisis, se hara una simulación suponiendo que todos los ciudadanos cuentan con una función de producción del tipo sub Cobb-Douglas, otra donde todos los ciudadanos cuentan con una función de producción del tipo estrictamente Cobb-Douglas y por último una simulación donde todos los ciudadanos cuentan con una función de producción del tipo super Cobb-Douglas y así determinar el impacto que ésto provoca en el crecimiento de la economía.

2.- Resultados de la simulación.

A continuación se presentan los resultados obtenidos por la simulación para cada uno de los casos considerados.

Las primeras tablas de cada caso corresponden a los diferentes módulos de la simulación, es decir, las partes en las que se declaran los parámetros de entrada, en donde se realiza la optimización y en donde se calcula el sistema de precios de equilibrio y se determinan los estadios de la economía.

PARAMETROS

1	# BIEN 1 =	10
2	# BIEN 2 =	10

ACERVOS

	INICIAL	ESTIMADO	
	HOY	MAÑANA	EQUILIBRIO
BIEN 0	1.000	1.000	0.133
BIEN 1	1.000	1.000	0.291
BIEN 2	1.000	1.000	0.577

TIPO DE FUNCION DE PRODUCCION	
SUB COBB-DOUGLAS	20
ESTRICTAMENTE COBB-DOUGLAS	0
SUPER COBB-DOUGLAS	0

		FUNCION DE :		CAPACIDAD		ACERVOS	
	ACERVOS	UTILIDAD	PRODUCCION	DE TRABAJO	V (P*)	FINALES	
2 CIUDADANO 1							
		0.400	1.000				
BIEN 0	1.000	0.024	0.150	1.000	0.000	1.000	
BIEN 1	0.000	0.457	0.240	0.000	0.000	0.000	
BIEN 2	0.590	0.519	0.110	0.000	0.590	0.590	
SUMA		1.000	0.500				SUB COBB-DOUGLAS
2 CIUDADANO 2							
		0.400	1.000				
BIEN0	1.000	0.248	0.310	1.000	0.000	1.000	
BIEN1	0.000	0.447	0.154	0.000	0.000	0.000	
BIEN2	0.617	0.305	0.190	0.000	0.617	0.617	
SUMA		1.000	0.654				SUB COBB-DOUGLAS
1 CIUDADANO 3							
		0.400	1.000				
BIEN0	1.000	0.554	0.380	1.000	0.000	1.000	
BIEN1	0.731	0.280	0.147	0.000	0.731	0.731	
BIEN2	0.000	0.166	0.150	0.000	0.000	0.000	
SUMA		1.000	0.677				SUB COBB-DOUGLAS
2 CIUDADANO 4							
		0.400	1.000				
BIEN0	1.000	0.586	0.221	1.000	0.000	1.000	
BIEN1	0.000	0.354	0.104	0.000	0.000	0.000	
BIEN2	0.527	0.060	0.305	0.000	0.527	0.527	
SUMA		1.000	0.630				SUB COBB-DOUGLAS
2 CIUDADANO 5							
		0.400	1.000				
BIEN0	1.000	0.086	0.280	1.000	0.000	1.000	
BIEN1	0.000	0.140	0.110	0.000	0.000	0.000	
BIEN2	0.596	0.774	0.221	0.000	0.596	0.596	
SUMA		1.000	0.611				SUB COBB-DOUGLAS
2 CIUDADANO 6							
		0.400	1.000				
BIEN0	1.000	0.645	0.124	1.000	0.000	1.000	
BIEN1	0.000	0.125	0.145	0.000	0.000	0.000	

BIEN2	0.493	0.230	0.285	0.000	0.493	0.493	
SUMA		1.000	0.554				SUB COBB-DOUGLAS

1 CIUDADANO 7

		0.400	1.000				
BIEN0	1.000	0.123	0.189	1.000	0.000	1.000	
BIEN1	0.569	0.159	0.174	0.000	0.569	0.569	
BIEN2	0.000	0.718	0.154	0.000	0.000	0.000	
SUMA		1.000	0.517				SUB COBB-DOUGLAS

1 CIUDADANO 8

		0.400	1.000				
BIEN0	1.000	0.172	0.170	1.000	0.000	1.000	
BIEN1	0.508	0.087	0.108	0.000	0.508	0.508	
BIEN2	0.000	0.741	0.308	0.000	0.000	0.000	
SUMA		1.000	0.586				SUB COBB-DOUGLAS

1 CIUDADANO 9

		0.400	1.000				
BIEN0	1.000	0.123	0.289	1.000	0.000	1.000	
BIEN1	0.674	0.159	0.204	0.000	0.674	0.674	
BIEN2	0.000	0.718	0.105	0.000	0.000	0.000	
SUMA		1.000	0.598				SUB COBB-DOUGLAS

2 CIUDADANO 10

		0.400	1.000				
BIEN0	1.000	0.012	0.147	1.000	0.000	1.000	
BIEN1	0.000	0.591	0.214	0.000	0.000	0.000	
BIEN2	0.521	0.397	0.197	0.000	0.521	0.521	
SUMA		1.000	0.558				SUB COBB-DOUGLAS

2 CIUDADANO 11

		0.400	1.000				
BIEN0	1.000	0.554	0.258	1.000	0.000	1.000	
BIEN1	0.000	0.033	0.201	0.000	0.000	0.000	
BIEN2	0.604	0.413	0.147	0.000	0.604	0.604	
SUMA		1.000	0.606				SUB COBB-DOUGLAS

2 CIUDADANO 12

		0.400	1.000				
BIEN0	1.000	0.852	0.104	1.000	0.000	1.000	
BIEN1	0.000	0.123	0.209	0.000	0.000	0.000	
BIEN2	0.493	0.025	0.250	0.000	0.493	0.493	
SUMA		1.000	0.563				SUB COBB-DOUGLAS

2 CIUDADANO 13

		0.400	1.000				
BIEN0	1.000	0.159	0.180	1.000	0.000	1.000	
BIEN1	0.000	0.357	0.200	0.000	0.000	0.000	
BIEN2	0.589	0.484	0.123	0.000	0.589	0.589	
SUMA		1.000	0.503				SUB COBB-DOUGLAS

1 CIUDADANO 14

		0.400	1.000				
BIEN0	1.000	0.033	0.159	1.000	0.000	1.000	
BIEN1	0.550	0.032	0.254	0.000	0.550	0.550	
BIEN2	0.000	0.935	0.156	0.000	0.000	0.000	
SUMA		1.000	0.569				SUB COBB-DOUGLAS

1 CIUDADANO 15

		0.400	1.000				
BIEN0	1.000	0.012	0.193	1.000	0.000	1.000	
BIEN1	0.560	0.951	0.248	0.000	0.560	0.560	
BIEN2	0.000	0.037	0.156	0.000	0.000	0.000	
SUMA		1.000	0.597				SUB COBB-DOUGLAS

1 CIUDADANO 16

		0.400	1.000				
BIEN0	1.000	0.125	0.203	1.000	0.000	1.000	
BIEN1	0.604	0.312	0.168	0.000	0.604	0.604	
BIEN2	0.000	0.563	0.123	0.000	0.000	0.000	
SUMA		1.000	0.494				SUB COBB-DOUGLAS

1 CIUDADANO 17

		0.400	1.000				
BIEN0	1.000	0.400	0.357	1.000	0.000	1.000	
BIEN1	0.738	0.350	0.142	0.000	0.738	0.738	
BIEN2	0.000	0.250	0.124	0.000	0.000	0.000	
SUMA		1.000	0.623				SUB COBB-DOUGLAS

1 CIUDADANO 18

		0.400	2.132				
BIEN0	1.000	0.600	0.354	1.000	0.000	1.000	
BIEN1	2.212	0.100	0.128	0.000	2.212	2.212	
BIEN2	0.000	0.300	0.201	0.000	0.000	0.000	
SUMA		1.000	0.683				SUB COBB-DOUGLAS

1 CIUDADANO 19

		0.400	1.000				
BIEN0	1.000	0.059	0.112	1.000	0.000	1.000	
BIEN1	0.514	0.022	0.321	0.000	0.514	0.514	
BIEN2	0.000	0.919	0.207	0.000	0.000	0.000	
SUMA		1.000	0.640				SUB COBB-DOUGLAS

2 CIUDADANO 20

		0.400	1.000				
BIEN0	1.000	0.456	0.159	1.000	0.000	1.000	
BIEN1	0.000	0.357	0.270	0.000	0.000	0.000	
BIEN2	0.494	0.187	0.240	0.000	0.494	0.494	
SUMA		1.000	0.669				SUB COBB-DOUGLAS

SISTEMAS DE PRECIOS

	INICIAL HOY	ESTIMADO MAÑANA	EQUILIBRIO
BIEN 0	1.000	1.000	0.133
BIEN 1	1.000	1.000	0.291
BIEN 2	1.000	1.000	0.577

CIUDADANO 1

	DEMANDA DE MEDIOS DE PRODUCCION	OFERTA DE BIENES PARA MAÑANA	DEMANDA DE MEDIOS DE: CONSUMO	DEMANDA DE MEDIOS DE: CONSUMO PARA MAÑANANA	U (P*)	V (P*)
	U	V	X	X-		
BIEN 0	0.080	1.000	0.031	0.007	0.600	0.000
BIEN 1	0.127	0.000	0.606	0.140	0.438	0.000
BIEN 2	0.058	0.305	0.688	0.158	0.101	0.590
					F(U) =	0.590

RIQUEZA (1) =	1.590
CONSUMO (1) =	1.325
INVERSION (1) =	0.265
VENTAS (1) =	0.305
VALOR (1) =	-1.275

CIUDADANO 2

	DEMANDA DE MEDIOS DE PRODUCCION	OFERTA DE BIENES PARA MAÑANA	DEMANDA DE MEDIOS DE: CONSUMO	DEMANDA DE MEDIOS DE: CONSUMO PARA MAÑANANA	U (P*)	V (P*)
	U	V	X	X-		
BIEN 0	0.1590	1.000	0.318	0.061	1.198	0.000
BIEN 1	0.0790	0.000	0.573	0.110	0.272	0.000
BIEN 2	0.0974	0.246	0.391	0.075	0.169	0.617
					F(U) =	0.617

RIQUEZA (2) =	1.617
CONSUMO (2) =	1.282
INVERSION (2) =	0.335
VENTAS (2) =	0.246
VALOR (2) =	-1.734

CIUDADANO 3

	DEMANDA DE MEDIOS DE PRODUCCION	OFERTA DE BIENES PARA MAÑANA	DEMANDA DE MEDIOS DE: CONSUMO	DEMANDA DE MEDIOS DE: CONSUMO PARA MAÑANANA	U (P*)	V (P*)
	U	V	X	X-		
BIEN 0	0.207	1.000	0.755	0.144	1.561	0.000
BIEN 1	0.080	0.260	0.381	0.073	0.276	0.731
BIEN 2	0.082	0.000	0.226	0.043	0.142	0.000
					F(U) =	0.731

RIQUEZA (3) =	1.731
CONSUMO (3) =	1.362
INVERSION (3) =	0.369
VENTAS (3) =	0.260
VALOR (3) =	-1.502

CIUDADANO 4

	DEMANDA DE MEDIOS DE PRODUCCION	OFERTA DE BIENES PARA MAÑANA	DEMANDA DE MEDIOS DE: CONSUMO	DEMANDA DE MEDIOS DE: CONSUMO PARA MAÑANANA	U (P*)	V (P*)
	U	V	X	X-		

RIQUEZA (4) =	1.527
CONSUMO (4) =	1.220

BIEN 0	0.108	1.000	0.715	0.147	0.813	0.000	INVERSION (4) =	0.307
BIEN 1	0.051	0.000	0.432	0.089	0.175	0.000	VENTAS (4) =	0.251
BIEN 2	0.149	0.251	0.073	0.015	0.258	0.527	VALOR (4) =	-1.605
					F(U) =	0.527		

CIUDADANO 5

DEMANDA DE MEDIOS DE PRODUCCION		OFERTA DE BIENES PARA MAÑANA	DEMANDA DE MEDIOS DE :					
			CONSUMO	CONSUMO PARA MAÑANANA	U (P*)	V (P*)	RIQUEZA (5) =	1.596
	U	V	X	X-			CONSUMO (5) =	1.283
BIEN 0	0.144	1.000	0.110	0.023	1.083	0.000	INVERSION (5) =	0.313
BIEN 1	0.056	0.000	0.180	0.037	0.194	0.000	VENTAS (5) =	0.262
BIEN 2	0.113	0.262	0.993	0.203	0.197	0.596	VALOR (5) =	-1.257
					F(U) =	0.596		

CIUDADANO 6

DEMANDA DE MEDIOS DE PRODUCCION		OFERTA DE BIENES PARA MAÑANA	DEMANDA DE MEDIOS DE :					
			CONSUMO	CONSUMO PARA MAÑANANA	U (P*)	V (P*)	RIQUEZA (6) =	1.493
	U	V	X	X-			CONSUMO (6) =	1.223
BIEN 0	0.061	1.000	0.789	0.177	0.457	0.000	INVERSION (6) =	0.271
BIEN 1	0.071	0.000	0.153	0.034	0.244	0.000	VENTAS (6) =	0.274
BIEN 2	0.139	0.274	0.281	0.063	0.242	0.493	VALOR (6) =	-1.501
					F(U) =	0.493		

CIUDADANO 7

DEMANDA DE MEDIOS DE PRODUCCION		OFERTA DE BIENES PARA MAÑANA	DEMANDA DE MEDIOS DE :					
			CONSUMO	CONSUMO PARA MAÑANANA	U (P*)	V (P*)	RIQUEZA (7) =	1.569
	U	V	X	X-			CONSUMO (7) =	1.300
BIEN 0	0.098	1.000	0.160	0.035	0.741	0.000	INVERSION (7) =	0.269
BIEN 1	0.090	0.288	0.207	0.046	0.311	0.569	VENTAS (7) =	0.288
BIEN 2	0.080	0.000	0.934	0.207	0.139	0.000	VALOR (7) =	-1.283
					F(U) =	0.569		

CIUDADANO 8

DEMANDA DE MEDIOS DE PRODUCCION		OFERTA DE BIENES PARA MAÑANA	DEMANDA DE MEDIOS DE :					
			CONSUMO	CONSUMO PARA MAÑANANA	U (P*)	V (P*)	RIQUEZA (8) =	1.508
	U	V	X	X-			CONSUMO (8) =	1.221
BIEN 0	0.083	1.000	0.210	0.046	0.626	0.000	INVERSION (8) =	0.286
BIEN 1	0.053	0.266	0.106	0.023	0.182	0.508	VENTAS (8) =	0.266

BIEN 2	0.150	0.000	0.905	0.197	0.261	0.000
					F(U) =	0.508

VALOR (8) =	-1.263

CIUDADANO 9

DEMANDA DE MEDIOS DE PRODUCCION		OFERTA DE BIENES PARA MAÑANA	DEMANDA DE MEDIOS DE : CONSUMO	DEMANDA DE MEDIOS DE : CONSUMO PARA MANANANA	U (P*)	V (P*)
	U	V	X	X-		
BIEN 0	0.156	1.000	0.166	0.034	1.178	0.000
BIEN 1	0.110	0.276	0.215	0.044	0.380	0.674
BIEN 2	0.057	0.000	0.970	0.198	0.098	0.000
					F(U) =	0.674

RIQUEZA (9) =	1.674
CONSUMO (9) =	1.351
INVERSION (9) =	0.323
VENTAS (9) =	0.276
VALOR (9) =	-1.356

CIUDADANO 10

DEMANDA DE MEDIOS DE PRODUCCION		OFERTA DE BIENES PARA MAÑANA	DEMANDA DE MEDIOS DE : CONSUMO	DEMANDA DE MEDIOS DE : CONSUMO PARA MANANANA	U (P*)	V (P*)
	U	V	X	X-		
BIEN 0	0.073	1.000	0.015	0.003	0.551	0.000
BIEN 1	0.106	0.000	0.735	0.158	0.366	0.000
BIEN 2	0.098	0.267	0.493	0.106	0.170	0.521
					F(U) =	0.521

RIQUEZA (10) =	1.521
CONSUMO (10) =	1.244
INVERSION (10) =	0.278
VENTAS (10) =	0.267
VALOR (10) =	-1.339

CIUDADANO 11

DEMANDA DE MEDIOS DE PRODUCCION		OFERTA DE BIENES PARA MAÑANA	DEMANDA DE MEDIOS DE : CONSUMO	DEMANDA DE MEDIOS DE : CONSUMO PARA MANANANA	U (P*)	V (P*)
	U	V	X	X-		
BIEN 0	0.133	1.000	0.715	0.143	1.005	0.000
BIEN 1	0.104	0.000	0.042	0.008	0.357	0.000
BIEN 2	0.076	0.258	0.534	0.107	0.132	0.604
					F(U) =	0.604

RIQUEZA (11) =	1.604
CONSUMO (11) =	1.291
INVERSION (11) =	0.313
VENTAS (11) =	0.258
VALOR (11) =	-1.418

CIUDADANO 12

DEMANDA DE MEDIOS DE PRODUCCION		OFERTA DE BIENES PARA MAÑANA	DEMANDA DE MEDIOS DE : CONSUMO	DEMANDA DE MEDIOS DE : CONSUMO PARA MANANANA	U (P*)	V (P*)
	U	V	X	X-		
BIEN 0	0.051	1.000	1.038	0.229	0.382	0.000
BIEN 1	0.102	0.000	0.150	0.033	0.351	0.000
BIEN 2	0.122	0.269	0.030	0.007	0.211	0.493
					F(U) =	0.493

RIQUEZA (12) =	1.493
CONSUMO (12) =	1.218
INVERSION (12) =	0.274
VENTAS (12) =	0.269
VALOR (12) =	-1.196

CIUDADANO 13

	DEMANDA DE MEDIOS DE PRODUCCION	OFERTA DE BIENES PARA MAÑANA	DEMANDA DE MEDIOS DE: CONSUMO	DEMANDA DE MEDIOS DE: CONSUMO PARA MAÑANANA	U (P')	V (P')
	U	V	X	X-		
BIEN 0	0.095	1.000	0.210	0.047	0.718	0.000
BIEN 1	0.106	0.000	0.472	0.107	0.364	0.000
BIEN 2	0.065	0.299	0.640	0.145	0.113	0.589
					F(U) =	0.589

RIQUEZA (13) =	1.589
CONSUMO (13) =	1.322
INVERSION (13) =	0.266
VENTAS (13) =	0.299
VALOR (13) =	-1.515

CIUDADANO 14

	DEMANDA DE MEDIOS DE PRODUCCION	OFERTA DE BIENES PARA MAÑANA	DEMANDA DE MEDIOS DE: CONSUMO	DEMANDA DE MEDIOS DE: CONSUMO PARA MAÑANANA	U (P')	V (P')
	U	V	X	X-		
BIEN 0	0.080	1.000	0.041	0.009	0.605	0.000
BIEN 1	0.128	0.267	0.041	0.009	0.442	0.550
BIEN 2	0.079	0.000	1.181	0.250	0.137	0.000
					F(U) =	0.550

RIQUEZA (14) =	1.550
CONSUMO (14) =	1.263
INVERSION (14) =	0.287
VENTAS (14) =	0.267
VALOR (14) =	-0.892

CIUDADANO 15

	DEMANDA DE MEDIOS DE PRODUCCION	OFERTA DE BIENES PARA MAÑANA	DEMANDA DE MEDIOS DE: CONSUMO	DEMANDA DE MEDIOS DE: CONSUMO PARA MAÑANANA	U (P')	V (P')
	U	V	X	X-		
BIEN 0	0.097	1.000	0.016	0.003	0.733	0.000
BIEN 1	0.125	0.256	1.197	0.243	0.430	0.560
BIEN 2	0.079	0.000	0.046	0.009	0.136	0.000
					F(U) =	0.560

RIQUEZA (15) =	1.560
CONSUMO (15) =	1.259
INVERSION (15) =	0.301
VENTAS (15) =	0.256
VALOR (15) =	-0.797

CIUDADANO 16

	DEMANDA DE MEDIOS DE PRODUCCION	OFERTA DE BIENES PARA MAÑANA	DEMANDA DE MEDIOS DE: CONSUMO	DEMANDA DE MEDIOS DE: CONSUMO PARA MAÑANANA	U (P')	V (P')
	U	V	X	X-		
BIEN 0	0.109	1.000	0.167	0.038	0.820	0.000
BIEN 1	0.090	0.304	0.418	0.095	0.310	0.604
BIEN 2	0.066	0.000	0.754	0.171	0.114	0.000
					F(U) =	0.604

RIQUEZA (16) =	1.604
CONSUMO (16) =	1.339
INVERSION (16) =	0.265
VENTAS (16) =	0.304
VALOR (16) =	-1.432

CIUDADANO 17

	DEMANDA DE MEDIOS DE PRODUCCION	OFERTA DE BIENES PARA MAÑANA	DEMANDA DE MEDIOS DE: CONSUMO	DEMANDA DE MEDIOS DE: CONSUMO PARA MANANANA	U (P*)	V (P*)	RIQUEZA (17) =	1.738
	U	V	X	X-			CONSUMO (17) =	1.391
BIEN 0	0.199	1.000	0.556	0.112	1.498	0.000	INVERSION (17) =	0.347
BIEN 1	0.079	0.281	0.487	0.098	0.272	0.738	VENTAS (17) =	0.281
BIEN 2	0.069	0.000	0.348	0.070	0.120	0.000	VALOR (17) =	-1.588
					F(U) =	0.738		

CIUDADANO 18

	DEMANDA DE MEDIOS DE PRODUCCION	OFERTA DE BIENES PARA MAÑANA	DEMANDA DE MEDIOS DE: CONSUMO	DEMANDA DE MEDIOS DE: CONSUMO PARA MANANANA	U (P*)	V (P*)	RIQUEZA (18) =	3.212
	U	V	X	X-			CONSUMO (18) =	2.523
BIEN 0	0.357	1.000	1.514	0.496	2.693	0.000	INVERSION (18) =	0.689
BIEN 1	0.129	0.827	0.252	0.083	0.445	2.212	VENTAS (18) =	0.827
BIEN 2	0.203	0.000	0.757	0.248	0.352	0.000	VALOR (18) =	-0.314
					F(U) =	2.212		

CIUDADANO 19

	DEMANDA DE MEDIOS DE PRODUCCION	OFERTA DE BIENES PARA MAÑANA	DEMANDA DE MEDIOS DE: CONSUMO	DEMANDA DE MEDIOS DE: CONSUMO PARA MANANANA	U (P*)	V (P*)	RIQUEZA (19) =	1.514
	U	V	X	X-			CONSUMO (19) =	1.205
BIEN 0	0.054	1.000	0.072	0.015	0.407	0.000	INVERSION (19) =	0.309
BIEN 1	0.155	0.246	0.027	0.005	0.533	0.514	VENTAS (19) =	0.246
BIEN 2	0.100	0.000	1.107	0.226	0.173	0.000	VALOR (19) =	-1.086
					F(U) =	0.514		

CIUDADANO 20

	DEMANDA DE MEDIOS DE PRODUCCION	OFERTA DE BIENES PARA MAÑANA	DEMANDA DE MEDIOS DE: CONSUMO	DEMANDA DE MEDIOS DE: CONSUMO PARA MANANANA	U (P*)	V (P*)	RIQUEZA (20) =	1.494
	U	V	X	X-			CONSUMO (20) =	1.179
BIEN 0	0.075	1.000	0.538	0.103	0.565	0.000	INVERSION (20) =	0.315
BIEN 1	0.127	0.000	0.421	0.080	0.438	0.000	VENTAS (20) =	0.225
BIEN 2	0.113	0.225	0.220	0.042	0.196	0.494	VALOR (20) =	-1.814
					F(U) =	0.494		

SISTEMA DE PRECIOS DE EQUILIBRIO

	INICIAL	EQUILIBRIO
BIEN 0	1.000	0.133
BIEN 1	1.000	0.291
BIEN 2	1.000	0.577

TOTALES	DEMANDA DE MEDIOS DE PRODUCCION	OFERTA DE BIENES PARA MAÑANA	DEMANDA DE MEDIOS DE CONSUMO HOY	DEMANDA DE MEDIOS DE CONSUMO MAÑANA	ACERVOS TOTALES	CONSUMO INVERSION DEMANDA TOTAL delta	26.802 6.383 DEMANDA DE EXCESO
BIEN 0	2.419	20.000	8.137	1.873	20.000	10.555	-9.445
BIEN 1	1.969	3.272	7.094	1.514	7.660	9.064	1.404
BIEN 2	1.995	2.655	11.571	2.540	5.525	13.566	8.041

$$I = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad M = \begin{bmatrix} 0.304 & 0.733 & 1.503 \\ 0.128 & 0.232 & 0.600 \\ 0.095 & 0.218 & 0.352 \end{bmatrix}$$

M W = W IO SE CUMPLE
P* M = P* SE CUMPLE

$$(I - M) = \begin{bmatrix} 0.696 & -0.733 & -1.503 \\ -0.128 & 0.768 & -0.600 \\ -0.095 & -0.218 & 0.648 \end{bmatrix} \qquad Cij = \begin{bmatrix} 0.367 & 0.140 & 0.101 \\ 0.803 & 0.307 & 0.222 \\ 1.594 & 0.611 & 0.440 \end{bmatrix}$$

$$(I - M)^* = \begin{bmatrix} 0.367 & 0.803 & 1.594 \\ 0.140 & 0.307 & 0.611 \\ 0.101 & 0.222 & 0.440 \end{bmatrix} \qquad (I - M)^* (I - M) = \begin{bmatrix} 0.000 & 0.000 & 0.000 \\ 0.000 & 0.000 & 0.000 \\ 0.000 & 0.000 & 0.000 \end{bmatrix}$$

ESTADIOS DE LA ECONOMIA.

SIMULACION

LIMPIAR

	PERIODO 0	PERIODO 1	PERIODO 2	PERIODO 3	PERIODO 4	PERIODO 5	PERIODO 6	PERIODO 7
PRECIOS .								
BIEN 0	0.1836	0.1331	0.1300	0.1312	0.1320	0.1324	0.1325	0.1326
BIEN 1	0.3354	0.3216	0.3038	0.2960	0.2928	0.2915	0.2909	0.2907
BIEN 2	0.4810	0.5454	0.5662	0.5728	0.5752	0.5761	0.5765	0.5767
CIUDADANO 1								
BIEN 0	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
BIEN 1	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
BIEN 2	1.0000	0.6215	0.5851	0.5861	0.5883	0.5895	0.5900	0.5902
CIUDADANO 2								
BIEN0	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
BIEN1	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
BIEN2	1.0000	0.6493	0.6216	0.6202	0.6191	0.6182	0.6177	0.6175
CIUDADANO 3								
BIEN0	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
BIEN1	1.0000	0.7168	0.7214	0.7311	0.7328	0.7323	0.7317	0.7314
BIEN2	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
CIUDADANO 4								
BIEN0	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
BIEN1	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
BIEN2	1.0000	0.6054	0.5471	0.5343	0.5299	0.5282	0.5275	0.5272
CIUDADANO 5								
BIEN0	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
BIEN1	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
BIEN2	1.0000	0.6400	0.6062	0.6013	0.5987	0.5973	0.5966	0.5963
CIUDADANO 6								
BIEN0	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
BIEN1	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
BIEN2	1.0000	0.5747	0.5086	0.4968	0.4944	0.4937	0.4935	0.4935

CIUDADANO 7

BIEN0	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
BIEN1	1.0000	0.6086	0.5710	0.5688	0.5690	0.5691	0.5691	0.5691
BIEN2	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000

CIUDADANO 8

BIEN0	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
BIEN1	1.0000	0.5904	0.5270	0.5138	0.5100	0.5087	0.5082	0.5080
BIEN2	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000

CIUDADANO 9

BIEN0	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
BIEN1	1.0000	0.6758	0.6642	0.6711	0.6736	0.6743	0.6744	0.6744
BIEN2	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000

CIUDADANO 10

BIEN0	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
BIEN1	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
BIEN2	1.0000	0.5818	0.5268	0.5207	0.5206	0.5209	0.5211	0.5212

CIUDADANO 11

BIEN0	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
BIEN1	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
BIEN2	1.0000	0.6337	0.6031	0.6034	0.6041	0.6043	0.6043	0.6043

CIUDADANO 12

BIEN0	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
BIEN1	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
BIEN2	1.0000	0.5703	0.5032	0.4934	0.4923	0.4924	0.4926	0.4926

CIUDADANO 13

BIEN0	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
BIEN1	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
BIEN2	1.0000	0.6193	0.5860	0.5863	0.5876	0.5881	0.5884	0.5885

CIUDADANO 14

BIEN0	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
BIEN1	1.0000	0.5988	0.5500	0.5470	0.5482	0.5491	0.5496	0.5498
BIEN2	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000

CIUDADANO 15

BIEN0	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
BIEN1	1.000	0.605	0.560	0.557	0.558	0.559	0.559	0.560
BIEN2	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000

CIUDADANO 16

BIEN0	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
BIEN1	1.000	0.630	0.602	0.603	0.604	0.604	0.604	0.604
BIEN2	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000

CIUDADANO 17

BIEN0	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
BIEN1	1.000	0.719	0.727	0.737	0.739	0.739	0.738	0.738
BIEN2	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000

CIUDADANO 18

BIEN0	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
BIEN1	1.000	1.453	1.835	2.042	2.137	2.179	2.198	2.206
BIEN2	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000

CIUDADANO 19

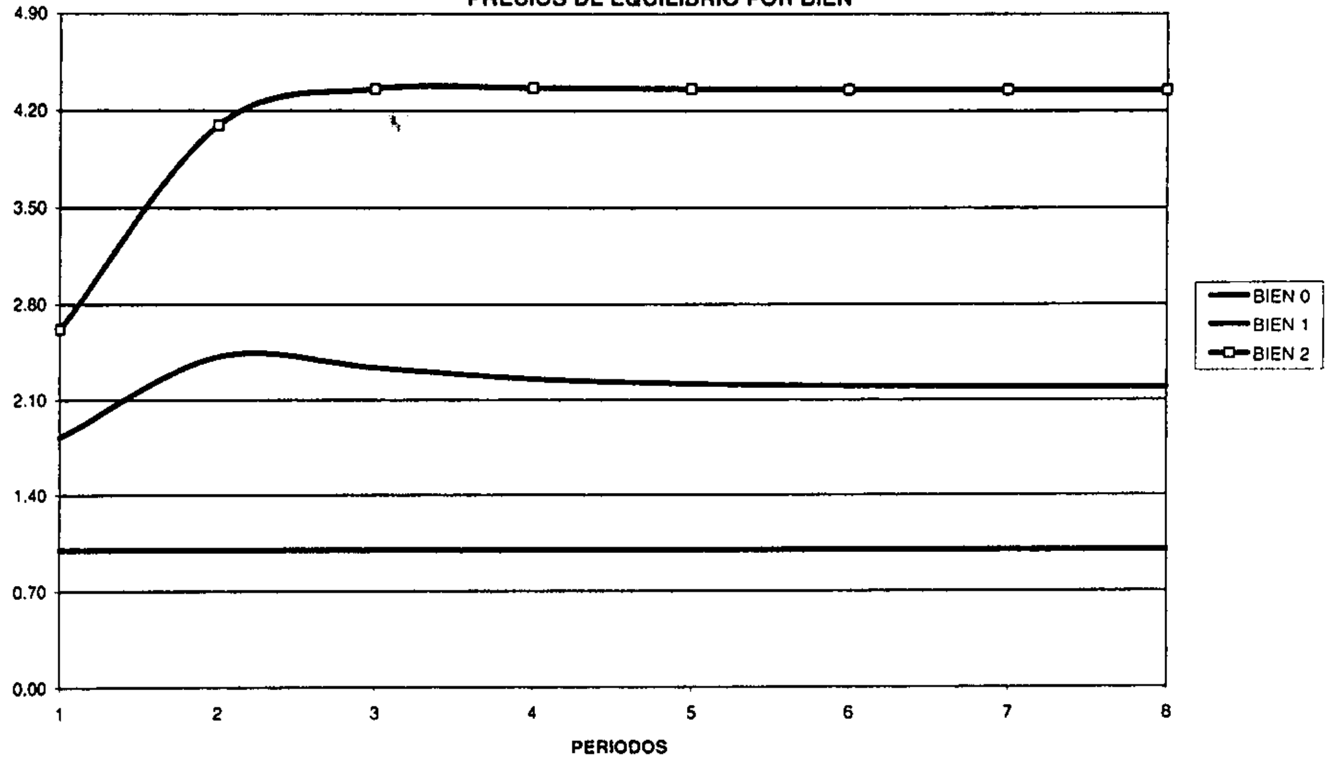
BIEN0	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
BIEN1	1.000	0.587	0.518	0.511	0.511	0.513	0.513	0.513
BIEN2	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000

CIUDADANO 20

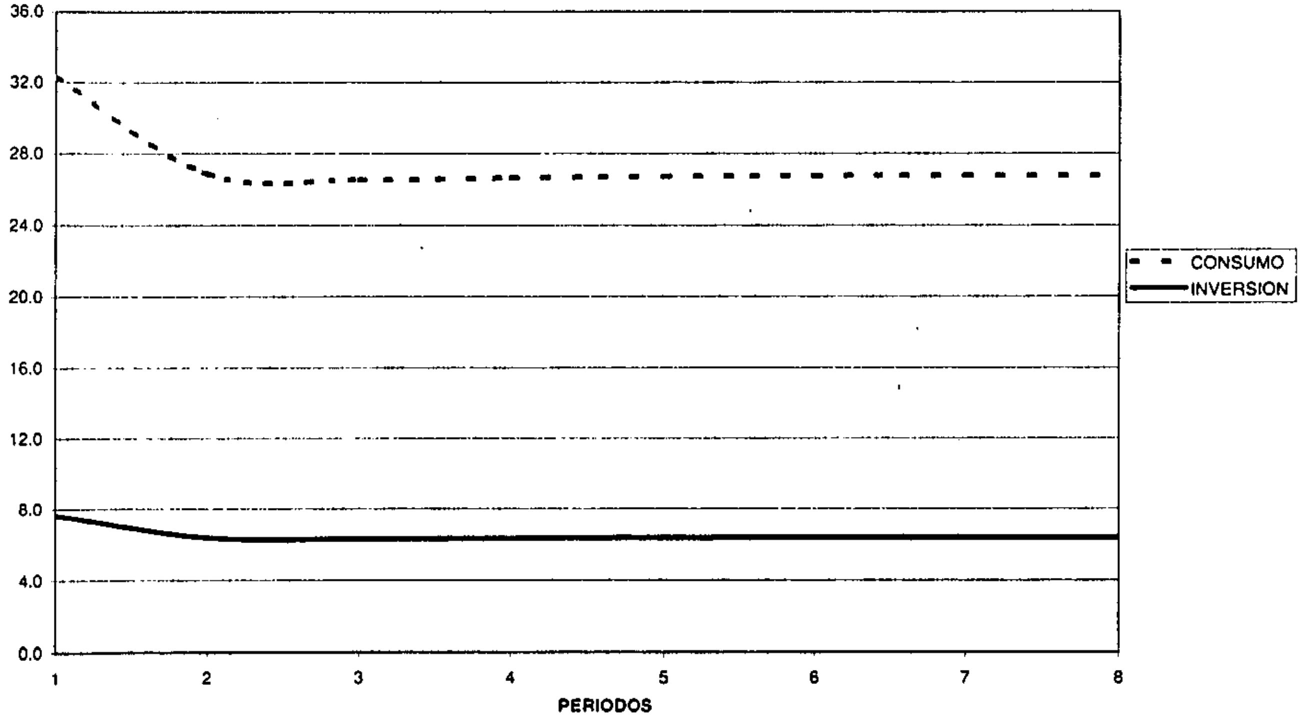
BIEN0	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
BIEN1	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
BIEN2	1.000	0.573	0.504	0.494	0.494	0.494	0.494	0.494

CONSUMO TOTAL	32.357	26.876	26.554	26.671	26.745	26.778	26.792	26.798
INVERSION TOTAL	7.643	6.377	6.314	6.347	6.368	6.378	6.380	6.382

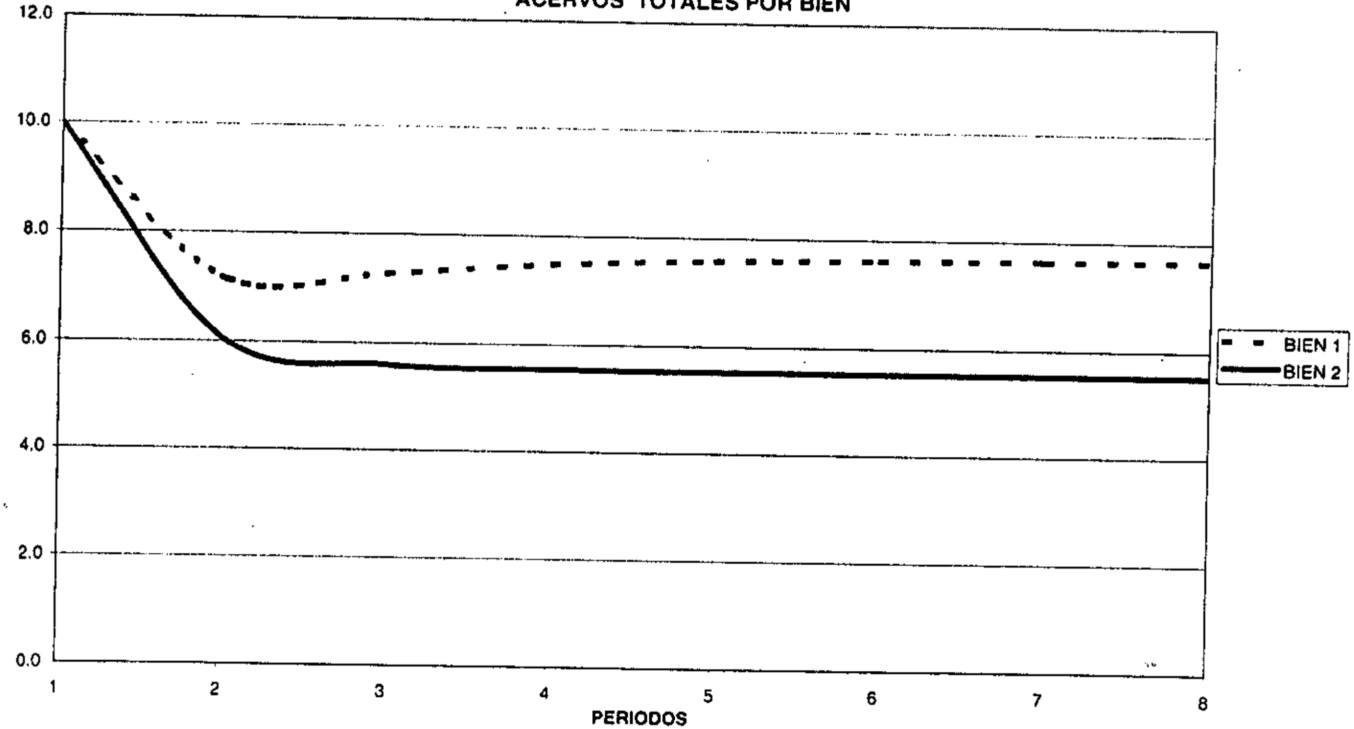
**EVOLUCION DE LOS
PRECIOS DE EQUILIBRIO POR BIEN**



CONSUMOS E INVERSIONES TOTALES



EVOLUCION DE LOS
ACERVOS TOTALES POR BIEN



SUB COBB-DOUGLAS.

SISTEMAS DE PRECIOS

	INICIAL	ESTIMADO	
	HOY	MANANA	EQUILIBRIO
BIEN 0	1.000	1.000	0.163
BIEN 1	1.000	1.000	0.299
BIEN 2	1.000	1.000	0.539

CIUDADANO 1

DEMANDA DE MEDIOS DE PRODUCCION		OFERTA DE BIENES PARA MAÑANA	DEMANDA DE MEDIOS DE : CONSUMO	DEMANDA DE MEDIOS DE : CONSUMO PARA MANANANA	U (P')	V (P')
	U	V	X	X-		
BIEN 0	0.444	1.000	0.040	0.007	2.734	0.000
BIEN 1	0.181	0.000	0.782	0.135	0.606	0.000
BIEN 2	0.058	0.295	0.887	0.153	0.108	1.393
					F(U) =	1.393

RIQUEZA (1) =	2.393
CONSUMO (1) =	1.709
INVERSION (1) =	0.684
VENTAS (1) =	0.295
VALOR (1) =	-1.797

CIUDADANO 2

DEMANDA DE MEDIOS DE PRODUCCION		OFERTA DE BIENES PARA MAÑANA	DEMANDA DE MEDIOS DE : CONSUMO	DEMANDA DE MEDIOS DE : CONSUMO PARA MANANANA	U (P')	V (P')
	U	V	X	X-		
BIEN 0	0.1267	1.000	0.262	0.035	0.780	0.000
BIEN 1	0.1690	0.000	0.472	0.064	0.565	0.000
BIEN 2	0.1267	0.142	0.322	0.043	0.235	0.479
					F(U) =	0.479

RIQUEZA (2) =	1.478
CONSUMO (2) =	1.056
INVERSION (2) =	0.422
VENTAS (2) =	0.142
VALOR (2) =	-2.224

CIUDADANO 3

DEMANDA DE MEDIOS DE PRODUCCION		OFERTA DE BIENES PARA MAÑANA	DEMANDA DE MEDIOS DE : CONSUMO	DEMANDA DE MEDIOS DE : CONSUMO PARA MANANANA	U (P')	V (P')
	U	V	X	X-		
BIEN 0	0.083	1.000	0.572	0.080	0.508	0.000
BIEN 1	0.186	0.145	0.289	0.040	0.622	0.445
BIEN 2	0.144	0.000	0.171	0.024	0.268	0.000
					F(U) =	0.445

RIQUEZA (3) =	1.445
CONSUMO (3) =	1.032
INVERSION (3) =	0.413
VENTAS (3) =	0.145
VALOR (3) =	-2.225

CIUDADANO 4

DEMANDA DE MEDIOS DE PRODUCCION		OFERTA DE BIENES PARA MAÑANA	DEMANDA DE MEDIOS DE : CONSUMO	DEMANDA DE MEDIOS DE : CONSUMO PARA MANANANA	U (P')	V (P')
	U	V	X	X-		

RIQUEZA (4) =	2.155
CONSUMO (4) =	1.539

BIEN 0	0.400	1.000	0.902	0.149	2.462	0.000	INVERSION (4) =	0.616
BIEN 1	0.123	0.000	0.545	0.090	0.412	0.000	VENTAS (4) =	0.254
BIEN 2	0.092	0.254	0.092	0.015	0.171	1.155	VALOR (4) =	-1.343
					F(U) =	1.155		

CIUDADANO 5

DEMANDA DE MEDIOS DE PRODUCCION		OFERTA DE BIENES PARA MAÑANA	DEMANDA DE MEDIOS DE : CONSUMO	DEMANDA DE MEDIOS DE : CONSUMO PARA MAÑANANA	U (P*)	V (P*)		
	U	V	X	X-			RIQUEZA (5) =	1.402
							CONSUMO (5) =	1.001
BIEN 0	0.064	1.000	0.086	0.013	0.392	0.000	INVERSION (5) =	0.401
BIEN 1	0.106	0.000	0.140	0.021	0.355	0.000	VENTAS (5) =	0.153
BIEN 2	0.231	0.153	0.775	0.118	0.428	0.402	VALOR (5) =	-1.746
					F(U) =	0.402		

CIUDADANO 6

DEMANDA DE MEDIOS DE PRODUCCION		OFERTA DE BIENES PARA MAÑANA	DEMANDA DE MEDIOS DE : CONSUMO	DEMANDA DE MEDIOS DE : CONSUMO PARA MAÑANANA	U (P*)	V (P*)		
	U	V	X	X-			RIQUEZA (6) =	1.471
							CONSUMO (6) =	1.051
BIEN 0	0.150	1.000	0.678	0.092	0.923	0.000	INVERSION (6) =	0.420
BIEN 1	0.108	0.000	0.132	0.018	0.363	0.000	VENTAS (6) =	0.142
BIEN 2	0.162	0.142	0.241	0.033	0.300	0.471	VALOR (6) =	-2.034
					F(U) =	0.471		

CIUDADANO 7

DEMANDA DE MEDIOS DE PRODUCCION		OFERTA DE BIENES PARA MAÑANA	DEMANDA DE MEDIOS DE : CONSUMO	DEMANDA DE MEDIOS DE : CONSUMO PARA MAÑANANA	U (P*)	V (P*)		
	U	V	X	X-			RIQUEZA (7) =	2.624
							CONSUMO (7) =	1.874
BIEN 0	0.525	1.000	0.231	0.041	3.228	0.000	INVERSION (7) =	0.750
BIEN 1	0.150	0.336	0.298	0.053	0.502	1.625	VENTAS (7) =	0.336
BIEN 2	0.075	0.000	1.346	0.241	0.139	0.000	VALOR (7) =	-1.337
					F(U) =	1.625		

CIUDADANO 8

DEMANDA DE MEDIOS DE PRODUCCION		OFERTA DE BIENES PARA MAÑANA	DEMANDA DE MEDIOS DE : CONSUMO	DEMANDA DE MEDIOS DE : CONSUMO PARA MAÑANANA	U (P*)	V (P*)		
	U	V	X	X-			RIQUEZA (8) =	1.410
							CONSUMO (8) =	1.007
BIEN 0	0.040	1.000	0.173	0.028	0.248	0.000	INVERSION (8) =	0.403
BIEN 1	0.121	0.164	0.088	0.014	0.404	0.410	VENTAS (8) =	0.164

BIEN 2	0.242	0.000	0.746	0.122	0.449	0.000
					F(U) =	0.410

VALOR (8) = -1.825

CIUDADANO 9

DEMANDA DE MEDIOS DE PRODUCCION		OFERTA DE BIENES PARA MAÑANA	DEMANDA DE MEDIOS DE : CONSUMO	DEMANDA DE MEDIOS DE : CONSUMO PARA MANANANA		
	U	V	X	X-	U (P*)	V (P*)
BIEN 0	0.710	1.000	0.290	0.056	4.370	0.000
BIEN 1	0.150	0.459	0.375	0.073	0.502	2.308
BIEN 2	0.083	0.000	1.694	0.330	0.154	0.000
					F(U) =	2.308

RIQUEZA (9) = 3.302
CONSUMO (9) = 2.359
INVERSION (9) = 0.944
VENTAS (9) = 0.459
VALOR (9) = -1.028

CIUDADANO 10

DEMANDA DE MEDIOS DE PRODUCCION		OFERTA DE BIENES PARA MAÑANA	DEMANDA DE MEDIOS DE : CONSUMO	DEMANDA DE MEDIOS DE : CONSUMO PARA MANANANA		
	U	V	X	X-	U (P*)	V (P*)
BIEN 0	0.049	1.000	0.012	0.002	0.304	0.000
BIEN 1	0.108	0.000	0.594	0.095	0.360	0.000
BIEN 2	0.245	0.161	0.398	0.064	0.454	0.406
					F(U) =	0.406

RIQUEZA (10) = 1.406
CONSUMO (10) = 1.005
INVERSION (10) = 0.402
VENTAS (10) = 0.161
VALOR (10) = -1.883

CIUDADANO 11

DEMANDA DE MEDIOS DE PRODUCCION		OFERTA DE BIENES PARA MAÑANA	DEMANDA DE MEDIOS DE : CONSUMO	DEMANDA DE MEDIOS DE : CONSUMO PARA MANANANA		
	U	V	X	X-	U (P*)	V (P*)
BIEN 0	0.174	1.000	0.655	0.095	1.073	0.000
BIEN 1	0.224	0.000	0.038	0.006	0.748	0.000
BIEN 2	0.075	0.172	0.489	0.071	0.139	0.655
					F(U) =	0.655

RIQUEZA (11) = 1.654
CONSUMO (11) = 1.182
INVERSION (11) = 0.473
VENTAS (11) = 0.172
VALOR (11) = -2.049

CIUDADANO 12

DEMANDA DE MEDIOS DE PRODUCCION		OFERTA DE BIENES PARA MAÑANA	DEMANDA DE MEDIOS DE : CONSUMO	DEMANDA DE MEDIOS DE : CONSUMO PARA MANANANA		
	U	V	X	X-	U (P*)	V (P*)
BIEN 0	0.250	1.000	1.019	0.151	1.539	0.000
BIEN 1	0.076	0.000	0.147	0.022	0.255	0.000
BIEN 2	0.152	0.177	0.030	0.004	0.282	0.674
					F(U) =	0.674

RIQUEZA (12) = 1.675
CONSUMO (12) = 1.196
INVERSION (12) = 0.478
VENTAS (12) = 0.177
VALOR (12) = -1.433

CIUDADANO 13

	DEMANDA DE MEDIOS DE PRODUCCION	OFERTA DE BIENES PARA MAÑANA	DEMANDA DE MEDIOS DE: CONSUMO	DEMANDA DE MEDIOS DE: CONSUMO PARA MAÑANANA	U (P*)	V (P*)
	U	V	X	X-		
BIEN 0	0.392	1.000	0.238	0.040	2.412	0.000
BIEN 1	0.074	0.000	0.535	0.090	0.247	0.000
BIEN 2	0.134	0.251	0.725	0.122	0.248	1.097
					F(U) =	1.097

RIQUEZA (13) =	2.098
CONSUMO (13) =	1.499
INVERSION (13) =	0.599
VENTAS (13) =	0.251
VALOR (13) =	-1.812

CIUDADANO 14

	DEMANDA DE MEDIOS DE PRODUCCION	OFERTA DE BIENES PARA MAÑANA	DEMANDA DE MEDIOS DE: CONSUMO	DEMANDA DE MEDIOS DE: CONSUMO PARA MAÑANANA	U (P*)	V (P*)
	U	V	X	X-		
BIEN 0	0.452	1.000	0.054	0.009	2.779	0.000
BIEN 1	0.101	0.284	0.053	0.009	0.338	1.311
BIEN 2	0.108	0.000	1.544	0.266	0.200	0.000
					F(U) =	1.311

RIQUEZA (14) =	2.312
CONSUMO (14) =	1.651
INVERSION (14) =	0.660
VENTAS (14) =	0.284
VALOR (14) =	-1.214

CIUDADANO 15

	DEMANDA DE MEDIOS DE PRODUCCION	OFERTA DE BIENES PARA MAÑANA	DEMANDA DE MEDIOS DE: CONSUMO	DEMANDA DE MEDIOS DE: CONSUMO PARA MAÑANANA	U (P*)	V (P*)
	U	V	X	X-		
BIEN 0	0.212	1.000	0.014	0.002	1.302	0.000
BIEN 1	0.149	0.161	1.103	0.153	0.499	0.624
BIEN 2	0.103	0.000	0.043	0.006	0.192	0.000
					F(U) =	0.624

RIQUEZA (15) =	1.624
CONSUMO (15) =	1.160
INVERSION (15) =	0.464
VENTAS (15) =	0.161
VALOR (15) =	-1.574

CIUDADANO 16

	DEMANDA DE MEDIOS DE PRODUCCION	OFERTA DE BIENES PARA MAÑANA	DEMANDA DE MEDIOS DE: CONSUMO	DEMANDA DE MEDIOS DE: CONSUMO PARA MAÑANANA	U (P*)	V (P*)
	U	V	X	X-		
BIEN 0	0.238	1.000	0.156	0.023	1.465	0.000
BIEN 1	0.184	0.182	0.389	0.057	0.615	0.744
BIEN 2	0.076	0.000	0.701	0.102	0.142	0.000
					F(U) =	0.744

RIQUEZA (16) =	1.743
CONSUMO (16) =	1.245
INVERSION (16) =	0.498
VENTAS (16) =	0.182
VALOR (16) =	-1.989

CIUDADANO 17

	DEMANDA DE MEDIOS DE PRODUCCION	OFERTA DE BIENES PARA MAÑANA	DEMANDA DE MEDIOS DE : CONSUMO	DEMANDA DE MEDIOS DE : CONSUMO PARA MANANANA	U (P*)	V (P*)
	U	V	X	X-		
BIEN 0	0.070	1.000	0.455	0.073	0.429	0.000
BIEN 1	0.288	0.184	0.399	0.064	0.963	0.595
BIEN 2	0.098	0.000	0.285	0.046	0.182	0.000
					F(U) =	0.595

RIQUEZA (17) =	1.594
CONSUMO (17) =	1.139
INVERSION (17) =	0.455
VENTAS (17) =	0.184
VALOR (17) =	-2.138

CIUDADANO 18

	DEMANDA DE MEDIOS DE PRODUCCION	OFERTA DE BIENES PARA MAÑANA	DEMANDA DE MEDIOS DE : CONSUMO	DEMANDA DE MEDIOS DE : CONSUMO PARA MANANANA	U (P*)	V (P*)
	U	V	X	X-		
BIEN 0	0.074	1.000	0.603	0.086	0.453	0.000
BIEN 1	0.144	0.143	0.101	0.014	0.480	0.407
BIEN 2	0.185	0.000	0.302	0.043	0.343	0.000
					F(U) =	0.407

RIQUEZA (18) =	1.407
CONSUMO (18) =	1.005
INVERSION (18) =	0.402
VENTAS (18) =	0.143
VALOR (18) =	-2.204

CIUDADANO 19

	DEMANDA DE MEDIOS DE PRODUCCION	OFERTA DE BIENES PARA MAÑANA	DEMANDA DE MEDIOS DE : CONSUMO	DEMANDA DE MEDIOS DE : CONSUMO PARA MANANANA	U (P*)	V (P*)
	U	V	X	X-		
BIEN 0	0.043	1.000	0.060	0.010	0.267	0.000
BIEN 1	0.124	0.161	0.022	0.004	0.414	0.407
BIEN 2	0.235	0.000	0.923	0.148	0.436	0.000
					F(U) =	0.407

RIQUEZA (19) =	1.407
CONSUMO (19) =	1.005
INVERSION (19) =	0.402
VENTAS (19) =	0.161
VALOR (19) =	-1.433

CIUDADANO 20

	DEMANDA DE MEDIOS DE PRODUCCION	OFERTA DE BIENES PARA MAÑANA	DEMANDA DE MEDIOS DE : CONSUMO	DEMANDA DE MEDIOS DE : CONSUMO PARA MANANANA	U (P*)	V (P*)
	U	V	X	X-		
BIEN 0	0.105	1.000	0.470	0.073	0.644	0.000
BIEN 1	0.062	0.000	0.368	0.057	0.207	0.000
BIEN 2	0.246	0.161	0.193	0.030	0.456	0.442
					F(U) =	0.442

RIQUEZA (20) =	1.442
CONSUMO (20) =	1.030
INVERSION (20) =	0.412
VENTAS (20) =	0.161
VALOR (20) =	-2.321

SISTEMA DE PRECIOS DE EQUILIBRIO

	INICIAL	EQUILIBRIO
BIEN 0	1.000	0.163
BIEN 1	1.000	0.299
BIEN 2	1.000	0.539

TOTALES

						CONSUMO / INVERSION	25.745 / 10.298
	DEMANDA DE MEDIOS DE PRODUCCION	OFERTA DE BIENES PARA MAÑANA	DEMANDA DE MEDIOS DE CONSUMO HOY	DEMANDA DE MEDIOS DE CONSUMO MAÑANA	ACERVOS TOTALES	DEMANDA TOTAL delta	DEMANDA DE EXCESO
BIEN 0	4.602	20.000	6.970	1.065	20.000	11.572	-8.428
BIEN 1	2.826	2.219	6.868	1.080	8.868	9.695	0.826
BIEN 2	2.870	1.907	11.907	1.981	7.175	14.777	7.602

$$I = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad M = \begin{bmatrix} 0.320 & 0.625 & 1.122 \\ 0.120 & 0.229 & 0.620 \\ 0.139 & 0.239 & 0.317 \end{bmatrix}$$

M W = W SE CUMPLE
P* M = P* IO SE CUMPLE

$$(I - M) = \begin{bmatrix} 0.680 & -0.625 & -1.122 \\ -0.120 & 0.771 & -0.620 \\ -0.139 & -0.239 & 0.683 \end{bmatrix} \qquad Cij = \begin{bmatrix} 0.378 & 0.168 & 0.136 \\ 0.695 & 0.308 & 0.249 \\ 1.253 & 0.555 & 0.449 \end{bmatrix}$$

$$(I - M)^{*} = \begin{bmatrix} 0.378 & 0.695 & 1.253 \\ 0.168 & 0.308 & 0.555 \\ 0.136 & 0.249 & 0.449 \end{bmatrix} \qquad (I - M)^{*}(I - M) = \begin{bmatrix} 0.000 & 0.000 & 0.000 \\ 0.000 & 0.000 & 0.000 \\ 0.000 & 0.000 & 0.000 \end{bmatrix}$$

ESTADIOS DE LA ECONOMIA.

SIMULACION

LIMPIAR

	PERIODO 0	PERIODO 1	PERIODO 2	PERIODO 3	PERIODO 4	PERIODO 5	PERIODO 6	PERIODO 7
PRECIOS.								
BIEN 0	0.1951	0.1571	0.1555	0.1584	0.1602	0.1612	0.1618	0.1621
BIEN 1	0.3325	0.3352	0.3249	0.3155	0.3092	0.3053	0.3027	0.3012
BIEN 2	0.4724	0.5077	0.5196	0.5261	0.5306	0.5335	0.5354	0.5367
CIUDADANO 1								
BIEN 0	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
BIEN 1	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
BIEN 2	1.0000	1.0168	1.1709	1.2765	1.3319	1.3602	1.3751	1.3832
CIUDADANO 2								
BIEN0	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
BIEN1	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
BIEN2	1.0000	0.6109	0.5122	0.4850	0.4775	0.4760	0.4763	0.4769
CIUDADANO 3								
BIEN0	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
BIEN1	1.0000	0.5925	0.4786	0.4480	0.4410	0.4405	0.4415	0.4426
BIEN2	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
CIUDADANO 4								
BIEN0	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
BIEN1	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
BIEN2	1.0000	0.9502	1.0535	1.1197	1.1468	1.1559	1.1580	1.1578
CIUDADANO 5								
BIEN0	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
BIEN1	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
BIEN2	1.0000	0.5839	0.4582	0.4203	0.4085	0.4045	0.4031	0.4025
CIUDADANO 6								
BIEN0	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
BIEN1	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
BIEN2	1.0000	0.6138	0.5194	0.4903	0.4792	0.4745	0.4725	0.4716

CIUDADANO 7

BIEN0	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
BIEN1	1.0000	1.0809	1.2973	1.4480	1.5306	1.5744	1.5977	1.6103
BIEN2	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000

CIUDADANO 8

BIEN0	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
BIEN1	1.0000	0.5962	0.4667	0.4268	0.4149	0.4114	0.4104	0.4101
BIEN2	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000

CIUDADANO 9

BIEN0	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
BIEN1	1.0000	1.2119	1.5659	1.8356	2.0063	2.1171	2.1868	2.2316
BIEN2	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000

CIUDADANO 10

BIEN0	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
BIEN1	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
BIEN2	1.0000	0.5948	0.4652	0.4255	0.4131	0.4091	0.4076	0.4070

CIUDADANO 11

BIEN0	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
BIEN1	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
BIEN2	1.0000	0.7183	0.6585	0.6451	0.6432	0.6449	0.6475	0.6498

CIUDADANO 12

BIEN0	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
BIEN1	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
BIEN2	1.0000	0.7505	0.7181	0.7068	0.6960	0.6879	0.6824	0.6790

CIUDADANO 13

BIEN0	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
BIEN1	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
BIEN2	1.0000	0.9434	1.0385	1.0949	1.1130	1.1147	1.1113	1.1072

CIUDADANO 14

BIEN0	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
BIEN1	1.0000	1.0062	1.1556	1.2514	1.2941	1.3104	1.3154	1.3159
BIEN2	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000

CIUDADANO 15

BIEN0	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
BIEN1	1.000	0.704	0.650	0.635	0.628	0.625	0.624	0.624
BIEN2	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000

CIUDADANO 16

BIEN0	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
BIEN1	1.000	0.767	0.741	0.740	0.739	0.739	0.740	0.741
BIEN2	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000

CIUDADANO 17

BIEN0	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
BIEN1	1.000	0.698	0.600	0.574	0.573	0.577	0.582	0.587
BIEN2	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000

CIUDADANO 18

BIEN0	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
BIEN1	1.000	0.572	0.451	0.416	0.409	0.407	0.406	0.406
BIEN2	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000

CIUDADANO 19

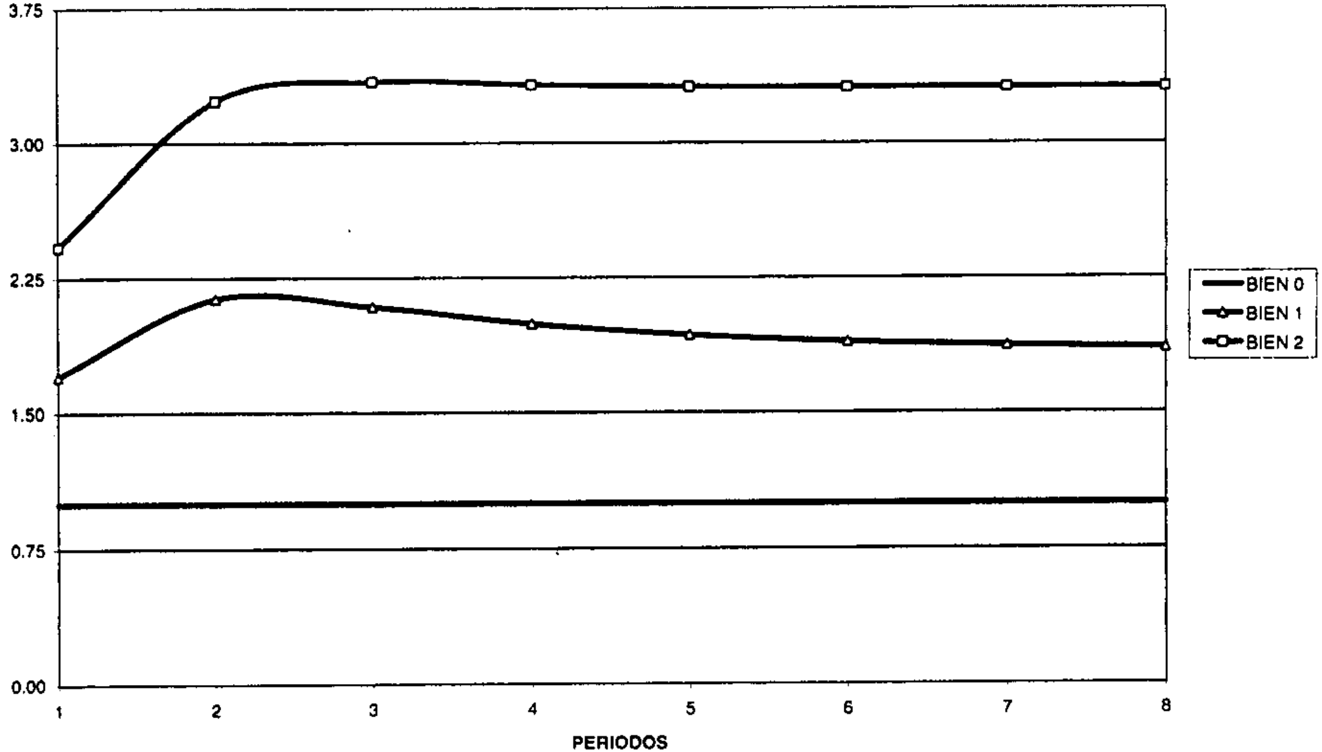
BIEN0	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
BIEN1	1.000	0.593	0.462	0.423	0.412	0.408	0.407	0.407
BIEN2	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000

CIUDADANO 20

BIEN0	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
BIEN1	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
BIEN2	1.000	0.623	0.511	0.473	0.457	0.450	0.446	0.445

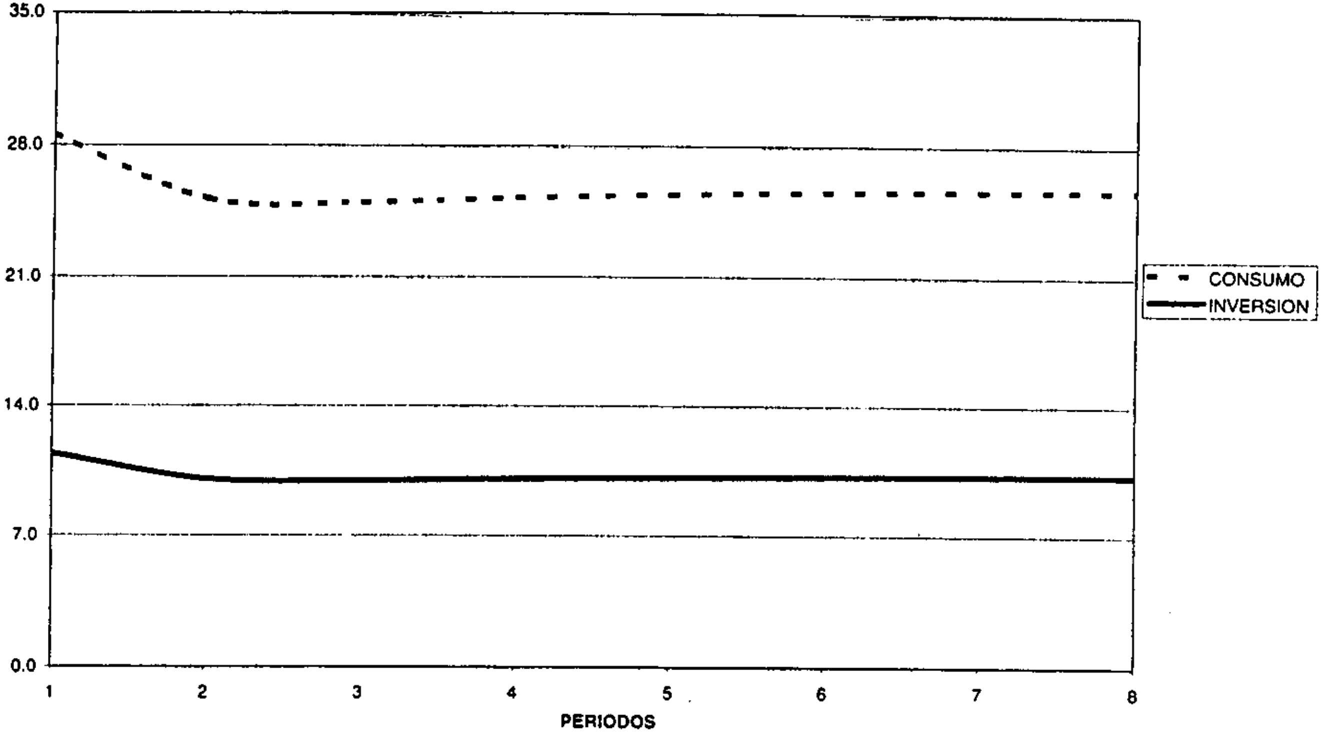
CONSUMO TOTAL	28.571	25.163	24.961	25.240	25.440	25.563	25.637	25.682
INVERSION TOTAL	11.429	10.065	9.992	10.096	10.176	10.225	10.255	10.273

EVOLUCION DE LOS
PRECIOS DE EQUILIBRIO POR BIEN



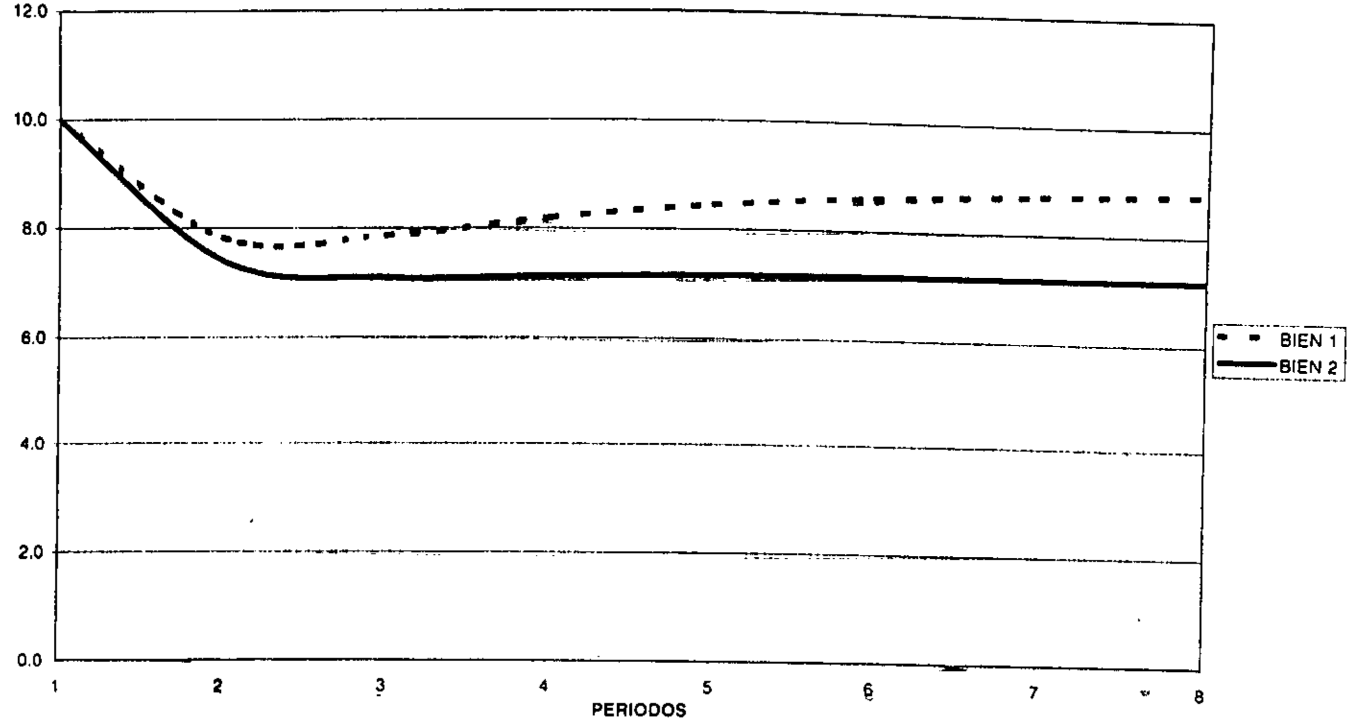
ESTRICTAMENTE COBB-DOUGLAS.

CONSUMOS E INVERSIONES TOTALES



ESTRICTAMENTE COBB-DOUGLAS.

EVOLUCION DE LOS ACERVOS TOTALES POR BIEN



ESTRICTAMENTE COBB-DOUGLAS.

PARAMETROS

1	# BIEN 1 =	10
2	# BIEN 2 =	10

ACERVOS

	INICIAL	ESTIMADO	
	HOY	MAÑANA	EQUILIBRIO
BIEN 0	1.000	1.000	0.202
BIEN 1	1.000	1.000	0.355
BIEN 2	1.000	1.000	0.443

TIPO DE FUNCIÓN DE PRODUCCION	
SUB COBB-DOUGLAS	0
ESTRICTAMENTE COBB-DOUGLAS	0
SUPER COBB-DOUGLAS	20

	FUNCION DE :			CAPACIDAD		ACERVOS	
	ACERVOS	UTILIDAD	PRODUCCION	DE TRABAJO	V (P*)	FINALES	
2 CIUDADANO 1							
		0.400	1.000				
BIEN 0	1.000	0.024	0.858	1.000	0.000	1.000	
BIEN 1	0.000	0.457	0.265	0.000	0.000	0.000	
BIEN 2	1.000	0.519	0.105	0.000	1.283	1.283	
SUMA		1.000	1.228				SUPER COBB-DOUGLAS
2 CIUDADANO 2							
		0.400	1.000				
BIEN0	1.000	0.246	0.980	1.000	0.000	1.000	
BIEN1	0.000	0.447	0.400	0.000	0.000	0.000	
BIEN2	1.000	0.305	0.700	0.000	1.214	1.214	
SUMA		1.000	2.080				SUPER COBB-DOUGLAS
1 CIUDADANO 3							
		0.400	1.000				
BIEN0	1.000	0.554	0.757	1.000	0.000	1.000	
BIEN1	1.000	0.280	0.147	0.000	1.109	1.109	
BIEN2	0.000	0.166	0.150	0.000	0.000	0.000	
SUMA		1.000	1.054				SUPER COBB-DOUGLAS
2 CIUDADANO 4							
		0.400	1.000				
BIEN0	1.000	0.586	0.900	1.000	0.000	1.000	
BIEN1	0.000	0.354	0.490	0.000	0.000	0.000	
BIEN2	1.000	0.060	0.789	0.000	1.113	1.113	
SUMA		1.000	2.179				SUPER COBB-DOUGLAS
2 CIUDADANO 5							
		0.400	1.000				
BIEN0	1.000	0.086	0.898	1.000	0.000	1.000	
BIEN1	0.000	0.140	0.800	0.000	0.000	0.000	
BIEN2	1.000	0.774	0.687	0.000	1.177	1.177	
SUMA		1.000	2.385				SUPER COBB-DOUGLAS
2 CIUDADANO 6							
		0.400	1.000				
BIEN0	1.000	0.645	0.789	1.000	0.000	1.000	
BIEN1	0.000	0.125	0.500	0.000	0.000	0.000	

BIEN2	1.000	0.230	0.550	0.000	0.944	0.944	
SUMA		1.000	1.839				SUPER COBB-DOUGLAS

1 CIUDADANO 7

		0.400	1.000				
BIEN0	1.000	0.123	0.725	1.000	0.000	1.000	
BIEN1	1.000	0.159	0.468	0.000	0.892	0.892	
BIEN2	0.000	0.718	0.359	0.000	0.000	0.000	
SUMA		1.000	1.552				SUPER COBB-DOUGLAS

1 CIUDADANO 8

		0.400	1.000				
BIEN0	1.000	0.172	0.387	1.000	0.000	1.000	
BIEN1	1.000	0.087	0.990	0.000	0.865	0.865	
BIEN2	0.000	0.741	0.550	0.000	0.000	0.000	
SUMA		1.000	1.927				SUPER COBB-DOUGLAS

1 CIUDADANO 9

		0.400	1.000				
BIEN0	1.000	0.123	0.561	1.000	0.000	1.000	
BIEN1	1.000	0.159	0.670	0.000	0.872	0.872	
BIEN2	0.000	0.718	0.213	0.000	0.000	0.000	
SUMA		1.000	1.444				SUPER COBB-DOUGLAS

2 CIUDADANO 10

		0.400	1.000				
BIEN0	1.000	0.012	0.699	1.000	0.000	1.000	
BIEN1	0.000	0.591	0.951	0.000	0.000	0.000	
BIEN2	1.000	0.397	0.899	0.000	1.085	1.085	
SUMA		1.000	2.549				SUPER COBB-DOUGLAS

2 CIUDADANO 11

		0.400	1.000				
BIEN0	1.000	0.554	0.600	1.000	0.000	1.000	
BIEN1	0.000	0.033	0.742	0.000	0.000	0.000	
BIEN2	1.000	0.413	0.999	0.000	0.945	0.945	
SUMA		1.000	2.341				SUPER COBB-DOUGLAS

2 CIUDADANO 12

		0.400	1.000				
BIEN0	1.000	0.852	0.888	1.000	0.000	1.000	
BIEN1	0.000	0.123	0.689	0.000	0.000	0.000	
BIEN2	1.000	0.025	0.258	0.000	1.239	1.239	
SUMA		1.000	1.835				SUPER COBB-DOUGLAS

2 CIUDADANO 13

		0.400	1.000				
BIEN0	1.000	0.159	0.807	1.000	0.000	1.000	
BIEN1	0.000	0.357	0.555	0.000	0.000	0.000	
BIEN2	1.000	0.484	0.909	0.000	1.047	1.047	
SUMA		1.000	2.271				SUPER COBB-DOUGLAS

1 CIUDADANO 14

		0.400	1.000				
BIEN0	1.000	0.033	0.765	1.000	0.000	1.000	
BIEN1	1.000	0.032	0.501	0.000	1.039	1.039	
BIEN2	0.000	0.935	0.999	0.000	0.000	0.000	
SUMA		1.000	2.265				SUPER COBB-DOUGLAS

1 CIUDADANO 15

		0.400	1.000				
BIEN0	1.000	0.012	0.536	1.000	0.000	1.000	
BIEN1	1.000	0.951	0.979	0.000	0.933	0.933	
BIEN2	0.000	0.037	0.558	0.000	0.000	0.000	
SUMA		1.000	2.073				SUPER COBB-DOUGLAS

1 CIUDADANO 16

		0.400	1.000				
BIEN0	1.000	0.125	0.777	1.000	0.000	1.000	
BIEN1	1.000	0.312	0.640	0.000	0.968	0.968	
BIEN2	0.000	0.563	0.654	0.000	0.000	0.000	
SUMA		1.000	2.071				SUPER COBB-DOUGLAS

1 CIUDADANO 17

		0.400	1.000				
BIEN0	1.000	0.400	0.888	1.000	0.000	1.000	
BIEN1	1.000	0.350	0.450	0.000	1.089	1.089	
BIEN2	0.000	0.250	0.753	0.000	0.000	0.000	
SUMA		1.000	2.091				SUPER COBB-DOUGLAS

1 CIUDADANO 18

		0.400	1.000				
BIEN0	1.000	0.600	0.949	1.000	0.000	1.000	
BIEN1	1.000	0.100	0.651	0.000	1.186	1.186	
BIEN2	0.000	0.300	0.540	0.000	0.000	0.000	
SUMA		1.000	2.140				SUPER COBB-DOUGLAS

1 CIUDADANO 19

		0.400	1.000				
BIEN0	1.000	0.059	0.450	1.000	0.000	1.000	
BIEN1	1.000	0.022	0.987	0.000	0.893	0.893	
BIEN2	0.000	0.919	0.650	0.000	0.000	0.000	
SUMA		1.000	2.087				SUPER COBB-DOUGLAS

2 CIUDADANO 20

		0.400	1.000				
BIEN0	1.000	0.456	0.489	1.000	0.000	1.000	
BIEN1	0.000	0.357	0.868	0.000	0.000	0.000	
BIEN2	1.000	0.187	0.369	0.000	0.861	0.861	
SUMA		1.000	1.726				SUPER COBB-DOUGLAS

SISTEMAS DE PRECIOS

	INICIAL	ESTIMADO	
	HOY	MAÑANA	EQUILIBRIO
BIEN 0	1.000	1.000	0.202
BIEN 1	1.000	1.000	0.355
BIEN 2	1.000	1.000	0.443

CIUDADANO 1

	DEMANDA DE MEDIOS DE PRODUCCION	OFERTA DE BIENES PARA MAÑANA	DEMANDA DE MEDIOS DE : CONSUMO	DEMANDA DE MEDIOS DE : CONSUMO PARA MAÑANANA	U (P*)	V (P*)
	U	V	X	X-		
BIEN 0	0.460	1.000	0.032	0.005	2.284	0.000
BIEN 1	0.142	0.000	0.613	0.104	0.400	0.000
BIEN 2	0.056	0.227	0.696	0.118	0.127	1.283
					F(U) =	1.283

RIQUEZA (1) =	2.000
CONSUMO (1) =	1.341
INVERSION (1) =	0.659
VENTAS (1) =	0.227
VALOR (1) =	-2.510

CIUDADANO 2

	DEMANDA DE MEDIOS DE PRODUCCION	OFERTA DE BIENES PARA MAÑANA	DEMANDA DE MEDIOS DE : CONSUMO	DEMANDA DE MEDIOS DE : CONSUMO PARA MAÑANANA	U (P*)	V (P*)
	U	V	X	X-		
BIEN 0	0.4279	1.000	0.271	0.023	2.124	0.000
BIEN 1	0.1747	0.000	0.488	0.042	0.492	0.000
BIEN 2	0.3057	0.094	0.333	0.029	0.689	1.214
					F(U) =	1.214

RIQUEZA (2) =	2.000
CONSUMO (2) =	1.092
INVERSION (2) =	0.908
VENTAS (2) =	0.094
VALOR (2) =	-3.105

CIUDADANO 3

	DEMANDA DE MEDIOS DE PRODUCCION	OFERTA DE BIENES PARA MAÑANA	DEMANDA DE MEDIOS DE : CONSUMO	DEMANDA DE MEDIOS DE : CONSUMO PARA MAÑANANA	U (P*)	V (P*)
	U	V	X	X-		
BIEN 0	0.426	1.000	0.779	0.139	2.114	0.000
BIEN 1	0.083	0.251	0.394	0.070	0.233	1.109
BIEN 2	0.084	0.000	0.233	0.042	0.190	0.000
					F(U) =	1.109

RIQUEZA (3) =	2.000
CONSUMO (3) =	1.407
INVERSION (3) =	0.593
VENTAS (3) =	0.251
VALOR (3) =	-1.637

CIUDADANO 4

	DEMANDA DE MEDIOS DE PRODUCCION	OFERTA DE BIENES PARA MAÑANA	DEMANDA DE MEDIOS DE : CONSUMO	DEMANDA DE MEDIOS DE : CONSUMO PARA MAÑANANA	U (P*)	V (P*)
	U	V	X	X-		

RIQUEZA (4) =	2.000
CONSUMO (4) =	1.069

BIEN 0	0.385	1.000	0.626	0.049	1.909	0.000	INVERSION (4) =	0.931
BIEN 1	0.209	0.000	0.378	0.030	0.590	0.000	VENTAS (4) =	0.083
BIEN 2	0.337	0.083	0.064	0.005	0.761	1.113	VALOR (4) =	-3.148
					F(U) =	1.113		

CIUDADANO 5

DEMANDA DE MEDIOS DE PRODUCCION		OFERTA DE BIENES PARA MAÑANA	DEMANDA DE MEDIOS DE : CONSUMO	DEMANDA DE MEDIOS DE : CONSUMO PARA MAÑANANA	U (P')	V (P')		
	U	V	X	X-				
							RIQUEZA (5) =	2.000
							CONSUMO (5) =	1.024
BIEN 0	0.368	1.000	0.088	0.006	1.824	0.000	INVERSION (5) =	0.976
BIEN 1	0.328	0.000	0.143	0.010	0.922	0.000	VENTAS (5) =	0.070
BIEN 2	0.281	0.070	0.792	0.054	0.634	1.177	VALOR (5) =	-3.368
					F(U) =	1.177		

CIUDADANO 6

DEMANDA DE MEDIOS DE PRODUCCION		OFERTA DE BIENES PARA MAÑANA	DEMANDA DE MEDIOS DE : CONSUMO	DEMANDA DE MEDIOS DE : CONSUMO PARA MAÑANANA	U (P')	V (P')		
	U	V	X	X-				
							RIQUEZA (6) =	2.000
							CONSUMO (6) =	1.152
BIEN 0	0.364	1.000	0.743	0.066	1.805	0.000	INVERSION (6) =	0.848
BIEN 1	0.230	0.000	0.145	0.013	0.649	0.000	VENTAS (6) =	0.102
BIEN 2	0.254	0.102	0.265	0.023	0.572	0.944	VALOR (6) =	-2.539
					F(U) =	0.944		

CIUDADANO 7

DEMANDA DE MEDIOS DE PRODUCCION		OFERTA DE BIENES PARA MAÑANA	DEMANDA DE MEDIOS DE : CONSUMO	DEMANDA DE MEDIOS DE : CONSUMO PARA MAÑANANA	U (P')	V (P')		
	U	V	X	X-				
							RIQUEZA (7) =	2.000
							CONSUMO (7) =	1.234
BIEN 0	0.358	1.000	0.152	0.016	1.776	0.000	INVERSION (7) =	0.766
BIEN 1	0.231	0.128	0.196	0.020	0.651	0.892	VENTAS (7) =	0.128
BIEN 2	0.177	0.000	0.886	0.092	0.400	0.000	VALOR (7) =	-2.331
					F(U) =	0.892		

CIUDADANO 8

DEMANDA DE MEDIOS DE PRODUCCION		OFERTA DE BIENES PARA MAÑANA	DEMANDA DE MEDIOS DE : CONSUMO	DEMANDA DE MEDIOS DE : CONSUMO PARA MAÑANANA	U (P')	V (P')		
	U	V	X	X-				
							RIQUEZA (8) =	2.000
							CONSUMO (8) =	1.129
BIEN 0	0.175	1.000	0.195	0.018	0.868	0.000	INVERSION (8) =	0.871
BIEN 1	0.447	0.107	0.098	0.009	1.260	0.865	VENTAS (8) =	0.107

BIEN 2	0.248	0.000	0.837	0.079	0.560	0.000	VALOR (8) =	-2.829
					F(U) =	0.865		

CIUDADANO 9

DEMANDA DE MEDIOS DE PRODUCCION		OFERTA DE BIENES PARA MAÑANA	DEMANDA DE MEDIOS DE : CONSUMO					
			CONSUMO	CONSUMO PARA MAÑANANA	U (P*)	V (P*)	RIQUEZA (9) =	2.000
	U	V	X	X-			CONSUMO (9) =	1.268
BIEN 0	0.284	1.000	0.156	0.018	1.412	0.000	INVERSION (9) =	0.732
BIEN 1	0.340	0.149	0.202	0.024	0.957	0.872	VENTAS (9) =	0.149
BIEN 2	0.108	0.000	0.910	0.107	0.244	0.000	VALOR (9) =	-2.249
					F(U) =	0.872		

CIUDADANO 10

DEMANDA DE MEDIOS DE PRODUCCION		OFERTA DE BIENES PARA MAÑANA	DEMANDA DE MEDIOS DE : CONSUMO					
			CONSUMO	CONSUMO PARA MAÑANANA	U (P*)	V (P*)	RIQUEZA (10) =	2.000
	U	V	X	X-			CONSUMO (10) =	0.990
BIEN 0	0.277	1.000	0.012	0.001	1.374	0.000	INVERSION (10) =	1.010
BIEN 1	0.377	0.000	0.585	0.038	1.061	0.000	VENTAS (10) =	0.064
BIEN 2	0.356	0.064	0.393	0.025	0.803	1.085	VALOR (10) =	-3.740
					F(U) =	1.085		

CIUDADANO 11

DEMANDA DE MEDIOS DE PRODUCCION		OFERTA DE BIENES PARA MAÑANA	DEMANDA DE MEDIOS DE : CONSUMO					
			CONSUMO	CONSUMO PARA MAÑANANA	U (P*)	V (P*)	RIQUEZA (11) =	2.000
	U	V	X	X-			CONSUMO (11) =	1.033
BIEN 0	0.248	1.000	0.572	0.041	1.230	0.000	INVERSION (11) =	0.967
BIEN 1	0.307	0.000	0.034	0.002	0.863	0.000	VENTAS (11) =	0.074
BIEN 2	0.413	0.074	0.427	0.031	0.931	0.945	VALOR (11) =	-3.432
					F(U) =	0.945		

CIUDADANO 12

DEMANDA DE MEDIOS DE PRODUCCION		OFERTA DE BIENES PARA MAÑANA	DEMANDA DE MEDIOS DE : CONSUMO					
			CONSUMO	CONSUMO PARA MAÑANANA	U (P*)	V (P*)	RIQUEZA (12) =	2.000
	U	V	X	X-			CONSUMO (12) =	1.153
BIEN 0	0.410	1.000	0.983	0.101	2.033	0.000	INVERSION (12) =	0.847
BIEN 1	0.318	0.000	0.142	0.015	0.895	0.000	VENTAS (12) =	0.119
BIEN 2	0.119	0.119	0.029	0.003	0.268	1.239	VALOR (12) =	-2.121
					F(U) =	1.239		

CIUDADANO 13

DEMANDA DE MEDIOS DE PRODUCCION	U	OFERTA DE BIENES PARA MAÑANA V	DEMANDA DE MEDIOS DE: CONSUMO X	DEMANDA DE MEDIOS DE: CONSUMO PARA MANANANA X-	U (P')	V (P')		
BIEN 0	0.338	1.000	0.167	0.012	1.679	0.000	RIQUEZA (13) =	2.000
BIEN 1	0.233	0.000	0.374	0.028	0.655	0.000	CONSUMO (13) =	1.048
BIEN 2	0.381	0.077	0.507	0.037	0.859	1.047	INVERSION (13) =	0.952
					F(U) =	1.047	VENTAS (13) =	0.077
							VALOR (13) =	-3.245

CIUDADANO 14

DEMANDA DE MEDIOS DE PRODUCCION	U	OFERTA DE BIENES PARA MAÑANA V	DEMANDA DE MEDIOS DE: CONSUMO X	DEMANDA DE MEDIOS DE: CONSUMO PARA MANANANA X-	U (P')	V (P')		
BIEN 0	0.321	1.000	0.034	0.003	1.593	0.000	RIQUEZA (14) =	2.000
BIEN 1	0.210	0.081	0.034	0.003	0.592	1.039	CONSUMO (14) =	1.049
BIEN 2	0.419	0.000	0.981	0.075	0.946	0.000	INVERSION (14) =	0.951
					F(U) =	1.039	VENTAS (14) =	0.081
							VALOR (14) =	-2.900

CIUDADANO 15

DEMANDA DE MEDIOS DE PRODUCCION	U	OFERTA DE BIENES PARA MAÑANA V	DEMANDA DE MEDIOS DE: CONSUMO X	DEMANDA DE MEDIOS DE: CONSUMO PARA MANANANA X-	U (P')	V (P')		
BIEN 0	0.234	1.000	0.013	0.001	1.163	0.000	RIQUEZA (15) =	2.000
BIEN 1	0.428	0.091	1.040	0.087	1.205	0.933	CONSUMO (15) =	1.093
BIEN 2	0.244	0.000	0.040	0.003	0.550	0.000	INVERSION (15) =	0.907
					F(U) =	0.933	VENTAS (15) =	0.091
							VALOR (15) =	-2.609

CIUDADANO 16

DEMANDA DE MEDIOS DE PRODUCCION	U	OFERTA DE BIENES PARA MAÑANA V	DEMANDA DE MEDIOS DE: CONSUMO X	DEMANDA DE MEDIOS DE: CONSUMO PARA MANANANA X-	U (P')	V (P')		
BIEN 0	0.340	1.000	0.137	0.011	1.687	0.000	RIQUEZA (16) =	2.000
BIEN 1	0.280	0.084	0.341	0.026	0.789	0.968	CONSUMO (16) =	1.094
BIEN 2	0.286	0.000	0.616	0.048	0.645	0.000	INVERSION (16) =	0.906
					F(U) =	0.968	VENTAS (16) =	0.084
							VALOR (16) =	-3.015

CIUDADANO 17

	DEMANDA DE MEDIOS DE PRODUCCION	OFERTA DE BIENES PARA MAÑANA	DEMANDA DE MEDIOS DE: CONSUMO	DEMANDA DE MEDIOS DE: CONSUMO PARA MANANANA	U (P*)	V (P*)		
	U	V	X	X-				
BIEN 0	0.387	1.000	0.436	0.036	1.920	0.000	RIQUEZA (17) =	2.000
BIEN 1	0.196	0.089	0.381	0.031	0.552	1.089	CONSUMO (17) =	1.089
BIEN 2	0.328	0.000	0.272	0.022	0.740	0.000	INVERSION (17) =	0.911
					F(U) =	1.089	VENTAS (17) =	0.089
							VALOR (17) =	-3.054

CIUDADANO 18

	DEMANDA DE MEDIOS DE PRODUCCION	OFERTA DE BIENES PARA MAÑANA	DEMANDA DE MEDIOS DE: CONSUMO	DEMANDA DE MEDIOS DE: CONSUMO PARA MANANANA	U (P*)	V (P*)		
	U	V	X	X-				
BIEN 0	0.409	1.000	0.647	0.051	2.030	0.000	RIQUEZA (18) =	2.000
BIEN 1	0.281	0.085	0.108	0.009	0.790	1.186	CONSUMO (18) =	1.078
BIEN 2	0.233	0.000	0.323	0.026	0.525	0.000	INVERSION (18) =	0.922
					F(U) =	1.186	VENTAS (18) =	0.085
							VALOR (18) =	-2.956

CIUDADANO 19

	DEMANDA DE MEDIOS DE PRODUCCION	OFERTA DE BIENES PARA MAÑANA	DEMANDA DE MEDIOS DE: CONSUMO	DEMANDA DE MEDIOS DE: CONSUMO PARA MANANANA	U (P*)	V (P*)		
	U	V	X	X-				
BIEN 0	0.196	1.000	0.065	0.005	0.974	0.000	RIQUEZA (19) =	2.000
BIEN 1	0.430	0.092	0.024	0.002	1.212	0.893	CONSUMO (19) =	1.090
BIEN 2	0.283	0.000	1.001	0.085	0.639	0.000	INVERSION (19) =	0.910
					F(U) =	0.893	VENTAS (19) =	0.092
							VALOR (19) =	-3.106

CIUDADANO 20

	DEMANDA DE MEDIOS DE PRODUCCION	OFERTA DE BIENES PARA MAÑANA	DEMANDA DE MEDIOS DE: CONSUMO	DEMANDA DE MEDIOS DE: CONSUMO PARA MANANANA	U (P*)	V (P*)		
	U	V	X	X-				
BIEN 0	0.231	1.000	0.540	0.054	1.148	0.000	RIQUEZA (20) =	2.000
BIEN 1	0.411	0.000	0.422	0.042	1.157	0.000	CONSUMO (20) =	1.183
BIEN 2	0.175	0.119	0.221	0.022	0.394	0.861	INVERSION (20) =	0.817
					F(U) =	0.861	VENTAS (20) =	0.119
							VALOR (20) =	-2.562

SISTEMA DE PRECIOS DE EQUILIBRIO

	INICIAL	EQUILIBRIO
BIEN 0	1.000	0.202
BIEN 1	1.000	0.355
BIEN 2	1.000	0.443

TOTALES						CONSUMO	22.616
						INVERSION	17.384
	DEMANDA DE MEDIOS DE PRODUCCION	OFERTA DE BIENES PARA MAÑANA	DEMANDA DE MEDIOS DE CONSUMO HOY	DEMANDA DE MEDIOS DE CONSUMO MAÑANA	ACERVOS TOTALES	DEMANDA TOTAL delta	DEMANDA DE EXCESO
BIEN 0	6.639	20.000	6.646	0.657	20.000	13.285	-6.715
BIEN 1	5.655	1.158	6.142	0.604	10.000	11.797	1.797
BIEN 2	5.089	1.028	9.828	0.926	10.000	14.917	4.917

I =

1	0	0
0	1	0
0	0	1

M =

0.332	0.590	0.746
0.144	0.287	0.426
0.189	0.303	0.320

M W = W SE CUMPLE
P* M = P* SE CUMPLE

(I - M) =

0.668	-0.590	-0.746
-0.144	0.713	-0.426
-0.189	-0.303	0.680

Cij =

0.356	0.178	0.178
0.627	0.313	0.313
0.783	0.391	0.391

(I - M)* =

0.356	0.627	0.783
0.178	0.313	0.391
0.178	0.313	0.391

(I - M)* (I - M) =

0.000	0.000	0.000
0.000	0.000	0.000
0.000	0.000	0.000

ESTADIOS DE LA ECONOMIA.

SIMULACION

LIMPIAR

PRECIOS.	PERIODO 0	PERIODO 1	PERIODO 2	PERIODO 3	PERIODO 4	PERIODO 5	PERIODO 6	PERIODO 7
BIEN 0	0.2015	0.2107	0.2173	0.2250	0.2361	0.2541	0.2872	0.3597
BIEN 1	0.3551	0.3719	0.3883	0.4034	0.4171	0.4315	0.4516	0.4818
BIEN 2	0.4434	0.4175	0.3944	0.3716	0.3467	0.3144	0.2612	0.1585

CIUDADANO 1

BIEN 0	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
BIEN 1	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
BIEN 2	1.0000	1.2834	1.4451	1.5221	1.5288	1.4693	1.3415	1.1398

CIUDADANO 2

BIEN0	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
BIEN1	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
BIEN2	1.0000	1.2140	1.4704	1.8322	2.4160	3.5247	6.2184	16.2897

CIUDADANO 3

BIEN0	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
BIEN1	1.0000	1.1092	1.1370	1.1284	1.0981	1.0485	0.9766	0.8755
BIEN2	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000

CIUDADANO 4

BIEN0	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
BIEN1	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
BIEN2	1.0000	1.1133	1.2366	1.3933	1.6099	1.9343	2.4835	3.6593

CIUDADANO 5

BIEN0	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
BIEN1	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
BIEN2	1.0000	1.1766	1.3896	1.6960	2.2149	3.2951	6.4081	23.0721

CIUDADANO 6

BIEN0	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
BIEN1	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
BIEN2	1.0000	0.9439	0.8736	0.8044	0.7403	0.6812	0.6260	0.5785

CIUDADANO 7

BIEN0	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
BIEN1	1.0000	0.8921	0.7926	0.7127	0.6499	0.5976	0.5495	0.5017
BIEN2	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000

CIUDADANO 8

BIEN0	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
BIEN1	1.0000	0.8650	0.7339	0.6228	0.5382	0.4788	0.4403	0.4224
BIEN2	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000

CIUDADANO 9

BIEN0	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
BIEN1	1.0000	0.8721	0.7593	0.6707	0.6027	0.5482	0.4995	0.4493
BIEN2	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000

CIUDADANO 10

BIEN0	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
BIEN1	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
BIEN2	1.0000	1.0845	1.1805	1.3085	1.5026	1.8399	2.5510	4.6826

CIUDADANO 11

BIEN0	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
BIEN1	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
BIEN2	1.0000	0.9451	0.8849	0.8271	0.7769	0.7392	0.7234	0.7855

CIUDADANO 12

BIEN0	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
BIEN1	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
BIEN2	1.0000	1.2393	1.4422	1.6202	1.7683	1.8640	1.8624	1.6966

CIUDADANO 13

BIEN0	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
BIEN1	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
BIEN2	1.0000	1.0467	1.0957	1.1592	1.2465	1.3715	1.5680	1.9640

CIUDADANO 14

BIEN0	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
BIEN1	1.0000	1.0388	1.0884	1.1624	1.2752	1.4534	1.7670	2.4854
BIEN2	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000

CIUDADANO 15

BIEN0	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
BIEN1	1.000	0.933	0.839	0.737	0.640	0.556	0.490	0.446
BIEN2	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000

CIUDADANO 16

BIEN0	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
BIEN1	1.000	0.968	0.914	0.850	0.783	0.715	0.650	0.598
BIEN2	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000

CIUDADANO 17

BIEN0	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
BIEN1	1.000	1.089	1.174	1.272	1.390	1.536	1.727	2.031
BIEN2	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000

CIUDADANO 18

BIEN0	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
BIEN1	1.000	1.106	1.379	1.608	1.909	2.340	3.024	4.304
BIEN2	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000

CIUDADANO 19

BIEN0	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
BIEN1	1.000	0.893	0.775	0.665	0.573	0.504	0.458	0.438
BIEN2	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000

CIUDADANO 20

BIEN0	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
BIEN1	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
BIEN2	1.000	0.861	0.731	0.625	0.545	0.486	0.441	0.406

CONSUMO TOTAL	22.616	23.045	23.354	23.801	24.617	26.257	30.324	47.009
INVERSION TOTAL	17.384	17.709	17.988	18.416	19.190	20.725	24.482	39.796

PARAMETROS

1	# BIEN 1 =	10
2	# BIEN 2 =	10

ACERVOS

	INICIAL	ESTIMADO	
	HOY	MAÑANA	EQUILIBRIO
BIEN 0	1.000	1.000	0.163
BIEN 1	1.000	1.000	0.299
BIEN 2	1.000	1.000	0.539

TIPO DE FUNCION DE PRODUCCION	
SUB COBB-DOUGLAS	0
ESTRICTAMENTE COBB-DOUGLAS	20
SUPER COBB-DOUGLAS	0

		FUNCION DE :		CAPACIDAD		ACERVOS	
	ACERVOS	UTILIDAD	PRODUCCION	DE TRABAJO	V (P*)	FINALES	
2 CIUDADANO 1		0.400	1.000				
BIEN 0	1.000	0.024	0.650	1.000	0.000	1.000	
BIEN 1	0.000	0.457	0.265	0.000	0.000	0.000	
BIEN 2	1.393	0.519	0.085	0.000	1.393	1.393	ESTRICTAMENTE COBB-DOUGLAS
SUMA		1.000	1.000				
2 CIUDADANO 2		0.400	1.000				
BIEN0	1.000	0.248	0.300	1.000	0.000	1.000	
BIEN1	0.000	0.447	0.400	0.000	0.000	0.000	
BIEN2	0.478	0.305	0.300	0.000	0.479	0.479	ESTRICTAMENTE COBB-DOUGLAS
SUMA		1.000	1.000				
1 CIUDADANO 3		0.400	1.000				
BIEN0	1.000	0.554	0.200	1.000	0.000	1.000	
BIEN1	0.445	0.280	0.450	0.000	0.445	0.445	
BIEN2	0.000	0.166	0.350	0.000	0.000	0.000	ESTRICTAMENTE COBB-DOUGLAS
SUMA		1.000	1.000				
2 CIUDADANO 4		0.400	1.000				
BIEN0	1.000	0.586	0.650	1.000	0.000	1.000	
BIEN1	0.000	0.354	0.200	0.000	0.000	0.000	
BIEN2	1.155	0.060	0.150	0.000	1.155	1.155	ESTRICTAMENTE COBB-DOUGLAS
SUMA		1.000	1.000				
2 CIUDADANO 5		0.400	1.000				
BIEN0	1.000	0.086	0.159	1.000	0.000	1.000	
BIEN1	0.000	0.140	0.265	0.000	0.000	0.000	
BIEN2	0.402	0.774	0.576	0.000	0.402	0.402	ESTRICTAMENTE COBB-DOUGLAS
SUMA		1.000	1.000				
2 CIUDADANO 6		0.400	1.000				
BIEN0	1.000	0.645	0.357	1.000	0.000	1.000	
BIEN1	0.000	0.125	0.258	0.000	0.000	0.000	

BIEN2	0.471	0.230	0.385	0.000	0.471	0.471	
SUMA		1.000	1.000				ESTRICTAMENTE COBB-DOUGLAS

1 CIUDADANO 7

		0.400	1.000				
BIEN0	1.000	0.123	0.700	1.000	0.000	1.000	
BIEN1	1.624	0.159	0.200	0.000	1.625	1.625	
BIEN2	0.000	0.718	0.100	0.000	0.000	0.000	
SUMA		1.000	1.000				ESTRICTAMENTE COBB-DOUGLAS

1 CIUDADANO 8

		0.400	1.000				
BIEN0	1.000	0.172	0.100	1.000	0.000	1.000	
BIEN1	0.410	0.087	0.300	0.000	0.410	0.410	
BIEN2	0.000	0.741	0.600	0.000	0.000	0.000	
SUMA		1.000	1.000				ESTRICTAMENTE COBB-DOUGLAS

1 CIUDADANO 9

		0.400	1.000				
BIEN0	1.000	0.123	0.753	1.000	0.000	1.000	
BIEN1	2.302	0.159	0.159	0.000	2.308	2.308	
BIEN2	0.000	0.718	0.088	0.000	0.000	0.000	
SUMA		1.000	1.000				ESTRICTAMENTE COBB-DOUGLAS

2 CIUDADANO 10

		0.400	1.000				
BIEN0	1.000	0.012	0.123	1.000	0.000	1.000	
BIEN1	0.000	0.591	0.268	0.000	0.000	0.000	
BIEN2	0.406	0.397	0.609	0.000	0.406	0.406	
SUMA		1.000	1.000				ESTRICTAMENTE COBB-DOUGLAS

2 CIUDADANO 11

		0.400	1.000				
BIEN0	1.000	0.554	0.369	1.000	0.000	1.000	
BIEN1	0.000	0.033	0.473	0.000	0.000	0.000	
BIEN2	0.654	0.413	0.158	0.000	0.655	0.655	
SUMA		1.000	1.000				ESTRICTAMENTE COBB-DOUGLAS

2 CIUDADANO 12

		0.400	1.000				
BIEN0	1.000	0.852	0.523	1.000	0.000	1.000	
BIEN1	0.000	0.123	0.159	0.000	0.000	0.000	
BIEN2	0.675	0.025	0.318	0.000	0.674	0.674	
SUMA		1.000	1.000				ESTRICTAMENTE COBB-DOUGLAS

2 CIUDADANO 13

		0.400	1.000				
BIEN0	1.000	0.159	0.654	1.000	0.000	1.000	
BIEN1	0.000	0.357	0.123	0.000	0.000	0.000	
BIEN2	1.098	0.484	0.223	0.000	1.097	1.097	
SUMA		1.000	1.000				ESTRICTAMENTE COBB-DOUGLAS

1 CIUDADANO 14

		0.400	1.000				
BIEN0	1.000	0.033	0.684	1.000	0.000	1.000	
BIEN1	1.312	0.032	0.153	0.000	1.311	1.311	
BIEN2	0.000	0.935	0.163	0.000	0.000	0.000	ESTRICTAMENTE COBB-DOUGLAS
SUMA		1.000	1.000				

1 CIUDADANO 15

		0.400	1.000				
BIEN0	1.000	0.012	0.456	1.000	0.000	1.000	
BIEN1	0.624	0.951	0.321	0.000	0.624	0.624	
BIEN2	0.000	0.037	0.223	0.000	0.000	0.000	ESTRICTAMENTE COBB-DOUGLAS
SUMA		1.000	1.000				

1 CIUDADANO 16

		0.400	1.000				
BIEN0	1.000	0.125	0.478	1.000	0.000	1.000	
BIEN1	0.743	0.312	0.369	0.000	0.744	0.744	
BIEN2	0.000	0.563	0.153	0.000	0.000	0.000	ESTRICTAMENTE COBB-DOUGLAS
SUMA		1.000	1.000				

1 CIUDADANO 17

		0.400	1.000				
BIEN0	1.000	0.400	0.153	1.000	0.000	1.000	
BIEN1	0.594	0.350	0.632	0.000	0.595	0.595	
BIEN2	0.000	0.250	0.215	0.000	0.000	0.000	ESTRICTAMENTE COBB-DOUGLAS
SUMA		1.000	1.000				

1 CIUDADANO 18

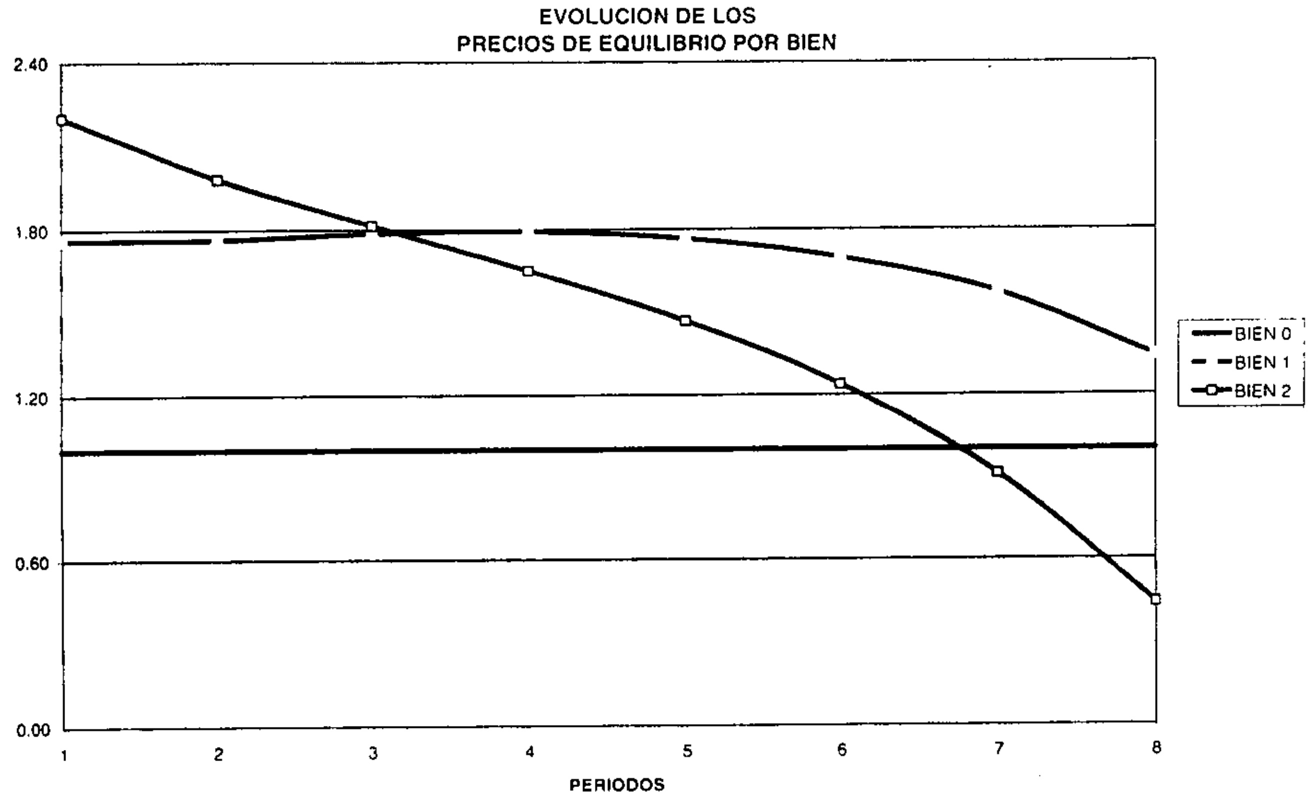
		0.400	1.000				
BIEN0	1.000	0.600	0.183	1.000	0.000	1.000	
BIEN1	0.407	0.100	0.357	0.000	0.407	0.407	
BIEN2	0.000	0.300	0.460	0.000	0.000	0.000	ESTRICTAMENTE COBB-DOUGLAS
SUMA		1.000	1.000				

1 CIUDADANO 19

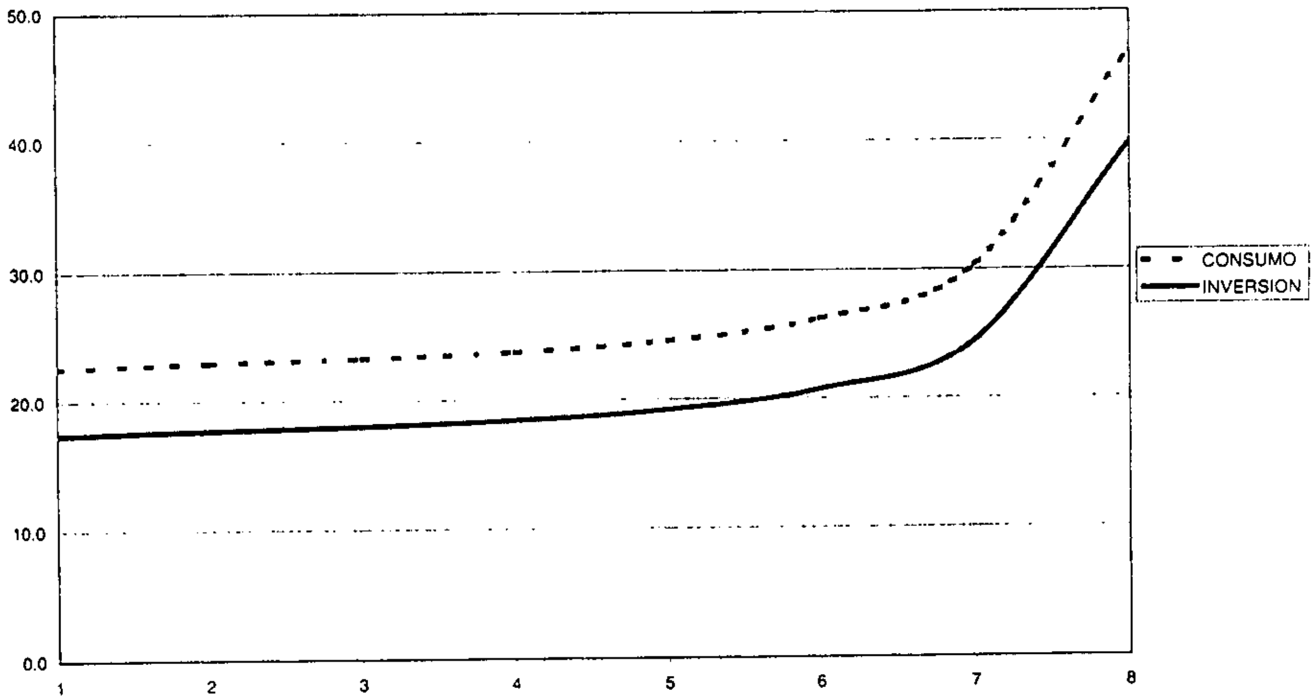
		0.400	1.000				
BIEN0	1.000	0.059	0.108	1.000	0.000	1.000	
BIEN1	0.407	0.022	0.308	0.000	0.407	0.407	
BIEN2	0.000	0.919	0.584	0.000	0.000	0.000	ESTRICTAMENTE COBB-DOUGLAS
SUMA		1.000	1.000				

2 CIUDADANO 20

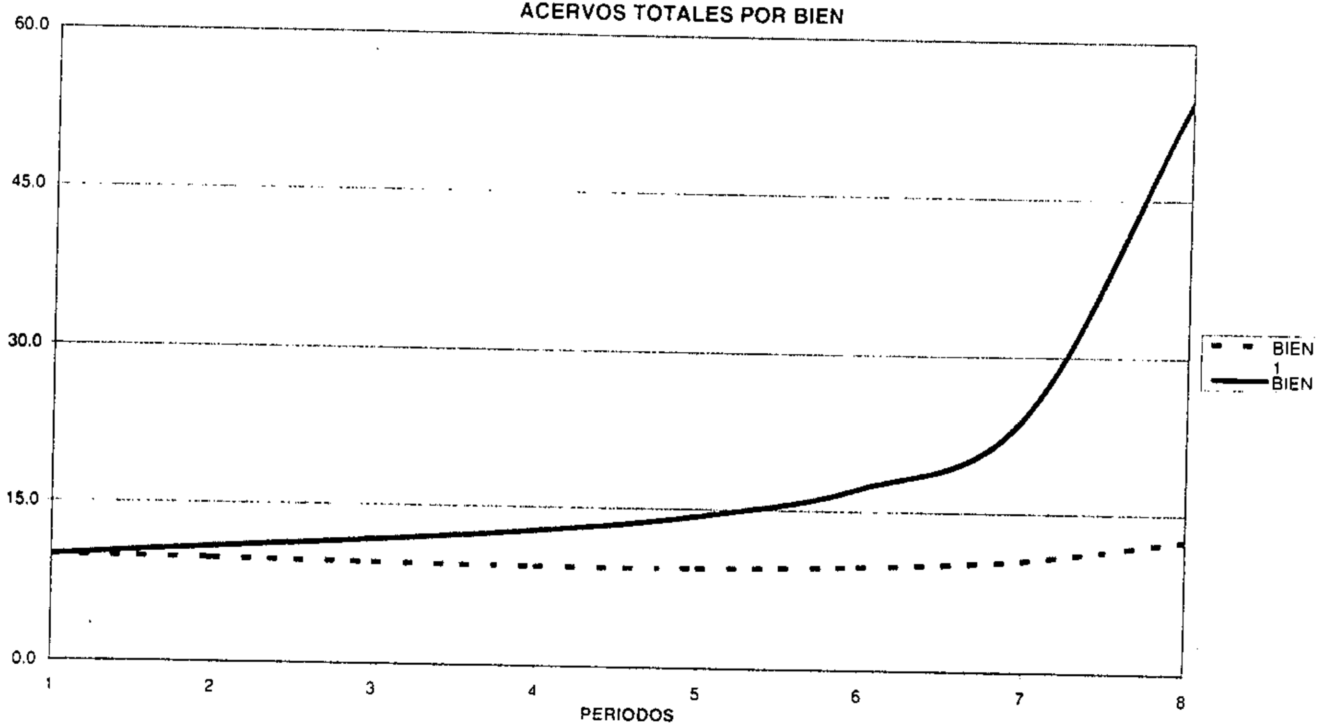
		0.400	1.000				
BIEN0	1.000	0.456	0.254	1.000	0.000	1.000	
BIEN1	0.000	0.357	0.150	0.000	0.000	0.000	
BIEN2	0.442	0.187	0.596	0.000	0.442	0.442	ESTRICTAMENTE COBB-DOUGLAS
SUMA		1.000	1.000				


EVOLUCION DE LOS
PRECIOS DE EQUILIBRIO POR BIEN
2.40
1.80
1.20
0.60
0.00
1
2
3
4
5
6
7
8
PERIODOS
BIEN 0
BIEN 1
BIEN 2

CONSUMOS E INVERSIONES TOTALES



EVOLUCION DE LOS ACERVOS TOTALES POR BIEN



Resultados y Conclusiones Generales:

De manera general, los resultados y conclusiones obtenidas en éste trabajo para éste esquema teórico y computacional son los siguientes :

- Para cada periodo de tiempo considerado en la economía existe un único sistema de precios de equilibrio a corto plazo, el cual es un equilibrio asintótica y globalmente estable desde el punto de vista de las ecuaciones diferenciales.

- Dicho equilibrio puede ser caracterizado de manera explícita, permitiendo obtener la manera en que cada ciudadano realizará sus movimientos y transacciones periodo a periodo.

- Se determinaron las condiciones bajo las cuales se puede pasar de un estadio de la economía a otro.

- Se cuenta con una serie de programas modulares que permiten obtener esquemas numéricos para visualizar el crecimiento económico, teniendo la opción de variar los diferentes parámetros que conforman la economía.

En particular, para este trabajo se hizo una serie de simulaciones tomando como parámetros de variación las tecnologías de tipo Cobb-Douglas inducidas por los diferentes tipos de funciones de producción Cobb-Douglas.

- En el caso en que todos los ciudadanos de la economía posean una función de producción de tipo Sub Cobb-Douglas, los rendimientos a escala que se obtienen en la inversión y consumo total son decrecientes, se presenta una tendencia global creciente en los sistemas de precios de equilibrio y los acervos totales tienden a decrecer implicando un comportamiento decreciente en la economía de manera goblal a través del tiempo.

- Para el caso en que todos los ciudadanos de la economía posean una función de producción de tipo Estrictamente Cobb-Douglas, los rendimientos a escala que se obtienen en la inversión y consumo total son constantes al igual que la tendencia de los sistemas de precios de equilibrio, con variaciones mínimas en los acervos totales entre un estadio y otro, teniendo como consecuencia un tipo de economía constante.

- Por último, en el caso en que todos los ciudadanos de la economía posean una función de producción de tipo Super Cobb-Douglas, los rendimientos a escala que se obtiene en la inversión y consumo total son crecientes, entre un estadio y otro los sistemas de precios de equilibrio presentan una tendencia decreciente mientras que los acervos totales tuvieron una tencencia creciente, implicando una economía desde éste punto de vista de tipo creciente.

Por otro lado, es importante recordar todos los supuestos considerados para la obtención de estos resultados, que si bien pueden ser poco pausibles en el sentido económico, son necesarios en el sentido teórico para la elaboración de éste módelo matemático como en el caso de la suposición hecha de que la economía esta dividida en sectores productivos ya establecidos y fijos.

Es por eso que con este trabajo también se permitió identificar varios puntos que pueden ser analizados y estudiados en el futuro.

- Uno de ellos, es el de analizar para este caso particular de economía, el impacto que pueda causar en el comportamiento de la economía un tipo "mixto" de tecnología de tipo Cobb-Douglas inducida por la posible construcción de una función de producción tal que para un determinado número de periodos sea de tipo Sub Cobb-Douglas y que a apartir de cierto periodo sea de tipo Super Cobb-Douglas cumpliendo obviamente con las propiedades matemáticas necesarias.
- También se puede analizar si la sucesión de equilibrios a corto plazo que se van dando en cada estadio de la economía convergen hacia algun sistema de precios y en caso de que exista si es posible dar una caracterización de dicho sistema de precios.

Otro punto interesante es el de estudiar otros tipos de casos particulares de economía en base a las definiciones expuestas en este trabajo mediante la construcción de otro tipo de funciones de preferencia, de producción y de estimación de precios que induzcan diversos tipos de relaciones de preferencia, de tecnologías y de métodos para la estimación de precios respectivamente, analizando la existencia, unicidad y estabilidad (en caso de serlo) de los correspondientes equilibrios a corto plazo.

Anexo de Programas de la Simulación.

SIMULACION.

Este procedimiento se encarga de hacer la Simulación, toma los parámetros definidos para hacer la optimización individual y obtener el plan de acción óptimo de cada ciudadano, retoma los sistemas de precios de equilibrio y reporta los estadios de la economía.

```
Proced TESIS()
Para i = 0 Al 10
Hojas("OPTIMIZACION").Seleccionar
Rango("AI10:AI11").Seleccionar
Selección.Copiar Hojas("ESTADIOS").Seleccionar
Rango("C152").Seleccionar
CeldaActiva.Desviar(0, i).Seleccionar
Selección.PegadoEspecial Pegar:=xlValores, Operación:=xlNinguno, _
SaltarBlancos:=Falso, Transponer:=Falso
Hojas("PARAMETROS").Seleccionar
Rango("H4:H6").Seleccionar
Selección.Copiar
Hojas("ESTADIOS").Seleccionar
Rango("C9").Seleccionar
CeldaActiva.Desviar(0, i).Seleccionar
Selección.PegadoEspecial Pegar:=xlValores, Operación:=xlNinguno, _
SaltarBlancos:=Falso, Transponer:=Falso
Hojas("PARAMETROS").Seleccionar
Rango("C15:C150").Seleccionar
Selección.Copiar
Hojas("ESTADIOS").Seleccionar
Rango("C15").Seleccionar
CeldaActiva.Desviar(0, i).Seleccionar
Selección.PegadoEspecial Pegar:=xlValores, Operación:=xlNinguno, _
SaltarBlancos:=Falso, Transponer:=Falso
```

```
Hojas("PARAMETROS").Seleccionar
Rango("C15").Seleccionar
Aplicación.ModoCortarCopiar = Falso
Rango("H15:H150").Seleccionar
Selección.Copiar
Rango("C15").Seleccionar
Selección.PegadoEspecial Pegar:=xlValores, Operación:=xlNinguno, _
SaltarBlancos:=Falso, Transponer:=Falso
Aplicación.ModoCortarCopiar = Falso
Rango("C13").Seleccionar
Siguiente
Hojas("ESTADIOS").Seleccionar
Rango("C8").Seleccionar
Fin Proced
LIMPIAR
Proced LIMPIAR()
Rango("C8:CY154").Seleccionar
Selección.BorrarContenido
Rango("C8").Seleccionar
Fin Proced
```

DINAMICA DE LOS PRECIOS.

Este programa contiene un algoritmo que calcula el sistema de precios de equilibrio.

```
Proced PRECIOS()
Para i = 0 Al 149
Rango("C6:C8").Seleccionar
Selección.Copiar
Rango("C14").Seleccionar
CeldaActiva.Desviar(i, 0).Seleccionar
Selección.PegadoEspecial Pegar:=xlValores, Operación:=xlNinguno, _
SaltarBlancos:=Falso, Transponer:=Verdadero
Aplicación.ModoCortarCopiar = Falso
Rango("G6:G8").Seleccionar
Selección.Copiar
Rango("C14").Seleccionar
CeldaActiva.Desviar(i + 1, 0).Seleccionar
Selección.PegadoEspecial Pegar:=xlValores, Operación:=xlNinguno, _
SaltarBlancos:=Falso, Transponer:=Verdadero
Aplicación.ModoCortarCopiar = Falso
Rango("G6:G8").Seleccionar
Selección.Copiar
Rango("C6").Seleccionar
Selección.PegadoEspecial Pegar:=xlValores, Operación:=xlNinguno, _
SaltarBlancos:=Falso, Transponer:=Falso
Aplicación.ModoCortarCopiar = Falso
Siguiente
Rango("C6").Seleccionar
Fin Proced
```

INICIALIZACION DE ACERVOS.

Este programa se encarga de inicializar los acervos de cada ciudadano.

```
Proced UNOS()
ACERVOS = 1
Rango("C17").Seleccionar
CeldaActiva.FórmulaL1C1 = ACERVOS
Rango("C24").Seleccionar
CeldaActiva.FórmulaL1C1 = ACERVOS
Rango("C30").Seleccionar
CeldaActiva.FórmulaL1C1 = ACERVOS
Rango("C38").Seleccionar
CeldaActiva.FórmulaL1C1 = ACERVOS
Rango("C45").Seleccionar
CeldaActiva.FórmulaL1C1 = ACERVOS
Rango("C52").Seleccionar
CeldaActiva.FórmulaL1C1 = ACERVOS
Rango("C58").Seleccionar
CeldaActiva.FórmulaL1C1 = ACERVOS
Rango("C65").Seleccionar
CeldaActiva.FórmulaL1C1 = ACERVOS
Rango("C72").Seleccionar
CeldaActiva.FórmulaL1C1 = ACERVOS
Rango("C80").Seleccionar
CeldaActiva.FórmulaL1C1 = ACERVOS
Rango("C87").Seleccionar
CeldaActiva.FórmulaL1C1 = ACERVOS
Rango("C94").Seleccionar
CeldaActiva.FórmulaL1C1 = ACERVOS
Rango("C101").Seleccionar
CeldaActiva.FórmulaL1C1 = ACERVOS
```

```
Rango("C107").Seleccionar
CeldaActiva.FórmulaL1C1 = ACERVOS
Rango("C114").Seleccionar
CeldaActiva.FórmulaL1C1 = ACERVOS
Rango("C121").Seleccionar
CeldaActiva.FórmulaL1C1 = ACERVOS
Rango("C128").Seleccionar
CeldaActiva.FórmulaL1C1 = ACERVOS
Rango("C135").Seleccionar
CeldaActiva.FórmulaL1C1 = ACERVOS
Rango("C142").Seleccionar
CeldaActiva.FórmulaL1C1 = ACERVOS
Rango("C150").Seleccionar
CeldaActiva.FórmulaL1C1 = ACERVOS
Rango("C13").Seleccionar
Fin Proced
```

Bibliografía consultada y Referencias adicionales.

[1] Arrow K. J. and G. Debreu.1954

Existence of an Equilibrium for Competitive Economy.

Econometrica.

[2] Arrow K. J. and L. Hurwicz.1959

The Stability of Competitive Equilibrium

Econometrica

[3] Blaine Roberts and Shulze David L.1973.

Modern Mathematics and Economic Analysis.

W.W. Norton.

[4] Brauer Fred and Nohel John A.1969.

Qualitative Theory of Ordinary Differential Equation. An introduction.

W.A. Benjamin.

[5] Debreu G.1959.

Theory of Value.

New York, Wiley.

[6] Gurewich Nathan and Gurewich Ori.1995.

Master Visual Basic 4.

Sams Publishing.

[7] Hernández Castañeda Sergio.

Desarrollo Económico y Equilibrios a Corto Plazo.

Universidad Nacional Autónoma de México.

[8] Malkin I. G.1952.

Stability of Motion.

Gosthiehizdat.

[9] Marshall John.1920.

Principles of Economic.

London Mcmillan.

[10] Stanley I. Grossman.

Multivariable Calculus,Linear Algebra, and Diferential Equations

Saunders College Publishing.

[11] Walras Leon.1954.

Elements of Pure Economic.

Homewood Irwin.