00361 2 ej 20

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

FACULTAD DE CIENCIAS

DIVISION DE ESTUDIOS DE POSGRADO

BIOMATEMATICAS EN LA TEORIA DE PROCESOS ALTERADOS. UNA PROPUESTA DE MATEMATIZACION PARA EL CONOCIMIENTO BIOLOGICO.

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL GRADO ACADEMICO DE

MAESTRO EN CIENCIAS

(B I O L O G I A)

P R E S E N T A

GERARDO RIVAS LECHUGA

DIRECTOR DE TESIS: DR. JORGE GONZALEZ GONZALEZ

258238 1998

TESIS CON

FALLA DE ORIGEN

BIOMATEMÁTICAS EN LA TEORÍA DE PROCESOS ALTERADOS. UNA PROPUESTA DE MATEMATIZACIÓN PARA EL CONOCIMIENTO BIOLÓGICO.

CONTENIDO

PREFACIO

El presente trabajo forma parte del proyecto de integración: "Análisis biomatemático de la flora ficológica" el cual a su vez está dentro del proyecto global "Flora Ficológica de México" que se desarrolla en el Laboratorio de Ficología de la Facultad de Ciencias de la UNAM. El proyecto "Flora Ficológica de México" es el eje rector de todos los demás proyectos que se desarrollan en dicho laboratorio (ver Apéndice 1), este proyecto está sustentado en una concepción "Ficoflora Dinámica" en el marco de la teoría del conocimiento llamada "Teoría de procesos alterados" (González González, 1991).

Las intenciones y motivaciones de la presente tesis parten fundamentalmente de la experiencia del autor como profesor en 26 cursos a nivel de bachillerato, licenciatura y posgrado. También de la experiencia de diversos cursos impartidos por personal académico del Departamento de Matemáticas de la Facultad de Ciencias de la UNAM, no sólo de Matemáticas Generales para biólogos sino también de Cálculo Diferencial e Integral I, II, III y IV así como de Ecuaciones Diferenciales I; asimismo cabe mencionar las discusiones de trabajo desarrolladas en el Comité de Ciencias Naturales y Exactas de los Comités Interinstitucionales para la Evaluación de la Educación Superior que han servido también de sustentación.

INTRODUCCIÓN

Muchos han sido los enfoques de matematización en biología que van, por citar algunos, desde los trabajos de clásicos sobre forma y crecimiento de d'Arcy Thompson (1942), hasta los de modelación de procesos de difusión en morfogénesis de Turing (1952) donde el tipo de instrumentación matemática consiste básicamente en sistemas de ecuaciones diferenciales, o bien la simulación del crecimiento de plantas a partir del uso de gramáticas y lenguajes de programación (Prusinkievicz y Lindenmayer 1990, Collado-Vides, L. *et al.* 1997).

PREFACIO

El presente trabajo forma parte del proyecto de integración: "Análisis biomatemático de la flora ficológica" el cual a su vez está dentro del proyecto global "Flora Ficológica de México" que se desarrolla en el Laboratorio de Ficología de la Facultad de Ciencias de la UNAM. El proyecto "Flora Ficológica de México" es el eje rector de todos los demás proyectos que se desarrollan en dicho laboratorio (ver Apéndice 1), este proyecto está sustentado en una concepción "Ficoflora Dinámica" en el marco de la teoría del conocimiento llamada "Teoría de procesos alterados" (González González, 1991).

Las intenciones y motivaciones de la presente tesis parten fundamentalmente de la experiencia del autor como profesor en 26 cursos a nivel de bachillerato, licenciatura y posgrado. También de la experiencia de diversos cursos impartidos por personal académico del Departamento de Matemáticas de la Facultad de Ciencias de la UNAM, no sólo de Matemáticas Generales para biólogos sino también de Cálculo Diferencial e Integral I, II, III y IV así como de Ecuaciones Diferenciales I; asimismo cabe mencionar las discusiones de trabajo desarrolladas en el Comité de Ciencias Naturales y Exactas de los Comités Interinstitucionales para la Evaluación de la Educación Superior que han servido también de sustentación.

INTRODUCCIÓN

Muchos han sido los enfoques de matematización en biología que van, por citar algunos, desde los trabajos de clásicos sobre forma y crecimiento de d'Arcy Thompson (1942), hasta los de modelación de procesos de difusión en morfogénesis de Turing (1952) donde el tipo de instrumentación matemática consiste básicamente en sistemas de ecuaciones diferenciales, o bien la simulación del crecimiento de plantas a partir del uso de gramáticas y lenguajes de programación (Prusinkievicz y Lindenmayer 1990, Collado-Vides, L. *et al.* 1997).

Por otro lado la instrumentación matemática susceptible de aplicarse en aspectos cognoscitivos podría estar representada por los trabajos sobre espacios de tolerancia y cerebro de Zeemann (1976) o las propuestas de estructuración de conceptos científicos por Mosterin (1976) y sobre todo por la visión unificadora de la propuesta teórico metodológica del Programa de Erlangen de Klein (1872).

El Programa de Erlangen constituye una concepción y una propuesta de enseñanza de la geometría generada a finales del siglo XIX. En ésta, se introducen dos conceptos fundamentales en matemáticas el de transformación y el de invarianza.

Al tener el Programa de Erlangen la intención de unificar las diferentes geometrías a partir de sus propiedades invariantes resulta interesante el construir sus posibles relaciones con los conceptos de unidad y diversidad, entre otros, que son principios integradores de la biología.

En los trabajos desarrollados por Rivas-Lechuga (1995) y Gómez-Alcaraz y Rivas-Lechuga (1997) se establece un marco teórico de la utilización de las ideas sobre geometría de Klein para construir conceptos como el de diversidad además de enfatizar sobre la importancia de la matematización de conceptos biológicos no sólo como un instrumento, sino como una continua confrontación e incremento de significado tanto para la matemática como para la biología.

Las ideas fundamentales del Programa de Erlangen aplicadas al marco teórico conceptual de la Teoría de Procesos Alterados pueden proporcionar elementos para la mejor comprensión de dicha teoría, así como el surgimiento de nuevas ideas, cuestionamientos, planteamientos y posibles líneas de investigación en epistemología de la biología.

Por lo que el objetivo del presente trabajo es conformar una propuesta de matematización en la Teoría de procesos alterados particularmente en los principios integradores de la biología unidad-diversidad.

1. LA BIOMATEMÁTICA.

El proceso de conocer es uno de los más fascinantes resultados de la evolución humana, la actividad cognoscente es una de las tantas virtudes aún rescatables de esta especie a la cual pertenecemos.

En el momento en que se quiere conocer a dicha realidad o a una parte de ésta es necesario definir y delimitar dicha parte y establecer así un objeto de estudio.

Aunado al objeto de estudio está la intención que tiene el sujeto que lo estudia y desde luego los procedimientos que emplea, de hecho estas tres caracteristicas (objeto de estudio, intención y procedimientos) es lo que caracteriza a cualquier disciplina científica y es la esencia de su práctica (praxis científica).

Sin embargo, la interacción de diversas disciplinas científicas, a lo largo de sus desarrollos históricos, ha propiciado su justificada interrelación no sólo a nivel de metodología sino que en ocasiones incide hasta en la concepción de las mismas disciplinas.

Un ejemplo, es la bioquímica, que indiscutiblemente ha propiciado un significativo avance en la biología molecular, cuya incidencia en las demás áreas de la biología ha enriquecido los procedimientos, ejemplo de ello es la sistemática molecular, aunque implica un marcado reduccionismo dentro de su praxis.

Independientemente del reduccionismo, los objetos de estudio tanto de la biología como de la química, vistos bajo una concepción materialista, tienen una existencia independiente de la existencia del sujeto que estudia. Esto que aparece obvio adquiere una connotación particular en la epistemología de las ciencia, en particular, de las ciencias naturales y exactas, aunque éstas últimas sucede algo peculiar.

El objeto de estudio de las matematicas, sin pretensión de definirlo formalmente, son artificios, creados en la mente, procesos cognoscitivos de abstracción de la realidad; por lo cual resulta atractivo utilizar a la matemática para incrementar el significado de la epistemología, en particular, de la biología.

Es natural que parte de la matemática desarrollada actualmente presente inconsistencias en su aplicación a la biología, particularmente en cálculo diferencial e integral, ya que originalmente este tipo de matemática no fue construida con la intención de servir a la biología sino a la física, por lo cual puede surgir la inquietud de saber si es necesario conformar una nueva matemática para la biología.

Se tenga o no que construir dicha matemática ésta debería tener al menos la pretensión de no resolver problemas puntuales de ciertas subdisciplinas de la biología sino que conlleve a problemáticas integrales. Esto no significa la totalidad absoluta, valga la expresión: el término integral, y más precisamente de Biología integral, se refiere al enfoque y estudio de problemas que permitan la incorporación, procesamiento y explicación de todos los aspectos biológicos concebidos como procesos en continuo cambio.

La biomatemática en ocasiones se concibe como una **subdisciplina** de la Matemática en el sentido que es una sectorización de ésta; tiende a la especialización ya que resuelve problemas puntuales con herramientas específicas, es decir una metodología reduccionista.

También puede ser vista como una **yuxtadisciplina** en el sentido que se considera a la biología y a la matemática como disciplinas con objetos de estudio, intenciones y procedimientos independientes entre sí. Esta visión corresponde, en la mayoria de los casos al patrón seguido para la enseñanza de la matemática a los estudiantes de las ciencias biológicas.

Otro enfoque es cuando dos disciplinas comparten el objeto de estudio pero difieren en las intenciones y en los procedimientos, en este caso se habla de una **multidisciplina**; en este caso muchos tópicos de la biomatemática han trabajado con objetos de estudio de la biología pero con objetivos diferentes a los que persigue el biólogo con metodologías propias de la matemática.

En el caso de que el objeto de estudio y los objetivos sean los mismos, pero los procedimientos sean independientes se refiere a una **interdisciplina** la cual es una tendencia que se ha dado en la biomatemática, es decir, no sólo tomar como objeto de estudio a fenómenos de la vida sino trabajarlos con una intención común a la problemática que prevalece en la biología.

Finalmente cuando el objeto, las intenciones y los procedimientos de las diferentes disciplinas se comparten haciéndolos propios se conforma una **transdisciplina**. En este caso se pueden mencionar a los autómatas celulares y las redes neuronales.

Es innegable que para la conformación de estas modalidades de disciplinas influye sustancialmente la contextualización histórica e ideólogica en que se desarrollan.

La matemática puede servir para entender mejor la complejidad epistemológica, como un medio de sistematización del conocimiento, es decir que sirva en la epistemología de una manera de concebir a la naturaleza, en este caso a partir de una teoría concreta, o sea a partir de Teoría de Procesos Alterados.

En el proyecto integral "Análisis biomatemático de la flora ficológica" en el cual se contempla la elaboración de modelos explicativos, descriptivos y predictivos (González-González, 1992).

La descripción es uno de los compromisos que tiene el científico con el objeto de estudio, es la traducción de atributos a cualidades; es la primera fase de la elaboración del conocimiento biológico, representa el lenguaje elemental de la traducción con base en nuestra percepción. Por lo que un modelo descriptivo es la información de la conformación y estructura de un sistema. Es otra alternativa de elaboración del conocimiento en ele sentido de que es confrotado y confrontable y es la epistemología de la biología.

La explicación lleva implícito un por qué detrás referente a un cierto fenómeno que ocurre en la búsqueda del cuestionamiento que efectúa un incremento de significado. Establece una relación de causa efecto en la que es susceptible establecer una interrelación de posibles causas y posibles efectos.

Los modelos explicativos pueden estar conformados por ejemplo por los análisis de senderos con ecuaciones estructuradas (SEPATH) los cuales a diferencia de los análisis clásicos de regresión dan mas que un caracter descriptivo; es posible pasar a una explicación a partir de relaciones causa efecto.

La predicción es otra fase importante en la construcción de conocimiento: es la elaboración de la generalización vista de distintas formas desde la elaboración clásica del método de inferencia inductivo hasta la formación de patrones.

La predicción también se refiere al comportamiento esperado a largo de un proceso. Puede ser tratada por diversos métodos que pueden ir desde las series de tiempo, procesos estocásticos e inclusive sistemas elaborados de ecuaciones diferenciales, que pueden incluir desde procesos estocásticos, ecuaciones integrales o inclusive retardos.

2. LA TEORÍA DE PROCESOS ALTERADOS Y FICOFLORÍSTICA.

La Teoria de los procesos alterados es para el presente trabajo el objeto de estudio. La teoría de procesos alterados es un cuestionamiento a la forma de objetivización de la ciencia, así como sus caracterización de neutral y universal, es una aproximación a la naturaleza, es una herramienta teórico metodológica para el estudio integral de los seres vivos, resultado de la y estructura de un sistema. Es otra alternativa de elaboración del conocimiento en ele sentido de que es confrotado y confrontable y es la epistemología de la biología.

La explicación lleva implícito un por qué detrás referente a un cierto fenómeno que ocurre en la búsqueda del cuestionamiento que efectúa un incremento de significado. Establece una relación de causa efecto en la que es susceptible establecer una interrelación de posibles causas y posibles efectos.

Los modelos explicativos pueden estar conformados por ejemplo por los análisis de senderos con ecuaciones estructuradas (SEPATH) los cuales a diferencia de los análisis clásicos de regresión dan mas que un caracter descriptivo; es posible pasar a una explicación a partir de relaciones causa efecto.

La predicción es otra fase importante en la construcción de conocimiento: es la elaboración de la generalización vista de distintas formas desde la elaboración clásica del método de inferencia inductivo hasta la formación de patrones.

La predicción también se refiere al comportamiento esperado a largo de un proceso. Puede ser tratada por diversos métodos que pueden ir desde las series de tiempo. procesos estocásticos e inclusive sistemas elaborados de ecuaciones diferenciales. que pueden incluir desde procesos estocásticos. ecuaciones integrales o inclusive retardos.

2. LA TEORÍA DE PROCESOS ALTERADOS Y FICOFLORÍSTICA.

La Teoría de los procesos alterados es para el presente trabajo el objeto de estudio. La teoria de procesos alterados es un cuestionamiento a la forma de objetivización de la ciencia. así como sus caracterización de neutral y universal. es una aproximación a la naturaleza. es una herramienta teórico metodológica para el estudio integral de los seres vivos. resultado de la búsqueda de la identidad teórica de la biología a partir de una concepción ontológico procesual (González González, 1991).

Esta teoría, propuesta por Jorge González González, de la Facultad de Ciencias UNAM, propone que todas las manifestaciones que se ven en la naturaleza son procesos que existen por si solos, es decir, sin la necesidad de conocerlos. Estos procesos presentan tres niveles de alteración: el primero se refiere a la capacidad intrínseca de cambio de la materia (tendencia inercial del desarrollo), el segundo a la interacción de unos procesos con otros (lo que constituye un proceso transformado) y el tercero a la alteración debida al conocimiento. Los dos primeros procesos son independientes de la existencia del sujeto que estudia.

La propuesta principal radica en que en cualquier estudio de biología. en particular aquellos con una visión o pretensión integradora, este debe incorporar necesariamente el reconocimiento de la "alteración" que dan tanto el sujeto individual como el colectivo al definir y delimitar al objeto de estudio de la Biología: los seres vivos. tal vez a simple vista esto resulta muy obvio. pero en la práctica muchos trabajos que se desarrollan en esta línea no incorporan necesariamente esta concepción.

Bajo la concepción de "Ficoflora Dinámica" se menciona inicialmente una unidad compleja que incorpora a otras nociones utilizadas para aproximarse de forma distinta a los seres vivos. Esta unidad es el IOPE (Individuo. Organismo. Población y Especie). Es un punto de partida para la integración de las cuatro y como un criterio de sistematización integral asi como el reconocimiento de continuidad y discontinuidad de los elementos que conforman a esta unidad compleja.

El individuo y la población son unidades concretas. La segunda es el conjunto de individuos en un mismo espacio tiempo: el organismo es la conjunción de las distintas etapas (individuos) que conforman el ciclo de vida. la especie es la entidad que representa el conjunto de todas las poblaciones en todos los espacios y en todos los tiempos.

De la concepción de "Ficoflora Dinámica" se generan las siguientes unidades de trabajo: Merística, Háptica, Holística y Harmóstica. La unidad merística es la mínima expresión espacio temporal del individuo como proceso. La unidad háptica es el conjunto de unidades merísticas que bajo una sistematización permite agruparlas en conjuntos que tienen una igual respuesta a condiciones ambientales semejantes. La unidad holística es el conjunto de todas las posibles expresiones espacio temporales y puede ser uno de los puntos de partida para elaboración del concepto de especie. La unidad harmóstica es el patrón de referencia que representa la optimización en proceridad y vigor a partir de las combinaciones de los óptimos ecofisiólogicos que se pueden obtener en campo y bajo experimentación.

La unidad que proporciona la fuente de información, la cual es eventual, y que surge al alterar la realidad en un espacio tiempo se denomina unidad tígmica (de "tigmos" contacto). La unidad tígmica está conformada por una o varias unidades merísticas que son la expresión eventual del individuo, organismo o población de una o varias especies. (León Álvarez, 1996).

El estudio ficoflorístico es una actividad permanente de análisis e integración de la información así como la determinación de patrones que permita hacer predicciones o extrapolaciones y por lo cual los aspectos relevantes en los trabajos florísticos son: la determinación, caracterización y delimitación de regiones ficogeográficas a nivel global y local; la distribución geográfica de ambientes y comunidades algales así como de los límites geográficos de diferentes taxa (González González, 1992).

Un aspecto importante a considerar en la estrategia integral para estudios ficoflorísticos son las orientaciones tópica, típica y tónica de la flora.

La caracterización a partir de la distribución espacial y temporal contribuye al incremento de significado de la especie como parte de la flora con orientación tópica, por ejemplo Candelaria (1996), León Tejera (1996) y Serviere Zaragoza (1993).

Para la flora tópica sólo tienen significado la presencia o ausencia de las especies en las diferentes localidades y épocas en que se encuentren o se haya reportado que al recopilarse acumulativamente constituyen la flora potencial.

Este enfoque ficoflorístico que permite la caracterización de los ambientes a partir de las condiciones ambientales se denomina flora típica (González-González. 1992) ya que en realidad el conjunto de estas especie están tipificando el ambiente. Dentro de los trabajos con orientación típica realizados dentro del proyecto "Flora Ficológica de México" se pueden citar a: León Tejera (1986), González-González (1992). Collado-Vides (1990) y (1992). Candelaria Silva (1985), López Gómez (1996), Ortegón Aznar (1997).

La flora típica es un patrón de diversidad característico de una ambiente. es la expresión manifiesta de las distintas posibilidades y capacidades de las especies bajo determinadas condiciones ambientales (González González. 1992).

Otro aspecto importante en los trabajos ficoflorísticos es la **expresión** de las especies. ante ciertas condiciones microambientales y que de cuentas reflejan su "tono" por lo cual a esta orientación se le denomina flora tónica (González González 1992) trabajos con esta orientación se tienen a los de Carmona Jiménez (1997). Rodríguez-Vargas (1989) y León Alvarez (1996).

La flora tónica es el estudio de la biología. autoecología y de los problemas taxonómicos de las especies que conforman una flora. en ella se describe el patrón estructural básico de la especie. (González González. 1992).

A manera de resumen se presenta el siguiente cuadro de integración ficoflorística.

Espacio/tiempo	ontología	epistemología	metodología
localidad	floras	tópico	biogeografía
ambiente particular	comunidades	típico	ecología
microambiente	especies	tónico	taxonomía

Lo que motivó hacer una matematización de la Teoría de procesos alterados fue lo siguiente:

La estrategia teórico metodológica empleada en ficoflorística y que permite establecer las relaciones y reconocimiento de problemáticas entre ontología y epistemología.

La construcción de unidades del conocimiento que permiten un análisis detallado y susceptible de ser integrado a la probléматica de definición y delimitación del objeto de estudio de la biología.

A su vez existe un vínculo, entre estas unidades y los distintos enfoques de integración de estudio de este objeto de estudio con las principales disciplinas integradoras de la biología como es el caso de la taxonomía, biogeografía y ecología.

Adicionalmente es una propuesta original cuya repercusión y aplicación más concreta son las algas que si bien para algunas personas son inconspicuas y primitivas, es un grupo en el que se presentan por ejemplo, todos los ciclos de vida existentes, todos los niveles de organización y prácticamente todas las formas de vida.

El primer contacto con el objeto de estudio, en el caso de las algas y de muchos invertebrados, implica una primera y pequeña dificultad: el distinguir el supuesto objeto de estudio, es decir, el ser vivo en particular.

En el caso de las algas que habitan el intermareal rocoso, la delimitación en individuo, organismo o población resulta no sólo difícil sino a veces imposible: existen algas costrosas, por ejemplo *Ralfsia expansa*, cuya forma de crecimiento no permite distinguir cuando se trata de un individuo o de varios, de manera análoga ocurre con organismos clonales como es el caso de *Bostrychia radicans*.

3. CARACTERIZACIÓN MATEMÁTICA DE ENTIDADES.

El siguiente paso será como poder caracterizar a las entidades que confroman el objeto de estudio, en este caso de la biología.

La asignación de valores numéricos para la caracterización de un conjunto determinado de entes resulta en apariencia muy clara, por ejemplo, el número de sedas que pueda presentar el fémur de la tercera pata derecha de un ácaro o bien la longitud del ancho de su placa antero dorsal del mismo ácaro. La única complicación es que en el primer caso se trata de una variable discreta y en el segundo de una variable continua cuya diferencia repercutiría en análisis multivariados estadísticos posteriores.

Sin embargo una complicación más significativa consistiría en que en la práctica no se tiene valores únicos de número de estructuras presentes o bien de ciertas magnitudes si no que se hablan en muchas ocasiones de rangos[1], es decir, de 6 a 8 sedas o de 13.5 a 24.5 mm de longitud.

Otro problema es acerca de la presencia o no de cierta estructura o característica, la cual usualmente es tipificada con 1 y 0 para la ausencia teniendo una restricción en el análisis multivariado posterior.

La otra complicación, que es posible resolverla con el criterio anterior, es la referente a los tipos de forma es decir cómo tipificar numéricamente que la hoja de *Sargassum liebmannii* (una macroalga café) presente forma suboblonga, oblonga, u otra. Una alternativa podría ser 1 y 0; o bien si se llegan a presentar cinco formas distintas se les asocia 1, 2, 3, 4, 5 quedando aun más incorrecto ya que en el peor de los casos esto corresponderia a una escala ordinal. Sería válido entonces si en la forma se hablara, por ejemplo del grado de anchura, pero no necesariamente se puede dar este caso.

[1] El término correcto es intervalo, ya que rango está referido a una jerarquia, sin embargo en la mayoria de los trabajos es más conocida la primera acepción, además de ser un anglicismo.

La designación de algunos tipos de forma utilizando por lo general referentes geométricos resulta una cierta complicación en los acordados para la elección de caracteres en la segregación taxonómica, por lo cual un problema interesante a plantearse es cómo poder encontrar elementos que tiendan a una mayor objetivación para la designación y caracterización de los tipos de forma, y por otro lado cómo podría estar dada su caracterización numérica.

Pero la caracterización va más alla de definir una entidad es también delimitarla y ubicarla. En el caso de la definición es el atribuir un número o una valoración a la cualidad.

Como se realizó anteriormente la caracterización de cada ser vivo a partir de sus características representadas o codificadas con valores numéricos. es decir. cada ser vivo, en esta primera aproximación sería una n - ada de números reales de la forma: $(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ donde xi representa el valor numérico de la *i*-ésima característica o atributo de dicho ser vivo. sin embargo estos valores numéricos, independientemente del criterio empleado en su respectiva codificación representan un único momento en el devenir del ser visto como proceso. o dicho de otra manera es la mínima expresión eventual del proceso ser vivo. es decir. la unidad merística.

Esta mínima expresión es una manifestación particular de un conjunto que representa el potencial de manifestaciones posibles de dicho proceso, por lo cual una segunda aproximación es considerar que el atributo al que posteriormente se le asigna un número real, bajo esta nueva consideración, es mas bien una manifestación particular de un conjunto de manifestaciones posibles a las cuales les corresponderían distintos números reales. lo anterior concuerda en la definición de variable aleatoria. Una variable aleatoria se define como una función cuyo dominio es un espacio muestral[2] y su contradominio es un subconjunto cualquiera de los números reales[3], es decir. que existe una regla de correspondencia que a eventos del espacio muestral le asocia números reales:

De tal forma que cada atributo se puede visualizar como una variable aleatoria de la siguiente forma:

$$X \sim \begin{pmatrix} x1, & x2, & \dots, & xn \\ p1, & p2, & \dots, & pn \end{pmatrix}$$

donde xi es el valor *i*-ésimo que puede tomar dicha variable y lo toma con una probabilidad pi o sea la frecuencia con la que aparece dicho valor numérico: cabe señalar que en este caso se esta haciendo referencia a una variable aleatoria discreta y finita.

Cabe mencionar que el conjunto de los espacios muestrales de las variables aleatorias es una manera de representar a la Unidad holística. ya que esta unidad es la conjunción de todas las manifestaciones de los individuos, y por lo tanto un punto de partida para la concepción de especie

[2] Un espacio muestral en el contexto de la probabilidad se define como aquel conjunto cuyos elementos son todos los posibles resultados que pueda generar un experimento.
[3] Si el conjunto A es finito o numerable se dice que la variable aleatoria es discreta y en caso de que sea infinito no numerable se dice que es continua.

Adicionalmente estas variables aleatorias se pueden poner en función del tiempo conformando a las variables aleatorias como funcionales[4] y así poder la representación procesual del ser vivo.

En este caso los seres vivos quedarán representados por las variables aleatorias vectoriales que representan a un vector de variables aleatorias.

4. INVITACIÓN A LA BÚSQUEDA DE INVARIANTES.

La siguiente inquietud es cómo, para qué sistematizar y caracterizar matematicamente a los entes. Es posible concebir a estos como elementos que pertenecen a un cierto sistema: también. como eventos que forman parte de uno o varios procesos. en fin como partes de una totalidad.

Estos sistemas forman unidades de conocimiento, de los cuales también es deseable hacer una sistematización. y por lo cual, el principal cuestionamiento que surge es el poder decidir si se trata de dos unidades diferentes o semejantes.

El estudio de ciertos fenómenos en biología, desde un punto de vista descriptivo invita a su sistematización a partir de una serie de criterios, elementos que permiten formar ciertos conjuntos y sistemas. De aquí a su vez surge la pregunta: ¿una cierta entidad pertenece a un sistema o a otro?. o bien ¿cuándo se puede establecer que dos sistemas son iguales o no?.

Dos sistemas o dos conjuntos de entidades pueden ser iguales y distintos a la vez. en el sentido de que existe la subjetividad para formarlos. También serán subjetivos los criterios y las reglas de decisión para establecer dicha diferencia. es entonces cuando se vuelve necesario cambiar el sentido del cuestionamiento y mejor establecer el porqué de la

[4] A las funciones cuyo dominio está definido en un conjunto de funciones reciben el nombre de funcionales, es decir, son reglas que ponen en correspondencia al conjunto de funciones con otro conjunto arbitrario, usualmente numérico real o complejo.

Adicionalmente estas variables aleatorias se pueden poner en función del tiempo conformando a las variables aleatorias como funcionales[4] y así poder la representación procesual del ser vivo.

En este caso los seres vivos quedarán representados por las variables aleatorias vectoriales que representan a un vector de variables aleatorias.

4. INVITACIÓN A LA BÚSQUEDA DE INVARIANTES.

La siguiente inquietud es cómo, para qué sistematizar y caracterizar matematicamente a los entes. Es posible concebir a estos como elementos que pertenecen a un cierto sistema; también, como eventos que forman parte de uno o varios procesos, en fin como partes de una totalidad.

Estos sistemas forman unidades de conocimiento, de los cuales también es deseable hacer una sistematización, y por lo cual, el principal cuestionamiento que surge es el poder decidir si se trata de dos unidades diferentes o semejantes.

El estudio de ciertos fenómenos en biología, desde un punto de vista descriptivo invita a su sistematización a partir de una serie de criterios, elementos que permiten formar ciertos conjuntos y sistemas. De aquí a su vez surge la pregunta: ¿una cierta entidad pertenece a un sistema o a otro?, o bien ¿cuándo se puede establecer que dos sistemas son iguales o no?.

Dos sistemas o dos conjuntos de entidades pueden ser iguales y distintos a la vez, en el sentido de que existe la subjetividad para formarlos. También serán subjetivos los criterios y las reglas de decisión para establecer dicha diferencia, es entonces cuando se vuelve necesario cambiar el sentido del cuestionamiento y mejor establecer el porqué de la

[4] A las funciones cuyo dominio está definido en un conjunto de funciones reciben el nombre de funcionales, es decir, son reglas que ponen en correspondencia al conjunto de funciones con otro conjunto arbitrario, usualmente numérico real o complejo.

decisión, es decir, el dar la estructura de decisión para la diferenciación o semejanza de las entidades a estudiar.

La alternativa de decisión estaría dada por las siguiente aproximación:

Dos entidades son equivalentes si una se puede obtener a partir de la transformación del otra.

Una transformación, como su nombre lo indica, es cambiar, o modificar algo. Particularmente en este trabajo las transformaciones alteran a conjuntos de entidades no sólo a una entidad lo cual genera que prácticamente todas las entidades sufran una alteración. La idea es entonces, que dependiendo de la transformación particular se sistematice también la transformación, y a partir de ésta se hable de equivalencia.

Se propone entonces que los invariantes sean un criterio unificador que sirva de sustentación matemática en la relación de unidad - diversidad; es decir, que la diversidad manifiesta sirva a su vez de criterio unificador, de aquí que la diversidad puede ser vista como un invariante.

5. EL PROGRAMA DE ERLANGEN.

La propuesta teórico metodológica del Programa de Erlangen, realizada por Felix Klein en 1872, consiste en que la enseñanza y concepción de las geometrías pueden generarse a partir de la teoria de invariantes. En esta propuesta se aplican ideas desarrolladas anteriormente por Galois y posteriormente por Lie y Poincaré sobre el uso de la Teoría de Grupos, que actualmente tiene diversas aplicaciones y perspectivas en la Teoría unificada del campo y en cristalografía.

En el caso de la geometria euclideana, si se considera que el grupo de transformaciones son las isometrías del plano, las propiedades que se mantienen invariantes son: longitud, área y decisión, es decir, el dar la estructura de decisión para la diferenciación o semejanza de las entidades a estudiar.

La alternativa de decisión estaria dada por las siguiente aproximación:

Dos entidades son equivalentes si una se puede obtener a partir de la transformación del otra.

Una transformación, como su nombre lo indica, es cambiar. o modificar algo. Particularmente en este trabajo las transformaciones alteran a conjuntos de entidades no sólo a una entidad lo cual genera que prácticamente todas las entidades sufran una alteración. La idea es entonces, que dependiendo de la transformación particular se sistematice también la transformación, y a partir de ésta se hable de equivalencia.

Se propone entonces que los invariantes sean un criterio unificador que sirva de sustentación matemática en la relación de unidad - diversidad: es decir. que la diversidad manifiesta sirva a su vez de criterio unificador. de aquí que la diversidad puede ser vista como un invariante.

5. EL PROGRAMA DE ERLANGEN.

La propuesta teórico metodológica del Programa de Erlangen. realizada por Felix Klein en 1872. consiste en que la enseñanza y concepción de las geometrias pueden generarse a partir de la teoria de invariantes. En esta propuesta se aplican ideas desarrolladas anteriormente por Galois y posteriormente por Lie y Poincaré sobre el uso de la Teoria de Grupos. que actualmente tiene diversas aplicaciones y perspectivas en la Teoria unificada del campo y en cristalografía.

En el caso de la geometria euclideana. si se considera que el grupo de transformaciones son las isometrias del plano. las propiedades que se mantienen invariantes son: longitud. área y congruencia. Para el caso de transformaciones tipo semejanzas se tienen como propiedades el punto medio. paralelismo, perpendicularidad, colinealidad de puntos y concurrencia de rectas.

Siguiendo la idea de Klein, la geometría de un grupo Γ de transformaciones de un conjunto **M** estudia las propiedades, conceptos y magnitudes que no cambian ante la acción de cualquier transformación de Γ y que no posee esta propiedad respecto a cualquier otra transformación que no pertenezca a Γ.

Este enfoque de Klein aplicado a la definición de propiedades y magnitudes relacionadas con tales propiedades, consiste en que dichas propiedades y magnitudes se definen precisamente como aquellas que no cambian, es decir, como **invariantes** respecto a un cierto grupo de transformaciones por determinar.

La terna $\mathbf{G} = < \mathbf{M}, \Gamma, \mathbf{I} >$ establece una alternativa formal y a su vez más amplia para entender y describir a una geometría; es decir, una geometría es un grupo Γ de transformaciones de un conjunto de entidades **M** tales que mantienen invariantes a las propiedades **I**.

Por ejemplo, trasladar o rotar un segmento de recta como lugar geométrico, conserva varias características que la definen como segmento de recta, como puede ser la magnitud entre un par de puntos de ella, la cual es la misma aunque se rote o se traslade. Por lo tanto, para el caso anterior, la geometría euclideana queda definida y caracterizada por el grupo de transformaciones del espacio euclideano que tienen la propiedad de conservar la distancia entre dos puntos cualesquiera (entre otras propiedades) y a su vez la orientación de las figuras transformadas.

Siguiendo esta idea, la geometría afín queda definida y caracterizada por el grupo de transformaciones afines; la geometría proyectiva a su vez está definida y caracterizada por el grupo de transformaciones afines proyectivas, así como la geometría de Lobachevskii está determinada por el grupo de transformaciones proyectivas que transforman en sí mismo cierto círculo o cualquier otra sección cónica (Rivas, 1995).

Así el programa de Erlangen se puede considerar como un método unitario para definir y caracterizar diferentes tipos de geometría a partir del grupo de transformaciones que operan sobre cierto tipo de entes, con ciertos invariantes respecto al grupo de transformaciones y nada más que de ellas.

6. INVARIANTES EN FICOFLORÍSTICA.

La geometría que se va a construir tiene como entes de trabajo vectores que representan a la caracterización de las unidades de trabajo de los seres vivos elegidas para tal fin; en este caso la caracterización se refiere a la distribución de las especies en ciertas localidades.

Es decir, en este caso, cada especie estará representada por un vector de la forma $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \ldots, x_n)$ donde el componente x_i representa un valor numérico que describe a la especie considerando una cierta característica, es decir por cada especie que se considere para el análisis se tendrá un vector de n componentes.

En este caso considérese, que la caracterización que se tenga de la especie sea su presencia o su ausencia en una determinada localidad y **n** es el total de localidades a considerar. Por ejemplo, Ortegón Aznar (1997) realiza una integración ficoflorística de tres lagunas costeras de la península de Yucatán: Nichupté, Río Lagartos y Celestún. Para este caso la caracterización de cada especie estará dada por un vector de tres componentes de la forma: $x = (x_1, x_2, x_3)$ donde el valor x_1 se refiere a la presencia o ausencia de dicha especie en la laguna de Nichupté, x_2 representa lo mismo pero para el caso de Río Lagartos y finalmente x_3 para Celestún. Dichos valores numéricos serán entonces 1 para la presencia y 0 para la ausencia.

está determinada por el grupo de transformaciones proyectivas que transforman en sí mismo cierto círculo o cualquier otra sección cónica (Rivas, 1995).

Así el programa de Erlangen se puede considerar como un método unitario para definir y caracterizar diferentes tipos de geometría a partir del grupo de transformaciones que operan sobre cierto tipo de entes, con ciertos invariantes respecto al grupo de transformaciones y nada más que de ellas.

6. INVARIANTES EN FICOFLORÍSTICA.

La geometría que se va a construir tiene como entes de trabajo vectores que representan a la caracterización de las unidades de trabajo de los seres vivos elegidas para tal fin: en este caso la caracterización se refiere a la distribución de las especies en ciertas localidades.

Es decir, en este caso, cada especie estará representada por un vector de la forma **x** = $(x_1, x_2, ..., x_n)$ donde el componente x_i representa un valor numérico que describe a la especie considerando una cierta característica, es decir por cada especie que se considere para el análisis se tendrá un vector de n componentes.

En este caso considérese, que la caracterización que se tenga de la especie sea su presencia o su ausencia en una determinada localidad y **n** es el total de localidades a considerar. Por ejemplo, Ortegón Aznar (1997) realiza una integración ficoflorística de tres lagunas costeras de la península de Yucatán: Nichupté, Río Lagartos y Celestún. Para este caso la caracterización de cada especie estará dada por un vector de tres componentes de la forma: $x = (x_1, x_2, x_3)$ donde el valor x_1 se refiere a la presencia o ausencia de dicha especie en la laguna de Nichupté, x_2 representa lo mismo pero para el caso de Río Lagartos y finalmente x_3 para Celestún. Dichos valores numéricos serán entonces 1 para la presencia y 0 para la ausencia.

Por ejemplo, la especie *Acetabularia crenulata* se encuentra en dos localidades: Nichupté y Río Lagartos, por lo que su representación vectorial es x = (1,1,0) donde el cero representa su ausencia en la localidad de Celestún; de la misma forma *Derbesia marina* se encuentra solamente en la localidad Río Lagartos, por lo que su representación numérica es x = (0,1,0), o bien la especie *Batophora oerstedi* se encontró en las tres localidades y por lo tanto su vector queda como x = (1,1,1).

Tomando este ejemplo simple es posible ver que se tendrán entonces ocho combinaciones posibles de los dos valores (1 para presencia y 0 para ausencia) en las tres localidades (Nichupté, Río Lagartos y Celestún) de los cuales siete son susceptibles de ser trabajados y sólo la combinación x = (0,0,0) no tiene sentido.

Por lo que es posible tener estas combinaciones:

Especie	Nichupté	Río Lagartos	Celestún	Vector
Batophora oerstedi	X	X	X	(1.1.1)
Acetabularia crenulata	X	X	-	(1.1.0)
Dictyota dichotoma	X	-	X	(1.0.1)
Enteromorpha flexuosa	-	X	X	(0.1.1)
Cladophora submarina	X	-	-	(1.0.0)
Derbesia marina	-	X	-	(0.1.0)
Uvaria oxispermia	-	-	X	(0.0.1)

Hasta este momento se tiene el conjunto de entes a considerar para la geometría que se quiere construir, respecto a las transformaciones se proponen la más sencillas, sea las transformaciones de rotación y traslación elementales.

El grupo de transformaciones, en este caso de traslación y rotación, esta dado como sigue:

$$\mathbf{x}' = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}$$

donde A es una matriz ortogonal, es decir, que cumple $AA^T=I=A^TA$, donde A^T es la matriz transpuesta[5] de A e I es la matriz identidad[6], $b \in R^n$ (un vector cualquiera de n componentes). Empezando por los casos más sencillos y elementales, se considerará la matriz de rotación elemental y el vector B como un vector cuyos componentes sean todos igual a cero.

La matriz de rotación elemental es la que permite en el caso de la geometría analítica, efectuar la rotación de un lugar geométrico un cierto ángulo con respecto al eje x. Dicha transformación queda expresada, para el caso de vectores en el plano, es decir de dos componentes, como sigue:

$$\begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta & -\operatorname{sen}\theta \\ \operatorname{sen}\theta & \cos\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x1 \\ x2 \end{pmatrix}$$

donde θ es el valor en radianes del ángulo de inclinación del cual se quiere hacer la rotación. En este caso dicho parámetro sólo se tomará para un valor de cero radianes para así poder obtener 1 y 0 (ya que el seno de 0 es igual a 0 y el coseno de 0 es igual a 1) exclusivamente y así al multiplicar por el vector de las especies de como resultado otro vector cuyos valores sean 1 ó 0.

En el caso de tres dimensiones, es decir cuando los vectores tienen tres componentes, existen nueve matrices de rotación elemental

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta & -\operatorname{sen}\theta \\ 0 & \operatorname{sen}\theta & \cos\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ \cos\theta & 0 & -\operatorname{sen}\theta \\ \operatorname{sen}\theta & 0 & \cos\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ \cos\theta & -\operatorname{sen}\theta & 0 \\ \operatorname{sen}\theta & \cos\theta & 0 \end{pmatrix}$$

[5] Se dice que A^T es la transpuesta de A si y sólo si los elementos a_{ij} de la matriz A corresponden a los elementos a_{ji} de la nueva matriz transpuesta, es decir, si $A=(a_{ij})$ entonces $A^T=(a_{ji})$ donde el primer subíndice

[6] La matriz identidad es aquella matriz cuadrada cuyos elementos de la diagonal principal son igual a uno y el resto son igual a cero.

$$\begin{pmatrix} 0 & \cos\theta & -\text{sen}\,\theta \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & \text{sen}\,\theta & \cos\theta \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} \cos\theta & 0 & -\text{sen}\,\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \text{sen}\,\theta & 0 & \cos\theta \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} \cos\theta & -\text{sen}\,\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ \text{sen}\,\theta & \cos\theta & 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 0 & \cos\theta & -\text{sen}\,\theta \\ 0 & \text{sen}\,\theta & \cos\theta \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} \cos\theta & 0 & -\text{sen}\,\theta \\ \text{sen}\,\theta & 0 & \cos\theta \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} \cos\theta & -\text{sen}\,\theta & 0 \\ \text{sen}\,\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

en las cuales si se toma $\theta = 0$ se tienen las siguientes nueve matrices:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Quitando los que son idénticas quedarían:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

De las cuales la primera es la matriz idéntica, la cual si se multiplica por cualquier vector, resulta el mismo vector, por lo cual no se considerará. Por lo tanto si se toma cada una de las cuatro matrices restantes y si se multiplica por cada uno de los vectores de las siete combinaciones mencionadas anteriormente se tiene lo siguiente.

$$\begin{pmatrix}0&1&0\\1&0&0\\0&0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}\quad \begin{pmatrix}0&0&1\\1&0&0\\0&1&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}\quad \begin{pmatrix}0&1&0\\0&0&1\\1&0&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}\quad \begin{pmatrix}1&0&0\\0&0&1\\0&1&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix}0&1&0\\1&0&0\\0&0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix}\quad \begin{pmatrix}0&0&1\\1&0&0\\0&1&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\1\\1\end{pmatrix}\quad \begin{pmatrix}0&1&0\\0&0&1\\1&0&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix}\quad \begin{pmatrix}1&0&0\\0&0&1\\0&1&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix}0&1&0\\1&0&0\\0&0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix}\quad \begin{pmatrix}0&0&1\\1&0&0\\0&1&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix}\quad \begin{pmatrix}0&1&0\\0&0&1\\1&0&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}\quad \begin{pmatrix}1&0&0\\0&0&1\\0&1&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}$$

Recapitulando, se tienen tanto el conjunto de entes como el grupo de transformaciones, sólo faltan las propiedades invariantes que permiten definir a esta nueva geometría.

Si se observan por parejas a los vectores que se les aplica la transformación y los vectores, es decir, (1,1,1) y (1,1,1), (1,1,0) y (0,1,1), (1,0,0) y (0,1,0), se puede ver qué propiedades pueden mantener invariantes.

En este caso al aplicar las transformaciones a los vectores mantienen invariante una importante característica: la norma euclideana[7] del vector (la cual se mantiene invariante independientemente del ángulo). También se mantiene invariante el cuadrado de dicha norma. Esta propiedad de invarianza (representaciones númericas de las especies) representa el rango de tolerancia que tiene la especie en las tres localidades. es decir. una especie con cuadrado de la norma igual a tres representaría un rango de **distribución** euritópico (ampliamente distribuido en la región), si tiene un cuadrado de la norma de dos es mesotópico (medianamente distribuido) y un cuadrado de la norma de uno corresponde a una distribución restringida, es decir, estenotópico (clasificación propuesta por González-González en Candelaria Silva 1996 y Ortegón Aznar 1997).

Vector	Cuadrado de la norma	Rango de distribución	Ejemplo:
(1,1,1)	$(\sqrt{1^2+1^2+1^2})^2 = (\sqrt{3})^2 = 3$	Euritópica	*Batophora oerstedi*
(1.1.0)	$(\sqrt{1^2+0^2+0^2})^2 = (\sqrt{2})^2 = 2$	Mesotópica	*Acetabularia crenulata*
(1.0.1)	$(\sqrt{1^2+0^2+1^2})^2 = (\sqrt{2})^2 = 2$	Mesotópica	*Dictyota dichotoma*
(0.1,1)	$(\sqrt{0^2+1^2+1^2})^2 = (\sqrt{2})^2 =2$	Mesotópica	*Enteromorpha flexosa*
(1.0.0)	$(\sqrt{1^2+0^2+0^2})^2 = (\sqrt{1})^2 = 1$	Estenotópica	*Cladophora submarina*
(0.1.0)	$(\sqrt{0^2+1^2+0^2})^2 = (\sqrt{1})^2=1$	Estenotópica	*Derbesia marina*
(0.0.1)	$(\sqrt{0^2+0^2+1^2})^2 = (\sqrt{1})^2=1$	Estenotópica	*Ulvaria oxispermia*

Es decir, existen grupos de especies, que en su conjunto, permiten caracterizar a una flora con orientación tópica a través de sus rangos de distribución, los cuales son una propiedad invariante ante los grupos de transformación elemental propuestos.

Lo anterior sirvió como un ejemplo sencillo de lo que es posible hacer con los datos generados a partir de los trabajos florísticos. Se puede hacer más complejo si se incluyen más datos, por ejemplo, la época de colecta, para considerar la presencia espacio-temporal del evento de diversidad en cuestión.

[7] La norma o magnitud de un vector se defina como la $\sqrt{\Sigma x_i^2}$ donde xi es el *i*-ésimo componente del vector.

Cabe resaltar que hasta el momento no se pretende obtener una mayor operatividad o bien obtener una información diferente a la que ya se tenia, lo que se pretende es que con este ejemplo sencillo se visualice la idea de invarianza (en este caso con los rangos de distribución) enmarcada en una geometría según Klein (capítulo anterior).

Al incorporar la información del tiempo los vectores aumentan de tamaño, por ejemplo si anteriormente tenían tres componentes referidas a las tres lagunas: Nichupté, Río Lagartos y Celestún, y ahora se agregan dos épocas de colecta, secas y lluvias, se conforma un vector de seis componentes: (Nichupté en secas, Nichupté en lluvias, Río Lagartos en secas, Río Lagartos en lluvias, Celestún en lluvias y Celestún en secas).

La presencia o ausencia de las especies en una cierta unidad tígmica refleja una información muy importante ya que refleja las condiciones ambientales que prevalecen en el lugar y que favorecen dicha presencia. Dicho de otra forma la presencia de ciertas especies da información sobre la **tolerancia** de dichas especies ante tales condiciones ambientales.

Siguiendo este mismo grupo de transformaciones y el mismo tipo de caracterizaciones es posible también caracterizar especies pero ahora con base en su **tolerancia**.

De igual forma que en la orientación tópica el anterior la propiedad principal que se mantiene invariante es el cuadrado de la norma que en este caso da los diferentes rangos de tolerancia que puede tener la especie, que puede ser, euritípica, mesotípica y estenotípica.

En algunos casos es posible no sólo tener el registro de la presencia sino inclusive también su abundancia u otra característica que refleje su proceridad. En este caso ya las matrices de transformación propuestas anteriormente no tienen que ser de unos o ceros y seguramente el conjunto de propiedades invariantes ya no tienen correspondencia con con los rangos de distribución.

Para el caso de la flora con orientación tónica cada componente del vector representa la **expresión** de la especie, en cada una de las condiciones ambientales. En este caso cada condición ambiental puede expresarse a partir de una escala ordinal o de intervalo, pero usualmente no se utiliza la nominal (presencia o ausencia) que se utilizó en el caso anterior.

Otra alternativa es la caracterización que se utiliza en taxonomía numérica, es decir, que cada componente del vector sea la característica morfológica, o incluso etológica, fisiológica y ecológica (Crisci, 1987). Uno de los inconvenientes principales en utilizar este enfoque es que a cada uno de los caracteres empleados (componentes del vector) se les da el mismo peso, es decir, no hay una ponderación diferencial. En los casos anteriores no existía ese problema ya que se refería única y exclusivamente a presencia y ausencia. Sin embargo la hipótesis que se puede proponer es que una vez resuelto este inconveniente (el encontrar las matrices de transformación adecuadas) el conjunto de invariantes que puedan resultar de esta geometría constituyan parte del patrón estructural y funcional básico de los distintos taxa que contengan a las especies de las cuales se construya dicha Geometría.

Siguiendo con la idea de caracterizar a las especies mediante vectores, también el análisis se podría enfocar a la caracterización de las especies a partir de la existencia de otras especies acompañantes en la unidad tígmica de la cual fue extraida dicha especie, es decir, que el componente *i*-ésimo del vector constituirá la presencia (indicada con 1) o la ausencia (con 0) de la *i*-esima especie que estaba en la muestra "acompañando" a la especie que se esta caracterizando por el vector.

El cuadrado de la norma como invariante no tiene sentido para la interpretación de esta orientación florística ya que la información que proporciona es la composición de especies que pueda tener una muestra.

Otro caso sería que los vectores den la presencia de la especie en una determinada asociación, es decir cada componente representa la presencia o ausencia de la especie en cada una de las asociaciones.

De manera análoga al caso anterior se refiere a la presencia de la especie pero con una cierta asociación lo que conforma otro criterio de integración que es la serie un nuevo nivel de análisis. Las series son unidades virtuales que permiten un nivel de sistematización entre la flora típica y la flora tópica, ya que a partir de la información concreta que se obtiene en las comunidades es posible construir ciertas recurrencias de las composiciones y compararlas en su presencia o ausencia en las diferentes localidades.

7. EQUIVALENCIAS DE ENTIDADES.

Como se mencionó con anterioridad un problema que surgía de inmediato era el cómo poder establecer la equivalencia o semejanza entre dos sistemas o unidades.

Aqui lo desable es establecer criterios que a partir de las transformaciones establezcan na relación de tolerancia.

Las partes o los elementos, que en este caso son entidades que se asumen que pertenecen a una cierta unidad tendrán la caracterisica que al aplicarles un conjunto de transformaciones matendran invariante una propiedad que les permita formar, partir de ellas, una geometría siguiendo la idea de Klein.

Si las entidades son manejadas como vectores de **n** componentes se sabe que ante transformaciones tipo traslación y rotación se mantienen invariantes muchas cosas entre ellas el baricentro y el hipervolumen generado a partir de la desviaciones los cuales adicionalmente tienen el contexto de representar respectivamente a la media y a la varianza muestral.

Otro caso sería que los vectores den la presencia de la especie en una determinada asociación, es decir cada componente representa la presencia o ausencia de la especie en cada una de las asociaciones.

De manera análoga al caso anterior se refiere a la presencia de la especie pero con una cierta asociación lo que conforma otro criterio de integración que es la serie un nuevo nivel de análisis. Las series son unidades virtuales que permiten un nivel de sistematización entre la flora típica y la flora tópica, ya que a partir de la información concreta que se obtiene en las comunidades es posible construir ciertas recurrencias de las composiciones y compararlas en su presencia o ausencia en las diferentes localidades.

7. EQUIVALENCIAS DE ENTIDADES.

Como se mencionó con anterioridad un problema que surgía de inmediato era el cómo poder establecer la equivalencia o semejanza entre dos sistemas o unidades.

Aqui lo desable es establecer criterios que a partir de las transformaciones establezcan na relación de tolerancia.

Las partes o los elementos, que en este caso son entidades que se asumen que pertenecen a una cierta unidad tendrán la caracterísica que al aplicarles un conjunto de transformaciones matendran invariante una propiedad que les permita formar, partir de ellas, una geometría siguiendo la idea de Klein.

Si las entidades son manejadas como vectores de **n** componentes se sabe que ante transformaciones tipo traslación y rotación se mantienen invariantes muchas cosas entre ellas el baricentro y el hipervolumen generado a partir de la desviaciones los cuales adicionalmente tienen el contexto de representar respectivamente a la media y a la varianza muestral.

La diversidad de este conjunto de entidades es natural concebirla como el grado de dispersión que existe entre ellas y representar a dicha dispersión como la varianza.

Por lo cual entre otras cosas la diversidad es una propiedad que se mantiene invariante ante transformaciones tipo rotación y traslación, las cuales son aplicadas a el conjunto de entidades de la cual se está refiriendo dicha diversidad.

Considérese que ahora las entidades que se van a manejar son las unidades merísticas: se infiere que las distintas transformaciones corresponderán a las diferentes unidades hápticas que se construyan sobre ellas y el invariante reflejará en parte a la unidad holística.

Otro aspecto trascendental es la tolerancia que sea posible definir en términos de estas transformaciones, lo cual conlleva a plantearse un nuevo problema referente a como poder establecer clases de equivalencia, o dicho de otro modo, como poder establecer, según la propuesta aquí planteada, la pertenencia o no de una entidad a una unidad particular, por ejemplo de una unidad meristica a una unidad holística, de un IOPE a una comunidad.

Se tiene inicialmente un conjunto a el cual se le puede aplicar una transformación y la cual modifica a todo el conjunto, lo que representa una primera contradicción por que al menos las primeras caracterizaciones de los seres vivos se mantienen estáticas, a pesar de que estamos manejando una concepción de ficoflora dinámica.

Lo que es posible entonces es considerar no a todo el conjunto sino sólo a una parte de él, es decir, a un subconjunto; la transformacion aplicada a este dará como resultado otro subconjunto.

Esto podría dar como resultado el planteamiento erróneo del problema o dicho más concretamente, el plantearse el problema de manera inversa; es decir, ahora damos subconjuntos de entidades si un subconjunto es posible llevarlo a otro a partir de una transformación entonces mantendrá constante, invariante alguna característica trascendental en su delimitación; en este caso proponemos a la diversidad vista como la varianza, a pesar de que la transformación es relativamente simple, como lo es la transformación dada por una matriz ortogonal y un vector real cualquiera de esta se pueden tener múltiples variedades de esta matriz.

Aquí el problema se complica en cuanto a operatividad ya que resulta incomodo elaborar todos los juegos posibles de combinaciones de subconjuntos a partir de un conjunto dado y a partir de este generar y verificar ante que transformaciones es posible mantener la invaranza; sin embargo esto puede dar cabida a desarrollar un algoritmo numérico que permita simplificar los cálculos.

La propuesta más concreta se experimentará con caracterizaciones de los vectores con presencias y ausencias, de tal manera que se tengan vectores con unos y ceros; de manera análoga las matrices de transformación que se emplearán serán matrices con ceros y unos de tal forma que cumplan las ortonormalidad en renglones y columnas que caracteriza a toda matriz ortogonal.

Donde se tiene un poco mejor visualizado es las entidades vistas como asociaciones donde su composición de especies dar como resultado un vector con ceros y unos.

Se ejemplificará con el caso más simple. Supóngase que los vectores a trabajar representan la caracterización de ciertas unidades tígmicas y a partir de la presencia o ausencia de las especies que componen al microambiente del cual se esta obteniendo la correspondiente unidad tígmica.

Ahora considérese que potencialmente se encuentran sólo dos especies con las cuatro combinaciones posibles que pueden representar a las unidades tigmicas son cuatro, representadas por los vectores (1,1), (1,0), (0,1) y (0,0) donde el primero representa la presencia de las dos especies en la unidad tígmica, la segunda representa la presencia de la primera especie y la ausencia de la segunda (considerando el lugar del vector como la especie correspondiente). De manera análoga el tercer vector representa la ausencia de la primera especie y la presencia de la segunda; finalmente el cuarto vector. que sería el caso trivial, representaría la ausencia de ambas especies. Entonces se tienen tres posibles combinaciones, ya exceptuada la del caso trivial, lo que correspone a la fórmula conocida para conocer el número de elementos que contendrá el conjunto potencia de otro conjunto que tenga **n** elementos: 2n , en este caso se le suatrae uno que en el caso del conjunto potencia equivale a eliminar al conjunto vacío.

Ahora bien. de estos tres vectores se pueden formar tres distintos grupos de dos vectores. es decir, se pueden obtener tres combinaciones de tres elementos tomados de dos en dos: estos son: (1.1) y (1,0), (1,1) y (0,1). (1,0) y (0,1).

Supóngase que ahora estas pequeñas agrupaciones de dos vectores (unidades tígmicas representan cada una de ellas una comunidad y entonces surgiría la pregunta siguiente: ¿éstas comunidades son distintas o iguales?. En términos estrictos no lo serían, pero en términos de semejanza no estricta se podría reconsiderar nuevamente la respuesta.

Reconsiderando lo anterior se tendrían en este ejemplo hipotético tres comunidades. cada una de ellas con dos unidades tígmicas.

Comunidad	Unidad tígmica	Unidad tígmica
A	(1.1)	(1.0)
B	(1.1)	(0.1)
C	(1.0)	(0.1)

Ahora considérese la transformación mencionada anteriormente en el capitulo 3:

$T(x) = Ax + b$

y de esta considérense los valores de la matriz A:

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

y b es el vector 0, es decir, el vector (0,0) quedando entonces que la transformación aplicada a todas las unidades tígmicas por comunidades se tiene lo siguiente:

A	B	C
$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$
$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

Quedando entonces las siguientes tranformaciones a nivel de comunidad:

$T(A) = B$. $T(B) = A$ y $T(C) = C$

Por lo cual de estas tres comunidades en apariencia diferentes. la comunidad A y B son semejantes bajo la transformacion de la forma $T(x) = Ax$.

8. EL CASO DEL CONCEPTO DE LA DIVERSIDAD.

Una de las alternativas que se tiene en la ciencia para dar un mayor incremento de significado a los conceptos es su matematización. entendiendo por esta no sólo el "numerizar" a los entes que esten inmersos o relacionados con dichos conceptos. sino que se conforme un cuerpo axiomático a partir de estos conceptos.

y de esta considérense los valores de la matriz A:

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

y b es el vector 0, es decir, el vector (0,0) quedando entonces que la transformación aplicada a todas las unidades tígmicas por comunidades se tiene lo siguiente:

A	B	C
$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$
$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

Quedando entonces las siguientes tranformaciones a nivel de comunidad:

$T(A) = B$, $T(B) = A$ y $T(C) = C$

Por lo cual de estas tres comunidades en apariencia diferentes, la comunidad A y B son semejantes bajo la transformacion de la forma $T(x) = Ax$.

8. EL CASO DEL CONCEPTO DE LA DIVERSIDAD.

Una de las alternativas que se tiene en la ciencia para dar un mayor incremento de significado a los conceptos es su matematización, entendiendo por esta no sólo el "numerizar" a los entes que esten inmersos o relacionados con dichos conceptos, sino que se conforme un cuerpo axiomático a partir de estos conceptos.

El concepto que se quiere como primera instancia matematizar es el concepto de diversidad. Este concepto a tenido múltiples acepciones dependiendo de los enfoque e intenciones para los cuales se ha manejado, por lo cual se empezará a utilizar de manera primera la noción de diversiad, es decir, a partir de la primera aproximación de lo que se entienda por diversidad.

La diversidad está referida a lo que esta diferente y por lo cual lo primero que se desea para poder medirlo es referirlo a qué tan distinto o diferente son los entes que pertenecen a dicho conjunto, por lo cual se introduce la idea de dispersión.

La dispersión es una carateristica de un conjunto de entes y una de sus principales medidas es la varianza. Es decir que una de las alternativas para medir la diversidad de un conjunto de entes a partir de la varianza o bien de alguna de sus modalidades.

La propuesta concreta es que la sistematización de las diferentes unidades que se generen a partir del conocimiento biológico sean a partir de del criterio de unidad - diversidad. Esto es, que a partir de lo que tengan en común y de diferente se pueda proponer alguna similitud con lo manejado en matemáticas.

Del establecimiento de las diferentes unidades surge la necesidad de describir e interaccionar con otros niveles en términos generales en la autoecología, ecología, sinecología y en la biogeografía.

A partir de la idea de Klein se partió de que la Geometria constituida por un grupo de entes en este caso variables aleatorias vectoriales m, un conjunto de transformaciones y un conjunto de propiedades que se mantienen invariantes.

Anteriormente se había caracterizado a los seres vivos mediante variables aleatorias, pero si un ser vivo a su vez representa n atributos, entonces se conforma una variable aleatoria vectorial.

$$\mathbf{X} = (X_1, X_2, \ldots, X_n)$$

La propuesta es entonces la siguiente: el conjunto de entes a considerar en esta geometría son variables aleatoria vectoriales, el grupo de transformaciones que operan sobre dichos entes son la traslación y la rotación y las propiedades que se mantendrán invariantes son, principalmente, las medidas de dispersión de dichas variables aleatorias; es decir, que si **M** es el conjunto de variables aleatorias, Γ es el conjunto de transformaciones (rotación y traslación) e **I** el conjunto de propiedades que se mantienen invariantes queda entonces definida la geometría como $\mathbf{G = < M, \Gamma, I >}$.

Dichas variables aleatorias pertenecen a un conjunto **M** del cual se quiere establecer dicha geometría y la intención es que **M** sean las distintas unidades que a partir del conocimiento pretenden interpretar a las distintas entidades que se asumen en un ámbito ontológico.

Al multiplicar por las matrices de traslación se tiene un inconveniente de multiplicar variables aleatorias por números, sin embargo esto se puede resolver utilizado momentos de las variables aleatorias que no es otra cosa que características numéricas de la variable aleatoria.

El cálculo de dichos momentos se dificulta en el sentido de que no se conoce la función de probabilidad que genera dicha variable aleatoria y de antemano se va a suponer que no necesariamente corresponde a uno de los modelos previamente establecidos, como es el caso de la distribución normal o de la binomial lo cual se pueda resolver momentáneamente haciendo una prueba de bondad de ajuste. El problema es que si no sale significativamente aceptable ya no se puede hacer nada.

Otro de los enfoques, relativamente recientes, es la estimación no paramétrica de densidades con la cual es posible estimar los diferentes momentos de una distribución de datos con base la característica propia de la distribución y a partir de un parámetro determinado para ajustar mejor la distribución.

Enseguida se verá a la dispersión como una aproximación par establecer el concepto de Diversidad. La dispersión es aquella propiedad de las variables aleatorias, la cual es invariante respecto del grupo de transformaciones (rotación y traslación) de dichas variables aleatorias:

$$\xi' = A\xi + b$$

Si se trata de una variable aleatoria usual, es decir para el caso escalar se pueden conformar las siguientes medidas de dispersión:

- Amplitud (diferencia entre los valores máximo y mínimo) Amp = $\xi max - \xi min$
- Desviación absoluta promedio: $E \mid \xi - E\,\xi \mid$
- Semiamplitud unimodal de la distribución continua: $\rho(x1) = \frac{1}{2} \max \rho(x2)$
- Varianza y desviación estándar: $D\xi = E(\xi - E\xi)2$
- Momentos centrales y promedios centrales de orden par: $r_1+r_2+\ldots+r_n=2n$

Las anteriores son medidas de una sola entrada, en el caso de varias entradas se pueden mencionar a:

- Covarianza: $\lambda ij = cov\,(\xi i, \xi j) = E[(\xi i - E\xi i)(\xi j - E\xi j)]$
- Matriz de momentos de segundo orden: $cov(\xi 1, \xi 2, \ldots, \xi m) = || \lambda ij ||$
- Momentos centrales de orden par: $r_1+r_2+\ldots+r_n=2n$
- Coeficientes de correlación: $\rho_{ij} = \lambda_{ij}/\sqrt{\sigma\xi_i}/\sigma\xi_j$

En el caso de variables aleatorias vectoriales (n > 1) nos es difícil exhibir ejemplos de funcionales (medidas de la dispersión) que son invariantes respecto del grupo de transformación, con base en la definición convenida que miden la dispersión.

- Amplitud (diámetro del espectro)
- Rango de la distribución n dimensional, es decir el rango de la matriz de covarianza $\mathrm{cov}\xi$
- Traza de la matriz de covarianza cov , o sea, la suma de las dispersiones $\sum D\xi_i$
- Dispersión generalizada, o sea el det $\mathrm{cov}\xi$

La invarianza de estas tres últimas respecto al grupo de transformaciones originalmente propuesto se justifica por que $\mathrm{cov}\ \xi' = A\mathrm{cov}\xi At$, entonces como resultado de la transformación la matriz de covarianza se convierte en una matriz de semejanza y éstas tiene la misma traza, rango y determinante.

Todas las funcionales antes mencionadas, por un lado expresan propiedades de las variables aleatorias, las cuales son invariantes bajo la acción del grupo de transformaciones (1), pero por otro se diferencian en que cada funcional caracteriza determinada particularidad de la misma propiedad de la variable aleatoria su dispersión, la cual no puede ser descrita por una sola funcional, sino que representa toda una geometría la del grupo de transformaciones.

La diversidad de un conjunto de entes es lo mismo que la dispersión, ya definida, sólo que referidos a criterios no ligados a unidades de medición.

Hablando del caracter relativo del concepto de diversidad se está presuponiendo lo siguiente: si por ejemplo, uno de los criterios que caracterizan a los individuos del conjunto a trabajar es la temperatura, entonces la medida de diversidad no debe depender en qué escala de temperatura es medida digamos en °C en °R.

Para calcular la diversidad se han propuesto muchas fórmulas, pero no se presta tanta atención a la puntualización del concepto.

En el caso de variables aleatorias escalares (n=1) la transición de una escala de medición a otra implica, o bien una traslación paralela correspondiente al nuevo origen escogido, o bien una homotecia correspondiente la medición de escalas o bien ambas.

Algunos casos de medidas de diversidad, de una sola entrada, son:

- Cualquier característica numérica de la variable aleatoria: $\eta = |\xi - E\xi| / \sigma\xi$
- Medida de diversidad de la variable aleatoria respecto a otra

Otra aproximación de la definición de la diversidad como la geometría del grupo de transformaciones de la variables aleatorias de dimensión n: dada la expresión:

$\operatorname{cov} \xi' = A\operatorname{cov}\ \xi' At$

se infiere entonces que las siguientes funcionales son invariantes del grupo de transformaciones.

- Característica numérica de la variable aleatoria
  $\eta = ((\xi - E\xi)^T (\operatorname{cov}\xi)^{-1} (\xi - E\xi))^{1/2}$

- Medida de diversidad de una variable aleatoria respecto a
  $V(\xi \mid \zeta) = ((\xi - E\xi)^T (\operatorname{cov}(\xi - \zeta))^{-1} (\xi - E\xi))^{1/2}$

Dos variables aleatorias se llaman equivalentes si satisfacen: $\xi' = A\xi + b$ (como se había mencionado en el capítulo cuatro).

Asimismo es posible definir la distancia entre clases de equivalencia la cual se puede definir como:

$\rho 2(\eta, \eta') = E(\eta - \eta')2$

donde η y η' son variables aleatorias escalares, definidas por (9) para las correspondientes clases de equivalencia.

Por lo tanto la geometría de la diversidad es métrica.

Usualmente en comunidades una de las propiedades emergentes que se utilizan para su caracterización son los índices de diversidad. Dichos índices son valores numéricos que reflejan alguna característica que incorpora la riqueza y la abundancia de los organismos. La riqueza es el número de especies distintas que están presentes en dicha comunidad y la abundancia es el número de individuos que tiene cada una de las especies.

Uno de los índices más utilizados es el índice de Shannon Weber, que surge de la teoría de la información y trata de reflejar que tanta información puede aportar la comunidad.

La fórmula del índice es: $H = - \Sigma\ pi \ln pi$, donde pi es la frecuencia relativa, es decir, siendo ni el número de individuos de la especie i-ésima el número total de individuos de todas las especies ln es el logaritmo natural.

Esta fórmula recuerda la definición de esperanza matemática, es decir, $E(x) = \Sigma\ xi\ p(xi)$
Por lo cual como menciona Fernández (1976), este índice es posible verlo como la esperanza matemática de una cierta variable aleatoria:

Si $L(X) = - \log P(X)$
Entonces: $E(L(X)) = \Sigma\ L(xi)\ p(xi) = \ \Sigma - \log pi\ \ pi$
y por lo tanto: $H = E(-\log P(X))$.

Como la varianza a su vez es un tipo de esperanza matemática se infiere que este indice es tipo particular de varianza y por lo cual entraría como un caso particular de esta Geometría .

CONCLUSIONES.

La idea de invarianza es un referente estrictamente epistemológico, ya que en la concepción de Teoría de Procesos Alterados no existe la invarianza absoluta, todo es cambiante y dinámico.

Lo más importante de la invarianza como referente es el establecimiento de criterios de Unidad en los objetos de estudio, por lo cual la geometría que se intenta definir es una alternativa de sistematización de la unidad y de la diversidad como principios integradores de la biología.

Este va ser el punto de partida para dar un ejemplo de matematización, que si bien no es el único, es al menos distinto a los anteriormente hechos.

Lo anterior puede servir como base para la elaboración de un programa computacional que permita la mejor manipulación de vectores mucho más grandes y de valores que no se limiten a presencia ausencia, es decir, que incluyan por ejemplo valores de abundancia.

Es necesario implementar lo hasta ahora desarrollado en estadística no paramétrica para poder resolver parte de las inconsistencias que se tienen en el manejo de caracteres o bien en el posterior cálculo de momentos de las distribuciones que generen los datos.

Otra posible línea es la información que pueda brindar la teoría de procesos estocásticos o parcialmente las series de tiempo.

Respecto de las unidades que se manejan en la concepción de ficoflora dinámica se puede establecer lo siguiente:

Unidad Merística, esta unidad representa la minínima expresión espacio temporal del proceso concebido como individuo; es la unidad suceptible de caracterizar numéricamente mediante un vector de n componentes en caso de fuesen n las caracteristicas empleadas en sus despripción.

Unidad Holística. Es la totalidad de todas la unidades meristicas que comparten un cierto parecido y que mediante su reconstrucción recapitulan al proceso especie. es todo un espacio n dimensional , visto como subespacio de n componentes. es decir es el conjunto de vectores que a su vez representa cada uno de ellos a las unidades merísticas.

Unidad Háptica. Es la unidad que cuyo parecido permite ser correlacionada con un conjunto de condiciones microambientales. Determina formas particulares de expresión y de manifestación de las especies. Aqui en este caso mas de invarianza a lo mejor valdria la pena platicar de tolerancia.

Unidad Harmóstica. Es una unidad no concreta, que no necesariamente existe en la naturaleza y es la que representa la optimizacion en caracteristicas como vigor, y tono a partir de la combinación adecuada de condiciones microambientales. Es un patrón de referencia en la sistematización particularmente de las unidades hápticas. Esta unidad matemáticamemte hablando representa un problema típico de investigación de operaciones y dependiendo del manejo de las restricciones y de las interrelaciones de las variables será programación lineal. no lineal o dinámica.

Unidad Heurística. Es la unidad de confrontación necesaria para la sistematización global de las cuatro unidades anteriores. En este contexto de matematización seria deseable que conformara por ejemplo una geometría a la Klein. donde los elementos o entidades de la geometría serian las unidades merísticas las cuales al aplicarles un grupo de transformaciones mantendrán invariantes las propiedades que caracteristcen a dicha unida. en este caso la reconstrucción de la biología de la especie.

Como toda propuesta de modelación siempre es necesario tomar en cuenta la mediación entre la operatividad del modelo y la supuesta alta representatividad del fenómeno que se pretende modelar.

Tanto el conocimiento como las disciplinas científicas son procesos cuya evidencia e incremento de su significado es en la mayoría de los casos a partir de su enseñanza.

Es entonces la enseñanza un papel determinante en el desarrollo de la biomatemática. Dentro del proceso de enseñanza aprendizaje el alumno debe de "aprender" que la matemática no es sólo un instrumento sino que es: una intención, una manera de sistematización, un elemento para modelar, una forma de razonar, un lenguaje, un juicio de valor y un soporte para hacer suposiciones.

Es necesario cuidar el aspecto de la enseñanza, ya que los pocos éxitos que se puedan tener en este rubro son mas bien por la gran cantidad de circunstancias "aleatorias" que prevalecen en las Universidades que por una planeación y seguimiento acordes de una manera diferenciada a las problemáticas institucionales, de las dependencias, de los alumnos y desde luego de la mismas disciplinas.

REFERENCIAS.

Candelaria Silva 1985. caracterización de la ficoflora de la localidad de Puerto Escondido, Guerrero. Tesis Profesional. Facultad de Ciencias. UNAM.

Candelaria Silva 1996. Macroalgas del Estado de Guerrero. Tesis de Maestria. Facultad de Ciencias. UNAM.

Carmona Jimenez. J. 1997. Rodofitas de la región central de México. Tesis de Doctorado. Facultad de Ciencias. UNAM.

Como toda propuesta de modelación siempre es necesario tomar en cuenta la mediación entre la operatividad del modelo y la supuesta alta representatividad del fenómeno que se pretende modelar.

Tanto el conocimiento como las disciplinas científicas son procesos cuya evidencia e incremento de su significado es en la mayoría de los casos a partir de su enseñanza.

Es entonces la enseñanza un papel determinante en el desarrollo de la biomatemática. Dentro del proceso de enseñanza aprendizaje el alumno debe de "aprender" que la matemática no es sólo un instrumento sino que es: una intención, una manera de sistematización, un elemento para modelar, una forma de razonar, un lenguaje, un juicio de valor y un soporte para hacer suposiciones.

Es necesario cuidar el aspecto de la enseñanza, ya que los pocos éxitos que se puedan tener en este rubro son mas bien por la gran cantidad de circunstancias "aleatorias" que prevalecen en las Universidades que por una planeación y seguimiento acordes de una manera diferenciada a las problemáticas institucionales, de las dependencias, de los alumnos y desde luego de la mismas disciplinas.

REFERENCIAS.

Candelaria Silva 1985. caracterización de la ficoflora de la localidad de Puerto Escondido, Guerrero. Tesis Profesional. Facultad de Ciencias. UNAM.

Candelaria Silva 1996. Macroalgas del Estado de Guerrero. Tesis de Maestría. Facultad de Ciencias. UNAM.

Carmona Jimenez. J. 1997. Rodofitas de la región central de México. Tesis de Doctorado. Facultad de Ciencias. UNAM.

Collado Vides, L. 1992. Estudio fisionómico-arquitectónico de las algas del Sistema lagunar Nichupté, Quintana Roo, México. Tesis de Doctorado. Facultad de Ciencias, UNAM.

Collado Vides, L., Gómez Alcaraz, G, Rivas Lechuga, G. y Gómez Gutiérrez, V..1997. Simulation of clonal growth of *Bostrychia radicans* using L systems. *Biosystems*. 32(6) 139-146 p.

Crisci, A. 1987. Introducción a la teoría y practica de la Taxonomía numérica. OEA.

Fernández-García. J. 1977. Acerca de la teoría de la información y algunas de sus aplicaciones. Tesis profesional. Facultas de Ciencias, UNAM.

Gómez-Alcaraz, G. y G. Rivas-Lechuga. 1997. Sobre el concepto de diversidad como invariante. Memorias del Septimo Congreso Internacional de Biomatemática.

González-González. J. 1991. Los procesos transformados y los procesos alterados. Fundamentos de una teoría procesual para el conocimiento biológico. *Uroboros*. 1 (2): 45-90.

González-González. J. 1992. estudio florístico ecológico de los ambientes y comunidades algales del litoral rocoso del Pacífico tropical mexicano. Tesis de Doctorado. Facultad de Ciencias. UNAM.

Klein, F. 1985. El programa de Erlangen. (Traducción de F. Cocho). *Rev. Sem. Ens. Tit.* No. Esp. 4:1-75.

León Álvarez 1996. Feofitas costrosas del Pacífico tropical mexicano. Una contribución a la flora tónica de la región. Tesis de Doctorado. Facultad de Ciencias. UNAM.

León Tejera, H.P. 1986. Ficoflora de las pozas de marea de la costa de Oaxaca: una proposición metodológica. Tesis de Maestría. Facultad de Ciencias, UNAM.

León Tejera, H.P. 1986. Caracterización ficoflorística del límite sur del Pacífico tropical mexicano: El litoral rocoso de Oaxaca. Tesis de Doctorado. Facultad de Ciencias, UNAM.

López Gómez, N.A. 1996. Comunidades algales de la Costa Grande del Estado de Guerrero. Tesis de Maestría. Facultad de Ciencias, UNAM.

Mosterin, J. 1987. La estructura de los conceptos científicos. *Investigación y Ciencia.* 143: 82-93.

Ortegón Aznar, I. 1997. Estudio de integración ficoflorística de tres lagunas costeras de la Península de Yucatán. Tesis de Maestría. Facultad de Ciencias, UNAM. 143 pp.

Prusinkiewicz, P. y A. Lindenmayer. 1990. *The Algorithmic beauty of plants*. Spriger-Verlag. New York. 228 pp.

Rivas-Lechuga, G. 1995. Iteraciones, Desarrollo y Diversidad. Propuestas de matematización en Biología. Tesis Profesional, Facultad de Ciencias, UNAM.

Rodríguez-Vargas. 1989. Gelidiales Rhodophyta del Pacífico tropical mexicano. Una contribución a la flora tónica de la región.Una propuesta teórica metodológica a partir de la Teoria de procesos alterados. Tesis de Doctorado, Facultad de Ciencias, UNAM.

Scott. 1992. Multivariate density estimation theory. Series in provability and mathematical statics. Jhon Willey, Soons, Inc. 317p.

Silverman, B.W. 1986. Density estimation for Statics and Data analysis. (Monographs on statics and applied probability) Chapman and Hall. 175 pp.

Thompson, D'Arcy. 1942. *On Growth and Form*. Cambridge Univ. Press

Turing, A.W. 1952. The chemical basis of morfogenesis. *Phl. Trans. Roy. Soc. London*. 237: 37-72.

Volpert, L. 1971. Información posicional y formación de patrones. *In* Wadington C.H. *et al.* eds. Hacia una biología teórica. Alianza Universidad Barcelona. 557-595 p.

Zeemann, E.C. y O.P. Buneman. 1976. Los espacios de tolerancia y el cerebro. *In* Wadington C.H. *et al.* eds. Hacia una biología teórica. Alianza Universidad Barcelona. 165-180 p.

APÉNDICE

Proyectos que se desarrollan en el Laboratorio de Ficología de la Facultad de Ciencias de la UNAM.

Proyecto General: **Flora ficológica de México.**

Proyectos permanentes:

- Flora ficológica de la cuenca del río Balsas
- Flora ficológica de la cuenca del río Pánuco
- Flora ficológica de la cuenca del río Papaloapan
- Macroalgas del Pacífico tropical mexicano

Líneas permanentes:

- Floras regionales con orientación tópica
- Ambientes algales con orientación típica
- Grupos naturales con orientación tónica

Proyectos colaterales:

- Macroalgas del mar Caribe
- Gelidiales del Pacífico Americano
- Macroalgas de las islas del Golfo de California
- Macroalgas de las islas del Pacífico Mexicano

Proyectos de integración:

- Ficoflora dinámica, fundamentos epistemoiógicos y estrategías metodológicas para la integración ficoflorística de regiones, ambientes algales y grupos taxonómicos
- Análisis Biomatemático de la flora ficológica y elaboración de modelos descriptivos. explicativos y predictivos.
- Evaluación y sistematización de la información de los recursos ficológicos de México para su uso y manejo.